



**HAL**  
open science

# Simulations de l'interaction du vent solaire avec des magnétosphères planétaires : de Mercure à Uranus, le rôle de la rotation planétaire

Léa Griton

► **To cite this version:**

Léa Griton. Simulations de l'interaction du vent solaire avec des magnétosphères planétaires : de Mercure à Uranus, le rôle de la rotation planétaire. Planétologie et astrophysique de la terre [astro-ph.EP]. Université de recherche Paris Sciences et Lettres, 2018. Français. NNT: . tel-01906490

**HAL Id: tel-01906490**

**<https://hal.science/tel-01906490>**

Submitted on 26 Oct 2018

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# THÈSE DE DOCTORAT

de l'Université de recherche Paris Sciences et Lettres  
PSL Research University

Préparée à l'Observatoire de Paris

Simulations de l'interaction du vent solaire avec des magnétosphères  
planétaires :

de Mercure à Uranus, le rôle de la rotation planétaire

**École doctorale n°127**

ASTRONOMIE ET ASTROPHYSIQUE D'ILE-DE-FRANCE

**Spécialité** ASTROPHYSIQUE

Soutenue par **Léa Griton**  
le 10 septembre 2018

Dirigée par **Filippo Pantellini**  
et **Michel Moncuquet**

## COMPOSITION DU JURY :

Mme Marie-Christine Angonin  
Sorbonne Université, Présidente

Pr. Emma Bunce  
Université de Leicester, Rapporteur

Mme Viviane Pierrard  
Belgian Institute for Space Aeronomy,  
Rapporteur

M. Petr Hellinger  
Astronomical Institute, CAS  
Examineur

M. Philippe Louarn  
IRAP, Examineur

M. Filippo Pantellini  
LESIA, Directeur de Thèse

M. Michel Moncuquet  
LESIA, Co-Directeur de Thèse



Simulations de l'interaction du vent solaire  
avec des magnétosphères planétaires :  
de Mercure à Uranus, le rôle de la rotation planétaire

Thèse de doctorat soutenue par Léa Griton,

sous la direction de Filippo Pantellini et Michel Moncuquet

Université de Recherche PSL - doctorat effectué à l'Observatoire de Paris  
10 septembre 2018



*A Roger Thumerelle*  
*(1929 – 2004)*



# Avant-propos

J'ai effectué ma thèse du 1<sup>er</sup> octobre 2015 au 30 septembre 2018 sous la direction de Filippo Pantellini et de Michel Moncuquet au LESIA, laboratoire de l'Observatoire de Paris - PSL, au sein de l'École doctorale d'Astronomie et d'Astrophysique d'Île-de-France (ED127), avec un demi financement du CNES, sous la responsabilité de Kader Amsif.

Dans cette thèse, certaines figures sont légendées en anglais, soit parce qu'elles proviennent de sources en anglais (en particulier les illustrations de la NASA), soit parce que je les ai produites pour des présentations dans des conférences internationales. Je n'ai pas modifié ces figures, mais je préviens ici les lecteurs que les indices "SW" concernent les grandeurs dans le "Solar Wind", c'est-à-dire le "vent solaire". Les autres termes importants pour la compréhension de l'exposé sont traduits dans les légendes des figures.





# Table des matières

## Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>1 A propos de l'interaction vent solaire/magnétosphère</b>	<b>5</b>
1.1 Le vent solaire, un peu de matière de notre étoile . . . . .	6
1.2 La diversité des magnétosphères planétaires . . . . .	11
1.3 Magnétosphère en rotation, rapide ou pas rapide? . . . . .	18
<b>2 Éléments de théorie : la magnétohydrodynamique (MHD)</b>	<b>21</b>
2.1 Le cadre de la théorie . . . . .	22
2.2 Les équations de la MHD . . . . .	23
2.3 Le théorème du flux et le théorème du gel . . . . .	24
2.4 Les modes MHD . . . . .	24
2.5 Identification d'un front stationnaire d'onde MHD . . . . .	26
<b>3 Simulations MHD : aspects numériques</b>	<b>31</b>
3.1 Présentation du code MPI-AMRVAC . . . . .	33
3.2 Le choix du domaine de simulation . . . . .	34
3.3 Les conditions aux bords . . . . .	35
3.4 A propos de la technique de la décomposition du champ magnétique . . . . .	36
3.5 A propos de la diffusion numérique dans la méthode Lax-Friedrichs . . . . .	39
3.6 Paramètres de simulation utilisés et normalisations . . . . .	42
3.7 Améliorations possibles . . . . .	43
<b>4 Magnétosphère sans rotation, ou cas du rotateur lent extrême</b>	<b>45</b>
4.1 Simuler l'interaction du vent solaire avec Mercure . . . . .	47
4.2 Influence du nombre de Mach et du $\beta$ dans le vent solaire . . . . .	49
4.3 Comparaison de deux modèles de champ magnétique planétaire . . . . .	52
4.4 Possibilité de l'existence de fronts stationnaires de mode lent dans la magnétosphère de Mercure . . . . .	57
4.5 Conclusions sur la structure MHD d'une magnétosphère sans rotation . . . . .	59
<b>5 Magnétosphère en rotation rapide, cas stationnaire</b>	<b>61</b>
5.1 Simulations et modèles de la magnétosphère de Saturne (ou de Jupiter) . . . . .	63
5.2 Simulations d'un rotateur rapide stationnaire avec MPI-AMRVAC . . . . .	65
5.3 Conclusions sur le cas d'une magnétosphère en rotation rapide stationnaire . . . . .	76

<b>6 Magnétosphère en rotation rapide, orientation quelconque de l'axe de rotation et de l'axe magnétique</b>	<b>79</b>
6.1 La configuration particulièrement asymétrique d'Uranus . . . . .	80
6.2 Simulations magnétohydrodynamiques d'Uranus . . . . .	84
6.3 Uranus rapide au solstice, "cas symétrique", inclinaison de <b>90°</b> de l'axe magnétique par rapport à l'axe de rotation . . . . .	93
6.4 Uranus rapide au solstice, "cas réel", inclinaison de <b>60°</b> de l'axe magnétique par rapport à l'axe de rotation . . . . .	99
6.5 Uranus rapide à l'équinoxe . . . . .	101
6.6 Conclusion sur le cas d'une magnétosphère en rotation rapide dans une configuration quelconque de l'axe de rotation et de l'axe magnétique . . . . .	105
<b>Conclusion</b>	<b>107</b>
<b>Remerciements</b>	<b>109</b>
<b>Bibliographie</b>	<b>viii</b>
<b>Liste des figures</b>	<b>ix</b>
<b>Liste des tableaux</b>	<b>xiii</b>
<b>A Articles publiés</b>	<b>I</b>
A.1 Rarefaction and compressional standing slow mode structures in Mercury's magnetosheath : 3D MHD simulations . . . . .	I
A.2 Identification of standing fronts in steady state fluid flows : exact and approximate solutions for propagating MHD modes . . . . .	XI
A.3 3D magnetohydrodynamic simulations of the solar wind interaction with a hyper-fast rotating Uranus . . . . .	XXIII
<b>B Note supplémentaire sur la compression du <math>B_0</math></b>	<b>XXXVII</b>
B.1 Splitting of the magnetic field using a time-dependent potential background magnetic field . . . . .	XXXVII
B.2 Examples of mapping function $f$ . . . . .	XL

# Introduction

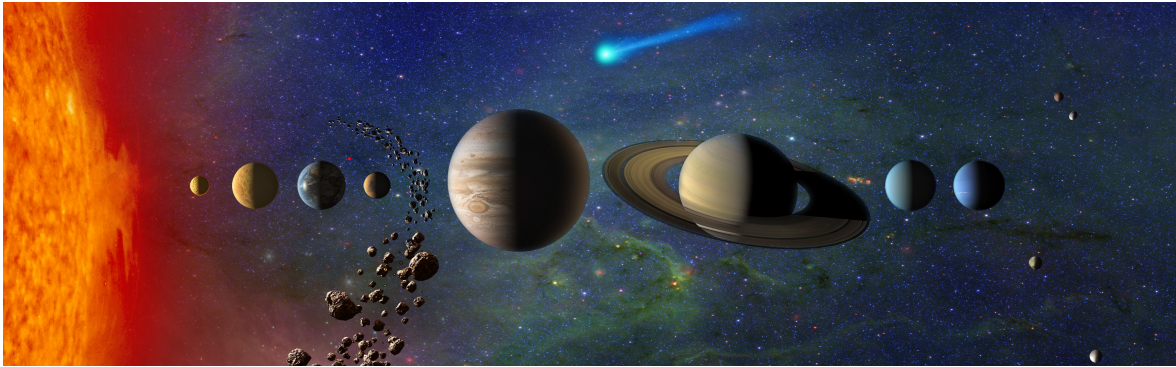


FIGURE 1 – Vue d'artiste du Système solaire (source : NASA), montrant le Soleil et les principaux objets du Système solaire : planètes, comètes et petits corps.

Dans le Système solaire (voir figure 1), l'espace entre les différentes planètes, comètes, astéroïdes et autres petits corps n'est pas constitué de vide. Outre la part solide du milieu interplanétaire que forment les poussières, ou d'autres composantes comme le rayonnement cosmique et le gaz neutre d'origine interstellaire, les objets qui évoluent autour du Soleil baignent dans le vent solaire. Ce vent est en fait un flux de particules chargées (ou plasma), issues de la couronne solaire, qui se propagent radialement à partir du Soleil.

Le vent solaire est un plasma très conducteur, en raison de sa haute température (environ  $10^5$  K au niveau de l'orbite terrestre). Il est également très peu collisionnel (le libre parcours moyen d'un électron au niveau de l'orbite terrestre est de l'ordre de l'unité astronomique) et supersonique à partir de quelques rayons solaires. Il transporte un champ magnétique issu du Soleil (de l'ordre de  $10^{-5}$  à  $10^{-4}$  gauss à 1 unité astronomique). Le vent solaire interagit différemment avec les objets du Système solaire selon qu'ils ont une atmosphère, un champ magnétique intrinsèque, ou ni l'un ni l'autre. Le vent solaire peut être étudié à distance notamment grâce aux observations des queues cométaires (c'est par ce biais que le vent solaire a été découvert par Biermann) ou *in situ* grâce à des missions spécifiquement dédiées, comme les sondes Helios, ISEE, Wind, Ulysses, STEREO et très bientôt, Parker Solar Probe et Solar Orbiter.

Les corps du Système solaire possédant un champ magnétique intrinsèque sont les planètes géantes gazeuses, quelques uns de leurs satellites, mais aussi certaines planètes telluriques : la Terre et Mercure. Pour chacune de ces planètes magnétisées, le champ magnétique intrinsèque est confiné dans une région de leur environnement proche : la magnétosphère. Au sein de la magnétosphère, l'écoulement du plasma et la structure du champ magnétique dépendent de nombreux paramètres planétaires (de son champ intrinsèque, de sa période de rotation, de la présence d'éventuels satellites naturels, etc.) mais également, et de façon déterminante, des caractéristiques du vent solaire (vitesse, densité, température, champ magnétique interplanétaire). Je rappelle les définitions et principes de base de l'interaction du vent solaire et des magnétosphères au chapitre 1.

Les simulations numériques sont un outil particulièrement intéressant pour étudier l'interaction du vent solaire avec les magnétosphères. Elles permettent d'étudier les caractéristiques globales en trois dimensions de cette interaction et offrent un excellent complément des données, mesurées localement à l'endroit de la sonde spatiale (d'où le besoin d'envoyer plusieurs sondes ou de croiser les moyens d'observations). Le but des simulations n'est pas de recréer la réalité, puisque toute simulation est basée sur un système d'équations dont le domaine de validité est restreint. J'ai travaillé dans le cadre de la magnétohydrodynamique, c'est-à-dire la dynamique des fluides magnétisés, dont les équations découlent, en fin de compte, des équations de Newton et des équations de Maxwell. Les équations de la magnétohydrodynamique et une discussion de leur validité dans le cadre de la description des magnétosphères planétaires sont données dans le chapitre 2.

J'explique dans le chapitre 3 comment nous avons adapté le code MPI-AMRVAC afin de simuler l'écoulement d'un plasma supersonique et magnétisé autour d'un corps magnétisé en rotation présentant une orientation quelconque de ses axes de rotation et de dipôle magnétique, quelque soit la direction du champ magnétique dans le vent solaire.

Dans ce travail de thèse, j'ai étudié l'interaction du vent solaire avec Mercure (dont la magnétosphère n'est absolument pas affectée par la rotation de la planète, très lente), Saturne (dont la magnétosphère est affectée par la rotation rapide, mais reste stationnaire) et Uranus dont la magnétosphère est extrêmement dynamique en raison, principalement et à l'inverse du cas de Saturne, du grand angle entre son axe de rotation et l'axe du dipôle magnétique. Ce sont trois exemples de notre Système solaire qui m'ont permis d'étudier pas à pas la question : **quel est le rôle de la rotation planétaire dans l'interaction du vent solaire avec les magnétosphères planétaires ?**

On peut donner une mesure de l'importance de la rotation dans une magnétosphère en comparant la période de rotation de la planète et le temps de relaxation de la magnétosphère, c'est-à-dire le temps que prend la magnétosphère à se réorganiser suite à une perturbation et au temps typique du cycle Dungey, c'est-à-dire le temps qu'une ligne de champ magnétique du vent solaire reste connectée à la planète (voir le chapitre 1). Mercure tourne sur elle-même en 59 jours<sup>1</sup>. Du point de vue de sa toute petite magnétosphère, dont le temps de relaxation est de l'ordre de la dizaine de secondes, et le cycle de Dungey de l'ordre de la minute, Mercure ne tourne pas. J'ai choisi de m'en servir comme un exemple type d'une magnétosphère sans rotation. D'autant plus que l'orientation de son axe magnétique est non singulière dans le Système solaire, puisque ce dernier est orienté perpendiculairement à l'écoulement du vent solaire (voir la moitié haute de la figure 2). C'est le cas, à des degrés divers, pour la Terre, Jupiter et Saturne. Le cas de Mercure est détaillé dans le chapitre 4.

Saturne présente une magnétosphère beaucoup plus grande, dont la durée d'un cycle de Dungey est de l'ordre de la semaine et le temps de relaxation d'une vingtaine de minutes, alors qu'elle tourne sur elle-même en onze heures seulement<sup>2</sup>. La rotation ne peut être négligée. Pourtant, Saturne est un cas particulier dans le Système solaire : son axe magnétique est parfaitement aligné avec son axe de rotation. Si l'on néglige les sources de plasma internes, que l'on simplifie son champ magnétique par un dipôle et que l'on considère un vent solaire constant, la configuration du rotateur rapide est alors stationnaire dans le repère inertiel du vent solaire : elle sera identique à un temps  $t$  et à n'importe quel  $t + dt$  quelle que soit la valeur de  $dt$ . Par souci de simplification, j'ai choisi d'étudier la magnétosphère d'un Saturne

---

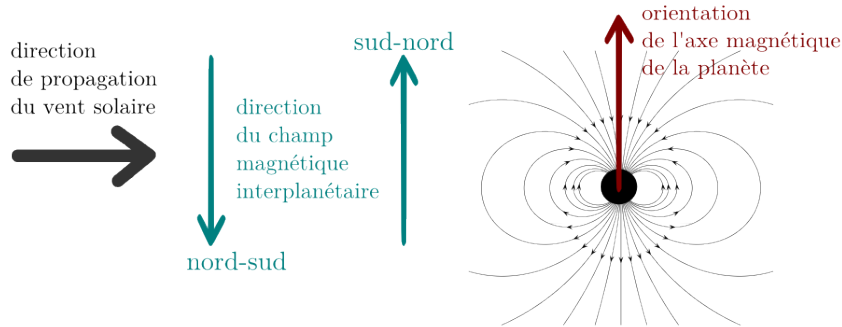
1. La période de rotation sidérale de Mercure est précisément de 1407.6 heures, selon <https://nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/factsheet/mercuryfact.html>

2. La période de rotation sidérale de Saturne est précisément de 10.656 heures, selon <https://nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/factsheet/saturnfact.html>

sans aucun satellite source de plasma au sein de la magnétosphère. Je commente les résultats de nos simulations dans le chapitre 5.

Enfin, Uranus nous procure le cas passionnant d'une planète présentant un grand angle entre axe de rotation et dipôle planétaire, dans lequel la rotation joue un rôle majeur malgré le fait que le rapport entre période de rotation et temps de relaxation magnétosphérique soit seulement 4 fois plus grand que celui de la Terre (alors qu'il est 11 fois plus grand dans le cas de Saturne). J'ai étudié un Uranus "rapide" au solstice (l'axe de rotation d'Uranus pointe alors vers le Soleil) et à l'équinoxe (dans ce cas l'axe de rotation d'Uranus, toujours dans le plan de l'écliptique, est orthogonal à la propagation du vent solaire). En faisant tourner notre planète dix fois plus vite, nous avons accentué l'effet de la rotation planétaire sur la formation et la régulation de la structure magnétique complexe et dynamique qui se développe en aval de la planète. L'avantage du raccourcissement de la période de rotation réside également dans une réduction importante du temps de calcul ainsi que de la taille du domaine de simulation, sans qu'aucun des ingrédients spécifiques d'Uranus soit retiré de la simulation. Le cas Uranus "rapide" est détaillé au chapitre 6.

Sans rotation planétaire :



Avec rotation planétaire :

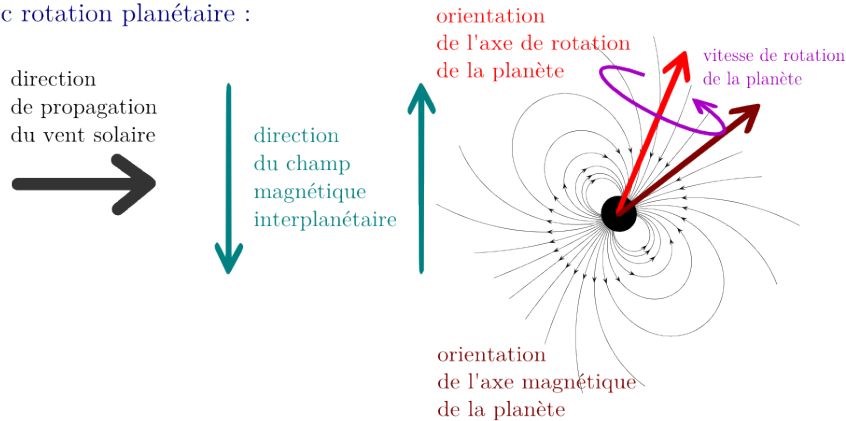


FIGURE 2 – Illustration des différentes configurations de l'axe magnétique et de l'axe de rotation de la planète par rapport à la propagation du vent solaire. Dans le cas sans rotation (configuration de Mercure, en haut), c'est l'orientation de l'axe magnétique planétaire par rapport à la direction du vent solaire qui compte en premier lieu. La magnétosphère va ensuite s'organiser différemment en fonction des paramètres du vent solaire et notamment de l'orientation du champ magnétique interplanétaire (flèches vertes). Dans le cas où la rotation n'est pas négligeable, quelle que soit l'orientation du champ magnétique interplanétaire, la magnétosphère est stationnaire si les axes du champ magnétique et de la rotation sont confondus (cas de Saturne) ou au contraire dynamique s'il y a un angle entre les deux (cas d'Uranus).



# Chapitre 1

## A propos de l'interaction vent solaire/magnétosphère

■ *I found I was to be trained for an assistant-astronomer, and by way of encouragement a telescope adapted for “sweeping”, consisting of a tube with two glasses, such as are commonly used in a “finder”, was given to me. I was “to sweep for comets”... ■*

---

Caroline Herschel, *Memoir and Correspondence*

### Sommaire

---

<b>1.1</b>	<b>Le vent solaire, un peu de matière de notre étoile . . . . .</b>	<b>6</b>
1.1.1	Le vent solaire, un plasma . . . . .	6
1.1.2	Principales caractéristiques du vent solaire . . . . .	7
<b>1.2</b>	<b>La diversité des magnétosphères planétaires . . . . .</b>	<b>11</b>
1.2.1	Champ magnétique intrinsèque des planètes . . . . .	11
1.2.2	Interaction avec le vent solaire à grande échelle . . . . .	14
<b>1.3</b>	<b>Magnétosphère en rotation, rapide ou pas rapide ? . . . . .</b>	<b>18</b>

---



## 1.1 Le vent solaire, un peu de matière de notre étoile

Il y a soixante ans exactement, un américain de l'Université de Chicago, Eugene Parker, identifie pour la première fois le vent solaire. Il surnomme ainsi un phénomène que l'on soupçonne depuis les années 1850 de peindre les aurores polaires ou de perturber le télégraphe en attaquant le champ magnétique terrestre [Carrington, 1859]. A l'époque, on imagine des paquets de particules chargées émis de temps à autre par le Soleil qui se propagent dans le vide. Au début du XX<sup>ème</sup> siècle, le physicien norvégien Kristian Birkeland étudie sous toutes les coutures les aurores, concluant à l'existence de particules chargées émises en permanence du Soleil, et non de manière sporadique. Un demi-siècle plus tard, ce ne sont pas les aurores mais les comètes qui amènent l'allemand Ludwig Biermann [Biermann, 1951] à postuler qu'un flot continu de particules chargées venant de notre étoile pourrait expliquer la direction de la queue ionique des comètes et, peu de temps après, l'anglais Sydney Chapman avance que l'atmosphère du Soleil pourrait s'étendre bien au delà de l'orbite terrestre, et que notre planète baignerait dedans. Quand Eugène Parker publie en 1958 [Parker, 1958] que tous ces Européens doivent parler d'une seule et même chose, un "gaz interplanétaire" qu'il appelle à l'oral "vent solaire", le débat scientifique s'enflamme et des campagnes d'observations voient le jour. Dès 1959, les premiers satellites confirment les résultats de Parker. Un remarquable historique de la découverte du vent solaire peut être lu dans l'ouvrage de référence de Nicole Meyer-Vernet [Meyer-Vernet, 2007], dans l'introduction de Russell et al. [2016], ou encore dans le premier chapitre de Piel [2010], et est résumé dans Lang [2011].

Je me contenterai de rappeler ici les propriétés du vent solaire qui servent mon étude, à savoir son état de plasma et ses principales caractéristiques aux différents endroits du Système solaire qui nous intéressent.

### 1.1.1 Le vent solaire, un plasma

En 1928, Irving Langmuir (1881-1957) a introduit le mot "plasma" pour désigner un gaz partiellement ou totalement ionisé [Langmuir, 1928]. En 1963, David A. Frank-Kamenetzki désigne pour la première fois le *plasma* comme le "quatrième état de la matière" [Piel, 2010]. Le vent solaire est un plasma. C'est à dire que le vent solaire est un gaz qui, au niveau de l'orbite terrestre, est dix milliards de milliards de fois moins dense que l'air au niveau de la mer sur Terre. Sa température dépasse les cent mille degrés et sa vitesse moyenne est de plus d'un million de kilomètres par heure [Meyer-Vernet, 2007, Lang, 2011, Russell et al., 2016]. Dans ces conditions extrêmes, on ne parle plus de gaz mais de plasma, car la matière est dans un état où la majorité des atomes sont ionisés. Un plasma est donc un ensemble de particules chargées, des ions et des électrons, globalement neutre du point de vue électrique et qui présente néanmoins un comportement collectif [Meyer-Vernet, 2007, Russell et al., 2016, Piel, 2010]. Ce dernier point signifie que lorsqu'on applique au plasma une perturbation, un grand nombre de particules de celui-ci sont impliquées dans la réponse macroscopique à la perturbation. Le plasma conduit l'électricité et interagit avec le champ magnétique. Le champ magnétique guide le plasma, mais celui-ci peut à son tour modifier le champ magnétique (voir la section 2).

De par sa nature de plasma, le vent solaire est étudié à des échelles diverses par différentes théories. Dans un champ magnétique intense et qui varie lentement à la fois spatialement et temporellement (par rapport à la giration), on utilise la théorie du centre-guide (dont on peut lire une description détaillée dans les chapitres 3 à 5 de Sturrock [1994] par exemple). Cependant, dans le cas général d'un plasma peu collisionnel, une description détaillée de la fonction de distribution des particules est nécessaire notamment lorsque l'on s'intéresse aux petites échelles (en dessous du rayon de giration des particules). C'est le domaine des théories

cinétiques des plasmas, le plus souvent basées sur des équations du type de l'équation de Boltzmann pour le gaz (voir entre autre Goedbloed and Poedts [2004] ou Russell et al. [2016]). Leur utilisation pour simuler un plasma aux grandes échelles (une magnétosphère planétaire par exemple) est malheureusement impossible à cause de leur lourdeur en termes de ressources de calcul. Enfin, lorsqu'on s'intéresse prioritairement aux grandes échelles, on peut négliger (sous certaines conditions) les phénomènes microscopiques et considérer le plasma comme un fluide d'ions et un fluide d'électrons, voire comme un fluide unique de particules chargées. La théorie basée sur cette dernière hypothèse est appelée la magnétohydrodynamique (voir section 2). Le travail que je présente dans cette thèse s'inscrit dans le cadre de cette théorie.

### 1.1.2 Principales caractéristiques du vent solaire

Le vent solaire s'échappe en permanence de la couronne solaire, l'atmosphère principalement composée d'hydrogène chaud ionisé qui entoure le Soleil et résulte des réactions nucléaires qui ont lieu au sein de notre étoile. En effet, une petite fraction des ions contenus dans la couronne solaire a une vitesse thermique supérieure à la vitesse de libération du Soleil (qui est d'environ 618 km/s [Russell et al., 2016]), et échappe donc à l'attraction gravitationnelle du Soleil pour se propager radialement depuis le Soleil jusqu'aux confins de l'héliosphère, qui délimite la sphère d'influence du Soleil.

Le vent solaire présente deux composantes principales : aux hautes latitudes, on observe essentiellement le vent solaire rapide tandis que dans le plan de l'écliptique, où se trouvent les planètes, on mesure le vent solaire lent et le vent solaire rapide en proportions variables selon l'activité solaire. Nous résumons les propriétés moyennes de ces deux composantes dans la tableau 1.1, d'après Russell et al. [2016].

TABLEAU 1.1 – Paramètres moyens du vent solaire à 1 AU

	Vent rapide	Vent lent
Variation temporelle	quasi-constant	typiquement variable
Vitesse moyenne	600 – 800 km/s	300 – 500 km/s
Densité des particules (à 1 AU)	1 – 7 cm <sup>-3</sup>	7 – 15 cm <sup>-3</sup>
Température des protons (à 1AU)	4 × 10 <sup>4</sup> K	2 × 10 <sup>5</sup> K
Température des électrons (à 1AU)	1 × 10 <sup>5</sup> K	1 × 10 <sup>5</sup> K

Les paramètres moyens du vent solaire sont généralement donnés à 1 unité astronomique (AU) puisque c'est au niveau de l'orbite terrestre qu'ils sont le plus mesurés et le mieux connus. Cependant, la vitesse de propagation du vent solaire, une fois dépassé le point sonique (situé typiquement à moins de 10 rayons solaires du Soleil), reste globalement constante dans le Système solaire, étant comprise - pour le vent lent qui nous intéresse - entre 300 et 500 km/s. La densité décroît comme  $1/d^2$ , où  $d$  est la distance radiale par rapport au Soleil [Parker, 1958], évolution confirmée par de nombreuses mesures *in situ*, et notamment par la sonde Ulysses (voir, par exemple, Issautier et al. [2003]).

En ce qui concerne la température, l'évolution radiale est plus complexe, différents modèles ont été explorés et comparés aux données (voir, entre autres, Meyer-Vernet [2007], Issautier et al. [1999]). Au niveau de l'orbite de Mercure, nous pouvons utiliser l'étude de Moncuquet et al. [2006]. Pour les planètes les plus éloignées, comme Uranus (dont l'orbite moyenne est à 20 AU), nous n'avons à notre disposition que les données de Voyager II, et il faut donc choisir un modèle qui ne soit pas incompatible avec ces données. Nous avons pris comme référence Richardson and Smith [2003] (voir Fig. 1.1), un modèle empirique du profil radial

de la température basé sur les observations de Voyager II. Le modèle de Smith et al. [2001] présente une valeur “moyenne” des données de Voyager II concernant la température.

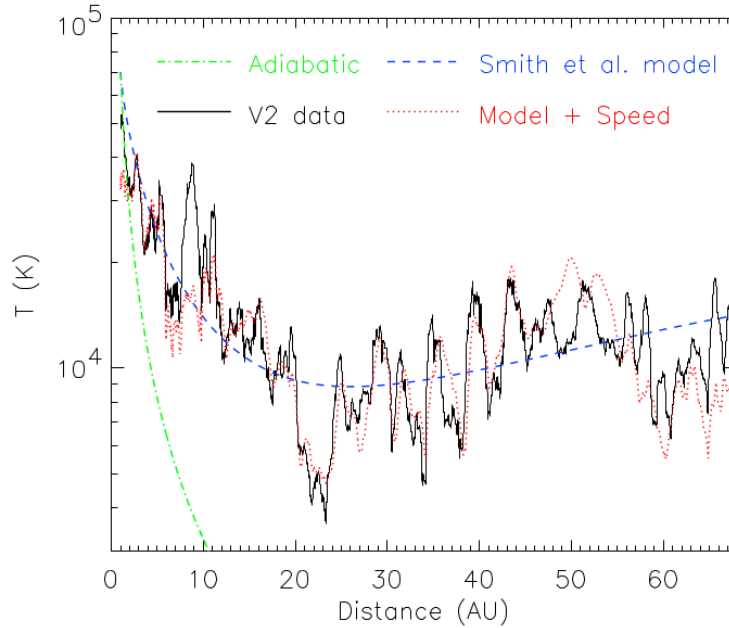


FIGURE 1.1 – Figure extraite de Richardson and Smith [2003] montrant l’évolution de la température du vent solaire en fonction de la distance radiale au Soleil. On y voit la température du plasma mesurée par Voyager II (trait plein, noir, noté “V2 data”), celle donnée par un modèle de vent solaire adiabatique (trait pointillé vert, on remarque que ce modèle n’est pas du tout réaliste), puis celle donnée par le modèle de Smith et al. [2001] (pointillé bleu), utilisé pour notre étude du cas d’Uranus. Enfin, un modèle de Smith et al. [2001] couplé à une dépendance à la vitesse du plasma (pointillé rouge) donne une courbe très proche de celle des données.

Nous obtenons les valeurs moyennes suivantes aux orbites de Mercure [Moncuquet et al., 2006], Saturne et Uranus [Richardson and Smith, 2003] :

TABLEAU 1.2 – Paramètres moyens du vent solaire aux orbites de Mercure, la Terre, Saturne et Uranus.

Vent solaire	Mercure (0.4 AU)	la Terre (1 AU)	Saturne (10 AU)	Uranus (20 AU)
Densité de particules [ $\text{cm}^{-3}$ ]	28 - 60	7 - 15	0.07 - 0.15	0.0175 - 0.0375
Température [K]	$1.6 \times 10^5$	$4 - 5 \times 10^4$	$1.4 \times 10^4$	$9 \times 10^3$
Vitesse [km/s]	400	400	400	400

Une des caractéristiques du vent solaire essentielle à mon étude est l’existence du champ magnétique interplanétaire (ou IMF, d’après l’acronyme anglais “Interplanetary Magnetic Field”). En effet, le Soleil produit un champ magnétique intense qui se propage dans le Système solaire en étant transporté par le vent solaire. Parker [1958] a montré le premier que, en raison de la rotation du Soleil, ce champ magnétique ainsi transporté forme, à l’échelle du Système solaire, une spirale d’Archimède (voir Fig. 1.2), ainsi dénommée spirale de Parker.

Quant à l’intensité de ce champ magnétique interplanétaire, on peut donner une estimation de sa valeur moyenne au niveau des différentes planètes (voir Meyer-Vernet [2007], p. 295) si l’on suppose en première approximation que le champ magnétique du vent solaire est éjecté radialement (et de manière indépendante de la latitude, la composante  $B_{\theta, \text{VS}}$  étant considérée comme négligeable dans cette première approximation) et que la vitesse du vent solaire dans

le plan de l'écliptique est constante (on prend  $v_{VS} = 400\text{km/s}$ ). En effet, dans ces conditions :

$$B_{r,VS} = B_0(r_0/r)^2 \quad (1.1)$$

$$B_{\phi,VS} = B_0\Omega \cos\theta r_0^2/(r v_{VS}) \quad (1.2)$$

où  $\Omega = 2.97 \times 10^{-6}\text{rad/s}$  est la vitesse angulaire du Soleil,  $B_0$  est le champ magnétique mesuré "à la source" à la position  $r_0$  (on prend un  $B_0 = 2 \times 10^{-4}\text{T}$  moyen dans la couronne solaire à  $r_0 = R_{\odot} = 695\,500\text{ km}$ ) et  $\theta$  la latitude. Si  $r$  est donné en unité astronomique (AU), on obtient alors :

$$|B_{r,VS}| = 4 \times 10^{-9}/r_{AU}^2[\text{T}] \quad (1.3)$$

$$|B_{\phi,VS}| = 4 \times 10^{-9} \cos\theta r_{AU}[\text{T}] \quad (1.4)$$

et

$$|B_{VS}| = \sqrt{|B_{r,VS}|^2 + |B_{\phi,VS}|^2} \quad (1.5)$$

On obtient alors, dans le plan de l'écliptique ( $\theta = 0$ ),  $|B_{VS}| \simeq 17\text{nT}$  au niveau de l'orbite de Mercure,  $|B_{VS}| \simeq 5\text{nT}$  au niveau de l'orbite terrestre,  $|B_{VS}| \simeq 0.4\text{nT}$  à l'orbite de Saturne et  $|B_{VS}| \simeq 0.2\text{nT}$  à celle d'Uranus.

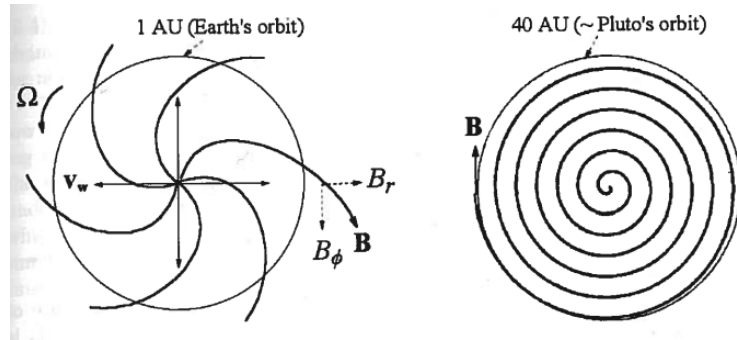


FIGURE 1.2 – Figure extraite de Meyer-Vernet [2007] et montrant la projection dans le plan de l'écliptique de la spirale de Parker, pour une vitesse du vent solaire  $v_{VS} = 400\text{km/s}$ . A gauche, on voit la spirale jusqu'au niveau de l'orbite terrestre, où le champ magnétique forme un angle  $\Psi = 45^\circ$  avec le vent solaire ( $\Psi = 20^\circ$  au niveau de l'orbite de Mercure). A droite, on voit la spirale jusqu'à l'orbite de Pluton (40 AU), et l'on remarque qu'au niveau de Saturne et Uranus le champ magnétique interplanétaire peut-être quasiment perpendiculaire à la direction de propagation du vent solaire ( $\Psi = 89 - 90^\circ$ ).

Le vent solaire moyen décrit ici ne tient pas compte de l'évolution temporelle très variable de ses paramètres telle qu'on peut la voir dans les données mesurées *in situ*. Aux grandes échelles qui nous intéressent, on retient en particulier deux sources de variabilité du vent solaire : les régions d'interaction en co-rotation (CIR, ou Co-rotating Interaction Region) et les éjections de masse coronale (CME, ou Coronal Mass Ejection). Une CIR est une frontière entre une zone où se propage du vent solaire lent et une autre où se propage du vent solaire rapide (voir figure 1.3). La nature très différente des deux types de vent solaire et du champ magnétique dans lequel ils sont gelés (voir chapitre 2) font que cette frontière se matérialise par un choc. L'intensité de ce choc, ou autrement dit la variation avant et après ce choc des paramètres du vent solaire, s'accroît quand on s'éloigne du Soleil [Hundhausen, 1973]. Les CIR vont donc provoquer des changements de vent solaire particulièrement brutaux au niveau de Saturne et encore davantage au niveau d'Uranus (pour les planètes étudiées ici). Les CMEs sont des événements dont la fréquence et l'intensité dépendent de l'activité solaire,

et dont la nature est encore peu comprise. Les signatures *in situ* des CMEs dans le milieu interplanétaire sont nombreuses et variées [Zurbuchen and Richardson, 2006] mais font ponctuellement varier les paramètres du vent solaire à la manière des CIR, affectant le vent solaire en particulier au niveau de Mercure, qui est la planète la plus proche du Soleil.

Cependant, notre code de simulation n'étant pas adapté à la simulation de l'interaction d'un vent solaire variable, je me suis contentée de considérer un vent solaire constant dans la suite de cette étude.

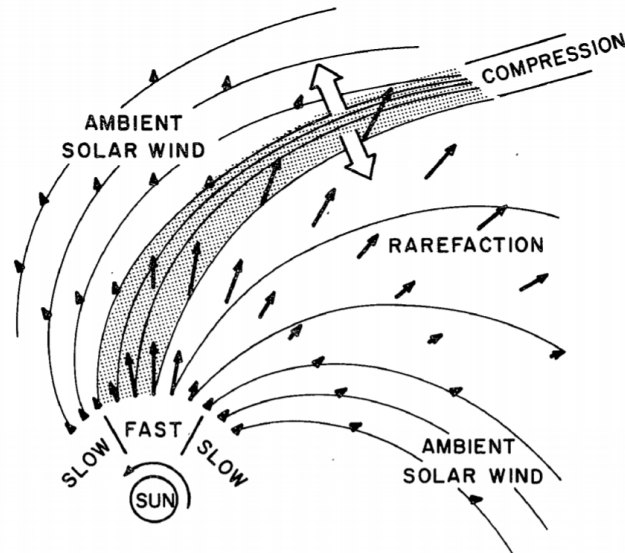


FIGURE 1.3 – Figure extraite de Pizzo [1978] présentant une CIR dans le plan de l'écliptique, c'est-à-dire une région de vent solaire rapide ("fast solar wind") qui se propage entre deux régions de vent solaire lent ("slow solar wind"), produisant un choc à l'interface.

## 1.2 La diversité des magnétosphères planétaires

Je n'étudie pas dans cette thèse le vent solaire lui-même, mais je me suis intéressée à son interaction avec les magnétosphères planétaires. La "magnétosphère" est définie comme la cavité creusée dans le vent solaire par le champ magnétique d'une planète et dans laquelle celui-ci reste confiné : au sein de la magnétosphère, c'est donc le champ magnétique intrinsèque de la planète qui domine la dynamique des particules chargées. La structure globale du champ magnétique et de l'écoulement du plasma au sein de la magnétosphère dépend de nombreux paramètres : l'intensité et l'orientation du champ magnétique interplanétaire, les propriétés du vent solaire, mais aussi l'intensité du champ magnétique de la planète (rapportée à sa taille), son orientation et - c'est le sujet de cette étude - son angle avec l'axe de rotation de la planète et la vitesse de rotation de celle-ci.

### 1.2.1 Champ magnétique intrinsèque des planètes

L'étude du champ magnétique intrinsèque des planètes - et plus largement, des différents corps du Système solaire - a révélé de nombreuses surprises et une très grande diversité de configurations. La Terre a un champ magnétique intrinsèque, celui qui nous permettait, avant l'utilisation du GPS, d'utiliser des boussoles pour nous orienter. Certains animaux continuent de s'en servir pour se déplacer, comme "les abeilles, les fourmis, les langoustes de Cuba ou même les rats-taupes aveugles de Zambie" [Srygley, 1999]. Le champ magnétique terrestre est mesuré et étudié sous toutes les coutures depuis longtemps et par des centaines de scientifiques.

Les autres planètes ayant un champ magnétique intrinsèque sont les planètes géantes gazeuses (Jupiter, Saturne, Uranus et Neptune) et, révélation surprenante de la sonde Mariner 10 en 1974 : Mercure. Avec sa petite taille et son absence d'atmosphère (atmosphère qui, pour les planètes gazeuses, peut héberger des aurores polaires détectables à distance (grâce à leur rayonnement UV) par les télescopes terrestres comme le Hubble Space Telescope (HST)), l'existence d'un champ magnétique herméen était plus que douteuse jusqu'à sa détection *in situ* [Ogilvie et al., 1974]. D'autant plus que ni Mars ni Vénus, les deux autres planètes telluriques en dehors de la Terre, n'ont de champ magnétique intrinsèque, tout comme la Lune. La planète Mars possède un champ magnétique rémanent, mais qui n'est pas suffisant à maintenir une magnétosphère comme celle de la Terre. Le champ magnétique de toutes les planètes du Système solaire est décrit dans un article de revue de Stevenson [2010]. Dans la famille des satellites de planètes, Ganymède a un champ magnétique suffisant pour former une magnétosphère au sein de la magnétosphère de Jupiter qui, rappelons-le, est la plus grande du Système solaire (voir Fig. 1.4).

Le champ magnétique d'une planète présente deux caractéristiques qui nous intéressent ici : son intensité et son orientation par rapport à l'axe de rotation. En ce qui concerne l'interaction avec le vent solaire, il est utile de comparer ce champ magnétique au niveau de l'équateur planétaire à l'intensité du champ magnétique dans le vent solaire, ce que nous faisons en utilisant un paramètre sans dimension  $\alpha = B_P(R_P)/B_{VS}$  (avec  $B_P(R_P)$  le champ magnétique de la planète mesuré au niveau du rayon  $R_P$  de la planète et  $B_{VS}$  le champ magnétique dans le vent solaire) qui nous fournit une base pour comparer l'intensité du champ intrinsèque des différentes planètes de notre étude. En effet, la taille de la magnétosphère (rapportée au rayon de la planète) dépend en partie de ce rapport  $\alpha$ .

En première approximation, les champs magnétiques planétaires peuvent tous être décrits par un dipôle, c'est à dire que les lignes de champ magnétique partent d'un pôle "nord" magnétique pour arriver à un pôle "sud" magnétique, formant une espèce de bouée invisible autour de la planète. Ce champ magnétique dipolaire définit l'axe magnétique. Quand on

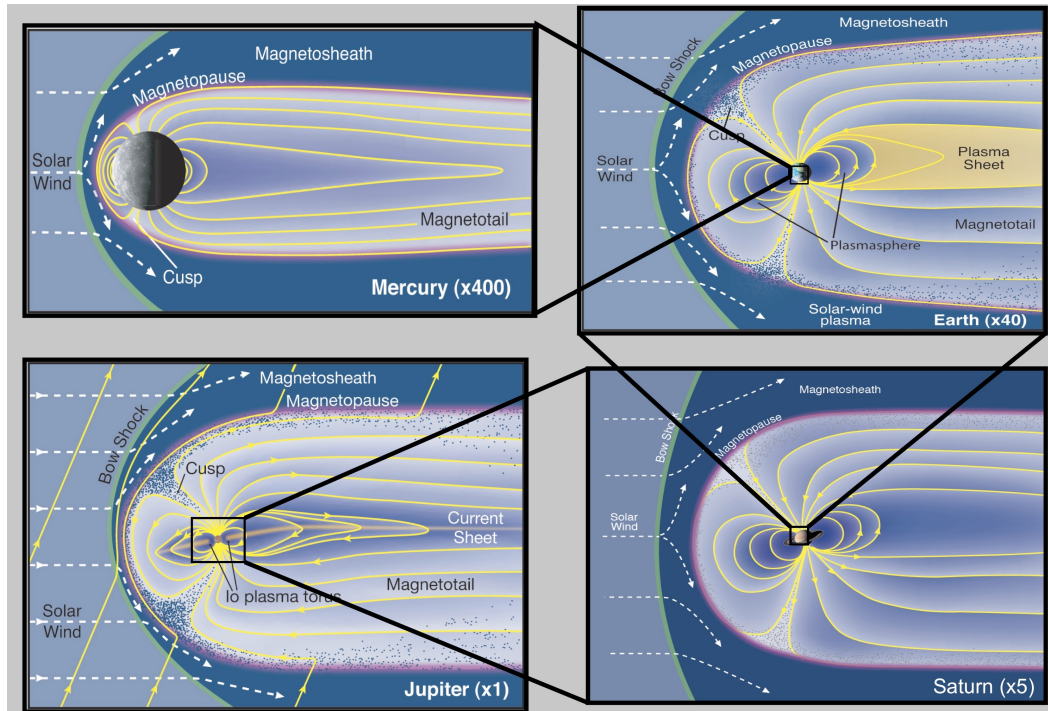


FIGURE 1.4 – Figure de Bagenal and Bartlett [2013] montrant la différence de taille des magnétosphères planétaires, de la plus petite (Mercure), à la plus grande (Jupiter), en passant par la Terre et Saturne.

TABLEAU 1.3 – Rapports des champs magnétiques planétaire et interplanétaire moyens pour Mercure, la Terre, Saturne et Uranus (ordre de grandeur)

Au niveau de l'orbite de :	Champ magnétique interplanétaire $B_{VS}$ [nT]	Champ planétaire $B_P$ [nT] à l'équateur	Rapport $\alpha$
Mercure (0.4 AU)	10 - 30	200	$\approx 10$
la Terre (1 AU)	5 - 10	30600	$\approx 4000$
Saturne (10 AU)	1	21500	$\approx 20000$
Uranus (20 AU)	0.2	22800	$\approx 120000$

s'intéresse au rôle de la rotation planétaire dans l'interaction entre le vent solaire et les planètes magnétisées, deux paramètres planétaires importants sont à considérer : le premier, c'est la période de rotation de la planète (qui sera à comparer avec le temps de relaxation de la magnétosphère, voir section 1.3) ; le second, c'est l'angle entre l'axe magnétique et l'axe de rotation. Or, au sein même du Système solaire, ces deux paramètres varient fortement d'une planète à l'autre. Dans le cas de la période de rotation, on passe de Mercure, qui tourne sur elle-même en 58 jours, à Saturne en 10 heures et 40 minutes, en passant par des cas intermédiaires comme la Terre (24 heures) et Uranus (17 heures, 24 minutes). En combinant avec le second paramètre, l'angle entre l'axe magnétique et l'axe de rotation, on peut conclure que chaque planète représente une configuration unique dans le Système solaire : il est d'environ  $4^\circ$  pour Mercure,  $11^\circ$  pour la Terre,  $0^\circ$  pour Saturne et  $59^\circ$  pour Uranus (voir Fig. 1.5).

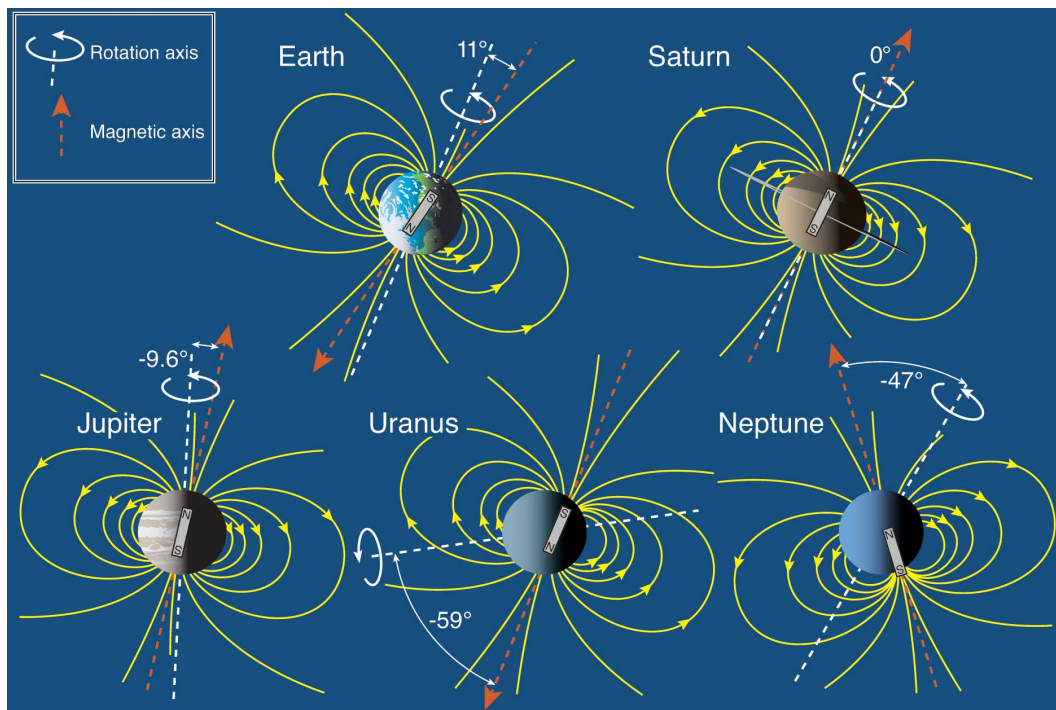


FIGURE 1.5 – Figure de Bagenal and Bartlett [2013] montrant la grande diversité de l'orientation de l'axe magnétique des planètes du Système solaire par rapport à leur axe de rotation, mais aussi par rapport au plan de l'écliptique (on pourra noter qu'Uranus a son axe de rotation quasiment dans le plan de l'écliptique, contrairement aux autres planètes dont l'axe de rotation est proche de l'orthogonale à l'écliptique). Les orientations respectives de ces axes par rapport à l'écliptique (qui est en première approximation le plan de propagation du vent solaire) donnent autant de configurations de magnétosphères différentes.



### 1.2.2 Interaction avec le vent solaire à grande échelle

Le schéma le mieux connu de magnétosphère planétaire est sans aucun doute celui de la magnétosphère terrestre, pour laquelle on a défini les termes désignant les frontières et zones caractéristiques (voir Fig. 1.6). Je vais rappeler ici la définition de quelques éléments caractéristiques d'une magnétosphère que j'utiliserai dans cette étude : principalement l'onde de choc (ou "bow shock"), les lignes de champ magnétique ouvertes, fermées, la magnétopause, la queue de la magnétosphère et les zones de reconnexion avec le champ magnétique du vent solaire.

L'onde de choc est le premier signal pour le vent solaire de l'approche d'un obstacle magnétisé. A partir du choc, le vent solaire est ralenti, chauffé et détourné par l'obstacle qu'est le champ magnétique de la planète. En effet, les champs magnétique et électrique peuvent modifier la trajectoire des particules du plasma au même titre que les collisions dans un gaz classique. L'écoulement général est donc semblable à celui formé autour des avions supersoniques dans l'atmosphère (voir par exemple chapitre 6 de Russell et al. [2016]). Le vent solaire heurte la magnétosphère à une vitesse plus grande que celle des modes caractéristiques du plasma (voir la section 2.4), il est donc supersonique, et son nombre de Mach (voir section 2) joue un rôle important dans la structure globale de l'écoulement.

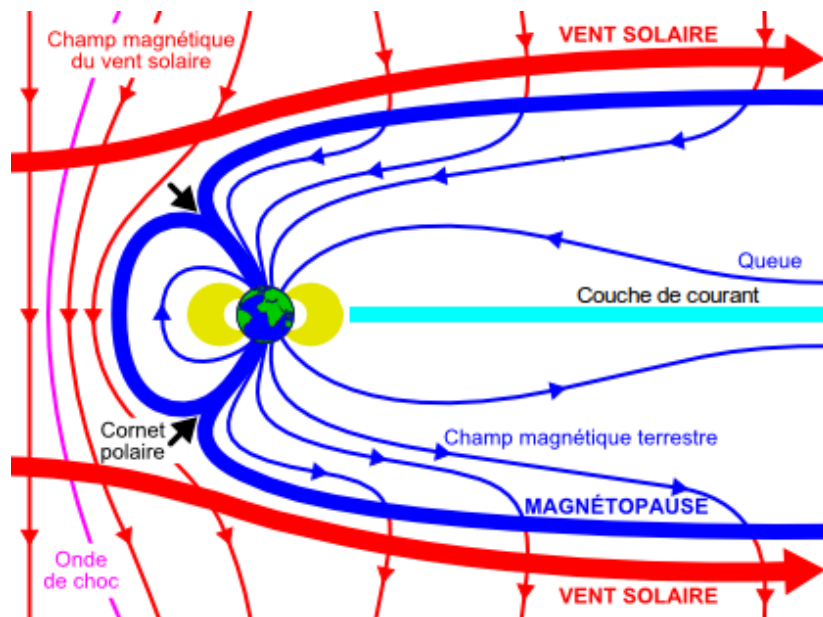


FIGURE 1.6 – Schéma simplifié de la magnétosphère terrestre. On peut y voir les lignes de champ magnétique du vent solaire (lignes rouges), vent solaire dont l'écoulement est dévié par la magnétosphère (lignes rouges épaisses), celles du champ magnétique terrestre (lignes bleues), la frontière entre les deux, appelée "magnétopause" (ligne bleu épaisse) et la position du choc en amont de la planète (ligne magenta).

Les lignes de champ magnétique connectées à la planète (en bleu sur la figure 1.6<sup>1</sup>) sont de deux natures : celles liées à la planète aux deux extrémités sont dites "fermées", celles connectées à une extrémité au champ magnétique du vent solaire sont dites "ouvertes".

La magnétopause est la frontière entre le champ magnétique du vent solaire et celui de la planète. Côté jour, c'est la position de la dernière ligne de champ magnétique fermée de la planète. Elle est le siège de courants électriques intenses dus aux rapides variations spa-

1. Schéma adapté d'une illustration trouvée sur le site <https://readymag.com/fantatennom/champmagnetique/>

tiales de l'orientation et/ou de l'intensité du champ magnétique. Le courant au niveau de la magnétopause est l'un des systèmes de courant qui structurent la magnétosphère de la Terre (voir l'illustration en figure 1.7).

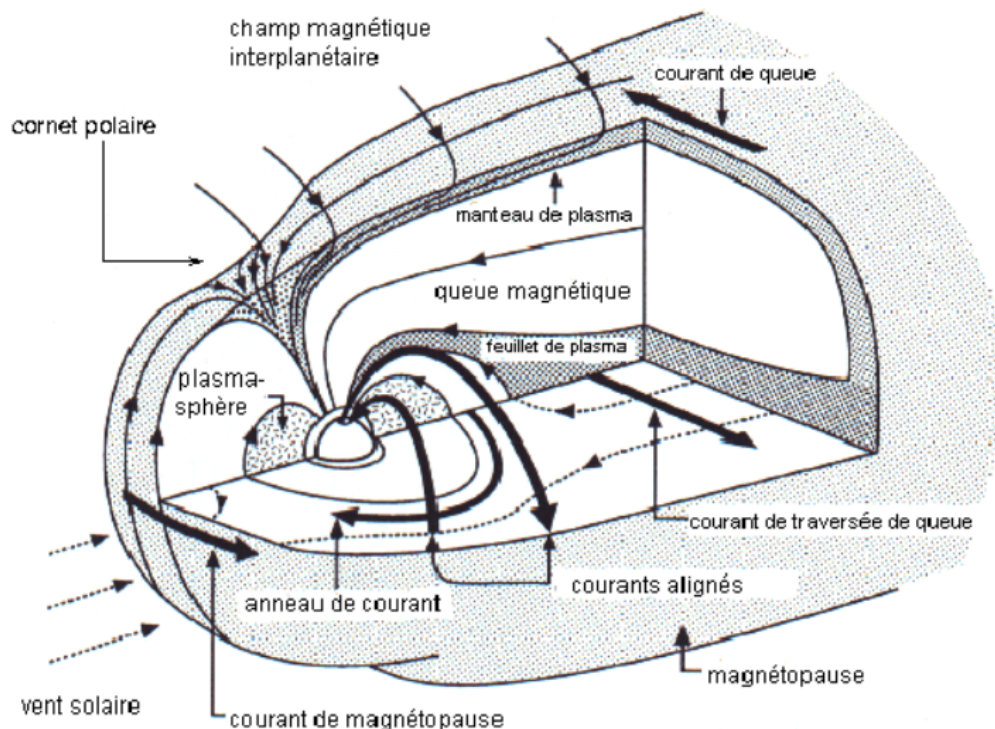


FIGURE 1.7 – Illustration de la magnétosphère terrestre en trois dimensions, adaptée de Kivelson and Russell [1995] par Renée Prangée. On y voit les différents courants électriques qui structurent la magnétosphère de la Terre représentés par les flèches noires épaisses (courant de la magnétopause, mais aussi anneau de courant dans le plan équatorial au sein de la plasmasphère, courants alignés avec le champ magnétique notamment autour des cornets polaires, courant de traversée de queue au sein du feuillet de plasma).

Une magnétosphère de type terrestre comprend différentes régions de plasma, comme la plasmasphère qui correspond à la région en corotation avec la planète, et que l'on retrouve dans les magnétosphères des planètes géantes. On distingue aussi les régions où des particules chargées à hautes énergies se retrouvent bloquées par le champ magnétique planétaire, appelées ceintures de radiation ou ceinture de rayonnement, ou ceintures de Van Allen (en jaune sur la figure 1.6).

La queue de la magnétosphère représente la partie de la magnétosphère côté nuit là où, dans la cas d'une magnétosphère de type terrestre, des zones étendues de champ magnétique opposé s'étendent sur de très grandes distances, séparées par une couche de courant ou feuillet de courant (voir également l'illustration en figure 1.7). Une revue récente consacrée aux derniers résultats sur les queues des magnétosphères planétaires extraterrestres peut être trouvée dans Keiling et al. [2015].

Lorsque la rotation planétaire est lente devant le temps de relaxation caractéristique de la magnétosphère, cette dernière se retrouve dans un état quasi-stationnaire où les lignes du champ magnétique du vent solaire se connectent et déconnectent de la planète suivant un cycle appelé "cycle de Dungey" [Dungey, 1961]. Dans le cas singulier mais instructif de la Fig. 1.8<sup>2</sup> où le champ magnétique du vent solaire (en bleu dans Fig. 1.8A) serait perpendiculaire à

2. Figure tirée de la page internet <http://www.mssl.ucl.ac.uk/SMILE/science.html>

la direction du vent solaire et antiparallèle par rapport au champ planétaire en amont de la planète (en rouge sur la figure 1.8A), la visualisation du cycle est particulièrement aisée. Le début et la fin du cycle sont caractérisés par deux changements topologiques de la structure magnétique de l'ensemble IMF/champ planétaire. Le début du cycle correspond à l'instant où une ligne du champ interplanétaire se connecte à la planète (Fig. 1.8B), la fin du cycle à l'instant où cette même ligne se déconnecte (Fig. 1.8D) après une phase d'étirement côté queue (Fig. 1.8C). Sur Terre, la durée du cycle est de l'ordre de quelques dizaines de minutes, le temps que le vent solaire voyage du nez de la magnétopause à la queue de la magnétosphère. Il ne peut s'accomplir que grâce à un processus de reconfiguration topologique du champ magnétique appelé "reconnexion magnétique". Nous verrons que la reconnexion magnétique est un des mécanismes déterminants dans la structuration des magnétosphères planétaires, même lorsque celles-ci ne sont pas stationnaires.

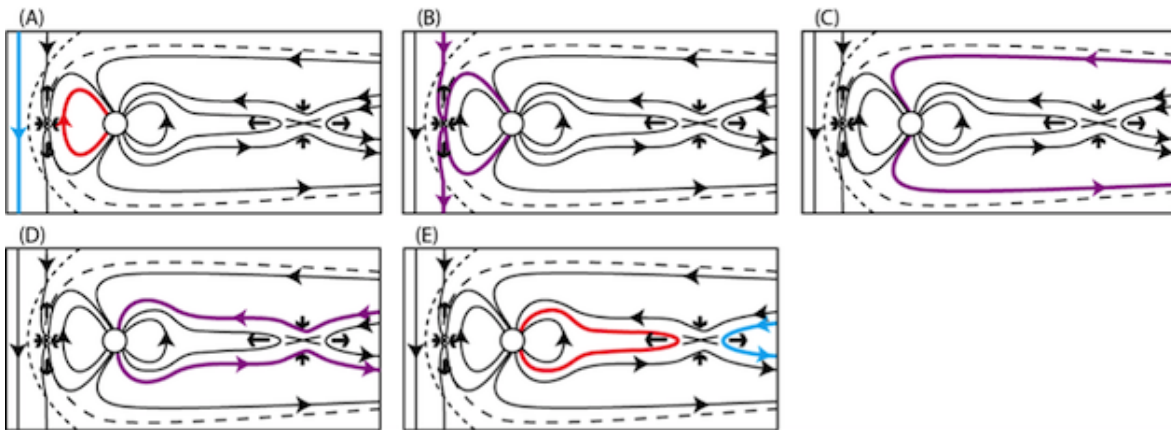


FIGURE 1.8 – Différentes étapes du cycle de Dungey. Une ligne de champ magnétique transportée par le vent solaire (en bleu sur la figure A) se trouve en direction opposée par rapport au champ magnétique de la planète (ligne rouge sur la figure A). Il y a alors reconnexion entre les deux lignes qui fusionnent (figure B), et la ligne de champ magnétique ouverte connectée au vent solaire va se déplacer avec le plasma vers la queue (figure C), jusqu'à se retrouver dans la direction opposée à la ligne symétrique connectée à l'autre pôle planétaire (figure D). Il y a alors reconnexion et les deux lignes ouvertes de champ magnétique opposé se séparent en une ligne fermée, qui tend à déplacer le plasma vers la planète (en rouge sur la figure E) et une ligne complètement ouverte (en bleu sur la figure E) qui au contraire va pousser le plasma vers la queue.

Les magnétosphères des autres planètes ont une structure globale similaire, mais avec des particularités propres. Par exemple, les magnétosphères de Jupiter et Saturne ont des sources internes de plasma liées à la présence de satellites, Io pour Jupiter et Encelade pour Saturne. La figure 1.9, commentée en anglais, montre les principales caractéristiques de la magnétosphère de Saturne établies à la fin de la mission Cassini, en septembre 2017. On y voit l'onde de choc, puis la magnétopause, et un cornet polaire. Dans la magnétosphère interne, on distingue les anneaux de Saturne, source de poussière, et l'ionosphère. Encelade est une source de plasma, et Titan dégage des particules neutres qui forment un tore autour de l'anneau de courant. Plus loin, on voit l'un des lobes de la queue magnétosphérique, séparé de l'autre par la couche de courant. Dans le plan de l'équateur, les régions de circulation du plasma ne sont pas symétriques par rapport à la direction de propagation du vent solaire, en raison de la rotation rapide de la planète. Quand la queue de la magnétosphère se charge en plasma, il peut y avoir une reconnexion dans la queue de la magnétosphère qui relâche d'un coup un grand nombre de particules chargées vers la planète (ce qu'on appelle un sous-orage magnétique, ce qui se produit aussi dans la magnétosphère terrestre et dans la magnétosphère jovienne), celles-ci remontent alors le long des lignes fermées et tombent sur la planète au niveau des cornets polaires. En rencontrant l'atmosphère de la planète, ces particules chargées excitent des molécules neutres, créant ainsi les aurores polaires que l'on observe sur Terre mais aussi,

grâce à des radiotélescopes, sur Jupiter, Saturne, Uranus et même Neptune. Sur Saturne, les ondes émises par les aurores polaires sont appelées "SKR" (Saturn Kilometric radiations).

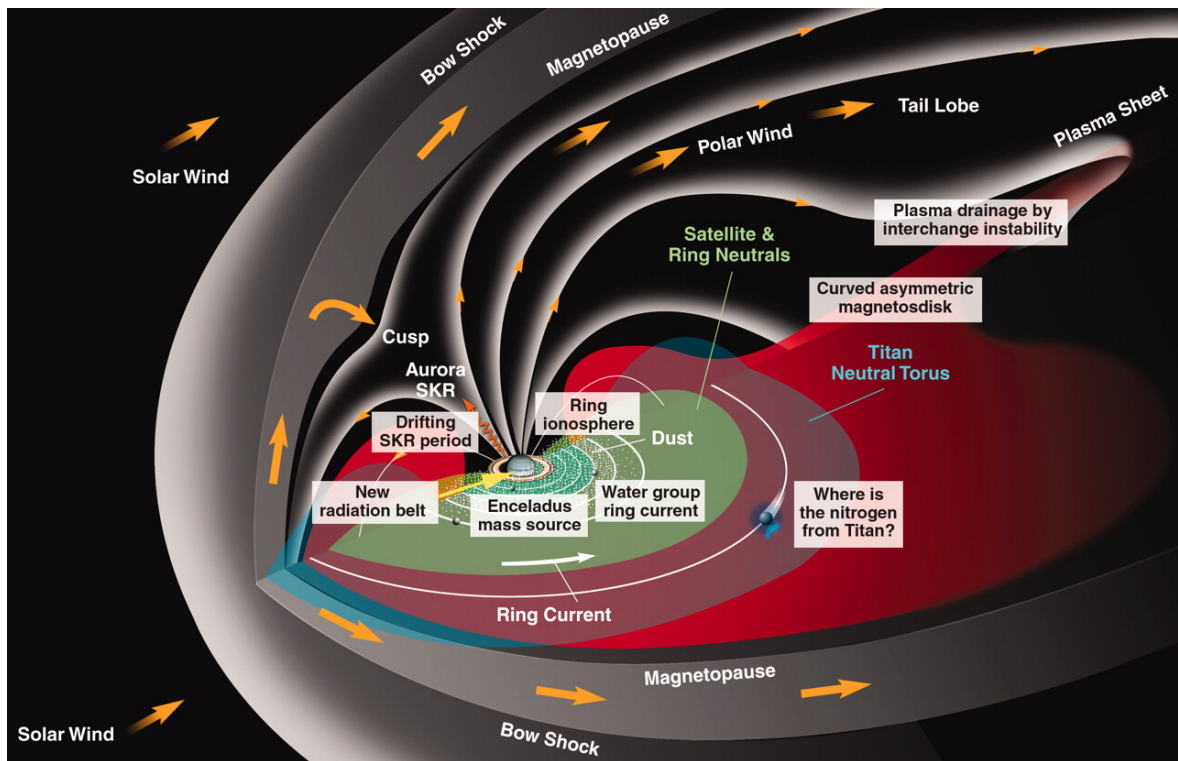


FIGURE 1.9 – Schéma de la magnétosphère de Saturne publié par la NASA à la fin de la mission Cassini, quand la sonde a été précipitée dans l'atmosphère de Saturne, lors du Grand Final le 15 septembre 2017. Cette illustration évoque les principales caractéristiques de la magnétosphère de la géante gazeuse.

### 1.3 Magnétosphère en rotation, rapide ou pas rapide ?

J'ai montré dans la section précédente qu'il existe une grande diversité de configurations des champs magnétiques planétaires, de par leur orientation par rapport à l'axe de rotation et par rapport à la direction de propagation du vent solaire, mais aussi de par la vitesse de rotation de la planète par rapport au temps de relaxation de la magnétosphère, qui dépend lui-même de plusieurs facteurs.

Afin de comparer plus aisément les planètes entre elles, nous avons introduit un paramètre sans dimension  $\Upsilon$  que nous utiliserons pour qualifier de rotateur lent ou rapide chaque planète, de manière empirique, comme une fonction des paramètres du vent solaire et de la planète.

Nous supposons pour cela que le champ magnétique de la planète est dominé par sa composante dipolaire dont l'intensité décroît avec la distance  $r$  comme  $B_p(r) \propto 1/r^3$  (approximation valable pour un champ potentiel). Nous supposons également que la position sub-solaire  $R_{MP}$  de la magnétopause est obtenue en équilibrant la pression dynamique du vent solaire  $0.5\rho_{VS}v_{VS}^2$  ( $v_{VS}$  et  $\rho_{VS}$  sont respectivement la vitesse et la densité massique du vent solaire) et la pression magnétique du dipôle  $0.5[B_p(R_{MP})]^2$ . Cette hypothèse est raisonnable tant que le vent solaire est supersonique et que l'axe magnétique du dipôle est *grosso-modo* orienté perpendiculairement à la direction de propagation du vent solaire. Cet équilibre sus-mentionné de la pression dynamique du vent solaire et de la pression magnétique du dipôle conduit à l'estimation de  $R_{MP}$  comme une fonction des paramètres magnétohydrodynamiques (voir chapitre 2) de base du problème :

$$\left(\frac{R_{MP}}{R_0}\right)^6 = \left(\frac{\alpha^2}{\gamma\beta_{VS}M^2}\right) \quad (1.6)$$

où  $\gamma$  est l'indice adiabatique, qui prend la valeur  $5/3$  pour un gaz parfait mono-atomique,  $M = v_{VS}/c_{VS}$  est le nombre de Mach sonique dans le vent solaire,  $c_{VS} = (\gamma T_{VS}/m)^{1/2}$  la vitesse du son adiabatique pour un vent solaire à la température  $T_{VS}$  et une masse moléculaire moyenne  $m$ .  $\alpha = B_p(1)/B_{VS}$  est le rapport de l'intensité du champ magnétique dipolaire à l'équateur de la planète à  $r = R_0$  sur l'intensité du champ magnétique interplanétaire  $B_{VS}$  et  $\beta_{VS} = n_{VS}T_{VS}/(B_{VS}^2/2)$  le " $\beta$ " du plasma dans le vent solaire (tous ces paramètres sont détaillés dans le chapitre 2).

Dans la magnétosphère interne, la vitesse d'Alfvén  $v_A/c_{VS} = (2/\beta\gamma)^{1/2}$  est généralement bien plus grande que la vitesse du son  $c_{VS}$ . C'est pourquoi le temps de relaxation de la magnétosphère peut être estimé comme étant le temps caractéristique que met une onde d'Alfvén pour couvrir la distance caractéristique  $R_{MP}$  :

$$t_A = R_{MP}/v_A(R_{MP}) \quad (1.7)$$

D'un autre côté, la rotation planétaire implique l'existence d'un temps caractéristique supplémentaire, de l'ordre de  $1/\omega$ , où  $\omega$  désigne ici la vitesse angulaire de la planète. Nous choisissons arbitrairement (afin de pouvoir comparer la valeur de  $\Upsilon$  à 1)  $t_\omega$  comme étant le temps nécessaire à la planète pour tourner d'un angle de  $5^\circ$  :

$$t_\omega = \frac{\pi}{36\omega}. \quad (1.8)$$

Enfin, nous désignons par  $\Upsilon$  le rapport de ces deux temps caractéristiques :

$$\Upsilon \equiv \frac{t_A}{t_\omega} = \frac{36\omega R_0}{\pi v_{A0}} \left(\frac{R_{MP}}{R_0}\right)^4 = \frac{36}{\pi} \Omega \left(\frac{R_{MP}}{R_0}\right)^4 \quad (1.9)$$

avec  $\Omega \equiv \omega R_0/v_{A0}$ , où  $v_{A0}$  est la vitesse d'Alfvén à la surface de la planète.

En écrivant (1.9) nous avons fait l'hypothèse simplificatrice que le champ magnétique planétaire est dipolaire, potentiel et que la densité est constante dans tout l'espace, pour que la vitesse d'Alfvén à la position sub-solaire de la magnétopause soit donnée par  $v_A(R_M) = v_{A0} (R_0/R_{MP})^3$ . On peut noter en passant que toutes les planètes du Système solaire sont caractérisées par une rotation subalfvénique, donc  $\Omega \ll 1$ .

Si  $\Upsilon \geq 1$ , la rotation planétaire est suffisamment rapide pour modifier la magnétosphère par rapport au cas  $\omega = 0$  mais où tous les autres paramètres restent inchangés. On parle alors de rotateur rapide (voir le chapitre 12 de Keiling et al. [2015] écrit par D.J. Southwood). Une magnétosphère ne sera pas affectée par la rotation planétaire si  $\Upsilon \ll 1$ . On parle alors de rotateur lent.

Avec la définition (1.9), nous trouvons les valeurs suivantes pour les différentes planètes du Système solaire (cohérentes avec la classification usuelle entre rotateurs lents et rapides) :  $\Upsilon \simeq 5$  pour Jupiter,  $\Upsilon \simeq 2$  pour Saturne,  $\Upsilon \simeq 0.9$  pour Uranus,  $\Upsilon \simeq 1$  Neptune,  $\Upsilon \simeq 0.2$  pour la Terre et  $\Upsilon \simeq 0.0002$  pour Mercure. La magnétosphère de la Terre est en effet connue pour n'être que marginalement affectée par la rotation [Keiling et al., 2015].



## Chapitre 2

# Éléments de théorie : la magnétohydrodynamique (MHD)

■ *That the study of Mathematics and their application to astronomy are full of interest will be allowed by all who have devoted their time and attention to these pursuits, and they only can estimate the delight of arriving at truth, whether it be in the discovery of a world, or of a new property of numbers.* ■

---

Mary Somerville, *Mechanism of the Heavens*

### Sommaire

---

2.1	Le cadre de la théorie . . . . .	22
2.2	Les équations de la MHD . . . . .	23
2.3	Le théorème du flux et le théorème du gel . . . . .	24
2.4	Les modes MHD . . . . .	24
2.5	Identification d'un front stationnaire d'onde MHD . . . . .	26

---



Comme je me suis intéressée aux grandes échelles de l'interaction du vent solaire avec les magnétosphères planétaires, j'ai mené ce travail dans le cadre théorique de la magnétohydrodynamique (MHD), c'est à dire en négligeant les aspects microscopiques de l'interaction. Je rappelle ici le cadre et les principales équations de cette théorie.

## 2.1 Le cadre de la théorie

La magnétohydrodynamique est une théorie qui permet de décrire le plasma comme un fluide unique, conducteur d'électricité et interagissant avec le champ magnétique. Le cadre de cette théorie repose sur plusieurs hypothèses.

Tout d'abord, le plasma est considéré comme quasi-neutre. Ensuite, le plasma doit être localisé [Goedbloed and Poedts, 2004]. Cela signifie que l'état du plasma dépend uniquement des propriétés locales de vitesse, densité, pression, température, champ magnétique, etc. Dans un gaz classique, cet état est assuré par les collisions. A l'inverse, dans un plasma peu collisionnel, une particule peut transporter sa quantité de mouvement et son énergie sur une distance comparable, voire plus grande, que les échelles spatiales de variation des quantités fluides. C'est notamment le cas des particules les plus rapides du plasma étant donné que le libre parcours moyen augmente comme la vitesse à la puissance quatre. L'état du plasma en un point dépend alors aussi de l'état du plasma en des points très éloignés. Dans la plupart des plasmas spatiaux, les collisions sont très rares, voire inexistantes. Par exemple (estimation faite par Meyer-Vernet [2007], p.53), dans le vent solaire au niveau de l'orbite terrestre, le libre parcours moyen d'un électron est de l'ordre de l'unité astronomique! A priori, on ne peut donc pas écrire les équations de la magnétohydrodynamique pour le vent solaire par exemple. Cependant, à condition de considérer des échelles de temps et de distance suffisamment grandes, i.e. plus grandes que les échelles auxquelles les phénomènes microscopiques et cinétiques dominent la physique, on peut considérer que le champ magnétique joue une partie du rôle des collisions pour localiser le plasma, puisque les particules chargées tournent autour des lignes de champ magnétique. Pour compléter ce rôle de mélange, les interactions de type "ondes-particules" peuvent aussi jouer un rôle important [Goedbloed and Poedts, 2004].

Pour avoir d'autant plus de chances que la magnétohydrodynamique décrive correctement les phénomènes étudiés, on doit donc se placer à des échelles de temps telles que  $\tau_{MHD} \gg \Omega_p^{-1}$ , où  $\Omega$  est ici la fréquence cyclotron des protons, définie par  $\Omega_p = |e|B/m_p$ , avec  $e$  la charge de l'électron,  $B$  la valeur locale du champ magnétique et  $m_p$  la masse du proton, et à des échelles de longueurs telles que  $\lambda_{MHD} \gg R_{g,p}$  avec  $R_{g,p} = v_p/\Omega_p$  le rayon de giration du proton, avec  $v_p = \sqrt{kT/m_p}$  la vitesse thermique des protons. L'ordre de grandeur de la fréquence cyclotron et du rayon de giration des protons dans le vent solaire au niveau de Mercure, Saturne, Uranus et de la Terre sont donnés dans le tableau 2.1, en considérant l'intensité du champ magnétique donnée dans le tableau 1.3.

TABLEAU 2.1 – Fréquences et rayons de giration des protons dans le vent solaire au niveau de Mercure, de la Terre, de Saturne et d'Uranus (ordre de grandeur)

Au niveau de l'orbite de :	Fréquence cyclotron des protons $\Omega_P$ [rad/s]	Rayon de giration des protons $R_{g,p}$ [km]
Mercure (0.4 AU)	1.9	19
la Terre (1 AU)	0.7	26
Saturne (10 AU)	0.096	110
Uranus (20 AU)	0.019	450

D'autre part, on se place dans un cadre non relativiste, c'est à dire que la vitesse du plasma et des ondes plasma (ondes sonores, ondes d'Alfvén) est petite devant la vitesse de la lumière, ce qui permet d'ignorer le courant de déplacement dans les équations de Maxwell (voir Russell et al. [2016], p.77). Cette approximation est parfaitement justifiée dans le vent solaire où les vitesses fluides et les vitesses de phase n'excèdent pas les  $10^3$  km/s.

Enfin, on suppose que, localement, les distributions de vitesse des ions et des électrons sont quasi maxwelliennes (les deux espèces sont à l'équilibre thermodynamique) et que les deux espèces sont à la même température.

Le détail de l'établissement des équations de la MHD est longuement déroulé dans Goedbloed and Poedts [2004].

## 2.2 Les équations de la MHD

On considère un plasma complètement ionisé composé d'électrons et protons. Dans le cas d'un plasma neutre, dans tous les points de l'espace la densité par unité de volume des électrons doit être égale à celle des protons, i.e.  $n/2 = n_e = n_p$ . La densité de masse par unité de volume est bien évidemment  $\varrho = (m_p + m_e)(n/2) \simeq m_p n/2$ . La pression du plasma est alors la somme de la pression des deux espèces :  $p = p_e + p_p$ . La vitesse du son adiabatique est donnée par  $c_{VS}^2 = \gamma p / \varrho$  et la vitesse d'Alfvén (voir sous-section 2.4) par  $v_A^2 = B^2 / (\mu_0 \varrho)^{-1}$ .

Pour des écoulement lents ( $u/c \ll 1$  et  $c$  la vitesse de la lumière), les équations de la MHD régissant l'écoulement d'un plasma dans un champ gravitationnel central dû à une masse  $M$  s'écrivent [Goedbloed and Poedts, 2004] :

$$\text{Continuité de la masse :} \quad \frac{\partial \varrho}{\partial t} = -\nabla \cdot (\varrho \mathbf{u}) \quad (2.1)$$

$$\text{Mouvement :} \quad \varrho \left( \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} \right) = -\nabla p + \mathbf{j} \times \mathbf{B} - \varrho \mathbf{g} \quad (2.2)$$

$$\text{Induction :} \quad \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\nabla \times \mathbf{E} \quad (2.3)$$

$$\text{Énergie :} \quad \frac{\partial p}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla p + \gamma p \nabla \cdot \mathbf{u} = \begin{cases} (1 - \gamma) \eta j^2 & \text{(MHD résistive),} \\ 0 & \text{(MHD idéale)} \end{cases} \quad (2.4)$$

$$\text{Maxwell-Gauss :} \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (2.5)$$

$$\text{Ampère :} \quad \mathbf{j} = \frac{\nabla \times \mathbf{B}}{\mu_0} \quad (2.6)$$

$$\text{Ohm :} \quad \mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B} = \begin{cases} \eta \mathbf{j} & \text{(MHD résistive),} \\ \mathbf{0} & \text{(MHD idéale)} \end{cases} \quad (2.7)$$

où  $\mathbf{g} = -\nabla \Psi$  et  $\Psi$  le potentiel gravitationnel qui, dans le cas particulier d'une masse centrale  $M$ , s'écrit  $\Psi(\mathbf{r}) = -GM/r$  avec  $G$  la constante gravitationnelle et  $\mathbf{r}$  la distance radiale au centre de la planète. On a également  $\mathbf{u}$  la vitesse du plasma,  $\mathbf{j}$  le courant électrique,  $\mathbf{B}$  le champ magnétique,  $\mathbf{E}$  le champ électrique,  $\mu_0$  la perméabilité magnétique du vide et  $\gamma$  l'index polytropique.

Si  $u$  et  $L$  sont une vitesse et une longueur caractéristiques du problème (e.g. la taille de la planète et la vitesse du vent) et  $\eta$  la diffusivité magnétique du plasma, on définit le nombre de Reynolds magnétique, qui est une estimation du rapport entre le terme idéal et le terme

résistif dans l'équation 2.3 (en posant  $\mathbf{E} = -\mathbf{u} \times \mathbf{B} + \eta \mathbf{j}$ ) :

$$R_m = \frac{uL}{\eta} \quad (2.8)$$

qui permet de mesurer si la convection du champ magnétique domine ( $R_m \gg 1$ ) la diffusion magnétique ou non. Dans le premier cas, on est dans le cadre de la magnétohydrodynamique idéale, dans l'autre on parle de magnétohydrodynamique résistive.

Dans le cas d'un gaz d'électrons et de protons ne possédant que  $l = 3$  degrés de liberté, l'indice polytropique (ou indice adiabatique)  $\gamma = (2 + l)/l = 5/3$  est généralement utilisé. Dans le cas d'une magnétosphère planétaire, les termes gravitationnels dans les équations 2.2 et 2.4 sont souvent négligeables. Par exemple, au niveau de Mercure, la vitesse thermique d'un proton à  $10^5$  K est de l'ordre de 29 km/s contre une vitesse de libération de la surface de Mercure de l'ordre de  $(GM_M/R_M)^{1/2} \approx 3$  km/s. Au niveau de Saturne et d'Uranus, comme les échelles de longueur dans la magnétosphère sont très grandes, c'est la distance qui rend la gravitation négligeable.

## 2.3 Le théorème du flux et le théorème du gel

La loi d'Ohm (équation 2.7), écrite dans le cadre de la MHD idéale (i.e.  $\eta = 0$ ) aboutit à deux théorèmes, dits "théorèmes d'Alfvén" car c'est Alfvén qui en parle le premier en 1942 dans la revue *Nature* [Alfvén, 1942] :

- **Théorème du flux** : lorsque  $\eta = 0$ , le flux magnétique à travers un circuit fermé transporté par le fluide reste constant.

- **Théorème du gel** : lorsque  $\eta = 0$ , deux particules situées sur une même ligne de champ magnétique à  $t = 0$  le sont également à  $t \neq 0$ .

Le phénomène de reconnexion (voir chapitre 3) est une violation du théorème du gel.

## 2.4 Les modes MHD

En linéarisant les équations de la MHD autour d'un équilibre statique spatialement uniforme, c'est à dire en substituant à chaque variable la somme d'une composante à l'équilibre et d'une "petite" perturbation, on peut mettre en évidence trois types d'ondes ou "modes" de propagation. Le champ magnétique introduit une direction privilégiée dans le système. De ce fait, la vitesse de phase  $u_\phi$  dépend généralement de l'angle  $\theta_{kB}$ , entre la direction de propagation du mode et la direction locale du champ magnétique :

$$u_\phi = u_\phi(\theta_{kB}). \quad (2.9)$$

Le premier mode est le mode d'Alfvén. Il est caractérisé par des fluctuations transverses par rapport au champ magnétique à l'équilibre (les fluctuations de  $\mathbf{B}$  et  $\mathbf{v}$  sont perpendiculaires à  $\mathbf{B}_0$  le champ magnétique à l'équilibre). Il est incompressible (i.e.  $\nabla \cdot (\mathbf{v}) = 0$ ), et sa vitesse de phase  $u_{\phi,A}$  dépend fortement de l'angle  $\theta_{kB}$  :

$$u_{\phi,A}^2 = v_A^2 \cos^2 \theta_{kB} \quad (2.10)$$

où  $v_A$  est la vitesse d'Alfvén. La vitesse de phase du mode d'Alfvén est donc égale à la vitesse d'Alfvén parallèlement à  $\mathbf{B}_0$  et nulle perpendiculairement à  $\mathbf{B}_0$ .

### Vitesse de phase des modes MHD

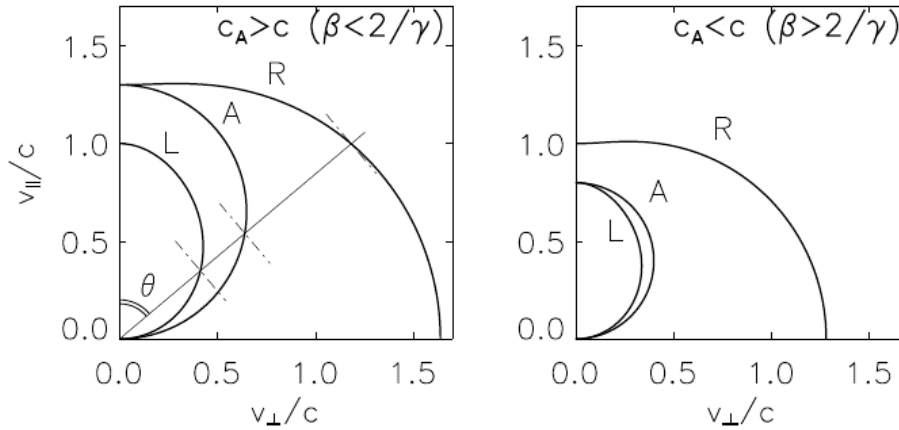


FIGURE 2.1 – Figure présentant, en fonction de l’angle  $\theta = \theta_{k_B}$  entre le vecteur d’onde  $\mathbf{k}$  et le champ magnétique  $\mathbf{B}_0$ , la vitesse de phase des différents modes MHD : mode rapide (“R”), mode d’Alfvén (“A”) et mode lent (“L”). Attention le “c” sur les figures correspond à “ $c_S$ ” dans le reste du texte. On voit bien sur cette figure que la vitesse de propagation du mode rapide est toujours plus grande que la vitesse de propagation du mode d’Alfvén, lui même plus rapide que le mode lent. Les lignes en pointillés montrent les fronts d’onde des modes se propageant avec un angle  $\theta$  par rapport au champ magnétique (voir section 2.5). Le profil des relations de dispersion dépend aussi du  $\beta$  (figure de droite :  $\beta < 2/\gamma$ , figure de gauche :  $\beta > 2/\gamma$ ).

Les deux autres types d’ondes sont des ondes compressibles. La linéarisation des équations de la MHD conduit à la relation de dispersion suivante :

$$u_{\phi S, F}^2 = \frac{1}{2} \{ c_S^2 + v_A^2 \pm \sqrt{(c_S^2 + v_A^2)^2 - 4c_S^2 v_A^2 \cos^2 \theta_{k_B}} \} \quad (2.11)$$

qui correspond à la relation de dispersion (2.9) pour les ondes magnéto-sonores lentes (pour le signe “–” dans (2.11)) et pour les ondes magnéto-sonores rapides (pour le signe “+”).  $c_S$  est la vitesse du son.

Le mode rapide, comme son nom l’indique, se propage plus vite que le mode d’Alfvén, lui même plus rapide que le mode lent, quelque soit  $\theta_{k_B}$ , l’angle entre le vecteur d’onde et le champ magnétique à l’équilibre (voir Fig 2.1).

Dans une onde magnéto-sonore rapide/lente, les fluctuations de densité et du module du champ magnétique sont corrélées/anti-corrélées. Cette différence de comportement des deux modes compressibles est schématiquement illustrée dans la figure 2.2.

Cette corrélation ou anti-corrélation est souvent utilisée pour différencier les deux modes. On peut remarquer que le degré de corrélation entre fluctuation magnétique et fluctuation de densité dépend fortement des paramètres du plasma et de la direction de propagation de l’onde. Il se mesure quantitativement au travers de la compressibilité parallèle :

$$C_{||} = \frac{\delta n}{n} \frac{B}{\delta B_{||}} \quad (2.12)$$

La compressibilité parallèle du mode d’Alfvén incompressible est logiquement nulle, mais on peut l’exprimer de manière plus explicite pour les modes lents et rapides, ce qui permet de déterminer aisément auquel des deux modes on a affaire :

$$C_{||}(\theta) = \frac{v_A^2}{u_{\phi}^2(\theta) - c_S^2} \quad (2.13)$$

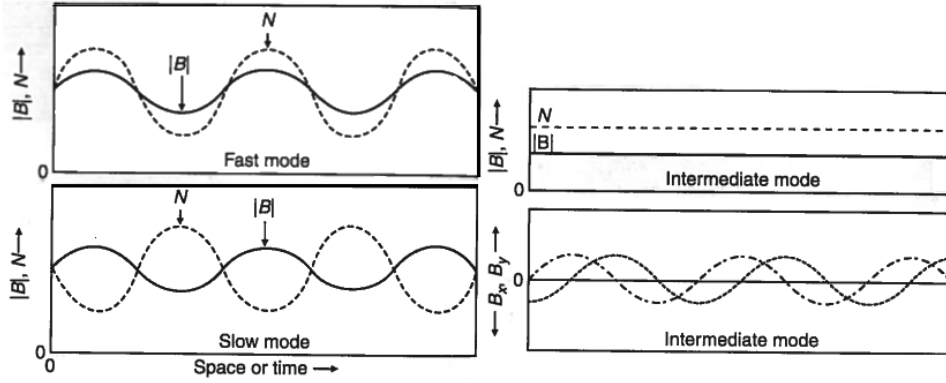


FIGURE 2.2 – Relations entre les fluctuations de densité  $N$  et du module du champ magnétique  $|\mathbf{B}|$  pour le mode rapide, intermédiaire et lent (provenant de Russell et al. [2016]). On remarque que le mode intermédiaire, ou mode d'Alfvén, n'affecte pas la densité. Pour le mode intermédiaire, les deux composantes transverses du champ magnétique sont présentées car ce sont elles qui sont affectées par la propagation de l'onde. Pour le mode rapide/lent, les fluctuations du module du champ magnétique et de la densité sont corrélées/anti-corrélées.

où  $\theta$  est l'angle entre  $\mathbf{k}$  et le champ magnétique  $\mathbf{B}$ ,  $v_A$  la vitesse d'Alfvén,  $c_S$  la vitesse du son adiabatique et  $u_\phi = \omega/k$  la vitesse de phase du mode correspondant (2.11) (voir l'appendice B de Pantellini and Griton [2016]).

Le mode rapide/lent étant toujours plus rapide/lent que la vitesse du son, sa compressibilité est toujours positive/négative.

## 2.5 Identification d'un front stationnaire d'onde MHD

Dans un écoulement stationnaire, on peut, sous certaines conditions, identifier des fronts d'onde stationnaires, comme on peut le voir sur la figure 2.3. Il faut pour cela que la composante de la vitesse du plasma  $\mathbf{u}_f$  perpendiculaire au front compense la vitesse de phase de l'onde dans cette direction. Le front d'onde reste alors à la même place et n'est pas transporté par le fluide.

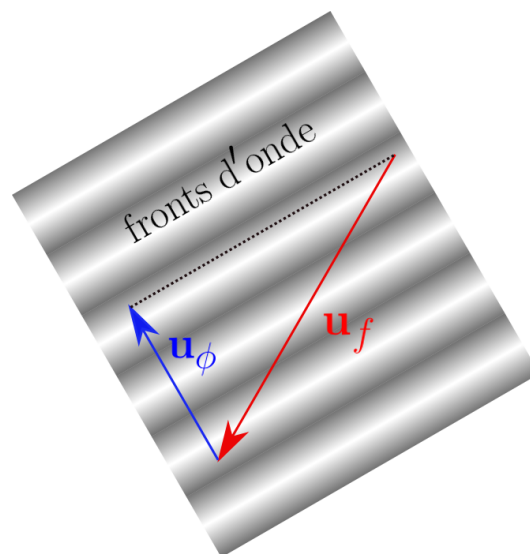


FIGURE 2.3 – Schéma montrant la condition à respecter sur la vitesse de phase  $\mathbf{u}_\phi$  d'un mode pour qu'il puisse être stationnaire dans un plasma s'écoulant à la vitesse  $\mathbf{u}_f$ .

Les fronts d'onde stationnaires permettent de reconnaître la nature des structures dans les écoulements stationnaires, comme on le verra au chapitre 4. Il est donc intéressant de pouvoir les identifier simplement dans les simulations. Cependant, pour les trois modes MHD présentés dans la section 2.4, la vitesse de propagation de l'onde en un point dépend fortement de l'angle  $\theta_{kB}$ . Dans Pantellini and Griton [2016], on présente une méthode d'identification des possibles modes stationnaires en chaque point d'un écoulement également stationnaire. Nous la résumons ici.

On reprend la méthode de Spreiter and Alksne [1970] pour identifier les modes stationnaires dans un écoulement stationnaire. La méthode repose sur la construction d'un repère dans lequel l'écoulement est stationnaire, décrit en détail dans la légende de la figure 2.4, dans lequel on trace le vecteur  $\mathbf{u}_f$  par rapport à l'axe  $z$  qui est dans la même direction (mais pas forcément dans le même sens) que le champ magnétique local. En effet, pour un mode plan comme celui de la figure 2.3, une vitesse du fluide parallèle au front d'onde, et donc perpendiculaire à  $\mathbf{k}$ , n'altère pas la stationnarité. On reprend donc la configuration de la figure 2.3 dans la figure 2.4 en rajoutant la courbe de la vitesse de propagation  $u_\phi$  qui contraint la solution. On peut en effet déterminer les solutions à notre problème, à savoir déterminer si la composante de la vitesse du fluide dans la direction du vecteur d'onde est égale à  $-u_\phi$ , en utilisant cette courbe de  $u_\phi$  et le théorème de Thalès : un triangle inscrit dans un cercle dont le diamètre est le plus grand côté dudit triangle est un triangle rectangle. Sur la figure 2.4 (et également sur la figure 2.3), on voit donc que les deux triangles formés par  $\mathbf{u}_f$  d'une part et  $\mathbf{u}_1$  et  $\mathbf{u}_2$  respectivement d'autre part sont deux triangles rectangles.

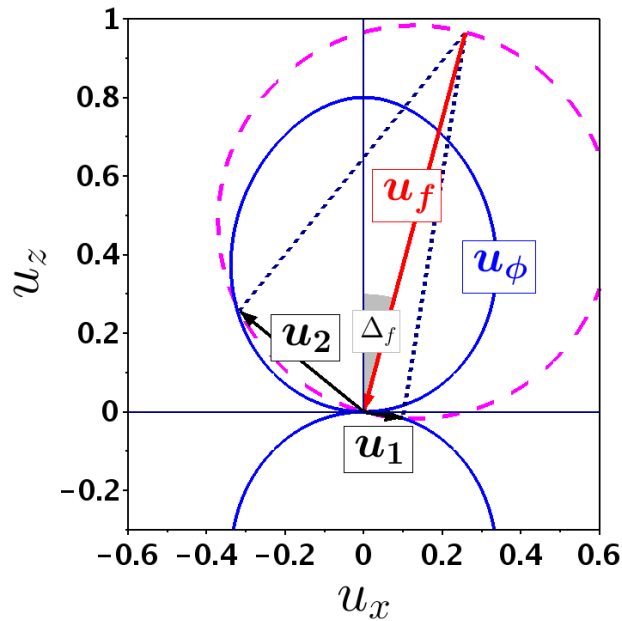


FIGURE 2.4 – Procédure graphique extraite de Pantellini and Griton [2016] permettant d'identifier les fronts d'onde stationnaires dans un plasma s'écoulant à la vitesse  $\mathbf{u}_f$ . Sur la figure,  $u_\phi$  représente la vitesse de phase du mode en question dans le repère du plasma. Le champ magnétique est dans la direction  $z$  (la composante  $B_z$  du champ magnétique peut-être positive ou négative) et l'angle  $\theta_{kB}$  de l'équation (2.11) représente l'angle par rapport à  $z$ . L'orientation de l'axe  $z$  est telle que la composante  $z$  de la vitesse d'écoulement  $\mathbf{u}_f$  (mesurée dans le référentiel où l'écoulement est stationnaire) est nulle ou négative. L'axe  $x$  est tel que  $\mathbf{u}_f$  a une composante négative selon  $x$  et pas de composante selon  $y$ . Les deux vecteurs  $\mathbf{u}_1$  et  $\mathbf{u}_2$  (donnés par l'intersection d'un cercle défini par  $\mathbf{u}_f$  et de la vitesse de phase  $u_\phi$ ) donnent la vitesse de phase et la direction de propagation (dans le référentiel du plasma) de deux fronts stationnaires de mode lent.  $\Delta_f$  est l'angle entre l'axe  $z$  et  $\mathbf{u}_f$ . Il est compris entre 0 et  $\pi/2$ .

La courbe bleue sur la figure 2.4 montre la vitesse de phase de l'onde dans ce repère. Comme  $\mathbf{u}_1$  et  $\mathbf{u}_2$  pointent sur cette courbe ( $\mathbf{u}_1$  sur la partie avec une composante en  $z$  négative et  $\mathbf{u}_2$  sur la partie avec une composante en  $z$  positive), ces deux vecteurs représentent aussi la vitesse de phase de deux modes pour lesquels la vitesse de propagation est égale et de signe opposé à la composante de la vitesse du fluide normale au front associé. Les fronts associés sont représentés par des traits pointillés sur la figure 2.3. Ces deux solutions sont les deux solutions dans le plan défini par  $\mathbf{u}_f$  et le champ magnétique.

Pour obtenir une solution générale, il faut considérer le même problème mais en trois dimensions, c'est à dire chercher les courbes d'intersection entre la sphère dont le diamètre est le vecteur  $\mathbf{u}_f$  (dont une section est représentée en traits pointillés roses sur la figure 2.4) et le volume délimité par le profil de la vitesse de propagation du mode en trois dimensions.

En trois dimensions, dans un repère tridimensionnel où  $\mathbf{u}_f$  reste dans le plan  $(x,z)$ , le volume délimité par la relation de dispersion (par exemple du mode lent) est représenté en vert sur la figure 2.5. En nommant  $\Delta_f$  l'angle entre le vecteur  $\mathbf{u}_f$  de l'écoulement et l'axe  $z$ , et en utilisant des coordonnées cylindriques :  $0 < \theta < \pi$  l'angle polaire par rapport à l'axe  $z$  et  $0 \leq \varphi < 2\pi$  l'angle azimutal tel que  $\varphi = 0$  le long de  $x$  positif, on peut montrer [Pantellini and Griton, 2016] que, dans l'espace des vitesses, la sphère de diamètre  $\mathbf{u}_f$  passant par l'origine a pour équation :

$$|u| = u_f \{ \sin \Delta_f \sin \theta \cos \varphi + \cos \Delta_f \cos \theta \} \quad (2.14)$$

La solution de notre problème consiste donc à trouver la famille des modes pour lesquels la vitesse de phase  $|u_\phi(\theta)|$  dans la direction de propagation  $\theta$  se trouve sur la sphère d'équation 2.14. Il faut donc trouver la direction de propagation  $\theta$  pour laquelle :

$$|u_\phi(\theta)| = u_f \{ \sin \Delta_f \sin \theta \cos \varphi + \cos \Delta_f \cos \theta \} \quad (2.15)$$

en remplaçant  $|u_\phi(\theta)|$  par la formule correspondant au mode considéré (Alfvén, rapide ou lent).

On a donné la solution exacte de cette équation pour le mode d'Alfvén et des solutions approchées pour les modes lents et rapides, ainsi qu'une étude des erreurs engendrées par cette approximation dans [Pantellini and Griton, 2016]. Ces solutions nous ont permis de partir à la recherche des fronts d'onde MHD dans les simulations d'écoulements stationnaires.

En effet, contrairement au cas du mode d'Alfvén, si l'on utilise l'expression (2.11) avec le signe "−" ou le signe "+", on ne peut pas trouver une solution analytique simple pour les fronts d'onde stationnaires de mode respectivement lent ou rapide. Des solutions relativement simples pour les modes lent et rapide nécessitent de passer par des approximations des vitesses de phase (équations 2.11). Pour le mode lent, dans le cas  $v_A \sim c_S$ , la qualité de deux approximations possibles est montrée dans la figure gauche de la figure 2.5. Pour le mode rapide, on présente de même une comparaison entre la solution exacte et une solution approchée dans la partie gauche de la figure 2.6. Cette solution a été utilisée pour tracer les fronts d'onde du mode rapide de la figure 2.7 extraite de [Pantellini and Griton, 2016]. On remarque que les fronts suivent fidèlement le choc, une claire illustration de son caractère "rapide".

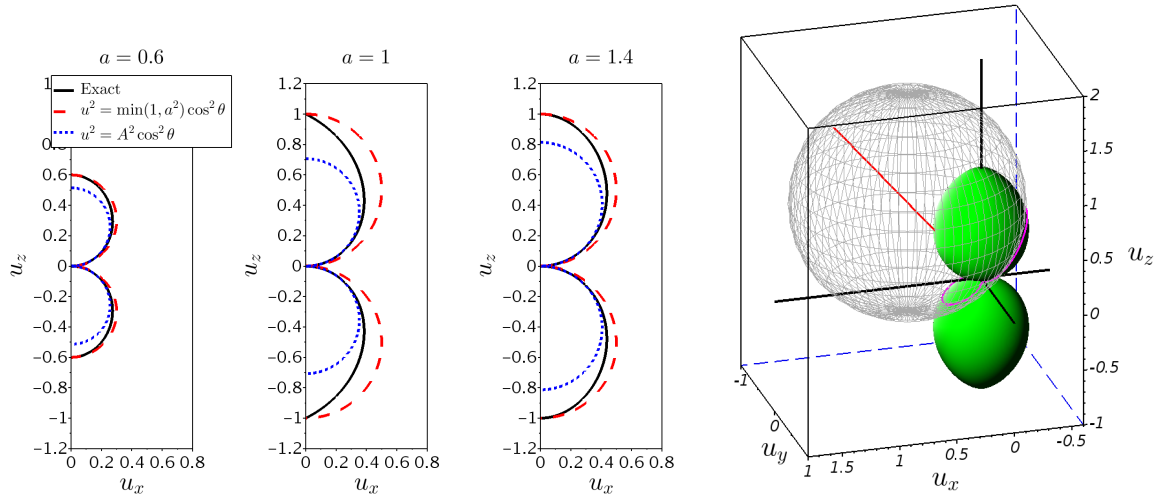


FIGURE 2.5 – À gauche, valeurs approchées de la vitesse de phase pour trois différentes valeurs de la vitesse d’Alfvén normalisée  $a = v_A/c_S$  (le coefficient  $A$  vaut  $a^2/(1 + a^2)$ ), dans le cas du mode lent. Notons que dans le cas de l’approximation montrée en rouge, quelle que soit la valeur de  $a$  elle se rapproche asymptotiquement de la solution exacte pour  $a \rightarrow 0$  ou  $a \rightarrow \infty$ . À droite, une vue en trois dimensions des lobes supérieur et inférieur de la vitesse de phase  $u_{\phi S}$  et la sphère de rayon  $u_f/2$  centrée en  $-\mathbf{u}_f/2$ . La ligne rouge représente la direction  $-\mathbf{u}_f$  et les lignes noires sont les axes du système de coordonnées. Généralement, l’intersection de ces deux volumes résulte en deux courbes caractérisées respectivement par  $u_z > 0$  et  $u_z < 0$ . Ces courbes représentent la vitesse de phase de tous les modes possibles (dans ce cas, des modes de type “lents”) qui restent stationnaires dans l’écoulement de vitesse  $\mathbf{u}_f$ . Les solutions approchées S1 et S2, correspondant à la courbe pointillée rouge de la figure de gauche, sont tracées en rose sur les lobes inférieurs et supérieurs, respectivement.

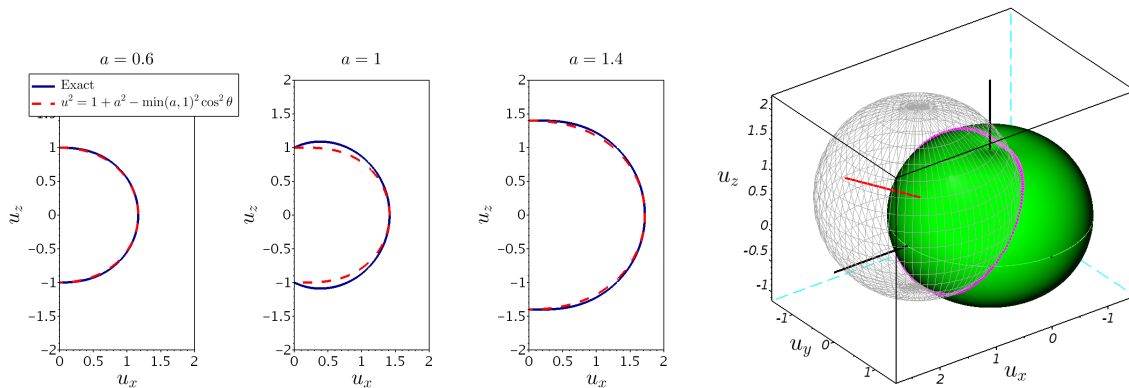


FIGURE 2.6 – Même légende que pour la figure 2.5, mais pour le mode rapide. En reliant la pointe de la ligne rouge au tracé rose, on obtient une surface conique de forme irrégulière : le cône de Mach du mode rapide. Le cône est à symétrie axiale dans la limite où la vitesse d’Alfvén tend vers 0. Dans ce cas, le champ magnétique devient négligeable et on retrouve le cône de Mach sonique d’un gaz compressible ordinaire.



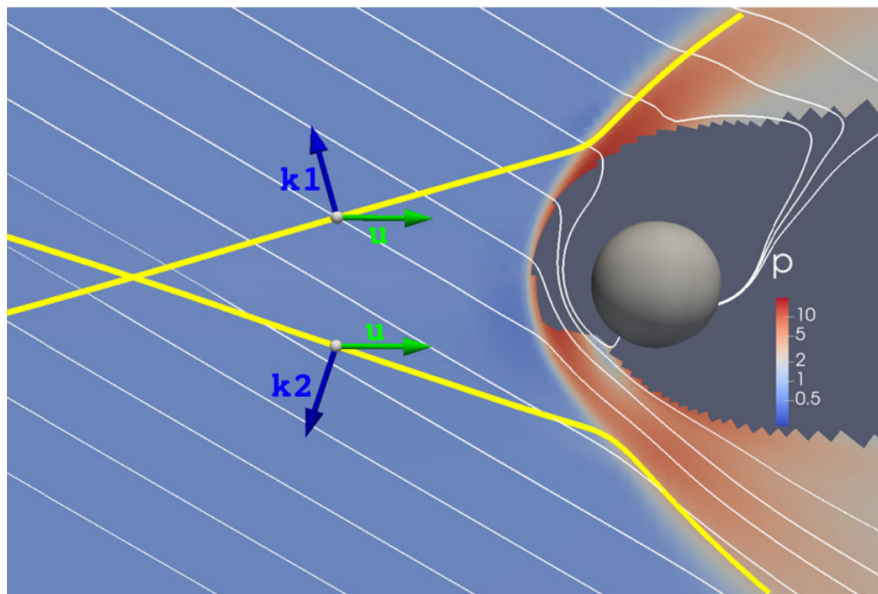


FIGURE 2.7 – Coupe d’une simulation de l’interaction du vent solaire avec Mercure (sphère grise) colorée en fonction du profil de température, avec quelques lignes de champ magnétique (lignes blanches fines), et deux fronts d’onde rapide en jaune, avec le vecteur d’onde respectif en bleu et la vitesse du plasma  $\mathbf{u}$  représentée par un vecteur vert. La zone grisée autour de la planète est l’endroit où des solutions stationnaires n’existent pas pour le mode rapide. Dans le vent solaire, les deux fronts d’onde stationnaires forment le cône de Mach du mode rapide.

# Chapitre 3

## Simulations MHD : aspects numériques

■ *The Analytical Engine has no pretensions whatever to originate anything. It can do whatever we know how to order it to perform. It can follow analysis ; but it has no power of anticipating any analytical relations or truths. Its province is to assist us in making available what we are already acquainted with.* ■

---

Ada de Lovelace

### Sommaire

---

<b>3.1</b>	<b>Présentation du code MPI-AMRVAC</b>	<b>33</b>
<b>3.2</b>	<b>Le choix du domaine de simulation</b>	<b>34</b>
<b>3.3</b>	<b>Les conditions aux bords</b>	<b>35</b>
<b>3.4</b>	<b>A propos de la technique de la décomposition du champ magnétique</b>	<b>36</b>
3.4.1	Application au cas d'une magnétosphère planétaire	38
<b>3.5</b>	<b>A propos de la diffusion numérique dans la méthode Lax-Friedrichs</b>	<b>39</b>
3.5.1	A propos de la reconnexion	41
3.5.2	Le cas de l'ionosphère	41
<b>3.6</b>	<b>Paramètres de simulation utilisés et normalisations</b>	<b>42</b>
<b>3.7</b>	<b>Améliorations possibles</b>	<b>43</b>

---

Le principal objectif de mon travail de thèse est, rappelons-le, de comprendre le rôle de la rotation planétaire dans l’interaction entre le vent solaire (qui est un plasma) et les planètes du Système solaire. Les outils disponibles pour effectuer cette étude sont grossièrement classés en trois catégories : les modèles théoriques, les observations (depuis la Terre ou les données *in situ*) et les simulations numériques. Dans la mesure où je souhaite pouvoir analyser le comportement du plasma et du champ magnétique en trois dimensions, dans des situations dépendantes du temps et sur de grandes échelles spatiales et temporelles, la méthode des simulations numériques est l’outil le mieux adapté pour mes travaux de recherche. Dans ce cadre, je m’appuie sur des travaux antérieurs utilisant les trois méthodes évoquées : modélisation, analyse de données et simulations.

Les simulations numériques permettent en effet de calculer l’évolution dans le temps d’un volume de plasma en intégrant les équations non-linéaires dont la structure dépend de la finesse de la description recherchée (description fluide ou cinétique par exemple). En dehors de cas théoriques très simples, les équations de la physique des plasmas ne peuvent pas être résolues analytiquement, et encore moins “à la main”. On utilise des codes de simulations pour résoudre les calculs en utilisant des méthodes numériques.

Pour comprendre l’interaction du vent solaire avec des planètes magnétisées en rotation nous aurions a priori plusieurs cadres théoriques possibles (mentionnés dans le chapitre précédent). Parmi les descriptions des phénomènes physiques caractérisant les plasmas, la théorie cinétique statistique semble à première vue la plus complète puisqu’elle permet de prendre en compte les propriétés microscopiques du plasma. On n’y décrit pas toutes les particules, mais plutôt la probabilité d’une particule à se trouver à tel endroit à tel moment. En effet, si on connaît les fonctions de distribution des particules à un état initial, on sait exactement comment elles évoluent grâce à des équations de type équations de Boltzmann. Du point de vue numérique, malheureusement, cette théorie demande un temps de calcul faramineux, et l’on ne l’utilise que sur de très petites échelles, souvent en une ou deux dimensions (ce qu’on appelle par exemple les codes “Vlasov”). En considérant des “particules” et en leur appliquant les équations de Maxwell et les lois de Newton, on peut gagner du temps de calcul (par exemple dans les codes dits “hybrides”, ou encore les codes PIC “Particles in Cells”), même si le nombre et les propriétés de ces particules sont loin de la réalité. Mais même avec ces arrangements, les coûts en calcul sont prohibitifs<sup>1</sup>. Le meilleur moyen d’étudier “efficacement” l’interaction du vent solaire avec des planètes magnétisées reste donc l’approche fluide.

Dans la considération “fluide”, on perd de l’information sur les phénomènes “cinétiques”, c’est à dire les déformations fortes des fonctions de distribution par rapport à la distribution maxwellienne. Mais ces phénomènes peuvent être approfondis dans un second temps ou de manière plus localisée, à partir de simulations globales effectuées dans le cadre de l’approche fluide, ou “magnétohydrodynamique” dans notre cas (voir chapitre précédent). Théoriquement, les équations fluides forment une suite infinie d’équations différentielles exactes, obtenues en prenant les moments de l’équation de Vlasov. Ce sont des équations de conservation

1. Prenons l’exemple de la simulation d’un Uranus en rotation super rapide qui est discuté au chapitre 6. La période de giration d’un proton dans un champ de 1 nT est de  $t_p = 2\pi m_p / (eB) = 1$  min. Afin de bien résoudre le mouvement dans le temps il faut un minimum de 30 pas de temps par giration, c’est-à-dire  $\Delta t = 2$  s. Cela nous donne donc un nombre de pas de temps total de  $N_t = 8.5h/10s \simeq 15.3 \times 10^3$ . Afin de résoudre spatialement la giration du proton dont le rayon de giration est de l’ordre de 100 km dans la magnétogaine d’Uranus, il est raisonnable de considérer un maillage avec une résolution minimale de  $\Delta x \simeq 20$ km. Le nombre de cellules dans l’espace, pour un domaine sphérique de  $500 R_U$  de rayon, est alors de  $N_{cell} = \frac{4}{3}\pi(500R_U)^3 / (20km)^3 \simeq 1 \times 10^{18}$ . Si on prend dix particules par cellule en moyenne (ce qui risque d’être insuffisant), cela demande donc d’interpoler les positions et les vitesses des particules sur le maillage (pour calculer les courants et les densités) et de résoudre les équations d’avancement des particules dans le temps  $N_{tot} = 10 \times N_{cell} \times N_t \simeq 1.5 \times 10^{23}$  fois, sans oublier qu’il faut aussi du temps de calcul pour intégrer (à chaque pas de temps également) les équations de Maxwell sur cette immense grille.

et chacune relie la dérivée temporelle du “moment” d’ordre  $n$  (l’intégrale de la fonction de distribution multipliée par une puissance  $n$  de la vitesse) à la dérivée spatiale du moment d’ordre  $n - 1$ . C’est donc un système infini. Dans la pratique, il faut bien s’arrêter quelque part. Après avoir obtenu une relation sur la densité (ordre 0), la vitesse (ordre 1), la température (ordre 2), on s’arrête généralement à l’ordre 3 en écrivant une relation de fermeture sur le flux de chaleur. Le choix de cette relation de fermeture est une des grandes difficultés des modèles fluides.

Dans ce chapitre, je vais présenter les caractéristiques du code de simulation que j’ai utilisé, MPI-AMRVAC, un code en accès libre adapté à la simulation d’écoulements magnétohydrodynamiques. Ensuite, je préciserai les aspects du code dont j’ai modifié la structure. Enfin, j’explicitierai le rôle de la diffusivité numérique dans la régulation de la reconnexion magnétique et l’établissement de l’ionosphère. Je terminerai par une brève exposition des améliorations du code envisageables à ce jour.

### 3.1 Présentation du code MPI-AMRVAC

Le code de simulation MPI-AMRVAC (librement accessible sous la licence Academic Free License v3.0) est basé sur la résolution d’équations aux dérivées partielles écrites sous la forme :

$$\partial_t \mathbf{U} + \nabla \cdot \mathbf{F}(\mathbf{U}) = S_{phys}(\mathbf{U}, \partial_i \mathbf{U}, \partial_i \partial_j \mathbf{U}, \mathbf{x}, t) \quad (3.1)$$

c’est à dire des équations de conservation sur l’ensemble de variables  $\mathbf{U}(\mathbf{x}, t)$ , contrôlé par les flux  $\mathbf{F}(\mathbf{U})$ , conservation possiblement annulée par l’ajout de termes sources  $S_{phys}$  (voir Keppens et al. [2012], qui en plus de brièvement présenter les autres codes MHD permettant de simuler des situations astrophysiques en trois dimensions, détaille la philosophie du code MPI-AMRVAC et dresse un bilan de ses différentes fonctionnalités). Parmi les modules “physiques” préparés pour l’utilisateur, on trouve entre autre l’ensemble des équations de la MHD non-relativiste, avec la possibilité de “découpage” du champ magnétique : on pose  $\mathbf{B}$  comme étant la somme de deux composantes, un champ de référence donné analytiquement par l’utilisateur  $\mathbf{B}_0$  et un champ résiduel (pas nécessairement petit)  $\mathbf{B}_1 = \mathbf{B} - \mathbf{B}_0$ . En réécrivant les équations de la MHD avec un champ de référence  $\mathbf{B}_0$  potentiel et indépendant du temps, on retrouve les équations **sans dimension** (les détails de la normalisation sont précisés dans la section 3.6) de la version de 2012 de MPI-AMRVAC :

$$\partial_t \rho + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0 \quad (3.2)$$

$$\partial_t (\rho \mathbf{u}) + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \mathbf{u} - \mathbf{B} \mathbf{B} + \mathbf{B}_0 \mathbf{B}_0) + \nabla (p_{tot} - \frac{1}{2} \mathbf{B}_0^2) = 0 \quad (3.3)$$

$$\partial_t e_1 + \nabla \cdot [\mathbf{v} (e + p_{tot} - \mathbf{B} \cdot \mathbf{B}_0) - \mathbf{B}_1 \mathbf{B} \cdot \mathbf{u}] = \nabla \cdot (\mathbf{B}_1 \times \eta \mathbf{J}_1) \quad (3.4)$$

$$\partial_t \mathbf{B}_1 + \nabla \cdot (\mathbf{u} \mathbf{B} - \mathbf{B} \mathbf{u}) = -\nabla \times (\eta \mathbf{J}_1) \quad (3.5)$$

où  $\rho$  est la densité de masse,  $p$  la pression du gaz,  $\mathbf{u}$  la vitesse du plasma,  $e = p/(\gamma - 1) + \rho \frac{1}{2} \mathbf{u}^2 + \frac{1}{2} \mathbf{B}^2$  l’énergie totale,  $e_1 = p/(\gamma - 1) + \rho \frac{1}{2} \mathbf{u}^2 + \frac{1}{2} \mathbf{B}_1^2$ , et  $p_{tot} = p + \frac{1}{2} \mathbf{B}^2$  la pression totale. C’est dans ces deux dernières équations que se cache notre relation de fermeture, à savoir une fermeture de type adiabatique  $D/D_t(p/\rho^\gamma) = 0$ .  $\mathbf{J}_1 = \nabla \times \mathbf{B}_1$  est le courant dû au champ magnétique résiduel non potentiel et  $\eta$  la diffusivité magnétique. Dans le cas non-résistif ( $\eta = 0$ ), tous les termes à droite des équations (3.4)-(3.5) disparaissent.

Les équations sont le plus souvent intégrées en utilisant un schéma de type Lax-Friedrichs (voir section 3.5) à deux ou quatre pas (“TVDFL” dans MPI-AMRVAC), un schéma permettant de capturer des chocs complexes (problème dit de Riemann) sans créer d’oscillations non physiques avec une haute résolution [Benna et al., 2010]), associé à un limiteur de gradient *minmod* [Roe, 1986]. Une correction de Powell [Powell et al., 1999] est également utilisée par le code pour s’assurer que  $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$  (option “powell” dans MPI-AMRVAC).

### 3.2 Le choix du domaine de simulation

MPI-AMRVAC a été choisi en partie pour la possibilité offerte par le code de travailler sur une grille en coordonnées sphériques  $(r, \theta, \phi)$ , un repère naturel pour l'étude des planètes : en plaçant la planète au centre d'un domaine sphérique, les mailles sont en effet naturellement mieux résolues près de la planète, là où le champ magnétique varie le plus fortement. On peut donc lancer des simulations sans même avoir à utiliser de raffinement comme c'est souvent le cas dans les simulations utilisant des grilles cartésiennes. Avec les progrès des différents codes, on observe une tendance globale à passer aux simulations de magnétosphères planétaires sur un maillage sphérique (voir Jia et al. [2012] par exemple). Le domaine est délimité par deux coquilles sphériques, appelées respectivement bord interne et bord externe. Il est construit à partir d'un repère cartésien dans le code de simulation. L'axe  $z$ , qui correspond à l'axe  $z$  à partir duquel est mesuré l'angle  $\theta$  du repère sphérique, définit l'anti-direction du vent solaire. L'axe  $x$  est tel que l'axe de rotation de la planète, fixe par rapport à la direction du vent solaire tout au long de la simulation, est contenu dans le plan  $x, z$ . L'axe  $y$  complète un repère cartésien orthonormé direct.

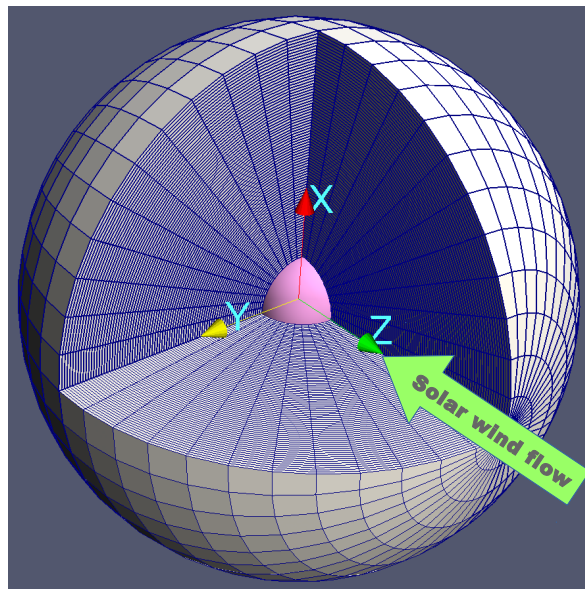


FIGURE 3.1 – Représentation de notre domaine de simulation (le bord interne, en rose, a été volontairement grossi pour la représentation). Le bord interne correspond la plupart du temps à l'ionosphère de la planète. Le vent solaire est dirigé selon l'axe  $-z$ , tout le long de la coque sphérique côté jour. La planète est au centre.

Le domaine est découpé en blocs permettant de résoudre les équations en parallèle (MPI-AMRVAC est en effet un code parallélisé).<sup>2</sup>

2. Le choix du nombre de points de grille dans les dimensions  $r, \theta$  et  $\phi$  dépend du nombre total de mailles que l'on souhaite avoir par bloc et du nombre de blocs dans la direction en question (il faut prendre un compte les cellules "fantômes" qui permettent au code de faire le lien entre différents blocs). Par exemple, le nombre de points de maille dans la direction radiale doit être un multiple de  $[n_1 - 2n_2]$ , avec  $n_1$  le nombre de points de grille dans un bloc dans la direction  $r$  et  $n_2$  le nombre de cellules fantômes. Par exemple, pour  $n_1 = 10$  cellules par bloc et  $n_2 = 2$  cellules fantômes, on pourra prendre  $3 \times (10 - 2 \times 2) = 3 \times 6 = 18$  points dans la direction  $r$ , ce qui revient à dire que sans raffinement on aura 3 blocs dans la direction radiale.

### 3.3 Les conditions aux bords

Les conditions aux bords de la simulation sont d’une très grande importance puisqu’elles déterminent pour beaucoup l’évolution de la simulation. Dans la situation présente, il y a deux bords du domaine de simulation : le bord interne, coquille sphérique centrée sur la planète, et le bord externe, également coquille sphérique (voir Fig. 3.2).

Au niveau du bord externe, on impose les conditions du vent solaire, qui entre dans le domaine selon la direction  $-z$ . Si la densité dans une des cellules proche du bord externe dépasse de plus d’1% la valeur pour le vent solaire, alors on suppose que le bord est atteint par une perturbation réelle engendrée dans le domaine et on impose une condition au bord de type Neumann, à savoir  $\partial_r = 0$  sur toutes les quantités physiques, ce qui permet au plasma de quitter librement le domaine de simulation, notamment en aval de la planète.

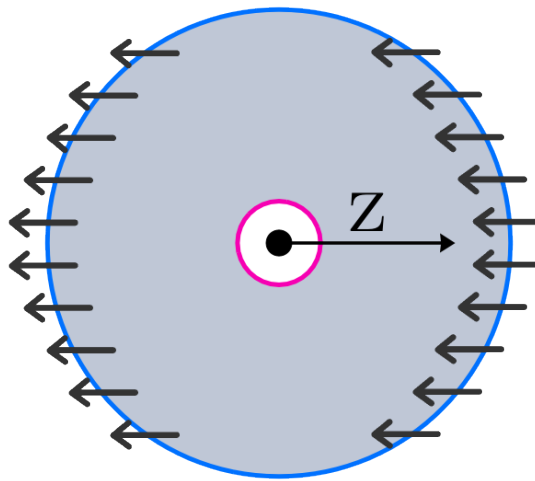


FIGURE 3.2 – Représentation schématique du domaine de simulation, centré autour de la planète (en noir, au centre), et compris entre le bord interne (en rose) et le bord externe (en bleu). Au bord externe, les conditions sont celles du vent solaire (symbolisé par les flèches grises) sauf lorsqu’une perturbation atteint le bord, auquel cas des conditions de Neumann sont appliquées à toutes les quantités. Au bord interne, situé généralement à quelques rayons de la planète, les conditions peuvent varier d’une simulation à l’autre. Le plus souvent, la densité, la pression, les composantes non radiales de la vitesse du fluide, ainsi que le champ de référence  $\mathbf{B}_0$  sont imposés alors que des conditions de type Neumann sont appliquées aux autres quantités.

C’est au bord interne que le traitement est le plus délicat. Je reviens plus en détail sur le traitement de l’ionosphère dans la sous-section 3.5.2. Outre le problème des forts gradients liés au champ magnétique fort de la planète que nous détaillons dans la sous-section suivante, le champ magnétique intrinsèque de la planète pose un autre problème majeur du fait de sa forte intensité. En effet, plus le champ magnétique est fort, plus la vitesse des ondes, et en particulier celle des ondes d’Alfvén, est élevée. Ainsi, pour pouvoir propager des informations qui voyagent à des vitesses très élevées, le code de simulation doit réduire le pas de temps afin de respecter la condition de stabilité CFL (voir Courant et al. [1928]). Or il faut bien que la simulation avance, sinon on pourrait y rester des siècles. C’est pour cela qu’à l’exception de Mercure, on place généralement le bord interne de la simulation non pas exactement au bord de la planète, mais à une distance suffisamment grande pour que la valeur de la vitesse d’Alfvén ait pu décroître à un niveau acceptable tout en évitant de trop approcher le bord interne des frontières caractéristiques de la magnétosphère telle que, par exemple, la magnétopause.

Une fois cette distance du bord interne fixée, les conditions sur les différentes quantités physiques dépendent de la planète considérée : Mercure n’est pas traitée de la même manière que Saturne ou Uranus. On impose généralement une valeur pour la densité et la pression. On utilise une condition au bord de type Neumann pour le champ magnétique  $\mathbf{B}_1$  (voir section 3.4). Pour la vitesse, dans le cas des rotateurs rapides, on impose la vitesse de co-rotation et on annule la composante radiale. Pour les simulations extraites de nos publications, nous invitons le lecteur à consulter dans les annexes les paramètres desdites simulations.

### 3.4 A propos de la technique de la décomposition du champ magnétique

Du point de vue numérique, les simulations des magnétosphères d’étoiles ou de planètes sont particulièrement délicates à réaliser à cause des caractéristiques du champ magnétique intrinsèque de ces objets. Ce champ magnétique intrinsèque est en effet à la fois très intense, permanent, et surtout son intensité diminue rapidement avec la distance radiale. Or, un gradient excessif à l’échelle de la maille est une source d’erreur et il y a donc risque de voir le champ magnétique de la planète disparaître au cours du temps s’il n’est pas traité correctement.

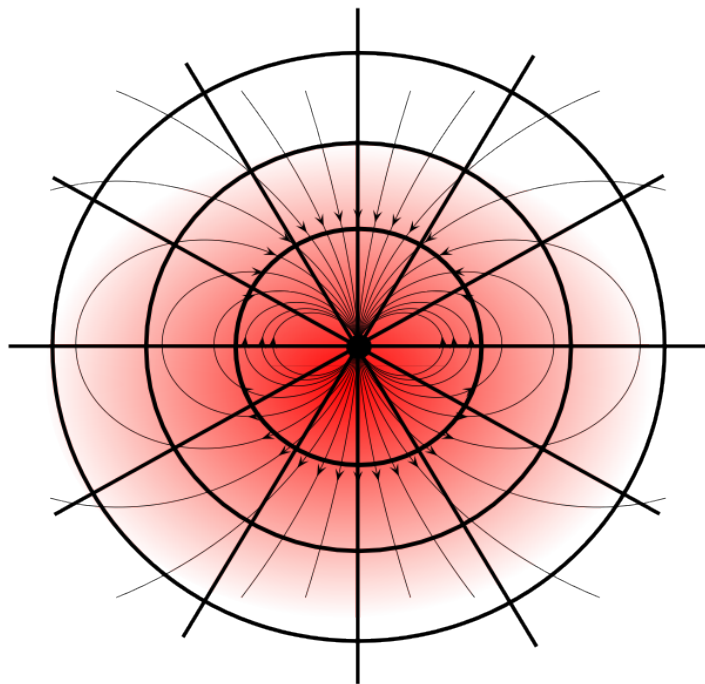


FIGURE 3.3 – Représentation schématique illustrant le “problème” du champ magnétique intrinsèque. Le champ magnétique, par exemple ici un dipôle, change beaucoup d’intensité (représentée par l’intensité de la couleur rouge) d’un point de la grille de simulation (traits épais noirs) à un autre.

Reprenons plus en détail ce problème du champ magnétique intrinsèque. Le champ magnétique intrinsèque des objets astronomiques est généralement constant au cours du temps par rapport au temps de relaxation de la magnétosphère tout entière. Il décroît très rapidement en fonction de la distance radiale (tout comme la vitesse d’Alfvén) sur des distances de l’ordre de la taille caractéristique de la magnétosphère, alors que, comme le montre Tanaka [1994], la composante “libre” du champ magnétique, celle qui résulte de l’écoulement du plasma autour de la planète, ne varie pas de plus d’un facteur 10 dans toute la magnétosphère.

En termes techniques, on dit donc que le champ magnétique intrinsèque présente de forts “gradients”, c’est-à-dire qu’il change fortement de valeur d’un point à l’autre de la maille (comme on peut le voir sur la figure 3.3). Or le code de simulation est normalement conçu pour limiter les gradients, qui sont autrement de possibles sources d’erreur. Ainsi, pour conserver l’information sur le champ magnétique intrinsèque sans devoir augmenter la résolution de la grille du domaine de simulation, Tanaka [1994] a proposé de résoudre les équations de la MHD en découpant le champ magnétique total  $\vec{B}$  en deux parties : un champ de référence  $\mathbf{B}_0$ , dont l’on donne l’expression analytique à chaque pas de temps en tout point de la grille, et un champ résiduel  $\mathbf{B}_1$  calculé numériquement par le code (voir Figure 3.4). Cette technique de “découpage” du champ magnétique a été utilisée depuis dans presque toutes les simulations de magnétosphères de planètes (on peut citer, par exemple, les études récentes de Saturne [Jia et al., 2012], Jupiter [Chané et al., 2017], ou Uranus [Cao and Paty, 2017]).

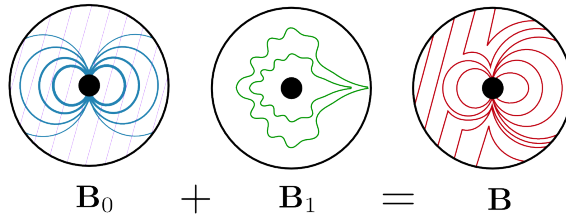


FIGURE 3.4 – Représentation schématique de la méthode du découpage du champ magnétique de Tanaka [1994]. On donne analytiquement un champ de référence  $\mathbf{B}_0$ , généralement celui qui présente de forts gradients dans le domaine de simulation, puis on laisse le code calculer numériquement le champ  $\mathbf{B}_1$  pour que la somme des deux donne le champ magnétique total qui est celui qui respecte les équations de la MHD.

Cependant, les équations écrites par Tanaka [1994] ne fonctionnent que si le champ  $\mathbf{B}_0$  est potentiel (qui ne crée pas de courant) et indépendant du temps. Plus récemment, Gombosi et al. [2002] a proposé une réécriture des équations pour un  $\mathbf{B}_0$  qui dépend du temps, modification nécessaire si l’on veut simuler des planètes qui tournent dans un repère inertiel.

De mon côté, j’ai ajouté les termes sources nécessaires dans MPI-AMRVAC pour m’assurer que l’on puisse utiliser un champ de background donné analytiquement dépendant du temps et possiblement non potentiel. Il fallait pour cela vérifier tous les termes liés au champ magnétique et au courant, afin de s’assurer qu’aucun terme ne manquait dans les équations. Contrairement à ce qui est fait par l’équipe du Michigan (voir notamment Tóth et al. [2004]) ou même la récente adaptation de Xia et al. [2018], j’ai fait le choix d’implémenter l’expression analytique de la dérivée temporelle de  $\mathbf{B}_0$ , ainsi que celle de tous les termes nécessaires dans le cas d’un  $\mathbf{B}_0$  non potentiel.

Les termes sources à ajouter dans MPI-AMRVAC dans le cas d’un  $\mathbf{B}_0$  potentiel dépendant du temps sont en rouge ci-dessous :

$$\partial_t \rho + \nabla \cdot (\mathbf{u}\rho) = 0 \quad (3.6)$$

$$\partial_t (\rho \mathbf{u}) + \nabla \cdot (\mathbf{u}\rho \mathbf{u} - \mathbf{B}\mathbf{B} + \mathbf{B}_0 \mathbf{B}_0) + \nabla (p_{\text{tot}} - \frac{1}{2} \mathbf{B}_0^2) = 0 \quad (3.7)$$

$$\partial_t e_1 + \nabla \cdot [\mathbf{u}(e + p_{\text{tot}} - \mathbf{B} \cdot \mathbf{B}_0) - \mathbf{B}_1 \mathbf{B} \cdot \mathbf{u}] = -\mathbf{B}_1 \cdot \partial_t \mathbf{B}_0 + \nabla \cdot (\mathbf{B}_1 \times \eta \mathbf{J}_1) \quad (3.8)$$

$$\partial_t \mathbf{B}_1 + \nabla \cdot (\mathbf{u}\mathbf{B} - \mathbf{B}\mathbf{u}) = -\partial_t \mathbf{B}_0 - \nabla \times (\eta \mathbf{J}_1) \quad (3.9)$$

avec les mêmes notations que précédemment.



### 3.4.1 Application au cas d'une magnétosphère planétaire

Maintenant, il me reste à définir proprement ce qu'on donnera comme expression analytique pour le champ de référence  $\mathbf{B}_0$ . Tout d'abord, je vais considérer un champ magnétique planétaire axi-symétrique  $\mathbf{B}_p$  défini par une expansion multipolaire sous la forme  $\mathbf{B}_p = \sum_{l=1}^n (B_{p,r}^l \mathbf{e}_r + B_{p,\theta}^l \mathbf{e}_\theta + B_{p,\varphi}^l \mathbf{e}_\varphi)$  en coordonnées sphériques,  $\theta$  étant la colatitude, comprise entre 0 et  $\Pi$ , et  $\phi$  la longitude, comprise entre 0 et  $2\Pi$  :

$$B_{p,r}^l(r, \cos \theta) = (l+1) \frac{\psi_l}{r} \quad (3.10)$$

$$B_{p,\theta}^l(r, \cos \theta) = \frac{\psi_l A_l}{r} \quad (3.11)$$

$$B_{p,\varphi}^l(r, \cos \theta) = 0 \quad (3.12)$$

avec  $\psi_l(r, \cos \theta) = \left(\frac{1}{r}\right)^{l+1} g_l P_l(\cos \theta)$ , où  $g_l$  sont des coefficients numériques,  $P_l$  désigne le polynôme de Legendre de degré  $l$  et  $A_l(\cos \theta) = \left(\frac{P_{l-1}(\cos \theta)}{\cos \theta P_l(\cos \theta)} - 1\right) \frac{l \cos \theta}{(1 - \cos^2 \theta)^{1/2}}$ ,  $A_l(0) = 1$ .

Une fois ce champ planétaire  $\mathbf{B}_p$  défini, je lui ajoute le champ magnétique constant  $\mathbf{B}_{VS}$  du vent solaire pour former le champ de référence  $\mathbf{B}_0$  (voir Fig. 3.5). Il me reste encore à donner l'expression analytique de  $\partial_t \mathbf{B}_0$ , qui est finalement la dérivée temporelle de  $\mathbf{B}_p$  puisque  $\mathbf{B}_{VS}$  est constant.

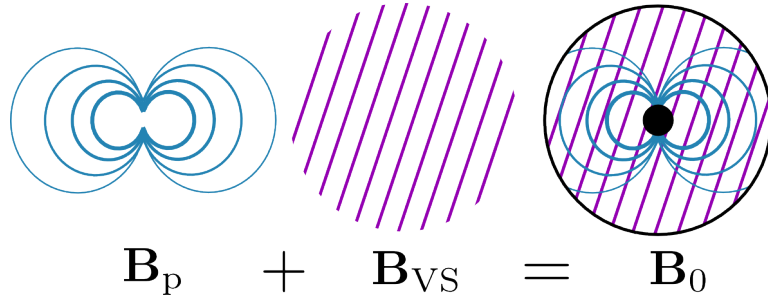


FIGURE 3.5 – Représentation schématique du choix de notre champ de référence  $\mathbf{B}_0$ , composé du champ magnétique planétaire (que l'on définit jusqu'au delà du bord externe du domaine de simulation) et du champ magnétique du vent solaire.

Prenons le cas qui nous intéresse dans cette thèse, à savoir un  $\mathbf{B}_p$  tournant autour d'un axe de rotation défini par le vecteur  $\boldsymbol{\omega}$  ( $\omega = |\boldsymbol{\omega}|$  étant la vitesse angulaire de rotation) traversant le centre de l'expansion multipolaire du champ magnétique  $r = 0$ . Dans ce cas, le terme  $\partial_t \mathbf{B}_0 = \partial_t \mathbf{B}_p$  qui apparaît dans l'équation (3.9) peut s'écrire :

$$\partial_t \mathbf{B}_0 = \nabla \times (\mathbf{v}_{\text{cor}} \times \mathbf{B}_p) = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{B}_p - \mathbf{v}_{\text{cor}} \cdot \nabla \mathbf{B}_p \quad (3.13)$$

avec  $\mathbf{v}_{\text{cor}} \equiv \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}$  la vitesse de co-rotation au point  $r$ . Le premier terme de la partie droite de l'équation (3.13) se calcule facilement, quelle que soit l'orientation du vecteur de rotation  $\boldsymbol{\omega}$ . Le second terme de la partie droite de l'équation (3.13) requiert au contraire le calcul explicite des dérivées partielles spatiales de  $\mathbf{B}_0$  qui, dans ce cas, s'écrivent :

$$\partial_r B_{0,r}^l(r, \cos \theta) = -(l+1)(l+2)g_l P_l r^{-(l+3)} \quad (3.14)$$

$$\partial_\theta B_{0,r}^l(r, \cos \theta) = -B_r^l A_l \quad (3.15)$$

$$\partial_r B_{0,\theta}^l(r, \cos \theta) = -(l+1+r) \frac{\psi_l A_l}{r} \quad (3.16)$$

$$\partial_\theta B_{0,\theta}^l(r, \cos \theta) = -\left(A_l^2 - \partial_\theta A_l\right) \frac{\psi_l}{r} \quad (3.17)$$

$$\partial_\theta A_l(\cos \theta) = \frac{l(l+1)(P_l^2 - P_{l-1}P_{l+1})}{(1 - \cos^2 \theta)P_l^2}. \quad (3.18)$$

Je note pour terminer que tout ceci est calculé dans le repère du champ magnétique de la planète, et que dans la pratique j'ai utilisé une matrice de transformation (dépendante du temps) pour calculer les composantes de  $\mathbf{B}_p$  et  $\partial_t \mathbf{B}_0$  dans le repère inertiel de la simulation dans lequel les équations 3.6-3.9 s'appliquent.

Je note également que cette décomposition peut s'appliquer au cas d'une étoile en rotation.

### 3.5 A propos de la diffusion numérique dans la méthode Lax-Friedrichs

Je vais mentionner plusieurs fois dans cette thèse le rôle de la diffusion numérique. Cette diffusion, dans nos simulations, est une conséquence de la résolution finie du maillage numérique. Son importance dépend de la méthode utilisée pour intégrer les équations.

Pour mieux comprendre ce qu'est la diffusion numérique, considérons une situation simple présentée dans la figure 3.6. On considère un plasma s'écoulant en deux dimensions dans un repère cartésien à la vitesse  $\mathbf{u} = u\mathbf{x}$ , dans un champ magnétique  $\mathbf{B} = B(x)\mathbf{y}$ .

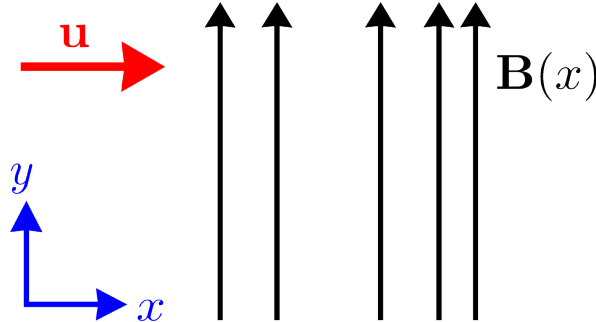


FIGURE 3.6 – Configuration simple permettant d'évaluer le coefficient de diffusion de la méthode Lax-Friedrichs.

On se place dans le cadre de la MHD idéale. L'équation d'induction  $\partial_t \mathbf{B} = \nabla \times (\mathbf{u} \times \mathbf{B})$  donne alors  $\partial_t \mathbf{B} = -u \partial_x \mathbf{B}$ . On observe alors que l'erreur sur le calcul de  $\partial_t \mathbf{B}$  (et qui est donc la source de la diffusion) dépend de la précision du calcul de la dérivée spatiale  $\partial_x \mathbf{B}$ . Comme illustrée dans la figure 3.7 la méthode de Lax-Friedrichs calcule la dérivée au point  $x$  en utilisant les valeurs de  $B$  des points du maillage en  $x + \delta x$  et  $x - \delta x$  suivant  $\partial_x B \simeq [B(x + \delta x) - B(x - \delta x)]/2\delta x$ .

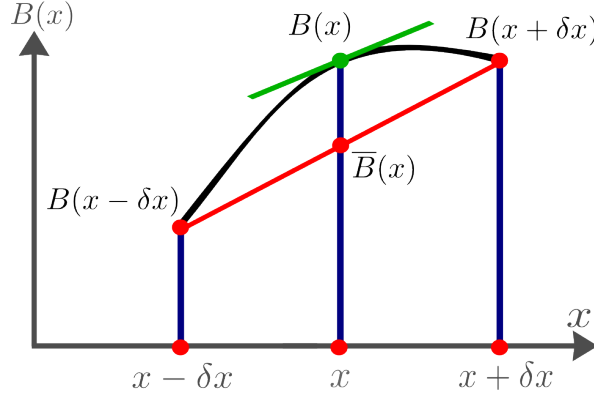


FIGURE 3.7 – Approximation de la dérivée  $\partial_x \mathbf{B}$  dans le cadre de la méthode de Lax-Friedrichs. En vert la pente “exacte”, en rouge la pente approximée. En outre, pour des raisons de stabilité, dans Lax-Friedrichs l’avancement dans le temps de  $B(x, t)$  à  $B(x, t + \delta t)$  prend  $\bar{B}(x, t)$  comme point de départ.

Comme je le disais, la méthode de Lax-Friedrichs a pour but d’avancer les équations dans le temps. Évaluons donc l’erreur de la méthode lors du calcul de la valeur du champ magnétique au temps  $t + \delta t$  en fonction de l’état du système au temps  $t$  :

$$B(x, t + \delta t) = B(x, t) - u(x) \frac{\partial B}{\partial x} \delta t \quad (3.19)$$

Cependant l’équation 3.19 décrit généralement une évolution instable. Afin de garantir la stabilité, la méthode de Lax-Friedrichs remplace  $B(x, t)$  par  $\bar{B}(x, t) = \frac{1}{2}[B(x - \delta x) + B(x + \delta x)]$  comme sur la figure 3.7. L’avancement s’écrit alors :

$$B(x, t + \delta t) = \bar{B}(x, t) - u(x) \frac{\partial B}{\partial x} \delta t \quad (3.20)$$

Si l’on prend le développement de Taylor  $B(x \pm \delta x) = B(x) \pm B'(x)\delta x + B''(x)(\delta x)^2/2 + \dots$  on peut écrire que  $\bar{B}(x) = B(x) + B''(x)(\delta x)^2/2$  et l’équation 3.20 devient :

$$B(x, t + \delta t) - B(x, t) = B''(x) \frac{(\delta x)^2}{2} - u(x) \frac{\partial B}{\partial x} \delta t \quad (3.21)$$

En divisant par  $\delta t$  on obtient finalement l’équation suivante, où apparaît un terme diffusif (car dépendant de la dérivée seconde de  $B$ ) dont le coefficient (en rouge) est une fonction de la discrétisation du maillage :

$$\frac{\partial B}{\partial t} = B''(x) \frac{(\delta x)^2}{2\delta t} - u(x) \frac{\partial B}{\partial x} \quad (3.22)$$

Le coefficient estimé ici nous permettra d’en évaluer grossièrement la diffusivité numérique dans les simulations.

### 3.5.1 A propos de la reconnexion

On parle de reconnexion magnétique lorsque la topologie du champ magnétique change et que la connexion magnétique entre les particules fluides est réarrangée (voir Fig. 3.8). On sort alors du cadre de la MHD idéale, car les lignes de champ se brisent pour se reformer d'une autre manière. La reconnexion n'est possible que s'il y a diffusion magnétique. Elle s'accompagne d'une dissipation d'énergie magnétique, qui se transforme en énergie interne (augmentation de la température) et en énergie cinétique dirigée. D'un point de vue plus pratique, les zones de reconnexion magnétique sont facilement repérables, car le champ magnétique y est en général très faible et la température élevée, ce qui implique des valeurs particulièrement élevées du  $\beta$  du plasma à ces endroits.

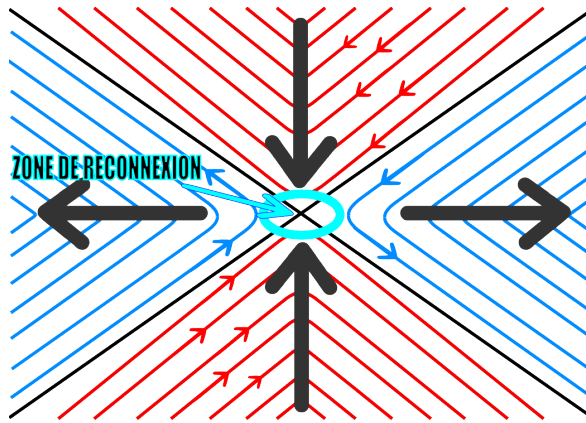


FIGURE 3.8 – Illustration d'un point de reconnexion de lignes de champ magnétique. Les flèches noires montrent le mouvement du plasma et celui des lignes de champ magnétique; les lignes rouges se rapprochent, advectées par l'écoulement, jusqu'à se reconnecter pour former les lignes bleues qui s'écartent de la zone de reconnexion.

Dans une simulation basée sur les équations de la MHD idéale, le terme de diffusion magnétique est nul par construction et, par conséquent, la reconnexion n'y est pas possible. Cependant, comme on le verra plus loin, la reconnexion est un ingrédient essentiel dans la structuration des magnétosphères planétaires. Dès lors, le recours à la MHD résistive ( $\eta$  non nul dans les équations (3.6)-(3.9)) semble nécessaire. Or, il se trouve que la diffusion numérique dont il a été question ci-dessus rend ce recours superflu.

### 3.5.2 Le cas de l'ionosphère

Dans la physique magnétosphérique, l'ionosphère joue un rôle essentiel puisque c'est elle qui, du fait de sa résistivité électrique, permet aux courants électriques de circuler à la surface de la planète.

Une fois encore, la résistivité numérique s'avère généralement suffisante pour ne pas avoir à ajouter une résistivité ionosphérique spécifique au bord interne de la simulation. Le champ résistif n'est donc pas complètement maîtrisé dans la simulation mais il peut être mesuré a posteriori, une fois la simulation réalisée. Par exemple, dans le cas d'une simulation de Saturne, on obtient la carte du champ électrique résistif  $\mathbf{E}_{res} = (\mathbf{v}_{corot} - \mathbf{u}) \times \mathbf{B}$  (où  $\mathbf{v}_{corot} = \vec{\omega} \times \mathbf{r}$  est la vitesse de co-rotation) sur le bord interne de la simulation (voir Fig. 3.9). En calculant le courant  $\mathbf{j} = \nabla \times \mathbf{B}$  au bord interne on peut, en le divisant par la valeur de  $E_{res}$ , obtenir la valeur de la conductivité numérique.

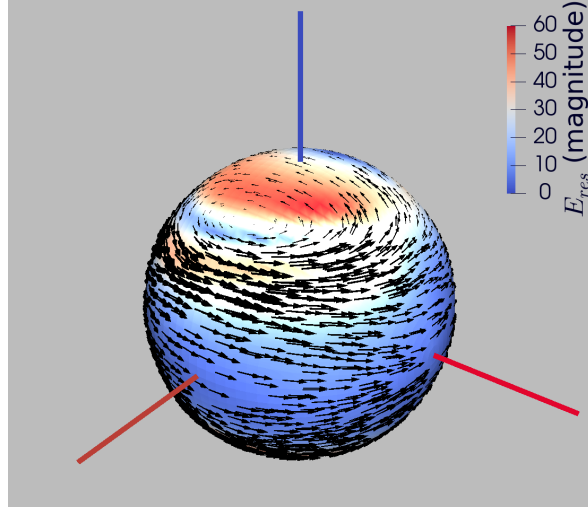


FIGURE 3.9 – Représentation de la valeur du champ électrique résistif  $\mathbf{E}_{res} = (\mathbf{v}_{corot} - \mathbf{u}) \times \mathbf{B}$  sur le bord interne de la simulation. L’axe de rotation de la planète est indiqué par un trait épais bleu foncé, la direction du vent solaire est marquée par le trait épais rouge en bas à droite de la figure (le trait rouge pâle à gauche complète le repère). Cette simulation est celle nommée “Nr” dans le chapitre 5. Les flèches noires sont proportionnelles en taille à l’intensité de la vitesse du plasma sur le bord interne et montrent la direction de celui-ci. Les endroits où la vitesse du plasma va à l’encontre de la vitesse de co-rotation, notamment près du pôle, sont les endroits où l’on s’éloigne le plus de la MHD idéale et  $E_{res}$  y est particulièrement élevé.

### 3.6 Paramètres de simulation utilisés et normalisations

Les paramètres des simulations décrites dans ce manuscrit sont détaillés soit dans les papiers d’où proviennent les figures, soit dans les chapitres correspondant. En MHD, les paramètres importants sont des paramètres sans dimension (la normalisation est faite par rapport aux valeurs des paramètres dans le vent solaire, en utilisant les grandeurs caractéristiques présentées dans le tableau 3.1) :

1. la valeur du  $\gamma$ , qui vaut toujours  $5/3$  dans toutes les simulations que j’ai effectuées,
2. la valeur du  $\beta_{VS}$  dans le vent solaire
3. la valeur du nombre de Mach dans le vent solaire  $M_{VS}$
4. la valeur du rapport  $\alpha = g_1^0/|B_{VS}|$ , ainsi que les rapports  $g_l^0/g_1^0$  pour  $l \geq 2$  pour donner les coefficients de l’expansion multipolaire pour le champ magnétique planétaire

Les paramètres des simulations de Mercure sont en effet présentés dans le tableau 4.1. Ceux des simulations du rotateur rapide stationnaire (Saturne) sont résumés dans le tableau 5.1. Enfin, ceux des simulations de l’étude d’Uranus sont dans le tableau 6.1.

Je note ici que le paramètre  $\Upsilon$  (défini en section 1.3) peut également être calculé en fonction des paramètres d’entrée des simulations :

$$\Upsilon = \frac{36}{\pi} \Omega \left( \frac{\alpha^2}{\gamma \beta_{VS} M_{VS}^2} \right)^{2/3} = \frac{36}{\pi} \frac{\omega R_0}{\alpha v_A^{VS}} \left( \frac{\alpha^2}{\gamma \beta_{VS} M_{VS}^2} \right)^{2/3} \quad (3.23)$$

TABLEAU 3.1 – Normalisations utilisées. L’index 0 indique la valeur de normalisation et  $VS$  la valeur dans le vent solaire. On rappelle que  $m = m_p/2$ .  $R_p$  est le rayon du bord interne, soit celui de la planète ou plusieurs fois celui de la planète.

	Normalisation	Vent	Vent après normalisation
espace	$L$	$R_p = L$	1
vitesse	$c_0 = \left(\gamma \frac{p_0}{\varrho_0}\right)^{1/2}$	$c_{VS} = c_0$	1
temps	$t_0 = \frac{L}{c_0}$	$t_{VS} = t_0$	1
densité	$n_0 = n_e + n_p$	$n_{VS} = n_0$	1
densité de masse	$\varrho_0 = mn_0$	$\varrho_{VS} = \varrho_0$	1
pression	$p_0 = \varrho_0 c_0^2$	$p_{VS} = p_0/\gamma$	$1/\gamma = 3./5.$
champ magnétique	$B_0$	$B_{VS} = B_0 \left(\frac{\beta_{VS}\gamma}{2}\right)^{-1/2}$	$\left(\frac{\beta_{VS}\gamma}{2}\right)^{-1/2}$

### 3.7 Améliorations possibles

Pour optimiser le temps de calcul des simulations nécessitant un très grand domaine de simulation (telles que celles présentées dans le chapitre 6, section 6.2), j’ai besoin d’implémenter notre traitement du champ magnétique dans la nouvelle version de MPI-AMRVAC, dont une description a été publiée récemment par Xia et al. [2018]. En effet, cette nouvelle version permet de construire des domaines de simulation en coordonnées sphériques tout en gardant l’aspect des cellules constant dans tout le domaine de simulation, contrairement à ce que propose la version de 2012 utilisée durant ma thèse.

Lorsque j’ai rendu visite à l’équipe de Rony Keppens qui développe MPI AMRVAC à l’université KU Leuven pour y donner un séminaire en novembre 2017, j’ai découvert que cette équipe effectue des simulations de magnétosphères stellaires plongées dans un vent stellaire variable. Comme je l’explique dans la section 1.1.2, le vent solaire est en fait très variable, partout dans l’héliosphère. Jia et al. [2012] a d’ailleurs effectué une simulation de la magnétosphère de Saturne au cours de laquelle le vent solaire change quatre fois de propriétés. La possibilité de simuler un vent solaire variable est l’amélioration nécessaire pour poursuivre les travaux sur la magnétosphère de Mercure, Saturne mais aussi sur celle d’Uranus, puisque les données de Voyager II montrent que le vent solaire était assez variable au moment où la sonde est entrée dans la magnétosphère d’Uranus.

Une autre amélioration possible, plus complexe à implémenter, serait de pouvoir considérer un champ magnétique planétaire qui ne soit pas axi-symétrique. Ceci me donnerait davantage de liberté pour simuler des configurations plus complexes que celles présentées dans la suite de ce manuscrit, en particulier pour la magnétosphère d’Uranus.



## Chapitre 4

# Magnétosphère sans rotation, ou cas du rotateur lent extrême

■ *I wanted to be involved in space exploration, absolutely. I also wanted to be one of those scientists who's involved with society and who is aware of what our technologies mean to the world and what the world means to technological development, because it's not a one-way street.*

■

---

Mae Jemison, astronaute de la navette spatiale en septembre 1992,  
interview par P. Lipp publiée sur le site *Graduating Engineer* en 1999

### Sommaire

---

4.1	Simuler l'interaction du vent solaire avec Mercure . . . . .	47
4.2	Influence du nombre de Mach et du $\beta$ dans le vent solaire . . . . .	49
4.3	Comparaison de deux modèles de champ magnétique planétaire . . . . .	52
4.4	Possibilité de l'existence de fronts stationnaires de mode lent dans la magnétosphère de Mercure . . . . .	57
4.5	Conclusions sur la structure MHD d'une magnétosphère sans rotation . . . . .	59

---





FIGURE 4.1 – Vue d’artiste de la sonde japonaise d’étude magnétosphérique MMO de BepiColombo en orbite autour de Mercure. Crédits : JAXA

Afin de commencer mon étude de l’influence de la rotation planétaire dans l’interaction entre le vent solaire et une magnétosphère planétaire, j’étudie une planète “témoin”, où la rotation planétaire est beaucoup trop lente au vu de la taille de la magnétosphère et des propriétés du vent solaire pour jouer un rôle non négligeable : le meilleur exemple que nous ayons de ce cas est la magnétosphère de Mercure.

La magnétosphère de Mercure n’a été observée que par la sonde Mariner 10 (de la NASA), qui a effectué trois survols de la planète, entre mars 1974 et mars 1975, et par la sonde MESSENGER qui a effectué trois survols de Mercure en 2008 avant de se placer en orbite autour de la planète en 2011.

Les premières mesures *in situ* ont donc été prises par la sonde Mariner 10, qui a quitté la Terre en 1973. Seuls les premier et troisième survols de Mercure ont permis alors d’étudier le champ magnétique. On pensait à l’époque que Mercure serait comme la Lune, et ne posséderait pas de champ magnétique intrinsèque. Or, quelques minutes avant le premier passage de Mariner dans l’ombre de la planète, la sonde a brutalement traversé une onde de choc [Ogilvie et al., 1974], révélatrice d’une interaction importante du champ intrinsèque de Mercure avec le vent solaire, à l’image d’autres planètes comme la Terre.

Trente-cinq ans plus tard, la sonde MESSENGER décolle à son tour pour s’envoler vers Mercure. Elle passe une première fois à proximité de la planète (200 km d’altitude) le 14 Janvier 2008, puis à nouveau le 6 Octobre 2008 et le 29 Septembre 2009 (cette fois-ci à 228 km d’altitude). Ce n’est que le 18 Mars 2011 que MESSENGER se place définitivement en orbite autour de Mercure, jusqu’à sa fin de mission le 30 avril 2015. Le magnétomètre de MESSENGER a effectué des mesures de la valeur du champ magnétique assez précises, permettant ainsi de préciser les modèles de la magnétosphère imaginés avec les données de Mariner 10.

Cependant, MESSENGER ne fournit pas des données suffisamment complètes pour comprendre en détail les interactions avec le vent solaire, notamment parce qu’aucun relevé concernant les propriétés du vent solaire au niveau de Mercure (vitesse, température, densité) n’a pu être effectué simultanément avec les mesures de champ magnétique. C’est pour cela que la mission Bepi-Colombo, collaboration de l’Agence spatiale européenne (ESA) et de l’Agence d’exploration spatiale japonaise (JAXA), va prendre le relais.

Cet aspect sort évidemment du cadre de ma thèse, mais au moment où j’écris ces lignes, BepiColombo est en Guyane, son lancement étant prévu pour octobre ou novembre 2018. Les deux sondes de la mission se placeront en orbite autour de Mercure dans sept ans. Le satellite japonais MMO (Mercury Magnetospheric Orbiter, voir Fig. 4.1, récemment surnommé Mio) permettra d’explorer pour la première fois le plasma dans l’environnement herméen, comme la sonde Cassini a permis d’explorer la magnétosphère de Saturne. MMO emportera notamment un instrument du LESIA (Laboratoire d’Etudes spatiales et d’Instrumentation en Astrophysique), baptisé SORBET (acronyme pour “Spectroscopie des Ondes Radio et du Bruit Électrostatique Thermique”, voir Moncuquet et al. [2006]). Ce spectromètre a été conçu pour mesurer, en utilisant les radio-fréquences, la densité des électrons et leur température par la méthode du QTN (“Quasi-Thermal-Noise”, voir Meyer-Vernet et al. [2017]).

#### 4.1 Simuler l’interaction du vent solaire avec Mercure

Pourquoi simuler l’interaction du vent solaire avec Mercure? L’axe magnétique de Mercure est perpendiculaire au plan de l’écliptique, confondu avec l’axe de rotation de la planète. Après le second survol de Mercure par MESSENGER, un article publié dans la célèbre revue *Science* par Slavin et al. [2009] a présenté un schéma global de la magnétosphère de Mercure telle qu’elle aurait été lorsque MESSENGER l’a traversée. Cet article est particulièrement intéressant car, en plus de présenter un état-de-l’art assez complet des recherches conduites sur la magnétosphère de Mercure à cette époque, il pose également la plupart des grandes questions soulevées par les premières données de la sonde MESSENGER.

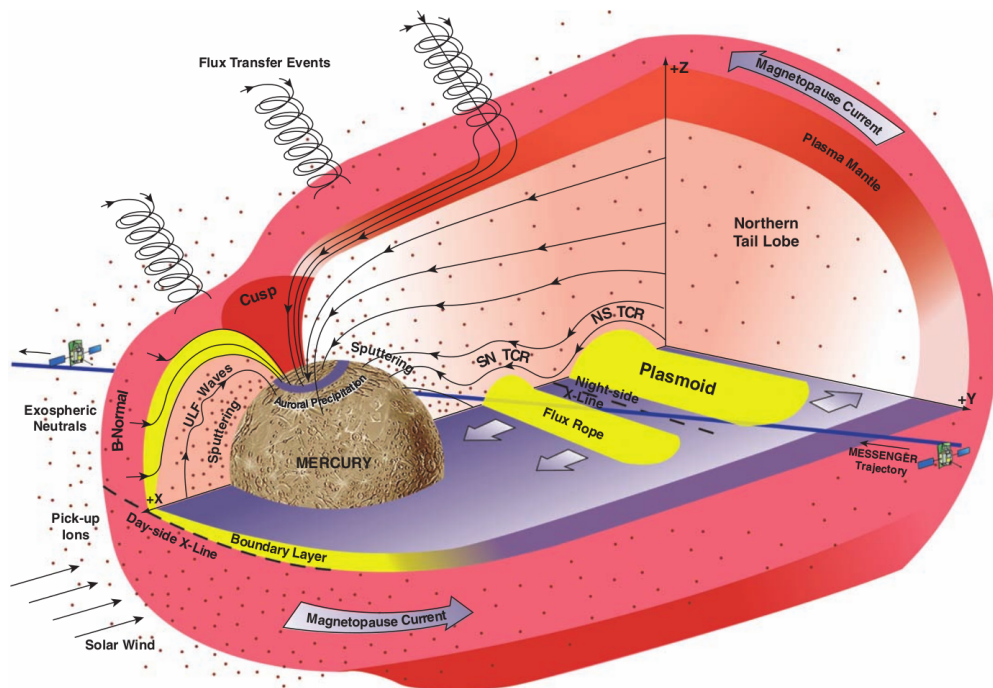


FIGURE 4.2 – Schéma global de la magnétosphère de Mercure lors du second survol de MESSENGER, extraite de Slavin et al. [2009]

La principale conclusion de cet article est que la magnétosphère de Mercure est encore plus gouvernée par les phénomènes de reconnexion que la magnétosphère terrestre. Pour en arriver à cette conclusion, Slavin et al. [2009] ont comparé les données des deux premiers survols. En effet, lors du premier survol du 14 janvier 2008, le champ magnétique interplanétaire était essentiellement orienté vers le nord tandis qu’au second, celui du 6 octobre 2008, le champ magnétique interplanétaire était au contraire orienté vers le sud. Ces deux situations présentent donc l’avantage de pouvoir comparer les propriétés de la magnétosphère herméenne dans le cas où la reconnexion au nez de la magnétopause n’est pas favorable (premier cas) et dans le cas où elle est favorable (second cas, voir schéma de la figure 4.2). Dans ce second cas, on observe alors un cycle de Dungey [Dungey, 1961] (voir Figure 1.8) qui dure environ deux minutes. Les auteurs de Slavin et al. [2009] comparent la brièveté de ce cycle de Dungey par rapport à celui de la Terre (environ une heure), de Saturne (environ une semaine) et de Jupiter (environ un mois). Ce cycle de Dungey très court, lié à la très petite taille de la magnétosphère herméenne (le distance moyenne de la position subsolaire de la magnétopause est estimée à  $1,4R_M$  à partir du centre de la planète ( $R_M = 2440\text{km}$ )) participe à rendre plus intenses les effets de la reconnexion magnétique par rapport à d’autres planètes. L’article conclut que, de manière générale, la magnétosphère de Mercure est “probablement” plus sensible aux conditions physiques dans le vent solaire et aux propriétés (intensité et orientation) du champ magnétique interplanétaire que la Terre.

Les simulations numériques sont une manière d’étudier le rôle de l’intensité et de la direction du champ magnétique interplanétaire, mais aussi des autres propriétés du vent solaire dans l’interaction du vent solaire avec la magnétosphère herméenne, notamment en ayant recours à des études paramétriques.

Toutes les autres magnétosphères du Système solaire autres que celle de Mercure sont beaucoup plus grandes que leur planète et l’approche cinétique est alors rédhibitoire en temps de calcul. Le cas de Mercure est très particulier : son champ magnétique est faible et sa magnétosphère est à peine plus grande que la planète, ce qui permet d’effectuer des simulations cinétiques en des temps de calcul raisonnables. Par exemple, Trávníček et al. [2007] explorent l’influence de la pression du vent solaire et Trávníček et al. [2010] proposent une comparaison entre le cas de l’IMF orienté vers le nord et le cas de l’IMF orienté vers le sud. Trávníček et al. [2007] concluent que plus la pression dynamique du vent solaire est grande, plus la température est élevée dans le choc, et plus la position sub-solaire de la magnétopause se rapproche de la planète. En effet, dans leur simulation du cas de haute pression ( $n_{p,VS} = 73\text{cm}^{-1}$ ,  $B_{VS} = 46\text{nT}$  et  $v_{VS} = 600\text{km/s}$ ), ils mesurent la magnétopause à  $1.2R_M$  du centre de Mercure, tandis que pour un vent solaire à plus basse pression ( $n_{p,VS} = 32\text{cm}^{-1}$ ,  $B_{VS} = 21\text{nT}$  et  $v_{VS} = 250\text{km/s}$ ), ils la mesurent à  $1.7R_M$ . Outre ces résultats que l’on retrouve aussi dans les simulations MHD (voir sections suivantes), ces simulations hybrides permettent de mettre en avant des phénomènes inaccessibles pour les codes MHD, tels que la formation d’un pré-choc constitué des ions qui rebondissent en amont de la zone du choc quasi-parallèle et repartent dans le sens contraire au flot de vent solaire. Dans Trávníček et al. [2010], on lit que lorsque l’IMF est orienté vers le nord, ce pré-choc se forme dans l’hémisphère sud, et vice-versa. Wang et al. [2010] ont également réalisé des simulations hybrides présentant les différences entre les deux cas d’orientation nord-sud ou sud-nord pour le champ magnétique interplanétaire. Une autre équipe, encore à partir d’un code hybride, a pu expliquer l’observation d’une “double magnétopause” observée dans les données MESSENGER : Müller et al. [2012] expliquent que la couche de courant la plus interne, moins intense mais orientée de la même façon que la couche de courant correspondante à la magnétopause au sens classique du terme, est due à des gradients de pression, eux-mêmes dus au mouvement de giration des protons capturés sur les lignes de champ magnétiques fermées qui se répercutent d’un pôle à l’autre.

Les simulations bi-fluides [Benna et al., 2010, Kidder et al., 2008] sont également intéressantes et permettent, outre l'étude des paramètres déjà sus-mentionnés, de tracer des cartes de précipitation des ions du vent solaire sur la surface de Mercure. Ces cartes de précipitations sont différentes en fonction de l'orientation du champ magnétique interplanétaire puisque celles-ci gouvernent les zones de reconnexion, zones à travers lesquelles les particules du vent solaire peuvent pénétrer dans la magnétosphère.

J'utilise ici notre code MHD afin de pouvoir étudier rapidement (en termes de temps de calcul, les simulations MHD sont considérablement plus rapides que les simulations hybrides) la configuration du champ magnétique et les propriétés élémentaires de la magnétosphère (position, forme et intensité du choc, position de la magnétopause, position des cornets polaires et zones de reconnexion), dans la suite d'autres études MHD de la magnétosphère de Mercure [Kabin et al., 2000, Ip and Kopp, 2002, Jia et al., 2015].

## 4.2 Influence du nombre de Mach et du $\beta$ dans le vent solaire

Comme le soulignent Russell et al. [2016] (chapitre 7 en particulier), une des caractéristiques physiques les plus universelles de l'interaction du vent solaire avec une magnétosphère planétaire est la formation d'un choc en amont de la planète. Ce choc est dû à la rencontre du vent solaire supersonique avec l'obstacle que constitue la planète magnétisée. Cependant, comme Petrinec and Russell [1997] le rappellent dans leur introduction, si certaines relations physiques peuvent être calculées analytiquement, les propriétés du plasma dans la magnétopause ne peuvent être étudiées que par des simulations numériques, du fait de la grande non-linéarité des équations qui régissent l'écoulement.

Néanmoins, comme on peut le voir entre autre chez Petrinec and Russell [1997], les relations de Rankine-Hugoniot décrivant la variation des grandeurs physiques (champ magnétique, vitesse, densité et pression du plasma) au travers du choc montrent que cette variation dépend essentiellement de la valeur du nombre de Mach et du  $\beta$  du plasma en amont du choc, c'est à dire dans le vent solaire. Comme les valeurs exactes des coefficients de proportionnalités de Petrinec and Russell [1997] ont été établies à partir de mesures dans la magnétosphère terrestre, on ne peut pas les utiliser directement pour la magnétosphère de Mercure mais on peut cependant noter que, par exemple, la position sub-solaire du choc dépend essentiellement de la valeur du nombre de Mach. En effet, dans Spreiter et al. [1966], une première approximation de la position sub-solaire du choc en fonction de la position de l'obstacle (i.e. la magnétopause) est donnée à l'issue de nombreux calculs, pour des nombres de Mach dans le vent solaire  $M_{VS} = v_{VS}/c_{VS}$  supérieurs ou égaux à 5, par la relation :

$$\frac{R_{\text{choc}}}{R_{\text{MP}}} = 1 + 1.1 \frac{(\gamma - 1)M_{VS}^2 + 2}{(\gamma + 1)M_{VS}^2} \quad (4.1)$$

J'ai voulu comparer les valeurs attendues en utilisant cette équation pour un jeu de simulations où, à partir d'une simulation de référence, j'effectue plusieurs simulations en variant le nombre de Mach (dans la réalité, cela pourrait par exemple correspondre à un changement de vitesse du vent solaire). Ma simulation de référence prend des valeurs moyennes des paramètres du vent solaire au niveau de Mercure et utilise comme orientation du champ magnétique interplanétaire la spirale de Parker dans le cas non favorable à une reconnexion au point sub-solaire de la magnétopause, et pour celui de la planète le modèle d'Anderson et al. [2011] (voir Tableau 4.1).

Les résultats de trois de ces simulations, pour  $M_{VS} = 4, 5$  et  $6$ , sont montrés dans la figure 4.3. Sur les figures j'ai indiqué la position sub-solaire de la magnétopause. Si je mesure la

TABLEAU 4.1 – Paramètres des simulations utilisés pour étudier l’influence respective du nombre de Mach et du  $\beta$  du plasma dans le vent solaire dans son interaction avec Mercure

Nom de la simulation	$M_{VS}$	$\beta_{VS}$	$B_{VS}$ [nT]	Modèle pour le champ planétaire
Mercury REF	5	0.5	16	Anderson 2011
Mercury Mach 1	4	0.5	16	Anderson 2011
Mercury Mach 2	6	0.5	16	Anderson 2011
Mercury Mach 10	10	0.5	16	Anderson 2011
Mercury beta 1	5	0.9	16	Anderson 2011
Mercury beta 2	5	1.1	16	Anderson 2011
Mercury beta 3	5	1.5	16	Anderson 2011

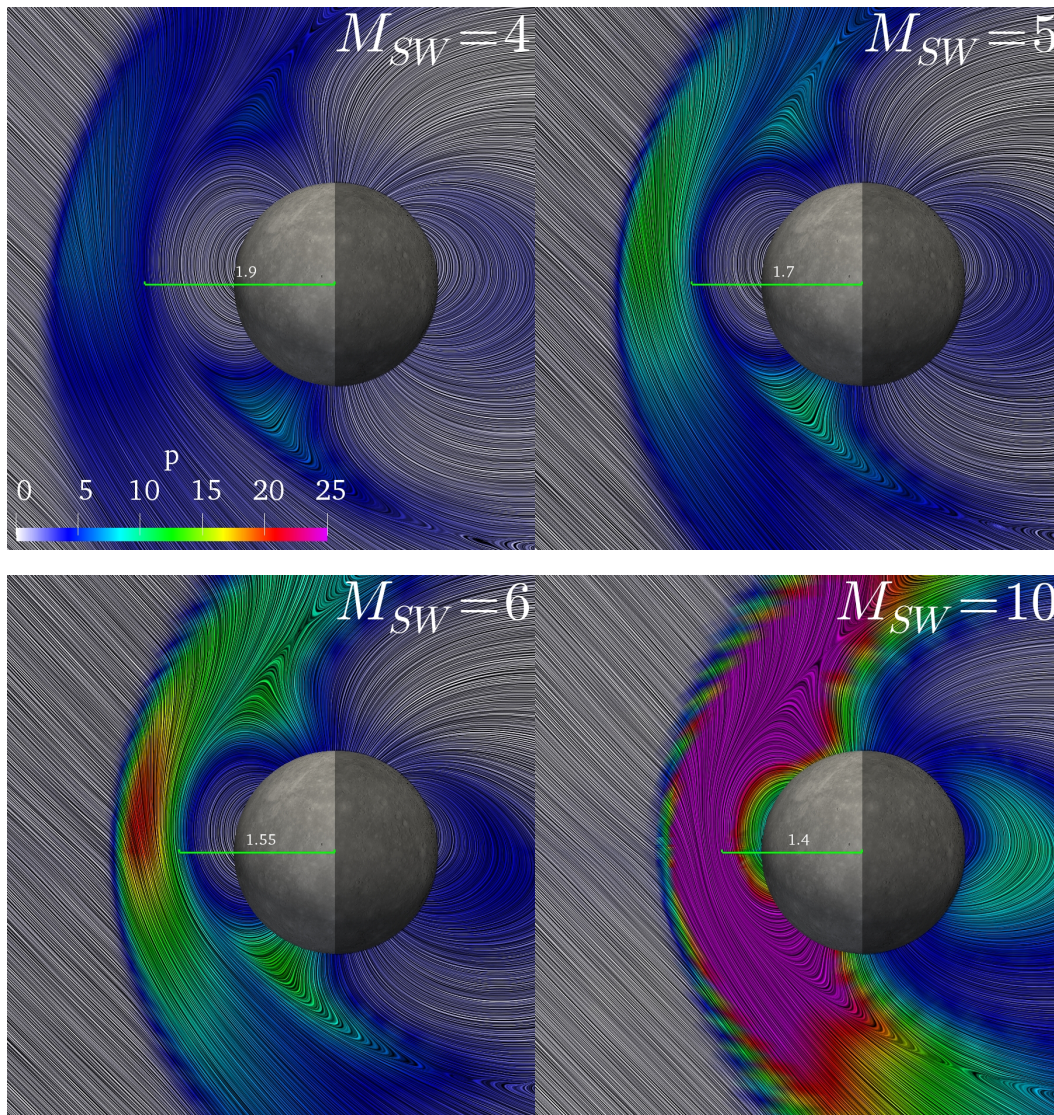


FIGURE 4.3 – Coupes dans le plan méridional de quatre simulations différentes de par le nombre de Mach donné pour le vent solaire, valant respectivement 4, 5 (simulation de référence), 6 et 10 ( $\beta = 0.65$  pour toutes les simulations). Les couleurs correspondent au profil de la pression (pour  $M_{VS} = 10$ , la pression monte à 80 dans la magnétogaine juste après le choc), laissant apparaître clairement la position et l’intensité du choc, et où l’on a mesuré la distance sub-solaire de la magnétopause, donnée par rapport au rayon de Mercure. La configuration du champ magnétique est visible.

position du choc, je trouve respectivement les positions  $2.9R_M$ ,  $2.5R_M$  et  $2.2R_M$ . Si j'utilise la relation 4.1 avec les positions respectives de la magnétopause  $1.9R_M$ ,  $1.7R_M$  et  $1.55R_M$ , j'obtiens les positions du choc suivantes :  $2.5R_M$ ,  $2.2R_M$  et  $2.0R_M$ . La différence entre les valeurs mesurées et celles calculées avec l'équation 4.1 s'expliquent en partie par le fait que le modèle utilisé pour établir la relation 4.1 ne prend pas en compte le décentrage du dipôle magnétique de Mercure, qui est décalé vers le nord de la planète de  $0.196R_M$  [Anderson et al., 2011].

Finalement, la position du choc dépend surtout de la position de la magnétopause, qui dépend quant à elle de plusieurs paramètres MHD (voir la relation 1.6 établie au chapitre 1, section 1.3) et en particulier du nombre de Mach et du  $\beta$  dans le vent solaire. En laissant chaque fois tous les autres paramètres constants, j'ai tracé l'évolution de  $R_{MP}$  en fonction du nombre de Mach, puis du  $\beta$  dans le vent solaire, évolution tracée sur deux graphiques présentés en figure 4.4 (les paramètres MHD utilisés sont ceux de la simulation de référence).

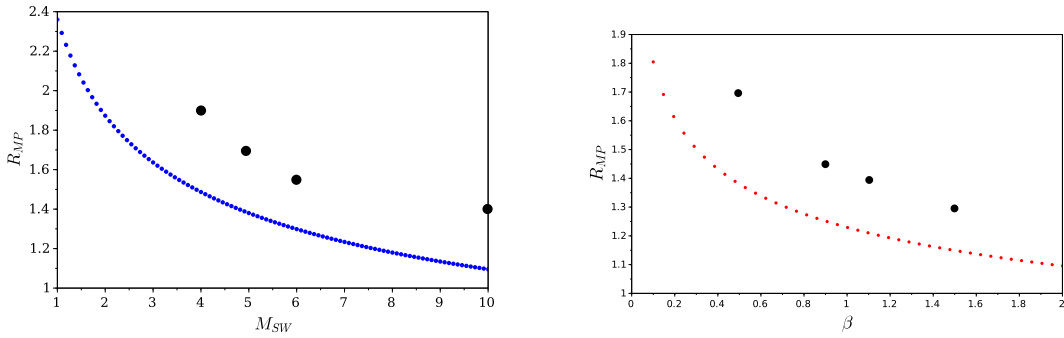


FIGURE 4.4 – Evolution de la distance subsolaire de la magnétopause pour un nombre de Mach  $M_{VS}$  croissant (figure de gauche, le  $\beta$  étant fixé à 0.5) et pour un  $\beta_{VS}$  croissant (où  $M_{VS} = 5$ ), les autres paramètres étant respectivement fixés, en utilisant la relation 1.6 établie au chapitre 1, section 1.3. Les points noirs ont été ajoutés pour montrer les valeurs mesurées dans les simulations correspondantes.

Les mesures de la magnétopause dans les simulations avec des  $\beta_{VS}$  différents (ce qui, en réalité, pourrait correspondre par exemple à des différences de densité et/ou de température dans le vent solaire) sont en accord avec les prédictions de la courbe de droite de la figure 4.4. Pour  $\beta_{VS} = 0.5, 0.9, 1.1$  et  $1.5$ , on trouve respectivement la magnétopause à  $1.7R_M$ ,  $1.45R_M$ ,  $1.4R_M$  et  $1.3R_M$ . Le décalage constant observé avec la courbe théorique vient du fait que le champ magnétique est normalisé dans la simulation et qu'il n'est de toute façon pas un simple dipôle.

Qualitativement parlant, je retrouve ici des résultats attendus : plus le nombre de Mach (ou le  $\beta$ ) du vent solaire est élevé, plus la magnétopause se rapproche de la planète (et pas uniquement à son nez, de manière globale la magnétosphère rétrécit avec l'augmentation de ces deux paramètres) et plus le choc s'intensifie (on pourrait rejoindre la conclusion de Trávníček et al. [2007] comme quoi la température dans la magnétogaine sera d'autant plus élevée que la pression du vent solaire est forte). Dans les simulations de Trávníček et al. [2007], on a  $\beta_p = \beta_e = 0.5$ , donc le  $\beta_{VS}$  vaut 1. Cette valeur correspond, au vu des valeurs de la densité des protons dans le vent solaire, de la vitesse du vent et de l'intensité de l'IMF mentionnées dans l'article, à un nombre de Mach de 5 dans le vent solaire pour le cas "pression forte" et à un nombre de Mach de 3 pour le cas "pression faible". Leur cas "pression haute" correspond donc *grosso modo* à ma simulation "Mercury beta 2" décrite dans la table 4.1. Dans la simulation hybride, la magnétopause est alors mesurée à  $1.7R_M$  tandis que je la mesure à  $1.4R_M$ , soit 82 % de la valeur de Trávníček et al. [2007].

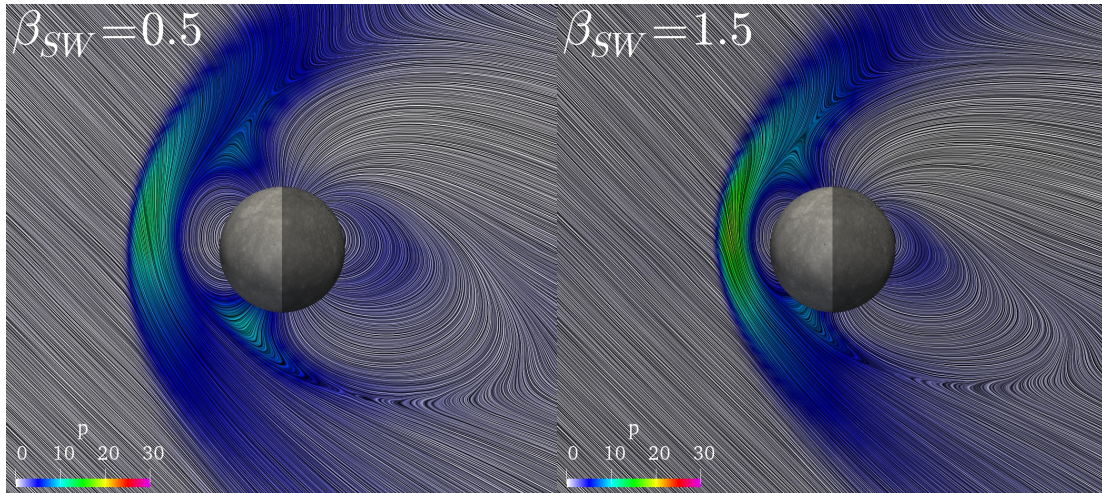


FIGURE 4.5 – Même description que pour la figure 4.3 mais pour deux simulations différant de par la valeur du  $\beta$  dans le vent solaire. La simulation de référence est à gauche, celle pour le  $\beta = 1.5$  est à droite, et la magnétopause se trouve alors à  $1.3R_M$  du centre de Mercure.

En gardant une vitesse de vent solaire constante égale à 400 km/s, j’ai évalué, en considérant les plus basses valeurs de température des électrons dans le vent solaire au niveau de Mercure [Moncuquet et al., 2006], que le nombre de Mach pouvait monter jusqu’à une valeur de 10. Si la vitesse du vent solaire augmente également, on peut imaginer des nombres de Mach jusqu’à deux ou trois fois plus élevés. Cependant, l’étude d’événements particulièrement violents comme le passage d’une CME ne sera pas abordée ici. Une étude des propriétés du vent solaire au niveau de l’orbite de Mercure a été récemment publiée par James et al. [2017].

### 4.3 Comparaison de deux modèles de champ magnétique planétaire

L’un des enjeux majeurs de la mission MESSENGER et désormais de BepiColombo est de déterminer la nature et l’origine du champ magnétique de Mercure. Cette question est liée à de nombreuses autres interrogations, notamment sur le rôle et la nature de la composition interne de la planète.

Pour répondre à cette question, plusieurs équipes scientifiques travaillent pour comparer les données des sondes spatiales, mais aussi les données mesurées au sol (comme des observations spectroscopiques dans l’UV faites avec des télescopes terrestres), à des simulations numériques de la magnétosphère de Mercure, à des modèles de dynamo interne, à des calculs mathématiques, des expériences de laboratoire, etc. Un historique des études et des différents modèles du champ magnétique de Mercure peut être lu chez Heyner and Wicht [2014].

Dans le cadre de la préparation de la mission BepiColombo, j’ai effectué des simulations en utilisant deux modèles de champ magnétique pour Mercure : celui communément utilisé par la communauté, établi à partir des données MESSENGER sur toute sa phase orbitale par Anderson et al. [2011], et l’autre développé par une équipe française et publié par Richer et al. [2012] dans le cadre de simulations hybrides de l’interaction du vent solaire avec Mercure, en comparant également avec des données MESSENGER.

Le modèle d’Anderson et al. [2011] est un dipôle avec une composante quadripolaire suffisante pour décaler le dipôle d’un peu plus de 400 km vers le nord par rapport à l’équateur

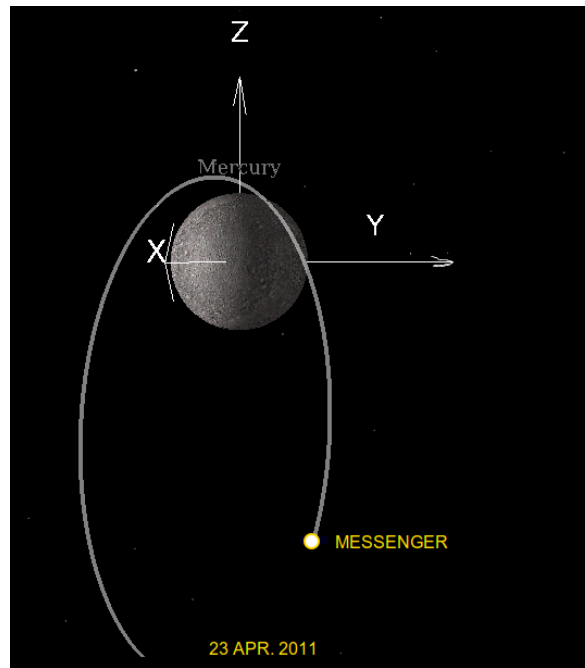


FIGURE 4.6 – Exemple d’une orbite de MESSENGER tracée en utilisant le logiciel de visualisation de données AMDA, le 23 avril 2011 (orbite utilisée dans Richer et al. [2012] pour la comparaison avec les données). On peut noter la différence d’altitude de la sonde entre l’hémisphère nord de Mercure où MESSENGER passe très près de la planète et l’hémisphère sud.

géographique de Mercure. Celui de Richer et al. [2012] est un modèle où l’intensité du quadripôle est presque équivalente à celle du dipôle. Comme chacun de ces deux modèles a été établi à partir des données MESSENGER, collectées près du pôle nord et loin du pôle sud (voir figure 4.6), les profils de champ magnétique le long d’une trajectoire de MESSENGER introduite dans la simulation (par exemple celle utilisée par Richer et al. [2012], le 23 avril 2011) se ressemblent beaucoup. En effet, que l’IMF soit orienté vers le nord (cas non favorable à une reconnexion au nez de la magnétopause et dans la queue, voir Fig. 4.7) ou vers le sud (cas favorable à une reconnexion au niveau du nez de la magnétopause et à une configuration globale de type cycle de Dungey, voir Fig. 4.8), on note que la configuration du champ magnétique obtenue dans chacune des simulations est sensiblement la même dans l’hémisphère nord, là où l’orbite de MESSENGER passe près de la planète. Dans l’hémisphère sud, on observe au contraire de grosses différences mais à des altitudes en dessous desquelles est passée MESSENGER.

Par exemple, dans le cas où l’IMF est orienté vers le nord, on peut voir (voir Figure 4.7) de beaux points X dans la simulation utilisant le modèle d’Anderson : un juste au dessus du pôle nord, l’autre côté nuit, un peu derrière le pôle sud. Dans cette même configuration mais avec le modèle de Richer, on note que les lignes fermées côté nuit s’étendent moins loin dans la queue, et qu’il n’y a pas une, mais deux zones de reconnexion dans l’hémisphère sud, dues justement à la forme quadripolaire du champ planétaire. Dans le cas où l’IMF est orienté vers le sud (voir Fig. 4.8), on note également deux zones de reconnexion dans l’hémisphère sud pour Richer, contre une seule pour Anderson (celle côté jour). Cependant, le point X dans la queue est nettement plus proche de la planète dans le cas du modèle de Richer, et se trouve légèrement dans l’hémisphère nord, tandis que chez Anderson le point X est plutôt dans l’hémisphère sud. C’est donc là qu’il faudrait chercher à discriminer les deux modèles dans les données de MESSENGER.



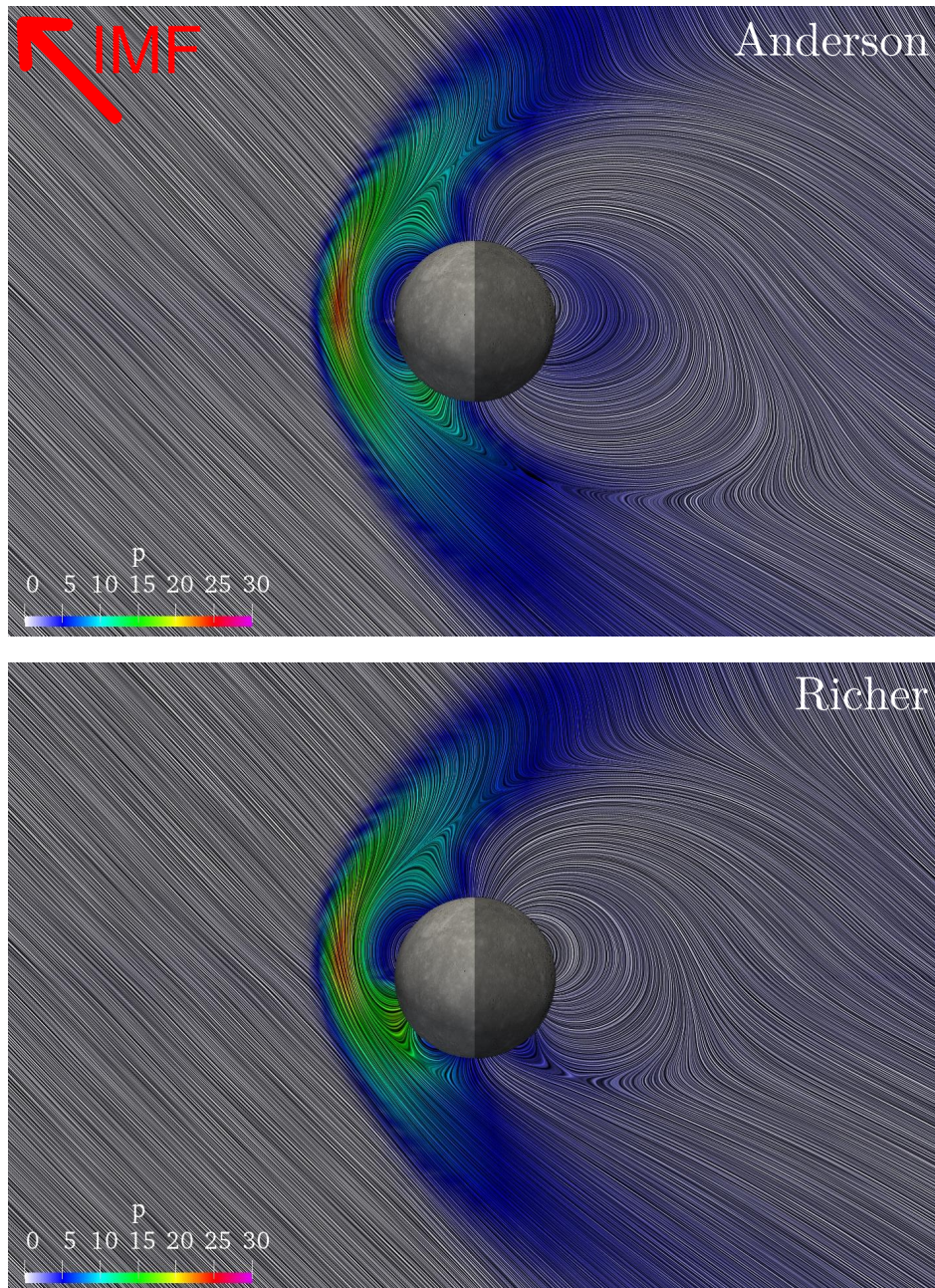


FIGURE 4.7 – Coupe méridionale de deux simulations permettant de comparer deux modèles de champ magnétique : le dipôle décalé vers le nord de Anderson et al. [2011] (en haut) et le quadripôle proposé par Richer et al. [2012] (en bas). Ces deux simulations ont été effectuées avec une orientation de l'IMF (vers le nord) qui n'est pas favorable à une reconnexion au nez de la magnétopause. On peut cependant noter les deux zones de reconnexion au dessus des pôles nord et sud (légèrement côté nuit) pour le cas d'Anderson tandis que dans le cas du modèle de Richer il y a deux zones de reconnexion dans l'hémisphère sud, une côté jour et une côté nuit.

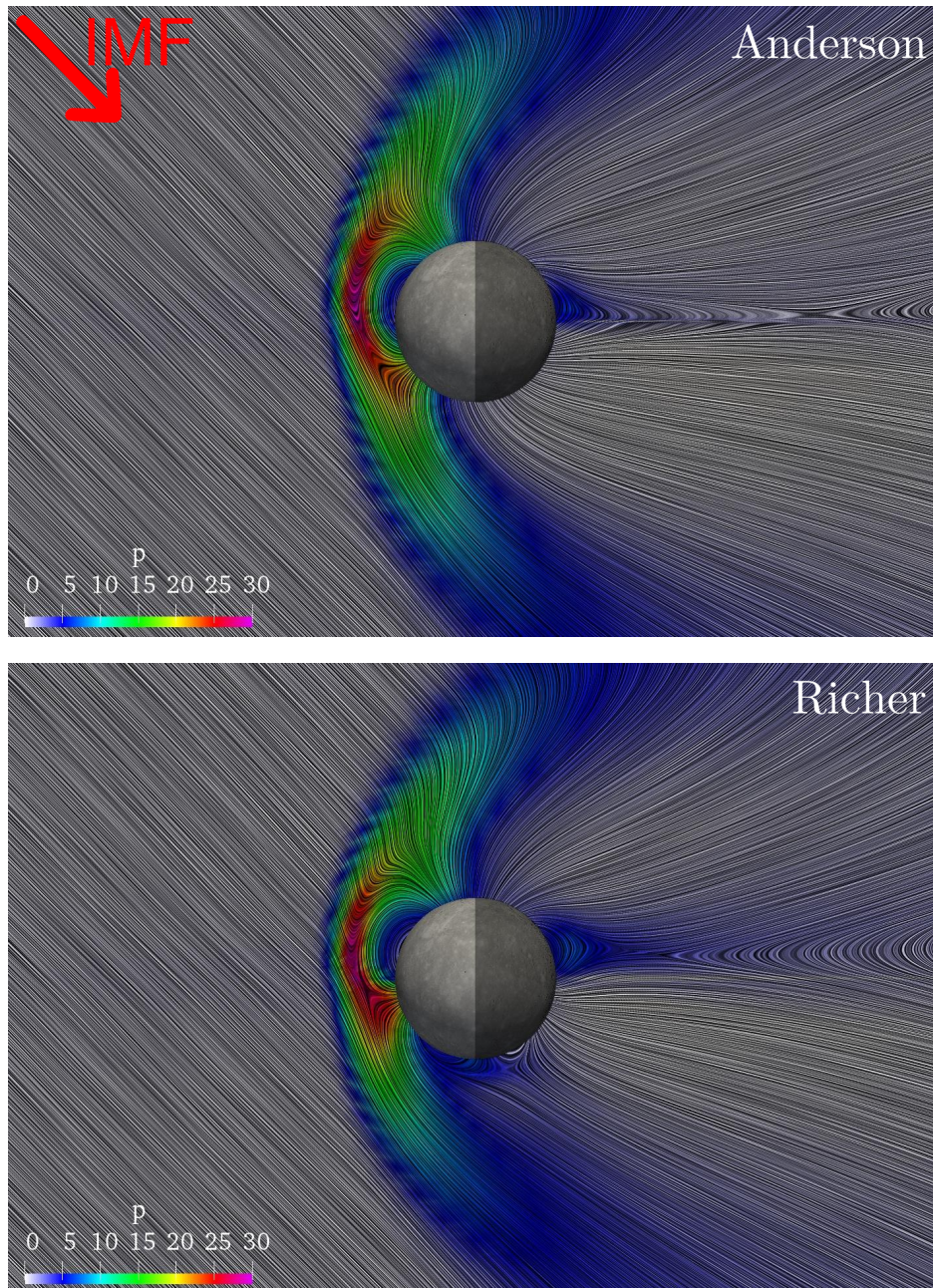


FIGURE 4.8 – Même légende que pour la figure 4.7. Cependant ici, les deux simulations ont été effectuées avec une orientation de l’IMF (vers le sud) favorable à une reconnexion au nez de la magnétopause. On peut voir clairement les deux zones de reconnexion l’une côté jour, légèrement au sud et l’autre côté nuit pour le cas d’Anderson, tandis que dans le cas du modèle de Richer il y a encore une fois deux zones de reconnexion dans l’hémisphère sud, une côté jour et une côté nuit, et la zone de reconnexion côté queue est plus proche de la planète.

Lorsque l'on injecte dans les simulations l'orbite de la sonde MMO de BepiColombo, on observe par contre une très grande différence entre les deux profils de champ magnétique dès que l'on passe dans l'hémisphère sud de Mercure, comme on peut le voir sur la figure 4.9. Nous avons le temps, d'ici l'arrivée de BepiColombo à Mercure, d'approfondir au travers des simulations MHD les différences attendues le long de l'orbite des sondes de BepiColombo (MMO, certes, mais aussi MPO, qui emporte elle aussi des instruments mesurant le champ magnétique et les paramètres du plasma) pour différents modèles de champ magnétique. La question du modèle du champ magnétique de Mercure est en effet une question toujours d'actualité. Les recherches théoriques sur le modèle mathématique décrivant au mieux les observations ne sont pas toujours compatibles avec les explications avancées par les spécialistes des modèles de compositions internes, et des études continuent d'être publiées à propos du traitement des données de MESSENGER et des conclusions qui en sont tirées à propos du modèle de champ magnétique (comme par exemple la récente étude de Thébault et al. [2018]).

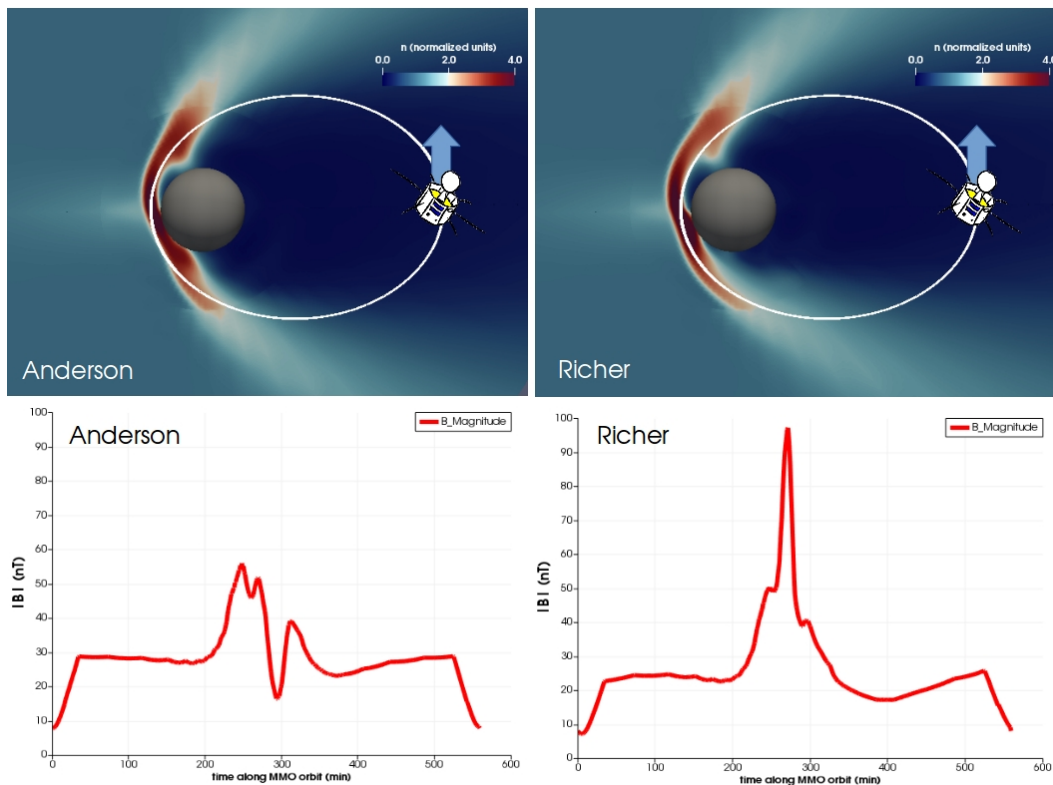


FIGURE 4.9 – Extrait d'une présentation à l'équipe scientifique de BepiColombo lors de la seizième réunion de la Science Working Team (SWT) à Matera en octobre 2017. En haut, on voit deux coupes méridionales du profil de densité obtenu dans des simulations de l'interaction du vent solaire avec Mercure avec le modèle d'Anderson (à gauche) et le modèle de Richer (à droite). On y voit en blanc l'orbite de MMO à l'aphélie de Mercure. Le petit dessin représente l'endroit de l'orbite où commence le profil tracé dans les figures du bas, de gauche à droite le long de la ligne blanche dans les figures du haut, où l'axe des abscisses représente le temps en minutes le long de l'orbite en question, et l'axe des ordonnées donne la valeur du champ magnétique mesuré dans les simulations pour chacun des modèles. On voit clairement que les différences entre les deux modèles sont fortes le long de l'orbite de MMO.

## 4.4 Possibilité de l'existence de fronts stationnaires de mode lent dans la magnétosphère de Mercure

Nous avons découvert, dans des simulations de l'interaction du vent solaire avec Mercure que, dans certaines configurations, des fronts de mode lent stationnaires existent dans les simulations. Or, dans une approche magnétohydrodynamique du problème, les ondes MHD jouent un rôle essentiel dans la formation des différentes structures résultant de l'interaction du vent solaire avec une magnétosphère planétaire. Par exemple, comme on peut le voir dans la figure 2.7 du chapitre 2, le choc est lui-même un front stationnaire de mode rapide. La magnétopause est un front stationnaire de mode d'Alfvén. Quel rôle joue le mode lent dans la construction de la magnétosphère d'une planète comme Mercure ?

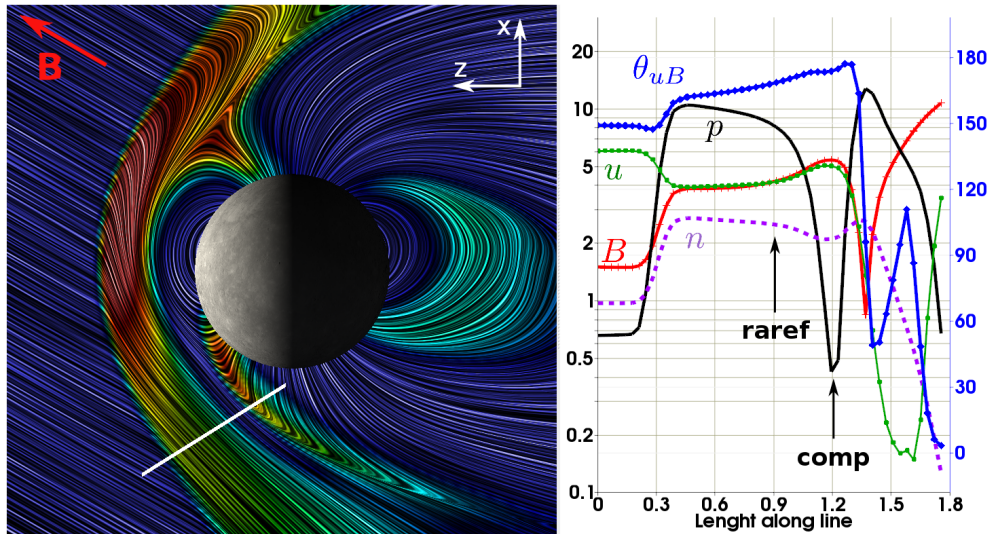


FIGURE 4.10 – Figure extraite de Pantellini et al. [2015] présentant une coupe d'une simulation de la magnétosphère de Mercure, à gauche, et l'évolution de plusieurs paramètres du plasma le long du trait blanc tracé dans la figure de gauche. Figure de gauche : le vent solaire arrive de la gauche, Mercure est au centre, et l'on voit la configuration des lignes de champ magnétique colorées en fonction du profil de pression (voir Pantellini et al. [2015] pour le détail de l'échelle de couleur et des paramètres de la simulation). A droite : évolution de la densité (trait pointillé mauve), de la pression (trait plein noir), de la vitesse (trait vert), de l'angle entre le vecteur d'onde et le champ magnétique (bleu) et du champ magnétique (rouge) dans les unités normalisées de la simulation. Les flèches montrent l'endroit où un front de mode lent joue un rôle de raréfaction du plasma (accompagné d'une hausse de l'intensité du champ magnétique, ce qui est conforme à une compressibilité négative, comme prévu pour le mode lent par l'expression de compressibilité 2.13) puis un rôle de compression.

Nous avons détecté des fronts stationnaires de mode lent dans l'hémisphère sud de Mercure, côté jour, un peu en amont de la magnétopause, et cette première découverte est détaillée dans Pantellini et al. [2015]. Nous avons en effet montré dans ce papier que les fronts de mode lent stationnaires jouent un rôle important dans la magnétogaine pour rabattre ou écarter les lignes de champ magnétique et leur permettre d'épouser le contour défini par la magnétopause. Les sources de mode lent sont les régions où les lignes de champ magnétique sont particulièrement "pliées", souvent proches des zones de reconnexion, mais également juste en amont du nez de la magnétopause.

Nous avons confirmé la présence de ces fronts stationnaires de mode lent en appliquant dans nos simulations la méthode d'identification des fronts d'onde MHD développée dans Pantellini and Griton [2016] (voir Fig. 4.11), en mesurant la compressibilité parallèle le long d'une direction de forte variation de  $n$  et de  $B$  (cf Fig.4.12).

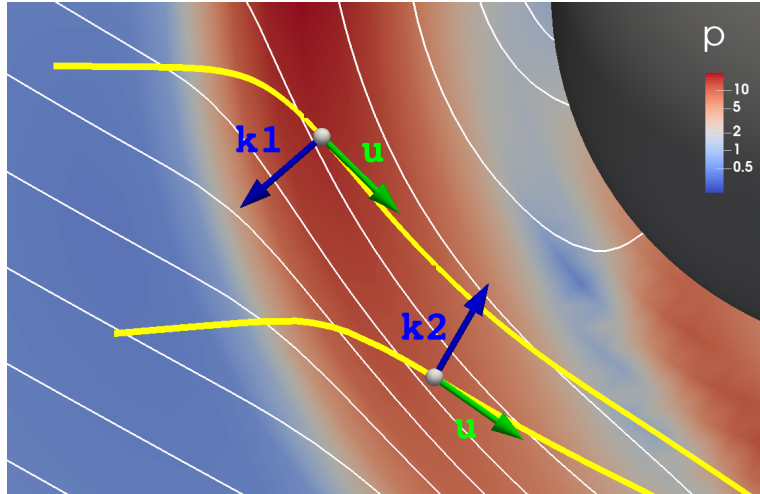


FIGURE 4.11 – Figure extraite de Pantellini and Griton [2016] présentant une coupe d’une simulation de la magnétosphère de Mercure. Le vent solaire arrive de la gauche, la zone grise dans le coin en haut à droite est un bout de la surface de Mercure. Les couleurs montrent le profil de pression  $p$  et l’on voit clairement le choc. Les lignes fines et blanches sont des lignes de champ magnétique et les lignes épaisses et jaunes sont deux fronts stationnaires de mode lent (solutions de l’équation 2.15). Ces deux fronts d’onde se propagent dans des directions quasiment opposées avec les vecteurs d’onde  $\mathbf{k}_1$  et  $\mathbf{k}_2$ , respectivement. Dans Pantellini and Griton [2016], on spécule que le mode  $\mathbf{k}_2$  ne peut être alimenté par la zone source putativement localisée en amont du nez de la magnétopause. En effet, la vitesse de groupe du mode lent étant dirigée essentiellement le long du champ magnétique, seul le front de  $\mathbf{k}_1$  semble pouvoir relier la source d’énergie et la zone où le mode lent est observé.

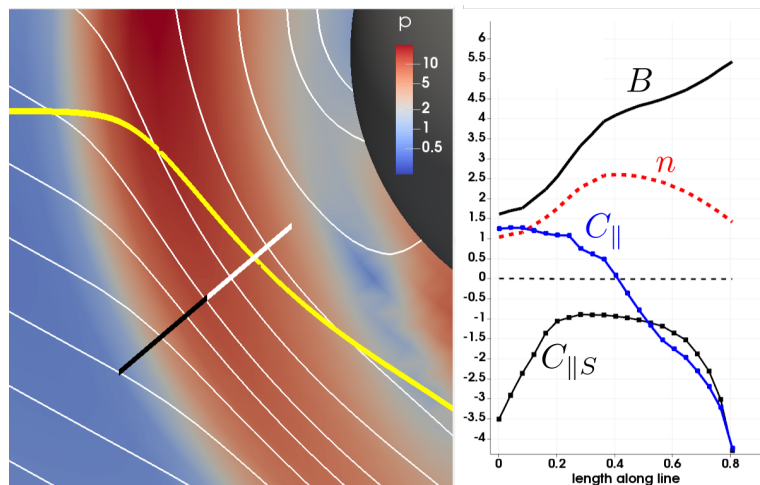


FIGURE 4.12 – Figure de gauche : même légende que pour la Figure 4.11 mais où seul le front stationnaire de mode lent associé au vecteur d’onde  $\mathbf{k}_1$  est présenté (ligne épaisse jaune). Figure de droite : profil de la densité du plasma  $n$ , de l’intensité du champ magnétique  $B$ , et de la compressibilité parallèle mesurée  $C_{\parallel}$  et théorique (cas du mode lent)  $C_{\parallel,S}$  le long du trait noir et blanc de la figure de gauche. On peut noter que la compressibilité parallèle  $C_{\parallel}$  devient négative et se rapproche de  $C_{\parallel,S}$  à la distance 0.4, suggérant une transition entre une structure dominée par le mode rapide et une autre dominée par le mode lent.

## 4.5 Conclusions sur la structure MHD d'une magnétosphère sans rotation

L'étude du cas de Mercure est une première étape importante dans notre compréhension du rôle de la rotation planétaire dans l'interaction du vent solaire avec une magnétosphère planétaire. En effet, comme je peux clairement négliger la rotation de la planète dans mes simulations (176 jours pour une journée herménienne (58 jours de rotation sidérale) contre un cycle de Dungey d'environ trois minutes), ces simulations me permettent de comprendre le rôle des différents paramètres du vent solaire (nombre de Mach,  $\beta$ , orientation de l'IMF) et de ceux liés à la planète (par exemple, rôle du modèle de champ magnétique et différences entre dipôle et quadripôle) en l'absence de rotation planétaire.

Outre l'influence des paramètres du vent solaire, j'ai rappelé le rôle essentiel des modes MHD dans la structuration de la magnétosphère de Mercure et notamment dans l'organisation globale du champ magnétique. Par exemple, le mode lent permet d'aligner ou d'écarter le champ magnétique de la direction de propagation du plasma dans la magnétogaine, comme le montre la figure 4.13, à partir des possibles sources liées aux zones de reconnexion et à la zone de compression du plasma en amont du nez de la magnétopause.

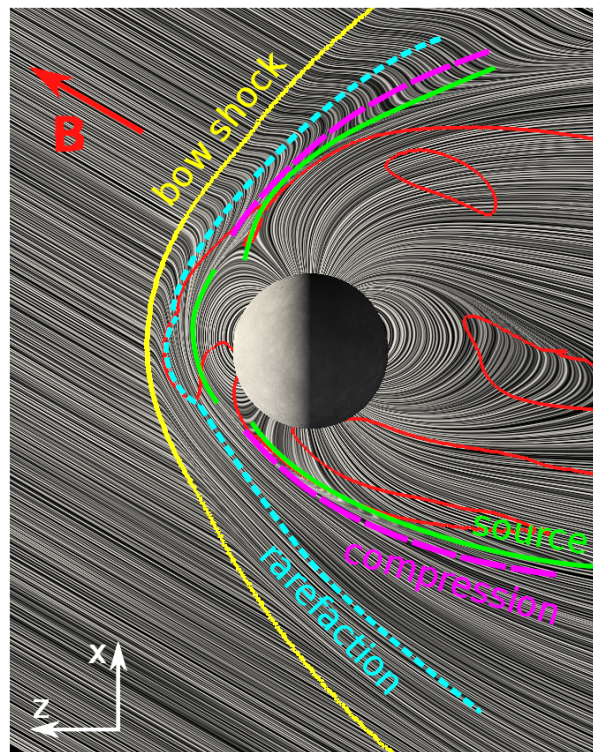


FIGURE 4.13 – Figure extraite de Pantellini et al. [2015] et montrant la structure globale du champ magnétique dans une simulation de la magnétosphère de Mercure (au centre). Les contours rouges délimitent les régions de sources ponctuelles de modes lents pouvant être émis perpendiculairement à l'écoulement sans être advectés. Ainsi, dans la quasi-totalité de la magnétogaine, excepté près du nez, tout mode lent émis par une source ponctuelle est advecté. Les lignes nommées “compression” (magenta, tirets larges) montrent la position des fronts de mode lent qui peuvent être des chocs. Les lignes nommées “rarefaction” (cyan, tirets courts) donnent une position approchée des fronts de mode lent responsables de la rarefaction du plasma. La “source” (trait plein, vert clair) montre la position du lieu de génération des modes lents.

Les enjeux majeurs des simulations actuelles et futures sont d'étudier plus en détail le rôle du vent solaire sur la forme et les propriétés de la magnétosphère hermétique, notamment lors du passage de CME (voir par exemple l'étude récente de Exner et al. [2018]). Il sera également intéressant de sortir du cadre stationnaire pour étudier des simulations dynamiques avec un vent solaire variable, afin de préparer au mieux l'analyse des futures données de BepiColombo.

## Chapitre 5

# Magnétosphère en rotation rapide, cas stationnaire

■ *But star-gazing is not science. The entrance to astronomy is through mathematics. You must make up your mind to steady and earnest work. You must be content to get on slowly if you only get on thoroughly.* ■

---

Maria Mitchell, in *Maria Mitchell : Life, Letters, and Journals* (1896)

### Sommaire

---

<b>5.1 Simulations et modèles de la magnétosphère de Saturne (ou de Jupiter)</b> . . . . .	<b>63</b>
<b>5.2 Simulations d'un rotateur rapide stationnaire avec MPI-AMRVAC</b> . . . . .	<b>65</b>
5.2.1 A propos des symétries liées au choix de l'orientation du champ magnétique interplanétaire . . . . .	66
5.2.2 Résultats des simulations "Nr" et "Sr" . . . . .	67
5.2.3 Résultats de la simulation "Er" . . . . .	72
5.2.4 Effet de la vitesse de rotation de la planète . . . . .	75
<b>5.3 Conclusions sur le cas d'une magnétosphère en rotation rapide stationnaire</b> . . . . .	<b>76</b>

---



Je poursuis mon étude du rôle de la rotation planétaire en faisant un bond de dix unités astronomiques dans le Système solaire : Saturne, dont la période de rotation est de dix heures seulement, présente la particularité – unique dans notre Système solaire – d’avoir un axe de champ magnétique parfaitement aligné avec son axe de rotation. Nous avons donc là un exemple de rotateur rapide, certes, mais stationnaire, comme on peut le voir sur la figure 5.1.

Rotateur stationnaire :

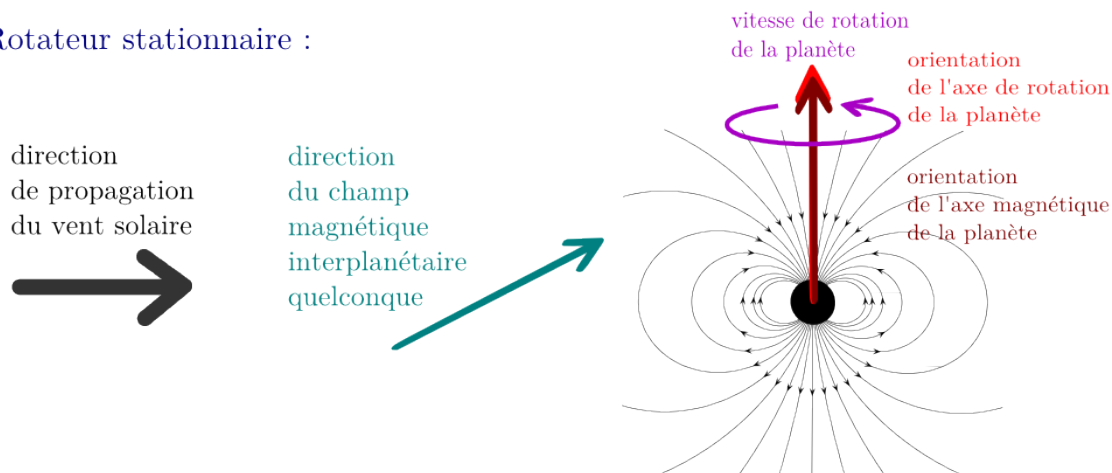


FIGURE 5.1 – Représentation schématique reprise de la figure 2 de l’introduction, illustrant la problématique de l’étude du rôle de la rotation planétaire dans l’interaction du vent solaire avec une planète dans la configuration de Saturne à l’équinoxe.

Pour comprendre comment la rotation de la planète affecte la structure globale du champ magnétique et de l’écoulement du plasma dans la magnétosphère, je vais simuler l’interaction du vent solaire avec une planète qui présente la même configuration que Saturne en ce qui concerne les deux caractéristiques qui nous intéressent : l’orientation des axes et le paramètre  $\Upsilon$  : je veux en effet comprendre l’interaction du vent solaire avec une planète qui soit un rotateur rapide stationnaire.

J’ai choisi de considérer un vent solaire moyen au niveau de l’orbite de Saturne et de faire varier essentiellement deux paramètres : d’une part, l’orientation de l’IMF (en vert sur la figure 5.1) afin de comparer son influence sur le rotateur rapide par rapport à son influence sur le rotateur lent et d’autre part la vitesse de rotation de la planète – la grande nouveauté par rapport au cas présenté au chapitre 4. La configuration présentée dans la figure 5.1, où l’axe de rotation de la planète est orthogonal à la direction de propagation du vent solaire, est celle de Saturne à l’équinoxe (au solstice, l’axe de rotation est incliné d’un angle de  $27^\circ$  par rapport à la normale à l’écliptique).

Au cours de l’été 2017, j’ai effectué plusieurs simulations d’une planète comparable à Saturne, avec des paramètres peu réalistes (ces paramètres sont donnés dans le tableau 5.1). Ces paramètres ont été choisis car ils permettent d’effectuer une simulation de rotateur rapide optimisé en terme de temps de calcul, notamment en prenant un rapport  $\alpha$  faible, ce qui réduit la taille du domaine de simulation. Les ingrédients principaux de notre comparaison avec Saturne (l’alignement de l’axe magnétique avec l’axe de rotation et le caractère de ”rotateur rapide”) étant malgré tout conservés, j’ai pu comparer mes simulations aux simulations publiées depuis vingt ans dans la littérature. Je m’en suis servie pour valider la version de MPI-AMRVAC adaptée à la simulation de rotateur rapide et pour approfondir ma compréhension des phénomènes magnétosphériques liés à la rotation. À partir de la section 5.2, les simulations présentées ne sont donc pas des simulations de la magnétosphère de Saturne, mais bien d’un rotateur rapide stationnaire générique.

## 5.1 Simulations et modèles de la magnétosphère de Saturne (ou de Jupiter)

Du point de vue historique, les simulations numériques de l'interaction du vent solaire avec des planètes magnétisées sont apparues au cours des années 1980, lorsque les ordinateurs sont devenus suffisamment puissants pour traiter des domaines de simulations suffisamment grands sur des intervalles de temps suffisamment longs pour atteindre l'état stationnaire. Ces premières simulations, inspirées du cas terrestre, ont d'ailleurs été répertoriées par Brecht [1985]. Cependant, point de rotation planétaire dans ces simulations ! Il faut attendre la moitié des années 1990 pour imposer une vitesse de co-rotation au niveau du bord interne des simulations, dans des domaines en trois dimensions. Cet intérêt pour les magnétosphères affectées par la rotation planétaire a été motivé par l'essor des explorations *in situ* des planètes géantes (missions Voyager I et II, Pioneer 10 et 11, Cassini pour Saturne et Galileo (et même Ulysses) pour Jupiter) et l'arrivée des premières données.

Revenons aux simulations numériques. Les pionniers, comme Miyoshi and Kusano [1997] ou Ogino et al. [1998] ont commencé par des simulations dans lesquelles l'axe de rotation planétaire et l'axe du champ magnétique de la planète sont confondus, et perpendiculaires à un écoulement de vent solaire non magnétisé. A l'époque, ces équipes les ont utilisées comme une approximation de la configuration de Jupiter, où ces deux axes sont pourtant séparés par un angle de  $10^\circ$  dans la réalité. Ces travaux de la première heure ont le mérite de présenter les premières vues en trois dimensions des magnétosphères en rotation rapide et en particulier de la circulation de plasma dans le plan équatorial (voir en figure 5.2 la figure 2 de Ogino et al. [1998]). On y retrouve les grandes caractéristiques du schéma de circulation du plasma proposé par Vasylunas [1983] (en négligeant, pour simplifier, le champ magnétique du vent solaire) que l'on peut voir en figure 5.3.

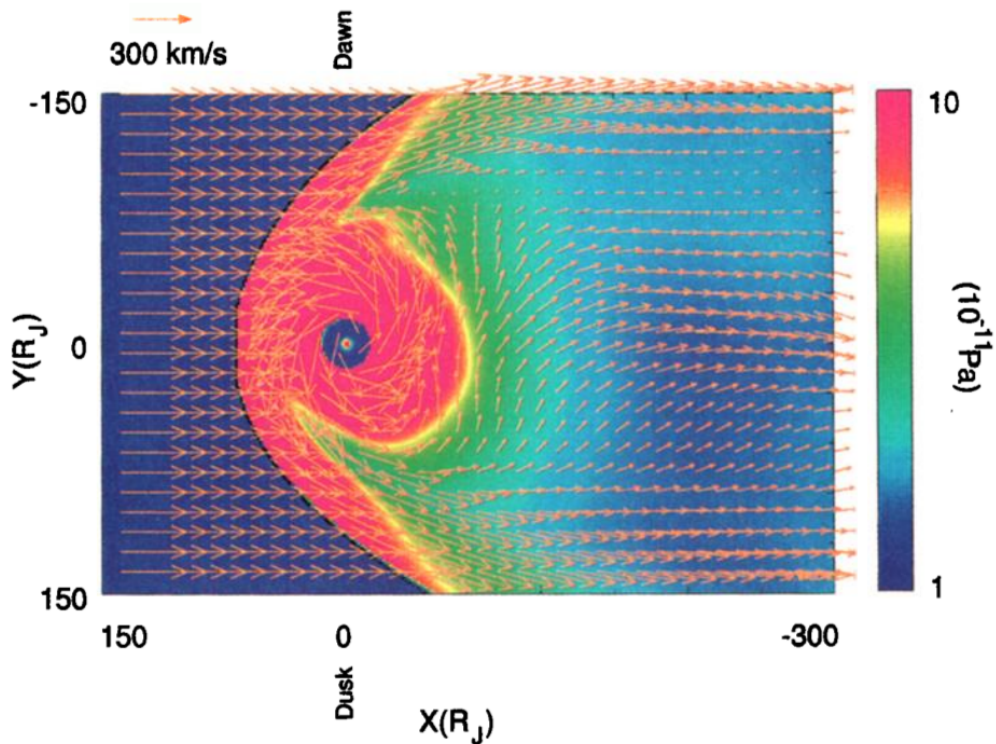


FIGURE 5.2 – Figure extraite de Ogino et al. [1998], présentant une carte de la pression (échelle de couleur logarithmique), et la direction de l'écoulement (flèches oranges, dont la longueur dépend de la vitesse du plasma), dans le plan de l'écliptique d'une simulation de la magnétosphère de Jupiter.

La figure 5.3 présente le schéma attendu par le théoricien Vasyliunas pour l'écoulement dans le plan équatorial d'une magnétosphère comme celle de Jupiter [Vasyliunas, 1983], pour expliquer comment le plasma apporté au système par les sources internes à la magnétosphère peut être évacué hors de la magnétosphère. En effet, Vasyliunas explique que, dans le cadre de la magnétohydrodynamique, la vitesse du plasma juste au dessus de l'ionosphère doit être celle de l'atmosphère neutre présente sous l'ionosphère. A l'équateur, la vitesse de l'atmosphère neutre est donnée par  $v_n = \Omega r$  où  $\Omega$  est la vitesse angulaire de la planète et  $r$  la distance radiale par rapport au centre de la planète. Théoriquement, les pieds des lignes de champ magnétique fermées vont alors se déplacer à cette vitesse de co-rotation. Cependant, un tube de flux de plasma ne peut pas être maintenu indéfiniment loin de la planète à une vitesse de co-rotation par une tension magnétique dirigée vers la planète. En effet, imaginons une particule fluide qui évolue en co-rotation suffisamment loin de la planète. La ligne de champ magnétique associée à cette particule fluide est alors toujours fermée, ses deux pieds ancrés sur la planète, mais se trouve très étirée. La tension magnétique est alors très forte. Si elle devient trop forte, alors la ligne se brise et il y a reconnexion, comme c'est expliqué schématiquement dans la partie droite de la figure 5.3. Cela n'arrive que dans la queue de la magnétosphère, côté nuit, car côté jour la pression du vent solaire s'ajoute à la tension magnétique pour contenir les lignes fermées près de la planète. L'écoulement de plasma vers la queue est appelé "vent planétaire" [Hill et al., 1974, Michel and Sturrock, 1974]. Ce schéma théorique, très connu dans la communauté des spécialistes des magnétosphères planétaires, ignore toute interaction avec un champ magnétique interplanétaire et Vasyliunas précise qu'il n'a aucune idée d'où se trouvent les points "x" (zones de reconnexion) et les lignes magnétiques en "o", et que moult points de ce schéma méritent encore d'être approfondis.

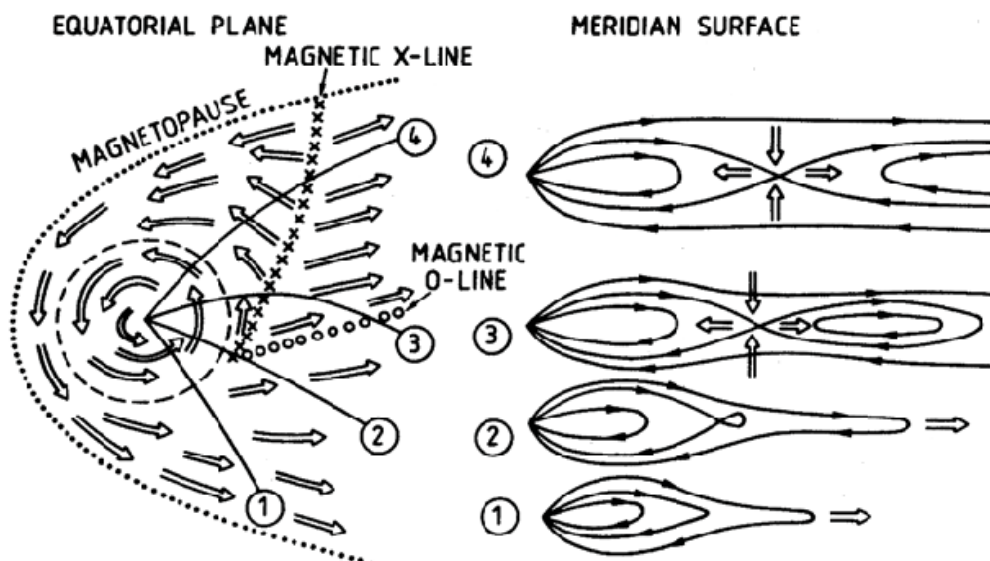


FIGURE 5.3 – Figure extraite de Vasyliunas [1983], et montrant les caractéristiques principales de l'écoulement du plasma dans le plan équatorial (à gauche) d'une magnétosphère comme celle de Jupiter, avec un détail de la configuration des lignes de champ magnétique dans quatre coupes méridiennes numérotées de 1 à 4, montrées dans le schéma de gauche. Au niveau de la ligne numérotée 3, on voit sur la configuration présentée à droite un point "x" et une ligne "o".

Récemment, Southwood and Chané [2016] ont publié un papier où ils distinguent, dans un modèle en trois dimensions, le rôle du cycle de Vasyliunas de celui du rôle du cycle de Dungey (en présence, donc, d'un vent solaire magnétisé). Leur raisonnement montre que le cycle de Vasyliunas concerne le plasma lourd, produit à proximité de la planète, tandis que le cycle de Dungey affecte le déplacement du plasma plus léger, originaire du vent solaire, qui pénètre dans la magnétosphère à travers les zones de reconnexion (voir la figure 5.4).

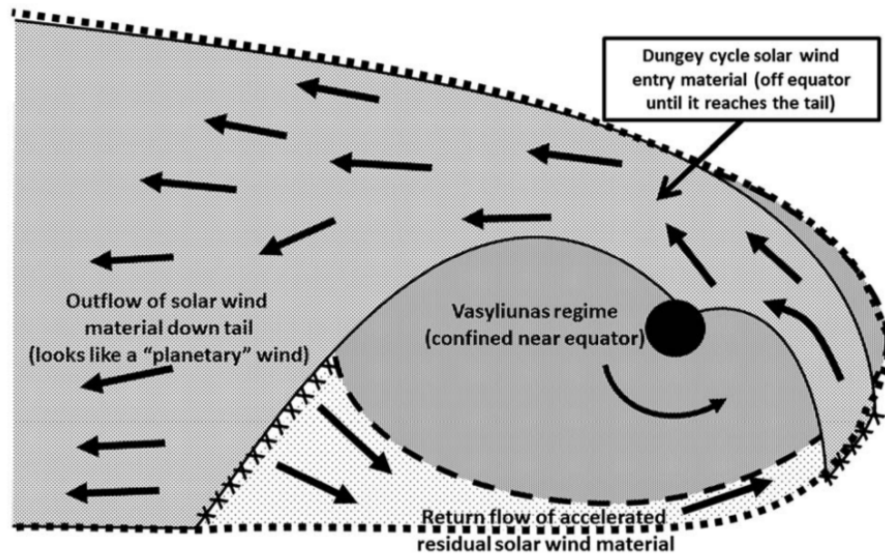


FIGURE 5.4 – Figure extraite de Southwood and Chané [2016] présentant les rôles distincts des cycles de Vasyliunas et Dungey dans une vue qui se veut “3D”. La zone en gris clair montre le cycle de Dungey sur du plasma léger qui vient du vent solaire, entre dans la magnétosphère par une zone de reconnexion en amont côté matin (représentée par une succession de petites croix noires), passe par dessus le pôle de la planète et redescend vers le plan équatorial côté nuit. En gris plus foncé, en-dessous, on voit une partie de la région affectée par le cycle de Vasyliunas et contenant du plasma plus lourd, dont la source se trouve dans le plan équatorial près de la planète. La zone gris foncé est contenue dans le plan de l'équateur. Le plasma léger transporté par le cycle de Dungey retombe éventuellement dans une zone de reconnexion côté nuit (succession de petites croix noires à gauche de la planète sur la figure). Une partie de ce plasma léger peut alors être accélérée vers la zone de reconnexion en amont.

Côté simulations, quelques années plus tard, Walker et al. [2001] adaptent le code d'Ogino et al. [1998] pour permettre au vent solaire de transporter du champ magnétique. Miyoshi and Kusano [2001] font de même avec leur propre code. Ces deux papiers concluent tous deux que la structure globale de la magnétosphère dépend de l'orientation de l'IMF, comme c'est le cas pour la Terre ou Mercure. Suivant le survol de Cassini en 2000 puis l'insertion en orbite kronienne de la sonde en 2005, un certain nombre de simulations de plus en plus élaborées de Saturne (et parallèlement de Jupiter), ont été publiées : Hansen et al. [2005], Fukazawa et al. [2007a,b], ou encore Jia et al. [2012] par exemple. Outre l'effet de la rotation planétaire, ces dernières simulations s'intéressent également au rôle du tore de plasma alimenté par Encelade ainsi qu'au rôle de l'ionosphère. Jia et al. [2012], en particulier, étudient la magnétosphère de Saturne au cours d'une simulation de 750 heures (soit 75 rotations de Saturne), au cours de laquelle les caractéristiques du vent solaire changent quatre fois (pour chacun des quatre changements, l'orientation de l'IMF est pivotée de  $90^\circ$  dans le plan perpendiculaire à l'écliptique mais également la pression est modifiée).

## 5.2 Simulations d'un rotateur rapide stationnaire avec MPI-AMRVAC

Nous travaillons ici sur les résultats de six simulations, dont les paramètres d'entrée sont résumés dans le tableau 5.1. Dans le tableau, la valeur de  $\Upsilon$  (défini par l'équation 1.9 dans le chapitre 1) permet de se rapporter à l'expression de cette grandeur calculée dans la section 1.3. La valeur  $\Upsilon = 1.7$  est cohérente pour un rotateur rapide dans la configuration de Saturne.

TABLEAU 5.1 – Paramètres des simulations utilisés pour l’étude du rotateur rapide stationnaire. L’axe de rotation planétaire et l’axe magnétique sont dans la direction  $x$ . Le vent solaire est dirigé selon la direction  $-z$ . La première lettre du nom de la simulation donne l’orientation de l’IMF, la deuxième étant “r”, “rr” ou “0” selon que l’on considère un rotateur rapide, très rapide ou un rotateur lent (pas du tout de rotation) respectivement.

Run	IMF	$\alpha$	$\beta_{VS}$	$M_{VS}$	$\frac{\omega R_0}{c_{VS}}$	$\Upsilon$
Nr	nord $+x$	50	0.5	5	0.5	1.7
Sr	sud $-x$	50	0.5	5	0.5	1.7
Er	est $+y$	50	0.5	5	0.5	1.7
E0	est $+y$	50	0.5	5	0	0
Err	est $+y$	50	0.5	5	2.5	8.5
Wrr	ouest $-y$	50	0.5	5	2.5	8.5

### 5.2.1 A propos des symétries liées au choix de l’orientation du champ magnétique interplanétaire

Le cas d’un vent solaire magnétisé avec un IMF dans la direction nord-sud ou sud-nord interagissant avec un rotateur rapide a déjà été discuté dans le contexte de simulations MHD de Jupiter (e.g. Miyoshi and Kusano [2001], Walker et al. [2001], Fukazawa et al. [2005]) et de Saturne (e.g. Hansen et al. [2000], Fukazawa et al. [2007a], Jia et al. [2012]). Lorsque l’IMF est orienté dans la direction parallèle ou anti-parallèle à l’axe de rotation, la symétrie est-ouest, qui existe en l’absence de rotation, est brisée par la rotation notamment lorsque  $\Upsilon > 1$ . Cependant, les effets de la rotation sur la magnétosphère restent alors facilement identifiables (contrairement à un cas où l’IMF serait orienté de manière oblique) car d’autres symétries sont conservées.

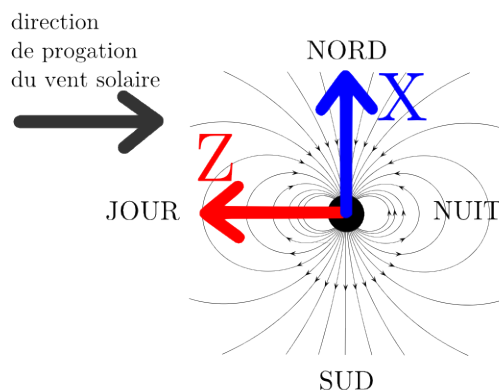


FIGURE 5.5 – Repère utilisé pour commenter les figures concernant les simulations du rotateur stationnaire. On parle aussi de “nord”, “sud”, “jour”, “nuit” pour se repérer par rapport à la planète.

En effet, dans le repère présenté en figure 5.5 (où la direction  $\mathbf{x}$  est celle de l’axe de rotation,  $\mathbf{z}$  est la direction opposée à celle de la propagation du vent solaire, et  $\mathbf{y}$  complète un repère cartésien orthonormé direct), si l’IMF est orienté selon la direction  $\pm\mathbf{x}$ , alors le système présente une symétrie nord-sud pour tous les champs scalaires (e.g. pour la pression, on a  $p(-x, y, z) = p(x, y, z)$ ). Pour les champs vectoriels, on a les relations suivantes pour les composantes du champ magnétique et celles de la vitesse, la différence entre  $\mathbf{v}$  et  $\mathbf{B}$  venant du fait que le premier est un vecteur, alors que le deuxième est un pseudo vecteur (les

propriétés de symétrie des vecteurs et des pseudo-vecteurs sont illustrées par la figure 5.6) :  $B_x(-x) = B_x(x)$ ,  $B_{y,z}(-x) = -B_{y,z}(x)$ ,  $v_x(-x) = -v_x(x)$  et  $v_{y,z}(-x) = v_{y,z}(x)$ .

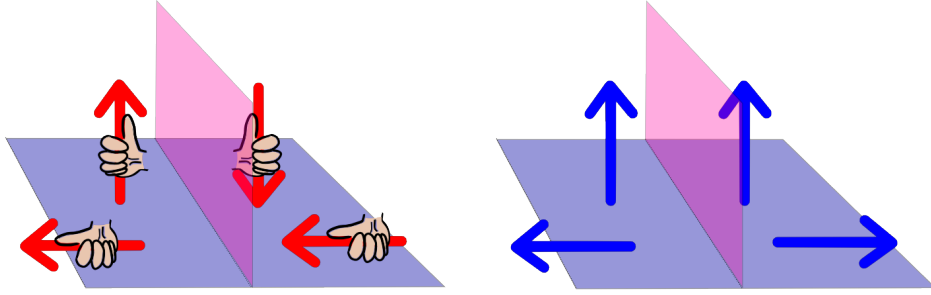


FIGURE 5.6 – Schéma permettant d’illustrer la différence entre les propriétés de symétrie d’un pseudo-vecteur (en rouge, qui pourrait être par exemple le champ magnétique  $\mathbf{B}$  ou le moment angulaire) et celles d’un vecteur normal (en bleu, la vitesse fluide  $\mathbf{u}$ ). Les petites mains droites ou gauches sont là pour montrer comment la symétrie par rapport au plan rose joue sur le sens direct ou indirect lié au pseudo-vecteur, en fonction que celui-ci soit parallèle ou orthogonal au plan de réflexion. Si le vecteur rouge représente par exemple le champ magnétique, la petite main indique l’orientation du courant autour de ce champ magnétique.

### 5.2.2 Résultats des simulations “Nr” et “Sr”

Une coupe méridienne de la configuration des lignes de champ magnétique dans nos simulations “Nr” et “Sr” est présentée en figure 5.7. Même si la rotation de la planète joue un rôle non négligeable dans la structure globale de la magnétosphère (voir plus loin), la figure 5.8 montre que l’orientation de l’IMF continue d’avoir une influence forte sur la magnétosphère. Ici, le champ magnétique de la planète sort par le pôle nord et rentre par le pôle sud. Dans le cadre de gauche, dans la simulation où l’IMF est orienté vers le nord, la reconnexion magnétique a lieu au nez de la magnétopause, où les lignes de l’IMF reconnectent avec le champ magnétique planétaire, mais aussi dans la queue de la magnétosphère, côté nuit, où ces mêmes lignes d’IMF connectées à la planète vont se déconnecter définitivement, exactement comme dans le modèle de Dungey [1961] pour le cas sans rotation (mais on peut rappeler ici que, sur la Terre, le champ magnétique est dirigé du sud vers le nord, et donc que le cycle de Dungey a lieu quand l’IMF est orienté vers le sud). Dans le cadre de droite, c’est-à-dire dans la simulation où l’IMF est orienté vers le sud, on observe que les zones de reconnexion sont concentrées au-dessus des pôles nord et sud de la planète, légèrement vers la queue, comme le montrent les régions colorées du jaune au rouge en fonction de l’intensité faible à très faible du champ magnétique (i.e. inférieur à 1 dans les unités normalisées du code). On remarque qu’il n’y a pas de zones de reconnexion dans la queue de la magnétosphère, ce qui permet aux lignes fermées de se tenir deux fois plus loin de la planète côté nuit. Notons que, comme dans nos simulations, la reconnexion est purement numérique, la position des zones de reconnexion peut changer légèrement en fonction de la résolution de la grille de simulation.

On mesure la position sub-solaire de la magnétopause à  $R_{\text{MP}} = 1.8R_0$  du bord interne ( $R_0$  est le rayon du bord interne du domaine de simulation, en rose sur les différentes figures de cette section). Cette valeur est proche de celle que l’on peut estimer en utilisant l’équation 1.6 (basée sur l’équilibre de la pression dynamique du vent solaire et la pression magnétique du champ planétaire) qui nous donne  $R_{\text{MP}} = 2R_0$ . Cela correspond aussi à la position mesurée dans les simulations de Jia et al. [2012] si l’on compare notre  $R_0$  à la distance du centre de Saturne où le champ magnétique planétaire tombe à 50 nT (et où donc le  $\alpha \simeq 50$  pour un IMF d’intensité 1 nT), qui correspond à sept rayons de Saturne.

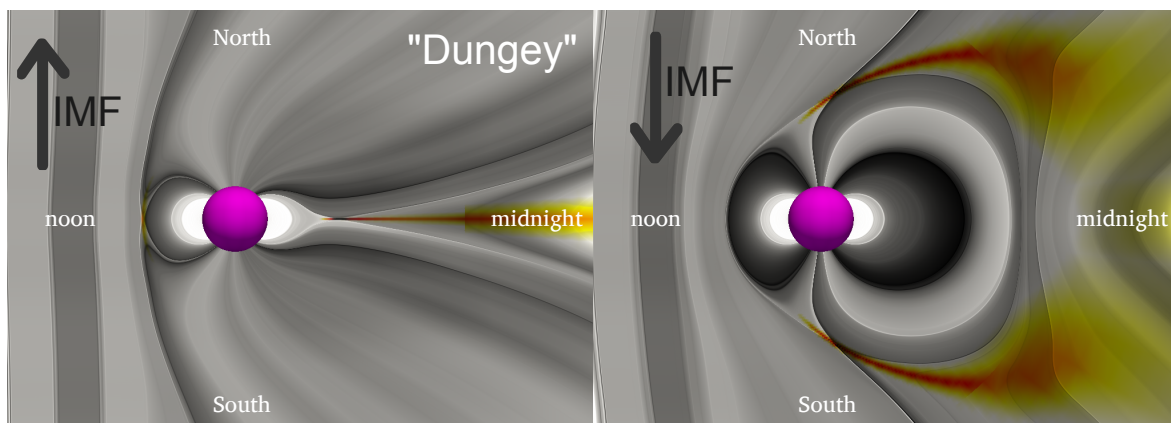


FIGURE 5.7 – Organisation des lignes de champ magnétique dans une coupe méridienne traversant le centre et contenant la direction de propagation du vent solaire, dans le cas de la simulation où l’IMF est orienté vers le nord (à gauche) et dans le cas où l’IMF est orienté vers le sud (à droite). Les régions colorées en jaune-rouge montrent les endroits où le champ magnétique est faible à très faible, témoignant ainsi de la position des zones de reconnexion. La magnétopause, qui délimite les lignes planétaires fermées, est clairement visible sur les deux figures. On pourra noter que les nuances de gris n’ont aucune valeur quantitative et ne sont là que pour rendre plus visible la structure du champ magnétique.

La portion de la surface du bord interne couverte par les lignes de champ magnétique ouvertes (autrement dit connectées à l’IMF), est plus étendue dans le cas où l’IMF est orienté vers le nord. C’est un résultat que l’on retrouve dans d’autres simulations, par exemple celles publiées par Hansen et al. [2000]. Dans le cas où l’IMF est orienté vers le sud, la position “polaire” des sites de reconnexion force les lignes de champ magnétique transportées par le vent solaire à se reconnecter très rapidement avec le champ magnétique du vent solaire côté nuit, les faisant passer directement de “contourner la planète côté jour” à “contourner la planète côté nuit”. L’angle solide couvert par les lignes de champ magnétique ouvertes est alors de quelques degrés seulement, comme l’ont trouvé également Hansen et al. [2000] et Jia et al. [2012].

Lorsque l’axe de rotation et l’axe du champ magnétique planétaire sont alignés, on peut atteindre un état stationnaire. Dès lors, on peut suivre la trajectoire d’une particule fluide en utilisant l’état de la simulation à un temps  $t$  quelconque. Ainsi une particule fluide se trouvant en  $x$  à l’instant  $t$  se déplacera de  $\delta x = u(x)\delta t$  au cours de l’intervalle de temps  $\delta t$  pour se retrouver en  $x + \delta x$  à l’instant  $t + \delta t$ . Un exemple de trajectoire de particule fluide suivie sur un temps long est montrée dans la figure 5.8. On observe sur la figure que la particule se connecte magnétiquement à la planète au temps  $t = 0$  avant de s’en déconnecter au temps  $t_D = 7$  en unités de temps de la simulation : une illustration et une mesure du cycle dit de Dungey. Pendant ce cycle, le pied d’une ligne de champ magnétique connectée à l’IMF voyage le long de la surface du bord interne de la simulation de  $58^\circ$  de latitude côté jour à  $39^\circ$  de latitude côté nuit (voir aussi figure 5.11). Pour comparaison, une rotation complète de la planète a lieu en temps  $2\pi/\omega = 12.57$ , c’est-à-dire presque deux fois plus long que  $t_D$ , une indication claire que la rotation n’est pas un facteur négligeable.

Walker et al. [2001] et Miyoshi and Kusano [2001] ont tous deux démontré que la structure globale de la magnétosphère dépend fortement du processus de reconnexion, même dans le cas d’une planète en rotation rapide. En effet, alors que la seule différence entre nos deux simulations est l’orientation sud-nord ou nord-sud de l’IMF, l’écoulement à l’intérieur de la magnétopause est très différent d’une simulation à l’autre, comme on peut le voir sur la figure 5.9.

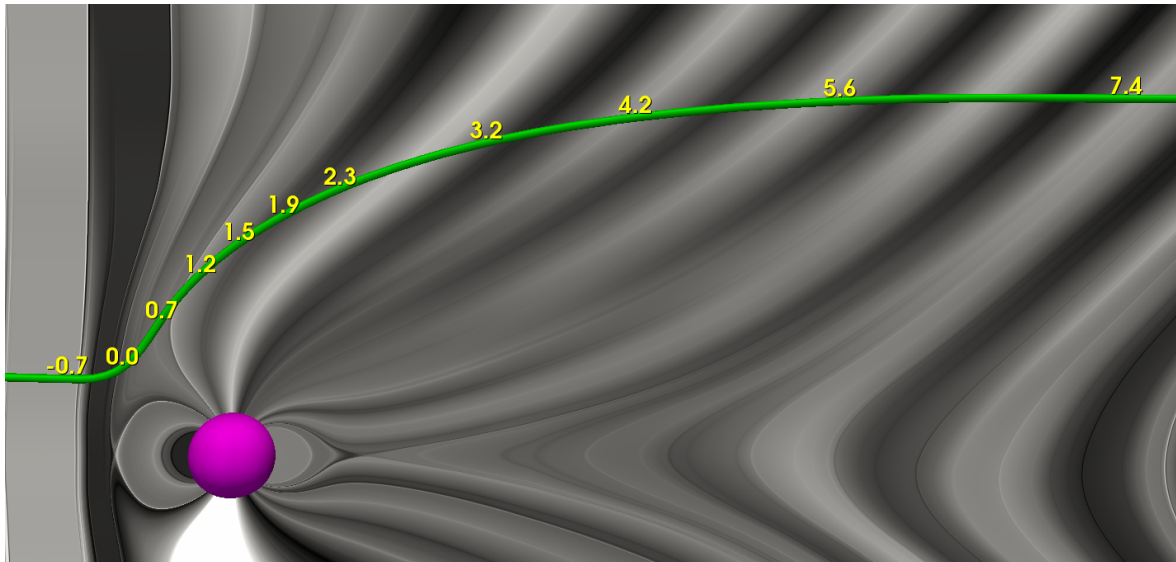


FIGURE 5.8 – Configuration, en deux dimensions, du champ magnétique comme dans la figure 5.7, pour la simulation où l’IMF est orienté vers le nord. La ligne verte représente la trajectoire d’une particule fluide. Les nombres jaunes donnent une indication de la durée après que la ligne de champ magnétique sur laquelle se trouve la particule fluide se soit reconnectée avec le champ magnétique de la planète à  $t = 0.0$ . On voit que la particule fluide se reconnecte à nouveau avec l’IMF à  $t = 7$ , une mesure de la durée  $t_D$  du cycle de Dungey.

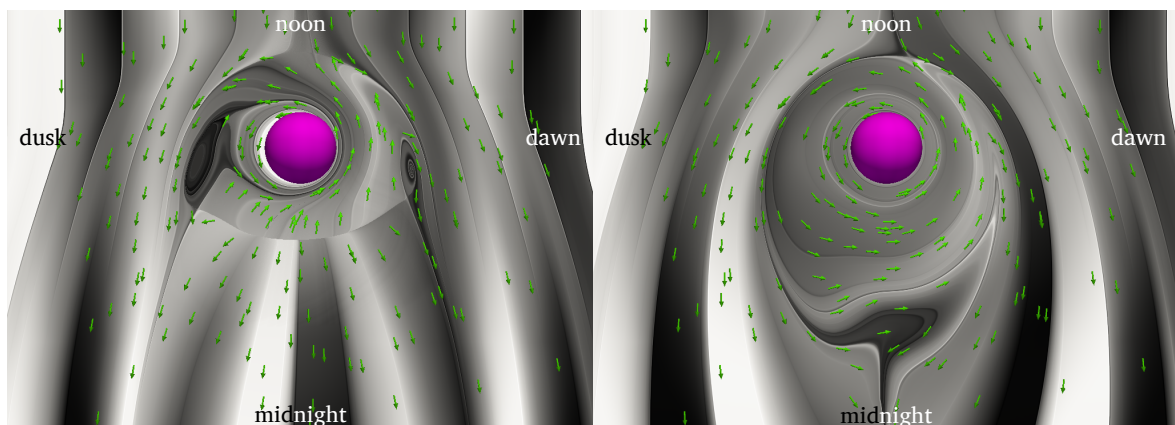


FIGURE 5.9 – Circulation du plasma dans le plan équatorial de nos deux simulations, celle où l’IMF est orienté vers le nord (à gauche) et celle où l’IMF est orienté vers le sud (à droite). Les flèches vertes indiquent le sens de l’écoulement. Les indications concernant le temps local permettent de se repérer : “noon” pour midi, “dusk” pour le crépuscule, “midnight” pour minuit et “dawn” pour l’aube. Comme pour le champ magnétique dans les figures précédentes, les niveaux de gris n’ont aucune valeur quantitative et ne sont là que pour mettre en avant la direction de l’écoulement.

Dans le cas où l’IMF est orienté vers le nord, on observe une frontière nette, associée à la reconnexion côté nuit, à environ  $1.2R_0$  du bord interne et qui s’étend de 20h00 du temps local à 5h00. Cette frontière sépare le plasma en rotation près de la planète, du plasma qui s’écoule vers la queue. On la retrouve dans la description de la dynamique du plasma magnétosphérique dans la magnétosphère de Saturne faite par Cowley et al. [2004]. Aux extrémités de la frontière, on observe des régions où les directions opposées d’écoulement conduisent à la formation de tourbillons de Kelvin-Helmoltz (également étudiés par Walker et al. [2001] et Fukazawa et al. [2007b]).

La formation de ces tourbillons n’est pas empêchée par la tension magnétique, car dans ces endroits le champ magnétique est orthogonal au plan équatorial (et donc à l’écoulement).



Lorsqu'on a analysé plus en détail ces tourbillons, notamment en y injectant des particules fluides, nous avons constaté qu'une particule fluide capturée par l'un de ces tourbillons y reste confinée très longtemps en tournoyant autour du centre du tourbillon, avant d'être expulsée très rapidement vers les pôles le long des lignes de champ. A la fin, la particule fluide en question termine sa course sur le bord interne à de hautes latitudes.

On note qu'il n'y a pas de tourbillon visible dans le plan équatorial de la simulation où l'IMF est orienté vers le sud (cadre de droite de la figure 5.9). On peut imaginer que dans ce cas (et par rapport à l'autre simulation), l'écoulement côté nuit se fait essentiellement vers la queue, partout dans la région du "soir" en temps local, contrairement à l'autre simulation où l'on observe également un écoulement dirigé vers la planète en provenance de la ligne de reconnexion. Ceci a pour effet d'atténuer suffisamment les gradients de vitesse pour empêcher la croissance d'un tourbillon de Kelvin-Helmoltz. Un tel tourbillon aurait davantage de chance de naître côté matin, où des écoulements de directions opposées sont présents.

**Sur la vitesse de co-rotation :** Une autre question intéressante est celle de la vitesse du plasma en rotation par rapport à la vitesse de co-rotation rigide. En effet, observons la figure 5.10, qui montre la circulation du plasma dans le plan équatorial, exactement comme dans la figure 5.9, mais où l'on a colorisé la zone proche de la planète en rouge si  $|\mathbf{v}|/v_{\text{corot}} < 1$  et en bleu dans le cas contraire. On remarque tout d'abord que le contraste des couleurs est plus important dans le cas où il y a reconnexion au nez de la magnétopause et dans la queue, comme si les phénomènes de reconnexion forçaient une plus forte modulation de la vitesse d'écoulement autour de la planète. Globalement, dans les deux simulations, le plasma est en sous-co-rotation dans l'après midi et la soirée du temps local avant de passer en sur-co-rotation un peu avant minuit. Côté jour, on repasse en sous co-rotation après midi. Qualitativement, on retrouve des observations similaires dans des simulations MHD antérieures (voir Ogino et al. [1998], Miyoshi and Kusano [2001], Walker and Ogino [2003], Jia et al. [2012]). On peut donc conclure que la vitesse du plasma dans le plan équatorial est fortement dépendante de l'orientation du IMF.

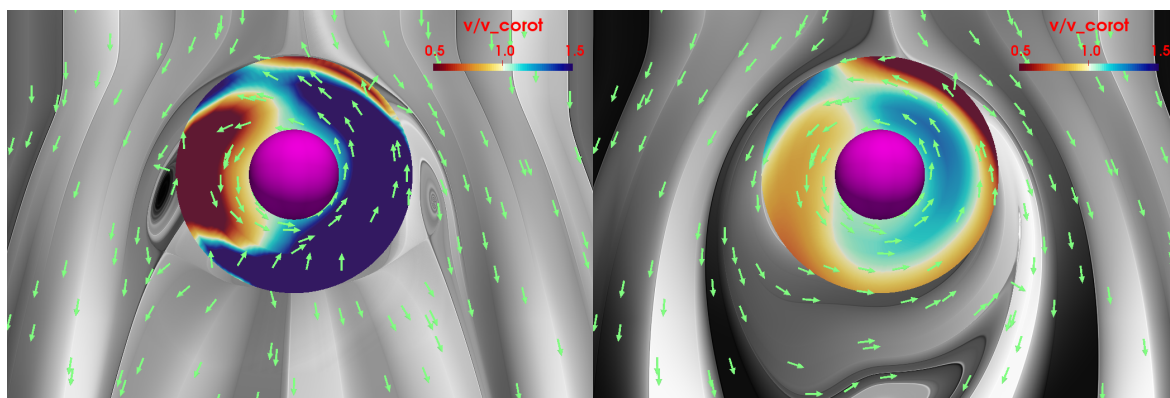


FIGURE 5.10 – Zoom sur la partie centrale de chacune des images de la figure 5.9, mais où la partie centrale est coloriée en fonction du rapport  $|\mathbf{v}|/v_{\text{corot}}$ . Comme l'échelle de couleur est la même pour les deux figures, on pourra noter que l'intensité des couleurs n'est pas la même dans les deux simulations : dans le cas où l'IMF est orienté vers le nord et où il y a un cycle de Dungey, les vitesses sont plus importantes du fait des zones de reconnexion.

Comment expliquer la vitesse de sur-co-rotation que nous observons de minuit à midi, dans la zone où l'écoulement est maintenu près de la planète par la co-rotation ? Du point de vue de la simulation, cette sur-co-rotation est nécessaire pour entretenir la stationnarité de la simulation : la zone quasi-circulaire autour de la planète, dans le plan équatorial, au sein de laquelle la vitesse de l'écoulement a une composante radiale très petite devant la vitesse

azimutale, atteint un état stationnaire. Hors, si l'on est dans une situation stationnaire avec un écoulement en sous-co-rotation côté soir, alors forcément l'écoulement doit accélérer par rapport à la vitesse de co-rotation rigide côté matin, afin de garder l'ensemble en co-rotation stationnaire. Seulement, la zone en sur-co-rotation semble plus grande que la zone en sous-co-rotation. Comme j'ai commencé à l'expliquer dans le paragraphe précédent, cette accélération du plasma après minuit est sans doute aussi liée à la reconnexion dans la queue et à la magnétopause, une reconnexion de type "Dungey", entre le champ magnétique planétaire et l'IMF dans le vent solaire. Cette hypothèse est avancée notamment par Thomsen et al. [2015], qui compare les résultats de simulation de Jia et al. [2012] avec des données mesurées par Cassini. La sous-co-rotation générale constatée grâce à l'analyse des données Cassini est essentiellement due à la présence de sources internes de plasma provenant d'Encelade, source interne qui n'est pas présente dans notre simulation. Les résultats et la discussion sur la co-rotation présentée par Arridge et al. [2011] permettent de replacer la problématique de la co-rotation dans le plan équatorial de Saturne dans le cadre de l'analyse des données de Cassini et des différentes études théoriques citées dans ce papier.

**Circulation au bord interne :** Comme nous en avons déjà discuté dans le chapitre 3, au bord interne, la vitesse du plasma que l'on impose à la vitesse de co-rotation (on impose que la vitesse radiale au bord interne soit nulle). En raison de la résolution finie de la grille, l'écoulement horizontal s'écarte rapidement de la co-rotation lorsqu'on s'éloigne de la surface. Ceci implique un champ électrique résistif  $(\mathbf{u} - \mathbf{v}_{\text{corot}}) \times \mathbf{B}$  dans le repère en co-rotation. Si, comme l'illustre la figure 5.11, le plasma n'est pas exactement en co-rotation près du bord, cela signifie qu'il y a une résistivité (numérique) implicite et donc une ionosphère dans le système. C'est a priori une résistivité de type Pedersen car perpendiculaire à  $\mathbf{B}$  (Hall n'est pas possible en MHD). On n'a pas pu vérifier si le code génère également une résistivité parallèle à  $\mathbf{B}$  (probablement oui) dont la trace est la composante parallèle à  $\mathbf{B}$  de  $\nabla \times \mathbf{B}$  (malheureusement difficile à calculer). Quoiqu'il en soit, l'écoulement qui en résulte au niveau du bord interne s'avère très dépendant de l'orientation de l'IMF dans la simulation, comme on peut le voir sur la figure 5.11.

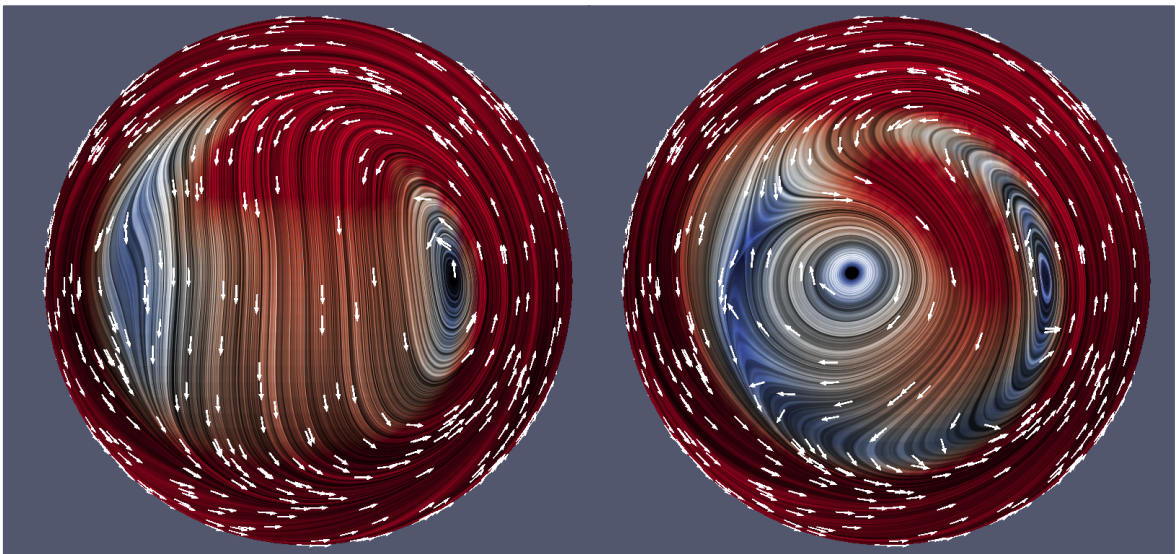


FIGURE 5.11 – Vue polaire de la circulation du plasma près du bord interne pour l'IMF orienté vers le nord (à gauche) et l'IMF orienté vers le sud (à droite). Les zones où les vitesses sont élevées sont en rouge et celles où les vitesses sont très faibles sont en bleu. Les flèches blanches indiquent le sens de circulation.

Dans le cas où l'IMF est orienté vers le nord, c'est-à-dire dans le cas où l'on observe un cycle de Dungey, les lignes de champ magnétique ouvertes couvrent une large région autour de chacun des pôles. La circulation au bord interne s'organise autour d'un couloir d'écoulement dirigé vers la queue. De part et d'autre de ce couloir, des tourbillons se forment. On retrouve alors grossièrement le schéma présenté par Cowley [1982] pour la Terre, ce qui montre bien que la circulation du plasma n'est affectée par la rotation que près de l'équateur et que le cycle de Dungey domine aux latitudes moyennes et hautes. Par contre, dans la simulation où l'IMF est orienté vers le sud, et donc où il n'y a pas de cycle de Dungey, la circulation au bord interne n'est quasiment pas affectée par la présence de lignes de champ magnétique ouvertes. L'écoulement est alors dominé par la rotation, et s'organise autour d'un tourbillon polaire net légèrement déplacé vers l'aube. On ne montre qu'un des deux pôles puisque par construction l'autre pôle présente la même chose par symétrie nord-sud du problème.

Quel est le lien entre les tourbillons (ou zones de forts ralentissements en bleu) de la figure 5.11 et les tourbillons de la figure 5.9? Nous avons voulu suivre des "particules fluides" dans la simulation afin de mieux comprendre le lien entre la circulation dans le plan équatorial et la circulation au bord interne. Nous avons donc étudié le parcours de cinq particules fluides partant du plan équatorial de cinq endroits différents (on montre ces trajectoires dans la figure 5.12). On observe, dans la figure 5.12.a, qu'une particule fluide partant côté soir, à mi-chemin entre la magnétopause et le bord interne de la planète, va faire le tour de la planète puis, un peu après midi, va sortir du régime de Vasyliunas pour s'écouler dans la magnétogaine en restant dans le plan équatorial. Par contre, en partant à 3 heures temps local du matin, comme c'est le cas dans la figure 5.12.b, la particule fluide quitte le plan équatorial un peu avant midi, comme aspirée par le cycle de Dungey, puis retombe sur la planète après avoir contourné le tourbillon à droite du couloir de Dungey sur la partie gauche de la figure 5.11. Dans le cas de la figure 5.12.c, on note que la particule fluide est aspirée par le tourbillon que l'on voyait sur la figure 5.9, côté soir de la planète. Au bout d'un long moment, la particule fluide sort du tourbillon et tombe sur la planète au niveau de la zone très lente que l'on voit à gauche du couloir de Dungey sur la partie gauche de la figure 5.11. Enfin, les cas *d* et *e* montrent deux autres cas de trajectoire où la particule fluide quitte la proximité de la planète, soit en passant au dessus du pôle par le couloir de Dungey, soit en sortant de la magnétopause par la zone de reconnexion en amont. On voit donc ainsi comment faire le lien entre la circulation dans le plan équatorial et la circulation au bord interne. On retrouve les conclusions générales de Southwood and Chané [2016] (voir la figure 5.4) même sans la notion de plasma "lourd" ou "léger", puisque nous n'avons pas plusieurs espèces d'ions dans nos simulations.

### 5.2.3 Résultats de la simulation "Er"

Contrairement au cas où l'IMF est orienté vers le nord ou le sud mais parallèlement à l'axe de rotation de la planète, l'orientation de l'IMF configurée orthogonalement à la direction de propagation du vent solaire et à l'axe de rotation de la planète a été beaucoup moins discutée dans la littérature. Cette configuration a été traitée dans le cas de la Terre (qui n'est pas considérée comme un rotateur lent) et de Saturne par Gombosi et al. [2000] et Hansen et al. [2000]. Plus récemment, Jia et al. [2012] ont publié une simulation au cours de laquelle l'orientation de l'IMF est tournée trois fois de  $90^\circ$ , mais cette simulation mélange plusieurs ingrédients puisque la densité du vent solaire change également, et qu'un tore de plasma de plusieurs espèces d'ions est présent, ce qui rend difficile toute comparaison avec des simulations plus simples.

Nous avons choisi de repartir de notre Saturne simplifié pour étudier la configuration intermédiaire entre orientation purement nord-sud ou sud-nord. Cela nous a permis de réfléchir au fait que, pour des raisons de symétrie, les configurations de deux simulations dont la

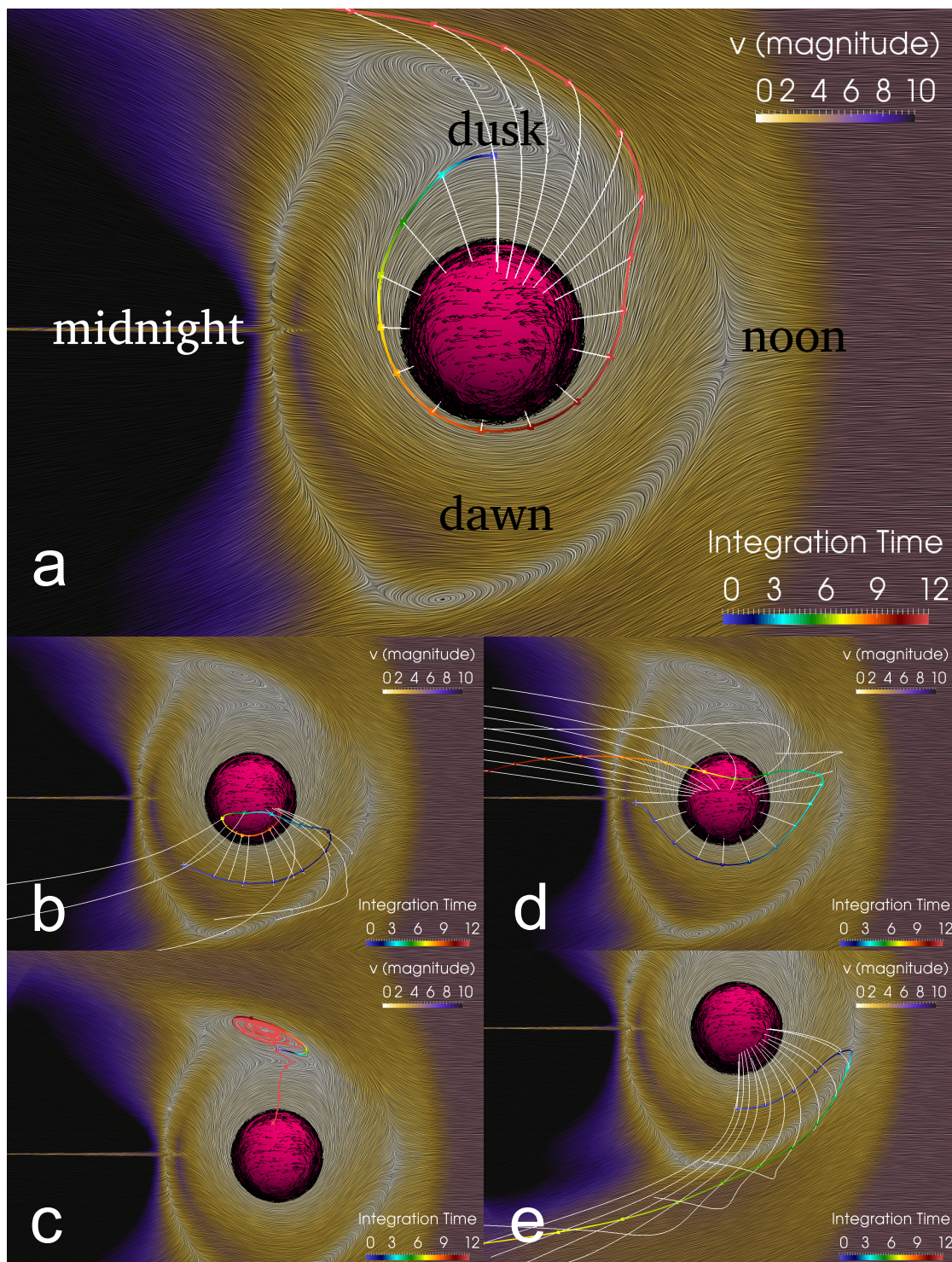


FIGURE 5.12 – Vue polaire de la circulation du plasma près du bord interne (flèches noires sur le bord interne en rose) et dans le plan équatorial (la carte de couleur est alors celle de la valeur de la vitesse du plasma), avec la trajectoire d’une particule fluide dans cinq cas de position initiale de ladite particule fluide. On trace en blanc les lignes de champ magnétique le long de la trajectoire de la particule fluide, elle-même coloriée en fonction du temps (plus l’on va vers le rouge, plus le temps a passé).

seule différence est l’orientation est-ouest ou ouest-est, i.e. orthogonalement à la direction de propagation du vent solaire, sont équivalentes.

En effet, la seule chose qui change alors entre ces deux cas est l'orientation du champ magnétique dans le vent solaire. Or, si une configuration n'est que la version miroir d'une autre configuration, les deux sont équivalentes. Pour vérifier si tel est le cas il est nécessaire de considérer les règles de transformation des vecteurs et des pseudo-vecteurs lors d'une réflexion. Celles-ci sont illustrées dans la figure 5.6. On notera également que les équations de la MHD sont invariantes par conjugaison des charges. La conjugaison des charges peut-être vue comme la conséquence de l'inversion des charges des ions et des électrons. Dans le cadre de la MHD, la conjugaison de charges implique une inversion du courant :  $\mathbf{j} \rightarrow -\mathbf{j}$  et par conséquent, en suivant la loi d'Ampère, du champ magnétique :  $\mathbf{B} \rightarrow -\mathbf{B}$ , mais sinon toutes les quantités fluides restent inchangées. Cette propriété permet de comprendre la plus grande symétrie du cas sans rotation dans la figure 5.14 par rapport aux deux cas avec rotation. Ainsi, la simulation où l'IMF est orienté dans la direction est-ouest est la version miroir par rapport à une réflexion au plan  $x = 0$  de celle avec l'IMF dans la direction ouest-est. En effet, suivant les règles de la figure 5.6, le moment magnétique et le moment angulaire de la planète (des pseudo-vecteurs) étant perpendiculaires au plan  $x = 0$ , ils restent inchangés suite à une réflexion sur ce même plan. Dans nos simulations, on peut noter qu'il n'y a plus de stricte symétrie nord-sud, et les écoulements méridionaux traversant le plan équatorial sont possibles (on note que  $v_x(x = 0) \neq 0$  au sein de la magnétopause, voir la figure 5.13). Ces écoulements méridionaux présentent des directions opposées dans le cas de l'IMF vers l'ouest ou vers l'est, comme on peut le voir sur la figure 5.13, une simulation où l'IMF est orientée d'est en ouest, conformément aux règles de symétrie énoncées dans la figure 5.6, et où la vitesse angulaire est 5 fois plus rapide que pour les simulations mentionnées dans la section précédente.

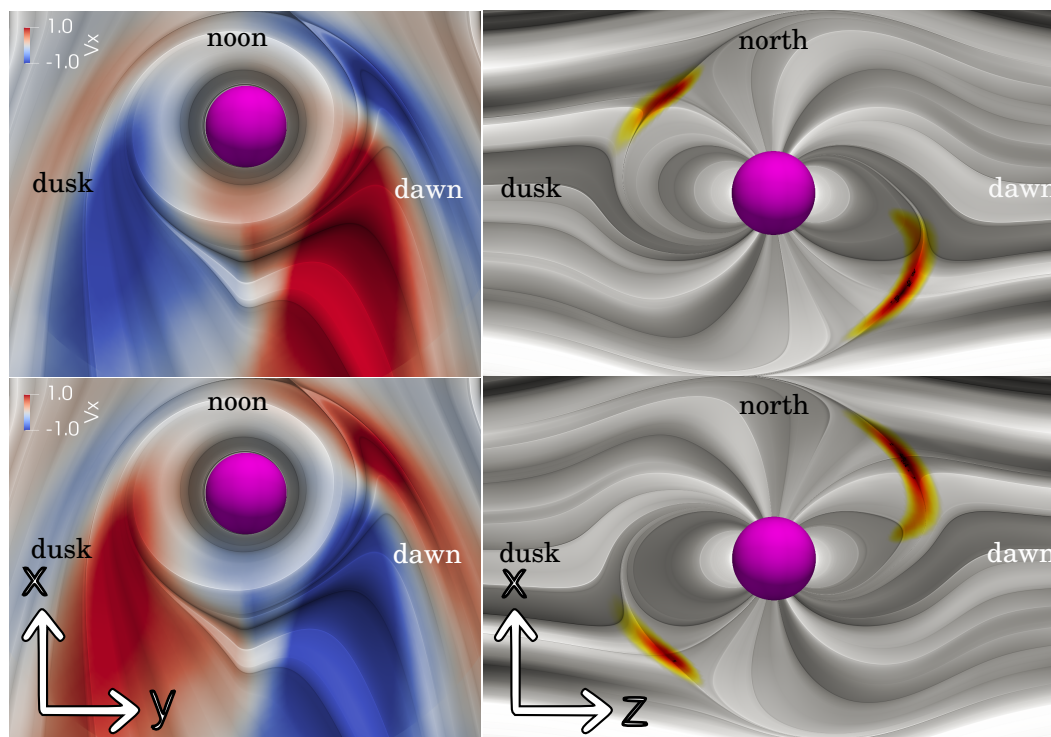


FIGURE 5.13 – Colonne de gauche : circulation de plasma dans le plan équatorial des simulations Err (en haut) et Wrr (en bas), avec des régions colorées en bleu quand la composante orthogonale au plan équatorial de l'écoulement est orientée vers l'hémisphère sud ou en rouge quand elle est dirigée vers l'hémisphère nord. A droite, pour chacune des simulations, la configuration du champ magnétique dans le plan  $z = 0$ , avec le Soleil derrière la planète et le vent solaire qui se propage en sortant de la figure. Les zones de reconnexion sont colorées en jaune-rouge comme dans la figure 5.7. On note la stricte symétrie des deux simulations par rapport au plan  $x = 0$ .

### 5.2.4 Effet de la vitesse de rotation de la planète

La figure 5.14 montre, dans la colonne de gauche, la circulation du plasma dans le plan équatorial ( $x = 0$ ) des simulations E0, Er et Err (voir Table 5.1) c'est-à-dire trois simulations où l'IMF est orienté d'ouest en est, mais où la vitesse de la planète diffère : pour E0, la planète ne tourne pas ; pour Er, la vitesse angulaire est celle du rotateur rapide considéré dans la sous-section précédente, et Err est un rotateur très rapide (5 fois plus que le précédent). Dans la colonne de droite, on montre la configuration du champ magnétique dans une coupe prise dans le plan méridien  $z = 0$  (le Soleil est derrière la feuille, et le vent solaire se propage vers vous).

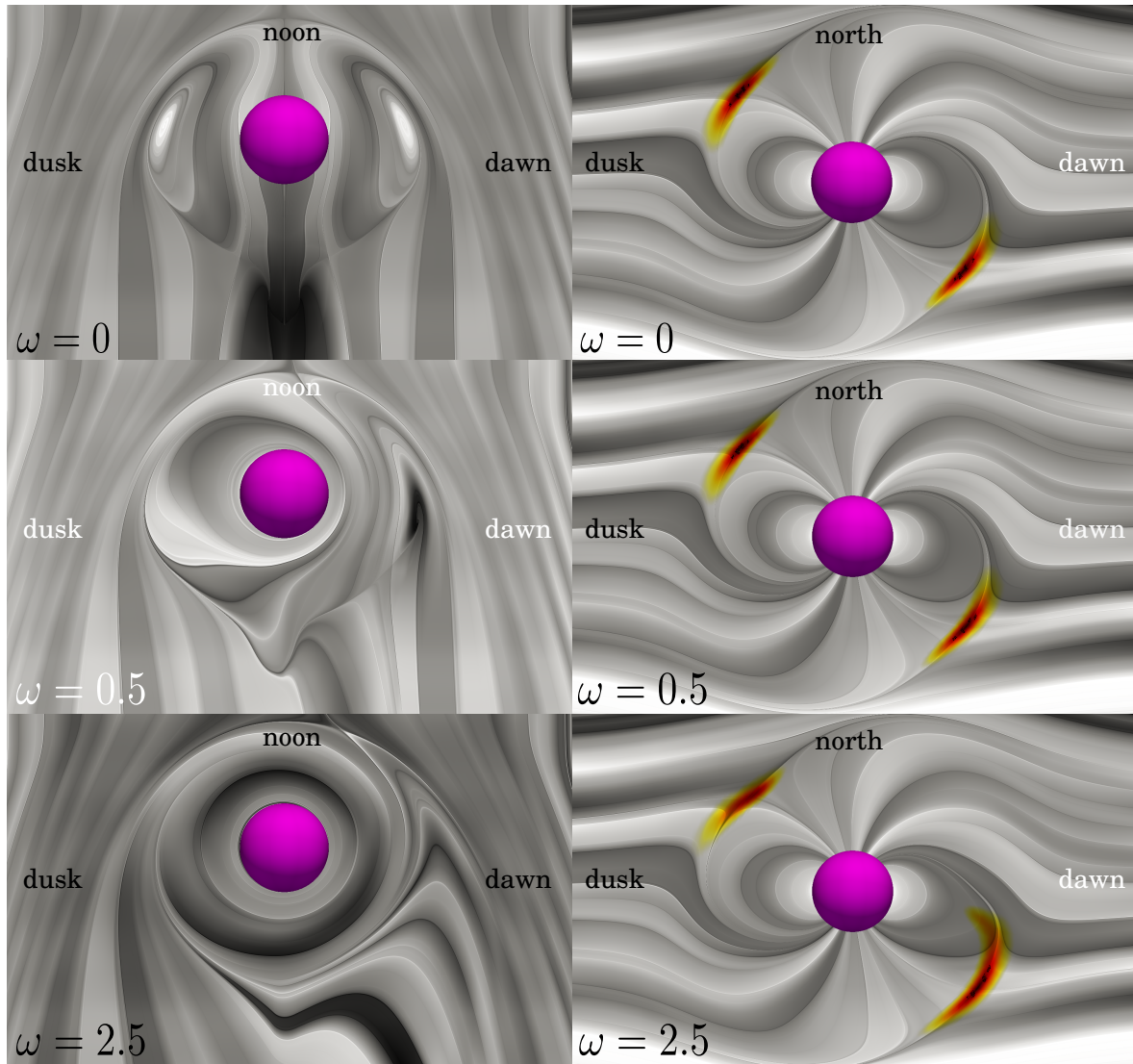


FIGURE 5.14 – Même légende que la figure précédente pour ce qui est des colonnes de gauche et de droite. De bas en haut, on présente les simulations E0 (pas de rotation planétaire), Er (rotateur rapide) et Err (rotateur très rapide).

Sans surprise, dans le cas où la planète ne tourne pas, l'écoulement du plasma dans le plan équatorial est parfaitement symétrique par rapport au plan  $y = 0$ . Même les zones de reconnexion, que l'on voit dans le cadre en haut à droite en rouge, présentent une structure symétrique par rapport au centre du domaine, et s'organisent autour de deux points diamétralement opposés, une latitude moyenne dans l'hémisphère nord côté soir et à une latitude moyenne identique dans l'hémisphère sud du côté de l'aube. On note la stricte symétrie des

deux simulations par rapport au plan  $x = 0$ . Cette symétrie s'explique par le fait que l'écoulement dans le quadrant opposé par rapport à l'axe  $z$  est obtenu par une réflexion au plan  $x = 0$ , suivi d'une réflexion au plan  $y = 0$ , suivi d'une inversion de charge (ce qui renverse tous les champs magnétiques). Dans le cas où la planète possède un moment angulaire, cette symétrie est brisée par le fait que ce dernier n'est pas affecté par l'inversion de charge. L'asymétrie induite par la rotation est d'autant plus forte que la rotation est rapide, comme l'atteste le panneau en bas à droite de la figure 5.14 dans lequel on observe que la zone de reconnexion dans l'hémisphère sud est nettement plus étendue que la correspondante dans l'hémisphère nord.

Dans le cas où la vitesse angulaire de la planète est non-nulle, l'asymétrie est à la fois dans le plan  $y = 0$  et dans le plan  $z = 0$ , même si les zones de reconnexion ne changent pas beaucoup par rapport au cas où la planète ne tourne pas. On constate également sans surprise que, lorsqu'on augmente (d'un facteur 5) la vitesse angulaire de rotation, alors la région où le plasma est en co-rotation autour de la planète s'élargit. L'asymétrie des zones de reconnexion s'accroît également. C'est un effet réel, comme expliqué ci-dessus, mais c'est également un effet de projection du fait que l'on considère ici une coupe en deux dimensions d'un champ magnétique en trois dimensions.

### 5.3 Conclusions sur le cas d'une magnétosphère en rotation rapide stationnaire

Dans notre étude du rôle de la rotation planétaire dans l'interaction du vent solaire avec les magnétosphères planétaires, le cas de la configuration de Saturne est un cas d'école intéressant car, tout rotateur rapide qu'il est, l'angle nul entre son axe de rotation et son axe magnétique en fait un cas stationnaire. Cette stationnarité nous a permis d'étudier l'influence de la rotation dans des plans judicieusement choisis nous permettant de profiter des différentes symétries offertes par cette configuration.

Nous avons donc montré ici – à la fois en nous référant à des travaux antérieurs et à nos propres simulations – que, dans le cas d'un rotateur rapide stationnaire, le rôle de l'orientation de l'IMF est toujours important. La circulation au bord interne, quoique affectée par la rotation de la planète, est en effet très différente selon que la reconnexion est favorable au nez de la magnétopause et dans la queue, ou qu'elle est favorable plutôt au dessus des pôles. La circulation du plasma dans le plan équatorial est elle aussi affectée par le lieu des zones de reconnexion. Dans le cas où l'IMF est orienté vers le nord et qu'on observe un cycle de Dungey, on remarque en effet une frontière très nette au niveau de la zone de reconnexion côté nuit, frontière entre l'écoulement qui est dirigé vers la planète et l'écoulement dirigé vers la queue, le fameux "vent planétaire". Dans le cas où l'IMF est orienté vers le sud, il n'y a plus de cycle de Dungey et l'écoulement côté nuit ressemble davantage au schéma proposé par Vasyliunas en 1983. On constate enfin la grande différence de la structure de l'écoulement dans le plan équatorial, suivant l'orientation de l'IMF.

Enfin, nous avons approfondi notre étude du rôle de la rotation planétaire en comparant trois simulations différentes uniquement par la vitesse de rotation planétaire, afin de pouvoir comparer la circulation du plasma dans le plan équatorial dans le cas d'un rotateur lent (pas de rotation planétaire), d'un rotateur rapide comparable à Saturne puis un rotateur cinq fois plus rapide. Nous avons constaté que la zone où la force centrifuge domine la circulation du plasma est alors élargie, avec une augmentation des différences entre les zones de reconnexion nord et sud.

La comparaison avec des simulations ou des modèles de Saturne présentée ici se borne

volontairement à des aspects qualitatifs car, dans la réalité, la magnétosphère de Saturne est forcément plus complexe que dans une simulation MHD. Par exemple, les rôles respectifs de l'interaction avec le vent et de la rotation planétaire sont étudiés en détail par Cowley et al. [2004] par le biais des courants ionosphériques. De plus, l'orientation et l'intensité de l'IMF au niveau de Saturne sont loin d'être constantes [Jackman et al., 2004], comme je l'ai rappelé au chapitre 1, et même si la taille caractéristique de la magnétosphère kronienne est grande, les variations du vent solaire empêchent la stationnarité de la magnétosphère de Saturne, tout comme la présence de la source interne de plasma Encelade. D'autre part, je n'observe pas les "Periodic Planetary Oscillations" (PPO) remarquées dans les données de Cassini [Provan et al., 2018], et qui pourraient être liées à la modulation de la couche de courant dans la queue de la magnétosphère [Cowley and Provan, 2017]. Dans la réalité, la présence ou l'absence de reconnexion magnétique dans la queue magnétosphérique de Saturne pourraient davantage être liées à des changements de pression dynamique du vent solaire qu'à des brusques changements de l'orientation de l'IMF [Cowley et al., 2005]. Voici quelques exemples des problématiques soulevées par la mission Cassini au cours de ses treize années d'exploration de la magnétosphère de Saturne, et sans parler de tous les phénomènes cinétiques ou encore liés à l'interaction du plasma avec les poussières.

Les simulations présentées dans ce chapitre sont donc celles d'un rotateur rapide stationnaire, qui m'ont permis de tester les modifications apportées à MPI-AMRVAC pour pouvoir utiliser un champ magnétique de référence dépendant du temps. En effet, si les modifications mentionnées dans le chapitre 3.4 sont codées correctement, les termes en rouge dans les équations (3.8-3.9) doivent s'annuler. Ces simulations d'un rotateur rapide m'ont permis de vérifier cela et, en m'inspirant de l'exemple de Saturne, d'étudier la structure globale de la magnétosphère d'un rotateur rapide stationnaire.





## Chapitre 6

# Magnétosphère en rotation rapide, orientation quelconque de l'axe de rotation et de l'axe magnétique

■ *Je suis de ceux qui pensent que la science est d'une grande beauté.* ■

Marie Curie

### Sommaire

---

6.1	La configuration particulièrement asymétrique d'Uranus . . . . .	80
6.2	Simulations magnétohydrodynamiques d'Uranus . . . . .	84
6.3	Uranus rapide au solstice, "cas symétrique", inclinaison de 90° de l'axe magnétique par rapport à l'axe de rotation . . . . .	93
6.4	Uranus rapide au solstice, "cas réel", inclinaison de 60° de l'axe magnétique par rapport à l'axe de rotation . . . . .	99
6.5	Uranus rapide à l'équinoxe . . . . .	101
6.6	Conclusion sur le cas d'une magnétosphère en rotation rapide dans une configuration quelconque de l'axe de rotation et de l'axe magnétique . . . . .	105

---

Dans le chapitre précédent, j'ai abordé le cas d'un rotateur rapide stationnaire, incarné essentiellement par Saturne. Que se passe-t-il pour un rotateur rapide dans le cas où l'axe magnétique n'est pas confondu avec l'axe de rotation de la planète ? Et que devient la configuration de la magnétosphère lorsque l'angle d'attaque (ou autrement dit, l'angle entre la direction de propagation du vent solaire et l'axe du dipôle magnétique) change au cours du temps ? Schulz and McNab [1996] montrent comment la configuration des lignes ouvertes et fermées au sein d'une magnétosphère statique change en fonction de l'angle d'attaque (une sélection de la figure 3 de Schulz and McNab [1996], trouvée dans le chapitre 7 de Keiling et al. [2015], est présentée en figure 6.1). Une étude du même genre a été effectuée par Masters [2014].

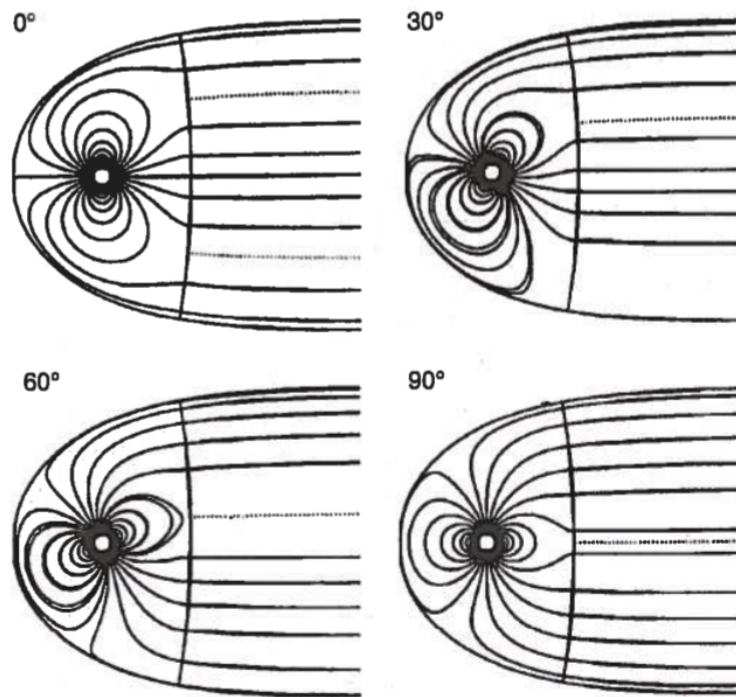


FIGURE 6.1 – Schémas tirés de Schulz and McNab [1996] présentant la configuration en deux dimensions d'une magnétosphère pour différents angles d'attaque. On peut noter que dans le cas de l'inclinaison de  $90^\circ$ , la couche de courant représentée par la ligne pointillée forme un plan, coincé entre les deux lobes de lignes ouvertes, tandis que dans le cas de l'inclinaison de  $0^\circ$  la couche de courant forme un tube, et l'on voit donc deux lignes pointillées distinctes sur la partie en haut à gauche de la figure.

Dans la série des objets visités *in situ* par une sonde spatiale, nous avons la chance d'avoir une magnétosphère présentant une variation permanente de l'angle d'attaque, à la fois au cours de sa journée et de son année : c'est la magnétosphère d'Uranus. Je me suis donc inspirée de la configuration d'Uranus pour étudier le cas d'un rotateur rapide dans une configuration quelconque de ses axes.

## 6.1 La configuration particulièrement asymétrique d'Uranus

La planète de Sir William Herschel, découverte en 1781, est décidément la planète la plus rebelle du Système solaire. Orbitant à vingt unités astronomiques du Soleil, Uranus tourne sur elle-même en 17.2 h [Bagenal, 1992], autour d'un axe dont l'obliquité est de  $97^\circ$ . Contrairement aux autres planètes, l'axe de rotation d'Uranus est donc quasiment contenu dans le plan de l'écliptique au lieu d'y être plus ou moins orthogonal. Si on ajoute à cela l'angle de  $60^\circ$  qui

sépare l'axe magnétique de l'axe de rotation, on constate que l'angle d'attaque du champ magnétique d'Uranus va changer constamment au cours de la journée uranienne (voir figure 6.2).

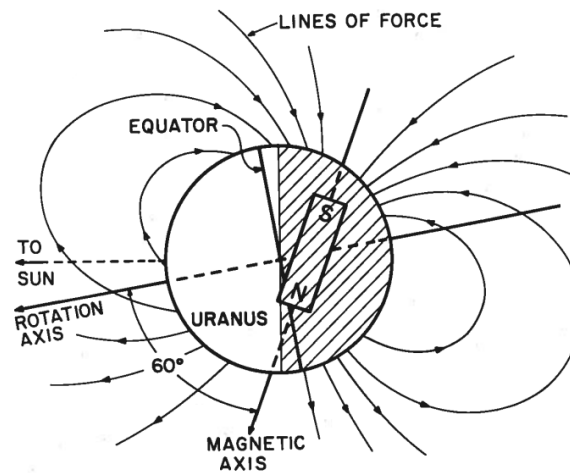


FIGURE 6.2 – Schéma simplifié, publié dans Miner [1990] de la configuration du champ magnétique d'Uranus, dont l'axe est séparé de l'axe de rotation par un angle de  $58.6^\circ$ , soit environ  $60^\circ$ . On note que l'axe de rotation, sur ce schéma, est très proche de la direction Soleil-planète, ce qui correspond à la configuration au solstice, au moment du survol de la sonde Voyager II.

Du fait de l'obliquité de la planète, l'intervalle de valeurs que peut prendre l'angle d'attaque évolue drastiquement au cours de l'année uranienne (qui dure quatre-vingt quatre ans terrestres), comme on peut le voir sur la figure 6.3, en comparant cette évolution à celle de la Terre ou de Neptune (dont l'inclinaison du champ magnétique est de  $46.9^\circ$  et l'obliquité de  $30^\circ$ ). On s'attend donc à ce que la configuration de la magnétosphère d'Uranus change non seulement au cours de l'année (on parlera de "configuration solstice" ou "configuration équinoxe" par exemple), ceci étant dû à l'orientation de l'axe de rotation par rapport à la direction Soleil-Uranus, mais aussi au cours de la journée uranienne du fait du grand angle entre l'axe de rotation et l'axe magnétique de la planète.

La plupart des études publiées sur la magnétosphère d'Uranus sont focalisées sur la configuration "solstice", ce qui s'explique facilement du fait que c'était effectivement dans cette configuration que se trouvait Uranus en janvier 1986 lors de l'unique survol d'Uranus de l'histoire par la sonde spatiale Voyager II (NASA), comme on peut le voir sur la figure 6.4. C'est à l'occasion de ce survol que le champ magnétique a été mesuré pour la première fois [Ness et al., 1986].

Le papier de Behannon et al. [1987] dresse un état des lieux des connaissances sur la queue magnétosphérique d'Uranus au solstice à partir des données de la sonde Voyager II, à l'exemple du profil de champ magnétique mesuré le long de la trajectoire de la sonde (comme on peut le voir sur la figure 6.5). En se basant sur des modèles théoriques (comme ceux de Siscoe [1971], Hill et al. [1983], Voight et al. [1983], Isbell et al. [1984]), Behannon et al. [1987] concluent que la magnétosphère d'Uranus doit être gouvernée par trois types de phénomènes physiques : 1) par l'interaction avec l'IMF, 2) par l'entrée de plasma provenant du vent solaire ou de source magnétosphérique, et/ou 3) comme une conséquence directe de la vitesse finie des ondes MHD à communiquer la rotation du dipôle au reste de la queue magnétosphérique.

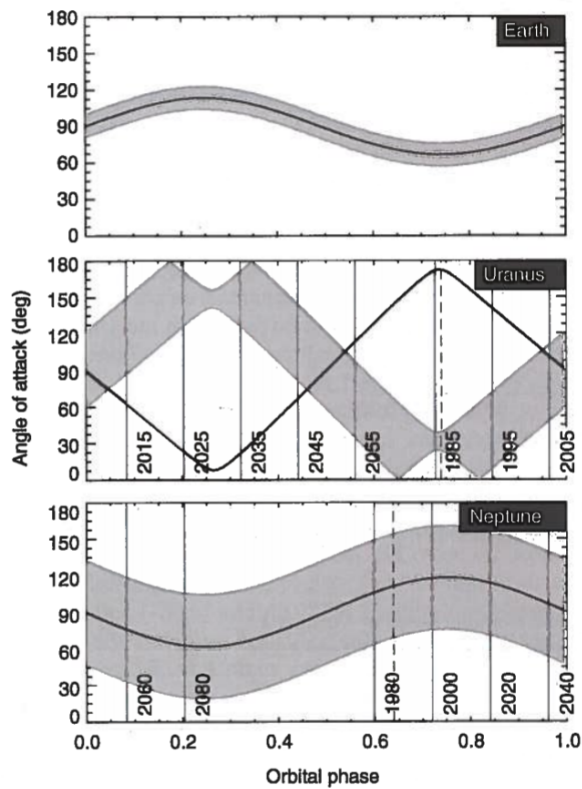


FIGURE 6.3 – Figure extraite de Keiling et al. [2015] et adaptée de Lepping [1994], présentant l'évolution le long d'une orbite de l'angle entre la direction Soleil-planète et l'axe de rotation de la planète (trait plein noir). On peut aussi y voir l'intervalle que prend la valeur de l'angle d'attaque du champ magnétique (zone grisée) au cours de l'année pour la Terre (en haut), Uranus (au milieu) et Neptune (en bas).

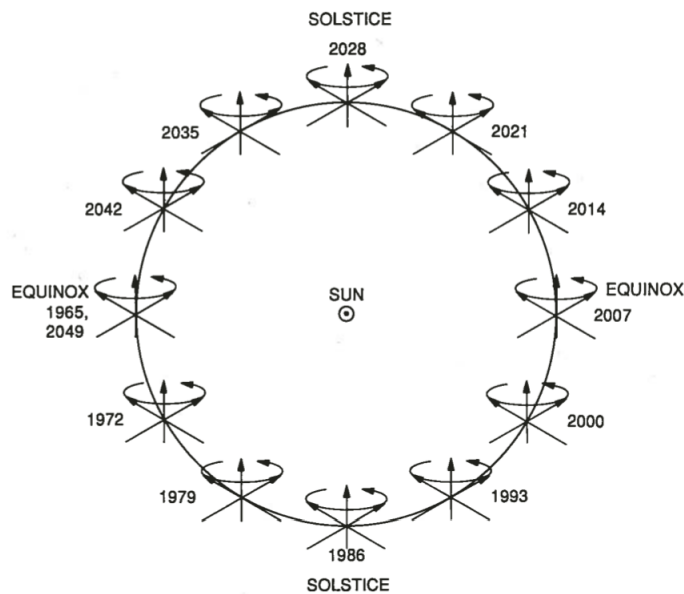


FIGURE 6.4 – Orientation du champ magnétique par rapport à l'axe de rotation en fonction de la position orbitale. On remarque qu'en 1986, lors du survol de Voyager II, la planète était à son solstice (figure extraite de Miner [1990]).

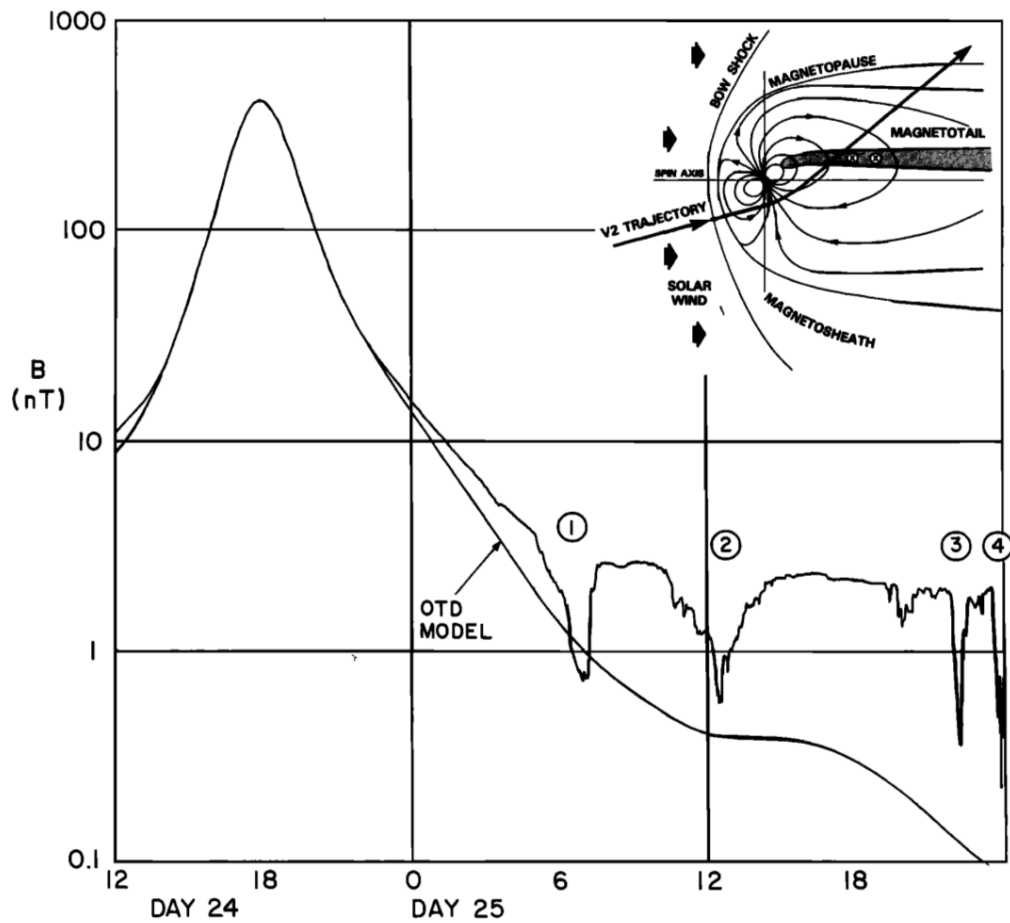


FIGURE 6.5 – Données du champ magnétique mesurées par Voyager II, accompagnées par un schéma présentant la trajectoire de la sonde dans la magnétosphère. Le champ magnétique calculé à partir du modèle OTD ("Offset Tilted Dipole", ou Dipole "tilté" et décentré) [Ness et al., 1986] est également tracé sur cette figure, mais ne permet pas d'expliquer les quatre chutes d'intensité du champ magnétique observées dans la queue et numérotées (figure extraite de Behannon et al. [1987]).

## 6.2 Simulations magnétohydrodynamiques d'Uranus

Seules deux équipes scientifiques ont, à ce jour, publié des simulations dynamiques de la magnétosphère d'Uranus : la première a été publiée par Tóth et al. [2004] et la seconde l'année dernière par Cao and Paty [2017]. Le but et les conclusions de ces deux études diffèrent quelque peu : la première, publiée à la suite des découvertes de la sonde Voyager II, s'appuie sur une comparaison avec les données mesurées par la sonde et cherche à expliquer les quatre chutes de champ magnétique que l'on voit sur la figure 6.5 ; quant à la deuxième, publiée treize ans plus tard, le but est davantage de comprendre la structure globale du champ magnétique et les propriétés du plasma à proximité de la planète, en utilisant un code bi-fluide. Dans cette section, je vais rappeler les méthodes et les principaux résultats de ces deux simulations afin de présenter le contexte dans lequel j'ai réalisé les miennes.

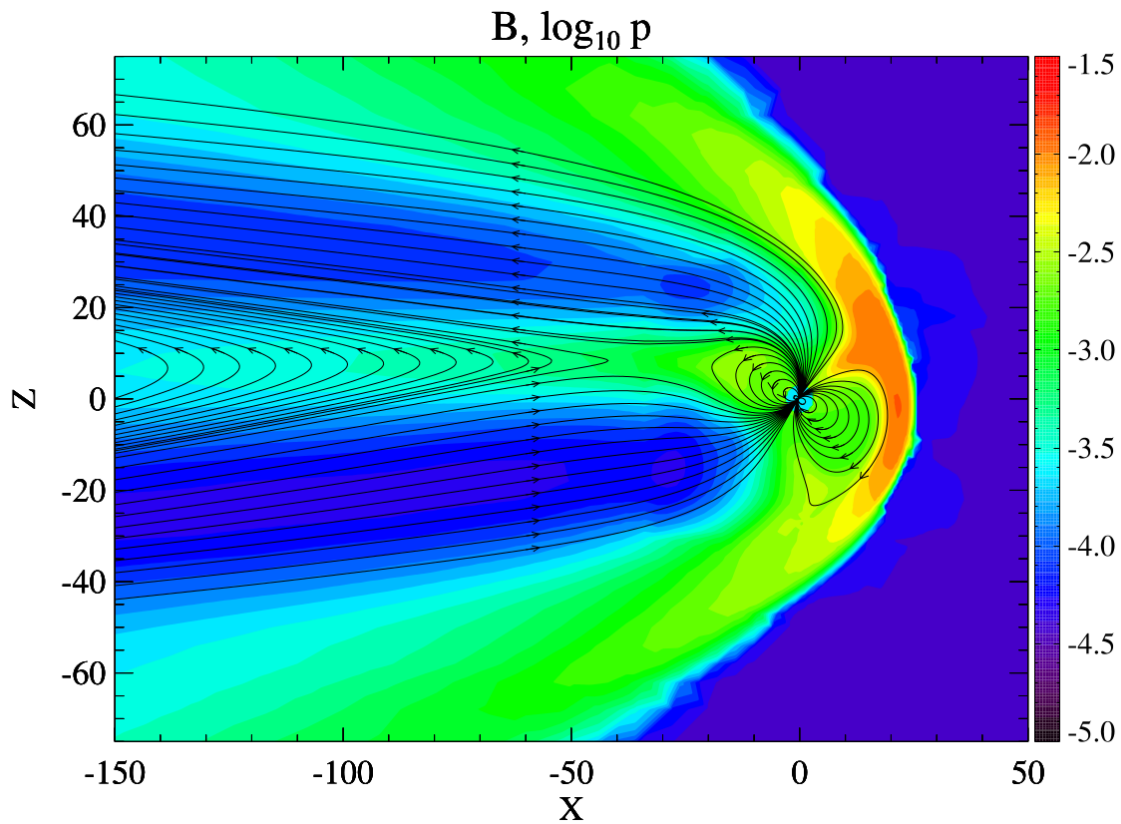


FIGURE 6.6 – Coupe dans le plan  $(x,z)$  de l'état initial de la simulation dynamique présentée par Tóth et al. [2004]. Dans le repère de Tóth et al. [2004], l'axe  $x$  correspond à notre axe  $-z$ , et l'axe  $z$  est la perpendiculaire à l'écliptique. La carte de couleur correspond à la pression, et l'on voit clairement le choc et la magnétopause. Les lignes noires sont celles du champ magnétique, confiné à l'intérieur de la magnétopause puisqu'il n'y a pas de champ magnétique interplanétaire dans cette simulation. On note que, dans cet état initial, certaines lignes de champ magnétique sont déjà ouvertes, et d'autres fermées. Les lignes déconnectées de la planète côté nuit vont disparaître, advectées vers la queue par la pression du vent solaire dans la magnétogaine.

Tóth et al. [2004] présentent une simulation MHD d'Uranus au solstice avec des paramètres de vent solaire proches de ceux mesurés au moment du survol de la planète par Voyager II. Du point de vue méthodologique, ils résolvent les équations de la MHD dans un repère tournant avec la planète, ce qui nécessite d'ajouter les termes liés à la force centrifuge et à la force de Coriolis aux équations du mouvement et de l'énergie. Cette méthode ne permet pas, en outre, de donner un champ magnétique non-nul dans le vent solaire. En effet, si le champ magnétique interplanétaire existe, sa direction brise la symétrie par rotation

cylindrique autour de la direction de propagation du vent solaire (assimilée dans l'article à la direction Soleil-Uranus). Ils font le choix d'un IMF nul notamment pour éviter de devoir traiter des conditions aux limites compliquées (dépendantes du temps) sur le bord externe du domaine. Sans IMF le vent est stationnaire et axi-symétrique. Les auteurs justifient ce choix par le fait que le champ magnétique interplanétaire était faible par rapport à la valeur du champ magnétique de la planète lors du survol de Voyager II : “*Since the solar wind field is not known while Voyager was inside the magnetosphere of Uranus, given the available observations it seems reasonable to take the solar wind magnetic field to be negligible during the flyby.*” [Tóth et al., 2004]. Cette hypothèse (valable près de la planète) ne peut tenir à grande distance puisque l'intensité du champ magnétique d'Uranus, en considérant un simple dipôle, décroît comme l'inverse du cube de la distance, c'est-à-dire très rapidement. A  $50 R_U$ , ce champ magnétique planétaire devient de l'ordre du champ magnétique interplanétaire, de l'ordre de 0.2 nT. Au delà, il est donc encore plus faible. Or le domaine de simulation de Tóth et al. [2004] est de  $750 R_U$  côté nuit, dans la direction de propagation du vent solaire. Enfin, un dernier point intéressant du point de vue méthodologique est la condition initiale de la simulation dépendante du temps. En effet, Tóth et al. [2004] effectuent d'abord une simulation sans rotation de la magnétosphère d'Uranus et attendent que celle-ci ait atteint un état stationnaire (que l'on montre en figure 6.6). Ils prennent alors cet état stationnaire et lui appliquent une co-rotation rigide, afin d'effectuer une première comparaison avec les données. Dans un second temps, ils le prennent comme état initial de leurs simulations dépendantes du temps.

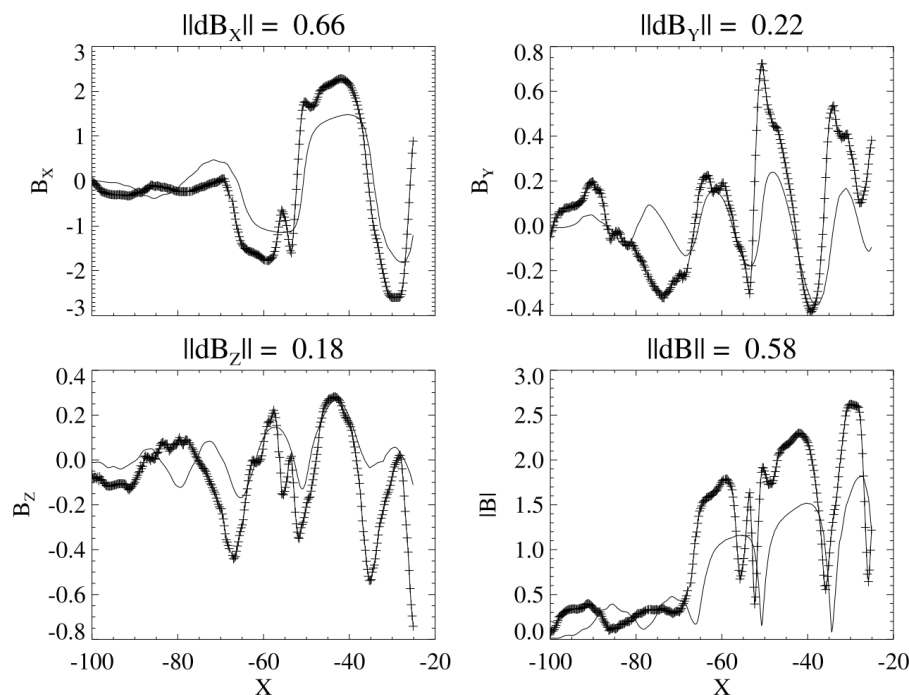


FIGURE 6.7 – Figure extraite de Tóth et al. [2004], présentant une comparaison entre les données mesurées par la sonde Voyager II (les croix) et le profil correspondant calculé le long de la trajectoire de Voyager II dans la simulation dynamique de Tóth et al. [2004]. Dans la suite de l'article, les auteurs montrent qu'en modifiant la densité dans le vent solaire, ils parviennent à “coller” encore mieux aux données. On remarque cependant que la correspondance se dégrade quand on s'éloigne de la planète.

Du point de vue des résultats, cette première simulation pose les bases de la compréhension de la magnétosphère d'Uranus : les auteurs retrouvent, qualitativement du moins, le profil de champ magnétique mesuré par la sonde Voyager II, comme on le voit sur la figure 6.7. Il est intéressant de noter que la figure 6.7 présente la comparaison des données de Voyager II avec des données de simulation obtenues en faisant tourner de façon rigide la simulation



stationnaire sans rotation présentée dans la figure 6.6 (une simulation donc dans laquelle la structure en hélice est inexistante par construction). La seconde comparaison avec les données de Voyager II se fait avec une simulation à partir de la condition initiale présentée en figure 6.6, ce qui réduit l'écart entre données simulées et mesurées. Dans la suite de l'article, en multipliant par deux la densité dans le vent solaire, les écarts en amplitude entre données mesurées et données de simulation sont encore réduits entre  $-20$  et  $-65R_U$ . Seulement, on remarque que dès la première comparaison avec les données de Voyager II (présentée en figure 6.7), sans interaction possible des lignes ouvertes avec le champ magnétique interplanétaire et alors qu'il n'y a même pas de structure en hélice, les traversées de la couche de courant qui intriguent les auteurs de Behannon et al. [1987] s'expliquent déjà relativement bien, au moins jusqu'à  $-65R_U$  dans la queue magnétosphérique. Ainsi, on retient que les données de Voyager II ne sont pas suffisantes pour comprendre la structure en hélice de la queue magnétosphérique, essentiellement du fait que la distance parcourue par Voyager à l'intérieur de la magnétopause est petite devant le pas de vis de la structure en hélice que Tóth et al. [2004] évaluent à  $\simeq 500R_U$ . Par contre, dans les comparaisons publiées par Tóth et al. [2004], on observe toujours un léger décalage temporel entre les simulations et les données vers les grandes distances, comme si le profil simulé arrivait trop tôt par rapport à la réalité. Hasard ou coïncidence, à la distance  $-65R_U$ , le champ magnétique du vent solaire est comparable en intensité à celui de la planète. Or le champ magnétique interplanétaire n'existe pas dans les simulations de Tóth et al. [2004].

Mais le grand résultat de ce papier du point de vue de la compréhension de la physique magnétosphérique est d'avoir montré l'enroulement en hélice des lignes de champ magnétiques ouvertes connectées aux pôles de la planète, comme on peut le voir sur la figure 6.8. La couche de courant s'enroule également sur elle-même, coincée entre les deux lobes de lignes ouvertes. Les auteurs du papier ont mesuré le taux de torsion de cette structure hélicoïdale, et en tire une valeur  $h = 0.4^\circ/R_U$ , constante dans le domaine de simulation. En combinant cette mesure à la vitesse de rotation angulaire de la planète, ils concluent que la structure hélicoïdale se propage à une vitesse de  $370$  km/s vers la queue magnétosphérique, ce qui est plus lent que la vitesse d'Alfvén, comprise en  $450$  et  $600$  km/s dans la simulation. Autrement dit, si la structure hélicoïdale se déplaçait à la vitesse d'Alfvén, on aurait un taux de torsion de  $h = 0.28^\circ/R_U$ , et la différence de torsion doit donc permettre d'équilibrer les forces de friction dues au contact avec le vent solaire. En outre, la simulation tend vers un état stationnaire dans le repère de la planète (ce qui est dû au fait que le vent solaire, sans IMF, est invariant par rotation autour de l'axe de rotation).

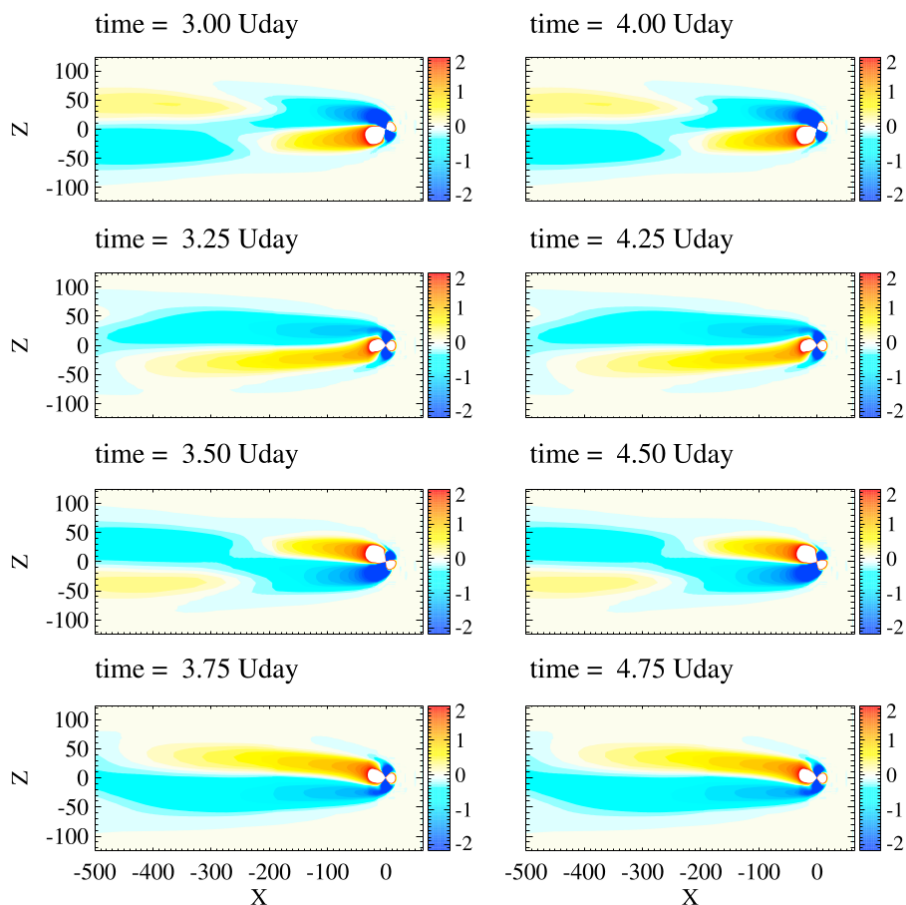


FIGURE 6.8 – Figure extraite de Tóth et al. [2004], montrant la composante en  $x$  (ou en  $z$  chez nous) du champ magnétique, en couleur chaude (du jaune au rouge) si elle est positive ou en couleur froide sinon, au cours de deux rotations successives (chaque figure de haut en bas est séparée d'un quart de rotation d'Uranus). L'inversion des couleurs traduit la structure en hélice de la queue magnétosphérique d'Uranus.

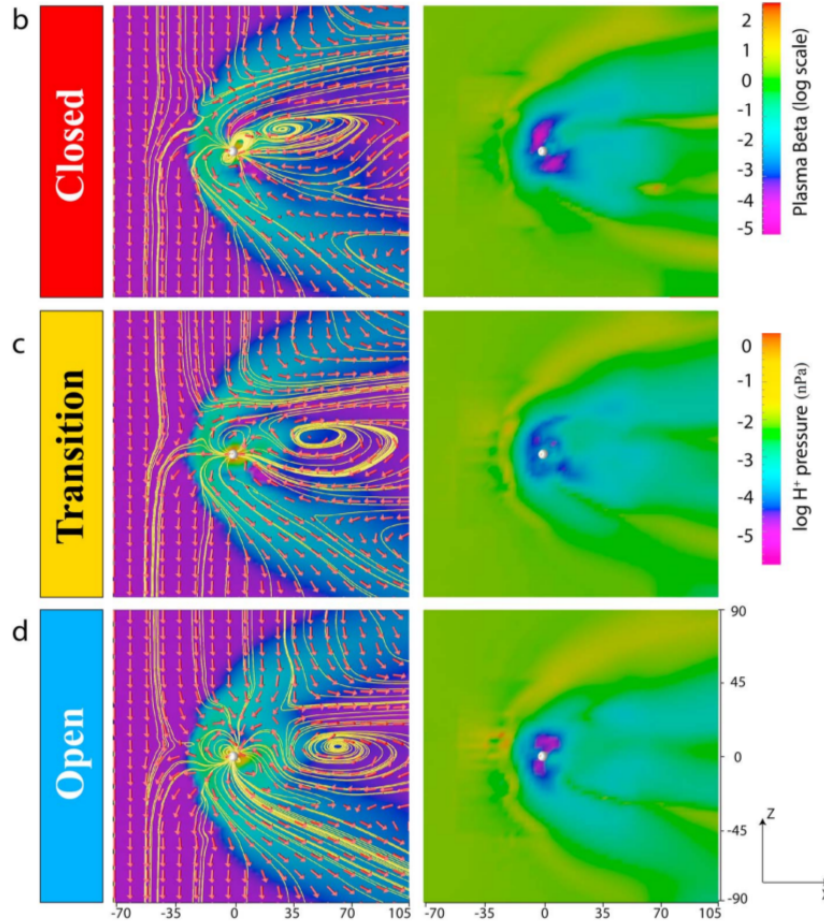


FIGURE 6.9 – Figure extraite de Cao and Paty [2017], montrant la configuration du champ magnétique (lignes jaunes), ainsi qu’une carte de la pression des ions  $H^+$  (colonne de gauche) et du  $\beta$  du plasma (colonne de droite) pour trois temps espacés d’un quart de rotation d’Uranus dans la configuration “solstice”. Ces trois étapes montrent, d’après Cao and Paty [2017], l’évolution de la magnétosphère d’Uranus qui passe d’un état “fermé” à “ouvert” au cours d’une rotation.

Cao and Paty [2017] ont publié le résultat de deux simulations de la magnétosphère d’Uranus, l’une dans une configuration solstice, l’autre à l’équinoxe. Du point de vue méthodologique, cette équipe a utilisé un code MHD multi-fluide, comprenant des protons, des ions  $H_3^+$  et des électrons. Ces simulations sont également effectuées en utilisant un découpage du champ magnétique tel que  $\mathbf{B} = \mathbf{B}_{0,rot} + \mathbf{B}_P$ , où  $\mathbf{B}_{0,rot}$  est le dipôle en rotation et  $\mathbf{B}_P$  le champ résiduel (pas nécessairement petit). Les auteurs mentionnent avoir utilisé cette décomposition pour faire tourner le dipôle dans un repère fixe (technique différente de Tóth et al. [2004], chez qui tout tourne autour d’une planète fixe). Il s’agit bien là d’une technique de découpage du champ magnétique avec un champ de référence dépendant du temps<sup>1</sup>. Sinon, on peut noter la présence d’une ionosphère avec une résistivité finie imposée contenant donc des électrons, des protons et des ions  $H_3^+$ , dont la densité a été artificiellement augmentée pour permettre de baisser la vitesse d’Alfvén au bord interne. Les auteurs utilisent pour le champ magnétique interplanétaire une moyenne du champ magnétique mesuré par Voyager II dans le vent solaire avant l’entrée de la sonde dans la magnétosphère. L’orientation et l’intensité de l’IMF sont les mêmes dans la simulation de la configuration “équinoxe”. Du point de vue des résultats, ayant pris soin d’introduire le décalage du dipôle mesuré par Voyager II, ainsi que l’obliquité très exacte de  $97.9^\circ$  d’Uranus, les auteurs concluent d’abord que la magnétosphère d’Uranus ne peut pas présenter de symétrie comme celle de Saturne. En utilisant le  $\beta$  du plasma pour identifier les zones de reconnexion, ils présentent une coupe de la magnétosphère dans le plan

1. Il manque le terme  $\partial B_0/\partial t$  dans l’équation (5) du papier de Cao and Paty [2017]

( $x, z$ ) (dont un échantillon est présenté en figure 6.9 pour le cas “solstice”), à la fois dans la configuration du solstice et dans celle de l'équinoxe. Leur principale conclusion concerne la reconnexion du champ planétaire avec l'IMF : que ce soit au solstice ou à l'équinoxe, la magnétosphère d'Uranus passe d'un état “fermé” à un état “ouvert” au cours d'une rotation planétaire. Cependant, je regrette deux choses dans ce papier : d'une part l'absence d'explication des spécificités apportées par l'approche multi-fluide, et d'autre part que les figures montrent des projections des lignes de champ magnétique en deux dimensions alors que les auteurs parlent de trois dimensions, d'asymétrie, etc. Par conséquent, dans les figures, la configuration du champ magnétique est très difficile à appréhender. On observe également des effets non physiques, comme des perturbations des lignes de champ magnétique dans le vent solaire, en amont du choc. Le problème pourrait être une conséquence de l'absence du terme  $\partial B_0 / \partial t$  dans leur équation (5), mentionnée plus haut. Dans tous les cas, ce papier est difficile à exploiter. Les effets du champ magnétique interplanétaire sur la magnétosphère d'Uranus sont encore mal connus.

J'ai donc choisi un jeu de paramètres typiques pour Uranus et le vent solaire au niveau de l'orbite d'Uranus, c'est-à-dire à 20 unités astronomiques. Côté vent solaire, j'ai choisi un nombre de Mach de 20, un  $\beta$  de 0.1 [Burlaga et al., 1998, Richardson and Smith, 2003] et une vitesse typique du vent lent (400 km/s). Point très important, je donne un IMF d'une intensité de 0.2 nT dans la direction orthogonale à la propagation du vent solaire, mais parallèle au plan de l'écliptique (configuration dictée par la spirale de Parker au niveau de l'orbite d'Uranus). Pour la planète, je prends le rayon  $R_U = 25362$  km, la masse, la période d'Uranus [Bagenal, 1992], et pour le champ magnétique je considère le coefficient  $g_1^0 = 11893$  nT donné par Connerney et al. [1987]. Pour réduire la vitesse d'Alfvén au bord interne, comme dans le cas de Saturne, j'ai placé le bord interne du domaine de simulation à  $5 R_U$  et on utilise un champ équatorial  $5^3$  plus faible qu'à  $R_U$ , soit  $g_1^0 = 95.14$  nT. On note que comme la composante quadripolaire du champ magnétique décroît encore plus vite que la composante dipolaire (comme  $1/r^4$  au lieu de  $1/r^3$ ), elle est négligeable à  $5 R_U$  et au-delà. Je place l'axe de rotation dans la direction du vent solaire (je néglige les  $7^\circ$  d'écart entre l'axe de rotation et la propagation du vent solaire), puis j'écarte l'axe du dipôle d'Uranus d'un angle de  $60^\circ$  par rapport à cet axe. Je suis obligée de négliger le décentrage de l'axe magnétique de  $0.3 R_U$ , car pour l'instant le code est écrit pour un champ à symétrie axiale passant par le centre de la planète. De plus, le déplacement de  $0.3 R_U$  est négligeable devant la distance du bord interne de  $5 R_U$ . J'obtiens ainsi, en première approximation, la configuration d'Uranus au solstice dans un vent solaire magnétisé.

Dans un premier temps, j'ai effectué une simulation dans un domaine avec un bord externe 50 fois plus loin que le bord interne, et correspondant donc à une distance radiale de  $250 R_U$ . J'ai pu constater que les lignes connectées respectivement au pôle magnétique côté jour ou à celui côté nuit (du fait de l'angle de  $60^\circ$ , l'un des pôles reste en effet toujours côté jour et l'autre toujours côté nuit) ne s'enroulent pas en hélice. Le domaine de simulation est alors sans doute trop petit (dans Tóth et al. [2004], le pas de l'hélice est de  $500 R_U$ ), les lignes de champ magnétique connectées à la planète reconnectent avec l'IMF ou avec le bord externe avant d'avoir pu s'enrouler. Pour effectuer plus aisément la comparaison avec Tóth et al. [2004], j'ai effectué la figure 6.10, comparable à la figure 6.8. J'ai coloré le bord interne de la simulation en fonction du champ magnétique planétaire sortant (en jaune) ou entrant (en cyan) afin de visualiser l'orientation du dipôle. Dans le reste de la figure, on voit une carte de  $B_z$  (jaune-rouge :  $B_z > 0$ , cyan-bleu :  $B_z < 0$ ) dans le plan  $x - z$  (notre axe  $z$  étant l'axe  $-x$  de Tóth et al. [2004]). On peut constater sur la figure 6.10 que le lobe cyan est moins présent que le jaune, quelque soit la phase de la rotation. La reconnexion avec l'IMF pourrait donc empêcher les lignes connectées au pôle côté jour de s'enrouler autour de celles connectées au pôle côté nuit.

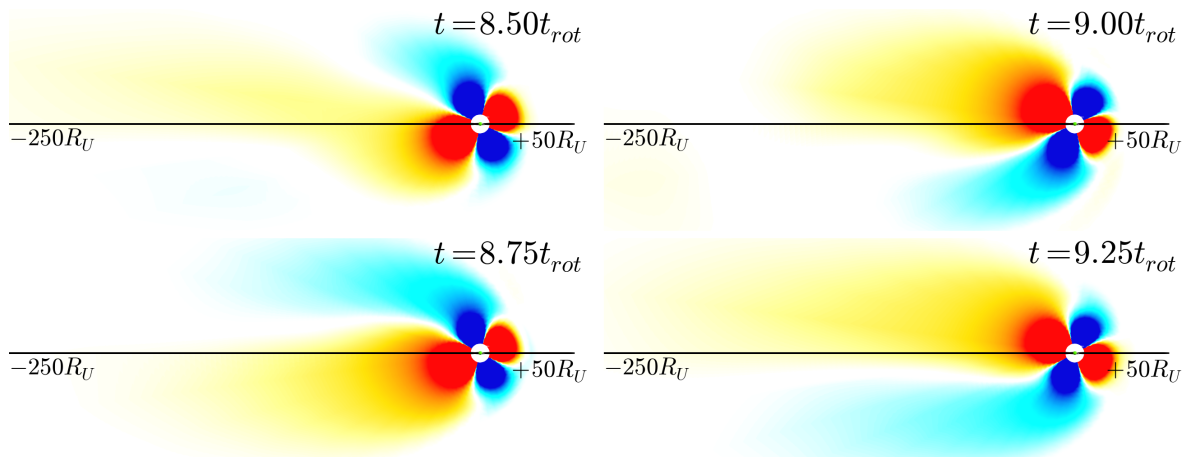


FIGURE 6.10 – Carte de  $B_z$  dans la simulation MHD d'Uranus avec le bord interne à  $5R_U$ , dans le plan  $(x,z)$  avec une échelle de couleurs comparable à celle utilisée par Tóth et al. [2004] pour sa figure présentée en figure 6.8. Seulement, ici, le bord externe se trouve à la moitié de l'hélice que l'on voit sur la figure 6.8.

Afin de m'affranchir de la reconnexion avec le bord externe et d'avoir suffisamment de place pour voir l'hélice de Tóth et al. [2004], j'ai relancé la même simulation mais en mettant le bord interne à  $10 R_U$ , ce qui déplace le bord externe à  $500 R_U$ . Afin de conserver une résolution spatiale comparable à la simulation précédente, après une rotation j'ai décidé de raffiner la zone autour de la magnétosphère, comme je le montre dans la figure 6.11. Cette simulation raffinée prend davantage de temps de calcul, mais si les résultats sont prometteurs, et une fois que nous aurons adapté la nouvelle version d'AMRVAC (décrite dans Xia et al. [2018]) pour conserver l'aspect des cellules même dans un très grand domaine (comme sur la figure 6.12), il deviendra indispensable de faire tourner le code sur un super ordinateur.

En attendant, j'ai voulu comprendre du moins qualitativement en quoi la configuration d'une magnétosphère comme celle d'Uranus pouvait être affectée par l'interaction avec un vent solaire magnétisé (les paramètres utilisés pour les différentes simulations mentionnées dans chapitre sont résumés dans le tableau 6.1). Pour ce faire, j'ai choisi d'étudier un Uranus rapide, en réduisant d'un facteur 10 la période de rotation de la planète, mais en gardant tous les autres paramètres identiques à la simulation où le bord interne se situe à  $5 R_U$ .

TABLEAU 6.1 – Paramètres des simulations utilisés pour l'étude de la magnétosphère d'Uranus. Le vent solaire est dirigé selon la direction  $-z$ . Le dipôle magnétique planétaire, calculé avec  $g_{10} = 95.14$  nT (soit la valeur du  $g_{10}$  de Connerney et al. [1987] rapporté à 5 rayons d'Uranus) pour les simulations où le bord interne est à  $5 R_U$ , est initialement contenu dans le plan  $(x,z)$ . L'IMF vaut 0.2 nT, sauf pour la simulation "Uranus rapide 1 bis". Le vent solaire se propage à une vitesse de 400 km/s.

Simulation	IMF	tilt	configuration	bord interne, bord externe	$\beta_{VS}$	$M_{VS}$	$\frac{\omega R_0}{c v_S}$	$\Upsilon$
Uranus 1	$-y$	$60^\circ$	solstice	$5R_U, 250R_U$	0.1	20	0.642	0.8
Uranus 2	$-y$	$60^\circ$	solstice	$10R_U, 500R_U$	0.1	20	0.642	0.8
Uranus rapide 1	$-y$	$90^\circ$	solstice	$5R_U, 200R_U$	0.1	20	6.42	8
Uranus rapide 1 bis	pas d'IMF	$90^\circ$	solstice	$5R_U, 200R_U$	0.1	20	6.42	8
Uranus rapide 2	$-y$	$60^\circ$	solstice	$5R_U, 200R_U$	0.1	20	6.42	8
Uranus rapide 3	$-x$	$90^\circ$	équinoxe	$5R_U, 200R_U$	0.1	20	6.42	8

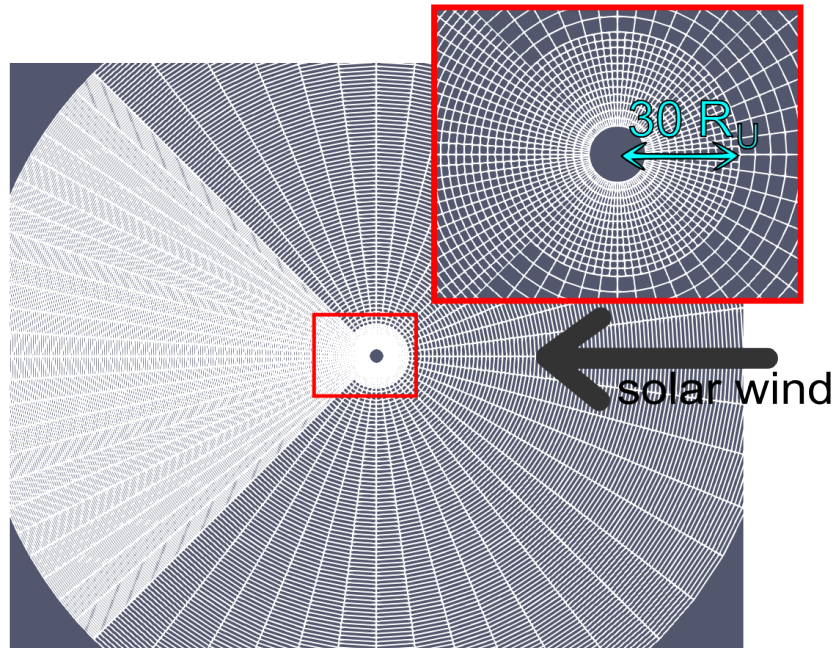


FIGURE 6.11 – Grille de simulation raffinée utilisée pour la simulation d'Uranus avec le bord interne à  $10R_U$ . On peut noter que plus l'on s'éloigne du centre, plus les cellules deviennent allongées.

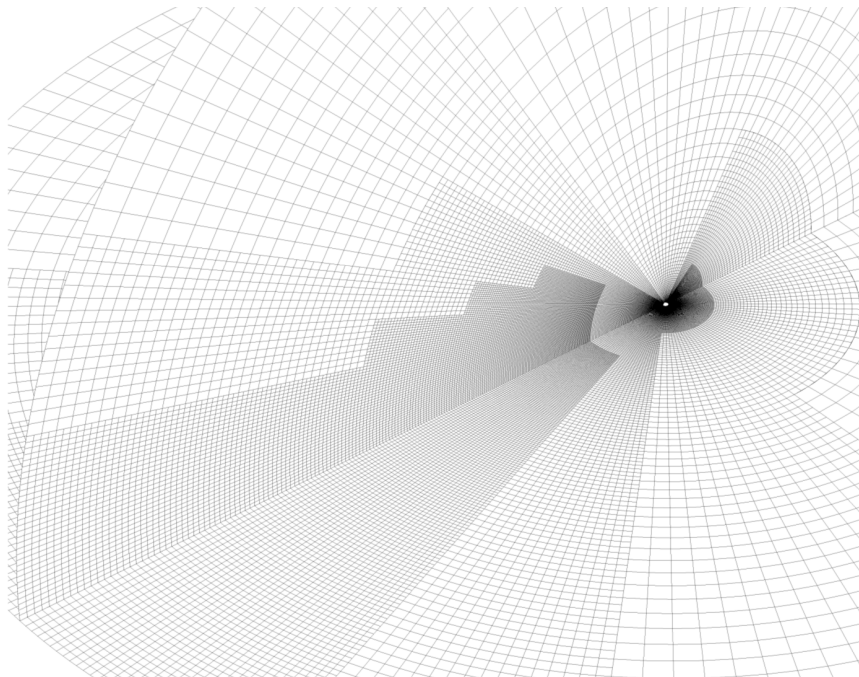


FIGURE 6.12 – Exemple de grille disponible dans la nouvelle version d'AMRVAC publiée par Xia et al. [2018]. L'aspect des cellules est le même partout dans le domaine de simulation, même dans les régions raffinées.

### 6.3 Uranus rapide au solstice, “cas symétrique”, inclinaison de $90^\circ$ de l'axe magnétique par rapport à l'axe de rotation

Dans cette section, je vais discuter de l'interaction du vent solaire magnétisé avec une planète qui ressemble beaucoup à Uranus : je repars en effet de la configuration de la simulation présentée dans la section précédente (celle où le bord interne est à  $5R_U$ ) et je modifie principalement deux choses :

1. tout d'abord, afin de faciliter la compréhension des phénomènes physiques mis en jeux, je décide d'étudier un cas où l'on conserve une certaine symétrie, c'est-à-dire en augmentant l'angle entre l'axe magnétique et l'axe de rotation afin que celui-ci soit de  $90^\circ$ . En effet, avec un angle de  $90^\circ$ , les deux pôles jouent un rôle parfaitement identiques vis-à-vis de la reconnexion avec l'IMF.
2. ensuite, afin d'accentuer le rôle de la rotation d'Uranus et de pouvoir observer l'enroulement des lignes de champ magnétique dans le domaine qui s'étend jusqu'à  $200R_U$ , je réduis d'un facteur 10 la période de rotation d'Uranus. Si l'on reprend la valeur du paramètre  $\Upsilon$  présenté dans le chapitre 1 et qui me permet de déterminer si une planète est un rotateur lent ou rapide pour sa magnétosphère, on constate que le  $\Upsilon$  d'Uranus, qui vaut 0.9 n'est pas très loin de celui de la Terre, d'une valeur de 0.2, et bien inférieur à celui de Saturne ( $\Upsilon = 2$ ) ou Jupiter ( $\Upsilon = 5$ ). Ainsi, en réduisant la période de rotation à 1.72 heures, on considère un Uranus en rotation rapide, sans ambiguïté : la rotation de la planète est alors censée dominer la dynamique du plasma et la configuration du champ magnétique au sein de la magnétosphère.

En laissant tourner la simulation pendant une dizaine de rotations, on observe qu'à partir de la quatrième, la simulation est parfaitement périodique. Nous avons donc travaillé sur les résultats de la simulation à partir de la huitième rotation.

Le tout premier résultat concerne les zones de reconnexion avec l'IMF que nous visualisons en représentant un contour des zones où le  $\beta$  du plasma est supérieur à 20 (autrement dit, “très grand”). En effet, les zones de  $\beta$  grand ou très grand sont un bon indicateur des zones de reconnexion. Le grand  $\beta$  témoigne à la fois des zones où l'intensité du champ magnétique chute et où la pression du plasma augmente. Je montre la position, la forme et l'évolution au cours du temps de ces zones de reconnexion en figure 6.13 sous la forme de contours gris. La première sous-figure en haut à gauche montre la position des zones de reconnexion au moment  $t = 8.3t_{\text{rot}}$  de la huitième rotation où la reconnexion est favorable au nez de la magnétopause, ce qui n'arrive qu'une seule fois par rotation.

On voit ensuite, dans la sous-figure du temps  $t = 8.3t_{\text{rot}}$  puis dans les trois suivantes, que les zones de reconnexion se développent en deux bras diamétralement opposés qui s'enroulent en hélice de part et d'autre de l'axe de rotation.

Le pas de l'hélice formée par les zones de reconnexion est deux fois plus long que le pas de l'hélice magnétique qui regroupe les lignes de champ magnétique connectées à la planète. Dans la figure 6.13, on montre un échantillon de lignes ouvertes connectées au pôle magnétique jaune (en jaune-rouge en fonction de l'intensité de la composante  $B_z$  du champ magnétique) et des lignes ouvertes connectées au pôle magnétique bleu (en cyan-bleu). Au temps  $t = 8.9t_{\text{rot}}$ , on voit que le pas de l'hélice de la structure magnétique est environ deux fois plus court que le pas de l'hélice des zones de reconnexion. La structure magnétique ne se propage donc pas à la même vitesse que les zones de reconnexion. On note au passage que, dans ce chapitre, dès que l'on parle de “propagation” on parle du mouvement des structures



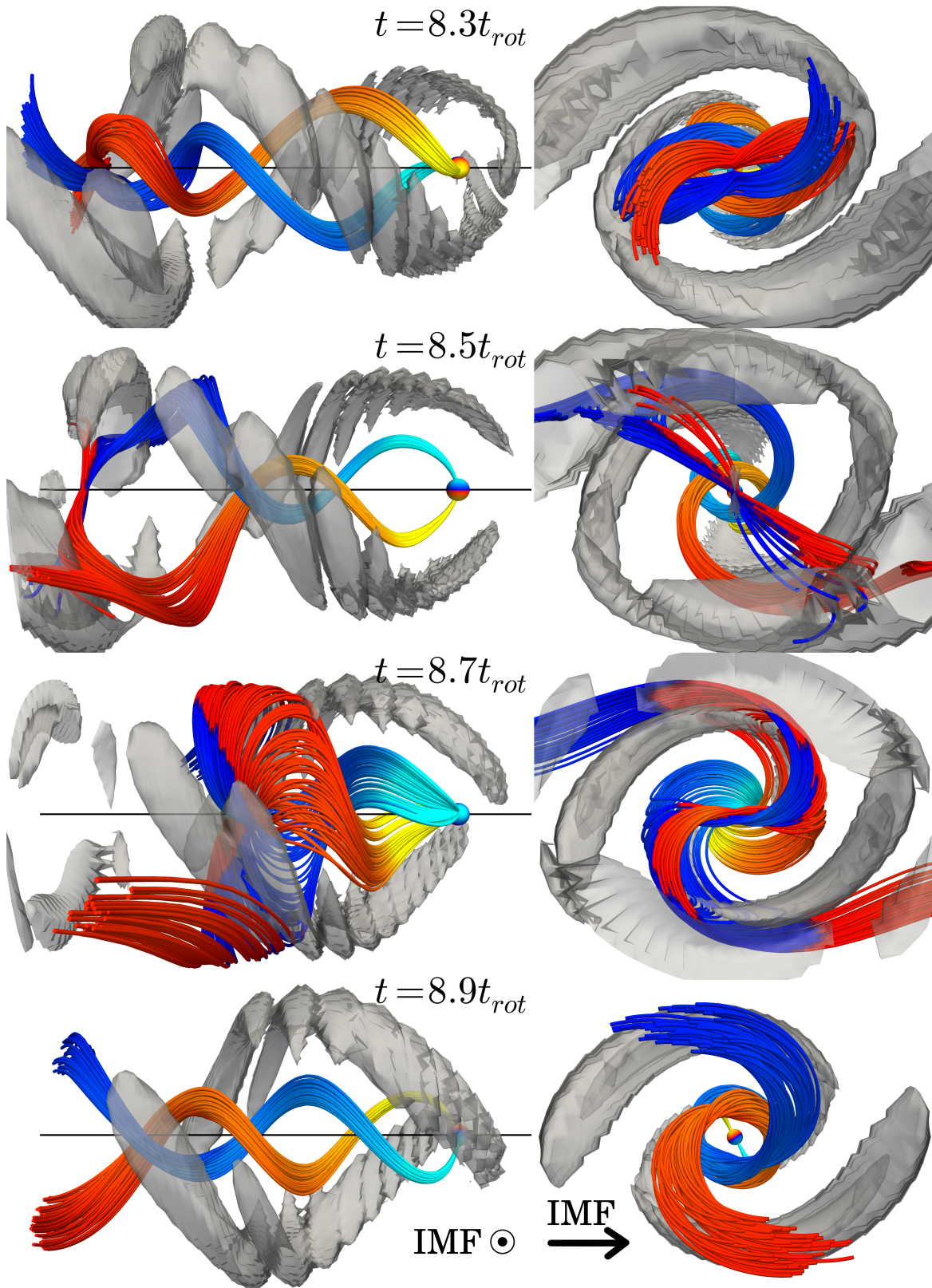


FIGURE 6.13 – Évolution temporelle (de haut en bas) des zones de reconnexion (contours gris, pour  $\beta \geq 20$ ) et de la structure magnétique (lignes ouvertes en jaune-rouge connectées au pôle magnétique positif, en cyan-bleu pour celles connectées au pôle magnétique négatif) dans la simulation d'un Uranus hyper rapide, au solstice, cas symétrique. La colonne de gauche présente les vues de profil, l'axe de rotation est en noir, et le bord interne est coloré en fonction des pôles magnétiques du dipôle. La colonne de droite présente une vue depuis le côté nuit.

dans la direction de propagation du vent solaire, c'est-à-dire dans la direction  $-z$ .

La grande question est : qu'est-ce qui détermine la vitesse de propagation de la structure magnétique et, plus précisément, en quoi cette vitesse est-elle affectée par le vent solaire ?

Dans la simulation, puisque l'on retrouve une périodicité quasi-parfaite à partir de la quatrième rotation, on peut noter que la structure magnétique se propage dans la direction  $-z$  à une vitesse constante. La vitesse de propagation de la structure magnétique (pour l'essentiel une onde d'Alfvén) peut facilement se mesurer en suivant le déplacement des fluctuations de vitesse en aval de la planète (voir figure 6.14). Je mesure ainsi que la structure magnétique se propage à  $v = -25$ , ce qui correspond à une vitesse de 500km/s.

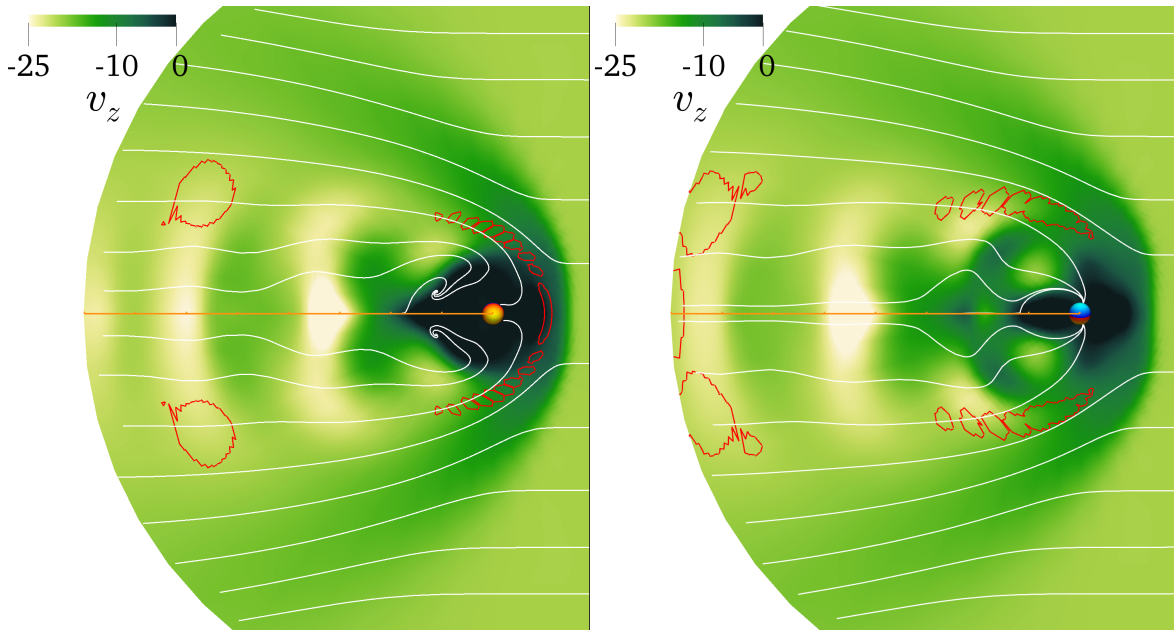


FIGURE 6.14 – Évolution temporelle (de gauche à droite) du profil des vitesses de propagation ( $v_z$ , en unités normalisées, c'est-à-dire en nombre de Mach sonique) dans le plan de l'écliptique, avec la direction de l'écoulement (lignes fines blanches), et le contour (en rouge) des zones de reconnexion. La ligne orange montre l'axe de rotation et mesure  $40R_0$  soit  $200R_U$ . La sous figure de droite est prise un quart de rotation après la sous-figure de gauche, comme en témoigne l'orientation du dipôle magnétique au bord interne.

Comme je le montre dans la figure 6.14 qui décrit les vitesses de propagation du plasma  $v_z$  dans le plan de l'écliptique par rapport à la vitesse du vent solaire ( $v_z = -20$ ), la vitesse du plasma dépend fortement du temps et de l'espace.

La figure 6.15 montre la différence de vitesse de propagation du plasma non pas dans le plan de l'écliptique mais dans une coupe du domaine de simulation prise orthogonalement à la direction de propagation à une distance  $z = -15R_0$  (soit  $75R_U$ ) du centre de la simulation. On y montre également trois échantillons de lignes de champ magnétique passant par cette coupe (attention, les lignes sont en trois dimensions). Dans cette coupe, on voit bien que la zone en forme de "S" qui passe par le centre correspond à une région où les lignes de champ magnétique sont orthogonales à l'écoulement (lignes blanches), et c'est également là où le plasma se propage le plus vite. Par contre, les lignes rouges et bleues, qui entrent et sortent du plan en  $z = -15R_0$ , traversent des zones où le plasma se propage beaucoup plus lentement ( $|v_z| \leq 15$ ).

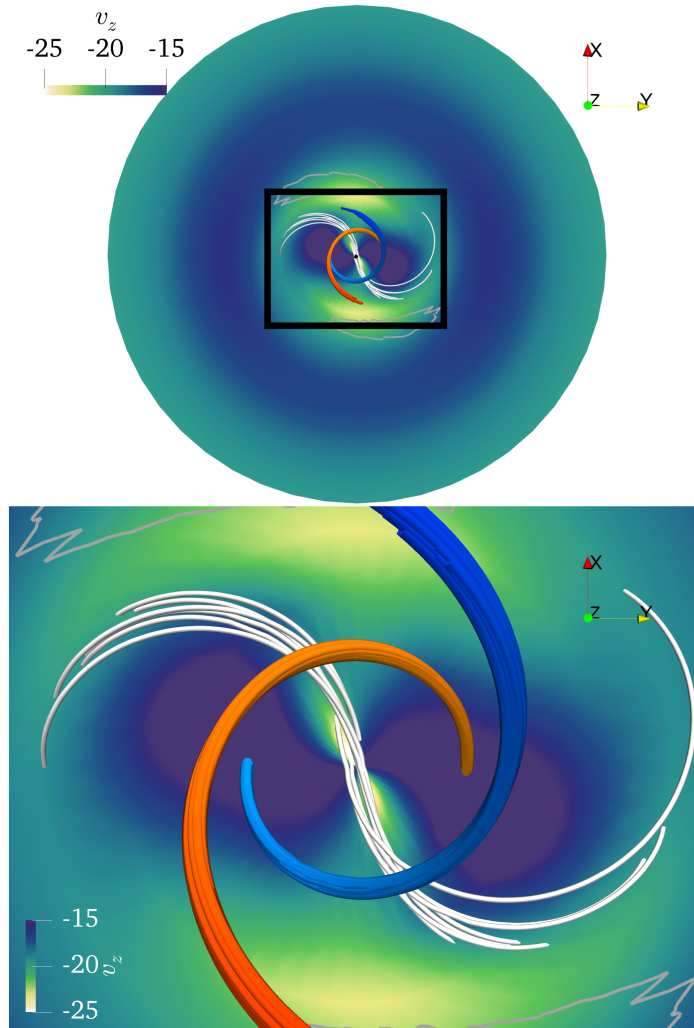


FIGURE 6.15 – Carte des vitesses de propagation  $v_z$  dans une coupe du domaine de simulation dans le plan  $x - y$  en  $z = -15R_0$ . La carte des couleurs montre le plasma se déplaçant moins vite que le vent solaire (en bleu, les vitesses inférieures ou égales à  $v_z = -15$ ), à la vitesse du vent solaire (en vert,  $v_z = -20$ ) ou plus vite (jusqu'à  $v_z = -25$ , en blanc). Des échantillons de lignes traversant cette coupe sont montrées en 3 dimensions : les lignes rouges et bleues sont connectées à l'un des pôles de la planète, comme sur la figure 6.13. Les lignes blanches sont telles que  $B_z = 0$ , et sont soit des lignes fermées connectées à chaque extrémité à la planète, soit des lignes ayant reconnecté à chaque extrémité avec l'IMF, devant des lignes totalement déconnectées de la planète mais traversant tout de même la magnétosphère de part en part.

Mais à quoi est donc due la vitesse de propagation de la structure magnétique ? On peut, comme Tóth et al. [2004], constater que la vitesse d'Alfvén dans la direction de propagation est plus grande que la vitesse de la structure magnétique, en tout cas dans toute la région de la magnétopause dans un rayon d'au moins  $10R_0$ , soit  $50R_U$ . Tóth et al. [2004], en l'absence d'IMF, ont proposé que cette différence de vitesse de propagation par rapport à la vitesse d'Alfvén à proximité de la planète est due à la friction entre l'hélice magnétique (une onde d'Alfvén torsionnelle) et le plasma de la magnétogaine qui l'entoure. Afin de clarifier le rôle de la reconnexion avec l'IMF de la vitesse de propagation de la structure magnétique, j'ai effectué exactement la même simulation mais sans IMF. J'ai alors pu mesurer le pas de l'hélice dans les deux cas, comme on le montre en figure 6.16. Je constate alors que le pas de l'hélice dans la simulation avec IMF ne mesure que 87% du pas de l'hélice dans la simulation sans IMF. La reconnexion (conséquence de la présence d'IMF) participe donc à son ralentissement.

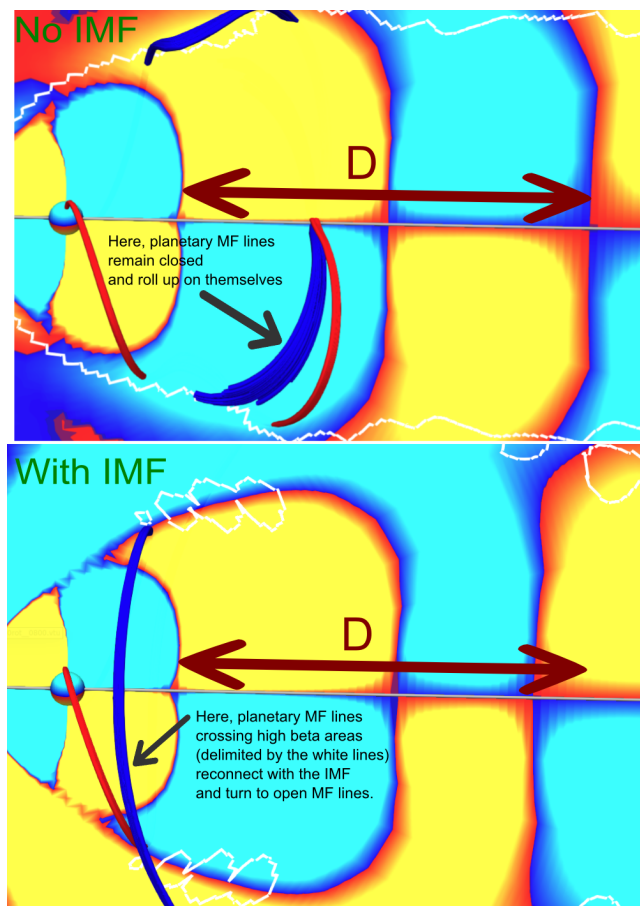


FIGURE 6.16 – Comparaison d'une simulation d'un Uranus hyper rapide au solstice, cas symétrique, sans et avec IMF. Les couleurs, inspirées de la figure 6.8 de Tóth et al. [2004], montrent les composantes négatives ou positives du champ magnétique dans la direction de propagation. On peut ainsi mesurer le pas de l'hélice de la structure alfvénique (distance  $D$ ) dans le cas sans IMF, puis dans le cas avec, et l'on constate que la présence d'IMF rend le pas de l'hélice plus court de 13%. On peut aussi remarquer que le comportement des lignes connectées à la planète change : par exemple la ligne bleue, indiquée par une flèche, s'enroule sur elle-même dans le cas sans IMF, alors que dans la sous-figure du bas on la voit reconnectée à l'IMF avant d'avoir pu faire un tour complet.

Nous proposons le scénario suivant, détaillé dans Griton et al. [2018], pour la propagation de la structure magnétique :

1. Les lignes d'IMF transportées par le vent solaire reconnectent avec le champ magnétique planétaire, et commencent alors à décélérer du fait de leur ancrage sur la planète : une fois connectée à la planète, leur propagation est plus lente à l'intérieur de la magnétopause que dans la magnétogaine.
2. Passée la planète, les lignes connectées, retardées et déformées, subissent une accélération vers l'aval due à la force de Laplace. On voit de telles lignes dans la figure 6.15, en blanc. Ces lignes se propagent alors plus vite que leur portion dans la magnétogaine.
3. Pendant ce temps, d'autres lignes de la magnétogaine situées en aval d'une zone de reconnexion vont se reconnecter à la planète, puisque les zones de reconnexion se propagent légèrement plus vite que le plasma dans la magnétogaine, et participer à réduire la vitesse de la structure jusqu'à atteindre la vitesse du plasma dans la magnétogaine (le lieu d'ancrage des lignes de l'IMF). Notre domaine de simulation est trop petit pour constater ce ralentissement, mais l'observation d'une vitesse de propagation plus faible dans la simulation avec IMF par rapport à la simulation sans IMF tend à confirmer l'hypothèse d'un IMF ralentisseur.
4. On constate que la vitesse de l'écoulement (vers l'aval) dans la magnétogaine est de 68% celle de la structure magnétique. Nous suggérons que le rapport de ces vitesses est lié au temps que passent les lignes connectées à l'IMF dans la phase de retardement mentionnée au point 1.

Touchons ici un mot de l'ionosphère. Comme je l'explique à la section 3.5.2, la diffusion numérique au bord interne permet la formation d'une ionosphère et donc d'un champ électrique résistif. Je montre en figure 6.17 le champ électrique résistif  $\mathbf{E}_{\text{res}} = (\mathbf{v}_{\text{corot}} - \mathbf{u}) \times \mathbf{B}$  à la surface du bord interne. L'existence d'un champ résistif est donc liée aux écarts entre la vitesse de l'écoulement de surface et la vitesse de co-rotation. Ces écarts sont également illustrés dans la figure 6.17. Comme souvent, les champs résistifs les plus intenses se situent aux hautes latitudes magnétiques.

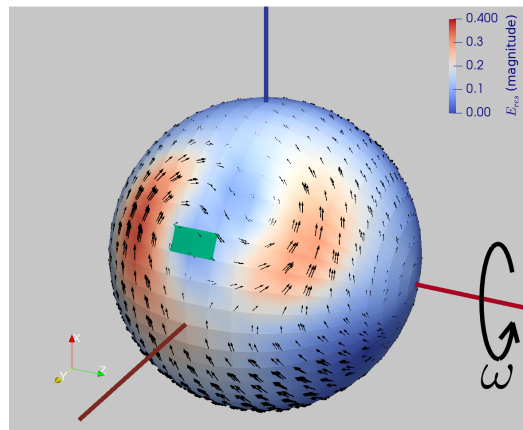


FIGURE 6.17 – Même légende que la figure 3.9 mais où l'on voit la position de l'axe magnétique (carré vert) et l'axe de rotation d'un Uranus hyper rapide. Les flèches indiquent les écarts de vitesse de l'écoulement de surface par rapport à la vitesse de co-rotation.

## 6.4 Uranus rapide au solstice, “cas réel”, inclinaison de $60^\circ$ de l'axe magnétique par rapport à l'axe de rotation

Dans cette section je traite d'un Uranus hyper rapide comme dans la section précédente, mais où je me rapproche de la configuration d'un Uranus réel puisque l'on place l'axe magnétique de la planète à un angle de  $60^\circ$  par rapport à l'axe de rotation. Dans ce cas, les deux pôles magnétiques ne jouent plus du tout un rôle symétrique vis-à-vis de l'IMF constant. L'un des deux pôles est toujours face au vent solaire incident, tandis que l'autre reste en permanence du côté de la queue magnétosphérique. La vitesse de phase de la structure magnétique en hélice est alors sensiblement la même que dans le cas symétrique, ce qui laisse à penser que l'inclinaison du champ magnétique ne joue pas un rôle déterminant dans la vitesse de propagation de la structure. Par contre, on perd complètement la symétrie des zones de reconnexion, et le profil des vitesses n'a plus rien de symétrique non plus. Par conséquent, la structure magnétique en hélice ne concerne plus que les lignes de champ magnétique connectées au pôle côté nuit (comme on peut le voir sur la figure 6.18), car les lignes connectées au pôle côté jour vont systématiquement reconnecter avec l'IMF avant de pouvoir s'enrouler autour des lignes connectées au pôle côté nuit. J'étudie plus en détail le lien entre la vitesse d'écoulement du plasma et la configuration asymétrique des lignes de champ magnétique dans la queue dans Griton et al. [2018].

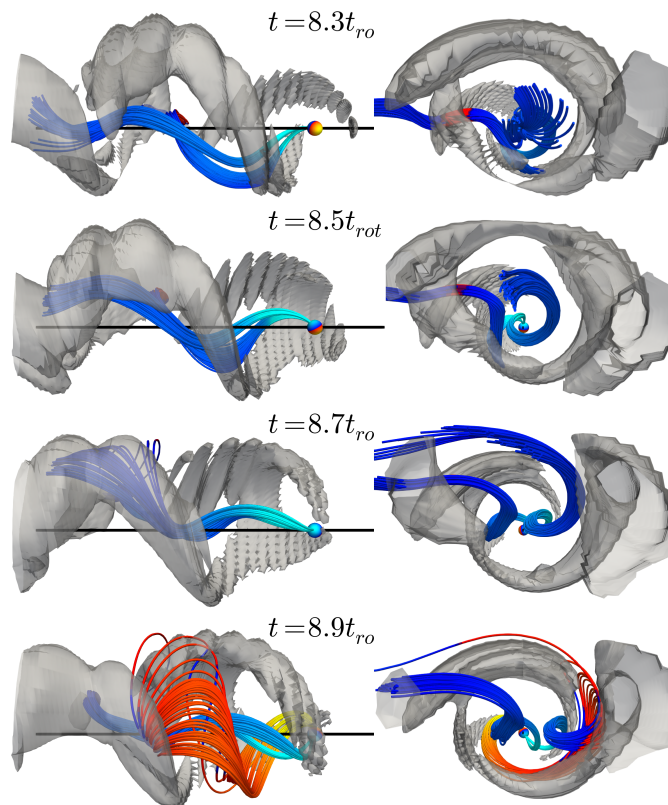


FIGURE 6.18 – Même légende que la figure 6.13, dans le cas de la simulation d'un Uranus hyper rapide avec un angle de  $60^\circ$  entre l'axe magnétique et l'axe de rotation.

Ainsi, je remarque que dès lors que les deux pôles ne jouent pas un rôle symétrique, la reconnexion avec le vent solaire empêche la formation de la structure en hélice observée dans la simulation sans IMF de Tóth et al. [2004]. Si la vitesse de rotation de la planète est dix fois plus lente, comme c'est le cas pour le Uranus réel, on s'attend à ce que l'enroulement de l'hélice soit encore plus difficilement atteignable.

**Remarque sur l'utilisation des équations de la MHD non-relativiste** Je profite d'une question posée lors de ma présentation des résultats de Griton et al. [2018] à la conférence des MOP (Magnetospheres of Outer Planets), le 9 juillet 2018 à Boulder, pour aborder ici l'utilisation des équations de la MHD non relativiste. La faible densité du plasma dans l'environnement d'Uranus pourrait en effet conduire à des vitesses d'Alfvén très élevées, et donc proches de la vitesse de la lumière.

Dans nos simulations, la vitesse d'Alfvén la plus élevée, mesurée tout près du bord interne, est de 3350 dans les unités normalisées du code, soit environ 60 000 km/s. Cela représente donc 0.2% de la vitesse de la lumière. Comme les corrections relativistes sont en  $(v_A/c)^2$ , cela correspond à une correction de 4% sur les grandeurs mesurées très près de la planète dans les simulations (dans une région très peu étendue). Nous pouvons donc rester dans un cadre non-relativiste, en particulier parce que l'on force la densité du plasma à être celle du vent solaire au bord interne de la simulation.

Dans la réalité, on a très peu d'idée de la densité du plasma à l'intérieur de la magnétosphère d'Uranus, puisque les seules données disponibles sont celles de Voyager II, des mesures très localisées et prises sur une durée très courte. Cependant, on peut réfléchir, "avec les mains", à la densité minimale qu'il ne faudrait pas dépasser pour rester dans un cadre non relativiste (en décidant par exemple que la vitesse d'Alfvén ne doit pas dépasser 10% de la vitesse de la lumière) à 5 rayons de la "surface" d'Uranus où le champ magnétique vaut *grosso modo* 100 nT. On trouve alors, en supposant un plasma fait d'autant de protons que d'électrons, que la densité de plasma minimale est d'environ 0.01 particules par centimètre cube. Une valeur légèrement plus basse que celles données dans la fourchette du tableau 1.2.

## 6.5 Uranus rapide à l'équinoxe

Dans la configuration d'Uranus à l'équinoxe, l'axe de rotation ne pointe pas vers le Soleil mais perpendiculairement à la direction de propagation du vent solaire (considérant en première approximation que le vent solaire se propage dans la direction Soleil-Uranus, voir le schéma 6.4), tout en restant quasiment dans le plan de l'écliptique. Cette configuration a été étudiée par Cowley [2013]. Sur la figure 6.19 (sur la b. en particulier), où l'IMF est orienté du sud vers le nord par rapport à l'écliptique, on voit l'évolution au cours d'un quart de rotation planétaire de la configuration de la magnétosphère. Entre la sous-figure a. et la sous-figure b., on voit le déplacement de la zone de reconnexion. Sur la sous-figure b., les lignes ouvertes se propagent en aval sur une distance de l'ordre de la distance d'advection des lignes par le vent solaire au cours d'un quart de rotation. Cowley [2013] calcule un ordre de grandeur de  $250R_U$  au bout d'un quart de rotation (soit 4.31 heures) avec un vent solaire se propageant à une vitesse de 496 km/s.

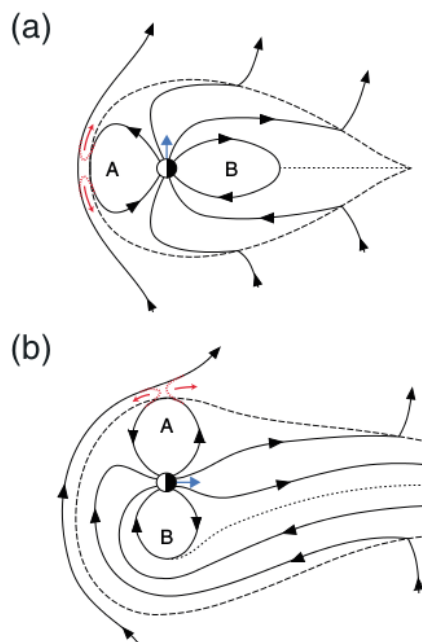


FIGURE 6.19 – Figure extraite de Cowley [2013]. Le vent solaire vient de la gauche. La planète au centre est en blanc côté jour et en noir côté nuit, avec son axe de rotation orienté perpendiculairement au plan de la figure. La flèche courte bleue indique l'orientation du dipôle magnétique dans deux configurations notées a et b, séparées d'un quart de rotation planétaire. Les lignes en trait plein munies de flèches représentent des lignes de champ magnétique. Les zones de reconnexion sont montrées en rouge. Les traits en petits pointillés représentent la couche de courant et ceux en grands traits pointillés définissent la magnétopause. Les zones de flux magnétique fermé sont dénotées A et B.

J'ai repris les paramètres de la simulation présentée en section 6.3, et changé la direction de l'axe de rotation (et celle de l'IMF) afin d'étudier Uranus à l'équinoxe. On retrouve effectivement une symétrie d'une demi rotation à l'autre, comme on le voit sur les figures 6.20 et 6.21. Contrairement à la configuration solstice présentée en section 6.3, ici les lignes connectées s'enroulent comme des spaghettis autour de la planète, ce qui ne peut pas continuer éternellement. Vu qu'il est difficile de faire remonter les lignes contre l'écoulement imposé par le vent, on spécule (tout comme Cowley [2013]) que cela ne puisse se faire que sur moins d'un demi-tour. En effet, on voit que les lignes ouvertes (en rouge) vont assez loin dans le vent solaire. Au bout d'une demi-rotation, elles se déconnectent complètement de la planète.



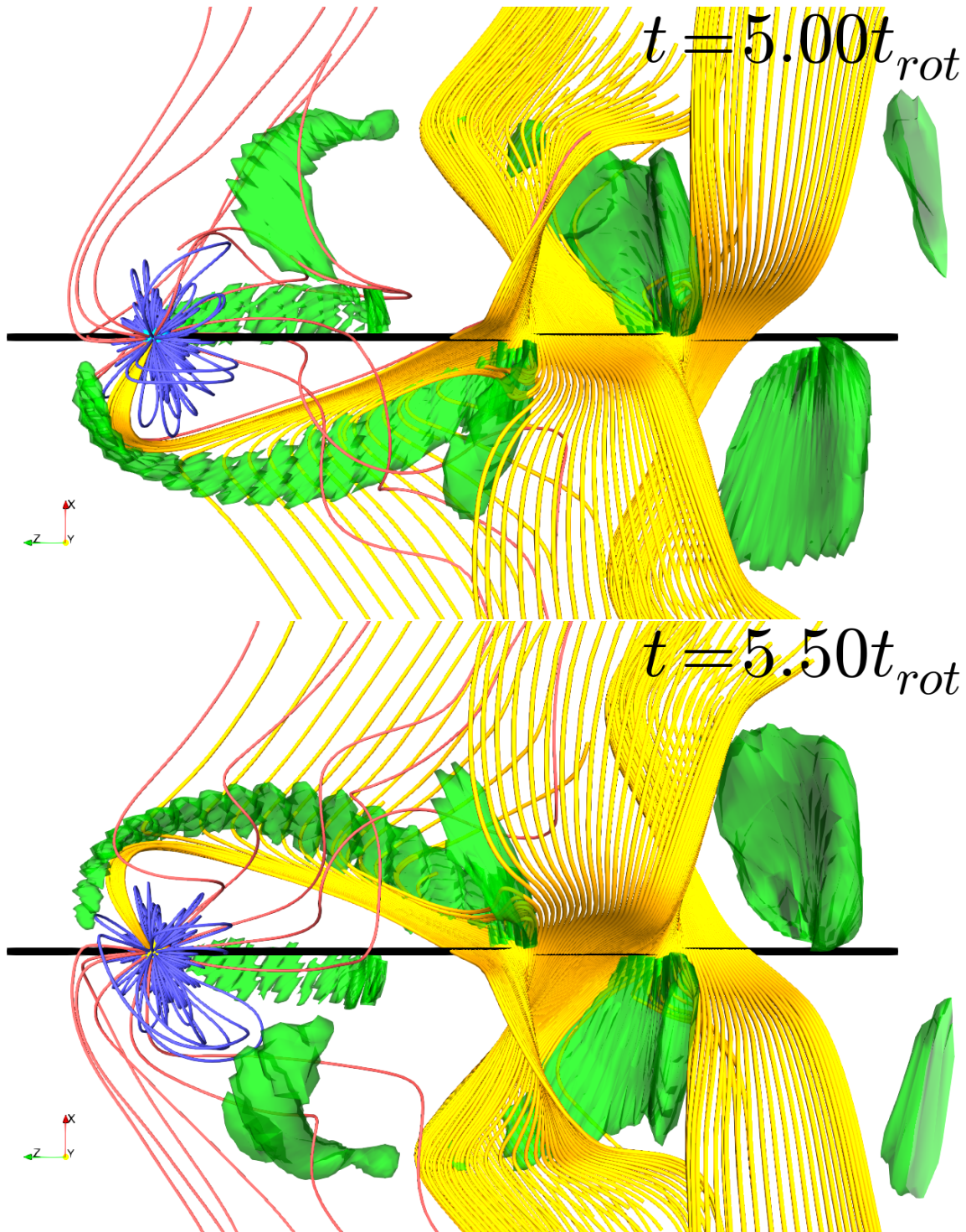


FIGURE 6.20 – Évolution de la configuration du champ magnétique dans la magnétosphère d'un Uranus rapide à l'équinoxe, cas symétrique (l'axe magnétique est écarté d'un angle de  $90^\circ$  par rapport à l'axe de rotation et tourne donc dans le plan  $(y,z)$  à un temps  $t = 5t_{rot}$  en haut, puis une demi-rotation plus tard. Le vent solaire vient de la gauche, l'axe de rotation est en  $x$ , l'IMF orienté en  $-x$ . Les lignes de champ magnétique fermées sont en bleu, les lignes ouvertes en rouge, les lignes traversant l'axe  $z$  entre  $z = -20$  et  $z = -40$  sont en jaune, et s'organisent en "S" autour des zones de  $\beta > 25$  en vert, qui ne sont pas toutes des zones de reconnexion. On note la symétrie de ces deux états. Les quatre vecteurs définissant la simulation (l'IMF, la vitesse du vent, la vitesse angulaire et le dipôle magnétique de la planète) au temps  $t + 0.5t_{rot}$  étant ceux du temps  $t$  après réflexion sur le plan  $(y,z)$  selon les règles de transformation des vecteurs et pseudo-vecteurs illustrées dans la figure 5.6.

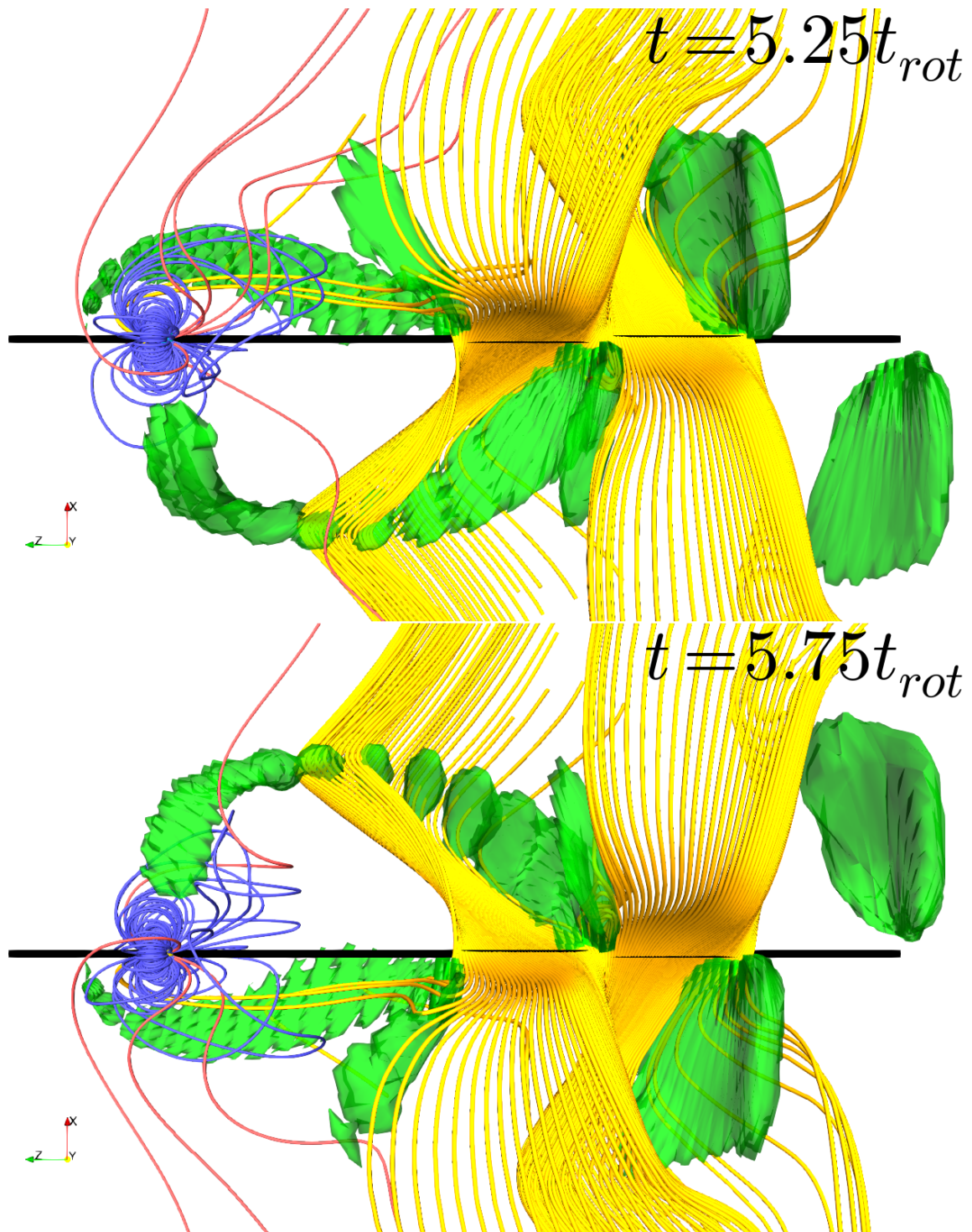


FIGURE 6.21 – Même chose que la figure précédente pour le temps  $t = 5.25t_{rot}$  en haut, puis une demi-rotation plus tard.

Les zones de  $\beta$  très grand (en vert sur les figures) permettent de visualiser les zones de reconnexion près de la planète, mais pas uniquement. A deux phases particulières de la rotation (aux temps  $t = 5.00t_{\text{rot}}$  et  $t = 5.50t_{\text{rot}}$ ), on voit apparaître un troisième bras de fort  $\beta$  (celui le long de l'axe  $z$  dans les sous-figures de la figure 6.20), qui correspond à une couche de courant qui se forme quand les lignes fermées deviennent trop étirées du fait de la rotation planétaire. Au delà de la magnétopause, les zones de fort  $\beta$  se propagent en aval, et caractérisent des zones de faible champ magnétique éjectées de la magnétosphère par la rotation planétaire. Toutes les demi-rotations, du fait de la déconnexion de lignes qui étaient connectées soit au pôle nord soit au pôle sud magnétique de la planète, les lignes déconnectées se propagent en formant un "S" soit dans un sens, soit dans l'autre, comme on l'explique dans le schéma présenté en figure 6.22. Les zones de fort  $\beta$  se trouvent donc autour des lignes coincées entre les deux "S" orientés inversement.

Une ligne d'IMF (mettons positionnée en  $x > 0$ ) qui se connecte à la planète avec un pied également en  $x > 0$  se retrouve avec ce même pied en  $x < 0$  après un demi-tour. Comme on imagine mal le pied de la ligne revenir en amont de la planète, mais surtout en raison du fait que la situation redevient favorable pour la reconnexion, la ligne doit se reconnecter avec une ligne IMF positionnée en  $x < 0$  d'où la structure en S avec la partie  $x > 0$  plus avancée que la partie en  $x < 0$ , comme on l'explique en figure 6.22.

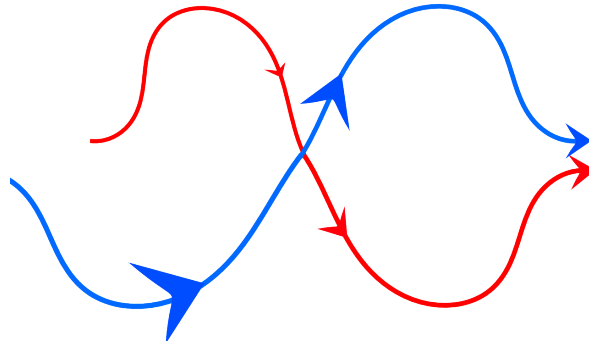


FIGURE 6.22 – Schéma explicatif de la configuration des lignes de champ magnétique de l'IMF en aval de la magnétosphère d'un Uranus rapide à l'équinoxe. On regarde vers l'aval de la magnétosphère, au delà de la magnétopause, deux types de lignes qui se sont complètement déconnectées de la planète et qui sont à nouveau transportées par le vent solaire. La ligne rouge s'est déconnectée de la planète une demi-rotation avant la ligne bleue. Le pied de la ligne rouge à gauche, est bien derrière celui de droite, et inversement pour la ligne bleu (la taille des flèches traduit la distance à laquelle se trouve la portion de ligne de l'observateur : plus la flèche est petite, plus la ligne est loin). A l'endroit où les lignes se croisent, la ligne rouge est en fait à une distance  $d = 9.8R_0 = 49R_U$  derrière la ligne bleue, ce qui correspond à la distance parcourue par le vent solaire pendant une demi-rotation planétaire.

Dès lors, il n'y a plus du tout de structure magnétique en hélice telle qu'observée par Tóth et al. [2004] ni telle que celle décrite dans la section 6.3. La raison principale, comme expliqué par Cowley [2013], étant que le dipôle planétaire tourne dans le plan qui contient lui-même la direction du vent (ce qui était aussi le cas dans le papier de Cowley [2013]). La structure magnétique de la queue est néanmoins spatialement périodique avec une période spatiale de l'ordre de la vitesse du vent (dans lequel les lignes magnétiques sont ancrées) multipliée par la période de rotation de la planète. Cette périodicité spatiale est clairement visible sur les contours de  $\beta$  dans le plan  $(y,z)$  de la figure 6.23. En mesurant la distance le long de l'axe entre deux zones de fort  $\beta$  (qui indique la demi-période) on trouve  $d = 9.8$ , ce que l'on retrouve en calculant  $d = 0.5 \times t_{\text{rot}} \times v_{\text{VS}} = 0.5 \times 0.98 \times 20$ .

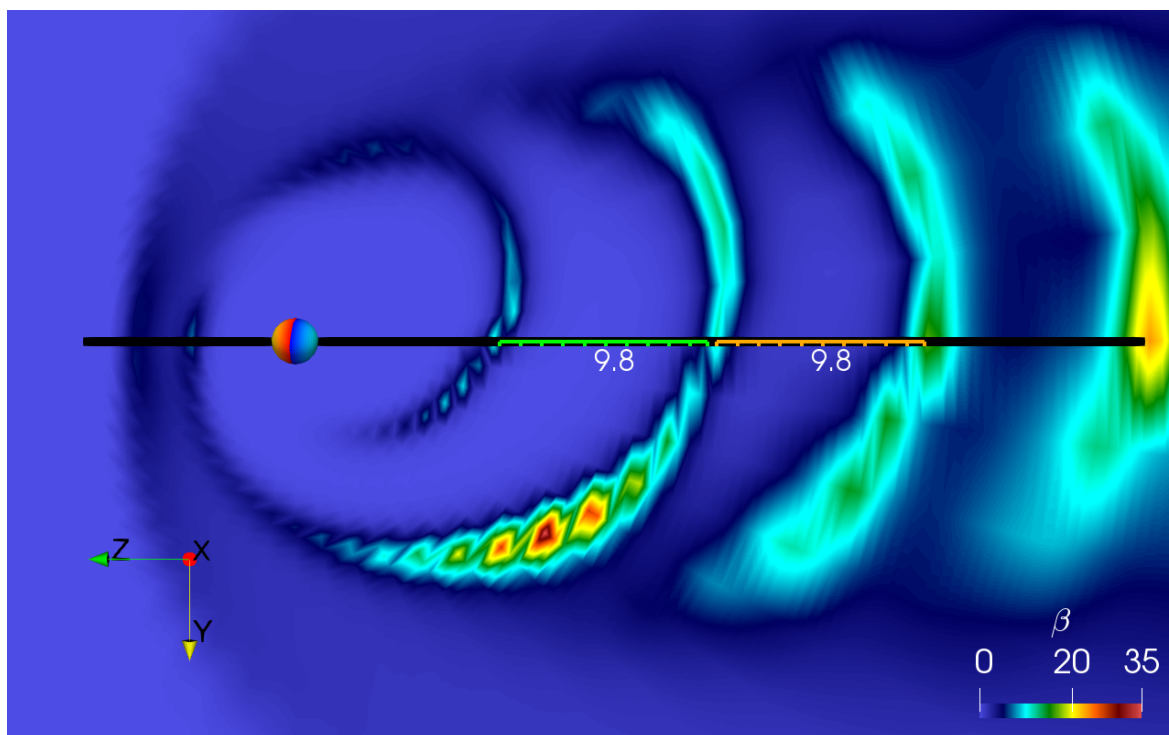


FIGURE 6.23 – Carte du  $\beta$  dans une coupe de la simulation au temps  $t = 5.25t_{\text{rot}}$ , avec le vent solaire venant de la gauche, l'axe de rotation de la planète étant orthogonal entrant dans la figure. Les distances vertes et oranges sont parfaitement égales (et constantes au cours du temps).

## 6.6 Conclusion sur le cas d'une magnétosphère en rotation rapide dans une configuration quelconque de l'axe de rotation et de l'axe magnétique

La magnétosphère d'Uranus est l'une des plus dynamiques du Système solaire, de par le changement constant de l'angle d'attaque du champ magnétique, au cours d'une journée et au cours d'une année. Cependant, ce n'est pas un rotateur rapide à proprement parler, comme Jupiter et Saturne. Si ce n'est pour l'orientation de son axe magnétique et de son axe de rotation, la magnétosphère d'Uranus n'est pas beaucoup plus affectée par la rotation planétaire que celle de la Terre.

D'autre part, nous devons nous contenter d'un seul survol de Voyager II pour toutes les données *in situ*. Comme la sonde sort rapidement de la magnétosphère, ces données sont difficilement exploitables pour étudier la physique de la queue magnétosphérique d'Uranus. Il faut donc absolument envoyer une nouvelle mission vers Uranus et Neptune ! Des missions vers les géantes glacées de notre Système solaire ont été ou sont à l'étude [Arridge et al., 2012], mais les exigences technologiques de telles missions sont, entre autre, un frein à leur mise en œuvre.

Le seul indice que l'on peut avoir depuis la Terre de la physique magnétosphérique d'Uranus nous vient de l'étude des émissions aurorales, comme le montrent notamment les travaux de Lamy et al. [2012] et Lamy et al. [2017], ces derniers ayant permis de retrouver l'orientation exacte du champ magnétique d'Uranus. En effet, du fait de la précision des mesures de Voyager II notamment sur la période de rotation, l'orientation exacte du champ magnétique d'Uranus était perdue depuis une quinzaine d'années, et l'étude des aurores a permis de la retrouver en 2014. Mais il est difficile d'avoir une vision globale de la dynamique magnétosphérique uniquement par des observations d'aurores d'une planète aussi lointaine qu'Uranus.

Les simulations MHD sont un excellent outil pour donner une vision globale, dynamique et en trois dimensions de l'interaction du vent solaire avec Uranus. Uniquement deux études de simulations magnétohydrodynamiques d'Uranus ont été publiées à ce jour. Cependant, le rôle de l'interaction avec le vent solaire, et notamment des zones de reconnexion, n'est pas encore bien compris.

Au solstice, les zones de reconnexion forment deux bras, de part et d'autre de la magnétosphère. La reconnexion au nez de la magnétopause est favorable une fois par rotation, pour un IMF et un vent solaire constants. Dans la logique de mon étude, j'ai effectué des simulations d'un Uranus rapide, en divisant par 10 sa période de rotation, ce qui lui confère un  $\Upsilon$  de 8, c'est-à-dire semblable à celui de Jupiter. Dans la configuration du solstice, avec un angle de  $90^\circ$  entre l'axe magnétique et l'axe de rotation, l'étude d'un Uranus rapide m'a permis de comprendre que la reconnexion de l'IMF avec le champ magnétique planétaire participe au ralentissement du mouvement vers l'aval de la structure magnétique en hélice. L'étude d'un Uranus rapide dans la configuration solstice, mais dans le cas du tilt de  $60^\circ$ , montre que chaque pôle magnétique joue un rôle très différent du fait de la reconnexion avec le vent solaire.

Enfin, pour un Uranus rapide dans le cas de la configuration équinoxiale, avec un angle de  $90^\circ$ , il n'y a plus d'enroulement en hélice possible, en raison de la géométrie. On observe dans les simulations une queue avec des lignes connectées. Une des différences par rapport au cas solstice est que l'extension des lignes connectées à la planète vers l'aval est limitée à une distance de l'ordre de  $t_{\text{rot}} \times v_{\text{VS}}$ . Par ailleurs, on observe également une structure magnétique spatialement périodique composée de lignes majoritairement non connectées qui s'étend bien au delà de  $t_{\text{rot}} \times v_{\text{VS}}$ , les lignes de champ magnétique ayant été connectées un temps à la planète formant des séries de vagues en "S" en aval de la magnétopause côté nuit.

# Conclusion

J’ai travaillé sur la théorie de l’identification des fronts d’onde MHD dans des écoulements stationnaires et appliqué la méthode dans des simulations de Mercure. La méthode détaillée est présentée dans [Pantellini and Griton \[2016\]](#).

Les magnétosphères planétaires du Système solaire présentent une diversité remarquable, et notamment dans leurs configurations respectives de l’inclinaison de leur axe magnétique par rapport à leur axe de rotation. On distingue les rotateurs lents (Mercure, qui est extrêmement lent, et la Terre, Uranus et Neptune), pour lesquels le temps de relaxation est plus court que la période de rotation, des rotateurs rapides (Jupiter, Saturne). Le principal objectif au début de ma thèse était de réussir à toutes les simuler avec un code MHD 3D.

Nous avons utilisé le code de simulation MPI-AMRVAC. Ce dernier n’était pas adapté, cependant, à la simulation de magnétosphères de planètes en rotation rapide dans des configurations arbitraires de l’axe de rotation et de l’axe magnétique. J’ai étudié le principe de la méthode de découpage du champ magnétique en un champ de référence (essentiellement le champ intrinsèque de la planète) et un champ résiduel, méthode que nous avons implémentée pour la première fois avec un champ magnétique de référence dépendant du temps dans le code MPI-AMRVAC.

Dans le cas d’une magnétosphère sans rotation (le cas de Mercure), je me suis intéressée à l’influence des paramètres du vent solaire sur la structure globale du champ magnétique et de l’écoulement. En appui à la mission spatiale BepiColombo, j’ai effectué des simulations pour deux modèles différents de champ magnétique herméen.

Saturne présente la particularité d’avoir un axe magnétique parfaitement aligné avec son axe de rotation. C’est donc un cas de rotateur rapide stationnaire que j’ai étudié en détail et qui m’a permis de valider les premières modifications apportées au code<sup>2</sup> avant d’aborder le cas d’un angle quelconque entre l’axe magnétique et l’axe de rotation planétaires, la direction du vent solaire et celle de l’IMF. Dans le cas de ce rotateur rapide, j’ai retrouvé le schéma de circulation équatorial de Vasyliunas avec des zones de sous/sur co-rotation côté soir/matin et j’ai étudié l’influence de l’orientation de l’IMF sur la circulation au bord interne.

Finalement, vers la fin de 2017, j’ai abouti à une version du code permettant la simulation d’une planète dont l’orientation des axes de rotation et magnétique peut être quelconque. C’est notamment le cas de Neptune et Uranus pour lesquels l’angle entre les deux axes est respectivement de  $47^\circ$  et de  $60^\circ$ . Dans cette thèse je n’ai pas eu le temps de traiter la cas de Neptune. Par contre, j’ai pu réaliser et analyser plusieurs simulations d’Uranus en période de solstice et d’équinoxe. Dans la configuration “solstice”, c’est à dire lorsque l’axe de rotation pointe vers le Soleil, on montre [[Griton et al., 2018](#)] qu’une structure de nature alfvénique se développe en hélice dans la queue de la magnétosphère avec des lignes magnétiques restant

---

2. Parmi les ajouts non détaillés dans ce manuscrit : la possibilité de choisir un champ de référence non potentiel (voir annexe [B](#)) et/ou un tore de plasma entourant la planète.

connectées à la planète sur une très grande distance en aval de la planète<sup>3</sup>, et que les zones de reconnexion entre le champ magnétique planétaire et l'IMF forment aussi une double hélice. La reconnexion du champ magnétique planétaire avec l'IMF participe au ralentissement de la structure magnétique en hélice. A l'équinoxe, lorsque l'axe de rotation est toujours dans le plan de l'écliptique mais perpendiculaire à la direction Soleil-Uranus, la structure en hélice disparaît, l'axe magnétique tournant dans un plan parallèle à la direction du vent solaire. Une structure magnétique spatialement périodique d'une longueur d'onde de l'ordre de  $v_{Vst_{rot}}$  se développe néanmoins en aval de la planète, mais contrairement au cas "solstice" les lignes connectées à la planète ne dépassent pas la première oscillation.

Pour la poursuite de mes travaux de recherche, je compte dans un premier temps intégrer dans la nouvelle version d'AMRVAC, disponible en ligne depuis janvier 2018, les éléments de code que j'ai développés dans l'ancienne version, afin de pouvoir aller plus loin dans les simulations de la magnétosphère d'Uranus. En effet, parmi les nouvelles fonctionnalités disponibles, il y en a une qui permet de limiter l'asymétrie des cellules du domaine de simulation inhérent au maillage sphérique lorsque les espacements sont réguliers en  $r, \theta$  et  $\phi$ . Or, pour simuler le vrai Uranus, j'ai besoin de pouvoir utiliser un très grand domaine de simulation afin de permettre le développement d'au moins un pas de vis de l'hélice mentionnée ci-dessus. Ce travail d'adaptation est d'ailleurs sollicité par l'équipe qui développe le code à KU Leuven, en Belgique.

Au delà de l'intérêt que constitue le dépouillement de ces simulations dans le cadre de la constitution d'un modèle physique du fonctionnement d'une magnétosphère aussi complexe, j'envisage de les utiliser pour aider à l'interprétation des observations UV avec le télescope Hubble des aurores polaires d'Uranus, non pas au solstice même, mais à des périodes (correspondant aux campagnes d'observations) où la configuration d'Uranus est intermédiaire entre le solstice et l'équinoxe.

En ce qui concerne Mercure, je vais continuer mon implication dans l'équipe des Young Scientists de BepiColombo, dont je suis "associate scientist" depuis 2015. Le groupe des Young Scientists est chargé d'un important travail de bibliographie et de mise à jour de celle-ci, une veille scientifique nécessaire pour assurer la continuité du savoir jusqu'à l'arrivée de BepiColombo autour de Mercure en 2026. J'ai également cofondé, avec deux autres doctorants, un projet de comparaison des performances et des atouts des différents codes de simulations utilisés au sein de l'équipe scientifique de BepiColombo (pas moins de six codes recensés). Ce projet, encouragé par le Project Investigator (PI) de la sonde MMO de BepiColombo, Go Murakami, va consister à effectuer des simulations d'une même configuration avec les différents codes, afin de rendre compte des avantages et des inconvénients de chacun des codes. Comme ces codes seront utilisés pour aider à l'analyse des données des instruments de BepiColombo, il est important de les faire connaître et de les évaluer au sein de l'équipe de la mission. Plus spécifiquement, j'envisage d'étudier plus en détail la réponse de la magnétosphère de Mercure lorsqu'elle est soumise à un vent variable, et en particulier à l'arrivée d'une éjection de masse coronale. Au vu de la petite taille de la magnétosphère de Mercure, on s'attend à ce qu'elle soit affectée par les changements de vent de façon bien plus dramatique que les autres planètes magnétisées du Système solaire avec, notamment, la possibilité d'une magnétopause écrasée contre la surface planétaire lors de sursauts de la pression dynamique du vent.

---

3. En tout cas au delà des limites du domaine de simulation et donc potentiellement sur un très grand nombre de tours d'hélice, chaque tour correspondant à une distance de l'ordre de  $500R_U$  pour un Uranus dont la période de rotation serait de 17h.

# Remerciements

Le travail présenté dans les pages précédentes ne concerne qu'une partie seulement des choses que j'ai apprises et vécues au cours de ces trois années de thèse. Je voudrais donc profiter de ces dernières pages pour rendre hommage aux personnes qui m'ont accompagnée dans la réalisation de ce rêve qu'était l'obtention d'un doctorat.

Tout d'abord, je remercie chaleureusement le jury, qui a porté une grande attention à mon travail et m'a donné de précieux conseils. Je remercie en particulier Emma Bunce, qui a bien voulu être rapportrice d'une thèse en français, même à la veille du Brexit. Le jury étant particulièrement européen, je remercie Viviane Pierrard d'être venue de Bruxelles et Petr Hellinger de Prague pour m'écouter et apporter leur expertise complémentaire dans le jugement de mes travaux. Je n'oublie pas Philippe Louarn, examinateur averti, qui a accepté de faire partie du jury bien avant que je ne sache que je ferais mon premier post-doc à l'IRAP, à Toulouse. J'étais très heureuse que Marie-Christine Angonin soit là également. Lorsqu'elle était ma professeure en master à l'Observatoire de Paris, ses encouragements et son témoignage en tant que femme scientifique m'ont beaucoup aidé, notamment dans mon choix de poursuivre sur la voie de la recherche par une thèse en astrophysique.

Je n'aurais évidemment pas pu faire cette thèse dans d'aussi bonnes conditions sans mes deux directeurs de thèse, Filippo Pantellini et Michel Moncuquet. Filippo est un grand maître de la magnétohydrodynamique et des simulations, à la fois par sa compréhension de la physique mais aussi par son talent pour expliquer et raconter les équations. Il m'a appris la rigueur, l'exigence, à refaire dix fois les calculs des gradients en coordonnées sphériques, à chercher les sources d'explosions dans les simulations, à légender correctement une figure, à citer les grands films au moment opportun mais surtout à persévérer dans la résolution de problèmes que certaines personnes ont jugé trop difficiles ou peu dignes d'intérêt, mais qui ont finalement été résolus. Michel m'a ouvert les portes de la grande famille de l'équipe scientifique de BepiColombo, et m'a ainsi permis de goûter à l'enthousiasme génial qui entoure la préparation d'une mission d'exploration spatiale ambitieuse. Des calculs mathématiques sur son tableau noir aux grands moments musicaux dans le robot japonais coincé dans les embouteillages, Michel a été un véritable "coach", le maître Yoda de la magnétosphère de Mercure. Que ce soit avec Michel, Filippo ou les deux, je garde un excellent souvenir de chacune de mes missions et des moments passés à partager des tapas à Madrid, à assister à une parade traditionnelle au détour d'une rue de Tokyo, à goûter à des spécialités italiennes à Matera, à déguster une sélection de vins dans les environs de Toulouse ou à encourager les Bleus dans une brasserie à Bruxelles. Et..., franchement..., voilà !

Si j'ai réussi à mener cette thèse le plus sereinement possible, c'est aussi grâce à toutes les personnes qui travaillent au laboratoire. Peu de temps après le début de ma thèse, j'ai lu l'avis de décès d'un grand monsieur, Jean-Louis Steinberg, à la fois au LESIA (Laboratoire d'Études spatiales et d'Instrumentation en Astrophysique) et sur le site des anciens élèves de l'École alsacienne, l'établissement où j'ai effectué toute ma scolarité. Jean-Louis Steinberg a fondé et dirigé le laboratoire qu'on appelle le LESIA aujourd'hui. En travaillant à l'organisation de l'hommage que l'Observatoire de Paris a organisé en son honneur, j'ai pu me rendre compte à quel point le LESIA est imprégné des valeurs défendues par Jean-Louis Steinberg, valeurs partagées par l'École alsacienne, ce qui explique peut-être pourquoi je m'y suis très vite sentie à l'aise. Ces valeurs sont au moins au nombre de deux : exigence et bienveillance. L'exigence,



car chacun accomplit les tâches qui lui sont confiées du mieux qu'il ou elle peut, en respectant le travail des autres, quitte à faire plus qu'il n'est demandé. La bienveillance au LESIA m'a beaucoup marquée. Que ce soit dans l'équipe de direction, avec qui j'ai travaillé en tant que représentante des étudiants pendant mes deux premières années de thèse, au secrétariat, dans les différents services ou à la Journée des thèses, cette bienveillance donne confiance en soi et aide à se lancer dans différents projets. Je voudrais donc remercier mes collègues du LESIA. En particulier, Pierre Drossart, directeur attentif et disponible, Claudine Colon (pour tout, mais en particulier pour le sourire du lundi matin ou du vendredi soir), Denis Savary (pour ses talents d'organisation de voyages), Cris Dupont (notamment parce que, de l'agenda au ventilateur, Cris nous trouve toujours ce dont on a besoin!), Yann Clénet (entre autre, pour son rôle attentif dans mon comité de suivi), Sylviane Chaintreuil, Yann Hello, Claude Collin et Vartan Arslanyan pour les visites du fabuleux laboratoire de mécanique, Sylvaine d'Estan et Ourdya Achelhi pour toutes les fois où elles m'ont rassuré et aidé pour des procédures administratives. Je remercie la formidable équipe du GIGL, Florence Henry, Goran Greblo et Souda Vassin. Je remercie Agnès Fave, pour ses conseils, ses anecdotes sur l'histoire du laboratoire, les photos d'archives et sa relecture attentive de mon manuscrit de thèse. Je remercie Sylvain Cnudde pour son soutien graphique permanent, que ce soit pour l'hommage à Jean-Louis Steinberg ou pour la conception du Jeu BepiColombo, en passant par les affiches de la Journée des thèses et les photos. Je remercie Isabelle Bualé pour son travail essentiel d'accueil des stagiaires de troisième et de seconde, sans qui je n'aurais pas pu accueillir cinq petits stagiaires qui sont tous repartis avec des étoiles dans les yeux, notamment grâce aux merveilleux programmes préparés par Isabelle. Je remercie beaucoup Karine Issautier, dont j'ai partagé le bureau la dernière année, et qui m'a encouragée et conseillée pendant la difficile période de rédaction de mon article et de mon manuscrit de thèse, Nicole Meyer, pour ses recommandations de lecture, ses conseils pour les présentations à l'oral et la rédaction des articles, Olga Alexandrova pour son amitié, son soutien et son enthousiasme, Milan Maksimovic, pour ses encouragements, sa bonne humeur, et les dernières "news" de Parker Solar Probe et Solar Orbiter, Baptiste Cecconi, comité de suivi formidable, même pour chanter la Compagnie créole dans un bar-karaoké à Riga, Laurent Lamy pour m'avoir introduit dans la très petite communauté des magnétosphères des géantes glacées et m'avoir appris à faire fonctionner la planeterrella, Arnaud Zaslavsky, Lorenzo Matteini, Antonio Vecchio, Philippe Zarka, Catherine Lacombe, Sang Hoang (pour les fêtes d'anniversaire et le suivi de la Coupe du monde de football), Nicole Cornilleau, Renée Prangé (en particulier pour les bons souvenirs de Boulder), Xavier Bonin, Monique Pick (pour son énergie exemplaire, ses histoires drôles, touchantes, inspirantes de la vie du laboratoire et de Nançay), Sophie Masson, pour les réunions de l'axe transverse Simulations Numériques en Astrophysique, Pascal Démoulin, pour les explications sur le phénomène complexe qu'est la reconnexion magnétique, et mes autres collègues avec qui j'ai pu discuter et échanger des idées tout au long de ces trois années de thèse. Bien sûr, je remercie aussi les "jeunes", étudiants mais pas que, plus des camarades que des collègues : Sonny, mon premier co-bureau, Batiste (autre co-bureau formidable pendant mon stage de M2 au pôle planéto), Sophie, Denise, Christophe, Nicolas, Doriann, Desh, Diane, Charlotte, Denis, Laura, Vamsee, Victor, Simone, Corentin, Clément, Lucas, Trisha, Gary et Pierre. Enfin, au LESIA mais pas que, mes anciens professeurs de master, dont Françoise Roques, Caroline Barban, Alain Doressoundiram (également en tant qu'ancien directeur de stage et co-porteur, enthousiaste et passionné, du projet "Planètes en Guyane"), Sonia Fornasier, Thierry Fouchet, Emmanuel Lellouch, Thomas Widemann, Christian Balança, Jean Souchay, Nicolas Rambaux, Andreas Zech et Christophe Sauty, pour ne nommer que ceux avec qui j'ai gardé contact pendant ma thèse. Je voudrais encore une fois remercier Bruno Sicardy. A l'Observatoire de Paris, je remercie Zakaria Méliani, du LUTH, pour sa collaboration sur AMRVAC et les simulations d'Uranus, mais aussi Philippe Laporte et Gilles Fasola du GEPI, qui sont venus me soutenir à ma soutenance de thèse. Je remercie Sabrina Thiéry, Nicolas Lesté-Lasserre, Frédérique Auffret et toute l'équipe de la communication de l'Obser-

vatoire de Paris. Je remercie, sur les sites de Meudon et de Paris, les bibliothécaires, pour leur écoute, les recherches de livres et les commandes passées.

A l'École doctorale, je remercie Jacques Le Bourlot, William Thuillot, Jacqueline Plancy et Géraldine Gaillant, pour leur aide précieuse, notamment avec la plateforme ADUM. Du côté du CNES, qui a financé l'autre moitié de ma bourse de thèse, je remercie Kader Amsif, Pierre Bousquet et je n'oublie pas Myriana Lozach, notamment pour les merveilleux souvenirs des Journées des Jeunes Chercheurs du CNES, encore merci d'avoir fait venir Thomas Pesquet !

Je ne pourrai pas faire la liste complète des scientifiques d'autres laboratoires, en France et à l'étranger, qui m'ont, à un moment ou à un autre, encouragée ou conseillée, mais je remercie en particulier la formidable équipe scientifique de BepiColombo (et encore plus particulièrement le groupe des Young Scientists), les collègues de l'ESA (Johannes Benkhoff, Joe Zender and Anna Milillo, thank you for your help and good advice !), de la JAXA (arigato Go Murakami) et la communauté du MOP (Magnetospheres of Outer Planets).

Je remercie aussi mes collègues de Sorbonne Université, où j'ai effectué ma mission d'enseignement : en particulier Hélène Dumontet, dont j'ai été l'étudiante en licence d'ingénierie mécanique et qui fait partie de ces femmes scientifiques qui m'ont encouragé à poursuivre dans la voie de la recherche, à la fois par leur soutien et par le modèle qu'elles représentent, et Ivan Delbende, avec qui j'ai particulièrement aimé encadrer le cours de programmation scientifique en Fortran 90.

Sur le plan plus personnel, je remercie toutes les personnes qui m'ont encouragée à poursuivre mes études dans la voie que j'avais choisie. A l'École alsacienne, je pense à Brigitte Piveteau, mon excellente prof de physique du lycée, qui m'a accompagnée dans la préparation des Olympiades de Physique en 2009-2010, et continue de m'encourager depuis, François Colodiet, mon ancien prof d'histoire, Robert De Mari, mon ancien prof de lettres et de latin, et Martine Fayet, ma prof de SVT, qui m'a encouragé jusqu'au bout ! Je remercie enfin Pierre de Panafieu, directeur de l'École alsacienne, qui est venu, comme Brigitte Piveteau, à ma soutenance de thèse à Meudon, et m'a toujours beaucoup encouragée et conseillée, depuis tant d'années.

Je remercie mes amis, en particulier Anne et toute la famille Couvert-Castéra, Max-Elie, Eloïse et Camille, Raphaël, Alexandra, Marie, Alice, Sophia, Maël, Laëtitia et sa petite famille, Da-Eun et Jordan, Davide, Anne-Laure, Anthony, Jeremy, Mathilde, Dimitri, et les copains du master de l'Observatoire, Florian et Marine (et tout le Goed Goed Club), Greg, Émilie, Charles, Rose, et toute la Team, Maya et Hélène.

Enfin, je remercie ma famille : mon frère Barthélemy, pour notre éternelle complicité, ses magnifiques photos, et ses remontages de moral hyper efficaces, Papascal pour son soutien et ses conseils de lecture essentiels pour décrocher des équations le soir avant de dormir, ma grand-mère, ma marraine Sophie, mon oncle Patrick, mes cousins Anton, Clément, Benoît, Théodore et Marion. Je remercie Maxime, pour son soutien sans faille tout au long de ces trois années, pour notre passion partagée du spatial et des jeux de société, et pour sa merveilleuse idée de passer un CAP pâtisserie pendant mes derniers mois de thèse, ce qui m'a permis de bénéficier de nombreux croissants, tartes et entremets pour me donner du courage dans les moments les plus difficiles.

De tout mon cœur, je remercie ma maman adorée dont je suis si fière, ma plus grande fan depuis bientôt vingt-six ans, sans qui rien de tout ceci n'aurait été possible.



# Bibliographie

- H. Alfvén. Existence of Electromagnetic-Hydrodynamic Waves. , 150 :405–406, October 1942. doi : 10.1038/150405d0. 24
- Brian J. Anderson, Catherine L. Johnson, Haje Korth, Michael E. Purucker, Reka M. Winslow, James A. Slavin, Sean C. Solomon, Ralph L. McNutt, Jim M. Raines, and Thomas H. Zurbuchen. The global magnetic field of mercury from messenger orbital observations. *Science*, 333(6051) :1859–1862, 2011. ISSN 0036-8075. doi : 10.1126/science.1211001. URL <http://science.sciencemag.org/content/333/6051/1859>. 49, 51, 52, 54
- C. S. Arridge, N. André, H. J. McAndrews, E. J. Bunce, M. H. Burger, K. C. Hansen, H.-W. Hsu, R. E. Johnson, G. H. Jones, S. Kempf, K. K. Khurana, N. Krupp, W. S. Kurth, J. S. Leisner, C. Paranicas, E. Roussos, C. T. Russell, P. Schippers, E. C. Sittler, H. T. Smith, M. F. Thomsen, and M. K. Dougherty. Mapping Magnetospheric Equatorial Regions at Saturn from Cassini Prime Mission Observations. , 164 :1–83, December 2011. doi : 10.1007/s11214-011-9850-4. 71
- C. S. Arridge, C. B. Agnor, N. André, K. H. Baines, L. N. Fletcher, D. Gautier, M. D. Hofstadter, G. H. Jones, L. Lamy, Y. Langevin, O. Mousis, N. Nettelmann, C. T. Russell, T. Stallard, M. S. Tiscareno, G. Tobie, A. Bacon, C. Chaloner, M. Guest, S. Kemble, L. Peacocke, N. Achilleos, T. P. Andert, D. Banfield, S. Barabash, M. Barthelemy, C. Bertucci, P. Brandt, B. Cecconi, S. Chakrabarti, A. F. Cheng, U. Christensen, A. Christou, A. J. Coates, G. Collinson, J. F. Cooper, R. Courtin, M. K. Dougherty, R. W. Ebert, M. Entradas, A. N. Fazakerley, J. J. Fortney, M. Galand, J. Gustin, M. Hedman, R. Helled, P. Henri, S. Hess, R. Holme, Ö. Karatekin, N. Krupp, J. Leisner, J. Martin-Torres, A. Masters, H. Melin, S. Miller, I. Müller-Wodarg, B. Noyelles, C. Paranicas, I. de Pater, M. Pätzold, R. Prangé, E. Quémerais, E. Roussos, A. M. Rymer, A. Sánchez-Lavega, J. Saur, K. M. Sayanagi, P. Schenk, G. Schubert, N. Sergis, F. Sohl, E. C. Sittler, N. A. Teanby, S. Tellmann, E. P. Turtle, S. Vinatier, J.-E. Wahlund, and P. Zarka. Uranus Pathfinder : exploring the origins and evolution of Ice Giant planets. *Experimental Astronomy*, 33 :753–791, April 2012. 105
- F. Bagenal. Giant planet magnetospheres. *Annual Review of Earth and Planetary Sciences*, 20 :289–328, 1992. doi : 10.1146/annurev.ea.20.050192.001445. 80, 89
- F. Bagenal and S. Bartlett. Magnetospheres of the outer planets group - graphics, 2013. URL <http://lasp.colorado.edu/home/mop/resources/graphics/graphics/>. 12, 13
- K. W. Behannon, R. P. Lepping, E. C. Sittler, Jr., N. F. Ness, B. H. Mauk, S. M. Krimigis, and R. L. McNutt. The magnetotail of Uranus. *Journal of Geophysical Research : Space Physics*, 92 :15354–15366, December 1987. doi : 10.1029/JA092iA13p15354. 81, 83, 86
- M. Benna, B. J. Anderson, D. N. Baker, S. A. Boardsen, G. Gloeckler, R. E. Gold, G. C. Ho, R. M. Killen, H. Korth, S. M. Krimigis, M. E. Purucker, R. L. McNutt, J. M. Raines, W. E. McClintock, M. Sarantos, J. A. Slavin, S. C. Solomon, and T. H. Zurbuchen. Modeling of the magnetosphere of Mercury at the time of the first MESSENGER flyby. , 209 :3–10, September 2010. doi : 10.1016/j.icarus.2009.11.036. 33, 49

- L. Biermann. Kometenschweife und solare Korpuskularstrahlung. *Zeitschrift für Astrophysik*, 29 :274, 1951. 6
- S. H. Brecht. Global simulations using MHD codes - A few points to consider before you try one. , 42 :169–185, October 1985. doi : 10.1007/BF00218231. 63
- L. F. Burlaga, N. F. Ness, Y.-M. Wang, and N. R. Sheeley. Heliospheric magnetic field strength out to 66 au : Voyager 1, 1978–1996. *Journal of Geophysical Research : Space Physics*, 103(A10) :23727–23732, 1998. ISSN 2156-2202. doi : 10.1029/98JA01433. URL <http://dx.doi.org/10.1029/98JA01433>. 89
- Xin Cao and Carol Paty. Diurnal and seasonal variability of uranus’s magnetosphere. *Journal of Geophysical Research (Space Physics)*, 122(6) :6318–6331, December 2017. ISSN 2169-9402. doi : 10.1002/2017JA024063. URL <http://dx.doi.org/10.1002/2017JA024063>. 2017JA024063. 37, 84, 88, xi
- R. C. Carrington. Description of a singular appearance seen in the sun on september 1, 1859. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 20(I) :13–15, Nov 1859. 6
- E. Chané, J. Saur, R. Keppens, and S. Poedts. How is the jovian main auroral emission affected by the solar wind? *Journal of Geophysical Research : Space Physics*, 122(2) : 1960–1978, 2017. ISSN 2169-9402. doi : 10.1002/2016JA023318. URL <http://dx.doi.org/10.1002/2016JA023318>. 2016JA023318. 37
- J. E. P. Connerney, Mario H. Acuña, and Norman F. Ness. The magnetic field of uranus. *Journal of Geophysical Research : Space Physics*, 92(A13) :15329–15336, 1987. ISSN 2156-2202. doi : 10.1029/JA092iA13p15329. URL <http://dx.doi.org/10.1029/JA092iA13p15329>. 89, 91
- R. Courant, K. Friedrichs, and H. Lewy. Über die partiellen Differenzgleichungen der mathematischen Physik. *Mathematische Annalen*, 100 :32–74, 1928. doi : 10.1007/BF01448839. 35
- S. W. H. Cowley. The causes of convection in the earth’s magnetosphere : A review of developments during the ims. *Reviews of Geophysics*, 20(3) :531–565, 1982. doi : 10.1029/RG020i003p00531. 72
- S. W. H. Cowley. Response of Uranus’ auroras to solar wind compressions at equinox. *Journal of Geophysical Research (Space Physics)*, 118 :2897–2902, June 2013. doi : 10.1002/jgra.50323. 101, 104, xi
- S. W. H. Cowley and G. Provan. Planetary period modulations of saturn’s magnetotail current sheet during northern spring : Observations and modeling. *Journal of Geophysical Research : Space Physics*, 122(6) :6049–6077, 2017. doi : 10.1002/2017JA023993. URL <https://agupubs.onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/2017JA023993>. 77
- S. W. H. Cowley, E. J. Bunce, and J. M. O’Rourke. A simple quantitative model of plasma flows and currents in Saturn’s polar ionosphere. *Journal of Geophysical Research (Space Physics)*, 109 :A05212, May 2004. doi : 10.1029/2003JA010375. 69, 77
- S. W. H. Cowley, S. V. Badman, E. J. Bunce, J. T. Clarke, J.-C. Gérard, D. Grodent, C. M. Jackman, S. E. Milan, and T. K. Yeoman. Reconnection in a rotation-dominated magnetosphere and its relation to saturn’s auroral dynamics. *Journal of Geophysical Research : Space Physics*, 110(A2), 2005. doi : 10.1029/2004JA010796. URL <https://agupubs.onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1029/2004JA010796>. 77

- J. W. Dungey. Interplanetary magnetic field and the auroral zones. *Physical Review Letters*, 6 :47–48, Jan 1961. doi : 10.1103/PhysRevLett.6.47. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.6.47>. 15, 48, 67
- W. Exner, D. Heyner, L. Liuzzo, U. Motschmann, D. Shiota, K. Kusano, and T. Shibayama. Coronal mass ejection hits mercury : A.i.k.e.f. hybrid-code results compared to messenger data. *Planetary and Space Science*, 153 :89 – 99, 2018. ISSN 0032-0633. doi : <https://doi.org/10.1016/j.pss.2017.12.016>. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0032063317303501>. 60
- K. Fukazawa, T. Ogino, and R. J. Walker. Dynamics of the Jovian magnetosphere for northward interplanetary magnetic field (IMF). , 32 :L03202, February 2005. doi : 10.1029/2004GL021392. 66
- K. Fukazawa, S.-i. Ogi, T. Ogino, and R. J. Walker. Magnetospheric convection at Saturn as a function of IMF BZ. , 34 :L01105, January 2007a. doi : 10.1029/2006GL028373. 65, 66
- K. Fukazawa, T. Ogino, and R. J. Walker. Vortex-associated reconnection for northward IMF in the Kronian magnetosphere. , 34 :L23201, December 2007b. doi : 10.1029/2007GL031784. 65, 69
- J. P. H. Goedbloed and S. Poedts. *Principles of Magnetohydrodynamics*. Cambridge University Press, 2004. 7, 22, 23
- T. I. Gombosi, D. L. Dezeew, C. P. T. Groth, and K. G. Powell. Magnetospheric Configuration for Parker-Spiral IMF Conditions : Results of A 3D AMR MHD Simulation. *Advances in Space Research*, 26 :139–149, 2000. doi : 10.1016/S0273-1177(99)01040-6. 72
- Tamas I. Gombosi, Gábor Tóth, Darren L. De Zeeuw, Kenneth C. Hansen, Konstantin Kabin, and Kenneth G. Powell. Semirelativistic magnetohydrodynamics and physics-based convergence acceleration. *Journal of Computational Physics*, 177(1) :176 – 205, March 2002. ISSN 0021-9991. doi : <http://dx.doi.org/10.1006/jcph.2002.7009>. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0021999102970099>. 37, XXX-VII
- L. Griton, F. Pantellini, and Z. Meliani. Three-dimensional magnetohydrodynamic simulations of the solar wind interaction with a hyperfast-rotating uranus. *Journal of Geophysical Research : Space Physics*, 2018. doi : 10.1029/2018JA025331. URL <https://agupubs.pericles-prod.literatumonline.com/doi/abs/10.1029/2018JA025331>. 98, 99, 100, 107
- K. C. Hansen, T. I. Gombosi, D. L. Dezeew, C. P. T. Groth, and K. G. Powell. A 3D Global MHD Simulation of Saturn’s Magnetosphere. *Advances in Space Research*, 26 :1681–1690, 2000. doi : 10.1016/S0273-1177(00)00078-8. 66, 68, 72
- K. C. Hansen, A. J. Ridley, G. B. Hospodarsky, N. Achilleos, M. K. Dougherty, T. I. Gombosi, and G. Tóth. Global MHD simulations of Saturn’s magnetosphere at the time of Cassini approach. , 32 :L20S06, July 2005. doi : 10.1029/2005GL022835. 65
- D. Heyner and J. Wicht. *Planetary Geodesy and Remote Sensing*, volume ch. 4, ”Mercury’s magnetic field in the MESSENGER era”. CRC Press, 2014. 52
- T. W. Hill, A. J. Dessler, and F. C. Michel. Configuration of the jovian magnetosphere. *Geophysical Research Letters*, 1(1) :3–6, 1974. doi : 10.1029/GL001i001p00003. URL <https://agupubs.onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1029/GL001i001p00003>. 64

- T. W. Hill, A. J. Dessler, and M. E. Rassbach. Aurora on Uranus - A Faraday disc dynamo mechanism. *Planetary and Space Science*, 31 :1187–1198, October 1983. doi : 10.1016/0032-0633(83)90110-1. 81
- A. J. Hundhausen. Nonlinear model of high-speed solar wind streams. *Journal of Geophysical Research*, 78 :1528, 1973. doi : 10.1029/JA078i010p01528. 9
- W.-H. Ip and A. Kopp. MHD simulations of the solar wind interaction with Mercury. *Journal of Geophysical Research (Space Physics)*, 107 :1348, November 2002. doi : 10.1029/2001JA009171. 49
- J. Isbell, A. J. Dessler, and J. H. Waite, Jr. Magnetospheric energization by interaction between planetary spin and the solar wind. *Journal of Geophysical Research : Space Physics*, 89 :10716–10722, December 1984. doi : 10.1029/JA089iA12p10716. 81
- K. Issautier, N. Meyer-Vernet, M. Moncuquet, and S. Hoang. High-speed solar wind from Ulysses measurements and comparison with exospheric models. In S. R. Habbal, R. Esser, J. V. Hollweg, and P. A. Isenberg, editors, *American Institute of Physics Conference Series*, volume 471 of *American Institute of Physics Conference Series*, pages 581–584, June 1999. doi : 10.1063/1.58699. 7
- K. Issautier, M. Moncuquet, and S. Hoang. Large-scale structure of the polar solar wind at solar maximum : ULYSSES/URAP observations. In M. Velli, R. Bruno, F. Malara, and B. Bucci, editors, *Solar Wind Ten*, volume 679 of *American Institute of Physics Conference Series*, pages 59–62, September 2003. doi : 10.1063/1.1618541. 7
- C. M. Jackman, N. Achilleos, E. J. Bunce, S. W. H. Cowley, M. K. Dougherty, G. H. Jones, S. E. Milan, and E. J. Smith. Interplanetary magnetic field at 9 au during the declining phase of the solar cycle and its implications for saturn’s magnetospheric dynamics. *Journal of Geophysical Research : Space Physics (1978–2012)*, 109(A11), 11 2004. ISSN 2156-2202. doi : 10.1029/2004JA010614. URL <http://https://doi.org/10.1029/2004JA010614>. 77
- Matthew K. James, Suzanne M. Imber, Emma J. Bunce, Timothy K. Yeoman, Mike Lockwood, Mathew J. Owens, and James A. Slavin. Interplanetary magnetic field properties and variability near mercury’s orbit. *Journal of Geophysical Research : Space Physics*, 122(8) :7907–7924, 8 2017. ISSN 2169-9402. doi : 10.1002/2017JA024435. URL <http://https://doi.org/10.1002/2017JA024435>. 52
- X. Jia, K. C. Hansen, T. I. Gombosi, M. G. Kivelson, G. Tóth, D. L. DeZeeuw, and A. J. Ridley. Magnetospheric configuration and dynamics of Saturn’s magnetosphere : A global MHD simulation. *Journal of Geophysical Research (Space Physics)*, 117 :A05225, May 2012. doi : 10.1029/2012JA017575. 34, 37, 43, 65, 66, 67, 68, 70, 71, 72
- X. Jia, J. A. Slavin, T. I. Gombosi, L. K. S. Daldorff, G. Toth, and B. Holst. Global MHD simulations of Mercury’s magnetosphere with coupled planetary interior : Induction effect of the planetary conducting core on the global interaction. *Journal of Geophysical Research (Space Physics)*, 120 :4763–4775, June 2015. doi : 10.1002/2015JA021143. 49
- K. Kabin, T. I. Gombosi, D. L. DeZeeuw, and K. G. Powell. Interaction of Mercury with the Solar Wind. , 143 :397–406, February 2000. doi : 10.1006/icar.1999.6252. 49
- A. Keiling, C. M. Jackman, and P. A. Delamere, editors. *Magnetotails in the Solar System*, volume 207 of *Washington DC American Geophysical Union Geophysical Monograph Series*, January 2015. doi : 10.1002/9781118842324. 15, 19, 80, 82

- R. Keppens, Z. Meliani, A.J. van Marle, P. Delmont, A. Vlasis, and B. van der Holst. Parallel, grid-adaptive approaches for relativistic hydro and magnetohydrodynamics. *Journal of Computational Physics*, 231(3) :718 – 744, February 2012. ISSN 0021-9991. doi : <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2011.01.020>. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0021999111000386>. Special Issue : Computational Plasma Physics. 33
- A. Kidder, R. M. Winglee, and E. M. Harnett. Erosion of the dayside magnetosphere at Mercury in association with ion outflows and flux rope generation. *Journal of Geophysical Research (Space Physics)*, 113 :A09223, September 2008. doi : 10.1029/2008JA013038. 49
- M. G. Kivelson and C. T. Russell. *Introduction to Space Physics*. April 1995. 15
- L. Lamy, R. Prangé, K. C. Hansen, J. T. Clarke, P. Zarka, B. Cecconi, J. Abouadarham, N. André, G. Branduardi-Raymont, R. Gladstone, M. Barthélémy, N. Achilleos, P. Guio, M. K. Dougherty, H. Melin, S. W. H. Cowley, T. S. Stallard, J. D. Nichols, and G. Ballester. Earth-based detection of Uranus’ aurorae. *Geophysical Research Letters*, 39, April 2012. doi : 10.1029/2012GL051312. 105
- L. Lamy, R. Prangé, K. C. Hansen, C. Tao, S. W. H. Cowley, T. S. Stallard, H. Melin, N. Achilleos, P. Guio, S. V. Badman, T. Kim, and N. Pogorelov. The aurorae of Uranus past equinox. *Journal of Geophysical Research (Space Physics)*, 122 :3997–4008, April 2017. doi : 10.1002/2017JA023918. 105
- K. R. Lang. *The Cambridge Guide to the Solar System*. Cambridge University Press, 2nd edition, Mar 2011. 6
- I. Langmuir. Oscillations in Ionized Gases. *Proceedings of the National Academy of Science*, 14 :627–637, Aug 1928. doi : 10.1073/pnas.14.8.627. 6
- R. P. Lepping. Comparison of the field configurations of the magnetotails of Uranus and Neptune. , 42 :847–857, October 1994. doi : 10.1016/0032-0633(94)90065-5. 82
- A. Masters. Magnetic reconnection at uranus’ magnetopause. *Journal of Geophysical Research : Space Physics*, 119(7) :5520–5538, 2014. ISSN 2169-9402. doi : 10.1002/2014JA020077. URL <http://dx.doi.org/10.1002/2014JA020077>. 2014JA020077. 80
- N. Meyer-Vernet. *Basics of the Solar Wind*. Cambridge University Press, Jan 2007. 6, 7, 8, 9, 22
- N. Meyer-Vernet, K. Issautier, and M. Moncuquet. Quasi-thermal noise spectroscopy : The art and the practice. *Journal of Geophysical Research (Space Physics)*, 122 :7925–7945, August 2017. doi : 10.1002/2017JA024449. 47
- F. Curtis Michel and Peter A. Sturrock. Centrifugal instability of the jovian magnetosphere and its interaction with the solar wind. *Planetary and Space Science*, 22(11) :1501 – 1510, 1974. ISSN 0032-0633. doi : [https://doi.org/10.1016/0032-0633\(74\)90015-4](https://doi.org/10.1016/0032-0633(74)90015-4). URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0032063374900154>. 64
- E. D. Miner. *Uranus - The planet, rings and satellites*. 1990. 81, 82
- T. Miyoshi and K. Kusano. MHD simulation of a rapidly rotating magnetosphere interacting with the external plasma flow. , 24 :2627–2630, November 1997. doi : 10.1029/97GL52739. 63
- T. Miyoshi and K. Kusano. A global MHD simulation of the Jovian magnetosphere interacting with/without the interplanetary magnetic field. , 106 :10723–10742, June 2001. doi : 10.1029/2000JA900153. 65, 66, 68, 70



- M. Moncuquet, H. Matsumoto, J.-L. Bougeret, L. G. Blomberg, K. Issautier, Y. Kasaba, H. Kojima, M. Maksimovic, N. Meyer-Vernet, and P. Zarka. The radio waves and thermal electrostatic noise spectroscopy (SORBET) experiment on BEPICOLOMBO/MMO/PWI : Scientific objectives and performance. *Advances in Space Research*, 38 :680–685, January 2006. doi : 10.1016/j.asr.2006.01.020. 7, 8, 47, 52
- J. Müller, S. Simon, Y.-C. Wang, U. Motschmann, D. Heyner, J. Schüle, W.-H. Ip, G. Klein-dienst, and G. J. Pringle. Origin of Mercurys double magnetopause : 3D hybrid simulation study with A.I.K.E.F. , 218 :666–687, March 2012. doi : 10.1016/j.icarus.2011.12.028. 48
- N. F. Ness, M. H. Acuna, K. W. Behannon, L. F. Burlaga, J. E. P. Connerney, R. P. Lepping, and F. M. Neubauer. Magnetic fields at Uranus. *Science*, 233 :85–89, July 1986. doi : 10.1126/science.233.4759.85. 81, 83
- K. W. Ogilvie, J. D. Scudder, R. E. Hartle, G. L. Siscoe, H. S. Bridge, A. J. Lazarus, J. R. Asbridge, S. J. Bame, and C. M. Yeates. Observations at Mercury encounter by the plasma science experiment on Mariner 10. *Science*, 185 :146–152, July 1974. 11, 46
- T. Ogino, R. J. Walker, and M. G. Kivelson. A global magnetohydrodynamic simulation of the Jovian magnetosphere. *Journal of Geophysical Research*, 103 :225, January 1998. doi : 10.1029/97JA02247. 63, 65, 70, x
- F. Pantellini and L. Griton. Identification of standing fronts in steady state fluid flows : exact and approximate solutions for propagating MHD modes. *Astrophysics and Space Science*, 361 :335, October 2016. doi : 10.1007/s10509-016-2921-y. 26, 27, 28, 57, 58, 107
- F. Pantellini, L. Griton, and J. Varela. Rarefaction and compressional standing slow mode structures in Mercury’s magnetosheath : 3D MHD simulations. *Planetary and Space Science*, 112 :1–9, July 2015. doi : 10.1016/j.pss.2015.04.007. 57, 59
- E. N. Parker. Dynamics of the interplanetary gas and magnetic fields. *ApJ*, 128 :664, Nov 1958. 6, 7, 8
- S. M. Petrinec and C. T. Russell. Hydrodynamic and MHD Equations across the Bow Shock and Along the Surfaces of Planetary Obstacles. *Space Science Reviews*, 79 :757–791, February 1997. doi : 10.1023/A:1004938724300. 49
- A. Piel. *Plasma Physics*. 2010. doi : 10.1007/978-3-642-10491-6. 6
- V. Pizzo. A three-dimensional model of corotating streams in the solar wind. I - Theoretical foundations. *Journal of Geophysical Research*, 83 :5563–5572, December 1978. doi : 10.1029/JA083iA12p05563. 10, ix
- Kenneth G. Powell, Philip L. Roe, Timur J. Linde, Tamas I. Gombosi, and Darren L. De Zeeuw. A solution-adaptive upwind scheme for ideal magnetohydrodynamics. *Journal of Computational Physics*, 154(2) :284 – 309, 1999. ISSN 0021-9991. doi : <https://doi.org/10.1006/jcph.1999.6299>. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S002199919996299X>. 33
- G. Provan, S. W. H. Cowley, T. J. Bradley, E. J. Bunce, G. J. Hunt, and M. K. Dougherty. Planetary period oscillations in saturn’s magnetosphere : Cassini magnetic field observations over the northern summer solstice interval. *Journal of Geophysical Research : Space Physics*, 123(5) :3859–3899, 2018. doi : 10.1029/2018JA025237. URL <https://agupubs.onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1029/2018JA025237>. 77
- John D. Richardson and Charles W. Smith. The radial temperature profile of the solar wind. *Geophysical Research Letters*, 30(5) :n/a–n/a, 2003. ISSN 1944-8007. doi : 10.1029/2002GL016551. URL <http://dx.doi.org/10.1029/2002GL016551>. 1206. 7, 8, 89

- E. Richer, R. Modolo, G. M. Chanteur, S. Hess, and F. Leblanc. A global hybrid model for Mercury's interaction with the solar wind : Case study of the dipole representation. *Journal of Geophysical Research (Space Physics)*, 117 :A10228, October 2012. doi : 10.1029/2012JA017898. 52, 53, 54
- P L Roe. Characteristic-based schemes for the euler equations. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 18(1) :337–365, 1986. doi : 10.1146/annurev.fl.18.010186.002005. 33
- C. T. Russell, J. G. Luhmann, and R. J. Strangeway. *Space Physics : an Introduction*. Cambridge University Press, Jul 2016. 6, 7, 14, 23, 26, 49
- M. Schulz and M. C. McNab. Source-surface modeling of planetary magnetospheres. *Journal of Geophysical Research*, 101 :5095–5118, March 1996. doi : 10.1029/95JA02987. 80, x
- G. L. Siscoe. Two magnetic tail models for 'Uranus'. , 19 :483–490, May 1971. doi : 10.1016/0032-0633(71)90164-4. 81
- J. A. Slavin, M. H. Acuña, B. J. Anderson, D. N. Baker, M. Benna, S. A. Boardsen, G. Gloeckler, R. E. Gold, G. C. Ho, H. Korth, S. M. Krimigis, R. L. McNutt, J. M. Raines, M. Sarantos, D. Schriver, S. C. Solomon, P. Trávníček, and T. H. Zurbuchen. MESSENGER Observations of Magnetic Reconnection in Mercury's Magnetosphere. *Science*, 324 : 606, May 2009. doi : 10.1126/science.1172011. 47, 48
- Charles W. Smith, W. H. Matthaeus, Gary P. Zank, Norman F. Ness, Sean Oughton, and John D. Richardson. Heating of the low-latitude solar wind by dissipation of turbulent magnetic fluctuations. *Journal of Geophysical Research : Space Physics*, 106(A5) :8253–8272, 2001. ISSN 2156-2202. doi : 10.1029/2000JA000366. URL <http://dx.doi.org/10.1029/2000JA000366>. 8
- D. J. Southwood and E. Chané. High-latitude circulation in giant planet magnetospheres. *Journal of Geophysical Research (Space Physics)*, 121 :5394–5403, June 2016. doi : 10.1002/2015JA022310. 64, 65, 72, x
- J. R. Spreiter and A. Y. Alksne. Solar-wind flow past objects in the solar system. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 2 :313–354, 1970. doi : 10.1146/annurev.fl.02.010170.001525. 27
- J. R. Spreiter, A. L. Summers, and A. Y. Alksne. Hydromagnetic flow around the magnetosphere. , 14 :223, March 1966. doi : 10.1016/0032-0633(66)90124-3. 49
- R. Srygley. Des boussoles chez les animaux, 1999. URL <https://www.pourlascience.fr/sd/biologie-animale/des-boussoles-chez-les-animaux-907.php>. 11
- D. J. Stevenson. Planetary Magnetic Fields : Achievements and Prospects. *Space Science Reviews*, 152 :651–664, May 2010. doi : 10.1007/s11214-009-9572-z. 11
- P. A. Sturrock. *Plasma Physics*. June 1994. 6
- T. Tanaka. Finite volume tvd scheme on an unstructured grid system for three-dimensional mhd simulation of inhomogeneous systems including strong background potential fields. *Journal of Computational Physics*, 111(2) :381 – 389, April 1994. ISSN 0021-9991. doi : <http://dx.doi.org/10.1006/jcph.1994.1071>. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0021999184710710>. 36, 37, ix, XXXVII
- E. Thébault, B. Langlais, J. S. Oliveira, H. Amit, and L. Leclercq. A time-averaged regional model of the Hermean magnetic field. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 276 : 93–105, March 2018. doi : 10.1016/j.pepi.2017.07.001. 56

- M. F. Thomsen, D. G. Mitchell, X. Jia, C. M. Jackman, G. Hospodarsky, and A. J. Coates. Plasmapause formation at Saturn. *Journal of Geophysical Research (Space Physics)*, 120 : 2571–2583, April 2015. doi : 10.1002/2015JA021008. 71
- G. Tóth, D. Kovács, K. C. Hansen, and T. I. Gombosi. Three-dimensional MHD simulations of the magnetosphere of Uranus. *Journal of Geophysical Research (Space Physics)*, 109 (A18) :A11210, November 2004. doi : 10.1029/2004JA010406. 37, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 97, 99, 104, xi
- Pavel Trávníček, Petr Hellinger, and David Schriver. Structure of mercury’s magnetosphere for different pressure of the solar wind : Three dimensional hybrid simulations. *Geophysical Research Letters*, 34(5) :n/a–n/a, 2007. ISSN 1944-8007. doi : 10.1029/2006GL028518. URL <http://dx.doi.org/10.1029/2006GL028518>. L05104. 48, 51
- Pavel M. Trávníček, David Schriver, Petr Hellinger, David Herčík, Brian J. Anderson, Mene-laos Sarantos, and James A. Slavin. Mercury’s magnetosphere–solar wind interaction for northward and southward interplanetary magnetic field : Hybrid simulation results. *Icarus*, 209(1) :11 – 22, 2010. ISSN 0019-1035. doi : <https://doi.org/10.1016/j.icarus.2010.01.008>. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0019103510000187>. Mercury after Two MESSENGER Flybys. 48
- V. M. Vasyliunas. *Plasma distribution and flow*, pages 395–453. 1983. 63, 64
- G.-H. Voigt, T. W. Hill, and A. J. Dessler. The magnetosphere of Uranus - Plasma sources, convection, and field configuration. , 266 :390–401, March 1983. doi : 10.1086/160787. 81
- R. J. Walker and T. Ogino. A simulation study of currents in the Jovian magnetosphere. *Planetary and Space Science*, 51 :295–307, April 2003. doi : 10.1016/S0032-0633(03)00018-7. 70
- Raymond J. Walker, Tatsuki Ogino, and Margaret G. Kivelson. Magnetohydrodynamic simulations of the effects of the solar wind on the Jovian magnetosphere. *Planetary and Space Science*, 49(3) :237 – 245, March 2001. ISSN 0032-0633. doi : [http://dx.doi.org/10.1016/S0032-0633\(00\)00145-8](http://dx.doi.org/10.1016/S0032-0633(00)00145-8). URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0032063300001458>. Magnetospheres of the Outer Planets (Part I). 65, 66, 68, 69
- Y.-C. Wang, J. Mueller, U. Motschmann, and W.-H. Ip. A hybrid simulation of Mercurys magnetosphere for the MESSENGER encounters in year 2008. , 209 :46–52, September 2010. doi : 10.1016/j.icarus.2010.05.020. 48
- C. Xia, J. Teunissen, I. El Mellah, E. Chané, and R. Keppens. Mpi-amrvac 2.0 for solar and astrophysical applications. *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 234(2) :30, 2018. 37, 43, 91, 92
- Thomas H. Zurbuchen and Ian G. Richardson. *In-Situ Solar Wind and Magnetic Field Signatures of Interplanetary Coronal Mass Ejections*, pages 31–43. Springer New York, New York, NY, 2006. ISBN 978-0-387-45088-9. doi : 10.1007/978-0-387-45088-9\_3. URL [https://doi.org/10.1007/978-0-387-45088-9\\_3](https://doi.org/10.1007/978-0-387-45088-9_3). 10

# Liste des figures

1	Vue d'artiste du Système solaire . . . . .	1
2	Illustration des différentes configurations de magnétosphères étudiées dans la thèse . . . . .	3
1.1	Évolution de la température du vent solaire en fonction de la distance radiale au Soleil . . . . .	8
1.2	Schéma de la spirale de Parker . . . . .	9
1.3	Schéma d'une région d'interaction en co-rotation (CIR) [Pizzo, 1978] . . . . .	10
1.4	Comparaison des tailles des magnétosphères planétaires . . . . .	12
1.5	Comparaison des configurations respectives de l'axe de rotation et de l'axe magnétique des planètes géantes et de la Terre . . . . .	13
1.6	Schéma de la magnétosphère terrestre . . . . .	14
1.7	Schéma de la magnétosphère terrestre en trois dimensions, avec les systèmes de courant . . . . .	15
1.8	Schéma du cycle de Dungey . . . . .	16
1.9	Schéma de la magnétosphère de Saturne (source : NASA) . . . . .	17
2.1	Vitesse de phase des modes MHD . . . . .	25
2.2	Mode d'Alfvén, mode rapide, mode lent : effets sur la densité et le module du champ magnétique . . . . .	26
2.3	Représentation d'un front d'onde stationnaire . . . . .	26
2.4	Procédure graphique permettant d'identifier les fronts d'onde stationnaires dans un plasma s'écoulant à la vitesse $\mathbf{u}_f$ . . . . .	27
2.5	Solutions approchées pour le mode lent . . . . .	29
2.6	Solutions approchées pour le mode rapide . . . . .	29
2.7	Identification des fronts stationnaires de mode rapide dans une simulation de Mercure . . . . .	30
3.1	Représentation du domaine de simulation . . . . .	34
3.2	Représentation schématique du domaine de simulation et des bords interne et externe . . . . .	35
3.3	Représentation schématique illustrant le "problème" du champ magnétique intrinsèque . . . . .	36
3.4	Représentation schématique de la méthode du découpage du champ magnétique de Tanaka [1994] . . . . .	37
3.5	Représentation schématique du choix de notre champ de référence $\mathbf{B}_0$ . . . . .	38
3.6	Configuration simple permettant d'évaluer le coefficient de diffusion . . . . .	39
3.7	Approximation de la dérivée $\partial_x \mathbf{B}$ dans le cadre de la méthode de Lax-Friedrichs . . . . .	40
3.8	Illustration d'un point de reconnexion de lignes de champ magnétique . . . . .	41
3.9	Représentation de la valeur du champ électrique résistif sur le bord interne de la simulation . . . . .	42
4.1	Vue d'artiste de la sonde japonaise d'étude magnétosphérique MMO de Bepi-Colombo . . . . .	46

4.2	Schéma global de la magnétosphère de Mercure . . . . .	47
4.3	Simulations de la magnétosphère de Mercure, pour différents nombres de Mach dans le vent solaire . . . . .	50
4.4	Evolution de la distance subsolaire de la magnétopause en fonction du nombre de Mach $M_{VS}$ et du $\beta_{VS}$ . . . . .	51
4.5	Simulations de la magnétosphère de Mercure, pour différents $\beta$ dans le vent solaire . . . . .	52
4.6	Orbite de MESSENGER le 23 avril 2011 . . . . .	53
4.7	Simulations permettant de comparer deux modèles de champ magnétique de Mercure, IMF orienté vers le nord . . . . .	54
4.8	Simulations permettant de comparer deux modèles de champ magnétique de Mercure, IMF orienté vers le sud . . . . .	55
4.9	Profils du champ magnétique calculé le long de l'orbite de MMO pour deux modèles de champ magnétique de Mercure . . . . .	56
4.10	Simulation de Mercure et évolution des paramètres du plasma, pour l'étude des fronts stationnaires de mode lent . . . . .	57
4.11	Identification des fronts stationnaires de mode lent dans la magnétosphère de Mercure . . . . .	58
4.12	Identification des fronts stationnaires de mode rapide dans la magnétosphère de Mercure . . . . .	58
4.13	Structure globale du champ magnétique dans une simulation de la magnétosphère de Mercure . . . . .	59
5.1	Illustrant la problématique du rotateur rapide stationnaire . . . . .	62
5.2	Simulation de la magnétosphère de Jupiter de Ogino et al. [1998] . . . . .	63
5.3	Cycle de Vasyliunas . . . . .	64
5.4	Combinaison du cycle de Dungey et du cycle de Vasyliunas, par Southwood and Chané [2016] . . . . .	65
5.5	Repère utilisé pour commenter les figures concernant les simulations du rotateur stationnaire . . . . .	66
5.6	Schéma sur les propriétés de symétrie des vecteurs et pseudo-vecteurs . . . . .	67
5.7	Organisation des lignes de champ magnétique, rotateur stationnaire, IMF orienté vers le nord et vers le sud . . . . .	68
5.8	Mesure du cycle de Dungey dans la simulation du rotateur stationnaire, IMF orienté vers le nord . . . . .	69
5.9	Écoulement du plasma dans le plan équatorial du rotateur stationnaire, IMF orienté vers le nord et vers le sud . . . . .	69
5.10	Zoom sur la partie centrale de chacune des images de la figure 5.9 . . . . .	70
5.11	Circulation au bord interne du rotateur stationnaire . . . . .	71
5.12	Trajectoires de particules fluides dans une simulation du rotateur rapide stationnaire . . . . .	73
5.13	Écoulement et symétrie dans les simulations du rotateur rapide stationnaire dans le cas d'un IMF orienté est-ouest ou ouest-est . . . . .	74
5.14	Influence de la vitesse de rotation dans la configuration de la magnétosphère du rotateur stationnaire . . . . .	75
6.1	Schémas tirés de Schulz and McNab [1996] présentant la configuration en deux dimensions d'une magnétosphère pour différents angles d'attaque . . . . .	80
6.2	Configuration du champ magnétique d'Uranus au solstice . . . . .	81
6.3	Évolution de l'angle d'attaque au cours du temps pour trois planètes . . . . .	82
6.4	Orientation du champ magnétique d'Uranus par rapport à l'axe de rotation en fonction de la position orbitale . . . . .	82

6.5	Données du champ magnétique mesurées par Voyager II à Uranus, accompagnées par un schéma présentant la trajectoire de la sonde dans la magnétosphère	83
6.6	État initial des simulations de Tóth et al. [2004]	84
6.7	Figure de Tóth et al. [2004] présentant une comparaison avec les données mesurées par la sonde Voyager II	85
6.8	Figure de Tóth et al. [2004] présentant la structure en hélice	87
6.9	Figure de Cao and Paty [2017]	88
6.10	Carte de $B_z$ dans la simulation MHD d'Uranus avec le bord interne à $5R_U$	90
6.11	Grille de simulation raffinée utilisée pour la simulation d'Uranus avec le bord interne à $10R_U$	92
6.12	Exemple de grille disponible dans la nouvelle version d'AMRVAC	92
6.13	Évolution temporelle des zones de reconnexion et de la structure magnétique dans la simulation d'un Uranus hyper rapide, au solstice, cas symétrique	94
6.14	Évolution temporelle du profil des vitesses dans le plan de l'écliptique dans la simulation d'un Uranus hyper rapide, au solstice, cas symétrique	95
6.15	Carte des vitesses de propagation dans la queue magnétosphérique d'un Uranus hyper rapide, au solstice, cas symétrique	96
6.16	Comparaison d'une simulation avec ou sans IMF d'un Uranus hyper rapide, au solstice, cas symétrique	97
6.17	Carte du champ électrique résistif dans l'ionosphère d'un Uranus hyper rapide, au solstice, cas symétrique	98
6.18	Évolution temporelle des zones de reconnexion et de la structure alfvénique dans la simulation d'un Uranus hyper rapide, au solstice, cas asymétrique	99
6.19	Configuration de la magnétosphère d'Uranus à l'équinoxe, par Cowley [2013]	101
6.20	Symétrie sur une demie rotation de la configuration Uranus-rapide à l'équinoxe	102
6.21	Symétrie sur une demie rotation de la configuration Uranus-rapide à l'équinoxe, un quart de rotation plus tard	103
6.22	Schéma explicatif de la configuration des lignes de champ magnétique de l'IMF en aval de la magnétosphère d'un Uranus rapide à l'équinoxe	104
6.23	Mesure du pas de la structure ondulatoire en aval de la magnétosphère d'un Uranus rapide à l'équinoxe	105
B.1	Schéma d'illustration de l'annexe B.	XXXVIII
B.2	Schéma d'illustration de l'annexe B.	XXXVIII
B.3	Schéma d'illustration de l'annexe B.	XLI
B.4	Schéma d'illustration de l'annexe B.	XLI



# Liste des tableaux

1.1	Paramètres moyens du vent solaire à 1 AU . . . . .	7
1.2	Paramètres moyens du vent solaire aux orbites de Mercure, la Terre, Saturne et Uranus. . . . .	8
1.3	Rapports des champs magnétiques planétaire et interplanétaire moyens pour Mercure, la Terre, Saturne et Uranus (ordre de grandeur) . . . . .	12
2.1	Fréquences et rayons de giration des protons dans le vent solaire au niveau de Mercure, de la Terre, de Saturne et d'Uranus (ordre de grandeur) . . . . .	22
3.1	Grandeurs caractéristiques utilisées pour normaliser les équations de la MHD	43
4.1	Paramètres des simulations utilisés pour étudier l'influence respective du nombre de Mach et du $\beta$ du plasma dans le vent solaire dans son interaction avec Mercure	50
5.1	Paramètres des simulations utilisés pour l'étude du rotateur rapide stationnaire	66
6.1	Paramètres des simulations utilisés pour l'étude de la magnétosphère d'Uranus	91





# Annexe A

## Articles publiés

### **A.1 Rarefaction and compressional standing slow mode structures in Mercury's magnetosheath : 3D MHD simulations**

Article de 2015 par F. Pantellini, L. Griton et J. Varella  
Revue : Planetary and Space Science  
doi :10.1016/j.pss.2015.04.007



# Rarefaction and compressional standing slow mode structures in Mercury's magnetosheath: 3D MHD simulations



Filippo Pantellini\*, Léa Griton, Jacobo Varela

LESIA, Observatoire de Paris, CNRS, UPMC, Université Paris Diderot, 5 Place Jules Janssen, 92195 Meudon, France

## ARTICLE INFO

### Article history:

Received 26 September 2014

Received in revised form

31 March 2015

Accepted 15 April 2015

Available online 24 April 2015

### Keywords:

MHD simulations

Mercury

Magnetosphere

Slow mode waves

## ABSTRACT

We show that slow mode compressional fronts form upstream of the day side magnetopause in MHD simulations of Mercury's magnetosphere. The strongest compressional fronts are located upstream of the magnetopause with strong magnetic shear. Compressional fronts are crossed by magnetic field lines connecting the interplanetary magnetic field and the planet's intrinsic field, their role is to bend the magnetic field in the magnetosheath towards the magnetopause. Besides these compressional fronts, already observed in space and theoretically discussed by various authors for the case of the Earth, we observe the formation of a slow mode standing rarefaction wave spatially growing over a substantial fraction of the distance between the bow shock and the magnetopause. The slow mode source region for the rarefaction waves is located in the magnetosheath, near the bow shock's nose. The generated standing rarefaction waves, however, form even at large distances from the source region along the magnetospheric flanks. They fine-tune the magnetic field line draping and plasma flow around the magnetopause. In ideal MHD the magnetospheres of Mercury, the Earth and the giant planets do closely resemble each other, we therefore expect the mentioned slow mode structures not to be specific to Mercury.

© 2015 Elsevier Ltd. All rights reserved.

## 1. Introduction

Since orbit insertion in March 2011 the MESSENGER spacecraft has unveiled the detailed structure of Mercury's internal magnetic field (Anderson et al., 2012). Mercury's surface field strength is  $\sim 150$  weaker than in the case of the Earth whereas the interplanetary magnetic field (IMF) only drops by a factor of  $\sim 10$  between Mercury's orbit and the Earth. Compared to the Earth, the dimensionless parameter  $\alpha$ , defined as the ratio of the magnetic dipole strength at the planetary surface to the IMF strength, is therefore  $\sim 15$  times weaker at Mercury. Besides the parameter  $\alpha$  two other dimensionless parameters enter the MHD scaling of the problem of the solar wind interacting with a magnetized planet: the sonic Mach number  $M_s$  (the solar wind velocity to sound speed ratio) and the solar wind  $\beta$  (the thermal to magnetic pressure ratio). These two parameters are of the same order at Mercury and at Earth letting  $\alpha$  appear to be the dominant difference between the two magnetospheres. However, since the multipolar expansion of the planetary magnetic field is self-similar (see Eq. (1)) effective differences in the magnetospheric structures are only expected for  $\alpha$  values such that the upstream magnetopause standoff distance

from the planet is of the order of the planet radius itself (and the magnetopause becomes affected by the close-by planetary boundary), a common situation at Mercury but not at Earth. Additional differences between the Earth and Mercury stem from the fact that Mercury's magnetic axis is aligned with the spin axis and perpendicular to both the orbital plane and the solar wind velocity while the Earth's magnetic axis makes an angle with respect to the spin axis and the orbital plane implying seasonal (and even daily) variations of the average solar wind velocity orientation with respect to the magnetic axis. Finally, Mercury's dipolar field has been found to be displaced northward by  $\sim 0.2$  planetary radii inducing a strong north–south asymmetry not observed on Earth.

All the just mentioned differences concerning the structure and strength of Mercury's internal magnetic field are the reasons for Mercury's environment to differ somewhat from the Earth's environment, even under identical wind conditions. On the other hand, as already pointed out, the internal planetary field is essentially a scale free self-similar dipolar field in both cases so that, to lowest order in the multipolar expansion of the internal field and identical wind conditions (in terms of Mach number and  $\beta$ ), the magnetospheres of Mercury and the Earth are equivalent MHD systems. Thus, from the MHD point of view the two planets only differ due to high order differences in the internal magnetic field structure (magnetic axis orientation and relative strength of

\* Corresponding author. Tel.: +33 1 45 07 76 77; fax: +33 1 45 07 28 06.

E-mail address: [filippo.pantellini@obspm.fr](mailto:filippo.pantellini@obspm.fr) (F. Pantellini).

multipolar terms) and to the fact that on Mercury (but not on Earth) the magnetopause day side standoff distance is comparable to the planet's radius itself. In other words, in the case of the Earth, the planet is so small with respect to the characteristic scales of length of the global magnetosphere that it can be approximated by a point, making the problem essentially scale free (at least in ideal MHD). The point approximation does not apply for the case of Mercury, the planet's radius being a non-negligible characteristic scale of the global magnetosphere. Early 3D MHD simulations of the hermean magnetosphere (based on crude measurements of the intrinsic field by the Mariner 10 mission) by, for example, Kabin et al. (2000) did already point out that the closed magnetic field lines are confined to substantially lower latitudes on Mercury's surface than on Earth.

More recently, stimulated by MESSENGER's refined measurements of Mercury's intrinsic field, new simulations have been published. The evolution of the available computational power has made hybrid simulations of the whole hermean magnetosphere accessible allowing for the inclusion of kinetic effects (e.g. non-thermal velocity distribution functions, wave particle interactions, resonant instabilities). The Larmor radius of the protons being the largest non-fluid characteristic scale in a solar wind type electron-proton plasma hybrid simulations have been generally used to simulate Mercury's magnetosphere (e.g. Wang et al., 2010; Richer and Modolo, 2012; Trávníček et al., 2010). In hybrid simulations ions are described as a collection of charged particles (allowing for plasma kinetic effects) while electrons are described as a massless charge neutralizing fluid. The Larmor radius of a solar wind proton being generally  $\sim 300$  times smaller than Mercury's radius, the global structure of the magnetosphere is similar in both MHD and hybrid simulations. Differences are observed near the quasi-parallel portion of the bow shock where magnetosheath ions can leak upstream of the shock and trigger ion beam instabilities and in the magnetosheath, downstream of the quasi-perpendicular portion of the shock, where proton temperature anisotropies can generate mirror or Alfvén Ion Cyclotron waves (e.g. Denton et al., 1995). However, the strong dependence of the hermean magnetospheric structure on the orientation of the interplanetary magnetic field (Wang et al., 2010; Trávníček et al., 2010) or even on the details of the planet's intrinsic field (Richer and Modolo, 2012) are not expected to critically depend on the fact that the simulations are kinetic or fluid. One particular advantage of MHD simulations is the low noise level which makes the identification of small amplitude structures (like the slow mode rarefaction zones in the magnetosheath discussed below) easier than in the corresponding hybrid simulation.

In this paper we focus on the qualitative description of the formation of slow mode standing structures in the magnetosheath of three dimensional simulations of Mercury. Along the line of previous authors (Zwan and Wolf, 1976; Southwood and Kivelson, 1992; Wang et al., 2004) more concerned about the Earth's case, we do argue that compressional fronts form immediately upstream of the magnetopause. We observe that compressional fronts form independently of the magnetic shear strength across the magnetopause. In our simulations compressional fronts (actually slow mode shocks) are seen to be particularly strong upstream of portions of the magnetopause with strong magnetic shear including the regions of strong magnetic shear near reconnection points (X-points).

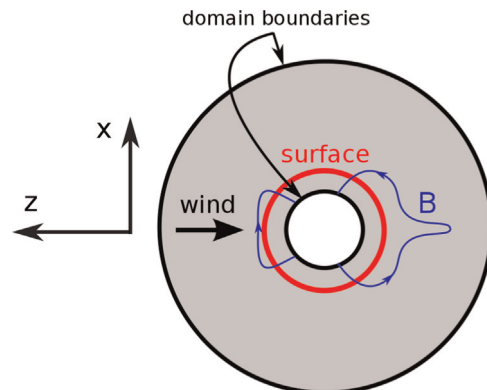
We do also argue that slow mode rarefaction "fronts" extending over a significant fraction of the magnetosheath form upstream of the compressional fronts defining a large scale structure inside the magnetosheath reminiscent of a slow mode expansion fan (e.g. Siscoe and Sanchez, 1987; Krisko and Hill, 1991; Taylor and Cargill, 2001, 2003). In rarefaction fronts pressure and density decrease while flow speed and magnetic strength increase. Their role is to regulate the magnetic field

line bending and flow diversion around the magnetopause. Because of the aforementioned closeness in terms of MHD scaling between the magnetospheres of magnetized planets similar slow mode fronts are expected in the magnetosheath of the Earth.

## 2. The model

We use the spherical version of the MPI-parallelized Adaptive Mesh Refinement code (MPI-AMRVAC) to simulate the three dimensional magnetosphere of Mercury. The model solves the one-fluid non-resistive, inviscid, MHD equations in conservative form (e.g. Kabin et al., 2000). The ratio of specific heats is set to  $\gamma = 5/3$  throughout the paper. The equations are integrated using a two step Lax–Friedrichs type scheme (TVDLF in AMRVAC) associated with a gradient limiter *minmod*. Powell's correction (Powell et al., 1999) has been used to ensure  $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$  (*powel* option in AMRVAC). The code is freely available on the web under Academic Free License v3.0. A detailed description of the capabilities of MPI-AMRVAC can be found on a dedicated web site and in the literature (see (Keppens et al., 2012) and therein references). The Lax–Friedrichs integration scheme has the advantage of being stable but diffusive allowing for magnetic reconnection and viscous diffusion in the simulations. The numerical diffusion coefficients associated with the Lax–Friedrichs scheme are of the order  $\delta x^2/\delta t$ , where  $\delta x$  is the typical linear distance between adjacent grid points and  $\delta t$  the simulation time step. To ensure stability, the time step  $\delta t$  must be smaller than time for the fastest characteristic speed in the system to cover a distance  $\delta x$ . The fastest characteristic speed is generally the Alfvén speed  $v_A$  near the planet's surface. For typical  $v_A$  values in the range  $10^3 - 10^4$  km/s and a cell size of order  $10^2$  km (see Section 3) one has  $\delta t \sim \delta x/v_A = 10^{-1} - 10^{-2}$  s. As a consequence, the characteristic magnetic diffusivity in the system can be evaluated as  $\eta \sim \delta x^2/\delta t = 10^5 - 10^6$  km<sup>2</sup>/s which falls within the range  $4[10^4 - 10^6]$  km<sup>2</sup>/s evaluated by Westerberg (2008) for the diffusivity associated with reconnection events at the Earth's day side magnetopause.

As illustrated in Fig. 1, the simulation domain is bounded by two spherical shells with the innermost shell being located below Mercury's surface at  $0.75r_M$  from the center of the planet ( $r_M$  is Mercury's radius) and an outer boundary at  $8r_M$ . A stationary, magnetized, unidirectional plasma flow (the solar wind) is injected along the negative  $z$ -axis from the left half of the outer boundary. The flow is allowed to leave the domain through the right half of the outer boundary. In addition, as more thoroughly discussed in Section 3, in and outflow is allowed at the inner boundary.



**Fig. 1.** The shaded region denotes the three dimensional simulation domain. The MHD equations are solved self-consistently above the planet's surface. In the region underneath the surface the fluid velocity  $\mathbf{u}$  is smoothly forced to become aligned with the magnetic field  $\mathbf{B}$  as it approaches the inner boundary. The free solar wind flows along the negative  $z$ -axis.

The number of mesh points in the radial, polar (with respect to the  $z$ -axis) and azimuthal directions are  $N_r = 192$ ,  $N_\theta = 96$  and  $N_\phi = 96$ , respectively.

### 3. Boundary conditions and initial conditions

As already stated we place the inner boundary of the simulation domain below the surface of the planet at  $r = 0.75r_M$ . Initially the magnetic field in any place of the simulation domain, including the boundaries is the sum of the planetary field  $\mathbf{B}_M$  and a uniform solar wind field  $\mathbf{B}_{sw}$ . However, in order to keep the internal field of the planet unaffected by the solar wind field the latter is initially smoothly turned off between  $r = 2.5$  and the surface at  $r = 1$  (if not specified distances are normalized to  $r_M$ ). At  $t = 0$  the flow velocity is equal to the solar wind speed everywhere in the simulation domain except inside the  $r = 1.5$  shell where the velocity is smoothly reduced in order to vanish at  $r = 1$ . The initial non-uniform velocity region is stretched to be ellipsoid shaped in the region downstream of the planet with a major axis extending to  $r = 2.5$  to mimic a rough initial guess of the planet's wake.

At the outer boundary, at  $r = 8$ , solar wind conditions are imposed unless density fluctuations of amplitude  $\delta n > 0.01n_{sw}$  ( $n_{sw}$  is the solar wind density) reach the boundary in which case a Neumann boundary condition  $\partial/\partial r = 0$  is imposed for all fields. At the inner boundary at  $r = 0.75$  (we recall that the planetary surface is at  $r = 1$ ) we do arbitrary set the density to  $0.1n_{sw}$  and the pressure to  $10p_{sw}$  forcing the sound speed and the temperature to be the same as in the free solar wind. The magnetic field at the inner boundary is specified by the axi-symmetric model of Mercury's intrinsic field described in Section 3.1. The magnetic axis, the planetary spin axis and the orbital plane normal being practically aligned in the case of Mercury, we identify the magnetic axis as the  $x$ -axis. The north pole is thus located at  $x = 1$  and the south pole at  $x = -1$ . The plasma velocity inside the planet is smoothly forced to become aligned with the magnetic field as to ensure a vanishing electric field  $\mathbf{E} = -\mathbf{u} \times \mathbf{B}$  at the inner boundary where  $\partial\mathbf{u}/\partial r = 0$  is imposed to let the plasma freely flow through the boundary.

#### 3.1. Mercury's intrinsic magnetic field model

Since MESSENGER's orbital insertion around Mercury and several hundreds of low altitude flybys of the northern polar region of the planet, a more accurate axi-symmetric model, compared to the rough dipolar model based on Mariner 10 observations, has been recently published by Anderson et al. (2012). Accordingly, we adopt an axi-symmetric expansion for the magnetic potential  $\Psi$  including all terms starting from the dipole term up to the 16-pole term:

$$\Psi(r, \theta) = r_M \sum_{l=1}^4 \left(\frac{r_M}{r}\right)^{l+1} g_{0l} P_l(\cos \theta) \quad (1)$$

The current-free magnetic field is obtained via  $\mathbf{B}_M = -\nabla\Psi$ . In (1)  $r_M$  is the radius of Mercury,  $r$  the distance to the center of the planet and  $\theta$  the polar angle. The numerical coefficients  $g_{0l}$  we use in the simulations are listed in Table 1 and the four relevant Legendre polynomials  $P_l$  in (1) are

$$\begin{aligned} P_1(\xi) &= \xi \\ P_2(\xi) &= \frac{1}{2}(3\xi^2 - 1) \\ P_3(\xi) &= \frac{1}{2}(5\xi^3 - 3\xi) \\ P_4(\xi) &= \frac{1}{8}(35\xi^4 - 30\xi^2 + 3). \end{aligned} \quad (2)$$

The relatively large ratio  $g_{20}/g_{10}$  in Table 1 denotes a noticeable northward displacement of the planetary dipole by approximately  $0.19r_M$ . The higher order coefficients  $g_{30}$  and  $g_{40}$  do only marginally alter the simple picture of a northward displaced magnetic dipole.

#### 3.2. Solar wind parameters and normalizations

We discuss a representative simulation with northward and sunward IMF orientation (positive  $x$  and  $z$  components). The  $y$  component (the east–west component) of the IMF is zero. The thermal to magnetic pressure ratio is  $\beta_{sw} = 2p_{sw}/[B_{sw}^2/(2\mu_0)] = 0.5$  and the sonic Mach number  $M_s = u_{sw}/c_{sw} = 6$ . The adiabatic sound speed is defined as  $c_s^2 = \gamma p/\rho$  where  $\rho = mn$  is the mass density of the plasma and  $m$  the average mass of the particles. Accordingly, in a fully ionized electron proton plasma  $n = n_p + n_e = 2n_e$ ,  $m = (m_p + m_e)/2 \approx m_p/2$  and  $\rho \approx nm_p/2$ . We assume an IMF field intensity  $B_{sw} = 20$  nT setting the dimensionless parameter  $\alpha \equiv g_{10}/B_{sw} = 9.6$ . Given the IMF field orientation and strength (through the parameter  $\alpha$ ), the Mach number  $M_s$ , the polytropic index  $\gamma = 5/3$  and  $\beta_{sw}$ , the simulation is fully specified, independently of the actual density  $n_{sw}$ , temperature  $T_{sw}$  and wind speed  $u_{sw}$ . For example, the standoff position  $r_{mp}$  of the magnetopause can be expressed as a function of the dimensionless parameters  $\alpha$ ,  $\gamma$ ,  $M_s$  and  $\beta$  only. Indeed, by equilibrating the wind dynamic pressure  $\rho_{sw}u_{sw}^2$  with the planetary magnetic pressure  $B_M^2/2\mu_0$  in the equatorial plane one obtains the estimate

$$\frac{r_{mp}}{r_M} = \left(\frac{\alpha^2}{\gamma\beta M_s^2}\right)^{1/6} \quad (3)$$

where, for simplicity, we have retained only the dominant equatorial contribution of the dipole term  $B_M(r) \approx g_{10}[r_M/r]^3$ .

A summary of the wind parameters is given in Table 2.

In the following, distances are normalized with respect to the radius of Mercury  $r_M$ , densities to the solar wind density  $n_{sw}$ , velocities to the sound speed in the solar wind  $c_{sw}$ , pressure to  $\gamma p_{sw}$ , time to  $r_M/c_{sw}$  and magnetic field to  $B_{sw}[\beta_{sw}\gamma/2]^{1/2}$ . In normalized dimensionless units the solar wind density and sound speed are  $n_{sw} = c_{sw} = 1$ , the solar wind pressure  $p_{sw} = 1/\gamma = 0.6$ , and the solar wind field strength  $B_{sw} = [\beta_{sw}\gamma/2]^{-1/2} = 1.55$  (assuming  $\beta_{sw} = 0.5$ ). Hereafter we shall use dimensionless quantities only, dropping the prime sign to simplify notations. For the given simulation parameters stationarity is achieved after  $t \approx 2$  for a total simulation timer of  $t = 2.5$ . Only in the vicinity of slow mode fronts propagating nearly perpendicular to the magnetic field stationarity may not be absolute by  $t \approx 2$  (see Section 5.3).

**Table 1**

Multipolar coefficients for Mercury's internal field  $\mathbf{B}_M = -\nabla\Psi$  (cf. Eq. (1)) adopted in the paper. Coefficients are within the range of possible values published by Anderson et al. (2012).

$g_{10}$ (nT)	$g_{20}/g_{10}$	$g_{30}/g_{10}$	$g_{40}/g_{10}$
–192.0	0.392	0.116	0.030

#### 4. Conditions for standing slow mode waves and fronts

In the simulation which will be discussed more thoroughly in Section 5, we identify stationary slow mode structures, i.e. structures which are not convected away by the flow. Here we briefly discuss the necessary conditions for linear slow mode waves and slow mode fronts to be standing in a plasma flowing at velocity  $\mathbf{u}_f$ .

The slow mode phase speed  $\mathbf{u}_\phi$  is directed along the wave vector  $\mathbf{k}$  and is strongly dependent on the angle  $\theta_{kB}$  between  $\mathbf{k}$  and the magnetic field  $\mathbf{B}$ :

$$u_\phi^2 = \frac{1}{2} \left\{ c_s^2 + c_A^2 - \left[ (c_s^2 - c_A^2)^2 + 4c_s^2 c_A^2 \sin^2(\theta_{kB}) \right]^{1/2} \right\} \quad (4)$$

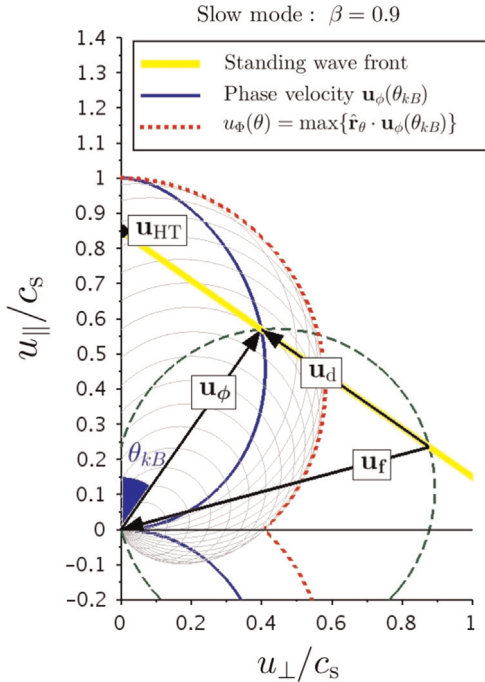
where  $c_s^2 = \gamma p / \rho$  and  $c_A^2 = 2c_s^2 / (\beta \gamma)$  are the square of the adiabatic sound speed and the Alfvén speed, respectively.

As an example the phase speed (4) is plotted in Fig. 2 (blue curve) for the case  $\beta = 0.9$ . As anticipated, at close to perpendicular propagation angles such that  $\varepsilon = \pi/2 - \theta_{kB} \hat{a}^{\hat{a}}_1$  the slow

**Table 2**

Solar wind parameters used in the representative simulation. The sonic Mach number is  $M_s = 6$ ,  $\beta = 0.5$  and  $\alpha \equiv g_{10}/B_{sw} = 9.6$ . Accordingly, the fast Mach number is  $M_f = M_s [1 + 2/(\gamma\beta)]^{-1/2} = 3.25$ .

$M_f$	$\beta$	$\alpha$	$B_{sw,x}$	$B_{sw,y}$	$B_{sw,z}$
3.25	0.5	9.6	10 nT	0	17.3 nT



**Fig. 2.** Geometrical identification of the particular slow mode associated with a standing plane front in a plasma flow at velocity  $\mathbf{u}_f$  in the velocity plane defined by the slow mode phase velocity vector  $\mathbf{u}_\phi(\theta_{kB})$  (blue curve) and the magnetic field  $\mathbf{B}$  (pointing up along the vertical axis). The intersection between the dashed circle of diameter  $u_f$ , centered in  $-\mathbf{u}_f/2$  and the blue curve identifies the mode with phase speed  $\mathbf{u}_\phi$  and wave fronts standing in the flow.  $\mathbf{u}_d$  is the velocity at which plasma drifts along the front and  $\mathbf{u}_{HTT}$  the field aligned velocity of the front. The dotted red curve  $\mathbf{u}_\phi(\theta)$  denotes the fastest possible velocity for a slow mode perturbation at an angle  $\theta$  with respect to the magnetic field. Note that for modes with isotropic phase speed (e.g. sound waves with  $u_\phi = c_s$ ) the curves  $\mathbf{u}_\phi$  and  $\mathbf{u}_\phi(\theta)$  are identical. If the flow speed  $u_f$  exceeds  $\mathbf{u}_\phi$  slow mode perturbations will be convected downstream of their source region. (For interpretation of the references to color in this figure caption, the reader is referred to the web version of this paper.)

mode phase speed is given by  $u_\phi \approx \varepsilon c_s c_A (c_s^2 + c_A^2)^{-1/2}$  with potentially unlimited long steepening time  $\tau \sim (k\delta u_\phi)^{-1} \propto (k\varepsilon)^{-1}$  even for waves with large sound and/or Alfvén velocity fluctuations  $\delta c_{s,A}$ . Thus, the quasi-perpendicular slow mode shocks in the southern hemisphere of Fig. 3 is one of the slowest evolving structure of the simulation.

In a plasma at rest a standing slow mode front is supported by the mode with zero phase velocity, i.e. by the mode at  $\theta_{kB} = \pi/2$  (strictly perpendicular wave vector). In a plasma flowing at velocity  $\mathbf{u}_f$  the mode supporting a standing front is the one for which the phase speed cancels the flow velocity in the direction perpendicular to the front. The graphical procedure for finding the relevant mode for any given flow velocity  $\mathbf{u}_f$  has been described some time ago by Spreiter and Alksne (1970) (see Figure 4 in their paper). An analytical solution for the case of slow modes for quasi-perpendicular wave propagation  $|\cos \theta_{kB}| \hat{a}^{\hat{a}}_1 \approx 1$  has been given by Southwood and Kivelson (1992). Following Spreiter and Alksne (1970) we use the slow mode dispersion relation of Fig. 2 in order to graphically identify the associated standing slow mode for any given flow velocity  $\mathbf{u}_f$ . Since front and phase speed  $\mathbf{u}_\phi$  must be perpendicular to each other and the normal to the front flow velocity must exactly compensate the phase velocity, the phase velocity  $\mathbf{u}_\phi$  is obtained by searching for the intersection of the slow mode phase velocity curve and the circle centered in  $-\mathbf{u}_f/2$  (dashed circle in Fig. 2). The example in Fig. 2 shows that standing oblique fronts (with respect to the local magnetic field) can exist for a flow speed  $u_f$  substantially exceeding both the slow mode speed along the flow direction and even the propagation velocity limit  $u_\phi$  (red dotted curve in Fig. 2). The propagation velocity limit  $u_\phi(\theta)$  is the fastest speed (in the plasma frame of reference) a plane slow mode perturbation can travel along the direction  $\theta$ , i.e.

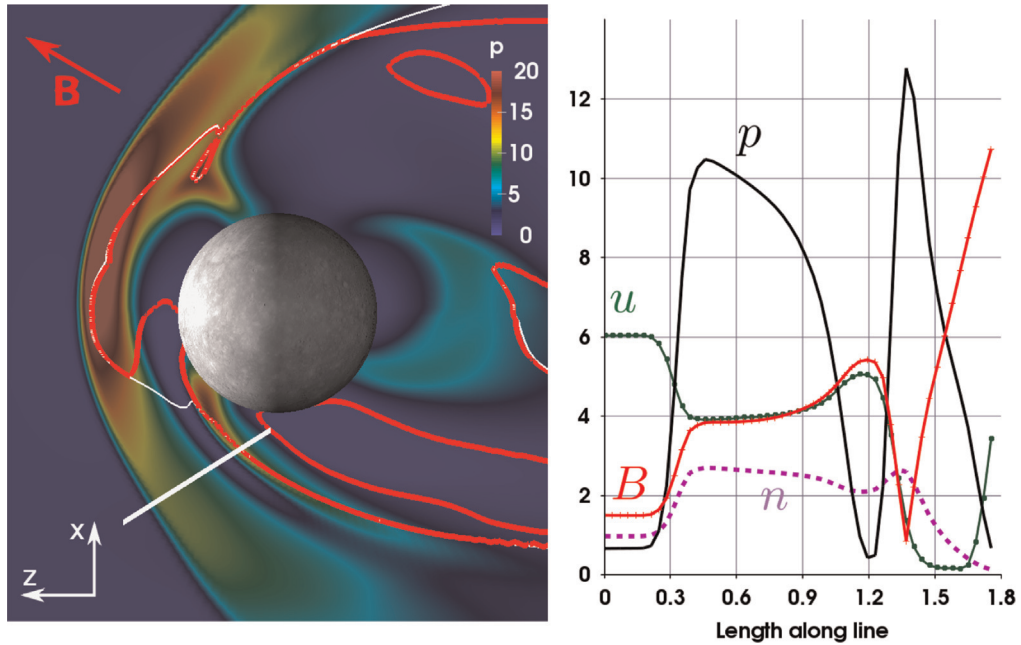
$$\mathbf{u}_\phi(\theta) = \hat{\mathbf{r}}_\theta \max \{ \hat{\mathbf{r}}_\theta \cdot \mathbf{u}_\phi(\theta_{kB}) \}, \text{ for } \theta_{kB} \in [0, \pi] \quad (5)$$

where  $\hat{\mathbf{r}}_\theta$  is the unit vector in the direction  $\theta$  and  $\mathbf{u}_\phi(\theta_{kB})$  is given by (4). Eq. (5) corresponds to the (red) dotted curve in Fig. 2. It may be noted that except for the direction  $\theta = 0$  the fastest slow mode along a given direction  $\theta$  is not the one for which the wave front is perpendicular to  $\theta$ . In Fig. 2  $\mathbf{u}_d$  represents the velocity of the flow along the front. In the frame of reference obtained by the Galilean transformation  $\mathbf{u}_f' = \mathbf{u}_f - \mathbf{u}_d$  the flow velocity is perpendicular to the front. For completeness we shall mention the frame drifting along the front at the speed of the magnetic field lines. In this frame, called the DeHoffmann Teller frame (De Hoffmann and Teller, 1950), the flow streams along the magnetic field at speed  $\mathbf{u}_f' = -\mathbf{u}_{HTT}$  (see Fig. 2). In the DeHoffmann Teller frame field lines are static and parallel to the flow velocity implying a vanishing electric field. Mentally reasoning in one or the other of the two aforementioned reference frames does often ease the identification of the type of front at hand.

A crude fit of  $\mathbf{u}_\phi(\theta)$  as a function of  $\beta$  for the case  $\gamma = 5/3$  and  $\theta \in [0, \pi/2]$  gives

$$\frac{u_\phi^2}{c_s^2} = \begin{cases} \frac{6}{5\beta} [1 + (0.1 - 0.01\beta^{\frac{1}{2}})\theta^3 - (0.3 + 0.09e^{-0.02\beta^2})\theta^2]^2, & \beta \leq \frac{6}{5} \\ \left[ 1 + (0.09\beta^2 + 0.05)\theta^3 - (0.28 + 0.19\beta^2)\theta^2 \right]^2, & \beta \leq \frac{6}{5}. \end{cases} \quad (6)$$

Eq. (6) provides an approximate estimate of the maximum speed for a slow mode perturbation in the direction  $\theta$  as function of  $\beta$ . Contours  $u_\phi = u_f$  are plotted in Fig. 3 as red solid curves. Positions upstream of the contours are regions where any linear slow mode wave is necessarily convected downstream. The noticeable point is that upstream traveling slow waves can exist immediately downstream of the nose region of the bow shock where locally generated standing fronts may therefore form. Moving away from the front, towards the north or the south inside the magnetosheath, the



**Fig. 3.** Simulation from Table 2 at time  $t=2.5$ . Left panel: pressure contours in the  $y=0$  plane. The solar wind flows from left to right along the  $z$ -axis. The planetary magnetic field axis is along  $x$ . The arrow indicates the orientation of the IMF and the straight thick white line the path along which the profiles in the right panel have been sampled. The red contours are defined by  $u/|u_\phi| = 1$  where  $u_\phi$  is the slow mode propagation velocity limit of Eq. (6). The thin white contour corresponds to the red contour for the Alfvén mode. Right panel: profiles for pressure  $p$ , density  $n$ , flow speed  $u$  and magnetic field strength  $B$  along the path (white thick line) in the left panel. Profiles are normalized as described in Section 3.2. (For interpretation of the references to color in this figure caption, the reader is referred to the web version of this paper.)

$u_\phi = u_f$  contour departs more and more from the bow shock. In these regions of the magnetosheath, locally generated slow waves are convected downstream by the flow. However, as illustrated in the example of Fig. 2, standing fronts moving faster than the propagation limit (Eq. 5) can still exist in these regions provided a slow mode source region exists upstream of the fronts' positions. In such a case, the front aligned plasma drift  $u_d$  is generally high (cf. Fig. 2).

## 5. Results

The representative simulation (with parameters from Table 2) shows that large scale standing slow mode structures naturally form downstream of the bow shock in 3D MHD simulations of the hermean magnetosphere. The necessity for the formation of compressional slow fronts upstream of the Earth magnetosheath has been proposed sometime ago by Southwood and Kivelson (1992). In the Southwood and Kivelson (1992) scenario, the slow mode front's role is to divert the plasma flow approaching the magnetosheath. Our MHD simulations suggest that in the relatively thin magnetosheath of Mercury large scale standing slow mode standing rarefaction waves may cover most of the space between the bow shock and the magnetosheath.

### 5.1. Evidence of standing slow modes

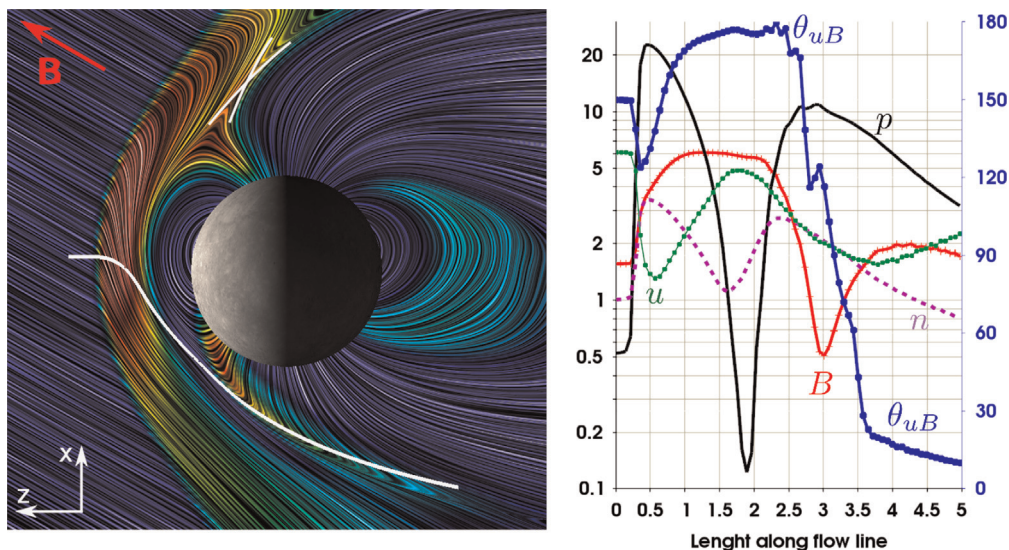
The simulation shown in Fig. 3 has been pushed to time  $t=2.5$ , enough to reach a stationary state. Standing compressional slow waves are visible as a pressure enhancement over the south pole. The pressure enhancement over the south pole is reminiscent of the density enhancement over the north pole in Figure 2c of Wang et al. (2010) for anti-sunward  $z$  component of the IMF (as opposed to the sunward  $z$  component in our case). The profiles in the right panel in Fig. 3 indicate that the pressure enhancement along the selected path is concomitant with a reduction of the magnetic field and a slow down of the plasma's velocity. Pressure and density

varying in opposition with respect to the magnetic field are a slow mode marker. The profiles have reached the maximum possible steepening allowed by both the grid resolution and the numerical scheme suggesting that these compressional fronts are slow mode shocks. However, as we shall see in Section 5.3 the compressional front propagates nearly perpendicular to the local magnetic field. In this situation wave steepening is extremely slow as slow mode wave phase speed goes to zero at propagation angles  $\theta_{kB}$  approaching  $\pi/2$ . Slow mode fronts are therefore much more slowly evolving structures than the bow shock, particularly when the front planes orientation is almost perpendicular with respect to the magnetic field.

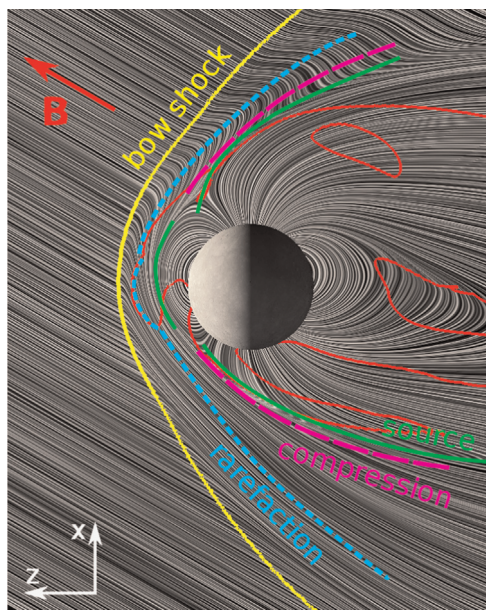
### 5.2. Slow mode source regions

The right panel in Fig. 4 shows the magnetic field structure and the pressure intensity with the same color code as Fig. 3. Concentrating on the high pressure band originating near mid latitudes on the day side of the planet's southern hemisphere, it becomes clear that slow mode waves are emitted away from the region of strong magnetic shear. The source region, where magnetic shear approaches  $180^\circ$  (i.e. near field reversal), is also characterized by a local pressure maximum and may be speculatively identified as a standing Alfvén wave which indeed defines the magnetopause. The effect of the emitted slow modes is to limit the field line bending and the intensification of the currents forced by the tailward plasma flow. The emission of slow mode waves is on both sides of the magnetopause.

Besides the slow mode source region associated with the strongly sheared magnetopause, a second source region is located on the day side, near the magnetic X-point, above the north pole. The source region extends on both sides of the X-point, towards the nose and towards the tail. In this case, the emission of slow mode waves is powered by the release of magnetic tension of reconnected field lines eventually forming slow mode shocks as in the Petschek model of magnetic reconnection (see Petschek and



**Fig. 4.** Left panel: Magnetic field structure and pressure intensity. The color code for the pressure is the same as in Fig. 3 with blue and red denoting low and high pressure, respectively. The white curve denotes a velocity stream line along which the profiles in the right panel have been obtained. The magnetic X-point above the north pole where dayside magnetic reconnection occurs is also indicated as a white cross. Right panel: Fluid parameters sampled along the selected (white) stream line shown in the left panel. In addition to the parameters of Fig. 3 the angle  $\theta_{uB}$  (in degrees) between the flow velocity  $\mathbf{u}$  and the magnetic field  $\mathbf{B}$  is also plotted with corresponding values reported on vertical axis on the right (all other parameters refer to the axis on the left). (For interpretation of the references to color in this figure caption, the reader is referred to the web version of this paper.)



**Fig. 5.** Magnetic field structure as in Fig. 4. As in Fig. 3 the red contours are defined by  $u/u_\phi = 1$  where  $u_\phi$  is the slow mode propagation velocity limit of (Eq. 6). The curves denoted “compression” (magenta, large dashes) denotes the position of the compressional slow mode fronts which may steepen into shocks. The curves denoted “rarefaction” (light blue, short dashes) give the approximate position of the slow mode rarefaction front. The “source” denoted curves (light green, solid) show the position of slow mode wave generation loci. (For interpretation of the references to color in this figure caption, the reader is referred to the web version of this paper.)

Thorne, 1967). As for the first source region slow mode waves are radiated from the region of strong field line bending.

A third source region of slow mode waves is located downstream of the bow shock’s nose (cf. Fig. 5) at the surface defined by the last closed planetary field lines where strong magnetic field lines piling-up occurs. Whether this is a real slow mode source

region or not is not clear as slow modes observed near the nose may have been traveling against the flow from the above mentioned source region near the polar X-point. Indeed, as illustrated in Fig. 3, slow modes can travel upstream along the magnetopause from the X-point towards the nose. On the other hand, the very fact that most of the magnetosheath between the nose of the fast mode shock and the planetward magnetopause is a region where standing slow modes can exist (cf. Fig. 3) constitutes a pledge in favor of a local slow mode source region. Most likely, standing slow modes near the bow shock are generated both locally at the day side magnetopause and remotely, near the X-point.

### 5.3. Slow mode compressional fronts

The magnetic field profile along the stream line in the left panel of Fig. 4 indicates the position of maximum field line bending as a minimum of the magnetic field intensity near position  $l = 2.8$ . At  $l = 1.8$  the pressure  $p$  sharply rises in phase with the density  $n$  and in anti phase with both velocity  $u$  and magnetic field strength  $B$  indicating a compressional slow mode shock front. In Fig. 5 curve approximately following the slow mode propagation limit curve  $u/u_\phi = 1$  (red solid line) at least in its portion closest. A similar, but much weaker, slow mode compressional front is visible in the north, in the vicinity of the X-point. In this case the pressure variation across the front is smaller than for the front in the south where the magnetic shear through the adjacent magnetopause is stronger (except in the immediate vicinity of the X-point). Thus, strong compressional slow mode front tends to be associated with strong magnetic shear.

It has been argued that slow mode waves may rarely be able to steepen into shocks for typical solar wind plasma conditions because of electron Landau damping (e.g. Hada, 1985). Landau damping is a kinetic effect not retained by the MHD model so one may argue that slow mode fronts do not form in space. On the other hand concurrent theoretical works (Southwood and Kivelson, 1995) and observations (Feldman et al., 1987; Song et al., 1990; Howes et al., 2012) support the hypothesis of the existence



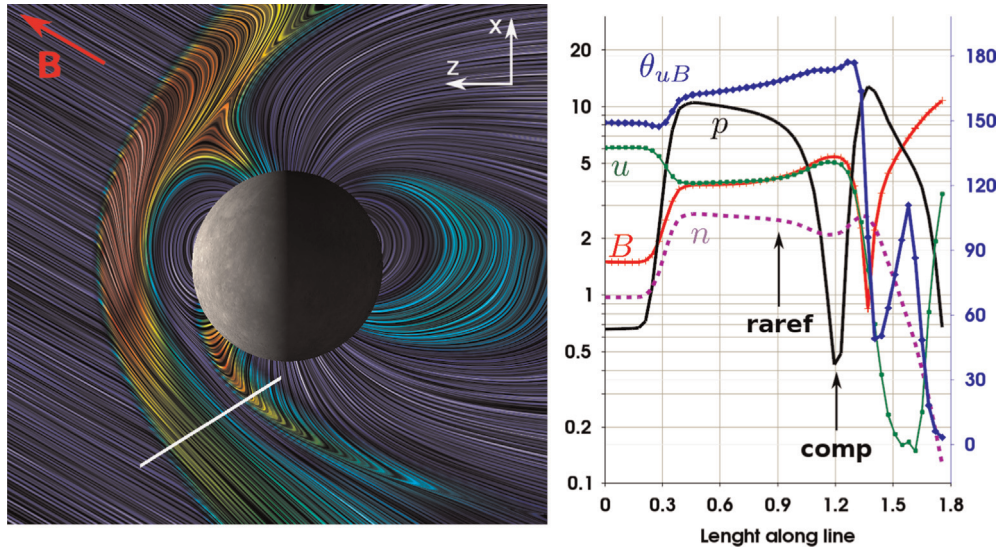


Fig. 6. Format is the same as for Fig. 4. Profiles in the right panel are sampled along the straight white line (the same as in Fig. 3) shown in the right panel.

of slow mode compressional waves and/or shocks in the Earth magnetosphere and in the solar wind. In particular Howes et al. (2006), Oraevsky et al. (1983) and Denton et al. (1995) show that the kinetic damping of the slow mode vanishes when approaching perpendicular propagation which is the dominant orientation of the compressional fronts we observe in the simulations.

#### 5.4. Slow mode rarefaction “fronts”

The signature of a slow mode rarefaction front downstream of the bow shock’s nose is apparent in the profiles in the right panel of Fig. 4 (also see the profiles along a different path in Fig. 6). Indeed, at  $l = 0.4$  pressure and density start decreasing while the magnetic field keeps increasing, reaching a value of order  $B \approx 6$  near  $l = 1$  far exceeding the Rankine–Hugoniot value  $\sim 3$  reached at the end of the shock ramp. The subsequent increase in magnetic field strength, associated with a decreasing pressure (and density) and a reduction of the angle between magnetic field and flow velocity (see  $\theta_{uB}$  profile in Fig. 4) is the imprint of a slow mode rarefaction wave. Contrary to a slow mode compressional front where the magnetic field lines are turned towards the front normal, magnetic field lines become more front aligned downstream of a slow mode front (thereby increasing the field strength). In that respect the rarefaction wave behaves similarly to a fast shock. The difference is that through a slow mode rarefaction front, the magnetic field strength and pressure vary in antiphase.

The word front should be used cautiously in the case of a slow mode rarefaction wave as contrary to a compressional wave the former does not steepen but flattens with time making the upstream boundary of the rarefaction region increasingly unsharp. In a time stationary situation where energy is constantly injected into the system the tendency to flatten is compensated by the injection of new wave energy. In the magnetosheath, the role of the slow mode rarefaction front is to bend the magnetic field lines around the planetary magnetic obstacle of the magnetopause.

As schematically illustrated in Fig. 5, the rarefaction front in the magnetosheath is not limited to the portion near the nose of the magnetosphere but extends to higher planetary latitudes. The slow mode rarefaction front in the southern magnetosheath can be spotted on the profiles in the right panel of Fig. 6, measured along the same path as the one of Fig. 3. In Fig. 6 the profiles do only moderately change up to position  $l \approx 0.9$  (marked “raref”).

The bow shock curvature being comparatively small but not zero, the changes are mainly ascribable to the fact that the plasma at different  $l$  values has seen different shock geometries. The plasma at  $l \sim 0.9$  however originates from the source region of slow mode waves near the bow shock’s nose and shows the characteristic anticorrelation between magnetic field variations and density (or pressure) variations.

#### 5.5. Slow mode versus fast mode rarefaction wave

The fast mode is responsible for the deceleration and heating of the plasma through the bow shock. In some parts of the fast mode bow shock the shock itself contributes to deviate the magnetic field around the planetary obstacle. In other places, for example, in the northernmost region of the bow shock in Fig. 6 the field lines are first turned northward by the fast shock and again south by a slow mode rarefaction wave. We argue that in many parts of the magnetosheath, just downstream of the bow shock, at a distance which tends to increase as one moves away from the nose, the plasma flow goes smoothly through an extended slow mode standing rarefaction wave which finds its source region near the nose and extends down on the flanks towards the north and the south. The scenario where the rarefaction wave would be a fast mode rarefaction wave seems unlikely for three reasons. First, if the wave was a fast wave it would be generated by the magnetopause piston with magnetic field and density being compressed or depressed in phase. This is not the case across the rarefaction region in Fig. 6 where density and magnetic field profiles are seen to vary in antiphase. Second, a fast mode rarefaction wave would turn the magnetic field away from the plane of the front while the opposite is seen to occur in Fig. 6 where the magnetic field is seen to become increasingly parallel to both the wave front and the flow speed  $\theta_{uB} \rightarrow 180^\circ$ . The third reason is the extremely low phase velocity of the rarefaction front. Again, taking the case of Fig. 6 as an example, a fast mode rarefaction wave should propagate approximately at the fast mode phase velocity (in perpendicular to B propagation)  $(c_s^2 + c_A^2)^{1/2} \approx 3.5$  at position  $l = 0.9$ . This is nearly as fast as the flow velocity  $u \approx 4$ . This is effectively the case for the fast compressional wave at the bow shock where shock normal phase speed and shock normal phase speed balance each other. Not so at the rarefaction front where the normal to front flow speed is extremely small consistent with a standing slow mode

front for which the phase speed  $u_\phi \rightarrow 0$  as  $\theta_{KB} \rightarrow 90^\circ$  still allowing for a very large fluid velocity  $u_f$ , mainly along the front (see Fig. 3).

## 6. Discussion and conclusions

MHD simulations of the interaction of the solar wind with Mercury's planetary field suggest the possibility of slow mode fronts eventually steepening into slow mode shocks just upstream of the magnetopause. The slow mode shocks are particularly prominent upstream of the portions of magnetopause with strong magnetic shear and near magnetic X-points. The magnetopause itself is a standing Alfvén wave making up a front and a source region for the slow mode compressional front.

In addition to slow mode shocks, slow mode rarefaction wave fronts are also seen to form in various places of the magnetosheath generally forming standing front-like structures located at some distance planetward of the fast shock. They are reminiscent of slow mode expansion fans produced in super slow mode flows passing over a rearward-facing step (Taylor and Cargill, 2001, 2003) and have their source region located downstream of the bow shock's nose. They are spatially unsharp structures as they smoothly grow with distance downstream and away of the fast mode shock. Unlike slow compressional waves, slow rarefaction waves have the effect of enhancing the magnetic field strength by turning the field lines towards the wave front.

Slow mode standing structures appear to be ubiquitous in the hermean magnetosheath. Rarefaction fronts divert the shocked plasma flow and the magnetic field lines around the planet. Conversely, compressional fronts turn the magnetic field lines perpendicularly to the magnetopause to make the connection between the IMF and the planetary field. Not surprisingly, compressional fronts are strongest upstream of portions of magnetopause with magnetic field reversal and close to magnetic X-points.

Whether or not the slow mode waves we observe in our MHD simulations would be Landau damped in a kinetic treatment is still an open question. For example, Hada (1985) concludes that steepened slow mode waves should not exist unless the electron temperature is much higher than the proton temperature, a situation rarely encountered in solar wind plasmas. As already pointed out by Southwood and Kivelson (1995), the Hada (1985) analysis is restricted to the case of sinusoidal waves propagating at  $45^\circ$  with respect to the local magnetic field. Indeed, observations of slow mode shocks in both the magnetosphere of the Earth (Feldman et al., 1987; Song et al., 1990) and in the magnetosphere of Saturn (Bebesi et al., 2010) do challenge the Hada (1985) prediction. More recently, Howes et al. (2012) claimed that most of the compressible power in solar wind inertial turbulence (i.e. scales larger than the ion Larmor radius) at 1AU stems from slow mode waves, further supporting the idea that slow mode waves are not exceptional in solar wind type plasmas. We do also note that the slow mode fronts in our MHD simulations are mostly oriented nearly perpendicular to the magnetic field, i.e.  $k_\perp \hat{a} \hat{c} k_\parallel$ . At such oblique orientations, and under  $\beta \hat{a} \hat{c} 1$  conditions (applicable in at least parts of the magnetosheath), slow mode waves are Landau damped at a rate  $\gamma_{\text{damp}} \sim k_\parallel c_A / (\pi \beta)^{1/2} \propto k_\parallel$  implying asymptotically vanishing damping when approaching perpendicular propagation (see Howes et al., 2006 but also Oraevsky et al., 1983 and Denton et al., 1995).

From the MHD point of view Mercury's magnetosphere is not that different from the magnetosphere of the other magnetized planets of the solar system. Therefore, qualitatively similar slow mode rarefaction and compressional standing fronts as the ones schematically represented in Fig. 5 are not expected to be specific to Mercury. We conclude by noting that unlike slow mode compressional fronts, rarefaction fronts have not been observed in

planetary space plasmas. Finely tuned measurements of small amplitude but large scale variations of the plasma parameters through planetary magnetospheres may be required to confirm or contradict the existence of slow mode rarefaction fronts.

## Acknowledgments

The research leading to these results has received funding from the European Commission's Seventh Framework Programme (FP7/2007–2013) under the grant agreement SHOCK (project number 284515). Thank you to Zakaria Meliani for his precious help with the use of the MPI-AMRVAC code.

## References

- Anderson, B.J., Johnson, C.L., Korth, H., Winslow, R.M., Borovsky, J.E., Purucker, M.E., Slavin, J.A., Solomon, S.C., Zuber, M.T., McNutt Jr., R.L., 2012. Low-degree structure in Mercury's planetary magnetic field. *J. Geophys. Res. (Planets)* 117 (December), 0.
- Bebesi, Z., Szego, K., Balogh, A., Krupp, N., Erdos, G., Rymer, A.M., Lewis, G.R., Kurth, W.S., Young, D.T., Dougherty, M.K., 2010. Slow-mode shock candidate in the Jovian magnetosheath. *Planet. Space Sci.* 58 (April), 807–813.
- De Hoffmann, F., Teller, E., 1950. Magneto-hydrodynamic shocks. *Phys. Rev.* 80 (November), 692–703, URL (<http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.80.692>).
- Denton, R.E., Gary, S.P., Li, X., Anderson, B.J., Labelle, J.W., Lessard, M., 1995. Low-frequency fluctuations in the magnetosheath near the magnetopause. *J. Geophys. Res.* 100 (April), 5665–5679.
- Feldman, W.C., Tokar, R.L., Birn, J., Hones Jr., E.W., Bame, S.J., 1987. Structure of a slow mode shock observed in the plasma sheet boundary layer. *J. Geophys. Res.* 92 (January), 83–94.
- Hada, T., Kennel, C.F., 1985. Nonlinear evolution of slow waves in the solar wind. *J. Geophys. Res.* 90 (January), 531–535.
- Howes, G.G., Bale, S.D., Klein, K.G., Chen, C.H.K., Salem, C.S., TenBarge, J.M., 2012. The slow-mode nature of compressible wave power in solar wind turbulence. *Astrophys. J. Lett.* 753 (July), L19.
- Howes, G.G., Cowley, S.C., Dorland, W., Hammett, G.W., Quataert, E., Schekochihin, A.A., 2006. Astrophysical gyrokinetics: basic equations and linear theory. *Astrophys. J.* 651 (November), 590–614.
- Kabin, K., Gombosi, T.I., DeZeeuw, D.L., Powell, K.G., 2000. Interaction of mercury with the solar wind. *Icarus* 143 (February), 397–406.
- Keppens, R., Meliani, Z., van Marle, A.J., Delmont, P., Vlasov, A., van der Holst, B., 2012. Parallel, grid-adaptive approaches for relativistic hydro and magnetohydrodynamics. *J. Comput. Phys.* 231 (3), 718–744.
- Krisako, P.H., Hill, T.W., 1991. Two-dimensional model of a slow-mode expansion fan at Io. *J. Geophys. Res. Lett.* 18 (November), 1947–1950.
- Oraevsky, V.N., 1983. Kinetic theory of waves. In: Rosenbluth, M.N., Sagdeev, R.Z. (Eds.), *Basic Plasma Physics I*. Vol. 1 of *Handbook of Plasma Physics*. North-Holland Publishing Company, Amsterdam, pp. 243–278 (Chapter 2.2).
- Petschek, H.E., Thorne, R.M., 1967. The existence of intermediate waves in neutral sheets. *J. Comput. Phys.* 147 (March), 1157–1163.
- Powell, K.G., Roe, P.L., Linde, T.J., Gombosi, T.I., De Zeeuw, D.L., 1999. A solution-adaptive upwind scheme for ideal magnetohydrodynamics. *J. Comput. Phys.* 154 (September), 284–309.
- Richer, E., Modolo, R., Chanteur, G.M., Hess, S., Leblanc, F., 2012. A global hybrid model for Mercury's interaction with the solar wind: case study of the dipole representation. *J. Geophys. Res. (Space Phys.)* 117, 10228.
- Siscoe, G.L., Sanchez, E., 1987. An MHD model for the complete open magnetotail boundary. *J. Geophys. Res.* 92 (July), 7405–7412.
- Song, P., Russell, C.T., Gosling, J.T., Thomsen, M., Elphic, R.C., 1990. Observations of the density profile in the magnetosheath near the stagnation streamline. *Geophys. Res. Lett.* 17 (October), 2035–2038.
- Southwood, D.J., Kivelson, M.G., 1992. On the form of the flow in the magnetosheath. *J. Geophys. Res.* 97 (March), 2873–2879.
- Southwood, D.J., Kivelson, M.G., 1995. The Formation of Slow Mode Fronts in the Magnetosheath. Washington DC American Geophysical Union Geophysical Monograph Series 90, p. 109.
- Spreiter, J.R., Alksne, A.Y., 1970. Solar-wind flow past objects in the solar system. *Annu. Rev. Fluid Mech.* 2, 313–354.
- Taylor, M.G.G.T., Cargill, P.J., 2001. A general theory of self-similar expansion waves in magnetohydrodynamic flows. *J. Plasma Phys.* 66 (November), 239–257.
- Taylor, M.G.G.T., Cargill, P.J., 2003. Correction to A general theory of self-similar expansion waves in MHD flows. *J. Plasma Phys.* 69, 89.
- Trávníček, P.M., Schriver, D., Hellinger, P., Herčík, D., Anderson, B.J., Sarantos, M., Slavin, J.A., 2010. Mercury's magnetosphere-solar wind interaction for northward and southward interplanetary magnetic field: hybrid simulation results. *Icarus* 209, 11–22.

- Wang, Y., Raeder, J., Russell, C., 2004. Plasma depletion layer: its dependence on solar wind conditions and the Earth dipole tilt. *Ann. Geophys.* 22 (December), 4273–4290.
- Wang, Y.-C., Mueller, J., Motschmann, U., Ip, W.-H., 2010. A hybrid simulation of Mercury's magnetosphere for the MESSENGER encounters in year 2008. *Icarus* 209 (September), 46–52.
- Westerberg, L.G., Škerstedt, H.O., Nilsson, H., Réme, H., Balogh, A., 2008. 3D MHD reconnection model coupled with Cluster multi-spacecraft data. *J. Geophys. Res. (Space Phys.)* 113 (March), 3205.
- Zwan, B.J., Wolf, R.A., 1976. Depletion of solar wind plasma near a planetary boundary. *J. Geophys. Res.* 81 (April), 1636–1648.

## **A.2 Identification of standing fronts in steady state fluid flows : exact and approximate solutions for propagating MHD modes**

Article de 2016 par F. Pantellini et L. Griton  
Revue : Astrophysics and Space Science  
doi : 10.1007/s10509-016-2921-y

# Identification of standing fronts in steady state fluid flows: exact and approximate solutions for propagating MHD modes

Filippo Pantellini<sup>1</sup> · Léa Griton<sup>1</sup>

Received: 24 May 2016 / Accepted: 8 September 2016  
© Springer Science+Business Media Dordrecht 2016

**Abstract** The spatial structure of a steady state plasma flow is shaped by the standing modes with local phase velocity exactly opposite to the flow velocity. The general procedure of finding the wave vectors of all possible standing MHD modes in any given point of a stationary flow requires numerically solving an algebraic equation. We present the graphical procedure (already mentioned by some authors in the 1960's) along with the exact solution for the Alfvén mode and approximate analytic solutions for both fast and slow modes. The technique can be used to identify MHD modes in space and laboratory plasmas as well as in numerical simulations.

**Keywords** Magnetohydrodynamics (MHD) · Waves · Planets and satellites: magnetic fields · Methods: analytical

## 1 Introduction

For a characteristic plasma mode propagating at phase velocity  $u_\phi(\theta_{kB})$ , where  $\theta_{kB}$  is the angle between the wave vector  $\vec{k}$  and the local magnetic field  $\vec{B}$ , standing planar fronts may be supported in a plasma flowing at a given velocity  $\vec{u}_f$ . However, standing fronts can only exist under specific circumstances. For example, in the case of ordinary sound waves for which the phase velocity is  $\pm c$ , independently of direction, standing modes can only exist if the flow velocity satisfies the condition  $u_f = c$ . For strongly angle dependent phase velocities however, standing fronts can exist under much less restrictive conditions. Let us consider the

case of a mode with phase velocity  $u_\phi = \omega/k$  in the plasma rest frame ( $\omega$  is the angular frequency and  $k$  the wave vector magnitude of the mode). Let us further assume that the mode phase velocity only depends on its propagation angle  $\theta_{kB}$  with respect to the local magnetic field  $\vec{B}$ , i.e.

$$u_\phi = u_\phi(\theta_{kB}). \quad (1)$$

The Alfvén mode with a phase speed

$$u_{\phi A}^2 = a^2 \cos^2 \theta_{kB} \quad (2)$$

and the fast and slow modes with phase speeds:

$$u_{\phi S,F}^2 = \frac{1}{2} \left\{ 1 + a^2 \pm \sqrt{(1 + a^2)^2 - 4a^2 \cos^2 \theta_{kB}} \right\} \quad (3)$$

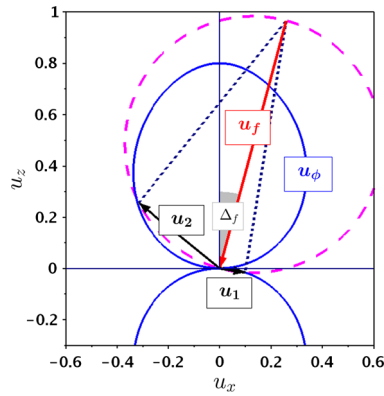
are examples of the generic expression (1). In (3) the sign “−” (“+”) corresponds to the slow (fast) mode and velocities have been normalized to the adiabatic sound speed  $c$ . In these velocity units  $a = c_A/c = \sqrt{2}(\beta\gamma)^{-1/2}$  is the normalized Alfvén speed where  $\gamma$  is the adiabatic index and  $\beta$  the local thermal to magnetic pressure ratio of the plasma.

An illustration of the graphical procedure to identify standing modes in a flowing fluid (e.g. Spreiter and Alksne 1970) is shown in Fig. 1. The graphical procedure is based on Thales' theorem which states that a circle inscribed triangle with one of its sides being equal to the diameter of the circle is right-angled. Thus, the two triangles defined by the pairs of vectors  $(\vec{u}_f, \vec{u}_1)$  and  $(\vec{u}_f, \vec{u}_2)$  in Fig. 1 are by construction right-angled. The tips of both  $\vec{u}_1$  and  $\vec{u}_2$  being located on the phase velocity curve  $u_\phi$ , the two vectors do also represent the phase velocity of two modes (the dotted lines showing the associated front) for which the propagation velocity is equal and opposite to the flow velocity component normal to the fronts.

We note that  $\vec{u}_1$  and  $\vec{u}_2$  are merely particular solutions confined to plane defined by the vectors  $\vec{B}$  and  $\vec{u}_f$  (the  $(x, z)$

F. Pantellini  
filippo.pantellini@obspm.fr

<sup>1</sup> LESIA, Observatoire de Paris, PSL Research University, CNRS, Sorbonne Universités, UPMC Univ. Paris 06, Univ. Paris Diderot, Sorbonne Paris Cité, Meudon, France



**Fig. 1** Graphical procedure to identify standing modes in a plasma flowing at velocity  $\vec{u}_f$ . In the figure,  $u_\phi$  represents the phase velocity of the selected mode in the plasma frame of reference. The magnetic field points along the  $z$  axis and the angle  $\theta_{kB}$  in Eq. (3) represents the angle with respect to  $z$ . The orientation of the  $z$  axis is such that the  $z$  component of the flow speed  $\vec{u}_f$  (measured in the frame where the flow is stationary) is zero or negative. The  $x$  axis is such that  $\vec{u}_f$  has negative  $x$  and no  $y$  component. The  $B_z$  component of the magnetic field may be positive or negative. The two vectors  $\vec{u}_1$  and  $\vec{u}_2$  (given by the intersection of a circle defined by  $\vec{u}_f$  and the phase velocity  $u_\phi$ ) are the phase velocities and propagation direction (in the plasma frame) of the two standing slow mode fronts with wave vectors in the  $(x, z)$  plane.  $\Delta_f$  is the angle between the  $z$  axis and  $\vec{u}_f$

plane). The general solution requires computing the intersection of a sphere with the rotationally invariant surface defined by either (2) or (3). The sphere is the one obtained by rotating the dashed circle of Fig. 1 about the axis defined by the velocity vector  $\vec{u}_f$ .

In this paper we do stick to the reference frame of Fig. 1 where the expressions for the phase velocities of the MHD modes are particularly simple. However, this frame is not the most practical one in most applications as both the magnetic field and the flow velocity orientations are generally a function of position. The construction of the matrix  $M$  which transforms the vector components from an arbitrary frame of reference (where the flow is stationary) into the frame of Fig. 1 is described in Appendix A.

## 2 General solution

Basically, the problem of finding the standing modes in a flowing plasma reduces to the problem of finding the intersection in velocity space of the surface of a sphere of radius  $u_f/2$  passing through the origin  $O$  and the surface of revolution defined by the phase velocity  $u_\phi^2(\theta_{kB})$ . Let us assume (with no loss of generality) that the flow velocity vector is in the  $(u_x, u_z)$  plane so that the equation of the sphere is

$$(u_x - u_{x0})^2 + u_y^2 + (u_z - u_{z0})^2 = (\frac{1}{2}u_f)^2. \tag{4}$$

Denoting  $\Delta_f$  as the angle between the flow velocity  $\vec{u}_f$  and the  $z$  axis (cf. Fig. 1), it follows that the velocity components

of the center of the sphere are given by

$$u_{x0} = \frac{1}{2} u_f \sin \Delta_f \tag{5}$$

$$u_{z0} = \frac{1}{2} u_f \cos \Delta_f \tag{6}$$

where the  $z$  axis is oriented such to have  $0 < \Delta_f \leq \pi/2$ , meaning that the magnetic field can be either parallel or anti-parallel with respect to the  $z$  axis. Setting  $u^2 = u_x^2 + u_y^2 + u_z^2$  the squared velocity with respect to the origin, we write the velocity components of an arbitrary point in velocity space as

$$u_x = |u| \sin \theta \cos \varphi \tag{7}$$

$$u_y = |u| \sin \theta \sin \varphi \tag{8}$$

$$u_z = |u| \cos \theta \tag{9}$$

where  $0 < \theta < \pi$  is the polar angle with respect to the  $z$  axis and  $0 \leq \varphi < 2\pi$  is the azimuthal angle with respect to the  $x$  axis. One can then describe the surface of the sphere given by (4) in the more explicit form:

$$|u| = u_f \{ \sin \Delta_f \sin \theta \cos \varphi + \cos \Delta_f \cos \theta \}. \tag{10}$$

The solution of the problem consists in searching the family of modes for which the phase velocity  $|u_\phi(\theta)|$  along the direction  $\theta$  is located on the spherical surface defined by (10), i.e.

$$|u_\phi(\theta)| = u_f \{ \sin \Delta_f \sin \theta \cos \varphi + \cos \Delta_f \cos \theta \}. \tag{11}$$

The potentially difficult step is the determination of the propagating direction  $\theta = \theta(\Delta_f, u_f, a, \varphi)$  defined by (11). Once the propagation direction  $\theta(\varphi)$  of the standing mode is known, the module of the associated phase velocity is trivially given by the phase velocity  $u_\phi(\theta)$  of the corresponding mode given by either (2) or (3).

## 3 Solution for the Alfvén mode

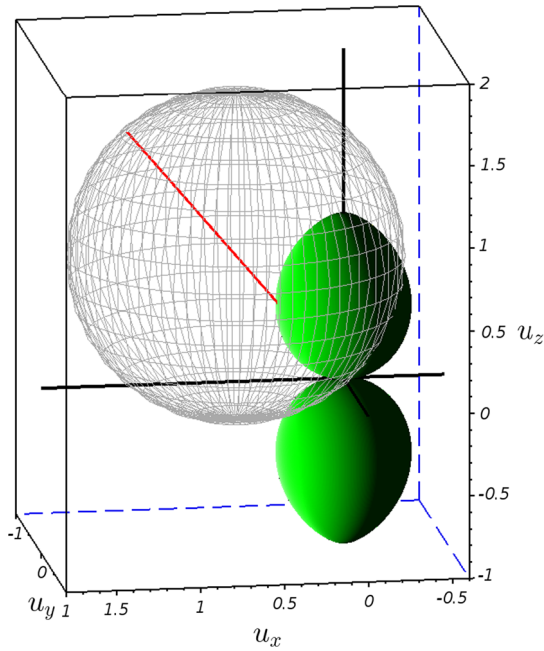
For the Alfvén mode one has to solve (11) with the corresponding mode's phase velocity (2), i.e.

$$a |\cos \theta| = u_f \{ \sin \Delta_f \sin \theta \cos \varphi + \cos \Delta_f \cos \theta \}. \tag{12}$$

As illustrated in Fig. 1, two solutions do generally exist on either the upper ( $\cos \theta > 0$ ) or the lower ( $\cos \theta < 0$ ) lobe of the phase velocity surface.

### 3.1 Solution A1 for $\cos \theta < 0$

In this case the intersection curve is located on the lower lobe of the phase velocity surface and the left hand side of



**Fig. 2** Three dimensional view showing both the upper and lower lobes of the phase velocity  $u_{\phi S}$  and the sphere of radius  $u_f/2$  centered in  $-\vec{u}_f/2$ . The red line represents the  $-\vec{u}_f$  direction and the black lines the axes of the coordinate system. Generally, the intersection of the sphere with the  $u_{\phi S}$  surface splits into two curves characterized by  $u_z > 0$  and  $u_z < 0$ , respectively. These curves represent the phase velocity of all possible modes (in this case slow modes) which are standing in the flow  $\vec{u}_f$

(12) can be written as  $-a \cos \theta$ . Solving (12) for  $\theta$  leads to

$$A1: \quad \tan \theta_1 = -\frac{a/u_f + \cos \Delta_f}{\sin \Delta_f \cos \varphi}, \quad \text{with } \varphi \in ]-\pi/2, \pi/2[. \tag{13}$$

We note that the condition  $\cos \varphi > 0$  in (13) is a consequence of  $\tan \theta_1 < 0$  (lower lobe). The orientation angle  $\theta_1$  (corresponding to solution  $\vec{u}_1$  in Fig. 1) is obtained by setting  $\varphi = 0$  in (13).

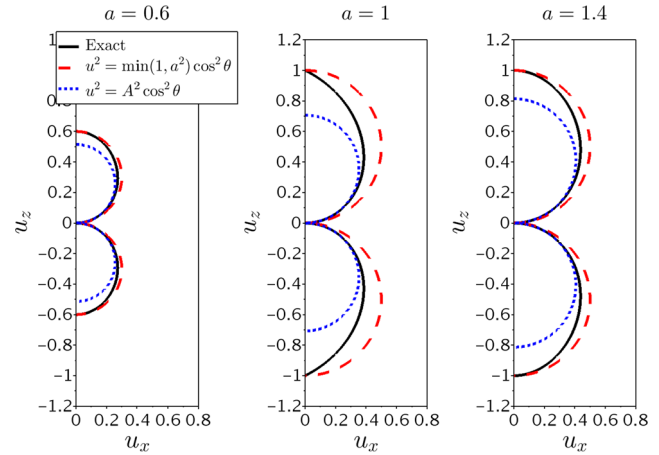
### 3.2 Solution A2 for $\cos \theta > 0$

In this case the intersection curve is located on the upper lobe of the phase velocity surface but no restrictions on the sign of  $\cos \varphi$  can be assumed in this case (see below). The left hand side of (12) can be written as  $a \cos \theta$ . Again, solving (12) for  $\theta$  leads to

$$A2: \quad \tan \theta_2 = \frac{a/u_f - \cos \Delta_f}{\sin \Delta_f \cos \varphi}. \tag{14}$$

The requirement  $\tan \theta_2 > 0$  implies two distinct cases:

1.  $u_f > a/\cos \Delta_f$  and  $\cos \varphi < 0$  (i.e.  $u_x < 0$ )
2.  $u_f < a/\cos \Delta_f$  and  $\cos \varphi > 0$  (i.e.  $u_x > 0$ , as for solution A1)



**Fig. 3** Approximations of the slow mode phase velocity for three different values of the Alfvén velocity  $a$ . The two approximations do asymptotically approach the exact solution for either  $a \rightarrow 0$  or  $a \rightarrow \infty$

## 4 Approximate solution for the slow mode

Adopting the general slow mode phase velocity expression (3) with the “-” sign does not allow to produce analytic solutions for the standing modes as in the case of the Alfvén mode. However, in the limit

$$\frac{4a^2}{(1+a^2)^2} \cos^2 \theta_{kB} \leq \cos^2 \theta_{kB} \ll 1 \tag{15}$$

the slow mode phase velocity can be approximated as

$$u_{\phi S}^2 \simeq A^2 \cos^2 \theta_{kB}, \quad \text{where } A^2 \equiv \frac{a^2}{1+a^2}. \tag{16}$$

This is the same dispersion relation as for the Alfvén mode with the velocity  $A$  replacing the Alfvén velocity  $a$ . The standing modes solutions for the Alfvén mode do therefore work for the slow mode as well as long as its phase velocity can be approximated by an expression of the form (16). The dotted curves in Fig. 3 illustrate the quality of the approximation in the less favorable domain  $a \sim 1$ .

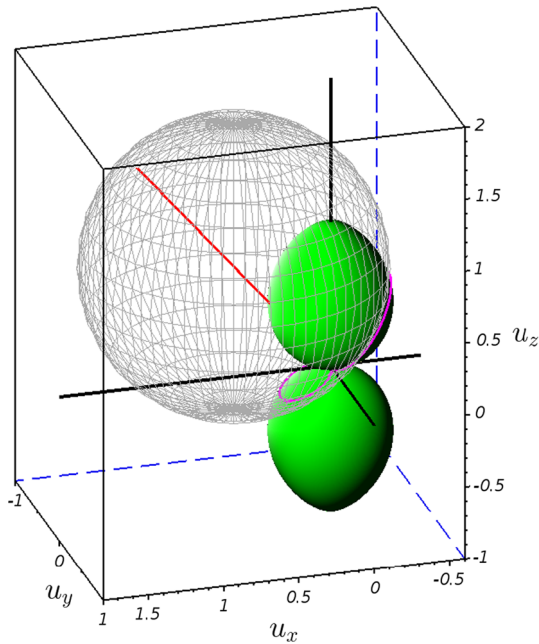
Using the approximated dispersion for the slow mode (16) the solutions S1 and S2 are trivial transcriptions of the A1 and A2 solutions for the Alfvén mode:

$$S1: \quad \tan \theta_1 = -\frac{A/u_f + \cos \Delta_f}{\sin \Delta_f \cos \varphi}, \quad \text{with } \varphi \in ]-\pi/2, \pi/2[ \tag{17}$$

and

$$S2: \quad \tan \theta_2 = \frac{A/u_f - \cos \Delta_f}{\sin \Delta_f \cos \varphi}. \tag{18}$$

As for the Alfvén solution A2, the slow mode solution S2 with the requirement  $\tan \theta_2 > 0$  admits two cases:



**Fig. 4** Figure format is the same as in Fig. 2. In this particular example, the approximate curves S1 and S2 from (17) and (18) do closely follow the exact solutions defined by the intersection of the flow velocity sphere (gridded sphere) with the two lobes of the slow mode phase velocity surface

1.  $u_f > A / \cos \Delta_f$  and  $\cos \varphi < 0$  (i.e.  $u_x < 0$ )
2.  $u_f < A / \cos \Delta_f$  and  $\cos \varphi > 0$  (i.e.  $u_x > 0$ , as for solution S1).

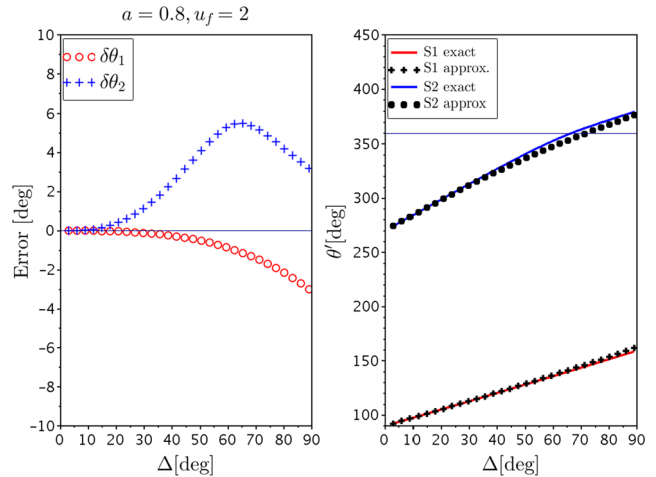
A representative example illustrating the shape of both S1 and S2 curves in velocity space is shown in Fig. 4.

We conclude this section by noting that a different approximation than (16) can be obtained by assuming  $a \gg 1$  and  $a \ll 1$ . The resulting slow mode phase velocity has the same  $\theta_{kB}$  dependence as (16) with the coefficient  $A^2$  replaced by  $\min(1, a^2)$ . Both approximations do an excellent job for  $a \gg 1$  and  $a \ll 1$ . For  $a \simeq 1$ , the two approximations are mediocre, the one given by (16) having the advantage of doing well (by construction) for  $\cos^2 \theta_{kB} \ll 1$ .

In the next section we show contour plots of the error of S1 and S2 resulting from the use of the slow mode phase speed approximation (16) for  $a$  close to unity where the phase speed approximation (16) is poorest.

### 4.1 Error of the approximation for the slow mode

Figure 5 shows the difference  $\delta\theta \equiv \theta_{\text{ex}} - \theta_{\text{app}}$  between the approximate solution  $\theta_{\text{app}}$  (from Eqs. (17) and (18)) and the exact solution  $\theta_{\text{ex}}$  obtained by numerically solving (11) with the exact expression of the slow mode phase velocity (3). Error profiles have been computed for the two standing modes in the  $(x, z)$  plane (which can take values  $\varphi = 0$  for S1 and either  $\varphi = 0$  or  $\varphi = \pi$  for S2). The  $(x, z)$  plane is the plane where the errors are largest.



**Fig. 5** Slow mode: Error on the determination of the orientation of the standing fronts for a singular choice of the Alfvén velocity  $a$  and the fluid velocity  $u_f$ . Left panel: error  $\delta\theta$  for the orientation of the standing mode solutions S1 and S2 as a function of the angle  $\Delta_f$  in the  $(x, z)$  plane. As expected the approximation is excellent for small values of  $\Delta$ . Right panel: approximate and exact orientations of the standing modes. Note that in order to distinguish between the two possible orientations  $\varphi = 0$  and  $\varphi = \pi$  we have introduced the angle  $\theta' = \theta \cos \varphi / |\cos \varphi|$  which runs from 0 to  $2\pi$  (while  $\theta \in [0, \pi]$ )

By construction the error vanishes for  $\Delta_f \rightarrow 0$  ( $\vec{u}_f$  and  $\vec{B}$  aligned) as in that case the standing mode solutions satisfy  $|\cos \theta| \propto \Delta_f \rightarrow 0$  which is precisely the limit for the approximate dispersion (16) to asymptotically approach the full dispersion (3). In general the error for S2 is larger than for S1. This is due to the fact that curve S2, which runs over the upper lobe of the phase velocity surface (see Fig. 4 and also Fig. 1) reaches higher  $u_z$ , i.e. larger  $|\cos \theta|$  values (and thus lower precision) than S1.

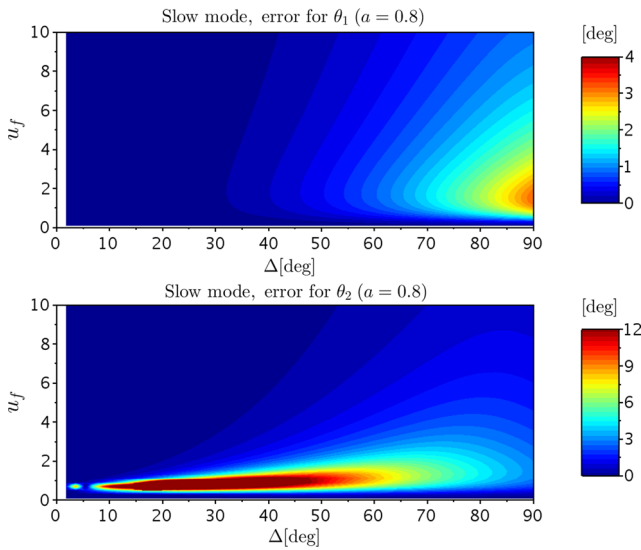
An overview of the absolute error for S1 and S2 as a function of both  $\Delta_f$  and  $u_f$  is shown in Fig. 6. The difference between the two plots is striking. As already noted in Fig. 5 the error is generally larger for solution S2. Indeed, while the error  $|\delta\theta_1|$  is less than  $3^\circ$  over the whole domain,  $|\delta\theta_2|$  exceeds  $12^\circ$  for  $u_f \lesssim 1$  over an extended range of  $\Delta_f$  angles. Thus, while S1 does generally provide a rather accurate approximation, S2 must be used with care.

The error being due in part to the  $\cos^2 \theta \ll 1$  restriction of the phase velocity approximation (16), one may be tempted to discard solutions S1 and S2 corresponding to  $\cos^2 \theta \gtrsim 1/2$ . However, error may remain reasonably small for essentially all accessible  $\theta$  values, even for  $a \sim 1$  (the worst possible regime), as illustrated in the right panel of Fig. 5.

## 5 Approximate solutions for the fast mode

Approximate analytic solutions for the standing fast modes can be obtained following the same procedure as for the slow





**Fig. 6** Absolute error  $|\delta\theta|$  for the orientation of the standing fronts  $\theta_1$  and  $\theta_2$  for solutions S1 (17) and S2 (18), respectively. Note the difference in scale used for the two plots. As in Fig. 5 the error has been computed for the  $(x, z)$  plane where the largest errors occur

mode. However, given the form of the fast mode phase velocity

$$u_{\phi F}^2(\theta_{kB}) = \frac{1}{2} \left\{ 1 + a^2 + \sqrt{(1 + a^2)^2 - 4a^2 \cos^2 \theta_{kB}} \right\} \quad (19)$$

a first order development limited to small values of  $|\cos^2 \theta_{kB}| \ll 1$  is not the best choice. A more general approximation can be obtained by taking the limits  $a \gg 1$  and  $a \ll 1$ , respectively. For  $a \gg 1$ , (19) reduces to

$$u_{\phi F}^2(\theta_{kB}) \simeq \frac{1}{2} \left\{ 1 + a^2 + (1 + a^2) \left( 1 - \frac{2 \cos^2 \theta_{kB}}{a^2} \right) \right\} \quad (20)$$

$$\simeq 1 + a^2 - \cos^2 \theta_{kB}. \quad (21)$$

Likewise, for  $a \ll 1$  one has:

$$u_{\phi F}^2(\theta_{kB}) \simeq \frac{1}{2} \left\{ 1 + a^2 + (1 + a^2)(1 - 2a^2 \cos^2 \theta_{kB}) \right\} \quad (22)$$

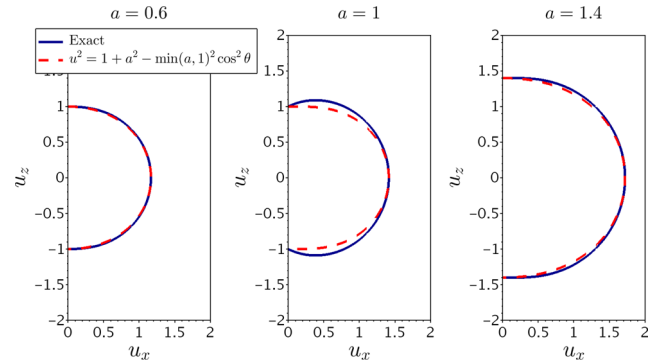
$$\simeq 1 + a^2 - a^2 \cos^2 \theta_{kB}. \quad (23)$$

The two above expressions can be merged into a single one:

$$u_{\phi F}^2(\theta_{kB}) = 1 + a^2 - \min(1, a^2) \cos^2 \theta. \quad (24)$$

The quality of the approximation (24) can be appreciated in Fig. 7 for three values of  $a$ . Introducing  $B^2 \equiv \min(1, a^2)$ ,  $C^2 \equiv 1 + a^2$ , and replacing the approximate expression (24) into the squared version of (11) leads to

$$C^2 - B^2 \cos^2 \theta = u_f^2 \{ \sin \Delta_f \sin \theta \cos \varphi + \cos \Delta_f \cos \theta \}^2. \quad (25)$$



**Fig. 7** Approximation of the fast mode velocity for different values of the normalized Alfvén velocity  $a$ . It is worth noting that the approximation is best for  $a \ll 1$  or  $a \gg 1$ . For small angles, the solution is exact regardless of the value of  $a$

Further operations and simplifications allow to express the relation as a quadratic function of  $\tan \theta$ :

$$\lambda_1 \tan^2 \theta + \lambda_2 \tan \theta + \lambda_3 = 0 \quad (26)$$

where

$$\lambda_1 \equiv \sin^2 \Delta_f \cos^2 \varphi - \frac{C^2}{u_f^2} \quad (27)$$

$$\lambda_2 \equiv \sin(2\Delta_f) \cos \varphi \quad (28)$$

$$\lambda_3 \equiv \cos^2 \Delta_f + \frac{B^2 - C^2}{u_f^2}. \quad (29)$$

The two solutions of (26) are

$$\tan \theta_{1,2} = - \frac{\sin(2\Delta_f) \cos \varphi \pm \sqrt{D}}{2 \left( \sin^2 \Delta_f \cos^2 \varphi - \frac{C^2}{u_f^2} \right)} \quad (30)$$

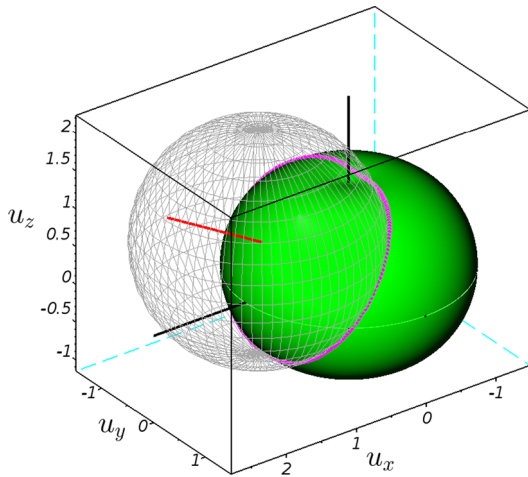
where  $\theta_1$  and  $\theta_2$  correspond to the sign “+” and “−”, respectively. Real solutions of (30) require  $D \equiv \lambda_2^2 - 4\lambda_1\lambda_3 \geq 0$ , i.e.

$$D = \frac{4C^2(C^2 - B^2)}{u_f^2} \left( \frac{\sin^2 \Delta_f \cos^2 \varphi}{C^2} + \frac{\cos^2 \Delta_f}{C^2 - B^2} - \frac{1}{u_f^2} \right) \geq 0 \quad (31)$$

complemented by the additional requirement (resulting from (11))

$$\sin \Delta_f \sin \theta_{1,2} \cos \varphi + \cos \Delta_f \cos \theta_{1,2} \geq 0. \quad (32)$$

The special case  $\Delta_f = 0$  thus implies  $0 \leq \theta_{1,2} \leq \pi/2$ . Otherwise, one may also want to write (32) in terms of a condi-



**Fig. 8** Fast mode. Unlike the Alfvén or the slow mode, the fast mode phase velocity surface does not have two lobes. Accordingly, its intersection with the sphere of diameter  $u_f$  (centered in  $-\vec{u}_f$ ) makes just one simple closed curve instead of two closed curves joining at the origin

tion on  $\varphi$ :

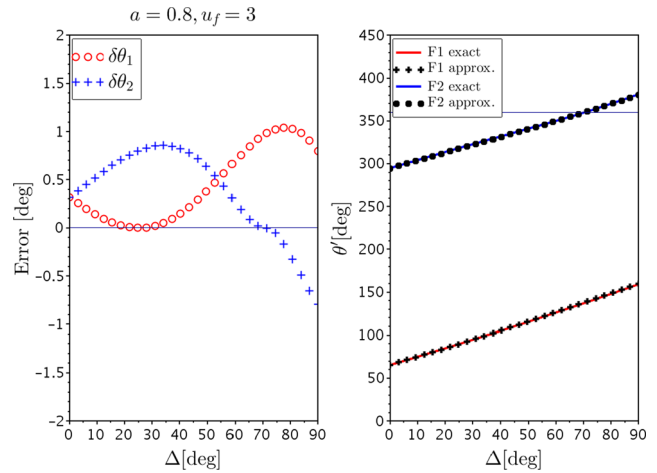
$$\cos \varphi \geq \frac{-1}{\tan \Delta_f \tan \theta_{1,2}} = \frac{2}{\tan \Delta_f} \frac{\sin^2 \Delta_f \cos^2 \varphi - \frac{C^2}{u_f^2}}{\sin(2\Delta_f) \cos \varphi \pm \sqrt{D}}. \tag{33}$$

The reason for imposing (32) stems from the fact that (25), which has been solved to obtain (30), allows both negative and positive values for the left hand side of (32) in clear contradiction with (11). A characteristic example showing the loci of the standing fast modes using the approximate expression (30) is shown in Fig. 8. It should be noted that the simple closed curve resulting from the intersection of the  $-\vec{u}_f/2$  centered sphere and the fast mode phase velocity surface generally mixes the two solutions  $\theta_1$  and  $\theta_2$ .

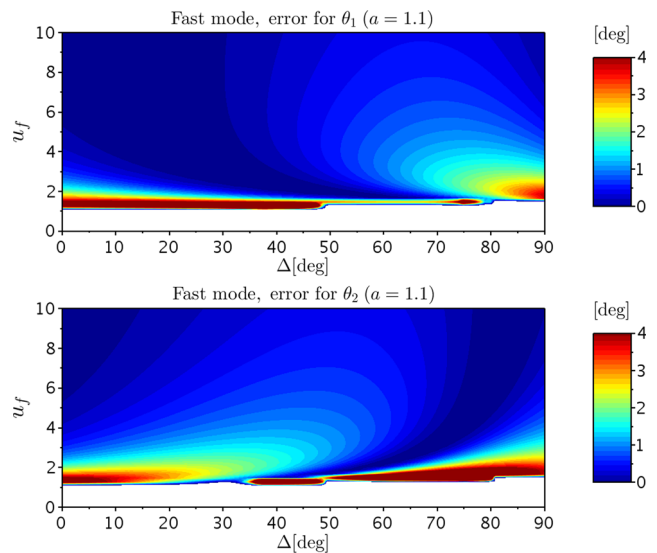
The 3D solution represents a single curve, which is constituted, depending on the value of  $\Delta_f$ , by either one of the solutions or by a combination of both. It is important to note that in many cases no standing fast mode solution exist. Graphically, this corresponds to the case of the  $u_f$  sphere being completely contained inside the dispersion relation surface or, in the approximate solution (30), to the condition  $D < 0$ .

We note indeed that the constraint  $D \geq 0$  for real solutions to exist implies the flow velocity to exceed a limiting value

$$u_f^2 \geq \left( \frac{\cos^2 \Delta_f}{\max(1, a^2)} + \frac{\sin^2 \Delta_f}{C^2} \cos^2 \varphi \right)^{-1}. \tag{34}$$



**Fig. 9** Fast mode: Error on the determination of the orientation of the standing fronts for a singular choice of the Alfvén velocity  $a$  and the fluid velocity  $u_f$ . Format is the same as for Fig. 5

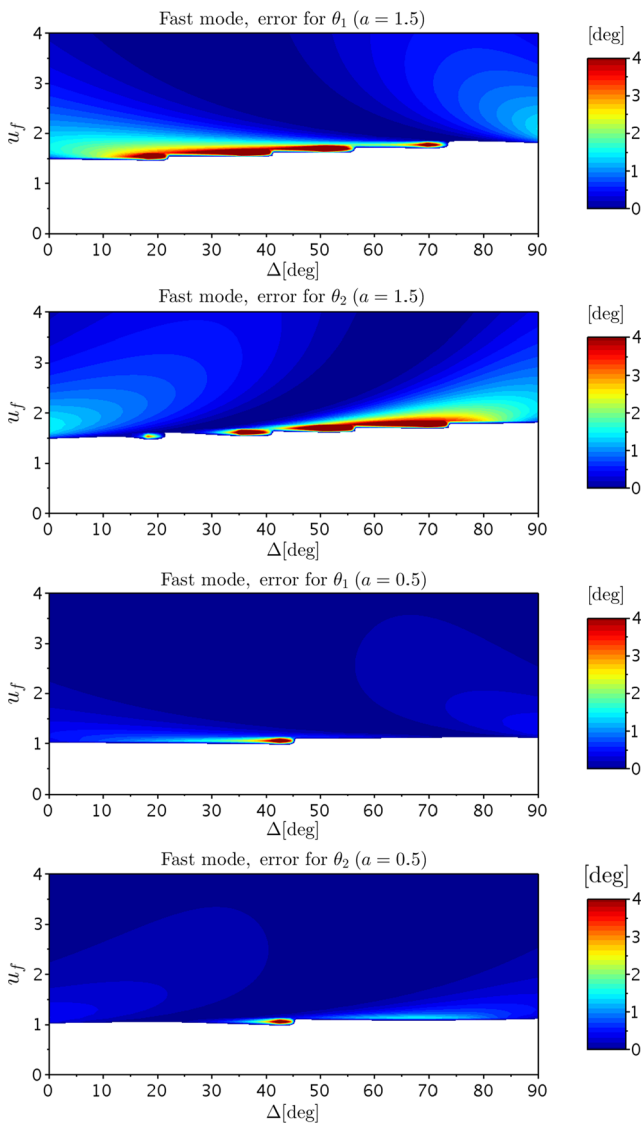


**Fig. 10** Absolute errors for the two standing fast modes (30) in the  $(x, z)$  plane. The regime  $a \simeq 1$  is potentially the one with the largest errors, as the approximate expression (24) applies specifically to  $a \ll 1$  or  $a \gg 1$ . No standing fast mode solutions exist in the white shaded regions where condition (34) is not satisfied

### 5.1 Error of the approximation for the fast mode

An example of  $\Delta$  dependence of the errors for both  $F_{1,2}$  solutions (corresponding to the two solutions  $\theta_{1,2}$  from (30)) is shown in Fig. 9. The figure shows that the error associated with this approximation is generally  $< 1^\circ$ , except near the lower limit of  $u_f$  and values of  $a$  close to unity as illustrated in Fig. 10 for the particular case  $a = 1.1$ .

As already pointed out, the approximate expression for the fast mode’s phase velocity (24) becomes increasingly accurate as the Alfvén velocity  $a$  departs from unity meaning that  $F_{1,2}$  are exact solutions for  $a \rightarrow 0, \infty$ . The contour plots



**Fig. 11** Fast mode: Absolute error for the orientation of standing fast mode solutions (30) for  $a$  values larger and smaller than unity

in Fig. 11 do indeed show that already for moderate departures of  $a$  from unity, the error is significantly smaller over most of the  $(\Delta, u_f)$  parameter space and large errors concentrated in an increasingly narrow region near the lower limit for  $u_f$ .

### 6 Sample applications

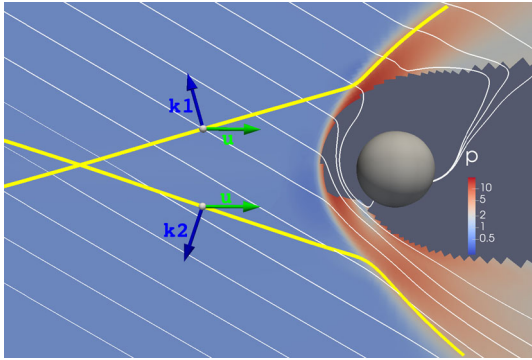
In this section we discuss a few case examples in order to illustrate and test the validity of the above described method to identify standing MHD modes in a stationary plasma flow. As previously explained, for given plasma parameters, flow and magnetic field orientations, an infinite number of standing modes are generally possible. As shown in Figs. 4 and 8, the tips of all possible standing phase velocity vectors de-

scribe a closed curve in the three dimensional velocity space. In general, only a subset of all possible standing modes is effectively compatible with the imposed boundary conditions. In numerical simulations, laboratory or natural plasmas, it is often possible to identify the orientation of the dominant wave vector by measuring the gradient of some local quantity such as density, pressure, magnetic field etc.. When more than one standing mode is allowed in the direction specified by the gradient, one may use transport ratios to refine the identification process. Transport ratios are dimensionless numbers obtained by the mutual division of two fluctuating quantities in a linear wave. In multi-species Vlasov plasmas it is generally necessary to compute the transport ratios numerically (e.g. Lacombe et al. 1992). In the MHD limit the only two relevant transport ratios are the parallel compressibility  $C_{\parallel}$  and the Alfvén ratio  $R_A$ . They are briefly described in Appendix B. The parallel compressibility, which does compare density and magnetic field fluctuations, is the most useful to disentangle fast and slow modes as it is always positive for the former (density and magnetic field vary in phase) and always negative for the latter (density and magnetic field vary in anti-phase). The Alfvén mode being incompressible (no density fluctuation), the associated parallel compressibility is vanishing small. If a doubt subsists, the Alfvén ratio which compares velocity and magnetic fluctuations may be used. Example profiles of the two just mentioned transport ratios as a function of propagation angle  $\theta_{kB}$  are shown in Fig. 16.

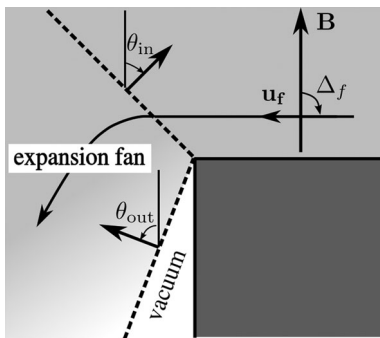
#### 6.1 Sample application for the fast mode

Standing fast mode fronts are very common in astrophysical plasmas. The interaction of the solar wind with any of the magnetized planets of the solar system produces such fronts in the form of a bow shock. Figure 12 shows a plane cut through a three dimensional simulation of Mercury’s magnetosphere (parameters are those of Pantellini et al. (2015)) with the solar wind flow streaming from left to right. Simulation parameters are such that the solar wind flow, the solar wind magnetic field and the planet’s magnetic axis are in the plane shown in Fig. 12.

Under such circumstances, as previously explained for Fig. 1, for any given point in the plane there are at most two standing fronts with wave vectors  $\vec{k}_{1,2}$ . The corresponding orientations  $\theta_{1,2}$  are given by Eq. (30) with  $\varphi$  either 0 or  $\pi$ , the  $y$  components of all vectors being necessarily zero in the plane of Fig. 12. In the free solar wind (on the left in Fig. 12) there are no waves and the two fronts do merely show a cut through the Mach cone which would be generated by a point obstacle placed at the crossing of the two fronts. Accordingly, the two fronts do also represent the orientation of the bow shock at large distance from the planet and more generally Eq. (30) fully describes the fast Mach cone generated



**Fig. 12** Color coded contours of the thermal pressure  $p$  in a simulation of the interaction of the solar wind with Mercury's magnetosphere. Magnetic field lines are in white. The yellow curves represent two possible standing fast mode solutions given by Eq. (30). The regions with no pressure contours are those where no standing fast modes are possible ( $D < 0$  in (30))



**Fig. 13** Schematic illustration of the problem of a plasma flowing over a nonconducting two dimensional sharp corner leading to the formation of a slow mode expansion fan. The angle  $\theta_{in}$  denotes the orientation of the leading standing slow mode front, marking the entrance of the fan. The angle  $\theta_{out}$  denotes the front separating the plasma from the vacuum

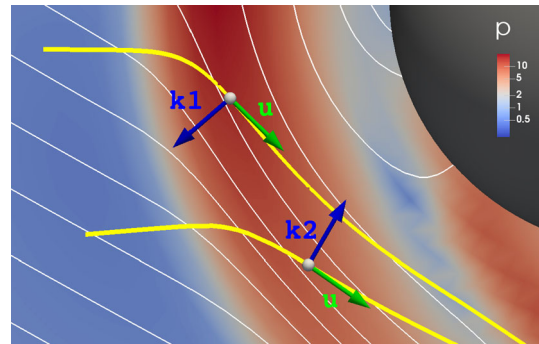
by a point obstacle moving through the plasma at speed  $\vec{u}_f$ . The fast Mach cone defined by Eq. (30) is an approximation but far better handleable than the exact form given in Verigin et al. (2003).

### 6.2 Sample application for the slow mode

For the slow mode case discussed in Sect. 4 we consider the particular problem of the formation of a slow mode expansion fan at the Jovian moon Io as described by Krisko and Hill (1991). Following Siscoe and Sanchez (1987), Krisko and Hill solve a simplified version of the problem which is that of a steady state plasma flowing over a nonconducting, two dimensional sharp corner as illustrated in Fig. 13. The problem is self similar as it is free of any characteristic spatial scale. As a consequence, plasma parameters do only vary as a function of the azimuthal angle and do not depend

**Table 1** Orientation of the standing slow modes delimiting the expansion fan in the case of a plasma flowing over a sharp corner for the particular case treated by Krisko and Hill (1991).  $\theta_{KH}$  are the orientations given by Krisko and Hill,  $\theta_{app}$  have been computed using the approximation (18)

Parameter	$a$	$u_f$	$\Delta_f$ [deg]	$\theta_{KH}$ [deg]	$\theta_{app}$ [deg]	$\delta\theta$ [deg]
In	6.67	1.0	90.0	45.0	44.36	0.18
Out	2780	27.8	20.0	159	159.27	$\epsilon$



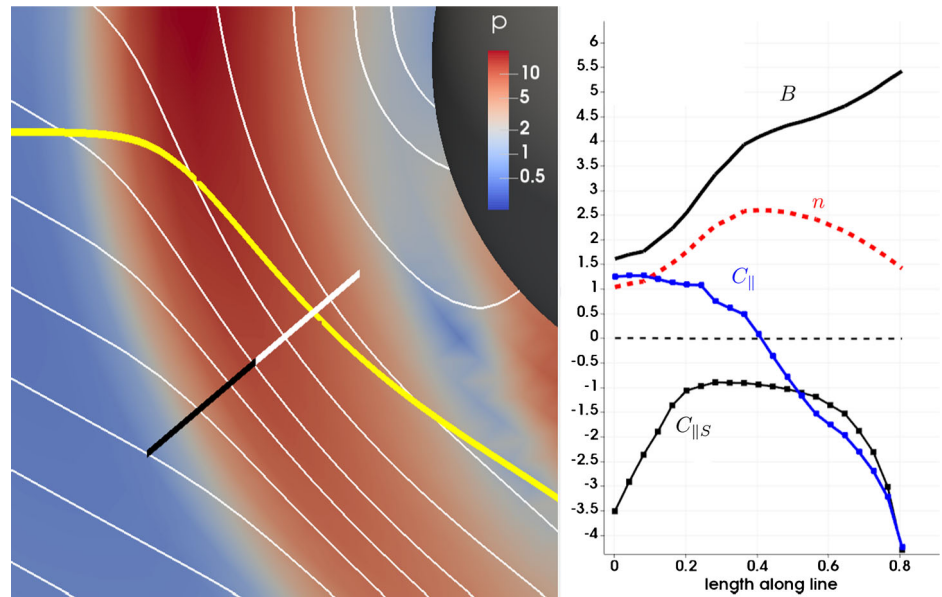
**Fig. 14** Cut through a three dimensional MHD simulation of Mercury's magnetosphere. The plasma flows horizontally from left to right and goes through a fast mode shock visible as a sharp rise of the pressure  $p$ . The thin white lines are magnetic field lines while the thick yellow lines are two examples of possible standing slow mode fronts propagating nearly opposite to each other and representing the two solutions of Figure 1 with wave vector  $\vec{k}_1$  and  $\vec{k}_2$ , respectively

on the distance (both angles and distances are measured with respect to the corner). We note that unlike Siscoe and Sanchez (1987) who were interested in the high beta environment of the Earth magnetosphere (NB:  $a^2 = 2/(\gamma\beta)$ ), Krisko and Hill (1991) solve a low beta case (see Table 1) where the magnetic field is essentially unaffected by the flow.

Solution S2 (Eq. (18)) is the one compatible with the orientation of the magnetic field in Fig. 13. As shown in Table 1, the approximate orientations  $\theta_{app}$  of the slow mode fronts defining the expansion fan are nearly identical to those given by Krisko and Hill (1991). This is not surprising, as the parameter  $a$  is substantially larger than unity, in which case Eq. (18), which has been used to compute  $\theta_{app}$ , provides an excellent approximation.

As suggested by Pantellini et al. (2015), standing slow mode fronts possibly form downstream of planetary bow shocks (the magnetosheath) where the plasma flow velocity vector and the magnetic field vector are nearly parallel to each other (i.e.  $\Delta_f \ll 1$ ). Figure 14 shows a portion of same cut through the 3D simulation by Pantellini et al. (2015) already shown in Fig. 12. As for the fast mode in Fig. 12,

**Fig. 15** Left panel: same format as Figure 14 with only the  $\vec{k}_1$  front shown. Right panel: plasma density  $n$ , magnetic field intensity  $B$ , measured parallel compressibility  $C_{\parallel}$  and theoretical parallel compressibility for the slow mode  $C_{\parallel S}$  along the thick straight line shown in the left panel. Note how the measured compressibility  $C_{\parallel}$  turns negative and approaches  $C_{\parallel S}$  after position 0.4 suggesting a transition from a fast mode dominated to a slow mode dominated structure



standing wave fronts with their associated wave vectors and local flow velocity vectors at two selected points are shown for the slow mode. The two fronts have been constructed using the expressions (17) and (18) with  $\varphi$  either 0 or  $\pi$ . It is unlikely that both fronts, roughly propagating in opposite directions, coexist with similar amplitudes in any given region of space as their energy source regions are necessarily different. For the slow mode, energy propagates essentially along the magnetic field line. In the region of the magnetosheath shown in Fig. 14, it is more likely that a hypothetical slow mode front is rather of the  $\vec{k}_1$  sustained by an energy flow from the nose region of the magnetosheath where plasma flow deflection and magnetic field lines pile-up are strongest.

A slow mode structure can be distinguished from a fast mode structure based on measurements of the parallel compressibility  $C_{\parallel} = \delta n B / (n \delta B_{\parallel})$ , where  $\delta n$  and  $\delta B_{\parallel}$  represent the spatial variations normal to the wave front, i.e. along the direction given by the wave vector. Indeed, as shown in Appendix B, the parallel compressibility is positive for the fast mode and negative for the slow mode. Thus, by comparing the measured compressibility with the theoretical predictions for the various modes along a direction normal to the density and/or magnetic field gradients may allow to identify the local dominant mode. As an example, the parallel compressibility measured along a straight line aligned with the wave vector  $\vec{k}_1$  is shown in the right panel of Fig. 15. As expected, the  $C_{\parallel}$  profile is positive near the shock front (the bow shock being a fast mode shock). Deeper inside the magnetosheath at the density maximum at position 0.4,  $C_{\parallel}$  turns negative and approaches the theoretical prediction  $C_{\parallel S}$  for the slow mode, suggesting that the fast mode is no longer the dominant mode.

### 7 Conclusion

We have presented analytic expressions describing standing plane modes in a steady state plasma flow for the three linear MHD modes. Expressions are exact for the Alfvén mode and approximate for fast and the slow modes. They provide comparatively simple analytic forms of the Alfvén, slow and fast Mach cones. The can be used as a valuable tool to help identify the dominant modes in complex experimental or simulated plasma flows.

**Acknowledgements** The work of Léa Griton was supported by the Centre National d'Études Spatiales (CNES) and the Observatoire de Paris (contract ref. 5100016058). Part of the presented work has been completed by Laura Munteanu during a one month internship at LESIA in June 2015.

### Appendix A: Changing reference frame

The calculations presented in this paper have been established in a particular reference frame (hereafter the primed reference frame) defined by the flow velocity vector  $\vec{u}_f$  and the magnetic field vector  $\vec{B}$  as illustrated in Fig. 1. This particular frame is well suited for the theoretical treatment of mode propagation related issues but is rarely the most practical one as both velocity and magnetic field orientations do generally change as a function of space. In most applications, however, there is one unique frame for the whole system (for example the simulation frame as in Fig. 14 or the frame defined by the step geometry in the Krisko and Hill 1991 experiment of Fig. 13). We denote this frame as the unprimed frame. It is therefore useful to establish the matrix  $M$  which transforms the orthonormal right handed basis vectors

of an arbitrary frame into the orthonormal basis vectors (also right handed) of the primed reference frame. The plasma flow being stationary in both frames there is no relative motion and the transformation matrix  $M$  may be viewed as the product of two rotations implying  $\det(M) = 1$ .  $M$  is easily obtained by writing the basis vectors  $\vec{e}_x', \vec{e}_y'$  and  $\vec{e}_z'$  of the primed reference frame in terms of the two unitary vectors  $\vec{\mu}_f \equiv \vec{u}_f/u_f$  and  $\vec{b} \equiv \vec{B}/B$  in the unprimed frame, i.e.

$$\begin{aligned} \vec{e}_z' &= -s\vec{b} \\ \vec{e}_y' &= \frac{\vec{\mu}_f \times \vec{e}_z'}{\sin \Delta_f} = -s \frac{\vec{\mu}_f \times \vec{b}}{\sin \Delta_f} \\ \vec{e}_x' &= \vec{e}_y' \times \vec{e}_z' = s \frac{(\vec{\mu}_f \times \vec{b}) \times \vec{b}}{\sin \Delta_f} = \frac{-\vec{\mu}_f + (\vec{\mu}_f \cdot \vec{b})\vec{b}}{\sin \Delta_f} \end{aligned} \tag{A.1}$$

where  $s = \text{sign}(\vec{\mu}_f \cdot \vec{b})$  and  $0 < \Delta_f \leq \pi/2$  is the angle between the directions of  $\vec{b}$  and  $\vec{\mu}_f$ . In the primed frame the magnetic field is therefore either parallel or anti-parallel with respect to  $\vec{e}_z'$ . If  $\Delta_f \neq 0$ , the components of the three primed basis vectors are fully specified by the constraint that  $\vec{\mu}_f$  is in the  $(\vec{e}_x', \vec{e}_z')$  plane with negative components  $\mu_{fx}' = \vec{\mu}_f \cdot \vec{e}_x' < 0$  and  $\mu_{fz}' = \vec{\mu}_f \cdot \vec{e}_z' < 0$ . In the singular case  $\Delta_f = 0$ ,  $\vec{e}_y'$  may be any unitary vector perpendicular to  $\vec{b}$  and  $\vec{e}_x' = \vec{e}_y' \times \vec{e}_z'$  as in the general case (A.1).

The transformation of the basis vectors  $\vec{e}_x = (1, 0, 0)$ ,  $\vec{e}_y = (0, 1, 0)$  and  $\vec{e}_z = (0, 0, 1)$  to the primed frame is thus given by

$$\vec{e}_i' = M\vec{e}_i, \quad i = \{x, y, z\} \tag{A.2}$$

where the elements of the  $3 \times 3$  transformation matrix  $M$  are merely the components of the primed basis vectors:

$$M = (\vec{e}_x' | \vec{e}_y' | \vec{e}_z'). \tag{A.3}$$

Accordingly, the components of an arbitrary vector projected onto the basis vectors of the primed frame are obtained by applying the transposed matrix  $M^T$  to the components of the vector in the unprimed frame, i.e.

$$\vec{v}' = M^T \vec{v} \tag{A.4}$$

where  $\vec{v}' = (\vec{v} \cdot \vec{e}_x', \vec{v} \cdot \vec{e}_y', \vec{v} \cdot \vec{e}_z')$ .

### A.1 Special case: $\mu_{fy} = b_y = 0$

The transformation matrix  $M$  is particularly simple in the case where the  $y$  components of  $\vec{\mu}_f$  and  $\vec{b}$  are zero in the unprimed frame. In this case the basis vectors (A.1) reduce to:

$$\begin{aligned} \vec{e}_z' &= -s(b_x, 0, b_z) \\ \vec{e}_y' &= -s(0, \sigma, 0) \\ \vec{e}_x' &= +\sigma(b_z, 0, -b_x) \end{aligned} \tag{A.5}$$

where  $\sigma \equiv \text{sign}(-\mu_{fx}b_z + \mu_{fz}b_x)$ . Accordingly, the transformation matrix  $M$  for this particular case is

$$M = \begin{pmatrix} \sigma b_z & 0 & -s b_x \\ 0 & -s \sigma & 0 \\ -\sigma b_x & 0 & -s b_z \end{pmatrix}. \tag{A.6}$$

## Appendix B: Parallel compressibility and Alfvén ratio

### B.1 The parallel compressibility

The parallel compressibility of a plane mode with wave vector  $\vec{k}$  is defined as

$$C_{\parallel} = \frac{\delta n}{n} \frac{B}{\delta B_{\parallel}} \tag{B.1}$$

where  $\delta n$  and  $\delta B_{\parallel}$  are the variations of density and magnetic field along a path parallel to  $\vec{k}$ . The subscript  $\parallel$  in  $\delta B_{\parallel}$  denotes the variation of the magnetic field parallel to itself so that (for example)  $\delta B_{\parallel} = 0$  through a rotational discontinuity. Assuming a wave vector  $\vec{k} = (k, 0, 0)$ :

$$\delta B_{\parallel} = dx \frac{\partial \vec{B}}{\partial x} \cdot \frac{\vec{B}}{B} = dx \frac{\partial B}{\partial x} \tag{B.2}$$

and

$$\delta n = dx \frac{\partial n}{\partial x}. \tag{B.3}$$

In case of an arbitrary orientation  $\vec{k}$  the variations  $\delta B_{\parallel}$  and  $\delta n$  over an infinitesimal distance  $\delta \vec{x} = \epsilon \vec{k}$  are

$$\delta B_{\parallel} = \delta \vec{x} \cdot \nabla B = \epsilon \vec{k} \cdot \nabla B \tag{B.4}$$

and

$$\delta n = \epsilon \vec{k} \cdot \nabla n \tag{B.5}$$

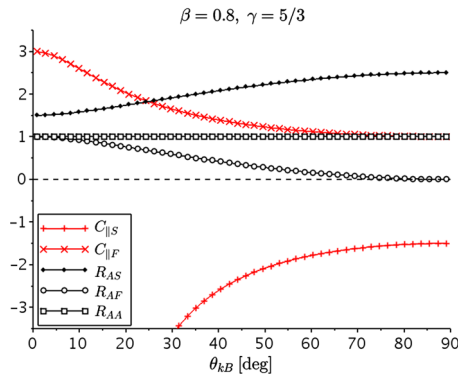
respectively. The parallel compressibility can then be written as:

$$C_{\parallel} = \frac{\vec{k} \cdot \nabla n}{n} \frac{B}{\vec{k} \cdot \nabla B}. \tag{B.6}$$

For the incompressible Alfvén mode the parallel compressibility is zero. For both the slow and the fast mode the parallel compressibility is given by

$$C_{\parallel}(\theta) = \frac{c_A^2}{u_{\phi}^2(\theta) - c^2} \tag{B.7}$$

where  $\theta$  is the angle between  $\vec{k}$  and the magnetic field  $\vec{B}$ ,  $c_A$  is the Alfvén speed,  $c$  the adiabatic sound speed and



**Fig. 16** Parallel compressibility and Alfvén ratio for the 3 MHD modes and particular values of  $\beta$  and  $\gamma$

$u_\phi = \omega/k$  the phase velocity (3) of the corresponding mode. We note that for non-zero values of the Alfvén speed, the fast mode does always propagate faster than the sound speed. Thus, according to (B.7) the compressibility of the fast mode is always positive. On the contrary, slow modes do always propagate slower than the sound speed (except for the special case  $c = c_A$  and  $\theta = 0$ ). Thus, the denominator in (B.7) is always negative implying a negative compressibility for the slow mode. A typical example of parallel compressibility profiles for both compressible MHD modes is shown in Fig. 16.

### B.2 The Alfvén ratio

The Alfvén ratio is defined as

$$R_A = \frac{\delta v_{\perp,k}^2}{c_A^2} \frac{B^2}{\delta B_{\perp,k}^2} \tag{B.8}$$

where the perpendicular direction is now to be considered with respect to  $\vec{k}$ , i.e.  $\delta v_{\perp,k} = |\delta \vec{v} \times \vec{k}/k|$ .

For the three MHD modes the Alfvén ratio is given by

$$R_A(\theta) = \frac{c_A^2}{u_\phi^2} \cos^2 \theta. \tag{B.9}$$

The phase velocity of the Alfvén mode being  $u_\phi^2 = c_A^2 \cos^2 \theta$  implies that  $R_A = 1$ , independently of the propagation angle  $\theta$ . Sample profiles of the Alfvén ratio for the three MHD modes are shown in Fig. 16.

### References

Krisko, P.H., Hill, T.W.: Two-dimensional model of a slow-mode expansion fan at Io. *Geophys. Res. Lett.* **18**, 1947–1950 (1991). doi:[10.1029/91GL02541](https://doi.org/10.1029/91GL02541)

Lacombe, C., Pantellini, F.G.E., Hubert, D., Harvey, C.C., Mangeney, A., Belmont, G., Russell, C.T.: Mirror and Alfvénic waves observed by ISEE 1-2 during crossings of the earth’s bow shock. *Ann. Geophys.* **10**, 772–784 (1992)

Pantellini, F., Griton, L., Varela, J.: Rarefaction and compressional standing slow mode structures in Mercury’s magnetosheath: 3D MHD simulations. *Planet. Space Sci.* **112**, 1–9 (2015). doi:[10.1016/j.pss.2015.04.007](https://doi.org/10.1016/j.pss.2015.04.007)

Siscoe, G.L., Sanchez, E.: An MHD model for the complete open magnetotail boundary. *J. Geophys. Res.* **92**, 7405–7412 (1987). doi:[10.1029/JA092iA07p07405](https://doi.org/10.1029/JA092iA07p07405)

Spreiter, J.R., Alksne, A.Y.: Solar-wind flow past objects in the solar system. *Annu. Rev. Fluid Mech.* **2**, 313–354 (1970). doi:[10.1146/annurev.fl.02.010170.001525](https://doi.org/10.1146/annurev.fl.02.010170.001525)

Verigin, M., Slavin, J., Szabo, A., Kotova, G., Gombosi, T.: Planetary bow shocks: Asymptotic MHD Mach cones. *Earth Planets Space* **55**, 33–38 (2003)

### **A.3 3D magnetohydrodynamic simulations of the solar wind interaction with a hyper-fast rotating Uranus**

Article de 2018 par L. Griton, F. Pantellini et Z. Méliani  
Revue : Journal of Geophysical Research - Space Physics  
doi : 10.1029/2018JA025331



**RESEARCH ARTICLE**

10.1029/2018JA025331

**Three-Dimensional Magnetohydrodynamic Simulations of the Solar Wind Interaction With a Hyperfast-Rotating Uranus**

**Key Points:**

- Planetary field lines form a helical, Alfvénic structure moving downstream faster than the magnetosheath plasma
- Reconnection regions are also moving downstream and are helically shaped with a twice as large pitch
- The MHD equations have been integrated using the background/residual splitting technique for the magnetic field

**Correspondence to:**

L. Griton,  
lea.griton@observatoiredeparis.psl.eu

**Citation:**

Griton, L., Pantellini, F., & Meliani, Z. (2018). Three-dimensional magnetohydrodynamic simulations of the solar wind interaction with a hyperfast-rotating Uranus. *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, 123. <https://doi.org/10.1029/2018JA025331>

Received 8 FEB 2018

Accepted 5 JUN 2018

Accepted article online 13 JUN 2018

**L. Griton<sup>1</sup>** , **F. Pantellini<sup>1</sup>**, and **Z. Meliani<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>LESIA, Observatoire de Paris, Université PSL, CNRS, Sorbonne Université, Université Paris Diderot, Sorbonne Paris Cité, Meudon, France, <sup>2</sup>LUTH, Observatoire de Paris, PSL Research University, CNRS UMR 8102, Université Paris Diderot, Meudon, France

**Abstract** We present magnetohydrodynamic simulations of a fast-rotating planetary magnetosphere reminiscent of the planet Uranus at solstice, that is, with the spin axis pointing to the Sun. We impose a 10 times faster rotation than for Uranus, in order to emphasize the effects of rotation on the magnetospheric tail without the need of an excessively large simulation domain while keeping the qualitative aspects of a supersonic magnetized solar wind interacting with a fast-rotating magnetosphere. We find that a complex helical Alfvénic structure propagates downstream at a velocity exceeding the plasma velocity in the magnetosheath. Similarly, the reconnection regions, which mediate the interaction of the planetary magnetic field and the interplanetary magnetic field, do also form a helical structure with the same downstream velocity but a 2 times larger pitch. We speculate that the magnetic field of the helical structure connected to the interplanetary magnetic field asymptotically reduces the phase velocity of the helical structure toward the tailward velocity in the magnetosheath. For our simulations we use the MPI-AMRVAC code which we enhanced with a time-dependent background magnetic field in the splitting of the magnetic field.

**1. Introduction**

Among all major planetary magnetospheres of the solar system, the magnetosphere of Uranus is the most mysterious case within reach of a spacecraft (Arridge et al., 2012). In fact, Uranus presents the largest angle between spin axis and magnetic axis of all magnetized planets of the solar system. Moreover, the large in-ecliptic-plane component of its spin axis implies important seasonal variations of the magnetospheric configuration. Like Neptune, Uranus was visited only once by the Voyager II spacecraft, during a few days around 24 January 1986. This unique flyby provided the community with enough data to establish a model for the planetary magnetic field (Connerney et al., 1987) and to measure Uranus' rotation period (Podolak & Reynolds, 1987). Subsequently, several articles devoted to the magnetosphere of Uranus were published, including studies of Uranus' magnetotail by Voight et al. (1983, 1987) and Behannon et al. (1987). These observations and first studies stimulated the realization of numerical simulations of the interaction of a low plasma  $\beta$  and a high Mach number solar wind with a fast-rotating planetary magnetosphere (17 hr rotation period) with a spin axis almost in the ecliptic plane and a large ( $\approx 60^\circ$ ) angle between the magnetic axis and the spin axis.

However, only a very limited number of simulations of the Uranian magnetosphere have been published to date. The 3-D magnetohydrodynamic (MHD) simulation by Tóth et al. (2004) provided the first illustration of the helical and time-dependent structure of the tailward stretched planetary field line. Despite not having included the interplanetary magnetic field (IMF) in their simulation, they found current sheet crossings in good agreement with the current sheet crossings from Voyager II data collected along its path through the Uranian magnetosphere. More recently, Cao and Paty (2017) used a multifluid (ions-electron) MHD code to simulate the seasonal and diurnal variations of the magnetosphere for a nonzero IMF. However, unlike Tóth et al. (2004), Cao and Paty (2017) mostly restrict their exploratory work to the near-planet region, particularly focusing on the variability of the dayside connectivity between IMF and planetary field. One of their main conclusions is that reconnection plays an important role in changing the magnetic topology of the subsolar magnetopause between open and closed over a rotation period. Despite not presenting numerical simulations one may also mention Masters (2014), who proposes an empirical model in order to determine the positions of the reconnection regions on the dayside magnetopause. In this paper we present single-fluid

MHD simulations of the Uranian magnetosphere at solstice with the major objective of investigating the effect of the IMF on the tail structure of the magnetosphere, an effect not present in Tóth et al. (2004; who use a very large simulation domain but a solar wind with no IMF) and only marginally commented on by Cao and Paty (2017). However, in order to emphasize the effect of rotation, we shorten the rotation period by a factor of 10, the major advantage of such an acceleration of the rotation being a shorter wavelength (or pitch) of the helical structure of the tail allowing for a smaller simulation domain as compared to the reference paper of Tóth et al. (2004). The scaling law connecting our fast-rotating Uranus and the real Uranus is probably not a simple one; however, there is no fundamental reason for the two cases to behave in a qualitatively very different way.

We adapted the original version of the MPI-AMRVAC code (Keppens et al., 2012) to simulate rotating planets with a strong intrinsic magnetic field plunged in a supersonic uniform flow (the solar wind). Our modified version of MPI-AMRVAC is based on the background/residual splitting technique for a time-dependent, potential, and generic axisymmetric background field  $\mathbf{B}_0$ . The details of the implemented equations are given in section 2. Simulation domain and boundary conditions are described in section 3. Normalizations and simulation parameters are presented in section 4. Finally, in section 5 we discuss simulation results corresponding to the solstice configuration of a superfast-rotating Uranus-type planet, with a spin to magnetic axis tilt angle of  $90^\circ$  (Run 1) and with the more realistic tilt angle of  $60^\circ$  (Run 2).

## 2. Simulation Model

MHD simulations have been used since the 1980s to study various astrophysical objects on a global scale. The simulation of magnetospheres of stars and planets is particularly challenging due to the presence of an intrinsic magnetic field. This intrinsic magnetic field does not change on the timescale of the relaxation time of the whole magnetosphere. It radially decreases by several orders of magnitude (and so does the Alfvén speed) on typical magnetospheric scales, whereas the variable component of the magnetic field does not vary by more than a factor of 10 or so (Tanaka, 1994). In order to circumvent the difficulty of numerically integrating the MHD equations in the presence of strong spatial gradients (without drastically reducing the spatial resolution of the numerical grid), Tanaka (1994) proposed to solve the MHD equations by splitting the global magnetic field  $\mathbf{B}$  into an intrinsic potential magnetic field  $\mathbf{B}_0$  and a residual magnetic field  $\mathbf{B}_1$ . This technique has been widely applied to MHD simulations of planetary magnetospheres since then (e.g., for recent studies of Saturn, Jia et al., 2012; Jupiter, Chané et al., 2017; or Uranus, Cao & Paty, 2017). However, in Tanaka (1994), the background magnetic field  $\mathbf{B}_0$  was assumed to be potential (i.e., current-free) and time independent. More recently, Gombosi et al. (2002) extended the splitting technique to allow for a time-dependent and nonpotential  $\mathbf{B}_0$ . This time-dependent background magnetic field is essential for the case of a fast rotator with nonaligned spin and magnetic axis such as Uranus (Tóth et al., 2004) and Neptune.

Here simulations are run using the MPI-AMRVAC code with the nonrelativistic MHD equations and a background/residual splitting technique. The total magnetic field  $\mathbf{B}$  is thus split into two components, a user-defined analytical background field  $\mathbf{B}_0$  and a residual (not necessarily small) field  $\mathbf{B}_1 = \mathbf{B} - \mathbf{B}_0$ . With this decomposition in mind we can write the resistive MHD equations (dimensionless form) for a polytropic plasma as follows:

$$\partial_t \rho + \nabla \cdot (\mathbf{v}\rho) = 0 \quad (1)$$

$$\partial_t(\rho\mathbf{v}) + \nabla \cdot (\mathbf{v}\rho\mathbf{v} - \mathbf{B}\mathbf{B} + \mathbf{B}_0\mathbf{B}_0) + \nabla(p_{\text{tot}} - \frac{1}{2}\mathbf{B}_0^2) = \mathbf{J}_0 \times \mathbf{B}_0 \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \partial_t e_1 + \nabla \cdot [\mathbf{v}(e + p_{\text{tot}} - \mathbf{B} \cdot \mathbf{B}_0) - \mathbf{B}_1 \mathbf{B} \cdot \mathbf{v}] = & -\mathbf{B}_1 \cdot \partial_t \mathbf{B}_0 - (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{J}_0 \\ & + \nabla \cdot (\mathbf{B}_1 \times \eta \mathbf{J}) + \eta \mathbf{J} \cdot \mathbf{J}_0 \end{aligned} \quad (3)$$

$$\partial_t \mathbf{B}_1 + \nabla \cdot (\mathbf{v}\mathbf{B} - \mathbf{B}\mathbf{v}) = -\partial_t \mathbf{B}_0 - \nabla \times (\eta \mathbf{J}) \quad (4)$$

where  $\rho$  is the density of mass,  $p$  the gas pressure,  $\mathbf{v}$  the flow velocity,  $e = p/(\gamma - 1) + \rho \frac{1}{2} \mathbf{v}^2 + \frac{1}{2} \mathbf{B}^2$  the total energy,  $e_1 = p/(\gamma - 1) + \rho \frac{1}{2} \mathbf{v}^2 + \frac{1}{2} \mathbf{B}_1^2$ , and  $p_{\text{tot}} = p + \frac{1}{2} \mathbf{B}^2$  the total pressure.  $\mathbf{J}_0 = \nabla \times \mathbf{B}_0$ ,  $\mathbf{J} = \mathbf{J}_0 + \mathbf{J}_1$  is the total current and  $\eta$  the magnetic diffusivity. In the nonresistive case ( $\eta = 0$ ) and for a potential and time-independent background field  $\mathbf{B}_0$ , all terms on the right of the equal sign in equations (1)–(4) vanish.

In this paper we assume a potential background field  $\mathbf{B}_0$  and zero resistivity so that nonideal effects, such as magnetic reconnection, are driven by numerical resistivity only. Accordingly, the only nonzero terms on the right-hand side of equations (2) and (3) are the terms proportional to  $\partial_t \mathbf{B}_0$ . We note that the important term  $-\partial_t \mathbf{B}_0$  in equation (4) is missing in the corresponding equation (5) of Cao and Paty (2017). This term was first presented by Gombosi et al. (2002).

Here we assume an axisymmetric planetary field  $\mathbf{B}_0$  defined through a generic multipolar expansion  $\mathbf{B}_0 = \sum_{l=1}^n (B_{0,r}^l \mathbf{e}_r + B_{0,\theta}^l \mathbf{e}_\theta + B_{0,\varphi}^l \mathbf{e}_\varphi)$  in spherical coordinates with

$$B_{0,r}^l(r, \cos \theta) = (l+1) \frac{\psi_l}{r} \quad (5)$$

$$B_{0,\theta}^l(r, \cos \theta) = \frac{\psi_l A_l}{r} \quad (6)$$

$$B_{0,\varphi}^l(r, \cos \theta) = 0 \quad (7)$$

where

$$\psi_l(r, \cos \theta) = \left(\frac{1}{r}\right)^{l+1} g_l P_l(\cos \theta), \quad (8)$$

and

$$A_l(\cos \theta) = \left(\frac{P_{l-1}(\cos \theta)}{\cos \theta P_l(\cos \theta)} - 1\right) \frac{l \cos \theta}{(1 - \cos^2 \theta)^{1/2}}, A_l(0) = 1. \quad (9)$$

In the above expressions,  $P_l$  are the  $l$ th Legendre polynomials,  $\theta$  the polar angle with respect to the magnetic axis, and  $r$  the distance to the center of the planet (expansion center). The background field is thus assumed to be axisymmetric (no dependence on the azimuthal angle  $\varphi$ ).

Let us further discuss the case of a time-varying  $\mathbf{B}_0$ , and let us specialize to the case of  $\mathbf{B}_0$  rotating about a spin axis  $\boldsymbol{\omega}$  ( $\omega = |\boldsymbol{\omega}|$  being the angular velocity of rotation) crossing the magnetic field expansion center  $r = 0$ . In that case the term  $\partial_t \mathbf{B}_0$  appearing in equation (4) can be written as

$$\partial_t \mathbf{B}_0 = \nabla \times (\mathbf{v}_{\text{cor}} \times \mathbf{B}_0) = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{B}_0 - \mathbf{v}_{\text{cor}} \cdot \nabla \mathbf{B}_0, \quad (10)$$

where  $\mathbf{v}_{\text{cor}} \equiv \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}$  is the corotation velocity. The first term on the right-hand side of (10) is easily computed for arbitrary orientations of the spin vector  $\boldsymbol{\omega}$ . The second term on the right-hand side of (10) implies the explicit computation of the spatial derivatives of  $\mathbf{B}_0$  which we give hereafter

$$\partial_r B_{0,r}^l(r, \cos \theta) = -(l+1)(l+2)g_l P_l r^{-(l+3)} \quad (11)$$

$$\partial_\theta B_{0,r}^l(r, \cos \theta) = -B_r^l A_l \quad (12)$$

$$\partial_r B_{0,\theta}^l(r, \cos \theta) = -(l+1+r) \frac{\psi_l A_l}{r} \quad (13)$$

$$\partial_\theta B_{0,\theta}^l(r, \cos \theta) = -(A_l^2 - \partial_\theta A_l) \frac{\psi_l}{r} \quad (14)$$

$$\partial_\theta A_l(\cos \theta) = \frac{l(l+1)(P_l^2 - P_{l-1}P_{l+1})}{(1 - \cos^2 \theta)P_l^2}. \quad (15)$$

We note that the time derivative of  $B_0$  can also be computed numerically as in Tóth et al. (2004). Since, in the general case, the magnetic axis moves with respect to the simulation frame, a time-dependent transformation matrix which transforms the components from the magnetic frame into the simulation frame needs to be implemented to complete the program.

**Table 1**  
Planetary and Solar Wind Parameters Used in the Simulations

Run	IMF	$\beta_{SW}$ (nT)	Tilt angle	$g_1$ (nT)	$\beta_{SW}$	$M_{SW}$	$\omega$	$v_{SW}$ (km/s)
1	+y	0.2	90°	95.14	0.1	20	6.42	400
2	+y	0.2	60°	95.14	0.1	20	6.42	400

Note. The tilt angle is the angle between the spin axis and the magnetic axis. The rotation axis points toward  $-z$ .  $\beta_{SW}$  is the wind thermal to magnetic pressure ratio and  $M_{SW}$  the wind sonic Mach number.  $\omega$  is in normalized units and corresponds to 10 times the angular velocity of Uranus. Rotation period is  $t_{rot} = 2\pi/\omega = 0.98t_0$ . IMF = interplanetary magnetic field.

### 3. Simulation Domain and Boundary Conditions

We simulate a hyperfast-rotating Uranus, as a spherical magnetized body rotating in a stationary magnetized supersonic solar wind. The reference frame of the simulation is a right-handed Cartesian frame with the  $z$  axis pointing against the solar wind flow. The spin axis is aligned with the  $z$  axis (in reference to the solstice configuration of Uranus). The  $x$  axis is such that the planetary dipole vector is confined to the  $(x, z)$  plane at  $t = 0$ , with positive  $x$  and  $z$  components. The  $y$  axis completes the right-handed coordinate system. We denote as *magnetic axis* the symmetry axis of the planet's magnetic field. The simulation domain is delimited by two concentric spherical shells. The spherical grid spans from  $r = 1$  (inner boundary) to  $r = 40.1$  (outer boundary) with a number of grid points (72, 24, 48) in  $r, \theta$ , and  $\varphi$ , respectively, for a total number of 82,944 simulation cells. At the inner boundary, we impose a free outflow condition for the radial velocity  $\partial_r v_r = 0$  and corotation velocity  $\omega \times \mathbf{r}$  for the tangential components. Density and pressure are arbitrarily set to solar wind density and  $\gamma = 5/3$  times the solar wind plasma pressure, respectively. Neumann conditions are applied to  $\mathbf{B}_1$ . At the outer boundary, solar wind conditions are imposed, unless the density in any cell close to the boundary departs by more than 1% from the theoretical value in which case a Neumann boundary condition  $\partial_r = 0$  is applied to all fields (free outflow condition).

We do not need to explicitly specify a resistive layer to mimic an ionosphere at the inner boundary as the numerical resistivity due to the finite grid resolution is sufficiently strong not to have to assign a nonzero resistivity in the MHD equations. For the given spatial resolution, the relative strength of the resistive electrical field  $\vec{E}_{res} = (\vec{v}_{corot} - \vec{v}) \times \vec{B}$  with respect to the (ideal) peak corotation electric field at the surface  $\vec{v}_{corot} \times \vec{B}_{eq}$  observed in our simulations is generally of the order or less than 10% except around the magnetic poles where it can reach 40%.

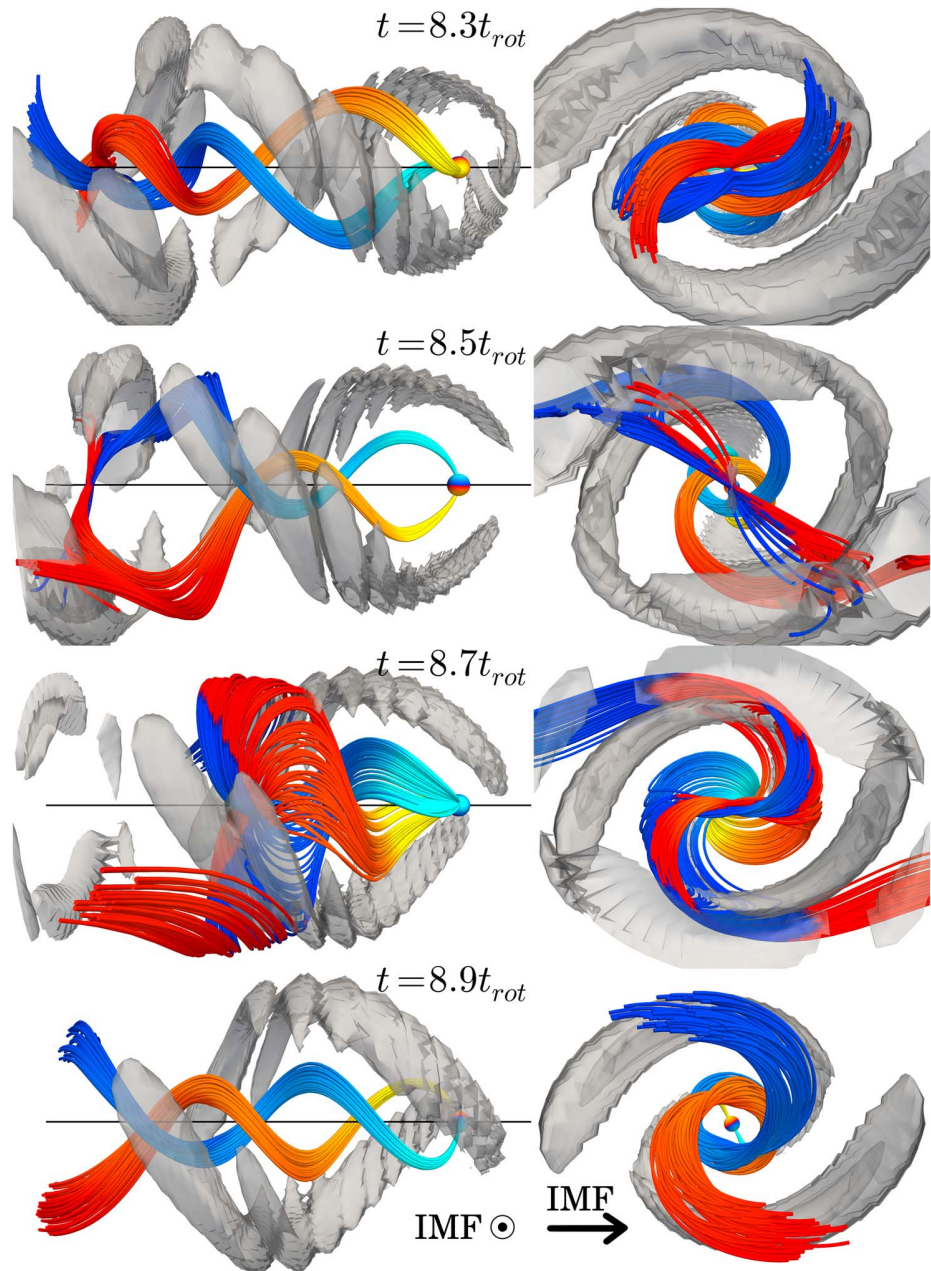
### 4. Normalizations and Simulation Parameters

Distances are normalized to the inner boundary radius  $R_0$ , with  $R_0 = 5R_U$  ( $R_U$  is the radius of Uranus). Velocities are normalized to the sound speed in the solar wind  $c_{SW} = (\gamma p_{SW}/\rho_{SW})^{1/2}$  and the time to  $t_0 = R_0/c_{SW}$ . We neglect the shift of  $0.3R_U$  of Uranus' dipole. It should be noted, however, that the smallest cell size in the system is of the order 2–3 times the planet radius  $R_U$ , so we do not expect the effect of a  $0.3R_U$  displacement to be significant. Planetary field is given as a planetary-centered dipole. Uranus has effectively a significant quadrupole term near the surface, but since it decreases faster than the dipole term it becomes negligible at  $5R_U$ . In order to keep computational time and the domain extent within reasonable limits, we reduce the Uranus rotation period by a factor of 10.

The simulation parameters are summarized in Table 1. We choose typical  $\beta$ , Mach number, and solar wind magnetic field at a distance of 20 AU (Burlaga et al., 1998; Richardson & Smith, 2003). The solar wind velocity ( $v_{SW} = 400$  km/s) is typical of a slow wind. The dipole coefficient  $g_1$  corresponds to the value of  $g_1^0$  given for Uranus by Connerney et al. (1987), at a distance of  $R_0 = 5R_U$ .

### 5. Results and Discussion

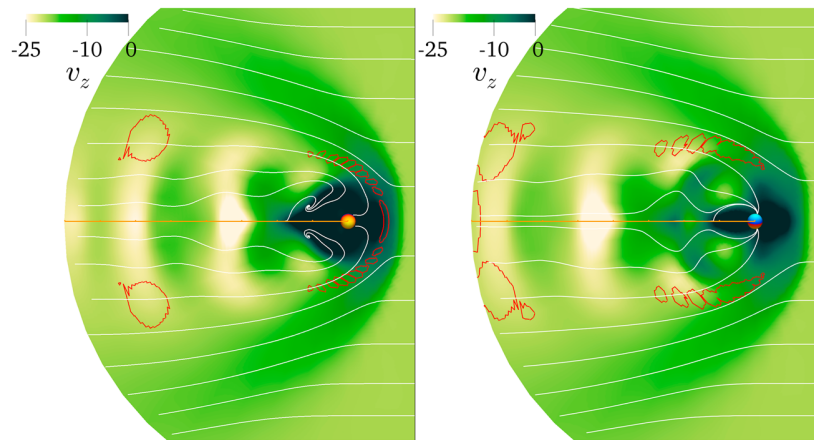
We discuss the results of two simulations with identical wind parameters and rotation axis but different orientations of the planetary magnetic field axis (see Table 1). Run 1 concerns a fast-rotating Uranus whose tilt angle is 90°, such that both magnetic poles play a symmetric part over a rotation. Run 2 is closer to the real configuration of Uranus, with a tilt angle of 60°, so that one of the magnetic poles is always facing the incoming solar wind, while the other one is always on the nightside.



**Figure 1.** Run 1: side view (left column) and associated view from the tail (right column) of a sample of magnetic field lines connected to the magnetic positive pole (yellow-to-red lines) and to the magnetic negative pole (cyan-to-blue lines). Gray contours delimit volumes where  $\beta \geq 20$ , a condition we use as a proxy to identify reconnection sites. The dark line is the rotation axis (z axis). The x axis points upward in all plots.

### 5.1. The 90° Tilt Angle Case

Planet rotation generates a double-helical structure of planet connected magnetic field lines and reconnection sites (Figure 1). Reconnection sites are characterized by high  $\beta$  values. We use the high  $\beta$  instead of the high current density because the latter does not discriminate between reconnection sites and the shock. High  $\beta$ , as mentioned in Cao and Paty (2017), is an interesting parameter for reconnection because it shows the area of both high temperatures and very low magnetic field intensity, both being characteristic of reconnection sites. As shown in Figure 1, the spatial structure of north and south connected lines are out of phase by a half wavelength, as expected due to the symmetry of the whole system (system is invariant with respect to

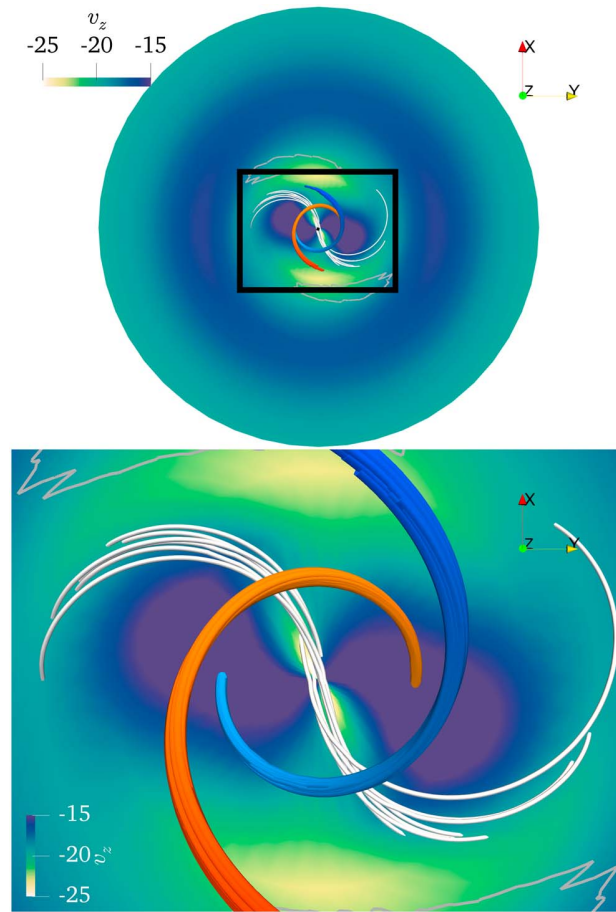


**Figure 2.** Run 1: Contours of  $v_z$  and velocity streamlines in the  $y = 0$  plane ( $x$  axis points upward) at  $t = 8.3t_{\text{rot}}$  (left) and a quarter of rotation later (right). The orange line represents a distance of 40, from the center of the simulation domain to the outer boundary, along the planetary spin axis. The red contours show the location of the reconnection sites ( $\beta \geq 15$ ).

reflections at the  $x = 0$  and  $y = 0$  planes). The pitch of the helical structure of the reconnection sites is roughly twice the pitch of the magnetic field lines ( $\approx 12.5R_0$ ; see Figure 2). The two structures move downstream at the same phase velocity so that at a fixed position downstream of the planet, the temporal periodicity of the reconnection sites is twice the temporal periodicity of the magnetic field. At  $t = 8.3t_{\text{rot}}$  (Figure 1, first row) the planetary magnetic axis is approximately parallel to the IMF orientation and is therefore favorable for reconnection at the subsolar point (Figure 2, left). During the other phases of the rotation, the reconnection sites are localized off axis only. Reconnection sites are places where the IMF and planetary field become connected or disconnected. Planetary field lines extending downstream close to the  $z$  axis and far from the reconnection sites (as for the lines in Figure 1 at  $t = 8.3t_{\text{rot}}$  or  $t = 8.9t_{\text{rot}}$ ) present a neat helical structure with a regular pitch. Planetary lines that approach the reconnection sites (particularly visible at  $t = 8.7t_{\text{rot}}$ ) make large excursions in the direction perpendicular to  $z$  with an essentially vanishing pitch; that is, field components perpendicular to  $z$  are dominant.

The  $z = -15R_0$  cut of Figure 3 shows that the downstream directed fluid velocity  $v_z$  (all velocities are normalized to the sound speed in the solar wind; see section 4) is largest ( $\approx -25$ ) for these IMF connected field lines. Since these field lines are perpendicular to the fluid velocity vector (and the velocity field is incompressible), they must travel at the fluid velocity by virtue of the frozen-in theorem.  $v_z = -25$  is effectively the asymptotic velocity of the whole structure in the downstream region. Figure 3 also shows that planet connected field lines of the type shown in Figure 1 at  $t = 8.7t_{\text{rot}}$  (i.e., not connected with the IMF at or upstream of  $z = -15R_0$ ) are embedded in a much slower plasma flowing at  $v_z \approx -15$ . These lines thus support an Alfvénic fluctuation propagating downstream in the plasma frame at a phase velocity of the order of  $-10$  ( $-200$  km/s in SI units) to keep in phase with the global motion of the whole helical structure.

In general, the helical structure moves downstream faster than the fluid velocity in both the magnetosheath and the solar wind. The question is as follows: what determines the overall velocity of the structure (and thus the helical pitch)? Some authors suggest that because of the Alfvénic nature of the structure, it should travel at the Alfvén speed. In the Tóth et al. (2004) simulations where there is no IMF field and no direct connection between the helical structure formed by the planetary field lines and the solar wind, the propagation speed of the whole structure (in the plasma frame) should be of the order of the Alfvén speed, especially when the field lines are elongated in the  $z$  direction as for their much more slowly rotating planet. The discrepancy between propagation speed and Alfvén speed in the Tóth et al. (2004) simulations is attributed by the authors to frictional forces through the magnetopause. In our simulation we do effectively observe that the helical structure is formed by propagating Alfvén waves, leaving no doubts about the Alfvénic nature of the structure. However, we argue that the IMF connected planetary field lines play an essential role in regulating the downstream motion of the helical magnetic structure. To verify this intuition, we run our simulations twice, once with the IMF, and once with the IMF set to 0 nT. We observe that in the case without IMF, the wavelength of the helical structure is constant. However, in the case with IMF, the wavelength of the helical structure has a length

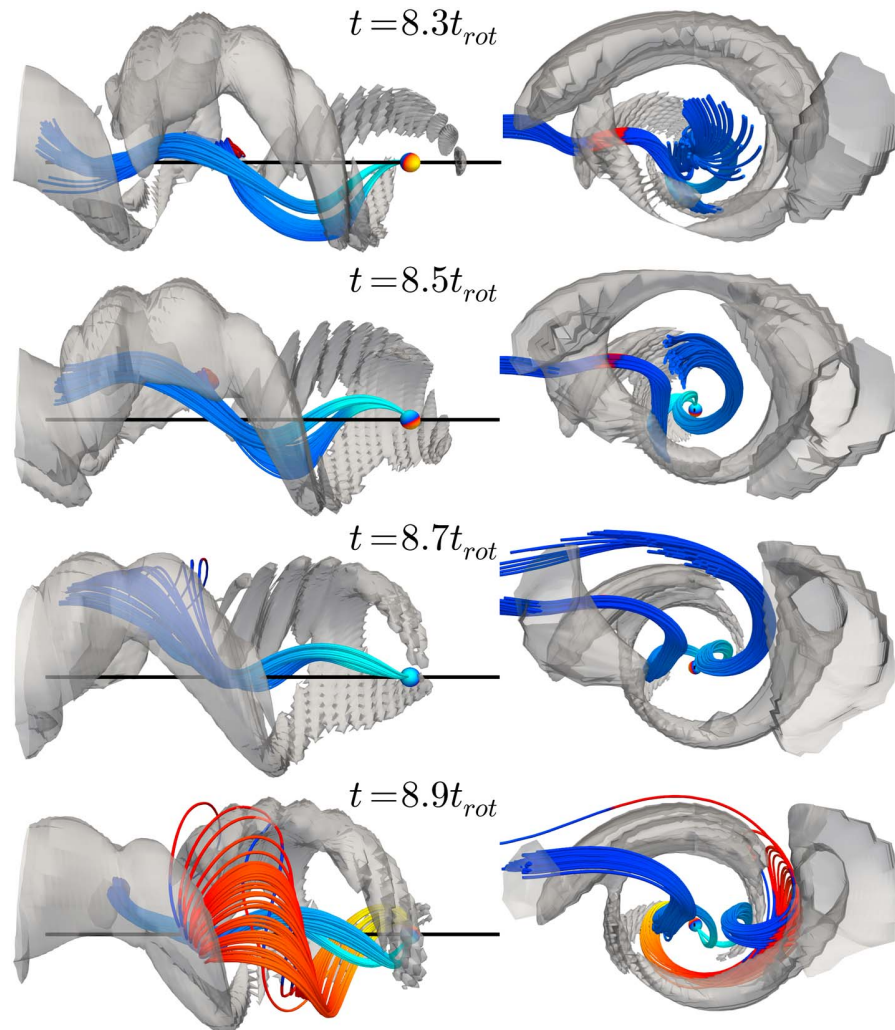


**Figure 3.** Run 1: contours of  $v_z$  in the  $z = -15R_0$  plane (seen from the tail), at  $t = 8.7t_{\text{rot}}$  (top), along with a zoom of the black squared area (bottom). The color scheme shows areas flowing tailward slower (blue), faster (yellow to white) than the solar wind (traveling at  $v_z = -20$ ). Red and blue stream tracers show a sample of magnetic field lines connected to the planet and twisted in a double helix as in Figure 1. These nearly  $z$ -aligned field lines are embedded in two distinct slowly flowing plasma regions. Each of these two regions is populated with field lines connected to one particular magnetic hemisphere of the planet. The white stream tracers show magnetic field lines crossing the rotation axis. They are embedded in a fast-flowing plasma and have a small  $B_z$  thus separating the slow field regions with different  $B_z$  polarity. Such lines are either planetary lines connected to the IMF through the magnetopause at the planes location or pure planetary lines with each foot connected to a different magnetic hemisphere of the planet. They may also be pure IMF lines. In any case these lines do not extend significantly downstream of the plane under consideration. IMF = interplanetary magnetic field.

87% of the length of the corresponding wavelength in the no-IMF simulation, showing that the propagation of the helix is slowed down by the IMF.

The global structure of the magnetic field lines and of the flow pattern is different from usual schemes proposed for fast rotators in more *Earth-like* configurations, as Saturn or Jupiter (see chapters 5, 6, and 12 from Keiling et al., 2015, and references therein). From our simulation we do extract the following scenario:

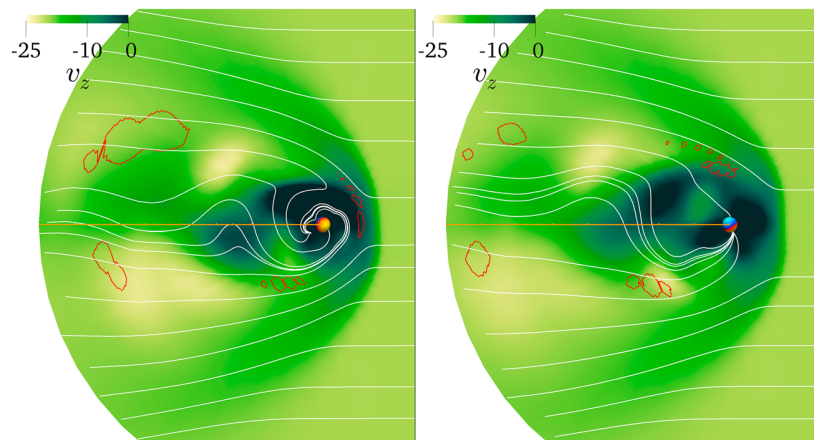
1. IMF field lines that connect to the planetary magnetic field, when upstream or immediately downstream of the planet, become retarded by the rotation (such field lines are not visible in Figure 1) with the portion of field lines in the magnetosheath in advance with respect to the portion inside the magnetopause.
2. During the retardation phase, the portion of the field lines inside the magnetopause becomes accelerated to high tailward velocities by the torque due to the Lorentz force. The lines going through the fast flow regions of Figure 3 are representative of such accelerated lines which travel faster than their *foot* in the magnetosheath thus reducing the overall distortion of the retarded field lines. These lines thus slide along the surface of the magnetopause at a velocity that is globally larger than the fluid velocity in the



**Figure 4.** Run 2: side view (left column) and associated view from the tail (right column) of a sample of magnetic field lines connected to the positive magnetic pole (yellow-to-red lines) and to the negative magnetic pole (cyan-to-blue lines). Gray contours delimit volumes where  $\beta \geq 20$ , a proxy for reconnection. The dark line indicates the rotation axis (z axis). The x axis points upward in all plots.

- magnetosheath. Eventually, a portion of the field lines encounters a reconnection region (volumes delimited by gray surfaces in Figure 1) where it disconnects completely from the planet, transforming into a slowly moving magnetosheath line.
3. Other magnetosheath lines, downstream of a reconnection region, may also connect to the planet as the reconnection regions move faster than the plasma in the magnetosheath. We argue that as a consequence of these exchanges between IMF field and planetary field the helical structure is asymptotically slowed down to the magnetosheath plasma velocity (which tends toward the solar wind velocity at large distances down the tail). This is based on our comparison between our simulations with and without IMF. However, in our simulation with IMF, the downstream extension of the simulation domain is too small to allow for a measurable deceleration of the helical structure. For example, no significant deceleration of the high-velocity spots in Figure 2 could be observed.
  4. In the simulation, the observed tailward velocity of the helical structure is roughly 50% higher than the flow velocity in the magnetosheath. We argue that this difference is a function of the time during which a planetary magnetic field line stays connected to the IMF. In other words, it depends on the interval of time during which the tailward velocity of a portion of the line (transverse to the z axis) is significantly slower





**Figure 5.** Run 2: contours of  $v_z$  and velocity stream lines in the  $y = 0$  plane ( $x$  axis points upward) at  $t = 8.3t_{\text{rot}}$  and a quarter of rotation later. The orange line represents a distance of 40, from the center of the simulation domain to the outer boundary, along the planetary spin axis. The red contours show the location of the reconnection sites ( $\beta \geq 15$ ).

than its counterpart in the magnetosheath, that is, essentially during the time that the portion of the line in the low-velocity region (the dark regions in Figure 2) has a significant transverse component.

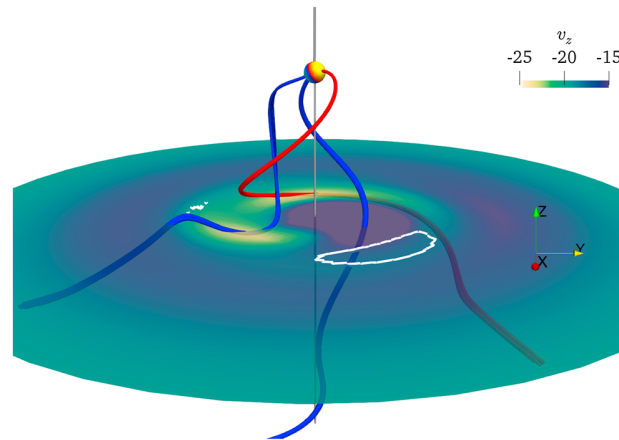
It may be noted that despite the somewhat different spin and magnetic axis orientations, the reconnection sites in the simulation are similarly shaped and show a similar temporal variations as in the Masters (2014) empirical model (second line in his Figure 5). Here and in Masters' paper reconnection sites largely cover the dayside magnetopause (along a direction parallel to the  $x$  axis) at time  $t = 8.3t_{\text{rot}}$  when the IMF and the planetary magnetic axis are nearly parallel (case h in Figure 5 of Masters, 2014). No dayside reconnection sites are visible half a period later, whereas small, roughly diagonally opposed reconnection spots appear at intermediate orientations.

In Figure 2, the bow shock is visible on the velocity contours, and one may notice that its shape and intensity vary over a rotation period (if one compares the figure on the left and the one on the right, a quarter of rotation later), especially in the dayside. This is a consequence of the change in the reconnection sites location, particularly of the subsolar once-per-rotation favorable reconnection site. Figure 2 also illustrates the downstream motion of the reconnection sites (red contours) and the fluid velocity fluctuations in the  $y = 0$  plane. In the  $y = 0$  plane, the flow pattern, reconnection sites, and the shape of the bow shock are symmetric by construction with respect to the  $z$  axis. A symmetry which obviously no longer exists in the  $60^\circ$  tilt case will be discussed in the next section.

### 5.2. The $60^\circ$ Tilt Angle Case

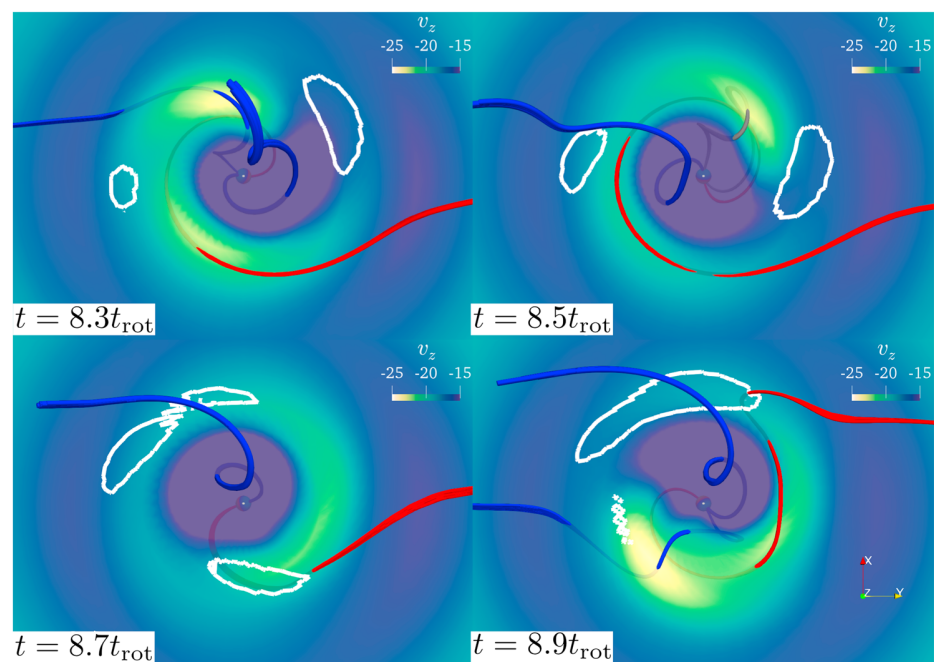
In Run 2, the helical structure of the connected magnetic field lines is not as clear as in Run 1 (see Figure 4). This is a logical consequence of the fact that over a full rotation period one of the planetary poles is always on the nightside and the other on the dayside, thus breaking the symmetry between the two poles of Run 1. The downstream phase velocity of the structure is the same as in Run 1 ( $v = -25$ ), so that planetary axis orientation does not seem to affect significantly the average pitch of the helical structure once it has been accelerated. However, downstream fluid velocities peak at slightly lower levels (as one may notice by comparing Figures 2 and 5) which is essentially a consequence of the fact that in Run 2 there are no magnetic field lines oriented perpendicularly to the  $z$  axis in the central region close to the  $z$  axis so that fluid and phase velocity do not have to be equal.

Another major difference is the off- $z$  axis displacement of tail structures (evident in all Figures 5–7). As shown in Figure 6, the regions with the fastest plasma are now only located off  $z$  axis, with no fast streams crossing the close to  $z$  axis region of slow plasma. The  $z = -15R_0$  slice of Figure 7 shows that there are two regions of fast plasma regions rotating at different and nonconstant angular velocities so that they sometimes appear to merge (e.g., near  $t = 8.9t_{\text{rot}}$ ). The two regions are magnetically connected to each of the two magnetic poles of the planet and sometimes to both as at  $t = 8.5t_{\text{rot}}$ . In general, the region connected to the nightside pole is spatially well delimited and can be tracked during most of the cycle while the dayside connected region is often spread out over a large angular interval.

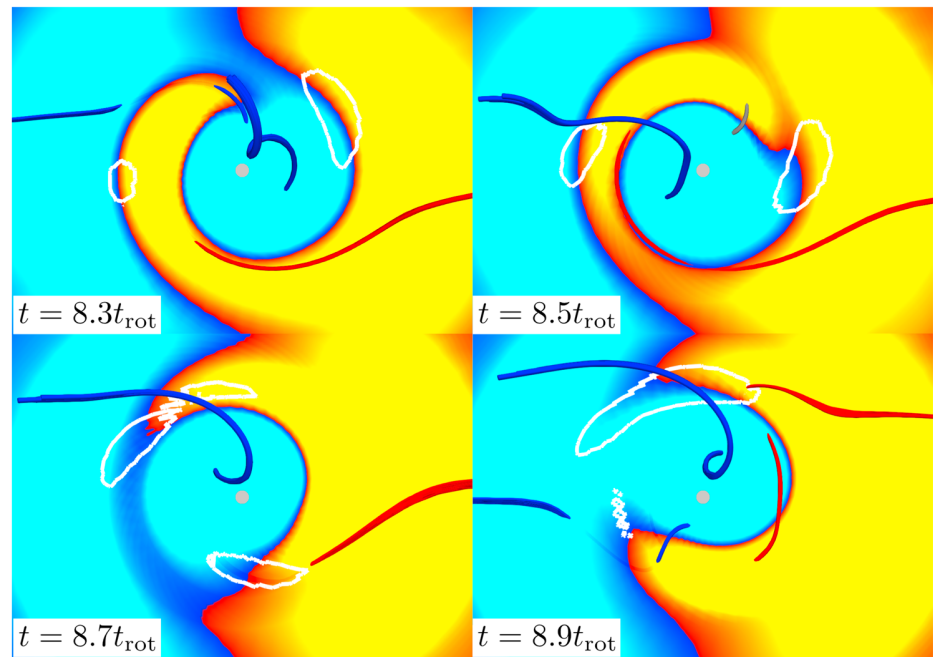


**Figure 6.** Run 2: slice of the simulation domain at  $z = -15R_0$  and  $t = 8.16t_{\text{rot}}$ . The three magnetic field lines are connected to the positive planetary magnetic pole (red stream tracer) and to the negative planetary magnetic pole (blue stream tracers), respectively. White contours correspond to  $\beta = 15$  and thus delimit reconnection sites. The gray vertical line is the rotation axis ( $z$  axis). Note that the field lines cross the plane in regions with large and slow fluid velocities depending on whether their transverse component is dominant or not.

At large distances down the tail, beyond the acceleration region, one may use the sign of  $B_z$  in order to identify the magnetic hemisphere to which the magnetic field lines inside the magnetopause are connected to. Figure 8 confirms that at  $z = -15R_0$  the magnetic field lines closest to the  $z$  axis are all connected to the nightside hemisphere of the planet. The dayside connected lines are always located immediately underneath the magnetopause so that during some phases of the cycle, as for example at  $t = 8.5t_{\text{rot}}$ , the central region (with all lines connected to the nightside planetary hemisphere) is completely surrounded by a region with lines having an opposite  $B_z$  polarity, some of which (the ones inside the magnetopause) are connected to the dayside magnetic hemisphere of the planet. Phases where the innermost region is at least in part surrounded by a region of opposite  $B_z$  polarity can be observed in Figure 13 of Tóth et al. (2004) even though their Figure 17



**Figure 7.** Run 2: slice of the simulation domain at  $z = -15R_0$  (seen from the tail with  $x$  axis pointing upward), at four different times. The magnetic field lines are connected to the positive planetary magnetic pole (red line) or to the negative planetary magnetic pole (blue lines) or to both poles (gray lines).



**Figure 8.** Run 2: slice of the simulation domain at  $z = -15R_0$  (seen from the tail with  $x$  axis pointing upward); yellow-red contours indicate areas where  $B_z < 0$ , while cyan-blue contours indicate  $B_z \geq 0$ , at four different times. Red and blue magnetic field lines are either connected to the positive or the negative planetary magnetic pole. Gray field lines are connected to both poles (closed field lines). White contours correspond to  $\beta = 15$  (delimiting reconnection regions). The large gray dot shows the rotation axis ( $z$  axis).

does not show a close to  $z$  axis region dominated by one single  $B_z$  polarity. However, the central part of each of the four panels of Figure 8 can be compared with Figures 3a–3c from Schulz and McNab (1996).

## 6. Conclusion

We have presented MHD simulations of the interaction of the solar wind with the magnetosphere of a hyperfast-rotating Uranus for solstice orientation of the planetary spin axis, that is, spin axis pointing to the Sun. The solar wind is a low-beta, high-Mach number and magnetized plasma with a magnetic field oriented perpendicular to the flow velocity. The reason for shortening Uranus rotation period by a factor of 10, thus reducing the difference between the rotation period and the Alfvénic crossing time, was double: first, a substantial reduction of both computational time and computational domain size with the implied advantage of limiting numerical diffusion in time; and second, an enhancement of the effects of the rotation on the structure of the magnetospheric tail, as, for example an improved visibility of the reconnection regions due to the shortening of the tailward fluctuations of the magnetic field. Obviously, our results cannot be directly transposed to the real Uranus as no simple scaling law may exist.

The first of the two simulations of a hyperfast Uranus is for an unrealistic spin to planetary magnetic axis orientation of  $90^\circ$ . The run has the advantage of presenting a reduced complexity, with the two planetary magnetic poles playing a symmetric role. As a consequence of the symmetry of the whole system, the field lines from each of the two planetary poles describe two interpenetrating helices stretching downstream of the planet (Figure 1). The tailward velocity of the helical structure ( $\approx 25$ ) is substantially larger than the plasma velocity in the solar wind ( $\approx 20$ ) and in the magnetosheath ( $\approx 17$ ; Figures 2 and 3). In our simulation the tailward velocity of the helical structure is reached within a rather short distance downstream of the planet. That distance is of the order of the distance covered by an IMF field line in the magnetosheath during one rotation period, which leads us to speculate that the velocity of the helical structure is driven by the IMF field lines retarded during the time they are connected to the planet. The fluid velocity in fixed planes transverse to the rotation axis is also highly variable in space and time with mostly slow plasma ( $< 15$ ) near the axis and high velocities ( $> 20$ ) below and at the magnetopause. The helical structure is thus a complex, highly nonlinear,

Alfvén wave embedded in a flowing plasma. We speculate that at large downstream distances (beyond the boundary of the simulation domain) the velocity of the structure will be asymptotically slowed down to the level of the fluid velocity in the magnetosheath. We do not observe such a deceleration in our simulation, the downstream region being probably too short, but we argue that the deceleration is inevitable because of the field lines in the helical structure connected to the IMF. The most visible illustration of the interaction of the helical structure with the IMF are the reconnection regions which in the simulation are observed to reach the downstream domain boundary. In the  $90^\circ$  run the reconnection regions also show a double-helical structure with a pitch 2 times the pitch of the magnetic structure.

In the second simulation of a hyperfast Uranus we choose spin to planetary magnetic axis of  $60^\circ$ , roughly the angle of the real planet. Under such circumstances, the two planetary magnetic poles no longer play a symmetric role, one pole being always located on the dayside and the other on the nightside of the planet. The main consequence is that the nice downstream helical structure of both the magnetic field lines and the reconnection region is now broken (Figure 4). In particular, while in the  $90^\circ$  case the two reconnection arms are always positioned at  $180^\circ$  relative to each other in any plane perpendicular to the spin axis, in the  $60^\circ$  case the relative position of the two arms is highly variable. Interestingly, the downstream-directed phase speed of the whole structure in the  $60^\circ$  simulation is the same as in the  $90^\circ$  simulation, probably because the magnetic axis orientation is still mainly transverse to both the wind velocity direction and the spin axis. Thus, the average helical pitch turns out to be identical in the two simulations. However, in the  $60^\circ$  run, the pitch tends to be shorter/longer than average depending on the phase (Figures 5–7). As for the symmetric run, no significant deceleration of the helical structure could be observed.

Finally, from the more technical point of view, we have used the background/residual splitting technique of the magnetic field for a time-varying background field for the first time in MPI-AMRVAC. We have selected the planetary intrinsic magnetic field  $B_0$  as the background field which is a time-varying field in the (inertial) frame of the simulation. For completeness, the analytic expressions of  $\partial_t B_0$  for the case of an arbitrary oriented multipolar and axisymmetric magnetic field have been extensively presented in section 2.

#### Acknowledgments

No new observational data were used for this work. Simulation results can be obtained by contacting the first author. The Plas@par project is acknowledged for financial support. The work of Léa Griton was supported by the CNES (Centre national d'Études spatiales) and the Observatoire de Paris (contract reference 5100016058). Some computational tests made use of the High Performance Computing OCCIGEN and JADE at CINES within the DARI project c2015046842. The authors thank Michel Moncuquet for his helpful comments.

#### References

- Arridge, C. S., Agnor, C. B., André, N., Baines, K. H., Fletcher, L. N., Gautier, D., et al. (2012). Uranus Pathfinder: Exploring the origins and evolution of Ice Giant planets. *Experimental Astronomy*, 33, 753–791.
- Behannon, K. W., Lepping, R. P., Sittler Jr., E. C., Ness, N. F., Mauk, B. H., Krimigis, S. M., & McNutt, R. L. (1987). The magnetotail of Uranus. *Journal of Geophysical Research*, 92, 15,354–15,366.
- Burlaga, L. F., Ness, N. F., Wang, Y.-M., & Sheeley, N. R. (1998). Heliospheric magnetic field strength out to 66 AU: Voyager 1, 1978–1996. *Journal of Geophysical Research*, 103(A10), 23,727–23,732. <https://doi.org/10.1029/98JA01433>
- Cao, X., & Paty, C. (2017). Diurnal and seasonal variability of Uranus's magnetosphere. *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, 122, 6318–6331. <https://doi.org/10.1002/2017JA024063>
- Chané, E., Saur, J., Keppens, R., & Poedts, S. (2017). How is the Jovian main auroral emission affected by the solar wind?. *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, 122, 1960–1978. <https://doi.org/10.1002/2016JA023318>
- Connerney, J. E. P., Acuña, M. H., & Ness, N. F. (1987). The magnetic field of Uranus. *Journal of Geophysical Research*, 92(A13), 15,329–15,336. <https://doi.org/10.1029/JA092iA13p15329>
- Gombosi, T. I., Tóth, G., Zeeuw, D. L. D., Hansen, K. C., Kabin, K., & Powell, K. G. (2002). Semirelativistic magnetohydrodynamics and physics-based convergence acceleration. *Journal of Computational Physics*, 177(1), 176–205. <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0021999102970099>
- Jia, X., Hansen, K. C., Gombosi, T. I., Kivelson, M. G., Tóth, G., DeZeeuw, D. L., & Ridley, A. J. (2012). Magnetospheric configuration and dynamics of Saturn's magnetosphere: A global MHD simulation. *Journal of Geophysical Research*, 117, A05225. <https://doi.org/10.1029/2012JA017575>
- Keiling, A., Jackman, C. M., & Delamere, P. A. (Eds.) (2015). *Magnetotails in the solar system*, *Geophysical Monograph Series* (Vol. 207). Washington, DC: American Geophysical Union.
- Keppens, R., Meliani, Z., van Marle, A. J., Delmont, P., Vlasis, A., & van der Holst, B. (2012). Parallel, grid-adaptive approaches for relativistic hydro and magnetohydrodynamics. *Journal of Computational Physics*, 231(3), 718–744. <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0021999111000386>, Special Issue: Computational Plasma Physics.
- Masters, A. (2014). Magnetic reconnection at Uranus' magnetopause. *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, 119, 5520–5538. <https://doi.org/10.1002/2014JA020077>
- Podolak, M., & Reynolds, R. T. (1987). The rotation rate of Uranus, its internal structure, and the process of planetary accretion. *Icarus*, 70, 31–36.
- Richardson, J. D., & Smith, C. W. (2003). The radial temperature profile of the solar wind. *Geophysical Research Letters*, 30, 1206. <https://doi.org/10.1029/2002GL016551>
- Schulz, M., & McNab, M. C. (1996). Source-surface modeling of planetary magnetospheres. *Journal of Geophysical Research*, 101, 5095–5118.
- Tanaka, T. (1994). Finite volume TVD scheme on an unstructured grid system for three-dimensional MHD simulation of inhomogeneous systems including strong background potential fields. *Journal of Computational Physics*, 111(2), 381–389. <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0021999184710710>
- Tóth, G., Kovács, D., Hansen, K. C., & Gombosi, T. I. (2004). Three-dimensional MHD simulations of the magnetosphere of Uranus. *Journal of Geophysical Research*, 109, A11210. <https://doi.org/10.1029/2004JA010406>

- Voight, G.-H., Behannon, K. W., & Ness, N. F. (1987). Magnetic field and current structures in the magnetosphere of Uranus. *Journal of Geophysical Research*, *92*, 15,337–15,346.
- Voight, G.-H., Hill, T. W., & Dessler, A. J. (1983). The magnetosphere of Uranus—Plasma sources, convection, and field configuration. *The Astrophysical Journal (ApJ)*, *266*, 390–401.

## Annexe B

# Note supplémentaire sur la compression du $\mathbf{B}_0$

Je reproduis ici une note (en anglais) sur une piste abandonnée ensuite qui consistait à comprimer le champ magnétique à l'intérieur du domaine de simulation au lieu de le couper de manière nette au delà du bord externe de la simulation (solution que nous avons finalement retenue).

### B.1 Splitting of the magnetic field using a time-dependent potential background magnetic field

Simulations are run using the MPI-AMRVAC code with the non-relativistic and ideal MHD equations and a background/residual splitting technique as described by Tanaka [1994] and Gombosi et al. [2002]. The total magnetic field  $\mathbf{B}$  is thus split into two components, a user defined analytical background field  $\mathbf{B}_0$  and a residual (not necessarily small) field  $\mathbf{B}_1 = \mathbf{B} - \mathbf{B}_0$ . With this decomposition in mind we can write the resistive MHD equations (dimensionless form) for a polytropic plasma as :

$$\partial_t \rho + \nabla \cdot (\mathbf{v}\rho) = 0 \quad (\text{B.1})$$

$$\partial_t(\rho\mathbf{v}) + \nabla \cdot (\mathbf{v}\rho\mathbf{v} - \mathbf{B}\mathbf{B} + \mathbf{B}_0\mathbf{B}_0) + \nabla(p_{tot} - \frac{1}{2}\mathbf{B}_0^2) = \mathbf{J}_0 \times \mathbf{B}_0 \quad (\text{B.2})$$

$$\begin{aligned} \partial_t e_1 + \nabla \cdot [\mathbf{v}(e + p_{tot} - \mathbf{B} \cdot \mathbf{B}_0) - \mathbf{B}_1\mathbf{B} \cdot \mathbf{v}] &= -\mathbf{B}_1 \cdot \partial_t \mathbf{B}_0 - (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{J}_0 \\ &+ \nabla \cdot (\mathbf{B}_1 \times \eta \mathbf{J}) + \eta \mathbf{J} \cdot \mathbf{J}_0 \end{aligned} \quad (\text{B.3})$$

$$\partial_t \mathbf{B}_1 + \nabla \cdot (\mathbf{v}\mathbf{B} - \mathbf{B}\mathbf{v}) = -\partial_t \mathbf{B}_0 - \nabla \times (\eta \mathbf{J}) \quad (\text{B.4})$$

where  $\rho$  is the density,  $p$  the gas pressure,  $\mathbf{v}$  the flow velocity, the energy  $e_1 = p/(\gamma - 1) + \rho \frac{1}{2}\mathbf{v}^2 + \frac{1}{2}\mathbf{B}_1^2$ , where  $e$  is the total energy, with  $p_{tot} = p + \frac{1}{2}\mathbf{B}^2$  the total pressure.  $\mathbf{J}_0 = \nabla \times \mathbf{B}_0$ ,  $\mathbf{J} = \mathbf{J}_0 + \mathbf{J}_1$  the total current and  $\eta$  the magnetic diffusivity. In the non-resistive case ( $\eta = 0$ ) all terms on the right of the equal sign in equations (B.1)-(B.4) vanish in the case of a potential and time independent background field  $\mathbf{B}_0$ . Since we are interested in simulating fast rotating magnetized planets we explored the possibility of spatially limiting  $\mathbf{B}_0$  not to be faced with the problem of having to reduce the simulation time step due to rapid temporal variations of  $\mathbf{B}_0$  at large distances from the rotation axis. We opted for the "compression" of a classical multipolar potential field, as generally used to describe intrinsic planetary fields, from the domain of radial distances  $]1, \infty[$  into  $]1, R[$  (see Fig. B.1). In the end, the compressed field is potential for distances shorter or equal to 1 and null beyond  $R$ .

The choice of the mapping function  $r = f(\tilde{r})$  is rather unconstrained except that it must be monotonically increasing and twice derivable (see below and Appendix A). Additional restrictions on  $f$  may depend on the user's choice at the compression boundaries  $r = 1$  and  $r = R$  (e.g. continuity of  $\mathbf{B}_0$ ). The choice of  $f$  may also be dictated by the simplicity of the

inverse function  $f^{-1}$  as the latter defines  $\tilde{r} = f^{-1}(r)$  which is the argument mostly used in the expressions below. A typical mapping function  $f$  is shown in Fig. B.1.

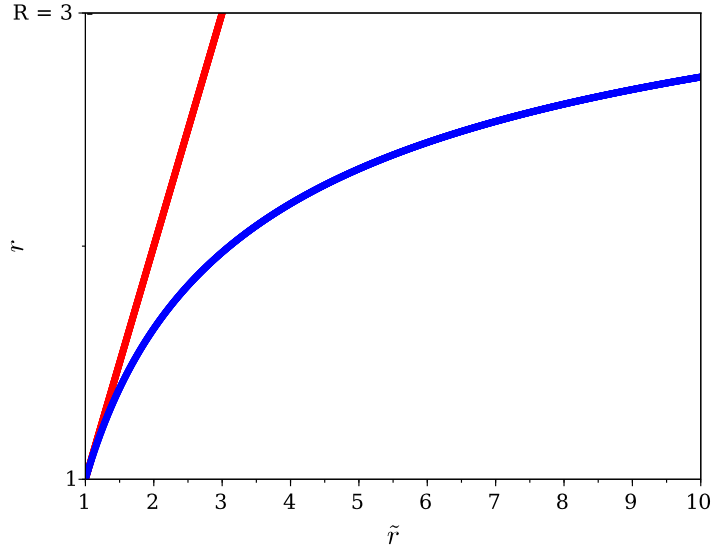


FIGURE B.1 – Example profile (blue) of the mapping function  $f(\tilde{r})$  which maps  $\tilde{r} \in [1, \infty[ \rightarrow r \in [1, R[$ . Red curve is  $\tilde{r} = r$ .

In the axisymmetric case, the radially compressed field is easily computed (using spherical coordinates  $r$  and  $\theta$  with respect to symmetry axis) assuming magnetic flux is conserved during compression as one then only needs to establish how the relevant surfaces  $\tilde{S}_r = 4\pi\tilde{r}^2$  and  $d\tilde{S}_\theta = 2\pi\tilde{r}d\tilde{r}$  change due to the  $r = f(\tilde{r})$  mapping (see Figure B.2).

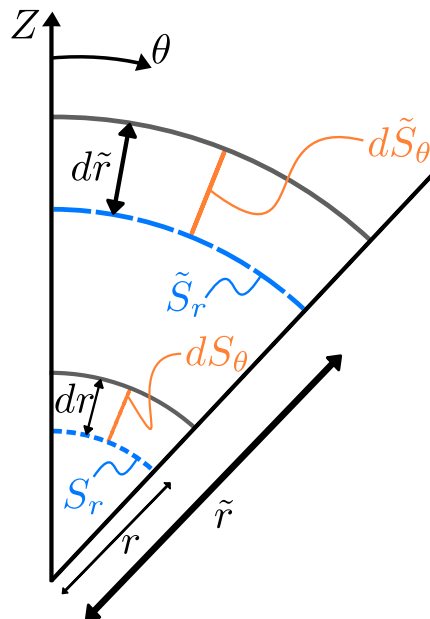


FIGURE B.2 – Illustration of the radial compression.

These changes are trivially found to be :

$$C_r(\tilde{r}) = \frac{\tilde{S}_r}{S_r} = \frac{\tilde{r}^2}{r^2} = \frac{\tilde{r}^2}{f^2(\tilde{r})} \quad (\text{B.5})$$

and

$$C_\theta(\tilde{r}) = \frac{d\tilde{S}_\theta}{dS_\theta} = \frac{\tilde{r}d\tilde{r}}{rd r} = \frac{\tilde{r}}{f'(\tilde{r})f(\tilde{r})}. \quad (\text{B.6})$$

The compressed version of an arbitrary initially potential and axisymmetric field can then be written directly as an infinite sum of  $\mathbf{B} = \sum_{l=1}^n \mathbf{B}^l$  where the structure of the  $l$  terms of the expansions are exactly those of the potential field with  $r$  replaced by  $\tilde{r}$  and with the radial and the azimuthal components multiplied by  $C_r$  and  $C_\theta$ , respectively. Thus,

$$B_r^l(\tilde{r}, x) = C_r \frac{\psi_l}{\tilde{r}} (l+1) \quad (\text{B.7})$$

$$B_\theta^l(\tilde{r}, x) = C_\theta \frac{\psi_l A_l}{\tilde{r}} \quad (\text{B.8})$$

$$B_\phi^l(\tilde{r}, x) = 0 \quad (\text{B.9})$$

where

$$\psi_l(\tilde{r}, x) = \left(\frac{1}{\tilde{r}}\right)^{l+1} g_l P_l(x), \quad (\text{B.10})$$

and

$$A_l(x) = \left(\frac{P_{l-1}(x)}{x P_l(x)} - 1\right) \frac{l x}{(1-x^2)^{1/2}}, \quad A_l(0) = 1. \quad (\text{B.11})$$

In the above expressions  $P_l(x)$  is the  $l$ -th Legendre function of the first kind,  $g_l$  are numerical coefficients, and  $x \equiv \cos(\theta)$ .

Let us further discuss the case of a time varying  $\mathbf{B}_0$  and let us specialize to the case of  $\mathbf{B}_0$  rotating about a spin axis  $\boldsymbol{\omega}$  ( $\omega = |\boldsymbol{\omega}|$  being the angular velocity of rotation) going through the magnetic field expansion center  $r = 0$ . In that case the term  $\partial_t \mathbf{B}_0$  appearing in equation (B.4) can be written as

$$\partial_t \mathbf{B}_0 = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{B}_0 - \mathbf{v}_{\text{corot}} \cdot \nabla \mathbf{B}_0 \quad (\text{B.12})$$

where  $\mathbf{v}_{\text{corot}} \equiv \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}$  is the corotation velocity. The first term on the right-hand side of (B.12) is easily computed for arbitrary orientations of the spin vector  $\boldsymbol{\omega}$ . The second term on the right-hand side of (B.12) implies the explicit computation of the spatial derivatives of  $\mathbf{B}_0$  which we give hereafter :

$$\partial_r B_r^l(\tilde{r}, x) = -(l+1) g_l P_l \frac{\tilde{r}^{-l-1}}{f^3} \left( l \frac{f}{f'} + 2\tilde{r} \right) \quad (\text{B.13})$$

$$\partial_\theta B_r^l(\tilde{r}, x) = -B_r^l A_l \quad (\text{B.14})$$

$$\partial_r B_\theta^l(\tilde{r}, x) = - \left[ l + 1 + \tilde{r} \left( \frac{f'}{f} + \frac{f''}{f'} \right) \right] \frac{\psi_l A_l}{f f'} \quad (\text{B.15})$$

$$\partial_\theta B_\theta^l(\tilde{r}, x) = -\frac{C_\theta}{\tilde{r}} \psi_l \left( A_l^2 - \partial_\theta A_l \right) \quad (\text{B.16})$$

$$\partial_\theta A_l(x) = \frac{l(l+1)(P_l^2 - P_{l-1} P_{l+1})}{(1-x^2) P_l^2}. \quad (\text{B.17})$$

The above expressions are also useful to establish the  $\phi$ -component of the current associated with the  $l$ -th term of the compressed field (the  $r$  and  $\theta$  components are zero) :

$$\begin{aligned} r j_{0,\phi}^l &= B_\theta^l + r \partial_r B_\theta^l - \partial_\theta B_r^l \\ &= A_l g_l P_l \tilde{r}^{-l-2} \times \\ &\quad \left\{ C_\theta + (l+1) C_r - \frac{1}{f'^2} \left[ l + 1 + \tilde{r} \left( \frac{f'}{f} + \frac{f''}{f'} \right) \right] \right\} \end{aligned} \quad (\text{B.18})$$



We note that the non compressed case is easily recovered from the above equations by setting  $\tilde{r} = r$ ,  $C_\theta = C_r = f' = 1$  and  $f'' = 0$ . In this case,  $j_{0,\phi}^l = 0$  as expected for a potential magnetic field.

The above expressions allow explicit computation of the components of the source terms in the right-hand side of (B.1)-(B.4). All the components are expressed in spherical coordinates in the frame define by the planetary magnetic axis. Since, in the general case, the magnetic axis moves with respect to the simulation frame, a time dependent transformation matrix which transforms the components from the magnetic frame into the simulation frame must be implemented to complete the program.

## B.2 Examples of mapping function $f$

The choice of the mapping function  $f(\tilde{r})$  is relatively unconstrained. Apart from being a monotonic growing, twice derivable and bounded function of  $\tilde{r} > 1$  one may want  $f$  to satisfy some additional criteria to avoid discontinuities of the magnetic field and/or the current for  $\tilde{r} \rightarrow 1, \infty$ . As  $\tilde{r} \rightarrow 1$  we want the compressed magnetic field to approach the uncompressed (potential) field, i.e; we require  $C_r(1)$  and  $C_\theta(1)$ , which, from (B.5) and (B.6) implies  $f(1) = f'(1) = 1$ . Another desirable condition for  $f$  is that the resulting compressed field components vanish at the outer bound of the compression region at  $r = R$ . Hereafter we present two possible forms of the function  $f$  with part or all of the desired properties.

### B.2.1 Example 1

Function  $f_1(\tilde{r})$  has only the compression radius  $R > 1$  as free parameter :

$$f_1(\tilde{r}) = 1 + (R-1) \sin \left[ \frac{\frac{\tilde{r}-1}{R-1}}{1 + \frac{2\tilde{r}-1}{\pi R-1}} \right]. \quad (\text{B.19})$$

The inverse function  $f_1^{-1}$ , which is required to explicitly evaluate the multipolar terms for the magnetic field and the current, is easily computed

$$\tilde{r} = f_1^{-1}(r) = 1 + (R-1) \arcsin \left( \frac{r-1}{R-1} \right) \left[ 1 - \frac{2}{\pi} \arcsin \left( \frac{r-1}{R-1} \right) \right]^{-1}. \quad (\text{B.20})$$

As illustrated in Fig. B.3, the mapping function  $f_1$  has the disadvantage of generating a divergent dipole field (the  $l = 1$  term in equations (B.7)-(B.8)) for  $r \rightarrow R$ .

### B.2.2 Example 2

Function  $f_2(\tilde{r})$  has two free parameters, the compression radius  $R > 1$  and a parameter  $a > 1$  which allows to regulate its concaveness :

$$f_2(\tilde{r}) = R - \left[ \frac{(R-1)^{1+a}}{a(\tilde{r}-1) + R-1} \right]^{1/a}. \quad (\text{B.21})$$

The inverse function giving  $\tilde{r}(r)$  is rather simple :

$$\tilde{r} = f_2^{-1}(r) = 1 - \frac{R-1}{a} + \frac{(R-1)^{1+a}}{a(R-r)^a}. \quad (\text{B.22})$$

The main advantage of  $f_2$  over  $f_1$  is that for any  $R > 2$  it is possible to find values of the parameter  $a$  such that the magnetic field vanishes for  $r \rightarrow R$ . This is a consequence of the fact that the magnetic field tends to be compressed towards smaller radii than with the mapping function  $f_1$ . The downside is that the confining current is mode concentrated (and thus stronger) near the inner compression radius  $r = 1$ . Typical equatorial profiles for a compressed dipole using the mapping function  $f_2$  is shown in Fig. B.4.

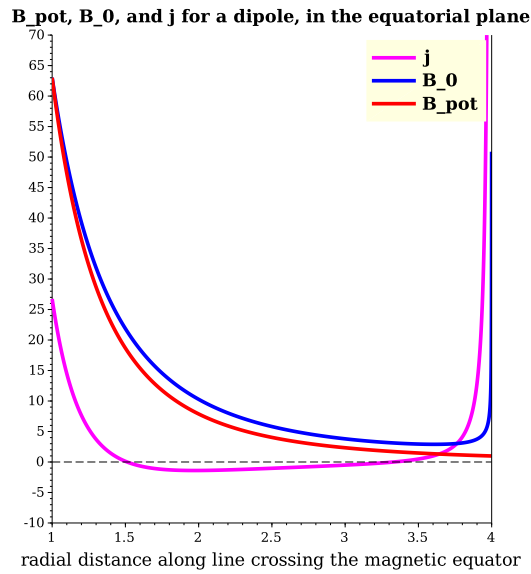


FIGURE B.3 – Equatorial profiles of the current and the magnetic field of a compressed dipole based on the mapping function (B.19) with  $R = 4$ . The profile of the associated potential magnetic field is shown for comparison.

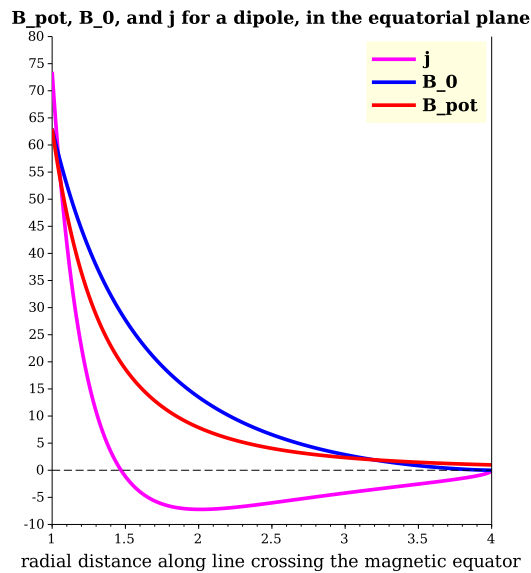


FIGURE B.4 – Equatorial profiles of the current and the magnetic field of a compressed dipole based on the mapping function  $f_2$  (B.21) with parameters  $a = 2.5$  and  $R = 4$ . The profile of the associated potential magnetic field is shown for comparison.





## Résumé

La thèse porte sur le rôle de la rotation planétaire dans la structure globale de l'interaction vent solaire/magnétosphère à partir de simulations magnétohydrodynamiques (MHD). Dans le Système solaire, les magnétosphères planétaires présentent une incroyable diversité dans leurs configurations respectives de l'inclinaison de l'axe magnétique par rapport à l'axe de rotation. D'autre part, on distingue les rotateurs lents (Mercure, la Terre, Uranus et Neptune), pour lesquels le temps de relaxation est plus court que la période de rotation, des rotateurs rapides (Jupiter, Saturne).

Dans le cas du rotateur lent Mercure, on s'intéresse à l'influence des paramètres du vent solaire sur la structure globale du champ magnétique et de l'écoulement. En appui à la mission spatiale BepiColombo, nous présentons des simulations effectuées pour deux modèles différents de champ magnétique herméen. Nous détaillons le rôle des fronts d'onde MHD stationnaires, en particulier les fronts stationnaires de mode lent dans la magnétogaine.

Saturne présente la particularité d'avoir un axe magnétique parfaitement aligné avec son axe de rotation. C'est donc un cas de rotateur rapide stationnaire, qui nous permet d'étudier la structure globale du champ magnétique et de l'écoulement pour différentes orientations de l'IMF ("Interplanetary Magnetic Field"), mais aussi pour différentes vitesses de rotation de la planète.

Enfin, le cas d'une configuration quelconque, avec un grand angle entre l'axe magnétique et l'axe de rotation planétaire, est étudié en présence d'un vent solaire magnétisé en s'inspirant de la configuration d'Uranus au solstice et à l'équinoxe. Dans la configuration "solstice", c'est à dire lorsque l'axe de rotation pointe vers le Soleil, on montre qu'une structure de nature alfvénique se développe en hélice dans la queue de la magnétosphère, et que les zones de reconnexion entre le champ magnétique planétaire et l'IMF, qui forment aussi une double hélice, ralentissent la progression de la structure magnétique. A l'équinoxe, lorsque l'axe de rotation est toujours dans le plan de l'écliptique mais perpendiculaire à la direction Soleil-Uranus, la structure en hélice disparaît.

## Mots Clés

magnétosphère, vent solaire, magnétohydrodynamique, Uranus, BepiColombo

## Abstract

The topic of the thesis is the role of planetary rotation in the global structure of the solar wind interaction with planetary magnetospheres using MHD simulations. In the Solar System, planetary magnetospheres present a wide diversity due to the various configurations of their planetary magnetic and spin axis. We discuss the distinction between slow and fast rotators from a MHD point of view.

In the case of a non-rotating magnetosphere (as is the one of Mercury), we use simulations to identify the respective role of the solar wind parameters in the global structure of the plasma flow and magnetic field. In support of the BepiColombo mission, we also run simulations for two different planetary field models. The role of standing MHD modes is studied, along with a method to identify them in simulations.

A fast-rotating but stationary magnetosphere, with the planetary magnetic and spin axis aligned (an example of this configuration is Saturn) is presented in details. We worked on the influence of IMF (Interplanetary Magnetic Field) orientation and planetary angular velocity on the global structure of the magnetosphere.

Finally, a random configuration, with a large angle between the planetary spin and magnetic axis, is analyzed for the first time in presence of a magnetized solar wind, using configurations inspired from the planet Uranus at solstice and equinox. In the solstice configuration, i.e. when the spin axis points to the Sun, a structure of alfvénic nature forms a helix in the magnetotail and reconnection sites between the IMF and the planetary field also form a double helix and slow down the magnetic structure. At equinox, when the spin axis is perpendicular to the Sun-Uranus direction, the helix structures disappear.

## Keywords

magnetosphere, solar wind, magnetohydrodynamics, Uranus, BepiColombo