



HAL
open science

ETUDE TRIDIMENSIONNELLE PAR ELEMENTS FINIS DES EFFETS D'EXTREMITES DANS DES PARTIES FRONTALES DES MACHINES SYNCHRONES

Viviane Cristine Silva

► **To cite this version:**

Viviane Cristine Silva. ETUDE TRIDIMENSIONNELLE PAR ELEMENTS FINIS DES EFFETS D'EXTREMITES DANS DES PARTIES FRONTALES DES MACHINES SYNCHRONES. Energie électrique. Institut National Polytechnique de Grenoble (INPG), 1994. Français. NNT: . tel-01917237

HAL Id: tel-01917237

<https://hal.science/tel-01917237>

Submitted on 9 Nov 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THESE

présenté par

Viviane Cristine SILVA

(Ingénieur et MSc: *Universidade de São Paulo* - Brésil)

Pour obtenir le titre de **DOCTEUR**

de l'**INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE GRENOBLE**

(Arrêté ministériel du 30 mars 1992)

(Spécialité: Génie Electrique)

**ETUDE TRIDIMENSIONNELLE PAR
ELEMENTS FINIS DES EFFETS
D'EXTREMITES DANS DES PARTIES
FRONTALES DES MACHINES SYNCHRONES**

Date de soutenance: 19 DECEMBRE 1994

Composition du jury:

Monsieur	J-C. SABONNADIÈRE	Président
Monsieur	J-J. SIMOND	Rapporteur
Monsieur	F. PIRIOU	Rapporteur
Messieurs	C. KIENY	Examineur
	G. MEUNIER	Examineur
	A. FOGGIA	Examineur

Thèse préparée au sein du Laboratoire d'Electrotechnique de Grenoble

REMERCIEMENTS

Ce travail a été réalisé au sein du Laboratoire d'Electrotechnique de Grenoble, grâce au support financier du **CNPq** - *Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico* - du Ministère de la Science et de la Technologie du Brésil, à qui j'adresse mes remerciements.

J'adresse aussi mes remerciements les plus sincères à:

- Monsieur Jean-Claude SABONNADIÈRE, Directeur du Laboratoire d'Electrotechnique de Grenoble, pour m'avoir accueilli dans son laboratoire, et qui m'a fait l'honneur de présider le jury de cette thèse;
- Monsieur Jean-Jacques SIMOND, Professeur à l'Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, et
- Monsieur F. PIRIOU, Professeur à l'Université des Sciences et Technologies de Lille, qui m'ont fait l'honneur d'être les rapporteurs de cette thèse;
- Monsieur C. KIENY, Chef de Groupe au Département Machines Electriques et Services Matériel Electrique de la Direction des Etudes et Recherche d'EDF, qui a bien accepté faire partie du jury de thèse;
- Monsieur Albert FOGGIA, Professeur à l'INPG, de m'avoir proposé ce sujet intéressant et pour l'encadrement et le soutien dont j'ai bénéficié durant ces années passés au LEG.
- Monsieur Gérard MEUNIER, Chargé de Recherche au CNRS, qui a suivi ce travail et qui a toujours été à mes côtés pour me guider et m'apporter des conseils et suggestions, et qui m'a fait l'honneur de participer au jury de cette thèse. Qu'il trouve ici l'expression de ma profonde reconnaissance et de mon amitié.

Je tiens à remercier tout particulièrement:

- Monsieur Jean-Louis COULOMB, Professeur à l'INPG, qui a suivi de près le début de ce travail et qui m'a fait profiter de sa grande expérience dans le domaine de la modélisation;
- Patrick EUSTACHE, collègue thésard, pour son amitié et son aide face aux problèmes informatiques quotidiens;
- Monsieur Konrad WEEBER et *GE Hydro Canada*, pour l'amabilité de m'avoir fourni la géométrie et les données expérimentales d'une des machines utilisée dans ce travail.

Merci à Patrice LABIE, pour son amitié, pour l'aide et les conseils amicaux qu'il m'a prodigués, en particulier lors des problèmes informatiques avec FLUX3D, et pour la révision grammaticale soigneuse de ce mémoire. Tous les travaux réalisés au cours de cette thèse lui doivent beaucoup.

Merci à Yves MARECHAL et Christophe GUERIN pour leur amitié et pour l'aide qu'ils ont apportée tout au long de ce travail, auquel ils ont énormément contribué.

Je remercie chaleureusement tous mes collègues, chercheurs, ingénieurs et techniciens: S. NABETA, J-C. TEIXEIRA, M. BENBOUZID, G. BARAKAT, E. CALLEGHER, P. GUILLOT, N. LABBE, F-X. ZGAINSKI, F. CORTIAL, J-Y. VOYANT, C. BODY, R. PERRIN-BIT, T. DREHER, N. HADJ-SAID, ... pour toutes les bons moments passés ensemble.

Je voudrais remercier ici tous ceux et celles qui par leurs conseils, leurs aides ou simplement leur amitié ont participé à ces trois années.

Enfin, merci à Hernán, pour son aide, son soutien, sa patience, et pour la frappe soigneuse de ce mémoire.

LISTE DES NOTATIONS

<i>A</i>	Potentiel vecteur magnétique
<i>A_i</i>	Valeur nodale du potentiel vecteur magnétique
<i>B</i>	Induction magnétique
<i>B_a</i>	Induction magnétique dans l'isolation d'un milieu feuilleté
<i>B_{an}</i>	Composante normale de l'induction magnétique dans l'isolation d'un milieu feuilleté
<i>B_f</i>	Induction magnétique dans la partie en fer d'un milieu feuilleté
<i>B_{fn}</i>	Composante normale de l'induction magnétique dans la partie en fer d'un milieu feuilleté
<i>B_n</i>	Composante normale d'induction magnétique
<i>B_x</i>	Composante <i>x</i> de l'induction magnétique
<i>B_y</i>	Composante <i>y</i> de l'induction magnétique
<i>B_z</i>	Composante <i>z</i> de l'induction magnétique
$\left[\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial \mathbf{H}'} \right]$	Tenseur de perméabilité incrémentale
<i>E</i>	Champ électrique
<i>E_s</i>	Champ électrique surfacique
<i>F</i>	Densité de force
<i>F</i>	Fonction de variable vectorielle
<i>grad_s</i>	gradient surfacique
<i>H</i>	Champ magnétique
<i>H_a</i>	Champ magnétique dans l'isolation d'un milieu feuilleté
<i>H_{at}</i>	Composante tangentielle du champ magnétique dans l'isolation d'un milieu feuilleté
<i>H_f</i>	Champ magnétique dans la tôle
<i>H_{ft}</i>	Composante tangentielle du champ magnétique dans la tôle
<i>H_s</i>	Champ magnétique surfacique
<i>I_{max}</i>	Valeur de crête du courant dans un conducteur de l'induit
<i>i₁</i>	Valeur instantanée du courant de l'induit, phase 1
<i>J</i>	Densité de courant

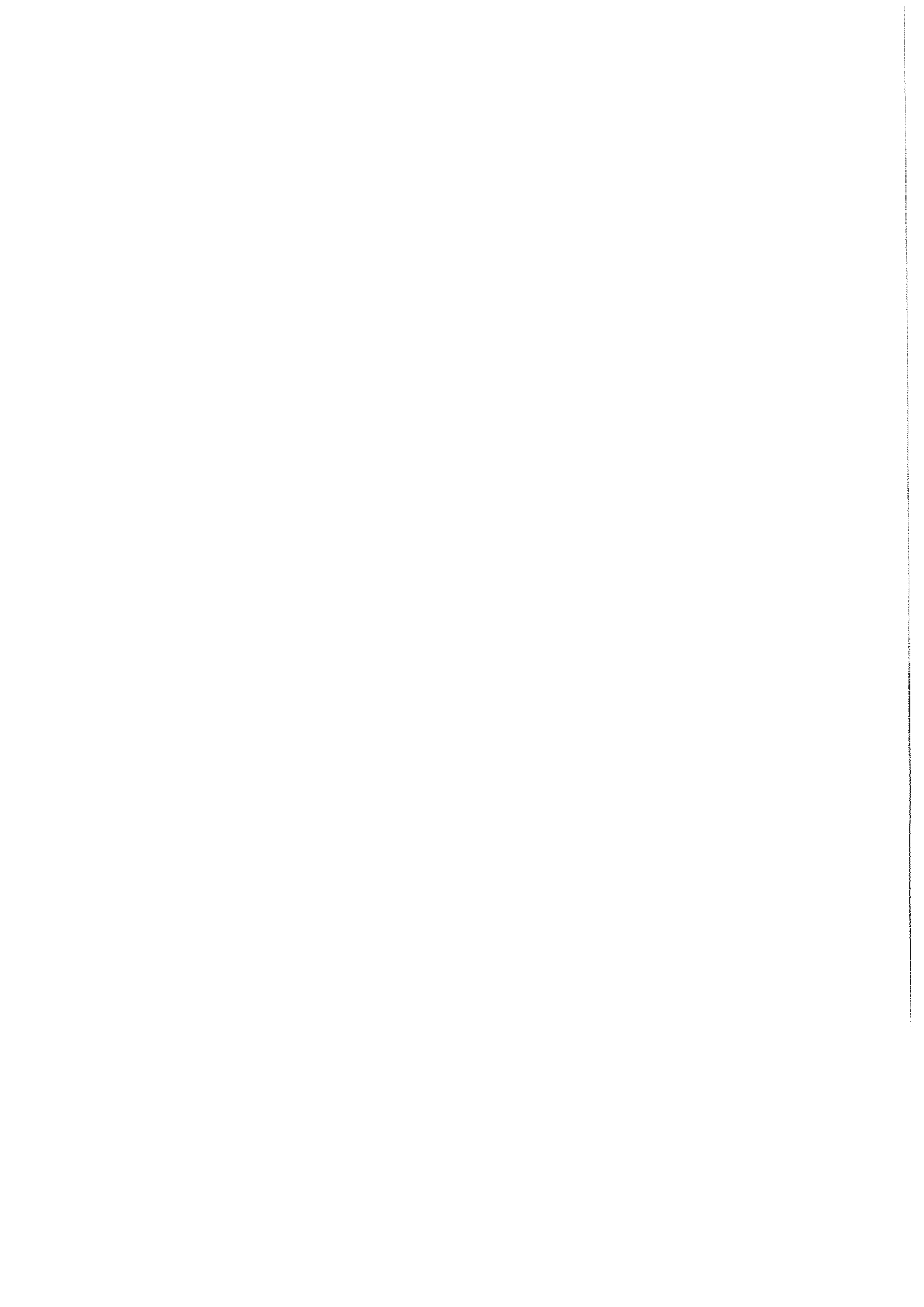
\mathbf{J}_s	Densité de courant (source)
\mathbf{K}	Densité de courant surfacique
L	Inductance
l_i	Inductance propre, phase i
m_{ij}	Inductance mutuelle entre phases i et j
N	Nombre de spires en série par phase de l'induit
N_n	Nombre de noeuds du maillage
\mathbf{n}	Vecteur normale à une surface (unitaire)
P	Densité de pertes
R	Résidu de la méthode de Newton-Raphson
$[R]$	Matrice de rotation
\mathbf{T}	Potentiel vecteur électrique
T_n	Composante normale de \mathbf{T}
t	Temps
V	Potentiel scalaire électrique
V_i	Valeur nodale (au noeud i) de V
\mathbf{W}	Fonction de pondération de la méthode de Galerkin
$W_i(x,y,z)$	Fonction de forme vectorielle
w_i	Fonction de forme scalaire
X	Réactance
Z_s	Impédance de surface
Λ	Perméance
ν	Reluctivité
$(1-\varepsilon)$	Coefficient de foisonnement
μ	Perméabilité
μ_f	Perméabilité de la tôle
μ_n	Perméabilité normale au plan des tôles
μ_0	Perméabilité du vide
μ_t	Perméabilité dans le plan des tôles
μ_z	Perméabilité suivant la direction z
σ	Conductivité
σ_t	Conductivité dans le plan des tôles
δ	Epaisseur de peau
θ	Angle
ϕ	Potentiel scalaire magnétique
ω	Pulsation
Ω	Volume
Γ	Surface

SOMMAIRE

INTRODUCTION	9
CHAPITRE I - ETAT DE L'ART ET BILAN BIBLIOGRAPHIQUE	13
CHAPITRE II - ETUDE DU REGIME STATIQUE	19
II.1 Introduction	19
II.2 Formulations magnétostatiques tridimensionnelles	19
II.2.1 Formulation magnétostatique en potentiel vecteur magnétique ..	20
II.2.2 Formulation électrocinétique en potentiel scalaire électrique	22
II.3 Description de la géométrie du domaine	23
II.4 Maillage du domaine	24
II.5 Conditions aux limites	26
II.6 Détermination des courants dans les enroulements	26
II.7 Calcul du champ magnétique	27
II.8 Calcul de l'inductance de têtes de bobines par phase	29
II.8.1 Flux traversant une phase	29
II.8.1.1 Flux traversant des bobines filiformes	30
II.8.1.2 Flux traversant des bobines à conducteurs massifs ..	31
II.8.2 Energie magnétique stockée	31
II.9 Comparaison des résultats analytiques et numériques	32
II.9.1 Calcul analytique	32
II.9.2 Comparaison avec le calcul numérique	32
II.10 Calcul des efforts dans les têtes de bobines	33
II.11 Conclusions	38
CHAPITRE III - REGIME DYNAMIQUE: APPLICATION DES IMPEDANCES DE SURFACE AUX EXTREMITES DES MACHINES	40
III.1 Introduction	40
III.2 Formulations magnétodynamiques tridimensionnelles	40
III.2.1 Formulation en potentiel scalaire magnétique total	41
III.2.2 Formulation en Impédance de Surface avec le potentiel scalaire total	42

III.3	Applications des impédances de surface au calcul de courants induits dans les parties frontales d'un alternateur	44
	III.3.1 Calcul des courants de Foucault dans le flasque de serrage	44
	III.3.2 Calcul des courants de Foucault dans la première tôle du stator .	45
III.4	Conclusions	51
CHAPITRE IV - REGIME DYNAMIQUE HARMONIQUE: COURANTS DE FOUCAULT DANS LES MILIEUX FEUILLETES		53
IV.1	Introduction	53
IV.2	Formulations magnétodynamiques tridimensionnelles	53
	IV.2.1 Formulation dans des pièces conductrices - potentiels vecteur électrique et scalaire magnétique $T-\phi$	53
	IV.2.2 Prise en compte de la circulation laminaire de courants dans les milieux conducteurs feuilletés	55
	IV.2.3 Formulations dans les régions non-conductrices	55
IV.3	Modélisation tridimensionnelle du feuilletage fer-air	55
	IV.3.1 Tenseur de perméabilité équivalente	56
	IV.3.2 Conductivité équivalente	58
IV.4	Application de l'homogénéisation et de la formulation $T-\phi$ au calcul des courants de Foucault d'une machine synchrone à vide	59
	IV.4.1 Homogénéisation du paquet feuilleté plus canaux de ventilation .	60
	IV.4.2 Prise en compte explicite des canaux de ventilation	68
IV.5	Conclusions	73
CHAPITRE V - PRISE EN COMPTE DE LA SATURATION MAGNETIQUE		75
V.1	Introduction	75
V.2	Importance de l'état magnétique sur les pertes par courants de Foucault	75
V.3	Mise en équation de la formulation $T-\phi$ non-linéaire	77
V.4	Calcul du tenseur de perméabilité incrémentale	83
V.5	Application de la formulation $T-\phi$ au calcul des courants de Foucault dans un circuit magnétique feuilleté	86
V.6	Conclusions	89
CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES		90

1	Conclusions	90
2	Perspectives	93
REFERENCES		94
BIBLIOGRAPHIE		100
ANNEXE I - CARACTERISTIQUES DES MACHINES SYNCHRONES		103
ANNEXE II - FORMULES ANALYTIQUES DU CALCUL DE LA REACTANCE DE TETES DE BOBINES		104
ANNEXE III - ALGORITHME DU CALCUL ITERATIF DE LA PERMEABILITE ANISOTROPE		106



INTRODUCTION

Depuis plusieurs années, on constate un accroissement de la puissance des alternateurs des centrales thermiques, hydrauliques et nucléaires. Parmi les problèmes qui se posent aux constructeurs, les effets d'extrémités liés aux champs magnétiques des parties frontales sont les plus complexes.

Le champ électromagnétique aux extrémités agit sur le fonctionnement des machines électriques de plusieurs façons; on peut diviser son étude en deux catégories. Cette division est due à la complexité de la configuration des parties frontales, ce qui nécessite des hypothèses et des simplifications pour analyser ces problèmes.

La première catégorie concerne la répartition du champ au voisinage des têtes de bobines; c'est-à-dire, leur inductance de fuite et la répartition des efforts mécaniques auxquelles elles sont soumises, dus à l'interaction entre le flux et les courants. Dans ce cas, la géométrie des enroulements est un des paramètres les plus importants du problème et il est souhaitable d'en faire une représentation la plus fidèle possible.

La réactance de fuite des têtes des bobines est un facteur important dans la prédétermination et l'analyse des performances des machines synchrones, car c'est un élément important de la réactance de fuite totale de l'induit et donc des réactances transitoires et subtransitoires.

La connaissance des forces agissant sur les têtes de bobines est primordiale pour la conception de leur système de fixation. Le concepteur n'est pas uniquement intéressé par l'effort maximal qui se produit pendant un transitoire, mais aussi par les vibrations continues (fatigue) et le **mouvement** relatif (usure) des parties isolées durant le régime permanent.

La seconde catégorie de problèmes concerne la distribution du champ au voisinage des surfaces conductrices à l'extrémité de la machine. Il s'agit des effets liés à la circulation des courants de Foucault dans les parties métalliques, telles que l'écran conducteur, les tôles du stator, les éléments de la structure (flasques de serrage du paquet de tôles, doigts, etc.). Dans ce cas tous les facteurs liés à la géométrie du stator et du rotor sont importants et influencent la distribution du champ.

Le noyau du stator des machines électriques est constitué en général par des paquets de tôles feuilletés. Le feuilletage empêche la circulation des courants dus au flux principal et de plus la taille des gros générateurs impose une segmentation des tôles. Cependant, la composante axiale du champ de fuites dans les parties frontales pénètre perpendiculairement au plan du laminage et induit des courants dans les segments des tôles, surtout aux extrémités du paquet de tôles du stator.

Le champ axial peut pénétrer très loin à l'intérieur du noyau du stator et les courants qu'il engendre provoque des tensions entre tôles, ce qui peut détériorer et endommager leur isolation. Elles sont aussi la cause de pertes supplémentaires dans les parties frontales et des méthodes de refroidissement ont dû être améliorées pour en contrôler la température; des écrans sont aussi employés pour réduire le champ axial.

Malgré les techniques employées par les constructeurs pour contrôler le champ axial, la circulation des courants de Foucault dans les tôles est préoccupante car il est quasiment impossible de les éliminer complètement. De plus, elle dépend des conditions de fonctionnement de la machine et de son état magnétique. Ce dernier va déterminer comment le flux axial va pénétrer.

Plusieurs méthodes sont utilisées par les constructeurs dans l'assemblage du paquet de tôles pour réduire ces effets:

- paquets fins;
- plus de canaux de ventilation;
- tôles plus minces aux extrémités;
- fentes dans les dents des premières tôles;
- entrefer progressif, etc.

Tout cela réduit l'intensité du champ axial mais aux dépens de la saturation et permet une pénétration plus profonde du champ.

Des nombreuses méthodes analytiques et empiriques existent dans la littérature [1, 9, 32, 43], mais elles sont en partie insuffisantes car les calculs nécessitent de nombreuses hypothèses simplificatrices, notamment sur la géométrie et l'influence de la saturation et des courants de Foucault.

La limitation des méthodes analytiques a conduit au développement des calculs de champ utilisant des méthodes numériques sophistiquées, dont la plus répandue est la méthode des éléments finis. L'avantage principal de cette méthode est un traitement plus réaliste des détails constructifs des extrémités, ce qui rend possible de meilleurs résultats pour la représentation du champ électromagnétique. Cependant, la plupart des logiciels d'éléments finis utilisés jusqu'à présent [2, 3, 7, 16] ont l'inconvénient d'employer pour le calcul des effets extrémités, une approche axisymétrique. Cela peut ne pas suffire, surtout si on rappelle que dans ce genre d'approche, les enroulements sont souvent remplacés par des distributions continues des courants sur une surface, et une variation sinusoïdale des grandeurs suivant la direction de rotation. Cette représentation ne fournit pas une information suffisamment détaillée des efforts locaux, comme c'est le cas du phénomène de discontinuité de la force observée dans des conducteurs voisins et appartenant à des phases différentes. Il en est de même pour la répartition du champ magnétique à l'intérieur du noyau du stator.

Actuellement les calculs de champs en trois dimensions par la méthode des éléments finis sont possibles et les limitations disparaissent peu à peu. On trouve déjà des codes éléments finis très avancés en trois dimensions qui traitent le problème des parties frontales des turboalternateurs avec beaucoup de détail [24, 36].

Notre travail a été consacré à l'étude des effets d'extrémité des parties frontales des machines synchrones à pôles saillants à l'aide d'un logiciel tridimensionnel basé sur la méthode des éléments finis, FLUX3D, développé au Laboratoire d'Electrotechnique de Grenoble.

Cette étude sera divisée en deux grandes parties. D'abord on s'occupe des effets liés directement aux enroulements, plus exactement aux têtes des bobines : le calcul de l'inductance des têtes de bobines et des efforts mécaniques. On utilisera le module

magnétostatique de FLUX3D, ce qui conduit à négliger les effets des courants induits dans les paquets de tôles et les autres parties conductrices, et on va effectuer ce calcul sans le rotor.

Dans une deuxième étape on s'occupera des effets liés aux parties ferromagnétiques et conductrices où se développent des courants des Foucault. Pour mener cette étude, on va se concentrer sur une représentation plus élaborée du noyau ferromagnétique du stator. Le calcul sera fait cette fois-ci à l'aide du module magnétodynamique (régime harmonique) de FLUX3D. On discutera l'utilisation des impédances de surface et de l'homogénéisation des noyaux feuilletés, ainsi que la prise en compte de la saturation.

D'une manière plus détaillée, le premier chapitre de cette thèse présentera un bilan bibliographique concernant le sujet traité dans ce mémoire et les techniques analytiques ou numériques employées par d'autres auteurs.

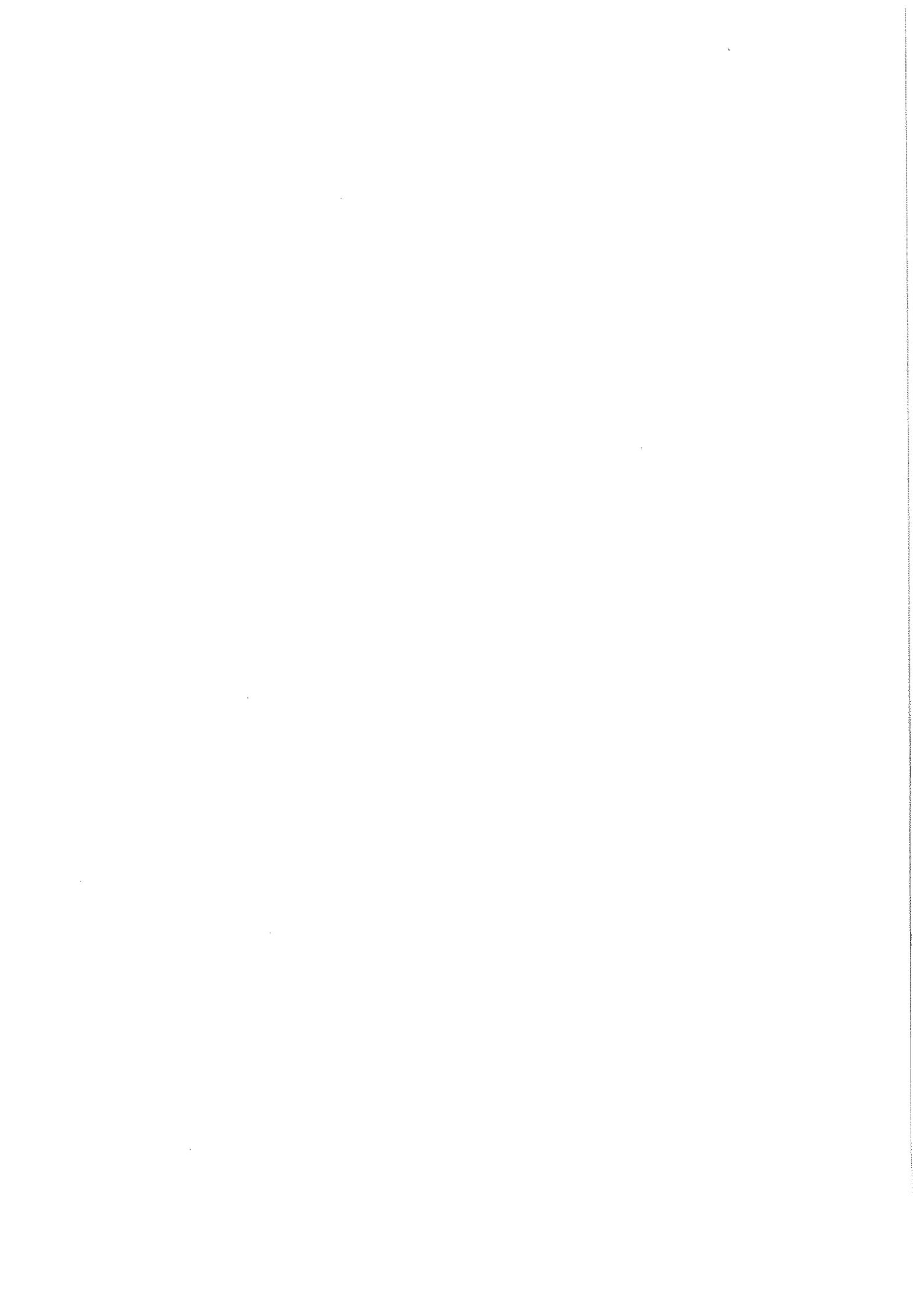
Au deuxième chapitre on abordera les problèmes d'extrémités en régime statique, notamment les calculs de l'inductance et des efforts des têtes de bobines de l'induit.

Le troisième chapitre présentera les problèmes en régime dynamique harmonique avec l'application de l'impédance de surface pour calculer les courants de Foucault et les pertes dans les parties conductrices aux extrémités des machines synchrones.

Le quatrième chapitre sera aussi consacré au calcul de courants de Foucault en régime dynamique harmonique, mais cette fois-ci dans les noyaux feuilletés, notamment le stator des machines électriques.

Le cinquième chapitre abordera la prise en compte de la saturation ferromagnétique et son application à des circuits magnétiques simples.

Enfin on présentera des conclusions et perspectives pour la suite de ce travail.



CHAPITRE I

ETAT DE L'ART ET BILAN BIBLIOGRAPHIQUE

Depuis les années 40 jusqu'à nos jours, le développement des techniques de conception des machines électriques et notamment celles des grosses machines synchrones, est orienté vers la recherche de méthodes de solutions plus exactes des équations qui régissent les phénomènes électriques à étudier. Parmi les problèmes les plus importants se trouvent ceux liés à l'effet magnétique des têtes de bobines, tel que le calcul de leur inductance, des efforts mécaniques auxquels elles sont soumises lors d'un transitoire, et les pertes par courants de Foucault dans les parties frontales du circuit magnétique.

La croissance rapide de la puissance et de la taille des machines demande des méthodes de plus en plus puissantes pour le calcul de la répartition du champ dans les parties frontales, surtout dans les gros alternateurs. Le problème est très difficile car la répartition du champ est tridimensionnelle, la géométrie des enroulements et des frontières est complexe et tridimensionnelle, et des courants de Foucault se développent dans les parties conductrices.

Le fonctionnement des machines synchrones est affecté de nombreuses façons par les flux de fuites. Il est possible de diviser ces problèmes en deux grandes catégories. La première concerne l'effet de la répartition du champ dans le voisinage des têtes de bobines. Dans ce cas la géométrie des enroulements est l'un des facteurs les plus importants. La seconde concerne la distribution du champ au voisinage des surfaces conductrices aux extrémités de la machine et la répartition des points chauds qui apparaissent à cause de la circulation des courants de Foucault dans les régions conductrices. Dans ce cas, les géométries du stator et du rotor sont importantes.

La nécessité de prévoir avec précision les champs de fuites aux extrémités des machines et leurs effets, notamment les pertes par courants induits, s'avère donc de plus en

plus urgente. De nombreux travaux ont traité ce sujet depuis 50 ans, en utilisant le plus souvent des méthodes analytiques, voire empiriques.

Le premier auteur dont nous avons étudié les articles est Richardson [47]. En 1945, il emploie les techniques de tracé manuel des lignes des champs et il calcule ensuite les pertes dans l'écran conducteur au moyen de formules empiriques.

Winchester [61], en 1955, utilise une cuve électrolytique pour déterminer la répartition du champ et développe une formule analytique approximative qui calcule les pertes dans les dents de l'induit.

En 1960, Carpenter [9] calcule le champ par la méthode des images et Lawrenson [34], en 1961, utilisant aussi cette méthode, essaie pour la première fois de prendre en compte la géométrie réelle des têtes de bobines.

D'autres calculs analytiques ont été développés au cours des années 60 par Ashworth et Hammond [1] en 1961, Tegopoulos [53-55] en 1963 et plus tard en 1966 [56, 57], Stoll et Hammond [51] en 1965, Reece et Pramanik [46] en 1965, Hawley et al. [21] en 1967. Ceux de Tegopoulos proposent une représentation intéressante des enroulements par des distributions surfaciques continues de courants (nappes de courant), pour éliminer la géométrie souvent très complexe des bobines, surtout celles du stator. La méthode est encore largement employée par plusieurs auteurs dans des logiciels d'éléments finis.

Les solutions analytiques, néanmoins, restent très limitées et insuffisantes car la plupart des problèmes de champ électromagnétique rencontrés dans la pratique possèdent des frontières de géométrie complexe. De plus, la saturation du fer et les courants de Foucault altèrent le champ environnant; donc leur détermination demeure essentielle pour le concepteur. Les méthodes numériques doivent donc être envisagées.

On a dû attendre les années 70 pour trouver les premières méthodes numériques appliquées au calcul de champ aux extrémités des machines synchrones, les pionniers étant Sarma et al. [49] en 1971, avec un calcul magnétostatique bidimensionnel par différences finies, et Howe et Hammond [23] en 1974, avec un modèle bidimensionnel utilisant la méthode des éléments finis pour calculer le champ dans les parties frontales d'un turboalternateur. Ces derniers ont également été les premiers à prendre en compte des détails

de conception et de fabrication. En 1976, Chari et al. [14] utilisent aussi la méthode des éléments finis et traitent des géométries plus complexes.

En 1976, Preston et Reece [45] développent la notion d'impédance de surface comme conditions aux limites dans un calcul de champ par éléments finis utilisant le potentiel magnétique scalaire pour représenter les parties conductrices massives, où la dimension caractéristique est grande par rapport à l'épaisseur de peau. Cette méthode a permis de calculer les pertes par courants de Foucault dans ces éléments.

De 1975 à 1978 Carpenter [10-13] publie une série de travaux où il propose, pour résoudre le problème des courants induits dans les milieux feuilletés, une formulation avec comme variables d'état le potentiel scalaire magnétique, ϕ , et le potentiel vecteur électrique, T , pour les régions où circulent des courants. Dans sa méthode le vecteur T n'a qu'une composante, T_z , dirigée vers la normale au plan des tôles, ce qui représente la circulation laminaire des courants induits dans les tôles. Cela a permis de réduire le problème à la détermination des deux inconnues, T_z - ϕ , au lieu de quatre (trois composantes vectorielles et une scalaire) normalement nécessaires à la résolution des cas tridimensionnels. Cela a rendu cette formulation très attrayante et son utilisation très répandue jusqu'à nos jours. La plupart des travaux, développés depuis 1975, sur le problème des parties frontales des gros alternateurs, basés sur des méthodes numériques, développés depuis 1975, utilisent cette démarche.

En 1977, Jacobs et al. [28], développent un modèle tridimensionnel par différences finies qui calcule le champ, les courants induits et les pertes à l'intérieur du paquet de tôles du stator d'un turboalternateur à vide. Ils utilisent des coordonnées cylindriques (r, θ, z) , et la prise en compte de la distribution laminaire des courants induits se fait à l'aide de la formulation T_z - ϕ . Leur modèle tient compte de la saturation magnétique, de l'anisotropie des paquets des tôles, du laminage, du coefficient de foisonnement, des canaux radiaux de ventilation et des fentes dans les dents; ils utilisent des conditions aux limites périodiques ce qui réduit le domaine d'étude à un pas dentaire. Les enroulements ne sont pas représentés et le rotor est pris en compte par une condition aux limites sur le potentiel scalaire.

En 1980, Ito et al. [24], utilisent la représentation axisymétrique linéaire, le potentiel vecteur magnétique, A , et le potentiel scalaire électrique, V , comme variables d'état. Ils analysent un nouveau type d'écran magnétique; dans leur approche axisymétrique, où la

variation du champ est calculée par éléments finis dans le plan radial-axial, avec une variation sinusoïdale des grandeurs dans la direction de rotation. Ils ont comparé leurs résultats avec des tests.

Tokumasu et al. [58] en 1984 présentent un calcul par éléments finis tridimensionnels utilisant la formulation $T_z-\phi$ appliquées à un modèle expérimental, créé pour valider les résultats, et qui simule le comportement des extrémités d'un gros alternateur. Le modèle est linéaire mais tient compte de tous les facteurs liés au feuilletage (coefficient de foisonnement, anisotropie), les fentes et la géométrie des dents et les canaux radiaux.

A partir de 1986, Mecrow et Jack commencent à publier une série de travaux [25-27, 38-42] dont le premier consiste en un logiciel éléments finis axisymétrique assez complet, utilisant toujours la formulation $T_z-\phi$; ils présentent aussi des validations par des mesures sur un turboalternateur réel. Dans leur modèle ils représentent les enroulements et le rotor par des conditions aux limites sur ϕ , les courants de Foucault dans les parties massives par l'impédance de surface; ils utilisent des perméabilités anisotropes pour représenter les encoches, les fentes dans les dents, le feuilletage et les canaux radiaux de ventilation. De plus, ils prennent en compte la saturation et les effets des courants induits dans les paquets des tôles à travers la formulation $T_z-\phi$. La non-linéarité est introduite en utilisant la méthode de Newton-Raphson en régime statique, sans tenir compte des effets des courants induits. A partir des perméabilités calculées, la solution finale est obtenue par approximations successives. Cette démarche leur a permis de réduire le volume de calculs en gardant la symétrie du système d'équations à résoudre. Leurs résultats ont été validés par des essais sur un turboalternateur réel et montrent en général un accord satisfaisant avec quelques écarts, toutefois, notamment dans la transition entre la base des dents et la culasse du stator. Ils constatent, donc, la nécessité d'un modèle tridimensionnel pour le paquet de tôles du stator.

Encore en 1986, Jack et Mecrow [38], présentent un nouveau modèle, cette fois-ci tridimensionnel, pour représenter le noyau du stator, mais encore axisymétrique pour le reste du domaine. Le raccord entre les deux modèles est fait à travers des conditions aux limites communes aux deux régions. La partie tridimensionnelle se limite à un pas d'encoche et, par conséquent, des conditions aux limites périodiques ont été introduites dans leur modèle, ce qui a rendu le système d'équations à résoudre non symétrique. Ils comparent la méthode avec un calcul analytique sur une géométrie simple.

En 1989, Mecrow et Jack [40] font un bilan bibliographique, basés sur leurs résultats numériques, sur le calcul du champ des extrémités des turboalternateurs et aussi un bilan sur les diverses techniques et philosophies de conception et fabrication.

Khan et al. [30-32], de 1989 à 1990, rapportent les résultats de leur modèle aussi basé sur la méthode des éléments finis, axisymétrique, non linéaire, utilisant la formulation $T_z-\phi$ (équivalent à celui de Jack et Mecrow [25-27]), suivis d'une comparaison avec des tests sur un turboalternateur réel. Ils vont plus loin et, à l'aide d'une formulation thermique intégrée dans leur code d'éléments finis, ils calculent la répartition des températures dans les paquets des tôles du stator et de l'écran conducteur en deux dimensions.

Baker et al. [2] en 1990 sont les premiers à publier un travail concernant des alternateurs à pôles saillants. Leur code utilise aussi des éléments finis axisymétriques et la formulation adoptée est $T_z-\phi$. Ils calculent d'abord le champ dans la partie frontale avec la saturation mais sans tenir compte des courants induits dans les tôles. Le champ calculé est ensuite utilisé comme donnée pour le calcul des courants induits dans les tôles.

Yao et Shen [62] en 1991 publient aussi un travail appliqué aux alternateurs hydrauliques. Le modèle est axisymétrique, linéaire et le noyau du stator n'est pas pris en compte. Ils comparent leurs résultats avec des tests sur le champ à l'extérieur et obtiennent un accord satisfaisant.

En 1992, Mecrow et Jack [42], introduisent dans leur modèle tridimensionnel la segmentation des tôles et montrent, à travers leur modèle, que l'effet de segmentation est celui de limiter les courants de Foucault et par conséquent les pertes.

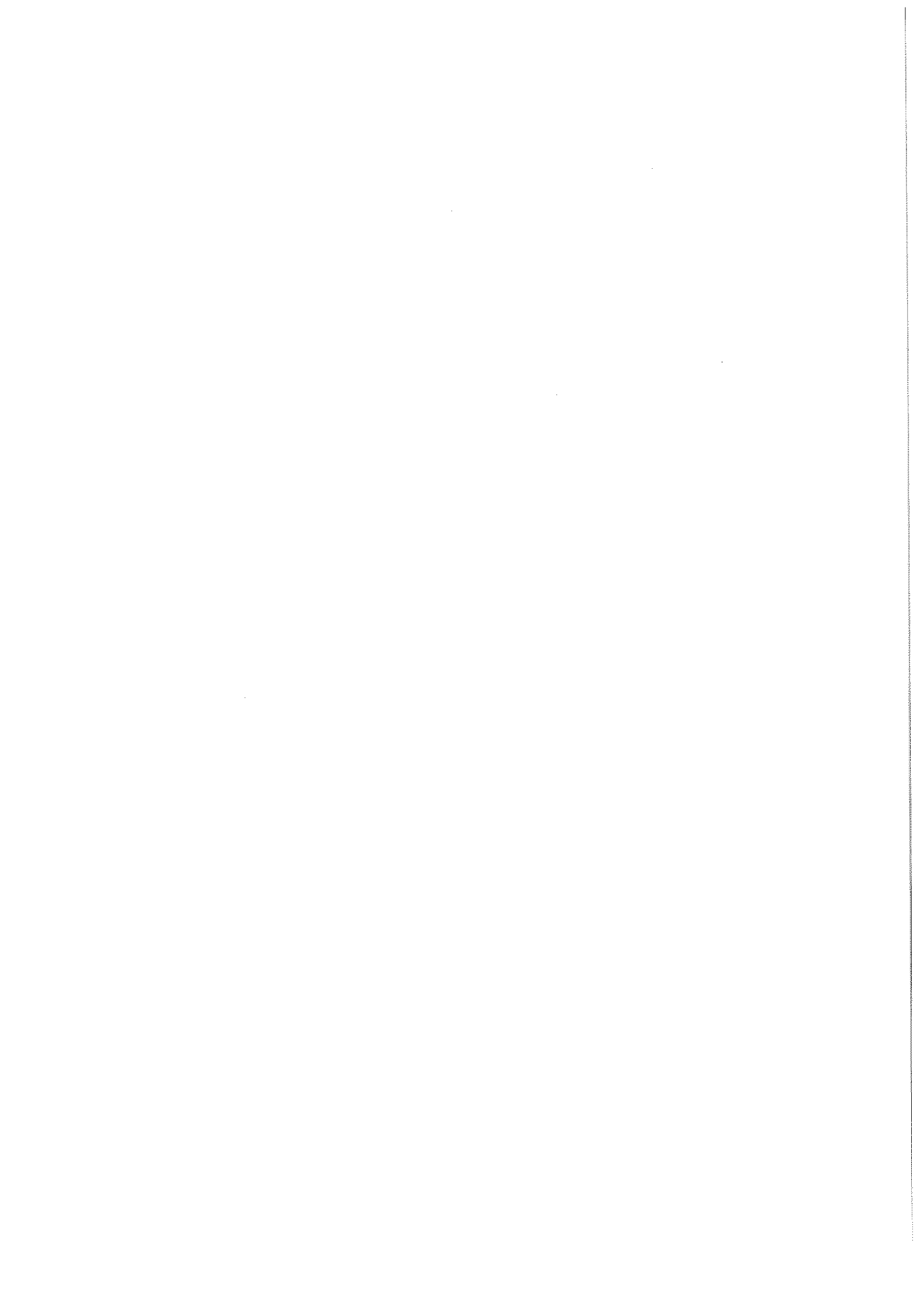
On peut conclure de ce bilan que de nombreux logiciels basés sur la méthode des éléments finis ont été développés, la plupart par des constructeurs de machines. Ils ont été employés avec succès pour prévoir les pertes et points chauds dans les parties frontales, notamment des turboalternateurs. Tous ces logiciels utilisent l'approche axisymétrique.

À partir de la moitié des années 80 on commence le développement des modèles tridimensionnels, mais toujours limités au noyau du stator et à un pas d'encoche, à cause des limitations informatiques de l'époque. Néanmoins, même avec l'augmentation de la puissance de calcul des ordinateurs actuels, la plupart des auteurs et constructeurs utilisent, jusqu'à nos

jours, l'approche axisymétrique. Celle-ci est économique en espace mémoire par rapport à l'approche tridimensionnelle et la technique des éléments finis en deux dimensions est bien maîtrisée. On peut obtenir un maillage très fin du domaine d'étude et utiliser des éléments du deuxième ordre. Par conséquent, une bonne précision peut être obtenue à un coût en temps de calcul relativement bas.

Aucun auteur, jusqu'à présent, n'a essayé une représentation tridimensionnelle complète des parties frontales des machines pour calculer les pertes dans les paquets de tôles et les efforts dans les têtes de bobines. En ce qui concerne le premier problème, il est certain qu'une simulation tridimensionnelle est souhaitable pour une analyse et une estimation plus précises des phénomènes aux extrémités des machines synchrones de grande puissance. Ce travail est donc, en employant le logiciel FLUX3D, une suite naturelle aux travaux déjà mentionnés.

La démarche que nous avons utilisée ainsi que les résultats obtenus ont fait l'objet de notre recherche qui sera présentée dans les chapitres suivants.



CHAPITRE II

ETUDE DU REGIME STATIQUE

II.1 - Introduction

Ce chapitre est consacré à l'étude des effets d'extrémité de la machine synchrone par FLUX3D en régime magnétostatique, c'est-à-dire, sans prendre en compte les courants induits et leurs effets sur la répartition du champ.

Cette étude nous permettra de déterminer le champ magnétique dans les parties frontales, engendré par les courants qui circulent dans les têtes de bobine. C'est le point de départ pour le calcul de l'inductance de fuite et des efforts dans les conducteurs.

En effet, on s'intéresse à un calcul précis de l'inductance de fuite des têtes de bobines des grosses machines synchrones car c'est une partie importante de leurs réactances. D'autre part le calcul des efforts dans les têtes de bobines est essentiel pour la conception de leur système de fixation.

Donc, l'étude que nous présentons dans ce chapitre est celle de ces grandeurs, obtenues à l'aide de FLUX3D, sur une machine synchrone réelle à pôles saillants.

II.2 - Formulations magnétostatiques tridimensionnelles

Le problème de la détermination du champ magnétique par la méthode des éléments finis dans des configurations possédant des sources de courants se fait en utilisant le potentiel vecteur magnétique. Bien entendu, cette formulation est plus coûteuse que celle qui utilise le

potentiel scalaire car elle implique l'existence de trois inconnues par noeud au lieu d'une seule. Mais elle est très générale et peut être employée partout y compris dans les régions non connexes ou celles parcourues par des courants, ce qui correspond tout à fait au cas étudié.

Le calcul du champ par FLUX3D à partir de la formulation en potentiel vecteur magnétique demande la connaissance préalable des densités de courant dans les conducteurs. En trois dimensions cette grandeur est vectorielle. Il faut donc fournir trois composantes sur chaque noeud du maillage des bobines. Ce travail n'est pas possible manuellement à cause de la disposition très complexe des têtes de bobine dans l'espace. Une étape intermédiaire est alors nécessaire.

L'attribution des valeurs des densités de courant aux noeuds du maillage a été réalisée à l'aide du module de calcul électrocinétique de FLUX3D. Il s'agit de l'application de la méthode des éléments finis au problème de la conduction électrique avec le potentiel scalaire électrique comme variable d'état.

Les deux formulations, magnétostatique et électrocinétique, sont brièvement rappelées dans les paragraphes qui suivent.

II.2.1 - Formulation magnétostatique en potentiel vecteur magnétique [15]

La formulation est tirée des équations de Maxwell en basse fréquence, en négligeant les courants de déplacements, et de la loi de comportement du milieu magnétique. Ces équations s'écrivent:

$$\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{J}_s \quad (\text{II.1a})$$

$$\text{div } \mathbf{B} = 0 \quad (\text{II.1b})$$

$$\mathbf{H} = \nu \mathbf{B} \quad (\text{II.1c})$$

L'introduction du potentiel vecteur \mathbf{A} simplifie le système de trois équations (II.1) en posant:

$$\mathbf{B} = \text{rot } \mathbf{A} \quad (\text{II.2})$$

L'unicité du potentiel vecteur est assurée par la jauge de Coulomb, ce qui conduit au système d'équations:

$$\operatorname{rot}(\operatorname{v rot} \mathbf{A}) = \mathbf{J}_s \quad (\text{II.3a})$$

$$\operatorname{div} \mathbf{A} = 0. \quad (\text{II.3b})$$

La forme faible de la formulation après l'application de la méthode de Galerkin et du théorème de Green s'écrit:

$$\int_{\Omega} \int \int [\operatorname{rot} \mathbf{W}(\operatorname{v rot} \mathbf{A}) + \operatorname{div} \mathbf{W}(\operatorname{v div} \mathbf{A})] d\Omega = \int_{\Omega} \int \int \mathbf{W} \mathbf{J}_s d\Omega \quad (\text{II.4})$$

Dans la forme intégrale (II.4) le problème physique est continu. La méthode des éléments finis nodaux consiste à remplacer ce système continu par un système discret où le potentiel vecteur \mathbf{A} est représenté par une approximation à travers des fonctions d'interpolation vectorielles \mathbf{W}_i :

$$\mathbf{A} = \sum_{i=1}^{N_n} \mathbf{W}_i(x, y, z) \cdot \mathbf{A}_i. \quad (\text{II.5})$$

En remplaçant le potentiel par sa forme interpolée (II.5), l'équation (II.4) devient:

$$\sum_{i,j=1}^{N_n} \int_{\Omega} \int \int [\operatorname{rot} \mathbf{W}_i(\operatorname{v rot} \mathbf{W}_j) + \operatorname{div} \mathbf{W}_i(\operatorname{v div} \mathbf{W}_j)] d\Omega = \int_{\Omega} \int \int \mathbf{W}_i \mathbf{J}_s d\Omega, \quad (\text{II.6})$$

et constitue un système de $3N_n$ équations à $3N_n$ inconnues à résoudre:

$$\sum_{i,j=1}^{3N_n} R_{ij} A_i = P_i \quad (\text{II.7})$$

où

$$R_{ij} = \int_{\Omega} \int \int [\operatorname{rot} \mathbf{W}_i(\operatorname{v rot} \mathbf{W}_j) + \operatorname{div} \mathbf{W}_i(\operatorname{v div} \mathbf{W}_j)] d\Omega \quad (\text{II.8})$$

$$P_i = \int \int \int_{\Omega} W_i J_s d\Omega$$

Dans le cas où ν est une fonction de l'induction magnétique le système (II.7) est non linéaire et une méthode itérative est nécessaire pour le résoudre.

A ce système il faut encore ajouter des conditions aux limites sur le potentiel vecteur, et à partir de sa solution on obtient l'induction magnétique sur chaque point du domaine à l'aide de l'expression (II.2).

II.2.2 - Formulation électrocinétique en potentiel scalaire électrique [15]

Les équations du phénomène de conduction électrique en régime stationnaire sont:

$$\text{rot } \mathbf{E} = 0 \quad (\text{II.9a})$$

$$\text{div } \mathbf{J} = 0 \quad (\text{II.9b})$$

Les vecteurs précédents sont reliés par la loi d'Ohm:

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \quad (\text{II.10})$$

L'introduction du potentiel scalaire électrique par:

$$\mathbf{E} = - \text{grad } V \quad (\text{II.11})$$

conduit à l'équation différentielle:

$$\text{div } \sigma \text{ grad } V = 0 \quad (\text{II.12})$$

A partir de la même démarche que dans le paragraphe précédent, on aboutit au système d'équations linéaires:

$$\sum_{i,j=1}^{N_n} R_{ij} V_i = 0 \quad (\text{II.13})$$

où

$$R_{ij} = \int \int \int_{\Omega} (\text{grad } w_i \cdot \sigma \text{ grad } w_j) d\Omega \quad (\text{II.14})$$

$$V = \sum_{i=1}^{N_n} w_i V_i \quad (\text{II.15})$$

w_i : fonctions de forme scalaires.

En imposant des conditions aux limites de Dirichlet sur le potentiel V , la résolution de ce problème par FLUX3D fournit le potentiel en chaque noeud du maillage. La densité de courant, \mathbf{J} , est obtenue par la loi d'Ohm (II.10) et l'équation de définition du potentiel scalaire (II.11).

II.3 - Description de la géométrie du domaine

La machine qui servira d'exemple pour cette étude est un alternateur de centrale hydraulique de 300 MVA, 52 pôles, dont les caractéristiques sont fournis à l'Annexe I.

Grâce à la périodicité géométrique et électrique de la machine, on peut limiter le domaine d'étude à un pas polaire, ce qu'illustre la Figure II.1. Le rotor a été enlevé car il n'a pas d'influence sensible sur les résultats. En effet, l'entrefer des machines synchrones à pôles saillants est relativement grand. La longueur du noyau ferromagnétique du stator a été choisie de façon à être suffisamment longue pour considérer que le champ magnétique est parallèle au plan de coupe à l'intérieur de la machine. Les têtes de bobines du stator, qui ont la forme d'une développante de cercle, ont été représentées par des segments de droites. Ceci, à notre avis, n'entraîne pas des conséquences graves, puisque dans les alternateurs à pôles saillants de grande puissance, le nombre élevé de pôles conduit à des pas polaires, et par conséquent des pas d'enroulements, dont l'ouverture angulaire est petite. C'est le cas de la machine étudiée, 52 pôles, dont le pas polaire s'étend sur 6.9 degrés mécaniques.

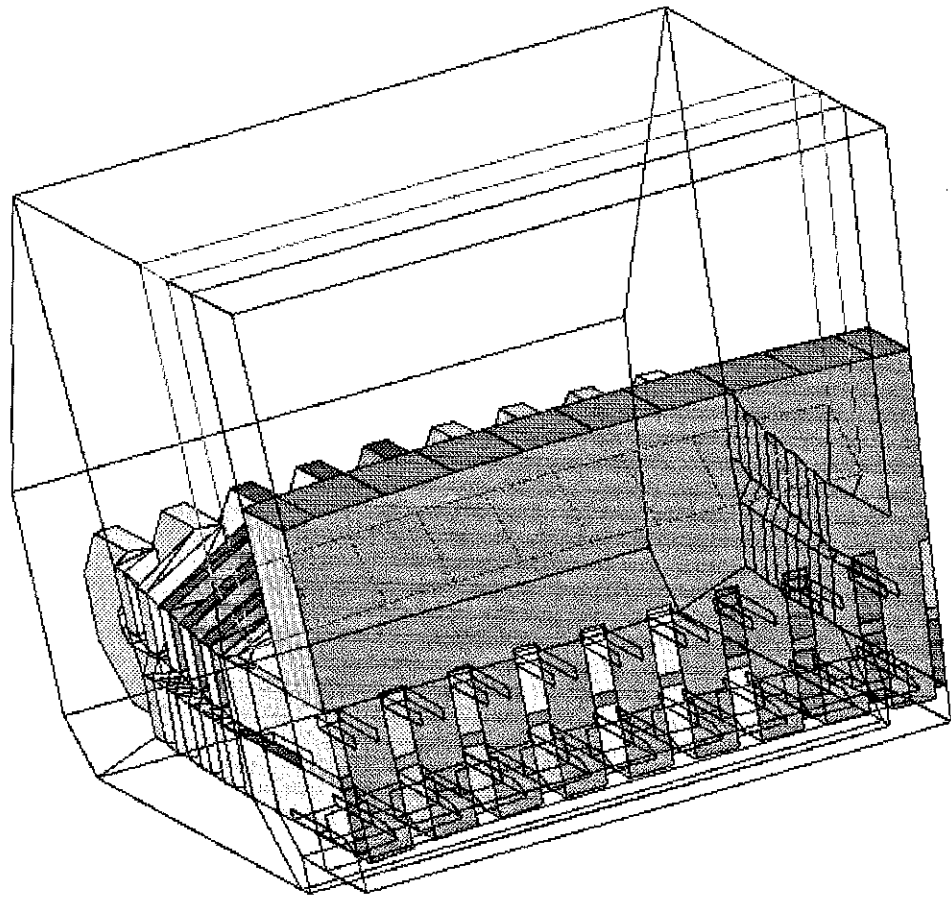


Figure II.1 - Géométrie de la partie frontale du stator

II.4 - Maillage du domaine

Le module de maillage automatique de FLUX3D utilise l'algorithme de Delaunay, et la discrétisation du domaine est faite en tétraèdres du premier ou du deuxième ordre, à la demande de l'utilisateur.

Dans le domaine présenté à la Figure II.1, limité à un pas polaire de la machine, des conditions aux limites antipériodiques doivent être imposées sur les plans radiaux - Figure II.2. Ces conditions forcent le maillage à être identique sur ces deux plans. Ceci a nécessité un maillage manuel des deux surfaces considérées.

Le maillage des surfaces restantes et des volumes a été accompli par le mailleur automatique et les éléments volumiques sont du premier ordre. Le maillage surfacique du domaine est illustré à la Figure II.3.

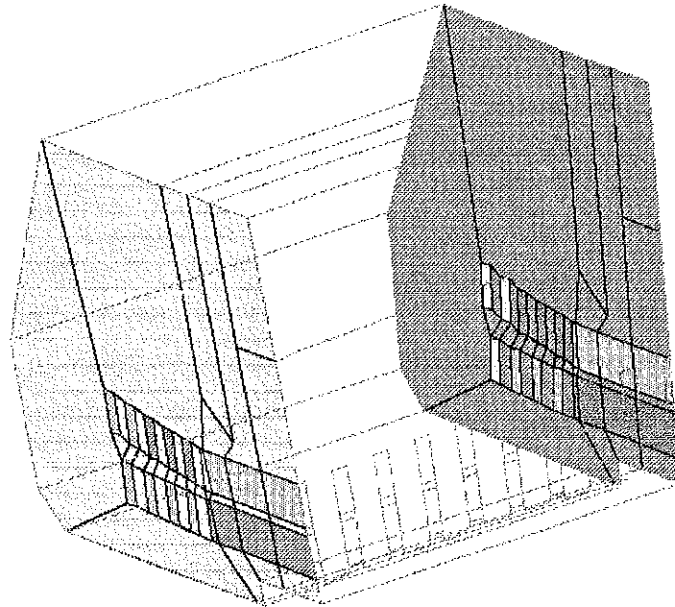


Figure II.2 - Plans de symétrie qui comportent des contraintes antipériodiques

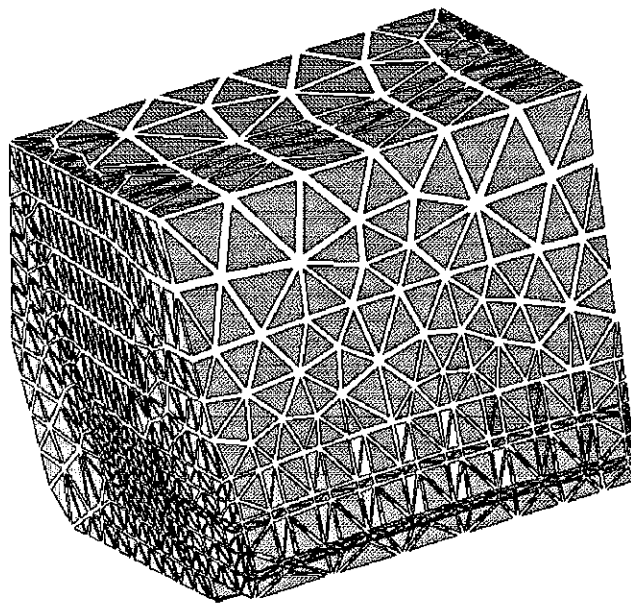


Figure II.3 - Domaine maillé en tétraèdres du premier ordre (nombre d'éléments: 35250; nombre de noeuds: 28900)

II.5 - Conditions aux limites

Il reste encore à choisir les conditions aux limites à imposer sur les surfaces qui délimitent le domaine.

Pour la résolution en électrocinétique, il suffit d'adopter des conditions aux limites de Dirichlet, sur le potentiel scalaire électrique, pour imposer une différence de potentiel entre les deux extrémités de chaque bobine.

Pour la résolution en magnétostatique, d'après le paragraphe II.3, des conditions aux limites antipériodiques ont été fixées aux plans radiaux du domaine. Sur la surface à l'intérieur de la machine (celle du raccord entre les domaines bi et tridimensionnels) on impose un champ tangentiel, ainsi que sur les autres surfaces extérieures.

II.6 - Détermination des courants dans les enroulements

La démarche adoptée est celle décrite par Ducreux [19] et Taieb [52]. La résolution du problème en régime électrocinétique par FLUX3D fournit le potentiel électrique en chaque point du maillage des bobines et la densité de courant est calculée par la loi d'Ohm:

$$\mathbf{J} = -\sigma \text{grad } V \quad (\text{II.16})$$

On a adopté l'hypothèse que les conducteurs sont massifs, ce qui se traduit par une conductivité homogène tout au long des bobines. En fait, ils sont composés de plusieurs spires et leur prise en compte se traduirait par l'adoption d'une conductivité anisotrope pour les conducteurs. Mais, d'après [19], l'erreur introduite par l'hypothèse de conducteurs massifs et homogènes n'est pas importante, d'autant plus que l'adoption d'une conductivité anisotrope pourrait rendre le problème trop compliqué.

Les résultats sont illustrés à la Figure II.4. Les flèches représentent le vecteur \mathbf{J} , densité de courant, dans les conducteurs.

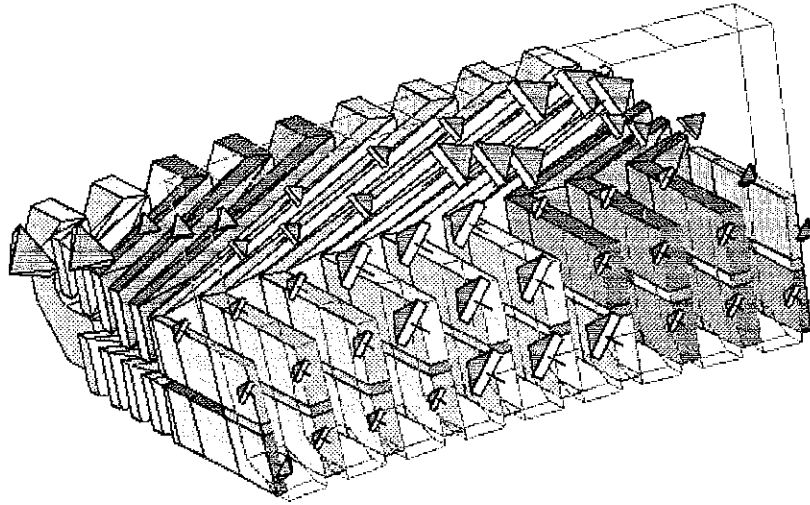


Figure II.4 - Densité de courant calculée dans les têtes de bobines, représentée par flèches

Pour calculer les courants totaux dans les conducteurs on a utilisé encore la même démarche adoptée par [17], c'est-à-dire que l'on calcule la puissance dissipée dans chaque conducteur par:

$$P = \frac{1}{2} \iiint_{\Omega} \frac{1}{\sigma} |\mathbf{J}|^2 d\Omega \quad (\text{II.17})$$

Connaissant la différence de potentiel entre les extrémités de chaque conducteur, on en déduit le courant total, I , dans la bobine. Il faut encore diviser le courant par le nombre de spires en série par pôle et par phase pour obtenir le courant qui intervient dans le calcul de l'inductance.

II.7 - Calcul du champ magnétique

Pour déterminer le champ magnétique à partir des sources de courants calculées suivant la méthode du paragraphe précédent, on procède à un calcul en régime magnétostatique et linéaire. De cette façon la saturation magnétique et les courants induits dans le stator, les enroulements et les parties structurelles sont négligés.

Le champ est calculé à partir du potentiel vecteur par l'expression (II.2) et a l'allure illustrée par les figures II.5a et II.5b dans deux plans de coupe.

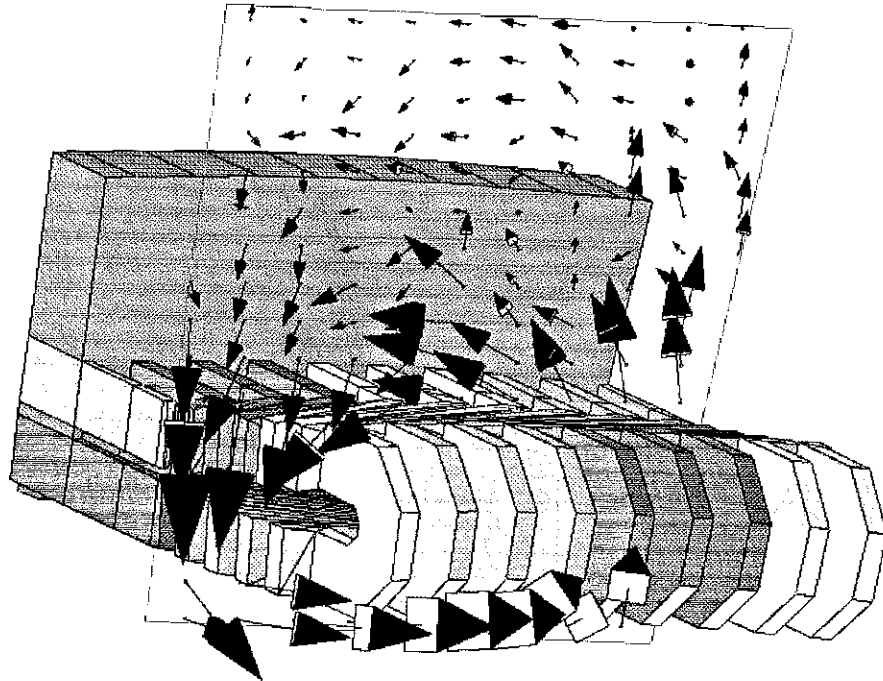


Figure II.5a - Champ magnétique à l'extrémité du stator: premier plan de coupe

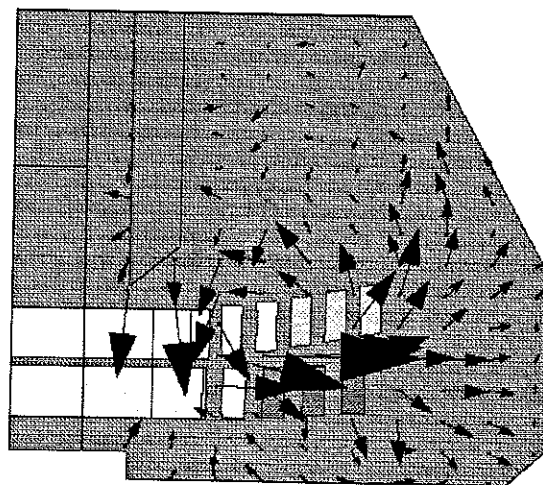


Figure II.5b - Champ magnétique à l'extrémité du stator: deuxième plan de coupe

II.8 - Calcul de l'inductance de têtes de bobines par phase

Le calcul de l'inductance de fuites des têtes de bobines par phase de l'induit sera réalisé par trois méthodes différentes à partir de: rapport flux/courant dans une phase avec les conducteurs filiformes, rapport flux/courant avec les conducteurs massifs et de l'énergie magnétique stockée dans le domaine.

II.8.1 - Flux traversant une phase

La méthode est celle adoptée par Liwshitz [36] à l'aide d'une expression analytique. On calcule le champ qui traverse la bobine d'une phase, en considérant une alimentation triphasée. Ensuite on en déduit l'inductance par le rapport flux/courant. Puisque l'enroulement est alimenté par un système de courants triphasés équilibrés, l'inductance de fuite est l'inductance par phase de l'induit. On va donc choisir pour mener notre étude la phase où le courant est maximal à l'instant $t = 0$ et en calculer le flux; les phases 1, 2 et 3 sont parcourues par les courants:

$$i_1(t) = I_{max} \cos \omega t \quad (\text{II.18a})$$

$$i_2(t) = I_{max} \cos (\omega t - 2\pi/3) \quad (\text{II.18b})$$

$$i_3(t) = I_{max} \cos (\omega t + 2\pi/3) \quad (\text{II.18c})$$

à l'instant $t = 0$ ces courants valent:

$$i_1 = I_{max} \quad i_2 = i_3 = -I_{max}/2 \quad (\text{II. 19})$$

avec I_{max} la valeur de crête du courant de chaque conducteur.

Le flux total "vu" par la phase 1 est calculé par:

$$\phi_1 = l_1 \cdot i_1 + m_{12} \cdot i_2 + m_{13} \cdot i_3 \quad (\text{II. 20})$$

Dans les machines électriques triphasées les bobines sont en général identiques pour toutes les phases et disposées régulièrement, ce qui fait que les inductances propres des trois

phases, aussi bien que les mutuelles, sont les mêmes, c'est-à-dire: $l_1 = l_2 = l_3 = l$ et $m_{12} = m_{13} = m_{23} = m$. Donc, l'équation à l'instant $t = 0$ s'écrit:

$$\phi_1 = L \cdot I_{max} \quad (\text{II.21})$$

où
$$L = (l - m) = \phi_1 / I_{max} \quad (\text{II.22})$$

représente l'inductance cyclique de fuites des têtes de bobines de l'induit. C'est cette valeur d'inductance qui nous intéresse et qui va entrer dans le calcul de l'inductance de fuites totale par phase de l'induit. Il faut donc calculer le flux ϕ_1 .

II.8.1.1 - Flux traversant des bobines filiformes

Le flux traversant une bobine filiforme est obtenu à partir du champ calculé en potentiel vecteur magnétique par l'expression [13]:

$$\phi = \oint_{\ell} \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l} \quad (\text{II.23})$$

Le contour d'intégration choisi est illustré à la Figure II.6. Il se situe au milieu de la bobine qui est au centre du groupe de bobines de la phase 1.

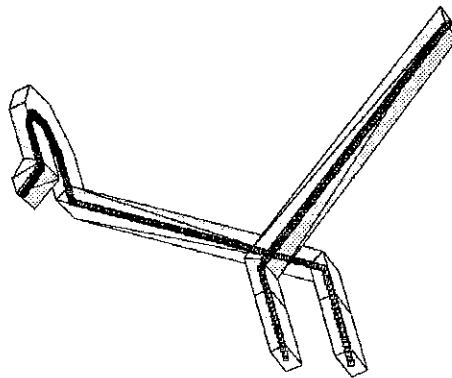


Figure II.6 - Contour d'intégration pour calcul du flux

L'inductance est calculée par :

$$L = N \phi / I_{max} \quad (\text{II.24})$$

II.8.1.2 - Flux traversant des bobines à conducteurs massifs

Le flux dans une bobine à conducteurs massifs se déduit à partir de considérations énergétiques [15, 49] et par l'expression:

$$\phi = \frac{1}{I} \iiint_{\Omega} \mathbf{A} \cdot \mathbf{J} d\Omega \quad (\text{II.25})$$

L'intégration ci-dessus est menée sur tout le volume de la bobine (même bobine utilisée au paragraphe antérieur, Figure II.6) et l'inductance est calculée aussi par l'expression (II.24).

II.8.2 - Energie magnétique stockée

En linéaire, l'énergie magnétique vaut:

$$W = \iiint_{\Omega} \frac{1}{2} \mathbf{B} \cdot \mathbf{H} d\Omega \quad (\text{II.26})$$

Elle est calculée par une intégration sur tout le volume d'air du domaine d'étude (où on veut calculer l'inductance). D'autre part, l'énergie est reliée aux inductances et aux courants d'un enroulement triphasé par l'expression suivante:

$$W = 0.5(l_1 i_1^2 + l_2 i_2^2 + l_3 i_3^2) + m_{12} i_1 i_2 + m_{13} i_1 i_3 + m_{23} i_2 i_3 \quad (\text{II.27})$$

En faisant les mêmes considérations qu'au paragraphe II.8.1 pour l'enroulement et les courants, on arrive à:

$$W = \frac{1}{2} \left(\frac{3L}{2} \right) I_{\max}^2 \quad (\text{II.28})$$

où L est donné par (II.24). Donc, à partir de l'énergie magnétique totale de la machine, l'inductance est égale à:

$$L = 2 \frac{(2/3)W}{I_{\max}^2} \quad (\text{II.29})$$

II.9 - Comparaison des résultats analytiques et numériques

II.9.1 - Calcul analytique

De nombreuses méthodes analytiques et empiriques existent dans la littérature [22, 33, 35, 36]. On a choisi trois méthodes, celles des ouvrages classiques de calcul de machines électriques, Honsinger [22], Kostenko [33] et Liwshitz [36], qui proposent des expressions pour des machines à pôles saillants.

Les expressions pour le calcul de l'inductance sont présentées dans l'Annexe II. Les réactances de fuite de têtes de bobine qui en résultent sont:

$$X_{[22]} = 0.01297 \, \Omega \quad X_{[33]} = 0.0179 \, \Omega \quad X_{[36]} = 0.0354 \, \Omega$$

et les inductances:

$$L_{[22]} = 34.402 \, \mu\text{H} \quad L_{[33]} = 47.562 \, \mu\text{H} \quad L_{[36]} = 93.843 \, \mu\text{H}$$

II.9.2 - Comparaison avec le calcul numérique

Le Tableau II.1 récapitule les valeurs d'inductances obtenues suivant les diverses méthodes.

Tableau II.1 - Comparaison entre la valeur analytique et FLUX3D (en μH)

FLUX3D			Analytique		
ϕ - Bobines filiformes	ϕ - Bobines massives	Energie stockée	Honsinger [22]	Kostenko [33]	Liwschitz [36]
41.27	39.55	37.61	34.40	47.56	93.84

Cette comparaison permet de constater que l'on retrouve un bon accord entre les méthodes, à l'exception de la valeur obtenue par [36]. Les écarts entre les trois méthodes de calcul numériques, qui varient de 3 à 8%, peuvent s'expliquer par une mauvaise évaluation de la distribution des courants à l'intérieur des bobines, problème déjà mentionné au paragraphe II.6 et dans [19], à cause d'un maillage insuffisant, ou par l'utilisation d'éléments du premier ordre. A ce niveau il faut rappeler que l'utilisation du potentiel vecteur comme variable d'état partout dans le domaine est très coûteuse en espace mémoire et en temps de calcul.

On rappelle aussi que ce calcul a été réalisé en magnétostatique et en linéaire, c'est-à-dire que les courants induits et la saturation, bien que leurs effets sur le champ résultant soient importants, n'ont pas été pris en compte. Mais il est tout à fait possible de les considérer en réalisant les calculs en régime magnétodynamique, linéaire ou non-linéaire, aux dépens, bien sûr, du temps et de l'espace mémoire nécessaires.

II.10 - Calculs des efforts dans les têtes de bobines

La conception d'un système de fixation adéquat des têtes de bobines des grosses machines synchrones demande une connaissance des efforts subis par les conducteurs, surtout lors d'un transitoire, où les efforts peuvent atteindre jusqu'à cent fois ceux du régime permanent.

La densité des forces en N/m^3 dans un conducteur où des courants circulent, et qui est plongé dans un champ magnétique, est calculée par le produit vectoriel:

$$\mathbf{F} = \mathbf{J} \wedge \mathbf{B} \quad (\text{II.30})$$

Cette grandeur est facilement obtenue à partir d'un calcul de champs tridimensionnel statique, comme celui effectué pour le calcul de l'inductance de fuite.

En régime permanent, à l'instant $t = 0$, où la phase 1 a le courant maximal, la répartition des efforts sur les têtes de bobines est illustrée à la Figure II.7.

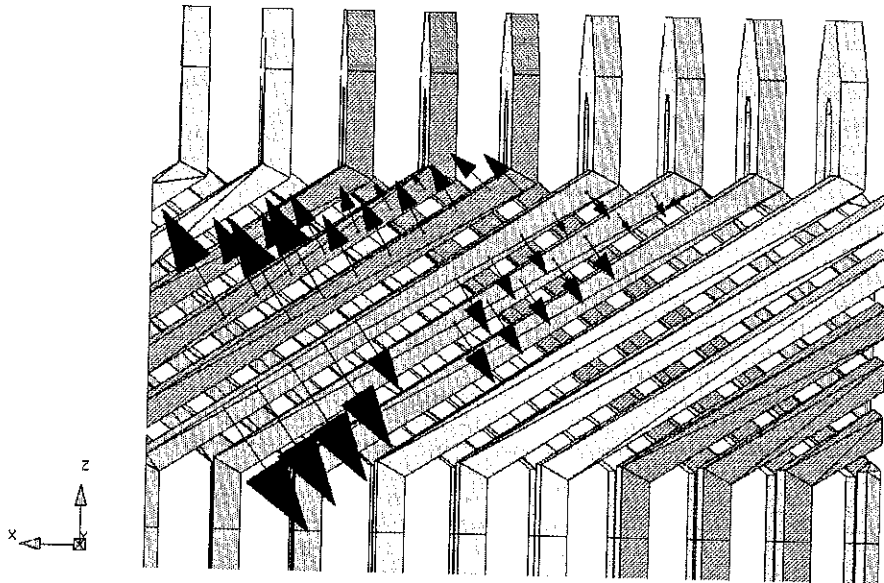


Figure II.7 - Efforts dans les têtes de bobines, en régime permanent, représentés par des flèches

Les Figures II.9a, II.9b et II.9c montrent les valeurs des composantes x , y et z de la densité de force, calculées sur l'arc de cercle indiqué à la Figure II.8.

Le calcul des efforts en régime transitoire a été effectué en utilisant la même démarche qu'en régime permanent, c'est-à-dire en magnétostatique et sans le rotor.

La condition de court-circuit triphasé symétrique a été choisie comme exemple, avec la machine initialement à vide. Les courants dans les trois phases de l'induit ont été calculés à l'aide du logiciel FLUX2D (calcul de champ bidimensionnel) en pas-à-pas dans le temps et en tenant compte du mouvement du rotor. A partir de cette simulation on obtient l'évolution dans le temps des courants de court-circuit dans les enroulements. On choisit donc l'instant où le courant est maximal dans la phase 1. Les valeurs de courants à cet instant dans les trois

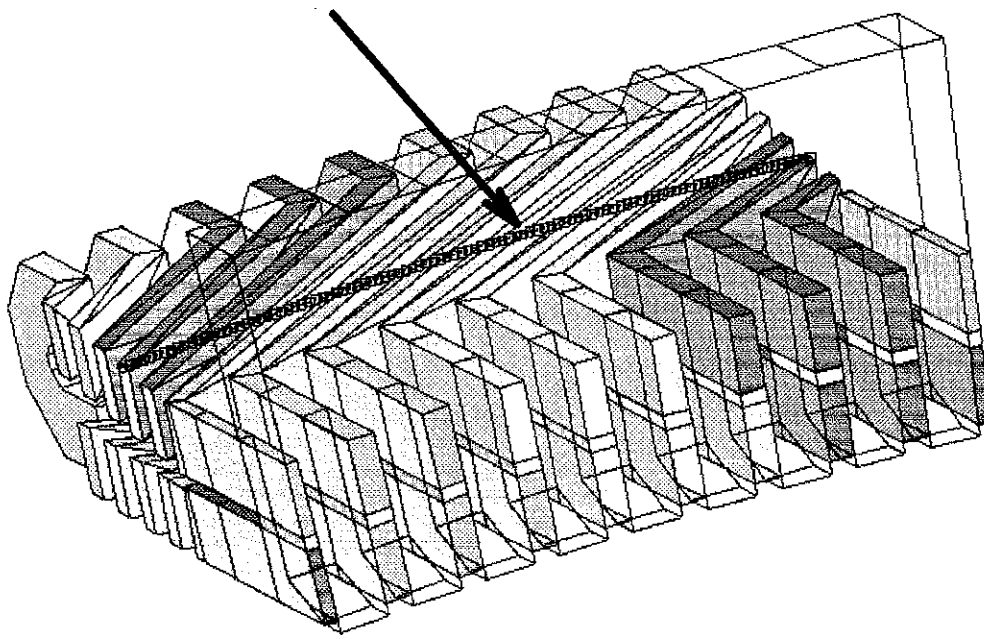


Figure II.8 - Arc de cercle pour le calcul des efforts

phases sont les courants injectés dans les enroulements lors de la simulation magnétostatique par FLUX3D.

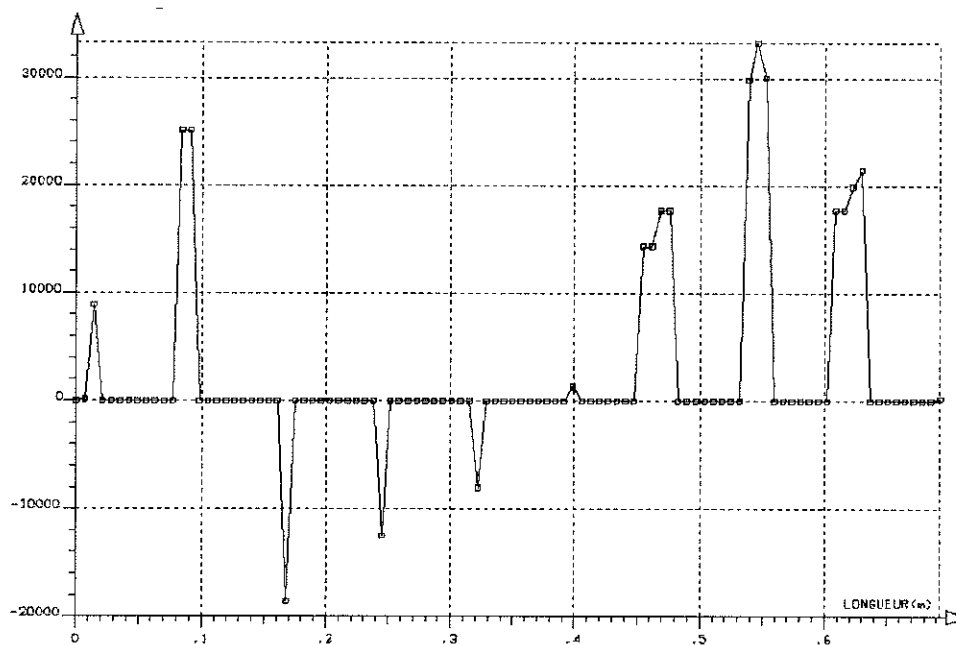


Figure II.9a - Composante x de la densité de force (N/m^3) sur l'arc de la Figure II.8

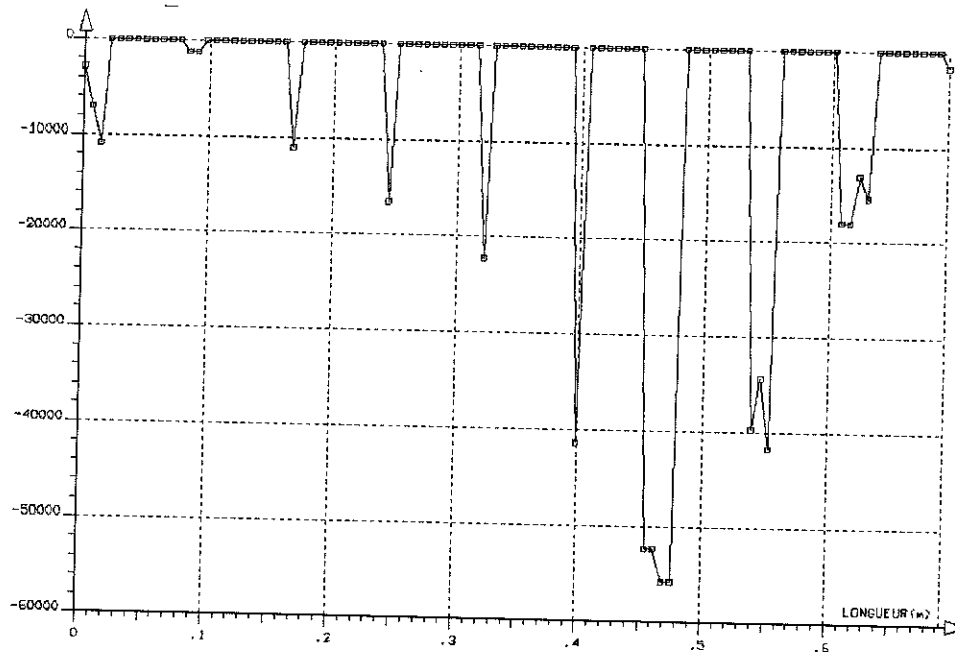


Figure II.9b - Composante y de la densité de force (N/m^3) sur l'arc de la Figure II.8

Les figures II.10a, II.10b et II.10c montrent les trois composantes de la densité de

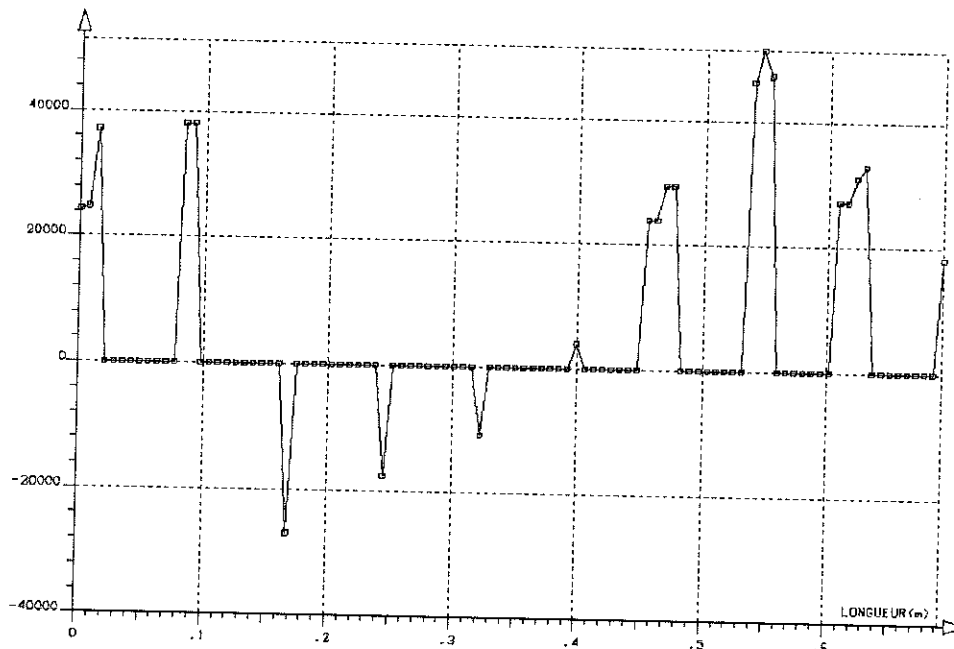


Figure II.9c - Composante z de la densité de force (N/m^3) sur l'arc de la Figure II.8

force sur l'arc de la Figure II.8.

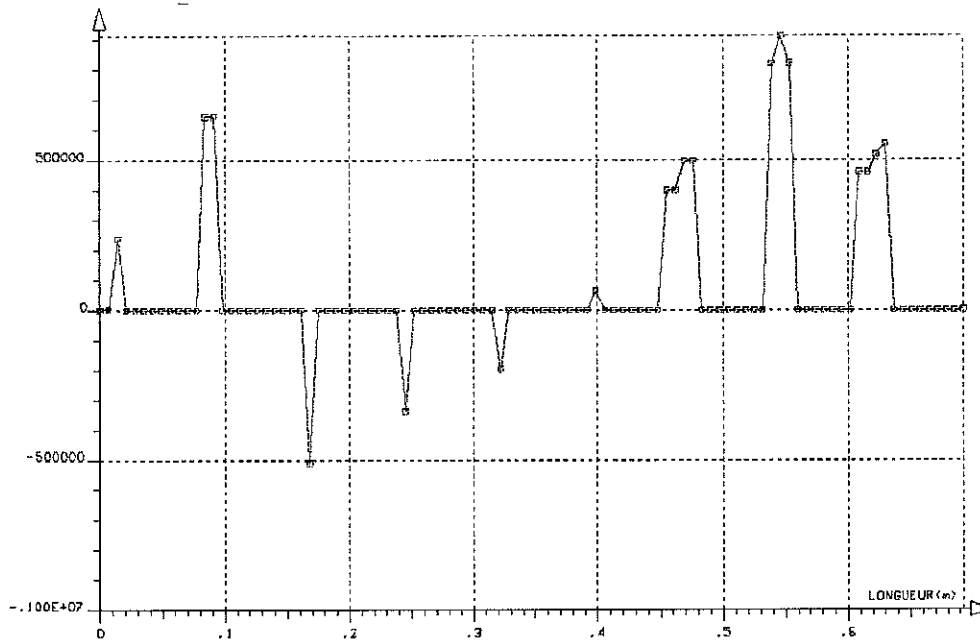


Figure II.10a - Composante x de la densité de force (N/m^3) au court-circuit

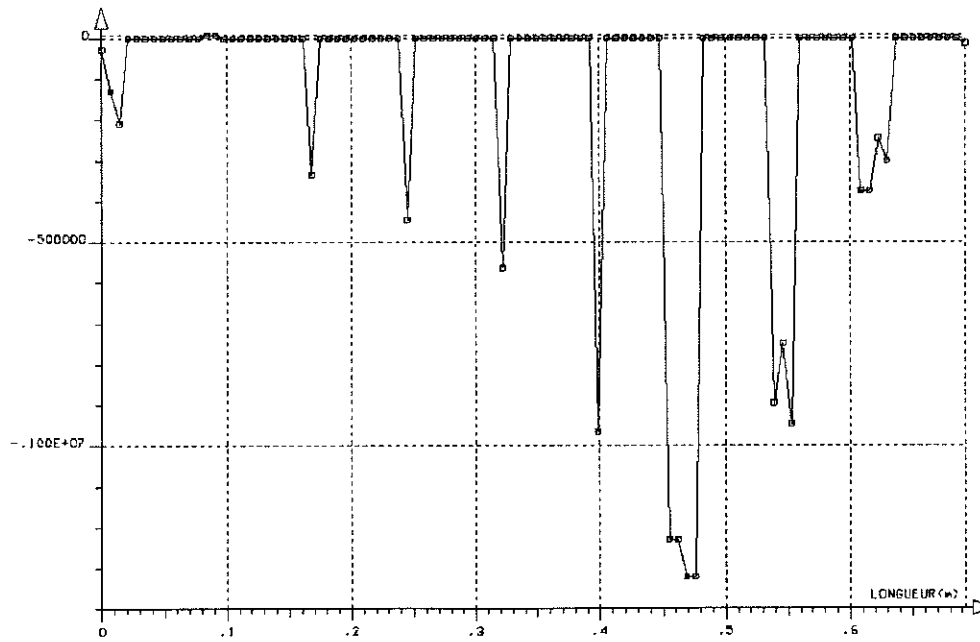


Figure II.10b - Composante y de la densité de force (N/m^3) au court-circuit

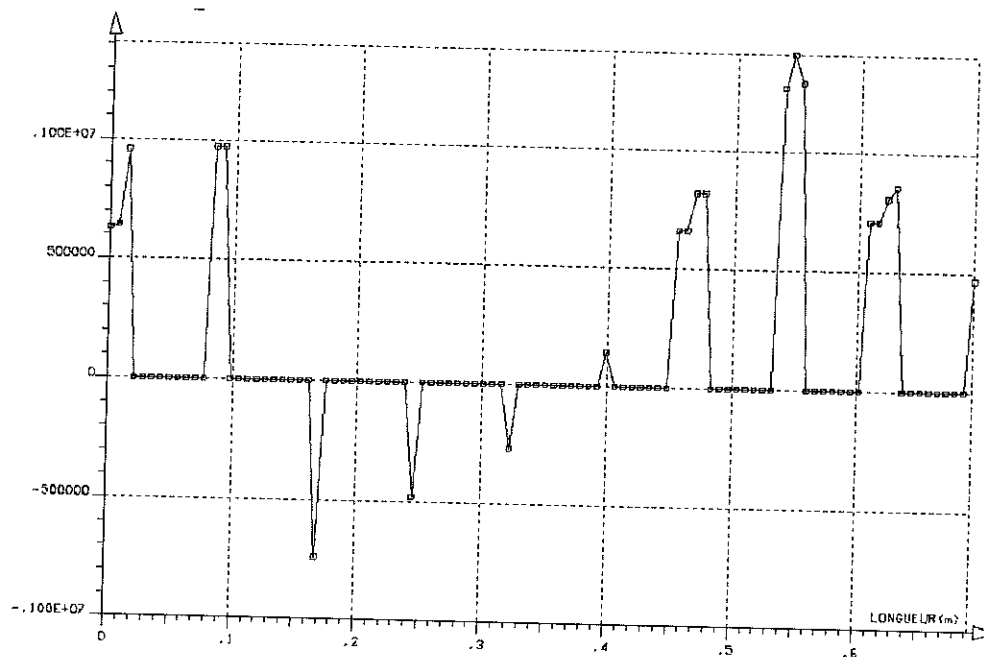


Figure II.10c - Composante z de la densité de force (N/m^3) au court-circuit

Il n'est pas possible de valider la méthode directement. Les méthodes analytiques disponibles concernent en réalité des formules et des sommations qui nécessitent un calcul numérique, et donc le développement d'un programme. La seule façon envisageable de les valider serait à travers des mesures directes du champ et des courants concernés [32].

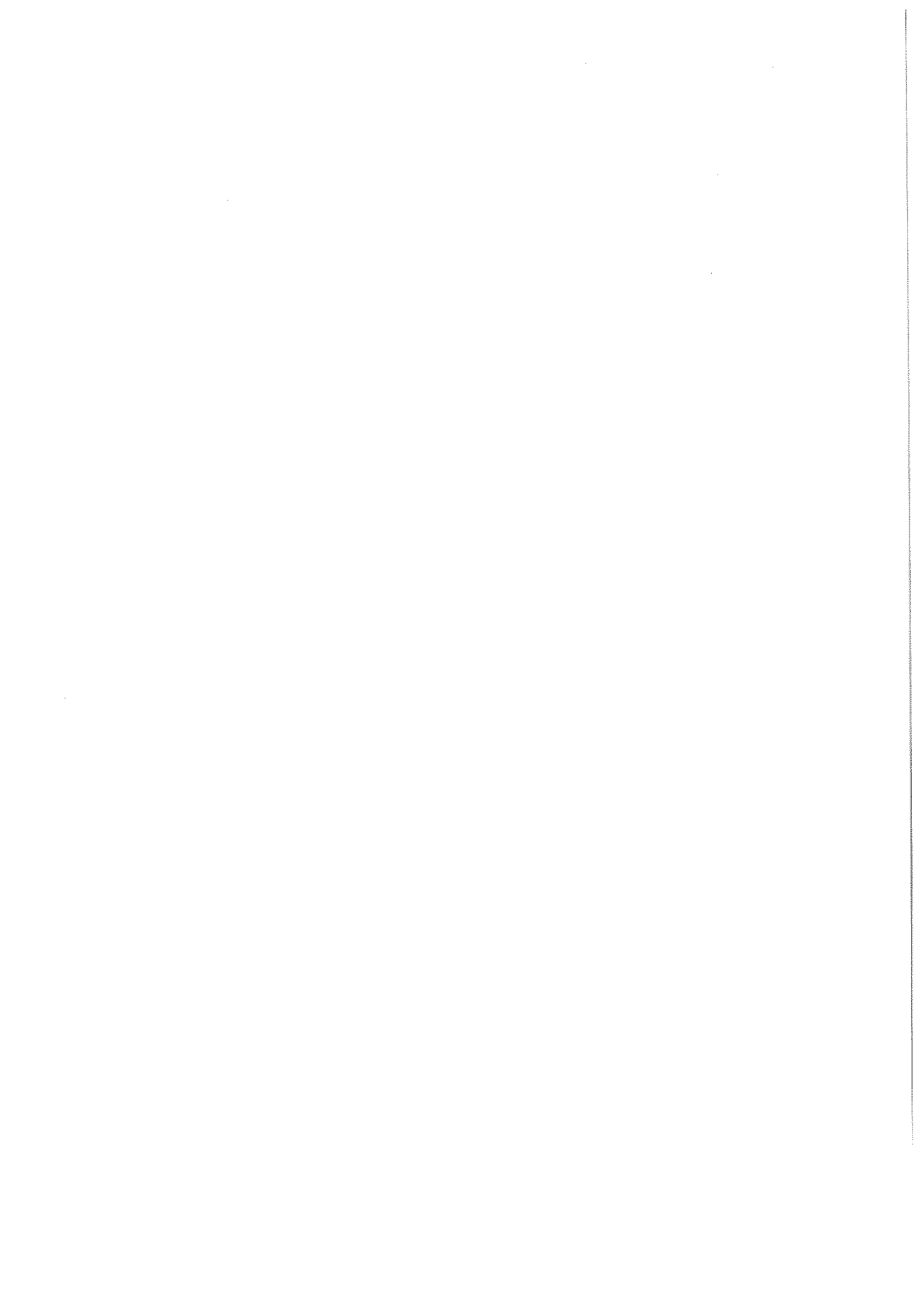
Cependant, on peut remarquer dans les résultats un comportement déjà publié par d'autres auteurs [32] concernant le phénomène de répulsion entre conducteurs voisins et de phases différentes. On peut confirmer aussi [32] que c'est la composante radiale la plus importante et que la tendance générale des efforts est celle de rendre les têtes de bobines plus arrondies [48, 50].

On remarque encore que le phénomène de discontinuité observé dans des conducteurs voisins et appartenant à des phases différentes ne peut pas être pris en compte par les distributions des courants surfaciques et uniformes (nappes de courant), utilisées par les logiciels basés sur l'approche axisymétrique.

II.11 - Conclusions

Comme conclusions, on peut dire que le calcul de l'inductance de fuite et des efforts des têtes de bobines des machines électriques peuvent être effectués en tenant compte de la géométrie réelle des enroulements à l'aide du logiciel FLUX3D, en régime magnétostatique et linéaire.

Pour tenir compte de l'effet de la saturation et des courants induits dans les parties conductrices sur le champ aux extrémités des machines il faudra utiliser un modèle non linéaire, soit magnétodynamique, soit prenant en compte le mouvement du rotor pour les régimes transitoires. Or, ce dernier n'est envisageable actuellement en trois dimensions que dans des petites machines et en régime linéaire. Quant au premier, on en abordera quelques aspects (en linéaire) dans les chapitres suivants. Néanmoins, compte tenu de l'absence de résultats expérimentaux, on pense qu'une simulation en régime magnétostatique est suffisante. De plus la démarche à employer pour le calcul de l'inductance et des efforts dans le contexte d'une simulation magnétodynamique par FLUX3D est essentiellement la même que dans la magnétostatique. C'est ce qui fait l'objet du chapitre suivant.



CHAPITRE III

REGIME DYNAMIQUE: APPLICATION DES IMPEDANCES DE SURFACE AUX EXTREMITES DES MACHINES

III.1 - Introduction

Ce chapitre abordera les problèmes des parties frontales des machines synchrones par FLUX3D en régime harmonique, où toutes les grandeurs (champs, courants, potentiels) ont une variation temporelle sinusoïdale. La technique des impédances de surface sera employée et de cette façon les effets dus aux courants induits dans les conducteurs massifs peuvent être pris en compte, ainsi qu'une estimation des pertes correspondantes.

La méthode sera appliquée au calcul des pertes par courants de Foucault dans le flasque de serrage du stator de la machine à pôles saillants du chapitre précédent. De plus, elle servira à donner une estimation des pertes dans la première tôle du stator dans différentes conditions de fonctionnement.

III.2 - Formulations magnétodynamiques tridimensionnelles

Lorsqu'un problème de calcul de champs électromagnétiques comporte des courants induits la formulation en potentiel vecteur n'est pas toujours la meilleure. La raison principale en est le nombre d'inconnues.

Dans les problèmes tridimensionnels en régime dynamique, la formulation en potentiel vecteur magnétique oblige la détermination des trois composantes vectorielles, plus une scalaire, le potentiel électrique V , nécessaire en trois dimensions. Cela conduit à la détermination de quatre inconnues complexes (donc, huit inconnues réelles) par noeud dans

les régions conductrices du domaine, ce qui rend cette formulation très coûteuse en espace mémoire et temps de calcul.

Ainsi, on est ramené à utiliser les formulations scalaires. Même si elles ne sont pas applicables à des régions qui comportent des courants, leur emploi avec une condition aux limites en Impédance de Surface peut être pris en considération pour traiter les matériaux massifs d'une façon économique.

Cependant, les régions comportant des sources de courants et les régions non-simplement connexes doivent être décrites en potentiel vecteur magnétique.

On rappelle dans ce qui suit les formulations mentionnées ci-dessus.

II.2.1 - Formulation en potentiel scalaire magnétique total ϕ [37]

La formulation est tirée des équations de Maxwell en basse fréquence pour les régions non-conductrices, où $\mathbf{J} = 0$:

$$\text{rot } \mathbf{H} = 0 \quad (\text{III.1a})$$

$$\text{div } \mathbf{B} = 0 \quad (\text{III.1b})$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad (\text{III.1c})$$

L'équation (III.1a) nous permet d'introduire le potentiel scalaire magnétique défini tel que:

$$\mathbf{H} = -\text{grad } \phi \quad (\text{III.2})$$

La combinaison entre les équations (III.2), (III.1b) et (III.1c) fournit l'équation différentielle pour les régions non-conductrices:

$$\text{div } (\mu \text{ grad } \phi) = 0 \quad (\text{III.3})$$

La forme faible de la formulation après l'application de la méthode de Galerkin et du théorème de Green s'écrit:

$$\iiint_{\Omega} (\text{grad } w \cdot \mu \text{ grad } \phi) d\Omega = 0 \quad (\text{III.4})$$

Dans la forme intégrale (III.4) le problème est continu. En découpant le domaine en éléments finis, le potentiel ϕ est remplacé par l'approximation:

$$\phi = \sum_{i=1}^{Nn} w_i \phi_i \quad (\text{III.5})$$

et on aboutit au système linéaire:

$$\sum_{i,j=1}^{Nn} R_{ij} = 0 \quad (\text{III.6})$$

où
$$R_{ij} = \iiint_{\Omega} (\text{grad } w_i \cdot \mu \text{ grad } w_j) d\Omega$$

III.2.2 - Formulation en Impédance de Surface avec le potentiel scalaire total [45]

L'effet des courants induits au-dessous d'une surface conductrice est représenté à travers l'expression qui relie les composantes tangentielles des champs magnétique H_s et électrique E_s :

$$Z_s = \frac{E_s}{H_s} = (1+j) \frac{1}{\sigma \delta} \quad (\text{III.7})$$

où
$$\delta = \sqrt{2 / (\omega \sigma \mu)} \quad (\text{III.8})$$

est l'épaisseur de peau et σ , μ et ω représentent la conductivité du milieu, sa perméabilité et la pulsation, respectivement. Cette relation est obtenue en considérant un demi espace conducteur avec un champ source tangent à la surface.

La surface de la région conductrice est traitée comme une condition aux limites et les hypothèses suivantes sont adoptées:

- (i) l'épaisseur caractéristique du conducteur est grande par rapport à son épaisseur de peau;
- (ii) le flux est entièrement parallèle (tangent) à la surface conductrice une fois à l'intérieur du milieu conducteur;
- (iii) la décroissance du flux est exponentielle avec l'épaisseur de peau, suivant la théorie unidimensionnelle.

Ainsi, la forme faible de la formulation en potentiel total avec comme condition aux limites l'impédance de surface s'écrit:

$$\int \int \int_{\Omega} [\text{grad } w \mu \text{ grad } \phi] d\Omega - \frac{(1-j)\delta}{2} \int \int_{\Gamma} [\text{grad}_s w \mu \text{ grad}_s \phi] d\Gamma = 0 \quad (\text{III.9})$$

où grad_s représente le gradient surfacique.

Le courant surfacique, K , à la surface conductrice est exprimé par le produit vectoriel:

$$\mathbf{K} = \mathbf{n} \wedge \mathbf{H}_S \quad \text{A/m}, \quad (\text{III.10})$$

et la densité de pertes est calculée par:

$$P = \frac{1}{\delta\sigma} |\mathbf{H}_S|^2 \quad \text{W/m}^3 \quad (\text{III.11})$$

où \mathbf{H}_S représente le champ magnétique tangent à la surface. L'intégrale sur la surface conductrice fournit les pertes totales par courants induits.

Donc, l'avantage d'utiliser la formulation en Impédance de Surface réside dans l'élimination de la région conductrice du domaine d'étude et son remplacement par une condition aux limites imposée à l'interface. Cela réduit énormément le nombre d'inconnues du problème. Même si ces régions sont maillées, elles peuvent être neutralisées lors de la résolution.

Evidemment cette méthode doit être utilisée avec précaution, étant donné les hypothèses sur lesquelles elle s'appuie, surtout lorsque le conducteur possède des coins prononcés, où la précision est discutable.

III.3 - Applications des impédances de surface au calcul de courants induits dans les parties frontales d'un alternateur

III.3.1 - Calcul des courants de Foucault dans le flasque de serrage

Le flasque du paquet de tôles du stator est un exemple de structure conductrice massive où se développent des courants de Foucault. Son épaisseur est en général grande par rapport à l'épaisseur de peau et on peut la représenter par une impédance de surface.

Le domaine d'étude est illustré à la Figure III.1. Les parties remarquables sont les têtes de bobines du stator, le flasque de serrage des tôles et la surface extérieure du circuit magnétique du stator représentant la première tôle. Les formulations employées sont: le potentiel vecteur magnétique dans les conducteurs et dans les trous des régions non-simplement connexes, et le potentiel scalaire magnétique partout ailleurs. Le volume correspondant au flasque est inactif lors de la résolution.

La Figure III.1 présente aussi les contraintes imposées sur les surfaces et interfaces entre régions qui comportent des formulations différentes. Le flasque et le paquet de tôles sont des volumes inactifs dans le domaine, et sur leurs surfaces de contact avec le vide on impose des conditions aux limites en impédance de surface. A l'interface entre les formulations en potentiel vecteur et scalaire la condition $\mathbf{A} \cdot \mathbf{n} = 0$ est imposée [37].

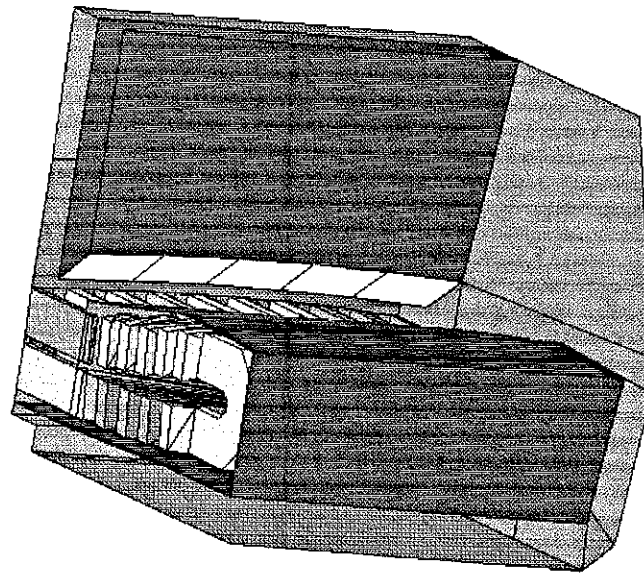


Figure III.1 - Faces avec des conditions aux limites

Le rotor est représenté par une condition aux limites de Dirichlet à sa surface qui correspond à la force magnétomotrice (f.m.m.) de l'inducteur. Cette f.m.m. est représentée par l'expression:

$$\phi = \phi_0 e^{-jp\theta}, \quad (\text{III.12})$$

c'est-à-dire, une variation sinusoïdale suivant la direction de rotation de la machine, où les harmoniques spatiales d'ordre supérieur sont négligées. La variable p est le nombre de paires de pôles de la machine.

La Figure III.2a illustre les isovaleurs du potentiel scalaire ϕ calculé dans le flasque. Elles coïncident avec les lignes des courants. Les flèches correspondent au courant surfacique, K . La Figure III.2b présente les densités de pertes en W/m^3 . Ces calculs ont été effectués avec la machine à vide. On a pu donc utiliser des éléments du deuxième ordre, grâce à l'absence des sources de courants, et par conséquent du potentiel vecteur.

III.3.2 - Calcul des courants de Foucault dans la première tôle du stator

Les figures III.3a et III.3b illustrent les mêmes calculs effectués dans la première tôle du stator à vide.

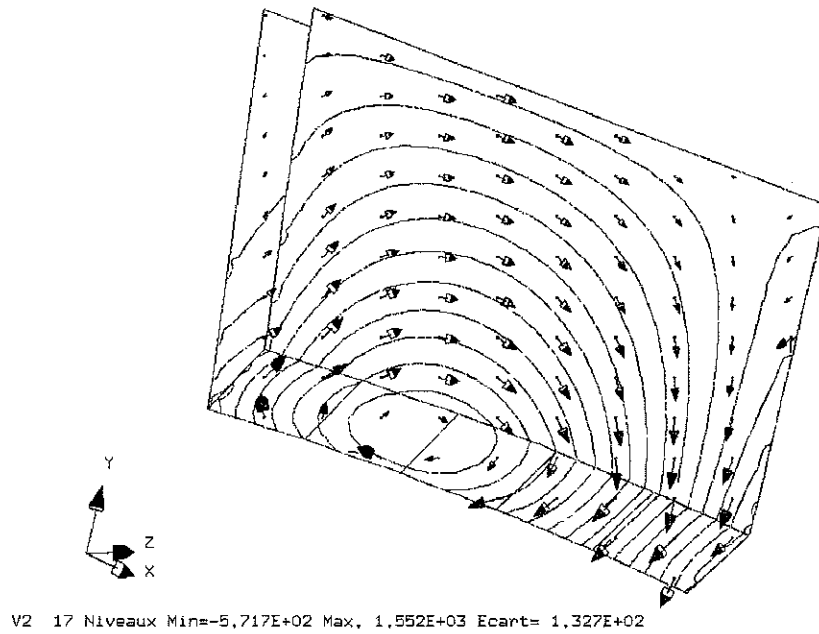


Figure III.2a - Isovaleurs du potentiel scalaire magnétique et vecteurs de courants surfaciques

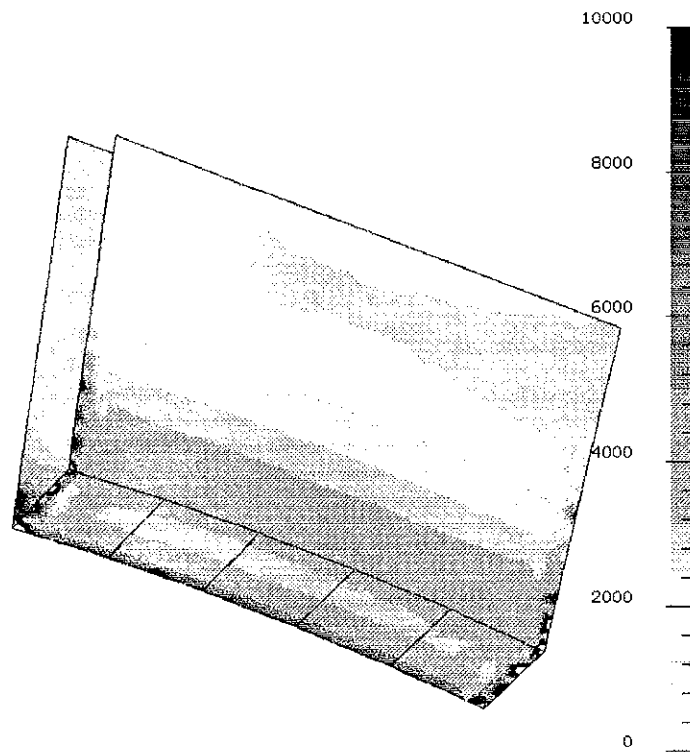
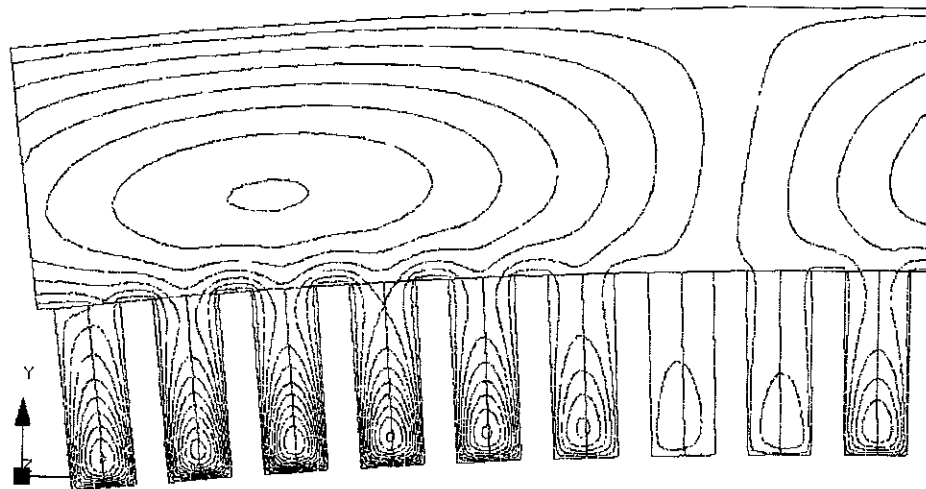


Figure III.2b - Densité de pertes en W/m^3



V2 17 Niveaux Min=-2,943E+02 Max. 5,945E+02 Ecart= 5,555E+01

Figure III.3a - Isovaleurs du potentiel scalaire dans la première tôle du stator

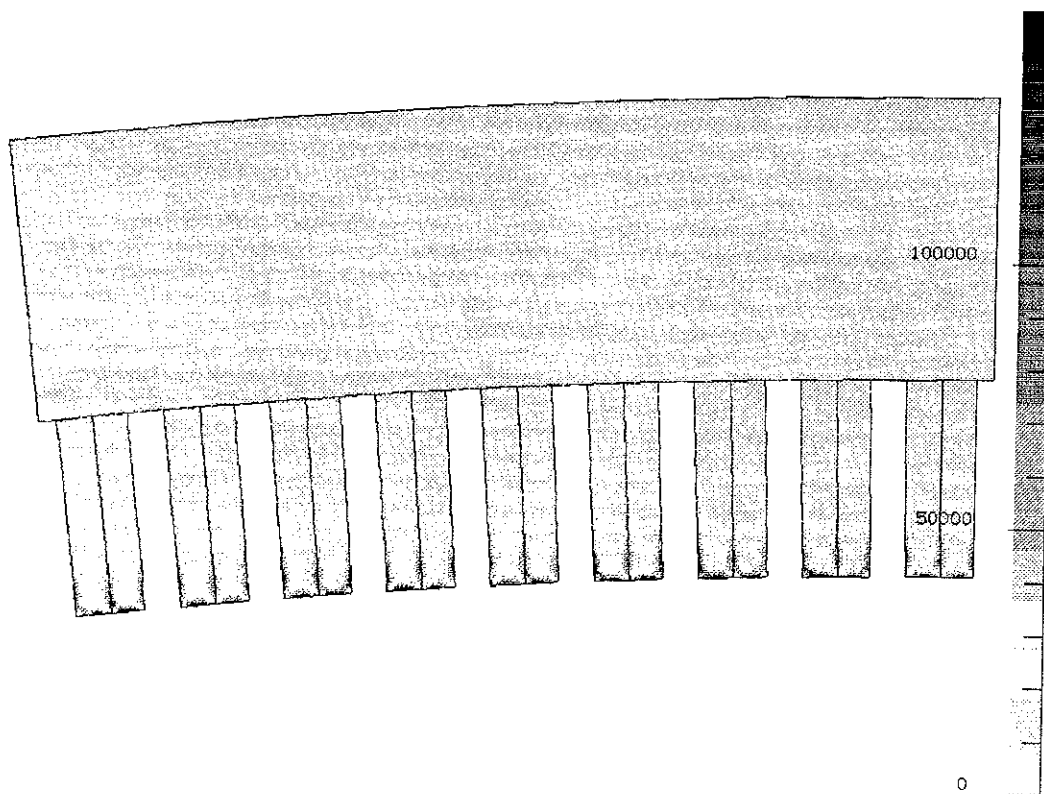


Figure III.3b - Densité de pertes en W/m^3 dans la première tôle du stator représentée par niveau de gris.

Des conditions aux limites de Dirichlet, $\phi = 0$, ont été imposées au contour de la tôle du stator pour assurer la condition $J.n = 0$, c'est-à-dire qu'aucun courant ne sort de cette région. Dans la Figure III.3b on remarque la concentration de pertes dans l'extrémité des dents. Pour réduire l'échauffement excessif dans ces parties, les constructeurs de machines utilisent souvent une technique qui consiste à fendre les dents jusqu'à l'intérieur du stator pour réduire l'aire de circulation des courants de Foucault et, par conséquent, les pertes. Les figures III.4a et III.4b montrent une tôle du stator de la machine étudiée avec et sans fentes.

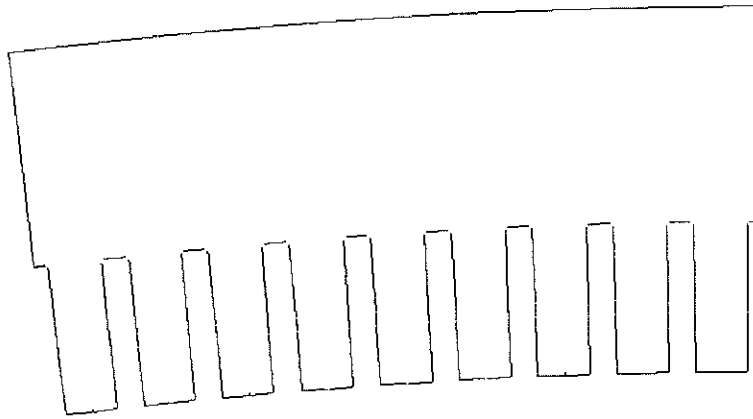


Figure III.4a - Tôle sans fentes

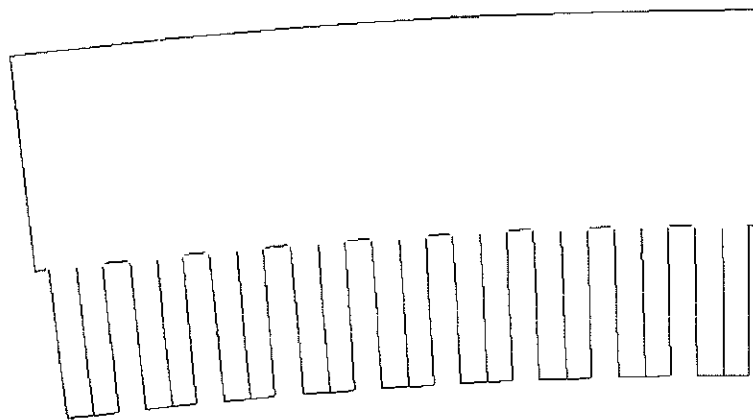
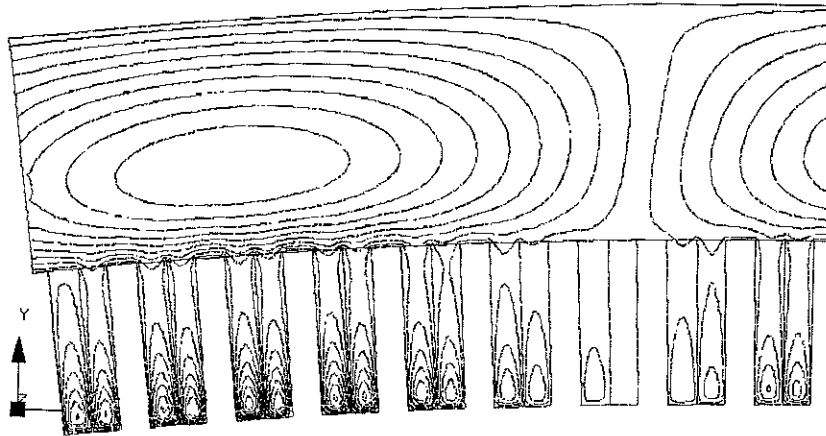


Figure III.4b - Tôle avec fentes

Ces fentes peuvent être facilement introduites dans le domaine par une condition de Dirichlet. L'effet des ces fentes peut être observé aux figures III.5a et III.5b (isovaleurs et pertes).



V2 17 Niveaux Min=-2.190E+02 Max. 3.315E+02 Ecart= 3.441E+01

Figure III.5a - Isovaleurs du potentiel scalaire dans la première tôle avec dents fendues

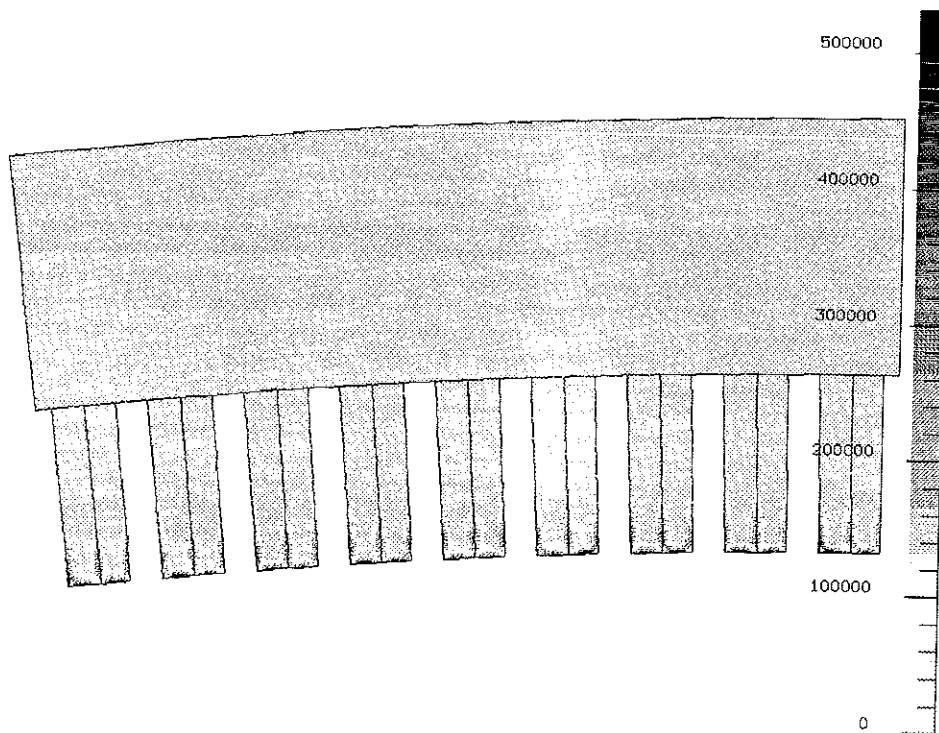


Figure III.5b - Densité de pertes dans la première tôle avec dents fendues

On remarque que la densité de pertes est réduite à environ un tiers, ce qui confirme les résultats obtenus par d'autres auteurs.

Les distributions des pertes pour d'autres conditions de fonctionnement sont présentées par la suite dans les figures III.6 et III.7. Les conditions sont au court-circuit permanent (courant nominal) et en charge nominale à $\cos\varphi = 0.95$. Cela est obtenu en changeant le déphasage entre les f.m.m. de l'inducteur et de l'induit. Dans ces deux cas on a utilisé des éléments du premier ordre car les sources de courant obligent l'utilisation de la formulation en potentiel vecteur magnétique. Le nombre d'inconnues devient alors plus élevé.

On constate que la condition la plus défavorable pour cette machine à pôles saillants est celle de la machine à vide, ce qui est en accord avec les résultats expérimentaux présentés en [29] pour ce genre de machine.

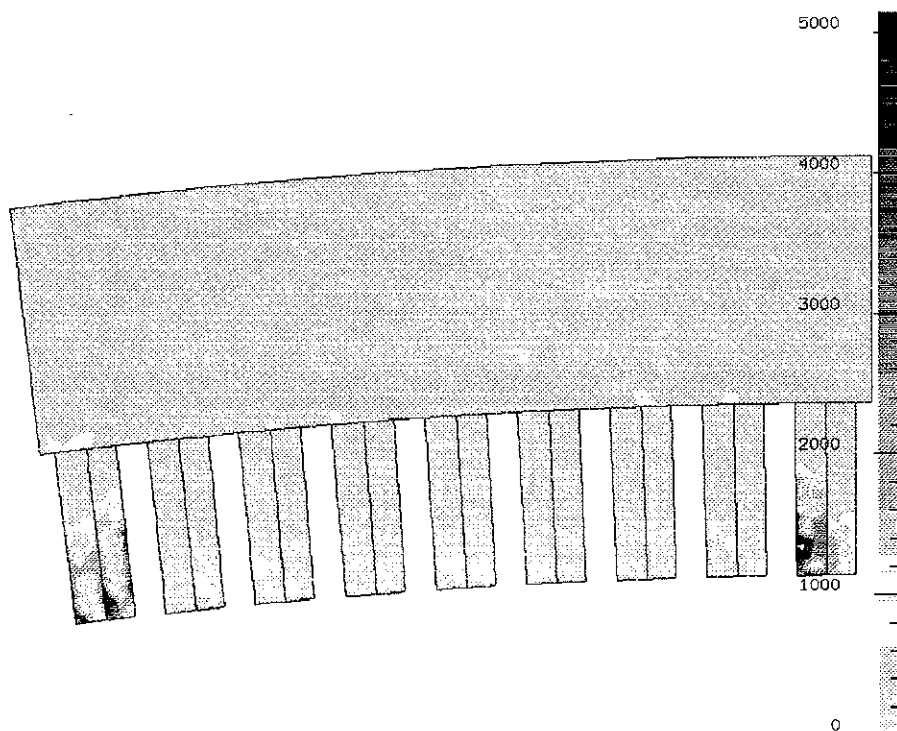


Figure III.6 - Densité de pertes dans la première tôle: machine au court-circuit permanent

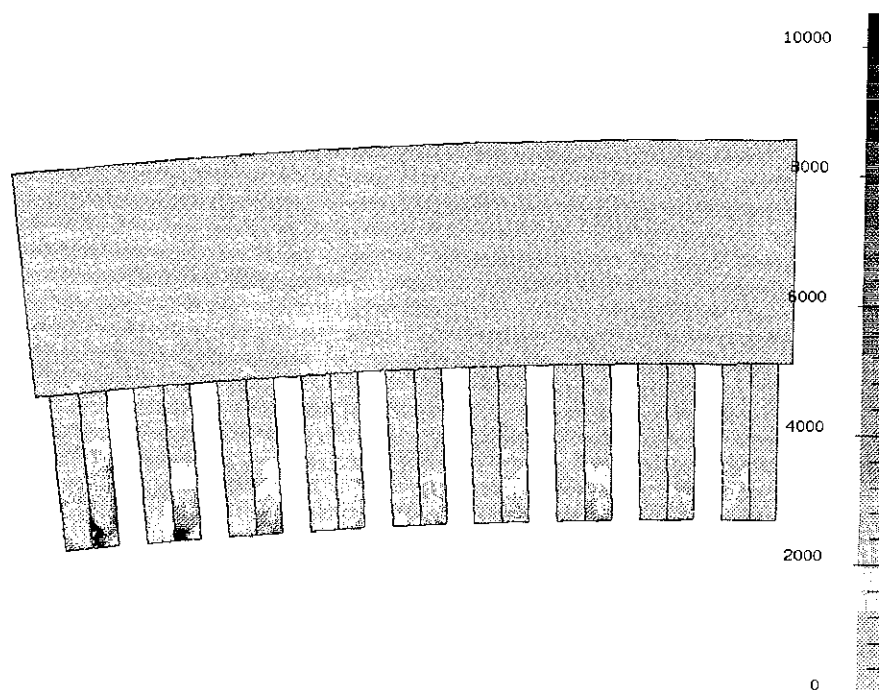


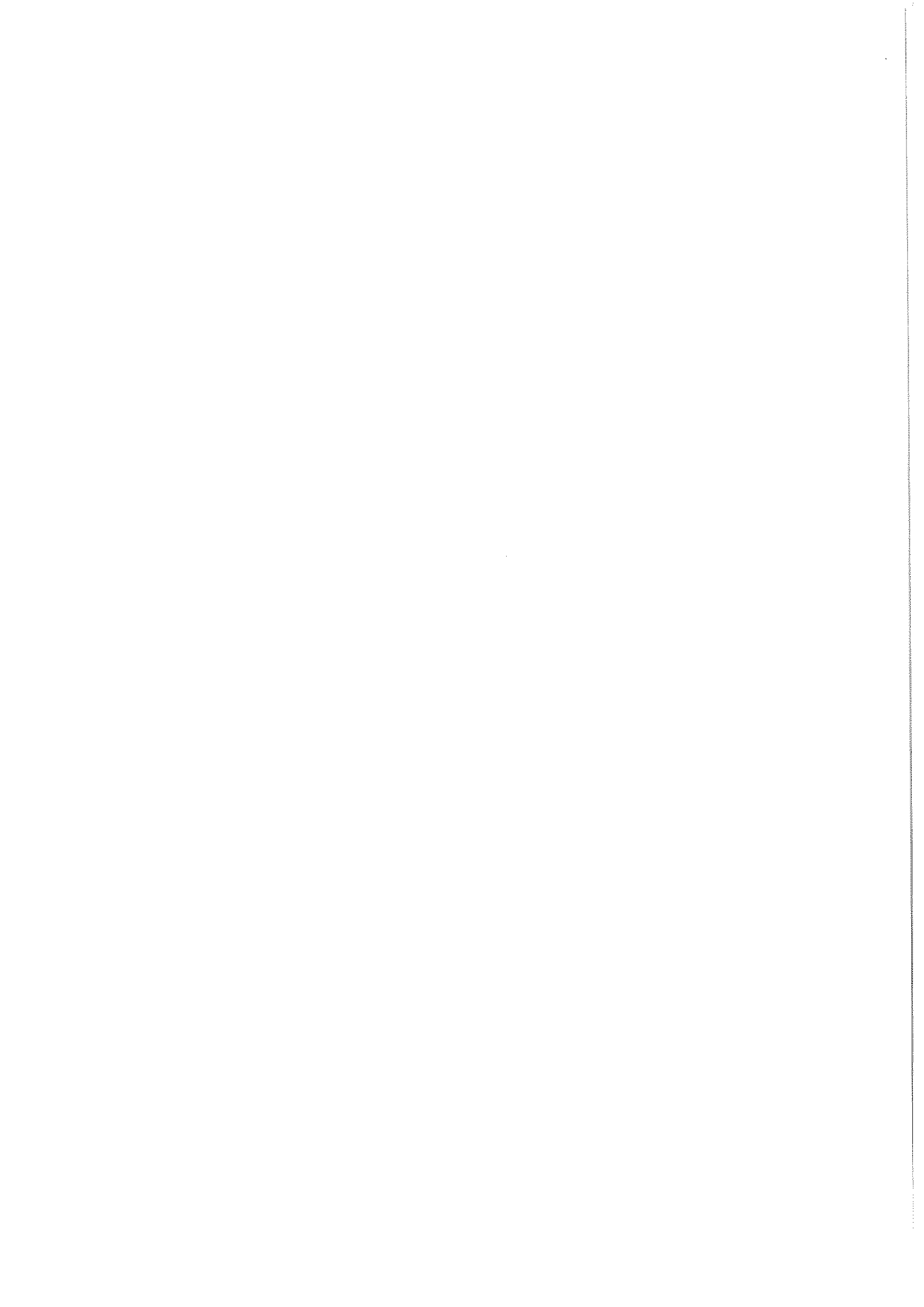
Figure III.7 - Densité de pertes dans la première tôle: charge nominale, $\cos\phi = 0.95$

III.4 - Conclusions

Au cours de ce chapitre nous avons utilisé la technique des impédances de surface pour calculer les pertes par courants de Foucault dans les parties conductrices des extrémités d'une machine synchrone, notamment le flasque de serrage du stator. Cette méthode s'avère attrayante pour traiter ce problème puisqu'elle permet d'éliminer la pièce conductrice du domaine d'étude en la remplaçant par une condition aux limites sur ses surfaces.

On a employé aussi cette méthode pour le paquet de tôle du stator. Evidemment, il ne s'agit pas d'un milieu massif et de plus la géométrie possède des coins prononcés, ce qui montre qu'elle doit être employée avec précaution. Cependant, cela peut constituer un bon compromis si on ne recherche pas une évaluation trop exacte des pertes et du champ à l'intérieur du stator, mais plutôt à l'extérieur.

Au chapitre suivant on abordera le calcul exact des courants de Foucault dans les milieux feuilletés et après cela, on fera une comparaison des résultats obtenus précédemment avec l'application de l'impédance de surface en analysant sa validité et son utilité.



CHAPITRE IV

REGIME DYNAMIQUE HARMONIQUE: COURANTS DE FOUCAULT DANS LES MILIEUX FEUILLETES

IV.1 - Introduction

Ce chapitre est consacré à l'étude des pertes par courants de Foucault dues aux flux de fuites dans les noyaux feuilletés des machines synchrones. Au chapitre précédent on a essayé d'estimer les pertes dans la première tôle du stator d'une machine à l'aide de la formulation en impédance de surface. Cependant, si le concepteur est intéressé par la distribution des points chauds à l'intérieur de la machine cette approche ne convient pas.

Une caractéristique essentielle des milieux feuilletés est que les courants sont induits par la composante du flux normale au plan des tôles, et non pas la composante tangentielle, comme c'est généralement le cas dans les matériaux massifs.

Dans ce chapitre on présentera le calcul des courants de Foucault dans une machine synchrone en régime dynamique et harmonique. Pour cela on utilisera une technique d'homogénéisation du paquet de tôles et la saturation ne sera pas prise en compte.

IV.2 - Formulations magnétodynamiques tridimensionnelles

IV.2.1 - Formulation dans des pièces conductrices - potentiels vecteur électrique et scalaire magnétique $T-\phi$ [9-13, 37]

Cette formulation est duale de la formulation AV [8, 37]. Dans le domaine de la magnétodynamique, la formulation est tirée des équations de Maxwell en basse fréquence qui

relient l'induction magnétique et le champ électrique, et des lois de comportement des milieux magnétiques et conducteurs:

$$\text{Loi d'Ampère:} \quad \text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{J} \quad (\text{IV.1})$$

$$\text{Loi de Faraday:} \quad \text{rot } \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (\text{IV.2})$$

$$\text{div } \mathbf{B} = 0 \quad (\text{IV.3})$$

$$\text{div } \mathbf{J} = 0 \quad (\text{IV.4})$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad (\text{IV.5})$$

$$\text{Loi d'Ohm:} \quad \mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \quad (\text{IV.6})$$

De la divergence nulle de la densité de courant (IV.4), il est possible d'extraire un potentiel vecteur électrique, \mathbf{T} , tel que:

$$\mathbf{J} = \text{rot } \mathbf{T} \quad (\text{IV.7})$$

$$\mathbf{H} = \mathbf{T} - \text{grad } \phi \quad (\text{IV.8})$$

où ϕ est appelé potentiel scalaire magnétique.

En manipulant ces expressions et les équations de Maxwell, on obtient la forme différentielle de la formulation $\mathbf{T}-\phi$.

$$\text{rot} \left(\frac{1}{\sigma} \text{rot } \mathbf{T} \right) + j\omega\mu \mathbf{T} - j\omega\mu \text{grad } \phi = 0. \quad (\text{IV.9})$$

Pour obtenir l'unicité de la solution, nous introduisons la jauge de Coulomb, $\text{div } \mathbf{T} = 0$, par pénalité, de la même façon que pour la formulation AV [8, 15, 37]. Il reste à exprimer la divergence nulle de l'induction, qui désormais n'est plus implicite dans le milieu conducteur:

$$\text{div} (\mu \mathbf{T} - \mu \text{grad } \phi) = 0. \quad (\text{IV.10})$$

La forme intégrale de la formulation $\mathbf{T}-\phi$ avec jauge de Coulomb est fournie par:

$$\iiint_{\Omega} \left[\text{rot} \mathbf{W} \frac{1}{\sigma} \text{rot} \mathbf{T} + \text{div} \mathbf{W} \frac{1}{\sigma} \text{div} \mathbf{T} + j\omega\mu \mathbf{W} \mathbf{T} - j\omega\mu \mathbf{W} \text{grad} \phi \right] d\Omega = 0 \quad (\text{IV.11})$$

$$\iiint_{\Omega} [-\mu \text{grad} w \mathbf{T} + \mu \text{grad} w \text{grad} \phi] d\Omega = 0. \quad (\text{IV.12})$$

IV.2.2 - Prise en compte de la circulation laminaire de courants dans les milieux conducteurs feuilletés [9-13, 25-27]

Pour traiter les milieux feuilletés, la technique souvent utilisée est celle de l'homogénéisation, dont on parlera ci-après. Pour représenter la circulation planaire des courants dans les tôles d'un circuit magnétique, la démarche est celle employée par Carpenter [9-13] et Jack et Mecrow [25-27] qui consiste en l'utilisation de la formulation $\mathbf{T}-\phi$ avec une seule composante pour \mathbf{T} , dirigée suivant la normale au plan de laminage. Ceci est l'équivalent du potentiel vecteur magnétique en deux dimensions.

Dans notre environnement informatique, on a utilisé la formulation $\mathbf{T}-\phi$ générale, décrite au paragraphe précédent, et on a simplement imposé une contrainte sur tout le volume de la pièce conductrice. Cette contrainte consiste en une condition de Dirichlet sur la pièce (composante tangentielle nulle de \mathbf{T} au plan du laminage).

IV.2.3 - Formulations dans les régions non-conductrices

Dans les milieux non-conducteurs on utilisera la formulation en potentiel scalaire, déjà décrite au chapitre précédent.

IV.3 Modélisation tridimensionnelle du feuilletage fer-air [4-6]

La modélisation du feuilletage fer-air passe par un compromis qui consiste à homogénéiser cette structure. L'homogénéisation est la démarche qui consiste à substituer à

un matériau hétérogène (tôles empilées) un matériau homogène que l'on souhaite équivalent au précédent, Figure IV.1.

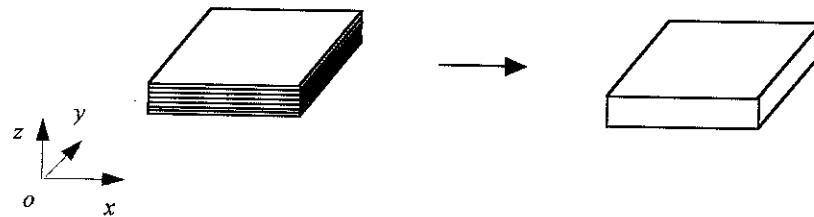


Figure IV.1 - Feuilletage fer-air et bloc homogène équivalent

IV.3.1 - Tenseur de perméabilité équivalent

En isolant une région du feuilletage, suffisamment petite pour considérer que le champ global \mathbf{H} y soit constant, mais aussi suffisamment grande pour que le laminage soit considéré homogène et anisotrope, on peut calculer l'induction correspondante \mathbf{B} et en déduire le tenseur de perméabilité homogénéisé. En général une discrétisation en éléments finis satisfait ces hypothèses à condition, bien sûr, que l'épaisseur des tôles soit bien inférieure à son épaisseur de peau en présence des courants de Foucault.

La Figure IV.2 représente un domaine élémentaire du feuilletage montrant son système local de coordonnées $OXYZ$, ainsi que le repère global, $oxyz$. Le plan du feuilletage correspond au plan XOY du système local de coordonnées.

Soit ε et $(1-\varepsilon)$ les épaisseurs relatives d'air et de fer (taux de remplissage ou coefficient de foisonnement) du feuilletage considéré. De plus, chaque tôle est considérée comme étant isotrope, c'est-à-dire, que les perméabilités suivant les trois directions sont égales ($\mu_{fX} = \mu_{fY} = \mu_{fZ}$).

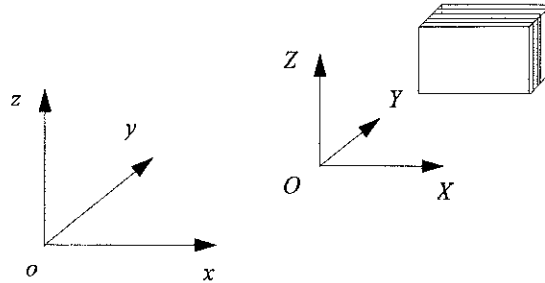


Figure IV.2 - Feuilletage fer-air en trois dimensions

La conservation des composantes tangentielle des champs magnétiques et des composantes normales des inductions dans les matériaux du feuilletage, permet d'établir les relations:

$$\begin{aligned} H_t &= H_{at} = H_{ft} \\ B_n &= B_{an} = B_{fn} \end{aligned} \quad (\text{IV.13})$$

où a, f, t et n signifient respectivement air, fer, tangent et normal.

En écrivant:

$$\begin{aligned} \mathbf{B} &= \varepsilon \mathbf{B}_a + (1-\varepsilon) \mathbf{B}_f \\ \mathbf{H} &= \varepsilon \mathbf{H}_a + (1-\varepsilon) \mathbf{H}_f \end{aligned} \quad (\text{IV.14})$$

et à l'aide de (IV.13) on obtient les perméabilités tangentielles μ_t et normale μ_n suivantes:

$$\mu_t = \varepsilon \mu_0 + (1-\varepsilon) \mu_f \quad (\text{IV.15})$$

$$1/\mu_n = (1-\varepsilon)/\mu_f + \varepsilon/\mu_0 \quad (\text{IV.16})$$

Ainsi, le tenseur de perméabilité du matériau homogène équivalent dans son système d'axes s'écrit:

$$[\mu]_{OXYZ} = \begin{bmatrix} \mu_t & 0 & 0 \\ 0 & \mu_t & 0 \\ 0 & 0 & \mu_n \end{bmatrix} \quad (\text{IV.17})$$

Soit $[R]$ la matrice de rotation faisant correspondre les systèmes local $OXYZ$ et global $oxyz$:

$$[R] = \begin{bmatrix} \cos \beta & \sin \alpha \sin \beta & \cos \alpha \sin \beta \\ 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha \\ -\sin \beta & \sin \alpha \cos \beta & \cos \alpha \cos \beta \end{bmatrix} \quad (\text{IV.18})$$

L'induction et le champ dans les deux systèmes s'expriment par:

$$\begin{bmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{bmatrix} = [R]' \begin{bmatrix} B_X \\ B_Y \\ B_Z \end{bmatrix} = [R]' [\mu] \begin{bmatrix} H_X \\ H_Y \\ H_Z \end{bmatrix} = [R]' [\mu] [R] \begin{bmatrix} H_x \\ H_y \\ H_z \end{bmatrix} \quad (\text{IV.19})$$

Ce qui donne l'expression du tenseur de perméabilité $[\mu]$ dans le système $oxyz$:

$$[\mu]_{oxyz} = [R]' [\mu]_{OXYZ} [R] \quad (\text{IV.20})$$

IV.3.2 - Conductivité équivalente

En faisant les mêmes considérations qu'au paragraphe précédent, mais appliquées au champ électrique E et à la densité de courant J , on arrive à la conductivité équivalente du matériau homogénéisé:

$$\sigma_t = (1-\varepsilon) \sigma_f \quad (\text{IV.21})$$

$$\sigma_n = 0$$

IV.4 - Application de l'homogénéisation et de la formulation $T-\phi$ au calcul des courants de Foucault d'une machine synchrone à vide

La machine synchrone à pôles saillants du chapitre précédent est utilisée comme exemple. La Figure IV.3 illustre le paquet des tôles du stator homogénéisé.

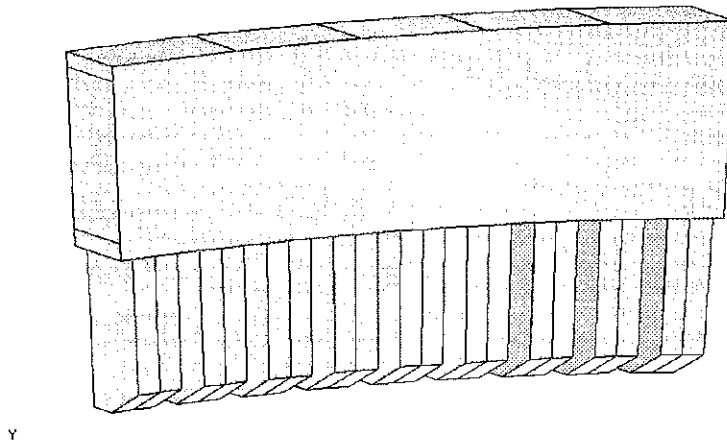


Figure IV.3 - Paquet de tôles du stator homogénéisé

Comme la plupart des machines électriques, celle-ci est pourvue de canaux de ventilation radiaux. Les deux approches possibles pour modéliser le paquet de tôles sont:

- a) représenter explicitement les canaux lors de la description géométrique du domaine;
- b) les incorporer au noyau homogénéisé à l'aide d'un coefficient de foisonnement convenable.

Dans un premier temps, on choisira la deuxième approche, par simplicité et pour comparer les résultats avec ceux obtenus au chapitre précédent. En effet, dans des grosses machines synchrones la dimension des canaux est très faible comparée à l'entrefer de la machine. Dans une deuxième étape on représentera explicitement les canaux dans le cas d'une

machine synchrone plus petite, où la dimension des canaux est comparable à celle de l'entrefer.

Les bobinages n'ont pas été représentés car cette analyse a été menée avec la machine à vide, qui est la condition la plus sévère au niveau de pertes [2, 3, 62]. La formulation employée est $T-\phi$ pour le circuit magnétique. Pour les régions environnantes on utilise le potentiel scalaire total ϕ . La contrainte $\mathbf{T} \wedge \mathbf{n} = 0$ doit être imposée à l'interface entre les milieux conducteurs et isolants. Le rotor a été remplacé par une condition aux limites, comme cela est décrit au Chapitre III, et le flasque a été représenté par l'impédance de surface, puisqu'il s'agit d'un matériau massif.

La condition de Dirichlet $T_t = 0$, où t est la direction tangente au plan de la tôle, a été imposée dans la région correspondant au paquet de tôles. De plus on impose des conditions d'antipériodicité sur les plans de symétrie.

IV.4.1 - Homogénéisation du paquet feuilleté plus canaux de ventilation

La Figure IV.4 présente le stator maillé en tétraèdres du premier ordre. On remarque le maillage très fin dans les dents, où on s'attend à une grande concentration de pertes.

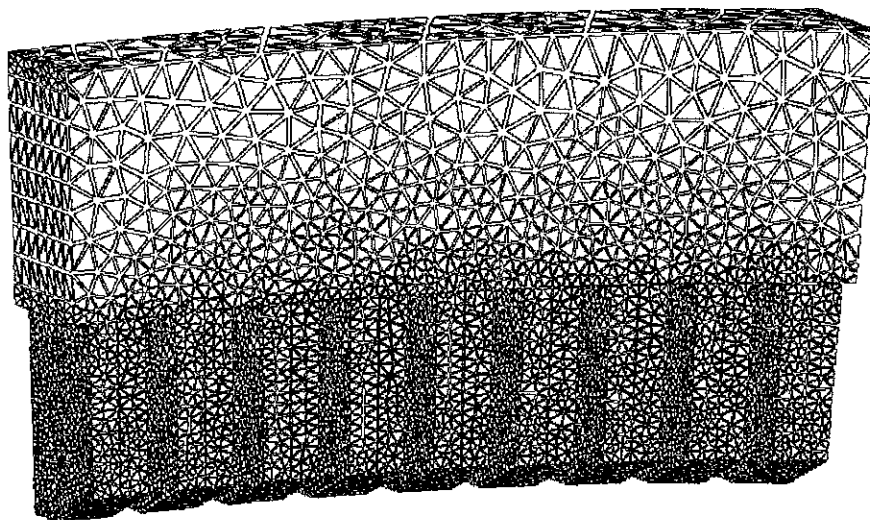
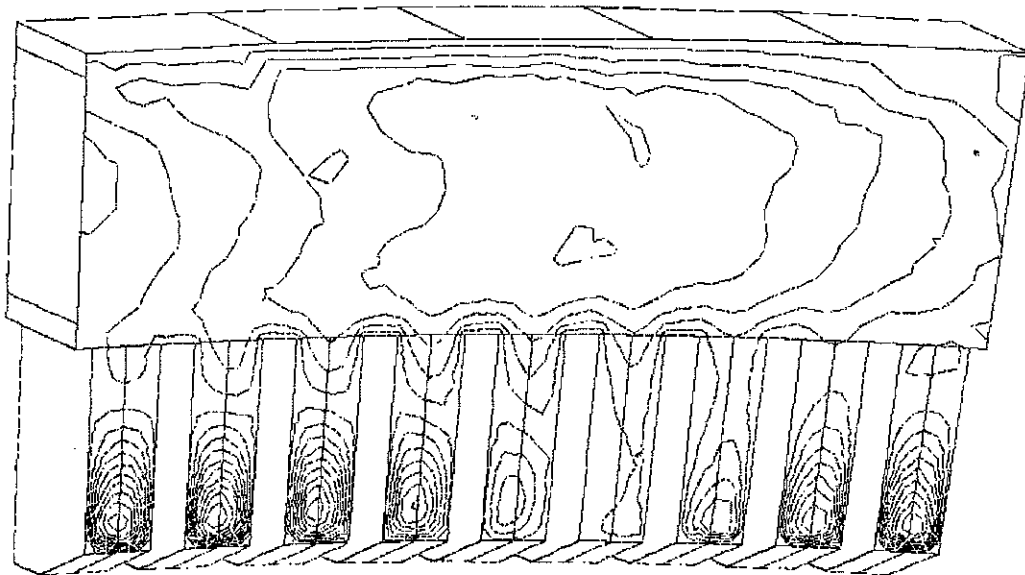


Figure IV.4 - Maillage de la pièce conductrice en tétraèdres du premier ordre

Bien que le nombre de noeuds soit élevé, le temps de résolution est réduit par rapport au potentiel vecteur magnétique, ainsi que le nombre d'inconnues par noeud dans la région conductrice (2 inconnues: T_n et ϕ , pour la formulation \mathbf{T} - ϕ contre 4: A_x , A_y , A_z et V , pour la formulation $A\mathcal{V}$).

Le résultat de la simulation est présenté à la Figure IV.5 par des lignes isovaleurs de la composante normale, T_n , du vecteur \mathbf{T} qui sont les lignes de courants calculés. Dans ce premier exemple les dents du stator ne sont pas fendues. La Figure IV.6 illustre les vecteurs de densité de courants de Foucault à travers des flèches.



TZ 21 Niveaux Min=-9,609E+03 Max. 1,014E+04 Ecart= 9,875E+02

Figure IV.5 - Isovaleurs de T_n (lignes de courant) dans la première tôle du stator

A la Figure IV.7 on peut observer la répartition de la densité des pertes dans le paquet de tôles, en % de la valeur maximale. On remarque la concentration des pertes à la base des dents.

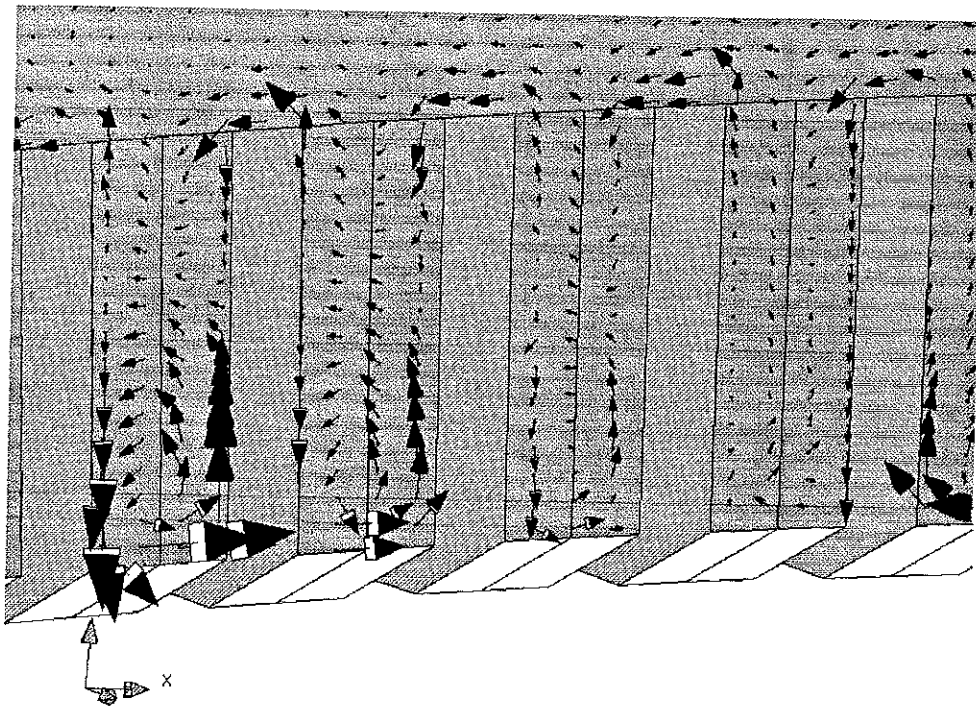


Figure IV.6 - Vecteurs de densité de courants de Foucault dans la première tôle

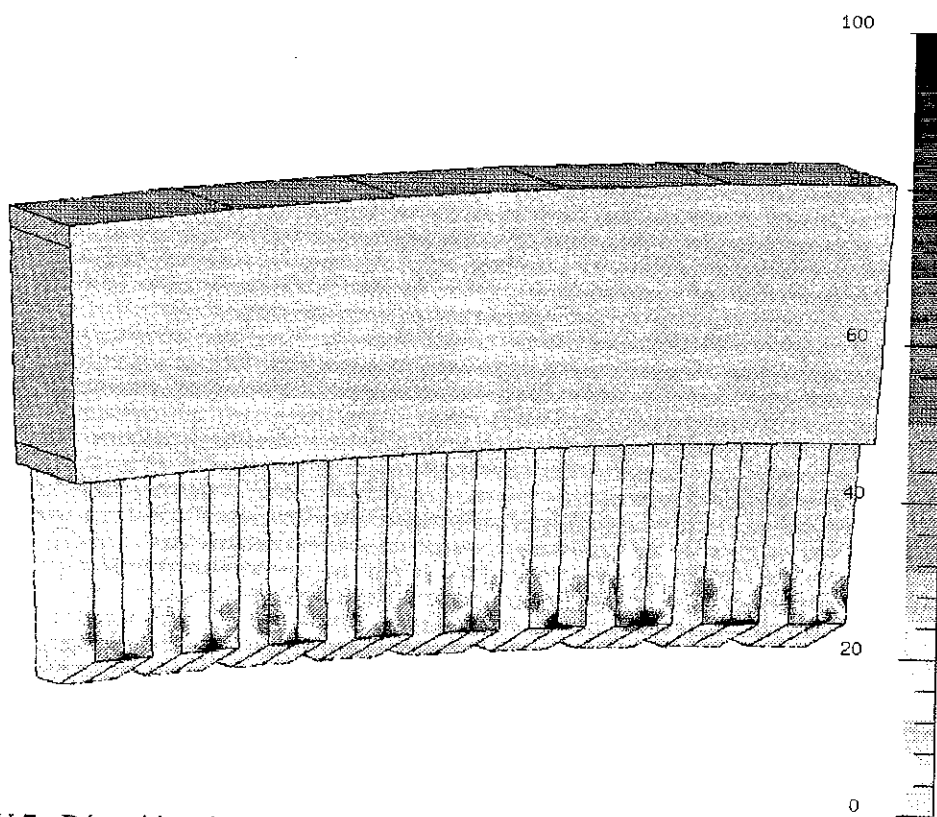


Figure IV.7 - Répartition des pertes (donnée en % de la valeur maximale) dans le paquet de tôles du stator représenté par niveaux de gris

La valeur maximale de la densité des pertes dans ce cas est de $3,4 \times 10^5 \text{ W/m}^3$, trois fois plus grande que celle obtenue en employant la formulation en impédance de surface pour le stator. Cela nous montre que cette dernière approche ne semble pas bien adaptée pour calculer les pertes dans les circuits magnétiques feuilletés. Néanmoins, on peut observer, à l'aide des figures IV.8a et IV.8b que les résultats se rapprochent à partir d'une distance de 20 mm à compter de l'extrémité du paquet de tôles. Ces figures montrent la composante axiale de l'induction magnétique à l'extérieur de la machine. Les écarts à partir de 20 mm sont dus à l'effet du maillage qui n'est pas le même dans les deux cas. Pour la machine simulée à l'aide de l'impédance de surface, la seule variable d'état est le potentiel scalaire magnétique (pour le cas de la machine à vide), et de plus le noyau est éliminé du domaine; c'est ce qui a permis l'utilisation d'éléments du deuxième ordre.

En revanche, étant donné la nécessité d'un maillage très fin pour le paquet de tôles, la deuxième approche n'a pas pu être résolue avec les éléments du deuxième ordre: le nombre d'inconnues devient alors trop important.

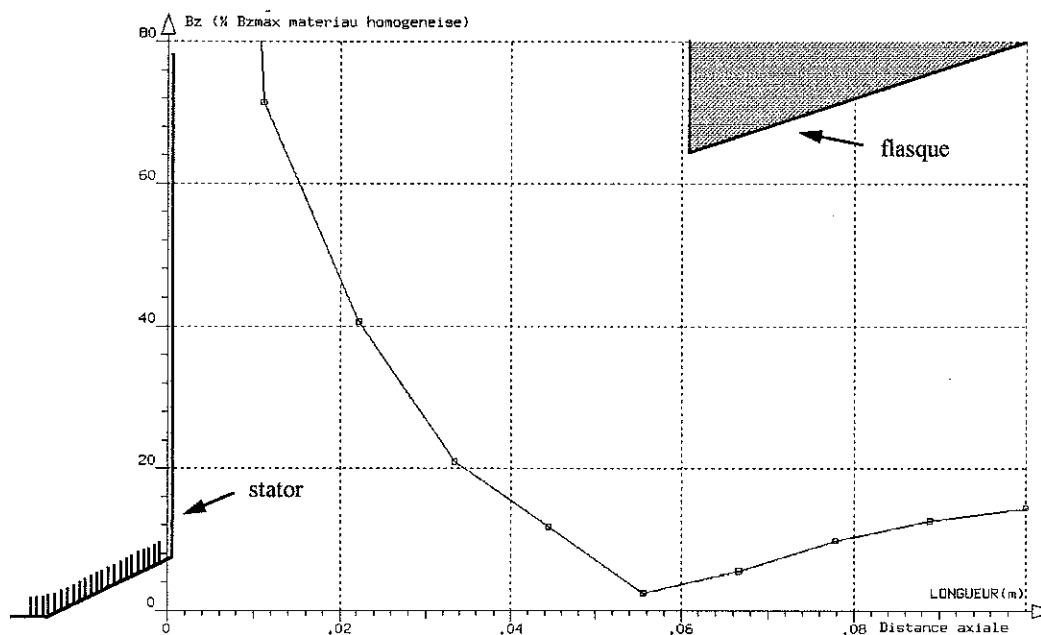


Figure IV.8a - Champ axial à l'extérieur du paquet de tôles: cas de l'impédance de surface

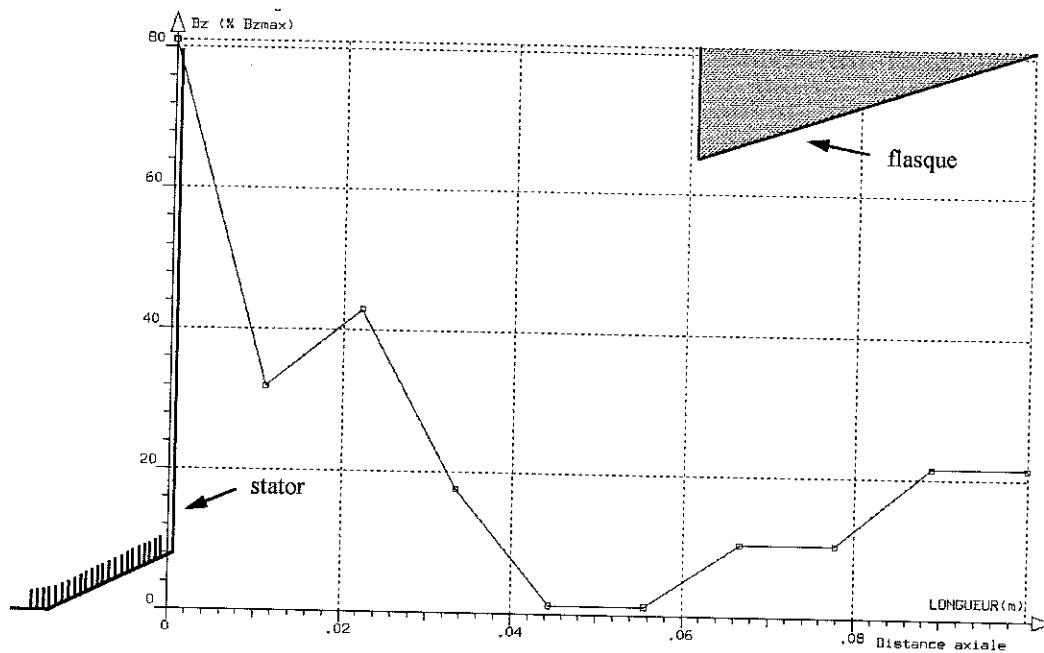
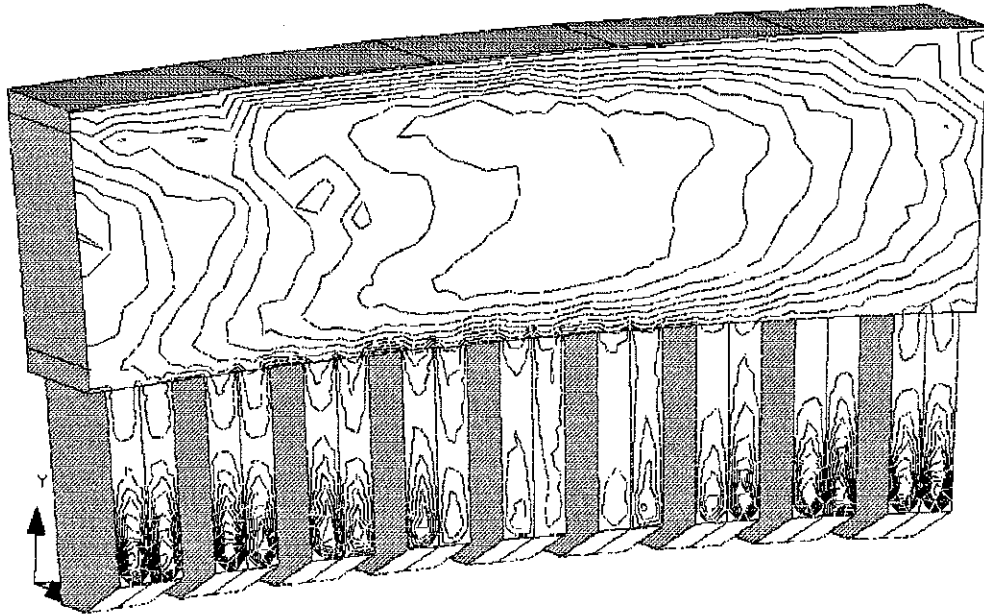


Figure IV.8b - Champ axial à l'extérieur du paquet de tôles: cas du paquet homogénéisé

Pour tenir compte des fentes dans les dents, il suffit d'introduire des faces supplémentaires dans le domaine et de leur imposer des conditions de Dirichlet $T = 0$. Le résultat est illustré aux figures IV.9, IV.10 et IV.11, qui montrent les lignes de courants (isovaleurs de T_n), les vecteurs densité de courant, et la répartition de la densité de pertes par rapport à la valeur maximale du cas de la machine sans fentes.

La Figure IV.12 montre les pertes calculées sur un plan de coupe à l'intérieur de la machine, toujours en pourcentage de la valeur maximale.



TZ 21 Niveaux Min=-5.166E+03 Max. 4.747E+03 Ecart= 4.957E+02

Figure IV.9 - Lignes des courants (isovaleurs de T_η); stator avec dents fendues

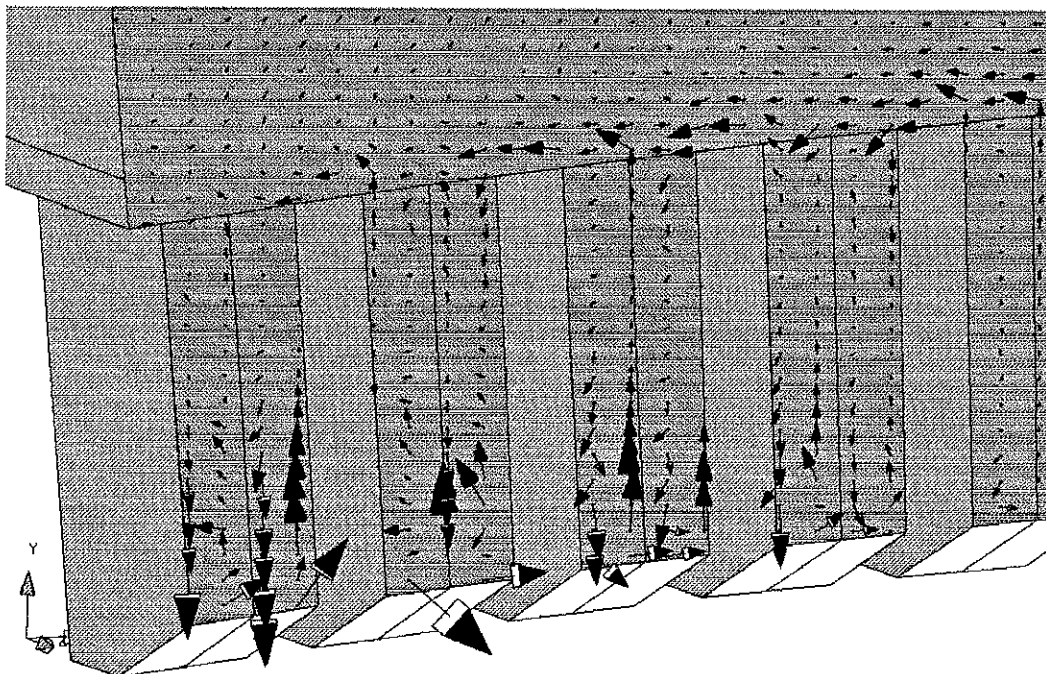


Figure IV.10 - Vecteurs de densité de courants de Foucault dans le stator avec fentes

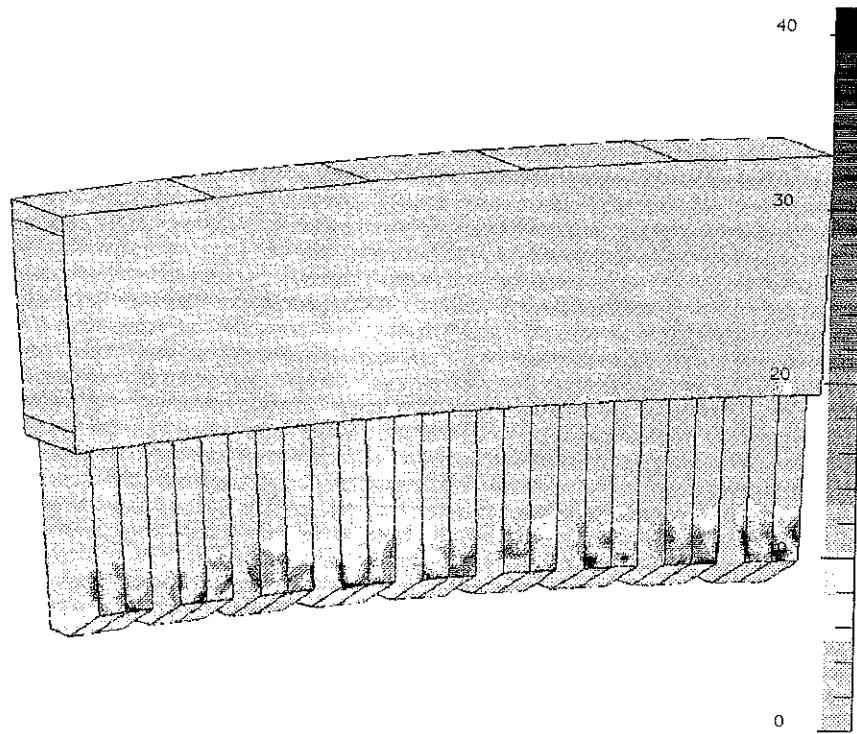


Figure IV.11 - Densité de pertes dans un paquet de tôles avec fentes, représentée en niveaux de gris et en pourcentage des pertes maximales

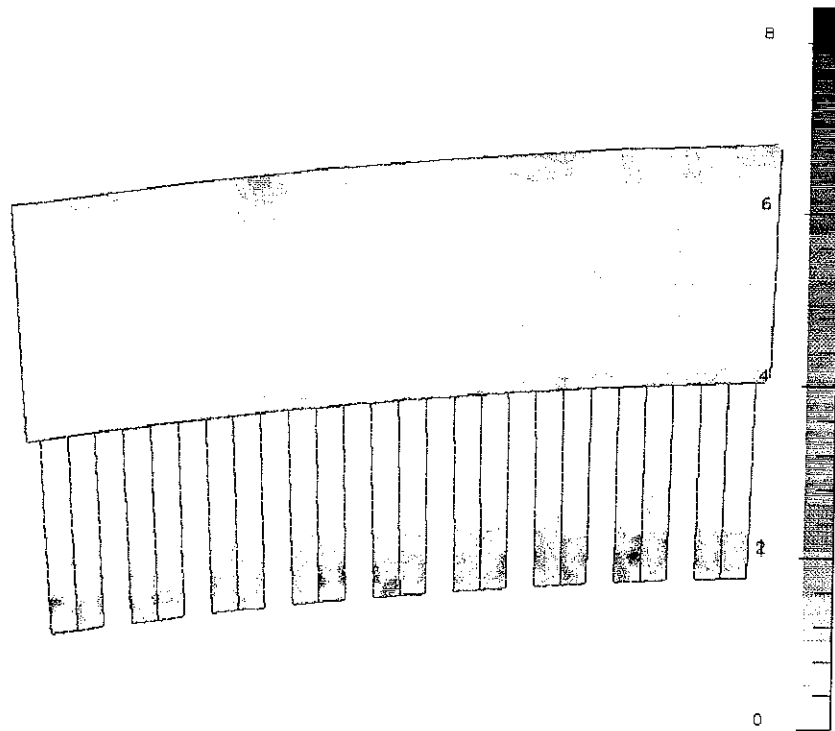


Figure IV.12 - Pertes dans un plan de coupe à 60 mm à l'intérieur de la machine

Les résultats présentés ci-dessus sont tout à fait en accord avec ceux déjà publiés auparavant [25-27, 38-41]. On n'observe pas d'effet de peau dans les dents, puisque là l'aire de circulation des courants est très réduite, à cause des fentes. D'autre part, l'épaisseur de peau est grande puisque la perméabilité faible dans la direction normale au plan des tôles est principalement due à l'isolation entre tôles et canaux de ventilation (elle est régie par le coefficient de foisonnement) et possède une valeur presque fixe (voir équation IV.16), quel que soit le niveau de saturation de la machine. Si on rappelle que l'épaisseur de peau dans ce cas vaut:

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega \sigma \mu k}},$$

sa valeur dans le cas étudié est de 22 mm. Néanmoins, les dimensions de la culasse sont plus importantes et on peut observer un effet de peau prononcé à travers les isovaleurs de la Figure IV.9 et aussi à l'aide du graphique de la Figure IV.13 qui montre un tracé de la variation de la composante axiale du champ suivant la direction radiale, à partir de la base des encoches jusqu'au diamètre extérieur de la culasse.

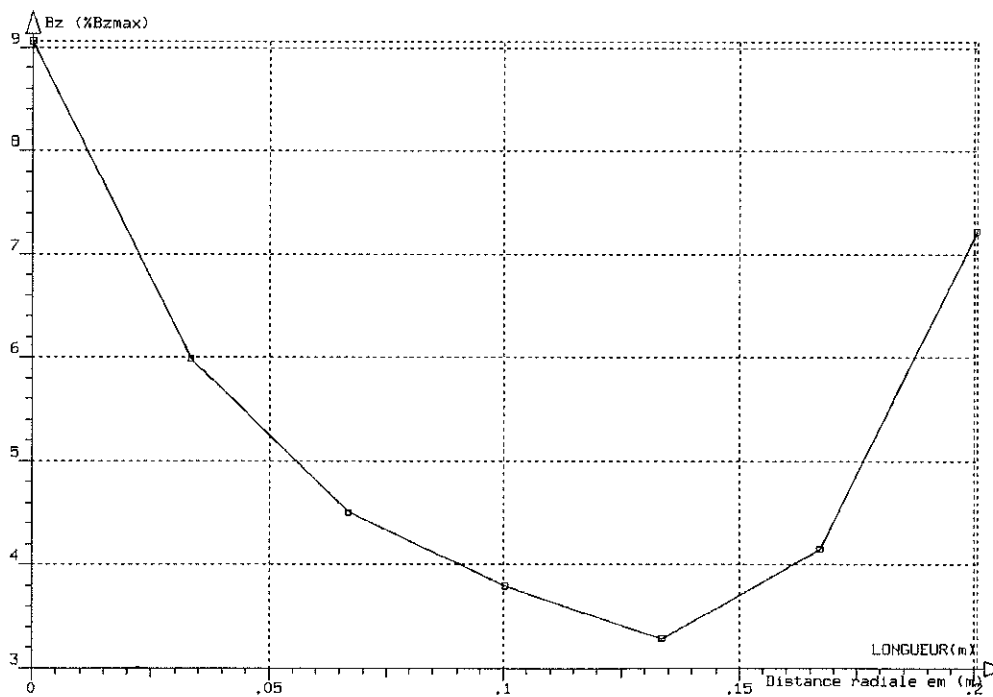


Figure IV.13 - Variation du champ axial dans la culasse suivant la direction radiale

IV.4.2 - Prise en compte explicite des canaux de ventilation

On a effectué les mêmes calculs sur une machine synchrone avec la prise en compte des canaux de ventilation. La géométrie de la machine en question est illustrée à la Figure IV.14. Il s'agit d'un alternateur à pôles saillants de 650 kVA et 6 pôles (caractéristiques dans l'Annexe I) pour lequel on dispose de quelques résultats expérimentaux sur le champ magnétique à l'extérieur du paquet de tôles pour le fonctionnement à vide.

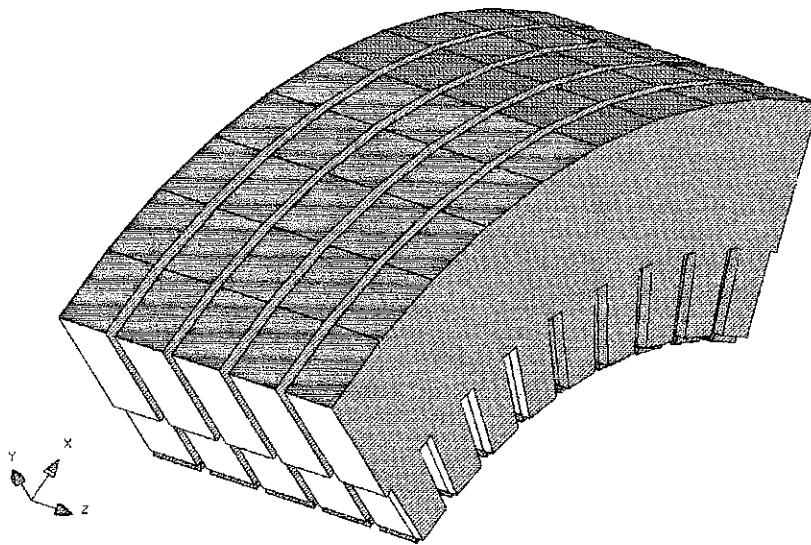
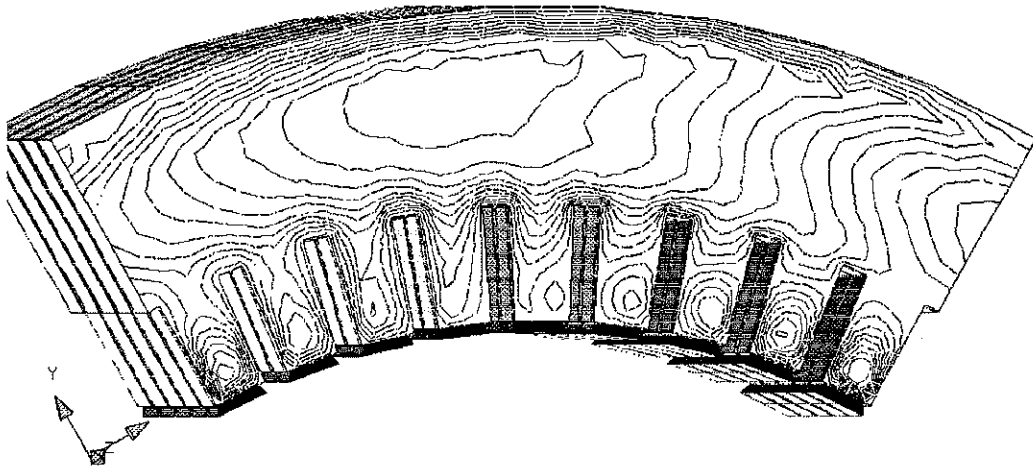


Figure IV.14 - Géométrie du stator d'une machine synchrone à pôles saillants

Dans la Figure IV.14 on observe que le domaine d'étude est toujours limité à un pôle de la machine et la longueur correspondante est la moitié de la longueur réelle. Les isovaleurs de T_n correspondant aux lignes de courants de Foucault dans la première tôle, pour une excitation nominale à vide, sont celles illustrées à la Figure IV.15. Les figures IV.16a et IV.16b illustrent les vecteurs densité de courants.

La répartition de densité des pertes est représentée à la Figure IV.17. La Figure IV.18 montre les pertes calculées dans un plan de coupe radial-axial et on remarque la présence de points chauds aux extrémités des paquets de tôles, tout au long de la machine. Le graphique de la Figure IV.19 donne la variation de la composante axiale du champ suivant la direction

axiale. Elle aussi est présente dans toute la longueur. Cela démontre l'intérêt qu'il y a à prendre en compte explicitement les canaux, plutôt que de les inclure dans le milieu homogénéisé.



TZ 21 Niveaux Min=-2.077E+03 Max. 1.532E+03 Ecart= 1.804E+02

Figure IV.15 - Isovaleurs de T_n correspondant aux lignes de courants

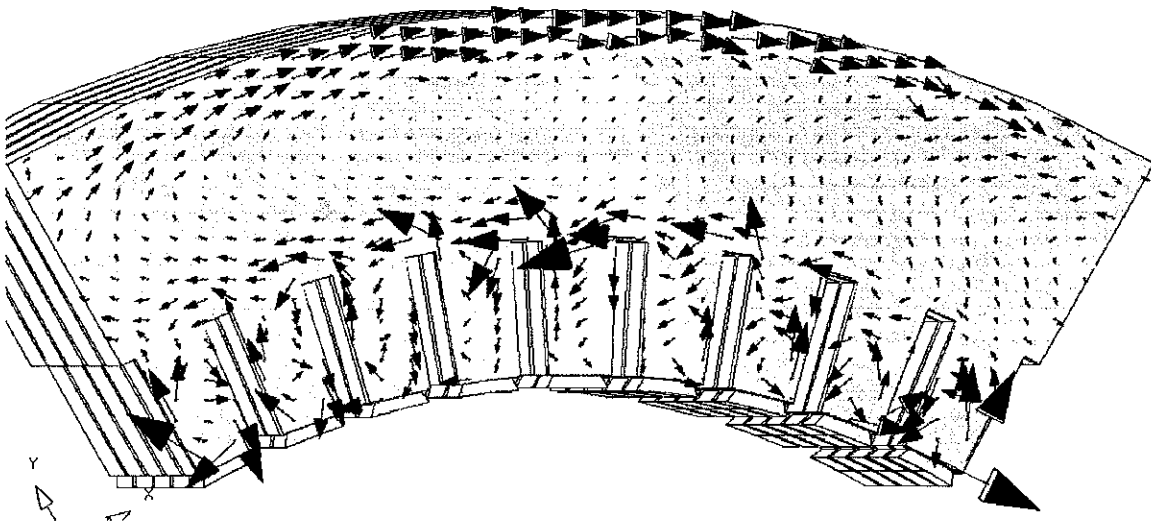


Figure IV.16a - Vecteurs densité de courants dans la première tôle

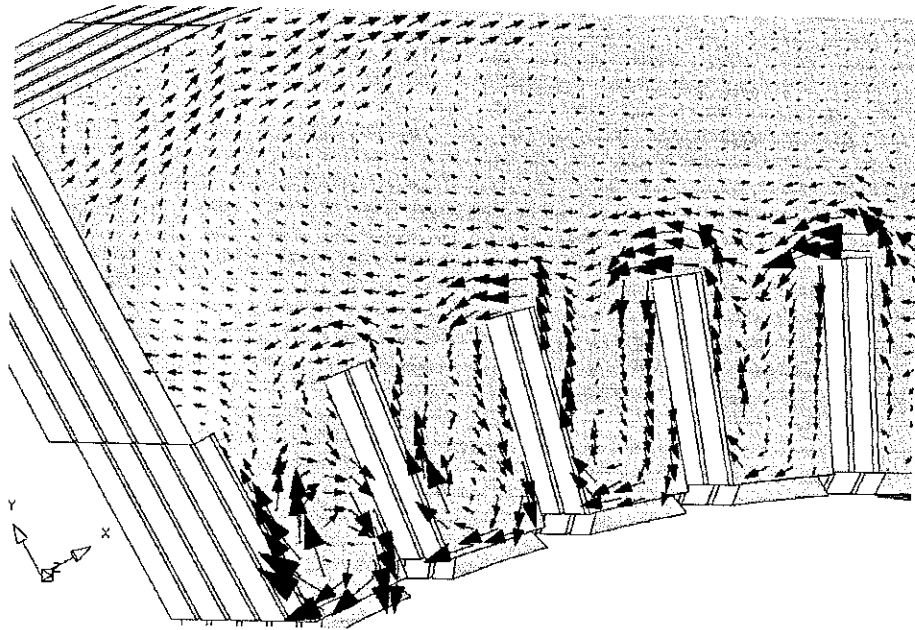


Figure IV.16b - Vecteurs densité de courants dans les dents de la première tôle

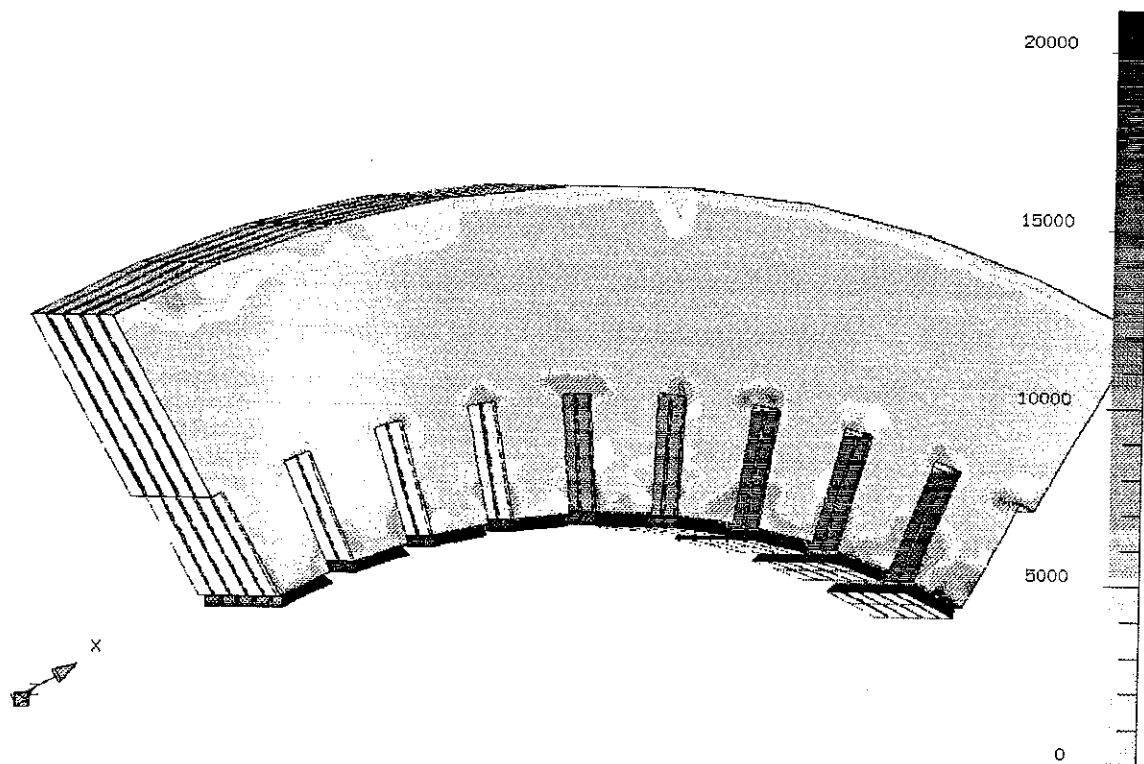


Figure IV.17 - Densité de pertes dans la première tôle représentée en niveaux de gris (W/m^3)



Figure IV.18 - Pertes calculées sur un plan de coupe (W/m^3)

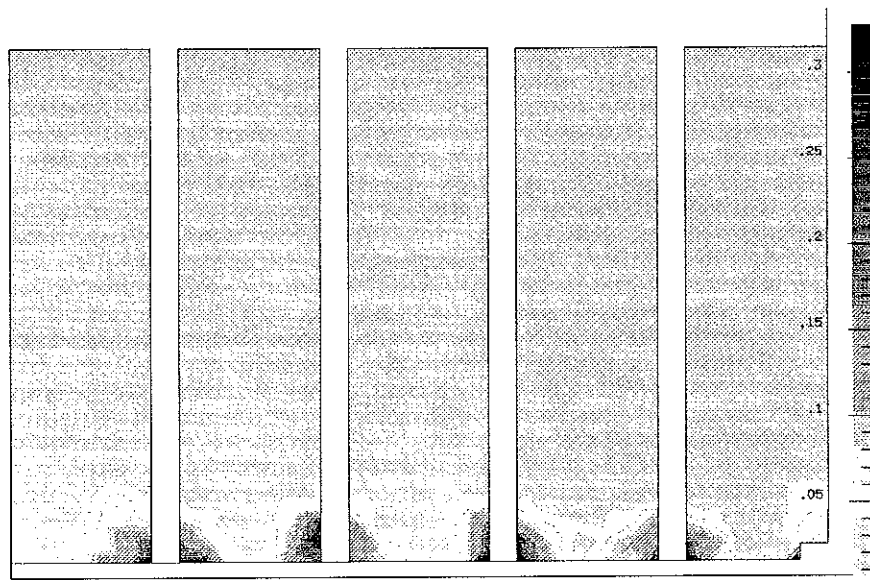


Figure IV.19 - Composante axiale du champ le long de la machine (T)

Le Tableau IV.1 suivant montre une comparaison entre les valeurs du champ calculées et mesurées par sondes à effet Hall [60] dans quelques points du domaine. Ces points (dont A, B, C, D sont placés sur un doigt de serrage et E à l'entrefer) sont indiqués sur les schémas des figures IV.20 et IV.21. Le plan de la Figure IV.20 coupe la dent centrale de la machine au milieu.

Tableau IV.1 - Induction magnétique: valeurs calculées par FLUX3D vs valeurs mesurées (Tesla) [60]

Point	A	B	C	D	E
FLUX3D	0,148	0,114	0,086	0,0197	1,1527
Mesures	0,16	0,171	0,085	0,01	1,07

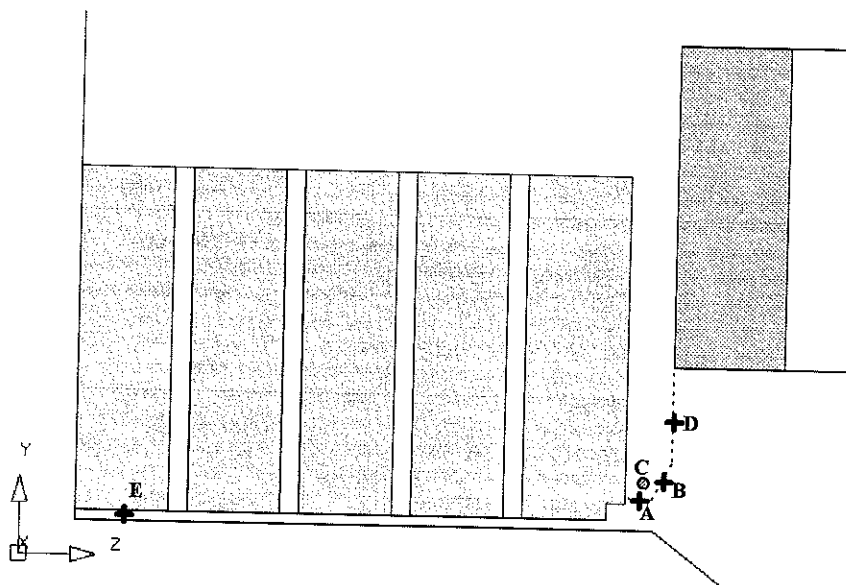


Figure IV.20 - Plan de coupe avec points de mesure du champ

On retrouve le même ordre de grandeur, mais les écarts pour certains points ne sont pas négligeables. On peut les expliquer de deux façons: soit à cause du modèle linéaire adopté, soit à cause de la non représentation des doigts de serrage dans le domaine. En effet, dans notre cas, ce sont des pièces magnétiques et conductrices et, donc, sièges de courants induits qui auront une influence sur le champ au voisinage. On ne les a pas représentés dans

le domaine pour ne pas trop compliquer la géométrie et le maillage, qui comporte déjà un nombre assez élevé d'éléments du premier ordre qui n'offrent pas toujours une bonne précision.

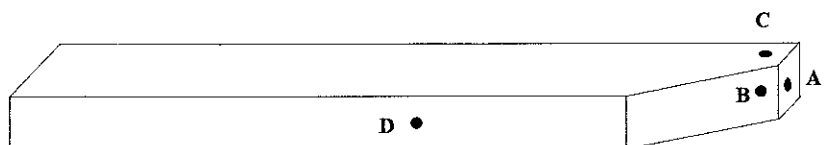


Figure IV.21 - Doigt de serrage du stator avec points de mesure du champ

IV.5 - Conclusions

Au cours de ce chapitre on a présenté le calcul des pertes par courants de Foucault dans le laminage fer-air du paquet de tôles du stator des machines synchrones. On a effectué ces calculs avec une simulation par FLUX3D en régime magnétodynamique en utilisant la technique d'homogénéisation du milieu feuilleté. Dans cette approche le feuilletage fer-air est remplacé par un matériau homogène, linéaire et anisotrope.

La formulation magnétodynamique employée dans le milieu conducteur est $T-\phi$ (potentiel vecteur électrique et potentiel scalaire magnétique). Pour tenir compte de la circulation laminaire des courants, le vecteur T est représenté avec une seule composante: celle dirigée vers la direction normale au plan des tôles.

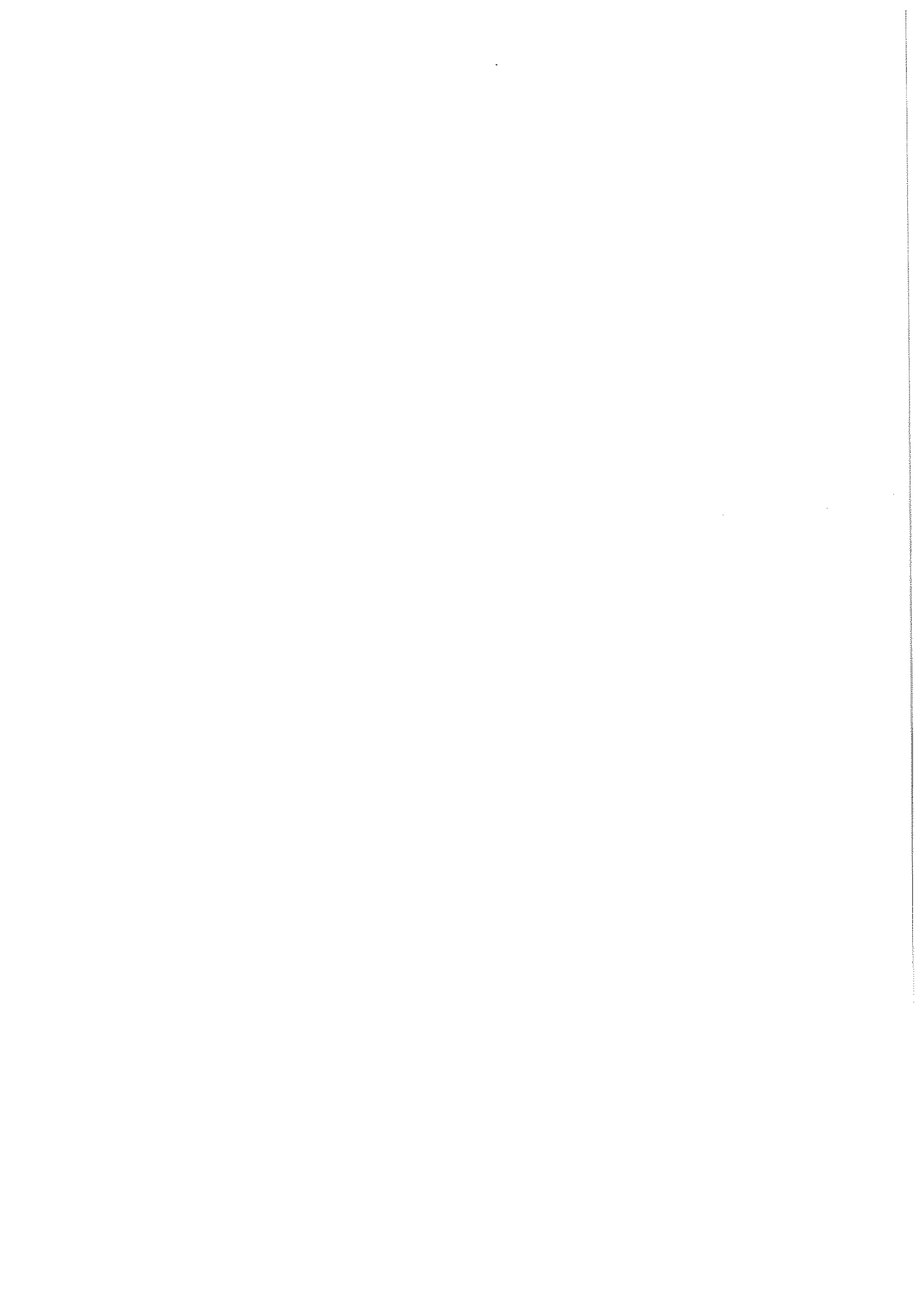
On a comparé les pertes par courants de Foucault calculées par cette méthode et celle des impédances de surface, décrite au Chapitre III. Cette dernière s'avère inefficace lorsqu'on est intéressé par ce qui se passe à l'intérieur du paquet de tôles, mais peut être une bonne approche si on s'intéresse aux phénomènes à l'extérieur du circuit magnétique.

Dans le cadre de l'homogénéisation du paquet de tôles, on a signalé et démontré l'importance de la prise en compte explicite des canaux de ventilation dans le domaine d'étude lorsque leur dimension est comparable à l'entrefer. Cela est dû au champ axial qui pénètre dans les tôles face aux canaux. De ce fait, cette composante est présente tout au long de la machine et par conséquent produit des courants de Foucault.

Pour terminer, on a comparé des résultats de simulations avec des mesures et on a pu trouver des résultats satisfaisants, bien que la saturation n'ait pas été prise en considération.

Il faut signaler qu'une analyse plus complète nécessiterait la représentation des doigts du stator. Ceux-ci sont constitués des matériaux magnétiques et conducteurs et donc ils influenceront certainement sur le champ aux extrémités du paquet de tôles du stator.

Afin de compléter cette étude, l'effet de saturation doit être pris en compte. C'est ce qui fait l'objet du chapitre suivant.



CHAPITRE V

PRISE EN COMPTE DE LA SATURATION MAGNETIQUE

V.1 - Introduction

Aux chapitres précédents nous avons étudié la répartition des courants de Foucault dans les tôles des machines synchrones à l'aide du logiciel FLUX3D, mais sans tenir compte de la caractéristique non-linéaire du noyau feuilleté. Or, ce phénomène affecte directement à la fois la répartition du champ axial à l'intérieur du circuit magnétique, et l'importance des courants de Foucault dans les tôles. Il joue donc un rôle essentiel dans le fonctionnement de presque toutes les machines électriques.

Dans ce chapitre nous présenterons la formulation magnétodynamique non-linéaire développée à cette occasion et son application à la détermination des courants de Foucault et des pertes dans les tôles d'un circuit magnétique simple.

V.2 - Importance de l'état magnétique sur les pertes par courants de Foucault

L'influence de l'état magnétique sur les pertes par courants de Foucault d'un circuit magnétique feuilleté sera analysée à l'aide d'une géométrie simplifiée, tirée de la référence [58] et illustrée à la Figure V.1.

Cette géométrie représente une dent de machine avec un champ appliqué suivant la direction normale au plan des tôles, ce qui correspond au champ de fuites des parties

frontales. Un autre champ magnétique dirigé vers le plan des tôles sera imposé; il correspond au champ principal dans l'entrefer de la machine.

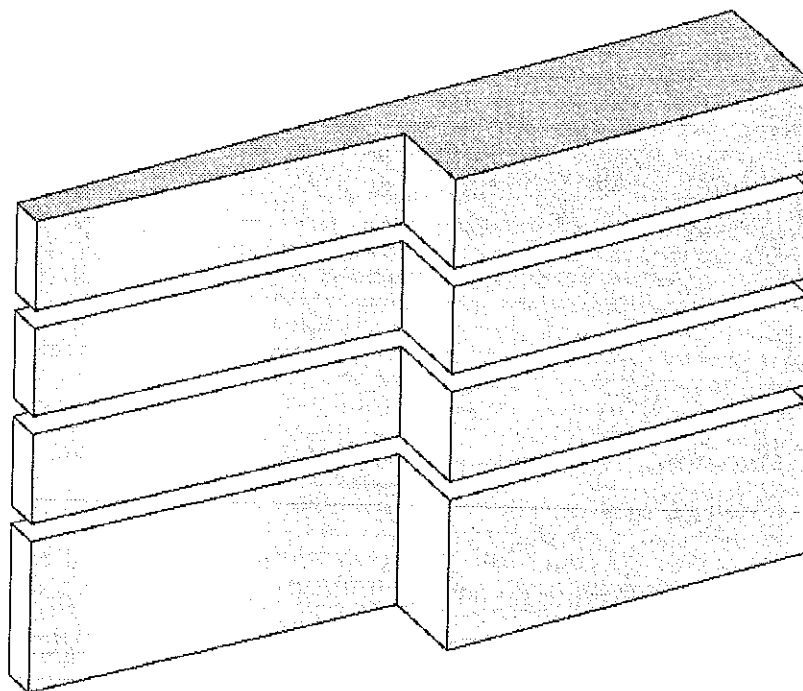


Figure V.1 - Echantillon de paquets de tôles

A partir de la même excitation que précédemment et en effectuant les calculs en linéaire, on a fait varier la perméabilité dans le plan des tôles. Le Tableau V.1 présente les valeurs de perméabilités employées et les valeurs maximales de la densité de pertes par courants de Foucault obtenues.

Tableau V.1 - Variation des pertes avec la perméabilité relative des tôles

Perméabilité relative	500	1000	1500
Densité de pertes (kW/m ³)	200	178	134

D'après le Tableau V.1 on constate le rôle que l'état magnétique du matériau joue sur les valeurs de pertes. Il faut donc représenter convenablement l'état de saturation afin de connaître ces pertes. Après avoir essayé plusieurs formulations, celle qui semble la mieux adaptée à ce problème est la formulation $T-\phi$, que nous avons appliquée à une géométrie simplifiée et dont nous présentons les résultats dans les paragraphes qui suivent.

V.3 - Mise en équation de la formulation $T-\phi$ non-linéaire

La formulation est tirée des équations de Maxwell en basse fréquence (régime harmonique) et rappelée ci-dessous:

$$\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{J} \quad (\text{V.1})$$

$$\text{div } \mathbf{B} = 0 \quad (\text{V.2})$$

$$\text{rot } \mathbf{E} = -j\omega\mathbf{B} \quad (\text{V.3})$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}(\mathbf{H}) \quad (\text{V.4})$$

$$\mathbf{J} = \mathbf{J}(\mathbf{E}) = \sigma\mathbf{E} \quad (\text{V.5})$$

Le champ \mathbf{H} s'écrit en fonction des potentiels de la manière suivante:

$$\mathbf{H} = \mathbf{T} - \text{grad } \phi \quad (\text{V.6})$$

et le système d'équations à résoudre est:

$$\text{rot} \left(\frac{1}{\sigma} \text{rot } \mathbf{T} \right) + j\omega\mathbf{B} = 0 \quad (\text{V.7a})$$

$$\text{div } \mathbf{B} = 0 \quad (\text{V.7b})$$

avec:

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}(\mathbf{H}) = \mathbf{B}(\mathbf{T} - \text{grad } \phi) \quad (\text{V.8})$$

$$\mathbf{E} = \frac{1}{\sigma} \text{rot } \mathbf{T} \quad (\text{V.9})$$

Au système d'équations (V.7) il faut rajouter le terme de pénalité correspondant à la jauge de Coulomb ($\text{div } \mathbf{T} = 0$). La forme faible de la formulation devient:

$$\iiint_{\Omega} \mathbf{W} [\text{rot } \mathbf{E} - \text{grad} \left(\frac{1}{\sigma} \text{div } \mathbf{T} \right) + j\omega \mathbf{B}] d\Omega = 0 \quad (\text{V.10a})$$

$$\iiint_{\Omega} w \cdot \text{div } \mathbf{B} d\Omega = 0 \quad (\text{V.10b})$$

Après l'application des identités vectorielles, l'équation (V.7a) devient:

$$\iiint_{\Omega} [-\text{grad } \mathbf{W} \times \mathbf{E} + \frac{1}{\sigma} \text{div } \mathbf{W} \text{div } \mathbf{T} + \mathbf{W} j\omega \mathbf{B}] d\Omega + \iint_{\Gamma} \mathbf{W} (\mathbf{n} \times \mathbf{E}) d\Gamma = 0 \quad (\text{V.11})$$

et l'équation (V.7b) s'écrit:

$$\iiint_{\Omega} -\mathbf{B} \text{grad } \mathbf{W} d\Omega + \iint_{\Gamma} \mathbf{W} B_n d\Gamma = 0 \quad (\text{V.12})$$

En éliminant les intégrales surfaciques (dues aux conditions de conservation de $\mathbf{E} \wedge \mathbf{n}$ et B_n) et en remplaçant \mathbf{T} par sa forme discrétisée en éléments finis, $\mathbf{T} = \sum_{i=1}^{N_n} \mathbf{W}_i \mathbf{T}_i$, on aboutit au système suivant à résoudre:

$$\iiint_{\Omega} [-\text{grad } \mathbf{W}_i \times \mathbf{E} + \frac{1}{\sigma} \text{grad } w_i \text{grad } w_j \mathbf{T}_j + \mathbf{W}_i j\omega \mathbf{B}] d\Omega = 0 \quad (\text{V.13})$$

$$\iiint_{\Omega} [-\mathbf{B} \text{grad } w_i] d\Omega = 0 \quad (\text{V.14})$$

où w_i est la fonction de forme scalaire au noeud i du maillage et $\mathbf{W}_i = w_i \cdot I_{d3}$ est la fonction de forme vectorielle, avec I_{d3} la matrice identité.

Soit la fonction F telle que:

$$F = F(\boldsymbol{\psi}) = F(\mathbf{T}, \phi) \quad (\text{V.15})$$

avec

$$\boldsymbol{\psi} = \begin{bmatrix} \mathbf{T} \\ \phi \end{bmatrix} \quad (\text{V.16})$$

et

$$F = \begin{bmatrix} F_T \\ F_\phi \end{bmatrix} \quad (\text{V.17})$$

où

$$F_T = \int \int \int_{\Omega} [-\text{grad } W_i \times E_i - \frac{1}{\sigma} \text{grad } w_i \text{div } \mathbf{T} + W_i j\omega \mathbf{B}] d\Omega \quad (\text{V.18})$$

et

$$F_\phi = \int \int \int_{\Omega} [-\mathbf{B} \text{grad } w_i] d\Omega \quad (\text{V.19})$$

avec \mathbf{B} et \mathbf{E} calculés par les expressions (V.8) et (V.9), et \mathbf{T} et ϕ sont les inconnues du système.

Dans les cas d'un matériau non-linéaire, on a besoin de connaître la relation:

$$\mathbf{B} = \mu(\mathbf{H}).\mathbf{H}, \quad (\text{V.20})$$

obtenue à partir de la courbe $B(H)$ du matériau par une relation d'équivalence [59].

Un processus itératif est alors nécessaire pour la résolution du système d'équations formé par les expressions (V.13) et (V.14).

La méthode choisie est la méthode de Newton-Rapshon [20] et on a à résoudre un système du type:

$$[A(\psi)].[\psi] = [B] \quad (\text{V.21})$$

où A dépend du vecteur solution ψ .

Introduisons le résidu:

$$[R(\psi)] = [A(\psi)].[\psi] - [B] \quad (\text{V.22})$$

L'équation (V.21) s'écrit alors:

$$[R(\psi)] = 0 \quad (\text{V.23})$$

La méthode de Newton-Raphson consiste à résoudre une suite de systèmes linéaires et pour cela on développe le résidu en série de Taylor à l'ordre 1, au voisinage de ψ .

$$[R(\psi + \Delta\psi)] = [R(\psi)] + \left[\frac{\partial R(\psi)}{\partial \psi} \right] \cdot [\Delta\psi] \quad (\text{V.24})$$

A chaque itération un incrément de solution $\Delta\psi$ est calculé grâce au système matriciel suivant, en accumulant le développement en série de Taylor:

$$\left[\left(\frac{\partial R(\psi)}{\partial \psi} \right) \cdot \psi^{(k-1)} \right] \cdot [\Delta\psi^{(k)}] = -[R(\psi^{(k-1)})] \quad (\text{V.25})$$

A l'itération k , le vecteur solution est incrémenté:

$$[\psi^{(k)}] = [\Delta\psi^{(k)}] + [\psi^{(k-1)}] \quad (\text{V.26})$$

En appliquant cette procédure à la formulation $T-\phi$ on obtient:

$$[R^{(k)}] = [F^{(k)}] \quad (\text{V.27})$$

$$\left[\frac{\partial R(\psi)^{(k)}}{\partial \psi} \right] = \left[\frac{\partial F^{(k)}}{\partial \psi} \right] \quad (\text{V.28})$$

et le système à résoudre à chaque itération Newton-Raphson s'écrit:

$$[\Delta\psi^{(k)}] \cdot \left[\frac{\partial F}{\partial \psi} \right]^{(k)} = -F^{(k)} \quad (\text{V.29})$$

Soit $\left[\frac{\partial F}{\partial \psi} \right]_y$ la matrice jacobienne du système donnée par:

$$\left[\frac{\partial F}{\partial \Psi} \right]_{ij} = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_{Ti}}{\partial T_j} & \frac{\partial F_{Ti}}{\partial \phi_j} \\ \frac{\partial F_{\phi i}}{\partial T_j} & \frac{\partial F_{\phi i}}{\partial \phi_j} \end{bmatrix} \quad (\text{V.30})$$

avec F_T et F_ϕ donnés par (V.18) et (V.19) et dont les termes s'expriment par:

$$\begin{aligned} \frac{\partial F_{Ti}}{\partial T_j} &= \iiint_{\Omega} \frac{\partial}{\partial T_j} [-\text{grad } w_i \times \mathbf{E} - \frac{1}{\sigma} \text{grad } w_i \text{div} \mathbf{T} + W_i j \omega \mathbf{B}] d\Omega \\ &= \iiint_{\Omega} \frac{\partial}{\partial T_j} [-\text{grad } w_i \times \frac{1}{\sigma} \text{rot} \mathbf{T} - \frac{1}{\sigma} \text{grad } w_i \text{div} \mathbf{T} + j \omega W_i B (\mathbf{T} - \text{grad } \phi)] d\Omega \end{aligned} \quad (\text{V.31})$$

En remplaçant \mathbf{T} et ϕ par leur formes interpolées:

$$\mathbf{T} = \sum_{j=1}^{Nn} \mathbf{W}_j T_j \quad (\text{V.32})$$

$$\phi = \sum_{j=1}^{Nn} w_j \phi_j \quad (\text{V.33})$$

on aboutit à:

$$\frac{\partial F_{Ti}}{\partial T_j} = \iiint_{\Omega} [\text{rot} \mathbf{W}_i \frac{1}{\sigma} \text{rot} \mathbf{W}_j + \frac{1}{\sigma} \text{grad } w_i \text{grad } w_j + j \omega W_i \left[\frac{\partial B}{\partial H} \right] W_j] d\Omega \quad (\text{V.34})$$

avec

$$\text{rot} \mathbf{W}_i = \begin{bmatrix} 0 & \frac{\partial W_i}{\partial z} & -\frac{\partial W_i}{\partial y} \\ -\frac{\partial W_i}{\partial z} & 0 & \frac{\partial W_i}{\partial x} \\ \frac{\partial W_i}{\partial y} & -\frac{\partial W_i}{\partial x} & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{V.35})$$

et,

$$\frac{\partial F_{Ti}}{\partial \phi_j} = \iiint_{\Omega} [j \omega W_i \left[\frac{\partial B}{\partial H} \right] (-\text{grad } w_j)] d\Omega \quad (\text{V.36})$$

$$\frac{\partial F_{\text{ét}}}{\partial T_j} = \int \int \int_{\Omega} (-\text{grad } w_i \left[\frac{\partial \mathcal{B}}{\partial \mathbf{H}} \right] \mathbf{W}_j) d\Omega \quad (\text{V.37})$$

$$\frac{\partial F_{\text{ét}}}{\partial \phi_j} = \int \int \int_{\Omega} [-\text{grad } w_i \left[\frac{\partial \mathcal{B}}{\partial \mathbf{H}} \right] (-\text{grad } w_j)] d\Omega \quad (\text{V.38})$$

De cette façon les régions linéaires peuvent être traitées comme les régions non-linéaires de la façon suivante:

- (i) le système à résoudre est celui donné par l'expression (V.29);
- (ii) le résidu est $-F^{(k)}$ et est calculé par (V.17) une fois pour toutes et stocké (avec la condition $\mathbf{B}(\psi=0)$);
- (iii) la valeur $\left[\frac{\partial \mathcal{B}}{\partial \mathbf{H}} \right]$ ne dépend pas de \mathbf{H} et vaut $[\mu]$, le tenseur de perméabilité constante du matériau;
- (iv) la matrice $\left[\frac{\partial F}{\partial \psi} \right]$ peut être calculée par (V.35) à (V.38) une fois pour toutes et stockée.

Pour les régions non-linéaires, la procédure est essentiellement la même à chaque itération de Newton-Raphson et la quantité $\left[\frac{\partial \mathcal{B}}{\partial \mathbf{H}} \right]$ devient le tenseur de perméabilité incrémentale du système et qui dépend du champ \mathbf{H} .

Le calcul numérique des éléments du Jacobien nécessite la détermination de ce tenseur, qui dans un repère global s'écrit:

$$\left[\frac{\partial \mathcal{B}}{\partial \mathbf{H}} \right]_{\text{xyz}} = [\mathbf{R}]' \cdot \left[\frac{\partial \mathcal{B}}{\partial \mathbf{H}} \right]_{\text{OXYZ}} \cdot [\mathbf{R}] \quad (\text{V.39})$$

où xyz et $OXYZ$ sont les repères global et du matériau, respectivement et $[\mathbf{R}]$, donnée par l'expression (IV.18), est la matrice de rotation du repère local au repère global. Le calcul de

au calcul de ce tenseur pour les matériaux anisotropes par feuilletage.

V.4 - Calcul du tenseur de perméabilité incrémentale [36, 20]

Pour les matériaux feuilletés, les hypothèses adoptées sont les suivantes: pas d'hystérésis et même courbe $\mathbf{B-H}$ dans les trois directions de la tôle. Alors, la perméabilité sous forme tensorielle s'écrit:

$$\left[\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial \mathbf{H}'} \right] = \begin{bmatrix} \frac{\partial B_x}{\partial H_x} & \frac{\partial B_x}{\partial H_y} & \frac{\partial B_x}{\partial H_z} \\ \frac{\partial B_y}{\partial H_x} & \frac{\partial B_y}{\partial H_y} & \frac{\partial B_y}{\partial H_z} \\ \frac{\partial B_z}{\partial H_x} & \frac{\partial B_z}{\partial H_y} & \frac{\partial B_z}{\partial H_z} \end{bmatrix} \quad (\text{V.40})$$

où $B_i = \mu_i H_i$ ($i = x, y, z$). Après dérivation des produits, en remarquant que, par exemple,

$$\frac{\partial B_x}{\partial H_y} = \frac{\partial(\mu_x H_x)}{\partial H_y} = H_x \cdot \frac{\partial \mu_x}{\partial H_i^2} \cdot \frac{\partial H_i^2}{\partial H_y} = 2 H_x H_y \frac{\partial \mu_x}{\partial H_i^2}$$

avec μ_t, μ_n, H_t et H_n donnés par (IV.15), (IV.16) et:

$$H_i^2 = H_x^2 + H_y^2 \quad (\text{V.41})$$

$$H_n^2 = H_z^2, \quad (\text{V.42})$$

on a:

$$\left[\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial \mathbf{H}'} \right] = [\mu] + \begin{bmatrix} 2 H_x^2 \frac{\partial \mu_x}{\partial H_i^2} & 2 H_x H_y \frac{\partial \mu_x}{\partial H_i^2} & 2 H_x H_z \frac{\partial \mu_n}{\partial H_i^2} \\ 2 H_y H_x \frac{\partial \mu_x}{\partial H_i^2} & 2 H_y^2 \frac{\partial \mu_x}{\partial H_i^2} & 2 H_y H_z \frac{\partial \mu_n}{\partial H_i^2} \\ 2 H_z H_x \frac{\partial \mu_x}{\partial H_n^2} & 2 H_z H_y \frac{\partial \mu_x}{\partial H_n^2} & 2 H_z^2 \frac{\partial \mu_n}{\partial H_n^2} \end{bmatrix} \quad (\text{V.43})$$

avec $[\mu]$ le tenseur de perméabilité équivalente du matériau homogénéisé, donné par l'expression (IV.17).

L'évaluation du deuxième membre de l'équation (V.43) nécessite le calcul de dérivées de la perméabilité. Calculons alors, $\frac{\partial \mu_t}{\partial H_n^2}$ qui, compte tenu de la symétrie de la matrice, est identique à $\frac{\partial \mu_n}{\partial H_t^2}$.

En présence de saturation, μ_f , la perméabilité de la tôle (supposée la même dans les trois directions), est une fonction du module du champ dans la tôle, \mathbf{H}_f , qu'on note:

$$\mu_f = \mu_f(|\mathbf{H}_f|) \quad (\text{V.44})$$

et

$$|\mathbf{H}_f| = \sqrt{H_{ft}^2 + H_{fn}^2} \quad (\text{V.45})$$

Cette fonction μ_f est tirée de la courbe $B(H)$ caractéristique du matériau utilisé, c'est-à-dire, à travers la relation:

$$\mu_f = \frac{|\mathbf{B}_f|}{|\mathbf{H}_f|} \quad (\text{V.46})$$

à partir de laquelle on déduit facilement la dérivée:

$$\frac{\partial \mu_f}{\partial |\mathbf{H}_f|} = \frac{1}{|\mathbf{H}_f|} \left[\frac{\partial |\mathbf{B}_f|}{\partial |\mathbf{H}_f|} - \frac{|\mathbf{B}_f|}{|\mathbf{H}_f|} \right] \quad (\text{V.47})$$

Dans le cas du régime harmonique, la courbe $B(H)$ utilisée est une courbe équivalente [20]. Les champs \mathbf{H}_{ft} et \mathbf{H}_{fn} s'expriment en fonction du champ \mathbf{H} dans le feuilletage au moyen des relations suivantes:

$$H_{ft} = H_t \quad (\text{V.48})$$

$$H_{fn} = \frac{\mu_n}{\mu_f} H_n \quad (\text{V.49})$$

et $|\mathbf{H}_f|$ est donné par l'équation:

$$|\mathbf{H}_f| = \sqrt{H_i^2 + Q^2 H_n^2} \quad (\text{V.50})$$

où,

$$Q = \frac{\mu_n}{\mu_f} = \frac{\mu_0}{(1-\varepsilon)\mu_0 + \varepsilon\mu_f} \quad (\text{V.51})$$

et $\mu_f = \mu_f(|\mathbf{H}_f|)$ est définie de façon implicite par l'équation (V.50), qui est résolue par une méthode d'approximations successives, dont l'algorithme est présenté à l'Annexe III. Le résultat de cette procédure nous fournit $|\mathbf{H}_f|$, $\frac{|\mathbf{B}_f|}{|\mathbf{H}_f|}$ et $\frac{\partial |\mathbf{B}_f|}{\partial |\mathbf{H}_f|}$, et par conséquent, au moyen des expressions (IV.15) et (IV.16), les valeurs de μ_n et μ_l cherchées.

On peut donc procéder au calcul de la dérivée $\frac{\partial \mu_n}{\partial H_i^2}$. De l'expression (IV.16) on tire:

$$\frac{\partial \mu_n}{\partial H_i^2} = \frac{\partial \mu_l}{\partial H_n^2} = \frac{1}{2} K Q^2 \quad (\text{V.52})$$

où Q est donné par (V.51) et K est calculé par:

$$K = (1-\varepsilon) \cdot \frac{\mu_0 C}{\mu_0 + \varepsilon C Q^3 H_n^2} \quad (\text{V.53})$$

et C par:

$$C = \frac{1}{|\mathbf{H}_f|} \cdot \frac{\partial \mu_f}{\partial |\mathbf{H}_f|} = \frac{1}{|\mathbf{H}_f|^2} \left[\frac{\partial |\mathbf{B}_f|}{\partial |\mathbf{H}_f|} - \frac{|\mathbf{B}_f|}{|\mathbf{H}_f|} \right] \quad (\text{V.54})$$

d'après (V.47).

Les expressions $\frac{\partial \mu_l}{\partial H_l^2}$ et $\frac{\partial \mu_n}{\partial H_n^2}$ sont calculés de façon analogue. On obtient:

$$\frac{\partial \mu_l}{\partial H_l^2} = \frac{1}{2}K \quad (\text{V.55})$$

$$\frac{\partial \mu_n}{\partial H_n^2} = \frac{1}{2}K Q^4 \quad (\text{V.56})$$

De cette manière, en remplaçant les termes (V.52), (V.55) et (V.56) dans (V.43), on aboutit à l'expression de la perméabilité incrémentale:

$$\left[\frac{\partial \mathcal{B}}{\partial \mathbf{H}^T} \right] = \begin{bmatrix} \mu_l & 0 & 0 \\ 0 & \mu_l & 0 \\ 0 & 0 & \mu_n \end{bmatrix} + K \cdot \begin{bmatrix} H_x \\ H_y \\ Q^2 H_z \end{bmatrix} \cdot [H_x \ H_y \ Q^2 H_z]^* \quad (\text{V.57})$$

où (*) dénote le complexe conjugué.

V.5 - Application de la formulation T- ϕ au calcul des courants de Foucault dans un circuit magnétique feuilleté

On a implanté la méthode magnétodynamique complexe non-linéaire décrite ci-dessus et on l'a appliquée au calcul des courants de Foucault et des pertes du circuit magnétique de la Figure V.2.

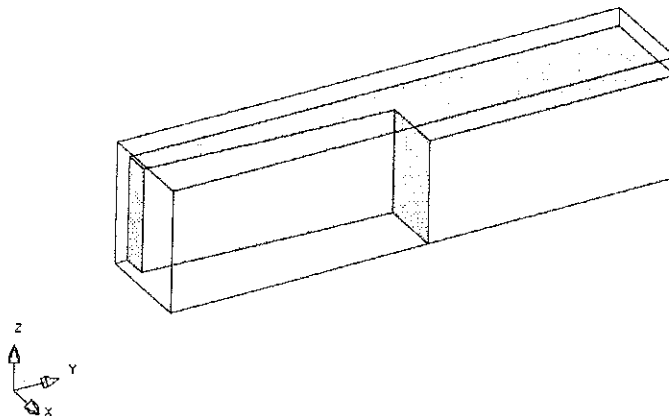


Figure V.2 - Echantillon de paquet de tôles qui simule une demie dent de partie frontale d'une machine

Les figures V.3a et V.3b illustrent les conditions aux limites employées.

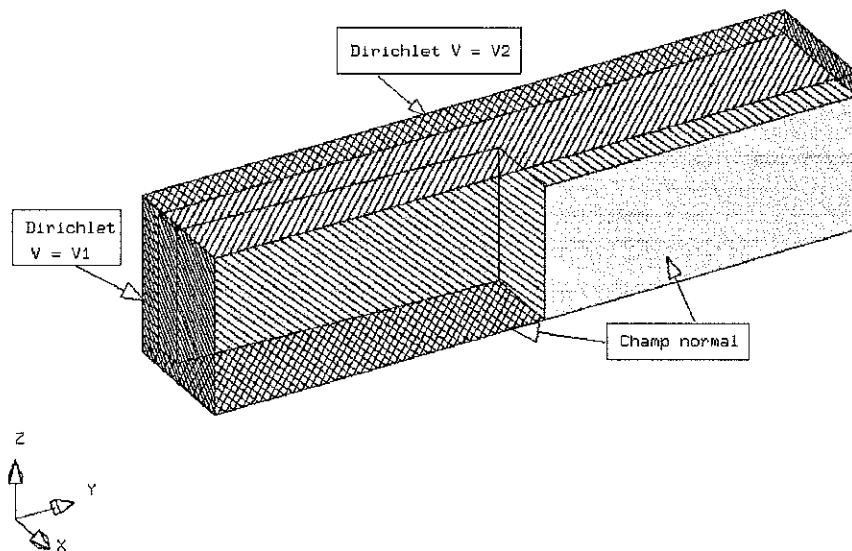


Figure V.3a - Conditions aux limites pour le domaine de la Figure V.2 (V_1, V_2 : potentiel scalaire magnétique)

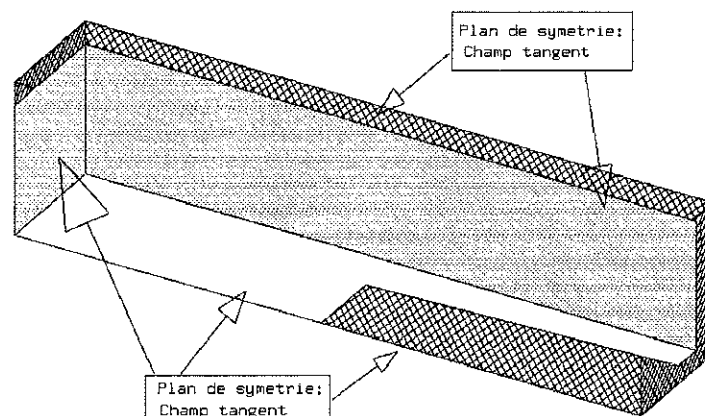


Figure V.3b - Conditions aux limites pour le domaine de la Figure V.2

Les figures V.4 et V.5 présentent les pertes calculées en linéaire et non-linéaire. On remarque un écart d'environ 20% sur les valeurs des pertes, ce qui confirme la nécessité du modèle non-linéaire.

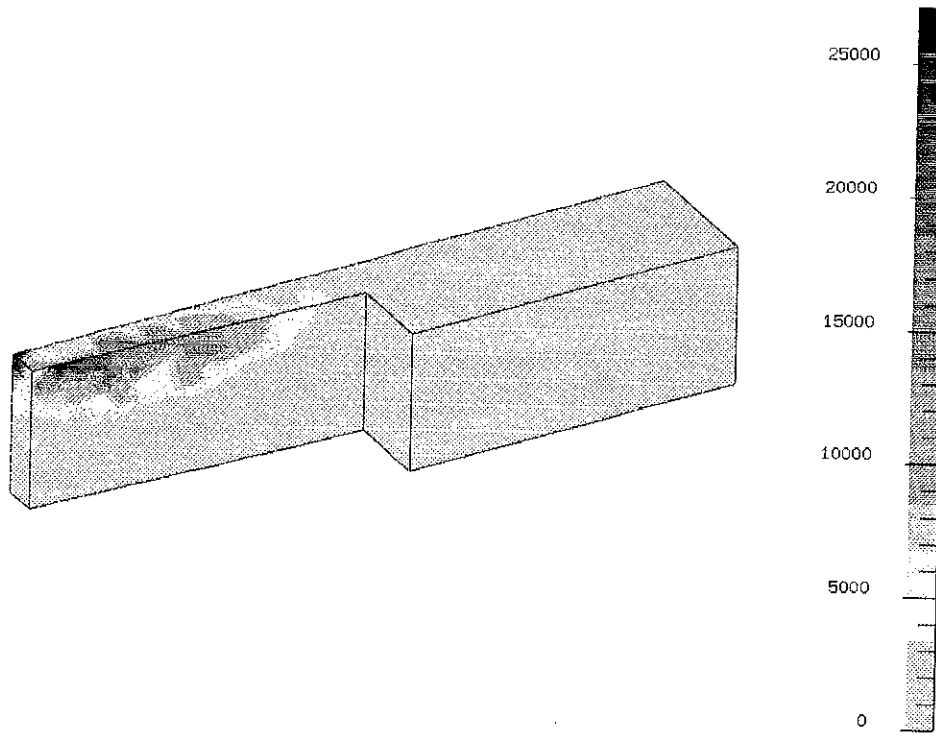


Figure V.4 - Densité de pertes (W/m^3); cas linéaire

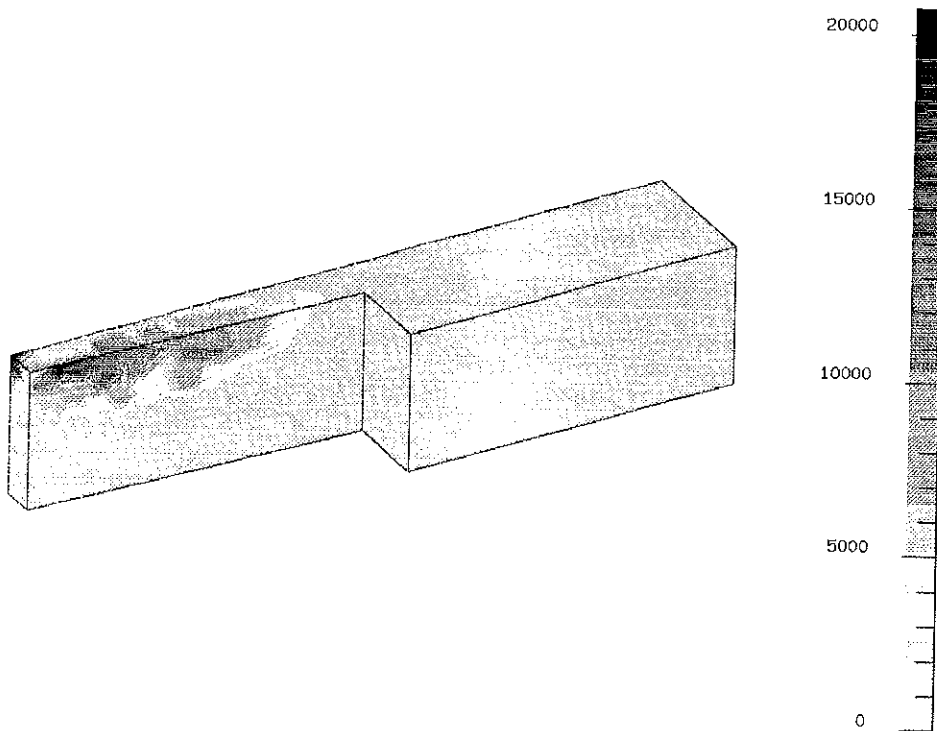


Figure V.5 - Densité de pertes (W/m^3); cas non-linéaire

En ce qui concerne la convergence de la solution, on tient à remarquer qu'elle pose des problèmes lorsque le circuit magnétique est saturé. Pour surmonter ce problème, on a commencé par une résolution avec une excitation réduite où la convergence est facile (environ 11 itérations suffisent) et ensuite on enchaîne les calculs en augmentant l'excitation jusqu'à la valeur correcte.

D'après [18] ce problème est lié au maillage du domaine et il peut être résolu à l'aide d'un mailleur autoadaptatif ou en employant des éléments du deuxième ordre. Il faudrait aussi essayer la méthode de Newton-Raphson multi-courbe.

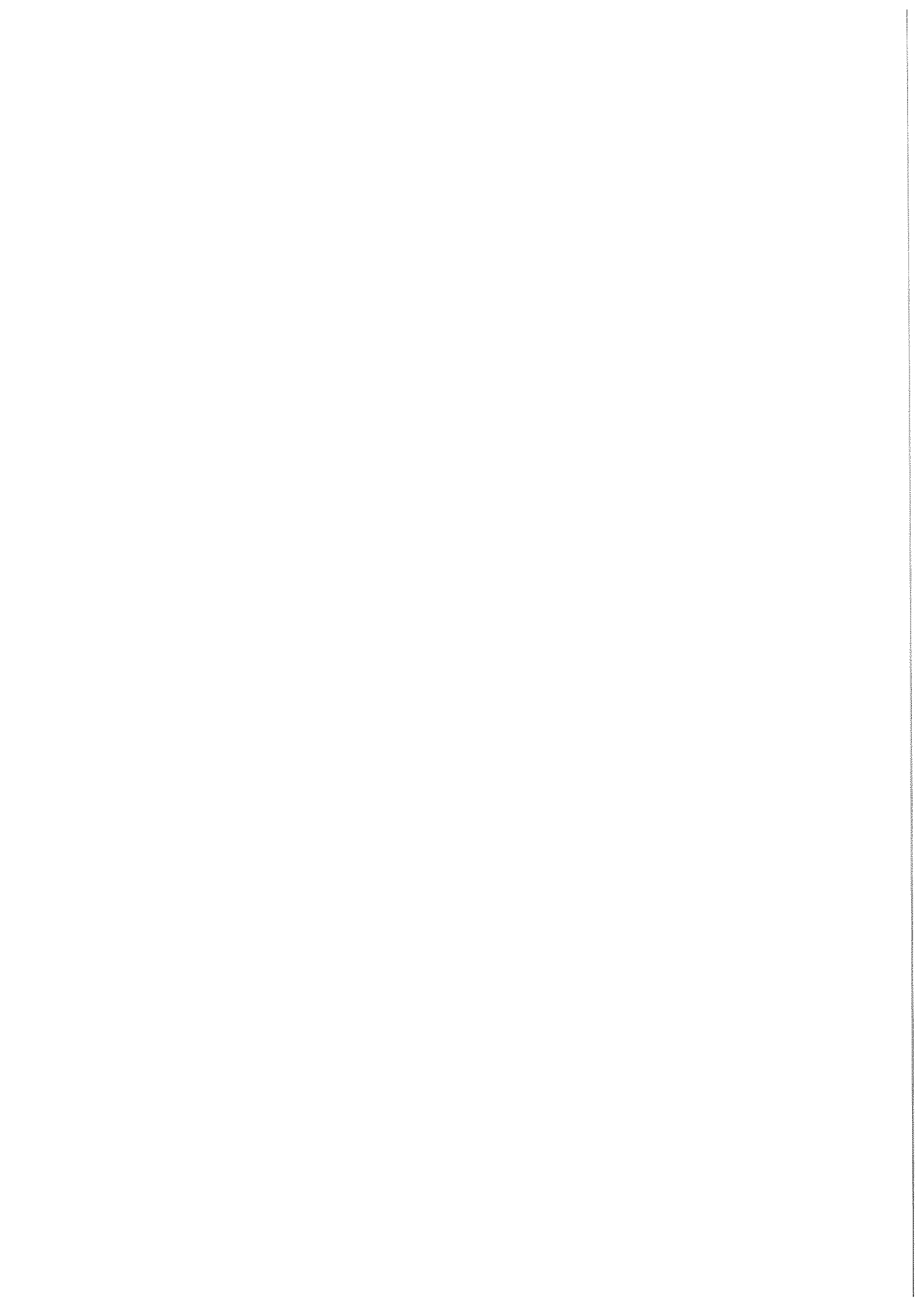
V.6 - Conclusions

Au cours de ce chapitre on a montré l'importance de la prise en compte de la saturation magnétique sur les pertes par courants de Foucault dans un circuit magnétique feuilleté.

On a présenté la formulation $T-\phi$ non-linéaire et son application au calcul de pertes d'un circuit magnétique simple mais qui peut représenter une dent d'une machine électrique.

On a trouvé des problèmes pour la convergence de la solution lorsque le matériau est saturé. Deux résolutions successives ont été nécessaires pour aboutir à la solution: la première avec une faible excitation et qui sert de valeur initiale pour la deuxième résolution, cette fois-ci avec l'excitation réelle.

On pense, donc, qu'il faut faire une étude plus approfondie de la convergence pour la formulation $T-\phi$ avant de l'appliquer aux cas réels.



CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

1. Conclusions

Au cours de ce travail, nous avons étudié les effets d'extrémités de grosses machines synchrones à l'aide du logiciel FLUX3D, auquel nous avons associé des modules spécifiques afin de prendre en compte le caractère feuilleté du circuit magnétique. Le but recherché était:

- (i) les inductances de fuites des têtes de bobines;
- (ii) les efforts mécaniques dans les têtes de bobines;
- (iii) les pertes par courants de Foucault dans les tôles du circuit magnétique du stator.

En ce qui concerne le premier point, nous avons présenté la démarche pour obtenir ces grandeurs à travers une simulation magnétostatique et sans le rotor. On suppose que son influence sur le champ magnétique dans les machines à pôles saillants est négligeable à cause du grand entrefer de ces machines. Pour valider les calculs de l'inductance issus de la simulation, on ne dispose que des expressions analytiques. Les résultats nous semblent satisfaisants, comparés aux valeurs analytiques connues [22, 33]. Pour de grosses machines, la validation par des résultats expérimentaux n'est pas envisageable en laboratoire.

Il en est de même pour le cas du calcul des efforts dans les têtes de bobines. Une étude complète exigerait une simulation en pas-à-pas dans le temps avec la prise en compte du mouvement du rotor pour calculer les efforts en régime transitoire. Cela n'est pas non plus envisageable pour l'instant sur les stations de travail actuellement disponibles.

Malgré tous ces inconvénients on pense avoir pu, à travers ce travail, traiter ces phénomènes de façon réaliste en tenant compte de la géométrie réelle des têtes de bobines, à l'inverse d'autres auteurs qui représentent les enroulements par des nappes de courants surfaciques équivalentes.

L'approche utilisée pour calculer les efforts à travers un modèle magnétostatique nous semble suffisante, d'autant plus que la validation par des mesures n'est pas simple, sauf à travers des mesures directes du champ magnétique et des courants.

Concernant les pertes par courants de Foucault, on a abordé quatre approches:

- (i) traiter le paquet de tôles comme un milieu conducteur massif et utiliser l'impédance de surface;
- (ii) tenir compte du feuilletage et des canaux de ventilation en utilisant un matériau équivalent homogène, anisotrope et linéaire;
- (iii) prendre en compte les canaux de ventilation de façon explicite;
- (iv) prendre en compte la saturation magnétique.

L'anisotropie dont on parle est due uniquement au feuilletage. Aucun effet d'anisotropie cristalline et d'hystérésis n'est pris en compte dans les modèles que nous avons développés.

Dans les trois dernières approches, la formulation employée dans la littérature était $T \cdot \phi$, où T n'a que la composante normale au plan des tôles. Nous avons généralisé cette formulation et imposé une contrainte sur le volume de la pièce conductrice par la condition de Dirichlet $T_x = T_y = 0$. Cela représente une économie de mémoire considérable. On a donc pu confirmer que cette formulation s'avère la plus efficace pour traiter la circulation plane des courants de Foucault dans les milieux feuilletés.

Bien qu'on ait proposé au départ l'application de l'impédance de surface pour calculer les pertes par courants de Foucault dans les tôles, on a constaté qu'une telle approche n'est pas adéquate si on est intéressé par les phénomènes à l'intérieur et au voisinage immédiat du paquet de tôles.

Cependant, s'il s'agit de calculer le champ à l'extérieur du circuit magnétique, son utilisation est envisageable, d'autant plus qu'on peut économiser de l'espace mémoire et du temps de calcul, étant donné que cette formulation consiste à éliminer une région du domaine d'étude.

Nous avons ensuite appliqué la formulation T - ϕ pour le calcul des courants de Foucault dans les tôles en supposant le matériau linéaire. On a mené les calculs dans le cas d'une machine sans et avec dents fendues. On a trouvé des résultats cohérents et tout à fait en accord avec les travaux antérieurs. Nous avons aussi analysé l'effet des représentations implicite et explicite des canaux de ventilation. Les résultats du champ calculé au voisinage du paquet de tôles ont été comparés à des mesures effectuées sur une machine réelle, à pôles saillants et fonctionnant à vide. Les résultats sont satisfaisants pour les points situés dans l'entrefer mais pas pour ceux situés sur les doigts de serrage du paquet du stator. Il est fort probable que ceci soit dû au fait de négliger l'effet des doigts, puisqu'ils n'ont pas été représentés.

Pour valider complètement la méthode il faudrait disposer de mesures du champ et des pertes à l'intérieur des paquets de tôles des machines réelles en fonctionnement normal.

Nous avons enfin développé la formulation T - ϕ non-linéaire et pour des matériaux feuilletés, avec la prise en compte rigoureuse des courants induits car il est bien connu que la saturation joue un rôle important dans la répartition du champ à l'intérieur du circuit magnétique et sur la profondeur de pénétration du champ axial.

On a appliqué cette méthode à un circuit magnétique simple mais dont la géométrie et les conditions aux limites ont été choisies de façon à simuler la dent d'une machine électrique. On a pu constater des problèmes de convergence de la solution et on pense que le problème doit être analysé plus à fond.

Enfin on peut conclure qu'à partir de ce travail, on est capable de simuler la plupart des effets liés aux parties frontales des machines synchrones en trois dimensions par FLUX3D. En fait, si on est intéressé par les pertes par courants de Foucault qui se développent dans le plan des tôles, l'homogénéisation et la formulation T - ϕ (une composante pour T) peuvent s'appliquer à tous les dispositifs à circuit magnétique feuilleté, à condition,

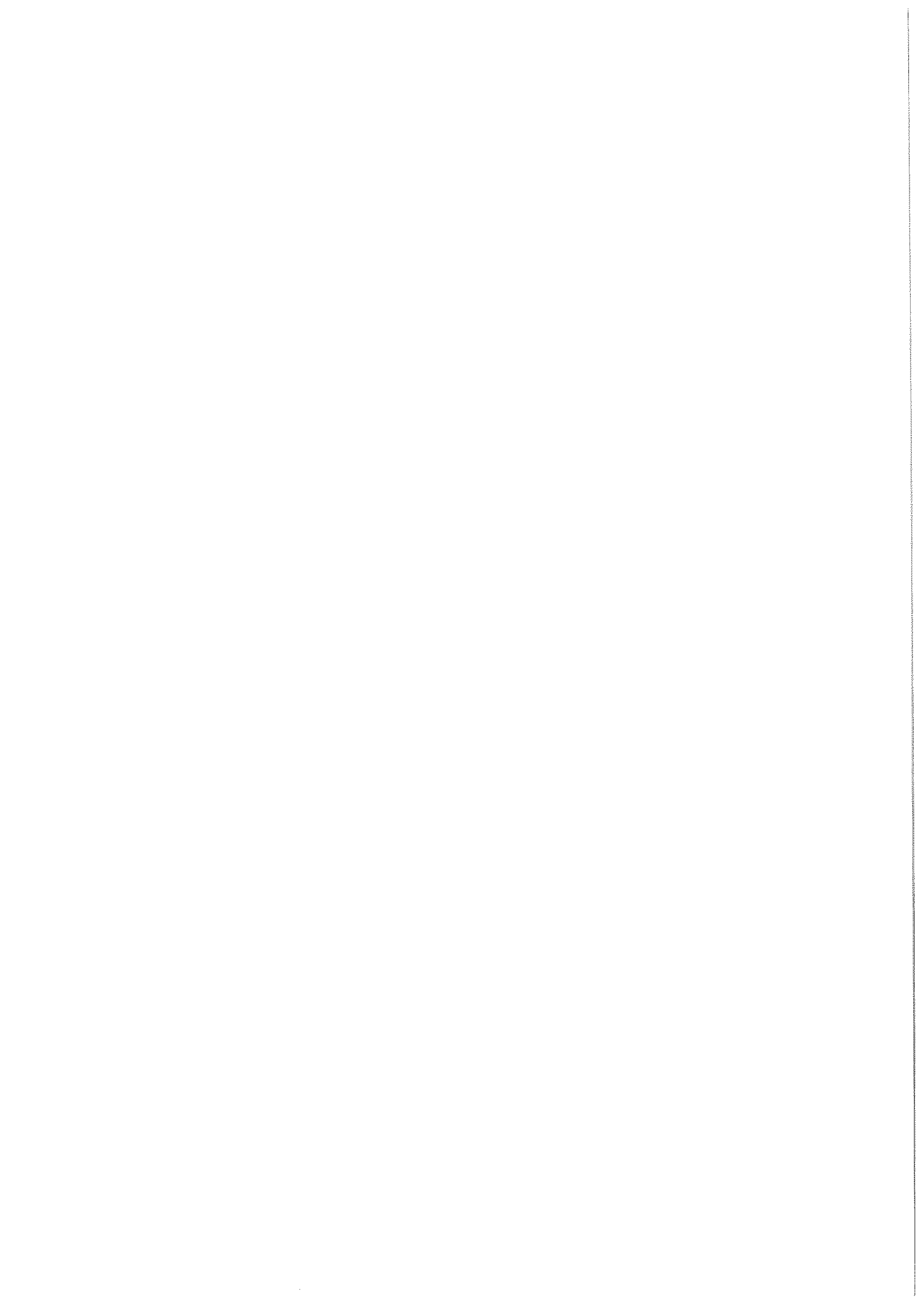
bien entendu, que l'épaisseur de peau soit grande par rapport à l'épaisseur de la tôle (pour que les hypothèses de l'homogénéisation soient valables).

A notre avis, les problèmes liés à la précision des résultats, due à l'utilisation des éléments du premier ordre vont disparaître dans un avenir proche grâce au développement rapide des ressources informatiques (stations de travail de plus en plus performantes) qui permettront l'utilisation de maillages fins avec des éléments d'ordre deux.

2. Perspectives

Comme perspectives pour la suite de ce travail plusieurs voies sont possibles:

- amélioration et optimisation des étapes d'introduction de la géométrie des machines, notamment des enroulements, et du maillage;
- étude des efforts dans les têtes de bobines avec plusieurs conditions de fonctionnement en régimes permanents et transitoires (court-circuit phase-neutre, phase-phase, faux couplage);
- calcul des courants induits dans les bobinages;
- calcul des pertes dans les paquets de tôles du stator dans d'autres conditions de fonctionnement en employant l'homogénéisation et la formulation $T-\phi$;
- étude approfondie de la convergence de la formulation $T-\phi$ non-linéaire (utilisation des éléments du deuxième ordre, maillage autoadaptatif, méthode de Newton-Raphson multi-courbe);
- application de la formulation $T-\phi$ non-linéaire au calcul des courants de Foucault dans les tôles des machines électriques réelles;
- validation des résultats par des mesures de champ, de pertes et de températures à l'intérieur du stator d'une machine synchrone réelle;
- calcul des pertes dans les parties massives par impédance de surface avec la prise en compte de la saturation;
- étude de l'effet des écrans conducteurs ou non et/ou magnétiques ou non;
- étude de l'effet de la segmentation des tôles.



REFERENCES

- [1] D. S. Ashworth, P. Hammond: "The calculation of the magnetic field of rotating machines: Part 2 - The field of turbo-generator end winding", *IEE*, pp 527-538, Mar. 1961.
- [2] A. E. Baker, T. W. Preston, M. A. Timothy: "The finite element end region analysis of salient pole generators", *Proceedings of the UPEC-90 - 25th Universities Power Engineering Conference*, Aberdeen, UK, Vol. 2, pp 619-622, 1990.
- [3] V. Barbero, G. Dal Mut, G. Grigoli, M. Santamaria: "Axisymmetric analysis and experimental measurements of magnetic fields in the end region of a turbine generator", *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. MAG-19, N° 6, pp 2623-2627, November 1983.
- [4] J. P. A. Bastos, G. Quichaud: "3D modelling of a non linear anisotropic lamination", *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 21, N° 6, pp 2366-2369, November 1985.
- [5] J. P. A. Bastos, G. Quichaud: "Modélisation tridimensionnelle des feuilletages ferromagnétiques par éléments finis", *Revue de Physique Appliquée*, 19, pp 139-147, Février 1984.
- [6] J. P. A. Bastos, C. Jablon, G. Quichaud, F. Rioux-Damidou: "Modélisation magnétique et numérique par éléments finis des feuilletages ferromagnétiques", *Revue de Physique Appliquée*, 15, pp 1625-1630, Décembre 1980.
- [7] G. Bedrosian, M. V. K. Chari, M. Shah, G. Theodosiou: "Axiperiodic finite element analysis of generator end regions: Part I - Theory; Part II - Application", *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 25, N° 4, pp 3067-3072, July 1989.
- [8] O. Biro, K. Preis: "On the use of magnetic vector potential in the finite element analysis of three-dimensional eddy currents", *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 25, N° 4, pp 3145-3159, July 1989.

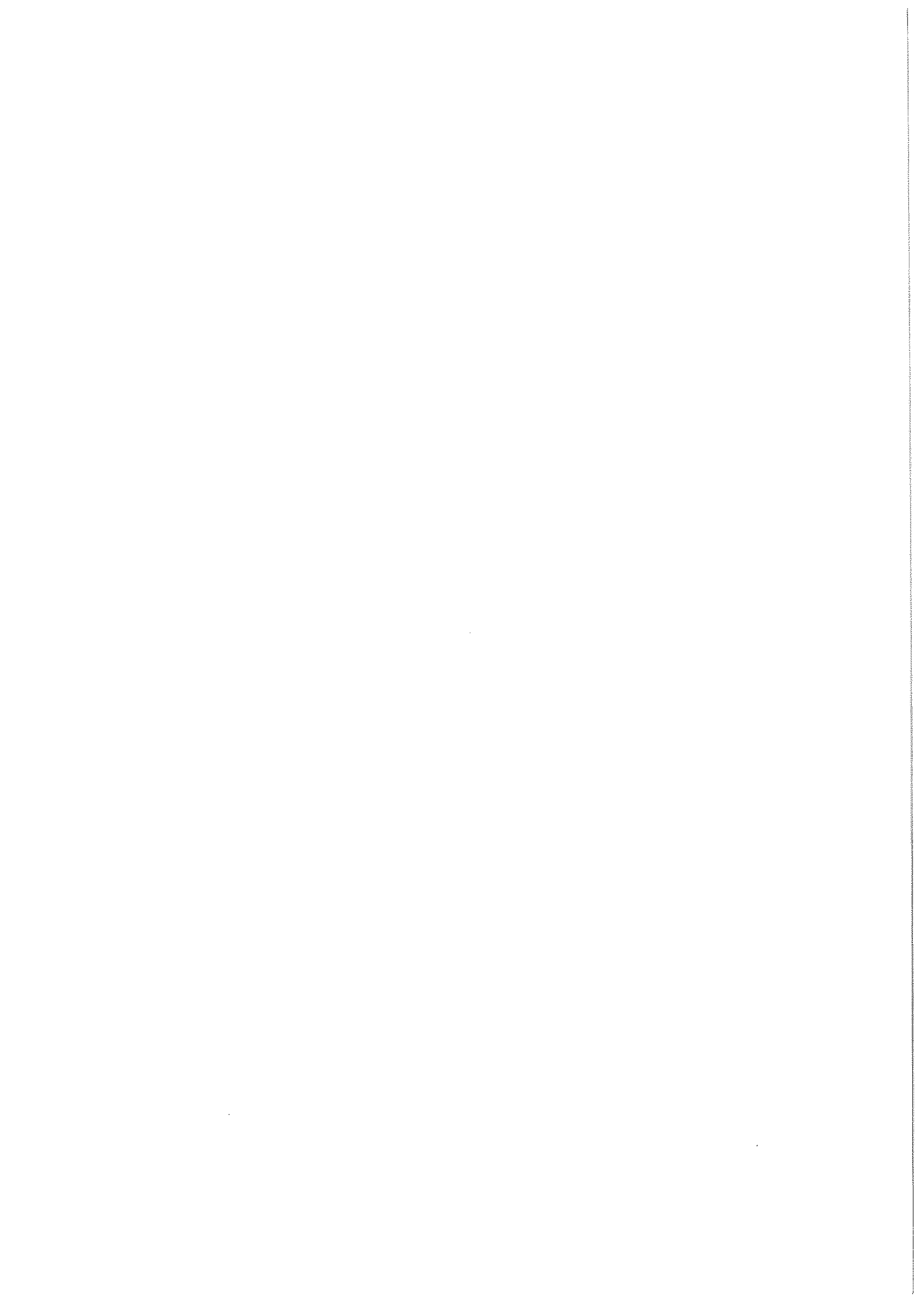
-
- [9] C. J. Carpenter: "The application of the method of images to machine end-winding fields", *IEE Proceedings*, pp 487-500, Oct. 1960.
- [10] C. J. Carpenter, E. A. Wyatt: "Efficiency of numerical techniques for computing eddy currents in two and three dimensions", *Proceedings of COMPUMAG 1976 - Conference on Computation of Magnetic Fields*, Oxford, UK, pp 242-250.
- [11] C. J. Carpenter, D. H. Locke: "Numerical models of three-dimensional end winding arrays", *Proceedings of COMPUMAG 1976 - Conference on Computation of Magnetic Fields*, Oxford, UK, pp 47-55.
- [12] C. J. Carpenter: "Theory of flux penetration into laminated iron cores and associated losses", *IEE Proceedings*, Vol. 124, N° 7, pp 659-664, July 1977.
- [13] C. J. Carpenter, D. A. Lowther: "Losses due to transverse fluxes in laminated iron cores", *Conference on Advances in Magnetic Materials*, London, UK, pp 37-40, 1976.
- [14] M. V. K. Chari, D. K. Sharma, H. W. Kudlacik: "No-load magnetic field analysis in the end region of turbine generators by the method of finite elements", *IEEE PES 1976 Winter Meeting*, paper A76 230-3.
- [15] J. L. Coulomb: "Analyse tridimensionnelle des champs électriques et magnétiques par la méthode des éléments finis", Thèse de Docteur Es-Sciences Physiques, Institut National Polytechnique de Grenoble, Juin 1981.
- [16] Y. B. Danilevich, V. I. Yakovlev: "Three dimensional magnetic field mathematical model and its applications to calculation of fields and losses in turbogenerator end regions", *Revue de Physique Appliquée*, 25, pp 661-667, Juillet 1990.
- [17] Y. B. Danilevich, V. I. Yakovlev: "Losses and heating of the end zone of a water-cooled stator of a hydrogenerator", *Elektroteknika*, Vol. 61, N° 6, pp 2-4, 1990.
- [18] J. M. Dedulle: "Contribution à la modélisation bidimensionnelle et tridimensionnelle des phénomènes d'anisotropie dans les transformateurs triphasés", Thèse de Docteur, Institut National Polytechnique de Grenoble, Janvier 1990.
- [19] J. P. Ducreux: "Calcul des impédances de tête de bobine des machines asynchrones à partir de FLUX3D", *EDF*, Note technique HM-18/0235, Nov. 1993.
- [20] C. Guérin: "Détermination des pertes par courants de Foucault dans les cuves des transformateurs. Modélisation des régions minces et prise en compte de la saturation des matériaux magnétiques en régime harmonique", Thèse doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, Septembre 1994.
-

-
- [21] R. Hawley, I. M. Edwards, J. M. Heaton, R. L. Stoll: "Turbogenerator end-region magnetic fields. Qualitative prediction by field plotting", *IEE Proceedings*, Vol. 114, N° 8, pp 1107-1114, August 1967.
- [22] V. B. Honsinger: "Theory of end-winding leakage inductance", *AIEE Transactions*, pp 417-426, August 1959.
- [23] D. Howe, P. Hammond: "Distribution of axial flux on the stator surfaces at the end of turbogenerators", *IEE Proceedings*, Vol. 121, N° 9, pp 980-990, September 1974.
- [24] K. Ito, T. Tokumasu, S. Nagano, M. Tari, S. Doi: "Simulation for design purposes of machine fields in turbine-driven generator end region", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-99, N° 4, pp 1586-1596, July/August 1980.
- [25] A. G. Jack, B. C. Mecrow: "Computation and validation against measurements of stator end-region fields in synchronous generators", *IEE Proceedings*, Pt. C, Vol. 133, N° 1, pp 26-32, January 1986.
- [26] A. G. Jack, B. C. Mecrow: "A method to calculate turbogenerator end-region fields and losses and validation using measured results", *IEEE Transactions on Energy Conversion*, Vol. EC-2, N° 1, pp 100-107, March 1987.
- [27] A. G. Jack, B. C. Mecrow: "Calculation of three-dimensional electromagnetic fields involving laminar eddy currents", *IEE Proceedings*, Pt. A, Vol. 134, N° 8, pp 663-672, September 1987.
- [28] D. A. H. Jacobs, R. H. Minors, C. J. Myerscough, M. L. J. Rollason, J. G. Steel: "Calculation of losses in the end region of turbogenerators", *IEE Proceedings*, Vol. 124, N° 4, pp 356-362, April 1977.
- [29] H. C. Karmaker: "Stray losses in large synchronous machines", *IEEE Transactions on Energy Conversion*, Vol. 7, N° 1, pp 148-153, March 1992.
- [30] G. K. M. Khan, G. W. Buckley, R. B. Bennett, N. Brooks: "An integrated approach for the calculation of losses and temperatures in the end-region of large turbine-generators", *IEEE Transactions on Energy Conversion*, Vol. 5, N° 1, pp 183-194, March 1990.
- [31] G. K. M. Khan, L. Li: "End-region design of a convertor-fed high speed synchronous motor", *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 26, N° 2, pp 937-940, March 1990.
- [32] G. K. M. Khan, G. W. Buckley, N. Brooks: "Calculation of forces and stresses on generator end windings: Part I - Forces", *IEEE Transactions on Energy Conversion*, Vol. 4, N° 4, pp 661-670, December 1989.
-

- [33] M. Kostenko, L. Piotrovsky: *Electrical machines - Vol. I: Alternating current machines*, MIR Publishers, Moscow, 1969.
- [34] P. J. Lawrenson: "The magnetic field of the end-winding of turbogenerators", *IEE Proceedings*, pp 538-553, March 1961.
- [35] P. J. Lawrenson: "Calculation of machine end-winding inductances with special reference to turbogenerators", *IEE Proceedings*, Vol. 117, N° 6, pp 1129-1134, June 1970.
- [36] Liwschitz, Maret: *Calcul des machines électriques* (Tome 1), Dunod, 1967.
- [37] Y. Maréchal: "Modélisation des phénomènes magnétostatiques avec terme de transport: application aux ralentisseurs magnétiques", Thèse doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, Novembre 1991.
- [38] B. C. Mecrow, A. G. Jack: "On the T - Φ method for three-dimensional fields and laminar eddy currents (in stator cores of large generators)", *Eddy Current Seminar*, RAL, Oxford, UK, pp 133-140, 24-26 March 1986.
- [39] B. C. Mecrow, A. G. Jack: "The influence of specific loading upon the stray losses in turbogenerators", *BICEM - Beijing International Conference on Electrical Machines*, pp 81-84, August 1987.
- [40] B. C. Mecrow, A. G. Jack: "Turbogenerator electromagnetic design - The design of eddy current shields for screening of end regions", *4th ICEM - International Conference on Electrical Machines & Drives*, 13-14 September 1989.
- [41] B. C. Mecrow, A. G. Jack, C. S. Cross: "Electromagnetic design of turbogenerator stator end regions", *IEE Proceedings*, Pt. C, Vol. 136, N° 6, pp 361-372, November 1989.
- [42] B. C. Mecrow, A. G. Jack: "The modelling of segmented laminations in three-dimensional eddy current calculation", *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 28, N° 2, pp 1122-1125, March 1992.
- [43] H. Okuda: "Finite-Element Solution of Magnetic Field and eddy current problems in the end zone of turbine generators", *IEEE Paper A76* 141-2.
- [44] T. W. Preston, A. B. J. Reece: "The contribution of the finite element method to the design of electrical machines: an industrial viewpoint", *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. MAG-19, N° 6, pp 2375-2380, November 1983.
- [45] T. W. Preston, A. B. J. Reece: "The prediction of machine end-region fluxes, allowing for eddy current losses in thick components", *Proceedings of*

- COMPUMAG 1976 - Conference on Computation of Magnetic Fields*, Oxford, UK, pp 213-220.
- [46] A. B. J. Reece, A. Pramanik: "Calculation of the end-region field of a.c. machines", *IEE Proceedings*, Vol. 112, N° 7, pp 1355-1368, July 1965.
- [47] P. Richardson: "Stray losses in synchronous electrical machinery", *IEE Proceedings*, Vol. 92, (2), pp 291-304, 1945.
- [48] S. J. Salon, D. J. Scott, G. L. Kusic: "Electromagnetic forces on the end winding of large turbine generators: II - Transient conditions", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-102, N° 1, pp 14-19, January 1983.
- [49] M. S. Sarma, J. C. Wilson, P. J. Lawrenson, A. L. Jokl: "End-winding leakage of high speed alternators by three-dimensional field determination", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-90, N° 2, pp-465-477, March/April 1971.
- [50] D. J. Scott, S. J. Salon, G. L. Kusic: "Electromagnetic forces on the armature end winding of large turbine generators: I - Steady state conditions", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-100, N° 11, pp 4597-4603, November 1981.
- [51] R. L. Stoll, P. Hammond: "Calculation of the magnetic field of rotating machines: Part 4 - Approximate determination of the field and the losses associated with eddy currents in conducting surfaces", *IEE Proceedings*, Vol. 112, N° 11, pp 2083-2094, November 1965.
- [52] A. Taieb Brahimi, A. Foggia, G. Meunier: "End winding reactance computation using a 3D finite element program", *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 29, N° 2, pp 1411-1414, March 1993.
- [53] J. A. Tegopoulos: "Current sheets equivalent to end-winding currents of turbine-generator stator and rotor", *AIEE Transactions*, pp 695-700, February 1963.
- [54] J. A. Tegopoulos: "Flux impinging on the end plate of turbine generator", *AIEE Transactions*, pp 700-707, February 1963.
- [55] J. A. Tegopoulos: "Determination of the magnetic field in the end zone of turbine generator", *AIEE Transactions*, pp 562-572, August 1963.
- [56] J. A. Tegopoulos: "Forces on the end winding of turbine generators: I - Determination of flux densities", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-85, N° 2, pp 105-113, February 1966.

-
- [57] J. A. Tegopoulos: "Forces on the end winding of turbine generators: II - Determination of forces", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-85, N° 2, pp 114-122, February 1966.
- [58] T. Tokumasu, S. Doi, K. Ito, M. Yamamoto: "An electric vector potential method approach for 3-D electromagnetic field in turbine generator stator core end", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-103, N° 6, pp 1330-1338, June 1984.
- [59] E. Vassent: "Contribution à la modélisation des moteurs asynchrones par la méthode des éléments finis", Thèse doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, Novembre 1990.
- [60] K. Weeber: Communication personnelle, Septembre 1994.
- [61] R. L. Winchester: "Stray losses in the armature and iron of large turbine generators", *AIEE Proceedings*, Pt. III, Vol. 74, pp 381-391, June 1955.
- [62] R. Yao, P. Shen: "Analysis of magnetic field and losses in end region of large hydrogenerators", *SM100 - International Conference on the Evolution and Modern Aspects of Synchronous Machines*, Zürich, Switzerland, pp 624-627, 27-29 August 1991.

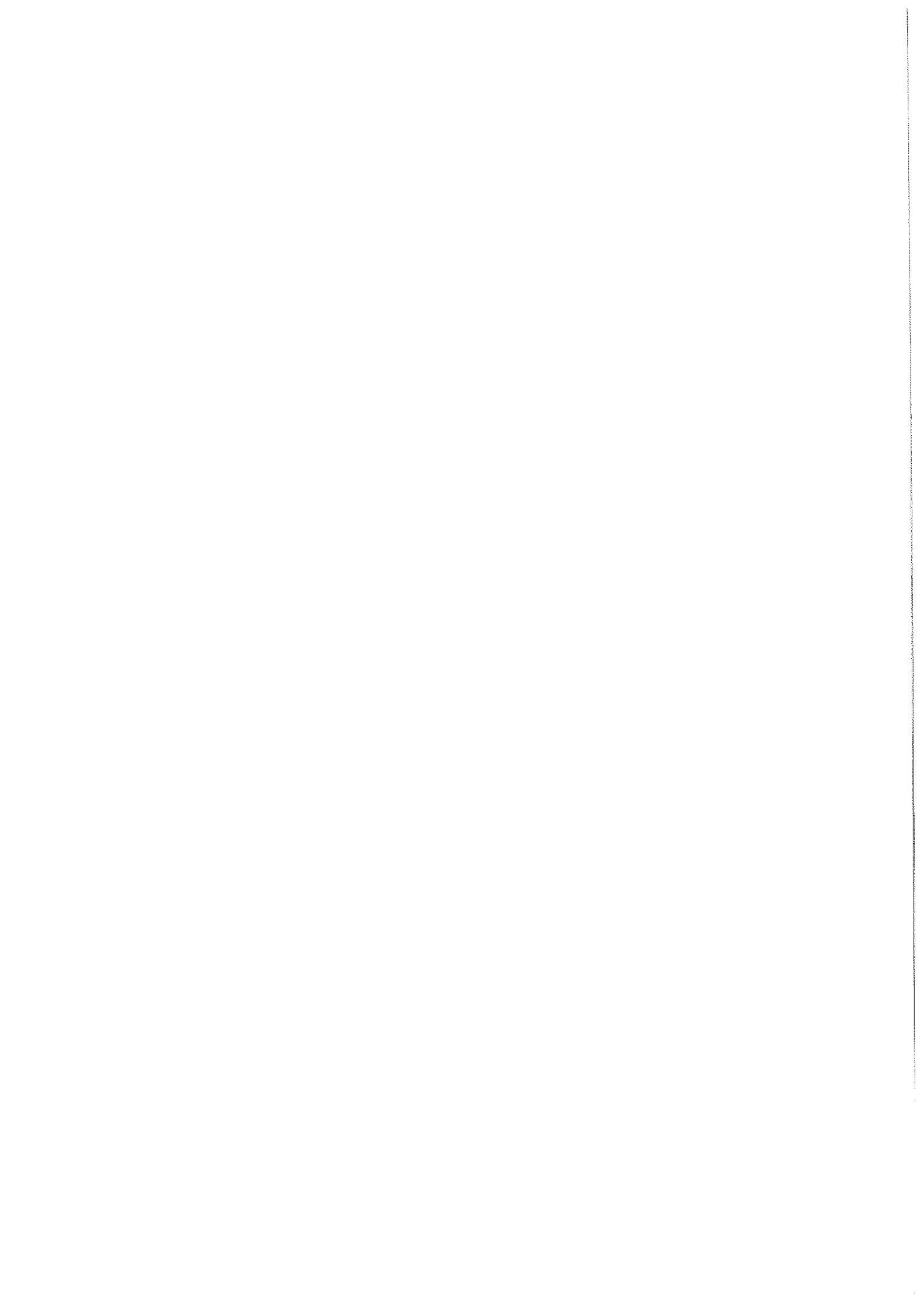


BIBLIOGRAPHIE

- T. Bratoljic: "Comparison of two methods for calculating end-winding forces", *SM100 - International Conference on the Evolution and Modern Aspects of Synchronous Machines*, Zürich, Switzerland, pp 642-647, 27-29 August 1991.
- K. R. Davey, E. I. King: "A three dimensional scalar potential field solution and its application to the turbine generator end region", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-100, N° 5, pp 2302-2310, May 1981.
- X. Dong, F. Er-Jian: "The SSPFEM analysis of the eddy currents and the magnetic fields in the turbine generator end regions", *ICEM 1990 - International Conference on Electrical Machines & Drives*, pp 730-735.
- D. Harrington: "Forces in machine end windings", *AIEE Transactions*, pp 849-859, October 1952.
- G. O. Hensman, J. Mulhaus, C. J. Myerscough: "Calculation and measurement of magnetic fields in turbogenerator end regions", *IEE Proceedings*, Vol. 123, N° 9, pp 887-892, September 1976.
- V. B. Honsinger: "Measurement of end-winding leakage inductance", *AIEE Transactions*, pp 426-431, August 1959.
- D. Howe, P. Hammond: "Examination of the axial flux in stator cores with particular reference to turbogenerators", *IEE Proceedings*, Vol. 121, N° 12, pp 1536-1542, December 1974.

- D. A. H. Jacobs: "The calculation of magnetic fluxes and eddy currents in generator stator cores", *Proceedings of COMPUMAG 1976 - Conference on Computation of Magnetic Fields*, Oxford, UK, pp 251-260.
- R. G. Jordão: *Máquinas Síncronas*, LTC-EDUSP, São Paulo, 1980 (en portugais).
- P. J. Lawrenson: "Forces on turbogenerator end windings", *IEE Proceedings*, Vol. 112, N° 6, pp 1144-1158, June 1965.
- G. Meunier, J. Chavanne, J. M. Dedulle: "Modélisation des phénomènes magnétostatiques non lineaires", *Journée SEE*, 3 mars 1989.
- T. Nomura, S. Maeda: "Analysis of magnetic flux in stator end windings of large turbine generators using Fourier expansion", *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 26, N° 2, pp 933-936, March 1990.
- H. Okuda: "Calculation of magnetic field distribution in the end zone of generator winding", *Electrical Engineering in Japan*, Vol. 89, N° 11, pp 27-33, 1969.
- T. W. Preston, M. A. Timothy: "Eddy current distribution in segmented stator core laminations", *Proceedings of the UPEC-90 - 25th Universities Power Engineering Conference*, Aberdeen, UK, Vol. 2, pp 631-634, 1990.
- M. G. Say: *Alternating current machines*, Longman Scientific & Technical, 5th edition, 1983.
- P. P. Silvester, R. L. Ferrari: *Finite elements for electrical engineers*, Cambridge University Press, 2nd edition, 1990.
- R. C. C. Singleton, D. C. Renew, P. Marshall: "Transient axial flux in synchronous machines", *Proceedings of the UPEC-79 - 14th Universities Power Engineering Conference*, Loughborough, UK, pp 5A.2-1 - 5A.2-6, April 1979.
- R. C. C. Singleton, P. Marshall, J. G. Steel: "Axial magnetic flux in synchronous machines: the effect of operating conditions", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-100, N° 3, pp 1226-1233, March 1981.
- R. L. Stoll: *The analysis of eddy currents*, Clarendon Press, Oxford, 1974.

- A. Taieb Brahim: "Contribution à la modélisation de la machine asynchrone à cage par logiciels d'éléments finis 2D et 3D", Thèse doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, Juin 1992.
- I. T. Talishinskii, Z. T. Khoborkova: "A method of analysis for electromagnetic fields and forces in the frontal parts of windings in synchronous machines", *Electric Technology USSR*, Issue N° 3, pp 34-44, UK, 1990.
- P. J. Tavner: "The effect of changing load on the currents flowing in the structural parts of turbogenerators", *Proceedings of the UPEC-81 - 16th Universities Power Engineering Conference*, Sheffield, UK, pp 1-10, April 1981.
- P. J. Tavner: "Measurements of the influence of core geometry, eddy currents and permeability on the axial flux distribution in laminated steel cores", *IEE Proceedings*, Pt. B, Vol. 127, N° 2, pp 57-67, March 1980.
- P. J. Tavner: "The influence of the end region field in large turbogenerator of clamping plate screens and damper rings", *Proceedings of the UPEC-80 - 15th Universities Power Engineering Conference*, Leicester, UK, 25-29 March 1980.
- P. J. Tavner, P. Hammond, J. Penman: "Contribution to the study of leakage fields at the ends of rotating electrical machines", *IEE Proceedings*, Vol. 125, N° 12, pp 1339-1349, December 1978.
- P. J. Tavner, J. Penman, R. L. Stoll, H. D. Lorch: "Influence of winding design on the axial flux in laminated-stator cores", *IEE Proceedings*, Vol. 125, N° 10, pp 948-956, October 1978.
- J. Weiss, C. M. Stephens: "Finite elements for three-dimensional magnetostatic fields and its application to turbine-generator end regions", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-100, N° 4, pp 1591-1596, April 1981.
- J. B. Young, D. H. Tompsett: "Short circuit forces on turboalternator end windings", *IEE Proceedings*, Pt. A, Vol. 102, N° 2, pp 101-120, April 1955.



CARACTERISTIQUES DES MACHINES SYNCHRONES

1. Alternateur de centrale hydraulique

313	MVA
16,5	kV
60	Hz
$\cos \varphi$	0,95
52	pôles
Triphasé	

2. Machine à pôles saillants

654	kVA
1	kV
60	Hz
$\cos \varphi$	0,9
6	pôles
Triphasé	

ANNEXE II

FORMULES ANALYTIQUES DU CALCUL DE LA REACTANCE DE TETES DE BOBINES

1. Honsinger [22]

$$L = 2,17 mD \left(\frac{C k_{d\rho}}{p} \right)^2 k_e \cdot 10^{-8} H$$

m	=	3	phases
D	=	438,15	pouces (diamètre de l'entrefer)
C	=	78	conducteurs en série par phase
$k_{d\rho}$	=	0.9452	(k_d, k_ρ : distribution et raccourcissement)
p	=	52	pôles
k_e	=	0,6	(facteur de fuite de tête de bobine obtenu par extrapolation graphique)
L	=	34,4021	μH
x	=	0.01297	Ω

2. Kostenko [33]

$$x_\sigma = 4\pi f \mu_0 \frac{\omega^2}{p} \Lambda_\sigma$$

$$\Lambda_\sigma = 0,57 \cdot \frac{3\beta - 1}{2} \tau$$

f	=	60	Hz
ω	=	39	spires en série par phase
p	=	26	paires de pôles
β	=	8/9	(raccourcissement)

τ	=	0,681	m (pas polaire)
μ_0	=	$4\pi \cdot 10^{-7}$	H/m
Λ_σ	=	0,3235	(perméance de fuite de tête de bobine)
x_σ	=	0,0179	Ω
L	=	47,562	μH

3. Liwschitz [36]

$$x_\sigma = 12,56 f \frac{N^2}{p} \Lambda_\sigma$$

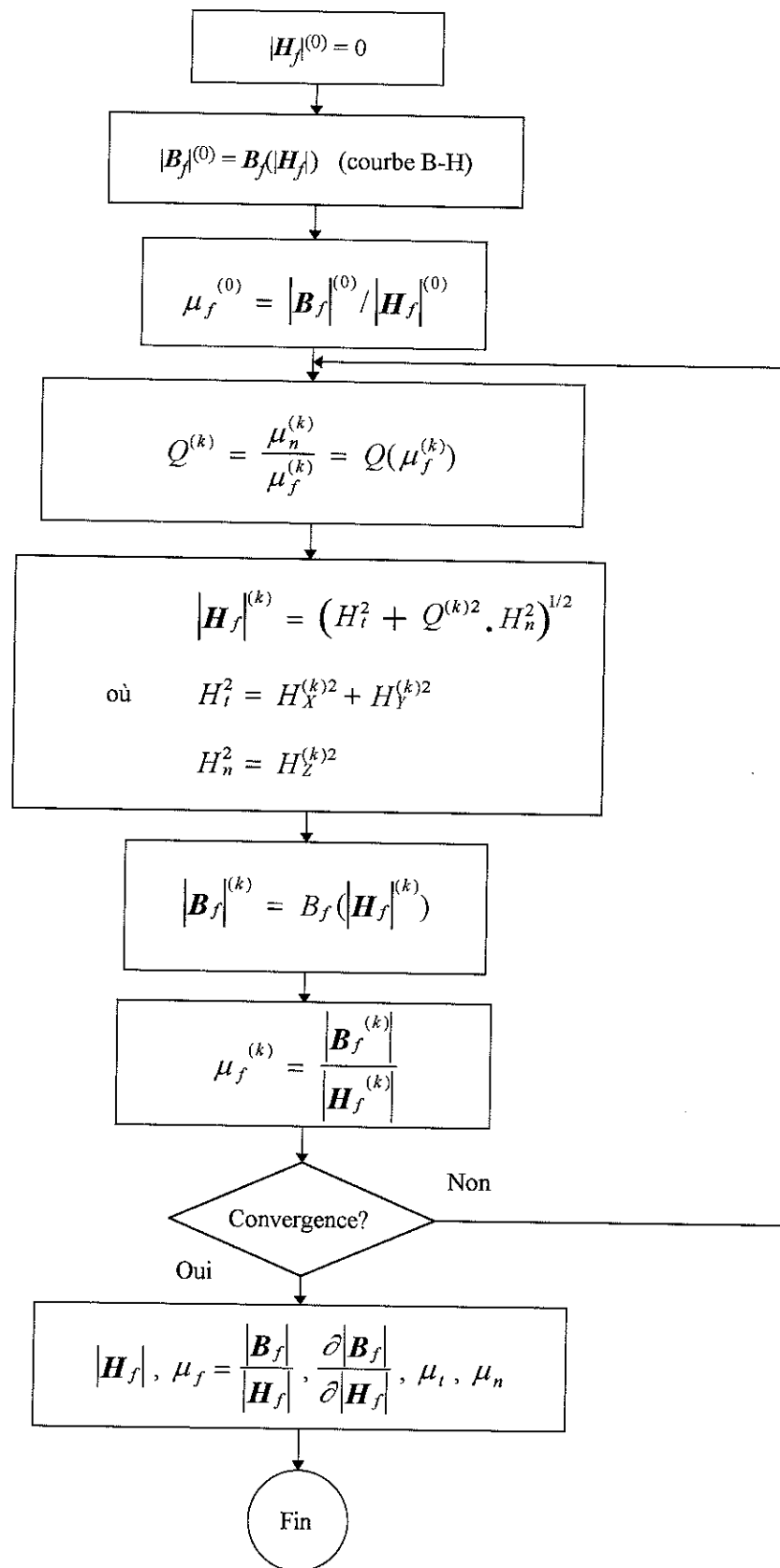
$$\Lambda_\sigma = \mu_0 \cdot 0,43 l_{b0} k_{op}^2$$

f	=	60	Hz
N	=	39	spires en série par phase
p	=	52	pôles
k_{op}	=	0,9848	(coef. de raccourcissement)
l_{b0}	=	3,0627	m (longueur d'une tête de bobine)
Λ_σ	=	$1,605 \cdot 10^{-6}$	(perméance de fuite de tête de bobine)
x_σ	=	0,0354	Ω
L	=	93,843	μH

ANNEXE III

ALGORITHME DU CALCUL ITERATIF DE LA PERMEABILITE ANISOTROPE

L'organigramme de la page suivante présente l'algorithme pour le calcul de la perméabilité incrémentale des milieux feuilletés en non-linéaire.



RESUME

ETUDE TRIDIMENSIONNELLE PAR ELEMENTS FINIS DES EFFETS D'EXTREMITES DANS DES PARTIES FRONTALES DES MACHINES SYNCHRONES

Ce travail est consacré à l'étude des effets d'extrémités dans les parties frontales des machines synchrones par la méthode des éléments finis en trois dimensions.

Les grandeurs calculées sont l'inductance de fuite et les efforts mécaniques des têtes de bobines, et les pertes par courants de Foucault.

L'inductance de fuite et les efforts des têtes de bobines ont été calculés à l'aide d'un modèle magnétostatique et la géométrie réelle des têtes de bobines est prise en compte par le modèle.

Les calculs de pertes par courants de Foucault en régime harmonique et linéaire dans les parties conductrices massives ont été effectués en employant l'impédance de surface.

Les pertes par courants de Foucault dans les tôles du stator d'une machine synchrone réelle ont été calculées en régime harmonique et linéaire. La formulation utilisée est $T-\phi$, où T n'a qu'une composante, perpendiculaire au plan de tôles, et celles-ci sont remplacées par un milieu homogène avec une perméabilité anisotrope. Le champ magnétique calculé dans les parties frontales, à l'extérieur du paquet de tôles du stator, est comparé avec des valeurs expérimentales et l'accord est satisfaisant.

La formulation $T-\phi$ non-linéaire a été développée pour tenir compte de la saturation magnétique. Elle a été testée sur des paquets de tôles de géométries simples.

Mots-clés: Têtes de bobines, Machines synchrones, Courants de Foucault, Effets d'extrémités, Perméabilité anisotrope, Modélisation 3D par éléments finis, Formulation $T-\phi$, Parties frontales.

ABSTRACT

THREE-DIMENSIONAL FINITE ELEMENT MODELLING OF END REGION EFFECTS IN SYNCHRONOUS MACHINES

This work focuses on a three-dimensional finite element modelling of the end region of synchronous machines.

The end-winding leakage reactance and forces are calculated using a magnetostatic model for the end region and the complexity of the end-winding geometry is fully represented.

The surface impedance boundary condition is employed to allow for eddy currents in thick components of the end region.

Eddy-current losses in the laminated stator core of a real synchronous machine are computed using a magnetodynamic model and the $T-\phi$ formulation with a single-component electric vector potential. The laminated core is modelled using a homogeneous medium which possesses linear, anisotropic permeability. The flux calculated outside the stator core is compared with experimental values.

A non-linear $T-\phi$ formulation is developed so as to take into account the magnetic saturation. This formulation is then applied to the computation of eddy currents in geometrically simple laminated core samples.

Keywords: End winding, 3D finite element modelling, Stray losses, Eddy currents, Synchronous machines, Anisotropic permeability, End regions, Laminated cores, $T-\phi$ formulation.
