



**HAL**  
open science

# Intégration de la Compatibilité ElectroMagnetique dans la conception de convertisseurs en Electronique de Puissance.

Jean-Luc Schanen

► **To cite this version:**

Jean-Luc Schanen. Intégration de la Compatibilité ElectroMagnetique dans la conception de convertisseurs en Electronique de Puissance.. Energie électrique. Institut National Polytechnique Grenoble (INPG), 1994. Français. NNT: . tel-01907791

**HAL Id: tel-01907791**

**<https://hal.science/tel-01907791v1>**

Submitted on 29 Oct 2018

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# THESE

présentée par

Jean - Luc SCHANEN

ingénieur ENSIEG

pour obtenir

le grade de DOCTEUR DE

L'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE GRENOBLE

(Arrêté ministériel du 30 mars 1992)

(SPECIALITE: Génie Electrique)

◆◆◆

## Intégration de la Compatibilité ElectroMagnétique dans la conception de convertisseurs en Electronique de Puissance.

◆◆◆

*Date de soutenance: 20 janvier 1994*

<b>JURY:</b>	Monsieur	<b>R. Perret</b>	Président,
	Messieurs	<b>JP. Chabrierie</b>	Rapporteur,
		<b>D. Esteve</b>	Rapporteur,
		<b>A. Coustre</b>	Examineur,
		<b>P. Saguet</b>	Examineur,
		<b>J. Roudet</b>	Examineur.

Thèse préparée au sein du Laboratoire d'Electrotechnique de Grenoble.



## **Avant propos**

Cette thèse s'est déroulée dans le cadre du contrat Européen PROMETHEUS .

Ce projet regroupe différents constructeurs automobile européens, dans le but de prévoir ce que pourra être la voiture du futur.

L'axe PROCHIP du projet PROMETHEUS concerne la partie capteurs et actionneurs. Notre travail au sein de ce contrat touche à l'aspect dimensionnement des convertisseurs embarqués, l'équipement électrique prenant une importance croissante dans l'automobile.

Au sein de PROCHIP, une étroite collaboration s'est nouée avec le CEGELY, en la personne d'Hervé MOREL, créateur de PACTE. Sans lui, aucun résultat de simulation n'aurait pu être obtenu, ce qui aurait enlevé une grande part de l'aspect validation de notre travail.



Je tiens à rendre hommage à Monsieur Jean-Claude SABONNADIÈRE, Directeur du LEG, qui m'a accueilli dans son Laboratoire et a eu la clairvoyance de nous faire entrer dans ce sujet nouveau.

Je remercie Monsieur Daniel ESTEVE, coordinateur de Prochip, ainsi que Monsieur Jean-Pierre CHABRERIE, qui malgré leurs emplois du temps très chargés, ont accepté d'être rapporteurs de cette thèse.

Il me fait très plaisir que Monsieur Robert PERRET soit président de ce jury, lui qui m'a initié à l'Electrotechnique en général et à l'Electronique de Puissance en particulier, et qui n'est certainement pas étranger à mon goût pour ce domaine de la recherche.

Je remercie Monsieur Pierre SAGUET, "l'homme des microondes", qui a consenti à descendre en dessous du gigahertz et à remplacer le micron par le centimètre, pour faire partie de ce jury.

Merci à Monsieur André COUSTRE, qui représente les constructeurs automobiles au sein de ce jury.

*"Ce qu'un homme ne peut faire en cent jours, cent hommes peuvent le faire en un jour".*

Cette devise s'applique tout à fait au LEG, où les possibilités humaines et matérielles offertes sont énormes. Une thèse est aussi un travail d'équipe, quoiqu'on puisse en dire. Que tous ceux qui, au Laboratoire ou ailleurs m'ont aidé, trouvent ici l'expression de ma gratitude, en particulier Hervé MOREL, du CEGELY, père de PACTE, qui a grandement œuvré pour les simulations de ce manuscrit, et Christophe GUERIN, à l'origine de l'implantation des éléments "coques" dans FLUX3D, qui a réalisé les simulations éléments finis trois dimensions de ce travail.

Je ne voudrais pas non plus oublier Jean-Pierre KERADEC, dont les conseils sur les calculs analytiques nous ont été d'un grand secours (comme d'ailleurs ceux sur les vins, mais ça, c'est une autre histoire...) ni Jean-Paul FERRIEUX, qui non seulement m'a soutenu pour la partie "enseignement" pendant ma thèse, mais qui de plus porte "la lourde responsabilité" de m'avoir convaincu de m'engager dans la voie de la recherche.

Merci également à Sylvie PELLETIER, Sandrine FAUCHERY et Josiane EVEN, qui ont assuré la frappe de ce manuscrit; la qualité de leur travail a été telle que je n'ai plus eu qu'à le mettre en forme et à insérer les figures.

Enfin, on ne travaille pas impunément en la compagnie d'un personnage comme James ROUDET...

La qualité de nos relations, qui a largement dépassé le cadre du travail, m'a tant apporté que je resterai longtemps son débiteur. Je souhaite lui dédier ce mémoire, ainsi qu'à ma femme Isabelle. Sans leur soutien et leur compréhension de chaque jour, je ne serais certainement pas arrivé jusqu'au bout.



# Table des Matières

<b>Avant Propos</b> .....	3
<b>I Introduction</b> .....	11
<b>II Inductance - Mutuelle</b>	
II 1 Cadre de l'étude.....	19
II 2 Définitions .....	19
II 2 1 Notion d'inductance et de mutuelle .....	19
II 2 2 Notion d'inductance / mutuelle partielles [1] [2] .....	20
a) Définition.....	20
b) Interprétation .....	21
c) Formules analytiques .....	24
Mutuelle partielle entre conducteurs filiformes.....	24
Mutuelle partielle entre barres .....	25
Application: inductance d'une boucle rectangulaire en circuit imprimé .....	26
d) Inductance / Mutuelle partielles en régime variable.....	27
Convention de signe.....	27
Exemple d'application.....	28
e) Conclusion .....	29
II 3 Les paramètres qui influent sur l'inductance.....	30
II 3 1 Surface des boucles - Proximité.....	30
II 3 2 Géométrie des conducteurs .....	31
a) Section rectangulaire: largeur et épaisseur des pistes.....	31
b) Effet de la section droite des conducteurs sur l'inductance partielle .....	33
Fil cylindrique ou fil méplat?.....	33
Conducteurs méplats: variation à rapport épaisseur/largeur constant .....	35
II 3 3 Plan de masse .....	36
a) Méthode des images - Vérification .....	37
b) Inductance partielle et plan de masse.....	38
II 3 4 Variation d'inductance avec la fréquence.....	41
a) Inductance interne - Inductance externe.....	41
b) Le fil cylindrique .....	41
Inductance interne basse fréquence.....	41
Vérification .....	43



Calcul analytique.....	44
c) Le fil méplat.....	48
Inductance interne .....	48
Variation d'inductance avec la fréquence dans le cas du circuit imprimé .....	50
II 4 Conclusion.....	51
<b>III Mesure d'inductance, de résistance, de mutuelle</b>	
III 1 Le pont de mesure HP4194A. Connectique - Compensation.....	55
III 1 1 Le pont HP4194A .....	55
III 1 2 Connectique .....	56
III 1 3 Compensation .....	58
III 2 Mesure d'inductance, de résistance - Méthode directe.....	60
III 3 Mesure d'inductance - Méthode indirecte .....	64
III 4 Mesure de mutuelle .....	65
III 5 Conclusion.....	66
<b>IV Prédétermination des inductances / mutuelles des conducteurs méplats (barres, circuit imprimé)</b>	
IV 1 Principe .....	71
IV 2 Cas du circuit imprimé .....	71
IV 2 1 Décomposition en circuits filiformes .....	71
IV 2 2 Réduction en schéma(s) équivalent(s) L(f), R(f), M(f).....	72
IV 2 3 Résultats obtenus - Mesures .....	74
Mise en oeuvre.....	74
Mesures sur une boucle rectangulaire.....	76
Autres géométries .....	78
IV 2 4 Influence du plan de masse .....	80
Application - Inductances.....	81
Application - Mutuelle .....	82
IV 2 5 Représentation des inductances et résistances variables avec la fréquence .....	83
IV 2 6 Conclusion - Limites de la modélisation.....	85
IV 3 Géométries tridimensionnelles - Conducteurs de section rectangulaire.....	86
IV 3 1 La formulation pour le calcul de mutuelles entre barres .....	86
IV 3 2 Subdivision non uniforme .....	87
IV 3 3 Résultats obtenus .....	90
IV 4 Conclusion.....	92

<b>V Autres éléments parasites dans la connectique en électronique de puissance</b>	
V 1 Etude des condensateurs de puissance .....	95
V 1 1 Introduction.....	95
V 1 2 Inductance parasite.....	96
V 1 3 Schéma plus complet du condensateur .....	97
V 1 4 Conclusion - Modélisation choisie .....	99
V 2 Les capacités parasites.....	100
V 2 1 Capacité parasite entre une piste et le radiateur .....	100
La formule du condensateur plan.....	100
Des formules empiriques [20] .....	101
Utilisation de la théorie des transformations conformes [26] ....	102
Formulation .....	102
Prise en compte de la longueur finie des pistes .....	102
Comparaison.....	103
Lignes simples de longueurs supposées infinies.....	103
Géométrie plus complexe.....	103
V 2 2 Capacité parasite entre deux barres d'amenée de courant.....	104
Entre deux barres de sections circulaires .....	104
Entre deux barres de sections rectangulaires .....	105
V 2 3 Conclusion.....	106
<b>VI Application à la CAO en Electronique de Puissance - Intégration de la CEM</b>	
VI 1 But recherché.....	109
VI 2 Le convertisseur.....	110
VI 3 Le logiciel PACTE.....	110
VI 4 Modélisation simple du hacheur série .....	112
VI 5 Prise en compte de la CEM .....	120
VI 5 1 Courant de mode commun - RSIL .....	120
VI 5 2 Modèle électromagnétique complet.....	122
VI 5 3 Un phénomène capacitif prépondérant: l'approximation "point milieu"	
.....	124
Application du modèle complet.....	125
Etude de sensibilité sur le modèle complet: influence des mutuelles	
.....	129
Etude de sensibilité sur le modèle complet: influence des inductances	
.....	130
Simulation par PACTE: réduction du modèle complet.....	132
VI 5 4 Prise en compte des autres phénomènes capacitifs: vers	
une approche microonde.....	142
<b>VII Conclusion .....</b>	<b>145</b>



# Introduction



## I Introduction

Le rôle des convertisseurs statiques dans notre société moderne prend une ampleur indéniable, dans toutes les gammes de fréquence, dans toutes les applications, dès lors qu'il s'agit de transformer l'énergie électrique.

Mais chaque médaille a son revers, et si l'électronique de puissance présente de nombreux avantages dans la conversion d'énergie électrique (pas de pièces mobiles, poids, encombrement plus faibles, ...), les fronts de tension et de courant engendrés sont à l'origine de nombreuses perturbations, que ce soit au sein même du convertisseur (surtensions, courants de recouvrement) ou à l'extérieur.

Or, l'augmentation du niveau de technologie des appareils électriques modernes, avec l'introduction quasi systématique d'électronique de commande, de traitement, ... les rend de plus en plus sensibles à la qualité de l'alimentation. En effet, des courants haute fréquence de quelques centaines de milliampères, portés par les fils ou captés par effet de rayonnement, sont susceptibles d'occasionner des chutes de tension importantes (quelques centaines de millivolts) et par là même des dysfonctionnements graves (basculement d'une porte logique, ...).

Au sein même du convertisseur, l'électronique de commande des semi-conducteurs de puissance peut être touchée par ces phénomènes.

D'autre part, les perturbations internes au convertisseur (surtensions, ...) sont à l'origine de pertes supplémentaires, de fatigue des interrupteurs, et se doivent d'être prise en compte dans les étapes de conception et de dimensionnement, à l'heure où qualité et sûreté de fonctionnement sont des critères de choix fréquemment retenus.

L'objectif de ce travail est de progresser dans la démarche consistant à concevoir entièrement par ordinateur un convertisseur statique moderne travaillant à haute fréquence de découpage.

Dans le domaine de l'électronique de puissance rapide, le recours à la réalisation de prototypes s'avère encore indispensable et souvent déterminant pour s'assurer à la fois de la faisabilité et de la fiabilité d'un convertisseur.

Aujourd'hui, il existe des simulateurs de formes d'ondes globales, analogiques ou numériques; ils permettent d'accéder aux allures des courants et tensions pour les différents composants du montage et donc le dimensionnement des composants actifs et passifs en terme de grandeurs moyennes et efficaces.

En outre, ils permettent d'accéder aux régimes transitoires, aux fonctionnements dégradés (simulation de pannes) et d'apprécier le comportement du convertisseur en boucle fermée, lorsqu'ils intègrent des commandes en régulation.

Ces simulateurs sont par exemple suffisants pour la conception de convertisseurs statiques simples, tels que les redresseurs, gradateurs, cycloconvertisseurs, où les fréquences de fonctionnement relativement basses permettent la plupart du temps de ne pas prendre en compte les pertes dues aux commutations. En général, la connaissance du courant moyen et efficace dans le composant semi-conducteur permet de calculer les pertes par conduction en utilisant un modèle rudimentaire de celui-ci, sous forme d'une force électromotrice et d'une résistance série. Le dimensionnement thermique peut alors être effectué.

Dans ce type de convertisseurs, les composants semi-conducteurs utilisés sont souvent lents (thyristor, GTO), et des circuits d'aide sont ajoutés pour permettre les commutations, qui sinon seraient à l'origine de pertes inacceptables. L'utilisation de ces circuits impose les formes d'ondes en commutation, "gommant" ainsi le comportement du semi-conducteur et minimise donc l'influence de la géométrie du câblage.

Mais pour les composants semi-conducteurs rapides, fonctionnant dans des structures dont les fréquences de découpage sont de l'ordre de la centaine de kilohertz voire du mégahertz, les transitions de courant et de tension sont telles qu'il n'est plus possible d'ignorer une inductance de câblage, une capacité parasite de transformateur...

Les problèmes auxquels se heurte le concepteur sont multiples:

- contraintes instantanées à déterminer avec précision, au moins vis à vis de la tension aux bornes des semi-conducteurs,
- pertes par commutation, qui, pour être déterminées, nécessitent la connaissance exacte de la tension et du courant pendant la phase de commutation,
- perturbations réinjectées sur le réseau d'alimentation par le convertisseur, dont l'origine (fronts de tension et de courant) devra être précisément quantifiée,
- à partir des formes d'ondes, quantification des perturbations rayonnées qui, elles, sont directement dépendantes de la géométrie du convertisseur,
- répartition des courants dans des semi-conducteurs mis en parallèle, en liaison avec les problèmes thermiques,
- "design" des circuits d'attaque des semi-conducteurs disposés en parallèle,
- interaction puissance-commande par perturbations conduites ou rayonnées par couplage des cartes entre elles,
- ...

A l'heure actuelle, tous ces aspects sont pris en compte, grâce au savoir faire du concepteur, et la réalisation de prototypes permet la validation.

Les puissances de calcul disponibles aujourd'hui permettent de penser qu'une approche un peu analogue à celle conduite dans la conception des circuits intégrés est envisageable.

Bien sûr, de multiples obstacles restent à franchir :

- la modélisation des circuits qui réalisent les connections entre les différents éléments,
- la caractérisation des composants passifs tels inductances, condensateurs et bien sûr transformateurs,
- la modélisation des semi-conducteurs de Puissance en commutation.

Notre intervention se situe au stade de la modélisation des circuits, en relation étroite avec l'introduction de ces modèles au sein de logiciels de commutation (PACTE en l'occurrence, développé au sein du Centre de Génie Electrique de LYon, par l'Equipe des Composants de Puissance et Applications - CEGELY - ECPA -).

Si ces dernières années l'accent a été fortement mis sur la modélisation des composants passifs, très sollicités par les augmentations des fréquences de fonctionnement des convertisseurs, il n'en reste pas moins vrai que la recherche semble encore très insuffisante dans la mise au point de modèles comportementaux des semi-conducteurs de puissance.

Le logiciel PACTE est un des rares à permettre la simulation d'une cellule de commutation MOS/diode Si.

Des simulateurs comme PSPICE ne proposent pas de modèle de diode de puissance dans les bibliothèques courantes, ou ceux proposés ont des plages de validité si étroites qu'ils sont inutilisables.

Des simulateurs issus de la physique du solide présentent souvent des temps de calcul prohibitifs, si bien que leur mise en oeuvre n'est pas envisageable, d'autant que les modèles mis au point le sont dans des conditions irréalistes du point de vue de l'électronicien de puissance (souvent commutation sur charge résistive, sans diode de roue libre).

Le logiciel PACTE est donc celui que nous avons retenu. L'environnement des semi-conducteurs y sera introduit de manière progressive et validé autant que possible de manière indépendante des modèles des semi-conducteurs, par l'étude du courant de mode commun à l'aide d'un simulateur nodal (CIRCUIT+, développé au Laboratoire d'Electrotechnique de Grenoble). Toutes les formes d'ondes instantanées lors des commutations seront comparées aux mesures, ce qui permettra de vérifier les modélisations adoptées que ce soit sur le plan des interrupteurs ou de leur environnement.

La représentation de l'environnement des semi-conducteurs débutera par une étude théorique préalable des inductances et mutuelles de câblage (chapitre II), complétée et validée par des mesures (chapitre III). Puis une méthode de prédétermination de ces inductances de câblage sera présentée et mise en oeuvre par la réalisation d'un logiciel (chapitre IV).



Cet environnement inductif dû aux connections sera complété par les autres éléments parasites du convertisseur (inductance des condensateurs de puissances, capacités parasites) au chapitre V, avant d'être introduit dans des logiciels de simulation en électronique de puissance (PACTE, CIRCUIT+) au chapitre VI, pour obtenir les formes d'ondes en commutation.

# Inductance - Mutuelle



## II Inductance - Mutuelle

Le but de ce chapitre est de rappeler les notions d'inductance et de mutuelle. De plus, inductances et mutuelles partielles sont définies et des formules analytiques sont données. Une étude des paramètres influant sur les valeurs d'inductances et de mutuelles est également conduite.

### II 1 Cadre de l'étude

Les inductances que nous nous proposons de caractériser sont celles dues à la connectique. Les circuits considérés sont donc des boucles de courant à un seul tour, exemptes de matériau magnétique et indéformables. La présence de diélectriques différents (air, epoxy, ...) n'a pas d'incidence sur les phénomènes magnétiques.

Cette étude se situe dans l'approximation des états quasi-stationnaires, dans la mesure où, aux fréquences maximales considérées (jusqu'à environ 100 MHz), la longueur d'onde de 3 m est encore très supérieure aux longueurs des connexions étudiées. Dans les équations de Maxwell, le courant de déplacement sera donc négligé.

Les conducteurs, majoritairement en cuivre, sont soit des fils cylindriques, soit des barres de sections rectangulaires (ou des pistes de circuit imprimé). Les géométries des boucles de courant sont essentiellement à base de segments de longueur finie et d'angles droits.

### II 2 Définitions

#### II 2 1 Notion d'inductance et de mutuelle

Les termes d'inductance / mutuelle peuvent se définir de deux manières:

- considérant un ensemble de  $n$  circuits parcourus par des courants  $I_j$ , l'énergie magnétique  $W_m(t)$  se définit par:

$$W_m(t) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n L_i I_i^2(t) + \sum_{j=1}^n \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^n (M_{j k} I_j(t) I_k(t))$$

Les termes  $L_i$  sont appelés inductances, et  $M_{jk}$  mutuelles.

- Toute boucle parcourue par un courant  $I_1$  crée une induction magnétique  $B_1$ . Le flux de ce champ magnétique à travers une surface fermée orientée par sa normale  $\vec{n}$  définit les notions d'inductance et de mutuelle:

Inductance: il s'agit du flux à travers une surface s'appuyant sur la boucle elle-même et rapporté à son courant  $I_1$ :

$$\begin{aligned}\phi_{11} &= \int \int_{S_1} \vec{B}_1 \cdot \vec{n} \, dS_1 \\ &= L_1 I_1\end{aligned}$$

Mutuelle: il s'agit cette fois du flux capté par une autre boucle:

$$\begin{aligned}\phi_{12} &= \int \int_{S_2} \vec{B}_1 \cdot \vec{n} \, dS_2 \\ &= M_{12} I_1\end{aligned}$$

En pratique, cette deuxième définition est délicate à utiliser; pour pouvoir correctement définir les surfaces  $S_1$  et  $S_2$ , les circuits doivent être considérés comme filiformes. Or, le champ créé par un conducteur filiforme diverge sur lui-même. On sera donc contraint de considérer des conducteurs de section non nulle (ce qui correspond au cas physique), ce qui posera le problème de la définition de la surface  $S_1$  lors du calcul d'inductance.

## II 2 2 Notion d'inductance / mutuelle partielles [1] [2]

### a) Définition

La notion d'inductance implique un circuit fermé. Toutefois, chaque portion du circuit contribue à l'inductance totale de la boucle de courant.

Prenons le cas simple, nullement restrictif, d'une spire rectangulaire filiforme (Fig. 1) parcourue par un courant  $I$ .

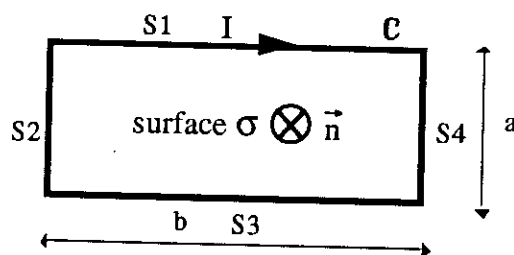


Fig. 1. Boucle rectangulaire

L'inductance de la boucle de courant ainsi constituée se définit par :

$$L_b = \frac{1}{I} \int \int_{\sigma} \vec{B} \cdot d\vec{S},$$

$\vec{B}$  étant le champ créé par  $I$ , et  $d\vec{S}$  le vecteur porté par la normale orientée  $\vec{n}$  (Fig. 1) et de module  $dS$ .

L'inductance  $L_b$  peut également s'écrire en fonction du potentiel vecteur magnétique  $\vec{A}$ , tel que  $\vec{B} = \text{rot } \vec{A}$ . Le théorème de Stokes donne :

$$L_b = \frac{1}{I} \int_C \vec{A} \cdot d\vec{l}$$

$L_b$  est donc le résultat de la circulation du potentiel vecteur sur le contour  $C$  de la boucle de courant. Or, cette circulation peut être décomposée sur chacun des quatre segments du circuit.

$$\text{Ainsi } L_b = \frac{1}{I} \left[ \int_{S_1} \vec{A} \cdot d\vec{l} + \int_{S_2} \vec{A} \cdot d\vec{l} + \int_{S_3} \vec{A} \cdot d\vec{l} + \int_{S_4} \vec{A} \cdot d\vec{l} \right]$$

De plus, le potentiel vecteur en tout point peut être considéré comme issu de la contribution de chaque segment:  $\vec{A} = \vec{A}_{S_1} + \vec{A}_{S_2} + \vec{A}_{S_3} + \vec{A}_{S_4}$

$$\text{D'où: } L_b = \frac{1}{I} \sum_{n=1}^4 \sum_{m=1}^4 \int_{S_n} \vec{A}_{S_m} \cdot d\vec{l}$$

$\vec{A}_{S_m}$  étant le potentiel vecteur créé par le segment  $S_m$ .

La notion d'inductance / mutuelle partielle est alors définie par:

$$M_{pmn} = \frac{1}{I} \int_{S_n} \vec{A}_{S_m} \cdot d\vec{l}$$

L'inductance de la boucle s'obtient par :

$$L_b = \sum_{m=1}^4 \sum_{n=1}^4 M_{pmn} \quad (1)$$

Si  $m \neq n$ ,  $M_{pmn}$  est une mutuelle partielle. Si  $m = n$ ,  $M_{pmn}$  est une inductance partielle. Le cas de l'inductance partielle est délicat dans la mesure où le potentiel vecteur créé par un segment filiforme diverge sur lui-même. En pratique, nous serons contraints d'attribuer une section non nulle au conducteur, ce qui correspond à la réalité physique.

## b) Interprétation

Pour bien comprendre le concept d'inductance / mutuelle partielles, autrement que par le fractionnement de la circulation du potentiel vecteur le long d'un contour, considérons le cas de deux segments filiformes,  $S_1$  et  $S_2$ , de longueurs finies (Fig. 2).  $S_1$  est parcouru par le courant  $I_1$ .

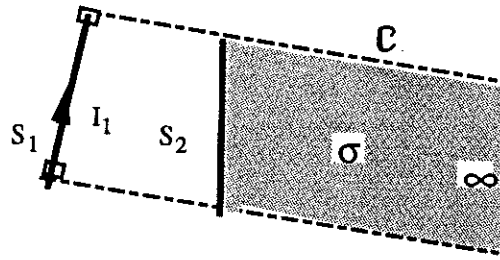


Fig. 2. Mutuelle partielle entre deux segments filiformes

La mutuelle partielle entre  $S_1$  et  $S_2$  s'exprime par:

$$M_{p12} = \frac{1}{I_1} \int_{S_2} \vec{A}_{S1} \cdot d\vec{l}$$

L'expression du potentiel vecteur créé par un conducteur filiforme de longueur  $l$  est donnée par:

$$\vec{A}_{S1}(M) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_0^l \frac{I_1 d\vec{l}}{r},$$

$r$  représentant la distance entre l'élément d'intégration  $d\vec{l}$  et le point  $M$  considéré.

$\vec{A}_{S1}(M)$  est donc colinéaire à l'élément  $I_1 d\vec{l}$ , et donc au segment  $S_1$ . Dans le cas de conducteurs non filiformes, il faudra s'assurer que le vecteur densité de courant  $\vec{J}$  est monodimensionnel (absence de courants transverses dans le conducteur).

Or, considérons le contour  $C$  défini par le segment  $S_2$ , deux côtés perpendiculaires à  $S_1$ , et se rebouclant à l'infini (Fig. 2).

La circulation de  $\vec{A}_{S1}$  sur  $C$  vaut  $\int_{S_2} \vec{A}_{S1} \cdot d\vec{l}$  puisque  $\vec{A}_{S1}$  est perpendiculaire aux 2 côtés et s'annule à l'infini, par le choix d'une jauge convenable.

On peut donc remplacer dans l'expression de  $M_{p12}$  la circulation de  $\vec{A}_{S1}$  sur  $S_2$  par la circulation sur le contour fermé  $C$ .

Le théorème de Stokes s'applique alors et donne:

$$M_{p12} = \frac{1}{I_1} \int_C \vec{A}_{S1} \cdot d\vec{l} = \frac{1}{I_1} \int_\sigma \vec{B}_1 \cdot d\vec{S}$$

La mutuelle partielle représente donc le flux de l'induction magnétique  $B_1$  envoyée par le segment  $S_1$  dans la surface délimitée par l'autre segment  $S_2$ , deux côtés perpendiculaires à  $S_1$  et s'étendant jusqu'à l'infini.

De même, l'inductance partielle est le flux du champ magnétique  $B_1$  envoyé par le segment  $S_1$  dans la surface délimitée par  $S_1$ , fermée par 2 côtés perpendiculaires à  $S_1$  et s'étendant jusqu'à l'infini (Fig. 3).

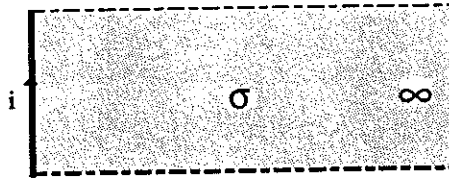


Fig. 3. Inductance partielle d'un segment filiforme

$$L_p = \frac{1}{I} \int \int \vec{B}_1 \cdot d\vec{S}$$

Le problème de la divergence du potentiel vecteur sur le segment se pose alors. En pratique, le conducteur présente une section définie non nulle, et le calcul est effectué sur le pourtour interne (Fig. 4). Ce faisant, une partie du flux est négligée et l'approximation faite est une approximation par défaut. Elle est valable tant que la largeur du conducteur est faible devant les dimensions du circuit.

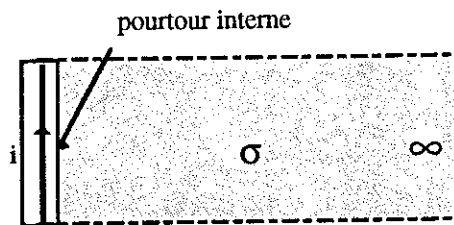


Fig. 4. Inductance partielle d'un segment de largeur non nulle: approximation par la circulation sur le pourtour interne.

Dans le cas de conducteurs larges, il suffit de subdiviser en segments élémentaires de largeurs non nulles. Ces conducteurs élémentaires seront supposés parcourus en leurs centres par des courants filiformes. Inductances et mutuelles partielles peuvent alors être calculées comme indiqué précédemment.

Pour réduire l'erreur commise lors du calcul des inductances partielles en négligeant la partie du flux comprise entre le conducteur filiforme et son pourtour interne, il suffit d'augmenter le nombre de subdivisions. Ce faisant, les inductances partielles augmentent puisque la distance avec le conducteur filiforme décroît; mais cette augmentation est compensée par l'accroissement des mutuelles partielles.

Numériquement, un problème peut alors se poser puisqu'il s'agit de faire la différence entre des valeurs importantes. Ce problème n'a pas été rencontré dans les subdivisions utilisées (Chapitre IV).

Ce risque d'instabilité peut être évité en utilisant la formulation de Cletus Hoer et Carl Love [3] donnant l'inductance partielle d'une barre de section rectangulaire  $a \times b$  et de longueur  $l$ . Cette formule est obtenue par intégrations successives sur une barre rectangulaire des mutuelles partielles entre les segments filiformes la constituant. Ces deux approches font l'objet du paragraphe suivant.



**NB:** Il est à noter qu'il s'agit ici de calculer l'inductance partielle d'un conducteur de longueur  $l$  finie; cette inductance est finie. Ceci est très différent du cas d'un conducteur infiniment long dont on considère une longueur  $l$ , pour lequel on trouverait une inductance infinie, même par unité de longueur. Ce résultat s'explique par la présence de courants à l'infini dans ce dernier cas, donc par un potentiel vecteur non nul à l'infini; ce type de problème à divergence de  $\vec{J}$  non nulle n'est pas physique.

### c) Formules analytiques

#### Mutuelle partielle entre conducteurs filiformes

Soient deux conducteurs filiformes parallèles,  $S_1$  et  $S_2$ , de longueurs  $l_1$  et  $l_2$ , disposés comme l'indique la Fig. 5 (paramètres  $l$  et  $l_3$ ).  $S_1$  est parcouru par le courant  $I$ .

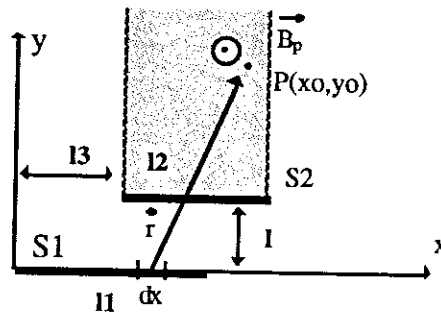


Fig. 5. Mutuelle partielle entre deux segments filiformes

La loi de Biot et Savard donne l'induction  $\vec{B}_p(x_0, y_0)$  créé par  $S_1$  en tout point  $P(x_0, y_0)$ :

$$\vec{B}_p(x_0, y_0) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_0^{l_1} \frac{d\vec{x} \wedge \vec{r}}{r^3} \text{ avec } \vec{r} = \begin{bmatrix} x_0 - x \\ y_0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{D'où } \vec{B}_p(x_0, y_0) = \frac{\mu_0 I}{4\pi y_0} \left( \frac{x_0}{\sqrt{x_0^2 + y_0^2}} + \frac{l_1 - x_0}{\sqrt{(x_0 - l_1)^2 + y_0^2}} \right)$$

La mutuelle partielle entre  $S_1$  et  $S_2$  s'obtient alors par:

$$M_{p12} = \frac{1}{I} \int_{x_0=l_3}^{x_0=l_2+l_3} \int_{y_0=1}^{y_0=\infty} \vec{B}_p(x_0, y_0) dx_0 dy_0$$

Nous pouvons noter le résultat sous la forme d'une fonction M<sub>pf</sub> donnant la mutuelle partielle entre deux segments filiformes:

$$M_{pf}(l, l_1, l_2, l_3) = \frac{\mu_0}{4\pi} \left[ z \ln \left( z + \sqrt{z^2 + l^2} \right) - \sqrt{z^2 + l^2} \right]_{l_2+l_3-l_1, l_3}^{l_3-l_1, l_3+l_2} \quad (2)$$

$$\text{avec } [f(z)]_{x_2, x_4}^{x_1, x_3} = f(x_1) - f(x_2) + f(x_3) - f(x_4)$$

Cette formule permet de vérifier que  $M_{p12} = M_{p21}$

En effet, en permutant les deux segments, les distances  $l, l_1, l_2, l_3$  qui interviennent dans (2) sont modifiées comme suit :

La distance entre  $S_1$  et  $S_2$  ne varie pas :  $l' = l$

Les longueurs sont interverties :  $l'_1 = l_2$  et  $l'_2 = l_1$

La distance entre les extrémités des segments devient  $l'_3 = l_3 + l_2 - l_1$

(2) s'écrit alors:

$$[f_{l'}(z)]_{l'_2+l'_3-l'_1, l'_3}^{l'_3-l'_1, l'_3+l'_2} = [f_l(z)]_{l_3, l_3+l_2-l_1}^{l_3-l_1, l_3+l_2}$$

Ce qui est bien la mutuelle entre 1 et 2.

En ce qui concerne le calcul de l'inductance partielle d'un conducteur de largeur  $2w$ , en considérant que tout le courant circule en son centre en un courant filiforme, le problème se ramène à celui de la mutuelle partielle entre deux segments filiformes, l'inductance partielle n'étant que la mutuelle partielle avec le pourtour interne. Cette approximation n'est valable que si la largeur du conducteur est suffisamment faible devant les dimensions de la boucle. Nous avons vu (§ II 2 2 b) comment cette méthode peut s'appliquer, même dans le cas de conducteurs larges. Cet aspect sera mis en oeuvre au chapitre IV.

### *Mutuelle partielle entre barres*

Dans le cas de circuits non filiformes de sections rectangulaires données, en considérant la densité de courant uniforme, Cletus Hoer et Carl Love [3] ont établi les expressions des inductances et mutuelles partielles entre pistes minces, barres... par intégration de (2).

La mutuelle entre deux barres de sections rectangulaires a.b et c.d et de longueurs  $l_1$  et  $l_2$  est donnée par la formule suivante où les distances entre barres p, E,  $l_3$  sont définies Fig. 6. Les distances sont exprimées en cm pour une mutuelle en nH. L'inductance partielle est un cas particulier de la mutuelle partielle, obtenu pour  $a=c, b=d, l_1=l_2, l_3=0, E=0, P=0$ .

$$M_{p12} = \frac{1}{a b c d} \left[ [f(x, y, z)] (x)_{E+d-a, E+d}^{E-a, E+d} (y)_{P+c-b, P}^{P-b, P+c} (z)_{l3+12-11, l3}^{l3-11, l3+12} \right] \quad (3)$$

Avec

$$\left[ [f(x, y, z)] (x)_{q2, q4}^{q1, q3} (y)_{r2, r4}^{r1, r3} (z)_{s2, s4}^{s1, s3} \right] = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 \sum_{k=1}^4 (-1)^{i+j+k+1} f(q_i, r_j, s_k)$$

et

$f(x, y, z) =$

$$\begin{aligned} & \left( \frac{y^2 z^2}{4} - \frac{y^4}{24} - \frac{z^4}{24} \right) x \operatorname{Ln} \left( \frac{x + \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}{\sqrt{y^2 + z^2}} \right) + \\ & \left( \frac{x^2 z^2}{4} - \frac{x^4}{24} - \frac{z^4}{24} \right) y \operatorname{Ln} \left( \frac{y + \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}{\sqrt{x^2 + z^2}} \right) + \\ & \left( \frac{x^2 y^2}{4} - \frac{x^4}{24} - \frac{y^4}{24} \right) z \operatorname{Ln} \left( \frac{z + \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}{\sqrt{x^2 + y^2}} \right) + \\ & \frac{1}{60} (x^4 + y^4 + z^4 - 3x^2 y^2 - 3z^2 y^2 - 3x^2 z^2) \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \\ & - \frac{x y z^3}{6} \operatorname{Arctan} \left( \frac{x y}{z \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \right) \\ & - \frac{x z y^3}{6} \operatorname{Arctan} \left( \frac{x z}{y \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \right) \\ & - \frac{z y x^3}{6} \operatorname{Arctan} \left( \frac{z y}{x \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \right) \end{aligned}$$

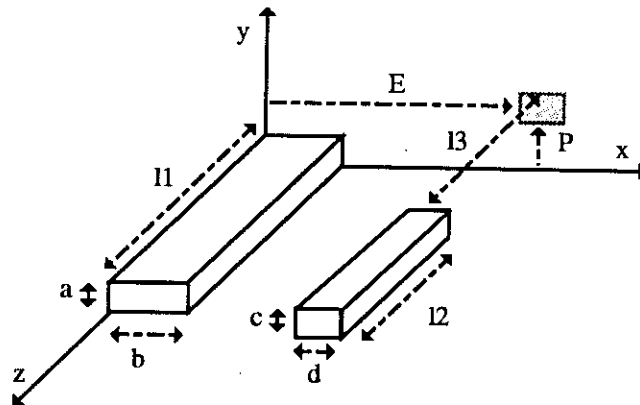


Fig. 6. Mutuelle partielle entre deux barres conductrices

### Application: inductance d'une boucle rectangulaire en circuit imprimé

Nous avons vu que l'inductance d'une boucle de courant s'obtenait par sommation des inductances / mutuelles partielles.

Dans le cas de la boucle rectangulaire de la Fig. 7, en éliminant les couplages nuls des

segments perpendiculaires et en utilisant les symétries du rectangle ( $S_1 = S_3$ ,  $S_2 = S_4$ ), l'inductance s'obtient par:

$$L_b = 2 (L_{p1} + L_{p2} - M_{p13} - M_{p24})$$

NB: les mutuelles ont dans cette expression une valeur positive. Elles sont précédées du signe - si le potentiel vecteur et le segment sont orientés en sens opposés.

Si  $2w$  est suffisamment faible devant  $a$  et  $b$ , les formulations filiformes peuvent être adoptées. La formule (2) est appliquée avec les valeurs correspondantes de  $l$ ,  $l_1$ ,  $l_2$ ,  $l_3$ , ce qui donne:

$$L_{p1} = M_{pf}(w, b-2w, b-4w, w)$$

$$L_{p2} = M_{pf}(w, a-2w, a-4w, w)$$

$$M_{p13} = M_{pf}(a, b-2w, b-2w, 0)$$

$$M_{p24} = M_{pf}(b, a-2w, a-2w, 0)$$

Dans le cas contraire, la formule (3) devra être employée à la place de la formule (2) pour calculer les inductances et mutuelles partielles précédentes.

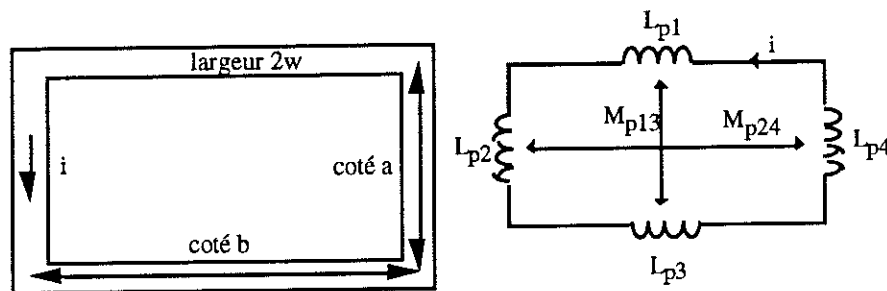


Fig. 7. Une boucle rectangulaire modélisée par ses inductances/mutuelles partielles

#### d) Inductance / Mutuelle partielles en régime variable

Nous allons appliquer la notion d'inductance / mutuelle partielles en régime variable. En effet, en Electronique de Puissance, les termes d'inductance et de mutuelle sont importants par les tensions induites qui s'y développent. Dans tout ce paragraphe, la fréquence sera considérée comme suffisamment faible pour que la densité de courant reste uniforme dans les conducteurs.

#### **Convention de signe**

Par souci de simplification, nous employerons des termes de mutuelle partielle positifs. Dans le cas d'une boucle, un sens de parcours arbitraire est donné, qui oriente les segments. Les termes  $M di/dt$  seront précédés du signe + si le potentiel vecteur et le segment sont orientés dans le même sens, et du signe - dans le cas contraire. Un point sur chaque inductance partielle donne l'orientation arbitraire du circuit.

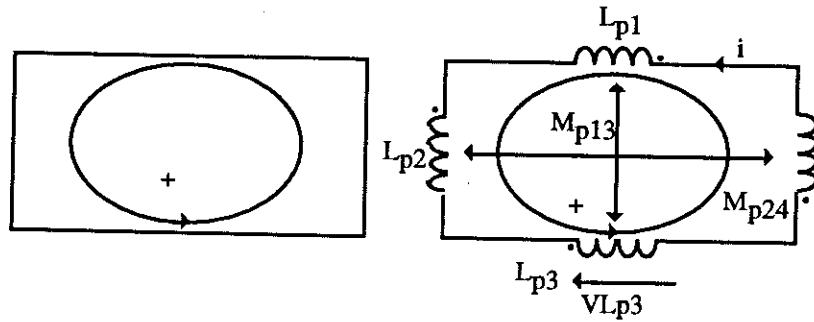


Fig. 8. Convention de signe pour les mutuelles partielles:  $V_{Lp3} = L_{p3} di/dt - M_{p13} di/dt$

### Exemple d'application

Comme exemple d'application, voyons comment la notion d'inductance partielle permet de définir rigoureusement la mutuelle entre deux circuits comportant des parties communes.

Soit le circuit de la Fig. 9. Le courant  $i_1$  parcourant la boucle 1 crée un flux à travers la surface définie par la boucle 2, engendrant ainsi un courant  $i_2$ . Cette mutuelle peut s'exprimer en fonction des divers éléments du circuit. Pour cela, il suffit d'écrire les tensions aux bornes de chaque boucle:

$$V_1 = V_{Lp1} + V_{Lp2} + V_{Lp3} + V_{Lp4}$$

et

$$V_2 = V_{Lp4} + V_{Lp5} + V_{Lp6} + V_{Lp7}$$

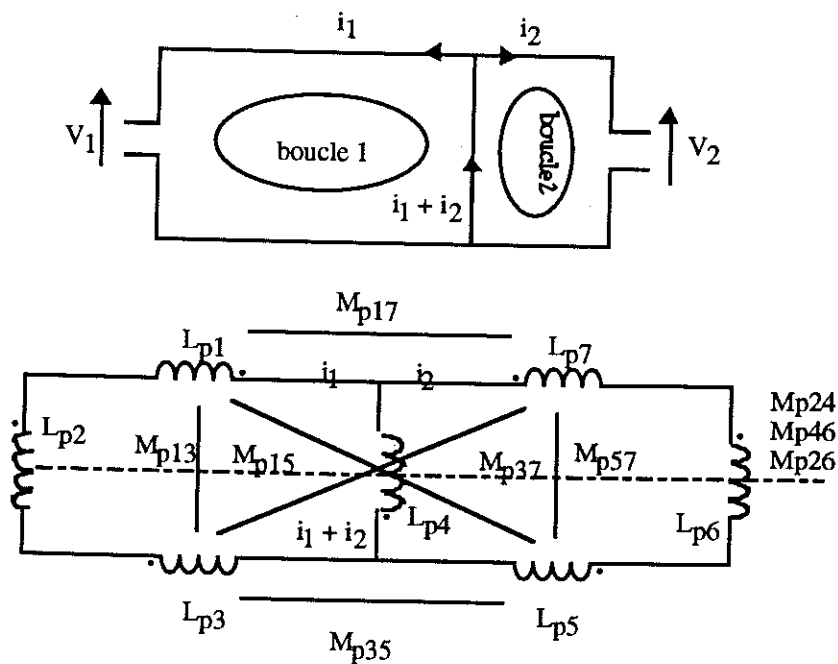


Fig. 9. Deux boucles avec un segment en commun

$$\begin{aligned}
\text{Or, } V_{Lp1} &= L_{p1} \frac{di_1}{dt} - M_{p13} \frac{di_1}{dt} + M_{p15} \frac{di_2}{dt} - M_{p17} \frac{di_2}{dt} \\
V_{Lp2} &= L_{p2} \frac{di_1}{dt} - M_{p24} \frac{d}{dt}(i_1 + i_2) + M_{p26} \frac{di_2}{dt} \\
V_{Lp3} &= L_{p3} \frac{di_1}{dt} - M_{p31} \frac{di_1}{dt} + M_{p37} \frac{di_2}{dt} - M_{p35} \frac{di_2}{dt} \\
V_{Lp4} &= L_{p4} \frac{d}{dt}(i_1 + i_2) - M_{p24} \frac{di_1}{dt} - M_{p46} \frac{di_2}{dt} \\
V_{Lp5} &= L_{p5} \frac{di_2}{dt} - M_{p57} \frac{di_2}{dt} + M_{p51} \frac{di_1}{dt} - M_{p53} \frac{di_1}{dt} \\
V_{Lp6} &= L_{p6} \frac{di_2}{dt} - M_{p46} \frac{d}{dt}(i_1 + i_2) + M_{p62} \frac{di_1}{dt} \\
V_{Lp7} &= L_{p7} \frac{di_2}{dt} - M_{p57} \frac{di_2}{dt} - M_{p71} \frac{di_1}{dt} + M_{p73} \frac{di_1}{dt}
\end{aligned}$$

D'où

$$\begin{aligned}
V_1 &= (L_{p1} + L_{p2} + L_{p3} + L_{p4} - 2M_{p24} - 2M_{p13}) \frac{di_1}{dt} + \\
&\frac{di_2}{dt} (M_{p15} - M_{p17} - M_{p24} + M_{p26} + M_{p37} - M_{p35} + L_{p4} - M_{p46}) \\
V_2 &= (L_{p4} + L_{p5} + L_{p6} + L_{p7} - 2M_{p46} - 2M_{p57}) \frac{di_2}{dt} + \\
&\frac{di_1}{dt} (M_{p62} - M_{p46} + M_{p51} - M_{p53} + L_{p4} - M_{p24} - M_{p71} + M_{p73})
\end{aligned}$$

Et donc:

$$L_{b1} = L_{p1} + L_{p2} + L_{p3} + L_{p4} - 2M_{p24} - 2M_{p13}$$

$$L_{b2} = L_{p4} + L_{p5} + L_{p6} + L_{p7} - 2M_{p46} - 2M_{p57}$$

$$M_{12} = M_{21} = (M_{p15} - M_{p17} - M_{p24} + M_{p26} + M_{p37} - M_{p35} + L_{p4} - M_{p46})$$

Il est à noter que les inductances des boucles correspondent aux relations établies en II 2 2 c. L'inductance partielle  $L_{p4}$  rentre à la fois dans le calcul des inductances de boucles et de la mutuelle entre les boucles, ce qui semble normal.

### e) Conclusion

La notion d'inductance / mutuelles partielles provient d'une décomposition d'une boucle de courant en plusieurs parties. Dans le cadre des inductances de boucle en électronique de puissance, les circuits étudiés auront des géométries simples à base de segments et d'angles droits. Aussi l'inductance d'une boucle de courant peut-elle être décomposée en inductances / mutuelles partielles dues aux segments formant le circuit.

Même si une interprétation physique peut être donnée pour une inductance ou une mutuelle partielle, la notion d'inductance doit toujours être attachée à un circuit fermé.

De plus, l'utilisation des inductances / mutuelles partielles permet de définir rigoureusement la mutuelle entre deux circuits présentant une branche commune.

Enfin des formules analytiques sont disponibles pour le calcul de la mutuelle partielle entre deux segments filiformes et entre deux barres, ce qui permet le calcul des inductances de boucles et de leurs mutuelles avec d'autres circuits.

## II 3 Les paramètres qui influent sur l'inductance

Les paragraphes suivants présentent l'ensemble des paramètres qui peuvent modifier la valeur de l'inductance d'un circuit, ou celle de la mutuelle entre circuits.

### II 3 1 Surface des boucles - Proximité

C'est bien évidemment la première cause qui vient à l'esprit: plus la surface embrassée est grande, plus l'inductance est importante.

Il est intéressant de constater que la notion d'inductance partielle rend très bien compte de ce phénomène.

En effet, deux pistes proches ont une mutuelle partielle importante. Or, dans le cas simple d'un circuit rectangulaire comme celui de la Fig. 7, la valeur de l'inductance totale est  $L_t = 2 (L_{p1} - M_{p13} + L_{p2} - M_{p24})$ . Il est donc clair que l'augmentation de la valeur des mutuelles partielles (i.e. le rapprochement des conducteurs opposés, donc la diminution de la surface) conduit à une diminution de l'inductance totale.

Mais c'est dans des cas plus complexes que cette modélisation prend toute son importance. Prenons l'exemple d'un "bus bar" [4], liaison peu inductive utilisée en Electronique de Puissance et dont la structure la plus simple se compose de deux plaques conductrices séparées par un isolant (Fig. 10).

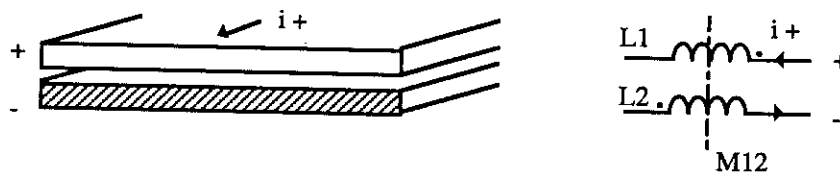


Fig. 10. "Bus bar" de structure simple; biplaque.

Cette structure est effectivement peu inductive, dans la mesure où la mutuelle partielle entre les deux barres vient se retrancher aux inductances partielles, puisque les courants circulent en sens opposés. Plus les deux plaques sont proches, plus la mutuelle partielle est importante, et donc, comme les inductances partielles sont inchangées, moins l'inductance est grande.

Une variante consiste à scinder une des plaques en deux (Fig. 11).

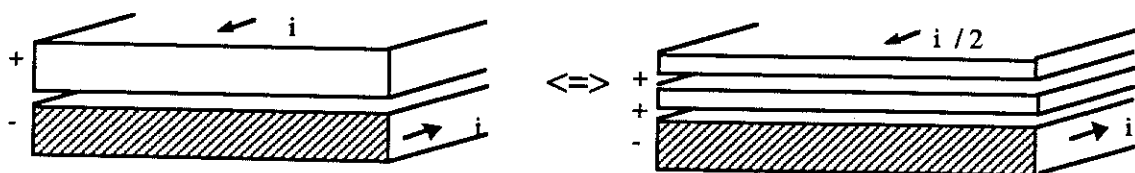


Fig. 11. "Bus bar" triplaque. Configuration équivalente au biplaque

La mutuelle partielle entre les deux plaques positives s'ajoute. Il est donc intéressant d'écarter ces deux conducteurs. Ceci conduit à la notion de "Bus bar" triplaque (Fig. 12.) qui maximise les mutuelles partielles entre piste + et - qui se retangent, et minimise la mutuelle partielle entre les pistes + qui s'ajoute.

On peut donc concevoir que le "Bus bar" triplaque dans la configuration de la Fig. 12 est moins inductif que le biplaque.

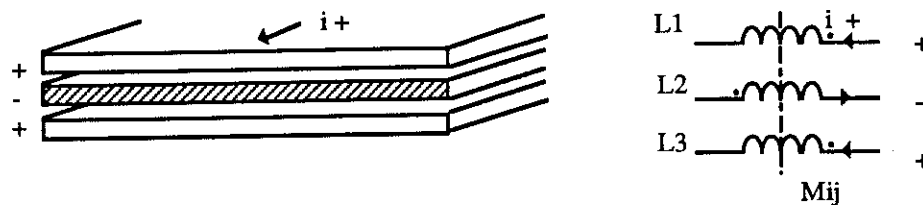


Fig. 12. "Bus bar" triplaque. Configuration peu inductive

### II 3 2 Géométrie des conducteurs

Si la surface de la boucle a un effet sur la valeur de l'inductance, la forme de la section des conducteurs la constituant est également importante.

Dans ce paragraphe, la densité de courant sera considérée uniforme.

#### a) Section rectangulaire: largeur et épaisseur des pistes

Les deux circuits présentés Fig. 13, réalisés en technologie "circuit imprimé" définissent la même surface interne, mais sont réalisés avec des pistes de largeurs différentes.

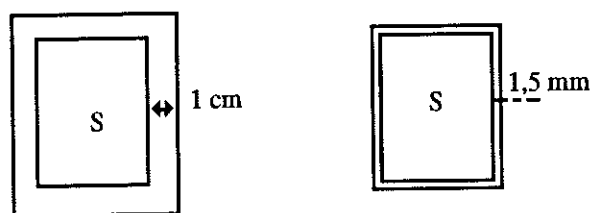


Fig. 13. Deux boucles de même surface interne  $S = 3\text{ cm} \times 8\text{ cm}$  réalisées avec des pistes de circuit imprimé de largeurs différentes

Les valeurs des inductances obtenues (à l'aide des inductances partielles de barres-formule (3) - ) montrent que la boucle réalisée en piste étroite présente une inductance environ 60% supérieure à celle comportant des pistes larges. De même, un circuit s'appuyant sur le même contour mais réalisé à partir d'une plaque de cuivre de 1,5 mm d'épaisseur présente une inductance plus faible que le circuit imprimé de 35  $\mu\text{m}$  (tableau 1).



	CI 1,5 mm de large	CI 1 cm de large	Cuivre 1 cm x 1,5 mm
Inductance (nH)	208,1	129,7	122,5

Tableau 1. Comparaison des inductances de boucles s'appuyant sur une même surface S mais réalisées avec des conducteurs différents

Une explication qualitative de ce phénomène peut être avancée. Soit un conducteur quasi filiforme enlaçant la surface S. Ceci définit une boucle d'inductance  $L_1$ . Plaçons maintenant un deuxième conducteur quasi filiforme entourant le premier. La deuxième boucle définit une deuxième inductance  $L_2$ .

$L_2 > L_1$  puisque la surface embrassée est plus importante. D'autre part, une mutuelle  $M_{12}$  existe entre les deux boucles ainsi définie (Fig. 14).

La mise en parallèle de ces deux circuits couplés correspond à l'inductance d'un seul circuit constitué d'un conducteur plus large.

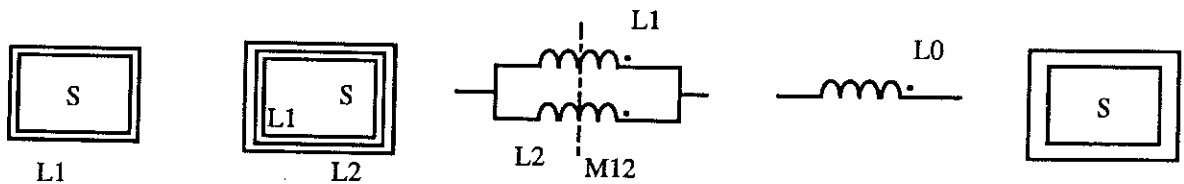


Fig. 14. Deux circuits très fins en parallèle pour représenter un circuit plus large

Or, l'inductance équivalente du circuit constitué de  $L_1$  et  $L_2$  associées est:

$$L_0 = \frac{L_1 L_2 - M_{12}^2}{L_1 + L_2 - 2M_{12}}$$

On peut démontrer que  $L_0 < L_1 < L_2$

$$\text{En effet, } L_1 - L_0 = \frac{(L_1 - M_{12})^2}{L_1 + L_2 - 2M_{12}}$$

Et puisque  $M_{12}^2 < L_1 L_2$ ,

$$\begin{aligned} L_1 + L_2 - 2M_{12} &> L_1 + \frac{M_{12}^2}{L_1} - 2M_{12} \\ &> \frac{(L_1 - M_{12})^2}{L_1} > 0 \end{aligned}$$

Deux circuits inductifs couplés associés en parallèle ont donc une inductance équivalente inférieure à celle de chacun des deux circuits pris séparément.

On conçoit donc que des circuits réalisés en piste large ou en conducteurs massifs soient moins inductifs que des boucles à base de conducteurs étroits (ou de faibles sections).

En fait, cette explication simple ne prend pas en compte les résistances des circuits. Le calcul complet en considérant les résistances (Annexe A) montre que l'inductance équivalente des deux boucles est inférieure au moins à la plus grande des deux inductances.

#### b) Effet de la section droite des conducteurs sur l'inductance partielle

Nous venons de voir, que les pistes de circuit imprimé sont d'autant moins inductives qu'elles sont larges. Nous avons également constaté qu'une boucle constituée à l'aide d'un conducteur plus épais présente une inductance plus faible que celle de la même boucle réalisée en circuit imprimé.

Ces constatations montrent l'influence de la section droite des conducteurs sur la valeur de l'inductance de boucle du circuit réalisé.

La question peut se poser de déterminer la géométrie d'un conducteur qui à surface de cuivre constante, assure une inductance minimale.

Pour cela, les formulations exactes comme (3) peuvent être utilisées, mais il est plus judicieux d'utiliser des formules simples approchées (recensées par Groover et Rosa [5]), basées sur le même principe, qui mettent mieux en évidence le rôle de chaque paramètre que les relations exactes. Une fois les tendances exprimées, il est toujours possible d'affiner les résultats au moyen des formules exactes.

Il nous a semblé intéressant de caractériser l'influence de la géométrie des conducteurs en étudiant l'inductance partielle d'un segment en fonction de la forme de sa section, celle-ci conservant une surface  $S$  constante. Dans un deuxième temps, l'influence de la surface de cette section droite a été étudiée pour le conducteur méplat.

Il est clair que plus un conducteur est long, plus son inductance partielle est importante. Les segments considérés seront donc de longueur  $l$  donnée.

Les formes de section étudiées seront celles couramment employées en connectique: section circulaire et rectangulaire. Des profils plus complexes (en "H", en "U", ...) pourront être déduits par association de conducteurs rectangulaires.

Le premier problème auquel se heurte le concepteur est:

#### *Fil cylindrique ou fil méplat?*

L'inductance partielle d'un conducteur cylindrique de diamètre  $d$  est donnée par:

$$L_{\text{rond}} \approx 2l \left( \ln \left( \frac{4l}{d} \right) - \frac{3}{4} \right) \quad [5]$$

Celle d'un conducteur de section rectangulaire  $a \times b$  par:

$$L_{\text{rect}} \approx 2l \left( \ln \left( \frac{2l}{a+b} \right) + \frac{1}{2} + \frac{0,2235 (a+b)}{l} \right) \quad [5]$$

Les dimensions sont exprimées en cm pour une inductance en nanohenry.

Ces deux formules s'expriment également en fonction de la surface  $S$  de la section des conducteurs:

$$L_{\text{rond}} \approx 2l \left( \ln \left( 2l \sqrt{\frac{\pi}{S}} \right) - \frac{3}{4} \right)$$

Cette valeur est entièrement définie par le choix des paramètres  $l$  et  $S$ . L'augmentation de la surface  $S$  ou la diminution de la longueur  $l$  aboutit effectivement à une inductance partielle plus faible, comme indiqué précédemment.

En ce qui concerne le conducteur de section rectangulaire:

$$L_{\text{rect}} \approx 2l \left( \ln \left( \frac{2l a}{a^2 + S} \right) + \frac{1}{2} + \frac{0,2235 (a^2 + S)}{l a} \right)$$

$a$ , représentant un des cotés du rectangle, est une variable supplémentaire par rapport au cas cylindrique. Les deux cotés du rectangle jouant des rôles identiques, l'expression de  $L_{\text{rect}}$  est symétrique par rapport à  $\sqrt{S}$ , c'est à dire que

$$L_{\text{rect}}(a) = L_{\text{rect}}\left(\frac{S}{a}\right)$$

Les variations de  $a$  vont donc se situer entre 0 et  $\sqrt{S}$ , le reste de la courbe  $L_{\text{rect}}(a)$  se déduisant par symétrie.

Le cas  $a = \sqrt{S}$  est celui de la section carrée. L'inductance partielle obtenue peut être comparée à celle d'un conducteur cylindrique:

$$L_{\text{rect}}(\sqrt{S}) - L_{\text{rond}} = 2l \left( \frac{0,447}{l\sqrt{S}} - 0,0155 \right)$$

Pour des sections usuelles en électronique de puissance, qui n'excèdent pas quelques  $\text{mm}^2$  et des longueurs de l'ordre de quelques cm, la différence est inférieure au nH, ce qui semble logique, les formes carrées et circulaires étant proches.

L'allure de l'inductance partielle  $L_{\text{rect}}(a)$  est indiquée Fig. 15. La valeur de  $L_{\text{rond}}$  y a été reportée, de même que les valeurs exactes de  $L_{\text{rect}}(a)$ , obtenues grâce à la formule (3) du § II 2 2 ou à la formule approchée utilisée dans sa limite de validité (pour  $a/b > 4,8e-5$ ). L'inductance partielles est minimum lorsque le rapport  $a/b$  tend vers zéro.

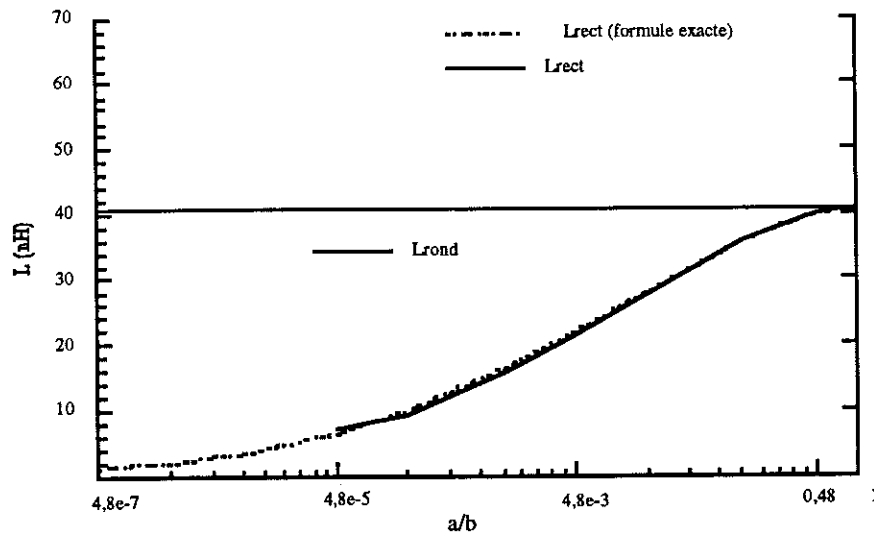


Fig. 15. Allure de l'inductance partielle d'un conducteur rectangulaire en fonction du rapport épaisseur / largeur pour une surface  $S = 0,021\text{cm}^2$  et une longueur  $l = 5\text{cm}$  données.

Pour une surface donnée, le conducteur méplat est moins inductif que le fil cylindrique. Si sa section est carrée, il lui équivalent. De plus, toujours à surface donnée, l'inductance partielle du conducteur méplat est d'autant plus faible qu'il est large.

#### *Conducteurs méplats: variation à rapport épaisseur/largeur constant*

La formule approchée de l'inductance partielle d'un conducteur de section rectangulaire permet de vérifier que l'augmentation de la surface de cuivre disponible conduit à une diminution de l'inductance partielle. En effet, le rapport  $a/b = 0,5$  étant fixée, l'allure de  $L_{\text{rect}}$  en fonction de la surface peut être tracée (Fig. 16). Pour une forme donnée (rapport  $a/b$  fixé), il est donc intéressant -en terme d'inductance- d'augmenter la surface de la section droite du conducteur. Quand la surface tend vers zéro, on tend bien évidemment vers le conducteur filiforme, d'où l'augmentation de l'inductance partielle.

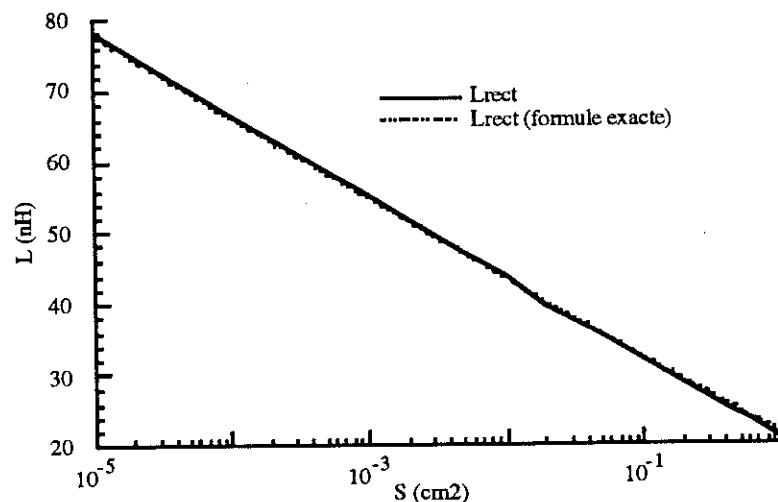


Fig. 16. Inductance partielle d'un conducteur méplat de longueur  $l = 5\text{cm}$  en fonction de sa surface à rapport  $a/b$  constant.

### II 3 3 Plan de masse

En électronique de puissance un radiateur en aluminium (bon conducteur) est souvent placé sous les composants à des fins de refroidissement. La présence de ce plan conducteur sous les pistes de circuit imprimé est loin d'être insignifiante si celui-ci est proche. La Fig. 17 (obtenue à l'aide des simulations par InCa - chapitre IV - ) montre la variation d'inductance obtenue sur une boucle de 10 cm x 4.8 cm, réalisée des pistes de 1.25 cm x 35  $\mu$ m, suivant la distance à laquelle un plan de masse est placé.

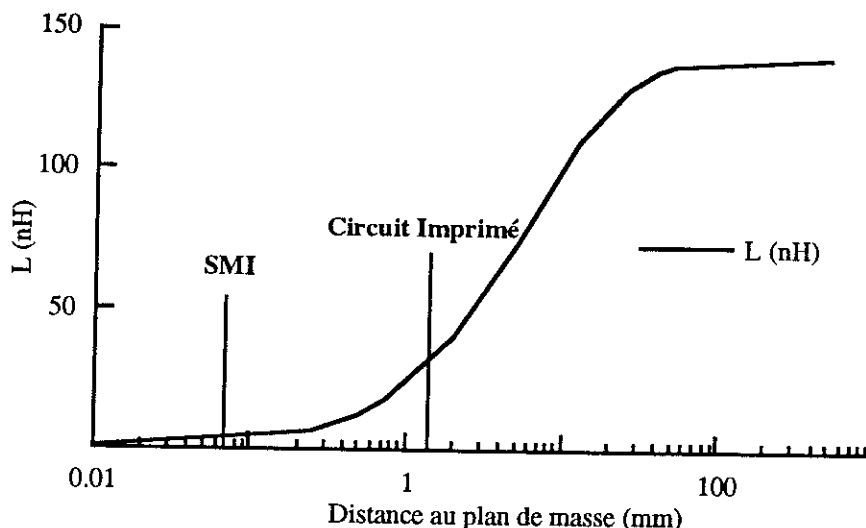


Fig. 17. Variation d'inductance en présence d'un plan de masse

On constate qu'une technologie "circuit imprimé" où le plan de masse est situé à 1.5 mm réduit considérablement les inductances si le radiateur servant à refroidir les composants est également placé sous les pistes. La technologie "Substrat Métallique Isolé" où le substrat d'aluminium est placé 70  $\mu$ m sous les pistes est encore plus intéressante sur le plan de la minimisation des inductances.

Cet effet s'explique facilement par la méthode des images (Fig. 18). Si le plan est considéré comme parfait ( $\sigma \rightarrow \infty$ ), le problème d'un conducteur situé à une distance  $d$  d'un plan de masse peut être remplacé par celui de deux conducteurs, distants de  $2d$ , dont les effets s'opposent. A la limite, si la distance  $d$  tend vers zéro, l'inductance résultante est nulle. Cette méthode s'applique si la densité de courant peut être considérée comme uniforme dans le conducteur. Dans le cas contraire, l'image devra être décalée d'une distance correspondant à l'épaisseur de peau. Pour du circuit imprimé, d'épaisseur faible (35 microns) devant la distance au plan de masse (1,5 mm), cette correction pourra être négligée.

Cette méthode peut également s'appliquer au cas d'un plan de masse de conductivité finie, en augmentant la distance avec l'image magnétique. Mieux, l'introduction d'une distance complexe entre le circuit et son image [6] permet, en plus, de prendre en compte les pertes dont le plan de masse est le siège.

Toutefois, vue la nature des plans conducteurs rencontrés en électronique de puissance (cuivre, aluminium, de forte conductivité) et le degré de précision désiré, ceci ne nous a pas semblé nécessaire. De plus, les plans de masses dans notre cas ne sont le siège d'aucun courant intentionnel. Les pertes y sont donc faibles.

Si plusieurs plans de masse sont présents, la méthode aboutit au traitement d'un nombre infini d'images. Ce point n'a pas été abordé dans le cadre de ce travail qui vise la modélisation de circuits couramment utilisés en électronique de puissance, où seul le radiateur est à considérer.

Dans le cas de modules hybrides de puissance en boîtiers métalliques ou dans le traitement des armoires de câblage, ce point pourra être considéré.

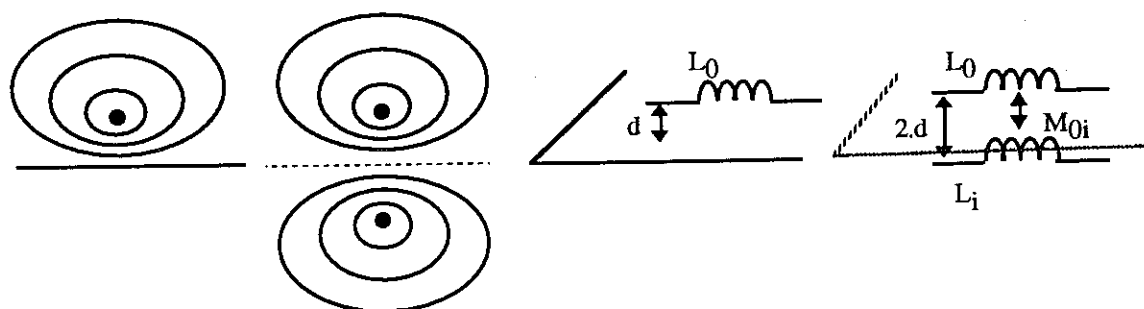


Fig. 18. Méthode des images

#### a) Méthode des images - Vérification

Nous avons comparé l'inductance obtenue pour la boucle de 10 cm x 4.8 cm, réalisée avec des pistes de 1.25 cm de large en Circuit Imprimé de 35  $\mu\text{m}$ , située à 1,5 mm au-dessus d'un plan de masse en aluminium et celle mesurée en plaçant 3 mm sous cette boucle, un circuit identique, parcouru par un courant opposé. (Fig. 19) de façon à vérifier la méthode des images.

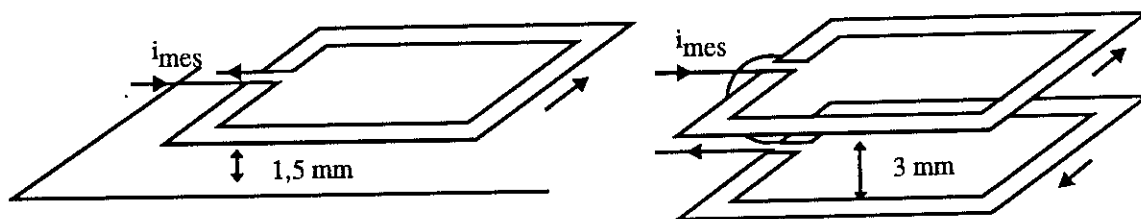


Fig. 19. Vérification de la méthode des images

Les résultats obtenus (Fig. 20) montrent qu'effectivement, la méthode s'applique. L'inductance trouvée pour la boucle et son image est deux fois supérieure à celle obtenue pour la boucle sur le plan de masse, puisque par la méthode des images, on double l'étendue du problème (Fig. 18.).

La résistance des deux circuits associés en série est bien évidemment le double de celle du circuit seul.

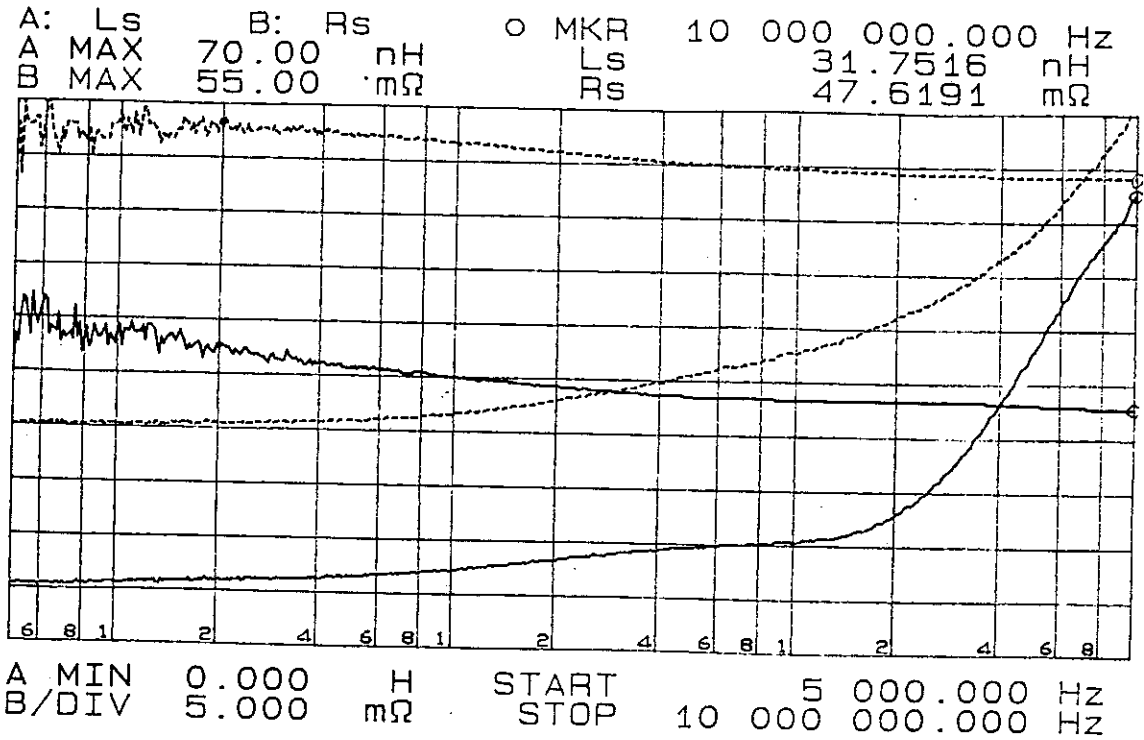


Fig. 20. Mesures: — boucle sur un plan de masse (Ls Rs) ..... boucle et son image (Ls Rs)

### b) Inductance partielle et plan de masse

La méthode des images s'applique également aux inductances partielles, à chaque inductance partielle étant affectée une image.

La valeur de l'inductance partielle équivalente  $L'_1$  de l'inductance partielle  $L_1$  située au-dessus d'un plan de masse (Fig. 21) peut se calculer.

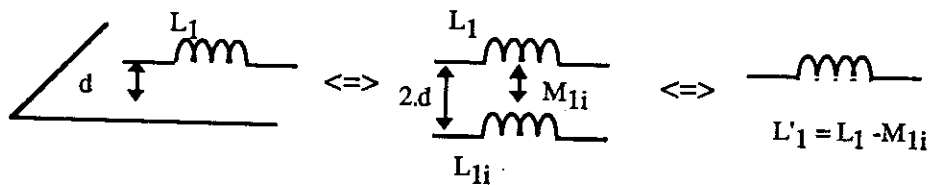


Fig. 21. Méthode des images et inductances partielles

Pour cela, il suffit d'écrire la tension aux bornes de chaque inductance partielle.

$$V_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} - M_{1i} \frac{di_1}{dt}$$

$$V_1 = L'_1 \frac{di_1}{dt}$$

D'où:

$$L'_1 = L_1 - M_{1i}$$

*Pour obtenir l'inductance partielle d'un segment au-dessus d'un plan de masse, il faut retrancher la mutuelle partielle entre ce segment et son image.*

De même, pour accéder à la valeur de la mutuelle partielle entre un segment situé sur un plan de masse et un autre segment (Fig. 22) il suffit de revenir à la définition des inductances / mutuelles partielles.

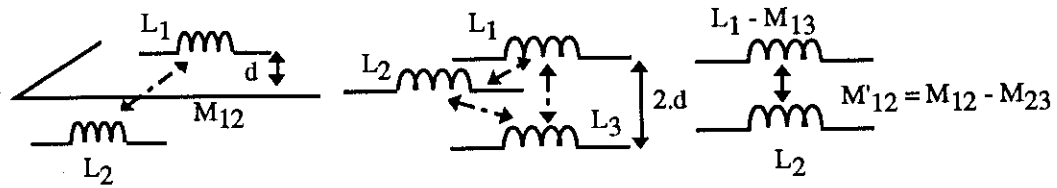


Fig. 22. Méthodes des images et mutuelles partielles ( $L_1$  sur le plan de masse,  $L_2$  en dehors)

On a alors:

$$L_1 = \frac{1}{i1} \int_{s_1} \vec{A}_1 \cdot d\vec{l} \quad M_{12} = \frac{1}{i1} \int_{s_2} \vec{A}_1 \cdot d\vec{l} = \frac{1}{i2} \int_{s_1} \vec{A}_2 \cdot d\vec{l} = M_{21}$$

La prise en compte des images peut se faire soit sans rajouter d'inconnu et en augmentant le domaine d'intégration [7], soit en considérant la contribution des potentiels vecteurs images mais sans changer le domaine d'intégration.

Ainsi:

$$L'_1 = \frac{1}{i1} \int_{s_1} (\vec{A}_1 - \vec{A}_3) d\vec{l} = L_1 - M_{13}, \text{ ce qui correspond au résultat déjà établi,}$$

et

$$M'_{12} = \frac{1}{i1} \int_{s_2} (\vec{A}_1 - \vec{A}_3) d\vec{l} = M_{12} - M_{32}$$

Ou encore:

$$M'_{21} = \frac{1}{i2} \left( \int_{s_1} \vec{A}_2 d\vec{l} + \int_{s_3} \vec{A}_2 d\vec{l} \right) = M_{21} - M_{23} = M'_{12}$$

$$\boxed{M'_{12} = M_{12} - M_{23}}$$

---

*Pour obtenir la mutuelle partielle entre un segment  $S_1$  sur un plan de masse et un autre segment  $S_2$ , il faut retrancher la mutuelle partielle entre  $S_2$  et l'image de  $S_1$ .*

---



Il est intéressant de noter que cette relation s'applique dès qu'une seule inductance est située au dessus d'un plan de masse. Ceci peut s'interpréter physiquement en considérant que le plan de masse diminue, selon le cas, le champ magnétique créé ou capté; dans les deux cas, la mutuelle est affectée.

Si les deux inductances sont au-dessus du plan de masse, les mutuelles partielles "croisées" entre inductances et images sont identiques par symétrie, et il suffit d'en choisir une.

Nous pouvons maintenant appliquer ces résultats pour retrouver celui obtenu en mesure.

Dans le cas de la boucle sur un plan de masse, on obtient en notant d'un ' les inductances et mutuelles partielles situées au-dessus d'un plan de masse (Fig. 23 a):

$$L_{\text{bpdm}} = L_1' + L_2' + L_3' + L_4' - 2M_{13}' - 2M_{24}'$$

$$= (L_1 - M_{15}) + (L_2 - M_{26}) + (L_3 - M_{37}) + (L_4 - M_{48}) - 2(M_{13} - M_{17}) - 2(M_{24} - M_{28})$$

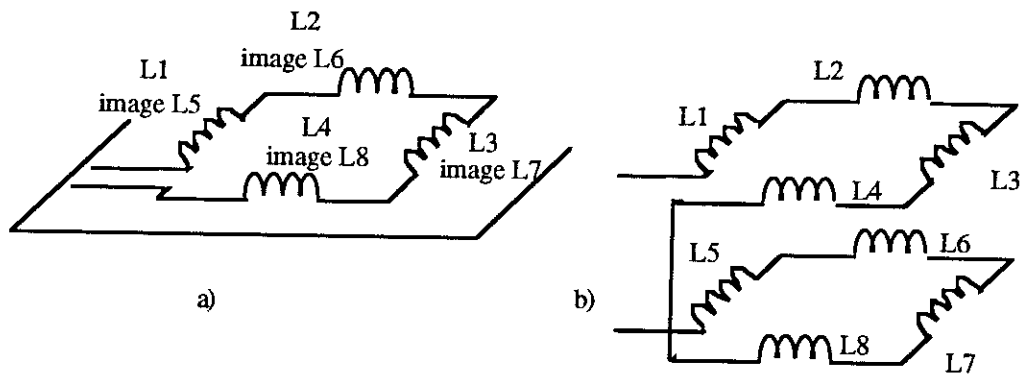


Fig. 23. a) boucle au-dessus d'un plan de masse (image)  
b) 2 boucles  
(les couplages ne sont pas représentés)

Dans le cas de la boucle et de son image (Fig. 23 b)

$$L_{\text{bim}} = L_1 + L_2 + L_3 + L_4 + L_5 + L_6 + L_7 + L_8 -$$

$$2M_{13} - 2M_{15} + 2M_{17} - 2M_{24} - 2M_{26} + 2M_{28} +$$

$$2M_{35} - 2M_{37} + 2M_{46} - 2M_{48} - 2M_{57} + 2M_{68}$$

$$= (L_1 - M_{15}) + (L_2 - M_{26}) + (L_3 - M_{37}) + (L_4 - M_{48}) +$$

$$(L_5 - M_{15}) + (L_6 - M_{26}) + (L_7 - M_{37}) + (L_8 - M_{48}) -$$

$$2(M_{13} - M_{17}) - 2(M_{24} - M_{28}) - 2(M_{57} - M_{35}) - 2(M_{68} - M_{46})$$

Or, puisque 5, 6, 7, 8 sont identiques à 1, 2, 3, 4 on a  $L_1 = L_5$ ,  $L_2 = L_6$ ,  $L_3 = L_7$ ,  $L_4 = L_8$ . De plus  $M_{57} = M_{13}$ ,  $M_{68} = M_{24}$ , et  $M_{28} = M_{46}$ ,  $M_{53} = M_{17}$  puisque les inductances correspondantes sont disposées de la même manière.

D'où

$$L_{\text{bim}} = 2L_{\text{pdm}}$$

## II 3 4 Variation d'inductance avec la fréquence

### a) Inductance interne - Inductance externe

Classiquement, on considère que l'inductance d'un circuit peut se décomposer en deux parties. L'une représente l'énergie magnétique contenue dans le volume du conducteur; elle est appelée inductance interne et dépend de sa géométrie. L'autre partie est appelée inductance externe; elle est définie par le flux embrassé par la boucle de courant. Elle dépend de la forme de la boucle et, comme nous l'avons vu, de celle des conducteurs (§ II 3 2). L'inductance totale d'un circuit est la somme de ces deux inductances. Notons qu'il ne faut pas confondre ces notions avec celles d'inductances / mutuelles partielles.

En haute fréquence, le courant tend à se répartir à la périphérie du conducteur (effet de peau); l'inductance interne tend donc vers zéro quand la fréquence tend vers l'infini.

Nous pouvons illustrer ces propos par le cas d'école constitué par un fil cylindrique infiniment long.

### b) Le fil cylindrique

#### *Inductance interne basse fréquence*

Commençons par calculer l'inductance interne basse fréquence d'un fil cylindrique, supposé infiniment long, de rayon  $a$ . Par symétrie, le champ  $\vec{H}$  est orthoradial et en basse fréquence, la densité de courant peut être considérée comme uniforme, égale à  $I/\pi a^2$ ,  $I$  représentant le courant total parcourant le conducteur.

Le champ  $\vec{H}$  peut être calculé par le théorème d'Ampère sur un contour  $\mathcal{C}$  de rayon  $r$  (Fig. 24). Par symétrie, sa valeur est constante sur tout le contour  $\mathcal{C}$ .

$$\text{D'où } H(r) = \frac{I}{2\pi a^2} r.$$

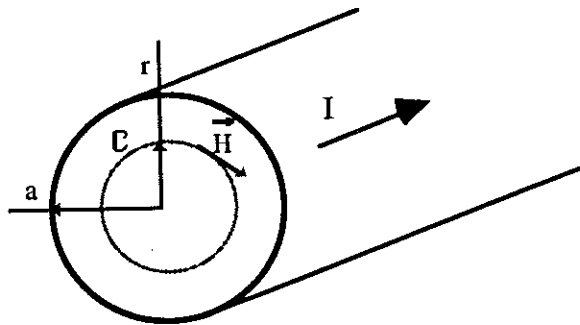


Fig. 24. Inductance interne d'un conducteur cylindrique infiniment long

L'énergie magnétique contenue dans le conducteur,  $W_m$ , s'obtient par:

$$W_m = \frac{\mu_0}{2} \iiint_{\text{conducteur}} H^2 d\tau$$

$$= \frac{\mu_0 I^2}{16 \pi} x,$$

$x$  étant la longueur du segment de conducteur considéré.

L'identification entre  $W_m$  et  $\frac{1}{2} L_i I^2$  donne l'inductance interne par unité de longueur,

$$\frac{L_i}{x} = \frac{\mu_0}{8 \pi}$$

qui est indépendante du diamètre du conducteur.

Tout fil cylindrique, quel que soit son diamètre, présente donc une inductance interne basse fréquence de 50 nH/m.

La redistribution en haute fréquence du courant dans le conducteur se fait avec la même symétrie cylindrique qu'en basse fréquence, si le conducteur n'est soumis à aucune influence extérieure (Fig. 25); l'inductance externe d'un circuit formé de conducteurs cylindriques ne varie donc pas. En revanche, l'inductance interne diminue: à très haute fréquence, elle tend vers zéro.

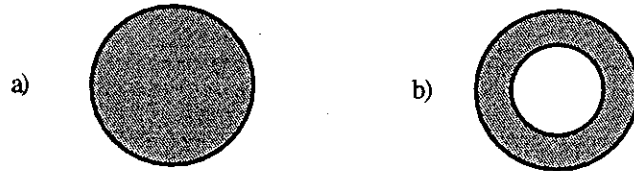


Fig. 25. Densité de courant d'un conducteur cylindrique éloigné d'autres conducteurs. a) basse fréquence  
b) haute fréquence

Dans le cas où un autre fil (retour de la boucle par exemple) est proche du conducteur considéré: la redistribution haute fréquence du courant perd alors sa symétrie, et l'inductance externe est modifiée (Fig. 26).

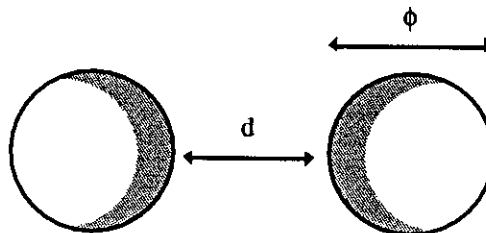


Fig. 26. Densité de courant d'un conducteur cylindrique: influence du conducteur retour en haute fréquence ( $d$  de l'ordre de grandeur de  $\phi$ )

## Vérification

• Deux boucles de courant rectangulaires ont été réalisées au moyen de conducteurs cylindriques, afin de vérifier les résultats énoncés: un circuit de 10 cm x 15 cm et un de 24,5 cm x 0,5 cm en cuivre de diamètre  $\phi = 2,25$  mm. La longueur totale de conducteur dans les deux cas est de 50 cm et l'inductance interne vaut alors 25 nH.

La première boucle (Fig. 27) présente une décroissance d'inductance de 25 nH, ce qui correspond aux 50 nH/m attendus.

La deuxième boucle, où l'influence du conducteur retour n'est plus négligeable, décroît de 30 nH avec la fréquence, au lieu des 25 nH attendus (Fig. 28). L'inductance externe a donc bien été modifiée par la présence du conducteur retour. Pour être sensible, ce phénomène nécessite que les deux conducteurs soient suffisamment proches l'un de l'autre (ici, 0,5 cm); pour une boucle de 23,5 cm x 1,5 cm aucun effet notable n'a été observé, la décroissance d'inductance étant toujours de 25 nH.

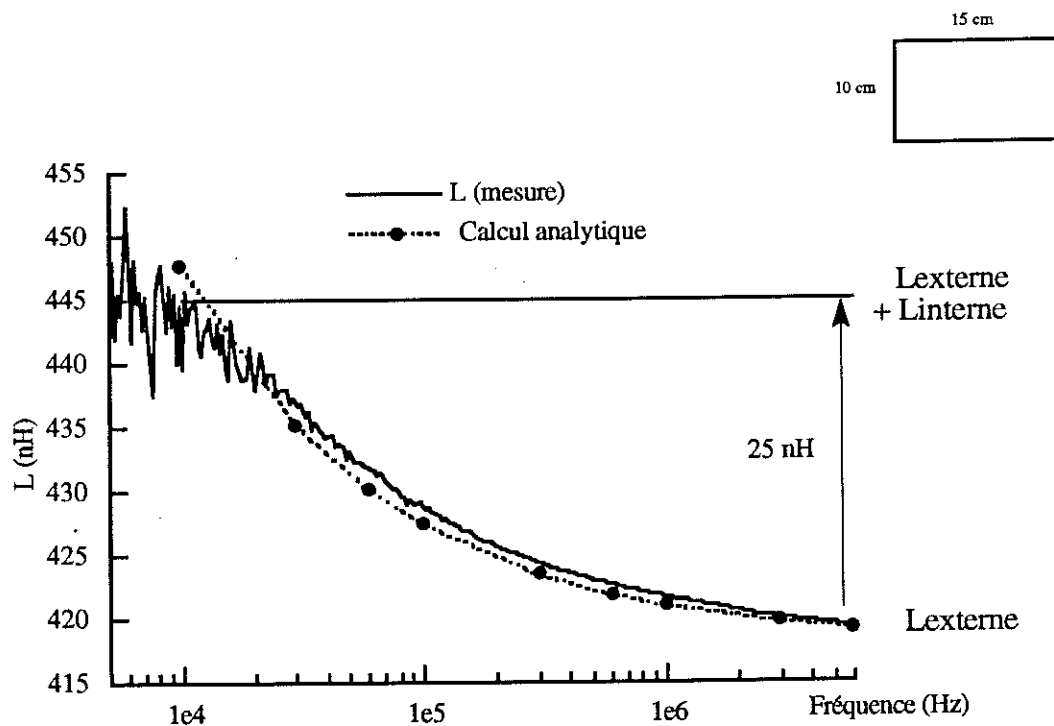


Fig. 27. Inductance d'une boucle rectangulaire réalisée en fil rond  $\phi = 2,25$  mm (le calcul analytique correspond aux résultats du paragraphe suivant).

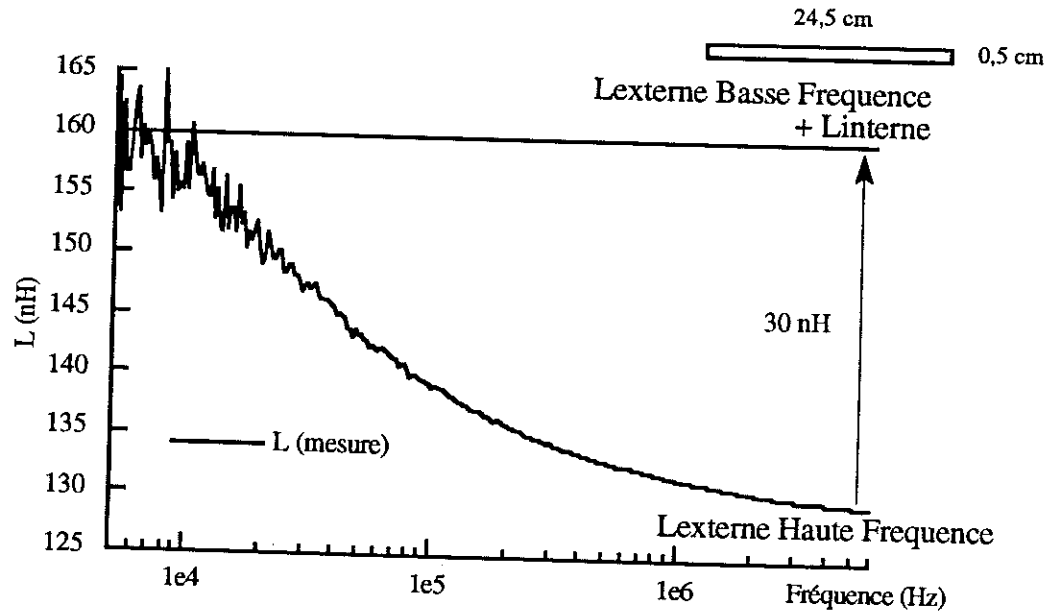


Fig. 28. Inductance d'une boucle rectangulaire réalisée en fil rond  $\phi = 2,25$  mm.

### Calcul analytique

• L'étude de la variation d'inductance interne d'un conducteur cylindrique avec la fréquence est analytiquement possible, dans le cas où l'épaisseur de peau  $\delta$  est très petite devant le rayon  $a$ , en remplaçant le conducteur cylindrique par un conducteur plan de largeur  $2\pi a$ . (Fig. 29). La densité de courant  $J$  est fonction de  $z$  et de  $t$ , et on appelle  $J_0$  sa valeur sur le plan  $z = 0$ . On résoudra les équations de Maxwell dans une zone proche du plan et loin des extrémités.

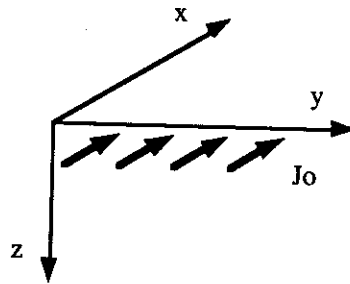


Fig. 29. Demi-espace pour le calcul de l'inductance interne d'un cylindre

Dans le cas qui nous préoccupe, nous avons à résoudre les équations de Maxwell en quasi statique (sans accumulation de charges). Le terme  $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$  est considéré comme négligeable dans le domaine de fréquence qui nous intéresse.

$$\left\{ \begin{array}{l} \operatorname{div} \vec{E} = 0 \\ \operatorname{rot} \vec{H} = \vec{J} \quad \text{Avec } \vec{J} = \sigma \vec{E} \\ \operatorname{div} \vec{H} = 0 \\ \operatorname{rot} \vec{E} = -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \end{array} \right.$$

Pour trouver l'équation régissant la propagation de  $\vec{J}$ , il suffit d'exprimer:

$$\operatorname{rot}(\operatorname{rot} \vec{J}) = -\mu_0 \sigma \frac{\partial \vec{J}}{\partial t}$$

Considérons un régime harmonique pur;  $\frac{\partial J}{\partial t}$  est alors égal à  $j \omega J$  en considérant des grandeurs complexes.

Et donc:

$$\Delta J = -\mu_0 \sigma j \omega J \quad (4)$$

$J$  comme  $H$  ne dépend ni de  $x$  ni de  $y$ , puisque les dimensions sont infinies dans ces directions; la solution de (4), après intégration, est donc donnée par :

$$J(z, t) = (A e^{(1+j)z/\delta} + B e^{-(1+j)z/\delta}) e^{j\omega t},$$

où  $\delta = \sqrt{\frac{2}{\sigma \omega \mu_0}} > 0$  représente l'épaisseur de peau.

Dans notre cas, la limite quand  $z$  tend vers l'infini doit être bornée, si bien que  $A = 0$ .  
Nous obtenons alors:

$$\vec{J}(z, t) = J_0 e^{-z/\delta} e^{j(\omega t - z/\delta)} \vec{x}$$

Le champ  $\vec{H}$  se déduit de  $\vec{J}$  par  $\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{J}$ , c'est-à-dire  $\vec{H}(z) = \int_{z_0}^{\infty} J dz \vec{y}$ .

Nous pourrions, à partir des expressions de  $\vec{H}$  calculer l'énergie magnétique emmagasinée dans une tranche de dimensions  $x_0, y_0$ , et infinie selon  $z$  pour obtenir la valeur de l'inductance par unité de longueur et de largeur, par identification avec  $\frac{1}{2} L I^2$ .

Une autre méthode consiste à exprimer la puissance réactive moyenne stockée dans cette tranche pour obtenir son inductance, la puissance active moyenne donnant sa

résistance. Pour cela nous pouvons former le vecteur de Poynting. Son flux à travers une surface fermée donne la puissance active contenue dans le volume correspondant.

$$\vec{S} = \vec{E} \wedge \vec{H} \quad \text{avec} \quad \vec{E} = E_0(z) \cos(\omega t) \vec{x} \quad \text{et} \quad \vec{H} = H_0(z) \cos(\omega t + \varphi) \vec{y}$$

Cette définition du vecteur de Poynting est valable à tout instant. Le flux calculé donne donc la puissance active instantanée. Mais la puissance réactive n'est pas accessible.

Nous sommes amenés à définir le vecteur de Poynting complexe [8] qui s'écrit,  $\vec{E}$  et  $\vec{H}$  étant perpendiculaires:

$$\underline{S} \doteq \frac{1}{2} \underline{E} \underline{H}^*$$

Avec  $\underline{E} = E_0(z) \cdot e^{j\omega t}$  (porté par l'axe x)

et  $\underline{H} = H_0(z) \cdot e^{j(\omega t + \varphi)}$  (porté par l'axe y)

Le flux de  $\underline{S}$  à travers une surface fermée donne, par sa partie réelle, la *valeur moyenne* de la puissance active stockée dans le volume, et par sa partie imaginaire, la *valeur moyenne* de la puissance réactive. Le temps en effet n'intervient plus dans cette expression puisque les deux grandeurs sont conjuguées.

Dans le cas qui nous préoccupe, nous obtenons:

$$\underline{S} = \frac{1}{2} \underline{E} \underline{H}^* = \frac{1}{2\sigma} \underline{I} \underline{H}^*,$$

ce qui après calculs donne:

$$\underline{S}(z) = \frac{J_0^2 \delta}{2\sqrt{2} \sigma} e^{-2z/\delta} e^{j\pi/4} \quad (\text{porté par l'axe } z)$$

$\underline{S}$  étant porté par z, la seule composante non nulle de son flux à travers la surface fermée délimitant la tranche de dimensions  $x_0$ ,  $y_0$  et s'étendant indéfiniment de  $z = 0$  à  $z \rightarrow \infty$  est celle correspondant à la tranche supérieure ( $z = 0$ ) (Fig. 30).

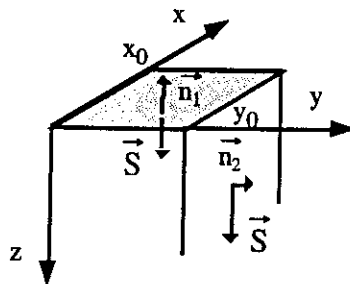


Fig. 30. Calcul du flux du vecteur de Poynting sur la tranche de largeur  $y_0$ , de longueur  $x_0$  et infinie selon z.

$$P_a + jP_r = \int_0^{x_0} \int_0^{y_0} \vec{S} \cdot \vec{n}_1 = x_0 y_0 S(0) = \frac{J_0^2 \delta}{2\sigma \sqrt{2}} e^{j\pi/4} x_0 y_0$$

$$\text{D'où } P_a = x_0 y_0 \frac{J_0^2}{4\sigma} \delta$$

$$\text{et } P_r = x_0 y_0 \frac{J_0^2}{4\sigma} \delta$$

$$\text{Or, } P_a = RI_{\text{eff}}^2$$

$$\text{et } P_r = L_i \omega I_{\text{eff}}^2, \text{ } I_{\text{eff}} \text{ représentant le courant efficace.}$$

Le courant total traversant la tranche choisie s'obtient par :

$$J = \int_0^{x_0} \int_0^{y_0} J(y, z) dz dy = y_0 \frac{J_0 \delta}{\sqrt{2}} e^{j(\omega t - \pi/4)} = y_0 \frac{J_0 \delta}{2} \sqrt{2} e^{j(\omega t - \pi/4)}$$

$$\text{Le courant efficace vaut donc } I_{\text{eff}} = y_0 \frac{J_0 \delta}{2}$$

$$\text{Alors } R = \frac{x_0}{\delta y_0 \sigma}$$

$$\text{et } L_i = \frac{x_0}{y_0 \delta \omega \sigma} = \frac{\mu_0 x_0 \delta}{2 y_0}$$

Dans le cas du cylindre de rayon  $a$ , la largeur  $y_0$  considérée vaut  $2\pi a$ , et les paramètres linéiques du conducteur valent :

$R/x_0 = R_0 a/2\delta$ $L_i/x_0 = L_0 2\delta/a$
---

( $R_0 = 1/(\sigma \pi a^2)$  représente la résistance en continu).

*Rappel:* les résultats ci-dessus ne sont valables que pour  $\delta \ll a$ .

Le rapport de la résistance apparente par rapport à celle en continu est exactement l'inverse de celui reliant l'inductance interne à l'inductance interne basse fréquence.

Les résultats de cette approche analytique ont été portés sur le tableau 2 et la Fig. 27. La correspondance avec les mesures est bonne à partir de 20 kHz, où  $\delta/a = 0,4$  ( $2a = 2,25\text{mm}$ ).



f(MHz)	0.01	0.03	0.06	0.1	0.3	0.6	1	3	6	10	30
$\delta$ ( $\mu\text{m}$ )	666.6	384.9	272.1	210.8	121.7	86.1	66.7	38.5	27.2	21.1	12.2
L(nH/m)	59.3	34.2	24.2	18.7	10.8	7.6	5.9	3.4	2.4	1.9	1.1
L <sub>50cm</sub> (nH)	29.6	17.1	12.1	9.4	5.4	3.8	3.0	1.7	1.2	0.9	0.5
R <sub>50cm</sub> (m $\Omega$ )	1.9	3.2	4.6	5.9	10.2	14.4	18.6	32.2	45.6	58.9	102.0

Tableau 2. Inductance interne et résistance en fonction de la fréquence pour un conducteur cylindrique ( $\phi = 2a = 2.25 \text{ mm}$ ) en cuivre ( $\sigma = 5,7 \cdot 10^7$ ).

### c) Le fil méplat

C'est le cas le plus fréquent en Electronique de puissance, puisqu'il englobe la catégorie des barres d'amenée de courant et celle des pistes de circuit imprimé, qui sont un cas particulier de conducteurs de sections rectangulaires où l'épaisseur est très faible devant la largeur.

#### Inductance interne

Le calcul analytique est beaucoup moins aisé que dans le cas du fil cylindrique, puisque les symétries mises en jeu sont différentes.

Les approximations qui sont souvent faites dans le cas d'une dimension très petite devant l'autre sont de considérer la grande largeur comme infinie, ce qui permet de se ramener au cas monodimensionnel d'une nappe de courant [9], [10].

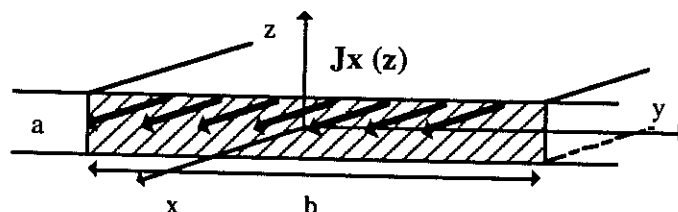


Fig. 31. Nappe de courant représentant un conducteur méplat d'épaisseur très faible.

Si  $b \gg a$  (Fig. 31), considérer la nappe de courant d'épaisseur  $a$  revient à étudier l'effet de peau selon l'axe  $z$ . Malheureusement, ce n'est pas le phénomène prépondérant dans le cas réel, car l'effet de peau dans un conducteur très mince se manifeste selon l'axe  $y$  bien avant qu'il ne se produise selon  $z$ .

Nous avons donc été conduits à mettre en oeuvre une approche par simulation "éléments finis" sur le logiciel FLUX2D. Le tableau 3 montre les résultats obtenus pour une surface  $S = 0,4375 \text{ mm}^2$  maintenue constante, en faisant varier la forme de la section du conducteur méplat. L'inductance interne basse fréquence ainsi que son évolution quand la fréquence augmente ( $f = 1 \text{ MHz}$ ) ont été étudiées. Le cas d'un

conducteur cylindrique de même surface a également été traité (dernière ligne du tableau), ce qui permet de retrouver les 50 nH/m évoqués au § II 3 4 (inductance interne).

a (mm)	b (mm)	a/b	R (mΩ/m) 1MHz	Li (nH/m) 1Hz	Li (nH/m) 1MHz
0,0035	12,5	0,0028	61,2	0,6	0,6
0,0661	6,61	0,0100	63,4	2,0	2,0
0,15	2,9	0,0520	74,6	9,3	7,1
0,21	2,1	0,1000	86,6	16,3	10,4
0,33	1,32	0,2500	111,5	31,0	14,2
0,47	0,94	0,5000	123,4	43,0	15,7
0,66	0,66	1,0000	128,4	48,3	16,3
r = 0,373		-	120,8	50,0	17,5

Tableau 3. Simulations "éléments finis" pour une surface constante ( $R_{BF} = 39 \text{ m}\Omega$ ).  
Variation de résistance et d'inductance interne en fonction de la forme de la section d'un conducteur méplat en basse et haute fréquence.

L'inductance interne tend bien à s'annuler en haute fréquence, comme décrit au § II 3 4.

Pour des valeurs de a/b relativement faibles, la Fig. 32. montre que l'inductance interne basse fréquence peut être évaluée par  $\frac{\mu_0}{6} \frac{a}{b}$ .

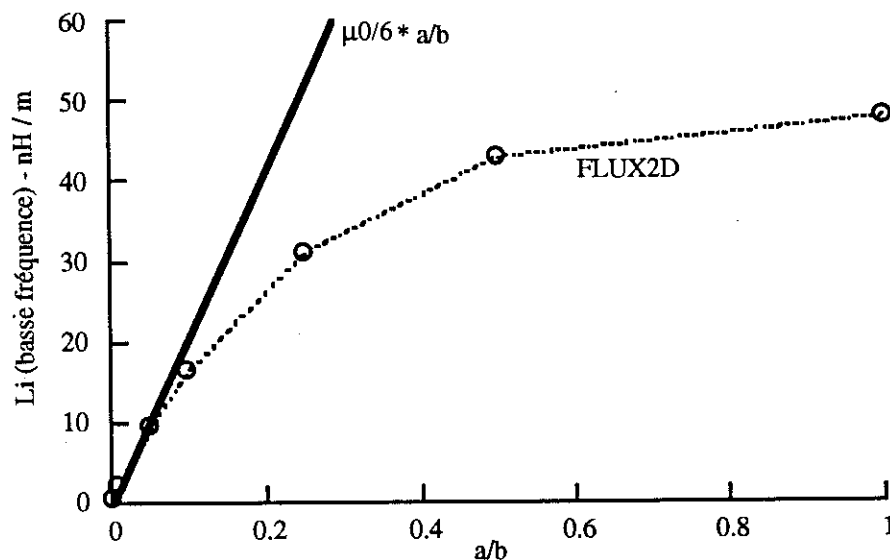


Fig. 32. L'inductance interne basse fréquence et l'approximation  $\frac{\mu_0}{6} \frac{a}{b}$ .

Il est intéressant de noter que pour du circuit imprimé classiquement utilisé en électronique de puissance, de 210  $\mu\text{m}$  d'épaisseur, où il est courant de rencontrer des pistes de 1 cm de large, la valeur de l'inductance interne sera alors inférieure à

4,4 nH/m. Pour des cartes de puissance, où la longueur totale des connexions n'excède pas 20 cm, l'inductance interne ne dépassera pas le nanoHenry.

L'augmentation de la résistance avec la fréquence est moins sensible à 1 MHz sur des pistes de circuit imprimé larges que sur des conducteurs massifs car l'effet de peau, dans le cas des faibles épaisseurs à cette fréquence, n'intervient que dans une seule direction.

Les fils de sections circulaires ou carrées ont un comportement résistif voisin.

### *Variation d'inductance avec la fréquence dans le cas du circuit imprimé*

L'inductance interne d'une piste de circuit imprimé est donc négligeable. Nous avons effectué des mesures qui montrent pourtant que l'inductance d'une boucle réalisée par cette technologie décroît d'une dizaine de nanoHenrys (circuit de 10 cm x 4,8 cm, réalisé en circuit imprimé de 35  $\mu\text{m}$  et des pistes de 1,25 cm de large). Or, l'inductance interne d'un tel circuit comportant moins de 30 cm de conducteur est de l'ordre de 0,2 nH.

La diminution de l'inductance interne avec l'augmentation de la fréquence ne suffit absolument pas à expliquer une variation de cette ampleur; l'inductance externe est donc nécessairement affectée par la fréquence.

Contrairement au cas du fil rond, la redistribution haute fréquence des lignes de courant rompt la symétrie initiale (Fig. 33.).

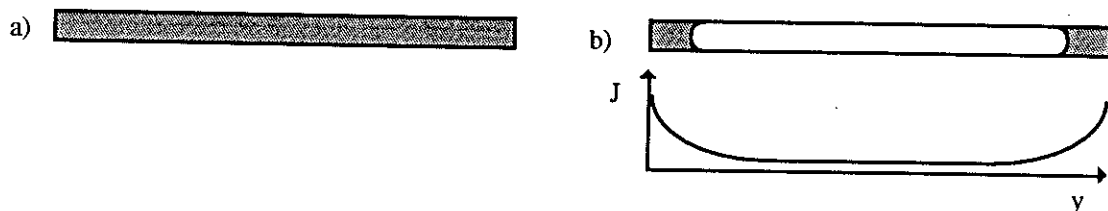


Fig. 33. Densité de courant d'un conducteur méplat.

a) Basse fréquence  
b) Haute fréquence

La diminution d'inductance avec la fréquence, dans le cas de conducteurs méplats de faibles épaisseurs, n'est donc pas due à l'annulation de l'inductance interne, qui est négligeable, mais bien à une variation d'inductance externe. En effet la redistribution haute fréquence du courant ne présente pas la même symétrie qu'en basse fréquence, contrairement au cas du fil rond ou du conducteur de section carrée (qui en première approximation se présente comme un conducteur cylindrique). La notion d'inductance interne dans le cas du circuit imprimé ne suffit donc pas à expliquer la variation d'inductance avec la fréquence.

## **II 4 Conclusion**

Dans ce chapitre, la notion d'inductance -interne et externe- a été rappelée et complétée par celle d'inductance / mutuelle partielle. Les phénomènes physiques entraînant une variation d'inductance (fréquence, plan de masse, proximité) ainsi que l'influence des caractéristiques géométriques des boucles et des conducteurs ont été étudiés.

Des formules analytiques pour le calcul de mutuelles partielles dans le cas de segments, filiformes ou de sections rectangulaires, ont été évoquées, qui permettent l'accès à la valeur des inductances et mutuelles de toute boucle de connection en Electronique de Puissance.

En effet, dans le domaine de la connectique, les cas couramment rencontrés sont ceux des fils ronds ou de sections rectangulaires. Les inductances et mutuelles partielles entre conducteurs cylindriques peuvent être obtenues à partir des formulations entre segments filiformes [5], [11] ou en considérant des sections carrées. Toute autre section (profil en "H", en "U", ...) pourra être obtenue par association de conducteurs méplats.

Nous n'étudierons donc par la suite que le cas des conducteurs de sections rectangulaires, le plus général et le plus délicat.



**Mesure d'inductance, de résistance,  
de mutuelle**



### III Mesure d'inductance, de résistance, de mutuelle

La nécessité d'effectuer des mesures d'impédance est double. D'une part, c'est une vérification indispensable à toute modélisation et théorie. D'autre part, certaines imperfections de composants, telle que l'inductance parasite d'un condensateur de puissance, ne sont pas à l'heure actuelle autrement accessibles.

#### III 1 Le pont de mesure HP4194A. Connectique - Compensation

##### III 1 1 Le pont HP4194A

Nous avons utilisé pour effectuer nos mesures le pont de mesure d'impédance HP4194A. Celui-ci utilise une méthode basée sur un pont autoadaptatif (Fig. 1). Ceci permet de couvrir une bande de fréquence étendue (100 Hz - 40 MHz) et d'obtenir une grande précision sur des impédances s'étalant entre 0,1 m $\Omega$  et 1,6 M $\Omega$ .

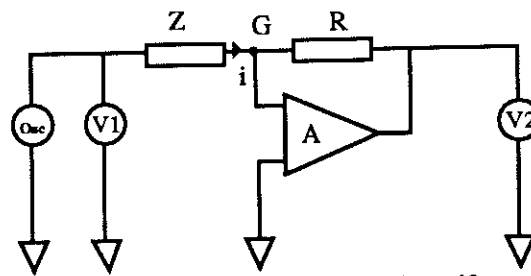


Fig. 1. Pont de mesure autoadaptatif

Le principe est le suivant: un oscillateur local alimente l'impédance Z à déterminer. La tension V2 aux bornes de la résistance est l'image du courant i traversant Z et la tension aux bornes de Z est mesurée par V1, puisque l'amplificateur A est câblé en suiveur. L'impédance Z est alors obtenue par le rapport  $V1/i$ , en module et phase.

Le point G est une "masse virtuelle" dans la mesure où l'amplificateur A est de bonne qualité (impédance d'entrée très grande et gain en circuit ouvert important). Dans la pratique, pour un fonctionnement à fréquence élevée, cet amplificateur est remplacé par un modulateur et un détecteur de zéro [12].

La valeur de R peut être modifiée suivant l'impédance du dispositif à mesurer. Si cette dernière est trop grande, le courant i est faible et R doit être augmentée pour que V2 soit mesurable avec un rapport signal / bruit acceptable. Dans tous les cas de figure, si le dispositif le tolère, l'amplitude de l'oscillateur doit être la plus importante possible (1 Volt) afin d'augmenter la précision de mesure.

Dans notre cas, nous désirons mesurer des inductances de connectique, donc sans matériau magnétique. De ce fait, la saturation qui serait à craindre avec un signal d'entrée



important ne rentre pas en ligne de compte.

Dans le cas de mesure de capacités parasites, le niveau d'alimentation ne perturbera pas la mesure. Nous utiliserons donc toujours un signal d'entrée d'amplitude maximale (1Volt).

### III 1 2 Connectique

Un pont autoadaptatif est équipé en sortie de quatre connections:

- Hc et Lc ("High & Low Current") correspondent à l'alimentation du dispositif et à la mesure du courant qui le traverse
- Hp et Lp ("High & Low Potential") sont utilisées pour la mesure de la tension aux bornes de l'impédance à déterminer.

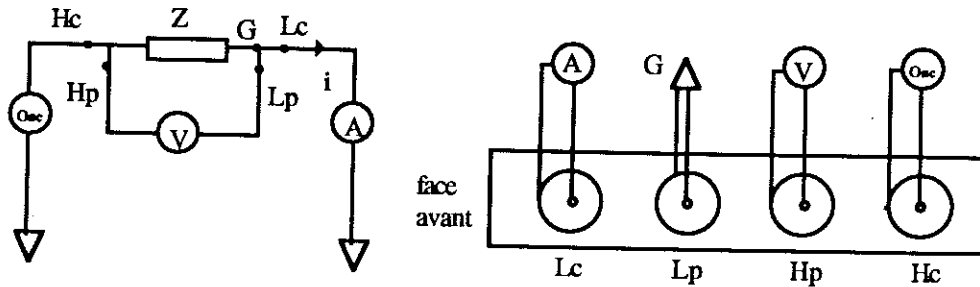


Fig. 2. Schéma de principe et sorties réelles disponibles dans le cas d'une mesure d'impédance

Plusieurs solutions sont possibles pour connecter ces quatre sorties au dispositif.

• *Mesure 2 points*. C'est la méthode la plus simple: le circuit d'alimentation et celui de mesure de la tension sont identiques (Fig. 3). Les sources d'erreurs sont multiples puisque les inductances de connection et les résistances de contact et de câblage sont parcourues par un courant important à l'origine de chutes de tension non négligeables.

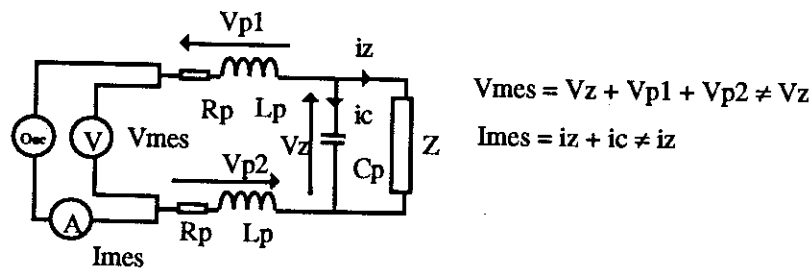


Fig. 3. Mesure 2 points

L'influence de la capacité  $C_p$  se fait sentir d'autant plus que les impédances mesurées sont importantes. Cet effet peut être minimisé par l'emploi de câbles coaxiaux dont le blindage est relié à la masse virtuelle de l'appareil. C'est la mesure 3 points.

• *Mesure 3 points*

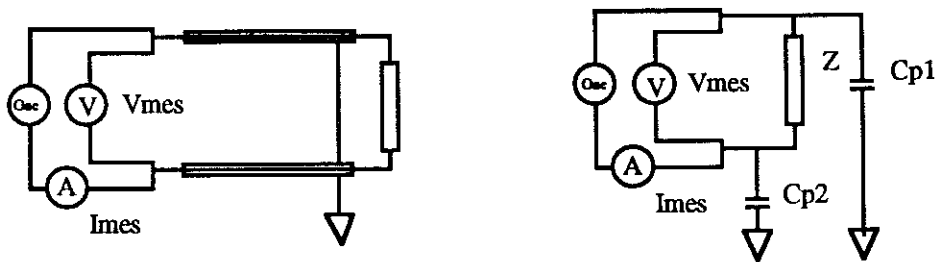


Fig. 4. Mesure 3 points

Dans ce cas, l'influence de  $C_p$  est diminuée puisque les effets capacitifs aux bornes de  $Z$  sont maintenant constitués par les deux capacités linéiques des deux câbles coaxiaux d'amenée de courant. Or, l'association de deux capacités en série aboutit à une capacité plus faible. Si par exemple  $C_{p1} = C_{p2}$  alors  $C_p = C_{p1}/2$ .

Cette méthode est donc plus efficace que la mesure deux points pour des longueurs de câble coaxial restant faibles.

• *Mesure 4 et 5 points*

Grâce à cette méthode, l'effet des connections (inductance et résistance) est diminué dans la mesure où le circuit de prise de tension est différent de celui d'alimentation. Le courant parcourant les impédances  $L_{p1}$ ,  $R_{p1}$  et  $L_{p2}$ ,  $R_{p2}$  étant quasi-nul, les chutes de potentiel sont faibles et la tension mesurée proche de celle du dispositif.

La méthode peut être améliorée par l'emploi de câbles coaxiaux qui diminuent l'influence des effets capacitifs en parallèle sur l'impédance à mesurer (mesure 5 points).

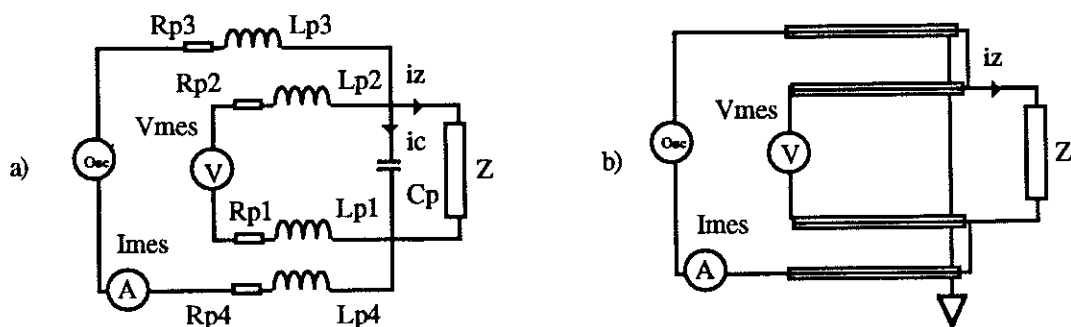


Fig. 5. a) Mesure 4 points b) Mesure 5 points

Cette méthode donne de bons résultats pour des impédances allant jusqu'à l'Ohm. En dessous, le courant traversant le circuit d'alimentation de l'impédance à déterminer devient important, et des effets de mutuelle entre ce circuit et la boucle de mesure de tension apparaissent.

• *Mesure "4 points coaxiale"*

Il s'agit d'éliminer ces effets de mutuelle entre la boucle d'alimentation et celle de mesure de tension. Pour cela, le chemin du courant est choisi de manière à diminuer la surface des boucles et à les "blinder" vis-à-vis de l'extérieur par l'emploi de câbles coaxiaux. C'est la méthode la plus adaptée pour la mesure d'impédance faible ( $< 1 \Omega$ ), et c'est celle que nous emploierons systématiquement.

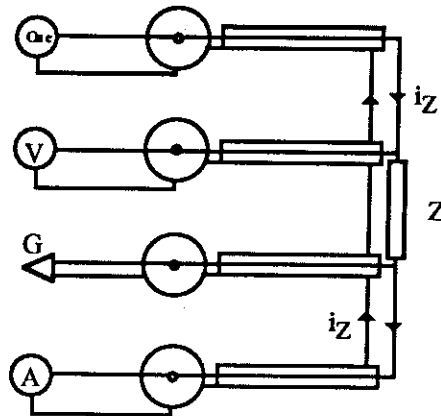


Fig. 6. Mesure 4 points coaxiale

### III 1 3 Compensation

Malgré tous les soins apportés aux connexions reliant le pont de mesure d'impédance au dispositif, des éléments parasites demeurent, ne serait-ce - nous l'avons vu - que les capacités linéiques des câbles coaxiaux. De plus, des erreurs systématiques dues à l'appareil doivent être prises en compte. Enfin, il est difficile d'assurer la mesure "quatre points" jusqu'à l'impédance à déterminer, et une connexion supplémentaire est souvent intercalée entre le pont de mesure et le dispositif.

Pour cela, une procédure de compensation peut être mise en oeuvre.

Elle peut se borner à l'élimination d'une grandeur constante (Fig. 7).

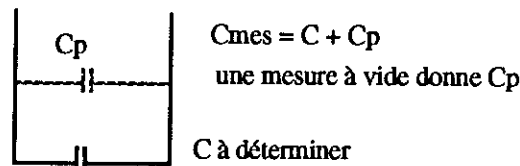


Fig. 7. Soustraction d'une constante s'ajoutant à la grandeur mesurée

Dans le cas général, les éléments parasites dus à la connexion (inductances, capacités) sont présents simultanément et une autre procédure doit être mise en oeuvre: c'est la **compensation circuit ouvert / court-circuit**.

Dans ce cas, le dispositif reliant le pont de mesure à l'impédance à déterminer est considéré comme un quadripôle symétrique (Fig. 8).

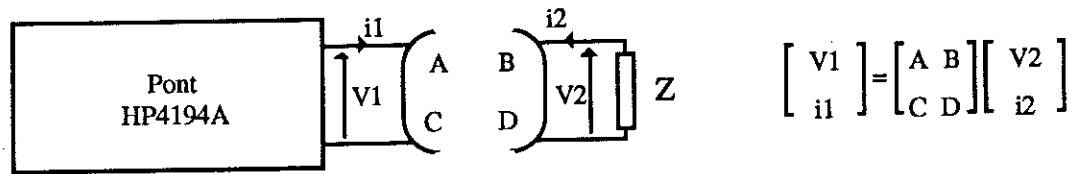


Fig. 8. Compensation: les connexions sont considérées comme formant un quadripôle

La matrice d'un quadripôle symétrique  $\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$  présente la particularité de n'avoir que trois termes indépendants. En effet, que l'on alimente le quadripôle d'un côté ou de l'autre n'a aucune importance. Par conséquent:

$$\left. \frac{V_1}{i_1} \right|_{i_2=0} = \frac{A}{C} = - \left. \frac{V_2}{i_2} \right|_{i_1=0}$$

(le signe - est dû au changement de convention de signe du courant entre l'entrée et la sortie du quadripôle)

Or si  $i_1 = 0$ , on a:

$$0 = CV_2 + Di_2$$

et donc  $V_2/i_2 = -D/C$

Par conséquent  $A = D$

Dans ce cas, deux mesures suffisent pour connaître la valeur de l'impédance à déterminer vue au travers du quadripôle.

L'impédance mesurée est:

$$Z_{\text{mes}} = \frac{V_1}{i_1} = \frac{AV_2 + Bi_2}{CV_2 + Ai_2}$$

L'impédance  $Z$  à déterminer vaut:

$$Z = \frac{V_2}{i_2} = \frac{AV_1 - Bi_1}{Ai_1 - CV_1}$$

Une mesure à vide ( $i_2 = 0$ ) donne  $Z_0 = A/C$

Une mesure en court circuit ( $V_2 = 0$ ) donne  $Z_{\text{cc}} = B/A$

$$\text{Ainsi, } Z = \frac{AZ_{\text{mes}} - B}{A - CZ_{\text{mes}}} = \frac{Z_{\text{mes}} - Z_{\text{cc}}}{1 - \frac{Z_{\text{mes}}}{Z_0}}$$

$$Z = Z_0 \frac{Z_{\text{mes}} - Z_{\text{cc}}}{Z_0 - Z_{\text{mes}}}$$

Si la connectique ne peut être assimilée à un quadripôle symétrique, une mesure supplémentaire sur une charge calibrée connue  $Z_{cal0}$  doit être effectuée. En effet, la relation  $A = D$  n'est plus valable.

$$\text{Dans ce cas } Z_0 = \frac{A}{C} \quad Z_{cc} = \frac{B}{D} \quad Z_{cal} = \frac{AZ_{cal0} + B}{CZ_{cal0} + D}$$

Alors

$$Z = Z_{cal0} \cdot \frac{(Z_{mes} - Z_{cc})(Z_0 - Z_{cal})}{(Z_0 - Z_{mes})(Z_{cal} - Z_{cc})}$$

Une mémoire du pont de mesure d'impédance est réservée à l'entrée des paramètres de l'impédance calibrée connue  $Z_{cal0}$  (résistance - inductance...), de l'impédance du circuit ouvert  $Z_0$  et de celle du court-circuit  $Z_{cc}$ .

Cette dernière procédure de compensation est surtout importante si un filtre est intercalé entre le pont et l'impédance inconnue, ou si la longueur de câble les reliant n'est plus négligeable devant la longueur d'onde (fréquence [MHz] x longueur [m]  $\geq 15$  - [12]).

**NB:** La compensation sous-entend que les impédances à corriger sont faibles devant celle du dispositif à mesurer.

Typiquement, le court-circuit doit avoir une impédance 100 fois inférieure à celle du dispositif et le circuit ouvert 100 fois supérieure.

### III 2 Mesure d'inductance, de résistance - Méthode directe

Deux méthodes peuvent être employées:

- une mesure directe avec une connexion respectant au maximum la mesure "4 points coaxiale" et une compensation type "circuit ouvert / court-circuit".
- une mesure par la sonde de mesure d'impédance HP41941A en utilisant la partie "gain phase" du pont de mesure HP4194A et une compensation "circuit ouvert / court-circuit / charge".

Cette deuxième méthode présente l'avantage d'étendre la gamme de fréquence jusqu'à 100 Mhz, mais elle a posé des difficultés de mise en oeuvre, la connexion entre la sonde de mesure d'impédance et les boucles en circuit imprimé étant difficile à compenser.

La première méthode donne de bons résultats sur une gamme de fréquence s'étendant environ de 100 kHz à 10 MHz pour des inductances d'une centaine de nanohenrys.

La Fig. 9 reporte la mesure d'une boucle en circuit imprimé mesurant 10 cm x 4,8 cm réalisée avec des pistes de 1,25 cm x 35  $\mu$ m.

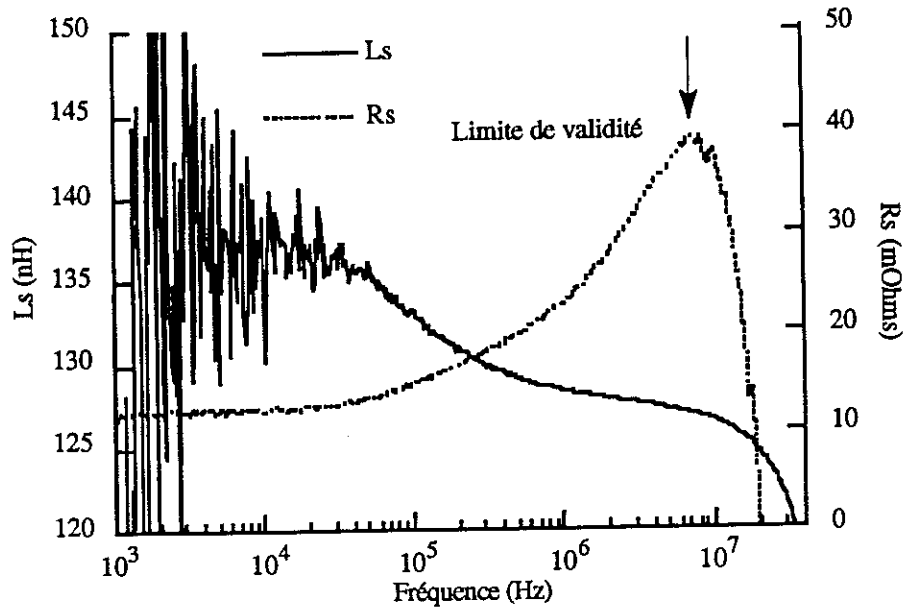


Fig. 9. Mesure d'une boucle rectangulaire en circuit imprimé: inductance et résistance

Précision sur L (dépend de  $D = R / L\omega$ )

	$D \leq 0,2$	$D > 0,2$
L	$L_a$	$L_a \cdot (1 + D)$

$$\text{Avec: } L_a = \frac{A1}{\alpha} + A2 + \left( \frac{B1}{|ZL|} + B2 \cdot |ZL| \right) \cdot \frac{100}{\alpha} [\%]$$

où  $|ZL| = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L_m$ , f étant la fréquence exprimée en Hz et  $L_m$  l'inductance mesurée.  
 $\alpha$  représente le niveau du signal de test appliqué (en V). A1, A2, B1 et B2 sont tirés du graphe suivant.

Graph 2

INTEG TIME: MED or LONG, Averaging:  $\geq 4$

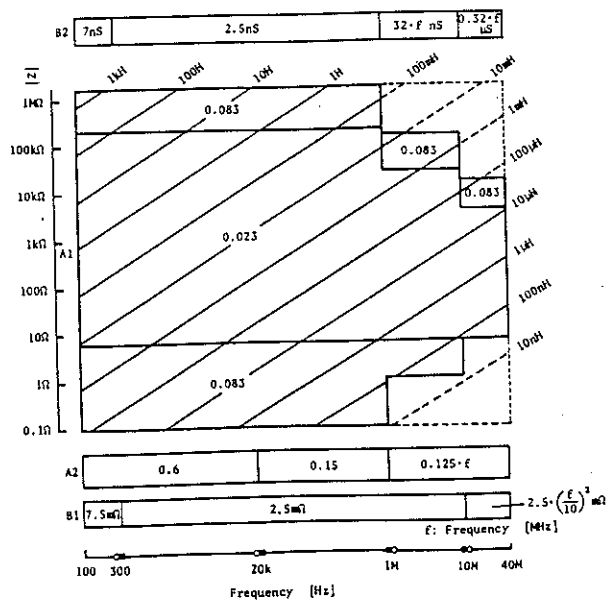


Tableau 1. Précision des mesures sur l'inductance.

Le tableau 1 [13] indique la précision obtenue sur l'inductance de cette boucle pour le pont HP419A.

A cette erreur, il convient d'ajouter celle due au dispositif HP16047D assurant la conversion "4 points coaxiale" / "deux points" permettant la connexion avec la boucle (Fig. 10) [14].

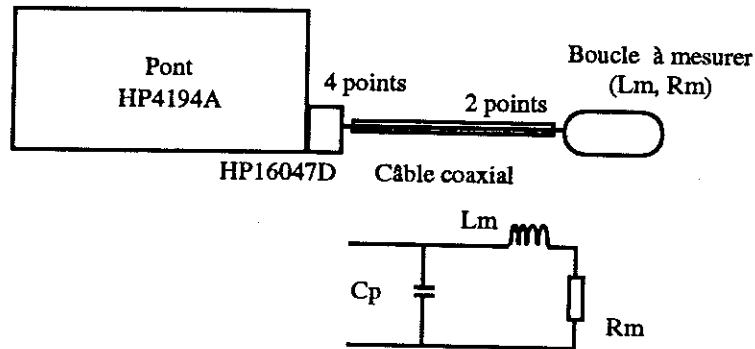


Fig. 10. Connectique de mesure utilisée.

La Fig. 11, d'après ces données, reporte l'erreur totale commise sur cette mesure sur la gamme de fréquence 10 kHz - 40 MHz.

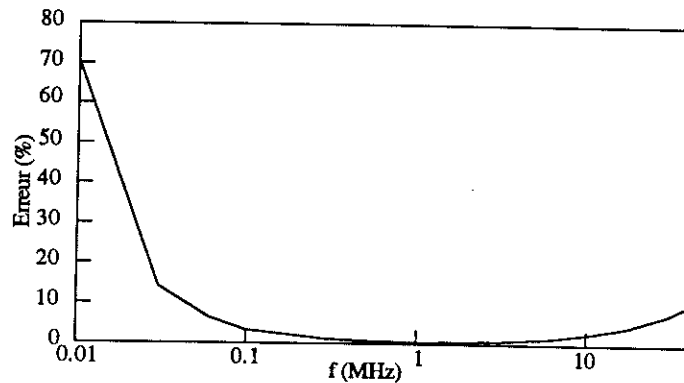


Fig. 11. Erreur de mesure sur une boucle de courant  $L_s \approx 127\text{nH}$ ,  $R_s \approx 32\text{ m}\Omega$

En dessous de 30 kHz, la réactance mesurée ( $|X| = 0.02\ \Omega$ ) atteint les limites de précision du pont: l'erreur de mesure dépasse 50 %.

Vers 10 MHz, un autre problème apparaît: une résonance se produit entre les capacités de la connectique et l'inductance mesurée. Le "circuit bouchon" obtenu par la mise en parallèle de  $L_m$  et  $C_p$  fait tendre l'impédance mesurée par le pont vers l'infini. Les compensations en oeuvre font donc apparaître  $Z = -Z_0$ ,  $Z_0$  étant la mesure en circuit ouvert effectuée pour la compensation.

Ceci a été vérifié. La mesure en circuit ouvert et celle obtenue en haute fréquence, avec compensation, semblent bien converger (Fig. 12), bien que la résonance se situe au delà de 40 MHz (fréquence maximale de l'appareil en mesure d'impédance).

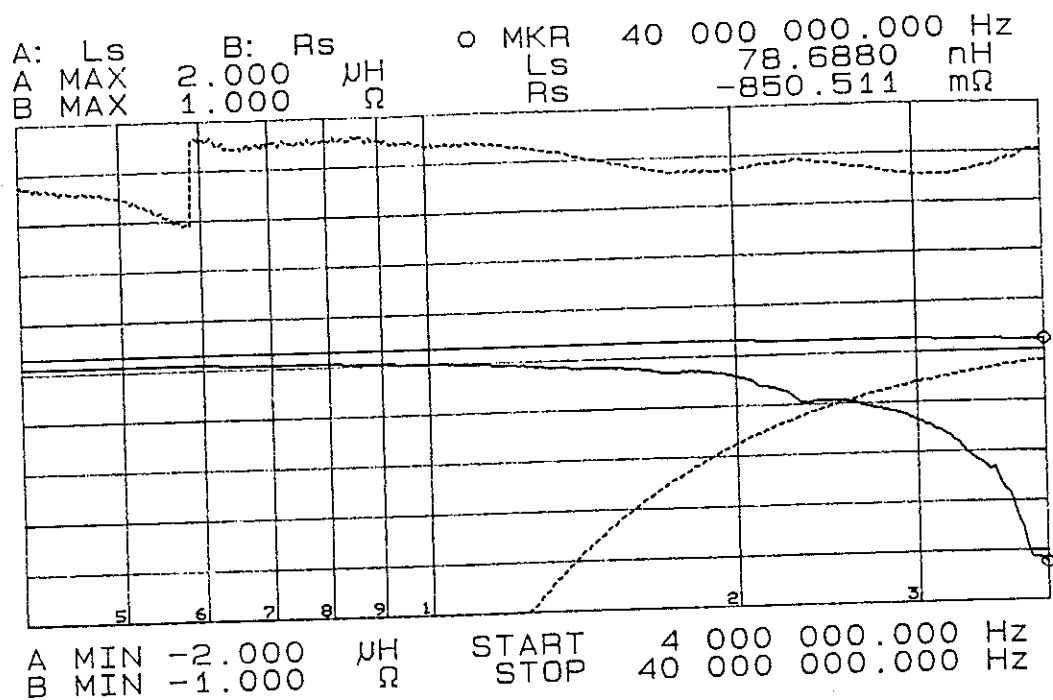


Fig. 12. — Impédance Z mesurée, ..... Impédance  $Z_0$  à vide (Ls Rs)

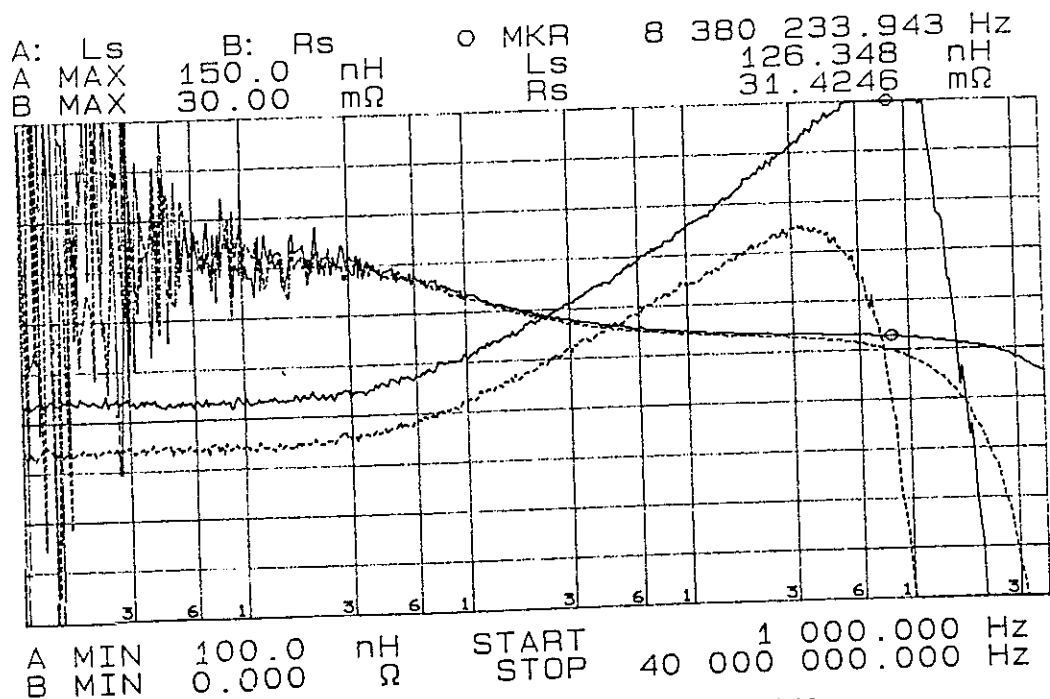


Fig. 13. — Câble coaxial court, ..... Câble coaxial long

La Fig. 13 montre l'influence de la longueur du câble coaxial utilisé pour prolonger la connexion en sortie du dispositif HP16047D (Fig. 10), et donc celle de la capacité parasite.



La longueur du câble, donc la valeur de  $C_p$ , joue bien sur la résonance. Les variations de résistances entre les deux mesures sont essentiellement dues aux f. e. m de contact différentes; il a été très difficile d'obtenir des mesures reproductibles de résistances faibles, au-delà d'une précision de 10%.

Divers essais ont été tentés pour modifier la connectique, en utilisant directement les sorties  $H_c$ ,  $L_c$ ,  $H_p$ ,  $L_p$  du pont de mesure, mais les résultats n'ont pas été probants: la capacité parasite est très délicate à éliminer.

Les méthodes proposées par "Hewlett Packard" pour diminuer son influence par des techniques de blindage (plaque de garde [12]) n'ont pas été suffisantes.

### **III 3 Mesure d'inductance - Méthode indirecte**

Une autre méthode peut être utilisée pour mesurer des inductances. Il s'agit de déterminer la fréquence de résonance d'un circuit oscillant formé d'un condensateur et de l'inductance de la boucle à déterminer.

Ceci est particulièrement utile dans le cas où l'on cherche à déterminer l'inductance d'un circuit comprenant un condensateur de puissance, dont l'inductance parasite non négligeable est inconnue.

La Fig. 14 montre la mesure de la maille de puissance d'un hacheur série comportant un condensateur de  $10 \mu\text{F}$ .

La fréquence de résonance obtenue est de  $180,5 \text{ kHz}$ . La mesure en basse fréquence donne la valeur de la capacité soit  $10,2 \mu\text{F}$ . L'inductance totale du circuit est donc de  $76,2 \text{ nH}$ .

La résonance secondaire observée semble due à une imperfection du condensateur de puissance. Une mesure effectuée avec un condensateur céramique monocouche à la place du condensateur polypropylène utilisé ne montre pas de résonance secondaire.

Par contre un condensateur céramique de  $4,7 \mu\text{F}$  formé d'un empilement de trois couches présente une seconde résonance analogue à celle observée Fig. 14.

Cette imperfection du condensateur sera étudiée plus en détail au chapitre V.

La méthode indirecte donne de bons résultats. Toutefois, son inconvénient majeur est que la valeur de l'inductance n'est obtenue qu'à la fréquence de résonance: la variation avec la fréquence n'est pas accessible.

D'autre part, cette méthode ne saurait être utilisée pour déterminer les seules inductances de boucles: en effet, les inductances parasites inhérentes aux condensateurs sont comptabilisées dans la mesure.

Nous la réserverons donc au cas où ces inductances parasites supplémentaires sont également à déterminer.

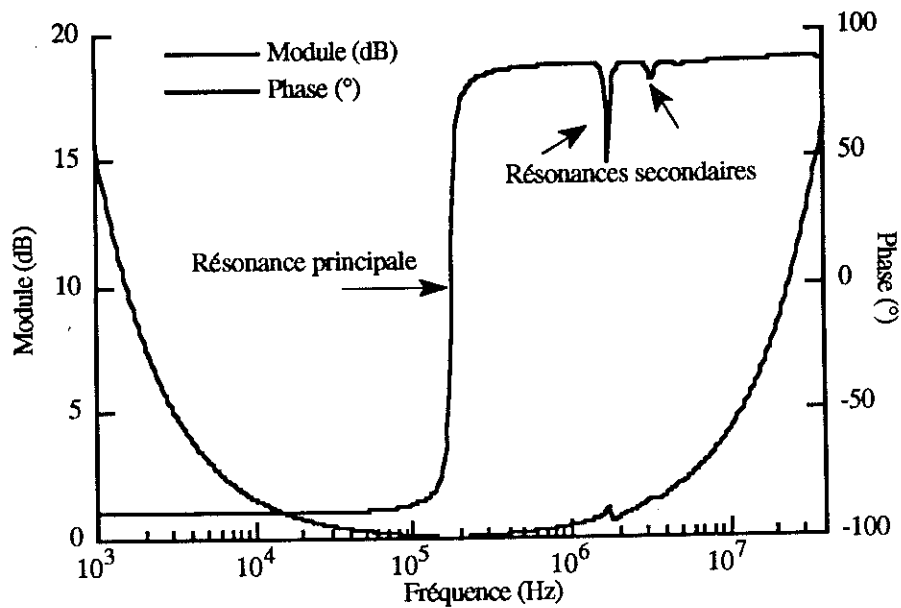
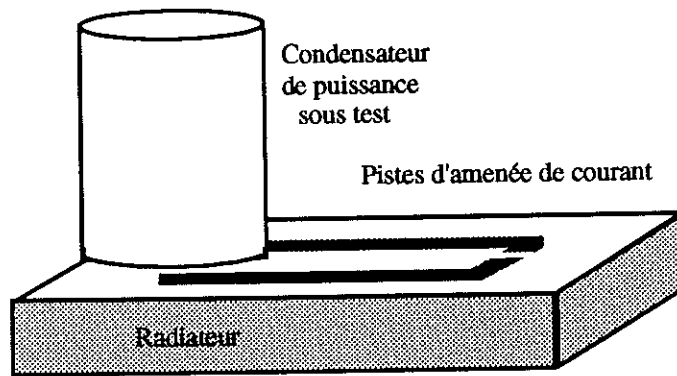


Fig. 14. Mesure de l'impédance de la maille de puissance d'un hacheur série

### III 4 Mesure de mutuelle

Pour mesurer la tension induite dans une boucle par l'effet d'un courant circulant dans une autre, nous utiliserons la fonction "gain phase" du pont de mesure.

Le principe est d'alimenter une boucle, en mesurant son courant par l'intermédiaire de la tension aux bornes d'une résistance de  $50 \Omega$ . La tension induite dans la deuxième boucle est mesurée par un voltmètre d'impédance d'entrée élevée ( $1 M\Omega$ ).

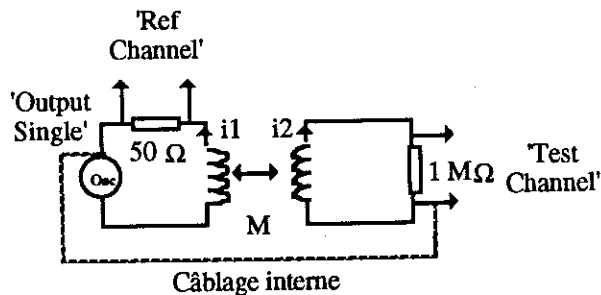


Fig. 15. Mesure de mutuelle

La tension  $V_{ref}$  vaut  $50 \times i_1$

La tension  $V_{test}$  vaut  $j\omega M \times i_1$  si  $i_2 \approx 0$

Par conséquent  $\frac{|V_{ref}|}{|V_{test}|_{dB}} = 20 \text{Log}_{10} \frac{M\omega}{50}$

La Fig. 16 montre la mesure de la mutuelle entre deux boucles rectangulaires concentriques. Le gain en dB présente effectivement une pente de 20 dB / décades et la phase vaut bien  $+90^\circ$ , aux effets résistifs près.

La valeur de la mutuelle obtenue est ici de 62.9 nH à 400 kHz.

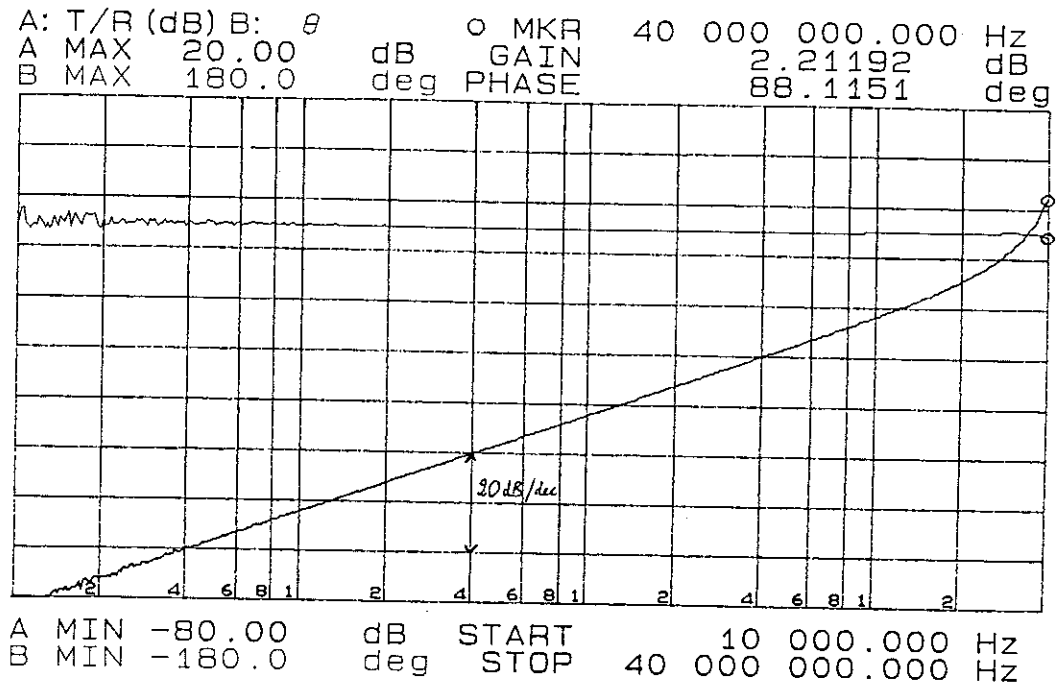


Fig. 16. Mesure de mutuelle ( $G_{dB} = 20 \text{Log}_{10} \frac{M\omega}{50}$ ,  $\varphi \approx 90^\circ$ )

Les résultats obtenus sont satisfaisants. En revanche, à cause du câblage interne qui relie les masses de l'oscillateur et des voltmètres, les deux circuits doivent être électriquement indépendants, ce qui exclut la mesure de mutuelle entre deux boucles ayant une portion commune.

### III 5 Conclusion

Dans cette partie, un appareil de mesure d'impédance et son utilisation ont été présentés. La mesure d'inductance par ce pont HP4194A donne des résultats satisfaisants entre 30 kHz et 10 MHz pour des inductances de l'ordre de la centaine de nanohenrys. Au delà de 10 MHz, les capacités parasites en parallèle viennent interdire toute mesure.

Nous avons également évoqué une méthode indirecte permettant de prendre en compte les inductances parasites de condensateurs de puissance, par la mesure de la fréquence de résonance obtenue en mesurant l'ensemble boucle / condensateur.

Enfin, la mesure de mutuelle entre circuits disjoints est également possible.

Il sera intéressant d'approfondir le problème de mesure directe d'inductance, afin de pouvoir obtenir des résultats sur une gamme de fréquence plus étendue. Ce point n'a pas été abordé dans ce travail, l'outil de mesure n'étant qu'une vérification des modélisations proposées.



**Prédétermination des inductances /  
mutuelles des conducteurs méplats**



## IV Prédétermination des inductances / mutuelles des conducteurs méplats (barres, circuit imprimé)

### IV 1 Principe

Nous avons cité des formules analytiques pour le calcul des inductances / mutuelles partielles de segments (filiformes ou de sections rectangulaires) parcourus par un courant uniformément réparti (basse fréquence).

Les formules telles quelles ne sont pas applicables au cas de la connectique en électronique de puissance, où des fronts raides (1000 A/ $\mu$ s) très riches en harmoniques hautes fréquences sont appliqués, et où les inductances des boucles considérées peuvent être faibles (quelques dizaines de nanohenrys), et, de ce fait, leurs variations avec la fréquence non négligeables.

Le principe adopté est alors de subdiviser le conducteur en plusieurs éléments où la densité de courant peut être considérée comme uniforme. De plus, cette décomposition permet de mieux décrire les géométries en assurant la continuité des lignes de courant dans les angles.

L'hypothèse fondamentale est donc de supposer connues les lignes de courant dans les conducteurs, seule l'intensité dans chaque ligne étant inconnue.

Un réseau de plusieurs cellules L, r couplées est ainsi obtenu, dont l'impédance équivalente donne les valeurs d'inductances, de résistances et, le cas échéant, de mutuelles entre circuits, en fonction de la fréquence.

### IV 2 Cas du circuit imprimé

#### **IV 2 1 Décomposition en circuits filiformes**

L'épaisseur du conducteur de section rectangulaire est très faible devant sa largeur. La densité de courant peut alors être considérée constante selon cette dimension. Pour du circuit imprimé de 35  $\mu$ m, cette approximation est valable pour  $2\delta = 35 \mu$ m, c'est-à-dire jusqu'à une fréquence d'environ 15 MHz pour du cuivre. Au delà, il faudra prendre en compte l'effet de peau dans l'épaisseur.

En se plaçant dans l'hypothèse où aucun courant transverse au sens des conducteurs ne circule, le problème est alors monodimensionnel et il suffit de subdiviser les conducteurs en circuits élémentaires filiformes (Fig.1). La ou les boucles sont alors représentées par un schéma électrique comportant  $n$  circuits élémentaires couplés.



Les résistances sont calculées simplement par la formule  $\rho.l / S$ ,  $l$  étant la longueur des conducteurs filiformes et  $S$  la section de la subdivision correspondante, en considérant la densité de courant uniforme.

Les mutuelles entre circuits élémentaires sont obtenues en utilisant la notion de mutuelle partielle et les formulations analytiques développées au chapitre 2.

Il suffit pour cela de considérer un circuit élémentaire comme une suite de segments filiformes. Les mutuelles partielles entre segments sont évaluées par la formulation analytique adéquate s'ils sont parallèles, et nulles s'ils sont perpendiculaires.

Le calcul des inductances partielles des conducteurs filiformes est plus délicat; les formulations dans le cas d'un fil sur lui-même divergeant. Les inductances sont alors calculées comme la mutuelle partielle entre un "filament" et son pourtour interne. Ce faisant, on néglige le flux magnétique compris entre ces deux circuits et donc une partie de l'inductance, mais si la subdivision est suffisamment fine, l'erreur commise est négligeable.

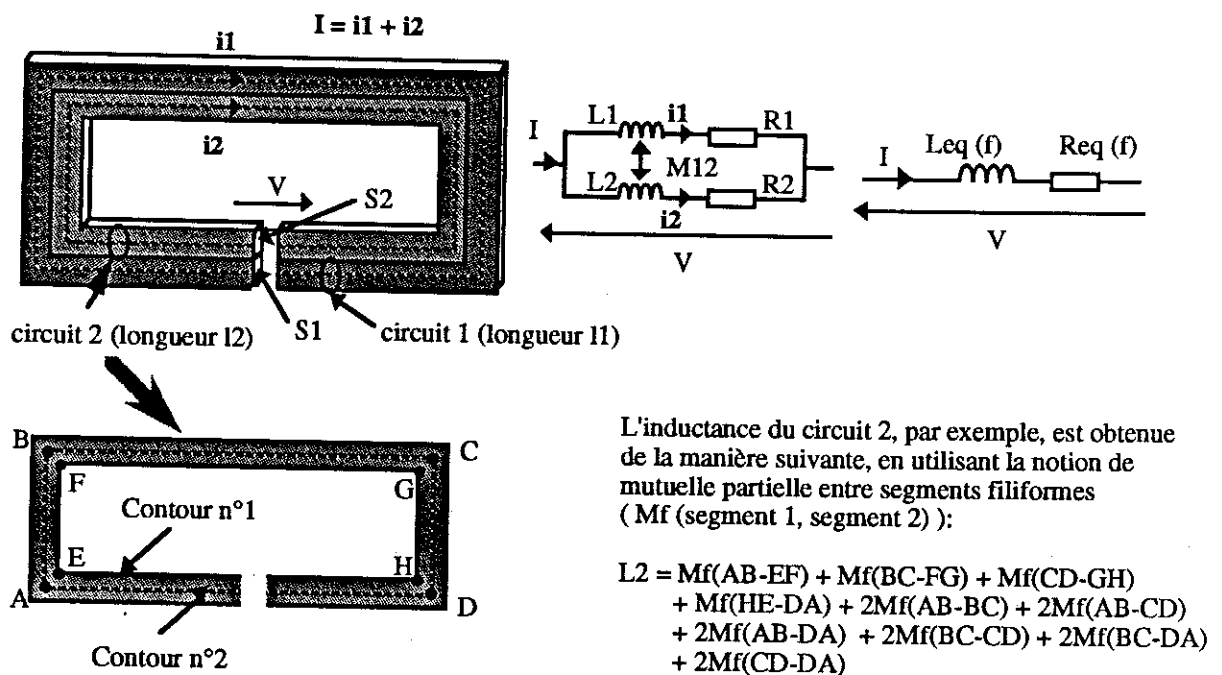


Fig. 1. Subdivision d'une boucle en 2 circuits filiformes pour obtenir son inductance et sa résistance en utilisant la notion de mutuelles partielles entre segments filiformes.

#### IV 2 2 Réduction en schéma(s) équivalent(s) $L(f)$ , $R(f)$ , $M(f)$

Prenons l'exemple de deux circuits parcourus par des courants  $I_1$  et  $I_2$ , subdivisés en  $n_1$  et  $n_2$  conducteurs filiformes. L'hypothèse est faite qu'aux bornes des "Gaps" où les tensions  $V_1$  et  $V_2$  sont mesurées existe une équipotentielle.

Les  $n_1 + n_2$  inductances et les  $\frac{(n_1 + n_2)(n_1 + n_2 - 1)}{2}$  mutuelles sont calculées à l'aide des mutuelles partielles entre segments, ainsi que les  $n_1 + n_2$  résistances.

On obtient ainsi la matrice Z reliant le vecteur des tensions à celui des courants.

$$[\mathbf{V}] = [\mathbf{Z}] [\mathbf{I}]$$

$$\begin{bmatrix} n_1 \begin{Bmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_1 \end{Bmatrix} \\ n_2 \begin{Bmatrix} v_2 \\ \vdots \\ v_2 \end{Bmatrix} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_1 + j\omega L_1 & & & & & \\ & \ddots & & & & \\ & & M_{ij} & & & \\ & & & \ddots & & \\ & & & & r_{n_1+n_2} + j\omega L_{n_1+n_2} & \\ & & & & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{11} \\ i_{12} \\ \dots \\ i_{1n_1} \\ i_{21} \\ i_{22} \\ \dots \\ i_{2n_2} \end{bmatrix}$$

$$\text{Avec } \sum_{k=1}^{n_1} i_{1k} = I_1 \text{ et } \sum_{k=1}^{n_2} i_{2k} = I_2$$

Par inversion de la matrice Z ( $\mathbf{Y} = \mathbf{Z}^{-1}$ ), le vecteur des courants s'exprime en fonction de celui des tensions:

$$[\mathbf{I}] = [\mathbf{Y}] [\mathbf{V}]$$

Or la somme des courants de chaque circuit élémentaire m vaut le courant total parcourant le circuit initial:

$$\sum_{k=1}^{n_m} i_{mk} = I_m$$

L'exemple qui nous concerne comportant deux circuits, il vient:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^{n_1} \left( \sum_{i=1}^{n_1} y_{ij} \right) & \sum_{j=1}^{n_1} \left( \sum_{i=n_1+1}^{n_1+n_2} y_{ij} \right) \\ \sum_{j=n_1+1}^{n_1+n_2} \left( \sum_{i=1}^{n_1} y_{ij} \right) & \sum_{j=n_1+1}^{n_1+n_2} \left( \sum_{i=n_1+1}^{n_1+n_2} y_{ij} \right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

$$[\mathbf{I}] = [\mathbf{YM}] [\mathbf{V}]$$

La matrice YM étant donc obtenue par sommation des termes de la matrice Y sur les subdivisions correspondant à chaque segment.

Il suffit alors d'inverser la matrice YM pour obtenir la matrice ZM des impédances du système.

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = [\mathbf{ZM}] \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

On a  $[ZM] = \begin{bmatrix} r_{eq1} + jL_{req1}\omega & jM_{eq12}\omega \\ jM_{eq12}\omega & r_{eq2} + jL_{req2}\omega \end{bmatrix}$ , chacun des termes  $r_{eq1}$ ,  $L_{eq1}$ ,  $M_{eq12}$ ,  $r_{eq2}$ ,  $L_{eq2}$  dépendant de la fréquence.

#### IV 2 3 Résultats obtenus - Mesures

Un logiciel a été écrit sur la base des principes évoqués, InCa ("Inductance Calculation"). Nous l'avons utilisé sur plusieurs boucles test, et confronté avec des mesures effectuées sur le pont de mesure d'impédance HP4194A.

Les résultats de ce logiciel dédié au calcul d'inductances, utilisant une formulation analytique, nécessitent des temps de calculs bien moins importants que les logiciels classiques du type "éléments finis" trois dimensions.

Il est intéressant de comparer les deux outils. Une étude du type "éléments finis" a donc été conduite (FLUX 3D) sur un des circuits, en utilisant une formulation spécifique "éléments minces" qui évite le maillage dans l'épaisseur de la piste de circuit imprimé (35  $\mu\text{m}$ ) [15].

Rappelons que la méthode de subdivision en circuits filiformes donne, par essence, des résultats par défaut puisqu'une partie du flux est négligée dans le calcul des inductances partielles.

La géométrie la plus simple consiste en une boucle rectangulaire. Elle est décrite Fig. 2.

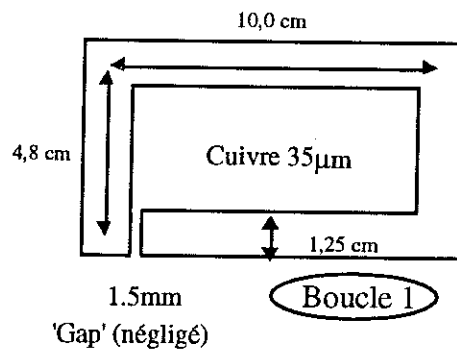


Fig. 2. Boucle test étudiée

#### Mise en oeuvre

Une étude préalable sur l'influence du nombre de subdivisions a été menée. La méthode de décomposition la plus simple a été employée, la subdivision uniforme. La Fig. 3 montre l'évolution de l'inductance pour la boucle considérée en fonction du nombre  $n$  de subdivisions. Nous pouvons décider que ce nombre est suffisant quand la valeur de l'inductance n'évolue plus de manière significative.

Cette étude a été menée en basse fréquence (0.1 Hz) et en haute fréquence, quand la valeur de l'inductance a atteint sa valeur limite.

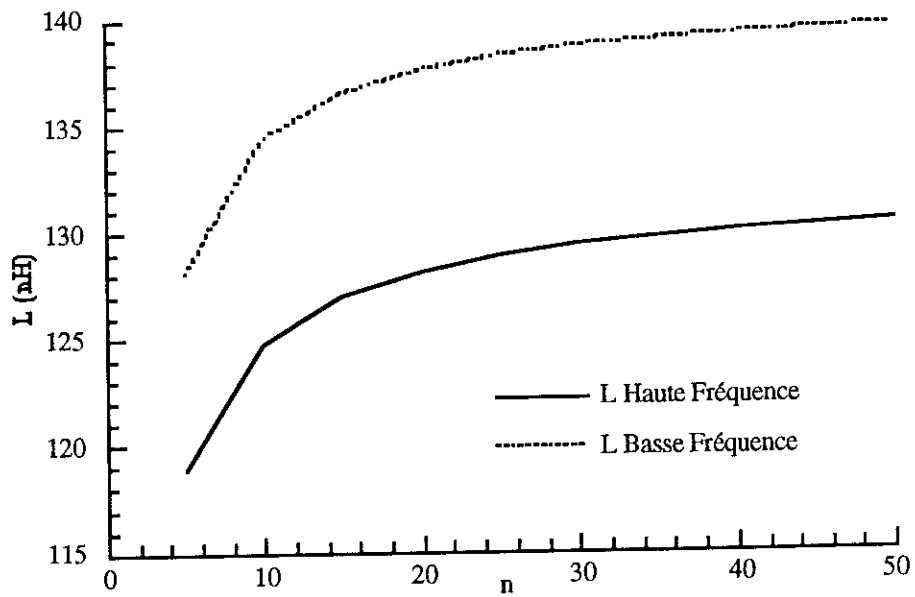


Fig. 3. Evolution de L et R en fonction du nombre de subdivisions de la boucle

La Fig. 4 retrace l'évolution ( $\epsilon_n = (L_n - L_{n-1}) / L_n$ ) en fonction du nombre de subdivisions. Pour  $n = 20$ , l'évolution est inférieure à 1 %.

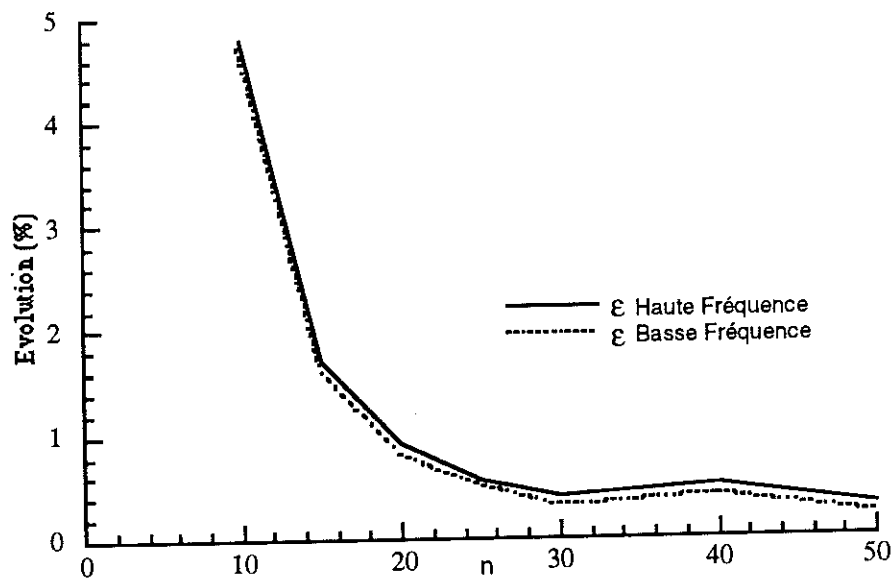


Fig. 4. Evolution de l'inductance en fonction du nombre de subdivisions

## Mesures sur une boucle rectangulaire

Les Fig. 5 et 6 reportent les résultats de mesure, ceux obtenus par InCa pour 20 subdivisions et ceux de FLUX3D dans sa version "éléments surfaciques".

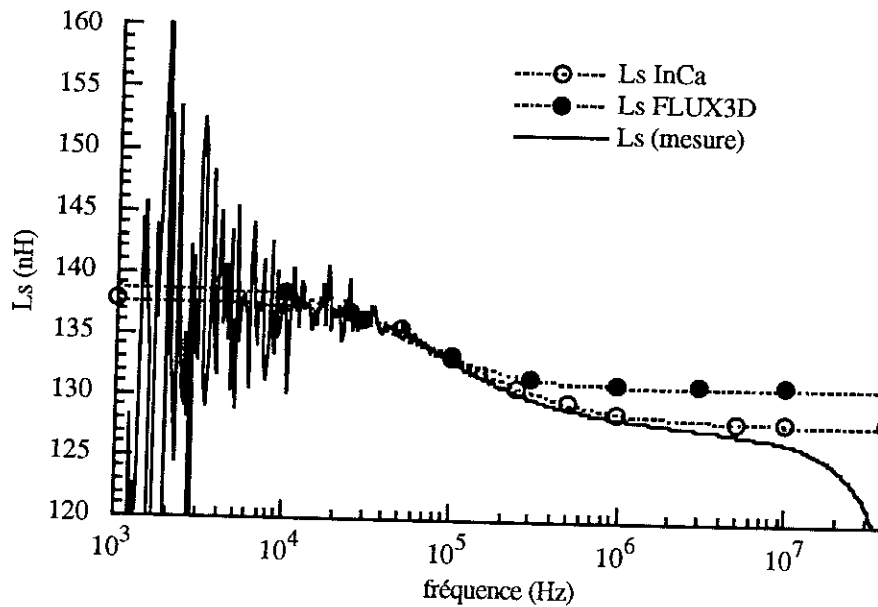


Fig. 5. Comparaison mesure / simulations pour l'inductance.

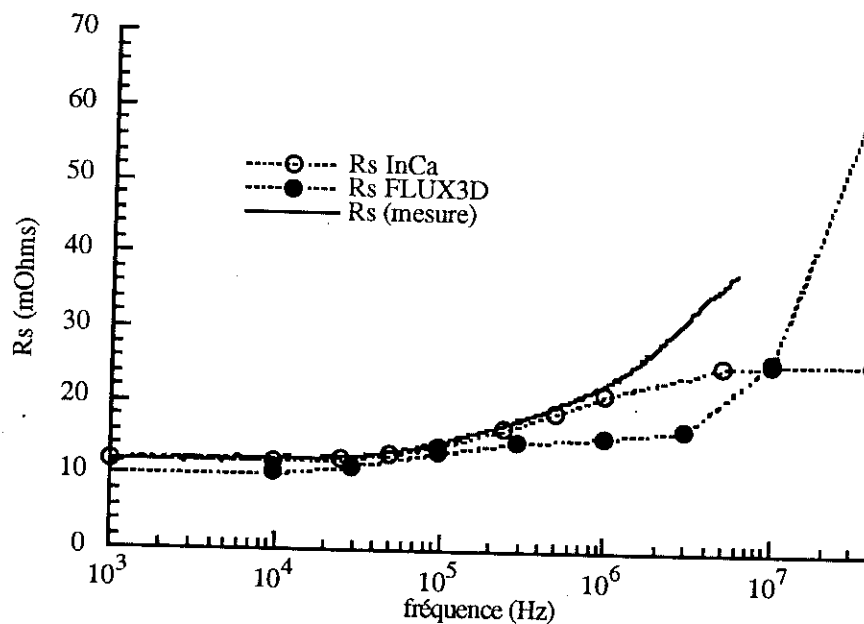


Fig. 6. Comparaison mesure / simulations pour la résistance.

La comparaison des résultats de mesure avec ceux issus de la décomposition en circuits filiformes fait apparaître une bonne concordance générale.

Nous retrouvons les imprécisions en basse fréquence pour la mesure d'inductance et la résonance parasite qui empêche toute interprétation au-delà de 6 MHz.

Les résultats de FLUX3D sont limités en haute fréquence par la précision du maillage dans le sens de la largeur des pistes d'une part, et par la formulation "éléments minces" utilisée pour éviter de mailler l'épaisseur de la piste d'autre part. Celle-ci ne rend en effet pas bien compte des phénomènes haute fréquence quand l'épaisseur de peau est très faible devant celle du conducteur mince [16], [17]. L'évolution globale de la résistance et de l'inductance est cependant bien traduite par cette représentation dans la gamme de fréquence qui nous intéresse.

L'influence du nombre de subdivisions pour la modélisation par InCa se fait essentiellement sentir au niveau de la résistance qui ne croît plus significativement au-delà du MHz, l'épaisseur de peau étant plus faible que les subdivisions. De plus, au-delà de 15 MHz, l'effet de peau se produit également selon l'épaisseur de la piste, ce qui contribue encore à l'augmentation de la résistance apparente, phénomène non pris en compte par la modélisation.

Cet effet est en revanche de moindre importance pour l'inductance. En effet, si la redistribution du courant dans le sens transverse de la piste change fortement entre basse et haute fréquence, ce qui se traduit par une variation significative d'inductance, la répartition haute fréquence des lignes de champ selon l'épaisseur faible de  $35\mu\text{m}$  ne varie pas sensiblement par rapport au "continu".

Les résultats des simulations permettent non seulement de comparer les valeurs d'inductance obtenues, mais également les profils de courant dans la piste de circuit imprimé. En effet, la décomposition en circuits filiformes donne l'accès aux courants dans chaque subdivision, ce qui est l'image de la répartition du courant dans la piste, et FLUX3D permet bien évidemment de tracer la densité de courant le long de la largeur d'une piste.

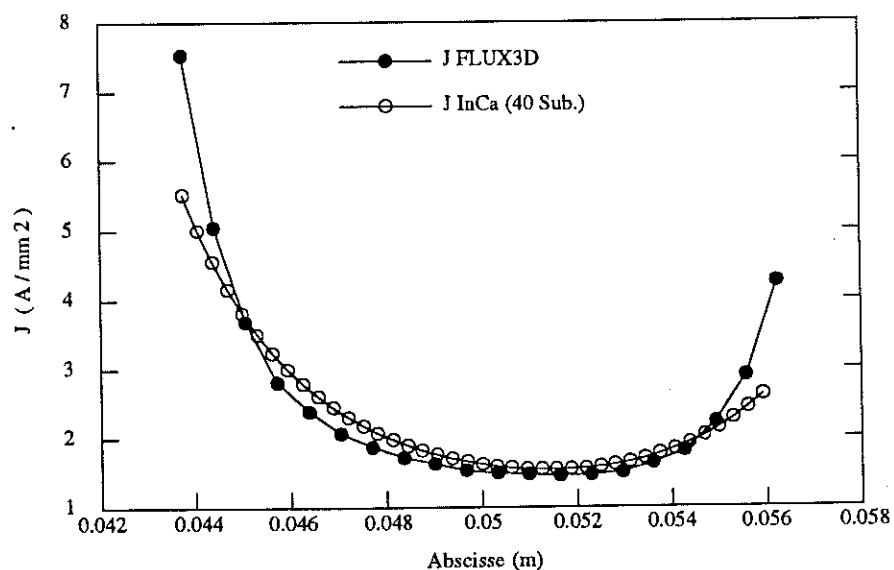


Fig. 7. Profil de courant par FLUX 3D et InCa (n = 40) à 100kHz

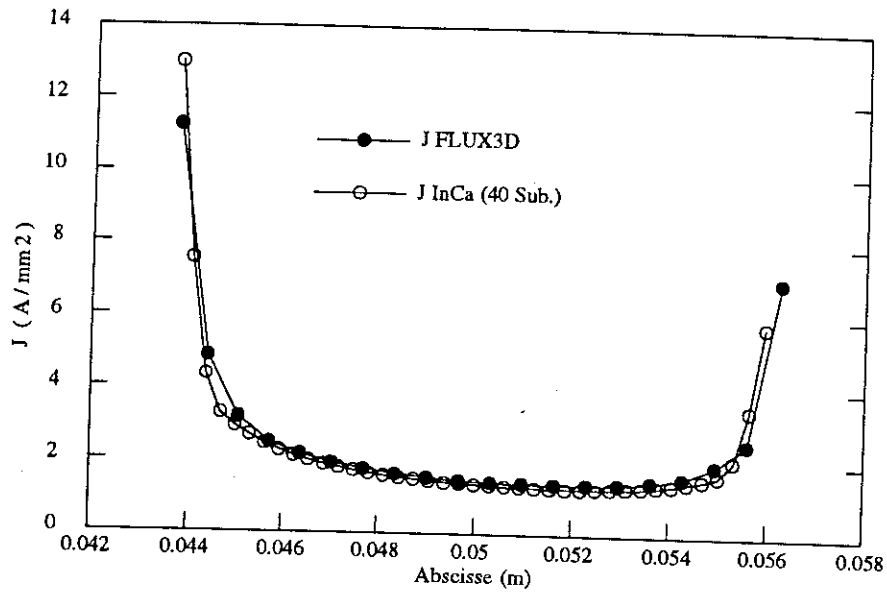


Fig. 8. Profil de courant par FLUX 3D et InCa (n = 40) à 1MHz

Les Fig. 7 et 8 comparent les résultats de FLUX 3D et d'InCa pour 100 kHz et 1 MHz. Il est à noter que pour obtenir des profils de courant significatifs avec InCa, il est nécessaire d'augmenter le nombre de subdivisions (40).

Nous reconnaissons bien le profil en "cuvette", le courant étant repoussé sur les bords de la piste en haute fréquence. A 1MHz, la subdivision d'InCa comme le maillage de FLUX3D commencent à être insuffisants, ce qui explique que les deux simulations correspondent mieux: elles font apparaitre les mêmes imprécisions...

### Autres géométries

D'autres géométries un peu plus complexes ont été testées (Fig. 9). Les résultats de mesure et ceux obtenus par InCa correspondent. La méthode permet ainsi de modéliser toute géométrie à base de segments et d'angles droits, et de rendre compte de l'effet de la largeur des pistes sur l'inductance.

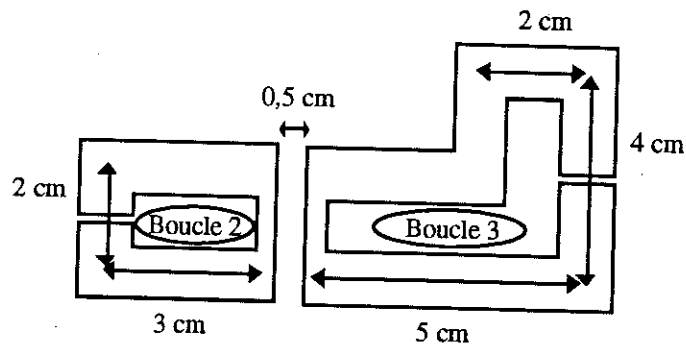


Fig. 9. Autres boucles étudiées (CI 35 μm)

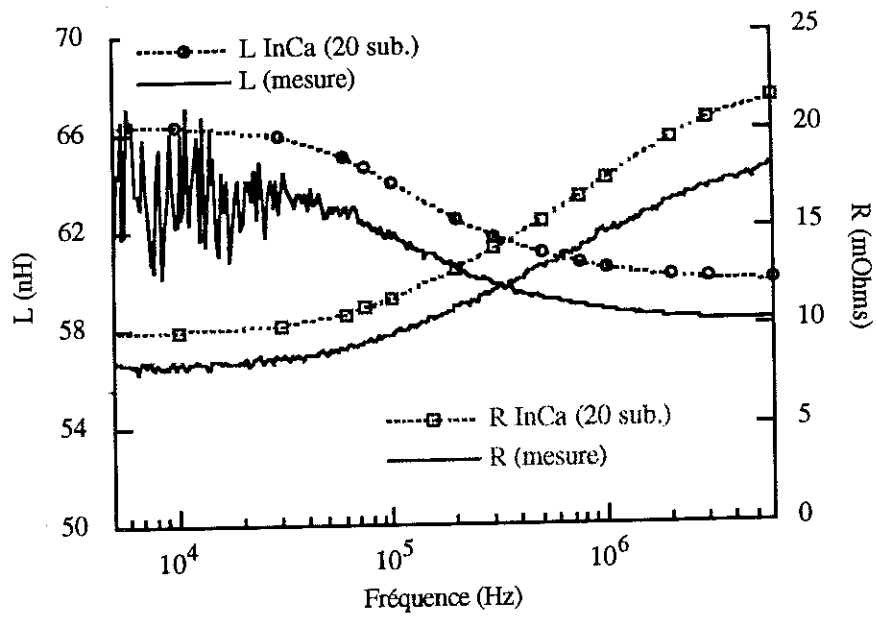


Fig. 10. Circuit en "L" - Boucle 3

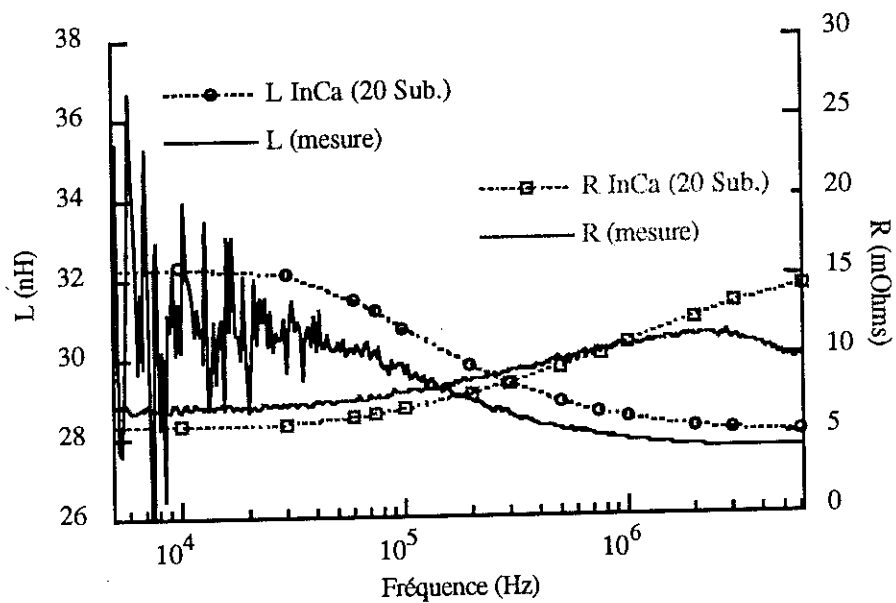


Fig. 11. Circuit rectangulaire avec une piste plus étroite - Boucle 2

Les tests effectués sur les boucles 1, 2 et 3 montrent tous une modélisation supérieure à la mesure, alors qu'elle est basée sur une approximation par défaut. Ce phénomène peut s'expliquer par deux raisons:

- le pont HP a manifestement tendance à "surcompenser" (des résistances négatives ont été obtenues...) ce qui peut suffire à expliquer la différence,
- le "Gap" des boucles, ménagé pour amener le signal de mesure, n'a pas été pris en compte dans la modélisation; son inductance partielle (quelques dixièmes de nanohenry) est donc comptabilisée en trop.



Des mesures de mutuelle ont également été obtenues entre ces boucles 2 et 3, et d'autres entre deux circuits rectangulaires (Fig.12). Nous les avons comparées avec la modélisation (10 subdivisions) (tableau 1).

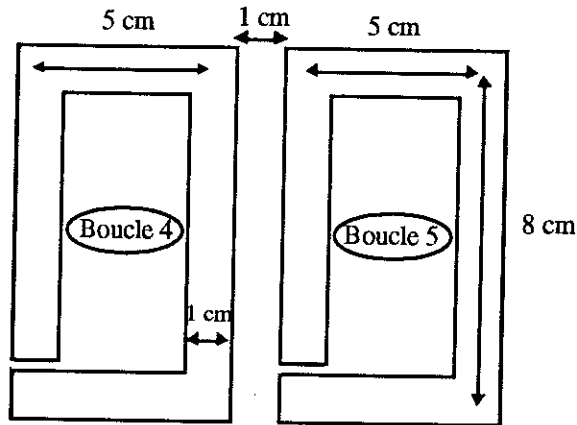


Fig. 12. Mesure de mutuelle: deux boucles rectangulaires coplanaires (CI 35 $\mu$ m).

f	1kHz	10kHz	100kHz	600kHz	1MHz	6MHz	10MHz	60MHz
Mes 2-3	-	-	1,2	1,0	1,0	0,9	1,0	-
InCa 2-3	1,2	1,2	1,0	0,9	0,9	0,8	0,8	0,8
Mes 4-5	-	-	5,9	5,6	5,5	5,5	5,6	-
InCa 4-5	6,2	6,2	5,8	5,7	5,7	5,6	5,6	5,6

Tableau 1. Résultats obtenus pour les mutuelles (en nH)

Les résultats obtenus correspondent. Notons que les mesures basse fréquence sont très bruitées, vue la faible valeur des mutuelles mesurées, et qu'au delà de 10MHz, une résonance parasite perturbe le gain et la phase.

Les variations de mutuelle observées sont faibles sur la gamme de fréquence 100 kHz - 10 MHz et pourraient être négligées. En fait, le couplage par mutuelle étant une action à relativement longue distance, l'influence de la répartition des courants dans les conducteurs est faible.

#### IV 2 4 Influence du plan de masse

Nous avons vu au § II 4 3 que la présence sous les circuits imprimés d'un plan conducteur ("plan de masse") influe fortement sur la valeur de l'inductance. La prise en compte d'un plan de masse dans la modélisation peut se faire de deux façons:

- le plan de masse lui-même peut être décomposé en conducteurs filiformes [18] ce qui permet de prendre en compte les pertes dont il est le siège. Cette méthode accroît le nombre de circuits à traiter puisqu'en plus des conducteurs de puissance, il faut également subdiviser le plan de masse,

- la méthode des images magnétiques peut être employée, comme indiqué au chapitre II.

C'est cette deuxième méthode que nous avons utilisée, car elle permet de s'affranchir des problèmes de subdivision du plan de masse. D'autre part, les seuls courants circulant dans ce plan de masse sont non intentionnels; la connaissance précise de ses caractéristiques est donc moins cruciale.

La méthode des images, la conductivité étant considérée comme infinie, conduira à des résultats sous estimés. En effet, le plan de masse n'étant pas parfait, tout se passe comme si l'image magnétique était située plus loin [9]. Son influence est donc de moindre importance et l'inductance de la boucle est moins affectée que dans le cas d'un plan infiniment conducteur.

#### Application - Inductances

L'application de la méthode de images à la boucle 1 déjà étudiée est reportée sur la Fig. 13, en comparaison avec les mesures, pour un plan de masse en aluminium ( $\sigma = 3,8.10^7$ ) situé à 1,5 mm des pistes.

Le logiciel FLUX3D a également été utilisé sur cette boucle, en incluant un plan de masse. Celui-ci a été considéré comme parfait ( $\sigma = \infty$ ) et introduit par une condition aux limites type "champ tangentiel". Les résultats correspondent alors à ceux de la décomposition en circuits filiformes (Fig. 13).

La précision de la mesure en-dessous de 10kHz est très mauvaise (elle n'est même pas spécifiée en dessous du MHz - voir chapitre III Tableau 1-) ce qui peut expliquer la discordance avec les simulations. En revanche, en haute fréquence où la mesure est correcte les résultats correspondent. On note plus particulièrement que la décomposition en circuits filiformes donne effectivement un résultat sous-estimé, d'une part à cause de la partie d'inductance interne négligée (phénomène qui disparaît en haute fréquence quand celle-ci s'annule) et d'autre part à cause de l'hypothèse du plan de masse parfait.

Signalons enfin que la variation d'inductance avec la fréquence semble d'autant plus faible qu'un plan de masse est proche (FLUX3D comme InCa donnent une variation d'à peine plus d'1 nH en valeur absolue).



Fig. 13. Inductance d'une boucle rectangulaire 1,5 mm au-dessus d'un plan de masse

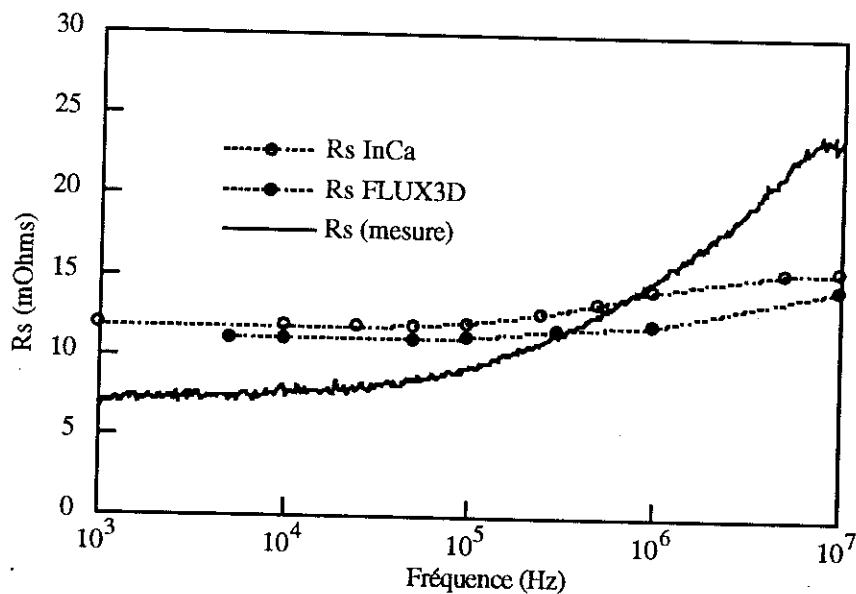


Fig. 14. Résistance d'une boucle rectangulaire à 1,5 mm d'un plan de masse

### Application - Mutuelle

La mesure de mutuelle sur un plan de masse entre les boucles 4 et 5 a également été comparée à la modélisation (tableau 2). La première constatation est que la valeur du couplage est fortement diminuée, et que celui-ci pourra être négligé en première approximation dans bien des applications où un plan de masse est présent.

Comme pour les inductances, l'hypothèse du plan de masse infiniment conducteur implique la sous-estimation de la valeur de la mutuelle.

Les valeurs mesurées étant faibles, la précision obtenue n'est pas très satisfaisante, notamment en haute fréquence quand les deux boucles sont sur le plan de masse. Toutefois, l'ordre de grandeur sur la gamme 100kHz - 1MHz est acceptable.

Nous avons également vérifié qu'en disposant une seule boucle sur le plan de masse, les résultats n'étaient pas modifiés significativement, conformément aux relations établies précédemment.

f	1kHz	10kHz	100kHz	600kHz	1MHz	6MHz	10MHz	60MHz
Mes 4-5	-	-	0,7	0,2	0,2	0,3	0,5	-
InCa 4-5	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
Mes 4-5	-	-	0,5	0,3	0,3	1,4	2,5	-
InCa 4-5	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1

Tableau 2. Résultats obtenus pour les mutuelles (en nH) à 1,5 mm au dessus d'un plan de masse; les deux premières lignes correspondent à une seule boucle sur un plan de masse, les deux suivantes concernent les deux boucles au dessus de la plaque métallique.

#### IV 2 5 Représentation des inductances et résistances variables avec la fréquence

Les logiciels de simulation en électronique de puissance sont basés sur des méthodes temporelles et la prise en compte de la variation de certains éléments comme les inductances et les résistances avec la fréquence est difficile. Il est donc intéressant d'établir un schéma à constantes localisées de valeurs indépendantes de la fréquence. Il est bien évidemment possible de revenir aux n cellules L, r mises en parallèle, mais un autre schéma équivalent comportant un nombre réduit d'éléments peut également être obtenu [19].

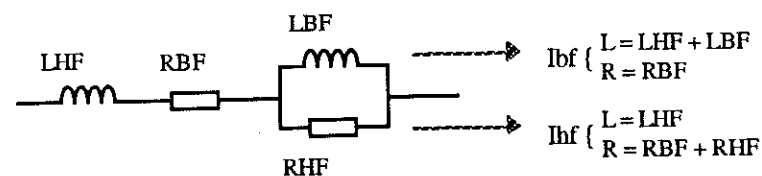


Fig. 15. Représentation d'une inductance et d'une résistance variables avec la fréquence

Comme l'indique la Fig. 15, ce schéma rend bien compte d'une décroissance de l'inductance et d'une augmentation de la résistance en fonction de la fréquence.

L'identification des paramètres  $L_{HF}$ ,  $L_{BF}$ ,  $R_{HF}$ ,  $R_{BF}$  se fait en fonction des courbes  $L(f)$  et  $R(f)$  que l'on cherche à représenter.

Les valeurs de  $L(f)$  et de  $R(f)$  en basse fréquence donnent:

$$L(0) = L_{HF} + L_{BF}$$

$$R(0) = R_{BF}$$

La valeur de  $L(f)$  en haute fréquence donne:

$$L(\infty) = L_{HF}$$

La variation de  $R(f)$  n'étant pas bornée en haute fréquence, un autre critère doit être utilisé pour fixer la valeur de  $R_{HF}$ . La condition retenue est de fixer  $R_{HF}$  pour que la pente maximum de  $L(f)$  et celle du modèle correspondant (Fig. 16). Cette condition est obtenue pour  $\omega = \omega_c$  telle que:

$$\frac{\partial^2 L_{eq}}{\partial \omega^2}(\omega_c) = 0$$

où  $L_{eq}$  représentant l'inductance équivalente du schéma de la Fig. 16:

$$L_{eq} = L_{HF} + \frac{L_{BF}}{1 + \omega^2 \tau^2} \quad (\tau = L_{BF}/R_{HF})$$

$$r_{eq} = R_{BF} + \frac{\omega^2 \tau L_{BF}}{1 + \omega^2 \tau^2}$$

La pulsation  $\omega_c$  pour laquelle la pente de  $L_{eq}(f)$  est maximum est alors  $\omega_c = \frac{1}{\tau\sqrt{3}}$ , c'est à dire:

$$R_{HF} = L_{BF} \cdot \omega_c \cdot \sqrt{3}$$

Il suffit d'identifier  $\omega_c$  à  $\omega_0$  (pulsation de coupure de la courbe à approximer) pour caractériser entièrement la schéma de la Fig. 15.

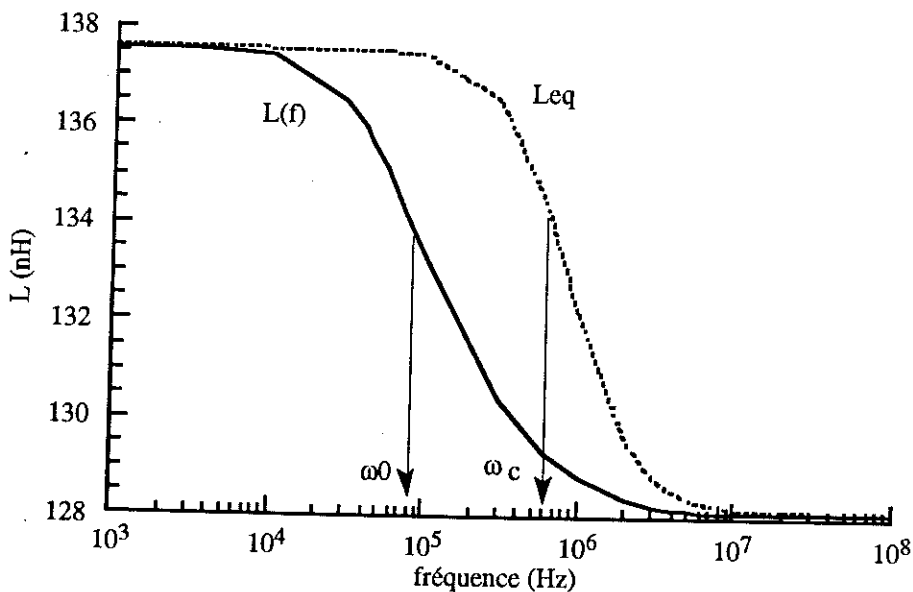


Fig. 16. Identification des pulsations où  $\frac{\partial L}{\partial \omega}$  est maximum

Bien évidemment, les résultats obtenus ne sont valables que sur une bande de fréquence limitée, puisque la résistance équivalente ne peut dépasser la valeur  $R_{HF} + R_{BF}$ . Mais en première approximation, ce schéma donne des résultats satisfaisants comme l'indique la Fig. 17.

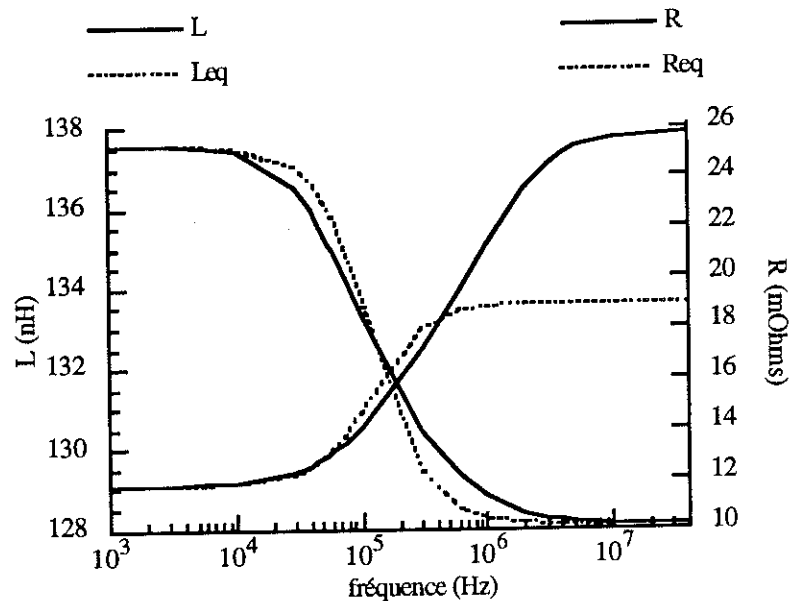


Fig. 17. Application du schéma équivalent.  $L_{HF} = 128,1$  nH,  $L_{BF} = 9,4$  nH,  $R_{HF} = 7,2$  mOhms,  $R_{BF} = 11,8$  mOhms

#### IV 2 6 Conclusion - Limites de la modélisation

Nous avons évoqué une méthode de prédétermination des inductances de câblage dans le cas du circuit imprimé, basée sur une décomposition en circuits élémentaires dont les inductances et mutuelles sont calculées en utilisant la notion de mutuelle partielle entre segments filiformes. Une formule analytique est utilisée pour le calcul des mutuelles partielles, et les inductances partielles sont obtenues comme mutuelles partielles d'un conducteur et de son pourtour interne.

Ainsi, la variation de l'inductance du circuit avec la fréquence est prise en compte. De même, l'influence de la largeur des pistes est considérée, et la méthode des images est utilisée pour traduire l'effet d'un plan de masse sur les inductances et mutuelles.

Les résultats du logiciel InCa basé sur cette méthode ont été validés par la mesure et la simulation sur un logiciel "éléments finis" trois dimensions (FLUX3D).

Enfin, une méthode d'introduction des inductances variables avec la fréquence dans les logiciels de simulation d'électronique de puissance a été présentée, nécessitant peu de composants.

Toutefois, la limite d'une décomposition en conducteurs filiformes est vite atteinte dès

que l'effet de peau intervient dans l'épaisseur des conducteurs. Ce peut être le cas du circuit imprimé de puissance (210  $\mu\text{m}$ ) à des fréquences relativement basses (500 kHz pour du cuivre) ou des barres de cuivre de quelques mm d'épaisseur.

De plus, les géométries des connections utilisées en électronique de puissance sont rarement planes et il apparait vite nécessaire de pouvoir prédéterminer les inductances de circuits tridimensionnels formés de conducteurs autres que circuit imprimé.

### IV 3 Géométries tridimensionnelles - Conducteurs de section rectangulaire

#### IV 3 1 La formulation pour le calcul de mutuelles entre barres

Le principe général est identique à celui qui a été développé dans le cas du circuit imprimé: les boucles sont décomposées en circuits élémentaires, dont les inductances / mutuelles partielles sont calculées en considérant ces circuits comme une suite de segments. Mais si dans le cas du circuit imprimé, les conducteurs élémentaires pouvaient être assimilés à des filaments et les inductances partielles calculées comme des mutuelles entre un filament et son pourtour interne, le problème est plus complexe dans le cas où l'épaisseur n'est plus faible devant la largeur du conducteur. En effet, il est alors difficile de déterminer dans quelle direction définir le pourtour interne (Fig. 18).

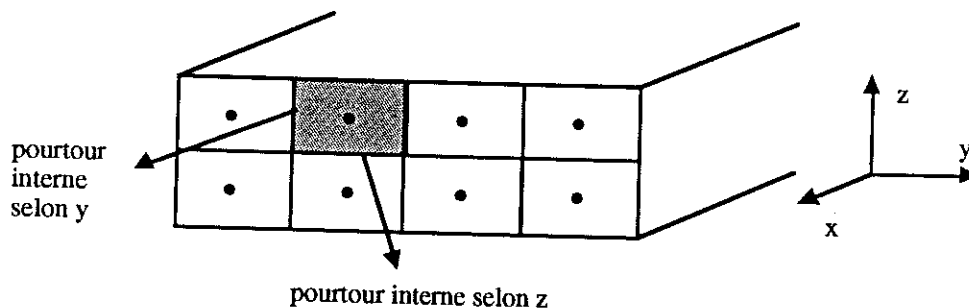


Fig. 18. La subdivision dans l'épaisseur et le problème du calcul de l'inductance d'un conducteur filiforme

Il est alors plus pratique d'appliquer la formule analytique de la mutuelle entre deux barres parcourues par un courant uniforme (formule (3) § II 2 2 c).

Cette formule étant issue d'intégrations successives, le problème de la divergence du potentiel vecteur sur le conducteur lui-même n'existe plus, et l'inductance partielle d'une barre se calcule comme la mutuelle de la barre sur elle même. Un autre avantage est que, sans subdiviser le segment, la valeur de l'inductance obtenue est celle des très basses fréquences: même sans subdiviser, les résultats de cette méthode sont donc réalistes. Ils ne prennent simplement pas en compte la variation d'inductance avec la fréquence.

### IV 3 2 Subdivision non uniforme

Dans le cas où il faut subdiviser dans la largeur et l'épaisseur du conducteur, le problème du nombre de conducteurs filiformes à traiter - et donc de la taille des matrices à gérer - devient crucial. La subdivision uniforme n'est alors absolument plus adaptée, sachant qu'un degré de subdivision acceptable doit correspondre à l'ordre de grandeur de l'épaisseur de peau à la fréquence considérée pour avoir des informations correctes sur la densité de courant et la valeur de la résistance.

Une subdivision non uniforme, permettant de mailler plus finement l'extérieur du conducteur, a donc été mise en oeuvre, telle que le rapport  $K$  des tailles de deux conducteurs élémentaires adjacents soit constant (Fig. 19).

Ce type de subdivision a déjà été utilisé (dans le logiciel FLUX2D, c'est la subdivision "géométrique" d'une ligne) et donne de bons résultats, puisque la densité de conducteurs élémentaires est plus grande sur le pourtour, là où la densité de courant varie beaucoup, et faible au centre, où elle est presque constante [18].

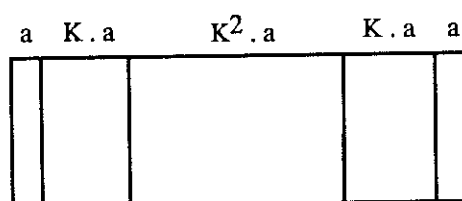


Fig. 19. Subdivision non uniforme

Cette nouvelle formulation a été appliquée au cas de la boucle n°1, à des fins de validation, sans subdiviser dans le sens de l'épaisseur. Les résultats obtenus correspondent avec la décomposition en circuits filiformes, à ceci près que la valeur obtenue par cette version "deux dimensions" est une approximation par défaut qui devient juste en haute fréquence, alors que l'utilisation de la formule intégrée de la mutuelle entre barres est valable en "continu"; il est nécessaire de subdiviser pour obtenir la valeur de l'inductance en haute fréquence.

Les Fig. 20 et 21 montrent l'influence des facteurs caractérisant la subdivision ( $K$ , constante de subdivision et  $n$  le nombre de subdivisions) pour l'exemple de la boucle sur circuit imprimé n°1. Il ressort que  $n = 10$  et  $K = 2$  semble un bon compromis précision / nombre de subdivisions en ce qui concerne l'inductance.

Notons que l'insuffisance du nombre de subdivisions ( $n = 5$  et  $n = 2$ ) aboutit à une mauvaise évaluation de la valeur de l'inductance en haute fréquence, ce qui est logique, et qu'en plus en basse fréquence ( $n = 2$ ), le circuit est moins bien décrit, ce qui se traduit



par une valeur moins précise. En effet, pour assurer la continuité des lignes de courant, il est nécessaire de "biseauter" les angles, et un nombre faible de subdivisions aboutit à une description insuffisante des biseaux.

La résistance est bien évidemment de mieux en mieux décrite quand le nombre de subdivisions augmente.

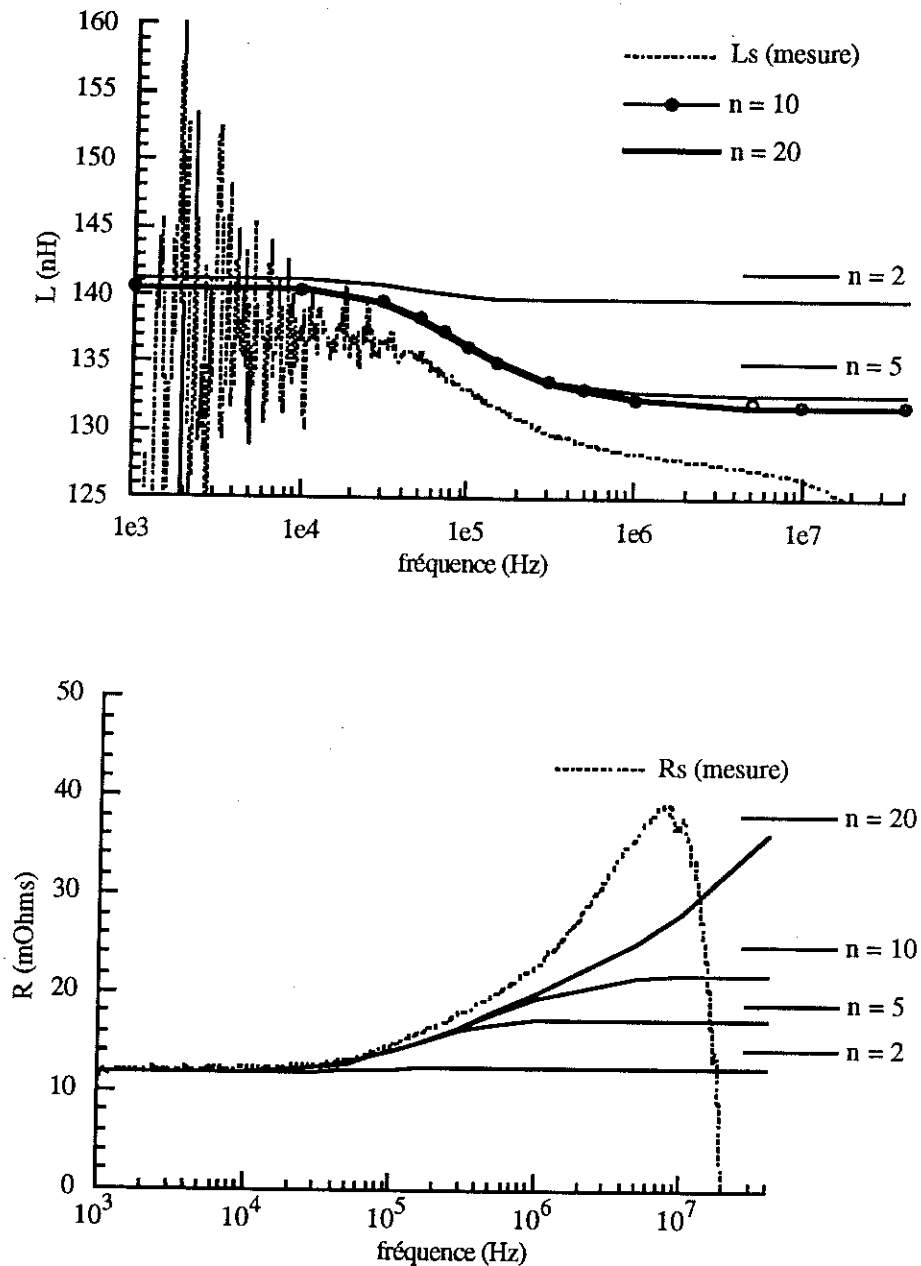


Fig. 20. Influence du nombre de subdivisions pour  $K = 2$  - Boucle sur circuit imprimé n°1

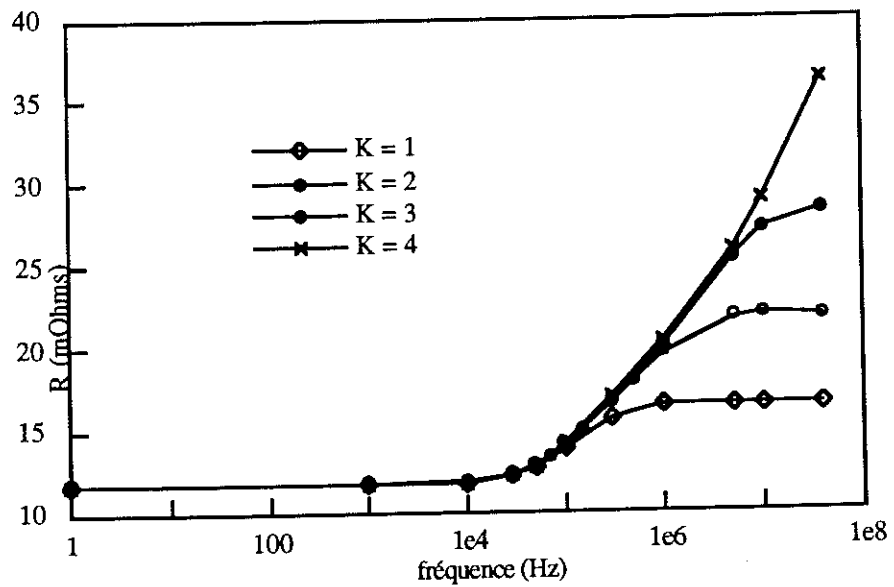
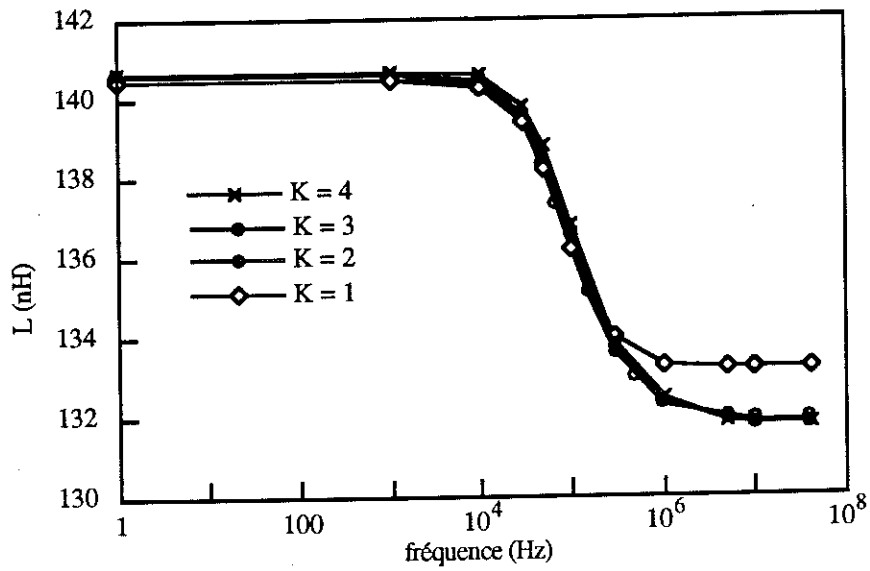


Fig. 21. Influence du paramètre K de la subdivision pour  $n = 10$  - Boucle sur circuit imprimé n°1

### IV 3 3 Résultats obtenus

La méthode de simulation en trois dimensions a été appliquée avec succès à la boucle en circuit imprimé n°1, que ce soit en présence d'un plan de masse ou non (Fig. 22). La valeur de l'inductance en basse fréquence est obtenue naturellement, puisque la formule utilisée est valable en "continu". Par contre, l'effet de l'insuffisance des subdivisions s'observe à plus haute fréquence, où l'inductance obtenue est plus importante que la mesure. Là, la formulation filiforme est plus adéquate.

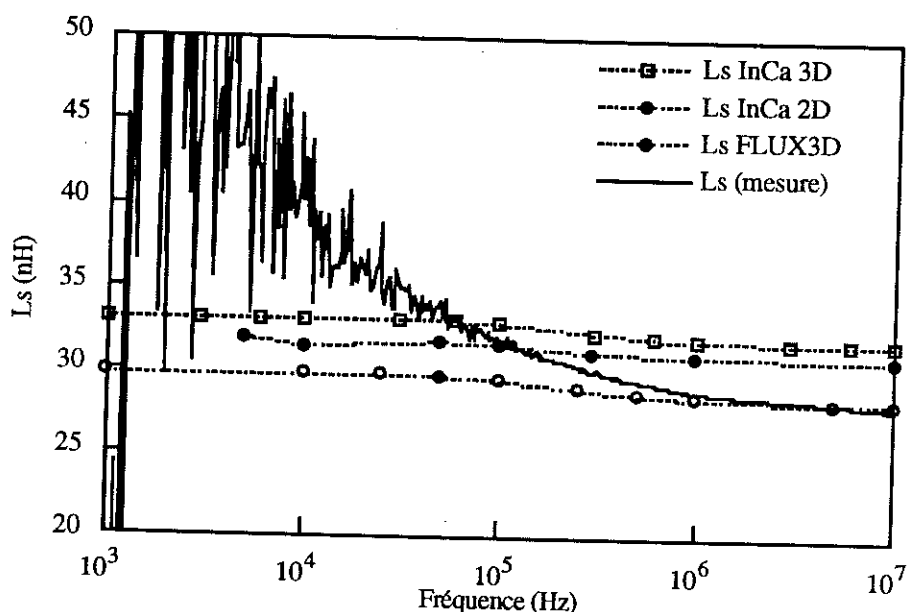


Fig. 22. Comparaison de l'inductance de la boucle n° 1 sur un plan de masse (à 1,5 mm) obtenue par différentes méthodes

La formulation utilisée ayant ainsi été validés, nous l'avons testée sur des conducteurs massifs. Les résultats sont portés sur les Fig. 23 et 24.

Les résistances n'ont pas été portées sur ces Fig. car leurs très faibles valeurs (0,1 mOhm) n'autorise aucune comparaison avec la mesure.

Il est intéressant de constater que la loi énoncée au chapitre II (§ II 3 2 b) se vérifie: plus la surface de la section du conducteur est grande, plus l'inductance est faible. En effet, la boucle massive qui a les mêmes caractéristiques que celle réalisée en circuit imprimé (n°2) hormis une épaisseur de 1 cm présente une inductance beaucoup plus faible.

D'autre part, l'étude de la boucle massive de section carrée 0.5 cm x 0,5 cm fait apparaître une décroissance de l'inductance avec la fréquence de 11,5 nH pour 25 cm de conducteur (soit 46 nH/m) ce qui correspond aux résultats théoriques du chapitre II (48 nH/m).

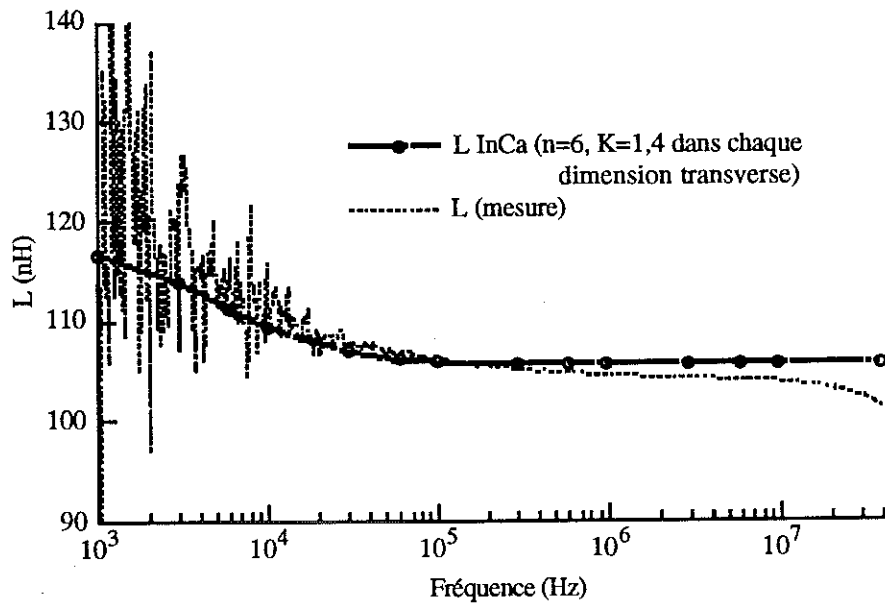


Fig. 23. Inductance d'une boucle rectangulaire de 9 cm x 3,5 cm réalisée en cuivre de section 0,5 cm x 0,5 cm.  $n = 6$ ,  $K = 1,4$  dans chaque dimension transverse.

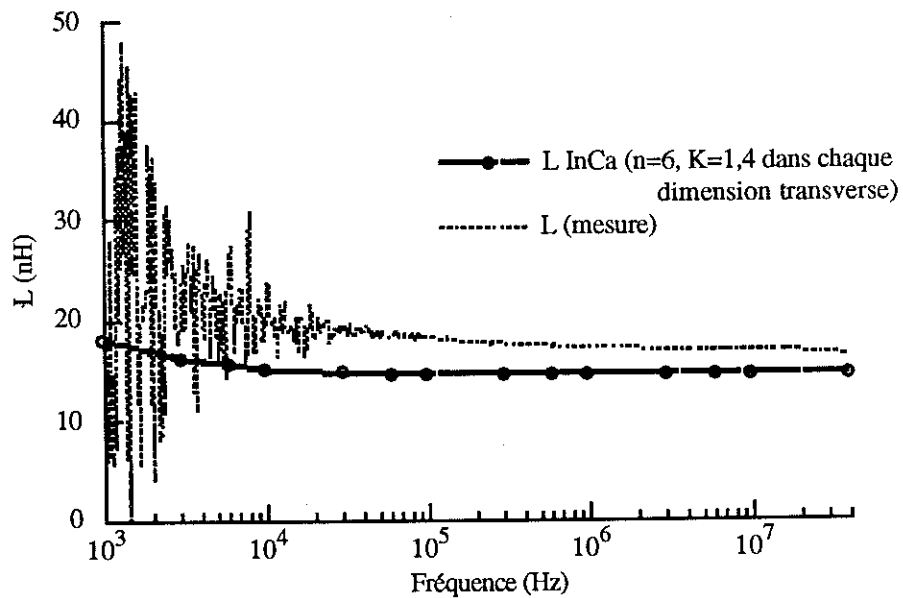


Fig. 24. Inductance d'une boucle identique à la boucle en Circuit Imprimé n°2 mais réalisée en cuivre de 1 cm d'épaisseur.  $n = 6$ ,  $K = 1,4$  dans chaque dimension transverse.

#### IV 4 Conclusion

Dans ce chapitre, une méthode de prédétermination des inductances de câblage, basée sur une décomposition des boucles en circuits élémentaires, a été décrite. La notion d'inductance / mutuelle partielle est utilisée pour le calcul (analytique) de la matrice d'impédance reliant les circuits élémentaires. Cet ensemble de circuits est ensuite réduit en inductances, résistances et mutuelles de boucles, dont les valeurs dépendent de la fréquence.

Deux formulations analytiques ont été étudiées pour le calcul des inductances / mutuelles partielles. La notion de conducteurs filiformes conduit à une approximation par défaut, qui rejoint la mesure en haute fréquence, alors que la formulation de la mutuelle entre barres conductrices donne la valeur de l'inductance vers le continu, et c'est en subdivisant que le résultat correspond à la mesure en haute fréquence.

Le désir de traiter le cas de connexions en trois dimensions entraîne l'obligation d'utiliser cette dernière méthode.

Son application est pour le moment limitée au cas de conducteurs parallèles. Les géométries tridimensionnelles traitées devront donc être à base de segments perpendiculaires, c'est à dire portés par un des trois axes de l'espace, ce qui est généralement suffisant pour le cas de la connectique en électronique de puissance. D'autres formulations de mutuelles partielles pourraient être mises en oeuvre, afin de traiter des géométries plus complexes.

Les résultats d'InCa, logiciel dédié au calcul d'inductance, ont été comparés aux mesures et à ceux du logiciel "éléments finis" trois dimensions FLUX3D et donnent toute satisfaction.

Cet outil présente des temps de simulation bien inférieurs à ceux de FLUX3D (la réponse pour une fréquence donnée est quasi instantanée dans une des versions "filiforme" optimisée), ce qui le rend très intéressant pour toutes les applications de CAO, en Electronique de puissance notamment, comme le chapitre VI le montrera.

Bien évidemment InCa ne saurait remplacer les logiciels "éléments finis", qui procurent bien d'autres informations!

Rappelons notamment que l'hypothèse fondamentale dans cette méthode est de supposer connu le trajet des lignes de courant dans les conducteurs. Or, dans des cas complexes, comme celui d'une cosse de puissance soudée ou vissée sur une piste, ce trajet n'est absolument pas connu, et une simulation par FLUX3D sera indispensable afin d'obtenir la répartition du courant dans les conducteurs, avant d'envisager l'utilisation d'InCa dans cette partie du circuit.

Les deux outils sont donc indéniablement complémentaires.

**Autres éléments parasites dans la  
connectique en électronique de  
puissance**



## V Autres éléments parasites dans la connectique en électronique de puissance

Dans ce chapitre, nous évoquerons deux problèmes distincts. Nous étudierons les condensateurs de puissance et leurs imperfections d'une part, les capacités parasites entre conducteurs (ou entre piste et plan de masse) d'autre part.

### V 1 Etude des condensateurs de puissance

#### V 1 1 Introduction

L'environnement électromagnétique des semi-conducteurs comprend également le condensateur de puissance.

Dans le cas d'une commutation type "hacheur série", il assure durant la phase de transfert d'énergie la moitié du courant nécessaire à la source. Mais c'est pendant la commutation que sa "qualité" est mise à l'épreuve. En effet, il doit être capable de délivrer un courant dont le front de montée (descente) est en rapport avec celui des semi-conducteurs. Dans la pratique, les condensateurs de puissance ont une inductance parasite série trop importante pour assurer ce rôle, et un condensateur de découplage placé "au plus près" des semi-conducteurs doit souvent être ajouté, afin de délivrer le courant instantané durant la commutation.

Dans notre cas, nous ne considérerons pas ce condensateur supplémentaire. En effet, il n'apporte rien sur le plan de la compréhension des problèmes dus à la modélisation.

Le cas du hacheur série avec son seul condensateur de puissance est un cas d'école suffisamment générique pour permettre, s'il est bien compris, le traitement de tous les autres cas rencontrés en électronique de puissance.

La modélisation du condensateur de puissance, et principalement de son inductance série parasite, est donc indispensable puisqu'elle contribue à déterminer le  $dI/dt$  et par là même toute la commutation à la fermeture du Mos. De plus, elle est responsable des surtensions lors de son ouverture.

Dans un souci de simplification, le condensateur de puissance et le circuit peuvent être supposés indépendants: aucune mutuelle partielle ne sera à définir. Cette hypothèse est d'autant plus justifiée que le condensateur polypropylène utilisé est entouré d'une carcasse métallique, le "blindant" en haute fréquence vis à vis de l'extérieur.

Un schéma équivalent du condensateur peut être alors obtenu, qu'il suffira d'insérer dans la modélisation électromagnétique issue d'InCa (chapitre IV).



## V 1 2 Inductance parasite

Le schéma du condensateur est supposé être celui décrit Fig. 1. La valeur de C peut être mesurée en basse fréquence.

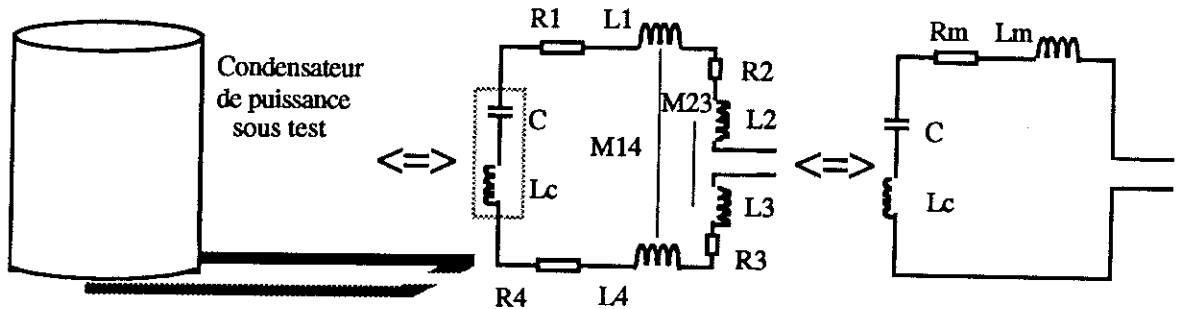


Fig. 1. Détermination de l'inductance parasite d'un condensateur

La valeur de l'inductance totale de la boucle formée d'un circuit connu et du condensateur peut être déterminée, nous l'avons vu au chapitre III, par la mesure de la fréquence de résonance obtenue, avec l'inconvénient de ne connaître cette valeur qu'à cette fréquence.

Puisque nous négligeons tout couplage entre les pistes et le condensateur, la valeur de l'inductance est théoriquement :

$$L_b = (L_1 + L_2 + L_3 + L_4 - 2M_{14} + 2M_{23}) + L_c = L_m + L_c$$

$L_m$  peut être prédéterminée, ce qui conduit à la valeur de  $L_c$ , par comparaison avec la mesure.

Il est important de noter que cette valeur de  $L_c$  correspond non seulement à la nature du condensateur de puissance (architecture interne), mais également à la manière dont il est connecté au circuit. Il sera donc capital d'établir une connexion identique à celle qui sera utilisée dans le prototype final. Ceci montre qu'en terme de prédétermination des inductances parasites, le problème des condensateurs de puissance reste à résoudre.

La mesure de l'impédance du circuit oscillant réalisé avec un condensateur LCC (CPMC 60.65B3) fait apparaître une fréquence de résonance principale à 133,5 kHz (Fig. 4.), ce qui correspond, avec une valeur de capacité mesurée de 10,2  $\mu\text{F}$  en basse fréquence, à une inductance de 139,3 nH.

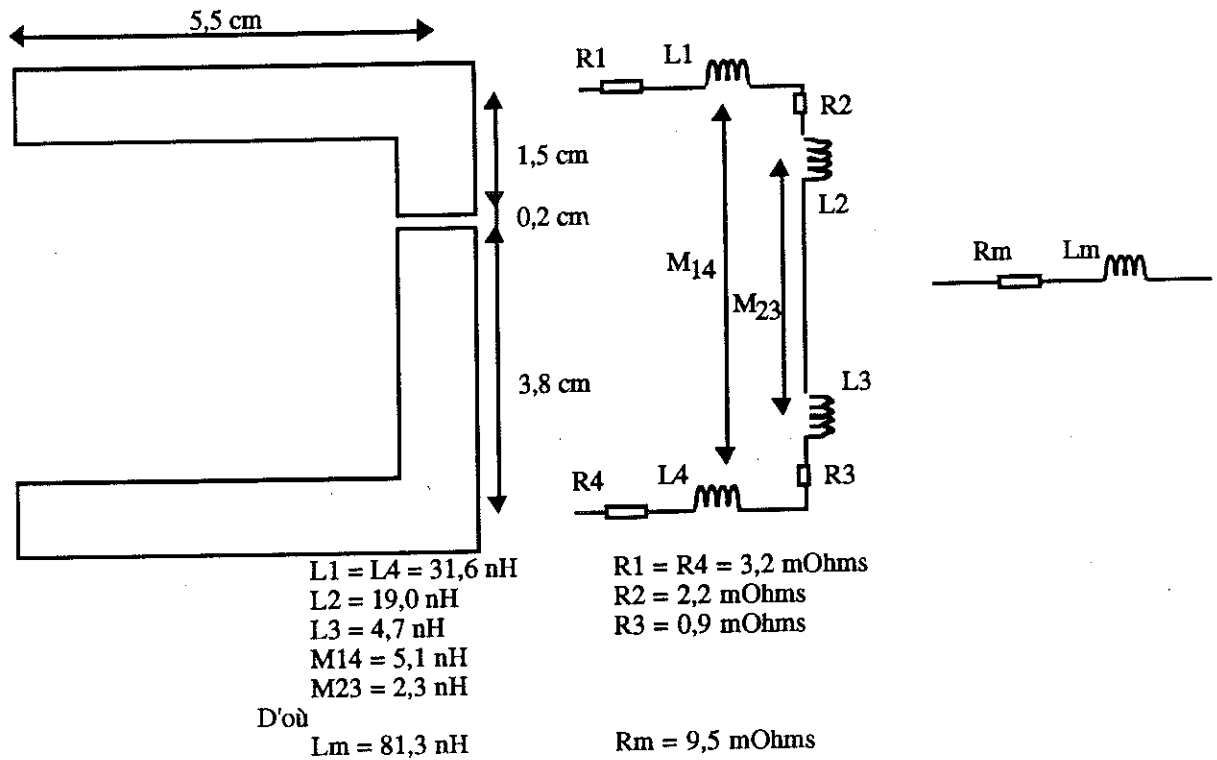


Fig. 2. Géométrie de la boucle d'amenée de courant et schéma équivalent (valeurs à 133,5 kHz)

Or, la géométrie des pistes d'amenée de courant (Fig. 2) aboutit à  $Lm = 81,3 \text{ nH}$ . La valeur de  $Lc$  est donc de  $58 \text{ nH}$

Il faut noter que la précision sur la détermination de la fréquence de résonance a une grande influence sur celle de l'inductance obtenue. En effet, elle intervient par son carré, et une erreur de  $\epsilon \%$  sur  $f$  aboutit à une erreur de  $2\epsilon \%$  sur  $L$ .

La même méthode a été employée pour déterminer l'inductance parasite des deux condensateurs polypropylène de  $100 \text{ nF}$  (LCC PEK 235) utilisés pour le Réseau Stabilisateur d'Impédance de Ligne (chapitre VI). La connectique utilisée n'étant pas rigoureusement identique à celle de la maquette, il ne faudra attendre de cette expérience qu'une valeur indicative, donnant l'ordre de grandeur de l'inductance parasite.

La fréquence de résonance avec les mêmes amenées de courant a été mesurée à  $1,69 \text{ MHz}$  et la valeur de  $C$  en basse fréquence à  $98,5 \text{ nF}$ , ce qui donne  $Lm + LRC = 90 \text{ nH}$  et donc  $LRC = 8,7 \text{ nH}$ .

### V 1 3 Schéma plus complet du condensateur

La mesure effectuée Fig. 4 montre des fréquences de résonance plus élevées que la fréquence principale. Celles-ci sont dues à une mise en parallèle interne de condensateurs élémentaires.

Le schéma équivalent d'une mise en parallèle de deux condensateurs élémentaires est représenté Fig. 3.

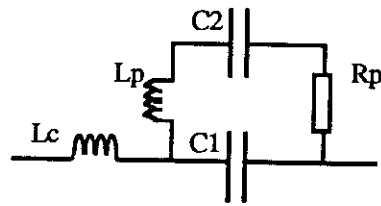


Fig. 3. Modélisation plus fine d'un condensateur

La mesure de la fréquence de résonance secondaire donne  $\frac{1}{2 \pi \sqrt{L_p C_2}}$ , et la valeur de  $R_p$  peut être ajustée pour que le facteur d'amortissement corresponde.

La Fig. 4 présente le résultat de la modélisation avec  $L_c = 58$  nH,  $L_m = 81.3$  nH,  $R_m = 9,5$  mOhms,  $L_p = 2.5$  nH,  $R_p = 1$  mOhm,  $C_1 = C_2 = 5.1$   $\mu$ F en comparaison avec la mesure.

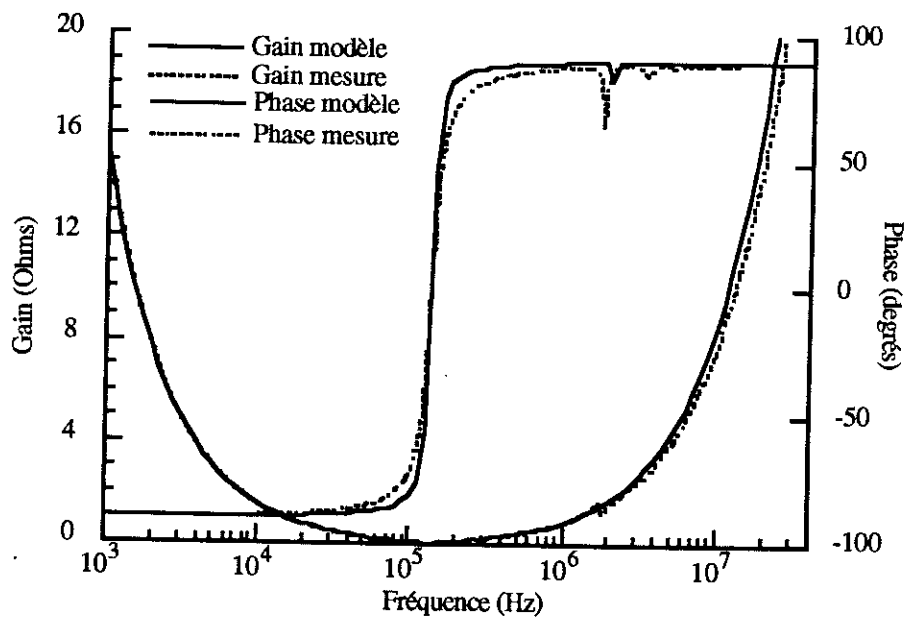


Fig. 4. Modélisation plus fine du condensateur: comparaison schéma équivalent - mesure.

La valeur de la résistance de maille adoptée est manifestement trop faible, ce qui est logique puisque dans cette modélisation, seule celle des pistes a été considérée. Par tâtonnement, les autres résistances du circuit (condensateur de puissance, contact) pourraient être obtenues, mais ceci ne nous a pas semblé nécessaire, l'imperfection fondamentale du condensateur de puissance restant son inductance parasite.

Les résonances supérieures qui ne sont pas prises en compte dans la modélisation pourraient être obtenues en considérant une mise en parallèle de plusieurs condensateurs.

## V 1 4 Conclusion - Modélisation choisie

Nous avons présenté une méthode qui, partant d'une mesure et d'une prédétermination de l'inductance des pistes d'amenée de courant permet d'obtenir un schéma équivalent d'un condensateur de puissance.

Ce schéma, considéré comme indépendant du reste de la modélisation électromagnétique du convertisseur, peut être directement implanté dans l'environnement des semi-conducteurs. Il reste à savoir selon le degré de précision désiré, quel schéma adopter.

Nous avons vu que le rôle déterminant des imperfections du condensateur se situe lors des commutations. A ce moment des fronts raides, riches en harmoniques élevées sont appliqués et les inductances deviennent non négligeables.  $L_c$  ne peut alors pas être ignorée. La présence de  $L_p$  conduit à diminuer la valeur de la capacité (en haute fréquence,  $C \rightarrow C1$ ), mais cette valeur de  $C$  a une faible influence sur le comportement du convertisseur durant la commutation.

Nous conserverons donc le schéma le plus simple, à savoir l'inductance parasite série  $L_c$  seule. Toutefois, il est vraisemblable qu'il conviendra à l'avenir de modéliser plus finement les condensateurs de puissance, en décrivant leur comportement interne, ce qui permettrait notamment de s'affranchir de la mesure pour l'évaluation de leurs éléments parasites.

## V 2 Les capacités parasites

Les capacités parasites à déterminer dans le cadre de l'étude de la connectique en électronique de puissance sont essentiellement celles:

- entre une piste et le radiateur
- entre deux barres d'amenée de courant

Le rôle des premières est fondamental car ce sont les capacités parasites soumises à des fortes variations brutales de tension (quelques kV/ $\mu$ s) qui donnent naissance à de nombreux courants perturbateurs, à l'origine de problèmes CEM.

### **V 2 1 Capacité parasite entre une piste et le radiateur**

C'est le cas classique des lignes microruban: une piste conductrice (cuivre) de largeur  $w$  et d'épaisseur  $t$  est déposée sur un substrat diélectrique de valeur  $\epsilon_r$  et d'épaisseur  $h$ , lui même au-dessus du plan de masse (Fig. 5).

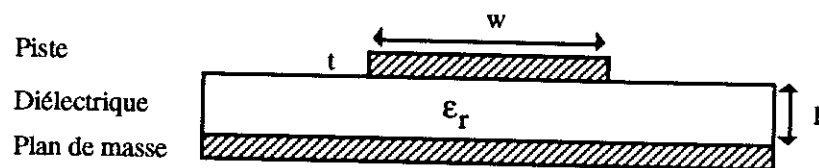


Fig. 5. Ligne microruban

La détermination de la capacité entre la piste et le plan de masse (radiateur) a été largement traitée dans la littérature [20], [21]. Des formules empiriques ou issues de calculs avec hypothèses simplificatrices sont disponibles pour déterminer la capacité linéique d'une telle géométrie. Nous verrons par la suite comment prendre en compte la longueur finie des pistes.

#### La formule du condensateur plan

La capacité linéique d'une ligne microruban est donnée par:

$$C = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{w}{h} \text{ F/m}$$

Elle ne prend en compte ni l'épaisseur de la piste, ni les effets de bords dus à la largeur  $w$  finie du conducteur, ni l'hétérogénéité du diélectrique entre les deux conducteurs (les lignes de champ passent dans l'air,  $\epsilon_0$ , et dans le diélectrique,  $\epsilon_r$ ).

Cette formule ne pourra être utilisée que pour des pistes très larges ( $w \gg h$ )

### Des formules empiriques [20]

\* Schneider [22]

La relation prend en compte l'hétérogénéité du diélectrique en introduisant une constante diélectrique effective:

$$\epsilon_{\text{eff}} = \frac{\epsilon_r + 1}{2} + \frac{\epsilon_r - 1}{2} \left(1 + \frac{10h}{w}\right)^{-1/2}$$

Deux cas sont alors distingués :

$$w/h \leq 1 \quad C = 56.3 \epsilon_{\text{eff}} \frac{1}{\text{Ln} \left(8 \frac{h}{w} + \frac{w}{4h}\right)} \text{ pF/m}$$

$$w/h \geq 1 \quad C = \epsilon_0 \epsilon_{\text{eff}} \ln \left[ \frac{w}{h} + 2.42 - 0.44 \frac{h}{w} + \left(1 - \frac{h}{w}\right)^6 \right] \text{ F/m}$$

\* Wheeler [23]

La formulation tient compte de l'épaisseur  $t$  de la piste par une largeur effective  $w_{\text{eff}}$ :

$$w_{\text{eff}} = w + \frac{t}{\pi} \ln \left[ \frac{4e}{\sqrt{\left(\frac{t}{h}\right)^2 + \left(\frac{1}{\pi \left(\frac{w}{t} + 1.1\right)}\right)^2}} \right] \quad (\text{e base du logarithme népérien})$$

La valeur de la capacité linéique s'obtient alors par :

$$C = \frac{1,122 \epsilon_r}{\ln \left(1 + \frac{1}{2} \left(\frac{8h}{w_{\text{eff}}}\right) \left(\frac{8h}{w_{\text{eff}}} + \sqrt{\left(\frac{8h}{w_{\text{eff}}}\right)^2 + \pi^2}\right)\right)} \text{ pF/m}$$

\* Sakurai et Tamaru [24]

$$C = \epsilon_0 \epsilon_r \left(1.15 \frac{w}{h} + 2.8 \left(\frac{t}{h}\right)^{0.222}\right) \text{ F/m} \quad (\text{l'épaisseur est prise en compte})$$

\* Poh & Al. [25]

$$w/h \leq 0,6 \quad C = \frac{0,278 (1 + \epsilon_r)}{\ln \left(\frac{8h}{w}\right) + \frac{1}{16(1 + \epsilon_r)} \left(\frac{w}{h}\right)^2 + \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r} \left(0,041 \left(\frac{w}{h}\right)^2 - 0,454\right)} \text{ pF/m}$$

$$w/h > 0,6 \quad C = 8,86 \epsilon_r \frac{w}{h} + 5,63 \left[ \ln \left(\frac{w}{2h}\right) + 1,416 \epsilon_r + 1,547 + (1,112 - 0,028 \epsilon_r) \frac{h}{w} \right]$$

\* Wheeler / Schneider [20]

Il s'agit d'intégrer à la formule de Wheeler la constante diélectrique effective proposée par Schneider.

Utilisation de la théorie des transformations conformes [26]

**Formulation**

En considérant que, vue d'un des bords de la piste, celle-ci est un plan semi-infini, et en négligeant son épaisseur  $t$ , on se ramène au calcul de la capacité d'un plan semi-infini au dessus d'un plan infini P, dont on considère une longueur  $L$  selon  $y$  et  $x_0$  selon  $x$  (Fig. 6).

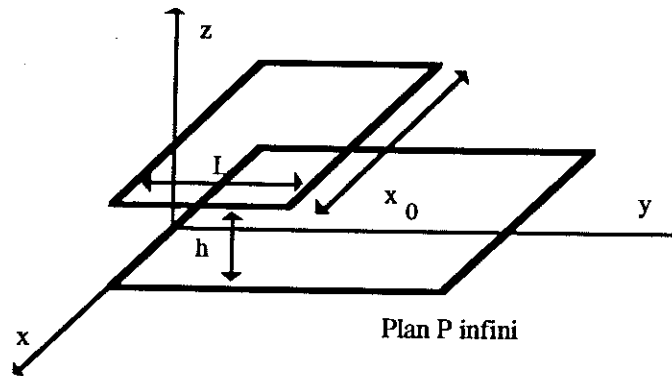


Fig. 6. Modèle semi-infini du bord pour le calcul de la capacité linéique d'un microruban

Cette capacité se calcule, également à l'aide de la théorie des transformations conformes [26]:

$$C_{LI} = \epsilon_0 \epsilon_r \left[ L/h + \frac{1}{\pi} (1 + \ln \left( \frac{\pi L}{h} + 1 \right)) \right] x_0$$

Et pour obtenir la valeur correspondant au microruban complet, il suffit de mettre les deux capacités vues de chaque bord (longueur  $L = w/2$ ) en parallèle, d'où:

$$C = \epsilon_0 \epsilon_r \left[ \frac{w}{h} + \frac{2}{\pi} \left( 1 + \ln \left( \frac{\pi w}{2h} + 1 \right) \right) \right] F/m$$

On reconnaît dans le premier terme, la capacité plane linéique, le second terme représentant la correction à effectuer pour tenir compte des effets de bord latéraux. Tout se passe en fait comme si la piste avait une largeur plus grande que sa largeur  $w$ .

**Prise en compte de la longueur finie des pistes**

La théorie de la transformation conforme vient de montrer que la prise en compte des effets de bord pouvait se faire par une augmentation des distances réelles des pistes considérées. De même, les formules empiriques prennent toutes en compte la largeur finie de la piste. Mais la longueur, elle, est considérée comme infinie. Pour tenir compte de la

longueur finie des pistes, il suffit de les considérer comme de longueur  $l$  et de largeur  $w$ , puis comme de longueur  $w$  et de largeur  $l$ . La valeur de la capacité plan correspondant à la piste, qui a alors été comptée deux fois, doit être alors retranchée (Fig. 7). Les effets de bord auront donc été comptés dans les deux directions [21], [26].

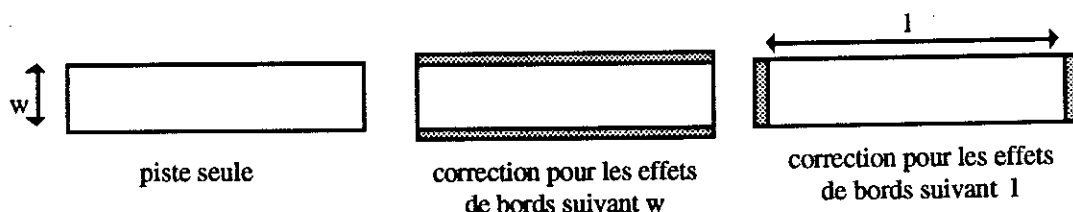


Fig. 7. Piste de longueur finie

### Comparaison

#### *Lignes simples de longueurs supposées infinies*

Pour comparer les différentes formules évoquées, nous avons considéré une piste de 10 cm de longueur, de 1,45 cm de large, d'épaisseur 35  $\mu\text{m}$ , réalisée sur Circuit Imprimé (diélectrique époxy,  $\epsilon_r = 4.7$ ) située à 1,5 mm d'un plan conducteur en cuivre. Cet exemple est le résultat d'un compromis entre une piste représentative des connexions en électronique de puissance et le désir de mesurer des capacités relativement importantes pour obtenir une bonne précision.

Le tableau 1 compare les formules utilisées et la mesure. Celle-ci est effectuée en basse fréquence, les relations évoquées ne prenant pas en compte les imperfections du diélectrique, donc la variation de capacité avec la fréquence (de l'ordre de 2 pF pour la piste mesurée).

Mesure	Cond. plan	Schneider	Sakurai	Poh > 0,6	Tr C	Wheeler	Wheeler/Schneider
48,9	40,2	46,0	51,2	45,8	50,2	53,6	47,3

Tableau 1. Comparaison des diverses formules sur un exemple représentatif (en pF)

Les formules de Wheeler / Schneider et celle issue des transformations conformes donnent des résultats correspondant relativement bien à la mesure.

#### *Géométrie plus complexe*

Nous avons cherché à calculer la valeur de la capacité entre le point milieu d'un hacheur série (qui a une forme de Té) et le radiateur (Fig. 8). La technologie employée est toujours celle du circuit imprimé.

La mesure effectuée donne 19,2 pF.

Le tableau 2 compare les résultats obtenus pour chaque formulation, avec et sans prise en compte de la longueur finie des pistes. Cette prise en compte s'effectue en décomposant le Té en microrubans simples (Fig. 8).



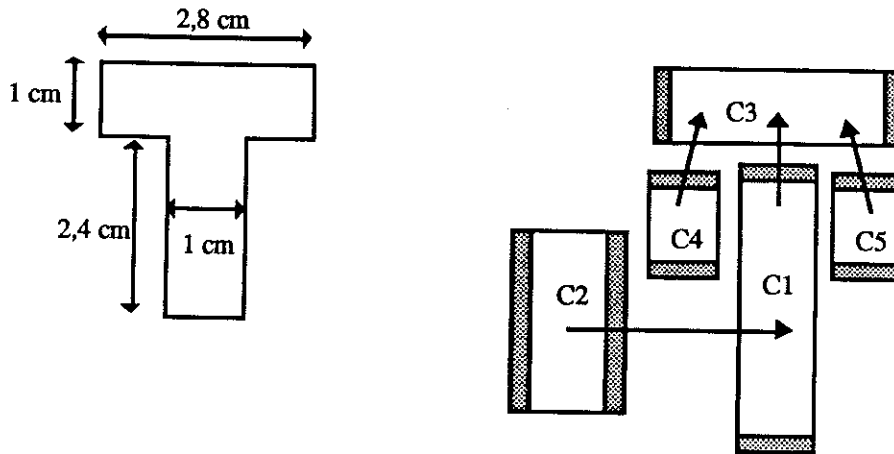


Fig. 8. Géométrie de la capacité parasite à déterminer. Décomposition pour prendre en compte les effets de bords

La capacité du Té s'obtient alors par

$$C_T = C_1 + C_2 + C_3 + C_4 + C_5 - C_{p2} - C_{p3}$$

Les capacités  $C_{p2}$  et  $C_{p3}$  correspondent aux capacités plan des segments 2 et 3 qui ont été comptées deux fois par cette méthode.

Leur valeur totale est  $C_{p2} + C_{p3} = 14.4 \text{ pF}$

	Mesure	Cond. plan	Schneider	Sakuraï	Poh > 0,6	Tr C	Wheeler	Wheeler / Schneider
Sans effet de bords (pF)	-	14.4	17.4	19.2	17.2	19.1	20.9	17.9
Avec effet de bords (pF)	19,2	14.4	18.0	21.8	18.0	20.5	22.5	18.8

Tableau 2. Comparaison des différentes méthodes pour la capacité d'un Té.

La formule de Wheeler / Schneider, correspondant bien à la mesure, c'est celle que nous utiliserons.

## V 2 2 Capacité parasite entre deux barres d'amenée de courant

Dans le cadre de ce travail, ces capacités parasites entre conducteurs ne seront pas prépondérantes, notamment dans le cas des pistes de circuit imprimé, où les surfaces en regard sont faibles. Nous nous bornerons donc à l'évocation de formules disponibles.

### Entre deux barres de sections circulaires

Soient deux conducteurs circulaires de mêmes rayons  $r$  situés sur un diélectrique de constante  $\epsilon_r$ , à une distance  $d$  (Fig. 9).

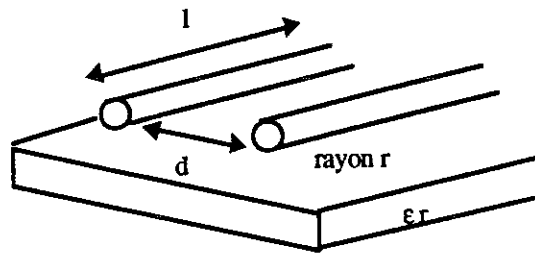


Fig. 9. Capacité entre deux barres de section circulaire

L'expression de la capacité est:

$$C/l = \frac{\pi \epsilon_0 \epsilon_r}{\ln \left[ \frac{d}{2r} + \sqrt{\left(\frac{d}{2r}\right)^2 - 1} \right]} \text{ F/m [27]}$$

Puisque les conducteurs sont situés sur un diélectrique et dans l'air, la notion de constante diélectrique effective peut être prise en compte, comme dans le cas du microruban.

Pour des conducteurs de rayons  $r_1$  et  $r_2$  différents [28] donne approximativement:

$$C/l = \frac{2 \pi \epsilon}{\ln \left( \frac{d^2}{r_1 r_2} \right)} \text{ F/m}$$

#### Entre deux barres de sections rectangulaires

C'est un cas important puisqu'il englobe celui des pistes de circuit imprimé. Une formule approximative est donnée par [27].

$$C/l = \frac{2 \pi \epsilon_0 \epsilon_r \text{ eff}}{\ln \left[ \pi^2 d^2 \left( \frac{1}{w_1 + t} \right) \left( \frac{1}{w_2 + t} \right) \right]} \text{ F/m}$$

où  $d$  est la distance entre les barres,  $t$  l'épaisseur et  $w_1, w_2$  les largeurs respectives (Fig. 10).

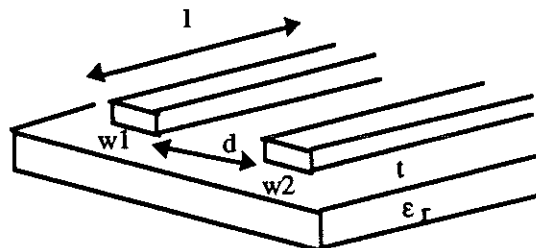


Fig. 10. Capacité entre 2 barres sur un substrat diélectrique de constante  $\epsilon_r$ .

L'application numérique pour le cas de deux pistes de circuit imprimé ( $t = 35 \mu\text{m}$ ) de 6 cm de longueur, de 1 cm de large et situées à 4,5 cm de distance donne  $C = 2,5 \text{ pF}$ , ce qui est négligeable.

### V 2 3 Conclusion

Dans cette partie ont été recensées diverses formules donnant la valeur de la capacité parasite entre une piste et un plan conducteur de référence situé en dessous.

Ces expressions donnent toutes des résultats correspondant avec la mesure. La formule de Wheeler / Schneider semble, d'après la littérature [21] et les résultats obtenus, être une bonne méthode de prédétermination de capacités parasites pistes - radiateur.

Une méthode pour prendre en compte les effets de bords dans le cas de géométries plus complexes qu'une simple ligne microruban (Té) a été évoquée et appliquée.

Enfin des formules donnant la capacité parasite entre deux conducteurs ont été citées. Une application numérique pour les cas qui nous intéressent montre que ces capacités n'interviendront vraisemblablement pas de manière significative.

Les capacités parasites entre pistes et radiateur pourront donc être prédéterminées sans peine. Il reste le problème des semi-conducteurs qui, montés sur le radiateur, contribuent également aux effets capacitifs au sein du convertisseur. La mesure donnera alors les valeurs correspondantes.

Le problème de l'évaluation théorique de ces capacités parasites dues aux interrupteurs devra être abordé à l'avenir, pour aboutir à une prédétermination complète de l'environnement des composants.

**Application à la CAO en  
Electronique de Puissance -  
Intégration de la CEM**



## **VI Application à la CAO en Electronique de Puissance Intégration de la CEM**

### **VI 1 But recherché**

Les parties précédentes ont montré comment déterminer inductances et capacités parasites dans un montage formé de conducteurs de sections rectangulaires (barres, circuit imprimé...), en prenant en compte les éventuels plans de masse et l'influence de la fréquence. Les éléments variables avec la fréquence (inductance et résistance) peuvent être représentés si nécessaire par un schéma équivalent comportant peu d'éléments discrets de valeurs fixes.

Il s'agit maintenant de voir comment ces résultats peuvent s'appliquer au cas de la conception de convertisseurs statiques, tant sur le plan des perturbations internes (surtensions, courant de recouvrement) qu'externes (courant de mode différentiel, de mode commun).

Nous avons choisi d'illustrer cette démarche par l'étude complète du hacheur série. La cellule hacheur se retrouve dans bon nombre de convertisseurs d'électronique de puissance, et d'autre part sa structure est simple, ce qui permet une étude plus aisée que sur un convertisseur complexe et donne ainsi une bonne vision des problèmes.

Il va de soit que la méthode d'investigation pourra être appliquée à d'autres types de convertisseurs.

Le but que nous nous sommes fixés est d'arriver à rendre compte des phénomènes se produisant durant les commutations. Si les formes d'ondes instantanées peuvent être obtenues en tout point du circuit, uniquement d'après les données géométriques du convertisseur et les caractéristiques des semi-conducteurs, il sera alors possible au concepteur d'optimiser cette géométrie sans avoir recours au prototype, de diminuer le pouvoir perturbateur du convertisseur, d'améliorer sa fiabilité par la réduction des surtensions, ...

Dans le cadre de ce travail, partant d'une géométrie existante, mesure et simulations sont comparées, afin de déterminer le degré de précision nécessaire sur la représentation de l'environnement des semi-conducteurs, et les résultats qui peuvent être attendus.

Le schéma passif décrivant la connectique est validé séparément, par l'étude du courant de mode commun, évitant ainsi le délicat problème de la modélisation des semi-conducteurs.

Enfin, l'ensemble composants / environnement est simulé par le logiciel PACTE.

## VI 2 Le convertisseur

L'application choisie est l'industrie automobile, le convertisseur sera donc dans la gamme des faibles puissances (500 W) et les semi-conducteurs seront des composants basse tension (200 V).

Le hacheur série nécessite:

- un composant interrupteur commandable à l'ouverture et à la fermeture
- une diode.

Pour ces deux semi-conducteurs, un modèle physique relativement éprouvé doit être disponible. L'état des connaissances actuelles en terme de modélisation des semi-conducteurs et le désir de fonctionner à des fréquences de découpage relativement élevées (100 KHz), nous conduisent à opter pour un interrupteur de technologie MOSFET. Les quelques travaux menés au laboratoire [29] sur l'étude des modèles de semi-conducteurs de puissance à l'aide du logiciel PACTE (Cegely - ECPA [30]) ont entraînés le choix des composants suivants:

- MOS IRFP250,
- diode Silicium BYT08PI200,

dont la modélisation avait été jugée satisfaisante.

Un niveau de tension d'entrée de 120 V et un courant de sortie d'environ 8 A assurent la puissance désirée.

## VI 3 Le logiciel PACTE

Pour simuler le comportement d'un convertisseur en commutation, il est nécessaire de disposer d'un outil logiciel possédant:

- des modèles de composants,
- une méthode d'analyse de circuit,
- une méthode numérique de résolution.

Des logiciels "classiques" en électronique de puissance représentant les semi-conducteurs par des résistances binaires (Circuit, Success, ...) sont tout à fait inadaptés à la simulation des commutations.

Des logiciels issus de la physique du solide peuvent résoudre directement les équations des semi-conducteurs (équation de Poisson et équation de transport des électrons et des trous) (PISCES) mais le coût en calcul est excessif et la convergence n'est pas toujours assurée [30].

Les simulateurs de comportement du semi-conducteur utilisent alors pour la majeure partie des schémas électriques équivalents. Dans ce domaine, la référence est sans nul doute SPICE et toutes ses versions.

Mais si cette approche correspond bien au traitement "petits signaux" et s'accorde parfaitement de la description du circuit sous forme de réseau de Kirchhoff, peu de modèles de semi-conducteurs utilisables en électronique de puissance sont disponibles. En effet, tous les phénomènes se produisant à l'intérieur des composants de ce type ne sont pas représentables par une inductance, une capacité ou une résistance. [30]

La vaste bibliothèque de composants de SPICE ne comporte pas de diode rapide Thomson, dont de multiples expériences montrent la qualité ! [31]

Nous nous sommes alors tournés vers le seul logiciel disposant de modèles acceptables de composants de puissance, PACTE, développé par le CEGELY-ECPA.

Les modèles de semi-conducteurs de PACTE sont basés sur la résolution des équations, en partitionnant le composant en régions où un phénomène physique unique est considéré comme prépondérant. Ceci revient donc à résoudre les équations globales en considérant certaines hypothèses simplificatrices.

Les paramètres nécessaires au modèle sont donc les paramètres technologiques. La mise en œuvre de ces modèles a conduit les concepteurs de PACTE à opter pour une méthode d'analyse de circuit du type "bondgraph" (graphe de liens) couplée avec un réseau de Pétri pour la représentation des transitions.

L'objet de ce chapitre n'est pas l'étude de cette méthode de description. Signalons simplement que l'approche graphe de liens introduit une donnée supplémentaire par rapport au réseau de Kirchhoff. Il s'agit de la notion de causalité. L'approche graphe de liens traduit toute relation en terme de transfert d'énergie, telle que  $\text{énergie} = \text{flux} \times \text{effort}$ .

Une relation entre 2 systèmes A et B se traduit donc par:

*A impose son flux à B et subit son effort*  
ou *A impose son effort à B et subit son flux*

Il apparaît par exemple, pour le cas d'un condensateur, qu'il impose son effort (tension) et subit le flux (courant).

Ainsi, la mise en parallèle de deux condensateurs est une faute de causalité puisque deux efforts sont imposés, de même que la mise en série de deux inductances où deux flux sont en contradiction éventuelle.

Le logiciel PACTE étant donc le plus adapté au niveau modèles de semi-conducteurs de puissance (pas de diode de puissance dans SPICE, pas de modèle de MOS de puissance dans SABER au début de notre étude), c'est lui que nous avons choisi pour simuler les commutations.



## VI 4 Modélisation simple du hacheur série

Les premières sources de perturbation dont nous cherchons à rendre compte sont les surtensions et le courant de recouvrement de la diode au sein même du convertisseur. Celles-ci sont à l'origine de pertes en commutation importantes, de fatigue des composants et peuvent même aboutir à leur destruction.

Pour obtenir les formes d'ondes en commutation dans le cas du hacheur série, il est judicieux de s'intéresser tout d'abord à la maille de puissance. C'est en effet son inductance qui est principalement responsable des perturbations internes au convertisseur; elle contribue à fixer le  $di/dt$  à la fermeture du MOS ( $L \frac{di}{dt} = E - V_{MOS}(t)$ ,  $E$  représentant le niveau de la tension d'alimentation), et à occasionner des surtensions à son ouverture.

Les inductances dues à la connectique dans la maille de puissance sont faciles à prédéterminer (chap. IV). Quant au condensateur de puissance, nous avons vu que des modèles plus au moins complexes peuvent être mis en œuvre (chap. V).

Mais la modélisation de la maille de puissance n'est pas suffisante pour obtenir les formes d'ondes en commutation. Les semi-conducteurs interagissent avec elle, par leurs caractéristiques propres (capacités - non linéaires - à l'état bloqué, courant de recouvrement de la diode, tension du MOS à la fermeture...).

Il est donc indispensable de disposer d'un modèle de MOSFET et de diode en plus des caractéristiques de la maille de puissance. Notons parallèlement que ces modèles seraient tout aussi inutiles sans une bonne définition de l'environnement électromagnétique des semi-conducteurs.

La géométrie de la maille de puissance est reportée Fig. 1.

Les inductances partielles à considérer sont celles dues aux pistes, aux boîtiers des semi-conducteurs et celle du condensateur de puissance. Nous négligeons tout couplage entre les inductances partielles du condensateur, des boîtier et des pistes: seules les mutuelles partielles entre pistes sont prises en compte.

Ce schéma peut alors être réduit en une seule inductance  $L_m$ :

$$L_m = L'1 + L'2 + L'3 + L'4 + 2M'2-3 - 2M'1-4 + L_c + L_A + L_K + L_D + L_S$$

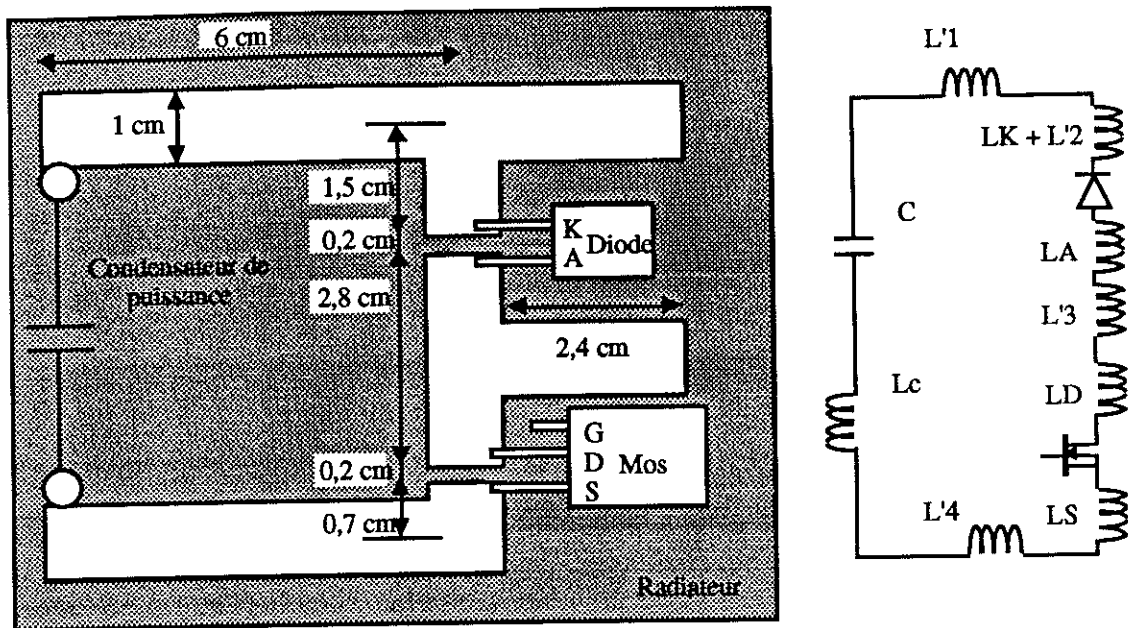


Fig. 1. La maille de puissance du Hacheur (les mutuelles partielles entre pistes ne sont pas représentées).

La valeur de l'inductance de maille obtenue est reportée Fig. 2. La variation avec la fréquence est peu significative car dans cette modélisation, elle n'est due qu'aux pistes. En effet, les valeurs de  $L_C$ ,  $L_D$ ,  $L_S$ ,  $L_A$ ,  $L_K$  ne sont données qu'à une fréquence fixe, et nous n'avons pour l'instant aucun moyen de prédéterminer leur variation. Signalons de plus que si la spécification technique de l'IRFP250 donne  $L_D = 4.5 \text{ nH}$  et  $L_S = 7.5 \text{ nH}$ , aucune information n'a été fournie sur la diode BYT08PI200.

Nous avons considéré pour ce composant que  $L_A = L_K = 4 \text{ nH}$ , légèrement inférieures à celles du MOS, puisque le boîtier de la diode est un peu plus compact.

Pour ce qui concerne la valeur de la résistance de maille, celle du condensateur et celles des semi-conducteurs font défaut. Cette valeur est donc nécessairement sous-estimée.

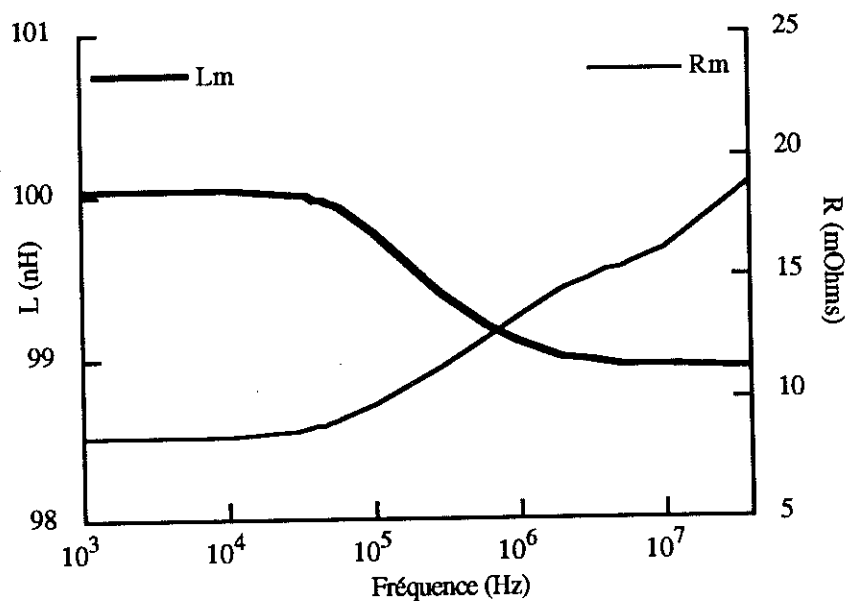
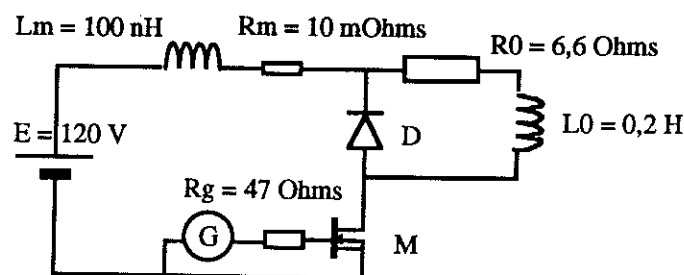


Fig. 2. Maille de puissance: variation avec la fréquence

La valeur retenue pour l'inductance de maille  $L_m$  est donc de 100 nH (environ 22 nH pour les pistes, 20 nH pour les semi-conducteurs et 58 nH pour le condensateur de puissance).

La résistance  $R_m$  peut être prise égale à 10 mOhms, la valeur correspondant aux pistes en continu, tout en sachant que cela ne correspondra pas pour les harmoniques haute fréquence. Il serait possible d'avoir accès à la résistance de la maille par identification de l'allure de la phase (Fig. 4 du chapitre V), mais cette méthode est peu précise et risque de donner une résistance constante surévaluée, ce qui introduirait des problèmes en basse fréquence.

Le schéma à simuler par PACTE est alors décrit Fig. 3.



G: +15V, -15V  
 temps de montée 18,7 ns  
 période 10  $\mu$ s - rapport cyclique 1/2  
 temps de descente 17,6 ns

Fig. 3. Schéma du hacheur à simuler par PACTE

Le condensateur de puissance est remplacé par une source de tension parfaite, dans la mesure où son imperfection principale, l'inductance  $L_c$ , est intégrée à  $L_m$ .

La source G correspond à une image du "driver" de commande. Elle délivre un signal trapézoïdal entre -15 V et +15 V à la fréquence de 100 KHz, avec des fronts correspondant à ceux du "driver" utilisé dans la mesure. La résistance de grille de 47  $\Omega$  est également celle utilisée sur la maquette. L'inductance du circuit de grille pourrait être également calculée par InCa, mais pour l'instant, nous n'en avons pas tenu compte.

La Fig. 4 montre les signaux de commande obtenus pour le modèle du MOS de PACTE, en comparaison avec la mesure. Le temps de charge du circuit de grille du MOS ne correspond pas, ce qui est dû à une insuffisance du modèle, qui ne prend pas en compte la non linéarité de la capacité  $C_{gs}$ .

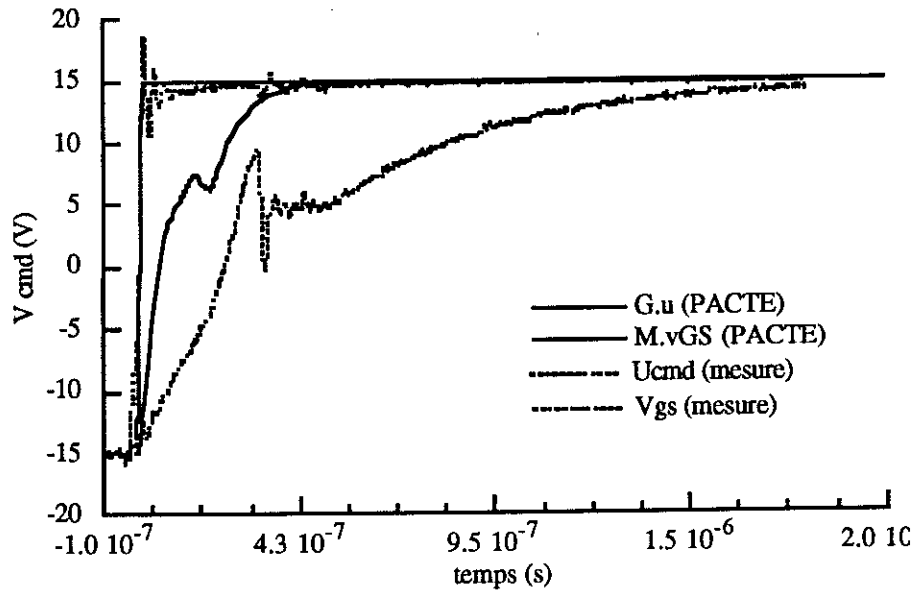


Fig. 4. Modèle du MOS de PACTE (MOS6): charge du circuit de grille

Nous avons donc été conduits à employer un modèle de MOS de puissance tiré de la bibliothèque de SPICE.

La charge de grille correspond mieux (Fig. 5), ce qui permet alors l'étude des signaux de puissance (Fig. 6).

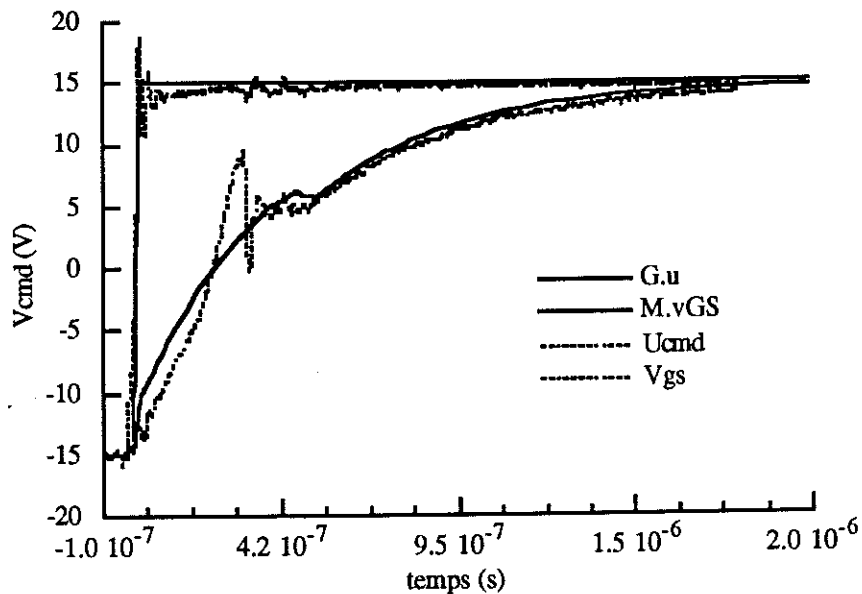


Fig. 5. Modèle du MOS de SPICE: charge du circuit de grille.

*Dans tout ce chapitre, les formes d'ondes instantanées obtenues en mesure et en simulation ont été décalées temporellement pour être superposées. D'autre part, aucune procédure de compensation de retard de sondes n'a été mise en oeuvre durant la mesure. Les retards entre courants et tensions sont donc peu précis.*

Le comportement des semi-conducteurs lors de la fermeture du MOS est relativement bien décrit par la simulation, notamment en ce qui concerne le courant de recouvrement de la diode. En revanche, les oscillations sur la tension à l'ouverture du MOS ne correspondent pas très bien à la mesure.

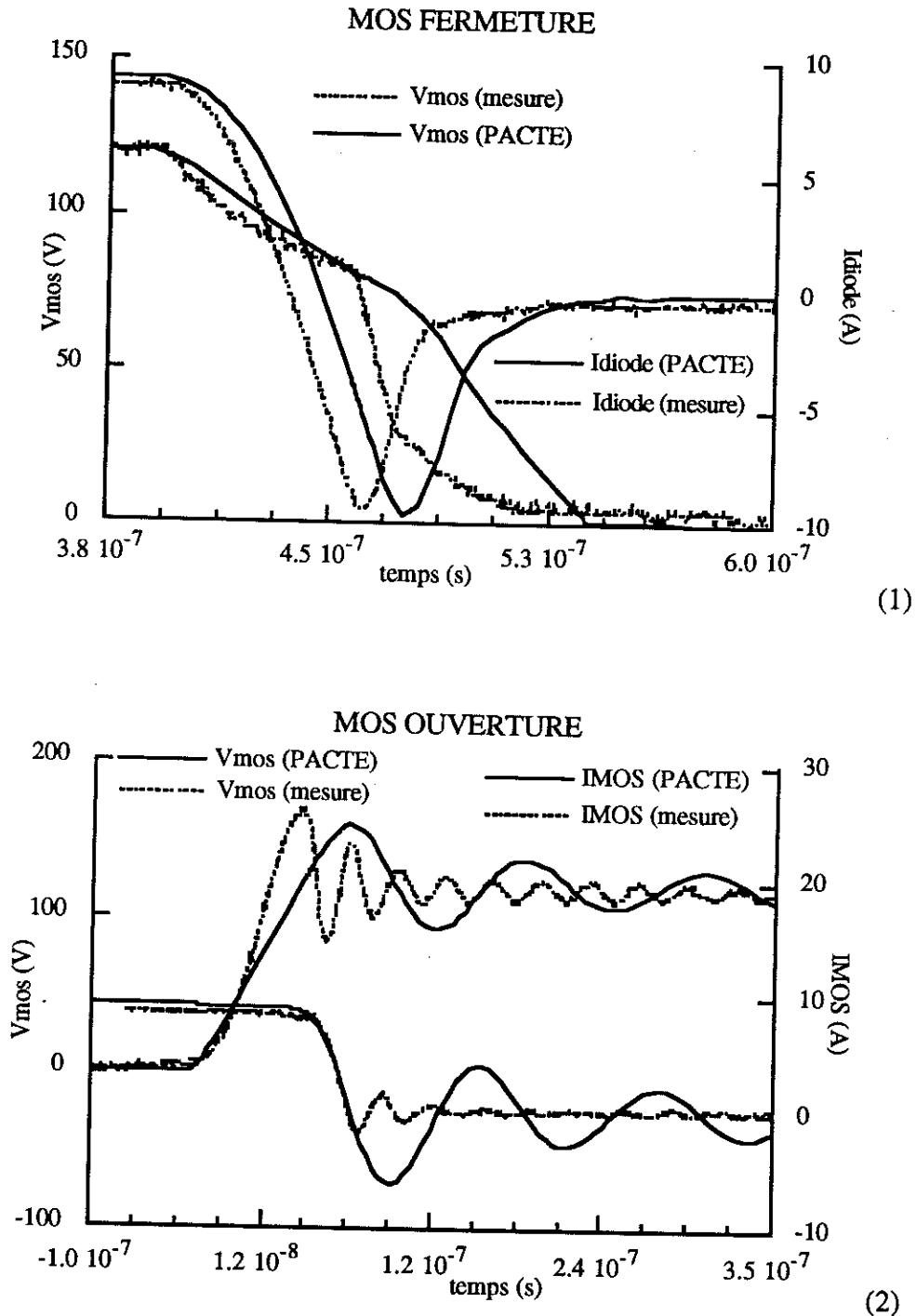
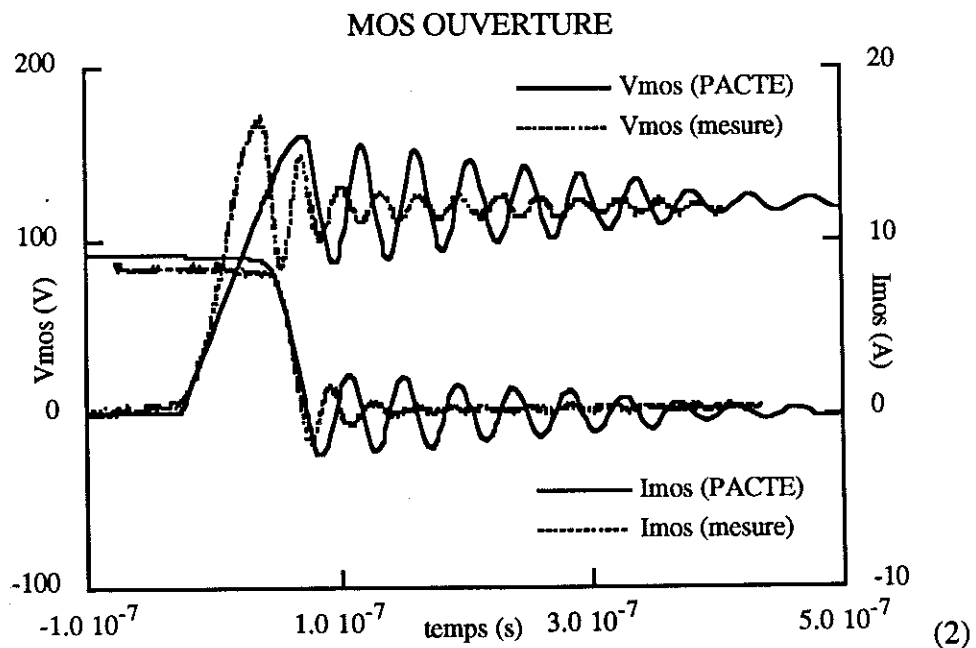
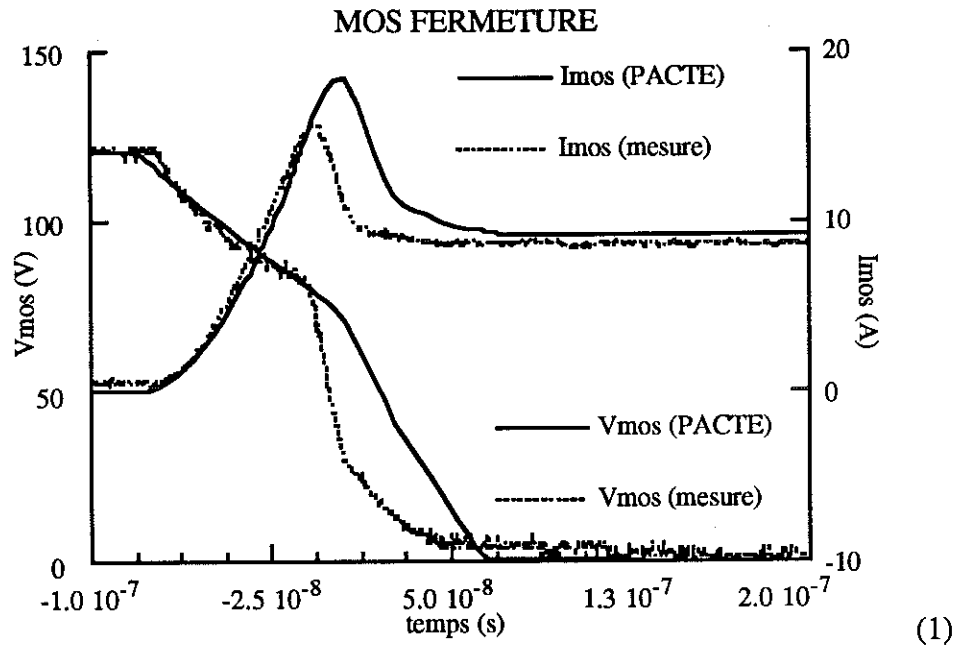


Fig. 6. Modèle de SPICE: signaux de puissance. (1): fermeture du MOS, (2): ouverture du MOS.

En modifiant le modèle du MOS de SPICE (la valeur de  $C_{DS}$  du modèle standard étant remplacée par une capacité de jonction variable), la tension  $V_{DS}$  à la fermeture du MOS se rapproche de celle de la maquette (Fig. 7 - 3).

Mais la différence la plus notable concerne la fréquence des oscillations à l'ouverture du MOS, qui s'améliore avec l'emploi de la capacité de jonction au lieu d'une valeur constante pour  $C_{DS}$  (Fig. 7 - 2). Toutefois, ce modèle à l'ouverture n'est toujours pas très satisfaisant, en ce qui concerne la fréquence des oscillations. La capacité  $C_{DS}$ , non linéaire avec la tension  $V_{DS}$ , n'est pas encore bien modélisée.



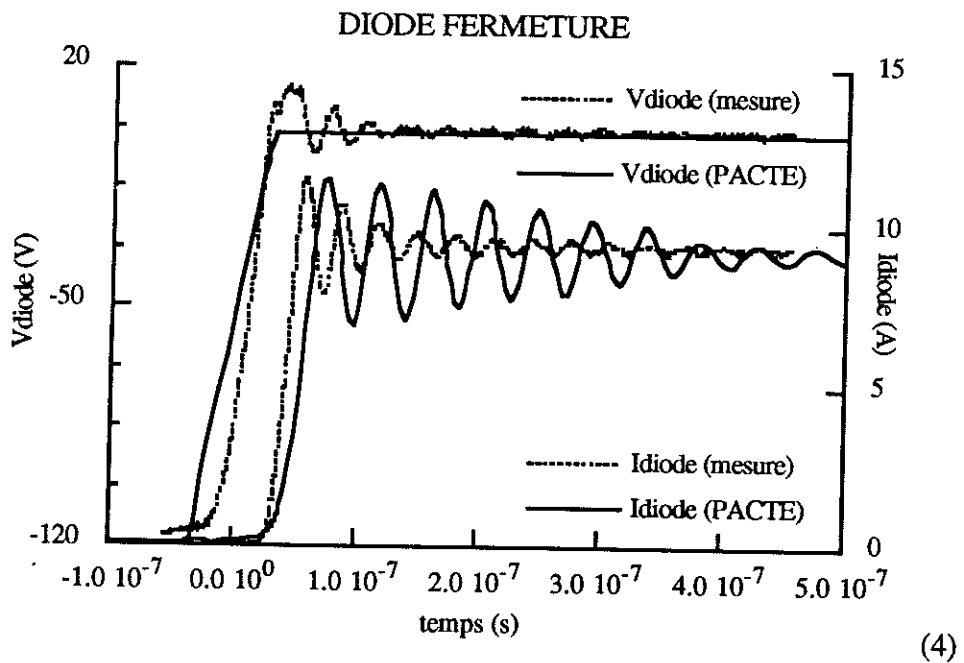
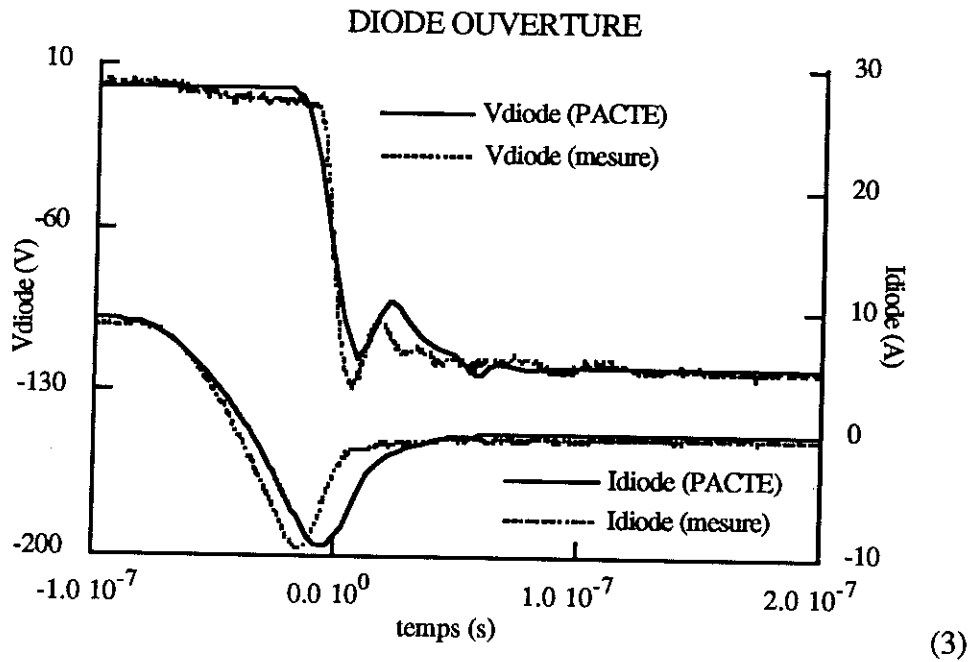


Fig. 7. Signaux de puissance obtenus pour le modèle de MOS de SPICE modifié.

(1): fermeture du MOS - (2): ouverture du MOS - (3): ouverture de la diode - (4): fermeture de la diode

Comme prévu, les oscillations des simulations sont moins amorties qu'en mesure, puisque les résistances ont été mal évaluées.

Ces simulations ont montré que si l'environnement des composants (inductance de maille) est indispensable pour obtenir les formes d'ondes en commutation, le modèle des semi-conducteurs n'en est pas moins crucial.

Le modèle de la diode de PACTE semble être très performant. En revanche, il apparaît que le modèle du MOS de SPICE est délicat à utiliser. Il serait bien sûr possible de modifier ses paramètres de manière à obtenir les bonnes formes d'ondes mais qu'en serait-il pour une autre valeur de la tension, du courant de charge ? Ne crée-t-on pas un modèle qui n'est valable que pour un point de fonctionnement ?

La modélisation des semi-conducteurs, notamment au niveau du MOSFET devra donc encore progresser pour permettre d'obtenir les bonnes formes d'ondes (prise en compte des capacités non linéaires de jonctions dans le modèle du MOS de PACTE, par exemple).

La mise en oeuvre de modèles comportementaux [32], nécessitant peu de paramètres d'entrée, peut permettre une approche plus aisée de ces problèmes, dans la mesure où le rôle de chacun de ces paramètres est bien quantifié.

Cette évolution devrait être relativement rapide, dans la mesure où l'environnement est maîtrisé. Dans l'interaction semi-conducteur / connectique, un des paramètres est maintenant fixé, et la mise au point peut s'effectuer sur les modèles.

Ce progrès est d'autant plus nécessaire que les besoins en terme de précision sur les formes d'ondes vont aller croissant.

Si le dimensionnement du convertisseur nécessite la connaissance de la surtension, du courant de recouvrement, des pertes en commutation (dus au décalage temporel courant - tension), ces valeurs ne sont plus suffisantes dès lors que l'on s'intéresse à la Compatibilité ElectroMagnétique en Electronique de Puissance où les fronts de courant et de tension doivent également être modélisés précisément pour permettre de rendre compte des courants perturbateurs engendrés.

Par la suite, une fois les modèles calés, les variations d'inductance et de résistance avec la fréquence pourront être prises en compte.



## VI 5 Prise en compte de la CEM

### **VI 5 1 Courant de mode commun - RSIL**

Les convertisseurs statiques sont par nature sources de perturbations pour l'environnement. Les variations brutales de tension sont notamment à l'origine de courants haute fréquence induits par effet capacitif entre pistes d'amenée de courant et terre. Dans le cas du hacheur étudié, le radiateur servant au refroidissement des composants est également situé sous les pistes, et procure un chemin de passage privilégié pour ces courants perturbateurs dits de mode commun.

Ceux-ci sont les plus délicats dans le domaine de la Compatibilité ElectroMagnétique, car ils dépendent énormément de la configuration du site, et s'étalent dans une gamme de fréquence où les imperfections des filtres commencent à ne plus être négligeables. [33]

En mode de fonctionnement normal, le convertisseur étant inséré dans un environnement plus complexe, ces courants de mode commun se rebouclent jusqu'à la source via des effets capacitifs répartis le long des lignes.

Ils peuvent perturber d'autres équipements, par couplage d'impédance commune entre autre, par conduction et par rayonnement. [34]

Il est donc capital de bien caractériser ces courants perturbateurs (amplitude fréquence), afin de les minimiser et au besoin de les annihiler par filtrage.

Pour ce faire, il est nécessaire de connaître précisément leur trajet complet et donc la géométrie complète du système, de la source au convertisseur.

Dans un but de simplification, afin d'offrir un chemin de retour reproductible, un Réseau Stabilisateur d'Impédance de Ligne (RSIL) a été intercalé entre la source et le convertisseur (Fig. 8) [35].

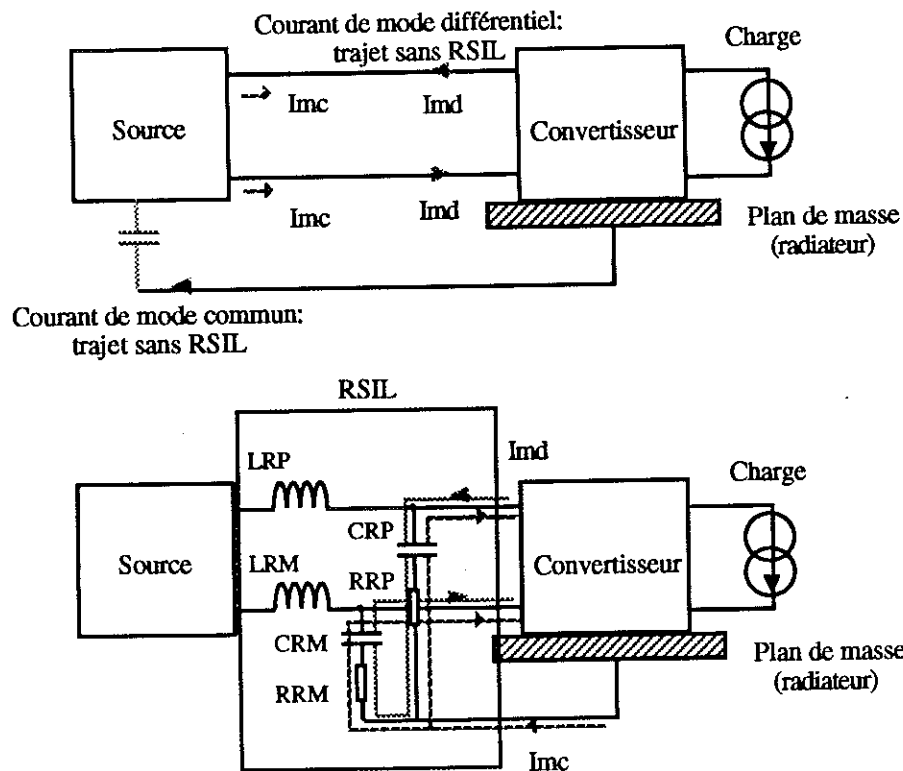


Fig. 8. Le RSIL

Le rôle des deux inductances  $L_{RP}$  et  $L_{RM}$  est d'empêcher le passage de tout courant haute fréquence entre source et convertisseur. Ainsi, les courants circulant dans chaque branche de mesure du RSIL sont uniquement et entièrement dus au convertisseur.

Les deux branches "plus" et "moins" ( $R_{RP}$ ,  $C_{RP}$  et  $R_{RM}$ ,  $C_{RM}$ ) servent de rebouclage aux courants perturbateurs. Le courant de mode commun remonte du plan de masse vers les fils d'alimentation tandis que le courant de mode différentiel induit par les variations brutales de courant au sein du convertisseur circule en sens opposé dans chacune de ces branches.

Les valeurs des impédances des branches de retour du RSIL sont fixées par la norme. Dans notre cas, il n'est utilisé que comme chemin de retour parmi d'autres possibles. Nous n'avons donc pas à respecter un quelconque gabarit. Les valeurs choisies ont été:

$$R_{RM} = R_{RP} = 47 \, \Omega, \quad C_{RM} = C_{RP} = 100 \, \text{nF}.$$

Notre but dans cette partie sera de retrouver les courants perturbateurs circulant dans le RSIL, à partir de sa modélisation et de celle du convertisseur.

Pour cela, le modèle électromagnétique complet de ce convertisseur peut être établi, grâce à l'outil InCa développé (chapitre IV).

## VI 5 2 Modèle électromagnétique complet

Pour obtenir un modèle de l'environnement inductif des composants semi-conducteurs, la démarche adoptée est de remplacer chaque segment conducteur du convertisseur par une inductance partielle, éventuellement complétée par son image, si un plan de masse est présent. Toutes les inductances partielles sont bien évidemment couplées entre elles, la mutuelle partielle entre deux segments perpendiculaires étant nulle.

En ce qui concerne les semi-conducteurs, nous avons vu au § VI 4 que les inductances de boîtiers n'étaient pas négligeables. Elles devront être intégrées dans le modèle électromagnétique, en négligeant tout couplage avec le reste du circuit.

La géométrie complète du convertisseur et du RSIL, ainsi que la modélisation qui peut en être tirée sont données Fig. 9 et 10.

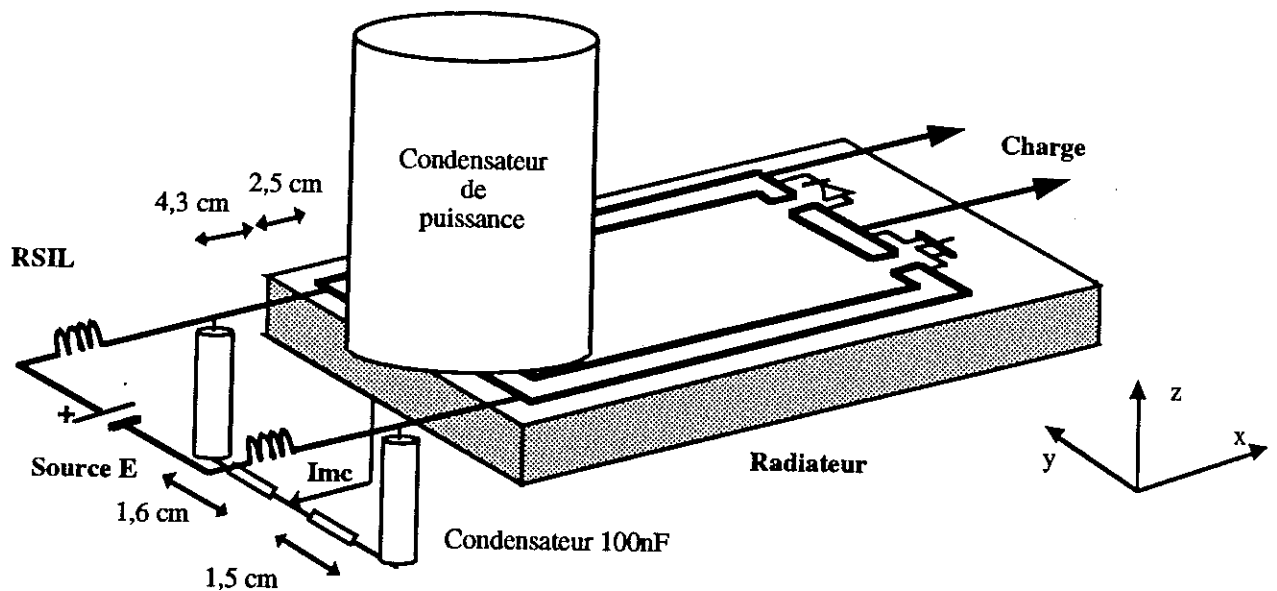


Fig. 9. Le convertisseur et le RSIL.

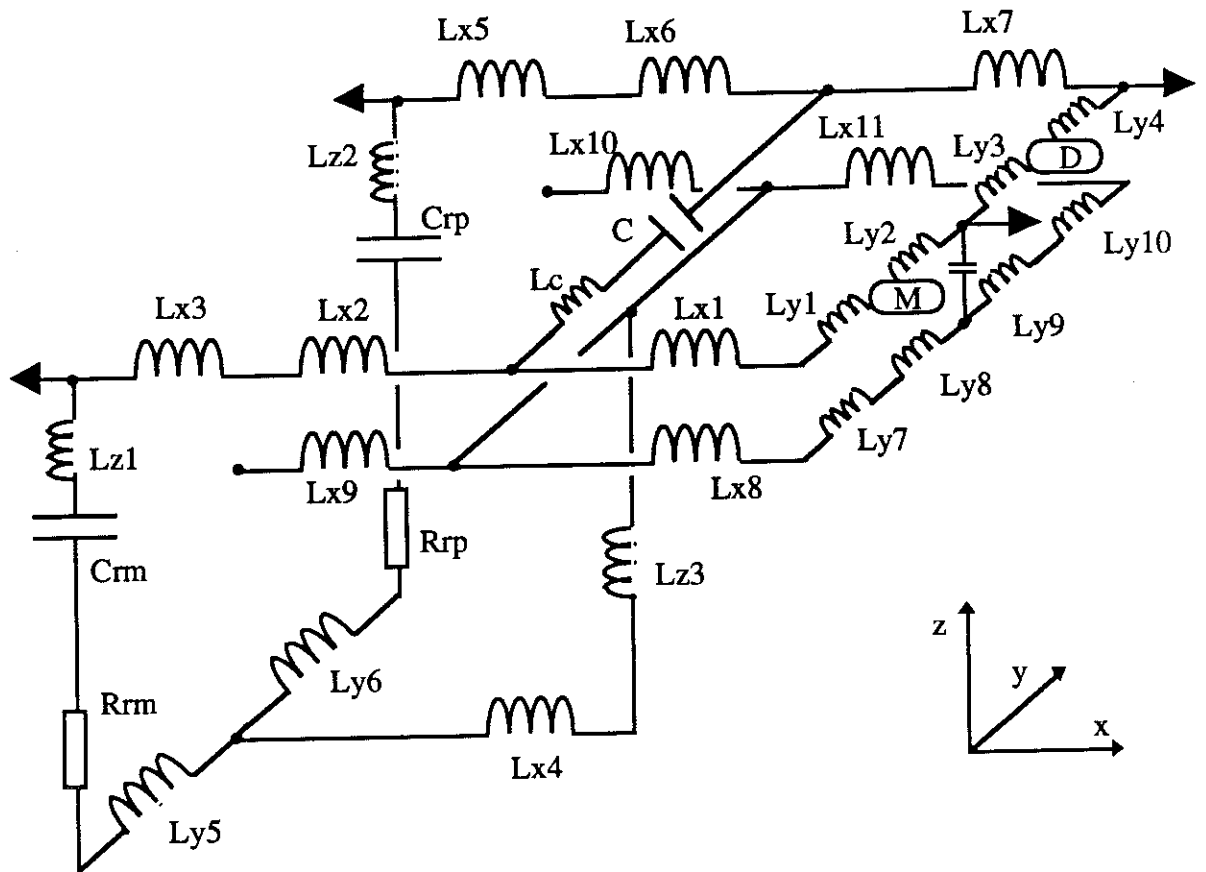


Fig. 10. Le modèle électromagnétique complet du convertisseur (les couplages ne sont pas représentés) - les valeurs sont données en annexe B.

Un cas intéressant mérite d'être noté; il s'agit des barres d'amenée de courant auxquelles sont connectées les branches + et - du RSIL (inductances partielles  $Lx5$ ,  $Lx6$ ,  $Lx3$ ,  $Lx2$ ). Celles-ci sont disposées à moitié au dessus du radiateur et à moitié dans l'air. C'est la raison pour laquelle elles ont chacune été séparées en deux inductances partielles différentes,  $Lx6$  et  $Lx2$  ayant respectivement pour images  $Lx10$  et  $Lx9$ . Les mutuelles partielles  $Mx5-6$  et  $Mx2-3$  sont alors affectées par les images 9 et 10, comme indiqué au chapitre II.

D'autre part, le schéma précédent fait apparaître des inductances partielles  $Lz1$  et  $Lz2$ . Vu la géométrie du montage, ces inductances sont essentiellement constituées par les inductances parasites des condensateurs de 100nF polypropylène employés (LCC PEK 235). Nous considérerons donc  $Lz1 = Lz2 = Lrc$  et les mutuelles partielles  $Mz1-2$ ,  $Mz1-3$ ,  $Mz2-3$ , seront négligées.

Enfin, le condensateur de puissance (LCC CPMC 60.65B3) peut être représenté par un schéma équivalent plus ou moins complet (chapitre V). Nous avons opté pour la modélisation simple, où seule l'inductance parasite  $Lc$  intervient.

Il reste à compléter ce schéma électromagnétique par une représentation des phénomènes capacitifs à l'origine des courants perturbateurs.

### VI 5 3 Un phénomène capacitif prépondérant: l'approximation "point milieu"

Nous avons étudié l'influence de l'inductance de la maille de puissance sur le fonctionnement du hacheur série (§ VI 4). L'étape suivante consiste à considérer les courants perturbateurs, et notamment celui de mode commun, le mode différentiel ayant été largement traité par [35].

L'origine de ce courant est, nous l'avons vu, un comportement capacitif entre les pistes et les semi-conducteurs d'une part et le radiateur d'autre part.

Or, la capacité parasite qui, dans le hacheur série, est la plus sollicitée par la plus grande variation de tension est celle du point milieu à la jonction MOS / DIODE. Ce point voit en effet son potentiel évoluer de 0 V à 120 V en quelques dizaines de nanosecondes ( $dV/dt \approx 3,2 \text{ kV}/\mu\text{s}$ ).

Une première approximation consiste donc à considérer que le courant de mode commun est uniquement dû à cette capacité parasite. Celle-ci provient de trois causes:

- la longueur de piste reliant le MOS et la diode (Té),
- la capacité Anode/Radiateur de la diode ( $C_{A-M}$ ),
- la capacité Drain/Radiateur du MOS ( $C_{D-M}$ ).

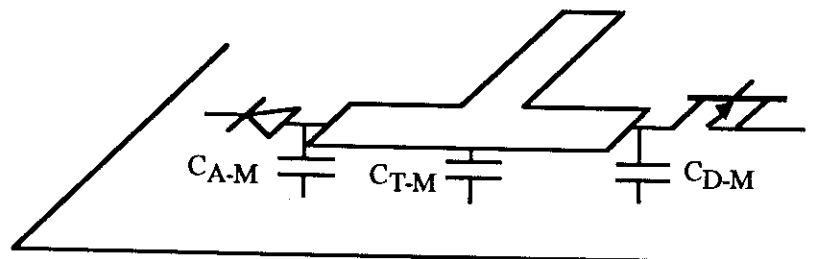


Fig. 11. Capacité parasite point milieu / radiateur

La capacité du Té peut être déterminée comme indiqué au chapitre V. D'après ses dimensions, nous l'avons évaluée à  $C_{T-M} = 19 \text{ pF}$ , par la formule de Wheeler / Schneider.

En ce qui concerne les capacités parasites des semi-conducteurs, seule la mesure permet pour l'instant d'y accéder. Nous les avons évaluées à:

- $C_{A-M} = 8 \text{ pF}$
- $C_{D-M} = 33 \text{ pF}$

Ce qui donne pour la capacité  $C_{PM}$  entre le point milieu et le radiateur:

$$C_{PM} = 60 \text{ pF.}$$

Une fois que le schéma passif inductif et capacitif décrivant l'environnement des semi-conducteurs a été obtenu, deux solutions se présentent:

- simuler directement ce schéma
- reconstituer les inductances des boucles à partir des inductances partielles.

#### Application du modèle complet

Cette première solution présente l'avantage de conserver toute l'information: à chaque piste correspond une inductance. Minimiser une inductance précise revient donc à revoir la conception de la piste correspondante.

Toutefois, le nombre de composants est élevé, et la simulation avec PACTE délicate, le principe de causalité risquant d'être mis en contradiction...

En revanche, il est tout à fait possible de simuler cet ensemble avec un logiciel classique résolvant les équations de circuit. Le courant de mode commun peut notamment être obtenu, en remplaçant un semi-conducteur par une source de tension, et l'autre par un circuit ouvert. Cette alimentation dynamique devra alors présenter les mêmes caractéristiques (dV/dt) qu'en mesure.

L'implantation du modèle électromagnétique complet nécessite quelques modifications. En effet, le schéma de la Fig. 10 présente deux inductances non connectées, qui sont les images des portions de barres situées sur le radiateur. Ceci ne peut être toléré par un simulateur nodal. Les deux schémas composés de trois inductances {Lx5, Lx6 / Lx10} et {Lx3, Lx2 / Lx9} doivent donc être réduits à deux inductances uniques, Lxeq1 et Lxeq2, et toutes les mutuelles partielles attachées à ces nouvelles inductances partielles sont à recalculer.

Nous obtenons, en notant d'un ' les éléments situés sur un plan de masse:

$$\begin{aligned}L_{xeq1} &= L_{x5} + L'_{x6} + 2M'_{x56} \\ &= L_{x5} + (L_{x6} - M_{x6-10}) + 2(M_{x5-6} - M_{x5-10})\end{aligned}$$

L'application numérique donne  $L_{xeq1} = 19,7$  nH.

De même,  $L_{xeq2} = 19,7$  nH.

Les couplages de tout segment i avec ces deux inductances partielles sont obtenus de la manière suivante:

$$M_{xi-1eq} = M_{xi-5} + M_{xi-6} - M_{xi-10} - (M_{xi-5})$$

$$M_{xi-2eq} = M_{xi-3} + M_{xi-2} - M_{xi-9} - (M_{xi-3})$$

Les derniers termes prenant éventuellement en compte l'image i' du segment i.

L'application de ces relations donne, en valeur numérique:

$$\begin{array}{ll} M_{x1eq-1} = 2,4 \text{ nH} & M_{x2eq-1} = 3,0 \text{ nH} \\ M_{x1eq-4} = 1,9 \text{ nH} & M_{x2eq-4} = 1,9 \text{ nH} \\ M_{x1eq-7} = 3,0 \text{ nH} & M_{x2eq-7} = 2,4 \text{ nH} \\ M_{x1eq-8} = 2,4 \text{ nH} & M_{x2eq-8} = 2,6 \text{ nH} \\ M_{x1eq-11} = 2,6 \text{ nH} & M_{x2eq-11} = 2,4 \text{ nH} \end{array}$$

Enfin, la mutuelle  $M_{x1eq-2eq}$  vaut:

$$\begin{aligned} M_{x1eq-2eq} &= M_{x3-5} + M_{x3-6} - M_{x3-10} + M_{x2-6} - M_{x2-10} + M_{x2-5} - M_{x5-9} \\ &= 2,3 \text{ nH} \end{aligned}$$

La simulation du modèle électromagnétique complet ainsi obtenu peut alors s'effectuer.

Le logiciel CIRCUIT+ permet, grâce aux "sources utilisateurs", d'ajuster le  $dV/dt$  à celui obtenu en commutation. En remplaçant le MOSFET par une source de tension et la diode par un circuit ouvert, un courant est excité qui doit être comparable à celui obtenu en mesure lors de la fermeture du MOS. En effet, le courant de mode commun est relativement indépendant des semi-conducteurs, en ce sens qu'il provient essentiellement du circuit passif, les interrupteurs n'étant que la source excitatrice de ce circuit. Un front suffit alors à les représenter, ce qui est très différent d'un modèle complet de semi-conducteur.

Ceci présente l'avantage de s'affranchir de la modélisation des interrupteurs. La comparaison du courant de mode commun à la fermeture obtenu en simulation avec la mesure permet alors de valider le modèle électromagnétique complet, indépendamment du problème de représentation des semi-conducteurs.

La Fig. 12 reporte le schéma introduit sur CIRCUIT+, et la Fig. 13 montre le courant de mode commun obtenu avec un  $dV/dt$  correspondant à celui obtenu en mesure, de  $3.2 \text{ kV}/\mu\text{s}$ .

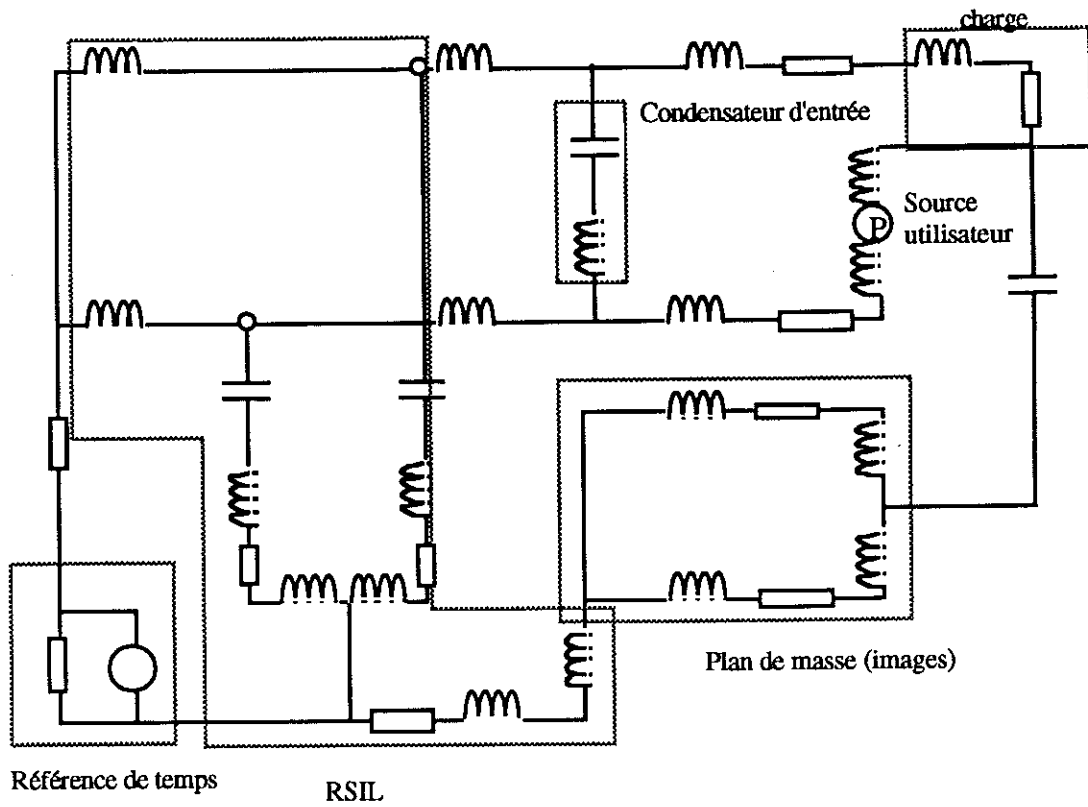


Fig. 12. Schéma du modèle complet sur CIRCUIIT+. Les couplages ne sont pas représentés. (les valeurs des composants sont données en annexe C).

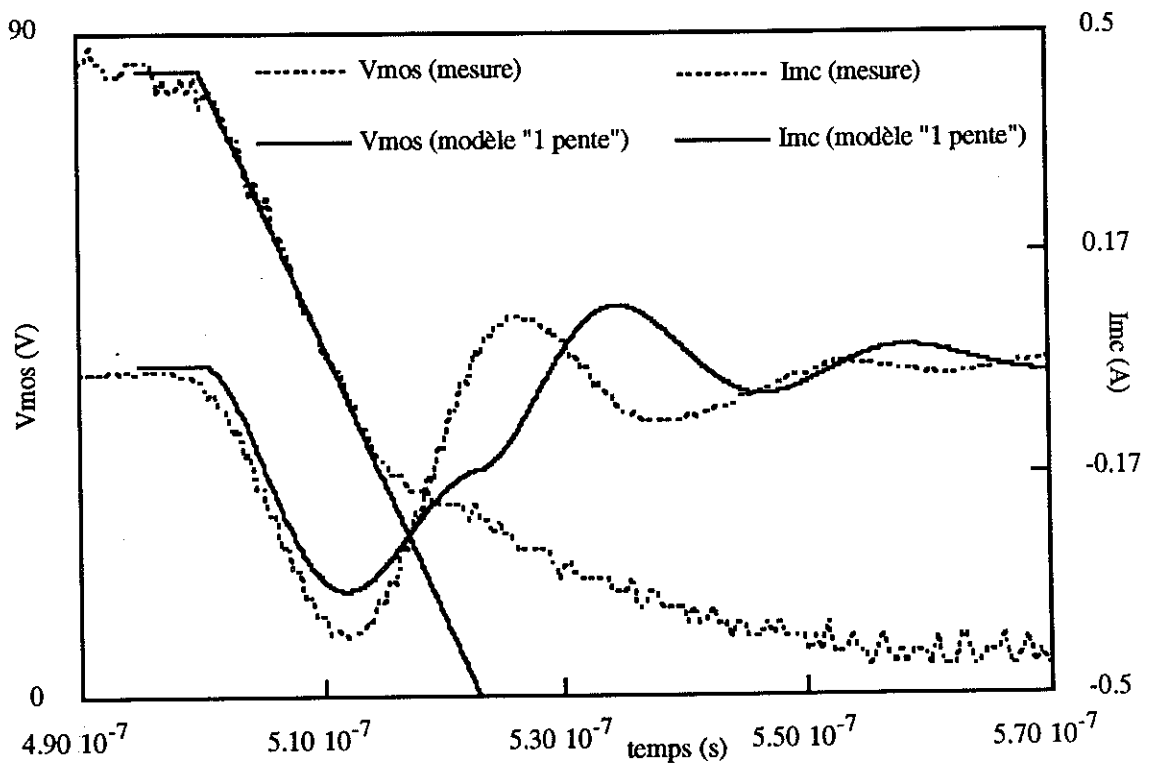


Fig. 13. Courant de mode commun à la fermeture du MOS: modèle "1 pente".



La "fréquence" de résonance correspond (42 MHz pour 37 MHz en mesure), et l'amplitude de 340 mA n'est pas éloignée de celle obtenue sur la maquette (410 mA); toutefois un "rebond" intervient, au moment où la tension modélisant le MOSFET s'annule alors que celle de la mesure est encore à quelques dizaines de volts.

La Fig. 14 montre les résultats obtenus avec un modèle "2 pentes", correspondant mieux au comportement du MOSFET en commutation.

Le "rebond" s'est décalé, et le courant de mode commun correspond à la mesure, tant que la tension du MOS modélisée se superpose à la courbe expérimentale.

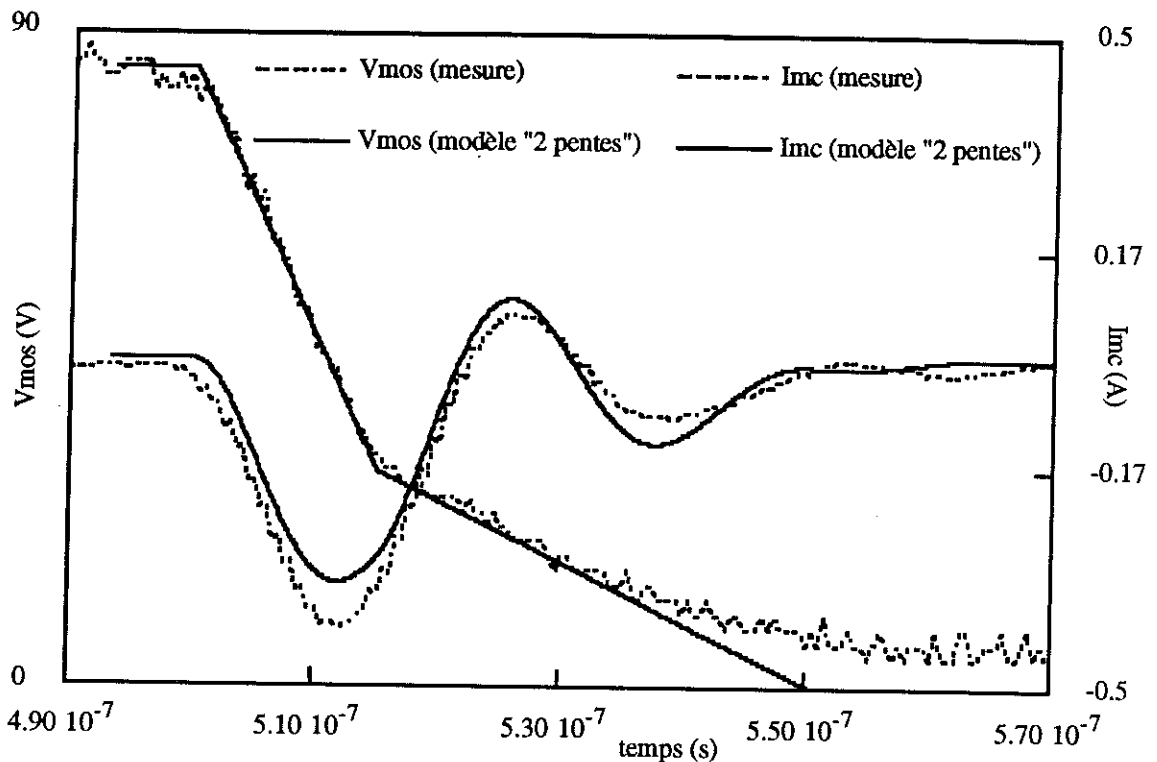


Fig. 14. Courant de mode commun à la fermeture du MOS: modèle "2 pentes".

Le modèle complet étudié permet de plus de retrouver le trajet du courant de mode commun, et par là même les résultats des travaux effectués par [35]. *Imc* se sépare en deux dans le RSIL. Chacune des branches est alors parcourue par un courant différent, *Imc1* et *Imc2*. Ces courants n'ont a priori pas les mêmes caractéristiques puisque leur trajet n'est pas le même. Dans notre cas, la différence, relativement faible, est due principalement à l'inductance partielle parasite du condensateur de puissance ( $L_c$ ).

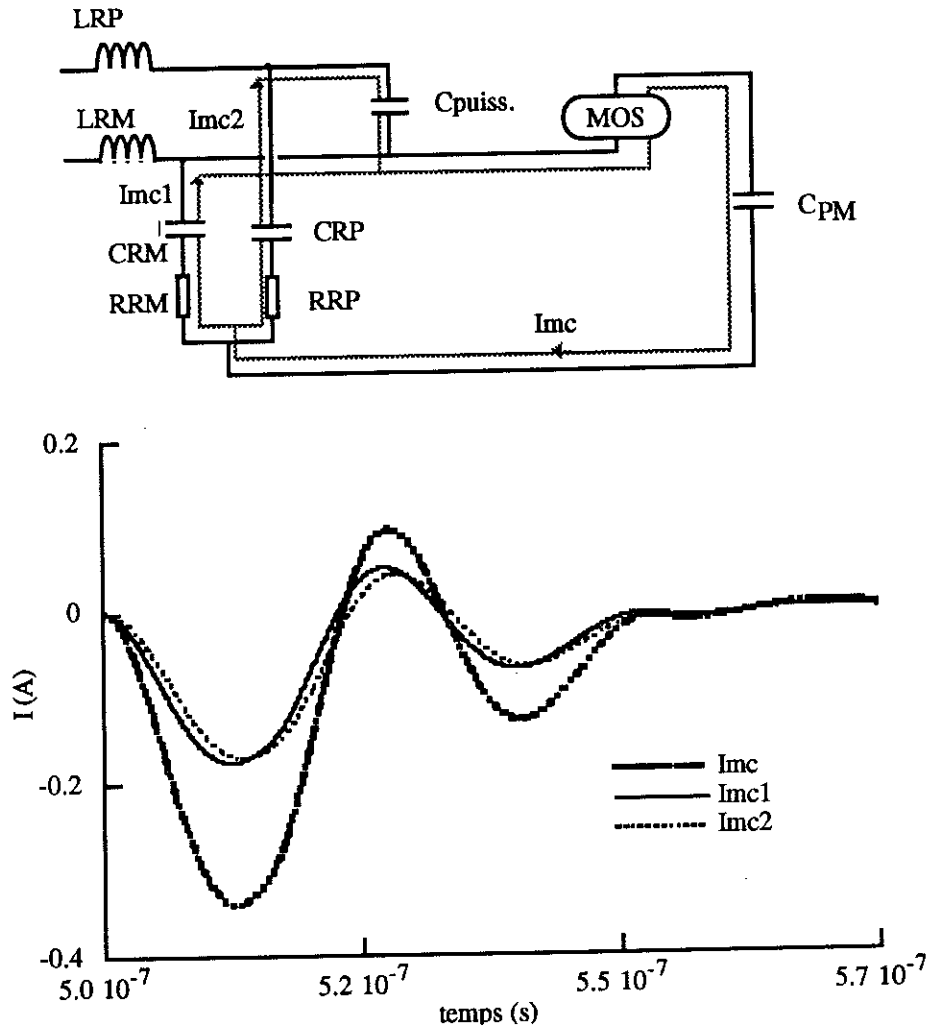


Fig. 15. Trajet du courant de mode commun.

La modélisation du courant de mode commun lors de l'ouverture du MOS est moins satisfaisante, la capacité  $C_{DS}$  intervenant lors de la commutation. Un modèle des semi-conducteurs est donc nécessaire pour obtenir les formes d'ondes en commutation. Les limites du modèle "circuit ouvert" pour la diode semblent être atteintes.

La forme du courant de mode commun à la fermeture du MOS obtenue par CIRCUIT+ ayant validé l'environnement des composants, nous pourrions considérer que les éventuelles disparités simulation / expériences proviendront essentiellement de ces modèles.

#### Etude de sensibilité sur le modèle complet: influence des mutuelles

Le modèle complet qui vient d'être étudié donne des résultats satisfaisants. Toutefois, si le concepteur cherche uniquement l'allure du courant de mode commun, qui rappelons-le, est fondamental en CEM, le schéma électrique peut éventuellement être simplifié.

L'influence des mutuelles peut être mise en évidence sur la Fig. 16. Elles ont été graduellement supprimées, de manière à déterminer leur rôle.

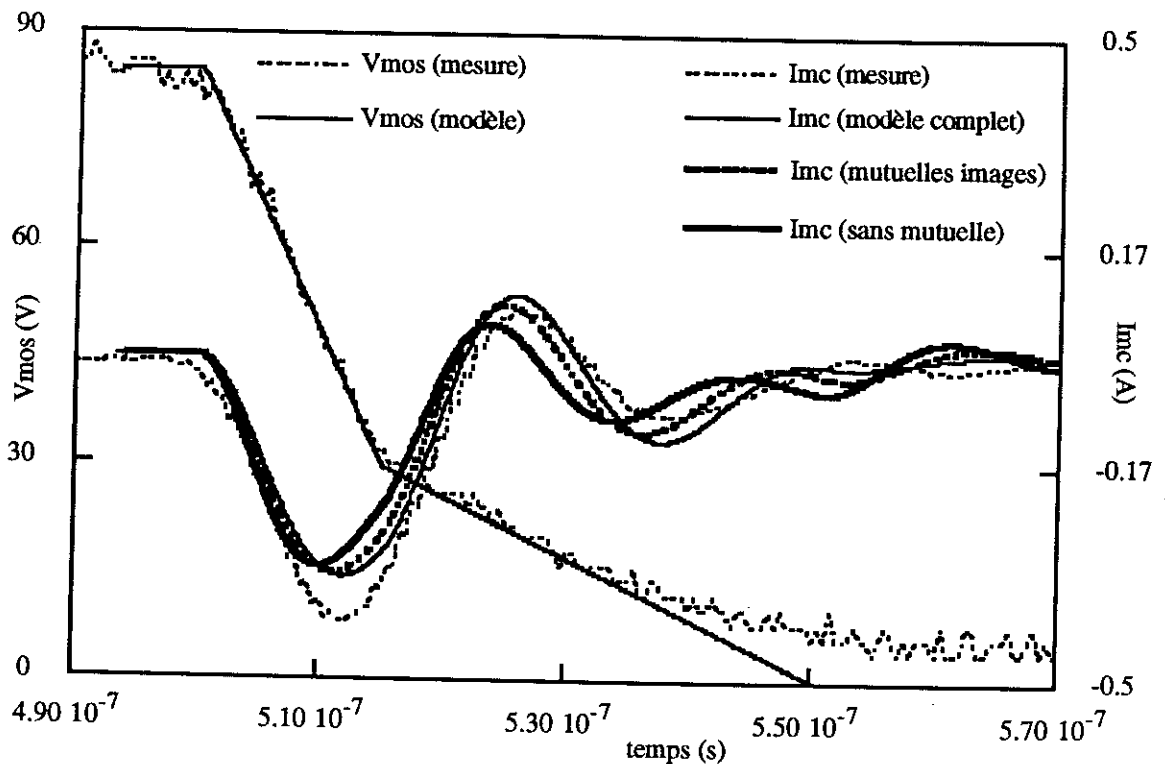


Fig. 16. Rôle des mutuelles

En premier lieu, les mutuelles éloignées ont été enlevées. Il ne reste que celles correspondant au plan de masse (images magnétiques).

Puis toutes les mutuelles ont été enlevées; la fréquence de résonance correspond moins bien à la mesure.

Les mutuelles partielles jouent donc bien un rôle dans la modélisation électromagnétique complète du convertisseur qui, même s'il n'est pas prépondérant, contribue à rapprocher simulation et expérience.

#### Etude de sensibilité sur le modèle complet: influence des inductances

L'étude de l'influence des inductances partielles peut également être envisagée, dans la mesure où le modèle électromagnétique doit être simplifié.

Dans un premier temps, les inductances partielles de faibles valeurs correspondant au RSIL ont été supprimées, pour voir, dans notre cas d'école, dans quelle mesure il convient d'être précis sur le chemin de retour du courant de mode commun. La différence avec le modèle complet et la mesure est relativement importante, ce qui montre l'importance de ce paramètre, sachant que les inductances  $L_{xeq1}$  et  $L_{xeq2}$  qui correspondent également à ce trajet sont toujours présentes.

Dans le cadre de cette approximation, un schéma simplifié peut être obtenu (Fig17), en regroupant certaines inductances. La fréquence de résonance correspond encore, à 15 % près.

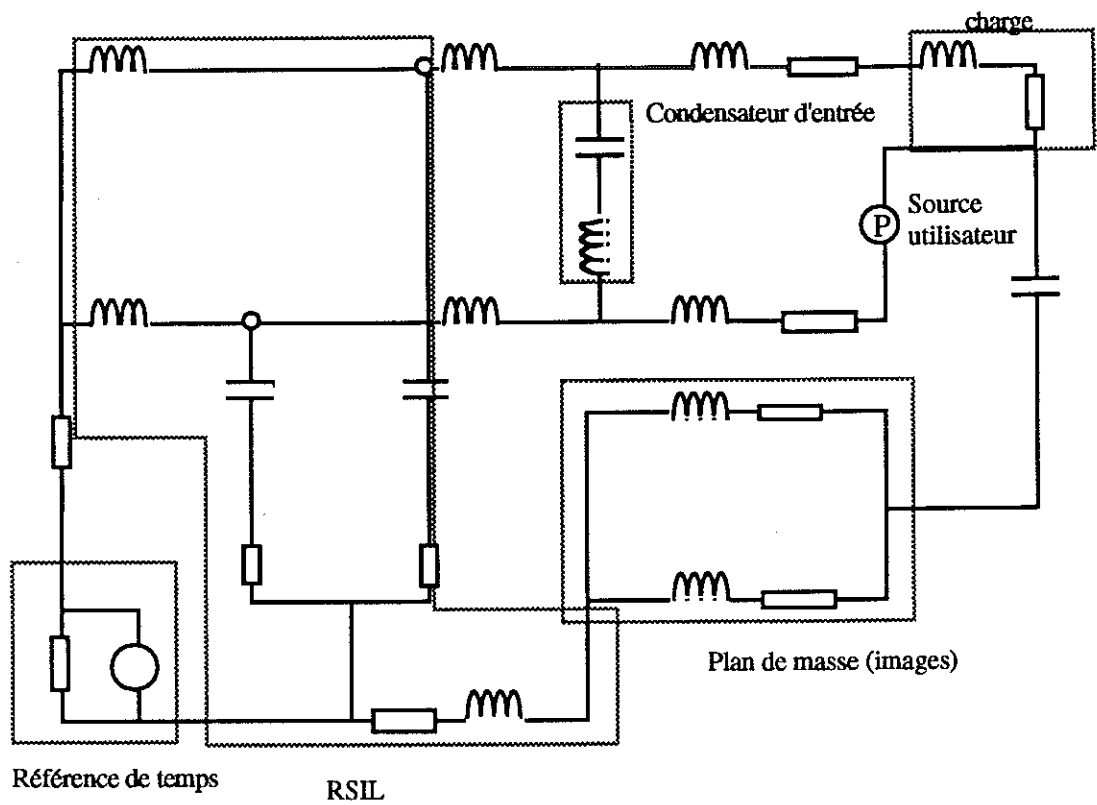


Fig. 17. Schéma simplifié. (les couplages ne sont pas représentés)

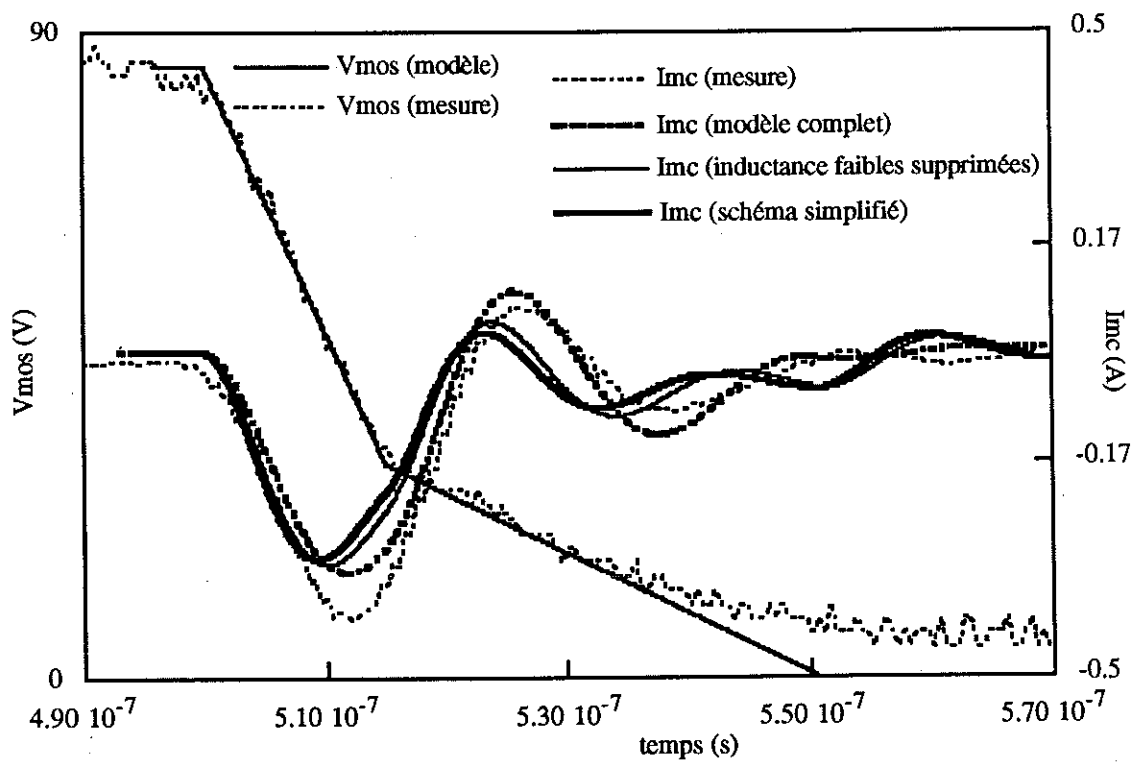


Fig. 18. Rôle des inductances.

### Simulation par PACTE: réduction du modèle complet

La représentation du convertisseur sous forme d'inductances partielles est susceptible pour PACTE d'aboutir à des conflits de causalité, chaque branche du circuit étant inductive. Il est donc nécessaire de reconstituer les inductances de boucles à partir des inductances partielles.

Dans le cadre de l'approximation "point milieu", quatre boucles de courant peuvent être définies, et représentées par quatre inductances couplées (Fig. 19):

- maille de puissance (courant de boucle  $i_1$ )
- maille différentielle ( $i_2$ )
- maille RSIL+ ( $i_3$ )
- maille RSIL- ( $i_4$ )

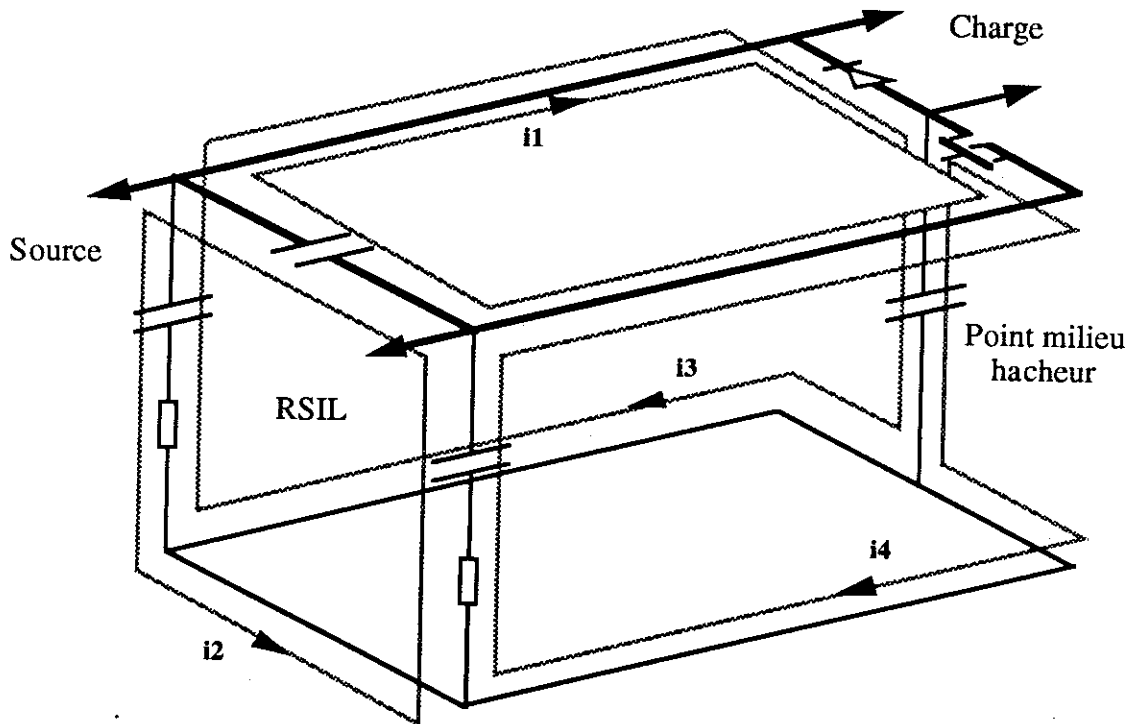


Fig. 19. Le hacheur série avec la prise en compte de la capacité parasite entre le point milieu et le radiateur définit quatre boucles de courant.

La matrice d'inductance  $M$  telle que  $[V] = j\omega [M] [I]$  du hacheur dans cette hypothèse peut être obtenue à partir des inductances partielles du schéma électromagnétique complet de la Fig. 10.

Dans le calcul des inductances et mutuelles de boucles à partir des inductances / mutuelles partielles, la notation ' sera employée pour signifier qu'un élément se situe sur un plan de masse et que sa valeur doit être modifiée par la présence de l'image correspondante.

*Maille de puissance:*

$$L_p = L'x_7 + L_c + L'x_1 + L'y_1 + L'y_2 + L'y_3 + L'y_4 - 2M'x_{1-7} + 2M'y_{1-2} + 2M'y_{1-3} + 2M'y_{1-4} + 2M'y_{2-3} + 2M'y_{2-4} + 2M'y_{3-4}$$

Ce qui donne en remplaçant les éléments situés au dessus d'un plan de masse par leurs expressions complètes:

$$L_p = (Lx_7 - Mx_{7-11}) + L_c + (Lx_1 - Mx_{1-8}) + (Ly_1 - My_{1-7}) + (Ly_2 - My_{2-8}) + (Ly_3 - My_{3-9}) + (Ly_4 - My_{4-10}) - 2(Mx_{1-7} - Mx_{1-11}) + 2(My_{1-2} - My_{1-8}) + 2(My_{1-3} - My_{1-9}) + 2(My_{1-4} - My_{1-10}) + 2(My_{2-3} - My_{2-9}) + 2(My_{2-4} - My_{2-10}) + 2(My_{3-4} - My_{3-10})$$

L'application numérique donne (en nH):

$$L_p = 23,9 + L_c \quad (1)$$

La même méthode s'applique pour les autres boucles (les calculs complets sont reportés en annexe D):

*Maille "différentielle":*

$$L_d = L_c + 2L_{rc} + 55,4 \quad (2)$$

*Maille "RSIL+":*

$$L_{r+} = L_{rc} + 86,6 \quad (3)$$

*Maille "RSIL-":*

$$L_{r-} = L_{rc} + 90,2 \quad (4)$$

A ce stade, la cohérence des résultats peut déjà être vérifiée. Les valeurs des inductances parasites des deux types de condensateurs utilisés ont en effet été identifiées au chapitre V. Les valeurs de  $L_c$  et de  $L_{rc}$  sont donc connues.

D'autre part, il est possible d'effectuer les mesures (indirectes) d'inductances, correspondant aux quatre boucles de courant évoquées. Ces quatre mesures (pour deux paramètres inconnus) vont donc permettre de vérifier les valeurs obtenues au chapitre V.

Les mesures ont données:

$$L_p = 76,2 \text{ nH}$$

$$L_d = 114,0 \text{ nH}$$

$$L_{r+} = L_{r-} = 91,4 \text{ nH}$$

La comparaison entre la mesure de l'inductance de la maille de puissance et l'équation (1) donne la valeur de  $L_c$ .

$$L_c = 52,3 \text{ nH}$$

La maille "RSIL+" (3) donne une valeur de  $L_{rc}$ :

$$L_{rc} = 4,8 \text{ nH}$$

La maille "RSIL-" (4) en donne une autre:

$$Lrc = 1,2 \text{ nH}$$

Les condensateurs étant identiques, la valeur de Lrc peut être prise égale à 3 nH, ce qui correspond à la moyenne des deux valeurs obtenues.

Aux erreurs de mesure près (les deux inductances RSIL+ et RSIL- ont été mesurées à la même valeur, malgré l'assymétrie de leur géométrie, ce qui montre leur imprécision), ces résultats peuvent être considérés comme satisfaisants par rapport à ceux obtenus au chapitre V (Lc = 58 nH, Lrc de l'ordre de grandeur de 9 nH)).

Nous pouvons vérifier la cohérence des valeurs obtenues sur la maille "différentielle" (2).

$$Ld = Lc + 2Lrc + 55,4 = 113,7 \text{ nH}$$

Aux erreurs de mesure et d'arrondi près, ces résultats correspondent, ce qui valide les calculs précédents.

Nous pouvons maintenant exprimer les mutuelles entre les quatres boucles de courant définies.

*Puissance - "différentielle":*

$$\begin{aligned} Mp-d = & -M'x3-1 + M'x3-7 - M'x2-1 + M'x2-7 + M'x1-6 - M'x6-7 + M'x1-5 - M'x5-7 \\ & + M'y6-1 + M'y6-2 + M'y6-3 + M'y6-4 + M'y5-1 + M'y5-2 + M'y5-3 + M'y5-4 \\ & + Lc \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Mp-d = & -(Mx3-1 - Mx3-8) + (Mx3-7 - Mx3-11) - (Mx2-1 - Mx2-8) + (Mx2-7 - Mx2-11) \\ & + (Mx1-6 - Mx1-10) - (Mx6-7 - Mx6-11) + (Mx1-5 - Mx5-8) - (Mx5-7 - Mx5-11) \\ & + (My6-1 - My6-7) + (My6-2 - My6-8) + (My6-3 - My6-9) + (My6-4 - My6-10) + \\ & (My5-1 - My5-7) + (My5-2 - My5-8) + (My5-3 - My5-9) + (My5-4 - My5-10) + \\ & Lc \end{aligned}$$

$$\underline{Mp-d = Lc - 0,3}$$

La mutuelle entre la boucle de puissance et la boucle "différentielle" provient donc essentiellement de la branche commune, le condensateur de puissance.

*Puissance - "RSIL+":*

$$\underline{Mp-r+ = 13,2 \text{ nH}}$$

*Puissance - "RSIL-":*

$$\underline{Mp-r- = 12,0 \text{ nH}}$$

"Différentielle" - "RSIL+":

$$\underline{Md-r+ = -Lrc - 21,2 \text{ nH}}$$

"Différentielle" - "RSIL-":

$$\underline{Md-r- = Lrc + 31,1 \text{ nH}}$$

"RSIL+" - "RSIL-":

$$\underline{Mr+-r- = 36,3 \text{ nH}}$$

La matrice d'inductance [M] du hacheur série, avec la convention de signe adoptée est donc:

$$[M] \begin{bmatrix} 23,9 + Lc & Lc - 0,3 & 13,2 & 12,0 \\ Lc - 0,3 & Lc + 2Lrc + 55,4 & -Lrc - 21,2 & Lrc + 31,1 \\ 13,2 & -Lrc - 21,2 & Lrc + 86,6 & 36,3 \\ 12,0 & Lrc + 31,1 & 36,3 & Lrc + 90,2 \end{bmatrix}$$

Ce qui donne, en remplaçant les inductances parasites des condensateurs par leurs valeurs:

$$[M] \begin{bmatrix} 76,2 & 52,0 & 13,2 & 12,0 \\ 52,0 & 114,0 & -24,2 & 34,1 \\ 13,2 & -24,2 & 89,6 & 36,3 \\ 12,0 & 34,1 & 36,3 & 93,2 \end{bmatrix}$$

Et en prenant en compte les inductances parasites des semi-conducteurs:

$$[M] \begin{bmatrix} 96,2 & 52,0 & 13,2 & 12,0 \\ 52,0 & 114,0 & -24,2 & 34,1 \\ 13,2 & -24,2 & 97,6 & 36,3 \\ 12,0 & 34,1 & 36,3 & 105,2 \end{bmatrix}$$

Le premier terme de la matrice représente l'inductance de la maille de puissance, qui avait été évaluée à 100 nH. La différence provient essentiellement de l'évaluation de l'inductance parasite du condensateur de puissance, qui passe de 58 nH (§ VI 4) à 52,3 nH.

Partant de ces données, il s'agit d'établir un schéma équivalent simulable par PACTE.

La Fig. 20 représente les quatre boucles de courant du hacheur série, la cause de naissance du courant de mode commun étant ramenée à la capacité parasite du point milieu avec le radiateur.



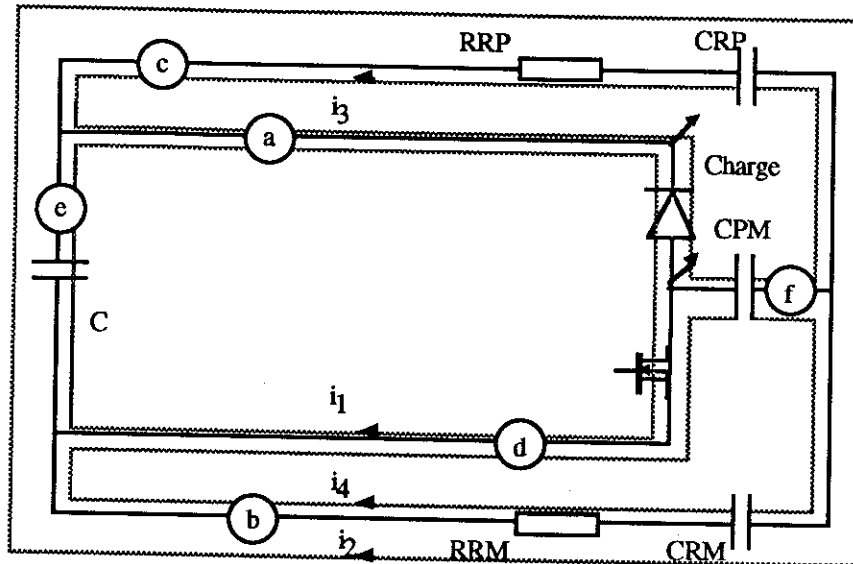


Fig. 20. Schéma "plan" des quatre boucles de courant du hacheur série dans l'approximation "point milieu". Les lettres entourées correspondent aux branches.

Sur cette figure, il apparaît nettement que les courants  $i_1, i_2, i_3, i_4$  ne sont pas linéairement indépendants.

En effet, la connaissance, par exemple, des trois courants de branche  $I_a, I_b, I_c$  suffit à déterminer l'ensemble des courants dans les autres branches d, e, f.

Le schéma peut donc se ramener à un circuit comportant trois inductances (couplées) dans les branches a, b, c (Fig. 21).

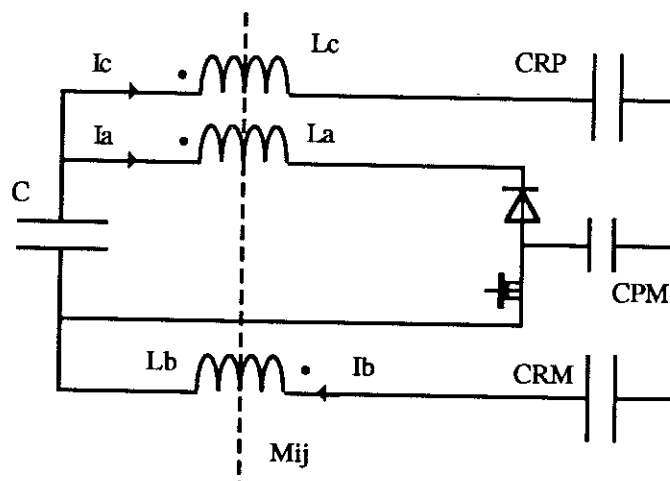


Fig. 21. Un schéma électrique pour représenter l'environnement électromagnétique des semi-conducteurs.

Le problème consiste alors à relier la matrice

$$M' \begin{bmatrix} L_a & M_{ab} & M_c \\ M_{ab} & L_b & M_{bc} \\ M_{ac} & M_{bc} & L_c \end{bmatrix}$$

à la matrice  $M$  des inductances "géométriques" déterminée auparavant. Pour cela, il suffit d'exprimer le vecteur flux - créé par les quatre boucles de courant - dans les deux bases  $i_1, i_2, i_3, i_4$  et  $I_a, I_b, I_c$ .

$$\phi = \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \\ \phi_4 \end{bmatrix} = [M] [I] \quad \left( [I] = \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \end{bmatrix} \right)$$

et

$$\phi = [A] [I'] \quad \left( [I'] = \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} \right)$$

$$\text{avec} \quad [A] = \begin{bmatrix} L_a & M_{ab} & M_{ac} \\ M_{ac} + M_{ab} & M_{bc} + L_b & M_{bc} + L_c \\ L_a - M_{ac} & M_{ab} - M_{bc} & M_{ac} - L_c \\ M_{ac} & M_{bc} & L_c \end{bmatrix}$$

Définissons la matrice  $[P]$  qui permet d'exprimer les courants  $I_a, I_b, I_c$  en fonction de  $i_1, i_2, i_3, i_4$

$$I_a = i_1 + i_3$$

$$I_b = i_2 + i_4$$

$$I_c = i_2 - i_3$$

$$\text{donc } [I'] = [P] [I], \text{ avec: } [P] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{Or, } [A] = [P]^T [M']$$

$$\text{D'où } [\phi] = [P]^T [M'] [I'] = [M] [I]$$

$$\Rightarrow [P]^T [M'] [P] = [M]$$

$$\Rightarrow [P] [P]^T [M'] [P] [P]^T = [P] [M] [P]^T$$

$$\Rightarrow [M'] = ([P] [P]^T)^{-1} ([P] [M] [P]^T) ([P] [P]^T)^{-1}$$

Connaissant la matrice  $[M]$  des inductances donnée par la géométrie des quatre boucles de courant, la matrice  $[M']$  des inductances à intégrer dans PACTE peut donc être calculée.

L'application numérique donne:

$$[M] \begin{bmatrix} 82,0 & -3,1 & 59,5 \\ -3,1 & 89,1 & -49,8 \\ 59,5 & -49,8 & 129,9 \end{bmatrix}$$

Le schéma de la Fig. 21 peut alors être intégré dans PACTE.

Auparavant, une simulation sur CIRCUIT+ peut également être réalisée, pour vérifier la validité du circuit obtenu (Fig. 22).

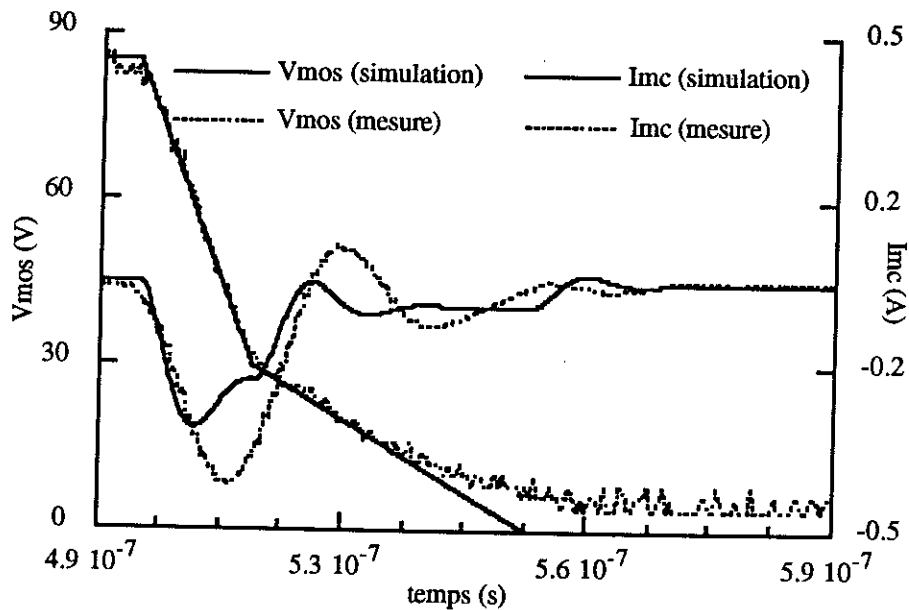
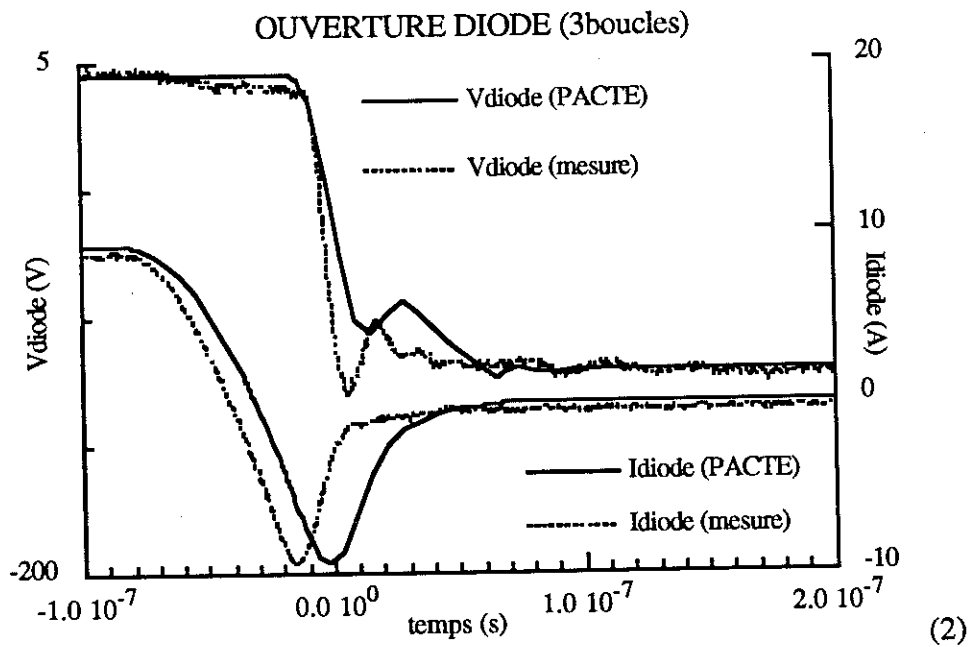
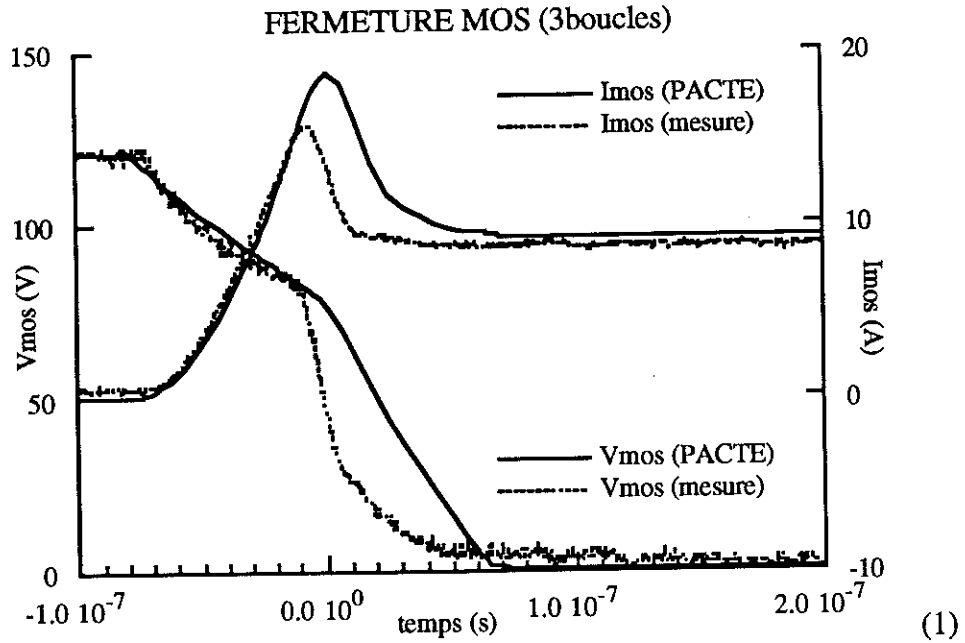
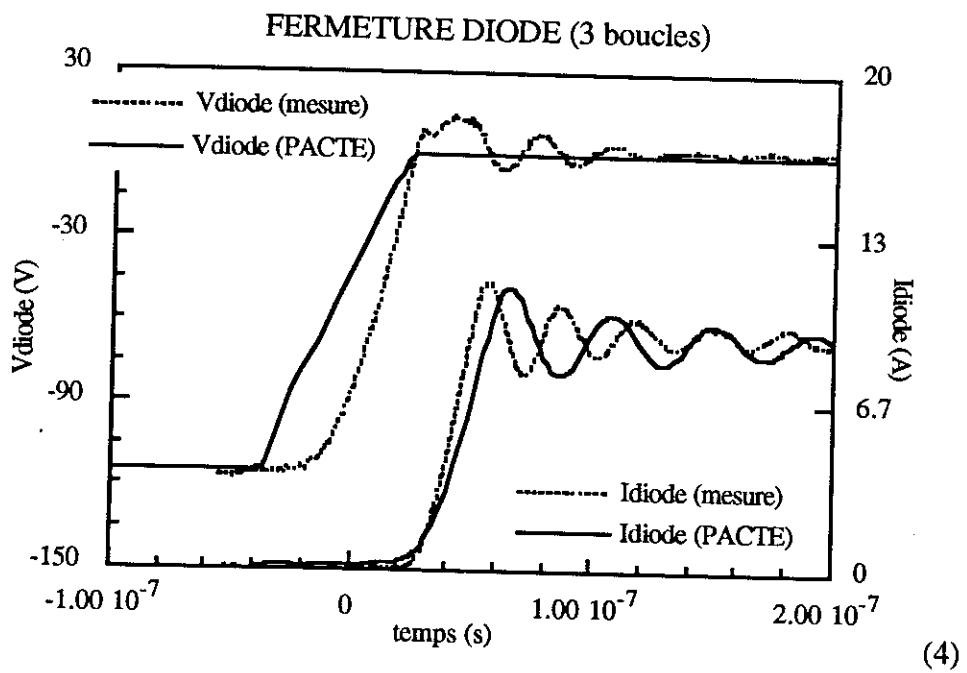
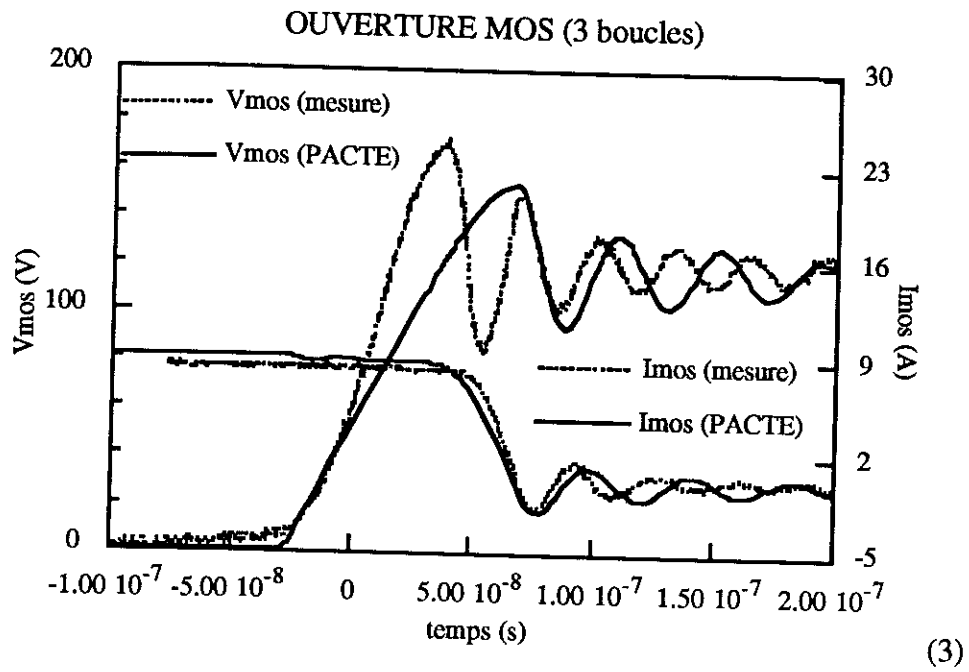


Fig. 22. Courant de mode commun à la fermeture du MOS: simulation par CIRCUIT+ et le modèle "3 boucles".

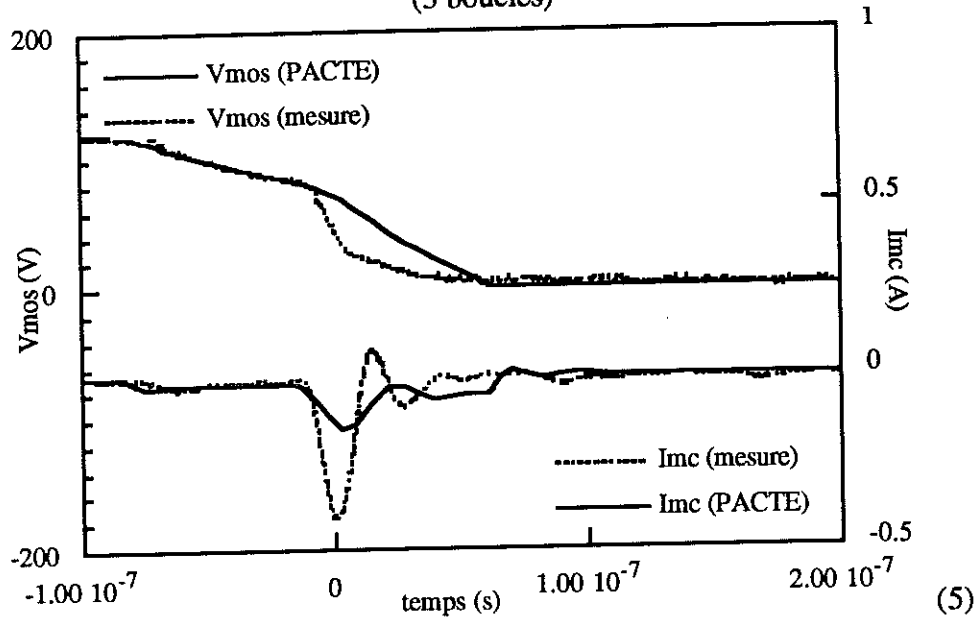
Les résultats obtenus correspondent un peu moins bien à la mesure. Ceci peut s'expliquer par le fait que les semi-conducteurs ne sont pas représentés dans ce modèle; la diode étant remplacée par un circuit ouvert, la répartition du courant dans les trois inductances est moins conforme à la réalité. Ce phénomène est moins prépondérant dans le modèle complet qui répartit le courant dans les pistes au moyen de plus d'inductances.

La Fig. 23 reporte les résultats obtenus par PACTE.





COURANT DE MODE COMMUN À LA FERMETURE DU MOS  
(3 boucles)



COURANT DE MODE COMMUN À L'OUVERTURE DU MOS.  
(3 boucles)

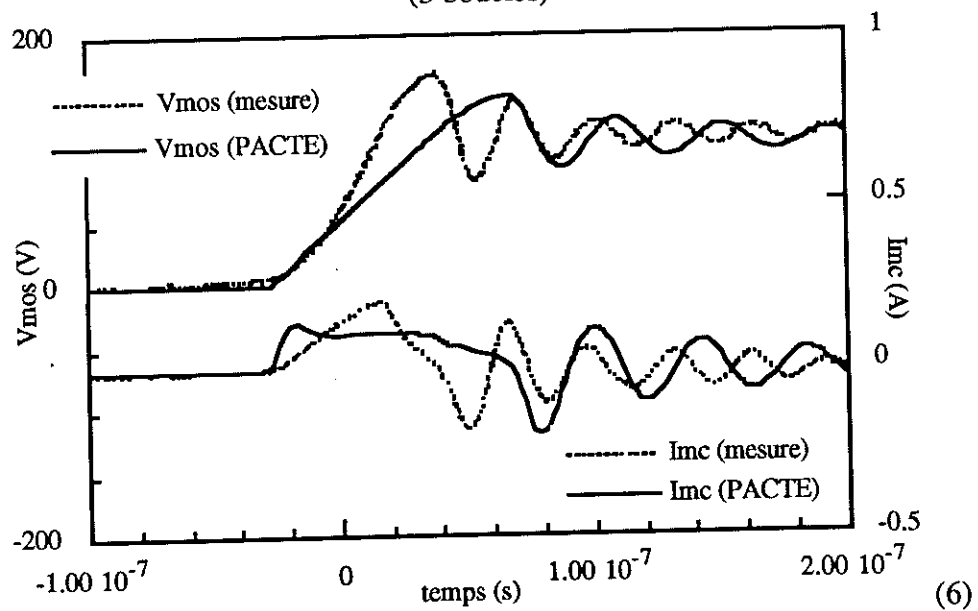


Fig. 23. Signaux de puissance obtenus par PACTE avec le schéma de la Fig. 21.

(1) Mos fermeture - (2) Diode - ouverture - (3) MOS ouverture - (4) Diode fermeture

(5) Courant de mode commun à la fermeture du MOS

(6) courant de mode commun à l'ouverture du MOS.

La Fig. 23 - 2 montre le bon comportement du modèle de la diode de PACTE: le courant de recouvrement ( $\approx 10$  A) correspond tout à fait avec celui obtenu en mesure. La surtension dynamique à la fermeture (Fig. 23 - 4) n'est pas prise en compte dans ce modèle.

Le modèle du MOS de SPICE, amélioré par l'utilisation d'une capacité  $C_{DS}$  variable, fait apparaître une surtension à l'ouverture de 150 V, au lieu des 170 V obtenus en mesure (Fig. 23 - 3), soit une erreur d'environ 15%.

En ce qui concerne le courant de mode commun, ces résultats de simulation montrent combien la précision requise sur les fronts de tension créés par les semi-conducteurs est importante. En effet, si les grandeurs caractéristiques des signaux de puissance (surtension, courant de recouvrement) sont relativement bien représentées par ces simulations, l'amplitude du courant de mode commun dépend grandement de sa source excitatrice: le front de tension appliqué au point milieu du hacheur.

Le  $dV/dt$  maximum appliqué lors de la fermeture du MOS est, en mesure, de 4,05 V/ns, alors que le modèle impose 1,43 V/ns, soit un rapport de 2,83 (Fig. 23 - 5). Or, le rapport entre le courant crête de mode commun en mesure et en simulation vaut 2,64 (Fig. 23 - 5). Nous pouvons donc considérer qu'avec le bon  $dV/dt$  - c'est à dire un modèle de semi-conducteur plus performant - le courant de mode commun aurait la bonne valeur crête. En effet, en première approximation,  $I_{mc} \approx C dV/dt$ .  $I_{mc}$  varie donc linéairement avec le front de tension appliqué.

De même, le courant de mode commun à l'ouverture du MOS (Fig. 23 - 6), présente un "rebond" du même type que celui observé dans la simulation du modèle complet avec CIRCUIT+ (Fig. 13). Nous pouvons donc espérer qu'avec une forme de tension suivant mieux la mesure, ce phénomène diminuerait.

#### **VI 5 4 Prise en compte des autres phénomènes capacitifs: vers une approche microonde**

Le courant de mode commun obtenu dans l'approximation "point milieu" par le modèle électromagnétique complet correspond à celui obtenu en mesure. Toutefois, cette approximation pourrait être affinée, par l'introduction des capacités parasites des pistes d'amenée de courant positives et négatives avec le radiateur. Ces capacités de pistes ( $C_{plus} = 36,8$  pF,  $C_{moins} = 25,3$  pF), complétées des capacités parasites des semi-conducteurs ( $C_{KM} = 14,3$  pF et  $C_{SM} = 37,5$  pF) sont soumises à des variations de tension moins brutales, mais contribuent également à la naissance du courant de mode commun.

Leur prise en compte pourrait s'effectuer par un schéma en "Té" ou en "Pi" (Fig.24) dans le modèle électromagnétique complet.

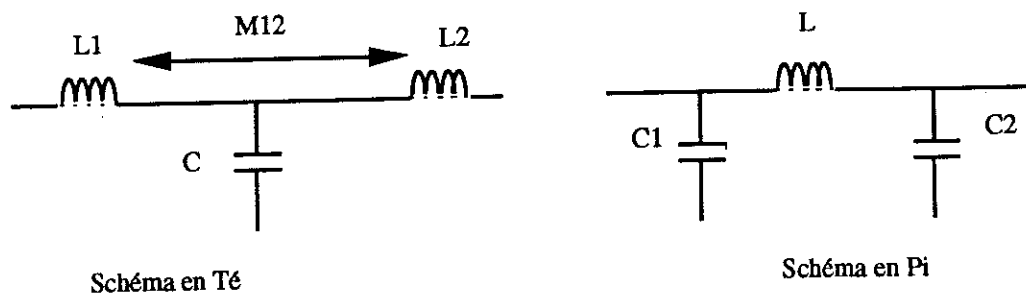


Fig. 24. Schéma des pistes d'amenée de courant "plus" et "moins" avec prise en compte des effets capacitifs.

Le problème dans ce type de représentation est de savoir comment séparer inductance ou capacité, de manière à représenter le mieux possible les phénomènes, qui en fait correspondent à des constantes réparties le long des pistes. Des essais seront à prévoir pour déterminer des schémas équivalents adéquats.

La mise en série de plusieurs cellules de ce type peut également être envisagée. [36]

Enfin, pour prendre en compte les capacités réparties le long des pistes, une approche utilisant la théorie des microondes et les logiciels attachés (MDS [37], ...) peut être mise en oeuvre. Les pistes de puissance sont alors représentées par les lignes microrubans existant dans les bibliothèques de ces logiciels. Le problème consiste alors à intégrer les inductance de boucles qui ne sont pas prises en compte dans ces formulations.

De plus, l'alimentation du circuit se fait dans ces logiciels en mode commun (entre microruban et plan de masse), alors qu'en électronique de puissance, elle est différentielle (aucun courant intentionnel ne circule dans le radiateur). Des études sont en cours pour évaluer les possibilités de l'emploi de ces logiciels et l'intérêt de la prise en compte des capacités réparties.





## **Conclusion**



## VII Conclusion

L'objectif de ce travail était de progresser dans la Conception Assistée par Ordinateur des convertisseurs statiques. Le but était d'obtenir les formes d'ondes instantanées en commutation, dans le cas simple - mais néanmoins représentatif - d'un hacheur série.

Ces formes d'ondes doivent être connues au sein du convertisseur lui même (courant - tension aux bornes des semi-conducteurs), mais également à l'extérieur (courants de mode différentiel et de mode commun), la Compatibilité ElectroMagnétique devenant à l'heure actuelle un critère de conception supplémentaire.

Des méthodes de prédétermination des impédances de câblage et des capacités parasites ont été mises en oeuvre. Elles sont suffisamment générales pour pouvoir s'appliquer sur des convertisseurs complexes, quelle que soit la technologie utilisée: Circuit Imprimé, Substrat Métallique Isolé, hybrides de puissance (DCB, ...), connections par "bus bar", simples barres d'amenée de courant, ...

Ces formulations analytiques simples sont facilement interchangeables selon le cas étudié, et ont été à l'origine de la création d'un logiciel de calcul d'inductances de connectique, InCa.

Ces méthodes peuvent également s'appliquer dans le cadre de la CEM de systèmes autres qu'électronique de puissance. Le schéma électrique passif obtenu, pour tout câblage, peut être intégré dans de nombreux types de logiciels (JANUS, ...) qui nécessitent la connaissance de ces caractéristiques.

Les résultats d'InCa ont été validés dans le cas du hacheur série étudié, et ce, de manière indépendante des modèles de semi-conducteurs.

Le schéma électromagnétique complet peut encore être amélioré par l'introduction plus fine des effets capacitifs. Des formulations type lignes moyennes, lignes longues puis une approche microonde pourraient être intégrées, en fonction des longueurs d'ondes et des technologies utilisées.

Les résultats de simulation obtenus par PACTE ont montré combien l'étude des commutations sur le plan de la CEM nécessite des modèles précis de semi-conducteurs. C'est un des progrès attendus dans le domaine de la modélisation des composants de puissance. Par la suite, pour une description encore plus fine de l'environnement, les variations d'inductances avec la fréquence pourraient être introduites.

Les résultats encourageants de ce travail laissent entrevoir la possibilité d'une CAO complète de convertisseurs statiques, éliminant totalement les nombreuses étapes intermédiaires à base de prototypes.



# Annexes



## Bibliographie

### Inductance - Mutuelle

- [1] Ruehli A. E.  
Inductance Calculations in a Complex Integrated Circuit Environment - IBM  
Journal of Research and Development, september 1972, pp 470 - 481
- [2] Paul C.R.  
Introduction to Electromagnetic Compatibility - Wiley and Sons, NY 1973
- [3] Hoer C. Love C.  
Exact Inductance Equations for Rectangular Conductors With Applications to More  
Complicated Geometries - Journal of Research of the National Bureau of Standards  
C, Engineering and Instrumentation, Vol 69C N°2, April - June 1965, pp127 - 137
- [4] Skibinski G.L. Divan D.M.  
Design Methodology & Modeling of Low Inductance Planar Bus Structures - EPE  
1993, pp98-105
- [5] Rosa E. R. Groover F. W.  
Formulas and Tables for the Calculation of Mutual and Self Inductance - Scientific  
Paper of the National Bureau of the Standards, paper 169 C, Vol 8 N°1, 1912,  
pp1-237
- [6] Deri A. Tevan G. Semlyen A. Castanheira A.  
The complex Ground Return Plane - A Simplified Model for Homogeneous and  
Multilayer Earth Return - IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems,  
Vol PAS - 100 N°8, August 1981, pp3686 - 3693
- [7] Djordjevic A. R. Allen C. K. Sarkar T. K. Maricevic Z. A.  
Inductance of Perfectly Conducting Foils Including Spiral Inductors - IEEE  
Transactions on Microwave Theory and Techniques, Vol 38 N°10, october 1990,  
pp1407-1414
- [8] M. Ianovici J. J. Morf  
Compatibilité Electromagnétique - Presses Polytechniques Romandes, 1988
- [9] P. Hammond  
Applied Electromagnetism - Pergaman press, 1979
- [10] R. L. Stoll  
The analysis of eddy currents - Clarendon Press, Oxford, 1974
- [11] Groover F. W.  
Inductance Calculations - Working Formulas and Tables, Dover publications inc.,  
NY, 1946



*Références - Calculs analytiques d'inductances / mutuelles.*

- [a] Rosa E. B.  
On the Geometrical Mean Distance of Rectangular Areas and the Calculation of Self Inductances - Bulletin of the Bureau of Standards Vol. 3 N°1, 1907
- [b] Keradec J-P. Perard J.  
Modélisation d'un transformateur d'alimentation à découpage. Etude des pertes cuivre en haute fréquence - Rapport de contrat de recherche entre le Laboratoire d'Electrotechnique de Grenoble et OPTION - 1983
- [c] Durand E.  
Magnétostatique, Masson 1968

Mesure

- [12] Hewlet Packard  
The Measurement Handbook - A Guide to Measurement Technology and Techniques
- [13] Hewlet Packard  
4194A Impedance / Gain - Phase Analyser - Operation Manual
- [14] Hewlet Packard  
16047D test fixture

Prédétermination des inductances de connectique

- [15] Guerin C.  
Rapport bibliographique et théorique sur les éléments spéciaux - Rapport LEG - EDF, octobre 1992
- [16] Schanen J-L. Guerin C. Roudet J. Meunier G.  
Modeling of Printed Circuit Loop Inductance - Compumag 1993, Miami
- [17] Schanen J-L. Guerin C. Roudet J. Meunier G.  
Modeling of Printed Circuit Loop Inductance - Article soumis à IEEE Transactions on Magnetics
- [18] Vu Dinh T.  
Simulation des effets de propagation couplée et dissipative sur un simulateur nodal - Thèse de doctorat INP-Grenoble soutenue le 7 juillet 1993
- [19] Laveuve E.  
Modélisation des transformateurs des convertisseurs haute fréquence - Thèse de doctorat INP-Grenoble, soutenue le 12 septembre 1991

*Références - Circuits couplés.*

- [d] Graneau P.  
Alternating and Transient Conduction Currents in Straight Conductors of any Cross-section - Intl. J. Electron. N°19 , 1965, pp41-59
- [e] Ruehli A.E.  
Survey of Computer-Aided Electrical Analysis of Integrated Circuit Interconnections - IBM Journal of Research and Development, Vol 23 N°6, November 1979, pp626-639
- [f] Lorcet B.  
Modélisation des inductances de câblage en vue d'une simulation fine - Ecole Supérieure d'Electricité.
- [g] Ryotaro Kamikawai, Masaaki Nishi, Keiichiro Nakanishi, Akira Masaki  
Electrical Parameter Analysis from Three-Dimensional Interconnection Geometry - IEEE transactions on components, hybrids and manufacturing technology, Vol CHMT-8 N°2, June 1985, pp269-274
- [h] Weeks W.T. Wu L.L. McAllister M.F. Singh A.  
Resistive and Inductive Skin Effect in Rectangular Conductors - IBM Journal of Research and Development, Vol 23 N°6, November 1979, pp652-660
- [i] Vu Dinh T. Cabon B. Daoud N. Chilo J.  
Electromagnetic modelling of conductive or superconductive microstrip lines using spice as electromagnetic solver - Journal de Physique III France 2, 1992, pp2165-2174
- [j] Heeb H. Ruehli A.E.  
Three-Dimensional Interconnect Analysis Using Partial Element Equivalent Circuits - IEEE transactions on circuits and systems - 1: fundamental theory and applications Vol 39 N°11, november 1992, pp974-982
- [k] Lih-Tyng Hwang, Iwona Turlik  
A Review of the Skin Effect as Applied to Thin Film Interconnections - IEEE transactions on components, hybrids and manufacturing technology, Vol CHMT-15 N°1, February 1992, pp43-54
- [l] Brennan P.A. Raver N. Ruehli A.E.  
Three-Dimensional Inductance Computations with Partial Element Equivalent Circuits - IBM Journal of Research and Development, Vol 23 N°6, November 1979, pp661-668
- [m] Ruehli A.E.  
Equivalent Circuit Model for Three-Dimensional Multiconductor Systems - IEEE transactions on microwave theory and techniques, Vol MTT-22 N°3, March 1974, pp216-221

- [n] Gopinath A. Easter B.  
Moment Method of Calculating Discontinuity Inductance of Microstrip Right-Angled Bends - IEEE transactions on microwave theory and techniques, short paper, October 1974, pp880-883
- [o] Thomson A. F. Gopinath A.  
Calculation of Microstrip Discontinuity Inductances - IEEE transactions on microwave theory and techniques, Vol MTT-23 N°8, August 1975, pp648-655
- [p] Gopinath A. Silvester P.  
Calculation of Inductance of Finite-Length Strips and its Variation with Frequency - IEEE transactions on microwave theory and techniques, Vol MTT-21 N°6, June 1973, pp380-386

### Capacités parasites

- [20] Bogatin E.  
Design Rules for Microstrip Capacitance - IEEE Transactions on components, hybrids and manufacturing technology, Vol 11, N°3, september 1988, pp253-259
- [21] Minoc P.  
Modélisation R, L, C de la connectique d'un circuit hybride de puissance - Rapport de fin d'études de l'Ecole Nationale Supérieure d'Electronique et de Radioélectricité de Grenoble, septembre 1990
- [22] Schneider M. V.  
Microstrip lines for microwave integrated circuits - Bell Syst. Tech. J., Vol 48 N°5, 1969
- [23] Wheeler H. A.  
Transmission lines properties of a strip on a dielectric sheet on a plane - IEEE transactions on microwave theory and techniques, Vol MTT-25 N°8, August 1977
- [24] Sakurai T. Tamaru K.  
Simple formulas for two and three dimensional capacitances - IEEE transactions on electronic devices, Vol ED-30 N° 2, August 1977
- [25] Poh S. Y. Chew W. C. Kong J. A.  
Approximate formulas for line capacitance and characteristic impedance of microstrip line - IEEE transactions on microwave theory and techniques, Vol MTT-29, february 1981 and the erratum in IEEE transactions on microwave theory and techniques, Vol MTT-29 N°10, october 1981
- [26] Grivet P.  
Physique des lignes de haute fréquence et d'ultra-haute fréquence. Tome 1: paramètres primaires et secondaires, ondes progressives, impulsions - Masson 1969.

- [27] Walker C. S.  
Capacitance, Inductance and Crosstalk Analysis - Artech House, 1990
- [28] Johnk C. T. A.  
Engineering Electromagnetic Fields and Waves - Wiley and Sons, 1973

Compatibilité électromagnétique - Electronique de puissance

- [29] Claudio Sanchez A.  
Modélisation des phénomènes de commutation en Electronique de Puissance -  
Rapport de DEA de Génie Electrique INPG, 26 juin 1992
- [30] Morel H. Allard B. Chante J.P.  
Utilisation des graphes de liens pour la modélisation des composants de puissance  
en vue de la simulation de circuits - CEntre de Génie Electrique de LYon
- [31] Roudet J.  
1 La diode de puissance - Polycopié pour le CAPET Génie Electrique, IUFM  
Grenoble, Année 1993-1994
- [32] Farjah E. Schanen J.L. Roudet J. Ferrieux J.P.  
Power Mosfet Modelling based on its behavior - IMACS 1993 Montreal
- [33] Roudet J.  
Analyse et comparaison des divers modes de conversion statique CC-CC: modes de  
commutation et sûreté de fonctionnement, performances CEM - Thèse de Doctorat  
INPG Génie Electrique, 22/11/1990
- [34] Charoy A.  
Compatibilité Electromagnétique - Dunod, 1992
- [35] Scheich R.  
Caractérisation et prédétermination des perturbations conduites dans les  
convertisseurs de l'électronique de puissance - Thèse de Doctorat INPG Génie  
Electrique, 21/10/1993
- [36] Sabonnadière J.C.  
Application des calculatrices numériques en Electrotechnique - Thèse de la faculté  
des sciences de Grenoble, 25/06/1965
- [37] Asfour M.  
Modélisation électromagnétique d'un circuit de base destiné à l'hybridation en  
électronique de puissance - Rapport de DEA Optique, Optoélectronique, Microonde  
INPG, septembre 1993

*Références - Simulation des commutations*

[q] Morel H. Allard B. Chante JP.

PACTE: a behavioral simulator for power electronics - IMACS 1990, Nancy

[r] Allard B. Morel H. Chante JP.

State-variable modeling of high-level injection regions in power devices.  
Application to power system simulation - IEEE PESC (Power Electronic Specialist  
Conference) 1992 Toled

[s] Allard B. Morel H. Chante JP.

A novel simulation of power switching bipolar transistor - IEEE ISCAS  
(International Symposium on Circuits And Systems) San Diego, 1992

[t] Allard B. Morel H. Chante JP.

Power electronics circuit simulation using bondgraph and petri network techniques  
- IEEE PESC 1993

[u] Allard B. Morel H. Chante JP.

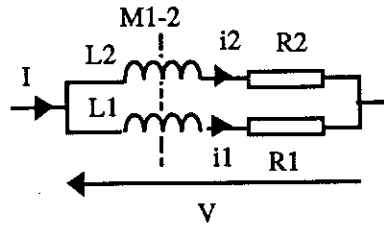
Electronic circuit simulators: an overview of recent new ideas

[v] Monaco V. A. Tiberio P.

Computer-Aided Analysis of Microwave Circuits - IEEE transactions on  
microwave theory and techniques, Vol MTT-22 N°3, march 1974

## Annexe A - Mise en parallèle de deux circuits L, r couplés

Soit le circuit suivant:



L'impédance équivalente peut être obtenue sous la forme d'une inductance \$L\_{eq}\$ et d'une résistance \$r\$. Calculons \$L\_{eq}\$.

On a:

$$\begin{bmatrix} v \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j\omega L_1 + r_1 & j\omega M_{12} \\ j\omega M_{12} & j\omega L_2 + r_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{(j\omega L_1 + r_1)(j\omega L_2 + r_2) + \omega^2 M_{12}^2} \begin{bmatrix} j\omega L_2 + r_2 & -j\omega M_{12} \\ -j\omega M_{12} & j\omega L_1 + r_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ v \end{bmatrix}$$

$$I = \frac{(j\omega L_1 + r_1) + (j\omega L_2 + r_2) - 2j\omega M_{12}}{(j\omega L_1 + r_1)(j\omega L_2 + r_2) + \omega^2 M_{12}^2} v$$

$$Z_{eq} = \frac{(j\omega L_1 + r_1)(j\omega L_2 + r_2) + \omega^2 M_{12}^2}{r_1 + r_2 + j\omega(L_1 + L_2 - 2M_{12})}$$

En considérant la partie imaginaire de \$Z\_{eq}\$:

$$L_{eq} = \frac{1}{j\omega} \frac{j\omega(L_1 r_2 + L_2 r_1)(r_1 + r_2) - j\omega(L_1 + L_2 - 2M_{12})(\omega^2 M_{12}^2 - \omega^2 L_1 L_2 + r_1 r_2)}{(r_1 + r_2)^2 + (L_1 + L_2 - 2M_{12})^2}$$

$$L_{eq} = \frac{(L_1 r_2 + L_2 r_1)(r_1 + r_2) - r_1 r_2(L_1 + L_2 - 2M_{12}) - \omega^2(M_{12}^2 - L_1 L_2)(L_1 + L_2 - 2M_{12})}{(r_1 + r_2)^2 + (L_1 + L_2 - 2M_{12})^2}$$

Considérons \$L\_2 \ge L\_1\$ et \$r\_2 \ge r\_1\$. Formons la différence:

$$L_2 - L_{eq} = \frac{L_2 r_2^2 + 2L_2 r_1 r_2 - L_1 r_2^2 - 2M_{12} r_1 r_2 + \omega^2(L_2 - M_{12})^2(L_1 + L_2 - 2M_{12})}{(r_1 + r_2)^2 + (L_1 + L_2 - 2M_{12})^2}$$

Le dénominateur étant positif, le signe de cette expression dépend du numérateur. Celui-ci s'écrit:

$$L_2 (r_1 + r_2)^2 + (L_1 + L_2 - 2 M_{12}) r_1 r_2 + \omega^2 (L_2 - M_{12})^2 (L_1 + L_2 - 2 M_{12}) - L_1 r_1 r_2 - L_2 r_1 r_2 - r_1^2 (L_1 + L_2)$$

Ou encore:

$$(L_2 r_2 - L_1 r_1) (r_1 + r_2) + (L_1 + L_2 - 2 M_{12}) (r_1 r_2 + \omega^2 (L_2 - M_{12})^2)$$

Or d'après les hypothèses de départ,  $L_2 r_2 \geq L_1 r_1$

De plus nous avons montré au chapitre II que  $L_1 + L_2 - 2 M_{12} \geq 0$

Donc  $L_2 \geq L_{eq}$

---

*La mise en parallèle de deux circuits L, r couplés aboutit à une inductance équivalente de valeur inférieure au moins à la plus grande des deux inductances.*

---

## Annexe B - Valeur des inductances du modèle complet

Les valeurs sont obtenues en basse fréquence.

### Axe X:

$$\text{Req}(1) = 3.520000$$

$$\text{Leq}(1) = 44.55048$$

$$\text{Meq}(1\ 2) = 8.678187$$

$$\text{Meq}(1\ 3) = 2.830946$$

$$\text{Meq}(1\ 4) = 2.262933$$

$$\text{Meq}(1\ 5) = -2.356110$$

$$\text{Meq}(1\ 6) = -4.424823$$

$$\text{Meq}(1\ 7) = -8.090063$$

$$\text{Meq}(1\ 8) = 35.10227$$

$$\text{Meq}(1\ 9) = 8.462467$$

$$\text{Meq}(1\ 10) = -4.419087$$

$$\text{Meq}(1\ 11) = -8.079709$$

$$\text{Req}(2) = 8.7999873\text{E-}02$$

$$\text{Leq}(2) = 21.99211$$

$$\text{Meq}(2\ 3) = 4.519516$$

$$\text{Meq}(2\ 4) = 2.057428$$

$$\text{Meq}(2\ 5) = -2.385785$$

$$\text{Meq}(2\ 6) = -4.025719$$

$$\text{Meq}(2\ 7) = -4.424822$$

$$\text{Meq}(2\ 8) = 8.519018$$

$$\text{Meq}(2\ 9) = 17.35298$$

$$\text{Meq}(2\ 10) = -4.017129$$

$$\text{Meq}(2\ 11) = -4.420914$$

$$\text{Req}(3) = 6.5999947\text{E-}02$$

$$\text{Leq}(3) = 14.89649$$

$$\text{Meq}(3\ 4) = 1.872010$$

$$\text{Meq}(3\ 5) = -2.334516$$

$$\text{Meq}(3\ 6) = -2.385786$$

$$\text{Meq}(3\ 7) = -2.356112$$

$$\text{Meq}(3\ 8) = 2.828864$$

$$\text{Meq}(3\ 9) = 4.406978$$

$$\text{Meq}(3\ 10) = -2.382390$$

$$\text{Meq}(3\ 11) = -2.355078$$

$$\text{Req}(4) = 0.3666666$$

$$\text{Leq}(4) = 22.42699$$

$$\text{Meq}(4\ 5) = -2.023111$$

$$\text{Meq}(4\ 6) = -2.172783$$

$$\text{Meq}(4\ 7) = -2.339550$$

$$\text{Meq}(4\ 8) = 2.298647$$

$$\text{Meq}(4\ 9) = 2.124691$$

$$\text{Meq}(4\ 10) = -2.253525$$

$$\text{Meq}(4\ 11) = -2.379749$$

$$\text{Req}(5) = 6.5999940\text{E-}02$$

$$\text{Leq}(5) = 14.89649$$

$$\text{Meq}(5\ 6) = 4.519517$$

$$\text{Meq}(5\ 7) = 2.830945$$

$$\text{Meq}(5\ 8) = -2.355078$$

$$\text{Meq}(5\ 9) = -2.382392$$

$$\text{Meq}(5\ 10) = 4.406978$$

$$\text{Meq}(5\ 11) = 2.828864$$

$$\text{Req}(6) = 8.7999873\text{E-}02$$

$$\text{Leq}(6) = 21.99211$$

$$\text{Meq}(6\ 7) = 8.678190$$

$$\text{Meq}(6\ 8) = -4.420912$$

$$\text{Meq}(6\ 9) = -4.017125$$

$$\text{Meq}(6\ 10) = 17.35298$$

$$\text{Meq}(6\ 11) = 8.519019$$

$$\text{Req}(7) = 3.520000$$

$$\text{Leq}(7) = 44.55050$$

$$\text{Meq}(7\ 8) = -8.079700$$

$$\text{Meq}(7\ 9) = -4.419086$$

$$\text{Meq}(7\ 10) = 8.462463$$

$$\text{Meq}(7\ 11) = 35.10228$$

$$\text{Req}(8) = 3.520000$$

$$\text{Leq}(8) = 44.55050$$

$$\text{Meq}(8\ 9) = 8.687443$$

$$\text{Meq}(8\ 10) = -4.424973$$

$$\text{Meq}(8\ 11) = -8.090066$$

$$\text{Req}(9) = 8.7999858\text{E-}02$$

$$\text{Leq}(9) = 21.99212$$



Meq( 9 10) = -4.025718  
Meq( 9 11) = -4.424971  
Req( 10) = 8.7999851E-02

Leq( 10) = 21.99211  
Meq( 10 11) = 8.687449  
Req( 11) = 3.520000  
Leq( 11) = 44.55051

---

Axe Y

Req( 1) = 0.1005714  
Leq( 1) = 0.2279698  
Meq( 1 2) = 0.2722903  
Meq( 1 3) = 0.1134766  
Meq( 1 4) = 5.1292475E-02  
Meq( 1 5) = -3.4729484E-02  
Meq( 1 6) = 2.0645279E-02  
Meq( 1 7) = 9.1978841E-02  
Meq( 1 8) = 0.2561695  
Meq( 1 9) = 0.1125793  
Meq( 1 10) = 5.1138747E-02  
Req( 2) = 0.7040000  
Leq( 2) = 4.881280  
Meq( 2 3) = 1.650805  
Meq( 2 4) = 0.5107901  
Meq( 2 5) = -0.2443704  
Meq( 2 6) = 0.1468887  
Meq( 2 7) = 0.2561696  
Meq( 2 8) = 3.189926  
Meq( 2 9) = 1.531449  
Meq( 2 10) = 0.5074366  
Req( 3) = 0.7039998  
Leq( 3) = 4.881279  
Meq( 3 4) = 1.099574  
Meq( 3 5) = -0.2436890  
Meq( 3 6) = 0.1486451  
Meq( 3 7) = 0.1125793  
Meq( 3 8) = 1.531449  
Meq( 3 9) = 3.189924  
Meq( 3 10) = 1.051160  
Req( 4) = 0.5028571  
Leq( 4) = 2.965935

Meq( 4 5) = -0.1717258  
Meq( 4 6) = 0.1062844  
Meq( 4 7) = 5.1138747E-02  
Meq( 4 8) = 0.5074365  
Meq( 4 9) = 1.051159  
Meq( 4 10) = 1.818795  
Req( 5) = 0.2811111  
Leq( 5) = 16.00057  
Meq( 5 6) = 2.392564  
Meq( 5 7) = 3.4966804E-02  
Meq( 5 8) = -0.2460561  
Meq( 5 9) = -0.2453616  
Meq( 5 10) = -0.1728730  
Req( 6) = 0.1711111  
Leq( 6) = 8.397333  
Meq( 6 7) = 2.0778950E-02  
Meq( 6 8) = 0.1478768  
Meq( 6 9) = 0.1496694  
Meq( 6 10) = 0.1070180  
Req( 7) = 0.1005714  
Leq( 7) = 0.2279698  
Meq( 7 8) = 0.2722903  
Meq( 7 9) = 0.1134766  
Meq( 7 10) = 5.1292475E-02  
Req( 8) = 0.7040000  
Leq( 8) = 4.881280  
Meq( 8 9) = 1.650805  
Meq( 8 10) = 0.5107901  
Req( 9) = 0.7039998  
Leq( 9) = 4.881278  
Meq( 9 10) = 1.099574  
Req( 10) = 0.5028571  
Leq( 10) = 2.965935

## Annexe C - Simulations Circuit+ 4.00 - Données

```

*****
*          CEDRAT                      MAGSOFT          *
* Grenoble, France                    Troy,   N.Y.      *
*                               Circuit+4.00             *
*                               *                         *
* Numero de serie  0                               *
*                               *                         *
* copyright (all rights reserved)                   *
* ENSIEG - LABORATOIRE D'ELECTROTECHNIQUE           *
* BP46 38402 Saint Martin d'Herès France            *
*****

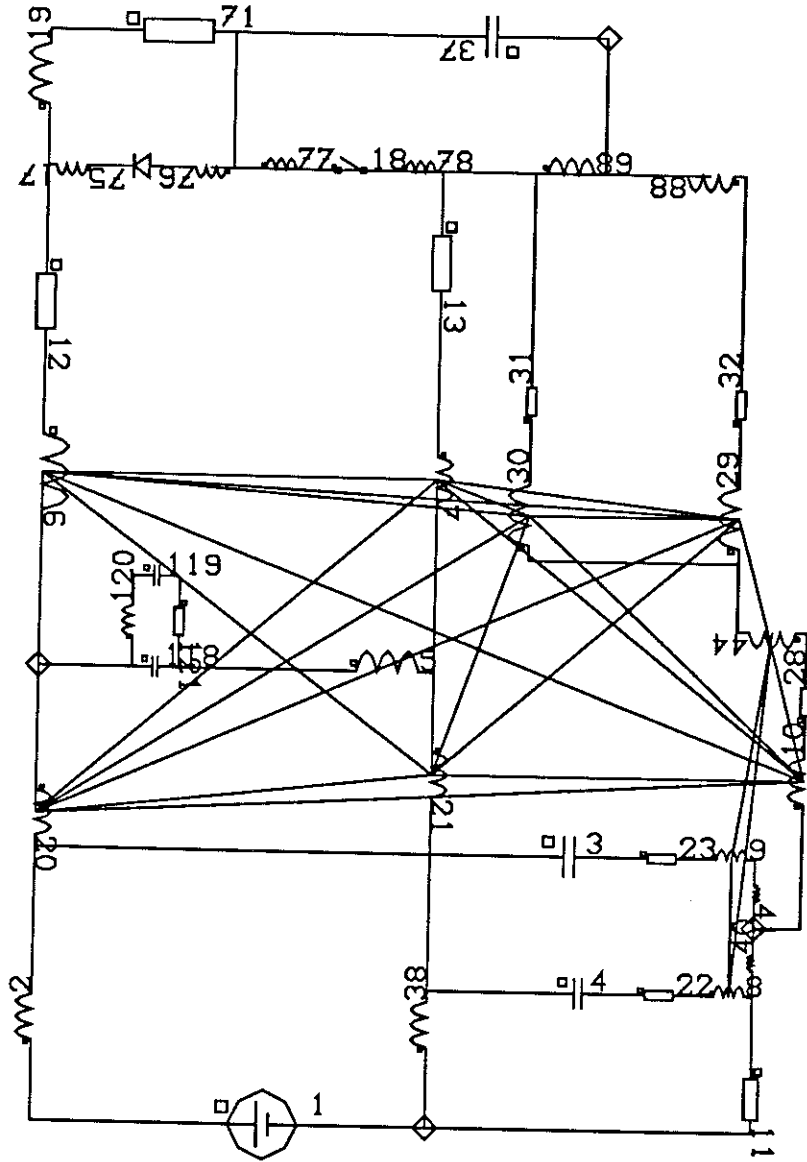
```

MCPM 19/11/93 9:47:1 Mode commun par Capa Point Milieu .

Inductance 2 = 0.250E-03 (Henry)	LRP
Condensateur 3 = 0.100E-06 (Farad)	CRP
Condensateur 4 = 0.100E-06 (Farad)	CRM
Inductance 5 = 0.580E-07 (Henry)	Lc
Inductance 6 = 0.445E-07 (Henry)	Lx7
Inductance 7 = 0.445E-07 (Henry)	Lx1
Inductance 8 = 0.300E-08 (Henry)	Lz1
Inductance 9 = 0.300E-08 (Henry)	Lz2
Inductance 10 = 0.224E-07 (Henry)	Lx4
Resistance 11 = 0.100E+08 (Ohm)	Résistance pour fixer le potentiel
Resistance 12 = 0.0035 (Ohm)	Résistance piste +
Resistance 13 = 0.0035 (Ohm)	Résistance piste -
Inductance 17 = 0.400E-08 (Henry)	LK+Ly4
Inductance 19 = 0.2 (Henry)	Lo
Inductance 20 = 0.197E-07 (Henry)	L1eq
Inductance 21 = 0.197E-07 (Henry)	L2eq
Resistance 22 = 47 (Ohm)	RRM
Resistance 23 = 47 (Ohm)	RRP

Resistance 28 = 0.370E-03 (Ohm)	Rx4
Inductance 29 = 0.445E-07 (Henry)	Lx8
Inductance 30 = 0.445E-07 (Henry)	Lx11
Resistance 31 = 0.001 (Ohm)	Rx11
Resistance 32 = 0.001 (Ohm)	Rx8
Condensateur 37 = 0.600E-10 (Farad)	CPM
Inductance 38 = 0.250E-03 (Henry)	LRM
Inductance 40 = 0.160E-07 (Henry)	Ly5
Inductance 41 = 0.840E-08 (Henry)	Ly6
Inductance 44 = 0.220E-07 (Henry)	Lz3
Inductance 76 = 0.890E-08 (Henry)	LA+Ly3
Inductance 77 = 0.940E-08 (Henry)	LD+Ly2
Inductance 78 = 0.750E-08 (Henry)	LS+Ly1
Inductance 88 = 0.490E-08 (Henry)	Ly7+Ly8+2My7-8
Inductance 89 = 0.490E-08 (Henry)	Ly9+Ly10+2My9-10
Mutuelle (20,21) = 0.230E-08 (Henry)	Mx1eq-2eq
Mutuelle (20,6) = 0.300E-08 (Henry)	Mx1eq-7
Mutuelle (21,7) = 0.300E-08 (Henry)	Mx2eq-1
Mutuelle (6,7) = 0.810E-08 (Henry)	Mx1-7
Mutuelle (20,7) = 0.240E-08 (Henry)	Mx1eq-1
Mutuelle (6,21) = 0.240E-08 (Henry)	Mx2eq-7
Mutuelle (20,30) = 0.260E-08 (Henry)	Mx1eq-11
Mutuelle (20,29) = 0.240E-08 (Henry)	Mx1eq-8
Mutuelle (20,10) = 0.190E-08 (Henry)	Mx1eq-4
Mutuelle (21,30) = 0.240E-08 (Henry)	Mx2eq-11
Mutuelle (21,29) = 0.260E-08 (Henry)	Mx2eq-8
Mutuelle (21,10) = 0.190E-07 (Henry)	Mx2eq-4

Mutuelle (6,10) = 0.230E-08 (Henry)	Mx4-7
Mutuelle (6,30) = 0.351E-07 (Henry)	Mx7-11
Mutuelle (6,29) = 0.810E-08 (Henry)	Mx7-8
Mutuelle (7,30) = 0.810E-08 (Henry)	Mx1-11
Mutuelle (7,29) = 0.351E-07 (Henry)	Mx1-8
Mutuelle (7,10) = 0.230E-08 (Henry)	Mx1-4
Mutuelle (44,9) = 0.380E-08 (Henry)	Mz2-3 (essai avec formulation filiforme)
Mutuelle (44,8) = 0.470E-08 (Henry)	Mz1-3 (essai avec formulation filiforme)
Mutuelle (8,9) = 0.290E-08 (Henry)	Mz1-2 (essai avec formulation filiforme)
Resistance 71 = 7.5 (Ohm)	Ro
Mutuelle (40,41) = 0.240E-08 (Henry)	My5-6
Mutuelle (30,29) = 0.810E-08 (Henry)	Mx11-8
Mutuelle (76,77) = 0.160E-08 (Henry)	My2-3
Mutuelle (76,89) = 0.320E-08 (Henry)	My3-9 (mutuelles avec Ly10 négligées)
Mutuelle (76,88) = 0.150E-08 (Henry)	My3-8 (mutuelles avec Ly7 négligées)
Mutuelle (77,89) = 0.150E-08 (Henry)	My2-9 (mutuelles avec Ly10 négligées)
Mutuelle (77,88) = 0.320E-08 (Henry)	My2-8 (mutuelles avec Ly7 négligées)
Mutuelle (89,88) = 0.160E-08 (Henry)	My8-9 (mutuelles avec Ly10 et Ly7 négligées)
Mutuelle (10,30) = 0.240E-08 (Henry)	Mx4-11
Mutuelle (10,29) = 0.230E-08 (Henry)	Mx4-8
Condensateur 118 = 0.500E-05 (Farad)	C1 (essai modèle complet du condensateur)
Condensateur 119 = 0.500E-05 (Farad)	C2 (essai modèle complet du condensateur)
Inductance 120 = 0.250E-08 (Henry)	Lp (essai modèle complet du condensateur)
Resistance 121 = 0.001 (Ohm)	Rp
Interrupteur 18	inutile
Diode 75	inutile
Source de tension continue 1 = 120 (Volt)	



modele electromagnetique complet

Circuit+4.00 CAO-BIBS

V2.27 ECL/IEG  
LICENCE CNRS/INPG

Schanen

DATE 19/11/93

Mode commun par Capa Point Milieu

mcpm

```

*****
*          CEDRAT                      MAGSOFT      *
* Grenoble, France                    Troy,  N.Y.   *
*          Circuit+4.00                *
*          *                            *
* Numero de serie  0                   *
*          *                            *
* copyright (all rights reserved)      *
* ENSIÉG - LABORATOIRE D'ELECTROTECHNIQUE *
* BP46 38402 Saint Martin d'Heres France *
*****

```

BONDVDT 19/11/93 18:35:5 Source utilisateur pour représenter le MOS.

Inductance 1 = 0.250E-03 (Henry)  
 Condensateur 2 = 0.100E-06 (Farad)  
 Condensateur 3 = 0.100E-06 (Farad)  
 Inductance 4 = 0.580E-07 (Henry)  
 Inductance 5 = 0.445E-07 (Henry)  
 Inductance 6 = 0.445E-07 (Henry)  
 Inductance 7 = 0.300E-08 (Henry)  
 Inductance 8 = 0.300E-08 (Henry)  
 Inductance 9 = 0.224E-07 (Henry)  
 Resistance 10 = 0.100E+08 (Ohm)  
 Resistance 11 = 0.0035 (Ohm)  
 Resistance 12 = 0.0035 (Ohm)  
 Inductance 15 = 0.2 (Henry)  
 Inductance 16 = 0.197E-07 (Henry)  
 Inductance 17 = 0.197E-07 (Henry)  
 Resistance 18 = 47 (Ohm)  
 Resistance 19 = 47 (Ohm)  
 Resistance 24 = 0.370E-03 (Ohm)  
 Inductance 25 = 0.445E-07 (Henry)

Inductance 26 = 0.445E-07 (Henry)  
Resistance 27 = 0.001 (Ohm)  
Resistance 28 = 0.001 (Ohm)  
Condensateur 33 = 0.600E-10 (Farad)  
Inductance 34 = 0.250E-03 (Henry)  
Inductance 36 = 0.160E-07 (Henry)  
Inductance 37 = 0.840E-08 (Henry)  
Inductance 40 = 0.220E-07 (Henry)  
Mutuelle (16,17) = 0.230E-08 (Henry)  
Mutuelle (16,5) = 0.300E-08 (Henry)  
Mutuelle (17,6) = 0.300E-08 (Henry)  
Mutuelle (5,6) = 0.810E-08 (Henry)  
Mutuelle (16,6) = 0.240E-08 (Henry)  
Mutuelle (5,17) = 0.240E-08 (Henry)  
Mutuelle (16,26) = 0.260E-08 (Henry)  
Mutuelle (16,25) = 0.240E-08 (Henry)  
Mutuelle (16,9) = 0.190E-08 (Henry)  
Mutuelle (17,26) = 0.240E-08 (Henry)  
Mutuelle (17,25) = 0.260E-08 (Henry)  
Mutuelle (17,9) = 0.190E-08 (Henry)  
Mutuelle (5,9) = 0.230E-08 (Henry)  
Mutuelle (5,26) = 0.351E-07 (Henry)  
Mutuelle (5,25) = 0.810E-08 (Henry)  
Mutuelle (6,26) = 0.810E-08 (Henry)  
Mutuelle (6,25) = 0.351E-07 (Henry)  
Mutuelle (6,9) = 0.230E-08 (Henry)  
Resistance 63 = 7.5 (Ohm)  
Mutuelle (36,37) = 0.240E-08 (Henry)

Mutuelle (26,25) = 0.810E-08 (Henry)

Inductance 67 = 0.940E-08 (Henry)

Inductance 68 = 0.750E-08 (Henry)

Inductance 75 = 0.490E-08 (Henry)

Inductance 76 = 0.490E-08 (Henry)

Mutuelle (67,76) = 0.150E-08 (Henry)

Mutuelle (67,75) = 0.320E-08 (Henry)

Mutuelle (76,75) = 0.160E-08 (Henry)

Condensateur 91 = 0.500E-05 (Farad)

Condensateur 92 = 0.500E-05 (Farad)

Inductance 93 = 0.250E-08 (Henry)

Resistance 94 = 0.001 (Ohm)

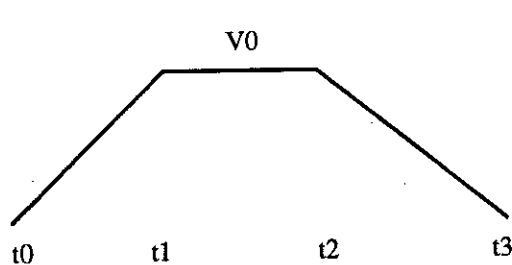
Resistance 112 = 1 (Ohm)

Mutuelle (9,26) = 0.240E-08 (Henry)

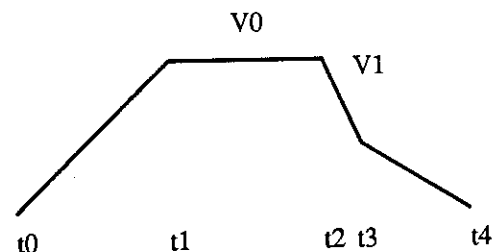
Mutuelle (9,25) = 0.230E-08 (Henry)

definie par programme utilisateur 106

Source de tension 106 definie par programme utilisateur



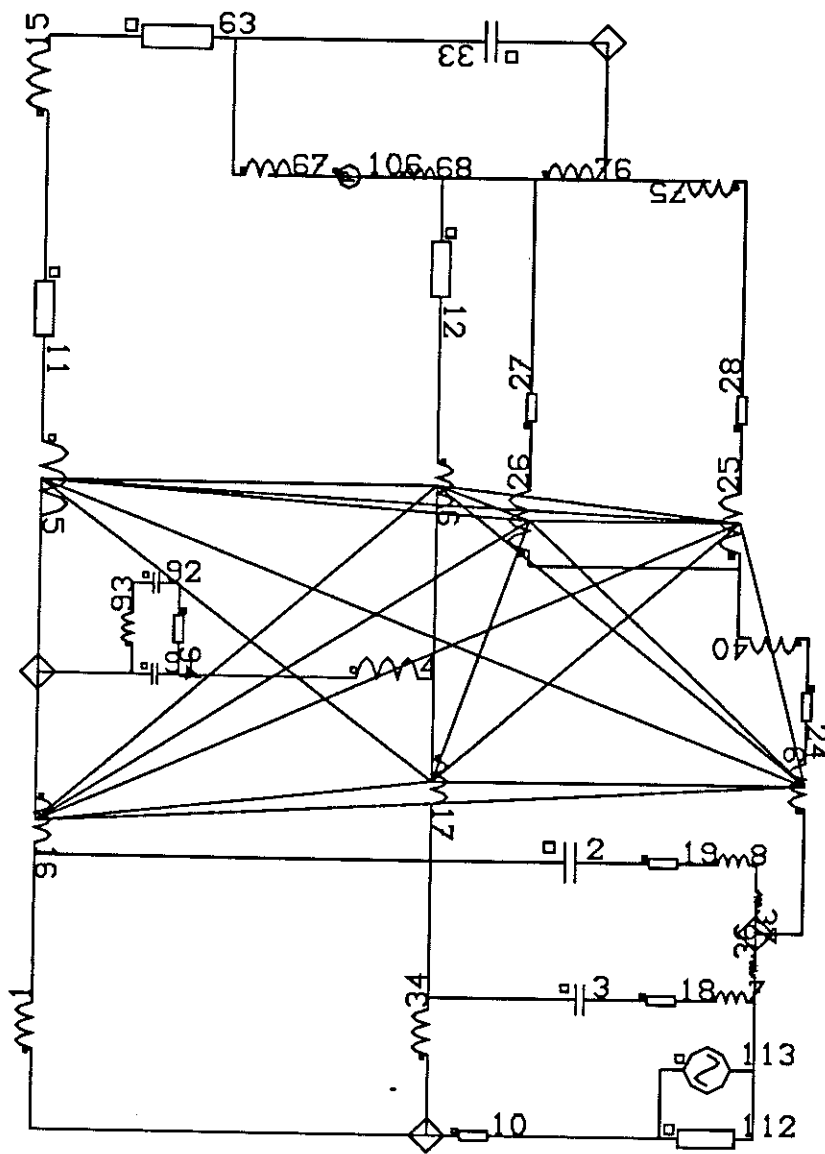
Modèle 1 pente :  
V0 = 85 V  
t0 = 10ns  
t1 = 40ns  
t2 = 500ns  
t3 = 523ns



Modèle 2 pentes :  
V0 = 85 V  
V1 = 29,7V  
t0 = 10ns  
t1 = 40ns  
t2 = 500ns  
t3 = 515ns  
t4 = 550,5ns

Source de tension alternative 113  
Amplitude 120 (Volt)  
Phase au temps 0 (degre) 0  
Frequence (Hz) 0.400E+08





Circuit+4.00

CAO-BIBS

V2.27 ECL/IEG  
LICENCE CNRS/INPG

Schonen

DATE 19/11/93

Srcce utilisateur pour le MOS

bondvdt

```

*****
*          CEDRAT          MAGSOFT      *
* Grenoble, France      Troy, N.Y.    *
*          Circuit+4.00          *
*          *          *          *
* Numero de serie  0          *
*          *          *          *
* copyright (all rights reserved)    *
* ENSIEG - LABORATOIRE D'ELECTROTECHNIQUE *
* BP46 38402 Saint Martin d'Herès France *
*****

```

3BDVDT2 19/11/93 18:34:1 Avec prise en compte des inductances des SC .

Inductance 1 = 0.130E-06 (Henry)

Inductance 2 = 0.820E-07 (Henry)

Inductance 3 = 0.891E-07 (Henry)

Resistance 4 = 47 (Ohm)

Resistance 5 = 47 (Ohm)

Inductance 6 = 0.2 (Henry)

Resistance 7 = 7.5 (Ohm)

Condensateur 8 = 0.100E-06 (Farad)

Condensateur 9 = 0.100E-06 (Farad)

Condensateur 10 = 0.600E-10 (Farad)

Condensateur 11 = 0.100E-04 (Farad)

Resistance 37 = 1 (Ohm)

Mutuelle (2,1) = 0.595E-07 (Henry)

Mutuelle (1,3) = -0.498E-07 (Henry)

Mutuelle (3,2) = -0.310E-08 (Henry)

Resistance 52 = 0.100E+08 (Ohm)

definie par programme utilisateur 31

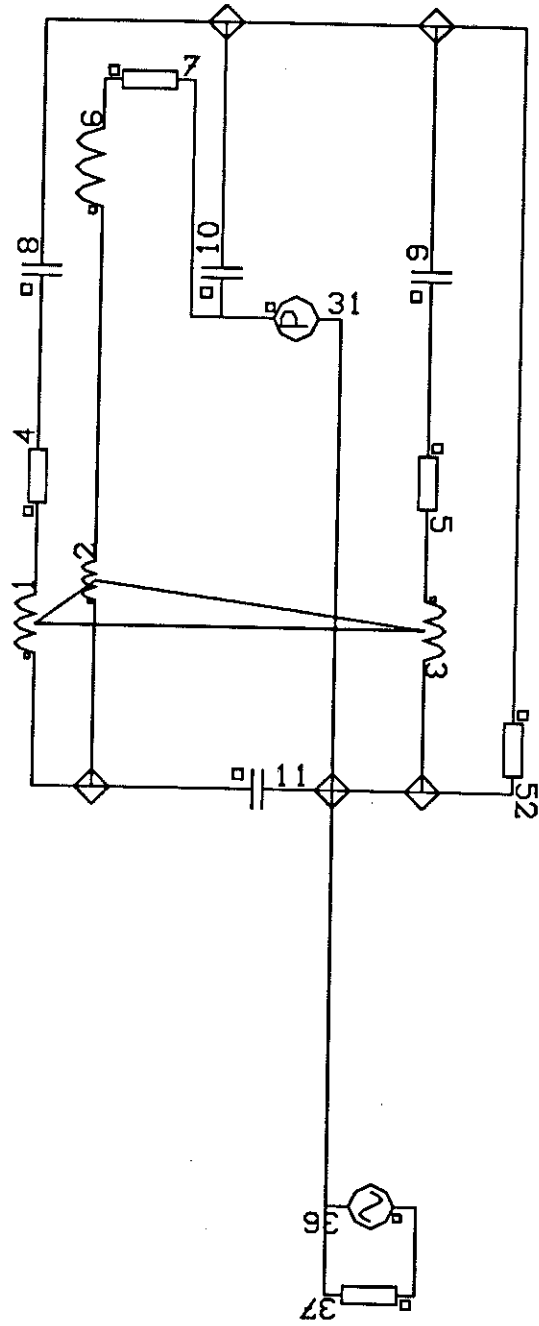
Source de tension 31 definie par programme utilisateur

Source de tension alternative 36

Amplitude 120 (Volt)

Phase au temps 0 (degre) 0

Frequence (Hz) 0.200E+08



Modelo 3 bucles de courant

Circuit+4.00 CAO-BIBS V2.27 ECL/IEG  
LICENCE CNRS/INPG

schanen  
DATE 19/11/93

Prise en compte des inductances des SC

3bdvdt2

## Annexe D - Calcul des inductances / mutuelles des quatre boucles de courant du hacheur dans l'approximation "point milieu" à partir des inductances / mutuelles partielles du modèle complet

La notation ' est utilisée pour signifier qu'un élément se situe sur un plan de masse et que sa valeur doit être modifiée par la présence de l'image correspondante.

*Maille de puissance:*

$$L_p = L'x7 + L_c + L'x1 + L'y1 + L'y2 + L'y3 + L'y4 - 2M'x1-7 + 2M'y1-2 + 2M'y1-3 + 2M'y1-4 + 2M'y2-3 + 2M'y2-4 + 2M'y3-4$$

Ce qui donne en remplaçant les éléments situés au dessus d'un plan de masse par leur expression complète:

$$L_p = (Lx7 - Mx7-11) + L_c + (Lx1 - Mx1-8) + (Ly1 - My1-7) + (Ly2 - My2-8) + (Ly3 - My3-9) + (Ly4 - My4-10) - 2(Mx1-7 - Mx1-11) + 2(My1-2 - My1-8) + 2(My1-3 - My1-9) + 2(My1-4 - My1-10) + 2(My2-3 - My2-9) + 2(My2-4 - My2-10) + 2(My3-4 - My3-10)$$

L'application numérique donne (en nH):

$$L_p = 23.9 + L_c \quad (1)$$

*Maille "différentielle":*

$$L_d = Ly6 + Lz2 + Lx5 + L'x6 + L_c + L'x2 + Lx3 + Lz1 + Ly5 + 2My5-6 - 2Mz1-2 + 2M'x5-6 - 2M'x5-2 - 2M'x6-3 - 2M'x2-6 - 2Mx5-3 + 2M'x2-3$$

$$L_d = Ly6 + Lz2 + Lx5 + (Lx6 - Mx6-10) + L_c + (Lx2 - Mx2-9) + Lx3 + Lz1 + Ly5 + 2My5-6 - 2Mz1-2 + 2(Mx5-6 - Mx5-10) - 2(Mx5-2 - Mx5-9) - 2(Mx6-3 - Mx3-10) - 2(Mx2-6 - Mx2-10) - 2Mx5-3 + 2(Mx2-3 - Mx3-9)$$

$$L_d = L_c + 2L_{rc} + 55.4 \quad (2)$$

*Maille "RSIL+":*

$$L_{r+} = Ly6 + Lz2 + Lx5 + L'x6 + Lx7 + Ly4 + Ly3 + Ly9 + Ly10 + Lx11 + Lz3 + Lx4 - 2My6-4 - 2My6-3 + 2My6-9 + 2My6-10 - 2Mz2-3 + 2M'x5-6 + 2Mx5-7 - 2Mx5-11 - 2Mx5-4 + 2M'x6-7 - 2M'x6-11 - 2M'x6-4 - 2Mx7-11 - 2Mx7-4 + 2My4-3 - 2My4-9 - 2My4-10 - 2My3-9 - 2My3-10 + 2My9-10 + 2Mx11-4$$

$$L_{r+} = Ly6 + Lz2 + Lx5 + (Lx6 - Mx6-10) + Lx7 + Ly4 + Ly3 + Ly9 + Ly10 + Lx11 + Lz3 + Lx4 - 2My6-4 - 2My6-3 + 2My6-9 + 2My6-10 - 2Mz2-3 + 2(Mx5-6 - Mx5-$$

$$\underline{Md-r+ = - Lrc - 21.2}$$

"Différentielle" - "RSIL-":

$$Md-r+ = - M'x2-4 - M'x2-8 + M'x2-1 + 2M'x2-3 - Mx3-4 - Mx3-8 + Mx3-1 - Mz1-3 + My5-7 + My5-8 - My5-2 - My5-1 + My6-7 + My6-8 - My6-2 - My6-1 + My5-6 + Mz2-3 - Mz2-1 + Mx5-4 + Mx5-8 - Mx5-1 - M'x5-2 - Mx5-3 + M'x6-4 + M'x6-8 - M'x6-1 - M'x6-2 - M'x6-3 + L'x2 + Lx3 + Lz1 + Ly5$$

$$Md-r+ = - (Mx2-4 - Mx4-9) - (Mx2-8 - Mx8-9) + (Mx2-1 - Mx1-9) + 2(Mx2-3 - Mx3-9) - Mx3-4 - Mx3-8 + Mx3-1 - Mz1-3 + My5-7 + My5-8 - My5-2 - My5-1 + My6-7 + My6-8 - My6-2 - My6-1 + My5-6 + Mz2-3 - Mz2-1 + Mx5-4 + Mx5-8 - Mx5-1 - (Mx5-2 - Mx5-9) - Mx5-3 + (Mx6-4 - Mx4-10) + (Mx6-8 - Mx8-10) - (Mx6-1 - Mx1-10) - (Mx6-2 - Mx2-10) - (Mx6-3 - Mx3-10) + (Lx2 - Mx2-9) + Lx3 + Lz1 + Ly5$$

$$\underline{Md-r- = Lrc + 31.1}$$

"RSIL+" - "RSIL-":

$$Mr+-r- = - My5-6 + My6-1 + My6-2 - My6-8 - My6-7 + Mz2-1 - Mz2-3 + Mx5-3 + M'x5-2 + Mx5-1 - Mx5-8 - Mx5-4 + M'x6-3 + M'x6-2 + M'x6-1 - M'x6-8 - M'x6-4 + Mx7-3 + M'x7-2 + Mx7-1 - Mx7-8 - Mx7-4 + My4-5 - My4-1 - My4-2 + My4-8 + My4-7 + My3-5 - My3-1 - My3-2 + My3-8 + My3-7 - My9-5 + My9-1 + My9-2 - My9-8 - My9-7 - My10-5 + My10-1 + My10-2 - My10-8 - My10-7 - Mx11-3 - M'x11-2 - Mx11-1 + Mx11-8 + Mx11-4 - Mz3-1 - Mx4-3 - M'x4-2 - Mx4-1 + Mx4-8 + Lz3 + Lx4$$

$$Mr+-r- = - My5-6 + My6-1 + My6-2 - My6-8 - My6-7 + Mz2-1 - Mz2-3 + Mx5-3 + (Mx5-2 - Mx5-9) + Mx5-1 - Mx5-8 - Mx5-4 + (Mx6-3 - Mx3-10) + (Mx6-2 - Mx2-10) + (Mx6-1 - Mx1-10) - (Mx6-8 - Mx8-10) - (Mx6-4 - Mx4-10) + Mx7-3 + (Mx7-2 - Mx7-9) + Mx7-1 - Mx7-8 - Mx7-4 + My4-5 - My4-1 - My4-2 + My4-8 + My4-7 + My3-5 - My3-1 - My3-2 + My3-8 + My3-7 - My9-5 + My9-1 + My9-2 - My9-8 - My9-7 - My10-5 + My10-1 + My10-2 - My10-8 - My10-7 - Mx11-3 - (Mx11-2 - Mx11-9) - Mx11-1 + Mx11-8 + Mx11-4 - Mz3-1 - Mx4-3 - (Mx4-2 - Mx4-9) - Mx4-1 + Mx4-8 + Lz3 + Lx4$$

$$\underline{Mr+-r- = 36.3}$$



**PRESIDENT DE L'INSTITUT**  
Monsieur Maurice RENAUD

Année 1993

**PROFESSEURS DES UNIVERSITES**

BARBAUD	Michel	ENSRG
BARRAUD	Alain	ENSIEG
BARTHELEMY	Alain	ENSHMG
BAUDELET	Bernard	ENSPG
BAUDIN	Gérard	UFR PGP
BEAUFILS	Jean-Pierre	ENSIEG/ILL
BOIS	Philippe	ENSHMG
BOUVIER	Gérard	ENSRG
BRINI	Jean	ENSRG
BRUNET	Jean	CUEFA
CAVAIGNAC	Jean-François	ENSPG
CHARTIER	Germain	ENSPG
CHEVIER	Pierre	ENSRG
CHERYU	Ariette	ENSIEG
CHOVET	Alain	ENSRG
COGNET	Gérard	ENSGI
COLINET	Catherine	ENSEG
COMMAULT	Christian	ENSIEG
CORNUT	Bruno	ENSIEG
COULOMB	Jean-Louis	ENSIEG
COUTRIS	Nicole	ENSPG
CROWLEY	James	ENSIMAG
DALARD	Francis	ENSEG
DARVE	Félix	ENSHMG
DELLA DORA	Jean	ENSIMAG
DEPEY	Maurice	ENSRG
DEFORTES	Jacques	ENSPG
DEROO	Daniel	ENSEG
DESRE	Pierre	ENSEG
DIARD	Jean-Paul	ENSEG
DOLMAZON	Jean-Marc	ENSEG
DURAND	Francis	ENSEG
DURAND	Jean-Louis	ENSPG
FAUTRELLE	Yves	ENSHMG
FOGGIA	Albert	ENSIEG
FORAY	Pierre	ENSHMG
FOULARD	Claude	ENSIEG
GALERIE	Alain	ENSEG
GANDINI	Alessandro	UFR/PGP
GAUBERT	Claude	ENSPG
GENTIL	Pierre	ENSRG
GENTIL	Sylviane	ENSEG
GUERIN	Bernard	ENSEG
GUYOT	Pierre	ENSEG
IVANES	Marcel	ENSEG
JACQUET	Paul	ENSIMAG
JALLUT	Christian	ENSEG
JANOT	Marie-Thérèse	ENSRG
JAULENT	Patrick	ENSGI
JAUSSAUD	Pierre	ENSIEG
JOST	Rémy	ENSPG
JOUBERT	Jean-Claude	ENSPG
JOURDAIN	Geneviève	ENSIEG
KUENY	Jean-Louis	ENSHMG
LACHENAL	Dominique	UFR PGP
LACOUME	Jean-Louis	ENSIEG
LADET	Pierre	ENSIEG
LENET	Jean-François	UFR/PGP
LESIEUR	Marcel	ENSHMG
LESPINARD	Georges	ENSHMG
LIENARD	Joël	ENSIEG
LONGEQUEUE	Jean-Pierre	ENSPG
LORRE	Benjamin	ENSHMG
LOUCHET	François	ENSEG
LUCAZEAU	Guy	ENSEG
LUX	Augustin	ENSIMAG
MASSE	Philippe	ENSPG
MASSELOT	Christian	ENSIEG
MAZARE	Guy	ENSIMAG
MICHEL	Gérard	ENSIMAG
MOHR	Roger	ENSIMAG
MOREAU	René	ENSIMAG
MORET	Roger	ENSIEG
MOSSIERE	Jacques	ENSIMAG
OBLID	Charles	ENSHMG
OZIL	Patrick	ENSEG
PANANAKAKIS	Georges	ENSEG
PAULEAU	Yves	ENSEG
PERRET	Robert	ENSIEG
PERRIER	Pascal	ENSRG
PIAU	Jean-Michel	ENSHMG
PIC	Etienné	ENSRG
PLATEAU	Brigitte	ENSIMAG
POUFOT	Christian	ENSRG
RAMEAU	Jean-Jacques	ENSEG
REINISCH	Raymond	ENSPG
RENAUD	Maurice	UFR/PGP
RIMET	Roger	ENSRG
ROBERT	François	ENSIMAG
ROGNON	Jean-Pierre	ENSIEG
ROSSIGNOL	Michel	ENSPG
ROYE	Daniel	ENSIEG
SABONNADIÈRE	Jean-Claude	ENSRG
SAGUET	Pierre	ENSRG
SAUCIER	Gabrièle	ENSIMAG
SCHLENKER	Claire	ENSPG
SCHLENKER	Michel	ENSPG
SILVY	Jacques	UFR/PGP
SOHM	Jean-Claude	ENSEG
SOLER	Jean-Louis	ENSIMAG
SOUQUET	Jean-Louis	ENSEG
TICHKIEWITCH	Serge	ENSHMG
TROMPETTE	Philippe	ENSHMG
TRYSTRAM	Denis	ENSGI
VEILLON	Gérard	ENSIMAG
VERJUS	Jean-Pierre	ENSIMAG
VINCENT	Henri	ENSPG

**SITUATION PARTICULIERE**  
**PROFESSEURS D'UNIVERSITE**

**DETACHEMENT**

BLOCH Daniel  
BONNET Guy  
BRECHET Yves  
CAILLERIE Denis  
GREVEN Hélène  
LATOMBE Jean-Claude  
PIERRARD Jean-Marie

ENSPG  
ENSPG  
ENSPG  
ENSHMG  
CUFEA  
ENSIMAG  
ENSHMG

**DIRECTEURS DE RECHERCHE CNRS**

ABELLO	Louis
ALDEBERT	Pierre
ALEMANY	Antoine
ALLIBERT	Colcic
ALLIBERT	Michel
ANSARA	Ibrahim
ARMAND	Michel
AUDIER	Marc
AUGOTYARD	Jean-François
AVIGNON	Michel
BERNARD	Claude
BINDER	Gilbert
BLAISING	Jean-Jacques
BONNET	koland
BORNARD	Guy
BOUCHERLE	Jean-Xavier
CAILLIET	Marcel
CARRE	René
CHASSERY	Jean-Marc
CHATELION	Christian
CIBERT	Joël
CLERMONT	Jean-Robert
COLRTOIS	Bernard
CRÛQUI	Patrick
CRISTOLOVEANU	Sorin
DAVID	René
DION	Jean-Michel
DOUSSIERE	Jacques
DRIOLE	Jean
DUCHET	Pierre
DUGARD	Luc
DURAND	Robert
ESCUDIER	Pierre
EUSTATHOPOULOS	Nicolas
FINON	Dominique
FRUCHARD	Robert
GARNIER	Marcel
GIROD	Jacques
GLANGEAUD	François
GUELIN	Pierre
HOPFINGER	Emil
JORRAND	Philippe
JOUD	Jean-Charles
KAMARINOS	Georges
KLEITZ	Michel
KOFMAN	Walter
LACROIX	Claudine
LANDAU	Joan
LAULHERE	Jean-Pierre
LEGRAND	Michel
LEJEUNE	Gérard
LEPROVOST	Christian
MADAR	Roland
MARTIN	Jean-Marie
MERMET	Jean

MEUNIER  
MICHEL  
NAYROLLES  
PASTUREL  
PEUZIN  
PHAM  
PIAU  
PIQUE  
POINSIGNON  
PREJEAN  
RENOUARD  
SENATEUR  
SIFAKIS  
SIMON  
SUERY  
TEODOSIU  
VACHAUD  
VAUCLIN  
WACK  
YAVARI  
YONNET

Gérad  
Jean-Marie  
Bernard  
Alain  
Jean-Claude  
Antoine  
Monique  
Jean-Paul  
Christiane  
Jean-Jacques  
Dominique  
Jean-Pierre  
Joseph  
Jean-Paul  
Michel  
Christian  
Georges  
Michel  
Bernard  
Ali-Reza  
Jean-Paul

PERSONNES AYANT OBTENU LE DIPLOME

D'HABILITATION A DIRIGER DES RECHERCHES

BALESTRA Francis  
BALME Louis  
BECKER Monique  
BIGEON Jean  
BINDER Zdenek  
BOE Louis-Jean  
BRECHET Yves  
CADOZ Claude  
CANUDAS DE WIT Carlos  
CHAMPENOIS Gérard  
CHOLLET Jean-Pierre  
COEY Jean-Pierre  
CORNUEJOLS Gérard  
COURNIL Michel  
CRASTES DE PAULET Michel  
DALLERY Yves  
DESCOTES-GENON Bernard  
DUGARD Luc  
DURAND Madeleine  
FERRIEUX Jean-Paul  
FEUILLET René  
FORAY Pierre  
FREIN Yannick  
GAUTHIER Jean-Paul  
GHIBAUDO Gérard  
GUILLEMOT Nadine  
GUYOT Alain  
HAMAR Sylviane  
HAMAR Roger  
HORAUD Patrice  
JACQUET Paul  
LATOMBE Claudine  
LE HUY Hoang  
LE GORREC Bernard  
LOZANO-LEAL Rogelio  
MACOVSCI Mihail  
MAHEY Philippe  
METAIS Olivier  
MONMUSSON-PICQ Georgette  
MORY Mathieu  
MULLER Jean  
MULLER Jean-Michel  
NGUYEN TRONG Bernadette  
NIEZ Jean-Jacques  
PERRIER Pascal  
PLA Fernand  
RECHENMANN François  
ROGNON Jean-Pierre  
ROUGER Jean  
ROUX Jean-Claude  
SKOTNICKI Tomasz  
TCHUENT Maurice  
THOMAS Olivier  
VAHLAS Constantin



**PERSONNES AVANT OBTENU LE DIPLOME  
DE DOCTEUR D'ETAT INFG**

ABDEL-RAZEK  
 AKSAS  
 ALLA  
 AMER  
 ANCEILLE  
 ANGENIEUX  
 ATMANI  
 AYEDI  
 ABADR  
 BACHIR  
 BALANZAT  
 BALTER  
 BARDEL  
 BARRAL  
 BAUDON  
 BAUSSAND  
 BEAUX  
 BEGUINOT  
 BELLISSENT nce FUNEZ  
 BELLON  
 BEN RAIS  
 BERGER-SABATEL  
 BERNACHE-ASSOLANT  
 BEROVAL  
 BERTHOD  
 BILLARD  
 BLANC épouse FOULETIER  
 BOCHU  
 BOJO  
 BOKSENBALUM  
 BOLOPION  
 BONNARD  
 BORRIONE  
 BOUCHACOURT  
 BRION  
 CAIRE  
 CAMEL  
 CAPERAN  
 CAPLAIN  
 CAROLINO  
 CASPI  
 CHAN-TUNG  
 CHASSANDE  
 CHATAIN  
 CHEHIKIAN  
 CHIRAMELLA  
 CHILLO  
 CHUPIN  
 COLONNA  
 COMITI  
 CORDET  
 COUDURIER  
 COUTAZ

Adel  
 Haris  
 Hassane  
 Ahmed  
 Bernard  
 Gilbert  
 Hamid  
 Hassine Feri  
 Osman  
 Aziz  
 Emmanuel  
 Roland  
 Robert  
 Gérard  
 Yves  
 Patrick  
 Jacques  
 Jean  
 Marie-Claire  
 Catherine  
 Abdeljetah  
 Gilles  
 Didier  
 Abderrahmane  
 Jacques  
 Dominique  
 Mireille  
 Bernard  
 Gilles  
 Claude  
 Alain  
 Bernard  
 Dominique  
 Michel  
 Bernard  
 Jean-Pierre  
 Denis  
 Philippe  
 Michel  
 Gérard  
 Paul  
 Nam  
 Jean-Pierre  
 Dominique  
 Alain  
 Yves  
 Jean  
 Jean-Claude  
 Jean-François  
 Jacques  
 Christian  
 Lucien  
 Jean-Louis

CREUTIN  
 DAO  
 DARONDEAU  
 DAVID  
 DELA SEN  
 DELACHAUME  
 DENAT  
 DESCHIZEAUX nce CHERUY  
 DIJON  
 DOREMUS  
 DUPEUX  
 EL ADHAM  
 EL OMAR  
 EL-HENNAWY  
 ETAY  
 FABRE  
 FAURE-BONTE  
 FAVIER  
 FAVIER  
 FAVIER  
 FELLAHI  
 FERYAL  
 FLANDRIN  
 FOREST  
 FORESTIER  
 FOSTER  
 FRANC  
 GABELLE  
 GARDAN  
 GENIN  
 GERVASON  
 GILORMINI  
 GINOUX  
 GOU MIRI  
 GROC  
 GROSJEAN  
 GUEDON  
 GUERIN  
 GUESSOUS  
 GUIBOUD-RIBAUD  
 HALBWACHS  
 HAMMOURI  
 HEDEROS SILVEIR  
 HERAULT  
 HONER  
 HUECKEL  
 IGNAT  
 ILIADIS  
 JANIN  
 JERRAYA  
 JUTTEN  
 KAHIL  
 KHUONQUANG  
 KULLIS  
 KONE  
 LABEAU  
 LACAZE  
 LACROIX  
 LANG  
 LAITHULLERE  
 LATY

Jean-Dominique  
 Tronglich  
 Philippe  
 Bertrand  
 Manuel  
 Jean-Claude  
 André  
 Marie-Noëlle  
 Jean  
 Pierre  
 Michel  
 Karim  
 Fovaz  
 Adel  
 Jacqueline  
 Suzanne  
 Mireille  
 Denis  
 Jean-Jacques  
 Mowloud  
 Haj Hassan  
 Patrick  
 Bernard  
 Michel  
 Parayolis  
 Jean-Pierre  
 Patrice  
 Yvon  
 Jacques  
 Georges  
 Pierre  
 Jean-Louis  
 Louis  
 Bernard  
 André  
 Jean-Yves  
 Jean-Claude  
 Anas  
 Serge  
 Nicolas  
 Hassan  
 Hamilton  
 Jenny  
 Claude  
 Tomasz  
 Michel  
 Athanaios  
 Gérard  
 Ahmed Amine  
 Christian  
 Hassan  
 Dong  
 Andreas  
 Ali  
 Michel  
 Alain  
 Jean-Claude  
 Jean-Claude  
 Chantal  
 Pierre

LAUGIER Christian  
 LE CADRE Jean-Pierre  
 LE GARDEVR René  
 LE THIESSE Jean-Claude  
 LEMAIGNAN Clement  
 LEMUET Daniel  
 LEVEQUE Jean-Luc  
 LONDICHE Henry  
 L'HERITIER Philippe  
 MAGNIN Thierry  
 MAISON François  
 MAMWI Abdullah  
 MANTEL Elisabeth  
 MARCON Guy  
 MARTINEZ Francis  
 MARTIN-GARIN Lionel  
 MASSE Dominique  
 MAZER Emmanuel  
 MERCKEL Gérard  
 MEUNIER Jean  
 MILI Ali  
 MOALLA Mohamed  
 MOË Jean-Michel  
 MONLOR Christian  
 MONTELLA Claude  
 MORET Frédéric  
 MRAYATI Mohammed  
 M'SAAD Mohammed  
 M'SIRDI Kouider Nace  
 NEPOMIASTCHY Pierre  
 NGUYEN Trong Khoi  
 NGUYEN-XUAN-DANG Michel  
 ORANIER Bernard  
 ORTEGA MARTINEZ Roméo  
 PAIDASSI Serge  
 PASSERONE Alberto  
 PEGON Pierre  
 PIJOLAT Christophe  
 POGGI Yves  
 POIGNET Jean-Claude  
 PONS Michel  
 POU Tong Eck  
 RAFINEJAD Paiviz  
 RAGAIE Harie Fikri  
 RAHAL Salah  
 RAMA SEABRA SANTOS Fernando  
 RAVAINE Denis  
 RAZBAN-HAGHIGHI Tchanguz  
 RAZZOUK Micham  
 REGAZZONI Gilles  
 RIQUET Jean-Pierre  
 ROBACH Chantal  
 ROBERT Yves  
 ROCEZ Jacques  
 ROHMER Jean  
 ROUSSEL Claude  
 SAAD Abdallah  
 SAAD Youcef  
 SABRY Mohamed Nabi  
 SALON Marie-Christine

SAUBAT épouse MARCUS  
 SCHMITT Bernadette  
 SCHOELLKOPF Jean-Hubert  
 SCHOLL Jean-Pierre  
 SCHOLL Michel  
 SCHOLL Pierre-Claude  
 SCHOUER Edmond  
 SCHWARTZ Jean-Luc  
 SEGUIN Jean  
 SIWY Jacques  
 SKALLI Abdelatif  
 SKALLI HOUSSEYNI Abdelali  
 SOUCHON Alain  
 SUETRY Jean  
 TALLAJ Nizar  
 TEDJAR Farouk  
 TEDJINI Smal  
 TEYSSANDIER Francis  
 THEVENODFOSSE Pascale  
 TMAAR Mohamed  
 TRIOLLIER Michel  
 TUFFELIT Denis  
 TZIRITAS Georges  
 VALLIN Didier  
 VELAZCO Raoul  
 VERDILLON André  
 VERMANDE Alain  
 VIKTOROVITCH Pierre  
 VITRANT Guy  
 WEISS François  
 YAZAMI Rachid

Président de l'Université :

M. NEMOZ Alain

ANNEE UNIVERSITAIRE 1990 - 1991

MEMBRES DU CORPS ENSEIGNANT DE SCIENCES ET DE GEOGRAPHIE

PROFESSEURS DE TERE CLASSE

ADIBA Michel	Informatique
ANTOINE Pierre	Géologie I.R.I.G.M.
ARVIEU Robert	Physique Nucléaire I.S.N.
AUBIAULT Jean Louis	Mécanique
BARNA Jean René	Statistiques - Mathématiques Appliquées
BECKER Pierre	Physique
BEGUIN Claude	Chimie Organique
BERLISKY Etje	Physique
BENZAKEN Claude	Mathématiques Pures
BERNARD Pierre	Mathématiques Pures
BERTRANDIAS Françoise	Mathématiques Pures
BERTANDIAS Jean Paul	Mathématiques Pures
BILLET Jean	Géographie
BLANCHI Jean Pierre	A.P.-S.
BOEHLER Jean Paul	Mécanique
BOITET Christian	Informatique et Mathématiques Appliquées
BRUANDET Jean	
BRUANDET Jean François	Physique
CARLIER Georges	Biologie Végétale
CASTANG Bernard	Physique
CHARDON Michel	Géographie
CHIBON Pierre	Biologie Animale
COHEN ADDAD Jean Pierre	Physique
COLIN DE VERDIERE Yves	Mathématiques Pures
CYROT Michel	Mathématiques Pures
DEBELMAS Jacques	Physique du Solide
DEMAILLY Jean Pierre	Géologie Générale
DENEUVILLE Alain	Mathématiques Pures
DEPORRES Charles	Physique
DOLIQUE Jean Michel	Chimie Minérale
DOUCE Roland	Physiologie des Plasmas
DUCROS Pierre	Physiologie Végétale
FINKE Gerde	Cristallographie
GAUTRON René	Informatique
GENIES Eugene	Chimie
GERMAIN Jean Pierre	Chimie
GIDON Maurice	Mécanique
GIGNOUX Claude	Géologie
GILLARD Roland	Sciences nucléaires
GUITTON Jacques	Mathématiques
	Chimie

HERAULT Jeanny	Physique
HICIER Pierre	Chimie
JANIN Bernard	Géographie
JULY Jean René	Mathématiques Pures
JOSELEAU Jean Paul	Biochimie
KAHANE André	Physique
KAHANE Josette	Physique
KRAKOWIAK Sacha	Mathématiques Appliquées
LAJZEROWICZ Jeanine	Physique
LAJZEROWICZ Joseph	Physique
LAURENT Pierre Jean	Mathématiques Appliquées
LEBRETON Alain	Mathématiques Appliquées
DE LEIRIS Joel	Biologie
L'HOMME Jean	Chimie
LOISEAUX Jean Marie	Sciences Nucléaires I.S.N.
LONGUEUE Nicole	Physique
LUNA Domingo	Mathématiques Pures
MACHE Régis	Physiologie Végétale
MASCLE Georges	Géologie
MATYARD Roger	Physique du Solide
NEMOZ Alain	Physique
OMONT Alain	Astrophysique
PELMONT Jean	Biologie
PERRIER Guy	Biologie
PIERRE Jean Louis	Géophysique
RENARD Michel	Chimie Organique
RICHARD Jean Marc	Chimie
RIEDTMANN Christine	Thermodynamique
RINAUDO Marguerite	Mathématiques
ROBERT Jean Bernard	Chimie C.E.R.M.A.V.
ROSSI André	
SAXOD Raymond	Biologie
SENGEL Philippe	Biologie Animale
SERGEAERT Francis	Biologie Animale
SOUCHER Bernard	Mathématiques Pures
STUTZ Pierre	Biologie
TRILLING Laurent	Mécanique
VALLADE Marcel	Mathématiques Appliquées
VAN CUTSEM Bernard	Physique
VIALON Pierre	Mathématiques Appliquées
VIDAL Michael	Géologie

.../...

PROFESSEURS DE 2EME CLASSE

APPARU Marcel  
 ARMAND Gilbert  
 ARNAUD Hubert  
 ARTRU Marie Christine  
 ATTANE Pierre  
 BARET Robert  
 BARGE Jean  
 BERTIN Roger  
 BLOCK Marc  
 BLUM Jacques  
 BOITET Christian  
 BORRIONE Dominique  
 BOULON Marc  
 BOUTRON Claude  
 BOUVET Jean  
 BROSSARD Jean  
 BRUGAL Gérard  
 CAMPILLO Michel  
 CAVAILLE Jean Yves  
 CERFF Rudiger  
 CHIARAMELLA Yves  
 CHOLLET Jean Pierre  
 COLOMBEAU Jean François  
 COTTET Georges-Henri  
 COURT Jean  
 CUNIN Pierre Yves  
 DAVID Jean  
 DEROUARD Jacques  
 DHOUILLY Danielle  
 DUFRESNOY Alain  
 DUPUY Claude  
 DURAND Mireille  
 FONTECAVE Marc  
 FOURNIER Jean Marc  
 GASPARD François  
 GIDON Maurice  
 GIORNI Alain  
 GONZALEZ SPRINBERG Gérardo  
 GOURC Jean Pierre  
 GUIGO Maryse  
 GUMUCHIAN Hervé  
 HACQUES Gérard  
 HAMMOU Abdelkader  
 HERBIN Jacky  
 HERINO Roland  
 HERZOG Michel  
 JARDON Pierre  
 JUTTEN Christian  
 KOSAREV Siegmund  
 KERCKHOVE Claude  
 KLINGER Jürgen  
 LAURENT Christine  
 MANDARON Paul  
 MARTINEZ Francis  
 MERCHEZ Fernand  
 MILAS Michel  
 MOREL Alain  
 MORIN Pierre  
 NGUYEN HUY Xuong  
 OUDET Bruno

PAUTOU Guy  
 PECHER Arnaud  
 PELLETIER Guy  
 PERRIN Claude  
 PEISTER Claude  
 PIBOULE Michel  
 PORTESEIL Jean Louis  
 PUECH Laurent  
 RAYNAUD Hervé  
 REGNARD Jean René  
 ROBERT Claudine  
 ROBERT Danielle  
 ROBERT Gilles  
 SAJOT Gérard  
 SARROT REYNAUD Jean  
 SAYETAT Françoise  
 SERVE Denis  
 STOECKEL Frédéric  
 SCHOLL Pierre Claude  
 SUBRA Robert  
 TEMPERVILLE André  
 TISSUT Michel  
 TOURNIER Evelyne  
 VALLADE Marcel  
 VALLON Michel  
 VICAT Jean  
 VINCENS Maurice  
 VINCENT Gilbert  
 VIVIAN Robert  
 VOTTERO Philippe  
 WITOMSKI Patrick

Chimie  
 Géographie  
 Géologie  
 Physique  
 Mécanique  
 Sciences Nucléaires  
 Chimie  
 Mathématiques  
 Chimie  
 Mathématiques  
 Biologie  
 Mathématiques Appliquées  
 Mathématiques Appliquées  
 Automatique Informatique  
 Mécanique  
 Glaciologie  
 Biologie  
 Mathématiques  
 Biologie  
 Géophysique  
 Chimie  
 Mathématiques Appliquées  
 Mécanique  
 Mathématiques (ENSL)  
 Modélisation, calcul scientifique, statis.  
 Chimie  
 Informatique  
 Géographie  
 Physique  
 Biologie  
 Mathématiques Pures  
 Chimie  
 Sciences Nucléaires  
 Chimie  
 Physique  
 Physique  
 Géologie  
 Sciences Nucléaires  
 Mathématiques Pures  
 Mécanique  
 Géographie  
 Géographie  
 Mathématiques Appliquées  
 Chimie  
 Géographie  
 Physique  
 Biologie  
 Chimie  
 Physique  
 Géologie  
 Math. fondamentales et appliquées  
 Glaciologie  
 Mathématiques  
 Biologie  
 Mathématiques Appliquées  
 Physique  
 Chimie  
 Géographie  
 Physique  
 Informatique  
 Mathématiques Appliquées

Biologie  
 Géologie  
 Astrophysique  
 Sciences Nucléaires I.S.N.  
 Biologie  
 Géologie  
 Physique  
 Mathématiques Appliquées  
 Physique  
 Didactique des disciplines scientifiques  
 Chimie  
 Mathématiques Pures  
 Physique  
 Géologie  
 Physique  
 Chimie  
 Physique  
 Mathématiques Appliquées  
 Chimie  
 Mécanique  
 Biologie  
 Informatique et Mathématiques appliquées  
 Physique  
 Glaciologie  
 Chimie  
 Physique  
 Géographie  
 Chimie





## AUTORISATION DE SOUTENANCE

Vu les dispositions de l'arrêté du 30 Mars 1992 relatifs aux Etudes Doctorales

Vu les Rapports de présentations de :

Monsieur CHABRERIE Jean-Pierre

Monsieur ESTEVE Daniel

Monsieur Jean-Luc SCHANEN

est autorisé(e) à présenter une thèse en soutenance en vue de l'obtention du diplôme de Docteur de l'Institut National Polytechnique de Grenoble, spécialité "Génie Electrique".

Fait à Grenoble, le 21 Décembre 1993

Pour le Président de l'INPG  
et en sa dénomination  
le Directeur de l'Etude Doctorale  
J.L. LACOUME





## Résumé

De nos jours, la nécessité se fait de plus en plus sentir de prendre en compte les formes d'ondes réelles au sein d'un convertisseur statique. Surtensions, surcourants, à l'origine de fatigue voire de destruction des semi-conducteurs, mais aussi courants perturbateurs issus du convertisseur ne peuvent plus être négligés dans la phase de conception. L'emploi de prototypes s'avère alors indispensable, ce qui entraîne une augmentation des coûts et temps de développement.

Des logiciels existent permettant la modélisation des composants semi-conducteurs (PACTE développé par le CEGELY), mais ils nécessitent la connaissance parfaite de l'environnement de ceux-ci. Cet environnement électromagnétique détermine également le pouvoir perturbateur et la susceptibilité du convertisseur statique.

Nous avons développé un logiciel (InCa) permettant le calcul des inductances parasites dues aux connexions pour des géométries tridimensionnelles.

Des formules de calcul de capacités parasites ont également été mises en oeuvre.

Deux types de simulations sont présentées: l'une avec PACTE et les modèles de semi-conducteurs, l'autre en utilisant un simulateur nodal (CIRCUIT+), pour s'affranchir de l'emploi de ces modèles. Les résultats obtenus sont prometteurs.

## Abstract

Nowadays, real instantaneous wave forms in static converters have to be precisely modeled. During the converter design, two problems are to be considered:

- voltage and current surges, which can lead to semi-conductors destruction,
- high frequency currents, due to switching phenomena, introducing ElectroMagnetic Compatibility problems.

These problems cannot be neglected anymore in modern converter design. Prototypes are thus to be used, which increase cost and duration of the study.

In order to achieve a computer aided design, the package PACTE (developed by CEGELY) is employed. It contains the necessary semi-conductor models, but necessitate a perfect characterisation of the environment, which furthermore defines all EMC converters characteristics.

A software has thus been developed, InCa, which allows three-dimensional self and mutual wiring inductance calculation.

Besides, formulations for parasitic capacitance calculation have been presented.

Two types of simulation are carried out. One using PACTE and semi-conductor models, and the other, using a general circuit simulator (CIRCUIT+), in order to avoid the use of these models. The results obtained are promising.



