HAL
open science

Interférences multiples avec atomes froids

Maxime Perrier

To cite this version:

Maxime Perrier. Interférences multiples avec atomes froids. Optique [physics.optics]. Université Paris Saclay (COmUE), 2018. Français. NNT : 2018SACLO004 . tel-01896081v2

HAL Id: tel-01896081

https://hal.science/tel-01896081v2

Submitted on 7 Feb 2020

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

université PARIS-SACLAY

NNT: 2017SALCO004

INSTITUT d'OPTIQUE GRADUATE SCHOOL ParisTech

Interférences multiples avec atomes froids

Thèse de doctorat de l'Université Paris-Saclay
préparée à l'Institut d'Optique Graduate School

École doctorale n° 572
Ondes et Matière (EDOM)

Thèse soutenue à Palaiseau, le 20 septembre 2018, par

Maxime PERRIER

Composition du jury :

Mme. Signe SEIDELIN	Rapporteur	Institut Néel Université Grenoble Alpes
M. Arnaud LANDRAGIN	Rapporteur	SYRTE Observatoire de Paris
M. Jean DALIBARD	Examinateur	LKB Collège de France
M. François MARQUIER	Président	LAC ENS Paris-Saclay
M. Denis BOIRON	Directeur de thèse	LCF Institut d'Optique
M. Alain ASPECT	Invité	LCF Institut d'Optique

Thèse de doctorat

Version définitive - Soutenu le 20/09/2018

Remerciements

La première fois que je rencontrais Alain Aspect, j'étais en début de semestre en Master de physique des plasmas. Lors de notre discussion, pas un mot de ce qu'il citait ne faisait écho à ce que j'étudiais : j'étais conquis. L'expérience qu'il me proposait était élégante et soulevait une question importante en physique fondamentale. Il ne m'en fallait pas plus pour m'immerger pendant trois ans dans le domaine des atomes froids au laboratoire Charles-Fabry de l'Institut d'Optique. Je lui dois beaucoup, à la fois pour cette orientation mais aussi pour son aide et ses analyses qui ont ponctuées ma thèse. Merci.

J'ai d'abord rencontré Chris Westbrook et Marc Cheneau qui m'ont fait visiter la manip et parlé plus en détail de son fonctionnement. Elle était impressionnante de par sa taille et sa complexité mais mes deux interlocuteurs ont su la rendre abordable. Chris avec son enthousiasme communicatif, m'a donné une motivation qui m'a été nécessaire tout au long de ma thèse. Marc avec sa pédagogie et ses analyses pertinentes a toujours su donner des solutions concrètes aux difficultés que je pouvais rencontrer. Son aide en salle de manip, ses encouragements et nos discussions m'ont sans cesse été bénéfiques. Merci à eux.

J'ai ensuite fait la connaissance de Denis Boiron, mon directeur de thèse. Denis m'a impressionné par sa vitesse de raisonnement et sa maîtrise du domaine. Il fut très présent en salle manip et sur l'analyse des données. Sa remise en question de nos mesures nous permettait d'être sûrs de nos résultats et de la manière de les justifier. Merci à lui d'avoir partagé sa rigueur scientifique mais aussi sa bonne humeur à l'heure des pauses.

Lorsque je suis entré en thèse, il me restait à découvrir l'autre thésard de la manip, Pierre (Dussarrat avec deux "r", l'autre je ne le connais pas). J'allais passer deux ans dans ce laboratoire à travailler principalement avec lui et je ne savais tout simplement pas si nous allions nous entendre! J'ai eu le plaisir de rencontrer un personnage extrêmement sociable, ayant toujours un sujet de discussion (souvent inattendu!), drôle, imaginatif, pointu, bref je suis heureux d'avoir tissé de forts liens d'amitiés avec lui.

Ziyad a rejoint l'équipe lors de ma dernière année de thèse. En plus de flasher des voies à Arkose et de tenir les plats comme personne, c'est un grand plaisir de travailler avec quelqu'un de soigneux et d'attentif (et patient!). Je lui souhaite une bonne réussite pour ces deux prochaines années de thèse, la manip est entre de bonnes mains. Au plaisir de travailler encore ensemble pendant quelque temps en post-doc!

Le groupe des thésards et permanents de l'Institut d'Optique permettent de créer une superbe ambiance inter-labo. Un grand merci à Amaudric et Guillaume avec qui j'ai partagé l'open-space, les actus, des sorties escalades, courses à pieds et parfois de la coinche. Un grand merci aux Serpentards, à savoir Vincent (j'ai enfin fini mon stage!), Anaïs (la marathonienne, manip, course à pied, Berlin), Baptiste (Monsieur Jacuzzi, en hommage à Colin Furze et à ses propres constructions), Mukhtar (ça va Mukhtar ?) et Clémence (ça va Joséphine ?). Un grand merci aux thésards, post-doc et permanents du haut, Hugo (l'artiste toutes disciplines), Maximilian et Cécile (on va courir quand ?), Julien (l'expatrié de l'X), Marco, Thomas, Vincent, Isabelle, David. Merci aux autres équipes pour les sorties escalades et autres activités, Sylvain, Emilie, Vincent (super maillot de bain), Ilan, Martin, Léonard, Aliénor (et Antoine Browaeys !).

Des remerciements aussi à l'équipe enseignante (Yvan, Vincent, Henri, Julien, François), ce fût l'une des activités que j'ai préféré faire pendant ma thèse. Des remerciements aux services techniques de l'Institut d'Optique (qui ont réparé beaucoup de matériels), au service administratif (pour les commandes, les inscriptions, les déplacements) et aux personnels rattachés (merci Hélène pour ta bonne humeur).

Merci à ma famille (élargie) et aux amis, qui m'ont soutenu et qui se sont toujours tenus informés malgré la distance, de mes avancées (et des reculs). Je suis parvenu au bout de ces (longues) études et je le dois particulièrement à mes parents et grands-parents.

Enfin, merci Laetitia de m'avoir soutenu, aidé et supporté, d'avoir accepté ce mode de vie pendant 3 ans. Je suis heureux d'être devenu ton mari et comme tu es toujours avec moi après t'avoir autant parlé d'inégalités de Bell, je suis confiant sur l'avenir !

Table des matières

***

Introduction **1**

1 De l'effet Hong-Ou-Mandel aux inégalités de Bell : comment passer des photons aux atomes ? **5**

1 Introduction 6
1.1 Interférences de une à deux particules : de la première à la seconde révolution quantique 6
1.2 Théorème EPR et théorème de Bell 7
2 Effet Hong-Ou-Mandel 14
2.1 Théorie et formalisme 14
2.2 Expérience historique Hong-Ou-Mandel 16
2.3 Comment passer aux atomes ? 18
3 Violation des inégalités de Bell 19
3.1 Théorie et formalisme 19
3.2 Tester l'intrication entre variables externes : expérience de Rarity et Tapster 21
3.3 Comment passer aux atomes ? 23
4 Conclusion 27

2 Obtention et détection d'un nuage froid d'hélium métastable **29**

1 L'atome d'hélium 30
1.1 Avantages et inconvénients de l'hélium métastable dans les expériences d'atomes froids 32
1.2 Obtention de l'hélium métastable 34
1.3 Désexcitation de l'état métastable 34
1.4 Levée de dégénérescence : application d'un champ magnétique 36
1.5 Collision élastique et longueur de diffusion 36
2 Séquence expérimentale 37
2.1 Mélasse transverse et ralentisseur Zeemann 39

2.2 Piège magnéto-optique, mélasse et pompage optique 40
2.3 Piège magnétique et refroidissement Doppler 1D 41
2.4 Compression et évaporation radio-fréquence 42
2.5 Piège Dipolaire 43
2.6 Taille des nuages, temps de vol et détection 44
3 Détection 45
3.1 MCP 45
3.2 Imagerie 50
4 Difficultés expérimentales rencontrées 53
4.1 Remplacement d'une pompe turbo-moléculaire 54
4.2 Remplacement du piège dipolaire 55
4.3 Installation d'une caméra 56
4.4 Ce qu'il reste à remplacer 57
4.5 Conséquences sur le contenu de ce manuscrit 58

3 Etude d'une source d'atomes corrélés en impulsion 59
1 Mise en place d'une source d'atomes corrélés en impulsion 60
1.1 Mélange à quatre ondes 60
1.2 Réglages expérimentaux et étalonnages 68
2 Etude de la loi de distribution locale 71
2.1 Loi de probabilité locale : étude théorique 73
2.2 Loi de probabilité locale : étude expérimentale 77
3 Corrélations 82
3.1 Formalisme 82
3.2 Mesures 83
3.3 Discussion 86

4 Interférences à deux particules dans deux modes d'impulsions 89
1 Séparatrices et miroirs de Bragg : système à deux niveaux 90
1.1 Formalisme 90
1.2 Approximations 95
1.3 Evolution du système 97
1.4 Dépendances au désaccord 98
2 Réalisation expérimentale 100
2.1 Montage optique 100
2.2 Etalonnages 101
3 Interféromètre de type Hong-Ou-Mandel 103
3.1 Protocole expérimental 103
3.2 Effet Hong-Ou-Mandel 106

5 Interférences à deux particules dans quatre modes d'impulsions 113
1 Interféromètre multiple de type Rarity-Tapster 114
1.1 Amplificateur paramétrique multi-modes et réseau de Bragg 114
1.2 Calcul du corrélateur E 117
2 Interférences à quatre modes et deux particules 124
2.1 Montage et conditions de l'expérience 124
2.2 Expérience 125

6 Vers un interféromètre adapté : optimisation des séparatrices et du contrôle de phase 133
1 Problématique 134
1.1 Contexte : optiques à atomes par diffraction de Bragg 134
1.2 Cahier des charges 136
2 Subtilités de la diffraction de Bragg : théorie 137
2.1 Système à N niveaux 137
2.2 Pulsation de Rabi à 1 et 2 photons dépendant du temps . . . 142
3 Subtilités de la diffraction de Bragg : cas de la fonction porte 146
3.1 Cas 1 147
3.2 Cas 2 149
4 Cas d'une pulsation Rabi à deux fréquences 151
4.1 Formalisme et discussion 151
4.2 Comment étudier ce cas ? 153
4.3 Simulations et observations 155
4.4 Discussion 157
4.5 Modifications du montage optique 159
5 Cas de d'une pulsation Rabi en sinus cardinal 162
5.1 Position du problème 162
5.2 Simulations 167
5.3 Contrôle de phase 171

Conclusion 177

A Valeurs des paramètres expérimentaux 179

B Reconstruction des temps d'arrivées sur le MCP 181
1 Système de détection : entre le MCP et l'ordinateur 181
2 Résolution du détecteur 183
2.1 Incertitudes sur l'acquisition et la mise en forme 183
2.2 Incertitudes sur l'échantillonnage et le codage 185
2.3 Incertitudes de reconstruction 186
3 Limitations : bruit et saturations 193
4 Carte de détectivité 194

4.1 Détectivité relative 194
4.2 Détectivité absolue 195

C Guide expérimental pour le refroidissement 197
1 Formulaires pratiques 197
1.1 Formulaire sur l'interaction atome-champs 197
1.2 Formulaire sur les faisceaux gaussiens 200
1.3 Formulaire sur l'expansion et temps de vol d'un nuage d'atomes froids 201
2 Caractérisation expérimentale du piège dipolaire 203
2.1 Potentiel du piège dipolaire 203
2.2 Mesures du waist 207

D Calculs supplémentaires sur les distributions 213
1 Détectivité et distribution 213
1.1 Distribution de Poisson 213
1.2 Distribution Thermique 214
1.3 Distribution multi-mode thermique 215

Bibliographie 246

Introduction

***

Depuis les années 70, la communauté des atomes froids ne cesse de s'étendre. Elle fut récompensée par deux prix Nobel à seulement quatre ans d'intervalle en 1997 puis 2001, témoignant de la progression remarquable de ce domaine.

Les nuages d'atomes froids sont des systèmes simples, à la fois dans leur manipulation et dans leur détection, manifestant des propriétés quantiques. Ils sont généralement associés à quatre grands thèmes de recherche non exclusifs : la simulation, la métrologie, l'informatique quantique et les tests de physique fondamentale. Sachant que nous nous intéresserons principalement au dernier, voici un bref descriptif des autres domaines.

Le thème de la simulation est le fait de reproduire des phénomènes d'habitude difficilement observables par des systèmes à atomes froids. Les expériences régulièrement mises en avant sont les simulations du comportement des électrons dans un supra-conducteur [1], les études sur le magnétisme [2] ou encore l'étude du rayonnement Hawking [3], dans laquelle notre équipe va prochainement s'investir.

Le domaine historique des atomes froids est la métrologie. La création des gravimètres [4], des senseurs inertiels [5] et d'horloges atomiques [6] en font un domaine à la pointe de la technologie. Par exemple, une utilisation des horloges atomiques est prévue cette année sur la Station Spatiale Internationale (projet PHARAO [7]).

L'informatique quantique regroupe les expériences de cryptographie [8] et de calculs quantiques [9]. L'arrivée des «ordinateurs quantiques», certes encore controversée, et les progrès faits sur les distances entre particules intriquées [10] sont des précurseurs d'un nouvelle révolution quantique.

Enfin des projets plus tournés vers des tests de physique fondamentale existent, comme les mesures de dérives des constantes fondamentales avec des horloges atomiques [11] ou l'étude du principe d'équivalence [12]. Les expériences décrites tout au long de ce manuscrit s'inscrivent dans ce dernier thème : le test de violation des inégalités de Bell avec des atomes corrélés en impulsion est l'expérience de physique fondamentale que nous souhaitons réaliser.

Les tests de physique fondamentale ont pour but de repousser les limites de nos connaissances, permettant de découvrir ou de valider des théories. L'histoire du développement de la mécanique quantique est un exemple passionnant du rôle de ces expériences [13]. Passionnant car les expériences n'ont eu de cesse d'échapper au sens commun et de tourmenter, voir même hanter (!), les précurseurs du formalisme actuel de la mécanique quantique.

Citons Heisenberg et Schrödinger, débattant sur la forme matricielle ou ondulatoire que doit satisfaire cette mécanique, avant d'admettre que ces deux théories n'en forment qu'une seule : ce cheminement de pensée résultait du caractère parfois ondulatoire, parfois discret, des observations expérimentales.

Paul Dirac ayant montré l'équivalence entre ces deux formalismes (un des succès de sa brillante carrière) ne fût, lui non plus, pas à l'abri d'une erreur. Dans son livre de mécanique quantique publié en 1958 [14], il énonce une affirmation fausse devenue célèbre malgré lui : « each photon then interferes only with itself. Interference between different photons never occurs.». Les expériences présentées dans ce manuscrit n'auraient pas lieu d'être si les interférences entre plusieurs particules ne se produisaient pas.

Dans le premier chapitre de ce manuscrit, nous allons présenter deux expériences de physique fondamentale d'interférences à deux particules, où les particules considérées sont des photons : l'expérience de Hong, Ou et Mandel (HOM) [15] et l'expérience de Rarity et Tapster [16]. L'interférence entre plusieurs particules est intiment liée à la question de l'intrication, phénomène de la mécanique quantique qui est tout aussi insaisissable que la dualité onde corpuscule. Nous verrons qu'il y a eu aussi un débat, porté cette fois par les géants Einstein et Bohr, qui a débuté au congrès de Solvay de 1927. Il a fallu 37 ans pour que ce débat puisse enfin être exprimé sous forme mathématique, puis empirique, grâce aux travaux de John Bell.

Ces expériences d'interférences à plusieurs particules constituent la base d'une nouvelle révolution quantique, qui profite déjà à différents secteurs comme l'informatique quantique et la métrologie [17]. Un autre secteur qui pourrait en profiter est la physique fondamentale : une expérience qui permettrait d'accéder aux liens entre mécanique quantique et relativité générale, en reliant la constante de Planck et la constante gravitationnelle, serait d'un intérêt considérable dans la recherche d'une théorie unificatrice. Un interféromètre non local de type Rarity et Tapster le permettrait mais il faudrait alors l'adapter au cas de particules massives, à la fois intriquées et sensibles à la gravité. Un exemple de prédiction est que la gravité joue le rôle de décohérence sur l'état intriqué de départ [18]. Forts de ce constat, nous aurons comme fil rouge de notre écrit, la question suivante : comment adapter les deux expériences fondamentales citées plus haut, au cas des atomes ?

Le deuxième chapitre est consacré à la description du dispositif à atomes froids dont nous disposons. Celui-ci est âgé d'une vingtaine d'années et nous sommes proches de ses limites pour les expériences de physique fondamentales visées : les temps de cycles sont longs, les étapes de refroidissement sont instables et le matériel parfois en fin de vie, fini par tomber en panne. Cela n'empêche pas la faisabilité des expériences, mais les ralentisses, à tel point que trois ans de thèse n'ont pas suffit à les réaliser entièrement. Ce chapitre, qui reste dans l'ensemble un travail bibliographique, est dédié aux futures générations de thésards, et permet de montrer les points faibles et les points forts du dispositif, tout en proposant des pistes pour l'améliorer par des techniques qui ont déjà fait leurs preuves dans d'autres équipes.

Le troisième chapitre expose la base d'une expérience d'interférences à plusieurs particules avec des atomes froids : il faut posséder une source d'atomes corrélés si nous voulons adapter l'expérience HOM et celle de Rarity et Tapster. L'étude de cette source et de ses corrélations a été largement étudiée et présentée dans le manuscrit de thèse de Marie Bonneau [19] et ceux de ses successeurs. Nous nous contenterons de rappeler brièvement les messages importants de ces études avant de montrer une nouvelle façon d'étudier cette source par sa statistique d'émission : un article est en cours de rédaction sur cette technique.

Le quatrième chapitre présente, quant à lui, un premier succès d'expérience fondamentale appliquée aux atomes. La source à atomes étudiée dans le chapitre précédent est utilisée pour une interférence à deux particules : l'effet HOM est observé. Une telle expérience a été réalisée une première fois par notre équipe, dont les travaux ont conduit à une publication en 2015 [20], puis a été réalisée pour la seconde fois en 2017 par mon collègue Pierre Dussarrat et moi-même [21]. Le but de ce chapitre est en partie pédagogique, car il nous permet de présenter l'interféromètre atomique mis en place et d'aborder le concept d'optiques à atomes par diffraction de Bragg.

Le cinquième chapitre est dédié à la description d'un interféromètre à quatre modes proche de celui réalisé par Rarity et Tapster. Ce constat se base sur le fonctionnement des optiques à atomes hors de leur condition de résonance, dont le principe sera expliqué. Nous verrons que l'interféromètre utilisé pour l'expérience HOM nous donne gratuitement plusieurs interféromètres à quatre modes.

Enfin, le sixième chapitre apporte une contribution théorique à l'étude d'optiques à atomes par diffraction de Bragg hors de leurs conditions de résonances. Les expériences à quatre modes présentées dans le chapitre cinq ne sont pas

équivalentes à celles de Rarity et Tapster car elles ne peuvent pas être utilisées en l'état pour une violation des inégalités de Bell. L'intérêt d'une étude sur les optiques à atomes est de montrer que ce qui manque aux interféromètres, à savoir un contrôle de phase, est accessible et que plusieurs solutions sont envisageables.

Chapitre 1

De l'effet Hong-Ou-Mandel aux inégalités de Bell : comment passer des photons aux atomes ?

***

Sommaire

1 Introduction 5

1.1 Interférences de une à deux particules : de la première à la seconde révolution quantique 5

1.2 Théorème EPR et théorème de Bell 7

2 Effet Hong-Ou-Mandel 13

2.1 Théorie et formalisme 13

2.2 Expérience historique Hong-Ou-Mandel 16

2.3 Comment passer aux atomes ? 17

3 Violation des inégalités de Bell 18

3.1 Théorie et formalisme 18

3.2 Tester l'intrication entre variables externes : expérience de Rarity et Tapster 20

3.3 Comment passer aux atomes ? 22

4 Conclusion 26

1 Introduction

1.1 Interférences de une à deux particules : de la première à la seconde révolution quantique

A la fin du 18ème siècle, deux théories sur la nature de la lumière semblent opposées : celle de Newton, affirmant qu'elle est corpusculaire et celle de Huygens, affirmant qu'elle est ondulatoire. L'expérience des fentes d'Young suivie par les travaux de Fresnel et de Foucault dans la première moitiée du 19ème siècle semblent clore le débat, donnant raison à la nature ondulatoire de la lumière. Un siècle plus tard, le débat se trouve de nouveau au centre de l'attention grâce aux travaux de physiciens tels que Bohr, Einstein, Schrödinger. Ni Newton, ni Huygens, n'avaient raison. Ou serait-ce l'inverse ? L'interprétation dite de Copenhague sur la lumière, toujours la plus admise aujourd'hui, est surprenante : la lumière est à la fois onde et particules.

Cette propriété ne se restreint pas seulement au cas de la lumière, elle s'applique à toute particule. En modifiant la source et le détecteur à l'émission et à la détection de particules uniques, l'expérience des fentes d'Young met en exergue cette dualité. Un phénomène d'interférence persiste après de nombreuses détections [1] alors que celles-ci semblent indiquer qu'une seule particule passe au travers des fentes.

Un objet mathématique répond à cette observation : c'est la fonction d'onde de la particule dont l'évolution est décrite par l'équation de Schrödinger. Elle correspond à l'amplitude de probabilité de présence de la particule. Dans ce formalisme, la figure d'interférence observée s'explique. La particule est passée par les deux fentes en même temps, elle est alors dans une superposition d'états, donnant ainsi une preuve tangible de l'existence de la fonction d'onde associée à une particule.

L'essor de la mécanique quantique au 20ème siècle est principalement dû à cette notion de fonction d'onde. Les liaisons chimiques, l'effet photo-électrique, les semi-conducteurs et d'autres phénomènes microscopiques s'expliquent par ce nouveau concept, donnant naissance à des applications nombreuses et variées comme les lasers, la RMN, les panneaux photovoltaïques, les transistors, les circuits intégrés, etc. On parle de première révolution quantique [17].

Une seconde révolution est en marche depuis la fin du 20ième siècle et porte quant à elle sur le concept d'intrication entre deux ou plusieurs particules. Conceptuellement semblable à l'expérience des fentes d'Young pouvant mettre en évi-

1. On peut se référer à une des expériences avec des électrons [22]. De nombreuses vidéos où l'on voit l'interférence apparaître sont en accès libre sur Internet [23].

dence une interférence à particule unique, des expériences peuvent être conçues pour montrer des phénomènes d'interférences entre particules intriquées. Les expériences de violation des inégalitées de Bell que nous étudierons par la suite s'inscrivent dans ce contexte. Des phénomènes d'interférences entre particules ne nécessitant pas forcément d'intrication sont aussi observés dans l'expérience de Hanbury Brown and Twiss (HBT) [2], l'expérience Hong-Ou-Mandel (HOM) [3] et d'autres [4]. Les applications arrivent ou ne tarderont pas à arriver en métrologie [29], en simulation quantique [30], en calcul quantique [9], en cryptographie et communication [31, 32], etc.

En résumé les révolutions sont basées sur deux types d'interférences prédits par la mécanique quantique : l'interférence à une particule qui se produit entre les coefficients de sa propre fonction d'onde et l'interférence entre deux particules intriquées qui provient de l'échange entre leurs fonctions d'ondes. Nous nous focalisons dans ce chapitre sur le deuxième type d'interférences en y présentant un cas particulier, l'effet HOM, et en expliquant le phénomène d'intrication avec le théorème de Bell.

1.2 Théorème EPR et théorème de Bell

En 1935, Einstein, Podolsky et Rosen (EPR) proposent dans un article devenu célèbre [33] un raisonnement par l'absurde mettant en défaut la mécanique quantique à partir de quelques hypothèses [5]. En supposant qu'il est possible d'effectuer une mesure locale [6], les auteurs montrent à partir d'un système de deux particules intriquées spatialement séparées, qu'il est possible de violer l'inégalité de Heisenberg. EPR en arrive par ce raisonnement à énoncer un théorème dont l'énoncé serait le suivant [7] :

Si toutes les prédictions de la mécanique quantique sont correctes (même pour des systèmes constitués de plusieurs particules éloignées) et si la réalité physique

2. Se référer à la publication historique de HBT [24] ainsi que l'effet HBT observé sur des atomes d'hélium (bosons et fermions) fait en collaboration entre notre groupe et celui de W. Vassen à Amsterdam [25].

3. Se référer à la publication historique de HOM [15] ainsi que l'effet HOM observé sur des atomes d'hélium par notre groupe en 2015 [20] où les expériences marquantes y sont citées. Depuis, l'effet a aussi été observé avec des plasmons de surface en 2017 [26].

4. Dont une expérience en matière condensée avec des électrons [27] et une autre en physique atomique entre deux atomes séparés dans des pinces optiques[28].

5. Les articles [34, 35] expliquent clairement l'argument EPR et les hypothèses mises en jeu. Un recueil des articles de Bell portant sur le sujet sont regroupés dans [36]. Se référer à l'ouvrage rédigé par F. Laloë [37] pour une discussion physique des théorèmes.

6. Sans parler pour l'instant de cône de lumière, la mesure locale est ce que tout scientifique suppose lorsqu'il effectue une expérience. Sa mesure n'est pas affectée ou n'affecte pas celle d'un autre expérimentateur situé plus loin et même lorsque leurs mesures sont séparées de plusieurs années.

7. Cette forme d'énoncé est extrait de [37].

peut être décrite dans un cadre local (ou séparable), alors la mécanique quantique est nécessairement incomplète : il existe dans la Nature des « éléments de réalité » qui sont laissés de côté par cette théorie.

Le terme « éléments de réalité » reste à définir et a malheureusement caché le sens profond de l'article. Pour certains scientifiques dont Born, cet article est un autre argument d'Einstein en faveur du déterminisme. Ils imaginaient que l'élément de réalité que cherchait Einstein permettait de prédire le résultat d'une expérience de mécanique quantique dont le résultat ne serait alors plus aléatoire [8]. Or la portée du théorème est bien plus vaste car elle s'applique à tous les paramètres locaux, même non déterministes. Bohr quant à lui, sans remettre en cause la validité du théorème, émet un doute sur la possibilité d'une telle mesure [38]. Pour lui il n'y a pas de sous-système dans cette expérience et la possibilité de mesurer séparément ces quantités est remise en question. Il faut bien comprendre que le théorème EPR est vrai et que sa puissance vient du fait qu'il nous informe sur un comportement de la nature. Le théorème nous dit que si les hypothèses mises en jeu sont exactes, ces « éléments de réalités » existent. La contraposée du théorème [9] indique que si il n'existe pas d'« éléments de réalité » comme sous entendu par EPR alors il faut abandonner au moins une des hypothèses du théorème. Le débat est laissé à l'état philosophique jusqu'en 1964 où J. Bell l'exprime sous une forme mathématique [39]. La puissance du raisonnement de Bell est d'avoir englobé ces « éléments de réalité » dans un ensemble (au sens mathématique) donnant ainsi un sens concret à la contraposée du théorème EPR. C'est ce que l'on appellera par la suite l'ensemble des variables cachées.

Il existe plusieurs façons de formuler le théorème de Bell et nous présentons dans ce qui suit une forme moins générale introduite par Clauser Horne Shimony et Holt [40], basée sur une simplification de l'argument EPR par Bohm (noté dans la littérature EPRB [41]), qui a pour qualité de présenter le théorème sous la forme d'une expérience. Ils partent d'un état singulet de spin 1/2 à deux particules noté :

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[|+,-\rangle - |-,+\rangle\right]. \tag{1.1}$$

Les deux particules sont envoyées séparément dans un appareil de Stern-Gerlach noté A pour l'un et B pour l'autre. Nommons Alice (respectivement Bob) l'expérimentateur associé à l'appareil de mesure A (respectivement B). Alice et

8. Une phrase célèbre d'Einstein résume bien sa croyance pour le déterminisme : *« Dieu ne joue pas aux dés »*.

9. Dans la littérature scientifique et y compris dans cette thèse, nous utilisons souvent le terme de « violation » concernant une inégalité provenant du résultat d'un théorème. Il ne faut surtout pas comprendre par là que le théorème serait faux! Nous sous-entendons généralement que la contraposée du théorème donne la réalité physique alors que le théorème lui-même donne une situation qui n'existe pas, ce qui est différent d'avoir un théorème faux.

Bob mesurent tout deux dans quel sens est déviée la particule reçue suivant le champ magnétique appliqué par l'appareil. Le résultat de mesure peut être exprimé de manière binaire par ± 1 : une particule est déviée par le champ magnétique soit dans un sens soit dans l'autre. Définissons $\Delta\theta = \theta_B - \theta_A$ l'angle entre les deux appareils (cf figure 1.1).

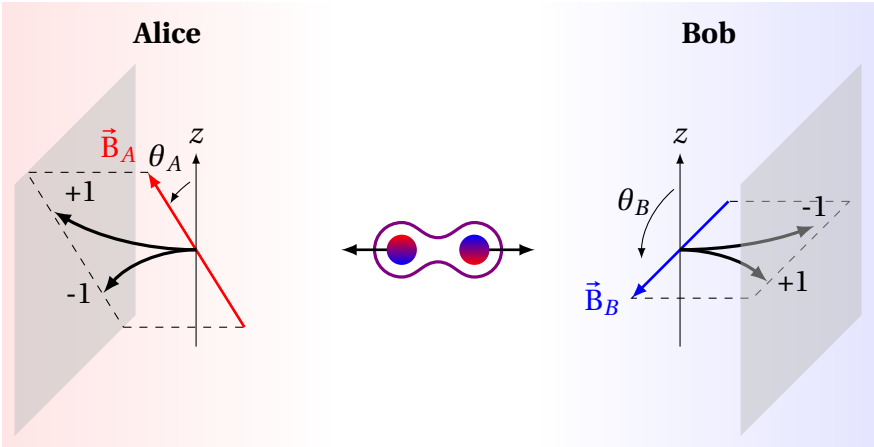


FIGURE 1.1 – Etat intriqué à deux particules où chaque particule est envoyée dans un appareil de Stern-Gerlach. Celui d'Alice (respectivement Bob) est décrit par l'orientation de son champ magnétique $\vec{B}_A$ (respectivement $\vec{B}_B$) faisant un angle θ_A (respectivement θ_B) avec l'axe z.

Il est possible de calculer ce que prédit la mécanique quantique sur les probabilités conditionnelles en fonction de cet angle [10] :

$$\mathscr{P}_{+1,+1}(\theta_A,\theta_B) = \mathscr{P}_{-1,-1}(\theta_A,\theta_B) = \frac{1}{2}\cos^2(\Delta\theta)\,, \tag{1.2}$$

$$\mathscr{P}_{+1,-1}(\theta_A,\theta_B) = \mathscr{P}_{-1,+1}(\theta_A,\theta_B) = \frac{1}{2}\sin^2(\Delta\theta)\,. \tag{1.3}$$

L'article reprend la notation λ introduite par Bell pour décrire les « éléments de réalité ». λ représente ainsi plusieurs éléments qui peuvent influencer localement l'expérience, aussi bien la température de la pièce qu'une possible variable cachée locale en début d'expérience. Les choix d'orientations θ_A et θ_B sont aussi des éléments de réalité locaux mais eux sont choisis [11] par les expérimentateurs.

10. Voici quelques exemples pour aider à mieux appréhender l'effet de cet angle entre les deux appareils sur la mesure d'Alice et de Bob. Supposons que $\Delta\theta = 0$, si Alice mesure ± 1, Bob mesure forcément l'opposé ∓ 1 d'après la forme de l'état singulet. Si $\Delta\theta = \pi$, Alice et Bob mesurent tout le temps la même chose. Supposons que $\Delta\theta = \pi/2$, si Alice mesure $+1$ Bob aura autant de chance de mesurer $+1$ que -1, les résultats de Bob sont inchangés si Alice mesure -1. Les équations (1.2) et (1.3) permettent de retrouver ces résultats. Des mesures de ce type ont été effectuées en 1967 sur des photons émis en cascade par du calcium [42].

11. Se référer à la partie portant sur les échappatoires pour comprendre l'importance du mot «choisir» dans ce contexte.

Nous notons ainsi $A(\lambda,\theta_A)$ (respectivement $B(\lambda,\theta_B)$) le résultat d'une expérience faite par Alice (respectivement Bob) dans les conditions expérimentales décrites par les paramètres λ, θ_A et θ_B. Pour un ensemble de mesures effectuées où θ_A et θ_B restent fixes mais λ peut varier nous définissons le paramètre E comme la moyenne du produit du résultat d'Alice et du résultat de Bob sur l'ensemble de ces mesures :

$$\begin{aligned} E(\theta_A,\theta_B) &\triangleq \langle A(\lambda,\theta_A)B(\lambda,\theta_B)\rangle_\lambda \\ &= \int_\lambda A(\lambda,\theta_A)B(\lambda,\theta_B)\mathscr{P}_{A(\lambda,\theta_A),B(\lambda,\theta_B)}(\theta_A,\theta_B)d\lambda. \end{aligned} \tag{1.4}$$

Comme le produit de A par B est forcément égal à $+1$ ou -1, la valeur moyenne sur l'ensemble des réalisations est comprise entre ces deux valeurs. A grand nombre de réalisations, le résultat (1.4) s'écrit en fonction des probabilités conditionnelles :

$$\begin{aligned} E(\theta_A,\theta_B) &= (+1)\times(+1)\times\mathscr{P}_{+1,+1}(\theta_A,\theta_B) \\ &\quad +(-1)\times(-1)\times\mathscr{P}_{-1,-1}(\theta_A,\theta_B) \\ &\quad +(+1)\times(-1)\times\mathscr{P}_{+1,-1}(\theta_A,\theta_B) \\ &\quad +(-1)\times(+1)\times\mathscr{P}_{-1,+1}(\theta_A,\theta_B), \end{aligned} \tag{1.5}$$

réduit par une notation simplifiée en :

$$E = \mathscr{P}_{+,+}+\mathscr{P}_{-,-}-\mathscr{P}_{+,-}-\mathscr{P}_{-,+} \tag{1.6}$$

Dans l'expérience décrite, le paramètre E peut être calculé à partir de (1.2) et (1.3) et vaut :

$$E(\theta_A,\theta_B) = \cos(\Delta\theta), \tag{1.7}$$

qui est bien comprise entre -1 et $+1$. Le point clef de la démonstration est de choisir quatre valeurs possibles des paramètres contrôlés par Alice et Bob $\{\theta_A,\theta_B,\theta'_A,\theta'_B\}$ et de définir le paramètre $\mathscr{S}$ comme :

$$\begin{aligned} \mathscr{S} &= A(\lambda,\theta_A)\left[B(\lambda,\theta'_B)+B(\lambda,\theta_B)\right] \\ &\quad +A(\lambda,\theta'_A)\left[B(\lambda,\theta'_B)-B(\lambda,\theta_B)\right]. \end{aligned} \tag{1.8}$$

Ce paramètre, appelé paramètre BCHSH, est constitué de quatre termes qui correspondent à quatre expériences différentes. Sachant que chaque expérience, pour Alice comme pour Bob, ne donne que le résultat ±1, nous avons par construction [12] que $\mathscr{S}=\pm2$. Si plusieurs expériences sont réalisées pour différentes va-

12. Etudions les quatre possibilités. Si $B(\lambda,\theta_B)=B(\lambda,\theta'_B)=\pm1$ alors le deuxième terme de (1.8) est nul et le premier vaut ±2 suivant le signe du produit $A(\lambda,\theta_A)B(\lambda,\theta_B)$. Si $B(\lambda,\theta_B)=-B(\lambda,\theta'_B)=\pm1$ alors le premier terme de (1.8) est nul et le deuxième vaut ±2 suivant le signe du produit $A(\lambda,\theta'_A)B(\lambda,\theta'_B)$.

leurs expérimentales locales λ, alors la moyenne de $\mathscr{S}$ sur ces réalisations vérifie :

$$-2 \quad \leq \langle \mathscr{S} \rangle_\lambda \leq \quad +2 \tag{1.9}$$

Ce qui se réexprime d'après (1.8) en fonction des moyennes sur les quatre expériences.
Or d'après (1.7) nous avons :

$$\begin{aligned} \langle \mathscr{S} \rangle_\lambda \quad = \quad & \cos(\theta_B - \theta_A) + \cos(\theta'_B - \theta_A) \\ & + \cos(\theta'_B - \theta'_A) - \cos(\theta_B - \theta'_A) \end{aligned} \tag{1.10}$$

En prenant comme valeurs $\{\theta_A, \theta_B, \theta'_A, \theta'_B\} = \{0, -\pi/4, \pi/2, \pi/4\}$ on obtient :

$$\langle \mathscr{S} \rangle_\lambda = 2\sqrt{2} \tag{1.11}$$

Le résultat de cette expérience viole l'inégalité (1.9). Or la démonstration de l'inégalité est exacte tant que l'on suppose certaines hypothèses [13]. Ce qui veut dire que la contraposée de ce théorème donne la réalité physique : pour cette expérience il faut abandonner au moins une des hypothèses de la démonstration, i.e. la localité et/ou la notion d'élément de réalité local.

Echappatoires

Si les expériences de pensée sont parfaites, les mesures expérimentales le sont moins. Un biais expérimental peut parfois expliquer une violation des inégalités de Bell. Or le but recherché est de montrer un comportement des lois naturelles, pas de montrer que l'expérience est explicable par ces biais. C'est ce qu'on appelle un échappatoire (un «loophole») permettant de conserver la localité. Les échappatoires ne sont pas tous des biais expérimentaux : l'effet de rajouter de nouvelles hypothèses au théorème de Bell constitue un échappatoire [14]. Ces hypothèses sont parfois farfelues et difficilement testables, en voici une liste non exhaustive [37] :

13. Il existe plusieurs versions du théorème de Bell dans le sens où il existe plusieurs hypothèses menant à ce type d'inégalité. Voir par exemple les hypothèses de non-contextualité et de contrafactualité [37] qui mènent aussi à une violation d'inégalité par des expériences de mécanique quantique mais dont les conclusions ne portent pas forcément sur la localité [43]. Une hypothèse sous-jacente à toutes versions du théorème de Bell, constituant donc un échappatoire est l'hypothèse du libre arbitre : le choix des paramètres expérimentaux fixés par Alice et Bob est-il libre? Si le choix de l'expérimentateur ne l'est pas, il se retrouve alors inclut dans la variable cachée locale et le théorème s'effondre. Une expérience a été faite sur le libre arbitre en substituant le choix des expérimentateurs par des résultats d'observations d'étoiles [44].

14. Imaginons que nous voulons tester la validité d'une hypothèse comme la localité, notons-la H_1, et que nous avons en main un théorème qui nous prouve que $H_1 \Rightarrow R$. S'il existe une expérience physique démontrant que R est faux (utilisons la notation $\neg R$ pour «non(R)»), comme la

- **Échappatoire de l'échantillon :** Si une partie des paires émises n'est pas détectée, une façon d'expliquer la violation est que lorsque les angles θ_A et θ_B sont choisis, seulement la partie des paires contribuant à faire augmenter la valeur moyenne de $\mathscr{S}$ est choisie. Autrement dit, si l'élément de réalité local dépend du choix de Alice et de Bob alors le théorème n'est plus applicable.
- **Conspiration des analyseurs :** Supposons que la mesure effectuée sur une particule trouve un moyen d'être communiquée à la particule associée avant d'être elle-même mesurée. Une violation de l'inégalité (1.9) n'est pas incompatible avec l'existence d'un élément de réalité local : cet élément est modifié lors de la mesure et communiqué à son partenaire. Si l'on considère la vitesse de la lumière comme une borne que toute information ne peut pas dépasser, autrement dit, tant qu'une mesure peut être la cause de l'autre (principe de causalité), l'hypothèse ne peut être écartée.
- **Erreur statistique :** Il est toujours possible d'expliquer les résultats obtenus par des fluctuations statistiques aussi peu probable qu'elles soient. Il en va de même pour toutes les expériences scientifiques. Ce biais est de moins en moins pris au sérieux par la communauté au vu des nombreuses expériences réalisées faisant toujours reculer cette probabilité de faux positif.
- **Fatalisme :** Une autre issue possible permettant de conserver la localité est de supposer que le choix des expérimentateurs n'est pas libre car déterminé dans le passé. Le théorème devient inapplicable car l'hypothèse revient à dire que l'élément de réalité contient le «choix» d'Alice et de Bob.

C'est donc en éliminant méthodiquement ces échappatoires dans des expériences qu'une violation des inégalités de Bell conclue en faveur de la non localité de ces mêmes expériences. Le travail a été progressif et est lié au développement technologique, permettant des montages toujours plus sophistiqués, laissant peu de place aux loopholes. Nous insistons sur ces améliorations successives car notre montage experimental ne peut pas, en l'état, éviter ces échappatoires [15].

contraposée s'exprime $\neg R \Rightarrow \neg H_1$, nous prouvons que cette même expérience est non locale. Si nous rajoutons une autre hypothèse H_2 au théorème, partant de $\neg R$ il y a trois conclusions possibles à la contraposée : soit $\neg H_1$, soit $\neg H_2$, soit $\neg H_1$ et $\neg H_2$. L'échappatoire pour conserver la localité est d'affirmer que seul $\neg H_2$ est vrai.

15. Notons toutefois que des améliorations ne sont pas impossibles. Un générateur de nombre aléatoires pourrait répondre à la problématique du fatalisme (se réferer aux travaux du groupe d'Anton Zeilinger [45, 44]). L'erreur statistique peut être améliorée si le temps de cycle expérimental est réduit (cf chapitre 2). L'échappatoire de l'échantillon peut être exclue pour une détectivitée supérieure à 66 % [46]. Il n'est pas impossible que des progrès soient fait sur les systèmes de détection MCP (se référer au chapitre 2 et à l'annexe B). Il reste la conspiration des analyseurs, qui est de loin l'échappatoire le plus compliqué à résoudre compte tenu des faibles éloignements accessibles dans une enceinte à vide comme celle dont nous disposons.

Notre expérience serait l'équivalent historique de la première expérience portant sur des photons [47]. Un déroulé historique des expériences marquantes, aussi bien sur des photons que sur des atomes, est proposé dans la partie qui suit, et nous laisse entrevoir le possible futur de notre expérience [16].

Historique des expériences de violation des inégalités de Bell

Grâce aux inégalités de Bell, le débat peut enfin être tranché expérimentalement. Il s'ensuit une série d'expériences, dont la première a lieu en 1972, par Freedman et Clauser [47] avec une source de calcium (inspiré de [42]) : l'inégalité est violée par 6 déviations standards. Puis en 1976, avec une source de mercure [48, 49] et une source de protons [50]. Dans les années 80, utilisant une source de calcium inspiré par [47], Alain Aspect et son équipe effectuent à Orsay plusieurs expériences [51, 52, 53]. Leur but est de mettre en évidence le caractère non local en séparant les détecteurs de manière à ce que les mesures d'Alice ne peuvent être communiquées à Bob. L'échappatoire de « conspiration des analyseurs » n'est plus valable. Une violation par 15 écarts standards est mesurée, laissant peu de place à l'interprétation d'un «faux positif». Nous pouvons citer d'autres expériences, comme celle utilisant la conversion paramétrique [54]. De multiples expériences parues dans les années 2015 arrivent à s'affranchir des principaux échappatoires dans une même expérience, dont celui de l'échantillon [55, 56, 57]. Enfin, remarquons les expériences du groupe de recherche d'Anton Zeilinger [45, 44] portant sur la notion de libre arbitre.

La violation des inégalités utilisant des particules massives en est à ses débuts. Nous pourrons citer l'utilisation des ions dans le groupe de Wineland en 2001 [58], de neutrons en 2003 [59] et de protons en 2006 [60]. Les expériences comme [55, 61] utilisent des photons intriqués qu'ils font interagir avec des particules massives devenant intriquées à leur tour.

Cependant, ces expériences sur des particules massives intriquées utilisent toutes des variables internes. La violation des inégalités de Bell avec des particules massives intriquées par une variable externe comme l'impulsion, reste à tester [17] et notre expérience s'inscrit dans cette démarche.

Ce dernier type d'expérience serait l'une des rares à pouvoir relier deux domaines de la physique très différents : la mécanique quantique et la relativité générale. En effet, les particules étant intriquées, elles sont soumises aux lois de la mécanique quantique, et étant massives, elles sont soumises à la force de gravité décrite dans le cadre de la relativité générale. Il est prédit qu'une décohérence sur ce système apparaitrait sous l'effet de la gravité [63].

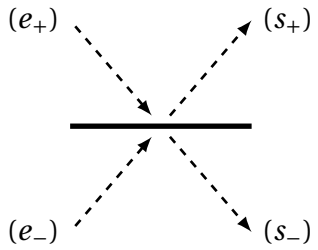
16. C'est une remarque que nous nous faisons souvent : les photons ont toujours une longueur d'avance !

17. Une expérience est toutefois à signaler [62] sans qu'elle ait pu donner accès aux probabilités de détection conditionnelle nécessaire dans l'étude des inégalité de Bell.

2 Effet Hong-Ou-Mandel

2.1 Théorie et formalisme

Décrivons tout d'abord sous forme mathématique une séparatrice 50/50 pour particule et utilisons le schéma ci-dessous pour indiquer les voies d'entrée et de sortie de cette séparatrice :



Prenons une particule arrivant d'un côté (e_+) de la séparatrice. La seule contrainte que l'on pose est que les probabilités en sortie d'être en (s_+) ou en (s_-) sont égales. La particule dans la voie $|e_+\rangle$ se retrouve dans une superposition d'états après la séparatrice entre la voie $|s_+\rangle$ et la voie $|s_-\rangle$. Le résultat est similaire lorsque la particule provient de la voie $|e_-\rangle$. On schématise l'action de l'opérateur $\hat{S}$, correspondant à l'action de la séparatrice sur l'état de la particule, par :

$$|e_+\rangle \xrightarrow{\hat{S}} \frac{1}{\sqrt{2}}\left(e^{i\theta_1}|s_+\rangle + e^{i\theta_2}|s_-\rangle\right), \tag{1.12a}$$

$$|e_-\rangle \xrightarrow{\hat{S}} \frac{1}{\sqrt{2}}\left(e^{i\theta_3}|s_+\rangle + e^{i\theta_4}|s_-\rangle\right). \tag{1.12b}$$

L'amplitude de probabilité donne bien une probabilité 50/50 d'être transmis ou réfléchis, quelque soit la voie d'entrée. Concernant les phases, une contrainte supplémentaire se rajoute : l'évolution de la fonction d'onde est unitaire, l'opérateur $\hat{S}$ est ainsi un opérateur d'évolution et vérifie :

$$\hat{S}^\dagger \hat{S} = \mathbb{1}, \tag{1.13}$$

ce qui donne une contrainte sur les phases qui doivent respecter l'égalité :

$$(\theta_1 - \theta_2) - (\theta_3 - \theta_4) = \pi. \tag{1.14}$$

Sachant que les états $|s_+\rangle$ et $|s_-\rangle$ sont définis par des phases arbitraires aussi bien que les états $|e_+\rangle$ et $|e_-\rangle$, la forme de $\hat{S}$ n'est pas unique [18] mais une de ces formes

18. Nous verrons dans le chapitre 4 comment $\hat{S}$ s'écrit dans le cas d'une séparatrice atomique en impulsion formée à partir d'un réseau de Bragg.

peut s'écrire :

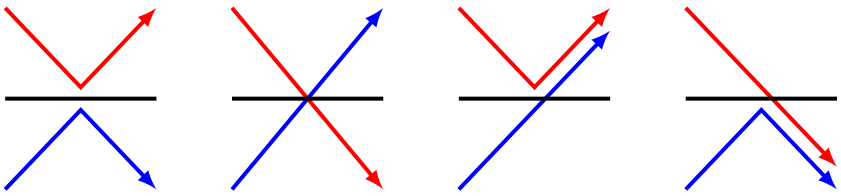
$$\hat{S} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 & e^{i\theta} \\ -e^{-i\theta} & 1 \end{pmatrix}. \tag{1.15}$$

Considérons maintenant un état à deux particules $|\Psi\rangle$ où la particule 1 est dans la voie $|e_+\rangle$ et la particule 2 est dans la voie $|e_-\rangle$. Si les particules sont discernables l'état de départ $|\Psi\rangle$ s'écrit $|\Psi\rangle = |e_+\rangle \otimes |e_-\rangle$. L'action de la séparatrice sur cet état vérifie :

$$|e_+\rangle \otimes |e_-\rangle \xrightarrow{\hat{S}} \frac{1}{2}\left[\left(|s_+\rangle + e^{i\theta}|s_-\rangle\right) \otimes \left(-e^{-i\theta}|s_+\rangle + |s_-\rangle\right)\right] \tag{1.16a}$$

$$\xrightarrow{\hat{S}} \frac{e^{i\theta}}{2}|s_-\rangle \otimes |s_-\rangle - \frac{e^{-i\theta}}{2}|s_+\rangle \otimes |s_+\rangle + \frac{1}{2}|s_+\rangle \otimes |s_-\rangle - \frac{1}{2}|s_-\rangle \otimes |s_+\rangle. \tag{1.16b}$$

Ainsi les quatre cas possibles en sortie de séparatrice sont schématisés ci-dessous :



1 2 3 4

Chaque particule a le choix d'être transmise ou réfléchie.

Arrive le cas surprenant de l'effet Hong-Ou-Mandel (HOM). Si les particules incidentes sont des bosons indiscernables, alors l'état de départ est symétrique et s'écrit :

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|e_+\rangle \otimes |e_-\rangle + |e_-\rangle \otimes |e_+\rangle\right). \tag{1.17}$$

Le fait que les particules soient indiscernables est caché dans l'amplitude de probabilité associée à chaque événement $|e_+\rangle \otimes |e_-\rangle$ ou $|e_-\rangle \otimes |e_+\rangle$: nous n'avons aucun moyen de mettre une étiquette sur les particules pour les repérer. Le fait que les particules soient des bosons fait que la fonction d'onde $|\Psi\rangle$ est symétrique et doit vérifier $|\Psi\rangle \to +|\Psi\rangle$ sous l'échange des particules. Cette forme de $|\Psi\rangle$ pose une contrainte sur les états de sortie. Cela revient à symétriser l'équation (1.16b) ce qui donne :

$$|\Psi\rangle \xrightarrow{\hat{S}} \frac{1}{\sqrt{2}}\left(e^{i\theta}|s_-\rangle \otimes |s_-\rangle - e^{-i\theta}|s_+\rangle \otimes |s_+\rangle\right). \tag{1.18}$$

Les deux chemins de sortie 1 et 2 sur le schéma, correspondant à $|s_+\rangle \otimes |s_-\rangle$ ou $|s_-\rangle \otimes |s_+\rangle$, interfèrent destructivement pour ne laisser que les cas 3 et 4, où les particules sortent du même côté de la séparatrice.

Ce formalisme simple avec les fonctions d'ondes peut aussi s'exprimer avec les opérateurs création et anihilation notés en fonction de la voie. Les opérateurs création sont liés à $\hat{S}$ par :

$$\begin{pmatrix} \hat{e}_+^\dagger \\ \hat{e}_-^\dagger \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & e^{i\theta} \\ -e^{-i\theta} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{s}_+^\dagger \\ \hat{s}_-^\dagger \end{pmatrix}. \tag{1.19}$$

Nous utiliserons la notation des états de Fock pour exprimer l'état de départ [19] :

$$|\Psi\rangle = \hat{e}_+^\dagger \hat{e}_-^\dagger |0,0\rangle. \tag{1.20}$$

Cette notation cache à la fois l'indiscernabilité et le caractère bosonique des particules, d'où l'intérêt de la démonstration précédente qui au contraire met bien en lumière ces deux aspects. Le résultat des deux méthodes est bien évidement le même. L'état final d'après (1.19) vérifie :

$$\sqrt{2}|\Psi\rangle \xrightarrow{\hat{S}} e^{i\theta} \hat{s}_-^\dagger \hat{s}_-^\dagger - e^{-i\theta} \hat{s}_+^\dagger \hat{s}_+^\dagger + \hat{s}_+^\dagger \hat{s}_-^\dagger - \hat{s}_-^\dagger \hat{s}_+^\dagger |0,0\rangle. \tag{1.21}$$

Les opérateurs $\hat{s}_+^\dagger$ et $\hat{s}_-^\dagger$ commutent, d'où le résultat suivant :

$$|\Psi\rangle \xrightarrow{\hat{S}} \frac{1}{\sqrt{2}} \left(e^{i\theta} |2,0\rangle - e^{-i\theta} |0,2\rangle \right), \tag{1.22}$$

ce qui est équivalent à la formulation (1.18).

2.2 Expérience historique Hong-Ou-Mandel

L'expérience historique est réalisée sur des photons et est publiée en 1987 [15]. Le résultat de l'expérience et le montage utilisé sont représentés sur la figure 1.2. L'expérience est présentée par les auteurs comme pouvant mesurer un décalage inférieur à la pico-seconde entre les temps d'arrivée de deux photons sur une séparatrice. En réalité le résultat surprenant qu'ils obtiennent est un effet d'interférence entre deux photons !

Pour obtenir ce résultat, les auteurs utilisent un cristal de KDP [20] permettant de convertir un photon incident, appelé dans la littérature «photon pompe», en

19. Nous notons $|n_{e_+}, n_{e_-}, n_{s_+}, n_{s_-}\rangle$ l'état de Fock correspondant à $n_{e_+}, n_{e_-}, n_{s_+}$ et n_{s_-} particules placées respectivement dans les voies (e_+),(e_-),(s_+) et (s_-). L'état initial (1.20) s'écrit rigoureusement $|1,1,0,0\rangle$ et l'état final (1.22) s'écrit $(|0,0,2,0\rangle + |0,0,0,2\rangle)/\sqrt{2}$. Avec la notation utilisée dans le corps du texte, les voies concernées sont implicites.

20. Dihydrogénophosphate de potassium, de formule KH_2PO_4.

deux photons sortant, appelés «photon signal» et «photon complémentaire». Les photons sont donc émis par paires et un état $|1,1\rangle$ est créé, du même type que celui formulé en (1.20). Après une étape de filtrage pour éliminer les photons pompe résiduels, le signal et le complémentaire sont envoyés sur une séparatrice mobile. Un diaphragme, un filtre puis deux détecteurs sont positionnés pour détecter les photons en sortie de la séparatrice. Les deux détecteurs sont reliés à un compteur de coïncidences [21]. Le résultat est 0 si au moins un des deux détecteurs ne détecte pas de photons et 1 si les deux détecteurs détectent chacun un photon.

Si la séparatrice est bien positionnée, les chemins des deux photons sont indiscernables et ils partent du même côté de la séparatrice. C'est l'effet présenté plus haut et qui est obtenu expérimentalement par HOM : pour une position de la séparatrice aux alentours des 300 μm (cf figure 1.2) le nombre de coïncidences dans un temps donné est proche de 0. Pour le même temps d'acquisition [22], plus la séparatrice s'éloigne de la position précédente, plus le nombre de coïncidences augmente, jusqu'à saturer entre 800 et 900 coïncidences. Le fait de déplacer la séparatice correspond à faire interagir les photons via la séparatrice à différents instants : si un photon arrive trop tôt ou trop tard par rapport à l'autre, les photons sont discernables et l'effet HOM n'est plus visible, les chemins sensés interférer destructivement donnent un nombre de coïncidences non nul. Si la séparatrice est positionnée correctement de telle manière à ce qu'il soit impossible de distinguer l'origine des deux photons, les deux chemins interfèrent donnant un nombre de coïncidences nul. La largeur du trou HOM est due à la largeur temporelle des photons détectés. Dans le cas de cette expérience, c'est la largeur en fréquence des filtres qui fixe la largeur temporelle des photons.

Une façon de contrôler l'indiscernabilité peut être de changer la polarisation [64]. D'autres phénomènes surprenant comme dans présentés dans la réference [65] montre que l'indiscernabilité ne se produit pas forcément au niveau de la séparatrice et montre que ce phénomène est aussi lié au processus de détection.

21. Equivaux à une porte logique «ET».

22. Il faut que le nombre de photons participant à l'expérience soit le même quelle que soit la position de la séparatrice pour pouvoir comparer les résultats.

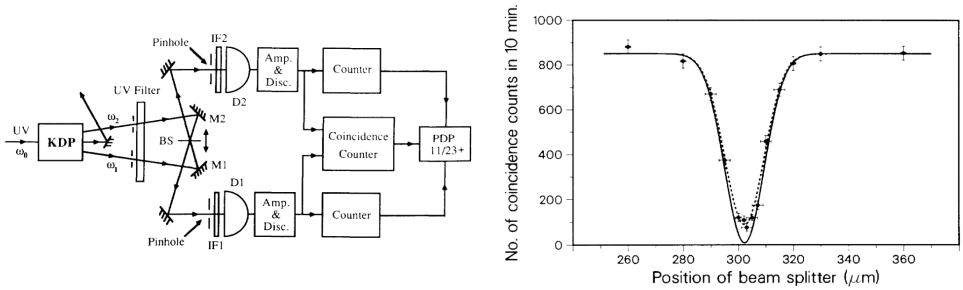


FIGURE 1.2 – Montage et résultat de l'article HOM de 1987 tiré de [15]. A gauche des paires de photons sont émises par processus de conversion paramétrique à partir du faisceau incident et du cristal de KDP. Les paires traversent un filtre puis arrivent sur une séparatrice (BS) mobile. Les photons traversent à nouveau un filtre et sont détectés par des détecteurs. A droite est tracé le nombre de coïncidences en fonction de la position de la séparatrice. Chaque point expérimental est le résultat d'une acquisition sur 10 min.

2.3 Comment passer aux atomes ?

Pour passer des photons aux atomes il faut avoir des outils similaires à ceux utilisés dans l'expérience HOM. Il est pratique d'avoir une source d'atomes émis par paire [23], des miroirs et des séparatrices, des diaphragmes et des détecteurs, permettant de mesurer un taux de coïncidence. Or nous disposons déjà de ces outils :

- **Source d'atomes émis par paires :** En utilisant la technique [24] du mélange à quatre ondes décrit dans le chapitre 3 et dans les thèses de mes prédecesseurs [19, 69, 21], il est possible de créer des états du type (1.22) avec des atomes d'hélium métastable, où les voies a et b correspondent à un état d'impulsion donnée.
- **Miroirs et séparatrices :** La diffraction de Bragg présentée dans les Chapitres 4, 5 et 6 permet de créer l'équivalent d'une séparatrice, comme décrit par l'équation (1.15), en jouant sur l'impulsion des atomes.
- **Filtres et détecteurs de coïncidence :** L'utilisation du MCP présenté dans le Chapitre 2 permet de détecter les atomes et leurs impulsions. En post traitement, il est possible de faire l'équivalent des diaphragmes [25], en sé-

23. Ce qui n'est pas une condition nécessaire à l'observation de l'effet HOM [66, 67] mais qui donne toutefois des résultats plus simples à analyser et de meilleurs rapports signal sur bruit.

24. Il existe une autre technique utilisée par le groupe pour créer des atomes corrélés en impulsion qui est la collision de condensats [68] mais reste moins pratique pour des schémas interférométriques.

25. Un des points forts de notre expérience est de pouvoir choisir les diaphragmes à l'étape du traitement des données, nous laissant ainsi plus de chance de trouver le signal recherché. C'est en quelque sorte comme si les diaphragmes étaient alignés après avoir fait l'expérience.

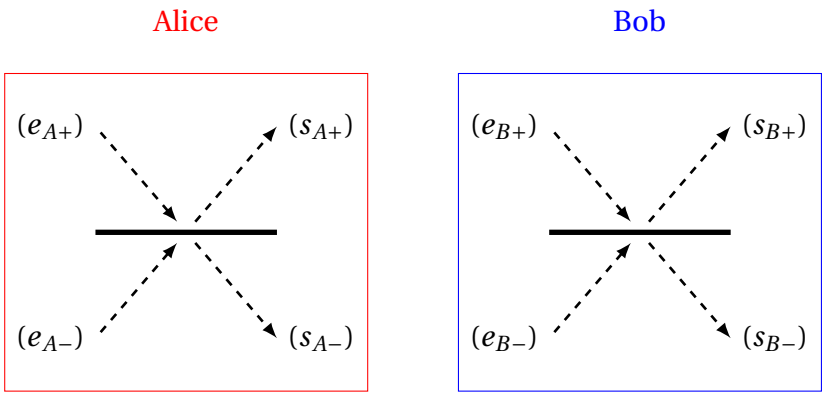
lectionnant des classes d'impulsions particulières et de calculer des coïncidences.

L'expérience avec des atomes a été réalisée et l'effet HOM a pu être observé par l'équipe à deux reprises. La première aboutit à une publication en 2015 [20]. La deuxième est expliquée de façon brève dans cette thèse et de façon plus détaillée dans celle de Pierre Dussarrat [21].

3 Violation des inégalités de Bell

3.1 Théorie et formalisme

L'expérience HOM permet d'introduire naturellement le formalisme d'une expérience de violation des inégalités de Bell. Dans ce type d'expériences, il y a deux expérimentateurs, que nous nommerons Alice et Bob. Chacun possède une séparatrice comme schématisée ci-dessous :



Les deux séparatrices peuvent *a priori* être différentes. Nous utiliserons les indices A et B pour désigner les séparatrices d'Alice et de Bob vérifiant :

$$\hat{S}_A = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 & e^{i\theta_A} \\ -e^{-i\theta_A} & 1 \end{pmatrix}, \qquad \hat{S}_B = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 & e^{i\theta_B} \\ -e^{-i\theta_B} & 1 \end{pmatrix}. \tag{1.23}$$

L'état initial qui nous intéresse est de la forme suivante :

$$|\Psi_i\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\Big(|e_{A+}\rangle \otimes |e_{B-}\rangle + e^{i\varphi}|e_{A-}\rangle \otimes |e_{B+}\rangle\Big). \tag{1.24}$$

Cet état est équivalent à l'état (1.1) présenté dans le théorème BCHSH. Si nous cherchons à mesurer ce qu'il se passe en entrée de la séparatrice alors, lorsque une particule est détectée dans voie $|e_{A+}\rangle$, l'autre est forcément dans la voie $|e_{B-}\rangle$

et lorsque une particule est détectée dans la voie $|e_{A-}\rangle$, l'autre est dans la voie $|e_{B+}\rangle$ (même chose si on inverse les rôles de détection). Les deux cas sont détectés avec la même probabilité. A la sortie des deux séparatrices l'état devient :

$$\begin{aligned} 2\sqrt{2}|\Psi_i\rangle \xrightarrow{\hat{S}_A\otimes\hat{S}_B} & -\left(e^{-i\theta_B}+e^{-i\theta_A+i\varphi}\right)|s_{A+}\rangle\otimes|s_{B+}\rangle \\ & +\left(e^{i\theta_A}+e^{i\theta_B+i\varphi}\right)|s_{A-}\rangle\otimes|s_{B-}\rangle \\ & +\left(e^{i\varphi}-e^{-i(\theta_B-\theta_A)}\right)|s_{A-}\rangle\otimes|s_{B+}\rangle \\ & +\left(1-e^{i(\theta_B-\theta_A)+i\varphi}\right)|s_{A+}\rangle\otimes|s_{B-}\rangle. \end{aligned} \tag{1.25}$$

Pour plus de lisibilité, nous enlevons la phase globale[26] $(\Delta\theta+\varphi-\pi)/2$ de cette expression où $\Delta\theta=\theta_B-\theta_A$ et nous redéfinissons les voies de sorties par :

$$\begin{aligned} |s_{B+}\rangle &\rightarrow ie^{i\theta_B}|s_{B+}\rangle, \\ |s_{A-}\rangle &\rightarrow ie^{-i\theta_A}|s_{A-}\rangle. \end{aligned}$$

Après avoir effectué ces changements l'état final noté $|\Psi_f\rangle$ se réécrit :

$$\begin{aligned} |\Psi_f\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}\cos\left(\frac{\Delta\theta+\varphi}{2}\right)\Big[|s_{A+}\rangle\otimes|s_{B+}\rangle-|s_{A-}\rangle\otimes|s_{B-}\rangle\Big] \\ &+ \frac{1}{\sqrt{2}}\sin\left(\frac{\Delta\theta+\varphi}{2}\right)\Big[|s_{A-}\rangle\otimes|s_{B+}\rangle+|s_{A+}\rangle\otimes|s_{B-}\rangle\Big]. \end{aligned} \tag{1.26}$$

Nous allons maintenant exprimer le paramètre E comme décrit par l'équation (1.6) en début de chapitre. Il faut d'abord se donner une convention[27] pour le résultat obtenu. En sortie des séparatrices, Alice et Bob ne détectent qu'un photon. La séparatrice a une action binaire et le résultat de la détection peut être mis sous cette forme : +1 si la particule est détectée en (s_{A+}) pour Alice (respectivement en (s_{B+}) pour Bob) et -1 si la particule est détectée en (s_{A-}) pour Alice (respectivement en (s_{B-}) pour Bob). Ainsi les probabilités conditionnelles de détection vérifient :

$$\begin{aligned} \mathscr{P}_{+,+} &= \left|\langle\Psi_f|s_{A+},s_{B+}\rangle\right|^2, & \mathscr{P}_{-,-} &= \left|\langle\Psi_f|s_{A-},s_{B-}\rangle\right|^2, \\ \mathscr{P}_{+,-} &= \left|\langle\Psi_f|s_{A+},s_{B-}\rangle\right|^2, & \mathscr{P}_{-,+} &= \left|\langle\Psi_f|s_{A-},s_{B+}\rangle\right|^2. \end{aligned}$$

Nous en déduisons donc le paramètre E à partir de (1.26) :

$$E(\Delta\theta) = \cos(\Delta\theta+\varphi). \tag{1.27}$$

26. Nous pouvons toujours attribuer cette phase globale à l'état initial.
27. Cette convention peut changer le signe de E mais ne change pas le comportement en fonction des variables $\Delta\theta$ et φ.

Cette forme est la même qu'en (1.7). Pour des angles θ_A et θ_B bien choisis on peut donc trouver une violation des inégalités de Bell. Avec quatre expériences nous pouvons construire le paramètre CHSH :

$$\langle \mathscr{S} \rangle = E(\Delta\theta_1) + E(\Delta\theta_2) - E(\Delta\theta_3) + E(\Delta\theta_4).$$

En prenants les angles suivants :

$$\begin{aligned} \theta_A &= 0 + \varphi, & \Delta\theta_1 &= \theta_B - \theta_A, \\ \theta_B &= -\pi/4, & \Delta\theta_2 &= \theta'_B - \theta_A, \\ \theta'_A &= \pi/2 + \varphi, & \Delta\theta_3 &= \theta_B - \theta'_A, \\ \theta'_B &= \pi/4, & \Delta\theta_4 &= \theta'_B - \theta'_A. \end{aligned}$$

nous obtenons que :

$$\langle \mathscr{S} \rangle = 2\sqrt{2}. \tag{1.28}$$

Nous retrouvons le même résultat (1.11) que celui obtenu par BCHSH. Ce raisonnement général s'applique sur toutes paires de particules intriquées, il suffit de disposer de l'équivalent d'une séparatrice pour la particule considérée. Nous présentons, dans ce qui suit, le schéma expérimental mis en place dans l'expérience de Rarity et Tapster [70]. Celui-ci est utilisé pour tester l'intrication entre variables externes de deux photons et nous verrons comment l'appliquer aux atomes.

3.2 Tester l'intrication entre variables externes : expérience de Rarity et Tapster

Nous présentons ici une expérience de violation des inégalités de Bell qui utilise une intrication entre variables externes. Le montage de cette expérience réalisé en 1990 par Rarity et Tapster (RT) est présenté sur la figure 1.4. Elle a été réalisée avec des photons. Les auteurs utilisent un cristal de KDP pour former un état intriqué de deux photons dans quatre modes d'impulsion différents que nous notons $\{k_{e_{A+}}, k_{e_{A-}}, k_{e_{B+}}, k_{e_{B-}}\}$.

Pour mieux saisir le principe de l'expérience, schématisons la source comme sur la figure 1.3. Les traits pleins et les tirets représentent les photons appariés : si un photon est détecté avec une impulsion $k_{e_{A+}}$, l'état initial veut que l'on détecte un photon en $k_{e_{B-}}$. Pour un photon détecté en $k_{e_{A-}}$, l'autre est détecté en $k_{e_{B+}}$. Les couleurs représentent les chemins qui vont se recombiner sur des séparatrices pour créer les interférences désirées. L'état initial peut s'écrire comme suit :

$$|\Psi_i\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\Big(|k_{e_{A+}}, k_{e_{B-}}\rangle + e^{i\varphi}|k_{e_{A-}}, k_{e_{B+}}\rangle\Big). \tag{1.29}$$

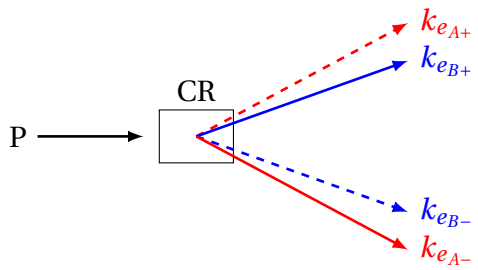


FIGURE 1.3 – Représentation de la source de photons intriqués de l'expérience de Rarity et Tapster. Le laser pompe (P) passe dans un cristal non linéaire (CR) et crée des modes d'impulsion différente. Quatre modes sont représentés (flèches rouges et bleues) qui vérifient l'équation (1.29).

Ainsi on peut déjà attribuer la couleur aux expérimentateurs : rouge pour Alice, bleu pour Bob. Un point à remarquer est l'utilisation de lames de verre («P_a» et «P_b») sur la figure 1.4, permettant d'ajuster la phase de l'état intriqué. Les phases sont notées ϕ_A, pour celle ajoutée sur le bras du chemin rouge $k_{e_{A-}}$, et ϕ_B, pour le chemin bleu $k_{e_{B-}}$. L'état initial $|\Psi_i\rangle$ est donc préalablement transformé par ce retard de phase en[28] :

$$|\Psi_i'\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|k_{e_{A+}}, k_{e_{B-}}\rangle + e^{i(\Delta\phi+\varphi)}|k_{e_{A-}}, k_{e_{B+}}\rangle\right) \tag{1.30}$$

où $\Delta\phi = \phi_A - \phi_B$. Les résultats de la partie précédente s'appliquent sans difficulté, à ceci près que l'interprétation est différente : ce ne sont pas les séparatrices qui imposent la différence de phase mais l'inclinaison des lames. En effet les séparatrices sont supposées fixes. La façon d'exprimer l'état de sortie (1.26) nous indique qu'il est possible d'écrire que $\Delta\theta \to \Delta\theta' = 0$ en mettant la différence de phase dans l'état initial $\varphi \to \varphi' = \varphi + \Delta\theta$. Dans un tel cas l'interprétation est qu'Alice et Bob possèdent les même séparatrices et étudient l'état $|\Psi_i''\rangle$ s'écrivant :

$$|\Psi_i''\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|k_{e_{A+}}, k_{e_{B-}}\rangle + e^{i(\Delta\phi+\varphi')}|k_{e_{A-}}, k_{e_{B+}}\rangle\right). \tag{1.31}$$

Le résultat (1.27) s'adapte en :

$$E(\Delta\phi) = \cos(\Delta\phi + \varphi'). \tag{1.32}$$

28. L'étape de calcul intermédiaire donne $|\Psi_i'\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(e^{i\phi_B}|k_{e_{A+}}, k_{e_{B-}}\rangle + e^{i(\phi_A+\varphi)}|k_{e_{A-}}, k_{e_{B+}}\rangle\right)$ où l'on voit bien que ϕ_B est associé à $|k_{e_{A-}}\rangle$ et ϕ_A est associé à $|k_{e_{B-}}\rangle$

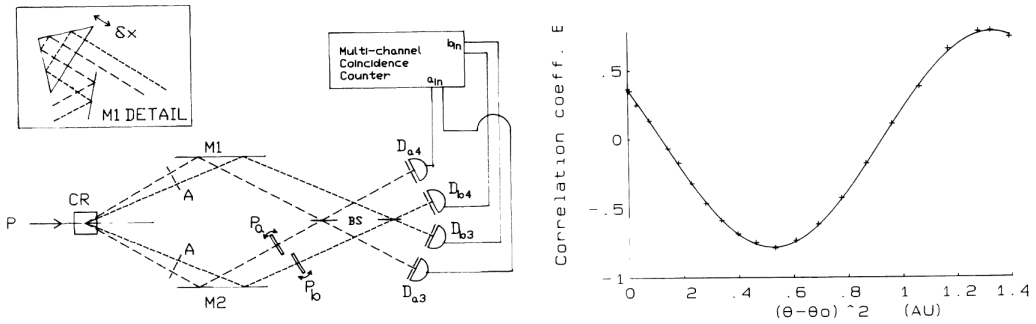


FIGURE 1.4 – Extrait de l'expérience Rarity et Tapster de 1990 [70]. A gauche est représenté le montage, à droite la mesure. La première étape est de créer des paires de photons intriqués en impulsions par conversion paramétrique à partir d'un cristal (CR) de KDP. Ensuite les trajets des photons sont recombinés sur deux séparatrices en ayant préalablement ajusté le délai entre l'arrivée des photons par le miroir M1. Il est possible d'ajuster la phase sur chaque trajet associé à une séparatrice en faisant varier l'inclinaison d'une lame (P_a et P_b). Les photons sont détectés et des taux de coïncidence sont mesurés. Sur la figure de droite, le paramètre $E(\Delta\phi)$ de l'équation (1.32) est tracé en fonction du carré de l'inclinaison des lames, le déphasage étant quadratique avec l'inclinaison pour des angles faibles. Une oscillation est observée et le paramètre $\langle\mathscr{S}\rangle$ peut en être extrait et vaut $2,21(2)$ violant ainsi les inégalités de Bell.

Une oscillation est sensée être observée en faisant varier $\Delta\phi$, ce qui est le cas (résultat sur la figure 1.4). Le paramètre $\langle\mathscr{S}\rangle$ se déduit d'une modélisation avec une courbe sinusoïdale et d'amplitude ajustable[29] et vaut $2,21(2)$, résultat qui viole les inégalités de Bell.

3.3 Comment passer aux atomes ?

Nous cherchons à adapter le protocole de Rarity et Tapster au cas des atomes, comme nous l'avons proposé dans la section 2.3. Nous avons besoin pour cela de plusieurs outils :

- **Source d'atomes émis par paires :** En utilisant la technique[30] du mélange à quatre ondes décrit dans le Chapitre 3 et dans les thèses de mes prédécesseurs [19, 69, 21], nous espérons pouvoir créer des états du type (1.24). Chaque état de sortie correspond à des états d'impulsions d'un atome d'hélium. Cette source peut être modélisée comme produisant deux atomes dans quatre voies d'impulsion possibles. Comme pour l'expérience de Rarity et Tapster nous pouvons schématiquement représenter le procédé de

29. L'expérience n'est pas parfaite, les séparatrices n'étant pas tout à fait 50/50.
30. Se référer à l'étude théorique [71] pour une violation des inégalités de Bell avec la technique d'une collision de condensat.

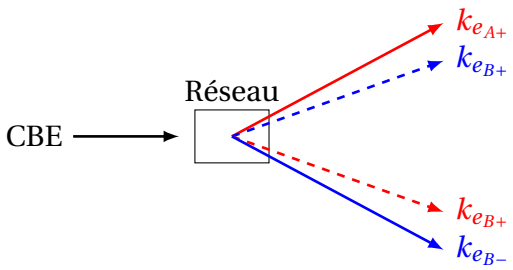


FIGURE 1.5 – Représentation de la source de photons intriqués de l'expérience de type Rarity et Tapster avec des atomes. Le BEC joue le rôle de pompe (P), le réseau optique fait office de cristal non linéaire (CR). Quatre modes d'impulsions de sortie sont représentés (flèches rouges et bleues) qui vérifient l'équation (1.33). Noter que cette source diffère légèrement de celle représentée pour les photons sur la figure 1.3.

création des paires par la figure 1.5, où l'état initial vérifie :

$$|\Psi_i\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\Big(|k_{e_{A+}}, k_{e_{B-}}\rangle + e^{i\varphi}|k_{e_{A-}}, k_{e_{B+}}\rangle\Big). \tag{1.33}$$

Le condensat joue le même rôle que la pompe et le réseau de création des paires se substitue au cristal non linéaire. Dans une première approximation l'analogie est effectivement bonne puisque le mécanisme de création correspondant au mélange à quatre ondes peut être traité comme de la conversion paramétrique [19].

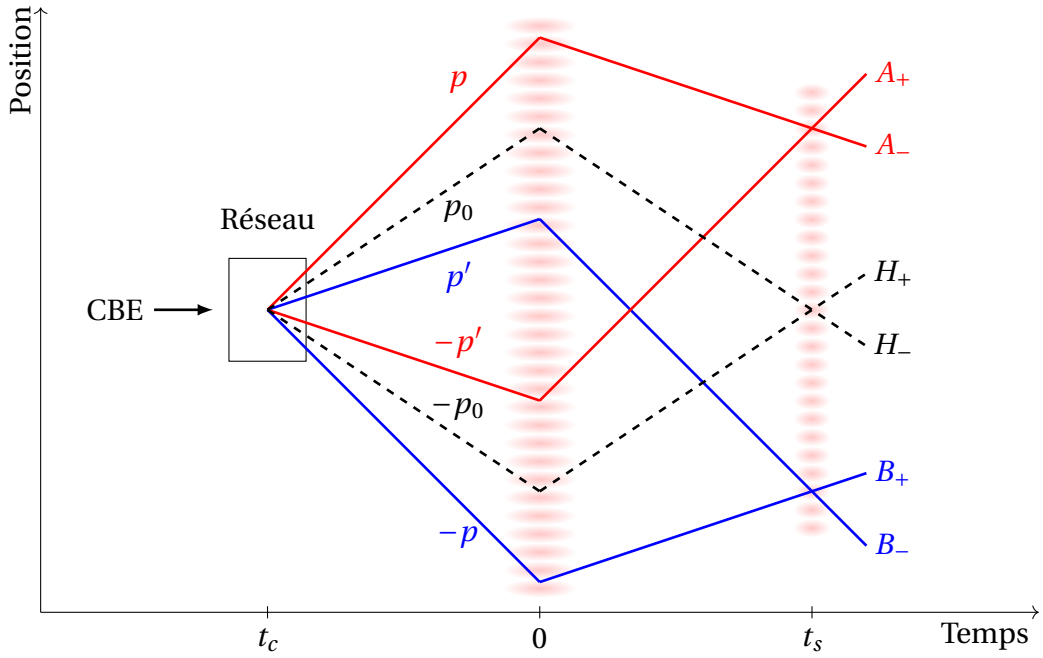
- **Miroirs et séparatrices :** La diffraction de Bragg présentée dans les Chapitres 4, 5 et 6 permet de créer l'équivalent d'une séparatrice, comme généralisé par (1.15), en jouant sur l'impulsion des atomes. Un interféromètre du même type que celui fait par Rarity et Tapster peut être imaginé. Il est représenté sur la figure 1.6.
- **Déphaseur :** Contrairement à l'expérience de Rarity et Tapster, nous n'utilisons pas de lames supplémentaires pour déphaser une voie par rapport à l'autre. Nous utilisons directement le déphasage induit par la séparatrice et le miroir (Chapitre 5).
- **Filtres et détecteurs de coïncidence :** L'utilisation du MCP présenté dans le Chapitre 2 permet de détecter les atomes et leurs impulsions. En post-traitement, il est possible de sélectionner des classes d'impulsions particulières pour calculer des coïncidences et remonter au paramètre E.

Nous obtenons ainsi un schéma interférométrique complet schématisé sur la figure 1.6. Ce schéma a la force de regrouper à la fois l'expérience de Hong-Ou-Mandel et celle de Rarity-Tapster. Ce résultat n'est *a priori* pas évident et tire

avantage de deux éléments. Le premier, nous le verrons dans le Chapitre 3, provient du fait que la source d'atomes corrélés est multi-mode, permettant d'avoir aussi bien les états de type HOM (1.18) que des états de type Bell (1.33). Le second, nous le verrons dans le Chapitre 5, est que la condition de résonance pour le réseau de Bragg sur ce type de source permet d'échanger simultanément les bonnes classes d'impulsion [31].

Un interféromètre multiple du type de celui présenté sur la figure 1.6 a été réalisé par notre groupe en 2017 et a donné lieu à une publication [72]. Nous en présenterons les principaux résultats dans le Chapitre 5. Nous reviendrons sur l'intérêt de ce type de schéma interférométrique qui tire astucieusement avantage des propriétés de la source dans les Chapitres 5 et 6. Il est à noter que l'expérience en est à ses débuts et qu'une violation des inégalités de Bell reste à tester expérimentalement. Nous verrons qu'un point qui manque à notre dispositif est le contrôle des phases d'Alice et de Bob.

31. Sur un graphique de type position-temps, chaque vitesse est représentée par une droite. Les classes de vitesses échangées sont donc représentées par des paires de droites : la condition de Bragg est vérifiée pour un angle précis entre ces droites (noté θ_{Bragg}). Sur la figure 1.6, si l'on note S_A,S_B et S_H les points d'intersection respectifs des droites rouges, bleues et noires au temps t_s, on pourra se convaincre que les angles $\widehat{A_+S_AA_-} = \widehat{B_+S_BB_-} = \widehat{H_+S_HH_-} = \theta_{\text{Bragg}}$



$$|\Psi_{AB}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|p,-p\rangle + e^{i\varphi}|p',-p'\rangle\right)$$

$$|\Psi_H\rangle = |p_0,-p_0\rangle$$

FIGURE 1.6 – Schéma interférométrique de test des inégalités de Bell pour des atomes corrélés en impulsion. Des paires corrélées en impulsion sont formées par mélange à quatre ondes avec un condensat dans un réseau optique. Dans un schéma position-temps chaque droite correspond à une impulsion, ici celle d'un atome. L'état initial attendu est celui de (1.33) et est noté $|\Psi_{AB}\rangle$. Un autre état initial possible est celui en pointillé noir noté $|\Psi_H\rangle$. Au temps t_m (respectivement t_s) nous appliquons des impulsions Bragg schématisées en dégradé de rouge pour former des miroirs (respectivement séparatrices). Les chemins rouges et bleus correspondent à un interféromètre de type Rarity-Tapster. Le chemin pointillé correspond à un interféromètre de type HOM.

4 Conclusion

Nous avons vu qu'il était possible d'adapter les expériences historiques de Hong-Ou-Mandel et de Rarity et Tapster faites avec des photons aux atomes. La portée de ce type d'expériences est du domaine de la physique fondamentale : une interférence à deux atomes est-elle possible ? L'expérience HOM montre que la réponse est positive. La mécanique quantique explique bien ce phénomène mais elle prédit aussi de façon contre-intuitive que l'interférence persiste pour des particules intriquées et séparées : la violation des inégalité de Bell par une expérience de type Rarity-Tapster permettrait de valider cette prédiction.

Chapitre 2

Obtention et détection d'un nuage froid d'hélium métastable

***

Sommaire

1 L'atome d'hélium 28

1.1 Avantages et inconvénients de l'hélium métastable dans les expériences d'atomes froids 30

1.2 Obtention de l'hélium métastable 31

1.3 Désexcitation de l'état métastable 32

1.4 Levée de dégénérescence : application d'un champ magnétique 34

1.5 Collision élastique et longueur de diffusion 34

2 Séquence expérimentale 35

2.1 Mélasse transverse et ralentisseur Zeemann 37

2.2 Piège magnéto-optique, mélasse et pompage optique . . 38

2.3 Piège magnétique et refroidissement Doppler 1D 39

2.4 Compression et évaporation radio-fréquence 40

2.5 Piège Dipolaire 41

2.6 Taille des nuages, temps de vol et détection 42

3 Détection 43

3.1 MCP 43

3.2 Imagerie 48

4 Difficultés expérimentales rencontrées 51

4.1 Remplacement d'une pompe turbo-moléculaire 52

4.2 Remplacement du piège dipolaire 53

4.3 Installation d'une caméra 54

4.4 Ce qu'il reste à remplacer 55
4.5 Conséquences sur le contenu de ce manuscrit 56

Ce chapitre est consacré à la description du dispositif à atomes froids dont nous disposons. Il permet de donner les conditions expérimentales dans lesquelles sont réalisées les expériences présentées dans les chapitres 3, 4 et 5.

Comme notre dispositif est âgé d'une vingtaine d'années, les mesures des caractéristiques de chaque partie du dispositif ont été accumulées aux fils des ans. Certaines mesures sont récentes, d'autres anciennes et ont besoin d'être mises à jour. Ce chapitre reste dans l'ensemble un travail bibliographique : pour chaque mesure, les référence données sont celles où elles apparaissent pour la première fois.

L'age de notre dispositif participe aussi au fait que nous sommes proches de ses limites pour les expériences de physique fondamentales visées. Ce chapitre permet de montrer les points faibles et les points forts du dispositif, tout en proposant des pistes pour l'améliorer par des techniques qui ont déjà fait leurs preuves dans d'autres équipes (sur l'hélium ou sur d'autres espèces).

1 L'atome d'hélium

L'hélium a été découvert en 1868 par l'astronome français Jules Jassen alors qu'il étudiait le spectre de la chromosphère du Soleil lors d'une éclipse. Son nom lui a été donné quelques années plus tard en référence au Soleil en Grec, *helios*. Composé de deux protons, deux électrons et un (He^3) ou deux (He^4) neutrons suivant l'isotope, l'hélium est l'atome le plus simple après l'hydrogène. Il est un candidat de choix pour la métrologie : sa structure simple permet de donner une valeur théorique précise de ses niveaux d'énergies et temps de vie, qui peuvent être vérifiées par spectroscopie. Il est notament possible de mesurer la constante de structure fine par des dispositifs à atomes froids [73].

Nous utilisons dans notre expérience de l'hélium 4, qui est un boson. Les seules expériences réalisées par l'équipe avec de l'hélium 3 ont été menées en collaboration avec l'équipe d'Amsterdam en 2007 [25]. L'hélium 4 a un spin nucléaire nul et n'a donc pas de structure hyperfine.

Les configurations excitées de l'hélium sont de la forme (1s,n'l'). Il existe des états où l'atome prend l'état (nl,n'l') avec n et n' > 1 mais l'énergie associée à ces états est supérieure à l'énergie d'ionisation, ce qui le rend instable et conduit à une auto-ionisation de l'hélium dans la plupart des cas. Les notations spectroscopiques de l'hélium sont alors $n'^{2S+1}L_J$ où n' représente le niveau électronique dans la configuration $(1s, n'l')$, S le spin total, L le moment orbital total et J le moment cinétique total des électrons. En absence de champ magnétique, les états sont dégénérés 2J+1 fois. Le premier état excité (1s,2s) conduit à l'état singulet

2^1S_0 et à l'état triplet 2^3S_1, le plus bas en énergie. L'état 2^3S_1 est remarquable car il a une durée de vie de 7900 secondes [74]. L'état est métastable car la transition vers l'état fondamental est interdite pour 3 raisons [75] : la transition dipolaire est interdite comme la parité ne change pas, la transition quadrupolaire est interdite pour $J = 1 \rightarrow J' = 0$ et la règle de sélection pour les dipôles magnétiques $\Delta S = 0$ n'est pas satisfaite.

Cet état métastable est considéré comme un niveau fondamental sur le temps de cycle de l'expérience qui est de 30 secondes. L'hélium dans le niveau 2^3S_1 sera appelé hélium métastable et noté He* par la suite. Le tableau 2.1 donne quelques constantes importantes concernant l'hélium et les sections qui suivent expliquent quelles sont les propriétés qui permettent de le manipuler et de le détecter.

Description	Notation	Valeur
Masse	m	$6{,}65\ .10^{-27}$ kg
Longueur d'onde	λ	1083 nm
Taux de transition $2^3P \rightarrow 2^3S_1$	$\Gamma/2\pi$	1,62 MHz
Intensité de saturation	$\mathrm{I_{sat}}$	0,16 mW/cm^2
Longueur de diffusion en onde s ($m_J = 1$)	a	$7{,}512\ .10^{-9}$ m
Impulsion de recul	k_{rec}	$5{,}8\ .10^{6}$ m^{-1}
Vitesse de recul	$v_{\mathrm{rec}} = \dfrac{\hbar k_{\mathrm{rec}}}{m}$	9,2 cm/s
Energie de recul	$E_{\mathrm{rec}} = \dfrac{\hbar^2 k_{\mathrm{rec}}^2}{2m}$	$2{,}06\ \mu\mathrm{K} \times k_B$ $42{,}5\ \mathrm{kHz} \times h$

TABLE 2.1 – Caractéristiques importantes de l'hélium 4 dans son état métastable.

Nous utilisons les transitions $2^3S \rightarrow 2^3P$ pour manipuler l'hélium, les longueurs d'ondes sont donc dans l'infrarouge ce qui nécessite l'utilisation de viseurs ou cartes de visualisation pour l'alignement des faisceaux ainsi que des photo-détecteurs ayant une bonne sensibilité dans l'infrarouge : la caméra pour l'imagerie des atomes et les photodiodes pour le contrôle des laser sont en InGaAs. Il existe d'autres transitions optiques utilisables sur l'hélium métastable; elles sont présentées sur la figure 2.1. Les transitions interdites $2^3S \rightarrow 2^1S$ et $2^3S \rightarrow 2^1P$ peuvent être sondées par laser dans un but métrologique [76, 77]. La transition $2^3S \rightarrow 3^3P$ à 389 nm peut être utilisée pour faire un piège magnéto-optique (PMO) [78] ou faire de l'imagerie [79]. La transition $2^3P \rightarrow 3^3D$ a 588 nm a été

utilisée pour observer par fluorescence un PMO et a pu être observée à l'œil nu [80].

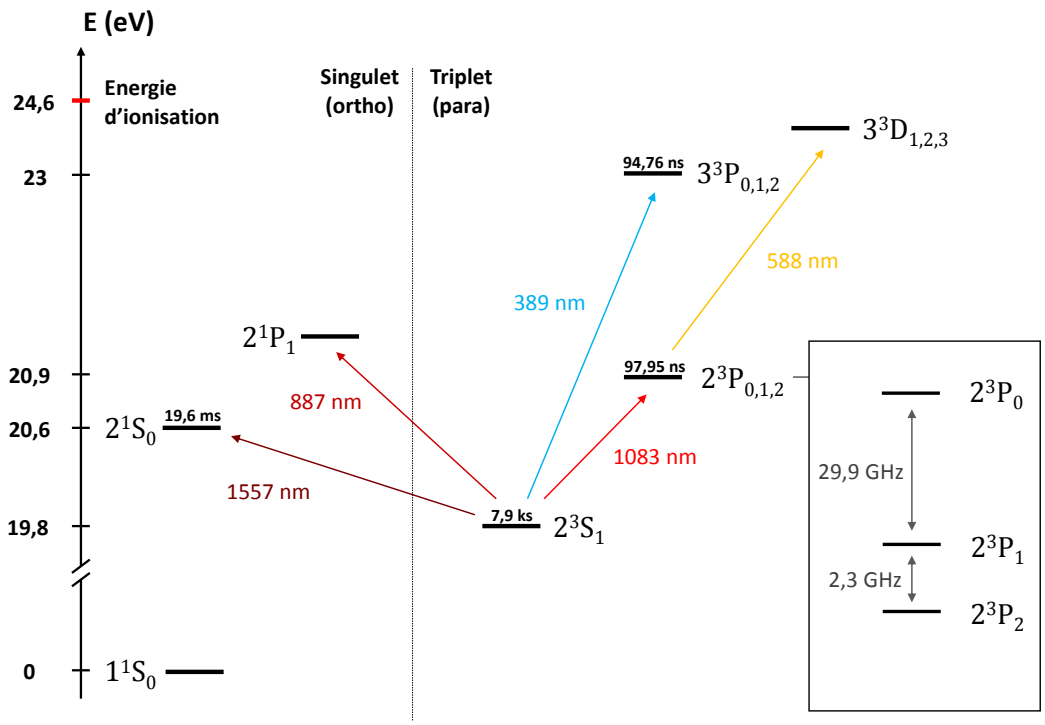


FIGURE 2.1 – Représentation des niveaux d'énergie de l'hélium 4 les plus utilisés dans les expériences d'atomes froids. La transition $2^3S \rightarrow 2^3P$ est celle qui est la plus utilisée pour piéger, refroidir et imager l'hélium métastable.

1.1 Avantages et inconvénients de l'hélium métastable dans les expériences d'atomes froids

Une source d'hélium métastable, pour des expériences d'atomes froids, est plus contraignante qu'une source d'alcalins principalement pour deux raisons :

— Son obtention se fait en créant un plasma d'hélium (section 1.2) qui doit être préalablement refroidi (au moins par de l'azote liquide) pour avoir une taille de ralentisseur Zeeman acceptable (section 2.1).

— L'utilisation d'un état atomique excité (énergétiquement élevé) va de paire avec l'inconvénient des collisions dites ionisantes et associatives (section 1.3). Dans un nuage froid d'hélium métastable piégé, la désexcitation d'un atome vers son niveau fondamental entraîne sa sortie du piège (il n'est pas «repompable»), accompagné en partie d'un chauffage des atomes restants.

L'hélium métastable a cependant plusieurs propriétés dont nous pouvons tirer parti [81]. Nous présentons ici celles qui nous concernent et qui sont abordées dans ce manuscrit :

— La valeur élevée de son énergie interne par rapport au niveau fondamental (~ 20 eV) conduit à l'expulsion d'un électron énergétique lorsqu'il touche une surface. Tout comme un photo-multiplicateur peut détecter un photon, un atome d'hélium métastable peut-être détecté par un principe similaire : il suffit d'amplifier le signal créé par l'électron émis en utilisant le phénomène d'avalanche électronique. La détection est alors possible en utilisant une galette de micro-canaux (MCP [1]) soumise à une différence de potentiel de l'ordre de 2,2 kV (cf section 3.1).

— Le retour vers l'état fondamental peut être considéré comme un avantage puisque les lasers utilisés pour ralentir et piéger (cf figure 2.1) n'interagissent pas avec cet état. Le repompage optique n'est pas utilisé et la détection n'est donc pas bruitée à cause de l'hélium ambiant, contrairement aux alcalins qui utilisent le niveau fondamental ou des états de courte durée de vie. Le bruit de fond due au détecteur est faible (cf annexe B) ce qui permet la détection d'atomes uniques.

— Le moment magnétique de l'hélium métastable est deux fois plus élevé que les alcalins, créant des effets plus marqués lorsqu'ils sont soumis à des champs magnétiques (section 1.4).

— La faible valeur de l'intensité de saturation (cf tableau 2.1) permet une manipulation (refroidissement et piégeage) de l'hélium métastable avec peu de puissance optique. Pendant plusieurs années, des diodes (délivrant entre 20 et 90 mW de puissance optique) ont été utilisées sur l'expérience sans étage d'amplification.

— La valeur importante de la vitesse de recul (cf tableau 2.1) permet de construire des réseaux de diffraction en impulsion efficace. Nous en utilisons abondamment, à travers les transitions Bragg et Raman (Chapitres 4, 5 et 6).

— Les collisions ionisantes peuvent être utilisées pour détecter un signal d'ions qui dépend de la densité du nuage d'atomes piégés [82]. Ainsi les étapes de piégeage et de chargement peuvent être suivies en temps réel sans détruire le nuage, contrairement à l'utilisation de l'imagerie [2].

Malgré ces avantages, peu de groupes utilisent l'hélium par rapport aux alcalins dans la communauté des atomes froids. Nous pouvons citer les groupes en Australie [83], au Pays-Bas [84, 85, 86], au Japon [87], aux Etats-Unis d'Amérique [88] et enfin en France [89, 90].

1. Micro-Channel Plate en anglais.
2. Se référer à la section 3.2 pour l'imagerie récemment mise en place.

1.2 Obtention de l'hélium métastable

L'hélium métastable est obtenu en créant un plasma. Pour créer un jet de plasma, nous utilisons une décharge électrique dans un gaz d'hélium peu dense [91, 92, 93]. Pour un asservissement par absorption saturée, la référence est une cellule contenant de l'hélium et le plasma est créé par ondes radio-fréquences [94]. Le principe de la source à décharge est représenté sur la figure 2.2. Une différence de potentiel d'environ 0,6 kV est mesurée entre la pointe (P) et l'écorceur (E). Pour réduire la vitesse des atomes en sortie du gicleur (de l'ordre de 2000 m/s), le plasma passe à travers un capillaire de 250 μm de diamètre sur 1 cm de long refroidi à l'azote liquide. Cette technique permet de réduire la vitesse à quelques 1200 m/s et d'avoir un ralentisseur Zeeman d'une taille raisonnable. Se référer à l'article [81] pour les différentes sources d'Helium métastable existantes et à la section 2.1 pour plus de détails sur le ralentisseur Zeeman.

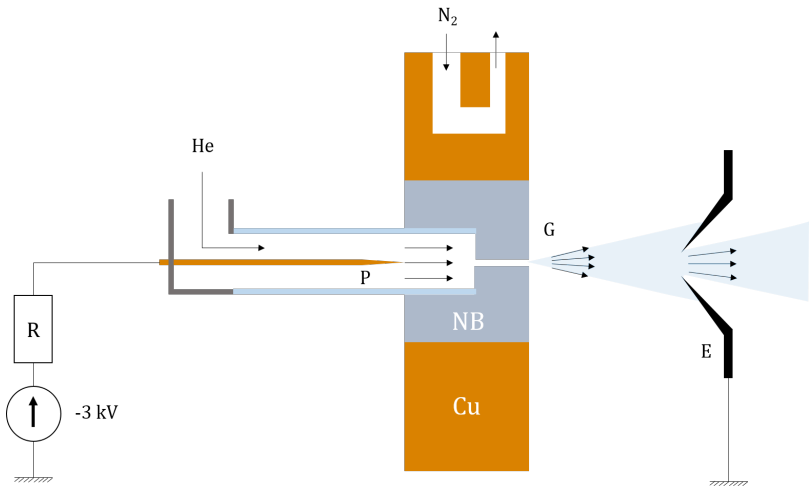


FIGURE 2.2 – Représentation de la source à décharge. Une différence de tension est appliquée entre la pointe (P) et l'écorceur (E). Une résistance de 150 kΩ est placée pour stabiliser la décharge (la résistance du plasma est de l'ordre de 37 kΩ). L'hélium passe par un tube en verre (isolant électrique) puis par le gicleur (G). Entre les deux se trouve un capillaire de 1 cm de long sur 250 μm de diamètre réalisé dans du nitrure de bore (NB) qui est un bon conducteur thermique et un bon isolant électrique. Le NB est placé dans un bloc de cuivre qui est refroidi à l'azote liquide (77 K).

1.3 Désexcitation de l'état métastable

Le passage de l'état 2^3S_1 à 1^1S_0 se fait principalement par collisions. Comme la différence d'énergie est grande entre les deux niveaux, les collisions entrainent

des pertes par le biais de deux processus appelés «collisions Penning» et associations ionisantes. Ces collisions sont décrites par trois mécanismes [95, 82] :

$$He(2^3S_1) + X \rightarrow \begin{cases} He(1^1S_0) + X^+ + e^- \\ HeX^+ + e^- \end{cases}, \tag{2.1a}$$

$$He(2^3S_1) + He(2^3S_1) \rightarrow \begin{cases} He(1^1S_0) + He^+ + e^- \\ He_2^+ + e^- \end{cases}, \tag{2.1b}$$

$$He(2^3S_1) + He(2^3S_1) + He(2^3S_1) \rightarrow He_2^* + He(2^3S_1)_{\sim \mathrm{mK}}. \tag{2.1c}$$
$$\hookrightarrow He(1^1S_0) + He^+ + e^-$$

La densité locale d'hélium métastable pour un nuage thermique suit l'équation (2.2) avec τ, β et L les constantes de collisions associées aux mécanismes (2.1a), (2.1b) et (2.1c) respectivement [3] [96].

$$\frac{dn}{dt} = -\frac{n}{\tau} - \beta n^2 - Ln^3. \tag{2.2}$$

Le mécanisme (2.1a) s'effectue en présence d'une autre espèce X. Ce mécanisme prédomine lorsque la densité d'hélium est faible par rapport aux autres gaz présents, typiquement pour une densité d'hélium métastable inférieure à 10^{11} atomes/cm^3. C'est un indicateur de la qualité du vide et le temps de vie τ associé est de l'ordre de la trentaine de secondes dans notre expérience [92].

Le mécanisme (2.1b) s'effectue avec un taux $\beta_{\text{non-pol}} \sim 10^{-10}$cm^3/s dans le cas où les atomes ne sont pas polarisés [97]. Or la densité typique à atteindre pour l'obtention d'un condensat de Bose-Einstein (CBE) est de $n_{CBE} \sim 10^{13}$ atomes/cm^3, ce qui donne un ordre de grandeur du temps de son temps de vie $1/\beta_{\text{non-pol}} n_{CBE}$ de quelques milisecondes. L'obtention d'un condensat d'hélium métastable est impossible dans ces conditions. Le seul moyen de rallonger ce temps est de polariser le gaz d'hélium avec un champ magnétique [97]. Le taux de collision est diminué d'un facteur 10^4 : $\beta_{\text{pol}} \sim 10^{-14}$cm^3/s et le temps de vie passe à la dizaine de secondes ce qui permet la condensation [4].

Le mécanisme (2.1c) reste minoritaire [5] face aux deux autres tant que la densité ne dépasse pas 10^{13} atomes/cm^3. La constante de collision L associée est de l'ordre de 10^{-27}cm^6/s [100, 101].

3. Pour un condensat de Bose-Einstein, les constantes β et L sont réduites d'un facteur 2! et 3! respectivement dus à l'indiscernabilité des particules dans ce régime [96].

4. Un autre mécanisme de perte à deux corps n'introduisant pas de collisions ionisantes est possible, c'est la relaxation de spin. Pour des champs magnétiques inférieurs à 100G et des températures inférieures au miliKelvin la constante de pertes associée est 10 fois plus faible que les collisions ionisantes, ce mécanisme est donc négligé [97]. Un autre effet a prendre en compte sont les pertes assistées par la lumière qui est de $\beta_{\text{a.l.}} \sim 10^{-7}$cm^3/s [98]. L'effet est bien sûr absent dans un refroidissement évaporatif mais présent dans un PMO, ce qui est un facteur limitant.

5. Elle reste tout de même environ 100 fois plus élevée que le Rubidium [99].

Ces mécanismes et le calcul des constantes associées, ont été le point de départ pour envisager un condensat d'hélium métastable [97]. Le premier condensat d'hélium métastable a été réalisé par l'équipe, en 2001 [102].

1.4 Levée de dégénérescence : application d'un champ magnétique

Chaque niveau $n'\,^{2S+1}L_J$ est dégénéré $2J+1$ fois en l'absence de champ magnétique. En présence d'un champ magnétique d'amplitude B faible (en dessous de 500 Gauss [103]), les niveaux sont décalés d'une énergie W proportionnelle à B et dépendante du nombre quantique m_J (projection du moment cinétique total sur l'axe de quantification donné par le champ magnétique) :

$$W = m_J g_J \mu_0 B, \tag{2.3}$$

avec μ_0 le magnéton de Bohr défini par :

$$\mu_0 = \frac{e\hbar}{2m_e c} \simeq 1{,}4 \text{ MHz/Gauss},$$

et g_J le facteur de Landé vérifiant [104, 105] :

$$g_J = \frac{3}{2} + \frac{S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}.$$

Pour les niveaux 2^3S_1 et $2^3P_{0,1,2}$ utilisés dans nos protocoles expérimentaux, le facteur de Landé vaut respectivement 2 et 3/2. Le piège magnétique, le piège magnéto-optique et le ralentisseur Zeeman sont des outils utilisés pour ralentir et piéger les atomes qui se basent sur cette propriété fondamentale.

1.5 Collision élastique et longueur de diffusion

La thermalisation du gaz par collisions élastiques est nécessaire au refroidissement par évaporation (voir les sections 2.4 et 2.5). Le taux de collisions élastiques dans un gaz d'hélium métastable est donc une valeur essentielle pour l'obtention d'un CBE. Si ce taux est inférieur à celui des collisions inélastiques (principalement celui des collisions Penning), la technique de refroidissement par évaporation ne fonctionnera pas : les atomes seront perdus avant thermalisation. Les collisions peuvent être décrites simplement par la longueur de diffusion (notée a) à faible température [6]. Cette valeur est donc essentielle dans nos expériences. Plusieurs expériences ont été réalisées entre les années 2000 et 2005 dans

6. Typiquement en dessous de 20 mK. La section efficace totale de collision entre deux atomes d'hélium métastables polarisés est principalement déterminée par la section efficace de collision en onde s en dessous de cette température (voir [106]). Sachant que la longueur de diffusion est définie pour une collision en onde s, les interactions entres atomes sont déterminées par ce paramètre.

les équipes de l'ENS Paris [107, 108], d'Amsterdam [109] et d'Orsay [102, 100] pour mesurer précisément cette constante dans le sous niveau $m_J = 1$. Le résultat le plus précis donne $a = 7.512 \pm 0.005$ nm. Pour une température qui tend vers 0, la section efficace de collision notée σ ne dépend que de a :

$$\sigma(T \to 0) = 8\pi a^2.$$

La dépendance de la section efficace en fonction de la vitesse relative v_r des deux atomes peut être approchée [7] simplement par

$$\sigma(k) = \frac{8\pi a^2}{1 + a^2 k^2},$$

où $k = m v_r / 2\hbar$ est le vecteur d'onde relatif. On peut ainsi déterminer la constante de collisions élastiques noté α_{el} en moyennant le produit $\sigma(v_r) \times v_r$ sur l'ensemble des vitesses relatives des atomes $\alpha_{\text{el}} = < \sigma(v_r) v_r >$.

La constante de collisions élastiques est d'environ 10^{-9}cm^3/s dans la gamme de températures qui nous intéresse. Un ordre de grandeur du nombre de collisions dans un nuage de 10^{10}at/cm^3 donne dix collisions élastiques par seconde contre une collision inélastique par minute [110]. Un refroidissement par évaporation est alors envisageable et même possible si le rapport entre le taux de collisions élastiques et celui inélastiques est supérieur à une certaine valeur qui dépend de la géométrie du piège : cette condition est appelée critère d'emballement (se référer à [110]) et nous nous plaçons dans ce régime.

2 Séquence expérimentale

La séquence expérimentale suivante décrit les étapes d'obtention d'un CBE d'hélium métastable. C'est une version actualisée des thèses [92, 111] et augmentée par des techniques de refroidissement qui ont fait leurs preuves dans d'autres expériences et qui seraient applicables à la notre.

La condensation est caractérisée par le paramètre de dégénérescence quantique $n\lambda_T^3$ où n représente la densité de l'espèce considérée et $\lambda_T = h/\sqrt{2\pi m k_B T}$ est la longueur d'onde thermique de de Broglie. Ce paramètre est proche de l'unité au seuil de condensation. Pour l'hélium résiduel présent dans la chambre de science (à environ 10^{-11} mbar) et à température ambiante, ce paramètre vaut 10^{-23}. Il y a donc 23 ordres de grandeur à gagner pour atteindre la condensation.

Pour obtenir un CBE, il faut en principe isoler (pour éviter un chauffage ou des pertes), piéger et refroidir un gaz d'atomes. Dans notre cas, l'isolation se fait dans des enceintes à vide grâce à des pompes turbo-moléculaires. Les premières étapes de refroidissement et de piégeage sont effectuées en utilisant une force de

7. A 1% près pour une température inférieure à $70\mu K$.

pression de radiation provenant d'une source laser accordée sur une transition de l'atome ($2^3S_1 - 2^3P_2$). Cette énergie de transition est ajustable par des champs magnétiques (effet Zeeman), ce qui implique que la force exercée sur les atomes l'est aussi. Les dernières étapes de refroidissement utilisent le principe d'évaporation dans un piège : celui-ci est réalisé par des forces dipolaires [8] de piégeage non dissipatives.

Les sections qui suivent, présentent le déroulement de la formation et de la détection d'un CBE à partir d'un plasma d'hélium. La figure 2.3 aide à se situer dans l'enchainement des étapes de refroidissement. Le tableau 2.2 a la même fonction. Enfin, les Annexes B et C donnent quelques détails techniques supplémentaires concernant la détection et le refroidissement.

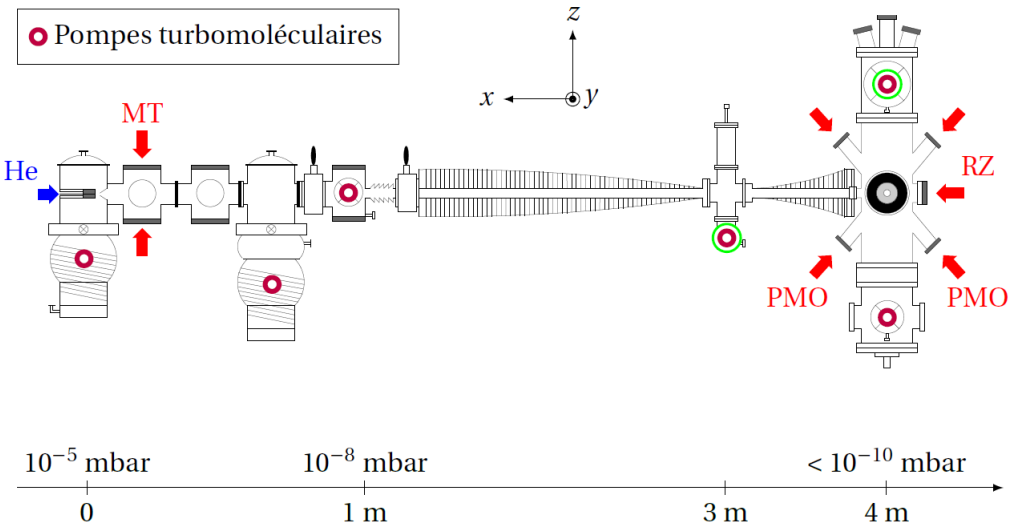


FIGURE 2.3 – Enceinte expérimentale (image adaptée de [112]). L'arrivée d'hélium sur la gauche est accompagnée par un refroidissement à l'azote liquide, représenté sur la figure 2.2. Les flèches rouges correspondent aux faisceaux lasers utilisés pendant la phase de chargement du piège magnéto-optique (PMO), soit : le faisceau du ralentisseur Zeeman (RZ), la mélasse transverse (MT) et les 6 faisceaux du PMO. Les faisceaux suivant l'axe (Oy) ne sont pas représentés et ceux n'ayant pas d'étiquette sont rétro-réfléchis. Le cercle vert correspond aux pompes turbomoléculaires ayant été changées pendant ma thèse.

8. Induites pour le piège dipolaire et permanentes pour le piège magnétique.

Etapes	Nb. d'atomes	T (μK)	Statut
PMO	10^8	800	×
Mélasse + Pompe + PM	10^7	300	×
Doppler + Compression	10^7	150	~
Evaporation RF	10^6	15	√
Chargement Piège Dipolaire	10^5	3	√
CBE	10^4		√
Nuage thermique résiduel	10^3	0,3	√

TABLE 2.2 – Nombres d'atomes et températures mesurés au cours de la séquence expérimentale. La colonne « statut » décrit le niveau de précision de ces valeurs. Elles sont identiques à celles présentées dans la thèse de R. Lopes [111]. Les valeurs des premières étapes ne sont pas bien connues pour deux raisons. La première provient du fait que des champs magnétiques résiduels et des courants de Foucault déforment le temps de vol. La seconde est due à notre système de détection : nous sommes obligé de jouer sur la tension aux bornes du MCP pour éviter sa saturation, ce qui change le gain de détection (cf annexe B). Pour mieux connaître les valeurs des premières étapes, il faut installer une caméra (cf section 3.2).

2.1 Mélasse transverse et ralentisseur Zeemann

Le jet d'hélium après écorceur est de l'ordre de 10^{12} at/s.mm^2 pour une vitesse entre 1000 et 1400 m/s et avec un angle de divergence de 40 mrad [92] (soit environ 10^{14} at/s/sr). La chambre de science étant située 4 m plus loin, le flux d'atomes par unité de surface descendrait à 10^7 at/s.mm^2. Le but de la mélasse transverse décrit dans [92, 113, 91] est de collimater le jet de sortie pour augmenter ce flux, permettant de charger plus rapidement le PMO tout en augmentant le nombre d'atomes capturés [9]. Deux faisceaux lasers elliptiques rétroréfléchis de 50 mW interagissent avec le jet perpendiculairement à sa direction. La transition adressée est la $2^3S_1 - 2^3P_2$, dont le laser est désaccordé de 4,2 MHz vers le rouge. Avec cette technique, le flux mesuré dans la chambre de science est de 10^{11} at/s [92].

Le jet est ensuite ralenti par un faisceau laser contra-propageant de 60 mW accordé sur la même transition. Les atomes sont mis à résonance avec le laser tout au long de leur décélération par effet Zeeman [114]. Dans ces condi-

9. La valeur stationnaire du nombre d'atomes dans le PMO dépend à la fois du chargement et de la perte d'atomes dans le piège.

tions, les atomes subissent en moyenne une décélération [10] d'environ $a_{\max} = 10^5$g. Pour ralentir un jet d'hélium métastable de 1200 à 0 m/s, il faut un temps de 1,2 ms correspondant à 12000 cycles d'absorption-émission, où les atomes auront parcouru 1,4 m. Le ralentisseur Zeeman est configuré pour des décélérations moyennes plus faibles, de $a_{\max}/1,5$ [115], ce qui explique sa longueur d'environ 3 m. Le laser est désaccordé d'environ 460 MHz vers le rouge de la transition pour ne pas interagir avec les atomes piégés par le PMO. Le sens du champ magnétique en fin de ralentisseur s'inverse donc sur 40 cm environ. Cette partie du ralentisseur est éteinte après chargement du PMO : étant proche de la zone de piégeage, elle pourrait en perturber le fonctionnement [92].

2.2 Piège magnéto-optique, mélasse et pompage optique

Le principe du piège magnéto-optique (PMO) a été mis en oeuvre pour la première fois en 1987 par [116]. Il permet de tirer avantage de deux effets pour piéger et ralentir les atomes [117] :

— **L'effet Zeeman :** Une dépendance du champ magnétique en position, combinée à des faisceaux résonnants, permet de créer une force dépendant de la position (comme pour le ralentissement Zeeman). Les faisceaux et le champ magnétique peuvent être judicieusement choisis pour créer une force de rappel vers un centre.

— **L'effet Doppler :** La configuration précédente permet de créer une force proportionnelle à la vitesse des atomes via l'effet Doppler. Une force de viscosité peut être obtenue.

Le flux de chargement du PMO, dépendant de son volume de capture dans l'espace des phases ainsi que du flux d'hélium métastable au niveau du piège, est de $10^8 - 10^9$ at/s [92]. Le chargement sature à 10^8 atomes au bout de 3 secondes pour une température proche de 800 μK. L'étape de chargement dure 6 secondes en tout pour limiter les fluctuations du nombre d'atomes. Les trois faisceaux rétro-réfléchis sont désaccordés de 54 MHz vers le rouge de la transition avec une puissance de 15 mW par bras.

La température et le nombre d'atomes sont estimés à partir du MCP. Ces mesures ainsi que les dépendances spatiales du nuage en fonction des champs magnétiques et des déséquilibres de puissance entre les faisceaux aller-retour n'ont pas encore été mesurés avec la caméra. L'équipe voisine de D. Clément a déjà effectué ce type de mesures sur l'hélium métastable avec la même caméra que celle présentée dans cette thèse et leur a permis de faire des optimisations sur les étapes de refroidissement [118, 119, 120].

10. La vitesse de recul à cette longueur d'onde est $v_r \simeq 0,1$ m/s pour un temps de vie de $\tau = 1/\Gamma \simeq 0,1$ μs, soit une décélération $v_r/\tau \simeq 10^6$ m/s en moyenne par cycle d'absorption/émission. A titre de comparaison, le Rubidium subit une décélération de 2.10^5 m/s.

Après le piège magnéto-optique, une étape de mélasse [121, 92] de 2 ms est appliquée pour ralentir les atomes avant de les transférer dans un piège magnétique. Une étape de pompage (en rétro-réflexion) de 100 μs est effectuée entre la mélasse et le piège pour transférer les atomes dans l'état $m = 1$ (qui est l'état piégé).

Ces deux dernières étapes ne sont pas optimales car le nuage est chauffé et nous détectons des atomes qui ne sont pas transférés dans le piège magnétique. Une explication possible est le désequilibre entre les puissances aller/retour des faisceaux rétroréfléchis [11] [118]. Ce déséquilibre donnerait une vitesse initiale au nuage réduisant le chargement dans le piège magnétique. Nous cherchons donc à améliorer cette étape en utilisant une caméra (cf section 3.2).

D'autres étapes existent et peuvent venir se substituer à la mélasse comme le PMO comprimé [122] et les mélasses grises [123, 124, 125]. L'équipe de D. Clément a d'ailleurs de très bons résultats sur le transfert des atomes dans le piège magnétique en combinant ces deux techniques [119]. Ils obtiennent un chargement dans le piège magnétique de 6.10^8 atomes pour une température de 45 μK. C'est 6 fois plus froid que dans nos conditions pour un nombre d'atomes 5 fois plus élevé. Ils sont proches de la température Doppler à 3 dimensions qui est de 40 μK.

Il y a donc plusieurs améliorations que nous enviseagons. L'ordre dans lequel nous les citons dans ce paragraphe est fixé du plus simple au plus complexe. Pour le PMO comprimé et l'optimisation de la mélasse, une caméra ainsi que des bobines de compensation magnétique suffisent si les faisceaux sont rétro-réfléchis comme dans notre cas. Pour l'étape de mélasse grise, 6 faisceaux indépendants [12] et une diode laser accordée sur la transition $2^3S_1 - 2^3P_1$ sont nécessaires. Enfin une autre technique récente a montré qu'un PMO désaccordé vers le bleu était possible (après une étape de PMO classique) permettant d'augmenter sensiblement la densité d'atomes [126, 127]. Cette technique n'a pas été testée à ce jour sur l'hélium. Par rapport au PMO classique, la polarisation des 6 faisceaux est inversée et la transition optique utilise le niveau 2^3P_1 (et pas 2^3P_2).

2.3 Piège magnétique et refroidissement Doppler 1D

Nous utilisons un piège magnétique de type Ioffe-Pritchard en forme de feuille de trèfle [128]. Cette configuration correspond à superposer un champ dipolaire d'axe y avec un champ quadrupolaire dans le plan (Oxz).Le module du champ magnétique à une position $(y, \rho = \sqrt{x^2 + z^2})$ par rapport au centre du piège véri-

11. Le phénomène est attendu sur le trajet d'un faisceau du PMO passant par deux hublots de l'enceinte qui ne sont pas traités anti-reflets. Le faisceau rétroréfléchi est 7% moins intense.

12. L'étape de mélasse grise est très sensible au déséquilibre de puissance entre les faisceaux [119].

fie [92]

$$B(y,\rho) = B_0 + B''y^2 + \left(\frac{B'^2}{2B_0} - \frac{B''}{2}\right)\rho^2, \tag{2.4}$$

à l'ordre 2 en $z\sqrt{B''/B_0}$ et $\rho B'/B_0$. Le minimum du module du champs magnétique (le biais B_0) est non nul, contrairement à un piège quadrupolaire classique [13], ce qui empèche les pertes par transition Majorana [130]. L'adaptation entre le PMO et le piège magnétique s'écrit [92] :

$$2\mu_B B''\sigma_0^2 = \frac{1}{2}k_B T, \tag{2.5}$$

avec B'' correspondant à la courbure longitudinale [14] du piège magnétique et σ_0 correspondant à la largeur d'un nuage d'atomes isotrope et gaussien de température T au moment du chargement. Sans étape de mélasse, le nuage dans le PMO a un volume de l'ordre de 0,1 cm^3 pour une température 1 mK, ce qui impose une courbure de 100 G/cm^2, inatteignable dans nos conditions. Pour un nuage de même taille refroidi via l'étape de mélasse à 200 μK, la courbure nécessaire est de 20 G/cm^2. C'est une valeur accessible [15] en faisant passer 200 Ampères dans les bobines du piège.

Nous effectuons ensuite une étape de refroidissement par effet Doppler dans le piège magnétique [131]. Quelques micro-Watts sont appliqués, pendant 6 secondes, proche de résonance (sur le rouge de la transition). Un seul faisceau rétro-réfléchi est nécessaire suivant l'axe du piège (0y) mais le refroidissement agit bien sur les trois dimensions (à cause de la diffusion transverse dans un milieu optiquement épais). Plus le nuage est dense et aplati dans le plan (Oxz), plus le refroidissement est efficace. C'est pourquoi nous baissons la valeur du biais, permettant ainsi d'augmenter l'épaisseur optique et l'efficacité du refroidissement. Nous obtenons un nuage de 150 μK pour une perte d'atomes d'environ 10% [132]. Des valeurs récentes par fluorescence confirment cet ordre de grandeur sur la température (cf section 3.2).

2.4 Compression et évaporation radio-fréquence

Le nuage est ensuite comprimé dans le plan (Oxz) en diminuant le biais pour augmenter la densité et donc le taux de collisions inélastiques en vue de l'étape

13. La première condensation [129] a d'ailleurs nécessité l'utilisation d'un «bouchon optique» (laser désaccordé vers le bleu) pour repousser les atomes du centre du piège magnétique (là où le biais s'annule et malheureusement là où les atomes sont le plus froids) et éviter ces pertes, permettant ainsi la condensation.

14. Cette formule suppose que la courbure longitudinale B'' et transverse B''_ρ du piège sont égales. Au moment du transfert dans le piège elles ne le sont pas exactement, avec $B'' \simeq 2B''_\rho \simeq$ 20 G/cm^2

15. Les courbures accessibles sont entre 15 et 25 G/cm^2 [92].

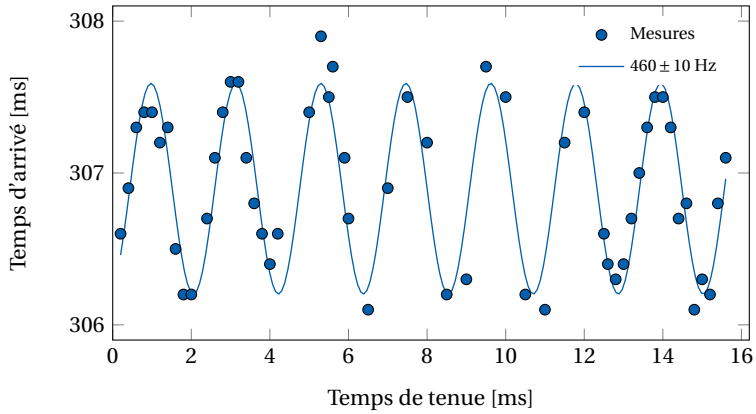


FIGURE 2.4 – Impact de l'oscillation du nuage dans le piège magnétique sur son temps d'arrivée sur le détecteur. Après avoir évaporé et obtenu un nuage d'une dizaine de μK (entièrement détectable par le MCP), une bobine est allumée brutalement, ce qui a pour effet d'enclencher une oscillation du nuage dans le piège magnétique. Le temps de coupure du piège magnétique à des effets le temps d'arrivée du nuage sur le MCP à cause de l'oscillation. Le temps de tenue est pris de manière aléatoire, au cas où d'autres fluctuations seraient présentes.

d'évaporation par radio-fréquences [133, 134]. Les fréquences de confinement obtenues sont de 34±13 Hz selon l'axe du biais (Oy) (cf section 3.2) et de 460±10 Hz transversalement (cf figure 2.4). Se référer à la thèse d'Olivier Sirjean [82] pour plus de détails sur les mesures de ses valeurs sans caméra. Une rampe de 40 MHz à 6 MHz est appliquée en 6 secondes (la valeur du biais étant de 5,5 MHz). Un nuage de 5.10^5 atomes d'hélium métastable d'une température de 15 μK est retenu dans le piège magnétique avant d'être transféré dans un piège dipolaire. L'évaporation peut être poussée jusqu'à condensation dans le piège magnétique [102] mais les instabilités du biais (à cause des fluctuations de courant produit par les alimentations) font que la condensation n'est pas assurée à chaque cycle [135]. La stabilité qu'offre un piège dipolaire est une des raisons de sa mise en place.

2.5 Piège Dipolaire

Le piège dipolaire [136] est constitué d'un laser à 1550 nm décalé vers le rouge des transitions $2^3S_1 - 2^3P$. Un nouveau montage a été construit et étudié pendant cette thèse (cf Annexe C) mais n'a pas encore abouti à une condensation. Les expériences présentées dans les Chapitres 3, 4 et 5 utilisent l'ancien piège dipolaire croisé, présenté dans [111]. Il est constitué de deux faisceaux croisés d'axe (0z) et (0y), respectivement notés PDV et PDH pour Piège Dipolaire Horizontal et Vertical. Ils sont séparés de 80 MHz (par deux acousto-optiques à 40 MHZ dans des

ordres de diffraction opposés) pour éviter les modulations d'intensité de basses fréquences auxquelles seraient sensibles les atomes.

Le piège dipolaire est allumé en 1 seconde puis le piège magnétique est coupé [16] tout en activant un biais d'environ 3G suivant (0y) pour conserver les atomes dans le sous-niveau $m = 1$ (les pertes par collisions Penning étant limitées dans un gaz polarisé). La puissance maximale sur les atomes est de 1,5W. L'évaporation s'effectue en réduisant [17] la puissance du piège croisé en 4 secondes. Le waist du PDV (resp. celui du PDH) est de 43 μm (resp. 82 μm). En fin d'évaporation les fréquences d'oscillations sont de 1,2 kHz dans le plan (0xy) (fixé par le PDV) et de 93 Hz suivant (0z) (fixé par le PDH) [111]. Un condensat de 5.10^4 atomes est obtenu.

2.6 Taille des nuages, temps de vol et détection

Pour détecter le nuage après coupure d'un des pièges (piège magnéto-optique, magnétique, dipolaire), nous disposons d'un MCP (Microchannel Plate, se référer à la section 3.1) et récemment d'une caméra infrarouge (cf section 3.2). Pour déterminer les caractéristiques des nuages (thermiques ou condensats) nous effectuons une mesure par temps de vol [111].
Dans le cas de la détection avec le MCP, le temps de vol vaut $t_0 = 306$ms. Il est suffisamment important pour observer directement les vitesses initiales par des mesures de positions. Cela revient comme en optique à faire une approximation de champs lointains [138]. Elle est satisfaite si :

$$t \gg m R_0 l_c / \hbar, \tag{2.6}$$

où R_0 est la taille caractéristique initiale du nuage et l_c sa longueur de cohérence. Pour des CBE comme ceux de notre expérience où $R_0 \simeq l_c \simeq 50$ μm, le temps de vol doit satisfaire $t \gg 25$ ms. Pour les PMO et les nuages chauds dans le piège magnétique, la condition (2.6) n'est plus satisfaite. Le lien entre les positions et temps d'arrivée détectés par le MCP et les vitesses, dans le cas où (2.6) est vérifiée est donné par :

$$v_{x_0} = \frac{x}{t}, \qquad v_{y_0} = \frac{y}{t}, \qquad v_{z_0} = \frac{g(t^2 - t_0^2)}{2t}. \tag{2.7}$$

16. Le courant est coupé en une centaine de micro-secondes par des transistors de puissance. Cependant le champ magnétique revient à zéro au bout de 2 ms à cause des courants de Foucaults présents dans l'enceinte métallique en réponse à cette coupure [137].

17. La réduction de puissance laser pour l'évaporation donne un meilleur refroidissement (moins de pertes d'atomes) si elle tient compte du temps de thermalisation qui augmente au fur et à mesure que la température du nuage diminue. Une optimisation de l'évaporation a été effectuée pour une puissance laser au cour du temps en forme d'exponentielle décroissante (nous trouvons un temps caractéristique d'une seconde).

La caméra n'a pas encore pu être utilisée pour effectuer des temps de vol. Quelques mesures avec une caméra infra-rouge sont reportées dans [92].
L'Annexe C renseigne sur l'expansion des nuages pendant un temps de vol, d'après les études [139] pour les gaz thermiques et [140] pour les CBE (sous certaines conditions [18] vérifiées dans notre cas). Pour donner un ordre de grandeur (valeurs RMS), un CBE dans nos conditions expérimentales a une forme de cigare dans le piège, avec 110 μm de haut (suivant (Oz)) sur 10 μm de large (dans le plan (Oxy)). Il arrive sur le MCP sous forme de galette de 2 cm de diamètre sur 2,5 mm de hauteur suivant z [111].

3 Détection

3.1 MCP

La galette

Le principal intérêt à utiliser de l'hélium métastable dans une expérience d'atomes froids est son association à une galette de micro-canaux (MCP pour «Microchannel Plate»).

Un MCP (cf figure 2.5) est constitué d'un ensemble de canaux micro-métriques parrallèles et régulièrement espacés structurés dans un disque en céramique [19] d'épaisseur inférieure au millimètre. Les deux surfaces du disque sont métallisées.

Due à son énergie interne élevée, l'hélium métastable peut créer un ou plusieurs électrons en heurtant cette surface. En appliquant une tension entre les deux faces du MCP, un électron formé dans un trou est accéléré et donne naissance par collisions et accélérations successives à une gerbe d'électrons en sortie de canal (représenté sur la figure 2.6). L'intensité du signal dépend de la tension mise aux bornes de la galette. Cette impulsion électrique peut être récupérée par une anode (technique que nous allons étudier) ou être visualisée à l'aide d'une plaque phosphorescente [144].

18. Pour exprimer le temps de vol d'un condensat, la référence [140] utilise l'approximation de Thomas-Fermi sur l'équation de Gross-Pitaevski décrivant le CBE. Il suppose de plus que le condensat à une forme de cigare, ce qui est le cas dans notre expérience où le condensat subit un fort confinement dans le plan (0xy) par le piège dipolaire vertical et est allongé suivant z.

19. La céramique usuellement utilisée est du verre contenant du plomb [141, 142]. Le procédé de fabrication de la galette consiste à envelopper des tiges micro-métriques dans ce verre, de laisser l'ensemble se solidifier, de découper des disques (avec un certain angle par rapport aux tiges), puis d'enlever les tiges par attaque chimique, laissant place aux micro-canaux. Les canaux doivent être conducteurs d'où l'intérêt du plomb. Une étape de désoxydation du plomb est réalisée pour rendre cette surface conductrice (d'où la nécessité de protéger les MCP du contact avec l'eau et l'oxygène de l'air). Un procédé plus récent utilise des canaux en aluminium (isolant) avec une étape de déposition d'une couche conductrice [143].

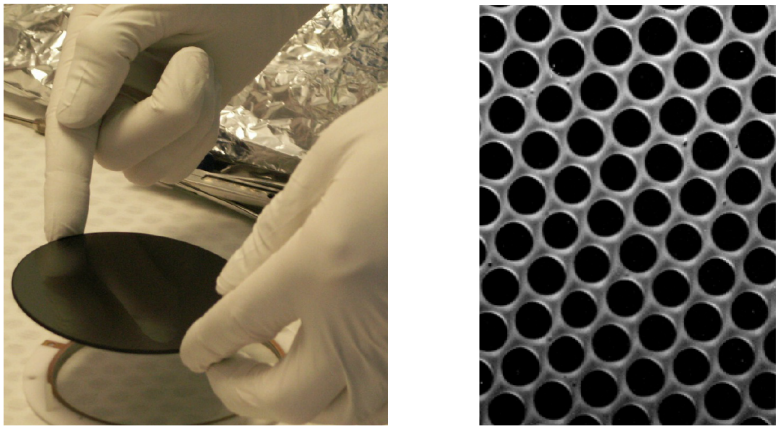


FIGURE 2.5 – A gauche photographie du MCP (tiré de [112]) et à droite une vue des canaux à l'échelle micrométrique (source : Burle).

Nous utilisons deux détecteurs de ce type. Le premier sert à détecter un signal d'ions : les collisions ionisantes sont reliées à la densité du nuage atomique piégé, ce qui permet par exemple de suivre en direct le chargement du PMO [92, 82], un des avantages de l'hélium métastable (cf section 1.1). Le second est utilisé pour détecter et localiser les atomes métastables. La suite de ce manuscrit se réfère à ce dernier.

Détecter et localiser

Dans notre situation, des lignes à retard sont utilisées comme anode (figure 2.6). Un fil de longueur L est enroulé une centaine de fois selon une direction, formant ainsi une surface de dix centimètres de côté. Une surface de ce type est réalisée une deuxième fois en enroulant le deuxième fil perpendiculairement [20] au premier. L'intérêt est de pouvoir déterminer la position où la douche électronique a été créée et de fait, le lieu où l'atome est tombé, en utilisant les temps d'arrivées des impulsions aux quatre bouts des fils (t_1, t_2 pour le premier fil, t_3, t_4 pour le second). Les étapes entre la détection de ces impulsions et le stockage des temps d'arrivées vers un ordinateur sont détaillées dans l'Annexe B. Les positions (x, y) et le temps d'arrivée de l'atome t dans le plan de la galette vérifient

20. Il existe aussi des lignes à retard enroulées à 60° l'une par rapport à l'autre, formant ainsi trois surfaces (configuration en hexagone). Cette redondance de surface permet d'améliorer la reconstruction de la position des atomes dans le cas où il y aurait une ambiguïté à la reconstruction (atomes tombant en même temps à deux positions différentes). C'est une amélioration envisageable du détecteur.

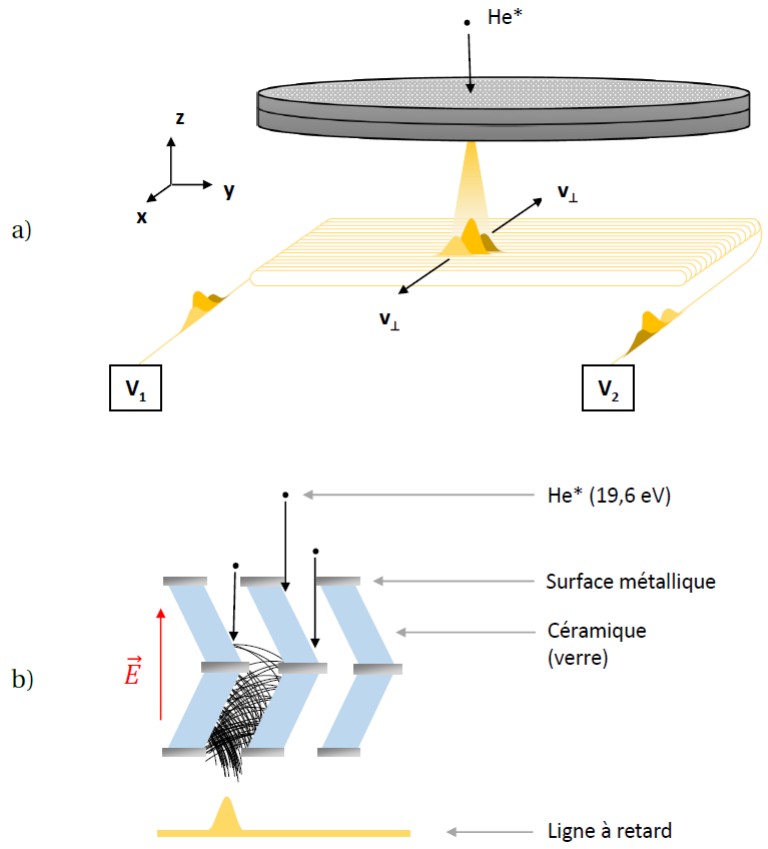


FIGURE 2.6 – Principe du MCP et des lignes à retard. b) correspond à ce qu'il se passe en a) à l'échelle d'un micro-canal. Le MCP est constitué de deux galettes assemblées en chevron (permettant d'augmenter le gain sans endommager le dispositif [145]). Un atome d'hélium métastable heurtant un canal peut créer un électron qui est accéléré par le champ électrique. En gagnant de l'énergie il peut à son tour produire d'autres électrons dans le canal. Il en résulte une impulsion électronique qui est récupérée par des lignes à retard. Elles sont enroulées suivant l'axe x et l'axe y (uniquement l'enroulement suivant y est représenté en a) par souci de simplicité). Une douche électronique d'environ 10^8 électrons illumine la ligne en plusieurs endroits, créant des paquets d'impulsions électroniques dans celle-ci. En se propageant, les impulsions s'étalent et ne forment plus qu'une seule impulsion, de largeur caractéristique 10 ns. Cette impulsion effective se propage à une vitesse $v_\perp$ transverse à l'enroulement. Elle est récupérée sur les voies (V_1, V_2) correspondant à la propagation suivant l'axe x et (V_3, V_4), non représentées sur ce schéma, correspondant à la propagation suivant l'axe y.

les équations (2.8a–2.8d), avec $v_\perp \simeq v_\parallel/100$ où $v_\parallel \simeq c/3$ et $L \simeq 10$ m.

$$x = \frac{v_\perp}{2}(t_2 - t_1), \tag{2.8a}$$

$$y = \frac{v_\perp}{2}(t_4 - t_3), \tag{2.8b}$$

$$t = \frac{1}{2}\left(t_1 + t_2 - \frac{L}{v_\parallel}\right), \tag{2.8c}$$

$$t = \frac{1}{2}\left(t_3 + t_4 - \frac{L}{v_\parallel}\right). \tag{2.8d}$$

Il est possible d'utiliser ces informations pour reconstruire les vitesses initiales des atomes d'hélium métastables à partir des équations (2.7).

Le tableau 2.3 résume les propriétés essentielles des limitations de la reconstruction, de la détectivité et des saturations du détecteur (le détecteur est l'ensemble formé par le MCP et l'électronique d'acquisition). Pour plus de détails, se référer à l'Annexe B, inspiré des thèses [146, 132, 145].

Concernant la résolution, la redondance dans les équations 2.8c et 2.8d, utilisées pour déterminer le temps d'arrivée, permet de mesurer la résolution du détecteur (cf Annexe B). Une des conséquences dans l'asymétrie de la résolution nous conduit à orienter l'axe long du piège dipolaire (cf section 2) et le réseau de création des paires (Chapitre 3) suivant (Oz).

Concernant la saturation, chaque partie de la chaîne de détection à ses limites propres. A titre de comparaison, dans nos conditions expérimentales, un nuage d'un micro-Kelvin donne un flux d'atomes par unité de surface de 2.10^4 atomes/cm^2/s, en dessous des valeurs de saturation [145]. Pour un CBE comme celui utilisé dans cette thèse, à partir des données de [111], un calcul rapide donne un flux moyen par unité de surface de 10^7 particules/cm^2/s. Dans ce cas la saturation intervient aussi bien avec l'électronique qu'avec le MCP (cf annexe B). Cette limitation n'intervient pas dans nos expériences où le flux d'atomes par unité de surface est faible : pour le nuage d'atomes issu du mélange à quatre ondes (dans les conditions usuelles décrites par [111, 147, 21]), cette quantité vaut environ 10^3 particules/cm^2/s.

Un nouveau détecteur

Comme nous allons le voir par la suite, nous avons joué de malchance avec le matériel. Plusieurs opérations ont certainement modifié ou dégradé le MCP : de la limaille de fer est tombé sur la galette, plusieurs étuvages ont été effectués

21. Le TDC (Time to Digital Converter) est un boîtier électronique codant un signal logique (NIM) en signal binaire. Il donne la résolution minimale du système de détection électronique. Il est responsable de la discrétisation des temps d'arrivées et donc du découpage des positions en pixels.

Caractéristiques	Valeur	Ref.
Résolution RMS transverse	400 μm / 1,4 .$10^{-2}\,v_{rec}$	[145]
Résolution longitudinale estimée	150 μm / 5 .$10^{-3}\,v_{rec}$	[69]
Détectivité	$\geqslant$ 25 %	[111]
Pas de codage TDC [21]	275 ps	[146]
Saturation du flux électronique	5.10^6 particules/s	[19]
Saturation locale du MCP	10^5 particules/cm^2/s	[146]

TABLE 2.3 – Caractéristiques de reconstruction du détecteur (MCP + électronique d'acquisition). Se référer à l'Annexe B pour plus de détails sur les systèmes d'acquisition électroniques , sur l'origine des saturations et du calcul de la détectivité. L'origine des valeurs mesurées (dernières en date) sont données par les références (colonne de droite).

Caractéristiques	Burle	Hamamatsu
Diamètre du canal (en μm)	25	12
Distance inter-canaux (en μm)	32	15
Inclinaison des canaux	8°	20°
Diamètre actif (en cm)	7.5	-
Surface active	60 %	90 %
Résistance (MΩ)	30	20

TABLE 2.4 – Caractéristiques des deux modèles utilisés sur l'expérience (se référer à [145]). Le modèle Burle a servit à prendre les données présentées dans les Chapitres 3, 4 et 5. Le modèle Hamamatsu est censé augmenter le rendement quantique du détecteur du fait de la forme en entonnoir des canaux et donc de l'augmentation du rapport entre la surface active et la surface métallisée.

(pompe turbomoléculaire pour l'ultra-vide en panne), usure due au vieillissement (MCP en place depuis 10 ans), etc. Nous avons fait l'acquisition d'une galette commercialisée par Hamamatsu que nous espérons mettre en place bientôt sur l'expérience. Un tableau comparatif des caractéristiques entre l'ancien détecteur (commercialisé par Burle) et le nouveau est donné pour information (Table 2.4).

Une avancée technologique importante est la possibilité d'augmenter la surface active en évasant l'entrée des micro-canaux par attaque chimique. Celle-ci passe alors de 60 % à 90 % et nous nous attendons à une augmentation de l'efficacité quantique (peut-être au détriment de la résolution longitudinale). L'augmentation de l'inclinaison des canaux à quant à lui l'effet d'améliorer la résolution longitudinale ([69] et Annexe B).

3.2 Imagerie

Le MCP ne donne pas accès au positionnement ou au déplacement spatial des atomes et c'est la raison principale de la mise en place d'une caméra. Je l'ai installée au début de ma troisième année de thèse pour pouvoir observer les étapes expérimentales qui nécessitent un bon recouvrement spatial entre des pièges de différentes natures : l'étape de mélasse qui permet de passer du PMO au piège magnétique et le passage du piège magnétique au piège dipolaire croisé. Les pixels sont en InGaAs pour détecter dans le proche infrarouge et quelques caractéristiques importantes de la caméra sont données dans le tableau 2.5 .

Nous avons souhaité rendre le système optique suffisamment polyvalent pour prendre les images soit par fluorescence, soit par absorption : le grandissement est facilement ajustable [22] pour observer aussi bien le PMO (quelques cm) que le piège dipolaire (cinquantaine de μm) avec une seule caméra.

La géométrie de l'enceinte est telle que le positionnement de la caméra n'a pas été simple. Plusieurs accès optiques ne présentent pas un angle solide suffisamment important, d'autres comportent des hublots qui ne sont pas traités anti-reflets ou n'ont pas de hublots en regard pour faire de l'absorption. Un compromis a été trouvé en plaçant la caméra sur l'un des bras du PMO. Nos faisceaux étant rétro-réfléchis, nous avons utilisé un système de type strioscopique avec un miroir de petite taille pour laisser passer les photons de fluorescence et réfléchir le faisceau du PMO (figure 2.7, images a) et b)). Le miroir est placé sur une monture motorisée qui bascule, rendant l'imagerie par absorption possible (images c) et d) de la figure 2.7).

Ainsi, les étapes PMO, mélasse et chargement du piège magnétique sont observables dans la configuration b) de la figure 2.7. Les étapes de compression du

22. En utilisant un rail optique et des supports de lentilles. Les lentilles sont changées manuellement pour avoir le grandissement souhaité.

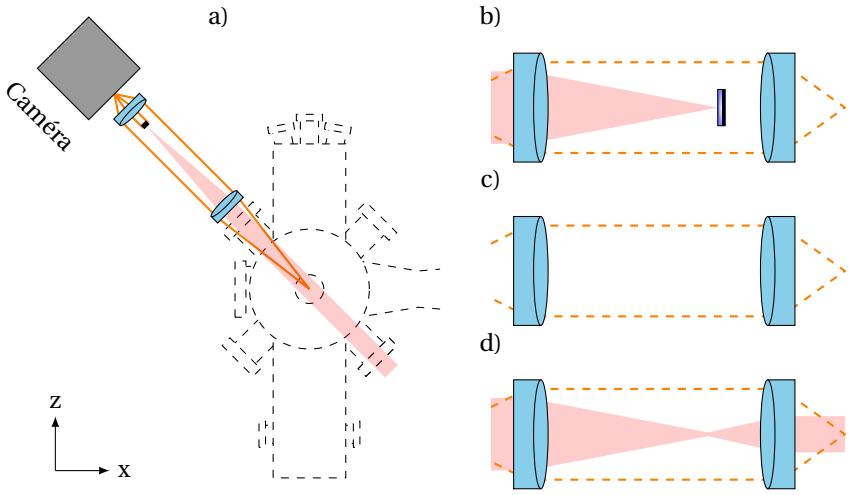


FIGURE 2.7 – Montage optique utilisé pour la caméra (en a)). Un des bras du faisceau MOT en rouge est rétro-réfléchi à l'aide d'un petit miroir situé au point focal d'une première lentille (a) et b)). Une seconde lentille est placée après le miroir de tel sorte que le système constitué des deux lentilles soit afocal. Le montage est de type strioscopique : les atomes émettant des photons dans toutes les directions, certains passeront autour du miroir et pourront être observés sur la caméra pendant le MOT. Pour les autres étapes ne nécessitant pas de rétro-réflexion, le miroir bascule hors de l'axe optique grâce à une monture motorisé (c) et d)) : le système peut être utilisé en fluorescence (c)) ou en absorption (d)).

piège, de refroidissement Doppler 1D, d'évaporation RF, de chargement dans le piège dipolaire et de refroidissement dans le piège dipolaire (les étapes les plus « critiques ») sont observables dans les meilleures conditions possibles (configuration c) et d) de la figure 2.7) compte tenue de la géométrie de l'enceinte. La configuration en absorption (image d)) n'a pas encore été testée : le montage afocal permet d'avoir un faisceau sonde homogène sur la caméra.

J'ai installé cette caméra pendant l'été 2017 et ai conçu une interface graphique pour traiter les images en temps réel. Nous n'avons fait jusqu'à maintenant que des alignements et quelques calibrations. Nous justifierons ce manque de mesures dans la partie suivante (section 4).

Une mesure préliminaire est représenté sur la figure 2.8. Nous avons mesuré l'expansion d'un nuage froid après refroidissement Doppler 1D dans le piège magnétique : sur la figure est reporté la largeur à mi-hauteur du nuage suivant une direction (axe (0y)) en fonction du temps d'expansion. Le faisceau sonde est laissé à résonance avec le niveau 2^3P_2 pendant 100 μs. Nous pouvons déduire des données présentées deux quantités : la fréquence de confinement du piège magnétique et la température du nuage (cf annexe C). La modélisation donne une fréquence de confinement longitudinal du piège de 34±13 Hz (suivant (0y), cf fi-

Caractéristiques	Valeurs
Bande spectrale	0,9 - 1,7 μm
Rendement quantique	80 % (à 1080 nm)
Taille du capteur	320 pixels × 256 pixels
Taille des pixels	30 μm × 30 μm
Courant d'obscurité	0,19 $\times 10^6$ e^-/s à 280 K
Photo-courant	0,7 A/W à 1080 nm
Profondeur du pixel	3,75 .10^6 e^-

TABLE 2.5 – Caractéristiques de la caméra utilisée pour l'imagerie.

gure 2.7) et une température de 83±19 μK, compatible avec les valeurs trouvées dans [132, 148].

L'autre axe d'expansion n'a pas pu être observé correctement car le faisceau sonde a un waist trop petit par rapport à l'extension spatiale du nuage. Il faut alors augmenter la taille du faisceau sonde, donc augmenter sa puissance pour être dans les mêmes conditions de saturation. Or la puissance optique disponible vient à manquer ce qui nous oblige à repenser le montage optique du refroidissement, en place depuis un certain nombre d'années.

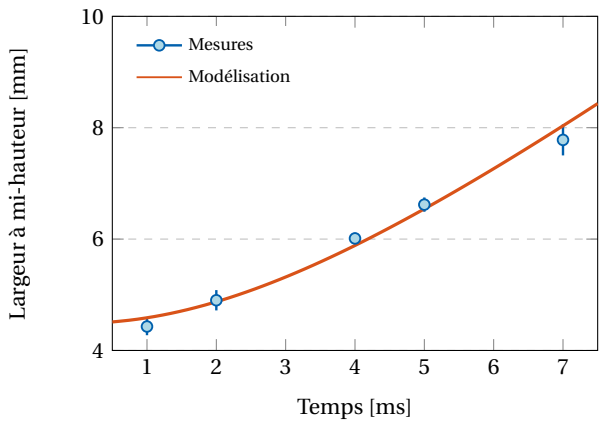


FIGURE 2.8 – Mesures de la largeur du nuage (suivant (Oy), cf figure 2.7) en fonction de son temps de vol. L'origine du temps est fixé à la coupure du piège magnétique. Le faisceau sonde est laissé à résonance avec le niveau 2^3P_2 pendant 100 μs. La modélisation (cf annexe C) permet donne une fréquence de confinement longitudinal du piège de 34±13 Hz et une température de 83±19 μK.

4 Difficultés expérimentales rencontrées

J'ai rencontré plusieurs difficultés expérimentales tout au long de ma thèse qu'il me semble important de mentionner. Les expériences d'atomes froids que nous souhaitons effectuer regroupent une quantité importante d'outils provenant de divers domaines de la physique. Ceux-ci doivent bien évidement fonctionner correctement en même temps pour effectuer une mesure. Voici les cinq catégories qui m'apparaissent essentielles pour chacun de ces outils :

1. Estimation du temps de vie et de l'usure
2. Mise en fonctionnement
3. Mise à jour et entretien
4. Détection de la panne
5. Recherche d'outils compatibles et remplacement

Un temps caractéristique est associé à chacun de ces points. Cela peut paraître évident mais ce temps est directement relié à une question importante : combien de temps l'expérience peut fonctionner en continu? Ces temps devraient être estimés dès la mise en place des composants d'autant plus que notre expérience est ancienne (20 ans) : il en va de la réalisabilité de la mesure.

Un exemple récent justifie le fait que cette procédure doit être réalisée à l'avenir : l'ordinateur d'acquisition des données provenant du MCP, mis en place il y a une dizaine d'années tombe en panne vers novembre 2017. Cette durée est typiquement celle du temps de vie d'un disque dur, qui en fut d'ailleurs la cause. Il a fallut détecter la source de la panne, savoir si les données étaient récupérables et transférables (étape 4). Comme le software et le hardware utilisés n'étaient pas compatibles avec les nouveaux ordinateurs, il a fallu remplacer, mettre en fonctionnement et mettre à jour le système d'acquisition (étape 5,2 et 3). Le système sera opérationnel jusqu'en 2028 (étape 1). En tout, l'opération aura duré 4 mois, soit 1/9 du temps d'une thèse.

Le tableau 2.6 donne d'autres exemples de matériels défectueux pendant ma thèse avec le temps associé à chaque résolution et le temps entre deux incidents ou rupture. Les deux problèmes les plus graves ont été l'arrêt d'une pompe turbomoléculaire dans la chambre de science et deux lasers défectueux pour le piège dipolaire. En quelques lignes sont traités les différents problèmes dans les sections qui suivent.

Matériel	Temps de résolution	Temps entre incidents
Pompe Turbomoleculaire	6 mois	10-20 ans
Laser piège dipolaire	6 mois	1 mois
Climatisation	1-2 jours	6 mois
Alimentation courant (PMO, PM)	1 semaine	5 ans
Diode Laser/ Asservissement	2 mois	1 an
Circuit d'eau	1-5 jours	6 mois
Refroidissement azote	1-2 jours	6 mois
Panne de courant	1-2 jours	1 an

TABLE 2.6 – Matériels défectueux pendant ma thèse.

4.1 Remplacement d'une pompe turbo-moléculaire

En juin 2016, le contrôleur d'une pompe reliée à l'enceinte à vide s'arrête. Il s'était déjà arrêté suite à des pannes de courant. Pour récupérer le vide perdu nous avons à notre disposition une pompe Getter et des fils de titane (la sublimation de ces fils permet d'adsorber l'eau présente dans l'enceinte à la manière d'une Getter). Ces étapes durent généralement une semaine. Le contrôleur s'arrête de nouveau en août et est envoyé en réparation, nous le recevons 2 semaines plus tard fonctionnel, il est réinstallé, nous récupérons le vide puis il s'éteint de nouveau définitivement en septembre.

Un changement de pompe avait été prévu entre temps, nous recevrons 2 mois plus tard la nouvelle. Le changement a été rapide, nous avions pris des précautions en soufflant de l'azote dans l'enceinte pour éviter que l'humidité de la salle nous oblige à effectuer un étuvage. Nous avons essayé de récupérer le vide comme les fois précédentes mais il ne descendait qu'à 1e-8mbar soit 100 à 1000 fois plus que dans une situation normale.

Malheureusement, la pompe étant lourde et située en hauteur de l'enceinte, avait fait levier sur une partie basse de la chambre qui s'était dévissé avec le temps, provoquant des fuites. Un étuvage complet a dû être réalisé, soit 1 mois en tout, compte tenu du fait qu'il a fallut enlever toutes les optiques et les bobines autour de l'enceinte (ne supportant pas les hautes températures), faire un étuvage sur une dizaine de jours, puis tout réinstaller. Nous en avons donc profité pour mettre à jour le piège dipolaire, et l'interféromètre Bragg et Raman que nous verrons par la suite.

4.2 Remplacement du piège dipolaire

Le piège dipolaire que nous utilisions (celui qui a permis de faire les expériences présentées dans les Chapitres 3,4 et 5) délivrait 5 Watts dont 1,5 Watts utiles sur l'expérience à 1550 nm. Il était monté à la verticale pour des problèmes d'accès optiques et d'encombrement. Ce problème de puissance rendait parfois la condensation incertaine si les étapes précédentes n'étaient pas stables et rendait l'évaporation plus lente car une grande partie du temps d'évaporation devait s'effectuer par radio-fréquence dans le piège magnétique.

Un changement de piège avait été prévu dès mon entrée en thèse. Un laser 30 Watts à 1550 nm de la marque Keopsys et une grande partie des optiques nécessaires pour faire ce montage étaient à ma disposition, indépendamment du fonctionnement de l'expérience. Le laser a été caractérisé et le montage réalisé lors de l'attente de la pompe turbo-moléculaire. Le laser n'a pas fonctionné plus d'un mois avant d'être envoyé en réparation. Nous en avions acheté un deuxième de remplacement, que nous partageons avec une autre équipe de l'Institut d'Optique. Après ré-alignement du système, j'ai pu apporter le montage dans notre salle d'expérience et effectuer quelques caractérisations (waists, stabilité avec asservissement, etc.) avant que le laser ne tombe en panne au bout d'un mois puis envoyé lui aussi en réparation.

La conclusion des deux réparations était que la société n'avait pas encore inventé une technologie suffisamment robuste qui permettent de faire des lasers de haute puissance à cette longueur d'onde. Le polymère qui fait jonction entre les fibres des différents étages d'amplification brûlait. Nous avons attendu plusieurs mois avant de réceptionner le premier laser réparé mais ne pouvant pas fonctionner à plus de 20 Watts. La solution à 30 W n'a toujours pas été trouvée par la société à l'heure actuelle. Le montage a dû être modifié pour s'adapter au collimateur de sortie du laser qui avait été entre temps modifié par la société. Le waist n'était donc plus le même et moins bien adapté au montage : la puissance utile sur les atomes est de 10 W, contre les 18 W atteignable initialement.

Vers avril 2017, des mesures de fréquences d'oscillations dans le piège dipolaire ont été effectuées sur les atomes, et comparées aux waist mesurés. Elles correspondaient à des waists légèrement plus grands que ceux mesurés sur le profil du faisceau. La taille des faisceaux avait été calculée pour qu'il y ait un bon transfert entre le piège magnétique et le piège dipolaire à une puissance donnée. Comme la puissance utile est divisée par deux par rapport à ce qui a été prévu avec le laser 30W, l'intensité est trop faible pour charger suffisamment d'atomes. La condensation n'a pas encore été observée dans le nouveau piège croisé.

4.3 Installation d'une caméra

L'installation d'une caméra pendant l'été 2017 est en partie justifiée pour visualiser le chargement dans le piège dipolaire. J'ai conçu une interface graphique et effectué un montage optique pour utiliser la caméra à plusieurs étapes de l'expérience. J'ai souhaité effectuer des calibrations comme des temps de vol ou comparer le nombre d'atomes entre la caméra et le MCP pour des étapes précédant le piège dipolaire. Malheureusement le chargement du PMO était instable et nous observions une baisse du nombre d'atomes toutes les 20 à 40 minutes pendant 2 à 5 minutes.

Nous avons vérifié les polarisations des faisceaux, leurs puissances, leur alignement, etc. Les champs magnétiques ne semblaient pas être en cause. Il restait deux possibilités qui étaient la source de plasma d'hélium et l'asservissement du laser.

La pointe de la source, faisant un arc électrique pour créer le plasma, s'use avec le temps et n'a pas été changée depuis 5 ans. Cependant, aucune des mesures effectuées n'a pu indiquer que la source fluctuait sur ce genre de période. La diode et son asservissement ont alors été mis en cause.

J'ai essayé plusieurs configurations entre trois composants essentiel : la diode laser, la cellule [23] d'absorption et l'asservissement. J'ai changé ces composants sans qu'il y ait eu d'effets sur le chargement du PMO. Le plasma d'hélium et le spectre de la diode nous paraissait être une source probable d'instabilité.

Nous avons décidé de revenir à la base du signal d'erreur où deux techniques peuvent être utilisées : l'absorption saturée et le mélange à quatre ondes [149]. La première nécessite une modulation de fréquence et l'autre une modulation de phase. La modulation de fréquence était effectuée via une modulation d'intensité de la diode (système d'origine) qui étalait son spectre. J'ai changé de technique en passant à une modulation de puissance RF envoyé à un modulateur acousto-optique, permettant de réaliser les deux types de modulation. Pour la boucle électronique de rétroaction nous avons aussi changé de système ainsi que l'alimentation et le contrôle en température de la diode laser.

Finalement, l'origine de ces fluctuations était due à une mauvaise polarisation en sortie d'une des fibres du PMO, un des premiers tests que nous avions réalisé. La mesure de polarisation n'est pas effectuée sur l'expérience directement pour des raisons d'encombrement. Il faut donc enlever la tête de la fibre vissée au télescope du PMO (constitué d'un colimateur et d'une lame $\lambda/4$), mesurer et régler la polarisation sur un banc de test annexe et replacer la tête sur le télescope. Or, une des fibres avait un comportement étrange : le maintient de polarisation dépendait fortement de sa configuration spatiale. En replaçant la tête, le maintient de polarisation avait été modifié. Ce dysfonctionnement ne s'est pas

23. La cellule correspond à une ampoule en verre contenant de l'hélium. Un plasma est formé par radio-fréquence pour peupler des états métastables.

reproduit lorsque cette fibre a été changée. Les autres fibres n'ont pas présenté ce type d'effets, même si nous cherchions volontairement à dérégler la polarisation en entrée de fibre.

La panne d'ordinateur est arrivée quelques semaines après la remise en route de l'expérience.

4.4 Ce qu'il reste à remplacer

Les problèmes expérimentaux auxquels j'ai été confrontés ont ralenti, voir empêché, les prises de données expérimentales. Ils m'ont néanmoins permis d'étudier chaque outil en détail, et d'avoir ainsi une vue d'ensemble et de localiser les zones critiques de l'expérience. Même si beaucoup de matériels ont été renouvelés pendant cette thèse (pompes,laser,montages optiques, détecteurs, etc.), il reste quatre outils dont la panne entrainerait un arrêt d'un mois ou plus :

— **Alimentations de courant :** utilisées pour le piège magnétique et le PMO, ces alimentations ont une vingtaine d'années et ont déjà été réparées deux fois en 10 ans dont une pendant ma thèse. La panne qui est survenue concernait des condensateurs qui ont pu être changés par le service de notre école mais il n'est pas impossible d'avoir à changer complètement l'alimentation à la prochaine panne. Ce type d'alimentation n'est pas répandu : il faudra faire une recherche de compatibilité, effectuer un appel d'offre (pour ce type de montant), débloquer les fonds, s'attendre à un délais de livraison élevé, installer les alimentations et potentiellement modifier le montage. J'estime ce remplacement à au moins un mois.

— **Décharge :** la production d'hélium métastable dans l'enceinte s'accompagne d'un arc électrique formé entre un écorceur et une pointe qui entraîne une dégradation de cette dernière. Cette pointe est dans notre cas une simple vis qui n'a pas été changée depuis plus de cinq ans. L'équipe voisine à la notre a un montage similaire et change cette pointe une à deux fois par an. Il leur faut une journée pour changer une pointe mais le changement est risqué car le nitrure de bore utilisé peut être endommagé facilement (cf figure 2.2). Pour des raisons de sécurité et des problèmes techniques, usiner et remplacer cette pièce de nitrure de bore peut prendre un à plusieurs mois.

— **Séquenceur :** la séquence expérimentale, codée en langage Matlab sur un ordinateur, est transférée vers un séquenceur avant d'être exécutée. Il a été conçu et mis à jour par un membre de l'Institut d'Optique qui n'est plus en service aujourd'hui. Dans le cas d'une défaillance, la réparation est compromise. Le remplacement du séquenceur, la mise en place d'un logiciel compatible et la réécriture des séquences dans un nouveau langage peut prendre un à plusieurs mois.

— **Pompe turbomoléculaire :** il reste une pompe turbomoléculaire du côté de la source d'hélium à changer. Son arrêt et son remplacement n'entrainerait pas de problème de vide dans la chambre de science : l'expérience serait à l'arrêt un jour, tout au plus. Cependant, sa commande *via* un appel d'offre, sa disponibilité et sa livraison pourraient prendre un mois ou plus.

4.5 Conséquences sur le contenu de ce manuscrit

Nous avons travaillé en grande partie sur des données que Pierre Dussarrat et moi-même avions prises en 2016 pendant ma première année de thèse. Les données sont riches en informations et ont été analysées sous différents aspects.

Celles-ci ont donné lieu à une première publication [72] sur des mesures de corrélateur E (Chapitre 5), dont l'analyse fût essentiellement menée par Pierre Dussarrat, qui a soutenu en 2017. Une autre analyse est en cours sur les distributions (Chapitre 3) où j'apporte ma contribution dans l'analyse des données et dans leurs modélisations.

Chapitre 3

Etude d'une source d'atomes corrélés en impulsion

***

Sommaire

1 Mise en place d'une source d'atomes corrélés en impulsion . . 59
1.1 Mélange à quatre ondes 59
1.2 Réglages expérimentaux et calibrations 66
2 Etude de la loi de distribution locale 69
2.1 Loi de probabilité locale : étude théorique 71
2.2 Loi de probabilité locale : étude expérimentale 75
3 Corrélations 80
3.1 Formalisme 80
3.2 Mesures 81
3.3 Discussion 84

Introduction

La formation de paires d'atomes intriqués est l'élément essentiel à la violation des inégalités de Bell. Les ressemblances entre le domaine des atomes froids et l'optique quantique font que les techniques utilisées pour corréler des photons peuvent être adaptées aux atomes. Ainsi l'utilisation de cascade radiative [52] et de conversion paramétrique dans un milieu non linéaire [70] peuvent être adaptés au cas des atomes : la dissociation de molécules faiblement liées à proximité d'une résonance de Feshbach [150] et le processus de mélange à quatre ondes dans un réseau optique [151, 152] en sont la preuve.

Le mélange à quatre ondes est un choix naturel lorsque l'on s'attarde sur le Hamiltonien décrivant un CBE. Les interactions jouent le rôle du milieu non linéaire nécessaire au processus de conversion [19, 69]. Les collisions de conden-

sats [153, 68, 154] et les réseaux optiques [19] tirent parti de cette propriété et ont été réalisés avec succès par notre groupe.

Un avantage des réseaux optiques par rapport aux autres techniques est de pouvoir contrôler la relation de dispersion à laquelle sont soumis les atomes du condensat. La profondeur et la vitesse du réseau ont un impact direct sur l'efficacité du processus de conversion et l'impulsion des paires d'atomes créées. La source peut alors être adaptée à un interféromètre de type Hong-Ou-Mandel (cf chapitre 4) ou Rarity et Tapster (cf chapitre 5).

Le processus de mélange à quatre ondes est largement étudié dans la thèse de M. Bonneau [19]. Des simulations du processus de mélange à quatre ondes sont aussi présentes dans la thèse de J. Ruaudel [69] et une étude analytique dans le régime perturbatif a été effectuée dans la thèse de P. Dussarrat [21]. Nous ne compléterons pas ces études qui décrivent la source de manière satisfaisante, mais nous en présenterons néanmoins les bases (section 1).

Une avancée nouvelle, présentée dans ce manuscrit, est l'étude expérimentale des distributions du nombre d'atomes émis localement par la source (section 2). Jusqu'alors, le moyen utilisé pour décrire la source, était l'étude de ses corrélations d'ordre 2 [155] (section 3). Cette étude a servie notre groupe par le passé à quantifier l'effet HBT [156] et l'effet HOM [20]. Bien qu'elle soit utile, cette information n'est que partielle : elle se reconstruit à partir des moments (au sens statistique) de la distribution.

Un article portant sur cette étude est en cours de rédaction. Le point clef de l'analyse est de montrer que la source émet des atomes dans plusieurs modes d'impulsions indépendants compatibles avec un état comprimé à plusieurs modes. C'est ce que nous aborderons dans ce chapitre.

1 Mise en place d'une source d'atomes corrélés en impulsion

1.1 Mélange à quatre ondes

Dans un piège de potentiel $V(\mathbf{r}, t)$, les interactions entre atomes dans un CBE sont décrites par une constante de couplage g (se référer au chapitre 2). Le Hamiltonien correspondant s'écrit en fonction de l'opérateur champ $\hat{\Psi}$:

$$\hat{H} = \int d\mathbf{r}\hat{\Psi}^\dagger \left[-\frac{\hbar^2\nabla^2}{2m} + V(\mathbf{r}, t) \right] \hat{\Psi} + \frac{g}{2} \int d\mathbf{r}\hat{\Psi}^\dagger\hat{\Psi}^\dagger\hat{\Psi}\hat{\Psi}. \tag{3.1}$$

Dans le cadre du mélange à quatre ondes, l'opérateur champ, peut être décomposé en quatre modes différents : deux provenant de la pompe (notés p_1 et p_2) et deux autres modes représentant les modes créés, couramment appelé "signal" et

"complémentaire" (notés s et c) en optique :

$$\hat{\Psi}(\mathbf{r},t) = \psi_{p_1}(\mathbf{r},t)\hat{a}_{p_1} + \psi_{p_2}(\mathbf{r},t)\hat{a}_{p_2} + \psi_s(\mathbf{r},t)\hat{a}_s + \psi_c(\mathbf{r},t)\hat{a}_c \tag{3.2}$$

En injectant (3.2) dans (3.1), le terme d'interaction du Hamiltonien (3.1) se décompose en 4^4 termes faisant intervenir toutes les combinaisons des produits des opérateurs $\{\hat{a}_{p_1}, \hat{a}_{p_2}, \hat{a}_s, \hat{a}_c,\}$.

Le terme qui nous intéresse dans le mélange à quatre ondes correspond au terme $\hat{a}_{p_1}\hat{a}_{p_2}\hat{a}_s^\dagger\hat{a}_c^\dagger$. Ce terme intervient dans le Hamiltonien avec un facteur $2g$ multiplié par une intégrale de recouvrement vérifiant :

$$I_{s^*,c^*,p_1,p_2}(t) = \int \psi_s^*(\mathbf{r},t)\psi_c^*(\mathbf{r},t)\psi_{p_1}(\mathbf{r},t)\psi_{p_2}\mathbf{r},t)d\mathbf{r}. \tag{3.3}$$

Le facteur g et la valeur de cette intégrale sont donc directement reliés à l'efficacité du processus d'évolution $p_1 + p_2 \rightarrow s + c$.

Deux techniques ont été étudiées par le groupe : soit les modes p_1 et p_2 correspondent à deux condensats qui entrent en collision [132], soit le condensat est placé dans un réseau périodique et les modes 1 et 2 proviennent du même condensat [19].

La première méthode présente l'inconvénient de ne pas pouvoir être facilement utilisable et réglable pour une utilisation dans un interféromètre de Bragg (cf chapitre 4, 5 et 6) contrairement à la deuxième. C'est pourquoi nous choisissons d'appliquer un réseau optique pour favoriser la création de paires d'atomes corrélés en impulsion. L'application d'un potentiel périodique sur le CBE par un réseau optique, est représentée sur la figure 3.1. Tout au long de ce manuscrit nous ne considérerons que les effets suivant l'axe (Oz) du réseau (qui est aussi l'axe long du condensat dans le piège dipolaire). Les effets transverses ont été brièvement étudiés dans la thèse [69].

La modification de la relation de dispersion par le réseau permet de peupler des paires de modes en impulsion avec un seul mode pompe en impulsion. Le système peut être traité de manière analogue à une conversion paramétrique (PDC) où le CBE fait office de pompe (source cohérente analogue au laser qui peut être traitée classiquement [21]), et où le réseau fait office de cristal non linéaire [1].

Le processus de conversion d'atomes du condensat en paires d'atomes corrélés est maximal pour les quadruplets d'atomes vérifiant des conditions d'accords de phase dans le réseau. Elles correspondent aux relations de conserva-

1. L'analogie est un raccourci qui peut être trompeur. En réalité, c'est en modifiant la relation de dispersion que le réseau permet d'amplifier les non-linéarités provenant du terme d'interaction d'un CBE.

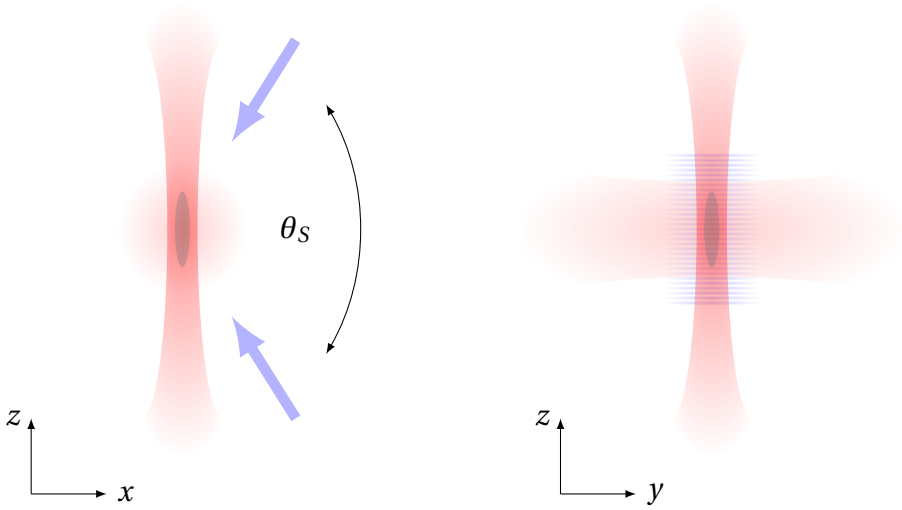


FIGURE 3.1 – Réseau de création des paires. Les faisceaux appliqués ont pour longueur d'onde $\lambda_S = 1064$ nm, sur le bleu des transitions $2^3S_1 \rightarrow 2^3P$ à 1083 nm. L'émission spontanée des photons du réseau par les atomes est donc limitée vu l'écart à la résonance et les faibles intensités mises en jeu. Les atomes ne ressentent alors qu'un potentiel répulsif. L'angle θ_S que forment les deux bras entre eux est de 166°. Le vecteur d'onde propre de ce réseau $k_S = (2\pi/\lambda_S) \times \sin(\theta_S/2) \simeq k_{\text{rec}}$.

tions d'énergie et de quasi-impulsion suivantes [69] :

$$q_s + q_c - 2q_0 \equiv 0\ [2k_S], \tag{3.4a}$$

$$E(q_s) + E(q_c) - 2E(q_0) - 2gn_0 = 0. \tag{3.4b}$$

Nous avons utilisé la notation q pour quasi-impulsion et les indices $0, s, c$ pour le condensat, le signal et le complémentaire respectivement. L'énergie $E(q)$ correspond à celle associée à la quasi-impulsion q dans le réseau et k_S est l'impulsion élémentaire de celui-ci [2]. Le terme gn_0 est l'énergie associée aux interactions au sein du condensat, n_0 étant sa densité pic [3].

Une façon de représenter les conditions (3.4) est de tracer les couples $\{q_s, q_c\}$ (l'étiquette signal et complémentaire étant arbitraire) en fonction de $-q_0$. C'est la courbe rouge tracée sur la figure 3.2. La validitée de cette courbe a été vérifiée expérimentalement, les résultats sont présentés dans la thèse de M. Bonneau [19].

2. Voir figure 3.1, elle correspond approximativement à l'impulsion de recul k_{rec} définie dans le chapitre 1.

3. L'étude [21] ne prend pas en compte les effets d'inhomogénéité de densité du CBE à cause du piège dipolaire mais explique les observations faites sur la source de manière satisfaisante.

La forme de cette courbe dépend bien sûr de plusieurs paramètres, comme la profondeur du réseau et l'énergie d'interaction du condensat, mais l'interprétation reste la même. Nous reviendrons dans la section expérimentale 1.2 sur l'intérêt de cette courbe dans l'étalonnage de la vitesse du réseau.

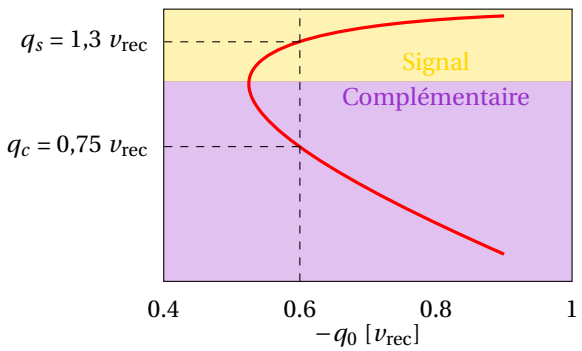


FIGURE 3.2 – Conditions de résonance (3.4) schématisées par la courbe rouge. La vitesse du réseau $-q_0/m$ dans le référentiel du laboratoire est l'inverse de celle du condensat q_0/m dans le référentiel du réseau. Cette vitesse dépend de la différence de pulsation entre les bras du réseau notée $\delta\omega$ (cf équation (3.10)).

Les premières études théoriques [157, 158, 159] ont été réalisées dans le but d'expliquer les pertes présentes dans un nuage atomique soumis à un tel réseau [160, 161]. Des études plus approfondies ont montré ensuite que ces pertes se produisaient par paires [151, 152]. Les simulations numériques effectuées par le groupe ont permis d'expliquer la majeure partie des caractéristiques de notre source, comme les vitesses des paires en fonction de la vitesse du réseau [19, 69], et la largeur d'émission de la source hors des conditions de résonance [21]. Les relations (3.4) découlent de ces études.

Pour mieux comprendre l'origine de ces relations, nous avons représenté le processus de mélange à quatre ondes à partir d'un CBE dans un potentiel périodique sur la figure 3.3. Le condensat est placé dans un réseau périodique en mouvement[4] : le condensat, de vitesse nulle dans le référentiel du laboratoire, acquiert une quasi-impulsion dans le référentiel du réseau ainsi qu'une énergie. Il peut alors exister une condition de résonance où des paires d'atomes corrélés en impulsion sont créées. La résonance intervient lorsque les deux conditions (3.4) sont satisfaites. Si le réseau est coupé de manière adiabatique [69], les quasi-impulsions se retrouvent projetées dans la première zone de Brillouin. Des paires d'atomes corrélées en impulsion sont émises.

Pour les paires satisfaisant la condition de résonance, et après de nombreuses hypothèses, nous nous attendons à avoir un état de sortie - après application pendant un temps T et un branchement et une coupure du réseau adiabatique -

4. Il suffit de désaccorder un bras du réseau en fréquence par rapport à l'autre, avec des modulateurs acousto-optiques (se référer à la figure 3.1).

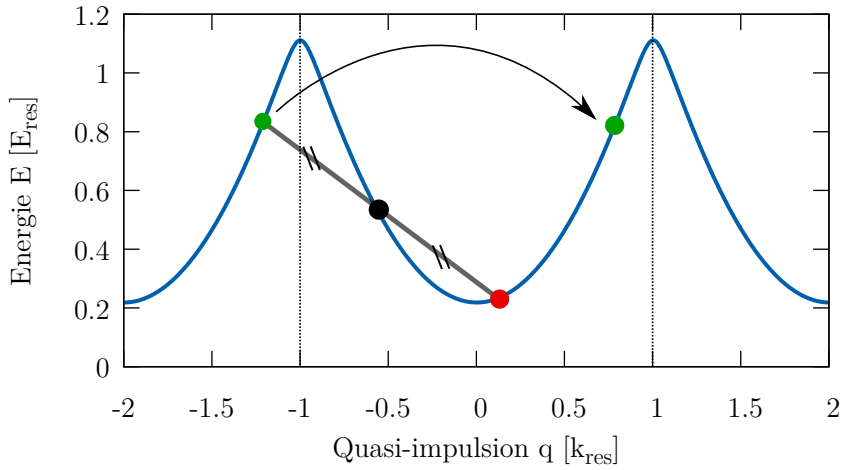


FIGURE 3.3 – Représentation de la création des paires d'atomes corrélés en impulsion (extrait de [21]). Les paires (points rouge et verts) sont créées à partir des atomes du condensat (point noir) placés dans un réseau en mouvement. Elles vérifient la conservation de l'énergie et de la quasi-impulsion dans le réseau. Lorsque le réseau est coupé adiabatiquement, les impulsions réelles sont restreintes à la première zone de Brillouin : la flèche représente la translation d'une des paires dans cette zone.

du type [21] :

$$|\Psi\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\tanh^n(\kappa T)}{\cosh(\kappa T)} \frac{\left(\hat{a}_s^\dagger \hat{a}_c^\dagger\right)^n}{n!} |0,0\rangle, \tag{3.5}$$

où κ représente le gain par unité de temps du processus.

Hors de la condition d'accord de phase, des paires sont aussi créées. Dans nos conditions expérimentales, une approche analytique perturbative peut être menée et donne des résultats proches des observations [21]. Une de ces observations est tracée sur la figure 3.4. La densité d'atomes (dans l'espace des impulsions) issue du mélange à quatre ondes y est représentée. Si ce modèle est bon, nous en déduisons que les pics de densité correspondent aux conditions d'accord de phase comme énoncé en (3.4), et que des paires d'atomes corrélés sont créées hors de ces conditions. Le gain de ces processus annexes dépend de l'écart à la conservation d'énergie et de la quasi-impulsion.

Les pics en densité à 0,75 k_{rec} et 1,3 k_{rec} suivant l'axe (Oz) sont censés satisfaire (3.5). Les opérateurs $\hat{a}_s^\dagger$ et $\hat{a}_c^\dagger$ qui y figurent correspondent à créer des atomes dans des états d'impulsion donnés par ces valeurs expérimentales. En se plaçant dans le référentiel du centre d'impulsion de ces paires, nous pouvons changer les notations "signal" et "complémentaire" pour des modes d'impulsion p et $-p$ et ré-exprimer (3.5) en :

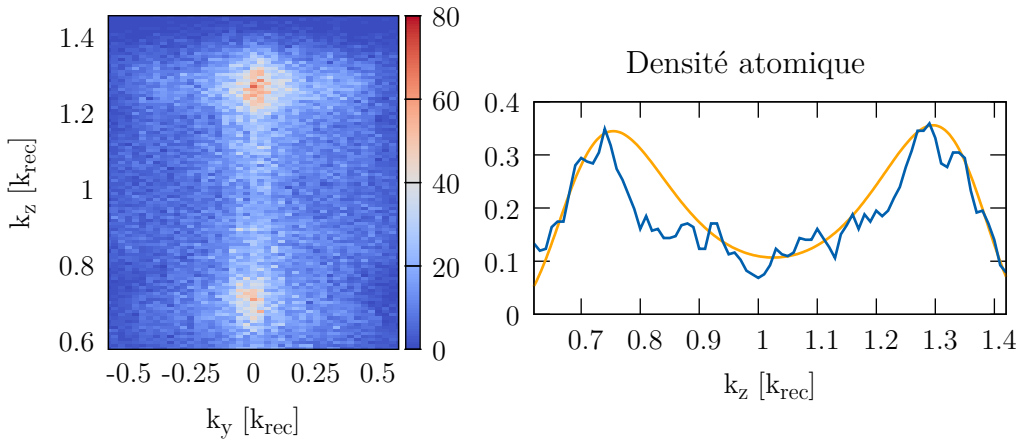


FIGURE 3.4 – Image tiré de [21]. A gauche est tracé une carte du nombre d'atomes détectés (moyenne sur plusieurs réalisations) dans des boîtes de taille $[k_x = 0{,}1; k_y = 0{,}027; k_z = 0{,}008]$ (en unité de $k_{rec} = mv_{\mathrm{rec}}/\hbar$) dans le plan (Oyz). A droite est tracé le nombre d'atomes détectés en bleu dans des cylindres de hauteur $k_z = 0{,}028\ k_{rec}$ et diamètre $0{,}042\ k_{rec}$ dans le plan (Oxy) centrés sur l'axe $[k_x = 0;\ k_y = 0]$. Le profil jaune représente le profil théorique ajusté.

$$|\Psi\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\tanh^n(\kappa T)}{\cosh(\kappa T)} \frac{\left(\hat{a}^\dagger_{-p}\hat{a}^\dagger_p\right)^n}{n!}|0,0\rangle, \tag{3.6}$$

Concernant les processus hors de l'accord de phase, la référence [21] montre que leurs gains dépendent de l'impulsion des paires émises. Nous nous inspirons de ce constat et de l'équation (3.5), pour poser une formulation *ad hoc* décrivant l'ensemble du processus de création des paires corrélées :

$$|\Psi\rangle = \sum_{\nu=-N_\nu}^{N_\nu} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\tanh^n(\kappa_{\nu\sigma_p} T) e^{in\varphi_{\nu\sigma p}}}{\cosh(\kappa_{\nu\sigma_p} T)} \frac{\left(\hat{a}^\dagger_{-p-\nu\sigma_p}\hat{a}^\dagger_{p+\nu\sigma_p}\right)^n}{n!}|0,0\rangle. \tag{3.7}$$

Le fait d'écrire une somme sur les modes plutôt qu'un produit est un choix arbitraire dans notre situation. Nous avons volontairement proposé une formulation en somme de modes pour insister sur le fait que les expériences présentées dans ce manuscrit ne permettent pas en l'état de faire une distinction entre une somme et un produit (les populations sont trop faibles pour le nombre de données traitées). Nous savons que cet état représente bien le comportement théorique de la source pour des faibles valeurs de population [21] mais peut-être pas les fortes populations. Nous verrons que cette formulation permet de répondre aux observations expérimentales et à l'avantage de décrire simplement l'état de départ de la source.

Le gain par unité de temps κ_{σ_p} rend compte de la création des paires d'atomes dans les impulsions $p_{\mathrm{CM}}+p+\sigma_p$ et $p_{\mathrm{CM}}-p-\sigma_p$ avec p_{CM} l'impulsion du référentiel du centre de masse. La phase φ_{σ_p} dépend de σ_p *a priori*. La sommation se fait sur l'ensemble des $2N_v+1$ modes de paires d'impulsions. Le choix du pas σ_p correspond à l'écart d'impulsion entre deux modes indépendants. Nous allons voir comment nous avons choisi cette valeur à partir des données expérimentales sur les corrélations dans la section 3.

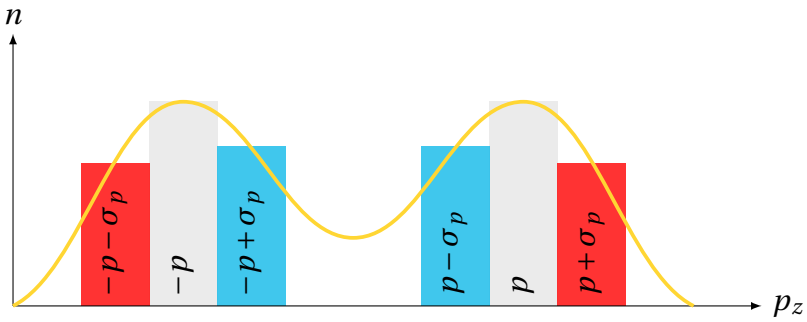


FIGURE 3.5 – Représentation des modes d'impulsions associés à la densité d'atomes détectés (en référence à l'équation (3.7) et à la figure 3.4). L'axe des ordonnées correspond au nombre moyen d'atomes détectés et l'axe des abscisses correspond à l'impulsion selon l'axe (0z) dans le référentiel centré sur l'impulsion moyenne des deux pics. Les atomes sont émis par paires dans trois modes différents au sens de l'équation (3.7), et représentés sous forme d'histogramme (superposé à la courbe de densité). Chaque couleur représente un mode.

Nous avons représenté, sur la figure 3.5, un exemple de ce que donnerait l'équation (3.7) appliquée à la mesure de la densité des paires de la figure 3.4. Sur cet exemple, nous choisissons arbitrairement un pas σ_p et un nombre de modes $2N_v+1=3$. Nous pouvons faire quelques remarques :

1. Les atomes sont émis par paires dans ces trois modes (représentés par des couleurs différentes) de manière symmétrique par rapport à une impulsion de référence (qui est l'impulsion moyenne des deux pics). Nous verrons, par une étude expérimentale des corrélations (section 3), que l'émission des paires suit cette propriété.
2. Le nombre d'atomes par modes peut être ajusté sur un nombre moyen d'atomes détectés. Cette moyenne pourrait être réalisée sur une zone de largeur en impulsion σ_p selon (0z). Se référer à la figure 3.5, où les histogrammes sont indéxés sur la valeur moyenne du nombre d'atomes détectés sur une zone de taille σ_p.
3. Comme nous pouvons le constater, cette discrétisation en 3 modes ne peut pas expliquer des détails plus fins que la largeur σ_p comme le profil du

nombre d'atomes détectés en jaune. Pour expliquer ce profil à partir de la formule (3.7), nous devons diminuer la largeur du pas et augmenter le nombre de modes, tout en appliquant le moyennage expliqué précédement.

4. D'après l'équation (3.7), le temps T d'interaction du réseau avec le condensat joue sur le gain du processus de création des paires. Pour les trois modes de la figure 3.5, il est permis de créer, pour des temps T faibles, des états proches [5] de :

$$|\Psi\rangle \simeq |0,0\rangle + \kappa_0 T \hat{a}^\dagger_{-p} \hat{a}^\dagger_p |0,0\rangle, \tag{3.8}$$

les autres termes étant à l'ordre deux en $\kappa_0 T$. C'est ce que nous utilisons lors des expériences Hong-Ou-Mandel (chapitre 4). Il est aussi permis de créer des états proches de :

$$\begin{aligned} |\Psi\rangle \simeq |0,0\rangle & \\ &+ \kappa_{-\sigma_p} T e^{i\varphi_{-\sigma_p}} \hat{a}^\dagger_{-p+\sigma_p} \hat{a}^\dagger_{p-\sigma_p} |0,0\rangle \\ &+ \kappa_{\sigma_p} T e^{i\varphi_{\sigma_p}} \hat{a}^\dagger_{-p-\sigma_p} \hat{a}^\dagger_{p+\sigma_p} |0,0\rangle, \end{aligned} \tag{3.9}$$

les autres termes étant à l'ordre deux en $\kappa_{-\sigma_p} T$ et $\kappa_{\sigma_p} T$. C'est ce que nous souhaitons utiliser pour l'expérience de violation des inégalités de Bell (chapitre 5).

Discussion

L'équation (3.7) est un modèle pratique pour décrire la source. Nous avons vérifié que celui-ci pouvait être ajusté pour correspondre au profil du nombre d'atomes mesuré (cf remarque n° 3).

Le nombre d'atomes n'est cependant qu'une information incomplète sur ce modèle. En effet, plusieurs comportements du modèle (3.7) sont à prévoir. Nous allons les séparer en deux : les comportements locaux, c'est-à-dire les comportements d'une partie des paires d'atomes émises, et les comportements conditionnels (appelés croisés), correspondants aux comportements d'un atome de la paire selon le comportement de l'autre.

L'étude de la distribution présentée dans la section 2 correspond à une étude locale de la source. Cette étude va nous permettre d'avoir une information plus importante qu'un simple nombre moyen d'atomes détectés. En partant du modèle (3.7), deux comportements devraient être observés : à la fois que la distribution locale pour chaque mode est du type thermique, et qu'un caractère multimodes devrait être présent. C'est ce qui est observé et nous en ferons une étude détaillée.

5. Le facteur de normalisation n'est pas représenté par souci de clarté.

La même étude sur les distributions croisées pourrait être effectuée. Malheureusement, la quantité de données donne des incertitudes trop grandes pour pouvoir confirmer ou infirmer le modèle (3.7). Une étude sur les corrélations de type densité-densité (corrélation $g^{(2)}$) est présentée dans la section 3 au même titre que l'étude sur le profil du nombre d'atomes : l'information que nous tirons de cette étude n'est que partielle. Elle sera traitée brièvement au vu des nombreuses études détaillées sur le sujet par le groupe, à la fois théoriquement et expérimentalement (nous pouvons citer les thèses dont la contribution est notable sur le sujet [19, 69, 111, 21]).

L'expérience de type Hong-Ou-Mandel, présentée dans le chapitre 4, peut être aussi vue comme une vérification des corrélations prédites par le modèle (3.7). Ce phénomène, observé à deux reprises [20, 21], nous rassure quant à la présence de corrélations. Si nous ajoutons à ces observations, celles obtenues sur les distributions locales, nous arrivons à une conclusion encourageante : la source se comporte localement de manière thermique et non localement de manière corrélée, ce qui est incompatible avec des modes d'émission de paires thermiques indépendantes. C'est une vérification de plus du modèle (3.7).

Enfin, un point essentiel qu'il faut comprendre de ces études [6], c'est qu'elles n'abordent que les propriétés «classiques» du modèle (3.7). Le caractère intriqué de l'état (3.9) n'est pas observable *via* ces études. Le seul moyen de prouver l'intrication est de faire interférer ces paires de modes dans une expérience de type Rarity-Tapster. C'est l'étude que nous avons commencée (avant l'arrivée des problèmes expérimentaux décrits dans le chapitre 2) et que nous présentons dans le chapitre 5.

1.2 Réglages expérimentaux et étalonnages

Séquence expérimentale

Pour créer les paires d'atomes corrélés en impulsion nous utilisons un laser à 1064 nm décalé vers le bleu des transitions $2^3S_1 \rightarrow 2^3P$. La séquence expérimentale est représentée sur la figure 3.6. Après obtention d'un condensat par évaporation dans le piège dipolaire, nous choisissons un temps de 100 μs pour allumer et éteindre le réseau de manière adiabatique. Nous le maintenons à puissance fixe à 62 mW par bras pendant 550 μm. Le critère adiabatique est vérifié expérimentalement en veillant à ce qu'il n'y ait pas d'atomes du condensat diffractés

6. Nous n'avons pas mentionné qu'une étude supplémentaire sur la phase des paires pourrait être réalisée. La complexité du protocole - doubler le condensat et faire une détection homodyne [162] - en fait un sujet d'expérience de thèse en soit, qui reste moins fondamental qu'une expérience de violation des inégalités de Bell. D'où le choix de ne pas l'aborder. Nous pouvons toutefois citer une expérience de 2015 sur le paradoxe EPR du groupe de C. Klempt [163] utilisant cette technique.

par le réseau. Dans nos conditions expérimentales, il est théoriquement estimé à une dizaine de μs [111]. Après la coupure du réseau, le piège dipolaire est éteint et est suivi d'une impulsion Raman de 300 μs. Le transfert Raman permet de passer dans le sous niveau magnétique $m = 0$ insensible aux champs magnétiques qui peuvent subsister (pompes turbo-moléculaires, présence d'éléments aimantés dans l'enceinte, etc.).

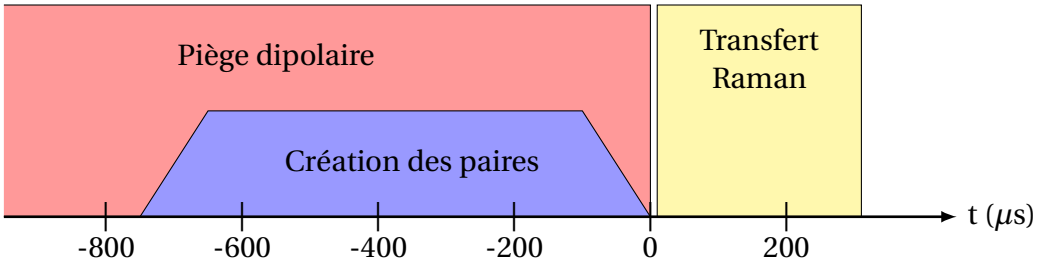


FIGURE 3.6 – Schéma du déroulement expérimental pour la création des paires. En fin d'évaporation, le piège dipolaire est laissé à puissance constante pendant toute la durée du réseau de création des paires, soit 750 μs au total. Le réseau est allumé et éteint de manière adiabatique en 100 μs. Après la coupure du piège, un transfert Raman est effectué en 300 μs.

Alignement sur le piège dipolaire

Pour aligner le réseau sur le condensat, nous utilisons le fait que les atomes subissent une force dipolaire répulsive (décalage vers le bleu) lorsque le réseau est superposé au piège dipolaire croisé (cf figure 3.1). Pour cela nous augmentons la puissance du réseau et nous alignons chaque bras indépendamment en faisant un trou centré dans le condensat (cf figure 3.7).

Etalonnage de l'énergie du réseau

Pour calibrer la puissance du réseau nous utilisons la diffraction de Bragg (cf chapitres 4 et 5), représenté figure 3.8, en allumant le réseau à une puissance fixée pendant un temps réglable. La période d'oscillation de la probabilité de diffraction en fonction du temps d'application du réseau renseigne sur la profondeur du réseau. En envoyant sur chaque bras 144 mW, nous trouvons une profondeur de $2\hbar\Omega = 1,04\ E_{rec}$ avec Ω la pulsation d'oscillation trouvée expérimentalement. La puissance dans chaque bras du réseau étant linéairement reliée à la profondeur du réseau, nous en déduisons les puissances à utiliser pour chaque profondeur souhaitée. Nous travaillons à une profondeur de $0,45\ E_{rec}$ pour avoir une faible modulation de la densité du condensat.

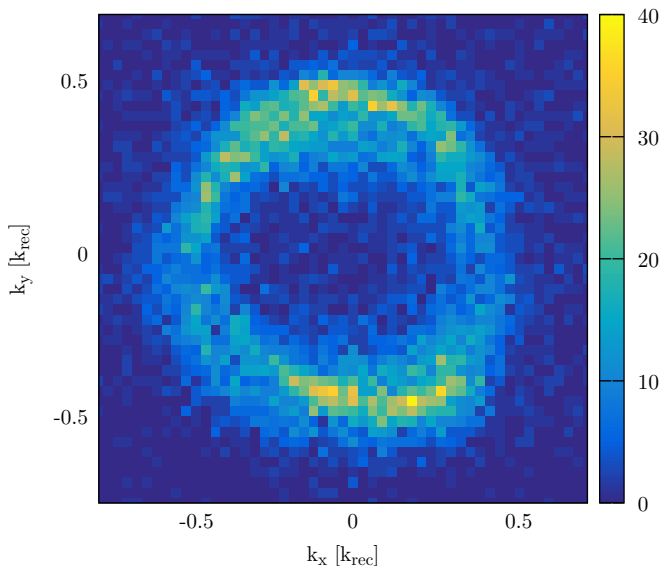


FIGURE 3.7 – Image d'un trou dans un condensat formé par un des bras du réseau de création des paires, allumé à une puissance de 200 mW pendant 100 ms après la coupure du piège dipolaire. Le bras est bien aligné lorsque la figure obtenue est en anneau (comme sur l'image). Le bras est décalé si la figure obtenue à une forme de croissant et désaligné si aucun effet n'est observé.

Etalonnage de l'impulsion des paires

En faisant varier le désaccord $\delta\omega$ entre les deux bras du réseau, les conditions de résonance (3.4) fixent la vitesse des paires en fonction de $-q_0/m$, la vitesse du réseau :

$$\delta\omega = \frac{2q_0 k_S}{m}, \tag{3.10}$$

où k_S est le vecteur d'onde propre du réseau.

Revenons sur la figure 3.2. Les conditions (3.4) sont représentées schématiquement en rouge. Pour une vitesse de réseau à 0,6 v_{rec}, correspondant d'après (3.10) à une différence de fréquence $|\delta\omega/2\pi|$ = 105 kHz, il est possible de créer des paires d'atomes séparées de 0,55 v_{rec}, c'est ce qui est représenté en pointillés. C'est un point essentiel pour notre expérience : la vitesse du réseau est un « bouton » permettant de contrôler la séparation en impulsion des paires créées. Nous adaptons la source à l'interféromètre atomique et pas l'inverse (cf chapitre 4 et 5).

Sur la figure 3.4 est tracée la densité obtenue de la source d'atomes produit par le réseau. La différence de fréquence entre les bras est fixée à 105 kHz. La densité maximale est obtenue en 0,75 k_{rec} et en 1,3 k_{rec}. La condition de Bragg des chapitres 4 et 5 est satisfaite car la différence des deux correspond bien à

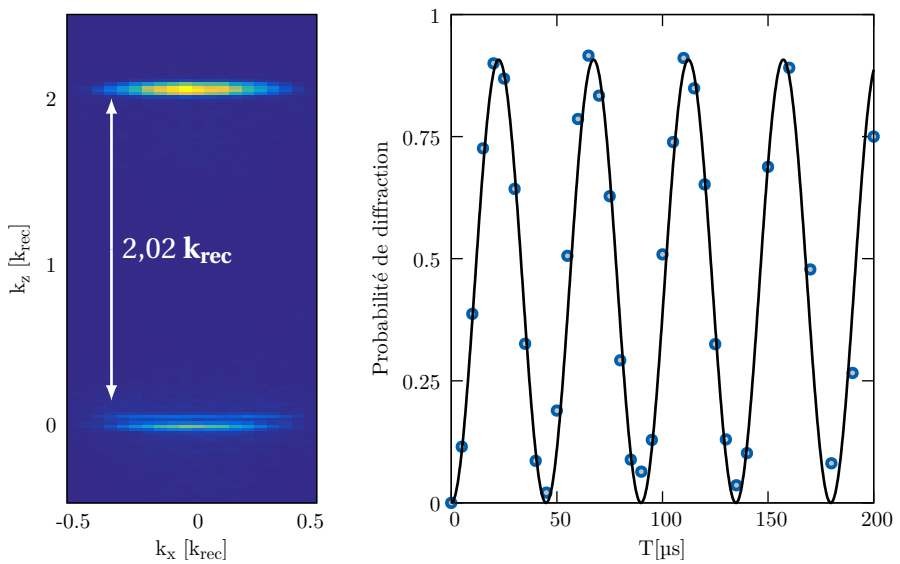


FIGURE 3.8 – Probabilité de diffraction à 2 $k_S = 2{,}02\ k_{\text{rec}}$ du condensat par le réseau des paires en fonction du temps d'application du réseau. A gauche le condensat est diffracté suivant l'axe z. La probabilité de diffraction correspond au nombre d'atomes diffractés dans la zone à 2,02 k_{rec} sur le nombre d'atomes total. A droite, cette probabilité est tracée en fonction du temps d'application du réseau. Les oscillations donnent 22,2(2) kHz soit une profondeur de réseau de 1,04 E_{rec}

$k_B = 0{,}55\ k_{\text{rec}}$ [7].

Nous allons étudier plus en détail cette source dans la section suivante. Nous présenterons des caractéristiques locales, comme l'étude de la distribution du nombre d'atomes émis dans chacun des pics, mais aussi des caractéristiques non locales, comme les corrélations présentes entre les atomes de ces deux pics.

2 Etude de la loi de distribution locale

Introduction

L'étude des distributions est présente en optique [164, 165, 166] mais reste insuffisante dans le domaine des atomes froids [167] (seule référence trouvée dans ce domaine). Ce domaine nous est accessible : l'avantage que nous avons par rapport à l'optique est que notre système de détection est bien adapté à cette analyse. Discerner l'arrivée de plusieurs atomes est possible grâce à la bonne ré-

7. L'impulsion $\hbar k_B$ représente l'impulsion caractéristique des réseaux de Bragg utilisés dans les interféromètres atomiques des chapitres 4 et 5.

solution temporelle et spatiale du MCP (cf chapitre 2 et annexe B) et la quasi-absence de bruit de fond de ce détecteur. Faire de même avec les photons nécessite un système plus complexe ou plus performant qu'une simple caméra.

L'étude par notre groupe, des distributions du nombre d'atomes émis par le processus de mélange à quatre ondes dans un réseau optique n'est pas récente. Les tentatives menées jusqu'alors n'avaient conduit à aucun résultat validant ou invalidant un modèle [111]. Par exemple, dans l'étude venant d'être citée, les résultats expérimentaux ne permettent pas de discerner une distribution Poissonniene d'une distribution thermique (cf tableau 3.1). Ce n'est qu'avec la thèse de P. Dussarrat [21], où vient l'idée de moyenner les données sur plusieurs modes d'impulsion, que la statistique devient suffisante pour pouvoir exclure certains modèles.

Nous présentons les résultats de cette nouvelle analyse dans ce qui suit ainsi que ses limitations. Un article est en cours de rédaction sur ce sujet.

La distribution d'une source qui émet des paires d'atomes vérifiant (3.7) peut être étudiée sous deux aspects. La première est l'étude de la distribution sur une partie des modes : la distribution est dite «locale». L'idée est de tracer la probabilité $P(n)$ d'obtenir un nombre n d'atomes à une impulsion donnée :

$$P(n) = |\langle n|\Psi\rangle|^2, \tag{3.11}$$

La seconde est le traitement des corrélations, autrement dit en lien avec les probabilités conditionnelles $P_c(n_1, n_2)$ telles que :

$$P_c(n_1, n_2) = |\langle n_1, n_2|\Psi\rangle|^2. \tag{3.12}$$

Cette probabilité correspond à la probabilité d'avoir n_1 et n_2 atomes dans deux impulsions différentes. Nous allons voir que la technique de moyennage utilisée pour les distributions locales est difficilement adaptable au cas de l'étude des distributions croisées (ce qui est une des raison de l'échec de celle-ci).

Nous l'avons vu dans la section 1.1, il est possible de modéliser la source par un système simple et de donner un comportement théorique des distributions et des corrélations (équation (3.7)). Pour cela, plaçons-nous dans le cas simple où uniquement une paire d'impulsions $\{p, -p\}$ est considérée. A partir de (3.7), l'état du système au temps T s'écrit alors :

$$|\Psi\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\tanh^n(\lambda)}{\cosh(\lambda)} |n, n\rangle, \tag{3.13}$$

où $\lambda = \kappa_0 T$. Il est intéressant de poser le paramètre N (équation (3.14)) représentant le nombre d'atomes moyen dans un mode d'impulsions $\{p, -p\}$, ce paramètre décrivant entièrement le système :

$$\begin{aligned} N &\triangleq \langle\Psi|\hat{a}_1{}^\dagger \hat{a}_1|\Psi\rangle \\ &= \langle\Psi|\hat{a}_2{}^\dagger \hat{a}_2|\Psi\rangle \\ &= \sinh^2(\lambda). \end{aligned} \tag{3.14}$$

Avec ce paramètre, la distribution attendue pour $P(n)$ vérifie (3.15a) et celle pour $P_c(n,n')$ vérifie (3.15b) :

$$P(n) = \frac{\tanh^{2n}(\lambda)}{\cosh^2(\lambda)} = \frac{N^n}{(1+N)^{n+1}}, \tag{3.15a}$$

$$P_c(n,n') = \frac{N^n}{(1+N)^{n+1}}\delta_{n,n'}. \tag{3.15b}$$

Notons que la distribution $P(n)$ est thermique, ce qui est remarquable sachant que le condensat a une distribution Poissonniene. Ces deux probabilités donnent des propriétés mesurables pour décrire la source, d'où cette étude détaillée.

Type de probabilité	Notation	Formule	$\langle n^2\rangle - \langle n\rangle$
Poisson	$P_{\mathrm{P}}(n)$	$\frac{N^n}{n!}e^{-N}$	N^2
Thermique	$P_{\mathrm{T}}(n)$	$\frac{N^n}{(1+N)^{n+1}}$	$2N^2$
Multimode thermique	$P_{\mathrm{MT}}(n)$	$\frac{(n+q-1)!}{n!(q-1)!}\frac{\left(\frac{N}{q}\right)^n}{\left(1+\frac{N}{q}\right)^{n+q}}$	$\left(1+\frac{1}{q}\right)N^2$

Table 3.1 – Formulaire des lois de probabilités rencontrées dans ce manuscrit. Toutes les probabilités donnent en moyenne $\langle n\rangle = N$ atomes.

2.1 Loi de probabilité locale : étude théorique

Dans cette partie nous allons développer le modèle théorique permettant d'expliquer le comportement local de la source.

Détectivité et loi de probabilité

Un point important qui n'a pas encore été pris en compte est la détectivité du détecteur, notée η. La probabilité d'avoir n atomes détectés dans cette boîte

$P_\eta(n)$ est différente de la probabilité initiale $P(n)$. La probabilité obtenue vérifie :

$$P_\eta(p) = \sum_{n\geq p}^{\infty} \binom{n}{p} \eta^p (1-\eta)^{n-p} P(n). \tag{3.16}$$

Une propriété intéressante (cf Annexe D) est que pour certaines lois de probabilité, dont la loi thermique et la loi de Poisson, la détectivité ne change pas la loi. Ce résultat n'est pas évident tenant compte de la forme de l'équation (D.1) et n'est d'ailleurs pas vrai pour toutes lois de probabilité. La seule modification consiste à faire la substitution suivante : $N \longrightarrow \eta N$. Ainsi la transformation conduit au résultat suivant :

$$P_\eta^{(N)}(n) = P^{(\eta N)}(n) \tag{3.17}$$

où l'indice en exposant représente le nombre d'atome moyen de la loi de probabilité P (avec ou sans détectivité η).

Protocole : taille de boîte

Comment étudier la source expérimentalement? Nous utilisons une source préalablement réglée (profil de densité fixé à celui utilisé pour l'interférométrie des chapitres 4 et 5) et appliquons la séquence expérimentale comme décrite dans la section 1.2. Le détecteur nous permet de remonter aux impulsions initiales (chapitre 2). Dans l'analyse des données faites par ordinateur, nous sélectionnons des boîtes de largeur en impulsion $\{\hbar\delta k_x, \hbar\delta k_y, \hbar\delta k_z\}$ et centrées sur $\{\hbar k_x, \hbar k_y, \hbar k_z\}$ et nous traçons l'histogramme du nombre d'atomes détectés dans ces boîtes. Les tailles de boîtes peuvent être adaptées pour contenir un ou plusieurs modes.

Dans le chapitre 4 par exemple, la taille de boîte est adaptée pour maximiser la visibilité du signal HOM tout en conservant des barres d'erreur acceptables. Cette taille de boîte se base aussi sur la largeur d'un mode, mesurée à partir des corrélations locales et croisées (se référer à la section 3, aux thèses [111, 147, 21] et à l'article [20]). Ses mesures nous donnent relativement confiance sur la taille de la zone à sélectionner (toujours dans l'espace des impulsion) pour qu'elles contiennent un ou plusieurs modes.

Nombre de modes sélectionnés par boîte

D'après l'équation (3.13) nous pouvons *a priori* décrire la loi de probabilité non conditionnelle de l'émission de la source comme une somme d'émetteurs thermiques indépendants. Il est alors possible qu'une boîte en impulsion contienne plusieurs de ces modes, comme représenté schématiquement sur la figure 3.9. Cette représentation permet de montrer différents cas possibles :

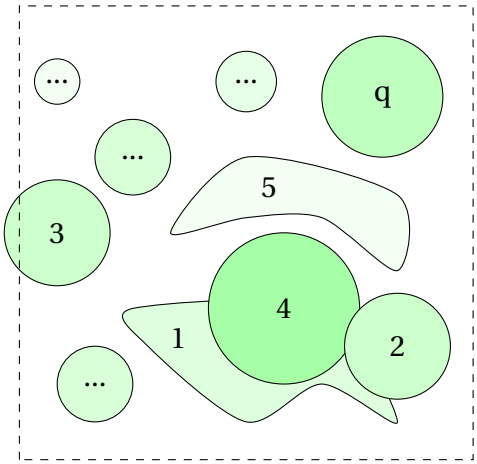


FIGURE 3.9 – Représentation d'une boîte (carré en pointillé) sélectionnant q modes (cercles). Les modes peuvent ne pas avoir la même taille (n°1, 2 et 5), ni le même nombre d'atomes moyen (teinte). Un mode peut ne pas être entièrement contenu dans la boîte (mode n°3) ou être à cheval sur un autre (n°1, 2 et 4)

- Un mode peut ne pas être entièrement contenu dans la boîte (mode n°3). L'impact sur la loi de probabilité sera alors équivalent à ajouter artificiellement une détectivité.
- Un mode peut être à cheval sur un autre (n°2 et 4), dans ce cas il sera impossible de les séparer à l'analyse sans prendre une boîte plus petite que la taille des modes.
- Les modes peuvent être plus ou moins nombreux, ils peuvent avoir une loi de probabilité différente, un nombre moyen d'atomes différents, une extension et une forme différentes.

Loi de probabilité multi-modes

La loi de probabilité $P_{\mathrm{E}_q}(n)$ de la boîte va donc être une combinaison de toutes les lois de probabilités des q modes. L'ensemble des modes étant noté E_q et la loi est décrite par l'équation :

$$P_{\mathrm{E}_q}(n) = \sum_{\sum_{i=1}^{q} n_i = n} P_1(n_1)P_2(n_2)...P_q(n_q), \tag{3.18}$$

où $P_i(n_i)$ représente la probabilité d'avoir n_i atomes dans le mode i contenu dans la boîte sélectionnée [8]. Par exemple, pour obtenir zéro atome dans la boîte, la seule possibilité est d'avoir zéro atome dans les q modes. Pour en avoir un au total, chacun des q modes peut en émettre un avec les autres à zéro, il y a alors q combinaisons possibles. De manière plus générale, cette loi fait intervenir la somme $\sum_{i=1}^{q} n_i = n$. Le nombre de combinaisons possibles de cette somme est calculable. C'est un problème de dénombrement qui revient à savoir comment

8. La probabilité d'un mode sera bien sûr modifiée si le mode n'est pas entièrement sélectionné. La probabilité $P_i(n_i)$ correspond au mode sélectionné n° i.

placer n particules indiscernables dans q boîtes. On retrouve un problème bien connu du domaine des atomes froids puisque c'est ce qui permet de décrire la statistique de Bose-Einstein [168] [9].

Plaçons-nous dans le cas particulier où la boîte contient q sources thermiques émettant en moyenne le même nombre d'atomes N/q. L'équation (3.19a) est obtenue en réinjectant la loi de distribution thermique dans l'équation (3.18). La somme étant indépendante du mode, nous obtenons la loi de probabilité (3.19b) en résolvant le problème de dénombrement évoqué précédemment :

$$P_{\mathrm{E}_q}(n) = \sum_{\sum n_i = n} \frac{\left(\frac{N}{q}\right)^n}{\left(1+\frac{N}{q}\right)^{n+1}}, \tag{3.19a}$$

$$= \frac{(n+q-1)!}{n!(q-1)!} \frac{\left(\frac{N}{q}\right)^n}{\left(1+\frac{N}{q}\right)^{n+q}}. \tag{3.19b}$$

La loi de probabilité (3.19b) est une nouvelle loi de probabilité, émettant en moyenne N atomes. C'est cette loi que nous allons utiliser pour étudier les données et qui est représentée sur la figure 3.10. Si nous choisissons bien la boîte, nous devrions avoir un seul mode thermique, donc une loi de distribution thermique. Si nous la prenons trop large, nous devrions avoir plus de modes. Il est par ailleurs intéressant de montrer que si le nombre de modes thermiques indépendants tend vers l'infini nous obtenons alors une loi de Poisson :

$$P_{\mathrm{E}_q} \xrightarrow[q\to\infty]{} \frac{N^n}{n!} e^{-N}. \tag{3.20}$$

Toutefois, l'hypothèse d'avoir q sources émettant en moyenne le même nombre d'atomes, est forte. C'est ce qui va limiter notre analyse. Comme nous l'avons énoncé plus haut, même pour cette loi, ajouter une détectivité η correspond à changer le nombre moyen d'atomes N/q en $\eta N/q$ (cf annexe D).

9. Merci à J. Dalibard!

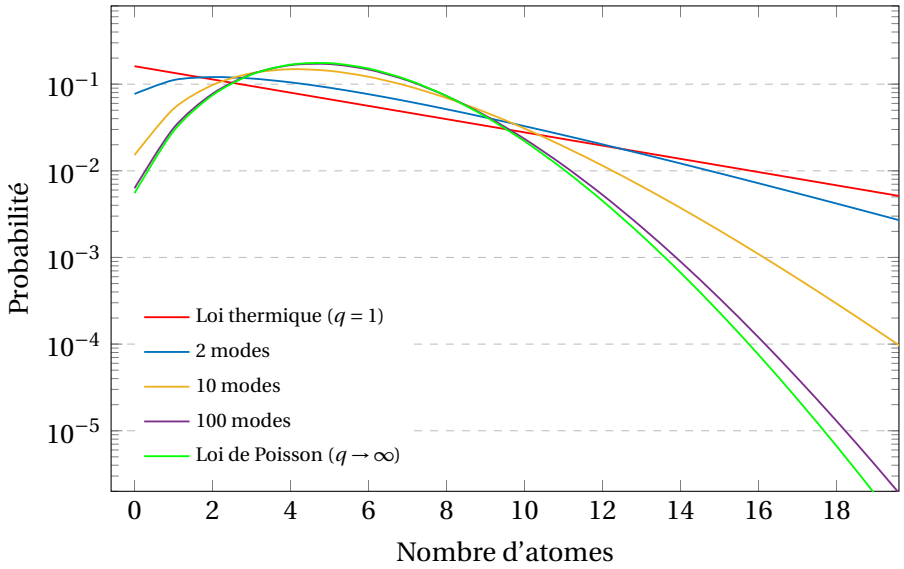


FIGURE 3.10 – Distribution multi-modes thermiques pour différents nombres de modes indépendants. Pour un mode, nous retrouvons la loi thermique et pour une infinité de modes nous tendons vers la loi de Poisson. Le nombre d'atomes moyen est fixé en rapport avec les expériences décrites plus loin à N =5,2 (cf figure 3.13).

2.2 Loi de probabilité locale : étude expérimentale

L'étude expérimentale présentée dans cette partie est effectuée sur deux mille réalisations de l'expérience. La figure 3.4 montre que les maxima d'atomes détectés sont situés à 0,75 k_{rec} et 1,3 k_{rec}.

Protocole : découpage et sélection des boîtes

Pour tracer les distributions des figures 3.12 et 3.13, nous prenons un ensemble de 63 boîtes en impulsion situées aux alentours du deuxième pic, à 1.3 k_{rec} (cf figure 3.11). Ces boîtes ont pour largeur $[\delta k_x; \delta k_y; \delta k_z] = [0{,}06; 0{,}06; 0{,}027] \times k_{\text{rec}}$.

Quatre remarques importantes sont à faire pour justifier ce découpage et la sélection qui en résulte :

— L'intérêt de prendre plusieurs boîtes est de moyenner pour augmenter la statistique : le nombre de fichiers d'origine est multiplié par le nombre de boîtes sélectionnées N_{selec}, ce qui permet d'imiter une loi de probabilité obtenue avec $2000 \times N_{selec}$ réalisations [10]. Il faut néanmoins faire l'hypothèse que les boîtes sont équivalentes en terme de loi de probabilité. Le

10. Pour $N_{selec} = 40$ soit l'équivalent de quatre-vingt mille réalisations, il aurait fallu acquérir sur plus de quatre mois avec nos conditions expérimentales.

modèle (3.7) nous encourage à le faire : la loi de probabilité attendue est thermique pour chaque mode.

— Le nombre d'atomes moyen par mode n'est pas uniforme sur la zone de sélection : il n'y a qu'à voir le profil du nombre d'atomes suivant z de la figure 3.4 pour s'en apercevoir. Lors de l'analyse, pour moyenner sur des boîtes équivalentes, nous sélectionnons $N_{selec} = 40$ boîtes parmi soixante-trois boîtes formées à partir d'un pavé de taille $[3 \times \delta k_x;\ 3 \times \delta k_y;\ 7 \times \delta k_z]$ et centré autour de $[k_x;\ k_y;\ k_z] = [0;\ 0;\ 1{,}28] \times k_{\text{rec}}$ (figure 3.11).

— La sélection donne un nombre de 0,13 atomes détectés en moyenne par boîte [11] à 18% près (incertitude à 2 sigmas sur les données). Cette incertitude du nombre d'atomes est raisonnable. En effet, en simulant deux mille réalisations à partir d'une loi de distribution thermique ayant en moyenne 0,13 atomes détectés, le nombre d'atomes moyen varie de 10% environ (incertitudes statistiques à 2 sigmas dues au nombre fini de réalisations). Cette sélection permet d'être cohérent avec l'hypothèse des boîtes équivalentes, et la moyenne des distributions sur les quarante boîtes sélectionnées a un sens.

— Les boîtes sont censées être adaptées à la taille des modes d'émission de la source, c'est-à-dire ne contenir qu'un seul mode. Le même type de boîte est utilisé dans les expériences HOM [20, 72] et correspondent approximativement à la largeur de corrélation de la source (cf section 3). L'ensemble des tailles de boîtes utilisées dans cette thèse sont répertoriées dans l'annexe A.

A partir de ces constats sur un cas particulier, voici le déroulement général de l'analyse de la loi de probabilité de la source :

1. Choisir une taille de boîte inférieure ou proche des largeurs des tailles de modes supposées.
2. Former un pavé composé de ces boîtes, sans qu'elles ne se recouvrent, centrées sur un des deux pics de la distribution.
3. Sélectionner les boîtes qui ont un nombre d'atome moyen équivalent. Le critère est basé sur les incertitudes statistiques dues au nombre fini de réalisations.
4. Tracer deux lois de probabilités à partir de cette sélection : à la fois celle moyennée sur l'ensemble des boîtes, et à la fois celle de l'ensemble des boîtes.
5. Comparer les résultats à ceux attendus et revenir à l'étape 2 en faisant bouger la taille des boîtes, et/ou aux étapes intermédiaires (centrage du pavé, sélection stricte du nombre d'atomes équivalent), en observant le résultat.

11. Soit environ 0,5 atomes par boîte en tenant compte de la détectivité.

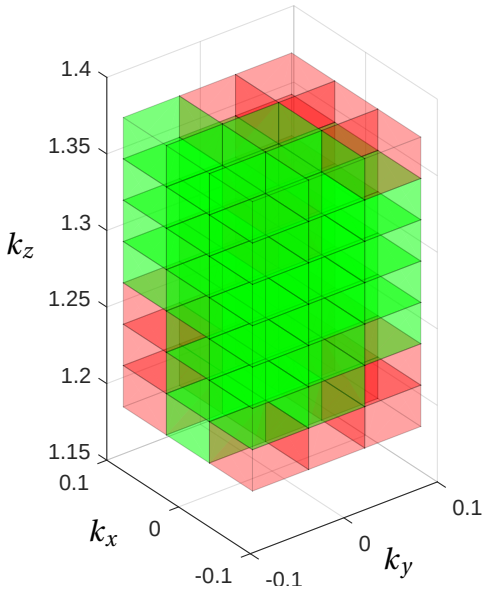


FIGURE 3.11 – Représentation des quarante boîtes sélectionnées (en vert) parmi l'ensemble des soixante-trois boîtes contenues dans le pavé de dimension $[3 \times \delta k_x;\ 3 \times \delta k_y;\ 7 \times \delta k_z]$ centré autour de du deuxième pic en $[k_x;\ k_y;\ k_z] = [0;\ 0;\ 1,28] \times k_{\text{rec}}$. Nous pouvons constater que les zones non sélectionnées sont sur les bords de la boîte, là où le nombre d'atomes est plus faible.

Loi de probabilité de la moyenne des sélections

La première étude présentée sur la figure 3.12 est la loi de probabilité moyennée sur ces quarante boîtes. La loi thermique et la loi de Poisson sont tracées avec $\eta N = 0{,}13$ atomes détectés en moyenne. Les zones colorées associées aux lois thermiques et de Poisson correspondent à modifier ηN de $\pm 18\%$ autour de sa valeur moyenne, qui est proche de l'incertitude statistique due au nombre fini de réalisations (estimée à 10% autour de la valeur moyenne).

Ce qu'il faut souligner c'est qu'il n'y a pas de paramètres ajustables : la mesure de ηN et de son incertitude suffisent à tracer les lois thermiques et de Poisson présentées. Les points expérimentaux suivent la distribution thermique sur plus de quatre ordres de grandeur, ce qui est une confirmation très satisfaisante du modèle (3.7).

Loi de probabilité de la somme des sélections

La deuxième étude est représentée sur la figure 3.13. Dans cette étude, l'ensemble des quarante boîtes sélectionnées est considérée comme une seule et unique boîte. La distribution est censée correspondre à une somme de modes

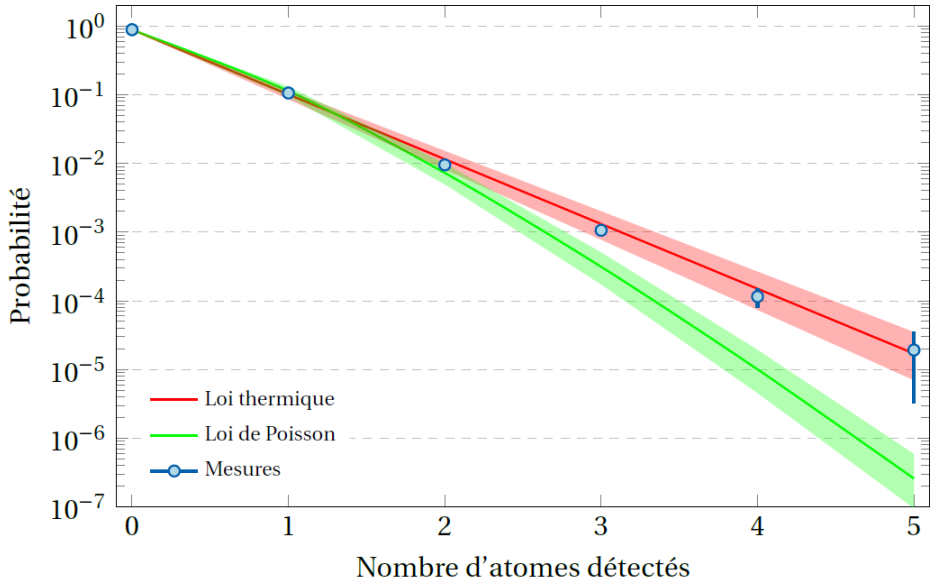


FIGURE 3.12 – Distribution sur l'ensemble des boîtes sélectionnées. Les courbes rouges et vertes correspondent respectivement à une loi thermique et une loi de Poisson pour un nombre d'atomes détecté de 0,13. Les zones en transparences sont associées aux deux lois et se calculent en modifiant le nombre d'atomes détectés, en ajoutant ou retranchant 18% de sa valeur (incertitude sur le nombre d'atomes détectés).

thermiques indépendants (se référer au tableau 3.1).

Cette loi a pour propriété de tendre vers la loi de Poisson pour une infinité de modes sélectionnés. En effet, nous remarquons sur cette figure que les points expérimentaux se rapprochent de la loi de Poisson. La distribution ne suit plus une loi de puissance (la loi thermique étant linéaire en échelle logarithmique). Pour tracer ces deux lois, nous n'avons pas introduit de paramètres ajustables : elles sont tracées pour un nombre d'atomes détectés fixée par la valeur expérimentale de 5,2.

A partir de la formule (3.18), nous pouvons obtenir le nombre de modes contenus dans l'ensemble formé par les quarante boîtes sélectionnées, au prix de l'ajout d'un paramètre ajustable. En prenant le nombre d'atomes détectés à la valeur expérimentale mesurée de 5,2, nous obtenons un nombre de 9 ± 1 modes thermiques indépendants. Nous pouvons constater que la modélisation fonctionne remarquablement bien, ce qui conforte une nouvelle fois la modélisation simple en émetteurs thermiques indépendants.

Discussion

Même si ce dernier résultat semble concluant, il est naturel de se demander pourquoi l'ensemble des quarante boîtes sélectionnées ne donnent pas quarante

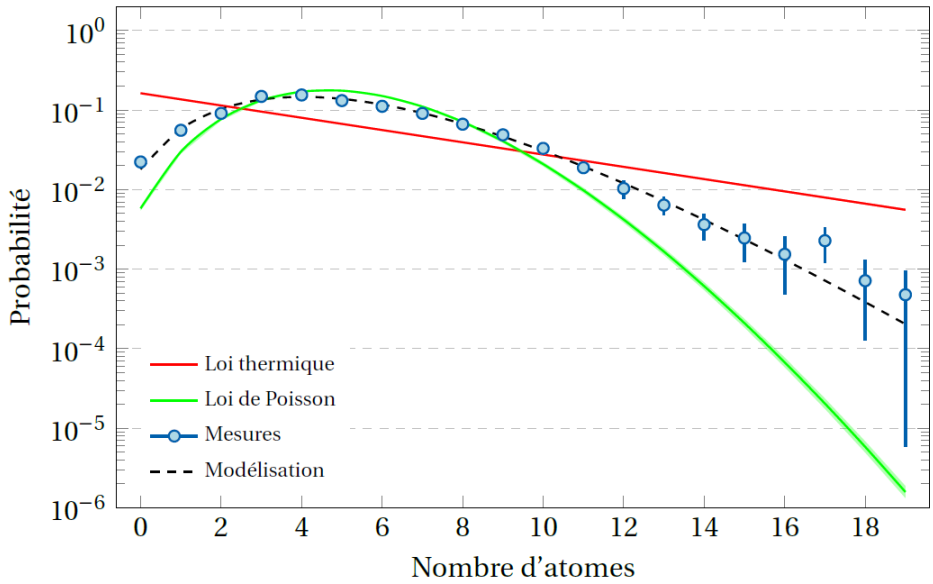


FIGURE 3.13 – Distribution sur la somme des boîtes sélectionnées. Les courbes rouges et vertes correspondent respectivement à une loi thermique et une loi de Poisson pour un nombre moyen d'atomes détecté de 5,2. Pour ce nombre d'atome moyen, la modélisation donne 9 ± 1 modes thermiques indépendants.

modes thermiques indépendants. Une explication plausible est que la taille de la boîte est inférieure à la taille du mode, ce qui conduit à un sur-échantillonnage des modes. La situation est schématisée sur la figure 3.14. Comme le fait de prendre une fraction d'un mode thermique ne change pas la distribution [12], il se peut que nous prenions plusieurs boîtes dans un mode. Dans ce cas, la distribution moyennée sur les boîtes reste thermique, ce qui est en accord avec le résultat de la figure 3.12. La situation s'inverse lorsque la statistique est réalisée sur l'ensemble des boîtes : la boîte contient alors plusieurs modes thermiques indépendants, ce qui est observé sur la figure 3.12.

12. Souvenons-nous que le fait d'en prendre une fraction revient à détecter une partie des atomes du mode et donc revient à ajouter artificiellement une détectivité. Or la détectivité ne change pas une loi de distribution thermique (cf annexe D).

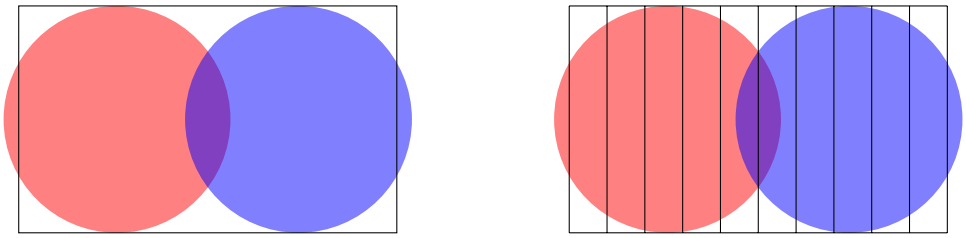


FIGURE 3.14 – Schématisation du découpage en boîtes de deux modes thermiques. A gauche la boîte prend les deux modes indépendants rouge et bleu. Le résultat de la distribution totale suit une distribution correspondant à la somme de ces deux modes. A droite, le nombre de boîtes est supérieur au nombre de modes. Chaque boîte suit une distribution fictive correspondant à celle du mode. Elle est affectée d'une détectivité correspondant à la fraction des atomes sélectionnés sur le nombre des atomes du mode. Un recouvrement des modes n'est pas exclu : la distribution des boîtes incluant cette zone ne sera pas mono-mode thermique.

3 Corrélations

3.1 Formalisme

Un autre type d'étude complémentaire peut être mené sur la source. En effet, en étudiant la probabilité non conditionnelle du type (3.11) nous n'avons qu'une information partielle sur la source. Pour en savoir plus, il faut étudier les corrélations entre atomes de la source, décrites par la probabilité conditionnelle (3.12).

Malheureusement, une étude statistique précise comme menée précédemment n'est pas concluante. Le manque de données conduit à l'impossibilité de distinguer si la probabilité conditionnelle est celle d'un état comprimé à un mode d'atomes émis par paire dans deux voies d'impulsion du type (3.13) ou si elle correspond à deux émetteurs thermiques indépendants (donc non émis par paire mais chacune des voies donnant une distribution thermique). Le fait que la quantité de données intervienne dans cette étude et non la précédente, provient en grande partie de l'effet de la détectivité du détecteur η qui est «doublée» dans les probabilités conditionnelles.

Nous utilisons alors un paramètre $g^{(2)}$, appelé corrélateur d'ordre 2. C'est une quantité qui contient moins d'information que la distribution conditionnelle car elle n'est qu'un moment (au sens statistique) de cette distribution. Elle renseigne en partie sur les corrélations présentes entre atomes émis par la source et qui a la propriété d'être indépendant de la détectivité du détecteur. Elle est définie comme suit :

$$g^{(2)}_{1,2} = \frac{\langle \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_2^\dagger \hat{a}_2 \hat{a}_1 \rangle}{\langle \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_1 \rangle \langle \hat{a}_2^\dagger \hat{a}_2 \rangle}, \tag{3.21}$$

où les indices 1 et 2 correspondent à deux impulsions $\hbar\mathbf{k}_1$ et $\hbar\mathbf{k}_2$. Cette corrélation peut être réexprimée sous la forme :

$$g^{(2)}_{1,2} = \begin{cases} \dfrac{\langle \hat{n}_1 \hat{n}_2 \rangle}{\langle \hat{n}_1 \rangle \langle \hat{n}_2 \rangle} & \text{si le mode 1 est différent du mode 2,} \\ \\ \dfrac{\langle \hat{n}^2 \rangle - \langle \hat{n} \rangle}{\langle \hat{n} \rangle^2} & \text{sinon.} \end{cases} \tag{3.22}$$

La moyenne $\langle \hat{n} \rangle$ décrit un nombre d'atomes moyen dans une voie d'impulsion donnée. La corrélation $g^{(2)}_{1,2}$ est appelée «croisée» si les impulsions $\hbar\mathbf{k}_1$ et $\hbar\mathbf{k}_2$ sont différentes et «locale» dans le cas contraire. L'intérêt de cette expression est de pouvoir estimer cette corrélation expérimentalement à partir du nombre d'atomes détectés dans les boîtes centrées sur ces impulsions. Pour l'état décrit par (3.13), ce corrélateur vaut :

$$g^{(2)} = \begin{cases} 2 + \dfrac{1}{N} & \text{croisée,} \\ \\ 2 & \text{locale.} \end{cases} \tag{3.23}$$

Comme ce corrélateur ne dépend pas de la détectivité, nous sommes censés mesurer directement le paramètre N représentant le nombre d'atomes moyen émis par paire dans les modes d'impulsions $\hbar\mathbf{k}_1$ et $\hbar\mathbf{k}_2$.

Il se peut que plusieurs modes thermiques soient pris dans la boîte sélectionnée. Comme nous l'avons modélisé en (3.19b), si q modes de nombre d'atomes moyen N/q sont pris dans la même boîte d'intégration, alors la corrélation est modifiée et devient [13] :

$$g^{(2)} = \begin{cases} 1 + \dfrac{1}{q} + \dfrac{1}{N} & \text{croisée,} \\ \\ 1 + \dfrac{1}{q} & \text{locale.} \end{cases} \tag{3.24}$$

3.2 Mesures

Sur la figure 3.15 sont représentées les corrélations locales et croisées de la source. Pour ce faire, nous prenons deux volumes d'intégration dans l'espace des impulsions $\mathcal{V}_k$ centrés sur deux zones d'impulsions à proximité des sur-densités

13. Le calcul utilise la loi de probabilité multi-modes thermique du tableau 3.1. La condition pour appliquer ce calcul est d'avoir des modes orthogonaux (commutateurs nuls entre les modes d'impulsion).

de la source (cf figure 3.4). Nous déplaçons indépendamment ces volumes en impulsions suivant l'axe z dans les deux zones distinctes. Nous indiquons ces zones par l'indice 1 pour la zone bornée en impulsion [0,65-0,85] $\hbar k_{rec}$, et par l'indice 2 pour la zone bornée [1,2-1,4] $\hbar k_{rec}$. Le $g^{(2)}_{1,2}$ est ensuite calculé à partir de l'expression (3.22) pour chaque couple $\{k_{1z}, k_{2z}\}$ d'où la carte en deux dimensions [14].

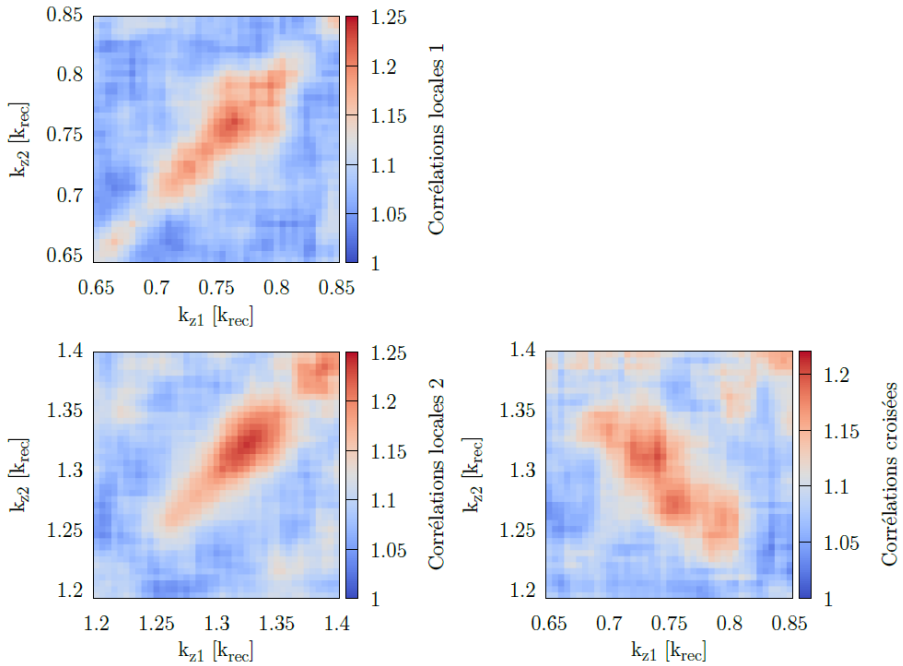


FIGURE 3.15 – Cartes de corrélations locales et croisées tirées de [21]. Nous avons utilisé des zones d'intégrations cylindriques de diamètre 0,35 k_{rec} et de longueur 0,03 k_{rec}, centrées sur k_1 et k_2. Nous faisons ensuite varier la composante z du centre de ces zones notée k_{1z} et k_{2z} d'un pas plus petit que la taille de la boîte $(0,005 k_{rec})$. Chaque valeur de pixel n'est donc pas indépendante de celle de ses voisins.

Un premier constat est de voir que les corrélations ont une certaine taille caractéristique. En traçant des coupes du corrélateur suivant plusieurs directions (se référer aux précédentes thèses du groupe [111, 147, 21]), il est possible d'estimer la taille des modes croisés et locaux.

Par exemple, sur les corrélations croisées de la figure 3.15, nous pouvons constater la présence de corrélations ($g^{(2)}_{1,2} \simeq 1{,}2$) entre les impulsions 0,8 $\hbar k_{\text{rec}}$ et 1,25 $\hbar k_{\text{rec}}$ et entre les impulsions 0,75 $\hbar k_{\text{rec}}$ et 1,3 $\hbar k_{\text{rec}}$. Cependant il n'y a pas de cor-

14. La corrélation est normalement en 6 dimensions, 3 pour $\mathbf{k}_1$ et 3 pour $\mathbf{k}_2$. Il est impossible de se représenter la totalité du corrélateur. Ce qui nous intéresse dans notre expérience est la corrélation suivant l'axe z puisque l'interféromètre atomique, présenté dans les chapitres 4 et 5, est dirigé suivant cet axe, d'où cette restriction à deux dimensions.

rélations pas entre les impulsions 0,8 $\hbar k_{\text{rec}}$ et 1,3 $\hbar k_{\text{rec}}$ et entre les impulsions 0,75 $\hbar k_{\text{rec}}$ et 1,25 $\hbar k_{\text{rec}}$. La largeur [15] de corrélation en impulsion, déduite à partir de ce simple constat, est inférieure à 0,05 $\hbar k_{\text{rec}}$.

Plus généralement, ce que nous pouvons observer sur la corrélation croisée est que celle-ci forme une ligne (élargie) en impulsion que nous pourrions paramétrer par l'équation $p_2 = 2\hbar k_S - p_1$, correspondant à la conservation de l'impulsion (3.4). C'est ce constat qui nous permet de croire à la représentation du modèle (3.7) par la figure 3.5 de la section 1.1. Les corrélations sont entre les impulsions $p_{\text{CM}} + p + m\sigma_p$ et $p_{\text{CM}} - p - m\sigma_p$ où m correspond au numéro du mode. L'impulsion p_{CM} est celle du centre de masse des deux pics en densité d'atomes. D'après cette paramétrisation, nous pouvons associer p_{CM} à $\hbar k_S$, l'impulsion caractéristique du réseau. Enfin, prendre une valeur σ_p en dessous de la valeur de la largeur de corrélation, rendrait le modèle (3.7) en contradiction avec les observations. Ce modèle reste cependant valable pour des pas de l'ordre de la largeur de corrélation.

Nous pouvons ainsi compléter la figure 3.5 en ajoutant les observations faites sur les corrélations. C'est ce qui est représenté sur la figure 3.16 : les modes en impulsion sont choisis pour qu'il y ait une corrélation entre deux impulsions mais que la corrélation entre les différents modes soit nulle. C'est d'ailleurs la définition même du mot mode dans ce manuscrit. Ce découpage en modes de paires d'impulsion permet de conserver le modèle (3.7). Ces tailles reviendront plus tard dans les chapitres 4 et 5.

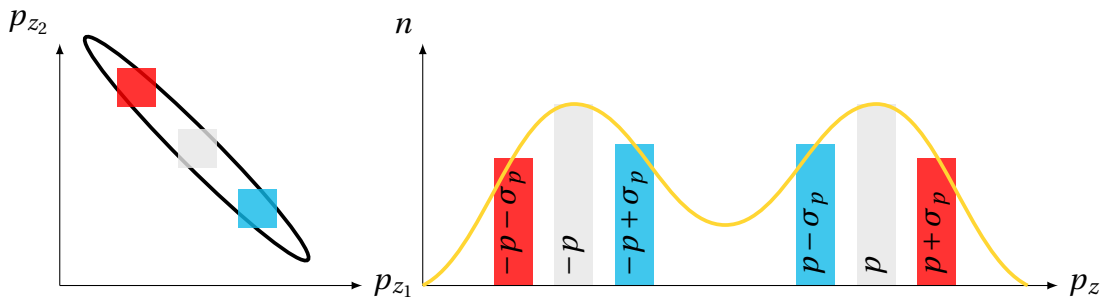


FIGURE 3.16 – Représentation des modes d'impulsions associés à la densité d'atomes détectés. Cette figure fait référence au modèle (3.7) adapté aux observations faites sur le profil des corrélations (figure de gauche) et sur le profil de densité (figure de droite). Les atomes sont émis par paires dans trois modes différents, suffisamment séparés les uns des autres pour qu'il n'y ait pas de corrélations possibles entre ces modes (la zone corrélée étant délimitée par l'ellipse noire). Chaque couleur représente un mode.

15. Attention, les tailles caractéristiques de cette figure correspondent à une moyenne sur plusieurs pixels adjacents. Pour effectuer une mesure de taille caractéristique, nous effectuons une coupe suivant un des axes de la corrélation puis nous moyennons la projection sur cet axe d'une zone corrélée pour avoir des barres d'erreurs suffisantes [21].

Le deuxième constat est de voir que les corrélations locales ne sont pas égales à deux et que la corrélation croisée ne dépasse pas deux comme prévu par (3.23). Nous pouvons supposer que nous sélectionnons plusieurs modes dans un volume d'intégration $\mathcal{V}_k$, abaissant la valeur du corrélateur d'après (3.24). Pour avoir une corrélation locale à $g^{(2)} \simeq 1{,}2$ il faut environ cinq modes. Le problème est que la corrélation croisée devrait être supérieure à la corrélation locale avec cinq modes. Plusieurs explications sont envisageables sans être exclusives entre elles :

— Les modes sélectionnés localement dans une zone ne sont pas tous appariés avec les modes de l'autre zone sélectionnée. Il y a donc plus de modes sélectionnés dans la corrélation croisée que dans la corrélation locale, ce qui abaisse le terme $1/q$ de la corrélation croisée de l'expression (3.24).

— La population des modes n'est pas homogène, l'expression (3.24) ne tient plus. L'hypothèse sous-jacente de cette expression est que le nombre d'atomes par mode est la même pour chaque mode.

— La corrélation croisée est plus sensible aux fluctuations de vitesse que la corrélation locale. Ces fluctuations peuvent conduire à des corrélations et anti-corrélations [19] [16].

— La largeur des modes n'est pas la même sur les croisées que sur les locales [111].

— La source d'atomes n'est pas aussi intriquée que nous le voudrions [17]. L'expression (3.7) serait alors incorrecte ou incomplète.

3.3 Discussion

Bien évidemment, nous redoutons la dernière explication car sans source intriquée, nous ne pouvons pas faire d'expérience de violation des inégalités de Bell. Les cartes de corrélations ne nous apporterons pas plus d'éléments : la seule manière de tester ce point est de faire des interférences entre atomes.

Nous verrons que l'expérience HOM réalisée dans le chapitre suivant donne une valeur de visibilité en dessous de la «limite classique», preuve que la source ne se résume pas à deux modes thermiques indépendants. Cette même expérience est traitée dans le chapitre 5 et apporte une conclusion identique en ce qui concerne les modes utiles à une expérience de Bell, résultat très encourageant.

16. Ces fluctuations de vitesse ont été réduites par l'ajout d'un faisceau piège dipolaire, croisé au précédent.

17. Contrairement à la première explication, ce n'est pas le choix de la zone sélectionnée qui abaisse la corrélation croisée, mais la source elle même qui ne présente pas le niveau de corrélation souhaité. Nous pourrions avoir par exemple une source localement thermique sans émission de paires qui viendrait bruiter une émission parfaite par paires.

Conclusion

Nous avons quantifié deux phénomènes qui sont compatibles avec un modèle de type amplificateur paramétrique multi-modes.

Le premier phénomène correspond au comportement local de la source. Le modèle prédit un comportement thermique et multi-modes indépendants de la distribution, ce qui est observé.

Le deuxième phénomène correspond au comportement non local de la source. Le modèle prédit une corrélation entre classes d'impulsions qui font partie d'un même mode, mais pas entre des classes d'impulsions dans des modes différents.

Ces deux phénomènes caractérisés, nous pouvons utiliser les propriétés suspectées de la source, à savoir : le fait que la source émette des classes d'impulsion par paire, et le fait que ces paires soient dans des modes indépendants, comme provenant de plusieurs amplificateurs paramétriques différents.

La première propriété va servir dans l'expérience HOM et la deuxième dans l'expérience de type Rarity-Tapster présentées dans les chapitres suivants. Le fait que nous puissions régler les classes d'impulsions émises par paire en modifiant la vitesse du réseau est un véritable atout : c'est la source qui s'adapte à l'interféromètre atomique. Nous allons voir dans la première partie du chapitre suivant comment créer un interféromètre pour réaliser les expériences souhaitées. Nous verrons notamment comment créer des optiques à atomes avec la diffraction de Bragg.

Interférences à deux particules dans deux modes d'impulsions

***

Sommaire

1 Séparatrices et miroirs de Bragg : système à deux niveaux . . . 88
1.1 Formalisme . . . 88
1.2 Approximations . . . 92
1.3 Evolution du système . . . 94
1.4 Dépendances au désaccord . . . 96
2 Réalisation expérimentale . . . 98
2.1 Montage optique . . . 98
2.2 Calibrations . . . 99
3 Interféromètre de type Hong-Ou-Mandel . . . 101
3.1 Protocole expérimental . . . 101
3.2 Effet Hong-Ou-Mandel . . . 103

Introduction

Après avoir expliqué le dispositif pour créer le CBE dans le chapitre 2 et la source de paires corrélées en impulsion dans le chapitre 3, nous allons voir comment créer un interféromètre de type HOM (cf chapitre 1) avec notre source d'atomes.

D'après le modèle (3.7) du chapitre précédent, nous pouvons former des états du type $|0,0\rangle + \alpha|1,1\rangle + \mathcal{O}(\alpha^2)$ qui sont propices à la réalisation expérimentale d'un phénomène de type HOM. Pour cela il faut disposer d'une séparatrice qui

permette de mélanger les deux parties de l'état $|1,1\rangle$. Or cet état est une paire d'impulsion : il faut un outil qui puisse mélanger deux classes d'impulsion.

Cet outil est celui de la diffraction de Bragg [169]. Le principe est de transmettre aux atomes une impulsion par échange de photons. Le transfert d'une classe d'impulsion à l'autre se fait avec une certaine probabilité qui est réglable par l'expérimentateur. Il est possible de transférer 100 % ou 50 % des atomes d'une classe d'impulsion vers l'autre. Nous venons ainsi de décrire des «optiques» pour atomes : un miroir et une séparatrice.

Un interféromètre de type HOM [15] étant formé de miroirs et de séparatrices, nous étudierons à la fois le réglage expérimental de ces optiques ainsi que leur fonctionnement théorique. Nous présenterons ensuite le résultat d'une expérience HOM, la seconde réalisée par notre groupe.

1 Séparatrices et miroirs de Bragg : système à deux niveaux

La théorie de la diffraction de Bragg est détaillée en partie dans les thèses [111, 147] qui décrivent la réalisation de l'expérience HOM par l'équipe en 2015 [20]. Nous avons cependant besoin de réintroduire les équations décrivant la diffraction de Bragg en impulsion pour pouvoir expliquer comment l'adapter et l'améliorer en vue d'une expérience de type Rarity-Tapster (chapitre 5 et 6) : c'est l'objet de cette section.

Nous utiliserons dans ce qui suit les notations du référentiel du laboratoire (cf figure 2.3 chapitre 2).

1.1 Formalisme

Considérons des atomes d'hélium métastables dans le sous niveau magnétique $m = 0$. Pour créer un réseau de Bragg, nous utilisons deux faisceaux lasers, dont les indices seront 1 et 2. Leur polarisation est choisie suivant $\mathbf{e_y}$, qui est la direction du biais magnétique imposé pendant le piège dipolaire : les transitions optiques considérées par la suite conservent le moment magnétique des atomes à $m = 0$ (polarisation Π).

Les faisceaux forment un angle entre eux de 32° (se référer à la figure 4.1). Nous noterons θ_B cet angle.

Les faisceaux sont décalés vers le rouge de la transition $2^3S_1 \rightarrow 2^3P_0$ de 600 MHz, si bien que l'on ne considérera pas d'autres états excités que celui-ci [1]. Dans la zone où chaque faisceau peu être modélisé par une onde plane, la dé-

1. Le niveau le plus proche 2^3P_1 est éloigné de 29,9 GHz

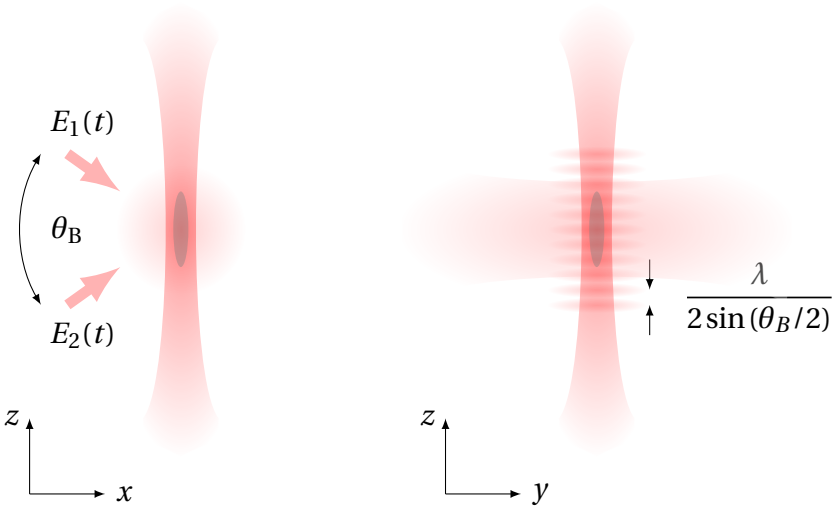


FIGURE 4.1 – Représentation du réseau de Bragg appliqué sur le condensat après coupure du piège dipolaire. Un champ magnétique faible et uniforme à l'échelle des atomes est laissé suivant l'axe y. Les champs électriques $E_1(t)$ et $E_2(t)$ constituent les deux bras du réseau de Bragg et proviennent de la même source laser mais modulée différemment (cf figure 6.9). Les polarisations des champs électriques sont dirigés suivant l'axe y, parallèle au champ magnétique pour pouvoir adresser une transition $\Pi - \Pi$ ($2^3S_{1,m=0} \rightleftarrows 2^3P_{0,m=0}$).

pendance du champ électrique selon z à leurs intersection s'écrit :

$$\begin{aligned} \mathcal{E} &= \mathscr{E}_1 \mathbf{e_y} \cos(k_1 z \sin(\theta_B/2) + k_1 x \cos(\theta_B/2) - \omega_1 t + \phi_1) \\ &+ \mathscr{E}_2 \mathbf{e_y} \cos(-k_2 z \sin(\theta_B/2) + k_2 x \cos(\theta_B/2) - \omega_2 t + \phi_2), \end{aligned} \tag{4.1}$$

Les phases propres des lasers et la dépendance de la phase selon x seront contenues dans la pulsation de Rabi. Ces termes n'interviennent pas dans l'interféromètre de type HOM [111].

Posons[2] $k_1 = k_2 = 2\pi/\lambda$ et définissons :

$$k \triangleq \frac{2\pi}{\lambda} \sin\left(\frac{\theta_B}{2}\right), \tag{4.2}$$

tel que $\hbar k$ représente l'impulsion élémentaire (définie positives) communiquée par le réseau suivant l'axe (Oz). Le Hamiltonien noté $\hat{H}_0$, associé à un atome d'impulsion p en espace libre, est donné par (4.3). Si l'atome est en plus soumis à un

2. Pour poser cette relation, il faut que les lasers aient strictement la même fréquence. Les faisceaux sont parfois décalés de quelques MHz, ce qui reste insignifiant par rapport à la fréquence optique. Le fait de pouvoir écrire la relation (4.1) et la simplifier par $k_1 = k_2 = 2\pi/\lambda$ est plus dépendant de l'alignement des faisceaux par rapport à l'axe (Oz) (cf section 2.2).

champ électrique $\boldsymbol{\mathcal{E}}$, il faut lui rajouter un terme d'interaction dipôle champ qui est donné par (4.4) :

$$\hat{H}_0 = \hbar\omega_f|f\rangle\langle f| + \hbar\omega_e|e\rangle\langle e| + \frac{\hat{\mathbf{p}}^2}{2m}, \tag{4.3}$$

$$\hat{H}_I = -\hat{\mathbf{d}}.\boldsymbol{\mathcal{E}}. \tag{4.4}$$

Le Hamiltonien total du système est la somme de ces deux Hamiltoniens. En définissant la pulsation de Rabi à un photon $\Omega_{1,2}$ par la relation :

$$\Omega_{1,2} = -\frac{\langle f|\hat{\mathbf{d}}.\boldsymbol{\mathcal{E}}_{1,2}\mathbf{e_y}|e\rangle}{2\hbar}, \tag{4.5}$$

le terme d'interaction $\hat{H}_I$ se réécrit en utilisant la relation de fermeture[3] entre les deux états internes de l'atome et en remplaçant le champ électrique $\boldsymbol{\mathcal{E}}$ par son expression en (4.1). En considérant $\langle e|\hat{\mathbf{d}}.\boldsymbol{\mathcal{E}}|e\rangle = \langle f|\hat{\mathbf{d}}.\boldsymbol{\mathcal{E}}|f\rangle = 0$, il vient alors l'expression :

$$\begin{aligned}\frac{\hat{H}_I}{\hbar} &= \left(\Omega_1^* e^{i(k\hat{z}-\omega_1 t)} + \Omega_2 e^{i(k\hat{z}+\omega_2 t)}\right)|e\rangle\langle f| + \text{h.c.} \\ &+ \left(\Omega_1 e^{-i(k\hat{z}-\omega_1 t)} + \Omega_2^* e^{-i(k\hat{z}+\omega_2 t)}\right)|e\rangle\langle f| + \text{h.c.}.\end{aligned} \tag{4.6}$$

Dans nos expériences, la pulsation Rabi à un photon est de l'ordre du MHz. La relation de projection[4] (4.7) nous permet de remplacer les termes en exponentiel de l'opérateur $\hat{z}$, par des états d'impulsion donnés.

$$e^{\pm ik\hat{z}} = \int |p'\rangle\langle p' \mp \hbar k| dp'. \tag{4.7}$$

Le Hamiltonien d'interaction se réécrit :

$$\begin{aligned}\frac{\hat{H}_I}{\hbar} &= \int dp' \Big[\left(\Omega_1^* e^{-i\omega_1 t} + \Omega_2 e^{i\omega_2 t}\right)|e, p' + \hbar k\rangle\langle f, p'| + \text{h.c.} \\ &+ \left(\Omega_1 e^{i\omega_1 t} + \Omega_2^* e^{-i\omega_2 t}\right)|e, p' + \hbar k\rangle\langle f, p' + 2\hbar k| + \text{h.c.}\Big].\end{aligned} \tag{4.8}$$

Supposons que le couplage ne soit efficace qu'entre les trois niveaux $|f, p\rangle$, $|e, p+\hbar k\rangle$ et $|f, p+2\hbar k\rangle$ et forme donc la base $\mathscr{B}$ des états accessibles. Le Hamiltonien (4.8) peut se réécrire dans la base $\mathscr{B}$ sous forme matricielle :

$$\frac{\hat{H}_I}{\hbar} = \begin{pmatrix} 0 & \Omega_1 e^{i\omega_1 t} + \Omega_2^* e^{-i\omega_2 t} & 0 \\ \Omega_1^* e^{-i\omega_1 t} + \Omega_2 e^{i\omega_2 t} & 0 & \Omega_1 e^{i\omega_1 t} + \Omega_2^* e^{-i\omega_2 t} \\ 0 & \Omega_1^* e^{-i\omega_1 t} + \Omega_2 e^{i\omega_2 t} & 0 \end{pmatrix}. \tag{4.9}$$

3. En utilisant $\hat{H}_I = \mathbb{1}\hat{H}_I\mathbb{1}$ avec $\mathbb{1} = |f\rangle\langle f| + |e\rangle\langle e|$.
4. Relation déduite avec $e^{\pm ik\hat{z}}|p\rangle = |p \pm \hbar k\rangle$.

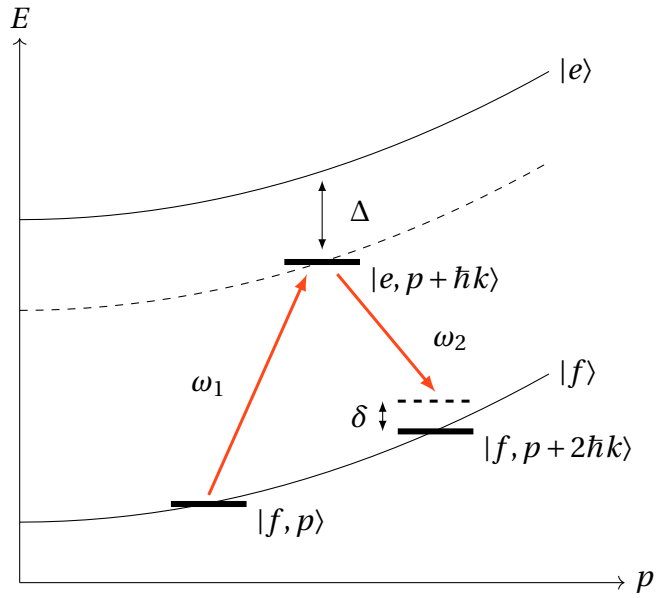


FIGURE 4.2 – Représentation des états d'énergies couplés au champs électrique.

Soit $|\Psi(t)\rangle$ la fonction d'onde de l'atome à l'instant t. Notons $C_{\nu,p}(t)$, les amplitudes de probabilités associées aux éléments de la base $\mathscr{B}$ où ν correspond au niveau de l'atome (fondamental $\nu = f$ ou excité $\nu = e$) et p correspond à son impulsion. La fonction d'onde se réécrit dans la base $\mathscr{B}$ par :

$$\begin{aligned} |\Psi(t)\rangle &= C_{f,p}(t)e^{-iE_{f,p}t/\hbar}|f,p\rangle \\ &+ C_{e,p+\hbar k}(t)e^{-iE_{e,p+\hbar k}t/\hbar}|e,p+\hbar k\rangle \\ &+ C_{f,p+2\hbar k}(t)e^{-iE_{f,p+2\hbar k}t/\hbar}|f,p+2\hbar k\rangle. \end{aligned} \tag{4.10}$$

Dans cette notation, nous décomposons la dépendance temporelle en un terme complexe dont l'oscillation est gouvernée par l'énergie propre de chaque état, et par un coefficient $C_{\nu,p}(t)$, qui oscillera plus lentement, correspondant au changement entre les différents états. En connaissant la forme du Hamiltonien, nous utilisons l'équation de Shrödinger pour calculer l'évolution des $C_{\nu,p}(t)$. Nous obtenons le système d'équations couplées (4.11a–4.11c).

$$\dot{C}_{f,p} = -i\Omega_1 e^{-i\Delta t}C_{e,p+\hbar k} - i\Omega_2^* e^{-i(\Delta+\omega_1+\omega_2)t}C_{e,p+\hbar k}, \tag{4.11a}$$

$$\begin{aligned} \dot{C}_{e,p+\hbar k} = &-i\left(\Omega_1^* e^{i\Delta t}C_{f,p} + \Omega_2^* e^{i(\Delta+\delta)t}C_{f,p+2\hbar k}\right) \\ &-i\left(\Omega_2 e^{i(\Delta+\omega_1+\omega_2)t}C_{f,p} + \Omega_1 e^{i(\Delta+\delta+\omega_1+\omega_2)t}C_{f,p+2\hbar k}\right), \end{aligned} \tag{4.11b}$$

$$\dot{C}_{f,p+2\hbar k} = -i\Omega_2 e^{-i(\Delta+\delta)t}C_{e,p+\hbar k} - i\Omega_1^* e^{-i(\Delta+\omega_1+\omega_2)t}C_{e,p+\hbar k}, \tag{4.11c}$$

où nous avons introduit Δ et δ, les pulsations caractéristiques du système, véri-

fiant :

$$\Delta = \frac{E_{e,p+\hbar k} - E_{f,p}}{\hbar} - \omega_1, \tag{4.12a}$$

$$\delta = \omega_1 - \omega_2 - \frac{E_{f,p+2\hbar k} - E_{f,p}}{\hbar}. \tag{4.12b}$$

Ces pulsations caractéristiques et les niveaux d'énergie mis en jeu sont représentés sur la figure 4.2. La pulsation Δ correspond au décalage entre la pulsation du premier champ électrique noté ω_1 et la pulsation associée à la différence des niveaux d'énergie $E_{f,p}$ et $E_{e,p+\hbar k}$. Elle est de l'ordre de $2\pi \times 600$ MHz dans l'expérience. La pulsation δ correspond au décalage entre la différence de pulsations des deux champs électriques $\Delta\omega = \omega_1 - \omega_2$ et la différence de pulsation entre les niveaux d'énergie $E_{f,p+2\hbar k}$ et $E_{f,p}$.

La pulsation δ est ajustable pour mettre à résonance les niveaux d'énergies souhaités. En effet, en injectant la condition de résonance $\delta = 0$ dans l'expression (4.12b), nous obtenons la relation et son application numérique suivante :

$$\Delta\omega = \frac{\hbar k_B^2}{2m} + \frac{p k_B}{m}, \tag{4.13a}$$

$$\Delta\omega = 2\pi\left(13 + 46{,}9\frac{v}{v_{\text{rec}}}\right) \text{ kHz}, \tag{4.13b}$$

où $\hbar k_B = 2\hbar k$ est l'impulsion caractéristique transférée par le réseau de Bragg aux atomes et $v \triangleq p/m$. La géométrie du réseau (cf figure 4.1) fixe cette impulsion, dont l'expression est reliée à l'angle entre les deux faisceaux, d'après (4.2), par :

$$k_B = \frac{2\pi}{\lambda_{2^3S_1 \to 2^3P_0}} 2\sin\left(\frac{\theta_B}{2}\right). \tag{4.14}$$

Remarque :

La formule (4.13a) fait intervenir l'impulsion des atomes, ce qui veut dire que pour adresser une classe de vitesse particulière, il faut appliquer une différence de fréquence entre les bras du réseau qui dépend de cette impulsion. La formule donnée en (4.13b) permet de calculer rapidement quelle est la différence de fréquence à appliquer pour adresser de manière résonnante une classe de vitesse.

D'après les études sur la source faites dans le chapitre 3, une paire d'atomes corrélés se trouve autour des maximum de densité, en 0,75 et 1,3 v_{rec}. En ayant un réseau de Bragg fixé par la relation (4.14), celui-ci ne peut transférer que des impulsions multiples de $\hbar k_B = 0{,}55 v_{\text{rec}}$. En fixant la résonance sur la classe de vitesse à 0,75 v_{rec}, les deux classes d'impulsions vont être échangées.

1.2 Approximations

Pour étudier analytiquement l'évolution de la fonction d'onde (4.10) nous avons besoin, à ce stade, de faire quelques hypothèses. Nous les exprimons ci-dessous et les réutiliserons par la suite :

1. **Approximation des ondes tournantes :** Le temps caractéristique d'évolution noté T des coefficients $C_{v,p}$, est très grand devant les temps associés aux variations [5] des champs électriques $1/\omega_1$ et $1/\omega_2$.
2. **Pulsation Δ grande devant les autres :** Les pulsations δ, $\Omega_{1,2}$ et $\dot{\Omega}_{1,2}/\Omega_{1,2}$ sont considérées très faibles par rapport à Δ. Nous nous arrangeons pour que ce soit le cas dans notre expérience (en se décalant de résonance de plus de 600 MHz avec des modulateurs acousto-optiques).
3. **Intensités égales :** L'intensité des champs électriques sont égaux, ce qui implique que les pulsations de Rabi à un photon des lasers 1 et 2 dans la zone considérée vérifient $|\Omega_1| = |\Omega_2| = |\Omega|$.

L'hypothèse 1 a pour conséquence d'enlever les termes en $e^{i(\omega_1+\omega_2)t}$ dans les équations (4.11a–4.11c) qui se réécrivent sous forme matricielle :

$$\dot{\mathcal{C}} = -i \begin{pmatrix} 0 & \Omega_1 e^{-i\Delta t} & 0 \\ \Omega_1^* e^{i\Delta t} & 0 & \Omega_2^* e^{i(\Delta+\delta)t} \\ 0 & \Omega_2 e^{-i(\Delta+\delta)t} & 0 \end{pmatrix} \mathcal{C}, \tag{4.15}$$

où $\mathcal{C}(t) = (C_{f,p}(t), C_{e,p+\hbar k}(t), C_{f,p+2\hbar k}(t))^\top$. Ces équations couplées peuvent être encore simplifiées si l'on considère l'hypothèse 2. Nous pouvons alors montrer que le niveau excité est faiblement peuplé en intégrant $\dot{C}_{e,p+\hbar k}$ par parties. Nous prenons comme conditions initiales en $t = 0$ que le champ électrique est éteint $\Omega_{1,2}(t = 0) = 0$ et que le niveau excité n'est pas peuplé. Nous obtenons l'équation (4.16) composée de 6 termes :

$$\int_0^t \frac{dC_{e,p+\hbar k}(\tau)}{dt} d\tau = -\left[\frac{\Omega_1^* C_{f,p} e^{i\Delta\tau}}{\Delta}\right]_0^t - \left[\frac{\Omega_2^* C_{f,p+2\hbar k} e^{i(\Delta+\delta)\tau}}{\Delta+\delta}\right]_0^t \tag{4.16a}$$

$$+ \int_0^t \frac{\dot{\Omega}_1^* C_{f,p} e^{i\Delta\tau}}{\Delta} dt + \int_0^t \frac{\dot{\Omega}_2^* C_{f,p+2\hbar k} e^{i(\Delta+\delta)\tau}}{\Delta+\delta} dt \tag{4.16b}$$

$$+ \int_0^t \frac{\Omega_1^* \dot{C}_{f,p} e^{i\Delta\tau}}{\Delta} dt + \int_0^t \frac{\Omega_2^* \dot{C}_{f,p+2\hbar k} e^{i(\Delta+\delta)\tau}}{\Delta+\delta} dt. \tag{4.16c}$$

5. Nous pouvons le réécrire : $\int_0^T e^{i(\omega_1+\omega_2)t} dt = \frac{e^{i(\omega_1+\omega_2)T}-1}{\omega_1+\omega_2} \ll T$. Sur des temps caractéristiques T, les termes de pulsation ω_1 et ω_2 sont donc considérés comme nuls. Nous verrons que cette approximation revient à comparer $\omega_1+\omega_2$ à $\omega_1-\omega_2$. Cette approximation n'est plus valable lorsque ces deux valeurs sont proches, ce qui est par exemple le cas pour le piège dipolaire.

En supposant que les termes $\dot{C}_{f,p}$ et $\dot{C}_{f,p+2\hbar k}$ sont bornés[6] par Ω^2/Δ et en utilisant l'hypothèse 2 nous obtenons, pour un temps d'intégration faible devant $1/\Delta$, que les termes de la ligne (4.16b) sont en $\mathscr{O}(\dot{\Omega}_{1,2}/\Delta^2)$ et que les termes de la ligne (4.16c) sont en $\mathscr{O}(\dot{\Omega}^2/\Delta^2)$.

Il vient l'équation (4.17) où seul les termes en Ω/Δ sont conservés[7] :

$$C_{e,p+\hbar k}(t) \simeq -\frac{\Omega_1^*}{\Delta}C_{f,p}e^{i\Delta t} - \frac{\Omega_2^*}{\Delta}C_{f,p+2\hbar k}e^{i(\Delta+\delta)t}. \tag{4.17}$$

En réinjectant (4.17) dans le système d'équations couplées (4.15), nous obtenons le système d'équation suivant :

$$\begin{pmatrix} \dot{C}_{f,p} \\ \dot{C}_{f,p+2\hbar k} \end{pmatrix} = i\begin{pmatrix} \frac{|\Omega_1|^2}{\Delta} & \frac{\Omega_1\Omega_2^*}{\Delta}e^{i\delta t} \\ \frac{\Omega_1^*\Omega_2}{\Delta}e^{-i\delta t} & \frac{|\Omega_2|^2}{\Delta} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} C_{f,p} \\ C_{f,p+2\hbar k} \end{pmatrix}. \tag{4.18}$$

Le système est alors comparable à un système à deux niveaux dont le Hamiltonien effectif s'exprime dans la base réduite $\mathscr{B}_\mathrm{r} = \{|f,p\rangle, |f,p+2\hbar k\rangle\}$ par :

$$\hat{H}_\mathrm{eff} = \begin{pmatrix} E_{f,p} - \frac{\hbar|\Omega_1|^2}{\Delta} & -\frac{\hbar\Omega_{2\mathrm{ph}}}{2}e^{i\delta t} \\ -\frac{\hbar\Omega_{2\mathrm{ph}}^*}{2}e^{-i\delta t} & E_{f,p+2\hbar k} - \frac{\hbar|\Omega_2|^2}{\Delta} \end{pmatrix}, \tag{4.19}$$

où nous avons introduit la pulsation à deux photons $\Omega_{2\mathrm{ph}}$ vérifiant (4.20).

$$\Omega_{2\mathrm{ph}} = 2\frac{\Omega_1\Omega_2^*}{\Delta}. \tag{4.20}$$

En ajoutant l'hypothèse 3 et en redéfinissant les amplitudes de probabilités complexes par $C_{\nu,p'}(t)e^{i|\Omega|^2 t/\Delta}$ au lieu de $C_{\nu,p'}(t)$, nous obtenons alors le système d'équations découplées :

$$\begin{pmatrix} \dot{C}_{f,p} \\ \dot{C}_{f,p+2\hbar k} \end{pmatrix} = i\begin{pmatrix} 0 & \frac{\Omega_{2\mathrm{ph}}}{2}e^{i\delta t} \\ \frac{\Omega_{2\mathrm{ph}}^*}{2}e^{-i\delta t} & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} C_{f,p} \\ C_{f,p+2\hbar k} \end{pmatrix}. \tag{4.21}$$

Il est important de noter que ce système d'équation est valable même si $\Omega_{2\mathrm{ph}}$ dépend du temps.

6. Cette condition sera validée par le système d'équations (4.18) en posant $\Omega = \max(|\Omega_1|, |\Omega_2|)$. En général nous avons $\Omega_1 \simeq \Omega_2$ mais ce n'est pas une condition nécessairement vérifiée.

7. Les autres termes sont négligeables : $\frac{\dot{\Omega}_{1,2}}{\Delta^2} \ll \frac{\Omega}{\Delta}$ et $\frac{\Omega^2}{\Delta^2} \ll \frac{\Omega}{\Delta}$.

1.3 Evolution du système

Le système (4.21) peut se résoudre dans le cas où $\Omega_{2\text{ph}}$ et δ sont constant. L'évolution des coefficients $\mathcal{C}(t) = (C_{f,p}(t), C_{f,p+2\hbar k)}(t))^{\mathsf{T}}$ peut alors s'écrire avec une matrice d'évolution $\mathscr{U}(t)$ qui vérifie l'équation (4.22).

$$\mathcal{C}(t) = \mathscr{U}(t)\mathcal{C}(t=0). \tag{4.22}$$

La forme matricielle de $\mathscr{U}(t)$ est donnée en (4.23), où $\Omega_R = \sqrt{|\Omega_{2\text{ph}}|^2 + \delta^2}$:

$$\mathscr{U}(t) = \begin{pmatrix} \left[\cos\left(\frac{\Omega_R t}{2}\right) - i\frac{\delta}{\Omega_R}\sin\left(\frac{\Omega_R t}{2}\right)\right] e^{i\frac{\delta t}{2}} & i\frac{\Omega_{2\text{ph}}}{\Omega_R}\sin\left(\frac{\Omega_R t}{2}\right) e^{i\frac{\delta t}{2}} \\ i\frac{\Omega^*_{2\text{ph}}}{\Omega_R}\sin\left(\frac{\Omega_R t}{2}\right) e^{-i\frac{\delta t}{2}} & \left[\cos\left(\frac{\Omega_R t}{2}\right) + i\frac{\delta}{\Omega_R}\sin\left(\frac{\Omega_R t}{2}\right)\right] e^{-i\frac{\delta t}{2}} \end{pmatrix}. \tag{4.23}$$

La probabilité d'être dans l'état $|f, p+2\hbar k\rangle$, au temps t, en étant initialement dans l'état $|f, p\rangle$, est tracée sur la figure 4.3. Cette probabilité oscille dans le temps à une période de $2\pi/\Omega_R$.

Cette probabilité est appelée probabilité de réflexion et est associée à l'élément de matrice $|\mathscr{U}_{1,2}|^2$ de l'expression (4.23). La probabilité de transmission correspond au terme $|\mathscr{U}_{1,1}|^2$: la somme de ces deux probabilité fait 1.

Il est remarquable de montrer qu'à résonance, une durée d'application du réseau de $t = T_s$ avec $T_s\Omega_{2\text{ph}} = \pi/2$, transforme l'état $|f, p\rangle$ en une superposition cohérente des états $|f, p\rangle$ et $|f, p+2\hbar k\rangle$ de même poids. C'est l'équivalent d'une séparatrice 50/50 qui agit sur l'espace des impulsions : une moitié est transmise en restant dans $|f, p\rangle$ et l'autre moitié réfléchie, i.e. d'impulsion modifiée en $|f, p+2\hbar k\rangle$.

En appliquant à résonance le réseau pendant $t = T_m$ avec $T_m\Omega_{2\text{ph}} = \pi$, l'atome finit dans l'état $|f, p+2\hbar k\rangle$, ce qui est équivalent à un miroir[8] dans l'espace des impulsions.

L'appellation "impulsion π" et "impulsion $\pi/2$" se déduit à partir de la valeur de $T\Omega_{2\text{ph}}$ - T étant le temps total d'application du réseau - mais n'a un lien avec l'effet de séparatrice et l'effet miroir qu'à résonance. Si $\delta \neq 0$, l'oscillation est plus rapide et sa valeur maximale est réduite à $1/(1+\alpha^2)$ avec $\delta = \alpha\Omega_{2\text{ph}}$. Pour $\delta = \Omega_{2\text{ph}}$, l'amplitude est réduite d'un facteur 2 et la fréquence augmentée d'un facteur $\sqrt{2}$. Une impulsion π ne correspond plus à un miroir mais à une séparatrice. L'amplitude d'oscillation diminue plus α augmente.

8. Prenons une optique qui transforme $|p\rangle$ en $|-p\rangle$. Un miroir ou une séparatrice usuelle (en optique) transformeraient $|p+\sigma_p\rangle$ en $|-p-\sigma_p\rangle$. Les optiques à atomes agissent différemment : elles transforment $|p+\sigma_p\rangle$ en $|-p+\sigma_p\rangle$. Elles peuvent cependant être utilisées de la même manière qu'une optique usuelle (cf chapitre 5).

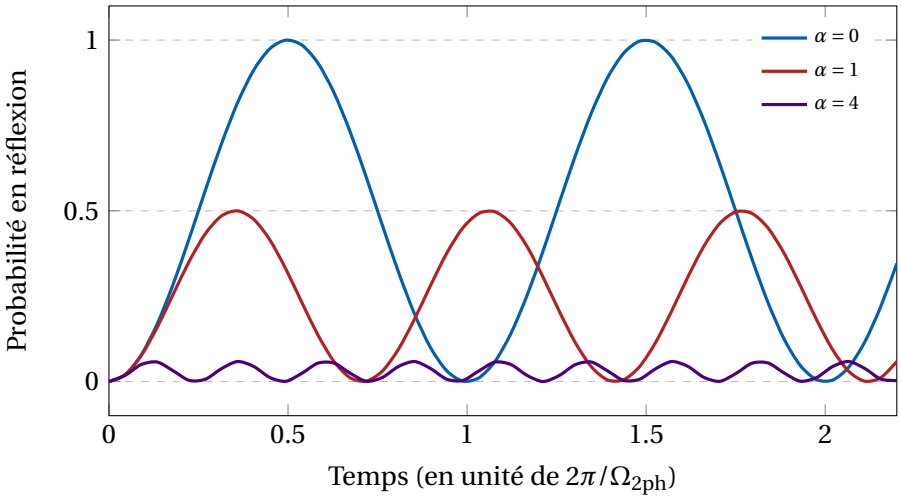


FIGURE 4.3 – Probabilité d'être dans l'état $|f, p+2\hbar k\rangle$ en fonction du temps d'application du réseau de Bragg exprimé en unité de $2\pi/\Omega_{2ph}$. Les courbes correspondent à différents désaccords $\delta = \alpha \times \Omega_{2ph}$ et la condition initiale est $|\Psi(t=0)\rangle = |f, p\rangle$.

1.4 Dépendances au désaccord

Une autre façon de représenter cette amplitude de probabilité dans le cas où la pulsation de Rabi est constante est de la tracer pour un temps fixé et en faisant varier le rapport δ/Ω_{2ph} : c'est ce qui est représenté en haut de la figure 4.4.

Plus le désaccord δ augmente en valeur absolue, plus l'amplitude de probabilité en réflexion (la réflectivité) tend vers zéro. Nous pouvons remarquer que la largeur à mi-hauteur des deux courbes ne sont pas les mêmes et qu'elles sont approximativement en $2\pi/t$. Cela signifie que plus le temps d'application du réseau est long, plus il sera sélectif en impulsion.

Une autre information importante est la phase communiquée par la séparatrice en fonction du désaccord : c'est ce qui est représenté sur les deux cadres en bas de la figure 4.4. La phase en transmission correspond à la phase de l'élément de matrice $\mathscr{U}_{1,1}$ et celle en réflexion correspond à la phase de $\mathscr{U}_{1,2}$.

La dépendance de la phase en désaccord est plus marquée dans le cas du miroir que dans le cas de la séparatrice. Le temps d'application d'un miroir est doublé par rapport à celui d'une séparatrice, ce qui joue sur la dépendance en désaccord de la phase : la pente dépend du temps d'application du réseau de Bragg.

La phase en réflexion comporte des sauts proches des annulation de probabilité de réflexion. Dans le cas du miroir, la phase en transmission comporte des sauts pour des annulations en transmission (soit un maximum en réflexion). Il n'y a donc aucune classe d'impulsions soumise à ces discontinuités [9].

9. Pour une réflexion totale, la phase en transmission n'a pas de signification physique et pour

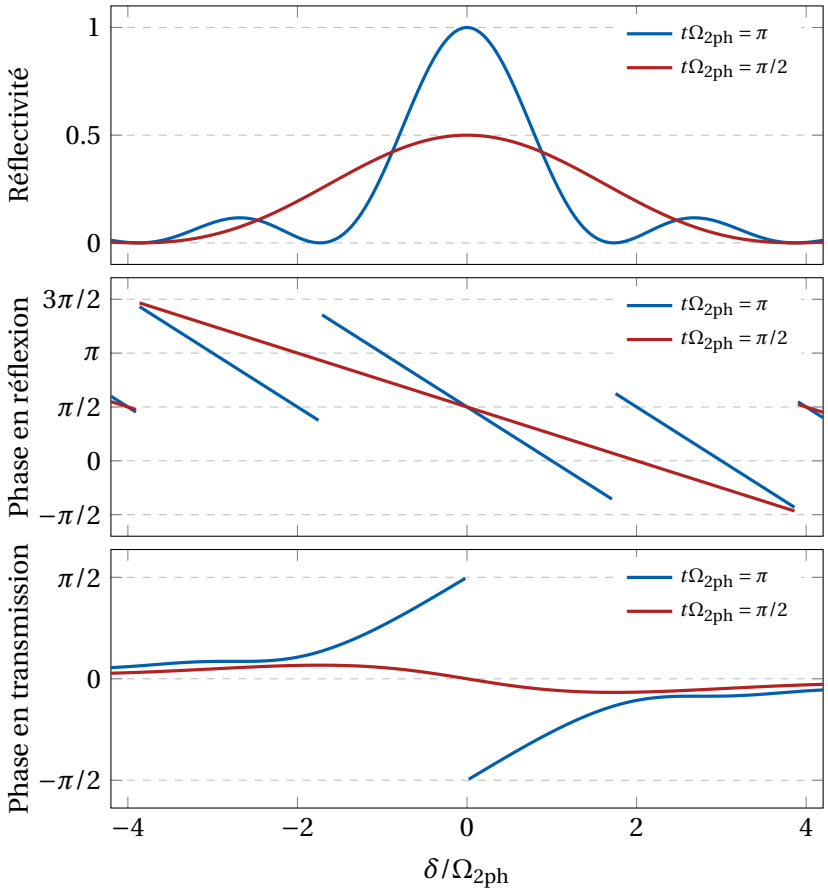


FIGURE 4.4 – Dépendance au désaccord de la probabilité de réflexion appelé aussi réflectivité (en haut), de la phase en réflexion (au milieu) et de la phase en transmission (en bas) dans le cas d'un temps d'application de type miroir (courbe bleu) et de type séparatrice (en rouge).

Discussion

La validité de l'approche théorique réalisée nécessite plusieurs hypothèses. Hormis celles qui ont été posées dans la section 1.2, nous avons préalablement réduit le système à trois niveaux (deux états fondamentaux et un état excité). Par la suite, pour résoudre analytiquement le système d'équations découplées (4.21), nous avons eu besoin de fixer la valeur de la pulsation Rabi à deux photons. Ces deux hypothèses vont pouvoir être éliminées en traitant à la fois le cas général d'un système multi-niveaux, et à la fois, le cas d'une pulsation de Rabi dépendant du temps. C'est l'objet du chapitre 6. Nous allons d'ailleurs montrer que la modélisation à trois niveaux n'est pas une bonne représentation du système

une transmission totale, c'est la phase en réflexion qui n'en a pas.

dans le cas où la pulsation de Rabi à deux photons est proche de la pulsation caractéristique du réseau de Bragg (soit $2\pi \times 25{,}7$ kHz).

Les simulations nous confirment qu'avec la diffraction de Bragg, il est possible de créer des séparatrices et des miroirs pour une classe particulière d'impulsion. Il ne reste plus qu'à créer un interféromètre de type HOM avec ces optiques. C'est l'objet de ce qui suit.

Enfin, une dernière remarque est à faire sur la dépendance de la phase au désaccord. En réalité nous n'en avons pas besoin dans ce chapitre mais dans le suivant. En effet, la phase des miroirs et des séparatrices n'intervient pas dans l'interférence HOM que nous allons présenter. Les manuscrits [111, 147] contiennent ce calcul et ne sera pas présenté dans ce rapport.

2 Réalisation expérimentale

2.1 Montage optique

Le montage optique est schématisé sur la figure 6.9. Un faisceaux laser préalablement désaccordé de 200 MHz sur le rouge de la transition $2^3S_1 \rightarrow 2^3P_0$ et séparé en deux par un cube polarisant (se référer à la thèse d'Almazbek Imanaliev [147]). Les deux faisceaux passent chacun dans un modulateur acousto-optique en double passage et sont recombinés en faisceaux de polarisation orthogonale par le cube polarisant. Les faisceaux sont décalés de 600 MHz de la transition lorsqu'il touchent les atomes.

L'intérêt d'avoir deux polarisations différentes est d'ordre technique. Nous avons choisi d'acheminer les faisceaux sur les atomes en espace libre. La chambre de science étant éloignée du montage optique, si les faisceaux sont acheminés sans prendre un chemin optique proche, les vibrations mécaniques des miroirs peuvent introduire des déphasages entre les faisceaux non reproductibles sur l'expérience, réduisant la qualité de l'interféromètre atomique utilisé [147]. Ces faisceaux de polarisation orthogonale peuvent être superposés et suivre un trajet commun avant d'être séparés à l'entrée de la chambre de science, limitant ainsi ces déphasages. Ces deux faisceaux constitueront chacun un des bras du réseau de Bragg appliqué aux atomes (figure 4.1).

Le faisceau $E_2(t)$ est modulé en fréquence par un modulateur acousto-optique pour toujours être accordé à la même classe d'impulsion initiale : les atomes étant en chute libre, leur impulsion évolue avec le temps $p = p_0 - mgt$ où p_0 est l'impulsion initiale. En reprenant l'équation (4.13a), une rampe [10] de fréquence

10. Le signe dépend dépend du bras utilisé pour faire cette rampe en fréquence, un signe négatif si le faisceau vient du bas, positif si le faisceau vient du haut (résultat d'un décalage Doppler). Cela revient à placer le réseau dans le référentiel en chute libre des atomes.

de $gk_B = 4.98$ kHz/ms doit être appliquée pour adresser une seule classe d'impulsion. Ce balayage en fréquence fait parti des conditions expérimentales dans lesquelles nous nous plaçons pour calibrer la fréquence de Rabi à deux photons (section 2.2). Le faisceau $E_1(t)$ quant à lui, a une fréquence fixe pour pouvoir adresser la bonne classe d'impulsion selon l'équation (4.13a).

Le piège dipolaire est coupé avant l'interféromètre. Les atomes sont préalablement transférés dans le sous-état magnétique $m = 0$ par une transition Raman [11]. Ce niveau rend les atomes insensibles au champs magnétiques résiduels présent dans l'enceinte qui sont susceptibles de dévier leurs trajectoires pendant leurs chute. La polarisation des champs électriques est suivant l'axe y et colinéaire à l'axe de quantification imposé par le champ magnétique de même direction.

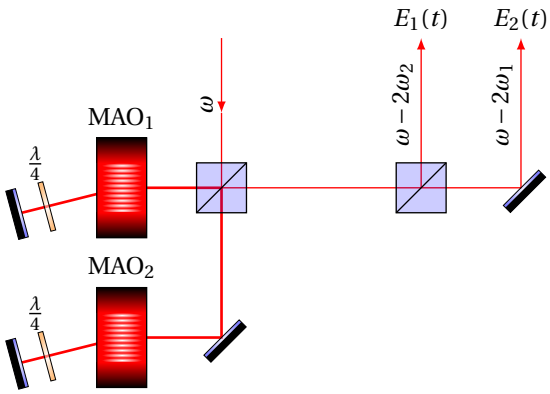


FIGURE 4.5 – Montage optique utilisé pour former les deux bras du réseau de Bragg. Les modulateurs acousto-optiques (MAO) permettent d'ajouter ou de soustraire une pulsation radio-fréquence aux faisceaux optiques en fonction de l'ordre sélectionné. Ils sont ici configurés en double passage : à la sortie du MAO$_1$ (resp. MAO$_2$) l'onde optique a été décalée de deux fois la pulsation de l'ordre -1 soit $-2\omega_1$ (resp. $-2\omega_2$) et la polarisation a tourné de 90° à cause de la lame $\lambda/4$.

2.2 Etalonnages

Pour mesurer l'impulsion transférée par le réseau aux atomes, nous faisons diffracter le condensat par un réseau de courte durée et de fréquence de Rabi à deux photons élevée (figure 4.6). L'intérêt d'appliquer un tel réseau est de peupler plusieurs états d'impulsion à $p_0 + n\hbar\Delta k_B$: on parle de régime de Kapitza-Dirac [170] où l'on obtient plusieurs répliques d'un même condensat.

11. transition $\sigma - \Pi$ similaire sur le principe à une transition Bragg mais entre deux sous niveaux magnétiques différents [111].

Sur la figure 4.1 est représenté l'angle θ_B que forment les faisceaux du réseau de Bragg. Cet angle fixe l'impulsion caractéristique $\hbar k_B$ d'après (4.14). Le pas en impulsion caractéristique du réseau est mesuré précisément avec la figure 4.6 à $k_B = 0.550(5)\,k_{\text{rec}}$, ce qui correspond à un angle entre les faisceaux de $32° \pm 0{,}6°$.

Cet étalonnage nous permet d'obtenir une autre donnée qui est l'angle du réseau avec l'axe vertical (donné par $-\vec{g}$). En repérant le centre de chaque réplique du condensat, nous mesurons une inclinaison de 1.0(5)° avec la verticale, ce qui se traduit par une vitesse transverse de $1.0(4)10^{-2}k_{\text{rec}}$. En général, les dimensions des boîtes en impulsions sont supérieures à cette valeur (cf Annexe A), ce qui se traduit souvent par considérer la vitesse transverse appliquée par le réseau comme nulle dans l'analyse des données [12].

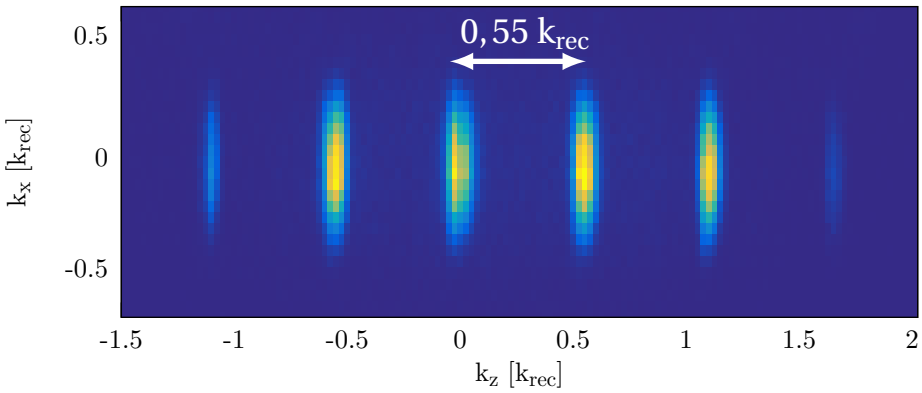


FIGURE 4.6 – Diffraction du condensat par le réseau Bragg. Les répliques sont espacées de $2k_{\text{res}}$.

Un autre étalonnage consiste à appliquer le réseau sur le condensat pendant une durée donnée et de mesurer la probabilité que le condensat soit diffracté (cf figure 4.7). Le but recherché est de mesurer la fréquence de Rabi à deux photons et de déterminer les temps d'application du réseau nécessaire pour former un

12. Une autre possibilité est de se placer dans le référentiel du réseau de Bragg et d'analyser les données dans ce référentiel. Ce qui importe vraiment n'est pas l'alignement avec la verticale, mais l'alignement avec le réseau de création des paires (cf chapitre 3), pour maximiser le "recouvrement" entre ces deux réseaux. Par recouvrement nous entendons que l'interféromètre créé avec les impulsions de Bragg soit bien ajusté à la direction d'émission de la source. Il se trouve que la technique d'alignement est la même (diffraction en régime Kapitza-Dirac) pour aligner le réseau de création des paires, ce qui nous pousse à faire le même alignement qui est contraint par la géométrie de l'enceinte (cf figure 2.3 du chapitre 2) : l'axe vertical devient la référence sur laquelle aligner les réseaux.

miroir où une séparatrice. Un ajustement aux données en $A\sin(\Omega_{2ph}t)$ permet d'extraire $\Omega_{2ph} = 2\pi \times 4.98(2)$ kHz. Avec cette pulsation, pour des temps d'application de 50μs et 100μs environ, nous obtenons respectivement une séparatrice et un miroir à atomes.

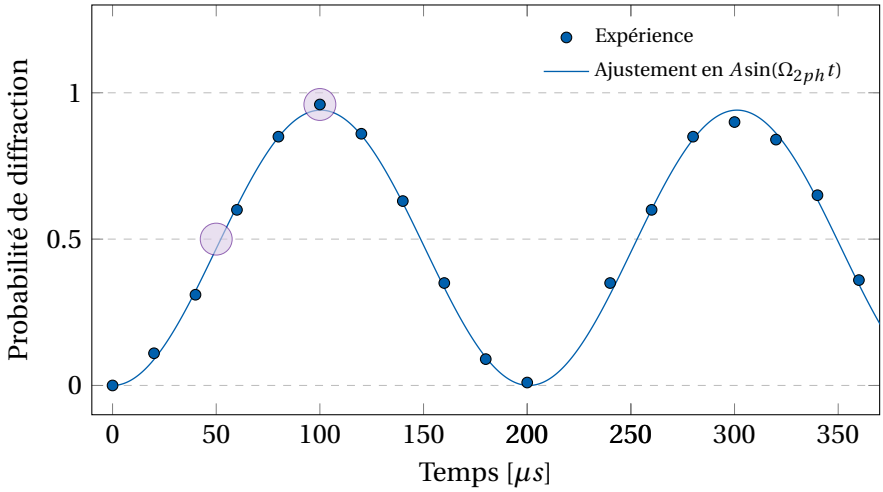


FIGURE 4.7 – Mesure de la pulsation de Rabi à deux photons à partir des oscillations de Bragg. L'ajustement aux données donne $\Omega_{2ph} = 2\pi \times 4.98(2)$ kHz. Les cercles correspondent aux séparatrices et miroir utilisés lors de l'expérience HOM.

3 Interféromètre de type Hong-Ou-Mandel

3.1 Protocole expérimental

La séquence expérimentale utilisée pour obtenir les résultats de la section 3.2 est présentée sur la figure 4.8. Le début de la séquence correspond à celui utilisé pour l'étude de la source (figure 3.6 du chapitre 3), auquel nous ajoutons un interféromètre créé à partir d'optiques utilisant la diffraction de Bragg.

L'interféromètre est calibré pour échanger les pics en densité (présenté sur la figure 3.4) d'impulsion 0,75 k_{rec} et 1,3 k_{rec}. En effet, d'après l'équation (4.13a), nous pouvons fixer le désaccord à 0 pour une classe d'impulsion à 0,75 $\hbar k_{\text{rec}}$ en changeant la différence de fréquence $\Delta\omega$ des bras du réseau de Bragg. A résonance, l'échange des classes d'impulsions se fera entre les états $|0{,}75\,\hbar k_{\text{rec}}\rangle$ et $|0{,}75\,\hbar k_{\text{rec}} + \hbar k_B\rangle = |1{,}3\,\hbar k_{\text{rec}}\rangle$. La différence de fréquence à imposer vérifie :

$$\delta(0,75k_{rec}) = 0 \Rightarrow \Delta\omega/2\pi \simeq 48\text{ kHz}. \tag{4.24}$$

A chaque cycle expérimental, nous espérons que la la source émette des atomes par paires - dans les états d'impulsion $\{0{,}75\ k_{\text{rec}};\ 1{,}3\ k_{\text{rec}}\}$ - comme décrit par l'amplificateur paramétrique (3.7) du chapitre 3.

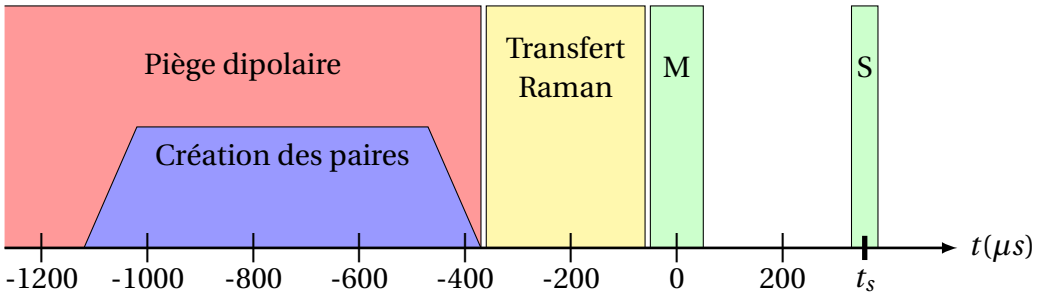


FIGURE 4.8 – Séquence expérimentale de création des paires suivit de l'interféromètre. En fin d'évaporation, le piège dipolaire est laissé à puissance constante pendant toute la durée du réseau de création des paires, soit 750 μs au total. Le réseau est allumé et éteint de manière adiabatique en 100 μs. Après la coupure du piège un transfert Raman est effectué en 300 μs puis un miroir de Bragg est appliqué juste après en 100 μs. La séparatrice est appliquée après un temps noté t_s qui est variable.

En utilisant l'étalonnage comme celui représenté sur la figure 4.7, le miroir est fixé à 100 μs et la séparatrice à 50 μs. Nous nous référons à leur centre pour parler de leur temps d'application.

Nous avons représenté l'interféromètre sur la figure 5.1. L'application du miroir est fixé à l'origine des temps et la séparatrice est appliquée au temps noté t_s qui est variable. La source émet des atomes dans un état d'impulsions $|p_0, -p_0\rangle$ (par rapport au référentiel du centre de masse). Les impulsions de ces atomes sont modifiées par application du miroir en $|-p_0, p_0\rangle$ avant d'arriver sur la séparatrice.

L'effet HOM de cette expérience est le suivant : en faisant varier le temps d'application de la séparatrice, il existe un cas où deux atomes émis par paire arrivent de manière indiscernable sur celle-ci. Dans ce cas, comme expliqué dans le chapitre 1, les atomes sortent alors du même côté de la séparatrice, réduisant le nombres de coïncidences entre les sorties H_+ et H_- par rapport aux coïncidences entre les entrées p_0 et $-p_0$. Lorsque la séparatrice est positionnée trop tôt ou trop tard, les chemins des atomes sont discernables et le nombre de coïncidences est plus élevé que dans le cas indiscernable.

Chaque temps de séparatrice fait un point de mesure et nous répétons environ 1000 fois la mesure par temps de séparatrice. Le cycle expérimental étant de 30 s, il faut une journée d'acquisition par point. Il faut environ deux semaines d'acquisition, où l'expérience doit être stable, pour tracer les courbes expérimentales présentées dans la section suivante. Nous effectuons de plus, un tirage aléatoire des temps de séparatrice pour que les points enregistrés dépendent peu des dérives de l'expérience au cours du temps.

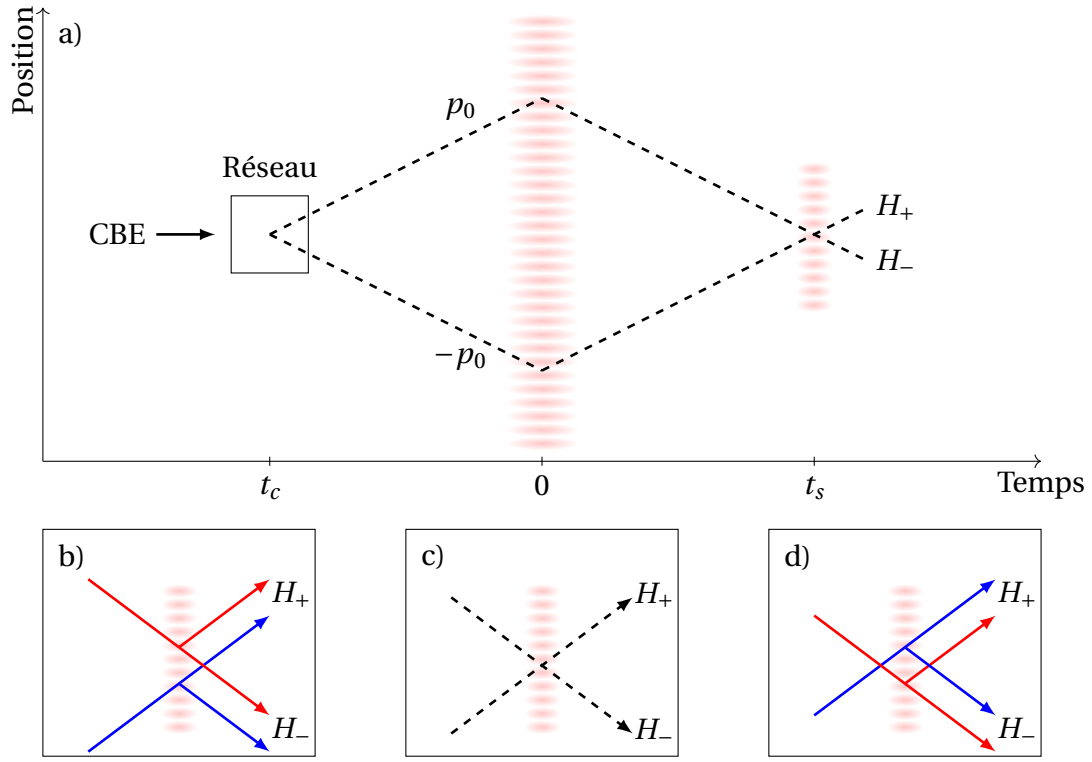


FIGURE 4.9 – Schéma de l'interféromètre utilisé et notations des voies de sorties (en a)). Les figures b), c) et d) représentent différents réglages du temps d'application t_s de la séparatrice. En b) (resp. en d)) la séparatrice est mise trop en avance (resp. en retard), la condition d'indiscernabilité n'est pas vérifiée (les chemins rouge et bleu sont discernables). En c) la séparatrice est bien positionnée (agrandissement de la figure a)), les atomes sont indiscernables. La courbe HOM est le fait de passer continument du cas b) au cas d) en passant par c).

3.2 Effet Hong-Ou-Mandel

Visibilité attendue

Dans le but d'étudier une expérience HOM, nous allons définir les corrélateurs non normalisés tels que :

$$G^{(2)}_{p_0,-p_0} = \langle \hat{a}^\dagger_{p_0} \hat{a}^\dagger_{-p_0} \hat{a}_{-p_0} \hat{a}_{p_0} \rangle, \tag{4.25a}$$

$$G^{(2)}_{H_+,H_-} = \langle \hat{a}^\dagger_{H_+} \hat{a}^\dagger_{H_-} \hat{a}_{H_-} \hat{a}_{H_+} \rangle. \tag{4.25b}$$

Ces corrélateurs permettent de quantifier les coïncidences entre les voies de sorties ou d'entrée de l'interféromètre.

Comme nous l'avons fait remarqué sur la figure 5.1, la condition d'indiscernabilité va dépendre du temps d'application de la séparatrice t_s. Pour un temps trop court ou trop long la séparatrice agit indépendamment sur les deux atomes d'impulsions différentes. Pour un temps précis de la séparatrice, il est impossible de distinguer la provenance des atomes : ils sont indiscernables. En utilisants les corrélateurs définis en (4.25), nous pouvons montrer [21] que les deux cas extrêmes vérifient :

Cas indiscernable : $$G^{(2)}_{H_+H_-,i} = \frac{G^{(2)}_{p_0p_0} + G^{(2)}_{-p_0-p_0}}{4}, \tag{4.26a}$$

Cas discernable : $$G^{(2)}_{H_+H_-,d} = \frac{G^{(2)}_{p_0p_0} + G^{(2)}_{-p_0-p_0}}{4} + \frac{G^{(2)}_{p_0-p_0}}{2}. \tag{4.26b}$$

Les corrélateurs non normalisés $G^{(2)}$ sont définis par les équations (4.25) où nous y avons ajouté l'indice i et d correspondant respectivement au cas indiscernable et discernable.

Une quantité intéressante à analyser est la visibilité de l'interférence de type HOM notée V qui est définie par (4.27a). D'après les relations (4.26) la visibilité s'écrit en fonction des corrélateurs non normalisés de la source et s'exprime donc sous la forme de l'équation (4.27b). Enfin, si nous supposons que le modèle de l'amplificateur paramétrique (3.7) décrit dans le chapitre 3 est correct et que nous mélangeons bien les modes corrélés sur la séparatrice dans le cas indiscernable, alors nous pouvons appliquer le résultat (3.23) du même chapitre. Nous

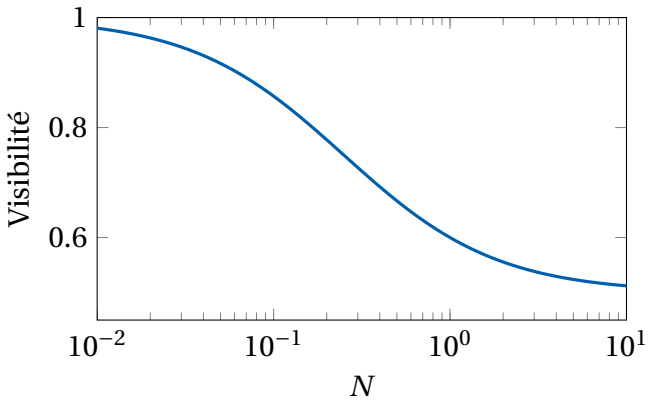


FIGURE 4.10 – Visibilité théorique en fonction du nombre d'atomes moyen dans un mode décrit par un amplificateur paramétrique (d'après (4.27c)).

obtenons l'expression (4.27c) :

$$V \triangleq \frac{G^{(2)}_{H_+H_-,d} - G^{(2)}_{H_+H_-,i}}{G^{(2)}_{H_+H_-,d} + G^{(2)}_{H_+H_-,i}}, \tag{4.27a}$$

$$V = \frac{1}{1 + \dfrac{G^{(2)}_{p_0p_0} + G^{(2)}_{-p_0-p_0}}{2G^{(2)}_{p_0-p_0}}}, \tag{4.27b}$$

$$V = \frac{1}{1 + \frac{2}{2+1/N}}. \tag{4.27c}$$

Les équations (4.27) décrivent donc la visibilité de l'interférence HOM avec des hypothèses plus ou moins fortes. La dernière expression (4.27c) est tracée sur la figure 4.10. Nous constatons que plus le nombre moyen d'atomes N dans un mode est faible, plus la visibilité augmente. Nous avons donc intérêt à prendre un nombre moyen le plus faible possible. Il faut néanmoins que la statistique soit suffisante pour que les incertitudes sur chaque point de mesure ne soient pas trop grandes. Il y a un compromis à trouver entre la visibilité et le bruit sur les mesures tout en ayant une durée d'expérience réalisable. Par exemple, pour 1000 réalisations par point, soit un jour d'acquisition, et un nombre d'atomes moyen détecté de 1/10 (i.e. 0,4 atomes en réalité), la visibilité attendue est d'environ 0,7 pour un pourcentage d'erreur de 20%. C'est une situation proche de celle que nous avons choisie.

Expérience

Sur la figure 4.11 est tracé le résultat de notre expérience (le protocole est décrit dans la section 3.1). Nous prenons des boîtes d'intégration d'un volume $\mathcal{V}$ dans l'espace des vitesses (paramètres décris par le tableau 4.1) centrées autour des deux pics en densité (0,75 k_{rec} et 1,3 k_{rec}). Nous mesurons les corrélations

Paramètres	Valeurs	Paramètres	Valeurs
$\delta k_z / k_{rec}$	0,03	N	0,33
$\delta k_\varnothing / k_{rec}$	0,042	V_{th}	0,72(2)
$\langle \hat{n}_{H_+} \rangle$	0,076(14)	$V_{exp,g^{(2)}}$	0,75(8)
$\langle \hat{n}_{H_-} \rangle$	0,090(9)	$\sigma_{g^{(2)}}$	60(16) μs

TABLE 4.1 – Valeurs des paramètres utilisés pour l'expérience présentée sur la figure 4.11 et résultat des modélisations. La boîte utilisée est cylindrique suivant l'axe z, de hauteur δk_z et de diamètre $\delta k_\varnothing$. La moyenne des deux densités divisées par la détectivité $\eta \simeq 0,25$ donne la valeur de N. La visibilité théorique correspondant à (4.27c) est notée V_{th}. La visibilité et la largeur de la modélisation gaussienne du corrélateur normalisé de la figure 4.11 sont respectivement notés $V_{exp,g^{(2)}}$ et $\sigma_{g^{(2)}}$.

croisées normalisées et non normalisées. Le volume des boîtes sélectionnées est censé être inférieur ou de l'ordre du volume d'occupation d'un mode (donné par les largeurs de corrélation de la source [111, 21]). Les boîtes sont optimisées pour donner la meilleurs visibilité expérimentale.

Sur la figure 4.11, la corrélation non normalisée est à comparer à l'expérience historique [15] (cf chapitre 1). Nous obtenons une baisse des corrélations croisées pour $t_s \simeq 750\mu$s : c'est le temps pour lequel il est impossible de discerner les deux chemins pris par les atomes.

Nous modélisons la courbe expérimentale par une gaussienne pour déterminer l'écart entre les valeurs hautes et les valeurs basses des corrélations (la visibilité). Nous obtenons une visibilité supérieure à 1/2 (cf tableau 4.1), signe que l'interférence à deux particules ne peut pas s'expliquer classiquement [20] et ne peut pas provenir de deux modes thermiques indépendants [13]. Nous remarquons aussi que la visibilité théoriquement attendue est proche de celle mesurée aux incertitudes près [14].

Le résultat est plus encourageant que celui obtenu directement sur la source, où les corrélations croisées ne dépassent pas les corrélations locales (figure 3.15 du chapitre 3). Cependant, certains points ont du mal à être expliqués. Nous avons montré que la formule théorique (4.27c) correspondait à nos résultats. Si

13. Si les modes thermiques sont indépendants, le corrélateur croisé de l'expression (4.27b) tend vers 1, alors que les corrélations locales tendent vers 2. La visibilité attendue via cette formule donne 1/2.

14. L'erreur sur la visibilité théorique provient de l'erreur sur la mesure de N, dues à la fois à l'imprécision sur la valeur de détectivité ($\eta = 0,25(5)$) et aux fluctuations du nombre d'atomes détectés.

(4.27c) est vrai alors (4.27b) l'est aussi car une hypothèse est enlevée en passant à cette formule [15]. Ainsi nous pouvons estimer les corrélations locales et croisées à partir des valeur hautes et basses des corrélations mesurées. Nous trouvons $g^{(2)}_{p_0 p_0} + g^{(2)}_{-p_0 -p_0} = 1,8(2)$ et $g^{(2)}_{p_0 -p_0} = 2,9(5)$. Nous sommes heureux de trouver une corrélation croisée supérieure à 2. Cependant la corrélation locale est proche de un, ce qui est loin de correspondre à un émetteur thermique (c'est ce qui a été montré dans le chapitre 3). Les mêmes explications évoquées dans la section sur l'étude des cartes de corrélations du chapitre 3 peuvent être à l'oeuvre.

15. L'expression (4.27b) ne suppose pas de modèle particulier sur la source pour être appliquée, il faut cependant que les séparatrices et les miroirs soient parfait. Une étude de la visibilité dans le cas d'une séparatrice et d'un miroir non parfait est effectué dans la thèse [147].

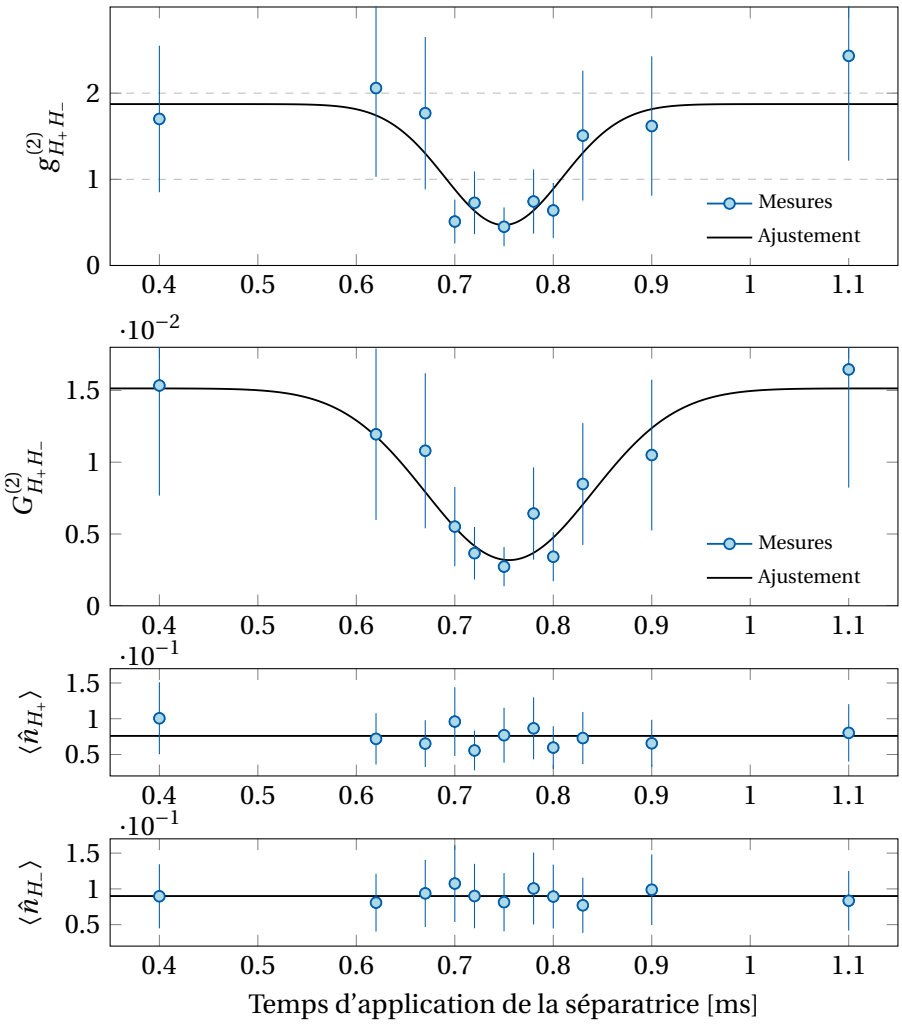


FIGURE 4.11 – Corrélation croisée normalisée (premier cadre) et non normalisée (deuxième cadre) en fonction du temps d'application de la séparatrice. Le nombre d'atomes dans la voie de sortie H_+ (troisième cadre) et H_- (dernier cadre) est tracé à titre d'information. Les courbes noires sur les deux cadres du haut sont des modélisations en forme de gaussiennes. Pour les deux cadres du bas, la ligne noir représente la moyenne des points expérimentaux. Se référer au texte pour les volumes d'intégration et les résultats de ces modélisations.

Conclusion

La visibilité expérimentale de la courbe HOM obtenue est supérieure à la limite dite «classique». Ce résultat vient conforter le résultat obtenu en 2015 [20]. De plus, la visibilité expérimentale est en accord avec la visibilité théorique attendue d'une source modélisée par la formule (3.7) du chapitre 3. Le résultat HOM, ajouté à celui du chapitre 3, montre que pour la paire d'impulsion considérée, la source ne peux pas être composée de deux émetteurs thermiques indépendants. Ce résultat est compatible avec le modèle de l'amplificateur paramétrique (3.7).

Si nous partons de ce modèle, une question se pose alors : que deviennent les autres paires d'atomes corrélées dans l'interféromètre ? Nous allons montrer dans le chapitre suivant, que lorsque l'interféromètre est réglé sur la condition d'indiscernabilité, celui-ci correspond à plusieurs interféromètres de type Rarity-Tapster : c'est la partie décisive de ce manuscrit.

Chapitre 5

Interférences à deux particules dans quatre modes d'impulsions

***

Sommaire

1 Interféromètre multiple de type Rarity-Tapster 110

1.1 Amplificateur paramétrique multi-modes et réseau de Bragg 110

1.2 Calcul du corrélateur E 114

2 Interférences à quatre modes et deux particules 120

2.1 Montage et conditions de l'expérience 120

2.2 Expérience 121

Introduction

L'interféromètre utilisé pour visualiser l'effet Hong-Ou-Mandel cache d'autres types d'interféromètres : des interféromètres de type Rarity-Tapster (RT), idéaux pour réaliser des expériences de violation des inégalités de Bell. Ils se révèlent lorsque l'interféromètre HOM est fermé, ce qui correspond au cas indiscernable.

Dans un premier temps, nous allons décortiquer l'interféromètre pour trouver où se situent Alice et Bob. Nous allons reprendre le modèle de l'amplificateur multi-modes du chapitre 3, pour calculer la valeur attendue du corrélateur E du chapitre 1.

Dans un second temps, nous verrons que nous pouvons distinguer trois interféromètres RT, donnant lieu à trois valeurs expérimentales du corrélateur E. Deux d'entre elles donnent un résultat qui ne peut pas être reproduit avec des émetteurs thermiques indépendants : le résultat est compatible avec le modèle

du chapitre 3 (émission par paires d'impulsions). C'est un résultat incontournable avant d'espérer pouvoir violer les inégalités de Bell.

1 Interféromètre multiple de type Rarity-Tapster

1.1 Amplificateur paramétrique multi-modes et réseau de Bragg

Où se cachent Alice et Bob ?

Comme nous l'avons vu dans le chapitre précédent il est possible de créer des miroirs et des séparatrices en impulsion grâce à la diffraction de Bragg. Ces optiques pour atomes fonctionnent pour plusieurs classes d'impulsion : pour un désaccord non nul, nous avons vu dans le chapitre 4 que la probabilité de réflexion dépendait du désaccord, donc de l'impulsion.

Lorsque l'interféromètre HOM étudié dans le chapitre précédent est fermé, les optiques réfléchissent et transmettent naturellement d'autres classes d'impulsions : l'expérience HOM donne «gratuitement» un ensemble d'interféromètres fermés de type Rarity-Tapster. C'est le point clef de ce chapitre.

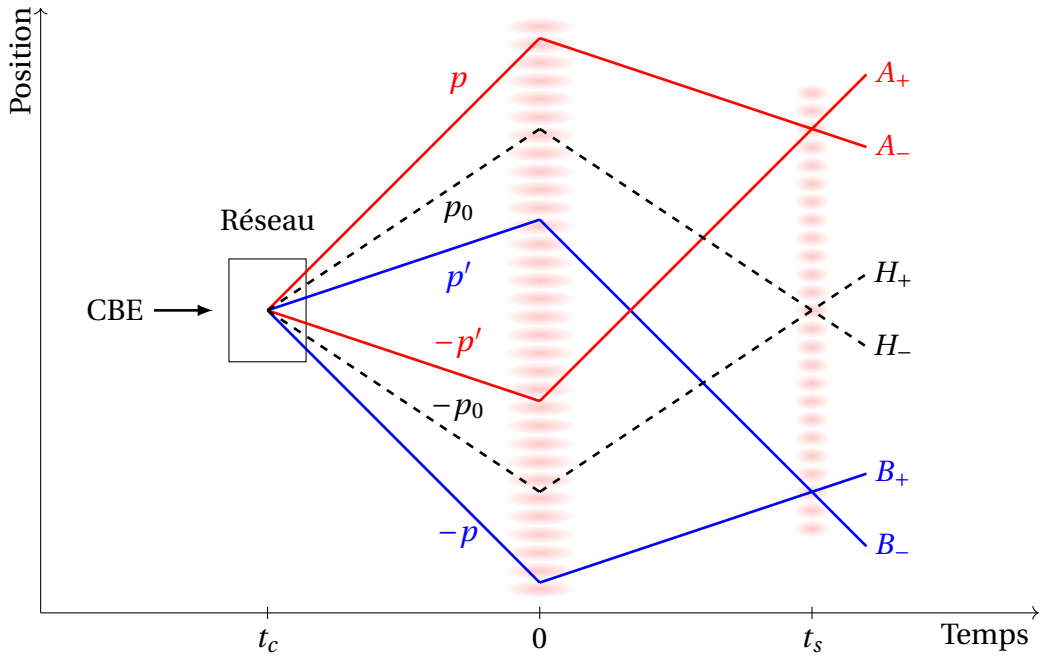


FIGURE 5.1 – Schéma de l'interféromètre utilisé et notations des voies de sorties.

Nous avons représenté sur la figure 5.1 trois types d'interféromètres présents lors de la condition d'indiscernabilité. Nous retrouvons l'interféromètre initial

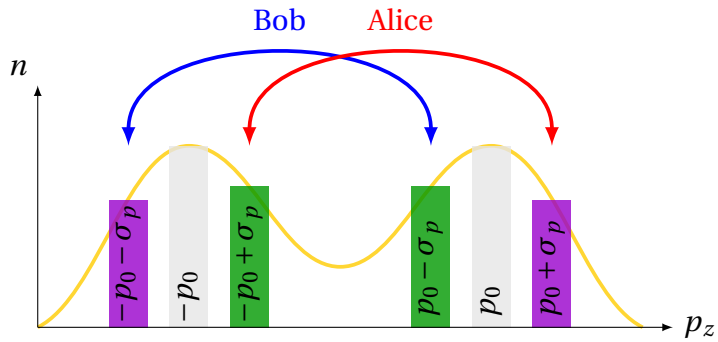


FIGURE 5.2 – Paires échangées par l'interféromètre de la figure 5.1. Le profil en jaune représente le nombre d'atomes à des impulsions données. Les bâtonnets décrivent trois modes, d'une couleur différente pour chaque paire d'impulsion corrélée. Chaque interféromètre, représenté par les doubles flèches, échange les paires qui ne sont pas corrélées (cf expérience RT du chapitre 1).

(HOM) et deux interféromètres supplémentaires, mélangeant quatre classes d'impulsion différentes. Comme l'interféromètre est fermé, les impulsions sont reliées entre elles par $\hbar k_B$, l'impulsion élémentaire du réseau de Bragg (cf chapitre 4). Elles vérifient donc :

$$2p_0 = \hbar k_B, \tag{5.1a}$$

$$p + p' = \hbar k_B. \tag{5.1b}$$

Il y a *a priori* une infinité de quadruplets d'impulsions $\{p, -p'\} \cup \{-p, p'\}$ vérifiant la condition (5.1b). La source émet des atomes dans quelques unes de ces classes d'impulsion. Pour décrire la source, nous partons du modèle (3.7) du chapitre 3 (cf figure 3.5 du même chapitre). Nous avions discrétisé la source en plusieurs modes de paires d'impulsions indépendantes.

C'est ce que nous avons représenté de nouveau sur la figure 5.2 : le profil du nombre d'atomes détecté est représenté par la courbe jaune. Les bâtonnets décrivent trois modes, d'une couleur différente pour chaque paire d'impulsion corrélée. D'après le chapitre précédent, nous savons que le doublet d'impulsion $\{p_0, -p_0\}$ est échangé par l'interféromètre : nous avons vu un effet de type HOM avec cette paire. Nous savons que le quadruplet d'impulsion $\mathcal{Q}_{\sigma_p} = \{p_0 + \sigma_p, -p_0 + \sigma_p\} \cup \{p_0 - \sigma_p, -p_0 - \sigma_p\}$, qui est créé par la source, est échangé par l'interféromètre car il vérifie bien les conditions (5.1).

Or nous savons que dans le cas où le temps d'application du réseau est suffisamment faible, le modèle (3.7) indique que le quadruplet d'impulsion $\mathcal{Q}_{\sigma_p}$ est

un état de type Bell [1] :

$$|\Psi\rangle \simeq \left(\alpha_1 \hat{a}^\dagger_{p_0+\sigma_p} \hat{a}^\dagger_{-p_0-\sigma_p} + \alpha_{-1} \hat{a}^\dagger_{p_0-\sigma_p} \hat{a}^\dagger_{-p_0+\sigma_p}\right)|0\rangle, \tag{5.2}$$

où les $\alpha_{\pm 1}$ représentent des amplitudes complexes proportionnelles au temps d'application du réseau [2]. Les autres termes sont en $\mathcal{O}\left(|\alpha_{\pm 1}|^2\right)$.

Ce quadruplet $\mathcal{Q}_{\sigma_p}$ est mélangé de la même manière que dans l'expérience de type Rarity-Tapster (cf chapitre 1). Nous pouvons, avec les équations (5.1) et (5.2), attribuer un expérimentateur à chaque interféromètre : Alice pour les impulsions initiales $\{p, -p'\} = \{p_0+\sigma_p, -p_0+\sigma_p\}$ et Bob pour les impulsions initiales $\{p', -p\} = \{p_0 - \sigma_p, -p_0 - \sigma_p\}$. Les voies de sorties en impulsion sont respectivement notées $A_\pm$ et $B_\pm$ (cf figure 5.1).

Nous sommes alors capables de construire un corrélateur E comme décrit dans le chapitre 1 pour ce quadruplet d'impulsion. Il faudra vérifier si les optiques utilisées pour l'expérience HOM (séparatrices et miroirs) conservent leurs propriétés pour des classes hors de la résonance ($\delta = 0$) : c'est l'objet de la section 1.2. La figure 4.4 du chapitre 4 contient toutes les informations dont nous avons besoin pour traiter ce problème.

Interféromètre multiple

Le cas précédent de deux modes formant un quadruplet peut être généralisé à l'ensemble des modes de la source. Dans le cas où le temps d'application du réseau est suffisamment faible pour ne pouvoir considérer que les classes d'impulsions peuplées par zéro ou un atome, le modèle (3.7) se réexprime :

$$|\Psi\rangle \simeq \sum_{\nu=0}^{N_\nu} \left(\alpha_\nu \hat{a}^\dagger_{p_0+\nu\sigma_p} \hat{a}^\dagger_{-p_0-\nu\sigma_p} + \alpha_{-\nu} \hat{a}^\dagger_{p_0-\nu\sigma_p} \hat{a}^\dagger_{-p_0+\nu\sigma_p}\right)|0\rangle, \tag{5.3}$$

où les autres termes sont en $\mathcal{O}\left(|\alpha_{\pm\nu}|^2\right)$ pour tous les modes $\nu \in [0, N_\nu]$. Il y a donc N_ν quadruplets d'impulsion qui sont échangés par l'interféromètre : par référence à la notation utilisée précédemment, nous les notons $\mathcal{Q}_{\nu\sigma_p}$ avec $\nu \in [0, N_\nu]$.

En sortie d'interféromètre, nous aurons une valeur de corrélateur E pour chaque quadruplet $\mathcal{Q}_{\nu\sigma_p}$. Le nombre d'interféromètres de type Rarity-Tapster n'est pas illimité : il dépend du nombre de modes indépendants émis par la source (cf section 2 et chapitre 3) et de la qualité des séparatrices et miroirs hors de la résonance (cf chapitre 4 et 6). Sur ce dernier point, la figure 4.4 du chapitre 4 permet de traiter ce problème.

1. Pour avoir rigoureusement un état de type Bell, il faudrait que les amplitudes $|\alpha_{\pm 1}|$ soient égales.

2. En reprenant le modèle (3.7), nous avons $\alpha_{\pm 1} \propto \kappa_{\pm\sigma_p} T e^{i\varphi_{\pm\sigma_p}}$.

Remarque : deux fonctionnements possibles de l'interféromètre

Soit un état de Bell du type (comparable à celui exprimé en (5.2)) :

$$|\Psi_{\sigma_p}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\hat{a}^\dagger_{p_0+\sigma_p}\hat{a}^\dagger_{-p_0-\sigma_p} + e^{i\phi}\hat{a}^\dagger_{p_0-\sigma_p}\hat{a}^\dagger_{-p_0+\sigma_p}\right)|0,0\rangle, \tag{5.4}$$

faisant intervenir un ensemble de quatre impulsions différentes $\{-p_0-\sigma_p, -p_0+\sigma_p, p_0-\sigma_p, p_0+\sigma_p\}$ avec $\sigma_p < p_0$. Ces impulsions peuvent être échangées par le réseau de Bragg uniquement si l'écart entre deux impulsions correspond au transfert d'impulsion caractéristique du réseau soit $\pm\hbar k_B$ (cf équations 5.1). Pour échanger les quatre impulsions simultanément il y a deux possibilités :

$$|2p_0| = \hbar k_B \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} p_0+\sigma_p \rightleftarrows -p_0+\sigma_p \\ p_0-\sigma_p \rightleftarrows -p_0-\sigma_p \end{cases}, \tag{5.5a}$$

$$|2\sigma_p| = \hbar k_B \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} p_0+\sigma_p \rightleftarrows p_0-\sigma_p \\ -p_0+\sigma_p \rightleftarrows -p_0-\sigma_p \end{cases}. \tag{5.5b}$$

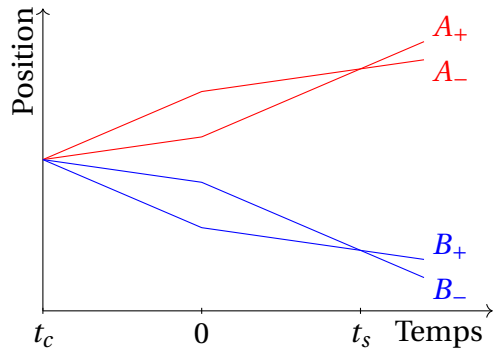


FIGURE 5.3 – Interféromètre possible pour l'expérience de violation des inégalités de Bell. Il correspond au cas (5.5b) où $|2\sigma_p| = \hbar k_B$. L'intérêt est d'avoir des atomes plus séparés en impulsion et en position que dans la figure 5.1.

Les interféromètres de notre expérience vérifient le cas (5.5a), soit $|2p_0| = \hbar k_B$. L'autre possibilité (équation (5.5b)) représentée sur la figure 5.3 a l'avantage d'éloigner spatialement les atomes : c'est un point appréciable pour rendre les optiques indépendantes entre les deux interféromètres (cf chapitre 6) et pour espérer éliminer l'échappatoire de «conspiration des analyseurs» (cf chapitre 1). L'inconvénient de cette solution est qu'elle perd l'interférence de type HOM (qui permet de régler l'interféromètre *via* l'indiscernabilité).

1.2 Calcul du corrélateur E

Nous allons présenter dans ce qui suit le calcul du corrélateur E pour un quadruplet d'impulsion donné.

L'intérêt est aussi d'expliquer les calculs qui ont été effectués dans l'article [171]. Pour cela nous allons revenir sur les optiques (miroir et séparatrice) utilisées pendant l'expérience HOM. Nous allons découvrir l'importance du désaccord sur ces optiques et son effet sur le corrélateur E.

Retour sur l'interféromètre HOM

La condition de résonance ($\delta = 0$) est réglée sur les classes d'impulsions p_0 et $-p_0$. A partir de l'équation (4.23) du chapitre 4, nous trouvons que les matrices d'évolution $\mathscr{U}(t)$, au bout d'une durée $t = t_m$ pour le miroir et $t = t_s$ pour la séparatrice, vérifient :

$$\mathscr{U}_m(\delta = 0) = \begin{pmatrix} 0 & e^{i\varphi_m} \\ -e^{-i\varphi_m} & 0 \end{pmatrix}, \qquad \mathscr{U}_s(\delta = 0) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & e^{i\varphi_s} \\ -e^{-i\varphi_s} & 1 \end{pmatrix}, \tag{5.6}$$

où les indices m et s sont respectivement associés au miroir et à la séparatrice. Les phases φ_m et φ_s proviennent de la phase de la fréquence de Rabi à deux photons du miroir et de la séparatrice notées $\Omega_m = -i|\Omega_m|e^{i\varphi_m}$ et $\Omega_s = -i|\Omega_s|e^{i\varphi_s}$. Ces pulsations ne sont pas forcément égales, ni en phase ni en amplitude. Les durées t_m et t_s vérifient (cf chapitre 4 pour les impulsions π et $\pi/2$) :

$$t_m = \frac{\pi}{|\Omega_m|}, \qquad t_s = \frac{\pi}{2|\Omega_s|}. \tag{5.7}$$

Miroir et séparatrice hors résonance

Nous pouvons déterminer à partir de la matrice d'évolution (4.23) du chapitre 4, la dépendance en δ d'un miroir et d'une séparatrice. Pour mettre le résultat sous une forme analytique simple nous allons supposer que $\tilde{\delta}_{s,m} \ll 1$ (nous en nous préoccuperons lors de l'expérience, section 2) où nous avons défini le désaccord normalisé par la pulsation de Rabi à deux photons par :

$$\tilde{\delta}_{s,m} \triangleq \delta / |\Omega_{s,m}|. \tag{5.8}$$

En prenant l'ordre 0 en $\tilde{\delta}_{s,m}$ nous obtenons :

$$\mathscr{U}_m(\tilde{\delta}_m) \simeq \begin{pmatrix} 0 & e^{i\left(\frac{\pi}{2}\tilde{\delta}_m + \varphi_m\right)} \\ -e^{-i\left(\frac{\pi}{2}\tilde{\delta}_m + \varphi_m\right)} & 0 \end{pmatrix}, \tag{5.9a}$$

$$\mathscr{U}_s(\tilde{\delta}_s) \simeq \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} e^{i\left(\frac{\pi}{4}-1\right)\tilde{\delta}_s} & e^{i\left(\frac{\pi}{4}\tilde{\delta}_s + \varphi_s\right)} \\ -e^{-i\left(\frac{\pi}{4}\tilde{\delta}_s + \varphi_s\right)} & e^{-i\left(\frac{\pi}{4}-1\right)\tilde{\delta}_s} \end{pmatrix}. \tag{5.9b}$$

Nous voyons apparaître une dépendance en désaccord de la phase. Pour voir apparaître une dépendance de l'amplitude de probabilité de réflexion et de transmission au désaccord, il faut pousser le développement limité à l'ordre 1 en $\tilde{\delta}_{s,m}$.

Interféromètres d'Alice et de Bob

Soit un quadruplet d'impulsion répartit entre les interféromètres d'Alice et de Bob. Notons $\mathscr{A}$ (respectivement $\mathscr{B}$) la matrice d'évolution d'un doublet d'impulsion dans l'interféromètre d'Alice (respectivement de Bob). L'interféromètre étant fermé[3] elles vérifient :

$$\mathscr{A} = \mathscr{U}_s(\tilde{\delta}_s|\Omega_s|) \times \mathscr{U}_m(\tilde{\delta}_m|\Omega_m|), \tag{5.10a}$$

$$\mathscr{B} = \mathscr{U}_s(-\tilde{\delta}_s|\Omega_s|) \times \mathscr{U}_m(-\tilde{\delta}_m|\Omega_m|). \tag{5.10b}$$

Ce qui donne après calcul :

$$\mathscr{A} = \begin{pmatrix} \mathscr{A}_{1,1} & \mathscr{A}_{1,2} \\ -\mathscr{A}_{1,2}^* & \mathscr{A}_{1,1}^* \end{pmatrix}, \qquad \mathscr{B} = \begin{pmatrix} \mathscr{B}_{1,1} & \mathscr{B}_{1,2} \\ -\mathscr{B}_{1,2}^* & \mathscr{B}_{1,1}^* \end{pmatrix}, \tag{5.11}$$

avec

$$\mathscr{A}_{1,1} = -\frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\frac{\pi}{4}\tilde{\delta}_s - i\frac{\pi}{2}\tilde{\delta}_m + i(\varphi_s - \varphi_m)}, \qquad \mathscr{B}_{1,1} = \mathscr{A}_{1,1}^* e^{2i(\varphi_s - \varphi_m)},$$

$$\mathscr{A}_{1,2} = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\left(\frac{\pi}{4}-1\right)\tilde{\delta}_s + i\frac{\pi}{2}\tilde{\delta}_m + i\varphi_m}, \qquad \mathscr{B}_{1,2} = \mathscr{A}_{1,2}^* e^{2i\varphi_m}.$$

Lien entre désaccord et impulsion

En utilisant les résultats du chapitre 4, à savoir la condition de résonance (4.13a) et la définition du désaccord δ (4.12b), et en utilisant le fait que la condition de résonance est obtenue pour le doublet d'impulsion $\{-p_0, p_0\}$, nous obtenons que le désaccord dépend linéairement de l'écart en impulsion σ_p.

Pour l'interféromètre d'Alice et de Bob (cf figure 5.1), leur désaccord vérifie respectivement :

$$\delta_A = -\frac{k_B}{m}\sigma_p \qquad \delta_B = +\frac{k_B}{m}\sigma_p. \tag{5.12}$$

En référence à la définition (5.8), nous utiliserons la notation :

$$\tilde{\delta} = \delta_A/|\Omega_{2\text{ph}}| = -\delta_B/|\Omega_{2\text{ph}}|.$$

Nous comprenons alors, avec les équations (5.12) et (5.11), que la phase des interféromètres fermés d'Alice et Bob (cf figure 5.1) vont dépendre du quadruplet d'impulsion sélectionné (voir plus loin l'équation 5.16).

3. Ce qui permet de ne pas tenir compte du déphasage lié à la gravité.

Calcul du corrélateur E pour un état de Bell

Nous allons maintenant nous intéresser au cas hors résonance ($\delta \neq 0$) pour un quadruplet d'impulsion $\mathscr{Q}_{\sigma_p}$ qui vérifie l'état de Bell (5.4).

Un état de départ du type (5.4) est modifié par l'interféromètre en $|\Psi_f\rangle$ vérifiant :

$$|\Psi_f\rangle = \mathscr{A} \otimes \mathscr{B} |\Psi_{\sigma_p}\rangle \tag{5.13}$$

En utilisant l'expression des matrices d'évolutions obtenues en (5.11), $|\Psi_f\rangle$ s'en déduit :

$$\begin{aligned}
|\Psi_f\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\mathscr{A}_{1,1}\mathscr{B}_{1,2} + e^{i\phi}\mathscr{A}_{1,2}\mathscr{B}_{1,1}\right)\hat{a}^\dagger_{p_0+\sigma_p}\hat{a}^\dagger_{p_0-\sigma_p}|0\rangle \\
&+ \frac{1}{\sqrt{2}}\left(-\mathscr{A}^*_{1,2}\mathscr{B}^*_{1,1} - e^{i\phi}\mathscr{A}^*_{1,1}\mathscr{B}^*_{1,2}\right)\hat{a}^\dagger_{-p_0+\sigma_p}\hat{a}^\dagger_{-p_0-\sigma_p}|0\rangle \\
&+ \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\mathscr{A}_{1,1}\mathscr{B}^*_{1,1} - e^{i\phi}\mathscr{A}_{1,2}\mathscr{B}^*_{1,2}\right)\hat{a}^\dagger_{p_0+\sigma_p}\hat{a}^\dagger_{-p_0-\sigma_p}|0\rangle \\
&+ \frac{1}{\sqrt{2}}\left(-\mathscr{A}^*_{1,2}\mathscr{B}_{1,2} + e^{i\phi}\mathscr{A}^*_{1,1}\mathscr{B}_{1,1}\right)\hat{a}^\dagger_{-p_0+\sigma_p}\hat{a}^\dagger_{p_0-\sigma_p}|0\rangle.
\end{aligned} \tag{5.14}$$

Les probabilités conditionnelles après l'interféromètre sont reliées aux états d'impulsion appartenant au quadruplet d'impulsion par :

$$\mathscr{P}_{+,+} = \left|\langle\Psi_f|\hat{a}^\dagger_{p_0+\sigma_p}\hat{a}^\dagger_{p_0+\sigma_p}|0\rangle\right|^2, \qquad \mathscr{P}_{-,-} = \left|\langle\Psi_f|\hat{a}^\dagger_{-p_0+\sigma_p}\hat{a}^\dagger_{-p_0-\sigma_p}|0\rangle\right|^2,$$
$$\mathscr{P}_{+,-} = \left|\langle\Psi_f|\hat{a}^\dagger_{p_0+\sigma_p}\hat{a}^\dagger_{-p_0-\sigma_p}|0\rangle\right|^2, \qquad \mathscr{P}_{-,+} = \left|\langle\Psi_f|\hat{a}^\dagger_{-p_0+\sigma_p}\hat{a}^\dagger_{p_0-\sigma_p}|0\rangle\right|^2.$$

Les notations utilisées sont celles du chapitre 1. Elles sont compatibles avec la figure 5.1 de l'interféromètre : par exemple $\mathscr{P}_{+,-}$ représente la probabilité que Alice détecte un atome en $A+$ alors que Bob en a détecté un en $B-$. Ce qui donne, après calcul, en utilisant l'expression (5.14) de $|\Psi_f\rangle$:

$$\mathscr{P}_{+,+} = \frac{1}{2}\cos^2\left(\pi\tilde{\delta}_m - \tilde{\delta}_s + \frac{\phi}{2}\right), \qquad \mathscr{P}_{-,-} = \mathscr{P}_{+,+}, \tag{5.15a}$$

$$\mathscr{P}_{+,-} = \frac{1}{2}\sin^2\left(\pi\tilde{\delta}_m - \tilde{\delta}_s + \frac{\phi}{2}\right), \qquad \mathscr{P}_{-,+} = \mathscr{P}_{+,-}. \tag{5.15b}$$

Le paramètre E, défini au chapitre 1, vérifie alors :

$$E = \cos\left(2\pi\tilde{\delta}_m - 2\tilde{\delta}_s + \phi\right), \tag{5.16}$$

où

$$\tilde{\delta}_m = -\frac{\sigma_p}{p_B}\frac{\Omega_B}{|\Omega_m|}, \qquad \tilde{\delta}_s = -\frac{\sigma_p}{p_B}\frac{\Omega_B}{|\Omega_s|}, \tag{5.17}$$

où la pulsation Ω_B et l'impulsion p_B du réseau de Bragg vérifient :

$$p_B = \hbar k_B, \qquad \Omega_B = \frac{\hbar k_B^2}{m}. \tag{5.18}$$

Lorsque l'expérience HOM est réglée sur la condition d'indiscernabilité, nous obtenons aussi un interféromètre de type Rarity-Tapster, avec un corrélateur E qui dépend de la phase du miroir et de la séparatrice hors de la résonance.

Cette phase dépend aussi du quadruplet d'impulsion de la source étudié. Nous pouvons étendre ce raisonnement à tous les modes $\nu \in [0, N_\nu]$ tant qu'ils peuvent être considérés comme des états de Bell, à savoir :

$$E = \cos\left[\frac{\nu\sigma_p}{p_B}\left(\frac{\Omega_B}{|\Omega_s|} - \frac{\pi\Omega_B}{|\Omega_m|}\right) + \phi_\nu\right]. \tag{5.19}$$

La phase du mode dépend *a priori* du mode, d'où l'indice ν rajouté à la phase ϕ

Premières remarques

Nous pouvons constater que les phases φ_s et φ_m n'apparaissent pas dans le paramètre E (cf équation (5.16) et (5.19)). Nous n'avons donc pas besoins de contrôler la phase des lasers, ce qui est un autre aspect intéressant du schéma interféromètrique présenté.

Le paramètre E dépend de l'impulsion du quadruplet sélectionné sauf si $|\Omega_m| = \pi|\Omega_s|$. C'est un point intéressant si nous voulons éliminer cette dépendance : nous verrons dans le chapitre 6 l'utilité de cette remarque.

Validité du calcul

Dans le calcul précédent, nous avons supposé deux choses :

— L'état multi-modes (5.3) peut être considéré comme un état de Bell. Pour cela il faut d'abord que le modèle sur lequel se base cette expression soit correcte. C'est l'intérêt de l'étude des distributions, des corrélations et de l'effet HOM (chapitres 3 et 4) : les expériences réalisées sont explicables par ce modèle. Ensuite il faut que les amplitudes de l'expression (5.3) soient les même entre quadruplet échangé ($|\alpha_\nu| = |\alpha_{-\nu}|$). Une étude théorique dans le cas où $|\alpha_\nu| \neq |\alpha_{-\nu}|$, tout comme une description plus détaillée (simulations) de la source, pourrait être menée mais ne sera pas présentée dans ce manuscrit [4]. Nous avons voulu présenter ici une description de base de la source et étudier plus en détail l'interféromètre de type Rarity-Tapster.

4. Nous pouvons toutefois mentionner le résultat : la visibilité du paramètre E est proportionnelle au rapport $2|\alpha_\nu||\alpha_{-\nu}|/(|\alpha_\nu|^2 + |\alpha_{-\nu}|^2)$.

— Le calcul du corrélateur E est valable dans la zone où $\delta \ll \Omega_{2\text{ph}}$. Si cette condition n'est pas vérifiée, les amplitudes de transmission et de réflexion du miroir et de la séparatrice ne sont plus parfaites. Nous avons poussé le calcul du corrélateur E un cran plus loin que dans l'article [171] dans la section suivante.

Miroir parfait et séparatrices imparfaites

D'une manière un peu plus générale, nous pouvons montrer qu'avec un miroir parfait et deux séparatrices, les matrices d'évolution d'Alice et de Bob vérifient :

$$\mathscr{A} = \begin{pmatrix} t_A e^{i\theta_{t_A}} & r_A e^{i\theta_{r_A}} \\ -r_A e^{-i\theta_{r_A}} & t_A e^{-i\theta_{t_A}} \end{pmatrix}, \qquad \mathscr{B} = \begin{pmatrix} t_B e^{i\theta_{t_B}} & r_B e^{i\theta_{r_B}} \\ -r_B^{-i\theta_{r_B}} & t_B e^{-i\theta_{t_B}} \end{pmatrix}, \tag{5.20}$$

avec les coefficients de réflexion et de transmission $\{r_A, r_B, t_A, t_B\}$ réels que l'on peut exprimer en fonction de deux paramètres :

$$\begin{aligned} t_A &= \cos\left(\frac{\gamma_A}{2}\right), & t_B &= \cos\left(\frac{\gamma_B}{2}\right), \\ r_A &= \sin\left(\frac{\gamma_A}{2}\right), & r_B &= \sin\left(\frac{\gamma_B}{2}\right), \\ 1 &= t_A^2 + r_A^2, & 1 &= t_B^2 + r_B^2. \end{aligned}$$

Ces évolutions supposent toujours que la diffraction de Bragg puisse être traitée par des systèmes à deux niveaux (se référer au chapitre 6 pour les conditions de validité de cette assertion). Utilisons comme notation pour les différences de phase entre la phase transmise et la phase réfléchie :

$$\Theta_A = \theta_{t_A} - \theta_{r_A} \qquad \Theta_B = \theta_{t_B} - \theta_{r_B} \tag{5.21}$$

En injectant ces coefficients dans l'état (5.14), le paramètre E s'en déduit :

$$E = V\cos(\Delta\Theta + \phi) + D \tag{5.22}$$

avec

$$\begin{aligned} \Delta\Theta &= \theta_{t_A} - \theta_{r_A} - (\theta_{t_B} - \theta_{r_B}) \\ V &= \sin(\gamma_A)\sin(\gamma_B) \\ D &= -\cos(\gamma_A)\cos(\gamma_B) \end{aligned}$$

L'oscillation en fonction d'une phase $\Delta\Theta$ est toujours présente mais la visibilité V de cette oscillation dépend de la qualité des deux séparatrices. Pour espérer pouvoir violer les inégalités de Bell, il faut que la visibilité soit supérieure à $\sqrt{2}$ ce

qui conduit à une condition sur les réflexions et transmissions des deux séparatrices : si celles d'Alice et de Bob sont identiques nous pouvons aller jusqu'à une disproportion des coefficients [5] proche de 15/85 : l'oscillation du paramètre E est peu sensible à la qualité de la séparatrice. Nous pouvons aussi remarquer la présence d'un terme de décalage (noté D) dans l'oscillation qui tend à faire tendre E vers -1 plus la probabilité de réflexion diminue. Notons enfin que E est toujours compris entre -1 et 1 d'après cette formule.

Discussion

Nous retrouvons dans l'équation (5.19) que le corrélateur E varie sinusoïdalement, similairement à ce qui a été trouvé dans le chapitre 1. Il est important de remarquer qu'il est impossible de faire varier E pour un quadruplet d'impulsion fixé dans cette situation. La seule phase qui persiste correspond soit à la phase propre ϕ du système, soit à l'écart à la résonance du miroir $\tilde{\delta}_m$ et de la séparatrice $\tilde{\delta}_s$, qui est fixé pour un quadruplet d'impulsion et une fréquence de Rabi à deux photons donnés.

La question se pose alors de l'utilité et de l'amélioration d'un tel dispositif :

1. Si la source est multi-modes tel que décrit par l'équation (5.3) et que ces modes peuvent être associés par paire pour former un état de Bell du type (5.4) alors un paramètre E peut être attribué à chaque quadruplet $\mathcal{Q}_{\nu\sigma_p}$ avec $\nu \in [0, N_\nu]$. La situation correspond à «faire varier» le paramètre $2\pi\tilde{\delta}_m - 2\tilde{\delta}_s$ en étudiant plusieurs quadruplets.

2. Une amélioration du dispositif serait de pouvoir contrôler la différence de phase entre Alice et Bob, ce sera l'objet d'étude du chapitre 6. Deux solutions sont envisageables : soit un autre faisceau laser de fréquence différente est appliqué lors de la séparatrice, soit nous modifions la fréquence de Rabi à deux photons en faisant varier l'intensité de chaque bras du réseau (cf équation (5.19)). Chaque méthode à ses avantages et ses inconvénients :

   (i) Dans le premier cas, la différence de phase est un paramètre mesurable. Par interférences optiques entre deux faisceaux laser d'un même bras de réseau, il est possible de remonter à la valeur de la différence de phase au moment de l'application de la séparatrice. La différence de phase est aussi ajustable : avec un synthétiseur de fréquence à deux voies ou un générateur de fonctions arbitraires couplés à des modulateurs acousto-optiques, il est possible de contrôler la différence de phase de faisceaux lasers provenant d'une même source (se référer à la thèse de A. Imanaliev [147] pour

5. Par disproportion nous entendons la valeur du couple transmitivité/réflectivité ou réflectivité/transmitivité, qui vaut 50/50 dans le cas d'une séparatrice parfaite.

plus de détails). Cependant, il est difficile, dans nos conditions expérimentales, de faire cette expérience pour plusieurs quadruplets. Il est quasiment impossible de vérifier l'indiscernabilité en même temps que faire un interféromètre de type Rarity-Tapster. C'est un interféromètre unique : soit nous faisons l'expérience HOM, soit nous faisons l'expérience RT. Nous étudierons ce point en détail dans le chapitre 6.

(ii) Dans le deuxième cas, le caractère multi-mode de la source est bien exploité, il y a plusieurs valeurs de E pour différentes classes d'impulsion et nous pouvons en plus vérifier l'indiscernabilité. Cependant, le contrôle en phase s'avère être moins souple que dans le premier cas car la différence de phase est difficilement mesurable. Il faut alors utiliser un modèle théorique pour estimer la phase, ce qui est moins percutant qu'une mesure. Nous aborderons ce point également dans le chapitre 6.

Comme le contrôle de phase entre Alice et Bob n'est pas réglable, ces multiples interféromètres RT ne peuvent pas en l'état permettre une violation des inégalitées de Bell. Cependant, ils permettent de faire des mesures préliminaires du paramètre E. Si nous partons d'un modèle «classique» avec plusieurs émetteurs thermiques indépendants, résultat qui serait compatible avec l'étude des distributions du chapitre 3, nous pouvons montrer que le corrélateur E serait nul. Or nous allons montrer, dans la section expérimentale qui suit, que E n'est pas nul pour deux quadruplets d'impulsion. Ce résultat préliminaire est très encourageant car il écarte la possibilité d'émetteurs thermiques «classiques».

2 Interférences à quatre modes et deux particules

2.1 Montage et conditions de l'expérience

Le montage reste le même que dans le chapitre 4 précédent. Comme le détecteur MCP reconstruit toutes les classes d'impulsion, c'est en analysant les données hors de la condition de résonance du réseau de Bragg que nous trouvons des résultats de montages de type Rarity-Tapster. C'est une vrai force de notre système de détection par rapport a ceux qui utilisent des photons : généralement, des diaphragmes sélectionnent la partie utile des photons. Dans notre expérience, c'est comme si nous pouvions aligner ces diaphragmes après que l'expérience soit réalisée. Cela conduit nécessairement à une phase d'optimisation du signal lors de l'analyse.

L'étude qui suit s'intéresse au cas où l'interféromètre est réglé sur la condition d'indiscernabilité. D'après la figure 4.11 du chapitre 4, un ensemble de points expérimentaux peut être utilisé : pour des temps de séparatrice compris entre 700 et 750 µs, les corrélations sont basses, et nous supposons que la condition d'indiscernabilité est valable pour ces 3 points. Nous avons donc quelques 2200

réalisations expérimentales dans ces conditions en sommant ces points. Deux autres points semblent vérifier la condition d'indiscernabilité, entre 750 et 800 µs, mais ne sont pas pris en compte. Ces points se retrouvent exclus par la phase d'optimisation lors de l'analyse.

2.2 Expérience

Retour sur le modèle théorique

Nous utilisons dans cette partie le fait que la source soit multi-modes. Nous allons supposer que la source émet des états de Bell du type (5.23a) et que les quadruplets d'impulsions mis en jeu sont bien échangés par l'interféromètre (condition (5.23b)). Se référer à la figure 5.1 pour comprendre les notations utilisées.

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\Big(|p,-p\rangle + e^{i\phi}|-p',p'\rangle\Big), \tag{5.23a}$$

$$p = p_0 + \delta p, \qquad p' = p_0 - \delta p. \tag{5.23b}$$

Nous avons introduit $\delta p = (p - p')/2$. Une façon de décrire la source en modes d'impulsion serait $\delta p = \nu\sigma_p + \varepsilon_p$, où ε_p est une constante ayant la dimension d'une impulsion.

Avec ces hypothèses, il est possible d'appliquer les résultats de la partie théorique précédente dans le cas d'un miroir (respectivement d'une séparatrice) décrivant temporellement une fonction porte de 100 μs (respectivement 50 μs). Il est possible de calculer la phase présente dans le corrélateur E en fonction du quadruplet d'impulsion sélectionné $\mathcal{Q}_{\delta p}$. En reprenant les expressions (5.19) et (5.22) nous obtenons :

$$E = V\cos(\Delta\Theta(\delta p) + \phi) + D, \qquad \Delta\Theta(\delta p) = \Omega_B \frac{\delta p}{p_B}\left(\frac{4}{\pi}t_s - 2t_m\right) \tag{5.24}$$

Dans les conditions de l'expérience, en se basant par rapport à la vitesse de recul v_{rec}, la phase vérifie $\Delta\Theta(\delta p) \simeq 40\delta p/\hbar k_{\mathrm{rec}}$. Concernant la phase ϕ propre à l'état, il est impossible de mesurer sa valeur autrement qu'avec ce type d'interférence. Nous ne connaissons *a priori* pas sa valeur. La visibilité V et le décalage D dépendent de la qualité de transmission et de réflexion du miroir et de la séparatrice.

Nombre d'interféromètres RT

Le nombre d'interféromètres dépend de l'écart entre les modes σ_p. Cet écart est normalement fixé sur la taille du mode obtenu à partir des corrélations d'ordre

2 [111, 147]. Il peut aussi être pris plus petit que le mode : dans ce cas, les modes sont sous-échantillonnés (se référer à l'étude des distributions du chapitre 3). L'optimisation du nombre et de la taille des boîtes en impulsion s'est faite en fonction de la qualité du signal obtenu. Nous avons pu étudier ainsi trois quadruplets d'impulsion, i.e. trois potentielles expériences de type Rarity-Tapster.

La limite que nous nous imposons en excursion hors des conditions de résonnance de Bragg, garantit théoriquement d'avoir un miroir réfléchissant entre 70 et 100 % et une séparatrice à 50(5)% [21]. Nous ne dépassons pas le nombre de trois quadruplets d'impulsion à cause de la difficulté d'interprétation d'un résultat trop «hors résonance» (où le miroir ressemble plus à une séparatrice qu'à un miroir).

Probabilités conditionnelles et corrélations d'ordre 2

Pour mesurer un corrélateur E, nous avons besoin de calculer des probabilités conditionnelles $\mathscr{P}_{\pm,\pm}$ et $\mathscr{P}_{\pm,\mp}$ comme défini dans le chapitre 1. Nous utilisons pour cela les corrélateurs non normalisés entre les voies de sortie d'Alice et de Bob tels que figurant dans les équations (5.25a,5.25b) et nous calculons E à partir de ces expressions (5.25c).

$$\mathscr{P}_{\pm,\pm} = \frac{G^{(2)}_{A_\pm,B_\pm}}{G^{(2)}_{A_+,B_+}+G^{(2)}_{A_-,B_-}+G^{(2)}_{A_+,B_-}+G^{(2)}_{A_-,B_+}}, \tag{5.25a}$$

$$\mathscr{P}_{\pm,\mp} = \frac{G^{(2)}_{A_\pm,B_\mp}}{G^{(2)}_{A_+,B_+}+G^{(2)}_{A_-,B_-}+G^{(2)}_{A_+,B_-}+G^{(2)}_{A_-,B_+}}, \tag{5.25b}$$

$$E = \mathscr{P}_{+,+}+\mathscr{P}_{-,-}-\mathscr{P}_{+,-}-\mathscr{P}_{-,+}. \tag{5.25c}$$

La valeur de E trouvée en (5.24) avec un état de type Bell (5.23a) se retrouve avec cette expression. Cette formule est plus générale car elle permet d'étendre le type d'état à un amplificateur paramétrique multi-modes.

Visibilité du corrélateur E

De la même manière que nous avons estimé la visibilité théorique de l'expérience HOM du corrélateur $G^{(2)}$ (équation 4.27a du chapitre 4), nous pouvons le faire pour le corrélateur E. Cette valeur dépendra du nombre moyen d'atomes émis noté N (attention, le nombre d'atomes détectés est ηN) ayant une impulsion faisant partie du quadruplet $\{p,-p'\}\cup\{p',-p\}$. Dans le cas de miroirs et séparatrices parfaits, la visibilité vérifie [21] :

$$V = \frac{1+N}{1+3N}. \tag{5.26}$$

De la même façon que pour la visibilité du cas HOM nous pouvons tracer cette visibilité en fonction du nombre d'atomes N émis dans chacun des deux modes mis en jeu. C'est ce que nous représentons sur la figure 5.4. Pour que le paramètre BCHSH du chapitre 1 puisse permettre de conclure à une violation des inégalités de Bell, il faut que la visibilité du corrélateur E soit supérieure à $1/\sqrt{2}$ (tracé en pointillé sur la figure), correspondant à un nombre d'atomes émis moyen inférieur à $N_{max} \simeq 0{,}26$.

Incertitudes sur la mesure de visibilité

Pour pouvoir espérer violer les inégalités de 1σ nous pouvons estimer approximativement le nombre de réalisations nécessaires en fonction de N (cadre droit sur la figure 5.4). Elle est le résultat d'une simulation de la visibilité sur un nombre fini de réalisations en tenant compte du rendement quantique du détecteur η. Cette courbe présente un minimum de réalisations d'environ 10000 fichiers pour un nombre moyen d'atomes émis de $N \simeq 0,07$. Dans nos conditions expérimentales, le nombre moyen d'atomes émis est de $N \simeq 0,2$, ce qui est trop proche de la limite à $1/\sqrt{2}$ pour pouvoir espérer une violation. Il faudra donc, dans une prochaine expérience, baisser le nombre d'atomes émis par la source (en diminuant le temps d'interaction avec le réseau).

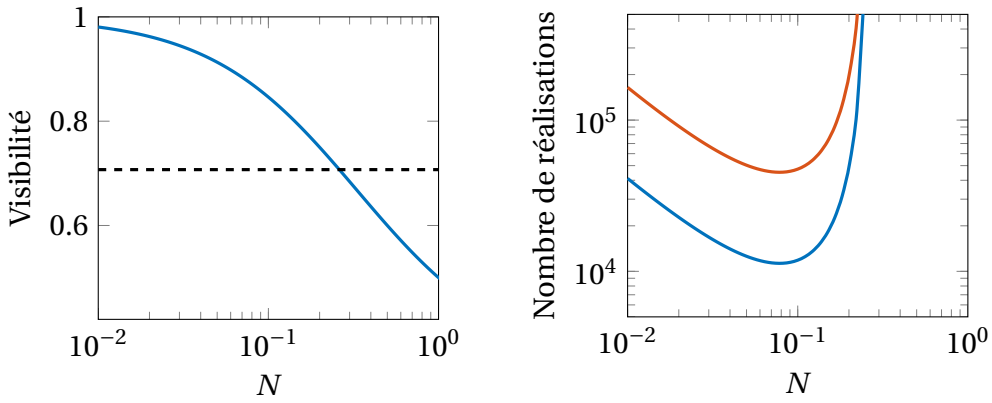


FIGURE 5.4 – Visibilité du corrélateur E (cadre de gauche) et estimation du nombre de réalisations nécessaires pour violer les inégalitées de Bell de 1σ (courbe bleue du cadre droit) et 2σ (courbe rouge du cadre droit). La ligne en pointillés correspond à la limite de $1/\sqrt{2}$ que doit dépasser E pour pouvoir espérer violer les inégalitées de Bell. Pour une visibilité supérieure à $1/\sqrt{2}$ à 1σ, nous devons faire au minimum 10000 réalisations soit 10 jours d'acquisition.

Résultats expérimentaux

Sur la figure 5.6 sont représentées les valeurs des probabilités conditionnelles pour trois quadruplets d'impulsions différents, chacun décrit par une valeur de δp. Par conséquent, il y a trois positions indépendantes (se référer au texte associé au tableau 5.1 pour la taille des boîtes), où une valeur de E peut être extraite.

Nous obtenons trois valeurs de E : $[E_1 = -0{,}34(17); E_2 = -0{,}13(21); E_3 = 0{,}50(20)]$. Ces valeurs sont inférieures à la visibilité théorique, ce qui est un résultat attendu ($|E| \leqslant V$ [21]).

Pos.	N_{A_+}	N_{A_-}	N_{B_+}	N_{B_-}	N_{det}	N_{det}/η	V (5.26)
1	0.057	0.065	0.058	0.074	0.064	0.25	0.71
2	0.052	0.061	0.051	0.057	0.055	0.22	0.73
3	0.036	0.045	0.048	0.057	0.047	0.19	0.76

TABLE 5.1 – Nombre d'atomes détecté sur chacune des voies et calcul de la visibilité en fonction des nombres moyens estimés. Les zones de sélections correspondent à des cylindres d'axe z, de diamètre 0,043 k_{rec} et de hauteur 0,022 k_{rec}. Le nombre moyen d'atomes émis par la source N_{det}/η est estimé à partir des valeurs moyennes d'atomes détectés dans les modes N_{det}, et en prenant $\eta = 0{,}25$.

Il est intéressant de comparer ces valeurs à un mélange d'émetteurs thermiques indépendants. La valeur moyenne de E dans cet état est nulle [6] et les probabilités conditionnelles valent 1/2 [21]. Les résultats E_1 et E_3 ne peuvent donc pas être expliqués par cet état (le corrélateur E_3 est à plus de deux sigmas de cette valeur). Une valeur de corrélateur non nulle est un résultat très encourageant pour pouvoir envisager une expérience de violation des inégalités de Bell.

La valeur de la phase attendue $\Delta\Theta(\delta p)$ est donnée à titre d'information. Nous constatons que E varie en fonction de cette phase, résultat à comparer au résultat théorique (5.24) où E varie sinusoïdalement avec $\Delta\Theta$. Il ne faut pas faire l'erreur de croire que l'oscillation observée en faisant varier δp puisse être utilisée pour la violation des inégalités de Bell : il faut se placer à δp fixe, pour analyser un même quadruplet d'impulsion, et faire varier la phase par un autre moyen [147].

Zone à éclaircir

L'incertitude simulée sur la visibilité ayant servi à tracer la figure 5.4 donne des erreurs sur les corrélateurs plus basses que celles qui sont observées. L'incer-

6. La phase ϕ entre deux émetteurs thermiques (amplificateurs paramétriques) indépendants n'est pas déterminée. En réutilisant les notations de (5.24), le corrélateur E vérifie $E \simeq \cos(\Delta\Theta+\phi)$. La moyenne sur l'ensemble des réalisations donne 0 puisque ϕ est aléatoire.

titude simulée est de 0,06 pour E_1 (contre 0,17 mesuré), 0,02 pour E_2 (contre 0,21 mesuré) et 0,1 pour E_3 (contre 0,2 mesuré). Bien sûr, il n'est pas impossible qu'il y ait d'autre origines à cet écart, comme par exemple des fluctuations de phase à cause des vibrations mécaniques sur la table optique, déjà observées dans la thèse [147].

Cependant, une incertitude sur un paramètre en $V\cos(\Delta\Theta) + D$, où les fluctuations portent sur la visibilité V, est censée tendre vers 0 quand $\cos(\Delta\Theta)$ tend vers 0 (phénomène visible sur la corrélation d'ordre 2 dans l'expérience HOM, cf figure 4.11 du chapitre 4). Or le corrélateur E_2 a une incertitude qui est comparable à celle sur E_1 et celle sur E_3, ce qui paraît en contradiction. Cependant, comme nous l'avions remarqué plus haut, il peut être trompeur de comparer les résultats entres eux. Chaque quadruplet est peut-être peuplé différemment et n'est peut-être pas associable systématiquement à un état de Bell. Nous devons rester prudent sur ce type d'analyse «inter-quadruplets».

Résultat complémentaire

Une étude complémentaire est présentée sur la figure 5.5. Nous pouvons calculer ce que valent des corrélateurs composés de classes d'impulsions différentes. Par exemple nous pouvons mesurer ce que vaut la probabilité conditionnelle $\mathscr{P}^{(1,2)}_{+,+}$ où les indices 1 et 2 correspondent à deux positions différentes [7] : la position 1 pour Alice et la position 2 pour Bob. Il y a en tout 18 configurations possibles qui mènent à des valeur de corrélateurs qui ne mélangent pas les bons quadruplets d'impulsion. Ces modes sont indépendants d'après les corrélations croisées [8] de la source. La valeur de E étant directement reliée à la valeur de ces corrélations (cf équations 5.25), E doit être nul. C'est ce qui est observé : aux incertitudes près, la moyenne de ces corrélateurs est de 0 pour un écart type de 0,12. Nous avons là un niveau de confiance sur la valeur de E sans corrélations : avec ce nouveau critère, E_1 et E_3 sont éloigné à plus de deux fois cet écart-type de la valeur nulle. Cette étude nous conforte une fois de plus sur le fait que les résultats ne peuvent pas s'expliquer par des modes indépendants.

7. Normalement les corrélateurs sont calculés pour le même quadruplet $\mathscr{Q}_{\delta p=\nu\sigma_p+\varepsilon_p}$, ce sont donc les $\mathscr{P}^{(\nu,\nu')}_{\pm,\pm}$ et $\mathscr{P}^{(\nu,\nu')}_{\pm,\mp}$ avec $\nu = \nu'$ qui sont mesurés et permettent de calculer les E_ν.

8. Le $g^{(2)}$ croisé de la source vaut 1 lorsqu'il n'y a pas de corrélations (cf chapitre 3).

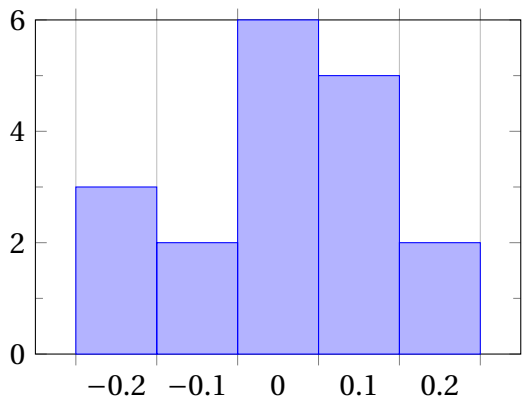


FIGURE 5.5 – Valeur des 18 corrélateurs supposés nuls dans l'expérience. La valeur moyenne de ces corrélateurs est de 0 pour un écart type de 0,12.

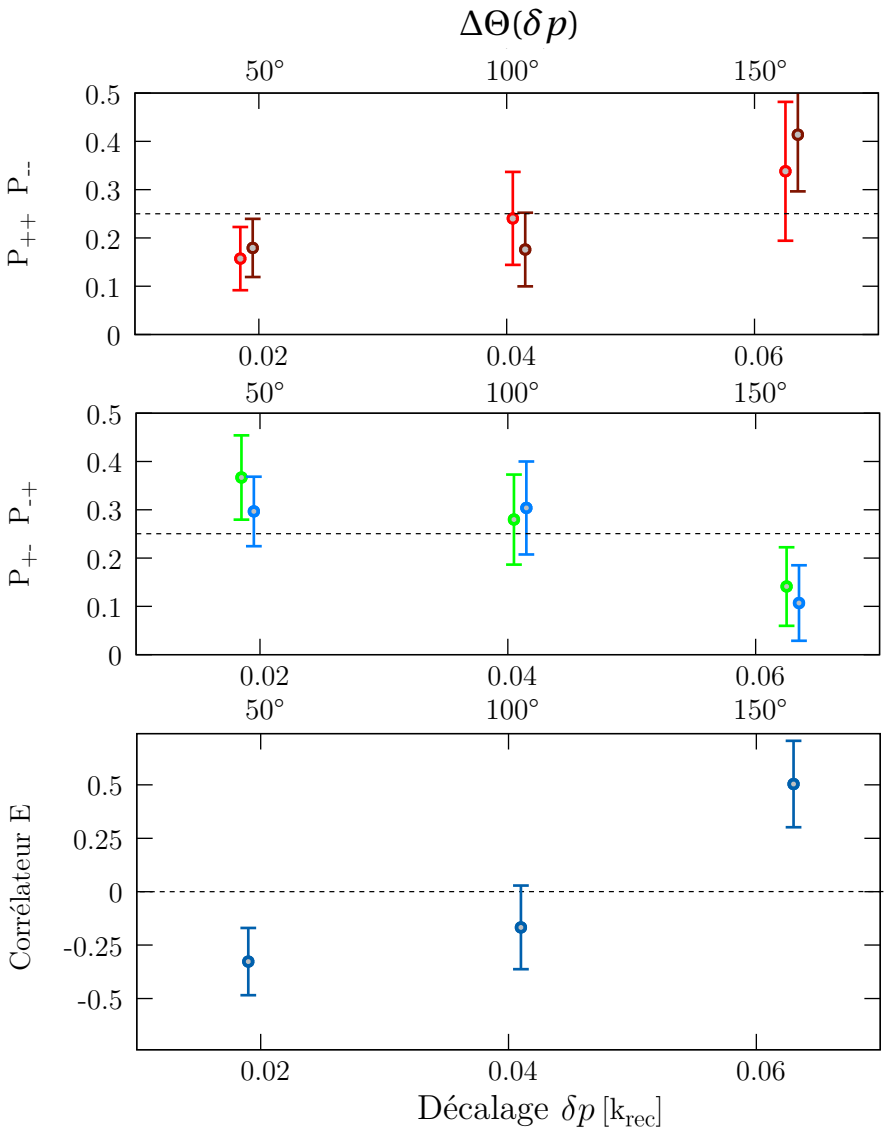


FIGURE 5.6 – Probabilités conditionnelles et corrélateur E pour trois valeurs d'impulsions différentes $\delta p \in \{0,019\ k_{rec}; 0,041\ k_{rec}; 0,063\ k_{rec}\}$ tiré de [21]. Se référer au tableau 5.1 et au texte pour plus de détails.

Conclusion et perspectives

L'étude expérimentale qui a été réalisée nous donne une meilleure connaissance sur la source d'atomes utilisée. En étudiant dans un premier temps ses caractéristiques locales par l'étude des distributions (chapitre 3), nous avons pu montrer que la source est constituée de plusieurs modes, agissant comme des émetteurs thermiques indépendants. Dans un second temps, nous avons montré que l'émission est effectuée par paires non indépendantes, pour un doublet d'impulsions avec l'expérience HOM (chapitre 4) et deux quadruplets d'impulsions via deux valeurs de corrélateurs E non nuls (ce chapitre). Certains des résultats restent tout de même à approfondir comme l'étude des corrélations croisées et locales de la source : est-ce que les désaccords observés avec les modèles théoriques sont d'origine statistique ou existe-t-il d'autres éléments qui ne sont pas pris en compte ? Si oui, quels sont-ils ?

L'expérience décrite dans ce chapitre donne des résultats encourageants car elle permet d'envisager une violation des inégalités de Bell avec des atomes intriqués en impulsion. Le dispositif expérimental ne le permet pas en l'état, il faut l'adapter et l'améliorer sur plusieurs points.

Un point essentiel reste le contrôle de la différence de phase entre Alice et Bob qui est fixe dans cette expérience. Une étude sur des séparatrices adaptées à la source, à deux fréquences et/ou de résonance élargie permettrait d'avoir ce contrôle de phase : c'est ce que nous allons aborder dans le chapitre 6 qui suit.

Une autre caractéristique à améliorer est le temps de cycle de l'expérience et sa stabilité. La limitation de mille fichiers par jour et son manque de stabilité à long terme restreint les capacités de l'expérience. Pour passer à un cycle réduit, nous avons plusieurs pistes concernant la préparation du condensat, nécessitant une visualisation (d'où la caméra, cf chapitre 2).

D'autres pistes sont aussi à étudier comme le recyclage du condensat : peu d'atomes sont extraits pendant le processus de création des paires. Le condensat pourrait en principe être ré-utilisé plusieurs fois. Cette possibilité nécessite une étude approfondie de la source, du transfert Raman et du piégeage optique. Il faudrait transférer les quadruplets d'impulsion hors de la zone de piégeage sans trop perturber le condensat (oscillations, chauffage, etc...), pour garder des conditions initiales de création de paires comparables après plusieurs utilisations. Cette étude n'a pas encore été réalisée et est une amélioration envisageable de l'expérience.

Chapitre 6

Vers un interféromètre adapté : optimisation des séparatrices et du contrôle de phase

***

Sommaire

1 Problématique 130
1.1 Contexte : optiques à atomes par diffraction de Bragg . . 130
1.2 Cahier des charges 131
2 Subtilités de la diffraction de Bragg : théorie 133
2.1 Système à N niveaux 133
2.2 Pulsation de Rabi à 1 et 2 photons dépendant du temps . 137
3 Subtilités de la diffraction de Bragg : cas de la fonction porte . 142
3.1 Cas 1 143
3.2 Cas 2 145
4 Cas d'une pulsation Rabi à deux fréquences 146
4.1 Formalisme et discussion 146
4.2 Comment étudier ce cas ? 148
4.3 Simulations et observations 150
4.4 Discussion 152
4.5 Modifications du montage optique 154
5 Cas de d'une pulsation Rabi en sinus cardinal 157
5.1 Position du problème 157
5.2 Simulations 163
5.3 Contrôle de phase 167

Introduction

Les multiples interféromètres de type Rarity-Tapster que nous avons révélés dans l'expérience HOM est un point essentiel de notre expérience. Elle représente pour nous une avancée importante dans la recherche de violation des inégalités de Bell. Cependant, dans les conditions de l'expérience, nous n'avions pas de contrôle sur ces interféromètres : est-il possible d'en avoir un ? Est-il possible de régler la réflectivité et la phase des optiques à atomes pour chaque quadruplet d'impulsion ?

Une simple étude comme effectuée au chapitre 4 ne permet pas d'y répondre, il faut étudier en détail la diffraction de Bragg : c'est l'objet de ce chapitre.

Nous nous focaliserons sur une étude des séparatrices en impulsion. Elles sont suffisamment riches en détails pour pouvoir discuter de la physique des réseaux de Bragg qui nous intéresse. Elles permettent de mélanger des classes d'impulsions et d'appliquer des différences de phase nécessaires à la violation des inégalitées de Bell (cf chapitre 1). Il reste à faire une étude des miroirs et de leur impact sur le paramètre E : cette étude reste à réaliser et ne sera donc pas présentée dans ce manuscrit. Les techniques utilisées pour faire des miroirs peuvent être empruntées à la RMN [21].

Nous pouvons citer les études théoriques [172, 173], expérimentale [174], ainsi que la thèse de Pierre Dussarrat [21], qui ont inspiré le travail qui suit.

1 Problématique

1.1 Contexte : optiques à atomes par diffraction de Bragg

Dans le chapitre 4, nous avions vu que le Hamiltonien (4.6) peut se réécrire sur la base des états accessibles. Nous nous étions alors restreints à trois niveaux accessibles seulement, mais rien ne nous indique que les états de type $|f, p+2m\hbar k\rangle$ avec $m \in \mathbb{Z}$ autres que $m = 0$ et $m = 1$ ne sont pas peuplés (comme représenté sur la figure 6.1).

Cette remarque est importante lorsque la pulsation de Rabi à deux photons affiche de trop grande variations temporelles. En effet, nous n'avons résolu le système à deux niveaux qu'avec une pulsation fixe pendant un temps T. Ces conditions sont équivalentes à appliquer une pulsation de Rabi à deux photons ayant temporellement la forme d'une fonction porte de largeur T. Une porte courte temporellement (un réseau de Bragg court temporellement) induit une diffraction vers des ordres supérieurs ($|m| > 1$). Le but sera de décrire ce processus, de voir si il existe un moyen simple de le prédire et de savoir quelle(s) échelle(s) de temps entre(nt) en jeux.

De manière générale, nous ne pouvons pas, à partir des résultats du chapitre 4, déterminer de manière analytique le profil de réflectivité lorsque la pulsation de Rabi à deux photons dépend du temps (autre que dans des cas simples du type de la fonction porte). Une étude avec des simulations doit donc être menée pour dégager des caractéristiques plus générales de la diffraction de Bragg.

Par exemple, nous allons voir par la suite qu'une relation de type transformée de Fourier existe entre le profil temporel de la pulsation de Rabi à deux photons et le profil fréquentiel de l'amplitude de réflexion (plus précisément son profil en fonction du désaccord δ). Cette caractéristique explique la forme en sinus cardinal au carré de la réflectivité observée sur la figure 4.4 du chapitre 4.

Ce constat est très intéressant car les transformations de Fourier sont largement étudiées et connues, ce qui donne lieu à plusieurs pistes de réflexion :

— Comment étudier ce type de système ? Le recours à la transformée de Fourier est habituel en électronique ou en traitement du signal, les filtres nécessitant couramment une conversion temps/fréquence. Les filtres sont caractérisés par leur fonction de transfert dont une des représentations est le diagramme de Bode. Nous étudierons la «courbe de gain» et la «courbe de phase» de ces optiques de manière analogue à celle des filtres électroniques. Tout au long de ce chapitre, la façon dont sont abordées les caractéristiques des optiques pour atomes se base sur cette analogie : elle nous permettra d'avoir une meilleure intuition sur le profil de réflectivité.

— Est-ce que le lien de transformation de Fourier reste valable quelque soit le réseau de Bragg appliqué ? Nous allons voir que non : si nous appliquons un réseau trop court, trop long ou avec des variations brutales d'intensité, le profil fréquentiel de réflectivité ne s'explique plus avec une transformée de Fourier. La validité du résultat est restreinte à une zone dont nous allons étudier les contours.

— Quels sont les profils de réflectivité accessibles ? En ayant un profil de réflectivité en sinus cardinal au carré, il est peut-être possible d'obtenir un profil en forme de porte, c'est-à-dire une séparatrice et un miroir parfait pour plusieurs classes d'impulsions. Devons-nous faire varier temporellement la pulsation de Rabi à deux photons en sinus-cardinal, et si oui, comment ? Nous verrons qu'il est théoriquement possible d'élaborer le profil de réflectivité, en modelant le profil temporel de la pulsation de Rabi à deux photons. Ce résultat est expérimentalement accessible par l'utilisation de modulateurs acousto-optiques. Nous n'avons pas de résultats expérimentaux à présenter, mais une expérience récente au SYRTE [174] confirme sa faisabilité.

Il reste à savoir ce que nous cherchons à faire avec ces optiques et établir un cahier des charges : c'est l'objet de ce qui suit.

1.2 Cahier des charges

Nous souhaitons réaliser un interféromètre atomique de type Rarity-Tapster avec des optiques à atomes qui utilise la diffraction de Bragg, pour chercher à violer les inégalités de Bell. Ce projet est associé à plusieurs contraintes :

1. **Accès optique :** Notre accès optique est limité, et va fixer le pas maximum en impulsion $\hbar k_B$ du réseau de Bragg que nous pouvons atteindre. La géométrie du réseau de Bragg est ainsi fixée : nous mesurons (cf chapitre 4) k_B = 0,55 k_{rec}, soit une pulsation du réseau de Bragg $\Omega_B = 2\pi \times$ 25,7 kHz.

2. **Taille des boîtes :** Le réseau de Bragg transfère ou réfléchi des impulsions suivant l'axe vertical. Les variations d'amplitude de réflexion, de transmission et les variations de phase suivant cet axe peuvent être importantes au sein d'une boîte en impulsion [1]. Pour palier ce problème, nous pouvons prendre des boîtes plus petites pour qu'elles ne contiennent que de faibles variations de phase et de réflectivité [2]. Cependant, la taille des volumes en impulsion ne peut pas être choisie inférieure à la résolution du détecteur : la taille de la boîte est limitée par 0,005 k_{rec} sur l'axe vertical.

3. **Contrôle de phase des optiques :** Le contrôle de la phase s'avère être un point clef de ce type d'interféromètre : sans elle, pas de violation des inégalités de Bell. En effet, une telle expérience nécessite que la différence de phase entre deux expérimentateurs, Alice et Bob, soit réglable (cf Chapitre 1). Elle n'était pas réglable dans les interféromètres multiples de type Rarity-Tapster présentés au chapitre 5, elle doit l'être à présent.

4. **Contrôle de la réflectivité des optiques :** Nous avons vu, dans le chapitre 5, que la réflectivité des séparatrices peut jouer sur la visibilité du paramètre E (équation 5.22). La réflectivité d'une séparatrice doit rester dans l'intervalle [15% – 85%] pour espérer une violation des inégalités de Bell (paramètre BCHSH supérieur à 2). Une étude de ce genre devrait aussi être mené sur les miroirs mais n'est pas présenté dans ce manuscrit.

5. **Durée de l'interféromètre :** L'interféromètre ne peut pas être infiniment long, puisque les atomes sont en chute libre et que le réseau à une étendue finie, de l'ordre du centimètre dans notre cas. Pour cette raison, la durée totale de l'interféromètre ne peut pas dépasser environ 40 ms (temps pour lequel le condensat tombe de 1 cm).

Nous construirons donc des optiques qui respectent ces contraintes.

1. Pour rappel, les boîtes en impulsion sont les zones sélectionnées pour toutes les études réalisées. Se référer au tableau comparatif des boîtes utilisées Annexe A

2. Par exemple, avoir une variation très inférieure à π sur une boîte ou avoir une réflectivité pour un miroir qui ne descende pas à 50% sur la boîte.

D'autre aspects peuvent rentrer dans le cahier des charges, sans être nécessaires à la violation des inégalités de Bell : ils peuvent simplifier l'analyse et la vérification du bon fonctionnement de l'expérience :

6. ***Post* sélection :** La possibilité d'étudier un quadruplet d'impulsion après que l'expérience soit réalisée est un véritable atout par rapport aux expérience d'optiques, où les diaphragmes sélectionnant les quadruplets sont fixes. Par exemple, la délimitation des paires d'atomes corrélés en impulsion n'a pas besoin d'être connue précisément avant l'analyse, ce qui enlève une contrainte de calibration sur l'expérience. Cet atout ne doit pas être négligé.
7. **Interféromètre multiple :** Le fait d'avoir plusieurs interféromètres, de type HOM et de type RT (cf chapitre 5), dans une même expérience est une occasion unique de pouvoir réaliser plusieurs expériences de violation des inégalités de Bell en même temps. Associé au point précédent, nous n'aurions plus qu'à choisir le meilleur quadruplet vérifiant la violation. Le fait de conserver l'interféromètre HOM, permettrait de vérifier la condition d'indiscernabilité, témoin du bon fonctionnement des optiques et de la source.
8. **Surveillance de la différence de phase :** Le réglage de la différence de phase entre Alice et Bob dans un interféromètre de type RT peut s'accompagner d'une vérification optique. En effet, le carré de la valeur absolue de la pulsation de Rabi à deux photons est proportionnelle à l'intensité du réseau de Bragg. Une photodiode peut être utilisée pour mesurer une différence de phase. C'est une calibration qui avait été réalisée dans la thèse d'Almazbeck Imanaliev [147]. L'intérêt est de pouvoir mesurer cette différence de phase et de s'affranchir d'un modèle théorique pour la déterminer.

2 Subtilités de la diffraction de Bragg : théorie

2.1 Système à N niveaux

Dans le chapitre 4, nous avions vu que le Hamiltonien (4.6) peut se réécrire sur la base des états accessibles. Nous nous étions alors restreints à trois niveaux accessibles seulement, à savoir les niveaux $|f,p\rangle$, $|e,p+\hbar k\rangle$ et $|f,p+2\hbar k\rangle$. Les états d'ordre supérieurs ont été négligés : nous allons les étudier, en commençant par les représenter (cf figure 6.1) et utiliser de nouvelles notations.

Pour cette étude nous allons simplifier les notations : les états accessibles à partir du niveau $|f,p\rangle$ sont tout les états fondamentaux $|f,p'\rangle$ vérifiant $p' = p+2m\hbar k$ où $m \in \mathbb{Z}^*$ et tout les états excités $|e,p'\rangle$ vérifiant $p' = p+(2m'+1)\hbar k$ où $m' \in \mathbb{Z}$. Nous remarquons qu'il y a un nombre pair de photons échangés pour

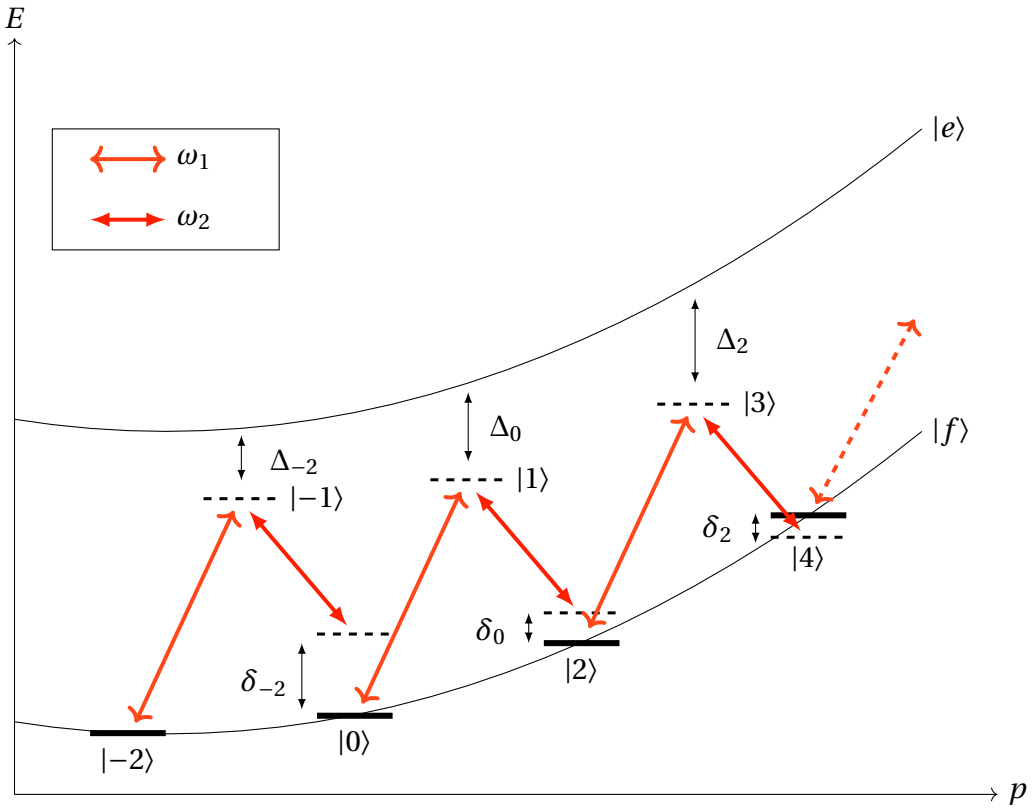


FIGURE 6.1 – Représentation de plusieurs états d'énergies couplés au champs électrique.

passer d'un état fondamental à un autre alors qu'il faut un nombre impair de photons pour passer d'un état fondamental à un état excité. Nous introduisons alors la notation $|n\rangle$ avec $n \in \mathbb{Z}$ où $|n|$ correspond au nombre de photons échangés depuis l'état fondamental. Le signe de n indique le sens des échanges de photons : un signe négatif équivaut à retrancher une impulsion alors qu'un signe positif équivaut à ajouter une impulsion. Si n est impair, l'état est forcément dans le niveau excité et si n est pair, l'état est dans le fondamental. Ainsi nous avons :

$$\begin{aligned} |n\rangle &= |f, p + n\hbar k\rangle \text{ Pour n pair,} \\ |n\rangle &= |e, p + n\hbar k\rangle \text{ Pour n impair.} \end{aligned}$$

Notons $\mathscr{B}_{n_i,n_f} = \{|n\rangle; n \in [n_i, n_f]\}$, la base étendue à l'ensemble des $N-1 = n_f - n_i$ niveaux accessibles[3] depuis l'état $|0\rangle$. A l'aide de la relation (4.7) du chapitre 4 le Hamiltonien total du système peut se réécrire sous la forme (6.1) où

3. Nous sous-entendons ici que nous tronquons une nouvelle fois la base $\mathscr{B} = \{|n\rangle; n \in \mathbb{Z}\}$ à un ensemble d'états qui va de $|n_i\rangle$ à $|n_f\rangle$ en passant par $|0\rangle$. Par ailleurs, les deux conditions $n_i \leqslant 0$ et $n_f \geqslant 0$ en découlent.

$\chi = \hbar\Omega_1^* e^{-i\omega_1 t} + \hbar\Omega_2 e^{i\omega_2 t}$ et E_n est l'énergie de l'état $|n\rangle$.

$$\hat{H} = \begin{pmatrix} E_{n_i} & \chi^* & & & & & \\ \chi & \ddots & \ddots & & & \mathbf{0} & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & & & \\ & & \chi & E_{n_i+j} & \chi^* & & \\ & & & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & \mathbf{0} & & & \ddots & \ddots & \chi^* \\ & & & & & \chi & E_{n_f} \end{pmatrix}. \tag{6.1}$$

Décomposons l'état du système $|\Psi(t)\rangle$ dans la base $\mathscr{B}_{i,f}$. Il vient :

$$|\Psi(t)\rangle = \sum_{m=n_i}^{n_f} C_m(t) e^{-i\frac{E_m}{\hbar}t} |m\rangle.$$

Pour simplifier l'étude temporelle de l'état $|\Psi(t)\rangle$ nous fixons arbitrairement le nombre de niveaux N à un nombre impair et n_i et n_f à des nombres paire. Comme nous l'avons montré pour le système à $N = 3$ niveaux, nous pouvons restreindre l'étude des N niveaux à une étude sur les niveaux fondamentaux moyennant certaines hypothèses. Le principe est le même et les étapes pour arriver au système d'équations couplées (4.18) du chapitre 4 sont listées ci-dessous :

- Déterminer le système d'équations $\dot{\boldsymbol{C}}_{\mathscr{B}_{n_i,n_f}}(t) = M\boldsymbol{C}_{\mathscr{B}_{n_i,n_f}}(t)$ à partir de l'équation de Schrödinger et du Hamiltonien (6.1).
- Utiliser l'approximation des ondes tournantes en éliminant les termes en $e^{\pm i\omega_{1,2}t}$. Les termes conservés dépendent des pulsations Δ_n et δ_n définies pour n pair et $n \in [n_i, n_f - 2]$ par :

$$\Delta_n = \frac{E_{n+1} - E_n}{\hbar} - \omega_1, \tag{6.2a}$$

$$\delta_n = \omega_1 - \omega_2 - \frac{E_{n+2} - E_n}{\hbar}. \tag{6.2b}$$

  Le désaccord δ_0 correspond donc au désaccord noté δ dans les chapitres précédents (cf figure 6.1).
- Montrer que Δ_n dépend peu de n pour une nombre de niveaux considérés relativement grands [4] . Écrire alors $\Delta_n \simeq \Delta$.

4. $\Delta = 2\pi \times 600$ MHz et les variations associées à n sont de l'ordre de $n\hbar k^2/2m \simeq 2\pi n \times 13$ kHz, ce qui est négligeable. L'hypothèse est toujours valide même si la base $\mathscr{B}_{n_i,n_f}$ contient une centaine d'éléments, alors que l'on restreint en général notre analyse à une dizaine de niveaux.

- Supposer que $\delta_n \ll \Delta$, $|\Omega_{1,2}| \ll \Delta$ et que $|\dot{\Omega}_{1,2}| \ll \Delta^2$.
- Intégrer par parties les amplitudes C_n correspondants aux états excités (n impairs) et ne conserver que les termes en $|\Omega_{1,2}|/\Delta$ en utilisant les hypothèses précédentes.
- Injecter l'expression des $\{C_n, \text{n impaire}\}$ trouvés précédemment dans les équations portant sur $\{\dot{C}_n, \text{n paire}\}$. Il ne reste plus que des équations portant sur les amplitudes $\{C_n, \text{n paire}\}$.

En utilisant la notation :

$$\mathcal{C}(t) = \begin{pmatrix} C_{n_i}(t) \\ C_{n_i+2}(t) \\ \vdots \\ C_{n_f}(t) \end{pmatrix}, \qquad \dot{\mathcal{C}}(t) = i\mathscr{S}\mathcal{C}(t). \tag{6.3}$$

les étapes précédentes permettent de trouver la matrice $\mathscr{S}$ écrite ci-dessous.

$$\mathscr{S} = \begin{pmatrix} \frac{|\Omega_1|^2}{\Delta} & \frac{\Omega_{2\text{ph}}}{2} e^{i\delta_{n_i} t} & & & & & \\ \frac{\Omega^*_{2\text{ph}}}{2} e^{-i\delta_{n_i} t} & \frac{|\Omega_1|^2+|\Omega_2|^2}{\Delta} & \ddots & & & 0 & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & & & \\ & & \frac{\Omega^*_{2\text{ph}}}{2} e^{-i\delta_m t} & \frac{|\Omega_1|^2+|\Omega_2|^2}{\Delta} & \frac{\Omega_{2\text{ph}}}{2} e^{i\delta_{m+2} t} & & \\ & & & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & 0 & & & \ddots & \ddots & \frac{\Omega_{2\text{ph}}}{2} e^{i\delta_{n_f} t} \\ & & & & & \frac{\Omega^*_{2\text{ph}}}{2} e^{-i\delta_{n_f} t} & \frac{|\Omega_2|^2}{\Delta} \end{pmatrix}. \tag{6.4}$$

Remarque 1 :

Les termes diagonaux sont en $\left(|\Omega_1|^2 + |\Omega_2|^2\right)/\Delta$ sauf pour les termes extrémaux. Il n'y a pas besoin de faire l'approximation que $|\Omega_1| = |\Omega_2|$ pour simplifier les équations, il suffit de tronquer $\mathscr{S}$ en supposant que les niveaux extrémaux ne sont pas peuplés.

Remarque 2 :

Une condition de résonance peut être trouvée pour chaque niveau n pair. Avant de poursuivre, reprenons deux caractéristiques du réseaux de Bragg (cf

équation (5.18) du chapitre 5) que sont sa pulsation et son impulsion propre :

$$\begin{aligned}\Omega_B &= \frac{\hbar k_B^2}{m},\\ p_B &= \hbar k_B.\end{aligned}$$

Ces caractéristiques ne dépendent que de la géométrie du réseau, i.e. l'angle entre les deux faisceaux, dont dépend le terme k_B : c'est une des contraintes exprimée dans le cahier des charges (contrainte n° 1 section 1.2). Nous allons énoncer quelques propriétés des désaccords en fonctions de ces quantités.

Définissons p_0 comme vérifiant la condition de résonance du niveaux $n = 0$, soit $\delta_0(p_0) = 0$. L'impulsion p_0 peut être choisie en ajustant le désaccord des lasers $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$ (cf chapitre 4). D'après 6.2b, il vient :

$$\delta_0(p) = \frac{\Omega_B}{p_B}(p_0 - p). \tag{6.6}$$

où p_0 vérifie :

$$p_0 = p_B\left(\frac{\Delta\omega}{\Omega_B} - \frac{1}{2}\right). \tag{6.7}$$

Remarquons que les variations de $\delta_0(p)$ et de p sont opposées. La séparation $\delta_n - \delta_{n-2}$ correspond à l'écart d'énergie entre deux états $|f, p + n\hbar k\rangle$ et $|f, p + (n-2)\hbar k\rangle$ et est fixée par la géométrie du réseau car ne dépend que de k_B :

$$\delta_n(p) - \delta_{n-2}(p) = -\Omega_B. \tag{6.8}$$

Chaque désaccord vérifie alors en fonction de $\delta_0(p)$:

$$\delta_n(p) = \delta_0(p) - \frac{n}{2}\Omega_B, \tag{6.9a}$$

$$\delta_n(p) = \frac{\Omega_B}{p_B}(p_n - p), \tag{6.9b}$$

où (6.9b) est une autre formulation de (6.9a) qui consiste à introduire p_n l'impulsion résonnante du niveau n vérifiant $\delta_n(p_n) = 0$:

$$p_n = p_0 - \frac{n}{2}p_B. \tag{6.10}$$

Les expressions (6.9) nous informent que chaque δ_n satisfait à une condition de résonance pour une fréquence ou une impulsion qui dépend de la géométrie du réseau. En effet, l'écart en pulsation (respectivement en impulsion) entre chaque résonance consécutive est Ω_B (respectivement p_B). Nous étudierons l'effet de cet écart sur la diffraction aux ordres supérieurs dans un exemple traité dans la section (3).

2.2 Pulsation de Rabi à 1 et 2 photons dépendant du temps

Modulation d'amplitude dans un modulateur acousto-optique

Jusqu'ici nous avons considéré les champs électriques comme n'ayant comme dépendance temporelle qu'un terme oscillant à une pulsation donnée ω_1 ou ω_2. A l'aide d'un modulateur acousto-optique, il est possible de venir moduler l'amplitude et la phase de ce champ électrique. Nous considérons que nous venons moduler en amplitude et en phase une porteuse qui se trouve dans le domaine infrarouge (transition $2^3S_1 \rightarrow 2^3P_2$ de l'hélium).

Prenons l'exemple d'un signal envoyé dans un modulateur acousto-optique de fréquence[5] ω_{ac} et d'amplitude $A(t)$ dépendant du temps. L'indice du cristal sera modulée à la pulsation ω_{ac} et dépendra de l'amplitude $A(t)$ du signal. Un faisceau laser de pulsation ω_l et d'amplitude fixe traversant le modulateur acousto-optique voit une modulation d'indice. Le champs électrique du laser en sortie de modulateur vérifie l'équation (6.11a) où $\mathscr{E}_0$ est fixe et φ est une phase fixe arbitraire [175]. Nous obtenons ensuite la forme (6.11b) en utilisant le fait qu'une exponentielle complexe d'une fonction sinusoïdale se décompose sur la base des fonction de Bessel $J_p(x)$. Nous définissons ensuite en (6.11c) le champ électrique d'ordre p :

$$\mathscr{E}(t) = \mathscr{E}_0 e^{-i\omega_l t} e^{i\alpha A(t) cos(\omega_{\text{ac}} t+\varphi)} + \text{c.c.}, \tag{6.11a}$$

$$= \mathscr{E}_0 e^{-i\omega_l t} \sum_{p=-\infty}^{\infty} i^p J_p\left[\alpha A(t)\right] e^{-ip(\omega_{\text{ac}} t+\varphi)} + \text{c.c.}, \tag{6.11b}$$

$$\mathscr{E}_p(t) \triangleq \mathscr{E}_0 J_p\left[\alpha A(t)\right] i^p e^{i(-p\omega_{\text{ac}}-\omega_l)t - ip\varphi} + \text{c.c.}. \tag{6.11c}$$

Expérimentalement, nous pouvons sélectionner, en sortie de modulateur acousto-optique, l'ordre de diffraction p car les ordres sont séparés angulairement. En sélectionnant l'ordre $p = -1$, (6.11c) peut être approximé par (6.12) en utilisant une amplitude $A(t)$ suffisamment faible. Cette condition se résume à $\alpha A(t) \ll 1$ qui peut se vérifier expérimentalement. Si la puissance radio-fréquence envoyée au modulateur acousto-optique est proportionnelle à l'intensité de l'onde diffractée, nous sommes dans le bon régime : cela veut dire que $J_{-1}\left[\alpha A(t)\right] \simeq \alpha A$ soit $\alpha A \ll 1$. Il vient :

$$\mathscr{E}_1(t) \propto A(t) e^{i\varphi} e^{-i(\omega_l-\omega_{\text{ac}})t} + \text{c.c.}. \tag{6.12}$$

Moduler l'amplitude du signal radio-fréquence envoyées au modulateur acousto-optique revient à moduler en amplitude une porteuse de pulsation $\omega_l - \omega_{\text{ac}}$. Il est ainsi possible de former un champ électrique envoyé sur les atomes qui a la

5. Expérimentalement, le signal est radio-fréquence de fréquence 200 MHz.

forme suivante :

$$\mathcal{E}\cdot\mathbf{e_y} \propto \frac{A_1(t)}{2}e^{i\varphi_1}e^{i(kz-\omega_1 t)} + \frac{A_2(t)}{2}e^{i\varphi_2}e^{-i(kz-\omega_2 t)} + \text{c.c.}. \tag{6.13}$$

La pulsation de Rabi à un photon définie en (4.5) devient dépendante du temps :

$$\Omega_{1,2}(t) \propto A_{1,2}(t)e^{-i\varphi_{1,2}}. \tag{6.14}$$

Ce que nous venons de montrer c'est que l'amplitude et la phase de la pulsation Rabi à un photon peuvent être modifiées expérimentalement en appliquant une modulation d'amplitude et de phase sur le signal radio-fréquence envoyée au modulateur acousto-optique.

Remarquons que la dépendance linéaire de la pulsation de Rabi à deux photons en fonction de l'amplitude du signal radio-fréquence (cf équation (6.14)), n'est valable qu'en simple passage, en sélectionnant l'ordre +1 ou -1. Un modulateur acousto-optique utilisé en double passage ne présentera pas les mêmes caractéristiques : la dépendance ne sera plus linéaire mais quadratique. Nous le verrons par la suite, ce phénomène nous amènera à changer notre montage optique en privilégiant le simple passage.

Nous allons montrer dans la partie suivante, qu'il existe un lien entre la probabilité d'être dans un état donné et la transformée de Fourier de la pulsation de Rabi à deux photons, en fonction de δ et pour un temps fixé. La modulation en amplitude du signal envoyé à l'acousto-optique dépend donc du profil de réflectivité des optiques à atomes que nous souhaitons créer.

Une contrainte pourrait alors s'ajouter au cahier des charges (section 1.2) : est-ce que les optiques à atomes sont-elles toutes accessibles expérimentalement ? Y-a-t'il des limitations due aux modulateurs acousto-optiques ? Nous pouvons déjà répondre que les simulations présentées dans ce chapitre sont toutes accessibles expérimentalement. Le temps de réponse d'un modulateur acousto-optique et de l'électronique utilisée est de l'ordre d'une dizaine de nano-secondes, suffisant pour construire les profils de pulsation de Rabi à deux photons souhaités.

Transformée de Fourier de la pulsation Rabi à deux photons

Pour trouver où intervient la transformée de Fourier de la pulsation Rabi à deux photons nous devons commencer par exprimer un Hamiltonien effectif du système comme effectué pour le Hamiltonien à deux niveaux (4.19).

Reprenons le système d'équations couplées pour plusieurs niveaux fondamentaux (6.3). Nous allons supposer que pour tout coefficient $|C_n|$ avec n pair, $|C_n| \ll |C_{0,i}| \simeq 1$ où $|C_{0,i}|$ représente la population initiale dans l'état $|0\rangle$. Comme la population de chaque niveau dépend de la population des niveaux adjacents,

plus le niveau est éloigné de $|0\rangle$, moins il a de chance d'être peuplé. Nous pouvons donc raisonnablement tronquer la matrice (6.4) en se restreignant à une base de 2N+1 éléments $\mathscr{B}_{-2N,2N} = \{C_{2m}; m \in \{-N, -N+1, ..., N\}\}$ et réexprimer ainsi un Hamiltonien effectif du système (6.15) :

$$\hat{H}_{\text{eff}} = \hat{H}_{0,\text{eff}} + \hat{W}, \tag{6.15}$$

avec $\hat{H}_{0,\text{eff}}$ l'hamiltonien effectif non perturbé vérifiant :

$$\hat{H}_{0,\text{eff}} = \begin{pmatrix} \tilde{E}_{-2N} & & & & \\ & \ddots & & \mathbf{0} & \\ & & \tilde{E}_0 & & \\ & \mathbf{0} & & \ddots & \\ & & & & \tilde{E}_{2N} \end{pmatrix}, \tag{6.16}$$

où les termes diagonaux $\tilde{E}_{2m}$ sont les énergies des niveaux fondamentaux $|2m\rangle$ affectés d'un changement de référence : $\tilde{E}_{2m} = E_{2m} - \frac{|\Omega_1|^2+|\Omega_2|^2}{\Delta}$. La perturbation du système $\hat{W}$ s'écrit :

$$\hat{W}(t) = -\hbar \begin{pmatrix} 0 & \frac{\Omega_{2\text{ph}}(t)}{2} e^{i\Delta\omega t} & & \mathbf{0} \\ \frac{\Omega^*_{2\text{ph}}(t)}{2} e^{-i\Delta\omega t} & \ddots & \ddots & \\ & \ddots & \ddots & \frac{\Omega_{2\text{ph}}(t)}{2} e^{i\Delta\omega t} \\ \mathbf{0} & & \frac{\Omega^*_{2\text{ph}}(t)}{2} e^{-i\Delta\omega t} & 0 \end{pmatrix}. \tag{6.17}$$

Nous allons traiter dans la suite $\hat{W}$ comme une perturbation de $\hat{H}_{0,\text{eff}}$ et appliquer la théorie des perturbations dépendant du temps [176]. En considérant que pour tout $n \in \{-2N, -2N+2, ..., 2N\} \setminus \{0\}$ les coefficients initiaux vérifient :

$$C_{n,i} = 0 \qquad\qquad C_{0,i} = 1,$$

et à tout instant :

$$|C_n(t)| \ll |C_0(t)| \simeq 1. \tag{6.18}$$

La condition initiale est prise en $t \to -\infty$ et finale en $t \to +\infty$. Un champ électrique réaliste dans nos conditions expérimentales aurait bien évidemment une durée finie, commençant à t=0 et finissant en t=T. Ce fenêtrage temporel aura

une conséquence sur le profil de réflectivité (cf section 5). D'une manière générale nous pouvons écrire pour toute amplitude de probabilité :

$$\begin{aligned} C_n(t\to\infty,\delta_0) &= \frac{1}{i\hbar}\int_{-\infty}^{\infty} C_{n-2}(t)\langle n|\hat{W}(t)|n-2\rangle e^{i\frac{\tilde{E}_n-\tilde{E}_{n-2}}{\hbar}t}dt \\ &+ \frac{1}{i\hbar}\int_{-\infty}^{\infty} C_{n+2}(t)\langle n|\hat{W}(t)|n+2\rangle e^{i\frac{\tilde{E}_n-\tilde{E}_{n+2}}{\hbar}t}dt. \end{aligned} \tag{6.19}$$

D'après la forme de (6.17) nous obtenons à partir de 6.19 :

$$\begin{aligned} C_n(t\to\infty,\delta_0) &= \frac{i}{2}\int_{-\infty}^{\infty} C_{n-2}(t)\Omega^*_{2\mathrm{ph}}(t)e^{-i\delta_{n-2}t}dt \\ &+ \frac{i}{2}\int_{-\infty}^{\infty} C_{n+2}(t)\Omega_{2\mathrm{ph}}(t)e^{i\delta_n t}dt. \end{aligned} \tag{6.20}$$

Nous pouvons utiliser la théorie des perturbations dépendantes du temps pour trouver que l'amplitude de probabilité des niveaux fondamentaux adjacents à $|0\rangle$ (i.e. $|-2\rangle$ et $|2\rangle$) dépend de la transformée de Fourier[6] de la fréquence de Rabi à deux photons :

$$\begin{aligned} C_2(t\to\infty,\delta_0) &\simeq \frac{1}{i\hbar}\int_{-\infty}^{\infty} C_0(t)\langle 2|\hat{W}|0\rangle e^{i\frac{\tilde{E}_2-\tilde{E}_0}{\hbar}t}dt \\ &\quad + \frac{1}{i\hbar}\int_{-\infty}^{\infty} C_4(t)\langle 2|\hat{W}|4\rangle e^{i\frac{\tilde{E}_2-\tilde{E}_4}{\hbar}t}dt, && \text{(6.21a)} \\ &\simeq \frac{1}{i\hbar}\int_{-\infty}^{\infty} \langle 2|\hat{W}|0\rangle e^{i\frac{E_2-E_0}{\hbar}t}dt, && \text{(6.21b)} \\ &\simeq \frac{i}{2}\int_{-\infty}^{\infty} \Omega^*_{2\mathrm{ph}}(t)e^{-i\delta_0 t}dt, && \text{(6.21c)} \end{aligned}$$

soit :

$$\begin{aligned} C_2(t\to\infty,\delta_0) &\simeq \frac{i}{2}\mathrm{TF}\left[\Omega^*_{2\mathrm{ph}}(t)\right]\{\delta_0\}, && \text{(6.22a)} \\ C_{-2}(t\to\infty,\delta_{-2}) &\simeq \frac{i}{2}\mathrm{TF}\left[\Omega_{2\mathrm{ph}}(t)\right]\{-\delta_{-2}\}. && \text{(6.22b)} \end{aligned}$$

où δ_0 et δ_{-2} sont définis par (6.2b).

Comme nous avons fait un développement perturbatif avec $|C_0| \simeq 1$, en notant $\alpha = \max(C_{\pm 2}(t\to\infty,\delta)/C_0)$ nous avons $|\alpha| \ll 1$. Comme $\hat{W}(t)$ ne fait intervenir que des termes adjacents, nous constatons d'après (6.19) que tous les termes $|C_{\pm 2m}|$ sont en $\mathcal{O}(|\alpha|^m)$ ce qui permet de valider *a posteriori* le fait d'avoir enlevé la contribution $C_4(t)$ en passant de la ligne (6.21a) à la ligne (6.21b).

6. La transformée de Fourier est définie par $\mathrm{TF}\left[f(t)\right]\{2\pi\nu\} = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-i2\pi\nu t}dt$.

Nous pouvons aussi généraliser l'étude pour avoir un ordre de grandeur des coefficients $C_{\pm 2m}$ d'ordre supérieur. En utilisant l'expression (6.9a) que satisfait l'écart à la résonance δ_{2m}, nous obtenons que pour tout $m \geq 1$:

$$C_{2m}(t \to \infty, \delta_0) \simeq \prod_{l=0}^{m-1} \left[\left(\frac{i}{2}\right)^{l+1} \mathrm{TF}\left[\Omega^*_{2\mathrm{ph}}(t)\right] \{\delta_0 - l\Omega_B\} \right], \tag{6.23a}$$

$$C_{-2m}(t \to \infty, \delta_0) \simeq \prod_{l=1}^{m} \left[\left(\frac{i}{2}\right)^{l} \mathrm{TF}\left[\Omega_{2\mathrm{ph}}(t)\right] \{-\delta_0 - l\Omega_B\} \right]. \tag{6.23b}$$

Nous constatons que l'amplitude du coefficient C_{+2m} (resp. C_{-2m}) pour $m \geq 2$ dépend du recouvrement entre m répliques de la transformée de Fourier de $\Omega^*_{2\mathrm{ph}}$ (resp. $\Omega_{2\mathrm{ph}}$), écartées l'une de l'autre par une pulsation Ω_B.

Nous allons voir dans la partie suivante que la transformée de Fourier de la fréquence de Rabi à deux photons permet de rendre compte, dans les cas qui nous intéressent, du comportement des amplitudes de diffraction en fonction du désaccord.

La section 3 a pour but de montrer comment ces différents résultats s'articulent dans le calcul des amplitudes des coefficients $C_{\pm 2m}(\delta_0)$ en fonction de δ_0.

3 Subtilités de la diffraction de Bragg : cas de la fonction porte

Nous pouvons retrouver les expressions trouvées dans la section 1 en prenant :

$$|\Omega_{2\mathrm{ph}}(t)| = \begin{cases} \Omega_M \text{ pour } t \in [0, T] \\ 0 \end{cases}. \tag{6.24}$$

Une manière d'exprimer le temps de cette impulsion est de le comparer à Ω_M :

$$\tilde{T} = T\frac{\Omega_M}{2\pi}, \tag{6.25}$$

où $\tilde{T}$ représente un temps adimensionné. Remarquons que la condition d'obtention d'un miroir comme énoncé dans la section 1 s'écrit $\tilde{T} = 1/2$ et la condition $\tilde{T} = 1/4$ correspond au cas d'une séparatrice. La valeur de $\tilde{T}$ pour $\tilde{T} \leq 1/2$ est un indicateur du maximum de probabilité de diffraction.

La transformée de Fourier de cette impulsion va nous permettre de dégager l'essentiel du contenu physique de cet exemple. En effet nous allons utiliser la théorie des perturbations dépendantes du temps pour calculer l'amplitude des coefficients diffractés en appliquant le résultat (6.23). Ce résultat nous indique que l'amplitude des coefficients diffractés C_{2m} (pour $m \neq 0$) en fonction de δ_0 ont une

valeur finale dépendant de m répliques de la même transformée de Fourier séparées d'une pulsation Ω_B. Pour que cette approche soit valide il faut que $C_0 \simeq 1$ à tout les temps, ce qui est satisfait lorsque $\tilde{T} \ll 1/2$. L'impulsion qui est traitée ici est une fonction porte de largeur T, donc sa transformée de Fourier sera un sinus cardinal de largeur [7] $2\pi/T = \Omega_M/\tilde{T}$. Il y a donc deux pulsations caractéristiques à prendre en compte :

$$\text{Géométrie du réseau : } \Omega_B, \qquad \text{Puissance et durée du réseau : } \frac{\Omega_M}{\tilde{T}}.$$

La première est fixée par la géométrie du réseau et la deuxième est fixée par l'intensité des lasers formant ce réseau et le type de transfert d'impulsion que nous souhaitons réaliser (miroir ou séparatrice). Nous allons donc étudier deux cas :

- **Cas 1 :** Si $\Omega_B \gg \Omega_M/\tilde{T}$, le recouvrement entre les m répliques des transformées de Fourier de largeur $\Omega_M/\tilde{T}$ écartées de Ω_B est pratiquement nul. Une étude à trois niveaux ($m = \{0, \pm 1\}$) s'applique puisque les amplitudes C_{2m} des ordres diffractés $|m| \geq 2$ ne sont pas peuplés. Nous verrons comment cette étude se ramène à celle à deux niveaux de la section 1.
- **Cas 2 :** Si $\Omega_B \simeq \Omega_M/\tilde{T}$ ou si $\Omega_B \leq \Omega_M/\tilde{T}$, alors il faut prendre en compte plusieurs niveaux comme étudié dans la section 2.1 pour décrire précisément la diffraction.

3.1 Cas 1

Un premier résultat est tracé sur la figure 6.2 où l'axe des abscisses est choisi tel que les impulsions p positives sont à droite (cf equation (6.6)). Nous avons tronqué la matrice (6.17) aux trois états $\{|-2\rangle, |0\rangle, |2\rangle\}$. Pour des temps $\tilde{T} = 1/20$, nous retrouvons le cas à deux niveaux où la probabilité de transfert vers l'état adjacent est un sinus cardinal au carré (carré de la transformée de Fourier de $\Omega_{2\text{ph}}(t)$). Nous nommerons cette probabilité de réfection, la réflectivité, par analogie au domaine de l'optique.

La séparation $\delta_0 - \delta_{-2} = -\Omega_B = -200\Omega_M$ a été fixée [8] pour respecter la condition $\Omega_B \gg \Omega_M/\tilde{T}$. L'interprétation de ces deux courbes est la suivante : pour la courbe bleue, si des atomes se trouvent proches de l'impulsion $|p_0\rangle$, ils auront une probabilité non nulle d'effectuer un transfert d'impulsion tel que $p \to p + 2\hbar k$, le $2\hbar k$ provenant du processus cohérent d'absorption et d'émission stimulée à deux photons. Plus l'écart à la condition de résonance est grand, plus cette probabilité décroît. Pour la courbe rouge, le transfert d'impulsion est de signe opposé : $p \to p - 2\hbar k$ et décroît plus $|p - (p_0 + 2\hbar k)|$ augmente.

7. Distance entre les deux premières annulations du sinus cardinal.

8. Dans l'expérience HOM, dont les résultats sont présentés dans le chapitre suivant, $\delta_0 - \delta_{-2} \simeq -5\Omega_M$.

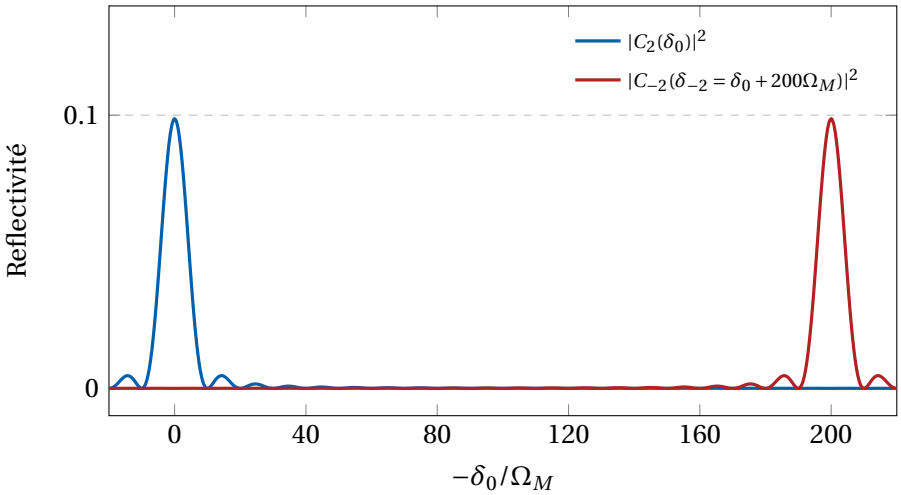


FIGURE 6.2 – Probabilité de transfert de l'état $|f, p\rangle$ vers l'état $|f, p+2\hbar k\rangle$ en bleu, et de l'état $|f, p+2\hbar k\rangle$ vers l'état $|f, p\rangle$ en rouge, en fonction de $\delta_0(p)$. La probabilité de transférer des atomes de $p \to p+2\hbar k$ est maximale lorsque $\delta_0(p) = 0$. Le processus inverse $p \to p-2\hbar k$ est maximal lorsque $\delta_{-2}(p) = 0$. Les courbes sont calculées pour un réseau allumé pendant un temps $T = 0.1\pi/\Omega_M$.

Le caractère à trois niveaux aurait pu être réduit à deux niveaux, comme schématisé sur la figure 6.3. Nous sommes sensés retrouver le résultat à deux niveaux où les courbes rouges et bleues représentent deux conditions initiales différentes : la courbe bleue représente la probabilité $|C_2(\delta_0)|^2$ avec $|C_2(\delta_0)|^2 \ll |C_0(\delta_0)|^2 \simeq 1$ et la courbe rouge représente la probabilité $|C_0(-\delta_{-2})|^2$ avec $|C_0(-\delta_{-2})|^2 \ll |C_2(-\delta_{-2})|^2 \simeq 1$.

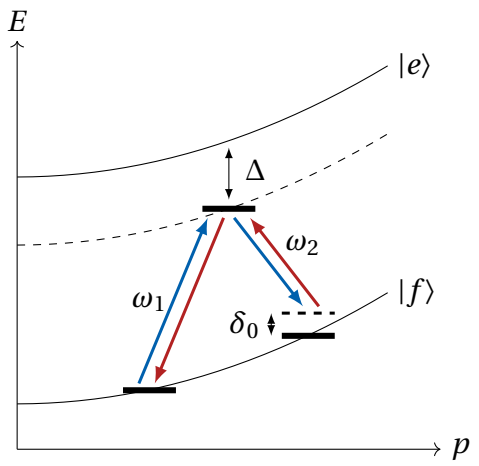


FIGURE 6.3 – Représentation des états d'énergies couplés au champ électrique. Les flèches bleues et rouges permettent de repérer le sens de la diffraction et sont compatibles avec les couleurs utilisées sur la figure 6.2.

Il est intéressant de montrer que la forme en sinus cardinal est conservée même lorsque les conditions d'utilisation de la théorie des perturbations n'est

plus valable. Par exemple, pour un temps T d'application du réseau vérifiant $\Omega_M T = \pi/2$, nous pouvons comparer la solution «exacte» à deux niveaux (4.22) trouvée au chapitre 4 et la solution approchée qu'est la transformée de Fourier de la pulsation de Rabi à deux photons. Les deux fonctions sont le carré d'un sinus cardinal (cf figure 6.4) mais la solution exacte fait intervenir la pulsation $\Omega_R = \left(\Omega_M^2 + \delta_0^2\right)^{1/2}$ au lieu de $|\delta_0|$ pour la solution approchée :

$$\text{Exact :} \qquad |C_2(t \to \infty, \delta_0)|^2 = \frac{|T\Omega_M|^2}{4} \left(\frac{\sin\left(\frac{\Omega_R T}{2}\right)}{\frac{\Omega_R T}{2}} \right)^2 , \tag{6.26a}$$

$$\text{Approché :} \qquad |C_2(t \to \infty, \delta_0)|^2 = \frac{|T\Omega_M|^2}{4} \left(\frac{\sin\left(\frac{\delta_0 T}{2}\right)}{\frac{\delta_0 T}{2}} \right)^2 . \tag{6.26b}$$

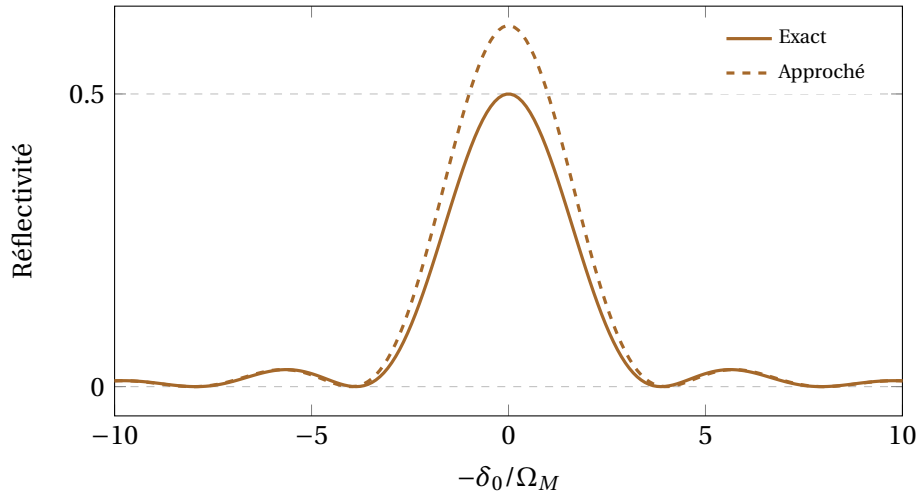


FIGURE 6.4 – Dépendance de la probabilité d'être dans l'état $|f, p + 2\hbar k\rangle$ en fonction de $\delta_0(p)$ pour un temps d'application vérifiant $\Omega_M T = \pi/2$. Les deux courbes sont le carré d'une fonction sinus cardinal. La solution exacte fait intervenir la pulsation $\Omega_R = \sqrt{\Omega_M^2 + \delta_0^2}$ au lieu de δ_0 pour la solution approchée. Le développement perturbatif n'est plus valable sachant que les probabilités d'être dans l'état initial $|p\rangle$ et adjacent $|p+2\hbar k\rangle$ sont comparables. Néanmoins les courbes restent proches et la solution approchée conserve le comportement en sinus cardinal au carré.

3.2 Cas 2

Une deuxième situation où $\Omega_B \leq \Omega_M/\tilde{T}$ conduit à des résultat différents sur l'amplitude de probabilité de diffraction vers les ordres ± 1. Deux conditions sont représentées sur la figure 6.5, une où $\Omega_B = 4\Omega_M$ et l'autre où $\Omega_B = 0.4\Omega_M$. Plus

Ω_B est faible devant $4\Omega_M$, plus le recouvrement entre les probabilités de diffraction des ordres ± 1 est grande. Le recouvrement entre les courbes rouges et bleues donne un ordre de grandeur de l'amplitude diffractée des ordres supérieurs d'après (6.23), qui se traduit à la fois par :

— Une modification de la forme de l'amplitude diffractée des ordres ± 1 en fonction de δ_0. Les amplitudes ne suivent plus une fonction de type sinus cardinal carré comme décrit par la relation (6.26a).

— Une réduction de cette amplitude dans le cas résonnant. La condition de type séparatrice $\Omega_M T = \pi/2$ n'est plus valable.

— Une augmentation de l'amplitude des ordres diffractés.

Ce régime de diffraction vers les ordres supérieurs $m \geq 2$ n'est pas souhaitable dans les expériences de type Bell (équivalent à des pertes). Il peut néanmoins servir dans l'alignement du réseau de Bragg (cf section 2).

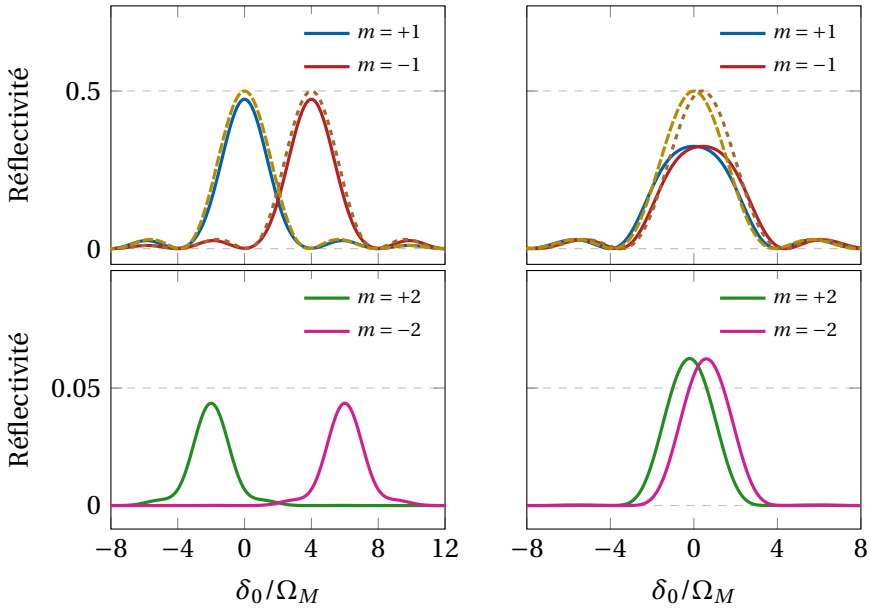


FIGURE 6.5 – Probabilité de diffraction dans les ordres 1 (ligne du haut) et 2 (ligne du bas). Dans la colonne de gauche $\Omega_B = 4\Omega_M$ et dans celle de droite $\Omega_B = 0.4\Omega_M$. Les courbes en pointillées sont ajoutées à titre de comparaison et correspondent à la transformée de Fourier trouvée en (6.26a) centrées autour de $\delta_0 = 0$ et $\delta_0 = \Omega_B$. Le recouvrement entre les courbes rouges et bleues donne un ordre de grandeur de l'amplitude diffractée des ordres supérieurs d'après (6.23).

4 Cas d'une pulsation Rabi à deux fréquences

4.1 Formalisme et discussion

Intéressons nous au cas ci-dessous :

$$\Omega_{2\text{ph}}(t) = \begin{cases} \Omega_M \left(1 + e^{-i\Omega_D t + i\theta}\right) & \text{pour } t \in [0, T] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \tag{6.27}$$

Nous allons voir que (6.27) représente un grand intérêt dans la réalisation d'une expérience de violation des inégalités de Bell. Nous allons décortiquer cette formule pour comprendre cette idée.

Grandeurs caractéristiques

Nous pouvons raisonner dans un premier temps à partir du résultat (6.22) : l'amplitude du coefficient $C_2(\delta_0)$ correspond à la transformée de Fourier du complexe conjugué de la pulsation Rabi à deux photons en fonction de δ_0. D'après la forme de (6.27), cette intégrale peut se séparer en deux termes qui correspondent à deux sinus cardinaux séparés [9], un centré autour de $\delta_0 = 0$ et un autre centré autour de $\delta_0 = \Omega_D$. La largeur du sinus cardinal est proportionnelle à $2\pi/T$ où T est le temps d'application du réseau. Comme nous étudions le cas d'une séparatrice, $2\pi/T = \Omega_M/4$. Il y a donc deux fréquences caractéristiques dans ce système et la forme de $|C_2(\delta_0)|^2$ dépend de leur rapport :

- Si $\Omega_D/\Omega_M \gg 4$ alors la forme de $|C_2(\delta_0)|^2$ correspond à deux pics distincts centrés en 0 et Ω_D.
- Si$\Omega_D/\Omega_M \ll 4$ les deux fréquences ne sont pas distinctes et la forme de $|C_2(\delta_0)|^2$ est proche de celle d'un sinus cardinal au carré.
- Si $\Omega_D/\Omega_M \simeq 4$ les deux courbes se recouvrent partiellement : il se produit une interférence entre les deux sinus cardinaux et la forme de $|C_2(\delta_0)|^2$ dépend fortement de la valeur de Ω_D/Ω_M et de la phase θ appliquée.

9. Cette approche n'est valable que pour des coefficients $C_2(\delta_0)$ faibles. Cette étude est qualitative pour des amplitudes de réflexion plus élevées comme pour des séparatrices mais nous pourrons tout de même en sortir un contenu physique.

Interprétation

Comme nous l'avons expliqué, il est intéressant de découper cette pulsations de Rabi à deux photons en deux parties :

$$\Omega_{2\text{ph},0}(t) = \begin{cases} \Omega_M & \text{pour } t \in [0, T] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \tag{6.28a}$$

$$\Omega_{2\text{ph},\Omega_D}(t) = \begin{cases} \Omega_M e^{-i\Omega_D t + i\theta} & \text{pour } t \in [0, T] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \tag{6.28b}$$

La pulsation (6.28a) à la forme d'une fonction porte comme celle décrite par (6.24). Ce cas est le même que celui présenté précédemment. Il est aussi présenté de manière exacte pour deux niveaux dans le chapitre 4.

La pulsation (6.28b) revient aussi au cas d'une fonction porte mais dont la résonance est décalée d'une pulsation Ω_D. Les résultats précédents ainsi que ceux de la figure 4.4 du chapitre 4 de la restriction à deux niveaux suffisent donc à décrire les deux composantes de (6.27).

L'idée cachée derrière cette décomposition est le fait de pouvoir créer une double séparatrice, avec quatre classes d'impulsions résonantes [10] : c'est ce qui est représenté de manière schématique sur la figure 6.6. En introduisant une phase θ entre ces deux pulsations, nous avons dans l'idée d'imprimer cette phase sur un doublet d'impulsion (celui échangé par (6.28b)), mais pas sur l'autre. C'est exactement ce que nous cherchons à réaliser dans une expérience de violation des inégalités de Bell : avoir des séparatrices contrôlables en phase (point 3 du cahier des charges section 1.2).

10. Convertie en pulsation, les impulsions résonantes (où $\delta_0(p_0 = 0) = 0$) sont : $\{0, \Omega_B, \Omega_D, \Omega_B, \Omega_B + \Omega_D\}$.

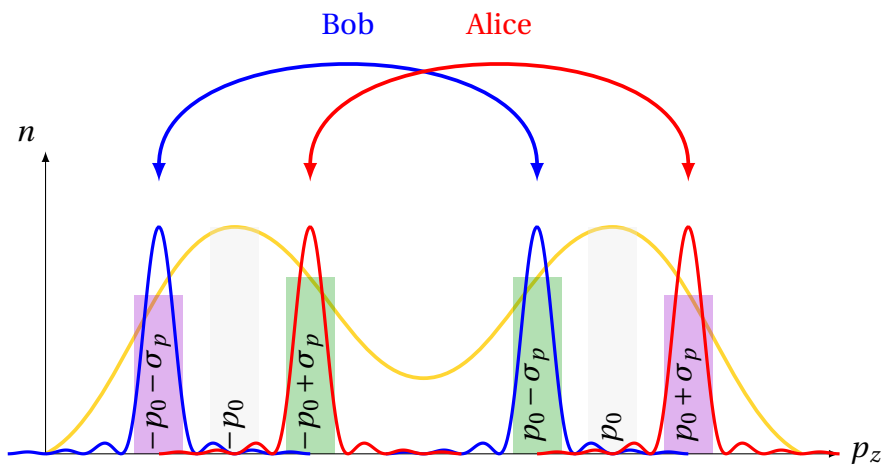


FIGURE 6.6 – Schéma d'un interféromètre de type Rarity Tapster en fonction des modes d'émissions de la source (se référer aux chapitres 3, 4 et 5 pour les notations). En rouge l'interféromètre d'Alice et en bleu l'interféromètre de Bob. Les courbes en carré de sinus cardinal représentent les profils de réflectivités dans le cas idéal où les séparatrices sont décrites par (6.28a) et (6.28b).

4.2 Comment étudier ce cas ?

Décomposer la pulsation de Rabi à deux photons

Dans une situation idéale où les deux séparatrices sont indépendantes, notons :

$$\Theta_0 = \theta_t^{(0)} - \theta_r^{(0)} \qquad \Theta_{\Omega_D} = \theta_t^{(\Omega_D)} - \theta_r^{(\Omega_D)}, \tag{6.29}$$

avec $\theta_t^{(0)}$ (resp. $\theta_t^{(\Omega_D)}$) la phase transmise et $\theta_r^{(0)}$ (resp. $\theta_r^{(\Omega_D)}$) la phase réfléchie par le réseau de Bragg où la pulsation de Rabi à deux photons vérifie (6.28a) (resp. (6.28b)).

Premièrement, nous pouvons retrouver ces phases directement à partir du cas à deux niveaux étudié au chapitre 4 : sur la figure 4.4 est représentée la phase en transmission et en réflexion dans le cas d'une séparatrice. Puisque nous l'avons adimensionnée, cette figure est générale et servira dans cette étude. Les phases Θ_0 et Θ_{Ω_D} se retrouvent à l'aide de la figure 4.4.

Deuxièmement, nous étudions la différence de phase entre la transmission et la réflexion puisque c'est elle qui intervient dans l'expression du corrélateur E : elle fait référence à l'équation (5.22) du chapitre 5. Ainsi le paramètre Θ de (5.22) pourrait s'exprimer en fonction de ces phases. En référence au concept soulevé dans la discussion de la section 4.1 précédente et représenté par la figure 6.6, si

nous associons Alice à (6.28b) et Bob à (6.28a), nous pouvons écrire que :

$$\begin{aligned}\Theta &= \Theta_{\Omega_D} - \Theta_0 \\ &= \theta - 2\Theta_0 \end{aligned} \tag{6.30}$$

Le corrélateur E oscille donc en fonction de θ : c'est le contrôle de phase désiré entre Alice et Bob (point 3 du cahier des charges section 1.2).

Validité de la décomposition

La décomposition représente un cas imaginaire : nous ne pouvons pas appliquer ces deux réseaux de manière indépendante! Jusqu'à maintenant nous avons traité le cas (6.27) comme si nous pouvions séparer la pulsation de Rabi à deux photons en deux composantes agissant de manière distincte sur les atomes. C'est une erreur, car c'est le module carré de la transformée de Fourier de la pulsation de Rabi à deux photons qui intervient dans le profil de réflectivité, pas son amplitude. Il y a un terme d'interférence entre les deux composantes de (6.27) qui va se retrouver dans le profil de réflectivité. C'est ce qui est observé dans les simulations de la section 4.3.

Etudier la phase

De manière analogue à (6.29), nous pouvons définir une phase découlant de la forme (6.27) :

$$\Theta_{\Omega_{2\text{ph}}} = \theta_t^{(\Omega_{2\text{ph}})} - \theta_r^{(\Omega_{2\text{ph}})} \tag{6.31}$$

avec $\theta_t^{(\Omega_{2\text{ph}})}$ la phase transmise et $\theta_r^{(0,\Omega_D)}$ la phase réfléchie par le réseau de Bragg où la pulsation de Rabi à deux photons vérifie (6.27) et comporte deux pulsations de résonance, à savoir 0 et Ω_D. L'intérêt de calculer cette phase est que ces composantes vont se retrouver dans le corrélateur E (cf équation (5.22) du chapitre 5).

Pour étudier la phase $\Theta_{\Omega_{2\text{ph}}}$ dans les simulations, nous n'allons pas la tracer seule. Nous allons la tracer par rapport aux phases des cas imaginaires (décomposition en deux pulsation (6.28b) et (6.28a)). Définissons alors :

$$\Delta\Theta = \begin{cases} \Theta_{\Omega_{2\text{ph}}} - \Theta_{\Omega_D} & \text{Zone A} \\ \Theta_{\Omega_{2\text{ph}}} - \Theta_0 & \text{Zone B} \end{cases} \tag{6.32}$$

La zone A correspond à la « zone d'Alice » et la zone B à celle de Bob. Elles correspondent au cas d'un désaccord qui se situe dans l'intervalle $\delta_0 \in]-\infty;\Omega_D/2]$ pour Bob et $\delta_0 \in]\Omega_D/2;\infty[$ pour Alice.

Le calcul de $\Delta\Theta$ a donc pour intérêt de comparer l'écart par rapport au cas imaginaire de deux réseaux de Bragg indépendants.

Etudier le signal de battement

Nous allons également étudier le signal temporel d'intensité adimensionnée $\tilde{I}(t)$ défini par :

$$\tilde{I} = \left(\frac{|\Omega_{2\text{ph}}(t)|}{2\Omega_M}\right)^2 \tag{6.33}$$

L'intérêt de tracer cette fonction plutôt que directement la pulsation de Rabi à deux photons a trait au caractère expérimental. Il est possible de mesurer ce signal à l'aide d'une photodiode. Il représente en effet le battement dû à l'interférence entre deux faisceaux dont la différence de fréquence est $\Omega_D/2\pi$.

Pour rappel il y a deux bras à considérer pour former le réseau (cf figure 4.5 du chapitre 4), donc deux fréquences de Rabi à considérer Ω_1 et Ω_2. Expérimentalement il est possible d'avoir $\Omega_1(t) \propto 1 + e^{-i\Omega_D t + i\theta}$ à l'aide de deux acousto-optiques et $\Omega_2(t)$ constant (cf section 4.5). Nous avons donc $|\Omega_{2\text{ph}}(t)|^2 \propto |1 + e^{-i\Omega_D t + i\theta}|^2 \propto 1 + \cos(\Omega_D t + \theta)$ qui est le signal de battement recherché.

Cette technique est présentée dans la thèse [147]. L'avantage est de pouvoir mesurer la phase θ appliquée en modélisant la courbe d'intensité obtenue par une courbe du type $A(1 + \cos(\Omega_D t + \theta))$. Cela permet d'enregistrer les différences de phases entre Alice et Bob et, après analyse des données, de tracer E en fonction de ces phases.

Ce type d'étude fait référence au point 8 du cahier des charges de la section 1.2. Elle est un avantage à ne pas négliger : nous verrons que pour une pulsation de Rabi à deux photons de type sinus cardinal (section 5), la mesure de l'équivalent de θ passe par un modèle moins évident que pour celle d'un simple battement.

4.3 Simulations et observations

Sur la figure 6.7 sont représentés les profils temporels, de réflectivité et de phase, pour différentes valeurs du rapport Ω_D/Ω_M et de phase θ. Ces résultats proviennent d'une simulation [11]. Comparer les termes Ω_D et $2\pi/T$ équivaux alors à comparer Ω_D à $4\Omega_M$. Les courbes bleues et rouges représentent deux valeurs de phase θ opposée (0 et π). Nous avons représenté pour chaque rapport et chaque phase trois quantités :

- Sur la ligne du haut est tracé $\tilde{I}$ (défini (6.33)), en trait continu, et une fonction porte de durée, $T = \pi/2\Omega_M$, en pointillés.
- Sur la ligne du milieu est tracé l'amplitude des coefficients $|C_2(\delta_0)|^2$: c'est le profil de réflectivité. Les courbes en pointillés représentent le résultat obtenus lorsque les deux termes contenus dans la pulsations de Rabi (6.27) sont

11. Nous avons utilisé pour ces simulations le système d'équations différentielles (4.21) avec $\Omega_{2\text{ph}}(t)$ vérifiant (6.27) et $T = \pi/2\Omega_M$.

étudiés séparément. Nous retrouvons le cas simple d'une fonction porte étudié plus haut : elle correspond à deux «séparatrices» centrées sur deux pulsations différentes, $\delta_0 = 0$ pour l'une et $\delta_0 = \Omega_D$ pour l'autre.

- Sur la dernière ligne est représentée la différence de phase $\Delta\Theta$, défini par (6.32).

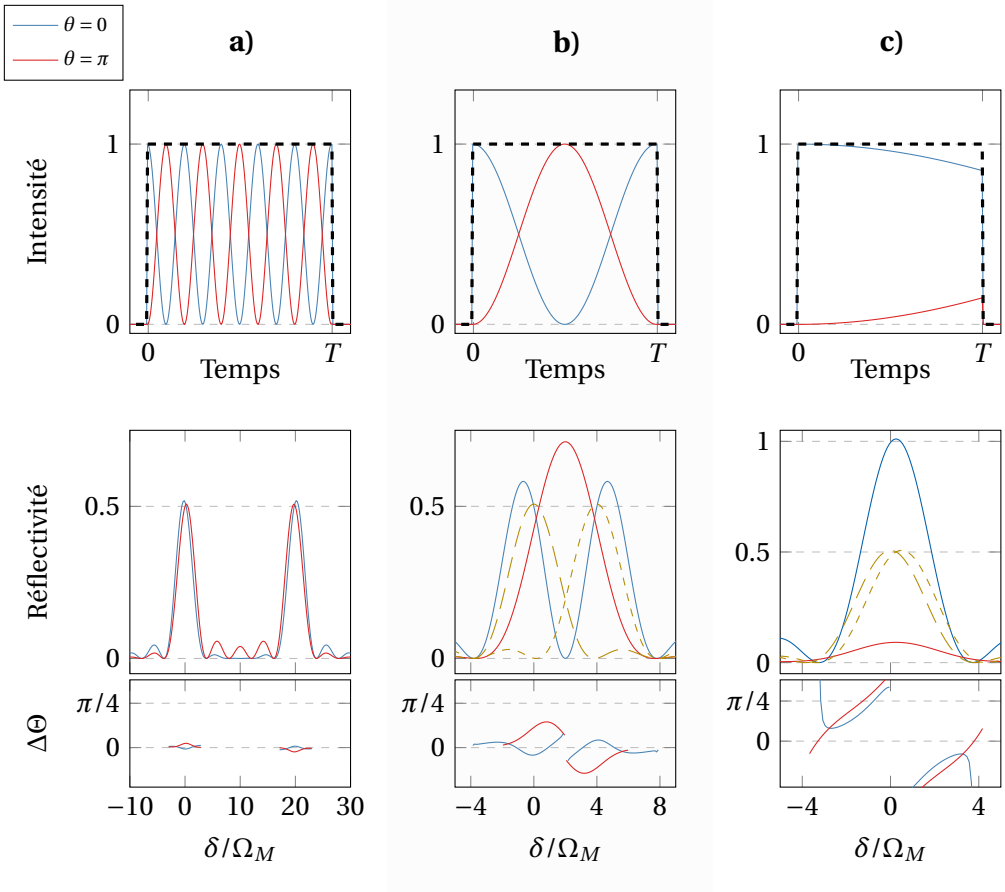


FIGURE 6.7 – Représentation de l'intensité normalisée $\tilde{I}$ (ligne du haut), de la réflectivité (ligne du milieu) et de la différence de phase $\Delta\Theta$ (dernière ligne), pour différentes valeurs de Ω_D (résultat d'une simulation). Le temps d'application T des impulsions vérifie $\Omega_M T = \pi/2$ et est illustré par les courbes en pointillés noirs sur les figures du haut. En a) $\Omega_D/\Omega_M = 20$, en b) $\Omega_D/\Omega_M = 4$ et en c) $\Omega_D/\Omega_M = 0{,}5$. Les courbes en pointillés marron représentent ce que serait les réflectivités pour une pulsation de Rabi à deux photons carré de durée $T = \pi/2\Omega_M$, d'amplitude Ω_M et centrée autour de $\delta_0 = 0$ pour l'un et $\delta_0 = \Omega_D$ pour l'autre. Se référer au texte pour plus de détails.

Etudions les différents cas a), b) et c) de la figure :

- **Cas a) :** Pour un rapport $\Omega_D/\Omega_M = 20$, les deux termes qui composent $\Omega_{2\text{ph}}(t)$ ne se «recouvrent» pas. Le changement de phase $\theta = 0 \to \pi$ affecte

peu la réflectivité et la phase $\Delta\Theta$. La courbe de réflectivité est proche d'une situation à deux sinus cardinaux séparés par Ω_D/Ω_M. La phase appliquée par cette double séparatrice est proche de la situation idéale car $\Delta\theta \simeq 0$: le changement de phase $\theta = 0 \rightarrow \pi$, que nous pouvons extraire du signal de battement $\tilde{I}(t)$, correspond bien au changement de phase appliqué sur les atomes.

- **Cas b) :** Pour un rapport $\Omega_D/\Omega_M = 4$, une interférence se produit car les pulsations caractéristiques ne sont pas suffisamment éloignées. La réflectivité et la phase $\Delta\Theta$ dépendent fortement de la phase θ appliquée :
  - Le passage de $\theta = 0 \rightarrow \pi$ s'accompagne d'une modification du profil de réflectivité : pour $\theta = 0$, deux pics dont les maxima sont proches de celui d'une séparatrice, et pour $\theta = \pi$, un seul pic proche de 70 % de réflectivité. Le profil de réflectivité est loin de ressembler aux courbes en pointillés, profils calculés à partir de deux pulsation de Rabi indépendantes (6.28a) et (6.28b).
  - Le changement de phase $\theta = 0 \rightarrow \pi$ affecte la phase appliquée par cette double séparatrice. Sa valeur s'éloigne de la situation idéale car $\Delta\Theta$ dépend de θ : le changement de phase $\theta = 0 \rightarrow \pi$, extraite du signal de battement $\tilde{I}(t)$, ne correspond plus au changement de phase appliqué sur les atomes.
- **Cas c) :** Pour un rapport $\Omega_D/\Omega_M = 1/2$, la variation du terme $\tilde{I}(t)$ est faible pendant le temps d'application de l'impulsion. Nous pouvons d'ailleurs remarquer que le profil d'intensité pour $\theta = 0$ est proche de celui d'une fonction porte, d'où un profil de réflectivité proche d'un sinus cardinal (d'amplitude doublée pour $\theta = 0$ puisque les deux termes de $\Omega_{2\text{ph}}(t)$ s'ajoutent). Il n'y a plus vraiment de signal de battement (pas même une période). Le changement de phase $\theta = 0 \rightarrow \pi$, ne correspond pas au changement de phase appliqué sur les atomes. Nous perdons l'avantage d'avoir une proportionnalité entre la phase θ appliquée (et mesurée) et la phase contenue dans le paramètre E.

Discutons de ces résultats dans la section suivante.

4.4 Discussion

Le principal avantage de cette technique est de pouvoir imposer et «lire» cette différence de phase (points 3 et 8 du cahier des charges section 1.2).

L'inconvénient est l'impossibilité de faire plusieurs interféromètres en même temps. Nous pouvions le deviner à partir de la figure 6.6 et des simulations figure 6.7 : il est difficile de placer plusieurs interféromètres de type Rarity-Tapster ou HOM sans avoir des perturbations sur le profil de réflectivité et de phase (points

7 et 4 du cahier des charges section 1.2). D'où viens ce problème ? Principalement de la géométrie du réseau et de la résolution du détecteur MCP.

Géométrie du réseau

L'inconvénient vient principalement de la condition $\Omega_D \gg \Omega_M$. En effet si cette condition n'est pas respectée, la phase θ modifie fortement le profil de réflexion. Il faut donc un écart suffisant du type :

$$\Omega_D \gtrsim 8\Omega_M. \tag{6.34}$$

Or le choix de Ω_D dépend du quadruplet que l'on veut échanger. Si la condition (5.5a) du chapitre 5 est vérifiée, alors Ω_D vérifie :

$$\Omega_D = 2v\sigma_p \frac{\Omega_B}{p_B} \tag{6.35}$$

Le choix de Ω_D est donc limité car la géométrie du réseau est fixée à $\Omega_B = 2\pi \times 25,7$ kHz (point 1 du cahier des charges de la section 1.2). La pulsation Ω_D est donc limité à :

$$\Omega_D \leq \Omega_B \tag{6.36}$$

L'extension du profil de réflectivité est réduite par un autre effet : l'extension maximale $v\sigma_p$ dépend de la source. La production de paires se fait sur une largeur en impulsion d'environ 0,2 p_B (largeur du profil en impulsion, cf figure 3.4 du chapitre 3). D'après (6.35) se traduit par la condition expérimentale :

$$\Omega_D \leq 0,4\Omega_B \tag{6.37}$$

Si nous rajoutons à cela une condition entre $\Omega_D \simeq 8\Omega_M$ nous obtenons :

$$\Omega_M \leq 0,05\Omega_B = 1,3 \text{ kHz} \tag{6.38}$$

Résolution du détecteur et temps d'application du réseau

Le temps d'application du réseau, d'après le résultat (6.38), doit satisfaire $T\Omega_M = \pi/2$. Le temps d'application du réseau doit être de l'ordre de la milliseconde, soit 20 fois plus long que celui utilisé dans les expériences HOM réalisées par l'équipe [20, 72]. La taille du réseau doit donc être suffisante pour faire un interféromètre de plusieurs milli-secondes avec des atomes en chute libre (point 5 du cahier des charges de la section 1.2).

En plus de cet inconvénient, un autre vient se rajouter du fait de la trop grande sélectivité de la séparatrice. La probabilité de réflexion 50/50 n'est maintenue que dans une très faible zone. Comme nous l'avons vu dans le Chapitre 1, le MCP

donne une certaine précision dans la reconstruction des vitesses : la reconstruction est limitée par une taille minimale dans l'espace des vitesses qui est de 0,005 v_{rec} suivant l'axe z (point 2 du cahier des charges section 1.2). Or une séparatrice d'une milli-seconde est effective sur une zone de 0,015 v_{rec} (largeur à mi-hauteur de la séparatrice) ce qui ne laisse pas beaucoup de marge de manœuvre (à comparer aux tailles de boîtes dans l'annexe B).

L'inconvénient d'une séparatrice trop longue ne s'arrête pas là : la variation de la phase au sein d'une boîte de taille 0,015 v_{rec} suivant z est grande (toujours lié au point 2 du cahier des charges). Le résultat (5.16) du chapitre 5 illustre comment la phase intervient dans le paramètre E. Si $|\delta_0|/\Omega_M$ passe de 0 à $\pi/2$ une phase de π est ajoutée au paramètre E. Pour choisir une boîte en vitesse avec une bonne visibilité du paramètre E, il faut que la variation de cette phase sur l'ensemble de la boîte soit faible devant π. Cela conduit à la condition :

$$\delta_0/\Omega_M \ll \pi/2 \tag{6.39}$$

En terme de taille de boîte sur l'expérience, cela revient à être proche ou en dessous de 0,01 v_{rec} (variation de la phase du paramètre E de $\pi/4$ pour une boîte), ce qui est proche de la limite de résolution.

La bataille n'est pourtant pas perdue. Une façon de procéder pour que la taille de la boîte ne soit pas limitée par la condition (6.39) est de choisir judicieusement un miroir qui compense la variation de phase du paramètre E introduite par la séparatrice. D'après (5.16) il faut que :

$$2\pi\tilde{\delta}_m = 2\tilde{\delta}_s \tag{6.40}$$

En terme de temps d'application du réseau il faut donc que le miroir soit $2/\pi$ fois plus court que le temps d'application de la séparatrice.

Conclusion

En conclusion, l'application de deux séparatrices indépendantes est possible mais très contraignante. Les avantages et inconvénients sont résumés dans le tableau 6.1 en fin de chapitre. Nous allons présenter dans la section 5 l'avantage des impulsions en sinus cardinal par rapport aux doubles fréquences.

4.5 Modifications du montage optique

L'idée d'origine pour faire une double séparatrice était d'envoyer deux signaux radio-fréquence (RF) dans un modulateur acousto-optique (MAO) [147]. Il était envisagé d'utiliser un générateur de signaux RF double voie pour contrôler la différence de phase. Des essais ont été réalisés [147] et ont donné des résultats concluants : la phase appliquée par RF était mesurée optiquement, comme souhaité au point 8 du cahier des charges.

Cependant, au vu des contraintes citées dans la discussion précédente, le montage optique schématisé sur la figure 4.1 du chapitre 4 est inutilisable en l'état. Il est nécessaire de modifier le montage, nous verrons pourquoi. Le choix du changement de montage optique a été l'une de mes contributions sur l'expérience.

Simple et double passage

Sur la figure 6.8 est représenté un MAO utilisé en simple et double passage. En simple passage, en envoyant deux signaux RF de pulsation ω_1 et ω_2 dans le MAO, un rayon laser le traversant peut être diffracté selon l'ordre -1 : le spectre optique, centré sur la pulsation laser ω se décale de ω_1 et ω_2 (se référer à la section 2.2). Si les pulsation étaient suffisamment éloignées, de quelques MHz, alors les faisceaux de sortie sont séparables (séparation angulaire des faisceaux de l'ordre de 1° pour 1 MHz). Or nous utilisons des fréquences séparées d'une vingtaine de kHz tout au plus (représenté par $\Omega_D \leqslant \Omega_B = 2\pi \times 25{,}7$ kHz). Les faisceaux ne sont donc pas séparables angulairement.

Dans une configuration en double passage, le faisceau réfléchi par le miroir contient deux pulsations $\omega - \omega_1$ et $\omega - \omega_2$. En sortie du double passage, il y trois pulsations optiques : $\omega - 2\omega_1$ et $\omega - 2\omega_2$ et $\omega - \omega_1 - \omega_2$. Le faisceau de sortie du double passage à un spectre qui n'est pas celui que nous voulions appliquer et menace la réalisabilité d'une double séparatrice.

Une des solutions qui avait été envisagé pour contourner ce problème était de travailler avec la pulsation centrale $\omega - \omega_1 - \omega_2$, et une pulsation latérale, par exemple $\omega - 2\omega_1$. La troisième pulsation, $\omega - 2\omega_2$, peut être réglée pour que l'interféromètre correspondant n'échange pas d'atomes.

Contourner ce problème par cette technique est une mauvaise idée : la géométrie du réseau et la résolution du détecteur n'ont pas été pris en compte. La largeur de la courbe de réflectivité pour trois fréquences est deux fois plus grande que la courbe à deux fréquences. Comme la géométrie du réseau est fixée, pour éviter la diffraction vers les ordres multiples, la relation 6.37 devient : $\Omega_D \leqslant 0{,}2\Omega_B$ De plus, comme il y a trois fréquences, les pulsations doivent être suffisamment éloignées pour éviter que la réflectivité ne dépendent de la phase appliquée : Nous pouvons construire un équivalent de la condition (6.34) que nous avions trouvé pour deux fréquences. La condition est deux fois plus stricte : $\Omega_D \gtrsim 16\Omega_M$. Avec ces deux conditions, la séparatrice devrait durer plus de 4 ms. Convertie en vitesse, la largeur à mi-hauteur de la séparatrice est de 0,004 v_{rec}, plus faible que la résolution du détecteur MCP (cf chapitre 2). Sans modifications (angle du réseau, montage optique ou détecteur), la mesure est donc compromise.

Sur la figure 6.9 est représenté un montage optique qui peut être utilisé pour créer une double séparatrice. Le faisceau $E_1(t)$ est séparé en deux. Chaque faisceau est modulé séparément pour pouvoir créer des séparatrices à deux fréquences

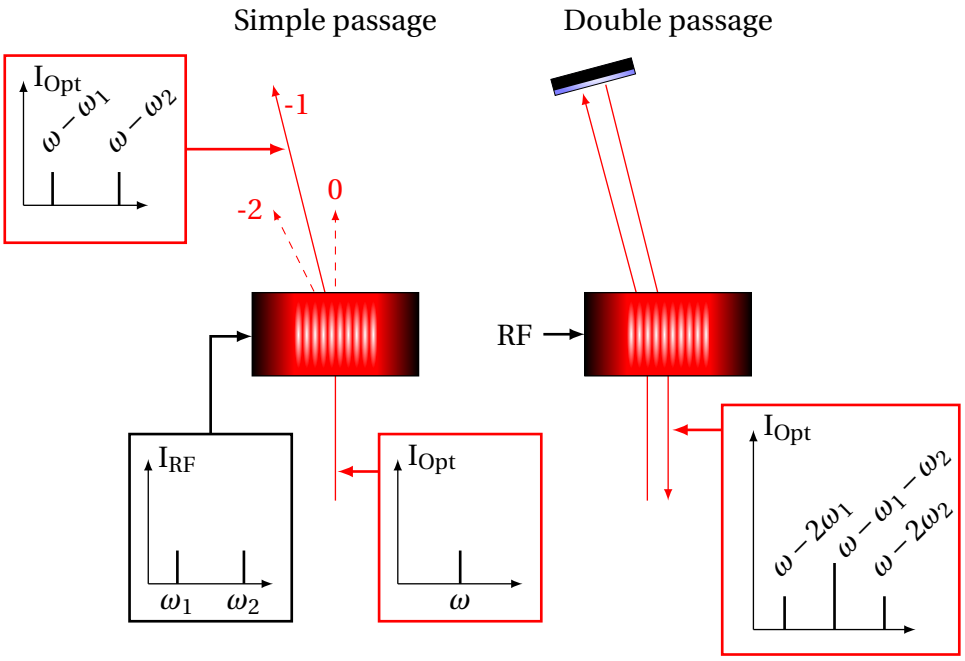


FIGURE 6.8 – Représentation de deux radio-fréquences envoyées dans un modulateur acousto-optique en simple et double passage. Le spectre optique n'a pas les mêmes propriétés à l'aller et au retour.

contrôlées en phase comme traité dans la section 4. puis est recombiné sur une séparatrice. Le faisceau $E_2(t)$ est modulé en fréquence par un acousto-optique pour toujours être accordé à la même classe d'impulsion initiale [12]. Les deux faisceaux ont une polarisation orthogonale pour pouvoir être recombinés et parcourir le même trajet en espace libre (cf montage de la figure 4.5).

Dans ce montage, il n'y a plus que deux pulsations optiques. L'intérêt de ce montage ne s'arrête pas là. Nous pouvons facilement moduler l'amplitude des signaux RF, pour créer des profils temporels de pulsation de Rabi à deux photons plus exotiques, comme par exemple un profil en sinus cardinal. Envoyer un signal RF en forme de sinus cardinal dans un MAO en double passage ne donne pas une pulsation de Rabi à deux photons en sinus cardinal, en simple passage si. Nous allons voir l'intérêt de ce profil dans la section suivante.

12. Les atomes étant en chute libre, leur impulsion évolue avec le temps $p = p_0 - mgt$ où p_0 est l'impulsion initiale. En reprenant l'équation (4.13a), une rampe de fréquence de $g\Delta k_B =$ 4.98 kHz/ms doit être effectuée pour adresser une seule classe d'impulsion.

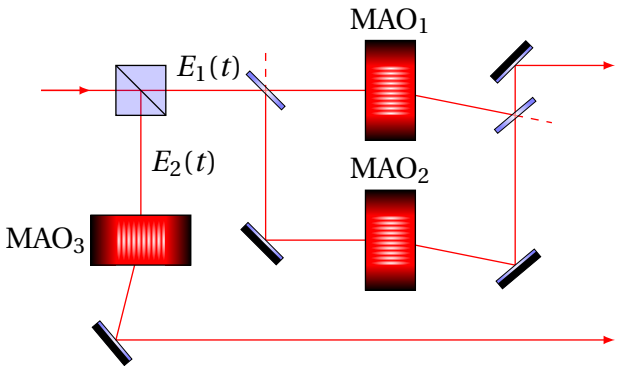


FIGURE 6.9 – Montage optique utilisé pour former les deux bras du réseau de Bragg. Les acousto-optiques (MAO) permettent d'ajouter ou de soustraire une pulsation radio-fréquence aux faisceaux optiques en fonction de l'ordre sélectionné. Ils sont ici configurés en double passage : à la sortie du MAO$_1$ (resp. MAO$_2$) l'onde optique a été décalé de deux fois la pulsation de l'ordre -1 soit $-2\omega_1$ (resp. $-2\omega_2$) et la polarisation a tourné de 90°. Expérimentalement les faisceaux lasers $E_1(t)$ et $E_2(t)$ seront désaccordés de 600 MHz sur le rouge de la transition $2^3S_1 \rightarrow 2^3P_2$.

5 Cas de d'une pulsation Rabi en sinus cardinal

5.1 Position du problème

Nous allons encore nous restreindre au cas de la séparatrice dans ce qui suit, pour les mêmes raisons évoquées en introduction.

Le fait d'avoir pu révéler plusieurs interféromètres de type Rarity-Tapster dans une expérience de type HOM est un fait marquant. Pouvons-nous faire des optiques à atomes qui conservent cette propriété ?

Commençons par poser le problème. Ce que nous cherchons est une séparatrice (ou un miroir) pour une grande classe d'impulsions, i.e. une réflectivité approximativement constante et proche des 50% (ou 100%) avec la plus grande plage de désaccord δ_0 possible. Pour nous aider dans cette démarche, nous raisonnons encore à l'aide du résultat (6.22). Ce que nous cherchons à avoir est un profil carré de réflectivité en fonction du désaccord : la transformée de Fourier inverse nous indique que la pulsation de Rabi à deux photons doit être une fonction sinus cardinal. Est-ce que le résultat (6.22), développé dans une approche perturbative, reste proche de la réalité ? Est-ce possible expérimentalement ? Qu'entendons-nous par une plage de réflectivité « approximativement constante » ? Ce sont les questions que nous allons développer.

Faisabilité expérimentale

D'après (6.14), en modulant l'amplitude et la phase de l'onde envoyée au modulateur acousto-optique, la fréquence Rabi à deux photons pourrait être en sinus cardinal. Sur la figure 6.10 est représenté cette technique expérimentale : l'amplitude de l'onde envoyée dans l'acousto-optique suit la forme de la valeur absolue d'un sinus cardinal. Pour obtenir une fréquence de Rabi à deux photons négative, des sauts de phase de π sont appliqués sur cette onde lors des passages à zero en amplitude (bandes rouges sur la figure). Cette technique a été très récemment utilisée sur une expérience d'interférometrie atomique par une équipe du SYRTE [174] mais n'a malheureusement pas encore été testée par notre groupe. Dans leur cas comme le notre, le principal avantage d'une telle impulsion est d'obtenir des optiques pour atomes dont les propriétés de réflexion et de transmission dépendent peu du désaccord. Cependant il faut aussi que ces optiques soient réalisables en ne dépassant pas un certain temps d'application : la taille du réseau de Bragg et la vitesse de chute des atomes fixent une borne temporelle à ne pas dépasser.

L'étude que nous allons mener ici concerne les impulsions en sinus cardinal de durée finie. Comme le sinus cardinal décroit lentement, il faudra le «couper» temporellement en sélectionnant une fenêtre temporelle , ce qui engendrera des rebonds sur le profil en créneau que nous cherchons à obtenir. Comme nous l'avons fait pour les exemples précédents, il y aura une nouvelle pulsation caractéristique qui entrera en jeux, qui sera celle du sinus cardinal notée Ω_S. L'étude qui suit propose de mettre en lien cette pulsation avec celle du réseau Ω_B, celle de la fenêtre temporelle $2\pi/T$ et celle décrivant l'amplitude maximale de la fréquence de Rabi à deux photons Ω_M. Il est proposé aussi de montrer des effets d'apodisation en modifiant la fenêtre temporelle dans le but de réduire ces rebonds.

Caractéristiques d'un profil en sinus cardinal

Nous proposons dans cette section une étude sur des impulsions décrites par :

$$\Omega_{2\text{ph}}(t) = \begin{cases} \Omega_M \text{sinc}\,(\Omega_S(t - T/2)) \text{ pour } t \in [0, T] \\ 0 \end{cases} \tag{6.41}$$

Ce type d'impulsion contient trois pulsations caractéristiques que sont Ω_M, Ω_S et $2\pi/T$, auquel il faut ajouter la pulsation du réseau de Bragg Ω_B si l'on veut décrire entièrement le système. D'après le résultat (6.22), sous certaines hypothèses, la transformée de Fourier de cette impulsion doit décrire l'amplitude de probabilité $C_2(\delta_0)$. Comme le représente la figure 6.11, la transformée de Fourier de cette impulsion est un produit de convolution entre une fonction porte et une fonction sinus cardinal dont les tailles caractéristiques sont respectivement

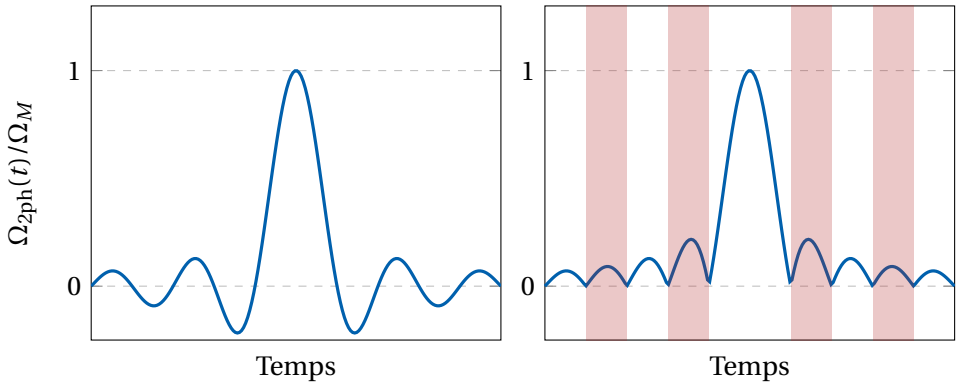


FIGURE 6.10 – Représentation d'une pulsation Rabi à deux photons en sinus cardinal. A gauche est tracé une pulsation de Rabi à deux photons en sinus cardinal. A droite est représenté la modulation en amplitude (en bleu) et en phase (les bandes rouges signifient que la phase saute de π) de l'onde envoyée à l'acousto-optique pour que la fréquence de Rabi à deux photons soit celle de la figure de gauche.

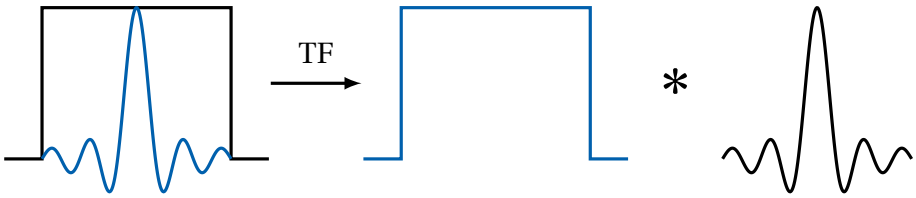


FIGURE 6.11 – Représentation d'une transformation de Fourier du domaine temporel vers le domaine fréquentiel.

Ω_S et $2\pi/T$. Nous comprenons alors que plus l'impulsion temporelle est longue par rapport à $2\pi/\Omega_S$, moins la forme de la fonction porte du domaine fréquentiel sera altéré par cette convolution. Par contre, si Ω_S et $2\pi/T$ sont du même ordre de grandeur, la pente, le plateau et les pieds de la fonction porte résultante du domaine fréquentiel, seront altérés.

Marge de manoeuvre

Une propriété importante est la largeur totale de cette fonction. Elle est donnée par Ω_S qui est la largeur de la porte, auquel est ajouté $2\pi/T$ du fait de la convolution. La largeur de cette transformée de Fourier, combinée aux équations (6.23), donne une condition que doit satisfaire les pulsations Ω_S, $2\pi/T$ et Ω_B pour ne pas peupler les niveaux supérieurs (point 1 du cahier des charges). En plus de cela, il faut rajouter le fait que la durée de l'impulsion ne peut pas être infini et sera borné par une valeur noté $T_{\max}$ (point 5 du cahier des charges). Ces

conditions peuvent se mettre sous la forme suivante (en ordre de grandeur) :

$$\Omega_B \geq \Omega_S + \frac{2\pi}{T} \geq \frac{2\pi}{T_{\max}}. \tag{6.42}$$

Il y a donc un ensemble de paramètres $\{T;\Omega_S\}$ qui satisfait (6.42) et nous nous placerons dans cet ensemble [13] dans ce qui suit.

Temps pour une séparatrice

Il reste maintenant à déterminer quel rôle joue la pulsation Ω_M. Comme pour l'exemple de la fonction porte de la section 3, il est toujours possible d'exprimer un temps $\tilde{T}$ en unité de $2\pi/\Omega_M$ (cf equation 6.25). En fixant $\tilde{T}$ à 1/4 pour obtenir une séparatrice dans le cas de la fonction porte, nous lions Ω_M à $2\pi/T$. Nous allons construire de manière heuristique une condition similaire permettant de lier Ω_M au reste des pulsations caractéristiques. Cherchons à satisfaire une condition de type séparatrice pour $\delta_0 = 0$, soit $|C_2(\delta_0 = 0)|^2 = 1/2$. Comme les niveaux adjacents ne sont pas peuplés du fait de la condition (6.42), nous pouvons raisonnablement modéliser le système pour $\delta_0 = 0$ comme un système à deux niveaux. Pour que la probabilité de réflexion soit de 1/2, nous pouvons raisonner avec une approche empirique en utilisant les résultats précédents $\Omega_M T = \pi/2$ et en l'appliquant à notre cas. Une telle relation donne :

$$\int_{-\infty}^{\infty} \Omega_{2\text{ph}}(t)\,dt \simeq \frac{\pi}{2}. \tag{6.43}$$

Après avoir remplacé $\Omega_{2\text{ph}}(t)$ par son expression il vient :

$$\Omega_M T = \pi N_m \times \frac{\pi}{2\text{Si}(\pi N_m)}, \tag{6.44}$$

où nous avons utilisé la fonction sinus intégrale $\text{Si}(x)$ ainsi que la notation :

$$N_m = \frac{\Omega_S T}{2\pi} \tag{6.45}$$

qui est un indicateur du nombre de maxima locaux du sinus cardinal dans une fenêtre temporelle donnée [14]. Une des propriétés du sinus intégrale est que $\text{Si}(\pi x) \simeq \pi/2$ pour $x \geq 1$ ce qui simplifie l'expression (6.44) pour $N_m \geq 1$ en :

$$T \simeq T_{N_m} \triangleq \frac{\pi N_m}{\Omega_M} \tag{6.46}$$

Nous obtenons avec les équations (6.44) et (6.42) un lien entre les pulsations caractéristiques Ω_B, Ω_M, Ω_S et $2\pi/T$.

13. Pour que cet ensemble existe, il faut que $T_{\max} \geq 2\pi/\Omega_B = 38,9\ \mu s$.

14. Sur la figure 6.11 est représenté un sinus cardinal tronqué par une fenêtre temporelle : il est possible de distinguer 5 maxima locaux, donc $N_m = 5$.

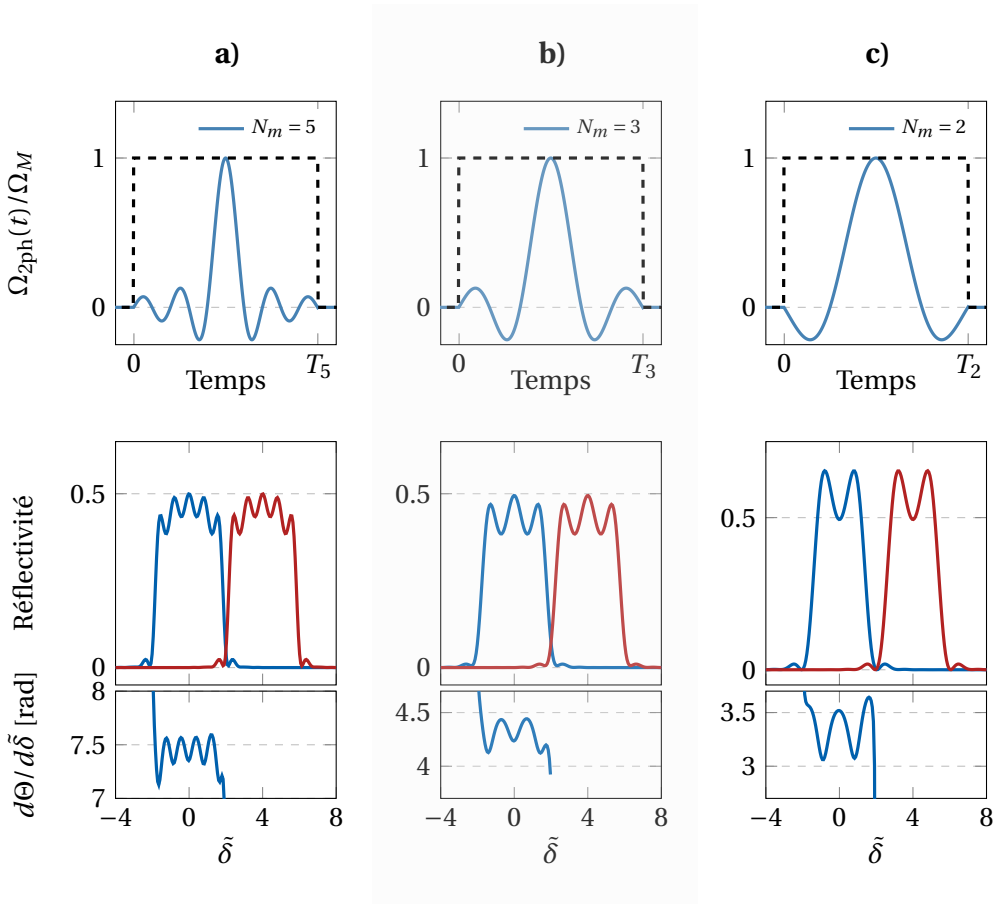


FIGURE 6.12 – Réflectivité (ligne milieu) et variation de phase $d\Theta/d\tilde{\delta}$ (ligne du bas, cf définition (6.50)) pour des pulsation de Rabi à deux photons en fonction du temps en forme de sinus cardinal tronqué (ligne du haut). Résultats issus d'une simulation à plusieurs niveaux. La courbe de réflectivité bleue représente la réflectivité des impulsions $|p\rangle$ vers $|p+\hbar k_B\rangle$ et celle en bleu représente celui des impulsions $|p+\hbar k_B\rangle$ vers $|p\rangle$. Chaque colonne correspond à un nombre d'oscillations du sinus cardinal différent, la quantité N_m permettant de quantifier ce rapport. Nous avons fixé Ω_M à $\Omega_B/4$ pour peupler le moins possible les états adjacents (à comparer aux résultats obtenus sur la figure 6.5). Le temps T vérifie l'équation (6.44) et s'exprime donc en fonction de N_m : il est noté T_{N_m} sur la ligne du haut.

5.2 Simulations

Un premier résultat est tracé sur la figure 6.12. Nous avons fixé la valeur du rapport $\Omega_B/\Omega_M = 4$ pour qu'il y ait peu de diffraction (qui dépend du recouvrement entre transformées de Fourier décalées de Ω_B). Comme attendu, le profil de réflectivité en fonction du désaccord normalisé $\tilde{\delta} = \delta_0/\Omega_M$ dépend du nombre d'oscillations du sinus cardinal dans une fenêtre temporelle donnée, caractérisée par le paramètre N_m. Plus N_m est grand, moins cet effet de convolution par un sinus cardinal se ressent sur la fonction porte : les fronts montant et descendant sont plus raides et l'amplitude de l'oscillation sur le palier est plus faible. Pourquoi ne pas faire tendre N_m vers l'infini? La limitation sera donnée par le temps maximal que l'on se fixe pour l'interféromètre : d'après (6.45) et (6.42), $T_{\max} \geq T \propto N_m$. Le profil de phase sera étudié dans la section 5.3 suivante.

Critères sur la réflectivité

Une question se pose alors : pour un temps maximum fixé, comment faire pour avoir une séparatrice correcte sur la plus grande plage en désaccord possible? Tout d'abord énonçons les propriétés que nous sous-entendons par le mot «correcte» :

1. **Bande passante :** La séparatrice vérifie une relation du type $\left||C_2(\delta_0)|^2 - 1/2\right| \leq \varepsilon_{\mathrm{BP}}$ pour $|\delta_0| \leq \delta_{\mathrm{BP}}$. Une séparatrice correcte en terme de bande passante correspond à un $\varepsilon_{\mathrm{BP}}$ le plus petit possible pour un δ_{BP} le plus grand.

2. **Pulsation de coupure :** Une autre relation attendue est $\left||C_2(\delta_0)|^2\right| \leq \varepsilon_C$ pour $|\delta_0| \geq \delta_{\mathrm{C}}$. Une séparatrice correcte en terme de pulsation de coupure correspond à un ε_{C} le plus petit possible pour une valeur δ_{C} la plus proche possible de δ_{BP}.

Le premier point permet d'avoir une bonne visibilité du corrélateur E si $\varepsilon_{\mathrm{BP}}$ est petit. D'après les résultats du chapitre 5, la visibilité du corrélateur E attendue, pour un nombre de prise de donnée minimal, est entre 0,8 et 0,9 (cf figure 5.4). D'après la formule 5.22 de la visibilité de E en fonction des coefficients de réflexion et de transmission, pour que E soit supérieur à $1/\sqrt{2}$ et espérer une violation des inégalités de Bell (cf chapitre 1), il ne faut pas que la visibilité perde entre 10 et 20 % de sa valeur à cause de la séparatrice. En prenant la valeur la plus stricte, le critère $\varepsilon_{\mathrm{BP}} \leq 0{,}1$ suffit pour avoir une bonne séparatrice.

Le deuxième point met en jeu plusieurs critères du cahier des charges. Nous pouvons éviter les ordres de diffractions multiples si ε_{C} est faible (point 1 du cahier des charges). Typiquement, un facteur 10 entre la réflectivité de la séparatrice dans la bande passante et la réflectivité dans la bande coupée, mène au plus à 1% de diffraction vers les ordres supérieurs (résultats de simulations et généralisation des équations (6.22)). Ensuite, plus la valeur de la pulsation de

coupure δ_C est proche de δ_{BP}, plus il est possible d'obtenir une séparatrice de bande passante large en impulsion, en augmentant ainsi le nombre de quadruplets d'impulsions échangés (point 7 du cahier des charges). Ce point va rentrer en confrontation avec la durée maximale de l'interféromètre (point 5 du cahier des charges) : rapprocher la pulsation de coupure δ_C de δ_{BP} revient à augmenter la durée du réseau. C'est ce que nous pouvions déjà remarquer dans l'analyse de la figure 6.11.

La valeur de chaque paramètre est choisie par l'expérimentateur dans la mesure du possible : nous sentons bien que la condition (6.42) va restreindre la gamme des paramètres accessibles. C'est là qu'entre en jeu une optimisation du paramètre N_m et de la forme des fenêtres temporelles (apodisation) dans le but d'améliorer la séparatrice au sens des critères 1 et 2.

Troncature et apodisation

Sur la figure 6.13 sont présentées trois façons de tronquer le sinus cardinal. La meilleure option pour réduire les rebonds (critère 1) tout en conservant un front montant raide (critère 2 en partie) est de choisir une demie-valeur pour le paramètre N_m. L'avantage est important car il permet d'obtenir une séparatrice plus performante en terme de bande passante [15] et avec un temps d'application plus court qu'une séparatrice où $N_m = 3$. Nous avons donc tout intérêt à choisir ces valeurs particulières. Le profil de phase sera étudié dans la section 5.3 suivante.

Une grande variété de fonctions de fenêtrage existe en traitement du signal et peut être utilisées pour améliorer certains points des critères 1 et 2 mais au prix d'une dégradation d'autres paramètres. Sur la figure 6.14 sont présentés trois fenêtrages temporels différents, fonctions notées $F(t)$. Nous avons utilisé un type de fenêtrage en puissance de sinus qui vérifie :

$$F(t) = \begin{cases} \sin^{\alpha}\left(\dfrac{\pi t}{T}\right) \text{ pour } t \in [0, T] \\ 0 \text{ sinon} \end{cases} \tag{6.47}$$

L'intérêt est de pouvoir faire varier le paramètre α continûment et d'en observer les effets sur la probabilité de réflexion du réseau de Bragg. Nous retrouvons des cas connus comme la fonction porte pour $\alpha = 0$, une fonction sinus pour $\alpha = 1$, une fenêtre de Hann pour $\alpha = 2$ et un type de fonction Blackman pour $\alpha = 4$ (non représenté). Les rebonds sont atténués aussi bien dans la bande passante qu'au delà de la fréquence de coupure et les seuils ε_{BP} et ε_C peuvent être abaissés. Le prix à payer et malheureusement une réduction de la largeur de la bande passante et de la raideur des fronts montant et descendant. En effet la largeur effective de la fenêtre T_{N_m} est réduite en fonction de α : comme la largeur

15. En reprenant les notations du critère 1 nous avons : $\varepsilon_{BP} \simeq 0{,}02$ pour $\delta_{BP} \simeq 1{,}2\Omega_M$.

dans le domaine fréquentiel est inversement proportionnelle à la largeur du domaine temporel, nous nous attendons à avoir une bande passante réduite pour un temps d'application fixé. Une possibilité est alors de rallonger le temps d'application du réseau pour compenser cet effet.

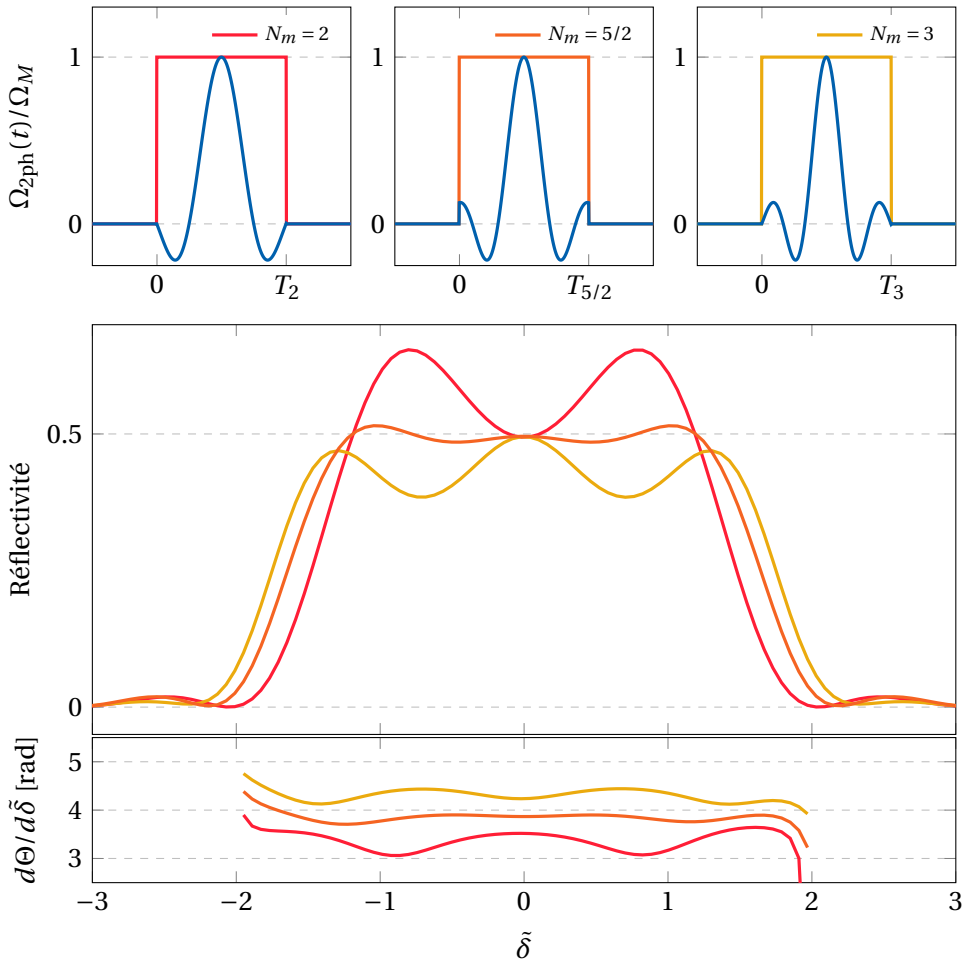


FIGURE 6.13 – Différentes troncations du sinus cardinal (3 figures du haut) et effet sur le profil de réflectivité et de phase (au sens de la définition (6.50)). Pour une valeur $N_m = 5/2$, la probabilité de réflexion présente un plateau proche de 1/2 pour $|\delta_0/\Omega_M| \leq 1{,}2$, alors que pour des temps supérieurs ($N_m = 3$) ou inférieurs ($N_m = 2$), ce plateau présente des rebonds.

Discussion

L'étude par transformée de Fourier donne les éléments qualitatifs nécessaires pour comprendre l'impact des profils temporels de la pulsation de Rabi à deux

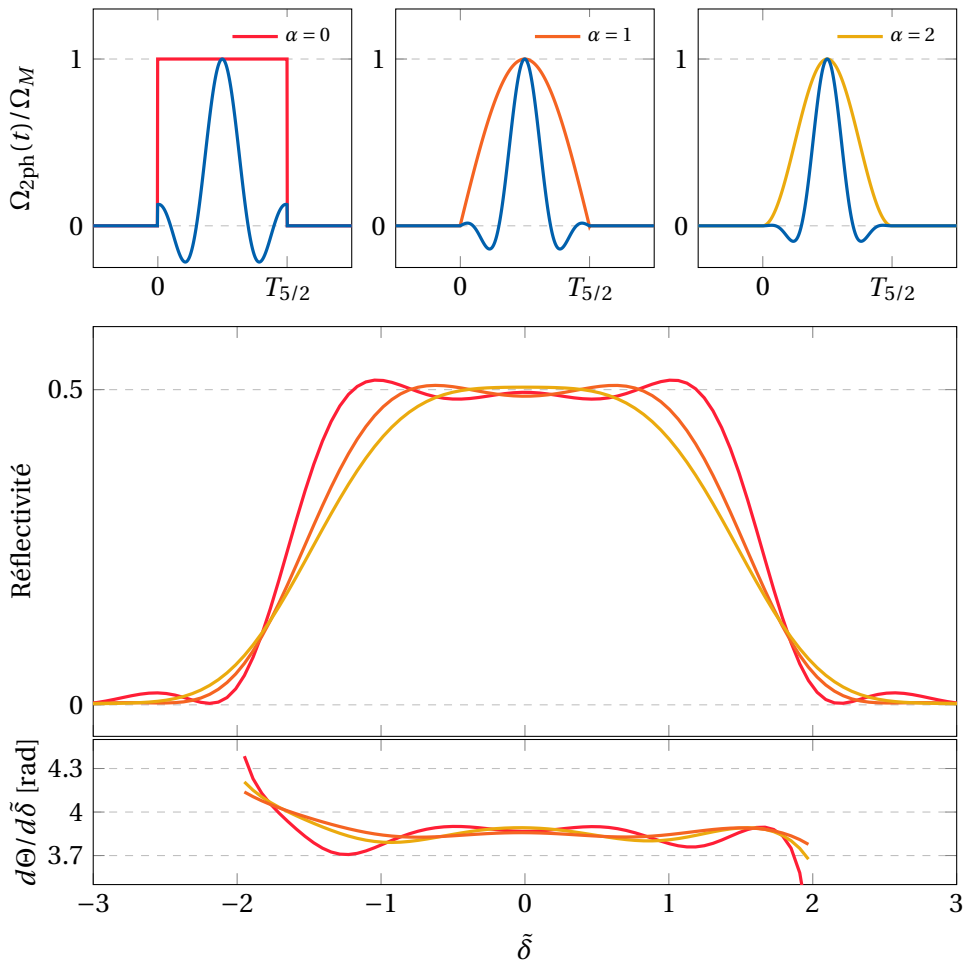


FIGURE 6.14 – Apodisation de la fenêtre temporelle et influence sur le profil de réflectivité et de phase (au sens de la définition (6.50)). Le profil temporel utilisé est décrit par (6.47) où α prend trois valeurs différentes 0,1 et 2 qui correspondent respectivement un profil carré, sinusoïdal et de type Hann.

photons sur la forme de la probabilité de réflectivité. Cependant, pour aller plus loin et déterminer le meilleur profil au sens des critères 1 et 2, il est nécessaire d'utiliser un algorithme d'optimisation [16]. Il faut alors utiliser une fonction de mérite qui dépendra des critères que nous souhaitons atteindre tout en respectant certaines contraintes [17] dues à l'expérience. Une telle analyse est toujours intéressante mais n'est pas primordiale au vu des limitations expérimentales. Par exemple, l'asservissement de puissance mis en place a une bande passante limitée n'empêchant pas une certaine fluctuation d'intensité. Les vibrations mécaniques sur la table optique peuvent dégrader la phase de l'interféromètre (cf chapitre 4 et thèse [147]). Le maintien de la calibration de la séparatrice peut dévier au cours du temps. La stabilité expérimentale est donc essentielle et beaucoup d'efforts ont été déployés en ce sens.

Nous avons cependant récolté des résultats intéressants. Il est possible expérimentalement de faire ce type de séparatrices, permettant de révéler plus d'interféromètres Rarity-Tapster que dans l'expérience présentée au chapitre 5 tout en conservant l'effet HOM (point 7 du cahier des charges). Mais il reste un point important qui n'a pas encore été abordé : pouvons nous contrôler la différence de phase de l'interféromètre RT formé par un quadruplet d'impulsion donné ? Si oui, comment ?

5.3 Contrôle de phase

Nous cherchons à faire plusieurs expériences de type Rarity-Tapster dans un même interféromètre. Nous avons vu tout au long de ce manuscrit que la source semble permettre ce «multiplexage» (se référer au chapitre 3, 4 et 5). Ce caractère multi-mode donne des signes encourageants et a été traité dans notre article [72]. La séparatrice et le miroir utilisés étaient assez sélectifs et l'idée ici est d'étendre cette expérience aux cas d'optiques large bande. De plus, il faut un contrôle de phase pour voir osciller le corrélateur E, calculer ensuite le paramètre BCHSH et espérer une violation des inégalités de Bell.

Principes

Nous nous basons sur deux principes pour contrôler la phase :

- La condition de résonance $\delta_0 = 0$ est fixée pour la classe d'impulsions permettant de réaliser l'expérience HOM (condition 5.5a). Les autres classes d'impulsions réalisent alors l'expérience de type Bell.

16. Le procédé d'un tel algorithme est généralement de simuler des profils temporels et de rétroagir sur ces profils via une fonction de mérite.

17. Le temps d'application du réseau et sa pulsation propre en font partie mais des contraintes matérielles comme la capacité du générateur de fréquence à générer le type de signal souhaité est aussi à prendre en compte.

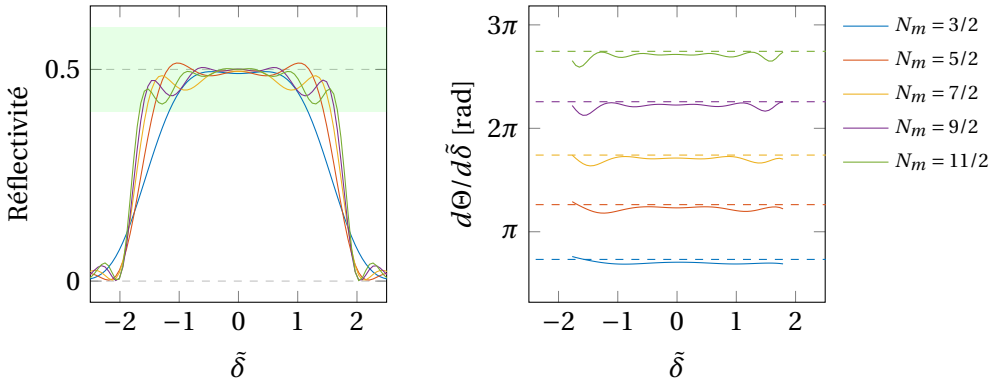


FIGURE 6.15 – Profil de réflectivité et de la dérivée de la phase Θ (cf équation (6.50)) pour différentes valeurs demi-entières du paramètre N_m. La zone verte du profil de réflectivité permet d'assurer une bonne visibilité du paramètre E (se référer aux critères sur la visibilité de la section précédente). Pour la phase, les traits pleins correspondent à la dérivée de la phase Θ par rapport à $\tilde{\delta}$, exprimée en radian, tandis que les traits pointillés correspondent à la valeur empirique approchée de $T_{N_m}\Omega_M/2$ (cf équation 6.49).

- Le contrôle de la différence de phase entre Alice et Bob se règle à partir de la durée d'application T_{N_m} de la séparatrice utilisée.

Le deuxième point vient du fait que la phase $\Theta = \theta_t - \theta_r$ accumulée par une classe d'impulsion donnée pendant l'application du réseau de Bragg est liée au temps d'application du réseau. Nous avons déjà eu affaire à cette quantité car elle intervient dans le paramètre Θ de l'équation 5.22. Nous allons faire un développement limité de ce paramètre en fonction de $\tilde{\delta}$ pour faire ressortir sa dépendance en fonction du temps d'application du réseau :

$$\Theta(\tilde{\delta}) \quad = \quad \Theta_{\tilde{\delta}=0} + \left.\frac{d\Theta}{d\tilde{\delta}}\right|_{\tilde{\delta}=0} \tilde{\delta} + \mathcal{O}(\tilde{\delta}). \tag{6.48}$$

Une relation empirique, provenant des simulations présentées sur la figure 6.15, donnent la relation suivante :

$$\left.\frac{d\Theta}{d\tilde{\delta}}\right|_{\tilde{\delta}=0} \simeq \frac{T_{N_m}\Omega_M}{2} \tag{6.49}$$

Nous avons donc une dépendance de la différence de phase $\theta_t - \theta_r$ en fonction du temps d'application de du réseau. Ce qui est intéressant, c'est que la linéarité de Θ en $\tilde{\delta}$ est vérifiée sur une plage large, correspondant à la zone de réflectivité proche de 0,5. Le développement limité à l'ordre 1 en $\tilde{\delta}$ de l'équation (6.48) est donc acceptable sur cette zone.

Retour sur les simulations

Ce résultat empirique (6.49) peut être estimé car il est tracé sur les figures 6.12, 6.13, 6.14 et 6.15. Nous avons utiliser la définition suivante :

$$\frac{d\Theta}{d\tilde{\delta}} \triangleq \Omega_M \frac{d}{d\delta_0}(\theta_t - \theta_r) \tag{6.50}$$

La relation (6.49) est approchée car, nous le constatons, les courbes $d\Theta/d\tilde{\delta}$ présentent des variations en fonction de $\tilde{\delta}$, alors que ce paramètre devrait être constant et égal à $T_{N_m}\Omega_M/2$ d'après (6.49). Ces variations sont cependant minimes pour des séparatrices utilisant des demies-valeurs de N_m (cf figures 6.13 et 6.15). La phase est aussi lissée pour les fonction sinus cardinal apodisées (figure 6.14).

La relation (6.49) est donc utile pour avoir un bon ordre de grandeur de la phase appliquée. Comment la régler pour un quadruplet d'impulsion donné ?

Réglage de phase

Pour un quadruplet d'impulsion $\mathscr{Q}_{v\sigma_p}$ donné, le corrélateur E s'écrit, d'après l'équation (5.22) du chapitre 5, en prenant le développement limité[18] de Θ à l'ordre 2 en $\tilde{\delta}$, nous obtenons :

$$\begin{aligned} E &= V\cos\left(2\frac{d\Theta}{d\tilde{\delta}}\tilde{\delta} + \varphi\right) + D \\ &\simeq V\cos(T_{N_m}\delta_0 + \varphi) + D \end{aligned} \tag{6.51}$$

Par conséquent, pour faire varier la différence de phase entre un quadruplet $\mathscr{Q}_{v\sigma_p}$ donné, le seul moyen est de changer le temps T_{N_m}. Il faut avoir plusieurs temps différents pour espérer observer une oscillation du paramètre E, donc utiliser plusieurs demies-valeurs du paramètre N_m (pour éviter les rebonds). Pour éviter la diffraction vers les ordres supérieurs le temps à appliquer vérifie :

$$T_{N_m} \simeq 4 \times \frac{2\pi}{\Omega_B} \times N_m = N_m \times 156\ \mu\text{s} \tag{6.52}$$

Une dizaine de demies-valeur du paramètre N_m peuvent être utilisées avant d'atteindre la milli-seconde, suffisant pour observer une oscillation de E pour plusieurs classes d'impulsions. Cette technique présente donc un énorme avantage par rapport à la séparatrice à deux fréquences car :

- Plusieurs oscillations du paramètres E sont censées être observées (point 7 du cahier des charges). Celle qui conduit à une violation de l'inégalité de Bell peut être sélectionnée en post-traitement (point 6 du cahier des charges).

18. Le fait de prendre le développement limité pour $\tilde{\delta}$ sur une zone étendue ($\tilde{\delta} \in [-2, 2]$) est justifié par les simulations présentées sur la figure 6.15. Dans ce cas, les valeurs de N_m sont demi-entières.

- L'effet HOM qui a lieu en même temps peut servir d'indicateur de bon fonctionnement de l'interféromètre. La condition d'indiscernabilité est vérifiable pour chaque séparatrice (point 7 du cahier des charges).
- La taille des zones sélectionnées en vitesse dans l'analyse peut être optimisée sans craindre une variation de phase ou d'amplitude de la séparatrice trop importante (point 2 du cahier des charges).

Le point négatif est l'absence de mesure simple de cette phase (point 8 du cahier des charges) : il n'y a pas l'équivalent de la mesure avec une photodiode comme dans le cas de la double séparatrice. Dans ce cas, il faudrait mesurer l'intensité de chaque bras et utiliser un modèle qui permette de remonter à la phase à partir de ces données.

Conclusion

Nous présentons en guise de conclusion de ce chapitre le tableau 6.1 qui récapitule la liste des avantages et inconvénients des séparatrices étudiées.

La fonction porte est élimée d'office puisqu'elle ne permet pas (dans l'expérience présentée au chapitre 5) de faire varier la phase, nécessaire à une violation des inégalitées de Bell. Elle permet néanmoins de voir ce que nous gagnons ou perdons en appliquant une séparatrice de type « double fréquence » ou « sinus cardinal ».

L'inconvénient majeur d'une séparatrice de type « double fréquence » est sa trop grande selectivité dans l'espace des impulsion (bande passante courte, temps d'application du réseau long). Cette contrainte empêche une calibration avec un interféromètre HOM (sans changer les fréquences de l'interféromètre), empêche de faire plusieurs expériences RT en même temps et contraint notre analyse à une zone restreinte en impulsion proche de la limite de résolution du détecteur. L'avantage par rapport à une séparatrice « sinus cardinal » est sa simplicité de mise en oeuvre (générateur de signaux RF double voies à fréquences et amplitudes fixes) et la possibilité de mesurer la phase appliquée par une photodiode.

Il est possible que nous fassions plusieurs tentatives et les deux solutions ont toutes deux leurs intérêts, c'est pourquoi nous les avons présentées dans ce manuscrit.

	Porte	Double fréquence	Sinus cardinal
Multimodes	+	-	++
HOM	+	-	+
Boîtes d'analyse	+	-	+
Réglage de phase	×	√	√
Mesure de phase	-	+	-
Mise en oeuvre	+	+	-
Durée interféromètre	++	-	+

TABLE 6.1 – Tableau récapitulatif des avantages et inconvénients des trois méthodes pour faire un interféromètre de type Rarity-Tapster. Les critères présentés correspondent à ceux du cahier des charges de la section 1.2 et proviennent des conclusions des autres sections. Les points positifs et négatifs sont représentés par '+' et '-' et servent de comparaisons entres les méthodes. Les « boîtes d'analyses » correspondent au critère 6 du cahier des charges et la «mise en oeuvre» correspond au type de montage électronique/optique à mettre en oeuvre expérimentalement.

Conclusion

***

Le chapitre 1 permet de comprendre l'intérêt d'une violation des inégalitées de Bell avec des atomes corrélés en impulsion. Nous y découvrons notamment une source d'inspiration dans l'expérience faite par Rarity et Tapster [70]. Adapter cette expérience au cas des atomes est ce qui nous a guidé tout au long de ce manuscrit.

Dans cette quête, nous avons dû repousser les limites de notre montage expérimental. Il s'est avéré utile et nécessaire de faire un travail bibliographique sur ce dispositif, à la fois pour recenser les connaissances provenant des thèses et articles du groupe, mais aussi pour répertorier les autres techniques accessibles et réalisables permettant de l'améliorer. Plusieurs pistes sont en cours pour réduire le cycle expérimental, le stabiliser et augmenter le signal de détection. Le chapitre 2 nous permet de rendre compte de la complexité du montage, de ses points faibles mais aussi de ses qualités : notre principal atout est de disposer d'un système de détection performant, un équivalent de « microscope à atomes » dans l'espace des vitesses, qui tire judicieusement partie du niveau métastable de l'hélium.

Les études expérimentales et théoriques préliminaires sur la faisabilité d'une expérience de type Rarity-Tapster avec notre dispositif expérimental, constituent le reste du manuscrit. Les résultats obtenus sont très encourageants.

L'étude de la source d'atomes corrélés, par une mesure de sa distribution, donne une nouvelle preuve en faveur du modèle de type amplificateur paramétrique multi-mode. Ce résultat, présenté dans le chapitre 3, vient s'ajouter aux études des corrélations faites par mes prédécesseurs. L'ensemble est compatible avec une émission d'atomes intriqués en impulsion, et rend le test de Bell envisageable.

Ce type d'émission peut être utilisé pour réaliser des interférences à deux particules : une des expériences phares dans ce domaine est celle réalisée par Hong, Ou et Mandel [15] avec des photons. Pour être transposée à la source d'atomes étudiée, cette expérience nécessite l'équivalent de miroirs et de séparatrices à atomes, dont la réflectivité dépend de leurs impulsions. La solution décrite au

chapitre 4, est d'appliquer un réseau de Bragg : elle permet à notre équipe de réaliser, pour la seconde fois, une interférence HOM.

Cette même expérience dissimule plusieurs interféromètres de type Rarity-Tapster, convergence des propriétés du réseau de Bragg et de celles de la source. L'analyse est prometteuse : deux des mesures effectuées sont compatibles avec le modèle théorique présenté dans le chapitre 5 qui suppose un état de Bell.

Pouvons nous utiliser ce type d'interféromètre pour violer les inégalités de Bell ? Non en l'état. Il faudra l'adapter, notamment pour pouvoir régler le déphasage entre deux chemins possibles d'un atome. Ce réglage nous conduit dans le chapitre 6 à repenser les optiques à atomes. Nous avons pu, à travers deux exemples, explorer les possibilités que la diffraction de Bragg a à nous offrir, particulièrement le fait de pouvoir faire plusieurs expériences de violation des inégalités de Bell différentes, dans une même expérience.

Si nous avons fait plusieurs avancées expérimentales et théoriques, il reste des études à faire. Le cas des miroirs par exemple, reste à traiter : d'autres études peuvent être menées, en s'inspirant par exemple des travaux sur le retournement de spin en RMN [21] ou en utilisant un algorithme d'optimisation. Il reste aussi une étude théorique à effectuer sur la dépendance du corrélateur E avec la réflectivité du miroir.

Nous pouvons dégager de ce manuscrit des perspectives d'améliorations à courts et moyens termes. Réduire la séquence expérimentale en réduisant la durée des étapes de refroidissement, améliorer le rendement quantique et sa résolution en changeant de détecteur, sont des étapes déjà en cours, permettant de réduire la durée de l'expérience.

Une idée plus originale est de recycler le CBE : nous pourrions cadencer l'expérience à la durée du cycle comportant les étapes de mélange à quatre ondes, de l'interféromètre et de la détection, soit environ 300 ms (à comparer à la formation d'un CBE toutes les 30 s). Il faut cependant pouvoir extraire les paires du condensat dans le piège dipolaire sans trop l'affecter (chauffage, oscillations, perte d'atomes) ce qui n'est pas garanti.

Enfin, une idée plus spéculative serait de créer un quadruplet d'impulsion en dédoublant le réseau de création de paires d'atomes corrélés : en envoyant deux fréquences dans ce réseau, le condensat serait soumis à deux relations de dispersions différentes. Nous serions alors moins contraints pour choisir un réseau de Bragg échangeant le quadruplet créé : l'opposition entre élargissement et écartement des optiques pourrait se régler en « élargissant la source ».

L'objectif final à atteindre est clair : réaliser une violation des inégalités de Bell avec des particules massives corrélées en impulsion. L'importance de cette expérience est de taille : elle n'a jamais été réalisée et deviendrait une expérience fondatrice sur la recherche de liens entre gravité et intrication [18].

Valeurs des paramètres expérimentaux

***

	δv_x	δv_y	δv_z	Unité	ηN_a	ηN_b	Unité
Distributions (Ch. 3)	5,5	5,5	2,5	mm/s		0,13(2)	
(pavé droit)	0,06	0,06	0,027	v_{rec}		1,7(3)	$\text{cm}^{-3}.\text{s}^3$
HOM [171]	4,0	4,0	2,8	mm/s	0,076(14)	0,090(9)	
(cylindres)	0,042	0,042	0,03	v_{rec}	2,2(3)	2,5(1)	$\text{cm}^{-3}.\text{s}^3$
Carte corrélations [171]	32,2	32,2	2,8	mm/s			
(cylindres)	0,35	0,35	0,030	v_{rec}			
Bell [171]	4,0	4,0	2,0	mm/s	[0,04 - 0,06]	[0,05 - 0,07]	
(pavé droit)	0,043	0,043	0,022	v_{rec}	[1 - 2]	[2 - 3]	$\text{cm}^{-3}.\text{s}^3$

TABLE A.1 – Caractéristiques des boîtes en vitesse utilisées dans cette thèse. Les valeurs ηN_a et ηN_b correspondent aux nombres d'atomes détectés dans les pics de densité proches de 1,3 v_{rec} et 1,75 v_{rec} respectivement. La densité détectée est également calculée et correspond au nombre d'atomes détectés pour un volume de boîte dans l'espace des vitesses donné.

Reconstruction des temps d'arrivées sur le MCP

***

Cette annexe est un résumé des thèses [146, 145, 132] sur la reconstruction des temps d'arrivées sur le MCP. Elle a pour but de rappeler les caractéristiques de reconstruction qui ont été utilisées pour les expériences présentées dans ce manuscrit (des chapitres 3, 4 et 5). Des éléments reliés au MCP comme l'ordinateur, le hardware et le software, ont été progressivement remplacés pendant ma rédaction, en grande partie par Ziyad Amodjee, actuellement en première année de thèse. J'ai trouvé important de faire un état des connaissances acquises sur le MCP avant de changer certains élements comme le MCP, le TDC [1] et les programmes de reconstruction (changés en partie en 2018).

1 Système de détection : entre le MCP et l'ordinateur

La gerbe d'électrons en sortie d'un canal illumine une zone plus grande que le diamètre des fils constituant l'anode. L'impulsion électrique reçue au bout d'un fil est alors la somme de toutes les impulsions étalées temporellement par dispersion (représenté sur la figure 2.6.a dans le Chapitre 2). La résultante forme une enveloppe de largeur caractéristique 10 ns et d'amplitude pic de quelques mV que l'on utilise pour localiser l'avalanche électronique. Une technique possible pour reconstruire la position des atomes est d'échantillonner le signal reçu au GHz (les oscilloscopes performant peuvent le faire) mais le signal devant être enregistré sur plusieurs centaines de millisecondes pose un problème de mémoire [2].

Ce qui est utilisé en pratique est représenté sur la figure B.1. Tout d'abord une

1. TDC pour Time to Digital Converter.
2. Par exemple, un signal de 10 ms échantillonné sur 8 bits à la dizaine de GHz donne un fichier de 100 Mo. Pour l'expérience HOM expliquée plus loin dans cette thèse il aurait fallu analyser 1 To de données...

étape d'amplification de l'enveloppe suivie d'une conversion en format logique par un discriminateur à fraction constante (CFD pour Constant Fraction Discriminator). L'intérêt du CFD est de repérer le temps d'arrivée de l'impulsion de manière à ce qu'il ne dépende pas ou peu de la hauteur de l'impulsion (cf figure B.1). Le temps d'arrivée du signal logique est discrétisé par pas de 275 ps par un convertisseur temps-numérique (TDC) et mis sous forme binaire. L'information est stockée dans une mémoire tampon avant d'être effacée ou lue par l'ordinateur. Un logiciel permet d'afficher et de reconstruire en temps réel la position des atomes et sauvegarde les données sous un format compressé [3]. Les interfaces graphiques que j'ai mis au point en remplacement du logiciel "Heevman" [146] ne seront pas présentées dans ce rapport. La reconstruction, telle qu'elle était effectuée pour les expériences décrites dans cette thèse, fait l'objet de la partie suivante.

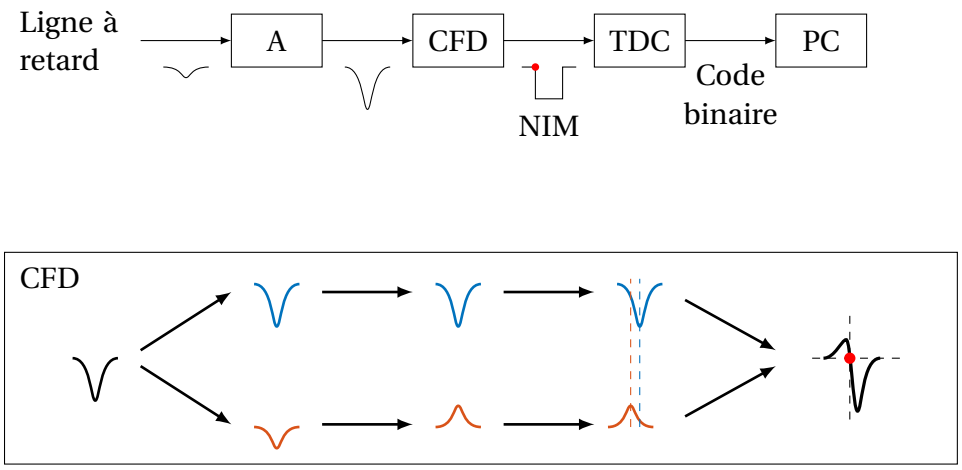


FIGURE B.1 – En haut est représenté la chaîne d'acquisition et en bas le fonctionnement du CFD. L'impulsion électronique, reçue par une des quatre voies des lignes à retard, est amplifiée (A) puis passe par un CFD. Le CFD le divise en deux signaux avec des gains différents. Un des deux signaux (en rouge), subit une inversion puis un décalage temporel pour que le maximum du signal rouge se trouve temporellement là où la pente du signal bleu est la plus raide [177]. Les deux signaux sont additionnés : le passage à 0 de la courbe ainsi formée dépend très peu de la forme et de l'amplitude du signal. Un signal logique de type NIM (Nuclear Instrumentation Module) est créé à partir du passage à 0 (point rouge). Le temps d'arrivée du signal NIM est discrétisé puis traduit en format binaire par un TDC avant d'être stocké dans l'ordinateur.

3. En utilisant la librairie de fonctions root.

2 Résolution du détecteur

Avec les relations (2.8) il est possible de reconstruire la position (x, y, t) de l'avalanche électronique et donc de rendre compte de la position de l'atome lors de son impact sur le MCP. Le système n'est cependant pas parfait et le but de cette section est d'estimer l'incertitude qui découle du processus de reconstruction.

Lors de la détection, c'est-à-dire entre le moment où l'atome touche le MCP et où il est reconstruit et stocké sur ordinateur, plusieurs sources d'incertitudes sont présentes. Or celles-ci sont directement reliées aux limitations de résolution du détecteur. Les étapes décrites dans la section précédente (reportées sur la figure B.1) en sont responsables seulement en partie. Pour décrire ces limitations, nous allons simplifier l'analyse en groupant les outils du processus de détection en trois ensembles :

1. **Acquisition et mise en forme :** Le MCP, les lignes à retard, l'amplification et le CFD
2. **Echantillonage et codage :** Le TDC
3. **Reconstruction :** Le programme de reconstruction (sur ordinateur)

Dans un premier temps, nous décrirons les incertitudes qui découlent des ensembles 1 et 2. Pour comprendre comment mesurer la résolution du détecteur nous terminerons par décrire le logiciel de reconstruction. Pour une description détaillée de la reconstruction utilisée dans cette thèse, se référer à [132].

2.1 Incertitudes sur l'acquisition et la mise en forme

Acquisition par le MCP

Le MCP est une galette de micro-canaux ayant un certain diamètre et une certaine inclinaison (cf figure B.2). Le diamètre du canal fixe une première limite à la précision du dispositif, elle est de 25 μm.

La résolution transverse du MCP seul est de cet ordre de grandeur. Elle correspond à l'incertitude de mesure obtenue si nous pouvions détecter le canal dans lequel l'atome est tombé. D'une manière basique nous pouvons voir cet appareil comme une règle dont les graduations sont situées tout les 25 μm. Dans ce cas, l'écart type des mesures effectuées sera de $25/2\sqrt{3}$ μm (incertitude de type B pour une loi uniforme) : c'est la résolution transverse du MCP seul.

La résolution longitudinale dépend de l'inclinaison des canaux et de leur diamètre (cf figure B.2). La précision du dispositif est limitée par $h = \varnothing / \tan(\theta)$ (se référer à la figure pour les notations). Si nous prenons une loi de probabilité uniforme[4] comme précédemment, la résolution est de 50 μm pour le même diamètre et une inclinaison de 8° ($h \simeq 178$ μm).

4. Nous cherchons juste un ordre de grandeur de la résolution. Un calcul avec une loi de pro-

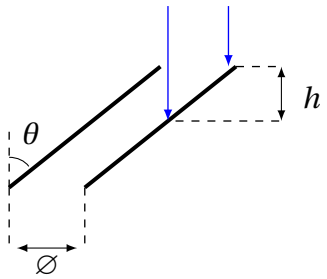


FIGURE B.2 – Représentation d'un micro-canal et de deux atomes tombant à des endroits différents (flèches). La différence de hauteur entre les impacts donne une limite à la résolution verticale [69] ($h \simeq 170$ μm environ). Elle dépend du diamètre du canal $\varnothing$ et de son inclinaison θ.

Acquisition par les lignes à retard et mise en forme

Un jet de 10^8 électrons est obtenu en sortie du MCP. Ce jet éclaire une zone sur la nappe formée par l'enroulement des lignes à retard. Les impulsions électroniques se propagent dans les lignes à une certaine vitesse et subissent une déformation (due à la dispersion du milieu). L'enveloppe globale des impulsions électroniques en bout de ligne, une fois amplifiée, a une forme de courbe en cloche inversée de hauteur moyenne 40 mV et de largeur temporelle 10 ns [146]. Si la hauteur de l'impulsion ne dépasse pas un certain seuil (réglable) elle n'est pas traitée par le CFD.

Cette enveloppe est sujette à des fluctuations et n'est pas créée de manière uniforme par l'ensemble MCP+lignes à retard. Le CFD est censé être insensible à ces fluctuations mais n'est pas parfait. Il en résulte soit une fluctuation temporelle (de l'impulsion NIM), soit une éliminitation du coup (si la hauteur d'impulsion ne dépasse pas le seuil). La forme de l'enveloppe dépend de plusieurs facteurs. Nous en donnons une liste non exhaustive basée sur des observations faites dans [146, 178] :

- **Le flux d'atomes :** La hauteur d'impulsion diminue plus le flux d'atomes est important. Ce phénomène peut être expliqué ainsi : une gerbe d'électrons dans un canal équivaut à un courant circulant dans une résistance. La tension entre les plaques du MCP diminue donc l'amplification aussi [5]. Une constante de temps est associée au retour à l'équilibre qu'il est possible d'estimer à partir de la capacité et de la résistance du MCP données

babilité tenant compte de la géométrie du canal a été effectué et donne le même ordre de grandeur qu'une loi uniforme (légèrement plus faible).

5. Normalement le phénomène est faible car la configuration en chevron et la tension élevée appliquée permettent de saturer le nombre d'électrons en sortie de canal, ce qui rend moins sensible la hauteur d'impulsion aux variations de tension des plaques.

par le constructeur (se référer à [179]). Par exemple, le retour à l'équilibre après l'arrivée d'un condensat sur la galette est de 6 ms environ [6] ! Cela ne veut pas dire qu'il n'y aura pas d'atomes détectés pendant ce temps, il y en aura par contre en moyenne moins à cause du seuil imposé par le CFD.

- **Le gain par micro-canal :** Nous observons sur les bord du MCP un gain plus faible. Une explication possible est que le MCP subit des contraintes mécaniques qui peuvent modifier son fonctionnement. Une autre explication (complémentaire) peut être que l'enveloppe de l'impulsion est différente des deux côtés de la ligne : l'étalement par dispersion n'est pas suffisant sur le côté le plus proche de la sortie de la ligne alors qu'il est élevé sur l'autre côté. La forme des enveloppes étant différentes, elles ne sont pas repérées par le CFD de la même manière, ce qui peut entrainer une mauvaise reconstruction ou pas de reconstruction (se référer à la section 2 pour la reconstruction).

2.2 Incertitudes sur l'échantillonnage et le codage

Le TDC repère le front d'une impulsion NIM et la code en langage binaire avant d'être lue par un programme sur un ordinateur. Les pas de temps du TDC [7], que nous noterons $\mathrm{T_{TDC}}$, sont de 275 ps. Ce pas de temps impose une limite de précision sur la position (x, y, t) de l'impulsion détectée. Cet échantillonnage va imposer une taille de pixel spatiale et temporelle.

La taille d'un pixel temporel est directement donnée par le pas de codage du TDC, soit 275 ps. Cherchons à déterminer la taille d'un pixel spatial. La longueur d'une ligne divisée par la vitesse de parcours d'une impulsion électronique sur celle-ci nous donne un temps de parcours total $\mathrm{T_L} = L/v_\parallel$. Comme $\mathrm{T_L} \gg \mathrm{T_{TDC}}$, cette ligne peut donc être découpée en N pas de temps du TDC, correspondant à un nombre de pixel spatial, qui vérifient :

$$N = \frac{L}{v_\parallel \mathrm{T_{TDC}}}. \tag{B.1}$$

Remarquons alors l'intérêt d'enrouler la ligne et de réduire le pas de temps : cela permet d'augmenter le nombre de pixels et par conséquent d'améliorer la précision spatiale. La taille d'un pixel spatial suivant une direction (x ou y) sera donnée par la longueur effective noté L_{eff} à parcourir par l'impulsion (suivant la direction choisie) divisé par le nombre de pixels (cf figure 2.6 du chapitre 2), soit :

$$\frac{L_{eff}}{N} = \frac{L_{eff} v_\parallel}{L} \mathrm{T_{TDC}} = v_\perp \mathrm{T_{TDC}}. \tag{B.2}$$

6. Pour l'estimation avec les données du constructeur se référer à [179] et pour la mesure se référer à [146].

7. Version du TDC utilisée entre 2007 et 2018.

Comme $v_\perp \simeq 10^6$ m/s, la taille du pixel spatial est environ de 275 μm.

Concernant la résolution, un moyen simple de l'estimer est de considérer une loi uniforme de détection sur chaque pixel. L'écart type associé à une mesure est alors de la taille du pixel divisé par $2\sqrt{3}$ (incertitude de type B pour une loi uniforme). La résolution spatiale (si nous la définissons comme étant cet écart type) vaut 80 μm. La résolution longitudinale exprimée en position vaut environ 0,3 nm (un atome arrive à 3m/s sur le MCP et le pixel temporel est de 275 ps). Cette différence nous pousse à configurer nos expérience sur la direction où la résolution est la meilleure (axe long du piège dipolaire, création de paires et interféromètre suivant (Oz)).

Remarque : Si nous comparons ces résolutions à la section précédente, nous constatons que la résolution transverse est limitée par le TDC (80 μm) alors que la résolution longitudinale est limitée par la géométrie du MCP (50 μm), gouvernée par le paramètre $h = \varnothing / tan(\theta)$. La différence entre les deux résolutions est donc moins élevée que prévue. L'inclinaison de 20° de la galette Hamamatsu au lieu des 8° de la galette Burle devrait améliorer la résolution longitudinale d'un facteur 4 (cf tableau comparatif 2.4 entre les deux modèles de MCP Hamamatsu et Burle du chapitre 2).

2.3 Incertitudes de reconstruction

Pour comprendre comment mesurer la résolution du détecteur nous avons besoin de décrire le logiciel de reconstruction. Pour une description détaillée de la reconstruction utilisée dans cette thèse, se réferer à [132].

Première étape

La première étape est de faire une sélection sommaire des temps d'arrivées. A partir d'un temps d'arrivée sur une voie, par exemple t_1 pour la voie 1, le logiciel regarde sur la voie 2 s'il existe un temps t_2 correspondant. Comme il peut y avoir plusieurs atomes, il y a plusieurs temps t_2 enregistrés sur la voie 2. Le tri s'effectue en ne conservant que les couples dont la différence des temps d'arrivées en valeur absolue est inférieure ou égale au temps de parcours sur une ligne. La même opération est réalisée pour les deux autres voies et donne les équations (B.3).

$$| t_1 - t_2 | \leqslant L / v_\parallel, \tag{B.3a}$$

$$| t_3 - t_4 | \leqslant L / v_\parallel. \tag{B.3b}$$

L'intérêt de cette étape de reconstruction provient de sa rapidité d'exécution. Le logiciel de reconstruction "Heevman" (pour Helium Event Manager) développé par Martijn Schellekens [146] n'utilisait au départ que cette étape. Elle est suffisante pour observer les atomes tomber sur le MCP à chaque cycle expérimental mais peut donner lieu à des artefacts de reconstruction (cf figure B.6). En effet, pour un temps t_1 donné, si il existe plusieurs temps t_2 vérifiant l'équation (B.3a), l'association des temps d'arrivées peut ne pas correspondre à la position réelle d'un atome. Nous en reparlerons dans la partie suivante.

Dernière étape

La dernière étape consiste à faire une sélection plus précise. Seulement trois temps nous permets de reconstruire la position (x, y, t) de l'atome tombant sur le MCP (cf relations (2.8) section?). L' information supplémentaire peut être utilisée pour affiner la reconstruction. En définissant le paramètre S par la relation B.6a), l'équation (2.8c) donne $S = 0$. L'algorithme cherche donc les couples qui minimisent le paramètre $|S|$ avant de les retirer de la liste des temps et de recommencer l'opération pour les temps suivants. En réalité, l'algorithme tient compte de deux autres phénomènes :

- **Différence de longueur des lignes**
  En définissant le paramètre S_c comme étant la valeur de S dépendant des longueurs des lignes L_x et L_y donné par le constructeur, S_c vérifie :

  $$S_c = \frac{L_x - L_y}{v_\perp}. \tag{B.4}$$

  L'algorithme de reconstruction cherche alors à minimiser $|S - S_c|$. Ce phénomène sera implicitement pris en compte par le point suivant.
- **In-homogénéité de propagation dans les lignes**
  Si nous ne parvenons pas pour l'instant pas à comprendre suffisamment ce mécanisme pour pouvoir le modéliser, nous pouvons toutefois mesurer cet effet. En prenant une situation dans laquelle il n'y a pas de problèmes de reconstruction[8], il est possible d'associer à chaque position (x, y) une valeur du paramètre S que nous notons $S_{x,y}$. C'est ce qui est représenté sur la figure B.3 et que nous appelons une carte de gradient, qui est propre à chaque montage et qui semble dépendre de la construction des lignes à retard [178, 180, 181]. Il est intéressant de remarquer que les valeurs de S ne sont pas uniformes. Minimiser $|S - S_c|$ sans prendre en compte ce phénomène introduirait des erreurs systématiques.

8. C'est-à-dire un flux d'atomes suffisamment faible sur le MCP pour qu'il n'y ait à chaque coup qu'un seul couple de temps qui vérifie (B.3). En général nous utilisons un nuage d'atomes provenant d'un PMO sans ralentisseur Zeeman.

Pour tenir compte de ces deux phénomènes, nous prenons en compte la carte de gradient lors du processus de reconstruction [9]. Ainsi, s'il existe plusieurs couples de temps vérifiant les équations (B.3), le couple retenu par l'algorithme sera celui qui minimisera $|S - \langle S_{x,y} \rangle|$.

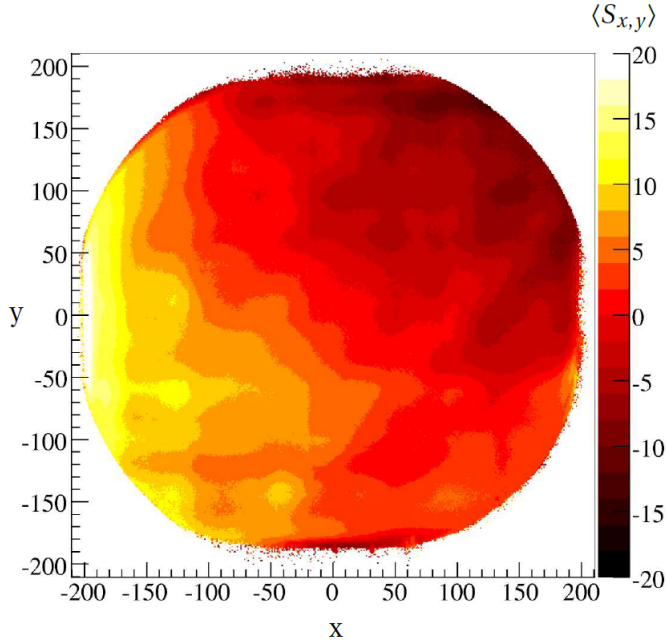


FIGURE B.3 – Carte de gradient (valeur moyenne de $S - S_c$) extrait de [132]. Elle est obtenue à partir de 250 réalisations. La valeur de $S - S_c$ est exprimé en pixel temporel de 400 ps (ancien TDC). Les valeurs de x et y sont exprimées en pixels (le facteur de conversion en longueur est de 200μm/pixels).

Etape intermédiaire

Enfin, l'autre étape est une étape intermédiaire aux deux autres, que nous citons maintenant par souci de clarté. Le but est d'effectuer une deuxième sélection sur les temps d'arrivées en imposant une borne $\varepsilon_{x,y}$ tel que le paramètre S associés aux positions (x, y) vérifie :

$$|S - \langle S_{x,y} \rangle| \leqslant \varepsilon_{x,y}. \tag{B.5}$$

9. Remarquons que la carte a été calculée à des flux faibles. Comme nous n'avons pas de modèle pour comprendre la carte de gradient, rien n'indique que celle-ci soit la même à fort flux. Pour mesurer ce phénomène, il faudrait avoir des informations supplémentaires permettant de réduire le nombre de couples possibles. Par exemple, nous pourrions utiliser la tension de la plaque du MCP pour avoir un temps d'arrivée de plus ou changer le système de ligne à retard contre des lignes à retard "hexanodes" (fabriqué par RoentDek).

Il y a donc 0, 1 ou plusieurs associations de temps qui vérifient cette condition. Le processus de minimisation de $|S - \langle S_{x,y}\rangle|$ qui suit intervient au sein de cet ensemble d'associations possibles.

Cette restriction est importante car elle peut permettre de réduire les artéfacts de reconstruction. La figure B.5 donne une représentation de ce phénomène lorsque la reconstruction n'est pas assez restrictive. Deux atomes tombent quasiment en même temps sur le MCP à deux endroits différents. Les impulsions sont récupérées par les quatre voies mais seulement deux sont représentées.

La première étape de reconstruction (équations (B.3)) est satisfaite pour les deux atomes. L'étape intermédiaire est aussi satisfaite : les deux atomes respectent la relation (B.5). La dernière étape est celle de minimisation. Comme la carte de S n'est pas homogène et que S est soumis à des incertitudes (que nous présenterons par la suite), il se peut que la minimisation de l'ensemble sélectionné conduise à une mauvaise association de couples de temps. Or il y a $2^2 = 4$ associations possibles, deux pour y et deux pour x (seulement deux associations sont représentées). Le même phénomène se reproduit lorsque deux atomes tombent proches temporellement, ce qui est le cas pour des CBE. Sur la figure B.6 nous pouvons voir des artefacts en forme de croix centrés sur le condensat, correspondant aux quatre possibilités de reconstruire des atomes tombant au centre de la galette.

Au contraire, une reconstruction trop restrictive conduit à éliminer plusieurs couples de temps et donc potentiellement des atomes. Ce phénomène est visible sur la figure B.4. Au centre des condensats, sur les images (b) et (d), il y a moins d'atomes reconstruits. Nous pensons que ce phénomène est dû à une modification de la valeur de S à la position (x, y) lorsque le flux local est proche de saturation (se référer à la section 3) comme lors de l'arrivée d'un CBE. Ces images de condensats ne reflètent donc en rien la réalité, la détection n'étant pas uniforme dans le temps.

La carte de gradient de la figure B.3 correspond à tracer la moyenne de $S_{x,y} - S_c$ sur 250 acquisitions. Il est aussi intéressant de mesurer l'écart type de S sur ces réalisations. La connaissance de σ_S permet de mesurer la résolution du détecteur : à partir de l'expression de S, la relation entre les incertitudes sur les temps d'arrivées (notés σ_{t_i} pour chaque temps t_i) et σ_S est exprimée par l'équation (B.6b).

$$S \triangleq (t_1 + t_2) - (t_3 + t_4), \tag{B.6a}$$

$$\sigma_S^2 = \sigma_{t_1}^2 + \sigma_{t_2}^2 + \sigma_{t_3}^2 + \sigma_{t_4}^2, \tag{B.6b}$$

$$\sigma_S = 2\sigma_t. \tag{B.6c}$$

En supposant que les erreurs sur les quatre temps sont les mêmes et indépendantes (noté $\sigma_t = \sigma_{t_i}$ pour tout temps t_i), on a alors l'équation (B.6c). Les

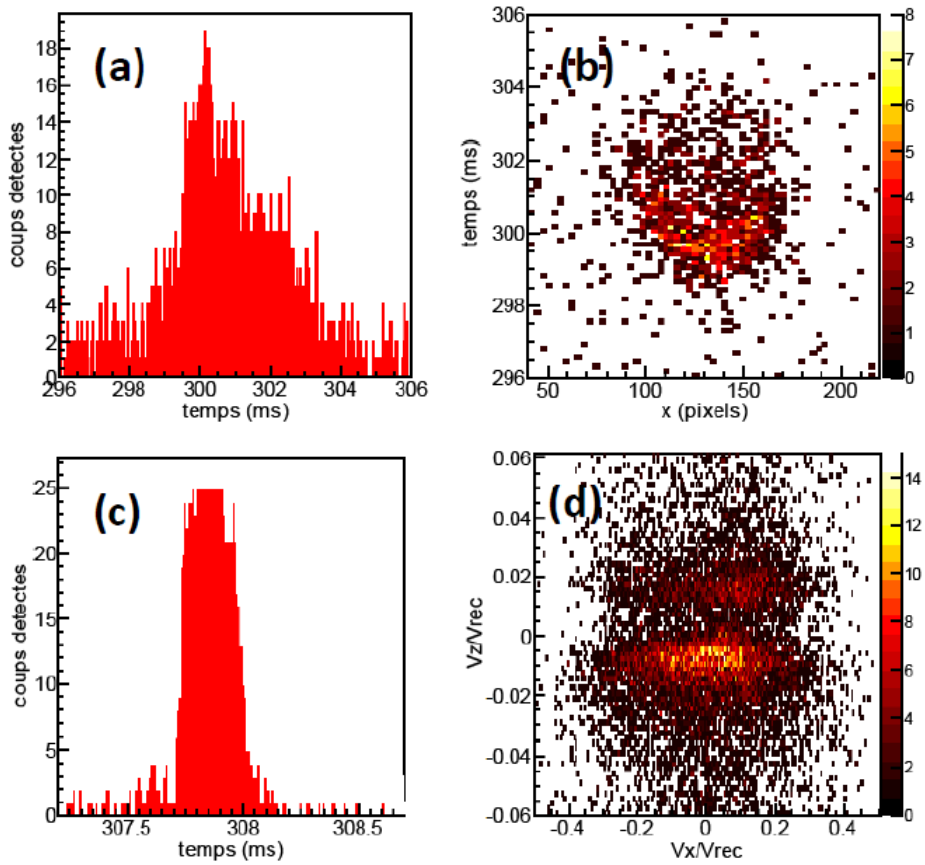


FIGURE B.4 – Image tirée de [19]. Les images correspondent à des CBE effectués en haut dans le piège magnétique et en bas dans un piège dipolaire. Les temps d'arrivées (détectées sur une seule voie) en (a) et (c) sont non reconstruits alors que les reconstructions spatiales (b) et (d) le sont. Les profils non reconstruits montrent clairement un profil asymétrique pour (a) et borné pour (c) provenant de problèmes de saturation (cf section 3). (b) et (d) présentent des trous là où le CBE est censé être le plus dense, mettant en exergue les problèmes de reconstruction. Se référer au texte pour plus de détails.

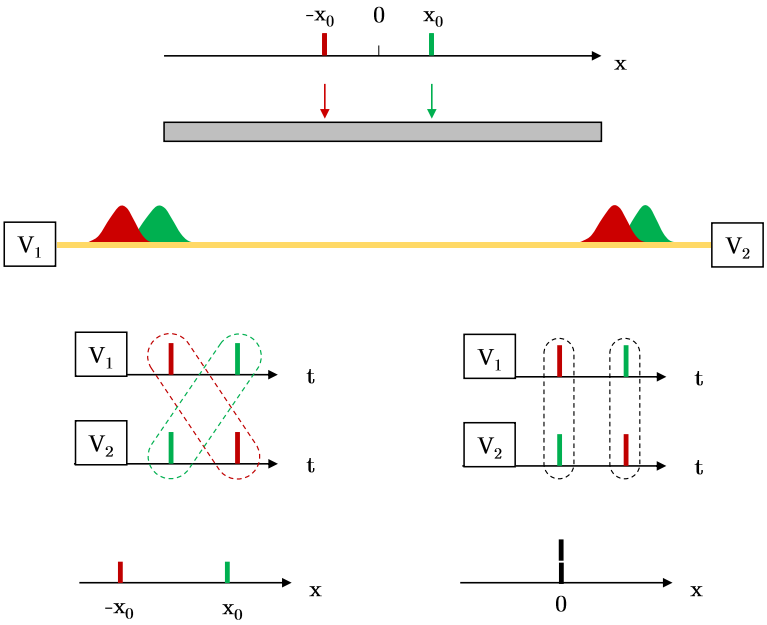


FIGURE B.5 – Principe de reconstruction et erreurs possibles. Deux atomes arrivent quasiment en même temps sur le MCP à deux positions $x = \pm x_0$. Les impulsions générées sont récupérées par chaque voie et sont associées à un temps d'arrivée. Les temps d'arrivés passent les étapes de sélections du logiciel de reconstruction. Il minimise alors le paramètre S pour trouver le meilleur couple. La minimisation pouvant être biaisée par des incertitudes (voir texte), il peut y avoir deux reconstructions possibles suivant x : soit l'algorithme reconstruit deux atomes en $x = \pm x_0$ ce qui est le cas réel, soit il reconstruit deux atomes en $x = 0$ et à des temps différents. Le même phénomène apparaît dans la direction transverse et conduit aux artefacts de reconstruction en croix (figure B.6).

relations sur les incertitudes des paramètres (x, y, t_0) notées $(\sigma_x, \sigma_y, \sigma_{t_0})$ se déduisent à partir des relations (2.8a–2.8c) du chapitre 2 et (B.6c) et sont données en (B.7a–B.7c).

$$\sigma_x = \frac{v_\perp}{2\sqrt{2}}\sigma_S, \tag{B.7a}$$

$$\sigma_y = \frac{v_\perp}{2\sqrt{2}}\sigma_S, \tag{B.7b}$$

$$\sigma_{t_0} = \frac{1}{2\sqrt{2}}\sigma_S. \tag{B.7c}$$

Ainsi les incertitudes moyennes sur les positions x, y et t peuvent être déterminées en mesurant la distribution du paramètre S. Il existe une façon plus directe (et locale) d'effectuer cette mesure, en traçant une carte de valeur RMS de la distribution du paramètre S mesuré à une position (x, y). Nous notons cette

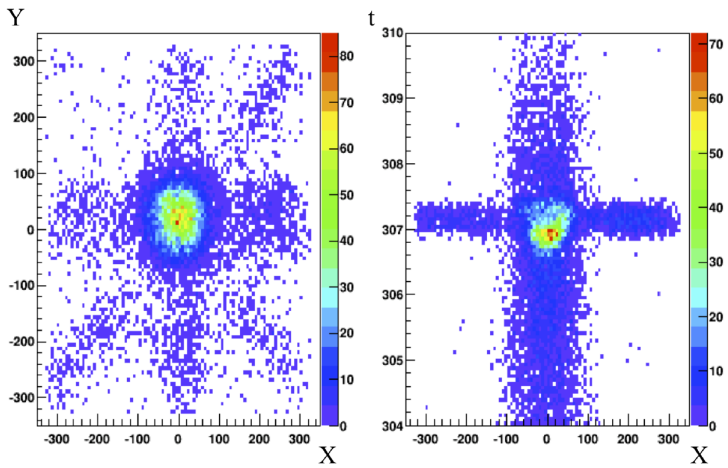


FIGURE B.6 – Artefact après reconstruction d'un condensat (tiré de [112]). A gauche, deux croix apparaissent dans le plan (x,y) qui ne sont pas des positions provenant d'atomes. A droite, reconstruction dans le plan (x,t), où les erreurs de reconstruction génèrent une bande à 307 ms.

quantité $\delta S_{x,y}$: elle est représenté sur la figure B.7. Nous constatons que certaine zones ont une meilleure résolution (ici définie par la valeur RMS et pas par l'écart type) que d'autre. Elle varie entre 150 et 400 μm (résolution spatiale en accord avec celle obtenue sur un autre montage [180]).

La résolution temporelle peut être mesurée à partir de (B.7c) mais ne donne pas la valeur de résolution réelle du détecteur. La résolution longitudinale réelle est donnée par le MCP (50 μm) à cause du phénomène représenté sur la figure B.2. Pourtant, l'incertitude σ_{t_0} mesurée correspond à une dizaine de nano-secondes, ce qui correspond à une incertitude de 30 nm environ (les atomes touchent le MCP à une vitesse de 3m/s). La raison est subtile : la résolution est mesurée sur les lignes à retard, pas à la surface du MCP. Cette résolution de 50 μm n'intervient que lorsque nous nous intéressons à des corrélations : les atomes tombent en même temps mais ne sont pas détectés au même moment, ce qui modifie la largeur des corrélations (se référer à [69])

Avec les coordonnées (x, y, t_0) nous pouvons remonter à la vitesse initiale des atomes $(v_{x_0}, v_{y_0}, v_{z_0})$ dans le cas où le rapport entre la taille du nuage atomique et la distance entre les atomes et le détecteur est suffisamment petit [119]. Pour le système de détection utilisé dans ce manuscrit [10], la résolution trouvée correspond à $1,3\,.10^{-3}$ m/s, soit $1,4\,.10^{-2}$ v_{rec} transversalement (pour $\{v_{x_0}, v_{y_0}\}$) et à $4,6\,.10^{-4}$ m/s, soit $5\,.10^{-3}$ v_{rec} longitudinalement (pour v_{z_0}).

10. Expériences des chapitres 3, 4 et 5. Le TDC utilisé a un pas de codage de 275 ps.

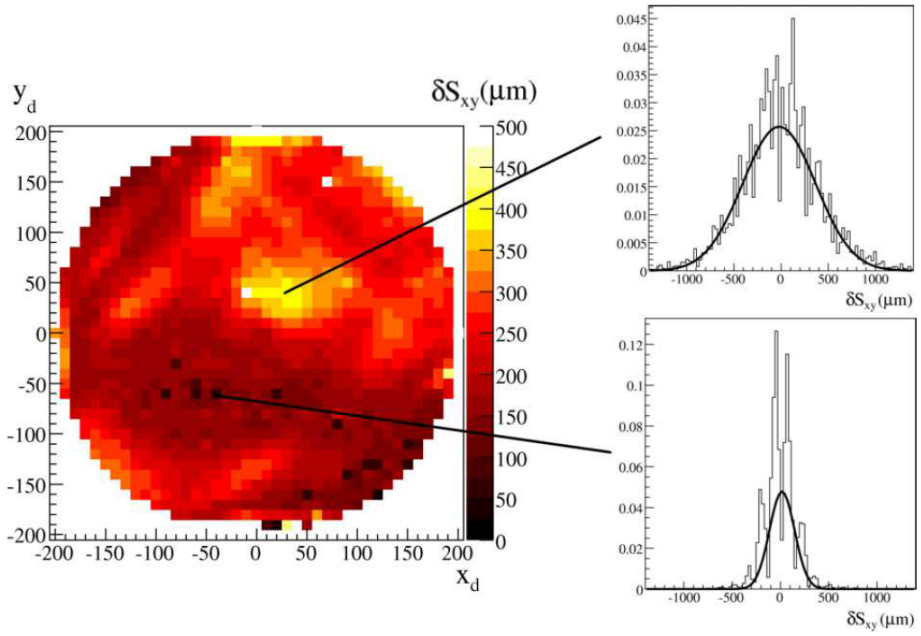


FIGURE B.7 – Carte de la valeur RMS du gradient (noté $\delta S_{x,y}$) extrait de [132]. Les axes sont exprimés en multiples de 200μm.

3 Limitations : bruit et saturations

Le bruit récolté par les lignes à retard est estimé à 0,5 coups/cm^2/s, bien en dessous des valeurs correspondantes aux atomes (supérieur au kilo-coups/cm^2/s [146]). Le bruit n'est donc généralement pas un problème.

La saturation de la chaîne de détection en est un : elle est limitée lorsque le flux de particules devient trop important. Une étude détaillée de ces phénomènes de saturation est effectuée dans [146, 145, 132] mais aussi dans les thèses et articles du groupe voisin au notre dirigé par D.Clément [181, 178]. On distingue plusieurs origines à ces saturations listées ci-dessous.

- **Saturation du MCP**
  A fort flux d'atomes, la hauteur des impulsions électriques générées par chaque atome diminue, ce qui provoque une perte d'atomes reconstruits par le CFD. Ce phénomène intervient lorsque la valeur de courant équivalent généré par le flux d'atomes dépasse de 10% la valeur du courant correspondant au rapport entre la différence de tension soumise au MCP (2400 V) et la résistance globale du MCP (30 MΩ) [179]. Ce flux est de 10^5 particules/cm^2/s et la mesure confirme cet ordre de grandeur [146, 181].
- **Temps morts électroniques**

Pendant la conversion du signal analogique en signal logique par le CFD, aucune autre impulsion ne peut être traitée, ce qui résulte en un temps mort électronique de 20 ns soit un flux d'atomes maximal de 5.10^7 particules/s.

- **Transfert de données**
  La capacité de transfert des données logiques vers l'ordinateur est limitée à 5.10^6 particules/s.

Pour avoir une conversion approximative en flux local par cm^2 il suffit de diviser le flux global par la surface active du MCP, soit environ 50 cm^2. Il faut prendre en compte tous ces paramètres pour avoir la saturation totale du système de détection [11].

Les phénomènes de saturations interviennent notamment dans le cas de CBE que nous pouvons observer sans la reconstruction, en visualisant uniquement les temps d'arrivés transmis par une des voies du détecteur. C'est ce qui est représenté sur B.4 où une asymétrie est observée sur la figure (a) et une valeur limite du nombre d'atomes détectés par unité de temps est visible sur la figure (c).

4 Carte de détectivité

La surface occupée par les canaux permet de récupérer une partie des atomes, mais ceux qui tombent sur la surface métallique (il faut bien appliquer une différence de potentiel entre les canaux) sont perdus [12]. La détectivité est donc inférieure au rapport entre la surface active et la surface totale, soit environ 60%. Une autre caractéristique propre au détecteur est la non uniformité de fonctionnement des micro-canaux. Certainement imputable aux contraintes mécaniques, les canaux détectent moins sur les bords qu'au centre de la galette. Enfin toutes les limitations liées à la saturation peuvent provoquer des pertes au niveau de la reconstruction et donc de la détectivité effective.

4.1 Détectivité relative

Pour tracer cette carte effective nous nous plaçons dans un régime à bas flux d'atomes avec des nuages chauds [13] pour que le flux soit uniforme sur la galette.

11. Comme indiqué dans [146], la saturation totale n'est pas forcément égale à la somme des saturations. Une perte d'information au niveau des voies, due aux temps morts électroniques, peut être bénéfique lors de la reconstruction avec le logiciel. Par exemple si deux atomes tombent en même temps, l'électronique peut perdre le signal d'un atome mais bien enregistrer l'autre qui va être reconstruit. Dans le cas fictif où il n'y aurait pas de temps morts électroniques, aucun des deux atomes ne seraient reconstruits : ils aurait été exclus car recouverts temporellement.

12. Une solution pour renvoyer les électrons à l'aide d'une grille chargée négativement au dessus de la galette [182] a été proposée mais n'a pas été concluante [145].

13. Un MOT à faible chargement.

Une carte de détectivité (cf figure B.8), appelée carte de gain, est obtenue en mesurant la quantité d'atomes détectés dans chaque pixel spatial et en divisant par le nombre total d'atomes détectés, lui même divisé par le nombre total de pixels. Cette mesure permet de rendre compte des zones où le gain est uniforme sur le détecteur. La carte de gain est un indicateur du bon fonctionnement de la chaîne de détection ou de son usure (la carte de gain peut se détériorer au cours du temps contrairement à la carte de gradient qui reste quasi-identique).

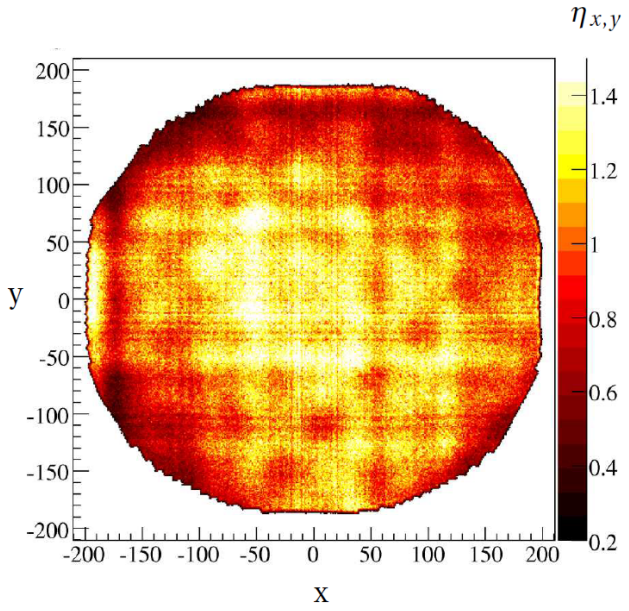


FIGURE B.8 – Carte de gain extrait de [132]. Un nuage chaud (PMO où 50000 atomes sont détectés par cycles) éclaire uniformément le détecteur. Le nombre d'atomes total détecté varie peu (5%) : divisé par le nombre total de pixels, ce nombre d'atomes moyen par pixel fait office de facteur de normalisation. La carte représente le nombre d'atomes détectés dans chaque pixel normalisé par ce facteur.

4.2 Détectivité absolue

Cette carte ne donne pas l'efficacité quantique du détecteur. Pour la mesurer, soit nous disposons d'un autre détecteur calibré (nous pourrions le faire avec la caméra nouvellement installée), soit nous utilisons une source corrélée (ce dont nous disposons). L'intérêt est de faire ressortir l'efficacité quantique η du détecteur à partir d'une mesure de corrélation. La bonne quantité à mesurer est la variance mesurée entre deux zones 1 et 2. En notant N_i le nombre d'atomes dans

la boîte i, la variance est définie par :

$$V = \frac{\langle (N_2 - N_1)^2 \rangle - \langle N_2 - N_1 \rangle^2}{\langle N_1 + N_2 \rangle}, \tag{B.8}$$

où la moyenne est effectuée sur l'ensemble des réalisations. Si le nombre d'atomes dans les deux zones est égal à chaque réalisation, la variance est nulle. C'est le cas que nous sommes censés avoir dans le régime de création de paires d'atomes corrélés en vitesse : les zones sélectionnées sont des boîtes en vitesse.

Utiliser la variance vient du fait que son expression se retrouve modifiée par l'efficacité quantique. En notant V_η la valeur de la variance mesurée dans le cas où l'efficacité quantique vaut η, nous pouvons montrer [111] que

$$\eta = \frac{1 - V_\eta}{1 - V}. \tag{B.9}$$

Ainsi, même si la source n'est pas corrélée comme nous l'avions espéré (la variance réelle est donc entre 0 et 1), l'équation (B.9) nous indique que $1 - V_\eta$ est la borne inférieure de l'efficacité quantique. La mesure de cette variance a été effectuée dans [111] et donne $\eta \geq 25\%$.

Guide expérimental pour le refroidissement

***

1 Formulaires pratiques

1.1 Formulaire sur l'interaction atome-champs

Nous présentons ici quelques notions élémentaires d'interaction atome-champs inspirée des cours de J. Dalibard au collège de France [183, 184, 117] et des livres et articles de C. Cohen-Tanoudjil sur le sujet [185, 186, 187, 188].

Soit un champ laser de polarisation $\boldsymbol{\epsilon}$ décrit à la position $\mathbf{r}$ par :

$$\boldsymbol{\mathcal{E}} = \boldsymbol{\epsilon}\, \mathscr{E}(\mathbf{r}) \cos(\omega t - \varphi(\mathbf{r})). \tag{C.1}$$

Nous prenons comme système d'étude un atome à deux niveaux de niveau fondamental $|f\rangle$ et excité $|e\rangle$. Son Hamiltonien en absence de lumière et d'interaction $\hat{H}_0$ et son opérateur dipôle atomique $\hat{d}$ suivant $\boldsymbol{\epsilon}$ s'écrivent :

$$\hat{H}_0 = \frac{p^2}{2m} + \frac{\hbar\omega_0}{2}(|e\rangle\langle e| - |f\rangle\langle f|) \qquad \hat{d} = d_0\left(|e\rangle\langle f| + |f\rangle\langle e|\right) \tag{C.2}$$

Le couplage entre l'atome et le vide se décrit avec la largeur naturelle (où coefficient d'Einstein) de l'atome notée Γ, dont l'inverse correspond à sa durée de vie dans l'état excité lorsque le rayonnement est vide de photons. Dans le cadre du modèle à deux niveaux cette quantité se relie au dipôle atomique par :

$$\Gamma = \frac{d_0^2 \omega_0^3}{3\pi\varepsilon_0 \hbar c^3}. \tag{C.3}$$

Il y a donc à ce stade cinq pulsations caractéristiques :

— Deux décrivant l'atome seul : sa pulsation propre ω_0 et sa largeur naturelle Γ.

— Trois permettant de décrire l'interaction entre le laser et l'atome. La première vient du processus élémentaire d'absorption ou d'émission d'un photon : c'est la pulsation de recul $\omega_r = \hbar k^2/2m$. Les deux autres correspondent au désaccord $\Delta = \omega - \omega_0$ et la pulsation de Rabi $\Omega(\mathbf{r}) = d\mathscr{E}(\mathbf{r})/\hbar$.

L'opérateur qui nous intéresse pour pouvoir manipuler des atomes est l'opérateur force $\hat{\mathbf{F}}(\hat{\mathbf{r}})$ agissant à la position $\mathbf{r}$. Pour traiter simplement cette force, une approche semi-classique est souvent utilisée : si la dynamique interne de l'atome est rapide face à ses déplacements, la position de l'atome peut se traiter classiquement tout en conservant le caractère quantique pour sa dynamique interne. Cette approximation est valable dans toutes les étapes expérimentales de notre protocole où des lasers sont en jeu. Pour être valide, cela revient dans les faits à ce que la pulsation de recul ω_{rec} soit faible par rapport à la largeur naturelle Γ (se référer au tableau C.1 pour une comparaison des différentes espèces). Nous pouvons distinguer trois cas présents sur l'expérience :

1. $|\Delta|$ est de l'ordre de la largeur naturelle[1] Γ (et faible devant ω_0). C'est le régime de fonctionnement des étapes de mélasses, du ralentissement Zeemann, du piège magnéto-optique, du pompage optique et du Doppler 1D (cf section 2).
2. $|\Delta|$ est grand devant la largeur naturelle Γ ainsi que la pulsation de Rabi Ω et reste faible face à ω_0. C'est le régime de fonctionnement des étapes Raman, Bragg (cf Chapitre 3) et du réseau de créations des paires (cf Chapitre 4).
3. $|\Delta|$ est de l'ordre de ω_0, grand devant Γ et Ω. C'est le régime de fonctionnement du piège dipolaire.

Cas 1

Voici un formulaire de quelques équations à retenir issues de la résolution des équations de Bloch optiques dans le régime stationnaire :

— La force de pression de radiation exercée par le champs électrique ($\varphi(\mathbf{r}) = \mathbf{k}.\mathbf{r}$) :

$$\mathbf{F} = \hbar \mathbf{k} \Gamma P_e. \tag{C.4}$$

— La population dans l'état excité

$$P_e = \frac{1}{2}\frac{s}{1+s}. \tag{C.5}$$

— Le paramètre de saturation :

$$s = \frac{I/I_{\text{sat}}}{1+4R^2/\Gamma^2}, \tag{C.6}$$

1. Une interaction avec des champs intenses modifie cette largeur calculée initialement dans le vide. La pulsation à prendre en compte devient $\sqrt{\Gamma^2+\Omega^2}$

avec R le paramètre décrivant l'écart à la résonance Δ de l'atome avec le champ lumineux, qui peut être modifié par l'effet Doppler et l'effet Zeeman [2] :

$$R \simeq \Delta \qquad \text{(Réseau des paires)}, \tag{C.7a}$$

$$R = \Delta - \mathbf{k}.\mathbf{v} \qquad \text{(Mélasses, Doppler)}, \tag{C.7b}$$

$$R = \Delta - \mathbf{k}.\mathbf{v} - c_{f,e}\mu_0 B/\hbar \qquad \text{(Zeeman, MOT)}. \tag{C.7c}$$

— La section efficace d'absorption :

$$\sigma_{\text{abs}} = \frac{3\lambda^2}{2\pi}\frac{1}{1 + I/I_{\text{sat}} + (2R/\Gamma)^2}. \tag{C.8}$$

— La largeur de l'état excité effective à forte saturation :

$$\Gamma' = \Gamma\sqrt{1 + I/I_{\text{sat}}} = \sqrt{\Gamma^2 + 2|\Omega|^2}. \tag{C.9}$$

Cas 2

Le cas 2 est suffisamment traité pour le cas Bragg/Raman dans ce manuscrit (se réferer aux chapitres 4, 5 et 6) et ceux de mes prédecesseurs [111, 147, 21].

Le réseau de création des paires est entre les cas 2 et 3. Notamment, le taux de chauffage se déduit à partir de (C.13), dans le cas où $|\omega_0 - \omega| \ll \omega_0 + \omega$, et s'exprime alors [136] :

$$\frac{dE}{dt} = 2\Gamma_s E_{\text{rec}}, \qquad \Gamma_s = \frac{\Gamma^3 I}{2I_{\text{sat}}\Delta^2}, \tag{C.10}$$

où Γ_s est le taux d'émission spontané. Le potentiel de piégeage s'exprime suivant z (cf chapitre 2 pour les notations), avec I l'intensité d'un des faisceaux, s'exprime :

$$V_{\text{res}}(z) = V_0 \sin^2(k_{\text{res}} z) \qquad V_0 = \frac{\hbar\Gamma^2}{2\Delta}\frac{I}{I_{\text{sat}}} = \frac{\hbar|\Omega|^2}{\Delta}. \tag{C.11}$$

Cas 3

Voici un formulaire des équations à retenir dans le cas 3 décrivant le piège dipolaire [136] :

2. Expression simplifiée dans le cas à deux niveaux seulement, notés $n^{2S+1}L_J$ pour l'état fondamental, de moment magnétique (projection sur l'axe de quantification du champ magnétique) m_J et $n'^{2S'+1}L'_{J'}$ pour l'état excité, de moment $m_{J'}$. Dans ce cas le coefficient $c_{f,e} = (m_{J'}g_{J'} - m_J g_J)$.

	A	λ	$\frac{\Gamma}{2\pi}$	$\frac{\omega_{\text{rec}}}{2\pi}$	$\frac{\Gamma}{\omega_{\text{rec}}}$	T_{dop}	v_{rec}	v_{dop}	v_{cap} [3]	I_{sat}
		nm	kHz	kHz		μK	cm/s	cm/s	cm/s	mW/cm^2
He	**4**	**1083**	**1600**	**42.3**	**38**	**40**	**9.16**	**28.2**	**173**	**0.167**
Li	6	671	5910	73.5	80	142	9.86	44.2	397	2.54
Na	23	589	9800	24.9	394	235	2.93	29.1	577	6.28
K	39	770	6000	8.6	699	144	1.32	17.5	462	1.75
Rb	87	780	6100	3.8	1627	147	0.59	11.8	476	1.62
Sr	84	461	30500	11.1	2743	733	1.03	26.8	1406	42.7

TABLE C.1 – Propriétés de quelques espèces atomiques utilisées pour des expériences d'atomes froids (tiré de [117, 81]. Rappelons que les expressions (C.4) et (C.5) tiennent si $\Gamma/\omega_{\text{rec}} \gg 1$. Les autres constantes sont reliées à ces deux fréquences. La vitesse de recul : $v_{\text{rec}} = \hbar k/m$. La vitesse Doppler : $v_{\text{dop}} = \sqrt{\hbar\Gamma/2m}$. La vitesse de capture : $v_{\text{cap}} = \Gamma/k$. La température Doppler : $T_{\text{dop}} = \hbar\Gamma/2k_B$

— Le potentiel de piégeage :

$$V = -\frac{3\pi c^2}{2\omega_0^3}\left(\frac{\Gamma}{\omega_0-\omega}+\frac{\Gamma}{\omega_0+\omega}\right)I. \tag{C.12}$$

— Le taux d'émission spontané

$$\Gamma_s = \frac{3\pi c^2}{2\hbar\omega_0^3}\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^3\left(\frac{\Gamma}{\omega_0-\omega}+\frac{\Gamma}{\omega_0+\omega}\right)^2 I. \tag{C.13}$$

Enfin, nous pouvons introduire quelques constantes caractéristiques [117] importantes pour des expériences d'atomes froids, le tableau C.1 en donne les valeurs pour différentes espèces.

1.2 Formulaire sur les faisceaux gaussiens

L'intensité d'un faisceau gaussien comme celui représenté sur la figure C.1 vérifie, en système de coordonnées cylindrique (ρ, z) :

$$I(\rho,z) = \frac{I_0}{1+z^2/L^2}e^{-\frac{2\rho^2}{w_0^2(1+z^2/L^2)}} \tag{C.14}$$

3. La vitesse de capture est souvent définie avec un facteur 1/2 que nous omettons ici. Elle correspond à la largeur caractéristique en vitesse de l'expression (C.5).

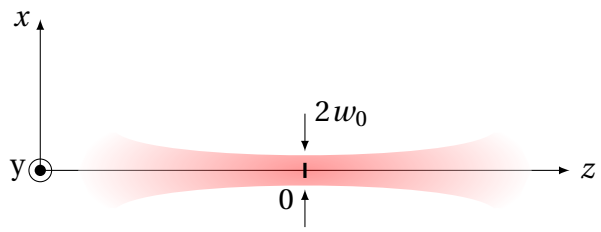


FIGURE C.1 – Représentation d'un faisceau gaussien de waist w_0 en $z = 0$.

avec L la longueur de Rayleigh et I_0 l'intensité au centre du faisceau $(\rho, z) = (0, 0)$ reliée à la puissance totale du faisceau P, qui vérifient :

$$I_0 = \frac{2P}{\pi w_0^2} \qquad L = \frac{\pi w_0^2}{\lambda} \tag{C.15}$$

La figure C.2 permet de trouver la relation entre les waist conjugués par une lentille :

$$w_0 = \frac{\lambda f}{\pi w_0'} \qquad \theta \simeq \frac{\lambda}{\pi w_0} \tag{C.16}$$

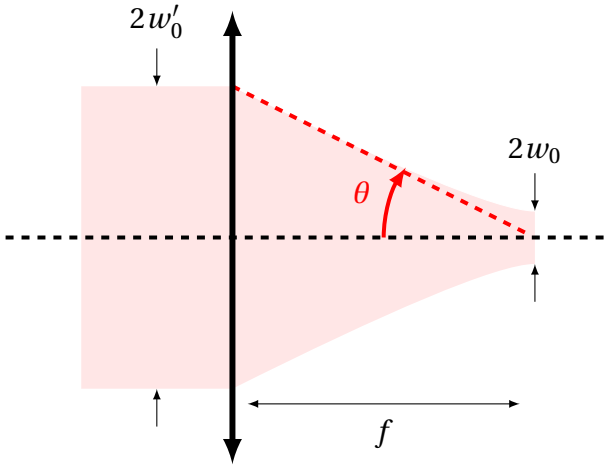


FIGURE C.2 – Représentation d'un faisceau gaussien focalisé par une lentille.

1.3 Formulaire sur l'expansion et temps de vol d'un nuage d'atomes froids

Les tailles caractéristiques des nuages dans les pièges sont données dans le tableau C.2. Les pulsations caractéristiques sont notées ω_q où $q \in \{x, y, z\}$.

Gaz thermique	CBE
$\sigma_q(0) = \sqrt{\dfrac{k_B T}{m\omega_q^2}}$	$R_q(0) = \sqrt{\dfrac{\mu}{m\omega_q^2}}$

TABLE C.2 – Tailles caractéristiques des nuages thermiques et des CBE dans les pièges sur les axes de confinement propres des pièges $q \in \{x, y, z\}$.

Nous donnons ci-dessous les densités atomiques pendant expansion pour deux types de nuages d'atomes préalablement piégés [4] :

— **Pour un gaz thermique** [139]

$$n(\boldsymbol{r}, t) = \prod_{q\in\{x,y,z\}} \frac{N^{1/3}}{\sqrt{2\pi}\sigma_q(t)} \exp\left(-\frac{q^2}{2\sigma_q(t)^2}\right) \tag{C.17a}$$

$$\sigma_q(t) = \sigma_q(0)\sqrt{1+\omega_q^2 t^2} \tag{C.17b}$$

— **Pour un CBE** [5] [140]

$$n(\boldsymbol{r}, t) = \frac{\mu}{g}\left(1 - \sum_{q\in\{x,y,z\}} \frac{q^2}{2R_q(t)^2}\right) \prod_{q\in\{x,y,z\}} \frac{R_q(0)}{R_q(t)} \tag{C.18a}$$

$$R_{x,y}(t) = R_{x,y}(0)\sqrt{1+\tau^2} \tag{C.18b}$$

$$R_z(t) = R_z(0)\left(1+\epsilon^2\left(\tau\arctan(\tau) - \ln\sqrt{1+\tau^2}\right)\right) \tag{C.18c}$$

Les notations utilisées sont :

$$\epsilon = \frac{\omega_z}{\omega_{x,y}} \qquad \tau = \omega_{x,y} t. \tag{C.19}$$

Dans le cas d'un CBE, le potentiel chimique μ est donné par :

$$\mu = \frac{1}{2}\hbar\bar{\omega}\left(15N\frac{a}{\bar{\sigma}}\right), \tag{C.20}$$

avec $\bar{\omega}$ la moyenne géométrique des fréquences de piégeage et $\bar{\sigma} = \sqrt{\hbar/m\bar{\omega}}$ la taille de l'oscillateur harmonique dans l'état fondamental correspondant.

4. La force de rappel suivant la direction $q \in \{x, y, z\}$ est proportionnelle à $m\omega_q^2$.

5. CBE à géométrie cylindrique $R_x = R_y$, expansion et densité étudié dans l'approximation de Thomas-Fermi (voir [140]).

2 Caractérisation expérimentale du piège dipolaire

2.1 Potentiel du piège dipolaire

Si les faisceaux du piège dipolaire sont gaussiens, le potentiel du piège dipolaire croisé peut s'écrire à partir de l'équation (C.12), en utilisant l'expression de l'intensité d'un faisceau (C.14). Le potentiel créé par de tels faisceaux, dans la configuration présentée sur la figure C.3 où le maximum d'intensité des faisceaux se trouve en $(x, y, z) = (0, 0, 0)$, vérifie :

$$V(x,y,z) = V_h \mathscr{F}\left(\frac{\sqrt{x^2+z^2}}{w_{0,h}}, \frac{y}{L_h}\right) + V_v \mathscr{F}\left(\frac{\sqrt{x^2+y^2}}{w_{0,v}}, \frac{z}{L_v}\right) - mgz, \tag{C.21}$$

où l'on a introduit la fonction $\mathscr{F}(u, v)$ vérifiant

$$\mathscr{F}(u,v) = \frac{1}{1+v^2}\exp\left(-\frac{2u^2}{1+v^2}\right), \tag{C.22}$$

ainsi que les longueurs de Rayleigh L_ϱ, waist $w_{0,\varrho}$, maxima de potentiel V_ϱ et puissance P_ϱ des pièges verticaux et horizontaux, étiquetés respectivement par $\varrho = v$ et $\varrho = h$:

$$V_\varrho = -\frac{3\pi c^2}{2\omega_0^3}\frac{2P_\varrho}{\pi w_{0,\varrho}^2}\left(\frac{\Gamma}{\omega_0-\omega} + \frac{\Gamma}{\omega_0+\omega}\right), \tag{C.23}$$

$$L_\varrho = \frac{\pi w_{0,\varrho}^2}{\lambda}. \tag{C.24}$$

Remarque 1 : L'équation (C.23) nous indique qu'à puissance et désaccord fixés, la profondeur du piège ne peut être augmentée qu'en réduisant le waist des faisceaux, ce qui réduit aussi le volume de capture des atomes par le piège proportionnel à $Lw_0^2 \propto w_0^4$.

Remarque 2 : L'équation (C.23) peut se réécrire [6] :

$$V_\varrho = \alpha_T \frac{P_\varrho}{w_{0,\varrho}^2} \qquad \text{avec} \qquad \frac{\alpha_T}{k_B} = \frac{3c^2}{k_B\omega_0^3}\frac{\Gamma}{\bar{\Delta}} \simeq 84{,}8\ \text{mK}.\mu\text{m}^2/\text{W}, \tag{C.25}$$

ce qui permet de trouver la profondeur d'un piège (sans l'effet de la gravité) pour une puissance et waist donnés.

6. Nous utilisons la notation $\frac{1}{\bar{\Delta}} = \left(\frac{1}{\omega_0-\omega} + \frac{1}{\omega_0+\omega}\right)$ où les pulsations ω_0 et ω sont respectivement associées aux longueurs d'ondes $\lambda_0 = 1083$ nm (transition de He* vers les états 2^3P) et $\lambda = 1550$ nm (longueur d'onde du laser).

Remarque 3 : Le développement limité à l'ordre le plus bas non nul en $(u,v) \simeq (0,0)$ de l'équation (C.22) donne :

$$\mathscr{F}(u,v) \underset{(u,v)\simeq(0,0)}{=} 1 - 2u^2 - v^2 + o(2u^2 + v^2). \tag{C.26}$$

Sans tenir compte des effets liés à la gravité, un faisceau piège donné crée un potentiel que l'on approxime grâce à (C.26) proche du centre par :

$$U_v(x,y,z) \simeq V_v - \frac{1}{2}m\left(\frac{4V_v}{mw_{0,v}^2}\right)(x^2+y^2) - \frac{1}{2}m\left(\frac{2V_v}{mL_v^2}\right)z^2, \tag{C.27a}$$

$$U_h(x,y,z) \simeq V_h - \frac{1}{2}m\left(\frac{4V_h}{mw_{0,h}^2}\right)(x^2+z^2) - \frac{1}{2}m\left(\frac{2V_h}{mL_h^2}\right)y^2 \tag{C.27b}$$

Nous obtenons à partir des équations (C.27) les fréquences d'oscillations transverses $\omega_{\perp,\varrho}$ et longitudinales $\omega_{\parallel,\varrho}$ des pièges horizontaux et verticaux :

$$\omega_{\perp,\varrho} = \sqrt{\frac{4V_\varrho}{mw_{0,\varrho}^2}} \qquad \omega_{\parallel,\varrho} = \sqrt{\frac{2V_\varrho}{mL_\varrho^2}}, \tag{C.28}$$

qui se réexpriment avec (C.24) et (C.25) par

$$\omega_{\perp,\varrho} = \sqrt{\frac{4\alpha_T P_\varrho}{mw_{0,\varrho}^4}} \qquad \omega_{\parallel,\varrho} = \sqrt{\frac{2\lambda^2\alpha_T P_\varrho}{m\pi^2 w_{0,\varrho}^6}}. \tag{C.29}$$

Compenser les effets de la gravité

L'équation (C.21) peut être tracée en fonction de z, se référer aux thèses [147, 111]. Une étude supplémentaire peut-être faite sur la puissance nécessaire qu'il faut sur un des faisceaux pour compenser à lui seul la gravité. Nous choisissons de noter $U(z)$ le potentiel sur l'axe (0z) créé par un des deux faisceaux et la gravité. Le potentiel est confinant en $z = z_0$ s'il vérifie :

$$\left.\frac{dU}{dz}\right|_{z=z_0} = 0, \qquad \left.\frac{d^2U}{dz^2}\right|_{z=z_0} > 0, \tag{C.30}$$

et il ne retient plus la gravité lorsque :

$$\left.\frac{dU}{dz}\right|_{z=z_0} = 0, \qquad \left.\frac{d^2U}{dz^2}\right|_{z=z_0} = 0. \tag{C.31}$$

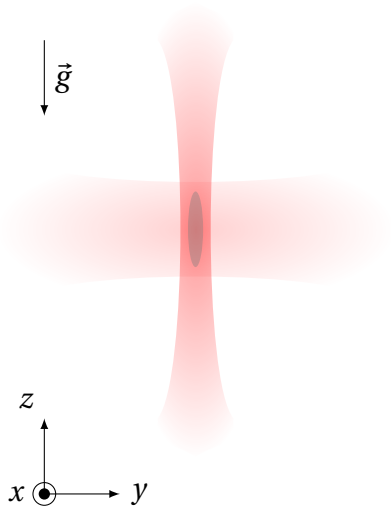


FIGURE C.3 – Représentation du piège dipolaire croisé selon les axes de l'expérience.

Pour le faisceau vertical seul, le potentiel sur l'axe (Oz) est donné à partir de (C.21) en prenant $V_h = 0$ et $(x, y) = (0, 0)$. Il vérifie :

$$U(z) = \frac{V_v}{1 + \frac{z^2}{L_v^2}} - mgz. \tag{C.32}$$

En utilisant la condition (C.31) et en prenant les solutions physiques, nous obtenons :

$$\left.\frac{dU}{dz}\right|_{z=z_0} = 0 \qquad \Rightarrow \qquad \frac{|V_v|}{mgL_v} = \frac{\left(1 + (z_0/L_v)^2\right)^2}{2z_0/L_v}, \tag{C.33a}$$

$$\left.\frac{d^2U}{dz^2}\right|_{z=z_0} = 0 \qquad \Rightarrow \qquad z_0 = \frac{L_v}{\sqrt{3}}. \tag{C.33b}$$

En substituant (C.33b) dans (C.33b) et en exprimant V_v en fonction de la puissance du faisceau vertical P_v, nous obtenons une relation entre P_v et $w_{0,v}$ du type :

$$P_v = \alpha_v w_{0,v}^4, \tag{C.34}$$

où

$$\alpha_v = \frac{mg\omega\omega_0^3}{6c^3}\frac{\Gamma}{\bar{\Delta}}\frac{8}{3\sqrt{3}} \simeq 1,7.10^{-7}\ \mathrm{W}/\mu\mathrm{m}^4.$$

Le même calcul peut être effectué avec le piège dipolaire horizontal seul. Dans ce cas le piège horizontal seul et l'effet de la gravité sur (0z) donne le potentiel :

$$U(z) = V_h \exp\left(-\frac{2z^2}{w_{0,h}}\right) - mgz. \tag{C.35}$$

Les conditions (C.33a) et (C.33b) donnent :

$$\left.\frac{dU}{dz}\right|_{z=z_0} = 0 \qquad \Rightarrow \qquad \frac{|V_h|}{mg\,w_{0,h}} = \frac{\exp\left(2(z_0/w_{0,h})^2\right)}{4z_0/w_{0,h}}, \tag{C.36a}$$

$$\left.\frac{d^2U}{dz^2}\right|_{z=z_0} = 0 \qquad \Rightarrow \qquad z_0 = \frac{w_{0,h}}{4}. \tag{C.36b}$$

Nous obtenons une relation entre P_h et $w_{0,h}$ du type :

$$P_h = \alpha_h w_{0,h}^3, \tag{C.37}$$

où

$$\alpha_h = \frac{mg\omega_0^3}{3c^2}\frac{\bar{\Delta}}{\Gamma}e^{-1/8} \simeq 4,9.10^{-8}\ \mathrm{W}/\mu\mathrm{m}^3.$$

Les relations (C.34) et (C.37) sont tracées sur la figure C.4

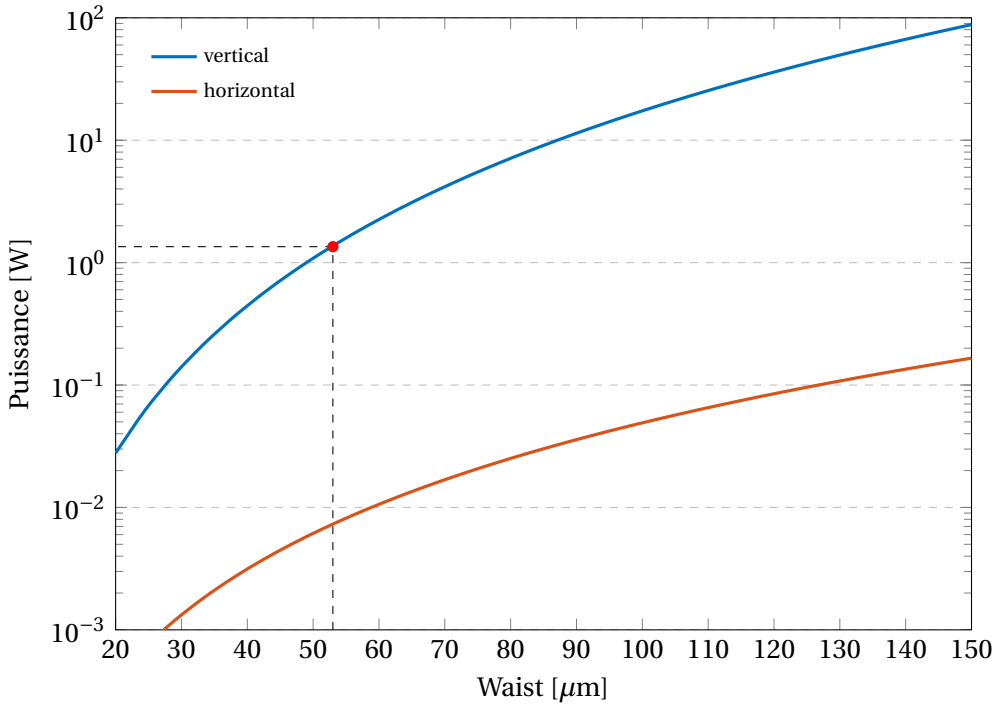


FIGURE C.4 – Puissance des pièges verticaux et horizontaux en fonction du waist pour laquelle la force de gravité et le maximum de force dipolaire sont égaux. Le point rouge est donné pour $w_{0,v} = 53\mu$m et $P_v = 1{,}35$ W (en référence à la mesure du waist par compensation de la gravité de la prochaine section).

2.2 Mesures du waist

Nous allons présenter dans cette section quatre méthodes indépendantes pour mesurer le waist d'un faisceau. Les deux premières se réalisent sur table optique tandis que les deux dernières se font sous vide à l'aide des atomes. Cela me permet à la fois d'aborder les mesures du piège dipolaire que j'ai installé et qui n'est pas celui avec lequel les expériences des chapitres 3, 4 et 5 ont été effectuées. Ces techniques de mesures sont générales et servent souvent, d'où la raison de cette section.

Mesures par caméra

A partir d'une caméra et d'une platine de translation, il est possible de faire l'image du faisceau et d'ajuster la courbe théorique d'un faisceau gaussien (équation (C.14)).

Les mesures brutes sont présentées sur la figure C.5 pour le piège dipolaire horizontal. Chaque image est prise après un déplacement de 5 mm suivant l'axe du faisceau (Oy). Un ajustement en forme de gaussienne du type :

$$a \exp\left(-\frac{2\,(n-n_0)^2\,G^2}{w^2}\right) + c,$$

est appliqué à la projection de chaque image suivant une direction pour déterminer le rayon en $1/e^2$ noté w à une position y donnée, où n représente le nombre de pixels et G la taille d'un pixel (G=3,75 μm pour la caméra utilisée). Les paramètres ajustables sont a (dépendant de la puissance du faisceau), c (bruit de fond), n_0 (position du maximum d'intensité). Les valeurs de w (rayon du faisceau en $1/e^2$) sont ensuite tracées en fonction du déplacement. Pour un faisceau gaussien, ce paramètre doit respecter l'équation :

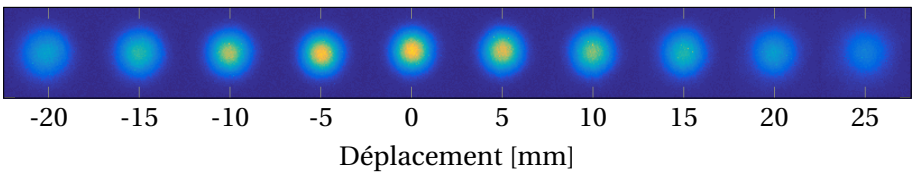


FIGURE C.5 – Coupes du faisceau du piège dipolaire horizontal effectuées tout les 5 mm.

$$w(y) = w_{0,h}\sqrt{1+\left(\frac{\lambda y}{\pi w_{0,h}^2}\right)^2}. \tag{C.38}$$

L'ajustement par (C.38) ainsi que les valeurs expérimentales de w sont donnés sur la figure C.6. Le résultat de cet ajustement donne directement accès au waist du faisceau horizontal $w_{0,h}$, qui vaut 107(3) μm

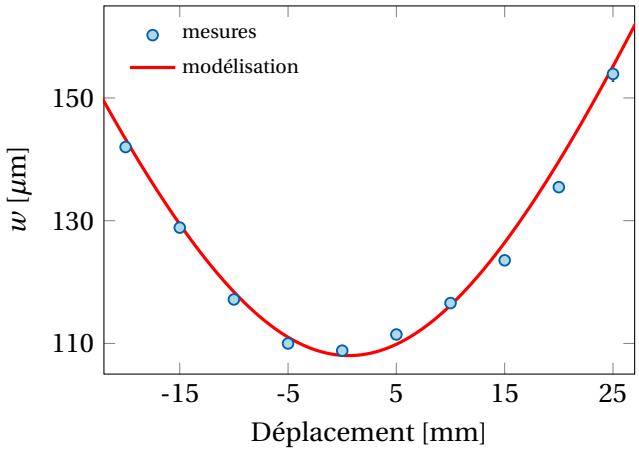


FIGURE C.6 – Valeur du rayon en $1/e^2$ du faisceau (résultat d'un ajustement) et modélisation par l'équation (C.38) avec $w_{0,h}$ comme paramètre ajustable. L'ajustement donne $w_{0,h} = 107(3)$ μm.

Mesure par couteau

Une mesure indépendante de la caméra, peu couteuse et moins encombrante du waist peut être réalisée à partir d'une lame de cutter montée sur une platine de translation et d'un puissance-mètre. La mesure consiste à couper le faisceau progressivement suivant un plan perpendiculaire à l'axe optique et de mesurer la puissance du faisceau coupé.

Prenons l'exemple du faisceau horizontal coupé perpendiculairement à son axe de propagation $(0y)$ en $y = y_c$ (se référer à la figure C.7).

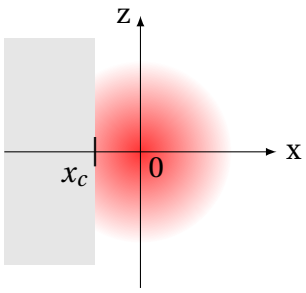


FIGURE C.7 – Coupe du faisceau dans un plan $(y_c; x, z)$. Le domaine non coupé du faisceau est tel que $\{x, y\} \in \{[x_c, +\infty[,]-\infty, +\infty[\}$.

Dans le plan $(y_c; x, z)$, la partie non coupée mesurée au puissance-mètre restante est située dans le domaine $\mathscr{D} = \{[x_c, +\infty[,]-\infty, +\infty[\}$. La mesure de la puis-

sance P en fonction de x_c donne pour un faisceau gaussien :

$$\begin{aligned} P(x_c, y_c) &\triangleq w_{0,h}^2 I_0 \iint\limits_{\{\tilde{x},\tilde{z}\} \in \mathscr{D}} \mathscr{F}\left(\frac{\sqrt{\tilde{x}^2+\tilde{z}^2}}{w_{0,h}}, \frac{y_c}{L_h}\right) \frac{d\tilde{x}d\tilde{z}}{w_{0,h}^2} \\ &= \frac{\pi w_{0,h}^2 I_0}{2}\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\mathrm{erf}\left(\frac{\sqrt{2}x_c}{w_{y_c,h}}\right)\right), \end{aligned} \tag{C.39}$$

avec $w_{y_c,h}$ le rayon en $1/e^2$ à une position $y = y_c$ vérifiant :

$$w_{y_c,h} = w_{0,h}\sqrt{1+\left(\frac{y_c}{L_h}\right)^2}. \tag{C.40}$$

La mesure du waist du piège horizontal par la méthode couteau est représentée sur la figure C.8. L'ajustement est réalisé en à partir de la formule (C.39) et à la forme $A\left[1-\mathrm{erf}\{(x-x_0)\sqrt{2}/w_{y_c,h}\}\right]$. La mesure donne $w_{y_c,h} = 110(4)$ μm. Le couteau a été placé proche de $y_c \simeq 0$ à l'aide d'autres mesures (non présentées), ce qui veut dire que le waist du faisceau vérifie $w_{y_0,h} \simeq w_{y_c,h} = 110(4)$ μm, qui est une valeur compatible avec la mesure par caméra.

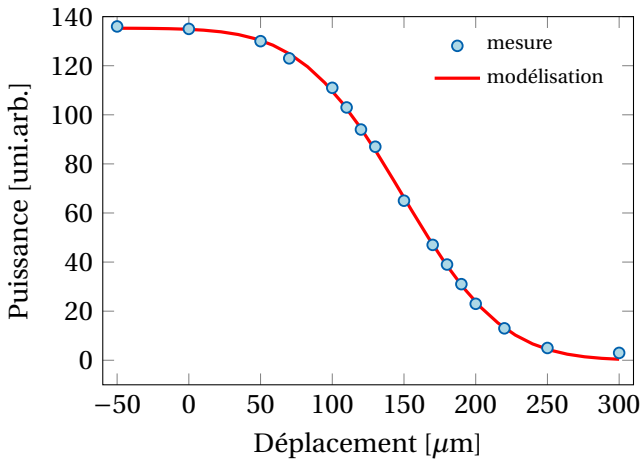


FIGURE C.8 – Mesure par couteau. L'ajustement donne $w_{0,h} = 110(4)$ μm.

Mesure par oscillation paramétrique

La technique de mesure par oscillation paramétrique est reportée dans [189]. Dans [111] sont présentées les mesures faites sur l'ancien piège dipolaire croisé. Cette technique consiste à se placer en situation où le/les faisceaux piègent un

nuage d'atomes froids (en fin d'évaporation, de l'ordre du μK) et de faire osciller à une fréquence ω_{OP} la puissance P d'un faisceau tel que :

$$P(t) = P_0 + \delta P \cos(\omega_{OP} t), \tag{C.41}$$

avec δP de l'ordre de $P_0/100$ sur des temps de l'ordre de la seconde. Lorsque ω_{OP} correspond à deux fois la fréquence de confinement sur un axe propre du piège, le nombre d'atomes diminue rapidement par chauffage paramétrique [189].

Ces mesures sont effectuées sur le piège vertical où la fréquence de confinement transverse (dans le plan $(0; x, y)$) est censée être de l'ordre du kHz. Deux mesures sont effectuées en comptant le nombre d'atomes détecté sur le MCP en fonction de la fréquence de modulation de puissance du piège (cf [111] pour les détails expérimentaux). Elles sont présentées sur la figure C.9 et les résultats sont reportés dans le tableau C.3. Deux fréquences caractéristiques notées f_1 et f_2 apparaissent à deux différentes valeurs de puissance P_0.

Pour expliquer la présence de deux fréquences, nous allons faire l'hypothèse que le faisceau vertical est légèrement elliptique dans le plan transverse à sa propagation, mais que son profil reste gaussien (présence d'astigmatisme). Ainsi, il peut y avoir deux pulsations transverses du faisceau vertical, notées $\omega_{\perp,v,1}$ et $\omega_{\perp,v,2}$ similaires à celles construite en (C.28), que l'on peut exprimer à partir de deux valeurs de waist, notées $w_{\perp,v,1}$ et $w_{\perp,v,2}$:

$$\omega_{\perp,v,1} = \sqrt{\frac{4\alpha_T P_v}{m w_{\perp,v,2} w_{\perp,v,1}^3}}, \qquad \omega_{\perp,v,2} = \sqrt{\frac{4\alpha_T P_v}{m w_{\perp,v,1} w_{\perp,v,2}^3}}. \tag{C.42}$$

En définissant un waist effectif transverse du faisceau vertical par $w_{\perp,v,\text{ef}} = \sqrt{w_{\perp,v,1} w_{\perp,v,2}}$ et le rapport des waist par $R_{\perp,v,w} = w_{\perp,v,1}/w_{\perp,v,2}$, les formules (C.42) se transforment en fonction du produit et du rapport des fréquences mesurées :

$$R_{\perp,v,w} = \frac{\omega_{\perp,v,1}}{\omega_{\perp,v,2}}, \qquad w_{\perp,v,\text{ef}} = \left(\frac{4\alpha_T P_v}{m\omega_{\perp,v,1}\omega_{\perp,v,2}}\right)^{1/4}. \tag{C.43}$$

Les différentes mesures sont présentées dans le tableau C.3. Nous mesurons un waist effectif de 55 μm, plus grand que le waist attendu de 40μm (peut-être dû au hublot ou à un coup pendant le déplacement du banc de test optique). Nous allons confirmer cette valeur par un deuxième moyen, la compensation de la gravité par le piège vertical seul, présenté dans le paragraphe suivant.

Mesure par compensation de la gravité

En traçant le nombre d'atomes détectés par le MCP en fonction de la puissance du piège dipolaire en fin d'évaporation, il est possible de venir repérer qualitativement la valeur de la puissance pour laquelle le piège dipolaire horizontal

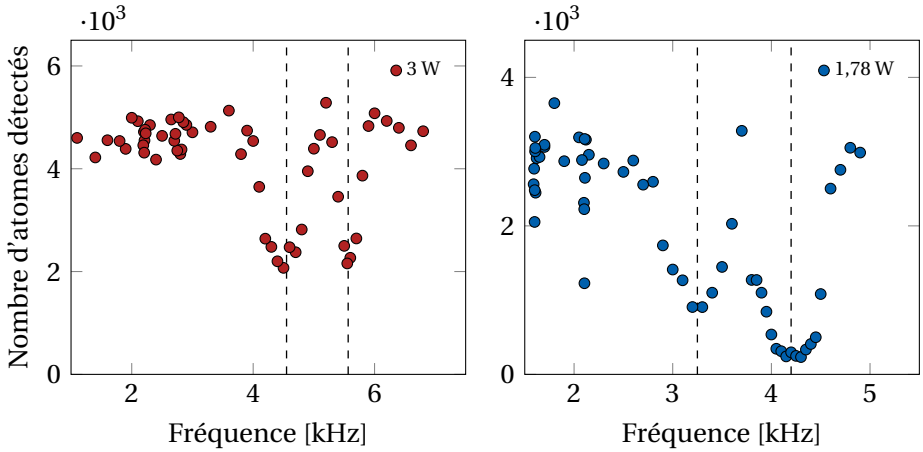


FIGURE C.9 – Mesure des fréquences de confinement transverse du piège dipolaire vertical par oscillation paramétrique. Le nombre d'atomes détecté via le MCP est mesuré pour une puissance oscillante à une fréquence donnée $\omega_{OP}/2\pi$ et de puissance moyenne de confinement donnée (3 W figure de gauche et 1,78 W figure de droite).

P_0	f_1	f_2	$w_{\perp,v,\mathrm{ef}}$	$R_{\perp,v,w}$	$w_{\perp,v,1}$	$w_{\perp,v,2}$
1.78 W	3,3 kHz	4,2 kHz	55 μm	0,72	43 μm	70 μm
3 W	4,6 kHz	5,6 kHz	54 μm	0,75	44 μm	65 μm

TABLE C.3 – Mesures reportées de la figure C.9. Les notations utilisées correspondent à celles du texte.

ne retient plus la gravité. L'équation (C.34) nous permet alors de remonter à la valeur du waist du piège vertical.

Nous trouvons qu'une puissance de 1,35 W est nécessaire pour retenir un nuage d'atomes avec le piège vertical (mesures non tracées). En faisant l'hypothèse que la longueur de Rayleigh L_v associée à un piège dipolaire de waist effectif $w_{\perp,v,\mathrm{ef}}$ soit donnée par $L_v = \pi w^2_{\perp,v,\mathrm{ef}}/\lambda$, alors, d'après la courbe tracée sur la figure C.4, le waist effectif correspondant vaut 53 μm. Cette valeur est compatible avec les valeurs présentées dans le tableau C.3, ce qui renforce la validité des hypothèses utilisées.

Calculs supplémentaires sur les distributions

***

1 Détectivité et distribution

Une loi de distribution associée à une source de particules est modifiée si toutes les particules ne sont pas détectées. Pour une probabilité initiale $P(n)$ de détecter n particules, si la détectivité du détecteur notée η est inférieure à 1, la probabilité d'avoir n atomes détectés dans cette boîte $P_\eta(n)$ vérifie :

$$P_\eta(p) = \sum_{n\geq p}^{\infty} \binom{n}{p} \eta^p (1-\eta)^{n-p} P(n). \tag{D.1}$$

Dans le cas d'une loi thermique et d'une loi Poissonniene, nous allons voir que cette détectivité ne modifie pas leur type, il suffit de faire la substitution $N \to \eta N$ (cf chapitre 3).

1.1 Distribution de Poisson

Si nous utilisons la loi de Poisson (extrait du tableau 3.1 du Chapitre 3) dans la formule (D.1) nous obtenons la loi de Poisson modifiée par la détectivité (D.2a). Comme une partie des termes de (D.2a) est indépendante du nombre d'atomes réel émis n, nous sortons ces termes de la somme et nous obtenons (D.2b). La somme sur n donne $\exp\big((1-\eta)p\big)$. Nous aboutissons à l'expression (D.2c), qui reste une loi de Poisson, avec un nombre d'atome moyen ηN. Voici le déroule-

ment du calcul :

$$
\begin{aligned}
P_\eta(p) &= \sum_{n\geq p}^{\infty}\binom{n}{p}\eta^p(1-\eta)^{n-p}\frac{N^n}{n!}e^{-N} && \text{(D.2a)}\\
&= \frac{N^p\eta^p}{p!}e^{-N}\sum_{n\geq p}^{\infty}(1-\eta)^{n-p}\frac{N^{n-p}}{(n-p)!} && \text{(D.2b)}\\
&= \frac{(\eta N)^p}{p!}e^{-\eta N}. && \text{(D.2c)}
\end{aligned}
$$

1.2 Distribution Thermique

Présentons d'abord deux formules mathématiques que nous utiliserons par la suite :

$$
\begin{aligned}
\frac{d^p}{dx^p}\left[x^n\right] &= \frac{n!}{(n-p)!}x^{n-p} && \text{(D.3a)}\\
\frac{d^p}{dx^p}\left[\frac{1}{1-xy}\right] &= \frac{p!y^p}{(1-xy)^{p+1}} && \text{(D.3b)}
\end{aligned}
$$

Si nous utilisons la loi thermique (extrait du tableau 3.1 du chapitre 3) dans la formule (D.1) nous obtenons la loi thermique modifiée par la détectivité (D.4a).

En posant $x = 1-\eta$ dans la formule (D.3a), l'équation (D.4a) devient (D.4b). La somme correspond à la dérivée p-ième d'une suite géométrique. Le début de la somme peut être fixée à $n = 0$ car les termes x^n pour $n < p$ sont nuls lorsqu'ils sont dérivés p fois (toujours avec $x = 1-\eta$). Nous obtenons l'équation (D.4c). Nous appliquons ensuite la formule (D.3b) en posant $x = 1-\eta$ et $y = N/(1+N)$, pour aboutir à l'expression (D.4d). Cette distribution reste Thermique, avec un nombre d'atome moyen ηN. Voici le déroulement du calcul :

$$
\begin{aligned}
P_\eta(p) &= \sum_{n\geq p}^{\infty}\binom{n}{p}\eta^p(1-\eta)^{n-p}\frac{N^n}{(1+N)^{n+1}} && \text{(D.4a)}\\
&= \frac{\eta^p}{p!}\frac{1}{1+N}\sum_{n\geq p}^{\infty}\frac{d^p}{d(1-\eta)^p}\left[(1-\eta)^n\left(\frac{N}{1+N}\right)^n\right] && \text{(D.4b)}\\
&= \frac{\eta^p}{p!}\frac{1}{1+N}\frac{d^p}{d(1-\eta)^p}\left[\frac{1}{1-(1-\eta)\frac{N}{1+N}}\right] && \text{(D.4c)}\\
&= \frac{(\eta N)^p}{(1+\eta N)^{p+1}} && \text{(D.4d)}
\end{aligned}
$$

1.3 Distribution multi-mode thermique

Présentons d'abord une formule mathématique que nous utiliserons par la suite :

$$\frac{\partial^p}{\partial x^p}\frac{\partial^{q-1}}{\partial y^{q-1}}\left[\frac{y^{q-1}}{1-xy}\right] = (p+q-1)!\frac{y^p}{(1-xy)^{p+q}}x^{n-p} \tag{D.5}$$

Si nous utilisons la loi multi-mode thermique (extrait du tableau 3.1 du chapitre 3) dans la formule (D.1) nous obtenons la loi thermique modifiée par la détectivité (D.6a). En posant :

$$x = 1-\eta \qquad\qquad y = \frac{N/q}{1+N/q},$$

et en utilisant a formule (D.3a), l'équation (D.6a) devient (D.6b). La somme correspond à la dérivée partielle d'ordre p par rapport à x d'une suite géométrique. Le début de la somme peut être fixée à $n = 0$ car les termes x^n pour $n < p$ sont nuls lorsqu'ils sont dérivés p fois. Nous obtenons l'équation (D.6c). Nous appliquons ensuite la formule (D.5), pour aboutir à l'expression (D.6d). En remplaçant x et y par leurs expressions, nous tombons sur l'expression d'une loi multi-mode thermique (D.6e). Voici le déroulement du calcul :

$$\begin{aligned}
P_\eta(p) &= \sum_{n\geq p}^{\infty}\binom{n}{p}\eta^p(1-\eta)^{n-p}\frac{(n+q-1)!}{n!(q-1)!}\frac{\left(\frac{N}{q}\right)^n}{\left(1+\frac{N}{q}\right)^{n+q}} && \text{(D.6a)}\\
&= \frac{\eta^p}{p!(q-1)!}\frac{1}{\left(1+\frac{N}{q}\right)^q}\sum_{n\geq p}^{\infty}\frac{\partial^p}{\partial x^p}\frac{\partial^{q-1}}{\partial y^{q-1}}\left[x^n y^{n+q-1}\right] && \text{(D.6b)}\\
&= \frac{\eta^p}{p!(q-1)!}\frac{1}{\left(1+\frac{N}{q}\right)^q}\frac{\partial^p}{\partial x^p}\frac{\partial^{q-1}}{\partial y^{q-1}}\left[\frac{y^{q-1}}{1-xy}\right] && \text{(D.6c)}\\
&= \frac{(p+q-1)!}{p!(q-1)!}\frac{\eta^p}{\left(1+\frac{N}{q}\right)^q}\frac{y^p}{(1-xy)^{p+q}} && \text{(D.6d)}\\
&= \frac{(p+q-1)!}{p!(q-1)!}\frac{\left(\frac{\eta N}{q}\right)^p}{\left(1+\frac{\eta N}{q}\right)^{p+q}} && \text{(D.6e)}
\end{aligned}$$

Article

***

Two-Particle Four-Mode Interferometer for Atoms : Utilisé dans cette thèse comme référence [72].

Two-Particle Four-Mode Interferometer for Atoms

Pierre Dussarrat,[1] Maxime Perrier,[1] Almazbek Imanaliev,[2] Raphael Lopes,[3] Alain Aspect,[1] Marc Cheneau,[1] Denis Boiron,[1] and Christoph I. Westbrook[1]

[1]*Laboratoire Charles Fabry, Institut d'Optique Graduate School, CNRS, Université Paris-Saclay, 91120 Palaiseau, France*
[2]*LNE-SYRTE, Observatoire de Paris, PSL Research University, CNRS, Sorbonne Universités, UPMC Université Paris 06, 75014 Paris, France*
[3]*Cavendish Laboratory, University of Cambridge, Cambridge CB3 0HE, United Kingdom*

(Received 30 June 2017; published 24 October 2017)

We present a free-space interferometer to observe two-particle interference of a pair of atoms with entangled momenta. The source of atom pairs is a Bose-Einstein condensate subject to a dynamical instability, and the interferometer is realized using Bragg diffraction on optical lattices, in the spirit of our recent Hong-Ou-Mandel experiment. We report on an observation ruling out the possibility of a purely mixed state at the input of the interferometer. We explain how our current setup can be extended to enable a test of a Bell inequality on momentum observables.

DOI: 10.1103/PhysRevLett.119.173202

A key element of the second quantum revolution [1,2] is entanglement [3]. Its extraordinary character comes from the fact that the many-body wave function of entangled particles can only be described in a configuration space associated with the tensor product of the configuration spaces of the individual particles. When one insists on describing it in our ordinary space-time, one has to face the problem of nonlocality [4–6]. This is clearly illustrated by the violation of Bell's inequalities [7], which apply to any system that can be described in the spirit of the local realist worldview of Einstein, in which physical reality lies in our ordinary space-time [8].

While the violation of Bell's inequalities stems from two-particle interferences observed with entangled pairs, the converse is not true: not all phenomena associated with two-particle interference can lead to a violation of Bell's inequalities. This is, for instance, the case of the Hanbury Brown–Twiss effect for thermal bosons [9,10], or the Hong-Ou-Mandel effect [11]: the quantum description appeals to two-particle interference but no nonlocality is involved. This is because the latter effects involve only two modes for two indistinguishable particles [12], while a configuration leading to the violation of Bell's inequalities requires four modes that can be made to interfere two by two in different places [13].

Ever more ideal experimental tests of Bell's inequalities have been performed with low energy photons, internal states of trapped ions and nitrogen-vacancy centers (see references in Refs. [16,17]). But we know of no experiments on two-particle interference in four modes associated with the motional degrees of freedom (position or momentum) of massive particles, and in a configuration permitting a Bell inequality test [18]. Such tests involving mechanical observables are desirable, in particular, because they may allow one to touch upon the interface between quantum mechanics and gravitation [20].

In this Letter, we present a two-particle interferometer for momentum entangled atoms and report on an initial implementation. To understand the experiment, consider an entangled state consisting of a pair of atoms in a superposition of distinct momentum modes labeled by $\pm p$ and $\pm p'$:

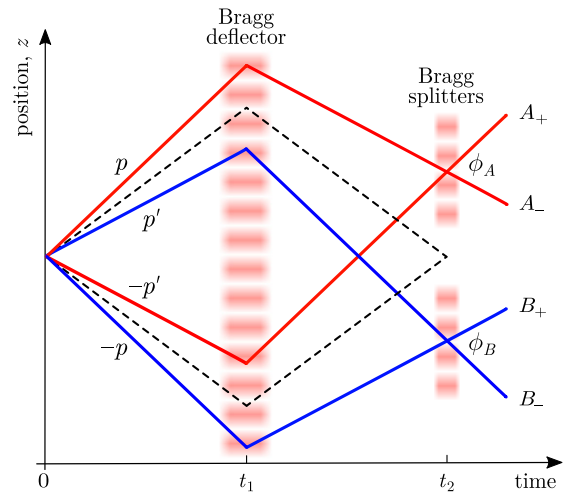


FIG. 1. Diagram of a two-particle, four-mode interferometer. An atom pair in the entangled momentum state (1) is emitted at time $t = 0$. Using Bragg diffraction on optical lattices, the four input modes are then deflected at time t_1, and mixed two by two at time $t_2 = 2t_1$ on two independent splitters A and B, with phases ϕ_A and ϕ_B. The interference is read out by detecting the atoms in the output modes $A_\pm$, $B_\pm$, and measuring the probabilities of joint detection $\mathcal{P}(A_\pm, B_\pm)$. The Bragg deflector and splitters differ from their optical analogs, because rather than reversing the incident momentum, they translate the momentum by a reciprocal lattice vector $\pm\hbar k_\ell$. The dashed lines show the Hong-Ou-Mandel configuration.

 © 2017 American Physical Society

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|p,-p\rangle + |p',-p'\rangle). \quad (1)$$

This superposition can be probed with the interferometer shown in Fig. 1. An analogous interferometer for photons was proposed in Ref. [21], implemented in Ref. [22], and resulted in a Bell inequality violation. Similar configurations for atoms were also analyzed in Refs. [23,24]. Although our results do not yet prove that we have an entangled state, they do exclude the possibility of a statistical mixture.

The input modes p and $-p'$ of our interferometer are deflected and mixed on the 50:50 splitter A. Similarly, the input modes p' and $-p$ are deflected and mixed on the 50:50 splitter B. The deflection and mixing are realized with Bragg diffraction on optical lattices. The deflecting lattice is common to the four input modes and is applied at time t_1. The splitting lattices A and B are applied at time $t_2 = 2t_1$ (the time origin is set at the instant of pair emission). The four output modes of the interferometer, $A_\pm$ and $B_\pm$, can be written in terms of the four input modes [25]

$$|A_+\rangle = \frac{-1}{\sqrt{2}}(e^{-i(\phi_A-\phi_D)}|p\rangle + ie^{-i\phi_D}|-p'\rangle), \quad (2)$$

$$|A_-\rangle = \frac{-1}{\sqrt{2}}(ie^{i\phi_D}|p\rangle + e^{i(\phi_A-\phi_D)}|-p'\rangle), \quad (3)$$

$$|B_+\rangle = \frac{-1}{\sqrt{2}}(e^{-i(\phi_B-\phi_D)}|p'\rangle + ie^{-i\phi_D}|-p\rangle), \quad (4)$$

$$|B_-\rangle = \frac{-1}{\sqrt{2}}(ie^{i\phi_D}|p'\rangle + e^{i(\phi_B-\phi_D)}|-p\rangle). \quad (5)$$

Here, the phases ϕ_D, ϕ_A, and ϕ_B are the phase differences between the laser beams forming the deflecting lattice (ϕ_D) and the splitting lattices (ϕ_A and ϕ_B); they can, in principle, be separately controlled. In the above equations we have omitted overall phase factors due to propagation.

Inverting equations (2)–(5), one readily obtains the expression of the entangled state (1) at the output of the interferometer, which solely depends on ϕ_A and ϕ_B:

$$\begin{aligned}|\Psi_{\rm out}\rangle = &\frac{1}{2\sqrt{2}}[-i(e^{i\phi_A}+e^{i\phi_B})|A_+,B_+\rangle \\ &+(e^{i(\phi_A-\phi_B)}-1)|A_+,B_-\rangle + (e^{-i(\phi_A-\phi_B)}-1)|A_-,B_+\rangle \\ &-i(e^{-i\phi_A}+e^{-i\phi_B})|A_-,B_-\rangle]. \quad (6)\end{aligned}$$

The probabilities of joint detection in the output modes are given by the squared modulus of the complex amplitudes of the corresponding pair states,

$$\mathcal{P}(A_+,B_+) = \mathcal{P}(A_-,B_-) = \frac{1}{2}\cos^2[(\phi_A-\phi_B)/2], \quad (7)$$

$$\mathcal{P}(A_+,B_-) = \mathcal{P}(A_-,B_+) = \frac{1}{2}\sin^2[(\phi_A-\phi_B)/2], \quad (8)$$

while the probabilities of single detection are all equal to 1/2. The entangled nature of the initial state is manifest in the oscillation of the joint detection probabilities as a function of the phase difference $(\phi_A - \phi_B)$. If rather, we had initially a statistical mixture of the pair states $|p,-p\rangle$ and $|p',-p'\rangle$, there would be no modulation and the probabilities of joint detection would all be equal to 1/4. The four joint detection probabilities can also be combined in a single correlation coefficient,

$$\begin{aligned}E = &\mathcal{P}(A_+,B_+) + \mathcal{P}(A_-,B_-) \\ &- \mathcal{P}(A_+,B_-) - \mathcal{P}(A_-,B_+) \quad (9)\end{aligned}$$

$$= V\cos(\phi_A - \phi_B). \quad (10)$$

The visibility V is equal to unity for the input state (1), but it may be reduced in a real experiment due, for example, to decoherence, or the presence of additional pairs. In the case of a statistical mixture, the correlation coefficient would be equal to zero. Of course, a Bell inequality test remains possible provided $V > 1/\sqrt{2}$ [26].

We now come to our experimental realization. A gaseous Bose-Einstein condensate (BEC) containing 7×10^4 Helium-4 atoms in the metastable $2\,^3S_1$, $m_J = 1$ electronic state is confined in an ellipsoidal optical trap with its long axis along the vertical (z) direction. The emission of atom pairs occurs in the presence of a vertical, moving optical lattice formed by the interference of two laser beams with slightly different frequencies [25]. It results from the scattering of two atoms from the BEC and can be thought of as a spontaneous, degenerate four-wave mixing process [27]. The lattice is switched on and off adiabatically in 100 μs, and is maintained at a constant depth for 600 μs. The lattice hold time is tuned to produce a peak atom pair density in velocity space of about 3×10^{-3} detected pairs per $(\mathrm{mm/s})^3$. The optical trap is switched off abruptly as soon as the lattice depth is returned to zero. The atoms are then transferred to the magnetically insensitive $m_J = 0$ state with a two-photon Raman transition and fall freely under the sole influence of gravity. They end their fall on a microchannel plate detector located 46 cm below the position of the optical trap [28]. The detector records the impact of each atom with an efficiency ~25%. We store the arrival times and horizontal positions (x-y plane), and reconstruct the initial three-dimensional velocity of every detected atom.

In Fig. 2, we show the initial velocity distribution of the emitted atom pairs in the y-z plane. Here, and in the rest of the Letter, velocities are expressed in the center-of-mass reference frame of the free-falling pairs. The distribution is bimodal, and symmetric under rotation about the z axis, reflecting the one-dimensional character of the pair emission. We do observe, however, a slight asymmetry in the height of the two maxima. We attribute this asymmetry to momentum-dependent losses occurring during the

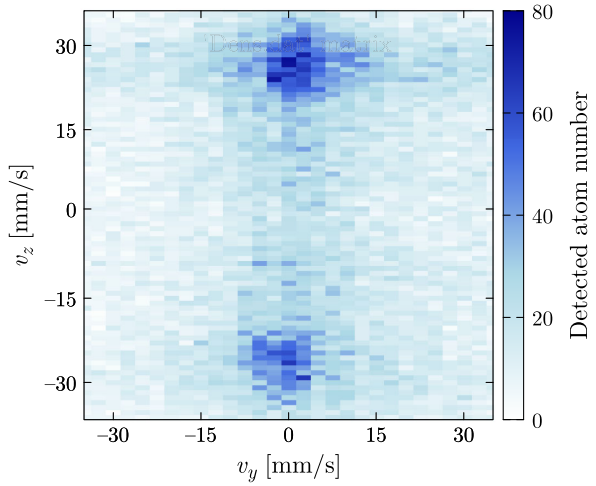


FIG. 2. Initial velocity distribution of the emitted atom pairs in the y-z plane. The color scale represents the total number of atoms detected over 1169 repetitions of the experiment inside an integration volume of $9.2 \times 2.4 \times 0.9$ $(\mathrm{mm/s})^3$ [25]. The velocities are defined with respect to the center-of-mass velocity of the atom pairs, which was measured to be 0, 0, and 94 mm/s along the x, y, and z directions, respectively.

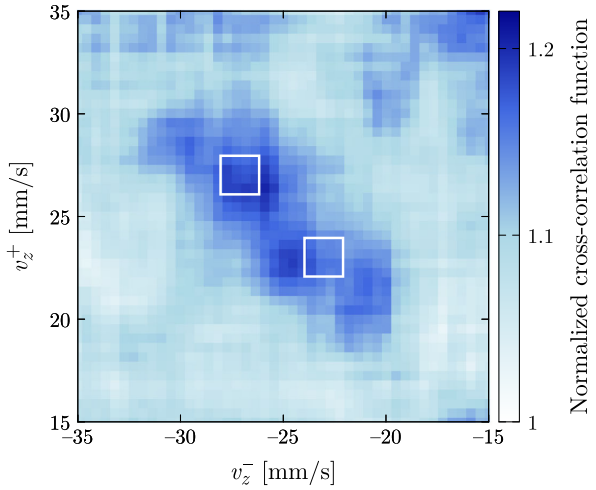


FIG. 3. Normalized cross-correlation $g^{(2)}(v_z^+, v_z^-)$. The velocities are measured along the z axis and relative to the center-of-mass velocity of the atom pairs. A sliding average was performed to reduce the statistical noise. The correlation peak is elongated along the antidiagonal because the source can emit in several pairs of modes. The width of the correlation peak along the diagonal corresponds to the diffraction limit imposed by the spatial extent of the source. The white squares show the size and position in the plane (v_z^+, v_z^-) of the integration volumes used to obtain the points in Fig. 4 for the set of modes 1.

short time when the emitted atoms spatially overlap with the BEC.

The pairwise emission process is characterized by the normalized cross-correlation

$$g^{(2)}(v_z^+, v_z^-) = \frac{\langle n(v_z^+) n(v_z^-)\rangle}{\langle n(v_z^+)\rangle\langle n(v_z^-)\rangle}, \tag{11}$$

where $n(v_z^\pm)$ represents the number of atoms with a velocity $v_z^+ > 0$, or $v_z^- < 0$, along the z axis and 0 along the x and y axes. Experimentally, we measure this correlation by counting the number of detected atoms inside two small integration volumes in velocity space [25], and averaging their product over many realizations (as denoted by $\langle\cdot\rangle$). The correlation obtained in the experiment is displayed in Fig. 3. A two-particle correlation centered around $v_z^+ = -v_z^- \simeq 25$ mm/s is clearly visible, and confirms that atoms are indeed emitted in pairs with opposite velocities. Because the pair emission fulfills the quasimomentum conservation strictly, but the energy conservation only loosely [27], our source emits several pairs of modes, as shown by the correlation peak which is elongated along the line $v_z^+ = -v_z^-$ [25].

If the pair production process is coherent, emitted pairs will be in a superposition of several pair states, each with well defined velocities. In other words, our source of atom pairs should produce pairs of entangled atoms. By filtering the velocities at the detector according to $mv_z^+ = p$ or p', and $mv_z^- = -p$ or $-p'$, where m is the mass of the atom, we therefore expect to obtain a Bell state of the form (1), expressed in the center-of-mass reference frame of the pairs. The next step is to observe an interference between the two components of the superposition state with the interferometer in Fig. 1. This is realized using Bragg diffraction of the atoms on a second optical lattice oriented along the z axis, distinct from the lattice driving the pair emission. This Bragg lattice is pulsed first for 100 μs to realize the Bragg deflector (π pulse), and then for 50 μs to realize the Bragg splitters ($\pi/2$ pulse). During the whole time, the frequency difference between the laser beams forming the lattice is chirped to compensate for the atoms' free fall. The Bragg resonance is met when $v_z^\pm = \pm 25$ mm/s but the finite pulse duration broadens the Bragg energy condition such that all mode pairs $(p, -p')$, or $(-p, p')$, produced in the experiment are coupled with almost the same strength if they fulfill the Bragg momentum condition

$$p + p' = \hbar k_\ell, \tag{12}$$

where $k_\ell = m/\hbar \times 50$ mm/s is the lattice reciprocal vector. This has two practical consequences. First, a single Bragg lattice simultaneously realizes the deflection, or the mixing, of the two pairs of modes $(p, -p')$ and $(-p, p')$, in contrast with the configuration shown in Fig. 1, where two independent splitters are shown. Second, since by construction the interferometer is closed for any pair of modes satisfying Eq. (12), the same sequence of two successive Bragg lattices realizes several interferometers simultaneously.

We apply the deflecting pulse right after the transfer to the $m_J = 0$ state, at $t_1 = 1100$ μs, where the time origin is

set at the instant when the optical lattice driving the pair emission is switched on, and t_1 is the beginning of the pulse. To close the interferometer, the time t_2 for the splitting pulse is determined experimentally. This is achieved by performing a Hong-Ou-Mandel experiment [29]; that is, we vary the time at which the splitting pulse is applied and measure the probability of joint detection at velocities $v_z^{\pm} = \pm 25$ mm/s (dashed lines in Fig. 1). The interferometer is closed at the Hong-Ou-Mandel dip, that is when the joint detection probability is minimum. In our experiment, this occurs when the Bragg splitting pulse starts at $t_2 = 1950\ \mu$s [25].

Ideally, one would vary the phase difference $(\phi_A - \phi_B)$ in a controlled manner to observe the modulation predicted in Eq. (10). This is not possible with the setup described here because the two splitters are realized with a single Bragg lattice. Active control of the phase difference could be achieved using independent Bragg lattices for the splitters A and B, and we intend to implement this procedure in the future. However, we still have a way to probe different relative phases in the current setup by filtering modes for which the Bragg energy condition is not exactly satisfied, which adds a velocity-dependent contribution to $(\phi_A - \phi_B)$ [25]. We therefore obtain different relative phases by filtering different output momenta.

In our experiment, the multiplexed character of the interferometer allows us to select three sets of mode pairs $(p, -p')$, and $(-p, p')$, for which the interferometer is closed with different relative phases $(\phi_A - \phi_B)$. A simple model for the Bragg diffraction [25] indicates that the relative phases for these three sets span an interval of about 100°. For each set we measure the joint detection probabilities in the output modes using small integration volumes in velocity space [25]. The white squares in Fig. 3 show the corresponding areas in the (v_z^+, v_z^-) plane for one of the sets. The size of the integration volumes is a compromise between two opposing constraints: maximizing the signal-to-noise ratio and minimizing the variations across the volume of the phase imprinted upon diffraction. With our settings [25], the average population in one integration volume is 0.2 atoms per repetition (corrected for the 25% detection efficiency) and the phase varies by up to 50°.

Figure 4 displays the result of our measurements on each set. The upper two graphs show the four joint detection probabilities. As expected from Eqs. (7) and (8), the values of $\mathcal{P}(A_+, B_+)$ and $\mathcal{P}(A_-, B_-)$ on the one hand, and $\mathcal{P}(A_+, B_-)$ and $\mathcal{P}(A_-, B_+)$ on the other, appear to be correlated. Note that, for each set, the sum of all four joint detection probabilities is equal to unity by construction. The lower graph shows the correlation coefficient E defined in Eq. (10). We observe that, for at least one set of modes, this coefficient takes a nonzero value (set 3 gives $E = 0.51 \pm 0.20$). We have also used our data to verify the zero level of E: By combining the modes analyzed in Fig. 4 in a way that avoids two-particle interferences by

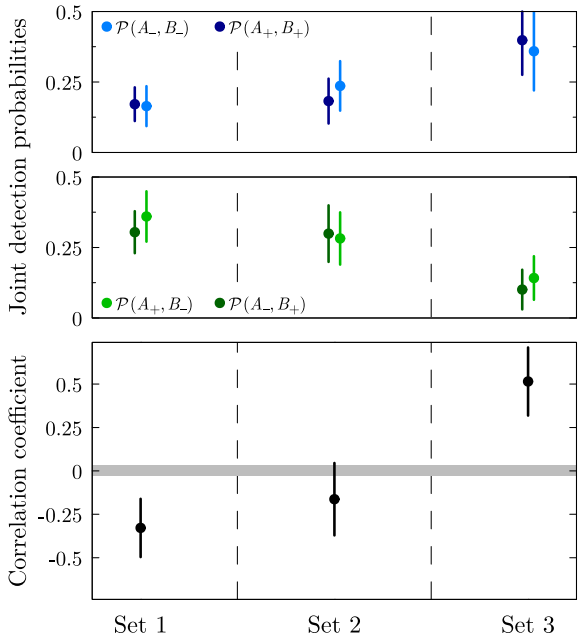


FIG. 4. Joint detection probabilities measured at the output of the four-mode interferometer for three independent sets of momentum modes $(p, -p')$ and $(-p, p')$. The lower graph displays the correlation coefficient E. The gray line represents the zero level of this coefficient, calibrated using different combinations of the same modes for which no two-particle interference can occur by construction; the width of the line is the uncertainty on the zero level. The velocities v_z^+ corresponding to the modes p are 27, 29, and 31 mm/s for sets 1, 2, and 3, respectively. The velocities corresponding to p' can be deduced from Eq. (12). Averages were taken over 2218 repetitions of the experiment. Error bars denote the statistical uncertainty and are obtained by bootstrapping.

construction, we can build 18 sets of modes that should exhibit a zero correlation coefficient [25]. For those reference sets, we find indeed $E = 0.00$ with a statistical uncertainty of 0.03 (gray line in the lower graph of Fig. 4).

Our results thus rule out the possibility of a completely mixed state at the input of the interferometer. To make a claim about the presence of entanglement, we would need to observe the modulation of E when we vary the phase difference $(\phi_A - \phi_B)$. This is best achieved by introducing separate Bragg splitters, and performing a correlation measurement on a single set of momentum modes to render common any velocity dependent phase. A contrast of the oscillation in excess of $1/\sqrt{2}$ would permit the observation of a Bell inequality violation for freely falling massive particles using their momentum degree of freedom. Finally, we note that the setup described here can in principle be adapted to mix the mode p with p', and -p with -p', by changing the reciprocal wave vector of the Bragg lattices. This variant, where the trajectories of the two atoms never cross, can also lead to a violation of a Bell inequality, in a situation where nonlocality is more striking.

The research leading to these results has received funding from the European Research Council and from the People Programme (Marie Curie Actions) under the European Union's Seventh Framework Programme (FP7/2007–2013) and H2020 Programme (2014-2020) / ERC Grant Agreement No. 267775, and REA Grant Agreements No. 618760 and No. 704832. We also acknowledge funding from the ANR through the Grant Agreement No. 15-CE30-0017 and support from Churchill College, Cambridge.

[1] J. P. Dowling and G. J. Milburn, Phil. Trans. R. Soc. A **361**, 1655 (2003).
[2] A. Aspect, Introduction: John bell and the second quantum revolution, in *Speakable and Unspeakable in Quantum Mechanics: Collected Papers on Quantum Philosophy* (Cambridge University Press, Cambridge, England, 2004), p. xvii.
[3] R. P. Feynman, Int. J. Theor. Phys. **21**, 467 (1982).
[4] N. Gisin and M. Rigo, J. Phys. A **28**, 7375 (1995).
[5] A. Aspect, Bell's Theorem: The Naive View of an Experimentalist, in *Quantum (Un)speakables: From Bell to Quantum Information* (Springer, Berlin, Heidelberg, 2002), p. 119.
[6] M. C. Tichy, F. Mintert, and A. Buchleitner, J. Phys. B **44**, 192001 (2011).
[7] J. S. Bell, Physics **1**, 195 (1964).
[8] A. Einstein, B. Podolsky, and N. Rosen, Phys. Rev. **47**, 777 (1935).
[9] U. Fano, Am. J. Phys. **29**, 539 (1961).
[10] R. J. Glauber, in *Quantum Optics and Electronics*, edited by C. de Witt, A. Blandin, and C. Cohen-Tannoudji (Gordon and Breach, New York, 1965).
[11] C. K. Hong, Z. Y. Ou, and L. Mandel, Phys. Rev. Lett. **59**, 2044 (1987).
[12] By mode, we mean a single-particle wave function, whether in real space or some other space, which can be occupied by some number of identical particles.
[13] The requirement for four modes holds for systems of two particles. In the context of continuous variables, configurations involving only two modes can also lead to violations of Bell's inequalities (see, for instance, Refs. [14,15]).
[14] J. Wenger, M. Hafezi, F. Grosshans, R. Tualle-Brouri, and P. Grangier, Phys. Rev. A **67**, 012105 (2003).
[15] D. Cavalcanti, N. Brunner, P. Skrzypczyk, A. Salles, and V. Scarani, Phys. Rev. A **84**, 022105 (2011).
[16] A. Aspect, Nature (London) **398**, 189 (1999).
[17] A. Aspect, Physics **8**, 123 (2015).
[18] A two-electron interference in four momentum modes was reported in Ref. [19], but without access to all four joint detection probabilities.
[19] M. Waitz *et al.*, Phys. Rev. Lett. **117**, 083002 (2016).
[20] R. Penrose, Gen. Relativ. Gravit. **28**, 581 (1996).
[21] M. A. Horne, A. Shimony, and A. Zeilinger, Phys. Rev. Lett. **62**, 2209 (1989).
[22] J. G. Rarity and P. R. Tapster, Phys. Rev. Lett. **64**, 2495 (1990).
[23] J. Kofler, M. Singh, M. Ebner, M. Keller, M. Kotyrba, and A. Zeilinger, Phys. Rev. A **86**, 032115 (2012).
[24] R. J. Lewis-Swan and K. V. Kheruntsyan, Phys. Rev. A **91**, 052114 (2015).
[25] See Supplemental Material at http://link.aps.org/supplemental/10.1103/PhysRevLett.119.173202 for a model of Bragg diffraction and details of other methods.
[26] J. F. Clauser, M. A. Horne, A. Shimony, and R. A. Holt, Phys. Rev. Lett. **23**, 880 (1969).
[27] M. Bonneau, J. Ruaudel, R. Lopes, J.-C. Jaskula, A. Aspect, D. Boiron, and C. I. Westbrook, Phys. Rev. A **87**, 061603 (2013).
[28] M. Schellekens, R. Hoppeler, A. Perrin, J. V. Gomes, D. Boiron, A. Aspect, and C. I. Westbrook, Science **310**, 648 (2005).
[29] R. Lopes, A. Imanaliev, A. Aspect, M. Cheneau, D. Boiron, and C. I. Westbrook, Nature (London) **520**, 66 (2015).

Supplemental Material for the Article "A two-particle, four-mode interferometer for atoms"

Pierre Dussarrat, Maxime Perrier, Almazbek Imanaliev, Raphael Lopes, Alain Aspect, Marc Cheneau, Denis Boiron, and Christoph I. Westbrook

OPTICAL LATTICE FOR PAIR EMISSION

The optical lattice driving the dynamical instability at the origin of the pair creation has a period $a = 550\,\mathrm{nm}$ and a depth of $0.45\,E_{\mathrm{rec}}$, where $E_{\mathrm{rec}} = \pi^2\hbar^2/2ma^2$ is the recoil energy and m is the mass of an atom. The frequency difference between the two laser beams forming the lattice is $\nu = 105\,\mathrm{kHz}$, resulting in a velocity $\nu a = 57\,\mathrm{mm/s}$ for the motion of the standing wave in the laboratory frame of reference.

INTEGRATION VOLUMES FOR COUNTING THE ATOM NUMBERS

Depending on the observable, we choose different integration volumes in velocity space in order to optimize the signal-to-noise ratio. In Tab. SI, we summarize the integration volumes used to count the number of atoms for each graph of the main text and supplemental material.

TAB. SI. Integration volumes. Rectangular boxes have a size δv_x, δv_y and δv_z along x, y and z, respectively. Cylindrical boxes are oriented along z; their diameter is $\delta v_x = \delta v_y$ and their length is δv_z. All sizes are given in mm/s.

	box shape	δv_x	δv_y	δv_z
Fig. 2	rectangular	9.2	2.4	0.9
Fig. 3	cylindrical	32.2	32.2	2.8
Fig. 4	cylindrical	4.0	4.0	2.0
Fig. S1 (left)	cylindrical	18.4	18.4	1.8
Fig. S1 (right)	cylindrical	18.4	18.4	0.9
Fig. S3	cylindrical	4.0	4.0	2.6

NORMALIZED CROSS-CORRELATION

The normalized cross-correlation $g^{(2)}(v_z^+, v_z^-)$ shown in Fig. 3 of the main text displays a peak centered around $v_z^+ = -v_z^- \simeq 25\,\mathrm{mm/s}$. This peak is elongated along the line $v_z^+ = -v_z^-$, indicating that the source emits several pairs of modes. Projections of the two-dimensional cross-correlation function along the lines $v_z^+ = -v_z^-$ and $v_z^+ - v_z^- = 50\,\mathrm{mm/s}$, corresponding to the long and short axes of the correlation peaks, respectively, are given in Fig. S1. Unlike the two-dimensional map displayed in Fig. 3 of the main text, no sliding average was performed and all experimental points are statistically independent. The different amplitudes of the correlation peak along the long and short axes stem from the different integration volumes. A Gaussian fit yields the half-widths (standard deviation) $\sigma = (9.0 \pm 2.3)\,\mathrm{mm/s}$ for the long axis, and $\sigma = (2.7 \pm 0.7)\,\mathrm{mm/s}$ for the short axis. These values are to be compared to the half-width of the auto-correlation functions, $\sigma_{\mathrm{auto}} = (1.9 \pm 0.4)\,\mathrm{mm/s}$, which is the diffraction limit of our source.

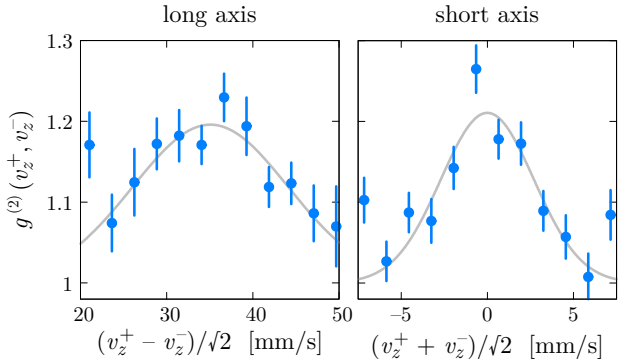


FIG. S1. Projections of the two-dimensional cross-correlation function on its long and short axes. The blue points represent the experimental data. The error bars represent the statistical uncertainty and are obtained by bootstrapping. The grey lines are Gaussian fits with an offset fixed at unity.

TIMING OF THE BRAGG PULSES

In principle, the interferometer is closed when the time t_2 at which the mixing is realized equals twice the time t_1 at which the deflection is realized. However, neither the pair emission, nor the Bragg diffraction, occur at a well defined time and we have to determine experimentally the time at which the Bragg splitting pulse must be applied in order to close the interferometer. We solve this problem by performing a Hong–Ou–Mandel experiment. This is achieved by filtering two symmetric output modes, C_+ and C_-, associated with the input state $|p'', -p''\rangle$, where $2\,p'' = \hbar k_\ell$ (see Fig. S2). In the experiment, these modes correspond to the velocities $v_z^+ = -v_z^- = 25\,\mathrm{mm/s}$, which are located at the maxima of the initial velocity distribution of the emitted atom pairs. We then vary the time at which the Bragg split-

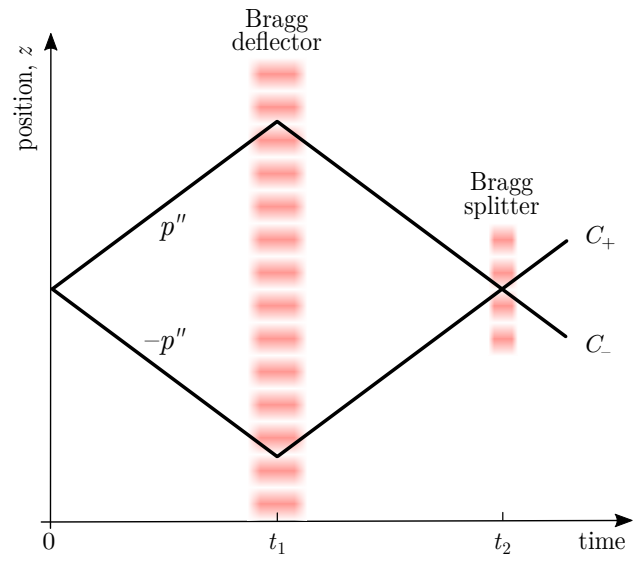


FIG. S2. Diagram of the Hong–Ou–Mandel interferometer. By filtering only two output modes corresponding to the initial pair state $|p'', -p''\rangle$, the four-mode interferometer folds onto a two-mode interferometer. The Hong–Ou–Mandel effect occurs when the Bragg splitting pulse mixes the two input modes p'' and $-p''$. It manifests as a reduction of the probability of joint detection in the output modes C_+ and C_-, shown in Fig. S3.

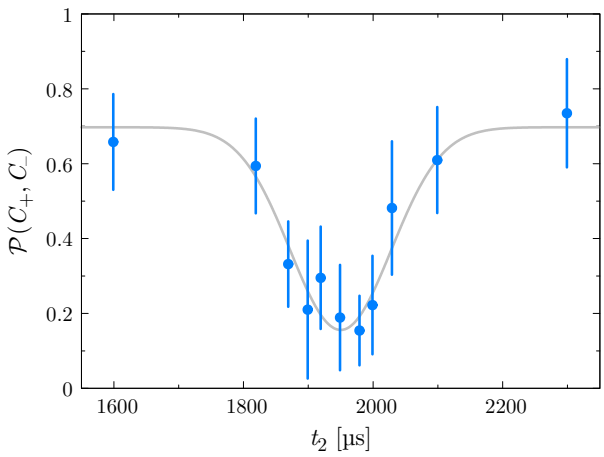


FIG. S3. Joint detection probability in the two symmetric output modes as a function of the time at which the Bragg splitting pulse is applied. The blue points represent the experimental data. The error bars represent the statistical uncertainty and are obtained by bootstrapping. The grey line is a Gaussian fit. The reduction of the joint detection probability at $t_2 = 1\,950\,\mu\text{s}$ results from the Hong–Ou–Mandel effect, and signals that the interferometer is closed.

ting pulse is applied, and measure the probability of joint detection in the two output modes:

$$\mathcal{P}(C_+, C_-) = 2\Lambda^{-1}\langle n(p'')\, n(-p'')\rangle \,, \tag{S1}$$

where the normalization factor is given by

$$\Lambda = \langle n(p'')(n(p'')-1)\rangle + \langle n(-p'')(n(-p'')-1)\rangle + 2\langle n(p'')n(-p'')\rangle \,, \tag{S2}$$

and we have used the notation $n(\pm p'')$ instead of $n(v_z^{\pm})$, with $mv_z^{\pm} = \pm p''$.

In a closed interferometer, the "which-path" information is erased and the two atoms of a pair become indistinguishable after the Bragg splitter. A two-particle interference then results in the cancellation of the joint detection probability for bosons. We show the result of this measurement in Fig. S3. The dip in the joint detection probability is clearly visible when the Bragg splitting pulse begins at time $t_2 = 1\,950\,\mu\text{s}$, and we use this timing to realize the four-mode interferometer.

BRAGG DIFFRACTION MODEL

The Bragg reflectors and splitters are realized by Bragg diffraction on a vertical, moving optical lattice formed by the interference pattern of two laser beams with slightly different frequencies. The frequency difference between the two beams forming the lattice is chirped to compensate for the atoms' free fall. In the limit of a shallow lattice, i.e. when the lattice depth is smaller than the recoil energy $E_{\text{rec}} = \hbar^2 k_\ell^2/2m$, Bragg diffraction couples only pairs of momentum states $(p, -p')$, or $(-p, p')$, satisfying both momentum conservation, $p + p' = \hbar k_\ell$, and energy conservation, $p^2/2m = p'^2/2m$. If the interaction time between the atoms and the lattice is short, however, the energy conservation condition is not strict. In contrast, the momentum conservation condition will always be strictly fulfilled because of the spatial extension of the optical lattice and the high velocity resolution of our detector.

Diffraction at the Bragg energy condition

We consider here the pair of input modes p and $-p'$ fulfilling exactly the Bragg energy condition. We write the coupling Hamiltonian in the basis $\{|p\rangle, |-p'\rangle\}$ as:

$$\hat{H} = \frac{\hbar\Omega}{2}\begin{pmatrix} 0 & e^{i\phi} \\ e^{-i\phi} & 0 \end{pmatrix} \,, \tag{S3}$$

where $\Omega/2\pi$ is the two-photon Rabi frequency and ϕ is the phase difference between the two laser beams forming the Bragg lattice. The Bragg lattice drives a Rabi oscillation between the two modes p and $-p'$. The evolution

operator describing this dynamics takes the simple form:

$$\hat{U}(t) \equiv e^{-i\hat{H}t/\hbar} = \begin{pmatrix} \cos(\Omega t/2) & -i\,e^{-i\phi}\sin(\Omega t/2) \\ -i\,e^{i\phi}\sin(\Omega t/2) & \cos(\Omega t/2) \end{pmatrix}, \tag{S4}$$

where the time origin is set at the instant when the laser beams are switched on. An interaction time $t = \pi/\Omega$ (π-pulse) turns an input state $|p\rangle$ into an output state $|-p'\rangle$, and an input state $|-p'\rangle$ into an output state $|p\rangle$; it therefore realizes a Bragg deflector. Similarly, an interaction time $t = \pi/2\Omega$ ($\pi/2$-pulse) turns $|p\rangle$ or $|-p'\rangle$ into a superposition with equal weights of $|p\rangle$ and $|-p'\rangle$; it therefore realizes a 50:50 Bragg splitter.

In our interferometer, a π-pulse and a $\pi/2$-pulse are successively applied to realize the deflection and the splitting. Using the subscripts D and A to label the deflecting pulse and the splitting pulse A, respectively, and omitting overall phase factors due to propagation, we therefore obtain the output modes A_+ and A_- by writing:

$$\begin{pmatrix} A_+ \\ A_- \end{pmatrix} = \hat{U}_A(\pi/2\Omega)\,\hat{U}_D(\pi/\Omega)\begin{pmatrix} p \\ -p' \end{pmatrix} \tag{S5}$$

$$= \frac{-1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} e^{-i(\phi_A-\phi_D)} & i\,e^{-i\phi_D} \\ i\,e^{i\phi_D} & e^{i(\phi_A-\phi_D)} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} p \\ -p' \end{pmatrix}. \tag{S6}$$

The same reasoning applies if we consider the pair of input modes p' and $-p$. We then obtain:

$$\begin{pmatrix} B_+ \\ B_- \end{pmatrix} = \hat{U}_B(\pi/2\Omega)\,\hat{U}_D(\pi/\Omega)\begin{pmatrix} p' \\ -p \end{pmatrix} \tag{S7}$$

$$= \frac{-1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} e^{-i(\phi_B-\phi_D)} & i\,e^{-i\phi_D} \\ i\,e^{i\phi_D} & e^{i(\phi_B-\phi_D)} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} p' \\ -p \end{pmatrix}. \tag{S8}$$

Equations (S4–S7) directly give Eqs. (2–5) in the main text.

Diffraction away from the Bragg energy condition

We now consider a pair of input modes p and $-p'$ for which the Bragg energy condition is not exactly satisfied, meaning that the input and output states have slightly different energies. We introduce the detuning $\hbar\delta = p^2/2m - p'^2/2m$ and assume $\delta > 0$. To first order in δ/Ω, the evolution operator in the basis $\{|p\rangle, |-p'\rangle\}$ is modified according to:

$$\hat{U}(t) \simeq \begin{pmatrix} e^{-i\delta t/2}\cos(\Omega t/2) & -i\,e^{-i(\phi+\delta t/2)}\sin(\Omega t/2) \\ -i\,e^{i(\phi+\delta t/2)}\sin(\Omega t/2) & e^{i\delta t/2}\cos(\Omega t/2) \end{pmatrix}. \tag{S9}$$

If we consider instead the input states p' and $-p$, but keep the same definition for δ, we must take care to replace δ by $-\delta$ in this evolution operator. Compared to the resonant case, one sees that an additional phase δt is accumulated between the components $|p\rangle$ and $|-p'\rangle$ during the interaction with the Bragg lattice. At the output of the interferometer, the modes $A_\pm$ and $B_\pm$ are now given by the matrix equations

$$\begin{pmatrix} A_+ \\ A_- \end{pmatrix} \simeq \frac{-1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} e^{-i(\phi_A-\phi_D-\pi\delta/4\Omega)} & i\,e^{-i(\phi_D+3\pi\delta/4\Omega)} \\ i\,e^{i(\phi_D+3\pi\delta/4\Omega)} & e^{i(\phi_A-\phi_D-\pi\delta/4\Omega)} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} p \\ -p' \end{pmatrix} \tag{S10}$$

and

$$\begin{pmatrix} B_+ \\ B_- \end{pmatrix} \simeq \frac{-1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} e^{-i(\phi_B-\phi_D+\pi\delta/4\Omega)} & i\,e^{-i(\phi_D-3\pi\delta/4\Omega)} \\ i\,e^{i(\phi_D-3\pi\delta/4\Omega)} & e^{i(\phi_B-\phi_D+\pi\delta/4\Omega)} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} p' \\ -p \end{pmatrix}. \tag{S11}$$

Inverting the matrix equations (S10) and (S11), we can express the entangled state $|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|p,-p\rangle + |p',-p'\rangle)$ at the output of the interferometer as

$$\begin{aligned} |\Psi_{\text{out}}\rangle \simeq \frac{1}{2\sqrt{2}}\Big[& -i\big(e^{i(\phi_A-\pi\delta/\Omega)} + e^{i(\phi_B+\pi\delta/\Omega)}\big)|A_+,B_+\rangle \\ & +\big(e^{i(\phi_A-\phi_B-\pi\delta/2\Omega)} - e^{3i\pi\delta/2\Omega}\big)|A_+,B_-\rangle \\ & +\big(e^{-i(\phi_A-\phi_B-\pi\delta/2\Omega)} - e^{-3i\pi\delta/2\Omega}\big)|A_-,B_+\rangle \\ & -i\big(e^{-i(\phi_A-\pi\delta/\Omega)} + e^{-i(\phi_B+\pi\delta/\Omega)}\big)|A_-,B_-\rangle\Big]. \end{aligned} \tag{S12}$$

We finally obtain the joint detection probabilities

$$\mathcal{P}(A_\pm, B_\pm) \simeq \frac{1}{2}\cos^2\left[(\phi_A - \phi_B - 2\pi\delta/\Omega)/2\right], \tag{S13}$$

$$\mathcal{P}(A_\pm, B_\mp) \simeq \frac{1}{2}\sin^2\left[(\phi_A - \phi_B - 2\pi\delta/\Omega)/2\right]. \tag{S14}$$

To first order in δ/Ω, the mismatch in the Bragg energy condition thus adds an offset $-2\pi\delta/\Omega$ to the relative phase $(\phi_A - \phi_B)$. This off-resonance contribution depends on p and p' through the detuning δ.

In the sets of modes 1, 2 and 3 shown in Fig. 4, the mode p corresponds, respectively, to the velocities $v_z^+ =$ 27.0, 29.1 and 31.1 mm/s, and the mode p' corresponds to the velocities $v_z^+ =$ 23.0, 20.9 and 18.9 mm/s. The mismatch in the Bragg energy condition for these three sets of modes are thus: $\delta_1/2\pi = 0.9$ kHz, $\delta_2/2\pi = 1.9$ kHz and $\delta_3/2\pi = 2.9$ kHz. For these values of the detuning δ, the condition $\delta \ll \Omega$ is only marginally satisfied and the lowest order approximation overestimates the relative phases by about 30 %. For a better estimation, we wrote the exact evolution operator for the two-mode dynamics, and numerically calculated the additional phases with respect to the resonant case. We found -43, -94 and $-144°$ for sets 1, 2 and 3, respectively.

EXPERIMENTAL MEASUREMENT OF THE JOINT DETECTION PROBABILITIES

The probabilities of joint detection in the output modes $A_\pm$ and $B_\pm$ are measured by counting the number

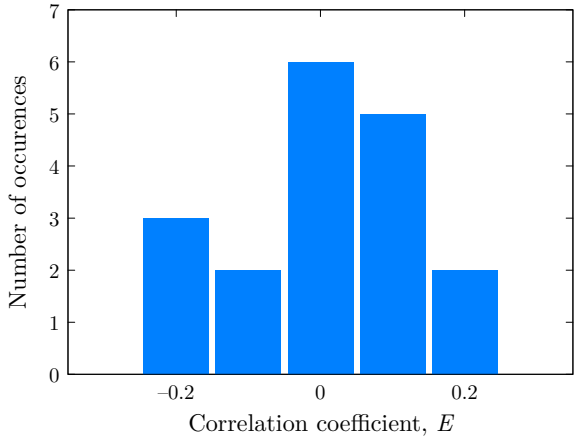


FIG. S4. Histogram of the correlation coefficient E measured with 18 combinations of the modes analyzed in Fig. 4 of the main text for which no two-particle interference can occur by construction. The distribution is peaked around zero, showing that there is no bias in the evaluation of the correlation coefficient.

of atoms with velocities $mv_z^+ = p$ or p', and $mv_z^- = -p$ or $-p'$, and using the relations

$$\mathcal{P}(A_+, B_+) = \Lambda^{-1}\langle n(p)\, n(p')\rangle \,, \tag{S15}$$

$$\mathcal{P}(A_-, B_-) = \Lambda^{-1}\langle n(-p)\, n(-p')\rangle \,, \tag{S16}$$

$$\mathcal{P}(A_+, B_-) = \Lambda^{-1}\langle n(p)\, n(-p)\rangle \,, \tag{S17}$$

$$\mathcal{P}(A_-, B_+) = \Lambda^{-1}\langle n(-p')\, n(p')\rangle \,, \tag{S18}$$

where the normalization factor is given by

$$\Lambda = \langle n(p)n(p')\rangle + \langle n(-p)n(-p')\rangle + \langle n(p)n(-p)\rangle + \langle n(-p')n(p')\rangle \,, \tag{S19}$$

and we have used the notation $n(\pm p)$ or $n(\pm p')$ instead of $n(v_z^\pm)$, with $mv_z^\pm = \pm p$ or $\pm p'$.

ZERO LEVEL OF THE CORRELATION COEFFICIENT

In order to confirm the zero level of the correlation coefficient E, we have constructed a correlation coefficient using 18 combinations of the modes analyzed in Fig. 4 of the main text for which no two-particle interference can occur by construction. Denoting by $A_\pm^{(i)}$ and $B_\pm^{(i)}$ the output modes of the set i ($i = 1, 2, 3$), those combinations are of the form $\{A_+^{(i)}, A_-^{(j)}, B_+^{(k)}, B_-^{(l)}\}$ with $i \neq k, l$ and $j \neq k, l$. The mean values of the joint detection probabilities measured with these reference sets are all close to $1/4$, as summarized in Tab. SII. In Fig. S4, we show a histogram of the corresponding values of E. The distribution has a mean value of -0.001 and a standard deviation of 0.125. The uncertainty on the mean value is $0.125/\sqrt{18} = 0.029$. These calibration measurements give us confidence that we have no systematic bias in the estimation of the correlation coefficient.

TAB. SII. Mean values of the joint detection probabilities for uncorrelated data.

$\mathcal{P}(A_+, B_+)$	0.258 ± 0.015
$\mathcal{P}(A_-, B_-)$	0.241 ± 0.011
$\mathcal{P}(A_+, B_-)$	0.259 ± 0.018
$\mathcal{P}(A_-, B_+)$	0.242 ± 0.013

Bibliographie

***

[1] W. S. Bakr, A. Peng, M. E. Tai, R. Ma, J. Simon, J. I. Gillen, S. Fölling, L. Pollet, and M. Greiner, "Probing the superfluid–to–mott insulator transition at the single-atom level," *Science*, vol. 329, no. 5991, pp. 547–550, 2010. [Online]. Available : http://www.sciencemag.org/content/329/5991/547.abstract (Cité à la page 1.)

[2] J. Dalibard, F. Gerbier, G. Juzeliūnas, and P. Öhberg, "Colloquium : Artificial gauge potentials for neutral atoms," *Rev. Mod. Phys.*, vol. 83, pp. 1523–1543, Nov 2011. [Online]. Available : https://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.83.1523 (Cité à la page 1.)

[3] J. Steinhauer, "Observation of self-amplifying hawking radiation in an analogue black-hole laser," *Nat Phys*, vol. 10, no. 11, pp. 864–869, Nov. 2014. [Online]. Available : http://dx.doi.org/10.1038/nphys3104 (Cité à la page 1.)

[4] F. Yver-Leduc, P. Cheinet, J. Fils, A. Clairon, N. Dimarcq, D. Holleville, P. Bouyer, and A. Landragin, "Reaching the quantum noise limit in a high-sensitivity cold-atom inertial sensor," *Journal of Optics B : Quantum and Semiclassical Optics*, vol. 5, no. 2, p. S136, 2003. [Online]. Available : http://stacks.iop.org/1464-4266/5/i=2/a=371 (Cité à la page 1.)

[5] R. Geiger, V. Ménoret, G. Stern, N. Zahzam, P. Cheinet, B. Battelier, A. Villing, F. Moron, M. Lours, Y. Bidel, A. Bresson, A. Landragin, and P. Bouyer, "Detecting inertial effects with airborne matter-wave interferometry," *Nature Communications*, vol. 2, pp. 474 EP –, Sep 2011, article. [Online]. Available : http://dx.doi.org/10.1038/ncomms1479 (Cité à la page 1.)

[6] S. Bize, P. Laurent, M. Abgrall, H. Marion, I. Maksimovic, L. Cacciapuoti, J. Grünert, C. Vian, F. P. dos Santos, P. Rosenbusch, P. Lemonde, G. Santarelli, P. Wolf, A. Clairon, A. Luiten, M. Tobar, and C. Salomon, "Cold atom clocks and applications," *Journal of Physics B : Atomic, Molecular and Optical Physics*, vol. 38, no. 9, p. S449, 2005. [Online]. Available : http://stacks.iop.org/0953-4075/38/i=9/a=002 (Cité à la page 1.)

227

[7] https://pharao.cnes.fr/. (Cité à la page 1.)

[8] A. K. Ekert, "Quantum cryptography based on bell's theorem," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 67, pp. 661–663, Aug 1991. [Online]. Available : http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.67.661 (Cité à la page 1.)

[9] E. Knill, R. Laflamme, and G. J. Milburn, "A scheme for efficient quantum computation with linear optics," *Nature*, vol. 409, no. 6816, pp. 46–52, Jan. 2001. [Online]. Available : http://dx.doi.org/10.1038/35051009 (Cité aux pages 1 and 7.)

[10] S.-K. Liao, W.-Q. Cai, W.-Y. Liu, L. Zhang, Y. Li, J.-G. Ren, J. Yin, Q. Shen, Y. Cao, Z.-P. Li *et al.*, "Satellite-to-ground quantum key distribution," *arXiv preprint arXiv :1707.00542*, 2017. (Cité à la page 1.)

[11] M. Fischer, N. Kolachevsky, M. Zimmermann, R. Holzwarth, T. Udem, T. W. Hänsch, M. Abgrall, J. Grünert, I. Maksimovic, S. Bize, H. Marion, F. P. Santos, P. Lemonde, G. Santarelli, P. Laurent, A. Clairon, C. Salomon, M. Haas, U. D. Jentschura, and C. H. Keitel, "New Limits on the Drift of Fundamental Constants from Laboratory Measurements," *Physical Review Letters*, vol. 92, no. 23, p. 230802, Jun. 2004. (Cité à la page 1.)

[12] R. Geiger and M. Trupke, "Proposal for a quantum test of the weak equivalence principle with entangled atomic species," vol. 120, 01 2018. (Cité à la page 1.)

[13] M. Kumar and B. Sigaud, *Le grand roman de la physique quantique : Einstein, Bohr... et le débat sur la nature de la réalité*, ser. Les Aventures de la Connaissance. Lattès, 2011. [Online]. Available : https://books.google.fr/books?id=G_6fuAAACAAJ (Cité à la page 2.)

[14] P. A. M. Dirac, "The principles of quantum mechanics," 1958. (Cité à la page 2.)

[15] C. K. Hong, Z. Y. Ou, and L. Mandel, "Measurement of subpicosecond time intervals between two photons by interference," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 59, pp. 2044–2046, Nov 1987. [Online]. Available : http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.59.2044 (Cité aux pages 2, 7, 16, 18, 90, 108, and 177.)

[16] J. G. Rarity and P. R. Tapster, "Fourth-order interference in parametric downconversion," *J. Opt. Soc. Am. B*, vol. 6, no. 6, pp. 1221–1226, Jun 1989. [Online]. Available : http://josab.osa.org/abstract.cfm?URI=josab-6-6-1221 (Cité à la page 2.)

[17] J. P. Dowling and G. J. Milburn, "Quantum technology : the second quantum revolution," *Philosophical Transactions of the Royal Society of London A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, vol. 361, no. 1809, pp. 1655–1674, 2003. (Cité aux pages 2 and 6.)

[18] R. Penrose, "Quantum computation, entanglement and state reduction," vol. 356, no. 1743, p. 1927–1939, 1998. [Online]. Available : http://dx.doi.org/10.1098/rsta.1998.0256 (Cité aux pages 2 and 178.)

[19] M. Bonneau, "Atomic four-wave mixing in an optical lattice," Theses, Université Paris Sud - Paris XI, Dec. 2011. [Online]. Available : https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00665955 (Cité aux pages 3, 18, 23, 24, 49, 59, 60, 61, 62, 63, 68, 86, and 190.)

[20] R. Lopes, A. Imanaliev, A. Aspect, M. Cheneau, D. Boiron, and C. I. Westbrook, "Atomic Hong-Ou-Mandel experiment," *Nature*, vol. 520, no. 7545, pp. 66–68, Apr. 2015. [Online]. Available : http://dx.doi.org/10.1038/nature14331 (Cité aux pages 3, 7, 19, 60, 68, 74, 78, 90, 108, 111, and 158.)

[21] P. Dussarrat, "Quantum Atom Optics Experiments, 2 and 4 modes interferometers," Theses, Université Paris-Saclay, Nov. 2017. [Online]. Available : https://pastel.archives-ouvertes.fr/tel-01686709 (Cité aux pages 3, 18, 19, 23, 48, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 68, 72, 74, 84, 85, 106, 108, 126, 128, 131, 134, 178, and 199.)

[22] R. Bach, D. Pope, S.-H. Liou, and H. Batelaan, "Controlled double-slit electron diffraction," *New Journal of Physics*, vol. 15, no. 3, p. 033018, 2013. [Online]. Available : http://stacks.iop.org/1367-2630/15/i=3/a=033018 (Cité à la page 6.)

[23] http://www.hitachi.com/rd/portal/highlight/quantum/doubleslit/. (Cité à la page 6.)

[24] R. Hanbury Brown and R. Q. Twiss, "Correlation between photons in two coherent beams of light," *Nature*, vol. 177, no. 4497, pp. 27–29, Jan. 1956. [Online]. Available : http://dx.doi.org/10.1038/177027a0 (Cité à la page 7.)

[25] T. Jeltes, J. M. McNamara, W. Hogervorst, W. Vassen, V. Krachmalnicoff, M. Schellekens, A. Perrin, H. Chang, D. Boiron, A. Aspect, and C. I. Westbrook, "Comparison of the hanbury brown-twiss effect for bosons and fermions." *Nature*, vol. 445, no. 7126, pp. 402–5, Jan. 2007. [Online]. Available : http://dx.doi.org/10.1038/nature05513 (Cité aux pages 7 and 30.)

[26] B. Vest, M.-C. Dheur, É. Devaux, A. Baron, E. Rousseau, J.-P. Hugonin, J.-J. Greffet, G. Messin, and F. Marquier, "Anti-coalescence of bosons on a lossy beam splitter," *Science*, vol. 356, no. 6345, pp. 1373–1376, 2017. [Online]. Available : http://science.sciencemag.org/content/356/6345/1373 (Cité à la page 7.)

[27] I. Neder, N. Ofek, Y. Chung, M. Heiblum, D. Mahalu, and V. Umansky, "Interference between two indistinguishable electrons from independent sources," *Nature*, vol. 448, pp. 333 EP –, Jul 2007. [Online]. Available : http://dx.doi.org/10.1038/nature05955 (Cité à la page 7.)

[28] A. M. Kaufman, B. J. Lester, C. M. Reynolds, M. L. Wall, M. Foss-Feig, K. R. A. Hazzard, A. M. Rey, and C. A. Regal, "Two-particle quantum interference in tunnel-coupled optical tweezers," *Science*, vol. 345, no. 6194, pp. 306–309, 2014. [Online]. Available : http://science.sciencemag.org/content/345/6194/306 (Cité à la page 7.)

[29] H. Vahlbruch, S. Chelkowski, B. Hage, A. Franzen, K. Danzmann, and R. Schnabel, "Demonstration of a squeezed-light-enhanced power-and signal-recycled michelson interferometer," *Physical review letters*, vol. 95, no. 21, p. 211102, 2005. (Cité à la page 7.)

[30] A. Friedenauer, H. Schmitz, J. T. Glueckert, D. Porras, and T. Schaetz, "Simulating a quantum magnet with trapped?ions," *Nature Physics*, vol. 4, pp. 757 EP –, Jul 2008. [Online]. Available : http://dx.doi.org/10.1038/nphys1032 (Cité à la page 7.)

[31] C. H. Bennett, G. Brassard, C. Crépeau, R. Jozsa, A. Peres, and W. K. Wootters, "Teleporting an unknown quantum state via dual classical and einstein-podolsky-rosen channels," *Physical Review Letters*, vol. 70, no. 13, pp. 1895–1899, Mar. 1993. [Online]. Available : http://prl.aps.org/abstract/PRL/v70/i13/p1895_1 (Cité à la page 7.)

[32] G. Brassard, "Quantum communication complexity (a survey)," *arXiv preprint quant-ph/0101005*, 2001. (Cité à la page 7.)

[33] A. Einstein, B. Podolsky, and N. Rosen, "Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete?" *Phys. Rev.*, vol. 47, pp. 777–780, May 1935. [Online]. Available : https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.47.777 (Cité à la page 7.)

[34] J. Bell, "Bertlmann's socks and the nature of reality," *Journal de Physique Colloques*, vol. 42, no. C2, pp. C2–41–C2–62, 1981. [Online]. Available : https://hal.archives-ouvertes.fr/jpa-00220688 (Cité à la page 7.)

[35] D. Mermin, "Is the moon there when nobody looks? Reality and the quantum theory," *Physics Today*, vol. 38, pp. 38–47, 1985. (Cité à la page 7.)

[36] J. S. Bell and A. Aspect, *Speakable and Unspeakable in Quantum Mechanics : Collected Papers on Quantum Philosophy*, 2nd ed. Cambridge University Press, 2004. (Cité à la page 7.)

[37] F. Laloë, *Comprenons-nous vraiment la mécanique quantique ? ; 2e éd.* Les Ulis : EDP Sciences, Jan 2018. [Online]. Available : https://cds.cern.ch/record/2300130 (Cité aux pages 7 and 11.)

[38] N. Bohr, "On the notions of causality and complementarity," *Dialectica*, vol. 2, no. 3-4, pp. 312–319, 1948. [Online]. Available : https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1111/j.1746-8361.1948.tb00703.x (Cité à la page 8.)

[39] J. S. BELL, *ON THE EINSTEIN PODOLSKY ROSEN PARADOX*, pp. 7–12. [Online]. Available : https://www.worldscientific.com/doi/abs/10.1142/9789812386540_0002 (Cité à la page 8.)

[40] J. F. Clauser, M. A. Horne, A. Shimony, and R. A. Holt, "Proposed experiment to test local hidden-variable theories," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 23, pp. 880–884, Oct 1969. [Online]. Available : http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.23.880 (Cité à la page 8.)

[41] D. Bohm, *Quantum Theory*, ser. Dover books in science and mathematics. Dover Publications, 1989. [Online]. Available : https://books.google.fr/books?id=-vhCqN2twGQC (Cité à la page 8.)

[42] C. Kocher and E. Commins, "Polarization correlation of photons emitted in an atomic cascade," vol. 18, pp. 575–577, 04 1967. (Cité aux pages 9 and 13.)

[43] M. D. Mazurek, M. F. Pusey, R. Kunjwal, K. J. Resch, and R. Spekkens, "An experimental test of noncontextuality without unphysical idealizations," vol. 7, p. ncomms11780, 06 2016. (Cité à la page 11.)

[44] J. Handsteiner, A. S. Friedman, D. Rauch, J. Gallicchio, B. Liu, H. Hosp, J. Kofler, D. Bricher, M. Fink, C. Leung, A. Mark, H. T. Nguyen, I. Sanders, F. Steinlechner, R. Ursin, S. Wengerowsky, A. H. Guth, D. I. Kaiser, T. Scheidl, and A. Zeilinger, "Cosmic bell test : Measurement settings from milky way stars," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 118, p. 060401, Feb 2017. [Online]. Available : https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.118.060401 (Cité aux pages 11, 12, and 13.)

[45] T. Scheidl, R. Ursin, J. Kofler, S. Ramelow, X.-S. Ma, T. Herbst, L. Ratschbacher, A. Fedrizzi, N. K. Langford, T. Jennewein, and A. Zeilinger, "Violation of local realism with freedom of choice," *Proceedings of the National Academy of Sciences*, vol. 107, no. 46, pp. 19 708–19 713, 2010. [Online]. Available : http://www.pnas.org/content/107/46/19708 (Cité aux pages 12 and 13.)

[46] P. H. Eberhard, "Background level and counter efficiencies required for a loophole-free einstein-podolsky-rosen experiment," *Phys. Rev. A*, vol. 47, pp. R747–R750, Feb 1993. [Online]. Available : https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.47.R747 (Cité à la page 12.)

[47] S. J. Freedman and J. F. Clauser, "Experimental test of local hidden-variable theories," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 28, pp. 938–941, Apr 1972. [Online]. Available : http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.28.938 (Cité à la page 13.)

[48] J. F. Clauser, "Experimental investigation of a polarization correlation anomaly," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 36, pp. 1223–1226, May 1976. [Online]. Available : https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.36.1223 (Cité à la page 13.)

[49] E. S. Fry and R. C. Thompson, "Experimental test of local hidden-variable theories," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 37, pp. 465–468, Aug 1976. [Online]. Available : http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.37.465 (Cité à la page 13.)

[50] M. Lamehi-Rachti and W. Mittig, "Quantum mechanics and hidden variables : A test of bell's inequality by the measurement of the spin correlation in low-energy proton-proton scattering," vol. 14, 11 1976. (Cité à la page 13.)

[51] A. Aspect, P. Grangier, and G. Roger, "Experimental tests of realistic local theories via bell's theorem," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 47, pp. 460–463, Aug 1981. [Online]. Available : http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.47.460 (Cité à la page 13.)

[52] ——, "Experimental realization of einstein-podolsky-rosen-bohm *Gedankenexperiment* : A new violation of bell's inequalities," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 49, pp. 91–94, Jul 1982. [Online]. Available : http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.49.91 (Cité aux pages 13 and 59.)

[53] A. Aspect, J. Dalibard, and G. Roger, "Experimental test of bell's inequalities using time- varying analyzers," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 49, pp. 1804–1807, Dec 1982. [Online]. Available : http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.49.1804 (Cité à la page 13.)

[54] T. E. Kiess, Y. H. Shih, A. V. Sergienko, and C. O. Alley, "Einstein-podolsky-rosen-bohm experiment using pairs of light quanta produced by type-ii parametric down-conversion," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 71, pp. 3893–3897, Dec 1993. [Online]. Available : https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.71.3893 (Cité à la page 13.)

[55] B. Hensen, H. Bernien, A. E. Dréau, A. Reiserer, N. Kalb, M. S. Blok, J. Ruitenberg, R. F. Vermeulen, R. N. Schouten, C. Abellán *et al.*, "Loophole-free bell inequality violation using electron spins separated by 1.3 kilometres," *Nature*, vol. 526, no. 7575, pp. 682–686, 2015. (Cité à la page 13.)

[56] M. Giustina, M. A. Versteegh, S. Wengerowsky, J. Handsteiner, A. Hochrainer, K. Phelan, F. Steinlechner, J. Kofler, J.-Å. Larsson, C. Abellán *et al.*, "Significant-loophole-free test of bell's theorem with entangled photons," *Physical review letters*, vol. 115, no. 25, p. 250401, 2015. (Cité à la page 13.)

[57] L. K. Shalm, E. Meyer-Scott, B. G. Christensen, P. Bierhorst, M. A. Wayne, M. J. Stevens, T. Gerrits, S. Glancy, D. R. Hamel, M. S. Allman *et al.*, "Strong loophole-free test of local realism," *Physical review letters*, vol. 115, no. 25, p. 250402, 2015. (Cité à la page 13.)

[58] M. A. Rowe, D. Kielpinski, V. Meyer, C. A. Sackett, W. M. Itano, C. Monroe, and D. J. Wineland, "Experimental violation of a bell's inequality with

efficient detection," vol. 409, no. 6822, p. 791–794. [Online]. Available : http://dx.doi.org/10.1038/35057215 (Cité à la page 13.)

[59] Y. Hasegawa, R. Loidl, G. Badurek, M. Baron, and H. Rauch, "Violation of a bell-like inequality in single-neutron interferometry," *Nature*, vol. 425, no. 6953, p. 45–48, 2003. (Cité à la page 13.)

[60] H. Sakai, T. Saito, T. Ikeda, K. Itoh, T. Kawabata, H. Kuboki, Y. Maeda, N. Matsui, C. Rangacharyulu, M. Sasano, Y. Satou, K. Sekiguchi, K. Suda, A. Tamii, T. Uesaka, and K. Yako, "Spin correlations of strongly interacting massive fermion pairs as a test of bell's inequality," vol. 97, p. 150405, 10 2006. (Cité à la page 13.)

[61] C. Simon and W. T. M. Irvine, "Robust long-distance entanglement and a loophole-free bell test with ions and photons," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 91, p. 110405, Sep 2003. [Online]. Available : http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.91.110405 (Cité à la page 13.)

[62] M. Waitz, D. Metz, J. Lower, C. Schober, M. Keiling, M. Pitzer, K. Mertens, M. Martins, J. Viefhaus, S. Klumpp, T. Weber, H. Schmidt-Böcking, L. P. H. Schmidt, F. Morales, S. Miyabe, T. N. Rescigno, C. W. McCurdy, F. Martín, J. B. Williams, M. S. Schöffler, T. Jahnke, and R. Dörner, "Two-particle interference of electron pairs on a molecular level," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 117, p. 083002, Aug 2016. [Online]. Available : https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.117.083002 (Cité à la page 13.)

[63] R. Penrose, "On gravity's role in quantum state reduction," *General Relativity and Gravitation*, vol. 28, no. 5, pp. 581–600, 1996. [Online]. Available : http://dx.doi.org/10.1007/BF02105068 (Cité à la page 13.)

[64] S. P. Walborn, A. N. de Oliveira, S. Pádua, and C. H. Monken, "Multimode hong-ou-mandel interference," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 90, p. 143601, Apr 2003. [Online]. Available : http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.90.143601 (Cité à la page 17.)

[65] T. B. Pittman, D. V. Strekalov, A. Migdall, M. H. Rubin, A. V. Sergienko, and Y. H. Shih, "Can two-photon interference be considered the interference of two photons?" *Phys. Rev. Lett.*, vol. 77, pp. 1917–1920, Sep 1996. [Online]. Available : http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.77.1917 (Cité à la page 17.)

[66] J. Beugnon, M. P. A. Jones, J. Dingjan, B. Darquié, G. Messin, A. Browaeys, and P. Grangier, "Quantum interference between two single photons emitted by independently trapped atoms," *Nature*, vol. 440, no. 7085, p. 779–782, 2006. [Online]. Available : http://www.nature.com/nature/journal/v440/n7085/full/nature04628.html (Cité à la page 18.)

[67] T. Jeong, Y.-S. Lee, J. Park, H. Kim, and H. S. Moon, "Quantum interference between autonomous single-photon sources from doppler-broadened

atomic ensembles," *Optica*, vol. 4, no. 10, pp. 1167–1170, Oct 2017. [Online]. Available : http://www.osapublishing.org/optica/abstract.cfm?URI=optica-4-10-1167 (Cité à la page 18.)

[68] A. Perrin, H. Chang, V. Krachmalnicoff, M. Schellekens, D. Boiron, A. Aspect, and C. I. Westbrook, "Observation of atom pairs in spontaneous four-wave mixing of two colliding bose-einstein condensates," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 99, p. 150405, Oct 2007. [Online]. Available : http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.99.150405 (Cité aux pages 18 and 60.)

[69] J. Ruaudel, "Creation and characterization of a tunable source of correlated atoms pairs," Theses, Institut d'Optique Graduate School, Dec. 2013. [Online]. Available : https://pastel.archives-ouvertes.fr/pastel-00961194 (Cité aux pages 18, 23, 49, 50, 59, 60, 61, 62, 63, 68, 184, and 192.)

[70] J. G. Rarity and P. R. Tapster, "Experimental violation of bell's inequality based on phase and momentum," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 64, pp. 2495–2498, May 1990. [Online]. Available : http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.64.2495 (Cité aux pages 21, 23, 59, and 177.)

[71] R. J. Lewis-Swan and K. V. Kheruntsyan, "Proposal for a motional-state bell inequality test with ultracold atoms," *Phys. Rev. A*, vol. 91, p. 052114, May 2015. [Online]. Available : https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.91.052114 (Cité à la page 23.)

[72] P. Dussarrat, M. Perrier, A. Imanaliev, R. Lopes, A. Aspect, M. Cheneau, D. Boiron, and C. I. Westbrook, "Two-particle four-mode interferometer for atoms," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 119, p. 173202, Oct 2017. [Online]. Available : https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.119.173202 (Cité aux pages 25, 58, 78, 158, 171, and 217.)

[73] W. Vassen, C. Cohen-Tannoudji, M. Leduc, D. Boiron, C. I. Westbrook, A. Truscott, K. Baldwin, G. Birkl, P. Cancio, and M. Trippenbach, "Cold and trapped metastable noble gases," *Rev. Mod. Phys.*, vol. 84, pp. 175–210, Feb 2012. [Online]. Available : http://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.84.175 (Cité à la page 30.)

[74] S. S. Hodgman, R. G. Dall, L. J. Byron, K. G. H. Baldwin, S. J. Buckman, and A. G. Truscott, "Metastable helium : A new determination of the longest atomic excited-state lifetime," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 103, p. 053002, Jul 2009. [Online]. Available : http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.103.053002 (Cité à la page 31.)

[75] R. S. Van Dyck, C. E. Johnson, and H. A. Shugart, "Radiative lifetime of the 2^1s_0 metastable state of helium," *Phys. Rev. A*, vol. 4, pp. 1327–1336, Oct 1971. [Online]. Available : https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.4.1327 (Cité à la page 31.)

[76] K. A. H. van Leeuwen and W. Vassen, "Helium2 3 s-2 1 s metrology at 1557 nm," *EPL (Europhysics Letters)*, vol. 76, no. 3, p. 409, 2006. [Online]. Available : http://stacks.iop.org/0295-5075/76/i=3/a=409 (Cité à la page 31.)

[77] R. P. M. J. W. Notermans and W. Vassen, "High-precision spectroscopy of the forbidden $2\,^3S_1 \rightarrow 2\,^1P_1$ transition in quantum degenerate metastable helium," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 112, p. 253002, Jun 2014. [Online]. Available : https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.112.253002 (Cité à la page 31.)

[78] J. C. J. Koelemeij, R. J. W. Stas, W. Hogervorst, and W. Vassen, "Magneto-optical trap for metastable helium at 389 nm," *Phys. Rev. A*, vol. 67, p. 053406, May 2003. [Online]. Available : https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.67.053406 (Cité à la page 31.)

[79] M. Keller, M. Kotyrba, F. Leupold, M. Singh, M. Ebner, and A. Zeilinger, "Bose-einstein condensate of metastable helium for quantum correlation experiments," *Phys. Rev. A*, vol. 90, p. 063607, Dec 2014. [Online]. Available : https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.90.063607 (Cité à la page 31.)

[80] M. Kumakura and N. Morita, "Visible observation of metastable helium atoms confined in an infrared/visible double resonance trap," *Japanese Journal of Applied Physics*, vol. 31, no. 3A, p. L276, 1992. [Online]. Available : http://stacks.iop.org/1347-4065/31/i=3A/a=L276 (Cité à la page 32.)

[81] K. Baldwin, "Metastable helium : Atom optics with nano-grenades," *Contemporary Physics*, vol. 46, no. 2, pp. 105–120, 2005. [Online]. Available : https://doi.org/10.1080/00107510412331332798 (Cité aux pages 33, 34, and 200.)

[82] O. Sirjean, "Collisions ionisantes : un nouveau diagnostic pour les condensats de bose-einstein d'hélium métastable," Ph.D. dissertation, Université Paris Sud - Paris XI, Jun. 2003. [Online]. Available : http://tel.archives-ouvertes.fr/index.php?halsid=cmv7be24rch2e09dmnftrhvq96&view_this_doc=tel-00003088&version=1 (Cité aux pages 33, 35, 43, and 46.)

[83] https://physics.anu.edu.au/history/ampl.php. (Cité à la page 33.)

[84] https://www.vu.nl/nl/index.aspx. (Cité à la page 33.)

[85] http://www1.phys.uu.nl/wwwaoud/. (Cité à la page 33.)

[86] https://www.tue.nl/en/university/departments/applied-physics/. (Cité à la page 33.)

[87] http://www.ims.ac.jp/. (Cité à la page 33.)

[88] http://ws.cc.sunysb.edu/metcalf/. (Cité à la page 33.)

[89] http://http://www.lkb.upmc.fr/. (Cité à la page 33.)

[90] https://www.lcf.institutoptique.fr/Groupes-de-recherche/Optique-atomique. (Cité à la page 33.)

[91] W. Rooijakkers, W. Hogervorst, and W. Vassen, "An intense collimated beam of metastable helium atoms by two-dimensional laser cooling," *Optics Communications*, vol. 123, no. 1, pp. 321 – 330, 1996. [Online]. Available : http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0030401895005463 (Cité aux pages 34 and 39.)

[92] A. Browaeys, "Piégeage magnétique d'un gaz d'hélium métastable : vers la condensation de bose-einstein," Theses, Université Paris Sud - Paris XI, Nov. 2000. [Online]. Available : https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00001291 (Cité aux pages 34, 35, 37, 39, 40, 41, 42, 45, and 46.)

[93] W. Lu, M. D. Hoogerland, D. Milic, K. G. H. Baldwin, and S. J. Buckman, "A bright metastable atom source at 80 k," *Rev. Sci. Instrum.*, vol. 72, no. 6, pp. 2558–2561, 2001. [Online]. Available : http://scitation.aip.org/content/aip/journal/rsi/72/6/10.1063/1.1372169 (Cité à la page 34.)

[94] F. Moron, A. L. Hoendervanger, M. Bonneau, Q. Bouton, A. Aspect, D. Boiron, D. Clément, and C. I. Westbrook, "An oscillator circuit to produce a radio-frequency discharge and application to metastable helium saturated absorption spectroscopy," *Review of Scientific Instruments*, vol. 83, no. 4, p. 044705, 2012. [Online]. Available : https://doi.org/10.1063/1.4705999 (Cité à la page 34.)

[95] S. Seidelin, O. Sirjean, J. V. Gomes, D. Boiron, C. I. Westbrook, and A. Aspect, "Using ion production to monitor the birth and death of a metastable helium bose–einstein condensate," *Journal of Optics B : Quantum and Semiclassical Optics*, vol. 5, no. 2, p. S112, 2003. [Online]. Available : http://stacks.iop.org/1464-4266/5/i=2/a=367 (Cité à la page 35.)

[96] S. L. Seidelin, "Collisions dans un gaz d'hélium métastable au voisinage de la dégénérescence quantique," Ph.D. dissertation, 2004, thèse de doctorat dirigée par Aspect, Alain Physique Paris 11 2004. [Online]. Available : http://www.theses.fr/2004PA112158 (Cité à la page 35.)

[97] G. V. Shlyapnikov, J. T. M. Walraven, U. M. Rahmanov, and M. W. Reynolds, "Decay kinetics and bose condensation in a gas of spin-polarized triplet helium," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 73, pp. 3247–3250, Dec 1994. [Online]. Available : https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.73.3247 (Cité aux pages 35 and 36.)

[98] F. Bardou, O. Emile, J.-M. Courty, C. I. Westbrook, and A. Aspect, "Magneto-optical trapping of metastable helium : Collisions in the presence of resonant light," *EPL (Europhysics Letters)*, vol. 20, no. 8, p. 681,

1992. [Online]. Available : http://stacks.iop.org/0295-5075/20/i=8/a=003 (Cité à la page 35.)

[99] J. Söding, D. Guéry-Odelin, P. Desbiolles, F. Chevy, H. Inamori, and J. Dalibard, "Three-body decay of a rubidium bose–einstein condensate," *Applied Physics B*, vol. 69, no. 4, pp. 257–261, Oct 1999. [Online]. Available : https://doi.org/10.1007/s003400050805 (Cité à la page 35.)

[100] S. Seidelin, J. V. Gomes, R. Hoppeler, O. Sirjean, D. Boiron, A. Aspect, and C. I. Westbrook, "Getting the elastic scattering length by observing inelastic collisions in ultracold metastable helium atoms," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 93, p. 090409, Aug 2004. [Online]. Available : https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.93.090409 (Cité aux pages 35 and 37.)

[101] J. S. Borbely, R. van Rooij, S. Knoop, and W. Vassen, "Magnetic-field dependent trap loss of ultracold metastable helium," vol. 85, 11 2011. (Cité à la page 35.)

[102] A. Robert, O. Sirjean, A. Browaeys, J. Poupard, S. Nowak, D. Boiron, C. I. Westbrook, and A. Aspect, "A bose-einstein condensate of metastable atoms," *Science*, vol. 292, no. 5516, pp. 461–464, 2001. [Online]. Available : http://www.sciencemag.org/content/292/5516/461.abstract (Cité aux pages 36, 37, and 43.)

[103] E. Courtade, F. Marion, P.-J. Nacher, G. Tastevin, K. Kiersnowski, and T. Dohnalik, "Magnetic field effects on the 1 083 nm atomic line of helium," *The European Physical Journal D - Atomic, Molecular, Optical and Plasma Physics*, vol. 21, no. 1, pp. 25–55, Oct 2002. [Online]. Available : https://doi.org/10.1140/epjd/e2002-00176-1 (Cité à la page 36.)

[104] C. Cohen-Tannoudji, B. Diu, and F. Laloë, *Mecanique quantique*, ser. Collection Enseignement des sciences, 16. Masson, 1973, no. vol. 1. [Online]. Available : https://books.google.es/books?id=RnQfAQAAMAAJ (Cité à la page 36.)

[105] M. Puchalski and U. D. Jentschura, "Quantum electrodynamic corrections to the g factor of helium p states," *Phys. Rev. A*, vol. 86, p. 022508, Aug 2012. [Online]. Available : https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.86.022508 (Cité à la page 36.)

[106] J. Léonard, "Photo-association de l'hélium métastable au voisinage de la Condensation de Bose-Einstein et formation de dimères géants," Theses, Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, Nov. 2003. [Online]. Available : https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00004295 (Cité à la page 36.)

[107] F. Pereira Dos Santos, J. Léonard, J. Wang, C. J. Barrelet, F. Perales, E. Rasel, C. S. Unnikrishnan, M. Leduc, and C. Cohen-Tannoudji, "Bose-einstein condensation of metastable helium," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 86, pp.

3459–3462, Apr 2001. [Online]. Available : http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.86.3459 (Cité à la page 37.)

[108] S. Moal, M. Portier, J. Kim, J. Dugué, U. D. Rapol, M. Leduc, and C. Cohen-Tannoudji, "Accurate determination of the scattering length of metastable helium atoms using dark resonances between atoms and exotic molecules," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 96, p. 023203, Jan 2006. [Online]. Available : http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.96.023203 (Cité à la page 37.)

[109] P. J. J. Tol, W. Hogervorst, and W. Vassen, "Theory of evaporative cooling with energy-dependent elastic scattering cross section and application to metastable helium," *Phys. Rev. A*, vol. 70, p. 013404, Jul 2004. [Online]. Available : https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.70.013404 (Cité à la page 37.)

[110] F. Pereira Dos Santos, "Condensation de bose-einstein de l'hélium métastable," Ph.D. dissertation, 2002, thèse de doctorat dirigée par Leduc, Michèle Physique quantique Paris 6 2002. [Online]. Available : http://www.theses.fr/2002PA066500 (Cité à la page 37.)

[111] R. Lopes, "Réalisation expérimentale de l'effet Hong-Ou-Mandel atomique," Theses, Institut d'Optique Graduate School, Apr. 2015. [Online]. Available : https://pastel.archives-ouvertes.fr/tel-01199886 (Cité aux pages 37, 39, 43, 44, 45, 48, 49, 68, 69, 72, 74, 84, 86, 90, 91, 100, 101, 108, 126, 196, 199, 204, 209, and 210.)

[112] J.-C. Jaskula, "Creation and characterization of non-classical states for quantum atom optics," Theses, Université Paris Sud - Paris XI, Dec. 2010. [Online]. Available : https://pastel.archives-ouvertes.fr/pastel-00565538 (Cité aux pages 38, 46, and 192.)

[113] A. Aspect, N. Vansteenkiste, R. Kaiser, H. Haberland, and M. Karrais, "Preparation of a pure intense beam of metastable helium by laser cooling," *Chemical Physics*, vol. 145, no. 2, pp. 307 – 315, 1990. [Online]. Available : http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0301010490891227 (Cité à la page 39.)

[114] W. D. Phillips, "Nobel lecture : Laser cooling and trapping of neutral atoms," *Rev. Mod. Phys.*, vol. 70, pp. 721–741, Jul 1998. [Online]. Available : http://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.70.721 (Cité à la page 39.)

[115] G. LABEYRIE, "Deux outils pour l'optique atomique : jet intense d'helium metastable et miroir a onde evanescente exaltee," Ph.D. dissertation, 1998, thèse de doctorat dirigée par Aspect, Alain Physique Paris 11 1998. [Online]. Available : http://www.theses.fr/1998PA112063 (Cité à la page 40.)

[116] E. L. Raab, M. Prentiss, A. Cable, S. Chu, and D. E. Pritchard, "Trapping of neutral sodium atoms with radiation pressure," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 59, pp. 2631–2634, Dec 1987. [Online]. Available : https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.59.2631 (Cité à la page 40.)

[117] J. Dalibard, *Cours du collège de France*, 2015. (Cité aux pages 40, 197, and 200.)

[118] R. Chang, A. L. Hoendervanger, Q. Bouton, Y. Fang, T. Klafka, K. Audo, A. Aspect, C. I. Westbrook, and D. Clément, "Three-dimensional laser cooling at the doppler limit," *Phys. Rev. A*, vol. 90, p. 063407, Dec 2014. [Online]. Available : https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.90.063407 (Cité aux pages 40 and 41.)

[119] Q. Bouton, "investigation of the momentum distribution of Bose-Einstein condensates of metastable Helium," Theses, Université Paris-Saclay, Nov. 2016. [Online]. Available : https://pastel.archives-ouvertes.fr/tel-01403320 (Cité aux pages 40, 41, and 192.)

[120] Q. Bouton, R. Chang, A. Hoendervanger, F. Nogrette, A. Aspect, C. Westbrook, and D. Clément, "Fast production of bose-einstein condensates of metastable helium," *Physical Review A*, vol. 91, no. 6, p. 061402, 2015. (Cité à la page 40.)

[121] S. Chu, L. Hollberg, J. E. Bjorkholm, A. Cable, and A. Ashkin, "Three-dimensional viscous confinement and cooling of atoms by resonance radiation pressure," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 55, pp. 48–51, Jul 1985. [Online]. Available : https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.55.48 (Cité à la page 41.)

[122] W. Petrich, M. H. Anderson, J. Ensher, and E. A. Cornell, "Behavior of atoms in a compressed magneto-optical trap," vol. 11, pp. 1332–1335, 08 1994. (Cité à la page 41.)

[123] D. Boiron, A. Michaud, P. Lemonde, Y. Castin, C. Salomon, S. Weyers, K. Szymaniec, L. Cognet, and A. Clairon, "Laser cooling of cesium atoms in gray optical molasses down to 1.1 μk," *Phys. Rev. A*, vol. 53, pp. R3734–R3737, Jun 1996. [Online]. Available : https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.53.R3734 (Cité à la page 41.)

[124] A. T. Grier, I. Ferrier-Barbut, B. S. Rem, M. Delehaye, L. Khaykovich, F. Chevy, and C. Salomon, "Λ-enhanced sub-doppler cooling of lithium atoms in D_1 gray molasses," *Phys. Rev. A*, vol. 87, p. 063411, Jun 2013. [Online]. Available : https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.87.063411 (Cité à la page 41.)

[125] D. R. Fernandes, F. Sievers, N. Kretzschmar, S. Wu, C. Salomon, and F. Chevy, "Sub-doppler laser cooling of fermionic 40 k atoms in three-dimensional gray optical molasses," *EPL (Europhysics Letters)*, vol. 100,

no. 6, p. 63001, 2012. [Online]. Available : http://stacks.iop.org/0295-5075/100/i=6/a=63001 (Cité à la page 41.)

[126] K. N. Jarvis, J. A. Devlin, T. E. Wall, B. E. Sauer, and M. R. Tarbutt, "Blue-detuned magneto-optical trap," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 120, p. 083201, Feb 2018. [Online]. Available : https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.120.083201 (Cité à la page 41.)

[127] H. J. Williams, S. Truppe, M. Hambach, L. Caldwell, N. J. Fitch, E. A. Hinds, B. E. Sauer, and M. R. Tarbutt, "Characteristics of a magneto-optical trap of molecules," *New Journal of Physics*, vol. 19, no. 11, p. 113035, 2017. [Online]. Available : http://stacks.iop.org/1367-2630/19/i=11/a=113035 (Cité à la page 41.)

[128] M.-O. Mewes, M. R. Andrews, N. J. van Druten, D. M. Kurn, D. S. Durfee, and W. Ketterle, "Bose-einstein condensation in a tightly confining dc magnetic trap," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 77, pp. 416–419, Jul 1996. [Online]. Available : https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.77.416 (Cité à la page 41.)

[129] K. B. Davis, M. O. Mewes, M. R. Andrews, N. J. van Druten, D. S. Durfee, D. M. Kurn, and W. Ketterle, "Bose-einstein condensation in a gas of sodium atoms," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 75, pp. 3969–3973, Nov 1995. [Online]. Available : https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.75.3969 (Cité à la page 42.)

[130] W. Petrich, M. H. Anderson, J. R. Ensher, and E. A. Cornell, "Stable, tightly confining magnetic trap for evaporative cooling of neutral atoms," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 74, pp. 3352–3355, Apr 1995. [Online]. Available : https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.74.3352 (Cité à la page 42.)

[131] P. O. Schmidt, S. Hensler, J. Werner, T. Binhammer, A. Görlitz, and T. Pfau, "Doppler cooling of an optically dense cloud of magnetically trapped atoms," *J. Opt. Soc. Am. B*, vol. 20, no. 5, pp. 960–967, May 2003. [Online]. Available : http://josab.osa.org/abstract.cfm?URI=josab-20-5-960 (Cité à la page 42.)

[132] A. Perrin, "Observation de paires d'atomes corrélés au travers de la collision de deux condensats de bose-einstein," Ph.D. dissertation, Nov. 2007. [Online]. Available : http://tel.archives-ouvertes.fr/index.php?halsid=cmv7be24rch2e09dmnftrhvq96&view_this_doc=tel-00244641&version=1 (Cité aux pages 42, 48, 52, 61, 181, 183, 186, 188, 193, and 195.)

[133] H. F. Hess, "Evaporative cooling of magnetically trapped and compressed spin-polarized hydrogen," *Phys. Rev. B*, vol. 34, pp. 3476–3479, Sep 1986. [Online]. Available : https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.34.3476 (Cité à la page 43.)

[134] O. J. Luiten, M. W. Reynolds, and J. T. M. Walraven, "Kinetic theory of the evaporative cooling of a trapped gas," *Phys. Rev. A*, vol. 53, pp. 381–389, Jan 1996. [Online]. Available : https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.53.381 (Cité à la page 43.)

[135] J. C. Viana Gomes, "Thermometry and coherence properties of a ultracold quantum gas of metastable helium," Theses, Université Paris Sud - Paris XI, Feb. 2007. [Online]. Available : https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00142413 (Cité à la page 43.)

[136] R. Grimm, M. Weidemüller, and Y. B. Ovchinnikov, "Optical dipole traps for neutral atoms," ser. Adv. Atom. Mol. Opt. Phy., B. Bederson and H. Walther, Eds. Academic Press, 2000, vol. 42, pp. 95 – 170. [Online]. Available : http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1049250X0860186X (Cité aux pages 43 and 199.)

[137] A. Robert, "Réalisation d'un condensat de bose-einstein d'atomes d'hélium métastable," Ph.D. dissertation, 2001, thèse de doctorat dirigée par Aspect, Alain Physique Paris 11 2001. [Online]. Available : http://www.theses.fr/2001PA112311 (Cité à la page 44.)

[138] F. Gerbier, S. Trotzky, S. Fölling, U. Schnorrberger, J. D. Thompson, A. Widera, I. Bloch, L. Pollet, M. Troyer, B. Capogrosso-Sansone, N. V. Prokof'ev, and B. V. Svistunov, "Expansion of a quantum gas released from an optical lattice," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 101, p. 155303, Oct 2008. [Online]. Available : https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.101.155303 (Cité à la page 44.)

[139] T. M Brzozowski, M. Maczynska, M. Zawada, J. Zachorowski, and G. Wojciech, "Time-of-flight measurement of the temperature of cold atoms for short trap-probe beam distances," vol. 4, p. 62, 01 2002. (Cité aux pages 45 and 202.)

[140] Y. Castin and R. Dum, "Bose-einstein condensates in time dependent traps," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 77, pp. 5315–5319, Dec 1996. [Online]. Available : http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.77.5315 (Cité aux pages 45 and 202.)

[141] W. B. Morrow Jr., J. Rennie, and W. Markey, "Development and manufacture of the microchannel plate (mcp)," pp. 1–31, 02 1988. (Cité à la page 45.)

[142] J. Cortez and B. Laprade, "Long life microchannel plate (l2mcptm)," vol. 427, pp. 53–57, 02 1988. (Cité à la page 45.)

[143] K. Delendik, I. Emeliantchik, A. Litomin, V. Rumyantsev, and O. Voitik, "Aluminium oxide microchannel plates," *Nuclear Physics B - Proceedings Supplements*, vol. 125, pp. 394 – 399, 2003, innovative Particle and Radiation Detectors. [Online]. Available : http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0920563203910231 (Cité à la page 45.)

[144] J. Lawall, F. Bardou, B. Saubamea, K. Shimizu, M. Leduc, A. Aspect, and C. Cohen-Tannoudji, "Two-dimensional subrecoil laser cooling," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 73, pp. 1915–1918, Oct 1994. [Online]. Available : https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.73.1915 (Cité à la page 45.)

[145] V. Krachmalnicoff, "Two experiments on quantum correlations in gases of metastable helium : fermion antibunching and a study of boson pair correlations in the collision of two condensates," Theses, Université Paris Sud - Paris XI, Jun. 2009. [Online]. Available : https://pastel.archives-ouvertes.fr/tel-00441654 (Cité aux pages 47, 48, 49, 181, 193, and 194.)

[146] M. Schellekens, "The hanbury brown and twiss effet for cold atoms," Theses, Université Paris Sud - Paris XI, May 2007. [Online]. Available : https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00168946 (Cité aux pages 48, 49, 181, 182, 184, 185, 187, 193, and 194.)

[147] A. Imanaliev, "Towards testing Bell's inequality using atoms correlated in momentum," Theses, Université Paris-Saclay, Mar. 2016. [Online]. Available : https://pastel.archives-ouvertes.fr/tel-01327148 (Cité aux pages 48, 74, 84, 90, 100, 109, 123, 126, 128, 129, 137, 155, 159, 171, 199, and 204.)

[148] A. S. Tychkov, T. Jeltes, J. M. McNamara, P. J. J. Tol, N. Herschbach, W. Hogervorst, and W. Vassen, "Metastable helium bose-einstein condensate with a large number of atoms," *Phys. Rev. A*, vol. 73, p. 031603, Mar 2006. [Online]. Available : http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.73.031603 (Cité à la page 52.)

[149] W. Gong, X. Peng, W. Li, and H. Guo, "Frequency stabilization of a 1083 nm fiber laser to 4he transition lines with optical heterodyne saturation spectroscopies," vol. 85, pp. 073 103–073 103, 07 2014. (Cité à la page 56.)

[150] M. Greiner, C. A. Regal, J. T. Stewart, and D. S. Jin, "Probing pair-correlated fermionic atoms through correlations in atom shot noise," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 94, p. 110401, Mar 2005. [Online]. Available : http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.94.110401 (Cité à la page 59.)

[151] K. M. Hilligsøe and K. Mølmer, "Phase-matched four wave mixing and quantum beam splitting of matter waves in a periodic potential," *Phys. Rev. A*, vol. 71, p. 041602, Apr 2005. [Online]. Available : http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.71.041602 (Cité aux pages 59 and 63.)

[152] G. K. Campbell, J. Mun, M. Boyd, E. W. Streed, W. Ketterle, and D. E. Pritchard, "Parametric amplification of scattered atom pairs," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 96, p. 020406, Jan 2006. [Online]. Available : http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.96.020406 (Cité aux pages 59 and 63.)

[153] J. M. Vogels, K. Xu, and W. Ketterle, "Generation of macroscopic pair-correlated atomic beams by four-wave mixing in bose-einstein condensates," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 89, p. 020401, Jun 2002. [Online]. Available : http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.89.020401 (Cité à la page 60.)

[154] R. I. Khakimov, B. Henson, D. Shin, S. Hodgman, R. Dall, K. Baldwin, and A. Truscott, "Ghost imaging with atoms," *arXiv preprint arXiv :1607.02240*, 2016. (Cité à la page 60.)

[155] R. Glauber, "The quantum theory of optical coherence," *Physical Review*, vol. 130, no. 6, pp. 2529–2539, Jun. 1963. [Online]. Available : http://prola.aps.org/abstract/PR/v130/i6/p2529_1 (Cité à la page 60.)

[156] M. Schellekens, R. Hoppeler, A. Perrin, J. V. Gomes, D. Boiron, A. Aspect, and C. I. Westbrook, "Hanbury brown twiss effect for ultracold quantum gases," *Science*, vol. 310, no. 5748, pp. 648–651, 2005. [Online]. Available : http://www.sciencemag.org/content/310/5748/648.abstract (Cité à la page 60.)

[157] B. Wu and Q. Niu, "Landau and dynamical instabilities of the superflow of bose-einstein condensates in optical lattices," *Phys. Rev. A*, vol. 64, p. 061603, Nov 2001. [Online]. Available : http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.64.061603 (Cité à la page 63.)

[158] C. Menotti, A. Smerzi, and A. Trombettoni, "Superfluid dynamics of a bose–einstein condensate in a periodic potential," *New. J. Phys.*, vol. 5, no. 1, p. 112, 2003. [Online]. Available : http://stacks.iop.org/1367-2630/5/i=1/a=112 (Cité à la page 63.)

[159] M. Modugno, C. Tozzo, and F. Dalfovo, "Role of transverse excitations in the instability of bose-einstein condensates moving in optical lattices," *Physical Review A*, vol. 70, no. 4, p. 043625, 2004. (Cité à la page 63.)

[160] S. Burger, F. S. Cataliotti, C. Fort, P. Maddaloni, F. Minardi, and M. Inguscio, "Quasi-2d bose-einstein condensation in an optical lattice," *EPL (Europhysics Letters)*, vol. 57, no. 1, p. 1, 2002. [Online]. Available : http://stacks.iop.org/0295-5075/57/i=1/a=001 (Cité à la page 63.)

[161] L. Fallani, L. De Sarlo, J. E. Lye, M. Modugno, R. Saers, C. Fort, and M. Inguscio, "Observation of dynamical instability for a bose-einstein condensate in a moving 1d optical lattice," *Physical review letters*, vol. 93, no. 14, p. 140406, 2004. (Cité à la page 63.)

[162] C. Gross, H. Strobel, E. Nicklas, T. Zibold, N. Bar-Gill, G. Kurizki, and M. K. Oberthaler, "Atomic homodyne detection of continuous-variable entangled twin-atom states," *Nature*, vol. 480, no. 7376, pp. 219–223, Dec. 2011. [Online]. Available : http://dx.doi.org/10.1038/nature10654 (Cité à la page 68.)

[163] J. Peise, I. Kruse, K. Lange, B. Lücke, L. Pezzè, J. Arlt, W. Ertmer, K. Hammerer, L. Santos, A. Smerzi *et al.*, "Satisfying the einstein–podolsky–rosen criterion with massive particles," *Nature communications*, vol. 6, p. 8984, 2015. (Cité à la page 68.)

[164] T. S. Iskhakov, A. M. Pérez, K. Y. Spasibko, M. V. Chekhova, and G. Leuchs, "Superbunched bright squeezed vacuum state," *Opt. Lett.*, vol. 37, no. 11, pp. 1919–1921, Jun 2012. [Online]. Available : http://ol.osa.org/abstract.cfm?URI=ol-37-11-1919 (Cité à la page 71.)

[165] F. Paleari, A. Andreoni, G. Zambra, and M. Bondani, "Thermal photon statistics in spontaneous parametric downconversion," *Opt. Express*, vol. 12, no. 13, pp. 2816–2824, Jun 2004. [Online]. Available : http://www.opticsexpress.org/abstract.cfm?URI=oe-12-13-2816 (Cité à la page 71.)

[166] A. Mosset, F. Devaux, G. Fanjoux, and E. Lantz, "Direct experimental characterization of the bose-einstein distribution of spatial fluctuations of spontaneous parametric down-conversion," *The European Physical Journal D - Atomic, Molecular, Optical and Plasma Physics*, vol. 28, no. 3, pp. 447–451, Mar 2004. [Online]. Available : https://doi.org/10.1140/epjd/e2003-00323-2 (Cité à la page 71.)

[167] A. Öttl, S. Ritter, M. Köhl, and T. Esslinger, "Correlations and counting statistics of an atom laser," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 95, p. 090404, Aug 2005. [Online]. Available : https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.95.090404 (Cité à la page 71.)

[168] J. Dalibard, *Cours du collège de France*, 2016. (Cité à la page 76.)

[169] M. Kozuma, L. Deng, E. W. Hagley, J. Wen, R. Lutwak, K. Helmerson, S. L. Rolston, and W. D. Phillips, "Coherent splitting of bose-einstein condensed atoms with optically induced bragg diffraction," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 82, pp. 871–875, Feb 1999. [Online]. Available : http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.82.871 (Cité à la page 90.)

[170] P. L. Gould, G. A. Ruff, and D. E. Pritchard, "Diffraction of atoms by light : The near-resonant kapitza-dirac effect," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 56, pp. 827–830, Feb 1986. [Online]. Available : http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.56.827 (Cité à la page 101.)

[171] P. Dussarrat, M. Perrier, A. Imanaliev, R. Lopes, A. Aspect, M. Cheneau, D. Boiron, and C. I. Westbrook, "Two-particle four-mode interferometer for atoms," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 119, p. 173202, Oct 2017. [Online]. Available : https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.119.173202 (Cité aux pages 118, 122, and 179.)

[172] Y. Luo, S. Yan, Q. Hu, A. Jia, C. Wei, and J. Yang, "Contrast enhancement via shaped raman pulses for thermal coldatom cloud interferometry,"

The European Physical Journal D, vol. 70, no. 12, p. 262, Dec 2016. [Online]. Available : https://doi.org/10.1140/epjd/e2016-70428-6 (Cité à la page 134.)

[173] J. C. Saywell, I. Kuprov, D. Goodwin, M. Carey, and T. Freegarde, "Optimal control of mirror pulses for atom interferometry," 04 2018. (Cité à la page 134.)

[174] B. Fang, N. Mielec, D. Savoie, M. Altorio, A. Landragin, and R. Geiger, "Improving the phase response of an atom interferometer by means of temporal pulse shaping," *New Journal of Physics*, vol. 20, 12 2017. (Cité aux pages 134, 135, and 163.)

[175] A. Korpel, *Acousto-Optics, Second Edition*, ser. Optical Science and Engineering. Taylor & Francis, 1996. [Online]. Available : https://books.google.fr/books?id=0blUtwHU9goC (Cité à la page 142.)

[176] J. Basdevant, J. Dalibard, and M. Joffre, *Mécanique quantique*. Les Editions de l'Ecole polytechnique, 2002. [Online]. Available : https://books.google.fr/books?id=Umi_BeHNGYUC (Cité à la page 144.)

[177] "The roentdek constant fraction discriminators." [Online]. Available : http://www.roentdek.com/manuals/CFD%20Manual.pdf (Cité à la page 182.)

[178] H. Hoendervanger, Lynn, "A New Metastable Helium Machine : An Investigation into the Attributes of Trapping, Cooling and Detecting Metastable Helium," Theses, Institut d'Optique Graduate School, Oct. 2014. [Online]. Available : https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-01078043 (Cité aux pages 184, 187, and 193.)

[179] R. Hoppeler, "De la condensation de bose-einstein à l'effet hanbury brown et twiss atomique de l'hélium métastable," Ph.D. dissertation, 2005, thèse de doctorat dirigée par Aspect, Alain Physique Paris 11 2005. [Online]. Available : http://www.theses.fr/2005PA112280 (Cité aux pages 185 and 193.)

[180] A. L. Hoendervanger, D. Clément, A. Aspect, C. I. Westbrook, D. Dowek, Y. J. Picard, and D. Boiron, "Influence of gold coating and interplate voltage on the performance of chevron micro-channel plates for temporally and spatially resolved single particle detection," *Rev. Sci. Instrum.*, vol. 84, no. 2, pp. –, 2013. [Online]. Available : http://scitation.aip.org/content/aip/journal/rsi/84/2/10.1063/1.4793402 (Cité aux pages 187 and 192.)

[181] F. Nogrette, D. Heurteau, R. Chang, Q. Bouton, C. Westbrook, R. Sellem, and D. Clément, "Characterization of a detector chain using a fpga-based time-to-digital converter to reconstruct the three-dimensional coordinates of single particles at high flux," *Review of Scientific Instruments*, vol. 86, no. 11, p. 113105, 2015. (Cité aux pages 187 and 193.)

[182] B. Deconihout, F. Vurpillot, M. Bouet, and L. Renaud, "Improved ion detection efficiency of microchannel plate detectors," vol. 73, pp. 1734–1740, 04 2002. (Cité à la page 194.)

[183] J. Dalibard, *Cours du collège de France*, 2013. (Cité à la page 197.)

[184] ——, *Cours du collège de France*, 2014. (Cité à la page 197.)

[185] C. Cohen-Tannoudji, J. Dupont-Roc, and G. Grynberg, *Photons et atomes : introduction à l'électrodynamique quantique*, ser. Savoirs actuels. Les Ulis : EDP sciences Paris, 2001, précédemment publié en co-édition par InterÉditions et CNRS Éditions (Paris, 1987), dans la collection Savoirs actuels, ISSN 0989-3334, avec un avant-propos différent. [Online]. Available : http://opac.inria.fr/record=b1121550 (Cité à la page 197.)

[186] ——, *Processus d'interaction entre photons et atomes*, ser. Savoirs actuels. EDP Sciences, 2012. [Online]. Available : https://books.google.fr/books?id=hI5Niqd-Xh8C (Cité à la page 197.)

[187] C. N. Cohen-Tannoudji, "Nobel lecture : Manipulating atoms with photons," *Rev. Mod. Phys.*, vol. 70, pp. 707–719, Jul 1998. [Online]. Available : http://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.70.707 (Cité à la page 197.)

[188] C. Cohen-Tannoudji, J. Dupont-Roc, G. Grynberg, and P. Thickstun, *Atom-photon interactions : basic processes and applications*. Wiley Online Library, 1992. (Cité à la page 197.)

[189] M.-O. Mewes, M. R. Andrews, N. J. van Druten, D. M. Kurn, D. S. Durfee, C. G. Townsend, and W. Ketterle, "Collective excitations of a bose-einstein condensate in a magnetic trap," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 77, pp. 988–991, Aug 1996. [Online]. Available : http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.77.988 (Cité aux pages 209 and 210.)

ÉCOLE DOCTORALE
Ondes et Matière (EDOM)

Titre : Interférences multiples avec atomes froids

Mots clés : Inégalités de Bell, Atomes Froids, Intrication, Hong-Ou-Mandel, Diffraction de Bragg

Résumé : Un phénomène d'intrication entre des photons a été observé dans les années 80 par l'équipe dirigée par Alain Aspect. Cette observation a permis de rendre compte du caractère non local de ce phénomène. Nous verrons comment transposer les expériences d'optique au domaine des atomes froids. Une étude nouvelle d'une source d'atomes corrélée (intriquée ?) en impulsion sera présentée et des expériences d'interférences multiples seront analysées. L'objectif final de notre étude est de montrer qu'un test de violation des inégalités de Bell avec des atomes corrélés en impulsion est possible. C'est une expérience de physique fondamentale qui, si elle réussit, ouvre une porte sur la mesure d'effets de la gravité sur l'intrication, un des grands enjeux de la physique actuelle.

Title : Multi-interferometry with cold atoms

Keywords : Bell's inequalities, Cold Atoms, Entanglement, Hong-Ou-Mandel's effect, Bragg's Diffraction

Abstract : It has been experimentally demonstrated in the 1980s by Alain Aspect that the polarization entanglement between two photons can exist and consequently that the locality is no longer valid in this type of experiment. In our experiments, we seek to highlight this kind of phenomenon on atoms. Measurements will focus on external variables such as speed and we will see what tools we need to achieve them. It is a fundamental physics experiment that, if successful, opens the door to measures of possible effects between gravity and entanglement.

Université Paris-Saclay
Espace Technologique / Immeuble Discovery
Route de l'Orme aux Merisiers RD 128 / 91190 Saint-Aubin, France