



HAL
open science

Un trouble à l'interface entre différents champs disciplinaires (handicap, santé et formation) : la dyscalculie - Une approche didactique

Florence Peteers

► To cite this version:

Florence Peteers. Un trouble à l'interface entre différents champs disciplinaires (handicap, santé et formation) : la dyscalculie - Une approche didactique. Education. Université de Reims Champagne-Ardenne, 2018. Français. NNT : . tel-01944017

HAL Id: tel-01944017

<https://hal.science/tel-01944017v1>

Submitted on 4 Dec 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

ÉCOLE DOCTORALE SCIENCES DE L'HOMME ET DE LA SOCIÉTÉ (555)

THÈSE

Pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE REIMS CHAMPAGNE-ARDENNE

Discipline : MATHÉMATIQUES APPLIQUÉES ET SCIENCES SOCIALES

Spécialité : Didactique des mathématiques

Présentée et soutenue publiquement par

FLORENCE PETEERS

Le 17 septembre 2018

Un trouble à l'interface entre différents champs disciplinaires (handicap, santé et formation) : la dyscalculie - Une approche didactique

Thèse dirigée par **CECILE OUVRIER-BUFFET**

JURY

Mme Catherine Houdement,	Professeur ,	à l'Université de Rouen,	Président
Mme Cécile Ouvrier-Bufferet,	Professeur,	à l'Université de Reims Champagne-Ardenne,	Directeur de thèse
M. Thierry Dias,	Professeur,	HEP de Lausanne,	Rapporteur
Mme Viviane Durand Guerrier,	Professeur,	à l'Université de Montpellier,	Rapporteur
M. Fabien Emprin,	Maître de Conférences	à l'Université de Reims Champagne-Ardenne,	Co-encadrant
M. Lieven Verschaffel,	Professeur,	à l'Université de Louvain,	Examineur
Mme Marie-Line Gardes,	Maître de Conférences,	à l'Université de Lyon 1,	Examineur

REMERCIEMENTS

Vous le remarquerez sans doute à la lecture de cette thèse mais j'ai tendance à adopter un style succinct et aller directement à l'essentiel. Cependant, avant d'entrer dans le vif du sujet, je dérogerai quelque peu cette règle en prenant un peu de temps pour remercier toutes les personnes qui ont contribué, de près ou de plus loin, à l'aboutissement de ce travail.

Merci à Cécile Ouvrier-Bufferet qui, même si elle répète souvent qu'elle n'a pas fait grand-chose, m'a appris énormément au cours de ces trois dernières années. Merci Cécile pour ta confiance, ta présence, tes conseils, tes relectures et tes encouragements qui m'ont permis d'avancer à mon rythme, de m'approprier un sujet qui n'était pas mien au départ, de développer mes propres idées et de m'épanouir en tant que chercheuse. Je n'aurais pas pu rêver mieux comme directrice de thèse. Merci aussi à Fabien Emprin qui a co-encadré cette thèse et qui, malgré un agenda chargé, a toujours répondu présent lorsque je le sollicitais.

Merci à la Communauté d'Agglomération de Châlons-en-Champagne et à l'Université de Reims Champagne-Ardenne d'avoir cru en ce projet et d'avoir permis qu'il puisse être réalisé à temps plein. Merci également au CEREP de m'avoir accueilli et particulièrement aux doctorants pour les échanges lors de nos séminaires.

Merci à Thierry Dias et Viviane Durand-Guerrier d'avoir accepté d'être rapporteurs de cette thèse, d'avoir lu avec attention mon manuscrit et apporté un regard critique sur mon travail. Merci aussi à Catherine Houdement, Marie-Line Gardes et Lieven Verschaffel qui ont accepté de participer au jury (avec mention spéciale pour Marie-Line qui a également relu une partie de la thèse et dont les commentaires m'ont été très précieux).

Merci aux enseignants et professionnels paramédicaux qui m'ont ouvert les portes de leurs classes ou cabinets et surtout aux enfants qui ont accepté de jouer les cobayes en testant mon dispositif avec bonne humeur (au moins jusqu'aux épreuves de calcul !).

Merci à l'ARDM qui m'a fait découvrir cette communauté bienveillante qu'est la communauté des didacticiens et merci en particulier à l'équipe des jeunes chercheurs pour ces WEJCH mémorables et ces moments d'échanges qui m'ont permis de me sentir moins seule et d'apporter un regard neuf sur mon travail.

Merci à l'équipe RITEAM, en particulier à Elisabetta, Michel et Francesca (les autres étant déjà cités plus haut) pour leur soutien moral et leurs conseils avisés durant la phase finale de ma thèse.

Merci à ma famille et surtout mes parents qui m'ont vu partir un peu loin mais qui m'ont toujours soutenue et encouragée. Merci maman de t'être vraiment intéressée à ce que je faisais (tu dois être une des rares personnes à avoir vraiment lu ma thèse en entier !). Merci à mes amis et en particulier à Eve qui a toujours été là pour moi (même lorsque 200 kilomètres nous séparaient) et Flore qui vivait les mêmes aventures que moi et m'a soutenue au jour le jour.

Merci à Simon qui a supporté mes sautes d'humeur, mes moments d'absence (mentale ou physique), de doute, d'euphorie, d'énervement et de stress. Quel que soient mes tracas du moment, tu as toujours su me remonter le moral et me redonner le sourire.

RESUME

Il existe diverses approches de la dyscalculie, l'approche dominante étant centrée sur le fonctionnement cognitif de l'individu. Cependant, la recherche en cognition numérique présente encore de nombreuses lacunes et incertitudes : aucune définition ne fait consensus, les critères diagnostiques sont flous, etc. Nous nous posons alors la question de la place et du rôle de la didactique des mathématiques dans ces recherches et de la manière de concilier les approches pour mieux comprendre et accompagner les élèves présentant ce trouble. Dans cette thèse, nous nous intéressons plus particulièrement aux points de vue didactique et cognitif de la construction du nombre à l'école élémentaire. Afin d'en identifier les points de convergence et de divergence, nous réalisons une double étude bibliographique (en didactique et en cognition). Nous développons ensuite une méthodologie articulant ces éléments théoriques et l'analyse de tests existants pour concevoir un dispositif de repérage des difficultés en mathématiques (validé expérimentalement). Ce dispositif, destiné tout d'abord à l'enseignant, vise l'établissement d'un profil de compétences de l'élève permettant la mise en place de remédiations. De plus, grâce à sa conception particulière (tenant compte des spécificités de la cognition numérique et de la didactique des mathématiques), il permet d'établir un inventaire commun des difficultés de l'enfant exploitable par chacun des professionnels en charge de l'élève (enseignant et professionnels paramédicaux et médicaux), facilitant ainsi leurs échanges. La thèse ouvre par ailleurs de nouvelles perspectives pour la définition d'une interface entre didactique et cognition.

Mots-clefs : didactique des mathématiques, dyscalculie, cognition numérique, troubles d'apprentissage, difficultés d'apprentissage, tests

A trouble at the interface between different disciplinary fields (handicap, health and training): Dyscalculia – A didactical approach

Abstract

There are different approaches used to study dyscalculia. The dominant approach is centred on the cognitive functioning and individual characteristics. However, research in numerical cognition still must be lightened: there is no consensus about the definition, diagnostic criteria are unclear, and so on. We seek to know the place of mathematics education in these researches and how to reconcile approaches to better understand and support children with this disorder. In this PhD thesis, we are particularly interested in the didactic and cognitive points of view of numbers construction in the elementary school. To identify the points of convergence and divergence, we conduct a double bibliographic study (in mathematics education and cognition). Then we develop a methodology based on these theoretical elements and on existing tests analysis in order to design a mathematical difficulties detection tool (experimentally validated). This device, designed initially for teachers, aims to establish a profile of student's skills to guide him in the implementation of remediation. Moreover, thanks to its particular conception (taking into account the specificities of numerical cognition and

mathematics education), it makes it possible to establish a common inventory of the child's difficulties that can be used by each of the professionals in charge of the student (teacher and paramedical and medical professionals), facilitating their exchanges. The thesis also opens new perspectives for the definition of an interface between education and cognition.

Keywords: mathematics education, dyscalculia, numerical cognition, learning disabilities, learning difficulties, test

SOMMAIRE

Sommaire

Remerciements	1
Résumé.....	2
Sommaire	4
Table des figures.....	8
Introduction.....	11
Partie I Contexte et problématique.....	13
1. Contexte	14
2. Que disent les sciences cognitives et la psychologie développementale à propos de la dyscalculie ?.....	16
2.1. Définitions de la dyscalculie en cognition numérique.....	16
2.2. Prévalence.....	19
2.3. Nature et causes du trouble	20
3. Quelles conséquences pour les enseignants ?.....	23
4. Quelles entrées pour la didactique des mathématiques ?	23
4.1. Entrées potentielles.....	24
4.2. Comment la didactique s’empare-t-elle de ces questions ?.....	25
5. Problématique.....	26
5.1. Hypothèses de travail et positionnement par rapport aux recherches existantes	26
5.2. Questions de recherches et méthodologie globale.....	27
Partie II Revues de littérature	29
1. Revue de littérature en didactique des mathématiques	30
1.1. Les nombres en tant qu’outils	30
1.2. Les nombres en tant qu’objets	43
2. Revue de la littérature en cognition numérique.....	51
2.1. Modèles théoriques.....	51
2.2. Compétences numériques précoces.....	54
2.3. Fonctions cognitives sous-jacentes	57
2.4. Représentations du nombre	61
2.5. Procédures de quantification	62
2.6. Transcodage.....	67
2.7. Calcul.....	68

2.8. Résolution de problèmes	71
Partie III Etude des tests : Analyse descriptive et comparative de tests destinés à évaluer les compétences de base en mathématiques issus de la cognition numérique et de la didactique	75
1. Choix des tests.....	76
2. Construction de la grille d'analyse	80
2.1. Utilisation du nombre.....	80
2.2. Opérations	83
2.3. Représentations du nombre.....	85
2.4. Codes et transcodages.....	87
2.5. Opérations logiques.....	88
2.6. Fonctions cognitives sous-jacentes	89
3. Analyse descriptive des tests	90
3.1. Analyse du Zareki-R	90
3.2. Analyse du MathEval	95
3.3. Analyse du Woodcock-Johnson	102
3.4. Analyse de l'Examath.....	106
3.5. Analyse du Tedi-Math.....	116
3.6. Analyse de l'UDN-II	124
3.7. Analyse de l'ECPN	129
3.8. Analyse du dispositif « Quatre étapes pour une évaluation continue en première partie de cycle 2 »	132
3.9. Analyse de la prise d'information initiale CP de ERMEL.....	136
3.10. Analyse du test des compétences numériques du programme de maternelle 2016-2017	139
3.11. Analyse de l'évaluation proposée dans le cadre du projet EvalNumC2	143
4. Résultats.....	150
4.1. Tâches communes	150
4.2. Tâches spécifiques aux tests en cognition.....	163
4.3. Tâches spécifiques aux tests en didactique.....	168
4.4. Fonctions cognitives sous-jacentes	169
4.1. Tâches absentes.....	170
Partie IV Conception du dispositif.....	172
1. Contexte et objectifs du dispositif.....	173
1.1. Rôles de l'enseignant et de l'orthophoniste.....	173

1.2.	Une collaboration nécessaire	174
1.3.	Pauvreté des échanges	174
1.4.	Pourquoi tant de difficultés à communiquer ?.....	175
1.5.	Objectifs du dispositif	176
2.	Structure générale du dispositif	178
3.	Fonctionnalités du support numérique.....	180
3.1.	Navigation.....	180
3.2.	Affichage des résultats.....	181
3.3.	Autres fonctionnalités	181
4.	Module 1 – Prérequis	181
4.1.	Comparaisons analogiques	182
4.2.	Subitizing/estimation.....	184
4.3.	Enumération	185
4.4.	Correspondance terme à terme	186
4.5.	Chaîne numérique verbale	187
5.	Module 2 – Aspect cardinal et ordinal du nombre	188
5.1.	Aspect cardinal.....	189
5.2.	Aspect ordinal : reconnaître une position	193
6.	Module 3 – Représentations du nombre	194
6.1.	Organisation des nombres.....	195
6.2.	Système décimal positionnel	197
6.3.	Transcodage.....	201
7.	Module 4 – Opérations.....	202
7.1.	Opérations analogiques	203
7.2.	Opérations symboliques	206
7.3.	Opérations à énoncé verbal.....	208
Partie V Expérimentations : Mise en pratique et validation du dispositif		210
1.	Expérimentations	211
2.	Profil des élèves testés	211
2.1.	Singularités Plurielles.....	212
2.2.	Ecole du Mau	213
2.3.	Ecole du champ du Seigle	213
3.	Opérationnalité du dispositif.....	213
4.	Analyse des résultats.....	215

4.1.	Méthodologie	215
4.2.	Module 1 : Prérequis	216
4.3.	Module 2 : Aspect cardinal et ordinal du nombre.....	223
4.4.	Module 3 : Représentation des nombres	227
4.5.	Module 4 : Opérations.....	231
5.	Discussion.....	238
Conclusion et perspectives.....		240
1.	Résultats.....	241
1.1.	Apports croisés des recherches en didactique et cognition numérique.....	241
1.2.	Analyse comparative des tests destinés à évaluer les compétences numériques de base 242	
1.3.	Mise en évidence de biais dans les tests en cognition numérique	242
1.4.	Conception du dispositif de repérage de difficultés en mathématiques	243
1.5.	Validation expérimentale du dispositif.....	244
2.	Perspectives de recherche	245
2.1.	Développement de recherches à l'interface entre didactique et cognition.....	245
2.2.	Evolution et diffusion du dispositif	246
2.3.	Vers une meilleure identification des élèves en difficulté ?.....	246
2.4.	Impacts pour la formation des enseignants et orthophonistes	247
Bibliographie		248
Annexes		265
Annexe 1. Pré-analyse du Tedi-Math, Zareki-R et UDN-II.....		266
Annexe 2. Enquête auprès des orthophonistes		268
Annexe 3. Cahier des charges		278
Annexe 4. Variables proposées dans le cas d'une seconde passation des épreuves		301
Annexe 5. Liste du matériel nécessaire à la passation et supports à imprimer.....		305
1.1.	Liste du matériel nécessaire	305
1.2.	Supports à imprimer	306
Annexe 6. Codes R utilisés dans la conception du dispositif.....		307
1.3.	Code utilisé pour générer les items de la tâche de comparaison analogique.....	307
1.4.	Code utilisé pour générer les items de la tâche de subitizing/estimation	307
Annexe 7. Résultats des expérimentations.....		309
Table des matières		329

TABLE DES FIGURES

Figure 1 : Organisation des disciplines qui étudient les difficultés en mathématiques selon les finalités poursuivies (Giroux 2011, p.152)	15
Figure 2 : Activation du cerveau d'enfants présentant une dyscalculie développementale et d'enfant tout-venant.....	22
Figure 3 : Difficulté d'énumération	36
Figure 4 : Matériel proportionnel groupable (Tempier, 2013, p.18)	50
Figure 5 : Matériel proportionnel pré-groupé (Tempier, 2013, p.18).....	50
Figure 6 : Matériel non proportionnel (Tempier, 2013, p.19).....	50
Figure 7 : Modèle de McCloskey (1992, p.113).....	52
Figure 8 : Modèle du triple code (Dehaene & Cohen, 1995, p.85)	53
Figure 9 : Implémentation anatomique du modèle du triple code (Dehaene & Cohen, 1995, p.88) ...	53
Figure 10 : Modèle développemental de Von Aster et Shalev.....	54
Figure 11 : Expérience de Wynn (1992, p.749)	56
Figure 12 : Modèle de Baddeley et Hitch (1992, p.315).....	58
Figure 13 : Modèle conceptuel développemental des nombres à deux chiffres (Fuson et al., 1997, p.139)	62
Figure 14 : Temps de réaction et pourcentage d'erreur en fonction du nombre de points (Chi & Klahr, 1975, p.436)	63
Figure 15 : Evolution de la précision des estimations (Siegler & Booth, 2004, p.433)	65
Figure 16 : Perception d'une collection de 21 points selon le modèle de (Van Oeffelen & Vos, 1984, p.608)	65
Figure 17 : Modèle à vagues superposées (Shrager & Siegler, 1998, p.406)	69
Figure 18 : Classification des tests analysés.....	78
Figure 19 : Critères d'analyse des tâches dans lesquelles le nombre est utilisé pour exprimer une position/quantifier	83
Figure 20 : Critères d'analyse des tâches de résolution d'opérations	84
Figure 21 : Critères d'analyse des tâches dans lesquelles interviennent différentes représentations du nombre.....	87
Figure 22 : Critères d'analyse des tâches de transcodage	88
Figure 23 : Organigramme des nombres dictés dans le MathEval (Heremans, 2011, p.55).....	98
Figure 24 : Organigramme des nombres lus dans le MathEval (Heremans, 2011, p.57).....	99
Figure 25 : Tâche d'identification de la quantité.....	107
Figure 26 : Tâche de production d'une quantité cible	108
Figure 27 : Nombres lus et dictés dans l'Examath.....	112
Figure 28 : Exemple de distracteur (1)	146
Figure 29 : Exemple de distracteur (2)	146
Figure 30 : Exemple de schéma pour les problèmes de transformation	147
Figure 31 : Exemple de schéma pour les problèmes de combinaison	147
Figure 32 : Objectifs du dispositif.....	177
Figure 33 : Structure générale du dispositif.....	179
Figure 34 : Navigation dans le dispositif.....	181
Figure 35 : Structure du module 1.....	182

Figure 36 : Exemple d'item - Comparaisons analogiques	183
Figure 37 : Codage des réponses - Comparaisons analogiques	184
Figure 38 : Exemple d'item - Subitizing/estimation	184
Figure 39 : Codage des réponses - Subitizing/estimation	185
Figure 40 : Structure du module 2.....	189
Figure 41 : Codage des réponses - Principes de Gelman et Gallistel	192
Figure 42 : Codage des réponses – Surcomptage	193
Figure 43 : Codage des réponses - Repérer une position.....	194
Figure 44 : Structure du module 3.....	195
Figure 45 : items choisis pour évaluer l'aspect algorithmique de la suite écrite.....	196
Figure 46 : Codage des réponses - Organisation des nombres niveau 1	197
Figure 47 : Codage des réponses - Organisation des nombres niveau 2 et 3	197
Figure 48 : Exemple d'item - Système décimal positionnel.....	199
Figure 49 : Bon de commande - Système décimal positionnel	200
Figure 50 : Codage des réponses - Système décimal positionnel niveau 1.....	201
Figure 51 : Codage des réponses - Système décimal positionnel niveau 2.....	201
Figure 52 : Codage des réponses - Système décimal positionnel niveau 3.....	201
Figure 53 : Codage des réponses - Transcodage niveau 1	202
Figure 54 : Codage des réponses - Transcodage niveau 2	202
Figure 55 : Codage des réponses - Transcodage niveau 3	202
Figure 56 : Structure du module 4.....	203
Figure 57 : Codage des réponses - Opérations analogiques	205
Figure 58 : Codage des réponses - Faits arithmétiques niveau 1.....	207
Figure 59 : Codage des réponses - Faits arithmétiques niveau 2.....	207
Figure 60 : Codage des réponses - Faits arithmétiques niveau 3.....	207
Figure 61 : Codage des réponses - Calcul réfléchi niveau 1	208
Figure 62 : Codage des réponses - Calcul réfléchi niveau 2 et 3	208
Figure 63 : Codage des réponses - Opérations à énoncé verbal.....	209
Figure 64 : Placement de l'élève et de l'examineur durant les expérimentations	214
Figure 65 : Exemple de résultats	215
Figure 66 : Structure du module 1.....	216
Figure 67 : Scores obtenus - Comparaison analogique	217
Figure 68 : Scores obtenus - Subitizing/estimation.....	218
Figure 69 : Taux de réussite - Correspondance terme à terme.....	219
Figure 70 : Stratégies utilisées dans le cas d'un échec à la tâche de correspondance terme à terme.....	219
Figure 71 : Taux de réussite – Enumération.....	220
Figure 72 : Stratégies d'énumération en fonction du type d'élève.....	221
Figure 73 : Taux de réussite - Suite numérique verbale.....	221
Figure 74 : Résumé des taux moyens de réussite - Module 1.....	222
Figure 75 : Structure du module 2.....	223
Figure 76 : Taux de réussite au premier essai - Construction de collection équipotente.....	223
Figure 77 : Taux de réussite - Principes de Gelman et Gallistel	224
Figure 78 : Taux de réussite - Surcomptage	225
Figure 79 : Stratégies utilisées - Surcomptage	225

Figure 80 : Taux de réussite - Repérer le neuvième jeton	226
Figure 81 : Résumé des taux moyens de réussite - Module 2.....	227
Figure 82 : Structure du module 3.....	227
Figure 83 : Scores obtenus - Organisation des nombres.....	228
Figure 84 : Exemple de production d'un élève - Bande numérique.....	228
Figure 85 : Scores obtenus - Système décimal	229
Figure 86 : Scores obtenus - Transcodage.....	230
Figure 87 : Résumé des taux moyens de réussite - Module 3.....	231
Figure 88 : Structure du module 4.....	231
Figure 89 : Scores obtenus - Opérations analogiques (Transformations).....	232
Figure 90 : Taux de réussite par item - Transformation.....	233
Figure 91 : Taux de réussite – Opérations analogiques (comparaison)	234
Figure 92 : Scores obtenus - Faits arithmétiques.....	235
Figure 93 : Nombre moyen de faits arithmétiques automatisés	235
Figure 94 : Scores obtenus - Calcul réfléchi	236
Figure 95 : Scores obtenus - Opérations à énoncé verbal.....	237
Figure 96 : Résumé des taux moyens de réussite - Module 4.....	238
Figure 97 : Structure générale du dispositif	244

INTRODUCTION

Nous nous intéressons à la façon dont la recherche en didactique des mathématiques peut nourrir la réflexion sur les handicaps et les difficultés d'apprentissage des élèves. Il existe divers troubles de l'apprentissage : troubles de l'apprentissage de la lecture (dyslexie), de l'orthographe (dysorthographe), du calcul (dyscalculie), ainsi que d'autres dyspraxies telles que la dysgraphie, la dyspraxie idéomotrice (déficit dans la sélection et la séquentialisation des éléments constitutifs d'un mouvement ou d'un geste), la dyspraxie visuoconstructive (perturbation dans des activités impliquant une compréhension des relations spatiales entre des éléments : construction, assemblage, graphisme). La frontière n'est pas évidente entre ce qui peut relever de difficultés d'apprentissage et ce qui constitue réellement un trouble et donc un handicap : c'est le cas en particulier de la dyscalculie, dont le diagnostic est complexe et une question vive dans les recherches en sciences de la cognition, notamment en neurosciences. En effet, comme l'écrit Fischer (2009), deux clans s'opposent :

D'un côté nous avons les tenants d'une DD [dyscalculie développementale] d'origine génétique résultant d'un module numérique inné non intact (e.g. Butterworth, 1999), ou d'une anomalie dans une région cérébrale – le sillon intra-pariétal – censée être essentielle pour les traitements numériques. (Dehaene, Molko et Wilson, 2004). De l'autre côté, ceux qui pensent que la dyscalculie se développe en interaction avec l'environnement, notamment les apprentissages scolaires. (Fischer 2009, p.183)

Nous nous posons alors la question de savoir comment les recherches en didactique des mathématiques peuvent apporter un nouvel éclairage sur ce trouble méconnu qu'est la dyscalculie. Peuvent-elles investir voire construire de nouveaux cadres pour distinguer la dyscalculie des difficultés usuelles d'apprentissages en mathématiques et pour penser la formation des enseignants ? Ces questionnements s'inscrivent dans les récents travaux de Petitfour (2015) qui a étudié les processus d'accès à la géométrie d'élèves dyspraxiques visuo-spatiaux.

A l'heure où certains articles (revues de recherche mais aussi journaux grands publics) soulignent une recrudescence des enfants dyscalculiques et où l'innumérisme est de mise, à l'heure où les chercheurs concernés, notamment dans le champ des neurosciences, ne s'accordent pas sur la prévalence réelle de dyscalculiques, il est fondamental de se poser les questions suivantes :

- Quel modèle pourrait permettre de réaliser un repérage des enfants en difficulté d'apprentissage en mathématiques et potentiellement dyscalculiques ?
- Comment prendre en compte les travaux existants en didactique des mathématiques pour réaliser un tel modèle ?
- Comment les différents protagonistes (médicaux, scolaires, sociaux) peuvent contribuer à l'élaboration d'un tel modèle ?
- Comment rendre ce modèle utilisable pour la formation des enseignants ? Cette question rejoint une question plus vaste : comment aborder, dans le cadre de la formation des enseignants, la question de la compréhension et de l'accompagnement des handicaps ?

Pour répondre à ces questions, la thèse que nous réalisons initie une recherche pionnière en didactique des mathématiques (Peteers, 2016) : elle se propose d'établir un modèle de repérage « pertinent » des difficultés d'apprentissage en mathématiques dans le contexte de la dyscalculie (le

qualificatif de « pertinent » reste à définir vu la richesse des débats sur la question, car la visée de cette recherche est bien de nature didactique). La question de la distance entre les définitions de la dyscalculie et celles de l'innumérisme pourrait également être traitée dans ce cadre. Ce modèle est à concevoir en regard des travaux existants en didactique des mathématiques et en cognition numérique afin de faire la part des choses entre les aspects cognitifs et médicaux et les difficultés « ordinaires » et connues de l'apprentissage du nombre. Ce point est important pour permettre de faire le lien avec l'enseignement, mais aussi car il n'a pas encore été traité en recherche. D'un point de vue didactique, un tel modèle doit aussi faire l'objet d'une transposition pour être appréhendable et utilisable dans le cadre de la formation des enseignants.

La construction théorique d'un tel modèle sera étayée et validée par des expérimentations adaptées. Il s'agit là d'une recherche qui s'inscrit « dans la classe », mais également « hors classe ». Les enjeux de ce travail sont multiples notamment au niveau de la formation des enseignants et des orthophonistes et de la communication entre les différents acteurs impliqués dans l'accompagnement des élèves ayant des troubles d'apprentissage en mathématiques dans le cadre de l'inclusion scolaire.

PARTIE I
CONTEXTE ET PROBLEMATIQUE

1. Contexte

Dans le même mouvement que la baisse de la France constatée en mathématiques dans PISA, les dernières évaluations de la DEPP (2015a, 2015b) pointent une augmentation importante des élèves de faible niveau en mathématiques, à la fin de l'école (42,4%) et à la fin du collège (47,3%), et une baisse des plus performants. On ne peut que constater l'absence de prise en charge efficace des élèves ayant des difficultés de raisonnement en mathématiques malgré la dimension "inclusive" de la loi pour la Refondation de l'École (2013).

La scolarisation des élèves en situation de handicap constitue, depuis quelques années, une priorité nationale en France. En effet, la loi du 11 février 2005 pour l'égalité des droits et des chances, la participation de la citoyenneté des personnes handicapées et la loi du 8 juillet 2013 d'orientation et de programmation pour la refondation de l'École de la République ont permis des avancées majeures en matière de scolarisation des élèves en situation de handicap. A travers ces lois, c'est une école inclusive s'adaptant aux besoins spécifiques de chacun qui est mise en avant. Pour ce faire, différents dispositifs tels que les parcours de formation individualisés et les aménagements personnalisés en fonction des besoins des élèves sont mis en place.

Selon la loi du 11 février 2005, « Constitue un handicap (...) toute limitation d'activité ou restriction de participation à la vie en société subie dans son environnement par une raison en raison d'une altération substantielle, durable ou définitive d'une ou plusieurs fonctions physiques, sensorielles, mentales, cognitives ou psychiques, d'un polyhandicap ou d'un trouble de santé invalidant ». Cette définition inclut donc les troubles des apprentissages au sens où ils résultent d'un dysfonctionnement cognitif. Parmi ces troubles d'apprentissage, certains sont, à l'heure actuelle, mieux identifiés et pris en charge (comme la dyslexie, par exemple) que d'autres qui font encore l'objet d'études du fait de la complexité de leur repérage et de leur compréhension (Lewis & Fisher, 2016). C'est le cas de la dyscalculie.

Trouble ou difficulté ?

Différents termes sont utilisés lorsqu'il est question de difficultés en mathématiques : difficulté d'apprentissage, trouble d'apprentissage ou encore dyscalculie. Nous précisons ici le sens que nous donnons à chacune de ces expressions en nous appuyant sur le travail de Giroux (2011).

Le terme de « difficulté d'apprentissage » est utilisé pour qualifier un élève dont les performances sont inférieures à celles attendues étant donné son âge. On parlera de « trouble d'apprentissage » lorsque cet écart de performance ne relève pas de facteurs socioculturels, d'un retard de développement, d'un handicap sensoriel ou encore d'une pédagogie inadaptée. Autrement dit, un trouble d'apprentissage possède une origine biologique. Le terme de « dyscalculie » est utilisé pour parler d'un trouble d'apprentissage en mathématiques (nous définirons ce terme plus en détail dans la suite du travail). Dans la littérature anglo-saxonne, on parlera également de « *mathematical learning disabilities (MLD)* » ou de « *dyscalculia* » (Lewis & Fisher, 2016).

Différentes disciplines s'intéressent aux troubles et difficultés d'apprentissage en mathématiques : les sciences cognitives, la psychologie développementale. Avant de poursuivre, précisons quelques éléments de définition concernant ces différents champs disciplinaires. Les sciences cognitives

étudient « les relations entre les systèmes nerveux et la cognition afin d'élaborer des modèles généraux sur le fonctionnement cognitif » (Giroux, 2011, p.153). La psychologie développementale s'intéresse, quant à elle, aux « processus d'apprentissage ou encore l'influence du milieu social et éducatif sur le développement de l'individu » (Giroux, 2011, p.154). Dans la suite du travail, nous utiliserons également le terme de « cognition numérique » englobant ces deux domaines de recherche.

Chacune de ces disciplines développe des modèles et des hypothèses propres à leur domaine de connaissance et peut être distribuée sur l'axe présenté à la Figure 1 en fonction des finalités poursuivies (Giroux, 2011). On retrouve deux approches distinctes. L'une est centrée sur le fonctionnement cognitif et les caractéristiques propres à l'individu. Elle repose principalement sur les travaux issus des sciences cognitives (situées à gauche sur l'axe) pour lesquelles les difficultés spécifiques en mathématiques sont liées à un dysfonctionnement sur le plan neurologique (voir par exemple Dehaene, 2010). La seconde approche, caractéristique de la didactique des mathématiques (à droite sur l'axe), s'intéresse, quant à elle, aux spécificités du savoir ainsi qu'aux caractéristiques didactiques des situations d'apprentissage. Selon cette approche, les difficultés ne sont pas uniquement dues à un dysfonctionnement propre à l'individu mais il faut également chercher ce qui, dans le rapport de l'élève au savoir et aux situations didactiques, empêche ou favorise l'accès des élèves à la connaissance.

SCIENCES COGNITIVES		PSYCHOLOGIE DÉVELOPPEMENTALE	DIDACTIQUE DES MATHÉMATIQUES
NEUROPSYCHOLOGIE	PSYCHOLOGIE COGNITIVE		
<i>Étude du siège cérébral des fonctions mentales</i>	<i>Étude des processus cognitifs / formation de connaissances</i>	<i>Étude du développement cognitif de l'enfant</i>	<i>Études des conditions d'enseignement et d'apprentissage des mathématiques</i>
←-----		-----→	
<i>Fonctionnement cognitif Traitement symbolique Caractéristiques individuelles</i>		<i>Fonctionnement du savoir Contenu de la connaissance Interactions sujet/savoir/milieu</i>	

Figure 1 : Organisation des disciplines qui étudient les difficultés en mathématiques selon les finalités poursuivies (Giroux 2011, p.152)

Actuellement, l'approche « cognitiviste » semble dominante. Les recherches en cognition numérique concernant la dyscalculie se multiplient et gagnent en popularité dans le monde de l'éducation et dans le discours public en France et dans le monde (Heyd-Metzuyanim, 2013; Roiné, 2009).

Nous nous posons alors la question de la place de la didactique des mathématiques dans l'étude de la dyscalculie et de la manière de concilier les approches pour une meilleure compréhension des troubles d'apprentissage en mathématique. Nous commencerons par faire le point sur les recherches concernant la dyscalculie du point de vue des sciences cognitives et de la psychologie développementale. Nous discuterons ensuite des conséquences pour les enseignants et de la manière donc la didactique s'empare de ces questions. Enfin, nous formulerons notre problématique et décrirons notre méthodologie globale.

2. Que disent les sciences cognitives et la psychologie développementale à propos de la dyscalculie ?

Dans cette section, nous préciserons tout d'abord quelques éléments de définition concernant la dyscalculie. Nous discuterons également du taux de prévalence recensé dans les études issues des sciences cognitives ou de la psychologie développementale ainsi que de la nature et des causes possibles du trouble.

2.1. Définitions de la dyscalculie en cognition numérique

Le mot « dyscalculie » vient du préfixe grec $\delta\nu\sigma$, qui exprime une difficulté ou une anomalie, et du radical latin *calculus* signifiant « cailloux », premier outil de calcul. Etymologiquement, la dyscalculie peut donc se traduire comme une « difficulté à calculer ». A l'heure actuelle, il n'existe pas de consensus au sujet de la définition de la dyscalculie (Lewis & Fisher, 2016). Celle-ci varie selon l'époque, l'auteur et son idéologie, s'éloignant plus ou moins de ce sens premier du terme. Afin de mieux comprendre ce qui se cache derrière le mot « dyscalculie », nous présenterons ses origines historiques ainsi que les définitions les plus couramment employées en cognition numérique.

Les origines de l'étude des troubles de l'apprentissage en mathématiques remontent au début du 20^{ème} siècle avec l'étude de patients adultes ayant subi des lésions cérébrales et présentant des troubles du calcul. Ces troubles avaient la particularité d'être isolés et non secondaires à une perturbation du langage (troubles aphasiques), suggérant ainsi l'existence d'un réseau cortical distinct responsable des processus arithmétiques. C'est pour décrire ces troubles que fut introduit le terme « acalculie » (*Akalkulia*) par le neurologue Henschen en 1919 (Henschen, 1919). Le terme de « dyscalculie développementale » fut alors employé pour distinguer les difficultés présentes dès l'enfance de ces difficultés acquises. Elle fut définie comme une difficulté à compter par Bokwin et Bokwin en 1960 et comme une difficulté à reconnaître et manipuler les nombres par Cohn en 1968 (Chinn, 2017).

En 1974, le neurologue Kosc (1974) propose une méthodologie de détermination des sujets dyscalculiques, encore utilisée à l'heure actuelle. Il définit la dyscalculie développementale comme « un trouble structurel des habiletés mathématiques dont l'origine est génétique ou liée à un problème congénital affectant les aires cérébrales qui sont le substrat anatomo-physiologique direct de la maturation des habiletés mathématiques sans trouble simultané des fonctions mentales plus générales » (INSERM, 2007, p.292). L'originalité de cette définition est l'introduction d'un critère d'exclusion : seuls les enfants ayant un niveau intellectuel considéré comme « normal » peuvent être qualifiés de dyscalculiques. La méthode de Kosc permettant d'estimer la prévalence d'enfants dyscalculiques s'appuie sur cette définition et consiste donc à sélectionner les sujets sur base de deux critères : l'un d'inclusion (faiblesse en calcul) et l'autre d'exclusion (faible niveau intellectuel). Temple proposera une définition similaire en 1992. Il définit la dyscalculie comme « un trouble des compétences numériques et des habiletés arithmétiques qui se manifeste chez les enfants d'intelligence normale ne présentant pas de déficit neurologique acquis » (INSERM, 2007, p.292).

Ce n'est qu'en 1980 que la dyscalculie développementale sera officiellement reconnue par le corps médical avec la publication du DSM-III¹ par l'American Psychiatric Association, recensant tous les

¹ *Diagnostic and Statistical Manual of Mental Disorders.*

troubles mentaux connus. Bien qu'elle ne se présente pas sous le nom de « dyscalculie développementale » mais de « *developmental arithmetic disorder* », la définition qui en est donnée est très proche de celle de Kosci :

« The essential feature is significant impairment in the development of arithmetic skills not accounted for by chronological age, mental age, or inadequate schooling. In addition, in school, child's performance on tasks requiring arithmetic skills is significantly below his or her intellectual capacity. The diagnosis can be made only by individually administered IQ test that yield a level of full-scale IQ, plus a variety of academic achievement tests containing arithmetic subtests. » (American Psychiatric Association, 1980, p.94).

Cette définition sera modifiée quelques années plus tard, en 1994, dans la quatrième édition du manuel (DSM-IV) et apparaît, dans la version française, sous le nom de « trouble du calcul ». En plus des critères donnés précédemment, cette définition tient compte des conséquences sur la vie académique et quotidienne et exclut les personnes dont le déficit sensoriel serait prédominant. Les critères utilisés sont les suivants :

« A. Mathematical ability, as measured by individually administered standardized tests, is substantially below that expected given the person's chronological age, measured intelligence, and age-appropriate education.

B. The disturbance in Criterion A significantly interferes with academic achievement or activities of daily living that require mathematical ability.

C. If a sensory deficit is present, the difficulties in mathematical ability are in excess of those usually associated with it. » (American Psychiatric Association, 1994, p.51).

Fin des années 1990, certains chercheurs font l'hypothèse que les mauvaises performances aux tests arithmétiques sont dues à une plus grande incompréhension des mathématiques. Pour Molko, Wilson, & Dehaene (2005), par exemple, il s'agit d'un déficit du sens du nombre (trouble primaire de la perception des quantités et des nombres). Les définitions de la dyscalculie se sont donc étendues. C'est le cas de la définition proposée par *UK Department for Education and Skills* :

« A condition that affects the ability to acquire arithmetical skills. Dyscalculic learners may have difficulty understanding simple number concepts, lack an intuitive grasp of numbers, and have problems learning number facts and procedures. Even if they produce a correct answer or use a correct method, they may do so mechanically and without confidence. » (DfES, 2001, p.2).

Dès lors, les tests utilisés pour diagnostiquer la dyscalculie ne se sont plus limités à des questions portant sur les compétences arithmétiques mais intègrent également la compréhension du concept de nombre (Drew, 2015).

Il semble qu'aucune définition ni critère ne fasse l'unanimité auprès des chercheurs (Legeay & Morel, 2003). Troubles des habiletés numériques et arithmétiques pour certains, trouble du sens du nombre pour d'autres, le flou persiste autour de cette définition.

A l'heure actuelle, deux classifications internationales font office de référence en ce qui concerne le diagnostic de la dyscalculie. Le DSM-V (*American Psychiatric Association*, 2015) propose les critères suivants pour identifier un « trouble du calcul » :

« A. Difficultés à apprendre et à utiliser des compétences scolaires ou universitaires, comme en témoigne la présence d'au moins un des symptômes suivants ayant persisté pendant au moins 6 mois, malgré la mise en place de mesures ciblant ces difficultés :

(...)

5. Difficultés à maîtriser le sens des nombres, les données chiffrées ou le calcul (p. ex. a une compréhension médiocre des nombres, de leur ordre de grandeur et de leurs relations ; compte sur ses doigts pour additionner des nombres à un seul chiffre au lieu de se souvenir des tables d'addition comme le font ses camarades ; se perd au milieu des calculs arithmétiques et peut être amené à changer de méthode).

6. Difficultés avec le raisonnement mathématique (p. ex. a de grandes difficultés à appliquer des concepts, des données ou des méthodes mathématiques pour résoudre les problèmes)

B. Les compétences scolaires ou universitaires perturbées sont nettement au-dessous du niveau escompté pour l'âge chronologique du sujet, et ce de manière quantifiable. Cela interfère de façon significative avec les performances scolaires, universitaires ou professionnelles, ou avec les activités de la vie courante, comme le confirment des tests de niveau standardisés administrés individuellement ainsi qu'une évaluation clinique complète. Pour les individus âgés de 17 ans et plus, des antécédents avérés de difficultés d'apprentissages perturbantes peuvent se substituer à une évaluation standardisée.

C. Les difficultés d'apprentissage débutent au cours de la scolarité mais peuvent ne pas se manifester entièrement tant que les demandes concernant ces compétences scolaires ou universitaires altérées ne dépassent les capacités limitées du sujet (...).

D. Les difficultés d'apprentissage ne sont pas mieux expliquées par un handicap intellectuel, des troubles non corrigés de l'acuité visuelle ou auditive, d'autres troubles neurologiques ou mentaux, une adversité psychosociale, un manque de maîtrise de la langue de l'enseignement scolaire ou universitaire ou un enseignement pédagogique inadéquat. » (American Psychiatric Association, 2015, p.76)

Tandis que la CIM-10² (Organisation Mondiale de la Santé, 1994) définit, en plus des critères communs spécifiques aux troubles des acquisitions scolaires (interférence significative avec les performances scolaires ou les activités de la vie courante, absence de déficit sensoriel, scolarisation normale et QI supérieur ou égal à 70), les critères suivants pour le diagnostic d'un « trouble spécifique de l'arithmétique » :

« - La note obtenue à un test standardisé de calcul se situe à au moins deux écarts-types en dessous du niveau escompté, compte tenu de l'âge chronologique et de l'intelligence générale de l'enfant.

- Les notes obtenues à des épreuves d'exactitude et de compréhension de lecture, ainsi que d'orthographe, se situent dans les limites de la normale (\pm deux écarts-types par rapport à la moyenne).

- Absence d'antécédents de difficultés significatives en lecture ou en orthographe.

² Classification Internationale des Maladies.

- Présence des difficultés en arithmétique dès les premiers stades de l'apprentissage du calcul.
- » (Organisation Mondiale de la Santé, 1994, p.134)

La différence majeure entre ces classifications, outre l'utilisation de termes différents, est que la CIM-10 écarte toute comorbidité avec un trouble de la lecture ou de l'orthographe, contrairement au DSM-V. Dans les deux cas, les critères restent vagues. En effet, les tests utilisés pour objectiver les difficultés ne sont pas précisés, la nature des difficultés n'est pas claire (les termes « calcul », « arithmétique » et « mathématiques » sont utilisés indifféremment) et le DSM-V ne présente aucun critère quantitatif. Ce flou entourant la définition de dyscalculie soulève de nombreuses questions tant au niveau médical que du côté de l'enseignement : Quelle est la limite entre trouble et difficulté (autrement dit quand peut-on parler de dyscalculie et plus seulement de difficulté en mathématiques ?) ? Comment s'assurer que les difficultés ne sont pas liées à d'autres facteurs (socio-culturels ou pédagogiques) ? Quelles mesures mettre en place pour s'assurer de la persistance des difficultés ?

2.2. Prévalence

Etant donné la diversité des définitions et des critères diagnostiques utilisés en cognition numérique pour qualifier la dyscalculie, il n'est pas étonnant de trouver des pourcentages d'élèves dyscalculiques variables d'une étude de prévalence à l'autre.

La première étude de prévalence a été réalisée par Kosci en 1974. D'après lui, la proportion de sujets dyscalculiques serait de 6.4%. Plusieurs études portant sur des populations d'origines géographiques différentes (Inde (Ramaa & Gowramma, 2002), Israël (Gross-Tsur, Manor, & Shalev, 1996) ou encore Allemagne (Hein, 2000)) ont conduit à un pourcentage similaire, renforçant ainsi l'hypothèse de l'origine génétique de la dyscalculie (et non éducative, culturelle ou sociologique). De son côté, l'INSERM fait état d'un taux de prévalence allant de 3.6 à 7.7% (INSERM, 2007).

Selon les psychologues développementaux tels que Fischer (2007), un pourcentage de l'ordre de 6% d'élèves dyscalculiques est clairement excessif. Celui-ci a, en effet, montré que les études menant à un tel pourcentage souffrent toutes « d'insuffisances dans leur méthodologie ou d'imprécisions dans leur compte-rendu » (Fischer, 2007) : critères inconnus, confusions entre élèves faibles en mathématiques et élèves dyscalculiques, calculs erronés, effet plafond, choix de centiles fondamentalement *ad hoc*, ... Dans cet article, il propose également une analyse des évaluations nationales en début de CE2 et de 6^{ème} qui lui a permis d'établir une prévalence de l'ordre de 1% (en considérant uniquement les troubles du calcul). C'est d'ailleurs ce pourcentage qui est repris dans le DSM IV (American Psychiatric Association 1994, p.51).

Les études de prévalence fonctionnent toutes sur le même principe consistant à sélectionner les individus sur base de deux critères : un critère d'inclusion (faiblesse en mathématiques) et un critère d'exclusion (niveau intellectuel anormalement faible). Comment expliquer alors les écarts, parfois important des taux de prévalence obtenus en ce qui concerne la dyscalculie ?

Tout d'abord, les tests utilisés pour évaluer le niveau mathématique des élèves sont différents pour chaque étude. En effet, certaines études utilisent des outils d'évaluation académique (Fischer, 2007) mais pour la plupart d'entre elles, des batteries de tests sont créées spécifiquement (comme c'est le cas de Gross-Tsur et al., 1996). En ce qui concerne le critère d'exclusion, là aussi, différents tests sont utilisés. Certains se basent sur la mesure du QI (Kosci, par exemple, exclut tous les individus ayant un

QI supérieur à 90), d'autres exploitent les résultats obtenus à des tests de langage (Hein, 2000) ou d'aptitude intellectuelle non verbale comme les matrices progressives de Raven (Lewis, Hitch, & Walker, 1994).

Le deuxième argument permettant d'expliquer les taux de prévalence différents est qu'il n'y a pas de consensus en ce qui concerne la définition quantitative des critères d'inclusion et d'exclusion. Autrement dit, les seuils à partir desquels l'individu va être considéré comme ayant une performance anormale en mathématique et un niveau intellectuel correct ne sont pas fixes et varient d'une étude à l'autre. Dans le tableau synoptique des recherches sur la prévalence de la dyscalculie développementale proposé par (Fischer, 2009) et présentant 14 études, on ne retrouve jamais deux fois le même critère d'inclusion pour des chercheurs différents. Il en est de même en ce qui concerne les critères d'exclusion.

Ce manque de cohérence au niveau des critères d'identification des élèves souffrant de troubles de l'apprentissage en mathématiques (en particulier au travers de la variabilité des mesures d'évaluation et des critères d'exclusion), est également mis en évidence dans une récente revue de la littérature menée par Lewis et Fisher (2016).

2.3. Nature et causes du trouble

Les difficultés de mémorisation des faits arithmétiques chez les enfants dyscalculiques ainsi que leur retard de développement concernant les procédures de comptage sont unanimement reconnus par les chercheurs (voir revue de la littérature de Geary, 2011 ainsi que le rapport de l'INSERM, 2007). En effet, ces enfants recourent plus couramment et plus longtemps que les autres à des stratégies de comptage primitives comme le comptage sur les doigts. Alors que les enfants tout-venant passent du comptage sur les doigts au comptage verbal ou à la récupération directe du résultat en mémoire, les enfants dyscalculiques se contentent du comptage sur les doigts (Ostad, 2002). Selon Geary (2011), ils présenteraient un retard d'environ 2 à 3 ans par rapport à leurs congénères. Ces enfants éprouveraient également de grandes difficultés en ce qui concerne la récupération directe des faits arithmétiques en mémoire. Ils commettent plus d'erreurs et présentent des temps de réponse inhabituellement longs (Geary, 1990). Actuellement, un nombre de plus en plus important d'études indiquent que les troubles d'apprentissage en mathématiques sont hétérogènes et affectent plusieurs aspects des compétences mathématiques (Fias, Menon, & Szucs, 2013; Karagiannakis, Baccaglini-Frank, & Roussos, 2016).

En revanche, les origines de ces difficultés restent largement indéterminées à l'heure actuelle. Différentes théories explicatives ont été avancées selon les domaines d'études. Du côté des sciences cognitives, deux hypothèses sont soutenues : soit il s'agirait de la conséquence d'un déficit cognitif général (déficit mémoriel, visuo-spatial ou autre), soit des facteurs spécifiquement numériques seraient en cause (sens du nombre ou accès au symbolique). En revanche, du point de vue de la psychologie développementale ou neuroconstructiviste, la dyscalculie se développerait en interaction avec l'environnement. Nous présenterons brièvement ces différentes hypothèses dans la suite de cette section.

Troubles cognitifs généraux

Comme nous l'avons développé précédemment, les enfants dyscalculiques éprouvent énormément de difficultés à mémoriser les faits arithmétiques. Selon certains chercheurs, ces difficultés seraient dues

à un déficit mémoriel touchant la mémoire de travail (INSERM, 2007). En effet, il a été montré que la mémorisation de faits arithmétiques repose sur l'activation simultanée, dans la mémoire de travail, des données du problème et de sa solution (Geary, 1993). Les enfants dyscalculiques, disposant de faibles capacités en mémoire de travail, seraient dès lors plus lents à résoudre des opérations. Or, plus la résolution est lente, plus les données du problème risquent d'être oubliées avant que la solution ne soit obtenue, empêchant ainsi leur association et, par extension, la construction de faits arithmétiques.

Un déficit des habiletés visuo-spatiales a également été avancé comme origine de la dyscalculie (pour une revue de la littérature détaillée à ce propos, voir Barrouillet & Camos, 2006). Certaines activités numériques possédant une composante spatiale (opérations posées, écriture positionnelle, ...), un déficit au niveau visuo-spatial pourrait donc entraîner des difficultés lors de ces activités. Ces troubles pourraient également perturber la construction et l'utilisation de la ligne numérique (qui selon Dehaene, 1992, soutient nos représentations des quantités, voir Partie II), ce qui pourrait avoir des conséquences sur l'ensemble des activités numériques. Cette hypothèse ne fait toutefois pas l'unanimité.

Enfin, certains chercheurs se sont intéressés aux gnosies digitales³ (voir Noël, 2011). En effet, les doigts joueraient un rôle important dans la construction du nombre ainsi que dans la représentation en base 10. Une agnosie digitale (incapacité de différenciation des doigts) pourrait donc perturber le développement numérique. Cependant, bien que le lien avec les capacités numériques ait été établi, les études empiriques ne permettent actuellement pas de définir une relation de causalité.

Troubles cognitifs numériques

En ce qui concerne les troubles cognitifs numériques impliqués dans la dyscalculie, on retient deux hypothèses. La première postule l'existence d'une capacité innée et élémentaire à appréhender et manipuler les quantités. La nature de ce sens inné des nombres est encore obscure (Andersson & Östergren, 2012). Pour certains, il serait lié à deux systèmes de traitement des nombres : l'un approximatif permettant la représentation de grandes quantités (ce que Dehaene appelle « *sens du nombre* », Dehaene, 1997) et l'autre la représentation précise de petites quantités. La dyscalculie résulterait alors d'un déficit de l'un de ces deux systèmes. Une autre hypothèse, appelée « *numerosity coding theory* » par Butterworth (2010), suggère que la dyscalculie serait provoquée par une difficulté à reconnaître et manipuler les quantités exactes (petites ou grandes).

Afin de vérifier ces hypothèses concernant un déficit de la signification même des quantités, différentes études comportementales ont été menées (voir revue de la littérature de Lafay, 2016). Ces études ont révélé notamment des difficultés dans le système numérique précis chez les enfants dyscalculiques. Ceux-ci seraient moins précis (ou plus lents selon les études) dans les tâches de *subitizing*. Ils semblent également avoir des difficultés à traiter des représentations numériques présentées analogiquement : leur acuité numérique (seuil à partir duquel il est possible de distinguer deux collections) serait moins précise et la mise en place de représentations précises des quantités plus lente. Des études en imagerie médicale ont également été réalisées. Celles-ci ont révélé des anomalies structurelles (manque de matière grise) et fonctionnelles (activations plus faibles) des aires dédiées au traitement des nombres et plus particulièrement dans le sillon intrapariétal (voir Figure 2)

³ Capacité à distinguer, désigner, nommer et choisir ses différents doigts (Marinthe, Fayol, & Barrouillet, 2005).

qui serait le siège de notre intuition numérique (Kucian et al., 2006). La dyscalculie serait donc liée, d'après ces auteurs, à une atteinte de cette région neuronale.

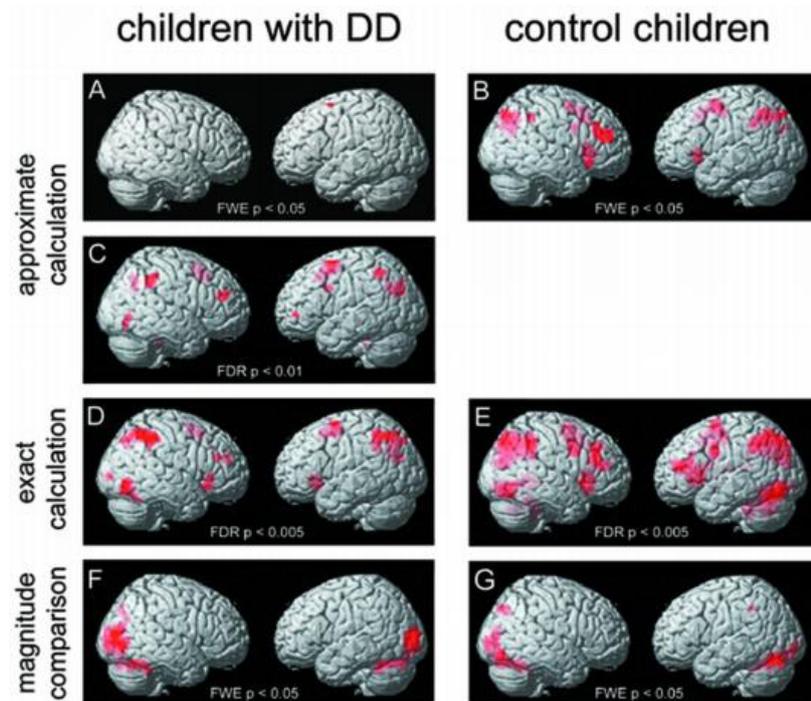


Figure 2 : Activation du cerveau d'enfants présentant une dyscalculie développementale et d'enfant tout-venant (Kucian & al., 2006, p.8)

Pour d'autres chercheurs, c'est au niveau de l'accès à la représentation des quantités via les codes symboliques qu'il y aurait un déficit. Rousselle et Noël (2007) ont, par exemple, montré que les enfants dyscalculiques étaient plus lents dans les tâches de comparaison faisant intervenir les nombres arabes, contrairement aux tâches non symboliques qui étaient réussies de manière identique.

Thèse de la psychologie développementale

Les deux hypothèses précédemment développées (troubles cognitifs généraux et numériques) sont spécifiques aux sciences cognitives. La psychologie développementale, d'inspiration piagétienne, s'oppose, quant à elle, à l'hypothèse de l'atteinte d'un module inné ou d'une anomalie cérébrale ainsi qu'à l'approche modulaire du fonctionnement cognitif. Pour les psychologues développementaux, les causes sont plutôt à chercher du côté des facteurs développementaux et environnementaux qui affectent les structures cérébrales (Karmiloff-Smith, 2009) ou encore du processus d'abstraction réfléchissante qui ferait défaut aux élèves en difficultés en mathématiques (qu'elles soient ou non spécifiques, Fischer, 2009).

Pour conclure cette section, il semble qu'en pratique la frontière entre trouble d'apprentissage (tel que la dyscalculie) et difficulté d'apprentissage soit encore floue. Bien qu'il n'y ait actuellement pas de consensus au sujet de la définition de la dyscalculie, les différentes définitions font toutes état d'un déficit neurologique non lié à une déficience intellectuelle. Or, le diagnostic de dyscalculie se base sur des critères comportementaux et non sur des facteurs biologiques (Giroux, 2011; Lewis & Fisher, 2016). Les élèves faibles en mathématiques se retrouvent alors amalgamés sous le terme de

« dyscalculie » ou « trouble d'apprentissage en mathématiques » que les sources de ces difficultés soient d'ordre cognitif ou autres (sociales, éducatives, etc.).

3. Quelles conséquences pour les enseignants ?

Dans le discours institutionnel, c'est cette approche, focalisée exclusivement sur les spécificités individuelles de l'élève, qui est privilégiée pour expliquer la difficulté scolaire et qui est imposée aux enseignants (Roiné, 2009).

Or, comme nous l'avons vu dans la section précédente, les recherches menées en cognition numérique (nous utiliserons ce terme pour englober les disciplines centrées sur l'individu comme la neuropsychologie, les sciences cognitives et la psychologie développementale) sont encore incertaines et n'ont abouti à aucun consensus (Lewis & Fisher, 2016). De plus, les résultats de ces recherches sont actuellement peu utilisables dans un contexte scolaire (Verschaffel, Lehtinen, & Van Dooren, 2016). En effet, les études sont réalisées dans des conditions expérimentales particulières qui sont très éloignées des conditions réelles d'apprentissage en classe. Elles sont généralement effectuées sur des populations adultes et les tâches proposées sont souvent élémentaires et diffèrent sensiblement des tâches utilisées par les enseignants. La cognition numérique laisse donc les enseignements démunis face à leurs élèves dyscalculiques puisqu'elle ne peut leur fournir les outils nécessaires pour leur venir en aide (Dias & Deruaz, 2012). Pour que les recherches actuelles sur la dyscalculie puissent donner des résultats applicables dans le contexte scolaire, il est donc nécessaire que des collaborations s'établissent entre les chercheurs issus de la didactique des mathématiques et les chercheurs en cognition numérique (Gardes & Prado, 2016).

Cette « psychologisation⁴ » ou encore « médicalisation⁵ » de l'échec scolaire a également pour effet d'affaiblir l'expertise des enseignants dans le domaine des apprentissages scolaires ((Morel, 2014), parle de « transfert de légitimité pédagogique »). Ainsi, les professeurs des écoles ont « de plus en plus de difficultés à faire reconnaître la valeur de leurs expérimentations et de leurs choix pédagogiques dans l'enseignement des savoirs fondamentaux » (Morel, 2014, p.206), l'intervention de professionnels issus du milieu médical (et particulièrement des orthophonistes) étant jugée plus légitime. Les enseignants sont donc amenés à travailler avec de nouveaux partenaires pour favoriser la scolarisation de l'élève (voir la circulaire du 8 août 2016). Cependant, les échanges entre enseignants et orthophonistes restent, en pratique, relativement pauvres, chacun accomplissant son travail dans l'ignorance voire l'indifférence de ce que fait l'autre (Chivet, 2007).

4. Quelles entrées pour la didactique des mathématiques ?

Dans cette section, nous envisageons différentes entrées concernant l'apport de la didactique sur l'étude des troubles et difficultés d'apprentissage en mathématiques. Nous ferons ensuite le point sur les questions qui ont déjà été traitées dans la littérature à l'heure actuelle et nous nous positionnerons dans ce panorama.

⁴ Influence de la psychologie sur la pédagogie (Roiné, 2009).

⁵ L'échec scolaire conçu comme un problème médical (Morel, 2014).

4.1. Entrées potentielles

Nous envisageons plusieurs entrées concernant l'apport de la didactique sur l'étude des troubles et difficultés d'apprentissage en mathématiques. Ces entrées peuvent être classées en 4 pôles (voir Tableau 1).

<u>Pôle 1</u> <u>Repérage</u>	<u>Pôle 2</u> <u>Activité</u> <u>mathématique</u>	<u>Pôle 3</u> <u>Enseignant</u>	<u>Pôle 4</u> <u>Intervention</u>
- Etude des dispositifs existants - Repérage au sein de la classe	- Spécificités en termes de raisonnement, langage, gestes, etc. - Impact de la manipulation et des activités expérimentales en classe	- Conceptions des enseignants - Spécificités des pratiques enseignantes - Partenariat avec les professionnels médicaux	- Elaboration de dispositifs de remédiation

Tableau 1 : Entrées concernant l'apport de la didactique sur l'étude des troubles et difficultés d'apprentissage

Le premier pôle est celui du repérage de la dyscalculie mais également des difficultés d'apprentissage dans un contexte scolaire. En effet, il y a une grande diversité dans le repérage de la dyscalculie au niveau des professionnels posant le diagnostic, de l'âge auquel se fait le diagnostic, des tests utilisés s'appuyant sur des fondements théoriques variés, etc. Il serait donc intéressant d'avoir un point de vue didactique des tests actuellement utilisés par les professionnels médicaux lors du diagnostic de la dyscalculie : Qu'évaluent-ils exactement ? Quels types de tâches sont utilisés ? La question du repérage au sein de la classe peut également être posée : Quelles connaissances et compétences évaluer ? A quel moment de l'apprentissage et comment ? Le deuxième pôle concerne l'activité mathématique. Dans ce pôle pourraient être interrogées les spécificités des élèves en difficulté d'apprentissage (dont les élèves dyscalculiques) en termes de raisonnement, langage, geste, etc. On pourrait également questionner l'impact de la manipulation et des expérimentations sur ce type de public, l'intérêt de l'utilisation de matériel de manipulation faisant débat dans la littérature en cognition numérique (McNeil & Jarvin, 2007). Le pôle 3 est ciblé sur l'enseignant. Les conceptions des enseignants sur la dyscalculie pourraient être étudiées ainsi que les spécificités des pratiques enseignantes (par exemple : peut-on mettre en évidence des pratiques particulières de repérage, de remédiation et de différenciation auprès d'élèves en difficulté d'apprentissage ?). Les questions de partenariat entre enseignant et professionnels médicaux et paramédicaux qui interviennent en dehors de la classe (psychologue scolaire, orthophoniste, etc.) pourraient également être abordées dans ce pôle. Enfin, le pôle 4 concerne les interventions. La didactique pourrait, en effet, fournir les outils nécessaires à l'élaboration de dispositifs alternatifs d'enseignement ou de remédiation (une fois le diagnostic posé ou en amont du diagnostic).

La liste que nous avons dressée ci-dessus reste bien évidemment non exhaustive mais nous permet de dresser un panorama général des entrées possibles de la didactique des mathématiques pour l'étude de la dyscalculie et des difficultés d'apprentissage en mathématiques, permettant également

d'apporter des éclairages nouveaux sur les objets étudiés en cognition numérique. Toutes ces questions peuvent concerner différents niveaux scolaires ainsi que différentes notions mathématiques, les troubles d'apprentissage en affectant plusieurs aspects des compétences mathématiques (Fias et al., 2013; Karagiannakis et al., 2016). A cela s'ajoutent également des questions transversales telles que la formation des enseignants ou l'interdisciplinarité et des liens avec les autres disciplines s'intéressant également à ces questions comme la cognition numérique ou la sociologie. En effet, les travaux en neurosciences et sciences cognitives peuvent apporter des suggestions quant aux pratiques pédagogiques et interventions qui seraient efficaces pour l'apprentissage mais ces travaux doivent être croisés avec ceux de la didactique pour répondre aux situations réelles et complexes de la classe (De Smedt & Grabner, 2016 ; Gardes & Prado, 2016).

4.2. Comment la didactique s'empare-t-elle de ces questions ?

Il existe actuellement peu de recherches en didactique des mathématiques sur la dyscalculie à proprement dit. Ce manque de recherches n'est pas limité à la littérature francophone mais s'étend également à l'ensemble du champ « *mathematics education* ». En effet, la revue de littérature concernant les travaux sur les *mathematical learning disabilities* (=MLD) réalisée par Lewis et Fisher (2016) s'inscrit principalement dans le champ de la cognition numérique.

En France, l'utilisation du terme « dyscalculie » est, en effet, peu courante dans ce champ de recherche. Le terme d'« échec électif⁶ » en mathématique utilisé par Brousseau (1986b) ou le terme de « difficultés en mathématique » au sens large est privilégié.

C'est dans les années 70 avec l'étude du cas de Gaël par Brousseau (1986b) que s'est développée l'idée que le contrat didactique pourrait être à l'origine de certaines difficultés rencontrées par les élèves et avec elle l'approche didactique des difficultés d'apprentissage. Par la suite ont été menés une série de travaux relatifs aux interactions didactiques propres à l'enseignement des mathématiques dans des classes spécialisées, dans des classes de ZEP (zones d'éducation prioritaires) ou encore en inclusion scolaire (voir Martin & Mary, 2010, pour une revue de littérature en didactique à ce sujet). Différents phénomènes didactiques propres à l'enseignement des mathématiques aux élèves en difficulté d'apprentissage ont été identifiés tels que, par exemple, l'algorithmisation des objets de savoir, le surinvestissement de certains savoirs comme la numération et désinvestissement d'autres savoirs (résolution de problème, par exemple), etc. (Martin & Mary, 2010). Quelques recherches ont également pris en compte les aspects sociaux en jeu dans les interactions entre l'élève et l'enseignant et leur implication dans le développement des difficultés en mathématiques (Heyd-Metzuyanim, 2013).

D'autre part, certains chercheurs en didactique ont cherché à concevoir des dispositifs et situations d'apprentissage pouvant bénéficier aux élèves en difficultés. C'est le cas, entre autres, de Butlen et Pézard (2007) qui se sont intéressés au calcul mental ou encore de Baccaglini-Frank (2017) qui a développé des activités destinées à améliorer les compétences numériques de jeunes enfants dans le cadre du projet *PerContare*.

⁶ Brousseau utilise le terme d'« échec électif » pour distinguer les élèves en échec en mathématiques uniquement des élèves en échec scolaire plus ou moins global (Brousseau, 1986b).

On constate que les travaux en didactique se sont, jusqu'à aujourd'hui, principalement focalisés sur le pôle « enseignant » et plus particulièrement sur les spécificités des pratiques enseignantes. Le pôle « intervention » a également été investigué. Cependant, même à ces niveaux, les interactions avec les autres champs disciplinaires s'intéressant aux difficultés et troubles d'apprentissages restent peu questionnées jusqu'à présent.

5. Problématique

Dans cette dernière partie, nous présenterons nos hypothèses de travail et soulignerons les apports de cette recherche par rapport aux recherches existantes. Nous formulerons ensuite nos questions de recherche et préciserons la méthodologie utilisée pour répondre à ces questions.

La définition de dyscalculie que nous adopterons dans la suite de travail, inspirée des sciences cognitives, est la suivante : trouble neurodéveloppemental caractérisé par des difficultés persistantes dans les apprentissages en mathématiques, en l'absence de déficit intellectuel et en dépit d'une pédagogie adaptée.

5.1. Hypothèses de travail et positionnement par rapport aux recherches existantes

Pour construire notre problématique, nous nous appuyons sur trois hypothèses de travail. Notre première hypothèse est fondée sur le travail de Gardes et Prado (2016) :

Première hypothèse de travail : Il est nécessaire d'interroger les liens entre didactique des mathématiques et cognition numérique pour une meilleure compréhension des apprentissages scolaires en mathématiques.

La deuxième hypothèse que nous faisons est la suivante :

Deuxième hypothèse de travail : Certaines difficultés (pouvant être considérées comme les manifestations d'une dyscalculie) peuvent être surmontées par un enseignement mieux adapté.

Cette hypothèse a été validée par Baccaglioni-Frank (2017) pour ce qui est des difficultés au niveau des compétences numériques de base chez des élèves italiens âgés de 6 à 8 ans. Le dispositif d'enseignement développé dans le cadre de son étude (axé sur l'internalisation des relations parties/tout en recourant à l'utilisation des mains et des doigts) a, en effet, permis d'améliorer considérablement les performances des élèves aux tests standardisés utilisés lors du diagnostic de la dyscalculie. Cette hypothèse est également renforcée par Heyd-Metzuyanin (2013) qui, dans son étude de cas, a montré l'impact des interactions enseignant-élève dans le développement des difficultés en mathématiques. Toutes les difficultés rencontrées par les élèves en mathématiques ne relèvent donc pas d'un dysfonctionnement cognitif.

Il ne s'agit pas de remettre en cause l'existence de la dyscalculie mais de renforcer la place et le rôle de l'enseignant dans la prise en charge des difficultés d'apprentissage en mathématiques. Dans le cas de difficultés résistantes à tout enseignement, nous posons une troisième hypothèse :

Troisième hypothèse de travail : Dans le cas de difficultés plus résistantes, un dialogue entre enseignant et professionnels médicaux et paramédicaux est nécessaire pour l'encadrement de l'élève en difficulté.

Cette hypothèse est soutenue par la circulaire du 8 août 2016 ainsi que par des études réalisées sur le terrain auprès des différents personnels concernés (Chivet, 2007).

Nous faisons également l'hypothèse que plus l'intervention est réalisée tôt, plus elle est efficace (Gersten, Jordan, & Flojo, 2005). C'est pourquoi, dans le cadre de notre travail, nous nous focaliserons sur la construction du nombre à l'école élémentaire puisque c'est à ce niveau qu'apparaissent les premières difficultés et éventuels signes d'une dyscalculie. Nous définissons alors deux perspectives de travail :

- identifier les points de convergence et divergence entre didactique des mathématiques et cognition numérique concernant la construction du nombre à l'école élémentaire (perspective de recherche) ;
- concevoir un dispositif pouvant être utilisé par l'enseignant dans la mise en place de remédiations mais aussi par l'orthophoniste dans le cas de difficultés persistantes (perspective de développement).

Si l'on revient aux entrées concernant l'apport de la didactique sur l'étude des troubles et difficultés d'apprentissage en mathématiques identifiées précédemment (voir Tableau 1, page 25), notre recherche, à l'interface entre didactique des mathématiques et cognition numérique, se situe donc au niveau du premier pôle (repérage). Elle s'inscrit également dans le troisième pôle (enseignant) puisque nous nous intéressons aux interactions entre l'enseignant et les professionnels médicaux et paramédicaux dans le cadre particulier du repérage.

5.2. Questions de recherches et méthodologie globale

Nous formulons les **questions de recherche** suivantes :

Q1 : Quels sont les points de convergence et de divergence entre didactique des mathématiques et cognition numérique en ce qui concerne la construction du nombre à l'entrée à l'école élémentaire ?

Q2 : Comment concevoir un dispositif pouvant être utilisé par l'enseignant dans la mise en place de remédiations mais aussi par l'orthophoniste dans le cas de difficultés persistantes ?

Q2.1 : Quelles tâches (en termes d'habillage et de variables⁷) sont utilisées dans les tests issus de la didactique des mathématiques et de la cognition numérique pour évaluer les compétences numériques de base ?

Q2.2 : Comment les choisir et les combiner pour construire un dispositif pouvant être utilisé par l'enseignant pour orienter une remédiation ET par les professionnels médicaux et paramédicaux en cas d'échec de la remédiation ?

⁷ Par variable on entend « variable cognitive, une variable de la situation telle que par le choix de valeurs différentes on peut provoquer des changements de la connaissance optimale » (Brousseau, 1997, p.4).

Nous décrirons ici la méthodologie globale utilisée pour répondre à ces questions. Les détails de cette méthodologie ainsi que les cadres théoriques utilisés seront précisés au fil des chapitres.

Afin d'apporter des éléments de réponse à la question Q1, nous procéderons à une double revue de la littérature concernant la construction du nombre (du côté de la didactique des mathématiques et du côté de la cognition numérique). Ces revues ainsi que les cadres théoriques utilisés seront présentés dans la Partie II de la thèse. C'est également sur cette base que nous identifierons les critères nous permettant d'analyser une sélection de tests issus de la didactique et de la cognition numérique (utilisés dans le cadre du diagnostic de la dyscalculie ou dans le cadre scolaire). L'analyse de ces tests, développée dans la Partie III, nous permettra ainsi de répondre à la question Q2.1 et de déterminer une série de tâches communes sur lesquelles nous nous appuierons pour construire notre dispositif en réponse à la question Q2.2. La conception de ce dispositif sera décrite dans la Partie III et les résultats d'une première validation expérimentale seront exposés dans la Partie IV.

PARTIE II
REVUES DE LITTÉRATURE

Cette partie a pour objectif de dresser un état des connaissances concernant la construction du nombre chez le jeune enfant en didactique des mathématiques (section 1) et en cognition numérique (section 2). Ces revues de littérature nous permettront d'apporter des éléments de réponses à notre première question de recherche (**Q1** : Quels sont les points de convergence et de divergence entre didactique des mathématiques et cognition numérique en ce qui concerne la construction du nombre à l'entrée à l'école élémentaire ?). A travers ces revues, nous identifierons plus précisément différentes situations stimulant la mobilisation de certaines connaissances et compétences numériques ainsi que les variables⁸ sur lesquelles il est possible de jouer pour faire varier la complexité de la tâche et les stratégies des élèves. Nous nous appuierons, par la suite, sur ces éléments pour concevoir notre grille d'analyse pour l'étude des tests existants permettant l'évaluation des compétences numériques de base ainsi que pour la création de notre dispositif de repérage des difficultés en mathématiques. Les cadres théoriques utilisés pour effectuer ces revues de littératures seront décrits dans les sections correspondantes.

1. Revue de littérature en didactique des mathématiques

Pour construire le concept⁹ de nombre, l'enfant doit, d'une part, apprendre à utiliser les nombres en tant qu'outils pour résoudre des problèmes, les concepts mathématiques prenant sens à travers leurs usages (Douady, 1986). D'autre part, c'est la connaissance des nombres et de leurs propriétés qui va permettre à l'enfant de décontextualiser ses connaissances et de les réinvestir dans d'autres situations. C'est ce que Douady appelle la dialectique outil-objet, processus au cours duquel « les concepts mathématiques jouent alternativement le rôle d'outil pour résoudre un problème et d'objet prenant place dans la construction d'un savoir organisé » (Douady, 1986, p.6). C'est sur cette double nature des concepts mathématiques, à la fois outils de découverte et objets à découvrir, que nous nous appuierons pour résumer ce que nous apprend la didactique à propos de la construction du nombre.

Pour chacun des aspects du nombre (outil pour mémoriser, quantifier, anticiper, objet de numération écrite ou orale), nous préciserons les situations (au sens de Brousseau, 1998) permettant leur mobilisation ainsi que les variables de ces situations sur lesquelles il est possible de jouer pour provoquer des changements de stratégies ou complexifier la tâche. Nous nous appuierons également sur la théorie des champs conceptuels de Vergnaud (1990a) pour l'étude des problèmes additifs.

1.1. Les nombres en tant qu'outils

Les nombres peuvent être des outils pour mémoriser et communiquer une position ou une quantité. Ils peuvent également être utilisés pour anticiper le résultat d'une action sans avoir à la réaliser. Ces différents aspects du nombre sont décrits ci-dessous.

⁸ Rappelons que par variable on entend « variable cognitive, une variable de la situation telle que par le choix de valeurs différentes on peut provoquer des changements de la connaissance optimale » (Brousseau, 1997, p.4).

⁹ Le terme de concept est défini par Vergnaud (1990a) comme un triplet (S, I, S) où S représente l'ensemble des situations qui donnent du sens au concept (la référence), I est l'ensemble des invariants sur lesquels repose l'opérationalité des schèmes (le signifié), et S constitue l'ensemble des formes langagières et non langagières qui permettent de représenter symboliquement le concept, ses propriétés, les situations et les procédures de traitement (le signifiant).

1.1.1. Les nombres pour mémoriser et communiquer

Les nombres nous permettent de désigner des quantités (aspect cardinal) ou des positions (aspect ordinal) afin de garder une trace (écrite, orale ou mentale) de l'information ou encore de communiquer avec les autres. Ces deux aspects sont présentés plus en détail ci-dessous.

1.1.1.1. Repérer et exprimer une position : Aspect ordinal du nombre

Les nombres permettent de se situer dans une liste, de mémoriser sa position dans une suite de cases sur un plateau de jeu, de se repérer dans une rue, ... Dans ces situations, c'est l'aspect ordinal du nombre qui est mis en avant. Le nombre est alors considéré comme un moyen de repérer un élément par la position qu'il occupe dans une liste ordonnée d'objets¹⁰. Cet aspect est donc lié à la notion de successivité (dans la comptine numérique, chaque mot à son successeur).

Les situations permettant de faire travailler cet aspect du nombre sont nombreuses et peuvent être de différents types. Certaines consistent à positionner un objet sur une ligne (position d'une gommette sur une piste, objet caché dans un meuble à tiroirs, etc., Margolinas & Wozniak, 2012). D'autres font intervenir les positions relatives d'un objet par rapport à un autre (cubes emboîtables, constitution de colliers, Briand, Loubet, & Salin, 2004).

Variables

En jouant sur différentes variables, il est possible d'amener l'enfant à développer ses stratégies, les stratégies les plus efficaces étant celles utilisant le nombre (Margolinas & Wozniak, 2012). Plus le nombre d'éléments constituant la collection ordonnée sera élevé, plus le repérage sera compliqué (sur une piste de 4 cases, l'information « case du bord » et « case du milieu » suffit, ce qui n'est plus le cas lorsqu'on augmente le nombre de cases de la piste). Il est également possible d'imposer un point de départ (et donc une origine au déplacement) de qui va introduire une dissymétrie entre les deux extrémités (l'enfant ne pourra donc plus retourner sa piste). Le modèle et la réalisation de l'enfant peuvent être de tailles différentes, être éloignées dans l'espace ou encore dans le temps (les enfants prennent conscience du modèle le matin et doivent le reproduire plus tard dans la journée). Enfin, les situations peuvent être des situations d'action, de formulation ou de communication.

1.1.1.2. Quantifier : Aspect cardinal du nombre

Le nombre permet également de répondre à la question : « Combien ? » et d'évoquer une quantité en son absence. Cette fonction fait référence à l'aspect cardinal du nombre. Celui-ci peut alors être défini comme « le représentant de toutes les collections qui lui sont équipotentes, c'est-à-dire de toutes les quantités égales : *quatre* représente la quantité de toutes les collections à la collection des mots-nombres *un, deux, trois, quatre* » (Margolinas & Wozniak, 2012, p.40). Il s'agit de la définition cardinale du nombre.

¹⁰ « Une collection ordonnée ne signifie pas que les éléments de la collection sont hiérarchisés mais qu'il existe une organisation de ces éléments qui définit un « sens de parcours » de cette collection où les éléments se succèdent les uns aux autres » (Margolinas & Wozniak, 2012, p.62).

La construction des deux aspects du nombre (cardinal et ordinal) est essentielle (Margolinas & Wozniak, 2012). Certaines activités (utilisation de la bande numérique ou de jeux de pistes, par exemple) permettent de faire l'analogie entre des situations cardinales et ordinales (Calmelet, Graff, & Valzan, 2010). Les activités de comparaisons sont également l'occasion de renforcer le lien entre la valeur du nombre et sa place dans la suite (8 est plus grand 3 car 8 vient après 3 dans la suite numérique). Enfin le calendrier peut être exploité afin de faire comprendre aux élèves que le numéro du jour correspond également au nombre de jours écoulés depuis le début du mois (si nous sommes le 18 avril, cela signifie que nous sommes le 18^{ème} jour du mois d'avril mais aussi qu'il y a 18 jours qui se sont écoulés depuis le début du mois) et consolider ainsi le rapport entre les deux conceptions du nombre.

Les éléments suivants seront donc à prendre en compte dans la construction de notre grille d'analyse pour l'étude des tests destinés à évaluer les compétences numériques de base :

- ∩ - Les deux aspects (cardinal et ordinal) sont-ils pris en compte ? Quelle est la part d'ordinal ? De cardinal ?
- ∩ - Sont-ils dissociés ou non ?
- ∩ - Quels types de situations sont utilisés ? Quel aspect mettent-elles en évidence ?

Procédures de quantification

Plusieurs types de procédures peuvent être utilisés pour exprimer une position ou déterminer le cardinal d'une collection. Certaines méthodes sont déjà disponibles au début de CP, c'est le cas de l'estimation globale et de la correspondance terme à terme qui permettent de définir la quantité sans avoir recours au nombre. Ces procédures sont cependant limitées et les premiers apprentissages consisteront donc en l'acquisition de nouvelles procédures plus efficaces faisant intervenir le nombre telles que le subitizing pour les petites collections et le dénombrement dans le cas de plus grandes collections (Bulletin officiel spécial n°2 du 26 mars 2015).

Procédures évitant le nombre

Estimation globale

Les études (Fayol, 2012) ont montré que dans toutes les cultures (même celles ne possédant qu'un système numérique rudimentaire), les enfants, dès leur plus jeune âge, ont la capacité de se représenter mentalement les quantités de façon analogique. Cette connaissance nous permet de déterminer la quantité d'objets constituant une collection rapidement mais de façon très approximative. C'est également cette capacité que nous mettons à l'œuvre lors de comparaisons rapides entre des quantités. La comparaison sera d'autant plus facile si le rapport entre les deux quantités est important (c'est ce qu'on appelle "l'effet de distance"). La précision de l'estimation s'améliorant avec l'âge, elle pourrait être liée aux habiletés de manipulation des symboles mathématiques.

Correspondance terme à terme

La correspondance terme à terme consiste à effectuer une bijection entre deux ensembles. Cette procédure est régulièrement utilisée pour comparer deux collections. Il suffit alors de mettre en

correspondance un élément du premier ensemble avec un élément du deuxième ensemble pour voir s'il y en a le même nombre ou pas.

Variables

Pour amener l'enfant à utiliser une stratégie plutôt qu'une autre, on peut jouer sur différents paramètres (Margolinas & Wozniak, 2012) :

- Caractère déplaçable des objets

La correspondance terme à terme, qui peut physiquement être réalisée dans le cas où les objets peuvent être déplacés, est moins évidente lorsque les objets ne sont pas déplaçables. Dans ce cas, la correspondance doit se faire de manière symbolique (à l'aide d'un trait de crayon ou simplement du regard).

- Collections plus ou moins identifiables

Il sera plus facile pour les enfants d'apparier deux collections qui peuvent naturellement être mises en relation (des lapins et des carottes par exemple). Si les collections possèdent des objets quelconques, l'enfant risque de les mélanger et de ne pas savoir à quelle collection appartient tel ou tel objet.

- Association d'un ou plusieurs objets

La tâche peut nécessiter l'appariement d'un ou plusieurs objets à un autre (une ou plusieurs carottes à chaque lapin).

- Éloignement des collections

Si les collections sont éloignées l'une de l'autre, il devient difficile d'effectuer une correspondance terme à terme, le recours à des procédures plus efficaces, comme le dénombrement, prend alors tout son sens.

Procédures utilisant le nombre

Subitizing

Le subitizing est une capacité « permettant un traitement rapide de quantités numériques de faibles dimensions » (Fayol, 1990, p.57). Il s'agit de la reconnaissance quasi-immédiate de petites quantités sans avoir recours au dénombrement. Cette capacité se manifeste très tôt et ne concernerait, selon Fischer (1991), que les trois premiers nombres. Les collections plus grandes seraient reconnues soit par la présence de patterns figuratifs (constellations) soit par une procédure consistant à décomposer la collection en blocs de 2 à 3 éléments.

Dénombrement

Le dénombrement est « la capacité à produire une collection équipotente à une collection donnée sans voir cette collection au moment où l'on produit la collection en se servant du cardinal de la collection » (Briand, 1993, p.10). Ce procédé fait appel au concept de collection et de désignation ainsi qu'à une compétence particulière : l'énumération que nous définirons ci-dessous.

- Collection

Le concept de collection (ensemble d'objets possédant une caractéristique commune) est très spécifique car il ne fait pas l'objet d'un enseignement. En effet, on demande souvent à l'enfant de

compter les éléments d'une collection mais ce terme n'est jamais explicité, il semble aller de soi. Il s'agit pourtant d'un objet complexe de la structure mathématique sur lequel repose la construction des nombres entiers naturels. Ce concept peut être travaillé à travers différentes activités. Des situations du type « valise de Toutou » (Loubet & Salin, 1999), pour les plus petits, ou « Le jeu du trésor » (Peres, 1984) en grande section permettent de voir le rassemblement d'objets comme un tout. Les activités de tri telle que celle proposée par Briand (1999b) peuvent également être exploitées : les enfants doivent trier un tas composé de différentes sortes de graines et mettre les graines de la même famille dans des boîtes fermées. Dans cette situation, l'enfant doit effectivement rassembler les objets possédant une même caractéristique et donc faire également appel au concept de collection.

- Désignation

La désignation consiste à remplacer un objet, ou une collection d'objets, par un symbole pour conserver une information sur l'objet ou la collection. Ce concept intervient bien dans le dénombrement : à une collection est associé un symbole (le nombre) qui nous renseigne sur la quantité d'éléments composant la collection. Certaines situations permettent aux enfants de se familiariser avec les désignations symboliques. C'est le cas du « jeu des listes » : quelques objets sont tirés des collections constituées dans la « valise de Toutou » ou du « jeu du trésor » et placés dans une boîte ; le lendemain, les enfants doivent nommer tous les objets de la boîte.

Variables

- Taille de la collection

Si peu d'objets sont cachés, l'enfant pourra faire appel à sa mémoire pour réussir la tâche. Par contre, si l'on augmente brutalement la taille de la collection, cette stratégie deviendra inefficace. C'est de ce que Brousseau appelle le « saut informationnel » et qu'il définit de la façon suivante :

Le saut informationnel consiste, après avoir trouvé une situation fondamentale faisant "fonctionner" une notion, à choisir d'abord les valeurs de ses variables de telle manière que les connaissances antérieures des élèves permettent d'élaborer des stratégies efficaces et d'explorer les caractéristiques de la situation, contraintes, objectifs, règlement..., puis sans modifier les règles du jeu, à changer les valeurs des variables de façon à rendre beaucoup plus grande la complexité de la tâche à accomplir. (Brousseau, 1986b, p.23)

L'objectif de ce saut informationnel est d'amener progressivement les enfants à constituer des listes dont la lecture leur permettra de retrouver tous les objets cachés. Notons que le rapport à la représentation est ici différent du rapport habituel. En effet, le but n'est pas de mettre en avant ses compétences artistiques mais de symboliser l'objet de manière à pouvoir l'identifier sans erreur (Peres, 1984).

- Composition de la collection

Une fois atteint l'objectif de la fabrication de listes, on peut amener les enfants à communiquer entre eux (l'un fait la liste et l'autre doit la déchiffrer). Le but final de cette activité est la construction d'un code commun par les enfants. Pour faire émerger la nécessité de l'uniformisation des codes individuel, il faut jouer sur une autre variable didactique : la composition de la collection. En effet, si les objets sont très différents, il n'y aura aucune confusion possible et la situation perdrait toute sa richesse. Par contre, en prenant des objets semblables, les traits distinctifs des objets ne suffisent pas et l'enfant

est amené à construire des traits oppositifs permettant de distinguer un objet des autres objets possédant le même trait caractéristique. Par exemple, si le trésor contient deux billes différentes, dessiner un cercle ne va pas suffire, il faut ajouter un élément (hachurer ou colorier l'intérieur du cercle, par exemple) permettant de déterminer précisément de quelle bille il s'agit (voir la thèse de Péres pour plus de précision concernant la construction d'un code de désignation dans le cadre du « jeu du trésor »).

- Enumération

Pour dénombrer une collection, l'enfant va également devoir mettre en œuvre une compétence particulière relative à l'exploration de la collection : l'énumération. Il s'agit de la même compétence que l'on mobilise lorsqu'on va au supermarché et que l'on doit acheter tous les produits inscrits sur notre liste de courses. Margolinas (2010) a également montré que les compétences énumératives sont sollicitées dans le cadre de l'apprentissage de la lecture et de l'écriture, lorsque les élèves sont amenés à reconstituer un mot à l'aide de lettres découpées.

Briand définit cette compétence comme une tâche d'inventaire composée des étapes en gras dans la procédure de comptage des éléments d'une collection finie :

- 1° Etre capable de distinguer deux éléments différents d'un ensemble donné.
- 2° Choisir un élément d'une collection.
- 3° Enoncer un mot nombre. (« un » ou le successeur du précédent dans une suite de mot nombres).
- 4° Conserver la mémoire de la collection des éléments déjà choisis.
- 5° Concevoir la collection des objets non encore choisis.
- 6° Recommencer (pour la collection des objets non encore choisis) 2-3-4-5 tant que la collection des objets à choisir n'est pas vide.
- 7° Savoir que l'on a choisi le dernier élément.
- 8° Enoncer le dernier mot-nombre. (Briand, 1999a, p.16)

Briand appelle cette stratégie de base « rangement de la collection » et il montre que beaucoup d'enfants utilisent également une autre méthode qui consiste à effectuer un partitionnement de la collection, faire le compte de chaque classe et enfin à additionner pour trouver le cardinal de l'ensemble. Cette dernière stratégie, qui peut favoriser une bonne construction de la numération et de l'addition, constitue cependant un obstacle lors des activités de comptage pour lesquelles les techniques d'énumération directe sont plus performantes (notamment parce que les enfants ont tendance à faire des petites classes ce qui produit au final une écriture additive longue et source d'erreurs). Il est donc nécessaire de s'assurer que les activités proposées ne se centrent pas uniquement sur le comptage mais permettent également de travailler les diverses procédures d'exploration d'une collection.

D'après Briand, les difficultés que l'on peut retrouver dans le comptage relèvent de l'énumération. Pour illustrer ces propos, reprenons un exemple développé dans sa thèse (Briand, 1993, p.7). On

demande à une élève de CP de compter le nombre d'arbres dessinés sur une feuille. Voici sa production :

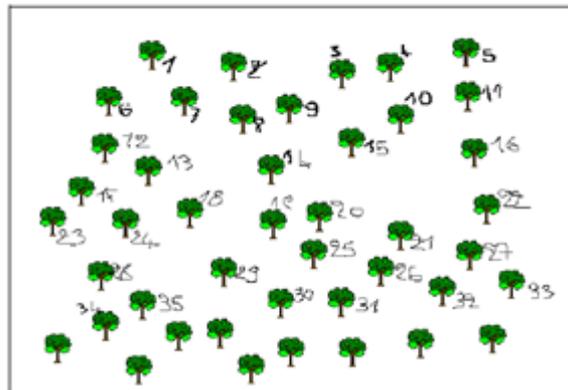


Figure 3 : Difficulté d'énumération

L'élève numérote correctement les arbres jusqu'au numéro 36 puis s'arrête car elle ne sait pas où mettre le numéro suivant (Figure 3). La compétence qui pose problème n'est donc pas d'ordre numérique mais de l'ordre de l'énumération.

Or cette tâche n'a pas de statut culturel en mathématique et c'est un savoir et une compétence peu visible dans l'institution scolaire (du point de vue des enseignants, il s'agit d'un savoir transparent, relevant du curriculum "caché" au sens de Margolinas (Joigneaux, Laparra, & Margolinas, 2012). De plus, cette compétence ne va pas de soi pour tous et dépend de nombreux facteurs comme la nature de la collection, sa disposition spatiale (la présence d'une structure ligne-colonne va faciliter l'énumération), ...

On peut mettre en place des activités dont l'enjeu principal est l'énumération d'une collection (situations fondamentales de l'énumération). C'est le cas du dispositif proposé par Briand (Briand, 1999a, p.20) : on demande à des enfants de 4-5 ans de placer une et une seule allumette dans chacune des boîtes placées devant lui. Les boîtes sont percées de manière à pouvoir y glisser l'allumette et l'enfant ne peut les ouvrir qu'une fois qu'il a terminé pour vérifier son résultat. A travers ce type de situation, on peut transformer l'énumération en objet de savoir.

Outre les obstacles liés à l'énumération, il peut également y avoir des difficultés au niveau de la synchronisation entre la récitation de la suite numérique verbale et le pointage des éléments de la collection (l'enfant va, par exemple, trop vite dans la récitation de sa comptine et prononce un mot-nombre entre deux objets pointés). Enfin, le dernier mot-nombre prononcé peut ne pas avoir de statut particulier pour l'enfant. Ils ont alors tendance à recompter chaque fois qu'on leur demande combien d'éléments comporte la collection.

Variables

Différentes variables peuvent être considérées en ce qui concerne les tâches d'énumération (Margolinas & Wozniak, 2012) :

- La taille de la collection
- L'organisation spatiale de la collection

Lors de la réalisation de la partition entre objets déjà traités et objets non traités, une stratégie systématique consiste à parcourir la collection suivant des droites parallèles imaginaires. La partition est donc facilitée lorsque la collection initiale présente une structure lignes/colonnes.

- La nature fixe ou manipulable de la configuration

Dans le cas de configurations modifiables, il est possible de séparer physiquement les objets déjà traités et les objets non traités. Ce n'est pas le cas pour les configurations fixes. Trois types de stratégies sont alors envisageables : le marquage, l'identification visuelle de « paquets » et le repérage suivant des lignes ou colonnes.

- Les conditions matérielles

Dans le cas d'objets déplaçables, les conditions matérielles peuvent également avoir une influence sur les stratégies d'énumération. En effet, pour que l'énumération soit réussie, la séparation des espaces est essentielle. Dans le cas d'objets stables, pas trop volumineux ni trop petits, le plan (table, tapis, etc.) pourra être divisé en différentes zones correspondant aux objets traités et aux objets à traiter. L'utilisation de contenants sera plus appropriée dans le cas d'objets très gros, très petits ou instables (billes, par exemple). Dans la situation des boîtes d'allumettes, le placement du matériel (boîtes vides et boîtes contenant les allumettes) constitue également une variable de la situation. La position des boîtes dans l'espace de travail peut, en effet, créer un séparateur implicite entre les objets traités et non traités (Briand, 1999a).

Les éléments suivants seront donc à prendre en compte dans la construction de notre grille d'analyse pour l'étude des tests destinés à évaluer les compétences numériques de base :

- Le dénombrement est-il évalué ?
- L'énumération est-elle évaluée indépendamment du dénombrement ?
- Quelles sont les caractéristiques (nature des objets, disposition spatiale, ...) des collections utilisées ?
- Quels types de situations sont utilisés ?

1.1.2. Les nombres pour anticiper

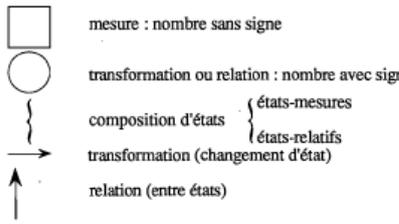
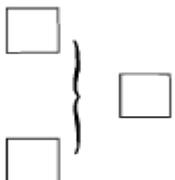
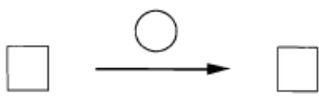
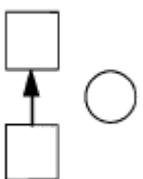
Les nombres nous permettent aussi d'anticiper le résultat d'une action sans avoir à la réaliser. Prenons l'exemple de la boîte noire (ERMEL, 2005, p.137) pour illustrer cette fonction du nombre. L'exercice consiste à mettre un nombre connu d'objets (x) dans une boîte et d'y ajouter un certain nombre d'objets (y). On demande ensuite à l'élève de trouver le nombre total d'objets dans la boîte (qui correspond à l'opération $x+y$). Ce type de problème, faisant partie de ce que Vergnaud appelle le « champ conceptuel des structures additives » (voir ci-après), permet de faire prendre conscience à l'élève que l'anticipation est possible et qu'il est capable de développer des stratégies de résolution.

1.1.2.1. Structures additives

Selon (Vergnaud, 1990b), « le savoir se forme à partir de problèmes à résoudre, c'est-à-dire, de situations à maîtriser ». Il est donc important de proposer aux élèves un large panel de situations permettant d'étendre le concept de l'addition et de remettre en question leurs conceptions qui peuvent être éloignées du concept mathématique sous-jacent (« l'addition c'est une quantité qui

s'accroît »). Vergnaud a recensé 6 types de relations à partir desquelles peuvent être engendrés tous les problèmes faisant intervenir addition et soustractions. Ces relations appartiennent à ce que Vergnaud appelle « le champ conceptuel des structures additives ». Il s'agit d'un ensemble de « situations-problèmes qui donnent sa signification et sa fonction à un concept » (Vergnaud, 1990b).

Ces 6 catégories de problèmes sont illustrées par des exemples dans le Tableau 2. Les schémas utilisés sont repris de l'article de Vergnaud (1990a, p.64).

<p style="text-align: center;">Types de relation</p> 	Exemples
<p style="text-align: center;">Composition de mesures</p> 	<p>« Pierre a 4 billes dans sa main droite et 5 dans sa main gauche. Combien en a-t-il en tout ? »</p> <p>« Dans un vase, il y a 4 roses et des tulipes. En tout il y a 12 fleurs. Combien y a-t-il de tulipes ? » (recherche de la valeur d'un complément)</p>
<p style="text-align: center;">Transformation d'une mesure</p> 	<p>« Pierre avait 3 billes et en a gagné 5 à la récréation. Combien en a-t-il maintenant ? » (recherche de l'état final)</p> <p>« Pierre avait 3 billes. Il a joué à la récréation et maintenant il a 8 billes. Combien en a-t-il gagné ? » (recherche transformation)</p>
<p style="text-align: center;">Comparaison de mesures</p> 	<p>« Julie a 12 billes et Pierre en a 17. Combien Pierre a-t-il de billes de plus que Julie ? » (recherche d'une comparaison positive)</p> <p>« Pierre a 12 billes. Julie en a 5 de moins que Pierre. Combien a-t-elle de billes ? » (recherche d'une comparaison négative)</p>

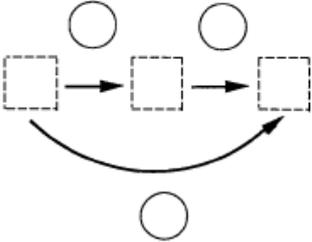
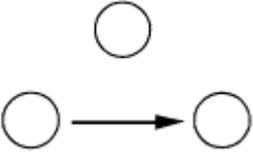
<p>Composition de transformations</p> 	<p>« Pierre a gagné 6 billes hier et en a gagné 13 aujourd’hui. Combien de billes a-t-il perdu ou gagné en tout ? » (recherche d’une transformation résultante, positive)</p> <p>« Ce matin, Pierre avait 17 billes. Il a joué cet après-midi et il a maintenant 14 billes. Que s’est-il passé cet après-midi ? » (recherche d’une des transformation, négative)</p>
<p>Transformation d’une relation</p> 	<p>« Pierre doit 12 billes à Julie. Il lui en donne 4. Combien de billes lui doit-il maintenant ? »</p>
<p>Composition de relations</p> 	<p>« Pierre a 12 billes de plus que Julie. Elle en a 5 de moins que Martin. Combien de billes Pierre a-t-il de plus (ou de moins) que Martin ? »</p>

Tableau 2 : Classification de Vergnaud (1990a)

Pour chaque relation, il existe plusieurs sortes de problèmes suivant que l’on cherche l’état final, l’état initial, la transformation, le complément ou le tout ou encore que la transformation/comparaison soit positive ou négative.

Ces différentes catégories de problèmes demandent la maîtrise de propriétés différentes du concept d’addition et ne sont pas d’un même niveau de difficulté. En effet, les problèmes de nature « statique » sont, par exemple, plus difficiles à résoudre que les problèmes décrivant une situation « dynamique » (qui ne rentrent pas en conflit avec les conceptions primitives de l’addition). Selon Fayol (1990), c’est généralement la nature de l’inconnue qui entraîne le plus de difficultés. La recherche d’un état initial dans un problème de transformation d’une mesure constitue, par exemple, un obstacle qui n’est pas surmonté avant le CE1 tandis que la recherche d’un état final ne pose, en maternelle, aucun problème. Dans les situations de type combinaison, il sera plus “naturel” de répondre à la question “combien d’enfants dans cette classe” sachant qu’il y a 14 filles et 15 garçons où l’on interroge le “tout” que de répondre à la question “combien de filles” sachant qu’il y a 29 élèves et 15 garçons où l’on interroge

une “partie” (ici une mesure). Certaines situations comportent également d’importantes difficultés logiques, comme celles faisant intervenir une transformation ou une composition de relations et sont donc d’une difficulté supérieure. Enfin, les problèmes présentant des situations dont les enfants peuvent facilement construire une représentation mentale sont plus faciles à résoudre que ceux difficiles à modéliser en actes (recherche de l’état initial par exemple). L’étude de ces problèmes doit donc s’inscrire dans la durée en fonction des difficultés qu’ils présentent.

Outre l’influence de la sémantique des problèmes que nous venons d’aborder, la formulation des énoncés (agencement des propos et vocabulaire employé) a également un impact important sur les performances des enfants. En effet, des études ont montré (voir Fayol, 1990) que les problèmes dans lesquels les événements sont décrits dans l’ordre chronologique provoquent moins d’erreurs que ceux dans lesquels l’ordre est modifié (en particulier lorsque l’inconnue concerne l’état initial). Le fait de placer la question en tête du problème entraîne également une amélioration des performances quel que soit le niveau de développement et le type de problème. Lorsque l’état initial est inconnu, ajouter « ... avait des billes » permet aussi de diminuer la fréquence des erreurs.

La formulation lexicale et l’agencement textuel des informations ont donc une influence sur la réussite des enfants. En fait, les procédures de résolution qu’ils vont employer varient en fonction des modalités de présentation de la situation-problème. Prenons un exemple : voici deux formulations d’un même problème :

Situation 1

« Pierre a maintenant 12 billes. Il a gagné 3 billes à la récréation et 5 à midi. Combien en avait-il ce matin ? »

Situation 2

« Je voudrais savoir combien de billes Pierre avait ce matin. Il en a maintenant 12. Il a gagné 3 billes à la récréation et 5 à midi. »

Dans la première situation, les enfants vont généralement (Fayol, 1990, p.173) soit donner comme réponse une des données fournies (souvent l’état final), soit additionner les données. Dans la deuxième situation, par contre, on peut observer un changement des procédures : une grande partie des enfants vont faire appel à la soustraction. Ce changement de procédure peut s’expliquer par le fait que « les sujets tendent à « mettre en actes » les données fournies selon leur ordre de présentation et non pas selon la structure sémantique sous-jacente » (Fayol, 1990, p.175). Plus le problème rendra explicites les relations sémantiques, plus la compréhension et la résolution seront donc facilitées.

Les performances peuvent également être améliorées, dans le cadre des problèmes additifs, par la mise à disposition de matériel manipulable ou par une présentation imagée de la situation. En effet, cela permet de construire une représentation externe au sujet et donc de soulager la mémoire de travail.

Les éléments suivants seront donc à prendre en compte dans la construction de notre grille d’analyse pour l’étude des tests destinés à évaluer les compétences numériques de base :

- Quels sont les types de relations utilisées ?
- Sur quoi porte la recherche ?

- La transformation est-elle positive ou négative ?
- Les situations peuvent-elles être facilement représentées mentalement ?
- L'enfant peut-il s'aider de matériel manipulable ?
- Y a-t-il des illustrations permettant de comprendre la situation ?
- Les éléments sont-ils présentés dans l'ordre chronologique ?
- La question est-elle en tête du problème ?

1.1.2.2. Procédures : du comptage au calcul

Les procédures permettant de résoudre des problèmes additifs sont nombreuses et variées. Les procédures mises en place dans un premier temps seront liées au comptage et l'objectif sera de faire progressivement abandonner aux enfants ces stratégies basiques au profit de stratégies plus élaborées relevant du calcul.

Procédures liées au comptage

Les procédures liées au comptage s'appuient sur la suite des nombres. Au début de leur apprentissage, les enfants vont avoir besoin de réunir physiquement les quantités en jeu et de simuler la situation (en utilisant des jetons, les doigts, un dessin, ...). Plus tard, ils pourront se passer de ces manipulations et se construire une image mentale de la situation. Dans les deux cas, les enfants vont simuler la situation et effectuer un comptage (avec des éléments manipulables ou mentalement avec ou sans l'usage des doigts) (Fayol, 2012). Diverses procédures peuvent alors être mises en œuvre. L'enfant peut soit recompter le tout soit stocker en mémoire un des nombres (idéalement le plus grand) et poursuivre la suite numérique à partir de celui-ci (surcomptage). Si la collection n'est pas présente physiquement, l'enfant peut surcompter en utilisant ses doigts (pour effectuer 5+4, il va donc stocker 5 en mémoire, lever un premier doigt « six », un second « sept », un troisième « huit » et un quatrième « neuf »). L'utilisation des doigts dans ce cas est très particulière car ils vont servir à contrôler le déroulement du comptage et non à représenter la collection (Fayol, 1990). Les stratégies utilisées varient en fonction de la situation (opération et quantités mises en jeu) et du contexte.

Procédures liées au calcul

Les procédures liées au calcul peuvent se baser sur une méthode reproductive (récupération du résultat en mémoire) ou reconstructive (reconstruction du résultat à l'aide des propriétés des nombres) (Fayol, 1985). Butlen (2007) a répertorié les différentes procédures mises en œuvre lors d'additions mentales. Son étude montre qu'il faut attendre le CE2 pour que les élèves commencent à utiliser des procédures faisant intervenir les décompositions additives (les enfants plus jeunes préférant les procédures de comptage ou de reproduction de l'algorithme écrit). Ces procédures correspondent à des décompositions canoniques (de l'un des deux facteurs ou des deux facteurs) ou consistent à passer à la dizaine supérieure (en particulier si l'un des termes se termine par 9). Par exemple, pour résoudre l'opération 27+14, l'enfant pourra procéder de différentes façons :

$$27+14=(27+10)+4 \quad \text{Décomposition canonique du deuxième terme}$$

$27+14=(20+10)+(7+4)$ Décomposition canonique des deux termes

$27+14=27+3+11$ Passage à la dizaine

L'emploi de ces différentes procédures est très contextualisé. En effet, chaque procédure a un domaine d'efficacité limité qui dépend des données numériques en jeu dans le calcul, ce qui rend leur institutionnalisation extrêmement délicate (Butlen, 2007). Il est donc nécessaire de confronter l'enfant à des situations variées afin qu'il puisse tester les limites de chacune d'elles.

Les enfants ont tendance à privilégier, dans un premier temps, les procédures qu'ils maîtrisent mieux (les procédures de comptage notamment) même si celles-ci sont plus coûteuses (et donc plus facilement sources d'erreurs) que des procédures qu'ils ont moins l'habitude d'utiliser mais qui sont beaucoup plus efficaces. Les enfants en difficultés sont particulièrement sujets à ce manque d'adaptabilité et ont plus de mal à abandonner les procédures leur procurant une certaine sécurité (Butlen & Masselot, 2010).

Variables

Deux variables peuvent influencer le choix des stratégies de résolution : le domaine numérique et la taille relative des nombres.

En effet, le domaine numérique envisagé a une influence sur les choix des procédures employées par l'enfant. Selon ERMEL (2005), on distingue quatre domaines numériques :

- Les nombres « visualisables » : il s'agit des nombres que l'enfant reconnaît rapidement, avec ou sans comptage (généralement jusque 4 ou 5). Il s'agit d'un domaine privilégié car les quantités associées à ces nombres peuvent être évoquées mentalement ce qui favorise l'emploi de procédures de comptage mental ou la récupération directe de résultats mémorisés.
- Les nombres « familiers » : L'étendue de ce domaine varie selon les enfants (généralement jusqu'aux alentours de la vingtaine). Il s'agit des nombres rencontrés fréquemment pour lesquels la comptine est maîtrisée et le dénombrement efficace. C'est également dans ce domaine que les enfants commenceront à mettre en place des procédures de calcul.
- Les nombres « fréquentés » : Ce domaine s'étend jusque 30 ou 40 et comprend donc les nombres que l'enfant n'a pas l'habitude de manipuler mais qui sont présents dans la classe sous différentes formes (calendrier, nombre d'élèves dans la classe, ...). L'étendue de ce domaine permet également à l'enfant de constater les régularités de la chaîne numérique verbale et écrite.
- Les « grands nombres » : Ces nombres sont un peu confus pour les enfants. A l'inverse des domaines précédents, ce sont d'abord les désignations écrites qui sont maîtrisées, grâce aux régularités de la suite numérique écrite identifiées dans le domaine des nombres « fréquentés ».

La taille relative des nombres constitue également une variable pouvant favoriser l'emploi de différentes procédures. En effet, si l'élève doit additionner deux quantités, il pourra utiliser une visualisation mentale des objets pour les dénombrer à condition que les deux nombres soient très petits (3 et 2, par exemple). Si, par contre, l'enfant est confronté à l'addition d'un « grand » nombre et

d'un « petit » (21 et 3, par exemple), le surcomptage (à partir de 21) sera alors plus approprié. Enfin, si les deux nombres sont « grands » (17 et 24, par exemple), les procédures employées précédemment deviennent trop coûteuses et imprécises voire impossibles. L'enfant devra alors mettre en place des stratégies de calcul.

1.2. Les nombres en tant qu'objets

Pour représenter les nombres, les hommes ont mis au point des systèmes de numération¹¹ plus ou moins élaborés. Les noms de nombre sont apparus, permettant de désigner oralement de façon précise les quantités. D'abord décrites à l'aide de termes intuitifs (le soleil pour un, les pattes d'un animal pour quatre, ...), le système de nomination des nombres se structura petit à petit et des mots spécifiques furent créés pour désigner les nombres. Par la suite, et parallèlement à l'apparition de l'écriture, des signes graphiques furent utilisés pour répondre aux besoins des comptables qui désiraient garder une trace écrite de leurs comptes, donnant naissance aux numérations écrites (Guedj, 1996).

Deux principes peuvent être utilisés pour symboliser les nombres (Ifrah, 1994). Le premier peut être qualifié de cardinal et consiste à adopter un symbole comme représentant de l'unité et à désigner les autres nombres en répétant ce symbole autant de fois que nécessaire (un-un-un-un pour quatre par exemple). Le second principe, en revanche, peut être qualifié d'ordinal : à chaque nombre est attribué un nouveau symbole. Cependant, ces principes ne sont pas suffisants si on veut représenter de grands nombres (on ne peut répéter le même mot de façon illimitée ou encore créer des symboles à l'infini). La solution trouvée afin de désigner un maximum de nombres avec le moins de symboles possibles, a été de « privilégier un groupement particulier (comme la dizaine, la douzaine, la vingtaine ou la soixantaine, par exemple) et d'organiser la suite régulière des nombres selon une classification hiérarchisée fondée sur cette assise. (...) C'est ce que l'on appelle le principe de la base. ». Le système de numération (concrète, orale ou écrite) ainsi structuré permet d'élargir le domaine de représentation de façon considérable.

Par la suite, nous présenterons plus en détail les particularités et les avantages de notre système de numération écrite et parlée. Nous aborderons également la non-congruence entre ces deux systèmes et ses répercussions au niveau du passage d'un code à l'autre. Enfin, nous aborderons des représentations intermédiaires visant à faciliter ce transcodage.

1.2.1. La numération écrite en chiffres arabes

Nous décrirons ici les principes et avantages de notre numération écrite ainsi que les spécificités des symboles mathématiques utilisés dans les écritures additives et soustractives.

¹¹ « ensemble des méthodes et conventions permettant d'écrire et de nommer tout nombre entier naturel et par extension les autres nombres, ainsi que d'effectuer des calculs sur eux » (Bouvier & George, 1979, p.518).

1.2.1.1. Principes de notre numération

Notre système de numération est un système positionnel décimal qui repose sur différents principes :

- Les chiffres ont une valeur positionnelle

Un chiffre n'a pas la même valeur selon sa position, elle croît de droite à gauche par puissance de dix. En effet, dans 123, 2 représente les dizaines tandis que dans 256, 2 représente les centaines. Cette valeur représente des groupements d'unités. La valeur d'un chiffre s'obtient donc en multipliant par la puissance de dix correspondant à la place occupée.

- Les groupements sont réguliers

Les groupements sont réguliers et toujours effectués par paquets de dix. Chaque groupement de dix objets d'un ordre donné génère une unité d'ordre supérieur (on échange 10 unités pour avoir une dizaine, 10 dizaines pour avoir une centaine, ...).

La prise de conscience des régularités de la suite numérique ainsi que les notions de groupements et d'échanges constituent un passage incontournable dans la construction du nombre et la compréhension de notre système de numération. Les situations d'échanges peuvent être travaillées à travers des activités comme « le jeu du banquier » (ERMEL, 2005, p.321) : les enfants gagnent des jetons et doivent effectuer des échanges (5 jetons rouges contre un jaune, 5 jetons jaunes contre un bleu, ...). A la fin du jeu, il faut comparer les collections de chaque joueur. Cette étape est délicate car les enfants ont tendance à penser que celui qui a le plus de jetons a gagné. Or, c'est de la valeur des jetons dont il faut tenir compte. Cette confusion entre valeur et quantité reste très présente chez les élèves au cycle 2.

Pour faire prendre conscience aux enfants de l'intérêt du groupement par 10, on peut utiliser des situations du type « les fourmillons » (ERMEL, 2005, p.333). Il s'agit d'une activité à travers laquelle les enfants sont amenés à dénombrer une collection importante d'objets. Afin d'obtenir un dénombrement fiable, les élèves comprennent rapidement qu'ils ne peuvent compter un à un tous les éléments de la collection. Le groupement par paquets de 10 objets (dizaines) constitue une stratégie plus efficace qui peut être réitérée sur le même mode (on parle de récursivité des groupements) : on peut faire des sachets contenant 10 paquets (centaines). En mettant en évidence les groupements, cette activité facilite l'écriture des nombres et permet de lier addition et numération.

Notons que le choix de la base dix est arbitraire et purement culturel. En effet, ce choix n'aurait pas pour origine un quelconque intérêt mathématique mais se seraient plutôt nos dix doigts qui auraient inspiré le groupement par paquets de dix (Tempier, 2013, p.23).

- Dix symboles suffisent

Chaque rang ne peut être occupé que par un seul des signes suivants : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

- Le zéro marque l'absence de groupement

L'apparition de ce symbole est une conséquence du principe de position. En effet, pour écrire une dizaine, on ne peut pas écrire « 1 » puisque cela correspond à une unité. Le symbole 0 est donc utilisé pour marquer l'absence d'unités isolées à un certain rang.

Il faut cependant être prudent avec cette notation et ne pas confondre « nombre de » avec « chiffre de », ce qui est régulièrement le cas chez les enfants en début de primaire (Tempier, 2013, p.81). Par exemple, dans 302, le « 0 » signifie qu'il ne reste plus de dizaines isolées après le groupement en centaines. Le chiffre des dizaines est bien « 0 » mais il n'y a pas 0 dizaine, il y en a 30.

1.2.1.2. Avantages de notre numération écrite

Nous avons vu que la fonction première de la numération est de représenter les nombres. Mais elle possède également une seconde fonction : celle de calculer. Jusqu'au V^e siècle (Guedj, 1996), cette fonction était uniquement prise en charge par les numérations concrètes, constituées de supports matériels (entailles, cailloux, abaque à jetons, ...). Cependant, l'apparition de l'écriture positionnelle en base 10 permet aux hommes de mettre au point des stratégies de calculs et d'opérer directement sur les écritures. Cette technique s'avéra beaucoup plus rapide et aisée. Elle permet également de garder une trace des opérations effectuées, ce qui n'était pas possible avec les abaques à jetons, par exemple (voir Ifrah, 1994).

Notre système décimal de position présente également l'avantage d'établir un lien entre la taille du nombre et la longueur de celui-ci. En effet, plus le nombre de symboles utilisés est important, plus le nombre sera grand (attention, cela n'est valable que pour les nombres entiers naturels). Cela n'est pas le cas dans toutes les numérations. Si on utilise le système symbolique romain, par exemple, « mille » va s'écrire « M » et « 88 », « LXXXVIII ». Un nombre s'écrivant avec beaucoup de symboles ne sera donc pas forcément un « grand nombre ». Ce lien présente l'avantage de permettre une comparaison aisée des nombres dans notre système numérique.

1.2.1.3. Les symboles mathématiques

En France, les écritures additives et soustractives seront également introduites au cycle 2 (Bulletin officiel spécial n°11 du 26 novembre 2015). Ces écritures conventionnelles (du type $a+b=c$) permettent de communiquer avec les autres, pour décrire une situation, mais constituent également un puissant moyen d'évocation pour soi-même (pour garder une trace des procédures de recherches mises en œuvre, pour gérer un calcul, ...). Selon (ERMEL, 2005, p.126), l'objectif est double :

« - donner du sens aux écritures symboliques comme outils pour penser, décrire ou anticiper la réalité ;

- développer la capacité de manier les règles opératoires sur ces écritures symboliques. »

Le premier objectif est souvent négligé dans l'enseignement au profit du deuxième. Or, c'est également à travers l'appropriation des écritures additives que se construit le concept d'addition.

Ces écritures additives et soustractives font également intervenir le symbole d'égalité qui peut avoir différentes significations. En effet, pour le mathématicien, il est symétrique et traduit une équivalence entre deux signifiants qui renvoient au même signifié. Au contraire, selon l'usage social, ce symbole ne traduit pas une symétrie mais le résultat d'un calcul. Il est donc important de mettre en évidence ces différentes significations. Même si la première signification n'a pas vraiment de « statut opératoire » au cycle 2, elle permet de comparer des écritures additives indépendamment de leur résultat ($9+7=10+6$) et donc de faire prendre conscience aux élèves que les écritures additives ont une « existence autonome » (Osana & Adrien, 2012).

1.2.2. La numération orale

Notre système de numération verbale est un système langagier qui possède un lexique et une syntaxe propres (Tempier, 2013). Comme il n'est pas possible d'attribuer un mot différent à chaque cardinalité, on utilise un lexique restreint : le vocabulaire terminal de la numération (nombres de un à seize, dizaines et puissances de dix). Les autres quantités sont désignées par une concaténation de ces mots suivant le processus suivant (pour les nombres jusqu'à cent) :

- Un mot est associé à chaque nombre de 1 à 16.
- Les trois nombres suivants sont obtenus par concaténation du mot « dix » et des mots « sept », « huit » et « neuf ».
- Un nouveau mot est employé pour désigner le nombre suivant : « vingt ». Les neuf nombres suivants s'obtiennent par concaténation de ce nouveau mot et des neuf premiers nombres (notons qu'on ajoute le mot « et » entre « vingt » et « un »). Le même processus se répète avec l'introduction des mots « trente », « quarante » et « cinquante ».
- Une fois le mot « soixante » introduit, ce sont ici les dix-neuf nombres suivant qui sont obtenus par la concaténation de ce nouveau mot et des dix-neuf premiers nombres.
- Le nombre suivant est désigné par le mot « quatre-vingts » et les dix-neuf suivants sont obtenus de façon similaire à celle décrite précédemment.

Certaines numérations francophones introduisent de nouveaux mots, « septante » et « nonante » pour désigner respectivement « soixante-dix » et « quatre-vingt-dix ».

Selon Mounier (2012), le système de numération employé favorise l'emploi de certaines procédures mathématiques (lors du dénombrement par exemple) et met en évidence des propriétés différentes du nombre. Le système de numération thaïlandais (dans lequel 42 se lit « quatre dix deux »), contrairement au nôtre, favorise, par exemple, la procédure de dénombrement consistant à compter le nombre de dizaines à l'aide de la comptine numérique utilisée pour les unités et puis à compter les unités restantes.

Mounier a également effectué une étude syntaxique de la numération parlée en France et en a dégagé différentes interprétations. En effet, elle peut être vue comme une numération ordinale avec repérants (« vingt-neuf » peut se comprendre comme « neuf après le repérant vingt ») ou comme une numération arithmétique additive (« vingt-neuf » peut également se comprendre « vingt plus neuf ») ou encore comme numération arithmétique multiplicative (« vingt-neuf » peut se décomposer en « (deux x dix) + neuf »). La pertinence de ces interprétations varie selon le champ numérique. Pour les nombres inférieurs à seize, l'interprétation strictement ordinale serait privilégiée. Entre seize et cent, l'interprétation arithmétique additive ou ordinal avec repérant serait plus pertinente tandis que l'interprétation multiplicative conviendrait mieux pour les nombres supérieurs à cent.

1.2.3. Acquisition de la suite verbale

Au cours de l'apprentissage de la suite verbale, les suites produites par les enfants vont s'organiser autour de trois parties (Fayol, 1990). La première partie est dite stable et conventionnelle et correspond à celle des adultes. La deuxième partie est stable mais non conventionnelle. Autrement dit, elle est régulièrement utilisée mais ne correspond pas aux normes (ordre inhabituel ou omissions).

Enfin, on retrouve une troisième partie qui n'est ni stable ni conventionnelle. Elle varie d'un essai à l'autre, est très peu structurée.

La suite numérique verbale (de 1 à 100) commence à s'acquérir très tôt (vers 2 ans) pour s'achever vers 6 ans, en fin de CE1 mais le rythme et les trajectoires d'apprentissage sont extrêmement variables selon les enfants. La partie conventionnelle va s'étendre très vite vers 4 ans et demi et les enfants vont prendre peu à peu conscience des règles linguistiques qui régissent la formation de la suite verbale. On peut alors distinguer différents niveaux d'organisation de la suite verbale (Fuson, Richards, & Briars, 1982). Dans un premier temps, les nombres n'ont pas d'individualité (niveau chapelet), ils constituent un bloc verbal ne permettant aucune opération (« undeutroisquatre... »). Ensuite, les mots vont s'individualiser (niveau « chaîne insécable ») mais constituent toujours un tout insécable (le comptage verbal doit commencer à « un »). A ce stade, l'enfant est capable de compter jusqu'à un nombre donné. Cette phase peut s'étendre jusqu'après 5 ans. Peu à peu va apparaître et se développer une certaine flexibilité dans l'emploi de la suite verbale (niveau « chaîne sécable »). L'enfant pourra alors l'amorcer à partir de n'importe quel nombre, compter à rebours et déterminer des relations ordinales entre les éléments (qu'est-ce qui vient après/avant ?). Enfin, les nombres sont traités comme des entités distinctes qu'il est possible de dénombrer (niveau « chaîne terminale »). Apparaît alors la capacité à compter 5 à partir de 9, par exemple.

1.2.4. Non-congruence entre les deux systèmes

Ces deux systèmes de numération, écrite et parlée, bien qu'ayant quelques origines communes ont évolué selon des chemins différents, ne se sont pas construits de la même manière et ne se sont côtoyés que tardivement, elles ne sont donc pas congruentes (au sens de Duval, 2006). On constate effectivement que pour les nombres inférieurs à cent, la syntaxe de la numération parlée ne permet pas de retrouver la base dix et diffère donc sensiblement du système positionnel d'écritures chiffrées.

Cette non-congruence rend difficile le passage d'un code à l'autre. C'est le cas, en particulier, de la transcription des dizaines complexes (« soixante-dix », « quatre-vingt-dix ») qui ont une forme verbale irrégulière et qui donne lieu à des erreurs du type 80108 pour transcrire « quatre-vingt-dix-huit ». Le transcodage de nombres comportant des zéros est également source de difficultés. En effet, il n'y a pas de mot dans la numération parlée pour signifier l'absence de groupement à un certain rang. Les enfants ont donc tendance à ajouter ou négliger des « 0 » lors du transcodage (« deux cent trois » sera écrit 21003 ou 213).

Afin de surmonter ce problème de non-congruence, Mounier (2010) a identifié différents types d'itinéraires d'enseignement en France : les deux premiers types d'itinéraires cognitifs, présents dans les manuels en France, nécessitent de faire évoluer l'interprétation d'une numération orale en y associant celle de la numération chiffrée, alors que le troisième essaie de pallier aux manques des deux premiers en plaçant l'écriture chiffrée comme référence (et en essayant d'éviter les phénomènes de non-congruence entre numération orale et écrite).

1.2.5. Autres ostensifs de la numération

Outre les problèmes de congruence décrits ci-dessus, la numération parlée possède certaines limites que (Tempier, 2013, p.16) appelle « limite instrumentale de la numération parlée pour les conversions ». En effet, pour dire 1000, on utilise le mot « mille » et non « dix-cents » qui permettrait de mieux

comprendre l'écriture chiffrée. Pour pallier ce problème, Tempier a défini des désignations intermédiaires entre la numération parlée et écrite qui entrent dans le champ plus large des ostensifs de la numération.

On désigne comme ostensif, « tout objet ayant une nature sensible, une certaine matérialité, et qui, de ce fait, acquiert pour le sujet humain une réalité perceptible » (Bosch & Chevallard, 1999, p.10). Il s'agit donc de sons, graphismes ou encore de gestes qui peuvent être concrètement manipulés. Ces objets sont définis par opposition aux « objets non ostensifs qui, comme les idées, les intuitions ou les concepts, existent institutionnellement ». D'après Bosch et Chevallard (1999), il existe une dialectique qui unit ces deux types d'objets : « en toute activité humaine, il y a co-activation d'objets ostensifs et d'objets non-ostensifs ». En effet, la manipulation d'objets ostensifs constitue la partie perceptible de l'activité mais cette manipulation fait également appel à des objets non ostensifs. Par exemple, en écrivant $1+2=3$, on utilise des objets ostensifs (les nombres et les symboles d'addition et d'égalité) mais cette action implique également le recours à des objets non ostensifs, comme la notion d'addition, sans lesquels elle n'aurait pas de sens.

Outre les ostensifs écriture en chiffres du nombre et nom du nombre, Tempier (2013) a donc défini d'autres ostensifs de la numération

1.2.5.1. Ostensifs intermédiaires

Les ostensifs écrits qui se situent entre la numération parlée et la numération écrite sont regroupés dans le Tableau 3 :

Ostensif	Ecritures de 3206 selon l'ostensif	Ecriture canonique de 3206 selon l'ostensif
Unités de numération	<ul style="list-style-type: none"> - 32 centaines et 6 unités - 3 milliers, 20 dizaines et 6 unités 	3 milliers, deux centaines et 6 unités
Puissances de dix	<ul style="list-style-type: none"> - $3206 = 32 \times 100 + 6$ - $3206 = 3 \times 1000 + 20 \times 10 + 6$ 	$3206 = (3 \times 1000) + (2 \times 100) + (6 \times 1)$

<p>Ecriture additive selon les puissances de dix</p>	<p>- $3206 = 1000 + 1000 + 1000 + 100 + 100 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1$</p> <p>- $3206 = 2000 + 100 + 200 + 6$</p>	<p>$3206 = 3000 + 200 + 6$</p>
<p>Matériel de numération</p>	<p>- 32 paquets de cent + 6</p> <p>- 3 paquets de mille + 20 paquets de cent + 6</p>	<p>3 paquets de mille + 2 paquets de cent + 6</p>

Tableau 3 : Ostensifs intermédiaires

Bien que l'utilisation de ces ostensifs vise à faciliter le passage du code oral au code écrit, leur utilisation ne permet pas de contourner toutes les difficultés liées à la compréhension de notre système décimal de position. En effet, Tempier (2013) a mis en évidence des difficultés résistantes lors de la traduction d'écritures en unités de numération en écritures chiffrées (par exemple, les élèves traduisent « 6 centaines + 9 unités » par 69). Ces erreurs seraient dues à l'utilisation de techniques de juxtaposition dont le domaine de validité est limité (une simple juxtaposition fonctionne pour recomposer « 6 centaines + 4 dizaines + 9 unités » mais pas « 6 centaines + 9 unités »). Les conversions posent également beaucoup de difficultés (seulement un tiers des élèves de CE2 parviendraient à convertir 60 dizaines en centaines (Tempier, 2013)).

1.2.5.2. Ostensifs matériels

Tempier a également recensé différents matériels utilisés dans des tâches de dénombrement en utilisant la classification de Van de Walle, Karp, & Bay-Williams (2010). Cette classification regroupe les matériels suivant trois classes (voir Tableau 4).

<p>Matériels proportionnels</p>	<p>Matériels non proportionnels</p>
<p>Caractéristique : le rapport physique entre les quantités est conservé.</p>	<p>Caractéristique : le rapport physique entre les quantités n'est pas conservé</p>

Groupables	Pré-groupés (ou échanges)	Exemple : la monnaie (voir Figure 6)
<p>Caractéristique : l'unité de base est utilisée pour former dizaines et centaines en utilisant des groupements</p> <p>Exemple : allumettes regroupées par paquets de dix avec un élastique, paquets qui sont eux-mêmes regroupés dans un sachet pour former la centaine, ... (voir Figure 4)</p>	<p>Caractéristique : les dizaines et centaines sont obtenues par des échanges</p> <p>Exemple : Matériel multibase (voir Figure 5)</p>	

Tableau 4 : Ostensifs matériels

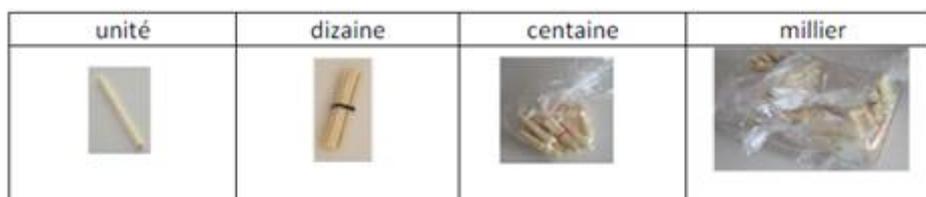


Figure 4 : Matériel proportionnel groupable (Tempier, 2013, p.18)

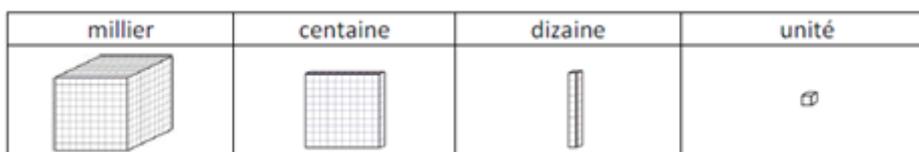


Figure 5 : Matériel proportionnel pré-groupé (Tempier, 2013, p.18)



Figure 6 : Matériel non proportionnel (Tempier, 2013, p.19)

Les éléments suivants seront donc à prendre en compte dans la construction de notre grille d'analyse pour l'étude des tests destinés à évaluer les compétences numériques de base :

- Les tâches proposées utilisent-elles des ostensifs intermédiaires ou matériels ?
- Y a-t-il des problèmes de conversions ?
- Le transcodage est-il évalué ?
- Quels types d'erreur de transcodage sont évalués (difficultés au niveau du vocabulaire, dizaines complexes, nombres comportant des 0) ?
- Y a-t-il présence de tâches de groupements et d'échanges ?
- Les règles d'écriture des nombres sont-elles évaluées ?

2. Revue de la littérature en cognition numérique

Nous présenterons ici une revue de littérature concernant les apports de la cognition numérique à la question de la construction du nombre au début de l'école élémentaire. Nous procéderons tout d'abord à une brève rétrospective des modèles de traitement du nombre les plus utilisés en cognition numérique. Nous aborderons ensuite la question des compétences numériques chez le bébé et des fonctions cognitives sous-jacentes aux activités mathématiques (fonctions attentionnelles et exécutives, mémoire de travail, habiletés visuo-spatiales et gnosies digitales). Nous aborderons par la suite deux types de représentations des nombres : les représentations analogiques et les représentations décimales. Enfin, nous identifierons les apports de la cognition numérique concernant le fonctionnement cognitif de l'individu lorsque celui-ci est confronté à des tâches de quantification, de transcodage, de calcul ou encore de résolution de problèmes.

2.1. Modèles théoriques

Nous commencerons la revue de littérature en cognition numérique par une brève rétrospective des modèles de traitement du nombre utilisés dans ce champ disciplinaire. Le travail de Piaget fut le premier à marquer le domaine du nombre (Piaget & Szeminska, 1997) et a été considéré comme théorie de référence pendant de nombreuses années. D'après Piaget, la construction du nombre est liée au développement des compétences logiques. Pour accéder au concept de nombre, l'enfant devrait d'abord maîtriser la notion de sériation et de classification. La maîtrise de ces structures logiques nécessaires pour appréhender le concept de nombre serait relativement tardive (elles ne seraient acquises que vers 6 ans environ). Deux critiques majeures ont été portées à l'égard de ce modèle (Fayol, 2012). La première est qu'il postule l'existence d'une capacité sous-jacente unique (la logique) qui ne permet pas de traiter la diversité des difficultés et troubles en mathématiques décrits chez les enfants et les adultes. La seconde est qu'il ne permet pas d'expliquer les savoirs et savoir-faire arithmétiques précoces qui se manifestent chez les très jeunes enfants (voir section 2.2).

Entre 1980 et le début du 21^{ème} siècle, on observe une rupture avec ce modèle (Fayol, 1985) avec le développement de recherches en neuropsychologie sur l'acalculie (voir Partie I). Les capacités arithmétiques ne sont alors plus considérées comme un phénomène unitaire mais elles sont divisées en composantes élémentaires, chacune constituant un module de traitement autonome (on parle de conception modulaire de l'esprit). Le plus ancien des modèles modulaires concernant le traitement des nombres est celui de McCloskey, Caramazza, & Basili (1985).

2.1.1. Le modèle modulaire de McCloskey

Le modèle de McCloskey & al. (1985) est composé de différents modules (voir Figure 7) :

- un système de calcul
- un système de compréhension des nombres (module d'entrée)
- un système de production des nombres (module de sortie)

Les deux derniers modules sont chacun composés d'un sous-système traitant le code verbal (aspects lexicaux et syntaxiques) et d'un autre traitant le code arabe (aspects lexicaux et syntaxiques). Le système de calcul est, quant à lui, composé de différents sous-systèmes permettant le traitement des opérations, l'emploi d'algorithmes de calcul et le stockage en mémoire des faits arithmétiques.

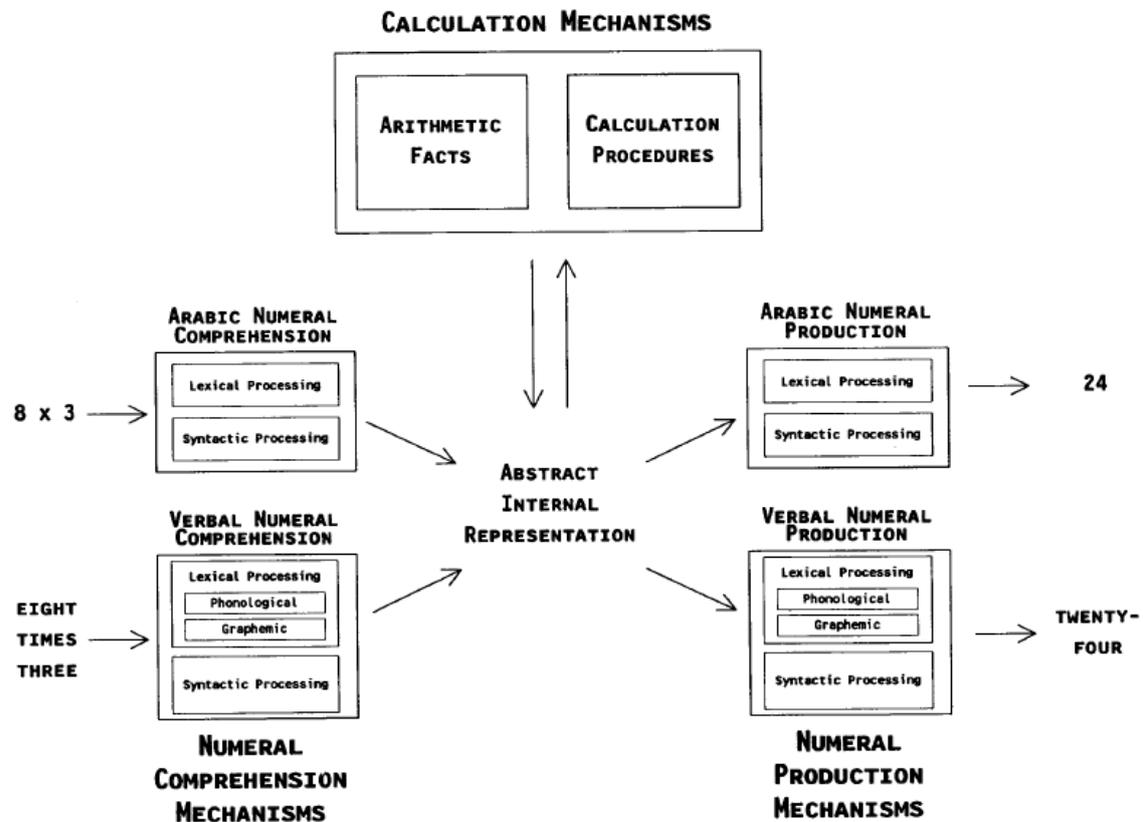


Figure 7 : Modèle de McCloskey (1992, p.113)

Le passage d'un module à l'autre s'effectue par le biais d'une représentation sémantique des nombres codée sous forme unique et amodale. La représentation sémantique d'un nombre est donc la même quel que soit le mode de représentation.

Autrement dit, selon ce modèle, quand nous lisons ou entendons un nombre, les données sont analysées par l'intermédiaire du système de compréhension et transformées en une représentation sémantique de la quantité correspondante. Celle-ci pourra alors être traitée par le système de calcul ou reconvertie par le système de production dans le code approprié.

A partir des années 1990, les techniques d'imageries cérébrales vont se perfectionner et la neuropsychologie va évoluer vers une mise en relation des fonctionnements cognitifs et d'activations

cérébrales (Fayol, 2012). C'est dans ce contexte qu'est apparu le modèle du triple code de Dehaene et Cohen (1995).

2.1.2. Le modèle du triple code de Dehaene

Le modèle du triple code (Dehaene & Cohen, 1995) postule l'existence de trois systèmes de représentation mentale des nombres (voir Figure 8) :

- le code auditivo-verbal dans lequel les nombres sont représentés par des ensembles de mots
- le code visuel-arabe dans lequel les nombres sont représentés par des chiffres arabes
- le code analogique qui donne sens au nombre

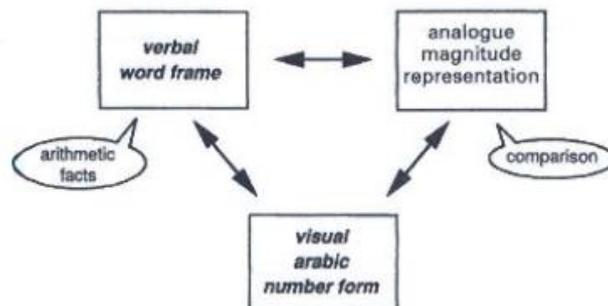


Figure 8 : Modèle du triple code (Dehaene & Cohen, 1995, p.85)

Contrairement aux représentations verbales et arabes qui sont spécifiques aux adultes, la représentation abstraite des quantités serait présente dès la naissance et est représentée sous forme d'une ligne numérique mentale et orientée. C'est elle qui permettrait notamment l'estimation ou la comparaison de quantités.

Chaque tâche peut impliquer un ou plusieurs codes et différentes procédures de transcoding permettent le passage d'un code à l'autre (sans nécessairement passer par la représentation sémantique). De plus, chaque type de représentation peut être associé à des structures cérébrales correspondantes (il s'agit de l'implémentation anatomique du modèle du triple code, voir Figure 9).

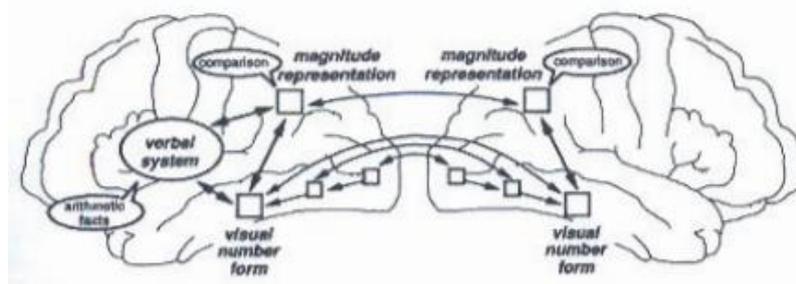


Figure 9 : Implémentation anatomique du modèle du triple code (Dehaene & Cohen, 1995, p.88)

Selon Dehaene & Cohen (1995), le traitement des représentations visuelles et analogiques s'effectue dans les deux hémisphères, respectivement au niveau des régions occipito-temporales et de la jonction pariéto-occipito-temporale. Les représentations verbales sont, quant à elles, traitées uniquement dans l'hémisphère gauche, dans les aires dédiées au langage.

Ce modèle possède cependant des limites car il ne tient pas compte de l'évolution des nombres et du calcul d'un point de vue développemental. C'est pour pallier à cela que Von Aster et Shalev (2007) ont développé un modèle développemental de l'acquisition des nombres.

2.1.3. Le modèle développemental de Von Aster et Shalev

Le modèle développemental de Von Aster et Shalev (2007) est organisé hiérarchiquement en quatre étapes décrites à la Figure 10. La première étape postule l'existence d'un système inné de représentation analogique des quantités permettant l'estimation de grandes quantités et la reconnaissance exacte de petites quantités (subitizing). Vient ensuite l'acquisition de la chaîne numérique verbale (deuxième étape) et du système symbolique d'écriture en chiffres arabes (troisième étape) qui vont se greffer sur les représentations analogiques existantes. Ce n'est qu'à l'issue de ces trois étapes que se développe la ligne numérique mentale (représentation spatiale et ordinale des nombres).

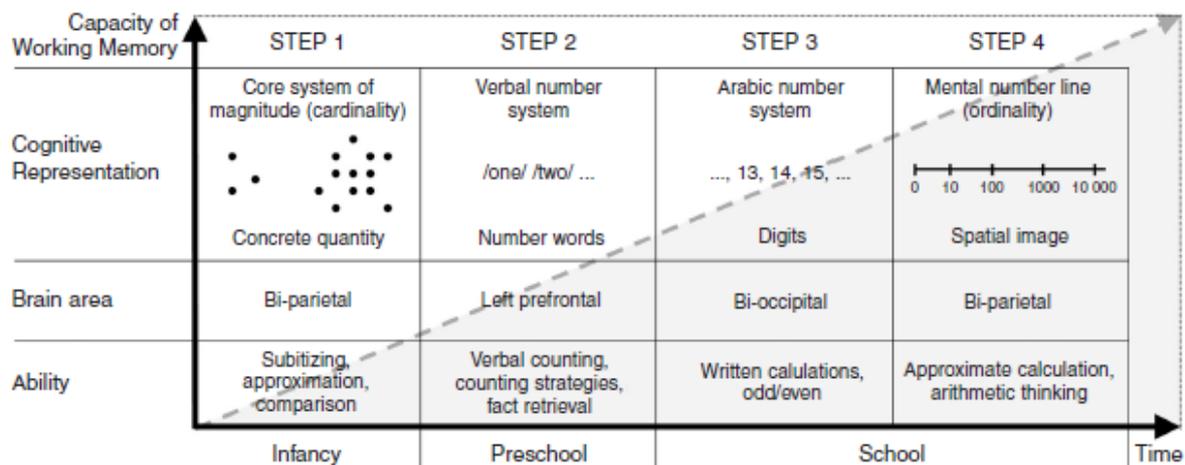


Figure 10 : Modèle développemental de Von Aster et Shalev

Comme nous l'avons évoqué ci-dessus, certains modèles comme le modèle du triple code de Dehaene ou le modèle développemental de Von Aster postulent l'existence de compétences numériques innées. Quelle est la nature de ces compétences innées ? C'est ce que nous aborderons dans la suite de cette revue de littérature.

2.2. Compétences numériques précoces

La question des compétences numériques précoces intéresse les chercheurs depuis de nombreuses années. D'abord dominées par les travaux piagétiens, soutenant une conceptualisation du nombre assez tardive (vers 7-8 ans), les recherches concernant la construction du nombre ont pris un nouveau tournant dans les années 90 avec la mise en évidence, chez le bébé, de facultés numériques élémentaires. Ces facultés élémentaires concernent d'une part la discrimination de quantités et, d'autre part, la capacité à anticiper le résultat d'opérations simples (ajout ou retrait).

2.2.1. Discrimination de quantités

Les premières recherches en psychologie visant à établir l'existence d'une sensibilité au changement de quantité ont été menées par Starkey et Cooper (1980). La méthode employée, appelée paradigme d'habituation, consiste à habituer les enfants à la présentation de collections de même taille puis à leur présenter une collection contenant un stimulus de plus (ou de moins). Face à la nouveauté, les enfants manifestent un regain d'intérêt (qui se traduit par un temps de fixation plus long). C'est ainsi qu'ils ont pu montrer que des bébés âgés de 5 mois étaient capables de faire la différence entre des collections composées de 2 ou 3 points (mais pas entre 4 et 6). Ces résultats ont été répliqués avec des stimuli différents (variation de la taille ou de la position des objets, collections hétérogènes ou non, objets mobiles ou présentés de façon séquentielle, modalité sensorielle, ... voir Camos (2011) pour une revue détaillée des études). Cependant, ils ont fait l'objet de critiques. En effet, pour chaque étude, l'augmentation du nombre d'objets entraîne également l'accroissement d'une caractéristique non numérique de la collection (surface occupée plus importante, augmentation du contraste lumineux, ...). Clearfield et Mix (1999) ont d'ailleurs montré que de très jeunes enfants (entre 6 et 8 mois) sont sensibles aux changements de variables continues (comme la longueur des contours) plutôt qu'aux variations de quantités.

En ce qui concerne les grandes quantités, Xu et Spelke (2000) ont montré (en contrôlant la taille et la densité des objets présentés) que des enfants de 6 mois parviennent à distinguer deux quantités pour autant que leur rapport soit d'au moins $\frac{1}{2}$. Ils distingueront, par exemple, des collections de 8 et 16 points mais pas des collections de 8 et 12 points. En revanche, ils échouent pour des petites numérosités et cela même si le rapport est de $\frac{1}{2}$ (ils confondent des nuages de 2 et 4 points). D'autres études mettent en évidence le phénomène inverse : des biscuits sont cachés dans deux boîtes différentes devant des enfants âgés d'environ un an (Feigenson, Carey & Hauser, 2002). Si le nombre de biscuits cachés dans une boîte ne dépasse pas 3, alors les enfants vont choisir spontanément la boîte contenant le plus de biscuits. En revanche, si on leur donne le choix entre 2 et 4 biscuits, par exemple, ils vont agir aléatoirement.

Ces résultats suggèrent l'existence de deux mécanismes de représentation des nombres (Feigenson, Dehaene & Spelke, 2004). L'un traiterait les petites quantités de façon exacte mais serait limité à 3 et dépendrait de variables continues non numériques telles que la surface ou le volume. L'autre système permettrait la discrimination approximative de grandes quantités à condition que leur ratio soit suffisamment grand.

2.2.2. Opérations simples

Outre les études sur les capacités de discriminations présentées ci-dessus, les chercheurs se sont également intéressés aux capacités arithmétiques des jeunes enfants. Début des années 90, la psychologue Wynn (1992) utilise un paradigme de violation des attentes afin de montrer que des bébés de 5 mois sont capables d'effectuer des opérations sur des petites quantités. L'expérience consiste, dans un premier temps, à présenter aux enfants une poupée dans un théâtre de marionnettes (voir figure). Cette poupée est ensuite cachée derrière un rideau et l'expérimentateur ajoute, de façon visible, une autre poupée. Enfin, le rideau se lève et révèle soit les deux poupées soit une seule. La procédure est analogue pour la soustraction. Le temps de fixation est mesuré et celui-ci s'avère être plus long pour les événements impossibles, suggérant que le bébé serait capable d'anticiper le résultat

d'opérations simples. Afin de vérifier que les enfants ne réagissent pas seulement à une modification du nombre d'objets derrière le rideau, Wynn teste également la situation $1+1=2$ vs $1+1=3$. Là encore les bébés ne réagissent que devant le résultat impossible.

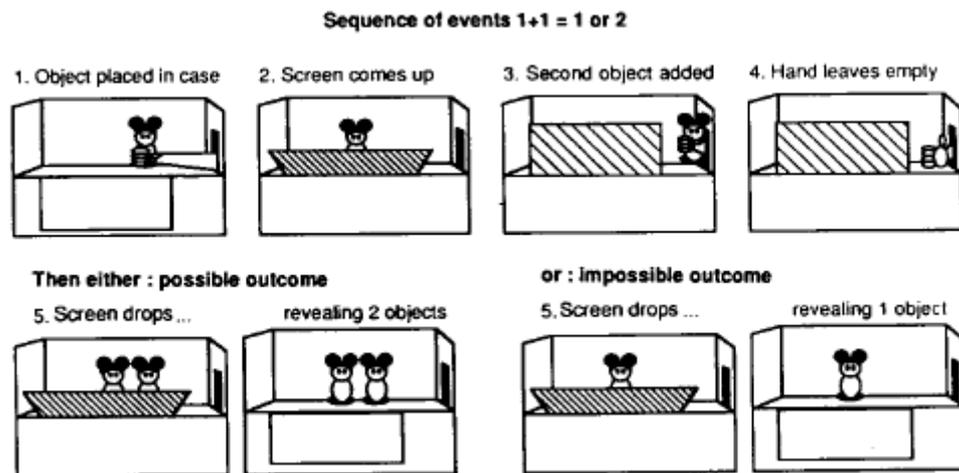


Figure 11 : Expérience de Wynn (1992, p.749)

Des expériences similaires ont été répliquées à de nombreuses reprises dans diverses conditions (voir Rousselle, 2005, pour une revue) mais n'ont pas toujours abouti aux mêmes résultats remettant en question leur fiabilité. De plus, l'interprétation que fait Wynn de ses résultats n'est pas partagée par tous et d'autres hypothèses ont été avancées. Une autre explication, proposée notamment par le psychologue développemental Simon (1997) est que la réaction des enfants est davantage due aux propriétés physiques et spatio-temporelle qu'aux propriétés arithmétiques de la situation. Le fait qu'il n'y ait pas de correspondance entre les représentations que l'enfant a stocké en mémoire et la situation finale provoquerait son étonnement et ce sans faire appel à des concepts arithmétiques.

Il semble donc y avoir un accord entre les différentes disciplines (sciences cognitives et psychologie développementale) concernant l'existence de deux mécanismes différents (traitement précis des petites quantités et approximatif des grandes quantités) mais le caractère spécifique numérique de ces systèmes semble ne pas faire l'unanimité.

On distingue deux approches concernant ces capacités précoces :

- selon la première approche (issue principalement des sciences cognitives), il s'agit de capacités préverbaux qui reposent sur des structures spécifiques au nombre ;
- selon la seconde approche (issue de la psychologie développementale) il s'agit plutôt d'une capacité perceptive globale. Le passage de ces capacités perceptives à des capacités numériques ne serait possible qu'avec le développement du langage ou plus généralement de symboles.

Les éléments suivants seront donc à prendre en compte dans la construction de notre grille d'analyse pour l'étude des tests destinés à évaluer les compétences numériques de base :

- Les deux systèmes (système numérique précis et système numérique approximatif) sont-ils évalués ? Le test permet-il d'identifier lequel de ces systèmes est déficient ?

2.3. Fonctions cognitives sous-jacentes

Nous décrivons ici le fonctionnement de différentes fonctions cognitives, telles que les fonctions attentionnelles et exécutives, la mémoire de travail, les habiletés visuo-spatiales et les gnosies digitales, sous-jacentes aux activités mathématiques

2.3.1. Fonctions attentionnelles et exécutives

Dans cette section, nous décrivons de manière sommaire les fonctions attentionnelles et exécutives, celles-ci étant nécessaires à la bonne conduite des activités mathématiques. Nous mettrons ensuite en évidence, dans chacune des sections suivantes, l'impact éventuel de ces fonctions.

L'attention permet le traitement et la gestion des informations. Selon le modèle de Zomer et Brouwer (1994), ses composantes peuvent être réparties sur deux grands axes : l'intensité et la sélectivité. L'axe d'intensité est composé de 3 aspects de l'attention :

- La vigilance : maintien de l'attention dans des situations peu stimulantes
- L'alerte : capacité à réagir aux situations extérieures
- L'attention soutenue : capacité à maintenir un niveau attentionnel continu sur une longue période de temps

L'axe de sélectivité regroupe également deux aspects attentionnels :

- L'attention sélective : capacité à focaliser l'attention sur un stimulus particulier
- L'attention divisée : capacité à traiter plusieurs tâches

Les fonctions exécutives permettent, quant à elles, d'analyser des situations nouvelles dans lesquelles les stratégies connues et automatisées ne sont pas efficaces et de mettre en œuvre de nouvelles stratégies d'action. On distingue généralement 3 types de fonctions exécutives fondamentales (Diamond, 2013) :

- L'inhibition qui est la capacité à résister aux interférences, à supprimer les informations non pertinentes et les comportements inappropriés
- La mémoire de travail qui fera l'objet d'une étude plus approfondie dans la section suivante
- La flexibilité qui permet notamment de changer de perspective. Cette fonction s'appuie sur les deux autres car un changement de perspective nécessite l'inhibition de la première perspective envisagée et l'activation d'une nouvelle dans la mémoire de travail. La flexibilité permet également de s'adapter aux changements et aux priorités.

D'autres fonctions exécutives ont été identifiées dans la littérature (Best & Miller, 2010, en ont recensé plus de 15) mais nous nous limiterons à ces fonctions fondamentales pour notre analyse, l'impact des autres fonctions en mathématiques n'ayant pas ou très peu été traité.

2.3.2. Mémoire de travail

Dans cette partie, nous cherchons à mieux comprendre le fonctionnement de la mémoire de travail car elle semble jouer un rôle important dans les activités mathématiques. La mémoire de travail est un système de stockage qui permet le maintien temporaire de l'information, contrairement à la mémoire à long terme qui en assure un maintien durable. Cette mémoire se distingue de la mémoire

à court terme par son caractère actif. En effet, en plus de stocker temporairement les informations, la mémoire de travail permet également leur manipulation.

La modélisation de la mémoire de travail la plus utilisée dans le domaine de la psychologie expérimentale et de la psychopathologie est celle de Baddeley et Hitch (1974). Ce modèle est constitué de 3 composantes (voir Figure 12) : une composante centrale (appelée administrateur central) qui va gérer le traitement de l'information, ainsi que deux systèmes « esclaves » (la boucle phonologique et le calepin visuo-spatial) permettant le maintien temporaire des informations (respectivement de nature phonologique et visuo-spatiale). Par exemple, pour résoudre un calcul mental, les systèmes esclaves se chargent de maintenir les données en mémoire pendant que l'administrateur central planifie la résolution de l'opération, récupère les connaissances nécessaires en mémoire à long terme, etc.

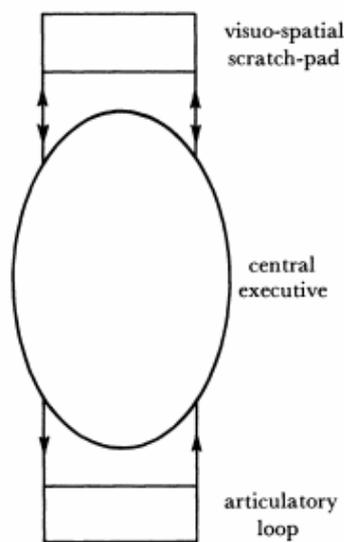


Figure 12 : Modèle de Baddeley et Hitch (1992, p.315)

La boucle phonologique permet de maintenir en mémoire les informations verbales lues ou entendues. Ces informations sont stockées dans le « stock phonologique » mais ne peuvent être conservées que pour un bref instant (2 secondes environ). Passé ce délai, elles commencent à s'effacer. Pour pallier à cette altération des informations, celles-ci sont donc systématiquement réintroduites dans le stock phonologique par un processus de « récapitulation articulatoire ». Les données visuo-spatiales sont, quant à elles, stockées grâce au calepin visuo-spatial. Son fonctionnement serait similaire à celui de la boucle phonologique. Il serait donc également constitué d'un espace de stockage ainsi que d'une boucle de répétition (pour plus de détails, voir Baddeley, 1992).

Par la suite, dans chaque partie de ce chapitre, nous mettrons en évidence le rôle de la mémoire de travail, ce qui nous permettra d'identifier les activités qui pourraient être affectées par un déficit à ce niveau.

Notons que pour le didacticien Matheron (2010), les travaux menés en sciences cognitives sur la mémoire (notamment ceux de Baddeley) ont leurs limites et ne peuvent être transposés tels quels dans un contexte scolaire. En effet, dans ces études, les objets à mémoriser sont décontextualisés et la mémoire est considérée comme inhérente à l'individu. Or, selon Matheron (2010), le processus de

mémorisation d'un savoir est un phénomène de nature sociale et il est nécessaire de tenir compte de l'institution dans laquelle se déroule l'activité. Un symbole, une notation ou encore une figure géométrique imposés par une institution n'évoqueront de rappel mémoriel que pour ceux qui les ont rencontrés, par exemple.

Dans sa thèse, Matheron (2000) développe, dans le cadre de la théorie anthropologique du didactique, un modèle de la mémoire pour l'étude des mathématiques adapté au contexte de la classe. Il distingue, au sein de ce modèle, trois types de mémoires. La mémoire pratique est celle dont se sert une personne pour effectuer une tâche mathématique, qui permet de reproduire des gestes appris antérieurement. Par exemple, lorsqu'un élève résout une équation du second degré, il écrit :

$$\frac{2 - \sqrt{16}}{2} = -\frac{2}{2} = -1$$

Ce raisonnement nécessite l'exploration de différentes couches de mémoire pratique : celle relative à la mémoire de résolution d'une équation du second degré mais aussi la mémoire du calcul d'une racine carrée, d'une soustraction, ... Le savoir mathématique lui-même constitue un deuxième type de mémoire, collective cette fois : la mémoire du savoir. En effet, chaque objet de savoir porte en lui la trace des choix institutionnels qui ont marqué son histoire et au cours desquels se sont formés des consensus dans la communauté des mathématiciens. Un dernier type de mémoire est mis en évidence dans le modèle de Matheron : la mémoire ostensive. Cette mémoire est donnée à voir de façon délibérée par un individu ou une institution. Son ostension peut être réalisée à l'aide de différents registres perceptifs (gestuel, langagier, graphique, ...) et permet que soient mis en exergue, rappelés ou oubliés certains souvenirs. Lors de moments d'institutionnalisation, par exemple, le professeur va mettre en évidence les pratiques du savoir qui sont attendues et qu'il faut donc apprendre mais également décider d'oublier volontairement certains éléments qui ont contribué à l'élaboration du savoir.

Nous ne développerons par cet aspect dans la suite de la thèse mais, pour la poursuite du travail à long terme, il serait nécessaire de tenir compte de ce modèle. Soulignons également que la prise en compte des différentes institutions est fondamentale. Or, celles-ci ne sont pas toujours bien définies et identifiées (en ce qui concerne les interventions réalisées par l'orthophoniste, par exemple).

2.3.3. Habiletés visuo-spatiales

De nombreuses activités mathématiques mettent en jeu des habiletés spatiales (Geary & Hoard, 2005). C'est le cas notamment des activités de dénombrement, de celles faisant intervenir l'écriture positionnelle en base 10, des opérations posées, ... Un trouble visuo-spatial pourrait donc compromettre leur résolution.

Dans les modèles récents de la cognition numérique, en particulier dans le modèle du triple code de Dehaene (1992), l'impact des habiletés visuo-spatiales sur les activités numériques est encore plus profond. En effet, dans ces modèles, les représentations numériques sont traduites spatialement suivant une ligne numérique mentale. Cette association systématique entre nombre et espace, appelée effet SNARC (Spatial-Numerical Association of Response Code) a été montré pour la première fois par Dehaene, Bossini, et Giraux en 1993. Dans leur étude, ils ont proposé à des sujets une tâche de jugement de parité. Les participants devaient appuyer sur un bouton situé sous leur main gauche si

un nombre pair leur était présenté ou sur un autre bouton situé sous leur main droite dans le cas d'un nombre impair (ou inversement). Les auteurs ont alors remarqué que les sujets répondaient plus rapidement aux petits nombres avec la main gauche et aux grands nombres avec leur main droite. Des expériences de ce type ont été reproduites de nombreuses fois avec différentes tâches et sous différentes conditions (voir de Hevia, Vallar, et Girelli, 2008 pour une revue). Les propriétés spatiales des représentations numériques semblent émerger durant les premières années de scolarité et seraient influencées par certaines habitudes culturelles, notamment par le sens de lecture. Le sens de la ligne numérique s'inverse chez les populations arabes, par exemple (voir également de Hevia et al., 2008 pour une revue).

Ce phénomène suggère donc que l'accès aux représentations numériques contient une certaine information spatiale. Un trouble visuo-spatial affecterait donc ces représentations, se répercutant sur l'ensemble des activités arithmétiques (Institut national de la santé et de la recherche médicale (Inserm), 2007). Le lien entre nombre et espace semble également confirmé en neuropsychologie, de nombreuses études suggérant l'existence d'un substrat neural commun aux représentations numériques et spatiales (Hubbard, Piazza, Pinel, & Dehaene, 2005).

2.3.4. Gnosies digitales

L'utilisation des doigts comme aide au comptage est courante dans de nombreuses sociétés, chez les enfants mais aussi chez les plus grands. Différentes études ont, par ailleurs, montré l'existence d'une relation entre représentations des doigts et représentations numériques. Ce lien a d'abord été mis en évidence dans les travaux concernant le syndrome de Gerstmann (Gerstmann, 1940) caractérisé par des difficultés en arithmétiques et une agnosie digitale (pouvant être définie comme « un trouble de la reconnaissance et de l'orientation des doigts » (Marinthe, Fayol et Barrouillet, 2005, p.255)) ainsi que par des troubles de l'orientation gauche/droite et de la coordination des gestes lors de l'écriture. Par la suite, Kinsbourne & Warrington (1963) ont reporté les cas d'enfants nés avec une agnosie digitale et présentant de grandes difficultés à résoudre de simples opérations. D'autres chercheurs (comme Rourke, 1993) ont montré que les enfants présentant des difficultés en arithmétiques (mais pas en langage) manifestaient plus souvent des déficits au niveau perceptivo-tactile.

Ces éléments suggèrent donc l'existence d'un lien de corrélation entre les deux types de représentation (digitale et numérique). Cette relation pourrait être liée à la proximité des aires cérébrales impliquées dans le traitement des nombres et dans l'intégration perceptive (Marinthe et al., 2005). Une autre hypothèse repose sur l'existence d'une relation fonctionnelle entre ces représentations. Pour Fayol, Marinthe & Barrouillet (2004), le comptage sur les doigts consisterait en une étape essentielle dans le développement des compétences numériques. Les difficultés arithmétiques rencontrées par certains enfants pourraient donc trouver leurs origines dans une agnosie digitale. Les travaux menés par cette même équipe (Marinthe, Fayol, & Barrouillet, 1999) ont tenté de confirmer cette hypothèse et ont montré que les capacités perceptivo-tactiles (gnosies digitales, discrimination digitale, ...) mesurées à l'âge de 5 ans permettaient de mieux prédire les performances en calcul (trois ans plus tard) que le niveau de développement intellectuel.

2.4. Représentations du nombre

Dans cette partie, nous présenterons les différentes théories relatives à la nature des représentations de la magnitude du nombre. Selon les chercheurs, celle-ci pourrait être analogique ou décimale. Nous présenterons également un modèle développemental dans lequel ces deux types de représentations coexistent.

2.4.1. Représentation analogique

Comme nous l'avons vu précédemment, dans les études menées sur les nourrissons, la numérosité est toujours dépendante de variables physiques continues comme la surface occupée, la longueur des contours, ... Les propriétés (numériques ou perceptives) qui influencent le comportement des bébés sont donc difficiles à déterminer. En revanche, les facteurs perceptifs n'entrent plus en jeu dans des tâches de comparaison de nombres symboliques (verbaux ou en chiffres arabes). Pourtant, même dans ce type de tâche les temps de réponse semblent être affectés par la taille des nombres (plus les nombres sont petits, plus la comparaison est rapide) ainsi que par la distance entre ceux-ci (plus la distance est grande, plus la comparaison est longue). Ces effets de taille et de distance suggèrent une représentation du nombre sous forme d'un continuum analogique (voir (Noël, 2005a) pour une revue). Il existe différentes conceptions analogiques de la représentation du nombre, développées principalement dans le domaine des sciences cognitives. Pour Gallistel et Gelman (1992), le mécanisme permettant à l'enfant d'appréhender les quantités s'apparente à un accumulateur. Chaque stimulus déclencherait l'ouverture d'une vanne qui transmettrait une certaine quantité d'énergie à un accumulateur. Celui-ci se remplit donc à chaque ouverture de la vanne. La somme des impulsions transmises constitue alors une représentation de la quantité. Cette représentation est approximative car chaque ouverture de la vanne ne transmet pas exactement la même quantité d'énergie. C'est cette variation qui permettrait d'expliquer les effets de taille et de distances cités précédemment. En effet, si des nombres sont fort éloignés, la comparaison ne risque pas d'être influencée par la variabilité des représentations contrairement à des nombres proches. De plus, plus les nombres sont grands, plus l'effet de variabilité est important ce qui entraîne un plus grand risque de confusion. La seconde conception analogique du nombre est celle de la ligne numérique, proposée entre autres par Dehaene (1992). Selon ce modèle, les quantités seraient représentées sous forme d'une ligne numérique, orientée de gauche à droite et comprimée pour les grands nombres (ce qui expliquerait l'effet de taille).

2.4.2. Représentation décimale

Pour d'autres, les quantités seraient plutôt représentées de façon décimale (comme dans le modèle de McCloskey, Caramazza, et Basili, 1985). En effet, il a été montré (Nuerk, Weger, & Willmes, 2001) que la comparaison de paires de nombres incompatibles (c'est-à-dire lorsque le chiffre des dizaines du premier nombre est plus petit /plus grand que celui du deuxième nombre alors que c'est l'inverse pour le chiffre des unités, comme c'est le cas pour 64 et 48, par exemple) est plus longue que pour les paires compatibles. Ces résultats suggèrent donc qu'une représentation dizaine/unités intervient donc dans la comparaison. Une modélisation du développement de telles représentations a été proposée par Fuson et ses collaborateurs (1997). Ce modèle décrit cinq conceptions différentes des nombres à deux chiffres (voir Figure 13).

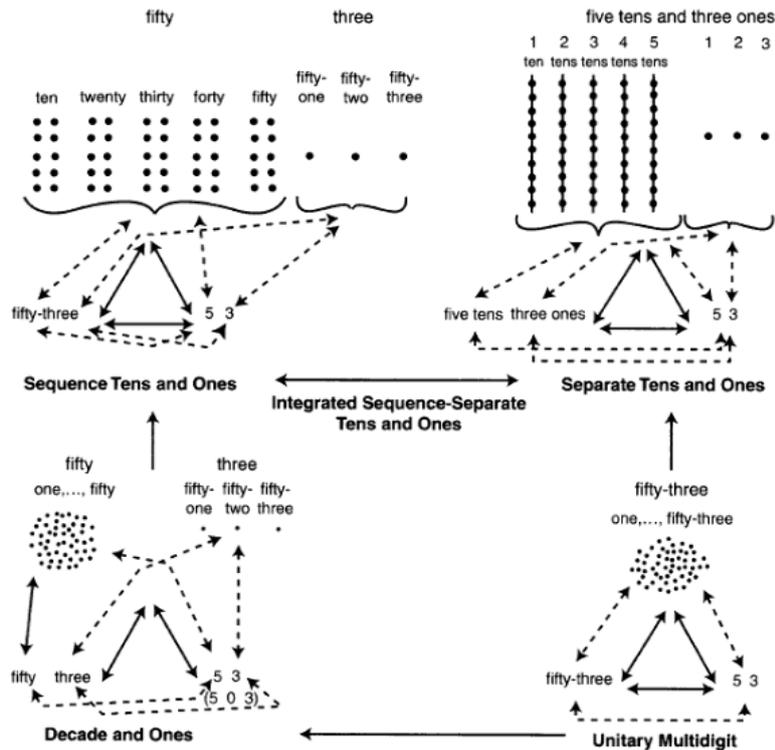


Figure 13 : Modèle conceptuel développemental des nombres à deux chiffres (Fuson et al., 1997, p.139)

La conception la plus primaire (conception unitaire) consiste à associer au nombre la quantité correspondante comme il a été fait pour les nombres inférieurs à dix. Avec l'apprentissage des mots-nombres et de leurs lois de composition, l'enfant parvient progressivement à identifier deux parties dans le nombre (partie décimale et unités). Une seconde conception apparaît alors : la conception « dizaines et unités ». C'est cette conception qui serait à l'origine d'erreurs de transcodage du type « 308 » pour « trente-huit » (les chiffres 30 et 8 sont concaténés comme le sont les mots correspondants). Les dizaines sont ensuite perçues comme des groupes de dix (conception « dizaines séparées et unités »). Notons que cette conception n'est pas facilitée par notre système de numération orale car la base dix n'y est pas explicite. A un niveau d'abstraction supérieur, la dizaine ne sera plus vue comme un groupe de dix mais comme une unité d'ordre supérieur. La conception la plus aboutie est atteinte lorsque des liens bidirectionnels peuvent être établis entre les différents niveaux de conception (conception « intégrée des dizaines séparées et unités »).

Les éléments suivants seront donc à prendre en compte dans la construction de notre grille d'analyse pour l'étude des tests destinés à évaluer les compétences numériques de base :

- ⋮ - Comment sont évaluées les représentations (comparaison symbolique, comparaison de collections, ligne numérique mentale, ...) ?
- La représentation décimale est-elle évaluée ? Si oui, comment ?
- ⋮ - Les variables perceptives des tâches de comparaison de collections sont-elles contrôlées ?

2.5. Procédures de quantification

Dans cette section, nous présenterons les différentes procédures qui permettent de quantifier une collection. Il existe trois procédures différentes : le subitizing qui permet une quantification

extrêmement rapide mais limitée à de très petites quantités, l'estimation qui permet la quantification rapide de grandes quantités mais de façon approximative et enfin le dénombrement, qui est utilisé pour déterminer une grande quantité de façon exacte.

2.5.1. Subitizing

Introduit par Kaufman, Lord, Reese, et Volkman en 1949), le subitizing désigne un processus de perception quasi-instantanée et adéquate de la numérosité de petites collections. On considère généralement (Pesenti & Rousselle, 2005) que la limite du subitizing se situe à 3 ou 4 éléments. Au-delà de cette limite, on observe, lors de tâches de quantification, une augmentation du temps de réaction et une chute des performances (comme, par exemple, sur la Figure 14, Chi et Klahr, 1975) suggérant l'emploi d'un autre processus de quantification pour les collections supérieures à 4 : le dénombrement. Cette tendance est observée à la fois chez les adultes et chez les enfants à partir de 5-6 ans, ceux-ci étant un peu plus lents.

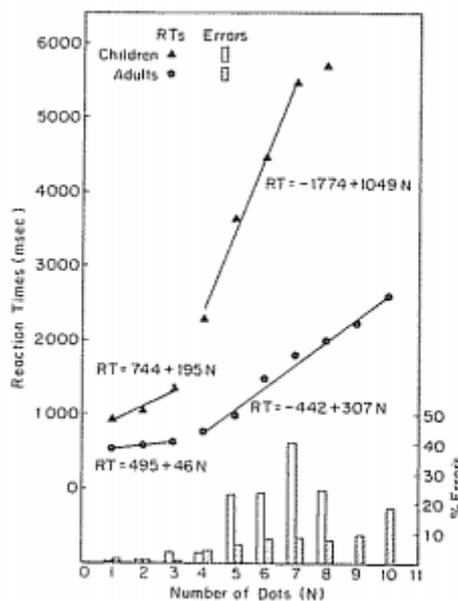


Figure 14 : Temps de réaction et pourcentage d'erreur en fonction du nombre de points (Chi & Klahr, 1975, p.436)

Les capacités de discrimination des petites quantités mises en évidence chez les bébés (en relation avec le système numérique précis, voir ci-dessus) pourraient être les prémisses du subitizing, celui-ci n'apparaissant que plus tard, lorsque l'enfant est capable d'associer les mots-nombres aux quantités correspondantes (Lecointre, Lépine, & Camos, 2011).

Les études menées sur certaines populations pathologiques suggèrent que le subitizing serait « un processus de récupération directe en mémoire de la quantité d'une collection appréhendée par une seule focalisation attentionnelle » Lecointre et al. (2011, p.67). Pour que les configurations puissent être reconnues, la trace en mémoire doit donc être suffisamment forte. Les enfants étant confrontés plus fréquemment aux petites quantités et celles-ci ayant des configurations plus facilement reconnaissables et conventionnelles (un point pour 1, une ligne pour 2, un triangle pour 3, voir Mandler et Shebo, 1982), cela expliquerait pourquoi la limite du subitizing se situe aux alentours de 3. Concernant le type d'associations effectuées, il existe différentes hypothèses. Pour Von Glasersfeld

(1982), il s'agirait d'une association entre une configuration spatiale et une dénomination verbale ne nécessitant pas de connaissance numérique préalable. Le subitizing se développerait donc indépendamment du dénombrement. En revanche, pour les psychologues développementaux Peterson et Simon (2000) c'est justement le dénombrement qui va permettre de renforcer la trace mnésique entre configuration spatiale et quantité. D'après leur modèle, une quantité rencontrée pour la première fois va être dénombrée, ce qui va créer un lien entre le pattern et la quantité en mémoire. Ce lien se renforcera suffisamment pour les petites quantités de sorte qu'elles ne devront plus être dénombrées mais pourront être directement récupérées en mémoire.

Le subitizing serait également lié à des mécanismes pré-attentionnels comme le suggèrent Trick et Pylyshyn (1993). Selon eux, nous posséderions un certain nombre de pointeurs attentionnels (appelés FINST, FINgers of INSTantiation) activés lors de l'analyse visuelle d'un ensemble d'objets. Pour des collections dont le nombre d'objets est supérieur au nombre de pointeurs (qui seraient de 4 chez les adultes), des déplacements attentionnels ainsi que le maintien en mémoire des éléments déjà pointés seraient nécessaires pour que tous les éléments puissent être pris en compte. En revanche, pour les petites collections ne dépassant pas le nombre de pointeurs (et à condition que les objets soient facilement distinguables), la quantité correspond simplement au nombre de pointeurs utilisés. Selon cette hypothèse, la limite du subitizing serait donc structurelle et correspondrait au nombre de pointeurs disponibles.

Outre les capacités innées identifiées chez les bébés, les difficultés attentionnelles ou de récupération en mémoire à long terme pourraient donc expliquer une étendue de subitizing réduite ou encore un temps de réaction plus long que la normale.

Les éléments suivants seront donc à prendre en compte dans la construction de notre grille d'analyse pour l'étude des tests destinés à évaluer les compétences numériques de base :

- l'empan de subitizing est-il évalué ? Comment ?

2.5.2. Estimation

L'estimation globale est le processus utilisé lorsque la collection à quantifier comporte beaucoup d'éléments ou encore lorsque celle-ci est présentée de façon trop brève pour que soit mis en place une stratégie de dénombrement (Pesenti & Rousselle, 2005). Les tâches d'estimation nécessitant la connaissance des noms de nombres non maîtrisés par les jeunes enfants, les expériences qui se sont intéressées à cette procédure ont privilégié des tâches de comparaison, ne faisant pas intervenir de telles connaissances linguistiques concernant les nombres. Comme nous l'avons vu précédemment dans la section dédiée aux représentations du nombre, ce type de tâche est caractérisé par deux effets :

- Effet distance : Plus les quantités sont proches plus elles sont difficiles à comparer (il sera plus facile de comparer des collections de 2 et 5 éléments que des collections de 4 et 5 éléments).
- Effet de taille : Il est plus facile de comparer des collections de petite taille (de 5 et 6 éléments, par exemple) que de grande taille (de 25 et 26 éléments).

Par conséquent, plus le rapport entre 2 quantités sera proche de 1, plus il sera difficile de les comparer. L'étude transversale de Halberda et Feigenson (2008) a permis de montrer que l'acuité numérique va devenir de plus en plus fine au cours du développement de l'enfant. En effet, un enfant de 3 ans peut

distinguer des quantités dont le rapport est de $\frac{3}{4}$ alors qu'à 6 ans, ce rapport passe à $\frac{5}{6}$. Le ratio de discrimination de l'adulte est, quant à lui, d'environ $\frac{10}{11}$.

Un autre type de tâche est utilisé pour évaluer la précision des estimations et se base sur la conception analogique des représentations du nombre : il s'agit du placement d'une quantité sur une ligne numérique. Les études utilisant ce type de tâche (voir par exemple Siegler et Booth, 2004) ont montré que les enfants passent d'une organisation logarithmique (surévaluation des petites quantités par rapport aux grandes) à une organisation linéaire et donc une représentation plus précise entre 6 et 8 ans (voir Figure 15).

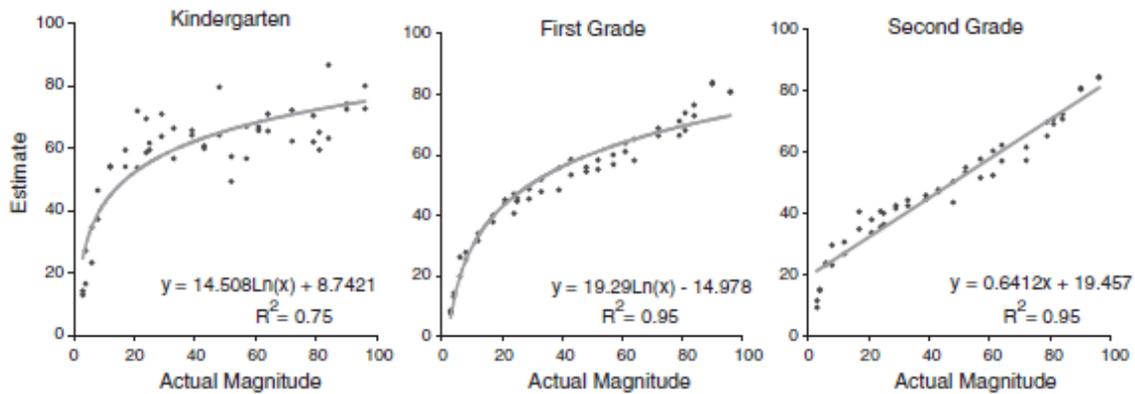


Figure 15 : Evolution de la précision des estimations (Siegler & Booth, 2004, p.433)

Comme nous l'avons vu précédemment (voir la section sur les compétences numériques précoces), ce sens approximatif des grandes quantités serait inné. Au cours du développement de l'enfant, ses estimations vont se préciser mais cette évolution serait également le fruit de l'éducation (Piazza, Pica, Izard, Spelke, et Dehaene, 2013)

La façon dont sont disposés les éléments dans l'espace va également influencer notre jugement de numérosité. Par exemple, des points dispersés vont paraître plus nombreux que des points groupés, un arrangement régulier sera surestimé contrairement à un arrangement irrégulier, ... (voir Pesenti et Rousselle, 2005, pour une revue complète). Le système perceptif semble donc jouer un rôle primordial dans l'estimation de quantités. Dès lors, différents modèles ont été proposés. Selon Van Oeffelen et Vos (1984), les points proches se regroupent en agglomérations dont les contours vont définir des petites surfaces (voir Figure 16). L'estimation ne reposerait pas sur la numérosité réelle mais sur la somme de ces surfaces.

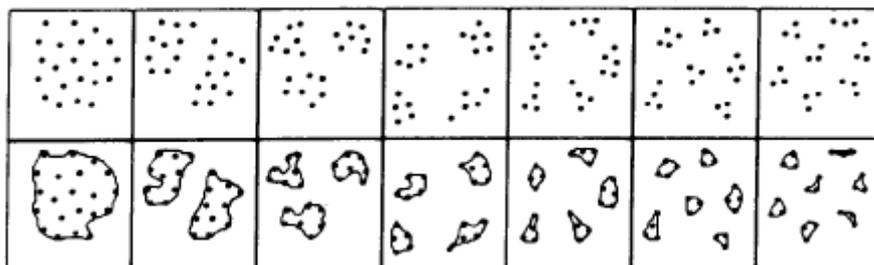


Figure 16 : Perception d'une collection de 21 points selon le modèle de (Van Oeffelen & Vos, 1984, p.608)

Un second modèle, proposé par Allik et Tuulmets (1991) suggère que chaque objet de la collection active une zone circulaire dont il est le centre. L'estimation s'appuie alors sur la somme des zones activées. Plus les points sont proches, plus les zones activées ont de chances de se recouvrir. La surface totale des zones activées est donc réduite ce qui explique, par exemple, que des arrangements groupés soient sous-estimés contrairement à des arrangements dispersés.

Les éléments suivants seront donc à prendre en compte dans la construction de notre grille d'analyse pour l'étude des tests destinés à évaluer les compétences numériques de base :

- L'acuité numérique est-elle évaluée ?
- L'organisation de la ligne numérique est-elle évaluée ?
- Est-ce qu'on regarde l'influence des configurations spatiales ?

2.5.3. Dénombrement

Comme nous l'avons vu précédemment, l'estimation et le subitizing ne suffisent pas pour quantifier de façon exacte une collection de plus de 4 éléments. Une autre procédure est donc nécessaire : le dénombrement.

Cette procédure est gouvernée par 5 principes (Gelman & Gallistel, 1986) :

- Correspondance terme à terme : A chaque élément correspond une seule étiquette, qu'elle soit conventionnelle (mot-nombre) ou non.
- Ordre stable : La séquence des étiquettes employée est la même pour chaque dénombrement.
- Cardinalité : L'étiquette correspondant au dernier élément compté représente la cardinalité de la collection.
- Abstraction : La procédure peut être utilisée indépendamment de la nature des éléments constituant la collection.
- Non pertinence de l'ordre : Le résultat du dénombrement ne dépend pas de l'ordre du comptage.

Bien que ces principes soient largement admis, deux points de vue théoriques s'opposent quant à leur acquisition. Selon la théorie des « principes en premier », défendue notamment par Gelman et Gallistel, les trois premiers principes seraient innés et serviraient de base à l'apprentissage du comptage. Cependant, ils ne seraient pas toujours applicables dans des tâches de niveau trop élevé (par exemple si l'enfant n'a pas mémorisé assez de mots-nombres, il sera incapable de réaliser une tâche de dénombrement même s'il en comprend les principes). En revanche, pour les partisans de la théorie des « principes-après », les principes du dénombrement résulteraient des apprentissages et ne seraient donc pas innés (Fuson, 1988). C'est en répétant des procédures de dénombrement (dans un premier temps, acquises par imitation), que l'enfant va en découvrir les règles

Le dénombrement fait intervenir deux composantes : l'une verbale (énonciation de la chaîne numérique) et l'autre visuelle ou manuelle (pointage). Ces deux composantes doivent être coordonnées afin de réaliser un dénombrement correct. Des difficultés de coordination visuo-motrice ou une maîtrise insuffisante de la chaîne numérique peuvent donc expliquer des erreurs lors du dénombrement de collections. De plus, la justesse de celui-ci est fortement influencée par la configuration spatiale des éléments constituant la collection. Par exemple, le maintien en mémoire

des éléments déjà pris en compte dans le dénombrement sera plus facile pour des arrangements réguliers que pour des arrangements aléatoires (Pesenti & Rousselle, 2005).

En ce qui concerne les stratégies de résolution de tâches de dénombrement, on observe une évolution au cours du développement de l'enfant. (Camos, 2003) a relevé 6 stratégies utilisées dans ce type de tâche :

- un par un : utilisation de la chaîne numérique classique
- n par n : comptage par pas de n, avec n compris entre 2 et 6
- addition : division de la collection en petits groupes et addition des cardinaux obtenus
- multiplication : division de la collection en groupes de même taille et multiplication du cardinal par le nombre de groupes
- estimation
- « je ne sais pas »

Le type de stratégie employé varie avec l'âge. Les plus jeunes enfants vont utiliser principalement le comptage un à un. De nouvelles stratégies vont apparaître avec l'acquisition de nouvelles connaissances concernant le nombre. Le comptage par pas de n commence à être utilisé vers 7 ans mais ne deviendra la stratégie dominante qu'après 11 ans (temps nécessaire à l'automatisation des chaînes verbales). Les stratégies d'addition et de multiplications, quant à elles, apparaissent relativement tard et sont peu employées (probablement car ces procédures sont d'abord utilisées dans la résolution de problème et non pour le dénombrement).

Les éléments suivants seront donc à prendre en compte dans la construction de notre grille d'analyse pour l'étude des tests destinés à évaluer les compétences numériques de base :

- Les principes de Gelman et Gallistel sont-ils évalués ?
- Les deux composantes du dénombrement (chaîne numérique) et pointage sont évaluées séparément ? Et leur coordination ?
- Quel type de configuration spatiale est utilisé ?
- Est-ce qu'on tient compte des stratégies utilisées ?

2.6. Transcodage

Comme nous l'avons vu dans l'état de l'ART en didactique des mathématiques, il existe différents codes numériques : le code verbal oral et code écrit en chiffres arabes. Ces deux types de représentations possèdent chacune leurs caractéristiques et ne sont pas structurées de la même façon (contrairement au système de représentation verbal, le système écrit repose sur une notation positionnelle en base 10).

Selon Noël (2005b), l'utilisation du code verbal apparaît chez l'enfant de façon très précoce vers 2 ans et demi mais la maîtrise de la suite des nombres de 1 à 20 ne sera assurée que vers 6 ans. Concernant le code écrit, il apparaît plus tardivement. Une tâche de distinction de chiffres parmi d'autres caractères serait globalement réussie vers 5 ans. Le passage d'un code à l'autre, autrement dit, le transcodage, se met en place progressivement entre 5 et 9 ans (le transcodage d'unités simples serait maîtrisé à 6 ans et le transcodage de structures à 2 chiffres aux alentours de 7 ans).

De nombreuses études en neuropsychologie se sont intéressées aux mécanismes cognitifs sous-tendant le transcodage et ont contribué à l'émergence de différents modèles explicatifs (Saad, 2010).

Ceux-ci peuvent être classés en deux catégories : les modèles sémantiques et les modèles asémantiques. Les modèles appartenant à la première catégorie supposent que toute activité de transcodage nécessite le passage par une représentation sémantique de la quantité. C'est le cas du modèle de McCloskey (1985, voir section précédente). En revanche, dans les modèles asémantiques, le passage d'un code à l'autre est rendu possible grâce à l'application de règles d'écriture et sans forcément avoir recours à une représentation de la quantité correspondante. Le modèle ADAPT (A Developmental, Asemantic and Procedural Transcoding model) de Barrouillet, Camos, Perruchet, & Seron (2004) appartient à cette dernière catégorie. Il s'agit d'un modèle de transcodage (du code oral vers le code écrit) développemental et procédural qui fonctionne de la façon suivante :

Lorsqu'on entend une séquence verbale correspondant à un nombre, celle-ci est encodée et stockée sous forme phonologique dans une mémoire tampon. Si cette séquence correspond à une unité représentationnelle stockée dans la mémoire à long terme alors sa forme chiffrée est récupérée directement. Sinon la séquence verbale est soumise à un algorithme de transcodage : elle est découpée en unités qui seront traitées séquentiellement par le système de production. La chaîne chiffrée construite est alors transformée en production écrite par des procédures grapho-motrices (voir Barrouillet et al., 2004 et Saad, 2010 pour plus de détail). Par exemple, la transcription de la séquence verbale « deux cent cinquante-trois » se déroule comme ceci : si elle n'est pas disponible en mémoire à long terme, la chaîne va être découpée de part et d'autre du séparateur « cent ». La présence de chaque sous-chaîne en mémoire va, ensuite, être testée. Si ces formes sont disponibles, alors la chaîne numérique correspondante peut alors être produite. Sinon, la sous-chaîne est découpée jusqu'à ce que les primitives lexicales soient identifiées.

Ce modèle est évolutif car les procédures vont se développer par analogie. En effet, si l'enfant a acquis les procédures permettant de transcoder « quarante-trois », il pourra les utiliser pour le transcodage de « quarante-six ». Le lexique va également s'enrichir au cours du temps. Les nombres inférieurs à cent vont progressivement donner lieu à une récupération directe en mémoire à long terme, allégeant ainsi la charge cognitive liée au transcodage.

Dans ce modèle, le rôle de la mémoire de travail est donc primordial puisque le processus nécessite un maintien temporaire de la séquence verbale ainsi qu'un traitement de celle-ci ainsi que la récupération d'information en mémoire à long terme.

Les éléments suivants seront donc à prendre en compte dans la construction de notre grille d'analyse pour l'étude des tests destinés à évaluer les compétences numériques de base :

- La compréhension du code verbal/écrit en chiffres arabe est-elle évaluée de façon indépendante ? Comment ?
- Le transcodage est-il évalué ? Avec quel code initial ?

2.7. Calcul

Depuis les années 70, de nombreux chercheurs se sont intéressés à la résolution d'opérations arithmétiques ainsi qu'aux processus impliqués dans ce type de tâche (voir Barrouillet & Camos, 2006 ou Gandini et Lemaire, 2005 pour une revue complète). Comme nous l'avons vu au début de ce chapitre, certains postulent l'existence précoce d'une compréhension intuitive des opérations (Wynn, 1992). Cependant, cette position n'est pas universellement acceptée. En revanche, il est

communément admis que les enfants savent résoudre des problèmes arithmétiques simples grâce au dénombrement et cela avant tout apprentissage formel (Barrouillet & Camos, 2006).

En ce qui concerne les additions, on retient généralement 5 classes de stratégies (Siegler, 1987) :

- Utilisation d'objets
- Comptage sur les doigts
- Comptage verbal
- Décomposition
- Récupération directe en mémoire à long terme

Les stratégies les plus fréquemment utilisées sont, au départ, les stratégies de comptage (d'abord en utilisant un support matériel puis sur les doigts). Ces stratégies vont être progressivement intériorisées pour faire place à des stratégies de comptage verbal puis de récupération (Barrouillet & Camos, 2006).

2.7.1. Modèle de Siegler

Cependant, l'observation d'enfants procédant à la résolution d'une série d'addition, montre que ceux-ci utilisent plusieurs stratégies différentes à un même niveau de développement (il y a donc coexistence de différentes stratégies) et que la fréquence d'utilisation de chacune varie avec l'âge. Afin de correspondre au mieux à ces observations, les modèles développementaux en stades (voir par exemple le *min model* de Groen & Parkman, 1972) ont été remplacés par le modèle développemental à vagues superposées de Siegler (1996). Selon cette théorie, illustrée par la Figure 17, au cours du développement de l'enfant, la fréquence d'utilisation des stratégies varie suivant des courbes qui ont la forme de vagues et de nouvelles stratégies apparaissent. Il existe de larges recouvrements entre les courbes de fréquence ce qui signifie qu'à un moment donné, plusieurs stratégies peuvent être utilisées pour résoudre un certain problème.

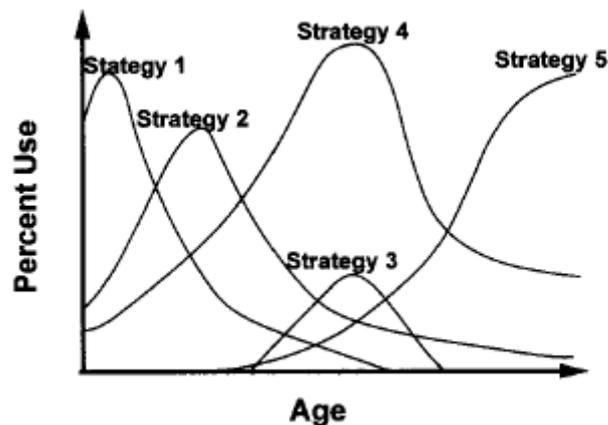


Figure 17 : Modèle à vagues superposées (Shrager & Siegler, 1998, p.406)

La question qui se pose alors est la suivante : Pourquoi et comment une stratégie est-elle sélectionnée pour résoudre un problème en particulier ? Différents modèles ont été élaborés pour répondre à cette question. Le plus abouti est celui de Shrager et Siegler (1998) : le SCADS (Strategy Choice And Discovery Simulation). Ce modèle permet à la fois de rendre compte de l'évolution des stratégies et la découverte de nouvelles. Pour cela, il inclut des mécanismes d'apprentissage associatifs ainsi que des mécanismes métacognitifs. Son fonctionnement est décrit dans le paragraphe suivant.

D'après ce modèle, à chaque fois que l'enfant rencontre un problème, il crée des associations entre ce problème et la réponse mais également entre le problème et la stratégie. Ces associations vont favoriser la mémorisation des résultats fréquemment rencontrés et guider les choix stratégiques de l'enfant (il choisira, en fonction du type de problème, la stratégie la plus efficace en termes de précision et de vitesse d'exécution). Lorsqu'une stratégie est peu utilisée, l'enfant devra mobiliser des ressources attentionnelles importantes pour que celle-ci puisse être menée à bien. Plus cette stratégie sera employée, plus l'enfant la maîtrisera et les ressources attentionnelles libérées pourront alors être utilisées pour la découverte de nouvelles stratégies. Toujours selon ce modèle, l'émergence de nouvelles stratégies se fait grâce à la suppression d'opérations redondantes dans les stratégies existantes ou en modifiant l'ordre d'exécution des opérations. Ces nouvelles stratégies sont ensuite évaluées et filtrées pour assurer leur validité.

2.7.2. Variables influençant la sélection stratégique

L'influence de certaines variables sur la sélection stratégique a également été étudiée. Deux types de variables ont été mises en évidence (Ménissier, 2003). La première catégorie concerne les caractéristiques du problème (variables intrinsèques) comme la taille des opérands, leur écart, ... Siegler (1987) a montré que certains types de problèmes (dans ce cas, des additions présentées à l'oral et sans contrainte au niveau du temps de réponse) donneront lieu à une utilisation plus fréquente de certaines stratégies. Cette association dépend non seulement de l'efficacité d'une stratégie pour une catégorie de problèmes mais également des conditions d'utilisation des autres stratégies. Par exemple, la stratégie du minimum sera plus fréquemment utilisée lorsque le carré de la somme des opérands sera élevé et non lorsque l'un des termes est très petit, alors qu'il s'agit d'une stratégie très efficace pour résoudre ce type de problème. Cela peut s'expliquer par l'utilisation de la récupération en mémoire des résultats d'additions dont l'un des termes est petit mais également dont le carré de la somme est faible. Ces deux effets combinés ont pour effet une utilisation plus fréquente de la stratégie du minimum lorsque le carré de la somme des opérands est élevé. De même, Siegler (1987) constate que la stratégie consistant à recompter le tout est plus souvent utilisée lorsque la différence entre les opérands est faible (probablement car lorsque la différence est élevée, c'est la stratégie du minimum qui est utilisée). La seconde catégorie de variable englobe les caractéristiques de la situation (variables extrinsèques). En effet, les conditions dans lesquelles l'enfant doit opérer vont également influencer les stratégies (Gandini & Lemaire, 2005) : un enfant devant donner une réponse très rapidement utilisera plutôt la récupération tandis qu'un enfant bénéficiant d'un temps de réflexion plus long favorisera les stratégies avec aide externe afin de s'assurer de la précision de sa réponse.

Notons également que les pratiques pédagogiques et culturelles semblent également influencer la sélection stratégique. En effet, de nombreuses études (voir (Pierre Barrouillet & Camos, 2006), pour une revue) ont montré des différences internationales importantes en ce qui concerne la résolution d'opérations. Les enfants français sont, par exemple, plus rapides en résolution de multiplications que d'addition, à l'inverse des américains. Pour (Pierre Barrouillet & Camos, 2006) cette différence pourrait s'expliquer par l'accent mis sur l'apprentissage systématique des tables de multiplication dans l'enseignement français. L'influence de l'environnement pédagogique et culturel n'est donc pas négligeable.

2.7.3. Rôle de la mémoire et des fonctions attentionnelles et exécutives

Comme nous l'avons vu précédemment, la mémoire à long terme joue un rôle important dans les activités de calcul car la récupération directe de résultats qui y sont stockés (faits arithmétiques) permet la résolution très rapide de certaines opérations. La mémoire de travail joue également un rôle clé dans ce type de tâche. La résolution de calculs complexes nécessite, par exemple, le maintien temporaire d'informations telles que les opérandes de départ (si celles-ci ne sont plus visibles), les résultats intermédiaires, ... De nombreuses études ont mis en évidence l'importance de l'administrateur central lors de la résolution de calculs mentaux chez l'adulte (Gaonac'h & Fradet, 2003). Chez l'enfant également, l'administrateur central serait impliqué dans le calcul, même les plus simples (Noël, 2005c). En effet, pour résoudre une addition comme $5+3$, l'enfant peut utiliser une procédure de comptage à partir du premier terme. Cette procédure nécessitera alors à la fois la récupération en mémoire de la chaîne numérique verbale et l'incréméntation d'un compteur mental. Cette double tâche illustre donc bien le rôle de l'administrateur central. Cependant, le rôle de chacun des composants (calepin visuo-spatial et boucle phonologique) ainsi que la nature exacte des processus impliqués ne sont pas encore bien connus.

Les activités de calcul nécessitent également la mobilisation et le maintien d'un certain degré d'attention. Deux caractéristiques des erreurs semblent significatives d'une difficulté d'attention en mathématiques (Lindsay, Tomazic, Levine, & Accardo, 1999). La première concerne le pattern des erreurs, celui-ci ayant tendance à être aléatoire, ne dépendant pas de la difficulté des calculs proposés (l'enfant échoue à des items simples alors que d'autres, plus complexes, ne lui posent pas de problèmes). La deuxième caractéristique est liée à la fréquence des erreurs qui est plus importante à la fin de l'activité.

Au niveau des fonctions exécutives, on note surtout (Cragg & Gilmore, 2014; Lemaire, 2010) l'importance de l'inhibition chez les jeunes enfants afin de supprimer des stratégies moins sophistiquées (comme le comptage sur les doigts) au profit de stratégies plus élaborées (le surcomptage par exemple). Les stratégies s'automatisant peu à peu, l'inhibition des stratégies immatures deviendra progressivement inutile. Cette fonction est également nécessaire afin d'inhiber les faits arithmétiques incorrects mais pour lesquels les opérandes et le résultat sont fortement liés (par exemple, $4+3=12$). Cette inhibition sera particulièrement importante à un certain stade du développement de l'enfant où celui-ci aura déjà mémorisé un certain nombre de faits arithmétiques mais sera toujours en acquisition de nouveaux faits.

Les éléments suivants seront donc à prendre en compte dans la construction de notre grille d'analyse pour l'étude des tests destinés à évaluer les compétences numériques de base :

- Les stratégies disponibles chez l'enfant sont-elles évaluées ? Lesquelles ? Comment ? En utilisant quelles variables intrinsèques et extrinsèques ?

2.8. Résolution de problèmes

Nous présenterons tout d'abord une classification sémantique des problèmes additifs à énoncé verbal. Ensuite, nous exposerons deux théories relatives à la nature des représentations en jeu dans la résolution de problèmes.

2.8.1. Classification sémantique

Les différentes classifications des problèmes additifs à énoncé verbal sont basées sur le fait que pour résoudre de tels problèmes, le sujet doit mobiliser des connaissances conceptuelles relatives aux accroissements, diminutions, combinaisons et comparaisons (Thévenot, Coquin, & Verschaffel, 2006). La plus complète de ces classifications est celle de Riley, Greeno et Heller (1983) car elle prend également en compte l'opération en jeu (addition ou soustraction) ainsi que la nature de l'inconnue. Ceux-ci distinguent trois catégories de problèmes permettant de classer un large éventail d'énoncés :

- les problèmes de type « changement » qui impliquent une transformation temporelle provoquant une diminution ou une augmentation d'une quantité (par exemple : « Pierre a 4 pommes. Il en cueille deux de plus. Combien en a-t-il en tout ? ») ;
- les problèmes de type « combinaison » qui impliquent la combinaison de deux quantités statiques (par exemple : « Emma a 3 pommes et Pierre en a 5. Combien ont-ils de pommes en tout ? ») ;
- les problèmes de type « comparaison » qui impliquent la comparaison de deux quantités statiques (par exemple : « Emma a 3 pommes et Pierre en a 5. Combien Pierre en a-t-il de plus ? »).

L'analyse des taux de réussite associé à chaque type de problème montre que le niveau de difficulté varie selon la catégorie sémantique (Thévenot et al., 2006), les problèmes de type « comparaison » sont plus complexes, par exemple, et que la nature de l'inconnue influence également les performances des sujets (celles-ci sont moins bonnes lorsque l'état initial est inconnu).

2.8.2. Représentations

Pour les chercheurs en sciences cognitives, la résolution d'un problème verbal passe par la construction d'une représentation de ce problème. La nature exacte de ces représentations est cependant encore incertaine. A l'heure actuelle, il existe deux théories à ce propos : la théorie des schémas et la théorie des modèles mentaux (Thévenot et al., 2006).

2.8.2.1. Théorie des schémas

Selon le modèle de Kintsch et Greeno (1985), lorsqu'un individu est face à un problème, il va isoler les informations essentielles et sélectionner un « schéma » de résolution sur base d'indices textuels. Ces schémas se construisent par l'extraction de caractéristiques invariantes lors de la confrontation répétée avec chacun des types de problèmes. Différentes structures opératoires contenant un certain nombre d'inconnues (qui seront identifiées lors de la lecture de l'énoncé) vont alors être stockées en mémoire à long terme et mobilisées en fonction du type de problème rencontré.

Par exemple, le problème de type combinaison « Pierre a 3 billes et Simon en a 8. Combien en ont-ils ensemble » va mobiliser un schéma « partie-tout », sélectionné par la présence du mot-clé « ensemble ». Les parties à réunir sont identifiées dans le problème (3 et 8 billes) et la solution est obtenue par addition de ces deux termes.

Dans ce cadre, les difficultés des enfants s'expliqueraient par l'utilisation d'un schéma inadapté au problème à résoudre.

2.8.2.2. Théorie des modèles mentaux

Pour d'autres chercheurs tels que Reusser (1988) ou Hegarty, Mayer et Monk (1995), s'appuyant sur la théorie des modèles mentaux de Johnson-Laird (1983), la représentation sous forme de schéma n'est pas la seule représentation en jeu lors de la résolution d'un problème arithmétique verbal. Le sujet construirait également une modélisation mentale de la situation décrite dans le problème. Ce modèle mental consisterait en une représentation analogique de la situation qui tiendrait compte des relations entre les différents événements et entre les différentes quantités évoquées (voir Fayol, Thevenot et Devidal, 2005, pour une revue plus complète à ce sujet).

Quel que soit le type de représentation, la mémoire à long terme ainsi que la mémoire de travail sont sollicitées. En effet, les représentations sous forme de schéma ou de modèle mental nécessitent toutes deux la mobilisation de connaissances relatives à la compréhension de la langue et de la lecture en mémoire à long terme. La théorie des schémas fait également appel au stockage de cadres préconstruits en mémoire de travail, ce qui n'est pas le cas des modèles mentaux. Dans les deux cas, le maintien d'informations en mémoire de travail est nécessaire, que ce soit de données quantitatives et de leurs relations (théorie des schémas) ou de représentations transitoires (le modèle mental se construisant progressivement au cours de la lecture). L'élaboration d'une représentation mentale analogique mobiliserait cependant des ressources attentionnelles (attention sélective) plus importantes, les informations non pertinentes pour la résolution du problème n'étant pas traitées dans la théorie des schémas. Les fonctions exécutives interviennent également dans la résolution de problèmes qui nécessite l'organisation et la mise en œuvre de stratégies appropriées. L'inhibition serait particulièrement importante dans ce cas. En effet, la résolution de problème exige la suppression de schémas automatiques mais non pertinents afin que puissent être mises en place des stratégies plus coûteuses cognitivement mais plus efficaces (Houdé, 1995).

Les performances en résolution de problèmes pourraient donc être affectées par une mauvaise maîtrise de la langue et de la lecture ainsi que par de faibles capacités en mémoire de travail. Différentes études ont d'ailleurs montré que ces deux dimensions constituent de bons prédicteurs des aptitudes en résolution de problème (voir Fayol et al., 2005, pour une revue).

A l'heure actuelle la théorie des modèles mentaux est celle qui semble le mieux rendre compte des résultats expérimentaux concernant notamment l'effet facilitateur du placement de la question en tête de l'énoncé du problème (Thevenot & Perret, 2009). Ce résultat avait d'abord été interprété dans le cadre de la théorie des schémas par Devidal, Fayol et Barrouillet (1997). Selon eux, la lecture de la question dès le début de l'énoncé permettait d'activer directement le schéma de résolution adéquat, ce qui libérerait des ressources cognitives et améliorerait ainsi les performances. Thevenot et Perret (2009) ont cependant montré que l'effet facilitateur du positionnement de la question était d'autant plus important pour les enfants faibles calculateurs ainsi que pour des problèmes difficiles, ce qui serait incompatible avec la théorie des schémas. En effet, selon cette théorie, la mobilisation du schéma de résolution adéquat est plus probable chez les bons élèves et pour des problèmes fréquemment rencontrés, ce qui est contraire aux résultats observés. La théorie des modèles mentaux permet, en revanche, d'en rendre compte. Le placement de la question au début de l'énoncé faciliterait la construction du modèle mental et serait particulièrement bénéfique pour les enfants ayant des difficultés à réaliser cette construction mentale et pour les problèmes de structure complexe. La théorie des modèles mentaux semble donc la plus pertinente compte tenu de ces résultats mais

n'exclut pas l'existence de représentations sous forme de schémas. En effet, il est vraisemblable que, face à des problèmes fréquemment rencontrés et de structure facilement identifiable, des procédures de résolutions rapides telle que la mobilisation de schémas, soient mises en place (Fayol et al., 2005).

PARTIE III
ÉTUDE DES TESTS :
ANALYSE DESCRIPTIVE ET COMPARATIVE DE TESTS DESTINÉS À ÉVALUER LES
COMPÉTENCES DE BASE EN MATHÉMATIQUES ISSUS DE LA COGNITION
NUMÉRIQUE ET DE LA DIDACTIQUE

Ce chapitre présente une analyse de tests issus de divers cadres théoriques (cognition numérique et didactique des mathématiques) et destinés à évaluer les compétences de base en mathématiques en fin de maternelle ou à l'entrée à l'école élémentaire. L'objectif est de construire, sur base de ces résultats, notre propre dispositif de repérage permettant un inventaire commun des difficultés en mathématiques. Ce chapitre est constitué de trois parties. La partie méthodologie décrit le mode de sélection des tests ainsi que la manière dont nous avons construit notre grille d'analyse (choix des critères issus des deux revues de la littérature (cognition numérique et didactique des mathématiques) précédemment effectuées et articulation de ces critères). La partie analyse présente les analyses descriptives de chacun des tests choisis. Cette analyse nous permet ainsi d'identifier les connaissances et compétences évaluées en fonction des tests. Et enfin, dans la partie résultats nous effectuons une étude comparative des tests afin de dégager les tâches et variables communes qui serviront de base à la construction de notre dispositif de repérage. Cette étude comparative nous permettra également d'identifier les tâches spécifiques aux différentes disciplines (cognition numérique et didactique des mathématiques) et les éléments qui ont été abordés dans nos revues de littérature et dont l'évaluation n'est pas prise en compte dans les tests considérés.

1. Choix des tests

Onze tests ont été choisis pour notre analyse. Cette section précise le mode de sélection de ces tests ainsi que leurs caractéristiques générales.

Les tests ont été sélectionnés sur base de deux critères : l'âge du public auquel il est destiné et la diversité théorique de l'ensemble de tests. En effet, nous avons choisi de nous concentrer sur des tests permettant l'évaluation d'enfants en fin de maternelle ou entrant à l'école fondamentale car c'est au moment des premiers apprentissages que les premiers signes de dyscalculie peuvent être détectés. Le deuxième critère concerne les cadres théoriques sur lesquels repose la conception des tests. En effet, afin d'identifier les éléments évalués en fonction des différents champs disciplinaires concernés par l'évaluation des difficultés en mathématiques (en particulier les sciences cognitives, la psychologie développementale et la didactique des mathématiques), il est nécessaire d'inclure dans notre analyse des tests issus de chacun de ces domaines. Pour cela, nous avons donc choisi des tests diagnostiques utilisés par les professionnels médicaux (notamment les orthophonistes) qui sont majoritairement issus de la cognition numérique (psychologie développementale et sciences cognitives) ainsi que des tests permettant l'évaluation de l'enfant dans un cadre scolaire élaborés sur base d'éléments issus de la didactique.

Nous nous sommes, dans un premier temps, intéressés aux tests utilisés par les professionnels médicaux et paramédicaux (psychologues, neuropsychologues et orthophonistes) dans le cadre du diagnostic de la dyscalculie. Parmi les tests les plus fréquemment utilisés en France (Lafay, St-Pierre, & Macoir, 2014) et à l'étranger (Flanagan, 2006), nous avons effectué une sélection répondant à nos deux critères (âge et diversité des fondements théoriques). Nous avons également décidé de choisir des tests variés au niveau de la forme (tests papier-crayons ou informatisés). Sept tests ont été sélectionnés :

- le Zareki-R (Dellatolas & Von Aster, 2006),
- le Woodcock-Johnson (Woodcock, Mather, & McGrew, 2007),

- l'UDN-II (Utilisation Du Nombre, Meljac & Lemmel, 1999),
- le MathEval (Heremans, 2011),
- le Tedi-Math (Van Nieuwenhoven, Grégoire, & Noël, 2001),
- l'Examath (Lafay & Helloin, 2016),
- l'ECPN (Epreuve Conceptuelles de résolution de Problèmes Numériques, de Barbot et al., 1995).

Le Zareki-R, le Woodcock-Johnson ainsi que le MathEval sont établis sur base de modèles de traitement du nombre issus des sciences cognitives. L'UDN-II, en revanche, s'appuie sur une conception piagétienne du nombre et se classe donc du côté de la psychologie développementale. A la frontière entre sciences cognitives et psychologie développementale, on retrouve le Tedi-Math, conçu à partir de la théorie piagétienne mais également des connaissances plus récentes issues des sciences cognitives. L'Examath se situe également à la frontière entre ces deux disciplines, mais s'appuie, quant à lui, sur le modèle développemental de Von Aster et Shalev (2007) et non sur celui de Piaget. Seul l'ECPN est conçu sur une base théorique issue de la didactique des mathématiques (théorie des champs conceptuels de Vergnaud, 1990a).

Dans un second temps, nous avons sélectionné une série de tests conçus par des didacticiens des mathématiques et destinés à être utilisés dans le cadre de la recherche ou dans un contexte scolaire. Ces tests permettent donc à l'enseignant ou aux chercheurs de situer les compétences des élèves à différents moments de l'année scolaire (en début d'année pour évaluer les prérequis ou en fin d'année pour évaluer les apprentissages acquis, par exemple). Les tests sélectionnés sont les suivants :

- l'évaluation du début d'année de CP du dispositif « Quatre étapes pour une évaluation continue en première partie de cycle 2 » (Salin & Briand, 1996) ;
- la prise d'information initiale CP de ERMEL (Argaud, Douaire, Emprin, Emprin-Charotte, & Gerdil-Margueron, 2016) ;
- un test des compétences numériques du programme de maternelle 2016-2017 (Gardes, 2017) ;
- l'évaluation proposée dans le cadre du projet EvalNumC2 (Grapin, Mounier, & Sayac, s. d.).

Au total, notre sélection comporte donc 11 tests. Afin de visualiser l'ensemble des champs disciplinaires balayés par notre sélection, nous reprenons le schéma de Giroux (2011) présenté dans la Partie I qui rassemble et organise les différentes disciplines s'intéressant à l'étude des difficultés en mathématiques. Nous plaçons ensuite chacun des tests choisis pour notre étude dans le schéma selon les fondements théoriques sur lesquels ils s'appuient (voir Figure 18)¹².

¹² Nous utilisons les abréviations suivantes : « WJ » pour le Woodcock-Johnson, « 4 étapes » pour le dispositif « Quatre étapes pour une évaluation continue en première partie de cycle 2 », « Test maternelle » pour le test des compétences numérique du programme de maternelle 2016-2017, « ERMEL » pour la prise d'information initiale CP de ERMEL et « EvalNumC2 » pour l'évaluation proposée dans le cadre du projet EvalNumC2.

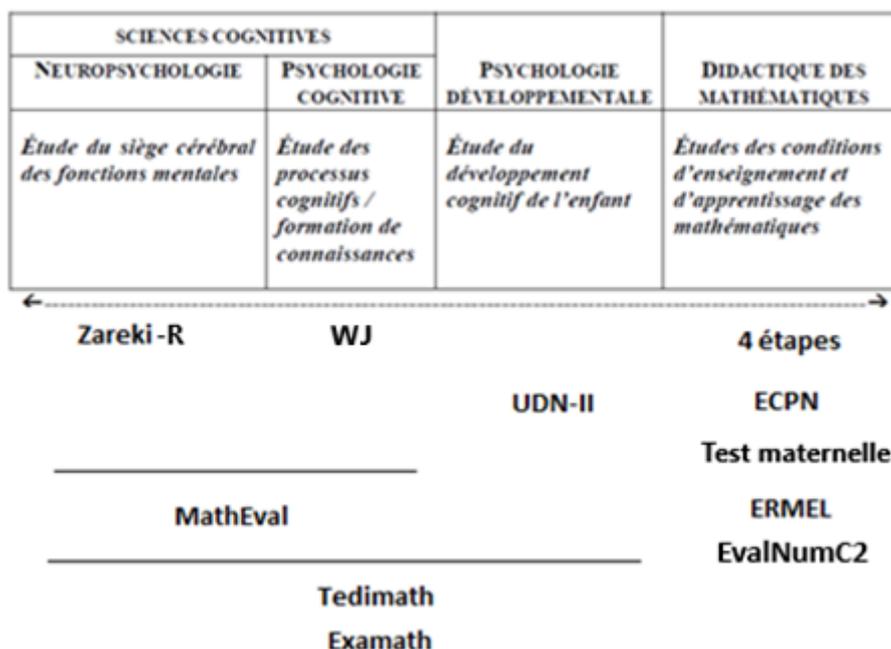


Figure 18 : Classification des tests analysés

Nous constatons que notre sélection répond bien au critère de diversité des fondements théoriques, toutes les disciplines considérées étant représentées dans notre échantillon. Par la suite, nous distinguerons essentiellement les tests issus de la cognition numérique (regroupant ceux issus des sciences cognitives et de la psychologie développementale) des tests issus de la didactique. En effet, nous voulons identifier les caractéristiques des tests utilisés par les orthophonistes et celles des tests utilisés par les enseignants. Or les orthophonistes utilisent des tests aux fondements théoriques très variés comme nous l'avons souligné plus haut. Nous regroupons donc l'ensemble de ces tests (issus des sciences cognitives, de la psychologie développementale ou même des deux disciplines), dans une même catégorie sous l'appellation « cognition numérique ».

Le Tableau 5 résume les caractéristiques générales des tests choisis : la date de conception, la langue originale, les professionnels habilités à faire passer le test, l'âge des enfants à qui est destiné le test, le type d'utilisation (en vue d'un diagnostic ou non) ainsi que le type de test (papier ou informatisé).

	Date	Pays d'origine	Langue	Professionnels à qui est destiné le test	Age des enfants concernés	Est-il utilisé pour établir un diagnostic ?	Type de test
Zareki-R	2006	Allemagne	Français + version allemande, portugaise et grecque	Prof. médicaux	6-11 ans	Oui	Papier
MathEval	2011	Belgique	Français	Prof. médicaux	4-9 ans	Oui	Info

WJ	2007	USA	Anglais	Prof. médicaux	2-99 ans	Oui	Papier
Examath	2016	France	Français	Prof. médicaux	8-15 ans	Oui	Info
Tedi-Math	2001	France et Belgique	Français + version allemande et espagnole	Prof. médicaux	4-9 ans	Oui	Papier
UDN-II	1999	France	Français	Prof. médicaux	4-11 ans	Oui	Papier
ECPN	1995	France	Français	Prof. médicaux Enseignants	4-9 ans	Oui	Papier
4 étapes	1996	France	Français	Enseignants	6 ans	Non	Papier
ERMEL	2016	France	Français	Enseignants	6 ans	Non	Papier
Maternelle	2017	France	Français	Chercheurs	6 ans	Non	Papier
EvalNumC2	2017	France	Français	Chercheurs	7 ans	Non	Papier

Tableau 5 : Caractéristiques générales des tests

Les tests choisis ont été conçus entre 1995 et 2017 en France pour la plupart. Notons cependant que le MathEval est d'origine belge, le Zareki-R d'origine allemande et le Woodcock-Johnson d'origine américaine, ce qui pourrait expliquer certaines différences dans les tâches proposées (notamment au niveau des tâches de transcoding puisque les systèmes de numération orale belge, allemand et anglais sont différents du système français). Notre sélection comporte des tests exclusivement francophones (tels que le MathEval, l'Examath, l'UDN-II, l'ECPN ainsi que tous les tests issus de la didactique des maths sélectionnés) mais également des tests possédant différentes versions ayant une portée internationale (comme c'est le cas du Zareki-R et du Tedi-Math) ou encore un test anglophone (le Woodcock-Johnson) dont nous avons analysé la traduction réalisée par l'équipe Cerveau, Comportement et Apprentissage (BBL) de l'Institut des Sciences Cognitives de Lyon.

Six tests sont exclusivement destinés à être utilisés par les professionnels du secteur médical ou paramédical (dont les orthophonistes) et sont utilisés pour objectiver les difficultés des enfants lors du diagnostic de la dyscalculie. Quatre tests sont utilisés dans un cadre scolaire et n'ont donc pas de visée diagnostique. Il s'agit de tests permettant à l'enseignant ou aux chercheurs en didactique de situer les compétences des élèves en début ou en fin d'année scolaire. Seul l'ECPN a été conçu à l'usage des praticiens et des enseignants.

Tous les tests sélectionnés visent bien l'évaluation des enfants aux alentours de 6 ans, excepté l'Examath, destiné à un public plus âgé. Nous avons cependant décidé de l'inclure dans notre analyse étant donné qu'il s'agit d'un test récent qui s'appuie sur les derniers résultats de la recherche en

cognition numérique. Enfin, la majeure partie des tests sont des tests « papier-crayon », seuls deux tests sont informatisés. Nous avons ici présenté les caractéristiques générales des tests sélectionnés, chacun d'entre eux étant décrits plus précisément dans la partie réservée à leur analyse.

Le mode de sélection des tests étant explicité, nous allons maintenant passer à la description de la grille d'analyse utilisée pour l'étude de ces tests.

2. Construction de la grille d'analyse

Dans cette section, nous présentons la grille d'analyse que nous avons utilisée pour étudier les tests précédemment cités. Les différents critères seront énoncés et justifiés.

Précisons à présent la structure générale de la grille d'analyse. Nous avons, tout d'abord, identifié 5 grands types de tâches dans nos deux revues de la littérature (didactique et cognition numérique, voir Partie II). Ces types de tâches sont les suivants :

- les tâches où le nombre est utilisé pour exprimer une quantité ou une position ;
- les tâches de résolution d'opération, où le nombre est utilisé pour anticiper un résultat ;
- les tâches portant sur les codes numériques et le transcodage ;
- les tâches visant à évaluer la représentation mentale du nombre ;
- les opérations logiques.

Afin d'organiser au sein de ces différentes catégories les critères, mis en évidence dans la Partie II réservée aux deux revues de littérature (didactique et cognition numérique), nous nous sommes appuyés sur les revues de littérature en question mais également sur une pré-analyse. Cette pré-analyse a été menée sur trois tests aux fondements théoriques provenant de la cognition numérique (le Tedi-Math, le Zareki-R et l'UDN-II). Elle consistait à lister les différentes tâches présentes dans ces tests en fonction de la catégorisation présentée ci-dessous, nous donnant ainsi une idée plus précise des sous-types de tâches possibles. Nous développons dans la suite de cette section, les grilles d'analyse ainsi produites qui ont été utilisées par la suite pour analyser l'ensemble des tests choisis.

Nous avons également inclus dans notre grille une section réservée aux fonctions cognitives sous-jacentes (en particulier les fonctions attentionnelles, la mémoire, les habiletés visuo-spatiale et les gnosies digitales), les performances des enfants en mathématiques dépendant de ces fonctions (voir Partie II).

2.1. Utilisation du nombre

Comme nous l'avons vu dans notre revue de littérature en didactique, le nombre permet de désigner des quantités (aspect cardinal) et des positions (aspect ordinal). Nous avons donc analysé, dans cette catégorie, tous les items permettant d'évaluer ces fonctions.

Ce double rôle est moins transparent en cognition numérique où l'intérêt est plutôt porté sur le rôle quantificateur du nombre. Nous pouvons donc nous attendre à ne pas retrouver de tâches faisant intervenir le nombre pour exprimer une position dans les tests ayant des fondements théoriques en cognition numérique.

2.1.1. Aspect ordinal

En ce qui concerne les tâches dans lesquelles le nombre est utilisé pour exprimer une position, nous avons été attentifs aux variables suivantes (qui peuvent influencer l'emploi de certaines stratégies comme nous l'avons développé dans notre revue de littérature en didactique, voir Partie II) :

- nombre d'éléments constituant la collection ;
- origine (imposée ou non ?).

2.1.2. Aspect cardinal et procédures de quantification

Pour ce qui est de l'utilisation du nombre pour désigner une quantité, nous avons analysé plus en détail les tâches mettant en jeu les quatre procédures de quantification que nous avons pu identifier dans les deux revues de littérature (voir Partie II) : la correspondance terme à terme, le dénombrement, l'estimation et le subitizing.

2.1.2.1. Correspondance terme à terme

La correspondance terme à terme est la première procédure disponible chez l'enfant lui permettant de comparer des collections (Margolinas & Wozniak, 2012). Dans chacun des tests, nous avons donc classé dans cette catégorie les items nécessitant la mise en place d'une procédure de correspondance terme à terme.

Nous avons analysé plus spécifiquement les variables suivantes, que nous avons pu mettre en évidence dans notre revue de littérature en didactique (voir Partie II) :

- caractère plus ou moins identifiable des collections ;
- tailles des collections ;
- nombre d'éléments à appairer ;
- éloignement des collections.

Notre revue de littérature en cognition numérique ne nous a, en revanche, fourni aucun critère concernant la correspondance terme à terme (voir Partie II). Nous nous sommes donc limités, dans notre analyse, à ceux fournis par la revue de littérature en didactique.

2.1.2.2. Dénombrement

Le dénombrement peut être évalué à travers différentes tâches, comme nous l'avons mis en évidence dans notre revue de littérature en didactique (voir Partie II) mais également dans notre pré-analyse (voir Annexe 1) : dire combien d'objets il y a dans une collection, construire une collection numériquement équivalente à une collection donnée, comparer deux collections, etc. Nous avons classé dans cette catégorie toutes les tâches faisant intervenir le dénombrement.

Nous avons été attentifs, d'une part, aux variables suivantes (mises en évidence dans notre revue de littérature en didactique) :

- taille de la collection ;
- disposition des objets (en ligne, en colonne, selon un schème particulier ou de façon aléatoire) ;
- nature des objets (identiques ou différents) ;

- caractère manipulable ou non des objets ;
- proximité des collections (dans le cas de la construction d'une collection numériquement équivalente à une collection donnée) ;
- ostensif d'arrivée (écrit ou oral).

Nous avons également mis en évidence, dans la revue de littérature en didactique, l'importance de l'énumération dans les tâches de dénombrement (Briand, 1993; Margolinas & Wozniak, 2012). Il est donc intéressant de voir si les tests permettent une évaluation de cette compétence et si cette évaluation se fait indépendamment des activités de comptage.

D'autre part, dans notre revue de littérature en cognition, nous avons évoqué le fait que la procédure de dénombrement est gouvernée par 5 principes (principes de Gelman et Gallistel, 1986). Nous avons donc recherché, dans chacun des tests, les tâches visant à évaluer ses principes.

2.1.2.3. Estimation et subitizing

En ce qui concerne l'évaluation de l'estimation et du subitizing, nous avons été particulièrement attentifs aux types de tâches utilisées, les tâches de comparaison ne faisant pas intervenir les connaissances linguistiques des nombres contrairement aux tâches de quantification.

Suite à notre revue de littérature en cognition numérique (notre revue de littérature en didactique ne nous ayant fourni que peu d'éléments d'analyse à propos des procédures d'estimation), nous avons pu mettre en évidence diverses variables auxquelles nous avons prêté attention dans l'analyse des tests :

- taille des collections ;
- tailles relatives (dans le cas de comparaison) ;
- disposition des éléments (le système perceptif pouvant jouer un rôle dans le jugement de numérosité) ;
- temps de présentation.

Certaines études en cognition ont également montré que l'acuité numérique semble devenir de plus en plus précise au cours du temps. Une mesure de cette acuité pourrait donc fournir des indications quant à la maturité des représentations numériques chez l'enfant. Nous avons donc noté si les tâches relatives à l'estimation présentes dans les différents tests permettent ou non de mesurer l'acuité numérique.

La Figure 19 résume les différents critères retenus pour les tâches dans lesquelles le nombre est utilisé pour exprimer une position ou une quantité.

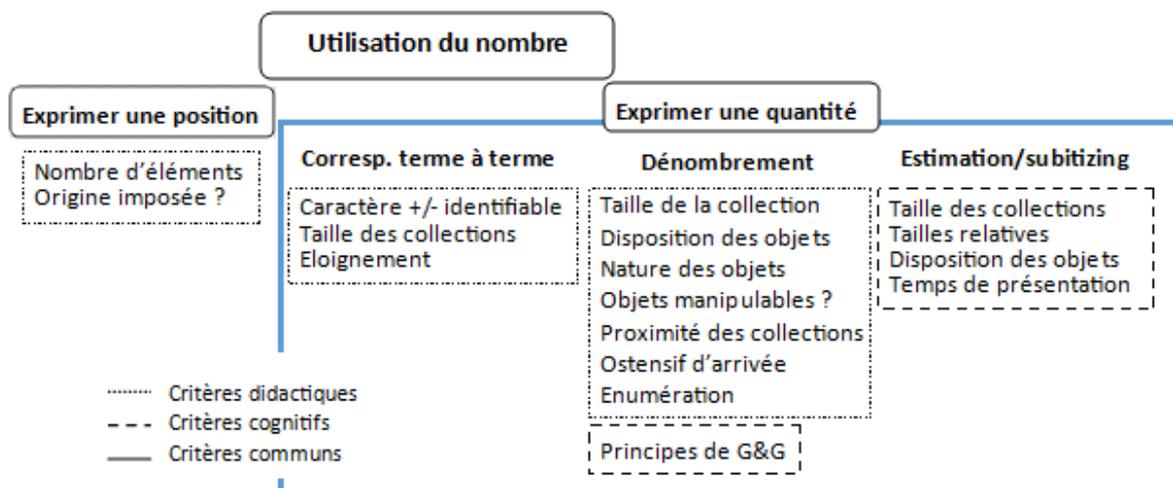


Figure 19 : Critères d'analyse des tâches dans lesquelles le nombre est utilisé pour exprimer une position/quantifier

2.2. Opérations

En nous basant sur la pré-analyse réalisée en amont (voir Annexe 1), nous avons identifié trois catégories d'opérations : les opérations analogiques faisant intervenir un support matériel (de type « boîte noire », par exemple), les opérations symboliques faisant uniquement intervenir le code écrit ou oral (de type « $3+2=$ », par exemple) et les opérations à énoncé verbal consistant à résoudre un problème faisant intervenir une opération (par exemple, « J'ai 4 billes et j'en reçois deux. Combien en ai-je en tout ? »). Nous précisons donc, pour chacune de ces catégories, les critères d'analyse utilisés.

2.2.1. Opérations analogiques

Pour les tâches de résolution d'opérations analogiques, nous avons précisé le type de problème (selon les classifications de Vergnaud, 1990a et Riley, 1983 pour les problèmes additifs, voir Partie II) et l'ostensif d'arrivée. Nous avons ensuite prêté attention aux variables suivantes (dont l'influence sur les procédures de résolution de l'enfant a pu être mise en évidence dans les deux revues de littérature) :

- domaine numérique (intervalle dans lequel se situent les quantités en jeu) ;
- taille relative des nombres ;
- position de l'inconnue (état final, initial, transformation, etc.).

Nous avons également pris en compte le caractère manipulable des objets et le caractère visible ou non du résultat qui peuvent également favoriser l'emploi de certaines stratégies, comme nous l'avons précisé dans notre revue de littérature en didactique.

2.2.2. Opérations symboliques

Pour ce qui est des tâches consistant à résoudre des opérations symboliques, nous avons, tout d'abord, précisé le type d'opération en jeu ainsi que les ostensifs de départ et d'arrivée. Nous avons ensuite prêté attention aux variables suivantes (dont l'influence sur les procédures de résolution de l'enfant a pu être mise en évidence dans les deux revues de littérature, voir Partie II) :

- domaine numérique (intervalle dans lequel se situent les quantités en jeu) ;
- taille relative des nombres ;
- position de l'inconnue (résultat de l'opération ou opérande).

Dans notre revue de littérature en cognition numérique (voir Partie II), nous avons également souligné l'influence de variables extrinsèques dans la sélection stratégique. Nous avons donc, pour chacune de ces tâches, étudié les conditions dans lesquelles l'enfant doit opérer (en particulier la limitation éventuelle du temps de réponse).

En analysant ces tâches, nous avons également gardé à l'esprit le fait que celles-ci sollicitent particulièrement la mémoire à long terme et la mémoire de travail, comme nous l'avons remarqué dans notre revue en cognition numérique.

2.2.3. Opérations à énoncé verbal

En ce qui concerne les tâches consistant à résoudre des opérations à énoncé verbal, nous avons, tout d'abord, précisé le type de problème (selon les classifications de Vergnaud, 1990a et Riley, 1983 pour les problèmes additifs, voir Partie II) et l'ostensif d'arrivée. Nous avons ensuite prêté attention aux variables suivantes (dont l'influence sur les procédures de résolution de l'enfant a pu être mise en évidence dans les deux revues de littérature, voir Partie II) :

- domaine numérique (intervalle dans lequel se situent les quantités en jeu) ;
- taille relative des nombres ;
- position de l'inconnue (état final, initial, transformation, etc.) ;
- ordre des événements (respect ou non de l'ordre chronologique dans l'énoncé) ;
- place de la question (en début ou en fin d'énoncé) ;
- présence d'une phrase introductive si l'état initial est inconnu.

La Figure 20 résume les différents critères retenus pour les tâches de résolution d'opérations.

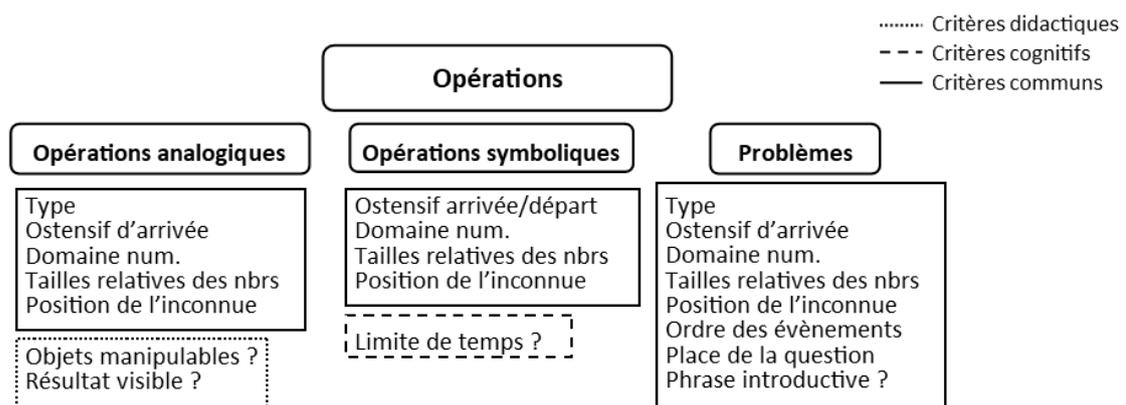


Figure 20 : Critères d'analyse des tâches de résolution d'opérations

2.3. Représentations du nombre

Il existe différentes théories en cognition numérique relatives à la nature des représentations de la magnitude des nombres (analogique ou décimale, Noël, 2005a). Nous distinguons donc ces deux catégories de représentations au sein de notre grille d'analyse. Les critères retenus pour chacun sont définis dans la suite de cette section.

2.3.1. Représentation analogique

Dans notre pré-analyse (voir Annexe 1), on retrouve 2 types de tâches permettant d'évaluer les représentations analogiques : les tâches de comparaison analogique et les tâches faisant intervenir le code oral ou arabe. Les critères utilisés pour analyser ces tâches sont décrits ci-dessous.

2.3.1.1. Tâches de comparaison analogique

Au niveau des tâches de comparaison analogique (comparaison rapide de deux collections ne faisant pas intervenir le dénombrement), nous avons centré notre attention sur les variables suivantes (dont l'importance peut être mise en évidence aussi bien en cognition numérique qu'en didactique, voir Partie II) :

- quantités mises en jeu ;
- taille relative des collection/ratio.

Nous avons également vu, dans la revue de littérature en cognition, que certaines variables physiques continues (surface, longueur des contours, etc.) entraînent également en jeu lors de la comparaison de deux collections. Nous avons donc noté, pour chacune de ces tâches, si ces variables étaient contrôlées ou non.

2.3.1.2. Tâches faisant intervenir le code oral ou arabe

Dans notre pré-analyse (voir Annexe 1), nous pouvons identifier différents types de tâches visant à évaluer les représentations analogiques à travers le code oral ou arabe, notamment des tâches de comparaison entre un nombre oral (ou arabe) et une collection ou entre deux nombres oraux (ou deux nombres arabes). Dans ce cas, nous avons analysé les variables suivantes (principalement mises en évidence dans la revue de littérature en cognition numérique, voir Partie II) :

- code(s) utilisé(s) (arabe ou oral) ;
- taille des nombres ;
- taille relative des nombres ;
- durée de présentation ;
- caractéristiques de la collection (si présence d'une collection) : disposition des objets, nature des objets, etc.

Les tâches de placement sur une ligne numérique peuvent également être classées dans cette section. Pour ces tâches, nous avons prêté attention aux variables suivantes :

- code utilisé (arabe ou oral) ;
- orientation de la ligne (horizontale, verticale, sous forme de compteur, de gauche à droite ou de droite à gauche, etc.) ;

- valeur des bornes ;
- présence de repères ;
- durée de la tâche (limitée ou non).

Dans la revue de littérature en cognition (voir Partie II), l'influence de la compatibilité des paires dans le cas de la comparaison de deux nombres arabes a également été discutée. Nous incluons donc cette variable dans l'analyse de ce type de tâche particulier.

2.3.2. Représentation décimale

En ce qui concerne l'évaluation des représentations décimales (selon le modèle de Fuson et al., 1997) et de la compréhension de notre système de numération, nous pouvons classer les tâches présentes dans les tests en deux catégories : les tâches relatives aux écritures des nombres et les tâches faisant intervenir des quantités analogiques (collections d'objets manipulées ou évoquées).

2.3.2.1. Tâches relatives aux écritures des nombres

Nous avons distingué, en nous appuyant sur les travaux de Tempier (2015) en didactique des mathématiques, deux sous-types de tâches parmi les tâches relatives aux écritures des nombres :

- Les tâches de « décomposition et recombinaison canoniques » consistant à traduire un nombre arabe en une écriture canonique selon un ostensif intermédiaire, que ce soit en unités de numération, puissances de 10 ou écriture additive selon les puissances de 10 (par exemple : « $200+60+3 =$ ») et inversement (par exemple : décomposer 324 en 3 centaines, 2 dizaines et 4 unités). Ce type de tâche repose principalement sur l'aspect positionnel du système de numération.
- Les tâches de conversion axées plutôt sur le principe décimal. Dans cette catégorie, on retrouve les tâches de conversion entre unités d'un même registre (exemple : 5 dizaines = 50 unités), les traductions d'écritures non canoniques (exemple : 3 centaines, 14 dizaines et 2 unités = 442) et les tâches visant à identifier le nombre (ou le chiffre) des unités d'un certain ordre.

Dans chacun des tests, nous avons donc identifié les tâches présentes ainsi que les ostensifs utilisés. La revue de littérature en cognition numérique (voir Partie II) ne nous permet pas d'ajouter de critères d'analyse supplémentaires.

2.3.2.2. Tâches faisant intervenir des quantités analogiques

Pour ce qui est des tâches faisant intervenir des quantités analogiques, nous avons également distingué différents types de sous-tâches, en nous appuyant cette fois sur la classification de Butlen et Masselot (2010), toujours en didactique des mathématiques :

- les tâches d'échanges (jeu du banquier, par exemple) ;
- les tâches de traduction d'une quantité analogique (canonique ou non) en un nombre arabe ou oral et inversement (par exemple, montrer une collection de bâtonnets et demander combien il y en a en tout). C'est dans cette catégorie que l'on retrouve les tâches de groupement (dans le cas de la traduction d'une quantité analogique non canonique) ;
- les tâches amenant à repenser les groupements par rapport aux échanges (exemple : « J'ai besoin de 38 timbres, combien de paquets de 10 timbres ai-je besoin ? »).

Dans chacun des tests, nous avons donc identifié les tâches présentes et, pour chacune d'entre elles, nous avons analysé les caractéristiques suivantes :

- nature des ostensifs (oraux ou écrits) ;
- caractère manipulable des objets ;
- type de matériel (proportionnel groupable, prégroupé ou non proportionnel, selon la terminologie empruntée à Tempier, 2013).

La revue de littérature en cognition numérique (voir Partie II) ne nous permet pas d'ajouter de critères d'analyse supplémentaires.

Toutes ses tâches sont également à mettre en lien avec d'autres tâches mettant en jeu les représentations décimales comme les tâches de transcodage, de comparaisons de nombres et de placement sur une ligne numérique (que nous avons choisi de classer dans les représentations analogiques¹³) les opérations faisant intervenir un passage à l'unité supérieure.

La Figure 21 résume les différents critères retenus pour les tâches dans lesquelles interviennent différentes représentations du nombre.

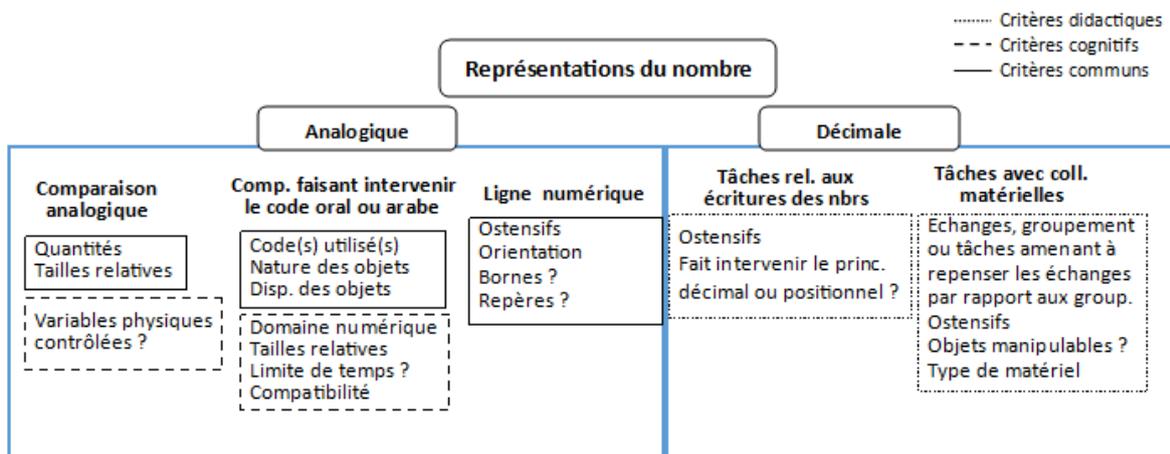


Figure 21 : Critères d'analyse des tâches dans lesquelles interviennent différentes représentations du nombre

2.4. Codes et transcodages

Nous avons, dans un premier temps, analysé les tâches visant l'évaluation indépendante des codes (code oral et code arabe). Concernant le code oral, nous avons souligné, dans les deux revues de littérature (didactique et cognition numérique, voir Partie II), que la partie conventionnelle de la suite évolue suivant l'âge de l'enfant et que celle-ci possède différents niveaux d'organisation (selon le modèle de Fuson et al., 1982). Nous analyserons, dans cette section de la grille, les tâches de comptage en fonction de leur type : le plus loin possible, à rebours, par pas, etc. Concernant le code écrit, nous avons souligné, dans la revue de littérature en didactique, l'importance de la prise de conscience des régularités de la suite numérique écrite, nous identifierons les tâches de ce type présentes dans les

¹³ Il s'agit d'un choix pratique correspondant à une classification inspirée de la cognition numérique mais qui ne doit pas empêcher un croisement avec des tâches classées dans d'autres catégories.

tests. Nous avons également recherché d'autres types de tâches visant spécifiquement l'évaluation de la maîtrise du code oral par l'enfant.

Dans un second temps, nous avons analysé les tâches de transcodage. Pour chacune d'elles, nous avons identifié le code de départ et d'arrivée. Dans notre revue de littérature en didactique (voir Partie II), nous avons évoqué la non-congruence entre les deux systèmes de numération (oral et écrit) en particulier pour les dizaines complexes et les nombres comportant des zéros. Nous avons donc étudié plus précisément la présence de ces nombres particuliers dans les tâches de transcodage. Dans le cas d'un transcodage du code oral au code écrit, nous avons également prêté attention au niveau de complexité de la séquence verbale à transcoder. En effet, comme nous l'avons décrit dans notre revue de littérature en cognition numérique (voir Partie II), d'après le modèle ADAPT (Barrouillet & al., 2004), plus la séquence est longue, plus la mémoire de travail est sollicitée et plus le risque d'erreur est élevé. Il est également intéressant de voir si la connaissance des primitives lexicales est évaluée, puisqu'il s'agit de la base permettant le transcodage de nombres plus complexes.

La Figure 22 résume les différents critères retenus pour les tâches de transcodage.

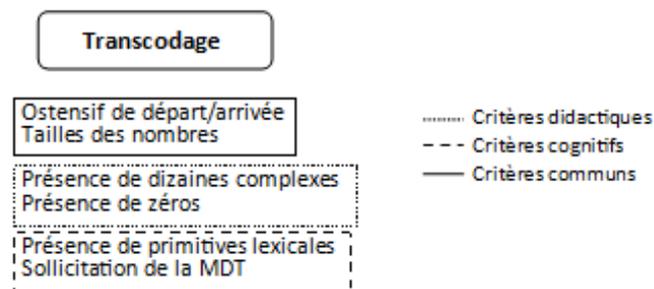


Figure 22 : Critères d'analyse des tâches de transcodage

2.5. Opérations logiques

Comme nous l'avons vu dans la revue de littérature en cognition (voir Partie II), le modèle de Piaget (Piaget & Szeminska, 1997) fut le premier modèle permettant d'analyser les fonctions sous-jacentes à la construction du nombre chez l'enfant. De nombreux tests ont donc été conçus sur base de ce modèle et celui-ci reste toujours une référence en ce qui concerne l'évaluation diagnostique des troubles d'apprentissage en mathématiques. Il nous paraît donc important d'inclure ces tâches dans notre grille d'analyse. Pour les tâches de classification et de sériation nous utiliserons les critères d'analyse suivants :

- type de critère(s) de regroupement/d'ordre (numérique ou non numérique) ;
- nombre d'éléments à classer/à ordonner ;
- type de support (verbal, matériel manipulable, illustration, etc.).

En ce qui concerne les tâches d'inclusion des classes, nous serons attentifs aux variables suivantes :

- caractère numérique ou non numérique de l'inclusion ;
- type de support (verbal, matériel manipulable, illustration, etc.).

Enfin, pour les tâches de conservation des quantités nous analyserons les variables suivantes :

- type de quantités conservées (discrète ou continue) ;
- type de transformation ;
- type de support (verbal, matériel manipulable, illustration, etc.).

2.6. Fonctions cognitives sous-jacentes

Dans notre revue de littérature en cognition numérique (voir Partie II), nous avons présenté différentes fonctions cognitives (en particulier les fonctions attentionnelles et exécutives, la mémoire, les habiletés visuo-spatiale et les gnosies digitales) et nous avons discuté de leur influence sur diverses activités mathématiques.

Les fonctions exécutives semblent étroitement liées aux composantes de la connaissance mathématique. Nous avons notamment souligné leur importance dans les activités suivantes :

- subitizing ;
- faits arithmétiques et calcul ;
- résolution de problèmes.

Les tâches sollicitant la mémoire (mémoire de travail et mémoire à long terme) sont, quant à elles, reprises dans le Tableau 6.

Tâche	Mémoire de travail	Mémoire à long terme
Subitizing		x
Dénombrement	x	
Transcodage	x	x
Faits arithmétiques		x
Acquisition de faits arithmétiques	x	
Résolution de calculs complexes	x	x
Résolution de problèmes	x	x

Tableau 6 : Récapitulatif des tâches sollicitant la mémoire

Les habiletés visuo-spatiales ont des répercussions potentielles sur l'ensemble des activités numériques (affectent les représentations numériques) mais celles-ci sont plus transparentes dans les tâches suivantes :

- dénombrement ;
- écriture chiffrée des nombres arabes ;
- opérations posées ;
- placement de nombres sur une ligne numérique.

Enfin, nous avons également montré l'existence d'une corrélation entre les représentations numériques et digitales, ces dernières pouvant intervenir dans différents types de tâches en tant que support (reconnaissance de configurations de doigts, support pour des problèmes analogiques, etc.) ou encore en tant que stratégie de résolution (comptage ou dénombrement sur les doigts).

Dans chaque test nous regarderons donc s'il existe des tâches spécifiques visant à évaluer ces fonctions et nous évaluerons leur impact éventuel sur les autres tâches.

3. Analyse descriptive des tests

3.1. Analyse du Zareki-R

Le Zareki-R (Dellatolas & Von Aster, 2006) est une batterie permettant l'évaluation du traitement des nombres et du calcul destinée aux enfants âgés de 6 à 11 ans (c'est-à-dire du CP au CM2). Cet outil est utilisé dans plusieurs pays du monde (Allemagne, France, Portugal, Grèce, ...) et existe donc en plusieurs langues. La version française, développée par Dellatolas et Von Aster, a été publiée en 2006. Il s'agit d'un test « papier-crayon » basé sur le modèle modulaire d'architecture fonctionnelle des activités numériques de Mc Closkey. Le Zareki-R a été étalonné sur une cohorte de 250 enfants français dont la moitié provenant d'écoles en Zone d'Education Prioritaire (ZEP, établissements scolaires accueillant des élèves issus de milieux défavorisés). Les normes utilisées ne sont donc pas toujours représentatives de la population française globale.

3.1.1. Utilisation du nombre

Nous analyserons dans cette section les tâches dans lesquelles le nombre est utilisé pour exprimer une position ou pour quantifier.

3.1.1.1. Exprimer une position

Le test ne comporte pas de tâches pour lesquelles l'enfant doit utiliser le nombre pour exprimer une position.

3.1.1.2. Quantifier

Correspondance terme à terme

La correspondance terme à terme n'est pas évaluée dans le Zareki-R.

Dénombrement

Le Zareki-R contient deux tâches de dénombrement. La première consiste à compter et dire combien de points contient la collection présentée (entre 5 et 13). Ceux-ci sont disposés aléatoirement et ne sont pas manipulables. La réponse est donnée oralement et le temps nécessaire est chronométré. Il est également demandé à l'expérimentateur de noter si l'enfant utilise ses doigts ou effectue un comptage oral sans cette aide.

Dans la seconde épreuve, l'enfant doit compter à voix haute en touchant les points (dont le nombre est compris entre 8 et 18) et écrire le nombre total en chiffres arabes. Pour chaque item, l'examineur analyse la séquence verbale, la coordination avec le pointage et il vérifie que chaque point n'est compté qu'une seule fois. Le principe d'ordre stable, le principe cardinal ainsi que la correspondance terme à terme et l'énumération sont donc évalués à travers cette tâche.

Estimation

Une épreuve de la batterie est dédiée à l'évaluation de l'estimation. Dans un premier temps, des collections de points (entre 9 et 14), disposés aléatoirement et non manipulables, sont présentées à l'enfant pendant 2 secondes. Il doit ensuite estimer le nombre de points constituant la collection et

donner sa réponse oralement. Dans un second temps, le même exercice lui est proposé avec des collections de balles et de verres (dessinés sur des fiches). On lui demande alors, en plus des estimations de chacune des collections, de les comparer entre elles.

Subitizing

Le subitizing n'est pas évalué dans le Zareki-R.

3.1.2. Représentations du nombre

Dans cette section seront analysées les tâches relatives aux différentes représentations du nombre (analogique et décimale).

3.1.2.1. Représentation analogique

Sens du nombre

Le sens du nombre est uniquement évalué à travers l'item de comparaison de collections dans la tâche d'estimation décrite précédemment.

Via le code arabe

Deux types de tâches permettent d'analyser le lien entre le code arabe et le code analogique. La première est une tâche de placement de nombres (compris entre 32 et 93) sur une échelle. Cette échelle est verticale, va de 0 à 100 et est graduée dans la première moitié des items.

Le Zareki-R possède également une épreuve de comparaison de nombres écrits. Cette épreuve comporte 10 paires de nombres de 2 à 5 chiffres pour lesquelles l'enfant doit désigner le plus grand des deux nombres. Toutes les paires ne contiennent pas des nombres de même taille (qui n'ont pas le même nombre de chiffres) : deux paires sont composées d'un nombre à 4 chiffres et d'un nombre à 5 chiffres. Les paires sont généralement incompatibles et la moitié sont constituées de nombres formés à partir des mêmes chiffres (comme la paire 201 et 102, par exemple).

Via le code oral

Deux types de tâches (ainsi que la tâche d'estimation décrite précédemment) permettent d'analyser le lien entre le code oral et le code analogique. La première est une tâche de placement de nombres (compris entre 5 et 86) sur une échelle. Cette échelle est verticale, va de 0 à 100 et est graduée dans la première moitié des items.

Le Zareki-R possède également une épreuve de comparaison de nombres oraux. Cette épreuve comporte 8 paires de nombres de 2 à 5 chiffres pour lesquelles l'enfant doit désigner le plus grand des deux nombres. Toutes les paires ne contiennent pas des nombres de même longueur (en termes de syllabes). La moitié des paires sont formées de nombres très semblables : deux nombres constitués des mêmes chiffres (465 et 546, par exemple) ou deux nombres constitués des mêmes mots-nombres (« cent huit » et « huit cents », par exemple).

3.1.2.2. Représentation décimale

La compréhension du système décimal positionnel n'est pas évaluée dans le Zareki-R excepté dans les épreuves de transcodages décrites dans la section suivante.

3.1.3. Codes et transcodage

Nous analyserons dans cette section les tâches relatives à la maîtrise du code oral et arabe ainsi que du transcodage.

3.1.3.1. Code arabe et oral

La maîtrise de la suite numérique est uniquement évaluée à travers les activités de dénombrement et une activité de comptage verbal à rebours (de 23 à 1 et de 67 à 54).

Le code écrit en tant que tel n'est pas évalué dans le Zareki-R.

3.1.3.2. Transcodage

Le transcodage du code arabe au code écrit et inversement est évalué à travers des épreuves de dictée et de lecture de nombres. Dans la dictée de nombres, l'enfant doit écrire 8 nombres présentés oralement. Parmi ces 8 nombres, il y a 2 nombres à 2 chiffres (1 particulier et 1 dizaines-unités), 4 nombres à 3 chiffres (dont un avec un 0 à la place des dizaines) et 2 nombres à 4 chiffres (dont un avec des 0 à la place des dizaines et des unités). On retrouve une seule dizaine complexe (698).

Concernant la lecture de nombres, 8 nombres arabes sont à lire oralement. Parmi ces 8 nombres, il y a 2 nombres à 2 chiffres (1 particulier et 1 dizaines-unités), 4 nombres à 3 chiffres (dont un avec un 0 à la place des dizaines) et 2 nombres à 4 chiffres (dont un avec des 0 à la place des dizaines et des unités). On retrouve des dizaines complexes dans deux nombres (687 et 6485).

3.1.4. Opérations

Dans cette section, nous analyserons les tâches de résolution d'opérations, qu'elles soient analogiques, symboliques ou à énoncé verbal.

3.1.4.1. Opérations analogiques

Le Zareki-R ne contient pas d'opérations analogiques.

3.1.4.2. Opérations symboliques

Le Zareki-R contient différentes tâches évaluant les compétences de l'enfant en résolution d'opérations symboliques. Les opérations sont lues oralement et il est attendu que l'enfant réponde également oralement. L'inconnue porte toujours sur l'état final et le temps de résolution est chronométré (ce qui permet de repérer une récupération directe du résultat en mémoire). Au total, 8 additions, 8 soustractions et 6 multiplications lui sont proposées. Voici quelques précisions concernant chacune de ces opérations :

- En ce qui concerne les additions, on retrouve 2 additions de nombres à 1 chiffre (avec passage à la dizaine), 3 additions d'un nombre à 1 chiffre et d'un nombre à 2 chiffres (dont l'une nécessite le

passage à la dizaine supérieure) et 3 additions de nombres à 2 chiffres (dont une nécessite un report). Les nombres à additionner sont toujours relativement proches, ce qui rend le surcomptage peu efficace.

- Dans les soustractions, on trouve 4 items où un nombre à un chiffre est soustrait d'un nombre à deux chiffres (dont 2 nécessitent une procédure d'emprunt) et 4 items où un nombre à 2 chiffres est soustrait d'un nombre à 2 chiffres (dont 2 nécessitent une procédure d'emprunt)
- Les multiplications font intervenir des nombres inférieurs à 10 (appartiennent aux tables de 2 à 6).

A travers les épreuves d'addition et de soustraction, ce sont surtout les stratégies de calcul qui sont évaluées. En effet, les nombres en jeu sont relativement grands, les stratégies de comptage ou de surcomptage seraient donc trop coûteuses et le risque d'erreur trop élevé.

3.1.4.3. Opérations à énoncé verbal

Différents problèmes arithmétiques à énoncé verbal sont proposés dans le Zareki-R. Pour chaque énoncé, le temps de réponse est chronométré et la réponse attendue, orale (le score ne tient compte que de la réponse finale). Au niveau de la formulation, l'ordre chronologique est respecté, la question se situe toujours à la fin et une phrase introduit le problème lorsque l'état final est inconnu.

Au niveau sémantique, on retrouve, selon la classification de Vergnaud, des problèmes de type « transformation de mesures » (négative, l'inconnue portant successivement sur l'état final, l'état initial et la transformation) ainsi que des problèmes de type « comparaison de mesures » (positive et négative, l'inconnue portant successivement sur l'état (sens de la comparaison et sens inverse de la comparaison) et sur la comparaison). Ces problèmes correspondent également à des problèmes de changement (de type 2, 4 et 6) et des problèmes de comparaison (de type 1, 4 et 5) selon la classification de Riley. Les quantités intervenant dans cette épreuve sont toujours inférieures à 10.

3.1.5. Opérations logiques

Les opérations logiques ne font pas l'objet d'une évaluation dans cette batterie.

3.1.6. Tâches supplémentaires

Le Zareki-R comporte, en plus des tâches décrites ci-dessus, une épreuve d'estimation qualitative. On propose à l'enfant différentes estimations concernant la vie quotidienne (par exemple, « il y a dix feuilles sur un arbre ») et celui-ci doit dire si cette estimation est vraisemblable ou non.

3.1.7. Fonctions cognitives sous-jacentes

Mémoire

Deux épreuves permettent d'évaluer la mémoire à court terme de l'enfant dans un contexte de rétention de nombres. On lui demande, dans un premier temps, de répéter des suites de chiffres constituée de 3 à 6 chiffres et, dans un second temps, de répéter à rebours des suites de 2 à 5 chiffres. Un échec à ces épreuves pourra donc orienter vers des investigations complémentaires en ce qui

concerne les capacités mnésiques et expliquer certaines difficultés (difficultés de transcodage, par exemple).

Fonctions attentionnelles et exécutives

Aucune tâche spécifique ne vise l'évaluation des fonctions attentionnelles et exécutives.

Gnosies digitales

Le test ne contient aucune tâche de reconnaissance de doigts et ne fait appel à aucune configuration de doigts comme support pour d'autres tâches.

3.1.8. Bilan de l'analyse

Le Tableau 7 récapitule les éléments évalués par le Zareki-R et ceux qui ne le sont pas :

Ce qui est évalué dans le Zareki-R	Ce qui n'est pas évalué dans le Zareki-R
<ul style="list-style-type: none"> - L'organisation de la suite numérique verbale (uniquement comptage à rebours) - Le dénombrement (pour quantifier une collection) - Le principe d'ordre stable, de correspondance terme à terme et le principe cardinal (à travers le code écrit) - La coordination comptage oral/pointage - L'énumération (mais pas indépendamment du dénombrement) - L'estimation pour quantifier et comparer des collections - La représentation analogique du nombre via le code oral et le code arabe - La représentation sur une ligne numérique - Le transcodage des nombres de 2 à 4 chiffres (dont certains comportent des zéros et des dizaines complexes) - La résolution d'opérations symboliques (addition, soustraction, multiplication) - Les faits arithmétiques (à travers la résolution chronométrée d'opérations) - La résolution d'opérations verbales de type transformation et comparaison de mesures - La mémoire à court terme dans un contexte de rétention de nombres 	<ul style="list-style-type: none"> - L'étendue de la suite numérique verbale - Le nombre pour exprimer une position (aspect ordinal) - La correspondance terme à terme - Le principe d'abstraction et de non pertinence de l'ordre - Le subitizing - La représentation analogique du nombre (indépendamment du code oral et arabe) - L'acuité numérique - La compréhension du système de numération décimal positionnel - La reconnaissance du code oral et du code arabe - Le transcodage de primitives lexicales - La résolution d'opérations analogiques - Les opérations de type composition de mesures, composition de transformations, transformation d'une relation et composition de relations - Les fonctions cognitives sous-jacentes (fonctions attentionnelles/ exécutives et gnosies digitales) - Les opérations logiques (sériation, classification, conservation et inclusion)

Tableau 7 : Eléments évalués dans le Zareki-R

Le Zareki-R permet, d'une part, d'évaluer les aptitudes des enfants dans différents domaines mathématiques (comptage, dénombrement, transcodage, calcul et résolution de problèmes). Le nombre intervient à la fois comme outil (pour quantifier, anticiper ou calculer) et comme objet (principalement dans les tâches de transcodage).

Notons cependant que les épreuves de transcoding concernent principalement les grands nombres, ce qui ne permet pas forcément d'identifier la source d'une éventuelle difficulté (celle-ci pouvant venir d'un déficit au niveau des primitives lexicales, du découpage de la séquence verbale ou encore d'une mémoire de travail surchargée). En ce qui concerne l'évaluation de la résolution de problème, celle-ci est limitée aux transformations et comparaisons de mesures.

D'autre part, le Zareki-R permet d'identifier la présence d'un trouble cognitif au niveau du traitement des quantités analogiques (comparaison de collections dans la tâche d'estimation) ainsi que de l'accès aux représentations analogiques via les codes symboliques (estimation, comparaison de nombres, placement sur une ligne numérique, ...).

L'évaluation des représentations analogiques sans passer par le biais des codes symboliques est cependant relativement restreinte (un seul item) et ne concerne que les grandes quantités (système numérique approximatif). Cette dernière remarque est également valable pour les épreuves visant à évaluer l'accès aux représentations via le code oral ou arabe qui ne font pas intervenir de quantités inférieures à 5.

3.2. Analyse du MathEval

Le test MathEval (Heremans, 2011) est un test informatisé, libre d'accès, qui fonctionne comme un système expert (les questions posées s'adaptent aux réponses de l'enfant). Il a été mis au point par le psychologue belge Marc Heremans et mis en ligne en 2011 (<https://sites.google.com/site/testmatheval/home>). L'objectif de ce logiciel est d'évaluer qualitativement et quantitativement les performances scolaires et les compétences de base des enfants de la moyenne section maternelle au CE2 en vue de dépister les troubles d'apprentissage en mathématiques. Son utilisation est donc destinée à des professionnels tels les logopèdes, orthophonistes ou psychologues. Les fondements théoriques sur lesquels s'appuie ce test sont principalement issus de la neuropsychologie et la psychologie cognitive. Précisons également que le logiciel est toujours en cours de construction (certains secteurs d'investigation ne sont pas encore pris en compte) et qu'il est actuellement étalonné de la grande section au CE1.

3.2.1. Utilisation du nombre

Nous analyserons dans cette section les tâches dans lesquelles le nombre est utilisé pour exprimer une position ou pour quantifier.

3.2.1.1. Exprimer une position

Le test ne comporte pas de tâches pour lesquelles l'enfant doit utiliser le nombre pour exprimer une position.

3.2.1.2. Quantifier

Correspondance terme à terme

La correspondance terme à terme n'est pas évaluée dans MathEval.

Dénombrement

Les principes de Gelman et Gallistel sont évalués dans le MathEval au moyen de différentes tâches. La première consiste à dénombrer une collection comportant 9, 13 ou 19 ronds de même taille disposés aléatoirement et visibles autant de temps que nécessaire. Cette tâche permet de vérifier le principe de correspondance terme à terme (la coordination énonciation de la chaîne numérique/pointage étant prise en compte) et le principe d'ordre stable (la comptine est également évaluée). Après le dénombrement, il est demandé à l'enfant de dire combien il y a de ronds en tout, ce qui permet de vérifier le principe cardinal. Enfin, le principe d'ordre stable est évalué par une tâche de jugement : on montre à l'enfant une collection en lui précisant le nombre d'objets qu'elle contient (et en commençant à la dénombrer par la droite) et on lui demande si on arriverait au même nombre en partant de la gauche.

Estimation

L'estimation n'est pas évaluée dans le logiciel MathEval.

Subitizing

Le subitizing est testé par la présentation très brève de collections de 1 à 6 points de même taille disposés aléatoirement. La reconnaissance de configurations de doigts levés est également évaluée (jusqu'à 7 doigts). Celles-ci sont représentées par des images visibles pendant quelques secondes, rendant le dénombrement impossible. La réponse est donnée oralement.

3.2.2. Représentations du nombre

Dans cette section seront analysées les tâches relatives aux différentes représentations du nombre (analogique et décimale).

3.2.2.1. Représentation analogique

Via le code arabe et le code oral

La représentation analogique du nombre est uniquement évaluée via le code arabe et le code oral (sans distinction car ils sont présentés simultanément). Dans une première tâche, on présente à l'enfant un nombre en chiffres arabes et lu oralement (plus ou moins grand selon les capacités de l'enfant) et celui-ci doit dire s'il est plus petit ou plus grand qu'un autre nombre donné. Pour cela, il doit placer le premier nombre sur une ligne numérique à gauche ou à droite du deuxième nombre, déjà placé sur la droite (l'emplacement exact du nombre n'étant pas pris en compte). Les droites peuvent être bornées (de 0 à 10) ou non suivant les difficultés éprouvées par l'enfant.

La seconde tâche consiste à placer un nombre sur une droite numérique. Tout comme dans la tâche précédente, la taille des nombres varie suivant le niveau de l'enfant. Les droites ont toujours 0 comme borne inférieure. La borne supérieure varie en fonction de la taille des nombres (elle peut valoir 10, 20 ou 100). Si l'enfant éprouve d'importantes difficultés (même avec des nombres inférieurs à 10), des graduations supplémentaires apparaissent et l'enfant doit alors désigner la graduation correspondant au nombre à placer.

Notons que la tâche de subitizing décrite précédemment permet également de tester la représentation analogique du nombre (uniquement via le code oral).

3.2.2.2. Représentation décimale

Le logiciel ne propose aucune tâche permettant d'évaluer les représentations décimales.

3.2.3. Codes et transcodage

Nous analyserons dans cette section les tâches relatives à la maîtrise du code oral et arabe ainsi que du transcodage.

3.2.3.1. Code arabe et oral

Une série d'épreuves permet d'évaluer le degré de maîtrise de la séquence numérique verbale ainsi que son niveau d'organisation (selon Fuson) : l'enfant est amené à compter le plus loin possible, jusqu'à une borne supérieure donnée (inférieure à 10), à partir d'une borne inférieure donnée (jusqu'à 15 maximum), entre deux bornes données (inférieures à 10), à rebours (à partir de 9 ou 16) ou encore par pas de 2, de 5 ou de 10. Une amorce est autorisée pour le comptage par pas ou à rebours. Notons également que si l'enfant ne parvient pas à compter jusque 6 au moins, il passe directement à une autre épreuve (dénombrement).

Le code écrit en tant que tel n'est pas évalué par le logiciel MathEval.

3.2.3.2. Transcodage

Le transcodage de l'écrit arabe à l'oral et inversement sont évalués à travers des épreuves de dictée et de lecture de nombres.

Les nombres dictés appartiennent à la liste suivante :

1-3-6-9-10-13-16-20-27-35-45-54-90-101-110-358-965-1005-1050-1500-50550-100101

Le choix des nombres et l'ordre dans lequel ils sont effectivement dictés dépendent de l'âge de l'enfant ainsi que de ses réponses au fur et à mesure de l'épreuve. Dans tous les cas, une erreur à un item a pour conséquence que les items qui se situent plus loin dans la liste ne seront pas posés (si l'enfant ne parvient pas à écrire le nombre arabe 27, il ne lui sera pas demandé de transcrire un nombre supérieur à 27). Pour un enfant en fin de CP, les nombres dictés se succèdent selon l'organigramme suivant (les flèches vertes indiquent la question suivante en cas de réussite, les rouges en cas d'échec et les flèches noires signalent la fin du test) :

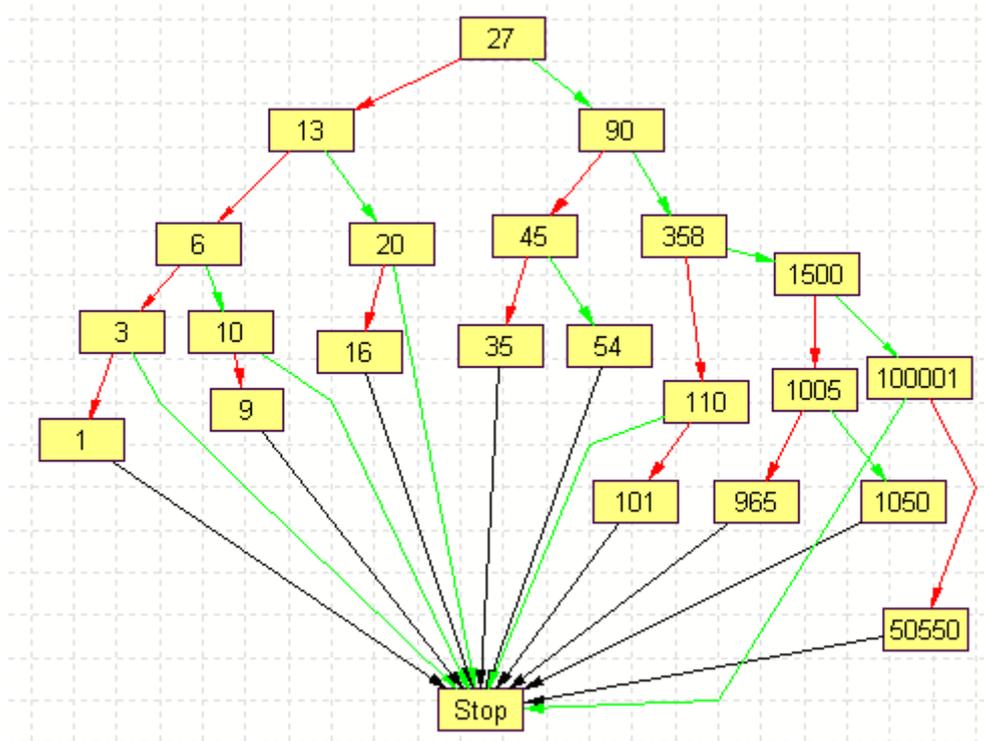


Figure 23 : Organigramme des nombres dictés dans le MathEval (Heremans, 2011, p.55)

On constate que celui-ci s'appuie essentiellement sur la longueur des nombres (primitives lexicales jusqu'à 20, nombres à 2, 3, 4 et 5 chiffres). On peut également remarquer que les nombres de 3 chiffres ou plus sont majoritairement constitués d'un voire plusieurs 0 et que les dizaines complexes, quant à elles, ne sont pas considérées (excepté 90).

L'épreuve de lecture de nombres consiste à trouver, parmi une série de nombres arabes, le nombre correspondant à celui lu à haute voix par le testeur, faisant partie de la liste suivante :

4-7-15-23-45-82-104-2005-8429-100001

Ici encore, le choix des nombres et l'ordre dans lequel ils sont effectivement proposés dépendent de l'âge de l'enfant ainsi que de ses réponses au fur et à mesure de l'épreuve. Dans tous les cas, une erreur à un item a pour conséquence que les items qui se situent plus loin dans la liste ne seront pas posés. L'organigramme des questions posées est donc similaire à celui de la dictée (voir exemple ci-dessous pour un élève de CP) :

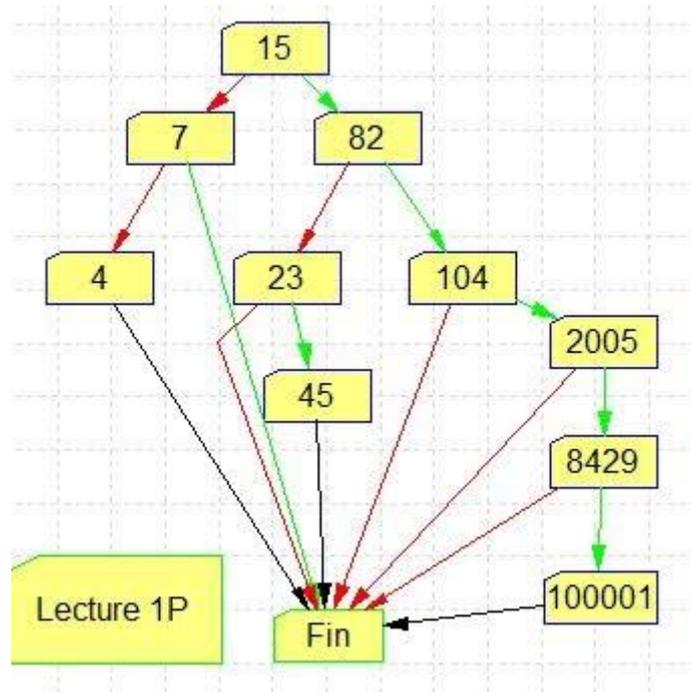


Figure 24 : Organigramme des nombres lus dans le MathEval (Heremans, 2011, p.57)

Les nombres de 3 chiffres ou plus sont, ici encore, majoritairement constitués d'un voire plusieurs 0 et les dizaines complexes, quant à elles, sont très peu présentes (un seul item). Les distracteurs sont des nombres obtenus par inversion des chiffres du nombre cible, par ajout de zéros ou encore en commettant des erreurs lexicales. Par exemple pour l'item « Quatre-vingt-deux », les nombres suivants sont proposés : 28-86-72-92-802-82.

Cette tâche est considérée comme une tâche de lecture de nombres (faisant donc intervenir le transcodage du code écrit au code oral) or le nombre est d'abord donné oralement et l'enfant doit ensuite identifier son écriture en chiffres arabes. Nous considérerons donc cette tâche comme une tâche de transcodage du code oral au code écrit et non l'inverse.

Rappelons que les épreuves de transcodage sollicitent de manière importante la mémoire de travail ainsi que la mémoire à long terme. L'épreuve de lecture, en plus de ces capacités mémorielles, nécessite également la mobilisation d'importantes ressources attentionnelles car les distracteurs peuvent vite conduire à des erreurs si l'enfant répond de manière impulsive.

3.2.4. Opérations

Dans cette section, nous analyserons les tâches de résolution d'opérations, qu'elles soient analogiques, symboliques ou à énoncé verbal.

3.2.4.1. Opérations analogiques

L'évaluation des opérations analogiques ne fait pas partie du test, excepté si les opérations symboliques faisant intervenir des quantités inférieures à 5 ne sont pas réussies (voir opérations symboliques)

3.2.4.2. Opérations symboliques

Les opérations de calcul mental présentées dans ce test couvrent les additions et soustractions de nombres naturels jusque 10000. Les opérations sont écrites en chiffres arabes et il est attendu que l'enfant réponde oralement. Le temps de présentation n'est pas limité et l'inconnue concerne toujours l'état final.

Les additions sont proposées par ordre croissant de difficulté. On vérifie d'abord que l'enfant maîtrise les opérations dont la somme est inférieure à 5. En cas d'échec pour ces opérations symboliques, le logiciel propose les aides suivantes (dans l'ordre) :

- Opération à énoncé verbal correspondant (de type transformation de mesure positive avec recherche de l'état final)
- Opération analogique de type boîte noire (l'enfant voit des papillons se cacher derrière une maison et un autre groupe de papillon les rejoindre, il doit dire combien il y en a en tout derrière la maison sans pouvoir les compter)
- Jugement d'opération (l'enfant voit des papillons se cacher derrière une maison et un autre groupe de papillon les rejoindre, la maison disparaît et l'enfant doit dire si le nombre de papillons qu'il voit est cohérent ou non)

Si ces additions sont maîtrisées, des additions dont les termes sont inférieurs à 10 sont proposées à l'enfant. Le testeur est alors amené à identifier les stratégies mises en place par l'enfant (récupération en mémoire, surcomptage à partir du premier terme, surcomptage à partir du terme le plus grand ou stratégie immature telle que le recomptage du tout, passage à la dizaine avec utilisation d'un algorithme généralisable, passage à la dizaine avec utilisation d'un algorithme non généralisable). Par la suite, l'enfant doit résoudre des additions faisant intervenir des nombres plus grands de type $DU+U$ (avec et sans passage à la dizaine), de type $DU+DU$ (avec et sans passage à la dizaine) ou contenant au moins un nombre à 3 ou 4 chiffres.

Les soustractions sont également proposées par ordre croissant de difficultés. La résolution des soustractions les plus simples (quantités inférieures à 5) peut être aidée par l'opération à énoncé verbal correspondant (de type transformation de mesure négative avec recherche de l'état final), une opération analogique de type boîte noire ou, en cas de grosse difficulté, à un jugement d'opération analogique. Si ces soustractions sont maîtrisées, des soustractions dont les termes sont inférieurs à 15 sont proposées à l'enfant. Le testeur est alors amené à identifier les stratégies mises en place par l'enfant (récupération en mémoire, décomptage, surcomptage à partir du diminuteur ou passage par la dizaine). Par la suite, l'enfant doit résoudre des soustractions faisant intervenir des nombres plus grands de type $DU-U$ (avec et sans passage de classe), de type $DU-DU$ (avec et sans passage de classe) ou contenant au moins un nombre à 3 ou 4 chiffres.

3.2.4.3. Opérations à énoncé verbal

L'évaluation des opérations à énoncé verbal ne fait pas partie du test, excepté si les opérations symboliques faisant intervenir des quantités inférieures à 5 ne sont pas réussies (voir opérations symboliques)

3.2.5. Opérations logiques

Les opérations logiques ne sont pas évaluées par le logiciel MathEval.

3.2.6. Fonctions cognitives sous-jacentes

Mémoire

Aucune tâche spécifique ne vise l'évaluation des fonctions mnésiques. En revanche, certaines épreuves sollicitent de façon plus importante la mémoire de travail ou la mémoire à long terme. C'est le cas des épreuves de transcodage.

Fonctions attentionnelles et exécutives

Aucune tâche spécifique ne vise l'évaluation des fonctions attentionnelles et exécutives. En revanche les épreuves contenant des choix multiples mettent en jeu des ressources attentionnelles importantes (attention sélective et inhibition), comme c'est le cas de la tâche de lecture de nombres.

Gnosies digitales

Le test MathEval comprend une épreuve visant l'évaluation des gnosies digitales. Dans cette épreuve, l'examineur exerce une pression sur un ou plusieurs des doigts de l'enfant (les mains de ce dernier étant disposées à plat, ouvertes et paumes contre la table). Celui-ci doit alors montrer les doigts qui ont été touchés sur un dessin représentant des mains et non sur ses propres mains afin d'éviter un éventuel feedback kinesthésique (souvenir sensoriel).

La reconnaissance de configurations de doigts est également évaluée dans la tâche relative au subitizing.

3.2.7. Bilan de l'analyse

Le Tableau 8 récapitule les éléments évalués par le logiciel MathEval et ceux qui ne le sont pas :

Ce qui est évalué par MathEval	Ce qui n'est pas évalué par MathEval
<ul style="list-style-type: none">- L'organisation et l'étendue de la suite numérique verbale- Les principes de Gelman et Gallistel- La coordination comptage oral/pointage- Le subitizing (jusque 6)- La reconnaissance de configurations de doigts- La représentation sur une ligne numérique- La représentation analogique du nombre via le code oral et le code arabe (sans distinction des codes)- Le transcodage des nombres de 1 à 5 chiffres (primitives lexicales et zéros), uniquement de l'oral à l'écrit- La résolution d'opérations analogiques de type transformation de mesures positive avec recherche de l'état final (facultatif)	<ul style="list-style-type: none">- Le nombre pour exprimer une position (aspect ordinal)- L'énumération indépendamment du dénombrement- L'estimation pour quantifier une collection- La représentation analogique du nombre- L'acuité numérique- La compréhension du système de numération décimal positionnel- La reconnaissance du code oral et du code arabe- Le transcodage des dizaines complexes- Le transcodage de l'écrit à l'oral- Les opérations de type composition de mesures, comparaison de mesures, composition de transformations,

- La résolution d'opérations verbales de type transformation de mesures positive avec recherche de l'état final (facultatif)	transformation d'une relation et composition de relations
- La résolution d'opérations symboliques (addition et soustractions de nombres <10000)	- Les opérations logiques
- Les gnosies digitales	- Les fonctions cognitives sous-jacentes (mémoire, fonctions attentionnelles)

Tableau 8 : Eléments évalués dans le MathEval

Le logiciel MathEval permet, d'une part, d'évaluer les aptitudes des enfants dans différents domaines mathématiques (comptage, dénombrement, transcodage du code oral au code écrit et calcul). Le nombre intervient à la fois comme outil (pour quantifier ou calculer) et comme objet (principalement dans les tâches de transcodage).

D'autre part, le logiciel MathEval permet d'identifier la présence d'un trouble cognitif au niveau de l'accès aux représentations analogiques via les codes symboliques (subitizing, comparaison de nombres, placement sur une ligne numérique, ...). Il ne permet pas, en revanche, de déceler un déficit du traitement des quantités analogiques

3.3. Analyse du Woodcock-Johnson

Le Woodcock-Johnson (Woodcock et al., 2007) est un ensemble de tests d'intelligence développé en 1977 par R. Woodcock et M.E. Bonner Johnson. Cette première version a été révisée plusieurs fois et nous nous intéresserons ici à la version de 2007 intitulée Woodcock-Johnson III Normative Update (WJ III NU). Cette batterie comporte 31 épreuves visant à évaluer les aptitudes cognitives et 22 épreuves testant le langage oral ainsi que les apprentissages. Dans ces épreuves concernant les apprentissages, on retrouve 4 subtests mathématiques : calcul, faits arithmétiques, concepts quantitatifs et problèmes. Notre analyse portera uniquement sur ces 4 subtests. Au niveau théorique, le Woodcock-Johnson s'appuie sur le modèle hiérarchique d'intelligence de Cattell-Horn-Carroll (MCGrew, 1997). Il s'agit d'un modèle hiérarchique sur trois niveaux, le premier impliquant des aptitudes primaires, le second des aptitudes plus larges, le tout chapeauté par un facteur d'intelligence général. La batterie peut être administrée aux enfants à partir de deux ans et peut également être utilisée chez les adultes (l'étalonnage a été effectué sur une cohorte de plus de 8800 personnes âgées de 2 à 99 ans). Nous ne nous intéresserons cependant qu'aux tâches destinées aux enfants à l'entrée de l'école élémentaire.

3.3.1. Utilisation du nombre

Nous analyserons dans cette section les tâches dans lesquelles le nombre est utilisé pour exprimer une position ou pour quantifier.

3.3.1.1. Exprimer une position

Le test ne comporte pas de tâches pour lesquelles l'enfant doit utiliser le nombre pour exprimer une position.

3.3.1.2. Quantifier

Correspondance terme à terme

La correspondance terme à terme n'est pas évaluée dans ce test.

Dénombrement

Le dénombrement intervient dans différents items. L'enfant est amené à dire combien d'éléments comporte une collection donnée. Ces éléments sont au nombre de 2 à 6, ils sont toujours alignés, non manipulables (illustrations) et non identiques. Le dénombrement peut ne concerner qu'une partie des objets de la collection. Dans tous les cas, seule la réponse finale est prise en compte. Une autre série d'items consistent à montrer, parmi plusieurs collections, la collection qui compte un nombre donné d'objets. Les collections sont constituées d'objets illustrés (entre 1 et 3 par collection) ou de points arrangés selon des patterns reconnaissables (dans ce cas chaque collection compte de 1 à 6 points).

Les collections étant de petite taille, la tâche peut donc être résolue par le dénombrement mais également grâce au subitizing. Cependant, comme le temps de réaction n'est pas mesuré, on ne peut pas identifier la procédure utilisée.

Subitizing et estimation

Le subitizing et l'estimation ne sont pas évalués dans le WJ.

3.3.2. Représentations du nombre

Dans cette section seront analysées les tâches relatives aux différentes représentations du nombre (analogique et décimale).

3.3.2.1. Représentation analogique

La représentation analogique en tant que telle n'est pas évaluée.

Via le code arabe

Un item consiste à associer à une collection, constituée de deux objets, le nombre écrit correspondant (parmi différentes propositions) et peut donc nous renseigner quant à l'accès à la quantité via le code arabe. L'accès via le code oral n'est pas investigué.

3.3.2.2. Représentation décimale

La compréhension du système décimal positionnel n'est pas évaluée dans le WJ.

3.3.3. Codes et transcodage

Nous analyserons dans cette section les tâches relatives à la maîtrise du code oral et arabe ainsi que du transcodage.

3.3.3.1. Code arabe et oral

Dans les subtests mathématiques proposés par le WJ, on retrouve divers items visant à évaluer la maîtrise de la comptine numérique. L'un d'eux consiste à faire compter l'enfant à partir de 1 (en l'arrêtant lorsqu'il a atteint 5). On demande également à l'enfant de dire le nombre qui se situe entre deux nombres donnés oralement ou le nombre qui vient avant/après un nombre donné oralement.

Cette dernière tâche est également proposée avec d'autres suites que celle des nombres telle que la série des jours de la semaine, des mois de l'année, ...

Le code écrit en tant que tel n'est pas évalué par le Woodcock-Johnson.

3.3.3.2. Transcodage

Le transcodage est uniquement évalué du code arabe au code oral et cela pour les nombres 1 et 4.

3.3.4. Opérations

Dans cette section, nous analyserons les tâches de résolution d'opérations, qu'elles soient analogiques, symboliques ou à énoncé verbal.

3.3.4.1. Opérations analogiques

Le WJ contient différentes tâches mettant en jeu des opérations analogiques. Pour chacune de ces tâches, l'énoncé est lu oralement et la réponse attendue est également orale. Les objets ne sont pas manipulables et sont alignés pour les premiers items puis disposés aléatoirement. Les collections contiennent toujours moins de 10 objets. Au niveau de type de problème, on retrouve des problèmes de transformation de mesures (négative ou positive) avec recherche de l'état final selon la classification de Vergnaud (ce qui correspond à des problèmes de type changement 1 et 2 selon Riley). Un problème analogique faisant intervenir une division de type partage est également proposé.

Avec des collections un peu différentes (constituées de pièces de monnaie), il est aussi demandé à l'enfant de résoudre des problèmes de type composition de mesure positive avec recherche d'état final (Combien y a-t-il d'argent en tout ?), autrement dit des problèmes de type combinaison 1.

3.3.4.2. Opérations symboliques

Le WJ comporte un subtest consacré exclusivement au calcul. Dans ce subtest, l'enfant doit résoudre des opérations qui sont présentées de façon écrite en ligne ou verticalement (à la manière d'un calcul posé). L'inconnue porte sur le résultat final. Les opérations proposées peuvent être décrites de la façon suivante :

- 6 additions : 5 additions contenant des nombres à 1 chiffre et une addition contenant un nombre à 2 chiffres et un nombre à 1 chiffre (avec passage à la dizaine)
- 6 soustractions : 4 soustractions de nombres à 1 chiffre, une soustraction faisant intervenir un nombre à 2 chiffres et un nombre à 1 chiffre (avec emprunt) et une soustraction faisant intervenir deux nombres à 2 chiffres (sans emprunt)
- une multiplication faisant intervenir des nombres inférieurs à 10.

Le WJ comporte également un subtest destiné à évaluer la connaissance des faits arithmétiques. L'enfant dispose de 3 minutes pour résoudre le plus d'opérations possibles (additions, soustractions et multiplications). Toutes les opérations sont présentées verticalement et font intervenir des nombres inférieurs à 10.

Le subtest « problèmes » contient également un item faisant intervenir une opération symbolique. Il s'agit de combiner des prix (choix de deux objets parmi trois) afin d'arriver à un total donné (le résultat final est donc connu).

3.3.4.3. Opérations à énoncé verbal

Le WJ propose différentes opérations à énoncé verbal faisant intervenir des petites quantités. Celles-ci sont de type transformation négative de mesures avec recherche de l'état final ou de type comparaison de mesures avec recherche d'une comparaison positive (selon Vergnaud, ce qui correspond à des problèmes de type changement 2 et comparaison 1 selon la classification de Riley). Un problème multiplicatif de type addition répétée est également proposé. Pour ce problème ainsi que pour le problème additif de type comparaison, les informations chiffrées sont également présentées à l'enfant de façon écrite, en plus de l'énoncé oral. Dans tous les cas, l'ordre chronologique est respecté et la question se situe à la fin de l'énoncé.

3.3.5. Opérations logiques

L'épreuve de concepts quantitatifs du WJ comporte une partie consistant à compléter des séries (suite numérique classique, suite des nombres impairs/pairs, suite arithmétique, par ordre croissant ou décroissant). Les autres opérations logiques ne sont pas évaluées.

3.3.6. Tâches supplémentaires

Le WJ comporte également des tâches de lecture de l'heure sur une horloge à aiguilles ou à affichage digital ainsi que des tâches évaluant la compréhension de certains symboles (cercle, addition, soustraction) ou mots de vocabulaire (plus haut, plus bas, au milieu).

3.3.7. Fonctions cognitives sous-jacentes

Mémoire

Les épreuves proposées dans le WJ sollicitent peu la mémoire car les quantités en jeu restent petites.

Fonctions attentionnelles et exécutives

Aucune tâche spécifique ne vise l'évaluation des fonctions attentionnelles et exécutives.

Gnosies digitales

Le test ne contient aucune tâche de reconnaissance de doigts et ne fait appel à aucune configuration de doigts comme support pour d'autres tâches.

3.3.8. Bilan de l'analyse

Le Tableau 9 récapitule les éléments évalués par le WJ et ceux qui ne le sont pas :

Ce qui est évalué dans le WJ	Ce qui n'est pas évalué dans le WJ
- La suite numérique (jusque 5 + nombre avant/après/entre)	- L'étendue de la suite numérique verbale - Le nombre pour exprimer une position (aspect ordinal)

- | | |
|---|--|
| <ul style="list-style-type: none"> - Le dénombrement (pour quantifier une collection et pour identifier une collection) - La représentation analogique du nombre via le code arabe (1 item) - Le transcodage (arabe -> oral) des nombres 1 et 4 uniquement - La résolution d'opérations analogiques (de type transformation et composition de mesures et de division de type partage) - La résolution d'opérations symboliques (addition, soustraction, multiplication) - Les faits arithmétiques - La résolution d'opérations verbales de type transformation et comparaison de mesures ainsi que des opérations multiplicatives de type addition répétée - La sériation (séries à compléter) | <ul style="list-style-type: none"> - Les principes de Gelman et Gallistel - La coordination comptage oral/pointage - L'énumération - Le subitizing - L'estimation - La représentation analogique du nombre (indépendamment du code oral et arabe) - L'acuité numérique - La représentation sur une ligne numérique - La compréhension du système de numération décimal positionnel - La reconnaissance du code oral et du code arabe - Le transcodage des nombres supérieurs à 4 - Les opérations de type composition de transformations, transformation d'une relation et composition de relations - Les fonctions cognitives sous-jacentes (fonctions attentionnelles et exécutives, mémoire et gnosies digitales) - Les opérations logiques (classification, conservation et inclusion) |
|---|--|

Tableau 9 : Eléments évalués dans le Woodcock-Johnson

Le Woodcock-Johnson est principalement axé sur l'évaluation des opérations (du moins pour la population concernée). Il permet en effet de tester la maîtrise des algorithmes de calculs, les faits arithmétiques ainsi que la résolution de problèmes (verbaux ou analogiques) nécessitant la mise en œuvre d'une opération. Ces épreuves variées peuvent permettre une identification plus précise de la source des difficultés en ce qui concerne la résolution d'opération (s'agit-il d'une difficulté de compréhension conceptuelle, d'un déficit au niveau procédural ou mémoriel ?).

L'aspect objet du nombre est cependant évalué de façon très restreinte (suite numérique et transcodage de très petites quantités).

3.4. Analyse de l'Examath

La batterie de test Examath (Lafay & Helloin, 2016) a été conçue en 2016 par Anne Lafay, orthophoniste et docteure en médecine expérimentale, et Marie-Christel Helloin, orthophoniste également. Ce test informatisé et disponible sur divers supports (ordinateur et tablette tactile), vise à évaluer les habiletés mathématiques globales ainsi que les habiletés numériques de base (c'est-à-dire les habiletés à traiter les codes numériques, et dont le déficit serait signe d'une dyscalculie primaire). Il s'adresse à des orthophonistes et est destiné à des enfants scolarisés des classes de CE2 à la 3ème dans le système scolaire français (autrement dit de 8 à 15 ans). Dans notre analyse, nous nous intéresserons uniquement aux épreuves destinées aux « petits » (du CE2 au CM2) afin de pouvoir effectuer une comparaison avec les autres tests choisis qui concernent plutôt cette tranche d'âge. Concernant les fondements théoriques, ce test s'appuie principalement sur les modèles récents de cognition

mathématiques (tels le modèle du triple code de Dehaene ou le modèle développemental de Von Aster et Shalev). Il a été standardisé, étalonné et normalisé sur une cohorte de 443 enfants scolarisés en France et en Belgique.

3.4.1. Utilisation du nombre

Nous analyserons dans cette section les tâches dans lesquelles le nombre est utilisé pour exprimer une position ou pour quantifier.

3.4.1.1. Exprimer une position

Le test ne comporte pas de tâches pour lesquelles l'enfant doit utiliser le nombre pour exprimer une position.

3.4.1.2. Quantifier

Correspondance terme à terme

La correspondance terme à terme n'est pas évaluée dans l'Examath.

Dénombrement

Le dénombrement est évalué à travers deux types de tâches : une tâche où l'enfant doit déterminer le nombre d'objets constituant une collection et une où il doit produire une collection. Dans les deux cas, la réponse est donnée oralement.

Les collections sont constituées de plusieurs dominos (comportant chacun de 1 à 6 points) qui totalisent entre 6 et 25 points pour la première tâche et entre 5 et 22 pour la seconde (voir illustrations ci-dessous). Ils ne peuvent être manipulés dans l'épreuve d'identification de la quantité contrairement à celle de production de quantité dans laquelle les dominos peuvent être déplacés et utilisés autant de fois que nécessaire pour produire la collection voulue (pour avoir 3 points au total, l'enfant peut, par exemple, utiliser trois fois le domino avec 1 point).



Figure 25 : Tâche d'identification de la quantité

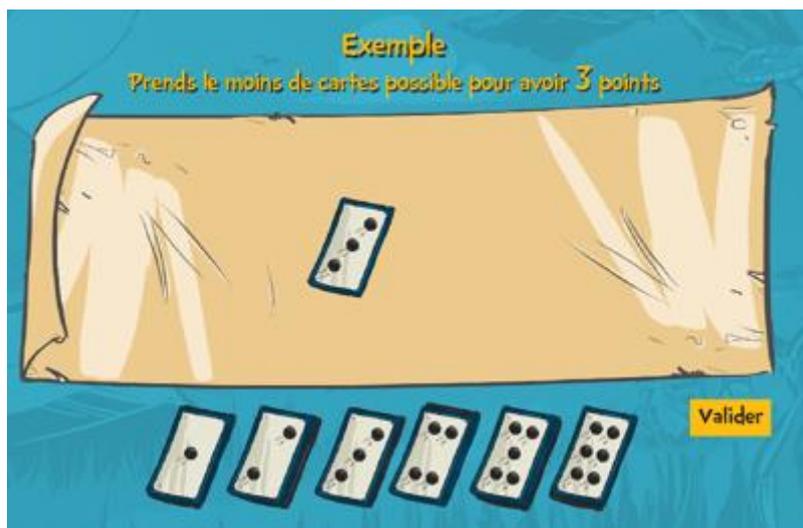


Figure 26 : Tâche de production d'une quantité cible

Dans les deux cas, le score obtenu dépend des stratégies employées pour résoudre l'épreuve. Dans la première, 1 point sera attribué à l'enfant s'il utilise une stratégie de dénombrement et 2 points s'il privilégie une stratégie de calcul. Dans la seconde, 3 points sont attribués pour les collections optimales (c'est-à-dire celles qui comportent le moins de dominos possible), 1 point pour les collections constituées uniquement de dominos « 1 » et 2 points pour les autres configurations possibles.

Ces tâches ne visent pas à évaluer le dénombrement en tant que tel (elles n'évaluent pas directement les principes de Gelman et Gallistel, la suite numérique verbale, la coordination pointage/énonciation ni l'énumération). L'enjeu de cette tâche est plutôt d'identifier les stratégies utilisées par l'enfant. Les caractéristiques des collections, qui sont constituées de plusieurs dominos représentant les nombres de 1 à 6, vont favoriser les stratégies de résolution opératoires (utilisation des compléments de 10, de faits arithmétiques connus, ...). L'utilisation de notation dépendant des stratégies employées vise à différencier différents types d'enfants : ceux qui échouent, ceux qui utilisent des stratégies immatures liées au dénombrement et ceux qui utilisent des stratégies adéquates de calcul. Les causes d'échec sont cependant nombreuses : difficultés de subitizing, erreurs de calcul, erreurs lors du dénombrement, ... En cas d'échec, d'autres épreuves seront donc nécessaires afin d'en déterminer la cause. De plus, le nombre de cartes utilisées lors de la tâche de production (et sur lequel se base la notation) n'est pas forcément en lien avec les stratégies employées pour sa résolution. En effet, un enfant peut donner une réponse juste avec un nombre de cartes inférieur au nombre cible (autrement dit autre qu'une collection constituée uniquement de dominos « 1 »), sans avoir utilisé forcément une stratégie opératoire (comme les dominos sont manipulables, il peut en mettre plusieurs, les dénombrer et ajuster en fonction).

Ces tâches sollicitent fortement la mémoire de travail, en particulier lors de stratégies de résolution opératoires. Par exemple, dans la tâche d'identification d'une collection, les collections peuvent comporter jusqu'à 7 dominos. L'enfant doit donc gérer beaucoup d'étapes et de calculs, ce qui peut éventuellement le conduire à utiliser une stratégie moins rapide mais moins coûteuse en termes de mémoire de travail comme le dénombrement.

Estimation

Une épreuve de la batterie est spécifiquement dédiée à l'évaluation de l'estimation. Des collections constituées de 8 à 99 points de tailles variables, disposés de façon aléatoire sur l'écran, sont présentées durant 1000 millisecondes à l'enfant qui doit estimer oralement le nombre de points. La précision de l'estimation est calculée par l'écart entre le nombre cible et le nombre estimé.

Subitizing

Une épreuve est également destinée à évaluer les capacités de subitizing pour des collections de 1 à 9 éléments. Celles-ci sont constituées de points de même taille disposés selon des schèmes particuliers (schème du dé pour 5, deux rangées de quatre points pour 8, ...). Elles sont affichées pendant 500 millisecondes et le temps de réaction est analysé afin de distinguer la stratégie employée par l'enfant (subitizing ou stratégie de dénombrement/calcul). La réponse est donnée oralement.

Dans cette épreuve, les auteurs précisent la nécessité de distinguer les nombres de 1 à 3 (subitizing « naturel ») des nombres de 4 à 9 (intervalle dans lequel la reconnaissance quasi immédiate de la quantité est possible grâce à une exposition répétée).

Notons cependant tous les schèmes des quantités de 4 à 9 ne sont pas rencontrés à la même fréquence. En effet, les configurations particulières des nombres 7, 8 et 9 sont moins fréquemment rencontrées que celles des nombres 4, 5 et 6 (qui sont présentes sur le dé). Pour la quantité 7, par exemple, l'enfant devra donc faire appel à des compétences opératoires en plus de compétences relatives au subitizing (il va reconnaître le 3 et le 4 et les additionner). Cette épreuve fait donc intervenir différentes compétences et pas uniquement du subitizing.

L'estimation et le subitizing interviennent également dans les tâches de comparaison de collections décrites plus loin dans l'analyse.

3.4.2. Représentations du nombre

Dans cette section seront analysées les tâches relatives aux différentes représentations du nombre (analogique et décimale).

3.4.2.1. Représentation analogique

Sens du nombre

Le test propose des tâches de comparaison analogique. Ces tâches sont divisées en deux épreuves, l'une concernant les petites numérosités (de 1 à 4) et l'autre des numérosités plus grandes (de 5 à 13). Les collections sont constituées de points de tailles variables, disposés de façon aléatoire sur l'écran (ils sont donc fixes et non manipulables). Le temps de présentation de la collection est très bref (de 500 à 1000 millisecondes) et l'enfant doit déterminer la collection comportant le plus d'éléments. Le ratio est contrôlé (celui-ci varie de 0.25 à 0.75 pour les petits nombres et de 0.5 à 0.91 pour les grands nombres) et permet de déterminer l'acuité numérique du patient.

Au vu du temps de présentation des collections et des numérosités en jeu, la première épreuve fait donc intervenir des habiletés de subitizing et la seconde d'estimation.

Via le code arabe

Trois types de tâches visent à évaluer le lien entre le code numérique arabe et analogique : une tâche de jugement d'association entre un nombre arabe et un nombre en code analogique, une tâche de comparaison de nombres arabes et une tâche de placement sur une ligne numérique.

Lors de la première tâche, on présente à l'enfant un nombre arabe et une collection de points pendant 500 millisecondes et celui-ci doit dire s'il s'agit de la même quantité ou non. Les nombres proposés dans cette épreuve vont de 1 à 8 et les collections ont les mêmes caractéristiques que celles utilisées dans les tâches de comparaison analogique.

Cette épreuve fait intervenir des habiletés de subitizing et d'estimation car les collections sont présentées pendant un très bref instant et les points sont disposés de façon aléatoire (il est donc difficile de reconnaître les configurations de façon exacte et rapide pour les quantités supérieures à 4).

L'épreuve de comparaison de nombres arabes est divisée en 3 subtests selon le domaine numérique (nombres de 1 à 4, de 5 à 13 et de 10 à 81). L'enfant doit, à chaque fois, déterminer le plus grand nombre. Les nombres sont physiquement de même taille et leur ratio varie de 0.25 à 0.75 pour les petits nombres, de 0.5 à 0.91 pour les nombres intermédiaires et de 0.5 à 0.89 pour les grands nombres. Chaque item est affiché pendant 1000 millisecondes. L'épreuve contient 5 paires compatibles et 7 paires incompatibles qui permettent également de donner une indication sur la compréhension du système décimal.

Enfin, l'épreuve de placement sur une ligne numérique consiste à placer un nombre arabe sur une ligne horizontale orientée de gauche à droite sans graduation et dont les bornes varient selon les épreuves (0-100 dans une première épreuve et 0-1000 dans une deuxième). L'enfant dispose de 10 secondes pour placer le nombre au bon endroit sur la droite (il doit donc le placer de façon approximative).

Via le code oral

Trois types de tâches (en plus des tâches d'estimation et de subitizing décrites précédemment) permettent d'évaluer le lien entre le code numérique oral et analogique : une tâche de jugement d'association entre un nombre oral et un nombre en code analogique, une tâche de comparaison de nombres oraux et une tâche de placement sur une ligne numérique.

Lors de la première tâche, l'enfant entend un nombre et est face à une collection de points pendant 500 millisecondes. Il doit ensuite dire s'il s'agit de la même quantité ou non. Les nombres proposés dans cette épreuve vont de 1 à 9 et les collections ont les mêmes caractéristiques que celles utilisées dans les tâches de comparaison analogique. Cette épreuve fait intervenir des habiletés de subitizing et d'estimation car les collections sont présentées pendant un très bref instant et les points sont disposés de façon aléatoire (il est donc difficile de reconnaître les configurations de façon exacte et rapide pour les quantités supérieures à 4).

L'épreuve de comparaison de nombres oraux est divisée en 3 subtests selon le domaine numérique (nombres de 1 à 4, de 5 à 13 et de 10 à 81). L'enfant doit à chaque fois déterminer le plus grand nombre. Leur ratio varie de 0.25 à 0.75 pour les petits nombres, de 0.5 à 0.91 pour les nombres intermédiaires et de 0.33 à 0.75 pour les grands nombres.

Enfin, l'épreuve de placement sur une ligne numérique consiste à placer un nombre entendu sur une ligne horizontale orientée de gauche à droite sans graduation allant de 0 à 100. L'enfant dispose de 10 secondes pour placer le nombre au bon endroit sur la droite (il doit donc le placer de façon approximative).

3.4.2.2. Représentation décimale

Différentes tâches de l'Examath sont destinées à évaluer la compréhension du système numérique en base 10, certaines étant relatives aux écritures des nombres, d'autres faisant intervenir les quantités analogiques.

Tâches relatives aux écritures des nombres

On retrouve, dans l'Examath, deux tâches relatives aux écritures des nombres.

La première est une tâche du type « nombre de/chiffre de » qui comporte 15 items à choix multiples. Des nombres arabes de 2 à 4 chiffres sont présentés à l'enfant qui doit identifier le « nombre de » ou le « chiffre de » parmi plusieurs réponses possibles. Les distracteurs sont les autres chiffres du nombre pour la tâche « chiffre de » et des nombres formés avec les chiffres du nombre proposé pour la tâche « nombre de ».

La seconde est une tâche de « décomposition et recombinaison canoniques » qui consiste à associer un nombre de 2 à 4 chiffres avec l'écriture additive selon les puissances de 10 correspondante parmi plusieurs choix possibles. Les distracteurs sont des sommes de chiffres dont la concaténation donne le nombre cible ou des sommes de mauvaises puissances de 10. La solution correspond toujours à une décomposition canonique ($182=100+80+2$ ou $182=100+82$).

Tâches faisant intervenir les quantités analogiques

Une autre épreuve consiste à évaluer la traduction d'une quantité analogique en un nombre arabe et inversement. Dans la première partie de l'épreuve, l'enfant doit produire une quantité analogique avec le matériel à sa disposition correspondant à un nombre donné en code arabe (entre 13 et 74). Le matériel disponible est soit proportionnel groupable (billes et boîtes de billes), soit prégroupé (cubes) soit non proportionnel (pièces et billets). Celui-ci est disponible de façon illimitée. Les points attribués à l'épreuve varient en fonction des combinaisons matérielles utilisées (1 point si l'enfant utilise uniquement des unités et 3 points pour une représentation canonique). La deuxième partie consiste à produire un nombre arabe correspondant à une collection d'objets donnée. Le matériel utilisé est similaire à celui de la première partie et les quantités représentées varient de 25 à 74. Enfin, une tâche de jugement est proposée avec 6 paires de nombres (l'un en code arabe et l'autre représenté matériellement) entre 14 et 58. Dans ces deux dernières tâches, les collections sont toujours présentées de façon canonique (le nombre d'unités est inférieur ou égal à 9).

Précisons que les tâches comprenant des choix multiples mettent en jeu des ressources attentionnelles importantes (attention sélective et inhibition). En effet, les distracteurs peuvent vite conduire à des erreurs si l'enfant répond de façon impulsive.

3.4.3. Codes et transcodage

Nous analyserons dans cette section les tâches relatives à la maîtrise du code oral et arabe ainsi que du transcodage.

3.4.3.1. Code arabe et oral

Les codes en tant que tels ne sont pas évalués dans la batterie Examath.

3.4.3.2. Transcodage

Le transcodage de l'écrit arabe à l'oral et inversement sont évalués à travers des épreuves de dictée et de lecture de nombres. Toutes deux sont composées de deux parties (voir ci-dessous) : l'une traitant les nombres de 1 à 2 chiffres (autrement dit, inférieurs à 100) et l'autre les nombres de 3 à 7 chiffres (autrement dit supérieurs à 100).

Lecture 1 à 99	Lecture 99+ AA	Dictée 1 à 99	Dictée 99+ AA
8	245	6	453
23	790	38	609
81	604	82	540
12	9403	25	3258
69	1256	14	8101
47	15963	91	63004
30	86074	63	54071
74	52007	40	24843
58	630789	79	740652
96	2567123	57	3453156

Figure 27 : Nombres lus et dictés dans l'Examath

Peu de primitives lexicales sont évaluées (uniquement 2 à l'oral et 2 à l'écrit). On retrouve des dizaines complexes (3/10 pour les nombres inférieurs à 100) et la présence de zéros dans la moitié des nombres supérieurs à 100.

Rappelons que les épreuves de transcodage sollicitent de manière importante la mémoire de travail ainsi que la mémoire à long terme.

3.4.4. Opérations

Dans cette section, nous analyserons les tâches de résolution d'opérations, qu'elles soient analogiques, symboliques ou à énoncé verbal.

3.4.4.1. Opérations analogiques

La batterie Examath contient une épreuve de type « boîte noire » consistant à évaluer le sens intuitif des opérations. Elle se présente de la façon suivante : sur l'écran l'enfant voit l'intérieur d'un igloo dans lequel se trouve un certain nombre de pingouins. Après quelques secondes, le plan change et

l'enfant voit alors l'igloo de l'extérieur. Ensuite, un groupe de pingouins entre ou sort de l'igloo et l'enfant doit dire oralement combien il y a de pingouins dans l'igloo suite à cette transformation. Le matériel utilisé dans cette épreuve n'est donc pas manipulable et le résultat ne peut être vérifié. Les quantités manipulées restent inférieures à 10. Au niveau de la classification des problèmes proposés, il s'agit, selon Vergnaud, de problèmes de transformations de mesure (positives et négatives avec recherche de l'état final) et, selon Riley, de problèmes de changements (de type 1 et 2). Enfin, une mauvaise réponse respectant le sens de l'opération sera quand même prise en compte dans la cotation afin d'identifier les enfants qui ont une bonne compréhension intuitive des opérations mais qui restent en difficulté pour effectuer des calculs précis de ceux ne disposant pas de sens intuitif des opérations.

En plus de problèmes analogiques additifs, cette épreuve propose également des multiplications de type addition répétée et des divisions de type partage, utilisant le même support.

3.4.4.2. Opérations symboliques

Pour les petits, la batterie Examath ne contient qu'une tâche évaluant les opérations symboliques et plus particulièrement les faits arithmétiques relatifs aux différentes opérations (addition, soustraction et multiplication). Les opérations sont présentées en chiffres arabes et l'enfant dispose de 1 minute pour résoudre oralement chaque série constituée de 40 opérations. Les opérands sont inférieures à 10 pour l'addition ainsi que pour la multiplication et inférieures à 20 pour la soustraction (avec un diminuteur inférieur à 10).

Cette épreuve sollicite fortement la mémoire à long terme. La vitesse de résolution des opérations, et donc la capacité à récupérer directement les résultats en mémoire, dépend de la fréquence à laquelle l'enfant a été confronté à ces opérations.

3.4.4.3. Opérations à énoncé verbal

Un module de la batterie est exclusivement réservé à la résolution d'opérations verbales. Au niveau de la formulation des énoncés, l'ordre chronologique est toujours respecté, la question se situe toujours à la fin et une phrase introduit le problème si l'état initial est inconnu. L'enfant répond de façon orale et son score est calculé en fonction de la réponse finale (sur 2 points) mais également du choix de l'opération (sur 3 points) et de la justification (sur 1 point).

En ce qui concerne l'aspect sémantique des problèmes, on retrouve, pour les problèmes additifs, tous les types d'opérations présents dans la classification de Riley. D'après la classification de Vergnaud, on retrouve des problèmes de type « composition de mesure » (positive et négative, l'inconnue portant successivement sur une partie et sur le tout), de type « transformation de mesure » (positive et négative, l'inconnue portant successivement sur l'état initial, l'état final et sur la transformation) et de type « comparaison de mesures » (positive et négative, l'inconnue portant successivement sur l'état (sens de la comparaison et sens inverse de la comparaison) et sur la comparaison). Le module contient également des problèmes multiplicatifs de type proportionnalité simple et directe et de type comparaison. Les quantités intervenant dans les différents problèmes peuvent être plus ou moins grandes (nombres de 1 à 2 chiffres) et nécessitent généralement l'emploi de stratégies de résolution opératoires.

Enfin, un problème composé vise à évaluer la capacité de l'enfant à comprendre et résoudre un problème comportant plusieurs valeurs numériques et plusieurs étapes. Ce problème fait intervenir 5 opérations et les relations en jeu sont de même type que celles décrites dans l'épreuve de résolution de problèmes simples. Ce subtest fait intervenir beaucoup de données numériques et nécessite beaucoup d'étapes intermédiaires. Sa réussite dépend donc fortement des capacités attentionnelles et mnésiques de l'enfant.

3.4.5. Opérations logiques

Les opérations logiques telles que la sériation, classification, comparaison et inclusion ne sont pas évaluées dans ce test.

3.4.6. Tâches supplémentaires

En plus des épreuves décrites au cours de l'analyse, l'Examath comporte également un module visant à évaluer les concepts de grandeur et de mesure au travers de la maîtrise du système métrique. Pour les petits, il s'agit d'évaluer la compréhension des mesures dans un contexte naturel via l'association d'une dimension numérique caractérisant un objet à l'unité de mesure adéquate. Par exemple, on propose à l'enfant l'item suivant : « L'épaisseur d'un dictionnaire peut être de 11... » et celui-ci doit répondre « centimètres ».

La batterie de test est également constituée d'un module de raisonnement et langage comportant deux épreuves pour les petits. La première consiste à compléter une histoire illustrée par deux à cinq images. La seconde est une épreuve de gestion des énoncés dans laquelle un problème est proposé à un enfant qui doit déterminer si les données à sa disposition lui permettent de résoudre le problème ou non. Il lui est ensuite demandé d'indiquer les données utiles ou manquantes à la résolution du problème.

3.4.7. Fonctions cognitives sous-jacentes

Mémoire

Aucune tâche spécifique ne vise l'évaluation des fonctions mnésiques (du moins pour la tranche d'âge qui nous intéresse). En revanche diverses tâches sollicitent de façon assez importante la mémoire de travail ou la mémoire à long terme. C'est particulièrement le cas des épreuves visant à évaluer la maîtrise des faits arithmétiques et le transcodage (mémoire à long terme) et de celles faisant intervenir des calculs nécessitant plusieurs étapes comme c'est le cas dans l'épreuve de dénombrement et de résolution de problème composé dans les opérations à énoncé verbal (mémoire de travail).

Fonctions attentionnelles et exécutives

Aucune tâche spécifique ne vise l'évaluation des fonctions attentionnelles et exécutives. En revanche les épreuves contenant des choix multiples mettent en jeu des ressources attentionnelles importantes (c'est le cas de deux épreuves utilisées dans l'évaluation de la compréhension du système numérique en base 10).

Gnosies digitales

Le test ne contient aucune tâche de reconnaissance de doigts et ne fait appel à aucune configuration de doigts comme support pour d'autres tâches.

3.4.8. Bilan de l'analyse

Le Tableau 10 récapitule les éléments évalués dans l'Examath et ceux qui ne le sont pas :

Ce qui est évalué dans l'Examath	Ce qui n'est pas évalué dans l'Examath
<ul style="list-style-type: none"> - Les stratégies employées pour identifier ou produire une quantité (comptage ou calcul) - L'estimation et le subitizing pour quantifier une collection - La représentation analogique du nombre (indépendamment des variables physiques continues) - L'acuité numérique - Sens du nombre à travers des tâches de comparaison analogique - La représentation sur une ligne numérique - La représentation analogique du nombre via le code oral et le code arabe - La compréhension du système de numération décimal positionnel à travers des tâches relatives aux écritures des nombres et des tâches faisant intervenir les quantités analogiques - Le transcodage des nombres de 1 à 3 chiffres (dizaines complexes et zéros) - La résolution d'opérations analogiques de type transformation de mesures - La résolution d'opérations verbales de type composition de mesures, transformation de mesures et comparaison de mesure - Les faits arithmétiques 	<ul style="list-style-type: none"> - L'organisation et l'étendue de la suite numérique verbale - Les principes de Gelman et Gallistel - La coordination comptage oral/pointage - Le nombre pour exprimer une position (aspect ordinal) - L'énumération - La reconnaissance du code oral et du code arabe - Les opérations de type composition de transformations, transformation d'une relation et composition de relations - La résolution d'opérations symboliques (addition, soustraction, multiplication) - Les opérations logiques - Les fonctions cognitives sous-jacentes (mémoire, fonctions attentionnelles/ exécutives et gnosies digitales)

Tableau 10 : Eléments évalués dans l'Examath

L'Examath permet, d'une part, d'évaluer les aptitudes des enfants dans différents domaines mathématiques (dénombrement, transcodage, calcul et résolution de problèmes). Dans ce test, le nombre est donc évalué dans sa dimension outil (identification et production de quantité et résolution de problèmes) mais également dans sa dimension objet (compréhension des différents codes et du système décimal, transcodage, ...). Cependant, le nombre n'intervient en tant qu'outil que dans des situations de quantification (aspect cardinal du nombre) : pour quantifier une collection ou pour anticiper le résultat d'un problème portant sur des quantités. Dans aucune des épreuves du test le nombre n'est utilisé pour exprimer une position (aspect ordinal du nombre).

L'évaluation porte principalement sur les procédures de calculs qui sont favorisées par le choix des variables caractérisant les différentes tâches, plutôt que sur procédures de comptage (problèmes

analogiques de type « boîte noire », collections à identifier constituées de plusieurs dominos, problèmes mettant en jeu de grandes quantités, ...).

D'autre part, l'Examath permet d'identifier la présence d'un trouble cognitif au niveau du traitement des quantités analogiques (comparaison de collections) ainsi que de l'accès aux représentations analogiques via les codes symboliques (comparaisons, placement sur une ligne numérique, ...). La majorité de ces épreuves sont scindées en plusieurs parties selon les domaines numériques concernés, ce qui permet de distinguer un éventuel déficit du système numérique précis d'un déficit du système numérique approximatif.

3.5. Analyse du Tedi-Math

La batterie de test Tedi-Math (Van Nieuwenhoven et al., 2001) a été mise au point en 2001 par Catherine Van Nieuwenhoven (psychopédagogue et docteure en sciences de l'éducation), Jacques Grégoire (docteur en psychologie) et Marie-Pascale Noël (docteur en psychologie dans le domaine de la neuropsychologie cognitive). Il s'agit d'une batterie « papier-crayon » visant à diagnostiquer des compétences de base en mathématiques qui procure des indications précises sur les composantes déficitaires des compétences numériques permettant ainsi la mise en place d'un programme de remédiation. Elle s'adresse à des enfants de la moyenne section maternelle au CE2 (c'est-à-dire entre 4 et 9 ans) et a été étalonnée sur 583 enfants français et belges francophones. Les auteurs se sont appuyés sur des fondements théoriques issus de la théorie piagétienne du nombre mais également des connaissances les plus récentes en neuropsychologie et sciences cognitives.

3.5.1. Utilisation du nombre

Nous analyserons dans cette section les tâches dans lesquelles le nombre est utilisé pour exprimer une position ou pour quantifier.

3.5.1.1. Exprimer une position

Le test ne comporte pas de tâches pour lesquelles l'enfant doit utiliser le nombre pour exprimer une position.

3.5.1.2. Quantifier

Correspondance terme à terme

La correspondance terme à terme n'est pas évaluée dans le Tedi-Math.

Dénombrement

Une des facettes du développement des compétences numériques investiguées par le Tedi-Math est le dénombrement. Son évaluation se fait par le biais de différentes tâches. Il est, tout d'abord, demandé à l'enfant de dénombrer une série de collections. Ces collections sont constituées de dessins d'animaux d'abord alignés et identiques, puis disposés de façon aléatoire mais toujours identiques et enfin, disposés de façon aléatoire et de nature différente. Les quantités représentées sont toujours inférieures à 12 et l'enfant doit, pour chaque collection, compter les animaux et dire par la suite combien d'animaux il y a en tout (sans recompter). La procédure de dénombrement (correspondant à

la séquence de comptage avec un pointage adéquat et une bonne coordination comptage-pointage) intervient dans la notation de l'épreuve. L'énumération n'est pas évaluée en tant que telle.

Le dénombrement est également évalué à travers une tâche de construction de collections équipotentes. La collection à reproduire est constituée de jetons collés sur une feuille (les objets ne sont donc pas manipulables) et reste accessible à l'enfant lors de la construction de la collection équipotente. Si l'enfant utilise une procédure autre que le dénombrement (comme la correspondance terme à terme), la tâche est considérée comme échouée. Les caractéristiques de la situation ne favorisent cependant pas forcément ce type de procédure. En effet, l'enfant a accès à la collection à reproduire lors de la construction de la collection équipotente, ce qui peut l'inciter à utiliser une procédure plus sûre comme la correspondance terme à terme.

Enfin, dans une dernière épreuve, on présente à l'enfant deux collections équipotentes (cinq bonshommes de neige et cinq chapeaux). Une collection est cachée (les chapeaux) et l'enfant doit alors déduire le nombre de chapeaux cachés en se basant sur le nombre de bonshommes de neige. Cette épreuve ne met cependant pas uniquement en jeu des compétences de dénombrement mais nécessite également la maîtrise de la conservation de la quantité.

A travers ces différentes tâches sont évalués les cinq principes de Gelman et Gallistel. En effet, les épreuves de comptage (décrites dans le paragraphe précédent) permettent de s'assurer de la maîtrise du principe d'ordre stable. Les autres principes sont évalués dans les tâches de dénombrement de collection. L'observation de la coordination entre le pointage et l'énonciation de la suite numérique verbale permet de vérifier le principe de correspondance terme à terme. Le fait de proposer à l'enfant des collections hétérogènes et de lui demander, après son dénombrement, combien d'éléments compte la collection sans tout recompter, nous renseigne quant à l'acquisition du principe d'abstraction ainsi que du principe cardinal. Dans ces tâches, il est également demandé à l'enfant combien la collection comporterait d'éléments si on avait commencé son dénombrement à partir d'un autre élément, ce qui permet de vérifier le principe de non pertinence de l'ordre.

Estimation et Subitizing

L'estimation et le subitizing interviennent uniquement dans une épreuve de comparaison analogique décrite plus loin dans l'analyse.

3.5.2. Représentations du nombre

Dans cette section seront analysées les tâches relatives aux différentes représentations du nombre (analogique et décimale).

3.5.2.1. Représentation analogique

Sens du nombre

Le test Tedi-Math propose une tâche de comparaison analogique. Les collections présentées sont constituées de 1 à 15 points de tailles identiques et dispersés de façon aléatoire (ils sont donc fixes et non manipulables). Le temps de présentation de la collection est très bref (1 seconde) et l'enfant doit déterminer la collection comportant le plus d'éléments. Le ratio varie de 0.28 à 0.66.

Le temps de présentation très bref permet de s'assurer que l'enfant utilise bien des procédures de subitizing ou d'estimation pour résoudre la tâche. Notons également que les variables physiques continues comme la surface occupée par les points ne sont pas contrôlées et peuvent influencer le jugement des enfants. Quant au rapport entre les deux collections présentées, on constate qu'il est relativement peu élevé. En effet, rappelons qu'un enfant de 3 ans peut *a priori* distinguer des quantités dont le rapport est de $\frac{3}{4}$, ce qui est supérieur au plus grand ratio proposé dans cette tâche. On peut donc supposer que cette épreuve ne nous permette pas de définir précisément l'acuité numérique de l'enfant, à moins qu'il ne présente de sévères difficultés.

Via le code arabe

Une tâche de comparaison de nombres arabes permet de voir si l'enfant arrive à accéder à la magnitude du nombre via le code arabe. Douze paires de nombres arabes de 1 à 3 chiffres sont présentées à l'enfant qui doit indiquer le plus grand des deux nombres. Ceux-ci sont relativement proches (le ratio moyen est de 0.71). En ce qui concerne la comparaison des nombres à deux chiffres (6 paires), 2 paires nécessitent uniquement la comparaison des unités (dizaines identiques), deux nécessitent uniquement la comparaison des dizaines (unités identiques) et les deux autres sont incompatibles. La comparaison des nombres à 3 chiffres nécessite, quant à elle, uniquement la comparaison des dizaines et unités (centaines identiques) qui se révèlent également incompatibles. Cette épreuve permet également de nous donner une indication quant à la compréhension du système numérique positionnel.

Une épreuve de grandeur relative évalue également l'accès à la quantité via le code arabe. Dans cette tâche, l'enfant doit choisir, parmi deux nombres qui lui sont présentés en chiffres arabes, lequel se rapproche le plus d'un nombre cible (présenté également en chiffres arabes). Douze items sont proposés durant 3 secondes chacun. Huit de ces items comportent uniquement des nombres à 1 chiffre et les autres uniquement des nombres à 2 chiffres. Pour ces derniers, le chiffre des dizaines des nombres proposés est toujours différent de celui du nombre cible. Le temps de présentation très bref des nombres dans cette tâche permet de rendre toute procédure de calcul impossible. Cette épreuve semble relativement coûteuse en termes de mémoire de travail car elle nécessite une double comparaison.

Via le code oral

Une tâche de comparaison de nombres oraux permet de voir si l'enfant arrive à accéder à la magnitude du nombre via le code oral. Quinze paires de nombres oraux de 1 à 3 chiffres sont présentés à l'enfant qui doit dire quel est le plus grand. Les nombres énoncés possèdent à chaque fois le même nombre de primitives lexicales (sauf pour la paire 80-9). Lorsque les nombres n'appartiennent pas à la même classe lexicale, la position dans la classe du plus petit nombre est systématiquement supérieure à celle du plus grand (c'est le cas, par exemple, de la paire 6-11).

3.5.2.2. Représentation décimale

Différentes tâches du Tedi-Math sont destinées à évaluer la compréhension du système numérique en base 10, certaines étant relatives aux écritures des nombres, d'autres faisant intervenir les quantités analogiques.

Tâches relatives aux écritures des nombres

On retrouve uniquement une tâche relative aux écritures des nombres. Il s'agit d'une tâche du type « chiffre de » comportant 10 items. Des nombres arabes de 2 à 3 chiffres sont présentés à l'enfant qui doit entourer le « chiffre des unités » ou le « chiffre des dizaines ».

Tâches faisant intervenir les quantités analogiques

Le Tedi-math contient deux types de tâches faisant intervenir les quantités analogiques.

On trouve tout d'abord des tâches de traduction d'une quantité analogique en nombre oral et inversement. La traduction de la quantité analogique vers le code oral est évaluée par une tâche de production d'un nombre oral correspondant à une collection d'objets. Le matériel utilisé est proportionnel groupable manipulable (bâtonnets et paquets de bâtonnets) et les quantités en jeu varient entre 13 et 24. Cette tâche est considérée comme échouée si l'enfant utilise une stratégie de dénombrement des paquets (qui est pourtant favorisée par le matériel choisi puisque les unités sont groupées en paquet de dix de manière ostensible et peuvent donc être dénombrées). Deux autres tâches évaluent la traduction en sens inverse. Le même matériel est utilisé dans la première mais est uniquement visible et plus manipulable (la réponse se fait oralement en évoquant le matériel). Les nombres à représenter à l'aide de ce matériel varient entre 8 et 36 et présentent une structure en dizaine simple, dizaine-unité classique ou dizaine-unité particulière (« quatorze », par exemple). La seconde tâche fait intervenir du matériel non proportionnel (petits jetons de 1€ et grands jetons de 10€) qui est manipulable. Les nombres à représenter dans cette épreuve sont compris entre 13 et 31 et présentent une structure en dizaine-unité classique ou en dizaine-unité particulière. Dans les deux cas, le critère de réussite est la décomposition correcte en dizaine et unités.

Enfin, une dernière tâche amène l'enfant à repenser les groupements par rapport aux échanges. On lui présente oralement un nombre de bâtonnets compris entre 15 et 32 et on lui demande s'il faudra ouvrir un fagot pour retirer un certain nombre de bâtonnets (entre 4 et 7). Le matériel n'est ici ni manipulable ni visible.

3.5.3. Codes et transcodage

Nous analyserons dans cette section les tâches relatives à la maîtrise du code oral et arabe ainsi que du transcodage.

3.5.3.1. Code arabe et oral

La reconnaissance du code arabe est évaluée à travers une épreuve de décision numérique dans laquelle l'enfant doit reconnaître des chiffres parmi d'autres symboles écrits (lettres, caractères spéciaux tel que « @ », ...).

Une série d'épreuves permet d'évaluer le degré de maîtrise de la séquence numérique verbale ainsi que son niveau d'organisation (selon Fuson) : l'enfant est amené à compter le plus loin possible, jusqu'à une borne supérieure donnée (inférieure à 10), à partir d'une borne inférieure donnée (jusqu'à 15 maximum), entre deux bornes données (inférieures à 10), à rebours ou encore par pas de 2 ou 10. Une amorce est autorisée sauf lorsque des bornes sont définies.

La reconnaissance du code oral est également évaluée à travers deux épreuves spécifiques, en complément des tâches de comptage concernant la maîtrise de la suite numérique verbale. La

première épreuve est une épreuve de décision numérique orale dans laquelle l'enfant doit reconnaître des nombres parmi d'autres mots provenant soit d'un lexique fermé et ordonné (par exemple les jours de la semaine) ou de mots construits sur base de la morphosyntaxe des nombres (par exemple « douzante » qui possède le suffixe -ante propre aux dizaines). La deuxième épreuve spécifique de reconnaissance du code oral consiste à juger la grammaticalité d'une expression numérique. Il est proposé à l'enfant douze termes respectant ou non les règles de formation des mots-nombres et celui-ci doit dire qu'elles sont les entités correctement formées.

Ces tâches mettent en jeu des ressources attentionnelles plus importantes (attention sélective et inhibition). En effet, les distracteurs peuvent vite conduire à des erreurs si l'enfant répond de façon impulsive.

3.5.3.2. Transcodage

Le transcodage de l'écrit arabe à l'oral et inversement sont évalués à travers d'épreuves de dictée et de lecture de nombres. Ces épreuves comportent chacune 20 items à transcoder (3 nombres à 1 chiffre, 9 nombres à 2 chiffres (3 particuliers, 3 dizaines et 3 dizaines-unités) et 8 nombres à 3 chiffres (2 centaines, 2 centaines-unités, 2 centaines-dizaines et 2 centaines-dizaines-unités). On retrouve 8 primitives lexicales pour la dictée, peu de dizaines complexes (3/20) et la présence de beaucoup de zéros (9/20).

Rappelons que les épreuves de transcodage sollicitent de manière importante la mémoire de travail ainsi que la mémoire à long terme.

3.5.4. Opérations

Dans cette section, nous analyserons les tâches de résolution d'opérations, qu'elles soient analogiques, symboliques ou à énoncé verbal.

3.5.4.1. Opérations analogiques

La batterie Tedi-Math comporte une épreuve testant la compréhension des relations additives sur base d'un support imagé (les objets ne sont donc pas manipulables). Les quantités intervenant dans cette épreuve restent toujours inférieures à dix et la solution est donnée oralement. Les problèmes proposés sont des problèmes de combinaison (type 1) et changement (type 2) selon la classification de Riley ou encore des problèmes de composition de mesures (avec tout inconnu) et de transformation de mesures négative (avec état final inconnu), selon celle de Vergnaud. Les solutions des différents problèmes peuvent être obtenues par un dénombrement et ne font pas nécessairement appel à des procédures de calcul.

3.5.4.2. Opérations symboliques

La batterie Tedi-Math contient différentes tâches évaluant les compétences de l'enfant en résolution d'opérations symboliques. Les opérations sont écrites en chiffres arabes et il est attendu que l'enfant réponde oralement. Le temps de présentation n'est pas limité. Au total, 16 additions sont proposées (12 dans lesquels l'inconnue porte sur l'état final et 4 dans lesquels elle porte sur l'un des deux termes), 14 soustractions (10 dans lesquels l'inconnue porte sur l'état final et 4 dans lesquels elle porte sur l'un des deux termes) et 10 multiplications. Les additions et soustractions lacunaires font toujours

intervenir des quantités inférieures à 10. Voici quelques précisions concernant les autres opérations (addition, soustraction et multiplication où l'inconnue porte sur le résultat final) :

- En ce qui concerne les additions, on retrouve des additions de nombres à 1 chiffre (7/12 dont 3 nécessitent un passage à la dizaine et 2 qui font intervenir la règle « $n+0=n$ ») et de nombres à 2 chiffres (dont seulement 1 nécessite un report). Les nombres à additionner se situent toujours dans le même ordre de grandeur.
- Dans les soustractions, on trouve 4 items composés de nombres à 1 chiffre (dont un fait intervenir la règle « $n-0=n$ » et un autre, la règle « $n-n=0$ ») et 5 faisant intervenir au moins un nombre à deux chiffres (2 où est soustrait un nombre à un chiffre d'un nombre à deux chiffres, 2 où ce sont uniquement des dizaines qui sont soustraites à un nombre à deux chiffres et un item exigeant une procédure d'emprunt).
- Pour ce qui est des multiplications, elles font toutes intervenir des nombres inférieurs ou égaux à 10 (dont 2 font intervenir la règle « $n \times 0=0$ », 2 la règle « $n \times 1=n$ » et 2 la multiplication par 10).

Notons également que le fait d'avoir des temps de présentation illimités ne permet pas de voir si l'enfant récupère directement le résultat en mémoire ou non. Certaines opérations font intervenir des petits nombres et peuvent donc être résolues avec des procédures de comptages mais d'autres font intervenir de plus grandes quantités (restant cependant familières, comme l'opération « $24+18$ »), ce qui favorise l'emploi de procédures de calcul.

3.5.4.3. Opérations à énoncé verbal

Une épreuve est réservée à la résolution d'opérations avec énoncé verbal. Au niveau de la formulation des énoncés, l'ordre chronologique est toujours respecté, la question se situe toujours à la fin et une phrase introduit le problème si l'état final est inconnu. L'enfant répond oralement et le score ne tient compte que de la réponse finale.

En ce qui concerne l'aspect sémantique des problèmes proposés, on retrouve tous les problèmes de type « changement » de la classification de Riley, ce qui correspond aux problèmes de type « transformation de mesures » (avec transformation positive et négative, l'inconnue portant successivement sur l'état final, l'état initial et la transformation) dans la classification de Vergnaud. Les quantités intervenant dans cette épreuve sont toujours inférieures à 10.

3.5.5. Opérations logiques

Sériation

Deux épreuves visent l'évaluation de la sériation. La première consiste à ordonner des cartes sur lesquelles figurent des collections d'arbres (de 1 à 9 arbres par carte) par ordre croissant et à insérer une carte dans cette série. Dans la seconde épreuve, l'enfant doit encore classer des cartes dans l'ordre croissant mais, cette fois, celles-ci comportent des nombres arabes (de 2 à 10) et aucune carte ne doit être insérée par la suite dans la série.

Classification

Pour évaluer la classification, on propose à l'enfant neuf cartes avec chacune 3, 4 ou 5 symboles différents et celui-ci doit regrouper les cartes qui, selon lui, vont bien ensemble (mais seul le critère numérique est pris en compte dans la cotation). Si l'enfant ne parvient pas à classer les cartes selon le critère numérique, une tâche similaire lui est proposée avec des cartes présentant des symboles identiques (le critère numérique est donc le seul permettant de classer les cartes).

Conservation

Pour tester la conservation, on propose à l'enfant de comparer deux rangées de 6 jetons alignés en correspondance terme à terme. Des transformations (étalement et mise en tas) sont appliquées à l'une des deux rangées et l'enfant doit dire s'il y a toujours le même nombre de jetons que dans la première rangée. La cotation de l'épreuve dépend du type d'argument utilisé par l'enfant. S'il a recours à un argument logique (référence à l'invariance de la quantité), 2 points lui sont accordés tandis que s'il utilise un argument empirique (recomptage ou mise en correspondance terme à terme), un seul point lui est attribué.

Inclusion

Dans le but de tester la maîtrise du principe d'inclusion, une enveloppe et des jetons sont présentés à l'enfant qui doit en placer 6 dans l'enveloppe. Il lui est ensuite demandé s'il y a assez de jetons dans l'enveloppe si on veut en prendre 8, 4 ou 7.

3.5.6. Tâches supplémentaires

En plus des épreuves décrites au cours de l'analyse, le Tedi-Math comporte également une épreuve visant à évaluer les connaissances conceptuelles des enfants concernant les opérations arithmétiques (telle que la commutativité de l'addition) et les relations entre opérations (lien entre addition et soustraction, entre additions répétées et multiplication). Différents items de la forme « Si tu sais que ..., est-ce que cela t'aide pour faire ... ? Pourquoi ? » sont proposés à l'enfant oralement avec un support écrit comportant les deux opérations intervenant dans la question.

La maîtrise de la décomposition additive des nombres (relation parties/tout) est également évaluée à travers une épreuve consistant à décomposer de différentes manières un même nombre (Un berger a 6 moutons qu'il veut répartir dans deux prairies). Cette tâche est illustrée par un exemple (le praticien montre à l'enfant une feuille comportant deux prairies : l'une où est inscrit le chiffre 2 et l'autre où est inscrit le chiffre 4). L'enfant dispose d'un support (feuille avec deux prairies) pour proposer une autre décomposition. Par la suite, la même épreuve lui est proposée (même situation évoquée) avec 8 moutons et sans support.

3.5.7. Fonctions cognitives sous-jacentes

Mémoire

Aucune tâche spécifique ne vise l'évaluation des fonctions mnésiques. En revanche, certaines épreuves sollicitent de façon plus importante la mémoire de travail ou la mémoire à long terme. C'est le cas des épreuves de transcodage et de grandeur relative.

Fonctions attentionnelles et exécutives

Aucune tâche spécifique ne vise l'évaluation des fonctions attentionnelles et exécutives. En revanche, certaines épreuves mettent en jeu des ressources attentionnelles plus importantes que d'autres. C'est le cas des tâches de décision numérique et de jugement de grammaticalité qui contiennent des distracteurs.

Gnosies digitales

Le test ne contient aucune tâche de reconnaissance de doigts et ne fait appel à aucune configuration de doigts comme support pour d'autres tâches.

3.5.8. Bilan de l'analyse

Le Tableau 11 récapitule les éléments évalués par le Tedi-Math et ceux qui ne le sont pas :

Ce qui est évalué dans le Tedi-Math	Ce qui n'est pas évalué dans le Tedi-Math
<ul style="list-style-type: none"> - L'organisation et l'étendue de la suite numérique verbale - Le dénombrement (les principes de Gelman et Gallistel) - La coordination comptage oral/pointage - La représentation analogique du nombre (mais pas indépendamment à des variables physiques continues) - La représentation analogique du nombre via le code oral et le code arabe - La compréhension du système de numération décimal positionnel à travers des tâches faisant intervenir les quantités analogiques - La reconnaissance du code oral et du code arabe - Le transcodage (O->E et E-> O) des nombres de 1 à 3 chiffres (primitives lexicales, dizaines complexes et zéros) - La résolution d'opérations analogiques de type composition de mesures (positive) et transformation de mesures (négative) - La résolution d'opérations verbales de type transformation de mesures - La résolution d'opérations symboliques (addition, soustraction, multiplication) - Les opérations logiques (sériation, classification, conservation et inclusion) 	<ul style="list-style-type: none"> - Le nombre pour exprimer une position (aspect ordinal) - L'énumération - L'estimation et le subitizing pour quantifier une collection - La représentation sur une ligne numérique - L'acuité numérique - La compréhension du système de numération décimal positionnel à travers des tâches relatives aux écritures des nombres (excepté tâche de type « chiffre de ») - Les opérations de type comparaison de mesures, composition de transformations, transformation d'une relation et composition de relations - Les faits arithmétiques - Les fonctions cognitives sous-jacentes (mémoire, fonctions attentionnelles/ exécutives et gnosies digitales)

Tableau 11 : Eléments évalués dans le Tedi-Math

Le Tedi-Math permet, d'une part, d'évaluer les aptitudes des enfants dans différents domaines mathématiques (comptage, dénombrement, transcodage, calcul et résolution de problèmes). Dans ce test, le nombre est donc évalué dans sa dimension outil (dénombrement et résolution de problèmes)

mais également dans sa dimension objet (compréhension des différents codes, du système décimal, transcodage, ...). Cependant, le nombre n'intervient en tant qu'outil que dans des situations de quantification (aspect cardinal du nombre) : pour quantifier une collection ou pour anticiper le résultat d'une composition ou transformation portant sur des quantités. Dans aucune des épreuves du test le nombre n'est utilisé pour exprimer une position (aspect ordinal du nombre).

En ce qui concerne le choix des variables caractérisant les différentes tâches, elles permettent, dans certains cas, de susciter l'emploi de stratégies variées. L'utilisation de nombres de tailles variables dans les opérations symboliques incite à l'utilisation de diverses stratégies relevant du comptage (addition de petits nombres, par exemple) mais également de calcul (addition de deux grands nombres rendant les stratégies de comptage difficiles à appliquer). Cependant, certains choix ne favorisent pas toujours les procédures attendues. C'est le cas, par exemple, de la tâche de construction d'une collection équipotente dans laquelle la collection à reproduire reste accessible à l'enfant lors de la construction d'une collection possédant le même nombre d'éléments, ce qui ne favorise pas l'utilisation du dénombrement.

D'autre part, le Tedi-Math permet d'identifier la présence d'un trouble cognitif au niveau du traitement des quantités analogiques (comparaison de collections) ainsi que de l'accès aux représentations analogiques via les codes symboliques (comparaison de nombres).

Enfin, le Tedi-Math contient une série d'épreuves permettant l'évaluation des compétences logiques qui sous-tendent le raisonnement numérique. Celles-ci sont cependant exclusivement analysées à travers des situations numériques.

3.6. Analyse de l'UDN-II

Publié une première fois en 1980, l'UDN (pour Utilisation Du Nombre) a été révisé et complété dans une nouvelle version (l'UDN-II) en 1999 (Meljac & Lemmel, 1999). Cet outil d'évaluation « papier-crayon » a été développé par Claire Meljac et Gilles Lemmel, docteurs en psychologie, et s'appuie sur des concepts théoriques piagétiens. Il permet au psychologue d'identifier des signes de dysfonctionnement psychique, de performance manifeste ou de compétence latente chez les enfants de 4 à 11ans et permet de définir des indications de prise en charge. Il a été étalonné sur une cohorte de 420 enfants de cette même tranche d'âge (environ 50 enfants par année).

3.6.1. Utilisation du nombre

Nous analyserons dans cette section les tâches dans lesquelles le nombre est utilisé pour exprimer une position ou pour quantifier.

3.6.1.1. Exprimer une position

Le test ne comporte pas de tâches pour lesquelles l'enfant doit utiliser le nombre pour exprimer une position.

3.6.1.2. Quantifier

Correspondance terme à terme

Une épreuve est consacrée à l'évaluation de la correspondance terme à terme. Deux collections, visibles pendant 5 secondes de manière à empêcher l'enfant de dénombrer, sont placées en correspondance terme à terme (les collections de 12 objets alignés horizontalement sont placées l'une en dessous de l'autre). L'enfant doit établir l'équivalence entre les deux. Ensuite l'examineur retire des objets dans la collection du dessous (à une extrémité, au milieu ou à deux endroits différents) et l'enfant doit dire s'il y a toujours le même nombre d'objets dans les deux collections et, sinon, combien on en a retiré (les collections étant visibles durant cette partie de l'épreuve).

Dénombrer

De nombreuses tâches de l'UDN-II visent à évaluer les habiletés de dénombrement. Les principes de Gelman et Gallistel (excepté le principe d'abstraction) sont testés dans une épreuve de comptage classique. On présente à l'enfant des cartes sur lesquelles sont représentés des points de 1.5 cm de diamètre (au nombre de 3 à 21, disposés à chaque fois de 3 façons différentes : aléatoirement, en « bonne forme » et en ligne). Cette épreuve permet de vérifier également la maîtrise de la correspondance terme à terme et du principe d'ordre stable (via la maîtrise de la comptine) mais également du principe cardinal (en demandant à l'enfant combien il y a de points en tout) et de non pertinence de l'ordre (en demandant à l'enfant si on obtiendrait le même résultat en commençant à compter à un autre endroit).

Enfin, une série d'épreuves testent la manière dont les enfants utilisent le dénombrement de manière spontanée pour construire des collections équipotentes ou comparer des collections. Les tâches de construction de collections composées d'un même nombre d'objets sont de deux types. Dans la première épreuve, la collection de référence est constituée de 9 objets (poupées) manipulables disposés aléatoirement et non visibles lors de la construction de la deuxième collection (une robe, une paire de bottes ou encore 3 boutons pour chaque poupée). Dans la deuxième tâche de ce type, la collection de référence est également constituée de 9 objets (jetons) manipulables et disposés aléatoirement mais cette collection reste visible au moment de la collection équipotente. La correspondance terme à terme suffit donc pour résoudre cette tâche, contrairement à la première. Les tâches de comparaison, quant à elles, portent sur des collections de cubes manipulables disposés aléatoirement et qui restent visibles tout au long de l'épreuve (l'enfant doit comparer des collections de 5 et 2 cubes, de 5 et 5 cubes et de 10 et 12 cubes). On demande ensuite à l'enfant de modifier les collections (une réserve de cubes est mise à sa disposition) pour que la première collection (A) ait plus de cubes que la seconde (B), la situation de départ étant la suivante : 3 cubes pour la collection A et 5 pour la collection B. Trois stratégies sont demandées à l'enfant (ajout, retrait et compensation). Dans un dernier item, l'enfant doit également effectuer des modifications (mais uniquement sur la collection B), afin que la collection A ait plus de cubes que (ou moins de cubes que) la collection B, les deux collections contenant chacune 5 cubes au début de l'épreuve.

Estimation et subitizing

Les procédures d'estimation et de subitizing ne sont pas testées dans cette évaluation.

3.6.2. Représentations du nombre

La représentation analogique et décimale ne sont pas analysées dans cette évaluation.

3.6.3. Codes et transcodage

Nous analyserons dans cette section les tâches relatives à la maîtrise du code oral et arabe ainsi que du transcodage.

3.6.3.1. Code arabe et oral

La maîtrise de la suite numérique est évaluée et plus particulièrement l'étendue de la partie stable et conventionnelle. Pour cela, il est demandé à l'enfant de compter le plus loin possible. Les activités de dénombrement permettent également d'évaluer la maîtrise de la suite.

Le code écrit en tant que tel n'est pas évalué dans l'UDN-II.

3.6.3.2. Transcodage

Le transcodage de l'écrit arabe à l'oral et inversement sont évalués à travers d'épreuves de dictée et de lecture de nombres. L'épreuve de lecture comporte 16 items à transcoder (2 nombres à 1 chiffre, 7 nombres à 2 chiffres (1 particulier et 6 dizaines-unités), 4 nombres à 3 chiffres, 2 nombres à 4 chiffres et 1 à 5 chiffres). On retrouve des dizaines complexes (3/16) et la présence de zéros (3/16, dans les nombres à 3 chiffres ou plus). L'épreuve de dictée comporte, quant à elle, 17 items à transcoder (3 nombres à 1 chiffre, 7 nombres à 2 chiffres (1 particulier et 6 dizaines-unités), 3 nombres à 3 chiffres, 3 nombres à 4 chiffres et 1 à 5 chiffres). On retrouve des dizaines complexes (3/17) et la présence de zéros (4/17, dans les nombres à 3 chiffres ou plus).

Rappelons que les épreuves de transcodage sollicitent de manière importante la mémoire de travail ainsi que la mémoire à long terme.

3.6.4. Opérations

Dans cette section, nous analyserons les tâches de résolution d'opérations, qu'elles soient analogiques, symboliques ou à énoncé verbal.

3.6.4.1. Opérations analogiques

Dans l'UDN-II on demande à l'enfant de représenter l'action exprimée par l'opération qui lui est présentée oralement avec des buchettes (deux additions et une multiplication dont les termes sont inférieurs à 10, deux soustractions et une division dont les termes sont inférieurs à 12) ou en utilisant les doigts (deux additions dont les termes sont inférieurs à 10 et deux soustractions dont les termes sont inférieurs à 15).

Cette tâche suppose de considérer l'addition comme une transformation positive, la soustraction comme une transformation négative et la multiplication comme une addition répétée. La consigne n'est, de plus, pas très claire (que veut dire : représenter une opération ?), il se pourrait donc que l'enfant ne comprenne pas ce qui lui est demandé.

3.6.4.2. Opérations symboliques

L'UDN-II comporte une épreuve de résolution d'opérations symboliques. Les opérations sont présentées oralement à l'enfant qui doit donner une réponse orale également. L'épreuve contient les

4 types d'opérations (deux additions et une multiplication dont les termes sont inférieurs à 10, deux soustractions et une division dont les termes sont inférieurs à 15), l'inconnue portant toujours sur le résultat final.

3.6.4.3. Opérations à énoncé verbal

Les opérations à énoncé verbal ne sont pas évaluées dans l'UDN-II.

3.6.5. Opérations logiques

Classification

L'UDN-II comporte une épreuve de classification consistant à trier des cartes par catégories distinctes. Le nombre de cartes à classer varie selon l'âge (9 ou 27 cartes). Elles peuvent être triées selon différents critères (2 ou 3 critères selon le nombre de cartes) non numériques (nature, taille ou couleur des objets représentés). Plusieurs niveaux d'amorce peuvent être donnés à l'élève : une aide au regroupement (l'examineur lui demande s'il voit une ressemblance entre deux cartes), une amorce rapide (l'examineur regroupe quelques cartes ensemble), une démonstration (l'examineur effectue un classement selon un critère et il demande à l'enfant de faire la même chose avec un autre critère) ou encore une démonstration avec contraste (l'examineur regroupe les cartes appartenant à une même catégorie et insère une carte ne différant que sur le critère amorcé en demandant à l'élève s'il pense qu'elle se trouve à la bonne place).

Conservation

L'UDN-II comporte une série d'épreuves de conservations. Dans chacune d'elles, l'enfant doit constater l'invariance de certaines caractéristiques (quantité, substance, longueur et poids) malgré les transformations opérées par l'expérimentateur. Pour la conservation de la quantité, l'enfant constitue une correspondance terme à terme entre deux collections (les deux collections sont l'une en dessous de l'autre, leurs éléments alignés horizontalement) et doit constater l'invariance de la quantité malgré le resserrement des éléments de l'une des collections. L'enfant doit également observer l'invariance du poids et de la substance de deux boules de pâte à modeler identiques au départ et dont l'une a subi une modification de forme. Enfin, pour la conservation des longueurs, on demande à l'enfant de choisir deux baguettes de même longueur et de les placer l'une en dessous de l'autre en faisant coïncider les extrémités. Il doit alors dire si elles sont toujours de même longueur suite au déplacement d'une des baguettes (décalage horizontal, décalage latéral à gauche et à droite).

Une épreuve de dissociation poids/volume est également proposée à l'enfant qui doit prévoir les effets de l'immersion de cylindres dans l'eau (suivant leur poids et leur volume)

Sériation

L'épreuve de sériation de l'UDN-II consiste à ordonner des baguettes (au nombre de 5 ou 10 en fonction de l'âge de l'enfant) de manière décroissante selon leur longueur. En cas de difficulté de la part de l'enfant, l'examineur peut effectuer une démonstration et lui proposer un deuxième essai.

Inclusion

Une épreuve d'inclusion est également présentée dans l'UDN-II. Dans celle-ci, un bouquet de fleurs contenant des violettes et des marguerites est présenté à l'élève. Celui-ci doit dire s'il y a plus de fleurs ou de marguerites dans le bouquet. La même question lui est posée concernant le nombre de fleurs et de marguerites sur la terre. On lui demande également s'il est possible de faire quelque chose pour avoir plus de marguerites que de fleurs.

3.6.6. Tâches supplémentaires

Une épreuve vise à évaluer la compréhension du vocabulaire numérique, notamment des termes de comparaison (l'enfant doit prendre plus/moins/autant de jetons que l'examineur), de l'infini (on demande à l'enfant si la suite des nombres s'arrête à un moment) et des signes opératoires (l'enfant doit lire les signes +, -, x et /).

3.6.7. Fonctions cognitives sous-jacentes

Mémoire

Aucune tâche spécifique ne vise l'évaluation des fonctions mnésiques. En revanche, certaines épreuves sollicitent de façon plus importante la mémoire de travail ou la mémoire à long terme. C'est le cas des épreuves de transcoding.

Fonctions attentionnelles et exécutives

Aucune tâche spécifique ne vise l'évaluation des fonctions attentionnelles et exécutives.

Gnosies digitales

Le test ne contient aucune tâche de reconnaissance de doigts. En revanche, la tâche de représentation analogique d'opération fait intervenir les doigts pour illustrer addition et soustraction.

Habilités visuo-spatiales

L'UDN-II comporte également une série d'épreuves d'origine spatiale permettant de voir si l'enfant présente des signes de dyspraxie. Une première épreuve consiste à lui faire découper un morceau de ficelle de longueur analogue à un morceau donné. Dans une seconde épreuve, on lui demande de découper, dans une feuille de papier, deux bandes de papier de dimensions similaires à celles d'une bande témoin.

3.6.8. Bilan de l'analyse

Le Tableau 12 récapitule les éléments évalués dans l'UDN-II et ceux qui ne le sont pas :

Ce qui est évalué dans l'UDN-II	Ce qui n'est pas évalué dans l'UDN-II
<ul style="list-style-type: none"> - L'étendue de la suite numérique verbale - Les principes de Gelman et Gallistel (excepté le principe d'abstraction) - Le dénombrement (pour construire une collection équipotente, pour quantifier une collection ou pour comparer des collections) - La coordination comptage oral/pointage 	<ul style="list-style-type: none"> - L'organisation de la suite numérique verbale - Le nombre pour exprimer une position (aspect ordinal) - L'énumération indépendamment du dénombrement - L'estimation et le subitizing pour quantifier une collection

- Le transcodage des nombres de 1 à 5 chiffres (primitives lexicales, dizaines complexes et zéros)	- La représentation analogique
- La résolution d'opérations à l'aide de matériel (buchettes ou doigts)	- L'acuité numérique
- La résolution d'opérations symboliques (addition, soustraction, multiplication et division)	- La représentation sur une ligne numérique
- Les opérations logiques (sériation, classification, conservation et inclusion)	- La compréhension du système de numération décimal positionnel
	- La reconnaissance du code oral et du code arabe
	- La résolution d'opérations à énoncé verbal
	- Les faits arithmétiques
	- Les fonctions cognitives sous-jacentes (mémoire, fonctions attentionnelles/ exécutives et gnosies digitales)

Tableau 12 : Eléments évalués dans l'UDN-II

L'UDN-II vise principalement l'évaluation des opérations logiques qui sous-tendent le raisonnement numérique. Ce test propose une série de situations numériques et non numériques variées qui permettent d'établir un profil précis de l'enfant en ce qui concerne ses compétences logico-mathématiques.

L'aspect outil (aspect cardinal) et objet du nombre est également évalué dans l'UDN-II. L'accent est particulièrement mis sur l'utilisation fonctionnelle du dénombrement. L'utilisation du nombre pour résoudre une opération est également investiguée. Cependant, comme nous l'avons précisé dans l'analyse, l'intérêt et la clarté des tâches proposées sont discutables. L'aspect objet du nombre est uniquement évalué dans la tâche de transcodage. Le code écrit n'intervient d'ailleurs pas dans les autres tâches.

3.7. Analyse de l'ECPN

L'ECPN (Epreuves Conceptuelles de résolution des Problèmes Numériques (de Barbot et al., 1995)) est un outil d'évaluation « papier-crayon » destiné à l'usage des praticiens et des enseignants et qui vise à évaluer les fonctions fondamentales du nombre chez les enfants de 4 à 9 ans dans une perspective d'aide à la prise en charge pédagogique. Il a été mis au point en 1995 par le groupe CIMETE, rassemblant des professionnels issus de la didactique des mathématiques, de la psychologie et de la neuropsychologie. Cet outil s'appuie essentiellement sur une théorie didactique prenant en compte les contenus des concepts (théorie des champs conceptuels de Vergnaud) et a été étalonné sur un corpus de 132 enfants tout-venant scolarisés en région parisienne.

3.7.1. Utilisation du nombre

Nous analyserons dans cette section les tâches dans lesquelles le nombre est utilisé pour exprimer une position ou pour quantifier.

3.7.1.1. Exprimer une position

Le test ne comporte pas de tâches pour lesquelles l'enfant doit utiliser le nombre pour exprimer une position.

3.7.1.2. Quantifier

Correspondance terme à terme

La correspondance terme à terme n'est pas évaluée dans l'ECPN.

Dénombrement

Les capacités de dénombrement de l'enfant sont évaluées dans deux tâches de l'ECPN. La première consiste à évaluer et communiquer une quantité. Des collections de 2, 3 et 7 jetons (disposés de façon aléatoire et pouvant être manipulés) sont présentées à l'élève qui doit les décrire oralement. On attend de lui qu'il dénombre spontanément les collections. S'il ne le fait pas, la question suivante peut lui être posée : « Comment a-t-on donné les jetons à chacun ? ».

La deuxième tâche faisant intervenir directement des habiletés de dénombrement est une tâche de comparaison. Sur base des mêmes collections, l'enfant doit déterminer quelle est celle qui comporte le plus d'éléments.

Les différents principes du dénombrement ne sont pas évalués isolément dans ces tâches. Ce n'est pas le dénombrement qui est évalué ici mais il s'agit plutôt de voir si l'enfant recourt spontanément à cette procédure pour quantifier ou comparer des collections.

Estimation et subitizing

L'estimation et le subitizing ne sont pas évalués.

3.7.2. Représentations du nombre

Les différentes représentations du nombre (analogique et décimale) ne sont pas évaluées en tant que telles.

3.7.3. Codes et transcodage

Les codes et le transcodage ne sont pas évalués.

3.7.4. Opérations

Dans cette section, nous analyserons les tâches de résolution d'opérations, qu'elles soient analogiques, symboliques ou à énoncé verbal.

3.7.4.1. Opérations analogiques

L'ECPN comporte deux types de tâches visant à évaluer la maîtrise des opérations analogiques. Dans tous les cas, les quantités manipulées sont inférieures à 10.

Un premier type de tâche consiste à agir sur des collections afin de les égaliser ou de créer des écarts. Les collections employées sont identiques à celles utilisées dans les tâches de dénombrement. L'enfant dispose également d'une réserve de jetons. Dans un premier temps, il lui est demandé de mettre en place 3 stratégies différentes afin d'égaliser les 3 collections qui lui sont présentées (les stratégies attendues étant l'ajout de jetons pris dans la réserve, le retrait de jetons ou la compensation sans ajout ni retrait). Le fait de demander à l'enfant de développer différentes stratégies nécessite la mobilisation

d'importantes ressources attentionnelles afin d'inhiber la procédure qui vient d'être utilisée pour en mettre en place une nouvelle. Dans un second temps, l'enfant doit créer un certain écart entre deux collections (collection A et B). La collection B peut ne contenir aucun élément, le même nombre d'éléments que la collection A ou encore un nombre d'éléments supérieur à celui de la collection A.

L'ECPN comporte également une tâche de résolution de problème de type « boîte noire ». Il s'agit de problèmes de type transformation de mesure. Dans la première situation, l'enfant doit calculer l'état initial (l'examineur a placé une quantité inconnue de l'enfant dans sa main) en connaissant la transformation (l'examineur ajoute ostensiblement des jetons dans sa main) et l'état final (l'examineur dit à l'enfant combien il a de jetons dans sa main ou lui montre en cas d'échec au premier essai). Dans la seconde situation, l'enfant doit déterminer la transformation (négative) en connaissant l'état initial (l'examineur montre à l'enfant combien il a de jetons dans sa main au début de l'épreuve) et l'état final (l'examineur dit à l'enfant combien il a de jetons dans sa main ou lui montre en cas d'échec au premier essai). Dans cette épreuve, le recours à une procédure de dénombrement ne sera pas possible, l'enfant devra donc utiliser d'autres stratégies.

3.7.4.2. Opérations symboliques et à énoncé verbal

L'ECPN ne propose pas d'opérations symboliques ni d'opérations à énoncé verbal.

3.7.5. Opérations logiques

Les opérations logiques ne sont pas évaluées dans l'ECPN.

3.7.6. Fonctions cognitives sous-jacentes

Mémoire

Les épreuves proposées dans l'ECPN sollicitent peu la mémoire car, d'une part, les quantités en jeu sont petites et, d'autre part, le recours à l'écrit et l'appel explicite à la mémorisation de faits arithmétiques sont évités.

Fonctions attentionnelles et exécutives

Les épreuves demandant le développement de plusieurs stratégies différentes mettent en jeu d'importantes ressources attentionnelles afin d'inhiber les procédures déjà développées.

Gnosies digitales

Le test ne contient aucune tâche de reconnaissance de doigts et ne fait appel à aucune configuration de doigts comme support pour d'autres tâches.

3.7.7. Bilan de l'analyse

Le Tableau 13 récapitule les éléments évalués dans l'ECPN et ceux qui ne le sont pas :

Ce qui est évalué dans l'ECPN	Ce qui n'est pas évalué dans l'ECPN
- Le dénombrement pour quantifier ou comparer des collections	- L'organisation et l'étendue de la suite numérique verbale - Les principes de Gelman et Gallistel

- | | |
|--|--|
| <ul style="list-style-type: none"> - Les opérations analogiques via la manipulation de collections (type transformation de mesures et comparaison de mesures) ou le calcul (type transformation de mesure (positive avec recherche d'état initial ou négative avec transformation inconnue) | <ul style="list-style-type: none"> - La coordination comptage oral/pointage - Le nombre pour exprimer une position (aspect ordinal) - L'énumération - L'estimation et le subitizing pour quantifier une collection - La représentation analogique du nombre (indépendamment des variables physiques continues) - L'acuité numérique - La représentation sur une ligne numérique - La représentation analogique du nombre via le code oral et le code arabe - La compréhension du système de numération décimal positionnel - La reconnaissance du code oral et du code arabe - Le transcodage - Les opérations de type composition de transformations, transformation d'une relation et composition de relations - La résolution d'opérations symboliques - Les faits arithmétiques - La résolution d'opérations à énoncé verbal - Les opérations logiques - Les fonctions cognitives sous-jacentes (mémoire, fonctions attentionnelles/ exécutives et gnosies digitales) |
|--|--|

Tableau 13 : Eléments évalués dans l'ECPN

L'ECPN est principalement axé sur l'utilisation du nombre comme outil pour résoudre un problème. L'aspect objet du nombre n'est pas évalué (le code écrit n'est d'ailleurs pas utilisé). Ce test permet de repérer les stratégies que l'enfant est capable de mettre en œuvre et de voir s'il est capable de modifier ces stratégies.

3.8. Analyse du dispositif « Quatre étapes pour une évaluation continue en première partie de cycle 2 »

Le dispositif « Quatre étapes pour une évaluation continue en première partie de cycle 2 » (Salin & Briand, 1996) a été élaboré par Mme Vinant, Mme Salin, M. Briand enseignants à l'IUFM d'Aquitaine, M. Hourcau (IEN) et MM Lalanne et Salissard (CPAIEN) en 1996. L'objectif de ce dispositif est de situer les compétences des élèves par rapport à celles à acquérir au cycle 2 et de bâtir une progression personnelle et bien adaptée aux enfants. Nous nous intéresserons, dans cette analyse, à l'évaluation du début d'année de CP. La passation de ce test se fait en entretien individuel (sauf pour une tâche qui est réalisée en classe avec tous les enfants présents) et est réalisée par l'enseignant. Aucun étalonnage n'a été réalisé et les appuis théoriques du dispositif sont d'ordre didactique.

3.8.1. Utilisation du nombre

Nous analyserons dans cette section les tâches dans lesquelles le nombre est utilisé pour exprimer une position ou pour quantifier.

3.8.1.1. Exprimer une position

L'utilisation de la comptine pour trouver un objet dans une collection ordonnée grâce à son rang ou exprimer la position d'un objet dans une collection ordonnée est évaluée dans ce bilan. Les collections utilisées dans cette tâche sont ordonnées et comportent des objets identiques (train constitué de boîtes d'allumettes identiques ou ribambelle de personnages identiques). L'origine n'est pas spécifiée ostensiblement mais l'ordre est censé conventionnel (de gauche à droite). Le nombre d'objets constituant la collection est variable. Les résultats de ces deux épreuves correspondent au plus grand nombre pour lequel la tâche est réussie.

3.8.1.2. Quantifier

Correspondance terme à terme

Une épreuve facultative (proposée uniquement aux enfants rencontrant des difficultés notamment dans la tâche de construction d'une collection équipotente décrite plus loin) permet de vérifier la maîtrise de la correspondance terme à terme. Celle-ci consiste à construire une collection équipotente à une autre qui reste visible et accessible à l'enfant (mettre une cuillère dans chacun des pots posés sur un plateau devant l'enfant). Cette tâche est proposée avec deux tailles de collection. Dans un premier temps, le nombre d'éléments constituant la collection est choisi dans le domaine où l'enfant sait compter et, dans un second temps, il est choisi de manière à être au-delà de la suite conventionnelle stable maîtrisée par l'enfant. En effet, certains enfants peu assurés, ne mettront spontanément en place une procédure de correspondance terme à terme que dans un domaine qu'ils maîtrisent mieux. En revanche, d'autres ne pourront envisager une telle procédure que si la collection est suffisamment grande pour les décourager de compter.

Dénombrement

Différentes tâches sont proposées à l'enfant pour évaluer sa maîtrise du dénombrement. Tout d'abord, une tâche de construction de collection équipotente à une collection donnée et non visible au moment de la réalisation (aller chercher, à l'autre bout de la classe, des cuillères pour remplir des pots, une cuillère par pot) est proposée à l'enfant afin de voir s'il utilise spontanément le dénombrement. Le nombre d'objets constituant la collection est variable et le résultat de l'épreuve correspond au nombre le plus grand pour lequel la tâche est réussie. Cette tâche est réalisée en classe en présence de tous les enfants. Plusieurs tentatives sont permises et une démonstration collective peut être faite.

Une seconde tâche visant à analyser la maîtrise du dénombrement consiste à dire combien il y a d'objets dans une collection donnée. Cette collection est constituée d'objets (cubes) disposés de façon aléatoire et manipulables en nombre variable (proche de la limite de maîtrise de la suite numérique déterminée dans une épreuve décrite plus loin dans l'analyse). Le résultat de l'épreuve correspond au nombre le plus grand pour lequel la tâche est réussie.

Enfin, il est demandé à l'enfant d'extraire un nombre donné d'éléments d'une collection. Les collections utilisées dans cette épreuve ont les mêmes caractéristiques que celles utilisées dans l'épreuve précédente. Le résultat de l'épreuve correspond au nombre le plus grand pour lequel la tâche est réussie.

Estimation et subitizing

Les procédures d'estimation et de subitizing ne sont pas testées dans cette évaluation.

3.8.2. Représentations du nombre

La représentation analogique et décimale ne sont pas analysées dans cette évaluation.

3.8.3. Codes et transcodage

La maîtrise de la suite numérique et donc du code oral est évaluée et plus particulièrement l'étendue de la partie stable et conventionnelle. Pour cela, il est demandé à l'enfant de compter le plus loin possible (en demandant éventuellement à l'enfant de recommencer plusieurs fois afin de s'assurer de la stabilité de la suite).

Le code arabe n'est, quant à lui, utilisé dans aucune épreuve. Le test ne contient pas non plus d'épreuves de transcodage.

3.8.4. Opérations

Les opérations ne sont pas évaluées dans ce bilan.

3.8.5. Opérations logiques

Une épreuve du bilan permet de vérifier si l'enfant maîtrise la conservation de la quantité. Il lui est demandé de mettre en correspondance terme à terme deux collections (des pots et des cuillères). Ensuite, une transformation est appliquée sur l'une des collections (les cuillères sont empilées) et l'enfant doit dire s'il y a assez de cuillères pour en mettre une dans chaque pot. Le nombre d'objets de chacune des collections n'est pas précisé dans le protocole d'évaluation et est laissé à l'appréciation de l'enseignant. Les autres opérations logiques ne sont pas testées.

3.8.6. Fonctions cognitives sous-jacentes

Fonctions attentionnelles et exécutives

Aucune tâche spécifique ne vise l'évaluation des fonctions attentionnelles et exécutives.

Mémoire

Les épreuves proposées dans le dispositif analysé sollicitent peu la mémoire car, d'une part, les quantités en jeu dépendent de l'étendue de la suite numérique maîtrisée par l'enfant, d'autre part, le recours à l'écrit est évité.

Gnosies digitales

Le test ne contient aucune tâche de reconnaissance de doigts et ne fait appel à aucune configuration de doigts comme support pour d'autres tâches.

3.8.7. Bilan de l'analyse

Le Tableau 14 récapitule les éléments évalués dans l'évaluation de début d'année de CP du dispositif « Quatre étapes pour une évaluation continue en première partie de cycle 2 » et ceux qui ne le sont pas :

Ce qui est évalué dans le dispositif	Ce qui n'est pas évalué dans le dispositif
<ul style="list-style-type: none"> - L'étendue de la suite numérique verbale - Le nombre pour exprimer une position (aspect ordinal) - Le dénombrement (pour construire une collection équipotente, pour quantifier une collection ou pour produire une collection) - La correspondance terme à terme - La conservation 	<ul style="list-style-type: none"> - L'organisation de la suite numérique verbale - Le principe cardinal, de non pertinence de l'ordre et d'abstraction - La coordination comptage oral/pointage - L'énumération - L'estimation et le subitizing - La représentation analogique - L'acuité numérique - La représentation sur une ligne numérique - La compréhension du système de numération décimal positionnel - La reconnaissance du code oral et du code arabe - Le transcodage - La résolution d'opérations analogiques, symboliques et à énoncé verbal - Les faits arithmétiques - La sériation, la classification et l'inclusion - Les fonctions cognitives sous-jacentes (mémoire, fonctions attentionnelles/ exécutives et gnosies digitales)

Tableau 14 : Eléments évalués dans le dispositif "Quatre étapes pour une évaluation continue en première partie de cycle 2"

Ce test est principalement axé sur l'utilisation du nombre comme outil pour exprimer une position (aspect ordinal) ou dénombrer une collection (aspect cardinal). L'aspect objet du nombre n'est pas évalué (le code écrit n'est d'ailleurs pas utilisé) excepté pour ce qui est de l'étendue de la suite numérique.

A travers ce test, il est possible de déterminer les situations dans lesquelles l'enfant utilise correctement le nombre ou non et avec quelles variables (l'expérimentateur fait notamment varier le domaine numérique). Le test évalue également deux éléments indispensables à la construction du concept de nombre : l'invariance du nombre et l'utilisation de la correspondance terme à terme pour construire une collection équipotente.

3.9. Analyse de la prise d'information initiale CP de ERMEL

Le test que nous allons analyser ici a été construit par le groupe ERMEL (Equipe de Recherche en didactique des Mathématiques pour l'école ELémentaire (Argaud et al., 2016)). Il est destiné aux enseignants et vise principalement à repérer les compétences des enfants en début de CP. L'objectif est de repérer les enfants dont les compétences sont faibles afin de leur proposer des activités adéquates et d'adapter les situations d'apprentissage en fonction de chacun (notamment par un choix de variables judicieux).

3.9.1. Utilisation du nombre

Nous analyserons dans cette section les tâches dans lesquelles le nombre est utilisé pour exprimer une position ou pour quantifier.

3.9.1.1. Exprimer une position

Le test ne comporte pas de tâches pour lesquelles l'enfant doit utiliser le nombre pour exprimer une position.

3.9.1.2. Quantifier

Correspondance terme à terme

La correspondance terme à terme n'est pas évaluée dans ce test.

Dénombrement

Les capacités de dénombrement de l'enfant sont évaluées dans trois tâches de la prise d'information. Tout d'abord, on demande à l'enfant de construire une collection équipotente à une collection donnée, celle-ci étant constituée de carrés non manipulables, disposés selon une mosaïque particulière (robot) et n'étant pas visible au moment de la réalisation de la collection équipotente. Le nombre d'éléments constituant cette collection est variable en fonction des possibilités de l'enfant.

La seconde tâche est une tâche de quantification. La collection à dénombrer est constituée de $n-3$ objets (n étant l'étendue de la suite conventionnelle maîtrisée par l'enfant). Ces objets (cubes) sont manipulables et disposés aléatoirement.

Enfin, la troisième tâche de dénombrement consiste à extraire d'une collection (composée de 30 cubes) un nombre donné l'éléments ($n-5$). Les objets ont les mêmes propriétés que ceux utilisés dans la tâche de quantification.

Estimation et subitizing

L'estimation et le subitizing ne sont pas évalués.

3.9.2. Représentations du nombre

Les différentes représentations du nombre (analogique et décimale) ne sont pas évaluées en tant que telles.

3.9.3. Codes et transcodage

Nous analyserons dans cette section les tâches relatives à la maîtrise du code oral et arabe ainsi que du transcodage.

3.9.3.1. Code arabe et oral

La maîtrise du code oral et plus particulièrement de la comptine numérique est évaluée dans cette prise d'information. Il est, en effet, demandé à l'enfant de compter le plus loin possible et de recommencer une seconde fois afin de déterminer l'étendue de la suite stable et de la suite conventionnelle. On lui demande également de compter à partir d'un autre nombre que 1. Si l'enfant est bloqué au passage à la dizaine supérieure, une relance avec le nom de la dizaine est permise.

La maîtrise du code arabe n'est pas évaluée.

3.9.3.2. Transcodage

Le transcodage du code arabe au code écrit et inversement est évalué à travers des épreuves de dictée et de lecture de nombres. Dans la dictée de nombres, l'enfant doit écrire quelques nombres inférieurs à 10 (dont 3, 5, 6 et 7) et quelques nombres entre 10 et 20 (dont 12, 15, 17). Concernant la lecture de nombres, on présente à l'enfant des cartes avec les nombres de 1 à 20 (dans le désordre) et celui-ci doit les reconnaître. Ces épreuves de transcodage sont donc principalement axées sur les primitives lexicales car les nombres sont inférieurs à 20.

3.9.4. Opérations

Dans cette section, nous analyserons les tâches de résolution d'opérations, qu'elles soient analogiques, symboliques ou à énoncé verbal.

3.9.4.1. Opérations analogiques

La prise d'information de ERMEL comporte deux types de tâches visant à évaluer la maîtrise des opérations analogiques.

La première tâche consiste à ajouter un objet (voire deux si réussite) à la collection que l'enfant a précédemment dénombrée. Il s'agit donc d'une opération de type transformation de mesure positive avec recherche de l'état final (selon Vergnaud, ce qui correspond à une opération de type changement 1 dans la classification de Riley). Les objets sont, comme pour la tâche de quantification, identiques et manipulables.

Lors de la seconde tâche, deux collections sont présentées à l'enfant qui doit dire combien il y a d'objets en tout. Il s'agit donc d'une opération de type composition de mesures avec recherche du tout (selon Vergnaud, ce qui correspond à un problème de type combinaison 1 selon Riley). Les objets (gommettes collées sur des cartes) sont identiques et non manipulables. La première collection est constituée de 4 gommettes et la seconde de 3 gommettes.

Le but de ces deux tâches est d'identifier les stratégies mises en place par l'élève, celui-ci pouvant résoudre les tâches à l'aide de stratégies plus ou moins évoluées (utilisation du successeur ou

recomptage du tout pour la première, récupération directe du résultat, surcomptage ou recomptage du tout pour la deuxième).

3.9.4.2. Opérations symboliques et à énoncé verbal

Cette prise d'information ne propose pas d'opérations symboliques ni d'opérations à énoncé verbal.

3.9.5. Opérations logiques

Les opérations logiques ne sont pas évaluées dans cette prise d'information.

3.9.6. Fonctions cognitives sous-jacentes

Mémoire

Les épreuves proposées dans cette prise d'information (excepté les épreuves de transcodage) sollicitent peu la mémoire car, d'une part, les quantités en jeu dépendent de l'étendue de la suite numérique maîtrisée par l'enfant, d'autre part, le recours à l'écrit est évité.

Fonctions attentionnelles et exécutives

Aucune tâche spécifique ne vise l'évaluation des fonctions attentionnelles et exécutives.

Gnosies digitales

Le test ne contient aucune tâche de reconnaissance de doigts et ne fait appel à aucune configuration de doigts comme support pour d'autres tâches.

3.9.7. Bilan de l'analyse

Le Tableau 15 récapitule les éléments évalués dans la prise d'information initiale CP de ERMEL et ceux qui ne le sont pas :

Ce qui est évalué dans la prise d'info

- Etendue de la suite numérique verbale
- Le dénombrement pour quantifier, construire une collection équipotente ou produire une collection
- Le transcodage des nombres inférieurs à 20
- Les opérations analogiques (transformation de mesure positive et composition de mesures)

Ce qui n'est pas évalué dans la prise d'info

- L'organisation de la suite numérique verbale
- Les principes de Gelman et Gallistel
- La coordination comptage oral/pointage
- Le nombre pour exprimer une position (aspect ordinal)
- L'énumération
- L'estimation et le subitizing pour quantifier une collection
- La représentation analogique du nombre (indépendamment des variables physiques continues)
- L'acuité numérique
- La représentation sur une ligne numérique
- La représentation analogique du nombre via le code oral et le code arabe
- La compréhension du système de numération décimal positionnel

- La reconnaissance du code arabe
- Les opérations de type comparaison de mesures, composition de transformations, transformation d'une relation et composition de relations
- La résolution d'opérations symboliques
- Les faits arithmétiques
- La résolution d'opérations à énoncé verbal
- Les opérations logiques
- Les fonctions cognitives sous-jacentes (mémoire, fonctions attentionnelles/ exécutives et gnosies digitales)

Tableau 15 : Eléments évalués dans la prise d'information initiale CP de ERMEL

Dans cette prise d'information initiale, l'aspect outil du nombre (pour dénombrer ou anticiper) est évalué ainsi que son aspect objet (connaissance de la suite numérique et transcodage).

A travers ce test, il est possible de déterminer les situations dans lesquelles l'enfant utilise correctement le dénombrement ou non et avec quelles variables (l'expérimentateur fait notamment varier le domaine numérique). Il est également possible, grâce à cette prise d'information, de situer l'enfant au niveau de ses stratégies de calcul (recompte-il le tout ou utilise-t-il des stratégies plus élaborées ?). Enfin, les épreuves de transcodages permettent de voir si l'enfant est capable de lire et écrire les primitives lexicales qui seront nécessaires au transcodage de plus grands nombres.

3.10. Analyse du test des compétences numériques du programme de maternelle 2016-2017

Ce test a été créé en 2017 par Marie-Line Garde en vue d'analyser les compétences numériques des élèves en fin de maternelle (Gardes, 2017). L'objectif de ce test est d'évaluer les compétences mathématiques acquises par des enfants de 5 à 6 ans dans des classes Montessori et de les comparer à celles d'enfants du même âge suivant une pédagogie traditionnelle. Aucun étalonnage n'a été réalisé pour l'instant (étude en cours) et les appuis théoriques du dispositif sont d'ordre didactique.

3.10.1. Utilisation du nombre

Nous analyserons dans cette section les tâches dans lesquelles le nombre est utilisé pour exprimer une position ou pour quantifier.

3.10.1.1. Exprimer une position

Une tâche du test consiste à retrouver un objet dans une collection suivant sa position (premier, dernier, milieu ou troisième). Les collections utilisées sont constituées de 7 jetons alignés qui peuvent être manipulés par l'enfant. L'origine n'est pas spécifiée, elle est laissée à l'appréciation de l'enfant. Cette épreuve peut cependant être résolue sans recours au nombre (détermination visuelle ou mise de côté de jetons à droite et à gauche de façon symétrique pour déterminer le jeton du milieu et subitizing pour trouver le troisième).

Une autre tâche concerne l'aspect ordinal du nombre. Dans cette tâche, on présente à l'enfant un train-modèle dont l'un des wagons contient un jeton. Le modèle est ensuite caché et l'enfant doit replacer le jeton dans un train-test (de même taille que le train-modèle) au bon endroit. Trois items sont proposés avec des trains comportant 6, 12 et 26 wagons. Le jeton est toujours placé vers le milieu du train (3ème, 7ème et 13ème position).

3.10.1.2. Quantifier

Correspondance terme à terme

La correspondance terme à terme n'est pas évaluée dans ce test.

Dénombrement

Les capacités de dénombrement de l'enfant sont évaluées dans quatre types de tâches du test. Dans tous les cas, l'enfant donne sa réponse oralement et ses procédures de résolution sont notées par l'examineur. Tout d'abord, on demande à l'enfant de quantifier des collections. L'une de ces collections est la collection utilisée dans la tâche de repérage d'une position. Elle est donc constituée de 7 jetons alignés et manipulables. Les autres collections à dénombrer sont composées de 3, 7 ou 11 objets identiques, disposés aléatoirement et manipulables.

La deuxième tâche consiste à extraire d'une collection (sac de jetons) un nombre donné d'éléments (5 ou 12) et à les placer dans un autre contenant.

Dans un troisième type de tâche, l'enfant doit construire une collection équipotente à une collection donnée, celle-ci étant constituée de jetons (5 ou 12) non manipulables, disposés aléatoirement. Elle n'est pas visible au moment de la réalisation de la collection équipotente et les jetons des deux collections (collection témoin et collection créée par l'enfant) sont de couleurs différentes.

Dans ces trois premiers types de tâches (quantification de collections aléatoires, constitution d'une collection de cardinal donné et construction de collection équipotente), le principe de correspondance terme à terme, le principe d'ordre stable, le principe cardinal (sauf pour la troisième tâche) ainsi que l'énumération sont évalués.

Enfin, une quatrième épreuve mettant en jeu les compétences de dénombrement de l'enfant (mais pouvant être résolue via d'autres procédures) consiste à comparer deux collections (plus précisément à désigner la collection comportant le plus d'objets). Ces collections sont constituées d'objets (jetons) identiques, disposés aléatoirement et manipulables. Les collections à comparer sont numériquement proches (2 et 3 jetons ou 8 et 9 jetons).

Estimation et subitizing

L'estimation et le subitizing ne sont pas évalués.

3.10.2. Représentations du nombre

Les différentes représentations du nombre (analogique et décimale) ne sont pas évaluées en tant que telles.

3.10.3. Codes et transcodage

Nous analyserons dans cette section les tâches relatives à la maîtrise du code oral et arabe ainsi que du transcodage.

3.10.3.1. Code arabe et oral

La maîtrise du code oral et plus particulièrement de la comptine numérique est évaluée dans ce test. Il est, en effet, demandé à l'enfant de compter le plus loin possible et de recommencer une seconde fois afin de déterminer l'étendue de la suite stable et de la suite conventionnelle.

La maîtrise du code arabe n'est pas évaluée.

3.10.3.2. Transcodage

Le transcodage est uniquement évalué du code écrit au code oral pour les nombres de 1 à 9.

3.10.4. Opérations

Dans cette section, nous analyserons les tâches de résolution d'opérations, qu'elles soient analogiques, symboliques ou à énoncé verbal.

3.10.4.1. Opérations analogiques

Ce test comporte deux types de tâches visant à évaluer la maîtrise des opérations analogiques.

La première tâche consiste à ajouter ou retirer un ou deux objets à une collection de 3 ou 6 jetons placés dans une boîte. Il s'agit donc d'une opération de type transformation de mesure positive ou négative avec recherche de l'état final (selon Vergnaud, ce qui correspond à une opération de type changement 1 ou 2 dans la classification de Riley). Les objets sont identiques et manipulables (mais l'enfant ne peut pas ajouter ni retirer de jetons de la boîte). Si l'enfant échoue, l'examineur peut effectuer l'action devant l'enfant et lui reposer la question. L'objectif de cette épreuve est d'identifier les procédures employées par l'enfant (surcomptage/décomptage ou procédure plus primitive comme le recomptage du tout). Cependant, le nombre de jetons ajoutés ou retirés à la collection est toujours de 1 ou 2, le problème peut donc être résolu en utilisant la suite verbale sans mettre en œuvre une procédure de surcomptage/décomptage. Une réussite à cette épreuve sans recomptage du tout ne traduit donc pas forcément une maîtrise des stratégies de surcomptage/décomptage.

La seconde tâche consiste à résoudre des opérations de type composition de mesures avec recherche du tout ou d'une partie. Dans le premier item (recherche du tout), les collections (de 3 et 4 jetons) sont réunies devant l'enfant et le résultat final lui est présenté. Les collections sont constituées de jetons identiques et manipulables. En ce qui concerne le second item (recherche d'une partie), une collection (composée de 6 jetons) est montrée à l'enfant afin que celui-ci effectue un dénombrement et une partie (2 jetons) est cachée par l'examineur. Les objets ne sont, dans ce cas, pas manipulables.

3.10.4.2. Opérations symboliques et à énoncé verbal

Cette prise d'information ne propose pas d'opérations symboliques ni d'opérations à énoncé verbal.

3.10.5. Opérations logiques

Les opérations logiques ne sont pas évaluées dans cette prise d'information.

3.10.6. Fonctions cognitives sous-jacentes

Mémoire

Les épreuves proposées dans cette prise d'information (excepté les épreuves de transcodage) sollicitent peu la mémoire car, d'une part, les quantités en jeu sont petites, d'autre part, le recours à l'écrit est évité.

Fonctions attentionnelles et exécutives

Aucune tâche spécifique ne vise l'évaluation des fonctions attentionnelles et exécutives.

Gnosies digitales

Le test ne contient aucune tâche de reconnaissance de doigts. Cependant, il est demandé à l'examineur d'être attentif à l'utilisation spontanée des doigts par l'enfant dans les tâches suivantes : comptine numérique, constitution d'une collection de cardinal donné et opérations analogiques.

3.10.7. Bilan de l'analyse

Le Tableau 16 récapitule les éléments évalués dans le test des compétences numériques du programme de maternelle 2016-2017 et ceux qui ne le sont pas :

Ce qui est évalué dans le test	Ce qui n'est pas évalué dans le test
<ul style="list-style-type: none">- Etendue de la suite numérique verbale- Utilisation du nombre pour exprimer une position- Le principe de correspondance terme à terme, le principe d'ordre stable et le principe de cardinalité- L'énumération (à travers le dénombrement)- Le dénombrement pour quantifier, construire une collection équipotente, produire une collection ou comparer des collections- Le transcodage (de l'écrit à l'oral) des nombres inférieurs à 9- Les opérations analogiques (transformation de mesure positive et composition de mesures)	<ul style="list-style-type: none">- L'organisation de la suite numérique verbale- Le principe d'abstraction et de non pertinence de l'ordre- L'estimation et le subitizing pour quantifier une collection- La représentation analogique du nombre (indépendamment des variables physiques continues)- L'acuité numérique- La représentation sur une ligne numérique- La représentation analogique du nombre via le code oral et le code arabe- La compréhension du système de numération décimal positionnel- La reconnaissance du code arabe- Le transcodage de l'oral à l'écrit- Les opérations de type comparaison de mesures, composition de transformations, transformation d'une relation et composition de relations- La résolution d'opérations symboliques- Les faits arithmétiques- La résolution d'opérations à énoncé verbal

- Les opérations logiques
- Les fonctions cognitives sous-jacentes (mémoire, fonctions attentionnelles/ exécutives et gnosies digitales)

Tableau 16 : Éléments évalués dans le test des compétences numériques du programme de maternelle 2016-2017

Dans cette prise d'information initiale, l'aspect outil du nombre (pour dénombrer ou anticiper) est évalué ainsi que son aspect objet (connaissance de la suite numérique et transcodage).

A travers ce test, il est possible de déterminer les situations dans lesquelles l'enfant utilise correctement le dénombrement ou non. Le test donne également des informations quant aux stratégies opératoires maîtrisées par l'enfant. Cependant, le choix de certaines variables didactiques ne favorise pas toujours les procédures attendues (comme c'est le cas dans la tâche visant à identifier des procédures de surcomptage/décomptage).

3.11. Analyse de l'évaluation proposée dans le cadre du projet EvalNumC2

L'évaluation que nous analysons ici a été élaborée par des didacticiens (Grapin et al., s. d.) dans le cadre du projet EvalNumC2 qui vise à étudier les connaissances numériques des élèves de cycle 2 (numération, calcul et résolution de problèmes arithmétiques). Il s'agit d'un outil d'évaluation valide (selon les critères de Grapin, 2015) permettant de dresser un état des lieux des connaissances des élèves sur le nombre au cycle 2. Il se compose d'un test individuel (dont la durée de passation varie entre 10 et 15 minutes) et d'une partie destinée à une passation collective en trois fois comprenant des épreuves sur ardoise (calcul mental et transcodage oral/écrit principalement) ainsi que des épreuves papier (livrets). Le test n'est actuellement pas étalonné (les résultats sont en cours d'analyse).

3.11.1. Utilisation du nombre

Nous analyserons dans cette section les tâches dans lesquelles le nombre est utilisé pour exprimer une position ou pour quantifier.

3.11.1.1. Exprimer une position

Le test ne comporte pas de tâches pour lesquelles l'enfant doit utiliser le nombre pour exprimer une position.

3.11.1.2. Quantifier

Correspondance terme à terme

La correspondance terme à terme n'est pas évaluée dans ce test.

Dénombrement

La maîtrise du dénombrement intervient dans deux tâches de l'épreuve collective avec livret. La première tâche consiste à comparer deux collections. Les deux collections sont composées d'objets non manipulables (bonbons dessinés sur la feuille). La première est totalement groupée (deux paquets

de 10 bonbons et 4 bonbons) et la seconde est composée de 23 bonbons disposés aléatoirement. L'enfant doit entourer la collection comportant le plus de bonbons.

La deuxième tâche est une tâche de quantification. Une collection de 53 ronds dessinés aléatoirement sur la feuille est présentée à l'enfant (les objets ne sont donc pas manipulables) qui doit écrire leur nombre dans la case prévue à cet effet.

Dans la partie individuelle de l'évaluation, il est également demandé à l'enfant de réaliser une tâche de production d'une collection équipotente. La collection modèle est constituée de carrés dessinés sur une feuille (au nombre de 53), les objets ne sont donc pas manipulables mais le marquage est possible. L'ostensif de sortie est écrit (l'enfant doit écrire le nombre de carrés sur un papier). La collection équipotente à constituer est composée de barres de 10 cubes et de cubes isolés (seuls 9 cubes isolés disponibles). Cette tâche fait donc intervenir la compréhension du système décimal positionnel (principalement l'aspect positionnel) lors de la construction de la collection équipotente et éventuellement dans le dénombrement de la collection modèle (regroupement par paquets).

Les variables de ces tâches sont choisies de manière à favoriser un dénombrement avec groupement. En effet, la tâche de quantification contient 53 éléments, un dénombrement de 1 en 1 risque donc de conduire à des erreurs (il faut rester concentré tout au long du dénombrement qui est relativement long). De plus, l'ostensif de sortie est écrit, effectuer des groupements peut donc faciliter l'écriture du nombre (c'est également le cas dans la construction de collection équipotente). La présence de collections déjà groupées (dans la tâche de comparaison, par exemple), incite également à effectuer des groupements. Cependant, cette méthode, bien que favorisée par le choix des variables, n'est pas forcément la méthode la plus efficace et la plus rapide pour réussir les tâches proposées (un dénombrement 1 à 1 pourrait tout aussi bien faire l'affaire et le risque d'erreur est relativement minime, les quantités n'étant pas si importantes que cela). L'usage de groupement dans ces tâches tient donc plus à la mise en œuvre d'une pratique de classe qu'à la mise en œuvre d'une stratégie optimale.

Estimation et subitizing

L'estimation et le subitizing ne sont pas évalués.

3.11.2. Représentations du nombre

Dans cette section seront analysées les tâches relatives aux différentes représentations du nombre (analogique et décimale).

3.11.2.1. Représentation analogique

Sens du nombre

Le sens du nombre n'est pas directement évalué.

Via le code arabe

Une tâche de comparaison de nombres est proposée dans la partie collective de l'évaluation (dans les livrets). L'enfant doit entourer, parmi 3 nombres écrits en chiffres arabes, le nombre le plus grand. La comparaison est possible en regardant uniquement le chiffre des dizaines ou la longueur du nombre.

Les différentes paires formées par les 3 nombres proposés sont incompatibles 2 à 2. Notons également que cette tâche sollicite de façon plus importante les fonctions exécutives qu'une comparaison simple (2 nombres).

Cette épreuve permet également de nous donner une indication quant à la compréhension du système numérique positionnel.

Via le code oral

L'accès aux représentations analogiques via le code oral n'est pas testé dans cette évaluation.

3.11.2.2. Représentation décimale

Différentes tâches de l'évaluation sont destinées à tester la compréhension du système numérique en base 10, certaines étant relatives aux écritures des nombres, d'autres faisant intervenir les quantités analogiques.

Tâches relatives aux écritures des nombres

Dans l'épreuve collective sur livret, une tâche consiste à déterminer les écritures équivalentes à un nombre donné en chiffres arabes (42, 50 et 75). Les écritures proposées sont en unités de numération canonique ou non canonique, dans l'ordre conventionnel ou non (par exemple, pour 42, on propose les écritures suivantes : 4 dizaines et 2 unités, 3 dizaines et 2 unités, 2 dizaines et 4 unités, 2 unités et 4 dizaines, ...). Il y a donc plusieurs réponses possibles.

Tâches faisant intervenir les quantités analogiques

En plus de la tâche de construction de collection équipotente, diverses tâches évaluent la représentation décimale en faisant intervenir des quantités analogiques.

La partie individuelle contient une tâche de jugement. Une collection matérielle est présentée à l'enfant et celui-ci doit dire si l'écriture chiffrée proposée correspond. La collection est constituée de 32 éléments. Le matériel utilisé est un matériel proportionnel groupable (cubes et barres de 10 cubes) et la collection proposée est totalement groupée. Il est ensuite demandé à l'enfant d'ajouter 10 carrés (carrés individuels ou barres de 10 carrés disponibles) et de produire l'écriture chiffrée correspondant à la collection ainsi obtenue.

Dans l'épreuve collective avec livret, les enfants doivent produire des collections de ronds (37 et 82). Pour cela, ils disposent d'étiquettes représentant 1, 5 ou 10 ronds. Ils doivent coller les étiquettes et le temps est limité pour éviter l'utilisation d'étiquettes unitaires.

Toujours dans le livret, l'enfant doit donner l'écriture chiffrée d'une collection (23, 35, 39 et 75) constituée de ronds groupés par paquets de 5 ou 10 totalement groupés sauf pour une collection (3 paquets de 5). La collection étant dessinée, les objets ne sont pas manipulables et le temps est limité pour éviter le dénombrement un à un.

Enfin, une tâche de jugement est proposée dans la partie collective de l'évaluation (dans le livret). L'enfant doit entourer, parmi plusieurs collections, celles correspondant au nombre donné (en chiffres arabes) et barrer celles qui ne correspondent pas. Les collections sont de différents types : points groupés par paquets, points avec schèmes particuliers, collections de doigts (mains regroupées, 2 par

2). Le temps n'est pas limité. Les distracteurs sont de la forme suivante : collections avec groupements autres que 10 ou collections disposées verticalement : x unités au-dessus et y en dessous où x correspond au nombre de dizaines et y au nombre d'unités. Par exemple, si le nombre proposé à l'enfant est 26, les distracteurs suivants sont présentés :

- 2 groupements de 5 et 6 unités

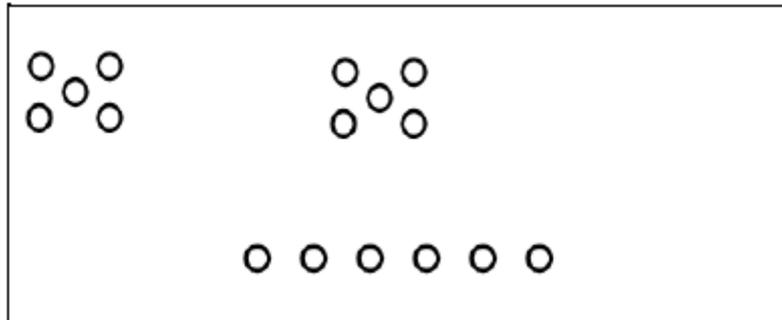


Figure 28 : Exemple de distracteur (1)

- Disposition verticale (2 unités en haut et 6 en bas)

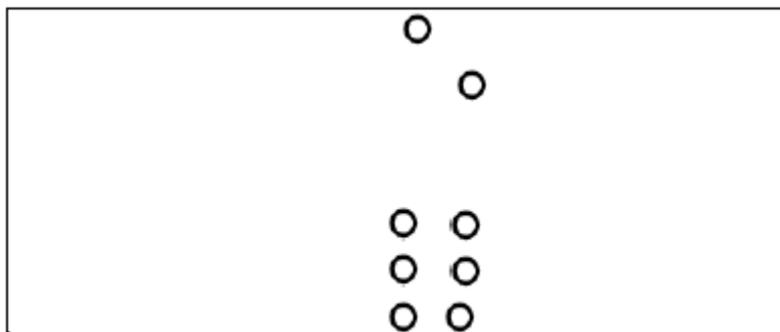


Figure 29 : Exemple de distracteur (2)

Ce qui est évalué dans ces tâches concernant la numération c'est principalement le lien entre l'écriture du nombre et une collection organisée (aspect positionnel de la numération). L'aspect décimal est uniquement évalué dans la tâche de jugement écriture en chiffres arabe/écriture en unités de numération.

3.11.3. Codes et transcodage

Nous analyserons dans cette section les tâches relatives à la maîtrise du code oral et arabe ainsi que du transcodage.

3.11.3.1. Code arabe et oral

La maîtrise du code arabe et du code oral n'est pas évaluée de façon indépendante.

3.11.3.2. Transcodage

Le transcodage du code arabe au code écrit et inversement est évalué à travers des épreuves de dictée (épreuve collective sur ardoise et épreuve individuelle avec les mêmes items) et de lecture de nombres (épreuve individuelle). La lecture et la dictée comportent chacune 6 items à transcoder dont 2 primitives lexicales et 4 nombres à deux chiffres dont 2 contenant des dizaines complexes. Le transcodage de nombres avec 0 n'est pas évalué. On peut supposer que cela s'explique par le fait que le domaine numérique considéré comprend uniquement les nombres inférieurs à 100. Cependant, le transcodage des dizaines aurait pu être évalué.

3.11.4. Opérations

Dans cette section, nous analyserons les tâches de résolution d'opérations, qu'elles soient analogiques, symboliques ou à énoncé verbal.

3.11.4.1. Opérations analogiques

Les opérations analogiques sont testées lors de l'épreuve collective sur livret. L'énoncé est lu par l'examineur puis l'action est réalisée par celui-ci devant les élèves (le matériel n'est pas directement manipulable par ceux-ci et le résultat ou la transformation inconnue n'est pas visible). Les élèves disposent également de l'énoncé écrit et d'un schéma représentant l'action effectuée. La réponse doit être écrite en chiffres arabes. Les types de problèmes utilisés sont, selon Vergnaud, des problèmes de transformation de mesure positive ou négative avec recherche de l'état final ou de la transformation ainsi que des problèmes de composition de mesures avec recherche du tout ou d'une partie. Selon Riley, il s'agit d'opération de type changement 1, 2, 3 et 4 et de type combinaison 1 et 2.

Les schémas utilisés pour les problèmes de type transformation de mesure sont de la forme suivante :

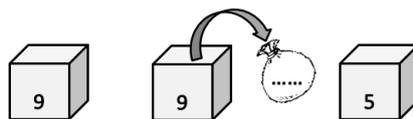


Figure 30 : Exemple de schéma pour les problèmes de transformation

On retrouve donc l'état initial (première boîte), la transformation (deuxième boîte avec flèche) et la situation finale (troisième boîte).

Et ceux utilisés pour illustrer les problèmes de type combinaison sont de ce type :

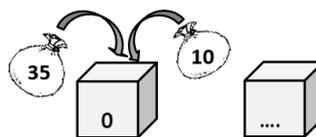


Figure 31 : Exemple de schéma pour les problèmes de combinaison

On retrouve ici la composition (représentée par les deux paquets avec des flèches aboutissant dans la première boîte) et la situation finale (dernière boîte).

Concernant les données numériques utilisées, soit les nombres sont inférieurs à 10 soit les opérations à réaliser sont de type DU+DU ou DU-DU et peuvent être résolues en ne touchant qu'aux dizaines (par ex : 46-26 ou encore 35+10), ce qui limite le risque d'erreur de calcul.

Chaque problème étant présenté de 4 manières différentes (écrit, oral, manipulation et schématisation), la quantité d'informations à gérer peut être importante et entraîner des difficultés. De plus, l'utilisation de schéma pose question. D'une part, elle prend en charge une partie de la représentation du problème et d'autre part, elle peut porter à confusion, l'enfant ne maîtrisant pas forcément ce type de schéma.

3.11.4.2. Opérations symboliques

Lors de l'épreuve collective sur ardoise, une série de calculs est lue deux fois. Il y a en tout 3 séries (une pour chaque passation collective) de 5 ou 6 additions de nombres <12. Il y a également une série d'additions avec ajout de 10 (D+10 ou DU+10) et, toujours dans l'épreuve collective sur ardoise, une série de questions du type « Que dois-je ajouter à x pour faire 10 ». Pour chacune des épreuves, l'enfant doit écrire la réponse sur son ardoise et le temps limité.

On retrouve également des épreuves faisant intervenir des opérations symboliques dans la partie collective avec livret. Des calculs en chiffres arabes de type DU+DU ou U+DU+DU avec et sans passage à la dizaine sont proposés à l'enfant. Si le calcul nécessite un passage à la dizaine, un des nombres se finit toujours par 8 ou 9 ce qui peut favoriser certaines procédures de calcul (surcomptage). Le résultat reste toujours inférieur à 100.

Enfin, dans une autre épreuve de la partie collective avec livret, l'enfant doit entourer en rouge 2 étiquettes parmi une dizaine proposées de manière à ce que leur somme fasse un nombre donné (10, 12 et 17, écrits et lus oralement). Si possible l'enfant doit également trouver une autre paire menant au même résultat et l'entourer en bleu (cela est possible pour 12 et 17 mais pas pour 10).

3.11.4.3. Opérations à énoncé verbal

Le test ne contient pas d'opérations à énoncé verbal uniquement. Les tâches décrites dans la section « opérations analogiques » comportent un énoncé verbal mais d'autres présentations du problème sont proposées simultanément (manipulation, schéma, ...). Il y a donc une partie du travail de représentation du problème qui est prise en charge contrairement à un problème qui serait présenté uniquement sous forme d'énoncé verbal.

3.11.5. Opérations logiques

Les opérations logiques ne sont pas testées dans cette évaluation.

3.11.6. Fonctions cognitives sous-jacentes

Mémoire

Aucune tâche spécifique ne vise l'évaluation des fonctions mnésiques. En revanche, certaines épreuves sollicitent de façon plus importante la mémoire de travail ou la mémoire à long terme. C'est le cas des épreuves de transcoding, de faits arithmétiques et de calcul. De plus, le code écrit intervient dans une grande majorité des tâches.

Fonctions attentionnelles et exécutives

Aucune tâche spécifique ne vise l'évaluation des fonctions attentionnelles et exécutives. En revanche, certaines épreuves mettent en jeu des ressources attentionnelles plus importantes que d'autres. C'est le cas des tâches faisant intervenir des distracteurs : retrouver les écritures en unités de numération correspondant à un nombre donné en chiffres arabes ou encore retrouver les collections correspondant à un nombre donné en chiffres arabes. C'est également le cas des tâches de comparaisons faisant intervenir 3 nombres et des tâches de résolution d'opérations analogiques présentant l'énoncé de 4 manières différentes.

Gnosies digitales

Le test ne contient aucune tâche de reconnaissance de doigts. Cependant, des configurations de doigts interviennent dans certaines tâches (par exemple dans la tâche de jugement écriture chiffrée/collection groupée).

3.11.7. Bilan de l'analyse

Le Tableau 17 récapitule les éléments évalués dans cette évaluation et ceux qui ne le sont pas :

Ce qui est évalué dans EvalNumC2	Ce qui n'est pas évalué dans EvalNumC2
<ul style="list-style-type: none">- Le dénombrement pour quantifier, construire une collection équipotente ou comparer des collections- La représentation analogique via le code arabe- La compréhension du système de numération (aspect positionnel et décimal)- Le transcodage des nombres inférieurs à 100- Les opérations analogiques (transformation de mesure positive et composition de mesures)- Les faits arithmétiques (additions)- Les opérations symboliques (additions dont le résultat est inférieur à 100)	<ul style="list-style-type: none">- L'organisation et l'étendue de la suite numérique verbale- Les principes de Gelman et Gallistel- La coordination comptage oral/pointage- Le nombre pour exprimer une position (aspect ordinal)- L'énumération- L'estimation et le subitizing pour quantifier une collection- La représentation analogique du nombre (indépendamment des variables physiques continues)- L'acuité numérique- La représentation sur une ligne numérique- La représentation analogique du nombre via le code oral- La reconnaissance du code arabe- Les opérations de type comparaison de mesures, composition de transformations, transformation d'une relation et composition de relations- La résolution d'opérations à énoncé verbal- Les opérations logiques- Les fonctions cognitives sous-jacentes (mémoire, fonctions attentionnelles/exécutives et gnosies digitales)

Tableau 17 : Eléments évalués dans l'évaluation proposée dans le cadre du projet EvalNumC2

Dans cette prise d'information initiale, l'aspect outil du nombre (pour dénombrer ou anticiper) est évalué ainsi que son aspect objet (connaissance du système de numération et transcodage). Cependant, le nombre n'intervient en tant qu'outil que dans des situations de quantification (aspect cardinal du nombre) : pour quantifier une collection ou pour anticiper le résultat d'une composition ou transformation portant sur des quantités. Dans aucune des épreuves du test le nombre n'est utilisé pour exprimer une position (aspect ordinal du nombre).

Dans ce test, l'accent est particulièrement mis sur la numération décimale de position et la résolution d'opérations (faits arithmétiques, opérations symboliques et opérations analogiques). Le choix des variables ne semble pas toujours bien adapté (c'est le cas dans les tâches de dénombrement notamment). De plus, une grande partie des tâches sollicitent de façon importante les fonctions attentionnelles et exécutives. Un échec à ces tâches n'est donc pas forcément lié à une mauvaise compréhension des concepts mathématique en jeu.

4. Résultats

Un premier constat que l'on peut faire en regardant les analyses descriptives des tests est que tous sont différents en termes de types de tâches utilisées. Cette différence est très marquée dans les tests basés sur des modèles en cognition numérique, ce qui n'est pas étonnant puisque chacun d'entre eux a été élaboré sur base de modèles variés (ou de combinaisons différentes de modèles). Les tests en didactique sont, eux, plus homogènes.

L'objectif de cette analyse est de constituer une base pour notre dispositif. Comme celui-ci doit pouvoir être utilisé à la fois par les enseignants et par les orthophonistes (voir Partie IV pour un détail des objectifs), nous avons d'abord identifié les tâches communes présentes aussi bien dans les tests issus de la cognition que dans ceux provenant de la didactique des mathématiques. Pour chacune d'elles, nous avons effectué une analyse comparative nous permettant de dégager les variables les plus couramment utilisées et celles qui, au contraire, ne font pas consensus et nécessiteront d'être discutées lors de la conception du dispositif. Ensuite, nous avons comparé les tâches spécifiques aux tests provenant de la recherche en cognition numérique ou en didactique. En effet, la présence de ces tâches dans notre dispositif est à considérer car même si celles-ci restent informatives pour l'un des deux professionnels, elles peuvent constituer une source d'information importante pour l'autre. Enfin, nous avons identifié les connaissances et compétences abordées dans nos revues de littérature mais dont l'évaluation n'est pas prise en compte dans les tests considérés et qui nécessiteront donc la conception de nouvelles tâches. Nous ferons également le point sur l'évaluation des fonctions cognitives sous-jacentes aux activités mathématiques.

4.1. Tâches communes

Dans cette partie, nous présenterons et analyserons les tâches communes, c'est-à-dire les tâches présentes dans les tests issus de la cognition numérique mais également dans les tests construits sur des fondements en didactique des mathématiques. Parmi ces tâches, on retrouve les tâches relatives à la maîtrise de la suite numérique verbale, des tâches de dénombrement, de transcodage et de résolution d'opérations analogiques et symboliques, qui sont présentes dans la grande majorité des tests. Nous analyserons également dans cette section les tâches liées à la représentation décimale que

l'on ne retrouve que dans peu de tests mais qui présentent également la particularité d'être communes aux deux types de fondements théoriques.

Ces tâches communes nous serviront de base pour la création de notre dispositif de repérage des difficultés en mathématiques, nous analyserons donc, pour chacune d'entre elles, les variables choisies en fonction des tests afin d'effectuer le choix le plus approprié pour notre dispositif.

4.1.1. Suite numérique verbale

Le Tableau 18 détaille les différents types de tâches relatives à l'évaluation de la suite numérique présentes dans les différents tests analysés. Parmi ces tâches, on trouve les items consistant à compter le plus loin possible, jusqu'à une borne supérieure donnée, à partir d'une borne inférieure donnée, entre deux bornes, à rebours, par pas ou encore à dire quel nombre vient avant ou après un nombre donné.

	compter le plus loin	compter jusqu'à	compter à partir de	compter entre 2 bornes	compter à rebours	compter par pas	quel nombre avant/après ?
Zareki-R					x		
WJ	x						x
MathEval	x	x	x	x	x	x	
Examath							
Tedi-Math	x	x	x	x	x	x	
UDN-II	x						
4 étapes	x						
ECPN							
Maternelle	x						
ERMEL	x		x				
EvalNumC2							

Tableau 18 : Description des tâches visant à évaluer la suite numérique

On constate que l'étendue ou la maîtrise de la suite numérique (toutes tâches confondues) est évaluée dans une grande majorité des tests. Seuls trois tests font exception : Examath, l'évaluation proposée dans le cadre du projet EvalNumC2 et l'ECPN. On peut faire l'hypothèse que les deux premiers, qui s'adressent à un public plus âgé, n'évaluent pas cette connaissance car elle est censée être maîtrisée par les enfants réalisant le test. Quant à l'ECPN, il est principalement axé sur l'aspect outil du nombre et ne fait intervenir que de petites quantités.

Différents types de tâches sont utilisés dans les tests. Les tâches les plus présentes (dans 7 tests) sont les tâches permettant d'évaluer l'étendue de la suite numérique stable. Ces tâches consistent à demander à l'enfant de compter le plus loin possible. Certains tests font répéter à l'enfant une

deuxième fois pour s'assurer de la stabilité et certains mettent une condition d'arrêt (arrêt à 5 pour le WJ, à 31 pour le Tedi-Math et à 120 pour l'UDN-II), ce qui permet de limiter la durée de l'épreuve.

Pour évaluer la flexibilité de la chaîne verbale, différentes épreuves sont utilisées : compter jusqu'à une borne supérieure donnée, compter à partir d'une borne inférieure donnée, compter entre deux bornes données, compter à rebours à partir d'un nombre donné, compter par pas et déterminer le nombre qui vient avant ou après un nombre donné dans la suite numérique. Les tâches les plus courantes (présentes dans au moins 3 tests) sont les tâches consistant à compter à partir d'un nombre donné et à rebours, ces compétences/connaissances étant caractéristique du niveau chaîne sécable (dans les stades de Fuson (Fuson et al., 1982)) pour la première et du niveau chaîne terminale, pour la seconde.

Il serait donc pertinent d'inclure, dans notre dispositif de repérage, une tâche permettant l'évaluation de l'étendue de la suite numérique stable (compter le plus loin possible), ce type de tâche étant présent dans une majorité des tests. Les caractéristiques de la tâche (répétition et condition d'arrêt) devront être discutées en fonction des objectifs visés. Des tâches visant à évaluer la flexibilité de la chaîne numérique verbale de type « compter à partir de » ou « compter à rebours » peuvent également être envisagées.

4.1.2. Dénombrement

Le Tableau 19 détaille les tâches faisant intervenir le dénombrement présentes dans les différents tests analysés. On retrouve différents types de tâches : celles consistant à quantifier une collection, à extraire d'une collection un nombre donné d'éléments, à construire une collection équipotente à une collection donnée, à comparer des collections ou encore à identifier une collection comportant un nombre donné d'éléments.

	Quantifier	Extraire	Coll. équip.	Comparer	Identifier
Zareki-R	x				
WJ	x				x
MathEval	x				
Examath					
Tedi-Math	x		x		
UDN-II	x		x	x	
4 étapes	x	x	x		
ECPN	x			x	
Maternelle	x	x	x	x	
ERMEL	x	x	x		
EvalNumC2	x		x	x	

Tableau 19 : Types de tâches faisant intervenir le dénombrement

Tous les tests sauf un possèdent une ou plusieurs tâches faisant intervenir le dénombrement. Seul l'Examath fait exception mais cela peut s'expliquer par le fait qu'il s'adresse à des enfants plus âgés (qui sont donc *a priori* censés maîtriser cette compétence).

Tous les tests (excepté l'Examath) proposent des tâches dans lesquelles le dénombrement est utilisé pour quantifier une collection. Les tests issus de la didactique des mathématiques (4 étapes, ECPN, Maternelle, ERMEL et EvalNumC2) et de la psychologie développementale (Tedi-Math et UDN-II) proposent également une grande variété de tâches permettant de déterminer les situations dans lesquelles l'enfant est capable d'utiliser le dénombrement (comparaison de collections, extraction d'un nombre donné d'éléments, construction de collections équipotentes, etc.). Ce n'est pas le cas des tests issus des sciences cognitives (Zareki-R, WJ, MathEval et Tedi-Math).

Dans la suite de cette section, nous analyserons plus précisément les variables choisies pour les tâches de quantification, construction de collection équipotente et comparaison de collections qui sont les tâches les plus répandues parmi les tests.

4.1.2.1. Quantifier

Analysons donc plus en détail les caractéristiques des tâches de quantification. Le Tableau 20 reprend les variables choisies telles que le type d'énoncé (décrire la collection (=1), dire combien d'éléments il y a dans la collection (=2) ou compter les éléments de la collection (=3)), la taille de la collection, la disposition des objets (objets disposés aléatoirement, alignés ou disposés selon un schème particulier), le caractère manipulable des objets, leur nature (objets identiques ou différents) et l'ostensif de sortie (oral (=O) ou écrit (=E)).

	Type	Taille coll.	Dispo.	Objets manip.	Nature	Ost. sortie
Zareki-R	3	5 à 18	aléatoire	non	identiques	O/E
WJ	2	2 à 6	aligné	non	différents	O
MathEval	2-3	9 à 19	aléatoire	non	identiques	O
Examath						
Tedi-Math	3	5 à 12	aligné aléatoire	non	identiques différents	O
UDN-II	1-3	3 à 21	aligné aléatoire schème	non	identiques	O
4 étapes	2	variable	aléatoire	oui	identiques	O
ECPN	1	2 à 7	aléatoire	oui	identiques	O
Maternelle	2	3 à 11	aléatoire	oui	identiques	O

ERMEL	2	variable 40 max	aléatoire	oui	identiques	O
EvalNumC2	2	53	aléatoire	non	identiques	E

Tableau 20 : Choix des variables pour les tâches où le dénombrement est utilisé pour quantifier

Pour compléter la description de ces tâches, le Tableau 21 présente les éléments évalués en plus du résultat final (coordination comptage/pointage, principe d'ordre stable, principe cardinal, principe d'abstraction, non pertinence de l'ordre et énumération).

	Coord. compt./pointage	Ordre stable	Principe cardinal	Principe d'abstraction	Non pertinence de l'ordre	Énumération
Zareki-R	x	x				x
WJ						
MathEval	x	x	x		x	
Examath						
Tedi-Math	x	x	x	x	x	
UDN-II	x	x	x		x	
4 étapes						
ECPN						
Maternelle	x	x	x			x
ERMEL						
EvalNumC2						

Tableau 21 : Éléments évalués dans les tâches où le dénombrement est utilisé pour quantifier

On peut remarquer que les tâches de dénombrement proposées dans les tests issus de la cognition numérique consistent généralement à demander explicitement à l'enfant de compter (énoncé de type 3). Dans ces tests, la procédure de dénombrement est généralement soumise à un examen minutieux (observation de la coordination entre le comptage/pointage, de la régularité de la suite, du principe cardinal, ...), ce qui n'est pas le cas en didactique (sauf pour le test des compétences numériques du programme de maternelle 2016-2017). Notons également que le principe d'abstraction est rarement évalué (uniquement dans le Tedi-Math). D'après le manuel d'utilisation du MathEval, cela peut se justifier de la manière suivante : « la mise au point d'une épreuve 'pure' d'abstraction est impossible ; les échecs enregistrés dans les épreuves habituelles sont le plus souvent liés soit à une incompréhension (partielle) des attentes de l'expérimentateur, soit à une insuffisance dans d'autres prérequis, soit les deux. » (Heremans, 2011, p.46).

Les collections utilisées pour ces épreuves de quantification ne sont généralement pas composées de plus d'une vingtaine d'objets ou restent dans les limites de la suite numérique verbale maîtrisée

(comme c'est le cas pour le dispositif « Quatre étapes pour une évaluation continue en première partie de cycle 2 » et la prise d'information initiale CP de ERMEL). Seule l'évaluation proposée dans le cadre du projet EvalNumC2 fait exception avec le dénombrement de collections plus importantes (jusqu'à 53 objets). Ce test étant fortement axé sur l'évaluation de la compréhension du système de numération décimal positionnel, nous pouvons supposer qu'est visée, à travers ces tâches, l'évaluation de stratégies de dénombrement plus élaborées (utilisation de groupements, par exemple). Pour ce qui est des autres variables, on constate que, mises à part certaines exceptions, les collections sont composées d'objets identiques disposés aléatoirement et l'ostensif de sortie est oral (on demande à l'enfant de donner oralement sa réponse). En ce qui concerne le caractère manipulable des objets, on note cependant une nette distinction entre les tests issus de la cognition numérique et ceux s'appuyant sur des fondements théoriques en didactique des mathématiques, les premiers proposant des collections d'objets non manipulables contrairement aux seconds. Or, comme nous l'avons souligné dans notre revue de littérature en didactique, l'énumération est plus difficile pour ce type de collection. De plus, on peut remarquer (voir Tableau 20) que l'énumération est rarement évaluée (uniquement deux tests considèrent cette connaissance/compétence). Des difficultés d'énumération pourraient donc causer des difficultés dans ces tâches de quantification sans être identifiées.

Au vu de ces résultats, il semblerait pertinent d'inclure dans notre dispositif de repérage une tâche de quantification (dont le type d'énoncé est à discuter) mettant en jeu des objets identiques disposés aléatoirement (comme c'est le cas de la majorité des tests). Une discussion devra être menée sur les quantités proposées (tenant compte ou non de la suite numérique verbale maîtrisée), sur le caractère manipulable ou non des objets (en tenant compte de l'énumération) et sur l'évaluation des principes de Gelman et Gallistel (1986, en particulier l'évaluation du principe d'abstraction).

4.1.2.2. Collections équipotentes

La construction de collections équipotentes est un autre type de tâche faisant intervenir le dénombrement. Pour cette tâche, nous avons noté (voir Tableau 22) le nombre d'objets constituant la collection modèle (taille), la disposition et le caractère manipulable de ces objets, la nature des objets de la collection modèle et de la collection équipotente (objets identiques pour chacune des collections, différents selon la collection ou identifiables, c'est-à-dire qui peuvent être naturellement mis en relation) et la proximité des deux collections (proches ou collection modèle non visible au moment de la constitution de la collection équipotente).

	Taille	Disposition	Objets manip.	Nature des objets	Proximité des collections
Tedi-Math	7	Aléat.	Non	Jetons	Proches
UDN-II	9	Aléat.	Oui	Identifiables Jetons	Non visible Proches
4 étapes	Variable	Aléat.	Oui	Identifiables	Non visible Proches

Maternelle	5 et 12	Aléat.	Non	Jetons de couleurs différentes	Non visible
ERMEL	Variable	Mosaïque	Non	Mosaïque	Non visible
EvalNumC2	53	Aléatoire	Non	Carrés	Non visible

Tableau 22 : Choix des variables pour les tâches de construction de collections équipotentes

Au niveau de la taille des collections, celles proposées dans les tests sont généralement de petites tailles (inférieures à 12 éléments) ou dans les limites de la suite verbale maîtrisée par l'enfant. Encore une fois l'évaluation proposée dans le cadre du projet EvalNumC2 fait exception ce qu'on peut expliquer par les objectifs d'évaluation différents des autres tests (comme nous l'avons développé plus haut). Les objets sont majoritairement disposés aléatoirement, cependant, le choix des autres variables (caractère manipulable et nature des objets) varie sensiblement d'un test à l'autre. Enfin, en ce qui concerne la proximité des collections, on constate que la collection modèle est, en général, non visible lors de la construction de la collection équipotente. Ce n'est pas le cas dans le Tedi-Math mais la pertinence de ce choix a été remise en question dans l'analyse (voir analyse du Tedi-Math). Pour ce qui est de l'UDN-II et du dispositif « Quatre étapes pour une évaluation continue en première partie de cycle 2 », une tâche propose la construction d'une collection équipotente avec la collection modèle visible mais dans ce cas, c'est la correspondance terme à terme qui est évaluée.

Si nous choisissons d'inclure une tâche de construction de collection équipotente (ces tâches n'étant présentes que dans 6 des tests analysés) dans notre dispositif de repérage, il serait pertinent d'utiliser de petites collections d'objets disposés aléatoirement avec une collection modèle non visible (si on veut évaluer les procédures de dénombrement et non la correspondance terme à terme). La nature des objets et le caractère manipulable de ceux-ci restent à discuter.

4.1.2.3. Comparaison de collections

Analysons à présent les variables choisies pour les tâches de comparaison de collections (sans limite de temps). Le Tableau 23 reprend le nombre d'objets constituant les collections à comparer (taille), la disposition, le caractère manipulable et la nature de ces objets ainsi que la proximité des deux collections.

	Taille	Disposition	Objets manip.	Nature des objets	Proximité des collections
UDN-II	5/2 5/5 10/12	Aléatoire	Oui	Identiques	Proches
Maternelle	2/3 8/9	Aléatoire	Oui	Identiques	Proches
ECPN	2/3/7	Aléatoire	Oui	Identiques	Proches

EvalNumC2	23/24	Aléatoire et paquets	Non	Identiques	Proches
-----------	-------	----------------------	-----	------------	---------

Tableau 23 : Choix des variables pour les tâches de comparaison de collections

On peut constater que les variables choisies sont similaires d'un test à l'autre. En effet, les collections à comparer sont généralement constituées de peu d'éléments (moins de 12) qui sont identiques, manipulables et disposés aléatoirement. Les collections à comparer sont, dans tous les cas, proches, la tâche peut donc être réalisée en utilisant la correspondance terme à terme. Les variables choisies dans l'évaluation proposée dans le cadre du projet EvalNumC2 sont quelque peu différentes, ce qu'on peut, encore une fois, expliquer par les objectifs d'évaluation différents des autres tests (comme nous l'avons développé plus haut).

Si nous choisissons d'inclure une tâche de construction de collection équipotente (ces tâches n'étant présentes que dans 4 des tests analysés) dans notre dispositif de repérage, il serait donc pertinent d'utiliser de petites collections d'objets identiques et manipulables disposés aléatoirement et de placer les collections à comparer à proximité l'une de l'autre.

4.1.3. Transcodage

Le Tableau 24 précise les types de tâches de transcodage (transcodage du code oral au code écrit ou inversement) présentes dans les différents tests analysés ainsi que le domaine numérique concerné.

	Transcodage oral -> écrit	Transcodage écrit -> oral
Zareki-R	x nombres de 2 à 4 chiffres	x nombres de 2 à 4 chiffres
WJ		x nombres <4
MathEval	x nombres de 1 à 6 chiffres	
Examath	x nombres de 1 à 7 chiffres	x nombres de 1 à 7 chiffres
Tedi-Math	x nombres de 1 à 3 chiffres	x nombres de 1 à 3 chiffres
UDN-II	x nombres de 1 à 5 chiffres	x nombres de 1 à 5 chiffres
4 étapes		
ECPN		

Maternelle		x nombres <10
ERMEL	x nombres < 20	x nombres < 20
EvalNumC2	x nombres de 1 à 2 chiffres	x nombres de 1 à 2 chiffres

Tableau 24 : Description des tâches de transcodage

Tous les tests proposent des tâches de transcodage sauf 4 étapes et l'ECPN qui ont choisi de ne pas faire intervenir le code arabe. Certains ne proposent de transcodage que dans un sens. Par exemple, le test des compétences numériques du programme de maternelle 2016-2017 ne s'intéresse qu'à la reconnaissance de nombres écrits (probablement parce qu'en fin de maternelle les enfants sont capables de reconnaître les chiffres mais pas encore de les écrire et que l'écriture des nombres ne fait pas partie des compétences à acquérir en fin de cycle 1). Le test MathEval propose une tâche déclarée comme « lecture de nombre » or le nombre est d'abord donné oralement et l'enfant doit ensuite identifier son écriture en chiffres arabes. Nous avons donc considéré cette tâche comme une tâche de transcodage du code oral au code écrit et non l'inverse (voir analyse du test MathEval pour plus de précisions).

Les nombres proposés font intervenir des primitives lexicales, des zéros et des dizaines complexes mais il y a quelques exceptions. Certains tests évaluent essentiellement les primitives lexicales, par exemple. C'est le cas du test des compétences numériques du programme de maternelle 2016-2017 et de la prise d'information initiale CP de ERMEL qui s'adressent à des enfants trop jeunes pour maîtriser le transcodage de nombres plus grands. Au contraire, certains n'évaluent pas les primitives lexicales (le Zareki-R, par exemple). D'autres n'évaluent pas les dizaines complexes. C'est le cas du Zareki-R qui est un test traduit de l'allemand, langue ne possédant pas de dizaines complexes (pour les nombres de 21 à 99, les dizaines et les unités sont jointes par une conjonction et il n'y a pas d'exception). En ce qui concerne la longueur des nombres proposés, elle varie d'un test à l'autre et peut aller jusqu'à 7 chiffres.

Le transcodage (du code oral au code écrit et inversement) semble donc être un élément clé de l'évaluation des difficultés en mathématiques (aussi bien en didactique qu'en cognition numérique) qui devra figurer dans notre dispositif de repérage. Le choix des nombres à transcoder reste cependant à discuter au vu de la diversité présente dans les tests.

4.1.4. Opérations analogiques

Le Tableau 25 précise les variables choisies pour les tâches relatives aux opérations analogiques présentes dans les différents tests analysés. Sont donc repris les types d'opérations (transformation de mesure positive ou négative (=TM +/-), composition de mesures (=compo) ou comparaison de mesures (=compa)), la position de l'inconnue (état initial (=EI), état final (=EF), transformation (=T), tout, partie, état ou comparaison), le domaine numérique, l'ostensif d'arrivée (oral (=O) ou écrit (=E)), le caractère manipulable des objets et le caractère visible du résultat.

	Type d'opération	Inconnue	Dom. num.	Ost. arrivée	Objets manip.	Résultat visible
Zareki-R						
WJ	TM +/- compo	EF tout	< 10	O	non	oui (sauf TM +)
MathEval	TM +/-	EF	< 5	O	non	non
Examath	TM +/-	EF	< 10	O	non	non
Tedi-Math	TM – compo	EF tout	< 10	O	non	oui
UDN-II						
4 étapes						
ECPN	TM +/- compa	EI (TM +) T (TM -) état	< 10	O	oui	oui (si besoin pour TM)
Maternelle	TM +/- compo	EF tout/partie	< 10	O	oui (sauf compo rech. partie)	non (sauf compo rech. tout)
ERMEL	TM + compo	EF tout	< 10	O	oui (TM +)	oui
EvalNumC2	TM +/- compo	EF/T tout/partie	< 100	E	non	non

Tableau 25 : Choix des variables pour les tâches relatives aux opérations analogiques

Seuls trois tests ne proposent pas de tâches de ce type. On retrouve, dans la majorité des tests, des tâches de transformation de mesures (positives et négatives) avec recherche de l'état final (plus rarement de la transformation ou de l'état initial). On retrouve également des tâches de composition de mesure avec recherche du tout (plus rarement d'une partie). Seul l'ECPN propose une tâche de type comparaison de mesure. De manière générale les nombres intervenant dans ces tâches sont inférieurs à 10 et l'ostensif d'arrivée est oral. Seule l'évaluation proposée dans le cadre du projet EvalNumC2 fait exception en faisant intervenir de plus grands nombres cependant les procédures de calcul à mettre en œuvre sont relativement simples (les calculs sont de type $46-26$ ou encore $35+10$). Le choix de l'ostensif écrit (contrairement aux autres tests dans lesquels la réponse est demandée oralement) est lié aux modalités de passation (en collectif sur livret).

En ce qui concerne le caractère manipulable des objets, on observe une distinction entre les tests issus de la cognition numérique et ceux relevant de la didactique. En effet, les objets servant de support aux tâches mettant en jeu des opérations analogiques ne sont pas manipulables dans les tests issus de la cognition numérique contrairement aux tests issus de la didactique (excepté l'évaluation proposée dans le cadre du projet EvalNumC2 probablement en raison de ses modalités de passation).

Pour ce qui est du caractère visible du résultat, on observe des variations selon les tests. Ce caractère influençant les stratégies de résolution (voir revue de littérature en didactique), le choix de cette variable dépend donc de ce que l'on veut évaluer (stratégie de comptage ou stratégie de calcul). Par exemple, dans la prise d'information initiale CP de ERMEL, l'objectif est de déterminer si l'enfant est capable de surcompter au lieu de recompter le tout, ce qui justifie le choix d'un résultat visible.

Il semble donc pertinent d'inclure dans notre dispositif de repérage des tâches de résolution d'opérations analogiques de type transformation de mesure positive et négative avec recherche de l'état final (la recherche d'autres inconnues sera à discuter). On peut également envisager d'y insérer des opérations de type composition de mesure avec recherche du tout (et éventuellement d'une partie). Ces tâches devront de préférence faire intervenir de petites quantités (inférieures à 10) et une réponse orale. Le caractère manipulable des objets ainsi que le caractère visible du résultat sont à discuter.

4.1.5. Opérations symboliques

Le Tableau 26 précise les variables choisies pour les tâches relatives à la résolution d'opérations symboliques présentes dans les différents tests analysés. Sont donc décrits les ostensifs de départ et d'arrivée (oral (=O) ou écrit (=E)), le type d'opération évalué, le domaine numérique concerné, la position de l'inconnue (état final (=EF) ou opération lacunaire (=L)) et enfin les infos sur la durée de l'épreuve (est-elle chronométrée, limitée dans le temps ou n'y a-t-il aucune contrainte ?).

	Ost. départ	Ost. arrivée	Opération	Dom. numérique	Position inconnue	Durée
Zareki-R	O	O	+, -	nombres < 100 (passage à 10, emprunt)	EF	chrono.
	O	O	x	nombres < 10	EF	chrono.
WJ	E	E	+, -	nombres < 100 (passage à 10, emprunt)	EF	/
	E	E	+, -, x	nombres < 10	EF	Limitée
MathEval	E	O	+, -	nombres < 10 000	EF	/
Examath	E	O	+, -, x	nombres < 10	EF	Limitée
	E	E	+, -, x	nombres < 1000	EF	/
Tedi-Math	E	O	+, -	nombres < 100	EF, L	/

				(passage à 10, emprunt)		
	E	O	x	nombres < 10	EF	/
UDN-II	O	O	+, -, x, ÷	nombres < 15 (passage à 10, emprunt)	EF	/
4 étapes						
ECPN						
Maternelle						
ERMEL						
EvalNumC2	O	E	+	nombres < 12 ou ajout de 10 à un nombre à 2 chiffres	EF	Limitée
	E	E	+	nombres < 100 (passage à 10)	EF	/

Tableau 26 : Choix des variables pour les tâches de résolution d'opérations symboliques

On constate que tous les tests en cognition proposent des tâches de résolution d'opérations symboliques. Du côté de la didactique, seule l'évaluation proposée dans le cadre du projet EvalNumC2 en didactique comporte ce type de tâche. On peut raisonnablement supposer que ces tâches sont absentes des autres tests issus de la didactique car ceux-ci s'adressent uniquement à de jeunes enfants (fin maternelle, début CP).

Les opérations concernées sont l'addition, la soustraction et la multiplication (seul l'UDN-II évalue la division). Ces 3 opérations reviennent dans tous les tests ou presque (pas de multiplication dans le MathEval et uniquement des additions dans l'évaluation proposée dans le cadre du projet EvalNumC2). Les nombres choisis pour les multiplications sont inférieurs à 10. Pour ce qui est de l'addition et de la soustraction, ceux-ci peuvent aller jusque 10 000 mais restent généralement inférieurs à 100. Les ostensifs de départ et d'arrivées sont variables (parfois oraux, parfois écrits) mais les calculs plus importants ont tendance à être présentés de façon écrite (seul le Zareki-R fait exception).

En fonction des objectifs poursuivis par les tests, nous pouvons distinguer 3 choix de variables qui vont évaluer 3 connaissances/compétences différentes :

- Pour évaluer la maîtrise des mécanismes opératoires écrits, le choix va se porter sur un ostensif d'arrivée écrit, des nombres assez grands et une tâche non limitée dans le temps (c'est le cas, par exemple, du Woodcock-Johnson, de l'Examath et de l'évaluation proposée dans le cadre du projet EvalNumC2).
- Pour évaluer la maîtrise des faits arithmétiques, le choix va se porter sur des petits nombres et une tâche limitée dans le temps ou chronométrée (c'est le cas dans le Zareki-R, le Woodcock-Johnson, l'Examath et l'évaluation proposée dans le cadre du projet EvalNumC2).

- Pour évaluer la maîtrise du calcul mental, le choix va se porter sur un ostensif d'arrivée oral, des nombres relativement grands et une tâche sans limite de temps (voir, par exemple, le Zareki-R, le MathEval, le Tedi-Math et l'UDN-II).

Le choix des variables concernant les tâches de résolution d'opérations symboliques pour notre dispositif est donc à discuter en fonction des connaissances/compétences que nous souhaiterons évaluer.

4.1.6. Représentation décimale

Seuls trois tests évaluent la représentation décimale : deux tests issus de la cognition numérique (le Tedi-Math, l'Examath) ainsi qu'un test s'appuyant sur des fondements théoriques issus de la didactique des mathématiques (l'évaluation proposée dans le cadre du projet EvalNumC2).

Au niveau des tâches relatives aux écritures des nombres, les tests en cognition numérique (le Tedi-Math et l'Examath) proposent des tâches liées à l'aspect conventionnel (nombre de, chiffre de) ou à l'aspect positionnel (décomposition/recomposition canoniques faisant intervenir l'écriture additive d'un nombre suivant les puissances de 10). L'aspect décimal est uniquement évalué dans l'évaluation proposée dans le cadre du projet EvalNumC2 à travers une tâche de traduction d'écritures faisant intervenir des écritures en unités de numération non canoniques.

En ce qui concerne les tâches faisant intervenir des quantités analogiques, on retrouve, dans les trois tests, des tâches consistant à traduire une quantité analogique en un nombre arabe ou oral et inversement. Les variables choisies pour ces tâches sont reprises dans le Tableau 27:

	Tedi-Math	Examath	EvalNumC2
Ostensif	Oral	Ecrit	Ecrit
Type de matériel	Proportionnel groupable (bâtonnets) et non proportionnel (jetons de 1 et 10€) Les collections présentées sont toujours totalement groupées	Proportionnel groupable (billes et boîtes de billes), prégroupé (cubes) ou non proportionnel (pièces et billets) Les collections présentées sont toujours totalement groupées	Proportionnel groupable (étiquettes de 1, 5 et 10 points) Les collections présentées sont totalement groupées (1 seule comporte 3 étiquettes de 5 points)
Taille des collections	< 40	< 100	< 100
Contraintes éventuelles	Pas de contrainte	Pas de contraintes	Temps limité

Tableau 27 : Variables choisies pour les tâches de traduction analogique/arabe ou oral

L'Examath et l'évaluation proposée dans le cadre du projet EvalNumC2 contiennent également des tâches de jugement d'association entre un nombre en code arabe et un nombre en code analogique. Dans les deux cas les collections présentées sont toujours totalement groupées.

Encore une fois, le choix des variables dépend des objectifs visés. Pour évaluer la compréhension de la signification des chiffres en fonction de leur position dans l'écriture des nombres, ce choix va se porter sur l'utilisation de collections totalement groupées et d'un ostensif d'arrivée écrit (comme c'est le cas de l'Examath et de l'évaluation proposée dans le cadre du projet EvalNumC2). En revanche, si l'objectif est d'évaluer la représentation mentale d'un nombre oral (conception dizaine/unité basée sur la numération verbale, comme c'est le cas pour le Tedi-Math), un ostensif d'arrivée oral sera privilégié. Dans les deux cas, les quantités proposées sont inférieures à 100, les groupements de second ordre ne sont donc pas évalués. Notons également que la contrainte de temps imposée dans l'évaluation proposée dans le cadre du projet EvalNumC2 permet de favoriser les stratégies attendues (utilisation de groupements) pour résoudre la tâche proposée, ce qui n'est pas le cas dans les autres tests (voir analyse du Tedi-Math et de l'Examath pour plus de précisions).

Une seule tâche, présente dans le Tedi-Math, amène l'enfant à repenser les groupements par rapport aux échanges : on présente oralement à l'enfant un nombre en matériel de numération (bâtonnets et fagots de 10 bâtonnets) et on lui demande s'il faut ouvrir un fagot pour retirer un certain nombre de bâtonnets.

On constate donc que l'aspect décimal est peu évalué dans les tests. Or, il s'agit d'un aspect important de notre numération (voir la revue de littérature en didactique), il ne devra donc pas être négligé dans notre dispositif de repérage. Etant donné la grande diversité des tâches proposées dans les différents tests analysés, une discussion devra être menée sur les compétences/connaissances nécessaires à évaluer dans ce type de tâches et sur les variables les plus appropriées.

4.2. Tâches spécifiques aux tests en cognition

Dans cette partie, nous nous intéresserons aux tâches qui ne se trouvent que dans les tests en cognition numérique et qui sont donc absentes des tests en didactique. La pertinence de ces tâches dans notre dispositif est à discuter mais elle doit être envisagée car, même si elles ne sont pas exploitées par les enseignants, elles permettent de transmettre des informations à l'orthophoniste (ces tâches se trouvant dans les tests qu'ils utilisent). Parmi ces tâches, on retrouve les tâches visant à évaluer le sens du nombre, les représentations analogiques, l'estimation et le subitizing ou encore les opérations à énoncé verbal ainsi que les opérations logiques. Celles-ci seront analysées plus en détail dans la suite de cette section.

4.2.1. Sens du nombre

Le Tableau 28 présente les variables choisies pour les tâches visant à évaluer le « sens du nombre » (c'est-à-dire les tâches consistant à comparer deux collections de points présentées pendant un laps de temps très court). Pour chaque test sont donc répertoriés le domaine numérique concerné, le contrôle éventuel des variables spatiales et le rapport entre les collections comparées.

	Domaine numérique	Contrôle des variables spatiales	Ratio
Zareki-R			

WJ			
MathEval			
Examath	1 à 4	oui	0,25 à 0,75
	5 à 13	oui	0,5 à 0,91
Tedi-Math	1 à 15	non	0,28 à 0,66
UDN-II			

Tableau 28 : Choix des variables pour les tâches visant à évaluer le "sens du nombre"

Seuls deux tests issus de la cognition numérique s'intéressent à ce type de tâche (l'Examath et le Tedi-Math). Le choix des variables utilisées dans le Tedi-Math peut cependant être remis en question (voir analyse du Tedi-Math pour plus de précision). En effet, il n'y a pas de contrôle des variables spatiales et le ratio est peu élevé (rappelons qu'un enfant de 3 ans peut *a priori* distinguer des quantités dont le rapport est de $\frac{3}{4}$, ce qui est supérieur au plus grand ratio proposé dans cette tâche).

Au vu de ces résultats et dans le cas où nous déciderions d'inclure une tâche de ce type dans notre dispositif, il serait plus pertinent de s'appuyer sur les variables choisies dans l'Examath.

4.2.2. Représentations analogiques via le code oral ou arabe

Dans les tests issus de la cognition numérique, on trouve deux types de tâches permettant d'évaluer les représentations analogiques via le code oral ou arabe, il s'agit des tâches de comparaison de nombres et de placement sur une ligne numérique. Il existe également d'autres tâches utilisées pour investiguer les représentations analogiques via le code oral ou arabe mais celle-ci sont plus rares (tâches de jugement analogique – code écrit/oral dans l'Examath, par exemple) nous ne les détaillerons donc pas en détail dans cette section.

Le Tableau 29 précise les variables choisies pour les tâches de comparaison dans les tests issus de la cognition numérique (ostensifs des nombres présentés, domaine numérique et contraintes éventuelles sur la durée de l'épreuve).

	Ostensif 1	Ostensif 2	Domaine num.	Durée
Zareki-R	O	O	nombres de 2 à 5 chiffres	/
WJ				
MathEval	O et A	O et A	nombres de 0 à 100	/
Examath	A	A	nombres de 1 à 4 nombres de 5 à 13 nombres de 10 à 81	Limitée
	O	O	nombres de 1 à 4 nombres de 5 à 13	Limitée

			nombres de 10 à 81	
Tedi-Math	A	A	nombres de 1 à 3 chiffres	/
	O	O	nombres de 1 à 3 chiffres	/
UDN-II				

Tableau 29 : Choix des variables pour les tâches de comparaison

Seuls le Woodcock-Johnson et l'UDN-II ne proposent pas ce type de tâche. La comparaison se fait toujours entre deux nombres oraux ou deux nombres écrits en chiffres arabes (seule exception avec le MathEval dans lequel les nombres sont présentés à la fois oralement et à l'écrit). La taille des nombres varie selon le test considéré (de 1 à 5 chiffres). Seul l'Examath impose une contrainte de temps et effectue une distinction selon les domaines numériques.

Le Tableau 30 précise le choix des variables pour les tâches de placement sur une ligne numérique dans les tests issus de la cognition numérique (ostensif de départ, orientation de la ligne numérique, bornes et repères éventuels et contraintes éventuelles sur la durée de l'épreuve).

	Ost.	Orientation	Bornes	Repères	Durée
Zareki-R	O ou E	Verticale (du bas vers le haut)	0 à 100	Avec et sans	/
WJ					
MathEval	O et E	Horizontale (de gauche à droite)	0 à 10, 20 ou 100	Avec et sans	/
Examath	O ou E	Horizontale (de gauche à droite)	0 à 100 0 à 1000	Sans	Limitée
Tedi-Math					
UDN-II					

Tableau 30 : Choix des variables pour les tâches de placement sur une ligne numérique

Ces tâches sont présentes dans la moitié des tests issus de la cognition numérique. Elles sont très variables d'un test à l'autre au niveau de la présentation (on retrouve des lignes horizontales et verticales, avec ou sans repères). Au niveau des bornes, les trois tests proposent des lignes de 0 à 100 mais certains utilisent également des lignes plus restreintes (0 à 10 pour le MathEval) ou plus étendues (0 à 1000 pour l'Examath).

On trouve également des tâches de comparaison de nombres arabes dans les tests en didactique (dans l'évaluation proposée dans le cadre du projet EvalNumC2, par exemple). Ces tâches ne visent pas à tester l'accès au sens du nombre via le code arabe mais permettent, en revanche, à l'enseignant d'évaluer « l'organisation » des nombres, la compréhension des relations qui existent entre les nombres.

Ces tâches permettant d'évaluer les représentations analogiques sont présentes dans la majorité des tests issus de la cognition (que ce soient des tâches de comparaisons de nombres ou de placement sur une ligne numérique). Leur pertinence ainsi que le choix des variables associées à ces tâches seront donc à discuter lors de la construction de notre dispositif de repérage.

4.2.3. Estimation et subitizing

Le Tableau 31 précise les choix des variables pour les tâches évaluant l'estimation de quantités et/ou le subitizing dans les tests issus de la cognition numérique (domaine numérique, éventuel contrôle sur les variables spatiales et ostensif d'arrivée).

	Domaine numérique	Contrôle des variables spatiales	Ostensif arrivée
Zareki-R	9 à 80	non	O
WJ			
MathEval	1 à 6	non	O
Examath	1 à 9	oui	O
	8 à 99	oui	O
Tedi-Math			
UDN-II			

Tableau 31 : Choix des variables pour les tâches d'estimation et de subitizing

Seuls deux tests évaluent le subitizing (MathEval et Examath). Il en est de même pour l'estimation (Zareki-R et Examath). Un contrôle sur les variables spatiales n'est effectué que dans l'Examath. Les nombres proposés dans les tâches relatives à l'estimation, sont inférieurs à 100. Quant au subitizing, la limite varie (6 pour le MathEval et 9 pour l'Examath) mais au-delà de 4, des schèmes particuliers sont utilisés. Dans tous les cas, la réponse est donnée oralement (que ce soit pour l'estimation ou le subitizing).

Au vu de ces résultats et dans le cas où nous déciderions d'inclure des tâches de ce type dans notre dispositif, il serait plus pertinent, dans le cas de l'estimation, de rester dans un domaine numérique restreint (quantités inférieures à 100) et de choisir un ostensif d'arrivée oral. Le domaine numérique concernant les tâches de subitizing ainsi que le contrôle des variables spatiales restent à discuter.

4.2.4. Opérations à énoncé verbal

Le Tableau 32 précise le choix des variables pour les tâches relatives à la résolution d'opérations à énoncé verbal présentes dans les différents tests issus de la cognition numérique analysés. Sont donc décrits les types d'opérations (transformation de mesure positive ou négative (=TM +/-), composition de mesures (=compo) ou comparaison de mesures (=compa)), la position de l'inconnue (état initial (=EI), état final (=EF), transformation (=T), tout, partie, état ou comparaison), le domaine numérique et l'ostensif d'arrivée.

	Type d'opération	Inconnue	Dom. num.	Ost. arrivée
Zareki-R	TM – compa	EF, EI, T compa, état	< 10	O
WJ	TM – compa	EF compa	< 13	O
MathEval	TM +/-	EF	< 5	O
Examath	TM +/- compo compa	EF, EI, T partie, tout compa, état	< 100	O ou E
Tedi-Math	TM +/-	EF, EI, T	< 10	O
UDN-II				

Tableau 32 : Choix des variables pour les tâches de résolution d'opération à énoncé verbal

Seul un test en cognition ne propose pas ce type de tâche (l'UND-II). Ces tâches sont également absentes des tests issus de la didactique (on retrouve des énoncés verbaux dans l'évaluation proposée dans le cadre du projet EvalNumC2 mais avec un support analogique, ces tâches ne sont donc pas classées dans la catégorie des opérations à énoncé verbal). On peut cependant supposer que des tests issus de la didactique s'adressant à des enfants plus âgés comporteraient ce type de tâche étant donné qu'ils sont fortement étudiés en didactique des mathématiques (voir revue de littérature en didactique).

Trois types de problèmes (transformation, comparaison et combinaisons de mesures) sont évalués dans les tests en cognition numérique, les problèmes de transformation étant présents dans tous les tests proposant ce genre d'épreuve. La place de l'inconnue est variable, certains tests se limitant à la recherche de l'état final (MathEval par exemple) et d'autres proposant un panel plus étendu de problèmes en faisant varier la place de l'inconnue (Tedi-Math ou MathEval, par exemple). Les quantités intervenant dans les problèmes à énoncé verbal sont généralement peu élevées (ne dépassant pas la dizaine). Seul l'Examath fait intervenir des quantités plus grandes (jusqu'à 100). L'ostensif d'arrivée est oral dans tous les tests proposant ce type de tâche (dans l'Examath l'enfant peut également utiliser un support écrit, ce qui est probablement lié à la taille des nombres plus importante que dans les autres tests). Dans tous les problèmes et dans tous les tests, au niveau de la forme, l'ordre chronologique est respecté, la question se situe à la fin de l'énoncé et une phrase introduit le problème si l'état initial est inconnu.

Comme ces tâches sont présentes dans une grande majorité des tests issus de la cognition et également étudiées en didactique des mathématiques, il semble pertinent de les inclure dans notre dispositif de repérage. Le choix des types de problèmes et des inconnues restent à discuter mais au vu de ces résultats, il semble y avoir un consensus sur le choix d'un domaine numérique restreint aux petites quantités (inférieures à 10), de l'ostensif de sortie oral, du respect de l'ordre chronologique,

du placement de la question à la fin du problème ainsi que d'une phrase d'introduction lorsque l'état initial est inconnu.

4.2.5. Opérations logiques

Le Tableau 33 précise les types d'opérations logiques évalués dans les tests (sériation, classification, conservation et inclusion).

	sériation	classification	conservation	inclusion
Zareki-R				
WJ	x			
MathEval				
Examath				
Tedi-Math	x	x	x	x
UDN-II	x	x	x	x

Tableau 33 : Tâches relatives aux opérations logiques

On constate que celles-ci sont peu évaluées (à noter qu'une tâche de conservation est également présente dans l'évaluation du début d'année de CP du dispositif « Quatre étapes pour une évaluation continue en première partie de cycle 2 »). Seuls deux tests issus de la cognition numérique et s'appuyant sur une conception piagétienne du nombre, considèrent les 4 opérations logiques : le Tedi-Math et l'UDN-II.

L'évaluation des opérations logiques étant principalement limitée aux tests d'inspiration piagétienne, il nous semble peu pertinent de l'inclure dans notre dispositif de repérage.

4.3. Tâches spécifiques aux tests en didactique

Dans les tâches analysées précédemment, nous avons identifié des types de tâches présentes uniquement dans les tests issus de la didactique des mathématiques. C'est le cas des tâches de dénombrement dans lesquelles l'enfant doit extraire un certain nombre d'objets d'une collection donnée et également des tâches de traductions d'écritures numériques mettant en jeu des écritures en unités de numération non canoniques. Un autre type de tâche spécifique aux tests en didactique peut être identifié : il s'agit des tâches dans lesquelles le nombre est utilisé pour exprimer ou repérer une position.

4.3.1. Le nombre pour exprimer une position

Seuls deux tests issus de la didactique proposent des tâches dans lesquelles le nombre est utilisé pour exprimer une position : l'évaluation du début d'année de CP du dispositif « Quatre étapes pour une évaluation continue en première partie de cycle 2 » et le test des compétences numériques du programme de maternelle 2016-2017. On retrouve deux catégories de tâches :

- Les tâches consistant à repérer une position dans une suite d'objets ou à dire le rang d'un élément désigné dans une suite d'objet. Ces tâches sont présentes dans les deux tests avec quelques variations (voir Tableau 34).

	4 étapes	Test maternelle
Type d'objets	Train et ribambelle de personnages identiques, pas d'indications concernant l'origine	Jetons alignés manipulables, pas d'origine imposée
Nombre d'éléments dans la suite	Une vingtaine	7
Position à montrer/exprimer	variable	premier, dernier, milieu et 3 ^{ème}

Tableau 34 : Choix des variables pour les tâches consistant à repérer une position

- Les tâches consistant à replacer un objet dans un train (composé de 6 à 26 wagons) à la même place que sur un modèle (caché). Ce type de tâche est uniquement présent dans le test des compétences numérique du programme de maternelle.

Ces tâches, dans lesquelles le nombre est utilisé pour exprimer une position sont donc peu présentes dans les tests. Cependant, elles touchent un aspect du nombre (l'aspect ordinal) qui n'intervient pas dans d'autres tâches. Leur pertinence au sein de notre dispositif est donc à discuter.

4.4. Fonctions cognitives sous-jacentes

Dans cette section, nous ferons le point sur l'évaluation des fonctions cognitives sous-jacentes aux activités mathématiques (fonctions attentionnelles et exécutives, mémoire, gnosies digitales et habiletés visuo-spatiales). Seules les fonctions attentionnelles et exécutives ne sont évaluées dans aucun des tests considérés. Des tâches spécifiques ont pu être identifiées pour les autres fonctions mais elles restent rares (voir Tableau 35).

	Mémoire de travail	Gnosies digitales	Habiletés visuo-spatiales
Zareki-R	x		
WJ			
MathEval		x	
Examath			
Tedi-Math			
UDN-II			x
4 étapes			
ECPN			
Maternelle			x
ERMEL			

EvalNumC2			
-----------	--	--	--

Tableau 35 : Evaluation des fonctions cognitives sous-jacentes

La mémoire de travail est évaluée dans le Zareki-R (test issu de la cognition numérique) à travers une épreuve consistant à répéter une série de nombres dans l'ordre donné ou à rebours. Le MathEval (s'appuyant sur des fondements théoriques en cognition numérique) propose, quant à lui, une tâche permettant de mesurer les gnosies digitales via la capacité à reconnaître et à nommer « à l'aveugle » un ou plusieurs doigts sur lesquels l'examineur a exercé une pression. Enfin, deux tests (l'un issu de la cognition numérique et l'autre de la didactique des mathématiques) évaluent les habiletés visuo-spatiales. Dans le test des compétences numériques du programme de maternelle 2016-2017, il est demandé à l'enfant d'ajouter des jetons à une série de jetons alignés (l'examineur note alors si l'enfant le place à gauche, à droite, au-dessus ou en-dessous). Dans l'UDN-II, la tâche consiste à découper des morceaux de ficelle de longueur analogue à un morceau donné ou encore de découper, dans une feuille de papier, des bandes de dimensions similaires à celles d'une bande témoin.

L'évaluation des fonctions cognitives sous-jacentes est donc très peu présente dans les différents tests analysés (particulièrement dans les tests en didactique mais également dans les tests issus de la cognition numérique). Leur évaluation dans notre outil semble donc peu pertinente.

4.1. Tâches absentes

Nous avons, dans les sections précédentes, déjà pu identifier certains types de tâches absentes des tests comme des problèmes de type composition de transformations, transformation d'une relation ou composition de relations. D'autres connaissances et compétences mises en évidence dans notre grille d'analyse se révèlent absentes des tests analysés. C'est le cas de l'énumération et de la maîtrise du code écrit (et plus particulièrement de l'aspect algorithmique de la suite numérique écrite). Nous donnerons quelques précisions sur ces tâches dans la suite de cette section.

4.1.1. Enumération

Lors de l'analyse des tâches de dénombrement, nous avons constaté que l'énumération n'est pas souvent prise en compte (elle n'est évaluée que dans le Zareki-R et le test des compétences numériques du programme de maternelle 2016-2017). De plus, dans les tests issus de la cognition numérique, les objets utilisés dans les tâches relatives au dénombrement ne sont pas manipulables, ce qui rend l'énumération plus complexe (d'autant plus que le marquage est impossible). Des difficultés d'énumération pourraient donc conduire à un échec dans le dénombrement sans que celles-ci puissent être identifiées.

Mise à part cette prise en compte de l'énumération dans les tâches de dénombrement pour un nombre très restreint de tests, aucune tâche dans aucun test ne permet l'évaluation de l'énumération indépendamment du dénombrement. Or, vu l'importance de l'énumération dans les activités de dénombrement ainsi que dans d'autres activités mathématiques ou extérieures aux mathématiques (voir Margolinas, 2010 ainsi que la revue de littérature en didactique effectuée dans la Partie III), il nous paraît pertinent d'inclure son évaluation dans notre dispositif de repérage. Le choix de la forme et des variables pour cette tâche relative à l'énumération sera discuté dans le chapitre concernant la création du dispositif.

4.1.2. Régularité de la suite numérique

Peu de tâches évaluent le code écrit. Au cours de nos analyses, nous n'en avons identifié qu'une seule dans le Tedi-Math. Cette tâche consiste à reconnaître les chiffres parmi d'autres symboles (lettres, caractères spéciaux tel que « @ », etc.). Aucune tâche ne permet d'évaluer la maîtrise de l'aspect algorithmique de la suite numérique. Or, comme nous l'avions évoqué dans notre revue en didactique (voir Partie II), cet élément est essentiel à la compréhension de notre système de numération écrit. Il nous paraît donc pertinent d'intégrer son évaluation à notre dispositif de repérage. Le choix des variables pour cette tâche sera discuté dans le chapitre concernant la création du dispositif.

Dans ce chapitre, nous avons, tout d'abord, précisé notre méthodologie pour l'analyse des tests destinés à évaluer les compétences de base en mathématiques en fin de maternelle ou à l'entrée à l'école fondamentale issus de divers cadres théoriques (cognition numérique et didactique des mathématiques). Nous avons ensuite analysé chacun des tests choisis suivant la grille d'analyse ainsi constituée. Cela nous a permis d'identifier clairement les connaissances et compétences évaluées dans les différents tests. L'analyse didactique des variables choisies nous a également permis de remettre en question la pertinence de certaines tâches (en particulier dans les tests issus de la cognition numérique). Enfin, suite à l'étude comparative nous avons identifié les tâches communes aux tests issus de la cognition numérique et de la didactique des mathématiques ainsi que leurs variables qui serviront de base à la construction de notre dispositif de repérage. Nous avons également mis en évidence les tâches spécifiques aux deux disciplines considérées (cognition numérique et didactique). La pertinence de ces tâches au sein de notre dispositif de repérage reste encore à discuter. Pour finir, nous avons relevé les compétences et connaissances mises en évidence dans notre état de l'art en didactique qui nous paraissent primordiales à la construction du nombre et qui pourtant, sont absentes des tests analysés. Une réflexion devra être menée sur le choix de la forme et des variables pour ces tâches dans notre dispositif.

PARTIE IV
CONCEPTION DU DISPOSITIF

Dans cette partie, nous commencerons par présenter le cadre général et les objectifs du dispositif que nous avons mis en place ainsi que la manière dont ces objectifs vont orienter nos choix au niveau du contenu et de la forme de notre outil. Nous exposerons ensuite la structure générale du dispositif ainsi que les diverses fonctionnalités du support numérique que nous avons choisi de développer. Enfin, nous décrirons, pour chaque module du dispositif, les tâches et variables choisies ainsi que la façon dont nous avons codé les résultats.

1. Contexte et objectifs du dispositif

Dans cette première partie du chapitre consacré à la conception de notre dispositif, nous précisons quelques éléments contextuels ainsi que les objectifs poursuivis. Nous commençons par décrire les rôles respectifs des enseignants et des orthophonistes en ce qui concerne l'encadrement des enfants en difficultés d'apprentissages. Nous nous centrons ensuite sur la collaboration entre ces deux partenaires et exposons les éléments en faveur de cette collaboration ainsi que les manques existant à l'heure actuelle à ce niveau. Enfin, nous identifions les obstacles majeurs à la mise en place d'un partenariat efficace entre enseignant et orthophoniste et nous montrons comment le dispositif créé permet de surmonter ces obstacles.

1.1. Rôles de l'enseignant et de l'orthophoniste

L'enseignant est confronté à différents acteurs extérieurs à la classe intervenant auprès de l'élève en difficulté d'apprentissage tels que le psychologue scolaire, le médecin de l'enfant, l'orthophoniste, etc. (voir Haute Autorité de la Santé, 2017a) Nous nous intéresserons particulièrement à l'orthophoniste car c'est lui qui est en charge de l'évaluation des troubles de l'apprentissage. Ses rôles spécifiques ainsi que ceux de l'enseignant concernant l'encadrement de ces enfants sont décrits dans cette partie.

Rôle de l'enseignant

D'après la Haute Autorité de Santé (HAS), l'intervention de l'enseignant auprès des enfants en difficulté d'apprentissage se fait à quatre niveaux :

1. Repérer des difficultés retentissant sur les apprentissages attendus dans une classe d'âge, et les objectiver par des évaluations normées,
2. Mettre en œuvre des mesures pédagogiques ciblées sur une difficulté repérée,
3. Demander l'intervention des professionnels de santé en cas de difficultés d'apprentissages persistantes à l'issue de remédiations pédagogiques,
4. Participer à la mise en place d'adaptations pédagogiques dans le cadre de dispositifs (PAP/PPS). (Haute Autorité de la Santé, 2017)

La prise en charge des difficultés d'apprentissage revient donc, dans un premier temps, à l'enseignant. Son rôle est crucial car certaines difficultés peuvent être palliées grâce à la mise en place de situations adaptées (voir par exemple l'ingénierie mise en place par Bulten et Charles-Pézard (2007) pour l'apprentissage du calcul mental).

Rôle de l'orthophoniste

Selon le décret du 2 mai 2002 relatif aux actes professionnels et à l'exercice de la profession d'orthophoniste, celle-ci consiste notamment « à prévenir, à évaluer et à prendre en charge, aussi précocement que possible, par des actes de rééducation constituant un traitement, les troubles de la voix, de l'articulation, de la parole ainsi que les troubles associés à la compréhension du langage oral et écrit et à son expression ». Les anomalies de l'expression orale ou écrite englobant les troubles du langage écrit (dyslexie, dysorthographe, dysgraphie) et les dyscalculies, le rôle de l'orthophoniste dans l'encadrement de l'enfant en difficultés d'apprentissages est donc, dans un premier temps, d'établir un bilan de ses difficultés. Ce bilan lui permettra d'établir un diagnostic et de mettre en place, dans un second temps, une rééducation adaptée.

1.2. Une collaboration nécessaire

Interrogeons-nous à présent sur la collaboration entre ces deux professions. Dans la circulaire du 8 août 2016 relative à la scolarisation des élèves en situation de handicap et actuellement en vigueur, enseignants et orthophonistes sont positionnés en tant que partenaires ayant pour objectif commun de favoriser la scolarisation de l'enfant. Tous deux font partie de l'équipe de suivi de scolarisation et interviennent dans l'élaboration du projet personnalisé de scolarisation (PPS) :

Afin de favoriser la mise en œuvre du PPS, la coordination opérationnelle entre les différents professionnels est nécessaire. Les équipes des établissements scolaires, sanitaires et médico-sociaux et, le cas échéant, les professionnels libéraux mettent en œuvre le projet personnalisé de scolarisation des élèves en situation de handicap et participent à l'équipe de suivi de la scolarisation. Elles réunissent les conditions pour organiser la scolarisation de l'élève parmi ses pairs ; elles construisent le projet de l'élève en adéquation avec ses compétences et potentialités. (Circulaire n°2016-117 du 8 août 2016 sur le parcours de formation des élèves en situation de handicap dans les établissements scolaires).

La nécessité d'une collaboration entre enseignant et orthophoniste est donc institutionnalisée. Les professionnels concernés semblent également mesurer l'intérêt de ce partenariat. L'étude de terrain réalisée par Chivet (2007), montre, en effet, que les enseignants et les orthophonistes sont favorables à celui-ci. Les échanges d'un professionnel à l'autre (de l'orthophoniste à l'enseignant mais aussi de l'enseignant à l'orthophoniste) leur paraissent indispensables. Les enseignants interrogés semblent en demande d'informations de la part de l'orthophoniste leur permettant d'adapter leur pédagogie et de mettre en place des activités de remédiations. Les orthophonistes, quant à eux, cherchent des informations sur le comportement en classe de l'enfant car ils ne le connaissent qu'au sein d'une relation duelle particulière totalement extérieure au contexte scolaire.

1.3. Pauvreté des échanges

Même si cette collaboration semble essentielle à l'encadrement des enfants présentant des troubles d'apprentissage, les échanges entre enseignants et orthophonistes restent, en pratique, relativement pauvres. En effet, différentes études s'intéressant au dialogue entre ces deux professions montrent que celui-ci a du mal à s'établir. D'après Chivet (2007), les contacts entre enseignants et orthophonistes sont rares et « chacun accomplit son travail dans l'ignorance voire l'indifférence de ce que fait l'autre » (Chivet, 2007, p.229). Morel (2014) fait le même constat au terme de son enquête réalisée auprès d'établissements responsables du traitement médico-psychologique des élèves en difficulté. Il évoque notamment le désintérêt des enseignants face à la prise en charge orthophonique :

« Ils [les enseignants] ne prennent que très rarement connaissance du contenu des rééducations orthophoniques et ne s'interrogent guère sur leur articulation avec le travail scolaire mené en classe » (Morel, 2014, p.81). De façon symétrique, il constate également que les orthophonistes s'informent peu des pratiques pédagogiques des enseignants et vont rarement dans les classes.

L'enquête que nous avons menée auprès des orthophonistes (voir Annexe 2) semble également aller en ce sens. En effet, les informations échangées avec les enseignants concernent majoritairement des suggestions d'aménagement. Seuls 3 orthophonistes sur 11 communiquent (parfois via les parents) des informations relatives aux difficultés identifiées lors du bilan. Un seul évoque le travail effectué en séance. Lors de notre enquête, nous avons également demandé aux orthophonistes quelles étaient les références didactiques (concernant la construction du nombre) qu'ils utilisaient dans leur pratique. Leurs connaissances à ce sujet semblent assez limitées. En effet, aucune des sources citées ne peut être classée dans le champ de la didactique (on retrouve essentiellement des psychologues tels que Claire Meljac ou Alain Ménissier et des neuropsychologues comme Anne Lafay). Seule une personne mentionne les travaux de Stella Baruk. Quant aux enseignants, ils expriment un sentiment de manque concernant l'intervention des professionnels médicaux (dont les orthophonistes) dans l'enceinte scolaire (Birgentzle, 2018).

1.4. Pourquoi tant de difficultés à communiquer ?

On peut donc s'interroger sur les éléments qui empêchent cette communication de se faire. Citons tout d'abord les difficultés liées à l'aménagement de moment d'échanges souvent pris sur le temps personnel de chacun ainsi que celles liées au secret médical imposant l'autorisation familiale pour chaque information échangée. Outre ces difficultés d'ordre technique, nous avons identifié deux obstacles majeurs à la mise en place d'un partenariat efficace entre enseignant et orthophoniste.

Le premier obstacle est lié aux spécificités de chacune des professions (enseignant et orthophoniste). Ces professions sont radicalement différentes et s'appuient sur des champs disciplinaires bien distincts (didactique et cognition numérique). Comme nous l'avons souligné précédemment (voir partie 1), ces champs disciplinaires ont des approches particulières des difficultés d'apprentissage et sont très cloisonnés. Chaque profession dispose donc d'un vocabulaire et d'un répertoire de connaissance qui leur est propre, ce qui rend le dialogue compliqué. De plus, on constate un manque de formation qui ne permet pas de pallier à ces difficultés liées aux spécificités des professions. Ce manque de formation est surtout exprimé par les enseignants qui se sentent démunis face aux élèves souffrant de troubles d'apprentissage (Dias & Deruaz, 2012 et Bigentzle, 2018). D'après l'étude réalisée par Chivet (2007), les enseignants sont particulièrement en demande de formation et d'informations quant au rôle de l'orthophoniste, au repérage des élèves en difficulté et aux mesures leur permettant d'adapter et de différencier leur pédagogie.

La seconde raison est liée aux identités professionnelles en jeu. En effet, pour que le dialogue soit efficace, la préservation et la reconnaissance de l'identité professionnelles de chacun des partenaires sont primordiales. Or dans ce cas, il semble y avoir une certaine dominance de l'approche médicale (Morel, 2014). Selon Morel, les professionnels du soin (dont les orthophonistes font partie), occuperaient une position dominante dans les échanges avec l'enseignant car leur profession est socialement plus valorisée. La relation entre enseignants et orthophoniste est donc marquée par un rapport de force qui crée de fortes tensions. Cette « médicalisation de l'échec scolaire » (l'échec

scolaire conçu comme problème médical) a également pour effet d'affaiblir l'expertise des enseignants dans le domaine des apprentissages scolaires (Morel parle de « transfert de légitimité pédagogique »). Ainsi, les professeurs des écoles ont « de plus en plus de difficultés à faire reconnaître la valeur de leurs expérimentations et de leurs choix pédagogiques dans l'enseignement des savoirs fondamentaux » (Morel, 2014, p.206).

1.5. Objectifs du dispositif

Comme nous l'avons développé précédemment, un partenariat entre enseignant et orthophoniste est nécessaire pour que l'enfant en difficulté d'apprentissage puisse être encadré au mieux. Malheureusement, les échanges entre ces deux types de professionnels, sont, en réalité, relativement pauvres et peu porteurs en raison des spécificités de chacun et des tensions existantes. Le dispositif que nous avons mis au point vise à faciliter la communication et les échanges entre enseignant et orthophoniste autour des difficultés rencontrées par l'enfant en mathématiques pour qu'un partenariat efficace puisse s'installer entre eux. Il tient compte des spécificités de chaque champ disciplinaire (cognition numérique et didactique) et permet de renforcer la place et le rôle de chacun (orthophoniste et enseignant) dans l'encadrement des enfants en difficulté.

La Figure 32 présente l'ensemble des objectifs du dispositif en les situant par rapport aux différents acteurs (élève, enseignant et orthophoniste). Le dispositif peut être utilisé directement sur le terrain (objectifs liés au terrain en orange sur la figure) ou en formation (objectifs liés à la formation en bleu sur la figure). Les flèches en pointillé indiquent les utilisations du dispositif qui pourraient potentiellement être envisagées.

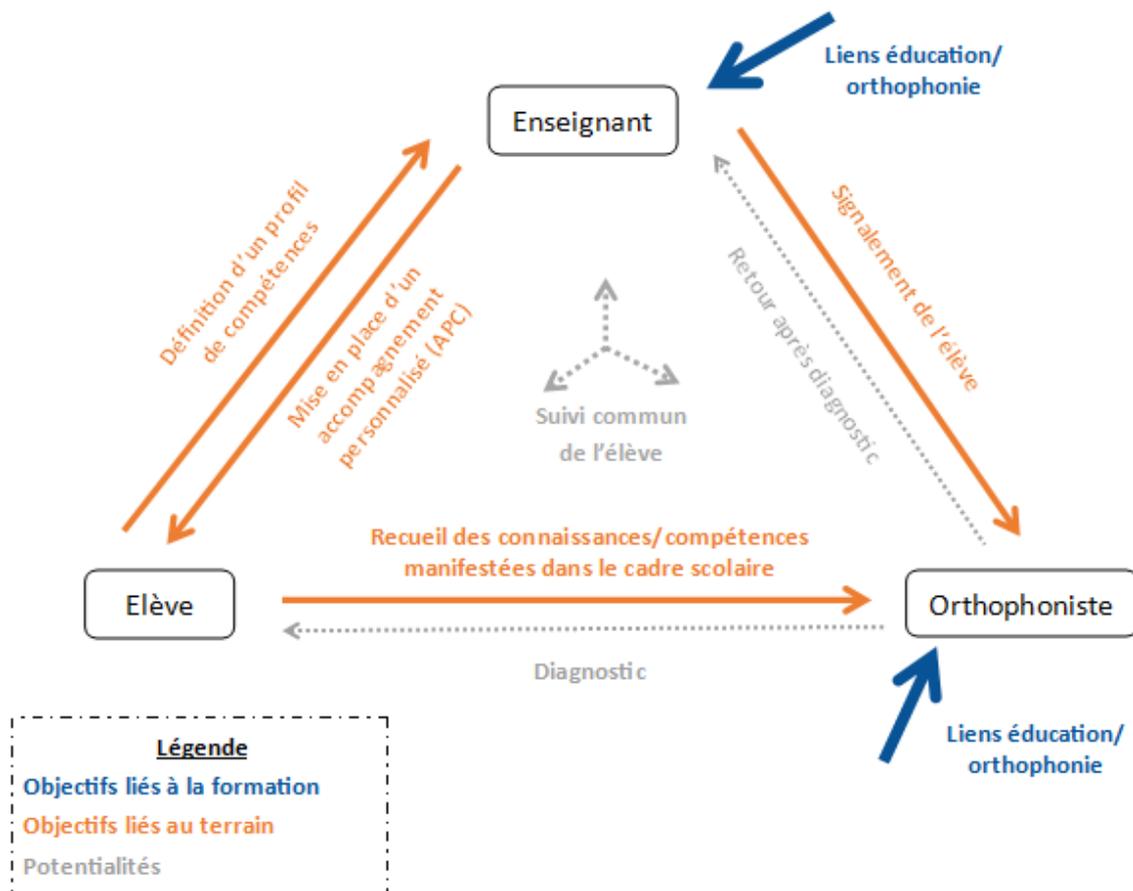


Figure 32 : Objectifs du dispositif

L'originalité du dispositif est de tenir compte des spécificités de chaque champ disciplinaire (cognition numérique et didactique des mathématiques) et permettre ainsi d'établir un inventaire commun des difficultés de l'enfant exploitable par chacun des professionnels (enseignant et orthophoniste), facilitant les échanges. Il peut aussi être utilisé en formation des enseignants afin d'éclairer les liens entre le monde de l'éducation et celui de l'orthophonie. Une utilisation en formation des orthophonistes pourrait également être envisagée.

En pratique, le dispositif est destiné, dans un premier temps, à l'enseignant afin de lui permettre de définir un profil de compétences de l'élève et de prendre conscience de l'étendue de ses difficultés. L'enseignant peut alors mettre en place des aménagements ou remédiations (dans le cadre d'Activités Pédagogiques Complémentaires, par exemple). Cette première utilisation permet de renforcer le rôle de l'enseignant et de limiter le recours aux professionnels médicaux aux élèves dont les difficultés sont résistantes aux remédiations pédagogiques.

Dans un second temps et si les performances de l'élève restent nettement inférieures à ce qui est attendu compte tenu de son niveau scolaire et persistent malgré les remédiations, l'enseignement peut effectuer un signalement à l'orthophoniste (via les parents ou le psychologue scolaire) et lui transmettre les résultats de l'élève. Ces résultats permettront à l'orthophoniste d'identifier les connaissances et compétences manifestées par l'élève dans le cadre scolaire et éventuellement orienter son diagnostic. Actuellement, le dispositif est donc conçu pour la transmission d'informations

de l'enseignant à l'orthophoniste mais nous envisageons également la possibilité qu'il soit utilisé par l'orthophoniste, après le diagnostic, pour transmettre de nouvelles informations à l'enseignant.

2. Structure générale du dispositif

Nous nous sommes appuyés sur les résultats de l'analyse des tests existants (voir Partie III) pour le choix de nos tâches. En vue de nos objectifs, nous avons inclus dans notre dispositif les tâches communes aux tests issus de la cognition numérique et de la didactique, les performances de l'élève à ces tâches pouvant dès lors être interprétées à la fois par les enseignants et par les orthophonistes. Nous incluons également certaines tâches spécifiques aux tests provenant de la recherche en cognition numérique ou en didactique. En effet, même si celles-ci restent informatives pour l'un des deux professionnels, elles constituent une source d'information importante pour l'autre. Le choix de ces tâches sera justifié dans la suite de cette section. Enfin, nous avons mis en évidence dans la partie réservée à l'analyse des tests (Partie III), une série de connaissances et compétences qu'il nous paraît essentiel d'évaluer bien qu'elles ne soient pas présentes dans les tests analysés. De nouvelles tâches seront donc conçues à cet effet.

En ce qui concerne le choix des variables, nous nous sommes appuyés principalement sur les tests existants. Dans le cas des tâches non présentes dans les tests ou en l'absence de consensus concernant l'une ou l'autre variable, nous nous sommes référés à la revue de littérature en didactique (voir Partie II).

Afin de faciliter le travail de l'enseignant au niveau de l'encodage des résultats et de lui fournir un retour indicatif immédiat sur les connaissances et compétences de l'élève évalué, l'utilisation d'un support numérique s'est révélée pertinente. Nous avons opté pour une version hybride du test combinant support numérique et matériel concret. Plus précisément, le support numérique permet, d'une part, l'affichage des consignes de passation et d'items nécessitant un support visuel écrit (affichage de nombres en chiffres arabes par exemple) et rend également possible l'encodage et l'affichage des résultats. D'autre part, il nous semblait important de garder une partie manipulatoire et concrète pour certaines tâches (correspondance terme à terme, construction de collection équipotente, ...) pour lesquelles l'implémentation virtuelle pourrait entraîner des difficultés supplémentaires (d'ordre visuo-spatiales ou praxiques par exemple).

Pour structurer notre dispositif, nous nous sommes appuyés sur les différentes catégories de tâches mises en évidence lors de la construction de la grille d'analyse des tests (voir Partie III). Pour rappel, nous avons distingué 5 catégories de tâches :

- les tâches où le nombre est utilisé pour exprimer une quantité ou une position ;
- les tâches de résolution d'opération, où le nombre est utilisé pour anticiper un résultat ;
- les tâches portant sur les codes numériques et le transcodage ;
- les tâches visant à évaluer la représentation mentale du nombre ;
- les opérations logiques.

Nous choisissons de ne pas inclure l'évaluation des opérations logiques dans notre dispositif, celles-ci étant spécifiques aux tests d'inspiration piagétienne, qui n'est plus actuellement l'approche dominante en cognition numérique. En revanche, nous distinguons les tâches consacrées à l'évaluation

des prérequis à la construction du nombre des autres tâches. En effet, il nous paraît indispensable de vérifier la maîtrise de ces prérequis avant d'évaluer toute autre connaissance ou compétence. Nous préciserons ce que nous entendons précisément par prérequis ainsi que les tâches que nous avons classées dans cette catégorie dans la description du module correspondant.

Enfin, nous évaluons la maîtrise des codes numériques et du transcodage au sein du module portant sur les représentations du nombre, l'écriture des nombres en chiffres arabes étant étroitement liée à la représentation décimale du nombre.

Le dispositif mis en place comporte donc 4 modules :

Module 1 : Prérequis

Module 2 : Aspect cardinal et ordinal du nombre

Module 3 : Représentations des nombres

Module 4 : Opérations

Chacun de ces modules est composé d'une série d'épreuves (voir Figure 33) dont nous justifierons les choix et préciserons les modalités de passation et de codage des résultats dans la suite de cette section.

Module 1 Prérequis	Module 2 Aspect cardinal et ordinal du nombre	Module 3 Représentations du nombre	Module 4 Opérations
<ul style="list-style-type: none"> • Comparaisons analogiques • Subitizing et estimation • Correspondance terme à terme • Énumération • Chaîne numérique verbale 	<ul style="list-style-type: none"> • Aspect cardinal • Construction d'une collection équipotente • Principes de Gelman et Gallistel • Surcomptage • Aspect ordinal : repérer une position 	<ul style="list-style-type: none"> • Organisation des nombres • Système décimal positionnel • Transcodage 	<ul style="list-style-type: none"> • Opérations analogiques • Transformations • Comparaison • Opérations symboliques • Faits arithmétiques • Calcul réfléchi • Opérations à énoncé verbal

Figure 33 : Structure générale du dispositif

Théoriquement, les épreuves du dispositif sont pensées pour varier sur trois niveaux de difficulté :

- le niveau 1 pour lequel le domaine numérique considéré est restreint aux nombres inférieurs à 100 (toutes épreuves confondues) et faisant uniquement intervenir des opérations de type addition ou soustraction ;
- le niveau 2 pour lequel le domaine numérique considéré est restreint aux nombres inférieurs à 1000 (toutes épreuves confondues) et faisant uniquement intervenir des opérations de type addition ou soustraction ainsi que le répertoire multiplicatif (limité aux tables de 2, 3, 4 et 5) ;
- le niveau 3 pour lequel le domaine numérique considéré est restreint aux nombres inférieurs à 10 000 (toutes épreuves confondues) et faisant uniquement intervenir des opérations de type addition ou soustraction ainsi que le répertoire multiplicatif.

Si l'on se réfère aux repères de progressivités préconisés par le programme du cycle 2 (Bulletin officiel spécial n°11 du 26 novembre 2015), ces différents niveaux correspondent donc aux niveaux censés être atteints à l'issue du CP, du CE1 et du CE2. Actuellement, seul le niveau 1 est disponible.

3. Fonctionnalités du support numérique

Avant de décrire en détail les épreuves choisies, nous présentons dans cette section diverses fonctionnalités du support numérique de notre dispositif. Celui-ci a été réalisé avec le logiciel Limesurvey sur base du cahier des charges présenté en Annexe 3. Le dispositif conçu est accessible via l'adresse suivante (un code d'identification est nécessaire pour y accéder, pour l'obtenir contacter l'administrateur¹⁴) :

<http://utile.univ-reims.fr/limesurvey/index.php/777571?newtest=Y&lang=fr>

Il est également possible d'accéder à l'ensemble du contenu du dispositif via le lien suivant : <https://goo.gl/kTR6po>

3.1. Navigation

Lors de la passation, l'examineur¹⁵ a la possibilité de naviguer à travers les modules en cliquant sur l'onglet "Index des questions" en haut à droite de l'écran (voir n°1 sur la Figure 34) et peut donc ainsi décider lui-même des tâches qu'il souhaite proposer à l'enfant. Il peut par exemple choisir de ne pas lui faire passer certaines épreuves (s'il a déjà été évalué en classe sur la maîtrise des connaissances ou compétences associées, par exemple) ou de lui faire repasser certaines épreuves (pour évaluer l'effet d'une remédiation, par exemple). Dans ce dernier cas de figure, il est prévu que les variables numériques proposées soient aléatoirement choisies parmi différents jeux de variables ayant les mêmes propriétés que les variables initiales¹⁶ (voir Annexe 4). Les réponses sont automatiquement sauvegardées. Le test peut être interrompu à tout moment. Pour cela, il suffit de fermer la fenêtre dans le navigateur. Pour récupérer les données encodées, il faut se reconnecter avec l'identifiant correspondant. Une barre de progression dans la partie supérieure de l'écran permet également de situer la progression globale dans le test (voir n°2 sur la Figure 34).

¹⁴ florencepeteers@hotmail.fr

¹⁵ Nous utiliserons les termes examinateur/enfant même si le dispositif est destiné dans un premier temps au couple enseignant/élève, l'utilisation du dispositif pouvant être élargie à d'autres contextes.

¹⁶ Cette fonctionnalité n'est actuellement pas disponible dans la version en ligne du dispositif.

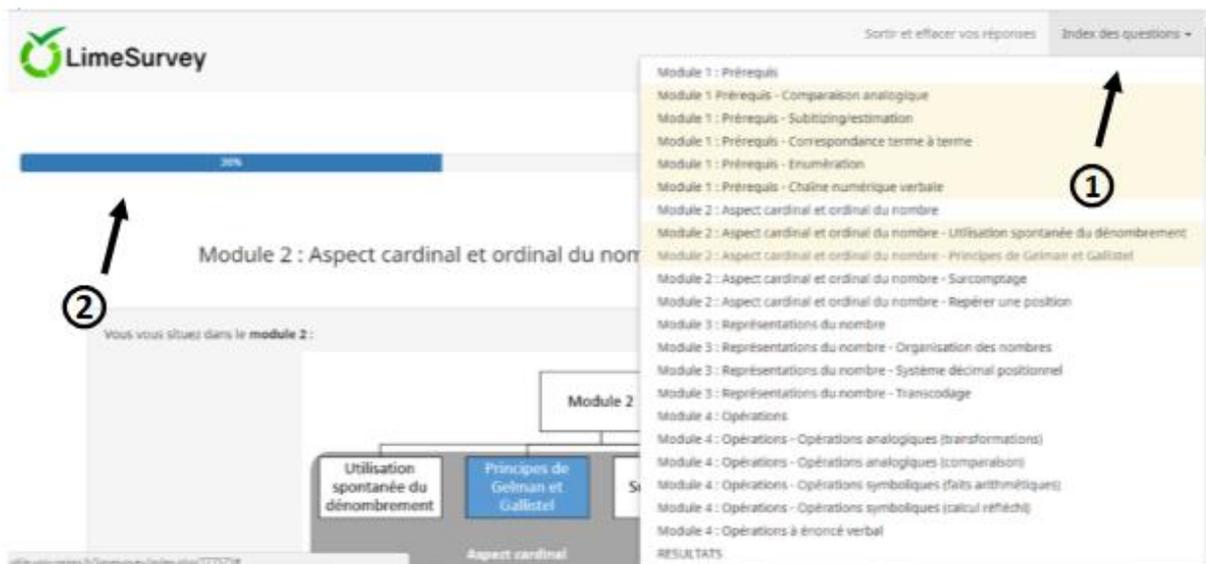


Figure 34 : Navigation dans le dispositif

3.2. Affichage des résultats

Pour que l'examineur puisse avoir une idée globale des connaissances et compétences maîtrisées par l'enfant, nous avons choisi d'attribuer un code couleur à chaque épreuve en fonction de son taux de réussite. Si l'enfant obtient moins de 50% de bonnes réponses à l'épreuve, le code couleur « rouge » lui est attribué. Le code couleur « vert » signifie, quant à lui, que l'enfant a obtenu plus de 75% de bonnes réponses à l'épreuve. Enfin, un code couleur « orange » est attribué à l'épreuve si le taux de bonnes réponses se situe entre 50 et 75%. La manière dont nous avons codé les résultats des épreuves de notre dispositif est détaillée dans la suite de cette section.

Ces résultats indicatifs sont générés automatiquement à la fin de la passation du test. A ces résultats liés à la performance s'ajoute également une évaluation des stratégies utilisées par l'enfant. L'enseignant est en effet amené, pour certaines tâches, à choisir la stratégie utilisée parmi une série de stratégies possibles (identifiées suite à notre revue de littérature en didactique). L'enseignant, s'il le souhaite, peut accéder à l'ensemble des données encodées durant la passation afin de procéder à une analyse plus fine de certaines tâches.

3.3. Autres fonctionnalités

Toutes les données encodées via le dispositif sont stockées de manière anonyme sur les serveurs de l'Université de Reims. Pour faciliter la passation, l'examineur peut télécharger la liste du matériel nécessaire ainsi qu'un fichier à imprimer contenant différents supports nécessaires à la passation et prêts à l'emploi (voir Annexe 5).

4. Module 1 – Prérequis

Ce premier module est consacré à l'évaluation des prérequis à la construction du nombre. Par prérequis, nous entendons les connaissances et compétences qui doivent être maîtrisées (au regard des programmes officiels (Bulletin officiel spécial n°11 du 26 novembre 2015) et des recherches en

didactique des mathématiques et cognition numérique, voir Partie II) par l'enfant afin qu'il puisse réaliser les tâches proposées dans les autres modules.

Au niveau cognitif, nous classons dans cette catégorie les tâches relatives aux représentations analogiques qui sont supposées être innées et sous-jacentes à toute activité mathématique (voir la revue de littérature en cognition numérique, Section 2 de la Partie II). Nous nous limiterons cependant aux tâches de comparaisons analogiques et de subitizing/estimation qui sont des tâches qui ne dépendent pas d'autres connaissances (comme c'est le cas par exemple des tâches de comparaison de nombres symboliques ou de placement sur une ligne numérique qui font intervenir des connaissances relatives au système de numération décimal positionnel). Comme nous l'avons évoqué dans l'analyse des tests (voir Partie III), ces tâches sont spécifiques aux tests issus de la cognition numérique. Elles seront donc seulement informatives pour les enseignants mais apporteront de précieuses informations à l'orthophoniste (relatives notamment à la fonctionnalité des systèmes numériques précis et approximatif).

Au niveau didactique, nous retenons dans cette catégorie les tâches relatives aux compétences relevant d'un curriculum « caché » au sens de Margolinas (Joigneaux et al., 2012) et plus particulièrement à l'énumération, compétence nécessaire au dénombrement mais qui intervient également dans le cadre d'autres apprentissages (et pas seulement en mathématiques (Margolinas, 2010)). Nous considérons également comme étant un prérequis les connaissances et compétences travaillées au cycle 1 telles que la correspondance terme à terme et la maîtrise de la chaîne numérique verbale (voir Partie II).

La Figure 35 récapitule les différentes épreuves présentes dans le module 1. Celles-ci sont décrites plus en détail dans la suite de cette section.

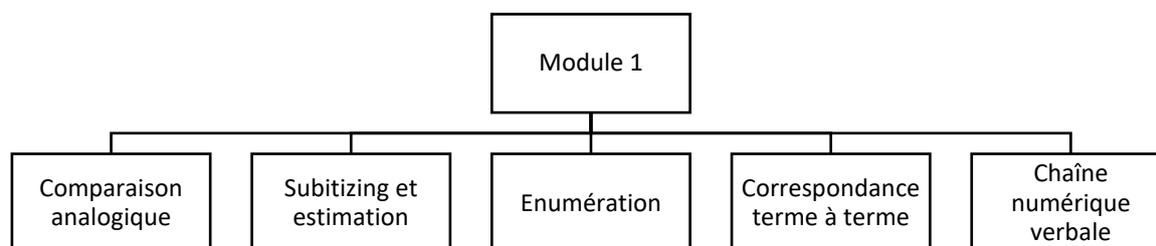


Figure 35 : Structure du module 1

4.1. Comparaisons analogiques

En ce qui concerne l'évaluation des comparaisons analogiques, nous nous appuyons sur la tâche correspondante de l'Examath plus pertinente que celle du Tedi-Math en raison de la présence d'items avec ratio élevé et du contrôle des variables spatiales (voir Partie III). Pour afficher les nuages de points à comparer, l'examineur ouvre une fenêtre en cliquant sur le lien correspondant. Il montre l'image figurant dans cette nouvelle fenêtre à l'enfant pendant un très bref (1 ou 2 secondes environ). Cette image est constituée de deux collections de points de couleurs bleue et jaune (voir Figure 36). L'enfant

doit dire s'il pense qu'il y a plus de points jaunes ou de points bleus sur l'image. L'examineur encode la réponse donnée par l'enfant. Les collections de points à comparer sont générées par le code présenté à l'Annexe 6. La taille des points varie aléatoirement et ils sont répartis, toujours de façon aléatoire, sur une même surface.

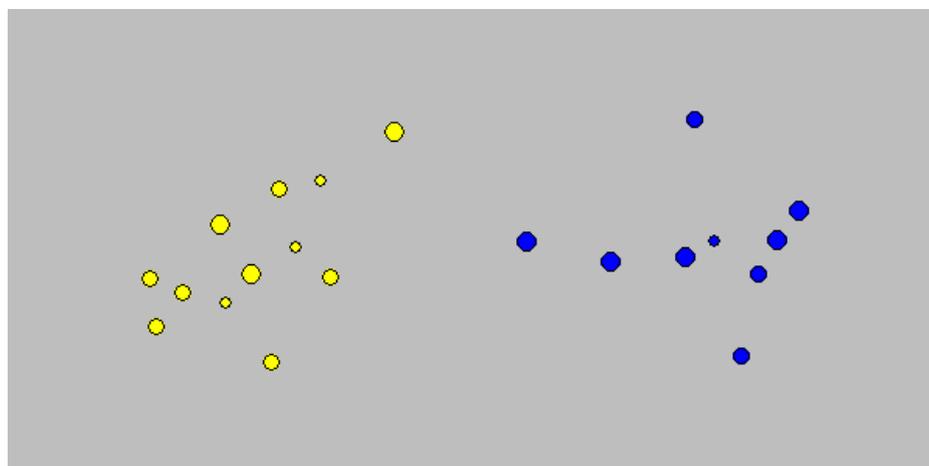


Figure 36 : Exemple d'item - Comparaisons analogiques

Nous choisissons également d'évaluer séparément la comparaison de petites et grandes quantités, celles-ci n'étant pas traitées par les mêmes mécanismes de traitement des nombres comme nous l'avons souligné dans la revue de littérature en cognition (le subitizing étant traité par le système numérique précis et l'estimation par le système numérique approximatif, voir Partie II). Pour les petites quantités, nous nous limitons aux quantités inférieures à 4 qui font intervenir le subitizing quasi inné (et non la reconnaissance acquise de certaines configurations). En ce qui concerne les grandes quantités, nous nous limitons aux quantités inférieures à 15 comme c'est le cas dans l'Examath. Nous choisissons les paires à comparer de manière à ce que le rapport entre les deux nombres (ratio) varie autour de 0.83 qui est l'acuité numérique censée être acquise dès 6 ans (Halberda & Feigenson, 2008).

Le Tableau 33 présente les items choisis ainsi que les ratios correspondants :

Nombre de points	Ratio
1 vs 3	0.33
3 vs 2	0.67
2 vs 4	0.5
3 vs 4	0.75
6 vs 7	0.88
12 vs 9	0.75
8 vs 13	0.61
10 vs 9	0.9

Tableau 33 : Items choisis pour évaluer les comparaisons analogiques

Pour ce qui est des comparaisons faisant intervenir le système numérique précis, quatre paires sont proposées. En ce qui concerne les comparaisons impliquant le système numérique approximatif, le ratio varie entre 0.61 et 0.9, ce qui permet de situer l'acuité numérique de l'enfant par rapport à une acuité moyenne de 0.83 pour un enfant de 6 ans.

Récapitulatif des variables choisies

- Quantités : inférieures à 15
- Tailles relatives : ratio compris entre 0,33 et 0,9
- Contrôle des variables physiques : taille des points aléatoirement et répartition aléatoire sur une même surface
- Temps de présentation : 1 à 2 secondes

Codage des réponses

Un point est attribué pour chaque item réussi. Les scores obtenus à cette épreuve varient de 0 à 8 (avec deux notes intermédiaires sur 4 correspondant aux comparaisons faisant intervenir les petites et les grandes quantités). Le codage par couleurs s'effectue de la façon suivante :

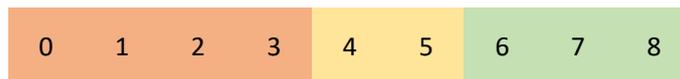


Figure 37 : Codage des réponses - Comparaisons analogiques

Des commentaires peuvent également être insérés par l'examineur dans un champ de saisie libre proposé à la fin de l'épreuve.

4.2. Subitizing/estimation

Nous nous appuyons sur les tâches présentes dans les tests analysés pour concevoir nos tâches relatives au subitizing et à l'estimation (voir Partie III). Pour afficher les collections à quantifier, l'examineur ouvre une fenêtre en cliquant sur le lien correspondant. Il montre l'image figurant dans cette nouvelle fenêtre à l'enfant pendant un très bref (1 ou 2 secondes environ). Cette image est constituée d'une collection de points de couleur bleue (voir Figure 38). L'enfant donne la quantité correspondante oralement. L'examineur encode la réponse donnée par l'enfant.

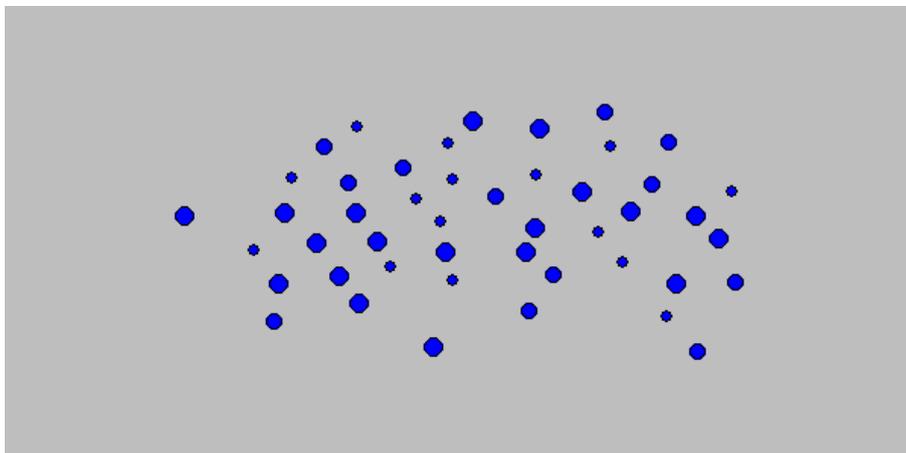


Figure 38 : Exemple d'item - Subitizing/estimation

Comme dans les tests existants, nous nous limitons à des quantités inférieures à 100. L'évaluation du subitizing et de l'estimation se fait séparément. Les collections sont générées par le code présenté à l'Annexe 6. La taille des points varie aléatoirement et ils sont répartis, toujours de façon aléatoire, sur une même surface d'un item à l'autre.

Les items choisis pour l'évaluation du subitizing sont les suivants : 1, 4, 3. En ce qui concerne l'évaluation de l'estimation, les items choisis sont les suivants : 15, 72 et 42.

Récapitulatif des variables choisies

- Quantités : de 1 à 4 pour le subitizing et inférieures à 100 pour l'estimation
- Contrôle des variables physiques : taille des points aléatoirement et répartition aléatoire sur une même surface
- Temps de présentation : 1 à 2 secondes

Codage des réponses

Un point est attribué à chaque item réussi. Les scores obtenus à cette épreuve varient donc de 0 à 6 (avec deux notes intermédiaires sur 3 correspondant aux items faisant intervenir le subitizing et l'estimation). Le codage par couleurs s'effectue de la façon suivante :

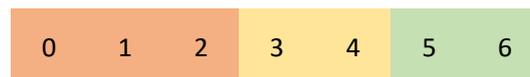


Figure 39 : Codage des réponses - Subitizing/estimation

Des commentaires peuvent également être insérés par l'examineur dans un champ de saisie libre proposé à la fin de l'épreuve.

4.3. Enumération

En ce qui concerne l'évaluation de l'énumération, nous ne pouvons nous baser sur aucun des tests analysés puisque ceux-ci ne contiennent pas de tâche permettant d'évaluer cette compétence indépendamment du dénombrement. Nous allons donc nous appuyer sur les travaux de Briand et de la situation fondamentale de l'énumération qu'il propose (Briand, 1999a). La tâche se réalise avec du matériel concret et consiste à disposer sur une table devant l'enfant un tas de boîtes d'allumettes identiques percées de part et d'autre d'un petit trou permettant le passage d'une allumette. L'enfant doit alors placer une allumette et une seule dans chaque boîte sans l'ouvrir. Nous choisissons de limiter le nombre de boîtes à 15 afin de ne pas complexifier inutilement la tâche tout en rendant les stratégies d'exploration exhaustives peu efficaces. Nous optons pour des boîtes manipulables, ce qui permet à l'enfant d'écartier physiquement les boîtes traitées des boîtes non traitées et soulage ainsi la mémoire de travail. En ce qui concerne la disposition des boîtes, nous choisissons de placer les boîtes vides sur la table juste devant l'enfant (pas trop éloignées) et de disposer la boîte contenant les allumettes en bord de table. Nous évitons ainsi la création d'un séparateur implicite entre les boîtes traitées et non traitées, rendant cette séparation à la charge de l'élève.

Récapitulatif des variables choisies

- Taille de la collection : 15 éléments

- Organisation spatiale : aléatoire
- Nature fixe ou manipulable de la collection : manipulable
- Conditions matérielles : boîtes vides sur la table juste devant l'enfant (pas trop éloignées) et boîte contenant les allumettes en bord de table

Codage des réponses

En plus de la réussite (code couleur vert) ou de l'échec (code couleur rouge) à la tâche, l'évaluateur est amené à préciser, en cochant la case correspondante, le type de stratégie utilisée et les erreurs éventuelles commises par l'enfant (identifiées par Briand, 1999a). Les stratégies possibles répertoriées sont les suivantes :

- mise à l'écart des boîtes remplies ;
- repérage d'un chemin, *a priori*, permettant une exploration exhaustive de la collection ;
- organisation préalable de la collection des boîtes vides.

Les erreurs éventuellement commises par l'enfant peuvent être de différents types :

- pas de séparation entre les boîtes déjà traitées et celles à traiter ;
- rupture dans la suite « boîte – allumette – boîte – allumette » (l'enfant est distrait) conduisant au placement de deux allumettes dans une boîte ou à l'oubli d'une allumette.

Des commentaires peuvent également être insérés par l'examineur à la fin de l'épreuve.

4.4. Correspondance terme à terme

Dans les tests issus de la didactique et de la cognition analysés précédemment (voir Partie III), nous avons identifié deux types de tâches permettant de tester la correspondance terme à terme : des tâches de comparaison de collections proches ainsi que des tâches de construction de collection équipotente avec collection modèle accessible. Nous optons pour une tâche de type comparaison, ces tâches étant majoritairement présentes dans les tests. Nous réservons la construction d'une collection équipotente à l'évaluation du dénombrement.

Suite à notre étude comparative des tests (voir Partie III), nous choisissons d'utiliser pour cette tâche du matériel concret. Nous optons pour la comparaison de petites collections d'objets identiques et manipulables (jetons de couleurs différentes) disposés aléatoirement. Les collections à comparer sont placées à proximité l'une de l'autre. L'épreuve se réalise donc avec du matériel concret. Les collections choisies sont des collections de 11 et 12 jetons. L'écart faible entre les collections et le choix des quantités hors du champ du subitizing permettent d'éviter la comparaison visuelle. Il est demandé à l'enfant de déterminer la collection comportant le plus de jetons et de donner sa réponse oralement. Celle-ci est ensuite encodée par l'examineur.

Récapitulatif des variables choisies

- Taille de la collection : 11 et 12 éléments
- Proximité des collections : collections proches
- Caractère +/- identifiable des objets : objets identiques

Codage des réponses

En plus de la réussite (code couleur vert) ou de l'échec (code couleur rouge) à la tâche, l'évaluateur est amené à préciser, en cochant la case correspondante, le type de stratégie utilisée et les erreurs éventuelles commises par l'enfant (identifiées suite à notre revue de littérature en didactique effectuée dans la Partie II). Les stratégies possibles que nous avons répertoriées sont les suivantes :

- estimation visuelle ;
- correspondance terme à terme en écartant simultanément et un à un les jetons des deux collections ;
- correspondance terme à terme avec organisation spatiale des deux collections (autrement dit en réalisant un appariement un à un des éléments) ;
- dénombrement ;
- organisation des collections par paquets (de 5 ou 10 par exemple) avant d'effectuer la comparaison.

Les erreurs éventuellement commises par l'enfant peuvent être de différents types :

- dénombrement correct mais réponse incorrecte (problème de mémorisation ou de comparaison) ;
- correspondance terme à terme correcte mais réponse incorrecte (problème d'organisation spatiale) ;
- problème de vocabulaire (mauvaise compréhension des termes « plus » et « moins ») ;
- problème de synchronisation du geste avec la comptine lors du dénombrement ;
- problème d'énumération lors du dénombrement ;
- erreur dans la comptine lors du dénombrement.

Des commentaires peuvent également être insérés par l'examineur dans un champ de saisie libre proposé à la fin de l'épreuve.

4.5. Chaîne numérique verbale

Deux éléments sont évalués dans les tests analysés précédemment (issus de la didactique et de la cognition numérique) en ce qui concerne la maîtrise de la chaîne numérique verbale (voir Partie III) : l'étendue de la suite stable et conventionnelle et la flexibilité de la chaîne. Nous conservons donc l'évaluation de ces deux aspects au sein de notre dispositif.

Subtest 1 : Etendue de la suite numérique

Pour ce qui est de l'évaluation de l'étendue de la suite numérique, nous optons, comme dans les tests analysés (voir Partie III), pour une tâche consistant à faire compter l'enfant le plus loin possible. Nous décidons de le faire compter deux fois pour s'assurer de la stabilité de la suite et de poser une condition d'arrêt à 75 pour éviter un effet de lassitude mais conserver néanmoins des passages critiques (passage de 69 à 70, par exemple).

L'examineur encode, pour chaque comptage, la limite déclarée et la limite effective (en précisant les relances éventuelles) ainsi que les difficultés rencontrées (identifiées suite à notre revue de littérature en didactique effectuée dans la Partie II). Ces difficultés peuvent être de différents types :

- oubli d'un ou plusieurs nombres (dans ce cas l'examineur précise lesquels) ;
- difficultés lors du passage à la dizaine supérieure ;
- difficulté avec les primitives lexicales (nombres de 1 à 16).

Subtest 2 : Flexibilité de la suite numérique

Nous avons identifié précédemment de nombreuses tâches permettant d'évaluer la flexibilité de la suite numérique verbale (voir Partie III). Les tâches les plus courantes étant les tâches consistant à compter à partir d'un nombre donné et compter à rebours. Nous choisissons de nous limiter à la demande du nombre venant avant/après un nombre donné, ce nombre étant choisi de façon adéquate par la personne chargée de la passation (de sorte, par exemple, à provoquer un passage à la dizaine).

L'examineur encode le nombre choisi et les réponses données par l'enfant. Des commentaires peuvent également être insérés par l'examineur dans un champ de saisie libre proposé à la fin de l'épreuve.

Codage des réponses

La réussite globale à la tâche (autrement dit le code couleur attribué à la tâche), est laissée à l'appréciation de l'évaluateur.

5. Module 2 – Aspect cardinal et ordinal du nombre

Dans ce deuxième module, nous visons l'évaluation du dénombrement dans un contexte cardinal et ordinal. En ce qui concerne l'aspect cardinal, nous choisissons une tâche de construction de collection équipotente (situation fondamentale du dénombrement, Brousseau, 1995). Nous proposons également une tâche destinée à évaluer les principes de Gelman et Gallistel dont nous avons souligné l'importance dans les tests issus de la cognition numérique (voir Partie III). Enfin, nous incluons également un subtest permettant de tester la maîtrise des procédures de surcomptage car bien que peu évaluées dans les tests analysés, ces procédures permettent d'installer des connaissances qui seront ultérieurement utilisées pour le calcul mental notamment (voir la revue de littérature en didactique, Partie II). La disponibilité de ces procédures chez l'enfant constitue donc une information pertinente et utilisable par l'enseignant.

Pour ce qui est de l'aspect ordinal, nous optons pour une tâche de reconnaissance de position telle que celle proposée dans le dispositif « Quatre étapes pour une évaluation continue en première partie de cycle 2 » et le test des compétences numériques du programme de maternelle 2016-2017 qui sont les deux seuls tests à évaluer cet aspect du nombre (voir Partie III).

La Figure 40 récapitule les différentes épreuves présentes dans le module 2. Celles-ci sont décrites plus en détail dans la suite de cette section.

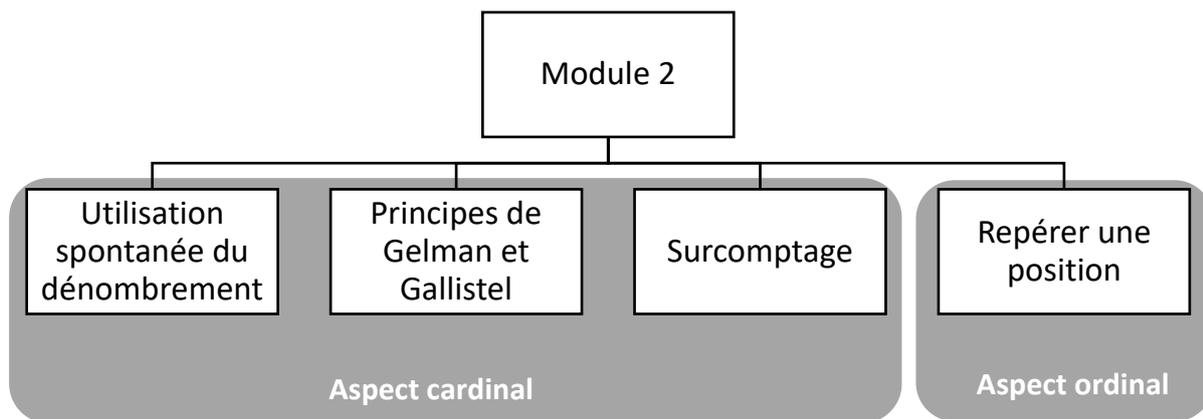


Figure 40 : Structure du module 2

5.1. Aspect cardinal

Cette épreuve comporte trois subtests. Le premier consiste à construire une collection équipotente en faisant appel au dénombrement. Le deuxième vise l'évaluation des principes de Gelman et Gallistel et le dernier, la mise en place de stratégies de surcomptage. Nous avons choisi d'utiliser du matériel concret pour chacun de ces subtests, la présentation virtuelle des épreuves pouvant entraîner des difficultés supplémentaires pour l'enfant (d'ordre visuo-spatiales ou praxiques par exemple).

Subtest 1 : Construction de la collection équipotente

Pour évaluer l'utilisation du nombre dans son aspect ordinal à travers une tâche de construction de collection équipotente, nous choisissons d'utiliser une tâche similaire à celle décrite par Brousseau (1995) et reprise dans le dispositif « Quatre étapes pour une évaluation continue en première partie de cycle 2 ». Dans cette tâche, la collection modèle n'est pas visible lors de la construction de la seconde collection. Pour des raisons pratiques, nous réutilisons le matériel employé précédemment (les boîtes d'allumettes sans couvercle et les jetons). Les jetons sont placés à l'autre bout de la pièce et l'enfant doit ramener, en un seul voyage, juste ce qu'il faut de jetons pour que chaque boîte ait son jeton et que chaque jeton puisse être rangé dans une boîte. Nous fixons le nombre de boîtes à 11 pour ne pas complexifier inutilement la tâche tout en rendant impossible la reconnaissance immédiate de la quantité. Nous choisissons également de conserver le caractère manipulable des boîtes pour faciliter l'énumération. De façon similaire aux tests analysés, les boîtes sont disposées aléatoirement.

Récapitulatif des variables choisies

- Taille de la collection : 11 éléments
- Disposition : aléatoire
- Nature des objets : boîtes et jetons
- Nature fixe ou manipulable de la collection : manipulable
- Proximité des collections : collections éloignées

Codage des réponses

En plus de la réussite (code couleur vert) ou de l'échec (code couleur rouge) à la tâche, l'évaluateur est amené à préciser, en cochant la case correspondante, le type de stratégie utilisée et les erreurs éventuelles commises par l'enfant lors du dénombrement de la collection modèle et de la constitution de la collection équipotente. Celles-ci sont identifiées suite à notre revue de littérature en didactique effectuée dans la Partie II. Les stratégies répertoriées pour le dénombrement des éléments de la collection modèle sont les suivantes :

- estimation ;
- comptage avec pointage ;
- comptage visuel ;
- comptage avec groupements.

Les erreurs éventuellement commises par l'enfant lors du dénombrement de la collection modèle peuvent être de différents types :

- mauvaise synchronisation du geste avec la comptine ;
- problème d'énumération ;
- erreur dans la comptine.

En ce qui concerne la construction de la collection équipotente, les stratégies répertoriées sont :

- estimation ;
- comptage.

Les erreurs éventuellement commises par l'enfant lors la construction de la collection équipotente peuvent être de différents types :

- mauvaise synchronisation du geste avec la comptine ;
- problème d'énumération ;
- erreur dans la comptine ;
- problème d'arrêt (l'enfant compte trop loin ou pas assez loin).

Des commentaires peuvent également être insérés par l'examineur dans un champ de saisie libre proposé à la fin de l'épreuve.

Subtest 2 : Evaluation des principes de Gelman et Gallistel

Dans les tests analysés issus de la didactique et de la cognition numérique (voir Partie III), les principes de Gelman et Gallistel sont évalués dans les tâches de quantification de collections, nous utilisons donc une tâche similaire dans notre dispositif. Nous choisissons une collection d'objets (jetons) identiques disposés aléatoirement (comme c'est le cas dans la majorité des tests analysés précédemment) et manipulables (afin de faciliter l'énumération). Nous fixons encore une fois le nombre de jetons à 11 pour ne pas complexifier inutilement la tâche tout en rendant impossible la reconnaissance immédiate de la quantité. L'objectif visé dans ce subtest étant l'évaluation de la procédure de dénombrement et non pas son utilisation spontanée (évaluée dans la sous-tâche précédente), nous utilisons un énoncé de type « combien y a-t-il de jetons ? » faisant implicitement appel au comptage. La question est reposée si le cardinal n'est pas directement énoncé (pour vérifier le principe cardinal) et il est demandé à l'enfant le résultat du comptage dans le cas où celui-ci commençait par un autre jeton (pour vérifier

le principe de non pertinence de l'ordre). En raison des débats existants sur la pertinence de l'évaluation du principe d'abstraction (Heremans, 2011), nous choisissons de ne pas l'évaluer.

Récapitulatif des variables choisies

- Taille de la collection : 11 éléments
- Disposition : aléatoire
- Nature des objets : identiques
- Nature fixe ou manipulable de la collection : manipulable
- Ostensif d'arrivée : oral

Codage des réponses

En plus de la réponse donnée pour la quantification de la collection (= réponse 1), l'évaluateur est amené à préciser, en cochant la case correspondante, le type de stratégie utilisée et les erreurs éventuelles commises par l'enfant lors du dénombrement de la collection. Celles-ci sont identifiées suite à notre revue de littérature en didactique effectuée dans la Partie II. Les stratégies répertoriées sont les suivantes :

- estimation ;
- pointage ;
- déplacement des jetons ;
- comptage visuel.

Les erreurs éventuellement commises par l'enfant lors du dénombrement peuvent être de différents types :

- problème de synchronisation geste/comptine (principe de correspondance terme à terme non maîtrisé) ;
- problème d'énumération ;
- cardinal non énoncé (principe cardinal non maîtrisé) ;
- erreur dans la comptine (principe d'ordre stable non maîtrisé).

Pour le comptage commençant par un autre jeton, en plus de la réponse donnée par l'enfant (= réponse 2), l'examineur précise si celui-ci donne une réponse immédiate ou procède à un recomptage de l'ensemble de la collection.

Des commentaires peuvent également être insérés par l'examineur dans un champ de saisie libre proposé à la fin de l'épreuve.

Le codage par couleurs de l'épreuve s'effectue selon le schéma suivant (Figure 41) :

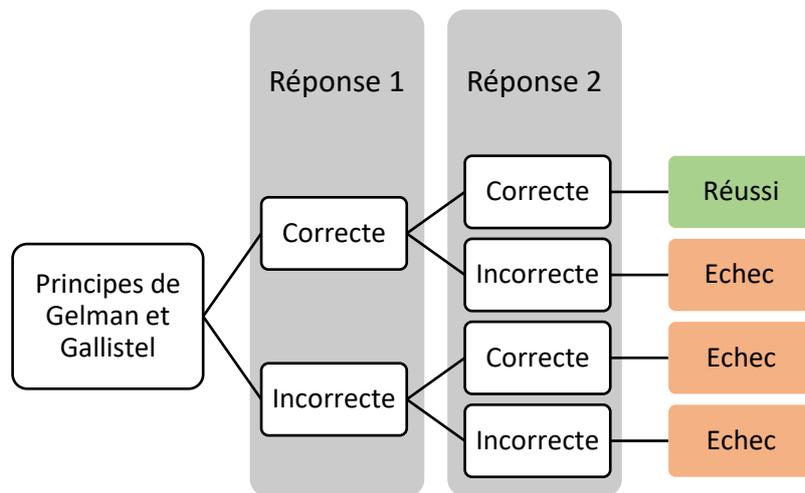


Figure 41 : Codage des réponses - Principes de Gelman et Gallistel

Pour que la tâche soit considérée comme réussie par l'enfant, nous estimons que les deux dénombrements doivent aboutir à une quantification correcte de la collection (la réussite d'un seul des deux pouvant être le fruit du hasard).

Subtest 3 : Surcomptage

Comme nous l'avons signalé dans la partie consacrée à l'analyse des tests, seuls deux tests issus de la didactique des mathématiques cherchent à évaluer plus précisément les procédures de surcomptage. Nous optons pour une tâche similaire à celle utilisée dans le test des compétences numériques du programme de maternelle 2016-2017 qui consiste à ajouter, à une collection donnée, un nombre donné d'éléments (ce nombre étant significativement plus petit que le nombre d'éléments constituant la collection initiale). Nous choisissons de rendre visible le résultat afin de nous permettre de déterminer si l'enfant est capable de surcompter au lieu de recompter le tout. Nous fixons la collection de base à 6 jetons afin de conserver dans des quantités inférieures à 10. Le résultat de l'ajout d'un ou trois éléments est demandé à l'enfant. En effet, pour l'ajout de 1, la connaissance de la suite numérique peut suffire à trouver le résultat, ce qui n'est pas le cas pour l'ajout de 3 qui nécessite la mise en place de stratégies de surcomptage proprement dites.

Récapitulatif des variables choisies

- Domaine numérique : inférieur à 10
- Ostensif d'arrivée : oral
- Nature fixe ou manipulable de la collection : manipulable
- Résultat visible : oui

Codage des réponses

En plus des réponses données par l'enfant, l'évaluateur est amené à préciser, en cochant la case correspondante, le type de stratégie utilisée parmi les stratégies suivantes (identifiées suite à notre revue de littérature en didactique effectuée dans la Partie II) :

- réponse immédiate ;
- surcomptage ;

- recomptage du tout.

Des commentaires peuvent également être insérés par l'examineur dans un champ de saisie libre proposé à la fin de l'épreuve.

Le codage par couleurs de l'épreuve s'effectue selon le schéma suivant (Figure 42) :

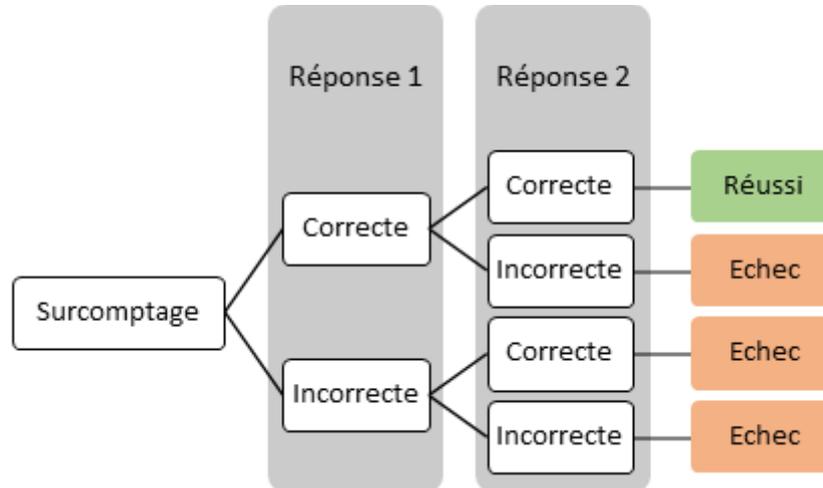


Figure 42 : Codage des réponses – Surcomptage

Pour que la tâche soit considérée comme réussie par l'enfant, les deux réponses données doivent être correctes (résultats de l'ajout de 1 et de 3 éléments à la collection initiale), une seule réponse correcte pouvant être le fruit du hasard.

5.2. Aspect ordinal : reconnaître une position

Comme nous l'avons mis en évidence dans l'analyse des tests (voir Partie III), les tâches dans lesquelles le nombre est utilisé pour exprimer une position sont uniquement présentes dans deux tests issus de la didactique. Nous choisissons pour notre dispositif une tâche consistant à demander à l'enfant de montrer un certain élément en fonction de sa position dans une suite d'objets alignés, ce type de tâche étant présent dans les deux tests analysés. Nous utilisons du matériel concret et manipulable pour chacun de ces subtests, la présentation virtuelle de l'épreuve pouvant entraîner des difficultés supplémentaires pour l'enfant (d'ordre visuo-spatiales ou praxiques par exemple).

Nous optons pour une suite de 12 jetons sans origine définie afin d'observer l'origine spontanée choisie par l'enfant. Les jetons à montrer sont le premier, le troisième et le neuvième, le subitizing étant suffisant pour les deux premières positions contrairement à la dernière pour laquelle le dénombrement devient indispensable.

Récapitulatif des variables choisies

- Type d'objets : jetons alignés manipulables, pas d'origine imposée
- Nombre d'éléments dans la suite : 12
- Position à montrer : 1, 3 et 9

Codage des résultats

L'examineur encode les réponses données par l'enfant et précise dans la case réservée aux commentaires si le comptage a commencé par la gauche ou la droite. Il est amené à préciser, en cochant la case correspondante, le type de stratégie utilisée et les erreurs éventuelles commises par l'enfant pour les désignations de chacune des positions demandées. Celles-ci sont identifiées suite à notre revue de littérature en didactique effectuée dans la Partie II. Les stratégies répertoriées sont les suivantes :

- comptage ;
- placement immédiat.

Les erreurs éventuellement commises par l'enfant lors des désignations de chacune des positions demandées peuvent être de deux types :

- erreur de comptage ;
- mauvaise compréhension du vocabulaire.

Des commentaires peuvent également être insérés par l'examineur dans un champ de saisie libre proposé à la fin de l'épreuve.

L'épreuve est notée sur 3. Le codage par couleurs s'effectue de la façon suivante :

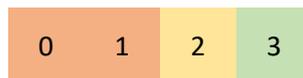


Figure 43 : Codage des réponses - Repérer une position

6. Module 3 – Représentations du nombre

Nous avons identifié précédemment (voir Partie III) deux types de représentations des nombres : la représentation analogique et la représentation décimale. Les représentations analogiques ont été, en partie, testées dans le module 1 (à travers les tâches de comparaisons analogiques et de subitizing/estimation). Dans les tests issus de la cognition numérique, d'autres tâches sont également utilisées pour évaluer ces représentations via le code oral et arabe. C'est le cas des tâches de comparaisons de nombres oraux ou arabes et de placement sur une ligne numérique. Bien que ce type de représentations ne soit pas étudié en didactique, les tests issus de ce champ disciplinaire comportent des tâches similaires (voir Partie III). Ces types de tâches sont également utilisées par les enseignants (voir Tempier, 2013 et ERMEL, 2005) car elles mettent en jeu des connaissances sur les relations qui existent entre les nombres.

Ce test étant destiné en premier lieu aux enseignants, nous regroupons ces tâches dans une épreuve relative à l'organisation des nombres de manière générale. Les résultats de cette épreuve pourront, par la suite, être interprétés d'une toute autre manière par l'orthophoniste et lui fournir des informations quant à l'accès aux représentations analogiques. Afin de lui fournir le maximum d'informations possibles, nous choisissons de proposer à chaque fois les deux ostensifs de présentation (oral et écrit). En effet, en didactique, les nombres à comparer ou à placer sur une droite sont généralement présentés par écrit en chiffres arabes. Ce n'est pas le cas dans les tests en cognition où les nombres sont présentés d'une part oralement et d'autre part par écrit (en chiffres arabes), ce qui permet de distinguer le type de code posant problème.

L'évaluation des représentations décimales étant présente dans les tests issus de la cognition numérique et de la didactique, nous l'incluons aussi dans notre dispositif. De plus, comme ces représentations sont fortement liées à l'écriture des nombres, nous ajoutons au sein de ce module des tâches de transcodages (également communes aux tests issus de la cognition numérique et de la didactique).

La Figure 44 récapitule les différentes épreuves présentes dans le module 3. Celles-ci sont décrites plus en détail dans la suite de cette section.

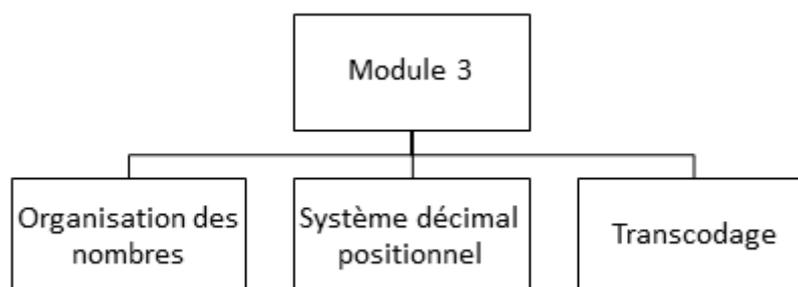


Figure 44 : Structure du module 3

6.1. Organisation des nombres

En plus des tâches décrites précédemment (placement sur une ligne numérique et comparaisons de nombres), nous incluons également dans cette épreuve un subtest consistant à compléter une bande numérique. Bien que ce type de tâche ne se retrouve pas dans les tests analysés (voir Partie III), il permet d'évaluer les connaissances de l'enfant relatives aux régularités de la suite numériques, primordiales d'un point de vue didactique pour pouvoir établir des liens entre les nombres (voir Partie II).

Le codage par couleurs s'effectue à l'issue des trois subtests.

Subtest 1 : Droites à compléter

L'objectif de ce subtest, consistant à compléter des bandes numériques, est d'évaluer la maîtrise de l'algorithme de production de la suite des nombres écrits, au sein d'une même dizaine et lors du passage à la dizaine inférieure ou supérieure. Les items choisis sont présentés à la Figure 45.

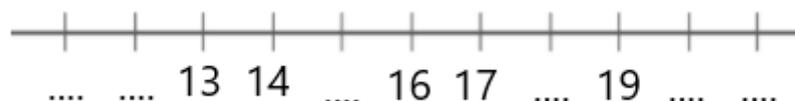




Figure 45 : items choisis pour évaluer l'aspect algorithmique de la suite écrite

Ces bandes numériques sont présentes sur le support téléchargeable à imprimer. L'enfant complète les droites sur la feuille et l'examineur encode le nombre de nombres correctement placés. Des commentaires peuvent également être insérés par l'examineur dans un champ de saisie libre proposé à la fin de l'épreuve. Un point est attribué pour chaque nombre correctement placé. Les scores obtenus à ce subtest varient donc de 0 à 13.

Subtest 2 : Lignes numériques

Pour ce subtest, nous nous basons sur les tâches classiquement proposées dans les classes (voir Tempier, 2013 et ERMEL, 2005). Les lignes numériques choisies, allant de 0 à 100, sont horizontales (orientées de gauche à droite), sans repère et présentées à l'écran. Les nombres à placer sont présentés de façon écrite à l'écran ou orale. L'enfant doit alors, à l'aide de la souris, les replacer correctement sur la droite. Les items choisis sont les suivants :

- nombres écrits à placer : 50, 75, 57, 13 et 89 ;
- nombres oraux à placer : 50, 25, 22, 96 et 93.

Un point est attribué pour chaque nombre correctement placé. Les scores obtenus à ce subtest varient donc de 0 à 10, le critère de réussite portant sur l'ordre des nombres et non sur l'exactitude de leur positionnement sur la droite.

Récapitulatif des variables choisies

- Ostensif : oral ou écrit
- Orientation : horizontale (de gauche à droite)
- Bornes : 0 à 100
- Repères : sans
- Durée : pas de limite de temps

Subtest 3 : Comparaison de nombres

Nous optons pour des comparaisons entre mêmes ostensifs (oraux ou écrits) à l'image des tests analysés (voir Partie III). Le domaine numérique varie selon le niveau de l'enfant mais est limité aux nombres à trois chiffres. Les items choisis sont présentés dans le Tableau 36. Ceux-ci sont soit présentés en code arabe à l'écran ou énoncés oralement par l'examineur (nous choisissons de tester les deux codes étant donné les différences des systèmes de numération écrit et oral qui peuvent influencer les stratégies de l'enfant). Celui-ci encode les réponses données par l'enfant.

Comparaison de nombres écrits	Comparaison de nombres oraux
----------------------------------	---------------------------------

18 – 20	80 – 90
54 – 28	58 – 52
86 – 74 (arrêt niv.1)	34 – 52 (arrêt niv.1)
154 – 128	189 – 238
875 – 213	52 – 625
621 – 387	200 – 206

Tableau 36 : Items choisis pour la comparaison de nombres

Un point est attribué pour chaque comparaison réussie. Les scores obtenus à ce subtest varient donc de 0 à 6 pour le niveau 1 et de 0 à 12 pour les niveaux 2 et 3.

Des commentaires peuvent également être insérés par l'examineur dans un champ de saisie libre proposé à la fin de l'épreuve.

Récapitulatif des variables choisies

- Ostensifs : comparaison de deux nombres oraux ou de deux nombres écrits (en chiffres arabes)
- Domaine numérique : nombres de 1 à 3 chiffres (1 à 2 pour le niveau 1)
- Durée : pas de limite de temps

Codage des réponses

Les scores obtenus à cette épreuve varient donc de 0 à 19 pour le niveau 1 et de 0 à 35 pour les niveaux 2 et 3 (1 point par item). Le codage par couleurs s'effectue de la façon suivante :

Niveau 1 :

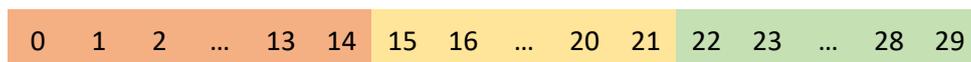


Figure 46 : Codage des réponses - Organisation des nombres niveau 1

Niveaux 2 et 3 :

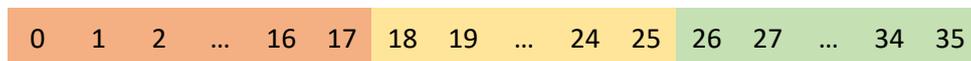


Figure 47 : Codage des réponses - Organisation des nombres niveau 2 et 3

6.2. Système décimal positionnel

Les représentations décimales étant peu évaluées dans les tests analysés et les tâches très variables, nous nous basons sur les travaux de Tempier (2013) pour effectuer le choix des tâches de notre

dispositif. La situation fondamentale pour la numération décimale¹⁷ décrite par Tempier (2013, p.38-39), est construite autour de deux jeux :

- Jeu 1 : un actant A possède une grande collection d'objets et doit communiquer un nombre écrit en chiffres selon les principes de notre système de numération décimal de position à un actant B
- Jeu 2 : un actant B reçoit un message où un nombre est écrit en chiffres selon les principes de notre système de numération décimal de position. A partir de ce nombre il doit construire une collection équipotente à celle de l'émetteur du message (en se servant du stock d'éléments à sa disposition).

Dans cette situation, une variable didactique essentielle pour mettre en jeu les principes de la numération est l'organisation des collections (en vrac, totalement groupée, partiellement groupée, etc.). Par exemple, dans le jeu 1, si la collection est totalement groupée, c'est le lien entre les différents groupements et l'écriture chiffrée qui sera en jeu (principe de position). En revanche si la collection est en vrac ou partiellement groupée, des conversions d'unités en unités d'ordre supérieur seront nécessaires (principe décimal).

Le premier subtest que nous utiliserons pour évaluer la numération décimale correspond au jeu 1 et consiste à traduire une quantité analogique en nombre arabe. Le second subtest s'appuie sur une variante du jeu 2 consistant à remplir un bon de commande correspondant à la quantité demandée par l'émetteur. Nous proposerons différents items en faisant varier l'organisation des collections afin d'évaluer à la fois l'aspect positionnel et décimal de la numération.

Subtest 1 : Dénombrement

Dans un premier temps, nous évaluons la traduction d'une quantité en un nombre arabe. La tâche ne nécessitant pas de manipulations de la part de l'élève, nous optons pour un support visuel numérique. La Figure 48 donne un exemple de collection proposée à l'enfant. Celui-ci écrit la quantité correspondante sur une feuille et l'enseignant encode celle-ci dans le dispositif. La taille des collections varie suivant le niveau de l'élève (inférieur à 100 pour le niveau 1, à 1000 pour le niveau 2 et supérieur à 1000 pour le niveau 3). Les groupements sont expliqués à l'enfant en début d'épreuve. De plus, en cas de difficultés de représentations trop importantes, du matériel concret peut être utilisé.

¹⁷ Cette situation met en jeu la construction de nouvelles unités par itération du principe d'équivalence entre dix unités d'un certain ordre et une unité de l'ordre immédiatement supérieur ainsi que les relations entre unités d'ordres non consécutifs et des conversions entre unités. (Tempier, 2013, p.31)

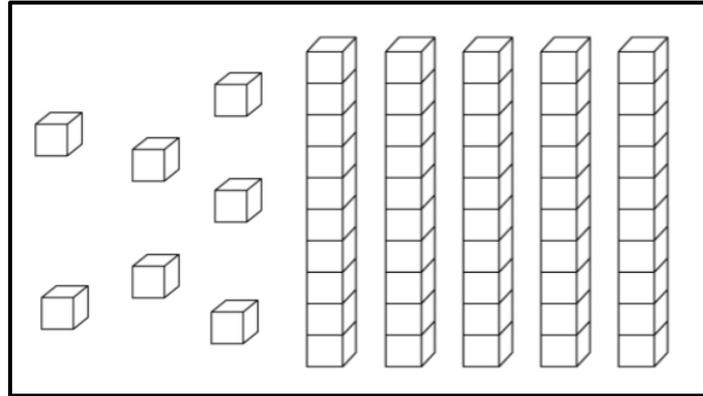


Figure 48 : Exemple d'item - Système décimal positionnel

Différents types de collections sont proposées : des collections totalement groupées mettant en jeu le principe de position ainsi que des collections partiellement groupées (plus de 10 unités isolées à un certain rang) mettant en jeu le principe décimal et nécessitant une conversion d'unités en unité d'ordre supérieur. Nous jouons également sur l'ordre des groupements afin d'identifier l'utilisation d'une technique de juxtaposition qui montrerait que l'enfant ne tient pas compte de la position des unités correspondantes. Enfin, la présentation de collections avec absence d'unités à un certain rang permet d'évaluer l'utilisation du 0.

Les items choisis (en fonction des niveaux) sont les suivants :

Niveau 1 :

- 6 dizaines et 3 unités
- 7 unités et 5 dizaines
- 3 dizaines
- 3 dizaines et 12 unités

Niveau 2

- 4 centaines, 5 dizaines et 2 unités
- 6 dizaines, 3 unités et 1 centaine
- 1 centaine et 4 unités
- 4 centaines, 12 dizaines et 6 unités

Niveau 3

- 2 milliers, 4 centaines, 6 dizaines et 2 unités
- 5 dizaines, 3 milliers, 8 unités et 2 centaines
- 1 millier et 4 dizaines
- 3 milliers, 12 centaines, 4 dizaines et 10 unités

Un point est attribué pour chaque réponse correcte. Les scores obtenus à ce subtest varient donc de 0 à 4.

Récapitulatif des variables choisies

- Ostensif d'arrivée : écrit
- Type de matériel : illustration de matériel proportionnel pré-groupé (non manipulable). Les collections ne sont pas toujours totalement groupées
- Taille des collections : inférieures à 100 pour le niveau 1, à 1000 pour le niveau 2 et à 10 000 pour le niveau 3

Subtest 2 : Commandes¹⁸

Dans un deuxième temps, la traduction d'un nombre arabe en unités de numération est évaluée à travers des problèmes de « commandes » (tels que ceux développés par Tempier, 2013). Dans cette tâche, il est demandé à l'enfant de remplir différents bons de commande (voir Figure 49) suivant les consignes données (de type : « Je voudrais x cubes, peux-tu m'aider à remplir le bon de commande »). Un jeu sur le stock du marchand permet la mobilisation des différents principes. Dans le cas où tous les types de groupements sont disponibles, c'est le principe de position qui entre en jeu. En revanche, une contrainte de type « Attention, le marchand n'a plus de cubes par centaines ! » permet d'évaluer la maîtrise des conversions entre les unités et fait donc intervenir le principe décimal.

.... milliers de cubes
.... centaines de cubes
.... dizaines de cubes
.... cubes unités

Figure 49 : Bon de commande - Système décimal positionnel

L'enfant complète les bons préalablement imprimés et l'expérimentateur encode ses réponses dans le dispositif.

Les items choisis (en fonction des niveaux) sont les suivants :

Niveau 1 :

- « Je voudrais 37 cubes, peux-tu m'aider à remplir le bon de commande ? »

Niveau 2 :

- « Je voudrais 614 cubes, peux-tu m'aider à remplir le bon de commande ? »
- « Je voudrais 162 cubes, peux-tu m'aider à remplir le bon de commande ? Attention, le marchand n'a plus de cubes par centaines ! »

Niveau 3 :

- « Je voudrais 3586 cubes, peux-tu m'aider à remplir le bon de commande ? »
- « Je voudrais 1321 cubes, peux-tu m'aider à remplir le bon de commande ? Attention, le marchand n'a plus de cubes par milliers ! »
- « Je voudrais 4542 cubes, peux-tu m'aider à remplir le bon de commande ? Attention, le marchand n'a plus de cubes ni par milliers ni par dizaines ! »

¹⁸ Ce subtest n'est actuellement pas disponible dans la version en ligne du dispositif.

Un point est attribué pour chaque commande correcte. Les scores obtenus à cette épreuve varient donc de 0 à 2 pour le niveau 2 et de 0 à 3 pour le niveau 3.

Récapitulatif des variables choisies

- Ostensif d'arrivée : écrit
- Taille des collections : inférieures à 100 pour le niveau 1, à 1000 pour le niveau 2 et à 10 000 pour le niveau 3
- Contraintes éventuelles : dans certains cas, absence de groupement d'un certain ordre

Codage des résultats

Les scores obtenus à cette épreuve varient de 0 à 5 pour le niveau 1, de 0 à 6 pour le niveau 2 et de 0 à 7 pour le niveau 3. Le codage par couleurs s'effectue de la façon suivante suivant les niveaux :

Niveau 1 :

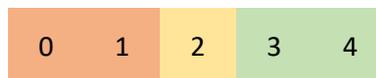


Figure 50 : Codage des réponses - Système décimal positionnel niveau 1

Niveau 2 :

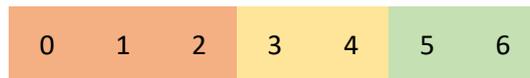


Figure 51 : Codage des réponses - Système décimal positionnel niveau 2

Niveau 3 :

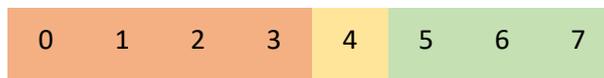


Figure 52 : Codage des réponses - Système décimal positionnel niveau 3

6.3. Transcodage

Comme nous l'avons souligné dans l'analyse des tests (voir Partie III), le transcodage est un élément clé de l'évaluation des difficultés en mathématiques. Nous choisissons, à l'image de la majorité des tests, d'évaluer le transcodage du code écrit au code oral et inversement. Comme nous l'avons développé dans nos revues de littérature (en didactique et en sciences cognitives), il est important d'évaluer la présence de primitives lexicales, de nombres avec zéros et dizaines complexes. Nous choisissons de conserver pour notre dispositif les items utilisés dans l'UDN-II qui répondent à toutes ces conditions.

Les items choisis pour la dictée de nombres (transcodage du code oral au code écrit) sont les suivants : 3, 5, 9, 15, 40, 27, 54, 76, 89, 93 (arrêt pour le niveau 1), 138, 272, 605 (arrêt niveau 2), 1061, 4396, 7042, 10001

Les items choisis pour la lecture de nombres (transcodage du code écrit au code oral) sont les suivants : 4, 7, 13, 50, 24, 43, 71, 84, 97 (arrêt pour le niveau 1), 125, 104, 172, 247 (arrêt pour le niveau 2), 1121, 1037, 10608

L'examineur encode les réponses données par l'enfant. Des commentaires peuvent également être insérés par l'examineur dans un champ de saisie libre proposé à la fin de l'épreuve.

Récapitulatif des variables choisies	
-	Ostensif de départ/arrivée : Transcodage du code écrit au code oral et inversément
-	Taille de nombres : nombres de 1 à 2 chiffres pour le niveau 1, de 1 à 3 chiffres pour le niveau 2 et de 1 à 5 chiffres pour le niveau 3
-	Présence de dizaines complexes, de zéros et de primitives lexicales

Codage des réponses

Un point est attribué pour chaque nombre lu ou écrit correctement. Les scores obtenus à cette épreuve varient de 0 à 20 pour le niveau 1, de 0 à 26 pour le niveau 2 et de 0 à 34 pour le niveau 3. Le codage par couleurs s'effectue de la façon suivante en fonction des différents niveaux :

Niveau 1 :

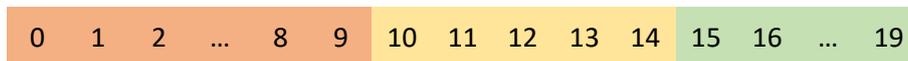


Figure 53 : Codage des réponses - Transcodage niveau 1

Niveau 2 :

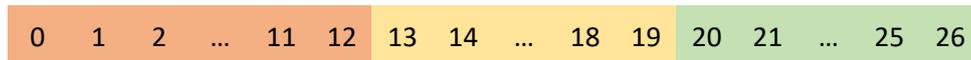


Figure 54 : Codage des réponses - Transcodage niveau 2

Niveau 3 :



Figure 55 : Codage des réponses - Transcodage niveau 3

7. Module 4 – Opérations

Dans ce dernier module sont évalués les trois types d'opérations (analogiques, symboliques et à énoncé verbal) identifiées précédemment et dont l'analyse comparative nous a confirmé l'intérêt de l'évaluation puisque ce sont des tâches que l'on retrouve à la fois dans les tests issus de la cognition numérique et de la didactique (voir Partie III).

La Figure 56 récapitule les différentes épreuves présentes dans le module 4. Celles-ci sont décrites plus en détail dans la suite de cette section.

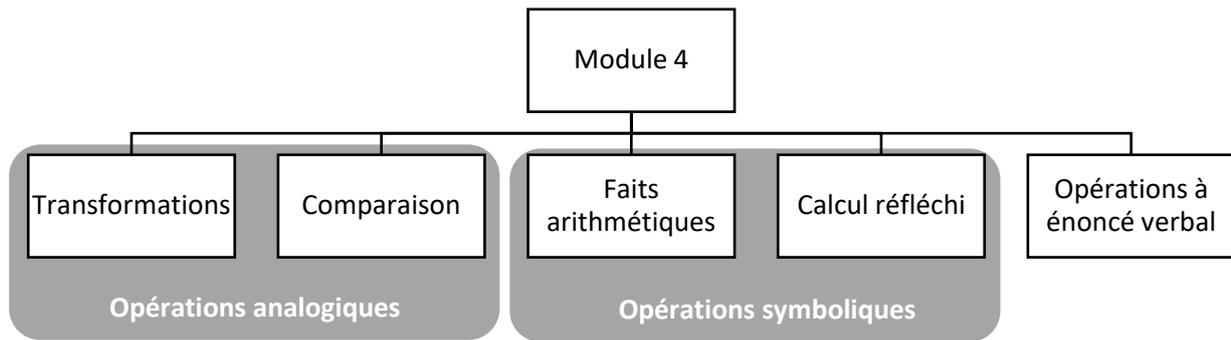


Figure 56 : Structure du module 4

7.1. Opérations analogiques

Comme nous l'avons mis en évidence dans l'analyse des tests (Partie III), l'évaluation des opérations analogiques se fait majoritairement à travers des problèmes de type transformation de mesure positive ou négative. Nous choisissons donc d'inclure ce type de tâche dans notre dispositif. En revanche, les problèmes de comparaison sont très peu utilisés dans le cadre de l'évaluation des problèmes analogiques alors qu'on retrouve plus fréquemment ce type de problème dans la résolution d'opérations à énoncé verbal. Ceux-ci étant généralement moins bien réussis par les élèves, comme nous l'avons signalé dans la revue de littérature en didactique (voir Partie II), il nous paraît intéressant d'évaluer la résolution de ce type d'opération avec un support matériel. Ces deux subtests (opérations analogiques de type transformation et de type comparaison) sont décrits de façon plus détaillée ci-dessous.

Subtest 1 : Problèmes de type transformations

Dans ce premier subtest, nous évaluons les opérations analogiques de type transformation de mesure (positive et négative). Suite à l'analyse comparative (voir Partie III), nous choisissons de ne faire intervenir dans ces tâches que des quantités inférieures à 10 et nous optons pour un ostensif de sortie oral.

Nous décidons d'utiliser des problèmes de type boîte noire consistant à ajouter ou retirer un certain nombre d'éléments à une collection initiale placée dans une boîte opaque. Le résultat non visible permet ainsi d'éliminer les procédures de dénombrement et de surcomptage (qui ont déjà été évaluées). Nous optons pour une simulation avec du matériel concret afin de faciliter les représentations et permettre une éventuelle manipulation. Nous choisissons d'évaluer deux transformations de mesure positives (l'une avec recherche de l'état final et l'autre de l'état initial) et deux transformations de mesure négatives (l'une avec recherche de l'état final et l'autre de la transformation). Les items sélectionnés sont les suivants :

- Placer 5 jetons dans la boîte et énoncer la consigne suivante : « J'ai mis dans la boîte 5 jetons (laisser éventuellement l'enfant les dénombrer), j'ajoute (devant lui) 4 jetons. Combien y a-t-il de jetons dans la boîte maintenant ? ». L'enfant ne doit pas pouvoir dénombrer la collection finale.
- Placer 8 jetons dans la boîte et énoncer la consigne suivante : « J'ai mis dans la boîte 8 jetons (laisser éventuellement l'enfant les dénombrer), je retire (devant lui) 3 jetons. Combien y a-t-

il de jetons dans la boîte maintenant ? ». L'enfant ne doit pas pouvoir dénombrer la collection finale.

- Placer 6 jetons dans la boîte et énoncer la consigne suivante : « J'ai mis dans la boîte 6 jetons (laisser éventuellement l'enfant les dénombrer), je vais retirer des jetons et tu devras deviner combien j'en ai retiré ». Retirer 2 jetons et laisser l'enfant regarder ce qu'il reste dans la boîte.
- Placer 3 jetons dans la boîte et énoncer la consigne suivante : « Dans la boîte, il y a des jetons (secouer la boîte). J'ajoute 4 jetons. Regardons ce qu'il y a dans la boîte ». Ouvrir la boîte et laisser l'élève compter les jetons. Lui demander ensuite : « Combien il y avait de jetons dans la boîte avant que j'ajoute les 4 jetons ? ».

L'examineur encode les réponses données par l'enfant. Des commentaires peuvent également être insérés par l'examineur dans un champ de saisie libre proposé à la fin de l'épreuve.

Récapitulatif des variables choisies

- Type d'opération : transformation de mesures positives et négatives
- Inconnues : recherche de l'état final et initial (transformations positives) et recherche de l'état final et de la transformation (transformations négatives)
- Domaine numérique : nombres inférieurs à 10
- Ostensif d'arrivée : oral
- Caractère manipulable des objets : si besoin
- Résultat visible : non

Codage des réponses

En plus des réponses données par l'enfant, l'évaluateur est amené à préciser, en cochant la case correspondante, le type de stratégie utilisée et les erreurs éventuelles commises par l'enfant. Celles-ci sont identifiées suite à notre revue de littérature en didactique effectuée dans la Partie II. Les stratégies répertoriées sont les suivantes :

- reproduction avec les doigts ;
- surcomptage ;
- décomptage
- calcul.

Les erreurs éventuellement commises par l'enfant peuvent être de plusieurs types :

- erreur dans la représentation ;
- erreur de calcul ;
- mauvaise opération ;
- erreur de comptage ;
- problème de mémorisation de l'énoncé.

Des commentaires peuvent également être insérés par l'examineur dans un champ de saisie libre proposé à la fin de l'épreuve.

Un point est attribué pour chaque réponse correcte. Les scores obtenus à cette épreuve varient de 0 à 4. Le codage par couleurs s'effectue de la façon suivante :

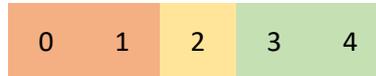


Figure 57 : Codage des réponses - Opérations analogiques

Subtest 2 : Problème de type comparaison

Dans les tests analysés, un seul (l'ECPN) propose une épreuve relative aux opérations analogiques de type comparaison. Or, celle-ci ne favorise pas des procédures de résolution faisant appel à un dénombrement des deux collectons à comparer, celles-ci étant accessibles à tout moment et manipulables (la correspondance terme à terme peut donc être utilisée). Dans le cadre de notre dispositif, nous choisissons une tâche complexe qui, outre les capacités de dénombrement de l'enfant, va également permettre de mettre à l'épreuve sa capacité à anticiper une procédure et à mémoriser une quantité (via la mémoire de travail ou une trace écrite).

La tâche consiste à comparer deux collections de jetons placées dans deux boîtes opaques avec couvercle. L'enfant doit identifier la boîte contenant le plus de jetons (« Dans quelle boîte il y a le plus de jetons ? Combien y en-a-t-il en plus ? »). Les jetons sont manipulables (la tâche se réalise donc avec un matériel concret) mais l'enfant ne peut ouvrir qu'une seule boîte à la fois (mais il peut les ouvrir autant de fois qu'il le souhaite). Nous choisissons des collections de 21 et 23 jetons. Les conditions d'énumération sont donc assez complexes puisque les jetons sont en grande quantités et placés dans des boîtes, la séparation physique des jetons traités et à traiter étant plus délicate.

Récapitulatif des variables choisies

- Type de problème : comparaison de mesures, recherche de la comparaison
- Taille des collections : 21 et 23
- Ostensif d'arrivée : oral
- Caractère manipulable des objets : oui
- Résultat visible : non

Codage des réponses

En plus de la réussite (code couleur vert) ou de l'échec (code couleur rouge) à la tâche, l'évaluateur est amené à préciser, en cochant la case correspondante, le nombre d'ouvertures de chacune des boîtes ainsi que le type de stratégie utilisée et les erreurs éventuelles commises par l'enfant. Celles-ci sont identifiées suite à notre revue de littérature en didactique effectuée dans la Partie II. Les stratégies répertoriées pour la comparaison sont les suivantes :

- dénombrement des deux collections ;
- estimation ;
- utilisation d'une trace écrite (en précisant la nature de celle-ci : dessin, écriture en chiffres arabes, ...).

Les erreurs éventuellement commises par l'enfant peuvent être de plusieurs types :

- mauvaise synchronisation du geste avec la comptine ;
- problème d'énumération ;
- erreur dans la comptine ;
- dénombrement correct mais choix incorrect (problème de mémorisation ou de vocabulaire).

Des commentaires peuvent également être insérés par l'examineur dans un champ de saisie libre proposé à la fin de l'épreuve.

7.2. Opérations symboliques

Pour ce qui est des opérations symboliques, nous choisissons de ne pas évaluer la maîtrise des mécanismes opératoires écrits mais de se limiter aux faits arithmétiques et au calcul réfléchi en nous basant sur ce qui est majoritairement évalué dans les tests analysés (voir Partie III).

Subtest 1 : Faits arithmétiques

Nous avons souligné dans l'analyse des tests (voir Partie III) que les tâches utilisées pour l'évaluation des faits arithmétiques étaient caractérisées par la résolution d'opérations (additions, soustractions et multiplications) portant sur des petites quantités avec des contraintes au niveau du temps de passation de l'épreuve. Nous reprenons donc, dans le cadre de notre dispositif, une tâche similaire, le type d'opération variant selon le niveau de l'enfant et la réponse devant être donnée le plus rapidement possible. Nous choisissons un ostensif de présentation et de réponse oral. Nous incluons également dans cette tâche l'évaluation des compléments à la dizaine qui ne sont pas évalués dans les tests analysés mais dont la mémorisation et l'automatisation nous paraissent indispensables à la résolution d'opérations plus complexes (et constituent donc une information pouvant se révéler utile à l'enseignant mais aussi à l'orthophoniste).

Les items sélectionnés sont les suivants : $6+6$, $8+2$, $5+7$, $10-6$, $8-5$, compléments de 3 à 10, de 27 à 30 et de 15 à 20 (arrêt niveau 1), 2×7 , 5×6 , 4×4 (arrêt niveau 2) et 8×7 (arrêt niveau 3).

Récapitulatif des variables choisies

- Ostensif de départ : oral
- Ostensif d'arrivée : oral
- Opération : addition, soustraction et multiplication (uniquement pour le niveau 2 et 3)
- Domaine numérique : nombres inférieurs à 10 + compléments à 10 de nombres inférieurs à 100
- Position de l'inconnue : état final et opérations lacunaires (recherche de compléments à 10)
- Durée : non limitée

Codage des réponses

En plus des réponses données par l'enfant, l'examineur est amené à préciser, en cochant la case correspondante, le temps de réaction de l'enfant (réponse immédiate ou précédée d'un temps de

réflexion). Des commentaires peuvent également être insérés par l'examineur dans un champ de saisie libre proposé à la fin de l'épreuve.

Un point est attribué pour chaque réponse correcte. Les scores obtenus à cette épreuve varient de 0 à 8 pour le niveau 1, de 0 à 11 pour le niveau 2 et de 0 à 12 pour le niveau 3. Le codage par couleurs s'effectue de la façon suivante en fonction des différents niveaux :

Niveau 1

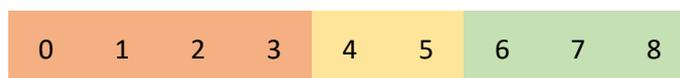


Figure 58 : Codage des réponses - Faits arithmétiques niveau 1

Niveau 2

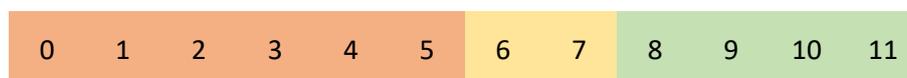


Figure 59 : Codage des réponses - Faits arithmétiques niveau 2

Niveau 3

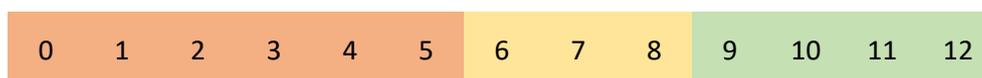


Figure 60 : Codage des réponses - Faits arithmétiques niveau 3

Subtest 2 : Calcul réfléchi

En ce qui concerne l'évaluation du calcul réfléchi, nous avons mis en évidence dans l'analyse des tests l'utilisation de tâches de type résolution d'opérations arithmétiques (additions et soustractions) portant sur des nombres relativement grands (hors faits arithmétiques) avec un ostensif de réponse oral et sans contrainte de temps. Nous reprenons donc ce type de tâche dans notre dispositif. En plus de cela, nous choisissons un ostensif de présentation écrit afin de soulager la mémoire de travail (avec lecture à voix haute si besoin). Nous sélectionnons des additions avec et sans passage à la dizaine ainsi que des soustractions avec et sans retrait (suivant le niveau de l'enfant). Les items sélectionnés sont les suivants : $55+10$, $24+13$, $58+9$, $46+25$, $45-8$, $52-20$, $37-5$ (arrêt niveau 1), $24-16$, $52-35$ (arrêt niveau 2 et 3).

Récapitulatif des variables choisies

- Ostensif de départ : écrit
- Ostensif d'arrivée : oral
- Opération : addition, soustraction
- Domaine numérique : nombres inférieurs à 100 (avec passages à 10, emprunts, ajout de 10)
- Position de l'inconnue : état final
- Durée : non limitée

Codage des réponses

L'examineur encode les réponses données par l'enfant. Des commentaires peuvent également être insérés par l'examineur dans un champ de saisie libre proposé à la fin de l'épreuve.

Un point est attribué pour chaque réponse correcte. Les scores obtenus à cette épreuve varient de 0 à 7 pour le niveau 1, de 0 à 9 pour le niveau 2 et 3. Le codage par couleurs s'effectue de la façon suivante en fonction des différents niveaux :

Niveau 1

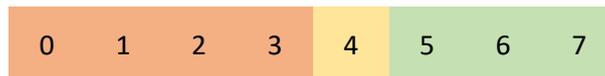


Figure 61 : Codage des réponses - Calcul réfléchi niveau 1

Niveau 2 et 3

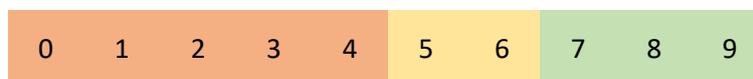


Figure 62 : Codage des réponses - Calcul réfléchi niveau 2 et 3

7.3. Opérations à énoncé verbal

Nous avons identifié dans l'analyse comparative des tests (voir Partie III) différentes variables communes aux tests issus de la didactique et de la cognition concernant les tâches de résolution d'opérations à énoncé verbal : domaine numérique restreint aux petites quantités, ostensif de réponse oral, respect de l'ordre chronologique, placement de la question à la fin du problème et présence d'une phrase d'introduction lorsque l'état initial est inconnu. Nous conservons donc ces variables dans notre dispositif. En ce qui concerne le type de problème et le choix des inconnues, nous décidons de nous limiter aux types de problèmes évalués dans les tests existants (transformation, combinaison et comparaison). Nous choisissons de faire intervenir l'aspect cardinal ainsi que l'aspect ordinal dans les problèmes proposés. Pour ce qui est de l'habillage des problèmes, nous visons le plus de neutralité possible (que ce soit au niveau du vocabulaire, des objets en jeu et des représentations associées) afin de faciliter la modélisation et de concentrer l'attention de l'enfant sur le modèle mathématique en jeu. En cas d'erreur il est demandé à l'enfant de produire une trace écrite afin d'identifier au mieux la source de cette erreur.

Les items choisis sont les suivants :

- Dans une classe, il y a 12 filles et 10 garçons. Combien y a-t-il d'enfants dans cette classe ? (problème de type composition de mesures avec recherche du tout)
- Emma rentre dans l'ascenseur au troisième étage et monte de 3 étages. A quel étage sort-elle ? (problème de type transformation de mesure positive avec recherche du tout)
- Au cours de musique, il y a 8 enfants. Le maître fait sortir 3 garçons, seules les filles restent dans la classe. Combien de filles assistent au cours de musique ? (problème de type composition de mesures avec recherche d'une partie)

- Marc a 8 billes. Pierre a 5 billes. Marc a donc plus de billes que Pierre. Combien en a-t-il de plus ? (problème de type comparaison de mesures avec recherche de la comparaison)

Récapitulatif des variables choisies

- Type d'opération : composition de mesures avec recherche du tout ou recherche d'une partie, transformation de mesure positive avec recherche du tout et comparaison de mesures avec recherche de la comparaison
- Domaine numérique : inférieures à 22
- Ostensif d'arrivée : oral
- Ordre chronologique respecté, question en fin d'énoncé

Codage des réponses

En plus des réponses fournies par l'enfant, l'évaluateur est amené à préciser, en cochant la case correspondante, le type de stratégie utilisée et les erreurs éventuelles commises par l'enfant. Celles-ci sont identifiées suite à notre revue de littérature en didactique effectuée dans la Partie II. Les stratégies répertoriées pour la résolution de problèmes à énoncé verbal sont les suivantes :

- calcul mental ;
- calcul écrit ;
- utilisation des doigts ;
- utilisation d'un schéma ou d'un dessin.

Les erreurs éventuellement commises par l'enfant peuvent être de plusieurs types :

- erreur de calcul ;
- opération incorrecte ;
- représentation erronée.

Des commentaires peuvent également être insérés par l'examineur dans un champ de saisie libre proposé à la fin de l'épreuve.

Un point est attribué pour chaque réponse correcte. Les scores obtenus à cette épreuve varient de 0 à 4. Le codage par couleurs s'effectue de la façon suivante :

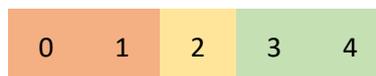


Figure 63 : Codage des réponses - Opérations à énoncé verbal

PARTIE V
EXPERIMENTATIONS :
MISE EN PRATIQUE ET VALIDATION DU DISPOSITIF

1. Expérimentations

En vue de tester l'efficacité du dispositif conçu (voir Partie III), nous l'avons mis à l'épreuve sur le terrain. Deux objectifs sont visés dans ces expérimentations. Premièrement, il s'agira de vérifier que le dispositif est bien opérationnel au niveau ergonomique et fonctionnel. En effet, pour qu'il puisse être utilisé en classe, il faut s'assurer que le support (informatique et matériel) est facilement utilisable, que la durée du test est adaptée et que celui-ci fonctionne correctement (au niveau de l'encodage des résultats, du retour fourni à l'utilisateur, etc.). Deuxièmement, nous souhaitons effectuer une première validation au niveau des tâches et variables choisies. Pour cela, nous vérifierons que celles-ci sont bien adaptées aux enfants situés dans la classe d'âge visée (entre 7 et 9 ans) et qu'elles permettent de distinguer les élèves en difficulté (qu'ils soient ou non diagnostiqués et/ou suivis pour des troubles en mathématiques) des élèves n'ayant pas de difficultés particulières. Nous chercherons également à voir s'il existe des différences entre les élèves signalés en difficulté par l'enseignant et les élèves étant suivis par un professionnel médical ou paramédical pour des troubles spécifiques en mathématiques au niveau des tâches réussies ou échouées et des stratégies utilisées.

Nous commencerons cette partie par une présentation du cadre et des sujets de l'expérimentation. Nous aborderons ensuite la mise en pratique du dispositif en vue de répondre au premier objectif (conformité). Pour ce qui est de la validation des tâches et variables choisies (second objectif), nous effectuerons une analyse comparative des résultats en considérant 3 catégories d'élèves : les élèves n'ayant pas de difficultés particulières en mathématiques (selon leur enseignant), les élèves étant signalés en difficulté par leur enseignant sans être diagnostiqués et/ou suivis par un professionnel médical ou paramédical et les élèves diagnostiqués et/ou suivis par un professionnel médical ou paramédical. Nous terminerons par une discussion sur les résultats obtenus et les potentielles améliorations du dispositif faisant suite à cette première expérimentation.

2. Profil des élèves testés

Les expérimentations ont été réalisées au mois de mai 2018 sur 20 élèves de 7 à 9 ans (niveau CE1-CE2 correspondant à l'âge cible de notre dispositif) issus de 3 établissements différents : l'ASBL¹⁹ Singularités Plurielles à Bruxelles, l'école du Mau à Châlons en Champagne (51) et l'école du champ du seigle à Pommeuse (77). Nous avons choisi d'effectuer une partie des expérimentations en Belgique étant donné la difficulté que nous avons rencontré à trouver, en France, des élèves diagnostiqués comme étant dyscalculiques et répondant à notre critère d'âge. Une partie des élèves testés est donc scolarisée en Belgique. Le dispositif est tout à fait adapté à ce type de public étant donné que les contenus des programmes et les compétences censées être acquises à cet âge sont similaires à ceux de la France (voir Fédération Wallonie-Bruxelles, 2013, pour les programmes belges et Bulletin officiel spécial n°11 du 26 novembre 2015 pour les programmes français).

¹⁹ Association sans but lucratif.

2.1. Singularités Plurielles

L'ASBL Singularités Plurielles a pour objectif de « permettre le développement global de la personne, qu'il soit individuel, familial et/ou professionnel » (ASBL Singularités Plurielles, 2017). Dans ce cadre sont proposés divers types de consultations psychologiques et logopédiques. L'une d'elles consiste notamment à réaliser un bilan logico-mathématique suivi d'une rééducation. Ce sont les enfants concernés par ces rééducations et répondant à notre critère d'âge (entre 7 et 9 ans) que nous avons choisi pour notre étude.

Les bilans réalisés ne s'appuient pas sur des tests « standards » comme ceux analysés précédemment (voir Partie II). Ils sont constitués d'épreuves « maison » qui ne sont pas normalisées et consistent à analyser :

- les aspects temporels (succession des jours dans la semaine, des mois dans l'année, chronologie d'événements, ...) et spatiaux (description d'une situation spatiale, reconnaissance de figures géométriques, symétrie orthogonale, ...);
- les opérations logiques (conservation, classification, sériation et inclusion);
- le nombre et opérations (chaîne numérique verbale, transcodage, compléments à 10, représentation d'opération de base (addition et soustraction) à l'aide de matériel, calcul mental, système décimal).

Cinq enfants ont accepté de participer à notre étude. Tous ont été bilantés par la personne en charge des consultations logico-mathématiques. Les diverses informations les concernant (âge, classe, date du début de la prise en charge, diagnostic établi) sont reprises dans le Tableau 37.

Nom	Age	Classe	Début de prise en charge	Diagnostic établi
L.	8 ans	2 ^{ème} (=CE1)	Novembre 2017	Forme de dyscalculie au niveau du raisonnement logique et au niveau du traitement des nombres et des opérations.
V.	9 ans	3 ^{ème} (=CE2)	Février 2018	Forme de dyscalculie au niveau du raisonnement logique et au niveau du traitement des nombres et des opérations.
A.	8 ans	3 ^{ème} (=CE2)	Septembre 2017	Forme de dyscalculie au niveau du raisonnement logique et au niveau du traitement des nombres et des opérations.
S.	8 ans	2 ^{ème} (=CE1)	Novembre 2015	Ecart considérable par rapport aux enfants de son âge, suspicion de dyscalculie à confirmer après rééducation

E.	7 ans	Recommence sa 1 ^{ère} (=CP)	Octobre 2017	Forme de dyscalculie au niveau du raisonnement logique et au niveau du traitement des nombres et des opérations.
----	-------	--------------------------------------	--------------	--

Tableau 37 : Caractéristiques des élèves testés à l'ASBL Singularités Plurielles

Les cinq élèves testés ont tous entre 7 et 9 ans (4 sont de niveau CE1-CE2 et un recommence son année de CP). Quatre d'entre eux sont pris en charge depuis peu (le suivi a débuté entre septembre 2017 et février 2018) et présentent une forme de dyscalculie niveau du raisonnement logique et au niveau du traitement des nombres et des opérations (soulignons que ce diagnostic est posé sans faire référence au DSM-V et ne repose sur aucun critère quantitatif). L'élève S., quant à elle, est suivie depuis plus de deux ans et fait l'objet d'une suspicion de dyscalculie sans que le diagnostic ne soit réellement posé. Bien que son profil soit relativement différent des autres, nous l'incluons dans notre étude car même si un diagnostic n'est pas posé en tant que tel, son cas nécessite vraisemblablement une prise en charge par un professionnel paramédical.

2.2. Ecole du Mau

Au sein de l'école du Mau à Châlons en Champagne, nous avons testé 9 enfants issus de deux classes différentes (CE1/CE2 et CP/CE1). Parmi ces enfants, 5 ont été signalés sans difficulté particulière par les enseignantes et 4 en difficulté en mathématiques. L'enseignante de la classe de CE1/CE2 étant expérimentée et investie dans la production de ressources pour les enseignants et les formateurs, nous nous fions à son jugement quant à l'identification de ces élèves. Sur ces 4 élèves, deux relèvent de difficultés d'ordre plus important (l'un était en refus de l'école jusqu'à la rentrée 2017 et a donc beaucoup de retard et l'autre a eu des problèmes familiaux et ses parents refusent tout suivi extérieur). Les difficultés de ces élèves n'étant pas uniquement d'ordre mathématique, nous les excluons de notre étude.

2.3. Ecole du champ du Seigle

Au sein de cette école, nous avons testé 6 enfants issus de la même classe de CE1. Cinq des 6 enfants testés sont signalés en difficulté par l'enseignante et ce plus particulièrement en mathématiques. L'enseignante étant expérimentée (28 ans d'enseignement) et engagée dans un travail sur les évaluations avec la DEPP, nous nous fions à son jugement quant à l'identification de ces élèves. Nous avons également testé une élève n'ayant pas de difficultés particulières.

3. Opérationnalité du dispositif

Bien que le dispositif créé soit utilisable sur divers supports (ordinateur portable, tablette ou encore smartphone), nous avons choisi de réaliser nos expérimentations avec un Ipad. En effet, l'utilisation de la tablette permet de montrer facilement l'écran à l'élève pour les items qui nécessitent un support visuel et uniquement pour ceux-là (par exemple les tâches de subitizing/estimation, de transcodage, etc.), ce qui n'est pas le cas de l'ordinateur portable. De plus, l'écran est suffisamment grand pour permettre une lecture aisée des diverses consignes. Durant les expérimentations, l'élève est donc placé à côté de l'examineur qui encode sur l'Ipad les résultats à mesure que celui-ci réalise les

différentes tâches proposées. L'ipad est utilisé directement comme support visuel pour les tâches le nécessitant (voir Figure 64).



Figure 64 : Placement de l'élève et de l'examineur durant les expérimentations

Un code est attribué à chaque enfant et permet l'accès au dispositif, les données enregistrées sont donc anonymes. La passation nécessite également un accès au Wi-fi mais l'enregistrement automatique des données au fur et à mesure fait qu'il est possible de les récupérer même si on perd la connexion (ce qui est d'ailleurs arrivé lors des expérimentations). L'encodage est simple et rapide, la durée du test est d'environ 40 minutes (temps moyen dépendant de la facilité de résolution des différentes tâches, la passation des deux premiers modules se répartit équitablement sur les 15 premières minutes, le troisième module dure environ 10 minutes et le dernier 15 minutes).

A la fin de la passation, les résultats apparaissent directement à l'écran (La Figure 65 illustre les résultats obtenus par un des élèves testés au module 4). Le code couleur utilisé (rouge = échec à la tâche, orange = résultats intermédiaires, vert = tâche réussie) permet l'identification des tâches posant problème à l'élève (dans notre exemple, il s'agit des tâches relatives aux opérations symboliques (faits arithmétiques et calcul réfléchi) ainsi qu'aux opérations à énoncé verbal). A la fin de la passation, il est également possible d'accéder aux résultats détaillés afin d'analyser les réponses données aux différentes tâches. Le test (ou uniquement les tâches souhaitées) peut être repassé afin d'évaluer l'effet de la remédiation proposée, par exemple.

MODULE 4 - Opérations analogiques (transformation)



Opérations analogiques (comparaison)



Opérations symboliques (faits arithmétiques)



Opérations symboliques (calcul réfléchi)



Opérations à énoncé verbal



Figure 65 : Exemple de résultats

L'ensemble des résultats est stocké dans une base de données accessible via l'interface d'administration de Limesurvey. Ils sont répertoriés selon les codes d'invitation utilisés et sont donc anonymes. Si un même code est utilisé plusieurs fois (par exemple si un enseignant fait repasser le test à un même élève), toutes les passations sont enregistrées. Tous les résultats peuvent ensuite être téléchargés dans différents formats exploitables (csv, xls, spss, etc.).

4. Analyse des résultats

Nous allons ici présenter une analyse comparative des résultats obtenus lors de nos expérimentations. Pour cela, nous considérerons 3 catégories d'élèves : les élèves bénéficiant d'un suivi pour des troubles en mathématiques dans le cadre de l'ASBL Singularités Plurielles, les élèves de l'école du Mau et de l'école du Champs du Seigle qui sont signalés en difficulté en mathématiques par l'enseignant sans être suivis par un professionnel médical ou paramédical et les autres élèves de ces écoles ne présentant, toujours selon l'enseignant, pas de difficultés particulières. Nous détaillerons d'abord la méthodologie utilisée et comparerons ensuite les résultats obtenus par les 3 types d'élèves aux différentes épreuves.

4.1. Méthodologie

Nous présenterons dans cette section la méthodologie employée pour récolter nos données et les analyser. Les conditions d'expérimentations ont déjà été abordées ci-dessus. Il est également important de souligner que les élèves ont été testés individuellement avec présence du rééducateur dans le cas des expérimentations réalisées à l'ASBL Singularités Plurielles et dans un local à proximité de la classe sans présence de la maîtresse dans le cas des expérimentations réalisées à l'école du Mau et à l'école du champ du Seigle. Les différentes réponses données par les différents élèves ont directement été encodées lors de la passation. Des enregistrements audio et/ou vidéo ont également été réalisés. Une fois les passations terminées, un fichier contenant l'ensemble des données encodées

a été directement exporté depuis l'interface administrateur de Limesurvey. Celui-ci a ensuite été enrichi sur base des différents enregistrements réalisés (nous avons principalement ajouté des commentaires relatifs à la manipulation et au comportement des élèves et complété les passations dont l'encodage des résultats avait été perturbé par des pertes de connexion Wi-fi). Le tableau final qui sera utilisé pour la suite des analyses se trouve à l'Annexe 7.

Pour l'analyse, nous constituons trois groupes. Le premier est constitué des élèves bénéficiant d'un suivi pour des troubles en mathématiques (= SM) dans le cadre de l'ASBL Singularités Plurielles. Ces élèves sont au nombre de 5. Le deuxième groupe est constitué des élèves de l'école du Mau et de l'école du Champs du Seigle qui sont signalés en difficulté en mathématiques par l'enseignant (= D) sans être suivis par un professionnel médical ou paramédical. Ceux-ci sont au nombre de 7. Le dernier groupe se compose des six autres élèves ne présentant, selon leurs enseignants respectifs, pas de difficultés particulières (= SD).

Nous procéderons à l'analyse des résultats module par module. Pour les épreuves où seuls la réussite ou l'échec à la tâche sont pris en compte dans l'évaluation (par exemple, la tâche de construction d'une collection équipotente), nous comparerons les taux moyens de réussite en fonction des 3 catégories d'élèves. En ce qui concerne les autres épreuves contenant plusieurs items (par exemple, la tâche de transcodage notée sur 19), nous effectuerons des diagrammes de type boîte à moustaches qui nous permettront de comparer les scores obtenus en fonction des 3 catégories d'élèves. Le choix d'utiliser des moyennes et mesures de dispersion pour comparer les résultats est conditionné par les effectifs respectifs des différentes catégories d'élèves. Ceux-ci étant de tailles différentes, nous ne pouvons donc pas les comparer directement. Cependant, comme nous travaillons sur des petits échantillons (entre 5 et 7 individus par catégorie), les différences observées ne pourront donc pas être considérées comme statistiquement significatives mais donneront une tendance globale. Nous étudierons également le détail des données encodées pour chaque item (stratégies utilisées, erreurs observées, etc.) afin d'identifier d'autres particularités spécifiques à l'un ou l'autre type d'élève.

4.2. Module 1 : Prérequis

Nous commencerons par analyser les résultats obtenus au premier module visant à évaluer ce que nous avons considéré comme prérequis (voir Partie III). Pour rappel ce module contient 5 épreuves (voir Figure 66).

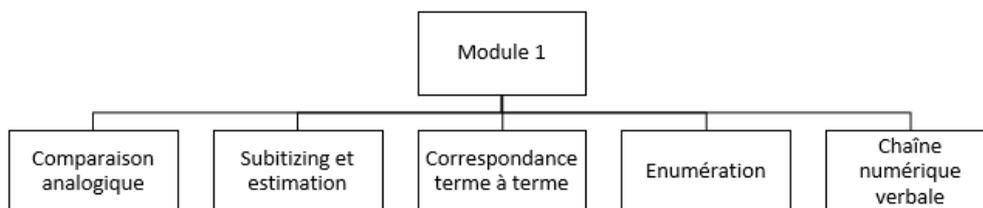


Figure 66 : Structure du module 1

4.2.1. Comparaison analogique

La première tâche du module 1 est la tâche de comparaison analogique. Le score maximal pouvant être obtenu à la tâche est de 8 et nous avons fixé le seuil de réussite à 6 (voir Partie III). Les scores moyens des différents types d'élèves sont présentés à la Figure 67.

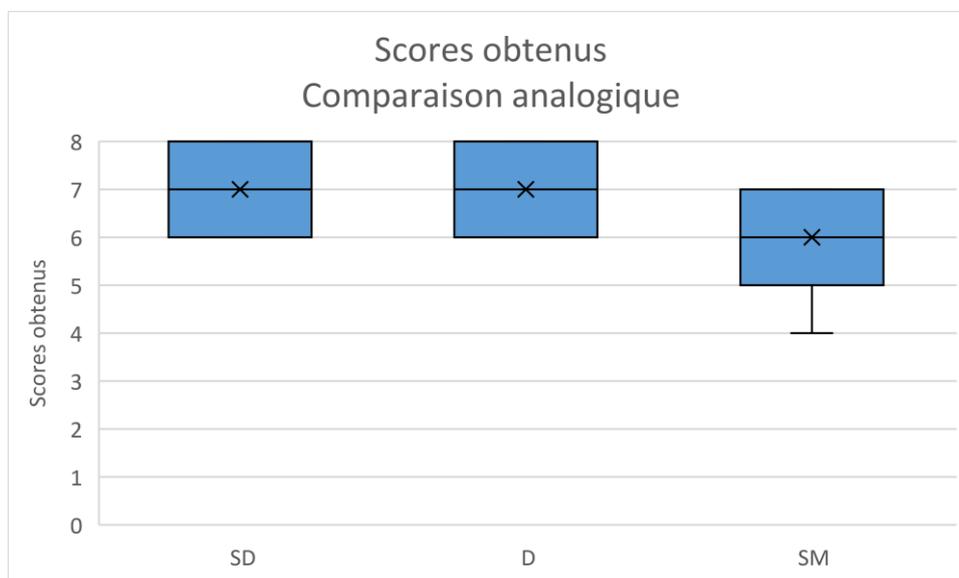


Figure 67 : Scores obtenus - Comparaison analogique

Les scores des élèves qui ne sont pas suivis pour des troubles en mathématiques, qu'ils aient ou non des difficultés d'après leur enseignant (SD et D) sont similaires. Celles des élèves suivis (SM) sont, en revanche, un peu plus faibles (6 items réussis en moyenne contre 7 pour les deux autres catégories). Avec le seuil de réussite fixé, seul un élève suivi est considéré à un niveau intermédiaire à la tâche (4 items réussis sur les 7 proposés).

Si l'on regarde plus en détail les résultats obtenus à cette tâche, on constate que les items de comparaison faisant intervenir le subitizing sont réussis par tous les enfants sans exception. Pour ce qui est des comparaisons faisant intervenir l'estimation, le nombre de réponses correctes varie en fonction du ratio, les items ayant un ratio plus élevé étant moins bien réussis (voir Tableau 38), correspondant à l'effet distance mis en évidence dans la revue de littérature (Noël, 2005a).

Nombre de points	Ratio	Nombre de réponses correctes
6 vs 7	0.88	10
12 vs 9	0.75	14
8 vs 13	0.61	17
10 vs 9	0.9	8

Tableau 38 : Détail des scores par item - Comparaisons analogiques

4.2.2. Subitizing/estimation

La deuxième tâche du premier module est une tâche de subitizing et d'estimation. Le score maximal pouvant être obtenu à la tâche est de 6 et nous avons fixé le seuil de réussite à 5 (voir Partie III). Les scores obtenus en fonction des différentes catégories établies sont présentés à la Figure 68.

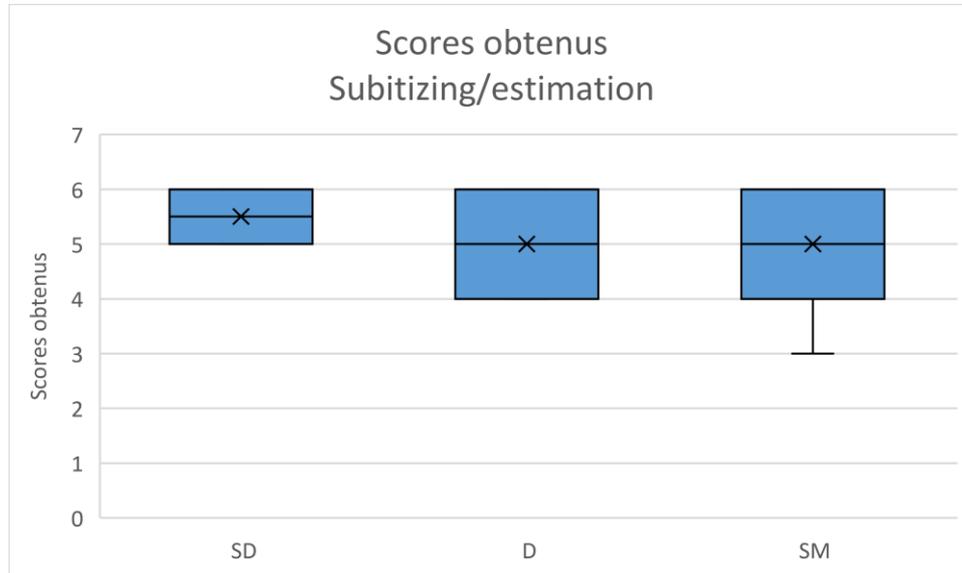


Figure 68 : Scores obtenus - Subitizing/estimation

On remarque que les performances des élèves considérés en difficultés, suivis ou non (D et SM) sont légèrement inférieures à celles des élèves qui ne sont pas considérés en difficulté (SD), ces derniers réussissant en moyenne 5.5 items contre 5 pour les deux autres catégories. Les items de subitizing sont réussis par tous les élèves sans exception, les erreurs ne proviennent donc que des tâches d'estimation.

Avec le seuil de réussite fixé, trois élèves en difficultés (1 signalé par l'enseignant et 2 suivis) sont considérés à un niveau intermédiaire à la tâche (3 ou 4 items réussis sur les 7 proposés).

4.2.3. Correspondance terme à terme

La troisième tâche du module 1 est une tâche destinée à évaluer la correspondance terme à terme. La Figure 69 présente le taux moyen de réussite à la tâche. Notons que nous avons considéré la tâche comme étant échouée dans le cas où l'élève testé utilisait l'estimation pour comparer les collections ou autre stratégie inefficace (la réussite à la tâche étant due au hasard et non à la procédure utilisée).

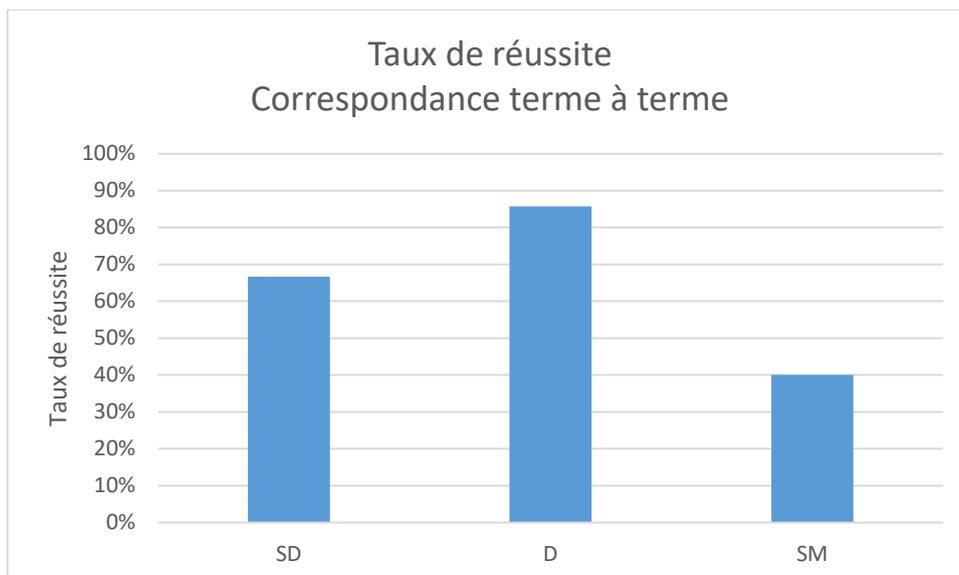


Figure 69 : Taux de réussite - Correspondance terme à terme

On constate que les élèves considérés en difficulté (D) ont mieux réussi l'épreuve (6 réussites sur un effectif de 7) que les élèves ne présentant pas de difficultés particulières selon l'enseignant (4 élèves ont réussi sur les 6) et que ceux étant suivis pour des troubles en mathématiques (plus de la moitié des élèves de cette catégorie ont échoué soit 3 élèves sur 5).

On retrouve des stratégies de résolution variées dans chacune des catégories (estimation, dénombrement et dénombrement par paquets). En revanche, il est intéressant d'étudier plus en détail les stratégies conduisant à un échec à la tâche. En effet, les élèves considérés sans difficultés (SD) qui échouent utilisent tous une stratégie basée sur l'estimation ce qui n'est pas le cas des deux autres catégories d'élèves (D et SM) comme on peut le voir sur la Figure 70.

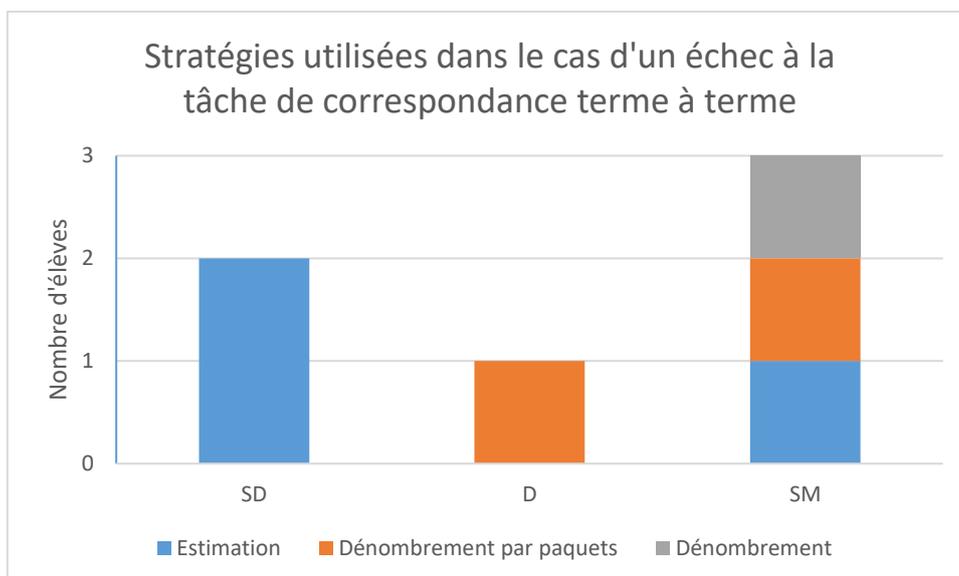


Figure 70 : Stratégies utilisées dans le cas d'un échec à la tâche de correspondance terme à terme

On constate d'autres sources d'erreur chez ces élèves : dénombrement correct mais mauvaise compréhension du vocabulaire ou organisation par paquets qui ne permet pas la comparaison

(paquets de différentes tailles, par exemple). Ces élèves passent donc par le nombre pour comparer les collections mais les procédures utilisées ne sont pas efficaces.

4.2.4. Enumération

La quatrième tâche du module 1 vise à évaluer l'énumération. Seuls la réussite ou l'échec sont pris en compte dans l'évaluation de cette tâche, nous présentons donc le taux de réussite moyen à cette tâche en fonction des différentes catégories établies (voir Figure 71).

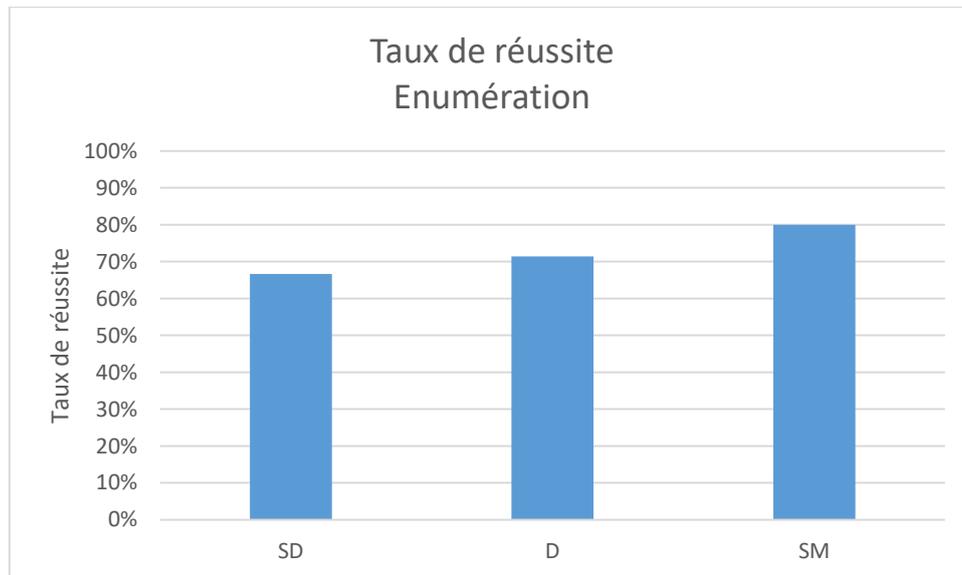


Figure 71 : Taux de réussite – Enumération

Ce sont les élèves suivis pour des troubles en mathématiques (SM) qui réussissent le mieux cette tâche (1 seul échec parmi les 5 élèves de cette catégorie), ce type de tâche n'étant pourtant pas proposé en remédiation. Les deux autres catégories (SD et D) comportent chacune 2 élèves qui ne parviennent pas à remplir correctement les boîtes d'allumettes.

Au niveau des types de stratégies utilisées, on remarque que les élèves en difficulté en mathématiques qu'ils soient suivis ou non (D et SM) utilisent plus régulièrement le repérage visuel que les élèves n'ayant pas de difficultés particulières (SD) comme on peut le voir sur la Figure 72.

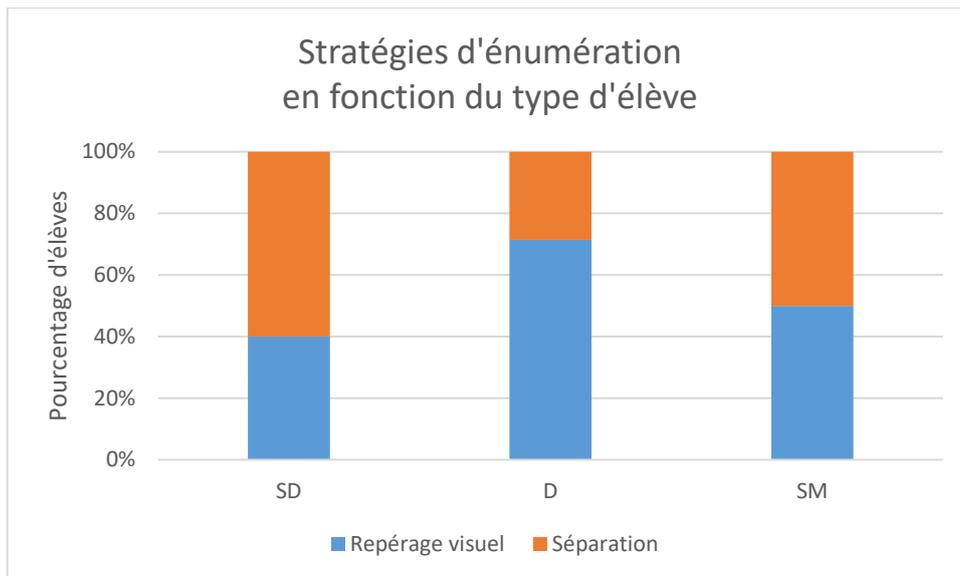


Figure 72 : Stratégies d'énumération en fonction du type d'élève

4.2.5. Suite numérique verbale

La dernière tâche du module 1 concerne la maîtrise de la suite numérique verbale. Le taux de réussite moyen à cette tâche en fonction des différentes catégories d'élèves est présenté à la Figure 73.

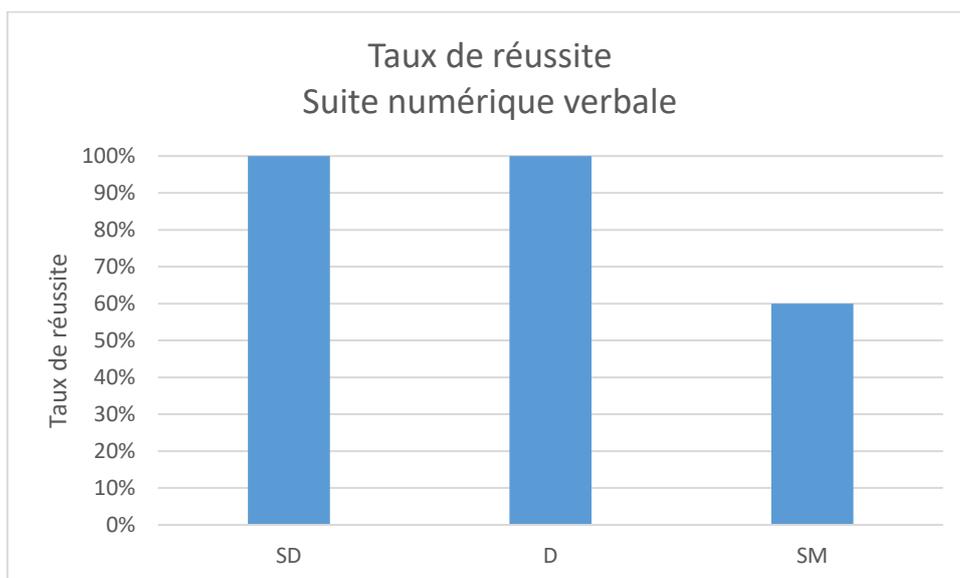


Figure 73 : Taux de réussite - Suite numérique verbale

Seuls les élèves étant suivis pour des troubles en mathématiques présentent des difficultés pour cette tâche (2 sur les 5 que compte cette catégorie). L'un d'entre eux ne maîtrise la suite que jusque 16, une autre oublie le 15 ou encore rencontre des difficultés pour le passage à la dizaine supérieure (passe de 59 à 80, par exemple). Aucune difficulté de ce type n'est constatée dans les autres catégories.

La flexibilité de la chaîne numérique est, en revanche, également problématique pour les élèves en difficulté même s'ils ne sont pas suivis (D). Des erreurs lors du passage au nombre suivant ou précédent sont constatées chez deux élèves de cette catégorie.

4.2.6. Résumé Module 1

La Figure 74 présente une vue d'ensemble du taux moyen de réussite pour les tâches du module 1 en fonction des différentes catégories d'élèves considérées.

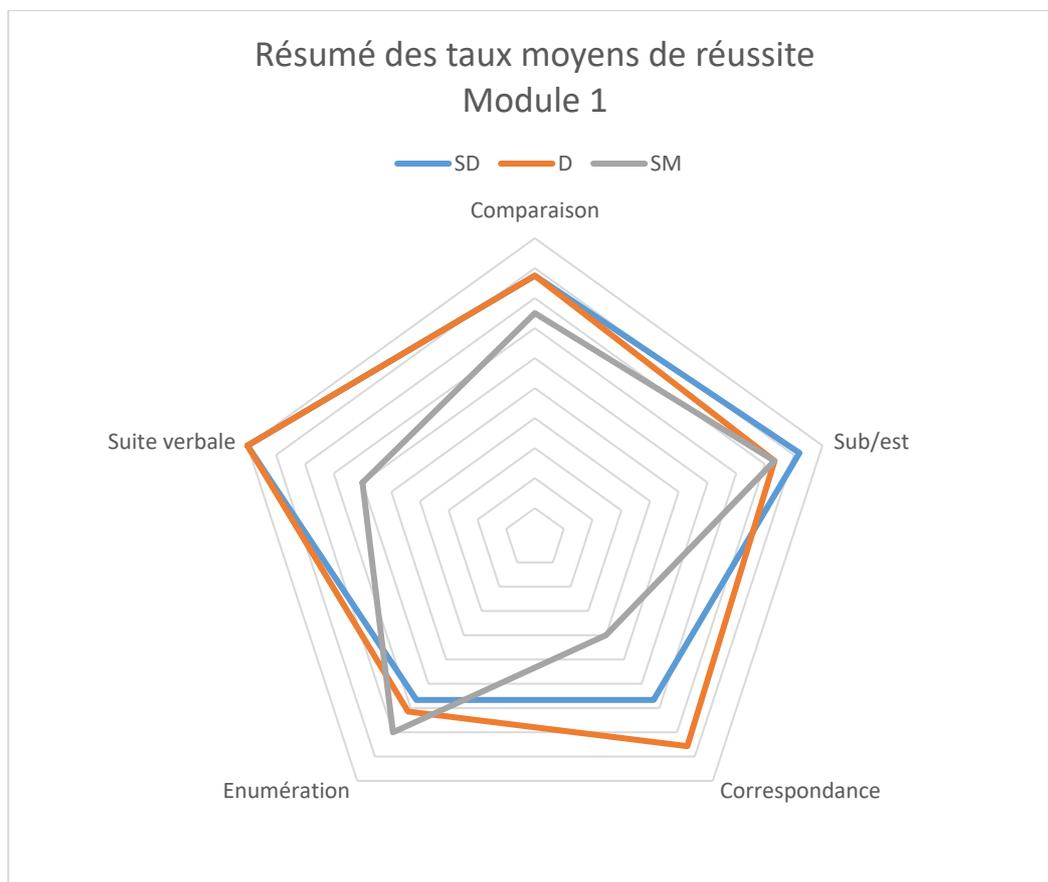


Figure 74 : Résumé des taux moyens de réussite - Module 1

Pour ce premier module, on peut donc dire que les épreuves de comparaison analogique, de subitizing/estimation et d'énumération sont peu discriminantes. Les deux premières sont généralement bien réussies par tous. En revanche, l'énumération pose quelques difficultés et ce même aux élèves qui ne sont pas considérés en difficulté. Ces difficultés d'énumération au CE1 ont également été mises en évidence par Mounier & Pfaff (2015) qui ont montré que les erreurs de dénombrement au CE1 étaient en grande partie dues à des difficultés d'énumération.

Le taux de réussite à l'épreuve de correspondance terme à terme n'est pas vraiment indicatif car des élèves qui ne sont pas signalés en difficulté particulière échouent également. En revanche, il semblerait que les stratégies adoptées par les élèves en difficultés (suivis ou non) en cas d'échec soient différentes de celles mises en place par les élèves sans difficultés particulières (les premiers faisant principalement des erreurs dans le dénombrement tandis que les erreurs des seconds découlent de l'utilisation de procédures basées sur l'estimation).

L'épreuve de la suite verbale semble particulièrement poser problème aux élèves suivis pour des troubles en mathématiques, les élèves signalés en difficulté réussissant aussi bien que ceux qui ne sont, *a priori*, pas en difficulté.

4.3. Module 2 : Aspect cardinal et ordinal du nombre

Analysons maintenant les résultats obtenus au deuxième module visant à évaluer l'aspect cardinal et ordinal du nombre (voir Partie III). Pour rappel ce module contient 4 épreuves (voir Figure 75).

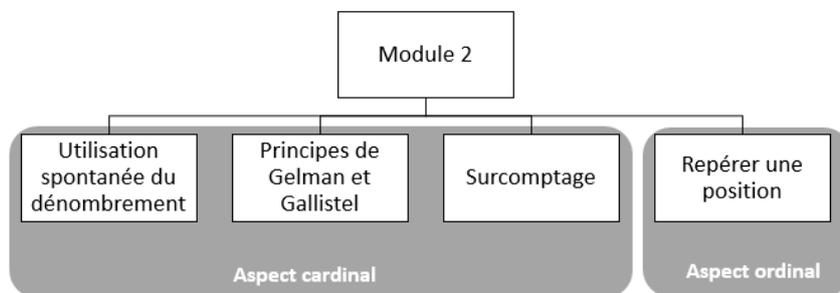


Figure 75 : Structure du module 2

4.3.1. Construction de collection équipotente

La première tâche du module 2 vise l'utilisation du nombre à travers la construction d'une collection équipotente. Le taux moyen de réussite à cette tâche au premier essai et en fonction des différentes catégories considérées est présenté à la Figure 76.

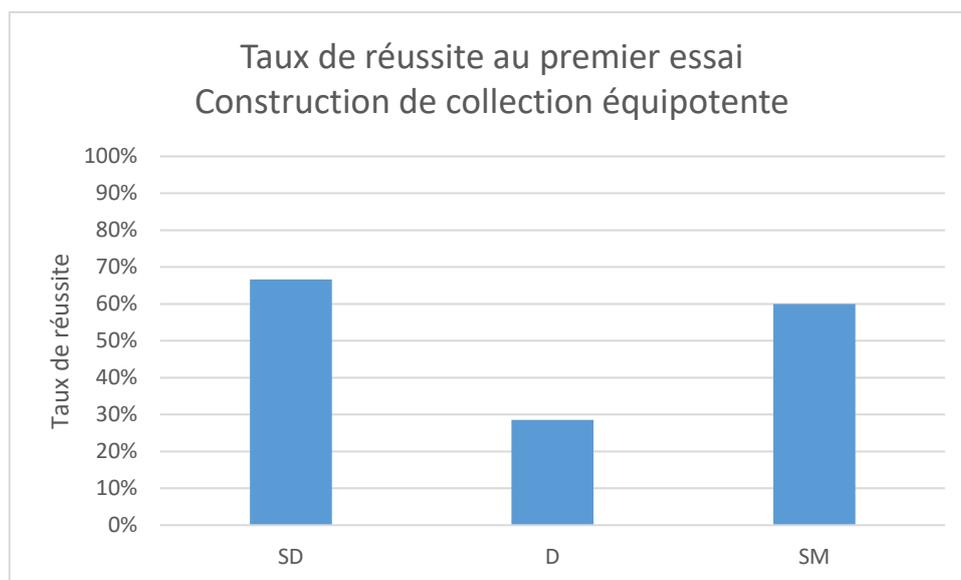


Figure 76 : Taux de réussite au premier essai - Construction de collection équipotente

Plus de la moitié des élèves considérés en difficulté mais ne bénéficiant pas d'un suivi (D) ne réussissent pas la tâche au premier essai (5 élèves sur les 7 que compte cette catégorie). Dans chacune des autres catégories (SD et SM), on comptabilise 2 élèves en échec. Les stratégies utilisées menant à un échec au premier essai sont exclusivement basées sur une estimation de la collection modèle quelle que soit la catégorie.

Lors du deuxième essai, le taux de réussite des élèves sans difficultés (SD) et des élèves suivis pour des troubles en mathématiques (SM) reste identique. En revanche, le taux de réussite augmente considérablement pour les élèves en difficulté (seuls 2 élèves échouent lors du deuxième essai). Lors

de ce deuxième essai, les stratégies évoluent. Seuls 3 élèves ont encore recours à l'estimation, les autres mettent en place des stratégies faisant intervenir le dénombrement. Cependant, ces dernières ne sont pas maîtrisées par tous. Comme on peut le voir dans le Tableau 39, deux élèves considérés sans difficultés (SD) commettent des erreurs lors du dénombrement de la collection modèle (ces élèves dénombrent visuellement la collection) et un élève suivi pour des troubles en mathématiques (SM) dénombre correctement la collection modèle mais procède à une estimation de la collection équipotente.

Catégorie	Estimation de la collection modèle	Dénombrement incorrect de la collection modèle	Estimation de la collection équipotente
SD	0	2	0
D	2	0	0
SM	1	0	1

Tableau 39 : Erreurs observées lors de la construction d'une collection équipotente (2ème essai)

4.3.2. Principes de Gelman et Gallistel

La deuxième tâche du modèle vise l'évaluation des principes de Gelman et Gallistel. La Figure 77 présente le taux moyen de réussite à cette tâche selon nos différentes catégories d'élèves.

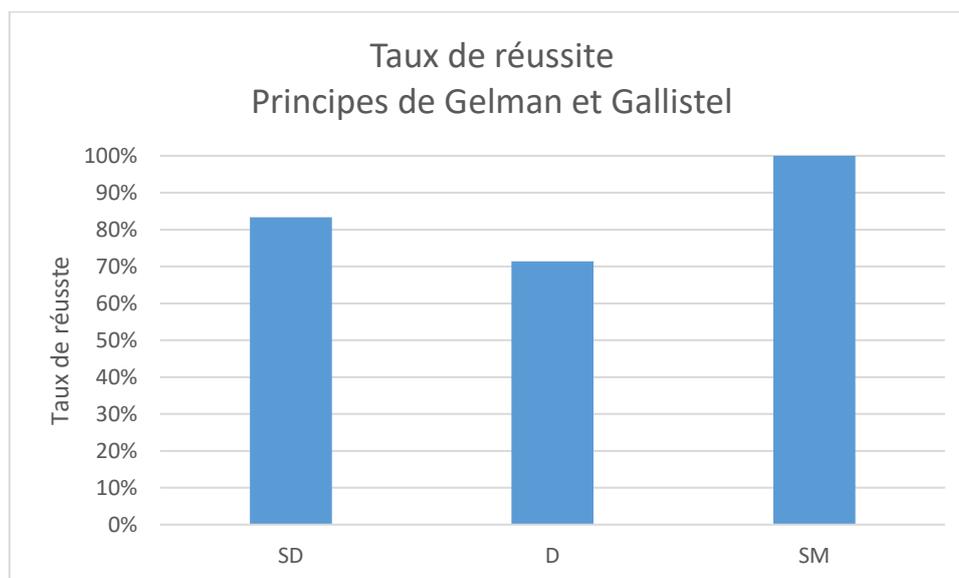


Figure 77 : Taux de réussite - Principes de Gelman et Gallistel

Le taux de réussite à cette tâche est élevé pour toutes les catégories. Peu d'erreurs sont observées. On en relève deux chez les élèves signalés en difficulté (D), l'une étant due à une distraction lors de la résolution de la tâche et l'autre à comptage visuel incorrect. Un élève sans difficultés particulières (SD) donne une réponse incorrecte en déplacement des jetons deux par deux (il en dénombre 12 au lieu de 11).

On peut également remarquer que seuls les élèves en difficulté, suivis ou non (D et SM) utilisent des stratégies de pointage et déplacement des jetons un à un.

4.3.3. Surcomptage

La troisième tâche du module 2 vise à évaluer les capacités de surcomptage. Le taux de réussite moyen à cette tâche en fonction des différentes catégories considérées est présenté à la Figure 78.

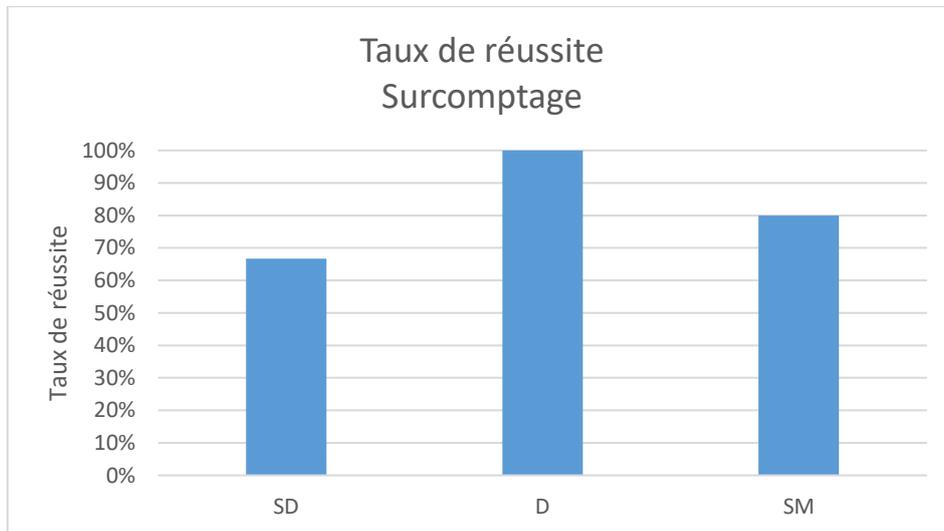


Figure 78 : Taux de réussite - Surcomptage

Trois élèves sont en échec à cette tâche. Deux élèves sans difficultés particulières (SD) répondent de façon incorrecte à l'ajout de 1 (sans recompter le tout) et un élève suivi échoue pour l'ajout de 1 et de 3 (en utilisant un recomptage du tout).

Au niveau des stratégies utilisées, on remarque que seuls les élèves en difficulté, suivi ou non (D et SM) procèdent à un recomptage du tout pour l'ajout d'un ou trois jetons, comme on peut le voir sur la Figure 79. Lors de l'ajout d'un jeton, 3 élèves signalés en difficulté (D) et un élève suivi (SM) utilisent cette stratégie. Celle-ci est utilisée par plus d'élèves suivis lors de l'ajout de 3 jetons (3 élèves sur 5). Seuls deux élèves signalés en difficulté procéderont à un recomptage du tout pour ce deuxième item.

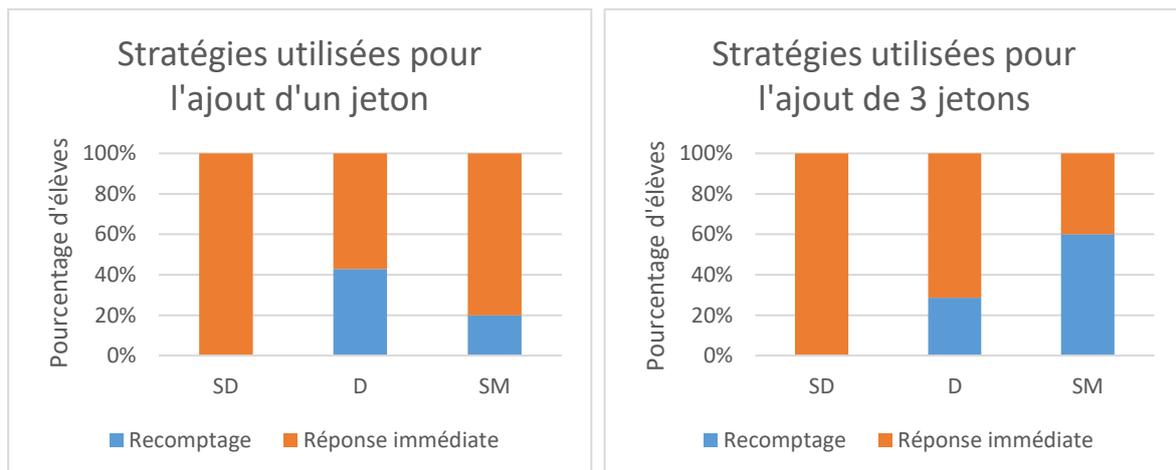


Figure 79 : Stratégies utilisées - Surcomptage

4.3.4. Repérer une position

La dernière tâche du module 2 concerne l'aspect ordinal du nombre et consiste à repérer une position. Les repérages du premier et du troisième jeton sont réussis par tous les élèves sans exception avec placement immédiat. Le taux moyen de réussite au troisième item (repérage du neuvième jeton) en fonction des différentes catégories considérées est présenté à la Figure 80.

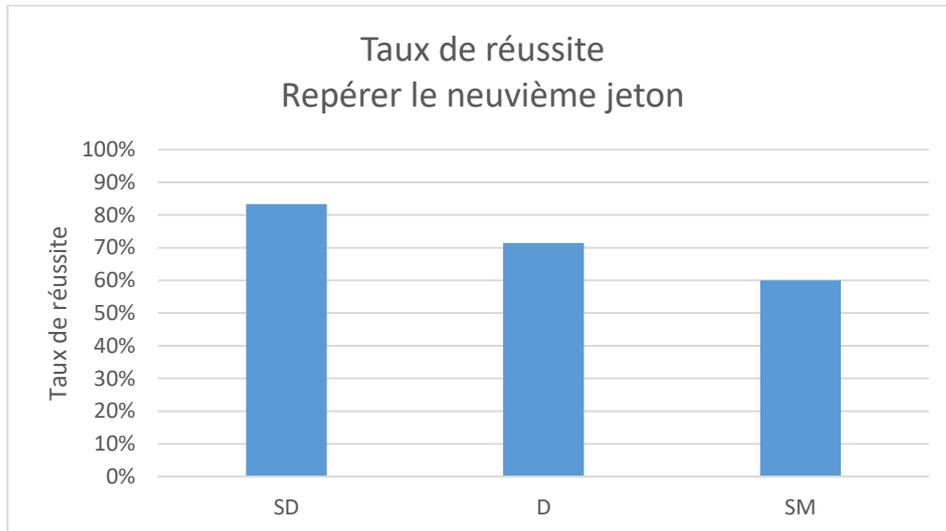


Figure 80 : Taux de réussite - Repérer le neuvième jeton

Ce sont les élèves suivis pour de troubles en mathématiques (SM) qui réussissent le moins bien l'épreuve (2 élèves n'identifient pas correctement le neuvième jeton), suivis par les élèves signalés en difficulté (2 élèves en échec sur 7). Seul un élève n'ayant pas de difficulté particulières (SD) échoue à la tâche. Les erreurs sont principalement dues à des placements approximatifs sans dénombrement (excepté pour un élève suivi qui utilise le dénombrement mais commet une erreur de comptage).

4.3.5. Résumé Module 2

La Figure 81 présente une vue d'ensemble du taux moyen de réussite pour les tâches du module 2 en fonction des différentes catégories d'élèves considérées.

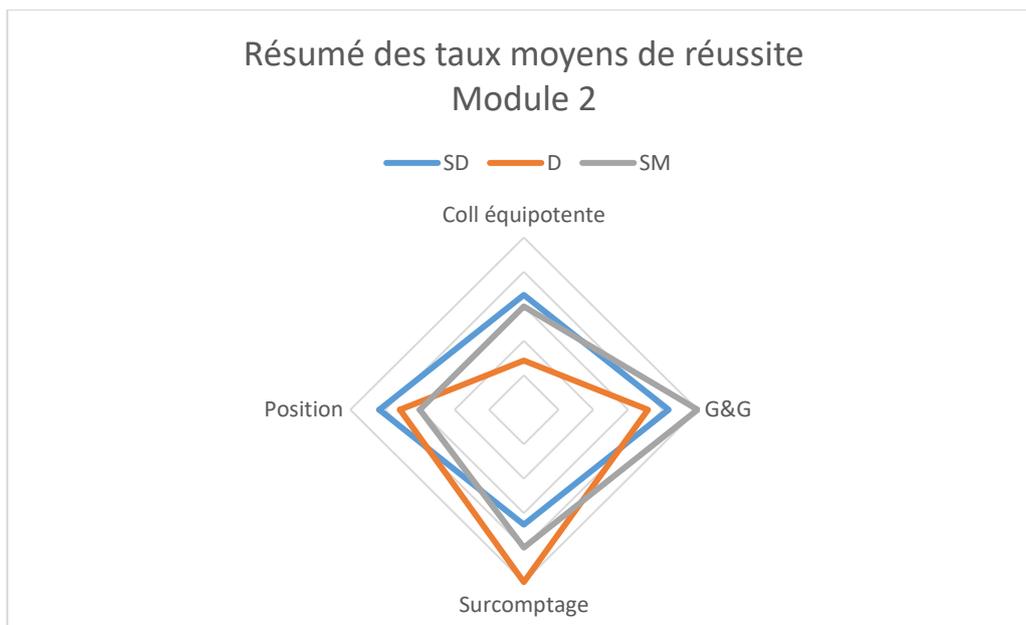


Figure 81 : Résumé des taux moyens de réussite - Module 2

Les scores obtenus aux tâches relatives aux principes de Gelman et Gallistel et au surcomptage ne permettent pas de distinguer les élèves en difficulté (suivis ou non) des autres élèves car ces derniers n'obtiennent pas forcément de scores plus élevés. En revanche des spécificités de stratégies peuvent être identifiées (les élèves en difficulté, suivis ou non, recourent plus souvent que les autres au recomptage du tout).

La tâche de construction de collection équipotente est plus discriminante, les élèves signalés en difficultés ayant des performances particulièrement faibles (au premier essai). La tâche de repérage de position (de la neuvième position plus exactement) est, elle, moins bien réussie pour les élèves en difficulté (suivis ou non). Il semblerait donc que ces élèves aient plus de difficultés à mobiliser le concept de nombre en situation (ordinaire ou cardinale) que les autres élèves, non signalés en difficulté.

4.4. Module 3 : Représentation des nombres

Passons maintenant à l'analyse du module 3. Pour rappel, ce module concerne les représentations des nombres et contient 3 épreuves (voir Figure 82).

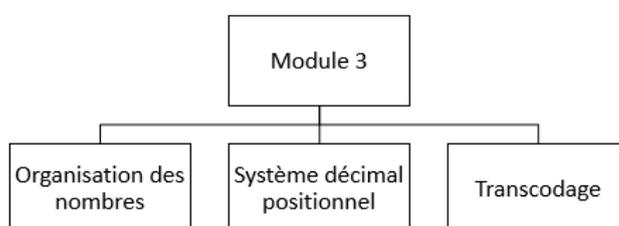


Figure 82 : Structure du module 3

4.4.1. Organisation des nombres

La première tâche regroupe différents items relatifs à l'organisation des nombres. Le score maximal pouvant être obtenu à la tâche est de 29 et nous avons fixé le seuil de réussite à 22 (voir Partie III). Les scores obtenus en fonction des différentes catégories d'élèves sont présentés à la Figure 83.

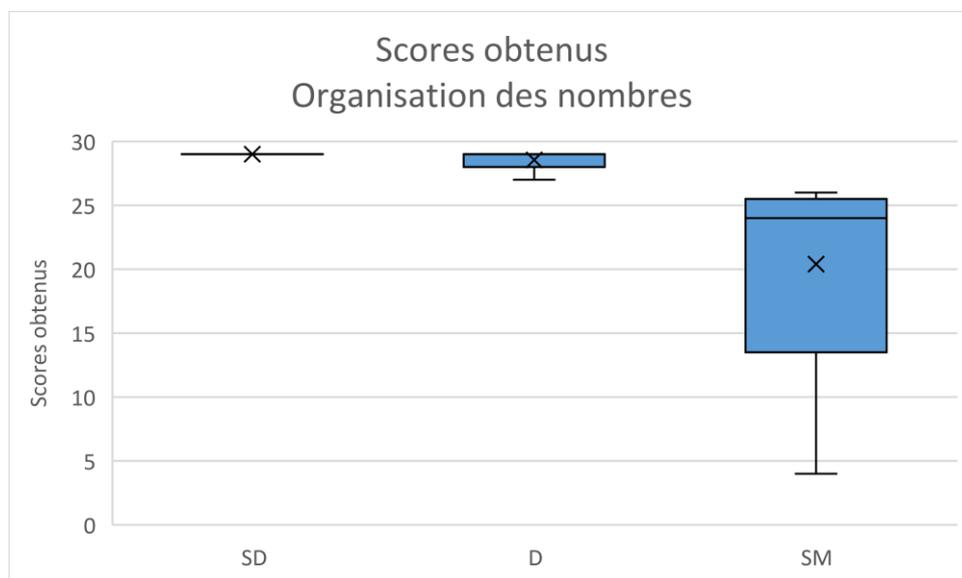


Figure 83 : Scores obtenus - Organisation des nombres

La tâche est très bien réussie par les élèves considérés sans difficultés particulières (SD) ainsi que par les élèves signalés en difficulté et n'étant pas suivis (D). Les élèves bénéficiant d'un suivi en mathématiques (SM) semblent avoir plus de difficultés (leur score moyen est de 20.4/29). Avec le seuil de réussite fixé, seul un élève suivi est considéré en échec à la tâche (4 items réussis sur les 29 proposés). Les scores de ces élèves sont cependant bien en dessous de ceux obtenus par les élèves signalés sans difficulté. Une augmentation du seuil est donc à considérer pour permettre une meilleure identification de ces élèves.

Les élèves suivis pour des troubles en mathématiques sont les seuls à commettre des erreurs sur les items consistant à compléter des bandes numériques. Un élève ne parvient pas à les compléter et un autre écrit 8 entre 17 et 19 et 40-41 avant 50. Cet élève a également la particularité d'écrire ses chiffres en miroir comme on peut le voir sur la Figure 84.

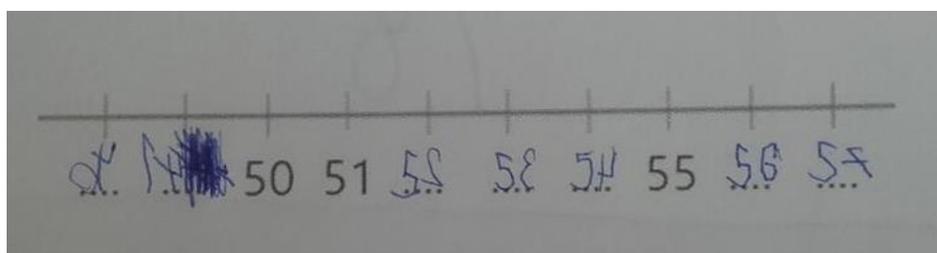


Figure 84 : Exemple de production d'un élève - Bande numérique

Les élèves étant suivis pour des troubles en mathématiques se distinguent aussi au niveau du placement de nombre oraux et écrits sur une droite numérique. En effet on observe un seul placement erroné dans la catégorie des élèves en difficulté tandis que les élèves suivis commettent régulièrement

des erreurs à cette tâche (un seul réussit à placer tous les nombres correctement). Parmi les erreurs rencontrées, on a notamment le cas d'un élève qui compte sur la droite et dit qu'il est impossible de placer les nombres supérieurs à 50. Trois autres élèves écrivent les nombres dans l'ordre présenté. Nous observons également une dissymétrie entre le code oral et le code écrit au sein de cette catégorie d'élève. En effet, pour 3 de ces élèves des erreurs sont observées pour l'un des deux codes alors que la tâche est réussie avec présentation des nombres dans l'autre code.

4.4.2. Système décimal

La deuxième tâche proposée dans le module 3 concerne le système décimal. Le score maximal pouvant être obtenu à la tâche est de 4 et nous avons fixé le seuil de réussite à 3 (voir Partie III). Les scores obtenus par les différentes catégories d'élèves constituées sont présentés à la Figure 85.

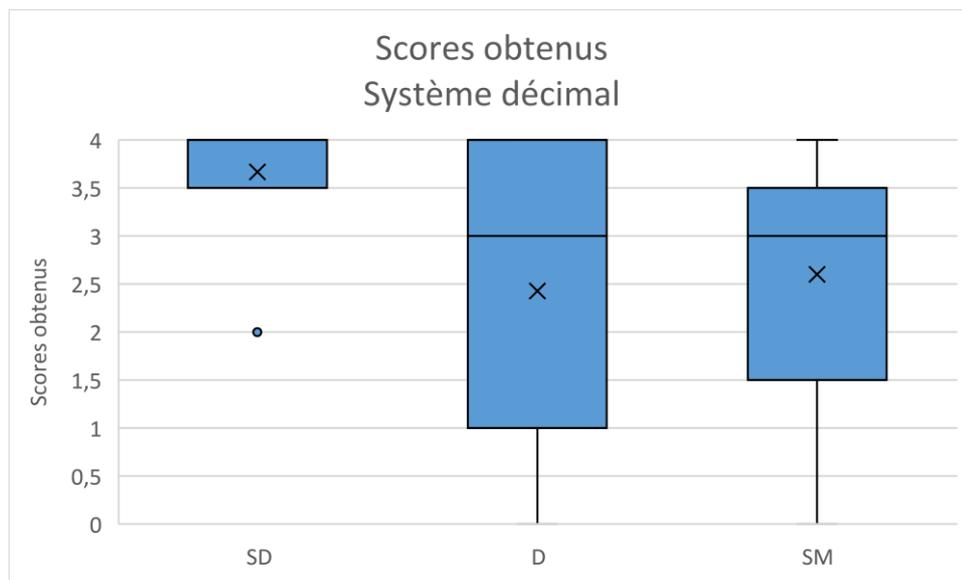


Figure 85 : Scores obtenus - Système décimal

Les performances des élèves en difficulté (signalés par l'enseignant ou suivis pour des troubles en mathématiques) sont sensiblement différentes des performances des élèves considérés sans difficulté. Seul un élève de cette catégorie ne réussit pas parfaitement la tâche. Avec le seuil de réussite fixé, un élève suivi et 3 élèves signalés en difficulté sont considérés en échec ou à un niveau intermédiaire à cette tâche.

Les erreurs commises par les élèves n'éprouvant pas de difficultés particulières (SD) résultent essentiellement d'erreur de comptage (des dizaines ou des unités). Ce type d'erreur est également constaté dans les autres catégories (D et SM) mais on peut également mettre en évidence d'autres types d'erreur chez ces élèves. Deux d'entre eux ne prennent pas en compte les groupements. En effet, ils répondent immédiatement 3 lorsqu'on leur montre l'image contenant 3 barres de 10 cubes. Pour les autres images, l'un dénombre systématiquement le nombre d'objets présents (barres de dix et cubes unités confondus) et l'autre procède à un dénombrement des cubes un par un. Nous observons également des erreurs atypiques (un enfant répond qu'il y a 39 cubes sur l'image contenant 3 barres de 10 cubes).

4.4.3. Transcodage

La dernière tâche du module 3 est une tâche de transcodage. Le score maximal pouvant être obtenu à la tâche est de 19 et nous avons fixé le seuil de réussite à 15 (voir Partie III). Les scores obtenus par les différentes catégories d'élèves constituées sont présentés à la Figure 86.

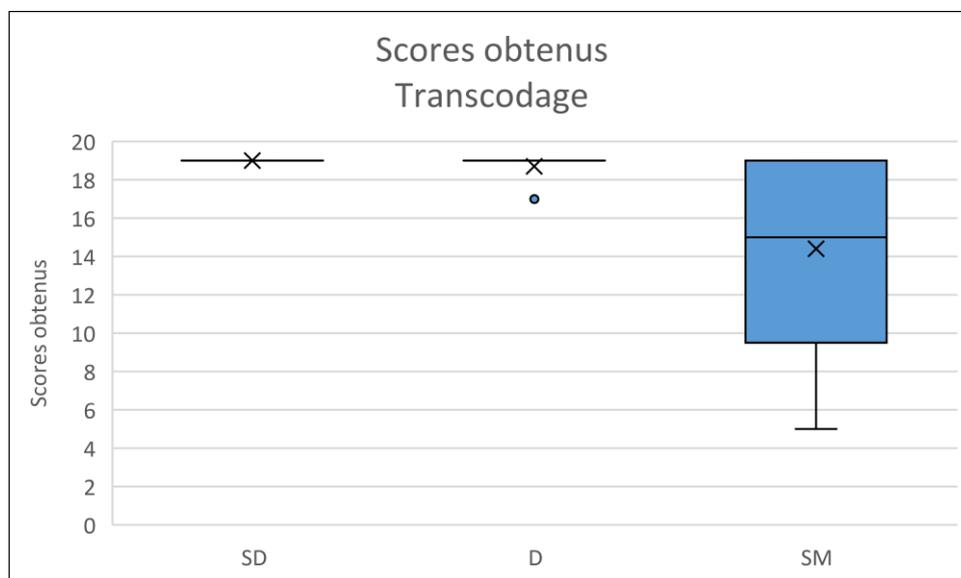


Figure 86 : Scores obtenus - Transcodage

On constate que les performances des élèves suivis (SM) pour des troubles en mathématiques sont nettement inférieures à celles des élèves sans difficultés (SD) et avec difficultés mais sans suivi (SM). Un seul enfant signalé en difficulté et scolarisé en France a commis des erreurs que l'on peut considérer comme « typiques » (Mounier, 2010) : il écrit 817 pour 97 et ne sait pas lire 93. Trois des 5 élèves suivis pour des troubles en mathématiques présentent des difficultés. Deux d'entre eux font 4 à 5 erreurs sur l'ensemble de la tâche (par exemple, 15 lu 50, 84 écrit 44, etc.). Une autre de ces élèves ne sait ni lire ni écrire les nombres au-delà de 20.

Avec le seuil de réussite adopté, seuls deux élèves suivis pour des troubles en mathématiques sont considérés en échec ou à un niveau intermédiaire à cette tâche. Une augmentation du seuil est donc à considérer pour permettre une meilleure identification de ces élèves.

4.4.4. Résumé Module 3

La Figure 87 présente une vue d'ensemble du taux moyen de réussite pour les tâches du module 3 en fonction des différentes catégories d'élèves considérées.

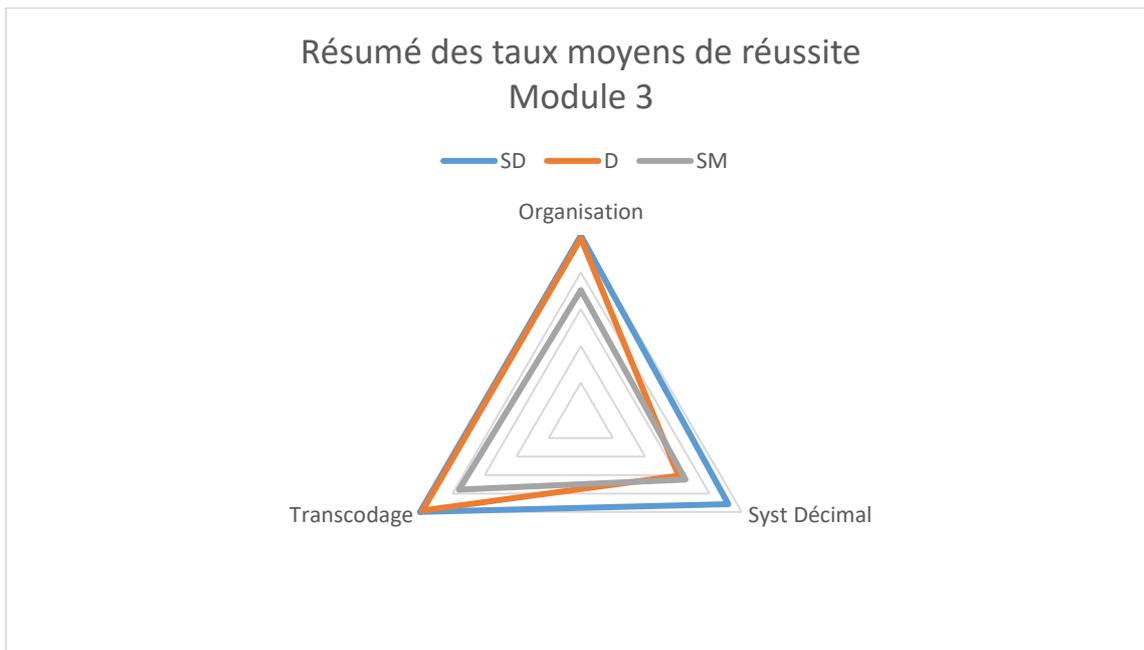


Figure 87 : Résumé des taux moyens de réussite - Module 3

Les performances des élèves aux épreuves de ce modules semblent caractéristiques de leur niveau de difficulté. Les élèves signalés sans difficultés particulières obtiennent des scores élevés à la totalité des épreuves. Les élèves signalés en difficulté par leur enseignant réussissent sans problème les épreuves relatives à l'organisation des nombres et au transcodage mais éprouvent des difficultés avec le système décimal (on peut supposer que ce sont en partie ces difficultés avec le système décimal qui expliqueraient le fait que leur enseignant les considère en difficulté puisqu'il s'agit de l'objectif principal des premières années de l'école élémentaire, Bulletin officiel spécial n°11 du 26 novembre 2015). Les élèves suivis pour des troubles en mathématiques obtiennent, quant à eux, des scores inférieurs aux trois épreuves du module.

4.5. Module 4 : Opérations

Pour finir, analysons les résultats obtenus au module 4. Pour rappel, ce module concerne les opérations et contient 5 épreuves (voir Figure 88).

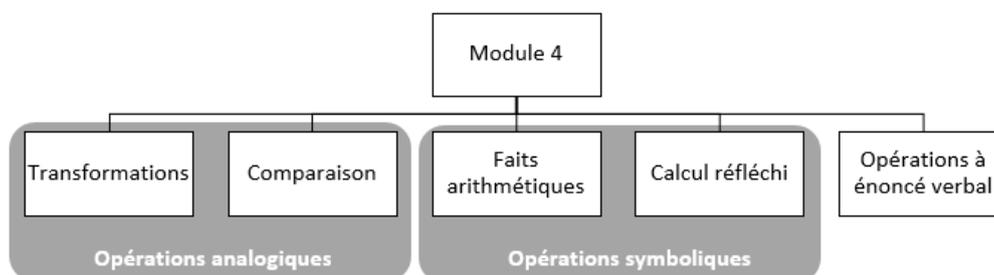


Figure 88 : Structure du module 4

4.5.1. Opérations analogiques – Transformations

La première tâche du module 4 consiste à résoudre des opérations analogiques de type transformation. Le score maximal pouvant être obtenu à la tâche est de 4 et nous avons fixé le seuil de réussite à 3 (voir Partie III). Les scores obtenus en fonction des différentes catégories d'élèves sont présentés à la Figure 89.

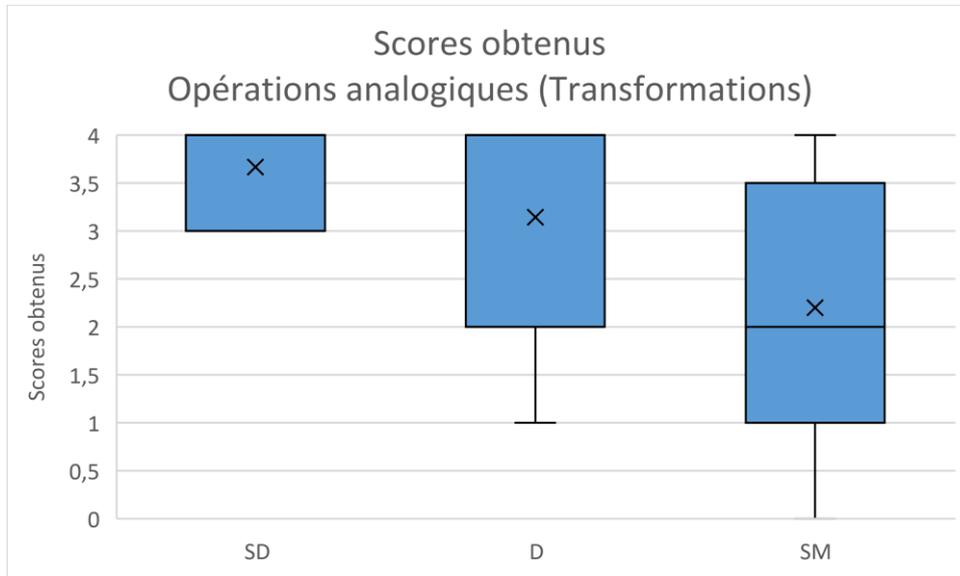


Figure 89 : Scores obtenus - Opérations analogiques (Transformations)

La tâche semble bien réussie pour les élèves considérés sans difficultés (entre 3 et 4 items réussis). Les scores les moins élevés sont obtenus par les élèves suivis pour des troubles en mathématiques (2.2 items réussis en moyenne sur les 4 proposés). Les élèves signalés en difficulté se situent entre ces deux extrêmes.

Avec le seuil de réussite fixé, trois élèves suivis pour des troubles en mathématiques et deux élèves signalés en difficulté sont considérés en échec ou à un niveau intermédiaire à cette tâche.

Examinons plus en détail les taux moyens de réussite aux différents items selon les catégories d'élèves considérées. Ces résultats se trouvent à la Figure 90.



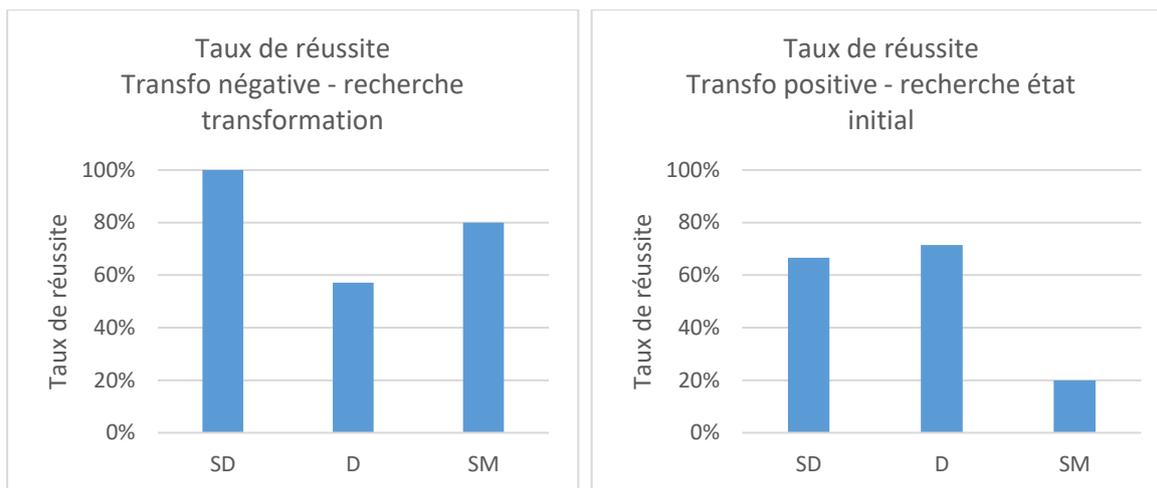


Figure 90 : Taux de réussite par item - Transformation

On remarque que les élèves sans difficultés particulières (SD) réussissent tous les trois premiers items. L'item faisant intervenir une transformation négative avec recherche du tout est le mieux réussi quelle que soit la catégorie d'élève (seule un élève suivi échoue à cet item). L'item posant le plus de difficulté est celui faisant intervenir une transformation positive avec recherche de l'état initial. Ces résultats concordent avec les taux de réussite observés par l'équipe ERMEL (2005a) lors d'une étude portant sur 150 élèves de CE1 (seuls 43% des élèves réussissent les problèmes de type transformation positive avec recherche de l'état initial contre 66% dans le cas de la recherche de l'état final).

En ce qui concerne les stratégies utilisées, elles sont généralement basées sur le calcul. Cependant, certains élèves en difficulté (suivis ou non) procèdent à une reproduction du problème sur leurs doigts.

4.5.2. Opérations analogiques – Comparaison

La deuxième tâche du module 4 consiste à résoudre un problème de comparaison. Le taux moyen de réussite à cette tâche en fonction des différentes catégories d'élèves considérées est présenté à la Figure 91. Nous avons considéré la tâche comme étant échouée si la réponse donnée était correcte mais était donnée au hasard (en estimant les quantités, par exemple).

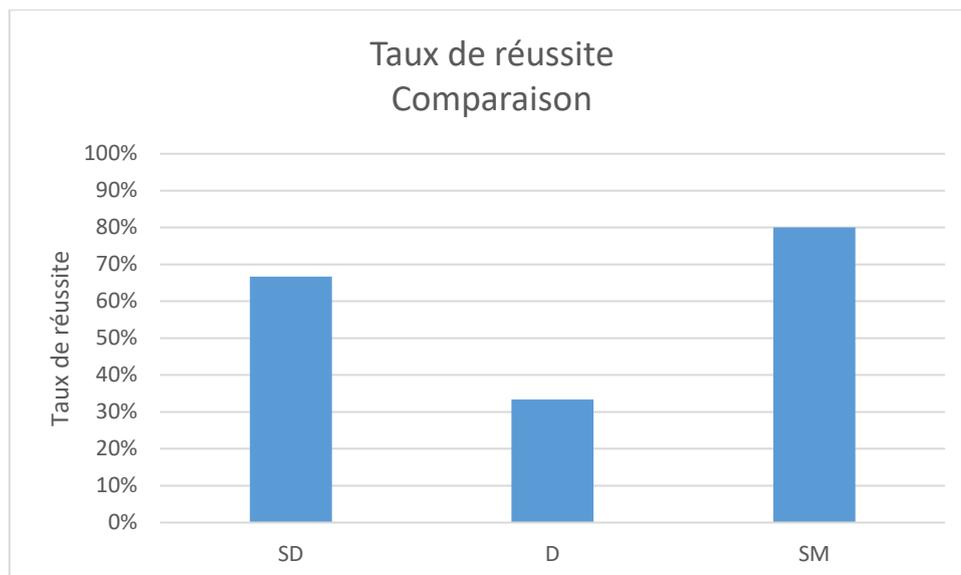


Figure 91 : Taux de réussite – Opérations analogiques (comparaison)

Les élèves en difficulté n'étant pas suivis (D) sont ceux commettant le plus d'erreur à cette tâche (4 élèves échouent sur 6, un élève de cette catégorie n'ayant pas réalisé la tâche). En ce qui concerne les autres catégories, on comptabilise 2 élèves ne réussissant pas la tâche parmi les élèves considérés sans difficultés particulières (SD) et 2 également parmi les élèves suivis pour des troubles en mathématiques (SM).

Ce sont le plus généralement des stratégies ne faisant pas appel au dénombrement (estimation de la quantité) qui conduisent à des échecs. On note cependant une erreur de dénombrement chez un élève ne présentant pas de difficultés particulières et une chez un élève suivi pour des troubles en mathématiques. A noter aussi que tous les élèves n'ouvrent pas les deux boîtes. Deux élèves sans difficultés ont mémorisé la quantité de jetons présents dans une des boîtes car ceux-ci ont été utilisés lors d'épreuves précédentes. Trois élèves en difficulté n'ouvrent également qu'une des deux boîtes et procèdent à une comparaison au hasard.

4.5.3. Opérations symboliques – Faits arithmétiques

La troisième tâche du module 4 vise l'évaluation des faits arithmétiques. Le score maximal pouvant être obtenu à la tâche est de 8 et nous avons fixé le seuil de réussite à 6 (voir Partie III). La Figure 92 présente les scores obtenus par les différentes catégories d'élèves considérées.

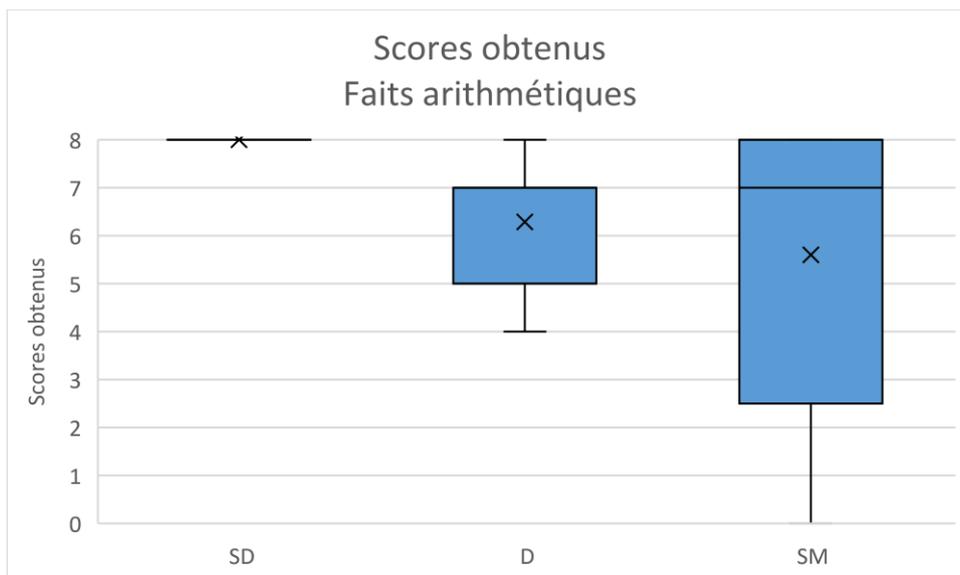


Figure 92 : Scores obtenus - Faits arithmétiques

On ne constate aucune erreur à cette tâche pour les élèves ne rencontrant pas de difficulté particulière en mathématiques (SD), ce qui n'est pas le cas des élèves en difficulté, suivis ou non (D et DM). Les scores moyens de ces deux catégories sont respectivement de 6.2 et 5.6 items réussis sur 8. Avec le seuil de réussite fixé, deux élèves suivis et deux élèves signalés en difficulté sont considérés en échec à la tâche ou à un niveau intermédiaire.

Si on analyse les stratégies de réponse, on constate que la récupération directe en mémoire (que nous avons identifié par une réponse immédiate à l'item proposé) est beaucoup plus importante chez les élèves sans difficultés que chez les autres élèves (comme on peut le voir sur la Figure 93). En effet, le nombre moyen de faits arithmétiques qui semblent être automatisés est seulement de 2,7 pour les élèves en difficulté sans suivi et de 1,6 pour les élèves suivis pour des troubles en mathématiques. Ces difficultés de mémorisation des faits arithmétiques, mises en évidence dans les études concernant les élèves dyscalculiques (Geary, 1990), semblent donc caractériser l'ensemble des élèves en difficultés.

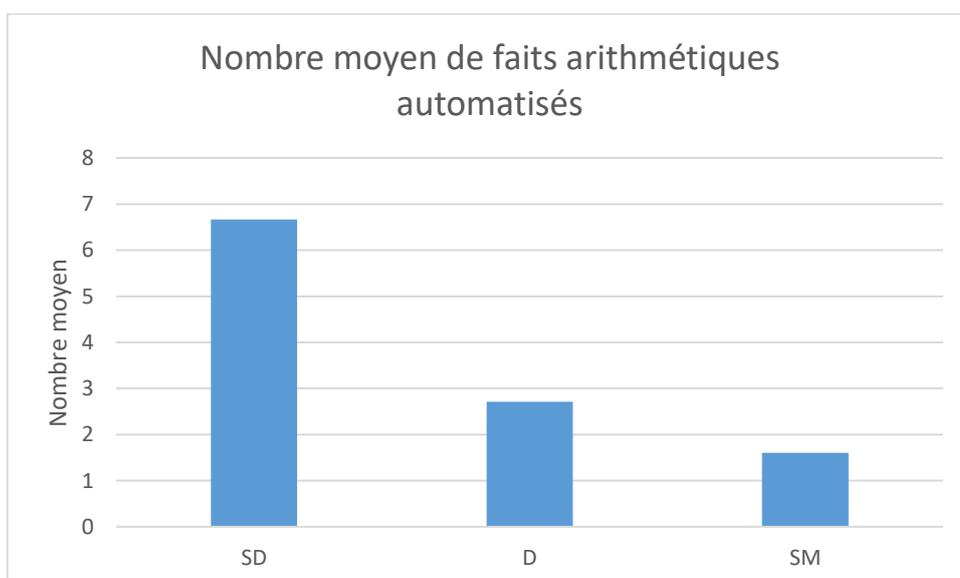


Figure 93 : Nombre moyen de faits arithmétiques automatisés

Les enfants en difficulté (qu'ils soient suivis ou non) sont également les seuls à utiliser des stratégies de type comptage sur les doigts pour résoudre les opérations proposées dans cette tâche.

4.5.4. Opérations symboliques – Calcul réfléchi

La quatrième tâche proposée dans le module 4 concerne la résolution d'opérations symboliques de type calcul réfléchi. Le score maximal pouvant être obtenu à la tâche est de 7 et nous avons fixé le seuil de réussite à 5 (voir Partie III). Les scores obtenus à cette tâche selon les différentes catégories d'élèves considérées sont présentés à la Figure 94.

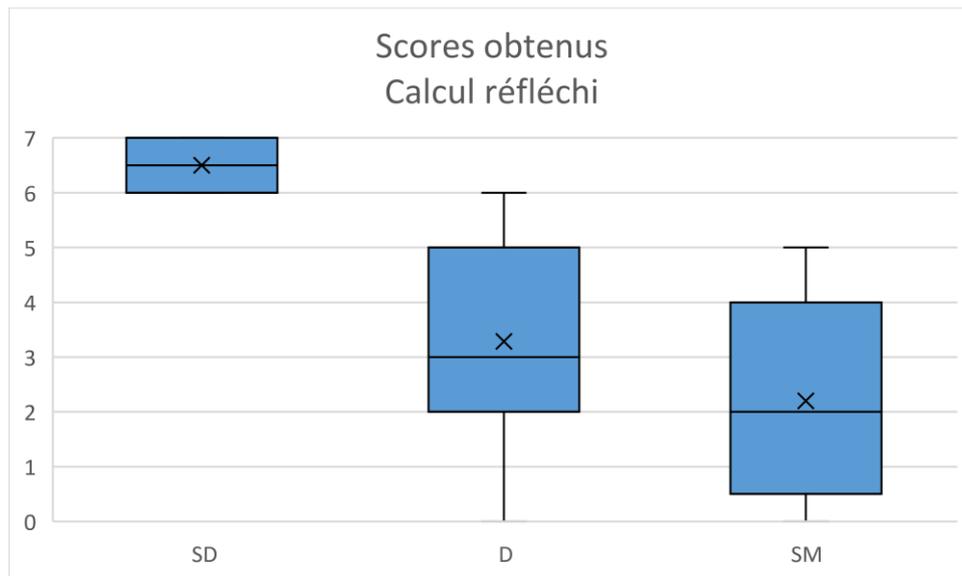


Figure 94 : Scores obtenus - Calcul réfléchi

Les élèves considérés sans difficultés particulières réussissent entre 6 et 7 items. Les performances des deux autres catégories d'élèves sont nettement moins bonnes (3.2 items réussis en moyenne pour les élèves signalés en difficulté et 2.2 pour les élèves suivis pour des troubles en mathématiques). Avec le seuil de réussite fixé, 4 des 5 élèves suivis sont considérés en échec à la tâche. C'est également le cas de 5 des 7 élèves signalés en difficulté.

Les items posant le plus de difficultés sont les items de type DU+DU²⁰ avec passage à la dizaine, de type DU-U avec retenue et de type DU-DU sans retenue. La tâche est considérée comme réussie pour seulement deux élèves en difficulté non suivis et un élève suivi pour des troubles en mathématiques, les autres élèves de ces catégories sont à un niveau intermédiaire ou en échec (selon notre système de cotation établi à la Partie III).

Des stratégies de type comptage sur les doigts ou faisant intervenir une technique opératoire écrite sont uniquement observées pour les élèves en difficulté (suivis ou non).

4.5.5. Opérations énoncé verbal

La dernière tâche du module 4 consiste à résoudre des opérations à énoncé verbal. Le score maximal pouvant être obtenu à la tâche est de 4 et nous avons fixé le seuil de réussite à 3 (voir Partie III). Les

²⁰ D = dizaines, U = unités, dans ce cas, il s'agit d'items faisant intervenir des nombres à deux chiffres (15+26, par exemple).

scores obtenus en fonction des différentes catégories d'élèves considérées sont présentés à la Figure 95.

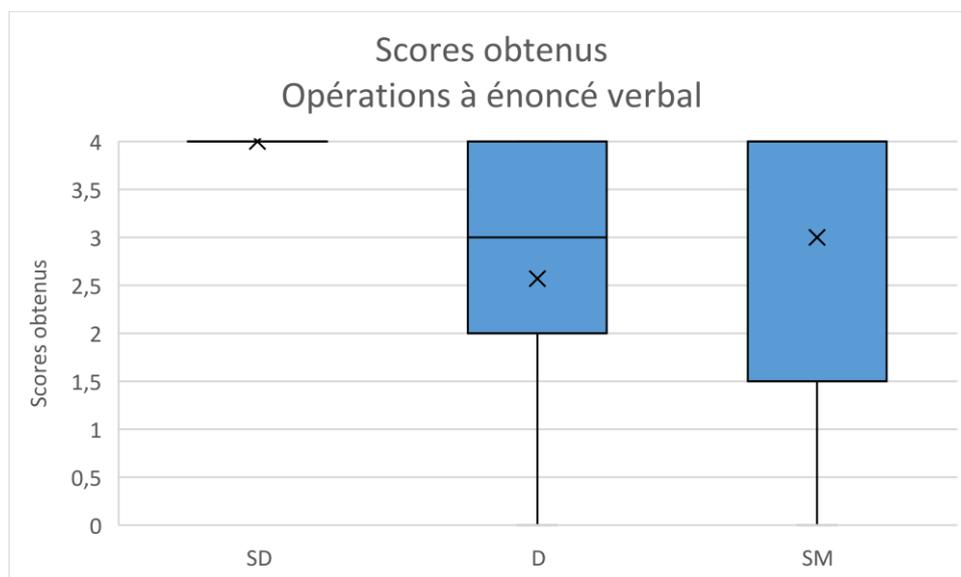


Figure 95 : Scores obtenus - Opérations à énoncé verbal

Les élèves considérés sans difficultés particulières réussissent tous les items sans exception. Trois des cinq élèves suivis pour des troubles en mathématiques ont répondu correctement à tous les items, un élève a commis une erreur et un autre a répondu de façon erronée ou n'a pas su répondre à tous les items proposés. En revanche, parmi les élèves en difficulté (D), seuls deux élèves sur 7 ont répondu correctement à tous les items. Avec le seuil de réussite fixé, un élève suivi et 3 élèves signalés en difficultés sont donc considérés en échec ou à un niveau intermédiaire à cette tâche.

En examinant plus en détail les items, on comptabilise 2 élèves signalés en difficulté sans suivi en échec pour les items faisant intervenir un problème de type combinaison avec recherche du tout ou un problème de type transformation positive avec recherche du tout. Les problèmes de type combinaison avec recherche d'une partie ou de type comparaison avec recherche de la comparaison semblent engendrer plus de difficultés (4 élèves sur 7 donnent des réponses erronées). Les erreurs résultent en général d'un mauvais choix d'opération. Ce qui explique que les deux énoncés posant problèmes sont ceux faisant intervenir une soustraction.

Au niveau des stratégies utilisées, on remarque encore une fois que seuls les élèves en difficulté (suivis ou non) utilisent leurs doigts.

4.5.6. Résumé Module 4

La Figure 96 présente une vue d'ensemble du taux moyen de réussite pour les tâches du module 4 en fonction des différentes catégories d'élèves considérées.

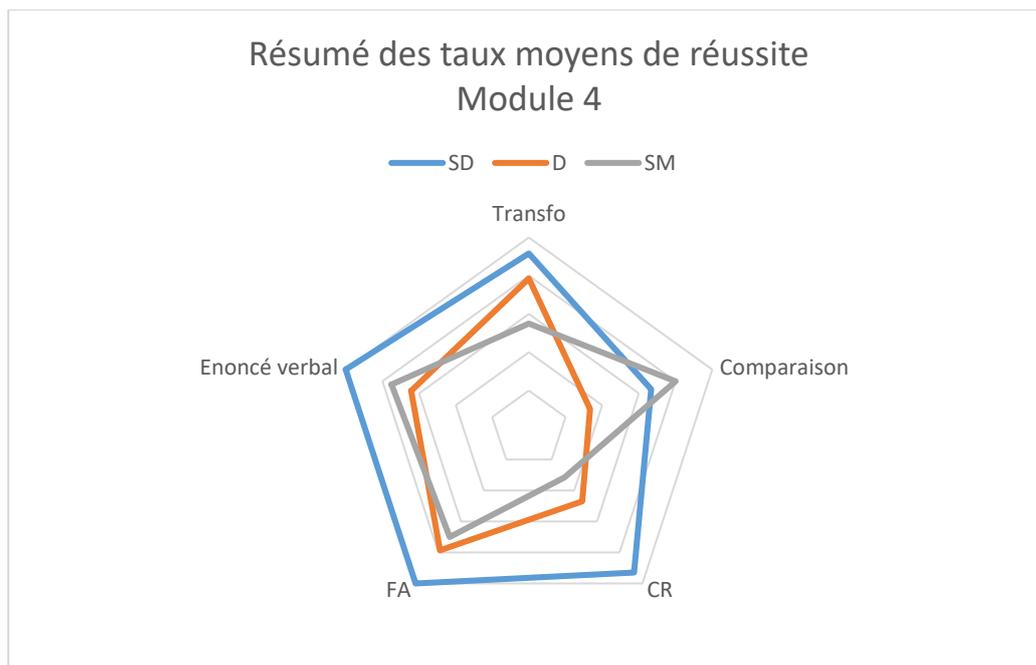


Figure 96 : Résumé des taux moyens de réussite - Module 4

Les tâches de ce module sont en général bien réussies par les élèves ne présentant pas de difficultés particulières selon leur enseignant. On constate des performances plus faibles pour les élèves en difficulté (suivis ou non). Seule la tâche de comparaison fait exception car les performances des élèves sans difficultés signalées et des élèves suivis sont similaires et celles des élèves signalés en difficultés en dessous.

On constate également d'autres différences entre les élèves en difficultés (suivis ou non) et les autres élèves :

- les faits arithmétiques sont peu automatisés chez les élèves en difficulté ;
- ceux-ci utilisent plus régulièrement leurs doigts pour calculer (même pour des calculs simples).

5. Discussion

Ces premières expérimentations nous ont permis d'identifier une série de tâches peu discriminantes :

- les tâches de comparaison analogique, de subitizing/estimation et celle visant à évaluer les principes de Gelman et Gallistel qui sont bien réussies par l'ensemble des élèves (qu'ils soient ou non en difficulté) ;
- les tâches relatives à la correspondance terme à terme, à l'énumération, au surcomptage et aux opérations analogiques de type comparaison pour lesquelles le taux d'erreur est similaire pour l'ensemble des élèves (les élèves n'étant pas signalés en difficultés par l'enseignant font autant d'erreurs que les autres élèves).

Nous pouvons donc nous poser la question de la pertinence de ces tâches au sein de notre dispositif.

En ce qui concerne les spécificités des élèves signalés en difficultés par l'enseignant et des élèves suivis pour des troubles en mathématiques, différents éléments peuvent être soulignés.

D'une part, certaines épreuves sont moins bien réussies par les élèves en difficultés (qu'ils soient suivis ou non). C'est le cas des épreuves consistant à repérer une position, des épreuves relatives au système décimal, aux opérations analogiques (de type transformation), aux faits arithmétiques, au calcul réfléchi et aux opérations à énoncé verbal. Les tâches évaluant la maîtrise de la suite numérique, d'organisation des nombres et de transcodages posent, en revanche, exclusivement problème aux élèves suivis pour des troubles en mathématiques. On pourrait donc supposer que le code verbal et écrit est bien maîtrisé par les élèves signalés en difficultés mais non suivis, contrairement aux élèves suivis.

D'autre part, d'autres tâches semblent particulièrement poser problème aux élèves signalés en difficulté mais non suivis. C'est le cas des tâches complexes nécessitant une anticipation de la procédure de résolution ainsi que la mémorisation des quantités en jeu telles que les tâches de construction de collection équipotente et de résolution d'opérations analogiques (de type comparaison).

Au niveau des stratégies utilisées, les élèves en difficultés (qu'ils soient ou non suivis) semblent avoir plus régulièrement recours à des stratégies « immatures » telles que l'utilisation des doigts, le recomptage du tout (pour le surcomptage), etc. L'automatisation des faits arithmétiques ne semble également pas acquise pour ces élèves. Ce type de comportement, mis en évidence dans la littérature pour caractériser les élèves dyscalculiques (Geary, 1990; Ostad, 2002), semble donc concerner l'ensemble des élèves en difficultés (qu'ils soient ou non suivis).

Cette première expérimentation nous amène également à reconsidérer le système de cotation utilisé. En effet, le seuil de 75% de réussite ne permet pas toujours d'identifier des scores qui diffèrent sensiblement des scores obtenus par des élèves considérés comme n'ayant pas de difficultés particulières. C'est le cas de l'épreuve d'organisation des nombres pour laquelle une réussite à 80% est quand même signe de difficulté, l'épreuve étant réussie à 100% par les élèves sans difficulté. Pour remédier à ce problème, nous pourrions réévaluer les seuils de réussite ou mettre en place une échelle de score non linéaire en donnant plus de poids à certains items. La prise en compte des stratégies de résolution dans la cotation pourrait également être envisagée puisque certaines stratégies semblent caractéristiques des élèves en difficulté.

CONCLUSION ET PERSPECTIVES

Dans ce travail, nous nous sommes intéressés à la place de la didactique des mathématiques dans la recherche sur la dyscalculie et de la manière de concilier les approches (en didactique et en cognition numérique) pour une meilleure compréhension des troubles et difficultés d'apprentissage en mathématique. Nous avons plus particulièrement traité les questions de recherche suivantes :

Q1 : Quels sont les points de convergence et de divergence entre didactique des mathématiques et cognition numérique en ce qui concerne la construction du nombre à l'entrée à l'école élémentaire ?

Q2 : Comment concevoir un dispositif pouvant être utilisé par l'enseignant dans la mise en place de remédiations mais aussi par l'orthophoniste dans le cas de difficultés persistantes ?

Q2.1 : Quelles tâches (en termes d'habillage et de variables) sont utilisées dans les tests issus de la didactique des mathématiques et de la cognition numérique pour évaluer les compétences numériques de base ?

Q2.2 : Comment les choisir et les combiner pour construire un dispositif pouvant être utilisé par l'enseignant pour orienter une remédiation ET par les professionnels médicaux et paramédicaux en cas d'échec de la remédiation ?

Nous résumerons, dans cette conclusion, les éléments de réponse apportés à ces questions tout au long de ce travail. Nous envisagerons également de nouvelles questions et perspectives de recherche.

1. Résultats

Dans cette première partie de la conclusion, nous présenterons les résultats de notre travail ainsi que les réponses apportées à nos questions de recherche.

1.1. Apports croisés des recherches en didactique et cognition numérique

Pour répondre à notre première question de recherche concernant les points de convergence et de divergence entre didactique des mathématiques et cognition numérique relativement à la construction du nombre à l'entrée à l'école élémentaire (**Q1**), nous avons effectué une revue de littérature des travaux issus de la didactique et de la cognition numérique (Partie II). Cette double revue de littérature nous a permis d'identifier les éléments clés de la construction du nombre propres à chaque champ disciplinaire considéré. L'identification des points de convergence et de divergence a été réalisée à travers deux étapes de l'analyse des tests destinés à évaluer les compétences numériques de base (Partie III) :

- la création de la grille d'analyse au sein de laquelle nous avons mis en évidence des critères communs ou spécifiques à la didactique des mathématiques et à la cognition numérique : les recherches en cognition numérique semblent, par exemple, peu tenir compte du caractère manipulable des objets, contrairement aux recherches en didactique des mathématiques. En revanche, la prise en compte du temps de réaction lors de la résolution d'une tâche semble spécifique à la cognition numérique. Des variables communes peuvent également être identifiées (comme la taille des nombres intervenant dans les tâches de transcodage ou de calcul, par exemple) ;

- l'analyse comparative des tests où ont été identifiées des tâches communes et spécifiques à ces deux champs disciplinaires (celles-ci sont décrites plus en détail dans la section suivante).

De plus, la grille construite peut être réutilisée pour analyser d'autres tests de même type en vue notamment d'élargir l'étude pour engager une comparaison sur plusieurs pays. Elle pourrait également être complétée dans le cas où de nouveaux critères seraient mis en évidence dans de futures recherches en didactique ou en cognition numérique.

1.2. Analyse comparative des tests destinés à évaluer les compétences numériques de base

L'analyse comparative des tests destinés à évaluer les compétences numériques de base (Partie III) nous a également permis de répondre à la première partie de la question 2 (Q2.1). En effet, nous avons identifié une série de tâches communes à l'ensemble des tests, c'est-à-dire des tâches présentes dans les tests issus de la cognition numérique mais également dans les tests construits sur des fondements en didactique des mathématiques. Parmi ces tâches, on retrouve notamment les tâches relatives à la maîtrise de la suite numérique verbale, des tâches de dénombrement, de transcodage et de résolution d'opérations analogiques et symboliques, qui sont présentes dans la grande majorité des tests ainsi que des tâches liées à la représentation décimale que l'on ne retrouve que dans peu de tests mais qui présentent également la particularité d'être communes aux deux types de fondements théoriques.

Nous avons également mis en évidence des tâches qui ne se trouvent que dans les tests en cognition numérique et qui sont donc absentes des tests en didactique. Parmi ces tâches, on retrouve les tâches visant à évaluer le sens du nombre, les représentations analogiques, l'estimation et le subitizing ou encore les opérations à énoncé verbal ainsi que les opérations logiques. D'autres types de tâches sont, en revanche, présentes uniquement dans les tests issus de la didactique des mathématiques. C'est le cas des tâches de dénombrement dans lesquelles l'enfant doit extraire un certain nombre d'objets d'une collection donnée et également des tâches de traductions d'écritures numériques mettant en jeu des écritures en unités de numération non canoniques. Un autre type de tâche spécifique aux tests en didactique peut également être identifié : il s'agit des tâches dans lesquelles le nombre est utilisé pour exprimer ou repérer une position.

Enfin, certaines compétences et connaissances mises en évidence dans notre grille d'analyse se révèlent absentes des tests, qu'ils soient issus de la cognition numérique ou de la didactique. C'est le cas de l'énumération (indépendamment du dénombrement) et de la maîtrise du code écrit (plus particulièrement de l'aspect algorithmique de la suite numérique écrite).

1.3. Mise en évidence de biais dans les tests en cognition numérique

Les cadres didactiques mobilisés, en plus de nous servir d'outil d'analyse nous permettant de structurer notre grille, nous apportent également un autre regard sur les tests issus de la cognition numérique qui ne sont pas destinés au milieu scolaire. Ils fournissent ainsi un cadre d'analyse critique permettant de mettre en évidence certains biais de ces tests (éléments non évalués comme l'énumération ou remise en question du choix des variables dans certaines tâches). Ces éléments confortent donc l'intérêt de la didactique des mathématiques dans la recherche concernant la dyscalculie, en particulier en ce qui concerne le diagnostic.

1.4. Conception du dispositif de repérage de difficultés en mathématiques

Le dispositif que nous avons mis au point (Partie IV) pour répondre à la deuxième partie de la question 2 (Q2.2), vise à faciliter la communication et les échanges entre enseignant et orthophoniste autour des difficultés rencontrées par l'enfant en mathématiques pour qu'un partenariat efficace puisse s'installer entre eux. Il tient compte des spécificités de chaque champ disciplinaire (cognition numérique et didactique) et permet de renforcer la place et le rôle de chacun (orthophoniste et enseignant) dans l'encadrement des enfants en difficulté.

En pratique, le dispositif est destiné, dans un premier temps, à l'enseignant afin de lui permettre de définir un profil de compétence de l'élève et de prendre conscience de l'étendue de ses difficultés. L'enseignant peut alors mettre en place des aménagements ou remédiations (dans le cadre d'Activités Pédagogiques Complémentaires, par exemple). Cette première utilisation permet de renforcer le rôle de l'enseignant et de limiter le recours aux professionnels médicaux aux élèves dont les difficultés sont résistantes aux remédiations pédagogiques. Dans un second temps et si les performances de l'élève restent nettement inférieures à ce qui est attendu compte tenu de son niveau scolaire et persistent malgré les remédiations, l'enseignant peut effectuer un signalement à l'orthophoniste (via les parents ou le psychologue scolaire) et lui transmettre les résultats de l'élève. Ces résultats permettront à l'orthophoniste d'identifier les connaissances et compétences manifestées par l'élève dans le cadre scolaire et éventuellement d'orienter son diagnostic. Actuellement, le dispositif est donc conçu pour la transmission d'informations de l'enseignant à l'orthophoniste mais nous envisageons également la possibilité qu'il soit utilisé par l'orthophoniste, après le diagnostic, pour transmettre de nouvelles informations à l'enseignant. Nous pourrions également envisager d'étudier l'impact des remédiations effectuées par l'enseignant ainsi que celles mises en place par l'orthophoniste et comparer leur nature.

Nous nous sommes appuyés sur les résultats de l'analyse des tests existants effectuée dans la Partie III pour le choix de nos tâches. En vue de nos objectifs, nous avons inclus dans notre dispositif les tâches communes aux tests issus de la cognition numérique et de la didactique, les performances de l'élève à ces tâches pouvant dès lors être interprétées à la fois par les enseignants et par les orthophonistes. Nous avons également inséré certaines tâches spécifiques aux tests provenant de la recherche en cognition numérique ou en didactique. En effet, même si celles-ci restent informatives pour l'un des deux professionnels, elles constituent une source d'information importante pour l'autre. De nouvelles tâches ont été conçues pour l'évaluation des connaissances et compétences absentes des tests analysés. En ce qui concerne le choix des variables, nous nous sommes appuyés principalement sur les tests existants. Dans le cas des tâches non présentes dans les tests ou en l'absence de consensus concernant l'une ou l'autre variable, nous nous sommes référés à la revue de littérature en didactique effectuée dans la Partie II.

Le dispositif présente une structure en quatre modules (voir Figure 97) et combine support numérique et matériel concret. Il est accessible via l'adresse suivante (un code d'identification est nécessaire pour y accéder, pour l'obtenir contacter l'administrateur²¹) :

<http://utile.univ-reims.fr/limesurvey/index.php/777571?newtest=Y&lang=fr>

²¹ florencepeteers@hotmail.fr

Module 1 Prérequis	Module 2 Aspect cardinal et ordinal du nombre	Module 3 Représentations du nombre	Module 4 Opérations
<ul style="list-style-type: none"> • Comparaisons analogiques • Subitizing et estimation • Correspondance terme à terme • Énumération • Chaîne numérique verbale 	<ul style="list-style-type: none"> • Aspect cardinal • Construction d'une collection équipotente • Principes de Gelman et Gallistel • Surcomptage • Aspect ordinal : repérer une position 	<ul style="list-style-type: none"> • Organisation des nombres • Système décimal positionnel • Transcodage 	<ul style="list-style-type: none"> • Opérations analogiques • Transformations • Comparaison • Opérations symboliques • Faits arithmétiques • Calcul réfléchi • Opérations à énoncé verbal

Figure 97 : Structure générale du dispositif

1.5. Validation expérimentale du dispositif

En vue de tester l'efficacité du dispositif conçu dans la Partie IV, nous l'avons mis à l'épreuve sur le terrain. Les résultats des expérimentations ont été décrits dans la Partie V du travail. Ces expérimentations ont montré que le dispositif est bien opérationnel au niveau ergonomique et fonctionnel (le support est facilement utilisable, la durée du test est adaptée et celui-ci fonctionne correctement au niveau de l'encodage des résultats ainsi que du retour fourni à l'utilisateur).

Une première validation au niveau des tâches et variables choisies a été réalisée. Pour ce faire, nous avons effectué une analyse comparative des résultats obtenus par 18 élèves de 7 à 9 ans, classés en 3 catégories : les élèves n'ayant pas de difficultés particulières en mathématiques (selon leur enseignant), les élèves étant signalés en difficulté par leur enseignant sans être diagnostiqués et/ou suivis par un professionnel médical ou paramédical et les élèves diagnostiqués et/ou suivis par un professionnel médical ou paramédical. Cette analyse nous a permis d'identifier une série de tâches peu discriminantes :

- les tâches de comparaison analogique, de subitizing/estimation et celle visant à évaluer les principes de Gelman et Gallistel qui sont bien réussies par l'ensemble des élèves (qu'ils soient ou non en difficulté) ;
- les tâches relatives à la correspondance terme à terme, à l'énumération, au surcomptage et aux opérations analogiques de type comparaison pour lesquelles le taux d'erreur est similaire pour l'ensemble des élèves (les élèves n'étant pas signalés en difficultés par l'enseignant font autant d'erreurs que les autres élèves).

Nous pouvons donc nous poser la question de la pertinence de ces tâches au sein de notre dispositif.

En ce qui concerne les spécificités des élèves signalés en difficultés par l'enseignant et des élèves suivis pour des troubles en mathématiques, différents éléments ont été soulignés.

D'une part, certaines épreuves sont moins bien réussies par les élèves en difficultés (qu'ils soient suivis ou non). C'est les cas des épreuves consistant à repérer une position, des épreuves relatives au système décimal, aux opérations analogiques (de type transformation), aux faits arithmétiques, au

calcul réfléchi et aux opérations à énoncé verbal. Les tâches évaluant la maîtrise de la suite numérique, d'organisation des nombres et de transcodages posent, en revanche, exclusivement problème aux élèves suivis pour des troubles en mathématiques. Le code verbal et écrit semble donc moins bien maîtrisé par ces élèves. Rappelons que ce que nous avons identifié ici relève bien de difficultés. On pourrait se demander si la présence de telles difficultés justifie le diagnostic porté sur ces élèves.

D'autre part, d'autres tâches semblent particulièrement poser problème aux élèves signalés en difficulté mais non suivis. C'est le cas des tâches complexes nécessitant une anticipation de la procédure de résolution ainsi que la mémorisation des quantités en jeu telles que les tâches de construction de collection équipotente et de résolution d'opérations analogiques (de type comparaison).

Au niveau des stratégies utilisées, les élèves en difficultés (qu'ils soient ou non suivis) semblent avoir plus régulièrement recours à des stratégies « immatures » telles que l'utilisation des doigts, le recomptage du tout (pour le surcomptage), etc. L'automatisation des faits arithmétiques ne semble également pas acquise pour ces élèves. Ce type de comportement, mis en évidence dans la littérature pour caractériser les élèves dyscalculiques (Geary, 1990; Ostad, 2002), semble donc concerner l'ensemble des élèves en difficultés (qu'ils soient ou non suivis).

2. Perspectives de recherche

Dans cette seconde partie de la conclusion, nous présenterons quelques perspectives de recherches suite au travail réalisé.

2.1. Développement de recherches à l'interface entre didactique et cognition

Ce travail s'inscrit à l'interface entre didactique des mathématiques et cognition numérique. Il nous paraît important de développer de telles recherches interdisciplinaires afin de construire un domaine de recherche à l'articulation entre ces deux champs disciplinaires. En effet, les travaux en neurosciences et sciences cognitives peuvent apporter des suggestions quant aux pratiques pédagogiques et interventions qui seraient efficaces pour l'apprentissage mais ces travaux doivent être croisés avec ceux de la didactique pour répondre aux situations réelles et complexes de la classe (De Smedt & Grabner, 2016; Gardes & Prado, 2016).

La construction d'un tel domaine de recherche nécessite d'engager un travail de veille scientifique afin de se tenir au courant des dernières avancées relatives aux fonctions et processus cognitifs impliqués dans les apprentissages et la résolution de problèmes en mathématiques. Un domaine pouvant être investi est notamment celui des *word problem* qui appartiennent au champ du *problem solving* en didactique des mathématiques mais qui sont également étudiés en cognition (Karagiannakis et al., 2016).

C'est entre autres pour répondre à ce besoin d'articulation de cadres théoriques qu'a été créée une équipe de Recherche Internationale sur les Troubles d'Enseignement et d'Apprentissage des Mathématiques (RITEAM). Les objectifs de cette équipe, à laquelle nous apportons notre contribution, se scindent en trois axes principaux (Dias & Ouvrier-Buffet, 2018) :

- axe 1 : Dispositifs et outils de repérage des MLD ;
- axe 2 : Etude des spécificités de l'activité mathématique des élèves avec MLD dans des situations d'apprentissage ;
- axe 3 : Propositions innovantes de processus de remédiation, de dispositifs de soutien et d'étayage auprès d'élèves avec MLD.

Notre travail s'inscrit plus précisément dans l'axe 1 et la méthodologie d'analyse développée dans la thèse pourra être appliquée à d'autres tests afin de permettre une comparaison internationale des modalités de repérage des troubles d'apprentissage en mathématiques qui est l'un des objectifs principaux de cet axe de recherche.

2.2. Evolution et diffusion du dispositif

Le dispositif que nous avons mis au point durant la thèse est amené à évoluer et à être diffusé à plus grande échelle. Nous avons émis quelques pistes pour l'évolution suite à nos premières expérimentations. En effet, la question de la pertinence de certaines tâches peu discriminantes a été soulevée. Cette première expérimentation nous a également amenés à reconsidérer le système de notation utilisé. Une réévaluation des seuils de réussite ou la mise en place d'une échelle de score non linéaire en donnant plus de poids à certains items a été envisagée. Nous avons également soulevé la possibilité de prendre en compte des stratégies de résolution dans la notation puisque certaines stratégies semblent caractéristiques des élèves en difficulté.

Une diffusion à plus grande échelle au sein des classes mais également en partenariat avec des orthophonistes serait nécessaire pour éprouver et valider quantitativement le dispositif. Ce projet de diffusion pourrait être envisagé dans le cadre des travaux de recherche du groupe RITEAM et pourrait être étendu à d'autres pays francophones comme la Suisse, la Belgique, le Canada et une partie de l'Italie.

2.3. Vers une meilleure identification des élèves en difficulté ?

Nous avons abordé dans notre problématique différentes sources à l'origine des difficultés en mathématiques. Ces sources peuvent être de nature cognitive mais peuvent également être liées aux interactions entre l'élève et l'enseignant durant le processus d'apprentissage (Heyd-Metzuyanim, 2013), ce qui nous a amené à différencier trouble et difficultés.

Le rôle de l'enseignant est primordial car en proposant des remédiations adaptées, il peut aider les élèves à surmonter leurs difficultés (Baccaglini-Frank, 2017). Ce n'est donc qu'après plusieurs remédiations infructueuses qu'un trouble au sens cognitif pourra être envisagé. La mise en place de remédiations adaptées passe tout d'abord par l'identification des difficultés de l'élève.

En proposant un dispositif de repérage des difficultés en mathématiques à l'entrée à l'école élémentaire, axé à la fois sur les performances et les stratégies, nous visons une meilleure identification des élèves en difficultés pour orienter l'enseignant dans la mise en place d'activités de remédiation. Celles-ci restent à construire en tenant compte des spécificités des systèmes d'enseignement et des spécificités cognitives des apprentissages. L'identification d'autres types de difficultés, liées à d'autres contenus mathématiques, pourrait également être envisagée dans cette optique car, comme nous l'avons souligné dans la Partie I de notre travail, les troubles d'apprentissage

en mathématiques sont hétérogènes et affectent plusieurs aspects des compétences mathématiques (Fias et al., 2013; Karagiannakis et al., 2016). Nous pourrions notamment nous intéresser aux spécificités des élèves en difficulté par rapport aux raisonnements mathématiques indispensables dans la vie courante et qui ne sont actuellement pas (ou très peu) pris en compte dans les études en cognition numérique (Lewis & Fisher, 2016).

2.4. Impacts pour la formation des enseignants et orthophonistes

Comme nous l'avons souligné dans notre travail, un partenariat entre enseignant et orthophoniste est nécessaire pour que l'enfant en difficulté d'apprentissage puisse être encadré au mieux. Malheureusement, les échanges entre ces deux types de professionnels, sont, en réalité, relativement pauvres et peu porteurs. Ces difficultés sont notamment liées aux spécificités de chacune des professions (enseignant et orthophoniste) ainsi qu'aux cadres théoriques utilisés dans les formations respectives de ces professions. Afin de faciliter les échanges, il est donc important de définir un corpus de connaissances et compétences commun pour la formation initiale et continue des enseignants et des orthophonistes basé sur la didactique des mathématiques et la cognition numérique. La revue de littérature et le dispositif mis en œuvre durant la thèse peuvent être un support pour engager ce travail à condition d'avoir un contexte institutionnel qui le permette.

BIBLIOGRAPHIE

- Allik, J., & Tuulmets, T. (1991). Occupancy model of perceived numerosity. *Attention, Perception, & Psychophysics*, 49(4), 303-314.
- American Psychiatric Association. (1980). *Diagnostic and statistical manual of mental disorders (DSM-III)* (3rd éd.). Washington, D.C.: APA.
- American Psychiatric Association. (1994). *Diagnostic and statistical manual of mental disorders (DSM-IV)* (4th éd.). Washington, D.C.: APA.
- American Psychiatric Association. (2015). *Manuel diagnostique et statistique des troubles mentaux (DSM-V)* (5ème ed.). Elsevier Masson.
- Andersson, U., & Östergren, R. (2012). Number magnitude processing and basic cognitive functions in children with mathematical learning disabilities. *Learning and Individual Differences*, 22(6), 701-714.
- Argaud, H.-C., Douaire, J., Emprin, F., Emprin-Charlotte, F., & Gerdil-Margueron, G. (2016). *Les essentielles ERMEL CP: 15 situations pour l'apprentissage de la numération et du calcul*. Paris: Hatier.
- ASBL Singularités Plurielles. (2017). Approche créative et globale de la personne. Repéré sur <https://singularitesplurielles.be/>.
- Baccaglioni-Frank, A. (2017). Preventing learning difficulties in arithmetic: the approach of the PerContare project. *MATHEMATICS TEACHING*, 258, 14-18.
- Baddeley, A. (1992). *La mémoire humaine: théorie et pratique*. Presses universitaires de Grenoble.
- Baddeley, A. D., & Hitch, G. (1974). Working memory. *Psychology of learning and motivation*, 8, 47-89.
- Barrouillet, P., & Camos, V. (2006). *La cognition mathématique chez l'enfant*. Solal.

- Barrouillet, P., Camos, V., Perruchet, P., & Seron, X. (2004). ADAPT: a developmental, asemantic, and procedural model for transcoding from verbal to arabic numerals. *Psychological review*, *111*(2), 368-394.
- Best, J. R., & Miller, P. H. (2010). A developmental perspective on executive function. *Child development*, *81*(6), 1641-1660.
- Birgentzle, M. (2018). *Dyscalculie et pratiques enseignantes : typologie des connaissances, représentations et pratiques enseignantes face aux élèves dyscalculiques*. (Mémoire de Master). Université de Reims Champagne-Ardenne.
- Bosch, M., & Chevallard, Y. (1999). La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. *Recherches en didactique des mathématiques*, *19*, 77-123.
- Bouvier, A., & George, M. (1979). *Dictionnaire des mathématiques*.
- Briand, J. (1993). *L'énumération dans le mesurage des collections. Un dysfonctionnement dans la transposition didactique*. (Thèse de doctorat). Université Sciences et Technologies-Bordeaux I.
- Briand, J. (1999a). Contribution à la réorganisation des savoirs pré-numériques et numériques. *Recherches en didactique des mathématiques*, *19*(1), 41-76.
- Briand, J. (1999b). Trier en petite section. Activité rituelle ou solution d'un problème ? Construire une situation fondamentale du tri. *Grand N*, *65*, 7-14.
- Briand, J., Loubet, M., & Salin, M.-H. (2004). *Apprentissages mathématiques en maternelle*. Hatier.
- Brousseau, G. (1995). Les mathématiques à l'école. *Bulletin APMEP*, (400), 831-850.
- Brousseau, G. (1997). *La théorie des situations didactiques*. Cours donné lors de l'attribution à Guy Brousseau du titre de Docteur Honoris Causa de l'Université de Montréal.
- Brousseau, G. (1986). *Théorisation des phénomènes d'enseignement des mathématiques* (Thèse de doctorat). Université Sciences et Technologies-Bordeaux I.
- Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. Grenoble: La Pensée sauvage.

Bulletin officiel spécial n°2 du 26 mars 2015 ; Journal Officiel du 12 mars 2015. Repéré sur http://www.education.gouv.fr/pid25535/bulletin_officiel.html?cid_bo=86940

Bulletin officiel spécial n°11 du 26 novembre 2015 ; Journal Officiel du 24 novembre 2015. Repéré sur http://www.education.gouv.fr/pid285/bulletin_officiel.html?cid_bo=94753

Butlen, D. (2007). *Le calcul mental entre sens et technique: recherches sur l'enseignement des mathématiques aux élèves en difficulté, du calcul mental à la résolution de problèmes numériques*. Besançon: Presses universitaires de Franche-Comté.

Butlen, D., & Charles-Pézarid, M. (2007). Conceptualisation en mathématiques et élèves en difficulté. Le calcul mental entre sens et technique. *Grand N*, (79), 7-32.

Butlen, D., & Masselot, P. (2010). Dialectique entre sens et techniques, l'exemple du calcul mental. In *Le nombre au cycle 2* (p. 11-22). SCÉRÉN-CNDP.

Butterworth, B. (2010). Foundational numerical capacities and the origins of dyscalculia. *Trends in cognitive sciences*, 14(12), 534-541.

Calmelet, J.-J., Graff, O., & Valzan, A. (2010). Développer des compétences pour résoudre des problèmes additifs et soustractifs. In *Le nombre au cycle 2* (p. 51-62). SCÉRÉN-CNDP.

Camos, V. (2011). La cognition numérique chez l'animal et le bébé. In M. Habib, M. P. Noël, F. George-Poracchia, & V. Brun, *Calculs et dyscalculies : Des modèles à la rééducation* (p. 17-28). Issy-les-Moulineaux: Elsevier Masson.

Camos, Valérie. (2003). Counting strategies from 5 years to adulthood: Adaptation to structural features. *European journal of psychology of education*, 18(3), 251-265.

Chi, M. T., & Klahr, D. (1975). Span and rate of apprehension in children and adults. *Journal of experimental child psychology*, 19(3), 434-439.

Chinn, S. J. (2017). *The trouble with maths: a practical guide to helping learners with numeracy difficulties* (Third edition). Routledge: Oxfordshire.

- Chivet, M. (2007). Ecole et orthophonie : deux mondes à part? Regards croisés d'enfants et de professionnels. *ANAE. Approche neuropsychologique des apprentissages chez l'enfant*, (94-95), 228-232.
- Circulaire n°2016-117 du 8 août 2016 sur le parcours de formation des élèves en situation de handicap dans les établissements scolaires ; Bulletin officiel de l'éducation nationale du 25 août 2016. Repéré sur http://www.education.gouv.fr/pid285/bulletin_officiel.html?cid_bo=105511
- Clearfield, M. W., & Mix, K. S. (1999). Number versus contour length in infants' discrimination of small visual sets. *Psychological Science*, 10(5), 408-411.
- Cragg, L., & Gilmore, C. (2014). Skills underlying mathematics: The role of executive function in the development of mathematics proficiency. *Trends in Neuroscience and Education*, 3(2), 63-68.
- de Barbot, F., Duquesne, F., Marchand, M. H., Mazeau, M., Meljac, C., Truscelli, D., & Vergnaud, G. (1995). ECPN. Epreuves Conceptuelles de résolution des Problèmes Numériques. CIMETE.
- de Hevia, M. D., Vallar, G., & Girelli, L. (2008). Visualizing numbers in the mind's eye: The role of visuo-spatial processes in numerical abilities. *Neuroscience & Biobehavioral Reviews*, 32(8), 1361-1372.
- DEPP (2015a). Mathématiques en fin d'école primaire : les élèves qui arrivent au collège ont des niveaux très hétérogènes. Note d'information n°18, mai 2015.
- DEPP (2015b). Mathématiques en fin de collège : une augmentation importante du pourcentage d'élèves de faible niveau. Note d'information n° 19, mai 2015.
- De Smedt, B., & Grabner, R. (2016). Potential applications of cognitive neuroscience to mathematics education. *ZDM*, 48, 249-253.
- Dehaene, S. (1992). Varieties of numerical abilities. *Cognition*, 44(1), 1-42.
- Dehaene, S. (1997). *The Number Sense: How the Mind Creates Mathematics*. New York: Oxford University Press.

- Dehaene, S. (2010). *La bosse des maths: quinze ans après* (Nouv. édition revue et augmentée). Paris: O. Jacob.
- Dehaene, S., Bossini, S., & Giraux, P. (1993). The mental representation of parity and number magnitude. *Journal of Experimental Psychology: General*, 122(3), 371-396.
- Dehaene, S., & Cohen, L. (1995). Towards an anatomical and functional model of number processing. *Mathematical cognition*, 1, 83-120.
- Dellatolas, G., & Von Aster. (2006). *Zareki-R: Batterie pour l'évaluation du traitement des nombres et du calcul chez l'enfant*. Paris: ECPA.
- Devidal, M., Fayol, M., & Barrouillet, P. (1997). Stratégies de lecture et résolution de problèmes arithmétiques. *L'année psychologique*, 97(1), 9-31.
- DfES. (2001). *Guidance to support pupils with dyslexia and dyscalculia*. London: Department of Education and Skills.
- Diamond, A. (2013). Executive functions. *Annual review of psychology*, 64, 135-168.
- Dias, T., & Deruaz, M. (2012). Dyscalculie: et si les enseignants reprenaient la main? *ANAE. Approche neuropsychologique des apprentissages chez l'enfant*, 120-121, 529-534.
- Dias, T., & Ouvrier-Buffet, C. (2018). Perspectives de recherches sur les difficultés d'apprentissage en mathématiques. *Revue de Mathématiques pour l'école*, 229, 47-53.
- Douady, R. (1986). Jeux de cadre et dialectique outil-objet. *Recherches en didactique des mathématiques*, 7(2), 5-32.
- Drew, S. (2015). *Dyscalculia in higher education* (Thèse de doctorat). Loughborough University.
- Duval, R. (2006). Quelle sémiotique pour l'analyse de l'activité et des productions mathématiques? *RELIME. Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 9(1), 45-82.
- ERMEL. (2005a). *Apprentissages numériques et résolution de problèmes CE1*. Paris: Hatier.
- ERMEL. (2005b). *Apprentissages numériques et résolution de problèmes: cours préparatoire, CP cycle 2*. Paris: Hatier.

- Fayol, M., Thevenot, C., & Devidal, M. (2005). La résolution de problèmes. In M. P. Noël, *La dyscalculie. Trouble du développement numérique de l'enfant* (p. 193-221). Marseille: Solal.
- Fayol, M. (1985). Nombre, numération et dénombrement: que sait-on de leur acquisition? *Revue française de pédagogie*, 59-77.
- Fayol, M. (1990). *L'enfant et le nombre: du comptage à la résolution de problèmes*. Paris: Delachaux et Niestlé.
- Fayol, M. (2012). *L'acquisition du nombre*. Paris: Presses universitaires de France.
- Fayol, M., Marinthe, C., & Barrouillet, P. (2004). Compter sur les doigts, une étape nécessaire? *La Recherche: L'actualité des sciences*, 47-49.
- Fédération Wallonie-Bruxelles. (2013). Socle de compétences.
- Feigenson, L., Carey, S., & Hauser, M. (2002). The representations underlying infants' choice of more: Object files versus analog magnitudes. *Psychological Science*, 13(2), 150-156.
- Feigenson, L., Dehaene, S., & Spelke, E. (2004). Core systems of number. *Trends in cognitive sciences*, 8(7), 307-314.
- Fias, W., Menon, V., & Szucs, D. (2013). Multiple components of developmental dyscalculia. *Trends in Neuroscience and Education*, 2(2), 43-47.
- Fischer, J.-P. (1991). Le subitizing et la discontinuité après 3. In J. Bideaud, C. Meljac, & J.-P. Fischer, *Les chemins du nombre* (p. 235-258).
- Fischer, J.-P. (2007). Combien y a-t-il d'élèves dyscalculiques? *ANAE. Approche neuropsychologique des apprentissages chez l'enfant*, 93, 141-148.
- Fischer, J.-P. (2009). La dyscalculie développementale: une conclusion. *ANAE. Approche neuropsychologique des apprentissages chez l'enfant*, 102, 179-185.
- Flanagan, D. P. (Éd.). (2006). *The achievement test desk reference: a guide to learning disability identification* (2nd ed). Hoboken, N.J: John Wiley & Sons.
- Fuson, K. C. (1988). *Children's counting and concepts of number*. New York: Springer-Verlag.

- Fuson, K. C., Richards, J., & Briars, D. J. (1982). The acquisition and elaboration of the number word sequence. *Children's logical and mathematical cognition*, 1, 33-92.
- Fuson, K. C., Wearne, D., Hiebert, J. C., Murray, H. G., Human, P. G., Olivier, A. I., ... Fennema, E. (1997). Children's conceptual structures for multidigit numbers and methods of multidigit addition and subtraction. *Journal for Research in Mathematics Education*, 130-162.
- Gallistel, C. R., & Gelman, R. (1992). Preverbal and verbal counting and computation. *Cognition*, 44(1), 43-74.
- Gandini, D., & Lemaire, P. (2005). La résolution d'opérations arithmétiques au cours du développement. In M. P. Noël, *La dyscalculie. Trouble du développement numérique de l'enfant* (p. 139-168). Marseille: Solal.
- Gaonac'h, D., & Fradet, A. (2003). La mémoire de travail: développement et implication. In M. Kail & M. Fayol, *Les sciences cognitives et l'école* (p. 91-152). Paris: Presses universitaires de France.
- Gardes, M.-L. (2017). Test des compétences numériques du programme de maternelle 2016-2017.
- Gardes, M.-L., & Prado, J. (2016). Entre neurosciences et éducation: les chaînons manquants. *Cahiers Pédagogiques*, 71(527), 35-38.
- Geary, D. C. (1990). A componential analysis of an early learning deficit in mathematics. *Journal of experimental child psychology*, 49(3), 363-383.
- Geary, D. C. (1993). Mathematical disabilities: Cognitive, neuropsychological, and genetic components. *Psychological bulletin*, 114(2), 345-362.
- Geary, D. C. (2011). Consequences, characteristics, and causes of mathematical learning disabilities and persistent low achievement in mathematics. *Journal of developmental and behavioral pediatrics: JDBP*, 32(3), 250-263.
- Geary, D. C., & Hoard, M. K. (2005). Learning disabilities in arithmetic and mathematics. *Handbook of mathematical cognition*, 253-267.
- Gelman, R., & Gallistel, C. R. (1986). *The child's understanding of number*. Harvard University Press.

- Gersten, R., Jordan, N. C., & Flojo, J. R. (2005). Early identification and interventions for students with mathematics difficulties. *Journal of learning disabilities, 38*(4), 293-304.
- Gerstmann, J. (1940). Syndrome of finger agnosia, disorientation for right and left, agraphia and acalculia: local diagnostic value. *Archives of Neurology & Psychiatry, 44*(2), 398-408.
- Giroux, J. (2011). Pour une différenciation de la dyscalculie et des difficultés d'apprentissage en mathématiques. In *Actes de colloque du Groupe des didacticiens des mathématiques du Québec* (p. 148-158).
- Grapin, N., Mounier, E., & Sayac, N. (s. d.). *EvalNumC2*.
- Groen, G. J., & Parkman, J. M. (1972). A chronometric analysis of simple addition. *Psychological review, 79*(4), 329.
- Gross-Tsur, V., Manor, O., & Shalev, R. S. (1996). Developmental dyscalculia: Prevalence and demographic features. *Developmental Medicine & Child Neurology, 38*(1), 25-33.
- Guedj, D. (1996). *L'empire des nombres*. Paris: Gallimard.
- Halberda, J., & Feigenson, L. (2008). Developmental change in the acuity of the "Number Sense": The Approximate Number System in 3-, 4-, 5-, and 6-year-olds and adults. *Developmental psychology, 44*(5), 1457-1465.
- Haute Autorité de la Santé. (2017a). Comment améliorer le parcours de santé d'un enfant avec troubles spécifiques du langage et des apprentissages ? Consulté à l'adresse https://webzine.has-sante.fr/portail/upload/docs/application/pdf/2018-01/guide_tsla_vf.pdf
- Haute Autorité de la Santé. (2017b). Parcours de santé d'un enfant avec troubles spécifiques du langage et des apprentissages, Rôle de l'enseignant. Consulté à l'adresse https://www.has-sante.fr/portail/jcms/c_2822893/fr/comment-ameliorer-le-parcours-de-sante-d-un-enfant-avec-troubles-specifiques-du-langage-et-des-apprentissages
- Hegarty, M., Mayer, R. E., & Monk, C. A. (1995). Comprehension of arithmetic word problems: A comparison of successful and unsuccessful problem solvers. *Journal of educational psychology, 87*(1), 18-32.

- Hein, J. (2000). *The specific disorder of arithmetical skills*. Humboldt-Universität zu Berlin, Medizinische Fakultät-Universitätsklinikum Charité.
- Henschen, S. E. (1919). Über sprach-, musik-und rechenmechanismen und ihre lokalisationen im großhirn. *Zeitschrift für die gesamte Neurologie und Psychiatrie*, 52(1), 273-298.
- Heremans, M. (2011). MathEval Dépistage de la dyscalculie. Consulté 10 octobre 2017, à l'adresse <https://sites.google.com/site/testmatheval/>
- Heyd-Metzuyanim, E. (2013). The co-construction of learning difficulties in mathematics—teacher–student interactions and their role in the development of a disabled mathematical identity. *Educational Studies in Mathematics*, 83(3), 341-368.
- Houdé, O. (1995). *Rationalité, développement, et inhibition: un nouveau cadre d'analyse* (1re éd). Paris: Presses universitaires de France.
- Hubbard, E. M., Piazza, M., Pinel, P., & Dehaene, S. (2005). Interactions between number and space in parietal cortex. *Nature Reviews Neuroscience*, 6(6), 435-448.
- Ifrah, G. (1994). *Histoire universelle des chiffres: l'intelligence des hommes racontée par les nombres et le calcul* (1. éd). Paris: R. Laffont.
- INSERM. (2007). *Dyslexie, dysorthographe, dyscalculie. Bilan des données scientifiques*. Paris: Editions INSERM.
- Institut national de la santé et de la recherche médicale (Inserm). (2007). *Dyslexie, dysorthographe, dyscalculie : Bilan des données scientifiques*. Les éditions Inserm.
- Johnson-Laird, P. N. (1983). *Mental models: Towards a cognitive science of language, inference, and consciousness*. Harvard University Press.
- Joigneaux, C., Laparra, M., & Margolinas, C. (2012). Une dimension cachée du curriculum réel de l'école maternelle: la littératie émergente? In *Sociologie et didactiques* (p. 411-425). Haute école pédagogique de Vaud.

- Karagiannakis, G. N., Baccaglioni-Frank, A. E., & Roussos, P. (2016). Detecting strengths and weaknesses in learning mathematics through a model classifying mathematical skills. *Australian Journal of Learning Difficulties*, 21(2), 115-141.
- Karmiloff-Smith, A. (2009). Nativism versus neuroconstructivism: rethinking the study of developmental disorders. *Developmental psychology*, 45(1), 56-63.
- Kaufman, E. L., Lord, M. W., Reese, T. W., & Volkman, J. (1949). The discrimination of visual number. *The American journal of psychology*, 62(4), 498-525.
- Kinsbourne, M., & Warrington, E. K. (1963). The developmental Gerstmann syndrome. *Archives of Neurology*, 8(5), 490-501.
- Kintsch, W., & Greeno, J. G. (1985). Understanding and solving word arithmetic problems. *Psychological review*, 92(1), 109-129.
- Kosc, L. (1974). Developmental dyscalculia. *Journal of learning disabilities*, 7(3), 164-177.
- Kucian, K., Loenneker, T., Dietrich, T., Dosch, M., Martin, E., & Von Aster, M. (2006). Impaired neural networks for approximate calculation in dyscalculic children: a functional MRI study. *Behavioral and Brain Functions*, 2(1), 31.
- Lafay, A. (2016). *Déficits cognitifs numériques impliqués dans la dyscalculie développementale* (Thèse de doctorat). Université Laval.
- Lafay, A., & Helloin, M.-C. (2016). *Examath : Batterie d'évaluation des troubles de la cognition mathématique*. Grenade: HappyNeuron.
- Lafay, A., St-Pierre, M.-C., & Macoir, J. (2014). L'évaluation des habiletés mathématiques de l'enfant: inventaire critique des outils disponibles. *Glossa*, 116, 33-58.
- Lecointre, A. S., Lépine, R., & Camos, V. (2011). Développement et troubles des processus de quantification. In M. Habib, M. P. Noël, F. George-Poracchia, & V. Brun, *Calcul et dyscalculies. Des modèles à la rééducation* (p. 17-28). Issy-les-Moulineaux: Elsevier Masson.
- Legeay, M., & Morel, L. (2003). Différentes définitions de la dyscalculie liées à des champs théoriques divers. *L'Orthophoniste*, 227, 19-26.

- Lemaire, P. (2010). Executive functions and strategic aspects of arithmetic performance: The case of adults' and children's arithmetic. *Psychologica Belgica*, 50(3-4).
- Lewis, C., Hitch, G. J., & Walker, P. (1994). The prevalence of specific arithmetic difficulties and specific reading difficulties in 9-to 10-year-old boys and girls. *Journal of Child Psychology and Psychiatry*, 35(2), 283-292.
- Lewis, K. E., & Fisher, M. B. (2016). Taking stock of 40 years of research on mathematical learning disability: Methodological issues and future directions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 47(4), 338-371.
- Lindsay, R. L., Tomazic, T., Levine, M. D., & Accardo, P. J. (1999). Impact of attentional dysfunction in dyscalculia. *Developmental Medicine & Child Neurology*, 41(09), 639-642.
- Loi n°2005-102 du 11 février 2005 pour l'égalité des droits et des chances, la participation et la citoyenneté des personnes handicapées ; JORF n°36 du 12 février 2005. Repéré sur <https://www.legifrance.gouv.fr/affichTexte.do?cidTexte=JORFTEXT000000809647&categorieLien=id>
- Loi n°2013-595 du 8 juillet 2013 d'orientation et de programmation pour la refondation de l'École de la République ; JORF n°0157 du 9 juillet 2013. Repéré sur <https://www.legifrance.gouv.fr/affichTexte.do?cidTexte=JORFTEXT000027677984&categorieLien=id>
- Loubet, M., & Salin, M. H. (1999). Elaboration et lecture de listes–construction de situations d'enseignement dans le domaine logique. *Grand N, Spécial Maternelle tome 1*, 71-92.
- Mandler, G., & Shebo, B. J. (1982). Subitizing: An analysis of its component processes. *Journal of Experimental Psychology: General*, 111(1), 1-22.
- Margolinas, C. (2010). Recherches en didactiques des mathématiques et du français: par-delà les différences. *Pratiques. Linguistique, littérature, didactique*, (145-146), 26-32.

- Margolinas, C., & Wozniak, F. (2012). *Le nombre à l'école maternelle: Une approche didactique*. Paris: De Boeck Education.
- Marinthe, C., Fayol, M., & Barrouillet, P. (1999). Performances perceptivo-tactiles et performances arithmétiques chez le jeune enfant. *Rééducation orthophonique*, 199, 69-79.
- Marinthe, C., Fayol, M., & Barrouillet, P. (2005). Gnosies digitales et développement des performances arithmétiques. In A. Van Hout, C. Meljac, & J.-P. Fischer, *Troubles du calcul et dyscalculies chez l'enfant*. (p. 255-270). Issy-les-Moulineaux: Masson.
- Martin, V., & Mary, C. (2010). Particularités de l'enseignement des mathématiques à des élèves en difficulté en classes régulières ou spéciales. In *Actes de colloque du Groupe des didacticiens des mathématiques du Québec* (p. 171-181).
- Matheron, Y. (2000). *Une étude didactique de la mémoire dans l'enseignement des mathématiques au collège et au lycée: quelques exemples*. Université d'Aix-Marseille.
- Matheron, Y. (2010). *Mémoire et étude des mathématiques: une approche didactique à caractère anthropologique*. Presses universitaires de Rennes.
- McCloskey, M. (1992). Cognitive mechanisms in numerical processing: Evidence from acquired dyscalculia. *Cognition*, 44, 107-157.
- McCloskey, M., Caramazza, A., & Basili, A. (1985). Cognitive mechanisms in number processing and calculation: Evidence from dyscalculia. *Brain and cognition*, 4(2), 171-196.
- McNeil, N., & Jarvin, L. (2007). When Theories Don't Add Up: Disentangling the Manipulatives Debate. *Theory Into Practice*, 46(4), 309-316. <https://doi.org/10.1080/00405840701593899>
- Meljac, C., & Lemmel, G. (1999). *UDN-II Construction et Utilisation du nombre*. Paris: ECPA.
- Ménissier, A. (2003). Les variations stratégiques chez l'enfant dans le calcul d'additions et de soustractions élémentaires. *Glossa*, (83), 20-33.
- Molko, N., Wilson, A., & Dehaene, S. (2005). La dyscalculie développementale, un trouble primaire de la perception des nombres. *Revue française de pédagogie*, (152), 41-47.
- Morel, S. (2014). *La médicalisation de l'échec scolaire*. Paris: La Dispute.

- Mounier, E. (2010). *Une analyse de l'enseignement de la numération. Vers de nouvelles pistes*. (Thèse de doctorat). Université Paris-Diderot-Paris VII.
- Mounier, E. (2012). Des modèles pour les numérations orales indo-européennes à usage didactique, application à la numération parlée en France. In *Annales de didactique et de sciences cognitives* (Vol. 17, p. 27-58).
- Mounier, E., & Pfaff, N. (2015). Quoi de neuf dans la numération au CP ? Le dénombrement en question. *Actes du XXXXI Colloque Copirelem – Mont de Marsan 2014*.
- Noël, M. P. (2005a). La représentation sémantique du nombre : son développement et ses troubles. In M. P. Noël, *La dyscalculie. Trouble du développement numérique de l'enfant* (p. 105-137). Marseille: Solal.
- Noël, M. P. (2005b). Le transcodage chez l'enfant. In A. Van Hout, C. Meljac, & J.-P. Fischer, *Troubles du calcul et dyscalculies chez l'enfant* (p. 111-122). Issy-les-Moulineaux: Masson.
- Noël, M. P. (2005c). Rôle de la mémoire de travail dans l'apprentissage du calcul. In M. P. Noël, *La dyscalculie. Trouble du développement numérique de l'enfant* (p. 139-168). Marseille: Solal.
- Noël, M. P. (2011). La dyscalculie développementale : déficits cognitifs sous-jacents et bases neurofonctionnelles. In M. Habib, M. P. Noël, F. George-Poracchia, & V. Brun, *Calculs et dyscalculies : Des modèles à la rééducation* (p. 29-44). Issy-les-Moulineaux: Elsevier Masson.
- Nuerk, H.-C., Weger, U., & Willmes, K. (2001). Decade breaks in the mental number line? Putting the tens and units back in different bins. *Cognition*, 82(1), B25-B33.
- Osana, H. P., & Adrien, E. (2012). Le concept d'équivalence mathématique chez les enfants du primaire. *Bulletin AMQ*, 52(3), 51-60.
- Ostad, S. A. (2002). Mathematical difficulties: Aspects of learner characteristics in developmental perspective. *Neuron*, 40, 847-858.
- Peres, J. (1984). *Utilisation d'une théorie des situations en vue de l'identification des phénomènes didactiques au cours d'une activité d'apprentissage scolaire: construction d'un code de désignation d'objets à l'école maternelle* (Thèse de doctorat). Université de Bordeaux II.

- Pesenti, M., & Rousselle, L. (2005). Les procédures de quantification chez l'enfant. In A. Van Hout, C. Meljac, & J.-P. Fischer, *Troubles du calcul et dyscalculies chez l'enfant* (p. 92-110). Paris: Masson.
- Peteers, F. (2016). Un trouble à l'interface entre différents champs disciplinaires (handicap, santé et formation) : la dyscalculie. Quels apports de la didactique ? Quelle formation pour les enseignants ? In D. Niclot (Éd.), *L'inclusion scolaire : des rhétoriques aux pratiques* (p. 85-96). Reims: Epure.
- Peterson, S. A., & Simon, T. J. (2000). Computational evidence for the subitizing phenomenon as an emergent property of the human cognitive architecture. *Cognitive Science*, 24(1), 93-122.
- Petitfour, E. (2015). *Enseignement de la géométrie à des élèves en difficulté d'apprentissage: étude du processus d'accès à la géométrie d'élèves dyspraxiques visuo-spatiaux lors de la transition CM2-6ème*. Université Paris Diderot-Paris 7.
- Piaget, J., & Szeminska, A. (1997). *La genèse du nombre chez l'enfant*. Neuchâtel: Delachaux et Niestlé.
- Piazza, M., Pica, P., Izard, V., Spelke, E. S., & Dehaene, S. (2013). Education enhances the acuity of the nonverbal approximate number system. *Psychological science*, 24(6), 1037-1043.
- Ramaa, S., & Gowramma, I. P. (2002). A systematic procedure for identifying and classifying children with dyscalculia among primary school children in India. *Dyslexia*, 8(2), 67-85.
- Reusser, K. (1988). Problem solving beyond the logic of things: Contextual effects on understanding and solving word problems. *Instructional Science*, 17(4), 309-338.
- Riley, M. S., Greeno, J. G., & Heller, J. I. (1983). Development of children's problem solving ability in arithmetic. In H. P. Ginsburg, *The development of mathematical thinking*. New York: Academic Press.
- Roiné, C. (2009). *Cécité didactique et discours noosphériens dans les pratiques d'enseignement en SEGPA: une contribution à la question des inégalités*. Bordeaux 2.

- Rourke, B. P. (1993). Arithmetic disabilities, specific and otherwise: A neuropsychological perspective. *Journal of Learning disabilities, 26*(4), 214-226.
- Rousselle, L. (2005). Le point sur la question des compétences numériques précoces. In M. P. Noël, *La dyscalculie. Trouble du développement numérique de l'enfant* (p. 15-40). Marseille: Solal.
- Rousselle, Laurence, & Noël, M.-P. (2007). Basic numerical skills in children with mathematics learning disabilities: A comparison of symbolic vs non-symbolic number magnitude processing. *Cognition, 102*(3), 361-395.
- Saad, L. (2010). *Transcodage des nombres chez l'enfant: approche développementale, inter-linguistique et différentielle*. Université de Bourgogne.
- Salin, M.-H., & Briand, J. (1996). *Quatre étapes pour une évaluation continue en première partie de cycle 2 (cours préparatoire). Construction du nombre et de l'addition*. Talence: IREM d'Aquitaine.
- Shrager, J., & Siegler, R. S. (1998). SCADS: A model of children's strategy choices and strategy discoveries. *Psychological Science, 9*(5), 405-410.
- Siegler, R. S. (1987). The perils of averaging data over strategies: An example from children's addition. *Journal of Experimental Psychology: General, 116*(3), 250-264.
- Siegler, R. S. (1996). A GRAND THEORY OF DEVELOPMENT. *Monographs of the Society for Research in Child Development, 61*(1-2), 266-275. <https://doi.org/10.1111/j.1540-5834.1996.tb00550.x>
- Siegler, R. S., & Booth, J. L. (2004). Development of numerical estimation in young children. *Child development, 75*(2), 428-444.
- Simon, T. J. (1997). Reconceptualizing the origins of number knowledge: A "non-numerical" account. *Cognitive Development, 12*(3), 349-372.
- Starkey, P., & Cooper, R. G. (1980). Perception of numbers by human infants. *Science, 210*(4473), 1033-1035.
- Tempier, F. (2013). *La numération décimale à l'école primaire. Une ingénierie didactique pour le développement d'une ressource*. (Thèse de doctorat). Université Paris-Diderot-Paris VII.

- Tempier, F. (2015). La numération décimale de position à l'école primaire. Une ingénierie didactique pour le développement d'une ressource. *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques*, 99.
- Thévenot, C., Coquin, D., & Verschaffel, L. (2006). La résolution de problèmes. In P. Barrouillet & V. Camos, *La cognition mathématique chez l'enfant*. Marseille: Solal.
- Thevenot, C., & Perret, P. (2009). Le développement du raisonnement dans la résolution de problèmes: l'apport de la théorie des modèles mentaux. *Développements*, 2, 49-56.
- Trick, L. M., & Pylyshyn, Z. W. (1993). What enumeration studies can show us about spatial attention: evidence for limited capacity preattentive processing. *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance*, 19(2), 331-351.
- Van de Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. M. (2010). *Elementary and middle school mathematics, teaching developmentally* (7. ed., Pearson internat. ed). Boston: Allyn & Bacon.
- Van Nieuwenhoven, C., Grégoire, J., & Noël, M. (2001). *Tedi-Math. Test diagnostique des compétences de base en mathématiques*. Paris: ECPA.
- Van Oeffelen, M. P., & Vos, P. G. (1984). Enumeration of dots: An eye movement analysis. *Memory & Cognition*, 12(6), 607-612.
- Vergnaud, G. (1990a). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en didactique des mathématiques*, 10/2-3, 133-170.
- Vergnaud, G. (1990b). Psychologie du développement cognitif et didactique des mathématiques. Un exemple : les structures additives. *Petit x*, 22, 51-69.
- Verschaffel, L., Lehtinen, E., & Van Dooren, W. (2016). Neuroscientific studies of mathematical thinking and learning: A critical look from a mathematics education viewpoint. *ZDM*, 48(3), 385-391.
- Von Aster, M. G., & Shalev, R. S. (2007). Number development and developmental dyscalculia. *Developmental Medicine and Child Neurology*, 49(11), 868-873.
- <https://doi.org/10.1111/j.1469-8749.2007.00868.x>

Von Glasersfeld, E. (1982). Subitizing: The role of figural patterns in the development of numerical concepts. *Archives de Psychologie*, 50, 191-218.

Woodcock, R. W., Mather, N., & McGrew, K. S. (2007). *Woodcock-Johnson III Normative Update: Tests of Achievement*. Rolling Meadows, IL: Riverside Publishing.

Wynn, K. (1992). Addition and subtraction by human infants. *Nature*, 358(6389), 749-750.

Xu, F., & Spelke, E. S. (2000). Large number discrimination in 6-month-old infants. *Cognition*, 74(1), B1-B11.

Zomeran, A. H., & Brouwer, W. H. (1994). *Clinical neuropsychology of attention*. Oxford University Press, USA.

ANNEXES

Annexe 1. Pré-analyse du Tedi-Math, Zareki-R et UDN-II

Dans cette annexe est présentée la pré-analyse effectuée sur le Tedi-Math, le Zareki-R et l'UDN-II. Les différentes tâches, présentes dans ces tests en fonction de la catégorisation utilisée pour l'analyse des tests développée dans la Partie III, sont listées ci-dessous.

Tedi-Math	Zareki-R	UDN-II
Tâches où le nombre est utilisé pour exprimer une quantité ou une position		
<ul style="list-style-type: none"> - Dénombrement d'une collection - Construction de collections équipotentes 	<ul style="list-style-type: none"> - Dénombrement de points 	<ul style="list-style-type: none"> - Dénombrement de points - Construction de collections équipotentes - Comparaison de collections - Correspondance terme à terme
Tâches de résolution d'opération, où le nombre est utilisé pour anticiper un résultat		
<ul style="list-style-type: none"> - Opérations avec support image - Opérations avec énoncé arithmétique - Opérations avec énoncé verbal 	<ul style="list-style-type: none"> - Calcul mental oral - Problèmes arithmétiques présentés oralement 	<ul style="list-style-type: none"> - Opérations arithmétiques (énoncées oralement, à illustrer avec matériel/doigts)
Tâches portant sur les codes numériques et le transcodage		
<ul style="list-style-type: none"> - Compter oralement (le plus loin possible, avec une borne supé/inf, à rebours, par pas) - Reconnaissance de chiffres parmi des lettres et symboles - Reconnaissances de nombres lus parmi d'autres mots - Jugement de grammaticalité d'expressions numériques - Transcodage 	<ul style="list-style-type: none"> - Comptage oral à rebours - Dictée et lecture de nombres 	<ul style="list-style-type: none"> - Comptage oral - Lecture et transcription de nombres

Tâches visant à évaluer la représentation mentale du nombre		
<ul style="list-style-type: none"> - Comparaison de nombres arabes/oraux - Représentation d'une quantité avec des bâtonnets/des jetons - Reconnaissance des unités et dizaines - Comparaison rapide de patterns de points dispersés 	<ul style="list-style-type: none"> - Positionnement de nombres sur une échelle numérique - Comparaison de nombres présentés oralement/écrits - Estimation visuelle de quantités 	
Opérations logiques		
<ul style="list-style-type: none"> - Sériation - Classification - Conservation - Inclusion 		<ul style="list-style-type: none"> - Classification - Conservation - Sériation - Inclusion

Annexe 2. Enquête auprès des orthophonistes

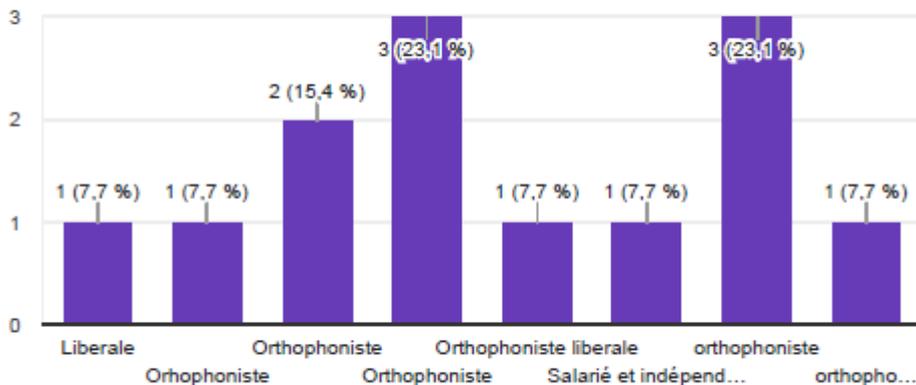
Cette annexe présente les résultats d'une enquête réalisée auprès d'orthophonistes. Le questionnaire, créé sur google form (disponible via le lien : <https://goo.gl/forms/OS24VEZeZbybKRXk1>) a été diffusé sur les réseaux sociaux. Treize réponses ont été récoltées au total.

Questionnaire à destination des orthophonistes : la dyscalculie

13 réponses

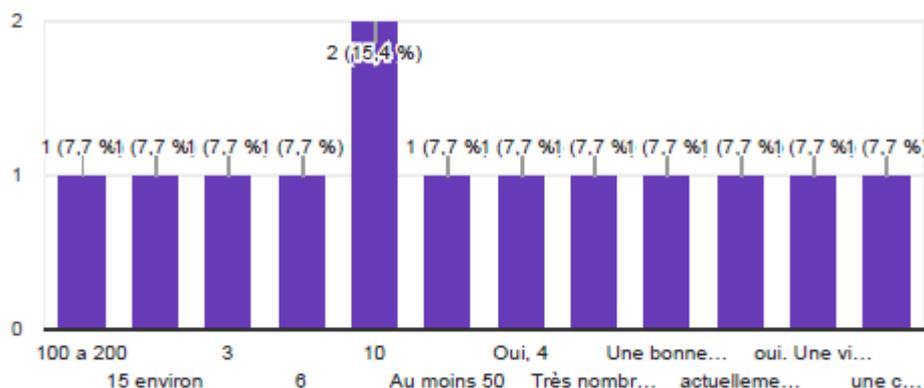
Quel est votre statut professionnel ?

13 réponses



Avez-vous suivi ou suivez-vous un enfant dyscalculique ? Si oui, combien ?

13 réponses



Comment définiriez-vous la dyscalculie ?

13 réponses

trouble cognitif spécifique et durable qui touche les compétences cognitives en mathématiques: les acquisitions numériques et/ou du calcul (numération, opérations arithmétiques, résolution de problèmes ou géométrie.

Trouble des cognitions mathématiques

difficultés à maîtriser le sens du nombre, le calcul pendant plus de 6 mois en dépit des interventions

Trouble durable des mathématiques

Trouble de la numération affectant le code analogique

Je me base sur les critères du dsm5.

Trouble de la numération

Trouble du calcul et/ou trouble du raisonnement logique

Trouble du traitement de la cognition mathématique

Trouble spécifique et durable touchant le calcul

Difficultés pour raisonner, pour mettre en lien, pour donner du sens

selon les critères du DSM 5 (en gros difficultés à maîtriser le sens des nombres, les faits numériques ou le calcul et/ou difficultés dans le raisonnement mathématique, avec retentissement sur les performances scolaires et dans la vie quotidienne, difficultés persistant plus de 6 mois en dépit des interventions et non expliquées par une déficience intellectuelle ou trouble neurologique ou psychiatrique) mais je distingue les dyscalculies primaires avec atteinte du sens du nombre ou d'accès au sens du nombre via les codes symboliques (oral ou arabe) des dyscalculies secondaires (sans déficit d'accès au sens du nombre) en référence aux théories scientifiques actuelles

C'est t'un trouble dans les compétences du calcul, et ce trouble manifeste dans les opérations arithmétique simple

Sur quels critères vous basez-vous pour poser le diagnostic ?

13 réponses

trouble du bilan initial encore présent après les 50 séances réalisées intensivement.

Dsm5

critères DSM 5

Bilan orthophonique des structures logiques et la dyscalculie (c'est notre nomenclature officielle)

Les éléments d'anamnèse (histoire scolaire, méthodes d'apprentissage, difficultés rencontrées en math mais aussi en LO Et LE), les résultats quantitatifs à différentes épreuves évaluant les trois codes de Dehaene ainsi que le domaine logique

Échec aux habilités numériques de base ou numérosité.

Pas de RM,

Résultats aux tests étalonnés

Tedimath examath zareki (rapport à la norme) bilans étalonnés

Ecart à la norme supérieur à -2 écarts types sur différents domaines de la numération (erreurs particulières en transcodages, déficit de la ligne numérique mentale, mémoire de travail souvent déficitaire, souvent accompagnant une dyslexie avec trouble phono et donc difficultés à retenir les mots-nombres irréguliers). Absence de trouble du raisonnement.

Batterie de test erla, invariants logiques et piliers du nombre

performances significativement inférieures à la normes à des tests standardisés évaluant le sens du nombre, l'accès au sens du nombre via les codes symboliques (arabe et oral), la compréhension du système numérique, le calcul mental et écrit, le transcodage et la résolution de problèmes (par exemple Examaths, Panamaths, Tedi-maths, Tedi-math grands, Numerical Screener) + persistance des troubles après 6 mois de rééducation (bilan de renouvellement) + exclusion d'une déficience intellectuelle, d'un handicap sensoriel ou de troubles moteurs avec la réalisation d'exams complémentaires (par exemple psychométrie) si besoin

Le QI normale, l'enfant a eu une chance dans une scolarisation normal, teste les capacité arethmetique par un test de calcul

Comment savoir s'il s'agit d'un trouble spécifique ou d'un trouble cognitif global (ou autre chose) ?

12 réponses

Spécifique si numérosité, numération, transcodage, comptage-dénombrement toujours atteint après la prise en charge.

Spécifique si bilan psychométrique dans la norme.

Avec wisc

Anamnèse et bilan complémentaire (langage, mémoire...)

En observant l'évolution, en orientant vers d'autres très types de bilan (neuropsychologiques, psychologiques, orthoptiques,...) selon les troubles observés en parallèle.

Pouvoir procéder à un bilan pluridisciplinaire (QI, bilan neuropsy complet, bilan pris en main par un neuropediatre).

Wisc complémentaire.

Tester la mémoire, la représentation mentale, la compréhension, la visuo-construction

Si moindre doute demande de bilan complémentaire en particulier neuro psychologique

Test psychométrique indispensable

En général, les troubles du raisonnement affectent toutes les sphères, il n'y a quasiment jamais de trouble isolé.

nécessité d'une psychométrie si des difficultés apparaissent dans d'autres domaines (par exemple langage oral, écrit, motricité) pour éliminer une déficience intellectuelle, bilan psychomoteur ou en ergothérapie si suspicion de trouble moteur, bilan ophtalmologique ou audiophonologique si nécessaire ; parfois bilan neuropsychologique (attention et fonctions exécutives) pour mieux comprendre le profil cognitif

On fait un diagnostic différentielle

Quel est le rôle du test dans le diagnostic ?

13 réponses

comparer le bilan initial vs le bilan de renouvellement en utilisant le même test.
Utiliser un test approprié pour avoir un étalonnage.

Descriptions cliniques et écarts à la norme permettant de proposer un diagnostic

objectiver et caractériser les difficultés

Indispensable pour avoir des éléments normés de comparaison

De pouvoir établir un résultat quantitatif et donc de quantifier le retard.

Essentiel en plus de l'anamnèse

Confirmer les plaintes

Permet analyse quantitative et qualitative

L'étalonnage, le côté quantitatif à mettre bien sûr en parallèle avec le côté qualitatif / clinique

Essentiel / Indispensable

Situer le niveau de raisonnement de l'enfant, comprendre son fonctionnement de pensée

assurer que les habiletés numériques de base (sens du nombre) et/ou les compétences mathématiques (calcul, résolution de problème, numération de problème) sont significativement inférieures à celles des enfants/adolescents/adultes du même âge

Il donne des résultats exacts comme il donne le profil de l'enfant

Quels tests utilisez-vous ? Pourquoi ceux-là ?

13 réponses

BLM II (structure logique, utilisation du nombre, numération), Teddy Maths (chaîne numérique, estimation grandeur, dénombrement, problèmes) Zareki (échelles) + épreuves maison (subitizing, transcodage, opération)

Udn zareki tedimath ado

examaths 8-15 et mathseval

Batterie B-LM et autres tests associés (extraits du TediMath, du Zareki, épreuves de Elsa D'all Agnol), parce que ce sont ceux dont j'ai appris à me servir en formation.

Tedi-math: évaluation complète de la numération,
uDN-II: test plusieurs aspects de la logique (Et test créé avec des épreuves qui s'en inspirent)
Zareki: teste le code analogique plus particulièrement

Blm examath. Récents écarts types ou ad.

BLM zareki teddi math

Examath, Tedi-math, BLM

Déjà dit... examath 8-15 tedimath zareki

cela dépend des âges

Erla, car c'est une batterie très complète

Principalement Tedi-math, Tedi-math grands, Numerical Screener et Panamath, parfois mathEval. Parce qu'ils sont standardisés, normés, valides, fidèles et m'apportent les renseignements nécessaires à la compréhension des difficultés

Un test que je lé construite , pour ma recherche en master

Pourquoi pas les autres ?

11 réponses

parce que c'est complet comme ça.

PaS eu l occasion de tester

Je ne les connais pas encore (ex : Examaths) ou bien on me les déconseille pqq obsoletes

Tests pédagogiques ou trop d'items qui testent la même compétence et pas assez complets

Pas suffisamment précis parfois intéressants en complément

Il n'y a rien d'autres!! Et surtout pour les ados

Zarecki me semble mal étalonné (population Zep), Cogi act trop flou dans l'étalonnage et pas assez mathématique, math eval restreint dans la tranche d'âge

Car ils sont étalonnés et pour l'examath il est récent

Je ne les maîtrise pas et elles me semblent moins élaborées

absence d'étalonnage (ERLA, B-LM partie mathématique) et références théorique obsolètes (ERLA, B-LM basée sur l'approche piagétienne)

Je veux prouver que mon tests est fiable

Comment interprétez-vous les résultats des tests ?

12 réponses

Je regarde en fonction de l'étalonnage et je compare selon si les structures logiques sont atteintes ou pas.

En fonction des difficultés observées j'oriente pour des bilans complémentaires (psychomotricité, orthoptie, ergothérapie, orthophonie, neuropsychologie)

Avec les normes quantitatives et de manière qualitative en faisant des corrélations entre épreuve en percentile

En fonctions de normes et aussi de manière subjective pour mes observations en situation.

Tout dépend du résultat...

Qualitativement ou quantitativement pour les plus jeunes

De façon quantitative et qualitative

Formations Anne lafay : tout est justifié de manière scientifiques : je regarde beaucoup le subitizing l'estimation les relations entre codes ...

Avec mon bagage théorique et mon sens clinique

En les situant par rapport aux étapes de développement de l'enfant

de manière quantitative et qualitative (difficultés liées au sens du nombre ? à des difficultés visuo-spatiales ? à un trouble attentionnel ? à des difficultés langagières ? à la méthode d'enseignement ?)

Je vais les interpréter sur une base théorique (un soubassement théorique)

Comment différenciez-vous les difficultés ordinaires des difficultés pathologiques ?

12 réponses

selon l'écart avec l'écart type ou selon l'écart avec l'âge de l'enfant

En référence aux modèles théoriques même si parfois la limite est ténue

les résultats aux tests, la durée et l'intervention

Durabilité, influence sur le langage oral et écrit,...

Par les résultats quantitatifs

Anamnèse + résultats quantitatifs et fonctionnement de pensée

Écart à la norme et résistance à la PEC

Importance du décalage à la norme, procédures peu fonctionnelles et très coûteuses, durée des difficultés ...

Rapport à la norme : dans examath n'étant pas gaussien on calcule en centiles : centile 10 pathologique centile 30 à 50 : difficultés ordinaires ...

persistance, caractéristiques particulières

difficultés d'accès au sens du nombre

Quand l'enfant normal dépasse l'âge de cette difficulté en plus on se base sur l'observation dans la passation du test

A partir de quel âge peut-on poser le diagnostic ?

12 réponses

6 ans, CP

En théorie 7/8 ans

en primaire

Dès la primaire

Vers 7-8 ans

6/7 ans avec bilan de renouvellement

Ce2

CE1/CE2

8 ans

je ne le pose pas avant 7-8 ans... voire je ne le pose jamais quand il n'est pas indispensable

en théorie dès 5 ans je pense puisque les tests proposent des évaluations dès la MSM (TEDI-MATH), en pratique dès le début du CE1 si 6 mois de rééducation ont été effectuées

Après 08 ans

Utilisez/connaissez-vous des références particulières en didactique des mathématiques sur l'apprentissage du nombre ? Si oui lesquelles et comment vous servent-elles dans votre pratique d'orthophoniste ?

11 réponses

non

Logiciels de rééducation
Ouvrages De Menissier
Madame Hess...

Les principes de Gelman, la théorie du triple code,...

Je vous cite toutes les références qui me viennent en tête: les livres de Bernadette Gueritte-Hess, les livres de Michel Habib, la bosse des maths de Dehaene, les livres de Stella Baruk, livres de Meljac, ...

Anne lafay Alain menissier articles revues pour étayer ses connaissances

Recherches Gepalm, ouvrages de Ménissier, Barouillet, Noël

Anne lafay Alain ménisques... ça sert beaucoup !

Non ou alors sans en connaître les références

Piaget, sa vision du développement de l'enfant me permet de comprendre où en est le patient dans ses préoccupations cognitives

formations d'Anne LAFAY sur la théorie de la dyscalculie - travaux de Houdé, Ménissier, Dehaene etc. Je me base sur la théorie pour construire un projet thérapeutique cohérent (par exemple travail de la ligne numérique mentale si manque de maîtrise du sens du nombre).

Non

Quelles informations échangez-vous avec les enseignants ?

12 réponses

peu car soumis au secret médical.

Je transmets via les parents des suggestions d'aménagements qu'il serait judicieux de mettre en place

pour l'enfant

Conseils d'aménagements

des aménagements pédagogiques

Quelques conseils d'adaptations

Sur le diagnostic posé, les conclusions du bilan, le travail effectué en séance, les adaptations possibles à mettre en classe

Surtout adaptations

constat des difficultés scolaires de la part de l'enseignant. PAP

Mêmes explications que ci dessus

Informations nécessaires à la compréhension du trouble de façon générale, dans le respect du secret médical. Souvent +++ les informations sur la surcharge cognitive liée au déficit de mémoire de travail et à la non automatisation des processus, ainsi que les liens entre calcul/motricité manuelle fine/motricité bucco-faciale

J'explique quelle est la posture au monde de l'enfant, comment il perçoit et comprend ce qui lui est demandé, quelles sont les mises en lien qu'il réalise, ou non

aucun (secret médical) mais je donne les informations aux parents qui peuvent s'ils le souhaitent transmettre aux enseignants (notamment compte-rendu écrit du bilan orthophonique spécifiant le profil de l'enfant en mathématique, le diagnostic orthophonique, le projet thérapeutique, les recommandations de bilans complémentaires et d'aménagements pédagogiques)

On fait la prévention et la conduite à tenir avec ce genre de troubles

Quelles informations échangez-vous avec le corps médical ?

12 réponses

Compte-rendu de bilan envoyé au médecin prescripteur.

Explications des résultats des tests

peu

Peu...

Les informations contenues dans le bilan

Selon la demande contenu des séances avec certains paramédicaux

Communication du compte rendu de bilan au médecin traitant, demande de bilan neuropsychologique si suspicion de trouble attentionnel ou dyspraxie

Compte rendu de bilan orthophonique

Mon compte rendu de bilan va au médecin

Bilan orthophonique envoyé au médecin, ainsi qu'aux autres professionnels si besoin, échanges téléphoniques

au médecin prescripteur et si accord des parents aux autres professionnels de santé travaillant avec l'enfant : le compte-rendu écrit du bilan orthophonique spécifiant le profil de l'enfant en mathématique, le diagnostic orthophonique, le projet thérapeutique, les recommandations de bilans complémentaires et d'aménagements pédagogiques) + toute information permettant d'adapter au mieux la prise en charge

Dans le domaine de la neurologie

Selon vous, que pourrait-il être mis en oeuvre pour faciliter la communication avec l'enseignant ?

11 réponses

Cela me paraît difficile à mettre en place car nous ne pouvons légalement interagir qu'avec les parents via le secret médical

Livret d'explication et conseils écrits

Une formation des enseignants sur "comment un enfant apprend les mathématiques" et quels sont les signes d'alerte, par exemple.

Une réunion pluridisciplinaire et une explication simple des symptômes

Une meilleure connaissance de notre rôle dans ce domaine

Propositions d'adaptations pédagogiques dans le cadre d'un PAP

Une plaquette explicative comme il existe déjà pour la dyslexie ... la dyscalculie est beaucoup moins connue

Rien, si toutes les parties ont envie de communiquer et sont respectueuses de la place de chacun, du secret médical, etc, cela se fait en bonne intelligence de façon très fluide et efficace.

Des discussions informelles, des conférences explicatives sur ce que sont les rôles et les atouts de chacune des professionnels

livret d'information sur la dyscalculie à jour par rapport aux connaissances actuelles (définition de la dyscalculie) et aménagements scolaires possibles à cocher par l'orthophoniste selon le profil de l'enfant par exemple

Programmes des journées de sensibilisation dans les écoles

Annexe 3. Cahier des charges

Cette annexe présente le cahier des charges élaboré afin de concevoir le dispositif de repérage de difficultés en mathématiques.

Précisions sur le dispositif

Dans le cadre d'une thèse en cours sur la dyscalculie (troubles d'apprentissage en mathématiques), nous cherchons à faciliter les échanges entre enseignants et orthophonistes quant aux difficultés des élèves. Pour cela, nous souhaitons créer un dispositif de repérage des difficultés en mathématiques destiné aux enfants à partir de 6 ans permettant d'établir un inventaire commun des difficultés de l'enfant exploitable par chacun de ces professionnels. Ce dispositif sera utilisé par les enseignants pour cibler les difficultés de leurs élèves et les résultats pourront, si besoin, être transmis à l'orthophoniste en vue d'établir diagnostic et rééducation.

L'objectif de l'informatisation du dispositif est de faciliter le travail de l'enseignant au niveau de l'encodage des résultats et de lui fournir un retour immédiat sur les connaissances et compétences de l'élève qui est évalué. Cela permettra également aux chercheurs de constituer une base de données qui pourra être exploitée dans des recherches ultérieures.

Le dispositif est actuellement composé de 4 modules (il serait souhaitable de pouvoir enrichir le dispositif par la suite, avec la suppression de questions ou l'ajout de nouvelles questions ou de nouveaux modules). Chaque module est composé de différentes épreuves. Une fois que l'enfant a réalisé l'épreuve, une couleur lui est attribuée : vert si l'enfant a réussi l'épreuve à plus de 75%, rouge s'il a échoué à plus de la moitié des items et éventuellement orange s'il se situe dans une zone intermédiaire. A la fin de la passation de chaque module, un résumé est proposé à l'enseignant avec une vue d'ensemble de la réussite aux différentes épreuves.

Il y a différents niveaux qui dépendent de la classe de l'élève (niveau 1 = CP/CE1, niveau 2 = CE2 et niveau 3 = CM1/CM2). Certains paramètres vont varier en fonction de ce niveau (la grandeur des nombres proposés dans certaines épreuves par exemple).

Certaines épreuves font appel à du matériel réel, dans ce cas les résultats sont encodés par l'examineur. D'autres épreuves nécessitent un support visuel virtuel. Les réponses sont alors soit encodées par l'enfant (dans ce cas il serait utile de prévoir un item test pour que l'enfant puisse voir comment cela fonctionne) ou par l'examineur (dans le cas où l'enfant répond oralement).

N'hésitez pas à proposer des améliorations !

Page d'accueil

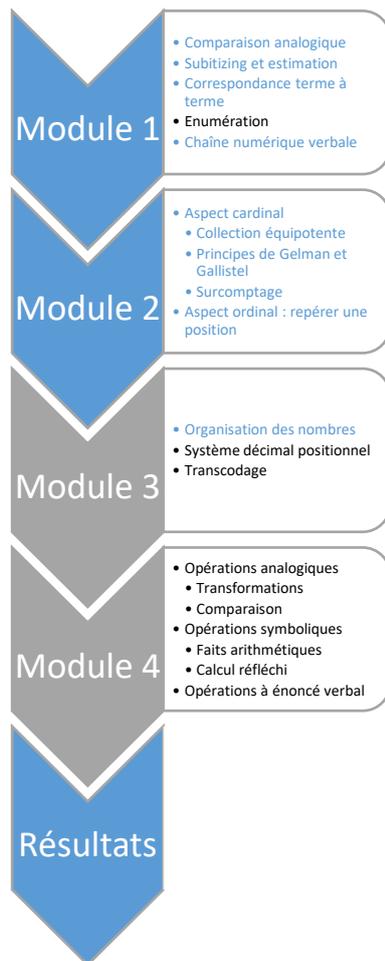
Possibilité à l'utilisateur de reprendre une passation en cours ou de commencer une nouvelle passation.

Dans le cas d'une nouvelle passation, l'examineur encode le prénom, l'âge et la classe de l'enfant avant de démarrer le test.

Dans le cas de la reprise d'une passation, l'examineur encode le nom de l'élève (ou autre ?) pour récupérer les données correspondantes.

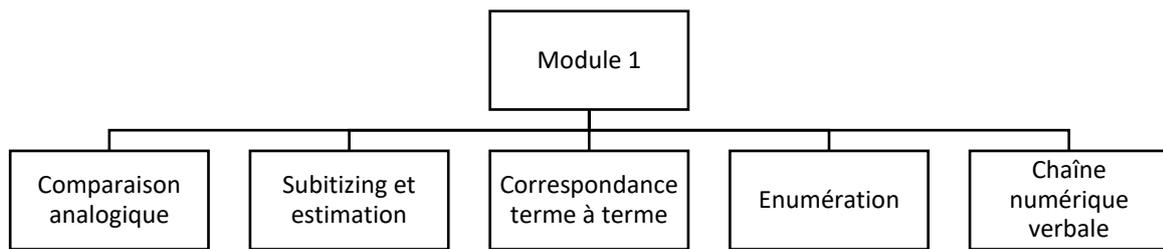
Lors de la passation, il faudrait afficher une barre de progression (du style de celle illustrée ci-dessous) permettant à l'examineur de voir les épreuves que l'enfant a déjà réalisées ou non. L'idéal serait que l'examineur puisse, s'il le souhaite, cliquer dans cette barre de progression sur les épreuves qu'il veut réaliser (s'il souhaite sauter des tâches par exemple). Il pourrait également cliquer sur des épreuves déjà réalisées pour les repasser avec d'autres valeurs numériques (choisies aléatoirement dans les jeux de tâches proposés en annexe).

Un module « résultat » (contenant l'ensemble des résultats aux épreuves effectuées) doit également être accessible à tout moment de la passation.



Module 1 : Prérequis

Structure globale du module (pour info, pas besoin de l'afficher) :



1) Comparaison analogique

L'épreuve nécessite un support visuel virtuel. C'est l'enfant qui encode directement les résultats.

Consigne pour l'examineur (à afficher) : prévenir l'enfant que des points vont apparaître à l'écran et qu'il doit cliquer du côté où il y a le plus de points. Placer l'enfant devant l'écran.

Clic droit (ou autre ?) pour démarrer

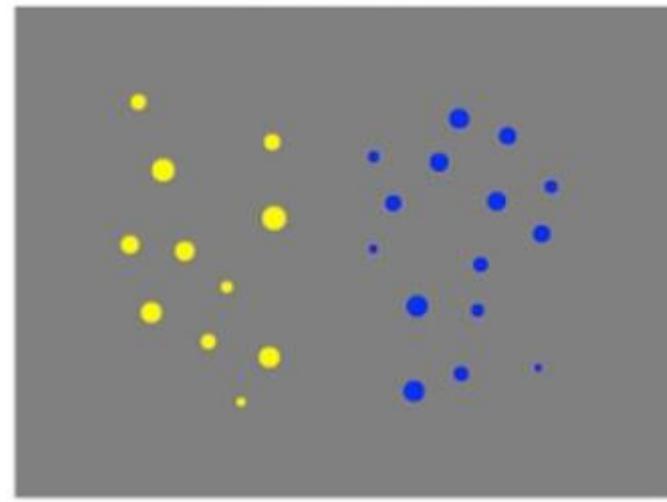
Présentation rapide (1 seconde) et simultanée de deux collections de points

Subtest 1 : petites quantités (1-3, 3-2, 2-4, 3-4)

L'enfant clique du côté de l'écran où la quantité est la plus importante, le subtest est noté sur 4

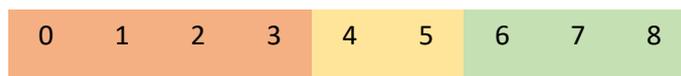
Subtest 2 : grandes quantités (6-7, 12-9, 8-13, 10-9)

Idéalement la surface occupée par les points doit être identique pour les deux collections présentées et la taille des points variable. Par exemple :



L'enfant clique du côté de l'écran où la quantité est la plus importante, le subtest est noté sur 4

L'épreuve est notée sur 8 au total. Le codage s'effectue de la façon suivante :



2) Subitizing/estimation

L'épreuve nécessite un support visuel virtuel. L'enfant répond oralement et c'est l'examineur qui encode les résultats.

Consigne pour l'examineur (à afficher) : prévenir l'enfant que des points vont apparaître à l'écran et qu'il doit dire combien il voit de points. Placer l'enfant devant l'écran.

Clic droit (ou autre ?) pour démarrer

Présentation rapide (1 seconde) de collections de points

Subtest 1 : petites quantités (1, 4, 3)

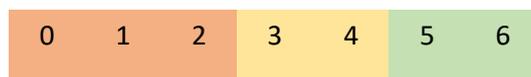
L'enfant répond oralement et l'examineur encode la réponse, le subtest est noté sur 3

Subtest 2 : grandes quantités (15, 72, 46)

Idéalement la surface occupée par les points doit être identique pour toutes les collections présentées et la taille des points variable.

L'enfant répond oralement et l'examineur encode la réponse, le subtest est noté sur 3 (réponse correcte se situant dans un intervalle [nombre cible - nombre cible*50%, nombre cible + nombre cible*50%], par exemple pour 46, la réponse sera considérée correcte si elle se trouve dans l'intervalle [23,69])

L'épreuve est notée sur 6 au total. Le codage s'effectue de la façon suivante :



3) Correspondance terme à terme

L'épreuve se fait avec du matériel réel. L'examineur encode uniquement les résultats.

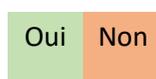
Matériel à préparer (à afficher) : 12 jetons bleus et 11 jetons rouges

Consigne pour l'examineur (à afficher) : étaler de façon aléatoire les deux tas de jetons devant l'enfant. La consigne est la suivante : « *Est-ce que tu pourrais me dire s'il y a plus de jetons rouges ou de jetons bleus ?* ».

Clic droit (ou autre ?) quand l'épreuve est terminée

L'examineur encode :

- La tâche est-elle réussie ?



- les stratégie(s) utilisée(s) :

- Estimation visuelle
- Correspondance terme à terme (séparation)
- Correspondance terme à terme (organisation spatiale)
- Organisation par paquets
- Dénombrement

- les erreur(s) observée(s) :

- Dénombrement correct mais réponse incorrecte (problème de mémorisation)
- Dénombrement correct mais réponse incorrecte (mauvaise comparaison)
- Correspondance T à T correct mais réponse incorrecte (problème d'organisation spatiale)
- Problème de vocabulaire (plus/moins)
- Problème de synchronisation geste/comptine
- Problème d'énumération
- Erreur dans la comptine

+ remarques éventuelles

4) Énumération

L'épreuve se fait avec du matériel réel. L'examineur encode uniquement les résultats.

Matériel à préparer (à afficher) : Quinze boîtes d'allumettes vides identiques, une boîte en plastique pour y mettre les allumettes (sans le bout phosphoré !) en grand nombre. Les boîtes sont percées des deux côtés d'un petit trou permettant d'y glisser les allumettes.

Consigne pour l'examineur (à afficher) : Les boîtes d'allumettes vides sont disposées aléatoirement sur la table (près de l'endroit où l'enfant se trouve) et la boîte contenant les allumettes est placée à côté en bord de table. La consigne est la suivante : "*Je vais te présenter un jeu pour lequel il faudra trouver une méthode pour gagner. Voici un tas de boîtes et des allumettes. Tu dois mettre, dans chaque boîte, une allumette et une seule, en la passant par le petit trou. Tu n'as bien sûr pas le droit d'ouvrir la boîte. Quand tu penses avoir fini, nous regarderons ensemble si tu as gagné ou perdu. Pour gagner, il faut une seule allumette dans chaque boîte et aucune boîte vide.*"

Clic droit (ou autre ?) quand l'épreuve est terminée

L'examineur encode :

- La tâche est-elle réussie ?

Oui Non

- les stratégie(s) utilisée(s) :

- Mise à l'écart des boîtes remplies
- Repérage visuel
- Organisation préalable de la collection

- les erreur(s) observée(s) :

- Pas de séparation entre les boîtes déjà traitées et celles à traiter

- Rupture dans la suite « boîte – allumette – boîte – allumette »

+ remarques éventuelles

5) Chaîne numérique verbale

L'épreuve se fait oralement en deux temps. L'examineur encode uniquement les résultats.

Subtest 1 : Etendue

Consigne pour l'examineur (à afficher) : Demander à l'enfant : « *Jusqu'où sais-tu compter ?* ». Lui demander de compter à voix haute et lui fait répéter pour s'assurer de la stabilité de la suite. Condition d'arrêt : arrêter l'enfant s'il compte sans erreur jusque 75.

Clic droit (ou autre ?) après chaque comptage

L'examineur encode :

	Premier comptage	Deuxième comptage
Limite déclarée		
Limite spontanée		
Relance(s)		
Limite effective après relance		
Erreurs	<input type="checkbox"/> Oubli d'un ou plusieurs nombres : <input type="checkbox"/> Difficulté lors du passage à la dizaine supérieure (vocabulaire – bouclage – régularité non conventionnelle) <input type="checkbox"/> Difficulté avec les primitives lexicales : <input type="checkbox"/> Difficulté lors du passage à la centaine	<input type="checkbox"/> Oubli d'un ou plusieurs nombres : <input type="checkbox"/> Difficulté lors du passage à la dizaine supérieure (vocabulaire – bouclage – régularité non conventionnelle) <input type="checkbox"/> Difficulté avec les primitives lexicales : <input type="checkbox"/> Difficulté lors du passage à la centaine

Subtest 2 : Flexibilité

Consigne pour l'examineur (à afficher) : Choisir ensuite un nombre dans la suite maîtrisée et demander à l'enfant quel nombre vient avant et après (par exemple, « *Est-ce que tu peux me dire le nombre qui vient après 12 ? Et celui qui vient avant 12 ?* »).

Clic droit (ou autre ?) quand l'épreuve est terminée

L'examineur encode :

Nombre choisi :

Nombre suivant donné :

Nombre précédent donné :

+ remarques éventuelles

La réussite ou l'échec à l'épreuve est encodé directement par l'examineur :

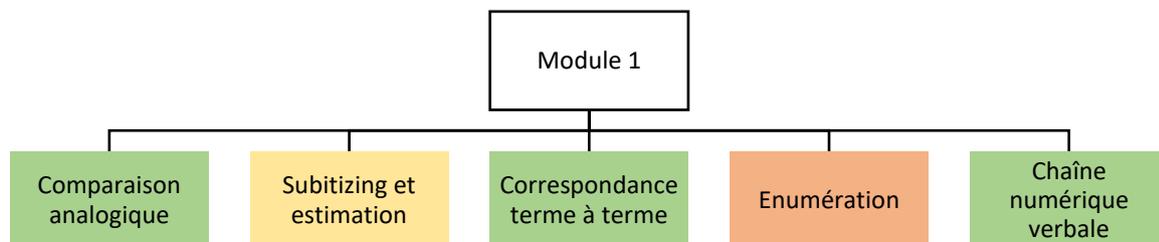
- La tâche est-elle globalement réussie ?

Oui	Non
-----	-----

Bilan du module 1

Affichage des résultats du module 1

Vue d'ensemble des différents items en rouge (échec), orange (zone intermédiaire) ou vert (réussite).
Par exemple :

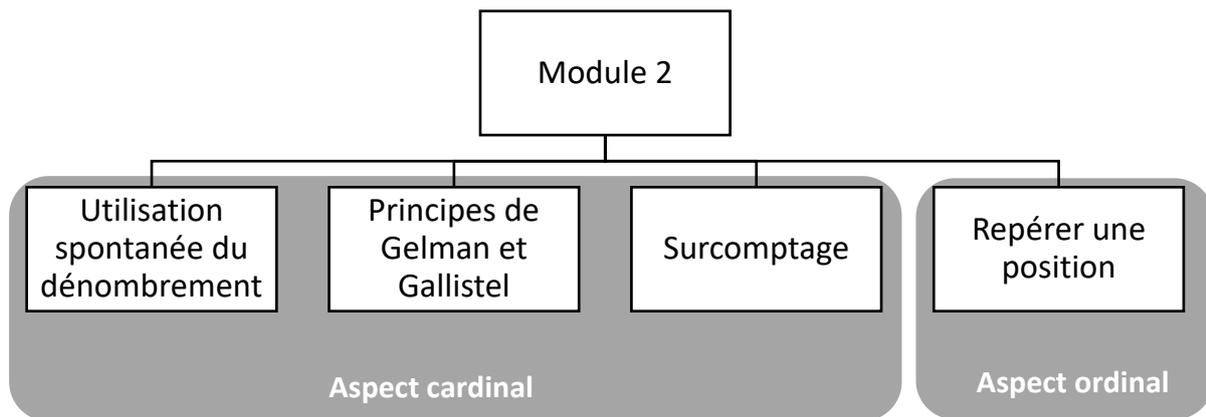


Possibilité de voir les détails de chacun des items

Possibilité donnée à l'examineur de continuer le test ou non

Module 2 : Aspect cardinal et ordinal du nombre

Structure globale du module (pour info, pas besoin de l'afficher) :



1) Utilisation spontanée du dénombrement

L'épreuve se fait avec du matériel réel. L'examineur encode uniquement les résultats.

Matériel à préparer (à afficher) : 11 boîtes d'allumettes vides, 20 jetons et une boîte

Consigne pour l'expérimentateur (à afficher) : Etaler 11 boîtes d'allumettes vides ouvertes devant l'enfant. Placer les jetons à l'autre bout de la pièce. Demander ensuite à l'enfant : « *Tu vois que sur la table il y a des boîtes d'allumettes. Là-bas, j'ai mis des jetons. Je voudrais que tu ailles chercher, en un seul voyage, juste ce qu'il faut de jetons pour que chaque boîte ait son jeton et que chaque jeton puisse être rangé dans une boîte. Tu peux les mettre dans la boîte pour les ramener ici. Tu ne pourras pas y retourner* ». Vérifier avec l'enfant.

Clic droit (ou autre ?) quand l'épreuve est terminée

L'examineur encode :

- La tâche est-elle réussie ?

Oui	Non
-----	-----

- Nombres de boîtes comptées : Non comptées comptées mentalement
- Nombres de jetons ramenés :
- Les stratégie(s) utilisée(s) (pour déterminer la quantité de boîtes) :
 - Estimation
 - Comptage avec pointage
 - Comptage visuel
 - Comptage avec dénombrement
 - Comptage avec groupements
- Les erreur(s) observée(s) (pour déterminer la quantité de boîtes) :
 - Mauvaise synchronisation geste/comptine

- Problème d'énumération
- Erreur dans la comptine

- Les stratégie(s) utilisée(s) (lors de la constitution de la collection équipotente) :

- Estimation
- Comptage

- Les erreur(s) observée(s) (lors de la constitution de la collection équipotente) :

- Mauvaise synchronisation geste/comptine
- Problème d'énumération
- Problème d'arrêt (compte trop ou pas assez loin)
- Erreur dans la comptine

+ remarques éventuelles

2) Principes de Gelman et Gallistel

L'épreuve se fait avec du matériel réel. L'examineur encode uniquement les résultats.

Matériel à préparer (à afficher) : 11 jetons

Consigne 1 pour l'expérimentateur (à afficher) : _Demander à l'enfant : « *Est-ce que tu peux me dire combien il y a de jetons ?* ». Si l'enfant ne donne pas spontanément le cardinal, lui redemander après son comptage : « *Donc, il y en a combien ?* »

Clic droit (ou autre ?) quand l'épreuve est terminée

L'examineur encode :

- La réponse : Correcte Incorrecte (à préciser)

- Les stratégie(s) utilisée(s) :

- Estimation
- Pointage
- Déplacement des cartes
- Comptage visuel

- Les erreur(s) observée(s) :

- Mauvaise synchronisation geste/comptine
- Problème d'énumération
- Cardinal non énoncé
- Erreur dans la comptine

+remarques éventuelles

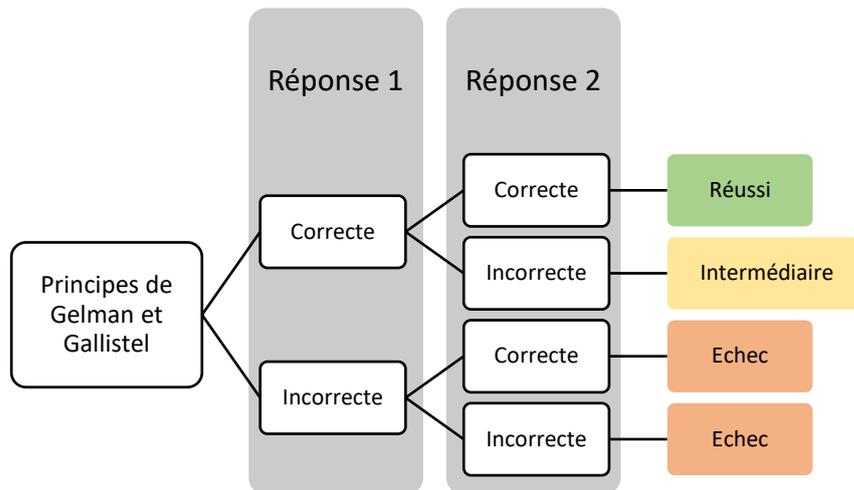
Consigne 2 pour l'expérimentateur (à afficher) : _« *Et si on commence par ce jeton là (choisir un autre jeton que celui par lequel l'élève a commencé son dénombrement), combien est-ce qu'on va compter de jetons ?* ».

Clic droit (ou autre ?) quand l'épreuve est terminée

L'examineur encode :

- La réponse : Correcte Incorrecte (à préciser)
- Les stratégie(s) utilisée(s) :
 - Recomptage
 - Réponse immédiate

L'épreuve est codée de la façon suivante :



3) Surcomptage

L'épreuve se fait avec du matériel réel. L'examineur encode uniquement les résultats.

Matériel à préparer (à afficher) : 10 jetons

Consigne 1 pour l'examineur (à afficher) : Placer de manière aléatoire 6 jetons devant l'enfant. La consigne est la suivante : « On a 6 jetons (les dénombrer avec l'enfant si besoin). J'ajoute un jeton. Combien y a-t-il de jetons maintenant ? ».

Clic droit (ou autre ?) quand l'épreuve est terminée

L'examineur encode :

- La réponse : Correcte Incorrecte (à préciser)
- Les stratégies :
 - Recomptage
 - Réponse immédiate

Consigne 2 pour l'examineur (à afficher) : Ajouter 3 jetons à la collection précédemment formée. La consigne est la suivante : « On a 7 jetons. J'ajoute trois jetons. Combien y a-t-il de jetons maintenant ? ».

Clic droit (ou autre ?) quand l'épreuve est terminée

L'examineur encode :

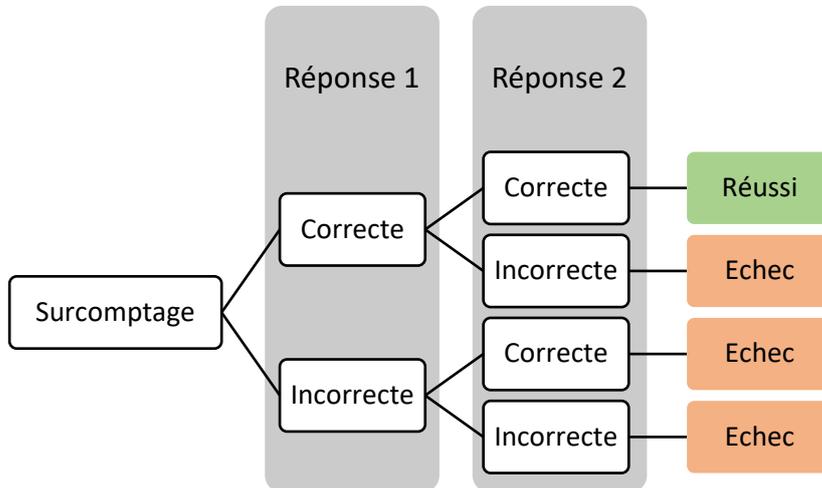
- La réponse : Correcte Incorrecte (à préciser)

- Les stratégies :

Recomptage

Réponse immédiate

L'épreuve est codée de la façon suivante :



4) Repérer une position

L'épreuve nécessite un support visuel virtuel. C'est l'enfant qui encode directement les résultats.

Consignes pour l'expérimentateur (à afficher) : Placer l'enfant devant l'écran. Des jetons alignés vont apparaître et l'enfant doit montrer le jeton demandé. Lire éventuellement la consigne précisant le jeton à montrer avec lui.

Clic droit (ou autre ?) pour commencer

Afficher à l'écran 12 jetons alignés :



Consigne pour l'enfant (à afficher) : Clique sur le premier jeton

L'enfant clique sur le jeton correspondant

Idem pour le troisième et le neuvième

+ l'examineur encode entre chaque consigne :

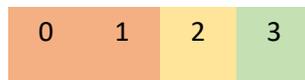
- Les stratégie(s) utilisée(s) :

Comptage

Placement immédiat

- Les erreurs observées :
 - Erreur de comptage
 - Mauvaise compréhension du vocabulaire

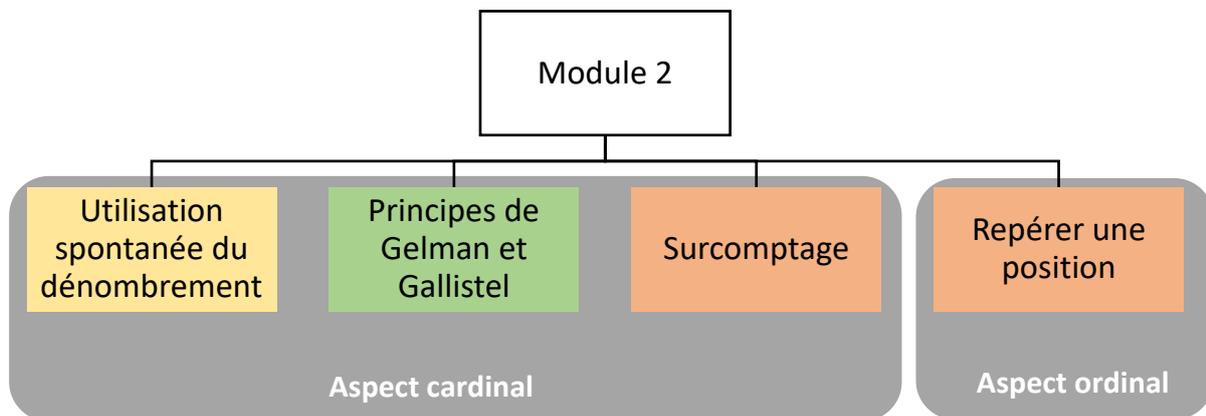
L'épreuve est notée sur 3. Le codage s'effectue de la façon suivante :



Bilan du module 2

Affichage des résultats du module 2

Vue d'ensemble des différents items en rouge (échec), orange (zone intermédiaire) ou vert (réussite).
Par exemple :

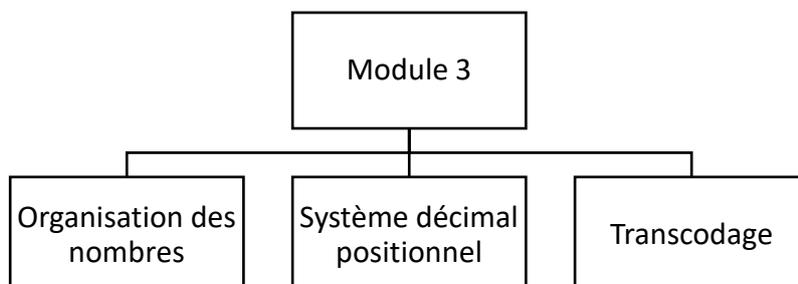


Possibilité de voir les détails de chacun des items

Possibilité donnée à l'examineur de continuer le test ou non

Module 3 : Représentations du nombre

Structure globale du module (pour info, pas besoin de l'afficher) :



1) Organisation des nombres

Cette épreuve est composée de 3 subtests. Les deux premiers (subtests 1 et 2) ainsi que la première partie du subtest 3 nécessitent un support visuel virtuel. Les réponses sont directement encodées par l'enfant. La seconde partie du subtest 3 se réalise oralement et c'est l'examineur qui encode les résultats.

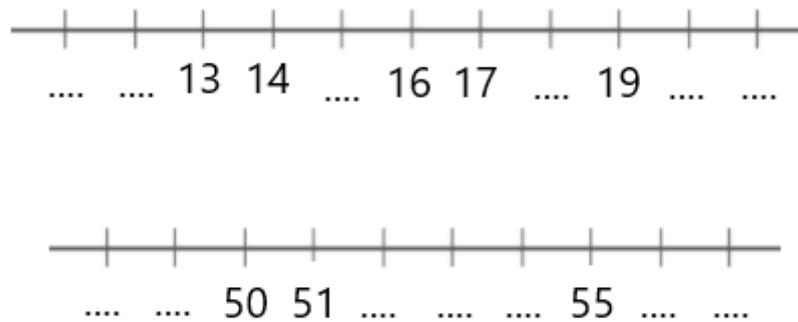
Subtest 1 : Droites à compléter

Consigne pour l'examineur (à afficher) : Placer l'enfant devant l'écran. Lire avec lui les consignes si nécessaire.

Clic droit (ou autre ?) pour commencer.

Consigne pour l'enfant (à afficher) : Complète les droites suivantes

Les droites à compléter sont les suivantes. L'enfant encode les nombres dans les espaces vides.



Le subtest est noté sur 13.

Subtest 2 : Lignes numériques

L'enfant est placé devant l'écran

Consigne pour l'enfant (à afficher) : Place les nombres sur la droite

Les nombres suivants apparaissent à l'écran : 50, 75, 57, 13 et 89

L'enfant clique sur la droite à l'endroit où il veut placer les nombres. Les nombres placés restent affichés sur la droite si possible.

Pour la seconde partie de l'épreuve idem mais les nombres sont dictés (par l'ordi si possible ?) : 50, 25, 22, 96, 93

Le subtest est noté sur 10 (ordre des nombres respectés, exemple si l'enfant place les nombres de la façon suivante : 13, 50, 57, 75, 89 -> 5/5 et s'il place les nombres de la façon suivante : 13, 50, 57, 89, 75 -> 3/5)

Subtest 3 : Comparaison de nombres

Consigne pour l'examineur (à afficher) : Placer l'enfant devant l'écran. Lire avec lui les consignes si nécessaire.

Clic droit (ou autre ?) pour commencer.

Consigne pour l'enfant (à afficher) : Clique sur le nombre le plus grand

Les paires de nombres suivantes apparaissent successivement à l'écran : 18-20, 54-28, 86-74 (arrêt pour le niveau 1), 154-128, 875-213, 621-387

L'enfant clique sur le plus grand des deux nombres

Pour la seconde partie l'enfant n'est plus devant l'écran

Consigne pour l'examineur (à afficher) : Lire à voix haute les nombres qui vont s'afficher et demander à l'enfant de dire lequel est le plus grand.

Clic droit (ou autre ?) pour commencer.

Couples de nombres à afficher : 80-90, 58-52, 34-52 (arrêt niveau 1), 189-238, 52-625, 200-206

L'examineur clique sur le nombre choisi par l'enfant

Le subtest est noté sur 6 pour le niveau 1 et sur 12 pour les niveaux 2 et 3.

Au total, l'épreuve est notée sur 19 pour le niveau 1 et sur 35 pour les niveaux 2 et 3. Le codage s'effectue de la façon suivante :

Niveau 1 :

0	1	2	...	13	14	15	16	...	20	21	22	23	...	28	29
---	---	---	-----	----	----	----	----	-----	----	----	----	----	-----	----	----

Niveaux 2 et 3 :

0	1	2	...	16	17	18	19	...	24	25	26	27	...	34	35
---	---	---	-----	----	----	----	----	-----	----	----	----	----	-----	----	----

2) Système décimal positionnel

Cette épreuve nécessite un support visuel virtuel. Les réponses sont directement encodées par l'enfant.

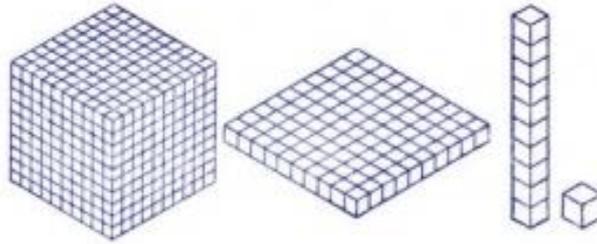
Subtest 1 : Dénombrement

Matériel à préparer (à afficher) : Papier et crayon.

Consigne pour l'examineur (à afficher) : Placer l'enfant devant l'écran. Lire avec lui les consignes si nécessaire. Il peut utiliser du papier et un crayon si besoin.

Clic droit (ou autre ?) pour commencer.

Avant de commencer l'épreuve, présentation du matériel à l'enfant. Celui-ci est de type :



Il faudrait une animation (est-ce possible ?) pour montrer qu'il s'agit de groupements de 10 (arrêt niveau 1), 100 (arrêt niveau 2) et 1000 cubes.

Consigne pour l'enfant (à afficher) : Combien de cubes y a-t-il en tout ?

Clic droit (ou autre ?) pour commencer.

L'enfant tape la réponse sur le clavier.

Collections présentées :

Niveau 1 :

- 6 dizaines et 3 unités
- 7 unités et 5 dizaines
- 3 dizaines
- 3 dizaines et 12 unités

Niveau 2 :

- 4 centaines, 5 dizaines et 2 unités
- 6 dizaines, 3 unités et 1 centaine
- 1 centaine et 4 unités
- 4 centaines, 12 dizaines et 6 unités

Niveau 3 :

- 2 milliers, 4 centaines, 6 dizaines et 2 unités
- 5 dizaines, 3 milliers, 8 unités et 2 centaines
- 1 millier et 4 dizaines
- 3 milliers, 12 centaines, 4 dizaines et 10 unités

Le subtest est noté sur 4.

Subtest 2 : Commandes

Matériel à préparer (à afficher) : Papier et crayon.

Consigne pour l'examineur (à afficher) : Placer l'enfant devant l'écran. Lire avec lui les consignes si nécessaire. Il peut utiliser du papier et un crayon si besoin.

Clic droit (ou autre ?) pour commencer.

Consigne pour l'enfant (à afficher) :

Niveau 1 :

- « Je voudrais 37 cubes, peux-tu m'aider à remplir le bon de commande ? »

Niveau 2 :

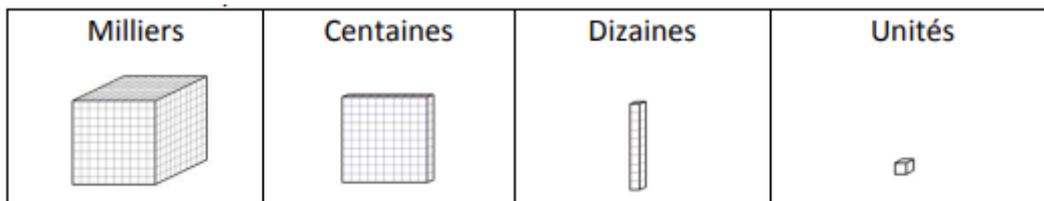
- « Je voudrais 614 cubes, peux-tu m'aider à remplir le bon de commande ? »
- « Je voudrais 162 cubes, peux-tu m'aider à remplir le bon de commande ? Attention, le marchand n'a plus de cubes par centaines ! »

Niveau 3 :

- « Je voudrais 3586 cubes, peux-tu m'aider à remplir le bon de commande ? »
- « Je voudrais 1321 cubes, peux-tu m'aider à remplir le bon de commande ? Attention, le marchand n'a plus de cubes par milliers ! »
- « Je voudrais 4542 cubes, peux-tu m'aider à remplir le bon de commande ? Attention, le marchand n'a plus de cubes ni par milliers ni par dizaines ! »

Afficher à chaque fois un rappel concernant les collections (niveau 1 : uniquement unités et dizaines, niveau 2 : unités, dizaines centaines).

Les cubes sont vendus par :



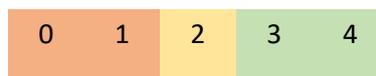
Les bons de commande à compléter sont du type :

.... milliers de cubes
.... centaines de cubes
.... dizaines de cubes
.... cubes unités

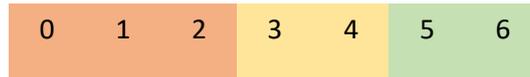
Le subtest est noté sur 1 pour le niveau 1, sur 2 pour le niveau 2 et sur 3 pour le niveau 3.

Au total, l'épreuve est notée sur 5 pour le niveau 1, sur 6 pour le niveau 2 et sur 7 pour le niveau 3. Le codage s'effectue de la façon suivante :

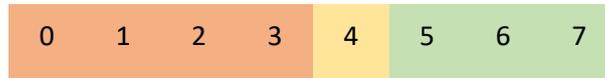
Niveau 1 :



Niveau 2 :



Niveau 3 :



3) Transcodage

Cette tâche nécessite un support visuel ou auditif virtuel. Les réponses sont encodées par l'examineur pour le subtest 1 et directement par l'enfant pour le subtest 2.

Subtest 1 : Lecture de nombres

Consigne pour l'examineur (à afficher) : Placer l'enfant devant l'écran. Il va devoir lire les nombres qui vont apparaître. En cas de bonne réponse (action à déterminer ?) et en cas de mauvaise réponse (action à déterminer ?).

Clic droit (ou autre ?) pour commencer.

Consignes pour l'enfant (à afficher) : Lis les nombres qui vont s'afficher

Nombres à afficher : 3, 5, 9, 15, 40, 27, 54, 76, 89, 93 (arrêt pour le niveau 1), 138, 272, 605 (arrêt niveau 2), 1061, 4396, 7042, 10001

Subtest 2 : Dictée de nombres

Consigne pour l'examineur (à afficher) : Placer l'enfant devant l'écran. Il va devoir taper les nombres qu'il va entendre.

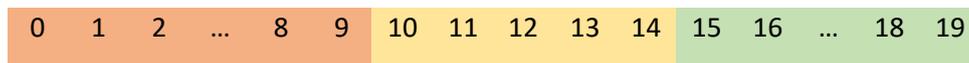
Clic droit (ou autre ?) pour commencer.

Consignes pour l'enfant (à afficher) : Tape sur le clavier les nombres que tu vas entendre

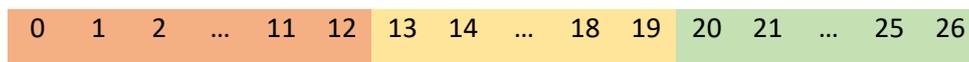
Nombre dictés (par l'ordi si possible ?) : 4, 7, 13, 50, 24, 43, 71, 84, 97 (arrêt pour le niveau 1), 125, 104, 172, 247 (arrêt pour le niveau 2), 1121, 1037, 10608

Au total, l'épreuve est notée sur 20 pour le niveau 1, sur 26 pour le niveau 2 et sur 34 pour le niveau 3. Le codage s'effectue de la façon suivante :

Niveau 1 :



Niveau 2 :



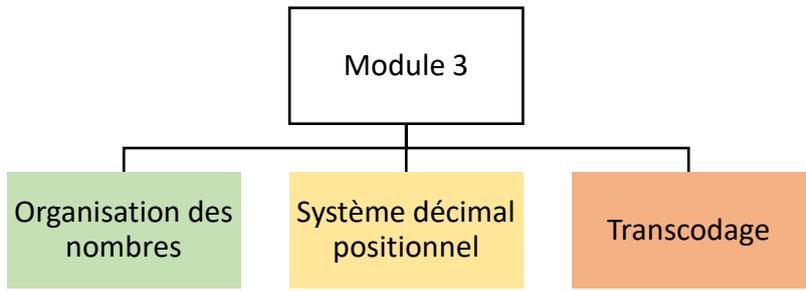
Niveau 3 :

0	1	2	...	15	16	17	18	...	24	25	26	27	...	33	34
---	---	---	-----	----	----	----	----	-----	----	----	----	----	-----	----	----

Bilan du module 3

Affichage des résultats du module 3

Vue d'ensemble des différents items en rouge (échec), orange (zone intermédiaire) ou vert (réussite).
Par exemple :

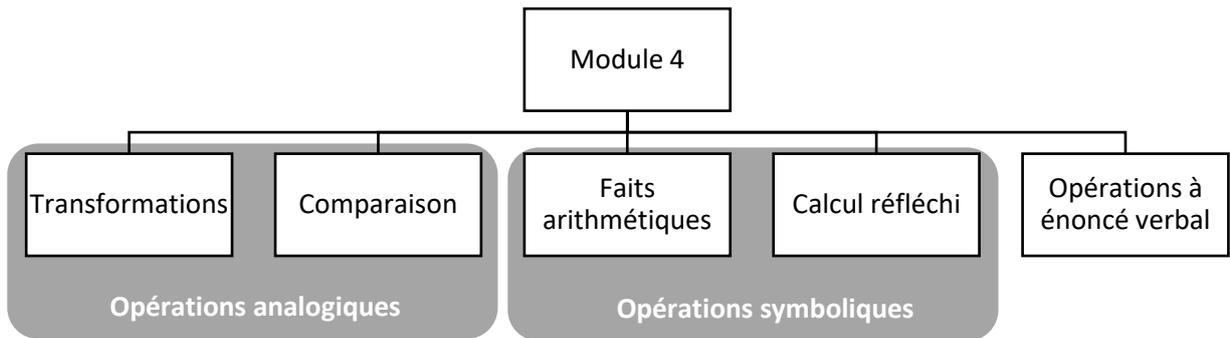


Possibilité de voir les détails de chacun des items

Possibilité donnée à l'examineur de continuer le test ou non

Module 4 : Opérations

Structure globale du module (pour info, pas besoin de l'afficher) :



1) Opérations analogiques

L'épreuve se fait avec du matériel réel. L'examineur encode uniquement les résultats.

Subtest 1 : Transformations

Matériel à préparer (à afficher) : 9 jetons et une boîte opaque

Consignes pour l'expérimentateur (à afficher) :

- Placer 5 jetons dans la boîte et énoncer la consigne suivante : « *J'ai mis dans la boîte 5 jetons (laisser éventuellement l'enfant les dénombrer), j'ajoute (devant lui) 4 jetons. Combien y a-t-il de jetons dans la boîte maintenant ?* ». L'enfant ne doit pas pouvoir dénombrer la collection finale.
- Placer 8 jetons dans la boîte et énoncer la consigne suivante : « *J'ai mis dans la boîte 8 jetons (laisser éventuellement l'enfant les dénombrer), je retire (devant lui) 3 jetons. Combien y a-t-il de jetons dans la boîte maintenant ?* ». L'enfant ne doit pas pouvoir dénombrer la collection finale.
- Placer 6 jetons dans la boîte et énoncer la consigne suivante : « *J'ai mis dans la boîte 6 jetons (laisser éventuellement l'enfant les dénombrer), je vais retirer des jetons et tu devras deviner combien j'en ai retiré* ». Retirer 2 jetons et laisser l'enfant regarder ce qu'il reste dans la boîte.
- Placer 3 jetons dans la boîte et énoncer la consigne suivante : « *Dans la boîte, il y a des jetons (secouer la boîte). J'ajoute 4 jetons. Regardons ce qu'il y a dans la boîte* ». Ouvrir la boîte et laisser l'élève compter les jetons. Lui demander ensuite : « *Combien il y avait de jetons dans la boîte avant que j'ajoute les 4 jetons ?* ».

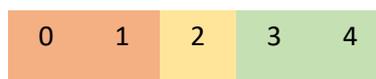
Entre chaque consigne, clic droit (ou autre ?) quand l'enfant a répondu

L'examineur encode :

- La réponse : Correcte Incorrecte (à préciser)
- Les stratégie(s) utilisée(s) :
 - Reproduction avec les doigts
 - Surcomptage
 - Décomptage
 - Calcul
- Les erreur(s) observée(s) :
 - Erreur dans la représentation
 - Erreur de calcul
 - Mauvaise opération
 - Erreur de comptage
 - Problème de mémorisation de l'énoncé

+ remarques éventuelles

L'épreuve est notée sur 4. Le codage s'effectue de la façon suivante :



Subtest 2 : Comparaison

Matériel à préparer (à afficher) : 2 boîtes avec couvercles et 44 jetons + papier/crayon

Consignes pour l'expérimentateur (à afficher) : Placer 21 jetons dans une boîte et 23 dans l'autre. Fermer les boîtes. Demander : « Tu as devant toi deux boîtes avec des jetons à l'intérieur. J'aimerais que tu me dises dans quelle boîte il y a le plus de jetons. Tu peux ouvrir les boîtes autant de fois que tu veux mais attention, tu ne peux ouvrir qu'une boîte à la fois et tu dois remettre les objets dans la boîte avant d'ouvrir l'autre ». Une fois que l'enfant a répondu, lui demander : « Et il y a en combien de plus ? ».

Clic droit (ou autre ?) quand l'épreuve est terminée

L'examineur encode :

- Le choix de la boîte

Correct Incorrect

- Le nombre de fois où la première boîte a été ouverte :
- Le nombre de fois où la deuxième boîte a été ouverte :
- La différence donnée :

- Les stratégie(s) utilisée(s) :
 - Dénombrement des deux collections
 - Estimation
 - Nature de la trace écrite (si utilisée) :

- Les erreur(s) observée(s) :
 - Mauvaise synchronisation geste/comptine
 - Problème d'énumération
 - Erreur dans la comptine
 - dénombrement correct mais choix incorrect (problème de mémorisation ou de vocabulaire)

+ remarques éventuelles

2) Opérations symboliques

La première partie de l'épreuve se fait oralement (subtest 1) et l'examineur encode uniquement les résultats. La seconde partie (subtest 2) nécessite un support visuel virtuel. C'est l'examineur qui encode les réponses de l'enfant.

Subtest 1 : Faits arithmétiques

Consignes pour l'examineur (à afficher) : Lire à voix haute les calculs qui vont s'afficher. Demander à l'enfant de répondre oralement et encoder sa réponse.

Les calculs à afficher sont : $6+6$, $8+2$, $5+7$, $10-6$, $8-5$, *Que faut-il ajouter à 3 pour faire 10 ? Que faut-il ajouter à 27 pour faire 30 ? Que faut-il ajouter à 15 pour faire 20 ?* » (arrêt niveau 1), 2×7 , 5×6 , 4×4 (arrêt niveau 2) et 8×7 (arrêt niveau 3).

Entre chaque calcul, clic droit (ou autre ?) quand l'enfant a répondu

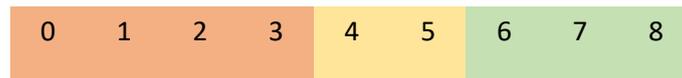
L'examineur encode :

- La réponse donnée par l'enfant
- Le temps de réaction : Réponse immédiate Marque un temps de réflexion

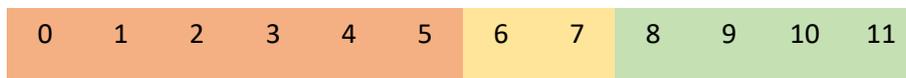
+ remarques éventuelles

L'épreuve est notée sur 8 pour le niveau 1, sur 11 pour le niveau 2 et sur 12 pour le niveau 3. Le codage s'effectue de la façon suivante :

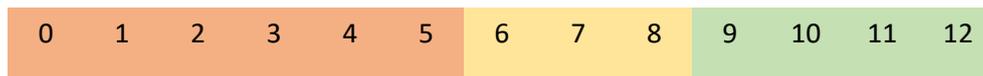
Niveau 1



Niveau 2



Niveau 3



Subtest 2 : calcul réfléchi

Consigne pour l'expérimentateur (à afficher) : La consigne à donner à l'enfant est la suivante : « *Des calculs vont s'afficher à l'écran et tu vas me donner les réponses à ces calculs.* ». Si besoin lui énoncer oralement les opérations au fur et à mesure. Placer l'enfant devant l'écran.

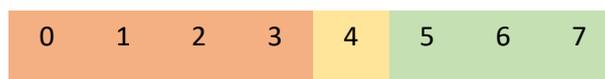
Les opérations à afficher sont les suivantes : 55+10, 24+13, 58+9, 46+25, 45-8, 52-20, 37-5 (arrêt niveau 1), 24-16, 52-35 (arrêt niveau 2 et 3)

Entre chaque calcul, clic droit (ou autre ?) quand l'enfant a répondu

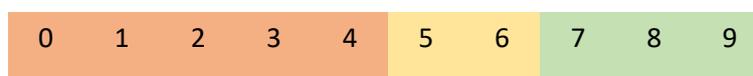
L'examineur encode les réponses données par l'enfant + remarques éventuelles

L'épreuve est notée sur 7 pour le niveau 1, sur 9 pour le niveau 2 et 3. Le codage s'effectue de la façon suivante :

Niveau 1



Niveau 2 et 3



3) Opérations à énoncé verbal

L'épreuve nécessite un support visuel virtuel. L'enfant note sa réponse sur un support papier et c'est l'examineur qui encode les résultats.

Matériel à préparer (à afficher) : papier et crayon

Consigne pour l'expérimentateur (à afficher) : La consigne à donner à l'enfant est la suivante : « *Des problèmes vont s'afficher à l'écran. Tu dois me dire la bonne réponse. Tu peux utiliser la feuille et le crayon si tu en as besoin* ». Si besoin lui énoncer oralement les opérations au fur et à mesure. En cas d'erreur, lui demander d'écrire comment il s'y est pris pour résoudre le problème. Placer l'enfant devant l'écran.

Les problèmes à afficher sont les suivants :

- Dans une classe, il y a 12 filles et 10 garçons. Combien y a-t-il d'enfants dans cette classe ?
- Emma rentre dans l'ascenseur au troisième étage et monte de 3 étages. A quel étage sort-elle ?
- Au cours de musique, il y a 7 enfants. Le maître fait sortir 3 garçons, seules les filles restent dans la classe. Combien de filles assistent au cours de musique ?
- Marc a 8 billes. Pierre a 5 billes. Marc a donc plus de billes que Pierre. Combien en a-t-il de plus ?

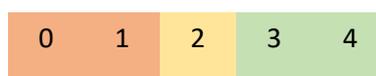
Entre chaque consigne, clic droit (ou autre ?) quand l'enfant a répondu

L'examineur encode :

- La réponse donnée par l'enfant
- Les stratégie(s) utilisée(s) :
 - Calcul mental
 - Calcul écrit
 - Utilisation des doigts
 - Utilisation d'un schéma/dessin
 -
- Les erreur(s) observée(s) :
 - Erreur de calcul
 - Mauvaise opération
 - Mauvaise représentation

+ remarques éventuelles

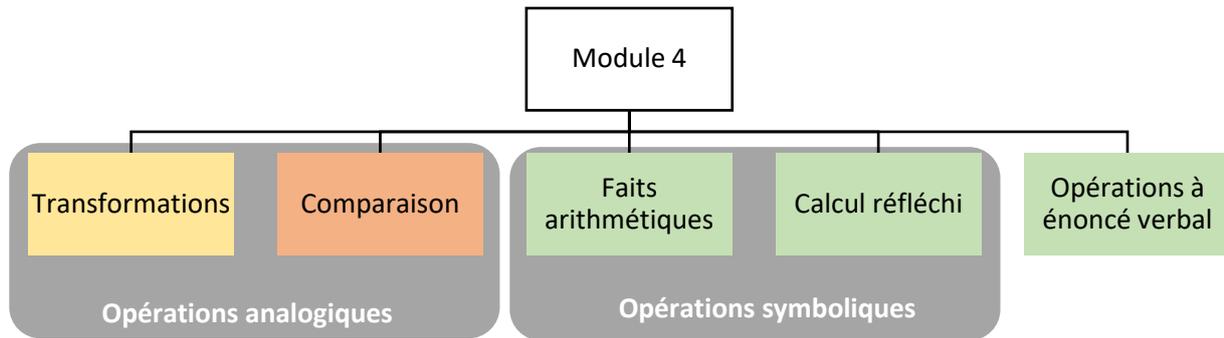
L'épreuve est notée sur 4. Le codage s'effectue de la façon suivante :



Bilan du module 4

Affichage des résultats du module 4

Vue d'ensemble des différents items en rouge (échec), orange (zone intermédiaire) ou vert (réussite).
Par exemple :



Possibilité de voir les détails de chacun des items

Possibilité donnée à l'examineur de continuer le test ou non

Annexe 4. Variables proposées dans le cas d'une seconde passation des épreuves

Dans le tableau suivant, se trouvent, pour chaque épreuve du module 2, 3 et 4, les variables pouvant être remplacée de façon aléatoire dans le cas où l'enseignant voudrait faire repasser une épreuve à un élève. Différents jeux de variables possibles sont proposés (colonne 3).

Epreuve	Paramètres à remplacer	Valeurs possibles
Module 2		
Utilisation spontanée du dénombrement	Présentation de 11 boîtes d'allumettes vides	9, 10, 12
Principes de Gelman et Gallistel	11 jetons à dénombrer	9, 10, 12
Surcomptage	Présentation de 6 jetons	5, 7, 8
Repérer une position	Neuvième position demandée	septième, huitième, dixième position
Module 3		
Droites à compléter	Droites à compléter 23 24 ... 26 27 ... 29 61 64 65 ou 40 41 44 32 ... 34 38 39
Lignes numériques	Nombres à placer sur la ligne	Nombres écrits : 50, 12, 48, 92 et 74 ou 50, 72, 12, 56 et 78 Nombres dictés : 50, 47, 24, 92 et 21 ou 50, 54, 26, 93 et 96
Comparaison de nombres	Nombres à comparer 18-20, 54-28, 86-74 (arrêt pour le niveau 1), 154-128,	Nombres écrits : 20-17, 65-39, 88-75 (arrêt niveau 1), 129-164, 985-314, 732-398

	875-213, 621-387	<p>ou</p> <p>19-20, 64-38, 76-89 (arrêt niveau 1), 144-118, 975-231, 612-298</p> <p>Nombres dictés :</p> <p>60-70, 46-42, 24-43 (arrêt niveau 1), 189-224, 43-321, 300-302</p> <p>ou</p> <p>70-60, 69-64, 62-48 (arrêt niveau 1), 187-321, 47-514, 400-403</p>
Dénombrement	Collections présentées	<p>Niveau 1 :</p> <p>5D(=dizaine) et 2U(=unité), 8U et 6D, 4D, 5D et 13U</p> <p>ou</p> <p>4D et 7U, 3U et 5D, 2D, 3D et 14U</p> <p>Niveau 2 :</p> <p>3C(=centaine) 4D et 6U, 5D 4U et 7C, 2C et 6D, 3C 14D et 2U</p> <p>ou</p> <p>2C 8D et 6U, 9U 3C 4D, 5C 6U, 7C 15D 4U</p> <p>Niveau 3 :</p> <p>3M (=millier), 5C 8D 3U, 2M 6U, 1M 10C 6D 12U</p> <p>ou</p> <p>2M 6C 7D 3U, 5M 4C, 3M 2C 14D 12U</p>
Commandes	Nombre de cubes à commander	<p>Niveau 1 : 42 ou 68</p> <p>Niveau 2 : 328 et 183 ou 725 et 174</p> <p>Niveau 3 : 4375, 1468 et 3532 ou 2493, 1523 et 5552</p>
Lecture de nombres	Nombres à lire	<p>2, 5, 8, 16, 30, 47, 53, 74, 88, 96 (arrêt pour le niveau 1), 148, 273, 205 (arrêt niveau 2), 1041, 4594, 6045, 20001</p>

		<p>ou</p> <p>4, 6, 9, 14, 50, 28, 64, 72, 87, 94 (arrêt pour le niveau 1), 156, 275, 304 (arrêt niveau 2), 1056, 5296, 7036, 10005</p>
Dictée de nombres	Nombres à écrire	<p>3, 7, 12, 40, 22, 53, 72, 86, 97 (arrêt pour le niveau 1), 145, 102, 173, 257 (arrêt pour le niveau 2), 1141, 1025, 10530</p> <p>ou</p> <p>4, 8, 11, 60, 34, 42, 73, 85, 96 (arrêt pour le niveau 1), 128, 102, 176, 367 (arrêt pour le niveau 2), 1131, 1064, 10405</p>
Module 4		
Transformations	Nombre de jetons utilisés dans les différents problèmes	<p>6 et 3, 7 et 4, 7 et 2, 2 et 4</p> <p>ou</p> <p>5 et 3, 6 et 3, 7 et 3, 4 et 3</p>
Comparaison	Boîtes de 21 et 23 jetons	20 et 23 jetons, 22 et 21 jetons, 23 et 22 jetons
Faits arithmétiques	Calculs proposés	<p>5+5, 6+4, 5+8, 10-7, 9-5, <i>Que faut-il ajouter à 4 pour faire 10 ? Que faut-il ajouter à 25 pour faire 30 ? Que faut-il ajouter à 18 pour faire 20 ?</i> » (arrêt niveau 1), 2x6, 5x7, 3x3 (arrêt niveau 2) et 8x9 (arrêt niveau 3).</p> <p>ou</p> <p>6+6, 7+3, 5+9, 10-8, 8-5, <i>Que faut-il ajouter à 4 pour faire 10 ? Que faut-il ajouter à 45 pour faire 50 ? Que faut-il ajouter à 17 pour faire 20 ?</i> » (arrêt niveau 1), 2x8, 5x9, 4x4 (arrêt niveau 2) et 8x6 (arrêt niveau 3).</p>
Calcul réfléchi	Calculs proposés	<p>65+10, 34+15, 38+9, 56+15, 35-7, 57-30, 38-6 (arrêt niveau 1), 34-17, 62-25 (arrêt niveau 2 et 3)</p> <p>ou</p>

		45+10, 35+13, 48+9, 47+35, 55-8, 42-20, 28-5 (arrêt niveau 1), 24-17, 52-26 (arrêt niveau 2 et 3)
Opérations à énoncé verbal	Données présentes dans les problèmes à résoudre	11 et 13, 4e étage et 2, 9 et 2, 7 et 5 ou 12 et 13, 3e étage et 2, 9 et 4, 8 et 4

Annexe 5. Liste du matériel nécessaire à la passation et supports à imprimer

Lors de l'accès au dispositif créé à la Partie IV, il est possible de télécharger la liste du matériel nécessaire ainsi qu'un fichier contenant les supports à imprimer qui seront utilisés lors de la passation. Ces différents documents sont présentés dans cette annexe.

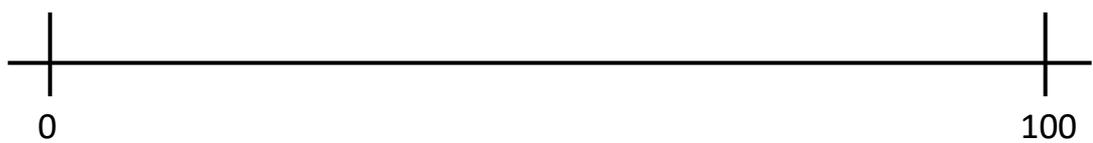
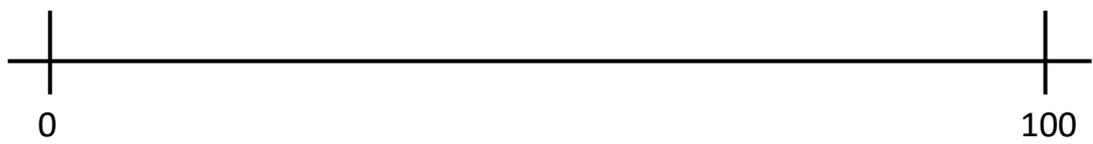
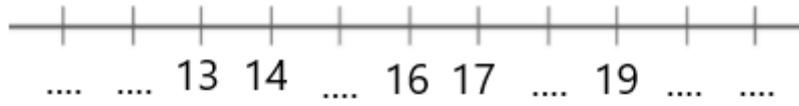
1.1. Liste du matériel nécessaire

Liste du matériel nécessaire

Durant la passation, vous aurez besoin du matériel suivant :

- Papier
- Crayon
- Support à télécharger (facultatif)
- Jetons de deux couleurs différentes (plus ou moins 25 de chaque couleur)
- Deux boîtes opaques
- 15 boîtes d'allumettes percées des deux côtés d'un petit trou permettant d'y glisser une allumette
- Une vingtaine d'allumettes sans le bout phosphoré |

1.2. Supports à imprimer



Annexe 6. Codes R utilisés dans la conception du dispositif

Dans cette annexe sont présentés les codes utilisés pour générer les items présentés dans les tâches de comparaison analogique et de subitizing/estimation.

1.3. Code utilisé pour générer les items de la tâche de comparaison analogique

```
generer2<-function(n1,n2,filename){
  lpts1<-generer1(n1)
  lpts2<-generer1(n2)
  lpts2[,1]<-lpts2[,1]+2+(max(lpts1[,1])-min(lpts2[,1]))
  lpts<-rbind(lpts1,lpts2)
  png(filename,width = 600, height=300)
  par(mar = c(2,2,2,2),bg="gray")
  plot(lpts[,1],lpts[,2],pch=21,bg=c(rep("yellow",n1),rep("blue",n2)),
       cex = sample(c(1.5,2,2.5),n1+n2,replace=T),
       xlab="",
       ylab="",
       xlim=c(min(lpts[,1])-1,max(lpts[,1])+1),
       ylim=c(min(lpts[,2])-1,max(lpts[,2])+1),
       yaxt='n',
       xaxt='n',
       ann=FALSE,
       bty="n")
  title("")
  dev.off()
  return(lpts)
}
```

1.4. Code utilisé pour générer les items de la tâche de subitizing/estimation

```
generer1<-function(n1,filename=NULL){
  lpts<-matrix(0,nrow=n1,ncol=2)
  lpts[1,]<-rnorm(2)
  for (i in 2:n1){
    ok<-FALSE
    while (!ok){
      lpts[i,]<-rnorm(2)
      ok<-all(sapply(1:(i-1),function(k){
        return(dist(rbind(lpts[k,],lpts[i,]))>0.5)
      )))
    }
  }
}
```

```
}  
if (!is.null(filename)){  
  png(filename,width = 600, height=300)  
  par(mar = c(2,2,2,2),bg="gray")  
  plot(lpts[,1],lpts[,2],pch=21,bg=c(rep("blue",n1)),  
       cex = sample(c(1.5,2,2.5),n1,replace=T),  
       xlab="",  
       ylab="",  
       xlim=c(min(lpts[,1])-1,max(lpts[,1])+1),  
       ylim=c(min(lpts[,2])-1,max(lpts[,2])+1),  
       yaxt='n',  
       xaxt='n',  
       ann=FALSE,  
       bty="n")  
  title("")  
  dev.off()  
}  
return(lpts)  
}
```

Annexe 7. Résultats des expérimentations

Dans cette annexe sont présentés les résultats des expérimentations pour chacune des tâches des quatre modules.

Module 1

Code	Type de suivi	Classe	Comparaison analogique								TOTAL		
			Comparaison 1	Comparaison 2	Comparaison 3	Comparaison 4	Comparaison 5	Comparaison 6	Comparaison 7	Comparaison 8			
foPhn	SM	CE2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	7
FsOE8	SM	CE2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	7
pE98j	SM	CE1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	6
JhJTF	SM	CE1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	4
OZEIp	SM	CP (doublee)	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	6
bOk3S	SD	CE1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	8
CiCt2	SG	CE2	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	6
7skfw	SD	CE1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	7
wu0ex	SD	CE1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	7
rYZIt	D	CE1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	7
GIUEL	D	CE2	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1	6
apDs3	SD	CE1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	8
s6iLL	D	CE1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	8
U7NeO	SD	CE1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	6
5Vfp7	D	CE1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	8
vZOVf	D	CE1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	7
olo7m	D	CE1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	7
g3mCP	D	CE1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0	6
O3Lc7	D	CE1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	7
PhIWM	SD	CE1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	6

Code	Subitizing/estimation						TOTAL
	Subitizing 1	Subitizing 2	Subitizing 3	Estimation 1	Estimation 2	Estimation 3	
foPhn	1	4	4	3 Entre 8 et 23	Entre 36 et 108	Entre 23 et 69	6
FsOE8	1	4	4	3 Entre 8 et 23	Entre 36 et 108	Entre 23 et 69	6
pE98j	1	4	4	3 Entre 8 et 23	Moins de 36	Entre 23 et 69	5
JhJtf	1	4	4	3 Moins de 8	Moins de 36	Ne sait pas	3
OZEIp	1	4	4	3 Entre 8 et 23	Entre 36 et 108	Plus de 69	5
bOk3S	1	4	4	3 Entre 8 et 23	Moins de 36	Entre 23 et 69	5
CiCt2	1	4	4	3 Ne sait pas	Ne sait pas	Ne sait pas	3
7skfw	1	4	4	3 Entre 8 et 23	Moins de 36	Entre 23 et 69	5
wu0ex	1	4	4	3 Entre 8 et 23	Moins de 36	Entre 23 et 69	5
rYZIt	1	4	4	3 Moins de 8	Moins de 36	Moins de 23	3
GIUEL	1	4	4	3 Entre 8 et 23	Moins de 36	Moins de 23	4
apDs3	1	4	4	3 Entre 8 et 23	Entre 36 et 108	Entre 23 et 69	6
s61lL	1	4	4	3 Plus de 23	Entre 36 et 108	Entre 23 et 69	5
U7NeO	1	4	4	3 Entre 8 et 23	Entre 36 et 108	Entre 23 et 69	6
5VFp7	1	4	4	3 Entre 8 et 23	Entre 36 et 108	Ne sait pas	5
vZOVf	1	4	4	3 Entre 8 et 23	Entre 36 et 108	Entre 23 et 69	6
olo7m	1	4	4	3 Entre 8 et 23	Entre 36 et 108	Entre 23 et 69	6
g3mCP	1	4	4	3 Entre 8 et 23	Entre 36 et 108	Plus de 69	5
O3Lc7	1	4	4	3 Entre 8 et 23	Moins de 36	Moins de 23	4
PhlWM	1	4	4	3 Entre 8 et 23	Entre 36 et 108	Entre 23 et 69	6

Énumération							
Code	Énumération	[Mise à l'écart des boîtes remplies]	[Repérage visuel]	[Organisation préalable de la collection]	[Pas de séparation entre les boîtes déjà traitées et celles à traiter]	[Rupture dans la suite « boîte – allumette – boîte –allumette »]	Commentaires
FoPhn	Oui	Oui					
FsOE8	Oui	Oui	Oui				
pE98j	Oui	Oui	Oui				
JhJTF	Oui	Oui					
O2EIp	Non		Oui		Oui		
bOK35	Oui	Oui					
CICt2	Non		Oui		Oui		Ne sait pas comment s'y prendre
7skfW	Oui	Oui					Comptage des boites et des allumettes
wu0ex	Oui	Oui					
rYZit	Non	Oui				Oui	
GIUEL	Oui	Oui	Oui				
apDs3	Oui	Oui	Oui				
s61IL	Non		Oui		Oui		La première fois : "Est-ce que tu es sûr qu'il n'y en a qu'une seule dans chaque boîte ?" "Non" -> on recommence. La deuxième fois encore une boîte avec deux allumettes
U7NeO	Non		Oui				Commence par utiliser un repérage visuel et pense seulement en cours de route à une mise à l'écart (en secouant les boîtes)
5VFp7	Oui	Oui	Oui				
vZOVf	Oui	Oui	Oui				
olo7m	Oui	Oui	Oui				Commence par un repérage visuel puis met à l'écart
g3mCP	Non	Oui			Oui		N'effectue pas bien la séparation des boîtes (reprend la première)
O3lc7	Oui	Oui	Oui				
PHIWM	Non	Oui	Oui				

Suite verbale

Code	[Limite déclarée][Premier comptage]	[Limite effective][Premier comptage]	[Limite effective][Deuxième comptage]	[Relance(s) éventuelles][Premier comptage]	[Relance(s) éventuelles][Deuxième comptage]	[Limite après relance][Premier comptage]	[Limite après relance][Deuxième comptage]	[Oubli d'un ou plusieurs nombres]	[Difficulté lors du passage à la dizaine supérieure (vocabulaire – bouclage – régularité non conventionnelle)]	[Nombre suivant donné]	[Remarques éventuelles]	Suite verbale
foPhn	30							Oui (15)		49	48	Oui
FsOE8	100	100							[Difficulté avec les primitives lexicales (nombres de 1 à 10)]	59	58	Oui
pE98j	1000	100								60	58	Oui
JhTfT	Plus que 8	16								12	13 Sans pas	Non
OZEIp	100	89		Après 89 il y a quoi ?	Après 89, il y a 50 heu non 100, c'est à peu près ça »					"C'est avec un 6 et un 0"	60	Non
BOk35	75	75								89	88	Oui
CIC2	400	75								59	58	Oui
7skfW	1 million	75								89	88	Oui
wu0ex	Très loin	75								89	88	Oui
nZit	100									49	48	Non
GUJEL	100	75								89	88	Oui
apDs3		75								89	88	Oui
sgIL		75								89	88	Oui
U7NeO		75								89	100	Oui
5Vfp7	100	75								89	88	Oui
VZOVf		75								90	88	Oui
oio7m	100	75								89	88	Oui
g3mCP	100	75								89	88	Oui
O3ic7		75								89	88	Oui
PHIWM		75								89	88	Oui

Module 2

Collection équipotente												
Code	Construction de collection équipotente	(Nombre de boîtes complètes)	(Nombre de jetons ramènés)	(Estimation)	(Comptage avec pointage)	(Comptage avec dénombrement visuel)	(Comptage avec dénombrement)	(Comptage avec groupements)	(Mauvaise synchronisation geste/comptine)	(Problème d'énumération d'objets une et une seule fois)	(Problème d'énumération d'arrêts compte trop loin ou pas dans la comptine)	Commentaires
FoPhn	Oui	15	15		Oui							
FsOEB	Oui	11	11		Oui				Oui			Réussite au 3ème essai
pEB9j	Non											Il en manque 3 la première fois, la deuxième compte 11 boîtes et en ramène
JhJfT	Non											
OZEP	Oui	11	11		Oui				Oui			les jetons jaunes (il se souvient qu'il y en a 11)
bOK3S	Oui	11	11		Oui		Oui					Ramène 4 jetons la première fois, 10 la seconde (en effectuant un mauvais dénombrement, compte 12 et en ramène 10), en ramène 12 la troisième fois (compte 12 boîtes au lieu de 11)
ClC2	Non					Oui						Deuxième fois erreur de comptage +
7skfW	Oui					Oui						Ramène uniquement les jetons jaunes
wuUex	Non									Oui		En ramène 9 la première fois, la deuxième fois dénombre visuellement
rZIt	Non						Oui					Estimation à la première fois (en prend trop), dénombre 11 la seconde fois et en ramène 11
GIJEL	Non							Oui				Comptage lors de la construction de la collection équipotente
apDs3	Oui	11			Oui							En ramène trop la première fois et réussit la deuxième fois avec dénombrement
s6iLL	Non		13									Besoin de préciser qu'on est pas obligé de prendre tous les jetons
U7NE	Oui											Première fois en ramène 1, la deuxième fois en ramène 13 (estimation), ne sait pas comment s'y prendre
5VfP7	Oui	11	11		Oui		Oui					Puis estimation
vZOVf	Non											Estimation la première (en ramène 9) et la deuxième fois (en ramène trop), la troisième fois (9). Sait qu'il en a pris 9 et qu'il doit donc en prendre 11 pour partir ("j'ai cru que c'était 11 du coup j'en
olo7m	Oui		11									Organise sa collection en deux rangées de 5, prend tout la première fois, la deuxième fois en ramène 10 (ok)
g3mCP	Non											Estimation la première fois (en ramène 12), compte les boîtes la deuxième fois
O3Lc7	Non											Compte la deuxième fois
PHIW	Non											10), la deuxième fois compte boîte mais en ramène 10

Gelman et Gallisei													
Code	Dénombrement	Commentaire	[Estimation]	[Pointage]	[Déplacement des jetons]	[Comptage visuel]	[Mauvaise synchronisation geste/comptine]	[Problème d'énumération (= désigner chacun des objets une et une seule fois)]	[Erreur dans la comptine]	Non pertinence de l'ordre	[Recomptage]	[Réponse rapide]	Commentaires
foPhn	Oui					Oui				Oui			
FsOE8	Oui					Oui							
pE98j	Oui				Oui								
JhJf	Oui			Oui									
O2Elp	Oui					Oui							
bOK3S	Oui					Oui				Oui			De mémoire
ClCt2	Oui				Oui					Oui			De mémoire
7skfW	Oui					Oui							
wu0ex	Oui					Oui				Oui			
rYZIt	Oui									Oui			
GUeL	Oui			Oui						Oui			
apDS3	Oui					Oui				Oui			
s611L	Oui			Oui						Oui			
UPNeO	Non (à préciser)	12			Oui					Oui			Déplace les jetons deux par deux
5VFP7	Non (à préciser)	10				Oui							
vZOVf	Oui			Oui						Oui			
olo7m	Non (à préciser)	12	Oui							Oui			Est distraite par les enfants dehors
g3mCP	Oui												De mémoire
O3lc7	Oui			Oui						Oui			
PHIWM	Oui					Oui							

Code	Surcomptage										TOTAL	
	Surcomptage1	[Commentaire]	[Recomptage]	[Réponse immédiate]	2	Surcomptage	[Commentaire]	[Recomptage]	[Réponse immédiate]	Commentaires		
foPhn	Oui			Oui	Oui				Oui			Réussite
FsOE8	Oui			Oui	Oui				Oui			Réussite
pE98j	Oui			Oui	Oui				Oui			Réussite
JhJtf	Non (à préciser)		5	Oui	Non (à préciser)				9	Oui	Mauvaise synchro geste/comptine + énumération	Echec
OZEIp	Oui			Oui	Oui					Oui		Réussite
bOk3S	Oui			Oui	Oui					Oui		Réussite
CiCt2	Oui			Oui	Non (à préciser)		11			Oui		Echec
7skfw	Oui			Oui	Oui					Oui		Réussite
wu0ex	Non (à préciser)		5	Oui	Oui					Oui		Echec
rYZIt	Oui			Oui	Oui					Oui		Réussite
GIUEL	Oui			Oui	Oui					Oui		Réussite
apDs3	Non (à préciser)	"6 mais j'ai un doute avec 7", ne regarde pas la collection										Echec
s61lL	Oui			Oui	Oui				Oui			Réussite
U7NeO	Oui			Oui	Oui					Oui		Réussite
5vFp7	Oui			Oui	Oui					Oui		Réussite
vZOVf	Oui			Oui	Oui					Oui		Réussite
oI67m	Oui			Oui	Oui					Oui		Réussite
g3mCP	Oui			Oui	Oui					Oui		Réussite
O3lc7	Oui			Oui	Oui				Oui			Réussite
PHIWM	Oui			Oui	Oui					Oui		Réussite

Aspect ordinal												
[Mauvaise compréhension du vocabulaire]				[Mauvaise compréhension du vocabulaire]				[Mauvaise compréhension du vocabulaire]				
Code	Position 1	[Commentaire]	[Comptage]	[Placement immédiat]	[Comptage]	[Commentaire]	Position 2	[Commentaire]	[Comptage]	[Placement immédiat]	[Comptage]	TOTAL
foPhn	Oui	Gauche	Oui	Oui	Oui		Oui		Oui	Oui	Oui	3
F5OE8	Oui	Gauche	Oui	Oui	Oui		Non		10	Oui		2
pE98j	Oui	Gauche	Oui	Oui	Oui		Oui			Oui		3
JhJTF	Oui	Gauche	Oui	Oui	Oui		Non			Oui	Oui	2
OZElp	Oui	Gauche	Oui	Oui	Oui		Oui			Oui	Oui	3
bOK3S	Oui	Gauche	Oui	Oui	Oui		Oui	Compte à partir de la droite		Oui	Oui	3
ClC2	Oui	Droite	Oui	Oui	Oui		Oui			Oui	Oui	3
7skfW	Oui	Droite	Oui	Oui	Oui		Oui			Oui	Oui	3
wu0ex	Oui	Gauche	Oui	Oui	Oui		Oui	En décomptant à partir de 12		Oui	Oui	3
rYZIt	Oui	Droite	Oui	Oui	Oui		Oui			Oui	Oui	3
GLUEL	Oui	Gauche	Oui	Oui	Oui		Oui			Oui	Oui	3
apD53	Oui	Gauche	Oui	Oui	Oui		Oui			Oui	Oui	3
s6jLL	Oui	Gauche	Oui	Oui	Oui		Oui			Oui	Oui	3
L7NeO	Oui	Gauche	Oui	Oui	Oui		Oui			Oui	Oui	3
SVFp7	Oui	Gauche	Oui	Oui	Oui		Oui			Oui	Oui	3
VZOVf	Oui	Gauche	Oui	Oui	Oui		Non		7	Oui	Oui	2
oI67m	Oui	Gauche	Oui	Oui	Oui		Non		10	Oui		2
g3mCP	Oui	Gauche	Oui	Oui	Oui		Oui			Oui	Oui	3
O3Lc7	Oui	Gauche	Oui	Oui	Oui		Oui			Oui	Oui	3
PHIWM	Oui	Gauche	Oui	Oui	Oui		Non		11	Oui	Oui	2

Module 3

Organisation des nombres													
Code	Bande 1 [Commentaire]	Bande 2 [Commentaire]	Ligne 1 [Commentaire]	Ligne 2 [Commentaire]	Comparaison 1 [Commentaire]	Comparaison 2 [Commentaire]	Comparaison 3 [Commentaire]	Comparaison 4 [Commentaire]	Comparaison 5 [Commentaire]	Comparaison 6 [Commentaire]	TOTAL		
foPhn	6	7	Autre (à préciser)	Ordre respecté	Écrit dans l'ordre dicté	Ordre respecté	Placement des nombres verticalement sur la droite	Réponse incorrecte	Réponse correcte	Réponse correcte	Oui	Oui	23
FsOE8	6	7	Ordre respecté	Autre (à préciser)	Autre (à préciser)	Autre (à préciser)	Autre (à préciser)	Réponse correcte	Réponse correcte	Réponse correcte	Oui	Oui	24
pE98j	6	7	Autre (à préciser)	Compte sur la droite et dit que c'est impossible de placer	50, 96 et 93	Ordre respecté		Réponse correcte	Réponse correcte	Réponse correcte	Oui	Oui	26
JhITf	0	0	Autre (à préciser)	Ne sait pas		Autre (à préciser)	les recopie sur la droite sans se préoccuper de la valeur	Réponse incorrecte	Réponse correcte	Réponse correcte	Oui	Non	4
OZEIp	5	5	Écrit les chiffres en miroir	Ordre respecté		Ordre respecté		Réponse correcte	Réponse correcte	Réponse correcte	Oui	Oui	25
bOk3S	6	7	Ordre respecté	Ordre respecté		Ordre respecté		Réponse correcte	Réponse correcte	Réponse correcte	Oui	Oui	29
CiCt2	6	7	Ordre respecté	Ordre respecté		Ordre respecté	Écrit verticalement	Réponse correcte	Réponse correcte	Réponse correcte	Oui	Oui	29
7skfw	6	7	Ordre respecté	Ordre respecté		Ordre respecté		Réponse correcte	Réponse correcte	Réponse correcte	Oui	Oui	29
wu0ex	6	7	Ordre respecté	Ordre respecté		Ordre respecté		Réponse correcte	Réponse correcte	Réponse correcte	Oui	Oui	29
ryZit	6	7	Autre (à préciser)	Autre (à préciser)		Autre (à préciser)	Écrit dans l'ordre dicté	Réponse incorrecte	Réponse incorrecte	Réponse incorrecte	Oui	Non	15
GIJEL	6	7	Ordre respecté	Ordre respecté		Ordre respecté		Réponse correcte	Réponse correcte	Réponse correcte	Oui	Oui	29
apDS3	6	7	Ordre respecté	Ordre respecté		Ordre respecté		Réponse correcte	Réponse correcte	Réponse correcte	Oui	Oui	29
s6JIL	6	7	Un nombre mal	Ordre respecté		Ordre respecté		Réponse correcte	Réponse correcte	Réponse correcte	Oui	Oui	28
U7NeO	6	7	Ordre respecté	Ordre respecté		Ordre respecté		Réponse correcte	Réponse correcte	Réponse correcte	Oui	Oui	29
5VFp7	6	7	Ordre respecté	Ordre respecté		Ordre respecté		Réponse correcte	Réponse correcte	Réponse correcte	Oui	Oui	29
vZOVf	6	7	Ordre respecté	Ordre respecté		Ordre respecté		Réponse correcte	Réponse correcte	Réponse correcte	Oui	Oui	29
olo7m	6	7	Ordre respecté	Ordre respecté		Ordre respecté		Réponse correcte	Réponse correcte	Réponse correcte	Oui	Oui	29
g3mCP	6	7	Ordre respecté	Ordre respecté	Écrit 93 - 813	Ordre respecté		Réponse correcte	Réponse incorrecte	Réponse incorrecte	Oui	Non	27
O3lc7	6	7	Ordre respecté	Ordre respecté		Ordre respecté		Réponse correcte	Réponse correcte	Réponse correcte	Oui	Oui	29
PHIWM	6	7	Ordre respecté	Ordre respecté		Ordre respecté		Réponse correcte	Réponse correcte	Réponse correcte	Oui	Oui	29

Code	Système décimal								TOTAL	
	Cubes 1	[Commentaire]	Cubes 2	[Commentaire]	Cube 3	[Commentaire]	Cubes 4	[Commentaire]		
foPhn	Oui		Oui		Oui		Non (à préciser)			3
FsoE8	Oui	(« dix, vingt, trente, quarante, ... et trois »)	Oui		Oui		Reconnaissance immédiate			41
pE9j	Oui	Il y en a « dix, dix, dix, dix, ... et trois »	Oui		Oui		Réponse immédiate			4
Jh1TF	Non (à préciser)	41, compte les cubes un par un "28, 29, 40, 41..."	Non (à préciser)	compte les cubes un par un, recommence la suite à chaque barre	Non (à préciser)		3, réponse immédiate			0
OZEIp	Oui	Par écrit (dix et dix, et dix et dix...)	Non (à préciser)		58 Oui		Réponse immédiate			3
bOk3S	Oui		Oui		Oui		Oui			4
C1cT2	Non (à préciser)		70 Non (à préciser)		Non (à préciser)			Compte 1 par 1		0
7skfW	Oui	6 barres de dix ca fait 60 et trois	Oui		Oui		Oui			4
wu0ex	Oui		Oui		Oui		Oui			4
rYZIt	Non (à préciser)		9 Non (à préciser)		Non (à préciser)					0
GIUEL	Oui		Oui		12 préciser		3 Non (à préciser)			15
apDs3	Oui		Oui		Oui		Réponse immédiate			3
s61LL	Oui	Compte le nombre de dizaines puis d'unités	Oui		Oui		Réponse immédiate			4
U7NeO	Non (à préciser)		53 Non (à préciser)		Oui		Réponse immédiate			3
5VFp7	Oui		Oui		Oui		Réponse immédiate			2
VZOVF	Non (à préciser)	79 ("dix vingt trente quarante...")	Non (à préciser)		Non (à préciser)					4
oIo7m	Oui	compte les colonnes	Oui		Oui		Réponse immédiate			1
g3mCP	Non (à préciser)		9 Non (à préciser)		Non (à préciser)					4
O3lc7	Oui	6 barres et 3	Non (à préciser)		12 préciser		3 Non (à préciser)		Ne sait pas "il y a 12 cubes et 3 piles de cubes donc je ne sais pas comment on fait"	15
PH1WM	Oui		Oui		56 Oui		Réponse immédiate			0
	Oui		Oui		Oui		Réponse immédiate			2
	Oui		Oui		Oui		Réponse immédiate			4

Code	Transcodage 1	Transcodage 2	Transcodage 3	Transcodage 4	Transcodage 5	Transcodage 6	Transcodage 7	Transcodage 8	Transcodage 9	[Commentaire]
foPhn	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Non (à préciser)	Oui	
FsOE8	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	
pE98j	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	
JhJTF	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	
O2EIp	Oui	Oui	Non (à préciser)	50	Oui	Oui	Oui	Oui	Non (à préciser)	98
bOk3S	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	
ClCt2	Oui	Oui	Oui	Oui	Non (à préciser)	Oui	Oui	Oui	Oui	
7sKfW	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	25	Oui	Oui	Oui	
wu0ex	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	
rYZit	Oui	Oui	Non (à préciser)	50	Oui	Oui	Oui	Non (à préciser)	66	
GLUEL	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	
apDs3	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	
s61IL	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	
U7NeO	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	
5VFp7	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	
vZOVf	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	
oI07m	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	
g3mCP	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	
O3Lc7	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	
PhlWM	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	

Code	Transcodage	Transcodage 11	Transcodage	Transcodage	Transcodage	Transcodage	Transcodage 16	Transcodage 17	Transcodage	Transcodage 19	TOTAL	
	[Commentaire]	[Commentaire]	[Commentaire]	[Commentaire]	[Commentaire]	[Commentaire]	[Commentaire]	[Commentaire]	[Commentaire]	[Commentaire]	[Commentaire]	
foPhn	Non (à préciser)	Oui	Non (à préciser)	14	Oui	Oui	Oui	Oui	Non (à préciser)	44	Oui	7
FsOE8	Oui	Oui	Oui		Oui	Oui	Oui	Oui	Oui		Oui	10
pE98j	Oui	Oui	Oui		Oui	Oui	Oui	Oui	Oui		Oui	10
JhJTF	Oui	Oui	Non (à préciser)		Non (à préciser)	14	Non (à préciser)					2
O2Eip	Oui	Oui	Non (à préciser)	30	Oui	Oui	Oui	Oui	Non (à préciser)	Ne sait pas	Non (à préciser)	7
bOK3S	Oui	Oui	Oui		Oui	Oui	Oui	Oui	Oui		Oui	10
CICt2	Oui	Oui	Non (à préciser)	14	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui		Oui	9
7skfW	Oui	Oui	Oui		Oui	Oui	Oui	Oui	Oui		Oui	10
wu0ex	Oui	Oui	Oui		Oui	Oui	Oui	Oui	Oui		Oui	10
rZIt	Oui	Oui	Oui		Non (à préciser)		Oui	Non (à préciser)	Oui	Ne sait pas	Non (à préciser)	6
GIJEL	Oui	Oui	Oui		Oui	Oui	Oui	Oui	Oui		Oui	10
apDs3	Oui	Oui	Oui		Oui	Oui	Oui	Oui	Oui		Oui	10
s6jll	Oui	Oui	Oui		Oui	Oui	Oui	Oui	Oui		Oui	10
U7NeO	Oui	Oui	Oui		Oui	Oui	Oui	Oui	Oui		Oui	10
5VFp7	Oui	Oui	Oui		Oui	Oui	Oui	Oui	Oui		Oui	10
VZOVF	Oui	Oui	Oui		Oui	Oui	Oui	Oui	Oui		Oui	10
olo7m	Oui	Oui	Oui		Oui	Oui	Oui	Oui	Oui		Oui	10
g3mCP	Non (à préciser)	Oui	Oui		Oui	Oui	Oui	Oui	Oui		Non (à préciser)	8
O3Lc7	Oui	Oui	Oui		Oui	Oui	Oui	Oui	Oui		Oui	10
PHIWM	Oui	Oui	Oui		Oui	Oui	Oui	Oui	Oui		Oui	10
												817

Module 4

Code	[Reproduction avec les doigts]			[Erreurs dans la représentation]			[Problèmes de mémorisation de l'énoncé]			[Erreurs dans la représentation]			[Problèmes de mémorisation de l'énoncé]					
	Op Ana.1	Commentaire	Surcomptage	Décomptage	Calcul	Erreurs de calcul	Mauvaise opération	comptage	de l'énoncé	Op Ana.2	Commentaire	Surcomptage	Décomptage	Calcul	Erreurs de calcul	Mauvaise opération	comptage	de l'énoncé
foPhn	Oui	Réponse rapide			Oui					Oui								
F3OE8	Non (à préciser)	8			Oui					Oui								
pE9j	Oui	Réponse rapide			Oui					Oui								
JuTf	Non (à préciser)	10 (avec dénombrement des jetons)				Oui				Non (à préciser)	4							
O2Eip	Non (à préciser)	7	Oui		Oui					Oui								
bOk35	Oui				Oui					Oui								
CIC12	Oui				Oui					Non (à préciser)	6							
7skfW	Oui				Oui					Oui								
wuObx	Oui				Oui					Oui								
rZit	Oui																	
GIUEL	Oui				Oui					Non (à préciser)	9	Oui						
apD53	Oui				Oui					Oui								
s6IL	Oui				Oui					Oui								
U7NeO	Oui				Oui					Oui								
5Vfp7	Oui				Oui					Oui								
vZOvf	Non (à préciser)	10								Oui								
di07m	Oui				Oui					Oui								
g3mCP	Oui				Oui					Oui								
O3Lc7	Oui				Oui					Oui								
Ph1WM	Oui				Oui					Oui								

		Comparaison											
Code	Comparaison	[Commentaire]	[Nombre de fois où la première boîte a été ouverte.]	[Nombre de fois où la deuxième boîte a été ouverte.]	[Différence donnée]	[Dénombrement des deux collections]	[Estimation]	[Nature de la trace écrite (si utilisées).]	[Mauvaise synchronisation geste/comptine]	[Problème d'énumération (= désigner chacun des objets une et une seule fois)]	[Erreur dans la comptine]	[Dénombrement correct mais choix incorrect (problème de mémorisation ou de vocabulaire)]	Commentaires :
foPin	Non		1	1			Oui						
FsOE8	Oui	Commence à compter, organise en paquets (totalemt destructuré)	1	1		Oui							« Plus de paquets » « De paquets de combien ? » « Je sais plus »
pE9sj	Oui		1	1		Oui							
JhJTF	Oui	Erreur de dénombrement mais réponse correcte	1	1		Oui							19 pour la première boîte, 21 pour la deuxième
OZEIp	Oui		1	1		Oui							N'ouvre par la deuxième boîte car se souvient qu'il y a 11+12 jetons
bOk3s	Oui		1	0		Oui							
CICt2	Oui		1	1		Oui							N'ouvre pas la deuxième car se souvient qu'il y a 11+12 jetons
7skfw	Oui		1	0		Oui							
wu0ex	Non	24 et 23	1	1		Oui				Oui			Dénombre la première 20. La deuxième (mais ne dit rien). Dis qu'elle a compté mais ne se souviens plus
rYZIt	Non												
GLUEL	Non		2	2		Oui	Oui						
apD53	Oui	Deuxième essai				Oui							
s61ll	Oui					Oui							
U7N60	Oui					Oui							
5VFP7	Oui		1	0									N'ouvre même pas la seconde boîte, "Ca se voit qu'il y en a plus"
vZ0vF	Non	Dis qu'il a compté 20 mais ne compte pas vraiment	1	0									
ol07m	Non		1	0									
g3mCP	Oui		1	1		Oui							Compte 22 dans la deuxième boîte (au lieu de 23)
O3Lc7	Tâche non réalisée												
PhlWM	Oui		1	1			Oui						

Code	Faits arithmétiques										TOTAL			
	FA.1	FA.2	FA.3	FA.4	FA.5	FA.6	FA.7	FA.8	Commentaire	Temps de réaction				
f0Phn	12	Réponse immédiate	Réponse immédiate	Marque un temps de réflexion	Marque un temps de réflexion	Autre (à préciser)	Marque un temps de réflexion + 1 distraction	7	Marque un temps de réflexion	3	Marque un temps de réflexion	5	Réponse immédiate	7
F0DB	12	Marque un temps de réflexion	Réponse immédiate	Marque un temps de réflexion	Marque un temps de réflexion	3	Marque un temps de réflexion	7	Marque un temps de réflexion	3	Marque un temps de réflexion	5	Marque un temps de réflexion	8
pE89	12	Réponse immédiate	Réponse immédiate	Marque un temps de réflexion	Marque un temps de réflexion	4	Marque un temps de réflexion	7	Marque un temps de réflexion	3	Marque un temps de réflexion	5	Marque un temps de réflexion	8
JNJT	Autre (à préciser)	Marque un temps de réflexion + 8 doigts	Autre (à préciser)	Autre (à préciser)	7	10								0
OZEP	Autre (à préciser)	7 Réponse immédiate	Réponse immédiate	Marque un temps de réflexion	4 Utilise ses doigts	12	3 Utilise ses doigts	7	Autre (à préciser) (« Enlever le préfixer suis pas très bon à ça »)		Autre (à préciser)	90		5
b0K3S	12	Réponse immédiate	Réponse immédiate	Marque un temps de réflexion	Réponse immédiate	12	Réponse immédiate	7	Réponse immédiate	3	Réponse immédiate	5	Réponse immédiate	8
CICQ	Autre (à préciser)	Marque un temps de réflexion	Marque un temps de réflexion	Autre (à préciser) 11 Doigts	Autre (à préciser)	11	Autre (à préciser)	2	Autre (à préciser)	8	Autre (à préciser)	5	Marque un temps de réflexion	3
7KfW	12	10	12	Marque un temps de réflexion	Réponse immédiate	4	Réponse immédiate	7	Réponse immédiate	3	Réponse immédiate	5	Réponse immédiate	8
w0bX	12	10	12	Autre (à préciser)	4	12	3	7				5		8
rZt	12	Réponse immédiate	Ne sait pas	Autre (à préciser)	Ne sait pas	12								1
GUJEL	12	Réponse immédiate	Réponse immédiate	Marque un temps de réflexion	Autre (à préciser)	12	Marque un temps de réflexion	7	Réponse immédiate	7	Réponse immédiate	5	Réponse immédiate	7
4pD3	12	Réponse immédiate	Réponse immédiate	Marque un temps de réflexion	Réponse immédiate	12	Réponse immédiate	7	Réponse immédiate	3	Réponse immédiate	5	Réponse immédiate	8
s6LL	Autre (à préciser)	11, utilise les doigts	10 Utilise les doigts de réflexion	12 Utilise les doigts de réflexion	Autre (à préciser)	16, utilise les doigts	3 Idem	7 Idem	Marque un temps de réflexion	3 Idem	Marque un temps de réflexion	5 Idem	Marque un temps de réflexion	6
U7NeO	12	Réponse immédiate	Réponse immédiate	Réponse immédiate	Réponse immédiate	12	Marque un temps de réflexion	7	Marque un temps de réflexion	3	Réponse immédiate	5	Réponse immédiate	8
5Vf7	12	Réponse immédiate	Réponse immédiate	Réponse immédiate	Réponse immédiate	12	Réponse immédiate	7	Marque un temps de réflexion	3	Marque un temps de réflexion	5	Réponse immédiate	8
vZ0Vf	Autre (à préciser)	Marque un temps de réflexion	Marque un temps de réflexion	Autre (à préciser)	Autre (à préciser)	12	Marque un temps de réflexion	7	Marque un temps de réflexion	3	Autre (à préciser)	9	Marque un temps de réflexion	5
o0z7m	12	Réponse immédiate	Réponse immédiate	Réponse immédiate	Marque un temps de réflexion	12	Marque un temps de réflexion	5	Autre (à préciser)	3	Réponse immédiate	5	Réponse immédiate	7
g3mCP	12	Réponse immédiate	Réponse immédiate	Réponse immédiate	Marque un temps de réflexion	12	4, utilise ses doigts (en lève 9 temps de réflexion et en abaisse 5)	Autre (à préciser)	Autre (à préciser)	29	Autre (à préciser)	Ne sait pas	Marque un temps de réflexion	4
O3LC7	12	Réponse immédiate	Réponse immédiate	Autre (à préciser)	Autre (à préciser)	10	3 Utilise ses doigts	7 Doigts	Marque un temps de réflexion	3 Doigts	Marque un temps de réflexion	5 Doigts	Marque un temps de réflexion	7
PHMM	12	Réponse immédiate	Réponse immédiate	12 Utilise les doigts	Marque un temps de réflexion	10	3	7	Réponse immédiate	3	Réponse immédiate	5	Marque un temps de réflexion	8

Code	Calcul réfléchi										TOTAL	
	CR1	CR2	CR3	CR4	CR5	CR6	CR7	[Commentaire]	[Commentaire]	Commentaires		
foPhn	Autre (à préciser)	Autre (à préciser)	Autre (à préciser)	Autre (à préciser)	Autre (à préciser)	Autre (à préciser)	Autre (à préciser)	36	32	32		2
F5OE8	Autre (à préciser)	10	37	67	Autre (à préciser)	49	49	32	32	32		3
pE98j	Autre (à préciser)	10	37	67	11 (écrit le calcul, relie 4-2 et 6-5)	37	Autre (à préciser)	Autre (à préciser)	32	32		5
lhJTF	Autre (à préciser)	10										0
OZEIP	Autre (à préciser)	56 (« C'est comme si c'était 5-1 parce que 0 est égal à 0 »)	37	37	Calcul écrit	37	Autre (à préciser)	Ne sait pas	Ne sait pas	Ne sait pas		1
lOK3S	Autre (à préciser)	Autre (à préciser)	Autre (à préciser)	67	71	37	Autre (à préciser)	32	32	32		7
ClC12	Autre (à préciser)	Autre (à préciser)	11	69	Autre (à préciser)	7	Autre (à préciser)	7	32	Autre (à préciser)	2	2
7sK7W	Autre (à préciser)	37	37	67	71	37	Autre (à préciser)	32	32	32		7
wu0ex	Autre (à préciser)	37	37	67	71	37	Autre (à préciser)	32	32	32		7
rZlt	Autre (à préciser)	Autre (à préciser)	39	67	Autre (à préciser)	81	Autre (à préciser)	Autre (à préciser)	71	Autre (à préciser)	33	0
GLUEL	Autre (à préciser)	Autre (à préciser)	37	67	71	37	Autre (à préciser)	32	32	32		3
apD33	Autre (à préciser)	Autre (à préciser)	37	67	71	37	Autre (à préciser)	32	32	32		6
s611L	Autre (à préciser)	40	37	67	Autre (à préciser)	51	Autre (à préciser)	36	32	46		4
U7Ne0	Autre (à préciser)	Autre (à préciser)	37	67	71	37	Autre (à préciser)	36	32	32		6
5VFr7	Autre (à préciser)	Autre (à préciser)	37	67	71	37	Autre (à préciser)	47	32	32		6
vZOVF	Autre (à préciser)	40	Autre (à préciser)	28	Autre (à préciser)	26	Autre (à préciser)	40	40	Autre (à préciser)	35	0
ol07m	Autre (à préciser)	Autre (à préciser)	36	67	71	37	Autre (à préciser)	32	32	32		5
g3mCP	Autre (à préciser)	59	37	Doigts	Autre (à préciser)	61	Autre (à préciser)	41	Ne peut pas	Autre (à préciser)	27	2
O3lC7	Autre (à préciser)	Autre (à préciser)	37	Autre (à préciser)	66	37	Autre (à préciser)	43	32	32		3
PH1MM	Autre (à préciser)	37	37	67	79	37	Autre (à préciser)	32	32	32		6

Opérations à énoncé verbal																								
Code	Problème 1	[Commentaire]	[Calcul mental]	[Utilisation des doigts]	[Erreur de calcul]	Problème 2	[Commentaire]	[Calcul mental]	[Utilisation des doigts]	[Erreur de calcul]	Problème 3	[Commentaire]	[Calcul mental]	[Utilisation des doigts]	[Erreur de calcul]	Problème 4	[Commentaire]	[Calcul mental]	[Utilisation des doigts]	[Erreur de calcul]	[Mauvaise opération]	[Mauvaise opération]	Commentaires : TOTAL	
FoPhn	Z2		Oui			Autre (à préciser)	5	Oui		Oui	4		Oui			3		Oui						3
FsOBB	Z2	« J'ai déjà eu ça »	Oui			6		Oui			4		Oui			3		Oui						4
pBBj	Z2	« C'est plus les filles »	Oui			Autre (à préciser)	10	Oui			4	« C'est moins 4 qu'il faut faire »	Oui			3		Oui						4
JbJT	Z2		Oui			6		Oui			4		Oui			3			Oui					0
COEfp	Z2		Oui			6		Oui			4		Oui			3			Oui					4
bOKS3	Z2		Oui			6		Oui			4		Oui			3		Oui						4
ClG2	Autre (à préciser)					6		Oui			4		Oui			3		Oui						3
7sk(W	Z2	21	Oui			6		Oui			4		Oui			3		Oui						4
wuBex	Z2		Oui			6		Oui			4		Oui			3		Oui						4
rYZIT																								0
GIJEL	Z2		Oui			Autre (à préciser)	10	Oui			4	« C'est plus les filles »	Oui			3		Oui						3
apb33	Z2		Oui			6		Oui			4		Oui			3		Oui						4
sGILL	Z2		Oui			Autre (à préciser)	10	Oui			4	« C'est plus les filles »	Oui			3		Oui						2
U7NeO	Z2		Oui			6		Oui			4		Oui			3		Oui						4
5Vfp7	Z2		Oui			6		Oui			4		Oui			3		Oui						4
vZOVF	Autre (à préciser)					Autre (à préciser)	3=10	Oui			4		Oui			3		Oui						0
oLQ7m	Z2	14 (écrit 12+10)	Oui			6		Oui			4		Oui			3		Oui						4
g3mCP	Z2		Oui			6		Oui			4		Oui			3		Oui						2
O3Lc7	Z2		Oui			6		Oui			4		Oui			3		Oui						3
PHNM	Z2	10+10+2	Oui			6		Oui			4		Oui			3		Oui						4

TABLE DES MATIERES

Remerciements	1
Résumé.....	2
Sommaire	4
Table des figures.....	8
Introduction.....	11
Partie I Contexte et problématique.....	13
1. Contexte	14
2. Que disent les sciences cognitives et la psychologie développementale à propos de la dyscalculie ?.....	16
2.1. Définitions de la dyscalculie en cognition numérique.....	16
2.2. Prévalence.....	19
2.3. Nature et causes du trouble	20
3. Quelles conséquences pour les enseignants ?	23
4. Quelles entrées pour la didactique des mathématiques ?	23
4.1. Entrées potentielles.....	24
4.2. Comment la didactique s’empare-t-elle de ces questions ?.....	25
5. Problématique.....	26
5.1. Hypothèses de travail et positionnement par rapport aux recherches existantes	26
5.2. Questions de recherches et méthodologie globale.....	27
Partie II Revues de littérature	29
1. Revue de littérature en didactique des mathématiques	30
1.1. Les nombres en tant qu’outils	30
1.1.1. Les nombres pour mémoriser et communiquer	31
1.1.1.1. Repérer et exprimer une position : Aspect ordinal du nombre	31
1.1.1.2. Quantifier : Aspect cardinal du nombre.....	31
Procédures de quantification	32
1.1.2. Les nombres pour anticiper.....	37
1.1.2.1. Structures additives.....	37
1.1.2.2. Procédures : du comptage au calcul	41
Procédures liées au comptage	41
Procédures liées au calcul	41
1.2. Les nombres en tant qu’objets	43

1.2.1.	La numération écrite en chiffres arabes	43
1.2.1.1.	Principes de notre numération	44
1.2.1.2.	Avantages de notre numération écrite	45
1.2.1.3.	Les symboles mathématiques	45
1.2.2.	La numération orale	46
1.2.3.	Acquisition de la suite verbale	46
1.2.4.	Non-congruence entre les deux systèmes	47
1.2.5.	Autres ostensifs de la numération	47
1.2.5.1.	Ostensifs intermédiaires	48
1.2.5.2.	Ostensifs matériels	49
2.	Revue de la littérature en cognition numérique	51
2.1.	Modèles théoriques	51
2.1.1.	Le modèle modulaire de McCloskey	52
2.1.2.	Le modèle du triple code de Dehaene	53
2.1.3.	Le modèle développemental de Von Aster et Shalev	54
2.2.	Compétences numériques précoces	54
2.2.1.	Discrimination de quantités	55
2.2.2.	Opérations simples	55
2.3.	Fonctions cognitives sous-jacentes	57
2.3.1.	Fonctions attentionnelles et exécutives	57
2.3.2.	Mémoire de travail	57
2.3.3.	Habilités visuo-spatiales	59
2.3.4.	Gnosies digitales	60
2.4.	Représentations du nombre	61
2.4.1.	Représentation analogique	61
2.4.2.	Représentation décimale	61
2.5.	Procédures de quantification	62
2.5.1.	Subitizing	63
2.5.2.	Estimation	64
2.5.3.	Dénombrement	66
2.6.	Transcodage	67
2.7.	Calcul	68
2.7.1.	Modèle de Siegler	69
2.7.2.	Variables influençant la sélection stratégique	70

2.7.3.	Rôle de la mémoire et des fonctions attentionnelles et exécutives	71
2.8.	Résolution de problèmes	71
2.8.1.	Classification sémantique	72
2.8.2.	Représentations	72
2.8.2.1.	Théorie des schémas	72
2.8.2.2.	Théorie des modèles mentaux	73
Partie III Etude des tests : Analyse descriptive et comparative de tests destinés à évaluer les compétences de base en mathématiques issus de la cognition numérique et de la didactique		75
1.	Choix des tests	76
2.	Construction de la grille d'analyse	80
2.1.	Utilisation du nombre	80
2.1.1.	Aspect ordinal	81
2.1.2.	Aspect cardinal et procédures de quantification	81
2.1.2.1.	Correspondance terme à terme	81
2.1.2.2.	Dénombrement	81
2.1.2.3.	Estimation et subitizing	82
2.2.	Opérations	83
2.2.1.	Opérations analogiques	83
2.2.2.	Opérations symboliques	83
2.2.3.	Opérations à énoncé verbal	84
2.3.	Représentations du nombre	85
2.3.1.	Représentation analogique	85
2.3.1.1.	Tâches de comparaison analogique	85
2.3.1.2.	Tâches faisant intervenir le code oral ou arabe	85
2.3.2.	Représentation décimale	86
2.3.2.1.	Tâches relatives aux écritures des nombres	86
2.3.2.2.	Tâches faisant intervenir des quantités analogiques	86
2.4.	Codes et transcodages	87
2.5.	Opérations logiques	88
2.6.	Fonctions cognitives sous-jacentes	89
3.	Analyse descriptive des tests	90
3.1.	Analyse du Zareki-R	90
3.1.1.	Utilisation du nombre	90
3.1.1.1.	Exprimer une position	90

3.1.1.2.	Quantifier	90
3.1.2.	Représentations du nombre.....	91
3.1.2.1.	Représentation analogique	91
3.1.2.2.	Représentation décimale	92
3.1.3.	Codes et transcodage	92
3.1.3.1.	Code arabe et oral.....	92
3.1.3.2.	Transcodage	92
3.1.4.	Opérations.....	92
3.1.4.1.	Opérations analogiques	92
3.1.4.2.	Opérations symboliques.....	92
3.1.4.3.	Opérations à énoncé verbal	93
3.1.5.	Opérations logiques	93
3.1.6.	Tâches supplémentaires.....	93
3.1.7.	Fonctions cognitives sous-jacentes	93
3.1.8.	Bilan de l'analyse	94
3.2.	Analyse du MathEval	95
3.2.1.	Utilisation du nombre.....	95
3.2.1.1.	Exprimer une position	95
3.2.1.2.	Quantifier	95
3.2.2.	Représentations du nombre.....	96
3.2.2.1.	Représentation analogique	96
3.2.2.2.	Représentation décimale	97
3.2.3.	Codes et transcodage	97
3.2.3.1.	Code arabe et oral.....	97
3.2.3.2.	Transcodage	97
3.2.4.	Opérations.....	99
3.2.4.1.	Opérations analogiques	99
3.2.4.2.	Opérations symboliques.....	100
3.2.4.3.	Opérations à énoncé verbal	100
3.2.5.	Opérations logiques	101
3.2.6.	Fonctions cognitives sous-jacentes	101
3.2.7.	Bilan de l'analyse	101
3.3.	Analyse du Woodcock-Johnson	102
3.3.1.	Utilisation du nombre.....	102

3.3.1.1.	Exprimer une position	102
3.3.1.2.	Quantifier	102
3.3.2.	Représentations du nombre.....	103
3.3.2.1.	Représentation analogique	103
3.3.2.2.	Représentation décimale	103
3.3.3.	Codes et transcodage	103
3.3.3.1.	Code arabe et oral.....	103
3.3.3.2.	Transcodage	104
3.3.4.	Opérations.....	104
3.3.4.1.	Opérations analogiques	104
3.3.4.2.	Opérations symboliques.....	104
3.3.4.3.	Opérations à énoncé verbal	105
3.3.5.	Opérations logiques	105
3.3.6.	Tâches supplémentaires.....	105
3.3.7.	Fonctions cognitives sous-jacentes	105
3.3.8.	Bilan de l'analyse	105
3.4.	Analyse de l'Examath	106
3.4.1.	Utilisation du nombre.....	107
3.4.1.1.	Exprimer une position	107
3.4.1.2.	Quantifier	107
3.4.2.	Représentations du nombre.....	109
3.4.2.1.	Représentation analogique	109
3.4.2.2.	Représentation décimale	111
3.4.3.	Codes et transcodage	112
3.4.3.1.	Code arabe et oral.....	112
3.4.3.2.	Transcodage	112
3.4.4.	Opérations.....	112
3.4.4.1.	Opérations analogiques	112
3.4.4.2.	Opérations symboliques.....	113
3.4.4.3.	Opérations à énoncé verbal	113
3.4.5.	Opérations logiques	114
3.4.6.	Tâches supplémentaires.....	114
3.4.7.	Fonctions cognitives sous-jacentes	114
3.4.8.	Bilan de l'analyse	115

3.5.	Analyse du Tedi-Math.....	116
3.5.1.	Utilisation du nombre.....	116
3.5.1.1.	Exprimer une position	116
3.5.1.2.	Quantifier	116
3.5.2.	Représentations du nombre.....	117
3.5.2.1.	Représentation analogique	117
3.5.2.2.	Représentation décimale	118
3.5.3.	Codes et transcodage	119
3.5.3.1.	Code arabe et oral.....	119
3.5.3.2.	Transcodage	120
3.5.4.	Opérations.....	120
3.5.4.1.	Opérations analogiques	120
3.5.4.2.	Opérations symboliques.....	120
3.5.4.3.	Opérations à énoncé verbal	121
3.5.5.	Opérations logiques	121
3.5.6.	Tâches supplémentaires.....	122
3.5.7.	Fonctions cognitives sous-jacentes	122
3.5.8.	Bilan de l'analyse	123
3.6.	Analyse de l'UDN-II	124
3.6.1.	Utilisation du nombre.....	124
3.6.1.1.	Exprimer une position	124
3.6.1.2.	Quantifier	124
3.6.2.	Représentations du nombre.....	125
3.6.3.	Codes et transcodage	126
3.6.3.1.	Code arabe et oral.....	126
3.6.3.2.	Transcodage	126
3.6.4.	Opérations.....	126
3.6.4.1.	Opérations analogiques	126
3.6.4.2.	Opérations symboliques.....	126
3.6.4.3.	Opérations à énoncé verbal	127
3.6.5.	Opérations logiques	127
3.6.6.	Tâches supplémentaires.....	128
3.6.7.	Fonctions cognitives sous-jacentes	128
3.6.8.	Bilan de l'analyse.....	128

3.7.	Analyse de l'ECPN	129
3.7.1.	Utilisation du nombre.....	129
3.7.1.1.	Exprimer une position	129
3.7.1.2.	Quantifier	130
3.7.2.	Représentations du nombre.....	130
3.7.3.	Codes et transcodage	130
3.7.4.	Opérations.....	130
3.7.4.1.	Opérations analogiques	130
3.7.4.2.	Opérations symboliques et à énoncé verbal.....	131
3.7.5.	Opérations logiques	131
3.7.6.	Fonctions cognitives sous-jacentes	131
3.7.7.	Bilan de l'analyse.....	131
3.8.	Analyse du dispositif « Quatre étapes pour une évaluation continue en première partie de cycle 2 »	132
3.8.1.	Utilisation du nombre.....	133
3.8.1.1.	Exprimer une position	133
3.8.1.2.	Quantifier	133
3.8.2.	Représentations du nombre.....	134
3.8.3.	Codes et transcodage	134
3.8.4.	Opérations.....	134
3.8.5.	Opérations logiques	134
3.8.6.	Fonctions cognitives sous-jacentes	134
3.8.7.	Bilan de l'analyse.....	135
3.9.	Analyse de la prise d'information initiale CP de ERMEL.....	136
3.9.1.	Utilisation du nombre.....	136
3.9.1.1.	Exprimer une position	136
3.9.1.2.	Quantifier	136
3.9.2.	Représentations du nombre.....	136
3.9.3.	Codes et transcodage	137
3.9.3.1.	Code arabe et oral.....	137
3.9.3.2.	Transcodage	137
3.9.4.	Opérations.....	137
3.9.4.1.	Opérations analogiques	137
3.9.4.2.	Opérations symboliques et à énoncé verbal.....	138

3.9.5.	Opérations logiques	138
3.9.6.	Fonctions cognitives sous-jacentes	138
3.9.7.	Bilan de l'analyse	138
3.10.	Analyse du test des compétences numériques du programme de maternelle 2016-2017	139
3.10.1.	Utilisation du nombre.....	139
3.10.1.1.	Exprimer une position	139
3.10.1.2.	Quantifier	140
3.10.2.	Représentations du nombre.....	140
3.10.3.	Codes et transcodage	141
3.10.3.1.	Code arabe et oral.....	141
3.10.3.2.	Transcodage	141
3.10.4.	Opérations.....	141
3.10.4.1.	Opérations analogiques	141
3.10.4.2.	Opérations symboliques et à énoncé verbal.....	141
3.10.5.	Opérations logiques	142
3.10.6.	Fonctions cognitives sous-jacentes	142
3.10.7.	Bilan de l'analyse	142
3.11.	Analyse de l'évaluation proposée dans le cadre du projet EvalNumC2	143
3.11.1.	Utilisation du nombre.....	143
3.11.1.1.	Exprimer une position	143
3.11.1.2.	Quantifier	143
3.11.2.	Représentations du nombre.....	144
3.11.2.1.	Représentation analogique	144
3.11.2.2.	Représentation décimale	145
3.11.3.	Codes et transcodage	146
3.11.3.1.	Code arabe et oral.....	146
3.11.3.2.	Transcodage	147
3.11.4.	Opérations.....	147
3.11.4.1.	Opérations analogiques	147
3.11.4.2.	Opérations symboliques.....	148
3.11.4.3.	Opérations à énoncé verbal	148
3.11.5.	Opérations logiques	148
3.11.6.	Fonctions cognitives sous-jacentes	148

3.11.7.	Bilan de l'analyse	149
4.	Résultats	150
4.1.	Tâches communes	150
4.1.1.	Suite numérique verbale	151
4.1.2.	Dénombrement	152
4.1.2.1.	Quantifier	153
4.1.2.2.	Collections équipotentes.....	155
4.1.2.3.	Comparaison de collections	156
4.1.3.	Transcodage	157
4.1.4.	Opérations analogiques.....	158
4.1.5.	Opérations symboliques.....	160
4.1.6.	Représentation décimale	162
4.2.	Tâches spécifiques aux tests en cognition.....	163
4.2.1.	Sens du nombre.....	163
4.2.2.	Représentations analogiques via le code oral ou arabe	164
4.2.3.	Estimation et subitizing	166
4.2.4.	Opérations à énoncé verbal	166
4.2.5.	Opérations logiques	168
4.3.	Tâches spécifiques aux tests en didactique.....	168
4.3.1.	Le nombre pour exprimer une position	168
4.4.	Fonctions cognitives sous-jacentes	169
4.1.	Tâches absentes.....	170
4.1.1.	Enumération.....	170
4.1.2.	Régularité de la suite numérique	171
Partie IV	Conception du dispositif.....	172
1.	Contexte et objectifs du dispositif.....	173
1.1.	Rôles de l'enseignant et de l'orthophoniste.....	173
1.2.	Une collaboration nécessaire	174
1.3.	Pauvreté des échanges	174
1.4.	Pourquoi tant de difficultés à communiquer ?.....	175
1.5.	Objectifs du dispositif	176
2.	Structure générale du dispositif	178
3.	Fonctionnalités du support numérique.....	180
3.1.	Navigation.....	180

3.2.	Affichage des résultats.....	181
3.3.	Autres fonctionnalités	181
4.	Module 1 – Prérequis	181
4.1.	Comparaisons analogiques	182
4.2.	Subitizing/estimation.....	184
4.3.	Enumération	185
4.4.	Correspondance terme à terme	186
4.5.	Chaîne numérique verbale	187
5.	Module 2 – Aspect cardinal et ordinal du nombre	188
5.1.	Aspect cardinal.....	189
5.2.	Aspect ordinal : reconnaître une position	193
6.	Module 3 – Représentations du nombre	194
6.1.	Organisation des nombres.....	195
6.2.	Système décimal positionnel	197
6.3.	Transcodage.....	201
7.	Module 4 – Opérations.....	202
7.1.	Opérations analogiques.....	203
7.2.	Opérations symboliques	206
7.3.	Opérations à énoncé verbal.....	208
Partie V Expérimentations : Mise en pratique et validation du dispositif		210
1.	Expérimentations	211
2.	Profil des élèves testés	211
2.1.	Singularités Plurielles.....	212
2.2.	Ecole du Mau	213
2.3.	Ecole du champ du Seigle	213
3.	Opérationnalité du dispositif.....	213
4.	Analyse des résultats.....	215
4.1.	Méthodologie	215
4.2.	Module 1 : Prérequis	216
4.2.1.	Comparaison analogique.....	217
4.2.2.	Subitizing/estimation	218
4.2.3.	Correspondance terme à terme.....	218
4.2.4.	Enumération.....	220
4.2.5.	Suite numérique verbale	221
		338

4.2.6.	Résumé Module 1.....	222
4.3.	Module 2 : Aspect cardinal et ordinal du nombre.....	223
4.3.1.	Construction de collection équipotente.....	223
4.3.2.	Principes de Gelman et Gallistel.....	224
4.3.3.	Surcomptage	225
4.3.4.	Repérer une position.....	226
4.3.5.	Résumé Module 2.....	226
4.4.	Module 3 : Représentation des nombres	227
4.4.1.	Organisation des nombres	228
4.4.2.	Système décimal.....	229
4.4.3.	Transcodage	230
4.4.4.	Résumé Module 3.....	230
4.5.	Module 4 : Opérations.....	231
4.5.1.	Opérations analogiques – Transformations.....	232
4.5.2.	Opérations analogiques – Comparaison	233
4.5.3.	Opérations symboliques – Faits arithmétiques.....	234
4.5.4.	Opérations symboliques – Calcul réfléchi	236
4.5.5.	Opérations énoncé verbal	236
4.5.6.	Résumé Module 4.....	237
5.	Discussion.....	238
Conclusion et perspectives.....		240
1.	Résultats.....	241
1.1.	Apports croisés des recherches en didactique et cognition numérique	241
1.2.	Analyse comparative des tests destinés à évaluer les compétences numériques de base 242	
1.3.	Mise en évidence de biais dans les tests en cognition numérique	242
1.4.	Conception du dispositif de repérage de difficultés en mathématiques	243
1.5.	Validation expérimentale du dispositif.....	244
2.	Perspectives de recherche	245
2.1.	Développement de recherches à l’interface entre didactique et cognition.....	245
2.2.	Evolution et diffusion du dispositif	246
2.3.	Vers une meilleure identification des élèves en difficulté ?.....	246
2.4.	Impacts pour la formation des enseignants et orthophonistes	247
Bibliographie		248

Annexes	265
Annexe 1. Pré-analyse du Tedi-Math, Zareki-R et UDN-II	266
Annexe 2. Enquête auprès des orthophonistes	268
Annexe 3. Cahier des charges	278
Annexe 4. Variables proposées dans le cas d'une seconde passation des épreuves	301
Annexe 5. Liste du matériel nécessaire à la passation et supports à imprimer	305
1.1. Liste du matériel nécessaire	305
1.2. Supports à imprimer	306
Annexe 6. Codes R utilisés dans la conception du dispositif.....	307
1.3. Code utilisé pour générer les items de la tâche de comparaison analogique.....	307
1.4. Code utilisé pour générer les items de la tâche de subitizing/estimation	307
Annexe 7. Résultats des expérimentations.....	309
Table des matières	329

Un trouble à l'interface entre différents champs disciplinaires (handicap, santé et formation) : la dyscalculie – Une approche didactique

Il existe diverses approches de la dyscalculie, l'approche dominante étant centrée sur le fonctionnement cognitif de l'individu. Cependant, la recherche en cognition numérique présente encore de nombreuses lacunes et incertitudes : aucune définition ne fait consensus, les critères diagnostiques sont flous, etc. Nous nous posons alors la question de la place et du rôle de la didactique des mathématiques dans ces recherches et de la manière de concilier les approches pour mieux comprendre et accompagner les élèves présentant ce trouble. Dans cette thèse, nous nous intéressons plus particulièrement aux points de vue didactique et cognitif de la construction du nombre à l'école élémentaire. Afin d'en identifier les points de convergence et de divergence, nous réalisons une double étude bibliographique (en didactique et en cognition). Nous développons ensuite une méthodologie articulant ces éléments théoriques et l'analyse de tests existants pour concevoir un dispositif de repérage des difficultés en mathématiques (validé expérimentalement). Ce dispositif, destiné tout d'abord à l'enseignant, vise l'établissement d'un profil de compétences de l'élève permettant la mise en place de remédiations. De plus, grâce à sa conception particulière (tenant compte des spécificités de la cognition numérique et de la didactique des mathématiques), il permet d'établir un inventaire commun des difficultés de l'enfant exploitable par chacun des professionnels en charge de l'élève (enseignant et professionnels paramédicaux et médicaux), facilitant ainsi leurs échanges. La thèse ouvre par ailleurs de nouvelles perspectives pour la définition d'une interface entre didactique et cognition.

didactique des mathématiques, dyscalculie, cognition numérique, troubles d'apprentissage, difficultés d'apprentissage, tests

A trouble at the interface between different disciplinary fields (handicap, health and training): Dyscalculia – A didactical approach

There are different approaches used to study dyscalculia. The dominant approach is centred on the cognitive functioning and individual characteristics. However, research in numerical cognition still must be lightened: there is no consensus about the definition, diagnostic criteria are unclear, and so on. We seek to know the place of mathematics education in these researches and how to reconcile approaches to better understand and support children with this disorder. In this PhD thesis, we are particularly interested in the didactic and cognitive points of view of numbers construction in the elementary school. To identify the points of convergence and divergence, we conduct a double bibliographic study (in mathematics education and cognition). Then we develop a methodology based on these theoretical elements and on existing tests analysis in order to design a mathematical difficulties detection tool (experimentally validated). This device, designed initially for teachers, aims to establish a profile of student's skills to guide him in the implementation of remediation. Moreover, thanks to its particular conception (taking into account the specificities of numerical cognition and mathematics education), it makes it possible to establish a common inventory of the child's difficulties that can be used by each of the professionals in charge of the student (teacher and paramedical and medical professionals), facilitating their exchanges. The thesis also opens new perspectives for the definition of an interface between education and cognition.

mathematics education, dyscalculia, numerical cognition, learning disabilities, learning difficulties, test

Discipline : MATHÉMATIQUES APPLIQUÉES ET SCIENCES SOCIALES

Spécialité : *Didactique des mathématiques*

Université de Reims Champagne-Ardenne

CEREP - EA 4692

23 rue Clément Ader, 51100 Reims

