

Auscultation avec les ondes de surface de matériaux très hétérogènes

Vincent Metais

► To cite this version:

Vincent Metais. Auscultation avec les ondes de surface de matériaux très hétérogènes. Sciences de l'ingénieur [physics]. Ecole centrale de Nantes, 2016. Français. NNT: . tel-01911983

HAL Id: tel-01911983 https://hal.science/tel-01911983

Submitted on 5 Nov 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers. L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.





Thèse de Doctorat

Vincent MÉTAIS

Mémoire présenté en vue de l'obtention du grade de Docteur de l'École centrale de Nantes sous le label de l'Université de Nantes Angers Le Mans

École doctorale : Sciences Pour l'Ingénieur, Géosciences, Architecture

Discipline : Acoustique, section CNU 60

Unité de recherche : Institut Français des Sciences et Technologies des Transports, de l'Aménagement et des Réseaux, Département GERS

Soutenue le 2 mars 2016

Auscultation avec les ondes de surface de matériaux très hétérogènes

	JURY
Président :	M. Ahmed LOUKILI, Professeur des Universités, École Centrale de Nantes, GEM
Rapporteurs :	M. Denis JONGMANS, Professeur des Universités, Université Joseph Fourier, ISTerre, Grenoble M. Jean-Marc GIRAULT, Maître de conférence, HDR, Université François Rabelais, Tours
Examinateurs :	M. Bogdan PIWAKOWSKI, Professeur des Universités, École Centrale de Lille M. Loic LE MARREC, Maître de conférence, HDR, Université de Rennes, IRMAR
Invité :	M. Mathieu CHEKROUN, Maître de conférence, Université du Maine, LAUM, Le Mans
Directrice de thèse :	M ^{me} Odile ABRAHAM, Ingénieur Divisionnaire des Travaux Publics de l'Etat, HDR, IFSTTAR, GERS, Bouguenais
Co-directeur de thèse :	M. Guy PLANTIER, Professeur de l'ESEO, HDR, GSII, Angers
Co-encadrant :	M. Alain LE DUFF, Professeur de l'ESEO, HDR, GSII, Angers

Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier ma directrice de thèse Odile Abraham pour m'avoir proposé ce sujet et de m'avoir fait confiance durant ces trois années de thèse. Merci pour ton soutien, tes conseils et critiques constructives. Je remercie également mon co-directeur de thèse Guy Plantier pour avoir été à mes côtés pendant plus de sept ans. Merci pour tous les moments passés ensemble, les discussions scientifiques et personnelles. Merci également à Alain Le Duff, encadrant de ma thèse, qui m'a aussi suivi durant ces belles années d'études. Enfin, merci à vous trois de m'avoir donné l'occasion d'élargir mes connaissances en acoustique tout en mettant à profit mes compétences en traitement du signal. Merci d'avoir su mettre en valeur ce travail.

Je remercie vivement mes rapporteurs Denis Jongmans et Jean-Marc Girault, le président du jury Ahmed Loukili, les examinateurs Bogdan Piwakowkski, Loïc Le Marrec ainsi que Mathieu Chekroun qui ont accepté de relire et critiquer mon manuscrit. Merci d'avoir pris ce temps et d'avoir soulevé des questions qui laissent de belles perspectives de recherche. Je souhaite remercier particulièrement Loïc Le Marrec et Mathieu Chekroun qui ont contribué à ce travail en s'impliquant fortement dans mon comité de suivi de thèse. Merci pour toutes les discussions scientifiques et toute l'aide apportée.

Un grand merci à Olivier Durand qui a permis de réaliser toutes les mesures expérimentales, dans le laboratoire MUSC et sur le terrain. Merci pour les conseils que tu m'as donnés tant sur les manips que sur la thèse. Je tiens à remercier aussi très fortement Damien Pageot pour l'aide sur la modélisation numérique. Merci Damien pour ces nombreux échanges, pour avoir pris le temps de répondre à mes questions ainsi que ton aide pour la rédaction de l'article qui a permis de décrocher un prix à Berlin !

Merci à tous les chercheurs et doctorants qui ont gravité autour du projet ANR EVADEOS et que j'ai eu la chance de rencontrer à plusieurs reprises pendant ces trois années. Merci notamment à Jean-Paul Balayssac et Vincent Garnier ainsi que leurs doctorants Quang Anh et Carolina. Merci également Géraldine Villain pour les conseils, les régulières discussions et l'intérêt porté à mon travail.

Je souhaite remercier tous les chercheurs et techniciens du laboratoire GéoEND, Mathieu, Sergio, Anaëlle, Donatienne, Fabien, Laurent, Xavier, Jean-Luc, Philippe, Odile, Gautier pour leur accueil, leur sympathie, pour avoir répondu à toutes mes questions, pour avoir participé à mes présentations, apporté leurs remarques et leur soutien durant ces trois années. Merci aussi pour les moments conviviaux et l'indispensable pause de midi ! Toujours dans la bonne humeur ! Merci également à Nathalie et Magali pour leur disponibilité et leur précieuse aide administrative.

À titre plus personnel, je souhaite remercier les doctorants de l'IFSTTAR pour tous les bons moments passés ensemble. Je pense notamment à Mathieu, Milia, Raphaël, Xiaoting, Romain, Yuxiang, Khac-Long, José, Catalina, Zheng Li, Borui, Guangzhi, Mathieu ... Merci à Clara, co-bureau, avec qui on a formé une très bonne équipe !

Merci à toutes les personnes de la Tangueria du Port, lieu de mes soirées et refuge pendant ces années de thèse. Vous m'avez fait découvrir un univers rempli d'amitié, d'élégance et de bonheur. Merci à Pascal et Sylviane, Los Bandidos, Los Guacamollica, Édouard et Céline, Adrian et Amanda et tous celles et ceux qui en font un lieu magique.

Enfin, cette thèse n'aurait pas vu le jour sans ma famille et plus particulièrement mes parents, mon frère Quentin (et Alix !), ma petite sœur Louise ainsi que mes grands parents. Merci pour votre soutien, d'avoir été présents lors des moments difficiles et d'être là dans les moments de bonheur. Je souhaite vous dédier cette thèse.

Merci Clémence... merci pour tous ces regards, sourires, de me soutenir et d'être présente à mes côtés. Merci de me montrer l'essentiel des petites choses de la vie. Merci de m'apporter cette douce folie pour me sentir vivant.

Table des matières

	Intr	oduction Générale	1
1	État	t de l'art	5
	1.1	Caractéristiques du béton hydraulique	6
		1.1.1 Constituants	6
		1.1.2 Formulations	6
		1.1.3 Microstructure du béton	8
		1.1.4 Propriétés mécaniques du béton	13
		1.1.5 Durabilité vs porosité du béton	14
	1.2	Évaluation non-destructive du béton	15
		1.2.1 Méthodes d'évaluation non-destructive	15
		1.2.2 Méthodes END utilisant la propagation d'ondes mécaniques	16
		1.2.3 Influence de la porosité du béton sur la vitesse des ondes mécaniques .	16
		1.2.4 Précision attendue sur l'estimation de la porosité à l'aide des ondes	
		mécaniques	17
	1.3	Dispersion des ondes de surface en milieux homogènes et stratifiés	18
		1.3.1 Principes théoriques de la propagation des ondes mécaniques en milieu	
		homogène	18
		1.3.2 Problème direct : calcul de la courbe de dispersion des ondes de surface	
		en milieu semi-infini stratifié, homogène, élastique et isotrope	21
	1.4	Inversion des courbes de dispersion des ondes de surface	25
		1.4.1 Définition	25
		1.4.2 Algorithme d'estimation locale	26
		1.4.3 Algorithme d'estimation globale	27
		1.4.4 Algorithme de proches voisins	28
		1.4.5 Étude paramétrique de l'influence de la bande passante de la courbe de	
		dispersion de la vitesse de phase des ondes de surface sur les résultats	
		d'inversion	29
	1.5	Diffusion multiple des ondes dans le béton	36
		1.5.1 Diffraction par les hétérogénéités	36
		1.5.2 Champs cohérent et incohérent	37
		1.5.3 Homogénéisation du milieu en deux dimensions	37
	1.6	Conclusion	40
2	Influ	uence de la diffusion multiple dans un milieu infini	43
3	Moo	lélisation physique et numérique	47
	3.1	Objectifs	48
	3.2	Modèles étudiés	48
		3.2.1 Description des diffuseurs	48

		3.2.2	Description de la matrice	48
		3.2.3	Notations	49
	3.3	Protoco	ole expérimental	50
		3.3.1	Réalisation du modèle	50
		3.3.2	Dispositif expérimental	55
		3.3.3	Mesure de la vitesse de phase des ondes de surface	56
		3.3.4	Caractérisation ultrasonore des matériaux	59
	3.4	Métho	de numérique : les éléments spectraux (SEM)	65
		3.4.1	Introduction aux méthodes numériques	65
		3.4.2	Principe de la méthode : éléments spectraux à deux dimensions	67
		3.4.3	Paramètres numériques utilisés pour la simulation	70
	3.5	Compa	raison des résultats expérimentaux et SEM	77
		3.5.1	Démonstrateur homogène F50c200 et F50c240	77
		3.5.2	Démonstrateurs matrice homogène contenant des inclusions,	
			F50c240_12%_Nx	79
		3.5.3	Démonstrateur d'une matrice bicouche stratifiée contenant des inclu-	
			sions, F50c200c240_12%_N39	86
	3.6	Estima	tion numérique d'un milieu hétérogène effectif	91
		3.6.1	Algorithme de génération des réalisations du désordre	91
		3.6.2	Estimation de la courbe de dispersion du milieu effectif,	
			F50c200_12%_EFFECTIF	92
		3.6.3	Estimation numérique de la courbe de dispersion effective d'un milieu	
		~ .	bicouche contenant des inclusions F50c200c240_12%_EFFECTIF	96
	3.7	Conclu	ISION	100
4	Prot	olème di	irect et inversion	103
4	Prot 4 1	blème d i Problè	i rect et inversion me direct analytique	103 104
4	Prot 4.1	olème d i Problèn 4 1 1	irect et inversion me direct analytique	103 104 104
4	Prot 4.1	blème di Problèn 4.1.1 4.1.2	irect et inversion me direct analytique	103 104 104
4	Prot 4.1	Dième di Problèn 4.1.1 4.1.2 4.1.3	irect et inversion me direct analytique	103 104 104 105
4	Prot 4.1	Dième di Problèn 4.1.1 4.1.2 4.1.3	irect et inversion me direct analytique	103 104 104 105
4	Prot 4.1 4.2	Dlème di Problèn 4.1.1 4.1.2 4.1.3 Problèn	irect et inversion me direct analytique	103 104 104 105 105
4	Prot 4.1 4.2	Dième di Problèn 4.1.1 4.1.2 4.1.3 Problèn 4.2.1	irect et inversion me direct analytique Description du problème direct analytique Implémentation Comparaison du problème direct analytique aux simulations numériques réalisées par la méthode des éléments spectraux me inverse Implémentation dans le logiciel Dinver	103 104 104 105 105 108 108
4	Prot 4.1 4.2	Dième di Problèn 4.1.1 4.1.2 4.1.3 Problèn 4.2.1 4.2.2	irect et inversion me direct analytique Description du problème direct analytique Implémentation Comparaison du problème direct analytique aux simulations numériques réalisées par la méthode des éléments spectraux Implémentation dans le logiciel Dinver Validation de l'implémentation : tests de crime inverse	103 104 104 105 105 108 108 110
4	Prot 4.1 4.2 4.3	Dième di Problèn 4.1.1 4.1.2 4.1.3 Problèn 4.2.1 4.2.2 Deux y	irect et inversion me direct analytique Description du problème direct analytique Implémentation Comparaison du problème direct analytique aux simulations numériques réalisées par la méthode des éléments spectraux Implémentation dans le logiciel Dinver Validation de l'implémentation : tests de crime inverse validations de l'inversion	103 104 104 105 105 108 108 110 114
4	Prot 4.1 4.2 4.3	Dième di Problèn 4.1.1 4.1.2 4.1.3 Problèn 4.2.1 4.2.2 Deux v 4.3.1	irect et inversion me direct analytique Description du problème direct analytique Implémentation Comparaison du problème direct analytique aux simulations numériques réalisées par la méthode des éléments spectraux me inverse Implémentation dans le logiciel Dinver Validation de l'implémentation : tests de crime inverse validations de l'inversion Cas d'une matrice homogène : F50C200_12%_EFFECTIF	103 104 104 105 105 108 108 110 114
4	Prot 4.1 4.2 4.3	Dième di Problèn 4.1.1 4.1.2 4.1.3 Problèn 4.2.1 4.2.2 Deux w 4.3.1 4.3.2	irect et inversion me direct analytique Description du problème direct analytique Implémentation Comparaison du problème direct analytique aux simulations numériques réalisées par la méthode des éléments spectraux me inverse Implémentation dans le logiciel Dinver Validation de l'implémentation : tests de crime inverse validations de l'inversion Cas d'une matrice homogène : F50C200_12%_EFFECTIF Cas d'une matrice bicouche : F50C200_240_12%_EFFECTIF	103 104 104 105 105 108 108 110 114 114
4	Prot 4.1	Dième di Problèn 4.1.1 4.1.2 4.1.3 Problèn 4.2.1 4.2.2 Deux v 4.3.1 4.3.2 Inversi	irect et inversion me direct analytique Description du problème direct analytique Implémentation Comparaison du problème direct analytique aux simulations numériques réalisées par la méthode des éléments spectraux me inverse Implémentation dans le logiciel Dinver Validation de l'implémentation : tests de crime inverse validations de l'inversion Cas d'une matrice homogène : F50C200_12%_EFFECTIF Cas d'une matrice bicouche : F50C200C240_12%_EFFECTIF on des propriétés effectives	103 104 104 105 105 108 108 110 114 117 119
4	Prot 4.1 4.2 4.3 4.4	Dième di Problèn 4.1.1 4.1.2 4.1.3 Problèn 4.2.1 4.2.2 Deux v 4.3.1 4.3.2 Inversi 4.4.1	irect et inversion me direct analytique Description du problème direct analytique Implémentation Comparaison du problème direct analytique aux simulations numériques réalisées par la méthode des éléments spectraux me inverse Implémentation dans le logiciel Dinver Validation de l'implémentation : tests de crime inverse validations de l'inversion cas d'une matrice homogène : F50C200_12%_EFFECTIF Cas d'une matrice bicouche : F50C200C240_12%_EFFECTIF information a priori, paramétrisation et procédure itérative	103 104 104 105 105 108 108 110 114 114 117 119 120
4	Prot 4.1	Dième di Problèn 4.1.1 4.1.2 4.1.3 Problèn 4.2.1 4.2.2 Deux v 4.3.1 4.3.2 Inversi 4.4.1 4.4.2	irect et inversion me direct analytique Description du problème direct analytique Implémentation Comparaison du problème direct analytique aux simulations numériques réalisées par la méthode des éléments spectraux me inverse Implémentation dans le logiciel Dinver Validation de l'implémentation : tests de crime inverse validations de l'inversion Cas d'une matrice homogène : F50C200_12%_EFFECTIF Cas d'une matrice bicouche : F50C200C240_12%_EFFECTIF on des propriétés effectives Information a priori, paramétrisation et procédure itérative Résultats de l'inversion des courbes de dispersion	103 104 104 105 105 108 108 110 114 114 117 119 120 121
4	Prot 4.1	Dième di Problèn 4.1.1 4.1.2 4.1.3 Problèn 4.2.1 4.2.2 Deux v 4.3.1 4.3.2 Inversi 4.4.1 4.4.2 Applic	irect et inversion me direct analytique Description du problème direct analytique Implémentation Comparaison du problème direct analytique aux simulations numériques réalisées par la méthode des éléments spectraux me inverse Implémentation dans le logiciel Dinver Validation de l'implémentation : tests de crime inverse validations de l'inversion Cas d'une matrice homogène : F50C200_12%_EFFECTIF Cas d'une matrice bicouche : F50C200C240_12%_EFFECTIF Information a priori, paramétrisation et procédure itérative Information de l'inversion des courbes de dispersion ation à l'estimation de la porosité dans le béton	103 104 104 105 105 108 108 110 114 114 117 119 120 121 125
4	Prot 4.1	Dième di Problèn 4.1.1 4.1.2 4.1.3 Problèn 4.2.1 4.2.2 Deux V 4.3.1 4.3.2 Inversi 4.4.1 4.4.2 Applic 4.5.1	irect et inversion me direct analytique Description du problème direct analytique Implémentation Comparaison du problème direct analytique aux simulations numériques réalisées par la méthode des éléments spectraux me inverse Implémentation dans le logiciel Dinver Validation de l'implémentation : tests de crime inverse Validations de l'inversion Cas d'une matrice homogène : F50C200_12%_EFFECTIF Cas d'une matrice bicouche : F50C200C240_12%_EFFECTIF Information a priori, paramétrisation et procédure itérative Résultats de l'inversion des courbes de dispersion ation à l'estimation de la porosité dans le béton	103 104 104 105 105 108 108 110 114 114 117 119 120 121 125 126
4	Prot 4.1 4.2 4.3 4.4 4.5	Dième di Problèn 4.1.1 4.1.2 4.1.3 Problèn 4.2.1 4.2.2 Deux w 4.3.1 4.3.2 Inversi 4.4.1 4.4.2 Applic 4.5.1 4.5.2	irect et inversion me direct analytique Description du problème direct analytique Implémentation Comparaison du problème direct analytique aux simulations numériques réalisées par la méthode des éléments spectraux me inverse Implémentation dans le logiciel Dinver Validation de l'implémentation : tests de crime inverse validations de l'inversion Cas d'une matrice homogène : F50C200_12%_EFFECTIF Cas d'une matrice bicouche : F50C200_240_12%_EFFECTIF Information a priori, paramétrisation et procédure itérative Information a priori, paramétrisation et procédure itérative ation à l'estimation de la porosité dans le béton Ation à l'estimation de la porosité dans le béton Milieu effectif comprenant une matrice homogène avec inclusions	103 104 104 105 105 108 108 110 114 114 117 119 120 121 125 126 127
4	Prot 4.1 4.2 4.3 4.4 4.5	Dième di Problèn 4.1.1 4.1.2 4.1.3 Problèn 4.2.1 4.2.2 Deux V 4.3.1 4.3.2 Inversi 4.4.1 4.4.2 Applic 4.5.1 4.5.2 4.5.3	irect et inversion me direct analytique Description du problème direct analytique Implémentation Comparaison du problème direct analytique aux simulations numériques réalisées par la méthode des éléments spectraux me inverse Implémentation dans le logiciel Dinver Validation de l'implémentation : tests de crime inverse Validations de l'inversion Cas d'une matrice homogène : F50C200_12%_EFFECTIF Cas d'une matrice bicouche : F50C200C240_12%_EFFECTIF Information a priori, paramétrisation et procédure itérative Information a priori, paramétrisation et procédure itérative ation à l'estimation de la porosité dans le béton Configurations aléatoires du désordre Milieu effectif comprenant une matrice homogène avec inclusions	103 104 104 105 108 108 108 110 114 114 117 119 120 121 125 126 127 133
4	Prot 4.1 4.2 4.3 4.4 4.5 4.6	Dième di Problèn 4.1.1 4.1.2 4.1.3 Problèn 4.2.1 4.2.2 Deux v 4.3.1 4.3.2 Inversi 4.4.1 4.4.2 Applic 4.5.1 4.5.2 4.5.3 Conclut	irect et inversion me direct analytique Description du problème direct analytique Implémentation Comparaison du problème direct analytique aux simulations numériques réalisées par la méthode des éléments spectraux me inverse Implémentation dans le logiciel Dinver Validation de l'implémentation : tests de crime inverse validations de l'inversion Cas d'une matrice homogène : F50C200_12%_EFFECTIF Cas d'une matrice bicouche : F50C200C240_12%_EFFECTIF on des propriétés effectives Information a priori, paramétrisation et procédure itérative ation à l'estimation de la porosité dans le béton Configurations aléatoires du désordre Milieu effectif comprenant une matrice homogène avec inclusions Milieu effectif d'une matrice bicouche homogène avec inclusions	103 104 104 105 108 108 108 110 114 117 119 120 121 125 126 127 133 139
4	Prot 4.1 4.2 4.3 4.4 4.5 4.6	Dième di Problèn 4.1.1 4.1.2 4.1.3 Problèn 4.2.1 4.2.2 Deux V 4.3.1 4.3.2 Inversi 4.4.1 4.4.2 Applic 4.5.1 4.5.2 4.5.3 Conclu	irect et inversion me direct analytique Description du problème direct analytique Implémentation Comparaison du problème direct analytique aux simulations numériques réalisées par la méthode des éléments spectraux me inverse Implémentation dans le logiciel Dinver Validation de l'implémentation : tests de crime inverse validations de l'inversion Cas d'une matrice homogène : F50C200_12%_EFFECTIF Cas d'une matrice bicouche : F50C200C240_12%_EFFECTIF on des propriétés effectives Information a priori, paramétrisation et procédure itérative ation à l'estimation de la porosité dans le béton Configurations aléatoires du désordre Milieu effectif comprenant une matrice homogène avec inclusions Milieu effectif d'une matrice bicouche homogène avec inclusions	103 104 104 105 105 108 108 110 114 114 117 119 120 121 125 126 127 133 139
5	Prot 4.1 4.2 4.3 4.4 4.5 4.6 Suiv	Dième di Problèn 4.1.1 4.1.2 4.1.3 Problèn 4.2.1 4.2.2 Deux v 4.3.1 4.3.2 Inversi 4.4.1 4.4.2 Applic 4.5.1 4.5.2 4.5.3 Conclus i tempo	irect et inversion me direct analytique Description du problème direct analytique Implémentation Comparaison du problème direct analytique aux simulations numériques réalisées par la méthode des éléments spectraux me inverse Implémentation dans le logiciel Dinver Validation de l'implémentation : tests de crime inverse validations de l'inversion Cas d'une matrice homogène : F50C200_12%_EFFECTIF Cas d'une matrice bicouche : F50C200_240_12%_EFFECTIF on des propriétés effectives Information <i>a priori</i> , paramétrisation et procédure itérative ation à l'estimation de la porosité dans le béton Configurations aléatoires du désordre Milieu effectif comprenant une matrice homogène avec inclusions sisions	 103 104 104 105 105 108 108 100 114 117 119 120 121 125 126 127 133 139 141
4	Prot 4.1 4.2 4.3 4.4 4.5 4.6 Suiv 5.1	Dième di Problèn 4.1.1 4.1.2 4.1.3 Problèn 4.2.1 4.2.2 Deux V 4.3.1 4.3.2 Inversi 4.4.1 4.4.2 Applic 4.5.1 4.5.2 4.5.3 Conclu i tempo Introdu	irect et inversion me direct analytique Description du problème direct analytique Implémentation Comparaison du problème direct analytique aux simulations numériques réalisées par la méthode des éléments spectraux me inverse Implémentation dans le logiciel Dinver Validation de l'implémentation : tests de crime inverse validations de l'inversion Cas d'une matrice homogène : F50C200_12%_EFFECTIF Cas d'une matrice bicouche : F50C200C240_12%_EFFECTIF on des propriétés effectives Information a priori, paramétrisation et procédure itérative ation à l'estimation de la porosité dans le béton configurations aléatoires du désordre Milieu effectif comprenant une matrice homogène avec inclusions Milieu effectif d'une matrice bicouche homogène avec inclusions sions	 103 104 104 105 108 108 100 114 117 119 120 121 125 126 127 133 139 141 141

		5.2.1	Système d'acquisition des ondes de surface : sonde MACSYS	142			
		5.2.2	Processus d'imbibition	143			
	5.3	Mesures de la vitesse de phase des ondes de surface					
		5.3.1	Traitement des données	144			
		5.3.2	Suivi temporel de la vitesse de phase des ondes de surface, du taux de				
			saturation mesuré par la THR et la gammadensimétrie	145			
	5.4	Inversi	ion de la vitesse de phase des ondes de surface	148			
		5.4.1	Suivi de la teneur en eau par modélisation directe de la vitesse de ondes				
			de surface	148			
		5.4.2	Suivi de la teneur en eau par inversion de la courbe de dispersion des				
			ondes de surface	150			
	5.5	Conclu	usion	158			
6	Con	clusion	s et perspectives	161			
	6.1	Synthe	èse	161			
		6.1.1	Modélisations expérimentale et numérique	161			
		6.1.2	Problème direct et inversion	162			
		6.1.3	Première application au suivi de teneur en eau dans le béton	162			
	6.2	Perspe	ectives	163			
		6.2.1	Simulations numériques	163			
		6.2.2	Mesures expérimentales	163			
Bi	bliogr	aphie		165			
				4 - 0			
				179			
Δ	Δnn	ονο Δ		181			
11	A 1	Introdu	uction	182			
	Δ 2	Physic	al introduction	182			
	11.2	$\Delta 21$		182			
		$\Delta 22$	Surface waves	182			
		Δ 2 3	Flastic waves in heterogeneous media	18/			
	۸3	The co	Liastic waves in heterogeneous metra	184			
	A.3		Meterial properties	104			
		A.3.1	Coherent propagation : IS A	104			
		A.3.2	Concrete propagation . ISA	105			
		A.3.3		100			
	A 1	A.J.4		107			
	A.4	Object		10/			
	A.3	Inverse		188			
		A.5.1		188			
		A.5.2		189			
		A.5.3	Error function and <i>a priori</i> information	189			
		A.5.4		191			
	A.6	Effecti	ive layered media related to measurements	191			
		A.6.1	Parameterization of a medium with 2 homogeneous layers	191			
		A.6.2	Parameterization of a medium with 3 homogeneous layers	192			
		A.6.3	Relationship between inclusion radius and depth of the second layer	194			
		A.6.4	Discussion	195			
	A.7	Conclu	uding remarks	197			

B Annexe **B**

199

Introduction Générale

Aujourd'hui, le béton est le matériau, fabriqué par l'homme, le plus utilisé dans le monde avec une production global de ciment de plus de $4,1 \times 10^9$ t en 2014 [U.S. Geological Survey, 2015]. De nombreux ouvrages en béton construits au XX^{ème} siècle, tels que les ponts, digues ou les enceintes de confinement de centrales nucléaires, ont atteint leur durée de vie ou montrent des signes de détérioration. Le diagnostic des structures et l'évaluation de la durée de vie résiduelle des ouvrages est une problématique importante pour le génie civil. Dans le contexte d'une prise de conscience environnementale et de développement durable où la priorité est de maintenir ou de fabriquer des infrastructures en assurant leur longévité, une problématique de remplacement ou de réhabilitation se pose en termes de coûts mais aussi de risques et de sécurité.

Le béton est la plupart du temps couplé à des armatures en acier doux pour former du béton armé. Les aciers, situés à quelques centimètres de la surface, diminuent les efforts de traction et limitent la fissuration du béton. La première couche de béton, appelée béton d'enrobage qui protège le premier lit d'armatures en acier de la corrosion, est en contact direct avec le milieu extérieur. Cette couche de béton est particulièrement soumise à des dégradations occasionnées par la pénétration d'agents agressifs tels que les chlorures et le dioxyde de carbone. De nombreux problèmes de durabilité sont liés au transport de ces substances agressives par l'eau, à travers les capillaires et les fissures. L'importance de ce transport d'agents agressifs dépend, dans un premier temps, des fissures existantes et de la structure poreuse du béton, prenant en compte la porosité, la distribution de la taille et la continuité des pores. Le béton est un milieu dont les propriétés varient en fonction de la profondeur et dans le temps. Il est nécessaire de caractériser le béton d'enrobage au cours du temps pour évaluer les endommagements et prévenir le début de la corrosion afin de limiter et prévoir les coûts de réparation.

L'utilisation du contrôle non-destructif permet de suivre l'évolution des structures en béton au cours du temps et en fonctionnement. Les objectifs de ces méthodes sont d'une part de détecter les défauts ou les variations propriétés de la structure, de hiérarchiser ces défauts ou ces variations et aussi, plus critique et plus difficile à obtenir, et de quantifier d'autre part les propriétés mécaniques de la structure. Au cours des quinze dernières années, plusieurs projets de recherche ont développé et validé l'utilisation de méthodes d'évaluations non-destructives pour évaluer de manière quantitative des indicateurs de durabilité du béton. Ces méthodes peuvent être classées en deux catégories : les méthodes utilisant la propagation d'ondes électromagnétiques et les méthodes électriques (radar, mesures capacitives, etc.) et les méthodes basées sur la propagation d'ondes mécaniques (impact écho, tomographie, émissions acoustiques, méthodes acoustiques non-linéaires, l'Ultrasonic Pulse Echo UPE, etc.). Cependant, les techniques d'évaluation non-destructives sont sensibles à plusieurs propriétés physiques et donnent une valeur indirecte des performances mécaniques du matériau. La qualité des évaluations est, de plus, limitée par les sources d'incertitude de différentes natures, par exemple la variabilité intrinsèque des matériaux, les modèles d'estimation, les facteurs humains ou les erreurs d'interprétation des données.

Parmi les méthodes non-destructives, l'étude des ondes mécaniques a un fort potentiel pour déterminer les propriétés mécaniques telles que les modules de compression et de cisaillement

en petites déformations, la porosité, les micro et macro fissurations. Par exemple, les projets ANR-SENSO et ANR-EVADEOS ont été l'occasion de montrer, grâce à des programmes expérimentaux de grande richesse, que la vitesse des ondes de surface est sensible à la porosité du matériau et à sa teneur en eau. Les ondes de Rayleigh ont la particularité de se propager le long d'une surface du matériau et permettent l'investigation sur une profondeur égale à approximativement à la moitié d'une longueur d'onde. Ce type d'onde est très utile pour étudier le béton d'enrobage notamment lorsqu'une seule face de la structure est accessible. Ainsi le potentiel des ultrasons pour la caractérisation des matériaux du génie civil mérite des recherches approfondies en lien avec leur complexité multi-échelle.

L'objectif de la thèse est de mettre au point une méthode de caractérisation des matériaux très hétérogènes dont les propriétés mécaniques varient avec la profondeur suite à une dégradation, à une réparation (composite collé en surface, traitement spécifique), à des gradients liés aux conditions environnementales (teneur en eau), ou encore aux propriétés intrinsèques telle que la porosité. Or la détermination des caractéristiques mécaniques des premiers centimètres de béton à l'aide des ondes de surface est complexe, car la profondeur d'investigation souhaitée est de l'ordre de grandeur des hétérogénéités du milieu (les granulats). La propagation d'ondes mécaniques dans ce milieu met en jeu un phénomène de diffusion multiple dû à l'interaction entre les ondes et les hétérogénéités. L'énergie des ondes est alors redistribuée dans tout l'espace.

L'étude du champ cohérent, calculé par la moyenne d'une infinité de positions et de tailles aléatoires des hétérogénéités, permet de remonter à des vitesses de propagation et d'atténuation effective. Plusieurs modèles d'homogénéisation validés numériquement permettent, sous un ensemble d'hypothèses, de décrire la propagation des ondes de volume dans un milieu homogène équivalent. À partir de ces modèles, il est intéressant de dissocier les effets liés à la diffusion multiple des effets liés aux propriétés du matériau telles que la porosité ou la teneur en eau.

Le premier chapitre décrit succinctement le matériau béton à travers ses constituants, sa microstructure et ses propriétés mécaniques. Un état de l'art sur les méthodes de contrôle nondestructif sera présenté ainsi que l'influence de la porosité du béton sur la vitesse de phase des ondes de surface. On définira la précision attendue sur l'estimation de la porosité et donc sur les vitesses des ondes de cisaillement et de compression estimées à partir de la vitesse de phase des ondes de surface. Puis nous décrirons la propagation des ondes de surface dans un milieu homogène stratifié et des méthodes d'homogénéisation des ondes de volume dans un milieu infini homogène contenant des inclusions.

Dans un second chapitre, nous proposerons une méthodologie pour déterminer les conditions pour lesquelles la diffusion multiple, source de dispersion de la vitesse de phase des ondes de surface, peut être négligée lors de l'estimation d'un gradient de porosité dans un milieu hétérogène. On s'appuiera sur un modèle d'homogénéisation décrit dans la littérature que nous inverserons à l'aide d'un algorithme global supposant un milieu composé de couches stratifiées homogènes.

Le troisième chapitre s'intéresse à la propagation des ondes de surface dans un milieu comportant une surface libre et des inclusions impliquant ainsi la présence d'un effet de paroi. Une étude expérimentale permettra une modélisation physique de la diffusion multiple avec une variation contrôlée des propriétés mécaniques dans un matériau polymère. Les courbes de dispersion mesurées expérimentalement seront comparées aux courbes de dispersion obtenues via la méthode numérique des éléments spectraux (SEM). Nous comparerons alors le modèle d'homogénéisation d'un milieu infini, utilisé dans le chapitre précédent, avec les courbes de dispersion effectives obtenues numériquement dans un milieu semi-infini.

TABLE DES MATIÈRES

Au quatrième chapitre, nous proposerons un modèle analytique de la dispersion de la vitesse de phase des ondes de surface prenant en compte la diffusion multiple et la variation des propriétés mécaniques avec la profondeur. Ce modèle sera comparé à la méthode numérique définie dans le chapitre précédent. Ce problème direct sera ensuite implémenté dans un algorithme global de proche voisin et validé par une inversion des courbes de dispersion calculées à l'aide de la modélisation numérique SEM dans le cas d'un matériau polymère et dans le cas du béton.

Enfin nous tenterons une première inversion de données expérimentales sur du béton dans le cas du suivi de teneur en eau. Nous décrirons le protocole expérimental ainsi que le système de mesure. Les profils de vitesses des ondes de cisaillement seront estimées à partir de la vitesse de phase des ondes de surface. Nous estimerons une courbe de calibration et les profils du taux de saturation comparés aux mesures réalisées par gammadensimétrie.

Le document se conclura en dégageant les perspectives de ce travail. Il sera possible de suggérer les études nécessaires pour l'utilisation *in situ* de la méthodologie proposée dans cette thèse.

1

État de l'art

Sommaire

1.1	Carac	téristiques du béton hydraulique	6
	1.1.1	Constituants	6
	1.1.2	Formulations	6
	1.1.3	Microstructure du béton	8
	1.1.4	Propriétés mécaniques du béton	13
	1.1.5	Durabilité vs porosité du béton	14
1.2	Évalu	ation non-destructive du béton	15
	1.2.1	Méthodes d'évaluation non-destructive	15
	1.2.2	Méthodes END utilisant la propagation d'ondes mécaniques	16
	1.2.3	Influence de la porosité du béton sur la vitesse des ondes mécaniques	16
	1.2.4	Précision attendue sur l'estimation de la porosité à l'aide des ondes mécaniques	17
1.3	Dispe	rsion des ondes de surface en milieux homogènes et stratifiés	18
	1.3.1	Principes théoriques de la propagation des ondes mécaniques en mi- lieu homogène	18
	1.3.2	Problème direct : calcul de la courbe de dispersion des ondes de sur- face en milieu semi-infini stratifié, homogène, élastique et isotrope	21
1.4	Invers	sion des courbes de dispersion des ondes de surface	25
	1.4.1	Définition	25
	1.4.2	Algorithme d'estimation locale	26
	1.4.3	Algorithme d'estimation globale	27
	1.4.4	Algorithme de proches voisins	28
	1.4.5	Étude paramétrique de l'influence de la bande passante de la courbe de dispersion de la vitesse de phase des ondes de surface sur les ré- sultats d'inversion	29
1.5	Diffus	sion multiple des ondes dans le béton	<u> </u>

1.6	Concl	usion	40
	1.5.3	Homogénéisation du milieu en deux dimensions	37
	1.5.2	Champs cohérent et incohérent	37
	1.5.1	Diffraction par les hétérogénéités	36

1.1 Caractéristiques du béton hydraulique

1.1.1 Constituants

Le béton est un matériau hétérogène dont les propriétés mécaniques et physiques dépendent en premier lieu de sa formulation ainsi que des réactions physico-chimiques et des actions mécaniques subies au cours du temps. Le béton est constitué d'un mélange de granulats, de sable, éventuellement d'adjuvants et d'un liant qui permet l'agglomération de l'ensemble des constituants. L'ordre de grandeur des proportions des constituants d'un béton courant est donné dans le tableau 1.1.

Constituants	Eau	Air	Ciment	Granulats
Volume (en %)	14-22	1-6	7-14	60-78
Poids (en %)	5-9		9-18	65-85

TABLEAU 1.1 – Ordre de grandeur des proportions des constituants d'un béton courant, [Cim-Béton, 2005].

Dans le cas du béton hydraulique, le liant est composé de ciment capable de faire prise dans l'eau. Les ciments courants sont constitués principalement de *clinker* (mélange de silicates et d'aluminates de calcium, obtenu par calcination à haute température) auxquels peuvent être ajoutés du calcaire, du laitier de haut fourneau ou des cendres dans le but de modifier les propriétés mécaniques et répondre aux contraintes de mise en œuvre [Dreux and Festa, 1998].

Les granulats sont des matériaux inertes, tels que le sable, graviers ou cailloux. Ce sont les principaux composants du béton puisqu'ils représentent entre 65 et 85 % du poids total. Les granulats les plus usuels pour la fabrication des mortiers et des bétons sont élaborés à partir de roches d'origine alluvionnaire (granulats roulés ou semi-concassés) ou à partir de roches massives (granulats concassés).

1.1.2 Formulations

Le choix de la formulation dépend en premier lieu des actions, dues à l'environnement, auxquelles les bétons de l'ouvrage, ou de la partie de l'ouvrage, vont être soumis pendant leur durée de service. La norme actuelle NF EN 206-1, [AFNOR, 2002] définit six classes et dix-huit sous classes par risques de corrosion, d'attaques gel/dégel et d'attaques chimiques. À chacune des classes correspond des spécifications sur la composition, les résistances à la compression, la dimension maximale des granulats, les teneurs maximales en ions chlorure, la consistance, la masse volumique du béton.

La composition du béton est un facteur très influent sur ses caractéristiques tant pour les propriétés mécaniques recherchées que pour la mise en œuvre. À l'état frais, la maniabilité permet le coulage dans des moules ou coffrages parfois complexes. Dans le béton armé, elle assure une bonne compacité et un bon enrobage des armatures. Lorsque le béton est durci, la composition du béton intervient sur la porosité, la résistance mécanique ainsi que sur les conséquences des agressions physico-chimiques du milieu environnant. L'étude d'une composition de béton consiste généralement à rechercher deux qualités essentielles : la résistance et l'ouvrabilité ; or ces deux qualités sont liées l'une à l'autre ainsi qu'aux facteurs de composition [Dreux and Festa, 1998].

Le ciment a un rôle essentiel dans la résistance mécanique et aux agressions chimiques du béton, de part sa fonction de liant qui solidarise le sable et les granulats entre eux. Pour assurer la pérennité des ouvrages, le choix du ciment se fait donc en tenant compte de l'environnement auquel le béton est soumis. La fonction de liant dépend de la nature du ciment ainsi que de l'évolution de son durcissement.

Le dosage en eau doit être réglé avec précision pour obtenir la plasticité désirée. L'influence du dosage en eau sur la porosité du béton est non négligeable du fait des vides créés lorsque l'eau s'élimine par évaporation, combinaison chimique ou absorption par les granulats. Ce dosage dépend de nombreux paramètres telles que l'hydratation du ciment qui dépend de sa finesse, de la plasticité et de la porosité souhaitées, etc. Environ la moitié de la quantité d'eau de gâchage (fabrication) sert à l'hydratation du ciment, tandis que l'autre moitié est une eau de mouillage, interstitielle, qui confère au béton ses propriétés de plasticité et d'ouvrabilité. Plus le rapport Eau sur Ciment (E/C) est important et plus la résistance à la compression du béton est faible (figure 1.1, [Shetty, 2005]).



FIGURE 1.1 – Évolution de la résistance à la compression en fonction du rapport Eau sur Ciment (E/C) du béton, [Shetty, 2005].

Le choix des granulats (sables et graviers) est déterminé par des contraintes mécaniques, physico-chimiques, esthétiques et de mise en œuvre. Les granulats sont répartis en classes suivant leur dimension spécifiée par la norme NF EN 12620, [AFNOR, 2008]. Les caractéristiques dimensionnelles des granulats sont définies par tamisage. La représentation du pourcentage des tamisas sous le tamis en fonction de la taille la maille représente une courbe granulométrique. La figure 1.2 représente le fuseau de courbes granulométriques de 28 bétons dont le plus gros diamètre de granulats est $d_{max} = 20$ mm. Deux classes de granularité existent. La granularité est continue lorsque toutes les dimensions des granulats sont représentées entre le plus petit grain de ciment aux plus gros graviers. La granularité est discontinue lorsque la courbe granulométrique présente un palier qui signifie un manque d'éléments intermédiaires. Une granulométrie

continue assure une bonne compacité et permet d'obtenir des bétons plus plastiques et de bonne ouvrabilité. La plupart des bétons sont composés à partir de deux classes (une de sable et l'autre de gravillon) en raison des contraintes de stockage sur chantier. Cette composition implique une granularité discontinue.



FIGURE 1.2 – Analyse granulométrique, fuseau de référence et enveloppe mesurée sur 28 bétons dont le diamètre du plus gros granulats est $d_{max} = 20$ mm, [Dreux and Festa, 1998].

1.1.3 Microstructure du béton

La pâte de ciment est composée d'hydrates des différents constituants du ciment et d'hydrate de calcium $Ca(OH)_2$ [Neville, 2011]. En supposant qu'il n'y a pas de perte d'eau lors de la fabrication, le volume total produit par l'hydratation du ciment peut se calculer comme la somme du volume du ciment non-hydraté et du volume d'eau. Ainsi, suite à l'hydratation, l'eau peut prendre trois formes : de l'eau combinée chimiquement ou physiquement avec les produits de l'hydratation, non-évaporable appelée combined water, de l'eau contenue dans la microstructure du béton (gel water) et de l'eau contenue dans les capillaires (figure 1.3). L'eau contenue dans la microstructure (ou gel water), est située dans les pores, entre les produits solides issus de l'hydration. La taille des pores est très petite, environ 2 nm et l'ensemble est appelé cement gel. Ce volume d'eau représente 20 % du volume du cement gel. L'eau recombinée chimiquement qui est non-évaporable et contenue dans le ciment hydraté, représente environ 23 % de la masse de ciment sec, [Neville, 2011]. Les capillaires représentent environ 18,5 % du volume du ciment non-hydraté et sont beaucoup plus larges que les pores du cement gel avec un diamètre d'environ 1 µm. Ils peuvent être remplis d'eau ou vides. Dans le béton frais, les capillaires constituent un système continuellement interconnecté appelé pores ouverts. Cependant, avec l'hydratation, de nombreux capillaires se retrouvent entourés par du gel de ciment et deviennent des pores fermés. Ainsi c'est principalement la taille des pores qui déterminera la porosité du béton et l'interconnexion déterminera sa perméabilité [du Plooy, 2013].

1.1.3.1 Porosité dans le béton

Définition La porosité se définit comme le rapport du volume des vides sur le volume total du matériau, exprimé en pourcentage. Dans l'équation 1.1, ϕ représente la porosité, V_v le volume



FIGURE 1.3 – Représentation schématique du béton.

des vides (lié aux phases liquides et gazeuses) et V le volume total.

$$\phi = \frac{V_v}{V} \tag{1.1}$$

Cette définition ne prend pas en compte la connectivité des vides. Or la connectivité des pores mesure le degré d'interconnexion en milieu poreux. Plus cette connectivité est grande et plus la perméabilité aux liquides, gaz, ou ions potentiellement agressifs l'est. La porosité des granulats courants est en général très faible, sauf dans le cas des granulats légers. Cependant, la présence des granulats affecte les propriétés de la pâte de ciment [Monteiro and Mehta, 1986] notamment dans la zone d'interface entre les granulats et la pâte de ciment, classiquement appelée ITZ (*Interfacial Transition Zone*) qui est d'environ 50 µm autour du granulat (figure 1.4). Dans cette région, on observe que la porosité est plus importante autour du granulat et décroit à mesure que l'on s'en éloigne. Cette variation de porosité induit un gradient de propriétés élastiques dans cette zone [Herve et al., 2010]. Le module élastique est 0,4 fois plus faible dans l'ITZ que dans la pâte de ciment [Lutz et al., 1997], [Simeonov and Ahmad, 1995].

Détermination expérimentale de la porosité dans le béton L'estimation de la porosité dépend fortement de la méthode de mesure choisie [Villain and Thiery, 2006], [Thiery et al., 2003], [Baroghel-Bouny et al., 2011]. Les méthodes basées sur l'injection de fluide telles que l'eau [AFPC-AFREM, 1997] ou le mercure [Thiery et al., 2003], constituent les principaux outils d'investigation pour quantifier la porosité volumique totale, le rayon moyen et la distribution des tailles de pores ouverts des matériaux. Contrairement à la mesure de la porosité accessible à l'eau, la gammadensimétrie [Villain and Thiery, 2006] est une méthode qui permet de suivre l'évolution locale de la porosité du matériau sans détériorer l'échantillon, tout en prenant en compte l'effet de ségrégation et de présence de bulles d'air. De plus, bien que la tendance soit identique, la porosité estimée par la méthode du mercure est systématiquement plus faible que celle mesurée par l'eau et la gammadensimétrie [Villain and Thiery, 2006], [Thiery et al., 2003], [Mercado Mendoza, 2012]. En effet, seuls les pores dont le rayon est compris entre 1,8 nm et 60 µm sont accessibles au mercure tandis que tous les pores sont accessibles à l'eau.

À l'aide de ces méthodes, on peut estimer des profils de porosité. Dans le cas de la gamma-



FIGURE 1.4 – Observations au microscope à balayage électronique pour du mortier avec la phase A= granulats, I = ITZ, B = pâte de ciment. (1-2): observations sur une surface polie, (3-4): exemples de ITZ et de pâte de ciment sur une surface fracturée, [Herve et al., 2010].

densimétrie, [Villain and Thiery, 2006] ont montré, que pour deux bétons non endommagés de résistances à la compression Rc = 25 Mpa et Rc = 50 MPa, les variations de porosité sur 4,5 cm de profondeur sont de l'ordre de 3 point de pourcentage (figure 1.5).



FIGURE 1.5 – Profils de porosité pour du béton M25 et M50 carbonatés et non carbonatés, mesurés à l'aide de la gammadensimétrie [Villain and Thiery, 2006].

1.1.3.2 Influence du rapport Eau surCiment sur la porosité

Le facteur le plus important déterminant la porosité de la pâte de ciment durcie est le ratio Eau sur Ciment (E/C). Si ce facteur est trop élevé, le gel de ciment, produit par une hydratation complète du ciment, ne va pas remplir tout l'espace des pores précédemment occupé par la pâte de ciment fraîche. Des capillaires ouverts vont alors se former permettant la propagation d'agents agressifs. Dans le cas où le rapport E/C est trop faible, l'hydratation ne sera pas complète due au manque de capillaires. Du ciment non hydraté sera présent réduisant ainsi la résistance du béton [du Plooy, 2013]. Ainsi du fait que le rapport E/C détermine dans quelle mesure les capillaires sont remplis de gel de ciment solide après hydratation, ce rapport induit la

porosité finale du béton et l'interconnexion entre les pores de la pâte de ciment durcie. La figure 1.6 représente l'influence du rapport E/C sur la porosité de la pâte de ciment pour deux degrés de saturation. Une augmentation du rapport E/C entraîne une augmentation de la plasticité du béton et de la porosité finale de la pâte de ciment. A contrario, un rapport E/C faible entraîne une compacité du béton plus importante et de meilleures propriétés mécaniques mais une mise en œuvre plus délicate.



FIGURE 1.6 – Porosité totale de la pâte de ciment en fonction du rapport E/C et du degré de saturation des capillaires, [Neville, 2011].

Pour des bétons courants non endommagés utilisés et couvrant des résistances de moyenne à bonne (résistances à la compression à 28 jours comprises entre 34 et 70,8 MPa), la valeur de la porosité accessible à l'eau est comprise entre 12 % et 18 % lorsque le rapport E/C est compris entre 0,35 et 0,65 [Villain et al., 2010].

1.1.3.3 Relation entre les différentes phases du béton

Nous avons vu que le béton est un matériau non homogène composé d'agrégats, de ciment et d'eau. Selon la représentation de la mécanique des sols [Murthy, 2002], trois phases coexistent au sein du béton : une phase solide (agrégats et ciment), liquide (due aux pores et à la présence d'eau) et gazeuse (due à l'air). Les phases liquide et gazeuse dépendent du degré de saturation du béton. De façon simple, on peut considérer que lorsque le béton est sec (respectivement saturé), il n'y a que la présence d'une phase solide et gazeuse (respectivement, d'une phase solide et liquide). Enfin lorsque le béton est partiellement saturé, les trois phases sont présentes.

1.1.3.4 Densité du béton

La densité s'exprime comme le rapport entre la masse m et le volume V, en $[kg m^{-3}]$:

$$\rho = \frac{m}{V} \tag{1.2}$$

Dans le cas où le béton est sec, la densité sèche est une propriété importante car elle est fortement liée à la durabilité et au module de compression du béton. On peut l'exprimer en fonction de la masse du solide m_s :

$$\rho_s = \frac{m_s}{V} \tag{1.3}$$

1.1.3.5 Effet de paroi

À l'échelle mésoscopique, le béton peut être considéré comme un matériau à deux phases, composé du granulats et de pâte de ciment durcie. La présence du moule lors de la confection du béton, définit une distribution des granulats non homogène, en particulier, dans la zone proche de la paroi. Cet effet de paroi entraîne une variation de la densité de granulats entre la surface et la profondeur, et influence les propriétés mécaniques du béton [He et al., 2011]. [Zheng et al., 2003] ont estimé numériquement un modèle de distribution D(x) des agrégats en fonction de la profondeur. Dans ce paragraphe, x représente la distance avec la surface libre. La figure 1.7 représente la fonction de densité des agrégats en fonction de la profondeur ainsi que les variables utilisées dans le modèle défini par :

$$D(x) = \begin{cases} c_1 x + c_2 x^2 + c_3 x^3, & 0 \le x \le x_1 \\ c_4 + c_5 x + c_6 x^2 + c_7 x^3, & x_1 \le x \le x_2 \\ c_4 + c_5 x - 2 + c_6 x - 2^2 + c_7 x - 2^3, & x \ge x_2 \end{cases}$$
(1.4)

qui satisfait les conditions suivantes :

$$D(x_0) = 0, 5D_{max},$$

$$D(x_1) = D_{max},$$

$$D'(x_1) = 0,$$

$$D(x_2) = D_c,$$

$$D'(x_2) = 0.$$

(1.5)

avec D_{max} le maximum de concentration surfacique, D_c la concentration surfacique à l'infini par rapport au bord de la paroi, et D' la dérivée de la fonction de densité par rapport à la distance du la paroi.

À l'aide d'une moyenne sur 500 distributions aléatoires pour 4 concentrations en inclusions (35%, 40%, 45% et 50%) [Zheng et al., 2003] donnent les valeurs de x_0, x_1, x_2, D_c et D_{max} en fonction de la concentration surfacique C des inclusions et du diamètre maximal des inclusions, d_{max} , en deux dimensions :

$$\begin{cases} x_0/d_{max} = 0,2813 - 0.25C, \\ x_1/d_{max} = 1,0456 - 1,2875C, \\ x_2/d_{max} = 1,3788 - 0,7625C, \\ D_c/C = 1,0520 - 0,0610C, \\ D_{max}/C = 0,981 - 0,227C, \end{cases}$$
(1.6)

Ainsi pour une concentration surfacique en inclusions de 50 %, le pic de concentration est situé à 0, 4 fois le diamètre de la plus grosse inclusion (d_{max}) . [Zheng et al., 2003] proposent aussi une généralisation des équations en 3D et montrent que le pic de concentration est situé à une profondeur de 0, 5 fois le diamètre de la plus grosse inclusion (d_{max}) .



FIGURE 1.7 – Représentation schématique de la fonction de densité des inclusions en fonction de la profondeur, [Zheng et al., 2003].

Résistance à lacompression à 28jours R_c (MPa)	Résistance à la traction axiale R_t (MPa)	Module de Young statique <i>E</i> (GPa)	coefficient de Poisson ν	Densité ρ (kg m ⁻³)
8-43	1-5	20-70	0,15-0,20 (statique) 0,20-0,24 (dynamique)	2000-2600
[AFNOR, 2002]	[Bamforth et al., 2008]	[Li et al., 1999]	[Shetty, 2005]	[AFNOR, 2002]

TABLEAU 1.2 – Ordre de grandeur des propriétés mécaniques des bétons courants.

1.1.4 Propriétés mécaniques du béton

Les propriétés mécaniques du béton dépendent, en premier lieu, du choix de la formulation. En fonction de l'utilisation, la norme NF EN 206-1 [AFNOR, 2002] définit les caractéristiques mécaniques que le béton doit respecter : la consistance, la résistance à la compression et la masse volumique. La résistance à la compression donne un point de vue global de la qualité du béton étant donné qu'elle est directement liée à la structure de la pâte de ciment [Neville, 2011]. La résistance à la compression dépend autant de la composition chimique du béton que de la structure physique, produite par l'hydratation du ciment, et des proportions volumétriques de ses constituants. Plusieurs auteurs ont rattaché les caractéristiques du béton à d'autres paramètres plus classiques tels que le module d'Young et le coefficient de Poisson. En particulier, [Li et al., 1999] et [Zhou et al., 2014] ont proposé des modèles analytiques et numériques d'homogénéisation pour évaluer l'influence des agrégats, de l'ITZ et de la matrice cimentaire sur le module élastique du béton. Le tableau 1.2 donne des ordres de grandeurs des paramètres mécaniques pour du béton.

1.1.4.1 Relation entre porosité et propriétés mécaniques

De nombreuses études ont montré qu'une réduction de porosité dans la pâte de ciment entraîne une augmentation de la résistance du béton [Yudenfreund et al., 1972]. La porosité joue un rôle dans les relations entre les propriétés mécaniques du béton telle que la résistance à la compression [Popovics, 1973]. De nombreux modèles ont été développés pour établir une relation entre la porosité et la résistance à la compression. De façon empirique, [Powers, 1958] a déduit une équation entre la résistance à la compression du mortier et le rapport volumique de gel de ciment à l'aide mesures sur des cubes de mortiers. [Li and Aubertin, 2003] [Kumar and Bhattacharjee, 2003] [Chen et al., 2013] ont proposé et comparé des modèles reliant la porosité à la résistance à la compression du béton en accord avec des résultats expérimentaux. Parmi ces modèles, la figure 1.8 représente ceux qui dépendent uniquement de la porosité, [Chen et al., 2013].



FIGURE 1.8 – Comparaison des modèles de résistance à la compression en fonction de la porosité du béton, [Chen et al., 2013].

1.1.5 Durabilité vs porosité du béton

La durabilité est une des propriétés les plus importantes du béton. En effet, il est essentiel que le béton soit capable de supporter les conditions pour lesquelles il a été spécifié sur toute sa durée de vie.

Traditionnellement, la spécification des mélanges de béton s'attachait à la résistance à la compression, en donnant par exemple une valeur maximale du rapport E/C et une quantité minimale de ciment, en accord avec la durée de vie et la classification de l'exposition de la structure. Ces spécifications étaient basées sur l'expérience. Bien que plusieurs études aient montré le lien entre la porosité et la résistance à la compression [Neville, 2011] [Chen et al., 2013] la résistance à la compression n'est pas nécessairement le facteur principal de la durabilité du béton.

Suivant l'*American Concrete Institute* [ACI Committee 201, 2008] la durabilité du béton est déterminée par sa capacité à résister aux conditions environnementales, aux attaques chimiques, à l'abrasion ou n'importe quel autre processus de détérioration. Or, de nombreux problèmes de durabilité sont liés au transport d'eau et de substances agressives dans les capillaires et fissures provoquant des détériorations de plusieurs formes, sans lien avec la résistance à la compression. L'importance de ce transport d'agents agressifs dépend, dans un premier temps, des fissures

existantes et de la structure poreuse du béton, prenant en compte la porosité, la distribution de la taille et la continuité des pores. En fonction du degré d'humidité et des conditions environnementales, l'eau et les substances agressives peuvent être transportées par divers mécanismes tels que l'adsorption, l'infiltration et la diffusion. Les principaux mécanismes de détérioration sont souvent liés aux conditions environnementales telles que des attaques par les sulfates, les réactions internes (par exemple les réactions alcali-agrégats), les cycles de gel-dégel ou les fissures dues aux charges. Cependant la corrosion des armatures reste la plus grande menace de la durabilité, conduisant à de la fissuration, salissant et écaillant la structure.

L'effet de la porosité sur la diffusion des chlorures a été montré sur de la pâte de ciment par [Hossain, 2005] et sur du béton courant par [Yang et al., 2006]. Le taux de migration des chlorures, en fonction de la charge électrique fournie au béton lors des test de migration sur plusieurs pâtes de ciment et béton, a été étudié par [Yang and Cho, 2004]. La corrélation entre la diffusion des ions chlorures, le sable et le diamètre des pores a été démontrée par [Halamickova et al., 1995]. [Claisse et al., 2001] et [Liu et al., 2015] ont proposé l'utilisation de la porosité comme indicateur des performances de durabilité du béton.

Ainsi la porosité est un paramètre qui contrôle les propriétés mécaniques du béton telles que le module de Young et la résistance à la compression et à la traction. Mais il s'agit aussi d'un indicateur de durabilité du béton qui est soumis à un environnement agressif (exposé à la pénétration de sels, de la carbonatation etc.). Sa mesure est donc pertinente comme variable d'entrée des modèles de durée de vie du béton.

1.2 Évaluation non-destructive du béton

1.2.1 Méthodes d'évaluation non-destructive

Les méthodes d'évaluation non-destructives (END) sont particulièrement intéressantes pour l'évaluation du béton de peau (situé entre la surface et les armatures, à environ 5 cm de profondeur). En effet, elles fournissent des informations sur les propriétés du matériau de façon rapide et avec des coûts relativement modérés. Afin de répondre aux questions soulevées par le maître d'ouvrage, la qualité des informations est un enjeu crucial pour poser un diagnostic, [Breysse and Abraham, 2005], soit pour confirmer l'état satisfaisant de l'ouvrage, soit pour fournir des informations sur la nature, l'étendu des dégradations et la durée de vie résiduelle présumée de la structure.

Parmi ces méthodes on peut distinguer les méthodes utilisant la propagation d'ondes électromagnétiques et électriques et les méthodes basées sur la propagation d'ondes mécaniques. Les méthodes électromagnétiques sont sensibles à la teneur en eau et en ions du matériau. On peut citer les techniques utilisant le radar (Ground Penetrating Radar, GPR) [Dérobert et al., 2008], qui permettent de déterminer des épaisseurs, localiser des armatures et des défauts [Hugenschmidt et al., 2010] ainsi que déterminer la teneur en eau ou de chlorures [Kalogeropoulos et al., 2013] du matériau. Les méthodes de résistivité électriques permettent d'évaluer des variations de propriétés telles que la porosité, la teneur en eau ou la présence de chlorures [du Plooy et al., 2015]. Les méthodes utilisant la propagation d'ondes mécaniques sont détaillées dans le paragraphe suivant. Il existe d'autres catégories de méthodes non-destructives basées sur l'imagerie telles que la thermographie infrarouge [Clark et al., 2003].

Cependant, les techniques d'évaluation non-destructives sont sensibles à plusieurs propriétés physiques et donnent une valeur indirecte des performances mécaniques du béton. Par exemple, les méthodes acoustiques sont sensibles au module de Young mais sont affectées par la teneur en eau. La qualité des évaluations est donc limitée par les sources d'incertitudes de différentes natures, dues aux méthodes d'évaluation, aux interférences globales avec l'environnement, aux interférences aléatoires (variabilité intrinsèque des matériaux), au facteur humain et aux erreurs d'interprétation des données [Breysse, 2012].

Du fait de ces incertitudes et possibles variabilités, le diagnostic du béton de peau des structures est complexe. Les méthodes END sont souvent combinées à des méthodes destructives qui fournissent une information directe mais coûteuse et qui endommage la structure. [Balayssac et al., 2015], à travers les projets ANR-SENSO et ANR-EVADEOS, proposent une méthodologie qui combine des méthodes END avec des tests destructifs en laboratoire afin de calibrer les méthodes END, en reliant l'observable mesurée et le paramètre recherché. En considérant que ces courbes de calibration sont des droites, les coefficients directeurs sont différents suivant les méthodes, leur sensibilité par rapport au paramètre étudié étant différent. *In situ*, une seconde combinaison entre les techniques destructives et END permet de corriger l'influence de facteurs non contrôlés. Puis en analysant les mesures des méthodes END, on fait varier simultanément les coefficients de toutes les régressions linéaires des courbes de calibration et on minimise une fonction de coût afin de forcer les courbes de calibration à se couper en un point. Enfin, une transformation affine fait correspondre les nouvelles courbes de calibration des méthodes END aux mesures destructives. La combinaison de méthodes END a été utilisée pour du béton par [Cianfrone and Facaoaru, 1979] [Qasrawi, 2000] [Sbartaï et al., 2012].

1.2.2 Méthodes END utilisant la propagation d'ondes mécaniques

Les méthodes utilisant la propagation d'ondes mécaniques peuvent intervenir à tous les stades de la vie d'une structure, de l'élaboration du matériau, à la construction, ou à la surveillance. En effet, elles permettent de contrôler la maturité, l'homogénéité du matériau, de détecter des défauts, un suivi dans le temps, ou la caractérisation mécanique [Breysse and Abraham, 2005]. Les ondes ultrasonores sont particulièrement sensibles aux propriétés mécaniques tels que le module d'élasticité et le coefficient de Poisson et donc à la résistance à la compression et à la porosité [Malhotra and Carino, 2003]. Les techniques ultrasonores sont développées depuis de nombreuses années. On peut distinguer deux catégories de méthodes : les méthodes actives qui génèrent des ondes pour ensuite mesurer leur réponse et les méthodes passives qui mesurent l'onde générée par la structure suite à un défaut. Le système de génération est généralement composé d'un émetteur qui délivre des ondes de durées et de fréquences contrôlées. L'onde peut être réceptionnée par le même capteur ou un autre puis amplifiée et analysée. Les techniques ultrasonores permettent d'estimer les épaisseurs ou les vitesses des ondes dans le matériau sans nécessairement accéder aux deux faces de la structure. Parmi les méthodes les plus utilisées, on peut citer l'impact-écho [Carino, 2001], l'auscultation ultrasonore pulse velocity [Naik et al., 2003, Wiggenhauser et al., 2015], la tomographie sismique [Chai et al., 2011] et l'émission acoustique [Kocur et al., 2016]. D'autres méthodes sont en cours d'utilisation mais moins répandues telles que, des méthodes non linéaires utilisant la coda [Hilloulin et al., 2014], ou les ondes de surface [Abraham et al., 2012].

1.2.3 Influence de la porosité du béton sur la vitesse des ondes mécaniques

Les ondes mécaniques ultrasonores sont sensibles aux propriétés du béton et notamment à la porosité [Garnier et al., 2013]. En effet, la porosité affecte le module élastique du matériau, cf. section 1.1.4.1, et la vitesse des ondes mécaniques est liée au module élastique. Plusieurs études ont établi le lien entre la porosité du béton et la vitesse des ondes de surface, dans du béton [Garnier et al., 2013] [Abraham et al., 2012] [Benouis and Grini, 2011] dans de la pâte de ciment, [Soltani et al., 2013] [Maalej et al., 2013] [Hernández et al., 2000] [Lafhaj and Goueygou, 2009]. Ces études montrent que la vitesse de compression et de cisaillement des

$\bar{\beta}_{s,p}$ (Vitesse/porosité en [m s^{-1} \%^{-1}])	Saturé	Partiellement saturé	Sec
Onde de compression	118	105	86
Onde de cisaillement	67	72	66

TABLEAU 1.3 – Sensibilité de la vitesse des ondes de compression et de cisaillement en fonction du pourcentage de porosité : $\bar{\beta}_{s,p} = -\partial c_{s,p}/\partial \phi$ à partir des données de [Lafhaj et al., 2006].

ondes de volume et la vitesse de phase des ondes de Rayleigh décroissent lorsque la porosité du béton augmente. Les principes théoriques de la propagation des ondes de volume et de surface sont donnés dans la section 1.3 suivante.

La relation entre les vitesses des ondes de volume et la porosité a été développée expérimentalement par [Lafhaj et al., 2006] et [Lafhaj and Goueygou, 2009] pour du mortier avec différent niveau de saturation. Des mesures ultrasonores de temps de vol ont été réalisées à l'aide d'un signal impulsionnel dans la bande de fréquence 0,5-1 MHz dans laquelle les longueurs d'onde sont plus grandes que les hétérogénéités du mortier de façon à ce que la dispersion des ondes de surface, due à la diffusion multiple, reste faible. Les vitesses des ondes de compression et de cisaillement sont calculées pour des mortiers avec différents rapport E/C (*i. e.* une porosité différente). L'investigation expérimentale permet d'établir une relation linéaire entre la porosité et vitesse des ondes de cisaillement et de compression, avec un coefficient de corrélation supérieur à 0,95 :

$$c_{s,p} = \bar{\alpha}_{s,p} - \beta_{s,p} \cdot C \tag{1.7}$$

La pente $\bar{\beta}_{s,p}$ est particulièrement intéressante puisqu'elle donne une indication sur la sensibilité des vitesses à la porosité. Cette pente, calculée avec les données fournies par [Lafhaj et al., 2006], est donnée dans le tableau 1.3. Ainsi un gain de 1 point de pourcentage de porosité induit une réduction de vitesse autour de 100 m s^{-1} pour les ondes de compression et d'environ 70 m s^{-1} pour les ondes de cisaillement. Ces deux variations de vitesses représentent une chute d'environ 3% de la vitesse des ondes. Il est importante de noter que la sensibilité est pratiquement inchangée en fonction du niveau de saturation. En d'autres termes, la mesure des vitesses ultrasonores avec une résolution inférieure à 3% permet d'estimer la porosité avec une résolution meilleure que 1 point de pourcentage même si dans les configurations réelles, le niveau de saturation est une incertitude environnementale.

1.2.4 Précision attendue sur l'estimation de la porosité à l'aide des ondes mécaniques

La béton d'enrobage joue un rôle de protection à la corrosion des armatures de la structure en béton armé. Les témoins de durée de vie de cette protection se définissent en fonction de l'environnement auquel est soumise la structure [AFGC, 2004]. Dans un environnement sans chlorure, les témoins de durée de vie sont, la profondeur de carbonatation et son évolution en fonction du temps. En présence de chlorure, on s'intéresse à la profondeur de pénétration des chlorures et à l'évolution du profil en fonction du temps. Pour estimer ces témoins de durée de vie, il existe de nombreux modèles prédictifs qui prennent en compte des indicateurs de durabilité (données d'entrée des modèles) dont notamment la porosité globale du matériau ou des profils de porosité. D'après le guide [AFGC, 2004], les modèles de carbonatation, utilisant en données d'entrée la porosité globale, ont été développés par [Papadakis et al., 1991] [Saetta et al., 1995] [Talukdar et al., 2012], ou prenant en entrée des profils de porosité [Miragliotta, 2000] [Sickert, 1997]. Concernant la profondeur de pénétration des chlorures, les modèles [Nielsen and

Geiker, 2003] [Huang et al., 2015] utilisent la porosité globale en entrée. Ces modèles ont été validés à l'aide de mesures de la porosité accessible à l'eau ou par intrusion de mercure. La précision de ces mesures est de 1,5 point de pourcentage [AFGC, 2004]. Cette précision peut être améliorée entre 0,5 point de pourcentage et 1 point de pourcentage notamment dans les bétons les moins poreux. L'application du modèle de carbonatation développé par [Thiery et al., 2007] utilise la gammadensimétrie pour estimer la porosité accessible à l'eau. La précision de cette mesure est beaucoup plus importante, inférieure à 0,5 point de pourcentage de porosité. Cependant cette méthode reste peu utilisée dans la littérature. Ainsi pour atteindre les précisions de porosité accessible à l'eau ou au mercure couramment utilisées, l'estimation de la vitesse des ondes mécaniques doit se faire avec une erreur maximale de 3 %, voire 1,5 %, quelle que soit la profondeur.

1.3 Dispersion des ondes de surface en milieux homogènes et stratifiés

1.3.1 Principes théoriques de la propagation des ondes mécaniques en milieu homogène

1.3.1.1 Ondes de volume

La propagation d'onde représente l'effet d'une brusque perturbation localisée qui se propage dans tout l'espace. Si le milieu n'est pas soumis à de fortes contraintes entraînant une dégradation, le modèle linéaire élastique isotrope est considéré comme une bonne approximation de ses caractéristiques.

Si le déplacement u_i (avec *i* égal à *x*, *y* ou *z*) le long de l'axe x_i (égal à l'axe *x*, *y* ou *z*) et les variations spatiales sont infinitésimales, la matrice des déformations se définit comme :

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \tag{1.8}$$

La matrice des contraintes est liée à la matrice des déformations :

$$\sigma_{ij} = c_{ijkl}\epsilon_{kl} = \sum_{k=1}^{3} \sum_{l=1}^{3} c_{ijkl}\epsilon_{kl}$$
(1.9)

où c_{ijkl} est un tenseur d'ordre 4.

Dans le cas d'un milieu isotrope les 21 composants du tenseur peuvent se réduire aux deux coefficients de Lamé λ et μ . Avec la loi de Hooke, l'équation 1.9 devient :

$$\sigma_{ij} = \lambda \delta_{ij} (\delta_{ik} \epsilon_{kl}) + \mu (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) \epsilon_{kl}$$
(1.10)

avec δ_{ik} le symbole de Kronecker ($\delta_{ij} = 1$ si i = j ou 0 si $i \neq j$).

En l'absence de force extérieure, l'équation du mouvement est une équation différentielle des déplacements et des contraintes :

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \sum_{j=1}^3 \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} \tag{1.11}$$

avec ρ la densité.

À l'aide de l'équation 1.10, on obtient l'équation du mouvement :

$$\begin{cases} (\lambda + 2\mu)\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \mu \left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2}\right) = \rho \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} \\ (\lambda + 2\mu)\frac{\partial^2 u_y}{\partial y^2} + \mu \left(\frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial z^2}\right) = \rho \frac{\partial^2 u_y}{\partial t^2} \\ (\lambda + 2\mu)\frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} + \mu \left(\frac{\partial^2 u_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2}\right) = \rho \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} \end{cases}$$
(1.12)

ou de façon plus simple :

$$(\lambda + 2\mu)\nabla(\nabla \cdot \boldsymbol{u}) + \mu\nabla^2 \boldsymbol{u} = \rho \boldsymbol{\ddot{u}}.$$
(1.13)

Dans un milieu isotrope, u peut être décomposé en la somme d'un potentiel scalaire Φ et d'un potentiel vectoriel Ψ , à l'aide de la décomposition de Helmholtz :

$$\boldsymbol{u} = \nabla \Phi + \nabla \times \boldsymbol{\Psi}. \tag{1.14}$$

On a par ailleurs les relations générales 1.15 :

$$\nabla \times \nabla \boldsymbol{u} = \boldsymbol{0} \quad \text{et} \quad \nabla \cdot (\nabla \times \boldsymbol{u}) = 0 \quad \forall \boldsymbol{u}.$$
 (1.15)

En substituants l'équation 1.14 dans 1.13, on obtient :

$$\nabla \left(\left(\lambda + 2\mu \right) \nabla^2 \Phi - \rho \cdot \ddot{\Phi} \right) + \nabla \times \left(\mu \nabla^2 \Psi - \rho \cdot \ddot{\Psi} \right) = 0.$$
 (1.16)

En l'absence de force extérieure, on obtient deux équations propagatives de d'Alembert 1.17.

$$\begin{cases} (\lambda + 2\mu)\nabla^2 \Phi - \rho \cdot \ddot{\Phi} = 0, \\ \mu \nabla^2 \Psi - \ddot{\Psi} = 0. \end{cases}$$
(1.17)

On remarque que dans la première équation 1.17, le potentiel scalaire Φ , décrit la propagation de l'onde de compression (appelée aussi onde P ou longitudinale) dont le déplacement se fait selon la direction de propagation. Dans la seconde équation, le potentiel vectoriel Ψ , décrit la propagation de l'onde de cisaillement (appelée onde S ou transverse) polarisée perpendiculairement à la direction de propagation.

En supposant des solutions harmoniques en $e^{-i\omega t}$, $\omega = 2\pi f$ représentant la pulsation pour la fréquence f et t le temps, les équations 1.17 conduisent aux équations de Helmholtz :

$$\begin{cases} (\nabla^2 + k_p^2)\Phi = 0, \\ (\nabla^2 + k_s^2)\Psi = 0, \end{cases}$$
(1.18)

avec k_p et k_s les nombres d'ondes associés aux ondes P et S définis par :

$$k_{p} = \frac{\omega}{c_{p}}$$

$$k_{s} = \frac{\omega}{c_{s}}$$
(1.19)

Les vitesses des ondes de compression c_p et de cisaillement c_s peuvent s'écrire en fonction des coefficients de Lamé à l'aide des équations 1.17 et 1.18 :

$$c_{p} = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}},$$

$$c_{s} = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}.$$
(1.20)

Il est également possible de représenter les vitesses en fonction du module de Young E et du coefficient de Poisson ν :

$$\begin{cases} c_p = \sqrt{\frac{E(1-\nu)}{\rho(1+\nu)(1-2\nu)}}, \\ c_s = \sqrt{\frac{E}{2\rho(1+\nu)}}. \end{cases}$$
(1.21)

De plus, on peut exprimer le rapport des vitesses des ondes de volume uniquement en fonction du coefficient de Poisson :

$$\frac{c_s}{c_p} = \sqrt{\frac{\mu}{\lambda + 2\mu}} = \sqrt{\frac{1 - 2\nu}{2(1 - \nu)}}$$
 (1.22)

Comme $0 \le \nu \le 0, 5$, les ondes P ont une vitesse de propagation supérieure à celle des ondes S.

Ces ondes sont appelées ondes de volume car elles se propagent à travers tout le milieu. En trois dimensions, les ondes S, contrairement aux ondes P qui ne peuvent se propager que dans la direction de propagation, ont deux degrés de liberté. Le mouvement des ondes S a une composante parallèle, respectivement perpendiculaire à la surface, et sont appelées ondes S_h (respectivement S_v). On parle de polarisation. Pour la suite, on parlera d'ondes de cisaillement ou S pour les ondes S_v .

1.3.1.2 Amortissement

En milieu élastique, une onde plane se propage à l'infini, sans que l'amplitude décroisse. Dans la réalité, les ondes ne sont pas planes et ne se propagent pas à l'infini. Lorsque l'énergie associée à la propagation diminue au cours du temps et de la distance de propagation, on parle d'amortissement. De nombreux facteurs peuvent être à l'origine de cet amortissement.

Amortissement géométrique L'amortissement géométrique est le principal facteur de variation de l'amplitude de l'onde en fonction du temps. Pour un point source, l'énergie est diffusée dans tout le milieu et décroit en amplitude avec la distance d mais l'énergie totale dans le milieu reste constante. Si le milieu est homogène, l'amplitude décroit en 1/d pour les ondes de volume. Dans le cas où les ondes se propagent parallèlement à la surface libre, par exemple les ondes de Rayleigh, l'amplitude décroit approximativement en $1/\sqrt{d}$ [Sheriff and Geldart, 1995].

Absorption L'absorption est un phénomène de perte de l'énergie de l'onde sous forme de chaleur dans les matériaux viscoélastiques. L'énergie est graduellement absorbée par le milieu. La mesure de cette absorption n'est pas aisée puisqu'il est difficile de l'isoler des autres effets d'atténuation. De plus, l'absorption dépend de la fréquence et devient prépondérant à mesure

que l'on s'éloigne de la source [Sheriff and Geldart, 1995]. En géophysique, l'atténuation est définie par le facteur de qualité Q [Aki and Richards, 2002] :

$$\frac{1}{Q} = \frac{\Delta W}{2\pi W} \tag{1.23}$$

avec ΔW l'énergie dissipée lors d'un cycle de chargement d'un volume de matière donné, et W l'énergie maximale stockée au cours du temps. Le lien entre le facteur de qualité Q et le facteur d'amortissement α peut être approché pour des grands facteurs de qualité :

$$Q \approx \frac{\pi f}{\alpha c}, \quad Q > 10.$$
 (1.24)

1.3.1.3 Ondes guidées

Lorsque le milieu n'est pas infini, la présence de conditions aux limites entraîne l'apparition de nouvelles ondes.

Onde de Rayleigh en milieu semi-infini, homogène, linéaire, élastique et isotrope On parle d'ondes de surface lorsque les ondes se propagent sur une courte profondeur entre la surface libre et le demi espace. L'onde de Rayleigh fait partie des ondes de surface les plus couramment utilisées en géophysique. Introduite en 1895 par Lord Rayleigh, elle peut être vue comme la superposition des composantes des ondes de volume P et S. Le mouvement particulaire associé est donc une combinaison d'un mouvement de cisaillement et de compression dont l'amplitude décroit exponentiellement avec la profondeur. L'atténuation géométrique de l'énergie est beaucoup plus faible pour les ondes de surface que pour les ondes de volume. L'observation de cette onde est donc plus aisée que celle des ondes de volume.

Si les conditions de contraintes nulles à la surface libre et d'atténuation exponentielle de l'amplitude avec la profondeur sont imposées sur l'équation de propagation des ondes (équation 1.18) une solution peut être trouvée. La vitesse c_r des ondes de Rayleigh est alors solution de l'équation :

$$q^{3} - 8q^{2} + \left(24 - 16\frac{c_{s}^{2}}{c_{p}^{2}}\right)q + 16\left(\frac{c_{s}^{2}}{c_{p}^{2}} - 1\right) = 0, \quad q = \frac{c_{r}^{2}}{c_{s}^{2}}$$
(1.25)

Afin d'avoir une racine réelle, la solution doit satisfaire la condition suivante :

$$0 < c_r < c_s < c_p \tag{1.26}$$

Une approximation de la solution en milieu réel ($0 \le \nu \le 0, 5$) a été donnée par [Viktorov, 1967] :

$$c_r = \frac{0,87+1,12\nu}{1+\nu}c_s \tag{1.27}$$

Il est important de noter que la vitesse de l'onde de Rayleigh est indépendante de la fréquence, *i.e.* un milieu homogène isotrope linéaire élastique est caractérisé par une unique valeur de vitesse de l'onde de Rayleigh.

1.3.2 Problème direct : calcul de la courbe de dispersion des ondes de surface en milieu semi-infini stratifié, homogène, élastique et isotrope

Nous avons montré que l'onde de Rayleigh n'est pas dispersive dans le cas d'un milieu homogène linéaire élastique. Dans le cas d'un milieu semi-infini stratifié la vitesse des ondes de surface dépend de la fréquence. Le calcul des courbes de dispersion théoriques des ondes de surface en milieu à une dimension semi-infini stratifié, homogène, élastique et isotrope est basé sur la décomposition en valeurs propres décrit par [Thomson, 1950] et [Haskell, 1953], puis modifié par [Knopoff, 1964] [Dunkin, 1965] [Herrmann, 1987]. Ces courbes sont calculées, pour des modèles dont les propriétés varient avec la profondeur, comme étant une superposition de couches de propriétés uniformes (figure 4.1). Les paramètres du modèle sont la vitesse de l'onde de compression c_p , la vitesse de l'onde de cisaillement c_s et la densité ρ de chaque couche.

De nombreuses implémentations du calcul des courbes de dispersion des ondes de Rayleigh existent depuis de nombreuses années dans différents langages (en fortran [Herrmann, 1987], c++ [Wathelet, 2008], Matlab [Lai and Rix, 1998]). Nous expliciterons dans le prochain paragraphe la notation de Thomson-Haskell.

L'équation du mouvement peut être réduite à un système simple d'équations différentielles d'ordre 1 en fonction de z. Dans le cas de couches horizontales, ce problème peut être résolu à l'aide d'une matrice de propagation [Gilbert and Backus, 1966] [Aki and Richards, 2002].



FIGURE 1.9 – Schéma d'un modèle à une dimension défini par une superposition de (n+1) couches. z_i est la profondeur au bas de chaque couches.

1.3.2.1 Calcul de la courbe de dispersion de la vitesse de phase de l'onde de Rayleigh

Une onde $P - S_v$ se propageant suivant l'axe x génère des déplacements, suivant l'axe x et z, de la forme suivante :

$$u_x = r_1(k, z, w)e^{i(kx-\omega t)}$$

$$u_y = 0$$

$$u_z = ir_2(k, z, w)e^{i(kx-\omega t)}$$
(1.28)

avec u_x , u_y et u_z , les composantes radiales, transversales et verticales, r_1 et r_2 , les amplitudes complexes, ω la fréquence angulaire et k, le nombre d'onde. Les composantes des contraintes sont données à partir des vecteurs de déplacements (équation 1.28 en substituants l'équation 1.8 dans l'équation 1.10) :

$$\sigma_{xy} = \epsilon_{yx} = 0,$$

$$\sigma_{xx} = i \left[\lambda \frac{dr_2}{dz} + k(\lambda + 2\mu)r_1 \right] e^{i(kx - \omega t)},$$

$$\sigma_{yy} = i \left[\lambda \frac{dr_2}{dz} + k\lambda r_1 \right] e^{i(kx - \omega t)},$$

$$\sigma_{zz} = i \left[(\lambda + 2\mu) \frac{dr_2}{dz} + k\lambda r_1 \right] e^{i(kx - \omega t)} = ir_4(k, z, \omega)e^{i(kx - \omega t)},$$

$$\sigma_{zx} = \mu \left(\frac{dr_1}{dz} - kr_2 \right) e^{i(kx - \omega t)} = r_3(k, z, \omega)e^{i(kx - \omega t)}.$$

(1.29)

A l'aide de l'équation de mouvement, l'Eq.1.11, la solution doit satisfaire l'équation différentielle suivante :

$$\frac{d}{dz} \begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \\ r_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & k & \frac{1}{\mu} & 0 \\ \frac{-k\lambda}{\lambda+2\mu} & 0 & 0 & \frac{1}{\lambda+2\mu} \\ \frac{4k^2\mu(\lambda+\mu)}{\lambda+2\mu} - \omega^2\rho & 0 & 0 & \frac{k\lambda}{\lambda+2\mu} \\ 0 & -\omega^2\rho & -k & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \\ r_4 \end{pmatrix}$$
(1.30)

avec ρ la densité. ρ , λ , μ dépendent de z.

Pour les ondes de surface, les conditions aux limites requièrent que :

$$r_1 \rightarrow 0$$
 et $r_2 \rightarrow 0$ lorsque $z \rightarrow \infty$
 $r_3 = r_4 = 0$ à la surface libre $z = z_0$
(1.31)

1.3.2.2 Matrice de propagation

Nous pouvons généraliser l'équation différentielle 1.30 sous la forme matricielle :

$$\frac{df(z)}{dz} = A(z)f(z), \qquad (1.32)$$

avec f un vecteur de n composants et A une matrice de taille $n \times n$. Dans le cas des ondes de Rayleigh, n = 4.

A partir de couches horizontales et uniformes, la solution de l'équation différentielle 1.32 est de la forme [Gilbert and Backus, 1966] :

$$f(z) = G(z, z_0)f(z_0)$$
(1.33)

A étant indépendant de z dans une couche, une forme simple de la matrice de propagation G est donnée par [Thomson, 1950] [Haskell, 1953] :

$$G(z, z_0) = exp[(z - z_0)A]$$
(1.34)

L'équation 1.34 peut être développée pour trouver les éléments de la matrice G à l'aide d'une décomposition en valeurs propres de la matrice A [Aki and Richards, 2002]. Pour une matrice carrée avec des valeurs propres distinctes λ_k ($k = 1, 2, \dots, n$), la fonction exponentielle F de la matrice A, F(A), peut être développée à l'aide de la formule de Sylvester :

$$F(A) = \sum_{k=1}^{n} F(\lambda_k) \frac{\prod_{r \neq k} (A - \lambda_r I)}{\prod_{r \neq k} (\lambda_k - \lambda_r)}$$
(1.35)

La continuité des contraintes et déplacements à l'interface de chaque couche, implique que le vecteur f(z) à la profondeur z, dans la couche n soit de la forme :

$$f(z) = G(z, z_k)G(z, z_{k-1})\cdots G(z_1, z_0)f(z_0) = G(z, z_0)f(z_0)$$
(1.36)

Les matrices de propagation G dépendent de la profondeur de la couche supérieure et inférieure. La matrice A dépend, quant à elle, des propriétés de la couche mais est indépendante de la profondeur. La matrice de propagation $G(z, z_0)$ pour $z_{k-1} < z < z_k$ devient :

$$G(z, z_0) = \exp[(z - z_{k-1})A_k] \prod_{l=1}^{k-1} \exp[(z_l - z_{l-1})A_l]$$
(1.37)

avec A_k une matrice qui dépend des propriétés de la couche k. Dans cette méthode de Thomson-Haskell, la contrainte sur le vecteur de contraintes-déplacements à l'infini (équation 1.31) est transformée en une condition de radiation de telle sorte qu'il n'y ait pas d'ondes montantes dans le demi-espace. Le vecteur des contraintes et déplacements (r_1, r_2, r_3, r_4) est donc relié avec la présence ou l'absence d'ondes P et S montantes et descendantes. On définit l'amplitude des ondes P et S montantes (resp. descendantes) par \acute{P} et \acute{S} , (resp. \grave{P} et \grave{S}).

Dans le cas d'ondes planes $P - S_V$, les amplitudes des ondes montantes et descendantes qui se propagent suivant un demi-espace homogène sont fonction du vecteur des contraintes et déplacements en haut du demi-espace ($z = z_n$) [Aki and Richards, 2002] :

$$\begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \\ r_4 \end{pmatrix} = Fw = F \begin{pmatrix} \dot{P} \\ \dot{S} \\ \dot{P} \\ \dot{S} \end{pmatrix}$$
(1.38)

avec w l'amplitude pour les quatre types d'ondes. D'où :

$$\begin{pmatrix} \dot{P} \\ \dot{S} \\ \dot{P} \\ \dot{S} \end{pmatrix} = F^{-1} \begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \\ r_4 \end{pmatrix}$$
(1.39)

avec

$$F^{-1} = \begin{pmatrix} e^{\gamma z} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{\nu_{a} z} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{-\gamma z} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{-\nu_{a} z} \end{pmatrix}$$

$$\cdot \frac{c_{s}}{2c_{p}\mu\gamma\nu_{a}\omega} \begin{pmatrix} 2c_{s}\mu k\gamma\nu_{a} & -c_{s}\mu\nu_{a}(k^{2}+\nu_{a}^{2}) & -c_{s}k\nu_{a} & c_{s}\gamma\nu \\ -c_{p}\mu\nu_{a}(k^{2}+\nu_{a}^{2}) & 2\gamma\mu k\gamma\nu_{a} & c_{p}\gamma\nu_{a} & -c_{p}k\gamma \\ 2c_{s}\mu k\gamma\nu_{a} & c_{s}\mu\nu_{a}(k^{2}+\nu_{a}^{2}) & c_{s}k\nu_{a} & c_{s}\gamma\nu \\ -c_{p}\mu\nu_{a}(k^{2}+\nu_{a}^{2}) & -2\gamma\mu k\gamma\nu_{a} & -c_{p}\gamma\nu_{a} & c_{p}k\gamma \end{pmatrix}$$
(1.40)

et $\gamma = \sqrt{k^2 - \frac{\omega^2}{c_p}}$, $\nu_a = \sqrt{k^2 - \frac{\omega^2}{c_s}}$. Chacun des w, F et F^{-1} dépendent des propriétés des couches et on peut relier l'amplitude des différentes types d'ondes contenues dans le demiespace au vecteur de l'amplitude des contraintes et déplacements à la surface libre :

$$w_{n+1} = F_{n+1}^{-1} P(z_n, z_0) r(z_0) = Br(z_0)$$
(1.41)

Or à l'infini du demi-espace, l'amplitude des ondes P et S montantes est nulle. Donc :

$$\begin{pmatrix} \dot{P} \\ \dot{S} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} & B_{14} \\ B_{21} & B_{22} & B_{23} & B_{24} \\ B_{31} & B_{32} & B_{33} & B_{34} \\ B_{41} & B_{42} & B_{43} & B_{44} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_1(z_0) \\ r_2(z_0) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$
(1.42)

Les valeurs propres des ondes de Rayleigh sont données par :

$$\begin{vmatrix} B_{31} & B_{32} \\ B_{41} & B_{42} \end{vmatrix} = 0 \tag{1.43}$$

On cherche les racines de ce déterminant pour une fréquence donnée ω , en faisant varier le nombre d'onde k jusqu'à ce que l'équation 1.43 soit vérifiée.

Dans la suite de la thèse nous utiliserons le code GPDC, développé par [Wathelet, 2008] pour le calcul des courbes de dispersion de la vitesse de phase des ondes de surface dans un milieu composé de couches homogènes stratifiées qui utilise la méthode de résolution proposée par [Dunkin, 1965]. Nous supposerons qu'il n'y a pas d'atténuation (facteurs de qualité des ondes S et P très élevé). La figure 1.10 illustre la courbe de dispersion dont les propriétés du milieu sont définies dans le tableau 1.4, pour une gamme de fréquences comprises entre 20 kHz et 600 kHz. Les propriétés des couches sont calculées à partir du modèle de [Lafhaj et al., 2006] (tableau 1.3) de telle sorte que les variations des vitesses et de la densité entre chaque couche correspondent à une variation de porosité de 1%.



FIGURE 1.10 – Vitesse de phase du mode fondamental calculée à partir de GPDC [Wathelet, 2008] (a) en fréquence, (b) en longueur d'onde, dont les propriétés du milieu sont données dans le tableau 1.4.

1.4 Inversion des courbes de dispersion de la vitesse de phase des ondes de surface

1.4.1 Définition

Dans de nombreux domaines tels que le radar, l'analyse d'image, la télécommunication, la sismique, etc., on cherche à remonter à des propriétés physiques à partir de mesures réalisées par

Couches	Épaisseur h [mm]	Vitesse $c_p [\mathrm{ms^{-1}}]$	Vitesse $c_s [\mathrm{ms^{-1}}]$	Densité $ ho [m kg m^{-3}]$
(1)	10	3950	2250	2050
(2)	20	4068	2317	2074
(3)	30	4186	2383	2099
(4)	∞	4304	2450	2123

TABLEAU 1.4 – Propriétés mécaniques du milieu composé de couches homogènes, utilisé comme exemple de calcul avec GPDC [Wathelet, 2008].

des appareils électroniques. Par exemple, déterminer la position d'un objet peut être réalisée à l'aide d'une impulsion électromagnétique, réfléchie par l'objet, qui arrive au récepteur avec un certain retard. Le problème direct qui modélise la mesure est donc l'équation, $\tau = 2\frac{d}{c}$, avec d la distance entre le récepteur et l'objet, τ le retard mesuré et c la vitesse de propagation de l'onde électromagnétique. Le problème inverse consiste à estimer la distance entre le récepteur et l'objet : pour cela il suffit de calculer $d = \frac{\tau \cdot c}{2}$. Il s'agit d'un problème linéaire simple qui peut être résolu analytiquement. Dans ce cas, le nombre d'inconnues est égal au nombre d'observables (de données).

De façon générale, la relation reliant les données mesurées d_{on} aux paramètres m_{od} par l'intermédiaire d'un modèle G peut s'écrire sous la forme $d_{on} = Gm_{od}$. Lorsque cette équation ne fournit pas assez d'information pour déterminer de façon unique tous les paramètres du modèle, le problème est sous-déterminé. Dans cette situation il peut y avoir plusieurs solutions. Dans ce cas, pour améliorer l'estimation des paramètres, on peut ajouter de l'information *a priori* qui contraindra les solutions du problème. Dans notre cas, l'objectif est d'estimer le profil 1D des vitesses des ondes de cisaillement et de compression à partir de la courbe de dispersion des ondes de surface. Deux catégories d'inversion sont classiquement utilisées pour l'estimation : les techniques d'optimisation locale et les techniques d'optimisation globale.

1.4.2 Algorithme d'estimation locale

Les techniques d'optimisation locale se basent sur une linéarisation du problème direct. À partir d'approximations de dérivées locales, elles évaluent les paramètres du modèle qui expliquent les données le mieux possible en minimisant l'erreur, par exemple au sens des moindres carrés, entre les données mesurées et les données estimées [Menke, 1989]. Les techniques d'optimisation locale sont rapides et relativement simples à mettre en œuvre. En géophysique, les algorithmes d'estimation locale ont été largement utilisés. [Xia et al., 1999] ont montré que l'utilisation de l'algorithme de Levenberg-Marquardt associé à une décomposition en valeur singulière était particulièrement efficace pour l'inversion des hautes fréquences de la courbe de dispersion. Parmi les algorithmes d'optimisation locale on peut citer la méthode Quasi-Newton [Broyden, 1965], la méthode de lissage [Constable et al., 1987], l'algorithme de Levenberg-Marquardt [Marquardt, 1963], l'algorithme des moindre carré pondéré (IRLS) [Guitton and Symes, 2003]. [Kritikakis et al., 2014] comparent ces algorithmes locaux, sur des données synthétiques de deux milieux composées de couches homogènes stratifiées, en fonction du niveau de bruit et de l'information *a priori*. Selon [Kritikakis et al., 2014], l'algorithme de lissage est le plus fiable et précis. L'algorithme de minimisation du gradient [Levine, 1979] est comparable en terme de fiabilité mais il est moins précis. L'algorithme de Quasi Newton est par contre le moins fiable et le moins précis quel que soit le contexte.

Cependant les méthodes locales conduisent au choix d'un unique profil de vitesses des ondes de volume parmi un ensemble possible de solutions. Le processus d'inversion peut être ainsi

facilement biaisé par un mauvais choix des informations *a priori* qui conduit la solution vers un minimum local [Sambridge, 1999]. En effet, la non-linéarité et la non-unicité du problème inverse implique la linéarisation de l'inversion et une importante difficulté d'interprétation des résultats. Sans d'autres données extérieures où sans introduire d'autres hypothèses, une infinité de solutions peuvent exister qui ajustent aussi bien la courbe mesurée sans que l'on puisse discriminer les modèles les uns par rapport aux autres.

1.4.3 Algorithme d'estimation globale

Les techniques d'optimisation globale apparaissent comme une alternative aux problèmes liés à la linéarisation du problème direct. En effet, elles proposent une représentation de l'espace des modèles possibles avec une estimation de la probabilité d'existence. Ces méthodes prennent donc en compte la non-unicité de la solution et la non-linéarité du problème. Les techniques d'optimisation globale utilisent une approche de Monte Carlo. C'est à dire qu'elles génèrent pseudo-aléatoirement un certain nombre de vecteurs de paramètres qui conduisent à un modèle du milieu. Les courbes de dispersion qui leur sont associées sont alors comparées avec la courbe de dispersion mesurée et les erreurs quantifiées.

Cependant, l'approche du problème inverse par la méthode de Monte Carlo se trouve confrontée à un problème d'échantillonnage et d'analyse [Sambridge and Mosegaard, 2002]. En effet, si la solution du problème inverse est totalement inconnue, la dimension de l'espace des vecteurs de paramètres peut être très grande. Discrétiser l'espace de façon précise alourdirait considérablement les calculs quelle que soit la méthode d'optimisation utilisée. Une solution consiste à concentrer l'échantillonnage dans des zones de fortes densités de probabilités [Sen et Stoffa, 1996]. Les méthodes d'optimisation globale se distinguent entre elles par l'algorithme qui permet de minimiser l'erreur entre la courbe de dispersion mesurée et celle estimée, grâce à une estimation optimale des vecteurs de paramètres.

De nombreux algorithmes ont été utilisés pour différentes applications de l'inversion de la vitesse de phase des ondes de surface. Des algorithmes génétiques ont été appliqués par [Hu-naidi, 1998] pour l'inversion de données non destructives sur les chaussées pour lesquelles les vitesses les plus rapides sont proches de la surface. [Zeng et al., 2011] ont résolu à l'aide d'un algorithme génétique le problème de couches stratifiées, dont l'interface n'est pas horizontale, modélisées en différences finies. L'optimisation globale du recuit simulé, méthode combinatoire, a été utilisée dans le cas de chaussées par [Ryden and Park, 2006]. Les auteurs ont montré que l'épaisseur et la vitesse des ondes de cisaillement de la couche la plus profonde peuvent être estimées à 10 % de la valeur vraie. Toujours dans le cas des chaussées, [Shirazi et al., 2009] ont développé une méthodologie basée sur des modèles de réseaux de neurones afin d'automatiser l'inversion de la vitesse de phase des ondes de surface. L'algorithme de proches voisins a été étudié par [Sambridge and Mosegaard, 2002]. Cet algorithme a été utilisé par [Wathelet, 2008] dans le cas de données sismiques passives.

Les méthodes d'optimisation globale sont plus coûteuses en temps de calcul que les techniques d'optimisation locale. Mais grâce au développement des algorithmes de convergence et à l'amélioration des performances de calcul des ordinateurs, elles deviennent particulièrement intéressantes et utilisées par les géophysiciens. Dans ce travail de thèse, on choisit de résoudre le problème inverse lié à l'analyse de la dispersion des ondes de surface avec la technique d'inversion globale, utilisant un algorithme de recherche de proches voisins, développé dans le logiciel DINVER par [Wathelet et al., 2004]. Ce logiciel a largement été utilisé dans la littérature. [Leparoux et al., 2012] ont inversé le mode fondamental et le premier mode des ondes de surface sur des données expérimentales afin de caractériser une zone de sol endommagée par excavation (EDZ, Excavated Damaged Zone) surmontée d'une couche de vitesse rapide
en béton. [Forghani-Arani et al., 2014] ont inversé la courbe de dispersion obtenue à l'aide de sources active et passive générées lors d'une opération de fracturation hydraulique. [Humire et al., 2015] ont comparé les résultats de l'inversion de courbes de dispersion obtenues par des sources actives par rapport aux courbes de dispersion obtenues par des méthodes passives. Deux dispositifs ont été étudiés, un linéaire et l'autre circulaire. [Humire et al., 2015] proposent la combinaison des deux dispositifs. [Hobiger et al., 2013] ont inversé conjointement l'ellipticité des ondes de Rayleigh et la courbe de dispersion des ondes de Rayleigh avec et sans singularité sur la courbe d'ellipticité. Cette étude a été faite sur des données théoriques et expérimentales et permet de réduire le nombre de capteurs, tout en conservant une bonne résolution sur les propriétés du milieu. [Renalier et al., 2010] ont étudié l'influence de la paramétrisation sur les estimations de la vitesse des ondes de cisaillement et de l'épaisseur des couches à partir de courbes de dispersion de la vitesse de phase des ondes de surface. Ils ont proposé une stratégie d'inversion de la courbe de dispersion pour les milieux ayant un fort contraste des vitesses des ondes de cisaillement en contraignant la profondeur du substratum. Enfin, on peut citer [Pamuk and Dogru, 2014] qui ont comparé l'algorithme de proches voisins à une méthode des moindres carrés et à un algorithme génétique. Ils ont montré que les trois algorithmes fournissent de bons résultats.

1.4.4 Algorithme de proches voisins

L'algorithme de proches voisins est une méthode de recherche de modèles dont les courbes de dispersion sont les plus proches possible de la courbe de dispersion mesurée, dans un espace de paramètres multidimensionnels donné. Dans le cadre de l'inversion des ondes de surface, les principaux paramètres à déterminer sont, la vitesse des ondes S, des ondes P, la densité et l'épaisseur des couches du milieu étudié.

Cet algorithme s'appuie sur une méthode de recherche directe et stochastique. Il génère pseudo-aléatoirement un certain nombre de points qui correspondent à des vecteurs de paramètres représentant différents modèles du milieu, et calcule les courbes de dispersion qui leurs sont associées. Il suppose que la densité de probabilité est uniforme sur cet espace de paramètres (les limites étant imposées par l'information *a priori*). L'algorithme compare l'écart entre les courbes de dispersion estimées et la courbe de dispersion mesurée, par le calcul d'une fonction appelée *misfit*.

Le principal intérêt de cet algorithme est la prise en compte des calculs effectués avec les vecteurs de paramètres pour rechercher de meilleurs modèles. En effet, une fois le calcul des fonctions *misfits* effectué, l'espace des paramètres est divisé en zones, ou cellules, permettant une investigation plus fine de cet espace. L'investigation pour la nouvelle itération de l'algorithme se focalisera ainsi sur les cellules dont les *misfits* sont les plus faibles.

La génération des nouveaux vecteurs de paramètres dans l'espace est effectuée à l'aide d'une marche aléatoire (figure 1.11). À chaque étape de cette marche, un paramètre du modèle courant varie de façon aléatoire et uniforme mais de telle sorte que la perturbation ne fasse pas sortir le modèle de sa cellule. La marche aléatoire génère asymptotiquement une distribution spatiale uniforme de vecteurs de paramètres. L'algorithme exploite donc l'information contenue dans les modèles précédemment évalués pour adapter l'échantillonnage de l'espace des paramètres.

1.4.4.1 Cellules de Voronoï

La division de l'espace des paramètres s'effectue à l'aide d'une géométrie de Voronoï [Sambridge, 1999] (figure 1.11). Soit n_p modèles pour lesquels la fonction *misfit* est calculée. Construire un diagramme de Voronoï revient à diviser l'espace des modèles de dimension d en n_p régions



FIGURE 1.11 – Exemple d'une marche aléatoire restreinte dans une cellule de Voronoï et des frontières complexes [Wathelet, 2008].

appelées cellules de Voronoï contenant chacune un vecteur de paramètres. Les régions sont déterminées en fonction de la distance entre les modèles, selon la norme L2. Une distance entre deux modèles m_a et m_b est donnée par la relation :

$$||(m_a - m_b)|| = \sqrt{(m_a - m_b)^T C_M^{-1}(m_a - m_b)}$$
(1.44)

avec C_m une matrice qui adimensionalise l'espace de paramètres et égalise l'importance de chaque paramètre. Par exemple, C_m peut correspondre à la matrice de covariance du modèle précédent. La forme et la taille des cellules de Voronoï dépend donc du choix de C_m .

1.4.4.2 Coefficient Misfit

Si la courbe de dispersion de la vitesse de phase mesurée $c_{mes}(f_i)$ calculée à la fréquence f_i est donnée avec une incertitude σ_i , la fonction coût, appelée *misfit*, se définit en fonction de la courbe de dispersion estimée $c_{estim}(f_i)$:

$$misfit = \sqrt{\sum_{i=0}^{n_F} \frac{(c_{estim}(f_i) - c_{mes}(f_i))^2}{\sigma_i^2 n_F}}$$
(1.45)

Avec n_F le nombre d'échantillons fréquentiels. L'objectif de l'algorithme d'inversion est de minimiser la fonction coût. Dans le cas où il n'y a pas d'incertitude sur les données mesurées, σ_i est remplacée par $c_{mes}(f_i)$ dans l'équation 1.45.

1.4.5 Étude paramétrique de l'influence de la bande passante de la courbe de dispersion de la vitesse de phase des ondes de surface sur les résultats d'inversion

Dans ce paragraphe, nous allons étudier l'influence de la bande passante de la courbe de dispersion de la vitesse de phase des ondes de surface sur les résultats de l'inversion issus de

Couches	Épaisseur <i>h</i> [mm]	Vitesse $c_p [\mathrm{m s^{-1}}]$	Vitesse $c_s [\mathrm{m s^{-1}}]$	Densité [kg m $^{-3}$]	Coefficient de Poisson
1	50	3950	2250	2050	0.26
2	∞	4304	2405	2123	0.27

TABLEAU 1.5 – Propriétés mécaniques du modèle de référence pour l'étude paramétrique de l'influence de la bande passante de courbe de dispersion de la vitesse de phase des ondes de surface sur les résultats de l'inversion.

l'algorithme de proches voisins, à l'aide du logiciel DINVER. Le milieu utilisé pour cette étude est composé de deux couches homogènes isotropes élastiques linéaires, semi-infinie pour la deuxième (figure 1.12), dont les propriétés sont données dans le tableau 1.5. La courbe de dispersion du modèle de référence (figure 1.13), calculée de façon analytique par le logiciel GPDC [Wathelet, 2008], a une bande passante comprise entre $f_{min} = 10$ kHz et $f_{max} = 150$ kHz correspondant à des longueurs d'ondes comprises entre $\lambda_{min} = 13,8$ mm et $\lambda_{max} = 203$ mm. La longueur d'onde minimale est donc 3,6 fois plus petite que l'épaisseur h de la couche et la longueur d'onde maximale est 4,1 fois supérieure à h. La courbe de dispersion est échantillonnée en longueur d'onde par pas de 1 mm.



FIGURE 1.12 – Démonstrateur bicouche homogène semi-infini dont les propriétés sont données dans le tableau 1.5.

L'étude paramétrique se concentre uniquement sur les résultats de l'inversion lorsque la bande passante de la courbe de dispersion mesurée est progressivement réduite. Dans un premier temps, les basses fréquences de la courbe de dispersion mesurée sont supprimées de telle sorte que la plus grande longueur d'onde, $\lambda_{max} \in [0, 5h; 4h]$ avec un pas de 0,1. Puis les hautes fréquences de la courbe de dispersion mesurée sont supprimées de telle sorte que la plus petite longueur d'onde, $\lambda_{min} \in [0, 3h; 3h]$ avec un pas de 0,1. Seules les estimations de la vitesse des ondes S, c_S et de l'épaisseur h sont considérées étant donné que les ondes de surface sont d'avantage sensibles à ces deux paramètres [Xia et al., 1999].

1.4.5.1 Information a priori

L'information *a priori* permet de contraindre les solutions en définissant un nombre de couches, un intervalle de vitesses des ondes de compression et de cisaillement, un intervalle du coefficient de Poisson et de la densité. Cette information *a priori* (tableau 1.6) sera tout au long de l'étude identique. De façon à laisser un maximum de liberté à l'algorithme, nous définissons, pour les deux couches, des intervalles de variations de vitesses et de coefficients de Poisson compris entre 0,5 fois les propriétés théoriques les plus faibles et 1,5 fois les propriétés théoriques les



FIGURE 1.13 – Courbe de dispersion du modèle de référence pour l'étude paramétrique de l'influence de la bande passante de la courbe de dispersion de la vitesse de phase des ondes de surface sur les résultats de l'inversion.

Couche	Épaisseur h	Vitesse c_p	Coefficient de	Vitesse c _s
	[mm]	$[m s^{-1}]$	Poisson	$[m s^{-1}]$
1	[0;100]	[2000;6500]	[0.1;0.4]	[1125;3610]
2	∞	[2000;6500]	[0.1 ;0.4]	[1125;3610]

TABLEAU 1.6 – Information *a priori* pour l'étude paramétrique de l'influence de la bande passante de la courbe de dispersion de la vitesse de phase des ondes de surface sur les résultats de l'inversion.

plus élevées. La densité n'est pas inversée et est fixée à sa valeur théorique. Il y a donc 5 paramètres inversés : les vitesses des ondes de cisaillement et de compression pour les 2 couches et la profondeur de la couche.

Les paramètres d'itérations de l'algorithme sont donnés dans le tableau 1.7. À chaque itération, 150 modèles sont générés. Parmi ces 150 modèles, les 50 modèles dont le misfit est le plus petit sont conservés lors des 50 itérations de l'algorithme.

1.4.5.2 Comparaison entre le modèle théorique et les résultats de l'inversion

La figure 1.14 représente les courbes de dispersion des modèles estimés lorsque la bande passante de la courbe de dispersion mesurée est comprise entre 10 kHz et 150 kHz (c'est-à-dire sans diminution de la bande passante), dont les misfit sont inférieurs à 10^{-3} . Par la suite nous ne retenons que les modèles estimés dont le misfit est inférieur à 10^{-3} . Les courbes de dispersion des modèles estimés ont des valeurs comprises entre $\pm 5 \text{ m s}^{-1}$ de la courbe de dispersion

Nombre de modèles par itération	Nombre d'itérations	Nombre de modèles pour la première itération	Nombre de modèles conservés	Nombre total de modèles
150	50	150	50	7650

TABLEAU 1.7 – Paramètres d'itérations pour l'étude paramétrique de l'influence de la bande passante de courbe de dispersion de la vitesse de phase des ondes de surface sur les résultats de l'inversion.

mesurée.



FIGURE 1.14 – Courbes de dispersion (a) en fréquence, (b) en longueur d'onde, estimées lorsque la bande passante de la courbe de dispersion mesurée (en noir) n'est pas réduite.

Du fait de la prise en compte de la non unicité du problème, l'inversion par optimisation globale donne une représentation des modèles possibles en fonction de l'écart avec les courbes de dispersion. Pour ces valeurs de misfit on considère que les modèles sont représentatifs de la courbe de dispersion mesurée et sont tous équivalents les uns par rapport aux autres. La moyenne et l'écart type des vitesses des ondes de cisaillement et de compression estimées $c_{estim,i}$ pour chaque couche i ainsi que l'épaisseur h de la première couche sont calculés sur les N modèles retenus :

$$\widetilde{c}_{estim,i} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N} c_{estim,i_k}$$
(1.46)

$$\sigma_{c_{estim,i}} = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{k=1}^{N} (c_{estim,i_k} - \tilde{c}_{estim,i})^2}$$
(1.47)

Afin de comparer les résultats avec les valeurs théoriques c_{mes} , utilisées dans le calcul du problème direct, l'écart sur la moyenne est calculée comme suit :

$$E_{\text{moy},i} = \frac{c_{\text{mes},i} - \widetilde{c}_{\text{estim},i}}{c_{\text{mes},i}} \cdot 100$$
(1.48)

et l'écart-type est calculé en pourcentage de la valeur théorique :

$$E_{\text{écart-type},i} = \frac{\sqrt{\frac{1}{N-1}\sum_{k=1}^{N} (c_{\text{estim},i_k} - \widetilde{c}_{\text{estim},i})^2}}{c_{\text{mes}}} \cdot 100$$
(1.49)

La présentation des résultats sera sous la forme : $E_{\text{moy},i} \pm E_{\text{écart-type},i}$.

1.4.5.3 Étude sur les basses fréquences

La figure 1.15 représente l'estimation de la profondeur de la première couche en fonction du rapport entre la plus grande longueur d'onde et l'épaisseur de la couche. On constate que moins

il y a de basses fréquences (donc la plus grande longueur d'onde diminue) et plus l'erreur des estimations est importante, de même que l'écart type. En particulier, l'écart type et l'erreur deviennent plus importants lorsque la plus grande longueur d'onde est inférieure à 2,2 fois l'épaisseur de la couche à estimer. En effet, pour ces valeurs les longueurs d'onde les plus grandes sont très proches voire plus faibles que l'épaisseur de la couche. L'algorithme ne peut plus déterminer correctement la profondeur.



FIGURE 1.15 – Écarts moyens par rapport à la valeur théorique (en pourcentage) de l'estimation de l'épaisseur de la première couche dont la longueur d'onde maximale de la courbe de dispersion est progressivement réduite.

La figure 1.16a représente l'estimation de la vitesse $c_{s,1}$ de la première couche. On constate un faible écart inférieur à 2% par rapport aux valeurs théoriques pour tous les profils. Cet écart reste le même si toute la simulation est relancée. Cette erreur est donc due à l'algorithme d'inversion.

La figure 1.16b représente les erreurs d'estimation de la vitesse $c_{s,2}$, de la deuxième couche, en fonction du rapport λ_{max}/h . On constate que l'estimation de la vitesse $c_{s,2}$ est correcte pour les profils dont le rapport λ_{max}/h est supérieure à 2. Les erreurs d'estimation sont inférieures à 1 % et l'écart-type est assez faible, inférieur à 2 %. Pour les modèles dont le rapport λ_{max}/h est inférieur à 2, la vitesse n'est pas correctement estimée avec une erreur moyenne dépassant 5 % et l'écart type est plus important, jusqu'à 20 % de la valeur théorique. Ainsi, à partir d'une longueur d'onde maximale inférieure à 2 fois l'épaisseur de la première couche, l'estimation de la vitesse $c_{s,2}$ du milieu inférieur, donne une erreur importante.

Ces résultats sont en accord avec les relations entre la longueur d'onde λ_{max} et la profondeur d'investigation z proposées dans la littérature. [Jones, 1958] [Abbiss, 2001] [Xia et al., 1999] et [Socco and Boiero, 2008] proposent d'utiliser le critère $z = \frac{\lambda_{max}}{2}$. [O'Neill et al., 2003] proposent une profondeur d'investigation plus faible $z = \frac{\lambda_{max}}{3}$. Ce critère est souvent considéré comme trop restrictif. Ces résultats confirment l'étude [Bodet, 2005] : un critère de profondeur d'investigation entre $z = \frac{\lambda_{max}}{3}$ et $z = \frac{\lambda_{max}}{2}$ est bien choisi.

1.4.5.4 Étude sur les hautes fréquences

La figure 1.17 représente l'estimation de la profondeur de la première couche en fonction de la variation de la bande passante sur les hautes fréquences. On remarque que pour les modèles dont la plus petite longueur d'onde λ_{min} est inférieure à 1,4 fois l'épaisseur de la couche, l'épaisseur



FIGURE 1.16 – Écarts moyens par rapport à la valeur théorique (en pourcentage) de l'estimation de la vitesse des ondes de cisaillement de la première couche (a) et du milieu semi-infini (b) dont la longueur d'onde maximale de la courbe de dispersion est progressivement réduite.

est bien déterminée. Les erreurs sur les épaisseurs sont inférieures à 10 % avec un écart type inférieur à 5 %. Cependant les modèles dont la plus petite longueur d'onde λ_{min} est supérieure à 1,4 fois l'épaisseur de la couche, ont une erreur d'estimation assez importante. Ils estiment une profondeur très faible, inférieure à 2 fois la valeur théorique et avec un écart type élevé, jusqu'à 29 %.

Ces résultats sont cohérents, car les longueurs d'ondes de ces derniers modèles dépassent la profondeur de la première couche. En effet, elles sont proches du double de la profondeur pour les plus faibles. La dispersion due aux variations de vitesses est peu significative. Ces modèles ne peuvent donc pas évaluer correctement la profondeur de la couche.

La figure 1.18a représente l'estimation de la vitesse $c_{s,1}$, de la première couche, en fonction du rapport λ_{min}/h . Là encore, on constate que si les longueurs d'ondes minimales sont supérieures à 1,6 fois l'épaisseur de la couche, on ne peut plus estimer correctement la vitesse de la première couche.

Cependant, comme le montre la figure 1.18b, comme les longueurs restent grandes, la vitesse du milieu semi-infini peut être estimée. Comme précédemment, on constate que la vitesse



FIGURE 1.17 – Écarts moyens par rapport à la valeur théorique (en pourcentage) de l'estimation de l'épaisseur de la première couche dont la longueur d'onde minimale de la courbe de dispersion est progressivement augmentée.

 $c_{s,2}$ est estimée avec une erreur inférieure à 2 % et écart-type inférieur à 1 %.

1.4.5.5 Conclusions de l'étude paramétrique

L'objectif de ce paragraphe était de proposer une application de l'inversion de la vitesse de phase des ondes de surface à l'aide de l'algorithme de proches voisins développé dans le logiciel DINVER [Wathelet, 2008]. Cette étude a permis de retrouver des résultats donnés dans la littérature. En effet, nous avons montré que la profondeur d'investigation, dans le cas où les données ne sont pas bruitées et ont été produites par l'algorithme utilisé pour les inverser, est environ égale à $\frac{\lambda_{max}}{2}$. Nous avons montré aussi que les propriétés de la première couche ne peuvent être estimées que si les plus petites longueurs d'onde sont inférieures à 1,4 fois son épaisseur.



FIGURE 1.18 – Écarts moyens par rapport à la valeur théorique (en pourcentage) de l'estimation de la vitesse des ondes de cisaillement de la première couche (a) et du milieu semi-infini (b) dont la longueur d'onde minimale de la courbe de dispersion est progressivement augmentée.

1.5 Diffusion multiple des ondes dans le béton

1.5.1 Diffraction par les hétérogénéités

Nous avons montré que le béton est composé d'une pâte de ciment, de granulats de différentes tailles et que la pâte de ciment a une porosité qui varie en fonction de la profondeur. Cette variation de porosité entraîne une variation de vitesses des ondes de volume. Nous avons montré dans le paragraphe 1.3.2 qu'une variation des vitesses des ondes de volume avec la profondeur entraînait une dispersion de la vitesse de phase des ondes de surface. Or il existe une autre origine de la dispersion de la vitesse de phase dans le béton. En effet la présence de granulats, qui présentent un fort contraste d'impédance mécanique ($Z = \rho c$) avec la pâte de ciment, est un autre facteur de la dispersion. Lorsqu'une onde se propage dans le béton, elle interagit avec les granulats. Une partie de l'onde est diffractée et l'énergie est diffusée dans tout l'espace. Cette diffraction dépend de la longueur d'onde λ et de la taille des hétérogénéités. Dans le cas du béton, avec une concentration en granulat supérieure à 60 % en volume (tableau 1.1), l'onde est

multiplement diffusée [Chekroun et al., 2012] (figure 1.19). L'onde diffractée par la première hétérogénéité sera à nouveau diffractée par une autre.



FIGURE 1.19 – Schéma de la diffraction multiple des ondes par les hétérogénéités.

1.5.2 Champs cohérent et incohérent

Dans le champ qui a subi de la diffusion multiple, on distingue une partie cohérente et une partie incohérente. Le champ cohérent est celui qui ne s'annule pas lorsque l'on moyenne le champ mesuré sur plusieurs réalisations du désordre (i.e la position des diffuseurs diffère mais reste statistiquement équivalente). La partie incohérente, qui s'annule lors d'une moyenne sur plusieurs configuration du désordre, est donc propre à la configuration des diffuseurs. Le champ cohérent, obtenu après moyenne de plusieurs réalisations du désordre, décrit la propagation des ondes dans un milieu homogène équivalent appelé milieu effectif.

[Chekroun et al., 2012] ont montré que dans le cas d'un milieu infini contenant jusqu'à 60 % d'inclusions circulaires, dont les propriétés des matériaux sont données par [Schubert and Koehler, 2004], la vitesse de phase effective des ondes P et S est stable à $\pm 5 \text{ m s}^{-1}$ pour 25 réalisations du désordre pour une valeur de k_pa inférieure à 2,8 et une valeur de k_sa inférieure à 5, *a* étant le rayon de l'inclusion. La figure 1.20 extraite de [Chekroun et al., 2012] donne le nombre optimal de réalisations du désordre nécessaires pour remonter aux propriétés mécaniques en fonction des concentrations en inclusions.

1.5.3 Homogénéisation du milieu en deux dimensions

Il existe trois approches pour obtenir la vitesse de phase effective des ondes de volume d'un milieu constitué d'un matrice infini contenant des inclusions circulaires [Chekroun et al., 2012]. L'approche théorique est basée sur des modèles de diffusion multiple telles que [Christensen and Lo, 1979] [Waterman and Truell, 1961] et [Conoir and Norris, 2010]. Ils donnent une expression du nombre d'ondes effectifs, k_e . Ces modèles peuvent être :

- statiques, ils sont indépendants de la fréquence (Voigt, 1928; Reuss, 1929; Hashin, 1970)
- quasi-statiques, [Christensen and Lo, 1979], la longueur d'onde est supposée très grande devant la taille des inclusions.
- dynamiques, Waterman-Truell [Waterman and Truell, 1961], l'Independant Scattering Approximation (ISA), Linton-Martin [Linton and Martin, 2005], Conoir-Norris [Conoir and Norris, 2010], lorsque la longueur d'onde est de l'ordre de grandeur des inclusions.

Les modèles dynamiques fournissent des nombres d'onde, des ondes de volume, qui dépendent de la fréquence. Cependant ces modèles sont valides pour une certaine concentration en inclusions. [Chekroun et al., 2012] ont montré que l'Independant Scattering Approximation



FIGURE 1.20 – Nombre Optimal N_{opt} de configurations des diffuseurs pour déterminer les vitesses et atténuations effectives des ondes P et S en fonction de la concentration ϕ , [Chekroun et al., 2012].

(ISA) et [Waterman and Truell, 1961] ne sont valides que pour des concentrations inférieures à 12 %, tandis que Conoir-Norris est valide pour des concentrations inférieures à 25 %.

Une approche expérimentale est aussi possible pour estimer ou valider les modèles d'homogénéisation [Miled et al., 2011]. Cette approche à l'avantage de ne pas être contrainte par la concentration des inclusions. Les modèles sont de dimensions finies ce qui implique une prise en compte des effets de paroi. Cependant le contrôle des paramètres telles que la position des inclusions, l'homogénéité de la matrice, la valeurs des propriétés physiques, est très délicat.

Enfin une approche numérique est aussi réalisable pour estimer le milieu homogène équivalent [Chammas et al., 2003] [Chekroun et al., 2012]. Elle permet un contrôle simple des paramètres. Toutefois, le choix des paramètres doit se faire avec attention afin d'éviter une dispersion numérique trop importante par rapport aux valeurs des propriétés physiques recherchées.

1.5.3.1 Homogénéisations analytiques

Dans cette thèse nous utiliserons deux modèles d'homogénéisation : celui de Christensen et Lo qui est un modèle quasi-statique et l'Independant Scattering Approximation qui est un modèle dynamique.

Homogénéisation de Christensen et Lo [Christensen and Lo, 1979] propose un modèle d'homogénéisation en deux dimensions d'un milieu macroscopique et isotrope composé d'une matrice contenant des inclusions cylindriques. Le modèle quasi-statique comprend trois phases (figure 1.21) : des inclusions cylindriques, des anneaux cylindriques autour des inclusions dont les propriétés sont celles de la matrice et la partie extérieure aux cylindres composée du ma-

tériau homogène équivalent s'étendant à l'infini, appelé milieu effectif. La surface relative des inclusions par rapport aux anneaux de matrice, dans le modèle à trois phases, est fixé comme étant le pourcentage surfacique d'inclusions contenues dans le sol hétérogène à grande profondeur [Christensen and Lo, 1979]. Cette configuration nécessite que le milieu effectif possède les mêmes conditions de contrainte et déformation que les milieux cylindriques.



FIGURE 1.21 – Schéma de la modélisation utilisée pour l'homogénéisation de [Christensen and Lo, 1979] avec C la concentration surfacique en inclusions.

À faible concentration et sous l'hypothèse de conditions linéaires élastiques, les modules de cisaillement μ^* et de compression K^* effectifs s'écrivent sous la forme :

$$\frac{\mu^*}{\mu^{\text{mat}}} = 1 + \frac{C}{\frac{\mu^{\text{mat}}}{\mu^{\text{incl}} - \mu^{\text{mat}}} + \frac{K^{\text{mat}} + \frac{7}{3}\mu^{\text{mat}}}{2K^{\text{mat}} - \frac{8}{2}\mu^{\text{mat}}}}$$
(1.50)

et

$$K^* = K^{\text{mat}} + \frac{C(K^{\text{incl}} - K^{\text{mat}})}{1 + \frac{(1-C)(K^{\text{incl}} - K^{\text{mat}})}{K^{\text{mat}} + \frac{4}{4}u^{\text{mat}}}}$$
(1.51)

avec *C* la concentration en inclusions, μ^{incl} le module de cisaillement des inclusions, μ^{mat} le module de cisaillement de la matrice, K^{incl} le module de compression des inclusions, K^{mat} le module de cisaillement de la matrice. [Chammas et al., 2003] ont montré que pour des longueurs d'ondes supérieures à 7,5 fois le rayon des inclusions, les ondes de surface peuvent être utilisées pour retrouver la vitesse des ondes S du milieu effectif, c_s^* . A partir des modules de cisaillement et de compression effectif, de la densité moyenne, $\bar{\rho}$ (équation 1.52), on peut calculer la vitesse des ondes P et S (équation 1.20).

$$\bar{\rho} = (1 - C)\rho^{\text{mat}} + C\rho^{\text{incl}} \tag{1.52}$$

avec ρ^{mat} la densité de la matrice et ρ^{incl} la densité des inclusions.

Homogénéisation de l'Independant Scattering Approximation (ISA) Pour un problème d'acoustique en deux dimensions, ISA a une forme très simple. Le nombre d'onde effectif k^* est égal à :

$$(k^*a)^2 = (k^{\text{mat}}a)^2 - \frac{4iC}{\pi}f(0)$$
(1.53)

où C est la concentration en inclusions, a le rayon de l'inclusion, k^{mat} le nombre d'onde de la matrice, f(0) l'amplitude de diffraction d'une inclusion en champ lointain qui ne dépend,

en 2D, que de la fréquence et de l'angle d'incidence de l'onde. Pour un milieu dilué avec un faible contraste entre la matrice et les inclusions, un développement de Taylor au premier ordre permet de simplifier l'équation 1.53 sous la forme :

$$k^*a = k^{\text{mat}}a - \frac{2iC}{\pi} \frac{f(0)}{k^{\text{mat}}a}$$
(1.54)

On peut noter que les équations 1.53 et A.3 font intervenir l'amplitude de diffraction du champ lointain f(0), ce qui implique un milieu infini et un milieu dilué, *i.e.* les diffuseurs sont éloignés. Le nombre d'onde k^* est donc défini pour un milieu hétérogène infini.

Du fait que f(0) est un nombre complexe, le nombre d'onde k^* est complexe et peut s'écrire sous la forme :

$$k^* = \omega/(c + \Delta c) + i\alpha^* \tag{1.55}$$

avec Δc la variation de vitesse et α^* l'atténuation effective. Les deux paramètres sont réels et varient avec la fréquence. Un second développement de Taylor au premier ordre donne la relation :

$$\frac{\Delta c}{c} = -\frac{2C}{\pi} \Im\left(\frac{f(0)}{(k^{\text{mat}}a)^2}\right) \tag{1.56}$$

avec $\Im()$, la partie imaginaire. Ainsi la variation relative de la vitesse est linéaire par rapport à la concentration en inclusions et existe principalement pour les basses fréquences.

Dans notre cas où le milieu est élastique, le nombre d'onde k_p^* est calculé à l'aide du nombre d'onde de la matrice k_p et de l'amplitude de diffraction du champ lointain des ondes P f_{pp} . k_p^* et f_{pp} sont corrélés avec la diffusion d'une onde P par l'inclusion lorsqu'une onde plane P est incidente. La conversion des modes P et S sont prises en compte. La même procédure est réalisée pour le nombre d'onde k_s^* .

Homogénéisation de Conoir et Norris Valable pour des concentrations en inclusions plus élevées [Chekroun et al., 2012], un modèle plus complexe a été développé par [Linton and Martin, 2005] et étendu à l'élastodynamique par [Conoir and Norris, 2010]. L'équation 1.53 suppose que les diffuseurs sont indépendants et que le terme f(0) est petit. [Linton and Martin, 2005] se sont intéressés à calculer la correction de l'équation 1.53 en terme proportionnel à $n_0^2 = \left(\frac{C}{\pi}\right)^2$. Ceci implique de connaître d'avantage d'informations sur la distribution des diffuseurs, et notamment la distance entre deux inclusions. Ainsi [Linton and Martin, 2005] montrent que l'équation 1.53 peut s'écrire avec un développement de degré 2 sur n_0 de la forme suivante :

$$(k^*a)^2 = (k^{\text{mat}}a)^2 - 4in_0 f(0) + \frac{8n_0^2}{\pi k^{\text{mat}^2}} \int_0^\infty \cot\left(\frac{\theta}{2}\right) \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\theta} [f(\theta)]^2 \mathrm{d}\theta \tag{1.57}$$

1.6 Conclusion

Les ondes de surface peuvent facilement être détectées et être générées à l'aide d'un dispositif d'acquisition mesurant le déplacement des particules à la surface du milieu. L'analyse des données par des méthodes de traitement du signal permet d'évaluer le caractère dispersif des ondes. Or, la dispersion des ondes de surface est caractéristique des propriétés du milieu. Lorsque le milieu est composé de couches homogènes isotropes, des méthodes semi-analytiques permettent de calculer les courbes de dispersion de la vitesse de phase des ondes de surface. L'utilisation de problèmes inverses, tels que l'algorithme de proches voisins, permet de remonter aux paramètres de cisaillement et à l'épaisseur des couches du milieu traversé. Cependant, dans le béton, une autre source de dispersion due à la présence des granulats influe sur la vitesse de phase des ondes de surface. Cette diffusion multiple peut être caractérisée à l'aide de plusieurs modèles d'homogénéisation dans le cas de milieu infini. Or il n'existe pas de modèles reliant les deux sources de dispersion du milieu : la diffusion multiple et la présence de couches. Dans un premier temps il est intéressant de se demander si on peut négliger la diffusion multiple au regard des variations de propriétés mécaniques du matériau avec la profondeur. Dans le chapitre suivant, nous proposerons une méthodologie pour évaluer l'influence de la diffusion multiple sur les résultats de l'inversion des ondes de surface.

2

Influence de la diffusion multiple dans le béton sur les résultats de l'inversion des courbes de dispersion des ondes de surface

Résumé de l'article [Métais et al., 2016] (annexe A)

Les granulats représentent approximativement 50% du poids du béton et ont des dimensions pouvant aller jusqu'à 2 - 3 cm. Estimer les paramètres intrinsèques du béton, comme la vitesse des ondes de compression et de cisaillement constitue un challenge dès lors que les longueurs d'onde sont de la taille des granulats. Le régime de diffusion multiple est une source de dispersion des ondes de surface lorsque les longueurs d'ondes sont de l'ordre de grandeur des inclusions. Dans le cas où il n'y que la diffusion multiple comme origine de la dispersion de la vitesse de phase des ondes de surface, l'estimation des profils de vitesses des ondes de volume amène une variation de vitesses en fonction de la profondeur lorsque que le milieu estimé est supposé être composé de couches homogènes stratifiées. En d'autres termes, la présence des granulats induit un biais qui est interprété comme un gradient de propriétés mécaniques lors de l'inversion d'un modèle multicouche.

L'objectif de l'article est de proposer une méthodologie pour déterminer dans quels cas les effets des hétérogénéités sur l'estimation de la vitesse des ondes de cisaillement et de compression dans un milieu homogène infini peuvent être ignorés lorsque le problème direct suppose une structure tabulaire. Pour atteindre cet objectif, nous rappelons rapidement (sections A.2 et A.3) les propriétés physiques du béton et le problème direct de la propagation des ondes ainsi que les modèles d'homogénéisation ISA et de [Christensen and Lo, 1979]. À l'aide de l'homogénéisation ISA et de l'homogénéisation de [Christensen and Lo, 1979], nous calculons la vitesse de phase effective des ondes de surface (figure A.1) d'un milieu composé d'une matrice et contenant 12 % de concentration surfacique en inclusions dont les propriétés mécaniques sont données dans le tableau 2.1.

Dans la section A.5 nous proposons l'utilisation de l'algorithme de proches voisins et nous définissons les paramètres de l'inversion (tableau 2.2).

Nous comparons ensuite, dans la section A.6, les résultats de l'inversion de la courbe de dispersion de la vitesse de phase effective des ondes de surface, précédemment calculée, lorsque

	$c_p \ [\ {\rm m.s^{-1}} \]$	$c_{s} [{ m m.s^{-1}}]$	$ ho$ [kg.m $^{-3}$]
Mortar	3950	2250	2050
Aggregate	4300	2475	2610

TABLEAU 2.1 – Propriété des granulats et du mortier utilisées pour le modèle de béton (extraites de [Schubert and Koehler, 2004]).



FIGURE 2.1 – Courbe de dispersion effective des ondes de Rayleigh en fréquence (a) et en longueur d'onde (b), avec la vitesse de phase des ondes de Rayleigh calculée avec l'homogénéisation ISA en noir, l'homogénéisation de Christensen et Lo en orange et la vitesse de phase moyenne en bleu.

$c_p [{\rm m.s^{-1}}]$	$c_s [{ m m.s^{-1}}]$	$ ho$ [kg.m $^{-3}$]	<i>H</i> [mm]
3976	[2045; 2529]	2117	35

TABLEAU 2.2 – Valeurs et intervalles pour chaque paramètre physique.

que l'information *a priori* suppose un milieu à deux couches (figure 2.2a) puis trois couches (figure 2.2b). Nous remarquons que les résultats de l'inversion sont meilleurs dans le cas où trois couches sont inversées. Nous montrons la présence d'une fine couche qui est un artefact dû au fait que le modèle direct approxime un milieu hétérogène à l'aide d'un milieu composé de couches homogènes. En analysant plus finement les résultats du modèle à trois couches, nous montrons que la deuxième couche du milieu inversé, plus rapide que les autres, est corré-lée avec le rayon de l'inclusion (figure 2.3 et tableau 2.3). Enfin nous montrons à l'aide d'un modèle reliant la vitesse des ondes de cisaillement à la porosité [Lafhaj et al., 2006] que la variation de vitesse de la courbe de dispersion des ondes de surface due à la diffusion multiple, lorsque la concentration en inclusions est de 12 %, implique un gradient de vitesses des ondes de cisaillement qui correspond à une erreur d'estimation de la porosité inférieure à 0,34 %.

Nous concluons ce chapitre en montrant que l'influence de la diffusion multiple sur les estimations de la porosité est plus faible que les gradients de porosité observés dans un béton sain ou carbonaté et peut être négligée avec une erreur de $\pm 0.3\%$ sur la variation de porosité, avec l'hypothèse d'un milieu sans effet de paroi et une concentration en inclusions de 12%.



FIGURE 2.2 – (a) N = 2, (b) N = 3 - En noir, l'estimation de c_s pour chaque couche. Les barres d'erreur représentent les moyennes et les écarts-types de l'épaisseur de la couche et des propréités mécaniques des couches. Les vitesses des ondes de cisaillement de la matrice, des granulats, de la vitesse moyenne et de l'homogénéisation de Christensen et Lo sont données respectivement en rouge, rose, bleu et jaune.



FIGURE 2.3 – Estimation de la profondeur du fond de la seconde couche h_2 en fonction du rayon de l'inclusion en bleu, la régression linéaire en noir.

$h_2 = \alpha \cdot a + \beta$	Parameter	Standard deviation of parameter
α	2.38	0.033
eta	0.33	0.27
Correlation coefficient R	0.999	

TABLEAU 2.3 – Paramètres numériques obtenus par régression linéaire de l'estimation de la profondeur de la seconde couche en fonction du rayon de l'inclusion.

3

Modélisation physique et numérique de la propagation des ondes dans un matériau matrice-inclusion

Sommaire

3.1	Objec	tifs	48
3.2	Modè	les étudiés	48
	3.2.1	Description des diffuseurs	48
	3.2.2	Description de la matrice	48
	3.2.3	Notations	49
3.3	Proto	cole expérimental	50
	3.3.1	Réalisation du modèle	50
	3.3.2	Dispositif expérimental	55
	3.3.3	Mesure de la vitesse de phase des ondes de surface	56
	3.3.4	Caractérisation ultrasonore des matériaux	59
3.4	Métho	ode numérique : les éléments spectraux (SEM)	65
	3.4.1	Introduction aux méthodes numériques	65
	3.4.2	Principe de la méthode : éléments spectraux à deux dimensions	67
	3.4.3	Paramètres numériques utilisés pour la simulation	70
3.5	Comp	araison des résultats expérimentaux et SEM	77
	3.5.1	Démonstrateur homogène F50c200 et F50c240	77
	3.5.2	Démonstrateurs matrice homogène contenant des inclusions, F50c240_12%_Nx	79
	3.5.3	Démonstrateur d'une matrice bicouche stratifiée contenant des inclu- sions, F50c200c240_12%_N39	86
3.6	Estim	ation numérique d'un milieu hétérogène effectif	91
	3.6.1	Algorithme de génération des réalisations du désordre	91

3.7	Conclu	usion
	3.6.3	Estimation numérique de la courbe de dispersion effective d'un milieu bicouche contenant des inclusions F50c200c240_12%_EFFECTIF . 96
	3.6.2	Estimation de la courbe de dispersion du milieu effectif, F50c200_12%_EFFECTIF

3.1 Objectifs

Le chapitre précédent a permis d'étudier l'influence de la diffusion multiple sur l'estimation de la porosité lors de l'inversion des courbes de dispersion de la vitesse de phase effective des ondes de Rayleigh, en supposant un milieu stratifié composé de couches homogènes. Nous avons estimé la vitesse de phase de l'onde de Rayleigh à partir de la vitesse de phase des ondes de volume calculées pour un milieu infini. Dans la réalité, le milieu contient une surface libre au niveau de laquelle s'effectue la propagation des ondes de surface. La présence de cette surface implique un effet de paroi (section 1.1.3.5) qu'il convient d'étudier.

L'objectif de ce chapitre est de proposer une méthodologie, combinant une approche expérimentale et numérique, permettant de décrire la propagation des ondes dans un milieu monocouche, puis bicouche, contenant une surface libre et des inclusions circulaires, distribuées aléatoirement, dont la taille est de l'ordre de grandeur des longueurs d'onde. La partie expérimentale s'appuie sur trois configurations du désordre, et plusieurs démonstrateurs (réalisations physiques) pour lesquels la matrice est un monocouche ou un bicouche stratifié, contenant ou non des inclusions circulaires. Les courbes de dispersion mesurées expérimentalement sont ensuite comparées avec celles obtenues par la méthode numérique des éléments spectraux (SEM). À l'aide des éléments spectraux, nous étudierons la propagation d'une onde dans un milieu effectif (obtenu en moyennant les sismogrammes calculés sur un grand nombre de configurations du désordre) qui correspond au cas où les ondes se propagent dans un milieu homogène équivalent. Enfin nous comparerons la courbe de dispersion effective obtenue numériquement avec celle issue de l'homogénéisation analytique par l'Independant Scattering Approximation.

3.2 Modèles étudiés

3.2.1 Description des diffuseurs

La propagation des ondes dans le béton se fait au travers d'un grand nombre de diffuseurs dont les formes, les tailles et les orientations varient. Nous restreindrons l'étude à deux dimensions où les inclusions ont une forme circulaire de taille unique et sont supposées élastiques. Il y a plusieurs avantages à cette restriction géométrique. La mise en œuvre pour la partie expérimentale et numérique est plus aisée. De plus, cette géométrie autorise la comparaison avec des modèles d'homogénéisations analytiques tels que l'Independant Scattering Approximation (ISA). Afin de rester dans le domaine de validité de l'ISA, la concentration surfacique en inclusions est égale à 12% [Chekroun et al., 2012].

3.2.2 Description de la matrice

Les granulats sont noyés dans de la pâte de ciment que nous modélisons par une *matrice*. Les constituants de la pâte de ciment (grains de ciment, sable, capillaires, pores ouverts et fermés) sont de très petites tailles par rapport aux longueurs d'ondes que nous utilisons. On considère

donc que la diffusion des ondes par les constituants de la pâte de ciment est négligeable. La porosité de la pâte de ciment varie en fonction de la profondeur même dans le cas du béton sain (figure 1.5). Nous supposons que la pâte de ciment est un milieu stratifié de couches homogènes et isotropes dont les propriétés mécaniques varient en fonction de la porosité du milieu. Nous nous restreignons à deux cas :

- Soit, la matrice est élastique homogène et isotrope, *i.e.* la porosité de la pâte de ciment est constante en fonction de la profondeur.
- Soit, la matrice est composée de deux couches dont chacune est élastique homogène et isotrope.

L'interface entre la matrice et les inclusions est supposée parfaite.

3.2.3 Notations

Les notations du problème 2D sont présentées sur la figure 3.1. Les inclusions circulaires de rayon a, élastiques homogènes et isotropes, sont immergées dans une matrice élastique homogène isotrope, Ω_i^{mat} . Dans le cas d'un bicouche, i = 1, 2, la couche 1 a une épaisseur h et la couche 2 est un milieu semi-infini. Dans le cas d'un milieu semi-infini sans couche i = 1. On note ρ_i^{incl} et ρ_i^{mat} les masses volumiques des inclusions (respectivement de la matrice), c_p^{incl} (respectivement $c_{p,i}^{\text{mat}}$) les vitesses des ondes de compression, c_s^{incl} (respectivement $c_{s,i}^{\text{mat}}$) les vitesses des ondes de compression, c_s^{incl} (respectivement $c_{s,i}^{\text{mat}}$) les vitesses des ondes de compression, c_s^{incl} (respectivement $c_{s,i}^{\text{mat}}$) les vitesses des ondes de compression, c_s^{incl} (respectivement $c_{s,i}^{\text{mat}}$) les vitesses des ondes de compression, c_s^{incl} (respectivement $c_{s,i}^{\text{mat}}$) les vitesses des ondes de compression, c_s^{incl} (respectivement $c_{s,i}^{\text{mat}}$) les vitesses des ondes de compression, c_s^{incl} (respectivement $c_{s,i}^{\text{mat}}$) les vitesses des ondes de compression, c_s^{incl} (respectivement $c_{s,i}^{\text{mat}}$) les vitesses des ondes de cisaillement.



FIGURE 3.1 – Notations du problème bicouche : inclusions circulaires élastiques, Ω^{incl} , de rayon *a*, dans une matrice homogène élastique Ω_1^{mat} ou Ω_2^{mat} .

3.3 Protocole expérimental

3.3.1 Réalisation du modèle

3.3.1.1 Choix des matériaux et dimensionnement des démonstrateurs

Le choix des matériaux est déterminant pour contrôler le mieux possible les propriétés mécaniques du démonstrateur. Contrôler la porosité, la position des inclusions, les propriétés mécaniques du béton est particulièrement délicat et est une source d'erreurs non négligeable lorsqu'il s'agit de comparer les résultats des courbes de dispersion mesurées avec une méthode numérique. Le choix des matériaux se fait donc en fonction de deux critères : leur mise en œuvre et leurs propriétés mécaniques qui contraignent le dimensionnement des démonstrateurs.

Afin de respecter au mieux les approximations faites du phénomène de propagation des ondes mécaniques, les matériaux choisis doivent être homogènes, isotropes et la variation des propriétés doit être maîtrisée. Ceci impose l'utilisation de matériaux analogues. Grâce à l'expérience du laboratoire GeoEND dans l'utilisation des métaux et polymères pour la modélisation expérimentale de la propagation des ondes ultrasonores en milieu complexe, nous nous sommes restreints à l'utilisation de polyuréthane. Comme la plupart des élastomères, il est très visco-élastique et donc très atténuant. La particularité du polyuréthane est d'avoir des modules d'élasticité élevés pour un élastomère. Le polyuréthane de coulée chargeable de type F50, de la société AXSON TECHNOLOGIE, permet l'adjonction d'une charge minérale d'alumine hydraté, RZ 30150 (annexe B). Cette charge a une taille de grain très faible, 70 µm, par rapport aux longueurs d'onde utilisées (section 3.3.4.1). La quantité de charge, exprimée en pourcentage du poids du mélange, permet de contrôler les vitesses des ondes mécaniques. Plus la charge est importante et plus le module de Young, donc les vitesses, sont élevés. Deux quantités de charges sont retenues : 200 % et 240 %, la quantité de charge maximale. Les valeurs des propriétés mécaniques pour le polyuréthane contenant ces deux charges ainsi que le protocole de mesure sont donnés dans la section 3.3.4.1 (tableau 3.1). Le polyuréthane F50 permet des coulées en fortes épaisseurs avec une faible réaction exothermique. Par exemple (annexe B) : pour une épaisseur de coulée de 280 mm et un volume de 15 L avec une charge à 240 %, l'exothermie de la réaction à cœur est de 50 °C. Ce matériau a un très faible retrait linéaire et volumique (pour un bloc de $1000 \times 140 \times 140$ mm³, le retrait est de 0,5 %) et une bonne adhérence entre les couches. Sans charge, le polyuréthane est fabriqué à partir de 1/3 d'isocyanate et de 2/3 de polyol. Nous noterons F50c200, une matrice de F50 chargé à 200 % et F50c240 une matrice de F50 chargé à 240%.

Notre étude est en deux dimensions et les inclusions sont circulaires. Les inclusions doivent être des joncs qui résistent à la pression exercée lors de la coulée de la matrice. Nous avons donc choisi des joncs en aluminium. Le diamètre est déterminé par les propriétés mécaniques de la matrice. Sans inclusion, la longueur d'onde la plus grande que nous pouvons générer avec les sources disponibles est inférieure à 4,5 cm, la plus petite longueur d'onde est de 4,4 mm. D'après l'étude paramétrique de la section 1.4.5, pour déterminer les propriétés mécaniques du milieu semi-infini, la plus grande longueur d'onde doit être au moins supérieure à 3 fois l'épaisseur de la première couche. Pour assurer de bonnes estimations des propriétés mécaniques des milieux, nous fixons l'épaisseur de la couche à 1 cm. Nous souhaitons que l'épaisseur de la couche soit supérieure au diamètre de l'inclusion et que le diamètre soit supérieur à la plus petite longueur d'onde pour générer de la diffusion multiple. De plus, nous voulons être certains que les joncs puissent supporter la pression de la coulée. Ceci nous a conduit a choisir un diamètre égal à 5 mm.

La dimension des blocs est de 300 mm de longueur, 150 mm de hauteur et 80 mm de profondeur. La concentration surfacique est de 12% et correspond à 147 joncs à positionner dans le milieu.

3.3.1.2 Réalisation des démonstrateurs

Sept démonstrateurs ont été réalisés par l'entreprise AFC STAB. Les démonstrateurs sont nommés selon la convention suivante :

MATÉRIAUX UTILISÉS_CONCENTRATION EN INCLUSIONS_CONFIGURATION DES POSI-TIONS DES INCLUSIONS.

- (a) deux monocouches sans inclusions, donc homogènes, de F50C200_0% et de F50C240_0% (figure 3.2a),
- (b) un bicouche homogène (sans inclusion), appelé F50c200c240, comportant une couche de 15 mm de F50c200 sur 65 mm de F50c240 (figure 3.2b),
- (c) quatre démonstrateurs hétérogènes (avec une concentration de 12% en inclusions) : trois composés de F50c240, appelés F50c240_12%_N0, F50c240_12%_N36, F50c240_12%_N39, ainsi qu'un démonstrateur composé de F50c200, appelé F50c200_12%_N0 (figure 3.2c),
- (d) et enfin un bicouche hétérogène (avec une concentration de 12% en inclusions) de F50c200 pour la première couche de 10 mm et F50c240 pour la seconde de 70 mm, appelé F50c200c240_12%_N39 (figure 3.2d).

Trois configurations aléatoires de positions des inclusions ont été utilisées. Elles sont appelées N0, N36 et N39 et sont représentées sur la figure 3.3. Les sommets des inclusions des configurations N36 et N39 sont plus éloignés des surfaces que pour la configuration N0. La distance entre le sommet des inclusions et la surface est supérieure à 2,7 mm pour la configuration N36 et N39, et supérieure à 0,7 mm pour la configuration N0.

Le bicouche hétérogène a été réalisé avec la configuration N39. La mise en œuvre est particulièrement délicate. L'utilisation de la quantité de charge maximale (240 %) donne une forte viscosité. À 25 °C, la viscosité est de 20 000 mPa s et la polymérisation est très rapide. Or la coulée doit se faire le plus lentement possible afin d'éviter la présence de bulles d'air, impliquant une porosité non maîtrisée. Les conditions de mise en œuvre imposent qu'avant toute utilisation, le polyol soit agité jusqu'à l'obtention d'une couleur et d'un aspect homogène. Le polyol et l'isocyanate doivent ensuite être mélangés à une température supérieure à 18 °C. Les charges sont dispersées de façon homogène. Avant de procéder à la coulée, le moule contenant les joncs en aluminium prépositionnés doit être exempt de toute trace d'humidité. Étant donnée la viscosité du mélange, la coulée se fait sous pression de 3 bars. Le démoulage se fait après 12 h de repos. Un usinage 5 axes à commande à grande vitesse a été réalisé plus de 24h après le démoulage. Les coordonnées du centre des inclusions sont définies de façon à ce que le sens de la coulée commence à l'abscisse z = 0.





(c) Quatre démonstrateurs hétérogènes (avec une concentration de 12% en inclusions) : trois composés de F50c240, appelés F50c240_12%_N0, F50c240_12%_N36, F50c240_12%_N39, ainsi qu'un démonstrateur composé de F50c200, appelé F50c200_12%_N0.



(d) Un démonstrateur bicouche hétérogène (avec une concentration de 12 % en inclusions) de F50c200 pour la première couche de 10 mm et F50c240 pour la seconde de 70 mm, appelé F50c200c240_12%_N39.



(a)







(c)

FIGURE 3.3 – Position des inclusions pour les configurations N0 (a), N36 (b) et N39 (c).



FIGURE 3.4 – Réalisation du démonstrateur : (a) moule contenant les joncs en aluminium, (b) mélangeur sous pression, (c) coulée dans un moule contenant les joncs en aluminium, (d) vue de face du bloc final usiné, avec la configuration N39.

3.3.2 Dispositif expérimental

Les mesures ultrasonores ont été réalisées dans le laboratoire MUSC (Mesures Ultrasonores Sans Contact) de l'IFSTTAR. Ce laboratoire est dédié à la reproduction des mesures sismiques à échelle réduite. Il permet de contrôler des paramètres liés à l'expérimentation tels que le bruit de mesure, la réponse en fréquence et le couplage des récepteurs, la connaissance et le contrôle de la forme d'onde générée, le positionnement relatif de la source et des récepteurs.

Comme pour toute mesure de données sismiques, le laboratoire MUSC est composé d'un système d'acquisition (récepteurs, cartes d'acquisition et d'amplificateur), d'un système de génération d'onde (source et système de synchronisation), d'un système de positionnement de la source (déplacement en une dimension) et des récepteurs (déplacement en deux dimensions).



FIGURE 3.5 – Représentation schématique de la mesure sur un démonstrateur.

3.3.2.1 Source

Les signaux sont générés grâce à une source ponctuelle ACSYS[®] sans couplant. Il s'agit d'un piézoélectrique pouvant fonctionner en génération ou en réception. L'excitation ponctuelle se fait dans la direction normale à la surface. La surface de contact est d'environ 0,5 mm. La source est excitée avec une ondelette de Ricker de fréquence centrale $f_c = 120$ kHz. Le signal temporel est décrit par l'équation :

$$S_{Ricker}(t) = (2\pi^2 f_c^2 t^2 - 1)e^{-\pi^2 f_c^2 t^2}$$
(3.1)

La position des inclusions est un facteur qui influence la propagation des ondes. Ainsi quatre mesures ultrasonores seront réalisées pour les démonstrateurs contenant les inclusions, avec une source placée sur les quatre bords, aux coordonnées (x,z), en millimètre : (0,0), (300,0), (0,80), (300,80) (au milieu des faces supérieure et inférieure, y = 75 mm, figure 3.5).

3.3.2.2 Récepteur

Le récepteur est un interféromètre laser TEMPO-FS200[®] de l'entreprise Bossa Nova Technologie. Il mesure les déplacements particulaires à la surface du matériau, de façon ponctuelle et sans contact. L'interféromètre est de type hétérodyne. Le faisceau du laser est divisé en deux : un faisceau de mesure et un autre de référence. Le faisceau de mesure est incident sur l'échantillon. La diffraction du champ lumineux réfléchi par l'échantillon est collectée par l'interféromètre et sa phase contient des informations sur le déplacement de la surface. Le signal réceptionné interfère avec le faisceau de référence dans un cristal photoréfractif. Un photodétecteur permet de délivrer un courant proportionnel au déplacement particulaire à la surface, indépendamment du point de réception. La bande de fréquences de l'interféromètre est 20 kHz-20 MHz. La tâche focale du faisceau est inférieure à 100 µm. La détectivité est de 2×10^{-7} nm(W/Hz^{1/2})⁶, [Bretaudeau, 2010]. La longueur d'onde du laser est égale à 532 nm. Une bande adhésive réfléchissante à la surface du matériau permet d'améliorer la qualité des signaux et le rapport signal sur bruit. Les récepteurs sont alignés avec la source. Le premier point du profil est situé à $x_1 = 40$ mm de la source afin de s'affranchir des effets de champs proche de la source. On enregistre les signaux entre les distances $x_1 = 40$ mm et $x_{560} = 280$ mm de la source avec un pas $\Delta x = 0,5$ mm.

3.3.2.3 Système d'acquisition

L'acquisition des données, codées sur 16 bits, se fait avec une fréquence d'échantillonnage de 10 MHz. Chaque acquisition est le résultat d'une moyenne temporelle sur 512 signaux ce qui permet d'obtenir un rapport signal sur bruit satisfaisant (>20 dB). Le banc de mesure Microcontrole permet le positionnement de la source et des récepteurs au-dessus du modèle. La table recevant les modèles est en équilibre pneumatique de manière à pouvoir être isolée des perturbations extérieures. La température de la pièce est maintenue à 20 °C. Un système asservi permet le maintient et le positionnement du récepteur dans le plan (x, y) (figure 3.5) avec un pas minimal de 100 µm et une précision de 10 µm. Le sismogramme est composé de l'ensemble des signaux temporels de tous les récepteurs alignés.

3.3.3 Mesure de la vitesse de phase des ondes de surface

3.3.3.1 Prétraitements

Composante continue Les signaux ont tous une légère composante continue que l'on peut retirer en soustrayant à chaque signal temporel du sismogramme sa moyenne.

Normalisation des sismogrammes pour la visualisation Les signaux présentés pour la visualisation du sismogramme et du spectre sont individuellement normalisés.

Fenêtrage des sismogrammes Les sismogrammes sont fenêtrés autour de la vitesse apparente des ondes de surface. Cette vitesse apparente est calculée en ajustant une droite passant par les maxima d'amplitude de chaque signal du sismogramme. Elle est corrélée avec la vitesse de groupe du paquet d'ondes se propageant avec la plus grande énergie. La largeur de la fenêtre, qui est le meilleur compromis entre la résolution fréquentielle et temporelle, est donnée par [Daubechies and Heil, 1992] :

$$f(t) = \begin{cases} t_0 \frac{1}{2} \sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{\pi + \omega_0 + t}{2\pi - \omega_0 t}\right), & \text{si} \quad \frac{-\pi}{\omega_0} < t < \frac{\pi}{\omega_0} - t_0 \\ 1, & \text{si} \quad \frac{\pi}{\omega_0} - t_0 < t < \frac{-\pi}{\omega_0} + t_0 \\ t_0 \frac{1}{2} \sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{\pi + \omega_0 - t}{2\pi - \omega_0 t}\right), & \text{si} \quad \frac{\pi}{\omega_0} + t_0 < t < \frac{\pi}{\omega_0} \\ 0, & \text{sinon.} \end{cases}$$
(3.2)

avec ω_0 et t_0 de telle sorte que $\pi < \omega_0 t_0 < 2\pi$. La figure 3.6 représente la fenêtre dans le domaine temporel et fréquentiel avec $f_0 = 10$ kHz et $t_0 = 51,2 \,\mu$ s.



FIGURE 3.6 – Signal temporel et transformée de Fourier de la fenêtre temporelle appliquée sur chaque trace, centrée sur les ondes de surface.

3.3.3.2 Vitesse de phase des ondes de surface

transformée $p - \omega$ L'acquisition des données se fait sous la forme d'un sismogramme, de N_x traces mesurées aux distances x_n de la source. Elle se représente dans un plan *distance-temps* (x-t). Pour extraire la courbe de dispersion, il est nécessaire de transposer les données dans un autre plan. Nous utilisons une transformée $p-\omega$ [Mokhtar et al., 1988] qui permet de transposer un sismogramme s(x,t) dans le domaine *lenteur-fréquence*. On applique la transformée de Fourier à chaque signal temporel $s(t, x_n)$ enregistré à la distance x_n :

$$s(t, x_n) \xrightarrow{TF} \hat{s}(\omega, x_n) = A(\omega, x_n) \exp(i\phi_n(\omega)).$$
(3.3)

 $A(\omega, x_n)$ et $\phi_n(\omega)$ sont l'amplitude et la phase du spectre de la trace n $(n = 1, 2, \dots, N_x)$. La sommation $F(p, \omega)$ s'écrit, pour N_x récepteurs aux distances x_n , en faisant la somme de tous les signaux multipliés par $\exp(i\omega px_n)$:

$$F(p,\omega) = \sum_{n=1}^{N_x} \frac{A(\omega, x_n) \exp(i\phi_n(\omega))}{A(\omega, x_1) \exp(i\phi_1(\omega))} \cdot \exp(i\omega p x_n) = \sum_{n=1}^{N_x} \frac{A(\omega, x_n) \exp(i(\phi_n(\omega) + \omega p x_n))}{A(\omega, x_1) \exp(i\phi_1\omega)}$$
(3.4)

Les signaux sont normalisés par la première trace $A(\omega, x_1) \exp(i\phi_1\omega)$ pour éliminer les effets dus au spectre de la source dans le calcul. On calcule $F(p, \omega)$ pour différentes valeurs de lenteur p. La relation de dispersion des ondes de surface est obtenue via les maxima de la fonction $|F(p, \omega)|$. Pour un mode m donné, se propageant à la lenteur $p_m(\omega)$, des maxima apparaissent lorsque :

$$p(\omega) = p_m(\omega) + n \frac{2\pi}{\omega \Delta x}$$
(3.5)

avec n, un entier, Δx la distance inter-trace. Lors d'une visualisation de la fonction $|F(p,\omega)|$, le lobe principal correspond à la vitesse de phase recherchée. Des lobes secondaires ($n \neq 0$) peuvent apparaître et correspondent à un repliement de spectre (ils dépendent de la discrétisation spatiale). Erreur sur l'estimation de la vitesse de phase L'estimation de la courbe de dispersion est effectuée à partir de la détermination des maxima du module de la transformée $p - \omega$. Comme la précision de la transformée $p - \omega$ dépend directement de la résolution, les maxima fluctuent autour de la dispersion théorique. Théoriquement, la valeur des maxima doit être égale au nombre de récepteurs N_x . Si cette valeur est inférieure à N_x , on peut attribuer cela à une erreur sur l'évaluation du paramètre de ray p, pour un mode m, [Herrmann, 1987]. [Herrmann, 1987] fait l'hypothèse d'une distribution normale, de moyenne nulle et de variance σ^2 , de l'erreur $\Delta p = p - \tilde{p}$ au voisinage du maximum \tilde{p} .

$$E[\exp(-i\omega\Delta px_i)] = \exp(-2\sigma^2\pi^2 f^2 x_i^2)$$
(3.6)

Étant donné que la fonction $|F(p,\omega)|$ est positive, la valeur attendue de la sommation est $|\sum_{i=1}^{N_x} \exp(-2\sigma^2 \pi^2 f^2 (x_i - x_1)^2)|$. Connaissant la valeur du maximum du diagramme pour une fréquence donnée, la valeur de l'écart type σ associé au paramètre de ray est déterminée par la méthode de Newton-Raphson. Cette méthode permet par récurrence de trouver les racines de la fonction $g(\sigma) = |\sum_{i=1}^{N_x} \exp(-2\sigma^2 \pi^2 f^2 (x_i - x_1)^2)| - |F(\tilde{p}, \omega)|$. On effectue la récurrence sur 10 itérations. L'écart type est transcrit en termes d'erreur absolue sur la mesure de la vitesse de phase c = 1/p par la relation $\Delta c = \sigma c^2$. On relie donc l'erreur à la largeur du lobe principal de la transformée $p - \omega$ ainsi qu'au nombre de traces du sismogramme.

Résolution de la dispersion Selon le théorème de Shannon, il est nécessaire de prendre en compte l'échantillonnage en temps et en distance pour éviter le repliement spectral :

- La fréquence observable maximale est la fréquence de Nyquist $f_{max} = \frac{1}{2\Delta t}$
- Le nombre d'onde observable maximal est la fréquence spatiale de Nyquist : $k_x = \frac{1}{2\Delta x}$

La distance inter capteur contrôle donc la longueur d'onde minimale d'observation et le repliement de spectre.

Le nombre de capteurs joue un rôle dans la résolution de la dispersion puisque plus la longueur d'observation, en temps ($Nt\Delta t$, avec Nt le nombre d'échantillons temporels) ou distance ($N_x\Delta x$), est grande et plus la résolution en fréquence ou en nombre d'onde l'est :

- + l'échantillonnage en fréquence est : $\Delta f = \frac{1}{t_{max}} = \frac{1}{N_t \Delta t}$
- l'échantillonnage en nombre d'onde est : $\Delta k = \frac{1}{N_x \Delta x}$

La résolution en lenteur est définie par, [Bodet, 2005] :

$$\Delta p = \frac{1}{f\Delta x(N_x - 1)} \tag{3.7}$$

La résolution en lenteur est inversement proportionnelle à la fréquence. Si le nombre de récepteurs est fixé ainsi que leur distance relative, la résolution en lenteur est meilleure sur les hautes fréquences. La résolution est d'avantage contrôlée par la longueur totale du dispositif et la fréquence que par la distance inter récepteurs [Bodet, 2005] [Forbriger, 2003]. Plus le dispositif est long et meilleure est la résolution et plus les basses fréquences sont accessibles. On considère que les plus grandes longueurs d'onde mesurables sont de l'ordre de 40-50 % de la longueur du dispositif.

Effets d'offsets proches Lorsque les premiers récepteurs sont trop proches de la source, les ondes de surface ne peuvent pas être considérées comme des ondes planes. Les phénomènes au voisinage de la source sont complexes. On considère que le front d'onde est assimilable à une onde plane lorsque la distance entre la source et le premier récepteur est supérieure à la moitié de la longueur d'onde maximale observée (λ_{max}) [Park et al., 1999a]. Les effets de champ proche se traduisent par une sous-évaluation de la vitesse de phase à basses fréquences par rapport aux vitesses théoriques [Foti, 2000].

3.3.4 Caractérisation ultrasonore des matériaux

3.3.4.1 Milieux homogènes, non stratifiés, sans inclusion

Une première réalisation de démonstrateurs homogènes, sans inclusion, F50C200_0% et F50C240_0%, a permis de calculer les propriétés mécaniques du polyuréthane pour deux charges minérales d'alumine hydratée : 200 % et 240 %. Ces propriétés mécaniques seront des références pour toute notre étude. La mesure de c_p a été faite en transmission (figure 3.7). Le transducteur utilisé, un Panametrics videoscan 1,5 in, a une fréquence centrale de 250 kHz. Il est alimenté par une excitation de type créneau monopolaire dont l'amplificateur est un SOFRA-NEL Squarewave pulser Receiver. L'acquisition s'effectue à l'aide d'un oscilloscope Agilent dont la fréquence d'échantillonnage est de 25 MHz. On enregistre les 3 premiers échos de l'onde P. Un pointé sur le premier écho et le dernier donne le temps parcouru. Connaissant la taille du bloc z_{\max} que l'on a mesurée au pied à coulisse, on en déduit la vitesse de propagation de l'onde P : $c_p = \frac{z_{\max} \times 2 \times 2}{\Delta t_{1\to 3}}$.

La vitesse des ondes S est calculée à partir de la mesure de la vitesse des ondes P et de la vitesse des ondes de Rayleigh dont le protocole expérimental est détaillé dans la section précédente (section 3.3.2). À partir de l'approximation donnée par [Viktorov, 1967] et de la relation 1.22, la fonction $f(\nu)$ est minimisée et le calcul de c_s est effectué avec la valeur de ν estimée telle que $f(\nu) < 10^{-4}$:

$$\begin{cases} f(\nu) = c_p (1, 12\nu + 0, 87)\sqrt{1 - 2\nu} - c_r (1 + \nu)\sqrt{2(1 - \nu)} \\ c_s = \sqrt{\frac{2(1 - \nu)}{1 - 2\nu}} c_p \end{cases}$$
(3.8)

Les valeurs des propriétés mécaniques de la matrice F50c200 et F50c240 sont données dans le tableau 3.1.



FIGURE 3.7 – Dispositif expérimental pour la mesure en transmission de la vitesse des ondes P.

Matériaux	$c_p [{ m ms^{-1}}]$	$c_r [{\rm ms^{-1}}]$	$c_s [{ m ms^{-1}}]$	ho [kg m ⁻³]	ν
F50 chargé à 200 %	2820	$1327, 7 \pm 2, 3$	$1425, 7 \pm 3$	1766	0, 33
F50 chargé à 240 %	2968	$1392, 3 \pm 2, 4$	$1494, 1 \pm 3, 2$	1822	0, 33

TABLEAU 3.1 – Valeurs des propriétés mécaniques mesurées sur du F50c200 et F50c240.

3.3.4.2 Influence de la fenêtre sur les courbes de dispersion

Le sismogramme est fenêtré autour de l'onde de surface pour diminuer l'impact des réflexions sur le calcul de la courbe de dispersion des ondes de surface. Les réflexions ne sont pas éliminées en totalité et ont un impact sur les courbes de dispersion. Soit c_{fen} le coefficient de fenêtre :

$$f_0 = 500 \cdot c_{\text{fen}}$$
 et $t_0 = \frac{1.024 \cdot 10^{-3}}{c_{\text{fen}}}$ tel que $f_0 \cdot t_0 = 0,512 = \text{constante}$ (3.9)

La figure 3.8 représente le sismogramme et les courbes de dispersion des ondes de surface expérimentales du démonstrateur F50C200_0% pour différents coefficients de fenêtre : $c_{\text{fen}} = \{10, 20, 30, 40, 50\}$. La courbe bleue correspond à la courbe de dispersion du sismogramme non fenêtré. On constate que les fenêtres lissent les courbes de dispersion. Plus le coefficient est important et plus les variations de vitesses en fonction de la fréquence sont faibles. Pour la suite nous garderons un coefficient de fenêtre égal à 20. Cette fenêtre reste large autour des ondes de surface et a l'avantage de diminuer les variations de la vitesse de phase.

3.3.4.3 Milieu bicouche stratifié, homogène

La taille des démonstrateurs, quelle que soit leur nature, est de $300 \text{ mm} \times 150 \text{ mm} \times 80 \text{ mm}$ à $\pm 0.25 \text{ mm}$. Étant données les vitesses de propagation du F50c200 et du F50c240, il y a des réflexions sur les bords dans la partie d'intérêt des sismogrammes. Nous devons donc tester si la taille des démonstrateurs convient pour notre étude. Il est donc nécessaire d'étudier l'influence des perturbations des sismogrammes, dues aux réflexions des ondes sur les bords, sur l'estimation des vitesses des ondes S et P.

Le démonstrateur bicouche, F50c200c240, a des dimensions identiques aux autres blocs. Le démonstrateur comporte une couche de F50c200 de 15 mm d'épaisseur sur une couche de 65 mm de F50c240. La courbe de dispersion des vitesses de phase des ondes de surface a été échantillonnée en longueur d'onde et inversée à l'aide d'un algorithme de proches voisins (section 1.4.4). L'information *a priori* a été choisie de telle sorte que les paramètres c_p , c_s , la profondeur *h* de la couche sont centrés autour des valeurs mesurées sur les démonstrateurs homogènes (tableau 3.2). Les paramètres d'itération utilisés sont donnés dans le tableau 3.2 et 3.3. L'algorithme fait 100 itérations. À chaque itération, 50 modèles sont générés à partir des 20 modèles dont les *misfit* des courbes de dispersion sont les plus petits lors de la précédente itération. En tout, 5100 modèles ont été générés ce qui est suffisant pour assurer une bonne convergence de l'inversion (figure 3.12).

Les résultats de l'inversion sont représentés figure 3.10 et 3.11. Seuls les modèles dont le *misfit* (section 1.4.4.2) est inférieur à 0,7 sont représentés de telle sorte que la courbe de dispersion des modèles est dans les barres d'erreur de la courbe de dispersion mesurée. Ceci représente 4361 modèles. La figure 3.10 donne les courbes de dispersion des modèles estimés ainsi que la courbe de dispersion mesurée. Les modèles estimés sont représentés en couleur en fonction de la valeur de *misfit*. Les profils sélectionnés peuvent être considérés comme des solutions également probables. On calcule donc la moyenne et l'écart type de ces profils que l'on compare aux valeurs mesurées sur les démonstrateurs homogènes (tableau 3.4). Les valeurs



FIGURE 3.8 – Influence de la fenêtre autour des ondes de surface sur la courbe de dispersion de la vitesse de phase dans le cas du démonstrateur F50c200_0%. Les couleurs des courbes correspondent au coefficient de la fenêtre $c_{\text{fen}} = \{10, 20, 30, 40, 50\}$. La courbe bleue ($c_{fen} = 0$) est la courbe de dispersion sans fenêtrage.

de vitesses de la première couche sont très bien estimées : pour c_s , on obtient une erreur de $0,21\% \pm 0\%$ et pour c_p , une erreur de $0,07\% \pm 1,8\%$ (équations 1.48 et 1.49). La deuxième couche est moins bien estimée, l'erreur étant de $0\% \pm 0,74\%$ pour c_s et $2,5\% \pm 3,7\%$ pour c_p . Les erreurs des estimations de la vitesse des ondes de cisaillement sont inférieures 0,5% ce qui reste acceptable par rapport aux objectifs de 3% (section 1.2.4). Les écarts-types sur l'estimation de la vitesse des ondes P sont dix fois supérieurs à ceux des vitesses des ondes S. Ce résultat est en accord avec la sensibilité de la vitesse des ondes de Rayleigh. En effet, la vitesse des ondes de Rayleigh est beaucoup plus sensible à la vitesse des ondes S qu'à celle des ondes P. Au regard des résultats de l'inversion, nous pouvons conclure que les perturbations dues aux réflexions sur les bords du démonstrateur sont négligeables sur l'estimation de la vitesse des ondes de l'inversion of la vitesse des ondes S et P.

Coucho	Vitesse c_p	Coefficient	Vitesse c_s	Densité	Profondeur
Couche	$[m.s^{-1}]$	de Poisson	$[m.s^{-1}]$	$[kg.m^{-3}]$	$h \; [mm]$
1	[2700;3100]	[0,16;0,36]	[1300;1600]	fixe à 1766	[12;18]
2	[2700;3100]	[0,16;0,36]	[1300;1600]	fixe à 1822	∞

TABLEAU 3.2 – Information *a priori* de l'algorithme pour l'estimation de la vitesse des ondes S, des ondes P et la profondeur de la couche du démonstrateur bicouche stratifié homogène F50c200c240.

Nombre d'échantillons par itération	50
Nombre d'itérations	100
Nombre d'échantillons pour la première itération	100
Nombre de modèles retenus à chaque itérations	20
Nombre total de modèles	5100

TABLEAU 3.3 – Paramètres d'itérations pour l'estimation de la vitesse des ondes S, des ondes P et la profondeur de la couche du démonstrateur bicouche stratifié homogène F50c200c240.

Couche	vitesse $c_p [m.s^{-1}]$	Vitesse $c_s [m.s^{-1}]$	Coefficient de Poisson	Profondeur h [mm]
1	2818 ± 52	1422 ± 0	$0,32 \pm 8e - 3$	14.4 ± 1
2	2895 ± 107	1494 ± 11	$0,32 \pm 2e - 2$	-

TABLEAU 3.4 – Résultats de l'inversion de la courbe de dispersion mesurée sur le démonstrateur bicouche stratifié homogène F50c200c240.



FIGURE 3.9 – Transformée $p - \omega$ du sismogramme mesuré expérimentalement sur le démonstrateur F50c200c240. En noir, le maximum de la transformée $p - \omega$ correspondant à la courbe de dispersion des ondes de surface.



FIGURE 3.10 – Courbes de dispersion issues des modèles inversés représentation, (a) en fréquence, (b) en longueur d'onde, en noire, de la courbe de dispersion mesurée.


FIGURE 3.11 – Moyennes et écarts-types des profils inversés, (a) des ondes P, (b) des ondes S.



FIGURE 3.12 – Valeurs du *misfit* en fonction des modèles générés pour l'inversion du bicouche homogène F50c200c240.

3.4 Méthode numérique : les éléments spectraux (SEM)

3.4.1 Introduction aux méthodes numériques

Nous souhaitons modéliser la propagation d'onde dans le milieu hétérogène à l'aide d'une méthode numérique. La modélisation numérique est dépendante des propriétés mécaniques du milieu, de la précision attendue sur les résultats et du coût numérique [Marfurt, 1984]. Dans le cadre de cette étude, la méthode numérique doit être capable de générer des données en ondes de surface dans un milieu contenant des interfaces circulaires avec une grande précision et une faible dispersion numérique.

La méthode numérique la plus utilisée est la méthode des Différences Finies (FD), [Virieux, 1986, Levander, 1988, Pratt, 1990]. Cette méthode approxime des dérivées partielles sur une grille cartésienne régulière à l'aide d'un développement de Taylor [Moczo et al., 2004] à un ordre *n* dépendant de la précision souhaitée de la solution. La méthode FD est simple à implémenter mais la grille cartésienne définie par la longueur d'onde la plus petite se propageant dans tout le milieu (λ_{min}) ne permet pas de reproduire proprement des interfaces complexes telles que les inclusions circulaires. De plus, 60 points par λ_{min} sont nécessaires pour modéliser les ondes de Rayleigh avec un ordre 2 [Saenger et al., 2000], alors que seulement 15 points sont requis pour les ondes de volume [Kelly et al., 1976], ce qui augmente drastiquement le coût de calcul lors de la modélisation de la proche surface. Un schéma numérique plus complexe, d'ordre 4, a été développé par [Hustedt et al., 2004] pour la modélisation des ondes sismiques dans le domaine fréquentiel basé sur la combinaison d'une grille cartésienne classique et d'une grille tournée à 45 degrés. La figure 3.13 représente le schéma de la grille ainsi que l'analyse de la dispersion de la vitesse de groupe en fonction de l'inverse du nombre de points par longueur d'onde pour des propagations d'onde avec différentes angles.



FIGURE 3.13 – (a) Schéma de différences finies dit à grilles mélangées à 9 points [Hustedt et al., 2004]. (b) Analyse de dispersion de la vitesse de groupe pour un schéma à grilles mélangées [Hustedt et al., 2004], en fonction de l'inverse du nombre de points par longueur d'onde (G). Les différentes courbes correspondent à des propagations d'ondes avec des angle de 0 (étoiles), 15 (triangles), 30 (cercles) et 45 (carrés).

La Méthode des Éléments Finis (FEM) est une autre méthode très utilisée pour la modélisation de la propagation des ondes, [Moser et al., 1999, Chammas et al., 2003]. La FEM est basée sur la formulation variationnelle de l'équation de mouvement et donne une approximation continue de la solution dans un espace utilisant des fonctions à base polynomiale pour chaque nœud des cellules du maillage. Les conditions naturelles de la FEM aux bords est une surface libre. Le maillage non structuré triangulaire (en deux dimensions) est bien adapté pour les milieux complexes. Cependant la FEM, définie avec une base polynomiale d'ordre peu élevé, n'est pas adéquate pour obtenir une solution précise et non dispersive. En effet, la taille des cellules doit être au moins égale à 1/20 de la longueur d'onde dominante (λ_d) sur une distance de propagation égale à $6\lambda_d$ pour les milieux hétérogènes afin de réduire la dispersion numérique [Chammas et al., 2003], ce qui représente, une nouvelle fois, un coût important de calcul même en approximation à deux dimensions. Dans notre étude, la distance de propagation est 3 fois plus importante nécessitant un maillage encore plus fin pour minimiser les erreurs numériques. Les figures 3.14a, 3.14b et 3.14c donnent des représentations schématiques pour trois ordres d'interpolation, P0, P1 et P2, à l'échelle d'une cellule triangulaire, ainsi que leurs capacités à approximer une sinusoïde. Plus l'ordre d'interpolation de la cellule augmente, plus le nombre de degrés de liberté qui lui est associé augmente. Les cellules sont dissociées les unes des autres, l'échange d'information entre cellules voisines étant alors géré par des flux numériques. Plus l'ordre du système d'équations est élevé, plus les flux numériques associés à une cellule auront de cellules voisines à considérer pour le calcul des champs d'onde. Ainsi, 3 cellules voisines seront nécessaires au calcul des flux à l'ordre 1 et 9 cellules voisines seront nécessaires à l'ordre 2 (figure 3.14d).



FIGURE 3.14 – (a,b,c) Représentation de différents ordres d'interpolation sur une cellule triangulaire. (a) Ordre d'interpolation P0, (b) ordre d'interpolation P1 et (c) ordre d'interpolation P2.
(d) Schéma numérique d'un maillage triangulaire structuré. La cellule centrale (cellule noire) possède trois cellules voisines (cellules hachurées) pour un système d'ordre 1, et neuf cellules voisines (cellules hachurées) pour un système d'ordre 2 [Pageot, 2012].

La méthode des éléments spectraux est une méthode des éléments finis qui utilise des bases polynomiales orthogonales d'ordre élevé, issus des méthodes pseudo spectrales, [Faccioli et al., 1997, Komatitsch and Tromp, 1999, Komatitsch et al., 1999, Festa et al., 2005]. Cette méthode qui a été appliquée dans un premier temps aux problèmes de la dynamique des fluides, combine la flexibilité des méthodes classiques des éléments finis, pour la représentation des surfaces et interfaces, avec la convergence exponentielle associée aux techniques spectrales. Comme pour la FEM, la formulation faible des équations, utilisée dans cette méthode, assure une prise en compte naturelle de la condition de surface libre. La formulation à un ordre élevé permet d'obtenir une solution précise et non dispersive. De plus, le schéma temporel facilite la parallélisation et réduit les coûts de calcul. Le maillage est composé de quadrangles qui peuvent se déformer fortement [Oliveira and Seriani, 2011] et permet une représentation spatiale précise de milieux complexes [Cristini and Komatitsch, 2012]. Pour un ordre polynomial n = 4, la taille des cellules doit être entre $\lambda_{min}/2$ et λ_{min} . Ceci est une taille de maille très importante comparé à la FEM. La première utilisation dans le cadre de la sismologie a été faite à l'échelle de la Terre globale en discrétisant une sphère en cubes, éléments élémentaires pour utiliser les techniques de sommation et de factorisation de manière efficace [Chaljub, 2000]. Une technique de déraffinement du maillage avec la profondeur a été appliquée à l'équation de l'élasto-dynamique

afin d'éviter des surcoûts importants de calcul. [Capdeville et al., 2003] ont couplé les éléments spectraux avec des solutions modales pour la propagation d'ondes dans le modèle de Terre où seulement une partie de la sphère est latéralement hétérogène. Cette méthode est adaptée aux ondes de surface et est utilisée dans tout le chapitre pour la modélisation numérique des démonstrateurs.

3.4.2 Principe de la méthode : éléments spectraux à deux dimensions

3.4.2.1 Forme variationnelle

Pour le calcul numérique de la propagation des ondes, on utilise une formulation intégrale, appelée aussi variationnelle, [Komatitsch and Tromp, 1999]. En intégrant par partie, sur le domaine à deux dimensions Ω , et en multipliant par une fonction d'essai $\boldsymbol{w} = (w_1, w_2)$ à des fins de calculs, l'équation du mouvement :

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \nabla \cdot \sigma_{ij} = f \tag{3.10}$$

où f est une force, devient, [Tromp et al., 2008] :

$$\int_{\Omega} \rho \boldsymbol{w} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} d^2 \boldsymbol{x} = -\int_{\Omega} \sigma_{ij} \frac{\partial w_i}{\partial x_j} d^2 \boldsymbol{x} + \int_{\Omega} f \boldsymbol{w} d^2 \boldsymbol{x}$$
(3.11)

avec les conditions initiales

$$\int_{\Omega} \rho \boldsymbol{w} u|_{t=0} = 0,$$

$$\int_{\Omega} \rho \boldsymbol{w} \frac{\partial u}{\partial t}|_{t=0} = 0$$
(3.12)

La forme variationnelle est équivalente à l'équation aux dérivées partielles du fait qu'elle est valable pour toute fonction w. Le terme de gauche donne la matrice de masse en termes d'éléments finis, tandis que le premier terme de droite donne la matrice d'épaisseur et le dernier est relié à la source.

3.4.2.2 Discrétisation spatiale

Le milieu Ω est discrétisé en n_e éléments Ω_e , $e = 1, \dots, n_e$ tels que $\Omega = \bigcup_{e=1}^{e=n_e} \Omega_e$, qui ne se recouvrent pas. En deux dimensions, on utilise des quadrangles pour la discrétisation. À chaque point du quadrangle, $\boldsymbol{x} = \{x, z\}$, de Ω_e , on associe une transformation géométrique qui permet un changement de coordonnées dans une base de référence, $\boldsymbol{x} = \{x, z\} \rightarrow \boldsymbol{\xi} = \{\xi, \zeta\}$, telle que $-1 \leq \xi, \zeta \leq 1$:

$$\boldsymbol{x}(\boldsymbol{\xi}) = \sum_{a=1}^{M} x_a N_a(\boldsymbol{\xi}) \tag{3.13}$$

avec $\boldsymbol{x}_a = \boldsymbol{x}(\xi_a, \zeta_a)$ un point du quadrangle et la fonction $N_a(\boldsymbol{\xi})$ définie la forme d'un élément Ω_e . Les fonctions $N_a(\boldsymbol{\xi})$ sont constituées de N + 1 polynômes de Lagrange de degré N, $\{h_\alpha(\xi), \alpha = 0, \dots, N\}$. La figure 3.15 représente la forme des polynômes de Lagrange d'ordre 9.



FIGURE 3.15 – Polynômes de Lagrange d'ordre 9.



FIGURE 3.16 – Position des points de Gauss-Lobatto-Legendre sur un élément en deux dimensions d'ordre 9.

Pour évaluer les intégrations locales, on utilise la règle de quadrature basée sur les points de Gauss-Lobatto-Legendre (GLL). Les points de GLL, $\{\xi_{\alpha}, \alpha = 0, \dots, N\}$, sont définis

comme les zéros de $(1 - \xi^2)P'_N$, avec P_N le polynôme de Legendre de degré N sur [-1,1]. Par définition, on a $\xi_0 = -1$ et $\xi_N = 1$. La figure 3.16 représente les points GLL sur un éléments en deux dimensions d'ordre 9. Une fonction f, (par exemple le déplacement u), peut se définir en termes de polynômes de degré N associés au point de GLL :

$$f(\boldsymbol{x}(\xi,\zeta)) = \sum_{\alpha=0}^{N} \sum_{\beta=0}^{N} f^{\alpha\beta} h_{\alpha}(\xi) h_{\beta}(\zeta)$$
(3.14)

avec $f^{\alpha\beta} = f(\boldsymbol{x}(\xi_{\alpha}, \zeta_{\beta}))$ la valeur de la fonction f au point de GLL $\boldsymbol{x}(\xi_{\alpha}, \zeta_{\beta})$. On peut ainsi approcher les intégrations sur tous les éléments de Ω_e par :

$$\int_{\Omega_e} f(\boldsymbol{x}) \mathrm{d}^2 \boldsymbol{x} = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 f(\boldsymbol{x}(\xi,\zeta)) J(\xi,\zeta) \mathrm{d}\boldsymbol{\xi} \mathrm{d}\boldsymbol{\zeta} = \sum_{\alpha=0}^N \sum_{\beta=0}^N \omega_\alpha \omega_\beta f^{\alpha,\beta} J^{\alpha,\beta}, \quad \forall q \in \mathbb{P}_{2N-1}$$
(3.15)

avec $J^{\alpha,\beta} = J(\xi_{\alpha}, \zeta_{\beta})$, la valeur du Jacobien J du changement de base d'un point de GLL, et ω_{α} , $\alpha = 0, \dots, N$, les poids d'intégration.

Si on applique cette quadrature au membre de gauche de l'équation 3.11, on obtient, [Tromp et al., 2008] :

$$\int_{\Omega} \rho \boldsymbol{w} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \mathrm{d}^2 \boldsymbol{x} = \sum_{\alpha=0}^{N} \sum_{\beta=0}^{N} \omega_{\alpha} \omega_{\beta} J^{\alpha,\beta} \rho^{\alpha,\beta} \sum_{i=1}^{2} w_i^{\alpha,\beta} \frac{\partial^2 u_i^{\alpha,\beta}}{\partial t^2}$$
(3.16)

On note $\rho^{\alpha,\beta} = \rho(\boldsymbol{x}(\xi_{\alpha},\zeta_{\beta}))$. En posant indépendamment les facteurs $w_1^{\alpha,\beta}$ et $w_2^{\alpha,\beta}$ à zéro, les équations sont indépendantes pour chaque composante de l'accélération $\frac{\partial^2 u_i^{\alpha,\beta}}{\partial t^2}$ au point $(\xi_{\alpha},\zeta_{\beta})$. La valeur de l'accélération d'un point \boldsymbol{x} pour un élément donné, $\frac{\partial^2 u_i^{\alpha,\beta}}{\partial t^2}$, est multipliée par le facteur $\omega_{\alpha}\omega_{\beta}J^{\alpha,\beta}\rho^{\alpha,\beta}$ qui peut être mis sous la forme d'une matrice diagonale, appelée matrice de masse M.

En appliquant la quadrature de GLL aux membres de droite de l'équation 3.11 on se ramène à résoudre l'équation matricielle :

$$M\ddot{U} = -KU + F \tag{3.17}$$

avec U le déplacement de l'ensemble des vecteurs de tous les points du maillage, M est la matrice de masse, K la matrice de raideur globale et F le vecteur source global. Pour résoudre cette équation, la matrice de masse M doit être inversée. Cette matrice étant diagonale, on voit donc ici l'intérêt de la quadrature basée sur les mêmes points de Gauss que les nœuds qui définissent les fonctions de bases.

3.4.2.3 Intégration temporelle

Le schéma utilisé est un schéma de Newmark basé sur un développement limité d'ordre 2 de la dérivée en temps. Le temps n + 1 est défini à partir du pas de temps n de la manière suivante :

$$M\dot{U}_{n+1} = -KU_{n+1} + F_{n+1} \tag{3.18}$$

avec

$$U_{n+1} = U_n + \mathrm{d}t\dot{U}_n + \mathrm{d}t^2 \left[\left(\frac{1}{2} - \beta \right) \ddot{U}_n + \beta \ddot{U}_{n+1} \right]$$

$$\dot{U}_{n+1} = \dot{U}_n + \mathrm{d}t \left[(1 - \gamma)\ddot{U}_n + \gamma \ddot{U}_{n+1} \right]$$

(3.19)

 U_0 et \dot{U}_0 sont initialisés à 0. dt est le pas de simulation. Le système est résolu à l'aide d'un algorithme prédicteur-correcteur décrit dans [Capdeville, 2000]. Le terme γ permet de tendre vers la convergence spectrale et assure un schéma d'ordre 2 s'il est égal à 1/2. Le terme β donne des conditions sur le déplacement prédit par l'algorithme. Pour utiliser convenablement ce schéma, il faut s'assurer de respecter la condition de stabilité :

$$dt \le C_{our} \frac{dx_{min}}{c_{max}} \tag{3.20}$$

où dx_{min} est la plus petite distance entre deux points du maillage, C_{our} le nombre de Courant et c_{max} la vitesse maximum des ondes. Cette condition permet de s'assurer que la vitesse maximale des ondes est inférieure à C_{our} fois la vitesse de propagation de l'information dans le maillage (dx/dt). Dans notre cas, on s'assure que le nombre de courant est inférieur à 0,3, ce qui semble suffisant par rapport à ce qui est utilisé dans la littérature. [Komatitsch et al., 1999] utilise un nombre de Courant de 0,6 dans le cas à deux dimensions dans la Terre.

3.4.3 Paramètres numériques utilisés pour la simulation

3.4.3.1 Paramètres pour la simulation numérique

Source et récepteurs La source est positionnée aux bords du modèle, aux coordonnées (x, z), en millimètre : (0,0), (300,0), (0,80), (300,80). Les récepteurs sont positionnés dans l'alignement de la source entre 1 mm et 300 mm par pas de $\Delta x = 0.5$ mm de la source. La source est un Ricker de fréquence centrale égale à 120 kHz. Les signaux sont calculés sur 0,3 ms avec un échantillonnage temporel Δt égal à 10^{-4} ms. L'échantillonnage temporel Δt est un multiple du pas temporel de l'intégration numérique dt.

Paramètres de l'intégration numérique Le nombre de points de Gauss-Lobatto-Legendre est de 4 suivant les axes x et y. L'ordre d'interpolation est de 4 et le pas temporel de l'intégration numérique, dt, est fixé de telle sorte que le nombre de courant (C_{our}) global (le plus élevé de l'ensemble de la simulation), soit inférieur à 0,3. Le pas d'intégration dt dépend de la plus petite distance dx_{min} entre deux points de tout le maillage, (équation 3.20). Il est donc variable d'une simulation à une autre si la position des inclusions varient.

Le maillage Le maillage des démonstrateurs contenant des inclusions est relativement délicat et influence inévitablement les résultats sur la courbe de dispersion. En effet, nous devons mailler des inclusions circulaires avec des quadrangles. Pour définir le rectangle représentant la matrice, nous avons définis huit points : un point à chaque angle et un point sur chaque milieu d'arête. Chaque inclusion a été définie à l'aide de quatre points géométriques reliés par des quarts de cercles (figure 3.17). On associe des valeurs à ces points géométriques, Well1 s'ils appartiennent à une inclusion et Well2 à la matrice. Elles permettent de spécifier la taille maximale des mailles autour de l'élément. Le maillage est uniquement contraint par les limites du modèle. Lorsqu'une interface est maillée, un côté du quadrangle est commun avec l'interface, assurant la conformité du maillage notamment lorsqu'il y a une interface entre deux surfaces Pour les surfaces circulaires des inclusions, le maillage est adapté en respectant leur courbure. Le mailleur utilisé est *GMSH*, [Geuzaine and Remacle, 2009]. Un premier maillage est réalisé automatiquement puis une recombinaison de toutes les mailles qui ne sont pas des quadrangles est faite à l'aide d'un algorithme de Blossom, [Remacle et al., 2012]. Les figures 3.18 et 3.19 représentent le maillage dans le cas d'un milieu homogène et d'un milieu bicouche avec la configuration des inclusions N39. Plus notre maillage est complexe et plus les mailles sont déformées et petites. Le milieu homogène permet un maillage cartésien parfait. Dans le cas du bicouche, le mailleur est capable de prendre en compte les inclusions à l'interface entre les deux milieux. Cependant il ne peut pas mailler des configurations où une inclusion est tangente à l'interface.



FIGURE 3.17 – Définition géométrique d'une inclusion.



FIGURE 3.18 – Maillage du milieu homogène.

Coût numérique de la méthode La durée de simulation dépend du nombre de nœuds du maillage, du nombre de Courant (donc du pas d'intégration numérique) ainsi que de l'ordre utilisé pour l'intégration numérique au point GLL. Le nombre de nœuds pour les simulations varie entre 1672 et 28288 en fonction du raffinement du maillage, tableau 3.5. Le temps CPU, sur un cœur Xeon X5650 2,66 GHz, pour un milieu homogène est de 4 minutes et 30 secondes alors que pour un milieu plus complexe tel que le bicouche contenant des inclusions, il augmente à 9 heures 2 minutes et 6 secondes. Une simulation peut donc prendre entre 20 minutes et 2 heures sur un ordinateur classique où 4 cœurs sont utilisés et entre 30 secondes et 45 minutes sur 24 cœurs du calculateur du Centre de Calcul Intensif des Pays de la Loire (CCIPL : www.ccipl.univ-nantes.fr).



FIGURE 3.19 – Maillage du bicouche avec la configuration N39 (a) et zoom sur ce maillage (b).

	Milieu homogène	Milieu homogène avec inclusions (configuration N39)	Milieu bicouche avec inclusions (configuration N39)
Nombre de nœuds du maillage	1672	8050	28288
Nombre de Courant	0.259	0.287	0.300
Ordre polynomiale d'intégration spatial	5	5	5
Temps CPU [h : min : s]	00:04:30	00:47:59	09:02:06
Nombre de CPU	24	24	24
Temps utilisateur [h : min : s]	00:00:31	00:04:02	00:45:31
Mémoire virtuelle [kB]	2041764	2091716	2262384

TABLEAU 3.5 – Ressources utilisées et durée des simulations en fonction du milieu homogène, homogène contenant des inclusions et bicouche contenant des inclusions. Les temps de calcul CPU et utilisateur ainsi que la mémoire virtuelle ont été obtenus sur les cœurs Xeon X5650 2,66 GHz du CCIPL.

3.4.3.2 Influence du maillage et du pas de calcul de la méthode SEM sur la courbe de dispersion

Pour évaluer les paramètres de calcul de la méthode SEM tels que la taille des cellules du maillage et le pas de temps de calcul dt qui peuvent faire varier la courbe de dispersion, nous proposons de calculer la courbe de dispersion d'un milieu monocouche hétérogène dont les propriétés mécaniques des inclusions et de la matrice sont les mêmes, du F50c200 (tableau 3.1). Le démonstrateur est donc homogène mais le maillage est défini en prenant en compte la configuration N39 des inclusions. La taille maximale des cellules dépend des valeurs Well1, respectivement Well2, qui sont associées aux points géométriques qui définissent la matrice, respectivement les inclusions (figure 3.17). Lorsque Well2 = 2 mm et que le rayon des inclusions est égal à 2,5 mm, les inclusions sont discrétisées en hexagones. Pour $Well2 \in \{1, 5; 1\}$ mm, la discrétisation des inclusions, de rayon égal à 2,5 mm, est faite avec un hexadécagone (polygone à 16 côtés). Pour la discrétisation la plus fine, Well2 = 0,4 mm, des inclusions de rayon égal à 2,5 mm, le mailleur définit des tétracontagones (polygônes à 40 côtés). Le tableau 3.6 donne les valeurs des paramètres utilisés pour la comparaison. La figure 3.20 représente les écarts entre les courbes de dispersion, calculées par la SEM et la valeur théorique des ondes de Rayleigh en pourcentage de la valeur de théorique, qui se propagent dans du F50c200.

Well1 [mm]	Well2 [mm]	dt [ms]
2	2	$5\cdot 10^{-6}$
2	2	$1 \cdot 10^{-6}$
2	1.5	$1 \cdot 10^{-6}$
1.5	1.5	$1 \cdot 10^{-6}$
2	1	$1 \cdot 10^{-6}$
0.4	0.4	$1 \cdot 10^{-6}$

TABLEAU 3.6 – Paramètres utilisés pour évaluer l'influence du maillage et du pas de calcul de la méthode SEM sur les courbes de dispersion dans le cas homogène $\Omega^{mat} = \Omega^{incl}$. En gras, les paramètres de calcul numérique utilisés pour les milieux homogènes dans le reste de la thèse.

On constate qu'entre 30 et 300 kHz, les courbes de dispersion sont toutes confondues sauf pour la plus fine résolution. Plus la discrétisation est importante et plus la dispersion est faible. L'écart avec la courbe de dispersion théorique est inférieur à 0,6% de la vitesse ; soit 8 m s^{-1} , largement suffisant pour notre étude. La différence entre les courbes de dispersion se fait pour des fréquences supérieures à 300 kHz.

Nous proposons de poursuivre l'étude dans le cas hétérogène où la matrice et les inclusions ont des propriétés différentes ($\Omega^{\text{mat}} \neq \Omega^{\text{incl}}$). La configuration initiale est le démonstrateur F50C240_12%_N39, dont les propriétés mécaniques sont données dans le tableau 3.1 et 3.8. Les paramètres du calcul par la SEM sont donnés dans le tableau 3.7. Il n'existe pas de modèle analytique pour comparer les résultats des courbes de dispersion. Les courbes de dispersion $c_{r,i}(f)$ sont donc comparées à $c_{r,0}(f)$ correspondant à celle dont le maillage est le fin plus (Well1 = Well2 = 0,4 mm) et qui est calculée avec le plus petit pas de temps de calcul ($dt = 10^{-6}$ ms) :

$$\frac{|c_{r,i}(f) - c_{r,0}(f)|}{c_{r,0}(f)} \cdot 100$$
(3.21)

Les résultats sont présentés sur les figures 3.21a et 3.21b. On constate que les courbes bleue et verte sont confondues ainsi que les courbes rouge, cyan, et magenta. Les paramètres Well1 =



FIGURE 3.20 – Écart en pourcentage entre les courbes de dispersion calculées par la SEM et la valeur théorique de la vitesse des ondes de Rayleigh ($c_r = 1327,7 \text{ m s}^{-1}$), en fonction des paramètres de maillage de la simulation SEM. Représentation fréquentielle (a), représentation en longueur d'onde (b). En pointillé rouge, la bande de fréquences utilisée dans la thèse. Les propriétés mécaniques des inclusions sont identiques à celles de la matrice composée de F50c200, $\Omega^{\text{mat}} = \Omega^{\text{incl}}$. La configuration de la position des inclusions est le N39.

1 mm et dt ont donc peu d'influence en supposant que le nombre de Courant reste inférieur à 0, 3. Comme pour le cas homogène $\Omega^{\text{mat}} = \Omega^{\text{incl}}$, l'écart est inférieur à 0,6 % quels que soient les paramètres de calcul SEM.

Well1 [mm]	Well2 [mm]	dt[ms]
2	2	$5\cdot 10^{-6}$
2	2	$1 \cdot 10^{-6}$
2	1.5	$5 \cdot 10^{-6}$
2	1.5	$1 \cdot 10^{-6}$
2	1	$1 \cdot 10^{-6}$
2	0.4	$1 \cdot 10^{-6}$
0.4	0.4	$1 \cdot 10^{-6}$

TABLEAU 3.7 – Paramètres utilisés pour évaluer l'influence du maillage et du pas de calcul de la méthode SEM sur les courbes de dispersion, dans le cas hétérogène $\Omega^{\text{mat}} \neq \Omega^{\text{incl}}$. En gras, les paramètres de calcul numérique utilisés pour les milieux hétérogènes dans le reste de la thèse.

Étant donné les résultats et la bande fréquentielle utilisée (30 - 300 kHz) la discrétisation que nous utiliserons pour toute la suite est : Well1 = 2, Well2 = 2, $dt = 5 \times 10^{-6}$ m s⁻¹.



FIGURE 3.21 – Écart en pourcentage entre les courbes de dispersion calculées par la SEM et la courbe de dispersion obtenue avec les paramètres $Well1 = Well2 = 0.4 \text{ mm}, dt = 10^{-6} \text{ ms},$ en fonction des paramètres de maillage de la simulation SEM. Représentation fréquentielle (a), représentation en longueur d'onde (b). Le démonstrateur utilisé est le démonstrateur F50C240_12%_N39.

3.4.3.3 Propriétés mécaniques des matériaux

Les propriétés mécaniques des matrices utilisées pour la simulation numérique sont celles mesurées expérimentalement sur les blocs homogènes (tableau 3.1). Les propriétés de l'aluminium sont données dans le tableau 3.8. L'atténuation des ondes P et S n'est pas prise en compte dans les simulations numériques.

Aluminium
5630
3225
2968
2700
0,26
2,5
12

TABLEAU 3.8 – Valeurs des propriétés mécaniques de l'aluminium utilisées pour les simulations numériques.

Inclusions	$c_p [{ m ms^{-1}}]$	$\Delta c_p [\%]$	$c_s [{ m ms^{-1}}]$	$\Delta c_s [\%]$	ho [kg m ⁻³]	ν	$\Delta \nu$ [%]
(1)	5630	-	3225	-	2700	0, 26	-
(2)	6160	9, 4	3184	-1.3	2700	0, 33	27
(3)	5100	-9, 4	3266	1.3	2700	0, 15	-42

TABLEAU 3.9 – Trois jeux de propriétés mécaniques des inclusions et les écarts relatifs aux propriétés (1).

	Propriétés des inclusions	Calculé avec c_p	Calculé avec c_s
Rapports d'impédances R sur du F50c200	(1)	0, 51	0,55
	(2)	0, 54	0,55
	(3)	0,47	0, 56
Rapports d'impédances R sur du F50c240	(1)	0,48	0,52
	(2)	0, 51	0,52
	(3)	0, 44	0, 53

TABLEAU 3.10 – Rapports d'impédance pour trois jeux de paramètres des inclusions sur une matrice de F50c200 et F50c240.

3.4.3.4 Influence des propriétés mécaniques des inclusions sur les courbes de dispersion numériques

Dans ce paragraphe, nous nous intéressons à l'influence des propriétés mécaniques des inclusions sur les courbes de dispersion. Pour cela nous avons choisi trois vecteurs de paramètres, $[c_p, c_s, \rho]$ très différents les uns des autres (tableau 3.9). Le premier vecteur est celui utilisé pour notre étude numérique. Le second vecteur de paramètres a été mesuré sur un bloc d'aluminium par [Bretaudeau, 2010]. Le dernier vecteur de paramètres est défini comme l'opposé de la variation relative entre les mesures de [Bretaudeau, 2010] sur de l'aluminium et les valeurs des propriétés mécaniques utilisées dans notre étude numérique (tableau 3.9). La figure 3.22 représente les courbes de dispersion associées aux vecteurs de paramètres du tableau 3.9. La position des inclusions est celle du démonstrateur N39 et la source a été positionnée aux coordonnées s(0,0).

Les contrastes entre les inclusions et la matrice peuvent se caractériser à l'aide des rapports d'impédances :

$$R = \frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2} \tag{3.22}$$

avec $Z_i = \rho c_j$ avec i = 1, 2 l'impédance du milieu 1 ou 2, c_j , avec j = s, p la vitesse des ondes de cisaillement ou de compression. Dans le cas du béton, pour des valeurs données dans le tableau 4.16, ce coefficient est égal à 0,17. Dans notre modélisation, ce coefficient est trois fois supérieur (tableau 3.10).

On constate que les courbes de dispersion sont confondues. L'écart moyen des courbes (2) et (3) avec la courbe (1) est inférieur à 0,03%. Cette faible valeur montre que pour une concentration de 12% d'inclusions, les variations des propriétés mécaniques des inclusions ont peu d'influence sur la dispersion des ondes de surface lorsque les contrastes entre les inclusions et la matrice sont forts.



FIGURE 3.22 – Courbes de dispersion de la vitesse de phase des ondes de surface en fonction des propriétés mécaniques des inclusions données dans le tableau 3.9 pour la configuration N39. La source est positionnée aux coordonnées s(0,0). Représentation fréquentielle (a), représentation en longueur d'onde (b).

3.5 Comparaison des résultats expérimentaux et calculés par la méthode des élément spectraux (SEM)

3.5.1 Démonstrateur homogène F50c200 et F50c240

L'étude du cas homogène permet de comparer les résultats SEM et expérimentaux dans le cas le plus simple. La courbe de dispersion théorique est connue, la vitesse de phase des ondes de Rayleigh est constante.

3.5.1.1 Comparaison des résultats sur le démonstrateur homogène F50c200

La figure 3.23 représente les sismogrammes mesurés expérimentalement et calculés par la méthode SEM sur le démonstrateur homogène F50C200_0%. Les sismogrammes ont été normalisés trace par trace pour la visualisation. On constate que les temps d'arrivée de l'onde de surface et les temps d'arrivée des réflexions sont quasiment identiques. Les amplitudes des réflexions sont beaucoup plus importantes dans le sismogramme expérimental. Cet écart peut s'expliquer par la forte atténuation des hautes fréquences dans le matériau qui n'est pas prise en compte dans les simulations numériques. Les sismogrammes sont normalisés augmentant ainsi la visualisation des réflexions. Le signal expérimental est plus basses fréquences que le sismogramme calculé par la SEM.

Les figures 3.24a et 3.24b représentent les spectrogrammes calculé par la SEM et mesuré expérimentalement. Le spectrogramme SEM est centré sur la fréquence centrale du Ricker (120 kHz), tandis que le spectre du sismogramme expérimental est centré autour de 75 kHz. Ce résultat montre la très forte atténuation des hautes fréquences par le matériau F50 chargé. On peut considérer qu'il n'y a plus de signal au-delà de 200 kHz pour les signaux expérimentaux. Les petites longueurs d'ondes pour les démonstrateurs expérimentaux seront donc réduites.

La figure 3.25 représente la transformée $p - \omega$ des sismogrammes calculé par la SEM et



FIGURE 3.23 – Sismogrammes calculés par la SEM (a) et mesurés expérimentalement (b) pour le démonstrateur homogène de F50C200_0%. En noir pointillé, les limites de la fenêtre temporelle des ondes de surface.



FIGURE 3.24 – Spectrogrammes calculés par la SEM (a) et mesurés expérimentalement (b) pour le démonstrateur homogène F50c200.

mesuré expérimentalement du démonstrateur homogène F50C200_0%. La courbe noire est le maximum de la transformée $p - \omega$ qui représente la courbe de dispersion des ondes de surface. La courbe de dispersion calculée par la SEM est très stable entre 50 et 300 kHz. La transformée $p-\omega$ du sismogramme expérimental montre bien la faible énergie des ondes au-delà de 200 kHz. La courbe de dispersion expérimentale varie d'avantage que celle mesurée par la méthode SEM.

3.5.1.2 Courbes de dispersion des démonstrateurs homogène F50c200 et F50c240

La figure 3.26 représente les vitesses de phase des ondes de surface calculées par la SEM et expérimentales des démonstrateurs F50c200_0% et F50c240_0%. De la même manière que pour le démonstrateur expérimental F50c200_0%, l'énergie des ondes se propageant dans le démonstrateur F50c240_0% est particulièrement faible dès que les fréquences dépassent 200 kHz. On constate une légère diminution de la vitesse de phase pour les démonstrateurs expérimentaux par rapport aux vitesses de phases calculée par la SEM. Deux hypothèses peuvent être énoncées. À partir de 200 kHz, l'énergie des ondes est très faible due à l'atténuation des hautes



FIGURE 3.25 – Transformées $p - \omega$ des sismogrammes calculés par la SEM (a) et mesurés expérimentalement (b) du démonstrateur F50C200_0%. En noir, le maximum de la transformée $p - \omega$ correspondant à la courbe de dispersion.

fréquences par le matériau. D'autre part, lors de la fabrication, la concentration de charges des matériaux est importante ce qui entraîne un retrait de matière non négligeable. Ce retrait est pris en compte lors de la fabrication, mais on ne peut pas négliger la présence d'un gradient de vitesse sur les derniers millimètres.



FIGURE 3.26 – Courbes de dispersion calculées par la SEM et mesurées expérimentalement sur les démonstrateurs F50c200_0% et F50c240_0%, (a) en fréquence, (b) en longueur d'onde.

3.5.2 Démonstrateurs matrice homogène contenant des inclusions, F50c240_12%_Nx

3.5.2.1 Courbe de dispersion du démonstrateur F50c240_12%_N39

La figure 3.27 représente les sismogrammes du démonstrateur F50C240_12%_N39 contenant 12% de concentration surfacique d'inclusions en aluminium dans la configuration N39 (figure 3.3c). Comme dans le cas homogène, l'amplitude des réflexions est beaucoup plus importante

pour la mesure expérimentale. Plusieurs hypothèses peuvent être retenues. Le calcul numérique SEM est fait en deux dimensions tandis que le démonstrateur expérimental est par nature en trois dimensions. De plus, l'atténuation n'est pas prise en compte dans le calcul numérique.



FIGURE 3.27 – Sismogrammes normalisés trace par trace, calculés par la SEM (a) et mesurés expérimentalement (b) sur le démonstrateur F50c240_12%_N39. En pointillé noir, les limites du fenêtrage temporel.

La figure 3.28 représente les spectrogrammes calculé par la SEM et mesuré expérimentalement à partir des sismogrammes de la figure 3.27. Le spectrogramme expérimental montre une atténuation des hautes fréquences par rapport au spectrogramme calculée par la SEM qui ne prend pas en compte l'atténuation. Comme dans le cas homogène l'énergie des ondes dont la fréquence est supérieure à 200 kHz devient très faible.



FIGURE 3.28 – Spectrogrammes, calculés par la SEM (a) et mesurés expérimentalement (b) sur le démonstrateur F50C240_12%_N39. (c) l'énergie du signal.

La figure 3.29 montre la transformée $p - \omega$ des sismogrammes calculé par la SEM et mesuré expérimentalement (figure 3.27) du démonstrateur F50C240_12%_N39. La courbe noire représente le maximum de la transformée $p - \omega$ donc la courbe de dispersion de la vitesse de phase. On constate une dispersion de la vitesse de phase beaucoup plus forte que dans le cas homogène. Les transformées $p - \omega$ numérique et expérimentale sont assez similaires. On remarque la présence de trous dans les transformées, $p - \omega$, similaires dans le cas expérimental et numérique et qui dépendent de la position des inclusions.



FIGURE 3.29 – Transformées $p - \omega$ des sismogrammes calculés par la SEM (a) et mesurés expérimentalement (b) du démonstrateur F50c240_12%_N39. En noir, le maximum de la transformée $p - \omega$, correspondant à la courbe de dispersion des vitesses de phase.

3.5.2.2 Comparaison des courbes de dispersion calculées par la SEM et expérimentales sur trois démonstrateurs

Quatre tirs ont été réalisés sur trois démonstrateurs composés de F50c240_12%_N36, F50c240_12%_N39 et F50c240_12%_N0 (section 3.3.1.2). Les récepteurs sont alignés avec la source qui est successivement positionnée aux quatre bords (figure 3.5). Les coordonnées (x, z), en millimètre, de la source pour chaque tir sont : s(0,0), s(300,0), s(0,80), s(80,300). La figure 3.30 représente les courbes de dispersion de la vitesse de phase expérimentales et calculées par la SEM aux positions de la source s(0,0), en vert et s(0,80) en rouge. Les observations restent les mêmes lorsque la source est positionnée sur une même face, avec s(0,0) et s(300,0), ainsi qu'avec s(0,80) et s(80,300). Étant donné le positionnement aléatoire des inclusions, on peut considérer que sur chaque face d'un démonstrateur, la configuration du désordre est différente. La figure 3.30a et 3.30b représente les courbes de dispersion pour le démonstrateur F50C240_12%_N39. Les longueurs d'onde les plus grandes sont de 50 mm, tandis que le démonstrateur a une profondeur de 80 mm. On constate que les courbes de dispersion de la vitesse de phase calculées par la SEM sont dans les barres d'erreur des courbes de dispersion expérimentales. La distance moyenne entre les courbes est inférieure à 10 m s⁻¹ avec un écart type de 6 m s⁻¹ :

distance moyenne =
$$\sum_{f_i=1}^{N_f} \frac{1}{N_f} |c_{\text{num}}(f_i) - c_{\text{exp}}(f_i)| \qquad (3.23)$$

Ecart-type moyen =
$$\sqrt{\sum_{f_i=1}^{N_f} \frac{1}{N_f} (|c_{\text{num}}(f_i) - c_{\text{exp}}(f_i)| - \text{distance moyenne})^2}$$
 (3.24)

La figure 3.30c et 3.30d représente les courbes de dispersion pour le démonstrateur $F50c240_{12}\%N36$. On remarque un décalage entre les courbes de dispersion expérimentale de 25 m s^{-1} sur toute la bande de fréquences. L'hypothèse la plus probable qui semble expliquer l'écart entre les courbes expérimentales est celle d'un gradient de densité dans la matrice. Le tuyau d'injection de la coulée du F50 est positionné à la surface z = 0 mm de telle sorte que le polyuréthane monte au fur et à mesure de la coulée. Avant injection, la matière contenant la densité la plus lourde est située au fond du mélangeur et est la première à être injectée.

En fin d'injection cette matière plus chargée se retrouve dans la partie haute du démonstrateur (z = 80 mm). Les courbes de dispersion sont dans l'écart type de la courbe de dispersion expérimentale mesurée avec s(0,0) pour les fréquences comprises entre 30 et 150 kHz. Cet écart montre la présence d'un gradient sur les cinq premiers millimètres qui peut s'expliquer par le retrait de matière assez important pour le F50c240, lors de la phase de repos. La réalisation du démonstrateur N39 est meilleure que celle du démonstrateur N36.

La figure 3.30e et 3.30f représente les courbes de dispersion pour le démonstrateur F50c240_12%_N0. Cette configuration a la particularité d'avoir des inclusions très proches de la surface 0,6 mm par rapport aux configurations N36 et N39 (section 3.3.1.2). On constate que les courbes de dispersion calculées par la SEM et expérimentales sont beaucoup plus bruitées à hautes fréquences que pour les configurations précédentes. La proximité des diffuseurs ou des résonances locales peuvent être la cause de saut de vitesses. Les courbes expérimentales sont décalées l'une par rapport à l'autre. De la même manière que pour le démonstrateur F50c240_12%_N36, les mesures effectuées sur la face en z = 0 mm donnent des vitesses plus lentes que sur la face en z = 80 mm. Les courbes de dispersion calculée par la SEM sont proches de la courbe expérimentale avec s(0,80), entre 50 et 175 kHz.

Nous avons montré qu'il y a une très bonne concordance entre les courbes de dispersion expérimentales et calculées par la SEM, au moins sur une des faces des démonstrateurs. Les écarts, lorsqu'ils existent, peuvent s'expliquer par le processus de fabrication des démonstrateurs. La méthode SEM peut donc être utilisée pour calculer des courbes de dispersion pour des milieux contenant des inclusions qui impliquent de la diffusion multiple.



FIGURE 3.30 – Comparaison des courbes de dispersion expérimentales et SEM sur le démonstrateur F50C240_12%_N39 (a) et (b), F50C240_12%_N36 (c) et (d), F50C240_12%_N0 (e) et (f).

3.5.2.3 Estimation de la position des inclusions des démonstrateurs et son influence sur les courbes de dispersion numériques

La réalisation des démonstrateurs pour la partie expérimentale implique des erreurs de positionnement des inclusions, des erreurs sur les côtes, et des différences de propriétés mécaniques sur les matériaux. Toutes ces différences par rapport aux valeurs utilisées dans les calculs numériques ont des conséquences sur les courbes de dispersion expérimentales. Dans cette section nous allons évaluer les erreurs de positionnement des inclusions et leurs conséquences sur la courbe de dispersion.

Méthodologie pour déterminer la position des inclusions des démonstrateurs Les démonstrateurs ont été usinés sur toutes les faces externes. La matrice F50 et les joncs ont donc été usinés et les sections des tiges d'aluminium sont apparentes sur les deux faces perpendiculaires à la longueur des tiges d'aluminium, figure 3.4d. La couleur beige de la matrice est très homogène et très contrastée avec les inclusions en aluminium. De plus l'usinage des joncs d'aluminium donne une surface striée. Dans un premier temps, la face du démonstrateur contenant la section des joncs est scannée à une résolution de 300 pixels par pouces. Le plus petit détail possible de l'image, un pixel, mesure donc 0,0847 mm. L'image en couleur RVB (Rouge, Vert, Bleu) est convertie en image noir et blanc à l'aide de la fonction : $n(R, V, B) = 0.2989 \times R + 0.5870 \times V + 0.1140 \times B$. La matrice Int obtenue représente l'intensité de notre image.

Afin d'estimer la position des inclusions, un algorithme de Sobel, [Pratt, 1978] [Gonzalez and Woods, 2008], pour la détection de contours a été utilisé. La détection permet d'avoir une matrice binaire indiquant la position des contours des inclusions. L'algorithme de Sobel, comme de nombreuses méthodes de détection de contours, suppose que les contours apparaissent lorsqu'il y a une discontinuité de la fonction d'intensité ou une grande différence de gradient d'intensité dans l'image. L'algorithme de Sobel calcule le gradient de l'intensité de chaque pixel dans les directions horizontales et verticales. Pour approximer le gradient de l'intensité, on convolue la matrice *Int* de taille $M \times N$ avec les deux masques de Sobel (matrices 3×3) :

$$G_x = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} * Int \quad \text{et} \quad G_y = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} * Int$$
(3.25)

La taille des matrices G_x et G_y est donc $(M + 2) \times (N + 2)$. Étant donné que nous souhaitons déterminer les contours de l'image, nous nous intéressons aux variations d'intensité selon une direction quelconque du gradient. Nous calculons donc la norme du gradient pour chaque point des matrices : $G(i, j) = \sqrt{G_x(i, j)^2 + G_y(i, j)^2}$. Le critère de détection des contours est la valeur moyenne de la matrice G. On suppose qu'il y a un contour si la valeur au point (i,j) de la matrice G est supérieure à la valeur moyenne de G. On constate sur la figure 3.31 que les stries sur les joncs en aluminium sont détectées comme des contours repartis uniformément sur la surface des inclusions.

Pour estimer le centre des inclusions, on convolue la matrice G avec une matrice J : G * J. La taille de la matrice J est égale à celle d'une inclusion de rayon a en pixel : $res \cdot a \times res \cdot a = 30 \times 30$, avec $res = \frac{300}{25,4} \approx 12$ la résolution de l'image en [nombre de pixels par millimètre]. La matrice J est binaire et ses valeurs décrivent un disque de rayon a = 2,5 mm égal à celui des inclusions :

$$J(x,y) = \begin{cases} 1 & \text{si} \quad \sqrt{(x-x_c)^2 + (y-y_c)^2} < res \cdot a \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$
(3.26)

avec $x_c = res \cdot a$ et $y_c = res \cdot a$ les coordonnées du centre des inclusions. On suppose que les erreurs de positionnement sont inférieures à un demi rayon des joncs. La matrice G est décomposée en sous matrice de tailles 45×45 centrées sur la position théorique des inclusions. La convolution G * J s'effectue sur ces sous-matrices de G. Le maximum des convolutions donne une estimation des centres des inclusions.



FIGURE 3.31 - (a) Scan couleur d'une face d'un démonstrateur. (b) Résultat de l'algorithme de Sobel sur la même face (en noir les valeurs sont égales à 0 (absence de contour) et en blanc les valeurs sont égales à 1 (présence de contour).

Estimation de la position des inclusions Les figures 3.32a et 3.32b montrent les résultats d'estimation de la position réelle des joncs d'aluminium des deux faces du démonstrateur N36. On observe que la position estimée (cercles en bleu) des inclusions correspond parfaitement aux inclusions en aluminium délimitée par les cercles rouges. En moyenne, la distance entre les centres des inclusions estimés sur la face avant et arrière est de 0,25 mm pour un écart type de 0,074 mm, figure 3.32a et figure 3.32b. Les distances moyennes entre les centres des inclusions théoriques et estimés sont de 0,45 mm pour la face avant et 0,66 mm pour la face arrière avec un écart type respectivement de 0,11 mm et 0,14 mm.

Dans le cas du démonstrateur N39, l'écart des centres des inclusions entre la face avant et arrière est de 0,31 mm avec un écart type de 0,144 mm. Et l'écart moyen avec le centre théorique des inclusions est de 0,38 mm pour la face avant et arrière avec un écart type respectif de 0,20 mm et 0,12 mm.

On constate que pour deux réalisations de démonstrateurs, la distance maximale entre la position des inclusions expérimentale et numérique est inférieure à 1 mm. Il est intéressant de comparer l'influence des erreurs de positionnement expérimental des inclusions sur les courbes de dispersion.

Influence de l'erreur de positionnement des inclusions sur les courbes de dispersion numériques Nous avons estimé la position réelle des inclusions. Pour évaluer l'influence des erreurs de positionnement expérimental des inclusions sur les courbes de dispersion, quatre simulations numériques ont été réalisées sur les deux démonstrateurs N36 et N39. Sur chaque face des démonstrateurs, deux simulations ont été réalisées avec une source positionnée aux coordonnées (x, z) : (0,0) et (0,80). La figure 3.33 représente les courbes de dispersion numériques simulées avec la configuration des inclusions N39 théorique, ainsi qu'avec les positions réelles estimées sur la face avant et arrière du démonstrateur. On peut calculer l'écart moyen entre les courbes de la même manière que le *misfit* :

$$e = \sqrt{\frac{1}{N_f} \sum_{i=1}^{N_f} \frac{(c_{theo}(f) - c_{estim}(f))^2}{c_{theo}(f)^2} \cdot 100}$$
(3.27)

avec N_f le nombre de fréquences des courbes de dispersion, c_{theo} la vitesse de phase des ondes de surface avec la position théorique des inclusions, c_{estim} la vitesse de phase des ondes de



FIGURE 3.32 – Estimation de la position des inclusions (en bleu) sur la face (a) avant, (b) arrière. En rouge, la position réelle des inclusions. Distance entre l'estimation du centre des inclusions et la valeur théorique, de la face (c) avant, et arrière (d). Distance du centre des inclusions entre la face avant et arrière (e).

surface où la position des inclusions est estimée. Quelle que soit la configuration, toutes les courbes de dispersion présentent un écart inférieur à 0,4 %, par rapport à celle obtenue avec la position théorique des inclusions. Le plus grand écart entre les courbes de dispersion est de 0,65%.

On peut donc conclure que les erreurs de positionnement des inclusions des démonstrateurs expérimentaux ont peu d'influence sur les courbes de dispersion.

3.5.3 Démonstrateur d'une matrice bicouche stratifiée contenant des inclusions, F50C200C240_12%_N39

Afin de comparer la méthode SEM avec des mesures expérimentales, dans le cas d'un bicouche stratifé contenant des inclusions, un démonstrateur a été réalisé avec la configuration N39 des



FIGURE 3.33 – Courbes de dispersion numériques simulées sur la configuration des inclusions N39 théorique (en rouge), estimée de la face avant (vert) et de la face arrière (bleue). Les coordonnées de la source sont (a), s(0,0) et (b), s(0,80).

inclusions, le F50c200c240_12%_N39. Ce démonstrateur comporte une couche de 10 mm de F50c200 et une couche de 70 mm de F50c240 (figure 3.34). Visuellement, la distinction entre les deux couches n'est pas perceptible. La réalisation du démonstrateur a nécessité deux moules contenant les inclusions. Une première coulée du F50c200 a été faite dans un moule contenant toutes les inclusions ayant un contact avec cette matrice. Un usinage a été effectué pour garantir l'épaisseur de couche ainsi qu'un ponçage manuel pour détourer la partie des inclusions en contact avec la matrice F50c240. Puis un deuxième moule contenant le reste des inclusions, positionné sur le premier, a permis la coulée du F50c240. Enfin un usinage complet du démonstrateur a été réalisé. Un contrôle du positionnement des inclusions a été fait à l'aide de l'algorithme détaillé dans la section précédente. La figure 3.35 montre que l'erreur de positionnement lors de la fabrication du démonstrateur est inférieur à 1,2 mm, ce qui suppose des erreurs sur la courbe de dispersion relativement faibles.



FIGURE 3.34 – Schéma du démonstrateur F50c200c240_12%_N39 : la matrice F50c200 en jaune clair, F50c240 en jaune foncé, les inclusions en gris et l'interface entre les deux couches en bleu. Les étoiles rouge et verte représentent les positions de la source.

Pour les simulations numériques, une interface supplémentaire a été introduite dans le maillage qui prend en compte les inclusions à l'interface. Le maillage est assez délicat pour



FIGURE 3.35 – Distance entre le centre des inclusions théoriques et expérimentales sur la face avant (a) et arrière (b), du démonstrateur F50c200c240_12%_N39.

les inclusions très proches de l'interface entre les deux couches. Un maillage plus fin est réalisé lorsque le bord des inclusions à une distance inférieure à 1 mm de l'interface (figure 3.19b). Ce maillage plus fin implique une augmentation du temps de calcul, en moyenne multiplié par 8 par rapport au démonstrateur contenant une matrice et des inclusions.

La figure 3.36 représente les sismogrammes numériques (a) et expérimentaux (b) réalisés sur le démonstrateur F50C200C240_12%_N39. La source est positionnée aux coordonnées s(0,300) [mm]. La vitesse apparente est légèrement plus faible que sur les sismogrammes du démonstrateur F50C240_12%_N39 (figures 3.27a et 3.27b). Les spectrogrammes représentés sur la figure 3.37a et 3.37b sont très similaires et montrent une très forte atténuation des hautes fréquences pour le spectrogramme expérimental. Les sismogrammes ont été fenêtrés avec un coefficient de $c_{fen} = 20$ (équation 3.9). La figure 3.38 montre les courbes de dispersion des sismogrammes lorsque la source a été positionnée successivement aux quatre coins du démonstrateur. La courbe en pointillée représente la courbe de dispersion calculée numériquement. On remarque que les courbes de dispersion calculées numériquement sont très proches des courbes expérimentales pour les longueurs d'onde inférieures à 28 mm. On peut donc conclure que les simulations numériques pour estimer le milieu effectif d'un bicouche stratifié de matrices homogènes contenant 12 % d'inclusions.



FIGURE 3.36 – Sismogrammes normalisés trace par trace, numériques et expérimentaux du démonstrateur F50c200c240_12%_N39 contenant une couche de 10 mm de matrice de F50c200 sur une couche de 70 mm de matrice de F50c240 et 12 % d'inclusions en aluminium. En pointillé noir, les limites du fenêtrage temporelle.



FIGURE 3.37 – Spectrogrammes normalisés calculés à partir des sismogrammes numériques (a) et expérimentaux (b) sur le démonstrateur F50C200C240_12%_N39. (c) l'énergie du signal.



FIGURE 3.38 – Courbes de dispersion du démonstrateur F50C200C240_12%_N39. La source est positionnée aux coordonnées (x, z): courbe rouge, s(0,300), courbe verte, s(80,300). Les pointillés représentent les courbes de dispersion calculées par la SEM, les traits pleins celles mesurées expérimentalement et en traits fins l'erreur associée.

3.6 Estimation numérique d'un milieu hétérogène effectif

Nous avons montré dans la section précédente que les simulations numériques donnent des résultats en accord avec les résultats expérimentaux pour une, voire deux, configurations du désordre. Dans notre étude, nous nous intéressons au champ cohérent qui décrit une onde qui se propage dans un milieu homogène équivalent. Dans le cas du béton, avec des concentrations en inclusions plus élevées (environ 60 %) et un rapport d'impédance matrice-inclusion plus faible, [Chekroun et al., 2012] ont montré qu'il est possible de remonter aux vitesses des ondes de volume effectives avec les ondes de surface à partir de 15 réalisations du désordre, figure 1.20, avec une erreur de $\pm 5 \text{ m s}^{-1}$. Étant donné le coût et la complexité de fabrication des démonstrateurs hétérogènes, les propriétés du milieu effectif seront estimées à l'aide de simulations numériques.

3.6.1 Algorithme de génération des réalisations du désordre

Les simulations numériques sont réalisées dans le domaine borné $[x_1,x_2] \times [z_1,z_2] = [0,300] \times [0,80] \text{ mm}^2$. La concentration des inclusions circulaires de rayon a égale à 2,5 mm est de 12 %. Il y a N = 147 inclusions. Une distance minimale d'exclusion, $2a + \xi$, est nécessaire pour les méthodes numériques. Les coordonnées du centre des inclusions $A_i = (x_{c,i}, y_{c,i})$ ($i = 1, \dots, N$) sont distribuées uniformément dans le domaine $D = [x_1 + \frac{1}{4}a, x_2 - \frac{1}{4}a] \times [z_1 + \frac{1}{4}a, z_2 - \frac{1}{4}a]$. On note S_k l'ensemble des points appartenant aux inclusions pour la $k^{\text{ième}}$ configuration. Il est nécessaire d'avoir une distance minimale de $\frac{1}{4} \times a = 0,75$ mm entre le bord du domaine et le bord de l'inclusion pour le maillage de la simulation numérique. De nombreux algorithmes permettent la répartition des inclusions, [Siqueira et al., 1995]. Pour la concentration de 12 % d'inclusions, nous proposons l'algorithme détaillé dans la figure 3.39.



FIGURE 3.39 – Organigramme de programmation de l'algorithme utilisé pour le positionnement des inclusions.

3.6.2 Estimation de la courbe de dispersion du milieu effectif, F50C200_12%_EFFECTIF

Pour le milieu F50c200_12%_EFFECTIF composé d'une matrice homogène F50c200 et 12% de concentration surfacique en inclusions, 100 configurations du désordre ont été calculées. La figure 3.40, représente la concentration moyenne en inclusions dans tout le domaine *D*. On remarque que la concentration autour des bords du domaine est nulle (couleur bleue foncée), jusqu'à 0,75 mm. La couleur bleue claire est très homogène dans tout le reste du domaine. La courbe 3.40b donne la concentration moyenne en fonction de la profondeur ainsi que l'écart

type (traits noirs fins). On constate que la concentration moyenne est légèrement supérieure à celle du modèle de [Zheng et al., 2003], appliqué à la taille et la concentration des inclusions. De plus, on remarque des pics de concentration à 6 mm et 74 mm de profondeur. Cependant les variations de concentrations sont faibles sur tout le reste de la profondeur. La différence avec le modèle de [Zheng et al., 2003] peut s'expliquer par la faible concentration en inclusions (12%) alors que le modèle de [Zheng et al., 2003] a été établi à partir d'une régression sur quatre concentrations en inclusions (35%, 40%, 45% et 50%).



FIGURE 3.40 – Concentration moyenne en inclusion pour 100 réalisations du désordre dans le domaine D (a) et en fonction de la profondeur (b), pour un milieu homogène contenant 12% d'inclusions. La courbe noire représente la concentration moyenne et l'écart-type (en traits fins), la courbe bleue la concentration du milieu effectif du modèle [Zheng et al., 2003].

La propagation d'ondes a été simulée sur les 100 configurations du désordre. Le champ cohérent est obtenu en moyennant les N = 100 sismogrammes trace par trace (figure 3.41). On constate que les fluctuations après le passage du train d'onde principal, la partie incohérente du champ, est quasi-nulle en dehors des réflexions des ondes sur les bords du modèle. Ce champ cohérent peut donc être assimilé à une onde se propageant dans un milieu homogène effectif. Le spectrogramme ainsi que la transformée $p - \omega$ sont représentés figure 3.41. On remarque que l'énergie des ondes est centrée sur 75 kHz. On remarque que la courbe de dispersion de la vitesse de phase effective des ondes de surface est plus lisse que les courbes de dispersion des sismogrammes individuels telles que celles du démonstrateur F50c240_12%_N0 mesurée expérimentalement et calculée par la SEM (figures 3.30e et 3.30e).



FIGURE 3.41 – Sismogrammes (a) avec en pointillé noir les limites du fenêtrage, spectre d'énergie (b) et transformée $p - \omega$ avec la courbe de dispersion (c) pour le milieu F50c200_12%_EFFECTIF.

3.6.2.1 Comparaison des courbes dispersion du milieu homogène effectif calculées par la méthode des éléments spectraux et par l'homogénéisation ISA

Il est intéressant de comparer la courbe de dispersion d'un milieu homogène effectif F50C200_12%_EFFECTIF avec une méthode analytique d'homogénéisation telle que l'Independent Scattering Approximation (ISA). [Chekroun et al., 2012] ont montré que cette méthode d'homogénéisation est valide jusqu'à 12% de concentration surfacique en inclusions pour les ondes de volume avec des valeurs de *ka* comprises entre 0,5 et 5. La surface libre du milieu homogène effectif F50C200_12%_EFFECTIF impose la présence d'un effet de paroi qui a nécessairement des conséquences sur la dispersion des ondes de surface. Dans notre étude, l'effet de paroi est du à la présence d'une couche de F50 chargée entre la surface et le sommet de la première inclusion et à un gradient de densité. La concentration en inclusions se stabilise à partir 8 mm de profondeur (figure 3.40). On peut comparer les vitesses des ondes de Rayleigh effectives calculées à partir des vitesses effectives des ondes de volumes issues de l'homogénéisation ISA avec la courbe de dispersion de la vitesse de phase effective des ondes de surface calculée par la méthode numérique SEM.

Pour cette comparaison, la matrice est composée de F50c200 (tableau 3.1) et trois vecteurs de propriétés mécaniques pour la matrice et les inclusions $(c_p^{incl}, c_s^{incl}, \rho^{incl}, \nu^{incl})$ ont été testés

Vecteurs	Matrice	$c_p^{\text{incl}} [\text{m s}^{-1}]$	$c_s^{\rm incl} [{ m ms^{-1}}]$	$ ho^{ m incl}$ [kg m ⁻³]	$\nu^{\rm incl}$
Α	F50c240	5630	3225	2700	0,26
В	F50c200	5630	3225	2700	0, 26
С	F50c200	4120	2360	2700	0, 26

TABLEAU 3.11 – Trois jeux de propriétés mécaniques utilisés pour la comparaison avec l'homogénéisation ISA.

(tableau 3.11). Les propriétés mécaniques, données dans le tableau 3.11, appelées **A** et **B** utilisent les propriétés mécaniques de références des inclusions utilisées lors des calculs par la SEM (tableau 3.8) ainsi que les propriétés des matrices F50c240 (pour **A**) et F50c200 (pour **B**). Le vecteur de propriétés mécaniques **C** utilise les propriétés mécaniques de la matrice F50c200. Les propriétés mécaniques des inclusions du vecteur **C** sont définies de telles sorte que la valeur de la vitesse des ondes de cisaillement des inclusions est environ 25 % plus faible que celle du vecteur **C** est identique au coefficient de Poisson des inclusions de référence. On peut donc déduire la vitesse des ondes de compression des inclusions du vecteur **C**.

Les 100 configurations du désordre du paragraphe précédent ont été utilisées pour le calcul du champ cohérent, figure 3.40. Les sismogrammes ont été sommés, fenêtrés et le calcul de la courbe dispersion a été effectué à l'aide d'une transformée $p - \omega$. La figure 3.42, représente en trait plein les courbes de dispersion issues de l'homogénéisation ISA et en pointillées, les courbes de dispersion calculées numériquement. On constate une différence de vitesses de $20 \,\mathrm{m \, s^{-1}}$ des courbes de dispersion pour les longueurs d'ondes comprises entre 0 et $16 \,\mathrm{mm}$. Cet écart de vitesse peut être expliqué par l'effet de paroi dont la profondeur est d'environ 8 mm. Pour des longueurs d'onde supérieures à 16 mm, les courbes de dispersion sont quasi confondues jusqu'aux longueurs d'onde de 25 mm. Au-delà des longueurs d'onde de 25 mm, des différences de vitesses de phase apparaissent d'environ 15 m s⁻¹, mais l'homogénéisation ISA reste dans les barres d'erreur des courbes de dispersion effectives. Dans un premier temps, les résultats permettent de valider que la vitesse de phase effective des ondes de Rayleigh peut se calculer à partir des vitesses de phases effectives des ondes de cisaillement et de compression. Dans un deuxième temps, on en déduit que l'homogénéisation de type ISA, pour une concentration en inclusion de 12%, est valide pour notre milieu effectif, lorsque les longueurs d'ondes sont deux fois plus grandes que l'épaisseur de l'effet de paroi et ka < 1.1.



FIGURE 3.42 – Comparaison des courbes de dispersion du milieu effectif (en pointillées avec l'erreur associée) et des courbes de dispersion issues de l'homogénéisation ISA, pour deux vecteurs de propriétés des inclusions données dans le tableau 3.11. En pointillé noir, la limite de validité du modèle d'homogénéisation ISA.

3.6.3 Estimation numérique courbe dispersion efde la de d'un inclusions milieu fective bicouche des contenant F50C200C240 12% EFFECTIF

Le calcul numérique d'un milieu bicouche stratifié F50c200C240_12%_EFFECTIF contenant des inclusions est plus complexe que dans le cas où la matrice est homogène. La couche étant fixe et la position des inclusions aléatoire, dans certaines configurations du désordre, le bord des inclusions peut se retrouver à une distance très faible de l'interface entre les deux couches, ce qui implique des cellules du maillage très petites et une augmentation du temps de calcul. Dans le cas où les inclusions sont sur l'interface, le maillage est impossible, la configuration du désordre est rejetée. Les difficultés de maillage impliquent que sur les 100 configurations du désordre, seules 35 ont pu être maillées de façon automatique. Un jeu de 35 configurations du désordre reste cependant acceptable pour l'estimation du milieu effectif. La figure 3.43 représente la répartition moyenne des inclusions dans le milieu effectif ainsi que la concentration moyenne des inclusions en fonction de la profondeur. On remarque que la concentration moyenne des inclusions en fonction de la profondeur est aussi proche du modèle de [Zheng et al., 2003], que dans le cas d'une matrice homogène, figure 3.40. Cependant, du fait du nombre réduit de modèles l'écart type est plus important (environ 5%).

La figure 3.44 représente le sismogramme, le spectre, la transformée $p - \omega$ ainsi que la courbe de dispersion du milieu F50C200C240_12%_EFFECTIF. La dispersion est la combinaison de deux phénomènes : la variation des propriétés mécaniques de la matrice et la diffusion multiple due aux inclusions, figure 3.45. L'effet de la diffusion multiple sur la courbe de dispersion n'est pas évident à observer contrairement à l'effet de la variation des propriétés mécaniques de la matrice. À haute fréquence, 300 kHz, la courbe de dispersion du milieu effectif (en bleu) est proche de la courbe cyan qui représente un bicouche homogène F50c200c240, composé de F50c200 sur 10 mm de profondeur et d'un milieu infini de F50c240. Les plus petites longueurs d'onde sont d'environ 4 mm et la couche de matrice homogène F50c200 fait 0,8 mm. Cette petite couche de matrice homogène qui contribue à un effet de paroi n'a pas une grande influence sur la dispersion des ondes de surface, au regard des plus petites longueurs



FIGURE 3.43 – Concentration moyenne en inclusion de 33 réalisations du désordre dans le domaine D (a) et en fonction de la profondeur (b), pour un milieu matrice bicouche-inclusions. La courbe noire représente la concentration moyenne et l'écart-type (en traits fins), la courbe bleue la concentration du milieu effectif du modèle [Zheng et al., 2003].

d'onde. À basses fréquences, lorsque les longueurs d'onde sont 3 fois supérieures à l'épaisseur de la couche (supérieures à 30 mm), la courbe de dispersion se rapproche de la courbe de dispersion issue de l'homogénéisation ISA pour du F50c240. On peut donc envisager de décrire la courbe de dispersion du milieu effectif comme la combinaison des courbes de dispersion issues d'homogénéisations de la diffusion multiple.



FIGURE 3.44 – Sismogrammes (a) avec en pointillé noir les limites du fenêtrage, Spectrogramme (b) et transformée $p - \omega$ avec la courbe de dispersion (c) sur le milieu bicouche F50C200C240_12%_EFFECTIF composé d'une couche de 10 mm de F50c200 et de 70 mm de F50c240.



FIGURE 3.45 – Comparaison des courbes de dispersion de la vitesse de phase effective des ondes de surface calculée par la méthode SEM sur le milieu F50C200C240_12%_EFFECTIF en bleu, issue de l'homogénéisation ISA sur le milieu F50C200_12%_EFFECTIF en rouge, sur le milieu F50C240_12%_EFFECTIF en vert, et la courbe de dispersion analytique d'un milieu bicouche homogène F50C200_0% composé d'une couche de F50c200 sur 10 mm en cyan.
3.7 Conclusion

Méthodologie : une approche expérimentale et numérique Ce chapitre propose une méthodologie combinant une approche expérimentale et numérique permettant de décrire la propagation d'une onde à travers un milieu contenant une surface libre et des inclusions, circulaires distribuées aléatoirement dans le milieu, dont la taille est de l'ordre de grandeur des longueurs d'onde. L'étude de la propagation dans ce type de milieu passe par le calcul du champ cohérent qui décrit la propagation dans un milieu homogène effectif équivalent. Des modèles analytiques ont été développés pour modéliser la propagation des ondes dans un milieu effectif, dans le cas d'un milieu infini où la concentration en diffuseurs est faible (milieu dilué, 12 % de concentration surfacique pour l'Independant Scattering Approximation) et où le contraste entre les diffuseurs et la matrice est faible. Du point de vue expérimental, la propagation des ondes de surface se fait nécessairement sur une surface libre. L'hypothèse d'un milieu infini n'est donc plus valide, un effet de paroi est présent. Pour étudier la propagation des ondes de surface dans ce milieu, plusieurs démonstrateurs ont été fabriqués à partir de polyuréthane dont la charge peut être contrôlée afin de créer un gradient de vitesse dans la matrice. Des mesures expérimentales dans le laboratoire MUSC, avec une source piézoélectrique et un récepteur laser ont été réalisées. Elles ont permis de fixer des valeurs de références des vitesses de la matrice, à l'aide de démonstrateurs homogènes. De plus, à l'aide d'un bicouche homogène F50c200c240, l'inversion des ondes de surface a montré que l'estimation des profils de vitesses des ondes de cisaillement à l'aide d'un algorithme de plus proches voisins est fiable à 0,74 %. Des joncs d'aluminium ont été positionnés de façon aléatoire avec une concentration surfacique en inclusions de 12 % dans deux démonstrateurs dont la matrice est homogène et un démonstrateur dont la matrice est un bicouche.

Les résultats expérimentaux ont été comparés à des simulations numériques en 2D utilisant la méthode des éléments spectraux. Les courbes de dispersion calculées numériquement ont des écarts faibles avec les courbes de dispersion expérimentales.

Estimation du milieu effectif Des simulations numériques ont permis d'évaluer la validité du modèle ISA dans le cas d'un milieu élastique fini contenant des inclusions circulaires. Pour comparer les simulations numériques et ISA, le calcul du champ cohérent est nécessaire et est effectué grâce à 100 configurations aléatoires de la position des inclusions. Dans un premier temps, nous avons montré que la vitesse effective des ondes de Rayleigh peut se calculer à partir des vitesses effectives des ondes de compression et de cisaillement calculées à l'aide de l'homogénéisation ISA. Dans un second temps, ces simulations montrent que l'effet de paroi, zone de variation importante de concentration en inclusions, a une influence non négligeable sur les courbes de dispersion. L'homogénéisation de type ISA, pour une concentration en inclusion de 12 %, est valide pour notre milieu effectif, lorsque les longueurs d'ondes sont deux fois plus grandes que l'épaisseur de l'effet de paroi et que le rapport ka est inférieur à 1,1. De la même manière que pour le milieu élastique, des simulations numériques ont permis de calculer le champ cohérent dans le cas d'un milieu bicouche élastique contenant des inclusions circulaires. Une des difficultés de la simulation numérique est de mailler des inclusions pouvant être sur l'interface ou avec un bord très proche de l'interface. Ainsi 35 simulations numériques ont pu être réalisées, ce qui permet d'estimer le champ cohérent de façon correcte.

Perspectives Ce travail combine des méthodes de simulations numériques en 2D par éléments spectraux, des mesures expérimentales ainsi que des méthodes de traitement du signal. La méthodologie développée a été utilisée sur des modèles à base de polymères et d'aluminium, avec une concentration en inclusion faible (12%). Ce milieu est donc éloigné du matériau réel beaucoup plus complexe qu'est le béton. Cependant l'objectif était de confronter les résultats expérimentaux avec les résultats numériques et analytiques. La précision des résultats est étudiée en fonction des paramètres numériques tels que le maillage, le pas d'intégration numérique et les méthodes de traitement du signal.

Dès à présent, nous avons un outil numérique pour estimer la courbe de dispersion du milieu effectif d'un milieu stratifié hétérogène. Cependant le temps de calcul nécessaire pour l'estimation de la courbe de dispersion effective ne permet pas de l'utiliser dans un algorithme d'inversion. Avec cet outil nous avons déterminé le domaine de validité de ISA dans le cas d'un milieu fini dont la matrice est homogène. Il paraît intéressant de développer un modèle direct prenant en compte la diffusion multiple et la variation de la matrice avec la profondeur qui nous servira pour l'inversion de milieux hétérogènes dont la matrice varie en fonction de la profondeur.

4

Problème direct et inversion des courbes de dispersion des ondes de surface dans un milieu stratifié hétérogène

Sommaire

4.1	Probl	ème direct analytique
	4.1.1	Description du problème direct analytique
	4.1.2	Implémentation
	4.1.3	Comparaison du problème direct analytique aux simulations numé- riques réalisées par la méthode des éléments spectraux 105
4.2	Proble	ème inverse
	4.2.1	Implémentation dans le logiciel Dinver
	4.2.2	Validation de l'implémentation : tests de crime inverse
4.3	Deux	validations de l'inversion
	4.3.1	Cas d'une matrice homogène : F50c200_12%_EFFECTIF 114
	4.3.2	Cas d'une matrice bicouche : F50c200c240_12%_EFFECTIF 117
4.4	Invers	sion des propriétés effectives 119
	4.4.1	Information <i>a priori</i> , paramétrisation et procédure itérative
	4.4.2	Résultats de l'inversion des courbes de dispersion
4.5	Appli	cation à l'estimation de la porosité dans le béton
	4.5.1	Configurations aléatoires du désordre
	4.5.2	Milieu effectif comprenant une matrice homogène avec inclusions 127
	4.5.3	Milieu effectif d'une matrice bicouche homogène avec inclusions 133
4.6	Concl	usions

Introduction

Les études numérique et expérimentale de la diffusion multiple ont permis d'obtenir le champ cohérent d'un milieu de dimensions finies comportant une matrice élastique, monocouche ou bicouche, ainsi que des inclusions circulaires élastiques. Le chapitre 3 a mis en évidence trois origines de la dispersion de la vitesse de phase des ondes de surface : la diffusion multiple, l'effet de paroi et la variation des propriétés mécaniques de la matrice. Dans la littérature, il n'existe pas de modèle analytique de calcul de la courbe de dispersion d'un milieu stratifié hétérogène. La simulation numérique à l'aide de la méthode des éléments spectraux (SEM), très rapide comparée aux autres méthodes numériques, peut être utilisée pour inverser les ondes de surface si les capacités de calculs sont très importantes. Par exemple, la simulation d'un milieu bicouche défini dans le chapitre 3, contenant des inclusions, prends 45 min sur un calculateur de 24 cœurs. Pour obtenir le champ cohérent, au moins 25 simulations sont nécessaires, soit $45 \times 25 = 1125 \text{ min} = 18 \text{ h} 45 \text{ min}$. Dans le cas d'une inversion, pour une estimation à l'aide d'un algorithme global, nous souhaiterions calculer un minimum de 100 modèles de paramètres pour assurer une bonne convergence de l'algorithme. Le temps nécessaire pour une telle inversion, avec un calculateur de 24 cœurs, est donc d'au moins 1800 h, soit environ 75 jours pour une inversion. Une première solution est d'augmenter les ressources de calculs. Une autre solution pourrait être d'homogénéiser le milieu en lissant toutes les discontinuités et les petites échelles afin de réduire les difficultés de maillage et le coût numérique associé. Cette méthode a été développée par [Capdeville et al., 2013], [Capdeville et al., 2015]. Dans ce chapitre nous proposons un modèle semi-analytique prenant en compte la variation des propriétés mécaniques de la matrice, la diffusion multiple ainsi que l'effet de bord. Nous serons donc en mesure de calculer la courbe de dispersion de la vitesse de phase des ondes de surface dans un milieu très hétérogène et de l'inverser pour remonter aux propriétés de la matrice.

Dans un premier temps, nous décrirons le modèle direct utilisé. Ensuite, nous expliquerons l'implémentation et la paramétrisation du problème inverse. Nous validerons l'implémentation du problème direct dans un algorithme d'inversion à l'aide de deux tests de crime inverse. Nous inverserons ensuite la courbe de dispersion calculée avec la méthode SEM (chapitre 3) pour les deux milieux effectifs hétérogènes F50C200_12%_EFFECTIF et F50C200C240_12%_EFFECTIF. Enfin nous appliquerons notre algorithme à l'inversion de la courbe de dispersion des ondes de surface calculée avec la méthode des éléments spectraux, dans un milieu dont les propriétés mécaniques sont comparables à celles du béton. Le milieu sera donc une matrice homogène ou bicouche, contenant des inclusions dont la concentration surfacique sera égale à 48 %. Les inclusions suivront de surcroît une courbe granulométrique.

4.1 Problème direct analytique du calcul des courbes de dispersion de la vitesse de phase des ondes de surface prenant en compte la diffusion multiple dans un milieu stratifié

4.1.1 Description du problème direct analytique

Les méthodes d'homogénéisation telle que l'Independant Scattering Approximation (ISA), section 1.5.3.1, permettent de déterminer les propriétés des ondes de volume dans un milieu infini effectif. Le milieu effectif est alors homogène et est caractérisé par des nombres d'ondes complexes pour les ondes de compression et de cisaillement. La partie imaginaire permet de définir une atténuation effective, la partie réelle les vitesses de phase effectives $c_p^*(f)$ et $c_s^*(f)$. La densité effective se calcule comme la densité moyenne du milieu, $\bar{\rho}$, pondérée par la concentration en inclusions.

Nous avons montré dans la section 1.3.2 que le calcul de la courbe de dispersion d'un milieu composé de couches stratifiées homogènes $(c_{p,i}, c_s, \rho)$ indépendants de la fréquence) se fait fréquence par fréquence : $F(c_r, f, c_{p,i}, c_{s,i}, \rho_i, h_i) = 0$. Nous faisons ici l'hypothèse que la courbe de dispersion des ondes de Rayleigh effective peut être calculée en homogénéisant chaque couche $i (c_{p,i}^*(f))$ et $c_{s,i}^*(f), \bar{\rho}_i)$, puis fréquence par fréquence nous calculerons la courbe de dispersion du milieu stratifié dont les propriétés mécaniques des couches varient en fonction de la fréquence. L'équation 1.43 est donc résolue avec une variation des propriétés pour chaque fréquence : $F(c_r^*(f), f, c_{p,i}^*(f), c_{s,i}^*(f), \bar{\rho}_i, h_i) = 0$.



FIGURE 4.1 – Inconnues du problème direct qui suppose un milieu dont les propriétés effectives de la matrice varient avec la profondeur.

4.1.2 Implémentation

Les vitesses de phase effectives des ondes de cisaillement et de compression sont calculées pour chaque couche à l'aide du modèle d'homogénéisation ISA en deux dimensions, section 1.5.3.1. Ces ondes sont dispersives donc leurs vitesses dépendent de la fréquence. Puis, pour une chaque fréquence, on cherche les racines du déterminant données par la relation 1.43 en faisant varier le nombre d'onde k_r^* . Le calcul est donc effectué avec une homogénéisation en deux dimensions puis un calcul de la courbe de dispersion des ondes de surface en une dimension.

4.1.3 Comparaison du problème direct analytique aux simulations numériques réalisées par la méthode des éléments spectraux

Il est intéressant de comparer le problème direct proposé pour les milieux hétérogènes stratifiés avec les simulations numériques faites dans le chapitre précédent. Nous étudierons le cas du milieu F50C200_12%_EFFECTIF, section 3.6.2, composé d'une matrice de F50c200 et le cas du F50C200C240_12%_EFFECTIF, section 3.6.3, composé d'une matrice bicouche F50c200 de 10 mm et de F50c240 pour la couche semi-infinie. Les propriétés du F50 chargé et celles de l'aluminium sont données dans les tableaux 3.1 et 3.8. On utilise une concentration surfacique en inclusions de 12%. Le diamètre des inclusions est de 5 mm. Nous avons supposé dans le chapitre précédent que l'écart, à hautes fréquences, entre la courbe dispersion issue

Épaisseur des	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,004	∞
			F50	C200 1	2% EF	FECTIF		
Concentration en	0	0,58	3,57	7,32	11,11	14,19	13,72	13,04
inclusions [%]			F50C2	00C240	_12%_	EFFECT	TIF	
	0	0,2	2,61	6,35	9,98	13,22	13,62	13,62
			F50	C200_1	2%_EF	FECTIF		
Matrica				F5	0c200			
Matrice	F50c200c240_12%_EFFECTIF							
				F50c200)			F50c240

TABLEAU 4.1 – Propriétés des 8 couches utilisées pour le calcul des courbes de dispersion des milieux F50c200_12%_EFFECTIF et F50c200c240_12%_EFFECTIF à l'aide du problème direct analytique d'homogénéisation ISA de couches stratifiées.

de l'homogénéisation ISA et la courbe de dispersion du milieu effectif calculée par la SEM, était principalement dû à la présence d'un effet de paroi. L'effet de paroi peut être considéré comme un gradient de concentration en inclusions. À l'aide du profil de concentration, décomposé en huit couches successives, figure 4.2a pour le milieu F50C200_12%_EFFECTIF et figure 4.2b pour le milieu F50C200C240_12%_EFFECTIF, on calcule les courbes de dispersion analytiques des deux milieux effectifs. Étant donné que la variation de concentration est plus importante à la surface, nous discrétisons le premier centimètre en profondeur très finement. La plus petite longueur d'onde est de 4 mm. Le six premières couches ont une épaisseur de 1 mm afin de s'assurer que l'ajout d'une nouvelle couche, liée au gradient de concentration, modifie le moins possible la courbe de dispersion. La concentration en inclusions est calculée comme la moyenne de la concentration sur l'épaisseur de chaque couche. Au total, huit couches de concentration en inclusions variable sont définies pour décrire le milieu, tableau 4.1 pour les milieux F50c200_12%_EFFECTIF et F50c200c240_12%_EFFECTIF.



FIGURE 4.2 – Profil de concentration en inclusions des 8 couches du milieu F50C200_12%_EFFECTIF (a) et F50C200C240_12%_EFFECTIF (b).

La figure 4.3 présente les courbes de dispersion du milieu F50C200_12%_EFFECTIF calculées par la méthode SEM (en bleu) et par le problème direct analytique d'homogénéisation ISA de couches hétérogènes stratifiées (en vert). La matrice homogène est composée de F50c200. La courbe rouge représente la courbe de dispersion de la vitesse de phase des ondes de Rayleigh issue de l'homogénéisation ISA dans un milieu infini, sans prise en compte de la variation de concentration.

On constate une diminution de l'écart avec la courbe de dispersion numérique lorsque l'on prend en compte la variation de concentration des inclusions avec la profondeur. Le problème direct, prenant en compte une succession de couches hétérogènes dont la concentration en inclusions varie avec la profondeur, améliore donc l'estimation de la courbe de dispersion des ondes de surface par rapport au modèle d'homogénéisation ISA dans le cas où la présence d'une surface libre implique un effet de gradient de densité.



FIGURE 4.3 – Comparaison des courbes de dispersion effectives pour le milieu F50C200_12%_EFFECTIF, issues : en bleu, du calcul par la SEM, en rouge, de l'homogénéisation ISA dans un milieu infini, en vert, du calcul du problème direct analytique d'homogénéisation ISA pour un milieu stratifié hétérogène.

La figure 4.4, représente les courbes de dispersion de la vitesse de phase du milieu effectif bicouche F50C200C240_12%_EFFECTIF calculées par la méthode SEM (en bleu), celle issue du problème direct analytique d'homogénéisation ISA de couches hétérogènes stratifiées, pour deux couches (en rouge), sans prise en compte du profil de concentration des inclusions et huit couches hétérogènes comprenant en plus le gradient de la concentration en inclusions, en vert, tableau 4.1. La courbe de dispersion calculée à l'aide du problème direct analytique d'homogénéisation ISA de deux couches hétérogènes stratifiées, prend en compte une concentration en inclusions pour les deux couches de 12%. La première couche, de F50c200, a une profondeur de 10 mm et la deuxième, de F50c240, est semi-infinie. Si les courbes sont confondues jusqu'à 100 kHz, la vitesse de phase issue du problème direct analytique d'homogénéisation ISA de deux couches hétérogènes stratifiées s'écarte de la courbe calculée par la SEM dû à l'effet de paroi. La courbe de dispersion prenant en compte huit couches hétérogènes, reste quasiment confondue avec la courbe de dispersion numérique validant ainsi le problème direct dans le cas d'une variation de matrice contenant 12% de concentration en inclusions.



FIGURE 4.4 – Comparaison des courbes de dispersion effectives pour le milieu F50C200C240_12%_EFFECTIF, issues : en bleu, du calcul par la SEM, du calcul du problème direct analytique d'homogénéisation ISA pour un milieu stratifié hétérogène, pour 2 couches en rouge, et 8 couches en vert.

4.2 **Problème inverse**

Nous supposons que la porosité du béton affecte uniquement la matrice cimentaire qui varie par couches horizontales en fonction de la profondeur. Dès lors, il est intéressant d'estimer les propriétés mécaniques de la matrice à partir de la courbe de dispersion de la vitesse de phase effective des ondes de surface. Afin de prendre en compte l'effet de paroi et la diffusion multiple lors de l'inversion de la courbe de dispersion de la vitesse de surface, le problème direct décrit précédemment est implémenté dans un algorithme d'estimation global.

4.2.1 Implémentation dans le logiciel Dinver

Nous avons choisi d'implémenter le problème direct dans le logiciel DINVER (section 1.4.4). Ce logiciel permet de développer des extensions pour le calcul du problème direct tout en utilisant l'algorithme des plus proches voisins pour l'inversion. Le calcul du problème direct est réalisé dans une librairie dynamique en C++, appelée Homog2DStrat et utilise des librairies FORTRAN pour le calcul de l'homogénéisation. La structure du programme est décrite sur la figure 4.5.

Dans un premier temps, le programme lit l'information *a priori* définie dans un fichier de paramètres. Ces informations sont envoyées au logiciel DINVER qui contrôlera si les paramètres estimés sont conformes à l'information *a priori*. L'utilisateur est alors en mesure de donner les paramètres d'inversion (le nombre d'échantillons par itération N, le nombre d'itération It_{max} , le nombre d'échantillons pour la première itération N_0 et le nombre d'échantillons conservés à chaque itération Ns). Une fois que l'algorithme des plus proches voisins a tiré aléatoirement des paramètres, ceux-ci sont envoyés à la librairie dynamique Homog2DStrat pour le calcul de la courbe de dispersion effective des ondes de surface. La librairie appelle une libraire dynamique FORTRAN chargée d'homogénéiser les couches. Elle calcule les courbes de dispersion des ondes de volumes effectives $(c_{p,i}^*, c_{s,i}^*)$ pour chaque couche *i*. Puis fréquence par fréquence la librairie Homog2DStrat calcule la courbe de dispersion des ondes de surface. La courbe de dispersion estimée est alors comparée à la courbe de dispersion mesurée à l'aide de la fonction *misfit* (équation 1.45). Puis la valeur du *misfit* est envoyée à l'algorithme de proche voisin implémentée dans DINVER. Le programme s'arrête à la fin des itérations.

Cette implémentation à l'avantage d'être modulable. Une nouvelle méthode d'homogénéisation (numérique ou analytique) des couches peut être utilisée en remplaçant simplement la librairie dynamique d'homogénéisation.



FIGURE 4.5 – Structure du programme d'inversion.

4.2.1.1 Information a priori et paramétrisation

Nous faisons l'hypothèse que les propriétés mécaniques des inclusions (vitesses des ondes de compression, de cisaillement, densité et le gradient de concentration) ainsi que la densité de la matrice sont connues. Nous inversons donc la vitesse des ondes de compression et des ondes de cisaillement des couches de la matrice. Les épaisseurs des couches de la matrice ne sont pas inversées. Elles sont reliées au gradient de concentration des inclusions avec la profondeur, données dans l'information *a priori*. Une information *a priori* sur ces paramètres permet de contraindre l'algorithme et facilite la convergence vers les solutions les plus probables. On ajoute une information *a priori* sur le coefficient de Poisson qui permet de contraindre le choix des vitesses des ondes de cisaillement et de compression de la matrice dans une gamme vraisemblable.

4.2.1.2 Procédure itérative

La procédure itérative est la même que pour l'inversion classique du logiciel DINVER. N_{s0} vecteurs de paramètres (modèles) initiaux sont tirés aléatoirement. Parmi ces modèles, les N_r dont le *misfit* est le plus petit sont conservés. N_s modèles sont générés à chaque itération. On effectue It_{max} itérations. Ainsi le nombre de modèles générés est égal à $N_{s0} + N_s \cdot It_{max}$.

4.2.1.3 Analyse des résultats

Parmi l'ensemble des résultats des estimations, seuls les modèles dont la courbe de dispersion est comprise dans les barres d'erreurs sont conservés. Il existe donc une valeur de *misfit* pour laquelle ces modèles sont retenus. On considère que tous ces modèles sont des solutions. Il est donc possible de moyenner et de calculer les écarts-types des valeurs des paramètres estimés, c_{estim} ($c_{p,i,\text{estim}}^{\text{mat}}$, $c_{s,i,\text{estim}}^{\text{mat}}$) (équations 1.48 et 1.49).

4.2.2 Validation de l'implémentation : tests de crime inverse

Pour valider l'implémentation de l'inversion, deux tests de crime inverse sont étudiés. Le crime inverse signifie que les données simulées sont produites avec le même modèle que celui utilisé pour les inverser, de surcroît avec la même discrétisation des données, [Kaipio and Somersalo, 2004]. Notre problème étant par nature mal posé, ce test permet aussi d'étudier la stabilité de l'inversion. Les écarts entre les résultats de l'inversion et le modèle simulé sont des références pour les futures inversions. Le premier test de crime inverse consiste à inverser la courbe de dispersion calculée à l'aide de l'homogénéisation ISA dans un milieu infini composé de F50c200. Le second test de crime inverse consiste à inverser la courbe de dispersion calculée par le problème direct d'homogénéisation ISA d'un milieu stratifié dans le cas d'un bicouche hétérogène. Les deux couches ont des concentrations en inclusions égales. Étant donné que la courbe de dispersion est calculée analytiquement, l'incertitude sur la mesure est nulle. L'incertitude sur les vitesses est remplacée par la vitesse mesurée, $\sigma_i = c_{mes}(f_i)$ pour le calcul du *misfit* (équation 1.45) [Wathelet et al., 2004].

Cas d'une matrice homogène : $\Omega_1^{mat} = \Omega_2^{mat}$ Pour cette première validation, nous inversons la courbe de dispersion issue de l'homogénéisation ISA d'un milieu infini contenant 12% de concentrations en inclusions de rayon 2,5 mm dont les propriétés mécaniques sont celles du F50c200 pour la matrice et de l'aluminium pour les inclusions (tableau 3.1 et 3.8). La courbe de dispersion est échantillonnée en longueur d'onde. Nous supposerons que le milieu est composé d'une couche d'une épaisseur de 10 mm sur une couche semi-infinie, le problème inverse

Nombre d'échantillons par itération	Nombre d'itérations	Nombre d'échantillons pour la première itération	Nombre de modèle conservés	Nombre total de modèles
50	100	100	20	5100

TABLEAU 4.2 - Paramètres d'itérations de l'algorithme de proches voisins utilisés pour les estimations de la vitesse des ondes S et P utilisés dans le chapitre 4, section 4.2, 4.3 et 4.4.

Couche	Épaisseur h [mm]	Vitesse c_p^{mat} [m s ⁻¹]	Coefficient de Poisson ν^{mat}	Vitesse c_s^{mat} [m s ⁻¹]	Densité ρ^{mat} [kg m ⁻³]
1	10	[2538:3102]	$[0, 29 \cdot 0, 37]$	$[1282 \cdot 1589]$	1766
2	∞	[2000,0102]	[0.25, 0.01]	[1202, 1000]	1100

TABLEAU 4.3 – Information *a priori* pour l'estimation de la vitesse des ondes S et P de la matrice F50c200 pour le test de crime inverse $\Omega^{mat,1} = \Omega^{mat,2}$.

ne permet pas d'inverser un milieu semi-infini seul (sans une autre couche) [Wathelet et al., 2004]. L'épaisseur de 10 mm est choisie au regard des longueurs d'onde et sera utilisée pour le deuxième test de crime inverse. Les propriétés mécaniques et la concentration des inclusions sont connues et l'information *a priori* contraint les paramètres sur $\pm 10\%$ de la valeur attendue (tableau 4.3). L'inversion est effectuée avec un premier tirage, N_{s0} de 100 modèles, puis 100 modèles sont tirés (N_s) pour les 50 itérations suivantes (It_{max}). Les 20 modèles dont le *misfit* est le plus faible sont conservés après chaque itération. Ainsi 5100 modèles sont évalués durant l'inversion (tableau 4.2).

Nous présentons les courbes de dispersion dont le *misfit* est inférieur à 10^{-4} . Elles sont confondues avec la courbe de dispersion mesurée sur la figure 4.6. L'algorithme converge assez vite vers des solutions puisqu'à partir de 9 itérations, l'algorithme trouve des vecteurs de paramètres dont le *misfit* est inférieur à 10^{-4} (figure 4.6c). Les écarts entre les estimations et la mesure des vitesses des ondes de cisaillement de la matrice sont inférieurs à 0,02% et inférieurs 3,2% pour les ondes de compression (tableau 4.4). L'algorithme permet donc de remonter aux propriétés de la matrice dans un milieu hétérogène lorsque les propriétés de la matrice sont invariants avec la profondeur. Le problème inverse prend en compte la diffusion multiple dans un milieu infini, contrairement au problème inverse utilisé dans le chapitre 2. Il est cependant nécessaire de connaître les propriétés mécaniques des inclusions.

Cas d'une matrice bicouche : $\Omega_1^{mat} \neq \Omega_2^{mat}$ Nous proposons dans ce paragraphe un deuxième test de crime inverse dont la courbe de dispersion mesurée est calculée à l'aide du problème direct d'homogénéisation ISA de couches hétérogènes stratifiées. La courbe de dis-

Couche	Écart sur la vitesse c_p^{mat} [%]	Écart sur le coefficient de Poisson ν^{mat} [%]	Écart sur la vi- tesse c_s^{mat} [%]
1	$2,3\pm0,9$	$3,5\pm1,3$	$-0, 3 \pm 0, 1$
2	$-3,2\pm3,1$	$-5, 2 \pm 5, 0$	$-0,02\pm0,2$

TABLEAU 4.4 – Écarts entre les estimations et les valeurs numériques (en %) lors de l'estimation des propriétés de la matrice d'un milieu semi-infini contenant une matrice de F50c200 et des inclusions circulaires en aluminium.



FIGURE 4.6 – Représentation en fréquence (a) et en longueur d'onde (b) des courbes de dispersion estimées dont le misfit est inférieur à 10^{-4} et de la courbe simulée lorsque $\Omega^{mat,1} = \Omega^{mat,2}$. (c) Valeur du *misfit* en fonction des modèles générés (c).

persion mesurée est celle d'un bicouche composée d'une matrice de F50c200 de 10 mm de profondeur sur une matrice infinie de F50c240 (tableau 3.1). Les inclusions sont de l'aluminium (tableau 3.8). Les inclusions sont circulaires de diamètre de 5 mm avec une concentration surfacique de 12%. Le problème direct utilisé homogénéise chaque couche à l'aide de l'ISA et calcule fréquence par fréquence la courbe de dispersion de la vitesse de phase des ondes de surface. La courbe de dispersion est échantillonnée en longueur d'onde. L'information *a priori* est définie de telle sorte que les paramètres varient à $\pm 10\%$ de leur valeur attendue (tableau 4.5). Les paramètres d'itérations de l'algorithme sont les mêmes que ceux utilisés dans le cas homogène (tableau 4.2).

On constate sur la figure 4.7c que l'algorithme converge. Les courbes de dispersion dont le *misfit* est inférieur à 10^{-4} sont présentés sur les figures 4.7a et 4.7b. Le profil de la vitesse

Couche	Épaisseur <i>h</i> [mm]	Vitesse c_p^{mat} [m s ⁻¹]	Coefficient de Poisson ν^{mat}	Vitesse c_s^{mat} [m s ⁻¹]	$\begin{array}{c} \textbf{Densité} \\ \rho^{mat} \\ [\text{kg m}^{-3}] \end{array}$
1	10	[2538;3102]	[0,29;0,37]	[1282;1589]	1766
2	∞	[2671;3265]	[0,29;0,37]	[1344;1643]	1822

TABLEAU 4.5 – Information *a priori* de l'algorithme pour l'estimation de la vitesse des ondes S et P de la matrice d'un bicouche stratifié hétérogène.

des ondes de cisaillement est retrouvé avec une précision inférieure à $0.02\% \pm 0.4\%$ par l'algorithme (tableau 4.6). Les écarts pour les autres propriétés mécaniques (vitesses des ondes de compression, coefficient de Poisson) sont plus importants, jusqu'à $3.4\% \pm 1.7\%$ de différence avec la valeur théorique.



FIGURE 4.7 – Représentation en fréquence (a) et en longueur d'onde (b) des courbes de dispersion estimées dont le misfit est inférieur à 10^{-4} et de la courbe simulée d'un milieu stratifié hétérogène. Valeur du *misfit* en fonction des modèles générés (c).

Nous avons montré, dans cette section, que l'implémentation du problème inverse est correctement réalisée. Le problème inverse permet d'estimer les propriétés mécaniques d'un milieu hétérogène lorsque la matrice ne varie pas avec la profondeur, $\Omega_1^{mat} = \Omega_2^{mat}$, ou varie, $\Omega_1^{mat} \neq \Omega_2^{mat}$. Nous avons mis en évidence que les vitesses des ondes de cisaillement de la matrice sont beaucoup mieux estimées que les vitesses des ondes de compression. L'écart sur l'estimation de la vitesse des ondes de cisaillement pourra être considéré comme une référence pour les futures inversions.

Couche	Écart sur la vitesse c_p^{mat} [%]	Écart sur le coefficient de Poisson ν^{mat} [%]	Écart sur la vitesse c_s^{mat} [%]
1	$0, 2 \pm 0, 5$	$0, 4 \pm 0, 08$	$-0,02 \pm 0,05$
2	$2,7\pm1,3$	$3,4\pm1,7$	$0,02\pm0,1$

TABLEAU 4.6 – Écart entre les estimations et les valeurs numériques (en %) lors de l'estimation des propriétés de la matrice d'un milieu contenant une matrice de F50c200 de 10 mm de profondeur sur une couche de matrice de F50c240 semi-infinie, contenant des inclusions circulaires en aluminium.

4.3 Deux validations : inversion des courbes de dispersion des milieux F50C200_12%_EFFECTIF et F50C200C240_12%_EFFECTIF obtenues avec la méthode des éléments spectraux

4.3.1 Cas d'une matrice homogène : F50C200_12%_EFFECTIF

Dans la section 3.6, nous avons calculé la courbe de dispersion d'un milieu effectif matriceinclusions comportant une surface libre, le milieu F50C200_12%_EFFECTIF. Nous avons montré que l'effet de paroi a des conséquences non négligeables sur la courbe de dispersion et entraîne un écart avec l'homogénéisation analytique ISA. Dans la section précédente, nous avons montré que cet effet de gradient pouvait se traduire par un gradient de concentration. La prise en compte du gradient de concentration dans le problème direct analytique permet de diminuer l'écart avec la courbe de dispersion du milieu effectif calculé numériquement. Nous avons validé l'implémentation du problème inverse avec deux tests de crime inverse. Dès lors nous pouvons inverser la courbe de dispersion du milieu effectif F50C200_12%_EFFECTIF, calculée avec la SEM, à l'aide de notre algorithme d'inversion.

Les plus petites longueurs d'onde de la courbe de dispersion que nous souhaitons inverser sont de 4,5 mm, en noir sur les figures 4.9a et 4.9b. Nous avons montré, section 1.4.5, que l'épaisseur de la plus petite couche que peut estimer notre inversion est égale à environ $\lambda_{\min}/2$, soit 2,25 mm dans notre cas. Afin de garantir une bonne estimation des propriétés mécaniques des couches, les 2 premières couches sont choisies avec une épaisseur de 3 mm, la 3^{ème} couche de 4 mm et la dernière est un milieu semi-infini. Nous fixons dans l'information *a priori* 4 couches pour définir le gradient de densité des inclusions. Les paramètres mécaniques et le gradient de concentration des inclusions sont donnés dans le tableau 4.7. La paramétrisation des propriétés mécaniques de la matrice est fixée uniforme à ± 10 % de la valeur utilisée dans le calcul numérique, tableau 4.8.

L'inversion est effectuée selon les paramètres donnés dans le tableau 4.2. Nous retenons les 1611 modèles dont les courbes de dispersion sont comprises dans la barre d'erreur de la courbe de dispersion mesurée, figures 4.9a et 4.9b. Les courbes de dispersion ont un *misfit* inférieur à 7×10^{-1} , figure 4.9. L'algorithme converge vers de nombreuses solutions. Les modèles estimés ont des écarts avec la valeur théorique inférieurs à 1 % pour la vitesse des ondes de cisaillement et inférieur à 4,1 % pour la vitesse des ondes de compression.

	aincl	cincl	oincl	Concentration des inclusions	Concentration des inclusions
Couche	c_p	$[m c^{-1}]$	p	dans le milieu mono-couche	dans le milieu bicouche
			[Kg III]	F50c200_12%_effectif	F50c200c240_12%_effectif
1				0,0209	0,0196
2	5620	2005	2700	0,1184	0,1136
3	3030	5225	2700	0,1340	0,1342
4				0,1305	0,1326

TABLEAU 4.7 – Propriétés des inclusions utilisées pour l'inversion dans les milieux monocouche F50C200_12%_EFFECTIF et bicouche F50C200C240_12%_EFFECTIF.

Coucho	Épaisseur h	Vitesse c_p^{mat}	Coefficient de	Vitesse c_s^{mat}	Densité ρ^{mat}
Couche	[mm]	$[m s^{-1}]$	Poisson ν^{mat}	$[m s^{-1}]$	$[kg m^{-3}]$
1-2	4				
3	3	[2538;3102]	[0,29;0,37]	[1282;1589]	1766
4	∞				

TABLEAU 4.8 – Information *a priori* de l'algorithme pour l'estimation de la vitesse des ondes S et P de la matrice du milieu F50c200_12%_EFFECTIF.

Couche	Écart sur la vitesse c_p^{mat} [%]	Écart sur le coefficient de Poisson ν^{mat} [%]	Écart sur la vitesse c_s^{mat} [%]
1	$-1, 0 \pm 3, 9$	$-2,9 \pm 5,9$	$0, 6 \pm 0, 4$
2	$-1, 5 \pm 3, 7$	$-1, 3 \pm 5, 7$	$-0,9\pm0,8$
3	$4,1\pm4,2$	$5, 6 \pm 5, 3$	$-0,6\pm0,6$
4	$-3,3\pm3,2$	$-6,0\pm5,0$	$0,4\pm0,4$

TABLEAU 4.9 – Écarts entre les estimations et les valeurs numériques (en %) lors de l'estimation des paramètres de la matrice du milieu F50C200_12%_EFFECTIF. L'information *a priori* suppose la présence de 4 couches.



FIGURE 4.8 – Profil de concentration en inclusions des 4 couches du milieu F50C200_12%_EFFECTIF.



FIGURE 4.9 – Courbes de dispersion (a) en fréquence, (b) en longueur d'onde, estimées lors de l'inversion de la courbe de dispersion du milieu F50C200_12%_EFFECTIF en noir et son écart-type en traits fins. L'information *a priori* suppose la présence de 4 couches. Valeurs du *misfit* en fonction des modèles générés (c).

Coucho	Épaisseur h	Vitesse c_p^{mat}	Coefficient de	Vitesse c_s^{mat}	Densité ρ^{mat}
Couche	[mm]	$[m s^{-1}]$	Poisson ν^{mat}	$[m s^{-1}]$	$[kg m^{-3}]$
1-2	4	$\int [2529, 2102]$	$\int [0, 20, 0, 27]$	$\left(1202, 1500\right)$	$\left[1766\right]$
3	3	$\left\{ [2030; 5102] \right\}$	$\left\{ [0, 29; 0, 57] \right\}$	$\left\{ [1202, 1009] \right\}$	
4	∞	[2671;3265]	[0,29;0,37]	[1344;1643]	1822

TABLEAU 4.10 – Information *a priori* de l'algorithme pour l'estimation de la vitesse des ondes S et P de la matrice du milieu bicouche F50c200c240_12%_EFFECTIF.

4.3.2 Cas d'une matrice bicouche : F50C200C240_12%_EFFECTIF

À partir du calcul numérique de la courbe de dispersion du milieu effectif du bicouche hétérogène, section 3.6, nous pouvons tester notre algorithme lorsqu'il y a un effet de paroi, une variation des propriétés mécaniques de la matrice et de la diffusion multiple. Comme dans le cas précédent du milieu F50C200_12%_EFFECTIF, section 4.3.1, nous fixons dans l'information *a priori* 4 couches afin de définir le gradient de concentration des inclusions. Les 2 premières couches ont une épaisseur de 3 mm, la 3^{ème} couche de 4 mm et la dernière est un milieu semiinfini. Les paramètres mécaniques et le gradient de concentration des inclusions sont donnés dans le tableau 4.7. La paramétrisation des propriétés mécaniques de la matrice est fixée uniforme à ± 10 % de la valeur affectée dans le calcul SEM, tableau 4.10.



FIGURE 4.10 – Profil de concentration en inclusions des 4 couches du milieu F50c200c240_12%_EFFECTIF.

L'inversion est effectuée selon les paramètres donnés dans le tableau 4.2. Nous retenons les modèles dont le *misfit* est inférieur à 7×10^{-1} Les courbes de dispersion estimées sont dans les barres d'erreur de la courbe de dispersion mesurée, figure 4.11.

Le profil de la vitesse des ondes de cisaillement est bien estimé. L'écart entre la valeur attendue et la moyenne des estimations est inférieure à 1,3 % pour toutes les couches, tableau 4.11. L'écart type des estimations (équation 1.49) reste inférieure à 0,6 % de la valeur vraie. Les vitesses des ondes de compression sont moins bien estimées. Les moyennes des estimations pour les quatre couches sont inférieures à 5,5 % \pm 3,4 % de la valeur théorique simulée.

Le problème inverse a été validé pour deux milieux effectifs dont les courbes de dispersion ont été calculées avec la méthode des éléments spectraux. Les écarts sur l'estimation montrent qu'il est possible d'estimer la vitesse des ondes de cisaillement de la matrice avec une erreur inférieure à $1,3\% \pm 0,6\%$, dans le cas d'un milieu où la matrice est homogène tel que le F50C200_12%_EFFECTIF ou hétérogène tel que le milieu F50C200C240_12%_EFFECTIF.



FIGURE 4.11 – Résultats en fréquence (a) et en longueur d'onde (b) des courbes de dispersion estimées lors de l'inversion de la courbe de dispersion du milieu F50C200C240_12%_EFFECTIF en noir et son écart-type en traits fins. L'information *a priori* suppose la présence de 4 couches. La courbe noire représente la courbe de dispersion simulée par la méthode SEM. (c) Valeurs du *misfit* en fonction des modèles générés.

Cependant il est intéressant de comparer les résultats de l'inversion prenant en compte la diffusion multiple à l'aide d'un modèle d'homogénéisation dynamique tel que l'ISA avec une inversion des vitesses de la matrice, plus simple, ne prenant pas en compte la dispersion due à la diffusion multiple.

Couche	Écart sur la vitesse c_p^{mat} [%]	Écart sur le coefficient de Poisson ν^{mat} [%]	Écart sur la vitesse c_s^{mat} [%]
1	$5,5 \pm 3,36$	$6, 5 \pm 4, 3$	$0,02 \pm 0,3$
2	$-3, 6 \pm 3, 7$	$-3,9 \pm 5,6$	$-1, 3 \pm 0, 6$
3	$-1, 6 \pm 5, 3$	$-1,8\pm7,2$	$-0, 1 \pm 0, 6$
4	$2,5\pm3,6$	$2,6\pm4,8$	$0,3\pm0,3$

TABLEAU 4.11 – Écarts entre les estimations et les valeurs numériques (en %) lors de l'estimation des paramètres de la matrice du milieu bicouche F50C200C240_12%_EFFECTIF.

4.4 Inversion du milieu effectif supposant un milieu avec des couches stratifiées homogènes puis identification des propriétés de la matrice

Afin de comparer l'inversion prenant en compte un modèle d'homogénéisation dynamique (les longueurs d'onde sont de l'ordre de grandeur des hétérogénéités) avec une inversion prenant en compte l'homogénéisation d'un modèle quasi-statique (*i.e.* en grandes longueurs d'onde donc vitesses indépendantes de la fréquence), nous proposons une deuxième procédure d'inversion, en deux étapes (figure 4.12). La première étape, classique, considère des couches *i* effectives dont les propriétés mécaniques ($c_{p,e,i}, \nu_{e,i}, c_{s,e,i}, \bar{\rho}_i$) sont homogènes (section 1.4.5) appliquée aux vitesses effectives :

$$c_{p,i}^{*} = \sqrt{\frac{K_{i}^{*} + \frac{4}{3}\mu_{i}^{*}}{\bar{\rho}_{i}}}$$

$$c_{s,i}^{*} = \sqrt{\frac{\mu_{i}^{*}}{\bar{\rho}_{i}}}$$
(4.1)

avec K_i^* le module d'élasticité effectif, μ_i^* le module de cisaillement effectif et $\bar{\rho}_i$ la densité moyenne, de la couche *i*. Cette inversion est réalisée avec le logiciel DINVER, [Wathelet, 2008].

La seconde inversion permet, pour chaque couche i: de remonter aux propriétés mécaniques de la matrice en supposant le modèle quasi-statique de [Christensen and Lo, 1979]. Les propriétés mécaniques de la matrice sont estimées en résolvant le système d'équations données par l'équation 1.50 et l'équation 1.51 :

$$K_{i}^{\text{mat}} = \frac{(\mu_{i}^{\text{mat}})^{3}(\frac{1}{3} - \frac{8}{3}C) + (\mu_{i}^{\text{mat}})^{2}(\frac{7}{3}\mu_{i}^{\text{incl}} + \frac{8}{3}C\mu_{i}^{\text{incl}} - \frac{1}{3}\mu_{i}^{*}) - \mu_{i}^{\text{mat}}\frac{7}{3}\mu_{i}^{\text{incl}}\mu_{i}^{*}}{-(\mu_{i}^{\text{mat}})^{2}(1 - 2C) + \mu_{i}^{\text{mat}}(\mu_{i}^{*} - \mu_{i}^{\text{incl}}(1 + 2C)) + \mu_{i}^{*}\mu_{i}^{\text{incl}}}$$

$$(4.2a)$$

$$\mu_i^{\text{mat}} - \frac{\left(K_i^{\text{mat}} + (1 - C)(K_i^{\text{mat}} - K_i^{\text{mat}})\right)\left(K_i^{\text{mat}} - K_i^*\right) + C\left(K_i^{\text{mat}} - K_i^{\text{mat}}\right)K_i^{\text{mat}}}{\frac{4}{3}K_i^* - \frac{4}{3}K_i^{\text{mat}} - \frac{4}{3}C\left(K_i^{\text{incl}} - K_i^{\text{mat}}\right)} = 0 \quad (4.2b)$$

Pour résoudre le système nous supposons que la vitesse de la matrice ne peut pas être inférieure à 0,85 et supérieure à 1,15 fois la vitesse théorique de la matrice (tableau 3.1). Nous posons donc le vecteur $c_{s,i}^{\text{mat}} \in [0, 85 \cdot c_{s,\text{theo},i}^{\text{mat}}; 1, 15 \cdot c_{s,\text{theo},i}^{\text{mat}}]$ avec un pas d'échantillonnage de $0,001 \text{ m s}^{-1}$. Nous calculons l'équation 4.2a puis nous cherchons le minimum de l'équation 4.2b.



FIGURE 4.12 – Schéma de l'inversion du milieu effectif supposant un milieu avec des couches stratifiées homogènes suivie d'une inversion des propriétés de la matrice.

4.4.1 Information a priori, paramétrisation et procédure itérative

Afin de comparer les deux procédures d'inversion, nous inversons, dans un premier temps, la courbe de dispersion effective des ondes de surface en supposant que les vitesses des ondes de cisaillement et de compression effectives, ainsi que le coefficient de Poisson, de chaque couche, varient à ± 10 % de la valeur théorique calculée par l'homogénéisation de [Christensen and Lo, 1979]. Le coefficient de Poisson permet de contraindre les solutions de l'inversion. Nous supposons que la densité de la matrice et les propriétés mécaniques des inclusions ainsi que le gradient de concentration sont connues (tableau 4.7). Les tableaux 4.12 et 4.13 résument

Coucho	Épaisseur h	Vitesse c_p^{mat}	Coefficient de	Vitesse c_s^{mat}	Densité ρ^{mat}
Couche	[mm]	$[m s^{-1}]$	Poisson ν^{mat}	$[m s^{-1}]$	$[kg m^{-3}]$
1	4				1786
2	4	[2628.2225]	[0, 29; 0, 37]	[1336; 1634]	1877
3	3	[2030; 3220]			1891
4	∞				1888

TABLEAU 4.12 – Information *a priori* de l'algorithme pour l'estimation de la vitesse des ondes S et P de la matrice du milieu F50c200_12%_EFFECTIF.

Coucho	Épaisseur h	Vitesse c_p^{mat}	Coefficient de	Vitesse c_s^{mat}	Densité ρ^{mat}
Couche	[mm]	$[m s^{-1}]$	Poisson ν^{mat}	$[m s^{-1}]$	$[kg m^{-3}]$
1	4				1784
2	4	[2638; 3225]	[0, 20, 0, 27]	[1336; 1634]	1872
3	3		$\left\{ [0, 29; 0, 57] \right\}$		1891
4	∞	[2776; 3393])	[1402;1714]	1938

TABLEAU 4.13 – Information *a priori* de l'algorithme pour l'estimation de la vitesse des ondes S et P de la matrice du milieu F50C200C240_12%_EFFECTIF.

l'information *a priori* utilisée pour l'inversion des courbes de dispersion des ondes de surface effectives calculées avec la méthode SEM pour les milieux F50C200_12%_EFFECTIF et F50C200C240_12%_EFFECTIF, dans le chapitre précédent.

Les paramètres d'itérations de l'algorithme sont donnés dans le tableau 4.2.

4.4.2 Résultats de l'inversion des courbes de dispersion

Nous retenons les modèles dont les courbes de dispersion ont un *misfit* inférieur à 7×10^{-1} de telle sorte que les courbes de dispersion estimées soient dans la barre d'erreur de la courbe de dispersion mesurée, figures 4.13 et 4.14. 3363 modèles dans le cas du milieu F50C200_12%_EFFECTIF et 3604 modèles dans le cas du milieu 50C200C240_12%_EFFECTIF sont retenus. Des modèles sont générés avec un *misfit* inférieur à 7×10^{-1} à partir de la 5^{ème} itération pour le milieu F50C200_12%_EFFECTIF et 7^{ème} itération pour le milieu F50C200_12%_EFFECTIF.

On constate que les écarts entre les valeurs estimées et les valeurs théoriques, tableaux 4.14 et 4.15, sont du même ordre de grandeur que lors de l'estimation avec le problème inverse qui prend en compte l'homogénéisation ISA.

L'écart entre la valeur estimée de la vitesse des ondes de cisaillement et la valeur attendue de la vitesse des ondes de cisaillement est inférieure à 2%. D'après le modèle de [Lafhaj et al., 2006] qui relie la vitesse des ondes de cisaillement à la porosité, cette erreur d'estimation correspond à une erreur de 0,7% sur la porosité, dans le cas du béton, cf. tableau 1.3 : $\Delta \phi = \bar{\beta}_s \cdot \Delta c_s$. L'erreur sur l'estimation de la porosité est de l'ordre de grandeur des mesures de porosité accessible à l'eau ou par intrusion de mercure. Ainsi la prise en compte de la diffusion multiple pour l'estimation des vitesses de cisaillement peut se ramener à une inversion de couches homogènes suivie d'une estimation des propriétés mécaniques de la matrice à l'aide du modèle d'homogénéisation quasi-statique de [Christensen and Lo, 1979], dans le cas où la concentration surfacique en inclusion est inférieure à 12%.

Les résultats présentés dans cette section ne sont valables que pour la concentration en inclusions de 12 %, beaucoup plus faible que dans le béton. Par ailleurs les propriétés des inclusions



FIGURE 4.13 – Résultats en fréquence (a) et en longueur d'onde (b) des courbes de dispersion issues de l'inversion de la courbe de dispersion du milieu F50C200_12%_EFFECTIF, en noir et son écart-type en traits fins. L'information *a priori* suppose la présence de 4 couches. (c) Valeurs du *misfit* en fonction des modèles générés.

présentent un contraste beaucoup plus fort avec la matrice qu'entre les granulats et le mortier du béton. De surcroît, la taille des inclusions est unique, contrairement au béton où la taille des granulats suit une courbe granulométrique. Enfin, les erreurs de mesures ne sont pas prises en compte. Dans le paragraphe suivant, la méthodologie mise en place dans le chapitre 3 pour l'estimation du champ cohérent et la méthodologie d'inversion donnée dans ce chapitre sont utilisées sur un modèle plus réaliste du béton.

Couche	Écart sur la vitesse c_p^{mat} [%]	Écart sur le coefficient de Poisson ν^{mat} [%]	Écart sur la vitesse c_s^{mat} [%]
1	$-3, 8 \pm 1, 2$	$-5, 4 \pm 1, 9$	$-0, 3 \pm 0, 2$
2	$-1,9 \pm 3,2$	$-5,4\pm4,9$	$1,5\pm0,1$
3	$-0, 3 \pm 5, 2$	$-1, 1 \pm 7, 4$	$-0, 1 \pm 0, 3$
4	$1,5 \pm 5,1$	$-0,2\pm7,1$	$1,1\pm 0,1$

TABLEAU 4.14 – Écarts entre les estimations et les valeurs attendues (en %) lors de l'estimation des paramètres de la matrice du milieu effectif F50c200_12%_EFFECTIF par l'inversion de couches homogènes suivie de l'inversion des propriétés de la matrice.



FIGURE 4.14 – Résultats en fréquence (a) et en longueur d'onde (b) des courbes de dispersion issues de l'inversion de la courbe de dispersion du milieu F50C200C240_12%_EFFECTIF en noir et son écart-type en traits fins. L'information *a priori* suppose la présence de 4 couches. (c) Valeurs du *misfit* en fonction des modèles générés.

Couche	Écart sur la vitesse c_p^{mat} [%]	Écart sur le coefficient de Poisson ν^{mat} [%]	Écart sur la vitesse c_s^{mat} [%]
1	$-3,5 \pm 1,6$	$-5,0 \pm 2,4$	$-0, 2 \pm 0, 2$
2	$4, 4 \pm 3, 8$	$3,3\pm4,9$	$1,6\pm0,2$
3	$1, 2 \pm 5, 1$	$1, 0 \pm 7, 2$	$-0, 1 \pm 0, 3$
4	$2,2\pm5,0$	$1,1\pm 6,9$	$0,9\pm0,2$

TABLEAU 4.15 – Écarts entre les estimations et les valeurs attendues (en %) lors de l'estimation des paramètres de la matrice du milieu F50C200C240_12%_EFFECTIF par l'inversion de couches homogènes suivie de l'inversion des propriétés de la matrice.

4.5 Application à l'estimation de la porosité dans le béton

Nous avons proposé dans ce chapitre une méthodologie pour l'estimation des propriétés mécaniques d'une matrice stratifiée contenant des inclusions circulaires. Nous avons validé la procédure sur un milieu contenant une concentration surfacique en inclusions de 12 %. Nous souhaitons appliquer le résultat obtenu sur un milieu dont les propriétés sont proches du béton. Nous proposons une modélisation du béton de type matrice-inclusions dont les propriétés mécaniques sont données dans le tableau 4.16. Les propriétés du Mortier 1 et des granulats sont extraites de [Schubert and Koehler, 2004]. Les propriétés du Mortier 2 sont calculées à l'aide du modèle de porosité de [Lafhaj et al., 2006], section 1.3, de telle sorte qu'il y ait une variation de porosité de -1% avec le Mortier 1 : $c_2 = c_1 - \overline{\beta} \cdot \phi$, avec c_1 (respectivement c_2) la vitesse des ondes de compression ou de cisaillement du Mortier 1 (respectivement du Mortier 2). Nous utilisons une concentration en inclusion de 48 % ainsi qu'une distribution de granulats. Les courbes granulométriques peuvent avoir des allures différentes selon la formulation du béton. [Chekroun, 2008] a pris en compte la granulométrie pour le calcul des vitesses de phase effectives des ondes de compression et de cisaillement avec ISA, en considérant que la distribution de granulats suit une loi normale centrée autour d'un diamètre moyen d_{moy} avec un écart type σ_q . La courbe de granulométrie suit ainsi la fonction de répartition suivante :

$$\frac{1}{2} \left[\operatorname{erf} \left(\frac{d - d_{\text{moy}}}{\sigma_g \sqrt{2}} \right) + 1 \right]$$
(4.3)

Son allure est représentée sur la figure 4.15 pour un diamètre moyenne de 10 mm et $\sigma_g = 3$ mm. Cette courbe granulométrique sera utilisée pour la répartition des inclusions dans notre modèle du béton. Les dimensions des modèles sont de 500 mm de largeur et 120 mm de profondeur. Un exemple de répartition des inclusions pour notre modélisation est représenté sur la figure 4.16.



FIGURE 4.15 – Courbe granulométrique modélisée par une fonction de répartition qui suit une la loi normale dont le rayon moyen est de 5 mm et un écart type de 3 mm.

Matériaux	$c_p [{ m ms^{-1}}]$]	$c_s [{ m ms^{-1}}]$	ho [kg m ⁻³]	ν
Mortier 1	3950	2250	2050	0, 33
Mortier 2	4054	2322	2074	0, 33
Granulats	4300	2475	2610	0, 33

TABLEAU 4.16 – Propriétés du mortier et des granulats utilisées dans les simulations numériques d'après [Schubert and Koehler, 2004].



FIGURE 4.16 – Exemple de répartition des inclusions dans un modèle de béton.

4.5.1 Configurations aléatoires du désordre

Nous utilisons l'algorithme présenté dans la section 3.6.1 pour le positionnement aléatoire des inclusions. La distance d'exclusion entre la surface et le bord des inclusions et entre deux inclusions est de 0,75 mm minimum. Cette distance permet de garantir, des mailles suffisamment grandes pour un temps de calcul relativement court (temps CPU de 9 heures dans le cas de la matrice homogène et de 41 heures pour le bicouche). Les coefficients de corrélation entre les modèles sont inférieurs à 0,49 pour garantir une répartition faiblement corrélée entre les configurations du désordre. D'après [Chekroun et al., 2012], pour une concentration surfacique en inclusion de 48%, seulement 14 configurations aléatoires suffisent pour obtenir le champ cohérent, figure 1.20. La figure 4.17 montre la concentration moyenne de 17 configurations du désordre retenues. Le profil de concentration (moyenne et écart type de la concentration en inclusions en fonction de la profondeur), figure 4.17b, est en accord avec la distribution de 48% de concentration en inclusions, obtenue par le modèle de [Zheng et al., 2003], (courbe bleue). Étant donné l'effet de paroi et de la distance d'exclusion, la concentration moyenne au-delà de 20 mm de profondeur est de 50%.



FIGURE 4.17 – Concentration moyenne des réalisations du désordre (a) et profil de la concentration moyenne et son écart-type des inclusions (b) (en noir) et profil de concentration donné par le modèle de [Zheng et al., 2003] (en bleu).

4.5.2 Milieu effectif comprenant une matrice homogène avec inclusions

4.5.2.1 Courbe de dispersion du milieu effectif

Les configurations du désordre sont maillées avec des quadrangles à l'aide du logiciel open source GMSH, [Geuzaine and Remacle, 2009]. La matrice est définie avec les propriétés du Mortier 1 tandis que les inclusions sont définies avec les propriétés des granulats, tableau 4.16. Nous calculons les sismogrammes pour chaque réalisation à l'aide de la méthode des éléments spectraux, [Komatitsch and Tromp, 2002], [Komatitsch and Tromp, 1999]. Puis les sismogrammes sont moyennés afin de ne conserver que le champ cohérent, figure 4.18a. Le sismogramme moyen est ensuite fenêtré autour des ondes de surface et la courbe de dispersion calculée à l'aide d'une transformée $(p - \omega)$, figure 4.18c.



FIGURE 4.18 – Sismogrammes moyennés (a) avec en pointillé les limites du fenêtrage, spectre (b) et transformée $(p - \omega)$ avec la courbe de dispersion en noire, calculé par la méthode SEM sur le modèle de béton contenant une matrice homogène cimentaire et 48 % de concentration surfacique en inclusions.

Nous souhaitons maintenant inverser la courbe de dispersion calculée par la SEM, à l'aide d'un problème inverse prenant en compte la diffusion multiple dans des couches stratifiées afin d'estimer les propriétés mécaniques de la matrice. Le problème inverse défini dans la section 4.2 utilise l'homogénéisation ISA qui n'est pas valide pour des concentrations supérieures à 12 % en inclusion, [Chekroun et al., 2012]. Nous proposons ici l'utilisation du modèle déve-

loppé par Linton et Martin, et étendu à l'élastodynamique par Conoir et Norris, [Conoir and Norris, 2010], [Linton and Martin, 2005]. Ce modèle d'homogénéisation d'ordre supérieur est valide pour des concentrations surfaciques jusqu'à 25 % en inclusions, [Chekroun et al., 2012]. Pour illustrer ce résultat avec notre problème direct d'homogénéisation de couches stratifiées, nous calculons la courbe de dispersion du milieu F50C200_12%_EFFECTIF, en discrétisant le gradient de concentration en inclusions sur huit couches (tableau 4.1), avec les homogénéisations de [Christensen and Lo, 1979], ISA et [Conoir and Norris, 2010]. La figure 4.19 représente les courbes de dispersion des trois homogénéisations ainsi que la courbe de dispersion calculée par la méthode SEM (en bleu). Les trois homogénéisations (en rouge ISA, en noir Conoir et Norris, en vert Christensen et Lo) sont toutes très proches de la courbe de dispersion calculée par la méthode SEM. La figure 4.21 représente de la même manière les courbes de dispersion des trois homogénéisation dans le cas du modèle du béton homogène d'une concentration surfacique en inclusions de 48 %. Ce modèle du béton utilise une courbe granulométrique définie selon une loi normale centrée autour du rayon moyen $d_{\rm moy}$ égale à 10 mm et d'écart-type σ_q égale à 3 mm. Pour le calcul des homogénéisations, nous supposons que le diamètre des inclusions est fixe et égal au rayon moyen d_{moy} . Le rayon d'exclusion, pour l'homogénéisation de [Conoir and Norris, 2010], est fixé à 0,057 mm. Enfin, le gradient de concentration en inclusions est discrétisé en huit couches, figure 4.20. On constate que seule la courbe de dispersion issue de l'homogénéisation utilisant le modèle de [Conoir and Norris, 2010] suit parfaitement la courbe de dispersion de la méthode SEM entre 60 kHz et 300 kHz. Un écart est constaté pour les fréquences inférieures à 60 kHz.



FIGURE 4.19 – Courbes de dispersion calculées sur le milieu F50C200_12%_EFFECTIF par la méthode SEM (en bleu), le problème direct d'homogénéisation de couches stratifiées par la méthode de [Christensen and Lo, 1979] (en vert), ISA (en rouge), [Conoir and Norris, 2010] (en noir).



FIGURE 4.20 – Discrétisation du profil de concentration en inclusions sur 8 couches du milieu béton.



FIGURE 4.21 – Courbes de dispersion calculées sur le milieu béton par la méthode SEM (en bleu), le problème direct d'homogénéisation de couches stratifiées par la méthode de [Christensen and Lo, 1979] (en vert), ISA (en rouge), [Conoir and Norris, 2010] (en noir).

4.5.2.2 Inversion de la courbe de dispersion du milieu effectif

Dans le paragraphe précédent, nous avons montré que l'homogénéisation de [Conoir and Norris, 2010] suit parfaitement la courbe de dispersion calculée par la méthode SEM dans le cas du modèle de béton. Ce modèle d'homogénéisation est donc utilisé dans le problème inverse. Ce modèle est valide dans notre cas, pour des fréquences supérieures à 60 kHz, figure 4.21. La courbe de dispersion est donc inversée sur les longueurs d'onde comprises entre 7 et 36 mm.

Étant donné que la plus petite longueur d'onde est de 7 mm et pour prendre en compte l'effet de gradient de concentration dû à l'effet de paroi, l'information *a priori* est définie avec 4 couches (tableau 4.17) : les deux premières ont une profondeur de 3 mm, la troisième a une profondeur de 4 mm et la dernière correspond au milieu semi-infini. À chaque couche on associe une concentration en inclusion qui est la moyenne du profil de concentration sur la profondeur étudiée.

Les modèles dont la courbe de dispersion sont dans la barre d'erreur de la courbe de dispersion simulée à l'aide de la méthode SEM sont conservés, figure 4.22a et 4.22b. Leur *misfit* est inférieur à 7×10^{-1} soit 1458 modèles.

Couche	Vitesse c_p	Coefficient de	Vitesse c_s	Densité	Profondeur	C [Ø]
	$[m.s^{-1}]$	Poisson $[m.s^{-1}]$		$[kg.m^{-3}]$	$h \; [mm]$	
1 `)	3	9.32
2	[3555; 4345]	[0, 02, 0, 00]	[2025; 2475]	2050	3	41.87
3		$\left[[0, 23; 0, 29] \right]$			4	54.88
4		J			∞	49.65

TABLEAU 4.17 – Information *a priori* de l'algorithme pour l'estimation de la vitesse des ondes S et P de la matrice monocouche du milieu effectif béton par le modèle d'homogénéisation de [Conoir and Norris, 2010].



FIGURE 4.22 – Résultats en fréquence (a) et en longueur d'onde (b) des courbes de dispersion issues de l'inversion de la courbe de dispersion du milieu effectif d'une matrice cimentaire contenant 48 % de concentration surfacique en inclusions. La courbe noire représente la courbe de dispersion calculée par la méthode SEM, en traits fins son écart-type. (c) Valeurs du *misfit* en fonction des modèles générés.

Les résultats des propriétés mécaniques de la matrice estimées sont moyennés et les écartstypes sont calculés, tableau 4.18. On remarque que les estimations sont très bonnes puisque l'écart entre la moyenne des estimations et la valeur théorique de la vitesse des ondes de compression est inférieur à 2% avec un écart-type inférieur à 2% pour toutes les couches. Concernant la vitesse des ondes de cisaillement, cet écart est inférieur à $0,7\% \pm 0,7\%$, équations 1.48 et 1.49. L'écart par rapport au coefficient de Poisson est cependant plus important, jusqu'à 4%.

Couche : épaisseur	Écart sur la vitesse c_p [%]	Écart sur le coefficient de Poisson [%]	Écart sur la vitesse c_s [%]
1:3 mm	$1, 6 \pm 1, 2$	$3,7\pm3,8$	$0, 19 \pm 0, 36$
$2:3{\rm mm}$	$-1, 0 \pm 1, 8$	$-1, 3 \pm 4, 4$	$-0,61\pm0,60$
3:4 mm	$1,0\pm1,5$	$1,4\pm4,1$	$0,46\pm0,67$
$4:\infty$	$-1,4\pm1,3$	$-3, 2 \pm 3, 4$	$-0,31\pm0,20$

TABLEAU 4.18 – Écarts entre les estimations et les valeurs attendues des propriétés de la matrice (en %) lors de l'estimation par le modèle d'homogénéisation de [Conoir and Norris, 2010] de couches hétérogènes stratifiées du milieu effectif contenant une matrice cimentaire homogène et 48 % de concentration surfacique en inclusions.

4.5.2.3 Comparaison avec une inversion supposant des couches stratifiées homogènes suivie d'une inversion des propriétés de la matrice

Les résultats de l'inversion à l'aide du modèle d'homogénéisation de couches hétérogènes stratifiées, section 4.5.2.2, sont comparés avec une inversion supposant des couches stratifiées homogènes suivie d'une inversion des propriétés de la matrice à l'aide du modèle quasi-statique de [Christensen and Lo, 1979], section 4.4. L'information *a priori* pour l'inversion de couches homogènes est définie de façon à ce que les propriétés mécaniques varient de ± 10 % par rapport à leur valeur théorique, calculées par le modèle de [Christensen and Lo, 1979] (tableau 4.19). Le nombre de couches et les profondeurs sont les mêmes que ceux utilisés pour l'inversion précédente, à l'aide du modèle d'homogénéisation de couches hétérogènes stratifiées (section 4.5.2.2). Les paramètres des itérations de l'algorithme sont définis dans le tableau 4.2.

La figure 4.23a et 4.3b représentent les courbes de dispersion des 2162 modèles estimées dont les *misfits* sont inférieurs à 7×10^{-1} . La figure 4.23c donne les valeurs de *misfit* en fonction des modèles générés. À partir de la 6^{ème} itération, des modèles ont un *misfit* inférieur à 7×10^{-1} . La convergence de l'algorithme est donc assez rapide.

Les écarts entre les valeurs estimées et les valeurs théoriques, tableau 4.20, sont au maximum de $5,7\% \pm 1,0\%$ sur la vitesse des ondes de cisaillement et $7\% \pm 6\%$ sur la vitesse des ondes de compression. Ces erreurs d'estimation de paramètres sont plus importantes que dans l'inversion prenant en compte la diffusion multiple avec le modèle d'homogénéisation de [Conoir and Norris, 2010] (section 4.5.2.2). De plus, d'après le modèle de [Lafhaj and Goueygou, 2009], ces erreurs sur l'estimation de la vitesse amènent des erreurs sur l'estimation de la porosité supérieures à 1,5\%, supérieures à la valeur cible de 1\%, section 1.2.4.

Cependant, nous nous sommes mis dans un cas où la matrice est homogène. L'influence de la diffusion multiple est donc maximale sur la courbe de dispersion. Il est intéressant de suivre

Couche	Vitesse c_p	Coefficient de	Vitesse c_s	Densité	Profondeur
couche	$[m.s^{-1}]$	Poisson	$[m.s^{-1}]$	$[kg.m^{-3}]$	$h \; [mm]$
1-2					3
3	[3662; 4477]	[0, 23; 0, 29]	[2079; 2542]	2328	4
4					∞

TABLEAU 4.19 – Information *a priori* de l'algorithme pour l'estimation de la vitesse des ondes S et P des couches effectives du milieu effectif contenant une matrice cimentaire homogène par une inversion de couches homogènes suivie d'une inversion des propriétés de la matrice.



FIGURE 4.23 – Courbes de dispersion estimées par une inversion de couches homogènes suivie d'une inversion des propriétés de la matrice (en couleurs) et la courbe de dispersion calculée avec la méthode SEM (en noir et son écart-type en traits fins), en fréquence (a), en longueur d'onde (b), (c) Valeurs du *misfit* en fonction des modèles générés sur le milieu contenant une matrice cimentaire homogène et 48 % d'inclusions.

la même procédure de comparaison pour un matériau dont les propriétés de la matrice varient en fonction de la profondeur.

Couche : épaisseur	Écart sur la vitesse c_p [%]	Écart sur le coefficient de Poisson [%]	Écart sur la vitesse c_s [%]
1:3 mm	$0,7\pm2,8$	$-0, 6 \pm 8, 5$	$0,7\pm0,6$
$2:3{\rm mm}$	$4,9\pm4,7$	$0,09\pm11,2$	$4, 4 \pm 1, 0$
3:4 mm	$7,0 \pm 6,0$	$1,4 \pm 15,0$	$5,7 \pm 1,0$
$4:\infty$	$-1,9 \pm 4,8$	$0,6\pm13,8$	$-2,7\pm0,1$

TABLEAU 4.20 – Écarts entre les estimations et les valeurs numériques (en %) lors de l'estimation *a posteriori* des vitesses de la matrice d'un milieu effectif calculé numériquement contenant une matrice cimentaire homogène et 48 % de concentration surface en inclusions.

4.5.3 Milieu effectif d'une matrice bicouche homogène avec inclusions

4.5.3.1 Courbe de dispersion du milieu effectif

Nous maillons les 17 configurations du désordre avec une couche de 1 cm de profondeur dans le milieu. Les propriétés mécaniques de cette couche correspondent au Mortier 1 et celles du milieu sous-jacent, de 11 cm au Mortier 2. Les propriétés mécaniques augmentent avec la profondeur simulant une diminution de la porosité de 1 % selon le modèle de [Lafhaj et al., 2006]. Du fait de la présence de la couche, la taille des cellules du maillage peut très fortement diminuer lorsque les bords des inclusions sont proches de l'interface et particulièrement lorsque la taille de l'inclusion est petite, figure 4.24. Les figures 4.25 donnent le sismogramme calculé à l'aide de la méthode SEM, son spectre ainsi que la transformée $(p - \omega)$ avec la courbe de dispersion.



FIGURE 4.24 – Exemple de maillage sur le modèle du béton bicouche.

4.5.3.2 Inversion de la courbe de dispersion du milieu effectif

A l'aide de notre nouveau problème direct prenant en compte la diffusion multiple avec l'homogénéisation de [Conoir and Norris, 2010], nous inversons la courbe de dispersion pour les longueurs d'onde comprises entre 7 et 37 mm (figure 4.26b). La courbe de dispersion est échantillonnée en longueur d'onde avec un pas de 0,04 mm. L'information *a priori* (tableau 4.21) est définie de façon à ce que les propriétés mécaniques des modèles estimés varient à ± 10 % de la valeur théorique de la matrice (tableau 4.19). L'inversion suppose connues les propriétés des inclusions (tableau 4.16).

Nous retenons les 1075 modèles dont les *misfit* sont inférieurs à 7×10^{-1} de façon à ce que les courbes de dispersion soient dans les barres d'erreurs de la courbe de dispersion mesurée (figure 4.26a et figure 4.26b).



FIGURE 4.25 – Sismogrammes moyennés (a) avec en pointillé les limites du fenêtrage, son spectre (b) et sa transformée $(p - \omega)$ avec la courbe de dispersion en noire, calculé par la méthode SEM sur le modèle de béton contenant une matrice bicouche cimentaire et 48 % de concentration surfacique en inclusions.

Le tableau 4.22 donne les écarts entre la moyenne et les écarts-types des propriétés mécaniques estimées par rapport aux valeurs théoriques, en fonction de chaque couche. On remarque que les écarts sur les estimations de la vitesse des ondes de cisaillement sont inférieurs à 0,7%avec un écart-type maximal de 0,9%. Les écarts sur la vitesse des ondes de compression sont inférieurs à 1,2% avec un écart-type maximal de 2%. Ces écarts sont du même ordre de grandeur que dans le cas où la matrice est homogène.

4.5.3.3 Comparaison avec une inversion supposant des couches stratifiées homogènes suivie d'une inversion des propriétés de la matrice

Nous comparons l'inversion précédente avec l'inversion de couches homogènes suivie de l'estimation des propriétés mécaniques de la matrice à l'aide du modèle d'homogénéisation de [Christensen and Lo, 1979]. L'information *a priori* est donnée dans le tableau 4.23.

Les 1937 courbes de dispersion dont le *misfit* est inférieur à 7×10^{-1} sont représentées sur les figures 4.27a et 4.27b. La figure 4.27c montre que l'algorithme converge rapidement vers de nombreuses solutions. Cependant les écarts entre les estimations de la vitesse des ondes de cisaillement de la matrice et les valeurs théoriques sont supérieurs jusqu'à 6% avec un écart-

Couch	Profonde	$\operatorname{ur}_{C[\mathcal{O}_{1}]}$	Vitesse <i>c</i> _p	Coefficient de	Vitesse c _s	Densité
Couche	h [mm]		$[m.s^{-1}]$	Poisson	$[m.s^{-1}]$	$[kg.m^{-3}]$
1	3	9,32)	
2	3	41,87	[3555; 4345]	[0, 22, 0, 20]	[2025; 2475]	2050
3	4	54,88		$\left[0, 25; 0, 29\right]$		J
4	∞	49,65	[3648; 4459]	J	[2090; 2554]	2074

TABLEAU 4.21 – Information *a priori* de l'algorithme pour l'estimation de la vitesse des ondes S et P de la matrice bicouche du milieu effectif béton par le modèle d'homogénéisation de [Conoir and Norris, 2010] de couches hétérogènes stratifiées.

Couche	Écart sur la vitesse c_p [%]	Écart sur le coefficient de Poisson [%]	Écart sur la vitesse c_s [%]
1	$1, 2 \pm 1, 9$	$2,4\pm5,6$	$0, 2 \pm 0, 5$
2	$-0,01 \pm 2,0$	$-0,05 \pm 4,9$	$-0,07\pm0,9$
3	$1,6\pm1,9$	$5, 5 \pm 5, 1$	$-0,6\pm0,8$
4	$0,05\pm3,0$	$1,4\pm 8,9$	$-0,7\pm0,4$

TABLEAU 4.22 – Écarts entre les estimations et les valeurs attendues (en %) lors de l'estimation par le modèle d'homogénéisation de [Conoir and Norris, 2010] de couches hétérogènes stratifiées du milieu effectif contenant une matrice cimentaire bicouche et 48 % de concentration surface en inclusions.

Couche Profondeur C [07]		Vitesse c_p	Coefficient de	Vitesse c _s	Densité	
Couche	$h \; [mm]$		$[m.s^{-1}]$	Poisson	$[m.s^{-1}]$	$[kg.m^{-3}]$
1	3	9,32				
2	3	41,57	[3662; 4477]	[0, 22, 0, 20]	[2079; 2542]	2328
3	4	54,88		$\left[[0, 23; 0, 29] \right]$		J
4	∞	49,65	[3720; 4548]	J	[2124; 2596]	2340

TABLEAU 4.23 – Information *a priori* de l'algorithme pour l'estimation de la vitesse des ondes S et P des couches effectives du milieu effectif contenant une matrice cimentaire bicouche par une inversion de couches homogènes suivie d'une inversion des propriétés de la matrice.


FIGURE 4.26 – Résultats en fréquence (a) et en longueur d'onde (b) des courbes de dispersion issues de l'inversion de la courbe de dispersion du milieu effectif d'une matrice bicouche cimentaire contenant 48 % de concentration surfacique en inclusions, par le modèle d'homogénéisation de [Conoir and Norris, 2010] de couches hétérogènes stratifiées (en noir, en pointillé son écart-type). (c) Valeur des *misfit* en fonction des modèles générés.

type de 2% et 7,6 % pour la vitesse des ondes de compression (tableau 4.24).

Les figures 4.28a et 4.28b résument les écarts entre les estimations et les valeurs théoriques de la vitesse des ondes de cisaillement, pour chaque couche, lorsque matrice est homogène ou bicouche. Les résultats de 3 procédures d'inversion sont présentés. L'inversion de couches homogènes suivie de l'estimation des propriétés de la matrice, en vert, donne les plus mauvaises estimations. La courbe noire représente les résultats de l'inversion prenant en compte la diffusion multiple dans un milieu stratifié avec l'homogénéisation de [Linton and Martin, 2005]. En rouge, le modèle d'homogénéisation utilisé est celui de l'ISA. On constate que les erreurs, lorsque l'inversion utilise l'homogénéisation ISA ou le modèle de [Christensen and Lo, 1979], sont du même ordre de grandeurs pour le bicouche et dépassent la valeur cible de 3 %. Seule l'inversion prenant en compte l'homogénéisation de [Linton and Martin, 2005] de couches hétérogènes stratifiées permet des erreurs d'estimation inférieures à 1 % sur la vitesse des ondes de cisaillement.



FIGURE 4.27 – Courbes de dispersion estimées par une inversion de couches homogènes suivie d'une inversion des propriétés de la matrice (en couleurs) et la courbe de dispersion calculée avec la méthode SEM (en noir, en pointillé son écart-type), en fréquence (a), en longueur d'onde (b), (c) Valeurs du *misfit* en fonction des modèles générés sur le milieu contenant une matrice bicouche cimentaire et 48 % d'inclusions.

Couche : épaisseur	Écart sur la vitesse c_p [%]	Écart sur le coefficient de Poisson [%]	Écart sur la vitesse c_s [%]
1:3mm	$-0, 8 \pm 1, 8$	$-2,8\pm4,1$	$0,2\pm0,5$
$2:3{\rm mm}$	$7,6\pm4,9$	$2,0\pm11,6$	$6,3\pm1,9$
3:4 mm	$4, 8 \pm 6, 0$	$0, 5 \pm 15, 1$	$3,9\pm1,2$
$4:\infty$	$1,5\pm4,5$	$1,9\pm12,3$	$0,4\pm0,8$

TABLEAU 4.24 – Écarts entre les estimations et les valeurs attendues (en %) lors de l'estimation des paramètres de la matrice par une inversion de couches homogènes suivie d'une inversion des propriétés de la matrice sur le milieu effectif contenant une matrice bicouche cimentaire et 48% de concentration surfacique en inclusions.



FIGURE 4.28 – Écarts entre les estimations de la vitesse des ondes de cisaillement sur le milieu béton dont la matrice est homogène (a) et un bicouche (b) par rapport aux valeurs attendues. Les inversions utilisent, en rouge, l'homogénéisation ISA et en noir de [Conoir and Norris, 2010], de couches hétérogènes stratifiées et, en vert, l'estimation des propriétés effectives suivie de l'estimation des propriétés de la matrice à l'aide du modèle de [Christensen and Lo, 1979].

4.6 Conclusions

L'objectif du chapitre était de proposer une méthodologie pour l'inversion de la courbe de dispersion des ondes de surface dans un milieu stratifié hétérogène effectif. Dans le but d'inverser un gradient de porosité avec une précision inférieure à 1 % dans le béton, l'erreur maximale sur l'estimation de la vitesse des ondes de cisaillement de la matrice doit être de 3 %. Nous avons donc proposé un problème direct qui prend en compte, la diffusion multiple à l'aide de modèles d'homogénéisation, le gradient de concentration des inclusions dû à l'effet de paroi, ainsi que la variation des propriétés mécaniques de la matrice en fonction de la profondeur. Nous avons montré que dans le cas d'un milieu de faible concentration en inclusions (12 %), dans le cas où la matrice est homogène ou varie avec la profondeur, notre problème direct d'homogénéisation ISA de couches hétérogènes stratifiées permet des estimations de la vitesse des ondes de cisaillement dont les écarts avec les valeurs théoriques sont inférieurs à 2 %. Nous avons montré que ces estimations étaient équivalentes à celles obtenues lorsque l'inversion suppose des couches homogènes stratifiées suivie de l'inversion des propriétés de la matrice à l'aide du modèle d'homogénéisation quasi-statique de [Christensen and Lo, 1979].

Afin de s'approcher d'un modèle du béton, nous avons augmenté la concentration en inclusion à plus de 48 %. Nous avons imposé une granulométrie. Les propriétés mécaniques ont été fixées de telle sorte qu'on peut avoir une variation de porosité de 1 % au sein du bicouche. Nous avons utilisé une homogénéisation d'un ordre supérieur, valide à des concentrations supérieures à 12 %, [Linton and Martin, 2005]. Nous avons montré que les erreurs d'estimations de la vitesse des ondes de cisaillement de la matrice par ce problème inverse sont inférieures à 3 %, contrairement à l'inversion utilisant l'homogénéisation ISA ainsi qu'à l'inversion de couches effectives suivie de l'inversion des propriétés de la matrice par le modèle quasi-statique de [Christensen and Lo, 1979].

5

Suivi temporel d'un gradient de teneur en eau dans le béton

Sommaire

5.1	Intro	luction	
5.2	Description de la campagne de mesure		
	5.2.1	Système d'acquisition des ondes de surface : sonde MACSYS 142	
	5.2.2	Processus d'imbibition	
5.3	Mesu	res de la vitesse de phase des ondes de surface	
	5.3.1	Traitement des données	
	5.3.2	Suivi temporel de la vitesse de phase des ondes de surface, du taux de saturation mesuré par la THR et la gammadensimétrie	
5.4	Invers	ion de la vitesse de phase des ondes de surface	
	5.4.1	Suivi de la teneur en eau par modélisation directe de la vitesse de ondes de surface	
	5.4.2	Suivi de la teneur en eau par inversion de la courbe de dispersion des ondes de surface	
5.5	Concl	usion	

5.1 Introduction

L'eau contenue dans le béton permet la progression en profondeur d'agents agressifs tels que les chlorures causant la corrosion des armatures et la dégradation des structures [AFGC, 2004]. De plus, l'eau conditionne le développement d'autres pathologies telles que l'alcali-réaction [Fournier and Bérubé, 2000] et les cycles de gel-dégel [Fagerlund, 1977]. L'évaluation de la teneur en eau dans le béton est donc très importante pour évaluer la durabilité des structures en béton armé.

Plusieurs techniques non-destructives sont en cours de développement dans le but de caractériser un gradient de teneur en eau dans le béton [du Plooy et al., 2015] [Fares et al., 2015] [Abraham et al., 2012] [Dérobert et al., 2008] [Laurens et al., 2005]. Parmi ces méthodes, les méthodes électromagnétiques et résistives sont très sensibles à ce gradient. La présence d'ions dans l'eau (par exemple les chlorures) et la complexité du matériau imposent la combinaison de techniques non-destructives complémentaires telles que des méthodes ultrasonores qui sont sensibles aux propriétés du béton de manières complémentaires aux méthodes électromagnétiques ainsi que l'utilisation des méthodes de calibration pour remonter à des informations quantitatives [Villain et al., 2012] [Sbartaï et al., 2012] [Breysse, 2012].

Dans le projet de recherche ANR EvaDéOS, [Balayssac et al., 2015], des mesures sur 3 dalles de béton ont été réalisées avec des capteurs thermos-hygrométriques (THR) enfouis, de la gammadensimétrie et des méthodes non-destructives lors d'un processus d'imbibition par eau douce puis de séchage. Les résultats des méthodes non-destructives obtenus lors de cette campagne sont résumés dans [Villain et al., 2015]. Dans ce chapitre, nous nous intéresserons à l'influence du gradient de teneur en eau sur les courbes de dispersion de la vitesse de phase des ondes de surface durant la phase d'imbibition. Une première application de l'inversion de la vitesse des ondes de surface à l'aide du problème inverse défini dans le chapitre 4 est réalisée sur les données expérimentales.

Dans un premier temps, nous décrirons le dispositif expérimental. Nous comparerons ensuite les courbes de dispersion de la vitesse de phase des ondes de surface à une longueur d'onde donnée avec les profils de THR et de gammadensimétrie en fonction du temps d'imbibition. À l'aide de l'algorithme d'inversion de proches voisins et du problème direct décrit dans le chapitre 4, nous estimerons les profils de vitesses des ondes de cisaillement de la matrice à partir des courbes de dispersion des ondes de surface. D'après les travaux précédents [Garnier et al., 2013], la vitesse des ondes de surface ne varie pas linéairement avec le taux de saturation du béton. Nous proposerons donc une courbe de calibration reliant la vitesse des ondes de cisaillement de la matrice au taux de saturation à l'aide des mesures de gammadensimétrie. Puis nous inverserons les profils de vitesses des ondes de cisaillement pour estimer les taux de saturation en fonction du temps. Nous comparerons alors les résultats du taux de saturation avec les profils issus de la THR et de la gammadensimétrie.

5.2 Description de la campagne de mesure

5.2.1 Système d'acquisition des ondes de surface : sonde MACSYS

Un système d'acquisition appelé MACSYS et développé par le laboratoire GeoEND, composé de 13 capteurs ®ACSYS ultrasonores en contact sec, a été utilisé pour les mesures des sismogrammes, figure 5.2. Ce système a été développé suite à un robot laser [Abraham et al., 2012] pour permettre des mesures intensives sur site. Les mesures sur site réalisées avec la sonde MACSYS confirment son efficacité même en présence de surfaces rugueuses. Le pas entre deux récepteurs Δx est égale à 0,5 cm et la longueur de dispositif est de 21,5 cm. 40 traces seront utilisés pour un sismogramme. La fréquence d'échantillonnage est de 5 MHz et le signal source est une ondelette de Ricker avec une fréquence centrale de 100 kHz.

Afin de mesurer le champ cohérent, 15 sismogrammes ont été moyennés à des positions de la sonde différentes, sur chaque face des dalles. Ces positions ont été choisies aléatoirement par l'opérateur. En mesurant le champ cohérent, la robustesse de la méthode est améliorée et l'information fournie est indépendante de la position de la sonde MACSYS [Chekroun et al., 2009]. La figure 5.1 représente un sismogramme mesuré à t_0 sur une face sèche. Le rapport signal sur bruit est bon pour toutes les mesures réalisées durant le processus d'imbibition.



FIGURE 5.1 – Sismogrammes obtenus à t_0 sur la dalle 26 avec 40 récepteurs.



FIGURE 5.2 – Sonde MACSYS. Les capteurs ultrasonores sont des capteurs ®ACSYS à contact sec.

5.2.2 Processus d'imbibition

Les mesures ont été réalisées sur trois dalles de béton de $60 \text{ cm} \times 36 \text{ cm} \times 15 \text{ cm}$, instrumentées avec des capteurs d'humidité relative et de température Honeywell placés à 15, 25, 40, 60 et 120 mm de la face immergée (figure 5.3). La composition des dalles est donnée dans le tableau 5.1. Le rapport E/C est égal à 0,8. Cette formulation a été choisie dans le projet EVADEOS pour accélérer des essais de carbonatation. Ce rapport E/C permet de faire des essais de transferts de courte durée et d'observer un gradient assez contrasté. La porosité des dalles a été mesurée par intrusion d'eau sur des cylindres de 70 mm de hauteur avec un diamètre de 75 mm et est égale à $17,4\% \pm 0,3\%$. Après leur coulage, les dalles ont été stockées pendant un an dans un laboratoire climatisé à 20°C et d'humidité relative approximativement égale à 70\%. Avant la campagne de mesures, les dalles ont été séchées à 40°C pendant 7 jours puis emballées dans des sacs en plastique pendant 3 mois pour homogénéiser la teneur en eau.

Type de granulats	$(\mathrm{kg}\mathrm{m}^{-3})$	Siliceux roulés. Alluvions de la Garonne
Granulats (4-14 mm)	$({\rm kg}{\rm m}^{-3})$	1019
Sable (0-4 mm)	$(\mathrm{kg}\mathrm{m}^{-3})$	941
Ciment CEM I 52.5 N Calcia	$(\mathrm{kg}\mathrm{m}^{-3})$	240
Eau efficace	$(\mathrm{kg}\mathrm{m}^{-3})$	193
Superplastifiants	$(\mathrm{kg}\mathrm{m}^{-3})$	0,96
E/C	0,8	
Résistance à la compression (28 jours)	Rc_{sat} (MPa)	21,5±1
Module de Young (28 jours)	$E_{\rm sat}~({\rm GPa})$	24.9±0.04
Densité moyenne apparente saturée	$ ho_{\rm sat}~({\rm kg}{\rm m}^{-3})$	2405±8
Porosité	ϕ %	18,3±0,3

TABLEAU 5.1 – Formulation du béton du projet EVADEOS.

Pour le processus d'imbibition, les dalles et le cylindre ont été étanchéifiés latéralement par de l'aluminium. Les dalles ont été placées dans un bac contenant de l'eau du robinet jusqu'à une hauteur de 1 cm (figure 5.4). Une première mesure en ondes de surface a été réalisée à l'état initial sur les deux face, avant la mise à l'eau. Puis à t_0 une face a été immergée les mesures des ondes de surface ont été effectuées à intervalle régulier sur les deux faces (la face mouillée et la face sèche) aux temps : t_0 , $t_0 + 0$, 5, $t_0 + 1$, $t_0 + 2$, $t_0 + 4$, $t_0 + 6$, $t_0 + 8$, $t_0 + 14$, $t_0 + 32$, $t_0 + 54$, $t_0 + 128$ heures. Le temps en heure correspond au temps passé dans l'eau. A $t_0 + 8h$, les dalles ont été emballées hermétiquement dans des sacs en plastique pour la nuit. Les mesures ont recommencé le matin suivant à $t_0 + 8'h$.

Des mesures de gammadensimétrie ont été effectuées sur des cylindres suivant le même protocole pour quantifier et suivre le gradient en eau.



FIGURE 5.3 – Schéma des dalles du béton instrumentées avec des capteurs d'humidité relative et de température [Villain et al., 2015].

5.3 Mesures de la vitesse de phase des ondes de surface

5.3.1 Traitement des données

La vitesse des ondes de surface est calculée à l'aide de la transformée $p - \omega$ [Mokhtar et al., 1988]. La figure 5.5 montre en rouge les 15 courbes de dispersion calculées pour chaque sismogramme d'une face ainsi que la moyenne des courbes de dispersion (en vert) et la courbe de



FIGURE 5.4 – Schéma du dispositif d'essai d'imbibition en conditions non saturées [Fares, 2015].

dispersion du champ cohérent (en noir). Les vitesses de phase $c_{\Phi,\lambda=2-6cm}$ aux longueurs d'onde $\lambda = 2, 3, 4, 5, 6$ cm, moyennées sur ± 5 mm, sont extraites de la courbe de dispersion calculée sur le champ cohérent. Plus précisément la vitesse de phase $c_{\Phi,\lambda=3cm}$ est estimée en moyennant la courbe de dispersion du champ cohérent (en noir) entre les deux droites en pointillées. Seule une inversion de la courbe de dispersion donnant la vitesse des ondes de cisaillement en fonction de la profondeur permettrait d'obtenir une information quantitative intrinsèque.



FIGURE 5.5 – Courbes de dispersion calculées pour chaque sismogramme en rouge, moyenne des courbes de dispersion en vert et courbe de dispersion des sismogrammes moyennés en noir. Les droites noires représentent les longueurs d'ondes $\lambda = 2, 3, 4, 5, 6$ cm.

5.3.2 Suivi temporel de la vitesse de phase des ondes de surface, du taux de saturation mesuré par la THR et la gammadensimétrie

La figure 5.6b représente la variation des vitesses des ondes de surface $c_{\Phi,\lambda=2-6cm}$ sur la face sèche. Bien que les courbes de dispersion soient dans l'intervalle de précision de la méthode, plusieurs remarques peuvent être faites : 1) A t_0 , la vitesse $c_{\Phi,\lambda=2-6cm}$ est légèrement plus élevée que sur la face opposée mise dans l'eau (figure 5.6a), indiquant ainsi la présence d'un gradient dans toute la dalle; 2) les vitesses $c_{\Phi,\lambda=2-6cm}$ de la face sèche sont stables durant tout le processus d'inhibition et montrent un léger gradient de propriétés mécaniques (la vitesse augmentant avec la profondeur); 3) lors de la première nuit (entre $t_0 + 8$ h et $t_0 + 8'$ h), alors que les dalles ont été emballées hermétiquement dans un sac plastique, l'eau a continué sa migration, la face humide a séché et la face sèche s'est humidifiée, d'où la différence à $t_0 + 8$ h et $t_0 + 8'$ h des vitesses de phase pour les plus petites longueurs d'onde. Ceci est confirmé par les mesures non destructives capacitives [Villain et al., 2015] et par les profils de gammadensimétrie (figure 5.9).



FIGURE 5.6 – Évolution de la vitesse de phase des ondes de surface $c_{\Phi,\lambda=2-6cm}$ en fonction du temps aux longueurs d'onde $\lambda = 2, 3, 4, 5, 6$ cm (valeurs moyennes et écarts-types sur les 3 dalles) : a) de la face plongée dans l'eau et b) de la face sèche.



FIGURE 5.7 – Vitesses de phase des ondes de surface mesurées au laser $c_{\Phi,\lambda=3cm}$, appelé SW_{3cm} et vitesses de groupe des ondes de surface obtenues par capteurs sans contact SW_{me} en fonction de la teneur en eau pour plusieurs formulations de béton mesurées dans le projet de recherche ANR-SENSO [Garnier et al., 2013]. La teneur en eau est homogène dans les dalles, il n'y a pas de gradient de teneur en eau. La légende indique les valeurs de porosité du béton.

La figure 5.6a montre la variation de la vitesse des ondes de surface $c_{\Phi,\lambda=2-6cm}$ de la face plongée dans l'eau. Les vitesses $c_{\Phi,\lambda=2-6cm}$ varient avec la progression de l'eau dans le matériau. En commençant avec un faible niveau de saturation jusqu'à une saturation totale, la vitesse peut décroître puis augmenter comme illustré figure 5.7 (extraite de [Garnier et al., 2013]). Ceci



FIGURE 5.8 – Degré de saturation obtenue avec les capteurs THR en fonction du temps [Villain et al., 2015].



FIGURE 5.9 – Profils du degré de saturation obtenus avec la gammadensimétrie [Villain et al., 2015].

est clairement observé dans la figure 5.6a pour les longueurs d'ondes les plus petites. Étant donné que l'eau pénètre dans le béton, les petites longueurs d'ondes tendent à converger vers une valeur commune permettant de suivre l'évolution du niveau de saturation du béton (augmentation de la teneur en eau) et aussi en fonction de la profondeur (propagation du front d'eau). Du fait que la profondeur d'investigation est d'environ 30 mm, après 14 heures d'imbibition, le niveau de saturation est homogène sur cette profondeur.

Les capteurs THR enfouis permettent de suivre la progression du front de pénétration de l'eau durant le processus d'imbibition (figure 5.8). L'humidité relative est obtenue après calibration et transformation en degré de saturation à l'aide des courbes isothermes d'absorption du béton [Villain et al., 2015]. Le degré de saturation initial S à t_0 est entre 38 et 36,4%. L'intérieur de la dalle semble être plus humide que les faces (d'avantage visible avec l'humidité relative). Au-dessous d'une épaisseur de 50 mm, le niveau de saturation reste inchangé (sauf pour le temps $t_0 + 128h$).

La gammadensimétrie (figure 5.9) permet aussi de suivre l'évolution de front de pénétration de l'eau durant le processus d'imbibition [Villain and Thiery, 2006]. On peut remarquer une

évolution de la saturation dans les dalles durant la nuit : un séchage et une pénétration de l'eau contenue dans la face humide. A $t_0 + 14$ h, le profil de saturation est retrouvé. Comme pour le profil obtenu par THR, durant les 32 premières heures, le niveau de saturation reste constant pour les profondeurs inférieures à 50 mm.

5.4 Suivi de la teneur en eau à l'aide de l'inversion la vitesse de phase des ondes de surface

5.4.1 Suivi de la teneur en eau par modélisation directe de la vitesse de ondes de surface

5.4.1.1 Information *a priori* sur le gradient de teneur en eau

Dans ce qui suit nous utiliserons l'information des capteurs THR et la gammadensimétrie pour estimer les valeurs de la vitesse de phase des ondes de surface. À chaque pas de temps, le degré de saturation en eau est supposé constant dans une succession de couches. Les capteurs THR (figure 5.10 en vert) permettent de renseigner le taux de saturation sur 5 couches (d'une épaisseur de 15 mm, 10 mm, 15 mm et 20 mm) et la gammadensimétrie (figure 5.10 en bleu) sur 17 couches d'épaisseur égale à 6 mm.



FIGURE 5.10 – Degré de saturation en fonction de la profondeur à t_0 (pointillés) et $t_0 + 14h$ (traits pleins) pour la THR (en vert) et la gammadensimétrie (en bleu).

On remarque des différences entre la gammadensimétrie et la THR à t_0 . Le degré de saturation maximal de la gammadensimétrie n'atteint pas 100 %. L'estimation du taux de saturation par la gammadensimétrie laisse supposer qu'à $t_0 + 128$ h tous les pores ne sont pas remplis d'eau. Pourtant, la calibration de la gammadensimétrie avec la mesure de la densité saturée sous vide a été réalisée avec le même échantillon pour la mesure durant le processus d'imbibition. Une explication possible est que le degré initial de saturation de la carotte, à t_0 , est plus fort que celui des dalles et n'est pas homogène car le séchage de la carotte a duré moins longtemps, [Villain et al., 2015]. Il convient donc de refaire les mesures par gammadensimétrie pour corriger la courbe de saturation estimée par cette méthode. Cependant nous considérons que la carotte est représentative de la moyenne des dalles. Pour les sondes THR, la saturation est égale à 100 % dès que la pression de vapeur saturante est atteinte autour de la sonde. Afin de montrer que les variations du gradient de teneur en eau peuvent être observées à l'aide de la vitesse des ondes de surface, une estimation de la vitesse de phase des ondes de surface en fonction de la saturation, dans le cas où la saturation en eau est supposée homogène avec la profondeur, est établie à l'aide d'un processus d'essais-erreurs, [Abraham et al., 2015] (figure 5.11).

5.4.1.2 Calcul du modèle direct et comparaison avec les données expérimentales

À l'aide des résultats de THR et de gammadensimétrie, considérés ici comme des valeurs de référence, et en utilisant les courbes de calibration données dans la figure 5.11, la courbe de dispersion de la vitesse des ondes de surface est calculée à chaque pas de temps $t_0 + xh$ à l'aide du logiciel GPDC [Wathelet, 2008]. La figure 5.12 représente en traits pleins les valeurs des vitesses des ondes de surface à longueur d'onde 3 cm, $c_{\Phi,\lambda=3cm}$, sur la face humide modélisée par la courbe de calibration de la gammadensimétrie (en bleu) et de la THR (en vert) et mesurée par la sonde MACSYS (en pointillés). Malgré les difficultés à faire coïncider les courbes mesurées à partir des informations de THR et de gammadensimétrie, les variations de vitesses des ondes de surface modélisées en fonction du temps $c_{\Phi,\lambda=3cm}$, sont similaires aux valeurs obtenues avec la sonde MACSYS montrant ainsi la sensibilité des ondes de surface au gradient de teneur en eau.



FIGURE 5.11 – Estimation de la vitesse de phase des ondes de surface en fonction des courbes de calibration (en vert pour la THR et bleu pour la gammadensimétrie) lorsqu'il n'y a pas de gradient de teneur en eau.

L'étape suivante est de résoudre le problème inverse (l'inversion de la courbe de dispersion des vitesses de phase des ondes de surface à chaque pas de temps) pour obtenir les profils des ondes de cisaillement en fonction de la profondeur pour finalement remonter au gradient de teneur en eau.



FIGURE 5.12 – Vitesse de phase des ondes de surface à la longueur d'onde $\lambda = 3 \text{ mm}$ pour tous les temps d'imbibition. Comparaison entre les valeurs estimées par la modélisation (figure 5.11), en traits pleins) et les valeurs mesurées par la sonde MACSYS, en pointillés.

5.4.2 Suivi de la teneur en eau par inversion de la courbe de dispersion des ondes de surface

Dans le chapitre 4, nous avons proposé une méthodologie pour l'inversion de la vitesse de phase des ondes de surface d'un milieu contenant des hétérogénéités cylindriques et une variation des propriétés mécaniques de la matrice. Ci-après nous appliquons ce problème inverse au suivi de la teneur en eau du béton. Afin de comparer les résultats avec les mesures du taux de saturation obtenues par la gammadensimétrie, l'inversion se fera en deux étapes. La première étape consiste à estimer la vitesse des ondes de cisaillement de la matrice à l'aide du problème inverse décrit dans le chapitre 4. Puis, à l'aide d'une courbe de calibration reliant la vitesse des ondes de cisaillement au taux de saturation, nous pourrons comparer les résultats obtenus avec ceux de la gammadensimétrie.

5.4.2.1 Information a priori et paramétrisation de l'algorithme

Le problème inverse supposant des couches stratifiées hétérogènes, défini dans le chapitre 4, fait l'hypothèse que les propriétés mécaniques des inclusions (c_p^{incl} , c_s^{incl} , ρ^{incl}) ainsi que leur taille et le gradient de concentration des inclusions sont connus. Or, les seules informations dont nous disposons sur les granulats sont leur nature (siliceux roulés et alluvions de la Garonne, tableau 5.1), leurs tailles comprises entre 4 et 14 mm, leur densité $\rho^{incl} = 2650 \text{ kg m}^{-3}$ et une estimation du module de Young $E = 75\,000 \text{ MPa}$. En supposant que leur coefficient de Poisson est de 0,3, on obtient une estimation de c_p^{incl} et c_s^{incl} : $c_p^{incl} = 6172 \text{ m s}^{-1}$ et $c_s^{incl} = 3299 \text{ m s}^{-1}$. Ces valeurs de propriétés mécaniques sont en accord avec la littérature, [Bourbié et al., 1987] ainsi qu'avec celle de [Wilkens et al., 1984] qui ont calculé les vitesses des ondes de compression et de cisaillement sur de calcaires-siliceux venant du sud-est de l'Oklahoma sous une pression de 10 bar. À l'aide de la formulation (tableau 5.1), la concentration surfacique en inclusions est égale au rapport entre la quantité de granulats (4/14) utilisé pour 1 m³ de béton et la densité des granulats soit 1019/2650 = 38 %.



FIGURE 5.13 – Gradient de concentration en inclusions calculé à partir du modèle de [Zheng et al., 2003] et valeurs de concentration en inclusions utilisées pour l'inversion de la vitesse de phase des ondes de surface.

Rayon a [mm]	Concentration <i>C</i> [%]	Vitesse c_p^{incl} [m s ⁻¹]	Vitesse c_s^{incl} [m s ⁻¹]	Densité ρ^{incl} [kg m ⁻³]
4	29 entre [0; 10]mm 38 entre [10; 60]mm	6172	3299	2650

TABLEAU 5.2 – Propriétés des inclusions utilisées pour l'inversion des courbes de dispersion de la vitesse de phase des ondes de surface pour le suivi de la teneur en eau dans le béton.

Les courbes de dispersion sont échantillonnées en longueurs d'onde par pas de 0,25 mm. Les longueurs d'ondes utilisées pour l'inversion de la courbe dispersion sont comprises entre 13,2 et 60 mm. En tenant compte de la profondeur d'investigation, l'inversion se fait sur trois couches : les deux premières ont une épaisseur de 10 mm, la dernière est un milieu semi-infini. À l'aide du modèle de [Zheng et al., 2003], nous pouvons calculer le gradient de concentration en inclusions en supposant que la concentration surfacique en inclusions est de 38 % (figure 5.13). La concentration utilisée pour l'inversion est la moyenne du modèle de [Zheng et al., 2003] sur l'épaisseur de la couche correspondante, soit 29 % pour la première couche et 38 % pour les suivantes. Le tableau 5.2 résume les propriétés des inclusions utilisées pour l'inversion.

L'information *a priori* pour l'inversion de la vitesse de phase des ondes de surface a été choisie suffisamment large pour que le coefficient de Poisson de la matrice soit compris entre 0.2 et 0.3 (en général, compris entre 0.20 et 0.25 dans le cas du mortier, [Swamy, 1971] [Deniz and Erdoğan, 2015]). Les informations *a priori* sur la densité, les vitesses des ondes de cisaillement et de compression de la matrice sont choisies sur une gamme de variation suffisamment large pour ne pas contraindre les modèles retenus. Le tableau 5.3 résume l'information *a priori* utilisée ainsi que la profondeur des couches de matrice.

Les paramètres d'itération de l'algorithme des plus proches voisins sont donnés dans le tableau 5.4. À la première itération, les courbes de dispersion de 100 modèles sont calculées. Les 50 itérations suivantes comptent 50 modèles. À chaque itération, 20 modèles dont le *misfit* calculé sur les courbes de dispersion sont les plus petits, sont retenus. Ainsi, au total, 2600 modèles sont calculés.

Canaba	Profondeur	Vitesse	Coefficient de	Vitesse	Densité
Couche	h [mm]	c_p^{mat} [m s ⁻¹]	Poisson	c_s^{mat} [m s ⁻¹]	$ ho^{\text{mat}}$ [kg m ⁻³]
1	$\Big]_{10}$				
2	\int^{10}	[3300; 4700]	[0, 2; 0, 3]	[2000; 2900]	[1845; 2255]
3	\sim			J	

TABLEAU 5.3 – Information *a priori* sur les propriétés de la matrice cimentaire utilisée pour l'inversion de la vitesse de phase des ondes de surface lors du suivi de la teneur en eau dans le béton.

Nombre d'échantillons par itération	Nombre d'itérations	Nombre d'échantillons pour la première itération	Nombre de modèle conservés	Nombre total de modèles
50	50	100	20	2600

TABLEAU 5.4 – Paramètres d'itérations de l'algorithme de proches voisins utilisés pour les estimations de la vitesse des ondes S et P de la matrice lors du suivi de la teneur en eau dans le béton, section 4.2, 4.3 et 4.4.

5.4.2.2 Analyses des résultats

Afin que les courbes de dispersion soient dans la barre d'erreur de la courbe de dispersion mesurée, tous les modèles dont les courbes de dispersion ont un *misfit* inférieur à 0,7 sont retenus. Par exemple, la figure 5.14 représente les courbes de dispersion des modèles estimés et retenus, issus de l'inversion de la courbe de dispersion mesurée sur la dalle 27 au temps t_0 (en noir).

En considérant que ces modèles sont équivalents, la moyenne et l'écart-type de la vitesse des ondes de cisaillement pour chaque inversion sont calculés pour les 3 couches inversées. Les figures 5.15 représentent les valeurs moyennes et les écarts-types des vitesses des ondes de cisaillement de la matrice en fonction du temps pour les 3 dalles, aux profondeurs comprises entre 0 et 10 mm (figure 5.15a), entre 10 et 20 mm (figure 5.15b) et dans le milieu semi-infini (figure 5.15c). On remarque que les vitesses des ondes de cisaillement de la matrice, sur la première couche (figure 5.15a), diminuent lors des 2 premières heures d'imbibition sur toutes les dalles puis augmentent jusqu'à la fin de l'essai pour les dalles 27 et 28. Cette diminution de la vitesse des ondes de cisaillement est en accord avec la courbe du taux de saturation en fonction de la vitesse des ondes de surface sur du béton (figure 5.7). À t_0 , le degré de saturation est sur la partie décroissante de cette courbe. La vitesse diminue donc à mesure que la saturation augmente jusqu'à $t_0 + 2h$. Après avoir atteint un minimum, la vitesse de la première couche augmente. On remarque un écart entre $t_0 + 8h$ et $t_0 + 8'h$. Cet écart est plus important sur la vitesse des ondes de cisaillement de la dalle 26. La migration de l'eau se poursuit donc pendant la nuit et semble plus importante sur la dalle 26. Au-delà de $t_0 + 8$ 'h, la vitesse des ondes de cisaillement de la première couche de la dalle 26 diminue et se stabilise sur la valeur de la dalle 27.

Sur la deuxième couche (figure 5.15b), la vitesse augmente sur les deux premières heures puis diminue jusqu'à t_0 +4h pour les dalles 26, 27 et jusqu'à t_0 +6h pour la dalle 28. La première augmentation de la vitesse, entre t_0 et t_0 +2h, peut s'expliquer par les erreurs de la modélisation (modèle direct, tailles des inclusions, granulométrie, concentration, propriétés mécaniques). La diminution de la vitesse des ondes de cisaillement entre t_0 + 1h et t_0 + 4h pour les dalles 26 et 27, et entre t_0 + 2h et t_0 + 6h pour la dalle 28 est due à la diminution de la vitesse en fonction de la teneur en eau dans le béton. Il pourrait y avoir un retard dans la migration de l'eau dans



FIGURE 5.14 – Résultats en fréquence (a) et en longueur d'onde (b) des courbes de dispersion issues de l'inversion de la courbe de dispersion mesurée sur la dalle 27 au temps t_0 (en noir, en traits fins son écart-type). (c) Valeurs du *misfit* en fonction des modèles générés.

la dalle 28. Suite à ce minimum local, la vitesse augmente dans toutes les dalles jusqu'à la fin du processus d'imbibition. On constate une variation des vitesses durant la nuit (entre $t_0 + 8h$ et $t_0 + 8h$) qui indique que la migration s'est poursuivie de façon plus importante que sur la première couche. La dernière valeur de la vitesse $c_s = 2296 \text{ m s}^{-1}$ de la dalle 28 est très faible et semble compenser la valeur élevée de la première couche.

Les vitesses des ondes de cisaillement de la dernière couche pour les trois dalles (figure 5.15c) sont constantes sur tout le temps d'imbibition. On remarque cependant qu'entre $t_0 + 4h$ et $t_0 + 6h$ la vitesse diminue sur les dalles 26 et 27 avant de se rétablir à environ 2370 m s⁻¹. Cette diminution est à nouveau la caractéristique du comportement de la vitesse des ondes de cisaillement dans le béton en fonction de la teneur en eau. La figure 5.16 représente la vitesse moyenne des ondes de cisaillement de la matrice de la première couche en rouge, deuxième couche en vert et sur le milieu milieu semi-infini en bleu.

À partir des profils de la vitesse des ondes de cisaillement de la matrice, il est intéressant de remonter aux profils du taux de saturation de la matrice. Cependant cette transformation nécessite la connaissance d'une courbe de calibration reliant la vitesse aux profils de saturation. Cette courbe a été réalisée pour du béton [Garnier et al., 2013] (figure 5.7). Cependant nous avons estimé les profils de vitesses des ondes de cisaillement de la matrice en prenant en compte en compte la diffusion multiple. La courbe de calibration pourrait être calculée selon la

2500 2500 [s∕Ⅲ] 2400 [s∕Ⅲ] 2400 c_s^{mat} c_s^{mat} 2300 2300 Dalle 26 Dalle 27 Dalle 28 Dalle 20 Dalle 27 Dalle 28 Dalle 2200 2200 0 10 20 30 0 10 20 30 Temps [heures] Temps [heures] (a) (b) 2500 s 2400 c_s^{mat} 2300 le Dalle 2200 0 10 20 30 Temps [heures] (c)

FIGURE 5.15 – Résultats en fonction du temps d'imbibition des vitesses des ondes cisaillement issues de l'inversion des vitesses de phases des ondes de surface de la première couche (a), deuxième couche (b), troisième couche (c) pour les dalles 26 (en rouge), 27 (en vert), 28 (en bleu).

procédure définie par [Garnier et al., 2013] sur du mortier mais n'a pas été réalisée dans la littérature. Nous proposons donc une courbe de calibration calculée à partir des estimations de la vitesse des ondes de cisaillement de la matrice de la première couche et des mesures de gammadensimétrie (figure 5.17, en bleu). Cette courbe est calculée comme un ajustement polynomial d'ordre 3, au sens des moindres carrés, à partir de la moyenne des estimations des vitesses c_s^{mat} de la matrice de la première couche sur les trois dalles, en fonction des mesures de gammadensimétrie, en vert. La courbe de calibration a un minimum à 52,8 % de saturation ; légèrement inférieur au minimum mesuré à 56,6 %. Pour compenser les sources de dispersion non prises en compte par la méthodologie d'inversion, telles que la porosité ou la carbonatation qui influencent la vitesse des ondes de cisaillement de la matrice, la courbe de calibration est décalée par rapport à la valeur du taux de saturation mesurée par la gammadensimétrie (aux profondeurs : 12 mm, 24 mm, 48 mm) et de l'estimation des vitesses moyennes des ondes cisaillement à t_0 , pour chaque couche (figure 5.18).

À l'aide des courbes de calibration (figure 5.18) et des vitesses moyennes des ondes de cisaillement de la matrice (figure 5.16), il est possible d'estimer le taux de saturation moyen.



FIGURE 5.16 – Estimation des vitesses moyennes, sur les trois dalles, des ondes de cisaillement de la matrice, de la première couche (en rouge) comprise entre 0 et 10 mm, de la deuxième couche (en vert) entre 10 et 20 mm et du milieu semi-infini (en bleu).



FIGURE 5.17 – Estimation des vitesses des ondes de cisaillement de la première couche comprise entre 0 et 10 mm en fonction du taux de saturation mesuré par la gammadensimétrie (en vert) et la courbe d'ajustement polynomiale d'ordre 3 (en bleu).

Étant donné que pour une vitesse il peut y avoir deux taux de saturation, nous supposerons que si le taux de saturation estimé dépasse le minimum de la courbe de calibration (52,8%), le taux de saturation estimé est nécessairement compris entre 52,8% et 80%. La figure 5.19 représente le profil de saturation moyen estimé en fonction du temps. Comme indiqué précédemment, le profil de saturation au temps t_0 permet un décalage de la courbe de calibration pour prendre en compte les autres sources de dispersion que le taux de saturation et les inclusions, il est tout à fait normal qu'ils suivent parfaitement la mesure de la gammadensimétrie. On constate qu'en profondeur, les taux de saturation sont relativement bien estimés quels que soient les temps d'imbibition. En dehors de $t_0 + 2h$ trop faible, l'estimation du taux de saturation pour la première couche sont proches des valeurs obtenus par gammadensimétrie. Pour la deuxième couche, les taux de saturation estimés au temps $t_0 + 2h$ et $t_0 + 8h$ sont plus importantes que ceux mesurées par gammadensimétrie tandis que les valeurs au temps $t_0 + 14h$ et $t_0 + 32h$ sont légèrement plus faibles d'environ 10%.

Cependant en appliquant la même méthodologie pour chaque dalle, l'estimation du taux



FIGURE 5.18 – Courbe de calibration de la première couche (en vert), deuxième (en rouge) et troisième (en cyan) de la vitesse moyenne des ondes S des dalles 26, 27 et 28 en fonction du taux de saturation. Le décalage est effectué en fonction des mesures du taux de saturation par gammadensimétrie et de l'estimation de la vitesse des ondes de cisaillement de la matrice à 12 mm, 24 mm et 48 mm.

de saturation dalle par dalle n'est pas bon (figure 5.20). Les valeurs du taux de saturation de la première couche de la dalle 26 sont très différentes des mesures par gammadensimétrie. La courbe de calibration et son décalage en fonction des valeurs de gammadensimétrie pour chaque couche (figure 5.21) à t_0 n'est pas pertinent. Soit l'estimation du profil des vitesses des ondes de cisaillement de la matrice n'est pas optimal, soit la carotte utilisée pour la gammadensimétrie n'est pas représentative de la dalle. Les estimations du taux de saturation des dalles 27 et 28 semblent plus proches des mesures de gammadensimétrie sauf pour les temps $t_0 + 14h$ de la dalle 27 et $t_0 + 2h$, $t_0 + 4h$ et $t_0 + 32h$ de la dalle 28.

Les écart-types sur les estimations de la vitesse des ondes de cisaillement de la matrice pour chaque dalle (figure 5.15) sont supérieurs à 60 m s^{-1} impliquant des erreurs d'estimation jusqu'à à 20 % sur le taux de saturation. Il y a donc des erreurs importantes d'estimation du taux de saturation qui peuvent s'expliquer par de nombreux facteurs. Concernant le modèle utilisé, les granulats ne sont pas circulaires avec une taille unique. Les valeurs des propriétés mécaniques des inclusions utilisées pour l'inversion n'ont pas été mesurées et sont approximatives. La concentration en inclusions n'a pas été vérifiée. Toutes ces erreurs ont une influence non négligeable sur l'estimation du taux de saturation.



FIGURE 5.19 – Profils du taux de saturation moyen en fonction de la profondeur, (en pointillé) estimés à partir de la courbe de calibration et des vitesses moyennes des ondes de cisaillement des trois dalles, (en traits pleins) mesurés par gammadensimétrie.



FIGURE 5.20 – Profils du taux de saturation moyen en fonction de la profondeur, (en pointillé) estimés à partir de la courbe de calibration et des vitesses des ondes de cisaillement, (en traits pleins) mesurés par gammadensimétrie, pour les dalles 26 (a), 27(b) et 28 (c).



FIGURE 5.21 – Courbes de calibration de la première couche (en vert), deuxième (en bleu), du milieu semi-infini (en cyan), pour les dalles 26 (a), 27(b) et 28 (c). Le décalage est effectué en fonction des mesures du taux de saturation par gammadensimétrie et de l'estimation de la vitesse des ondes de cisaillement de la matrice à 12 mm, 24 mm, 48 mm.

5.5 Conclusion

Ce chapitre est une première application du problème inverse défini dans le chapitre 4 sur une étude expérimentale de suivi de la teneur en eau dans le béton. Le champ cohérent a été obtenu par moyenne de sismogrammes mesurés sur des dalles soumises à un processus d'imbibition pour une durée de 32h. À partir des courbes de dispersion de la vitesse de phase effective des ondes de surface mesurées à plusieurs temps d'imbibition, nous avons obtenu les profils des vitesses des ondes de cisaillement en faisant un certain nombre d'hypothèses : les granulats compris entre 4 mm et 14 mm ont une forme circulaire, de taille unique avec une concentration de 38 %, les propriétés mécaniques des granulats sont supposées connues. À l'aide des mesures réalisées par gammadensimétrie sur les dix premiers centimètres durant le processus d'imbibition, des estimations de la vitesse des ondes de cisaillement, ainsi que du profil au temps t_0 obtenu par gammadensimétrie, nous avons estimé les courbes de calibration reliant la vitesse des ondes de cisaillement au taux de saturation pour chaque dalle. Dès lors il a été possible d'estimer les profils de saturation à l'aide des profils de vitesses des ondes de cisaillement. Ces profils ont été comparés à ceux mesurés par gammadensimétrie. On constate des différences importantes sur les dalles 26 et 28. Ces différences montrent que la modélisation et les infor-

mations *a priori* sur les inclusions sont à améliorer. Cependant les profils de saturation moyen des trois dalles sont plus proches des résultats obtenus par gammadensimétrie.

Cette application montre qu'il est possible de suivre la teneur en eau dans le béton au cours du temps à l'aide des ondes de surface et qu'il est envisageable de remonter aux taux de saturation dans le béton. Cependant l'inversion de la courbe de dispersion des ondes de surface permettant de remonter aux propriétés intrinsèques est un défi étant donné que les variations de la vitesse des ondes de surface ne dépassent pas 10 % et que la relation entre la vitesse des ondes de cisaillement et le degré de saturation n'est pas linéaire.

6

Conclusions et perspectives

6.1 Synthèse

La propagation des ondes de surface dans les premiers centimètres du béton, à des longueurs d'onde de l'ordre de grandeur des granulats engendre de la diffusion multiple, source de dispersion de la vitesse de phase des ondes de surface. La diffusion multiple est couplée à d'autres sources de dispersion, telles que la porosité, la carbonatation, le degré de saturation ou encore la viscoélasticité qui peuvent varier en fonction de la profondeur. Or, ces caractéristiques sont utilisées dans les modèles de durabilité du béton. En vue d'estimer les paramètres intrinsèques du béton, il peut être nécessaire de tenir compte de l'ensemble de ces phénomènes, notamment pour le béton d'enrobage.

6.1.1 Modélisations expérimentale et numérique

On propose une modélisation expérimentale de la diffusion multiple en deux dimensions lors de la propagation des ondes de surface dans un milieu contenant une matrice et des inclusions cylindriques réparties de manière aléatoire avec une concentration surfacique de 12 %. Sept démonstrateurs ont été réalisées. La matrice de ces démonstrateurs est composée de polyuréthane et les inclusions sont des joncs en aluminium. Les propriétés mécaniques de la matrice peuvent varier en fonction de la profondeur pour modéliser, par exemple, une variation de porosité. Les courbes de dispersion de la vitesse de phase des ondes de surface ont été comparées à une modélisation numérique à l'aide d'éléments spectraux. Du fait de la bonne concordance entre la modélisation numérique et les mesures expérimentales, on s'autorise à calculer la vitesse de phase effective des ondes de surface sur un grand nombre de réalisations du désordre. Les résultats sur le milieu dont la matrice est homogène, sont comparées au modèle d'homogénéisation ISA. On constate que l'effet de paroi, zone de variation importante de concentration en inclusions, a une influence non négligeable sur les courbes de dispersion. L'homogénéisation de type ISA, pour une concentration en inclusion de 12 %, est valide pour notre milieu effectif, lorsque les longueurs d'ondes sont deux fois plus grandes que l'épaisseur de l'effet de paroi et que le rapport nombre d'onde/rayon ka est inférieur à 1,1.

6.1.2 Problème direct et inversion

Nous avons proposé une modélisation analytique prenant en compte le phénomène de diffusion multiple dû aux inclusions grâce à une homogénéisation ISA ou de [Conoir and Norris, 2010] et la variation de propriétés mécaniques dans la matrice. Le problème direct homogénéise chaque couche en calculant les courbes de dispersion des ondes de volume et fréquence par fréquence calcule la courbe de dispersion de la vitesse de phase des ondes de surface du milieu. La prise en compte de l'effet de paroi se fait par une variation de la concentration en inclusions avec la profondeur. Cette modélisation a été validée numériquement à l'aide des éléments spectraux sur un matériau de référence contenant des inclusions circulaires avec une concentration surfacique de 12%, la matrice pouvant être un bicouche stratifié. Le problème direct a été implémenté sous forme de *plugin* du logiciel libre DINVER, qui utilise un algorithme global de proches voisins. L'implémentation laisse à l'utilisateur la possibilité d'utiliser son propre code d'homogénéisation des couches. Dans le cas où le milieu à une faible concentration en inclusions (12%), l'influence de la diffusion multiple est peu significative de telle sorte que l'inversion des vitesses des ondes de cisaillement, par un problème inverse ne prenant pas en compte les effets de dispersion due à la diffusion multiple, permet d'estimer correctement les propriétés de la matrice. Les erreurs d'estimation de la vitesse des ondes de cisaillement sont inférieures à 2 %. Afin de s'approcher d'un modèle de béton, les inclusions circulaires suivent une courbe granulométrique et la concentration surfacique a été augmentée à 48 %. La vitesse de phase effective des ondes de surface a été inversée à l'aide de notre problème inverse. Nous avons montré dans cette configuration l'intérêt d'utiliser des modèles d'homogénéisation d'ordre plus élevé tel que celui de [Conoir and Norris, 2010] par rapport d'une part à l'homogénéisation ISA et d'autre part à l'inversion de couches effectives suivie de l'inversion des propriétés de la matrice par le modèle quasi-statique de [Christensen and Lo, 1979].

6.1.3 Première application au suivi de teneur en eau dans le béton

Nous avons testé notre problème inverse lors d'une expérimentation de suivi de la teneur en eau dans le béton. Des mesures du champ cohérent ont été effectuées à plusieurs instants à l'aide d'un nouveau dispositif d'acquisition sur 3 dalles soumises à un processus d'imbibition de 32h. Les courbes de dispersion des ondes de surface montrent une variation de la vitesse de phase au cours du temps pour plusieurs longueurs d'onde. Il est donc possible de suivre l'évolution de la teneur en eau dans le béton. Une première tentative de quantification du degré de saturation a été faite. En supposant connues les propriétés mécaniques des granulats, nous avons estimé les propriétés mécaniques de la matrice. À partir des mesures de gammadensimétrie des premiers centimètres et des estimations de la vitesse des ondes de cisaillement moyenne sur les 3 dalles, nous avons estimé une courbe de calibration reliant la vitesse des ondes de cisaillement de la matrice au taux de saturation. À l'aide des mesures de gammadensimétrie au temps initial t_0 , nous avons corrigé des effets de dispersion non pris en compte tels que le gradient de porosité ou la carbonatation sur la courbe de calibration. Grâce aux courbes de calibration ainsi obtenues, nous avons estimé les taux de saturation en fonction de la profondeur à tous les temps d'imbibition. Malgré des différences avec les mesures réalisées par gammadensimétrie sur chaque dalle, les profils de saturation moyen des trois dalles sont proches des résultats obtenus par gammadensimétrie.

6.2 **Perspectives**

Des aspects expérimentaux, analytiques et numériques ont été abordés au cours de cette thèse et laissent place à de nombreuses perspectives d'étude.

6.2.1 Simulations numériques

Les simulations numériques 2D permettent d'évaluer la dispersion des ondes de surface dans un milieu contenant des inclusions élastiques et dont la matrice varie en fonction de la profondeur sur deux couches. Plusieurs concentrations en inclusions, des tailles différentes et plusieurs propriétés mécaniques peuvent être étudiées par cet outil. Une première perspective très rapide à mettre en œuvre est d'augmenter le nombre de couche de la matrice. En augmentant la complexité du matériau ont peut envisager de décrire un gradient de propriétés mécaniques de la matrice. Une autre perspective pour se rapprocher d'avantage de la réalité serait de passer à des simulations en 3D où les inclusions deviennent des sphères. Le code d'éléments spectraux en deux dimensions a été étendu à trois dimensions par [Komatitsch and Tromp, 2002] et permettrait d'étudier les limites du problème direct utilisant une homogénéisation 2D suivi du calcul des courbes de dispersion en 1D. Cependant le temps de calcul numérique 2D, bien que rapide comparé aux autres méthodes numériques ne permet pas d'inverser les données en un temps raisonnable. En effet, la présence d'inclusions proches des interfaces nécessite des petites cellules qui augmente drastiquement le temps de calcul. Une autre solution pourrait être d'homogénéiser le milieu en lissant toutes les discontinuités et les petites échelles afin de réduire les difficultés de maillage et le coût numérique associé. Cette méthode a été développée par [Capdeville et al., 2013], [Capdeville et al., 2015]. La simulation numérique pourrait prendre en compte la zone d'interface entre les granulats et la pâte de ciment, l'ITZ (Interfacial Transition Zone) qui est d'environ 50 µm autour du granulat. En effet dans cette région, la porosité est importante et induit un gradient de propriétés élastiques [Herve et al., 2010]. Cependant, au regard de la taille de l'ITZ, les temps de calcul seront très élevés. Les simulations numériques pourraient aussi traiter le cas des inclusions non cylindriques permettant de tester la robustesse du problème inverse avec l'hypothèse d'inclusions circulaires. Enfin, un point important qui n'a pas été abordé au cours de cette thèse et qui est une perspective intéressante pour la caractérisation du milieu est l'étude de la poroélasticité et la viscoélasticité de la matrice. Pour parvenir à ces études numériques, il sera nécessaire d'augmenter la puissance de calcul en utilisant par exemple un calculateur tel que celui du Centre de Calcul Intensif des Pays de la Loire (CCIPL : www.ccipl.univ-nantes.fr).

6.2.2 Mesures expérimentales

Les mesures expérimentales ont été effectuées dans des conditions de laboratoire optimales ou un certain nombre de paramètres sont contrôlés. La sonde MACSYS nouvellement développée a été utilisée sur ouvrage réel et permet de s'adapter à la surface du matériau qui n'est généralement pas parfaitement plane. Cependant l'utilisation sur ouvrage réel amène un certain nombre d'erreurs qui influencent les résultats de l'inversion de la vitesse des ondes de surface. Une étude de l'impact des erreurs de mesures dues à des erreurs de positionnement des sources et capteurs, dues à du bruit électronique, etc., sur les résultats d'estimation des propriétés intrinsèques est nécessaire. Une étude sur les bornes de Cramer-Rao permettrait de calculer la variance des paramètres que l'on peut estimer en fonction du niveau de bruit indépendamment du problème inverse utilisé. Cette étude permettrait aussi de répondre à une question intéressante sur l'amélioration des estimations en augmentant par exemple le nombre de récepteurs ou l'utilisation de

dispositifs de mesure non-linéaires. De plus, une étude sur les armatures en acier présent dans les ouvrages a des effets non négligeable sur les courbes de dispersion de la vitesse des ondes de surface qu'il convient d'étudier.

Par rapport à notre modélisation de la diffusion, on remarque la nécessité de connaître les propriétés mécaniques des granulats tels que les modules élastiques, coefficients de Poisson, vitesses de propagation des ondes de volume ainsi que les facteurs de qualité. Ces paramètres peuvent être obtenus sur des blocs de roches de la carrière dont ils sont issus. Les propriétés mécaniques mesurées des blocs de roches ne seront pas strictement équivalentes à celles des granulats, aussi il serait intéressant d'étudier la précision nécessaire sur les paramètres des granulats.

Les études expérimentales n'ont pas porté sur la vitesse de groupe ni l'atténuation du matériau. Or, ces observables contiennent des informations complémentaires. L'inversion des courbes de dispersion de la vitesse de phase, de groupe et de l'atténuation pourrait améliorer les estimations des propriétés de la matrice.

Enfin, la première application de l'inversion des ondes de surface sur le béton a permis de montrer qu'il est possible de suivre une évolution temporelle de la teneur en eau en observant les variations du profil des ondes de cisaillement de la matrice. Les écarts avec la gammadensimétrie peuvent s'expliquer par des erreurs sur la modélisation de la propagation des ondes, des erreurs sur les propriétés des granulats, des erreurs sur les courbes de calibration du taux de saturation en fonction de la vitesse des ondes de cisaillement, des erreurs sur la mesure du champ cohérent, etc. Ainsi la prise en compte de ces phénomènes est nécessaire en vue d'estimer les paramètres intrinsèques du béton *in situ*. Ce suivi temporel pourrait être amélioré en inversant des différences de vitesses de phase des ondes de surface. Cette procédure permettrait de s'affranchir des effets de porosité, de carbonatation et peut être même de la diffusion multiple.

Bibliographie

- [Abbiss, 2001] Abbiss, C. P. (2001). Deformation of landfill from measurements of shear wave velocity and damping. *Géotechnique*, 51 :483–492(9).
- [Abraham et al., 2015] Abraham, O., Métais, V., Villain, G., Plantier, G., Le Duff, A., and O., D. (2015). Influence of water gradient on surface wave measurements in concrete. In *Proceedings of International Symposium on NDTCE*. Berlin, Germany.
- [Abraham et al., 2012] Abraham, O., Piwakowski, B., Villain, G., and Durand, O. (2012). Non-contact, automated surface wave measurements for the mechanical characterisation of concrete. *Construction and Building Materials*, 37 :904–915.
- [ACI Committee 201, 2008] ACI Committee 201 (2008). Guide to Durable Concrete.
- [AFGC, 2004] AFGC (2004). Conception des bétons pour une durée de vie donnée des ouvrages.
- [AFNOR, 2002] AFNOR (2002). EN 206-1 (P18-325), béton partie 1 : spécification, performances, production et conformité.
- [AFNOR, 2008] AFNOR (2008). NF EN 12620+A1 granulats pour béton.
- [AFPC-AFREM, 1997] AFPC-AFREM (11-12 Décembre 1997). Détermination de la masse volumique apparente et de la porosité accessible à l'eau. méthodes recommandées pour la mesure des grandeurs associées à la durabilité. Technical Report pp. 121-124, Compte-rendu des Journées Techniques.
- [Aggelis et al., 2005] Aggelis, D., Polyzos, D., and Philippidis, T. (2005). Wave dispersion and attenuation in fresh mortar : theoretical predictions vs. experimental results. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 53(4) :857 883.
- [Aggelis and Shiotani, 2007] Aggelis, D. G. and Shiotani, T. (2007). Experimental study of surface wave propagation in strongly heterogeneous media. *Journal of the Acoustical Society of America*, 122(5):151–157.
- [Aggelis et al., 2004] Aggelis, D. G., Tsinopoulos, S. V., and Polyzos, D. (2004). An iterative effective medium approximation (iema) for wave dispersion and attenuation predictions in particulate composites, suspensions and emulsions. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 116(6) :3443–3452.
- [Aki and Richards, 2002] Aki, K. and Richards, P. G. (2002). *Quantitative seismology*. University Science Books, 2nd edition.

- [Balayssac et al., 2015] Balayssac, J., Garnier, V., Villain, G., Sbartaï, M., Dérobert, X., Piwakowski, B., Breysse, D., and Salin, J. (2015). An overview of 14 years of french collaborative projects for the characterization of concrete properties by combining ndt methods. In *Proceedings of International Symposium on NDTCE*.
- [Bamforth et al., 2008] Bamforth, P., Chisholm, D., Gibbs, J., and Harrison, T. (2008). *Properties of concrete for use in Eurocode 2*. The Concrete Centre.
- [Baroghel-Bouny et al., 2007] Baroghel-Bouny, V., Andrade, C., Castellote, M., Brazillier, D., Costaz, J., Couty, R., and Villain, G. (2007). *Concrete Design for a Given Structure Service Life : Durability Management with Regard to Reinforcement Corrosion and Alkali-silica Reaction : State of the Art and Guide for the Implementation of a Predictive Performance Approach Based Upon Durability Indicators.* Documents scientifiques et techniques. AFGC.
- [Baroghel-Bouny et al., 2011] Baroghel-Bouny, V., Kinomura, K., Thiery, M., and Moscardelli, S. (2011). Easy assessment of durability indicators for service life prediction or quality control of concretes with high volumes of supplementary cementitious materials. *Cement and Concrete Composites*, 33(8):832 – 847.
- [Benouis and Grini, 2011] Benouis, A. and Grini, A. (2011). Estimation of concrete's porosity by ultrasounds. *Physics Procedia*, 21(0) :53 58. Seventh International Conference on Material Sciences.
- [Bodet, 2005] Bodet, L. (2005). *Limites théoriques et expérimentales de l'interprétation de la dispersion des ondes de Rayleigh : Apport de la modélisation numérique et physique.* PhD thesis, Ecole Centrale de Nantes et Université de Nantes.
- [Bodet et al., 2005] Bodet, L., van Wijk, K., Bitri, A., Abraham, O., Côte, P., Grandjean, G., and Leparoux, D. (2005). Surface-wave inversion limitations from laser-doppler physical modeling. *Journal of Environmental & Engineering Geophysics*, 10(2):151–162.
- [Bourbié et al., 1987] Bourbié, T., Coussy, O., and Zinszner, B. (1987). *Acoustics of Porous Media*. Institut français du pétrole publications. Gulf Publishing Company, Book Division.
- [Bretaudeau, 2010] Bretaudeau, F. (2010). *Modélisation physique à échelle réduite pour l'adaptation de l'inversion des formes d'ondes sismiques au génie civil et à la subsurface.* PhD thesis, Université de Nantes.
- [Breysse, 2012] Breysse, D. (2012). Nondestructive evaluation of concrete strength : An historical review and a new perspective by combining ndt methods. *Construction and Building Materials*, 33(0) :139 163.
- [Breysse and Abraham, 2005] Breysse, D. and Abraham, O. (2005). *Méthodologie d'évaluation non destructive de l'état d'altération des ouvrages en béton*. Presses de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées.
- [Broyden, 1965] Broyden, C. G. (1965). A class of methods for solving nonlinear simultaneous equations. *Math. Compu.*, 19(92) :577–593.
- [Buenfeld et al., 2009] Buenfeld, N. R., Zobel, M., Zimmerman, R. W., and Wong, H. S. (2009). Influence of the interfacial transition zone and microcracking on the diffusivity, permeability and sorptivity of cement-based materials after drying. *Magazine of Concrete Research*, 61:571–589.

- [Capdeville, 2000] Capdeville, Y. (2000). Méthodes couplée éléments spectraux solution modale pour la propagation d'ondes dans la Terre à l'échelle globale. PhD thesis, Université Paris 7 – Denis Diderot, Institut de Physique du Globe de Paris.
- [Capdeville et al., 2003] Capdeville, Y., Chaljub, E., and Montagner, J. P. (2003). Coupling the spectral element method with a modal solution for elastic wave propagation in global earth models. *Geophysical Journal International*, 152(1):34–67.
- [Capdeville et al., 2013] Capdeville, Y., Stutzmann, E., Wang, N., and Montagner, J. P. (2013). Residual homogenization for seismic forward and inverse problems in layered media. *Geophysical Journal International*, 194(1):470–487.
- [Capdeville et al., 2015] Capdeville, Y., Zhao, M., and Cupillard, P. (2015). Fast fourier homogenization for elastic wave propagation in complex media. *Wave Motion*, 54 :170 186.
- [Carcione, 2007] Carcione, J. M. (2007). Wave Fields in Real Media Wave Propagation in Anisotropic, Anelastic, Porous and Electromagnetic Media, volume 38. Pergamon.
- [Carino, 2001] Carino, N. J. (2001). The Impact-Echo Method : An Overview, chapter 11, pages 1–18. Proceedings of the 2001 Structures Congress & Exposition, Washington, D.C., American Society of Civil Engineers.
- [Chai et al., 2011] Chai, H., Momoki, S., Kobayashi, Y., Aggelis, D., and Shiotani, T. (2011). Tomographic reconstruction for concrete using attenuation of ultrasound. *NDT&E Int.*, 44(2):206 – 215.
- [Chaljub, 2000] Chaljub, E. (2000). *Modélisationlisation numérique de la propagation d'ondes sismiques à l'échelle du globe*. PhD thesis, Université Paris 7.
- [Chammas et al., 2003] Chammas, R., Abraham, O., Cote, P., Pedersen, H., and Semblat, J. (2003). Characterization of heterogeneous soils using surface waves : Homogenization and numerical modeling. *International Journal of Geomechanics*, 3(1):55–63.
- [Chekroun, 2008] Chekroun, M. (2008). *Caractérisation mécanique des premiers centimètres du béton avec des ondes de surface*. PhD thesis, Ecole Centrale de Nantes.
- [Chekroun et al., 2009] Chekroun, M., Le Marrec, L., Abraham, O., Durand, O., and Villain, G. (2009). Analysis of coherent surface wave dispersion and attenuation for non-destructive testing of concrete. *Ultrasonics*, 49(8):743 – 751.
- [Chekroun et al., 2012] Chekroun, M., Le Marrec, L., Lombard, B., and Piraux, J. (2012). Time-domain numerical simulations of multiple scattering to extract elastic effective wavenumbers. *Waves in Random and Complex Media*, 22(3):398–422.
- [Chen et al., 2013] Chen, X., Wu, S., and Zhou, J. (2013). Influence of porosity on compressive and tensile strength of cement mortar. *Construction and Building Materials*, 40:869–874.
- [Christensen and Lo, 1979] Christensen, R. and Lo, K. (1979). Solutions for effective shear properties in three phase sphere and cylinder models. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 27(4):315 330.
- [Cianfrone and Facaoaru, 1979] Cianfrone, F. and Facaoaru, I. (1979). Study on the introduction into Italy on the combined non-destructive method, for the determination of *in situ* concrete strength. *Matériaux et Construction*, 12(5):413–424.

- [CimBéton, 2005] CimBéton (2005). Fiches techniques : Les constituants des bétons et des mortiers. Technical report, CimBéton.
- [Claisse et al., 2001] Claisse, P., Cabrera, J., and Hunt, D. (2001). Measurement of porosity as a predictor of the durability performance of concrete with and without condensed silica fume. *Advances in Cement Research*, 13(4):165–174.
- [Clark et al., 2003] Clark, M., McCann, D., and Forde, M. (2003). Application of infrared thermography to the non-destructive testing of concrete and masonry bridges. *{NDT} & E International*, 36(4) :265 275. Structural Faults and Repair.
- [Conoir and Norris, 2010] Conoir, J.-M. and Norris, A. N. (2010). Effective wavenumbers and reflection coefficients for an elastic medium containing random configurations of cylindrical scatterers. *Wave Motion*, 47(3):183 197.
- [Constable et al., 1987] Constable, S., Parker, R., and Constable, C. (1987). Occams inversion
 a practical algorithm for generating smooth models from electromagnetic sounding data. *Geophysics*, 52(3):289–300.
- [Cristini and Komatitsch, 2012] Cristini, P. and Komatitsch, D. (2012). Some illustrative examples of the use of a spectral-element method in ocean acoustics. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 131(3):229–235.
- [Daubechies and Heil, 1992] Daubechies, I. and Heil, C. (1992). Ten lectures on wavelets. *Computers in Physics*, 6(6):697–697.
- [Deniz and Erdoğan, 2015] Deniz, S. and Erdoğan, S. (2015). Prediction of elastic moduli development of cement mortars using early age measurements. *Journal of Materials in Civil Engineering*, 27(1):04014102.
- [Derode et al., 2001] Derode, A., Tourin, A., and Fink, M. (2001). Random multiple scattering of ultrasound. i. coherent and ballistic waves. *Phys. Rev. E*, 64:036605.
- [Dreux and Festa, 1998] Dreux, G. and Festa, J. (1998). *Nouveau guide du béton et de ses constituants*. Eyrolles, 8th edition.
- [du Plooy et al., 2015] du Plooy, R., Villain, G., Palma Lopes, S., Ihamouten, A., Dérobert, X., and Thauvin, B. (2015). Electromagnetic non-destructive evaluation techniques for the monitoring of water and chloride ingress into concrete : a comparative study. *Materials and Structures*, 48(1-2) :369–386.
- [du Plooy, 2013] du Plooy, R. L. (2013). *The development and combination of electromagnetic non-destructive evaluation techniques for the assessment of cover concrete condition prior to corrosion.* PhD thesis, Université de Nantes.
- [Dunkin, 1965] Dunkin, J. W. (1965). Computation of modal solutions in layered, elastic media at high frequencies. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 55(2):335–358.
- [Dérobert et al., 2008] Dérobert, X., Laquinta, J., Klysz, G., and Balayssac, J. (2008). Use of capacitive and GPR techniques for the non-destructive evaluation of cover concrete. *NDT&E Int.*, 41(1):44 52.
- [Faccioli et al., 1997] Faccioli, E., Maggio, R., Paolucci, R., and Quarteroni, A. (1997). 2D and 3D elastic wave propagation by a pseudo-spectral domain decomposition method. *Journal of Seismology*, 1(3):237–251.

- [Fagerlund, 1977] Fagerlund, G. (1977). The critical degree of saturation method of assessing the freeze/thaw resistance of concrete. *Matériaux et Construction*, 10(4) :217–229.
- [Fares, 2015] Fares, M. (2015). *Evaluation de gradients de teneur en eau et en chlorures par méthodes électromagnétiques non-destructives*. PhD thesis, Ecole Centrale de Nantes.
- [Fares et al., 2015] Fares, M., Villain, G., Fargier, Y., Thiery, M., Dérobert, X., and Palma Lopes, S. (2015). Estimation of water gradient and concrete durability indicators using capacitive and electrical probes. In *Proceedings of International Symposium on NDTCE*, Berlin, Germany.
- [Festa et al., 2005] Festa, G., Delavaud, E., and Vilotte, J. (2005). 2DSPEC User Manual.
- [Forbriger, 2003] Forbriger, T. (2003). Inversion of shallow-seismic wavefields : I. wavefield transformation. *Geophysical Journal International*, 153(3) :719–734.
- [Forghani-Arani et al., 2014] Forghani-Arani, F., Willis, M., Snieder, R., Haines, S. S., Behura, J., Batzle, M., and Davidson, M. (2014). Dispersion analysis of passive surface-wave noise generated during hydraulic-fracturing operations. *Journal of Applied Geophysics*, 111(0):129 – 134.
- [Foti, 2000] Foti (2000). *Multistation Methods for Geotechnical Characterization using Surface Waves*. PhD thesis, Politecnico di Torino.
- [Foti, 2005] Foti, S. (2005). Surface wave testing for geotechnical characterization. In Lai, C. and Wilmański, K., editors, Surface Waves in Geomechanics : Direct and Inverse Modelling for Soils and Rocks, volume 481 of CISM International Centre for Mechanical Sciences, pages 47–71. Springer Vienna.
- [Fournier and Bérubé, 2000] Fournier, B. and Bérubé, M.-A. (2000). Alkali-aggregate reaction in concrete : a review of basic concepts and engineering implications. *Canadian Journal of Civil Engineering*, 27(2):167–191.
- [Garnier et al., 2013] Garnier, V., Piwakowski, B., Abraham, O., Villain, G., Payan, C., and Chaix, J. F. (2013). Acoustic techniques for concrete evaluation : Improvements, comparisons and consistency. *Construction and Building Materials*, 43 :598–613.
- [Geuzaine and Remacle, 2009] Geuzaine, C. and Remacle, J.-F. (2009). Gmsh : A 3-d finite element mesh generator with built-in pre- and post-processing facilities. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 79(11) :1309–1331.
- [Gilbert and Backus, 1966] Gilbert, F. and Backus, G. (1966). Propagator matrices in elastic wave and vibration problems. *Geophysics*, 31(2):326–332.
- [Gonzalez and Woods, 2008] Gonzalez, R. and Woods, R. (2008). *Digital Image Processing*. Pearson/Prentice Hall.
- [Goueygou et al., 2009] Goueygou, M., Lafhaj, Z., and Soltani, F. (2009). Assessment of porosity of mortar using ultrasonic rayleigh waves. *NDT&E Int.*, 42(5):353 360.
- [Guitton and Symes, 2003] Guitton, A. and Symes, W. W. (2003). Robust inversion of seismic data using the huber norm. *Geophysics*, 68(4) :1310–1319.

- [Halamickova et al., 1995] Halamickova, P., Detwiler, R. J., Bentz, D. P., and Garboczi, E. J. (1995). Water permeability and chloride ion diffusion in portland cement mortars : Relationship to sand content and critical pore diameter. *Cement and Concrete Research*, 25(4) :790 – 802.
- [Haskell, 1953] Haskell, N. A. (1953). The dispersion of surface waves on multilayered media. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 43(1):17–34.
- [He et al., 2011] He, H., Stroeven, P., Stroeven, M., and Sluys, L. (2011). Influence of particle packing on elastic properties of concrete. *Magazine of Concrete Research*, 64(2):163 175.
- [Hernández et al., 2000] Hernández, M., Izquierdo, M., Ibáñez, A., Anaya, J., and Ullate, L. (2000). Porosity estimation of concrete by ultrasonic nde. *Ultrasonics*, 38(1–8):531 533.
- [Herrmann, 1987] Herrmann, R. (1987). *Computer Programs in Seismology*. St Louis University.
- [Herve et al., 2010] Herve, E., Care, S., and Seguin, J. (2010). Influence of the porosity gradient in cement paste matrix on the mechanical behavior of mortar. *Cement and Concrete Research*, 40(7):1060 – 1071.
- [Hilloulin et al., 2014] Hilloulin, B., Zhang, Y., Abraham, O., Loukili, A., Grondin, F., Durand, O., and Tournat, V. (2014). Small crack detection in cementitious materials using nonlinear coda wave modulation. *NDT& E Int.*, 68:98 – 104.
- [Hobiger et al., 2013] Hobiger, M., Cornou, C., Wathelet, M., Giulio, G. D., Knapmeyer-Endrun, B., Renalier, F., Bard, P.-Y., Savvaidis, A., Hailemikael, S., Le, B. N., Ohrnberger, M., and Theodoulidis, N. (2013). Ground structure imaging by inversions of rayleigh wave ellipticity : sensitivity analysis and application to european strong-motion sites. *Geophysical Journal International*, 192(1) :207–229.
- [Hossain, 2005] Hossain, K. M. A. (2005). Correlations between porosity, chloride diffusivity and electrical resistivity in volcanic pumice-based blended cement pastes. *Advances in Cement Research*, 17 :29–37(8).
- [Huang et al., 2015] Huang, Q., Jiang, Z., Gu, X., Zhang, W., and Guo, B. (2015). Numerical simulation of moisture transport in concrete based on a pore size distribution model. *Cement and Concrete Research*, 67(0):31 43.
- [Hugenschmidt et al., 2010] Hugenschmidt, J., Kalogeropoulos, A., Soldovieri, F., and Prisco, G. (2010). Processing strategies for high-resolution GPR concrete inspections. *NDT&E Int.*, 43(4):334 342.
- [Humire et al., 2015] Humire, F., Sáez, E., Leyton, F., and Yañez, G. (2015). Combining active and passive multi-channel analysis of surface waves to improve reliability of $v_{S,30}$ estimation using standard equipment. *Bulletin of Earthquake Engineering*, 13(5):1303–1321.
- [Hunaidi, 1998] Hunaidi, O. (1998). Evolution-based genetic algorithms for analysis of nondestructive surface wave tests on pavements. *NDT&E Int.*, 31(4):273–280.
- [Hunkeler, 1996] Hunkeler, F. (1996). The resistivity of pore water solution—a decisive parameter of rebar corrosion and repair methods. *Construction and Building Materials*, 10(5):381–389. Durability of Reinforced Concrete Structures.

- [Hustedt et al., 2004] Hustedt, B., Operto, S., and Virieux, J. (2004). Mixed-grid and staggeredgrid finite-difference methods for frequency-domain acoustic wave modelling. *Geophysical Journal International*, 157(3) :1269–1296.
- [Jones, 1958] Jones, R. (1958). *In situ* measurement of the dynamic properties of soil by vibration methods. *Géotechnique*, 8(20) :1–21.
- [Kaipio and Somersalo, 2004] Kaipio, J. and Somersalo, E. (2004). *Statistical and Computational Inverse Problems*. Applied Mathematical Series.
- [Kalogeropoulos et al., 2013] Kalogeropoulos, A., van der Kruk, J., Hugenschmidt, J., Bikowski, J., and Brühwiler, E. (2013). Full-waveform GPR inversion to assess chloride gradients in concrete. NDT&E Int., 57 :74 – 84.
- [Kelly et al., 1976] Kelly, K., Ward, R., Treitel, S., and Alford, R. (1976). Synthetic seismograms : a finite-difference approach. *Geophysics*, 41(1) :2–27.
- [Knopoff, 1964] Knopoff, L. (1964). A matrix method for elastic wave problems. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 54(1):431–438.
- [Kocur et al., 2016] Kocur, G. K., Saenger, E. H., Grosse, C. U., and Vogel, T. (2016). Time reverse modeling of acoustic emissions in a reinforced concrete beam. *Ultrasonics*, 65 :96 104.
- [Komatitsch and Tromp, 1999] Komatitsch, D. and Tromp, J. (1999). Introduction to the spectral element method for three-dimensional seismic wave propagation. *Geophysical Journal International*, 139(3):806–822.
- [Komatitsch and Tromp, 2002] Komatitsch, D. and Tromp, J. (2002). Spectral-element simulations of global seismic wave propagation—i. validation. *Geophysical Journal International*, 149(2):390–412.
- [Komatitsch et al., 1999] Komatitsch, D., Vilotte, J.-P., Vai, R., Castillo-Covarrubias, J. M., and Sánchez-Sesma, F. J. (1999). The spectral element method for elastic wave equations—application to 2-d and 3-d seismic problems. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 45(9) :1139–1164.
- [Kritikakis et al., 2014] Kritikakis, G., Vafidis, A., Papakonstantinou, K., and O'Neill, A. (2014). Comparative study of different inversion techniques applied on Rayleigh surface wave dispersion curves. *Near Surface Geophysics*, 12(3):361–371.
- [Kumar and Bhattacharjee, 2003] Kumar, R. and Bhattacharjee, B. (2003). Porosity, pore size distribution and in situ strength of concrete. *Cement and Concrete Research*, 33(1):155–164.
- [Lafhaj and Goueygou, 2009] Lafhaj, Z. and Goueygou, M. (2009). Experimental study on sound and damaged mortar : Variation of ultrasonic parameters with porosity. *Construction and Building Materials*, 23(2):953 958.
- [Lafhaj et al., 2006] Lafhaj, Z., Goueygou, M., Djerbi, A., and Kaczmarek, M. (2006). Correlation between porosity, permeability and ultrasonic parameters of mortar with variable water/cement ratio and water content. *Cement and Concrete Research*, 36(4):625–633.
- [Lagendijk and van Tiggelen, 1996] Lagendijk, A. and van Tiggelen, B. A. (1996). Resonant multiple scattering of light. *Physics Reports*, 270(3):143–215.
- [Lai and Rix, 1998] Lai, C. G. and Rix, G. J. (1998). Simultaneous inversion of Rayleigh phase velocity and attenuation for near-surface site characterization. Geophys, Phys.
- [Laurens et al., 2005] Laurens, S., Balayssac, J., Rhazi, J., Klysz, G., and Arliguie, G. (2005). Non-destructive evaluation of concrete moisture by GPR : Experimental study and direct modeling. *Materials and Structures*, 38(9) :827–832.
- [Leparoux et al., 2012] Leparoux, D., Côte, P., Gélis, C., and Cabrera-Nunez, J. (2012). EDZ characterization with surface wave analysis : an experimental and numerical study for defining feasibility in the context of the Tournemire platform (France). *Near Surface Geophysics*, 10(5):401–411.
- [Levander, 1988] Levander, A. (1988). Fourth-order finite-difference p-sv seismograms. *Geophysics*, 53(11):1425–1436.
- [Levine, 1979] Levine, H. A. (1979). Review : A. N. Tikhonov and V. Y. Arsenin, Solutions of ill posed problems. *Bull. Amer. Math. Soc.*, 1(3):521–524.
- [Li et al., 1999] Li, G., Zhao, Y., Pang, S.-S., and Li, Y. (1999). Effective Young's modulus estimation of concrete. *Cement and Concrete Research*, 29(9) :1455–1462.
- [Li and Aubertin, 2003] Li, L. and Aubertin, M. (2003). A general relationship between porosity and uniaxial strength of engineering materials. *Canadian Journal of Civil Engineering*, 30(4):644–658.
- [Linton and Martin, 2005] Linton, C. M. and Martin, P. A. (2005). Multiple scattering by random configurations of circular cylinders : Second-order corrections for the effective wavenumber. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 117(6) :3413–3423.
- [Liu et al., 2015] Liu, X., Du, H., and Zhang, M.-H. (2015). A model to estimate the durability performance of both normal and light-weight concrete. *Construction and Building Materials*, 80:255–261.
- [Lomax and Snieder, 1994] Lomax, A. and Snieder, R. (1994). Finding sets of acceptable solutions with a genetic algorithm with application to surface wave group dispersion in europe. *Geophysical Research Letters*, 21(24) :2617–2620.
- [Lu et al., 2011] Lu, L., Chekroun, M., Abraham, O., Maupin, V., and Villain, G. (2011). Mechanical properties estimation of functionally graded materials using surface waves recorded with a laser interferometer. *NDT&E Int.*, 44(2) :169–177.
- [Lutz et al., 1997] Lutz, M. P., Monteiro, P. J., and Zimmerman, R. W. (1997). Inhomogeneous interfacial transition zone model for the bulk modulus of mortar. *Cement and Concrete Research*, 27(7):1113–1122.
- [Maalej et al., 2013] Maalej, S., Lafhaj, Z., and Bouassida, M. (2013). Micromechanical modelling of dry and saturated cement paste : Porosity assessment using ultrasonic waves. *Mechanics Research Communications*, 51(0) :8–14.
- [Malhotra and Carino, 2003] Malhotra, V. M. and Carino, N. J. (2003). *Handbook on Nondestructive Testing of Concrete*. CRC Press, 2nd edition.
- [Marfurt, 1984] Marfurt, K. J. (1984). Accuracy of finite-difference and finite-element modeling of the scalar and elastic wave equations. *Geophysics*, 49(5):533–549.

- [Marquardt, 1963] Marquardt, D. W. (1963). An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters. *SIAM Journal on Applied Mathematics*, 11(2):431–441.
- [Martin et al., 2013] Martin, III, W., Putman, B., and Kaye, N. (2013). Using image analysis to measure the porosity distribution of a porous pavement. *Construction and Building Materials*, 48(0) :210–217.
- [Menke, 1989] Menke, W. (1989). *Geophysical data analysis : discrete inverse theory*. Academic Press.
- [Mercado Mendoza, 2012] Mercado Mendoza, H. R. (2012). *Transferts aqueux à travers les matériaux cimentaires partiellement saturés*. PhD thesis, Université de Toulouse.
- [Miled et al., 2011] Miled, K., Sab, K., and Roy, R. L. (2011). Effective elastic properties of porous materials : Homogenization schemes vs experimental data. *Mechanics Research Communications*, 38(2):131–135.
- [Miragliotta, 2000] Miragliotta, R. (2000). *Modélisation des processus physico-chimiques de la carbonatation des bétons préfabriqués : prise en compte des effets de paroi*. PhD thesis, Université de La Rochelle.
- [Moczo et al., 2004] Moczo, P., Kristek, J., and Halada, L. (2004). *The Finite-Differences Me-thod for Seismologists : An Introduction*. Comenius University, Bratislava.
- [Mokhtar et al., 1988] Mokhtar, T., Herrmann, R., and Russell, D. (1988). Seismic velocity and Q model for the shallow structure of the arabian shield from short-preriod Rayleigh-waves. *Geophysics*, 53(11):1379–1387.
- [Monteiro and Mehta, 1986] Monteiro, P. and Mehta, P. (1986). The transition zone between aggregate and type k expansive cement. *Cement and Concrete Research*, 16(1):111–114.
- [Moser et al., 1999] Moser, F., Jacobs, L. J., and Qu, J. (1999). Modeling elastic wave propagation in waveguides with the finite element method. *NDT&E Int.*, 32(4) :225–234.
- [Murthy, 2002] Murthy, V. (2002). *Geotechnical engineering : principles and practices of soil mechanics and foundation engineering*. CRC Press.
- [Métais et al., 2016] Métais, V., Chekroun, M., Marrec, L. L., Duff, A. L., Plantier, G., and Abraham, O. (2016). Influence of multiple scattering in heterogeneous concrete on results of the surface wave inverse problem. *{NDT} & E International*, 79:53 62.
- [Naik et al., 2003] Naik, T., Mohan Malhotra, V., and Popovics, J. (2003). *Handbook on Nondestructive Testing of Concrete*, chapter 8 : The ultrasonic pulse velocity method. CRC Press.
- [Neville, 2011] Neville, A. M. (2011). *Properties of Concrete*. Pearson Education Limited, 5th edition.
- [Nielsen and Geiker, 2003] Nielsen, E. P. and Geiker, M. R. (2003). Chloride diffusion in partially saturated cementitious material. *Cement and Concrete Research*, 33(1):133–138.
- [Oliveira and Seriani, 2011] Oliveira, S. and Seriani, G. (2011). Effect of element distortion on the numerical dispersion of spectral-element methods. *Comput Phys*, 9(4) :937–958.

- [O'Neill et al., 2003] O'Neill, A., Dentith, M., and List, R. (2003). Full-waveform P-SV reflectivity inversion of surface waves for shallow engineering applications. *Exploration Geophysics*, 34(3):158–173.
- [Pageot, 2012] Pageot, D. (2012). *Imagerie de la lithosphère par inversion de formes d'ondes de données télésismiques*. PhD thesis, Université de Nice-Sophia Antipolis.
- [Pamuk and Dogru, 2014] Pamuk, E. and Dogru, F. (2014). Application of different algorithms to an inversion of Rayleigh wave dispersion curve. In *Near Surface Geoscience 2014 - 20th European Meeting of Environmental and Engineering Geophysics*. EAGE, Near Surface Geoscience.
- [Papadakis et al., 1991] Papadakis, V., Vayenas, C., and Fardis, M. (1991). Physical and chemical characteristics affecting the durability of concrete. ACI Materials Journal, 88(2):186– 196.
- [Park et al., 1999a] Park, C., Miller, R., and Xia, J. (1999a). Multichannel analysis of surface waves. *Geophysics*, 64(3):800–808.
- [Park et al., 1999b] Park, C. B., Miller, R. D., and Xia, J. (1999b). Multichannel Analysis of Surface Waves using Vibroseis (MASWV). *Seg Technical Program Expanded Abstracts*, 15.
- [Popovics, 1973] Popovics, S. (1973). Method for developing relationships between mechanical properties of hardened concrete. *Journal of the American Concrete Institute*, 70(12):795– 798.
- [Powers, 1958] Powers, T. C. (1958). Structure and physical properties of hardened portland cement paste. *Journal of the American Ceramic Society*, 41(1):1–6.
- [Pratt, 1990] Pratt, R. G. (1990). Frequency domain elastic wave modeling by finite differences : A tool for cross-hole seismic imaging. *Geophysics*, 55(5):626–632.
- [Pratt, 1978] Pratt, W. (1978). Digital image processing. Wiley-interscience publication. Wiley.
- [Punurai et al., 2006] Punurai, W., Jarzynski, J., Qu, J., Kurtis, K. E., and Jacobs, L. J. (2006). Characterization of entrained air voids in cement paste with scattered ultrasound. *NDT&E Int.*, 39(6) :514–524.
- [Qasrawi, 2000] Qasrawi, H. Y. (2000). Concrete strength by combined nondestructive methods simply and reliably predicted. *Cement and Concrete Research*, 30(5):739–746.
- [Remacle et al., 2012] Remacle, J. F., Lambrechts, J., Seny, B., Marchandise, E., Johnen, A., and Geuzainet, C. (2012). Blossom-Quad : A non-uniform quadrilateral mesh generator using a minimum-cost perfect-matching algorithm. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 89(9) :1102–1119.
- [Renalier et al., 2010] Renalier, F., Jongmans, D., Savvaidis, A., Wathelet, M., Endrun, B., and Cornou, C. (2010). Influence of parameterization on inversion of surface wave dispersion curves and definition of an inversion strategy for sites with a strong VS contrast. *Geophysics*, 75(6):B197–B209.
- [Ryden and Park, 2006] Ryden, N. and Park, C. B. (2006). Fast simulated annealing inversion of surface waves on pavement using phase-velocity spectra. *Geophysics*, 71(4) :R49–R58.

- [Saenger et al., 2000] Saenger, E. H., Gold, N., and Shapiro, A. (2000). Modeling the propagation of elastic waves using a modified finite-difference grid. *Wave Motion*, 31(1):77–92.
- [Saetta et al., 1995] Saetta, A. V., Schrefler, B. A., and Vitaliani, R. V. (1995). 2D model for carbonation and moisture/heat flow in porous materials. *Cement and Concrete Research*, 25(8):1703–1712.
- [Sambridge, 1999] Sambridge, M. (1999). Geophysical inversion with a neighbourhood algorithm i. searching a parameter space. *Geophysical Journal International*, 138(2):479–494.
- [Sambridge and Mosegaard, 2002] Sambridge, M. and Mosegaard, K. (2002). Monte Carlo methods in geophysical inverse problems. *Reviews of Geophysics*, 40(3).
- [Sbartaï et al., 2012] Sbartaï, Z.-M., Breysse, D., Larget, M., and Balayssac, J.-P. (2012). Combining NDT techniques for improved evaluation of concrete properties. *Cement and Concrete Composites*, 34(6) :725–733.
- [Schubert and Koehler, 2004] Schubert, F. and Koehler, B. (2004). Numerical time-domain simulation of diffusive ultrasound in concrete. *Ultrasonics*, 42(1–9) :781–786.
- [Sheriff and Geldart, 1995] Sheriff, R. and Geldart, L. (1995). *Exploration Seismology*. Cambridge University Press.
- [Shetty, 2005] Shetty, S. (2005). Concrete Technology (M.E.). S. Chand.
- [Shirazi et al., 2009] Shirazi, H., Abdallah, I., and Nazarian, S. (2009). Developing artificial neural network models to automate spectral analysis of surface wave method in pavements. *Journal of Materials in Civil Engineering*, 21(12) :722–729.
- [Sickert, 1997] Sickert, G. (1997). Modellerweiterungen für den carbonatisierungsfortschritt im beton / extended modeling for the advance of carbonation in concrete. *Betonwerk und Fertigteil-Technik*, 63(12):74–88.
- [Simeonov and Ahmad, 1995] Simeonov, P. and Ahmad, S. (1995). Effect of transition zone on the elastic behavior of cement-based composites. *Cement and Concrete Research*, 25(1):165–176.
- [Siqueira et al., 1995] Siqueira, P. R., Sarabandi, K., and Ulaby, F. T. (1995). Numerical simulation of scatterer positions in a very dense medium with an application to the twodimensional born approximation. *Radio Science*, 30(5):1325–1339.
- [Socco and Boiero, 2008] Socco, L. V. and Boiero, D. (2008). Improved Monte Carlo inversion of surface wave data. *Geophysical Prospecting*, 56(3):357–371.
- [Soltani et al., 2013] Soltani, F., Goueygou, M., Lafhaj, Z., and Piwakowski, B. (2013). Relationship between ultrasonic Rayleigh wave propagation and capillary porosity in cement paste with variable water content. *NDT&E Int.*, 54(0):75–83.
- [Swamy, 1971] Swamy, R. N. (1971). Dynamic poisson's ratio of portland cement paste, mortar and concrete. *Cement and Concrete Research*, 1(5):559 – 583.
- [Talukdar et al., 2012] Talukdar, S., Banthia, N., and Grace, J. (2012). Carbonation in concrete infrastructure in the context of global climate change part 1 : Experimental results and model development. *Cement and Concrete Composites*, 34(8) :924–930.

- [Tarantola, 2004] Tarantola, A. (2004). *Inverse Problem Theory and Methods for Model Parameter Estimation*. Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, PA, USA.
- [Thiery et al., 2007] Thiery, M., Villain, G., Goyer, S., Platret, G., Clement, J., and Dangla, P. (2007). Exemple d'application d'un modèle de carbonatation in situ. *Bulletin des Laboratoires des Ponts et Chaussées*, 270-271 :29–50.
- [Thiery et al., 2003] Thiery, M. A., Villain, G., and Platret, G. (2003). Effect of carbonation on density, microstructure and liquid water saturation of concrete. In *Advances in Cement and Concrete IX, Colorado, USA*. American Society of Civil Engineers ASCE.
- [Thomson, 1950] Thomson, W. T. (1950). Transmission of elastic waves through a stratified solid medium. *Journal of Applied Physics*, 21(2):89–93.
- [Tromp et al., 2008] Tromp, J., Komatitsch, D., and Liu, Q. (2008). Spectral-Element and Adjoint Methods in Seismology. *Communications in Computational Physics*, 3(1):1–32.
- [U.S. Geological Survey, 2015] U.S. Geological Survey (2015). Minerals commodity summaries. accessed [January 04, 2016], http://minerals.usgs.gov/minerals/pubs/commodity/cement/mcs-2015-cemen.pdf.
- [Viktorov, 1967] Viktorov, I. (1967). *Rayleigh and Lamb waves : physical theory and applications.* Plenum Press, New York.
- [Villain et al., 2010] Villain, G., Ihamouten, A., Dérobert, X., Sedran, T., Burban, O., Coffec, O., Dauvergne, M., Alexandre, J., Cottineau, L. M.and Le Marrec, L., and Thiery, M. (2010). Adapted mix design and characterisation for non destructive assessment of concrete. In *MEDACHS 10*.
- [Villain et al., 2015] Villain, G., Sbartai, M., Lataste, J., Garnier, V., Dérobert, X., Abraham, O., Bonnet, S., Balayssac, J., Nguyen, N., and Fares, M. (2015). Characterization of water gradients in concrete by complementary NDT methods. In *Proceedings of International Symposium on NDTCE*. Berlin, Germany.
- [Villain et al., 2012] Villain, G., Sbartaï, Z. M., Dérobert, X., Garnier, V., and Balayssac, J. P. (2012). Durability diagnosis of a concrete structure in a tidal zone by combining ndt methods : Laboratory tests and case study. *Construction and Building Materials*, 37(0) :893– 903.
- [Villain and Thiery, 2006] Villain, G. and Thiery, M. (2006). Gammadensimetry : A method to determine drying and carbonation profiles in concrete. *NDT&E Int.*, 39(4) :328–337.
- [Virieux, 1986] Virieux, J. (1986). P-SV wave propagation in heterogeneous media : velocitystress finite-difference method. *Geophysics*, 51(4) :889–901.
- [Waterman and Truell, 1961] Waterman, P. C. and Truell, R. (1961). Multiple Scattering of Waves. *Journal of Mathematical Physics*, 2:512–537.
- [Wathelet, 2008] Wathelet, M. (2008). An improved neighborhood algorithm : Parameter conditions and dynamic scaling. *Geophysical Research Letters*, 35(9).
- [Wathelet et al., 2004] Wathelet, M., Jongmans, D., and Ohrnberger, M. (2004). Surface-wave inversion using a direct search algorithm and its application to ambient vibration measurements. *Near Surface Geophysics*, 2(4) :211–221.

- [Wiggenhauser et al., 2015] Wiggenhauser, H., Samokrutov, A. A., Mayer, K., Krausse, M., Alekhin, S., and Elkin, V. (2015). Laus large aperture ultrasonic system for testing thick concrete structures. In *Proceedings of International Symposium on NDTCE*.
- [Wilkens et al., 1984] Wilkens, R., Simmons, G., and Caruso, L. (1984). The ratio Vp/Vs as a discriminant of composition for siliceous limestones. *Exploration Geophysics*, 15(4):263–263.
- [Xia et al., 1999] Xia, J., Miller, R., and Park, C. (1999). Estimation of near-surface shear-wave velocity by inversion of Rayleigh waves. *Geophysics*, 64(3):691–700.
- [Xu et al., 2013] Xu, W., Lv, Z., and Chen, H. (2013). Effects of particle size distribution, shape and volume fraction of aggregates on the wall effect of concrete via random sequential packing of polydispersed ellipsoidal particles. *Physica A : Statistical Mechanics and its Applications*, 392(3) :416–426.
- [Yang and Cho, 2004] Yang, C. and Cho, S. (2004). The relationship between chloride migration rate for concrete and electrical current in steady state using the accelerated chloride migration test. *Materials and Structures*, 37(7):456–463.
- [Yang et al., 2006] Yang, C., Cho, S., and Wang, L. (2006). The relationship between pore structure and chloride diffusivity from ponding test in cement-based materials. *Materials Chemistry and Physics*, 100(2–3) :203–210.
- [Yudenfreund et al., 1972] Yudenfreund, M., Hanna, K. M., Skalny, J., Older, I., and Brunauer, S. (1972). Hardened portland cement pastes of low porosity v. compressive strength. *Cement* and Concrete Research, 2(6):731–743.
- [Zeng et al., 2011] Zeng, C., Xia, J., Miller, R. D., and Tsoflias, G. P. (2011). Feasibility of waveform inversion of Rayleigh waves for shallow shear-wave velocity using a genetic algorithm. *Journal of Applied Geophysics*, 75(4):648–655.
- [Zheng et al., 2003] Zheng, J., Li, C., and Jones, M. (2003). Aggregate distribution in concrete with wall effect. *Magazine of Concrete Research*, 55(3):257–265.
- [Zhou et al., 2014] Zhou, C., Li, K., and Ma, F. (2014). Numerical and statistical analysis of elastic modulus of concrete as a three-phase heterogeneous composite. *Computers & Structures*, 139(0):33–42.
- [Zou and Yu, 1995] Zou, R. and Yu, A. (1995). The packing of spheres in a cylindrical container : the thickness effect. *Chemical Engineering Science*, 50(9) :1504–1507.

A

Annexe A

INFLUENCE OF MULTIPLE SCATTERING IN HETEROGENEOUS CONCRETE ON RESULTS OF THE SURFACE WAVE INVERSE PROBLEM

V. Métais¹, M. Chekroun², L. Le Marrec³, A. Le Duff^{2,4}, G. Plantier^{2,4} and O. Abraham¹

LUNAM Université, IFSTTAR, Route de Bouaye, CS 4, 44344 Bouguenais cedex, France.
 Université du Maine, LAUM, UMR CNRS 6613, Avenue O. Messiaen, 72085 Le Mans, France.
 Université de Rennes 1, IRMAR, UMR CNRS 6625, 263 avenue du Général Leclerc, 35042 Rennes, France.
 Groupe ESEO, 10 boulevard Jeanneteau, CS 90717, 49107 Angers, cedex 2, France.

NDT & E International, Volume 79, April 2016, Pages 53-62 doi :10.1016/j.ndteint.2015.12.004

Abstract

This paper computes the phase velocity dispersion curves of coherent surface waves by taking into account multiple scattering in an elastic matrix containing elastic circular inclusions. The computed dispersion curves are inverted with a global neighbourhood algorithm that considers a stratified medium with linear homogeneous and isotropic elastic layers. The impact of multiple scattering on the results is quantified. Since the surface wave phase velocity is not constant with frequency, the inversion provides solutions composed of homogeneous layers. The shear wave velocity profiles of the inverted medium and their impact on concrete porosity estimation is the subject of discussion.

A.1 Introduction

Inversion techniques are widespread in the field of geophysics for estimating the mechanical properties of the subsurface, particularly in terms of shear wave velocity, by means of shallow-seismic surface waves. Several algorithms have been developed from linearized methods [Menke, 1989] [Tarantola, 2004] in order to guide the search methods [Lomax and Snieder, 1994] [Sambridge, 1999]. Direct search methods take into account both the non-uniqueness and nonlinearity of inverse problems by characterizing the entire set of acceptable solutions, thus yielding a globally optimal data misfit value. From a classical perspective, the inversion of shear wave velocity profiles from surface wave dispersion assumes tabular ground structures made of homogeneous and horizontal layers [Foti, 2005]. In the case of civil engineering applications involving cover concrete (the first 3-5 cm), the homogeneous layer assumption becomes debatable. Aggregates represent approximately 50% in weight of the concrete and, classically, are sized up to 2-3 cm. Retrieving the intrinsic properties of the material studied, i.e. shear and compression wave velocities, constitutes a challenge. The aim of this paper is to determine those cases in which the effects of heterogeneity on shear and compression wave estimation in the homogeneous medium can be ignored when using a forward model that assumes tabular ground structures.

For this purpose, the paper will proceed as follows. Section 2 describes the physical properties of concrete as well as surface wave propagation. Section 3 introduces the multiple scattering of elastic waves; the effective wavenumber will be presented for the Independent Scattering Approximation (ISA) [Lagendijk and van Tiggelen, 1996]. Next, the effective surface wave velocities will be calculated from both the S-wave and P-wave phase velocities. Section 5 discusses the inverse problem and the choice of the nearest neighbourhood algorithm [Sambridge, 1999]. The parameterization performed and the iterative procedure will also be described. Section 6 presents the results of inverting the effective phase velocity dispersion curves for two distinct parameterizations of the inverse problem. These results, along with a shear wave velocity profile as a function of depth, will then be compared to Christensen and Lo's homogenization [Christensen and Lo, 1979] and a porosity model.

Keywords : concrete, Rayleigh waves, multiple scattering, dispersion curves, inverse problem

A.2 Physical introduction

A.2.1 Concrete

The cover concrete is the layer between the surface and the reinforcement (generally at a depth of between 3 and 5 cm). This layer is directly exposed to aggressive agents and moreover is subjected to the main deterioration mechanisms. The propagation of aggressive agents is influenced by the porosity of the medium. All research dealing with concrete durability design therefore requires knowing this porosity [Buenfeld et al., 2009]. Concrete is basically composed of a mix of cement, sand, water and coarse aggregates. Sand is small particles with a mean diameter of less than 4 mm, while aggregates are the largest particles whose dimensions vary from a few mm up to 20 mm or even larger. Mortar can be distinguished from concrete because it contains only the small particles without the coarser aggregates.

Mortar and concrete also both contain pores and capillaries, with sizes ranging from about 10^{-6} mm to a few mm. Pores may be filled with either air or water. Porosity is defined as the ratio of the volume of voids to the total (bulk) volume of the material regardless of their loca-

tion or connectivity. The porosity estimation strongly depends on the selected method [Villain and Thiery, 2006]. Methods based on injecting a fluid (water, mercury) into the porous space of the material do not take into account the closed pores since they are unreachable by the fluid. Gammadensimetry offers the advantage of determining a local evolution of porosity and highlighting the noticeable effect of the segregation and presence of air bubbles on porosity. Nevertheless, these methods do not provide a full non-destructive investigation given that they require a drilled core extracted from a site. The water/cement ratio (w/c) is a fundamental parameter governing the cement paste microstructure [Neville, 2011]. More specifically, the total porosity of concrete depends directly on the w/c ratio [Villain et al., 2010] [Hunkeler, 1996]. An increase in this ratio causes higher cement paste porosity. For undamaged concrete typically encountered in bridges and covering a range of medium to high strength, the accessible porosity (from water measurements) lies between 12% and 18% for a w/c ratio between 0.35 and 0.65 [Villain et al., 2010].

Porosity profiles of two sound concretes with a compressive strength of Rc = 25 MPa and Rc = 50 MPa, observed by gammadensimetry in [Villain and Thiery, 2006], show a variation in porosity with depth of about 3 percentage points (p.p.) between the surface and a 4.5-cm depth. In the case of a porous concrete porosity, these profiles may vary from 17% to 35% over a 12-cm depth [Martin et al., 2013].

The main deterioration mechanisms associated with durability problems in concrete structures are : reinforcement corrosion, freeze-thaw cycles, alkali-aggregate reactions, cracking due to loading, and sulfate attack [Baroghel-Bouny et al., 2011]. These deteriorations may induce local porosity increases of between 2 and 3 p.p. in the near surface. One notable exception is the effect of carbonation, which locally decreases the porosity [Villain and Thiery, 2006].

A.2.2 Surface waves

The mechanical properties of the first cm of concrete can be investigated with surface wave measurements. In a semi-infinite elastic medium, the stress-free boundary condition imposes a Rayleigh wave traveling along the interface. The wavenumber k_r of this wave is a root of the secular relation [Carcione, 2007] :

$$\left(\frac{k_s}{k_r}\right)^6 - 8\left(\frac{k_s}{k_r}\right)^4 + 8\left(3 - 2\frac{k_p^2}{k_s^2}\right)\left(\frac{k_s}{k_r}\right)^2 - 16\left(1 - \frac{k_p^2}{k_s^2}\right) = 0, \qquad (A.1)$$

where k_p and k_s are the wavenumbers of bulk compression (P) and shear (S) waves, respectively. For an elastic homogeneous medium, k_r is purely real, and the Rayleigh wave is not dispersive, i.e. : $k_r = 2\pi/\lambda = \omega/c_r$, where c_r is the (constant) velocity of the Rayleigh wave, $\omega = 2\pi f$ the angular frequency, and λ the wavelength. For a more complex medium, the bulk wave may be dispersive and attenuated : k_p and k_s may be complex and frequency dependent. The imaginary part of the wavenumber describes the wave attenuation. Dispersion is correlated with the frequency-dependent velocity : $c_p(\omega)$ and $c_s(\omega)$. In a semi-infinite domain, k_r is still obtained from Eq. A.1, but the surface waves become dispersive and attenuated as well [Carcione, 2007]. Wavelength and phase velocity $c_r(\omega)$ are correlated with the real part of the wavenumber : $Re(k_r) = 2\pi/\lambda = \omega/c_r$.

The Rayleigh wave investigation depth lies in the interval $[\lambda_{max}/3; \lambda_{max}/2]$, as classically reported in the literature [Bodet et al., 2005, Park et al., 1999b, O'Neill et al., 2003]. In the case of a 3-cm cover concrete layer, the required investigation depth imposes using wavelengths of around 70 mm. The required frequency range is determined with the approximate Rayleigh velocity, i.e. $c_r = 2\,100$ m/s, in which case the lowest frequency would be 30 kHz. The highfrequency limit is governed by the signal-to-noise ratio in experiments and by attenuation supported by high-frequency waves in complex media. We chose a 300 kHz maximum frequency, which is already high according to previous experimental investigations [Chekroun et al., 2009]. This high-frequency limit is correlated with a 7-mm wavelength. In other words, the minimum depth resolution equals roughly 2.5-3 mm [Bodet, 2005, Park et al., 1999b, O'Neill et al., 2003]. Thus, the investigation depth ranges from 3 mm to 3 cm.

A.2.3 Elastic waves in heterogeneous media

The effects of material heterogeneities on the propagation of elastic waves depend on the wavelength-to-average inclusion size ratio. The centimeter-scale wavelength introduced is large compared to pore size. Within the prescribed frequency interval, experimental investigation shows that wave propagates in porous mortar with negligible dispersion [Punurai et al., 2006]. This is particularly true in the frequency domain investigated in the present paper [Chekroun et al., 2009, Goueygou et al., 2009]. Attenuation is also modified by porosity but mainly in the higher frequency range [Lafhaj et al., 2006]. These observations motivate a model of mortar consisting of an elastic homogeneous medium, hence with constant bulk wave velocities throughout the frequency range.

The aggregates, whose average size is comparable to the wavelength, generate a stronger effect on propagation. When a wave encounters an aggregate part, its energy is spread in all directions. In the presence of a large amount of aggregates, the averaged wave, or coherent wave, is attenuated and dispersive [Derode et al., 2001, Chekroun et al., 2009].

Multiple scattering models propose a wave propagation homogenization, whereby the heterogeneous medium is replaced by a homogeneous equivalent (or effective) medium. An explicit formulation of the effective wavenumber k_e of the coherent wave is derived by taking into account attenuation $\alpha = Im(k_e)$ of the coherent wave and dispersion through the frequency dependence of phase velocity $c_e(\omega) = \omega/Re(k_e)$ [Aggelis et al., 2005].

A.3 The concrete model

A.3.1 Material properties

Concrete is considered a diphasic elastic medium composed of homogeneous aggregates embedded in a homogeneous mortar. Let's consider a simple 2D model of concrete with a uniform distribution of identical circular aggregates (diameter : 12 mm). The material properties of the aggregate and mortar used in this model stem from Schubert's numerical investigation [Schubert and Koehler, 2004] and are listed in Table A.1.

	$c_p [{ m m.s^{-1}}]$	$c_s [{ m m.s^{-1}}]$	$ ho$ [kg.m $^{-3}$]
Mortar	3950	2250	2050
Aggregate	4300	2475	2610

TABLEAU A.1 – Properties of aggregates and mortar used in the concrete model (extracted from [Schubert and Koehler, 2004]).

Note that these material properties must be seen as effective properties. In particular, mortar properties include the modification of the bulk properties induced by pores and sand.

A.3.2 Coherent propagation : ISA

Multiple scattering theories (MST) describing the propagation of coherent waves pertain to bulk waves propagating in an infinite medium containing obstacles. The coherent wave is then obtained after combined averaging over a large number of recordings of random scatterer positions.

Among a wide array of models, one of the simplest is the Independent Scattering Approximation (ISA) [Lagendijk and van Tiggelen, 1996]. Even though the validation limits of MST models are generally not well defined, ISA is known to be theoretically available for a dilute medium and weak mechanical contrast between the inclusions and the matrix. In [Chekroun et al., 2012], a numerical study is performed with an identical mechanical contrast and aggregate size to those in the present paper. This study demonstrates that ISA remains valid up to a 12% aggregate concentration. Two other higher order models are presented in [Chekroun et al., 2012] : the Waterman-Truell (WT) model [Waterman and Truell, 1961], and the Conoir and Norris (CN) model [Conoir and Norris, 2010], which is an elastic extension of the acoustic Linton-Martin model [Linton and Martin, 2005]. All these models provide estimations of effective velocities close to those actually obtained with a finite difference numerical simulation of measurements for an aggregate concentration of less than 12%. For denser media, WT and ISA are less efficient than CN in estimating the coherent phase velocity and attenuation.

Choosing the aggregate concentration for simulating coherent wave propagation in actual concrete appears to be a critical point. The following two arguments facilitate a rational selection. First, in an actual concrete volume, the proportion of aggregate is around 50%; however, the aggregates are polydisperse and only the portion of larger aggregates contributes to the multiple scattering regime. The concentration used in the simulation may thus be smaller. Second, the numerical simulations performed in [Chekroun et al., 2012] show that aggregate concentration mainly acts as a scale factor for the effective phase velocity and concentrations up to 12% (see Fig. 9 in [Chekroun et al., 2012]). By definition, a scale factor does not modify a relative measurement (but does modify an absolute measurement). In order to analyze the impact of dispersion phenomena due to scattering on the inversion of surface wave dispersion curves using simple tools, the following discussion will consider a 12% aggregate concentration, which yields good insight into the dispersion of elastic waves. Since the ISA, CN and WT models all provide practically the same result at this concentration level, the ISA model has been chosen in this paper by virtue of being the simplest.

Of course, it would be more complete to take into account the whole content of aggregates. In that respect, some effective medium theory (*e.g.* the Iterative Effective Medium Approximation (IEMA) method) may be investigated in order to incorpore the true aggregate density in the model, as it has been proven by experimental investigations [Aggelis et al., 2004].

In a 2D acoustic problem, ISA possesses a simple form, whereby the effective wavenumber k_e obtained with ISA is correlated with the matrix wavenumber k by [Derode et al., 2001, Chekroun et al., 2009] :

$$(k_e a)^2 = (ka)^2 - \frac{4iC}{\pi} f(0)$$
(A.2)

where C is the concentration of inclusions with radius a, and f(0) is the far-field pattern of a single inclusion in the forward direction. Note that the wavenumber in the mortar is evaluated thanks Tab.A.1. In some sense the effective matrix properties take into account the reminder aggregates that are neglected with the underestimation of C.

For dilute media and low contrast, the perturbation is small and a first-order Taylor expansion

leads to :

$$k_e a = ka - \frac{2iC}{\pi} \frac{f(0)}{ka} \tag{A.3}$$

It is worth noting that expressions (A.2) and (A.3) involve the far-field pattern f(0), which implies an infinite medium, i.e. scatters are in the far field in relation to each other. The effective wavenumber k_e is thus defined in an infinite heterogeneous medium.

Because f(0) is complex, the coherent wavenumber is a complex function of frequency and can be broken down as : $k_e = \omega/(c + \Delta c) + i\alpha_e$, where Δc is a velocity shift and α_e the attenuation. Both are real parameters varying with frequency and induced by multiple scattering. Once again, a first-order expansion leads to :

$$\frac{\Delta c}{c} = -\frac{2C}{\pi} \Im\left(\frac{f(0)}{(ka)^2}\right) \tag{A.4}$$

Hence, the relative velocity variation is linear with respect to aggregate concentration and mainly exists at low frequency.

In the present case of an elastic problem, the wavenumber $k_{e,p}$ is computed with the wavenumber of matrix k_p and the far-field pattern. P-to-S mode conversion is taken into account during the scattering process. The same steps are performed for $k_{e,s}$, with s replacing p.

A.3.3 Quasi-static model

In order to compare the results obtained with ISA homogenization, two quasi-static models, i.e. frequency independent, are presented. One is a good approximation of the lowest frequencies and the other, an upper limit on the frequency range employed. The frequency independence suppose that there is no dispersion due to the scatters. So the inversion results are constant with depth.

In [Christensen and Lo, 1979], Christensen and Lo's homogenization presents solutions for the effective stiffness of a material with cylindrical inclusions. These inclusions are contained in a macroscopically isotropic composite medium. This quasi-static model comprises three phases : the cylindrical inclusion, a cylindrical annulus of matrix material, and an outer region of equivalent homogeneous material extending infinitely. The relative volumes of inclusions to the matrix annulus in the three phase models are set as the given volume fractions of the inclusion phases in the heterogeneous soil at great depth [Chammas et al., 2003]. At a weak concentration, (i.e. a single-scattering assumption) and under linear elasticity conditions, the shear modulus and bulk modulus are as follows :

$$\frac{\mu_e}{\mu_0} = 1 + \frac{C}{\frac{\mu_0}{\mu_1 - \mu_0} + \frac{K_0 + \frac{7}{3}\mu_0}{2K_0 - \frac{8}{3}\mu_0}}$$
(A.5)

and

$$K_e = K_0 + \frac{C(K_1 - K_0)}{1 + \frac{(1 - C)(K_1 - K_0)}{K_0 + \frac{4}{2}\mu_0}}$$
(A.6)

with C the concentration of inclusions, μ_1 the shear modulus of inclusions, μ_0 the shear modulus of the matrix, K_1 the bulk modulus of inclusions, and K_0 the bulk modulus of the matrix. Chammas et al. [Chammas et al., 2003] showed that for wavelengths greater than 7.5 times the radius of the inclusions, surface waves could be used to recover $c_{e,s}$. With the bulk modulus, shear modulus and average density in Eq. A.7, we are able to calculate the shear and compression wave velocities in Eqs. A.8 and A.9.

$$\bar{\rho} = (1 - C)\rho_0 + C\rho_1 \tag{A.7}$$

where ρ_1 and ρ_0 refer to the aggregate and mortar density, respectively, and are given in Table A.1.

$$c_{e,s} = \sqrt{\frac{\mu_e}{\rho}} \tag{A.8}$$

$$c_{e,p} = \sqrt{\frac{K_e + \frac{4}{3}\mu_e}{\rho}} \tag{A.9}$$

As Chammas et al. showed in [Chammas et al., 2003], the Christensen and Lo homogenization provides a good approximation of the lowest frequencies.

The second quasi-static model used to compare results is the mean phase velocity (Eq. A.10).

$$\bar{c} = C \cdot c_1 + (1 - C) \cdot c_0 \tag{A.10}$$

with c_1 the shear or compression wave velocity of inclusions, and c_0 wave velocity of the matrix. According to [Chekroun et al., 2012], it can be observed that the mean phase velocity is an upper limit on the frequency range employed.

A.3.4 Coherent surface waves

According to the effective wavenumbers $k_{e,p}$ and $k_{e,s}$, obtained using ISA or Christensen and Lo (CL), the effective wavenumber of the Rayleigh wave is numerically computed according to Eq. A.1. Note that in the ISA homogenization case, k_s and k_p are complex and lead to a complex effective wavenumber for the Rayleigh wave.

In imposing homogenized bulk wavenumbers in the Rayleigh wave transcendental equation, Eq. A.1 becomes an assumed approximation. One of the main components for the homogenization proposed by ISA (or WT, or CN) is the far-field pattern, which is computed for an inclusion embedded in an infinite matrix. In the presence of a free surface, this far-field pattern is modified in order to take into account the boundary condition at the interface. In particular, the far-field pattern becomes dependent on inclusion depth. To the best of our knowledge, no work has been performed to take into account this boundary in MST. Hence, by imposing ISA and CL bulk wavenumbers in Eq. A.1, we are simply assuming that the effective properties of a medium are the same whether for an infinite or semi-infinite medium.

The Rayleigh wave dispersion curve obtained with the homogenization proposed by ISA, CL and mean phase velocity is represented in Figure A.1. The dispersion curve is in qualitative agreement with other experimental result found in mortar [Aggelis and Shiotani, 2007].

A.4 Objective

The objective of this paper is to use surface waves in order to evaluate the mechanical properties of cover concrete. A cover concrete usually displays properties that continuously vary with



FIGURE A.1 – Dispersion curve of effective Rayleigh waves in (a) frequency and (b) wavelength, with the Rayleigh wave phase velocity from the ISA homogenization shown in black, the Christensen and Lo homogenization in orange, and the mean phase velocity in blue.

depth, and this effect becomes magnified by the presence of degradations. As an example, a variation in porosity with depth causes a velocity gradient in the concrete [Lu et al., 2011]. In the case of a homogeneous medium whose mechanical properties vary with depth (i.e. a discrete multilayer or gradient), the surface waves are dispersive [Bodet, 2005]. An analysis of surface wave dispersion enables, in theoretical terms, reconstructing a porosity-depth profile by applying an inversion procedure [Sambridge, 1999, Lai and Rix, 1998].

The problem lies in the fact that the wavelengths required to investigate cover concrete are comparable in size to the larger concrete heterogeneities, namely aggregates, thus resulting in propagation within a multiple scattering regime and inducing a second dispersion origin.

These two dispersion phenomena will be noticed, upon applying inversion procedures to common surface wave velocity dispersion, as variations in mechanical properties with depth. It is important therefore to quantify the relative influence of these two effects on the dispersion of inverse procedure results.

To further contribute to this open debate, the following question is addressed : what is the porosity estimation error stemming from the heterogeneous nature of concrete in the context of : 1) a sound concrete (no gradient) probed by surface waves ; and 2) the inversion of surface wave dispersion curves under the assumption of a layered, elastic homogeneous medium.

A.5 Inverse problem

A.5.1 Multilayer forward problem

The computation of theoretical dispersion curves is based on the eigenvalue problem described in [Thomson, 1950] and [Haskell, 1953], as subsequently modified in [Knopoff, 1964, Dunkin, 1965, Herrmann, 1987]. The forward problem has been implemented in GPDC [Wathelet, 2008] for geophysical problems.

The forward problem computes the dispersion curves of surface waves for a layered medium composed of N-1 layers over a semi-infinite layer. The number of layers, N, is imposed by the operator and the thickness of each layer is parameterized by its bottom depth h. The N layers are composed of both homogeneous and elastic materials. Each layer is thus characterized by 4

parameters : c_s , h, c_p , and ρ , in decreasing order of influence.

Due to their relatively little influence [Xia et al., 1999] on surface wave dispersion curves, the density of all layers has been set at the average density $\rho = \bar{\rho} = 2117 \text{ kg.m}^{-3}$, with C = 12%, while the longitudinal wave velocity has been set at Christensen and Lo's homogenization $c_p = c_{e,p} = 3976 \text{ m.s}^{-1}$. Finally, each layer is only characterized by 2 parameters : its shear wave velocity c_s and its bottom depth h.

A.5.2 Optimization

For such complex problems, in which estimations are nonlinearly correlated with physical parameters, the error function may have a large number of minima. A local inversion algorithm [Menke, 1989, Tarantola, 2004] uses a steepest descent criteria to locate a minimum within the parametric region of the initial estimation. This type of algorithm must be employed if a precise initial estimation is available, which is not the case here.

Global optimization methods [Lomax and Snieder, 1994, Sambridge, 1999] span the entire estimation domain, in order to avoid attracting a local minimum. These methods are especially well adapted to nonlinear or inversion problems involving a large estimation domain.

An improved neighbourhood algorithm has been proposed by Sambridge [Sambridge, 1999] that considers a complex estimation domain induced by physical constraints during dispersion curve inversion. In this algorithm, the estimation is performed by the multilayer forward problem. The unknowns of the inversion problem are used to define a parameter vector. For each iteration, the algorithm generates a number of parameter vectors in a pseudo-random way under the parameterization constraints and moreover calculates the associated surface wave phase velocities $c_r^e(f)$ in the same frequency range (hereafter called the "estimation"). The reference dispersion curve $\hat{c}_r(f)$ is compared with the estimations $c_r^e(f)$ in a least-squares sense to yield the misfit value. In this iterative algorithm, the estimation domain is discretized with Voronoi cells, whose geometry is adapted at each iteration so as to refine the domain of interest. The algorithm takes into consideration all information obtained during preceding iterations.

The neighbourhood algorithm has been implemented in DINVER [Wathelet, 2008] for geophysical problems. The order of magnitude for lengths in DINVER is the meter and Hz for frequency. In accordance with [Bretaudeau, 2010], we applied a scale factor of 1/1000 for frequency and 1000 for length to process our data. For the sake of clarity, all of the results below will be presented for the physical dimensions of our problem (i.e. mm and kHz).

A.5.3 Error function and *a priori* information

The error function \mathcal{E} measuring the relative error in a least-squares sense along the frequency band is :

$$\mathcal{E} = \sqrt{\frac{1}{n_F} \sum_{j=1}^{n_F} \left(\frac{\hat{c}_r(f_j) - c_r^e(f_j)}{\hat{c}_r(f_j)}\right)^2}$$
(A.11)

The choice of relative error in Eq. A.11 has been based on the discussion in Section A.3.2. This error function does not introduce frequency weighting. These weights are generally related to data uncertainty. In our case, the data originate from simulations; hence, certain frequency bands do not need to be favored.

When N layers are considered, the number of unknowns (inversion parameters) equals 2N: c_s , and h for each layer. In an isotropic elastic medium the shear wave velocity c_s is linked to a given c_p with the Poisson ratio ν as :

$$c_s^2 = cp^2 \frac{1 - 2\nu}{2(1 - \nu)}.$$
(A.12)

Considering a fixed value for $c_p = 3976 \text{ m.s}^{-1}$ and realistic values for ν in [0.16; 0.32], the unknown parameter c_s must lie in the interval [2045; 2529] m.s⁻¹.

The bottom depth h_i of each layer i (with i = 1, ..., N-1) may be set by the algorithm with respect to the following constraint :

$$0 \le h_{i-1} \le h_i \le H \tag{A.13}$$

The depth of the deeper bottom layer H is set at $\lambda_{max}/2$.

Finally, Table A.2 summarizes the estimations intervals and the values of the parameters used in the inversion procedure.

$c_p \ [\ {\rm m.s^{-1}} \]$	$c_s \ [\ {\rm m.s^{-1}} \]$	ho [kg.m ⁻³]	<i>H</i> [mm]
3976	[2045; 2529]	2117	35

TABLEAU A.2 – Values and intervals for each physical parameter.

The reference phase velocity dispersion curve $\hat{c}_r(\omega)$ is computed using the ISA model, in the frequency range $f \in [30, 300]$ kHz, in accordance with Section A.2.2. The selected frequencies lie in the validation domain of ISA [Chekroun et al., 2012]. MST are not quasi-static models, and the ISA model fails at very low frequencies. From an experimental point of view, this frequency range may be obtained by a transient source with a central frequency around 100 kHz. Let's consider here an infinite signal-to-noise ratio defined as the power ratio between signal and noise.

Figure A.2 presents the misfit coefficient vs. number of samples for a dispersion curve computed using a constant sampling wavelength and frequency with a 3-layer parameterization. According to this figure, a constant sampling frequency yields a better estimation. Using a constant sampling frequency Δf (instead of a constant sampling wavelength) results in a non-uniform spatial resolution along the investigation depth. The dispersion curve resolution is better at higher frequencies. In practice, $\Delta f = 27$ Hz, which leads to an evaluation of : $n_f = (300, 000 - 30, 000)/27 = 1,000$ samples. The main quantities involved are summarized in Table A.3.

Minimum frequency	30 kHz
Maximum frequency	300 kHz
Minimum surface wave wavelength (λ_{min})	$7\mathrm{mm}$
Maximum surface wave wavelength (λ_{max})	$70\mathrm{mm}$
Sampling frequency (Δf)	$27\mathrm{Hz}$

TABLEAU A.3 – Model scale factors.



FIGURE A.2 – Misfit vs. number of samples for a dispersion curve computed using a constant sampling wavelength (red) and frequency (blue), with a 3-layer parameterization.

A.5.4 Iterative procedure

In the first iteration, 50,000 simulations are performed with the multilayer model, with each simulation corresponding to a set of $\{c_{si}, h_i\}$ for each of the N layers included in the model. The values of c_{si} and h_i are randomly selected to respect the interval defined in Table A.2 and Eq. (A.13). For each of these simulations, the estimated surface wave phase velocity $c_r^e(f)$ at each frequency is computed and compared to the reference $\hat{c}_r(f)$ according to Eq. A.11.

At each iteration, the 500 simulations providing the lowest error functions are kept and 500 additional sets of $\{c_{si}, h_i\}$ are generated from these results. The algorithm is stopped after 100 iterations. A total of 100,000 simulations were performed during the entire inversion process. The estimated results, as presented hereafter, correspond to the 500 best simulations found during the final step.

A.6 Effective layered media related to measurements in a heterogeneous medium

In this study, the number of layers N is set at 2 and then 3.

A.6.1 Parameterization of a medium with 2 homogeneous layers

The dispersion curves estimated by the inversion algorithm are given in Figure A.3. We observe that these estimations can be cast into 2 distinct beams characterizing 2 families of solutions. Their misfit values are greater than 0.001, which underlines the non-unicity of the inverse problem and, more importantly, the fact that the inverse problem is ill-posed, i.e. no solution exists. Moreover, both these families of solutions overestimate the velocities for wavelengths shorter than 14 mm ($f \ge 150 \text{ kHz}$).

The shear velocity profile output by the inverse problem is given in Figure A.4. For the sake of clarity, only the mean and standard deviation of the parameters are plotted and compared to the corresponding matrix and inclusion properties as well as to the quasi-static CL homogenization values (see Section A.3.3). It can be noticed that the standard deviation of the shear wave velocity is greater than 170 m.s^{-1} for the first layer. This result confirms the non-unicity of the ill-posed inverse problem : some estimated models feature a shear wave velocity slower than the shear wave velocity of the matrix.



FIGURE A.3 – N = 2 - Dispersion curves of the 500 best solutions. The colorbar indicates the value of \mathcal{E} . Graphs are shown as a function of wavelength. The black curve represents the reference dispersion curve \hat{c}_r .

Moreover, it must be underscored that even though the maximum bottom depth was $H \sim 35 mm$, still the position of the top layer is rather low : around 8 mm.



FIGURE A.4 – N = 2 - Estimation of c_s for each layer shown in black. The error bar depicts the mean and standard deviation of the depth and mechanical properties. The matrix, aggregate, the mean velocity and Christensen and Lo's estimation are given in red, pink, blue and yellow, respectively.

A.6.2 Parameterization of a medium with 3 homogeneous layers

In order to improve the dispersion curve estimations, especially in the short wavelength range, the number of layers has been increased to 3. The dispersion curves of inversion results are shown in Figure A.5. The solutions for this 3-layer model are in better accordance with the reference dispersion curve than in the case of a 2-layer model (Fig. A.3).

The inversion is unable to reconstruct the dispersion curve in the low-frequency domain $(f \leq 50 \text{ kHz})$, which corresponds to $\lambda \geq 40 \text{ mm} > \frac{\lambda_{max}}{2}$. Any interpretation of the estimation of deeper properties must not be overemphasized despite its similarity to the Christensen and Lo value. The multiple layers may be considered as a possible explanation. Adding layers leads to a better fit without altering the general trend, as discussed below (sensitivity to inclusion size). Furthermore, the reconstruction of the dispersion curve is excellent for $f \geq 50 \text{ kHz}$, hence for the shortest wavelengths ($\lambda \leq 40 \text{ mm}$). It can be noticed that the estimated dispersion curves are confined into a single beam for $f \gtrsim 50 \text{ kHz}$, which may imply that the layer discretization is sufficient to define an inverse problem with a unique solution.



FIGURE A.5 – N = 3 - Dispersion curves of the 500 best solutions. Graphs are shown as a function of wavelength. The black curve represents the reference dispersion curve \hat{c}_r .

The estimated parameters are given in Figure A.6. In this case the maximum depth of the final layer is approx. 14 mm.In focusing on the obtained estimation, two points must be highlighted. First, the standard deviation of the estimated shear wave velocity is less than 10^{-10} m.s⁻¹, which confirms that the inverse problem converges to a unique solution. The advantage of the three-layer model is clear in comparison to the two-layer model : all estimations have a misfit value less than 3.10^{-4} . Second, the first layer has a bottom depth of around 0.2 mm, i.e. 35 times less than the minimum surface wave wavelength. This layer displays a very low shear wave velocity, i.e. around 2, 187 m.s⁻¹ (not visible on Fig. A.6), and is an artefact due to the fact that the forward model approximates a heterogeneous medium by means of layered homogeneous models. This point must not be overlooked since the dispersion curve calculated from estimated parameters without this small layer (Fig. A.7) differs from the estimated dispersion curve.



FIGURE A.6 – N = 3 - Estimation of c_s for each layer shown in black. The error bar indicates the mean and standard deviation of the depth and mechanical properties. The matrix, aggregate, the mean velocity and Christensen and Lo's estimation are displayed in red, pink, blue and yellow, respectively.

Lastly, the conclusion can clearly be drawn that three layers seem to be sufficient for estimating the dispersion curve over a large frequency range. It is worth noting that the position of layer 3 is around $\lambda_0/2$, where λ_0 is the wavelength at which the dispersion curve is maximum : $\lambda_0 = 15$ mm in our case. This dispersion curve maximum is correlated with the aggregate resonance [Lagendijk and van Tiggelen, 1996], which occurs for $\lambda \sim d$, where d is the aggregate diameter. The shear wave velocity of the third (semi-infinite) layer is 2, 258 m.s⁻¹, whereas the shear wave velocity of the second layer, from 0.2 mm to 15 mm, equals 2, 281 m.s⁻¹, (4 m.s⁻¹ higher than the mean shear wave phase velocity). In other words, this inversion result leads to the following assertion : the surface wave propagates in a heterogeneous medium like in a



FIGURE A.7 – Dispersion curve calculated with estimated parameters in yellow, without the first small layer in red; the ISA homogenization is shown in black.

layered medium composed of a homogeneous medium containing a fast-velocity layer with a thickness relative to d from the free surface.

A.6.3 Relationship between inclusion radius and depth of the second layer

This section will discuss the assumption that the second layer is correlated with the inclusion radius. Figure A.8 presents the dispersion curves for an inclusion radius range $a \in [4, 12]$ mm, within the frequency range $f \in [30, 300]$ kHz, i.e. in the wavelength range $\lambda \in [6.95, 69.6]$ mm.



FIGURE A.8 – Rayleigh wave dispersion curves with an inclusion radius range $a \in [4, 12]$ mm, in (a) frequency and (b) wavelength.

The inversion parameterization is the same as in Section A.6.2 for the three homogeneous layers.

Figure A.9 shows the shear wave profiles after inversion. The bottom depth estimation of the second layer increases linearly with the inclusion radius, whereas its velocity equals $2,282 \text{ m.s}^{-1}$ regardless of the inclusion radius (Fig. A.10). The parameters obtained from the linear regression of Eq. A.14, on this bottom depth estimation vs. inclusion radius, are listed in Table A.4.

$$h_2 = \alpha \cdot a + \beta \tag{A.14}$$

The value of the correlation coefficient R is relatively close to 1, which means that Eq. A.14 correctly describes the relationship between the bottom depth estimation of the second layer and the inclusion radius. The surface wave therefore propagates in a heterogeneous medium like in



FIGURE A.9 – N = 3 - Estimation of c_s for $a = 4, \dots, 12 \text{ mm}$ shown respectively in the yellow, magenta, blue, red, green, dark blue, black, purple and brown dashed lines. The shaded part indicates the artefact due to approximation of the forward model. All other conventions are the same as in Fig. A.4.

$h_2 = \alpha \cdot a + \beta$	Parameter	Standard deviation of parameter
α	2.38	0.033
eta	0.33	0.27
Correlation coefficient R	0.999	

TABLEAU A.4 – Numerical parameters obtained from the linear regression on the bottom depth estimation of the second layer vs. inclusion radius.

a layered medium composed of a homogeneous medium containing a fast-velocity layer close to the mean shear wave velocity, with a thickness relative to d from the free surface in Eq. A.14.



FIGURE A.10 – Estimated bottom depth of the second layer h_2 vs. inclusion radius in blue - linear regression in black.

A.6.4 Discussion

The best estimation was found for the parameterization of N = 3 homogeneous layers (Table A.2, Fig. A.5). At shorter wavelengths $\lambda \leq 14 \text{ mm}$ ($f \geq 150 \text{ kHz}$), the velocity of the second layer agrees with the weighted mean velocity of the shear waves. This result is consistent

$\bar{\beta}$ [celerity/porosity]	Full saturation	Partial saturation	Dry
Compression wave	118	105	86
Shear wave	67	72	66

TABLEAU A.5 – Sensitivity of compression and shear wave velocities relative to porosity percentage : $\bar{\beta} = -\partial c / \partial \phi$ from the data in [Lafhaj et al., 2006].

with [Chekroun et al., 2012]. At longer wavelengths $\lambda \gtrsim 40 \text{ mm}$ ($f \lesssim 50 \text{ kHz}$), the inversion converges in depth on Christensen and Lo's homogenization. This result agrees with [Chammas et al., 2003], who demonstrated that for a wavelength longer than 7.5 times the inclusion radius, the surface wave can be used to estimate the medium properties with Christensen and Lo's homogenization.

Hence, for the following discussion, the estimation with a parameterization of N=3 homogeneous layers (Fig. A.5) will be adopted.

A.6.4.1 Relationship between velocity and porosity

The relationship between velocity and porosity has been studied experimentally by Lafhaj et al. [Lafhaj et al., 2006, Goueygou et al., 2009] for mortar at various water saturation levels. Ultrasonic time-of-flight measurements were conducted with a pulse mode signal in the 0.5-1 MHz frequency range, over which wavelengths are longer than mortar inhomogeneities and dispersion remains small. The variations of velocities of both compression and shear waves in various mortars exhibit the differences of w/c ratios of the mortars, and hence the differences of porosities ϕ . This experimental investigation leads to a linear relationship with a correlation coefficient higher than 0.95 for the two wave modes, Eq. A.15.

$$c = \bar{\alpha} - \bar{\beta} \cdot \phi \tag{A.15}$$

Slope $\overline{\beta}$ is of particular interest since it indicates the sensitivity of velocity with respect to porosity. This slope, computed with the data given in [Lafhaj et al., 2006], is provided in Table A.5.

A 1% gain in porosity thus induces a reduction of around 100 m.s^{-1} in compressional velocities and 70 m.s^{-1} in shear velocities. These velocity variations both amount to about 3% of the actual wave velocities. It is important to note that this sensitivity is nearly unchanged by either the water saturation level or w/c ratio. In other words, the measurement of ultrasonic velocities with a resolution less than 3% may be a good candidate for estimating porosity with a resolution less than 1%, even in a real configuration where water saturation is typically an environmental uncertainty.

A.6.4.2 Error in the porosity estimation of concrete due to heterogeneities

Let consider a situation where surface waves are used to probe sound concrete characterized by no gradient of material properties. In a classical context, the surface wave dispersion curves are inverted under the assumption of a layered medium, see Section A.6.2. Due exclusively to the multiple scattering regime, which lies at the origin of the dispersion, the ground profile estimations leads to a variation in shear wave velocity with depth. In other words the presence of large granulates induces a bias that is materialized by a gradient of material properties if a multiple layer model is used for inversion. We aim to address the following question : *if porosity is evaluated thanks to Eq. A.15 for each layer, what is the corresponding (erroneous) porosity*

gradient?

To quantify the relative influence of the dispersion induced by multiple scattering on results of the inverse procedure, we have analyzed the variations δc in shear wave velocity vs. depth. The corresponding bias in the porosity $\delta \phi$ of concrete can be estimated according to the relationship between velocity and porosity (Eq. A.15), indeed $\delta \phi = \delta V/\bar{\beta}$.

Between the second and third layer, the shear wave celerity variation in Fig.A.6 is $\delta V = 23 \text{ m.s}^{-1}$ (the variations between the first thin layer and the second layer is not taken into account for the reason given in section A.6.2). The associated variations in porosity have been calculated for $\bar{\beta}$ corresponding to full saturation, partial saturation and dry concrete according to Tab. A.5 [Lafhaj et al., 2006]. We obtains $\delta \phi = 0.34\%$, 0.31% and 0.34% respectively.

These porosity variations are much lower than the actual porosity gradient observed in sound and carbonated concrete (about 3%), as reported in the literature [Villain and Thiery, 2006, Villain et al., 2010, Martin et al., 2013]. The influence of the multiple scattering effect on the estimation of porosity in concrete resulting from the inversion of the surface wave dispersion curve can be neglected, with an error around $\pm 0.3\%$ on porosity variation. This error in porosity estimation is comparable to that obtained by gammadensimetry technique, [Villain and Thiery, 2006], and smaller than the error of $\pm 1.5\%$, obtained by water intrusion porosimetry, [Baroghel-Bouny et al., 2007].

A.7 Concluding remarks

The objective of this study has been to evaluate, through an inversion procedure, the error in porosity estimation resulting from the heterogeneous nature of concrete. In the context of a sound concrete probed by surface waves, the inversion of the surface wave dispersion curves has been performed under the assumption of a layered medium. An Independent Scattering Approximation has been employed with the highest concentration of heterogeneities (12%), in taking into account the phenomenon of multiple scattering in an elastic matrix with circular elastic inclusions. Moreover, the inversion has been performed using a neighbourhood algorithm.

It has been demonstrated that when considering an effective Rayleigh wave in the inverse problem, a surface layer with a depth close to the inclusion diameter appears if the hypothesis of an equivalent homogeneous medium has been adopted. With a model relating shear wave velocities with porosity after inversion, the velocity profiles correspond to porosity variations of less than 0.34%. These variations may be smaller than the gradient of porosities in sound and carbonated concrete, as reported in the literature.

This study has not taken into account the wall effect [Zou and Yu, 1995, Xu et al., 2013], which creates a density gradient between the interface up to a depth corresponding to the inclusion radius. This gradient, which runs in the opposite direction from that due to multiple scattering, stems from a higher concentration of fine elements on the surface inherent to the casting process. Furthermore, it is important to place these results into perspective by considering noise in the measurements (i.e. the signal-to-noise ratio level), which from an experimental standpoint means that the thin layer artefact would be diminished.

Lastly, the methodological work presented in this paper may be adapted to other validated homogenization procedures with over 12% aggregate concentration as well as to other error estimations for intrinsic properties of concrete probed by surface waves, such as for carbonation or water content.

Acknowledgments

The authors gratefully acknowledge the support provided by Robert Sachs a native English speaker commissioned to proofread the final version of this paper.



Annexe B



DESCRIPTION

F50 is a filled urethane suitable for mass casting applications up to 4 inches (100 mm) thick. Through the use of additional fillers such as Axson Z 30150 (alumina trihydrate, ATH) and Z 3085 (aluminum), properties are enhanced for a variety of applications. The use of the fillers also allow for a much thicker casting in one pour, up to 16 inches (400 mm).

APPLICATIONS

- Prototypes, patterns and core boxes
- Stamping tools •
- Hammer forming tools •

- Trim, holding, and checking fixtures
- Negatives
- Thermoforming tools

- PROPERTIES
- Low exotherm
- High thickness castings
- Additional fillers can be added for specific applications
- Low shrinkage
- Good adhesion between successive layers
- Rapid demolding

PHYSICAL PROPERTIES				
		F50 Part A	F50 Part B	
Composition		Isocyanate	Polyol	
Mix ratio by weight		50	100	
Aspect		Liquid	Liquid	
Color		Dark amber	Light beige	
Mixed viscosity at 77° F (25° C) (mPa.s)	ASTM D2393		350 ⁽¹⁾ 7,500 ⁽²⁾ 20,000 ⁽³⁾	
Mixed specific Gravity at 77° F (25° C)	ASTM D792		1.30	
Pot life at 77° F (25° C) 500 gram mass in minutes	ASTM D2471		35 - 50	
Demold time (hours)			6 - 12	

⁽¹⁾No additional filler

⁽²⁾180 Parts Z 30150 per 100 parts F50 Part B Polyol

⁽³⁾240 Parts Z 30150 per 100 parts F50 Part B Polyol

PROCESSING

Thoroughly mix the part B (polyol) separately until a homogeneous mixture is obtained. Weigh and mix the components together according to the given ratios at a temperature greater than 64° F (18° C). Mix any additional filler homogeneously according to the indicated mix ratio. Before casting ensure parts or molds are clean and free of any trace of moisture.

AXSON NA USA 1611 Hults Drive
 Tel.
 (++49)
 60 74 407110

 48827
 Tel.
 (++49)
 60 74 407110

 7el.
 (+17)
 663-8191
 AXSON Italie

 Fax
 (517)
 663-9523
 Saronno

 Email : info@axson-na.com
 Tel.
 (++39)
 02 96 70 23 36

AXSON GmbH Dietzenbach

AXSON IBERICA Barcelona Tel. (++34) 93 225 16 20 AXSON UK Limited

Newmarket Tel. (++44) 1638 660 062

AXSON BRASIL Sao Paulo Tel. (++55) 11 5687 7331

Mexico DF Tel. (++52) 55 5264 49 22

AXSON MEXICO

AXSON SHANGHAI AXSON JAPAN Shanghai Tel. (++86)-58 68 30 37 OKAZAKI CITY Tel.(++81) 564 26 2591

AXSON France Cergy Tél. (++33) 1 34 40 34 60 Email : axson@axson.fr

Page 1/2- February 29, 2008



MECHANICAL and THERMAL PROPERTIES ⁽¹⁾					
Properties	Method	Unit	0 ⁽²⁾	180 ⁽²⁾	240 ⁽²⁾
Maximum casting thickness		Inches (mm)	4 (100)	10 (250)	16 (400)
Volumetric weight		lbs/in ³ (g/cc)	0.047 (1.30)	0.063 (1.75)	0.065 (1.80)
Hardness	ASTM D2240	Shore D1	83	85	86
Flexural Strength	ASTM D790	psi (MPa)	11,600 (80)	7,500 (52)	8,700 (60)
Flexural Modulus	ASTM D790	psi (MPa)	392,000 (2,700)	754,000 (5,200)	1,407,000 (9,700)
Compressive Strength	ASTM D695	psi (MPa)	12,300 (85)	13,100 (90)	13,800 (95)
Shrinkage	ASTM D2566	%	0.05	0.03	0.03
Coefficient of Thermal Expansion	TMA	ppm/° F (° C)	42 (75)	29 (53)	28 (50)
Тд	TMA	° F (° C)	150 (65)	150 (65)	150 (65)

⁽¹⁾ The above properties were obtained under laboratory conditions using standardized specimens. Cured 14 hours at 140° F (60° C)

⁽²⁾ Parts Z 30150 per 100 parts F50 Part B Polyol

STORAGE CONDITIONS

Product is guaranteed for 12 months in a dry place and in original unopened containers at a temperature between $59 - 77^{\circ} F (15 - 25^{\circ} C)$. Any opened can must be tightly closed.

HANDLING PRECAUTIONS

Normal health and safety precautions should be observed when handling these products :

- Ensure good ventilation
- Wear gloves, safety glasses and impervious clothes.

For further information, please consult the material safety data sheet.

GUARANTEE

The information contained in this technical data sheet result from research and tests conducted in our Laboratories under precise conditions. It is the responsibility of the user to determine the suitability of AXSON products, under their own conditions before commencing with the proposed application. AXSON guarantee the conformity of their products with their specifications but cannot guarantee the compatibility of a product with any particular application. AXSON disclaim all responsibility for damage from any incident which results from the use of these products. The responsibility of AXSON is strictly limited to reimbursement or replacement of products which do not comply with the published specifications

Page 2/2- February 29, 2008

AXSON NA USA 1611 Hults Drive Eaton Rapids, MI 48827 Tel. (517) 663-8191 Fax (517) 663-0523 Email: info@axson-na. **AXSON GmbH** Dietzenbach Tél. (++49) 60 74 407110

 Tel.
 (517) 663-8191
 AXSON Italie

 Fax
 (517) 663-0523
 Saronno

 Email : info@axson-na.com
 Tel. (++39) 02 96 70 23 36

AXSON IBERICA Barcelona Tel. (++34) 93 225 16 20

Newmarket Tel. (++44) 1638 660 062

AXSON UK Limited

AXSON BRASIL Sao Paulo Tel. (++55) 11 5687 7331

Tel. (++55) 11 5687 7331 AXSON MEXICO Mexico DF Tel. (++52) 55 5264 49 22 **AXSON SHANGHAI** Shanghai Tel. (++86)-58 68 30 37 AXSON JAPAN OKAZAKI CITY Tel.(++81) 564 26 2591

AXSON France Cergy Tél. (++33) 1 34 40 34 60 Email : axson@axson.fr





Thèse de Doctorat

Vincent MÉTAIS

Auscultation avec les ondes de surface de matériaux très hétérogènes

Characterization of heterogeneous materials with ultrasonic surface waves

Résumé

Le diagnostic des structures et l'évaluation de leur durée de vie est une problématique importante pour le génie civil. La première couche de béton, appelée béton d'enrobage, qui protège les armatures d'acier de la corrosion, est particulièrement soumise aux dégradations. Parmi les méthodes de contrôle non destructif, les ondes mécaniques ont un fort potentiel pour déterminer les propriétés mécaniques des matériaux. Or la détermination des caractéristiques mécaniques des premiers centimètres de béton est complexe car la profondeur d'investigation souhaitée est de l'ordre de grandeur des hétérogénéités (les granulats). La dispersion de la vitesse des ondes de surface a trois origines : la diffusion multiple, l'effet de paroi et la variation des propriétés mécaniques de la matrice. Une méthodologie, combinant une approche expérimentale et numérique, est proposée pour décrire la propagation des ondes de surface à travers un milieu dont les propriétés mécaniques varient en fonction de la profondeur contenant une surface libre et des inclusions circulaires et avec une taille comparable aux longueurs d'onde, distribuées aléatoirement. Puis un modèle semi-analytique prenant en compte la variation des propriétés mécaniques de la matrice, la diffusion multiple ainsi que l'effet de bord est proposé et implémenté dans un algorithme d'inversion global. Enfin, une application expérimentale sur le suivi de la teneur en eau dans le béton est présentée. Les résultats numériques et expérimentaux obtenus ouvrent des perspectives intéressantes sur le suivi des propriétés mécaniques des matériaux très hétérogènes au cours du temps.

Mots clés

béton, propagation, ondes de surface, diffusion multiple, problème inverse, modélisation numérique, expérimentation, traitement du signal.

Abstract

The diagnosis of structures and the evaluation of their residual timelife is an important issue for civil engineering. The first concrete layer, the cover concrete, which protects the reinforcing steel from corrosion, is particularly subject to damage. Among the non-destructive testing methods, the study of mechanical waves has a high potential for determining the mechanical properties of the material. Determining the mechanical characteristics of the first centimeters of concrete is complex because the investigation depth is about the size of the heterogeneities (aggregates). The surface waves velocity dispersion has three origins: the multiple scattering, the wall effect and the variation of mechanical properties in the matrix. A methodology, combining an experimental and a numerical approach is proposed to describe the wave propagation through a medium whose mechanical properties vary with depth containing a free surface and circular inclusions and with a size comparable to wavelengths randomly distributed. Then a semi-analytical model taking into account the variation of the mechanical properties of the matrix, the multiple scattering as well as the wall effect is proposed and implemented in a global inversion algorithm. Finally, an experimental application to monitor the water content in concrete is presented. The numerical and experimental results open interesting perspectives on monitoring the mechanical properties of heterogeneous materials over time with surface waves.

Key Words

concrete, propagation, surface waves, multiple scattering, inverse problem, experimental and numerical modeling, signal processing.