



HAL
open science

Système de création de champ magnétique homogène à aimants ferrites pour l'imagerie R.M.N.

Valerie Nguyen

► **To cite this version:**

Valerie Nguyen. Système de création de champ magnétique homogène à aimants ferrites pour l'imagerie R.M.N.. Energie électrique. Institut Polytechnique de Grenoble, 1996. Français. ⟨NNT : ⟩. ⟨tel-01874135⟩

HAL Id: tel-01874135

<https://hal.science/tel-01874135v1>

Submitted on 14 Sep 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



HAL Authorization

THESE

Présentée par

Valérie NGUYEN

Ingénieur ENSIEG

Pour obtenir le grade de DOCTEUR
DE L'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE GRENOBLE
(Arrêté ministériel du 30 mars 1992)

Spécialité : GENIE ELECTRIQUE

**SYSTEME DE CREATION
DE CHAMP MAGNETIQUE HOMOGENE
A AIMANTS FERRITES
POUR L'IMAGERIE RMN**

Date de soutenance : 12 Septembre 1996

Composition du jury :

Messieurs	Michel SAUZADE	Rapporteur
	Jean-Marc FOURNIER	Rapporteur
	Philippe TENAUD	
	Jean-Paul YONNET	
	Jérôme DELAMARE	

Thèse réalisée au sein du Laboratoire d'Electrotechnique de Grenoble

Je tiens à exprimer mes remerciements à l'ensemble des membres du jury :

- Monsieur Michel Sauzade, professeur à l'Institut d'Electronique Fondamentale à Orsay, pour m'avoir fait l'honneur d'accepter la présidence du jury.
- Monsieur Jean-Marc Fournier, professeur au Laboratoire d'Instrumentation Micro-informatique et d'Electronique, pour ses discussions passionnées et instructives.
- Monsieur Philippe Tenaud, responsable Recherche et Développement du groupe UGIMAG S.A. à Saint-Pierre d'Allevard, pour l'intérêt qu'il a porté à notre étude.
- Monsieur Jean-Paul Yonnet, directeur de recherche au CNRS, pour m'avoir proposé un sujet de thèse original et formateur.
- Monsieur Jérôme Delamare, agrégé de génie électrique, pour avoir accepté de faire partie du jury.

Je remercie également :

- Monsieur Pierre Lambert pour sa disponibilité et les moyens techniques qu'il a spontanément mis à notre disposition.
- l'ensemble des personnes de l'atelier de mécanique du CNRS qui n'ont pas hésité à transmettre leur expérience dans le montage des systèmes aimantés.
- Monsieur Christian Jeandey pour les rencontres très fructueuses que nous avons eues.

Je tiens à exprimer toute ma sympathie à :

- Jérôme Delamare (encore !) qui m'a toujours guidée et encouragée. J'ai pu compter sur lui et bénéficier de ses nombreuses compétences scientifiques. J'ai également pu, grâce à lui, envisager sereinement l'après thèse.
- Jacques Davoine pour sa participation active à la finalisation de ce projet.
- Orphée Cugat, dieu de l'anglais, pour sa disponibilité et son efficacité.
- Christian Schaeffer qui a apporté tout au long de ces trois années son enthousiasme et sa bonne humeur. Les discussions que nous avons eues, peut-être trop rares, ont toujours été réconfortantes.
- Gilles et Demba pour les nombreuses heures passées ensemble à fouler les sentiers des massifs de Belledonne et de la Chartreuse.
- Cécile et Damien pour leur présence attentive et leur grande gentillesse.
- Joël pour son écoute et sa disponibilité.

Mais aussi à : Ahmed, Laure-Line, Fabienne, Jacqueline, Etiennette, Dji-Dji, Christophe Body et Cester, Marie-Thérèse, Florence et Tata.

Enfin, tous ceux qui m'ont suivie le long de ces trois années, savent combien je dois à Bruno Mallet. Dans quel domaine m'a-t-il le plus apporté ? Je ne pourrai pas moi-même le dire. Qu'il trouve à travers ces quelques lignes le témoignage de ma plus profonde amitié et reconnaissance.

SOMMAIRE

INTRODUCTION	1
<u>CHAPITRE I</u> <u>DU MAGNETISME NUCLEAIRE À L'IMAGERIE RMN</u>	
I PRINCIPES DE L'IMAGERIE RMN	5
I.1 Notions de magnétisme nucléaire	5
I.2 Le phénomène de résonance magnétique	6
I.2.1 <u>Effet du champ magnétique statique</u>	7
I.2.1.1 <i>Modèle classique</i>	7
I.2.1.2 <i>Modèle quantique</i>	8
I.2.1.3 <i>Une composante transversale nulle pour le vecteur d'aimantation M</i>	8
I.2.2 <u>Effet du champ magnétique tournant: perturbation de l'état d'équilibre</u>	9
I.2.2.1 <i>Modèle classique</i>	9
I.2.2.2 <i>Modèle quantique</i>	10
I.3 Les phénomènes de relaxation	11
I.3.1 <u>Retour de l'aimantation à sa position d'équilibre</u>	11
I.3.1.1 <i>La relaxation longitudinale</i>	12
I.3.1.2 <i>La relaxation transversale</i>	12
I.3.2 <u>Mesure du signal RMN : signal de précession libre ou FID</u>	12
I.4 Localisation spatiale du signal	13
I.4.1 <u>Sélection d'un plan de coupe</u>	13
I.4.2 <u>Localisation tridimensionnelle du signal</u>	14
II IMAGERIE RMN ET INDUCTION MAGNETIQUE PRINCIPALE BO	16
II.1 A-t-on besoin d'un champ magnétique élevé ?	16
II.2 Quelle homogénéité pour Bo ?	17

CHAPITRE II **PRESENTATION DE STRUCTURES RMN A AIMANTS PERMANENTS**

I	LES DISPOSITIFS DE CREATION DE CHAMP	20
I.1	Les aimants supraconducteurs	20
I.2	Les électroaimants	20
I.3	Les aimants permanents	21
II	PRESENTATION DES STRUCTURES A AIMANTS PERMANENTS	22
II.1	Structures à aimants seuls	22
II.1.1	<u>Cylindre de Halbach</u>	22
II.1.3	<u>Structure ellipsoïdale</u>	23
II.1.4	<u>Structures à couronnes concentriques</u>	24
II.2	Structures à aimants + fer	25
II.2.1	<u>Structure en H</u>	25
II.2.2	<u>Structure Watson</u>	26
II.2.3	<u>Les structures prismatiques</u>	26
II.2.4	<u>Structure en C</u>	28
III	OBJECTIFS DE L'ETUDE ET PHILOSOPHIE DU PROBLEME	29
III.1	Objectifs de l'étude	29
III.2	Le problème de l'homogénéité	30
III.3	Une structure réalisable	31

CHAPITRE III **METHODES DE CALCUL DE CHAMP DES SYSTEMES AIMANT+FER**

I	LES MATERIAUX MAGNETIQUES	33
II	CALCUL DES SYSTEMES A AIMANTS PERMANENTS	34
II.1	Principe du modèle du dipôle magnétique	34
II.2	Méthode de calcul de systèmes à aimants basée sur l'approximation dipolaire	35

III CALCUL DU CHAMP EN PRESENCE DE MATERIAU FERROMAGNETIQUE	38
III.1 Les méthodes de calcul analytique du système approché	39
III.1.1 <u>La transformation conforme</u>	39
III.1.2 <u>Le principe des images magnétiques</u>	40
III.2 Les méthodes numériques	41
III.2.1 <u>Méthode des éléments finis</u>	41
III.2.2 <u>Méthode des différences finies</u>	42
III.2.3 <u>Méthode de calcul en présence de matériaux ferromagnétiques à caractéristiques linéaires</u>	42
III.2.4 <u>Méthode à base de discrétisation volumique</u>	44
III.2.4.1 <i>Notion de champ démagnétisant</i>	44
III.2.4.2 <i>Principe de la méthode</i>	46
III.2.4.3 <i>Méthode utilisée pour le calcul du champ H</i>	47
III.2.4.4 <i>Méthode utilisée pour le calcul de l'aimantation M</i>	47
IV DEVELOPPEMENT D'UNE NOUVELLE METHODE	48
IV.1 Objectif	48
IV.2 Mise en équation	49
IV.3 Approche matricielle	49
IV.4 Résolution par itérations	53
IV.4.1 <u>Outils d'amélioration de la méthode</u>	55
IV.4.1.1 <i>Modification de la méthode de calcul de champ</i>	55
IV.4.1.2 <i>Introduction d'une discrétisation à deux niveaux</i>	59
IV.4.1.3 <i>Introduction d'un coefficient de relaxation</i>	61
IV.4.2 <u>Conclusion et perspectives</u>	64
V EXTENSION AU CALCUL DES FORCES	66
V.1 Les limites du modèle dipolaire	66
V.2 Utilisation de la théorie du tenseur de Maxwell	66

CHAPITRE IV **DIMENSIONNEMENT D'UNE STRUCTURE RMN**

I DEVELOPPEMENT D'UNE PROCEDURE D'OPTIMISATION	69
I.1 Quel critère mathématique pour quantifier l'homogénéité	69
I.2 Présentation de la procédure d'optimisation	70

II	APPLICATION A L'ETUDE DE PLUSIEURS STRUCTURES	72
II.1	Première étude	72
II.1.1	<u>Présentation</u>	72
II.1.2	<u>Elargissement à plusieurs variantes</u>	72
II.1.3	<u>Présentation de structures homogènes à symétrie de révolution</u>	76
II.2	Proposition d'une structure RMN avec culasse	80
II.2.1	<u>Présentation</u>	80
II.2.2	<u>Nouvelle optimisation avec prise en compte de la culasse</u>	80
	<i>II.2.2.1 Prise en compte des images axiales</i>	81
	<i>II.2.2.2 Prise en compte des images latérales</i>	83
II.2.3	<u>Calcul de l'homogénéité de la structure réelle</u>	85
	<i>II.2.3.1 Dimensionnement de la culasse</i>	85
	<i>II.2.3.2 Calcul</i>	86

CHAPITRE V REALISATION ET ETUDE D'UN PROTOTYPE

I	LES OBJECTIFS	94
I.1	Les dimensions du prototype	94
I.2	Choix des modes de réalisation	94
II	LES MATERIAUX	95
II.1	Le circuit magnétique	95
II.2	Les ferrites	95
II.2.1	<u>Caractéristiques générales</u>	95
	<i>II.2.1.1 Caractéristiques magnétiques des ferrites</i>	96
	<i>II.2.1.2 La préparation des ferrites</i>	96
	<i>II.2.1.3 Caractéristiques thermiques</i>	97
	<i>II.2.1.4 Autres caractéristiques</i>	97
II.2.2	<u>Choix des aimants ferrites</u>	97
III	L'USINAGE DES FERRITES	98
III.1	Des conditions d'usinage spécifiques	98
III.2	Les possibilités d'usinage	99
III.2.1	<u>La découpe droite</u>	99
III.2.2	<u>La découpe circulaire</u>	100
	<i>III.2.2.1 Le carottage</i>	100
	<i>III.2.2.2 Les outils diamants polycristallins</i>	100

III.2.2.3	<i>La découpe au jet d'eau</i>	101
III.2.3	<u>La rectification</u>	102
IV	LE COLLAGE	102
V	REALISATION DU PROTOTYPE	103
V.1	Détermination des étapes	103
V.2	La manipulation des ferrites aimantés	104
V.2.1	<u>Etude du champ démagnétisant dans les blocs d'aimant utilisés</u>	104
V.2.2	<u>Etude du champ démagnétisant de la structure complète</u>	105
V.3	Assemblage et maintien des aimants	107
V.3.1	<u>Approche verticale des aimants sur la culasse</u>	107
V.3.2	<u>Approche tangentielle des aimants sur la culasse</u>	108
VI	ETUDE DU PROTOTYPE	109
VI.1	Les sources d'inhomogénéités du prototype	109
VI.1.1	<u>Dispersion de l'aimantation des aimants</u>	109
VI.2	Mesure du prototype	111
VI.2.1	<u>Automatisation d'un banc de mesure</u>	111
VI.2.2	<u>Résultats des premières mesures</u>	113
VI.2.2.1	<i>Mesure du champ dans l'entrefer</i>	113
VI.2.2.2	<i>Mesure du champ de fuite</i>	114
VI.2.3	<u>Symétrisation des cartes de champ</u>	115
VI.3	Procédé d'homogénéisation de la structure	115
VI.3.1	<u>Présentation du dispositif de réglage</u>	116
VI.3.2	<u>Détermination de l'entrefer optimal séparant les deux pôles</u>	117
VI.3.3	<u>Influence des différents paramètres de réglage</u>	118
VI.3.4	<u>Démarche suivie</u>	118
VI.3.5	<u>Résultats</u>	119
VI.4	Conclusion	119
	CONCLUSION	126
	ANNEXE	129
	BIBLIOGRAPHIE	134

INTRODUCTION

INTRODUCTION

Depuis la mise en évidence du phénomène de résonance magnétique nucléaire (RMN) en 1946, le nombre d'applications de ce principe n'a cessé de croître. Aujourd'hui, les milieux hospitaliers l'utilisent quotidiennement en imagerie pour leur diagnostic médical. L'imagerie RMN repose sur l'étude des modifications d'aimantation des noyaux d'une substance soumise à un environnement magnétique précis. En particulier, il faut un champ magnétique très homogène sur la zone observée. Des études ont montré que la qualité de l'image obtenue est, en particulier, fonction de l'intensité du champ statique appliqué, un champ élevé étant propice à une image nette. Pour cette raison, les imageurs RMN conçus jusqu'à présent utilisent des bobines supraconductrices et fonctionnent avec des champs d'inductions proches de 1,5 T.

Aujourd'hui, la maîtrise du traitement des informations recueillies permet de travailler à de plus faibles champs et l'utilisation d'aimants permanents en remplacement des systèmes actifs est envisageable. Cette nouvelle orientation présente de nombreux avantages: cela signifie la disparition des réserves d'hélium, la diminution des interventions de maintenance et globalement une réduction du coût des imageurs RMN.

Dans un premier temps, les recherches ont porté sur la réalisation de structures RMN à base d'aimants permanents terres-rares pour lesquelles l'induction créée est d'environ 0,3 T. La possibilité de faire de l'imagerie à plus faible champ encore, permet aujourd'hui de penser que l'utilisation d'aimants ferrites dans les structures RMN est possible.

Dans le cadre de cette thèse, fruit d'une collaboration entre l'Institut d'Electronique Fondamentale d'Orsay et le Laboratoire d'Electrotechnique de Grenoble, nous avons étudié les structures passives à aimants permanents ferrites adaptées à l'imagerie RMN. Plus précisément, nous nous sommes orientés vers la recherche d'une structure:

- à base d'aimants ferrites,
- créant au centre une induction d'environ 0,1 T ,
- avec une homogénéité relative de quelques 10^{-5} sur le volume utile.

Le premier chapitre aborde les principes fondamentaux de la résonance magnétique nucléaire appliquée à l'imagerie médicale. Nous nous intéressons tout particulièrement au champ statique nécessaire au fonctionnement de l'imagerie et définissons les critères auxquels il doit répondre.

Dans le chapitre suivant nous présentons plusieurs structures à aimants permanents ayant la propriété de générer un champ très homogène. A travers une approche critique de ces configurations, nous définissons le cadre et les objectifs de notre étude.

Le troisième chapitre expose les méthodes de calculs de champ des systèmes à aimants ainsi que celui des systèmes combinant aimants et matériau ferromagnétique. Pour cela, nous avons développé et testé

une nouvelle méthode fondée sur l'approximation dipolaire.

Le quatrième chapitre présente la démarche suivie pour réaliser le dimensionnement d'une nouvelle structure RMN passive à aimants ferrites. Cette structure est étudiée de manière théorique.

Enfin, le cinquième chapitre développe les différents stades de la réalisation d'un prototype et présente les résultats des mesures et des premières corrections réalisées.

CHAPITRE I

DU MAGNETISME NUCLEAIRE A L'IMAGERIE RMN

L'imagerie RMN est une des techniques récentes utilisée en milieu hospitalier comme outil d'aide au diagnostic médical. Les appareils RMN permettent la visualisation des parties internes du corps humain et possèdent le principal avantage de ne pas utiliser de rayon X. Leur principe de fonctionnement repose sur l'utilisation de champs magnétiques qui excitent les noyaux de la matière, et sur l'exploitation du signal obtenu en réponse à cette excitation.

Ce chapitre a pour but de présenter les principaux sous-ensembles nécessaires à la constitution d'un imageur RMN. Nous décrivons dans un premier temps le comportement de la matière placée dans un environnement magnétique précis puis nous expliquons comment les informations sont recueillies. Enfin, nous donnons les critères magnétiques nécessaires à l'obtention d'une image de bonne qualité.

I PRINCIPES DE L'IMAGERIE RMN

I.1 Notions de magnétisme nucléaire

L'atome se caractérise par son noyau chargé positivement autour duquel gravitent des électrons négatifs. Le noyau est constitué d'un certain nombre de nucléons regroupant les protons et les neutrons. Ceux-ci sont animés d'un mouvement collectif complexe comportant en particulier une rotation individuelle autour d'un axe passant par leur propre centre. En tournant, chaque particule possède autour d'elle un moment cinétique I , ou spin, aligné sur son axe de rotation (Fig. I-1). A ce moment cinétique est associé un moment magnétique μ :

$$\mu = \gamma \hbar I \quad (\text{I-1})$$

γ = rapport gyromagnétique caractéristique de chaque espèce nucléaire

$\hbar = \frac{h}{2\pi}$ où h est la constante de Planck de valeur $6,626 \cdot 10^{-34}$ J.s

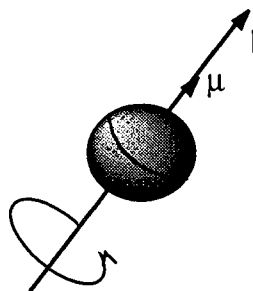


Figure I-1: Moment magnétique et spin d'un nucléon.

Pour maintenir un niveau d'énergie nucléaire peu élevé et le plus stable possible, les nucléons se répartissent sur différentes couches d'énergie en s'appariant protons entre protons et neutrons entre neutrons (Fig. I-2). Ainsi, leurs moments magnétiques s'annulent deux par deux et seuls les atomes à nombre impair de nucléons possèdent un moment magnétique total qu'on qualifie d'intrinsèque ou d'élémentaire [Kastler, 1994].

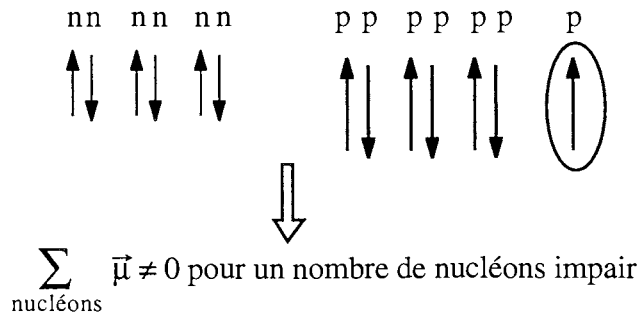


Figure I-2: Répartition des nucléons

Les principaux noyaux possédant de telles propriétés magnétiques sont les noyaux d'hydrogène (^1H), de fluor (^{19}F), de phosphore (^{31}P), de sodium (^{23}Na) et de l'isotope du carbone (^{13}C). Tous ces noyaux sont susceptibles d'être utilisés en résonance magnétique nucléaire mais seul l'hydrogène, formé d'un seul proton, joue un rôle important. Il représente 2/3 des atomes de l'organisme et possède un moment magnétique intrinsèque élevé donnant lieu à un phénomène de résonance très net. Dans toute la suite, nous nous intéresserons au comportement des protons des noyaux d'hydrogène. Pour cela on étudiera l'évolution du moment magnétique intrinsèque μ qui caractérise le proton de chaque noyau.

I.2 Le phénomène de résonance magnétique

La résonance magnétique nucléaire consiste à étudier les modifications d'aimantation des noyaux sous l'action conjointe de deux champs magnétiques :

- un champ magnétique fixe \mathbf{H}_0
- un champ électromagnétique tournant \mathbf{H}_1

On désignera par \mathbf{B}_0 et \mathbf{B}_1 les inductions correspondant aux champs \mathbf{H}_0 et \mathbf{H}_1 respectivement. Les phénomènes engendrés par la superposition de ces deux champs s'expliquent macroscopiquement grâce à la théorie de la mécanique classique. Cependant, la résonance magnétique étant fondée sur le comportement de la matière à l'échelle nucléaire, une approche utilisant le modèle quantique permet d'expliquer plus finement les origines des modifications magnétiques de la matière.

I.2.1 Effet du champ magnétique statique

I.2.1.1 Modèle classique

En l'absence d'un champ magnétique externe, les protons d'un échantillon tissulaire sont orientés de manière aléatoire si bien que la somme des vecteurs d'aimantation élémentaire ($\Sigma\mu$) est nulle: il n'y a pas de vecteur d'aimantation macroscopique. Soumis à un champ magnétique externe \mathbf{H}_0 , les protons s'orientent de telle sorte qu'il y a apparition d'une aimantation macroscopique \mathbf{M} parallèle et de même sens que \mathbf{H}_0 . En prenant pour direction dite longitudinale celle donnée par le sens de \mathbf{H}_0 , on dira que \mathbf{M} n'a pas de composante transversale.

L'origine du vecteur \mathbf{M} est la suivante:

Placé dans un champ d'induction \mathbf{B}_0 , le proton acquiert une énergie $E = -\mu \cdot \mathbf{B}_0$ et suit un mouvement de précession autour de \mathbf{B}_0 à la fréquence caractéristique f_0 appelée fréquence de Larmor et donnée par:

$$f_0 = (\gamma B_0) / 2\pi \quad (I-2)$$

f_0 est appelée fréquence angulaire de Larmor ou fréquence angulaire de résonance.

On notera ω_0 la pulsation correspondante.

Dans ce mouvement, les protons sont répartis en deux populations inégales (Fig. I-3):

- l'une où les protons ont la projection de leur moment magnétique μ parallèle à \mathbf{B}_0
- l'autre où les protons ont la projection de leur moment magnétique μ antiparallèle à \mathbf{B}_0

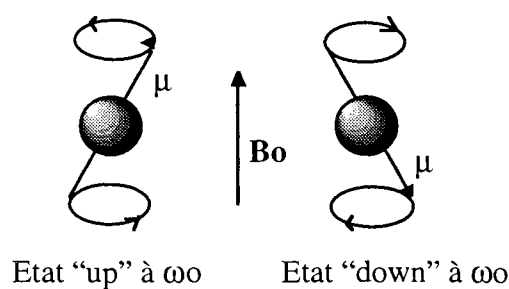


Figure I-3: Mouvement de précession des protons

La répartition des protons dans les sens parallèle et antiparallèle n'est pas égale : il y a un peu plus de protons parallèles à B_0 [Kastler, 1994]. Cette inégalité est fonction de B_0 et de la température. A 0,5 T et température corporelle, 2 000 004 protons se répartissent de la manière suivante : 1 000 004 en position parallèle et 1 000 000 en position antiparallèle (Fig. I-4). Bien qu'infime, cette différence est à l'origine de l'apparition du vecteur d'aimantation macroscopique \mathbf{M} .

I.2.1.2 Modèle quantique

Du point de vue de la mécanique quantique, ces deux orientations correspondent à deux niveaux d'énergie eux-mêmes dus aux deux valeurs possibles $1/2$ et $-1/2$ que peut prendre l'opérateur spin I .

- dans l'état parallèle (état "up"), les protons ont un niveau de basse énergie $E_1 = -\frac{1}{2} \gamma \hbar B_0$
- dans l'état antiparallèle (état "down"), les protons ont un niveau de haute énergie $E_2 = \frac{1}{2} \gamma \hbar B_0$

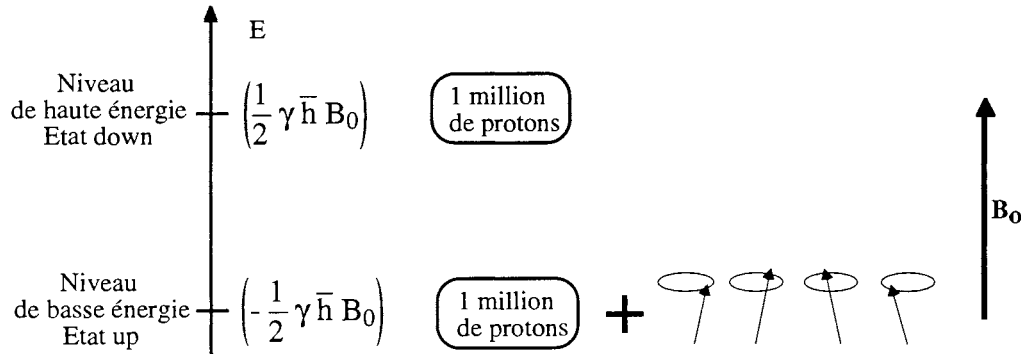


Figure I-4: Répartition en deux populations inégales sur deux niveaux d'énergie.

I.2.1.3 Une composante transversale nulle pour le vecteur d'aimantation M

Nous avons vu que la fréquence de rotation du mouvement de précession d'un proton est directement proportionnelle à l'induction magnétique B_0 à laquelle il est soumis. En réalité B_0 n'est pas l'unique source de champ, il faut prendre en compte les interactions magnétiques dipolaires entre spins. En effet, à B_0 s'ajoutent localement de faibles inductions magnétiques dues à l'environnement moléculaire. Ainsi, chaque proton a son environnement propre et précesse à une vitesse angulaire légèrement différente de ω_0 (Fig. I-5).

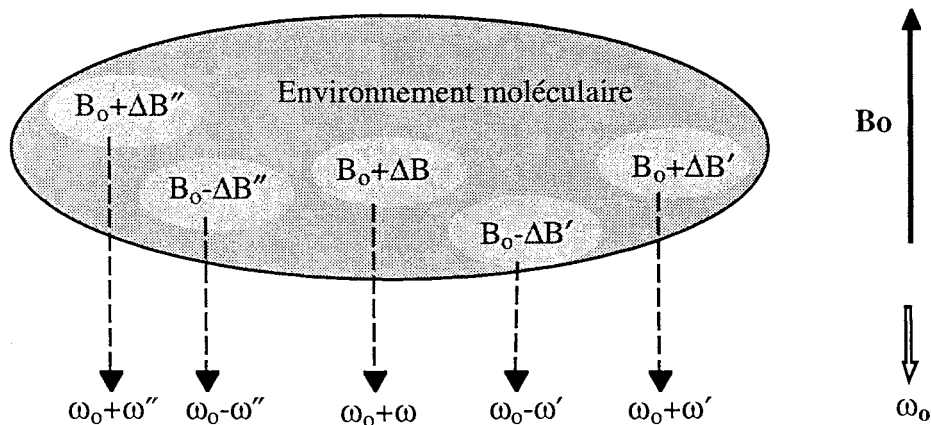


Figure I-5: Précession des protons à différentes vitesses angulaires

Cette dispersion se traduit par un déphasage des protons les uns par rapport aux autres. Les composantes μ_{xy} des moments magnétiques sont donc déphasées et la résultante M_{xy} est nulle (Fig. I-6). Ainsi, l'aimantation macroscopique induite par \mathbf{B}_0 est uniquement due aux composantes μ_z du moment magnétique des protons en surnombre sur le niveau de basse énergie. Dans cette situation, l'échantillon est à l'équilibre. Cependant l'amplitude de M est trop faible pour être mesurée en statique et des méthodes d'excitation perturbant l'équilibre du système sont nécessaires pour détecter un signal.

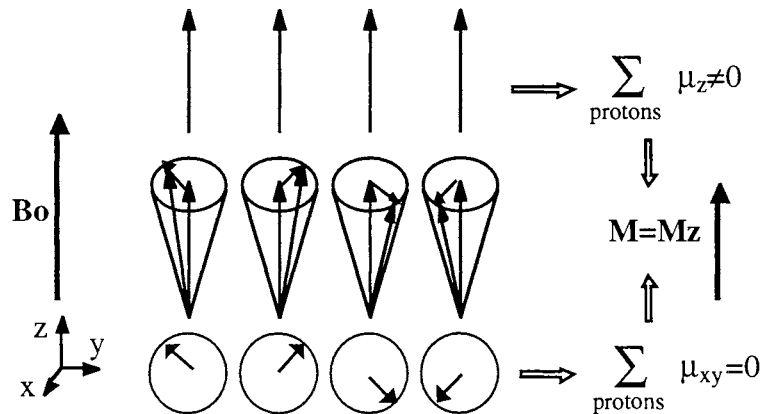


Figure I-6: Déphasage des protons précessants

1.2.2 Effet du champ magnétique tournant: perturbation de l'état d'équilibre

1.2.2.1 Modèle classique

Le rôle du champ magnétique tournant est d'apporter une énergie aux spins nucléaires pour écarter l'aimantation macroscopique \mathbf{M} de son état d'équilibre. Considérons \mathbf{B}_1 dans le plan normal à \mathbf{B}_0 d'amplitude environ 100 000 fois plus faible que celle de B_0 et tournant autour de lui à la vitesse ω [Goldman]. On note τ la durée d'impulsion de \mathbf{B}_1 .

- si $\omega \neq \omega_0$ alors l'effet de \mathbf{B}_1 sur l'aimantation \mathbf{M} est négligeable,

- en revanche si $\omega = \omega_0$ alors le champ tournant perturbe l'aimantation \mathbf{M} des spins en l'écartant de sa direction parallèle à B_0 . Il y a apparition d'une composante transversale tournant à ω . Le mouvement de l'aimantation est une précession-nutation: elle tourne autour de \mathbf{B}_0 à la fréquence ω_0 , tandis que l'angle α entre \mathbf{M} et \mathbf{B}_1 augmente proportionnellement avec la durée de l'impulsion τ suivant la relation: $\alpha = \gamma B_1 \tau$. L'extrémité du vecteur \mathbf{M} décrit une spirale sur une surface sphérique (Fig. I-7). Si B_1 et τ sont choisis de telle sorte que α soit égal à 90° , on parle d'impulsion de 90° . Une impulsion de 180° correspond au retournement du vecteur \mathbf{M} , qui en fin d'impulsion est devenu parallèle et opposé à \mathbf{B}_0 .

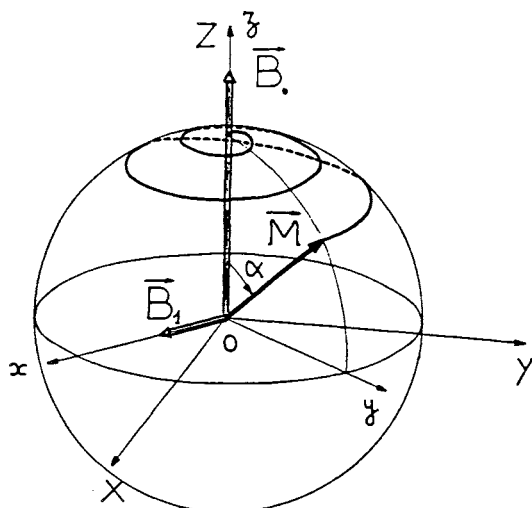


Figure I-7: Evolution de M

La fréquence de \mathbf{B}_1 nécessaire pour entrer en résonance est fonction de la nature des protons par l'intermédiaire du rapport γ et de l'induction B_0 : sous une induction de 1 T, le noyau d'hydrogène entre en résonance si $f = 42,57$ MHz. Cette fréquence est du domaine de celles utilisées en radio, d'où le nom d'impulsion radiofréquence (RF) régulièrement employé pour désigner \mathbf{B}_1 .

1.2.2.2 Modèle quantique

- Evolution de la composante longitudinale M_z de \mathbf{M}

En appliquant une impulsion radiofréquence de pulsation $\omega = \omega_0$, on fournit l'énergie nécessaire pour permettre la transition des protons de basse énergie E_1 (état parallèle majoritaire) vers le niveau de haute énergie E_2 . Ainsi lorsque la moitié des protons en surnombre est passé du niveau E_1 au niveau E_2 , il y a égalisation des populations orientées parallèle et antiparallèle et la composante longitudinale M_z est nulle : une impulsion de 90° a été fournie. Lorsque tous les protons en surnombre sont orientés en antiparallèle, il y a inversion de la composante longitudinale $\mathbf{M} = -\mathbf{M}_z$ une impulsion de 180° a été fournie (Fig. I-8).

- Evolution de la composante M_{xy}

Lorsque les protons changent de niveau d'énergie, ils le font en se mettant en phase les uns par rapport aux autres ce qui fait apparaître une composante transversale de l'aimant, on dit qu'il y a rephasage des spins.

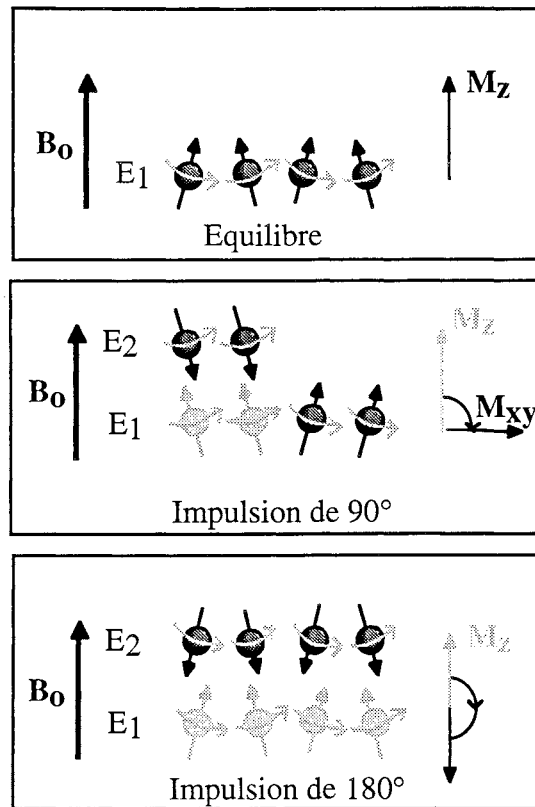


Figure I-8: Effet d'une impulsion 90° et 180° .

I.3 Les phénomènes de relaxation

I.3.1 Retour de l'aimantation à sa position d'équilibre

Dès la fin de l'excitation, les phénomènes inverses ont lieu pour ramener le système à son état d'équilibre: ce sont les phases de relaxation. On désigne par relaxations transversale et longitudinale le retour des composantes M_{xy} et M_z respectivement à leurs positions initiales. La réduction de l'aimantation transversale M_{xy} est bien plus rapide que le retour de l'aimantation longitudinale M_z à sa valeur initiale. Après une impulsion de 90° , \mathbf{M} continuant toujours à précesser autour de \mathbf{B}_0 , son extrémité décrit une spirale sur une surface de génératrice exponentielle (Fig. I-9).

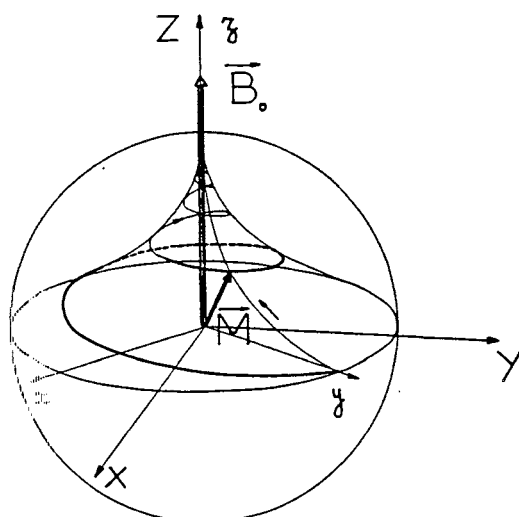


Figure I-9: Retour de l'aimantation à sa position d'équilibre.

1.3.1.1 La relaxation longitudinale

Nous avons vu que l'énergie d'un spin de moment magnétique μ placé dans un champ d'induction \mathbf{B}_0 est uniquement fonction de la composante de \mathbf{M} parallèle à \mathbf{B}_0 . La relaxation longitudinale traduit donc une modification de l'énergie du système. Elle correspond à la restitution de l'énergie absorbée lors de l'excitation vers le milieu moléculaire environnant. Pour cette raison, on l'appelle aussi relaxation spin-réseau. On définit T_1 le temps de relaxation longitudinale : c'est la constante de temps au bout de laquelle M_z a retrouvé 63% de la valeur maximale à atteindre. Elle varie entre 500 et 1000 ms et dépend de la structure moléculaire et de l'état solide ou liquide de la matière.

1.3.1.2 La relaxation transversale

Elle traduit le redéphasage des spins les uns par rapport aux autres. Cette évolution spontanée en absence de \mathbf{B}_1 est due aux perturbations magnétiques d'origine moléculaire auxquelles est soumis chaque proton. Aussi appelle-t-on cette relaxation, relaxation spin-spin. On définit T_2 le temps de relaxation transversale : constante de temps au bout duquel M_{xy} vaut 63% de la valeur à atteindre. T_2 est environ dix fois plus petit que T_1 .

1.3.2 Mesure du signal RMN : signal de précession libre ou FID

Lors de la relaxation, la composante M_{xy} du vecteur aimantation décrit une spirale dans le plan xOy . En plaçant une bobine ou antenne de réception dans le plan xOy on détecte une variation de flux périodique induisant un signal électrique appelé signal d'induction libre ou Free Induction Decay : son aspect est celui d'une sinusoïde amortie (Fig. I-10). Le signal RMN mesuré en sortie dépend de trois paramètres caractéristiques grâce auxquels la distinction entre les différents tissus est possible: T_1 , T_2 et la densité protonique.

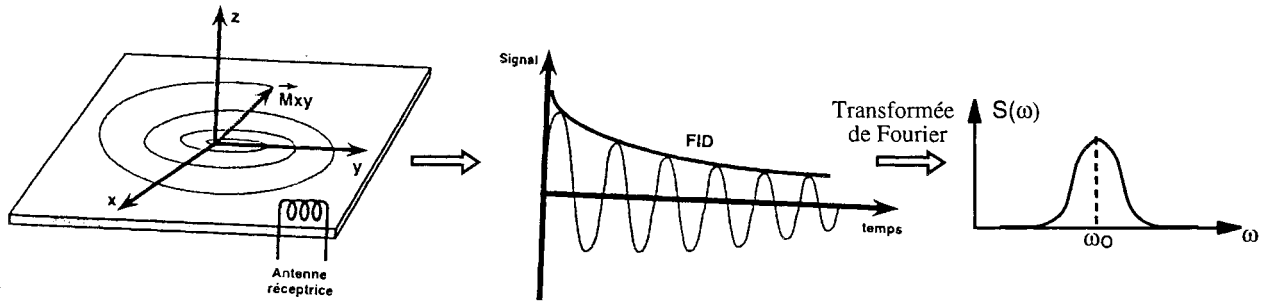


Figure I-10: Evolution de M_{xy} dans le plan xOy et allure du signal RMN recueilli.

I.4 Localisation spatiale du signal

Pour construire une image à partir du signal électrique RMN enregistré, il faut pouvoir localiser spatialement l'origine de chaque signal. Une image numérique se présente sous la forme d'un tableau à $n \times m$ cases ou pixels. A chaque pixel est attribué un niveau de gris fonction de l'intensité du signal RMN. La construction d'une image consiste à déterminer le signal RMN pour chacun des pixels. Contrairement aux méthodes d'imagerie utilisant les rayons X, le signal RMN ne comporte pas d'information spatiale. En effet, l'imagerie RMN utilise des ondes électromagnétiques de faible énergie et les longueurs d'ondes excèdent largement les dimensions de l'objet. Le rayonnement émis ne peut donc pas être dirigé sur un point précis du patient mais irradie l'ensemble du corps placé dans la bobine émettrice et de la même manière, le signal détecté provient de l'ensemble du volume étudié [Darrasse, 1984].

I.4.1 Sélection d'un plan de coupe

La localisation spatiale du signal fait appel à l'utilisation de gradients linéaires de champs magnétiques. Ils sont créés par des bobines appelées bobines de gradient dont le champ vient se superposer au champ principal \mathbf{H}_0 .

En l'absence de gradient, tous les protons d'un échantillon d'eau par exemple précessent à la pulsation $\omega_0 = \gamma B_0$ et tous entrent en résonance pour la même pulsation $\omega_r = \omega_0$ de \mathbf{B}_1 . En appliquant un gradient dans une direction donnée, xx' par exemple, on impose une augmentation linéaire de la fréquence de résonance des protons selon xx' . Ainsi tous les points d'abscisse x ont la même fréquence de résonance et sont indiscernables (Fig. I-11). Le volume est constitué d'une série de plans que l'on peut sélectionner successivement en faisant varier la fréquence de l'impulsion radiofréquence. Ce type de gradient est appelé gradient de sélection de coupe.

Toutefois, par application de trois gradients suivant chacun des trois axes, on ne peut pas espérer discriminer un point d'un échantillon. En effet, deux gradients se composent pour n'en former plus qu'un dans la direction vectorielle résultante et la sélection est toujours celle d'un plan. Ainsi, la

combinaison de deux voire trois gradients est utilisée pour pouvoir accéder à n'importe quel plan oblique. Pour diminuer l'épaisseur du plan de coupe et augmenter le pouvoir de résolution, une méthode consiste à imposer un gradient plus élevé. Toutefois, cette méthode a ses limites dans la mesure où elle est très sensible au manque d'homogénéité de B_0 .

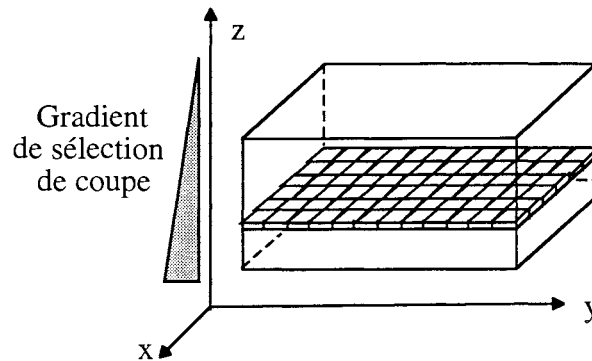


Figure I-11: Sélection d'un plan de coupe.

I.4.2 Localisation tridimensionnelle du signal

Une fois le plan de coupe sélectionné, il reste à localiser chaque point selon sa ligne et sa colonne dans le tableau. Le codage dans ces deux directions orthogonales est obtenu grâce à l'application successive de deux gradients de champ supplémentaires : le gradient de codage de phase et le gradient de fréquence [Kastler, 1994].

* L'application du gradient de codage de phase consiste à induire des vitesses de précession différentes pour chaque ligne du plan de coupe et par voie de conséquence entraîne des différences de phase entre chacune (Fig. I-12). On cesse ensuite d'appliquer ce gradient ; chaque proton retrouve alors une même vitesse de précession mais conserve une différence de phase avec le proton voisin: c'est le codage de phase.

* Dans un deuxième temps, on applique un gradient de codage de fréquence dans la troisième et dernière direction (Fig. I-12). Ainsi la fréquence de précession des protons dans chaque colonne croît. Pour une fréquence et une phase donnée, on sélectionne tous les protons se situant sur un pixel donné. La lecture du signal RMN se fait durant cette dernière étape dans la mesure où l'arrêt du gradient de codage en fréquence force les protons à précesser de nouveau à ω_0 . Pour cette raison, ce gradient est aussi appelé gradient de lecture. Les informations fréquence / phase sont ensuite extraites par le traitement mathématique d'une transformée de Fourier à deux dimensions.

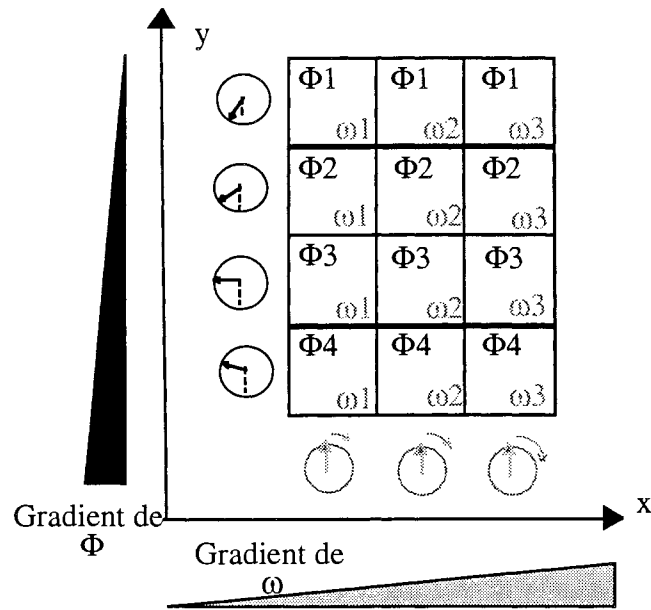


Figure I-12: Codage de phase et de fréquence

Sur la figure V-13 sont portés les trois systèmes de codage permettant la localisation tridimensionnelle du signal RMN.

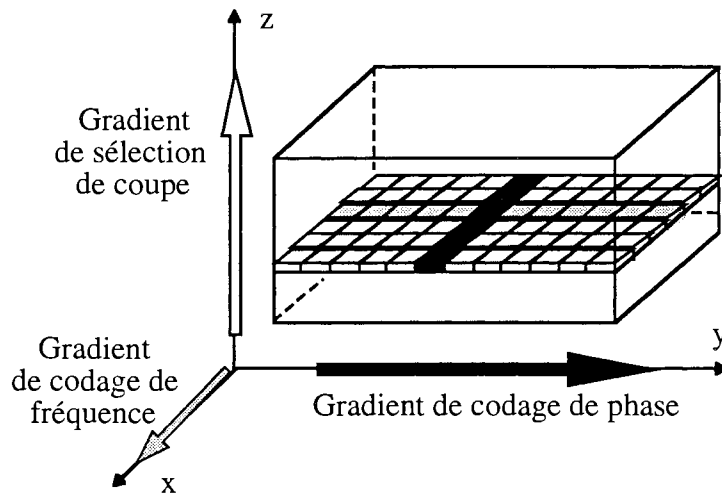


Figure I-13: Localisation spatiale du signal en trois dimensions

En résumé, un appareil d'imagerie RMN comporte les sous ensembles suivants (Fig. I-14):

- un système de création de champ statique,
- l'unité d'excitation-réception des résonances que constitue l'antenne,
- un système de gradient suivant les trois directions,
- un système de traitement des données recueillies,
- les appareils de stockage et de visualisation des informations.

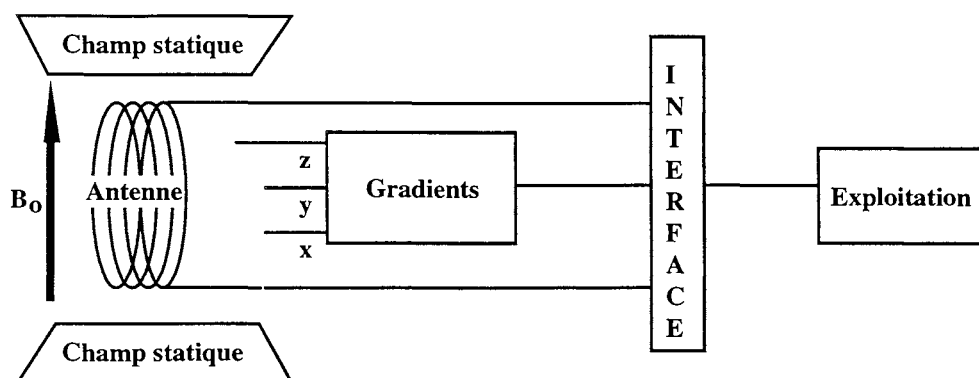


Figure I-14: Schéma général simplifié d'un dispositif d'imagerie RMN

II IMAGERIE RMN ET INDUCTION MAGNETIQUE PRINCIPALE B_0

Nous nous intéressons à la création de l'induction statique B_0 . Notre but est de définir précisément les critères auxquels elle doit répondre.

Les propriétés de l'induction statique B_0 sont essentielles en imagerie RMN dans la mesure où elles déterminent en partie la qualité des images. On évalue la qualité d'une image par la mesure physique de trois grandeurs : le rapport signal sur bruit (S/B) du signal d'antenne, la résolution spatiale et le contraste [Darrasse, 1984]. L'étude des deux premiers critères permet de mettre en évidence les qualités requises pour B_0 et donc de définir le cahier des charges de notre étude.

II.1 A-t-on besoin d'un champ magnétique élevé ?

Considérons un signal recueilli après une impulsion $\frac{\pi}{2}$. On montre que l'amplitude de ce signal est de la forme [Briguet, 1985]:

$$S = \alpha \omega^2 B_1 V_e \quad (\text{I-3})$$

où V_e volume de l'échantillon

ω pulsation de Larmor

B_1 amplitude de l'onde RF

α coefficient fonction - du nombre de noyaux par unité de volume,
 - du nombre de spin,
 - de la durée d'acquisition,
 - de la résistance de l'antenne réceptrice.

A ce signal on associe la notion de bruit relative à l'ensemble des perturbations qui proviennent généralement du système électronique du traitement de signal et des mouvements moléculaires. On montre que l'amplitude quadratique b_{qt} du bruit évolue en fonction de la racine carrée de la bande

passante de l'antenne de réception. Ainsi la sensibilité de l'antenne définie par le rapport $\frac{S}{b_{qt}}$ peut donc s'exprimer sous la forme :

$$\frac{S}{b_{qt}} = (K) B_1 V_e \sqrt{Q} \frac{\omega^{3/2}}{\sqrt{\Delta\omega}} \quad (I-4)$$

où Q facteur de qualité de l'antenne $Q = \frac{L\omega}{r}$
 $\Delta\omega$ bande passante du récepteur que constitue l'antenne
 K coefficient de proportionnalité

Cette relation montre qu'en augmentant la fréquence de résonance et donc B_0 , on améliore le rapport signal sur bruit. Pourtant nous allons voir que l'imagerie RMN à plus faible fréquence, c'est à dire à plus faible champ, est tout à fait possible.

Actuellement le problème de l'intensité optimale du champ magnétique B_0 n'a pas de solution satisfaisante. En effet, si des inductions élevées de 2T permettent effectivement d'augmenter l'intensité du signal RMN et donc d'obtenir de bonnes images, l'imagerie à très faibles champs (0,02 T) est possible. On montre que la réduction de l'induction de 0,5 à 0,02 T provoque l'augmentation du bruit d'un facteur 70. Or, en adaptant le taux de répétition des impulsions et en contrôlant les inhomogénéités de B_0 , le bruit peut être réduit d'un facteur 8, ce qui est suffisant pour un diagnostic médical. De plus, il semble que l'imagerie à faible champ soit parfois plus sensible à certains tissus que l'imagerie RMN standard. En conclusion, il n'existe pas aujourd'hui de valeur typique de B_0 à adopter pour l'ensemble des applications de l'imagerie RMN.

II.2 Quelle homogénéité pour B_0 ?

Nous avons déjà vu dans la partie I l'importance de l'homogénéité de B_0 . En effet, l'application d'un gradient linéaire de champ permet la sélection des plans de coupe ; en augmentant la force de ce gradient on diminue l'épaisseur des plans sélectionnés et la résolution spatiale s'en trouve augmentée. L'étude des paramètres intervenant dans la définition de la résolution spatiale permet de déterminer l'homogénéité de B_0 nécessaire. Par définition, la résolution spatiale ou pouvoir de résolution est la distance la plus petite entre deux points de l'échantillon que le système peut discerner. Considérons un échantillon de dimension α que l'on souhaite visualiser avec une résolution spatiale δ . Le nombre minimum d'échantillons issus d'une acquisition doit vérifier $N_\alpha = \frac{\alpha}{\delta}$. Si ΔB_0 désigne l'amplitude des variations dues aux inhomogénéités de B_0 alors on n'a pas une fréquence de Larmor unique mais une

largeur de raie donnée par $\Delta\nu = \frac{1}{2\pi} \gamma \Delta B_0$. (Fig. I-15). D'autre part, d'après la définition de la résolution spatiale, l'écart spectral entre deux points distants de δ vaut $\frac{1}{2\pi} \gamma G \delta$ où G est le gradient de lecture. Les deux points distants de δ pourront être discernables si (Fig. I-15):

$$\frac{1}{2\pi} \gamma G \delta > \frac{1}{2\pi} \gamma \Delta B_0 \quad (\text{I-5})$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta B_0}{B_0} < \frac{G \delta}{B_0} \quad (\text{I-6})$$

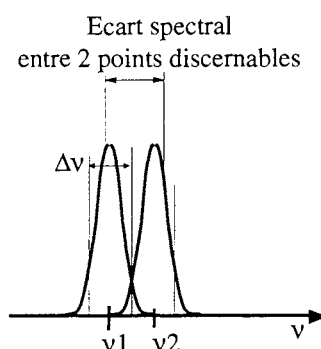


Figure I-15: Influence de l'homogénéité sur la résolution spatiale

Cette condition est d'autant mieux vérifiée que G est élevé, ce qui contribue à améliorer la résolution spatiale. Toutefois, en augmentant G , on élargit l'écart spectral du signal ($\Delta\omega = \gamma G \delta$) et on diminue alors le rapport signal sur bruit dont l'expression est donnée par la relation (I.4). L'amélioration de la résolution se fait donc au détriment du rapport (S/B) et inversement.

Dans un champ de 0,15T et un gradient de valeur 10 mT/m, un échantillon aura une résolution spatiale de 0,5 mm si B_0 vérifie sur le volume étudié:

$$\frac{\Delta B_0}{B_0} < 3,5 \cdot 10^{-5} \quad (\text{I-7})$$

La valeur d'induction de 0,15 T à créer sur une sphère d'environ 30 cm de diamètre pour les systèmes corps entier est aisément atteinte que ce soit avec des supraconducteurs, un électroaimant ou des aimants terres rares. Concernant les gradients de champ, leur réalisation est bien maîtrisée. C'est alors l'homogénéité très importante du champ qui constitue une des difficultés majeure dans la construction des imageurs. Cette difficulté est accrue avec l'utilisation des aimants permanents dont les caractéristiques intrinsèques du matériau sont loin de vérifier une telle homogénéité.

CHAPITRE II

PRESENTATION DE STRUCTURES RMN A AIMANTS PERMANENTS

Ce chapitre a pour but de présenter la place des aimants permanents dans la réalisation de structures pour l'imagerie RMN. Dans un premier temps, en évoquant les différents modes de création de champ, nous expliquons pourquoi les aimants permanents ont aujourd'hui trouvé un nouveau créneau d'utilisation. Dans un deuxième temps, nous présentons les différentes géométries des systèmes passifs existants. A partir de là, nous définissons nos objectifs et la façon dont nous souhaitons les atteindre.

I LES DISPOSITIFS DE CREATION DE CHAMP

Supraconducteurs, électroaimants et aimants permanents sont les trois types de technologies utilisées pour créer un champ magnétique en imagerie RMN. C'est principalement la valeur du champ souhaité qui détermine le choix d'une technique par rapport aux autres. D'autres critères tels que la stabilité du champ désirée ou le coût de fonctionnement du système interviennent dans la décision.

I.1 Les aimants supraconducteurs

Les aimants supraconducteurs sont formés d'un système de bobines supraconductrices court-circuitées et placées dans un réservoir d'hélium liquide à -269°C (4°K). Les champs créés sont intenses, ils peuvent dépasser 2T sur un volume sphérique de 30 cm de diamètre pour les systèmes corps entier. De plus, ils ont une haute stabilité temporelle très appréciable en imagerie RMN.

La difficulté concerne le maintien à très basse température de l'ensemble pour maintenir les bobines dans l'état supraconducteur, et la réduction au maximum des pertes d'hélium qui a tendance à s'évaporer à raison d'environ 0,1 litre par heure pour les systèmes RMN. Pour réduire la consommation du cryostat, une solution consiste à utiliser plusieurs étages réfrigérants qui rendent en contrepartie la structure encore plus massive. La maintenance permanente et la spécificité des matériaux nécessaires rendent le coût d'exploitation extrêmement élevé.

I.2 Les électroaimants

Les électroaimants appelés également aimants résistifs sont utilisés pour les applications nécessitant une induction de 0,2 à 0,35 T. Malheureusement, la puissance électrique nécessaire est souvent importante et les dispositifs requièrent un système performant d'évacuation de la chaleur. Ainsi au delà de 0,35T le coût de la puissance consommée est tel qu'il dépasse celui du

cryogène utilisé pour des bobines supraconductrices créant une induction équivalente. Le principal inconvénient provient des instabilités du courant d'alimentation qui engendrent un bruit de fond perçu par l'antenne réceptrice du signal RMN.

I.3 Les aimants permanents

Par opposition aux systèmes de création de champ évoqués précédemment et désignés par le terme générique de systèmes actifs, un dispositif à aimants permanents est dit passif. Les aimants sont des matériaux magnétiques souvent utilisés pour leur capacité à créer eux-mêmes un champ magnétique sans consommation d'énergie électrique ni perte d'intensité sous certaines conditions d'utilisation appropriées. Il existe une très grande variété d'aimants. Ils se différencient essentiellement par la valeur de leur aimantation rémanente et par leur capacité à résister à la désaimantation, donnée par la valeur de leur champ coercitif. On distingue deux grandes catégories utilisables d'aimants pour cette application: les ferrites et les aimants terres rares. Les ferrites ont une aimantation et une résistance à la désaimantation plus faible que celles des aimants terres rares mais sont beaucoup moins chers. De manière générale, les aimants permanents ont une sensibilité thermique non négligeable en comparaison avec les stabilités magnétiques requises en imagerie RMN. D'autre part, il faut un poids élevé d'aimant pour créer une induction faible de 0,2T. Malgré tout, l'autonomie énergétique est un atout majeur et l'utilisation des aimants permanents est particulièrement avantageuse pour les systèmes embarqués. Enfin, le rapport coût/champ est faible en comparaison aux autres modes de création de champ.

Nous l'avons vu, aucune valeur optimale du champ statique ne satisfait l'ensemble des applications RMN et plusieurs imageurs de champs différents sont nécessaires pour couvrir l'ensemble des besoins. On distingue trois catégories de systèmes :

* Les imageurs à champs forts ($B > 2$ T). Ils sont essentiellement utilisés pour une imagerie autre que celle de l'hydrogène telle que celle du sodium qui est utilisée pour étudier la nature et la concentrations des différents métabolites [Goldman]. En effet, pour une fréquence de résonance comparable à celle de l'hydrogène ($f_r = 42,5$ MHz) l'induction nécessaire est environ 3 fois supérieure. La seule solution pour créer de tels champs dans des entrefers d'environ 30 cm pour les imageurs corps entiers, est d'utiliser des supraconducteurs,

* Les imageurs à champ moyens ($0,5$ T $< B < 1,5$ T). C'est dans cette gamme que se situent l'essentiel des imageurs classiques corps entier en milieu hospitalier.

* Les imageurs à champs faibles ($0,1 \text{ T} < B < 0,35 \text{ T}$). Ils sont aujourd'hui utilisés pour réaliser de l'imagerie d'objets de petites tailles, tels que l'imagerie du genou ou du poignet.

II PRESENTATION DES STRUCTURES A AIMANTS PERMANENTS

Si il y a quelques dizaines d'années, les supraconducteurs constituaient la seule solution pour l'imagerie RMN, il n'en est pas de même aujourd'hui. Grâce aux progrès réalisés par l'électronique et le traitement du signal utilisés pour la reconstruction des images, l'imagerie à faible champ (induction de $0,1\text{T}$ et moins) est possible et l'utilisation d'aimants permanents en remplacement des bobines supraconductrices est envisageable. Cette évolution est intéressante car elle permet d'envisager des structures RMN à moindre coût et supprime les problèmes amenés par les systèmes actifs. On peut envisager l'introduction des aimants permanents dans les structures RMN de deux manières: soit associés à un système actif de type électroaimant, soit utilisés seuls. C'est à cette dernière catégorie de structures que nous nous intéressons. De nombreuses études ont été menées pour déterminer la géométrie et les aimantations nécessaires à la création d'un champ très uniforme. Deux grandes catégories de structures ressortent :

- celles uniquement composées d'aimants permanents,
- celles composées d'une culasse ferromagnétique s'ajoutant aux aimants.

II.1 Structures à aimants seuls

II.1.1 Cylindre de Halbach

Le cylindre de Halbach appelé également cylindre magique est à flux transversal se rebouclant de chaque côté suivant deux demi cercles (Fig. II-1).

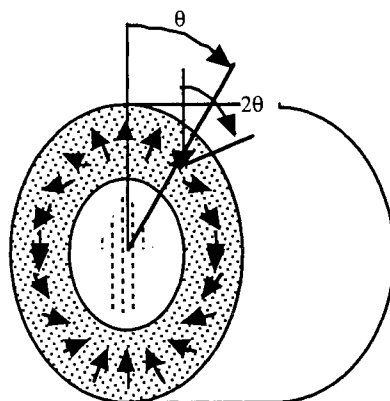


Figure II-1: Cylindre de Halbach

En se plaçant dans le cas d'une structure infiniment longue, on montre de manière théorique que si la direction du vecteur aimantation subit une rotation de 2θ lorsque l'on se déplace d'un angle

de θ alors l'induction à l'intérieur du cylindre est constante. Ceci impose d'avoir une rotation continue du vecteur aimantation sur tout le périmètre. L'induction créée au centre est donnée par la relation:

$$B = J \cdot \ln(R_e/R_i) \quad \text{avec } J \text{ polarisation du matériau}$$

R_e rayon extérieur
 R_i rayon intérieur

L'augmentation du rayon extérieur est donc un moyen simple pour augmenter le champ dans la cavité. Toutefois, il existe une limite. En effet, pour une valeur de R_e très supérieure à R_i l'induction devient supérieur au champ coercitif des aimants, et il y a désaimantation du système.

En pratique, les variations de l'aimantation sont discrètes et le système n'est pas infiniment long: le champ obtenu n'est donc plus rigoureusement uniforme. Pour éviter une trop grande chute de l'homogénéité, le nombre de subdivisions en secteur angulaire doit être suffisamment élevé et la longueur très supérieure à la longueur utile.

La section des structures peut également être carrée ou triangulaire. Nous donnons sur la figure II-2 un exemple de subdivisions de ces systèmes [Abele, 1993]. Pour la section carrée par exemple, les aimants placés en périphérie limitent les flux de fuite.

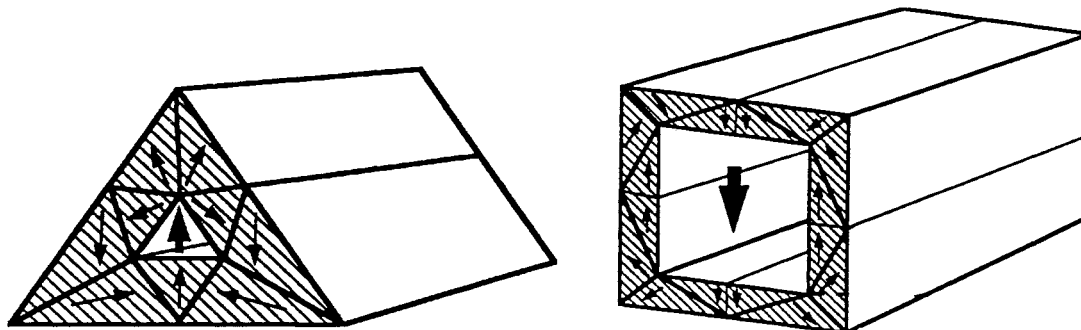


Figure II-2: Exemple de structures prismatiques à section triangulaire et carrée

En conclusion, ce type de structure répond théoriquement tout à fait aux besoins d'homogénéité. Cependant, pour réduire la répercussion des effets de bord sur le champ au centre le système doit posséder une longueur importante. Cette grande dimension longitudinale constitue le principal défaut de cette structure qualifiée de fermée.

II.1.3 Structure ellipsoïdale

Ce système a été proposé par le Professeur Pauthenet et utilise le fait que le champ à l'intérieur d'un ellipsoïde aimanté est constant. Ainsi en inscrivant à l'intérieur d'un ellipsoïde aimanté une cavité elle aussi ellipsoïdale, le champ obtenu dans la cavité est constant (Fig. II-3).

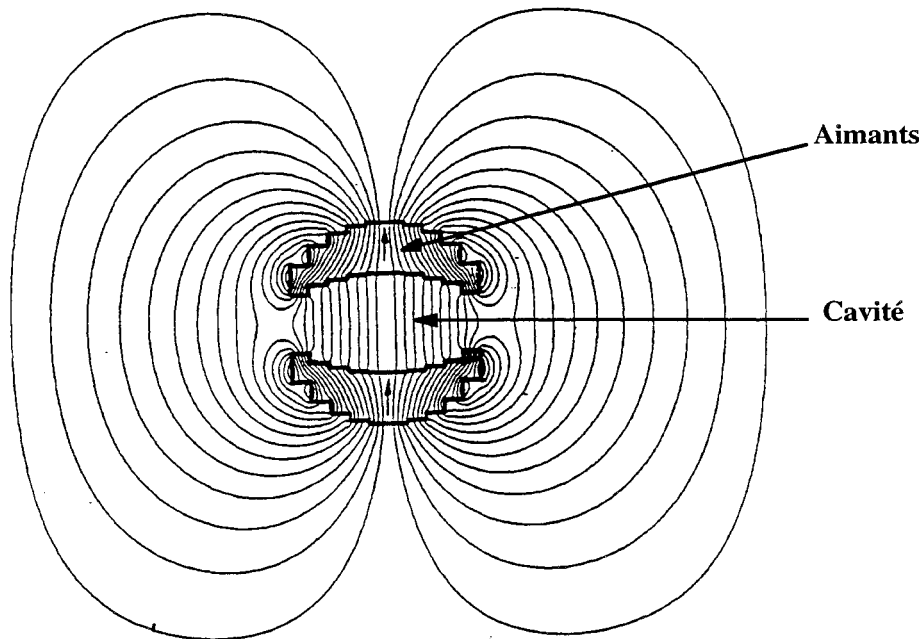


Figure II-3: Structure ellipsoïdale

On notera que deux ellipsoïdes ayant le même rapport $r=(\text{petit axe}/\text{grand axe})$ ont un champ à l'intérieur constant et de même valeur. Ainsi la superposition concentrique de deux ellipsoïdes de même rapport r et d'aimantation de sens inverse donne une structure ayant un champ nul en son centre. Pour avoir un champ non nul, il faut donc inscrire à l'intérieur d'un premier ellipsoïde de rapport r et de polarisation \mathbf{J} un deuxième de rapport r' et de polarisation $(-\mathbf{J})$.

La réalisation de telles formes géométriques est complexe. On les approche alors en assemblant des formes prismatiques les unes aux autres rendant la géométrie dentelée et de moins bonne homogénéité. Cette structure présente également des flux de fuite importants qui la rendent inexploitable telle quelle, et sa forme limite l'accès en son centre (Fig. II-3).

II.1.4 Structures à couronnes concentriques

G. Aubert a proposé en 1995 plusieurs structures à base uniquement de couronnes d'aimants [Aubert, 1995]. Toutes sont constituées de deux grandes couronnes aimantées radialement et d'une série de plusieurs petites autres aimantées soit axialement soit radialement placées de manière concentrique. La figure II-4 donne une schématisation de ce type de structures qui ont l'avantage d'être ouvertes.

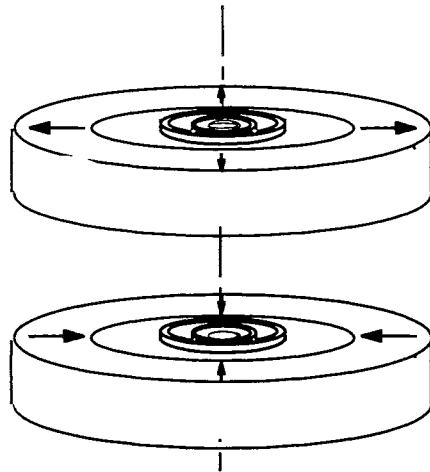


Figure II-4: Structure à couronnes concentriques

II.2 Structures à aimants + fer

II.2.1 Structure en H

Son nom provient de la forme de l'entrefer formé par la structure. Elle est constituée de deux blocs aimantés créateurs de champ dont l'homogénéité est améliorée grâce à deux pièces polaires ; une culasse en fer doux permet la fermeture du flux. La simplicité et la facilité d'accès dans l'entrefer de la structure sont des atouts importants (Fig. II-5). De plus, la culasse constitue un blindage magnétique très appréciable vis à vis des perturbations extérieures.

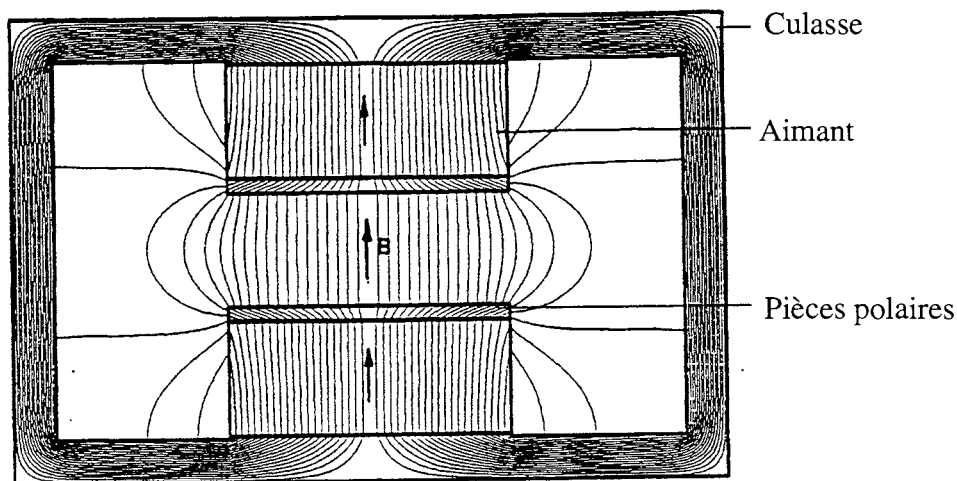


Figure II-5: Structure en H

Malheureusement l'homogénéité initiale est médiocre. Pour l'améliorer, des recherches ont porté sur l'étude de l'influence de la forme des pièces polaires. On montre que par un choix judicieux du profil des pôles, la zone d'homogénéité peut augmenter dans un rapport de 1,6 à 2 dans les

trois directions [Miyamoto, 1989]. D'autres corrections portant sur l'ajout d'aimants de forme prismatiques en plus des pièces polaires ont également été proposées [Feng, 1992]

II.2.2 Structure Watson

La structure Watson a deux aimants principaux reliés par deux plaques de fer doux [Schuster, 1986]. Le système de base présente des flux de fuite latéraux importants (Fig. II-6). L'ajout d'aimants sur la périphérie permet de les diminuer.

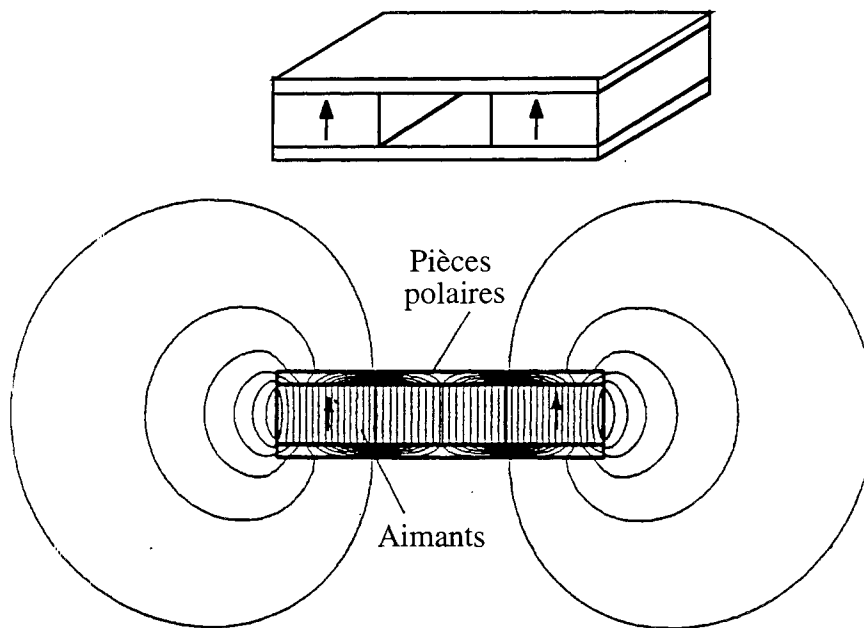


Figure II-6: Structure Watson

II.2.3 Les structures prismatiques

Dans la partie II.1 précédente, nous avons vu qu'il existait des structures prismatiques cylindriques de sections diverses constituées uniquement d'aimants. En combinant prismes et fer doux, on obtient également des structures homogènes dont un exemple est donné par la figure II-7 [Schuster, 1986].

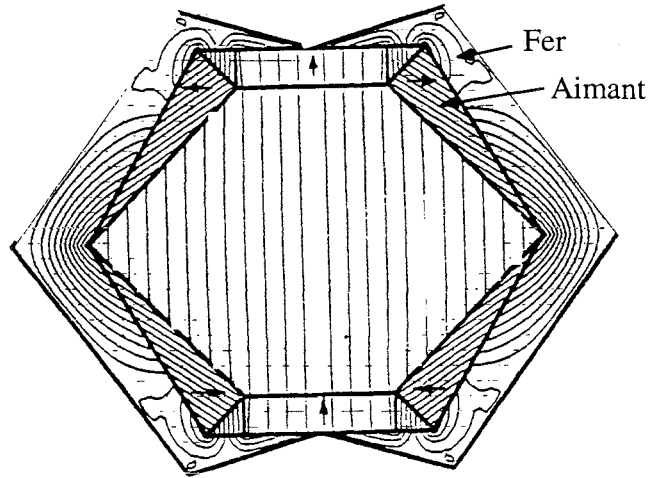


Figure II-7: Structure prismatique

Zijlstra a mené en 1985 une étude comparative entre trois structures à aimants NdFeB: la structure en H, la structure prismatique ci-dessus et le cylindre de Halbach sans fer [Zijlstra, 1985]. Il s'est tout particulièrement intéressé au poids d'aimant nécessaire pour chacun des systèmes en fonction de l'induction souhaitée au centre. La comparaison est réalisée à partir de structures ayant toutes 1 m de hauteur d'entrefer avec des pôles de diamètre 1,5 m pour la structure en H et des longueurs de 1,5 m pour les deux autres structures.

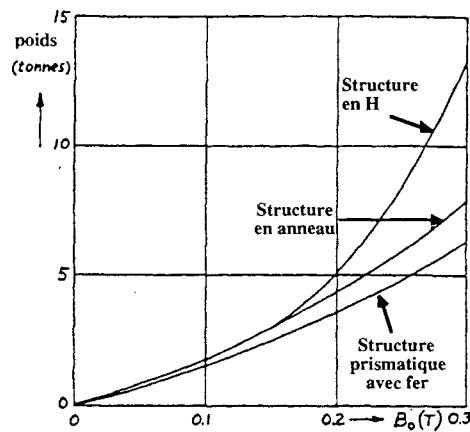


Figure II-8: Comparaison du poids de 3 structures en fonction de l'induction créée au centre.

Le graphe de la figure II-8 montre un meilleur rapport induction/poids pour les structures en anneau et prismatique qui n'ont subi qu'une seule troncature suivant une seule direction, celle de leur longueur contrairement à la structure en H qu'en a subi deux. En revanche, cette dernière structure offre un bien meilleur accès au centre. Concernant la structure prismatique, son poids

d'aimant et donc son coût est bas. En revanche, son poids total comprenant celui de la culasse est supérieur à celui du cylindre de Halbach qui n'en a pas. Le choix entre ces structures consiste donc à définir le meilleur compromis entre poids et coût de la structure totale.

II.2.4 Structure en C

Du point de vue géométrique, les structures classiques en C sont intéressantes par la facilité d'accès qu'elles offrent. En contrepartie, l'homogénéité s'en trouve très dégradée. En 1995, M.G. Abele a proposé un système en C dont la cavité est une partie d'un hexagone régulier. La transition entre l'intérieur et l'extérieur de la structure ne se fait pas brutalement comme classiquement mais grâce à une géométrie en forme de bec dont les dimensions font varier l'homogénéité au centre. Le système est représenté par la figure II-9. Les aimants (zones hachurées) associés à des parties ferromagnétique (en trait gras) génèrent un flux dont les équipotentielles sont représentées en trait normal [Abele, 1995].

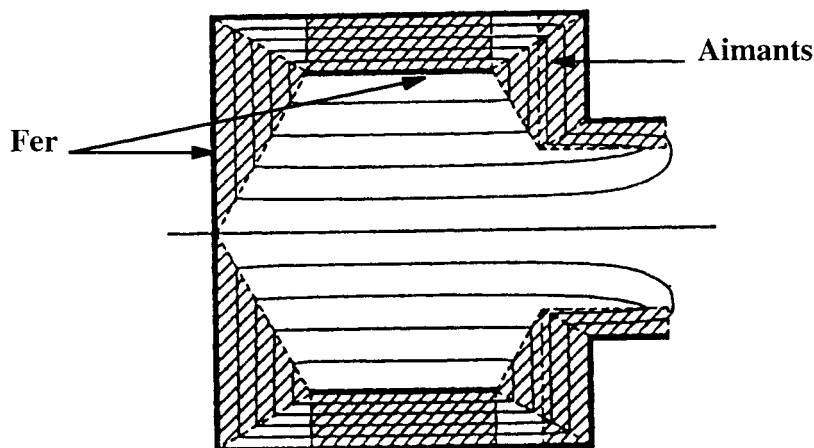


Figure II-9: Structure en C

Faire un choix de structure parmi toutes celles qui ont été présentées n'est pas aisé dans la mesure où le choix entre un système avec ou sans fer n'est pas lui-même établi.

Le fer a des caractéristiques magnétiques très avantageuses pour les applications RMN. En effet, sa forte perméabilité relative lui permet de servir de blindage au dispositif en réduisant de manière significative l'effet des champs parasites extérieurs. De plus, sa surface constituant une équipotentielle sur laquelle les lignes de champ arrivent perpendiculairement, le fer permet une distribution des défauts et améliore l'homogénéité. Enfin, la culasse de fer fournit un support mécanique du dispositif.

En revanche, la présence de fer alourdit le système en comparaison avec le poids des aimants ferrites qui pourraient le remplacer. D'un point de vue théorique, la présence du fer modifie

l'approche du problème puisqu'elle rend les calculs analytiques impossibles et impose l'utilisation de méthodes numériques moins précises.

En conclusion, on peut souligner que l'utilisation de fer doux est tout particulièrement conseillée pour les applications RMN car ses propriétés magnétiques sont très avantageuses. En contrepartie, cela rend la structure plus complexe à calculer. La recherche de structure sans fer est nécessaire dans la mesure où elle met en évidence la faisabilité de structures uniquement à aimants.

III OBJECTIFS DE L'ETUDE ET PHILOSOPHIE DU PROBLEME

III.1 Objectifs de l'étude

Au fur et à mesure que les études avancent, les exigences évoluent et créent de nouveaux axes de recherche. Ainsi par exemple, les structures de type cylindrique très allongées utilisées pour l'imagerie corps entier faisant apparaître le problème de la claustrophobie chez certains patients, la proposition de structures plus ouvertes serait appréciable. Le cahier des charges que nous nous sommes fixé est de déterminer une structure corps entier :

- créant une induction au centre d'environ 0,1 T. La valeur précise du champ ne constitue pas un paramètre essentiel dans l'appréciation de la structure. Il s'agit uniquement de se fixer un ordre de grandeur,
- ayant une homogénéité relative de quelques dizaines de ppm ($1 \text{ ppm} = 10^{-6}$) sur une sphère utile de diamètre 30 cm,
- ayant des flux de fuites réduits se limitant à 0,5 mT à 2 mètres de la structure,
- ayant une géométrie ouverte avec un entrefer d'au minimum 50 cm pour permettre le passage du patient,
- ayant un volume et un poids réduits,
- ayant un prix réduit.

Pour répondre à ces contraintes, nous nous limitons à la recherche de structure passives à aimants permanents uniquement. De plus, dans un souci de réduction du coût des structures RMN, nous écartons l'utilisation d'aimants terres rares et seuls des aimants ferrites constituent notre source de champ.

L'approche de ces structures se fera uniquement d'un point de vue statique.

III.2 Le problème de l'homogénéité

La principale difficulté qui caractérise les recherches de structures RMN réside dans l'obtention d'une grande homogénéité de champ sur un volume important. L'homogénéité nécessaire apparaît d'autant plus difficile à obtenir que les matériaux utilisés présentent naturellement une certaine dispersion dans leurs caractéristiques physique et magnétique. Par exemple, la mesure de la polarisation J de plusieurs blocs d'aimants de même nature montre une certaine dispersion non négligeable (environ 3%) par rapport à une homogénéité recherchée de 10^{-5} . Il faut noter toutefois qu'en assemblant plusieurs blocs d'aimants pour réaliser le volume final, on introduit un effet de lissage qui permet de diminuer les inhomogénéités ponctuelles. Ce problème de non uniformité existe également pour les pièces polaires ferromagnétiques de type anisotrope dont la perméabilité parallèle et transversale ne sont pas connues précisément. Ces inhomogénéités contrastent avec l'uniformité relative de 10^{-5} recherchée pour le champ.

L'étude de structures RMN nécessite dans un premier temps de mettre en place des méthodes de calcul précises pour s'approcher au plus près de l'ordre de grandeur de l'homogénéité requise puis dans un deuxième temps de prendre en compte les dispersions des matériaux et les erreurs inhérentes à la réalisation pratique du système. Les imperfections issues de la construction génèrent une structure moins satisfaisante que celle dimensionnée théoriquement et pose le problème de la détermination de la précision nécessaire au calcul théorique.

Un système dimensionné à partir d'un calcul de précision trop faible présentera vraisemblablement une homogénéité initiale très médiocre. En revanche, travailler avec une précision de calcul très grande peut s'avérer inutile. En effet, malgré les possibilités techniques de réalisation, les soins apportés au choix des matériaux et aux méthodes de construction, les résultats de mesure diffèrent nécessairement légèrement des valeurs théoriques.

L'étude des structures RMN fait apparaître toutes les difficultés à faire correspondre théorie et pratique lorsque les exigences sont si précises. Les limites sont doubles : d'une part du point de vue pratique puisque comme nous l'avons dit, on ne peut descendre en dessous d'une certaine précision de réalisation et d'autre part du point de vue théorique car la prise en compte des phénomènes réels, tels que les imperfections des matériaux, est très complexe.

Face à ces difficultés, l'orientation actuelle est la suivante: dimensionner une structure en adoptant une modélisation idéalisée des matériaux, et dans une seconde étape une fois la structure réalisée et mesurée, apporter les corrections nécessaires pour améliorer l'homogénéité du système. Ainsi au cours de la deuxième étape, la prise en compte des caractéristiques réelles de la structure permet d'être mieux à même de prévoir les conséquences des corrections apportées.

III.3 Une structure réalisable

Parmi les structures à aimants permanents présentées dans la partie précédente, beaucoup d'entre elles ont été étudiées théoriquement mais peu ont été validées par la construction d'un prototype. Les polarisations des aimants sont souvent déterminées grâce à des considérations de conditions aux limites ou de guidage de flux. Cependant la direction de l'aimantation ainsi déterminée ne peut pas toujours être obtenue en pratique. La forme elle-même des aimants n'est pas toujours aisée à obtenir comme c'est le cas pour la géométrie ellipsoïdale ou la structure prismatique avec fer pour laquelle les angles des prismes sont très aigus. En conséquence, de nombreuses solutions proposées ne sont pas viables telle quelles et demandent quelques adaptations ou modifications pour être construites. La faisabilité du dispositif constituera dans notre étude un paramètre essentiel dans le choix d'une structure par rapport à une autre.

Du point de vue des matériaux, le passage de structures actives aux structures passives s'est fait il y a quelques années en misant sur les aimants terres rares. L'abaissement de la plage des champs utilisables en imagerie RMN a ouvert un nouveau domaine d'application aux ferrites, trop faibles jusqu'alors. Cependant les caractéristiques magnétiques et physiques étant très différentes d'un NdFeB à un ferrite, le passage de l'une des catégories d'aimants à l'autre n'est pas immédiat.

A travers ce chapitre, nous avons présenté les principales structures RMN à aimants permanents. Il a permis de mettre en évidence la diversité des géométries proposées en montrant les atouts et les inconvénients de chacune. On remarque ainsi que structure ouverte s'oppose avec bonne homogénéité initiale et faible flux de fuite. D'autre part, la recherche de systèmes RMN fait apparaître le problème que pose une étude qui serait trop théorique et à l'issue de laquelle aucune réalisation ne serait possible, ou bien pour laquelle la réalisation introduisant des imperfections, le temps et les moyens de calcul utilisés seraient disproportionnés et inutiles. Plutôt que de dissocier les deux aspects par des travaux distincts, après le dimensionnement et la réalisation, une solution consiste à reprendre les calculs en fonction des résultats des mesures effectuées.

CHAPITRE III

METHODES DE CALCUL DE CHAMP DES SYSTEMES AIMANT+FER

Ce chapitre aborde le problème du calcul des systèmes à aimants permanents associés à un matériau ferromagnétique. Tout d'abord nous rappelons quelques propriétés magnétiques de ces matériaux et soulignons pourquoi ils constituent classiquement deux groupes distincts. Nous présentons ensuite plusieurs méthodes de calcul des systèmes mixtes. Leur utilisation pour le dimensionnement de structures RMN est discutée et nous déterminons lors de quelle étape de l'étude elles peuvent intervenir. Enfin, nous proposons une nouvelle méthode de calcul et exposons sa validation.

I LES MATERIAUX MAGNETIQUES

Dans cette première partie nous rappelons quelques propriétés caractéristiques des matériaux magnétiques. Nous définissons en particulier leur comportement en fonction d'un champ magnétique extérieur appliqué.

Parmi l'ensemble des matériaux magnétiques, on distingue deux catégories. La première est celle des matériaux dits durs qui regroupe les aimants permanents. La seconde est celle des matériaux dits doux tels que les corps ferromagnétiques (Fe, Ni.). Nous avons représenté sur la figure III-1 les caractéristiques $J=f(H)$ pour ces différents types de matériaux. Les valeurs indiquées sont des valeurs données à titre indicatif. Elles correspondent à celles du Mumétal pour le cycle (1) et à celles de l'Alnico 5 pour le cycle (2) [Bertin, 1984].

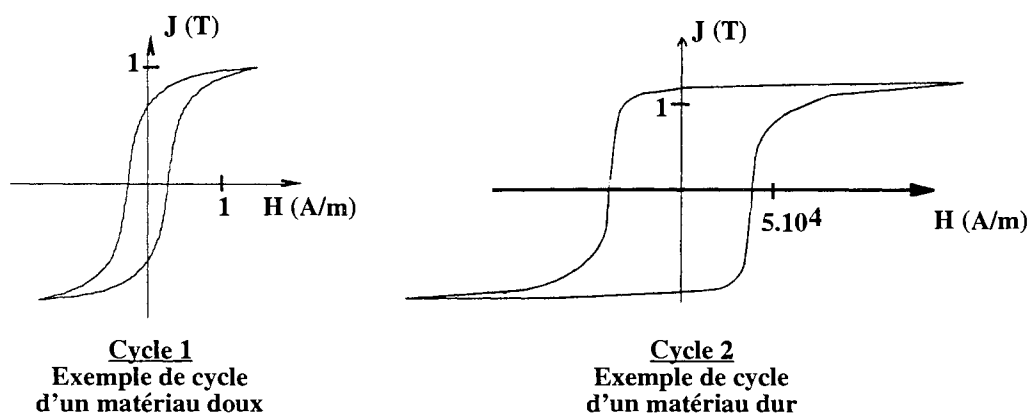


Figure III-1: Cycles d'hystérésis pour différents matériaux

Le cycle (2) montre clairement deux phénomènes. On s'aperçoit d'une part que la relation $J=f(H)$ n'est pas bijective et que l'aimantation d'un échantillon soumis à un champ H dépend de son passé magnétique. C'est le phénomène d'hystérésis. D'autre part, l'allure carrée du cycle souligne le fait que l'aimant garde une aimantation pratiquement constante sur une plage de valeur de champ appliquée importante.

Ces deux caractéristiques se retrouvent pour l'ensemble des matériaux durs et doux mais avec des amplitudes différents. Dans le cas du Mumétal par exemple, corps ferromagnétique, l'aimantation augmente rapidement avec le champ appliqué et atteint l'état de saturation pour de très faibles champs. Ces différences de comportement font que les aimants sont généralement utilisés en tant que source de flux alors que les corps ferromagnétiques servent à le conduire.

Du point de vue du calcul du champ créé par un système mixte (aimant+fer), les hypothèses valables pour les aimants ne le sont pas pour les matériaux doux et deux approches différentes sont nécessaires.

II CALCUL DES SYSTEMES A AIMANTS PERMANENTS

Dans cette partie nous abordons le problème du calcul des systèmes à aimants permanents et citons plusieurs approches analytiques possibles.

La première, appelée modèle coulombien, consiste à assimiler un aimant à un volume chargé surfaciquement et/ou volumiquement de masses magnétiques [Brissonneau, 1990]. Le problème se traite alors en établissant une analogie avec les lois de l'électrostatique. La deuxième, appelée modèle des courants ampériens, repose sur la modélisation de l'aimant par des densités surfacique et/ou volumique de courant [Brissonneau, 1990].

Quel que soit l'approche choisie, le calcul du champ en tout point nécessite le calcul d'intégrales multiples. Ainsi, le calcul analytique du champ créé en tout point par un système de géométrie quelconque est généralement complexe. C'est essentiellement pour des aimants de géométrie symétrique simple que ces formulations intégrales sont intéressantes.

Les méthodes précédentes sont lourdes et le calcul du champ créé par des aimants peut être largement simplifié sous certaines hypothèses grâce à la théorie du modèle dipolaire. Nous développons plus précisément cette approche car elle constitue la base des réflexions menées dans les parties suivantes.

II.1 Principe du modèle du dipôle magnétique

Considérons un volume aimanté de polarisation constante \mathbf{J} et de volume v (Fig. III-5). Celui-ci possède un moment magnétique défini par le produit $(\mathbf{J}v)$. Si M est un point éloigné de ce volume alors le potentiel scalaire créé en ce point est donné par la relation:

$$U(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\mu_0} \frac{(\mathbf{J}v) \cdot \mathbf{r}}{r^3} \quad (\text{III-1})$$

Sous les hypothèses d'éloignement, cette expression montre que le potentiel créé par un volume d'aimantation constante dépend en particulier de la valeur du produit (\mathbf{Jv}) . Ainsi deux volumes de polarisation différente mais de même moments magnétiques créeront le même champ.

Enfin, on note l'analogie de cette relation avec l'expression du champ créé par un dipôle électrique. Pour cette raison tout volume aimanté considéré comme loin du point de calcul est appelé dipôle magnétique. On dit que l'on a fait une approximation dipolaire.

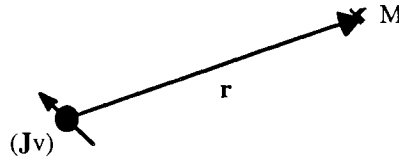


Figure III-5: Moment magnétique et champ créé en un point éloigné

Cette dernière méthode de calcul de champ diffère des deux précédentes dans la mesure où le calcul n'est pas exact. En revanche, elle permet de traiter un grand nombre de problème de manière simple et évite le calcul d'intégrales complexes.

II.2 Méthode de calcul de systèmes à aimants basée sur l'approximation dipolaire

S'appuyant sur le modèle du dipôle magnétique, une méthode de calcul en trois dimensions de systèmes à aimants permanents a été développée au laboratoire [Delamare, 1993]. Elle est fondée sur la discrétisation des systèmes étudiés en volumes élémentaires que nous appellerons également sous volumes ou éléments. Considérons un volume aimanté (Fig. III-6 (a)) que l'on subdivise en N éléments (Fig. III-6 (b)).

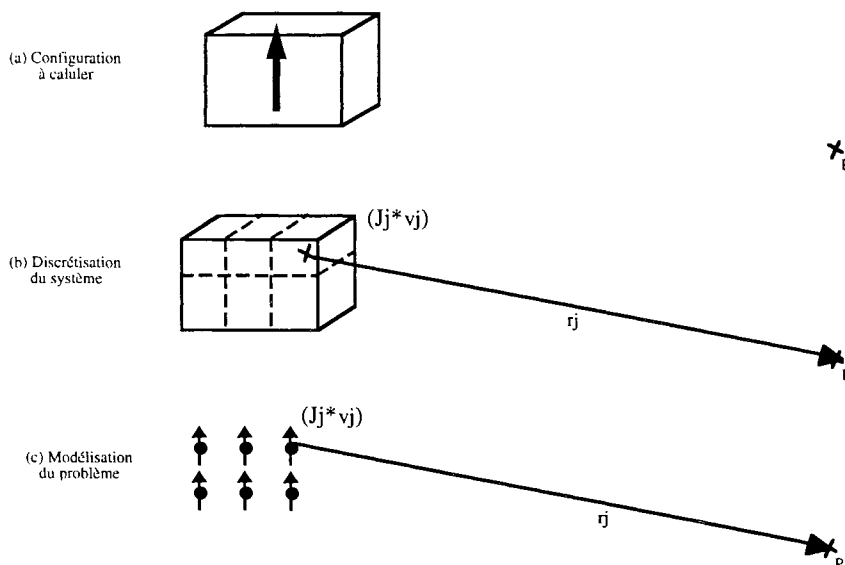


Figure III-6: Calcul du champ en un point P éloigné du volume.

La discrétisation est choisie de manière suffisamment fine pour pouvoir considérer que chaque élément a une aimantation constante sur tout son volume. Soit P un point supposé loin de la géométrie étudiée. Alors par rapport à ce point, chaque élément peut être assimilé à un dipôle magnétique dont le moment est celui de l'élément qu'il représente (Fig. III-6 (c)). Sous ces hypothèses, le champ en ce point est la somme du champ créé par les N dipôles magnétiques. Puisque le potentiel scalaire créé par un dipôle est donné par:

$$U(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\mu_0} \frac{(\mathbf{Jv}) \cdot \mathbf{r}}{r^3} \quad (\text{III-2})$$

le champ $\mathbf{H} = -\text{grad}(U)$ en P s'écrit:

$$\mathbf{H} = \sum_{j=1}^N \left(\frac{1}{4\pi\mu_0 r_j^3} \right) \left(\frac{3}{r_j^2} ((\mathbf{J}_j \mathbf{v}_j) \cdot \mathbf{r}_j) \mathbf{r}_j - (\mathbf{J}_j \mathbf{v}_j) \right) \quad (\text{III-3})$$

$(\mathbf{J}_j \mathbf{v}_j)$ moment magnétique de l'élément numéro j

\mathbf{r}_j vecteur allant de l'élément j au point P.

Cette méthode nécessite donc uniquement la connaissance de la géométrie et de l'aimantation des aimants. Pour cela, on fait l'hypothèse que l'aimantation est rigide, c'est à dire qu'elle ne dépend pas du champ auquel l'aimant est soumis. La simplicité des données nécessaires au calcul est très appréciable et il n'existe alors aucune limite portant sur la géométrie des systèmes pouvant être étudiés. Actuellement, nous disposons d'une bibliothèque de géométries permettant de traiter des problèmes à base de parallélépipèdes, de disques, de bagues ou encore de secteurs angulaires.

La figure III-7 donne un exemple de discrétisation. Il s'agit d'un disque de diamètre 4,30 cm et d'épaisseur 1 cm discrétisé tous les 0,5 cm.

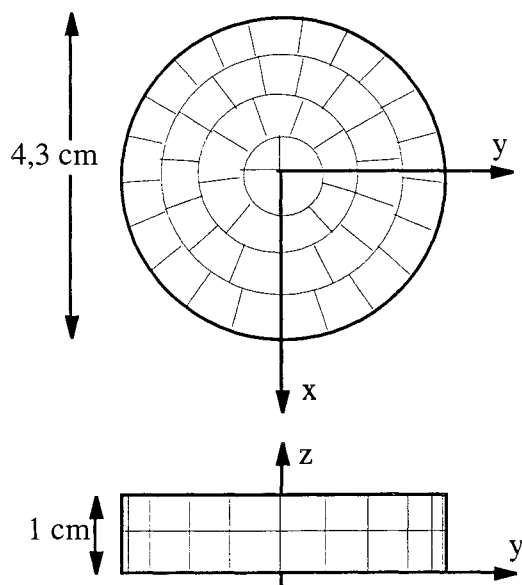


Figure III-7: Exemple de discrétisation d'un disque.

En plus des différentes cartes de champ, cette méthode permet également la détermination des forces d'interaction magnétique entre plusieurs volumes ainsi que le calcul des couples et des raideurs [Delamare, 1993]. Un ordre de grandeur de la précision des résultats obtenus en fonction de la discrétisation est donné par l'exemple suivant : calcul de la force d'attraction entre deux cubes de côté 1 cm, distants l'un de l'autre de 1 cm (Fig. III- 8).

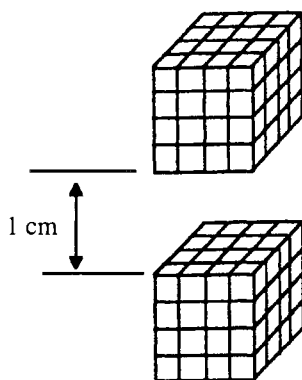


Figure III-8: Configuration calculée

En fonction du niveau de discrétisation, le pourcentage d'erreur est donné par la courbe de la figure III-9. L'erreur commise décroît très nettement en dessous du pour-cent lorsque la discrétisation passe de 1 à 2 éléments suivant chacune des directions.

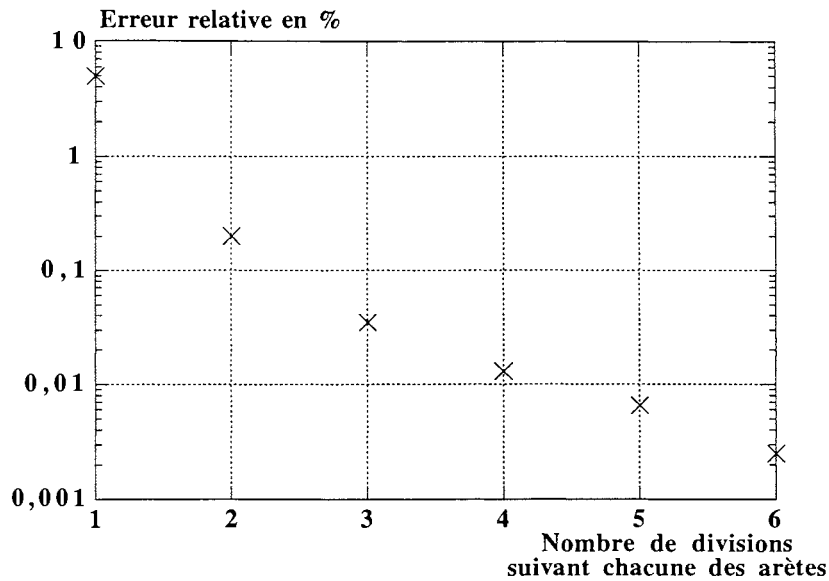


Figure III-9: Précision du calcul de force en fonction du nombre de divisions des cotés des cubes

La limite de cette méthode concerne donc le calcul de systèmes possédant plusieurs volumes distants d'un entrefer très faible voire nul. Le même imprécision intervient lors du calcul du champ en un point proche du volume créant. Dans ces cas, il faut discrétiser finement.

III CALCUL DU CHAMP EN PRÉSENCE DE MATÉRIAU FERROMAGNÉTIQUE

Les systèmes mixtes (aimant+fer) ne sont pas directement calculables par la méthode précédente puisqu'elle suppose la connaissance au départ de l'aimantation de chaque sous-volume. En effet, pour des aimants permanents, J peut être dans de nombreux cas supposée constante, alors que pour les matériaux ferromagnétiques on a une relation $J=f(H)$ non constante.

En effet, le calcul du champ créé par des systèmes mêlant matériaux durs, les aimants permanents, et matériaux doux, les corps ferromagnétiques, nécessite de prendre en compte deux comportements d'aimantation distincts comme l'ont montré les courbes d'hystérésis typiques de la figure III-1. Contrairement aux aimants permanents, l'aimantation d'un corps ferromagnétique est très sensible à l'environnement magnétique dans lequel il est plongé. Pour cette raison, l'aimantation n'est pas connue à priori. Toutes les méthodes de calcul exposées précédemment ne sont donc pas applicables. Dans la partie suivante nous nous intéressons au calcul des systèmes mêlant ces deux types de matériaux magnétiques, nous parlerons du calcul de systèmes mixtes.

Les calculs présentés dans la partie précédente montrent qu'il est toujours nécessaire de connaître les valeurs de la polarisation J en tout point de la matière aimantée pour effectuer un calcul de champ. Dans le cas d'un matériau ferromagnétique la grandeur J n'est pas connue à priori puisqu'elle dépend

du milieu extérieur dans lequel il est placé. Un calcul direct analytique du système réel n'est pas donc envisageable.

Aujourd'hui les méthodes existantes font appel au principe de discrétisation du système ou à sa modélisation plus ou moins simplificatrice. Le but de cette partie n'est pas de donner une liste exhaustive de toutes les méthodes de calcul des systèmes mixtes car il en existe beaucoup et les variantes sont nombreuses. Nous donnons ici uniquement les différents principes de base pour résoudre ces problèmes et nous montrons en quoi chaque approche est plus ou moins adaptée au dimensionnement de structures RMN.

III.1 Les méthodes de calcul analytique du système approché

III.1.1 La transformation conforme

La méthode de la transformation conforme consiste à déterminer puis à appliquer une transformation mathématique permettant de modifier la géométrie à étudier en une nouvelle géométrie dont on sait calculer le champ magnétique [Durand, 1968].

Nous illustrons le principe de la méthode par le schéma de la figure III-10. Considérons d'une part les coordonnées (x, y) du plan complexe z et d'autre part les coordonnées (u, v) du plan complexe w , alors une relation du type $z=f(w)$ ou $w=g(z)$ fait correspondre un point P du plan w à un point Q du plan z , ou inversement. Prenons le cas d'un problème à résoudre exprimé dans le plan z . Soit une transformation g qui transforme le problème initial en une nouvelle géométrie du système pour laquelle le champ est uniforme. Alors si u et v sont pris respectivement pour représenter les équipotentiels et les lignes de forces de B , le plan w présente un réseau de droites orthogonales entre elles. Par utilisation de la transformation conforme $f=g^{-1}$, on détermine alors les équipotentiels et lignes de forces dans le plan z .

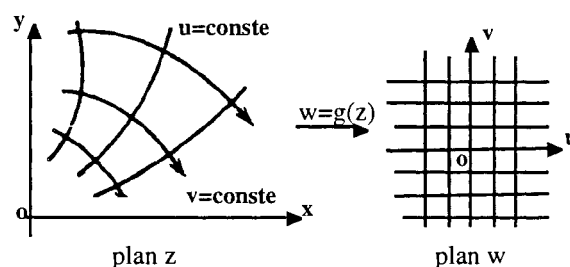


Figure III-10: Correspondance entre les deux systèmes de coordonnées.

Cette méthode n'est pas applicable à tous les types de problèmes. Elle ne concerne que les configurations à deux dimensions et de géométrie relativement simple. En effet, il devient vite complexe de trouver une transformation mathématique simple permettant de transformer une géométrie quelconque en un système calculable. De manière générale, la transformation conforme est

utilisée pour traiter des problèmes de forme polygonale. Elle permet par exemple de déterminer les équipotentielles d'un système de deux demi-plan parallèles portés à des potentiels $+V$ et $-V$.

En imagerie RMN, les matériaux ferromagnétiques sont utilisés en tant que pièces polaires aidant au lissage du champ et donc à l'augmentation de l'homogénéité. Dans certaines configurations, ils sont assimilables à des équipotentielles et la méthode de la transformation conforme est bien adaptée au calcul de problèmes en deux dimensions. Elle a été utilisée pour étudier l'influence de la forme des pièces polaires sur les cartes de champ [Andrew, 1952].

III.1.2 Le principe des images magnétiques

Le calcul du champ créé par une structure aimant + fer peut se modéliser par un problème à aimants seuls si les deux hypothèses suivantes sont vérifiées :

- * le matériau ferromagnétique a une perméabilité relative très grande
- * et a des dimensions supposées grandes devant la taille des aimants et les distances fer-aimant.

Dans ces conditions, le champ créé dans l'air par un aimant et une plaque de fer infinie est le même que celui créé par ce même aimant et son symétrique géométrique par rapport au plan de la plaque de fer. Si J est la polarisation de l'aimant étudié l'aimant symétrique a une polarisation $\left(\frac{\mu-1}{\mu+1}\right)J$. Sa direction est soit parallèle, soit antiparallèle à J suivant que J est respectivement tangentiel ou normal au plan du fer (Fig. III-11).

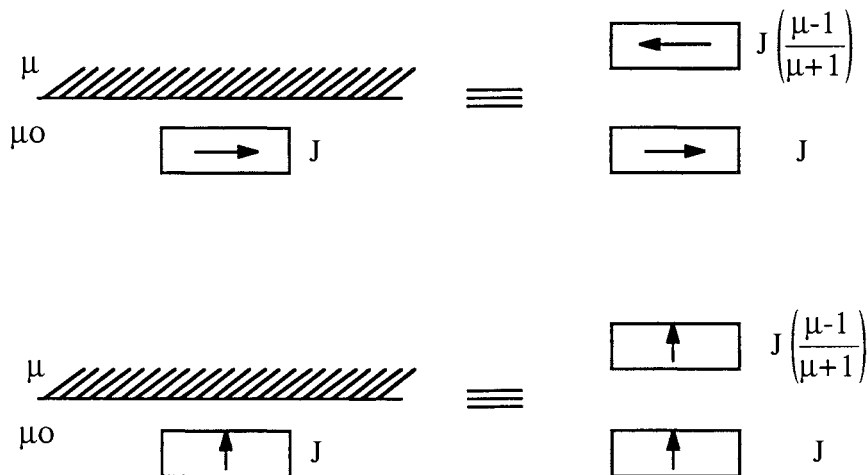


Figure III-11: Illustration du principe des images magnétiques.

Cette méthode est très intéressante dans la mesure où elle permet de s'affranchir de la présence de matériaux doux et devient particulièrement pratique lorsqu'elle permet de retrouver un problème calculable analytiquement. Il est difficile d'évaluer l'erreur commise par cette modélisation simplificatrice. Cette méthode, bien que moyennement précise, peut permettre le prédimensionnement analytique d'un système aimant+fer.

III.2 Les méthodes numériques

Le traitement des équations de Maxwell utilisées pour résoudre un problème magnétique nécessite la résolution d'équations différentielles, intégrales ou aux dérivées partielles. Un problème différentiel est par nature continu et sa résolution signifie l'obtention des valeurs d'une ou plusieurs inconnues en fonction d'une variable qui prend une infinité de valeurs possibles. Malheureusement, la résolution analytique n'est pas toujours possible et la résolution numérique du problème continu n'est pas non plus toujours pensable car on se heurte aux possibilités finies des micro-ordinateurs. Il faut donc minimiser la taille du problème en le discrétisant en un problème qui lui soit le plus représentatif possible au sens magnétique. Il existe de nombreuses méthodes de résolution numérique des équations de Maxwell pour un problème donné. Nous présentons dans cette partie le principe des principales méthodes numériques et expliquons dans quelles mesures elles sont ou non adaptées au calcul de structures RMN.

III.2.1 Méthode des éléments finis

La méthode des éléments finis repose dans un premier temps sur la discrétisation du domaine étudié en petits éléments de forme géométrique simple (segment, parallélépipède, triangle): ce sont les mailles dont chaque extrémité est appelée noeud. Si N est le nombre de noeuds, la résolution d'un problème magnétostatique consiste à déterminer les valeurs d'induction en ces N points. En effet, on montre que par des processus d'interpolation, il est possible de calculer la valeur d'une grandeur magnétique en un point quelconque en fonction des valeurs de cette même grandeur prises en chaque noeud de la maille auquel appartient le point. En partant du principe selon lequel tout système magnétique a son point de fonctionnement correspondant à un minimum d'énergie, on exprime la minimisation de l'énergie aux N noeuds pour obtenir un système matriciel à N inconnues.

Cette méthode nécessite la connaissance de la géométrie, des propriétés physiques des matériaux ainsi que des conditions aux limites. Elle a l'avantage d'être extrêmement souple et de pouvoir traiter des problèmes variés en trois dimensions, à aimants + fer par exemple, sans limite sur la géométrie et de pouvoir travailler avec des matériaux non linéaires. En revanche, elle nécessite un temps de calcul relativement long dès que la discrétisation du système devient fine. La précision des résultats est variable suivant la finesse du maillage mais on ne peut espérer de manière générale descendre en-dessous de quelques pour-cent d'erreur pour les grandeurs locales. Pour le calcul de structures RMN, la méthode des éléments finis n'est pas adaptée. Elle peut permettre un prédimensionnement mais l'homogénéité calculée ne pourra pas être précise et risque d'être encore plus médiocre lors de la réalisation pratique de la structure.

III.2.2 Méthode des différences finies

Cette méthode consiste aussi à définir une discrétisation de l'espace mais à la différence de la méthode des éléments finis qui utilise des surfaces élémentaires en deux dimensions, la méthode des différences finies nécessite une discrétisation en points en chacun desquels l'équation de Laplace $\nabla^2 U=0$ de type continu est écrite de manière discrète (Fig. III-12).

En effet, en supposant que la discrétisation est suffisamment fine pour que U varie peu lors du passage d'un point à un autre, on peut effectuer un développement de Taylor de U en un point en fonction des valeurs de U aux points adjacents [Euvard, 1992]. Cette démarche est également réalisée aux frontières sur lesquelles les conditions aux limites sont données. Les N équations écrites aux N points forment un système matriciel dont la résolution donne les valeurs de U aux N points. On s'aperçoit que cette méthode n'est pas adaptée aux systèmes présentant de fortes discontinuités. De plus la création du réseau de points est vite difficile à réaliser pour des géométries de formes complexes.

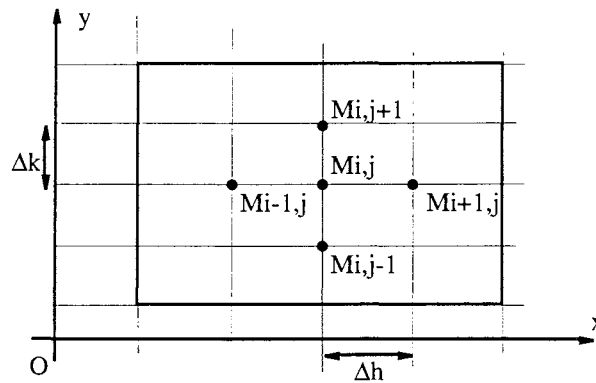


Figure III-12: Maillage d'un rectangle pour la méthode des différences finies

Pour le calcul de structures RMN passives aimants + fer, cette méthode ne présente pas d'intérêt significatif dans la mesure où en comparaison avec la méthode des éléments finis, elle ne propose pas une meilleure précision et la réalisation d'un maillage adapté est plus difficile. De plus, elle s'utilise essentiellement pour les systèmes à deux dimensions.

III.2.3 Méthode de calcul en présence de matériaux ferromagnétiques à caractéristiques linéaires

M.G. Abele propose une méthode de calcul pour traiter des problèmes de géométrie quelconque constitués d'aimants et de matériaux ferromagnétiques pour lesquels l'hypothèse μ constante indépendante de H est vérifiée [Abele, 1993]. Le principe est le suivant : modéliser un milieu ferromagnétique de perméabilité relative μ par un milieu de perméabilité μ_0 possédant une densité surfacique de charge σ (Fig. III-13).

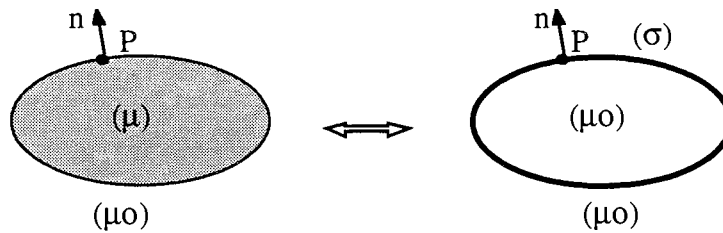


Figure III-13: Modélisation d'un système aimant+fer

Soit P un point de la surface pour les deux modèles. En raisonnant sur les conditions aux limites traduisant la continuité de la composante normale de B, d'une part, au passage d'un milieu de perméabilité μ à un milieu de perméabilité μ_0 et, d'autre part, au passage d'une surface chargée surfaciquement σ , on en déduit les relations (III-13) et (III-14) suivantes:

$$\frac{\mu_0}{\mu} \mathbf{H}_e \cdot \mathbf{n} - \mathbf{H}_i \cdot \mathbf{n} = 0 \quad (\text{III-4})$$

$$\mathbf{H}_e \cdot \mathbf{n} - \mathbf{H}_i \cdot \mathbf{n} = \frac{\sigma}{\mu_0} \quad (\text{III-5})$$

$$\text{d'où} \quad \left(1 - \frac{\mu_0}{\mu}\right) (\mathbf{H}_e \cdot \mathbf{n}) = \frac{\sigma}{\mu_0} \quad (\text{III-6})$$

avec \mathbf{H}_e est le champ en un point P_e situé à l'extérieur à une distance ϵ du point P

\mathbf{H}_i est le champ en un point P_i situé à l'intérieur à une distance ϵ du point P

\mathbf{n} est un vecteur sortant normal à la surface en P

Cette dernière relation (III-15) est celle que doit vérifier la composante normale du champ en tout point P de la surface du milieu ferromagnétique pour que le modèle soit respecté. D'autre part la composante normale du champ en P créée par la surface chargée σ et par d'éventuelles charges extérieures m_i à la distance ρ_i s'écrit :

$$\mathbf{H}_e \cdot \mathbf{n} = \underbrace{\frac{\sigma}{2\mu_0}}_{\text{Champ créé par P}} - \underbrace{\iint \frac{\sigma}{4\pi\mu_0} \text{grad}\left(\frac{1}{\rho}\right) \mathbf{n} \cdot dS}_{\text{Champ créé par la surface excepté le point P}} - \underbrace{\sum_i \frac{m_i}{4\pi\mu_0} \text{grad}\left(\frac{1}{\rho_i}\right) \mathbf{n} \cdot dS}_{\text{Champ créé par l'extérieur}} \quad (\text{III-7})$$

Des deux expressions précédentes (III-6) et (III-7), on déduit une relation entre μ et σ . Par une résolution itérative ou matricielle issue d'une discrétisation surfacique des volumes ferromagnétiques étudiés, on peut ensuite calculer le champ en tout point du système. Cette méthode a l'avantage de ne nécessiter qu'une discrétisation surfacique et donc de réduire les temps de calcul. Elle est utilisée pour le calcul de structures RMN. En revanche, sa limitation aux matériaux linéaires élimine d'autres applications.

III.2.4 Méthode à base de discrétisation volumique

La méthode que nous détaillons ici a été proposée par l'IEF [Vidigal, 1992]. Le principe fait intervenir la notion de champ démagnétisant dont nous allons rappeler la définition dans un premier temps. Dans un deuxième temps, nous expliquerons le principe de la méthode pour ensuite donner les formulations à la base des calculs.

III.2.4.1 Notion de champ démagnétisant

On appelle champ démagnétisant le champ magnétique à l'intérieur de tout matériau aimanté soumis uniquement à son propre champ. Sa dénomination vient du fait que le vecteur champ \mathbf{H} à l'intérieur est toujours de sens opposé au vecteur aimantation \mathbf{M} . Prenons l'exemple d'un cylindre aimanté suivant son axe de révolution (Fig. III-14). En adoptant le modèle coulombien des densités de charges équivalentes, que ce soit à l'intérieur ou à l'extérieur du cylindre, les lignes de champ vont des charges plus vers les charges moins.

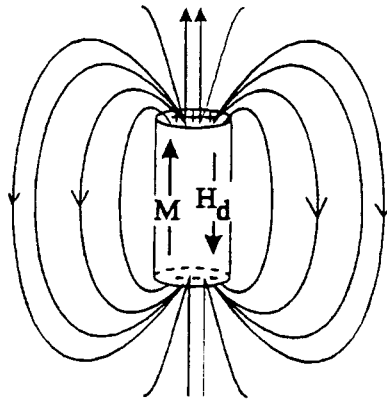


Figure III-14: Allure des lignes de champ d'un cylindre aimanté axialement

Un cas simple pour lequel le vecteur champ démagnétisant \mathbf{H}_d est connu de manière exacte est celui d'une sphère aimantée uniformément suivant son axe de révolution. Si \mathbf{J} est sa polarisation, alors \mathbf{H}_d est constant en module et en direction dans tout le volume: $\mathbf{H}_d = (1/3)(\mathbf{J}/\mu_0)$. On appelle souvent coefficient de champ démagnétisant, noté N , le coefficient reliant \mathbf{H}_d à (\mathbf{J}/μ_0) .

Pour un ellipsoïde, \mathbf{H}_d est également constant dans tout le volume et sa valeur est fonction des dimensions de ses petit et grand axes [Zijlstra, 1967]. Considérons un ellipsoïde de révolution d'axe Oz d'aimantation uniforme parallèle à Oz (Fig. III-15).

Alors, la composante du champ démagnétisant suivant l'axe longitudinal Oz , H_{dz} , est donnée par:

$$\mu_0 H_{dz} = -N_z J_z \quad (\text{III-8})$$

Les expressions analytiques pour N_z sont:

- dans le cas d'un ellipsoïde allongé ($\gamma > 1$):

$$N_z = \frac{1}{\gamma^2 - 1} \left[\frac{\gamma}{\sqrt{\gamma^2 - 1}} \operatorname{argch}(\gamma) - 1 \right] \quad (\text{III-9})$$

- dans le cas d'un ellipsoïde aplati ($\gamma < 1$):

$$N_z = \frac{1}{1 - \gamma^2} \left[1 - \frac{\gamma}{1 - \gamma^2} \arccos(\gamma) \right] \quad (\text{III-10})$$

Suivant les deux autres axes transversaux, puisque $N_x + N_y + N_z = 1$ et $N_x = N_y$ par symétrie, on a:

$$N_x = N_y = \frac{1 - N_z}{2} \quad (\text{III-11})$$

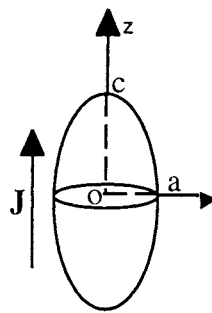


Figure III-15: Ellipsoïde de révolution d'axe Oz

La courbe III-16 donne l'évolution de N_z , $N_x = N_y$, pour un ellipsoïde en fonction du rapport $\gamma = c/a$.

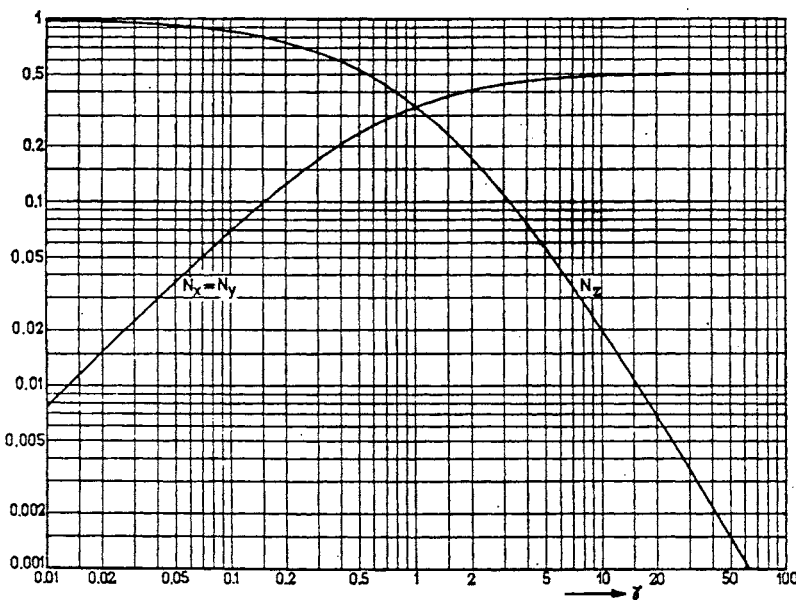


Figure III-16: Coefficients de champ démagnétisant longitudinal N_z , et transversal $N_x = N_y$, d'un ellipsoïde de révolution ($\gamma = c/a$).

III.2.4.2 Principe de la méthode

Afin de simplifier l'exposé de la méthode, nous supposerons que les aimants ont une polarisation rigide. Cependant, de manière plus générale les aimants pourraient avoir une aimantation fonction du champ et être modélisés par une courbe $\mathbf{J}(\mathbf{H})$.

Pour décrire cette méthode et dans toute la suite de ce chapitre nous désignerons donc par le terme de source tout matériau ayant une aimantation connue et par élément toute entité issue de la discrétisation d'un volume ferromagnétique.

En présentant les matériaux ferromagnétiques dans la partie I, nous avons noté que ces corps s'aimantaient lorsqu'ils étaient soumis à un champ magnétique externe. Cette aimantation induite créant elle-même un champ magnétique, il s'ensuit que le champ initial est modifié par la présence de ce corps. De manière générale, l'aimantation \mathbf{M} acquise par la matière en un point est fonction du champ magnétique total \mathbf{H} en ce point. La résolution d'un problème mixte (aimant+fer) consiste donc dans un premier temps à déterminer les aimantations induites par les corps ferromagnétiques connaissant les aimantations des matériaux durs. Dans un second temps, le calcul du champ en un point de l'espace se fait en utilisant les mêmes méthodes que celles employées pour calculer le champ créé par un système à aimants permanents seuls.

Concernant la détermination des aimantations induites par les corps ferromagnétiques, on se trouve face à un problème couplé. Considérons deux volumes ferromagnétiques V_1 et V_2 , placés dans le champ d'une source. On note:

- H_{01} le champ créé par la source sur V_1 (H_{02} pour V_2)
- H_{2sur1} le champ créé par V_2 sur V_1 (et inversement pour V_2)
- H_{t1} le champ créé sur V_1 ($H_{t1}=H_{01}+H_{2sur1}$)

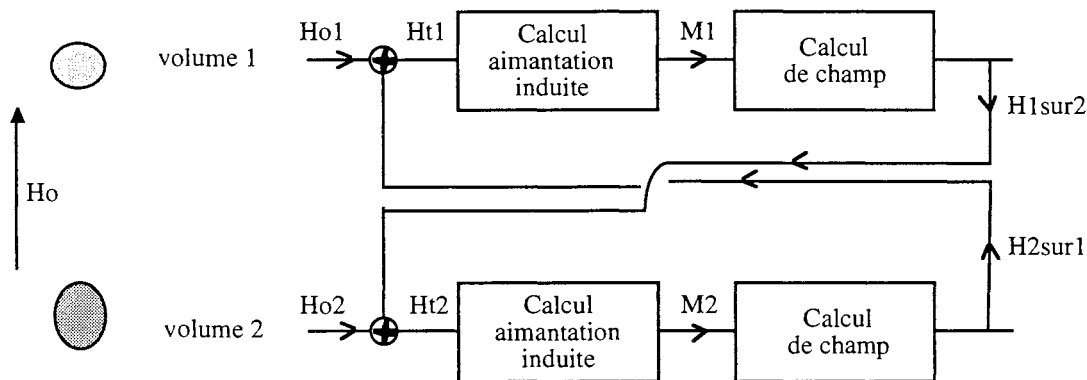


Figure III-17: Schématisation des interactions magnétiques entre deux volumes de fer.

Sous l'action de la source, les deux volumes acquièrent une aimantation induite M_1 et M_2 . Puisqu'ils sont aimantés, ils deviennent à leur tour source de champ. Le volume 1 va modifier H_{t2} entraînant une nouvelle valeur de M_2 . Le même raisonnement s'applique pour déterminer l'influence du volume 2 sur le volume 1. Dans le cas de deux corps ferromagnétiques, les relations entre champ et aimantation de chacun peuvent se représenter par le diagramme de la figure III-17.

C'est sur ce principe du calcul des interactions magnétiques entre corps ferromagnétiques que repose la méthode développée par l'IEF. Dans le cas général d'un système mixte de géométrie quelconque, chaque corps ferromagnétique n'est pas soumis à un champ constant sur tout son volume. Ainsi, l'aimantation induite par celui-ci ne le sera pas non plus. La méthode consiste donc tout d'abord à réaliser une discrétisation de chaque volume ferromagnétique en volumes élémentaires de telle sorte que l'on puisse supposer que le champ extérieur sur chaque sous volume soit constant.

Soit N le nombre total d'éléments issus de la discrétisation. Alors, l'obtention de l'état magnétique du système consiste à considérer l'élément numéro i en déterminant le champ auquel il est soumis. Ce champ est dû, d'une part, au champ créé par les aimants permanents ou les bobines éventuelles, et, d'autre part, par les sous volumes ferromagnétiques dont l'aimantation induite a été déterminée aux tours précédents. On en déduit alors l'aimantation de l'élément i . L'opération se réitère pour l'élément $(i+1)$.

Lorsque les aimantations des N éléments ont été déterminées, on fait un test de convergence. Il consiste par exemple à comparer leur aimantation avec la valeur calculée lors de l'itération précédente. Si la condition $|M_{i(t)} - M_{i(t-1)}| < \epsilon$ avec ϵ la précision du calcul, est satisfaite pour i variant de 1 à N , le processus est arrêté et l'aimantation est attribuée à chacun des éléments. Dans le cas contraire, le processus recommence pour i égal à 1, chaque élément ayant pour aimantation $M_{i(t)}$.

III.2.4.3 Méthode utilisée pour le calcul du champ H

L'étape consistant à déterminer le champ \mathbf{H} créé par un volume aimanté \mathbf{M} peut être faite de plusieurs manières. La méthode proposée par l'IEF utilise l'expression du potentiel scalaire U créé par un volume aimanté pour en déduire le champ par $\mathbf{H} = -\text{grad}(U)$ [Souza, 1996].

III.2.4.4 Méthode utilisée pour le calcul de l'aimantation M

La deuxième étape consiste à déterminer \mathbf{M} connaissant le champ extérieur \mathbf{H}_e appliqué sur un volume élémentaire. Cela nécessite la connaissance du champ démagnétisant de l'élément concerné. En effet, si \mathbf{H}_d est le champ démagnétisant alors par superposition, on peut écrire que le champ \mathbf{H} dans le volume s'écrit $\mathbf{H} = \mathbf{H}_e + \mathbf{H}_d$. Or, de manière générale, le calcul de \mathbf{H}_d est complexe. En effet, mis à part quelques cas particuliers comme celui de la sphère, le champ à l'intérieur d'un volume aimanté de forme quelconque n'est pas uniforme et le calcul en tout point du volume est difficile. Ce calcul se simplifie sous certaines hypothèses. Dans le cas des volumes élémentaires, la discrétisation est supposée suffisamment fine pour considérer l'aimantation induite constante. Dans ces conditions, pour des formes symétriques, on montre qu'il existe un point particulier où l'expression du champ démagnétisant se simplifie et se met sous la forme $\mathbf{H}_d = -[\mathbf{D}]\mathbf{M}$ où $[\mathbf{D}]$ est une matrice diagonale 3×3 . Ce point correspond souvent au centre géométrique de l'élément, c'est par exemple le cas pour les parallélépipèdes. C'est cette valeur du champ démagnétisant qui est prise en compte pour représenter tout l'élément. A l'intérieur de chaque sous-volume, le champ s'écrit donc: $\mathbf{H} = \mathbf{H}_e - [\mathbf{D}]\mathbf{M}$. La deuxième relation donnant \mathbf{H} en fonction de \mathbf{M} ou inversement est donnée par la courbe d'aimantation du

matériau $\mu_0 \mathbf{M} = \mathbf{f}(\mathbf{H})$. Par la résolution de ces deux relations, on en déduit le point de fonctionnement de chaque élément. Sa détermination suivant une direction est illustrée par le graphe de la figure III-18.

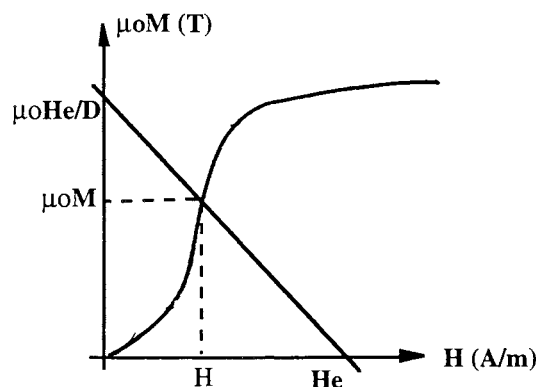


Figure III-18: Détermination du point de fonctionnement suivant une direction

La précision des résultats dépend donc de la bonne modélisation de la courbe $M=f(H)$ ainsi que du calcul de H_e et de H_d .

La méthode proposée par l'IEF traite actuellement les systèmes, soit en coordonnées rectangulaires, soit en coordonnées cylindriques. Elle s'applique au calcul des systèmes mixtes dont les sources de champs peuvent être des aimants permanents, des bobines résistives ou supraconductrices. Elle est tout particulièrement intéressante dans la mesure où elle ne nécessite pas la discrétisation du vide, ni la définition de conditions aux limites. De plus, la non linéarité des matériaux peut être prise en compte de manière précise grâce à l'approximation par morceau des courbes d'aimantation [Vidigal, 1992].

IV DEVELOPPEMENT D'UNE NOUVELLE METHODE

IV.1 Objectif

La partie II.2 exposait une méthode de calcul des systèmes à aimants permanents seuls et fondée sur l'approximation dipolaire. Nous avons montré la grande précision des résultats que l'on pouvait obtenir. Afin d'élargir son domaine d'application à celui du calcul des systèmes mixtes, nous proposons d'adapter le principe du calcul des interactions magnétiques entre volumes élémentaires de fer, proposée par l'IEF, au calcul dipolaire.

Dans un premier temps, nous nous limitons à l'étude de système passifs combinant aimants permanents et matériaux ferromagnétiques. Les aimants sont considérés comme ayant une aimantation rigide et les matériaux ferromagnétiques comme des milieux isotropes et linéaires. Comme

précédemment, nous parlerons de source pour désigner les aimants permanents ou tout élément ferromagnétique dont une aimantation a été calculée.

La méthode se présente donc de la manière suivante:

- d'une part, le champ créé par chaque élément source est calculé en l'approximant par son moment magnétique (\mathbf{Jv}),
- d'autre part, nous exploitons le fait que l'expression analytique du potentiel scalaire U créé en tout point de l'espace par un moment dipolaire (\mathbf{Jv}) est la même que celle créée par une sphère de volume v et de polarisation \mathbf{J} . A partir de cette remarque, nous approximations tous nos éléments volumiques en sphères de même volume, centre et polarisation. Grâce à la modélisation sphérique, la détermination du champ démagnétisant de chaque élément est très simple. En effet, elle permet d'assimiler chacun des volumes à une sphère dont le coefficient démagnétisant est connu et vaut $1/3$.

IV.2 Mise en équation

Soit \mathbf{H}_0 le champ créé par les sources et soit N le nombre de sous volumes issus de la discrétisation des volumes de matériaux de type ferromagnétique. Alors, par superposition, les caractéristiques magnétiques ($\mathbf{H}_i, \mathbf{M}_i$) du $i^{\text{ème}}$ sous volume vérifient:

$$* \quad \mathbf{H}_i = \mathbf{H}_{oi} + \sum_{j \neq i}^N \mathbf{H}_{ij} - \frac{1}{3} \mathbf{M}_i \quad (\text{III-12})$$

* ainsi que $\mathbf{H}_i = f(\mathbf{M}_i)$ d'après la courbe d'aimantation du matériau.

\mathbf{H}_i champ de l'élément i

\mathbf{M}_i aimantation de l'élément i .

\mathbf{H}_{oi} champ créé par les aimants permanents sur l'élément i

\mathbf{H}_{ij} champ créé par l'élément j sur l'élément i

IV.3 Approche matricielle

Le champ créé sur i par l'élément j , \mathbf{H}_{ij} , peut s'écrire sous la forme $\mathbf{H}_{ij} = g(\mathbf{M}_j, v_j, \mathbf{r}_{ij})$. Or, d'après nos hypothèses de linéarité, la courbe d'aimantation du matériau traduit une relation de proportionnalité entre \mathbf{H}_i et \mathbf{M}_i qui s'écrit en fonction de la perméabilité relative μ_r : $\mathbf{M}_i = (\mu_r - 1)\mathbf{H}_i$. Alors \mathbf{H}_{ij} s'écrit $\mathbf{H}_{ij} = g((\mu_r - 1)\mathbf{H}_j, v_j, \mathbf{r}_{ij})$. En reprenant la formule précédente, l'ensemble du problème peut s'écrire sous la forme:

$$\mathbf{H}_i = \mathbf{H}_{oi} + \sum_{j \neq i}^N \mathbf{H}_{ij} - \frac{(\mu_r - 1)}{3} \mathbf{H}_i \quad (\text{III-13})$$

et matriciellement:

$$\begin{bmatrix} H_{1x} \\ H_{1y} \\ H_{1z} \\ \cdot \\ \cdot \\ H_{Nx} \\ H_{Ny} \\ H_{Nz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{01x} \\ H_{01y} \\ H_{01z} \\ \cdot \\ \cdot \\ H_{0Nx} \\ H_{0Ny} \\ H_{0Nz} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & a_{1,3N-2} & a_{1,3N-1} & a_{1,3N} \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a_{2,3N-2} & a_{2,3N-1} & a_{2N} \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a_{3,3N-2} & a_{3,3N-1} & a_{3N} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{3N-2,1} & a_{3N-2,2} & a_{3N-2,3} & \dots & 0 & 0 & 0 \\ a_{3N-1,1} & a_{3N-1,2} & a_{3N-1,3} & \dots & 0 & 0 & 0 \\ a_{3N,1} & a_{3N,2} & a_{3N,3} & \dots & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} H_{1x} \\ H_{1y} \\ H_{1z} \\ \cdot \\ \cdot \\ H_{Nx} \\ H_{Ny} \\ H_{Nz} \end{bmatrix} - \left(\frac{\mu_r - 1}{3} \right) \begin{bmatrix} H_{1x} \\ H_{1y} \\ H_{1z} \\ \cdot \\ \cdot \\ H_{Nx} \\ H_{Ny} \\ H_{Nz} \end{bmatrix}$$

c'est-à-dire:

$$[H_i] = [H_{oi}] + [A] \cdot [H_i] - \frac{(\mu_r - 1)}{3} [H_i] \quad (\text{III-14})$$

où $[H_i]$, $[H_{oi}]$ matrices colonnes à 3N lignes,
 $[A]$ matrice carrée 3N*3N.

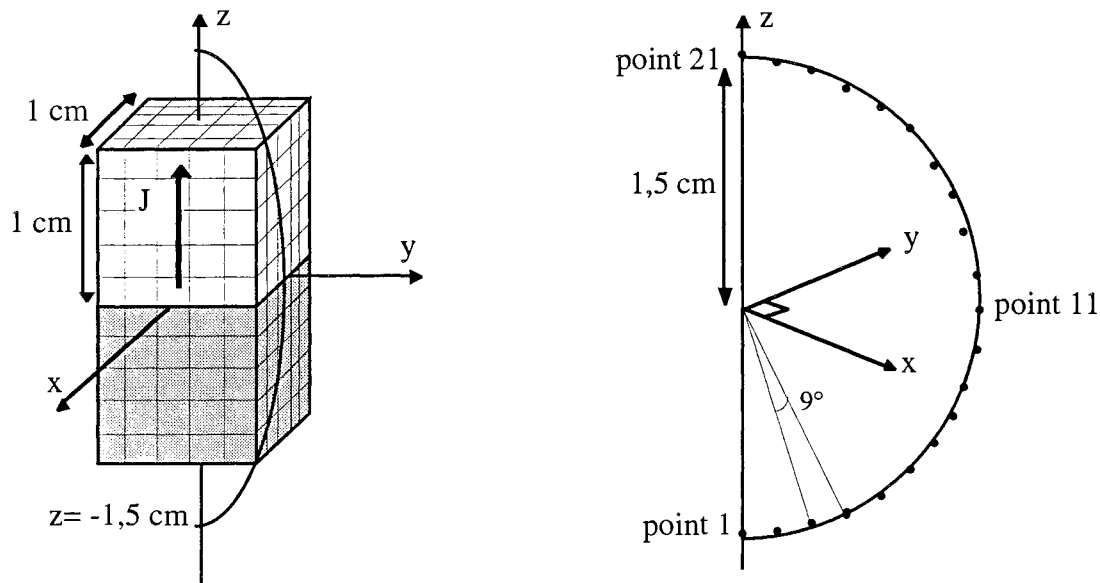
Ainsi, l'état magnétique est entièrement connu grâce au calcul de $[H_i]$ donné par:

$$\left(I - [A] + \frac{(\mu_r - 1)}{3} \right) [H_i] = [H_{oi}] \quad (\text{III-15})$$

Par cette approche, la résolution d'un problème nécessite donc la manipulation de matrices dont la taille augmente rapidement avec le nombre d'éléments et plus particulièrement des résolutions de systèmes matriciels qui peuvent devenir lourdes à gérer.

Afin de valider les résultats obtenus par cette méthode nous les avons comparés avec ceux issus de l'exploitation d'autres logiciels connus. Le logiciel Flux3D développé au laboratoire est un logiciel d'éléments finis permettant en particulier de traiter des problèmes magnéto-statiques en trois dimensions. Sa précision est de quelques pour-cent. La configuration étudiée est constituée de deux cubes de 1 cm de côté, posés l'un au dessus de l'autre. L'un des cubes est un aimant supposé parfait de polarisation constante $J=0,4$ T. L'autre est ferromagnétique linéaire et isotrope de perméabilité relative $\mu_r=2000$. On impose une discrétisation régulière des cubes tous les 2 mm et suivant les trois directions. Il faut souligner que la configuration testée est à la fois avantageuse et défavorable à des calculs précis. En effet, d'une part, par une discrétisation identique suivant les trois directions, la géométrie cubique permet d'obtenir des éléments aisément assimilables à des sphères de même volume. En revanche, la proximité de la partie aimant permanent de celle ferromagnétique impose en particulier une erreur systématique lors du calcul de H_{ij} entre éléments frontaliers. Nous avons déterminé par notre méthode et par le logiciel Flux3D le champ en 21 points équirépartis le long d'un

arc de cercle centré en O et de rayon 1,5 cm (Fig. III-19). La résolution a duré 20 secondes avec notre méthode sur HP 700.



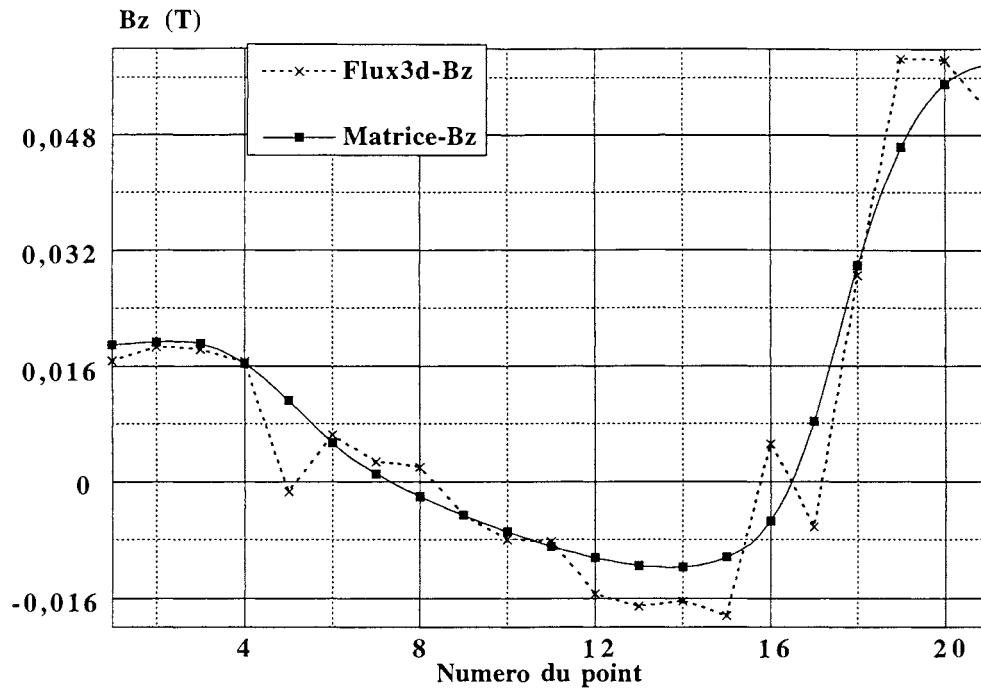
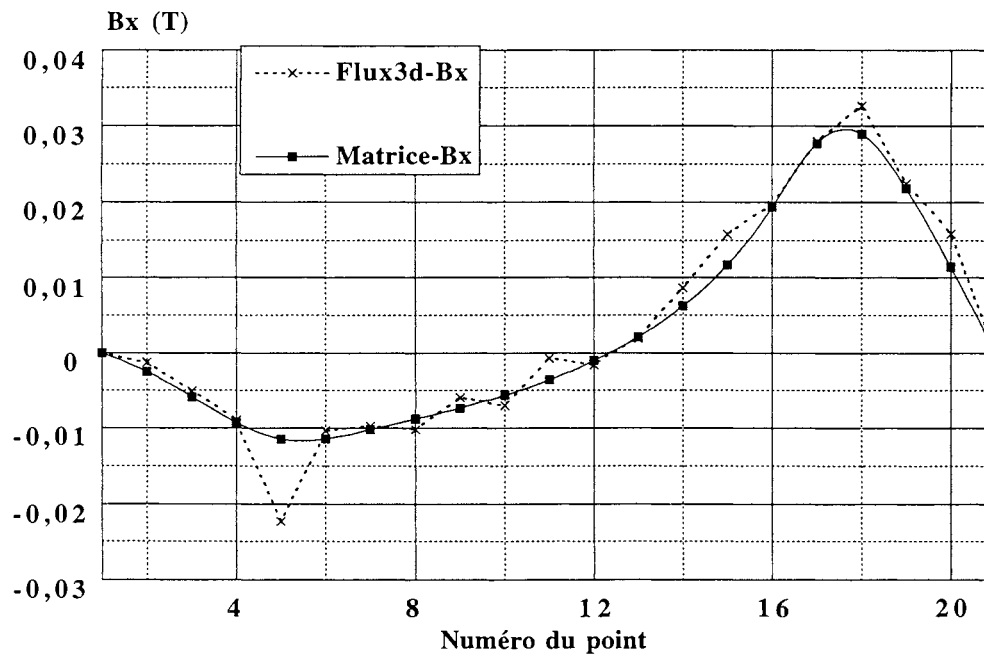
Division de l'arc de cercle tous les 9°
 \Rightarrow relevé des composantes de B en 21 points

Figure III-19: Géométrie étudiée et points de calcul.

L'arc de cercle admet l'axe z pour diamètre et forme un plan bissecteur pour le secteur angulaire formé par les axes x et y. De cette manière, par symétrie, les composantes B_x et B_y de l'induction le long du chemin sont nécessairement égales. Les résultats sont donnés par les figures III-20, III-21, III-22 sur lesquelles sont représentées les composantes B_z , B_x et B_y respectivement.

On remarque que:

- Les valeurs obtenues sont comparables pour toutes les composantes.
- Notre méthode donne des courbes beaucoup plus lisses que celles issues de Flux3D.
- La résolution matricielle donne des résultats rigoureusement identiques pour les deux composantes B_x et B_y contrairement aux résultats donnés par Flux3D.

Figure III-20: Composante B_z Figure III-21: Composante B_x

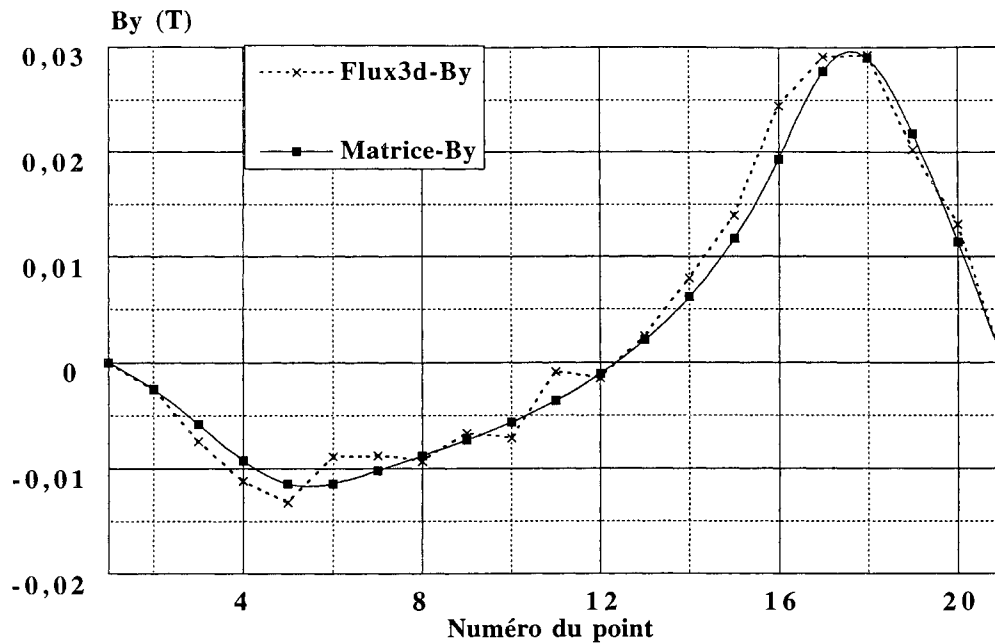


Figure III-22: Composante B_y

La méthode de résolution matricielle est donc tout à fait intéressante. Partant de notre méthode de calcul dipolaire, elle est simple et nécessite peu de données. De plus, elle ne demande aucun critère de convergence. En revanche, par cette méthode la place mémoire nécessaire au stockage des matrices est importante et la procédure de manipulation des tableaux est ralentie. Ainsi la résolution devient longue dès que le nombre de sous volumes augmente.

IV.4 Résolution par itérations

Afin d'éviter les problèmes de gestion d'espace mémoire et de temps de calcul nous nous sommes intéressés à une résolution de type itératif. Le principe concernant l'enchaînement des étapes reprend celui exposé dans la partie III.2.4.. Il consiste à prendre en compte chaque sous-volume en déterminant son aimantation induite en fonction du champ créé par l'ensemble des autres éléments. Le calcul utilise la polarisation connue des aimants et celle des éléments ferromagnétiques qui a été calculée au tour précédent. C'est, d'une part, le principe de la modélisation dipolaire qui est utilisé pour le calcul du champ et d'autre part, la modélisation sphérique des éléments qui est appliquée pour le calcul du champ démagnétisant. La figure III-23 donne une schématisation du principe itératif.

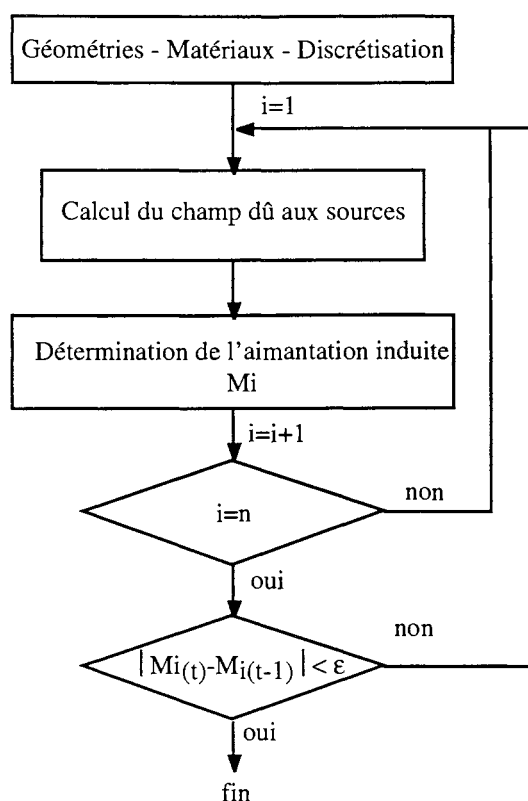


Figure III-23: Principe itératif.

La résolution matricielle assure de par son principe une solution unique. Avec une résolution itérative, le problème de la convergence se pose. En effet des cas de divergence sont rapidement apparus. Plusieurs raisons semblent expliquer ce phénomène. Nous l'avons en particulier remarqué lorsque aimants permanents et volumes ferromagnétiques sont côte à côte. En effet, dans ces cas, le calcul du champ créé par les sources est erroné. L'hypothèse d'éloignement du point de calcul nécessaire à la modélisation dipolaire n'étant plus vérifiée, d'importantes erreurs s'introduisent. Le problème de divergence apparaît également lorsque la discrétisation engendre des sous-volumes à tendance parallélépipédique et non cubique. En effet, étant donné que seul le volume de l'élément est pris en compte pour le calcul dipolaire, on s'aperçoit que tout élément de forme allongée est mal représenté par une sphère de même centre et de même volume. Ainsi, plus on s'éloigne d'éléments de type cubique, plus les erreurs de calculs augmentent.

Pour toutes ces raisons nous avons cherché à diminuer les sources d'erreurs dues à ces approximations trop grossières en s'orientant suivant trois axes distincts:

- Changer de méthode de calcul de champ en mettant en oeuvre un calcul plus exact. On sait calculer analytiquement et en tout point le champ créé par un pavé d'aimantation constante et de direction quelconque. A partir de cette remarque, nous avons donc pensé remplacer la discrétisation dipolaire par une discrétisation parallélépipédique.

- Conserver le calcul dipolaire et mettre en oeuvre une discrétisation plus fine afin de se rapprocher au mieux de l'approximation dipolaire.
- Conserver le calcul dipolaire et introduire un coefficient de relaxation permettant de réduire les variations brutales possibles des aimantations induites calculées entre deux tours pour chaque sous-volume.

Pour ces trois directions, c'est le problème de convergence du processus itératif de résolution qui est étudié.

IV.4.1 Outils d'amélioration de la méthode

IV.4.1.1 Modification de la méthode de calcul de champ

Notre méthode de discrétisation étant trop approchée, le calcul du champ par approximation dipolaire est erroné. Nous avons alors choisi une discrétisation parallélépipédique grâce à laquelle les calculs seront plus précis. En effet, l'expression analytique exacte du champ créé par un parallélépipède est connue, ce qui nous permet de nous affranchir de toute hypothèse de calcul. Nous rappelons succinctement par quelle méthode cette expression peut être établie.

Expression analytique du champ créé par un parallélépipède aimanté

Le calcul repose sur l'application du modèle coulombien pour représenter l'aimantation d'un pavé (Fig. III-24). En décomposant les composantes de l'aimantation suivant les trois plans du pavé, on peut établir une équivalence entre le champ créé par chaque composante et celui créé par un couple de plans rectangulaires chargés σ donné par $\sigma = \mathbf{J} \cdot \mathbf{n}$, où \mathbf{n} est un vecteur normal à la surface [Akoun, 1984].

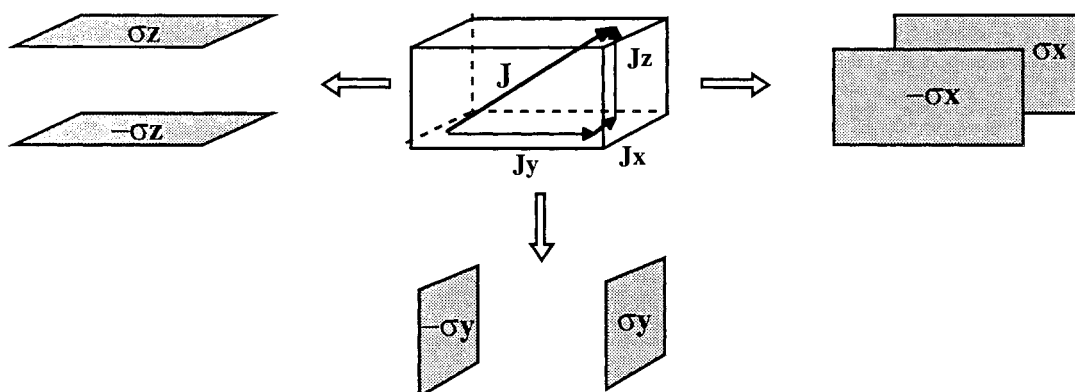


Figure III-24: Modélisation d'un parallélépipède aimanté.

Ainsi, à partir de l'expression du champ créé dans tout l'espace par un plan chargé σ , on peut en déduire le champ créé par un parallélépipède d'aimantation quelconque. Le champ en un point P créé

par une plaque de cotés $2a \times 2b$ positionnée dans un repère xyz comme l'illustre la figure III-25 est donné par:

$$\mathbf{H} = \frac{\sigma}{4\pi\mu_0} \sum_{(i,j)=(0,1)^2} (-1)^{i+j} \boldsymbol{\varepsilon}(S_i, T_j, R) \quad (\text{III-16})$$

pour H_x $\varepsilon_x = \ln(R - T)$

pour H_y $\varepsilon_y = \ln(R - S)$

pour H_z $\varepsilon_z = \arctan\left(\frac{ST}{Rz}\right)$

avec $S_i = x - (-1)^i a$

$T_j = y - (-1)^j b$

$R = (S_i^2 + T_j^2 + z^2)$

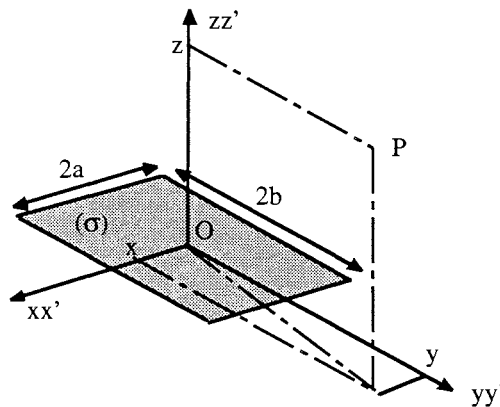


Figure III-25: Notations et références géométriques utilisées.

Nous avons donc modifié notre processus de discrétisation. Si dans le premier cas de l'assimilation dipolaire, seuls le centre et le volume d'un élément étaient nécessaires pour le calcul du champ, dans le second ce sont les dimensions suivant les 3 directions des côtés du parallélépipède ainsi que son centre qui sont utiles. La discrétisation des formes parallélépipédiques ne pose pas de problème, celle des formes circulaires est un peu plus complexe. La figure III-26 donne un exemple de discrétisation tous les 0,5 mm dans chacune des directions d'un disque d'épaisseur 1 cm et de diamètre 4,6 cm. Concernant les éléments en périphérie du disque nous avons choisi comme critère d'existence ou non, un test portant sur l'appartenance du centre de l'élément du disque ou non.

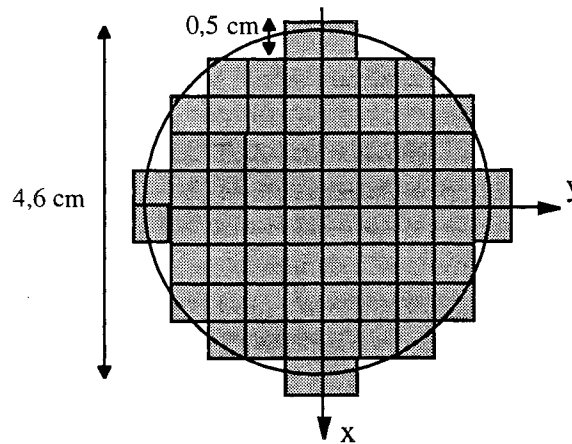


Figure III-26: Exemple de discrétisation en pavés de formes circulaires.

La discrétisation parallélépipédique paraît pour les formes cylindriques peu appropriée. En revanche, le calcul du champ créé par chacun des éléments est un calcul exact contrairement à celui issu de la modélisation dipolaire.

Dans un parallélépipède, le champ démagnétisant n'est pas constant. Toutefois, nous gardons la valeur de $1/3$ pour coefficient. Ceci suppose dans un premier temps que les sous-volumes issus de la discrétisation soient le plus proche possible de la forme carrée et donc de choisir une discrétisation adaptée, et dans un deuxième temps de modéliser l'élément cubique par une sphère de même volume et de même centre. Pour assurer des éléments presque cubiques, nous avons mis en place un procédé de subdivision qui impose la même discrétisation suivant les trois directions. De cette manière, les éléments obtenus sont des pavés très proches du cube.

Les résultats obtenus par cette méthode sont encourageants du point de vue de la convergence. En effet, nous avons testé de nombreuses configurations combinant géométries circulaires ou parallélépipédiques, toutes convergent. Ces résultats confirment nos hypothèses quant à nos problèmes de précision de calcul.

Nous avons comparé les résultats donnés par la méthode de résolution itérative utilisant le calcul dipolaire et par cette même méthode utilisant le calcul du champ créé par des éléments parallélépipédiques. Nous avons repris la configuration des deux cubes posés l'un sur l'autre (Fig. III.19) pour tester la validité de la méthode. Les propriétés physiques de chacun des matériaux ainsi que la discrétisation en 125 éléments pour chaque cube sont identiques. Enfin, le chemin portant les points de calcul est, lui aussi, inchangé. Les valeurs de la composante B_z obtenues par la méthode itérative appliquée à une discrétisation parallélépipédique ainsi que par Flux3D sont représentées par les courbes de la figure III-27. Le calcul de l'écart relatif des valeurs de B le long de l'arc de cercle révèle des valeurs toujours inférieures à 1% en prenant pour référence la résolution matricielle. Les itérations ont été stoppées lorsque la différence de champ créée sur chaque volume entre deux tours est

inférieure à 100 A/m ($|H_{ij}(t)-H_{ij}(t-1)| < 100$) ce qui correspond à un écart absolu d'environ 10^{-4} T.

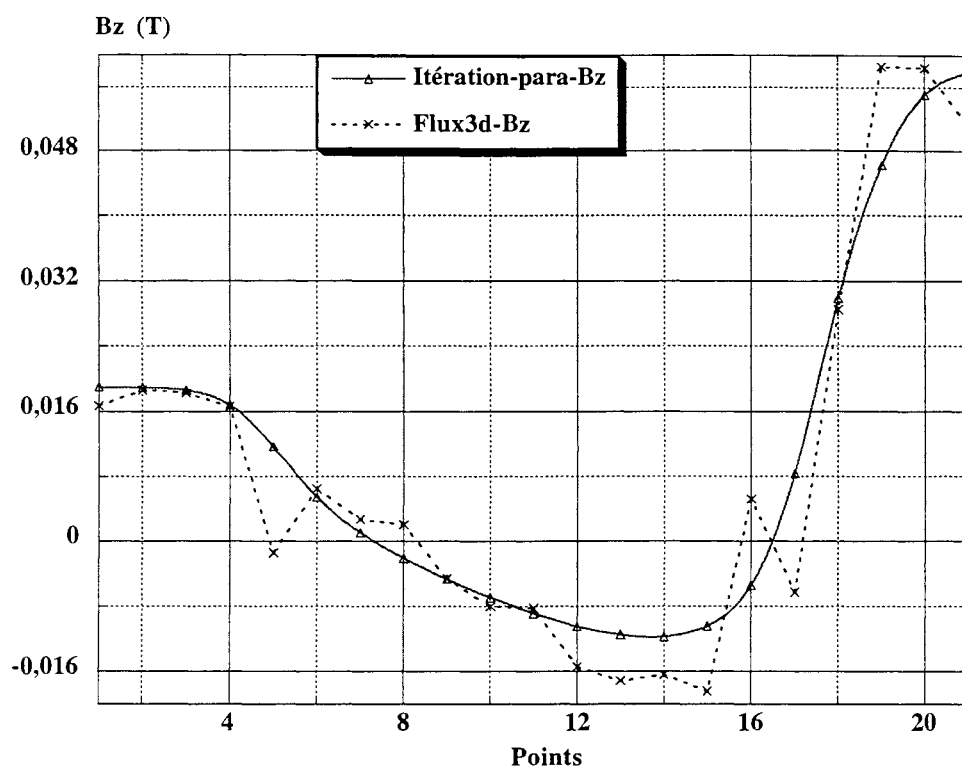


Figure III-27: Composante B_z

Remarque sur le calcul du champ démagnétisant:

Il aurait été possible de supprimer l'approximation sphérique des éléments que l'on applique pour calculer le champ démagnétisant. Une solution aurait consisté à faire le calcul exact du champ démagnétisant en prenant en compte la géométrie parallélépipède réelle de chaque élément. En effet, le champ à l'intérieur d'un pavé est obtenu à partir des expressions précédentes (III-16). On choisit alors la valeur du champ au centre de l'élément comme valeur représentative du champ démagnétisant du sous-volume.

En conclusion, la méthode itérative à discrétisation parallélépipédique ne présente pas de limitation concernant le type de géométries ou le nombre de sous-volumes à traiter et aucun problème de divergence n'a été révélé. D'un autre côté la discrétisation parallélépipédique très adaptée dans certains cas, l'est moins pour les volumes de forme courbe. De plus la complexité des expressions du champ créé par un pavé rend globalement le temps de résolution d'un système plus long que pour cette même résolution itérative avec un calcul dipolaire. Pour cette raison, nous avons orienté notre étude sur l'amélioration de la méthode itérative dipolaire.

IV.4.1.2 Introduction d'une discrétisation à deux niveaux

Etant données les erreurs introduites par le calcul dipolaire lorsque le dipôle donne une mauvaise représentation du sous-volume ou lorsque le point de calcul est proche des sous-volumes sources, il apparaît intéressant pour les réduire d'augmenter la finesse de la discrétisation. Comme nous l'avons vu dans la partie II.2 exposant la précision obtenue lors d'un calcul de forces par la modélisation dipolaire, l'affinement de la discrétisation permet d'augmenter la précision des résultats de manière significative. Toutefois affiner la discrétisation de tous les volumes n'est pas nécessairement utile. En effet, c'est uniquement dans le cas où le sous-volume créant est proche du point de calcul qu'une discrétisation plus fine est intéressante. Pour cette raison, nous avons créé une sous discrétisation de chaque sous-volume, uniquement utilisée lorsque les situations le justifient. Nous avons choisi d'associer à chaque élément huit sous-éléments ($2x, 2y, 2z$). Ceux-ci ont un volume $1/8$ ième inférieur au volume de l'élément considéré mais possèdent la même polarisation.

Supposons que l'on cherche à déterminer le champ en un point P créé par un élément source très proche du point de calcul. Alors, l'élément est remplacé par les huit sous volumes qui lui correspondent. De cette manière, le champ créé en P est celui dû aux huit sources. Pour quantifier le gain en précision obtenu par cette méthode, prenons un cube centré dans le repère xyz, de côté 1 cm, et ayant suivant z une polarisation de $J=0,4$ T. On calcule le champ créé sur l'axe z en $z=1$ pour deux discrétisations. Dans le premier cas, le cube est assimilé à un dipôle de même volume et de polarisation J. Dans le second, il est modélisé par huit dipôles de volume $0,125$ cm³ et de polarisation J (Fig. III-28). Par rapport à la valeur exacte calculée par la relation (III-25), on obtient une erreur relative de 18% dans le premier cas qui n'est plus que de 0,8% dans le second.

Nous avons donc modifié la procédure de calcul de champ pour permettre, par l'intermédiaire d'un test portant sur la distance séparant le point de calcul de l'élément source, la prise en compte, soit de la discrétisation de base, soit de la sous discrétisation en huit éléments de l'élément concerné.

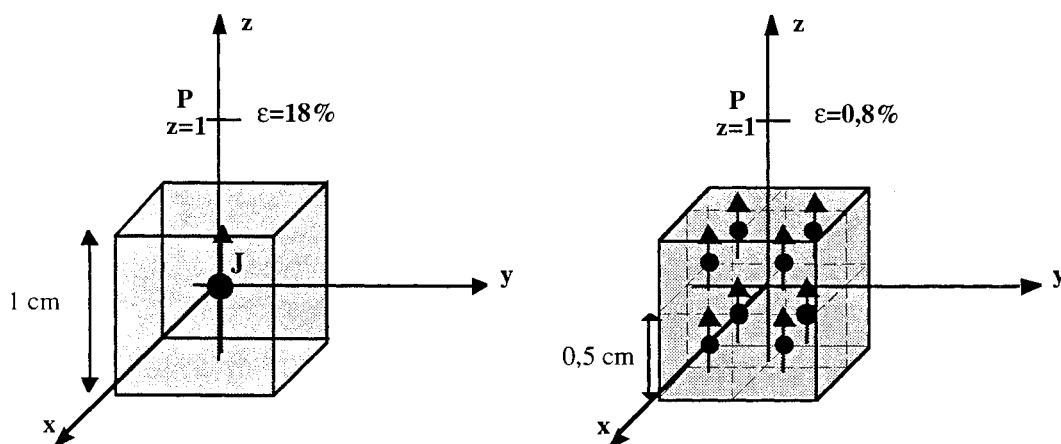


Figure III-28: Utilisation de la sous discrétisation.

Par cette méthode nous avons constaté que certains problèmes qui jusqu'alors divergeaient convergent maintenant. Malheureusement d'autres sont toujours divergeants. Si l'amélioration de la précision des résultats était attendue par cette méthode de sous-discrétisation ponctuelle, on peut également conclure qu'elle permet en conséquence d'augmenter les cas de convergence. De plus, par cette méthode le temps de calcul augmente peu et reste de toute manière bien inférieur à celui imposé par le calcul parallélépipédique.

L'amélioration amenée par cette modification peut se constater en reprenant le système des deux cubes proposé dans la partie précédente (Fig. III-19), puisque cette fois-ci la convergence du problème a été constatée. Les cubes sont toujours divisés en 125 éléments, chacun ayant une sous-discrétisation en huit autres. Nous avons calculé le champ le long du demi-cercle habituel. Sur la courbe III-29, sont portées les composantes B_z et B_x de l'induction obtenue d'une part par la méthode de résolution matricielle, d'autre part par la méthode de résolution itérative avec sous discrétisation. La résolution a demandé 50 secondes pour 23 itérations en prenant toujours le même critère de convergence ($|H_{ij}(t)-H_{ij}(t-1)| < 100$).

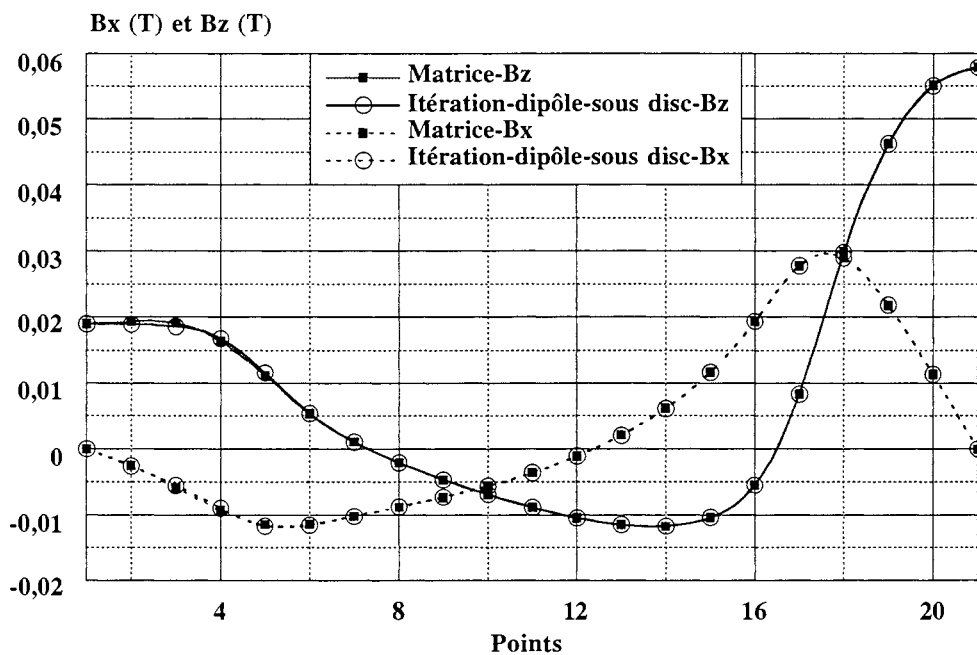


Figure III-29: Composantes B_z et B_x

On remarque nettement la superposition des courbes. L'écart relatif entre les deux méthodes est inférieur à 4% sur la partie du chemin comprenant les 9 premiers points et inférieur à 1% sur la partie restante. Le pourcentage est faible dans tous les cas. Le long de la deuxième moitié du chemin, la participation des sous volumes de fer est moindre et c'est l'aimantation de la partie aimant permanent qui prédomine. C'est ce qui explique la chute de l'écart relatif entre les résultats des deux méthodes.

IV.4.1.3 Introduction d'un coefficient de relaxation

Le principe de résolution par itération détermine l'aimantation induite d'un élément en fonction de l'état magnétique du système calculé jusqu'alors. Lors de ces calculs, on remarque qu'entre deux tours l'aimantation calculée pour un volume i admet parfois en début du processus d'importantes variations pour se stabiliser ensuite et converger vers la valeur finale au fur et à mesure des tours de calcul. Afin de réduire l'amplitude de ces variations qui peuvent être à l'origine de la divergence, nous avons introduit un coefficient de relaxation dans nos calculs. De plus afin de garder les avantages de la sous discrétisation présentée dans le paragraphe suivant, c'est à cette version du processus de calcul que nous avons ajouté la notion d'amortissement imposée par le coefficient de relaxation.

Celui-ci intervient lors du calcul du champ créé sur le volume i par les $(N-1)$ autres volumes, H_{ij} . A l'itération numéro t , on dispose du champ $(H_{ij})_{(t)}$ calculé ainsi que du champ $(H_{ij})_{(t-1)}$ déterminé au tour précédent et qui a été stocké. La valeur H_{ij} effectivement retenue pour le calcul de l'aimantation de l'élément i est une combinaison linéaire de ces valeurs. Ceci se traduit par l'introduction d'un coefficient n_1 tel que $(H_{ij})_{(t)} = (n_1) \cdot (H_{ij})_{(t)}^* + (1-n_1) \cdot (H_{ij})_{(t-1)}$ avec $n_1 \in [0,1]$. Le fait de ne pas prendre pour H_{ij} , 100% de la valeur calculée au tour t mais de conserver une partie de la valeur calculée au tour précédent permet d'éviter des changements brutaux du vecteur aimantation d'une itération à la suivante. L'influence des coefficients de relaxation est illustré par le problème suivant : considérons un cube aimanté placé entre deux plaques de fer. Les dimensions, la discrétisation et les caractéristiques des matériaux sont donnés par la figure III-30.

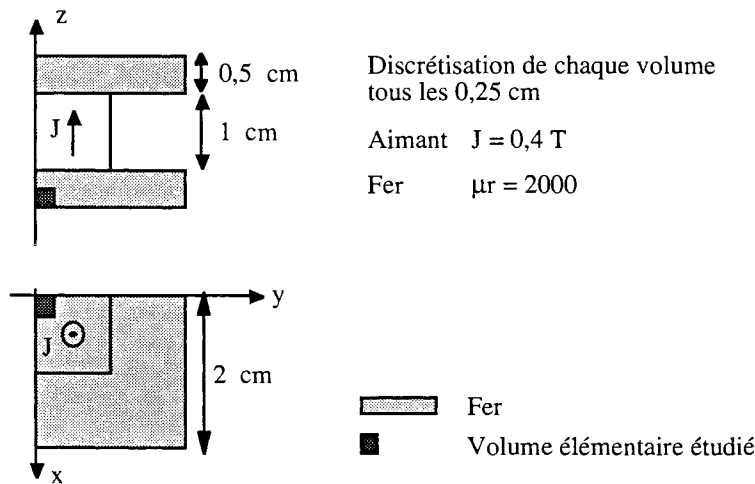


Figure III-30: Géométrie étudiée

Le coefficient de relaxation n_1 vaut 0,5, ce qui correspond à effectuer une moyenne. On étudie l'évolution du vecteur polarisation d'un élément du volume de fer inférieur en fonction du numéro d'itération. Les résultats sont portés sur les courbes de la figure III-31.

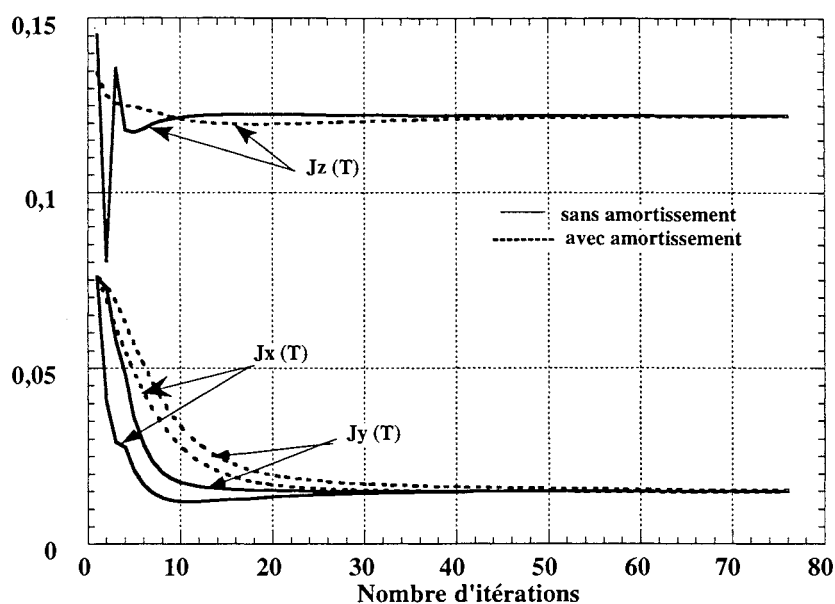


Figure III-31: Etude de l'influence de l'amortissement sur la convergence.

Dans tous les cas, la convergence a lieu et ceci vers les mêmes valeurs. De plus, on note que l'effet d'amortissement est obtenu. On remarque d'autre part que le coefficient de relaxation peut provoquer une augmentation du nombre d'itérations nécessaires à la convergence. En effet pour une même précision de calcul fixée par le test de convergence, il faut 76 itérations pour converger avec un amortissement de 0,5 alors qu'il n'en faut que 44 pour la résolution du problème sans relaxation. Nous avons comparé les résultats obtenus avec et sans amortissement, l'écart relatif entre les valeurs d'aimantation du sous-volume étudié est de 0,4% , 2% et 0,2 % pour J_x , J_y et J_z .

La valeur du coefficient de relaxation qui permet d'obtenir la convergence du système sans une augmentation inutile du nombre d'itérations n'est pas connue à priori. On peut penser que n_1 devra être d'autant plus petit que le système présentera une géométrie et une discrétisation mal adaptées à l'approximation dipolaire et à l'assimilation sphérique des volumes élémentaires.

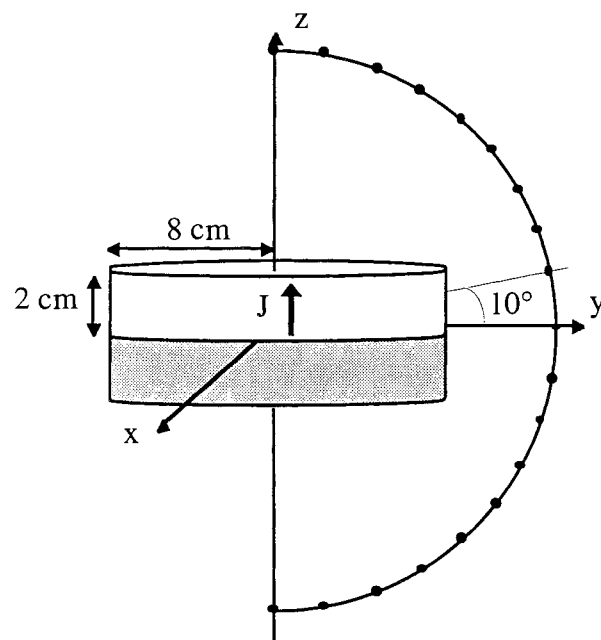
La configuration des cubes a été résolue par la méthode itérative combinant sous discrétisation et amortissement de 0,5. Elle a nécessité 33 itérations contre 23 lorsque $n_1=1$ et les résultats diffèrent de moins de 0,15% en valeur relative toujours par rapport au cas $n_1=1$.

En conclusion, grâce à la sous-discrétisation et au coefficient d'amortissement le nombre de problèmes qui convergent a augmenté. Toutefois, nous avons rencontré quelques configurations pour lesquelles la convergence n'était toujours pas obtenue.

Enfin, nous avons comparé les résultats obtenus par cette dernière méthode et la méthode itérative utilisant une discrétisation parallélépipédique sur une géométrie circulaire. Considérons deux disques posés l'un sur l'autre. Le disque supérieur est aimanté axialement à $J = 0,4 \text{ T}$ et le disque inférieur est ferromagnétique isotrope linéaire de perméabilité $\mu_r = 2000$. Les dimensions sont portées sur la figure III-32. L'induction est calculée le long d'un arc de cercle de rayon 15 cm , et de diamètre, l'axe des disques. Nous comparons trois types de résultats :

- ceux issus du calcul dipolaire avec une sous discrétisation et un coefficient de relaxation de $0,3$. Le type de discrétisation est celui représenté par la figure III-7. La discrétisation se fait tous les centimètres.
- ceux issus du calcul du champ créé par des pavés. La discrétisation se fait tous les centimètres.
- ceux issus du logiciel d'éléments finis Flux2D en axisymétrique..

La courbe III-33 donne le module de \mathbf{B} le long de l'arc de cercle.



Arc de cercle de rayon 15 cm
Division de l'arc de cercle tous les 10°

Figure III-32: Géométrie étudiée et points de calcul.

Les résultats sont encourageants. En effet, on constate que la méthode dipolaire et le logiciel Flux2D donnent des résultats tout à fait semblables. Le processus utilisant la discrétisation parallélépipédique fournit des valeurs très légèrement décalées, d'au plus 5% en comparaison avec celles calculées par Flux2D.

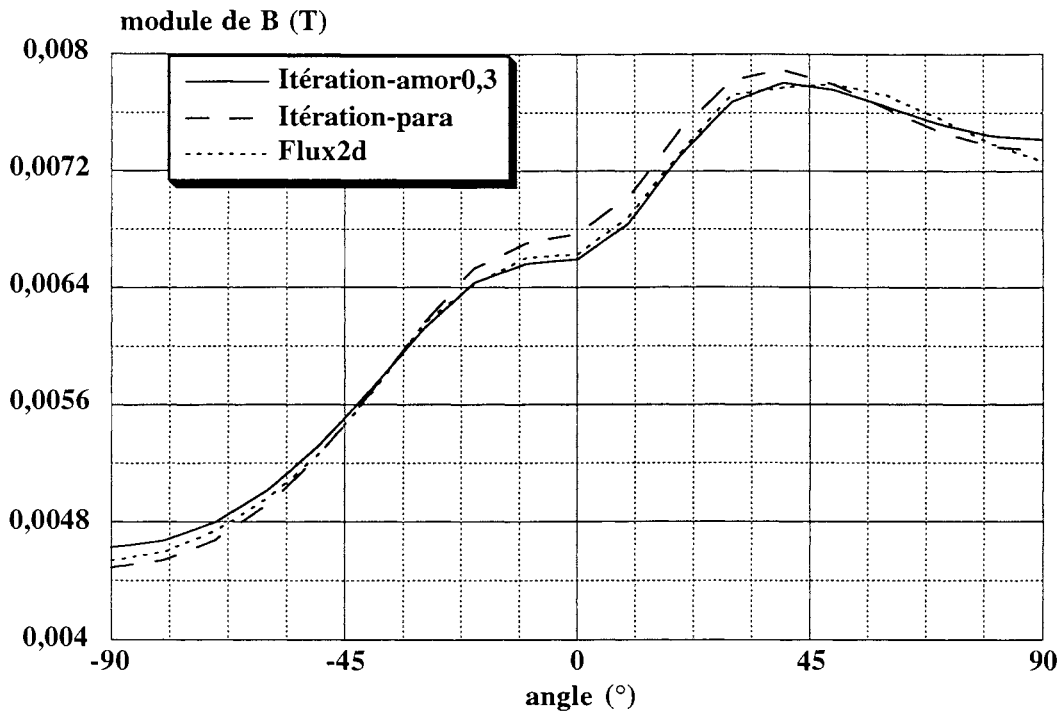


Figure III-33: Module de B calculé selon trois types de résolution

IV.4.2 Conclusion et perspectives

Pour conclure, il est utile de faire un récapitulatif des essais et résultats obtenus ; il est donné par le tableau III-34.

	Résolution matricielle		Résolution itérative	
	Discrétisation dipolaire	Discrétisation en pavés	Discrétisation dipolaire + sous discrétisation + amortissement	
Inconvénients	- Temps de calcul - Place mémoire	- Temps de calcul - Discrétisation approchée et délicate	- Ne converge pas systématiquement	
Intérêts	- Discrétisation facile - Pas de test de convergence	- Convergence	- Discrétisation facile - Rapidité de calcul - Bonne précision	

Tableau III-34: Récapitulatif des variantes testées.

La méthode itérative dipolaire est donc encourageante de par sa simplicité des données nécessaires, la variété des géométries calculables, les résultats obtenus en trois dimensions. En effet, comme nous l'avons constaté par comparaison avec les résultats issus d'un logiciel d'éléments finis, les valeurs obtenues lors de l'exploitation d'un problème ne présentent pas de discontinuité. Cette remarque nous amène à penser qu'il serait vraisemblablement intéressant de coupler un logiciel d'éléments finis tel que Flux3D avec la méthode de calcul de champ dipolaire dans l'étape d'exploitation des résultats. Cela consisterait en effet à utiliser l'approximation des éléments par des moments magnétiques ce qui permettrait de s'affranchir des problèmes de discontinuité dus à un calcul d'induction par dérivation par exemple.

La dernière version fondée sur l'approximation dipolaire associée à une discrétisation sphérique à deux niveaux et un amortissement a été baptisée Dipôle3D. C'est cette version qui sera utilisée par la suite.

Traitement de la convergence

Nous pensons qu'il serait intéressant:

- d'adapter le type de discrétisation à la situation à calculer. Cela consisterait à garder un calcul dipolaire lorsque le point de calcul est loin de l'élément source et à réaliser un calcul plus exact dans le cas contraire. Ainsi le temps de calcul resterait réduit et les problèmes de divergence seraient probablement résolus. Permettre une discrétisation mixte sous forme de dipôle, de parallélépipèdes ou de secteurs permettrait en effet d'adapter le calcul aux géométries traitées. En utilisant l'expression analytique exacte du champ créé par un pavé, ou l'intégration numérique du potentiel scalaire si c'est un volume trapézoïdal, les imprécisions de calcul sont réduites.
- d'adapter le calcul du champ démagnétisant. Ceci consisterait à discrétiser les volumes en parallélépipèdes pour effectuer le calcul exact du champ démagnétisant lorsque le sous-élément n'est pas rigoureusement cubique et d'utiliser la modélisation dipolaire uniquement lorsque les hypothèses sont largement vérifiées.

Recherche d'une meilleure prise en compte des propriétés magnétiques des matériaux:

L'extension de la méthode aux matériaux non linéaires ne parait pas entraîner d'importantes modifications dans le principe de résolution par itérations. En effet, aucune hypothèse n'est à remettre en cause. Les modifications concernent le module de calcul du champ H connaissant M. Une méthode consisterait à approximer la courbe $M=f(H)$ par morceaux et à définir la loi de proportionnalité pour chaque segment.

D'autre part, il est également pensable de ne plus considérer les aimants comme des sources de champs à aimantation constante. Cela consisterait à prendre en compte leur perméabilité relative différente de 1. Considérés lors de la première itération en tant que source, ils seraient dans toute la suite du processus traités au même titre que les volumes ferromagnétiques. Enfin, l'ajout d'autres types de sources dites actives telles que des bobines est tout à fait envisageable.

V EXTENSION AU CALCUL DES FORCES

V.1 Les limites du modèle dipolaire

De manière générale, il existe une force d'interaction entre deux volumes magnétiques si tout déplacement élémentaire de l'un engendre une modification de l'énergie magnétique de l'ensemble. C'est donc souvent par des considérations de variation d'énergie que les forces sont calculées. Contrairement aux aimants permanents souvent assimilés à des sources parfaites, les matériaux ferromagnétiques ont leur aimantation qui varie en fonction de leur position dans le système global. Le calcul de la variation d'énergie due au déplacement d'un corps ferromagnétique dans le champ d'un aimant nécessite donc de connaître la loi de variation de son aimantation en fonction de ce dit déplacement.

Notre méthode de calcul des systèmes mixtes détermine l'état magnétique pour une configuration donnée mais les grandeurs $d\mathbf{J}/d\mathbf{l}$ ne sont pas connues. Aussi une autre approche doit elle être envisagée.

V.2 Utilisation de la théorie du tenseur de Maxwell

Pour pallier à ce problème nous nous sommes tournés vers la théorie du tenseur de Maxwell parfois également utilisée dans les logiciels d'éléments finis. Nous rappelons succinctement son principe afin de mettre en évidence sa compatibilité avec notre méthode.

Connaissant la densité volumique de force \mathbf{f} en tout point d'un objet, on peut obtenir la force qui lui est exercée par une intégration sur tout le volume ($\mathbf{F} = \iiint_V \mathbf{f} dv$). La densité volumique de force s'exprimant en terme de variation d'énergie ($\mathbf{f} = d\mathbf{E}_m/d\mathbf{l}$), on montre qu'elle peut se mettre sous la forme d'une divergence d'un tenseur $\underline{\tau}$ ($\mathbf{f} = \text{div}(\underline{\tau})$). Alors, par application du théorème d'Ostrograsky, on remplace l'intégration volumique d'une divergence par une intégration surfacique simple des grandeurs magnétiques \mathbf{B} et \mathbf{H} . Si on note $\mathbf{F} = \iiint_V \mathbf{f} dv$ la force exercée par un volume sur un autre, alors elle s'exprime également sous la forme $\mathbf{F} = \oint_S \underline{\tau} d\mathbf{S}$ où S est une surface fermée, de forme quelconque entourant le volume et $\underline{\tau}$ est un tenseur défini par $\underline{\tau} = \mathbf{B} \cdot \mathbf{H} - \mathbf{I} \int_0^H \mu \mathbf{H} \cdot d\mathbf{H}$. Dans le cas d'un matériau linéaire et non magnétostrictif $\underline{\tau}$ a pour expression:

$$\underline{\tau} = \begin{bmatrix} B_x H_x - \frac{\mathbf{B} \cdot \mathbf{H}}{2} & B_y H_x & B_z H_x \\ B_x H_y & B_y H_y - \frac{\mathbf{B} \cdot \mathbf{H}}{2} & B_z H_y \\ B_x H_z & B_y H_z & B_z H_z - \frac{\mathbf{B} \cdot \mathbf{H}}{2} \end{bmatrix} \quad (\text{III-17})$$

Implantée et testée, cette méthode donne de bons résultats et permet ainsi d'étendre les possibilités de calcul de notre programme à celui des forces. Toutefois, son principe la rend mal adaptée au calcul des forces entre volumes adjacents.

A travers ce chapitre, nous avons montré en quoi le calcul des systèmes mixtes est un cas bien différent de celui des systèmes à aimants permanents seuls. Par un raisonnement sur les interactions magnétiques, le principe de couplage entre aimantation induite et champ créé a été mis en évidence. Son calcul est rendu simple grâce à l'approximation dipolaire et à la modélisation sphérique des éléments. De manière générale, les résultats sont encourageants et une très bonne précision de calcul semble pouvoir être obtenue. Aussi l'utilisation de Dipôle3D pour le calcul de structures RMN passives est-elle tout à fait envisageable. Pour cette application, elle apparaît d'ailleurs mieux adaptée que les logiciels de type éléments finis.

CHAPITRE IV

DIMENSIONNEMENT D'UNE STRUCTURE RMN

Ce chapitre expose le dimensionnement de structures RMN passives. Nous présentons les outils de calcul utilisés pour l'optimisation géométrique de nouvelles configurations que nous décrivons. A l'issue de cette étude, nous proposons une nouvelle structure, de type structure en H, corrigée par un système de couronnes.

I DEVELOPPEMENT D'UNE PROCEDURE D'OPTIMISATION

I.1 Quel critère mathématique pour quantifier l'homogénéité

De manière générale, l'homogénéité d'une structure RMN est donnée par le calcul de la grandeur $F = \frac{B_{\max} - B_{\min}}{B_{\text{centre}}}$ où B_{\max} et B_{\min} sont les valeurs extrêmes de l'induction sur un volume sphérique prédéfini et B_{centre} l'induction au centre de celle-ci. De manière plus simple nous la noterons $F = \frac{\Delta B}{B_0}$.

Cette approche est intéressante car elle nécessite la connaissance de peu de données et informe directement sur les variations de l'induction. En revanche, pour une même homogénéité ainsi définie, il existe une infinité de cartes de champ. En effet, elle détermine la largeur de la zone de variation de B mais ne renseigne pas sur le nombre d'ondulations et la notion de variation strictement monotone ou non n'intervient pas (Fig. IV-1). Du point de vue de l'imagerie, entre deux systèmes ayant la même homogénéité calculée par cette méthode, la préférence va pour la structure ayant une carte de champ la plus monotone possible (cas (1)).

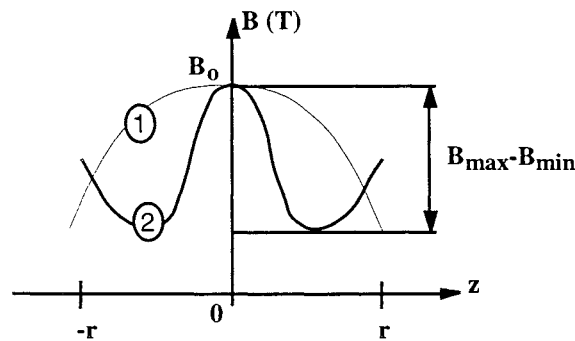


Figure IV-1: Exemple de profils de B suivant un axe caractérisés par un même $(B_{\max} - B_{\min})/B_{\text{centre}}$

Aussi, pour distinguer ces deux structures, on peut introduire un critère qui limite les variations de B par une valeur maximale fonction de la taille du domaine étudié. Toutefois, de manière générale, le critère simple $F = \frac{\Delta B}{B_0}$ est suffisant pour estimer possible l'utilisation ou non de telle structure pour l'imagerie RMN.

D'autres grandeurs, telle que $F = \frac{\text{Var}(B)}{B_0}$ où $\text{Var}(B)$ est la variance de B sur un volume donné, pourraient convenir pour quantifier l'homogénéité d'un système. Dans le cas où le calcul de l'homogénéité se fait numériquement, la recherche des extrema est fastidieuse. Par le critère de variance, on s'en affranchit. Il faut en revanche une approche intégrale ou discrète pour le calcul de la variance.

Une autre méthode très souvent utilisée pour déterminer le degré d'homogénéité d'une structure est de réaliser une analyse harmonique. Celle-ci consiste à développer l'expression du champ autour de l'origine en harmoniques sphériques et à minimiser progressivement chaque coefficient de ce développement.

Ainsi, l'homogénéité d'une structure peut être étudiée de plusieurs manières, les critères étant souvent complémentaires entre eux. Le critère le plus couramment utilisé pour estimer les systèmes RMN reste le calcul de $F = \frac{\Delta B}{B_0}$ qui constitue la référence de base. C'est celui que nous utiliserons pour étudier et comparer des structures.

I.2 Présentation de la procédure d'optimisation

Le problème que nous nous proposons de résoudre est le suivant : connaissant la géométrie d'une structure, quelles sont les dimensions optimales de chacune des parties du système qui permettent d'obtenir la meilleure homogénéité dans un volume donné ? Pour cela nous avons développé un outil d'optimisation destiné à traiter des problèmes à variables multiples. Il utilise un module (le VF13AD) de la librairie mathématique Harwell [Harwell]. Son principe de fonctionnement est le suivant : soit $F(x_1, \dots, x_N)$ une fonction de N variables définie par l'utilisateur dont il cherche à minimiser la valeur et soit $c_i(x_1, \dots, x_N)$ ($1 \leq i \leq M$) les M contraintes que peuvent vérifier chacune des variables. Ces contraintes peuvent être de type égalité ou inégalité ainsi que linéaires ou non linéaires. De plus, comme dans tout problème de recherche d'optimum d'une fonction multivariable il faut donner une valeur initiale aux N variables. En sortie, le processus d'optimisation permet d'obtenir les valeurs des N variables qui, à la fois minimisent la fonction F et vérifient les M contraintes. Les entrées et sorties du procédé sont données par la figure IV-2.

Pour notre application, F est la fonction quantifiant l'homogénéité, $F = \frac{\Delta B}{B_0}$ par exemple. Cette fonction dépend de N variables qui sont les différentes dimensions de la structure (R_i, R_e, L) et C_i des contraintes dimensionnelles qui peuvent être du type $R_i < R_e$ ou $L < L_{\max}$. La présence des contraintes permet de limiter les solutions à celles qui sont physiquement réalisables.

Enfin, le choix des valeurs initiales des variables est libre et permet d'une certaine façon d'orienter la recherche du minimum. En effet, par une approche différentielle, la procédure d'optimisation détermine

le minimum local de F correspondant à ce point de départ précis. Le choix d'un autre groupe de valeurs initiales peut conduire à un tout autre minimum local. Ceci dépend des variations de la fonction F en fonction de chacune des variables ainsi que de la différence plus ou moins importante entre les deux groupes de valeurs choisies.

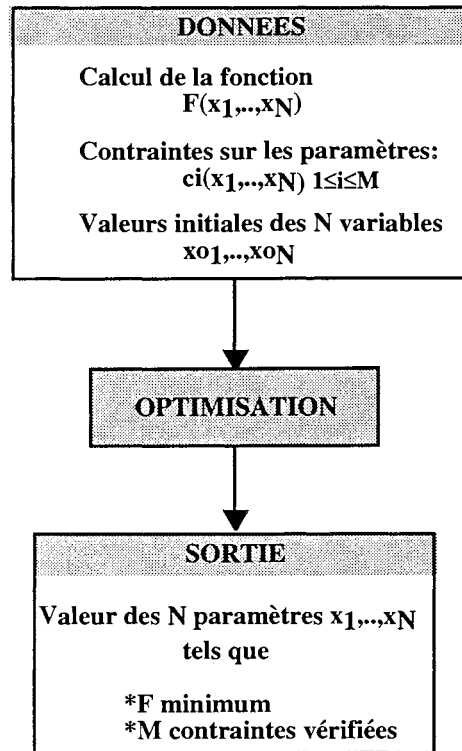


Figure IV-2: Organigramme de la procédure d'optimisation

Cet outil permet donc de déterminer un minimum en fonction d'un point de calcul initial mais ne permet pas de savoir si ce minimum est un minimum absolu. Il reste alors possible de multiplier le choix des conditions initiales pour ensuite choisir le minimum le plus satisfaisant.

Du fait de l'infinité des conditions initiales possibles, la procédure d'optimisation apparaît comme un outil pour s'approcher de structures homogènes. Cependant, elle ne permet pas de pouvoir conclure quant à la possibilité ou non d'obtenir un champ très uniforme à partir d'une configuration donnée.

La procédure d'optimisation que nous venons de présenter permet donc à partir d'une structure donnée de déterminer les dimensions propices à créer une bonne homogénéité magnétique. Elle a été utilisée pour tester plusieurs configurations que nous proposons ici et nous a permis d'en dimensionner une.

II APPLICATION A L'ETUDE DE PLUSIEURS STRUCTURES

II.1 Première étude

II.1.1 Présentation

Nous nous sommes tout d'abord intéressés à une structure dont la géométrie et les propriétés magnétiques sont celles données par la figure IV-3. Cette configuration à base uniquement d'aimants comporte deux parties géométriquement identiques et placées l'une au dessus de l'autre. Chaque partie est composée d'un pavé central et d'une couche périphérique de huit autres pavés. Les aimants du centre génèrent un flux axial. Celui-ci est guidé pour passer d'une demi-partie à l'autre, par l'aimantation "radiale" des couches périphériques.

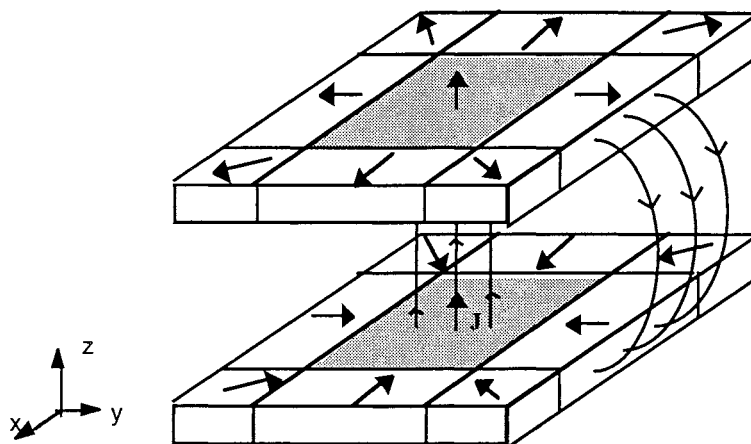


Figure IV-3: Structure de base en jet d'eau et schématisation de quelques lignes de champ

Cette configuration est intéressante pour de multiples raisons. C'est une structure ouverte autorisant un accès facile au centre. De plus, les blocs d'aimants ont une direction d'aimantation orientée à 0 ou 45°, relativement aisée à obtenir en pratique. Enfin, l'arrangement des blocs est tel que le flux est guidé et les flux de fuite sont ainsi réduits. Classiquement il faut que la ligne des 0,5 mT se situe aux alentours de 2 m de la structure.

Nous avons baptisée la configuration "structure en jet d'eau" pour l'allure des lignes de flux qu'elle suggère.

II.1.2 Elargissement à plusieurs variantes

Parallèlement à cette configuration nous avons introduit une variante. A la structure de base nous avons ajouté une couche périphérique supplémentaire de parallélépipèdes aidant au passage du flux d'une demi partie à l'autre. La seconde couche a une aimantation axiale. Les deux types de configuration sont représentées sur la figure IV-4.

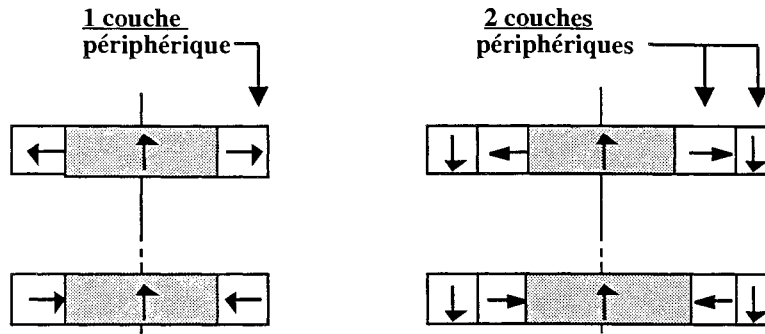
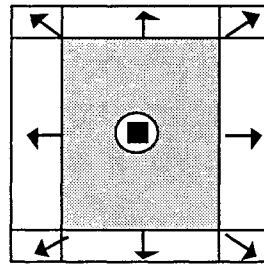


Figure IV-4: Ajout d'une couche périphérique d'aimants

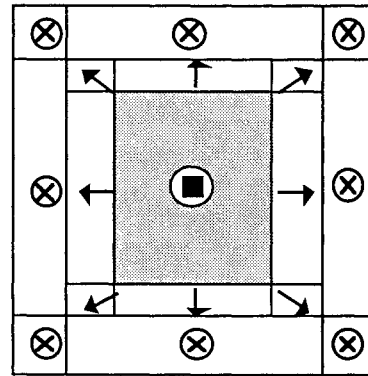
Ces deux structures ont été étudiées ainsi que leur configuration équivalente à symétrie de révolution pour former un groupe de quatre structures (Fig. IV-5).

VUE DE DESSUS

Géométrie parallélépipédique

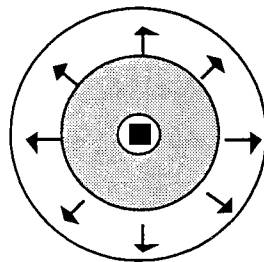


Configuration (a)

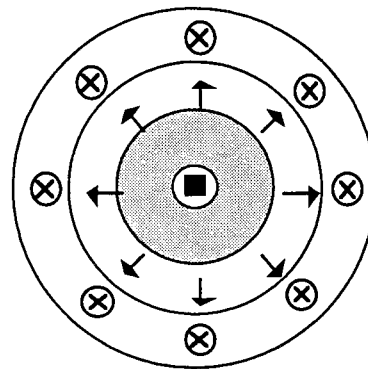


Configuration (b)

Géométrie cylindrique



Configuration (c)



Configuration (d)

Figure IV-5: Vue de dessus des types de configurations étudiées

Les diverses configurations ont été étudiées grâce à la procédure d'optimisation que nous avons développée. Les conditions d'utilisation sont les suivantes:

1/ Le calcul du champ est analytique en tout point de l'espace pour les structures à géométrie parallélépipédique. Il est obtenu à partir des formules données au chapitre III exprimant le champ créé

par un parallélépipède de polarisation quelconque \mathbf{J} .

Concernant les structures cylindriques, le champ se calcule analytiquement sur l'axe.

Pour un cylindre aimanté axialement:

En appliquant le modèle ampérien exposé au chapitre III et en partant de l'expression du champ créé par une spire parcourue par un courant [Bertin, 1984], on montre que le champ en tout point de l'axe zz' de révolution est donné par:

$$\mathbf{H}_a(\mathbf{J}, R_e, l, z) = \left(\frac{\mathbf{J}}{2\mu_0} \right) \left[\frac{z + \frac{1}{2}}{\sqrt{R_e^2 + \left(z + \frac{1}{2}\right)^2}} - \frac{z - \frac{1}{2}}{\sqrt{R_e^2 + \left(z - \frac{1}{2}\right)^2}} \right] \mathbf{u}_z \quad (\text{IV-1})$$

Les notations et conventions utilisées sont explicitées par la figure IV-6.

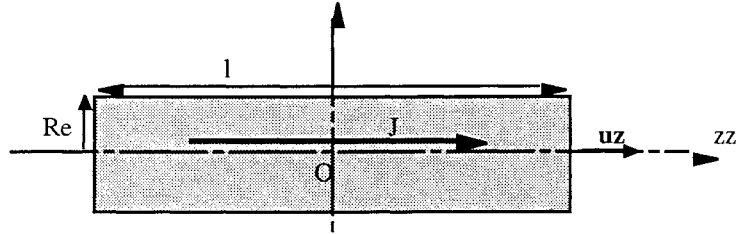


Figure IV-6: Notations et conventions utilisées pour un cylindre d'axe zz'

Pour une couronne aimantée radialement:

L'expression analytique du champ est ici aussi obtenue en appliquant le modèle ampérien. La couronne aimantée uniformément est modélisée par deux nappes surfaciques de courant réparties sur chacune des bases de largeur $(R_e - R_i)$ de la couronne. Connaissant le champ créé sur l'axe d'une spire de courant, on en déduit l'expression du champ en tout point de l'axe d'une couronne. Il est alors donné par:

$$\mathbf{H}_r(\mathbf{J}, R_i, R_e, l, z) = [f(\mathbf{J}, R_e, l, z) - f(\mathbf{J}, R_i, l, z)] \mathbf{u}_z \quad (\text{IV-2})$$

avec:

$$f(\mathbf{J}, R, l, z) = \left(\frac{\mathbf{J}}{2\mu_0} \right) \left[\frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(z + \frac{1}{2}\right)^2}} - \ln \left(R + \sqrt{R^2 + \left(z + \frac{1}{2}\right)^2} \right) \right] - \left(\frac{\mathbf{J}}{2\mu_0} \right) \left[\frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(z - \frac{1}{2}\right)^2}} - \ln \left(R + \sqrt{R^2 + \left(z - \frac{1}{2}\right)^2} \right) \right] \quad (\text{IV-3})$$

Les notations et conventions utilisées sont explicitées par la figure IV-7:

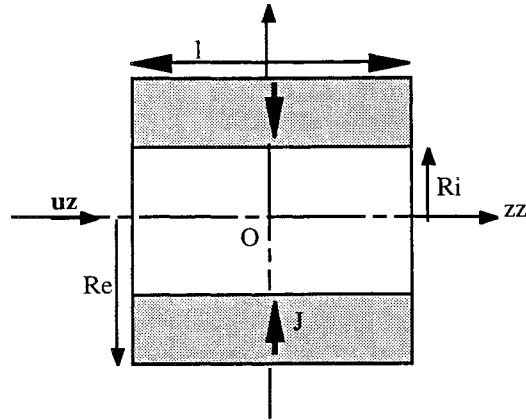


Figure IV-7: Notations et conventions utilisées pour une couronne d'axe zz'

2/ La fonction homogénéité F est définie par $F = \frac{B_{\max} - B_{\min}}{B_{\text{centre}}}$ où les extrema sont calculés sur 30 cm suivant la direction axiale de la structure. Prenant en compte la symétrie axiale des structures la recherche des extrema de B nécessite l'étude des variations de B sur 15 cm uniquement. Elle se fait grâce à une étude comparative des valeurs de B calculées en un nombre de points finis. L'induction étant une grandeur continue à variation lente dans ce type d'application, il n'est pas nécessaire d'échantillonner de manière excessive.

3/ Les contraintes sont des contraintes dimensionnelles permettant:

- d'imposer les dimensions maximales de la structure.
- d'assurer un entrefer minimum séparant les parties supérieure et inférieure.
- d'éviter la superposition de plusieurs parties aimantées. Ceci consiste par exemple à prendre la valeur du rayon extérieur de la partie centrale comme valeur minimum admise par le rayon intérieur de la partie périphérique. On élimine ainsi de l'ensemble des solutions mathématiquement exactes celles qui sont en pratique irréalisables.

Après optimisation, aucune structure de type jet d'eau n'a pu être dimensionnée pour obtenir le champ homogène désiré (de l'ordre de 0,1T avec des variations relatives de quelques 10 ppm). Cette constatation ne permet en aucun cas de conclure qu'il n'existe pas de solution pour ce type de configuration. En effet, un nombre suffisant de valeurs initiales nécessaires à la recherche d'optimum n'a pas pu être testé.

Nous avons en revanche obtenu des résultats intéressants concernant les structures à symétrie de révolution.

II.1.3 Présentation de structures homogènes à symétrie de révolution

Nous avons obtenu des systèmes très homogènes dont nous donnons quelques exemples dans les figures suivantes (Figures IV-8 a, b et c). Les structures sont à symétrie de révolution et se composent de deux disques principaux accompagnés par des couronnes dont l'aimantation est soit radiale soit axiale. Elles ont été représentées en respectant les proportions des différentes parties les unes par rapport aux autres. On rappelle que par une simple homothétie la valeur du champ et l'homogénéité de la structure sont conservées. Pour chacune de ces structures nous donnons leurs dimensions, le volume d'aimant utilisé, le profil de B sur 30 cm de l'axe de révolution ainsi que la valeur exprimée en ppm ($1 \text{ ppm} = 10^{-6}$) de $F = \frac{\Delta B}{B_0}$.

Pour la dernière structure (c), nous présentons également le profil du champ créé sur l'axe de révolution d'une part par les deux disques seuls, et, d'autre part, par les deux couronnes seules. De cette manière, on met en évidence le rôle de chacune des pièces. On peut remarquer que les disques génèrent le flux principal ($B \cong 0,1\text{T}$) et que les couronnes interviennent en tant que correction.

Parmi ces structures plusieurs sont intéressantes car elles sont caractérisées par une induction au centre voisine de 0,1T comme recherché, une bonne homogénéité, un encombrement limité et un entrefer suffisant. Cependant pour l'ensemble des solutions obtenues le champ à l'extérieur se situe bien au delà de la valeur de référence classiquement donnée de 5 Gauss à 2 mètres. Pour cette raison nous nous sommes orientés vers l'ajout d'une culasse ferromagnétique guidant la fermeture du flux.

Structure n°1

Dimensions des disques aimantés axialement:

Rayon	90 cm
Epaisseur	50 cm
Distance entre deux disques	80 cm

Dimensions des couronnes aimantées radialement:

Rayon intérieur	16,5 cm
Rayon extérieur	58,6 cm
Epaisseur	1,5 cm
Distance entre deux couronnes	77 cm

Poids d'aimant 6,2 tonnes

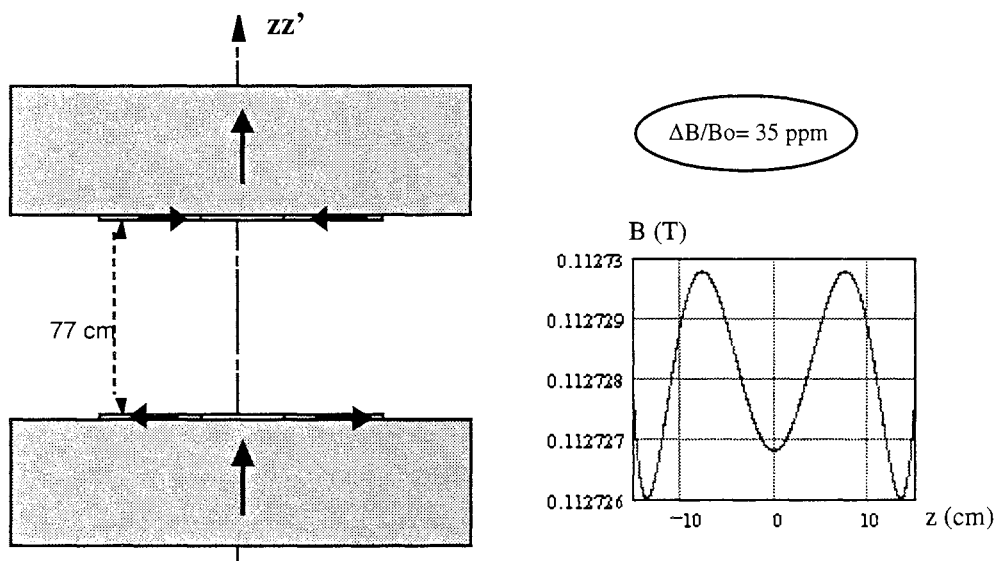


Figure IV-8 (a): Structure à une couronne aimantée radialement

Structure n°2

Dimensions des disques aimantés axialement:

Rayon	70 cm
Epaisseur	40 cm
Distance entre deux disques	80 cm

Dimensions des couronnes aimantées axialement:

1- Rayon intérieur	37,4 cm
Rayon extérieur	61,5 cm
Epaisseur	5 cm
Distance entre deux couronnes	70 cm
2- Rayon intérieur	70 cm
Rayon extérieur	75 cm
Epaisseur	39,4 cm
Distance entre deux couronnes	70 cm

Poids d'aimant

3,6 tonnes

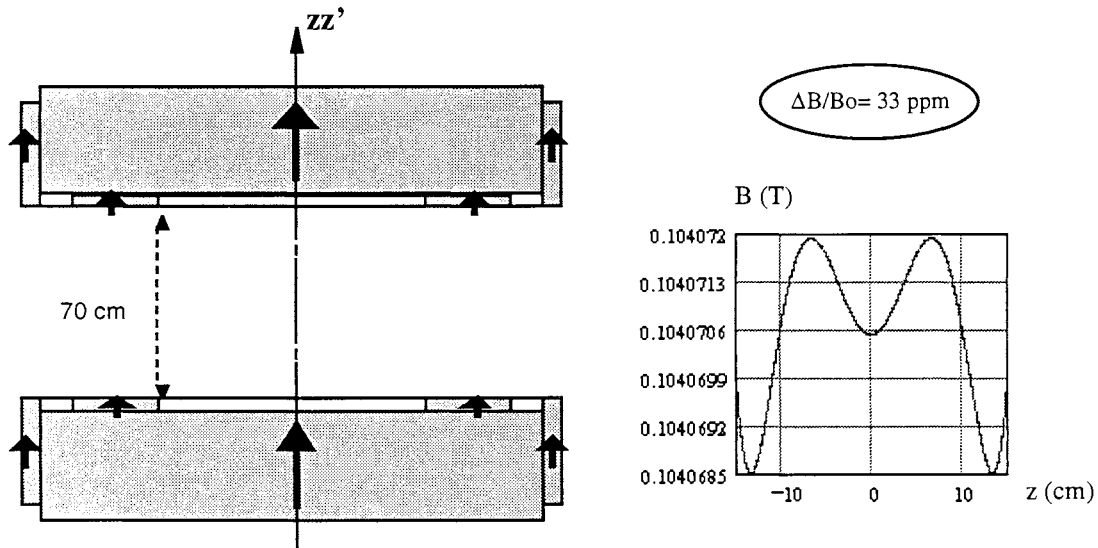


Figure IV-8 (b): Structure à deux couronnes aimantées axialement

Structure n°3

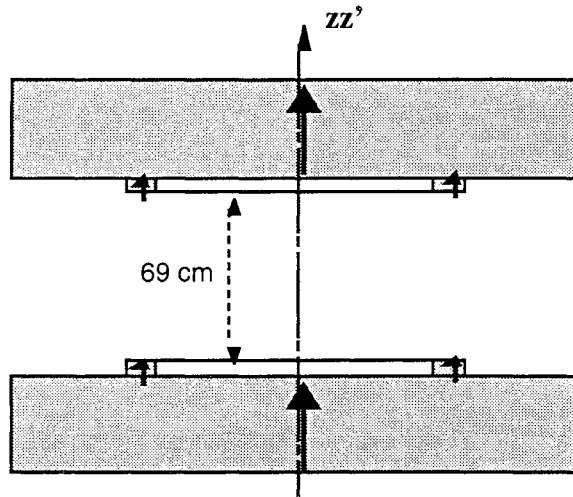
Dimensions des disques aimantés axialement:

Rayon	90 cm
Epaisseur	40 cm
Distance entre deux disques	80 cm

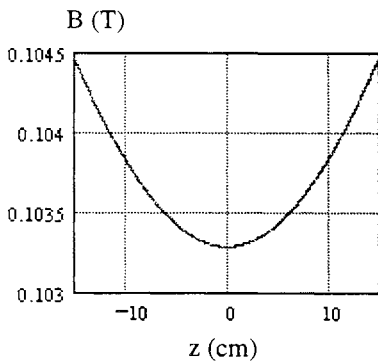
Dimensions des couronnes aimantées axialement:

Rayon intérieur	44,3 cm
Rayon extérieur	53,2 cm
Epaisseur	5,6 cm
Distance entre deux couronnes	68,7 cm

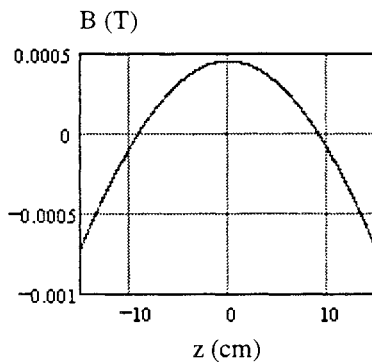
Poids d'aimant 4,8 tonnes



Induction créée par les deux disques



Induction créée par les deux couronnes



$\Delta B/B_0 = 10 \text{ ppm}$

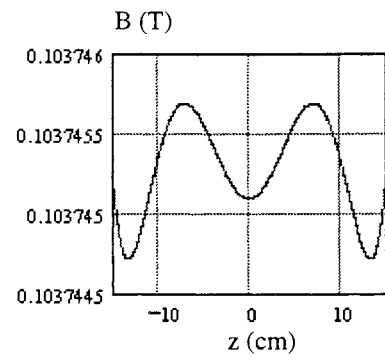


Figure IV-8 (c): Structure à une couronne aimantée axialement

II.2 Proposition d'une structure RMN avec culasse

II.2.1 Présentation

Parmi l'ensemble des solutions que nous avons obtenues par optimisation, les structures à aimantation uniquement axiales nous ont paru les plus simples à réaliser. Pour cette raison nous avons décidé de poursuivre notre étude en prenant pour base la structure présentée sur la figure IV-8 (c).

A cette structure nous ajoutons une culasse dont la forme que l'on souhaite lui donner est représentée par la figure IV-9.

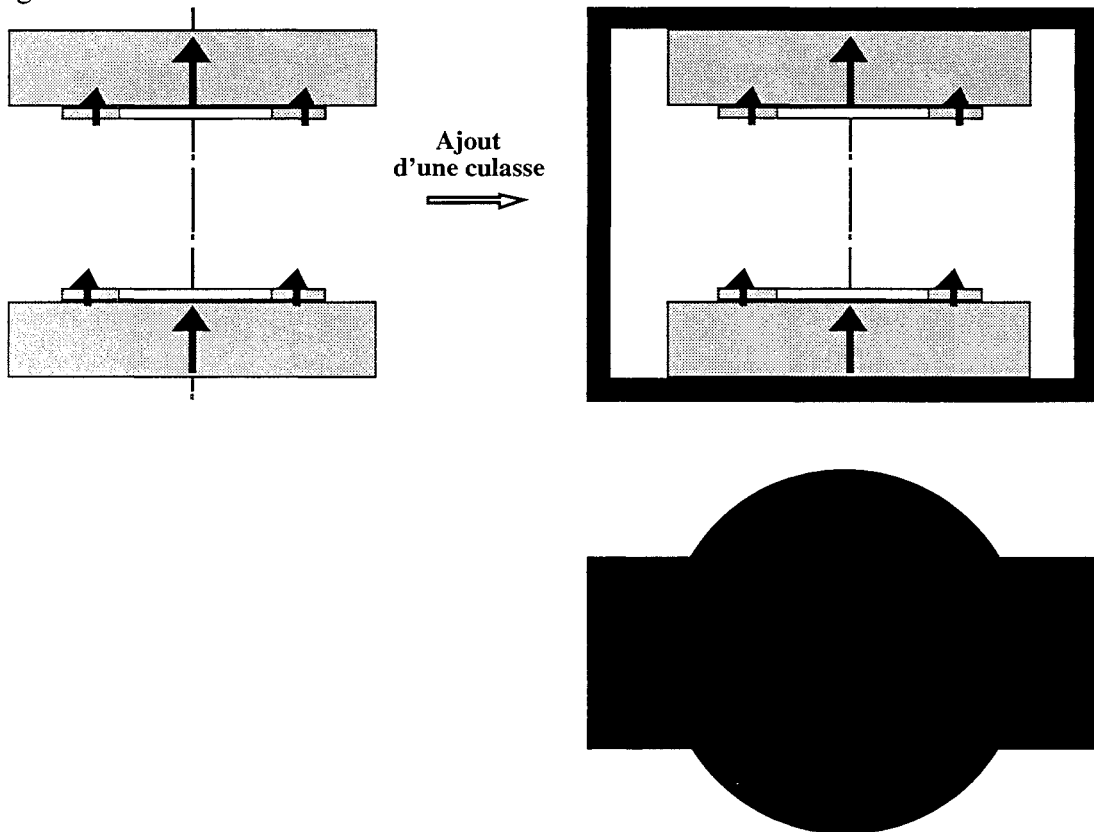


Figure IV-9: Forme de la culasse ajoutée

II.2.2 Nouvelle optimisation avec prise en compte de la culasse

La présence de fer modifie la carte de champ et demande une nouvelle optimisation dimensionnelle. Or, du fait de la présence de matériau ferromagnétique, la fonction homogénéité suivant l'axe de révolution ne peut plus être déterminée analytiquement. Son calcul nécessite l'utilisation de méthodes numériques comme celles présentées dans le chapitre III. Cela demanderait de coupler le processus d'optimisation à des logiciels tels que Flux3D ou Dipôle3D présenté au chapitre précédent. Ce travail est théoriquement réalisable. Cependant nous pensons qu'à la vue des temps de calcul de logiciels numériques et du nombre d'itérations nécessaires à tout processus d'optimisation multivariable, l'ensemble nécessiterait un temps de calcul excessivement important. Pour cette raison nous avons cherché à garder une approche analytique du calcul du champ de la structure mixte.

Pour prendre en compte la présence de la culasse, nous avons choisi d'appliquer la méthode des images magnétiques. Cette méthode énoncée au chapitre III suppose que la culasse est de grande dimension vis à vis des aimants et de haute perméabilité par rapport au reste du système. Dans notre cas ceci n'est pas strictement réalisé et cette modélisation introduit un certain pourcentage d'erreur, de toute façon inévitable lorsqu'il s'agit du calcul de systèmes mixtes. Nous avons décomposé le problème en considérant dans un premier temps l'effet d'image dû aux plaques horizontales de la culasse puis celui dû aux plaques latérales dans un second temps. Les plaques horizontales étant en contact direct avec les aimants, leur influence sera supérieure à celle des bras verticaux.

II.2.2.1 Prise en compte des images axiales

Du fait de la présence de deux plans ferromagnétiques parallèles en vis à vis, on a une infinité d'images magnétiques, comme ce qu'on peut constater quand on place un objet entre deux miroirs. La figure IV-10 illustre ce phénomène.

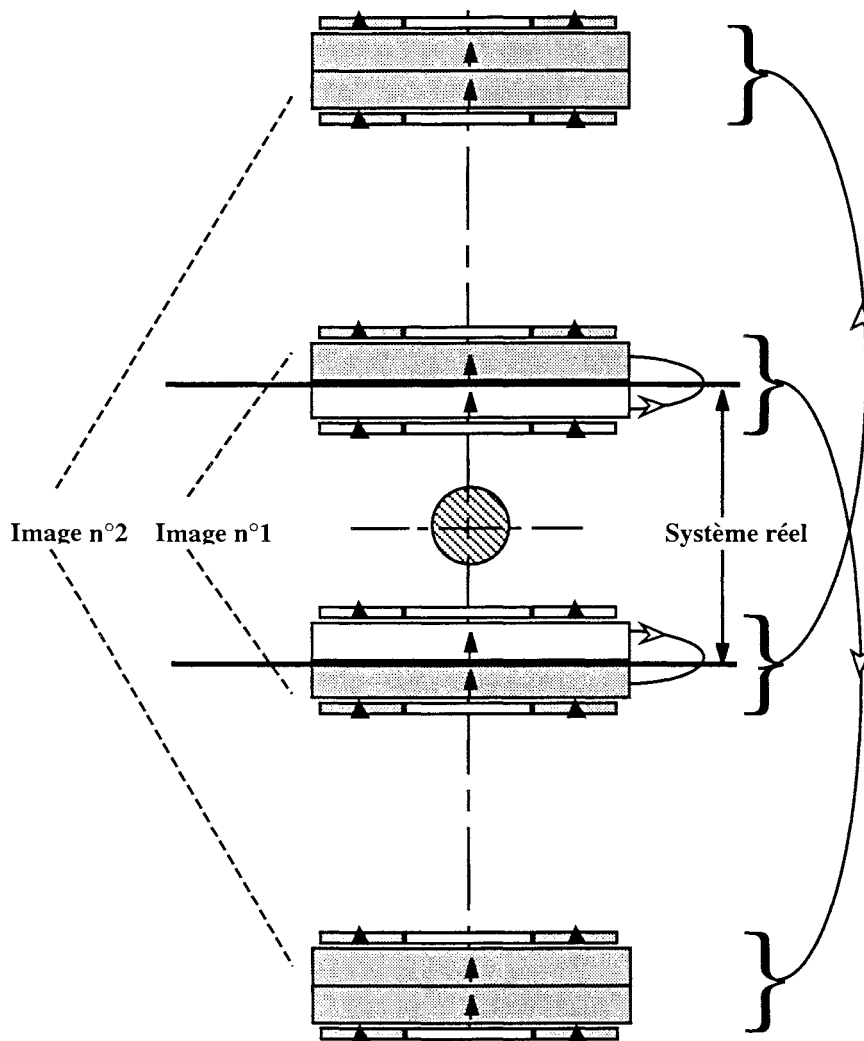


Figure IV-10: Effet d'images dû aux parois horizontales de la culasse.

Nous nous sommes limités à la représentation de deux niveaux d'images, ce qui correspond à ne considérer que l'image des aimants par un des plans puis l'image de cette image par l'autre plan. En théorie le nombre de ces images est infini mais leur influence décroît très vite. Nous avons cherché à partir de quel rang, les images ont une influence négligeable sur l'homogénéité du champ au centre. Pour cela nous avons calculé le champ sur 30 cm de l'axe de révolution créé par chaque niveau d'image pris isolément. Les dimensions de la structure utilisée pour ce calcul sont celles données par la figure IV-8 (c) à la seule différence que l'épaisseur réelle du disque a été divisée par deux. Ainsi, la structure associée à la première image reste proche de la configuration calculée initialement. La courbe de la figure IV-11 montre l'évolution de l'influence de chacune des images.

De manière générale, l'homogénéité recherchée pour une structure RMN est de quelques dizaines de ppm. Dans notre cas, l'induction étant de l'ordre de 0,1 T, cela impose des variations absolues sur l'induction ne dépassant pas quelques 10^{-6} T. Les résultats de la courbe IV-11 montrent que les variations de champ créées par la sixième image est inférieure à 10^{-6} T. Celles-ci sont de 10^{-8} T et moins à partir de la dixième image.

Les valeurs obtenues sont à utiliser en tant qu'ordre de grandeur, calculées pour une première estimation. En effet, il faut noter que les erreurs dues à la méthode des images qui suppose que les plans et la perméabilité de la culasse sont infinis, sont plus importants que celles dues à la huitième image. De plus, nous supposons que la somme des variations de B de la huitième image et des suivantes reste inférieure à 10^{-6} T du fait de la décroissance très rapide de l'influence de chacune.

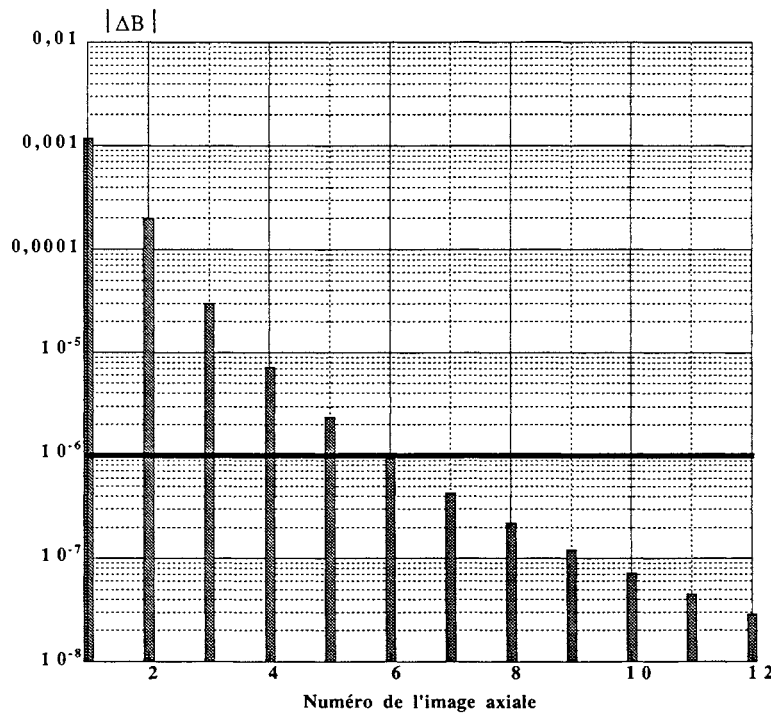


Figure IV-11: Influence de chaque image en terme de variation de champ.

Nous avons choisi de limiter le nombre d'images à prendre en compte à dix.

II.2.2.2 Prise en compte des images latérales

Concernant les parties latérales de la culasse, le principe des images à l'infini est identique. Ainsi, si D est la distance entre un des bras vertical et l'axe de révolution de la structure alors la première image a son axe de révolution situé à la distance $2*D$ de l'axe principal. Et plus généralement, l'image n° i a son axe situé à la distance $2*i*D$ de l'axe de révolution de la structure. Pour l'aimantation, on a une alternance entre des directions du vecteur polarisation de -90° pour les couples d'images de numéro impairs et de 90° pour les couples d'images de numéro pairs.

Nous avons considéré les aimants de la structure réelle (en blanc sur la figure IV-12) associés à leur première image axiale. Cette démarche permet de ne pas négliger la présence des parties horizontales de la culasse. A partir de cet ensemble, nous avons défini les différents niveaux d'image latérale dont un seul est représenté sur la figure IV-12.

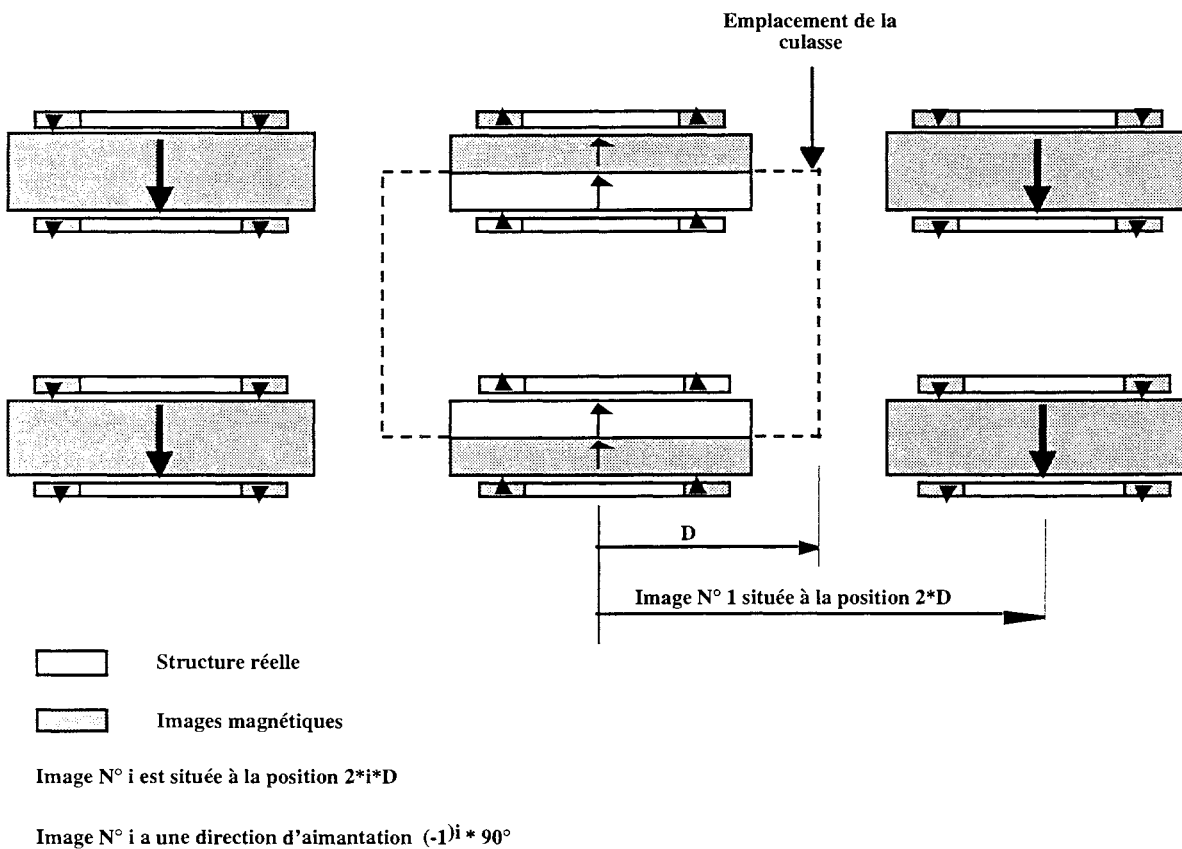


Figure IV-12: Effet d'images dû aux parois latérales de la culasse.

Etant donné la position latérale de ces images, le calcul du champ que chacune d'entre elles crée dans le volume utile de la structure ne peut pas être calculé analytiquement. La prise en compte des images latérales pour l'optimisation n'est donc pas réalisable. Dans ce cas nous avons cherché à étudier l'influences des plaques verticales en fonction de leur position plus ou moins proche de la structure afin de déterminer à partir de quelle distance, leur présence peut elle être négligée. Aussi nous avons utilisé le programme Dipôle3D pour réaliser ces calculs. Nous avons déterminé les variations d'induction créées par chacune des images sur 30 centimètres d'axe zz' de la structure et ceci pour

différentes valeurs de D. Les résultats sont donnés par la courbe de la figure IV-13.

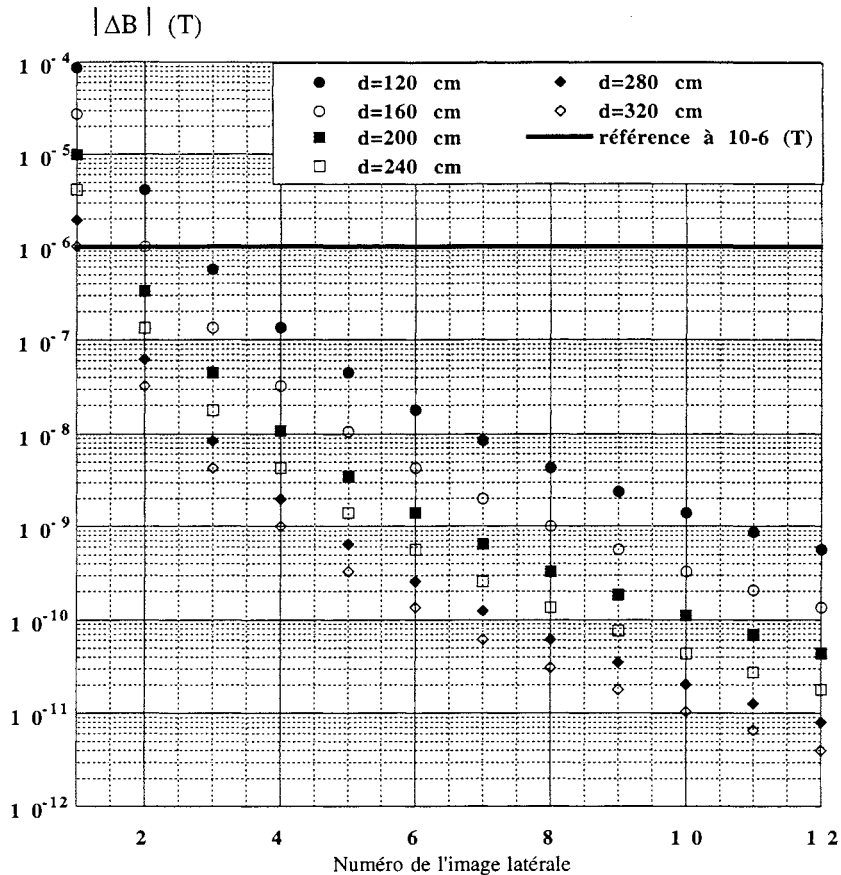


Figure IV-13: Variation de champ induit par chaque niveau d'image

On s'aperçoit que l'influence de la première image est négligeable si les plaques de la culasse sont au moins à 3,2 mètres de l'axe de la structure! De telles dimensions ne sont pas concrètement envisageables pour un système RMN. Ainsi puisque l'on ne peut choisir de positionner les bras suffisamment loin pour que leur présence soit négligeable, nous avons fixé leur position à $D = 1,2$ m afin de garder une structure compacte. A cette distance, ce sont les deux premières images qui modifient principalement l'homogénéité de la structure. Toutefois, l'effet réel est bien inférieur car les culasses sont très loin de constituer un plan équipotentiel. Nous avons réalisé une nouvelle optimisation avec une fonction F prenant simplement en compte les dix images axiales.

A l'issue de cette optimisation nous avons obtenu de nouvelles dimensions:

Dimensions des disques aimantés axialement:

Rayon	80 cm
Épaisseur	20 cm
Distance entre deux disques	80 cm

Dimensions des couronnes aimantés axialement:

Rayon intérieur	38 cm
Rayon extérieur	68,2 cm

Epaisseur	3,5 cm
Distance entre deux couronnes	69,8 cm
Induction au centre	0,12 T
Homogénéité sur 30 cm suivant l'axe zz'	30 ppm

Remarque: ces dimensions montrent que la couronne n'est pas en contact avec le disque. Un entrefer de 2 cm les sépare.

La courbe IV-14 donne les variations de l'induction suivant l'axe zz' issues du calcul d'optimisation.

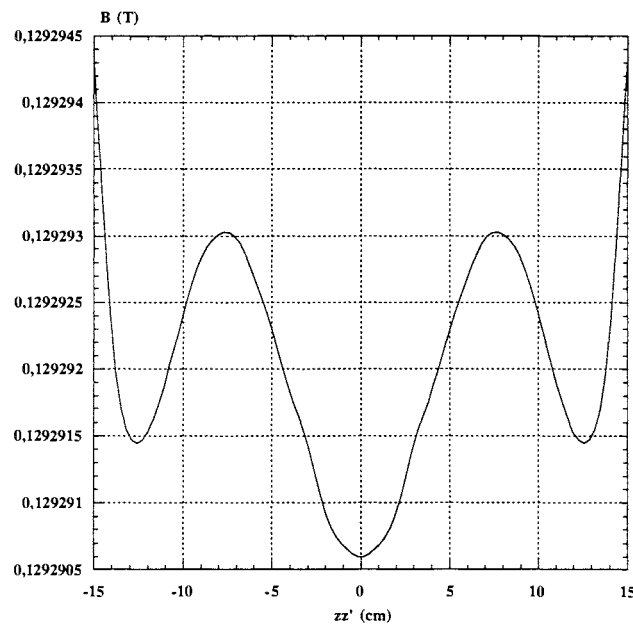


Figure IV-14: Variations théoriques de B sur 30 cm de l'axe de révolution

II.2.3 Calcul de l'homogénéité de la structure réelle

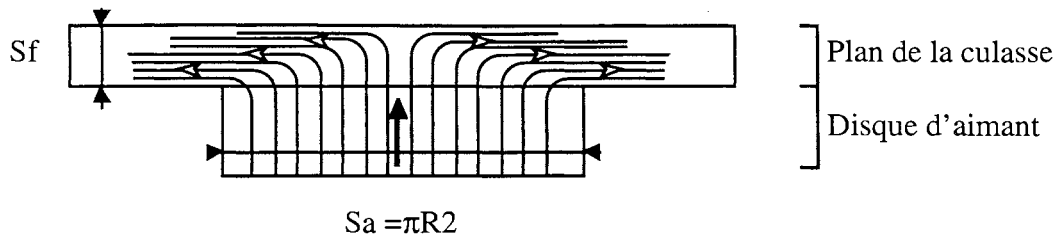
II.2.3.1 Dimensionnement de la culasse

Pour déterminer les dimensions de la culasse, nous nous sommes fixé les critères suivants:

- * le matériau doit être utilisé dans sa plage de fonctionnement linéaire afin de fonctionner dans la zone de grande perméabilité et de limiter l'hystérésis provoquant des problèmes d'aimantation rémanente. Pour cela l'induction maximum acceptable à l'intérieur du matériau a été fixée à 1 T.
- * le volume doit être le plus faible possible pour limiter le poids.
- * la forme de la culasse est celle donnée par la figure IV-9.

Pour ce calcul, nous supposons négligeables les lignes de flux qui passent directement des aimants vers les bras latéraux. Le flux passant à travers la surface du disque aimanté se divise en deux pour traverser la section de la culasse. En appliquant la conservation du flux et en limitant l'induction à 1 T dans le fer (Fig. IV-15), on obtient une section minimum de 1540 cm^2 pour la culasse. Nous fixons

l'épaisseur à 14 cm et la largeur à 110 cm.



$$\left\{ \begin{array}{l} \Phi_{\text{aimant}} = S_a \cdot B_a \\ \Phi_{\text{fer}} = S_f \cdot B_f \end{array} \right. \quad \text{avec dans notre cas} \quad \left\{ \begin{array}{l} \Phi_{\text{fer}} = \Phi_{\text{aimant}} / 2 \\ B_f < 1 \text{ T} \\ B_a = 0,4 \text{ T} \end{array} \right.$$

Figure IV-15: Dimensionnement de la culasse

La position des bras latéraux ayant été choisi à 1,2 m, les dimensions extérieures et le poids de la structure sont:

Hauteur	1,5 m
Largeur	1,6 m
Longueur	2,4 m
Poids d'aimants	4 tonnes
Poids de la culasse	7 tonnes

La figure IV-16 donne une représentation géométrique de la structure finale.

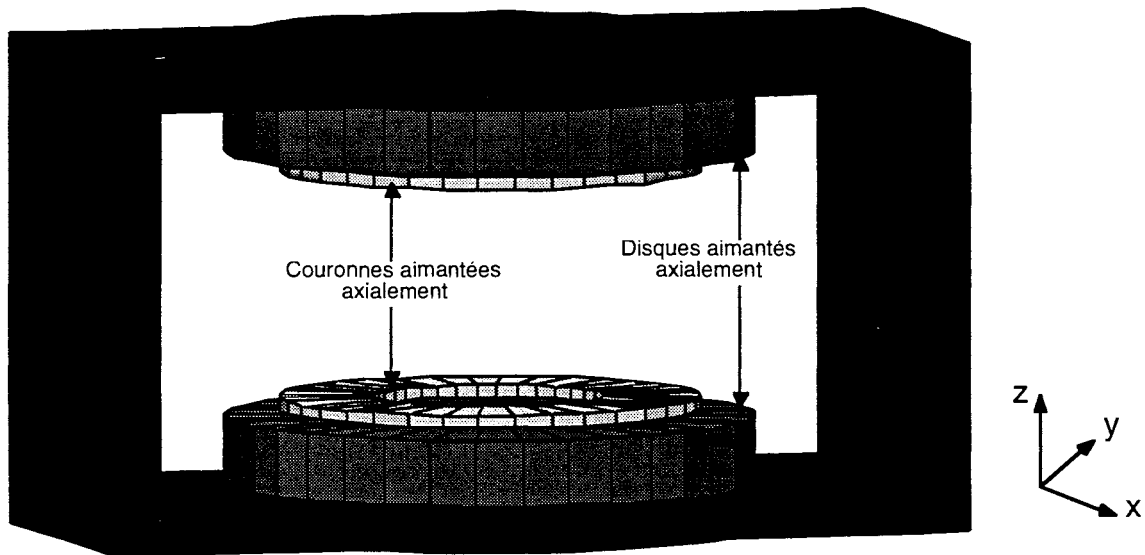


Figure IV-16: Géométrie de la structure retenue

II.2.3.2 Calcul

Dans un deuxième temps nous avons utilisé le programme Dipôle3D appliqué à la structure ainsi dimensionnée. Ceci nous permet de réaliser le calcul de la structure réelle. En effet, par cette méthode, ce sont les dimensions finies de la culasse (culasses horizontales et bras verticaux) et sa caractéristique

magnétique supposée linéaire et isotrope qui sont prises en compte. De plus, le calcul du champ peut être fait sur l'ensemble du volume utile et non plus uniquement suivant un seul axe. La structure a été étudiée avec le programme Dipôle3D et son homogénéité a été calculée sur les 3 plans orthogonaux xOy , yOz et xOz de surface $30 \times 30 \text{ cm}^2$.

Nous donnons:

- * une représentation en trois dimensions des variations du module de B sur chacun de ces plans. Les variations d'amplitude de l'induction sont représentées suivant l'axe vertical (Fig. IV-17 (a), IV-18 (a), IV-19 (a)),
- * les lignes iso-inductions sur chacun des plans. Nous avons pris pour origine l'isocontour central auquel nous attribuons l'indice 0. Un écart d'indice de 1 indique qu'il y a une variation absolue du module de l'induction de 10^{-5} entre les deux isocontours concernés (Fig. IV-17 (b), IV-18 (b), IV-19 (b)),
- * les variations du module de B sur 30 cm suivant chacun des axes et la valeur de l'homogénéité correspondante (Fig. IV-20 (a), IV-20 (b), IV-20 (c)).

Ces relevés montrent la bonne précision que l'on peut obtenir par Dipôle3D et particulièrement du point de vue des symétries. En effet, à l'heure actuelle les symétries d'un système à étudier ne sont pas prises en compte par le programme et c'est la géométrie complète qui est entrée. Malgré cela les symétries sont restituées très nettement par les cartes de champ que l'on obtient. On note toutefois une petite dissymétrie suivant l'axe yy' qui apparaît sur les isocontours dans le plan xOy et la courbe $B(y)$. Cette dissymétrie peut venir des imprécisions des calculs ainsi que d'une discrétisation non symétrique des formes cylindriques .

D'autre part, on note que:

- * pour l'ensemble des plans, les variations de B sont très faibles sur une surface légèrement inférieure au disque de 30 cm de diamètre et deviennent rapidement importantes lorsque l'on s'en éloigne. La zone utile qui est la zone centrale est donc très homogène.
- * la carte du plan xOy permet de visualiser l'influence des bras latéraux. Si la structure était à symétrie de révolution les isocontours seraient des cercles concentriques. Ici l'annulation de la symétrie de révolution de la structure par la présence de la culasse se visualise par l'aplatissement des cercles suivant deux des côtés.
- * il existe environ un rapport 10 entre la valeur de l'homogénéité calculée sur l'axe zz' par la méthode utilisant la théorie des images magnétiques (30 ppm) et celle calculée par le programme Dipôle3D sur ce même axe (280 ppm). Cet écart n'est pas excessif si on tient compte des hypothèses faites lors de l'application de la méthode des images. En effet, comme nous l'avons signalé la culasse de la structure se prête mal à une modélisation de type plans infinis.

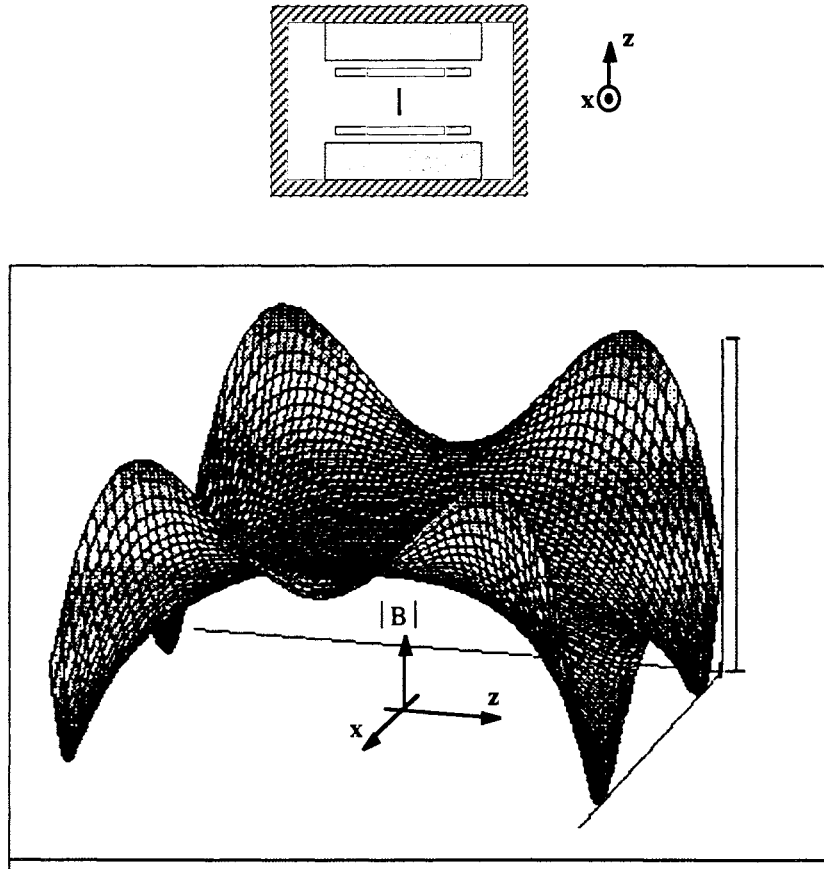


Figure IV-17 (a): Représentation en 3D du module de l'induction dans le plan xOz sur $30 \times 30 \text{ cm}^2$

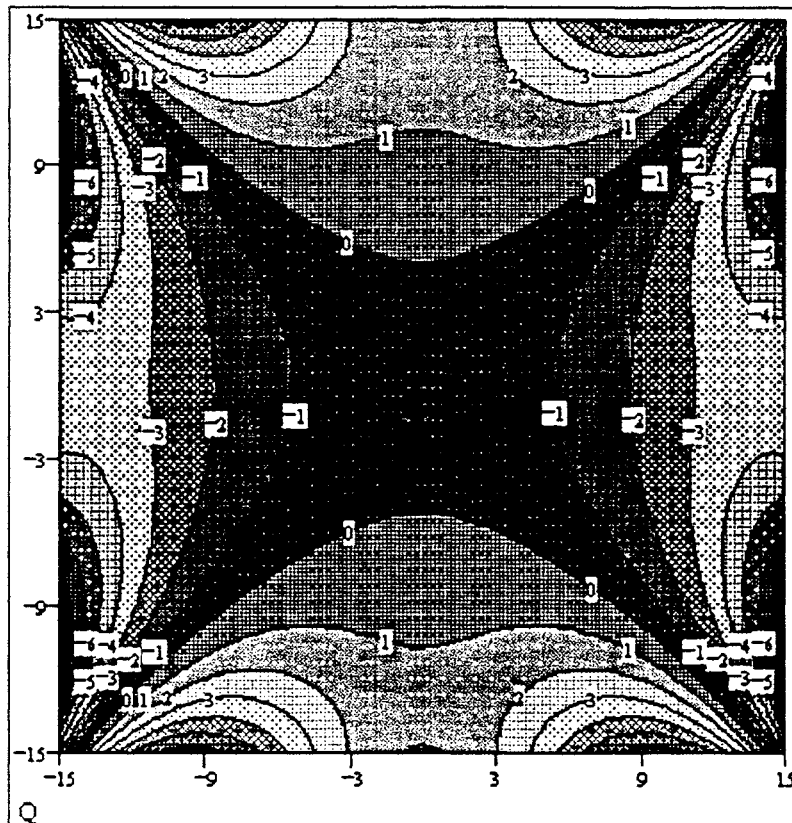


Figure IV-17 (b): Isocontours du module de l'induction dans le plan xOz sur $30 \times 30 \text{ cm}^2$

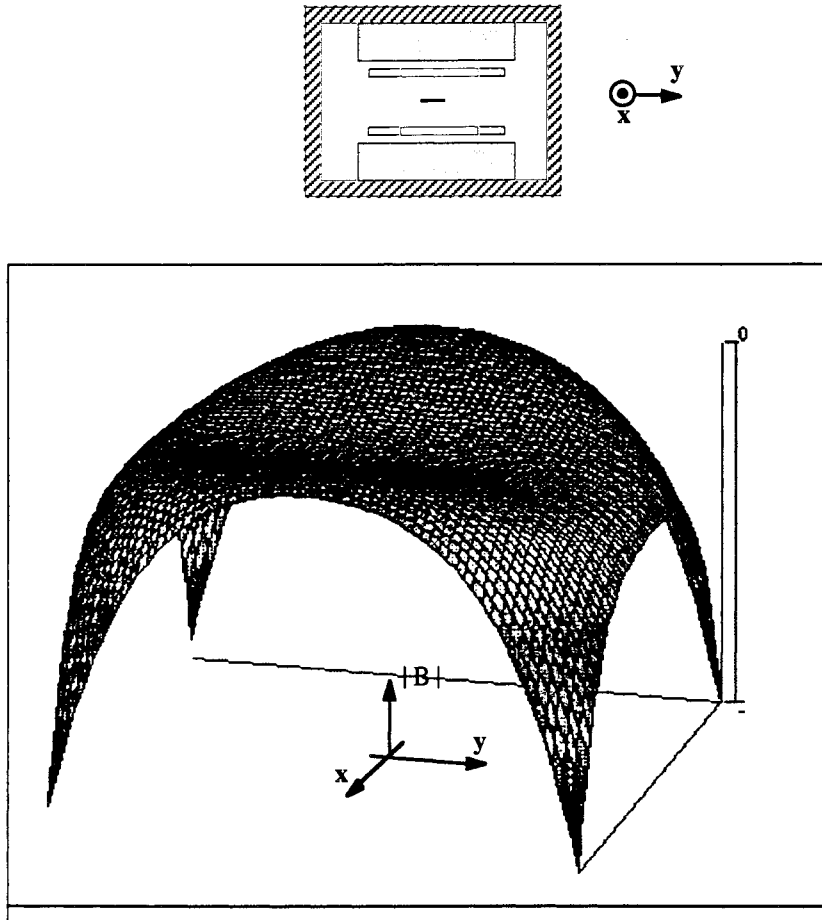


Figure IV-18 (a): Représentation en 3D du module de l'induction dans le plan xOy sur $30 \times 30 \text{ cm}^2$

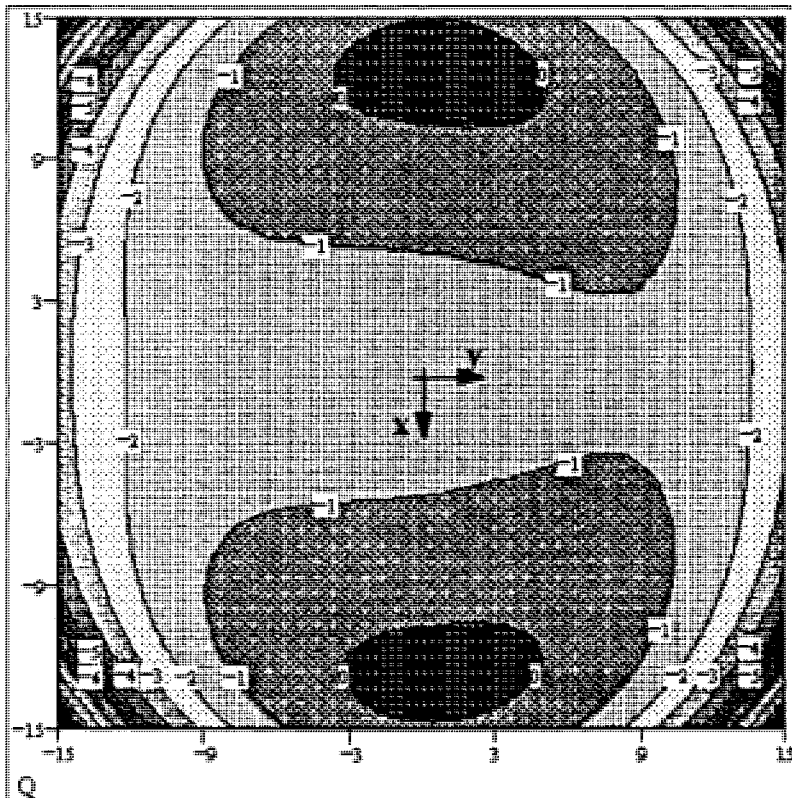


Figure IV-18 (b): Isocontours du module de l'induction dans le plan xOy sur $30 \times 30 \text{ cm}^2$

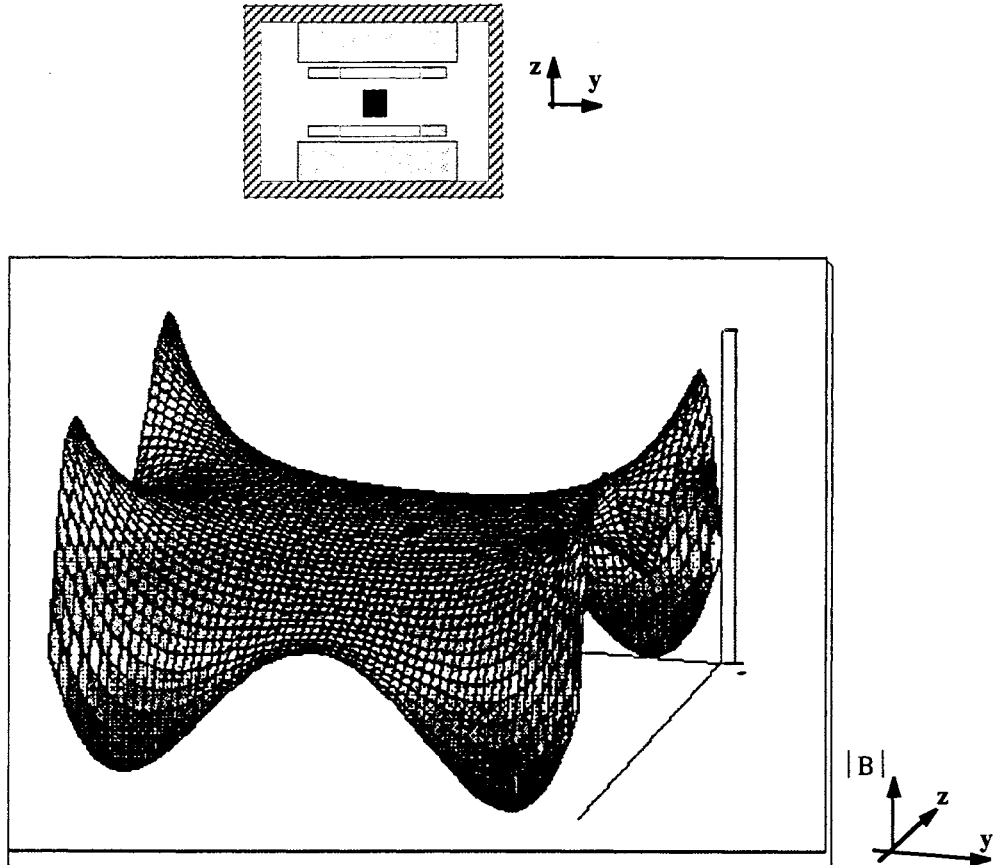


Figure IV-19 (a): Représentation en 3D du module de l'induction dans le plan yOz sur $30 \times 30 \text{ cm}^2$

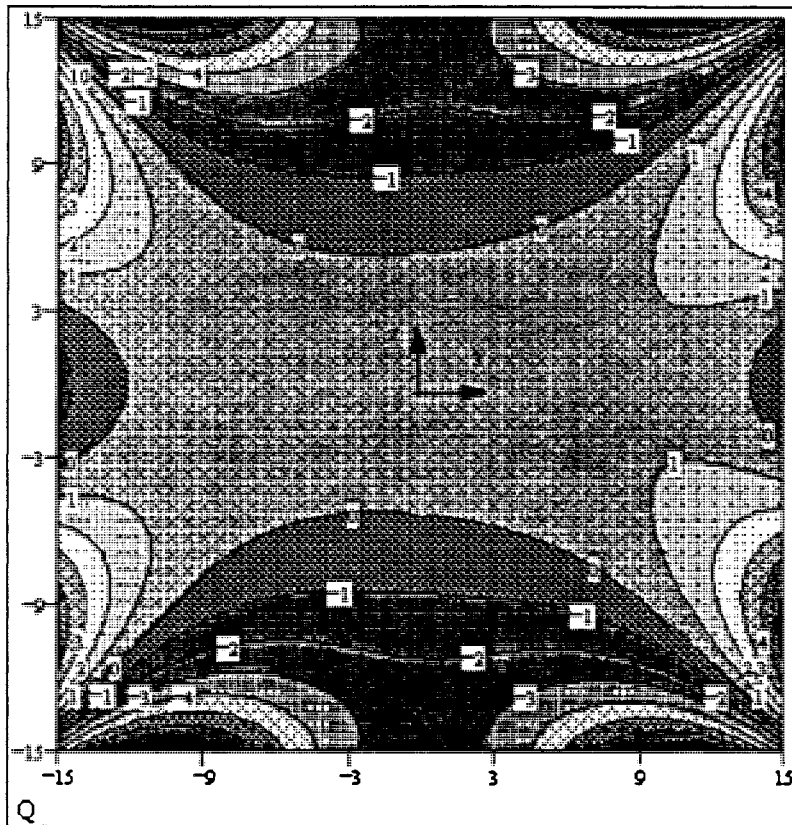


Figure IV-19 (b): Isocontours du module de l'induction dans le plan yOz sur $30 \times 30 \text{ cm}^2$

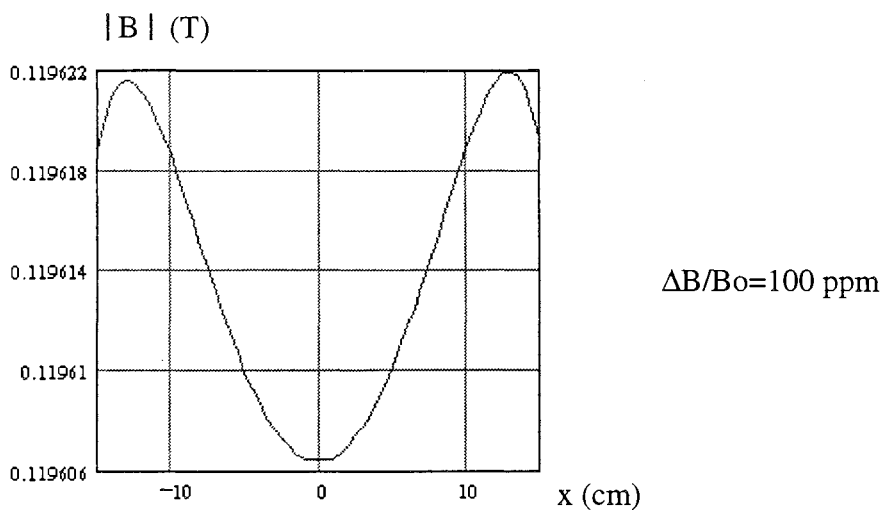


Figure IV-20 (a): Module de l'induction sur 30 cm de l'axe x

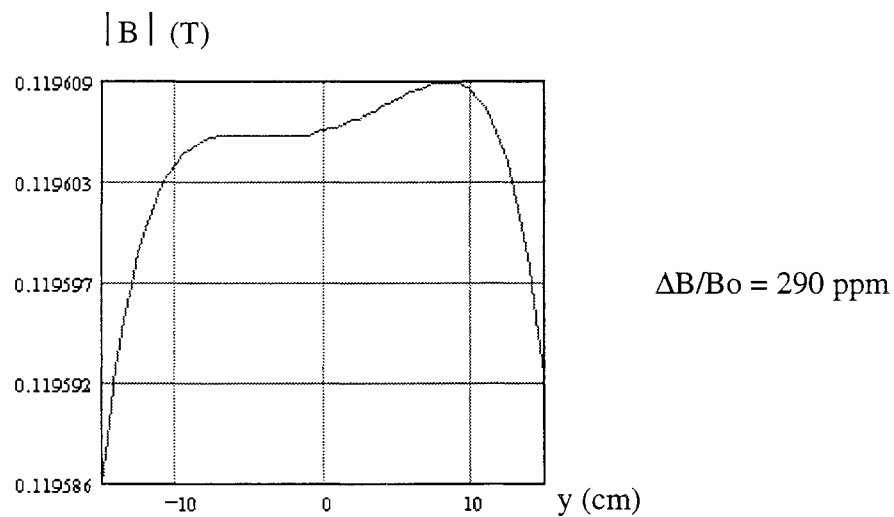


Figure IV-20 (b): Module de l'induction sur 30 cm de l'axe y

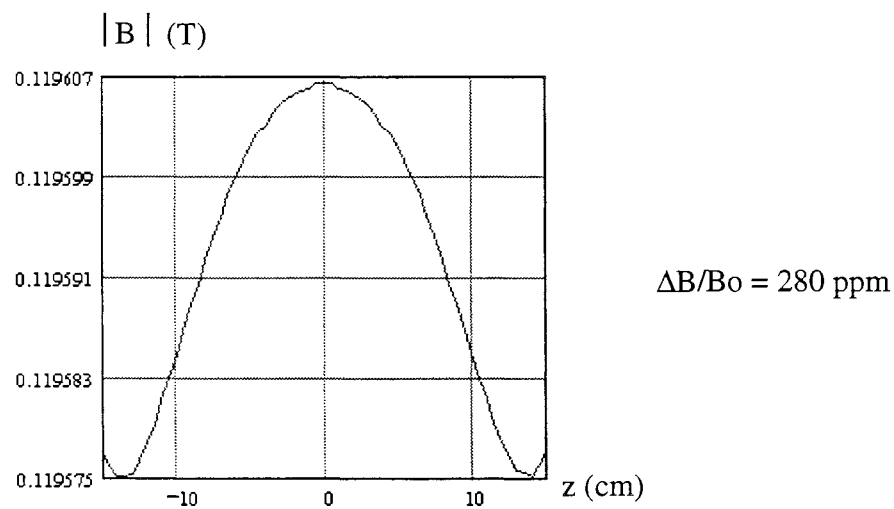


Figure IV-20 (c): Module de l'induction sur 30 cm de l'axe z

L'optimisation analytique nous a permis de dimensionner une structure sous certaines hypothèses. On peut alors se demander si par le calcul de la structure par Dipôle3D on se situe effectivement dans une configuration optimale. Pour cela nous avons modifié quelques paramètres tels que les rayons des parties aimants permanents et l'entrefer de la structure. Nous avons remarqué une légère amélioration de l'homogénéité dans un seul cas. Celui-ci correspond à une augmentation de 5 mm de la hauteur des bras latéraux du système à l'échelle 1. Les homogénéités initiales de 100, 290, 280 ppm sur xx' , yy' , zz' respectivement sont passées à 115, 220, 220 ppm sur ces mêmes axes. Toutefois, ces différences sont faibles et peu significatives en comparaison à la précision des calculs. Les dimensions obtenues par le procédé d'optimisation sont donc conservées.

En conclusion, la structure que nous proposons est un système passif à aimants ferrites associés à une culasse ferromagnétique:

- * qui est une structure de type structure en H,
- * qui possède un système de correction assuré par les deux couronnes d'aimants,
- * qui génère très peu de flux de fuite grâce à la culasse. Celle-ci sert d'ailleurs de blindage vis à vis des perturbations magnétiques extérieures,
- * qui est simple à réaliser. De plus, tous les aimants ont une même direction de polarisation ce qui rend possible l'utilisation d'un procédé d'aimantation pour l'ensemble du système monté,
- * et qui permet un accès facile au centre.

Dans ce chapitre nous avons présenté la démarche utilisée pour le dimensionnement d'une nouvelle structure RMN. Il a été en particulier souligné la difficulté de prendre en compte de manière précise la présence d'une culasse ferromagnétique pour l'optimisation. A la suite de l'étude théorique, une étude pratique a été menée en vue de la construction d'un prototype et de sa validation.

CHAPITRE V

REALISATION ET ETUDE D'UN PROTOTYPE

Ce chapitre présente la construction d'un prototype presque entièrement réalisé au sein de notre laboratoire. Nous abordons d'une part le problème de l'usinage des ferrites et soulignons les difficultés d'allier construction mécanique et respect des phénomènes magnétiques. D'autre part, nous exposons les résultats de nos mesures et proposons un système de correction pour régler l'homogénéité de l'induction au centre.

I LES OBJECTIFS

I.1 Les dimensions du prototype

Il fallait trouver un bon compromis entre la facilité de construction et la réalisation d'un prototype suffisamment gros pour pouvoir mesurer l'homogénéité obtenue. Pour ces raisons, nous avons choisi de réaliser un prototype à l'échelle 1/5^{ième}. A cette échelle, la structure a les caractéristiques suivantes:

- * Dimensions extérieures 28*31*48 cm (hauteur*largeur*longueur)
- * Dimensions des parties ferrites:
 - deux disques

diamètre	30,4 cm
épaisseur	3,8 cm
 - deux couronnes

diamètre intérieur	13,3 cm
diamètre extérieur	24,2 cm
épaisseur	0,7 cm
 - entrefer entre un disque et une couronne 0,42 mm
- * Poids total 90 kg
- * Zone utile homogène sphère de 5,6 cm de diamètre

L'induction au centre, indépendante de l'échelle, est d'environ 0,1T.

I.2 Choix des modes de réalisation

Les techniques utilisées pour réaliser un système mécanique dépendent souvent de la taille de celui-ci, et les moyens employés pour réaliser une maquette à échelle réduite peuvent ne pas être transposables pour la réalisation du système grandeur réelle. C'est pourquoi nous nous sommes fixés deux objectifs. Le premier est d'étudier les différentes techniques envisageables pour la réalisation de la maquette à l'échelle 1/5^{ième} mais aussi de déterminer celles qui permettent, dans la mesure du possible, de se rapprocher au mieux de l'étude théorique. Le deuxième est de pouvoir également définir un mode de réalisation pour la structure à l'échelle 1.

II LES MATERIAUX

II.1 Le circuit magnétique

Le circuit magnétique doit avoir les caractéristiques suivantes:

- une forte perméabilité magnétique pour assurer une bonne conduction du flux,
- une aimantation à saturation élevée pour permettre de diminuer au mieux le volume de matière nécessaire,
- un faible champ coercitif pour réduire les problèmes d'hystérésis lors des manipulations,
- une facilité d'usinage,
- un coût réduit.

Nous avons choisi l'acier de nuance E24. A partir d'un échantillon, nous avons déterminé sa caractéristique magnétique $B=f(H)$ qui est représentée par la figure V-1.

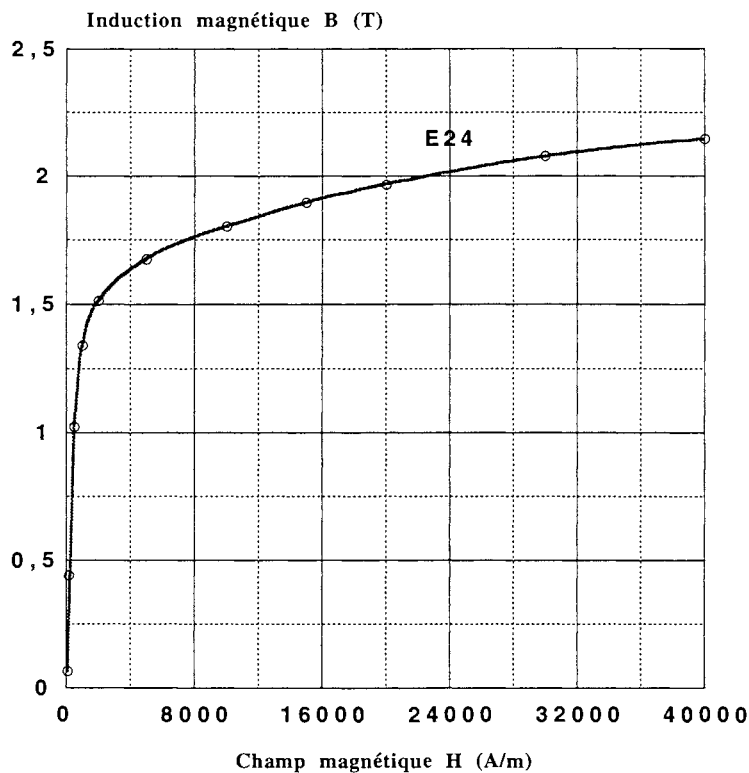


Figure V-1: Caractéristique magnétique mesurée de l'acier E24

II.2 Les ferrites

II.2.1 Caractéristiques générales

II.2.1.1 Caractéristiques magnétiques des ferrites

Il existe plusieurs variétés d'aimants ferrites:

* les ferrites liés:

Ils sont issus d'un mélange de poudre de fer et de matériaux thermoplastiques ou de caoutchouc utilisés comme liant.

* les ferrites frittés:

- isotropes: ils ont des caractéristiques magnétiques identiques dans toutes les directions et peuvent être aimantés dans un axe quelconque.

- anisotropes: ils possèdent une direction préférentielle d'aimantation et ont une densité énergétique au moins deux fois plus élevée que les isotropes. Le tableau V-2 indique les plages de variation des grandeurs magnétiques caractéristiques des ferrites frittés anisotropes.

	Induction rémanente B_r (T)	Champ coercitif d'induction H_{CB} (kA/m)	Champ coercitif intrinsèque H_{CJ} (kA/m)	$(B*H)_{max}$ (kJ/m ³)	(B_r*H_{CJ}) (kJ/m ³)
Min	0,35	160	165	22	66
Max	0,42	295	365	33,6	133

Tableau V-2: Plage de variation des grandeurs magnétiques des ferrites frittés anisotropes.

II.2.1.2 La préparation des ferrites

Les aimants ferrites sont des oxydes ferromagnétiques dont la formule chimique générale est du type $(MO,6(Fe_2O_3))$ où MO désigne un oxyde qui peut être BaO ou SrO.

Les différentes étapes de fabrication sont:

- La fabrication du composé ferrite. Elle se fait par chauffage à 1300°C d'un mélange en proportions convenables d'oxydes de fer et de baryum par exemple.
- La poudre obtenue est broyée jusqu'à l'obtention de grains de diamètre de l'ordre du micron, puis séchée.
- De l'eau est ajoutée à la poudre et le tout est compressé dans des moules. Pour obtenir des aimants anisotropes, cette pression se fait sous champ magnétique qui oriente les grains.
- Les pièces sont enfin frittées sous atmosphère oxydante à haute température (1200°C). C'est en particulier la pression partielle d'oxygène qui détermine la microstructure des pièces (taille des grains et porosité résiduelle) et donc leurs caractéristiques finales. Lors de cette opération la densité augmente dans une proportion importante et le matériau présente un retrait notable.

La non-parfaite reproductibilité des conditions de fabrication des aimants engendre une dispersion des

caractéristiques magnétiques. Pour des aimants fabriqués à partir d'une même poudre, des différences peuvent apparaître au niveau de la porosité qui subsiste après le frittage. La présence des pores a pour effet de ralentir l'approche à la saturation.

II.2.1.3 Caractéristiques thermiques

Les aimants ferrites sont sensibles aux températures. A haute température, ils se désaimantent. Pour les ferrites de strontium, par exemple, la température de Curie se situe aux alentours de 450°C.

D'autre part, en cas de fluctuations thermiques, un échauffement de 1°C autour de la température ambiante entraîne:

- une diminution de l'induction rémanente de 0,2% (2000 ppm/°C)
- une augmentation du champ coercitif d'environ 0,8 kA/m.

De ce fait, si la température n'est pas homogène, un ensemble aimanté présentera une dispersion de ses caractéristiques magnétiques. Dans le cas des structures RMN, une régulation thermique est donc nécessaire.

II.2.1.4 Autres caractéristiques

- Physique: la haute résistivité électrique des ferrites les classe dans la catégorie des isolants.
- Mécanique: les ferrites sont des céramiques et résistent très mal à la traction. On ne peut pas appliquer une traction de plus de 2 à 3 kg/mm² sans risque de rupture. Leur densité est aux alentours de 4,8 g/cm³.
- Chimique: les ferrites sont insensibles à l'oxydation et aux influences atmosphériques. Elles sont résistantes à beaucoup de produits chimiques en dehors de quelques acides concentrés (acide sulfurique et chlorhydrique).
- Prix: environ 30 Fr le kilo.

II.2.2 Choix des aimants ferrites

Comme il a été dit précédemment, les ferrites anisotropes sont les aimants qui ont l'induction rémanente la plus élevée des ferrites. Il existe celles de strontium et celles de baryum. Ces deux familles se distinguent essentiellement par leur champ coercitif intrinsèque qui est plus élevé pour les strontium: 275 à 365 kA/m au lieu de 165 à 260 kA/m pour le baryum. Afin de pallier au mieux au risque de désaimantation, nous avons choisi des ferrites de strontium. La figure V-3 donne les caractéristiques magnétiques de la nuance des aimants utilisés.

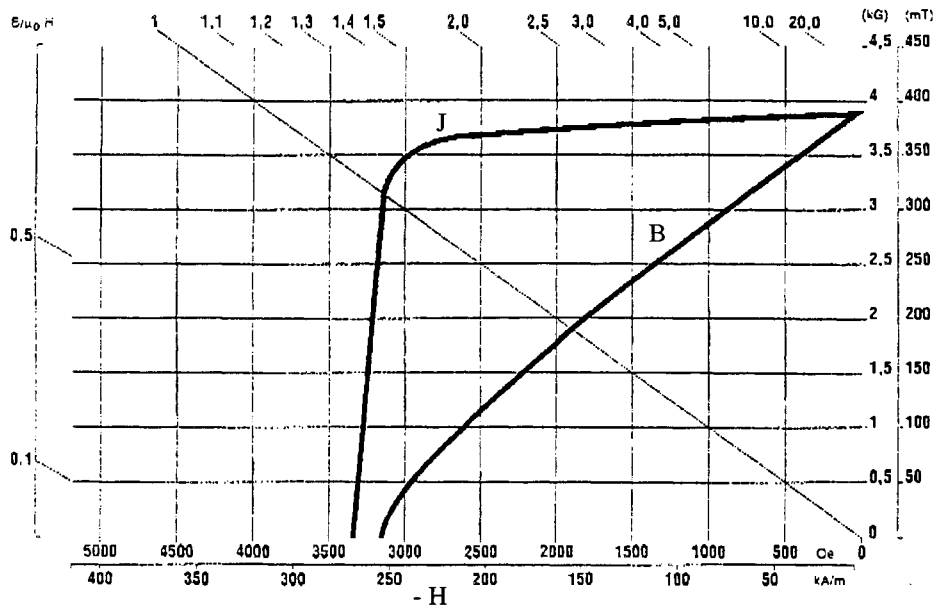


Figure V-3: Caractéristique magnétique à 20°C des ferrites de strontium Spinalor 4H

Nous avons choisi les blocs ferrites anisotropes standards proposés par UGIMAG de dimensions: 150x100x12,7 mm. A l'origine ces pavés ont des coins arrondis. Afin de s'approcher au mieux d'un volume plein lors de l'assemblage, nous avons utilisé des pavés découpés sur les quatre côtés pour assurer leur perpendicularité, diminuant leurs cotes à 145x95x12,7 mm. Pour le prototype, les disques de ferrites doivent avoir une épaisseur de 38,1 mm. Ils seront donc constitués à partir de trois couches d'aimants. Concernant les couronnes, leur épaisseur doit être de 7 mm. Nous avons demandé à UGIMAG de nous fournir des pavés rectifiés à la cote de 145x95x7 mm.

III L'USINAGE DES FERRITES

Les ferrites constituent une famille d'aimant bien particulière car elles sont non conductives contrairement aux aimants terres-rares par exemple. Cette propriété interdit leur usinage à l'électroérosion. De plus, en tant que céramique, les ferrites sont très cassantes et leur usinage nécessite l'utilisation de techniques adaptées.

III.1 Des conditions d'usinage spécifiques

Pour que l'usinage se fasse dans de bonnes conditions, plusieurs précautions doivent être prises:

* Il faut évacuer la poussière de ferrite

- L'usinage soumet le matériau à de nombreuses contraintes. Celles-ci ont pour conséquence de lui donner ponctuellement une petite aimantation rémanente. La poussière de ferrite ainsi aimantée s'accumule et risque de bloquer l'usinage et ceci particulièrement dans le cas des systèmes de

carottages pour lesquels il faut alors impérativement prévoir des encoches d'évacuation.

* Les aimants doivent être travaillés à l'état non aimanté pour plusieurs raisons:

- Lors de l'usinage, les chutes et poussières d'aimants ne doivent pas gêner en allant se plaquer sur la pièce usinée, sur l'outil ou contre le bâti métallique de la machine.

- Il faut éviter une modification de l'aimantation du matériau. En effet, comme il a été évoqué précédemment, l'usinage peut induire une variation locale de l'aimantation. Ainsi, si l'aimant fonctionne au niveau du coude de désaimantation, on peut avoir une désaimantation partielle du matériau après usinage.

* La ferrite est une céramique, donc un matériau dur et cassant. Le risque d'éclatement et de fissures est grand et seul le meulage à l'aide d'outils diamantés permet d'obtenir des tolérances dimensionnelles serrées.

* Concernant les aimants anisotropes, il est uniquement raisonnable de vouloir les tronçonner suivant la direction d'anisotropie. En effet, une coupe perpendiculaire à cette direction risque d'aggraver les fissures internes de l'aimant au risque de le fendre.

Toutes ces précautions font que les utilisateurs d'aimants ferrites font couramment sous-traiter leur commande directement par le fournisseur.

III.2 Les possibilités d'usinage

Afin d'améliorer nos connaissances sur les différentes possibilités d'usinage des ferrites et choisir celle adaptée à nos besoins, nous avons réalisé plusieurs essais sur des échantillons et les conclusions sont les suivantes:

III.2.1 La découpe droite

Elle se fait relativement aisément à l'aide d'un disque diamanté et un arrosage d'eau abondant. La vitesse de coupe conseillée est d'environ 1800 m/min. Le principal risque est celui de l'écaillage des blocs de ferrite au niveau des angles. Nous avons réalisé des découpes avec des angles d'attaque de moins de 45°, nous n'avons remarqué aucune écaille (Fig. V-4).

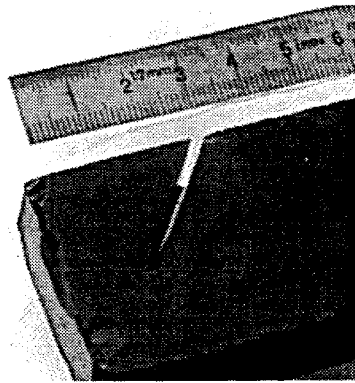


Figure V-4: Tronçonnage d'un pavé ferrite avec un angle d'attaque de 45°.

III.2.2 La découpe circulaire

C'est un point beaucoup plus délicat et pour lequel aucune technique précise n'est préconisée. Ce problème se pose lorsque l'on veut par exemple réaliser des couronnes. Souvent, ces formes sont approximées et construites à partir de plusieurs polygones collés. Nous avons toutefois testé quelques techniques pour étudier leur faisabilité et leurs limites par rapport à nos besoins.

III.2.2.1 Le carottage

Une solution consiste à réaliser une cloche au rebord diamanté qui viendrait carotter progressivement la matière. La précision obtenue est de l'ordre du dixième de millimètre. Cette méthode comporte quelques difficultés. La poussière ferrite risque de coincer le système en rotation. De plus, elle nécessite la réalisation d'outils unitaires de dimensions données pour chacune des commandes, et il y a un risque de décentrage.

III.2.2.2 Les outils diamants polycristallins

Une autre méthode consiste à utiliser des outils diamants polycristallins (proposés entre autres par la société SANDVIK). Des essais ont été réalisés avec ces outils montés sur un tour. Le diamant polycristallin est obtenu en comprimant une poudre de diamant synthétique. Par exemple, nous avons pu, à partir d'un pavé, tourner un cylindre (Fig. V-5 (a)). Si en début de découpe, le ferrite s'écaille, au fur et à mesure que l'on se rapproche de la forme circulaire, l'état de surface devient très satisfaisant. L'essai a été réalisé à une vitesse d'environ 70 m/min **et sans arrosage**. Nous avons également dressé la face d'un pavé. La photo de la figure V-5 (b) montre l'excellent état de surface obtenu et les défauts internes du matériau qui sont apparus. L'usinage au centième de millimètre est possible. L'usure de tels outils n'est pas bien connue mais un réaffûtage de la plaquette permet de lui redonner toutes ses qualités de découpe.

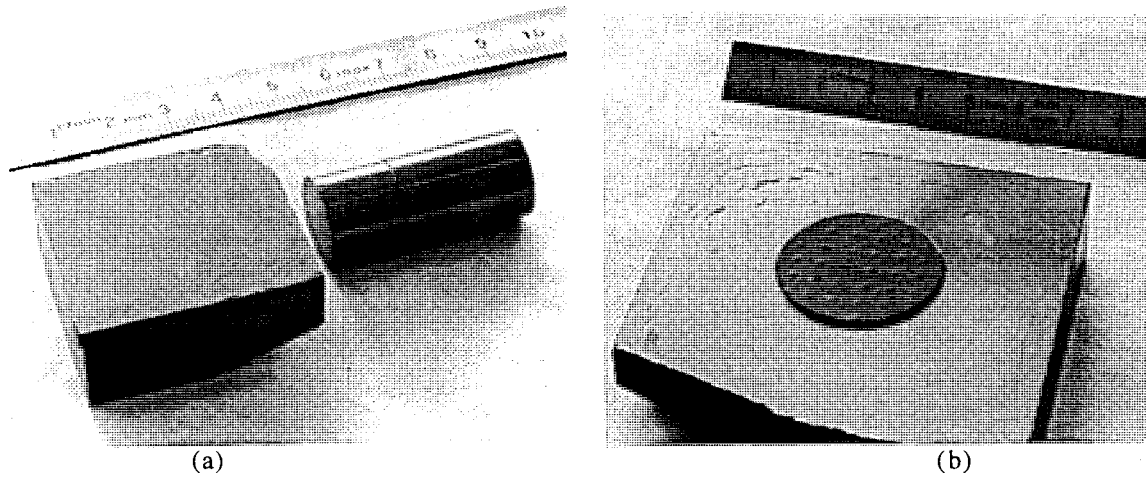


Figure V-5: (a) Usinage au tour d'un cylindre à partir d'un pavé
(b) Dressage au tour d'une face

III.2.2.3 La découpe au jet d'eau

De manière générale, c'est une technique peu utilisée et les centres de découpes sont peu nombreux (14 centres en France). Les jets utilisés ont un diamètre de 0,8 mm sous une pression de 3000 bars. La précision de la découpe est de $\pm 0,1$ mm avec un positionnement du jet de l'ordre de 0,05 mm.

Cette technique a de nombreux avantages: elle autorise non seulement les découpes droites mais aussi la réalisation rapide de formes complexes et de grandes tailles (2,5 m*3,5 m au maximum sur les machines des découpeurs que nous avons contactés). De plus, ce mode d'usinage assure des contraintes thermiques et mécaniques réduites.

En revanche, les essais réalisés montrent que l'état de surface est rugueux. Le passage du jet d'eau laisse d'importantes empreintes et plus particulièrement lors de son entrée et de sa sortie du matériau (Fig. V-6 (a)). Seule une vitesse de déplacement du jet d'eau très lente permet de donner un meilleur état de surface. Pour toutes ces raisons, la découpe au jet d'eau apparaît comme une technique tout à fait avantageuse pour un premier travail d'ébauche pour une précision demandée de plusieurs dixièmes de millimètres. Bien entendu, cette technique est également applicable pour les découpes droites.

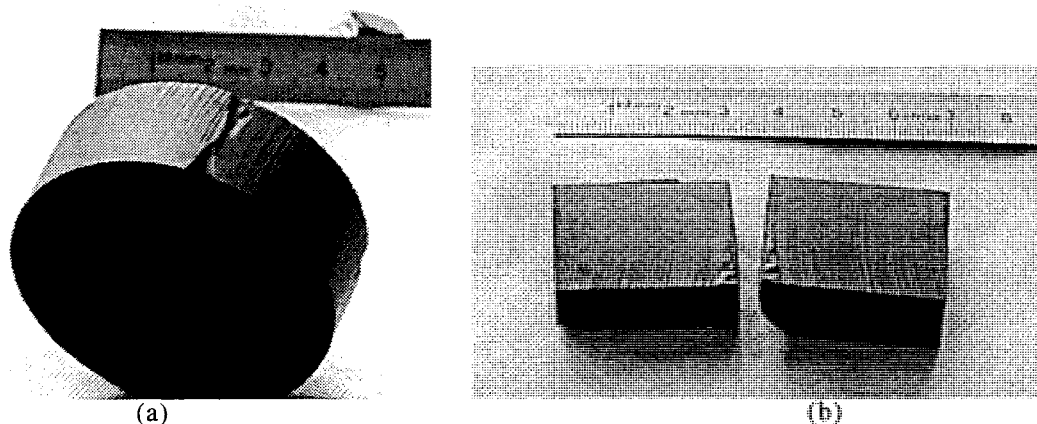


Figure V-6: (a) Découpe d'un disque ferrite par la technique du jet d'eau
(b) Découpe droite au jet d'eau

III.2.3 La rectification

L'utilisation de meules diamant ne pose pas de difficultés particulières. L'état de surface obtenu est très convenable pour une vitesse de coupe peu élevée d'environ 180 m/min.

En conclusion, le travail des ferrites demande de nombreuses précautions et un outillage spécifique. La découpe au jet d'eau est tout particulièrement intéressante pour l'usinage de forme quelconque et de pièce de volume important. Pour des découpes plus précises, seul les outils au diamant assurent une bonne finition même si les risques de cassure sont toujours présents.

IV LE COLLAGE

Lors de l'usinage de plusieurs blocs d'aimants, il est parfois nécessaire de les maintenir entre eux. Le collage constitue alors une solution simple et rapide. Les différentes familles de colles sont:

- Les colles de type "araldite":

Elles permettent d'obtenir une bonne tenue avec une vitesse de prise lente de quelques heures, ce qui est adapté si les manipulations se font à l'aide d'un montage. Le décollage est en revanche difficile.

- Les colles du type cyanolite:

Elles ont l'avantage d'introduire un film fin entre les aimants et se caractérisent par une vitesse de prise rapide de quelques secondes. C'est pourquoi elles sont particulièrement conseillées pour le collage sans montage d'aimants en répulsion. Le maintien se fait grâce à un accrochage moléculaire entre la surface du matériau et la colle, rendant le décollage difficile. La rupture se fait soit au niveau du matériau lui-même, soit dans l'épaisseur du film de colle.

- Les colles de type néoprène:

L'adhésion se fait grâce à un faible film de colle pour un collage instantané. Pour décoller deux pièces, il suffit de les chauffer aux alentours de 100°C. Alors la colle se ramollit et perd son efficacité. En revanche, monter plus haut en température, 230°C par exemple, carbonise la colle et rend le décollage impossible. Une autre méthode consiste à plonger les pièces dans un bain de diluant d'acétone ou de trichloéthylène. Il sera d'autant plus efficace, qu'il pénétrera loin entre les deux surfaces et pour cela des rainures sur l'une des surfaces sont parfois nécessaires.

- Le ciment:

Les aimants peuvent également être maintenus sur des plaques en céramique par l'intermédiaire d'un ciment. Ce ciment se présente sous la forme d'une poudre, qui, chauffée à 160 °C, assure le maintien. Le décollage se fait ensuite en trempant les aimants dans un bain de soude pendant 2 jours. L'utilisation de ce ciment permet de ne pas encrasser les outils de coupe avec la colle.

Si le collage est une opération facile et rapide à réaliser, il est toutefois plus prudent de prévoir une sécurité supplémentaire, particulièrement si le système assemblé est définitif. Un serrage mécanique par exemple, permet de consolider le maintien et de parer aux éventuelles ruptures du film de colle.

V REALISATION DU PROTOTYPE

V.1 Détermination des étapes

Pour le choix des étapes de réalisation, deux options se présentent. La première consiste à réaliser l'assemblage de la structure à partir des blocs d'aimants déjà aimantés. Cette option rend très délicate la phase de montage où les problèmes de forces, de raideur et de désaimantation doivent être étudiés finement. La seconde consiste à aimanter le système une fois celui-ci complètement monté. Ce dernier cas n'est envisageable que si la structure possède une seule direction d'aimantation. Dans notre cas les deux options sont réalisables.

Pour la construction du prototype, nous avons choisi l'enchaînement suivant:

- * Assemblage des blocs parallélépipédiques par collage.

- * Usinage des disques et des couronnes. Un premier usinage permet d'obtenir des formes polygonales. Celles-ci sont ensuite rectifiées par meulage.

- * Décollage des pavés par chauffage

- * Aimantation des différents blocs. Les aimants destinés à la réalisation des disques sont aimantés par bloc de trois épaisseurs et les aimants destinés à la construction des couronnes

sont aimantés entre deux plaques de fer.

* Assemblage. Chaque aimant en répulsion avec son voisin est maintenu par un système de vis.

Ce choix permet:

- de montrer la faisabilité à l'échelle 1. En effet, toutes les techniques utilisées pour la construction du prototype sont transposables à l'échelle 1.
- de s'approcher au plus près des formes cylindriques.
- d'obtenir en phase finale une structure non collée. On évite ainsi les entrefers dus aux épaisseurs de colle. De plus, on garde la maîtrise de la position des aimants.
- d'éviter la construction d'une bobine supraconductrice spécifique pour aimanter l'ensemble. La structure possède en effet un entrefer trop important pour être aimanté par un système de bobines classiques.

En annexe sont données quelques photos illustrant les différentes étapes de l'usinage et du montage du prototype.

En vue d'une construction en série de la structure à l'échelle 1, nous pensons qu'il faudrait enchaîner les étapes suivantes:

- usinage des cylindres et des disques par une découpe au jet d'eau,
- éventuellement amélioration de la précision dimensionnelle par un tournage à la meule diamant,
- montage du système complet,
- aimantation de l'ensemble de la structure par une bobine supraconductrice .

V.2 La manipulation des ferrites aimantés

V.2.1 Etude du champ démagnétisant dans les blocs d'aimants utilisés

C'est à partir de pavés aimantés que la structure RMN est montée. Il se pose alors le problème de la manipulation des aimants ferrites, qui, sans précaution:

- peuvent parfois se désaimanter s'ils sont soumis à leur propre champ démagnétisant ou s'ils subissent le champ d'autres aimants,
- peuvent être soumis à des forces d'interaction variant très rapidement lors du montage. Une brusque variation de force, qui s'exprime en terme de raideur, est très difficile à maîtriser.

La notion de champ démagnétisant H_d a été définie au chapitre III. Cette notion intervient ici afin de déterminer le niveau d'aimantation des pavés utilisés.

Pour des pavés, H_d n'est pas uniforme à l'intérieur du volume. Les valeurs maximales se situent dans les coins et sont bien supérieures à la valeur au centre. Nous avons choisi d'estimer une valeur

moyenne du champ en approximant nos blocs de ferrites à des ellipsoïdes aplatis de la manière suivante: on considère tout d'abord le volume de surface carrée dans lequel les blocs de ferrites sont inscrit, pour se ramener ensuite à l'ellipsoïde aplati inscrit dans ce parallélépipède carré (Fig. V-7). Nous insistons sur le fait que l'on obtient uniquement le point de fonctionnement moyen approché de l'aimant.

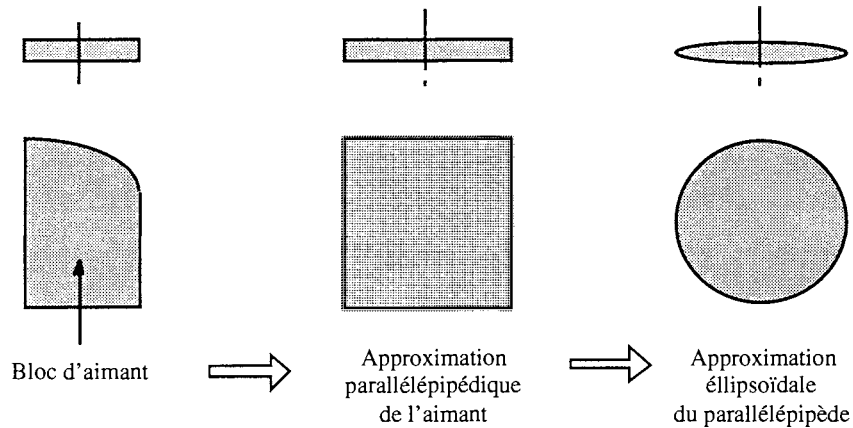


Figure V-7: Modèle utilisé pour le calcul approché du champ démagnétisant dans les blocs ferrites.

En appliquant cette approximation aux blocs d'aimants élémentaires dont on dispose, les résultats sont les suivants:

pavés destinés aux couronnes	120x120x7 mm	$H_{\text{dmoyen}} = 292 \text{ kA/m}$
pavés destinés aux disques	145x145x12,7 mm	$H_{\text{dmoyen}} = 286 \text{ kA/m}$

Sachant que le champ coercitif des ferrites de strontium est autour de 260 kA/m, les pavés aimantés manipulés seuls dans l'air auront une désaimantation partielle, tout particulièrement dans les coins.

Pour former le disque, trois épaisseurs d'aimants (3x12,7 mm) sont nécessaires. Il est donc préférable d'aimanter directement l'ensemble des trois épaisseurs d'aimants. Ainsi, le bloc obtenu a un champ démagnétisant moyen plus faible: H_{dmoyen} est inférieur au champ coercitif du matériau, il est passé de 286 kA/m à 239 kA/m.

Pour la couronne, une seule épaisseur d'aimants (7 mm) est nécessaire. Pour éviter la désaimantation, les ferrites doivent être aimantées et conservées entre deux plaques de fer. L'assemblage de la couronne se fera sur le disque déjà monté ce qui permet de diminuer le risque de désaimantation.

V.2.2 Etude du champ démagnétisant de la structure complète

A l'aide du logiciel d'éléments finis Flux3D, nous avons étudié le champ à l'intérieur des disques et des couronnes de la structure complète en trois dimensions. Pour des raisons de symétrie, seul 1/8^{ème} de la structure a été modélisé. Les figures V-8 et V-9 présentent, sous forme de dégradé, les variations du module du champ magnétique à l'intérieur du disque et de la couronne lorsque la structure est montée.

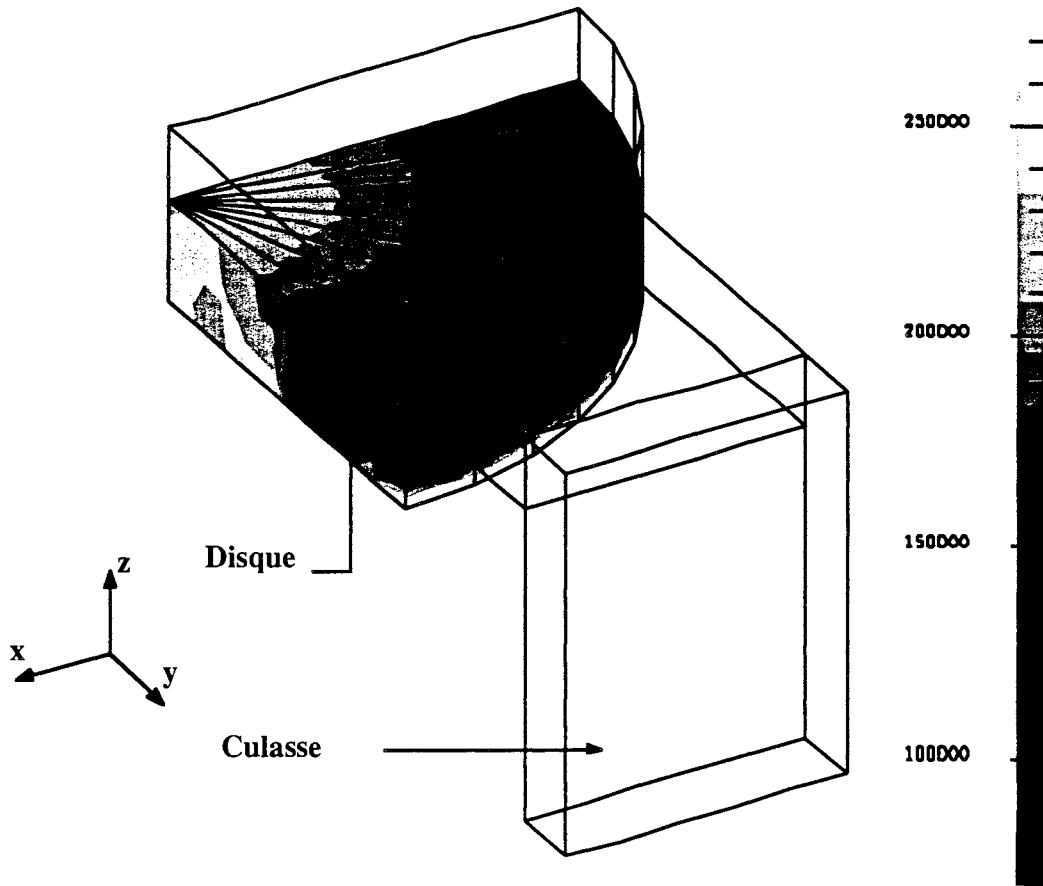


Figure V-8: Dégradé du module du champ dans 1/4 du disque

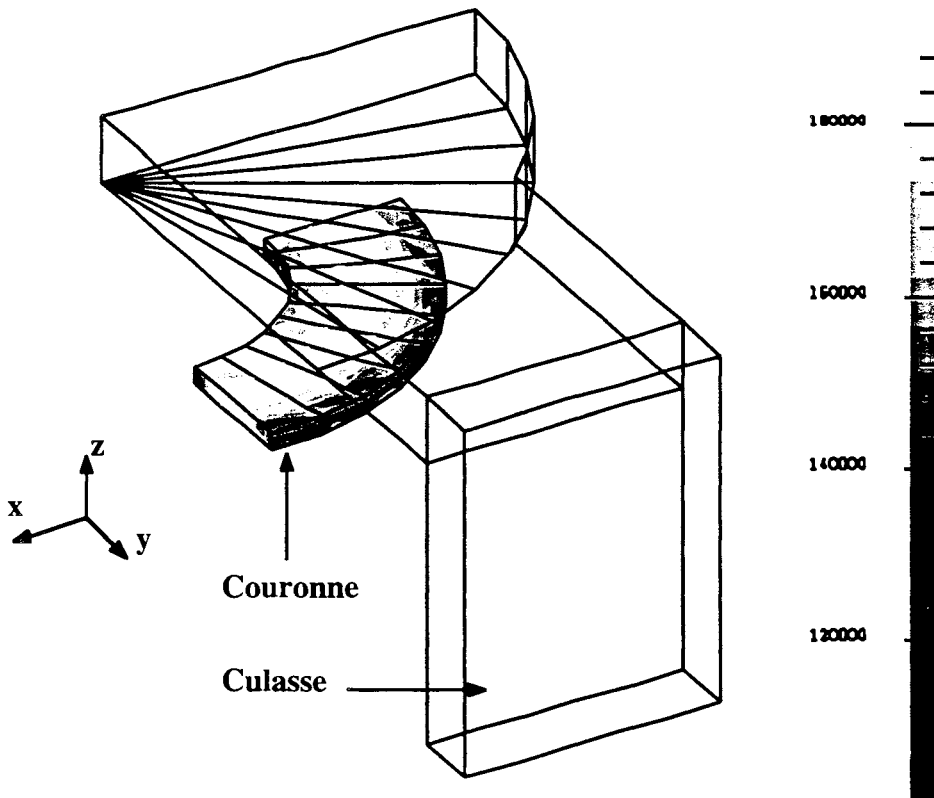


Figure V-9: Dégradé du module du champ dans 1/4 de la couronne

Globalement, le champ magnétique à l'intérieur de chacun des volumes est inférieur au champ coercitif des ferrites de strontium. Seuls certains points situés dans les angles du disque possèdent un champ proche de 260 kA/m.

V.3 Assemblage et maintien des aimants

L'étape suivante est celle de l'assemblage des différentes pièces et le montage de l'ensemble. Les ferrites aimantés destinés à former le disque sont placés à l'intérieur d'une bague qui permet de les maintenir radialement sans collage. Cette opération se fait sur le circuit magnétique.

On peut amener les pavés à l'intérieur de la bague:

- soit verticalement, c'est-à-dire perpendiculairement au plan de la culasse,
- soit tangentiellment à la culasse.

Les deux parties suivantes étudient le comportement des aimants dans chacun des cas.

V.3.1 Approche verticale des aimants sur la culasse

Les aimants étant bloqués en périphérie par la bague, on se trouve alors dans la situation suivante: insérer un aimant entre deux autres aimants déjà plaqués sur la culasse (Fig. V-10).

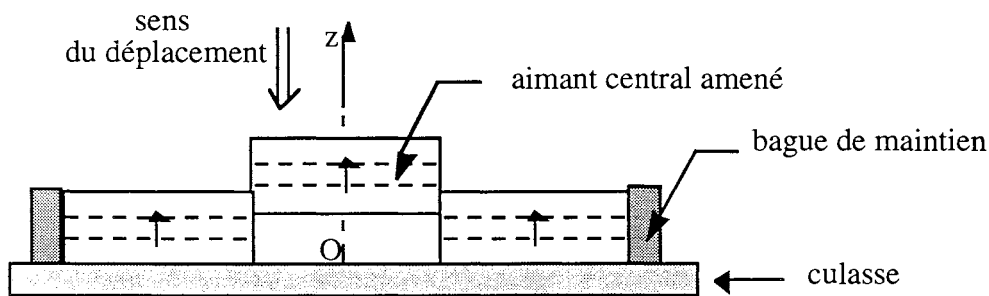


Figure V-10: Configuration étudiée.

Une étude a été menée en deux dimensions pour calculer la force exercée sur l'aimant central en fonction de sa position sur l'axe Oz (Fig. V-11). Les dimensions des aimants sont 38,1x100x1000 mm.

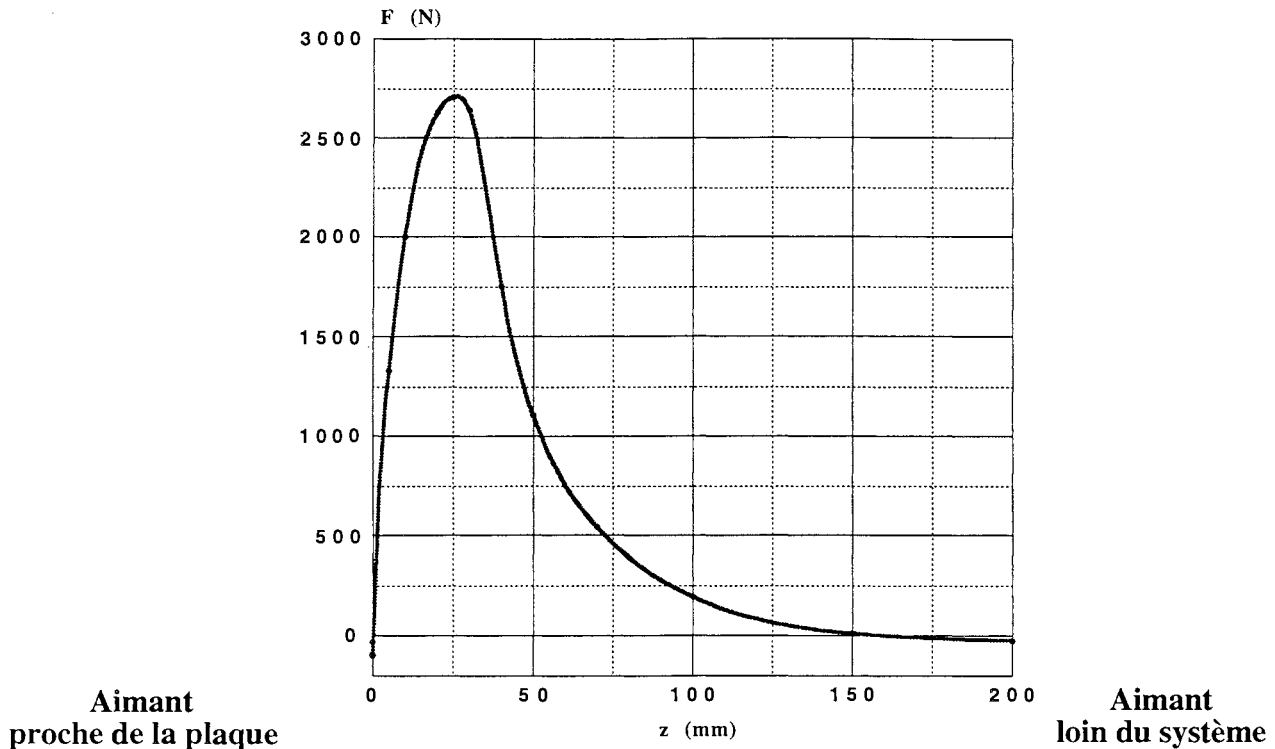


Figure V-11: Evolution de la force exercée sur l'aimant central en fonction de sa position verticale.

En fonction de sa position sur l'axe Oz, l'aimant central est soumis à des forces de signe différent. Placé très loin, l'aimant est en faible attraction avec le reste du système ($F < 0$). En s'approchant les aimants positionnés exercent une force de répulsion sur lui. Enfin, proche de la plaque, la répulsion diminue et l'attraction du fer augmente. Il faut noter la forte variation de la force lorsque l'aimant s'approche de la plaque. La raideur verticale (dF/dz) de plus de 400 N/mm à 1 mm ne peut pas être contrôlée manuellement. Le plaquage de l'aimant sera brutal et le risque de le casser important.

V.3.2 Approche tangentielle des aimants sur la culasse

Une autre méthode consiste à approcher les aimants tangentiellement à la culasse. C'est cette méthode que nous avons choisie pour construire les disques car elle permet d'avoir une augmentation progressive des forces de répulsion entre les aimants et la culasse favorise le maintien des aimants. L'ensemble du disque est reconstitué en amenant un à un les aimants aimantés à l'intérieur d'un système de bagues (Fig. V-12).

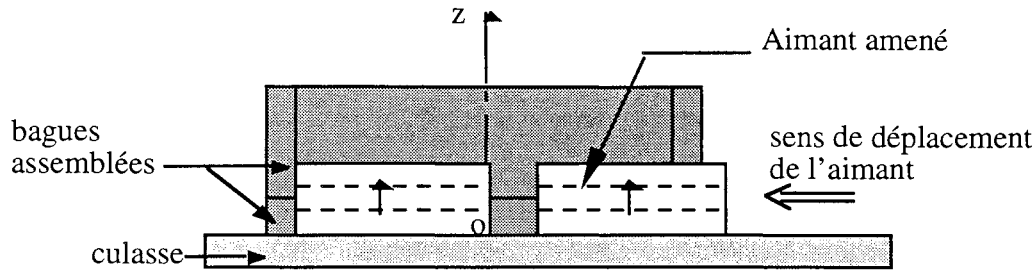


Figure V-12: Approche tangentielle d'un aimant sur la culasse.

Celui-ci comprend deux couronnes de même diamètre vissées l'une au dessus de l'autre. Nous avons découpé une encoche sur la bague inférieure pour permettre l'introduction des aimants. Une fois les ferrites positionnées à l'intérieur, on fait coulisser le système de bagues vers le bas: les aimants sont alors maintenus par la bague supérieure pleine et la partie inférieure devenue inutile est enlevée.

La même technique est utilisée pour la construction de la couronne. Celle-ci est montée directement sur le disque et maintenue par deux bagues intérieure et extérieure.

VI ETUDE DU PROTOTYPE

VI.1 Les sources d'inhomogénéités du prototype

Dans cette partie nous nous intéressons aux différentes causes d'inhomogénéités introduites par la réalisation. Nous cherchons en particulier à estimer les importances relatives de chacune.

VI.1.1 Dispersion de l'aimantation des aimants

Deux blocs de ferrite ayant subi le même processus de fabrication et d'aimantation possèdent rarement la même polarisation. En effet, de nombreux facteurs entrent en jeu lors de la fabrication et engendrent des variations dans les propriétés magnétiques des aimants fabriqués. Pour mesurer cette dispersion, il est courant de donner la valeur de $3\sigma_r$ où σ_r est la variance relative de la polarisation définie par:

$$\sigma_r = \frac{\sigma}{\text{moyenne}}$$

L'étude statistique faite classiquement sur un groupe d'aimants issus d'un même lot de fabrication, c'est à dire issus d'une même poudre, donne une dispersion de $3\sigma_r=3\%$. Cette même étude réalisée sur des blocs issus de lots différents donne un résultat de $3\sigma_r=5\%$.

Afin d'estimer l'inhomogénéité des pavés ferrites que nous utilisons, nous avons aimanté puis mesuré trente aimants. Les mesures ont été réalisées par la méthode d'extraction d'un aimant à travers une bobine de Helmholtz [Merle, 1993]. Par cette méthode, il est possible de déterminer le module et la direction de polarisation d'un pavé aimanté. Nous n'avons détecté qu'une seule composante du vecteur

ce qui nous amène à conclure que le vecteur polarisation de l'aimant est normal à l'un de ses plans. Nous donnons sur la figure V-13 une représentation de la répartition des différents blocs d'aimants en fonction de leur polarisation J . En ordonnée est porté le nombre d'échantillons dont la polarisation est celle donnée en abscisse.

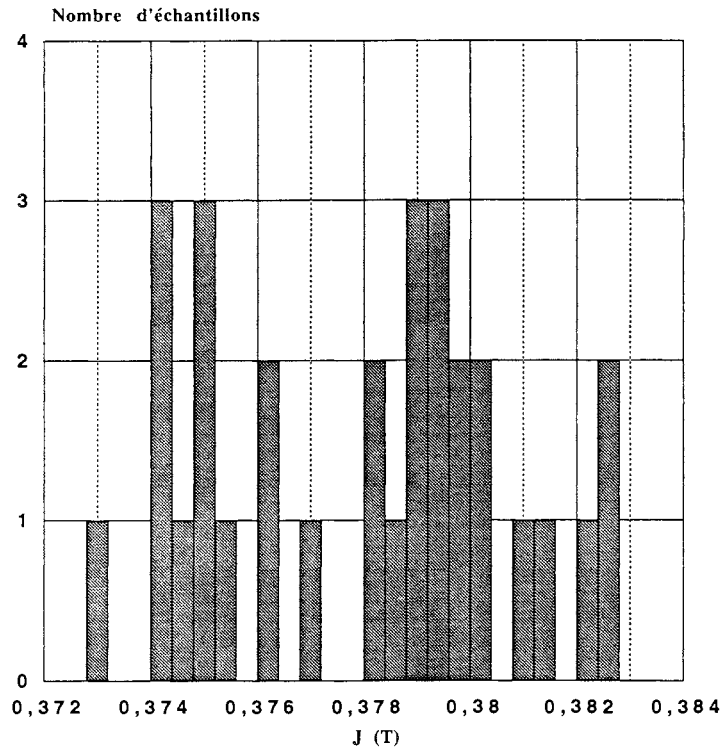


Figure V-13: Dispersion de l'aimantation des aimants

Sur l'ensemble des valeurs, on observe une variation relative de 2% et une dispersion de $3\sigma_r=3\%$. Ces valeurs sont celles attendues. D'autre part, on peut remarquer que la répartition ne se présente pas sous la forme d'une gaussienne mais admet deux pics principaux. Ceux-ci peuvent être dus au fait que les aimants proviennent de plusieurs séries de fabrications. On peut également penser que le nombre d'échantillons mesuré est insuffisant.

La phase d'assemblage des aimants peut également être à l'origine d'inhomogénéités constatées à posteriori. En effet, chaque aimant manipulé entre plusieurs autres subit des perturbations magnétiques qui peuvent engendrer des rotations d'aimantations irréversibles dans le matériau.

Il existe d'autres types de défauts qui peuvent provenir:

- des propriétés de la culasse:

L'acier utilisé peut présenter une mauvaise isotropie. De plus chaque point du matériau peut posséder une aimantation rémanente différente.

- des tolérances dimensionnelles:

En utilisant la méthode des images, le calcul analytique du champ montre qu'en passant d'une précision

au centième sur l'ensemble des dimensions du système à des valeurs au dixième, on perd environ un facteur 10 sur l'homogénéité. La précision de la réalisation est donc importante. Toutefois, comme nous l'avons vu aux paragraphes précédents, l'usinage des ferrites est délicat et c'est uniquement en utilisant des outils spécifiques qu'une grande précision peut être obtenue. Dans notre cas, on estime la précision de la réalisation des différentes formes à quelques centièmes. Cette précision peut paraître excessive par rapport aux problèmes de dispersion d'aimantation que nous avons étudiés précédemment. Cependant par cette démarche, nous éliminons les problèmes de tolérances dimensionnelles qui précisément auraient pu être mises en cause.

- du montage:

Lors du montage de la structure, des défauts peuvent encore s'introduire. Ils peuvent porter sur des problèmes de parallélisme ou d'orthogonalité entre les différents plans de la culasse ou un mauvais centrage pour les parties circulaires. Il faut également assurer un bon appui entre les pièces, réduisant ainsi les volumes d'air.

VI.2 Mesure du prototype

VI.2.1 Automatisation d'un banc de mesure

Etant donné l'importante homogénéité que la structure est supposée posséder, le relevé des valeurs de champ dans le volume utile nécessite un appareil de mesure de champ très précis. Il existe de nombreuses méthodes de mesure du champ (sonde à effet Hall, magnétomètre) mais la seule adaptée à nos besoins est celle utilisant une sonde RMN. En effet, tout comme l'imagerie RMN, celle-ci repose sur la caractéristique de certains atomes placés dans un champ donné de se mettre en résonance lorsqu'ils sont excités par une onde électromagnétique d'une fréquence précise fonction du champ statique initial. Ainsi, la détection de ce phénomène permet de remonter à la valeur du champ H_0 .

Nous disposons au laboratoire d'un teslamètre Métrolab PT 2025 associé à une sonde couvrant la gamme d'induction (0,04 à 0,13 T). De par le principe même de fonctionnement, ce type d'appareil est uniquement adapté à la mesure de champ dans un espace suffisamment homogène magnétiquement. En effet, si le champ varie trop brutalement, l'excitation ponctuelle n'est pas possible. Dans notre gamme de champ, le constructeur indique l'homogénéité minimale à vérifier pour obtenir une mesure : elle est de l'ordre de 600 ppm/cm.

Les spécifications de l'appareil sont:

- Précision relative: 10^{-7}
- Sensibilité thermique: un système de compensation permet de limiter la sensibilité des mesures. Pour un fonctionnement entre -20 et 70°C, les variations de mesures sont inférieures à 2 ppm par an.

Dans un deuxième temps, nous avons cherché un dispositif de déplacement de la sonde qui nous permette d'assurer la précision du point de mesure ainsi que sa répétabilité. Nous avons utilisé un robot mécanique à trois axes. Son pas élémentaire de déplacement est de 0.01 mm. De plus, en vue de la correction du prototype et des nombreuses mesures à venir, nous avons opté pour l'automatisation d'un banc de mesure permettant le relevé du champ en un point quelconque du système ainsi que le relevé de carte de champ sur une surface donnée. Les deux appareils, teslamètre et robot sont commandés par l'intermédiaire d'un PC (Fig. V-14).

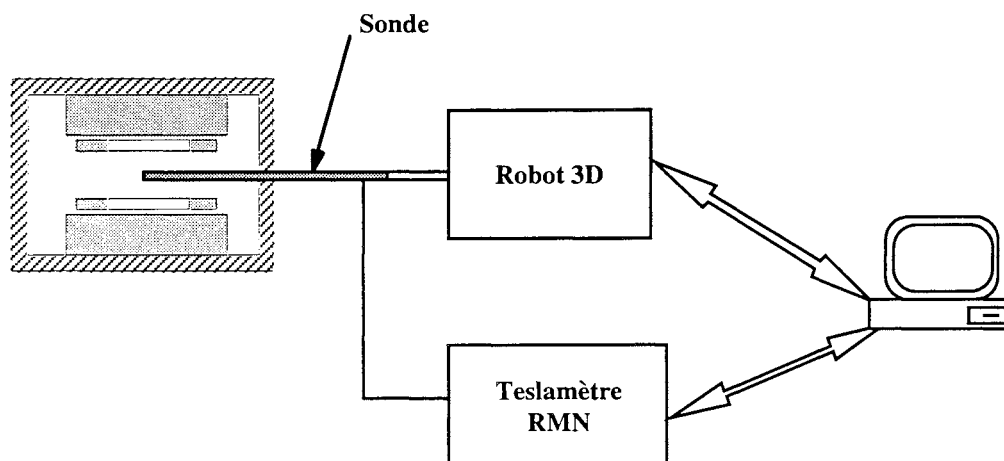


Figure V-14: Schéma du dispositif de mesure

Dans un dernier temps, nous avons pris en compte la sensibilité thermique des matériaux utilisés. Cette sensibilité se traduit par [Schuster, 1986]:

- des variations dimensionnelles du circuit magnétique (d'environ $-1,2 \cdot 10^{-3} \%/^{\circ}\text{C}$),
- des variations de perméabilité du circuit magnétique (d'environ $-1 \cdot 10^{-2} \%/^{\circ}\text{C}$),
- des variations magnétiques du système à raison de $0,2 \%/^{\circ}\text{C}$ pour les ferrites. C'est ce dernier facteur qui est le plus significatif.

Pour limiter ces phénomènes, nous avons placé la structure RMN à l'intérieur d'une pièce possédant une faible dérive thermique (sans fenêtre, ni circulation d'air). L'enregistrement de la température sur plusieurs jours a montré des variations inférieures au degré. De plus nous avons recouvert la structure RMN de plaques d'un isolant thermique de type polyuréthane. On s'assure ainsi que les variations d'induction mesurées au cours d'une série de mesures de quelques minutes ne proviennent pas d'une dérive thermique. En effet, nous avons réalisé des séries de mesures identiques les unes après les autres et l'écart relevé entre les différentes valeurs est de l'ordre de 10^{-7} T ce qui correspond à la précision de l'appareil.

Sur plusieurs semaines, la température ambiante peut varier de quelques degrés et la valeur du champ se modifie. Toutefois, dans la mesure où l'ensemble de la structure subit les mêmes contraintes thermiques, c'est uniquement une translation des valeurs mesurées que l'on constate mais l'homogénéité est maintenue.

VI.2.2 Résultats des premières mesures

VI.2.2.1 Mesure du champ dans l'entrefer

Détermination de la zone d'étude: en prenant pour volume d'étude une sphère de 30 cm de diamètre comme il est habituel de prendre pour les systèmes corps entier, le domaine de mesure correspondant à notre prototype est une sphère de 5,6 cm de diamètre.

Choix des appareils de mesure: dans un premier temps, nous avons choisi d'utiliser un gaussmètre à effet Hall afin de s'affranchir des problèmes d'"accrochage" amenés par le teslamètre RMN qui ne permet des mesures que lorsque le champ est très homogène. De cette manière, nous pouvions parcourir l'ensemble de l'entrefer de la structure. Le gaussmètre utilisé est un Bell série 9900, de précision relative de 10^{-4} T.

Nous donnons sur le figure V-15 une représentation de la structure où sont portées les conventions d'axes utilisées pour la représentation des valeurs mesurées expérimentalement.

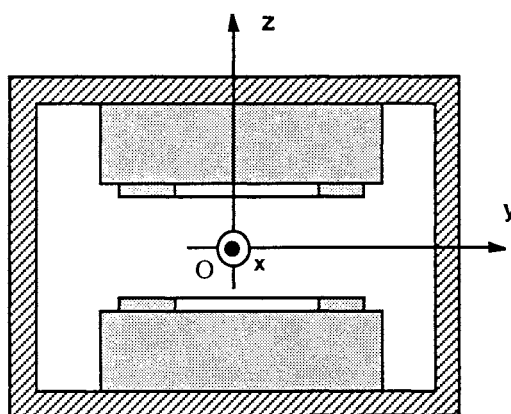


Figure V-15: Conventions d'axes

Nous avons mesuré le champ créé par la structure suivant les trois axes sur 6 cm. Les résultats sont représentés sur la figure V-16. En ordonnée est portée la valeur de:

$$\frac{B(M)-B(0)}{B(0)}$$

où M est le point où se fait la mesure (point situé sur l'axe x, y ou z)
O est l'origine

Ces premières mesures mettent en évidence:

- une dissymétrie du système marquée suivant l'axe z avec une homogénéité relative de l'ordre de $4 \cdot 10^{-3}$ sur 6 cm
- une homogénéité relative suivant x et y de l'ordre de 10^{-3} .
- on a un rapport d'environ 5 entre l'homogénéité calculée théoriquement par Dipôle3D présentée au chapitre IV et les mesures.

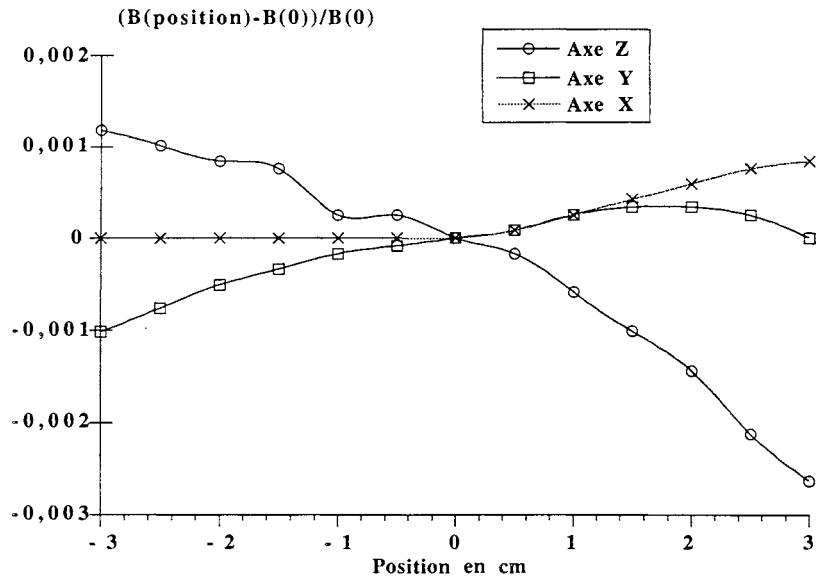


Figure V-16: Evolution de l'homogénéité de B pour les trois axes

On s'aperçoit donc que l'homogénéité initiale n'est pas très bonne. Nous écartons l'hypothèse suivant laquelle les dimensions du prototype ne correspondraient pas suffisamment à celles de la structure calculée puisque les usinages ont été réalisés avec une grande précision. Nous pensons que les inhomogénéités sont principalement dues à la dispersion magnétique des aimants.

D'autre part, la dissymétrie suivant l'axe z peut provenir de la phase de montage. Celle-ci n'a pas été réalisée symétriquement puisqu'elle a consisté à amener l'un des pôles sur le reste de l'ensemble la structure constituée du second pôle et de la plaque horizontale de la culasse ainsi que des deux bras verticaux.

VI.2.2.2 Mesure du champ de fuite

Classiquement, il est demandé aux structures RMN de posséder un champ de fuite réduit. La valeur citée en référence est celle de l'induction mesurée à 2 m de la structure. Cette valeur doit être inférieure à 0,5 mT.

Nous avons mesuré l'induction à 40 cm de la structure ce qui correspond à celle qui serait mesurée à 2 m dans le cas d'une structure à l'échelle 1. Les valeurs obtenues sont les suivantes:

- x=40 cm,	y=0,	z=0,	B = 0,06 mT
- x=0,	y=40 cm,	z=0,	B = 0,03 mT
- x=0,	y=0,	z=40 cm,	B = 0,02 mT

La valeur la plus élevée correspond, comme attendu, à la mesure réalisée suivant l'axe x qui ne comporte pas de bras de fermeture de flux. Dans tous les cas, la valeur du champ est presque dix fois inférieure à la valeur de référence maximale donnée.

VI.2.3 Symétrisation des cartes de champ

Nous avons cherché à obtenir des cartes de champ symétriques et lisses telles que la géométrie de la structure l'impose théoriquement.

Parce que les aimants possèdent une forte dispersion dans leurs caractéristiques, nous avons pensé ajouter un disque de fer sur les couronnes afin de lisser le flux sortant grâce à une homogénéisation des charges magnétiques. Ces plaques ont une épaisseur de 0,65 mm et pour diamètre celui des disques d'aimants. Du fait de la géométrie du montage, nous n'avons pas pu plaquer les plaques de fer à même les couronnes et celles-ci se situent à environ 2 mm des aimants.

Les mesures de champ sur les trois axes nous ont donné les résultats de la figure V-17 exprimant toujours l'homogénéité en un point en valeur relative par rapport au centre.

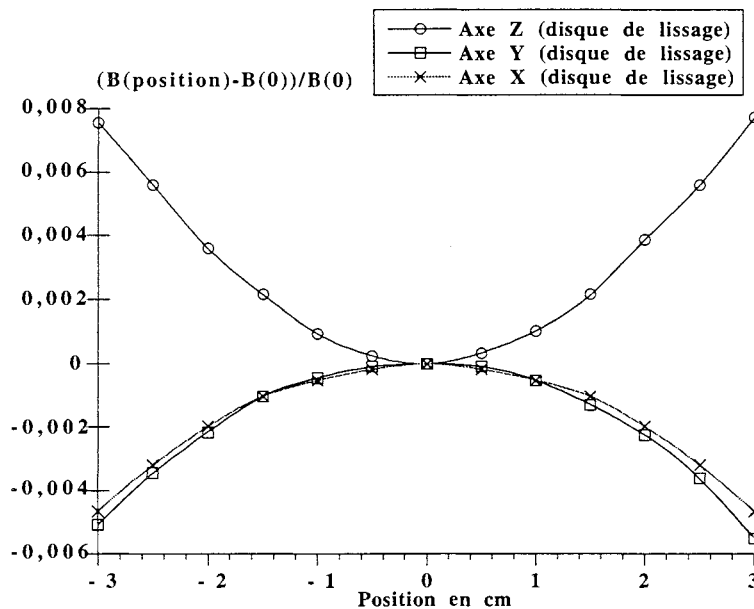


Figure V-17: Evolution de l'homogénéité de B en présence des disques de lissage

On note:

- une symétrie très nette des courbes pour les trois axes,
- la faible différence d'homogénéité entre les axes x et y à ce stade des mesures,
- une homogénéité dégradée par rapport à l'essai précédent sans disque de fer. La structure ayant été dimensionnée sans plaque de fer, il n'est pas surprenant de voir son homogénéité chuter lorsque son fonctionnement est modifié.

VI.3 Procédé d'homogénéisation de la structure

L'homogénéisation du champ créé par une structure est un travail délicat. Plusieurs solutions existent.

Généralement, c'est par l'utilisation de pièces polaires ferromagnétiques que l'homogénéité est accrue [Miyamoto, 1989].

VI.3.1 Présentation du dispositif de réglage

Nous avons essayé un système de réglage fondé sur la déformation de deux disques ferromagnétiques placés au niveau des pôles qui viennent s'ajouter aux deux disques précédents. Pour les distinguer, nous parlons:

- de disques de lissage pour désigner les disques placés au niveau des couronnes et qui ont permis de symétriser la structure,
- et de disques de réglages pour désigner ceux que nous ajoutons en vue d'augmenter l'homogénéité du système en les déformant.

Les disques de réglage ont eux aussi un diamètre de 304 mm (diamètre des disques d'aimant), une épaisseur de 1,5 mm et sont en Mumétal. Ce matériau composé à 78% de Nickel a été choisi pour son faible champ coercitif d'environ 2 A/m qui permet de réduire les risques d'aimantation rémanente du matériau. La position des disques est représentée par la figure V-18.

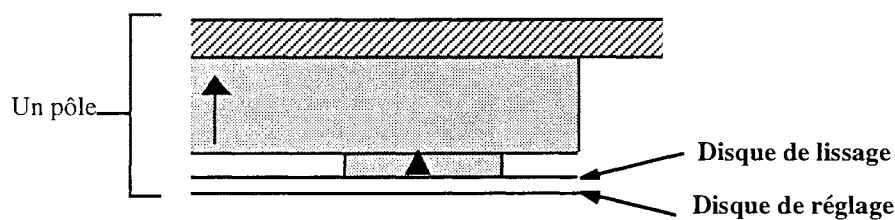


Figure V-18: Emplacement des disques

La méthode de déformation que nous avons choisie repose sur le cintrage des disques de réglage. Pour cela nous avons placé:

- un ensemble de huit vis régulièrement réparties sur un cercle de diamètre 280 mm qui permet d'imposer un cintrage réglable sur la périphérie
- une vis centrale servant au plaquage (Fig. V-19).

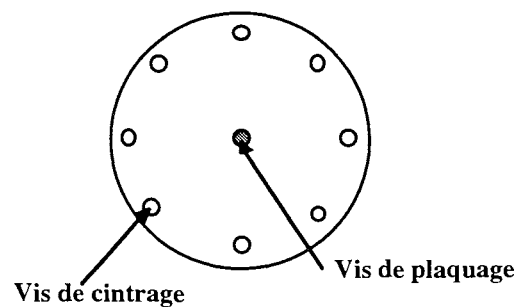


Figure V-19: Disques de réglages

VI.3.2 Détermination de l'entrefer optimal séparant les deux pôles

Les disques étant ainsi positionnés, sans cintrage dans un premier temps, nous avons effectué un premier réglage en étudiant l'influence de l'entrefer séparant les deux pôles de la structure. L'écart entre les pôles est réglé grâce à un système de cales d'épaisseurs différentes (Fig. V-20).

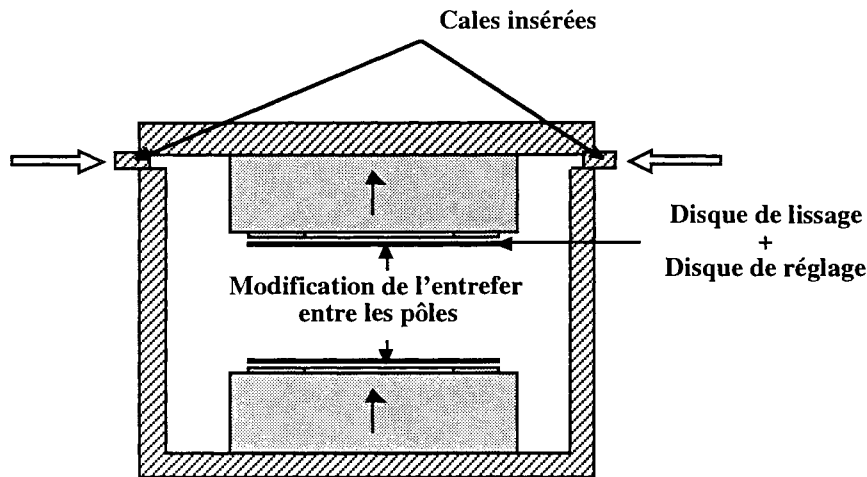


Figure V-20: Modification de l'entrefer entre les pôles

La meilleure homogénéité est obtenue pour un entrefer de 2 mm inférieur à celui déterminé lors du dimensionnement sans disque ferromagnétique. Cette dernière position est prise comme base pour les réglages suivants. Par ce premier réglage, l'homogénéité suivant l'axe z a été améliorée de 30%.

Les courbes de la figure V-21 donne l'évolution de l'homogénéité en fonction de la position du point de mesure, et ce, pour les trois axes.

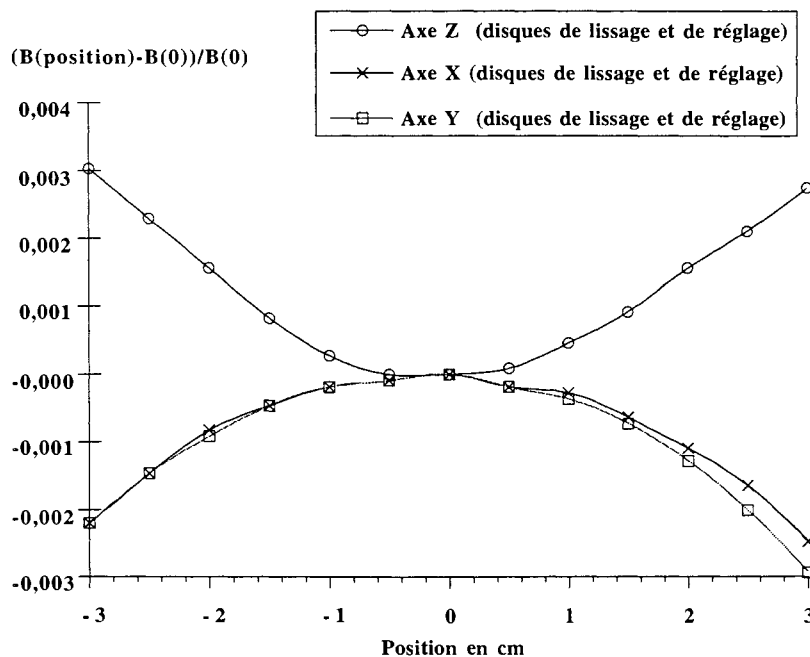


Figure V-21: Homogénéité de B suivant les trois axes

VI.3.3 Influence des différents paramètres de réglage

En cintrant les disques, nous diminuons le flux se refermant directement vers les bras latéraux de la culasse et augmentons par conséquent le flux central (Fig. V-22).

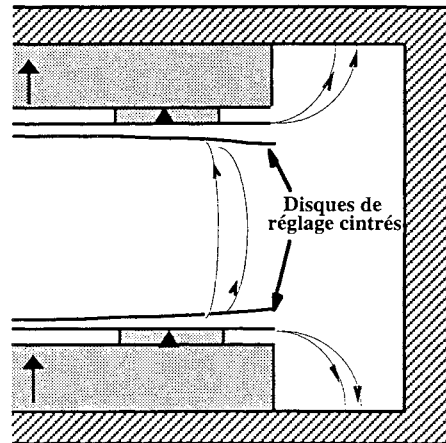


Figure V-22: Configuration avec cintrages des disques de réglage et quelques lignes de flux

Les courbes de la figure V-21 montrent que l'induction est maximale au centre et diminue au fur et à mesure qu'on s'éloigne de celui-ci. Par le cintrage des disques, nous avons remarqué que l'écart ΔB sur chacun des axes diminuait. Ceci s'explique en particulier par la diminution du flux partant sur les côtés de la structure.

Suivant l'axe z , nous avons également constaté une inversion du signe des variations de la courbe en imposant un cintrage important (correspondant à une flèche de 3 mm environ). Ceci nous permet de penser qu'il est donc possible de tendre vers une valeur constante en maintenant un cintrage intermédiaire.

VI.3.4 Démarche suivie

Notre démarche a consisté à régler l'homogénéité suivant les axes x et y dans un premier temps. Ces réglages ont été réalisés en veillant à toujours garder les cartes de champ symétriques suivant les trois axes. Pour ce réglage, nous avons utilisé les vis de cintrage positionnées en périphérie des disques.

Dans un deuxième temps, nous avons amélioré l'homogénéité suivant l'axe z en jouant principalement sur la vis centrale de plaquage. La courbe initiale présente son maximum en $z=0$ et son minimum en $z=\pm 3$ cm. En diminuant la pression exercée par celle-ci, on tend à rapprocher les disques et l'écart ΔB diminue.

Enfin, en reprenant ces mêmes réglages mais plus finement et en considérant les axes les uns après les autres, nous avons amélioré l'homogénéité. Pour cette dernière phase, les mesures ont été réalisées avec

le teslamètre RMN Métrolab.

VI.3.5 Résultats

Les corrections réalisées ont permis d'atteindre les homogénéités suivantes:

	<u>sur 4 cm</u>	<u>sur 5 cm</u>
suisant l'axe x:	240 ppm	580 ppm
suisant l'axe y:	270 ppm	480 ppm
suisant l'axe z:	140 ppm	250 ppm

Ces résultats ont été obtenus en imposant un cintrage aux disques correspondant à une flèche d'environ 2 mm. Ces valeurs montrent la très grande influence des déformations appliquées sur l'allure des cartes de champ.

Nous avons également réalisé des cartographies de champ sur $4*4 \text{ cm}^2$ suivant les trois plans xOz, xOy, yOz. Nous donnons la représentation en trois dimensions (Fig. V-23 (a), V-24 (a), V-25 (a)) et en isocontours (Fig. V-23 (b), V-24 (b), V-25 (b)). Pour cette dernière, les variations de l'induction sont données par l'écart des indices entre deux isocontours: un écart d'indice de 1 correspond à une variation absolue de 10^{-5} T .

On remarque que malgré les modifications apportées par les systèmes de disques de correction, les relevés présentent des formes similaires aux cartes de champs théoriques obtenues et exposées au chapitre IV.

VI.4 Conclusion

Nous avons présenté dans cette partie un mode de correction nouveau que nous avons exploité pour corriger l'homogénéité du prototype. Les résultats sont encourageants dans la mesure où nous avons obtenu des profils de champ symétriques et où nous sommes parvenus à améliorer l'homogénéité globale du système d'un facteur 10. L'uniformité obtenue est suffisante pour obtenir une image par la technique de la résonance magnétique nucléaire.

Cependant, d'autres types de correction auraient pu être envisagés. Une méthode consisterait par exemple à travailler de manière plus ponctuelle en ajoutant de petits aimants à des emplacements préalablement calculés ou judicieusement choisis. Cette méthode présente l'avantage de ne pas introduire de matériau conducteur.

En effet, si on élargit le problème à celui du fonctionnement de la structure en présence de l'antenne émettrice et des bobines de gradients, on s'aperçoit que les disques, en tant que conducteurs, vont être

parcourus par des courants induits. Ceux-ci perturbent le fonctionnement. Il serait possible de réaliser quelques rainures dans les disques afin de réduire la taille des boucles de courant induits dans le matériau.

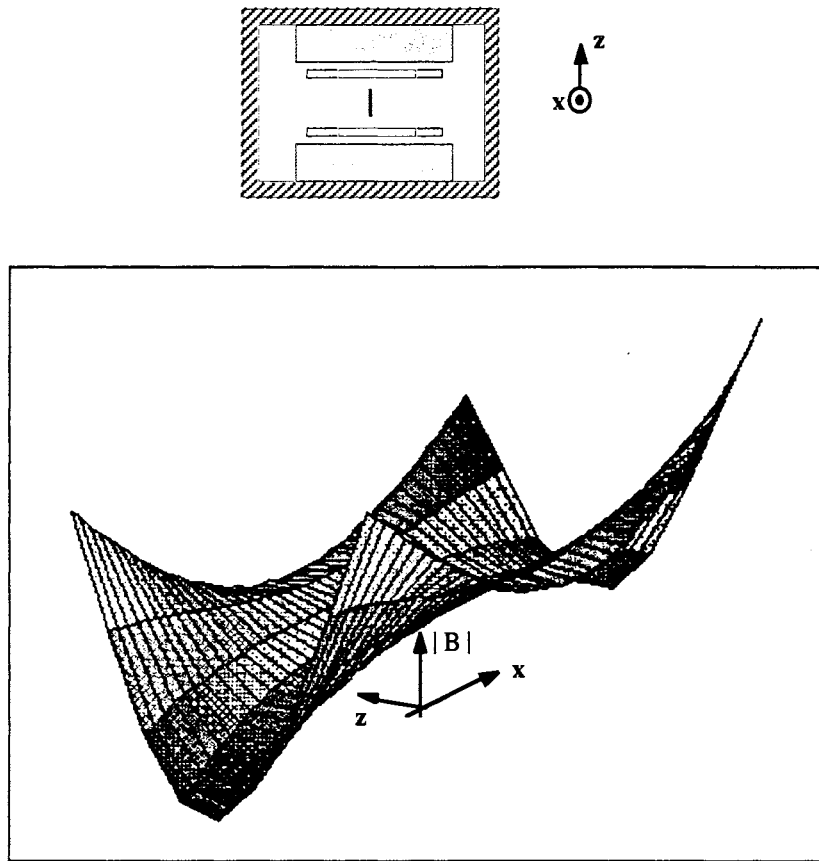


Figure V-23 (a): Représentation en 3D du module de l'induction dans le plan xOz sur $4 \times 4 \text{ cm}^2$

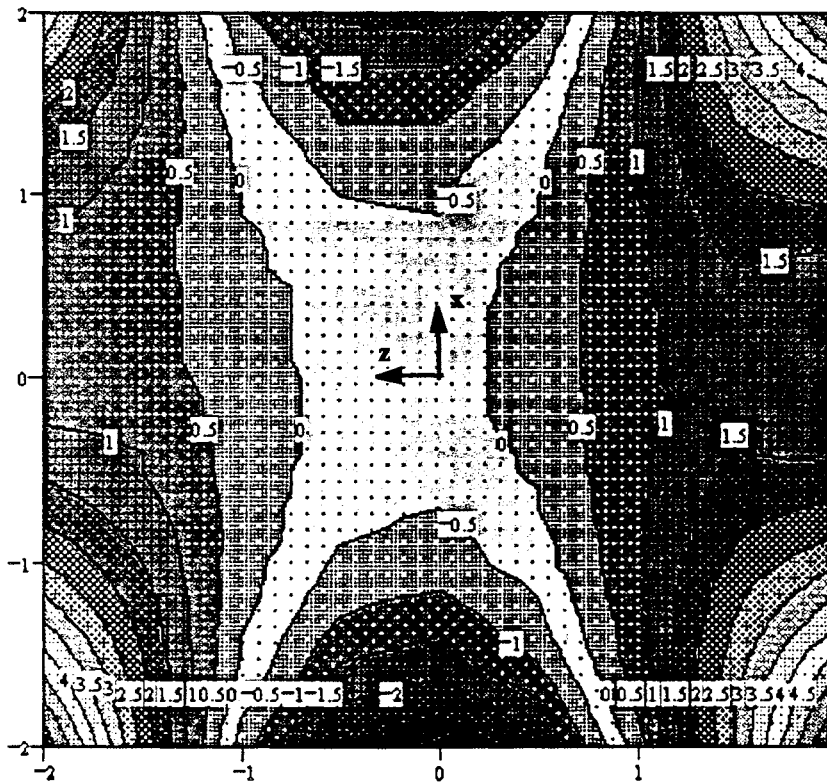


Figure V-23 (b): Isocontours du module de l'induction dans le plan xOz sur $4 \times 4 \text{ cm}^2$

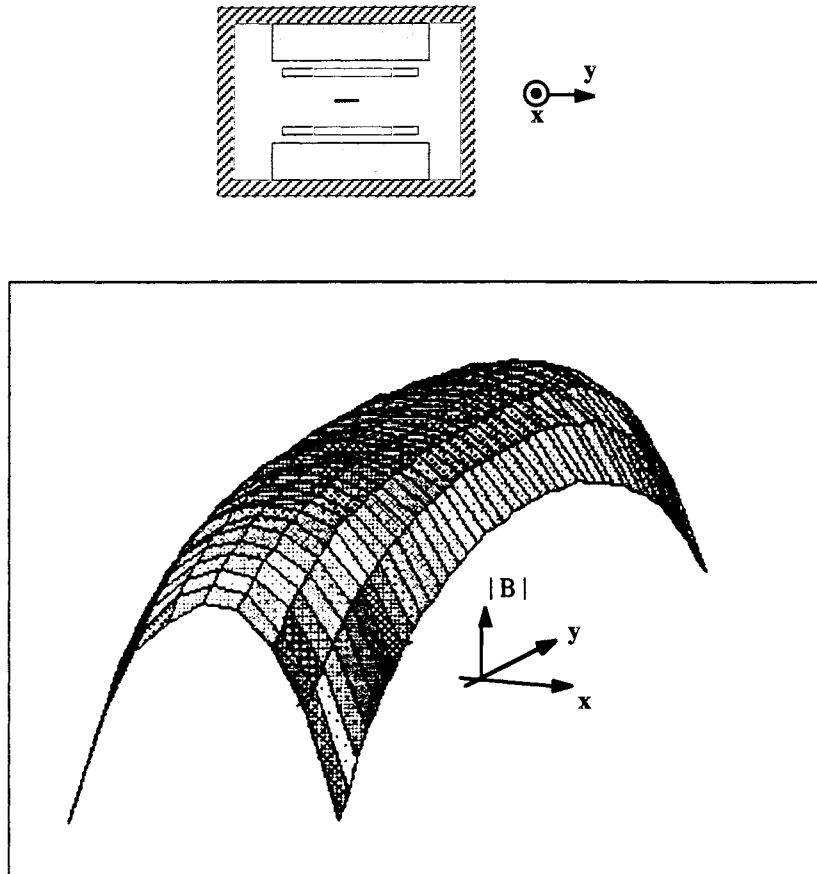


Figure V-24 (a): Représentation en 3D du module de l'induction dans le plan xOy sur $4*4\text{ cm}^2$

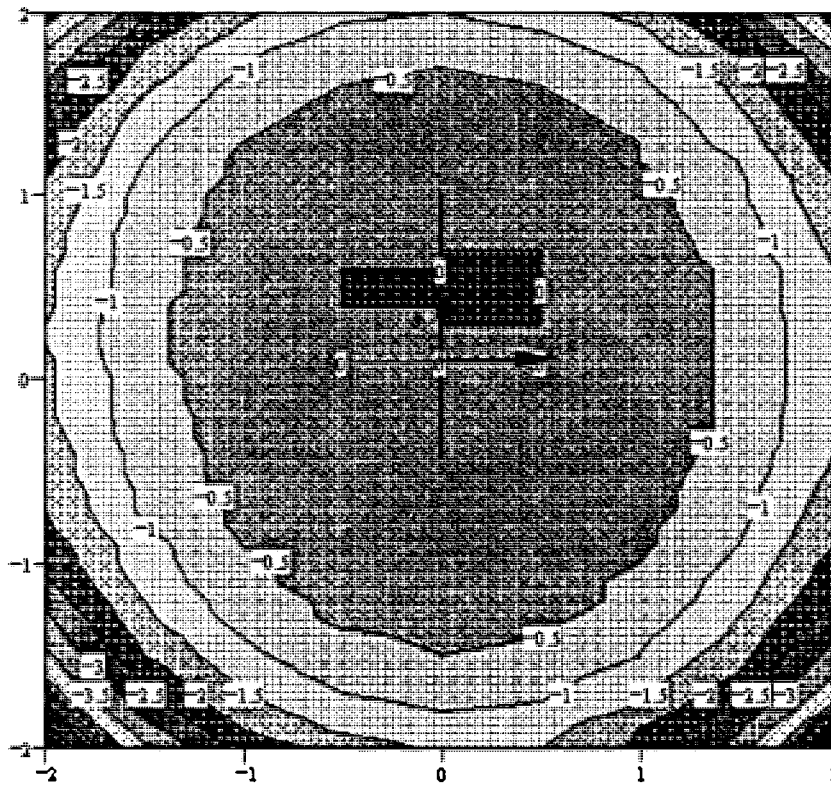


Figure V-24 (b): Isocontours du module de l'induction dans le plan xOy sur $4*4\text{ cm}^2$

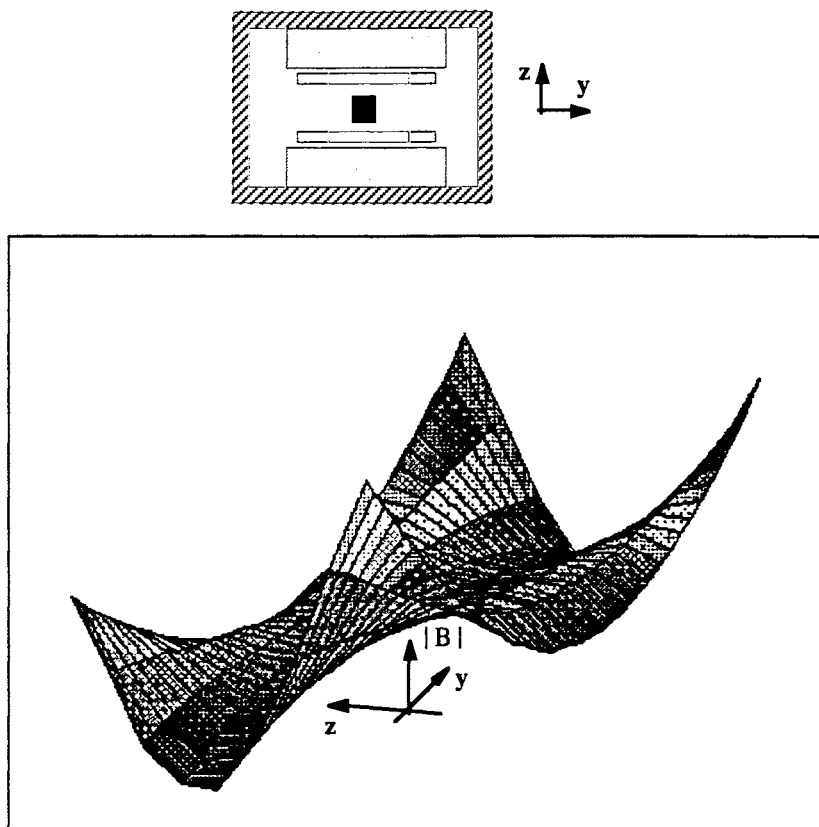


Figure V-25 (a): Représentation en 3D du module de l'induction dans le plan yOz sur $4*4 \text{ cm}^2$

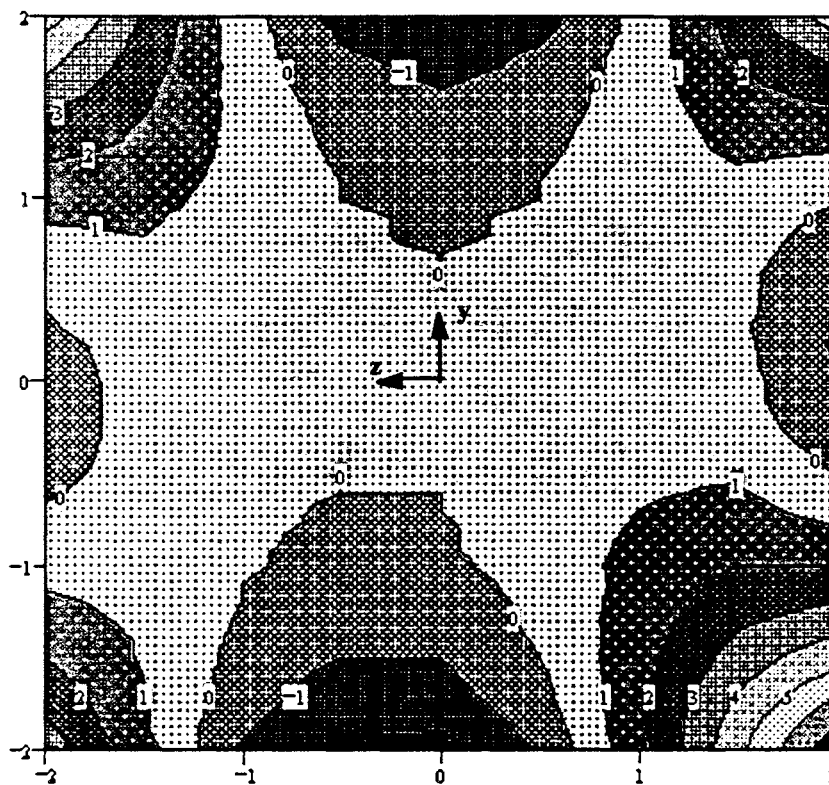


Figure V-25 (b): Isocontours du module de l'induction dans le plan yOz sur $4*4 \text{ cm}^2$

A travers ce chapitre nous avons exposé l'étude menée en vue de la réalisation d'un prototype. Nous avons souligné les difficultés amenées par l'usinage des aimants ferrites et les problèmes d'assemblage de blocs d'aimants aimantés. L'exploitation du prototype a débuté par le relevé de ses caractéristiques magnétiques. Dans un deuxième temps, nous avons testé une méthode de correction des inhomogénéités de champ. Cette dernière étape a permis d'améliorer l'homogénéité d'un facteur dix.

**CONCLUSION
ET
PERSPECTIVES**

CONCLUSION ET PERSPECTIVES

Au cours de ce travail, nous avons défini les besoins de l'imagerie RMN en terme de structure de création de champ homogène. Nous avons souligné l'intérêt de s'orienter vers l'étude de structures à aimants ferrites. Dans cette optique, nous avons décrit les principales structures à aimants permanents adaptées à la RMN.

Il est alors apparu le problème du calcul précis de ces systèmes. Nous avons développé un processus d'optimisation permettant le dimensionnement de structure dont le calcul du champ est analytique. Cet outil nous a permis d'étudier des configurations nouvelles telles que la structure en "jet d'eau" et de présenter le dimensionnement de plusieurs géométries. A l'issue de cette étude nous avons proposé une structure mixte aimant+fer. Celle-ci possède les avantages d'avoir un accès facile et des flux de fuite réduits.

Parallèlement, nous avons mis en place une méthode de calcul de champ créé par des systèmes associant aimants permanents et matériaux ferromagnétiques, baptisée Dipôle3D. Cette méthode présente l'intérêt d'employer des formulations simples et d'être utilisable pour le calcul de nombreuses géométries. Le programme Dipôle3D a été utilisé pour calculer la structure proposée, en tenant compte de sa géométrie exacte et des caractéristiques magnétiques des matériaux. Les résultats obtenus ont montré la bonne précision de calcul que l'on pouvait atteindre.

Au terme de l'étude théorique, nous nous sommes engagés dans la construction d'un prototype à l'échelle 1/5^{ème} à aimants ferrites. Dans ce but, nous avons testé plusieurs techniques d'usinage qui nous ont permis de réaliser avec précision les géométries voulues. De plus, nous avons proposé un mode opératoire pour la construction du prototype mais aussi pour la structure à l'échelle 1. Enfin, nous avons essayé un nouveau mode de réglage qui nous a permis d'améliorer l'homogénéité du système.

Nous pensons qu'il serait possible d'apporter plusieurs améliorations:

1 - sur les méthodes de calcul.

Dans le cas d'une résolution par itérations et modélisation dipolaire, des problèmes de divergence subsistent dans certains cas. Des études sont en cours pour tenter d'assurer une convergence systématique. Une solution pourrait consister à prendre en compte de manière plus précise la géométrie des sous-volumes dans le calcul du champ démagnétisant [Souza, 1996]. Dans cette optique, des essais prometteurs ont été réalisés sur des géométries cubiques. Cependant, en adoptant cette démarche, nous perdons la simplicité de la modélisation dipolaire.

A court terme il faudrait d'implanter le calcul de champ par la méthode dipolaire dans un logiciel d'éléments finis (Flux3D). Cette méthode servirait uniquement à calculer les champs lors de l'exploitation, une fois la résolution par la méthode des éléments finis effectuée. On éviterait ainsi les imprécisions locales propres aux éléments finis.

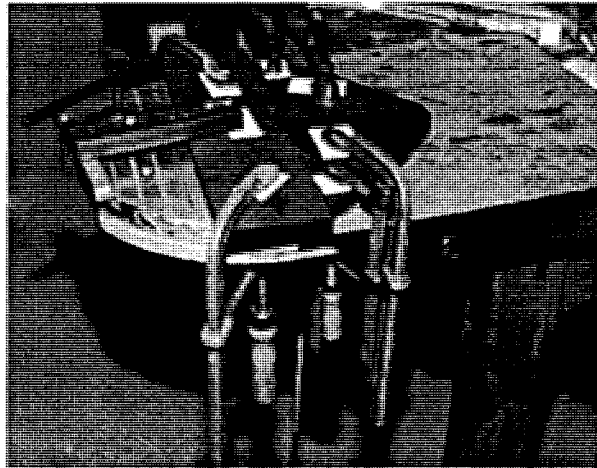
2 - sur la correction du prototype.

Nous avons exploré une méthode de correction utilisant des plaques ferromagnétiques. Les résultats obtenus sont encourageants car les cartes de champ sont symétriques et lisses. Cependant, même si les réglages actuels sont suffisants pour obtenir une image, la définition de cette image serait certainement médiocre. Une étude théorique pourrait permettre d'affiner les réglages. En utilisant cette méthode de correction, des courants peuvent être induits dans les plaques lors de la commutation des gradients de champ. Une étude serait donc à réaliser sur le matériau ferromagnétique à utiliser. D'autres méthodes de réglages sont envisageables telle que l'utilisation de petits aimants. Dans notre cas, la difficulté sera de prendre en compte, lors du calcul du champ, les pièces ferromagnétiques voisines. A la vue des premiers relevés (Fig. V-15) effectués sans correction, ce réglage paraît délicat. Une variante associant plaques ferromagnétiques et aimant pourrait permettre d'obtenir l'homogénéité nécessaire.

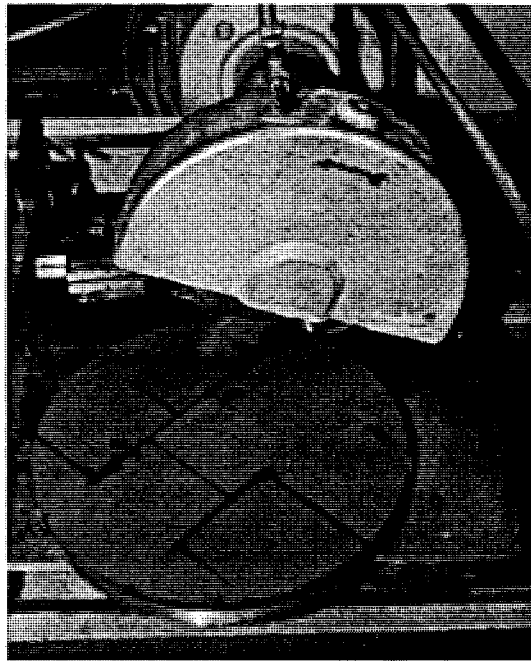
ANNEXE

Quelques photos.....

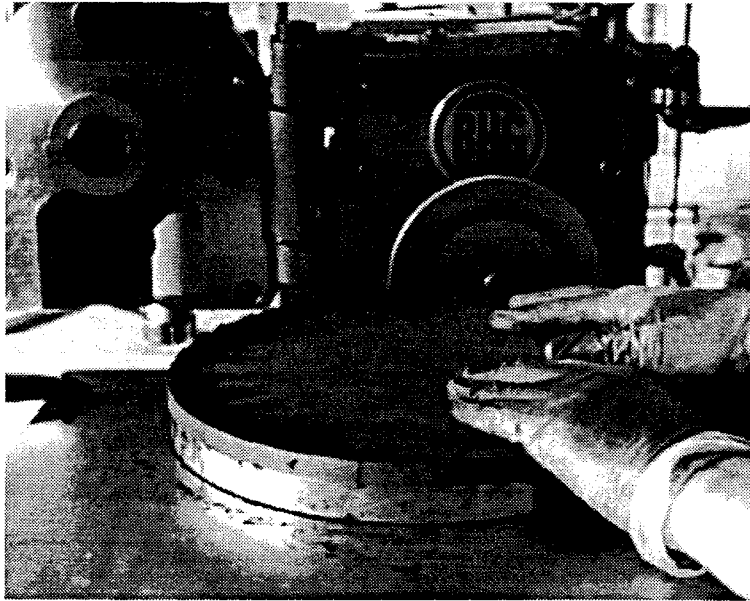
Nous donnons quelques photos réalisées lors de la construction du prototype. Elles sont classées par ordre chronologique des étapes de la réalisation.



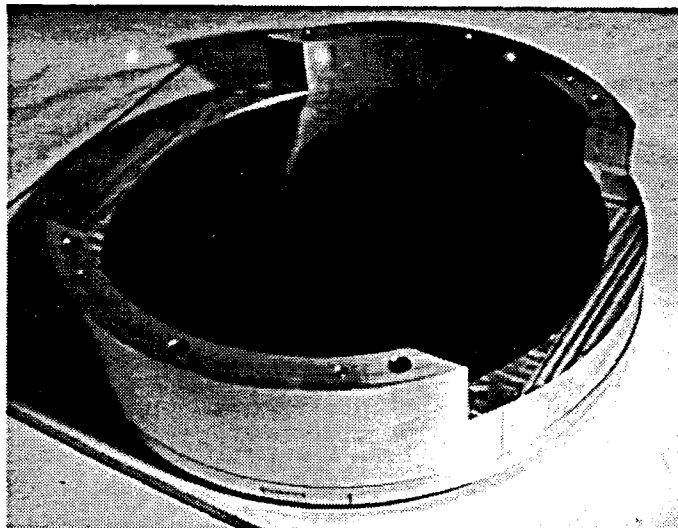
Collage des blocs d'aimant sur un support en dural



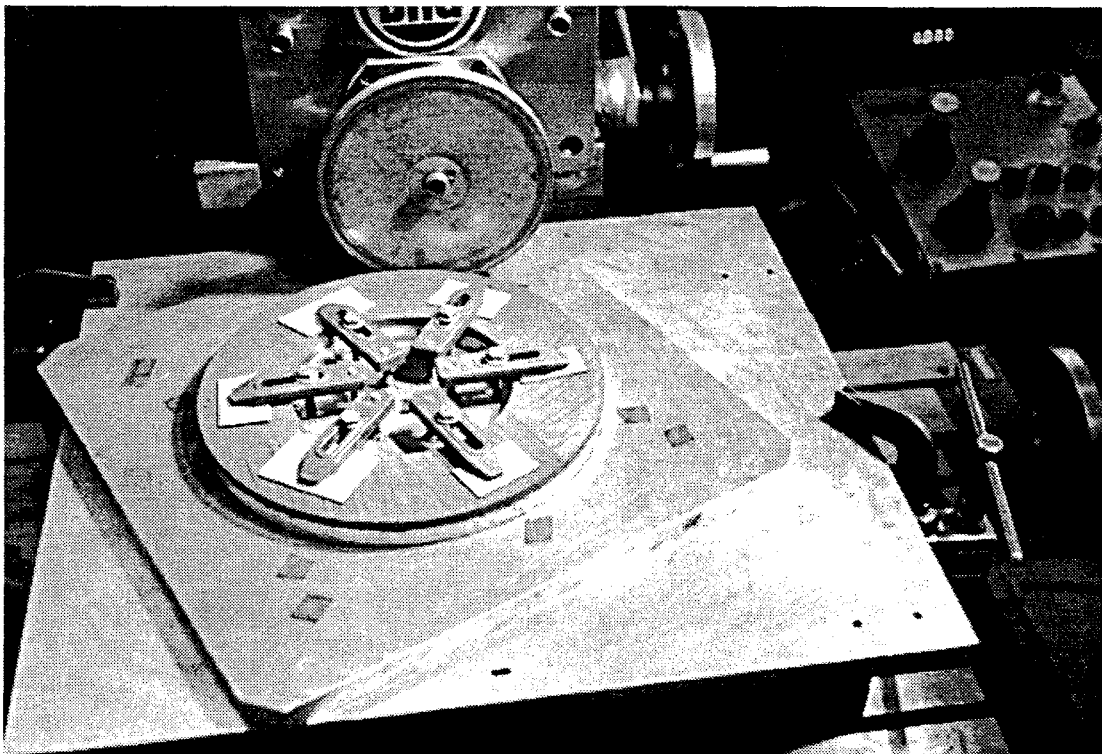
Ebauche d'un disque à la scie diamant



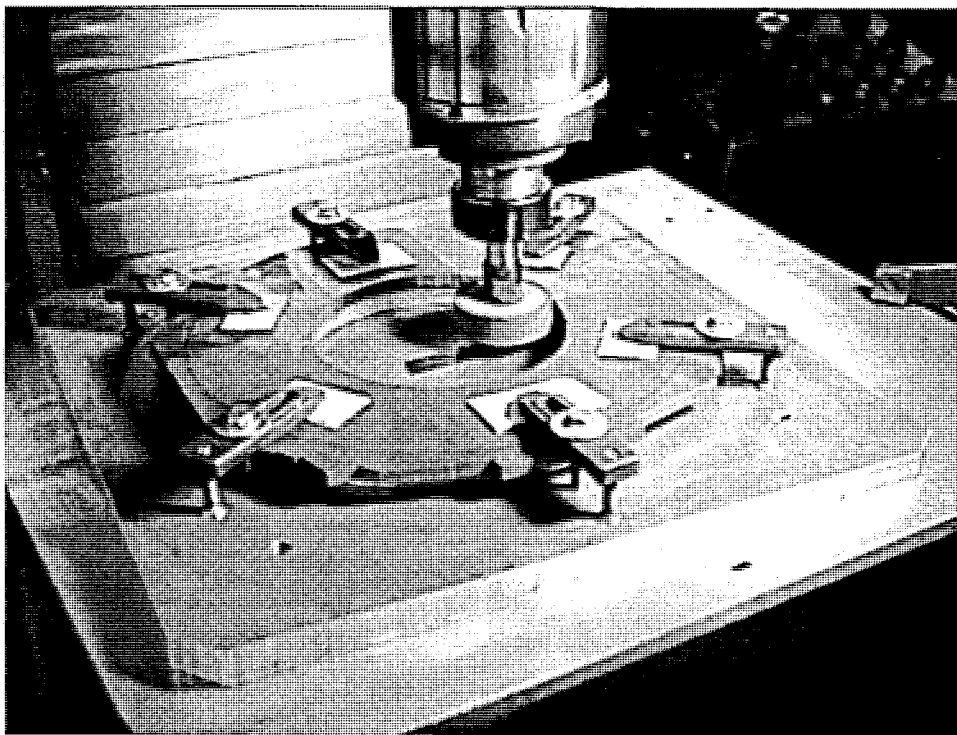
Rectification du diamètre d'un disque



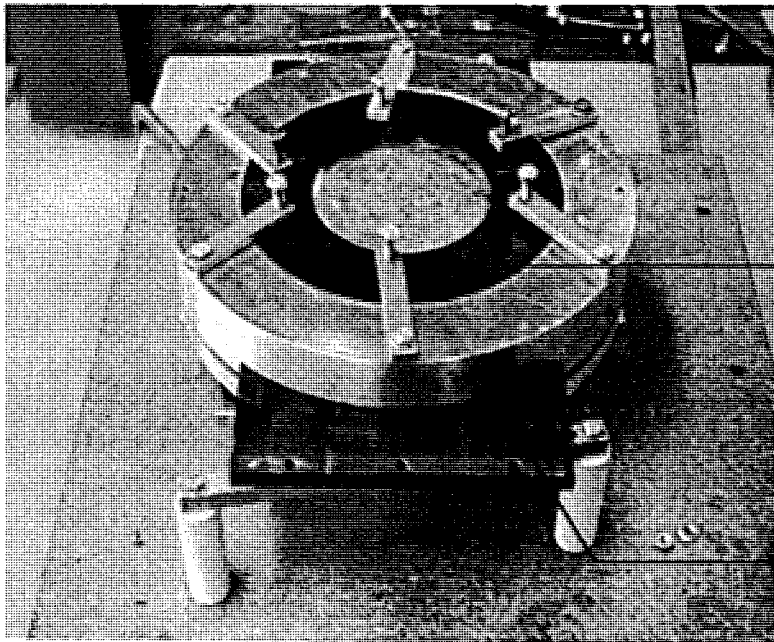
Disque dans la couronne de maintien (système non encore aimanté)



Rectification du diamètre extérieur d'une couronne



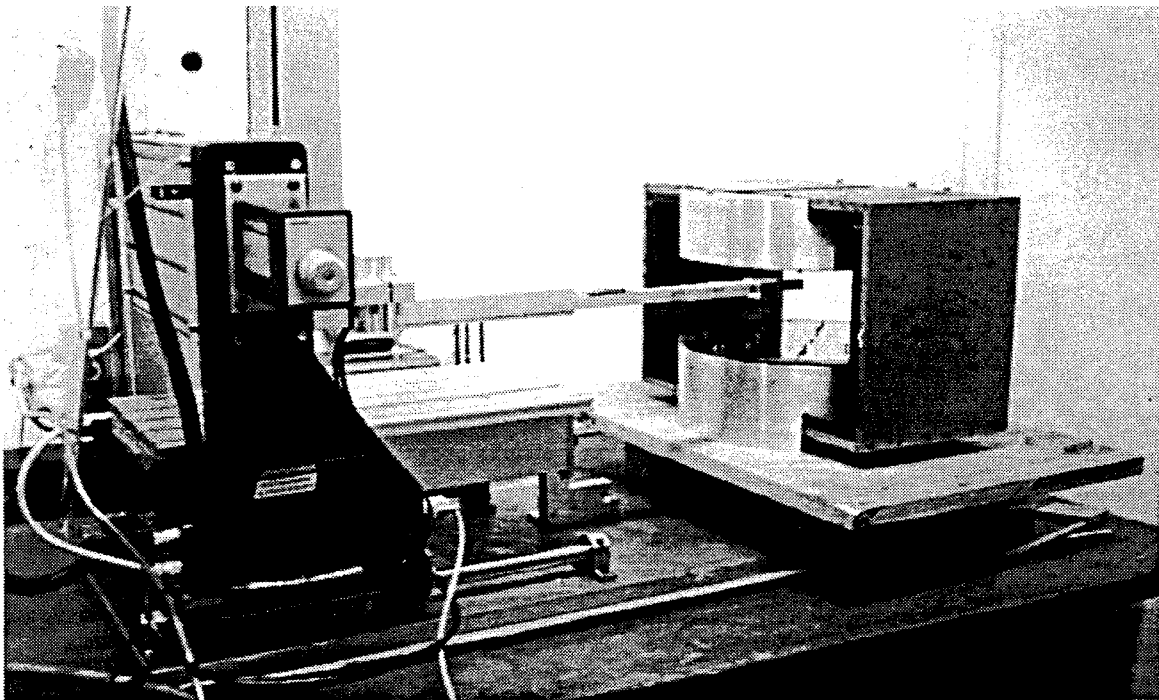
Rectification du diamètre intérieur d'une couronne



**Aimants
de la couronne**

Culasse

Montage de la couronne



Dispositif de mesure (structure+robot+sonde)

BIBLIOGRAPHIE

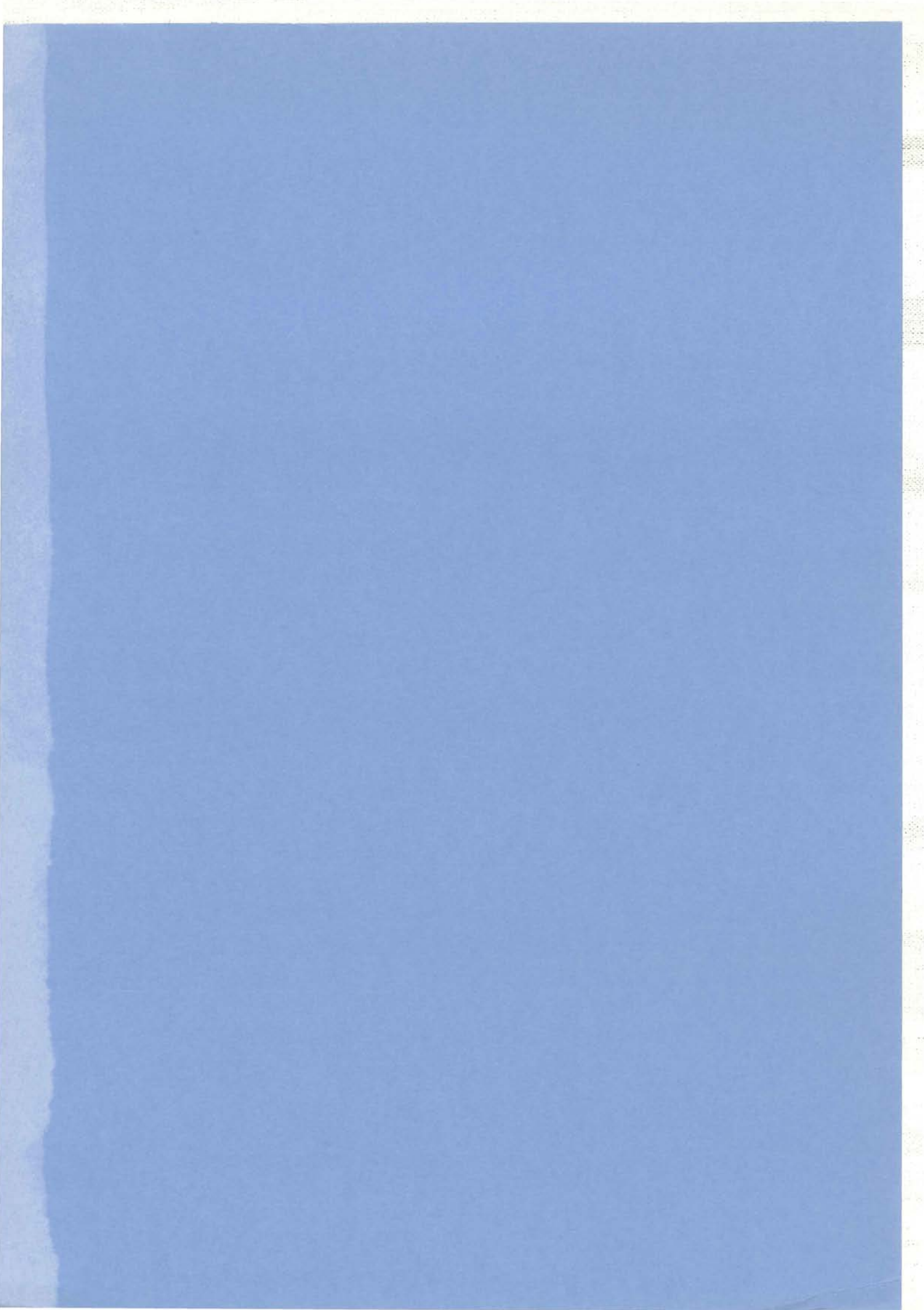
BIBLIOGRAPHIE

- [Abele, 1995] M.G. Abele, H. Ruwinck, "Open C shaped permanent magnets for NMR imaging".
INTERMAG'95.
- [Abele, 1993] M.G. Abele "Structures of permanent magnets. Generation of Uniform Field".
Wiley Interscience, 1993.
- [Akoun, 1984] G. Akoun, J-P. Yonnet "3D analytical calculation of the forces exercised between two cuboidal magnets".
IEEE Trans. Mag., Vol. 20(5), 1962-1964, 1984.
- [Andrew, 1952] E. R. Andrew, F. A. Rushworth, "Ring shims for coned magnet polecaps",
Proceedings of Physical Society LXV, 10-B, 1952, p. 801-805
- [Aubert, 1994] G. Aubert, Brevet n°5,332,97, July 94.
- [Benchimol, 1984] C. D. Benchimol, "Introduction à l'imagerie médicale".
Premier colloque image, traitement, synthèse, technologie et applications,
Vol. 1, p. 286, Biarritz, Mai 1984.
- [Bertin, 1984] M. Bertin, J-P. Faroux, J. Renault, "Electromagnétisme. 4/Milieus électriques et milieux aimantés".
Dunod, 1984.
- [Beckenbach, 1965] E. F. Beckenbach, "Mathématiques modernes pour l'ingénieur".
Dunod, 1965, p. 110-115.
- [Breton, 1985] E. Breton, P. Le Roux, "L'imagerie par résonance magnétique".
La Recherche N° 172, Vol. 16, Déc. 1985, p. 1456-1463.
- [Briguet, 1985] A. Briguet, J-L. Lefevre, "Bases de l'imagerie par résonance magnétique nucléaire".
L'onde électrique, Juillet-Août 1985, Vol. 65 N°4, p. 70-83
- [Brissonneau, 1990] Brissonneau, "Aimants permanents. Principes et circuits magnétiques".
Les Techniques de l'ingénieur, D 2090, 1990

- [Darrasse, 1984] L. Darrasse, "Appareil d'imagerie médicale par Résonance Magnétique Nucléaire".
Thèse de Docteur Ingénieur, Orsay, 1984.
- [Delamare, 1993] J. Delamare, E. Olivier-Rulliere, J-P. Yonnet "3D calculation of permanent magnet interactions".
IMACS TC'1 93, July 93, p. 289-292.
- [Durand, 1968] E. Durand, "Magnétostatique".
Masson, 1968.
- [Euvard, 1992] D. Euvard, "Résolution numérique des équations aux dérivées partielles".
Masson, 1992, p. 29-36.
- [Feng, 1992] Z.X. Feng, X.H. Jiang, S. Man, "The design and construction of high field homogeneity permanent magnet system for MRI".
IEEE Trans. Mag., Vol. 28(1), 641-643, 1992.
- [Goldman] M. Goldman, "Les principes physiques du magnétisme nucléaire".
La vie des Sciences, Comptes rendus, Série générale, tome 2, n°3, p. 243-248
- [Halbach, 1988] K. Halbach in Proceedings of the Eighth International Conference on Rare Earth Magnet Materilas, University of Dayton, Dayton, OH, 1988, p. 123.
- [Harwell, 1985] Bibliothèque Harwell, Subroutine Library Specification, 1985
- [Hensen, 1994] J.H. Jensen, M.G. Abele, "Optimization of permanent magnet structures".
Department of Radiology, New York University School of Medecine, 1994.
- [Jiang, 1990] X. H. Jiang, S. Han, "Field regression analysis and field correction of NMR imaging magnets".
11th International Conference on Magnet Technology, Vol. 2, p. 1276-1280, 1990.
- [Kastler, 1994] B. Kastler, D. Vetter, A. Gangi, "Principes de l'IRM-Manuel d'auto apprentissage".
Masson Sept. 1994

- [Leupold, 1988] H.A. Leupold, E. Potenziani, M.G. Abele, "Applications of yokeless flux confinement".
J. Appl. Phys., 64(10), 5994-5996, 1988.
- [Lieutaud, 1989] P. Lieutaud, "Calcul de forces et couples électromagnétiques par la méthode du tenseur de Maxwell".
Diplôme d'Etudes Approfondies, 1989.
- [Merle, 1993] R. Merle, "Utilisation des aimants néodyme-fer-bore dans les machines électriques".
Thèse de Docteur Ingénieur, INPG, 1993.
- [Miyamoto, 1989] T. Miyamoto, H. Sakurai, H. Takabayashi, M. Aoki, "A development of a permanent magnet assembly for MRI devices using Nd-Fe-B material".
IEEE Trans. Mag., Vol. 25 (5), 3907-3909, 1989.
- [Pingchou, 1990] X. Pingchou, "An efficient method of regulation of electrical skin system to correct magnetic field".
11th International Conference on Magnet Technology, Vol. 2, 1281-1285, 1990.
- [Pykett, 1982] I. Pykett, "Les applications médicales de la résonance magnétique nucléaire".
Pour la Science, Juillet 1982, p. 48-59
- [Rose, 1938] M. E. Rose, "Magnetic field correction in the cyclotron".
Physical review, Vol. 53, May 1938, p.715-719
- [Sakurai, 1991] H. Sakurai, M. Aoki, T. Miyamoto, "Improvement of the field homogeneity with a permanent magnet assembly for MRI".
IEEE Translation Journal on Magnetism in Japan, Vol. 6(6), p. 524-530, June 1991.
- [Schuster, 1986] P. Schuster, "Etude d'un imageur par RMN utilisant des aimants permanents".
Thèse de Docteur Ingénieur, LETI, 1986.
- [Setty, 1984] A. Setty, "Conception d'un aimant à fer fournissant une induction magnétique homogène".
Thèse de Docteur Ingénieur, Paris 6^e, 1984.

- [Souza, 1996] M. Souza, C. Vidigal, A. Momy, J. Taquin, M. Sauzade, "Non-linear calculation of 3D static magnetic fields using code Calmag3D", à paraître.
- [Vidigal, 1992] C.E. Vidigal "Méthode de calcul de champ magnétique pour IRM avec aimant permanent et fer".
Thèse de Docteur ès Sciences, Orsay, 1992.
- [Zhou, 1990] R.Z. Zhou, K.W. Wang "Permanent magnet with high homogeneity for MR imaging".
11th International Conference on Magnet Technology, Vol. 2, 171-1275, 1990.
- [Zijlstra, 1986] H. Zijlstra, "Comparison of permanent magnet systems for MRI".
London, 16 Sept. 1986.
- [Zijlstra, 1985] H. Zijlstra, "Permanent magnet systems for NMR tomography".
Philips J. Rev. 40, 259-288, 1985.
- [Zijlstra, 1967] H. Zijlstra, "Experimental Methods in Magnetism. 2/ Measurement of magnetic quantities".
North-Holland Publishing Company, Amsterdam, 1967.



Système de création de champ magnétique homogène à aimants ferrites pour l'imagerie R.M.N.

L'imagerie par résonance magnétique nucléaire (R.M.N.) constitue aujourd'hui un outil d'aide au diagnostic largement utilisé dans les milieux hospitaliers. Un imageur R.M.N. est constitué en particulier d'un système de création de champ statique. Le champ créé doit avoir une homogénéité relative de l'ordre de 10^{-5} sur un volume sphérique d'environ 30 cm pour un imageur corps entier. L'évolution des techniques a permis de réduire l'intensité du champ nécessaire et les études portent sur une nouvelle génération d'imageurs fonctionnant à champ réduit (induction de l'ordre de 0,15 T). Ainsi l'utilisation d'aimants permanents de type ferrite est envisageable en remplacement des systèmes supraconducteurs jusqu'alors classiquement utilisés.

Après une présentation du principe de l'imagerie par R.M.N., les principales structures passives adaptées à la création de champ très homogène sont présentées. De nouvelles configurations à aimants permanents ont été étudiées et une nouvelle structure en H corrigée par des couronnes d'aimants a été proposée. Cette étude est suivie de la réalisation d'un prototype à l'échelle 1/5^{ième} à aimants ferrites et de son exploitation. Un mode de correction à l'aide de tôles ferromagnétiques a été testé.

Parallèlement une méthode de calcul 3D de champ créé par des systèmes associant aimants permanents et matériaux ferromagnétiques utilisant la modélisation dipolaire a été développée. Des problèmes de convergence subsistent mais les premières validations et utilisations pour le calcul de structures R.M.N. avec une grande précision sont concluantes.

Homogeneous magnetic flux source for N.M.R. imaging using ferrite magnets.

N.M.R. imaging is nowadays routinely used in hospital for medical diagnosis. A classical N.M.R. structure is based around a static magnetic field system. The relative homogeneity of the field must be about 10^{-5} within the working volume, typically a 30 cm diameter sphere for a whole body system. Signal processing techniques have progressed and N.M.R. imaging at low field is now possible (induction of about 0,15T). This allows the traditional superconducting magnets to be replaced by permanent magnets systems using ferrites.

Firstly the principle of N.M.R. imaging is exposed. Then the main passive structures capable of creating homogeneous fields are presented. Novel permanent magnet configurations are studied, and a H-shaped structure (shimmed by magnets rings) is proposed. A prototype using ferrite magnets has been built (scale 1 : 5), and a system using ferromagnetic plates has been tested to shim. The prototype generates a field of 0,105T with a homogeneity of $20 \cdot 10^{-5}$. A new 3D field calculation method for systems composed by permanent magnets and ferromagnetic material has also been developed. This method is based on the modelisation of magnetic moments. Convergence problems remain but the first tests and uses for the high precision N.M.R. structure calculs are conclusive.

Mots-clés: imagerie R.M.N., homogénéité, calcul de champ, aimants permanents, matériaux ferromagnétiques, ferrites, usinage.