



HAL
open science

Comportement poro-viscoplastique endommageable des cavités souterraines : application au stockage des déchets radioactifs

Nathalie Dufour

► To cite this version:

Nathalie Dufour. Comportement poro-viscoplastique endommageable des cavités souterraines : application au stockage des déchets radioactifs. Géotechnique. Ecole Nationale des Travaux Publics de l'Etat, 2012. Français. NNT : . tel-01850060

HAL Id: tel-01850060

<https://hal.science/tel-01850060>

Submitted on 26 Jul 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

N° d'ordre

Année 2012

Thèse

Comportement poro-viscoplastique endommageable des cavités souterraines : application au stockage des déchets radioactifs

Présentée devant
L'Ecole Nationale des Travaux Publics de l'Etat (ENTPE)

Pour obtenir
Le grade de docteur

Formation doctorale : Génie civil
École doctorale : Mécanique, Energétique, Génie civil, Acoustique (MEGA)

Par

Nathalie DUFOUR
(Ingénieur des Travaux Publics de l'Etat)

Soutenue le 15 mai 2012 devant la Commission d'examen composée de :

Président	Ali LIMAM	Professeur, LGCI, Villeurbanne
Directeur de thèse	Henry WONG	Directeur de recherche, DGCB, Vaulx-en-Velin
Rapporteurs	Pierre BEREST	Professeur, LMS, Palaiseau
	Jian-Fu SHAO	Professeur, LML, Lille
Examineurs	Frédéric DELERUYELLE	Ingénieur Expert, IRSN, Fontenay-aux-Roses
	Ahmad POUYA	Directeur de recherche, CERMES, Champs-sur-Marne
	Jean-Michel PEREIRA	ITPE, CERMES, Champs-sur-Marne
Invité	Xiang Ling LI	Scientific manager, SCK CEN, Mol - Belgique



Département Génie Civil et Bâtiment FRE CNRS 3237

Ecole Nationale des Travaux Publics de l'Etat (ENTPE)



.....

RESUME

Cette thèse a pour objet l'étude du comportement hydromécanique à long terme de galeries de stockage de déchets radioactifs en formation géologique profonde.

Une solution quasi-analytique, prenant en compte la totalité du cycle de vie d'une galerie « type », de l'excavation à la phase post-fermeture après remblaiement, est présentée dans le cadre de la poroélasticité. Elle constitue une solution de référence utile pour tester la fiabilité de la solution numérique développée ensuite grâce au code de calcul Cast3M. Celle-ci est obtenue en superposant deux modèles rhéologiques sur le même maillage. Ce principe de superposition permet d'étendre la capacité du code de calcul à modéliser des comportements complexes hydromécaniques.

Enfin, un nouveau modèle couplant les aspects hydromécaniques, de fluage, d'écrouissage et d'endommagement anisotrope est présenté. Elaboré dans le cadre de la thermodynamique des milieux poreux, il est basé sur le concept « clé » de contrainte doublement effective, combinaison de la contrainte effective de Biot et de la contrainte effective de la Mécanique de l'Endommagement. L'effet de l'endommagement sur les paramètres hydromécaniques est également pris en compte.

Ce modèle est intégré à un code de calcul initialement développé au DGCB (Département Génie Civil et Bâtiment). Sa validité est vérifiée en considérant des comportements « limites » (poroélasticité, viscoplasticité monophasique) où des solutions quasi-analytiques sont connues. Des études paramétriques mettent en évidence la cohérence des autres couplages partiels et du modèle complet.

ABSTRACT

This thesis deals with the long-term hydro-mechanical behaviour of an underground cavity, for example, in the storage of nuclear wastes in deep geological formations.

A quasi-analytical solution, taking into consideration the complete life cycle of a tunnel, from the excavation to the post-closure stage after backfilling, is presented within the framework of poroelasticity. It is a useful benchmark test to check the reliability of a numerical solution, computed with the software Cast3M, and based on the superposition of two rheological models on the same mesh. This superposition principle allows to extend the capacity of the software to model complex hydro-mechanical behaviours.

Finally, a new model coupling hydro-mechanical aspects, creep, hardening and anisotropic damage is presented. Developed within the framework of thermodynamics of porous continua, it is based on the “key” concept of a double effective stress, combination of the effective stress of Biot for porous media and the effective stress defined in Continuum Damage Mechanics. The effect of damage on the hydro-mechanical parameters is also considered.

This model is integrated in a finite-elements code, initially developed in DGCB (Département Génie Civil et Bâtiment). Its validity is checked on “limit” behaviours (poroelasticity, monophasic viscoplasticity) where quasi-analytical solutions are known. Parametric studies highlight the consistency of other partial couplings and of the complete model.

SOMMAIRE

I. INTRODUCTION GENERALE	27
I.1 Le stockage de déchets radioactifs en formation géologique profonde	29
I.1.1 Origine des déchets radioactifs	29
I.1.2 Classification	29
I.1.3 Gestion des déchets de haute activité à vie longue	30
I.1.3.1 Contexte législatif français	30
I.1.3.2 Laboratoire de recherche souterrain	31
I.1.3.3 Concept multi-barrière	32
I.1.3.4 La gestion des déchets radioactifs HA et MAVL à l'étranger	35
I.2 Problématique	36
II. ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE : COMPORTEMENT HYDROMECHANIQUE ENDOMMAGEABLE DES GEOMATERIAUX	39
II.1 Mécanique des milieux poreux saturés	41
II.1.1 Description cinématique	42
II.1.1.1 Définitions	42
II.1.1.2 Lois de conservation	48
II.1.2 Thermodynamique des milieux continus ouverts	53
II.1.2.1 Thermostatique du fluide seul	53
II.1.2.2 Thermodynamique du milieu poreux	54
II.1.3 Cas particulier : thermo-poroélasticité	59
II.1.3.1 Comportement du squelette	59
II.1.3.2 Comportement du fluide	61
II.2 Lois poro-viscoplastiques à potentiel	63
II.2.1 Lois de comportement des matériaux monophasiques viscoplastiques	63
II.2.1.1 Application à l'élastoplasticité	65
II.2.1.2 Application à la viscoplasticité	70
II.2.1.3 Exemple : la loi de Lemaître	72
II.2.2 Lois de comportement des matériaux poro-viscoplastiques	74

II.3 Modélisation de l'endommagement	77
II.3.1 Endommagement isotrope	79
II.3.1.1 Définition de la variable d'endommagement	79
II.3.1.2 Principe d'équivalence en déformation (PED)	80
II.3.1.3 Notion de contrainte effective	81
II.3.2 Endommagement anisotrope	82
II.3.2.1 Définition de la variable d'endommagement	82
II.3.2.2 Contrainte effective et principe d'équivalence énergétique	84
II.3.3 Thermodynamique des processus irréversibles appliquée à la Mécanique de l'Endommagement	88
II.3.3.1 Influence de l'endommagement sur les lois constitutives	89
II.3.3.1 Loi d'évolution de l'endommagement	92
II.4 Couplage : poromécanique – (visco)plasticité –endommagement	97
II.4.1 Influence de l'endommagement sur les paramètres hydromécaniques.	99
II.4.2 Lois de comportement poro-plastique ou poro-viscoplastique endommageable	99
II.4.2.1 Comportement plastique ou viscoplastique endommageable monophasique	99
II.4.2.2 Ccomportement poro-plastique endommageable	102
II.5 Conclusions	103
III. COMPORTEMENT POST-FERMETURE D'UNE GALERIE	
REMBLAYEE : SOLUTIONS QUASI-ANALYTIQUE ET NUMERIQUE	105
III.1 Solution de référence : poroélasticité	107
III.1.1 Présentation de la problématique de référence	107
III.1.2 Equations de Navier et de diffusion hydraulique	110
III.1.3 Méthode de résolution	112
III.1.4 Expressions des champs hydromécaniques	114
III.1.4.1 Phase (0) : excavation instantanée	114
III.1.4.2 Phase (1) : attente du revêtement	116
III.1.4.3 Phase (2) : exploitation	119
III.1.4.4 Phase (3) : post-fermeture	119

III.2	Modélisation du couplage hydromécanique dans Cast3M	126
III.2.1	Présentation de Cast3M2007	126
III.2.2	Intégration du couplage HM dans Cast3M	127
III.2.2.1	Principe de superposition	127
III.2.2.2	Modification de Cast3M2007	129
III.2.3	Comparaisons entre résultats quasi-analytiques et numériques (poroélasticité)	129
III.2.3.1	Maillage, conditions initiales et limites	129
III.2.3.2	Comparaison	132
III.3	Application : comportement d'une cavité creusée dans une roche hôte poro-viscoplastique endommageable	140
III.3.1	Loi de comportement de la roche	140
III.3.1.1	Equations constitutives	140
III.3.1.2	Temps caractéristiques	140
III.3.2	Caractérisation des paramètres mécaniques de la roche hôte	142
III.3.2.1	Essai à taux de déformation constant	142
III.3.2.2	Simulation d'un essai de fluage	151
III.3.2.3	Simulation d'un essai de relaxation	152
III.3.3	Etude paramétrique	153
III.3.3.1	Influence du comportement de la roche hôte	153
III.3.3.2	Influence de la cinétique de dégradation du revêtement	159
III.3.3.1	Effet du compactage du remblai	167
III.4	Conclusions	168
IV.	LOI DE COMPORTEMENT PORO-VISCOPLASTIQUE ENDOMMAGEABLE ANISOTROPE	171
IV.1	Développements du nouveau modèle	173
IV.1.1	Cadre thermodynamique	173
IV.1.2	Cas 1 : Comportement poroélastique endommageable	176
IV.1.2.1	Principe d'énergie élastique équivalente	177
IV.1.2.2	Prise en compte de conditions initiales non nulles	178
IV.1.2.3	Loi d'évolution de l'endommagement anisotrope induit	179

IV.1.3	Cas 2 : Comportement viscoplastique endommageable	182
IV.1.4	Cas 3: Comportement poro-viscoplastique	183
IV.1.5	Comportement poro-viscoplastique endommageable	184
IV.1.6	Lois de transfert de l'eau liquide	187
IV.1.7	Equations incrémentales	188
IV.2	Modélisation par éléments finis	190
IV.2.1	Mise en équation du problème	190
IV.2.2	Formulation variationnelle du problème	192
IV.2.3	Discrétisation spatiale	193
IV.2.4	Discrétisation temporelle	195
IV.3	Le code de calcul en C++	199
IV.3.1	Généralités sur la programmation en C++	199
IV.3.2	Hypothèses principales et conditions générales de calcul	201
IV.3.2.1	Hypothèses	201
IV.3.2.2	Eléments finis	201
IV.3.2.3	Maillage	205
IV.3.2.4	Lois de comportement et conditions limites	206
IV.4	Algorithme	207
IV.5	Applications numériques du code développé	209
IV.5.1	Validation partielle par rapport à des cas « limites » : comparaison des résultats numériques à des solutions quasi- analytiques	210
IV.5.2	Validation partielle par rapport aux autres « cas limites »	215
IV.5.3	Comportement d'une cavité poro-viscoplastique endommageable	222
IV.6	Conclusions	230
V.	CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES	233
VI.	BIBLIOGRAPHIE	239
VII.	ANNEXES	251

LISTE DES ILLUSTRATIONS

<i>fig I-1 Niveau de radioactivité (a) et volume (b) relatifs des déchets radioactifs par type de déchets, en France, fin 2010 (ANDRA, 2012)</i>	30
<i>fig I-2 Installations de surface et souterraines autour des puits du laboratoire souterrain de Bure (www.andra.fr).....</i>	31
<i>fig I-3 (a) Laboratoire de Bure (Bérest & Shapira, 2011) – (b) Argilites du Callovo-Oxfordien.....</i>	32
<i>fig I-4 Schéma de principe du projet de centre industriel de stockage géologique (Cigéo) (ANDRA, 2009).....</i>	33
<i>fig I-5 Schéma d'une installation de stockage en couche géologique profonde (www.andra.fr).....</i>	33
<i>fig I-6 Concept multi-barrières.....</i>	34
<i>fig II-1 Représentation d'un milieu poreux saturé comme la superposition de deux milieux continus (Pereira, 2005).....</i>	42
<i>fig II-2 Illustration du mouvement relatif entre les particules de solide et de fluide $t_1 < t < t_2$.....</i>	47
<i>fig II-3 Loi de normalité</i>	66
<i>fig II-4 Elastoplasticité parfaite</i>	66
<i>fig II-5 Elastoplasticité avec écrouissage.....</i>	67
<i>fig II-6 Loi de normalité</i>	68
<i>fig II-7 Loi d'écoulement non associée</i>	68
<i>fig II-8 Théorie de la viscoplasticité</i>	71
<i>fig II-10 Illustration du principe d'équivalence en déformation (Zhang & Cai, 1995).....</i>	80
<i>fig II-9 Définition de la variable tensorielle d'endommagement (Lemaitre, 1992)</i>	84
<i>fig II-11 Diagramme contrainte – déformation : comparaison entre les différents principes.....</i>	86
<i>fig III-1 Schématisation du cycle de vie d'une galerie type en quatre phases .</i>	107
<i>fig III-2 Schématisation de la problématique.....</i>	108
<i>fig III-3 Principe de superposition de deux modèles sur le même maillage.....</i>	128
<i>fig III-4 Maillage</i>	130
<i>fig III-5 Eléments quadratiques à six (T6) et huit (Q8) nœuds</i>	130
<i>fig III-6 Maillage avec les éléments d'interface</i>	131
<i>fig III-7 Profils de la pression d'eau entre t_2 et t_3.....</i>	133
<i>fig III-8 Profils du déplacement radial entre t_2 et t_3</i>	134
<i>fig III-9 Profils de la contrainte totale radiale entre t_2 et t_3.....</i>	134
<i>fig III-10 Profils de la contrainte totale orthoradiale entre t_2 et t_3.....</i>	135
<i>fig III-11 Profils de la contrainte totale axiale entre t_2 et t_3</i>	135
<i>fig III-12 Profils des contraintes effectives à $t = t_2$.....</i>	136

fig III-13 Profils de la pression après t_3	136
fig III-14 Evolution temporelle de la pression pour $r = a, 2a, 4a, 6a$ où a est le rayon de la galerie.....	137
fig III-15 Profils du déplacement radial après t_3	138
fig III-16 Profils des contraintes totales à $t = 1000$ ans.....	139
fig III-17 Evolution temporelle des contraintes totales en paroi du massif ($r = a$).....	139
fig III-18 Epreuve cylindrique.....	144
fig III-19 Maillage : 16 éléments.....	144
fig III-20 Essai à taux de déformation constant $\varepsilon = 10^{-8} s^{-1}$	146
fig III-21 Simulation à taux de déformation constant $\varepsilon = 10^{-8} s^{-1}$	147
fig III-22 Isovaleurs de q à $t = 2.4$ heures (a et c) et $t = 1.6$ mois (b et d).....	148
fig III-23 Evolution de la contrainte axiale (σ_{zz}) en fonction.....	149
fig III-24 Evolution temporelle de l'endommagement en fonction du temps....	149
fig III-25 Evolution temporelle de la contrainte axiale (σ_{zz}).....	149
fig III-26 Evolution temporelle de la pression d'eau.....	150
fig III-27 Comparaison des résultats des simulations I et II :.....	152
fig III-28 Evolution temporelle de la pression d'eau en paroi de la roche hôte.....	154
fig III-29 Influence de la viscoplasticité et de l'endommagement de la roche hôte sur l'évolution temporelle du déplacement radial de la cavité.....	155
fig III-30 Influence de la viscoplasticité et de l'endommagement de la roche hôte sur l'évolution temporelle du déplacement radial du revêtement.....	156
fig III-31 Influence de la viscoplasticité et de l'endommagement de la roche hôte sur l'évolution temporelle de l'ouverture entre la roche hôte et le revêtement.....	156
fig III-32 Influence de la viscoplasticité et de l'endommagement de la roche hôte sur l'évolution temporelle de l'ouverture entre le remblai et le revêtement.....	157
fig III-33 Influence de l'endommagement et de la viscoplasticité de la roche hôte sur l'évolution temporelle du déviateur des contraintes dans le revêtement à partir de t_2	158
fig III-34 Modélisation de la lixiviation du revêtement (14 éléments finis).....	161
fig III-35 Effet de la lixiviation sur l'évolution temporelle du module d'Young de chaque élément fini du revêtement.....	161
fig III-36 Evolution temporelle du déviateur des contraintes au milieu du revêtement à partir de la pose de celui-ci (t_2), sous l'hypothèse d'un revêtement « sain » ou « fragile ».....	163
fig III-37 Evolution temporelle du déviateur des contraintes à l'intérieur du revêtement à partir de la pose de celui-ci (t_2), sous l'hypothèse d'un revêtement « sain » ou « lixivié ».....	164

fig III-38 Evolution temporelle de la pression d'eau en paroi du massif à partir de la mise en place du remblai (t_3), sous l'hypothèse d'un revêtement « sain » ou « fragile ».....	165
fig III-39 Zoom de l'évolution temporelle de la pression d'eau en paroi du massif à partir de la mise en place du remblai (t_3), sous l'hypothèse d'un revêtement « sain » ou « fragile ».....	165
fig III-40 Evolution temporelle du déplacement de la paroi de la cavité sous l'hypothèse d'un revêtement « sain » ou « fragile ».....	166
fig III-41 Evolution temporelle de la pression d'eau en paroi du massif à partir de la mise en place du remblai (t_3), sous l'hypothèse d'un revêtement « sain » ou « lixivié ».....	167
fig III-42 Effet du degré de compactage du remblai sur l'évolution temporelle de la pression d'eau en paroi de la roche hôte sous l'hypothèse d'un revêtement « fragile ».....	167
fig IV-1 Construction du potentiel de dissipation viscoplastique basée sur le concept de contrainte doublement effective.....	186
fig IV-2 Illustration des conditions aux frontières (Pereira, 2005).....	190
fig IV-3 Exemple de fonction main.....	200
fig IV-4 Hiérarchie des classes.....	201
fig IV-5 Illustration de l'héritage.....	201
fig IV-6 Exemples d'éléments finis (Pereira, 2005).....	202
fig IV-7 Exemples de fonctions d'interpolation (Pereira, 2005).....	203
fig IV-8 Maillage du problème simplifié (Pereira, 2005).....	205
fig IV-9 Algorithme général.....	206
fig IV-10 Algorithme de l'étape (3).....	208
fig IV-11 Comparaison entre résultats quasi-analytiques et numériques : profils de la pression d'eau (a) et du déplacement radial (b) à $t = t_1, t_2, t_3$	211
fig IV-12 Comparaison analytique / numérique : Profils des contraintes effectives à $t = t_2$ (a) et $t = t_3$ (b).....	212
fig IV-13 Comparaison entre résultats quasi-analytiques et numériques : (a) Evolution temporelle du déviateur des contraintes en paroi de la roche et pour $r = 10m$ –.....	214
fig IV-14 Evolutions temporelles du déplacement radial de la paroi de la roche (a) et de la pression d'eau en $r = 8m$ (b) en fonction de K (MPa.s ¹ /N)....	216
fig IV-15 Evolutions temporelles du déplacement radial de la paroi de la roche (a) et de la pression d'eau en $r = 8m$ (b) en fonction de N	217
fig IV-16 Evolutions temporelles du déplacement radial de la paroi de la roche (a) et de la pression d'eau en $r = 8m$ (b) en fonction de M	218
fig IV-17 Evolutions temporelles du déplacement radial (a), de l'endommagement radial (b), de la pression d'eau (c) pour $r = 3,6m, 4,5m, 6,0m$ et de la perméabilité (d) pour $r = 4,5m$, en considérant	

une roche hôte poroélastique et poroélastique endommageable ($r_0 = 0,000$ ou $r_0 = 0,001$).....	219
fig IV-18 Evolutions temporelles du déplacement radial (a), de l'endommagement radial (b), de la pression d'eau (c) pour $r = 3,6m, 4,5m, 6,0m$ et de la perméabilité (d) pour $r = 4,5m$, en considérant une roche hôte poroélastique et poroélastique endommageable ($r_1 = 0,025$ ou $r_1 = 0,04$).....	221
fig IV-19 Evolution temporelle du déplacement radial ($r = 3,6m$).....	224
fig IV-20 Evolution temporelle de l'endommagement radial ($r = 3,6m$).....	224
fig IV-21 Evolution temporelle de la pression d'eau ($r = 8m$).....	224
fig IV-22 Evolution temporelle du coefficient de Biot radial ($r = 3,6m$).....	224
fig IV-23 Evolution temporelle du déplacement radial ($r = 3,6m$).....	225
fig IV-24 Evolution temporelle de l'endommagement radial ($r = 3,6m$).....	225
fig IV-25 Evolution temporelle de la pression d'eau ($r = 8m$).....	225
fig IV-26 Evolution temporelle du coefficient de Biot radial ($r = 3,6m$).....	225
fig IV-27 Evolution temporelle du déplacement radial ($r = 3,6m$).....	226
fig IV-28 Evolution temporelle de l'endommagement radial ($r = 3,6m$).....	226
fig IV-29 Evolution temporelle de la pression d'eau ($r = 8m$).....	226
fig IV-30 Evolution temporelle du coefficient de Biot radial ($r = 3,6m$).....	226
fig IV-31 Evolution temporelle du déplacement radial ($r = 3,6m$).....	227
fig IV-32 Evolution temporelle de l'endommagement radial ($r = 3,6m$).....	227
fig IV-33 Evolution temporelle de la pression d'eau ($r = 8m$).....	227
fig IV-34 Evolution temporelle du coefficient de Biot radial ($r = 3,6m$).....	227
fig IV-35 Evolution temporelle du déplacement radial ($r = 3,6m$).....	228
fig IV-36 Evolution temporelle de l'endommagement radial ($r = 3,6m$).....	228
fig IV-37 Evolution temporelle de la pression d'eau ($r = 8m$).....	228
fig IV-38 Evolution temporelle du coefficient de Biot radial ($r = 3,6m$).....	228
fig IV-39 Evolution temporelle du déplacement radial ($r = 3,6m$).....	229
fig IV-40 Evolution temporelle de l'endommagement radial ($r = 3,6m$).....	229
fig IV-41 Evolution temporelle de la pression d'eau ($r = 8m$).....	229
fig IV-42 Evolution temporelle du coefficient de Biot radial ($r = 3,6m$).....	229

LISTE DES TABLEAUX

Tableau II-1 Récapitulatif des démarches de Lemaitre, Cordebois & Sidoroff et Halm & Dragon concernant les lois de comportement macroscopiques prenant en compte l'effet de l'endommagement sur le comportement élastique d'un matériau	93
Tableau III-1 Instants t_i , $\forall i \in 0,1,2,3,4$	109
Tableau III-2 Conditions initiales et limites du revêtement (phase (2))	119
Tableau III-3 Calculs quasi-analytiques : paramètres poroélastiques de la roche hôte	132
Tableau III-4 Calculs numériques : paramètres hydromécaniques poroélastiques de la roche hôte, du revêtement, du remblai et des éléments d'interface (BM et RB)	133
Tableau III-5 Paramètres mécaniques de l'argilite d'après (Fabre, 2005)	143
Tableau III-6 Paramètres hydromécaniques de l'argilite	144
Tableau III-7 Temps caractéristiques	150
Tableau III-8 Paramètres mécaniques de la roche hôte poro-viscoplastique endommageable (modèle (B))	159
Tableau III-9 Cinétiques de dégradation du revêtement	160
Tableau IV-1 Paramètres du nouveau modèle poro-viscoplastique endommageable	187
Tableau IV-2 Abscisses et poids des points de Gauss	204
Tableau IV-3 Couplages partiels traités	210
Tableau IV-4 Paramètres hydromécaniques de la roche poroélastique	210
Tableau IV-5 Paramètres hydromécaniques de la roche hôte viscoplastique	214
Tableau IV-6 Paramètres hydromécaniques de la roche hôte poro-viscoplastique	215
Tableau IV-7 Paramètres hydromécaniques de la roche hôte poro-viscoplastique	216
Tableau IV-8 Paramètres hydromécaniques de la roche hôte poro-viscoplastique	217
Tableau IV-9 Paramètres hydromécaniques de la roche hôte poroélastique endommageable	218
Tableau IV-10 Paramètres hydromécaniques de la roche hôte poroélastique endommageable	220
Tableau IV-11 Paramètres hydromécaniques de la roche hôte poro-viscoplastique endommageable	224
Tableau IV-12 Paramètres hydromécaniques de la roche hôte poro-viscoplastique endommageable	225
Tableau IV-13 Paramètres hydromécaniques de la roche hôte poro-viscoplastique endommageable	226

Tableau IV-14 Paramètres hydromécaniques de la roche hôte poro-viscoplastique endommageable227

Tableau IV-15 Paramètres hydromécaniques de la roche hôte poro-viscoplastique endommageable228

Tableau IV-16 Paramètres hydromécaniques de la roche hôte poro-viscoplastique endommageable229

NOTATIONS

Alphabet latin

- a rayon de la cavité cylindrique (calcul analytique)
 a scalaire
 a_1 paramètre d'endommagement (loi de Halm & Dragon)
 a_2 paramètre d'endommagement (loi de Halm & Dragon)
 A_H coefficient de ténacité (loi de Hajdu)
 A_k force thermodynamique associée à la variable d'érouissage
 A_L paramètre d'endommagement (loi de Lemaitre)
 $A(t)$ constante d'intégration
 \mathbf{A}_n tenseur du second ordre (discrétisation temporelle)
 \mathbf{A}^ϕ tenseur du deuxième ordre (modèle de Dufour *et al.*, 2011)
 \mathbb{A} tenseur du quatrième ordre (loi élastique endommageable de Lemaitre)
 \mathbb{A}^σ tenseur du quatrième ordre (modèle de Dufour *et al.*, 2011)
 b_0 coefficient de Biot du matériau non endommagé
 b^i coefficient de proportionnalité entre la porosité irréversible et les déformations volumiques irréversibles ($i \in \{p, vp\}$)
 b' coefficient de Biot du remblai
 \mathcal{b} scalaire
 B paramètre d'endommagement (loi de Halm & Dragon)
 \mathbf{B}^p matrice globale des dérivées des fonctions d'interpolation (pression)
 \mathbf{B}_e^p matrice élémentaire des dérivées des fonctions d'interpolation (pression)
 \mathbf{B}^u matrice globale des dérivées des fonctions d'interpolation (déplacement)
 \mathbf{B}_e^u matrice élémentaire des dérivées des fonctions d'interpolation (déplacement)
 B_0^{sk} coefficient de Skempton
 \mathbf{B} tenseur de Biot du matériau endommagé
 \mathbf{B}^i tenseur de proportionnalité entre la porosité irréversible et les déformations irréversibles ($i \in \{p, vp\}$)
 \mathbf{B}^ϕ tenseur du deuxième ordre (modèle de Dufour *et al.*, 2011)
 \mathbf{B}_0 tenseur de Biot du matériau non endommagé
 $\mathbf{B}_{0,1}^T$ premier tenseur de Biot « tangent » du matériau non endommagé
 $\mathbf{B}_{0,2}^T$ deuxième tenseur de Biot « tangent » du matériau non endommagé
 C_n algorithme de Stehfest
 C_p capacité calorifique volumétrique du fluide à pression constante
 C_{pm} paramètre plastique (loi de Charielli)
 $C_{0,u}$ capacité calorifique non drainée
 C_0 capacité calorifique du squelette à pression et déformations constantes
 $C_{0,d}$ capacité calorifique drainée

\mathbf{C}_n tenseur du second ordre (discrétisation temporelle)
 $\tilde{\mathbf{C}}_n$ tenseur du second ordre (discrétisation temporelle)
 \mathbb{C} tenseur de rigidité élastique tel que $\sigma_{ij} = \mathbb{C}_{ijkl}\varepsilon_{kl}$
 \mathbb{C}^T tenseur de rigidité tangent
 \mathbb{C}_0^T tenseur de rigidité tangent du matériau non endommagé
 \mathbb{C}_0 tenseur de rigidité élastique du matériau non endommagé
 \mathbb{C}^σ rigidité élastique endommageable (Dufour *et al.*, 2011)
 D variable scalaire d'endommagement isotrope
 D_c endommagement caractéristique
 D^* variable d'endommagement « adimensionnel »
 \mathbf{D} variable tensorielle (ordre 2) d'endommagement anisotrope
 \mathbb{D} variable tensorielle (ordre 4) d'endommagement anisotrope
 e densité d'énergie interne totale (eulérienne) par unité de volume $d\Omega_t$
 e_d épaisseur de béton endommagé par lixiviation
 e_f^i énergie interne spécifique du fluide
 e_s^i énergie interne spécifique du squelette
 e_0 épaisseur initiale des éléments d'interface
 E module d'Young
 $E_{nt}(\cdot)$ fonction partie entière
 E_{u_0} module d'Young non drainé du matériau non endommagé
 $E(\cdot)$ la fonction « partie entière »
 E^i densité d'énergie interne totale (lagrangienne) par unité de volume $d\Omega_0$
 \mathcal{E} énergie interne totale du milieu poreux
 \bar{f} transformée de Laplace d'une fonction f
 f_D fonction critère d'endommagement
 f_{lix} évolution de l'avancée du front de lixiviation
 f_p fonction critère plastique
 f_{vp} fonction critère viscoplastique
 F transformation entre la configuration de référence et la configuration actuelle
 \mathbf{F} gradient de F
 \mathbf{F}^i densité volumique des efforts à distance s'exerçant sur la phase $i = \{s, f\}$
 \mathbb{F}^p vecteur de chargement hydraulique
 \mathbb{F}^u vecteur de chargement mécanique
 \mathbb{F}^{vp} pseudo-force viscoplastique
 g paramètre d'endommagement (loi de Halm & Dragon)
 g_f potentiel thermodynamique du fluide
 g_p potentiel plastique
 g_{vp} potentiel viscoplastique
 G_s potentiel thermodynamique du squelette
 G_s^1 potentiel thermodynamique élastique du squelette
 G_s^2 potentiel thermodynamique viscoplastique du squelette

G_s^* potentiel thermodynamique du squelette
 G_0 module de cisaillement de Coulomb du milieu poreux non endommagé
 G' module de cisaillement de Coulomb du remblai
 H_d module d'endommagement
 H_p module plastique
 \mathbf{H} tenseur tel que $\mathbf{H} = (\boldsymbol{\delta} - \mathbf{D})^{-1/2}$
 \mathbf{H}_n tenseur du second ordre (discrétisation temporelle)
 $\hat{\mathbf{H}}_n$ tenseur du second ordre (discrétisation temporelle)
 $\tilde{\mathbf{H}}_n$ tenseur du second ordre (discrétisation temporelle)
 \mathbb{H} matrice d'écoulement de la phase liquide
 I_1, I_2, I_3 invariants des contraintes
 J_0 fonction de Bessel modifiée d'ordre 0 de première espèce
 \mathbb{I} tenseur unité d'ordre 4
 J jacobien de F
 k_h coefficient de diffusivité hydraulique
 k_L paramètre d'endommagement (loi de Lemaitre)
 K paramètre viscoplastique (Dufour *et al.*, 2011)
 K_{u_0} module de compressibilité non drainé
 K_0 module de compressibilité du milieu poreux non endommagé
 K_f module de compressibilité du fluide
 K_H coefficient de raideur viscoplastique (loi de Hajdu)
 K_L paramètre viscoplastique (loi de Lemaitre)
 K_s module de compressibilité du squelette
 K_u module de compressibilité non drainé
 K' module de compressibilité du remblai
 \mathcal{K} énergie cinétique totale du milieu poreux
 \mathcal{K}_0 fonction de Bessel modifiée d'ordre 0 de deuxième espèce
 \mathcal{K}_1 fonction de Bessel modifiée d'ordre 1 de deuxième espèce
 \mathbb{K} matrice de rigidité
 l longueur du domaine maillé par éléments finis
 l_0 longueur du premier élément fini
 L transformation de Laplace
 L_c longueur caractéristique
 \mathbb{L} tenseur d'ordre 4 de la loi d'endommagement (nouveau modèle)
 m_f masse de fluide contenue dans $d\Omega_t$
 m_L paramètre viscoplastique (loi de Lemaitre & Chaboche)
 \mathbb{m} tenseur d'ordre 4 (loi de Chiarelli)
 M paramètre viscoplastique (Dufour *et al.*, 2011)
 M_0 module de Biot du matériau non endommagé
 M_H exposant d'écrouissage (loi de Hajdu)
 M_L paramètre viscoplastique (loi de Lemaitre)

M vecteur lagrangien courant relatif de masse fluide
 \mathbb{M} tenseur d'ordre 4 liant la contrainte effective (au sens de l'endommagement) à la contrainte usuelle
 n porosité eulérienne
 n_e^p nombre de nœud par élément fini hydraulique
 n_e^u nombre de nœud par élément fini mécanique
 n_L paramètre viscoplastique (loi de Lemaitre & Chaboche)
 \mathbf{n} normale d'une surface orientée
 $\tilde{\mathbf{n}}$ normale d'une surface orientée dans la configuration endommagée
 N paramètre viscoplastique (Dufour *et al.*, 2011)
 N_p nombre d'éléments hydrauliques du maillage
 N_u nombre d'éléments mécaniques du maillage
 \mathbf{N}^p matrice globale d'interpolation des valeurs nodales des pressions d'eau
 \mathbf{N}_e^p matrice élémentaire d'interpolation des valeurs nodales des pressions d'eau
 \mathbf{N}^u matrice globale d'interpolation des valeurs nodales des déplacements
 \mathbf{N}_e^u matrice élémentaire d'interpolation des valeurs nodales des déplacements
 N_H exposant de viscosité (loi de Hajdu)
 N_L paramètre viscoplastique (loi de Lemaitre & Chaboche)
 \mathcal{N} nombre entier pair (algorithme de Stehfest)
 p_w champ de pression d'eau
 \mathbf{P}_w vecteur global du champ de pression d'eau
 $p_{w,e}$ vecteur élémentaire de la pression d'eau
 $\tilde{p}_{w,e,k}$ valeur nodale de la pression d'eau
 p_w^* champ de pression d'eau cinématiquement admissible
 p_{w_0} pression d'eau initiale
 \mathcal{P}_e puissance des forces extérieures
 \mathbb{P}^+ tenseur de projection d'ordre 4
 q contrainte équivalente de von Mises
 \hat{q} contrainte équivalente de von Mises endommagée (loi de Chiarelli)
 q_H paramètre de progressivité de l'endommagement (loi de Hajdu)
 q^* contrainte « adimensionnelle »
 \mathbf{q} vecteur courant de chaleur fourni par conduction (chap. II) ou débits d'eau (chap. IV)
 q_b variable intermédiaire telle que $q_b^2 = s/k_h$
 Q taux de chaleur reçue par le système
 \mathbb{Q} matrice de couplage
 r coordonnée radiale
 r_H exposant d'endommagement (loi de Hajdu)
 R_L paramètre d'endommagement (loi de Lemaitre)
 r_q densité volumique de production interne de chaleur à distance
 r_0 variable d'endommagement (Dufour *et al.*, 2011)

- r_1 variable d'endommagement (Dufour *et al.*, 2011)
 r^* coordonnée radiale « adimensionnelle »
 \mathbb{R} matrice de couplage
 s densité d'entropie totale (eulérienne) par unité de volume $d\Omega_t$ (chap. II) ou variable conjuguée du temps t dans l'espace des transformées (chap. III)
 s_f entropie spécifique du fluide
 s_s entropie spécifique du squelette
 \mathbf{s} déviateur des contraintes
 \mathbf{S}_t surface orientée dans la configuration actuelle
 \mathbf{S}_0 surface orientée dans la configuration de référence
 \mathcal{S} entropie totale du milieu poreux
 \mathbb{S}_H tenseur du quatrième ordre (loi d'évolution de l'endommagement selon Hajdu)
 \mathbb{S} matrice de comportement de la phase liquide
 t variable temporelle
 t_{lix} durée de lixiviation de 1.5 cm de béton
 $t_0 = 0$ instant initial
 $t_1 = 0^+$ ou 1 jour instant du cycle de vie d'une cavité, début de la phase (1)
 $t_2 = 2$ mois instant du cycle de vie d'une cavité, début de la phase (2)
 $t_3 = 150$ ans instant du cycle de vie d'une cavité, début de la phase (3)
 t^* temps « adimensionnel »
 \mathcal{t} (loi de Hajdu) quotient entre la contrainte équivalente de von Mises et la trace du tenseur des contraintes
 t variable intermédiaire (solution quasi-analytique de Pouya)
 T température
 \mathbf{T} densité surfacique des efforts s'exerçant sur la frontière $\partial\Omega_t'$ du milieu \mathbf{T}^i
 u déplacement radial du squelette
 $\tilde{u}_{e,k}$ valeur nodale du déplacement
 \mathbf{u}_e vecteur élémentaire du déplacement
 \mathbf{U} vecteur global du champ de déplacement
 \mathbf{u}^* champ de déplacement cinématiquement admissible
 \mathbf{u}^s champ de déplacement du squelette
 \mathbf{v}^f champ de vitesse du fluide
 \mathbf{v}^r vitesse relative d'une particule fluide par rapport au squelette
 \mathbf{v}^s champ de vitesse du squelette
 \mathbf{v}_k paramètre d'écrouissage
 \mathbf{V}^D vitesse de Darcy
 \mathbf{w} vecteur eulérien courant relatif de masse fluide
 \mathbf{x} coordonnées d'une particule matérielle dans la configuration actuelle
 \mathbf{x}_k variable interne
 \mathbf{X} coordonnées d'une particule matérielle dans la configuration de référence

X_k force thermodynamique associée à x_k
 Y force thermodynamiquement conjuguée à la variable d'endommagement
 Y^+ partie positive de Y
 Y_1^+ terme de Y^+

Alphabet grec

α paramètre viscoplastique (Dufour *et al.*, 2011)
 α_f coefficient volumétrique de dilatation thermique du fluide
 $\alpha_{u,0}$ coefficient volumétrique de dilatation thermique non drainé
 α_{0th} coefficient de dilatation thermique
 $\alpha_{0,m}$ coefficient tel que $\alpha_{0,m} = \alpha_{0,\phi} + \phi\alpha_f$
 $\alpha_{0,\phi}$ coefficient volumétrique de dilatation thermique du matériau non endommagé
 a_1 paramètre d'endommagement (loi de Halm & Dragon)
 a_2 paramètre d'endommagement (loi de Halm & Dragon)
 β coefficient hydromécanique du matériau endommagé
 β_0 coefficient hydromécanique du matériau non endommagé
 β_H coefficient d'anisotropie de l'endommagement (loi de Hajdu)
 γ paramètre de viscosité
 γ_{vp} déformation viscoplastique cumulée
 γ^i champ d'accélération d'une particule i
 δ raison géométrique
 δ_D scalaire tel que $\delta_D = 0$ si l'endommagement n'évolue pas, $\delta_D = 1$ sinon
 $\delta\tilde{S}$ aire telle que $\delta\tilde{S} = \delta S - \delta S_D$
 δS_D aire des microfissures
 δ tenseur unité d'ordre 2
 ε_c déformation caractéristique
 ε tenseur des déformations
 $\tilde{\varepsilon}$ déformations équivalentes (au sens de la Mécanique de l'Endommagement)
 ε^e déformations élastiques
 ε^i déformations irréversibles
 ε^p déformations plastiques
 ε^{vp} déformations viscoplastiques
 ε^+ tenseur des déformations en extension
 ε déformation volumique du squelette
 ε^i déformation volumique irréversible du squelette
 ε_S^i déformation volumique irréversible de la matrice solide
 η_L paramètre d'endommagement (loi élastique endommageable de Lemaitre)
 θ scalaire (schéma de discrétisation temporelle)

κ_d ratio du temps caractéristique d'endommagement par le temps caractéristique hydromécanique
 κ_f ratio du temps caractéristique de fluage par le temps caractéristique hydromécanique
 λ coefficient de Lamé du matériau endommagé
 λ_0 coefficient de Lamé du matériau non endommagé
 λ_p multiplicateur plastique
 λ_h conductivité hydraulique
 λ_T conductivité thermique
 μ coefficient de Lamé du matériau endommagé
 μ_w viscosité dynamique de l'eau
 μ_0 coefficient de Lamé du matériau non endommagé
 ν coefficient de Poisson
 ν_0 coefficient de Poisson du matériau non endommagé
 ν_{u0} coefficient de Poisson non drainé du matériau non endommagé
 \mathbf{v} vecteur de référence d'une surface
 ρ masse volumique du milieu poreux
 ρ^f masse volumique apparente du fluide
 ρ_f masse volumique intrinsèque du fluide
 ρ^s masse volumique apparente du squelette
 ρ_s masse volumique intrinsèque du squelette
 ρ_1 longueur du remblai
 ρ_2 coordonnée de l'extrados
 ρ_3 limite extérieure du maillage
 σ contrainte moyenne ($\sigma = \sigma_{kk}/3$)
 σ_c contrainte caractéristique
 σ_h contrainte mineure
 σ_H contrainte majeure
 σ_s seuil viscoplastique (loi de Lemaitre & Chaboche)
 σ_v contrainte verticale
 σ_0 contrainte de référence
 $\boldsymbol{\sigma}$ tenseur des contraintes de Cauchy
 $\boldsymbol{\sigma}'$ tenseur des contraintes effectives (au sens de Biot)
 $\boldsymbol{\sigma}''$ force thermodynamique associée aux déformations irréversibles
 $\tilde{\sigma}$ contrainte effective (au sens de la Mécanique de l'Endommagement)
 $\check{\sigma}$ contrainte motrice
 $\hat{\sigma}$ tenseur des contraintes (loi de Hajdu)
 Σ_0 contrainte géostatique initiale
 τ variable temporelle telle que $\tau = t - t_3^+$
 τ_{ch} temps caractéristique de chargement
 τ_d temps caractéristique d'endommagement

τ_f temps caractéristique de fluage
 τ_{HM} temps caractéristique hydromécanique
 φ pseudo-potentiel de dissipation
 φ_i pseudo-potentiel (plastique ou viscoplastique) de dissipation ($i \in \{p, vp\}$)
 φ_f expression eulérienne de la dissipation du fluide
 φ_{th} expression eulérienne de la dissipation thermique
 φ^* pseudo-potentiel de dissipation dual de φ
 φ_D^* pseudo-potentiel endommageable de dissipation
 φ_i^* pseudo-potentiel (plastique ou viscoplastique) de dissipation ($i \in \{p, vp\}$)
 φ_{vp}^* pseudo-potentiel viscoplastique de dissipation
 ϕ porosité lagrangienne
 ϕ^e porosité élastique
 ϕ^i porosité irréversible
 ϕ^p porosité plastique
 ϕ^{vp} porosité viscoplastique
 ϕ_0 porosité lagrangienne initiale
 $\phi(.)$ fonction d'écoulement
 Φ dissipation totale du milieu poreux
 Φ_f expression lagrangienne de la dissipation du fluide
 Φ_{th} expression lagrangienne de la dissipation thermique
 Φ_s expression lagrangienne de la dissipation du squelette
 $\chi(\sigma)$ combinaison linéaire des trois invariants des contraintes
 ψ_f énergie libre spécifique du fluide
 ψ_n force de déséquilibre
 Ψ densité volumique lagrangienne d'énergie libre du milieu étudié
 Ψ_s densité volumique lagrangienne d'énergie libre du squelette
 ω variable telle que $\omega = (K + 4/3 G)/b$
 Ω_t volume total du milieu poreux
 Ω_t^p volume des pores à l'instant t
 Ω_0 volume total initial du milieu poreux

Produits tensoriels

Soient \mathbf{A} et \mathbf{B} deux tenseurs d'ordre 2. On notera :

le produit simplement contracté :

$$(\mathbf{A} \cdot \mathbf{B})_{ij} = A_{ik} B_{kj}$$

le produit doublement contracté :

$$(\mathbf{A} : \mathbf{B})_{ii} = A_{ij} B_{ji} = \text{tr}(\mathbf{A} \cdot \mathbf{B})$$

des produits tensoriels :

$$(\mathbf{A} \otimes \mathbf{B})_{ijkl} = A_{ij} B_{kl}$$

$$(\mathbf{A} \bar{\otimes} \mathbf{B})_{ijkl} = A_{ik} B_{jl}$$

$$(\mathbf{A} \underline{\otimes} \mathbf{B})_{ijkl} = A_{il} B_{jk}$$

$$(\mathbf{A} \overline{\underline{\otimes}} \mathbf{B})_{ijkl} = 1/2(A_{ik} B_{jl} + A_{il} B_{jk})$$

Conventions

La convention de signe des contraintes de la Mécanique des Milieux Continus sera adoptée dans l'ensemble du mémoire sauf indication contraire. Ainsi, une contrainte de compression sera négative alors qu'une contrainte de traction sera positive.

La convention de sommation d'Einstein sera également retenue.

I. INTRODUCTION GENERALE

I.1 Le stockage de déchets radioactifs en formation géologique profonde

I.1.1 Origine des déchets radioactifs

Selon l'AIEA, l'Agence Internationale de l'Energie Atomique, est considérée comme déchet radioactif « toute matière pour laquelle aucune utilisation n'est prévue, et qui contient des radionucléides en concentrations supérieures aux valeurs que les autorités compétentes considèrent comme admissibles dans des matériaux propres à une utilisation sans contrôle ».

Les déchets radioactifs proviennent essentiellement de l'industrie nucléaire. Pour le reste, ils sont issus de l'utilisation d'éléments radioactifs dans les hôpitaux, les universités et certaines industries non nucléaires, ainsi que des activités liées à la défense.

I.1.2 Classification

A partir de critères internationalement reconnus, une classification des différents types de déchets, fondée notamment sur le niveau de radioactivité des substances et la durée de leur activité radioactive, a été définie par l'Autorité de Sûreté Nucléaire (ASN) :

- les déchets de haute activité (HA) et les déchets de moyenne activité et à vie longue (MA-VL) issus essentiellement du cœur des réacteurs nucléaires,
- les déchets de faible et moyenne activité à vie courte (FMA-VC), déchets technologiques contaminés pendant leur utilisation industrielle,
- les déchets de très faible activité (TFA), matériaux activés provenant du démantèlement de sites nucléaires,
- les déchets de faible activité à vie longue (FA-VL), déchets radifères et graphites.

D'après l'inventaire national des déchets radioactifs et des matières valorisables effectué par l'ANDRA, l'Agence Nationale pour la gestion de Déchets RAdioactifs, (ANDRA, 2012), les déchets HA et MA-VL représentaient fin 2010 44000 m³ des déchets stockés, soit une concentration de l'essentiel de la radioactivité dans seulement 3,3% du volume total produit (fig I-1). De plus, d'ici 2020, 50000 m³ de déchets seront entreposés. Chaque déchet nécessite une gestion différente et particulièrement les plus dangereux pour l'homme, à savoir les déchets de haute activité et de moyenne activité et à vie longue. La

problématique de la gestion présente et future des déchets HA et MA-VL est donc plus que jamais d'actualité.

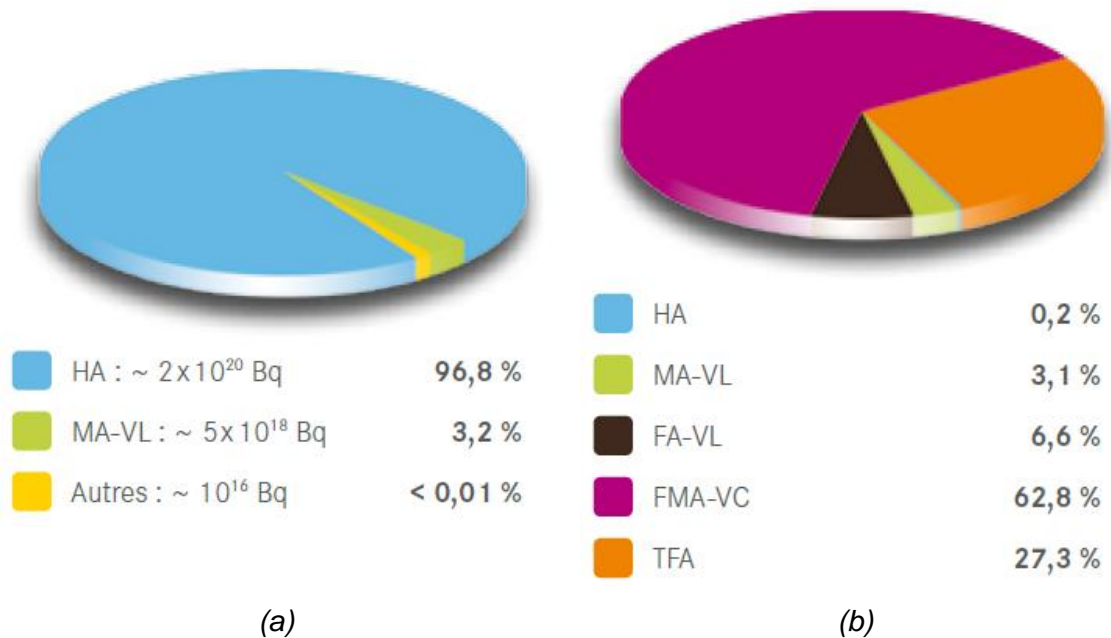


fig I-1 Niveau de radioactivité (a) et volume (b) relatifs des déchets radioactifs par type de déchets, en France, fin 2010 (ANDRA, 2012)

I.1.3 Gestion des déchets de haute activité à vie longue

I.1.3.1 Contexte législatif français

En France, pour définir des solutions de gestion à long terme des déchets radioactifs de haute activité à vie longue, la loi du 30 décembre 1991 a retenu trois axes de recherche : la séparation/transmutation, le stockage en couche géologique profonde et l'entreposage de longue durée en surface. L'ensemble de ces recherches a été confiée au CEA (Commissariat à l'Énergie Atomique) et à l'ANDRA.

Pour ce qui concerne le second axe relatif au stockage géologique, un rapport a été remis au Parlement en 2005 au terme de quinze années d'études et de recherches comprenant entre autres la construction d'un laboratoire souterrain. Les évaluations et discussions qui ont suivi ont conduit à la loi de programme n° 2006-739 du 28 juin 2006 relative à la gestion durable des matières et déchets radioactifs. Cette loi établit un calendrier d'objectifs en vue d'une éventuelle installation de stockage souterrain, allant de recherches scientifiques amont vers des études plus appliquées, notamment d'ingénierie. Elle prévoit l'instruction d'un dossier de demande de création à l'horizon 2015 et si cette

étape se concluait positivement, la mise en exploitation d'une installation de stockage pourrait intervenir à l'horizon 2025.

Dans ce cadre, l'Institut de Radioprotection et de Sûreté Nucléaire (IRSN) a pour mission de donner un avis principalement sur la capacité d'un tel stockage à contenir suffisamment longtemps les radionucléides avant que les plus mobiles d'entre eux n'atteignent les écosystèmes de surface. Pour cela, l'institut développe sa propre expertise dans ce domaine.

I.1.3.2 *Laboratoire de recherche souterrain*

Afin de convaincre les agences de gestion, les autorités de sûreté, les décideurs ou bien encore le grand public de la faisabilité et de la sûreté d'un stockage de déchets radioactifs en couche géologique profonde, il est nécessaire d'apporter une démonstration pratique pouvant réduire l'incertitude inévitable sur l'évolution de phénomènes complexes sur de très longues périodes.

Pour cette raison, tous les grands programmes nationaux de stockage de déchets radioactifs prévoient la réalisation d'un ou de plusieurs laboratoires de recherche souterrains permettant de caractériser les couches géologiques potentiellement hôtes, d'élaborer des essais ou de mettre au point de nouvelles technologies adaptées aux contraintes in-situ (OCDE, 2001).

Ces laboratoires souterrains peuvent être de deux types : ceux qui ne serviront pas d'installations de stockage mais fourniront des informations utiles pour la réalisation de celles-ci, ceux qui constitueront la première étape dans le développement d'un nouveau site.



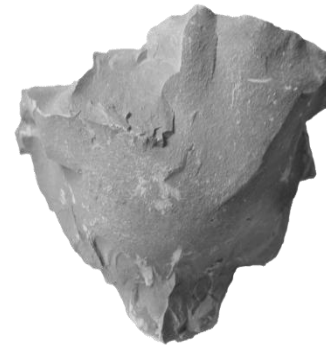
fig I-2 Installations de surface et souterraines autour des puits du laboratoire souterrain de Bure (www.andra.fr)

L'avantage majeur d'un laboratoire souterrain est qu'il offre un accès au milieu géologique dans des conditions plus ou moins représentatives de celles qui existeront dans un stockage. De plus, il contribue à renforcer la confiance du public dans la gestion des installations futures en démontrant sa faisabilité.

En France, c'est le laboratoire de recherche souterrain de Meuse/Haute-Marne (fig I-2 et fig I-3), ou laboratoire de Bure, exploité par l'ANDRA qui joue ce rôle. Situé à 500 m de profondeur, il est localisé près de la commune de Bure (Meuse). Les argilites de Bure, roche constituée d'une matrice argileuse (45%), de quartz (23%) et de calcite (28%) principalement (Abou-Chakra Guéry *et al.*, 2008), dans lesquelles il est creusé, possèdent *a priori* des caractéristiques physico-hydro-chimio-mécaniques favorables au stockage en couche géologique profonde.



(a)



(b)

fig I-3 (a) Laboratoire de Bure (Bérest & Shapira, 2011) – (b) Argilites du Callovo-Oxfordien

En particulier, les mesures (ANDRA, 2005) effectuées jusqu'à présent montrent que cette formation géologique a des propriétés hydromécaniques intéressantes :

- une porosité très faible, de l'ordre de 15%,
- une perméabilité de la roche saine comprise entre 10^{-22} et 10^{-20} m².

Ces mesures ont été effectuées lors des campagnes de forage successives et sur échantillons.

I.1.3.3 **Concept multi-barrière**

Un exemple d'architecture d'un stockage (ANDRA, 2009) est présenté sur les fig I-4 et fig I-5. Il comporte quatre puits verticaux d'accès, une double descenderie de 5 km, des galeries de transport principales et secondaires (100 km environ) et enfin des alvéoles de stockage (environ 200km) dans lesquelles

seraient stockés les déchets radioactifs MA-VL et HA. Situées à 500 m de profondeur environ, les installations souterraines devraient s'étendre sur une surface totale de 15 km².

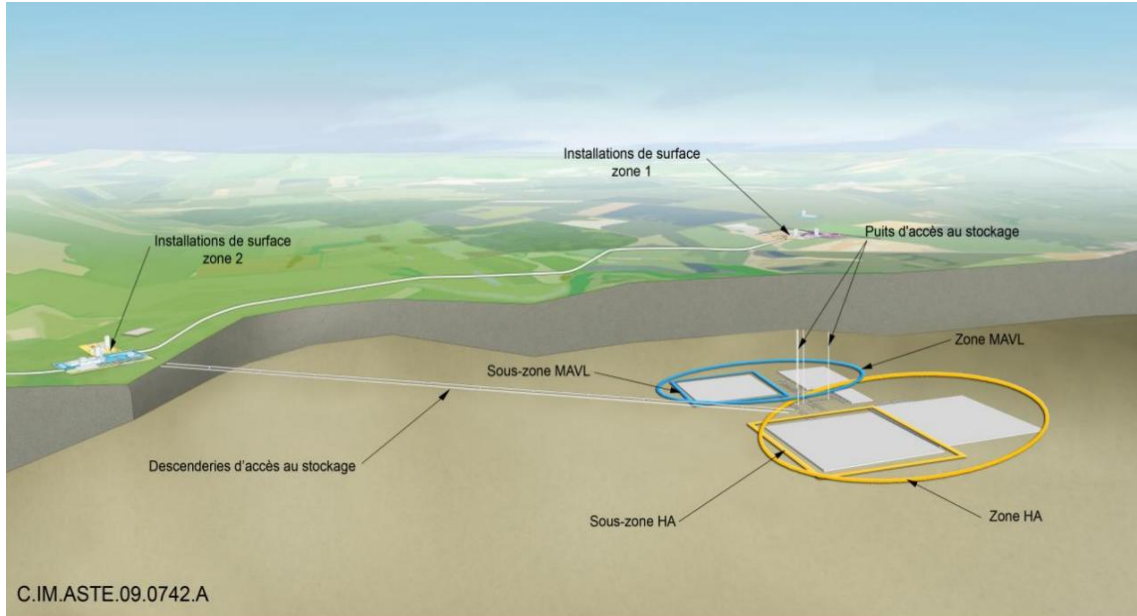


fig I-4 Schéma de principe du projet de centre industriel de stockage géologique (Cigéo) (ANDRA, 2009)

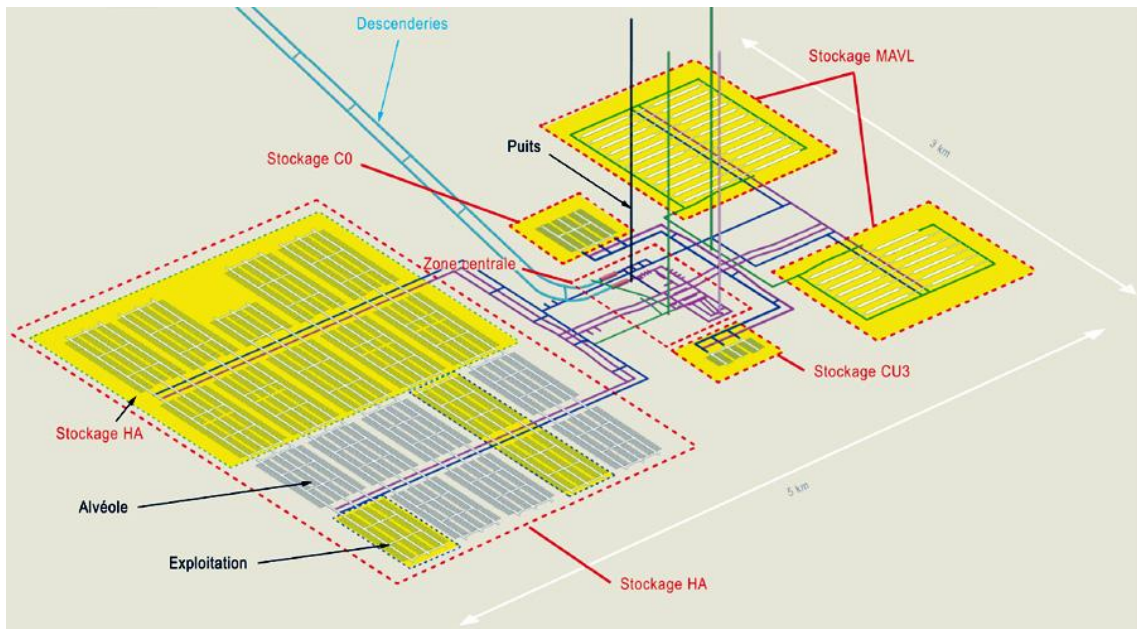


fig I-5 Schéma d'une installation de stockage en couche géologique profonde (www.andra.fr)

L'objectif du stockage est de confiner efficacement les éléments radioactifs afin de retarder au maximum leur retour vers la biosphère. Pour ce faire, un concept

de multi-barrières (ANDRA, 2005) qui consiste à interposer entre la biosphère et les déchets radioactifs une succession d'ouvrages de confinement (fig I-6) est mis en œuvre.

- la vitrification des déchets : les déchets de haute activité sont enrobés dans une matrice de verre qui sera donc la première barrière ;
- les conteneurs métalliques en acier inox : les déchets vitrifiés sont disposés dans des conteneurs en acier inox ;
- le scellement à des emplacements ponctuels pour couper tout cheminement hydraulique possible (dans les zones endommagées par le creusement, croisement des galeries, etc.) ;
- la barrière géologique, c'est-à-dire le terrain environnant le centre de stockage (roche hôte).

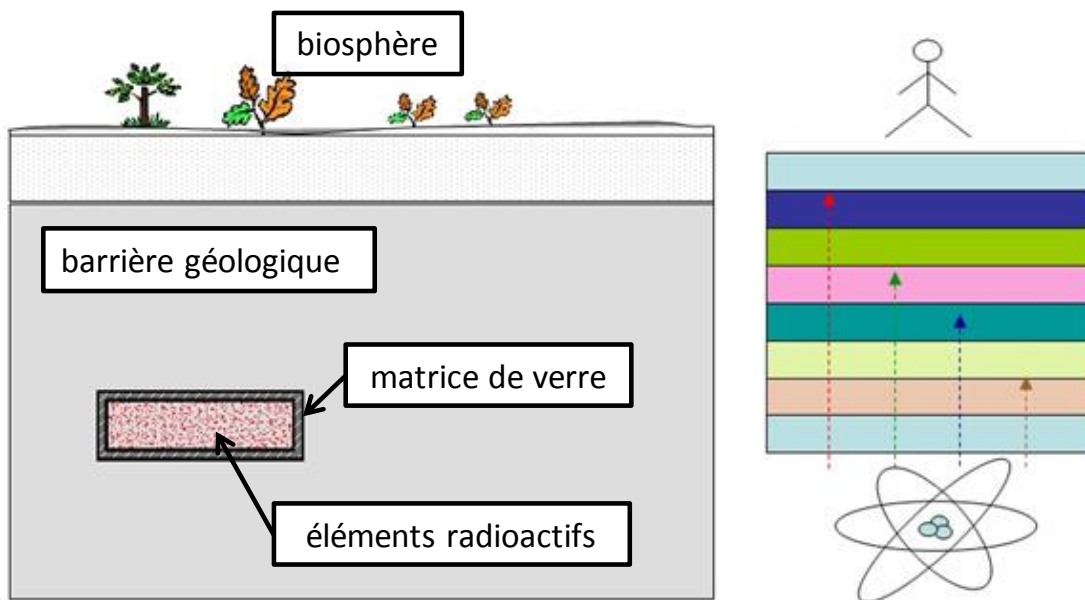


fig I-6 Concept multi-barrières

La barrière géologique (la roche hôte) est choisie principalement pour ses propriétés physico-chimiques favorables : tout d'abord, sa capacité à empêcher l'arrivée de l'eau, vecteur de migration des radionucléides et de corrosion des colis ; ensuite sa capacité à diffuser la chaleur émise par les colis thermiques, sa stabilité mécanique dans le temps (qui conduit à exclure les régions à risque sismique ou présentant des érosions importantes) et enfin son faible attrait pour les générations futures (c'est-à-dire le fait qu'elle ne constituera pas une ressource minérale ou fossile exploitable).

On compte sur la complémentarité des barrières pour ralentir l'ensemble des radioéléments et sur la redondance de celles-ci pour pallier à la défaillance de l'une d'entre elles.

En effet, les déchets contiennent différentes sortes de radioéléments dont le pouvoir de pénétration varie selon le type de barrière.

La durée de vie diffère également d'une barrière à l'autre. Par exemple, la durée de vie des conteneurs métalliques est de quelques centaines d'années, celle de la formation géologique quelques millions d'années.

En France, le projet de l'ANDRA a également été élaboré pour que le stockage des déchets soit réversible. Il laisse aux générations futures d'importantes possibilités de choix de gestion et d'adaptation du processus de stockage.

Ainsi, les ouvrages sont conçus de façon à permettre une gestion progressive et flexible de la fermeture du stockage. Les installations souterraines devraient être refermées par étape : d'abord les alvéoles, ensuite les galeries de manutention et de liaison, enfin les puits d'accès. La facilité à reprendre des colis décroît ainsi avec l'avancement du processus de fermeture. De plus, des dispositifs d'observation de ces ouvrages sont prévus dès la conception afin de suivre l'évolution des colis, alvéoles et galeries pendant l'exploitation du stockage, sa fermeture progressive, ainsi qu'en phase post-fermeture.

I.1.3.4 **La gestion des déchets radioactifs HA et MAVL à l'étranger**

Pour gérer les déchets nucléaires de haute activité, un consensus international existe autour de la solution du stockage géologique à grande profondeur. La plupart des pays recourant à l'énergie nucléaire sont engagés dans un processus de définition d'une solution de stockage. D'un pays à l'autre, les variantes sur les solutions étudiées sont fonction des conditions géologiques locales.

Les Etats-Unis construisent deux projets. L'un, pour les déchets issus de l'industrie de l'armement, le Waste Isolation Pilot Plant (WIPP, Nouveau Mexique), qui a accueilli son premier déchet en 1999, dans des couches salines. En mars 2004, environ 20 000 m³ y avaient déjà été stockés. L'autre, prévu initialement pour accueillir les déchets issus de l'industrie nucléaire civile, dans le tuff de Yucca Mountain (Nevada) est actuellement suspendu.

La Finlande a choisi en décembre 2000 le granite du site d'Olkiluoto pour le stockage profond définitif de tout son combustible usé.

Le Japon a promulgué une loi en juin 2000 sur le stockage final des déchets radioactifs. Il lui reste à choisir un site adapté. Des recherches sont menées sur le granite et les roches sédimentaires.

Le Canada étudie le stockage direct des combustibles usés dans le granite du Bouclier canadien.

La Belgique dispose d'un laboratoire de recherche souterrain dans l'argile de Boom à Mol.

La Suisse étudie également le stockage en formation géologique dans l'argile. Les Suisses mènent leurs études dans le Jura, dans un laboratoire souterrain creusé à partir d'un tunnel routier à Mont Terri. Le granite comme roche hôte représente une option de réserve.

L'Allemagne dispose de deux sites construits : Morsleben dans le sel, et Konrad dans une ancienne mine de fer. Gorleben, en formation saline, en cours de construction, fait actuellement l'objet d'un moratoire. Le site est associé à un entreposage de surface des emballages de combustibles usés et à une usine de conditionnement des assemblages combustibles, en vue de leur stockage "direct" en profondeur.

La Suède étudie aussi le stockage direct des combustibles usés dans le granite, à Aspö, au bord de la Baltique. A ce jour, une piscine souterraine permet d'accueillir le combustible pour entreposage dans l'attente du stockage définitif.

1.2 Problématique

Comme le montre ce panorama international, différentes solutions sont et seront envisagées pour ce qui concerne le stockage des déchets radioactifs, notamment pour prendre en compte les spécificités géologiques de chaque territoire. En France, le choix d'une roche argileuse soulève notamment la question du couplage entre le comportement hydromécanique de l'argilite et son fluage.

En outre, en plus des voies d'accès au stockage (descenderies et puits d'accès), la zone de roche hôte qui borde les ouvrages (galeries de liaison, alvéoles), endommagée par le creusement, constitue une voie de passage possible pour l'eau. En effet, pendant les phases d'excavation, la variation du champ de contrainte autour des galeries induit un réseau de fractures et par conséquent une forte augmentation de la perméabilité autour des galeries. En 2003, des experts réunis au sein d'une conférence au Luxembourg (McEwen, 2003) ont défini la « zone endommagée » ou EDZ (Excavation Damaged Zone en anglais) comme étant la zone fracturée et microfissurée autour des

ouvrages, susceptible d'impacter la sûreté du stockage. Afin de limiter l'afflux d'eau dans les galeries, l'ANDRA propose différentes techniques de creusement visant à réduire la formation et l'extension de la zone endommagée à court et long terme ou des techniques visant à intercepter les écoulements d'eau (saignées de bentonite) (ANDRA, 2005).

Dans le contexte du stockage des déchets radioactifs en couche géologique profonde, la caractérisation de l'EDZ autour des galeries constitue donc un enjeu crucial (Baechler, 2011). En effet, la zone endommagée pourrait impacter significativement les performances de sûreté du stockage et donc le dimensionnement de ces ouvrages destinés à accueillir des déchets radioactifs.

Plus généralement, l'étude des couplages multi-physiques thermo-hydro-chimio-mécaniques (THMC) constitue un enjeu majeur du stockage des déchets radioactifs à grande profondeur. Dans ce mémoire, nous nous sommes concentrés sur la modélisation et les effets des couplages hydromécaniques complexes prenant en compte les caractéristiques du stockage et de la roche hôte, l'argilite. Par conséquent, les effets de la viscoplasticité, de l'endommagement induit par l'excavation et de la poromécanique sur le comportement à long terme du stockage sont étudiés. En particulier, on regardera plus précisément le comportement d'une galerie de liaison « type » creusée dans cette roche. En se plaçant loin des alvéoles de stockage, l'effet de la température sera ainsi négligé. Ce qui justifie le choix des conditions isothermes dans l'ensemble du mémoire (excepté dans la présentation générale du cadre thermodynamique du chap. II).

Dans un premier temps, une étude bibliographique permettra de mettre en évidence les outils de la mécanique des milieux poreux (Coussy, 2004) dans le cadre de la thermodynamique des milieux continus ouverts. Ce cadre servira de base à l'exposé des comportements poro-plastique et poro-viscoplastique par la suite. La Mécanique de l'Endommagement des matériaux secs sera également abordée d'un point de vue essentiellement phénoménologique. Enfin, des lois de comportement existantes couplant partiellement les différents aspects ((visco)plasticité, endommagement, hydromécanique) et disponibles dans la littérature seront présentés.

Ce premier chapitre achevé, une solution quasi-analytique prenant en compte la totalité du cycle de vie d'une galerie type, de son excavation jusqu'à son remblaiement, élaborée dans le cadre de la poroélasticité, sera présentée. L'intérêt d'une solution analytique dans le cadre des études de travaux souterrains est multiple. En effet, elle apporte très rapidement aux concepteurs

des éléments de compréhension et de pré-dimensionnement (Subrin, 2002). Son processus d'élaboration est totalement vérifiable et transparent ; les liens de causalité entre paramètres entrants et sortants sont mis en évidence de manière claire (Bérest, 1989). Cependant, le recours à des solutions numériques est nécessaire dès que les géométries et les lois de comportement deviennent plus complexes. C'est pour cela que, dans notre cas, la solution quasi-analytique établie servira de solution de référence pour tester la fiabilité de la solution numérique présentée par la suite permettant de prendre en compte un comportement poro-viscoplastique endommageable notamment.

Une étude paramétrique mettra en évidence certains paramètres clés, comme la viscoplasticité ou l'endommagement de la roche, la cinétique de dégradation du revêtement ou encore le degré de compactage du remblai, jouant un rôle essentiel sur le comportement post-fermeture des cavités.

Enfin, le dernier chapitre proposera une amélioration de la prise en compte des couplages hydromécaniques complexes à travers l'élaboration d'un nouveau modèle poro-viscoplastique endommageable anisotrope. Les équations fondamentales de cette nouvelle loi de comportement seront ensuite discrétisées et intégrées dans un code de calcul, développé au DGCB (Département Génie Civil et Bâtiment) et s'appuyant sur la méthode des éléments finis. Ce travail sera validé par comparaison des résultats obtenus en considérant l'excavation d'une cavité cylindrique et des solutions quasi-analytiques connues (poroélasticité, viscoplasticité). La cohérence des autres résultats obtenus, en fonction des couplages privilégiés, sera mise en lumière par une analyse comparative et une étude paramétrique.

**II. ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE :
COMPORTEMENT HYDROMECHANIQUE
ENDOMMAGEABLE DES GEOMATERIAUX**

Le stockage souterrain des déchets radioactifs en couche géologique profonde soulève de nombreuses questions comme celles des couplages thermo-hydro-mécaniques (THM). Le choix d'une roche hôte en France s'étant porté sur une argilite du Callovo-Oxfordien, plusieurs campagnes expérimentales (Fabre, 2005 ; Gasc-Barbier *et al.*, 2004 ; Wileveau & Bernier, 2008...) ont été menées pour caractériser son comportement. Des modèles permettant de simuler celui-ci dans des conditions de saturation partielle ou totale ont également été élaborés en parallèle. Ils prennent en compte par exemple les effets de l'endommagement, de la plasticité ou la viscoplasticité, les couplages hydromécaniques voire thermo-hydromécaniques sans pour autant coupler tous ces aspects. Le but de ce travail de thèse étant comme nous l'avons vu dans l'exposé de la problématique de proposer une modélisation originale du couplage hydromécanique incluant les effets de fluage et de l'endommagement de la roche, le cadre général de la mécanique des milieux poreux sera présenté dans un premier temps en mettant notamment en relief l'approche thermodynamique des milieux continus ouverts permettant de décrire les couplages thermo-hydromécaniques. Ensuite, des comportements mécaniques complexes (viscoplasticité, endommagement) seront présentés dans le cas d'un milieu sec (ou monophasique) puis étendus au cas d'un milieu biphasique. La dernière étape de ce chapitre bibliographique vise à montrer, notamment dans une modélisation phénoménologique du comportement de l'argilite, la manière de prendre en compte les multiples couplages entre les comportements hydromécanique, viscoplastique ou endommageable.

II.1 Mécanique des milieux poreux saturés

Dans l'approche choisie dans cette étude (Coussy, 1991 ; Coussy, 2004), un milieu poreux est considéré comme la superposition de deux milieux continus. Comme on peut le voir sur la fig II-1, il est constitué d'une phase solide, la matrice, qui forme le squelette, saturée par une seule phase fluide.

Notons dès à présent qu'il existe deux types d'espace poreux :

- l'espace poreux connecté, réseau dans lequel le fluide peut s'écouler,
- l'espace poreux occlus constitué des vides compris dans le squelette.

Ce dernier est considéré comme faisant partie intégrante de la matrice solide. Dans ce document, lorsqu'il est fait référence à l'espace poreux, c'est l'espace poreux connecté qui est pris en compte.

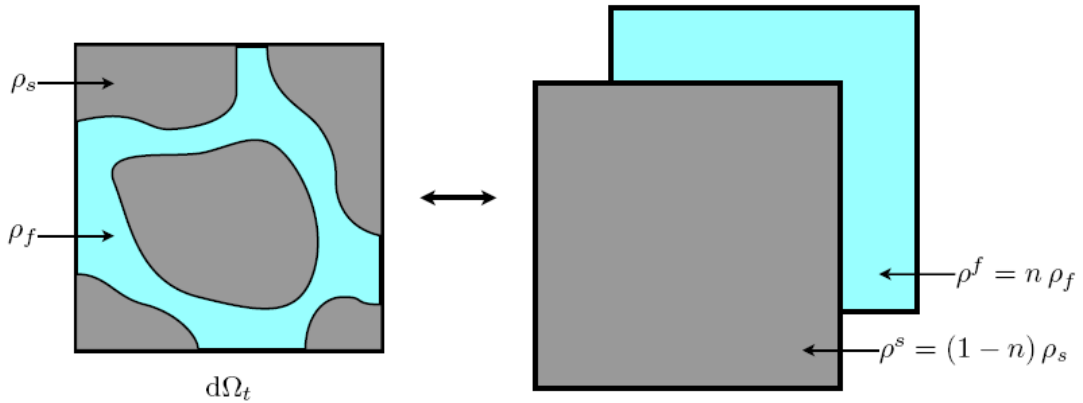


fig II-1 Représentation d'un milieu poreux saturé comme la superposition de deux milieux continus (Pereira, 2005)

De plus, on ne s'intéresse pas ici à l'échelle microscopique ; on se place à une échelle telle qu'un volume élémentaire représentatif qui contient suffisamment de matière pour que le milieu puisse être considéré comme continu. De cette manière, la mécanique des milieux continus sera applicable. On peut alors remarquer que la superposition de deux milieux continus implique qu'un volume infinitésimal est occupé simultanément par une particule solide et une particule fluide.

Nous allons maintenant récapituler les différentes équations mises en œuvre dans le cadre de la mécanique des milieux poreux.

II.1.1 Description cinématique

Dans un premier temps, étudions les déplacements et déformations des phases solide et fluide en se plaçant dans un référentiel muni d'un repère orthonormé (O, e_1, e_2, e_3) .

II.1.1.1 Définitions

Définissons tout d'abord certaines variables décrivant la composition volumique du milieu poreux. Il est en particulier utile de caractériser le volume effectivement occupé par le fluide. A cette fin, on introduit la porosité eulérienne n définie comme le rapport du volume poreux connecté $d\Omega_t^p$ au volume total d'une particule élémentaire $d\Omega_t$:

$$n = \frac{d\Omega_t^p}{d\Omega_t} \quad (II-1)$$

On peut aussi employer la porosité lagrangienne ϕ définie comme le rapport du volume poreux connecté $d\Omega_t^p$ au volume total initial $d\Omega_0$ d'une particule élémentaire :

$$\phi = \frac{d\Omega_t^p}{d\Omega_0} \quad (II-2)$$

Le volume des pores à l'instant actuel peut donc être exprimé grâce à ces deux porosités :

$$d\Omega_t^p = \phi d\Omega_0 = n d\Omega_t \quad (II-3)$$

Chaque phase n'occupant pas l'intégralité du volume du milieu poreux, on distingue deux types de masse volumique. L'une est la masse volumique intrinsèque à la phase considérée et l'autre la masse volumique apparente. Même si c'est cette dernière qui intervient dans les équations de conservation de la masse, il est important d'introduire les masses volumiques intrinsèques des deux phases puisqu'elles caractérisent les matériaux constitutifs du milieu.

La masse volumique apparente du squelette ρ^s est la masse de solide contenue dans un volume élémentaire $d\Omega_t$ rapportée à la totalité de celui-ci. La masse volumique intrinsèque du squelette ρ_s est la masse de solide contenue dans le volume $d\Omega_t$ rapportée au volume effectivement occupé par le solide, $d\Omega_t - d\Omega_t^p$.

En tenant compte de la définition de la porosité, on peut montrer que ces masses volumiques sont liées par la relation suivante :

$$\rho^s = (1 - n)\rho_s \quad (II-4)$$

Ainsi, la masse de solide contenue dans $d\Omega_t$ est égale à $\rho^s d\Omega_t$, qui peut aussi s'écrire $(1 - n)\rho_s d\Omega_t$.

De façon similaire, pour le fluide, les masses volumiques apparente ρ^f et intrinsèque ρ_f vérifient la relation suivante :

$$\rho^f = n\rho_f \quad (II-5)$$

Alors la masse de fluide contenue dans $d\Omega_t$ est $\rho^f d\Omega_t = n\rho_f d\Omega_t$.

I. Description du mouvement du squelette

La cinématique du squelette est identique à celle usuellement rencontrée dans le cas des milieux continus monophasiques (Royis, 2000 ; Salençon, 2002). L'identité de ces descriptions provient de l'hypothèse de continuité ainsi que du rôle particulier donné au squelette.

Description lagrangienne

Dans sa configuration initiale à l'instant t_0 , choisie comme configuration de référence, le squelette occupe un domaine noté Ω_0 . Une particule située en un point géométrique P_0 est alors repérée par le vecteur position $\mathbf{X} = \mathbf{OP}_0$.

A tout instant t , le squelette occupe un domaine Ω_t et la particule matérielle située en P_0 (repérée par \mathbf{X}) dans la configuration de référence se situe au point géométrique P_t et est repérée par le vecteur position $\mathbf{x} = \mathbf{OP}_t$.

Soit F , la transformation du milieu continu constitué par le squelette, application supposée continûment différentiable par rapport aux variables d'espace et de temps, définie par :

$$\begin{aligned} F : \Omega_0 \times \mathbb{R}^+ &\rightarrow \Omega_t \\ (\mathbf{X}, t) &\rightarrow \mathbf{x} \end{aligned} \quad (II-6)$$

La description lagrangienne du mouvement du squelette entre les instants t_0 et t_1 , quelconques tels que $t_0 < t_1$, correspond à cette application F . Elle est donc dépendante de la configuration de référence.

On introduit ensuite le gradient de la transformation. C'est un tenseur du second ordre, noté $\mathbf{F}(\mathbf{X}, t)$ défini par :

$$\mathbf{F}(\mathbf{X}, t) = \mathbf{Grad}(F(\mathbf{X}, t)) \quad (II-7)$$

Le champ de déplacement du squelette $\mathbf{u}^s(\mathbf{X}, t)$ et son champ de vitesse $\mathbf{v}^s(\mathbf{X}, t)$, sont liés par :

$$\mathbf{u}^s(\mathbf{X}, t) = \mathbf{x}(\mathbf{X}, t) - \mathbf{X} \quad (II-8)$$

$$\mathbf{v}^s(\mathbf{X}, t) = \frac{d^s \mathbf{u}^s}{dt}(\mathbf{X}, t) \quad (II-9)$$

$v^s(\mathbf{X}, t)$ est la dérivée particulière en suivant le squelette du champ de déplacement, dont le sens physique sera défini au paragraphe III.1.1.2.

Il est aussi utile de rappeler ici les formules de transport usuelles. Un vecteur $d\mathbf{X}$ défini dans la configuration de référence se transforme en $d\mathbf{x}$ dans la configuration actuelle selon la relation suivante :

$$d\mathbf{x} = \mathbf{F} \cdot d\mathbf{X} \quad (II-10)$$

Le vecteur représentant un élément de surface orienté $d\mathbf{S}_0$ est transformé en $d\mathbf{S}_t$ par l'opération :

$$d\mathbf{S}_t = J^t \mathbf{F}^{-1} \cdot d\mathbf{S}_0 \quad (II-11)$$

L'élément de volume $d\Omega_0$ et son transformé $d\Omega_t$ sont reliés par :

$$d\Omega_t = J(\mathbf{X}, t) d\Omega_0 \quad (II-12)$$

où J , jacobien de la transformation F est défini par :

$$J(\mathbf{X}, t) = \det(\mathbf{F}(\mathbf{X}, t)) \quad (II-13)$$

Description eulérienne

La description eulérienne du mouvement du squelette consiste à définir en tout point géométrique (repéré par le vecteur position \mathbf{x}) de la configuration actuelle et à tout instant t , la vitesse v^s de la particule du squelette située en ce point. Cette description est indépendante de toute configuration de référence. L'ensemble des variables descriptives du squelette (champ de vitesse et son gradient eulérien) ne dépendent donc que de \mathbf{x} et de t .

On peut obtenir cette description à partir de la description lagrangienne en introduisant la transformation inverse F^{-1} définie par :

$$\begin{aligned} F^{-1} : \Omega_t \times R^+ &\rightarrow \Omega_0 \\ (\mathbf{x}, t) &\rightarrow \mathbf{X}(\mathbf{x}, t) \end{aligned} \quad (II-14)$$

II. Description du mouvement du fluide

Observons maintenant le comportement du fluide, tout d'abord dans sa configuration eulérienne.

Description eulérienne

Cette description consiste à définir le champ de vitesse \mathbf{v}^f du fluide pour tout instant t . Il s'agit du point de vue courant et « naturel » pour retranscrire le mouvement d'un fluide, la position initiale d'une particule pouvant être à l'extérieur du domaine d'étude et donc être inconnue au modélisateur.

Description du mouvement relatif du fluide par rapport au squelette

L'intérêt particulier porté au squelette et à sa description tend naturellement à privilégier sa description par rapport à celle du fluide. Ainsi, on introduit la vitesse relative du fluide par rapport au squelette. La vitesse relative de la particule de fluide située au point géométrique P_t est alors définie comme la différence entre les vitesses eulériennes absolues des particules de fluide et de squelette situées à l'instant t en ce même point géométrique P_t :

$$\mathbf{v}^r(\mathbf{x}, t) = \mathbf{v}^f(\mathbf{x}, t) - \mathbf{v}^s(\mathbf{x}, t) \quad (II-15)$$

Ces particules ne coïncident pas, *a priori*, dans la configuration initiale ou aux instants précédents et suivants (t_1 ou t_2 quelconques tels que $t_1 < t < t_2$). La fig II-2 illustre le mouvement relatif entre deux particules de squelette et de fluide. Sur ce schéma, les particules ne coïncident qu'à l'instant t et pas en t_1 ou t_2 . A ces instants-là, la particule de squelette (que l'on suit dans tout cet intervalle contrairement à la particule fluide) coïncide avec d'autres particules fluides (qui ne sont pas représentées sur la figure).

Pour prendre en considération ce phénomène, un vecteur eulérien courant relatif de masse fluide est introduit :

$$\mathbf{w}(\mathbf{x}, t) = \rho^f(\mathbf{x}, t)\mathbf{v}^r(\mathbf{x}, t) \quad (II-16)$$

Compte-tenu de la définition du vecteur $\mathbf{w}(\mathbf{x}, t)$, la quantité $\mathbf{w}(\mathbf{x}, t) \cdot d\mathbf{S}_t \cdot dt$ correspond à la masse de fluide qui traverse, pendant l'intervalle de temps dt , un élément de surface orienté que l'on suit dans le mouvement du squelette.

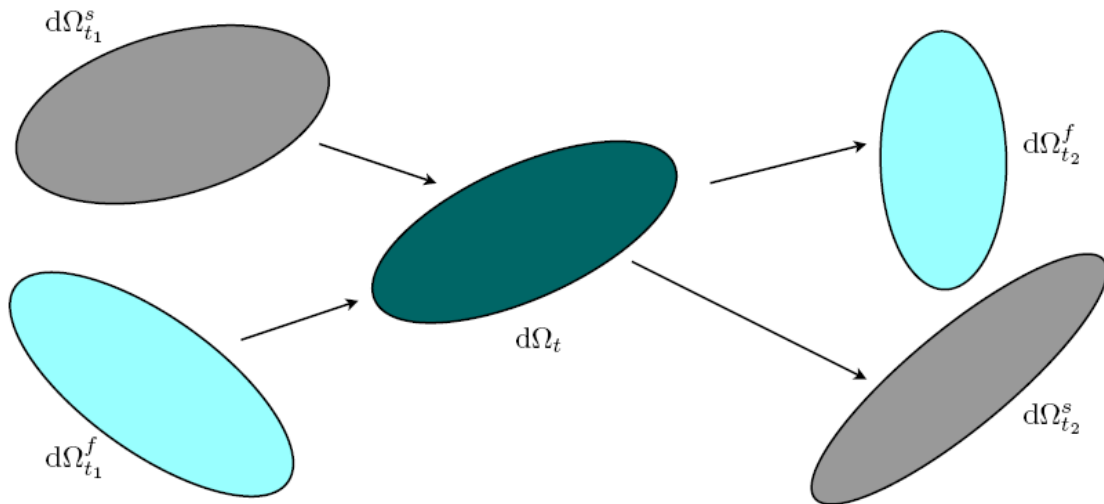


fig II-2 Illustration du mouvement relatif entre les particules de solide et de fluide
 $t_1 < t < t_2$

L'homologue lagrangien $\mathbf{M}(\mathbf{X}, t)$ du vecteur $\mathbf{w}(\mathbf{x}, t)$ est alors défini selon :

$$\mathbf{M}(\mathbf{X}, t) = J(\mathbf{X}, t) \mathbf{F}(\mathbf{X}, t) \cdot \mathbf{w}(\mathbf{x}, t) \quad (II-17)$$

de telle sorte que :

$$\mathbf{M}(\mathbf{x}, t) \cdot d\mathbf{S}_0 = \mathbf{w}(\mathbf{x}, t) \cdot d\mathbf{S}_t \quad (II-18)$$

Grandeurs lagrangiennes et eulériennes

Il convient de noter que les qualificatifs lagrangiens et eulériens n'ont pas la même définition selon qu'ils s'appliquent à une grandeur mesurable ou à un champ, c'est-à-dire une fonction mathématique.

Une grandeur physique sera qualifiée de lagrangienne lorsqu'elle est définie par rapport à une configuration de référence, à l'inverse d'une grandeur eulérienne. En ce qui concerne un champ, il sera qualifié de lagrangien (respectivement eulérien) s'il est une fonction de \mathbf{X} (respectivement \mathbf{x}). Notons finalement que, pour une grandeur donnée, décrite par un champ eulérien $\mathfrak{b}(\mathbf{x}, t)$, il est possible d'introduire un représentant lagrangien $\mathfrak{B}(\mathbf{X}, t)$ de ce champ dont la définition repose sur la bijection entre les positions initiale et actuelle à tout instant. Ce représentant est défini par l'identité suivante :

$$\mathfrak{B}(\mathbf{X}, t) = \mathfrak{b}(\mathbf{F}(\mathbf{X}, t), t) \quad (II-19)$$

Enfin, le représentant lagrangien d'un champ eulérien de vecteurs ou de tenseurs, est un champ lagrangien défini à partir du champ eulérien par le biais d'une formule de transport, comme pour $\mathbf{M}(\mathbf{X}, t)$ (II-18).

II.1.1.2 *Lois de conservation*

On s'intéresse maintenant aux équations de conservation de la masse et de la quantité de mouvement de chacune des particules constituant le milieu poreux. Auparavant, les outils mathématiques permettant d'établir ces équations sont rappelés.

I. Dérivée particulaire et dérivée matérielle

Dérivée particulaire d'une grandeur physique

L'établissement des équations de conservation nécessite l'utilisation de la dérivée d'une grandeur donnée en suivant une particule dans son mouvement. Cette dérivée, dite particulaire, sera notée respectivement $\frac{d^s}{dt}$ ou $\frac{d^f}{dt}$ selon que la particule suivie est une particule représentant le squelette ou le fluide.

Considérons un champ lagrangien $\mathfrak{B}(\mathbf{X}, t)$ représentant une grandeur physique donnée. La dérivée particulaire en suivant le squelette est simplement donnée par (\mathbf{X} étant indépendant du temps) :

$$\frac{d^s}{dt} \mathfrak{B}(\mathbf{X}, t) = \frac{\partial}{\partial t} \mathfrak{B}(\mathbf{X}, t) \quad (II-20)$$

La dérivée particulaire en suivant le squelette d'un champ eulérien $b(\mathbf{x}, t)$ est (\mathbf{x} dépendant du temps) :

$$\frac{d^s}{dt} b(\mathbf{x}, t) = \frac{\partial}{\partial t} b(\mathbf{x}, t) + \mathbf{grad}(b(\mathbf{x}, t)) \cdot \mathbf{v}^s(\mathbf{x}, t) \quad (II-21)$$

La dérivée particulaire en suivant le fluide d'un champ eulérien $b(\mathbf{x}, t)$ est :

$$\frac{d^f}{dt} b(\mathbf{x}, t) = \frac{\partial}{\partial t} b(\mathbf{x}, t) + \mathbf{grad}(b(\mathbf{x}, t)) \cdot \mathbf{v}^f(\mathbf{x}, t) \quad (II-22)$$

L'utilisation des relations (II-21), (II-23) et de la définition de la vitesse relative de la particule de fluide (II-15) permet alors de relier les deux dérivées particulières précédentes selon (II-23).

$$\frac{d^f}{dt} b(x, t) = \frac{d^s}{dt} b(x, t) + \mathbf{grad}(b(x, t)) \cdot \mathbf{v}^r(x, t) \quad (II-23)$$

Dérivée particulière d'une intégrale de volume

On considère un domaine Ω_t . Soit une grandeur physique représentée par une densité volumique $b(x, t)$. Celle-ci peut être une grandeur attachée au squelette ou au fluide. La quantité \mathcal{Z} de cette grandeur contenue dans Ω_t est donnée par :

$$\mathcal{Z} = \int_{\Omega_t} b(x, t) d\Omega \quad (II-24)$$

La dérivée particulière de la quantité \mathcal{Z} en suivant le mouvement du milieu j (avec $j = s$ pour le squelette et $j = f$ pour le fluide) est :

$$\frac{d^j \mathcal{Z}}{dt} = \int_{\Omega_t} \frac{\partial b}{\partial t} d\Omega + \int_{\partial \Omega_t} b \mathbf{v}^j \cdot \mathbf{n} dS \quad (II-25)$$

ou, en utilisant le théorème de Green-Ostrogradski :

$$\frac{d^j \mathcal{Z}}{dt} = \int_{\Omega_t} \left(\frac{\partial b}{\partial t} + \mathit{div}(b \mathbf{v}^j) \right) d\Omega \quad (II-26)$$

Les définitions des dérivées particulières rappelées au paragraphe II.1.1.2 permettent d'exprimer la dernière intégrale de manière différente. La dérivée particulière de \mathcal{Z} peut ainsi être écrite :

$$\frac{d^j \mathcal{Z}}{dt} = \int_{\Omega_t} \left(\frac{d^j b}{dt} + b \mathit{div}(\mathbf{v}^j) \right) d\Omega \quad (II-27)$$

Dérivée matérielle

Dans le cas où la variation d'une grandeur donnée est étudiée sur le milieu poreux dans son ensemble, il est intéressant d'introduire la dérivée matérielle de cette grandeur, notée $\frac{D}{Dt}$.

On considère une grandeur physique extensive attachée aussi bien au squelette qu'au fluide, dont les densités (apparentes) par unité de volume du milieu poreux sont données respectivement par $b^s(x, t)$ et $b^f(x, t)$. La quantité \mathcal{Z}

de cette grandeur contenue dans le domaine est alors donnée par la somme des contributions de chacun des deux milieux :

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}^s + \mathcal{E}^f \quad (II-28)$$

les quantités partielles \mathcal{E}^j ($j = \{s, f\}$) étant définies par :

$$\mathcal{E}^j = \int_{\Omega_t} b^j d\Omega \quad (II-29)$$

La variation de la quantité \mathcal{E} attachée au système matériel considéré vaut la somme des dérivées particulières des quantités \mathcal{E}^s et \mathcal{E}^f en suivant la particule du milieu associé. La dérivée matérielle de \mathcal{E} est alors :

$$\frac{D\mathcal{E}}{Dt} = \frac{d^s \mathcal{E}^s}{dt} + \frac{d^f \mathcal{E}^f}{dt} \quad (II-30)$$

Un exemple important de \mathcal{E} est la quantité de mouvement relative à l'ensemble de la matière contenue dans un espace géométrique Ω_t à l'instant t , dont le taux de variation est à relier à la résultante des efforts extérieurs qui lui sont appliqués. Ce développement sera abordé au paragraphe III.1.1.2.III.

II. Equation de conservation de la masse

Expression eulérienne de la conservation de la masse du squelette

On considère la particule de squelette contenue à l'instant t dans le volume Ω_t . La conservation de la masse de cette particule s'écrit simplement :

$$\frac{d^s}{dt} \int_{\Omega_t} \rho^s d\Omega = 0 \quad (II-31)$$

Les expressions de la dérivée particulière (II-25) ou (II-26) permettent d'exprimer l'équation (II-31) sous forme locale selon :

$$\frac{d^s \rho^s}{dt} + \rho^s \operatorname{div}(\mathbf{v}^s) = 0 \quad (II-32)$$

ou encore :

$$\frac{\partial \rho^s}{\partial t} + \text{div}(\rho^s \mathbf{v}^s) = 0 \quad (II-33)$$

Expression eulérienne de la conservation de la masse fluide

L'expression eulérienne de la conservation de la masse fluide est obtenue de façon analogue et l'on a :

$$\frac{d^f \rho^f}{dt} + \rho^f \text{div}(\mathbf{v}^f) = 0 \quad (II-34)$$

ou encore :

$$\frac{\partial \rho^f}{\partial t} + \text{div}(\rho^f \mathbf{v}^f) = 0 \quad (II-35)$$

Expression lagrangienne de la conservation de la masse fluide

Afin de parvenir à une expression lagrangienne de la conservation de la masse fluide, introduisons le contenu massique de fluide m_f dans le volume actuel par unité de volume initial . La quantité $m_f d\Omega_0$ représente ainsi la masse de fluide présente dans l'élément de volume $d\Omega_t$ telle que :

$$m_f d\Omega_0 = \rho_f n d\Omega_t \quad (II-36)$$

Sachant que $d\Omega_t/d\Omega_0$ est le jacobien J de la transformation, on aura :

$$m_f = J \rho_f n \quad \text{soit} \quad m_f = \phi \rho_f \quad (II-37)$$

On montre alors la relation suivante :

$$\frac{d^s m_f}{dt} + J \text{div}(\mathbf{w}) = 0 \quad (II-38)$$

III. Equation de conservation de la quantité de mouvement

Introduisons tout d'abord γ^i , l'accélération d'une particule du milieu i (sans sommation sur les indices répétés) :

$$\gamma^i = \frac{d^i \mathbf{v}^i}{dt} \quad (II-39)$$

On considère un sous-domaine Ω'_t de Ω_t . Le torseur (réduit au point O) des efforts extérieurs s'exerçant sur Ω'_t est donné par :

$$\int_{\Omega'_t} (\rho^s \mathbf{F}^s + \rho^f \mathbf{F}^f) d\Omega \quad (II-40)$$

$$\int_{\Omega'_t} \overline{\mathbf{OM}} \wedge (\rho^s \mathbf{F}^s + \rho^f \mathbf{F}^f) d\Omega + \int_{\partial\Omega'_t} \overline{\mathbf{OM}} \wedge \mathbf{T} dS \quad (II-41)$$

avec \mathbf{F}^i , la densité volumique des efforts à distance s'exerçant sur la phase $i = \{s, f\}$ et \mathbf{T} , la densité surfacique des efforts s'exerçant sur la frontière $\partial\Omega'_t$ du milieu. Notons que dans les applications qui nous concernent, $\mathbf{F}^i = \mathbf{g}$, la force gravitaire.

La relation (II-31) et la définition des accélérations particulières de chaque milieu (II-39) permettent d'exprimer les composantes de la dérivée matérielle du torseur des quantités de mouvement du milieu poreux :

$$\frac{D}{Dt} \int_{\Omega'_t} (\rho^s \mathbf{v}^s + \rho^f \mathbf{v}^f) d\Omega = \int_{\Omega'_t} (\rho^s \boldsymbol{\gamma}^s + \rho^f \boldsymbol{\gamma}^f) d\Omega \quad (II-42)$$

$$\frac{D}{Dt} \int_{\Omega'_t} \overline{\mathbf{OM}} \wedge (\rho^s \mathbf{v}^s + \rho^f \mathbf{v}^f) d\Omega = \int_{\Omega'_t} \overline{\mathbf{OM}} \wedge (\rho^s \boldsymbol{\gamma}^s + \rho^f \boldsymbol{\gamma}^f) d\Omega \quad (II-43)$$

La loi de conservation de la quantité de mouvement du milieu poreux s'exprime par l'égalité du torseur des efforts extérieurs ((II-40) et (II-41)) et de la dérivée matérielle du torseur des quantités de mouvement ((II-42) et (II-43)). On obtient notamment pour l'égalité des résultantes des deux torseurs :

$$\int_{\partial\Omega'_t} \mathbf{T} dS = \int_{\Omega'_t} (\rho^s (\boldsymbol{\gamma}^s - \mathbf{F}^s) + \rho^f (\boldsymbol{\gamma}^f - \mathbf{F}^f)) d\Omega \quad (II-44)$$

Il est alors possible de démontrer l'existence d'un tenseur du second ordre $\boldsymbol{\sigma}$, appelé tenseur des contraintes de Cauchy tel que :

$$\mathbf{T}(x, t, \mathbf{n}) = \boldsymbol{\sigma}(x, t) \cdot \mathbf{n} \quad (II-45)$$

On obtient alors l'équation de la dynamique, les contraintes positives correspondant à la traction :

$$\mathbf{div}(\boldsymbol{\sigma}) + \rho^s (\mathbf{F}^s - \boldsymbol{\gamma}^s) + \rho^f (\mathbf{F}^f - \boldsymbol{\gamma}^f) = \mathbf{0} \quad (II-46)$$

La seconde relation du système, l'égalité des moments des deux torseurs, permet de démontrer la symétrie du tenseur des contraintes σ , soit ${}^t\sigma = \sigma$.

II.1.2 Thermodynamique des milieux continus ouverts

L'extension de la thermostatique à la thermodynamique des milieux continus ouverts est basée sur le principe de l'état local d'après lequel l'état actuel d'un système matériel en un point et à un instant donnés est entièrement défini par les valeurs à cet instant de variables d'état locales. A l'exclusion des phénomènes ultra-rapides, toute évolution peut alors être considérée comme une succession d'états d'équilibre. Les variables d'état devraient donc vérifier les équations d'équilibre thermodynamique. La méthode de l'état local identifie une variable par phénomène à analyser (Lemaitre, 1992).

Dans le cas de la poromécanique, les variables d'état observables sont la température, les déformations et la porosité. Les phénomènes dissipatifs sont caractérisés par des variables internes que l'on notera dans un premier temps x_k . Par la suite elles seront identifiées plus précisément en fonction du phénomène à modéliser.

II.1.2.1 *Thermostatique du fluide seul*

Appliquons dans un premier temps les deux principes de la thermodynamique au fluide seul (Coussy, 2004). La première loi suppose la conservation de l'énergie. Pendant une évolution infiniment lente d'un état d'équilibre à un autre, la variation d'énergie interne du fluide est la somme du travail mécanique fourni par les forces extérieures et de la quantité de chaleur reçue par le système. Autrement dit :

$$de_f^i = -p_w d\left(\frac{1}{\rho_f}\right) + \delta Q \quad (II-47)$$

e_f^i est l'énergie interne spécifique du fluide. La pression du fluide est notée p_w en anticipant le fait que le fluide saturant soit de l'eau dans la suite de l'étude. δQ est la chaleur infinitésimale reçue par un volume spécifique de fluide $1/\rho_f$.

La deuxième loi suppose qu'il existe une fonction extensive, l'entropie, telle que la variation d'entropie d'un système matériel, pendant une évolution infiniment lente d'un état d'équilibre à un autre, soit égale à l'apport externe d'entropie $\delta Q/T$. Ceci revient à supposer que l'évolution du fluide est réversible, sans créer aucune dissipation. T est la température absolue du système.

Ainsi :

$$ds_f = \frac{\delta Q}{T} \quad (II-48)$$

s_f est l'entropie spécifique du fluide.

La combinaison de (II-47) et (II-48) donne :

$$de_f^i = -p_w d\left(\frac{1}{\rho_f}\right) + T ds_f \quad (II-49)$$

En posant l'énergie libre spécifique du fluide $\psi_f = e_f^i - Ts_f$, (II-49) devient :

$$d\psi_f = -p_w d\left(\frac{1}{\rho_f}\right) - s_f dT \quad (II-50)$$

On peut également exprimer la variation d'un autre potentiel thermodynamique, l'enthalpie libre spécifique du fluide g_f telle que $g_f = \psi_f + p_w/\rho_f$. Dans ce cas,

$$dg_f = \frac{1}{\rho_f} dp_w - s_f dT \quad (II-51)$$

Les équations d'état précédentes permettent de décrire le comportement du fluide saturant l'espace poreux.

II.1.2.2 **Thermodynamique du milieu poreux**

I. *Premier principe*

Considérons maintenant le milieu poreux dans son ensemble. Le premier principe suppose que la dérivée matérielle de l'énergie d'un système matériel soit égale à la somme de la puissance des efforts extérieurs et du taux de chaleur reçue par le système. Il s'exprime mathématiquement de la manière suivante :

$$\frac{D(\mathcal{E} + \mathcal{K})}{Dt} = \mathcal{P}_e + \mathcal{Q} \quad (II-52)$$

où :

- \mathcal{E} est l'énergie interne du système définie par $\mathcal{E} = \int_{\Omega_t} (\rho^s e_s^i + \rho^f e_f^i) d\Omega_t$, avec e_s^i l'énergie interne spécifique du squelette ;
- \mathcal{K} est l'énergie cinétique définie par $\mathcal{K} = \int_{\Omega_t} \frac{1}{2} (\rho^s \mathbf{v}^s \cdot \mathbf{v}^s + \rho^f \mathbf{v}^f \cdot \mathbf{v}^f) d\Omega_t$;

- \mathcal{P}_e est la puissance des forces extérieures telle que $\mathcal{P}_e = \int_{\Omega_t} (\rho^s \mathbf{F}^s \cdot \mathbf{v}^s + \rho^f \mathbf{F}^f \cdot \mathbf{v}^f) d\Omega_t + \int_{\partial\Omega_t} (\mathbf{T}^s \cdot \mathbf{v}^s + \mathbf{T}^f \cdot \mathbf{v}^f) dS_t$, avec \mathbf{T}^s et \mathbf{T}^f les forces extérieures surfaciques s'exerçant sur les phases respectivement solide ou fluide ;
- Q est le taux de chaleur reçue par le système défini par $Q = \int_{\partial\Omega_t} -\mathbf{q} \cdot \mathbf{n} dS_t + \int_{\Omega_t} r_q d\Omega_t$. Le premier terme correspond à la chaleur reçue par conduction (\mathbf{q} est le vecteur courant de chaleur, \mathbf{n} est la normale à la surface dS_t). On suppose qu'il n'y a pas de production interne de chaleur. Le deuxième terme correspond à la chaleur reçue par radiation (r_q est une densité volumique de taux de chaleur reçue venant de sources de chaleur extérieur à Ω_t). En appliquant le théorème de la divergence, la chaleur reçue par le système devient $Q = \int_{\Omega_t} (r_q - \text{div} \mathbf{q}) d\Omega_t$.

II. Deuxième principe

Le deuxième principe de la thermodynamique est d'une grande portée mais est plus abstrait que le premier.

Mathématiquement, ce principe peut s'exprimer par l'intermédiaire d'une nouvelle grandeur physique introduite par Clausius : l'entropie totale \mathcal{S} définie par $\mathcal{S} = \int_{\Omega_t} s d\Omega_t$. s est la densité d'entropie contenue dans une unité de volume $d\Omega_t$. Elle s'exprime en fonction de s_s et s_f les densités massiques d'entropie respectivement du squelette et du fluide : $s = \rho^s s_s + \rho^f s_f$. Ce principe suppose que la dérivée matérielle de l'entropie d'un système est supérieure ou égale au taux d'entropie fournie par l'extérieur au système. Ainsi, on a :

$$\frac{D\mathcal{S}}{Dt} \geq \int_{\partial\Omega_t} -\frac{\mathbf{q} \cdot \mathbf{n}}{T} dS_t + \int_{\Omega_t} \frac{r_q}{T} d\Omega_t \quad (II-53)$$

Définissons maintenant une nouvelle grandeur S la densité lagrangienne de l'entropie telle que $S d\Omega_0 = s d\Omega_t$.

III. Inégalité de Clausius-Duhem

La combinaison des deux principes de la thermodynamique ((II-52) et (II-53)) amène à l'inégalité de Clausius-Duhem qui exige la non-négativité de la dissipation totale du milieu Φ .

Cette dernière grandeur est la somme de la dissipation mécanique du squelette Φ_s , de la dissipation du fluide Φ_f et de la dissipation thermique Φ_{th} :

$$\Phi = \Phi_s + \Phi_f + \Phi_{th} \geq 0 \quad (II-54)$$

L'hypothèse des petites perturbations du squelette seront retenues dans la suite du mémoire. Cette dernière se décline de la manière suivante :

- petites transformations du squelette $\|\mathbf{grad}(\mathbf{u}^s)\| \ll 1$;
- petits déplacements du squelette : $\|\mathbf{u}^s\|/L_c \ll 1$, L_c étant une longueur caractéristique du milieu poreux ;
- petites variations de porosité : $|n - n_0| \ll 1$, n_0 étant la porosité dans le configuration de référence.

Sous cette hypothèse, les configurations de référence et actuelle peuvent être confondues ; de même que les grandeurs eulériennes et leurs homologues lagrangiens. Par ailleurs, les dérivées particulières par rapport au squelette s'identifient aux dérivées partielles par rapport au temps.

La dissipation intrinsèque du squelette s'écrit alors :

$$\Phi_s = \boldsymbol{\sigma} : \frac{d^s \boldsymbol{\varepsilon}}{dt} - g_f \frac{d^s m_f}{dt} - S_s \frac{d^s T}{dt} - \frac{d^s \Psi}{dt} \quad (II-55)$$

$\boldsymbol{\varepsilon}$ est le tenseur des déformations. Ψ est la densité lagrangienne d'énergie libre totale telle que $\Psi = E^i - TS$. E^i est la densité d'énergie interne totale par unité de volume initial $d\Omega_0$.

En privilégiant l'expression eulérienne de la dissipation du fluide φ_f et de la dissipation thermique φ_{th} telles que $\varphi_f d\Omega_t = \Phi_f d\Omega_0$ et $\varphi_{th} d\Omega_t = \Phi_{th} d\Omega_0$, on trouve finalement (Coussy, 2004) :

$$\varphi_f = (-\mathbf{grad}(p_w) + \rho_f(\mathbf{g} - \boldsymbol{\gamma}^f)) \cdot \mathbf{w} \quad (II-56)$$

$$\varphi_{th} = -\frac{\mathbf{q}}{T} \cdot \mathbf{grad}(T) \quad (II-57)$$

Comme l'inégalité de Clausius-Duhem est vérifiée pour tout processus, tous les phénomènes dissipatifs peuvent avoir lieu indépendamment. Par conséquent, toutes les dissipations Φ_s , φ_f et φ_{th} présentées précédemment doivent être non-négatives ($\Phi_s \geq 0, \varphi_f \geq 0, \varphi_{th} \geq 0$).

Pour assurer la non-négativité des dissipations thermique et du fluide, il est courant d'utiliser des formes linéaires.

En négligeant les termes d'accélération l'équation de conduction de la masse fluide sera donnée par la loi de Darcy. Par exemple, dans le cas isotrope, on obtient :

$$\mathbf{V}^D = \frac{\mathbf{w}}{\rho_f} = \lambda_h(-\mathbf{grad}(p_w) + \rho_f \mathbf{g}) \quad (II-58)$$

avec \mathbf{V}^D , la vitesse de Darcy, λ_h la conductivité hydraulique qui s'exprime en $Pa^{-1}.m^2.s^{-1}$. Cette dernière peut dépendre des variables d'état du milieu et notamment de la température et de la pression interstitielle.

Pour la suite de l'exposé, il est utile de rappeler que cette grandeur s'exprime classiquement sous la forme de $\lambda_h = k_{int}/\eta_w$, où k_{int} est la perméabilité intrinsèque, exprimée en m^2 , tandis que η_w est la viscosité dynamique de l'eau (environ égale à $10^{-3} Pa.s$ à 20 °C). k_{int} qui traduit la géométrie de l'espace poral connecté dépend de l'état du squelette, par exemple les contraintes et déformations, niveau de fissuration (i.e. endommagement). La viscosité de l'eau quant à elle dépend de la température et de la pression interstitielle.

D'après (II-58), le vecteur courant de masse fluide \mathbf{w} est localement proportionnel au gradient de la charge hydraulique et est orienté dans le sens opposé à ce dernier.

Pour ce qui concerne l'équation de conduction de la chaleur, la loi de Fourier permet de rendre de façon *a priori* la dissipation thermique non-négative. Dans le cas d'un milieu isotrope, elle s'écrit sous forme vectorielle de la manière suivante :

$$\mathbf{q} = -\lambda_T \mathbf{grad}(T) \quad (II-59)$$

λ_T est la conductivité thermique.

Pour exprimer la dissipation du squelette, il est plus pratique d'introduire l'énergie libre Ψ_s et l'entropie S_s du squelette définies par :

$$\Psi_s = \Psi - m_f \psi_f \quad \text{et} \quad S_s = S - m_f s_f \quad (II-60)$$

La combinaison de (II-55), (II-20) avec (II-60) amène à l'expression simplifiée de la dissipation du squelette :

$$\Phi_s = \boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} + p_w \dot{\phi} - S_s \dot{T} - \dot{\Psi}_s \geq 0 \quad (II-61)$$

Le point au dessus d'une variable désigne la dérivée partielle de cette même variable par rapport au temps.

Par rapport à la dissipation mécanique d'un milieu monophasique, le terme $p_w \dot{\phi}$ est ajouté pour tenir compte de l'action de la pression de pore sur le squelette.

IV. Equations d'état

Les équations d'état du milieu poreux se déduisent de l'inégalité fondamentale (II-61) faisant intervenir le potentiel thermodynamique énergie libre du squelette Ψ_s . En suivant la méthode de l'état local, on suppose qu'un nombre fini de variables suffit à caractériser l'état du système étudié. Il s'agit des variables d'état. Ces dernières sont de deux types : soit externes et observables soit internes et cachées. Ψ_s dépend du tenseur des déformations, de la porosité, de la température et éventuellement de ces variables internes (scalaires ou tensorielles) x_k qui caractérisent les évolutions irréversibles : $\Psi_s = \Psi_s(\boldsymbol{\varepsilon}, \phi, x_k)$. Dans ce cas, (II-61) devient :

$$\Phi_s = \left(\boldsymbol{\sigma} - \frac{\partial \Psi_s}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}} \right) : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} + \left(p_w - \frac{\partial \Psi_s}{\partial \phi} \right) \dot{\phi} + \left(S_s + \frac{\partial \Psi_s}{\partial T} \right) \dot{T} + \mathbf{X}_k : \dot{x}_k \geq 0 \quad (II-62)$$

\mathbf{X}_k sont les forces thermodynamiquement conjuguées à x_k . Elles sont définies par :

$$\mathbf{X}_k = - \frac{\partial \Psi_s}{\partial x_k} \quad \forall k \quad (II-63)$$

L'inégalité de Clausius-Duhem étant toujours vérifiée, on peut considérer des processus particuliers réversibles. L'inégalité précédente devient égalité, avec de plus $\dot{x}_k = \mathbf{0}$. Il vient donc :

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{\partial \Psi_s}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}} \quad ; \quad p_w = \frac{\partial \Psi_s}{\partial \phi} \quad ; \quad S_s = - \frac{\partial \Psi_s}{\partial T} \quad (II-64)$$

Ce sont les équations d'état. L'inégalité (II-61) se réduit alors à $\Phi_s = \mathbf{X}_k : \dot{x}_k \geq 0$.

II.1.3 Cas particulier : thermo-poroélasticité

II.1.3.1 Comportement du squelette

Dans le cas d'un matériau thermo-poroélastique, l'égalité qui résulte de la nullité de la dissipation intrinsèque du squelette (II-61) devient :

$$\Phi_s = \boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} + p_w \dot{\phi} - S_s \dot{T} - \dot{\Psi}_s = 0 \quad (II-65)$$

Cette égalité peut aussi être exprimée à l'aide du potentiel thermodynamique G_s connu sous le nom d'enthalpie libre (ou d'énergie libre de Gibbs) du squelette :

$$\boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \phi \dot{p}_w - S_s \dot{T} - \dot{G}_s = 0 ; G_s = \Psi_s - p_w \phi \quad (II-66)$$

Cette dernière égalité montre que G_s dépend naturellement des variables d'état $\boldsymbol{\varepsilon}$, T et p_w : $G_s = G_s(\boldsymbol{\varepsilon}, p_w, T)$.

En faisant l'hypothèse d'un paramétrage normal relativement à $\boldsymbol{\varepsilon}$, p_w et T , les équations d'état du système ouvert s'écrivent :

$$\sigma_{ij} = \frac{\partial G_s}{\partial \varepsilon_{ij}} ; \phi = - \frac{\partial G_s}{\partial p_w} ; S_s = - \frac{\partial G_s}{\partial T} \quad (II-67)$$

Notons que la transformation précédente permettant de passer du potentiel Ψ_s à G_s , connue sous le nom de Legendre, permet de changer la variable indépendante de ϕ à p_w . Cette dernière grandeur est évidemment plus facilement accessible et contrôlable que la porosité ; la relation (II-67) est donc préférable par rapport à la relation (II-64).

Une dérivation des relations ci-dessus et en tenant compte des relations de Maxwell, on obtient alors la loi de comportement poroélastique suivante :

$$\dot{\sigma}_{ij} = \mathbb{C}_{0ijkl} \dot{\varepsilon}_{kl} - B_{0ij} \dot{p}_w - C_{ijkl} \alpha_{0th,kl} \dot{T} \quad (II-68)$$

$$\dot{\phi} = B_{0ij} \dot{\varepsilon}_{ij} + \beta_0 \dot{p}_w - 3\alpha_{0,\phi} \dot{T} \quad (II-69)$$

$$\dot{S}_s = \mathbb{C}_{0ijkl} \alpha_{0th,kl} \dot{\varepsilon}_{kl} - 3\alpha_{0,\phi} \dot{p}_w + C_0 \frac{\dot{T}}{T} \quad (II-70)$$

où \mathbb{C}_{0ijkl} la rigidité élastique, $\alpha_{0,\phi}$, et $\alpha_{0th,kl}$ les coefficients de dilatation thermique liée à la porosité et du squelette (dilatations supposées isotropes) et C_0 , capacité calorifique du squelette à pression et déformations constantes, sont des coefficients dits « drainés » car ils peuvent être déterminés par des

mesures dans le cadre d'expériences drainées. \mathbf{B}_0 est le tenseur de Biot tandis que β_0 traduit la compressibilité des pores par rapport à une variation de la pression d'eau interstitielle. L'indice 0 fait référence aux valeurs des paramètres du matériau sain initial (non endommagé).

On suppose désormais dans ce paragraphe que le milieu poreux saturé se comporte de façon linéaire et isotrope. L'hypothèse d'isotropie implique que les coefficients \mathbb{C}_{0ijkl} , B_{0ij} et $\alpha_{0th,ij}$ prennent les formes suivantes :

$$\mathbb{C}_{0ijkl} = \left(K_0 - \frac{2G_0}{3} \right) \delta_{ij} \delta_{kl} + G_0 (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) \quad (II-71)$$

$$B_{0ij} = b_0 \delta_{ij} \quad (II-72)$$

$$\alpha_{0th,ij} = \alpha_{0th} \delta_{ij} \quad (II-73)$$

où δ_{ij} désigne le symbole de Kronecker (et δ le tenseur unité d'ordre deux), b_0 le coefficient de Biot, K_0 le module de compressibilité volumétrique drainé et G_0 le module de cisaillement de Coulomb.

En injectant (II-71) et (II-72) dans (II-68) et (II-69), on obtient :

$$\dot{\sigma}_{ij} = \left(K_0 - \frac{2G_0}{3} \right) \dot{\epsilon} \delta_{ij} + 2G_0 \dot{\epsilon}_{ij} - b_0 \dot{p}_w \delta_{ij} - 3\alpha_{0th} K_0 \dot{T} \delta_{ij} \quad (II-74)$$

$$\dot{\phi} = b_0 \dot{\epsilon} + \beta_0 \dot{p}_w - 3\alpha_{0,\phi} \dot{T} \quad (II-75)$$

$$\dot{S}_s = 3\alpha_{0th} K_0 \dot{\epsilon} - 3\alpha_{0,\phi} \dot{p}_w + C_0 \frac{\dot{T}}{T} \quad (II-76)$$

avec $\epsilon = \epsilon_{ii}$ la déformation volumique du squelette.

Ensuite on intègre entre l'instant initial t_0 et un instant t quelconque les équations (II-74) à (II-76) pour trouver :

$$\sigma_{ij} - \sigma_{ij}^0 = \left(K_0 - \frac{2G_0}{3} \right) (\epsilon - \epsilon_0) \delta_{ij} + 2G_0 (\epsilon_{ij} - \epsilon_{ij_0}) - b_0 (p_w - p_{w_0}) \delta_{ij} - 3\alpha_{0th} K_0 (T - T_0) \delta_{ij} \quad (II-77)$$

$$\phi - \phi^0 = b_0 (\epsilon - \epsilon_0) + \beta_0 (p_w - p_{w_0}) - 3\alpha_{0,\phi} (T - T_0) \quad (II-78)$$

$$S_s = S_s^0 + 3\alpha_{0th} K_0 (\epsilon - \epsilon_0) - 3\alpha_{0,\phi} (p_w - p_{w_0}) + C_0 \frac{T - T_0}{T} \quad (II-79)$$

Les paramètres hydromécaniques b_0 et β_0 peuvent être reliés aux caractéristiques des constituants du milieu poreux (Coussy, 2004) par :

$$b_0 = 1 - \frac{K_0}{K_s}; \beta_0 = \frac{b_0 - \phi_0}{K_s} \quad (II-80)$$

où K_s désigne le module de compressibilité volumique du matériau solide constitutif du squelette. Lorsque la phase solide est incompressible ($K_s \rightarrow \infty$), on a : $b_0 = 1$ et $\beta_0 = 0$. La relation (II-78) implique alors que toute variation volumique globale du milieu vient totalement de celle des pores.

II.1.3.2 Comportement du fluide

On introduit l'enthalpie libre massique du fluide g_f , un potentiel thermodynamique fonction de la pression p_w et de la température T : $g_f = g_f(p_w, T)$.

Les équations d'état du fluide découlent de la relation (II-51) :

$$\frac{1}{\rho_f} = \frac{\partial g_f}{\partial p_w}; s_f = \frac{\partial g_f}{\partial T} \quad (II-81)$$

En tenant compte des relations de Maxwell et en différentiant (II-81), on obtient les expressions explicites des équations d'état (écrites ci-dessous sous forme de vitesse) régissant le comportement du fluide :

$$\frac{\dot{\rho}_f}{\rho_f} = \frac{\dot{p}_w}{K_f} - 3\alpha_f \dot{T} \quad (II-82)$$

$$\dot{s}_f = -3\alpha_f \frac{\dot{p}_w}{\rho_f} + C_p \frac{\dot{T}}{T} \quad (II-83)$$

avec α_f le coefficient volumétrique de dilatation thermique du fluide, K_f le module de compressibilité du fluide et C_p la capacité calorifique volumétrique du fluide à pression constante.

De plus, par définition :

$$m_f = \phi \rho_f \text{ et donc } \frac{\dot{m}_f}{\rho_f} = \dot{\phi} + \phi \frac{\dot{\rho}_f}{\rho_f} \quad (II-84)$$

En combinant (II-82), (II-83) et (II-84), on déduit :

$$\dot{\phi} = \frac{\dot{m}_f}{\rho_f} - \phi \frac{\dot{p}_w}{K_f} + 3\alpha_f \dot{T} \quad (II-85)$$

$$(m_f s_f) = s_f \dot{m}_f - 3\alpha_f \phi \dot{p}_w + \frac{m_f C_p}{T_0} \dot{T} \quad (II-86)$$

Les combinaisons de (II-75) avec (II-85) et de (II-76) avec (II-60) donnent :

$$\frac{\dot{m}_f}{\rho_f} = b_0 \dot{\epsilon} + \frac{1}{M_0} \dot{p}_w - 3\alpha_{0,m} \dot{T} \quad (II-87)$$

$$\dot{S} = s_f \dot{m}_f + 3\alpha_{0,th} K_0 \dot{\epsilon} - 3\alpha_{0,m} \dot{p}_w + C_d \frac{\dot{T}}{T_0} \quad (II-88)$$

où M_0 est le module de Biot défini par : $\frac{1}{M_0} = \beta_0 + \frac{\phi_0}{K_f}$, $C_{0,d} = C_0 + m_f C_p$, la capacité calorifique drainée et $\alpha_{0,m} = \alpha_{0,\phi} + \phi \alpha_f$.

Cette expression nous permet d'éliminer \dot{p}_w dans les équations (II-74) et (II-76), et d'obtenir les relations de comportement en fonction de caractéristiques « non drainées ».

$$\dot{\sigma}_{ij} = \left(K_{u,0} - \frac{2G_0}{3} \right) \dot{\epsilon} \delta_{ij} + 2G_0 \dot{\epsilon}_{ij} - M_0 b_0 \frac{\dot{m}_f}{\rho_f} \delta_{ij} \quad (II-89)$$

$$\dot{S} = s_f \dot{m}_f + 3\alpha_{u,0} K_{u,0} \dot{\epsilon} - 3\alpha_{0,m} \frac{\dot{m}_f}{\rho_f} + C_{0,u} \dot{T} \quad (II-90)$$

avec $K_{u,0} = K_0 + b_0^2 M_0$ module de compressibilité non drainé, $\alpha_{u,0} K_{u,0} = \alpha_{0,th} K_0 + \alpha_{0,m} M_0 b_0$, $\alpha_{u,0}$, coefficient volumétrique de dilatation thermique non drainé et $C_{0,u}$ capacité calorifique non drainée pouvant être obtenus lors d'expériences non drainées (à $\dot{m}_f = 0$).

L'inversion de (II-89) donne :

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \frac{1 + \nu_{u,0}}{E_{u,0}} \dot{\sigma}_{ij} - \frac{\nu_{u,0}}{E_{u,0}} \dot{\sigma}_{kk} \delta_{ij} - \frac{1}{3} B_0^{sk} \frac{\dot{m}_f}{\rho_f} \delta_{ij} - \alpha_{0,th} \dot{T} \delta_{ij} \quad (II-91)$$

où B_0^{sk} est le coefficient de Skempton.

Ce dernier peut être déterminé lors d'expériences isothermes, non drainées ($\dot{m}_f = 0$) :

$$\dot{p}_w = -B_0^{sk} \dot{\sigma}|_{\dot{m}=0} ; B_0^{sk} = \frac{M_0 b_0}{K_{u_0}} \quad (II-92)$$

avec σ la contrainte moyenne, définie par : $\sigma = \sigma_{kk}/3$.

Plaçons-nous désormais dans des conditions isothermes.

II.2 Lois poro-viscoplastiques à potentiel

II.2.1 Lois de comportement des matériaux monophasiques viscoplastiques

Dans le cas d'un solide monophasique isotherme élastoplastique ou viscoplastique, l'inégalité de Clausius-Duhem (II-61) devient :

$$\boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \dot{\Psi} \geq 0 \quad (II-93)$$

Ψ est l'énergie libre du milieu monophasique.

Postulons l'existence d'un potentiel thermodynamique duquel dérivent les lois d'état : l'énergie libre spécifique $\psi = \psi(\boldsymbol{\varepsilon}, \boldsymbol{v}_k)$ dépendant des déformations et des variables d'écouissage (scalaires ou tensorielles) \boldsymbol{v}_k .

En élastoplasticité ou en viscoplasticité, les déformations peuvent être partitionnées sous la forme de deux contributions: déformations élastiques $\boldsymbol{\varepsilon}^e$ et déformations irréversibles $\boldsymbol{\varepsilon}^i$ (plastiques ou viscoplastiques) : $\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}^e + \boldsymbol{\varepsilon}^i$. Ces dernières prendront les noms de déformations plastiques $\boldsymbol{\varepsilon}^p$ dans le cas d'un comportement plastique ou de déformations viscoplastiques $\boldsymbol{\varepsilon}^{vp}$ dans le cas d'un comportement viscoplastique. Par conséquent l'énergie libre s'exprime en fonction des déformations élastiques et d'autres variables internes (Lemaitre & Chaboche, 2001) (scalaires ou tensorielles) d'écouissage \boldsymbol{v}_k : $\Psi = \Psi(\boldsymbol{\varepsilon}^e, \boldsymbol{v}_k)$. L'inégalité de Clausius-Duhem (II-93) devient alors :

$$\left(\boldsymbol{\sigma} - \frac{\partial \psi}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}^e} \right) : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^e + \boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^i - \frac{\partial \psi}{\partial \boldsymbol{v}_k} : \dot{\boldsymbol{v}}_k \geq 0 \quad (II-94)$$

On en déduit la loi d'état :

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{\partial \psi}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}^e} \quad (II-95)$$

Par analogie avec la relation précédente (II-95), on définit les variables forces \mathbf{A}_k thermodynamiquement conjuguées aux variables d'écrouissage \mathbf{v}_k :

$$\mathbf{A}_k = - \frac{\partial \psi}{\partial \mathbf{v}_k} \quad (II-96)$$

L'inégalité (II-94) est alors égale à :

$$\boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^i + \mathbf{A}_k : \dot{\mathbf{v}}_k \geq 0 \quad (II-97)$$

Le potentiel thermodynamique ψ permet d'écrire les relations d'état mais pour les variables internes, il ne permet que la définition des variables forces conjuguées. Pour décrire les processus dissipatifs, en particulier l'évolution des variables internes, il faut un formalisme complémentaire. C'est l'objet du potentiel de dissipation : $\varphi_i = \varphi_i(\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^i, \dot{\mathbf{v}}_k)$. φ_i est une fonction convexe positive et nulle à l'origine dans l'espace des variables flux $(\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^i, \dot{\mathbf{v}}_k)$.

Les lois complémentaires s'expriment par la propriété de normalité :

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{\partial \varphi_i}{\partial \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^i} \quad \mathbf{A}_k = \frac{\partial \varphi_i}{\partial \dot{\mathbf{v}}_k} \quad (II-98)$$

De manière générale, il est plus commode d'exprimer ces lois complémentaires sous la forme de lois d'évolutions des variables flux en fonctions des variables duales forces. La transformée de Legendre-Fenchel permet de définir le potentiel correspondant $\varphi_i^* = \varphi_i^*(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{A}_k)$, dual de φ_i par rapport aux variables $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^i$ et $\dot{\mathbf{v}}_k$, défini positif, convexe et contenant l'origine. La propriété de normalité étant conservée, on a :

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^i = \frac{\partial \varphi_i^*}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \quad \dot{\mathbf{v}}_k = \frac{\partial \varphi_i^*}{\partial \mathbf{A}_k} \quad (II-99)$$

La dissipation intrinsèque s'exprime alors par :

$$\boldsymbol{\sigma} : \frac{\partial \varphi_i^*}{\partial \boldsymbol{\sigma}} + \mathbf{A}_k : \frac{\partial \varphi_i^*}{\partial \mathbf{A}_k} \geq 0 \quad (II-100)$$

La non négativité de la dissipation intrinsèque est assurée par la nature définie positive de la fonction φ_i^* .

II.2.1.1 Application à l'élastoplasticité

Par définition, la plasticité est un comportement irréversible dont la dissipation est non nulle mais pour lequel les déformations irréversibles se produisent de façon instantanée.

Comme on l'a vu précédemment, le cadre général de la thermodynamique postule l'existence d'un potentiel de dissipation $\varphi_p^*(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{A}_k)$, tel que (II-98) s'applique. Toutefois, dans le cas de la plasticité, cette fonction n'est pas dérivable.

Considérons alors une fonction critère f_p convexe, telle que :

$$\begin{cases} \varphi_p^* = 0 & \text{si } f_p < 0 \\ \varphi_p^* = +\infty & \text{si } f_p = 0 \end{cases} \quad \text{alors} \quad \begin{cases} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p = \mathbf{0} \\ \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p \neq \mathbf{0} \end{cases} \quad (II-101)$$

La dissipation est nulle à l'intérieur du domaine élastique et infinie à l'extérieur.

(II-101) peut s'écrire de manière équivalente et dans le cas d'une loi d'écoulement associée :

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p = \mathbf{0} & \text{si } f_p < 0 \quad \text{ou si } f_p = 0 \text{ et } \dot{f}_p < 0 \\ \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p = \dot{\lambda}_p \frac{\partial f_p}{\partial \boldsymbol{\sigma}} & \text{si } f_p = 0 \text{ et } \dot{f}_p = 0 \end{cases} \quad (II-102)$$

$\dot{\lambda}_p$ est le multiplicateur plastique. Ce dernier et la fonction de charge doivent vérifier les conditions de Kuhn-Tucker, à savoir :

$$\dot{\lambda}_p \geq 0 \quad f_p \leq 0 \quad \dot{\lambda}_p f_p = 0 \quad (II-103)$$

La surface $f_p(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{A}_k) = 0$ (fig II-3) est convexe par rapport à $\boldsymbol{\sigma}$ et \mathbf{A}_k , contient l'origine et délimite un domaine G. f_p a pour nom la fonction de charge.

Trois états de chargement sont possibles :

- $f_p(\sigma, A_k) < 0$ comportement élastique
- $f_p(\sigma, A_k) = 0$ et $\dot{f}_p(\sigma, A_k) = 0$ écoulement plastique
- $f_p(\sigma, A_k) = 0$ et $\dot{f}_p(\sigma, A_k) < 0$ décharge purement élastique

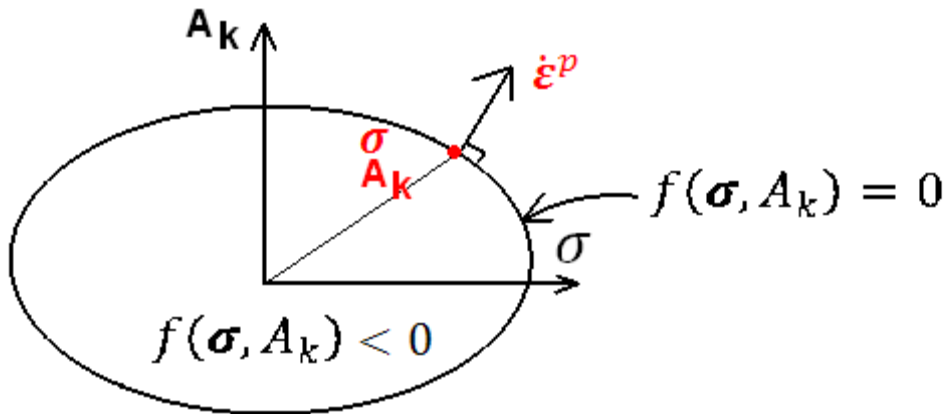


fig II-3 Loi de normalité

Plusieurs comportements elastoplastiques existent en fonction des variables d'écoulement. On distingue :

- **Elastoplasticité parfaite** (fig II-4) : le domaine G n'évolue pas au cours de chargement. On en déduit que $f_p = f_p(\sigma)$ ne dépend pas des variables d'état qui changent au cours du chargement.

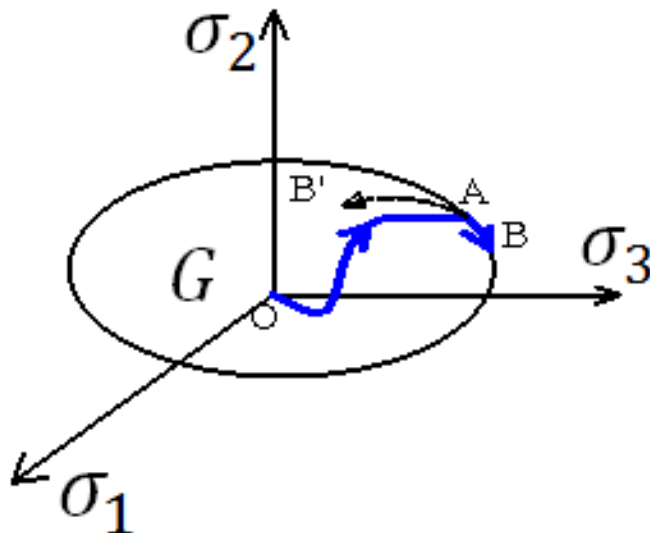


fig II-4 Elastoplasticité parfaite

- **Elastoplasticité avec écrouissage** : le domaine G évolue au cours du chargement. On en déduit que $f_p(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{A}_k)$ dépend des variables qui changent au cours du chargement. On les appelle des variables d'écrouissage.

On rencontre souvent les types d'écrouissage suivants (fig II-5) :

- **Écrouissage isotrope** : la variable d'écrouissage est un scalaire. Par exemple le travail plastique dissipé ou la déformation plastique cumulée ;
- **Écrouissage cinématique** : la variable d'écrouissage est un tenseur, par exemple la déformation plastique elle-même $\boldsymbol{\varepsilon}^p$.

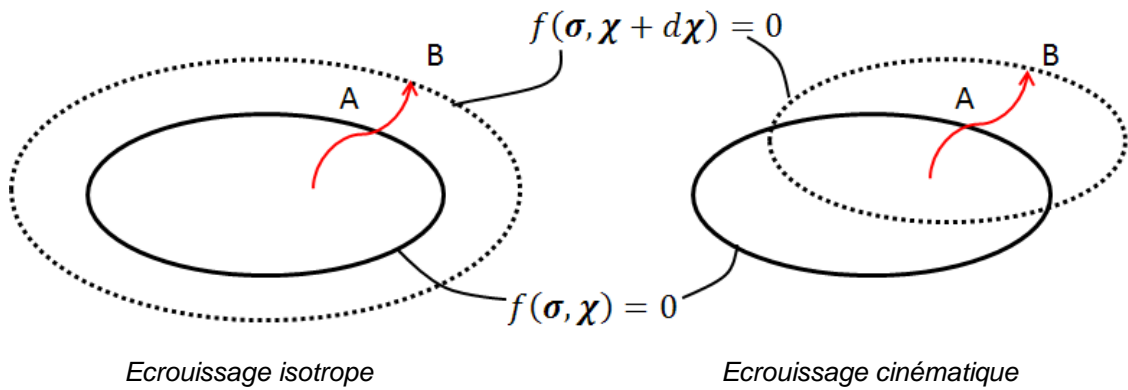


fig II-5 Elastoplasticité avec écrouissage

Dans le cas d'un matériau isotrope, l'orientation du tenseur de contrainte n'intervient pas sur le critère de plasticité. La surface de charge peut alors s'exprimer en fonction de trois invariants indépendants du tenseur des contraintes I_1, I_2, I_3 :

$$f_p = f_p(\boldsymbol{\sigma}) = 0 \text{ ou } f_p = f_p(I_1, I_2, I_3) = 0 \quad (II-104)$$

Ainsi G peut être représenté comme un sous-espace de \mathbb{R}^3 (au lieu de \mathbb{R}^6).

La règle d'écoulement associée (ou règle de normalité, fig II-6) est donnée par :

$$\boldsymbol{\varepsilon}^p = \dot{\lambda}_p \frac{\partial f_p}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \quad \mathbf{v}_k = \dot{\lambda}_p \frac{\partial f_p}{\partial \mathbf{A}_k} \quad (II-105)$$

Elle permet d'assurer la positivité de la dissipation intrinsèque. En effet, l'inégalité $\dot{\lambda}_p \geq 0$ et la convexité du domaine $f_p(\sigma, A_k) = 0$ conduisent à :

$$\sigma : \dot{\epsilon}^p + A_k : \dot{\nu}_k = \dot{\lambda}_p \left(\sigma : \frac{\partial f_p}{\partial \sigma} + A_k : \frac{\partial f_p}{\partial A_k} \right) \geq 0 \quad (II-106)$$

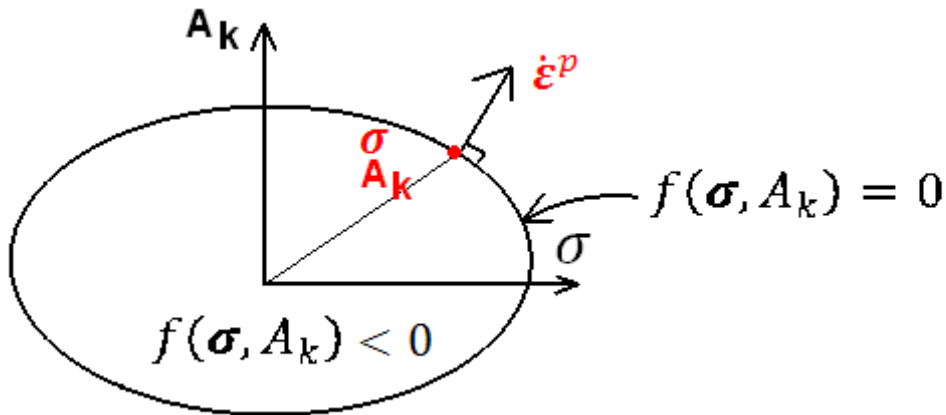


fig II-6 Loi de normalité

Un cas plus général est celui de la plasticité non associée (fig II-7), utile pour décrire certains phénomènes, notamment en mécanique des sols et des roches.

Elle nécessite l'emploi de trois potentiels : l'énergie libre ψ , un critère de plasticité (ou fonction de charge) f_p et un potentiel d'écoulement g_p qui donne la direction du taux de déformation plastique. Le cas $g_p = f_p$ est appelé plasticité associée et le cas $g_p \neq f_p$ plasticité non associée.

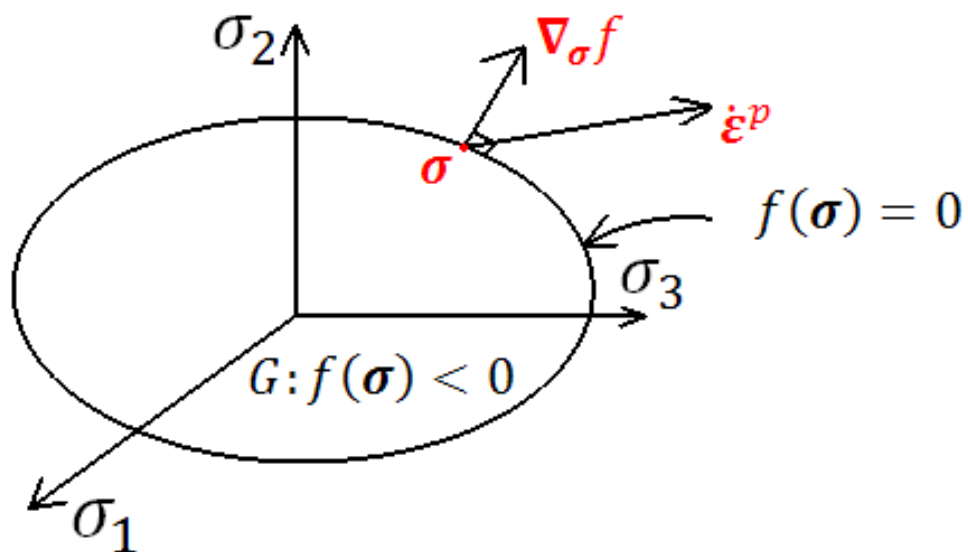


fig II-7 Loi d'écoulement non associée

On a alors :

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^i = \dot{\lambda}_p \frac{\partial g_p}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \qquad \dot{\boldsymbol{v}}_k = \dot{\lambda}_p \frac{\partial g_p}{\partial \mathbf{A}_k} \qquad (II-107)$$

Quelque soit la forme de la loi d'écoulement, afin de pouvoir mener un calcul, il faut expliciter :

- la relation qui lie l'incrément de déformation $d\boldsymbol{\varepsilon}$ à l'incrément de contrainte $d\boldsymbol{\sigma}$
- la relation qui donne l'évolution du (des) paramètre(s) d'écrouissage.

L'expression de $\dot{\lambda}$ est déterminée à partir de la règle de consistance $\dot{f} = 0$, soit :

$$\frac{\partial f_p}{\partial \boldsymbol{\sigma}} : \dot{\boldsymbol{\sigma}} + \frac{\partial f_p}{\partial \mathbf{A}_k} : \dot{\mathbf{A}}_k = 0 \qquad (II-108)$$

Dans le cas d'un pilotage par contrainte, ceci conduit à :

$$\dot{\lambda}_p = \frac{\partial f_p}{\partial \boldsymbol{\sigma}} : \dot{\boldsymbol{\sigma}} / H_p \qquad (II-109)$$

où le module d'écrouissage ou module plastique H_p est donné par :

$$H_p = - \frac{\partial f_p}{\partial \mathbf{A}_k} : \frac{\partial \mathbf{A}_k}{\partial \mathbf{V}_k} : \frac{\partial g_p}{\partial \mathbf{A}_k} \qquad (II-110)$$

Dans le cas d'un pilotage par déformation, on trouve après quelques substitutions :

$$\dot{\lambda}_p = \frac{\frac{\partial f_p}{\partial \boldsymbol{\sigma}} : \mathbb{C}_0 : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}}{H_p + \frac{\partial f_p}{\partial \boldsymbol{\sigma}} : \mathbb{C}_0 : \frac{\partial g_p}{\partial \boldsymbol{\sigma}}} \qquad (II-111)$$

La loi de comportement est alors donnée par :

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbb{C}_0^T : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \qquad (II-112)$$

avec \mathbb{C}_0^T la matrice de rigidité tangente et \mathbb{C}_0 la matrice de rigidité élastique :

$$\mathbb{C}^T = \mathbb{C}_0 - \frac{\mathbb{C}_0 : \frac{\partial g_p}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \otimes \frac{\partial f_p}{\partial \boldsymbol{\sigma}} : \mathbb{C}_0}{H_p + \frac{\partial f_p}{\partial \boldsymbol{\sigma}} : \mathbb{C}_0 : \frac{\partial g_p}{\partial \boldsymbol{\sigma}}} \quad (II-113)$$

Il faut souligner que dans le cas de la plasticité non associée $g_p \neq f_p$, les conditions géométriques menant à (II-106) ne s'appliquent plus. L'inégalité de Clausius-Duhem n'est donc plus respectée de façon *a priori*.

En s'appuyant sur le formalisme thermodynamique ici présenté, la fonction critère et le potentiel plastique peuvent être ensuite particularisés pour donner des lois de comportements complètes. On peut citer par exemple, parmi les plus connus, les modèles de Tresca, von Mises, Mohr-Coulomb, Drucker-Prager ou Hoek-Brown (Yu, 2006).

II.2.1.2 Application à la viscoplasticité

Par définition, le matériau est dit viscoplastique si la dissipation n'est pas instantanée mais dépendante du temps. En termes plus physiques, une invariance de contrainte implique une invariance des déformations dans un matériau plastique mais pas dans un matériau viscoplastique.

Il existe plusieurs théories de la viscoplasticité qui nous donnent des formes concrètes des lois d'écoulement. Dans cette étude c'est la théorie de Perzyna (1963) qui a été retenue.

En s'inspirant de la démarche exposée précédemment, la donnée d'un potentiel thermodynamique φ_{vp}^* (dérivable), défini, positif, convexe par rapport à $(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{A}_k)$, contenant l'origine permet d'exprimer :

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{vp} = \frac{\partial \varphi_{vp}^*}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \quad \dot{\mathbf{v}}_k = \frac{\partial \varphi_{vp}^*}{\partial \mathbf{A}_k} \quad (II-114)$$

Dans ce cas là, d'après (II-100), l'inégalité de Clausius-Duhem est respectée.

D'après Perzyna, les déformations viscoplastiques apparaissent lorsque les contraintes dépassent un seuil « viscoplastique » représenté géométriquement par un sous-domaine dans l'espace des contraintes, noté G (fig II-8). Ce domaine G peut être fixe ou au contraire évoluer avec l'histoire de chargement (phénomène d'écrouissage).

Dans ce cas, la notion de surface de charge n'est plus nécessaire comme en plasticité. Elle est remplacée par une famille de surfaces équipotentielles en chaque point desquelles la dissipation est la même. La surface de potentiel nul correspond à la surface limitant le domaine d'élasticité. On se limite au cas où le comportement est élastique sans phénomène visqueux si la charge est à l'intérieur de cette surface.

Par ailleurs, en plasticité, les contraintes ne peuvent franchir le domaine élastique $G(t)$, défini par une fonction critère convexe f_{vp} tel que :

$$G(t) = \{\sigma(t), f_{vp}(\sigma(t)) \leq 0\} \quad (II-115)$$

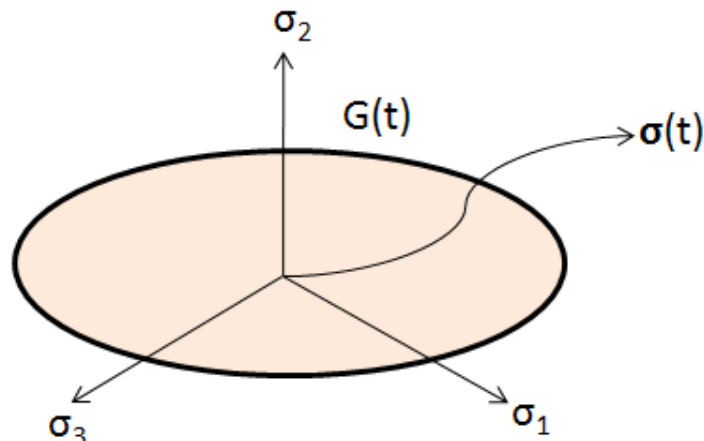


fig II-8 Théorie de la viscoplasticité

En revanche, dans le cas d'un matériau viscoplastique décrit par exemple par la théorie de Perzyna, fondée sur la notion de « surcontrainte », le franchissement du domaine élastique est autorisé. Autrement dit, $f_{vp}(\sigma) > 0$ est possible et la vitesse des déformations viscoplastiques $\dot{\epsilon}_{ij}^{vp}$ est d'autant plus grande que $\sigma(t)$ est loin de la frontière du domaine élastique. La direction de $\dot{\epsilon}_{ij}^{vp}$ est souvent définie à l'aide d'un potentiel g_{vp} de telle sorte que $\dot{\epsilon}_{ij}^{vp}$ soit parallèle à son gradient $\frac{\partial g_{vp}}{\partial \sigma}$.

La formulation générale de la loi de Perzyna peut s'écrire de la manière suivante :

$$\dot{\epsilon}^{vp} = \gamma \langle \phi(f_{vp}(\sigma)) \rangle \frac{\partial g_{vp}}{\partial \sigma} \quad (II-116)$$

Dans cette relation, γ est un paramètre de viscosité du matériau, $f_{vp}(\sigma)$ est la fonction de charge et $\phi(f(\sigma))$ une fonction scalaire, appelée fonction d'écoulement, qui traduit l'effet de l'intensité des contraintes sur la vitesse des

déformations viscoplastiques. Le symbole $\langle . \rangle$ désigne les crochets de Macaulay définis par $\langle x \rangle = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ 0 & \text{si } x < 0 \end{cases}$.
Remarquons que si $f_{vp}(\boldsymbol{\sigma}) = g_{vp}(\boldsymbol{\sigma})$, l'inégalité de Clausius-Duhem est automatiquement vérifiée.

II.2.1.3 Exemple : la loi de Lemaître

La loi de comportement de Lemaître (Lemaître & Chaboche, 2001), initialement développée pour représenter le comportement des matériaux métalliques est de plus en plus souvent utilisée en géomécanique.
Dans le cadre de la théorie de Perzyna, la fonction d'écoulement $\phi(f(\boldsymbol{\sigma}))$ est choisie telle que :

$$\phi(f(\boldsymbol{\sigma})) = \left(\frac{f_{vp}(\boldsymbol{\sigma})}{\sigma_0} \right)^{n_L} \quad (II-117)$$

avec $n_L \geq 1$ une constante rhéologique, et σ_0 , une contrainte de référence fixée, permettant de rendre le quotient $\frac{f_{vp}(\boldsymbol{\sigma})}{\sigma_0}$ adimensionnel.

La fonction de charge adoptée s'écrit $f_{vp} = q$, où q est la contrainte équivalente de von Mises, définie par $q = \sqrt{\frac{3}{2} \mathbf{s} : \mathbf{s}}$ avec $\mathbf{s} = \text{dev}(\boldsymbol{\sigma}) = \boldsymbol{\sigma} - \frac{1}{3} \text{tr}(\boldsymbol{\sigma}) \mathbf{1}$, le déviateur des contraintes. Ainsi, seules les contraintes déviatoires sont responsables du phénomène de fluage dans la loi de Lemaître. En outre, la loi d'écoulement est associée. C'est-à-dire que la vitesse des déformations viscoplastiques est orthogonale à la surface de charge, donc isochores. Le potentiel d'écoulement s'identifie alors avec la fonction de charge : $f_{vp} = g_{vp}$.

L'équation (II-116) se simplifie de la manière suivante :

$$\dot{\boldsymbol{\epsilon}}^{vp} = \frac{3}{2} \dot{\gamma}_{vp} \frac{\mathbf{s}}{q} \quad \text{avec} \quad \dot{\gamma}_{vp} = \sqrt{\frac{2}{3} \dot{\boldsymbol{\epsilon}}_{ij}^{vp} \dot{\boldsymbol{\epsilon}}_{ij}^{vp}} \quad (II-118)$$

$$\dot{\gamma}_{vp} = \gamma \left(\frac{q - \sigma_s}{\sigma_0} \right)^{n_L} \gamma_{vp}^{m_L} \quad (II-119)$$

$\dot{\gamma}_{vp}$ étant la vitesse de déformation viscoplastique équivalente, σ_s le seuil de déclenchement de la viscoplasticité et m_L une constante négative telle que $1 - n_L < m_L < 0$.

L'équation (II-118) nous renseigne sur la direction de $\dot{\boldsymbol{\epsilon}}^{vp}$ qui est colinéaire au tenseur de contrainte déviatoire \mathbf{s} et par conséquent $\dot{\boldsymbol{\epsilon}}_{kk}^{vp} = 0$. Les

déformations viscoplastiques se font donc à volume constant. La relation (II-119), quant à elle, indique l'amplitude de $\dot{\epsilon}^{vp}$ en fonction de la surcontrainte $q - \sigma_s$ et des déformations viscoplastiques déjà produites. La valeur négative de la constante m_L dans (II-119) traduit le fait que la déformation viscoplastique déjà produite dans le passé tend à freiner son accroissement présent. L'application d'une contrainte constante conduirait donc à une vitesse de fluage décroissante dans le temps. Ce type de comportement est couramment connu sous le nom du « fluage primaire », qui est bien décrit par la loi de Lemaître.

On peut également donner la vitesse de déformation viscoplastique à partir d'un potentiel viscoplastique φ_{vp}^* de dissipation qui soit conforme au deuxième principe de la thermodynamique (Lemaître & Chaboche, 2001). En se limitant au cas particulier d'une loi viscoplastique sans seuil, c'est-à-dire $\sigma_s = 0$, son expression est la suivante :

$$\varphi_{vp}^* = \frac{\gamma}{\gamma_{vp}^{m_L} (n_L + 1)} \left(\frac{q}{\sigma_0} \right)^{n_L + 1} \quad (II-120)$$

Une autre notation de la loi de Lemaître est :

$$\dot{\epsilon}^{vp} = \frac{3}{2} \dot{\gamma}_{vp} \frac{s}{q} \quad \text{avec} \quad \dot{\gamma}_{vp} = \sqrt{\frac{2}{3} \dot{\epsilon}_{ij}^{vp} \dot{\epsilon}_{ij}^{vp}} \quad (II-121)$$

$$\dot{\gamma}_{vp} = \left(\frac{q - \sigma_s}{K_L \gamma_{vp}^{1/M_L}} \right)^{N_L} \quad (II-122)$$

Cas particulier : modèle de Norton-Hoff

La loi de Norton-Hoff constitue un cas particulier de la loi viscoplastique de Lemaître en choisissant $\sigma_s = m_L = 0$. Elle s'exprime donc de la manière suivante :

$$\dot{\epsilon}^{vp} = \left(\frac{3s}{2q} \right) \dot{\gamma}_{vp} \quad \text{avec} \quad \dot{\gamma}_{vp} = \gamma \left(\frac{q}{\sigma_0} \right)^{n_L} \quad (II-123)$$

ou encore :

$$\dot{\epsilon}^{vp} = \frac{3}{2} \dot{\gamma}_{vp} \frac{s}{q} \quad \text{avec} \quad \dot{\gamma}_{vp} = \left(\frac{q}{K_L} \right)^{N_L} \quad (II-124)$$

L'effet d'érouissage est dans ce cas absent. Un état de contrainte constant induit une vitesse de déformation viscoplastique constante ; ce qui correspond au fluage secondaire (Boidy, 2002).

II.2.2 Lois de comportement des matériaux poro-viscoplastiques

Etudions maintenant le comportement des matériaux poro-(visco)plastiques (Wong *et al.*, 2011). Contrairement au cas de la poroélasticité, les déformations ε et la porosité ϕ ne suffisent pas à caractériser le comportement poro-plastique (ou poro-viscoplastique). Il est donc nécessaire d'ajouter deux variables internes supplémentaires : les déformations plastiques (ou viscoplastiques) ε^i et la porosité plastique (ou viscoplastique) ϕ^i qui correspond au changement irréversible du volume poreux par unité de volume initial.

Les taux irréversibles $\dot{\varepsilon}^i$ et $\dot{\phi}^i$ sont définis comme suit :

$$\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}^e + \dot{\varepsilon}^i ; \dot{\phi} = \dot{\phi}^e + \dot{\phi}^i \quad (II-125)$$

ε^e sont les déformations élastiques. Les déformations irréversibles ε^i prendront les noms de déformations plastiques ε^p dans le cas d'un comportement plastique et de déformations viscoplastiques ε^{vp} dans le cas d'un comportement viscoplastique. De manière analogue ϕ^i correspondra à la porosité plastique dans le cas d'un comportement poro-plastique (ϕ^p) et à la porosité viscoplastique dans le cas d'un comportement poro-viscoplastique (ϕ^{vp}). Ainsi :

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^i \text{ et } \phi - \phi_0 = \phi^e + \phi^i \quad (II-126)$$

La dilatation volumique irréversible du squelette ε^i du milieu poreux est due au changement irréversible de porosité et à la déformation volumique irréversible de la matrice solide ε_S^i (Coussy, 2004) :

$$\varepsilon^i = (1 - \phi_0)\varepsilon_S^i + \phi^i \quad (II-127)$$

En mécanique des sols, en raison des faibles contraintes rencontrées, les évolutions plastiques sont essentiellement causées par le glissement relatif des grains les uns contre les autres, les grains eux-mêmes étant peu déformés. Ainsi, les variations volumiques irréversibles de la matrice semblent négligeables ($\varepsilon_S^i = 0$). On a alors l'égalité : $\varepsilon^i = \phi^i$. Afin de prendre en compte tous les cas possibles, on suppose dans cette approche phénoménologique (Coussy, 2004) que :

$$\phi^i = b_0^i \varepsilon_{kk}^i \text{ avec } \phi_0 \leq b_0^i \leq 1 \quad (II-128)$$

$b_0^i = 1$ permet de décrire le comportement d'un matériau incompressible (visco)plastiquement. Le paramètre b_0^i est d'autant plus proche de 1 que la matrice est peu compressible (visco)plastiquement ; et d'autant plus proche de ϕ_0 que le matériau est peu poreux. Le coefficient de proportionnalité entre la porosité irréversible ϕ^i et les déformations irréversibles peut également être de nature tensorielle. On le note alors \mathbf{B}_0^i . Dans ce cas-là, la relation (II-128) se généralise :

$$\phi^i = \mathbf{B}_0^i : \boldsymbol{\varepsilon}^i \quad (II-129)$$

Supposons que l'énergie libre dépend des déformations élastiques, de la porosité élastique, des variables d'écroutissage (scalaires ou tensorielles) \mathbf{v}_k et de la pression d'eau : $\Psi_s = \Psi_s(\boldsymbol{\varepsilon}^e, \phi^e, \mathbf{v}_k)$.

Dans ce cas, la positivité de la dissipation intrinsèque du squelette (II-61) s'exprime par :

$$\Phi_s = \boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} + p_w \dot{\phi} - \dot{\Psi}_s \geq 0 \quad (II-130)$$

Cette inégalité peut aussi être exprimée à l'aide du potentiel thermodynamique $G_s = G_s(\boldsymbol{\varepsilon}^e, p_w, \mathbf{v}_k)$:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \phi^e \dot{p}_w + p_w \dot{\phi}^i - \dot{G}_s \geq 0 \\ \text{avec} \quad G_s = \Psi_s - p_w \phi^e \end{aligned} \quad (II-131)$$

En faisant l'hypothèse d'un paramétrage normal relativement à $\boldsymbol{\varepsilon}^e$ et p_w , les équations d'état du système ouvert s'écrivent :

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{\partial G_s}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}^e} \quad ; \quad \phi^e = - \frac{\partial G_s}{\partial p_w} \quad (II-132)$$

Ce qui se traduit par :

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbb{C}_0 : (\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^i) - \mathbf{B}_0 \dot{p}_w \quad (II-133)$$

$$\dot{\phi} - \dot{\phi}^i = \mathbf{B}_0 : (\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^i) + \beta_0 \dot{p}_w \quad (II-134)$$

L'inégalité (II-131) devient alors :

$$\boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^i + p_w \dot{\phi}^i + \mathbf{A}_k : \dot{\mathbf{v}}_k \geq 0 \quad (II-135)$$

\mathbf{A}_k est défini par :

$$\mathbf{A}_k = -\frac{\partial G_s}{\partial \mathbf{v}_k} \quad (II-136)$$

La combinaison de (II-135) et (II-129) amène à une dissipation mécanique de la forme :

$$\Phi_M = \boldsymbol{\sigma}'' : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^i + \mathbf{A}_k : \dot{\mathbf{v}}_k \geq 0 \quad (II-137)$$

avec :

$$\boldsymbol{\sigma}'' = \boldsymbol{\sigma} + p_w \mathbf{B}_0^i \quad (II-138)$$

la force thermodynamique associée au tenseur des déformations irréversibles. Dans le cas où $\mathbf{B}_0^i = \mathbf{B}_0$, cette contrainte $\boldsymbol{\sigma}''$ coïncident avec la contrainte effective au sens de Biot $\boldsymbol{\sigma}'$.

Reste à définir l'évolution des variables internes : les variables d'érouissage \mathbf{v}_k , les déformations $\boldsymbol{\varepsilon}^i$ et porosité ϕ^i irréversibles. Dans le cas général, on postule l'existence d'un potentiel de dissipation φ_i^* qui dépend, *a priori* de $\boldsymbol{\sigma}$, p_w et A_k . Alors :

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^i = \frac{\partial \varphi_i^*}{\partial \boldsymbol{\sigma}}; \quad \dot{\phi}^p = \frac{\partial \varphi_i^*}{\partial p_w}; \quad \dot{\mathbf{v}}_k = \frac{\partial \varphi_i^*}{\partial \mathbf{A}_k} \quad (II-139)$$

Dans le cas où (II-129) est vérifiée, en raison de (II-139), on a seulement :

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^i = \frac{\partial \varphi_i^*}{\partial \boldsymbol{\sigma}''}; \quad \dot{\mathbf{v}}_k = \frac{\partial \varphi_i^*}{\partial \mathbf{A}_k} \quad (II-140)$$

Par conséquent, en poro-plasticité, le potentiel de dissipation g_p et le critère de plasticité f_p dépendent, dans le cas où (II-129) est vérifiée et lorsque $\mathbf{B}_0^i = \mathbf{B}_0$, de $\boldsymbol{\sigma}'$ et A_k . On obtient alors les lois d'écoulement suivantes :

$$\boldsymbol{\varepsilon}^p = \dot{\lambda}_p \frac{\partial g_p}{\partial \boldsymbol{\sigma}'}; \quad \dot{\phi}^p = \dot{\lambda}_p \mathbf{B}_0^p : \frac{\partial g_p}{\partial \boldsymbol{\sigma}'}; \quad \dot{\mathbf{v}}_k = \dot{\lambda}_p \frac{\partial g_p}{\partial \mathbf{A}_k} \quad (II-141)$$

On calcule $\dot{\lambda}_p$ à partir de la condition de consistance. Le résultat est :

$$\dot{\lambda}_p = \left[\frac{\partial f_p}{\partial \boldsymbol{\sigma}} : \mathbb{C}_0 : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} + \left(\frac{\partial f_p}{\partial p_w} - \frac{\partial f_p}{\partial \boldsymbol{\sigma}} : \mathbf{B}_0 \right) \dot{p}_w \right] / \left[H_p + \frac{\partial f_p}{\partial \boldsymbol{\sigma}} : \mathbb{C}_0 : \frac{\partial g_p}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \right] \quad (II-142)$$

Les équations incrémentales (II-133) peuvent alors s'écrire (Coussy, 2004) :

$$\dot{\sigma} = \mathbb{C}_0^T : (\dot{\varepsilon} - \dot{\varepsilon}^i) - \mathbf{B}_{0,1}^T \dot{p}_w \quad (II-143)$$

$$\dot{\phi} - \dot{\phi}^i = \mathbf{B}_{0,2}^T : (\dot{\varepsilon} - \dot{\varepsilon}^i) + \beta_0^T \dot{p}_w \quad (II-144)$$

avec :

$$\mathbb{C}_0^T = \mathbb{C}_0 - \frac{\left(\mathbb{C}_0 : \frac{\partial g_p}{\partial \sigma} \right) \otimes \left(\frac{\partial f_p}{\partial \sigma} : \mathbb{C}_0 \right)}{H_p + \frac{\partial f_p}{\partial \sigma} : \mathbb{C}_0 : \frac{\partial g_p}{\partial \sigma}} \quad (II-145)$$

$$\mathbf{B}_{0,1}^T = \mathbf{B}_0 + \frac{\frac{\partial f_p}{\partial p_w} - \mathbf{B}_0 : \frac{\partial f_p}{\partial \sigma}}{H_p + \frac{\partial f_p}{\partial \sigma} : \mathbb{C}_0 : \frac{\partial g_p}{\partial \sigma}} \mathbb{C}_0 : \frac{\partial g_p}{\partial \sigma} \quad (II-146)$$

$$\mathbf{B}_{0,2}^T = \mathbf{B}_0 + \frac{\frac{\partial g_p}{\partial p_w} - \mathbf{B}_0 : \frac{\partial g_p}{\partial \sigma}}{H_p + \frac{\partial f_p}{\partial \sigma} : \mathbb{C}_0 : \frac{\partial g_p}{\partial \sigma}} \mathbb{C}_0 : \frac{\partial f_p}{\partial \sigma} \quad (II-147)$$

$$\beta_0^T = \beta_0 + \frac{\left(\frac{\partial f_p}{\partial p_w} - \mathbf{B}_0 : \frac{\partial f_p}{\partial \sigma} \right) \left(\frac{\partial g_p}{\partial p_w} - \mathbf{B}_0 : \frac{\partial g_p}{\partial \sigma} \right)}{H_p + \frac{\partial f_p}{\partial \sigma} : \mathbb{C}_0 : \frac{\partial g_p}{\partial \sigma}} \quad (II-148)$$

Si la loi d'écoulement est associée, $\mathbf{B}_{0,1}^T = \mathbf{B}_{0,2}^T$.

En poro-viscoplasticité, le potentiel de dissipation φ_{vp}^* est lui aussi fonction de σ' et des variables d'érouissage. On a alors les lois d'écoulement suivantes :

$$\dot{\varepsilon}^{vp} = \frac{\partial \varphi_{vp}^*}{\partial \sigma'} ; \dot{\phi}^{vp} = \mathbf{B}_0^{vp} : \frac{\partial \varphi_{vp}^*}{\partial \sigma'} ; \dot{\nu}_k = \frac{\partial \varphi_{vp}^*}{\partial A_k} \quad (II-149)$$

II.3 Modélisation de l'endommagement

L'endommagement correspond à la création, à l'échelle microscopique, de microfissures. Les contraintes se concentrent alors dans les parties encore saines du matériau ; ce qui se traduit par une augmentation des déformations et une réduction de la raideur et de la résistance de celui-ci.

La théorie de l'endommagement a pour vocation la description de l'évolution des phénomènes entre l'état vierge d'un matériau et l'amorçage de la fissure macroscopique. Par définition un matériau est dit vierge de tout

endommagement s'il est dépourvu de microfissures ou de microcavités. Le stade final de l'endommagement correspond à la rupture de l'élément de volume. Il est caractérisé par l'existence d'une fissure à l'échelle macroscopique de la taille de l'élément de volume représentatif (VER).

La Mécanique de l'Endommagement (Continuum Damage Mechanics ou CDM en anglais) est considérée comme une branche de la mécanique dans laquelle les effets des microcavités et des microfissures sont inclus dans les équations constitutives du matériau dans une approche type milieux continus et non pas dans les conditions limites du domaine d'étude (mécanique de la fissuration).

Dès les prémisses de la mécanique de l'endommagement, les scientifiques ont cherché à caractériser l'état d'endommagement d'un matériau à l'aide d'une variable d'état. C'est ainsi que Kachanov en 1958 (Kachanov, 1958) publie le premier mémoire présentant une variable continue correspondant à l'endommagement, imaginée dans le cadre restreint de la rupture par fluage des métaux sous sollicitation unidimensionnelle.

Depuis, deux approches ont été envisagées pour modéliser l'endommagement: une approche micromécanique qui étudie l'endommagement à l'échelle microscopique et une approche phénoménologique qui se place, elle, à l'échelle macroscopique. Cette dernière approche, que nous privilégierons dans la suite de ce mémoire, s'inscrit dans le cadre plus large de la thermodynamique des processus irréversibles (Lemaitre & Chaboche, 2001) où les évolutions dissipatives (comme l'évolution de l'endommagement) sont abordées à l'aide de variables dites internes dont la valeur à l'instant t résume et condense la réponse non élastique du matériau. Cette approche permet de décrire les effets de l'endommagement sur l'évolution des différents champs (hydro)mécaniques en se basant sur des mesures globales des paramètres mécaniques (ou hydromécaniques) du matériau par exemple.

Par rapport à la mécanique des milieux continus classique, la mécanique de l'endommagement nécessite la définition d'une variable d'endommagement et la prise en compte de l'effet de l'endommagement sur lois constitutives régissant le comportement du matériau. De plus, le phénomène d'endommagement étant dissipatif, la loi d'évolution de la variable correspondante doit compléter les équations utiles. Les paragraphes suivants permettront d'illustrer ces trois caractéristiques.

II.3.1 Endommagement isotrope

En général, l'endommagement induit l'anisotropie du matériau par l'action des microcavités ou microfissures et de leur distribution. Une variable tensorielle permettrait alors de décrire l'endommagement. Cependant, dans un souci de compréhension et de clarté et pour respecter la chronologie de la Mécanique de l'Endommagement, l'endommagement isotrope sera présenté dans un premier temps.

II.3.1.1 Définition de la variable d'endommagement

Sous un chargement suffisamment élevé, des modifications irréversibles peuvent se produire dans le matériau. La croissance, la nucléation et la coalescence des fissures ou la décohésion des grains peuvent être à l'origine de ces modifications. La création de ces microcavités conduit à la réduction de la surface effective du matériau et à la dégradation de ses caractéristiques mécaniques comme la résistance ou la rigidité.

L'approche phénoménologique, que l'on se propose de suivre dans ce mémoire, suppose que les effets des micro-décohésions puissent être représentés par une variable d'endommagement. Historiquement, la Mécanique de l'Endommagement s'est d'abord appuyée sur une variable scalaire caractérisant un endommagement isotrope (Kachanov, 1958) que l'on notera dans la suite D .

Considérons un Volume Élémentaire Représentatif (VER). Soit δS l'aire de la section de l'élément de volume représentée par sa normale \mathbf{n} et δS_D , l'aire de l'ensemble des microfissures dans cette même section. Par définition la variable scalaire d'endommagement est définie par :

$$D = \frac{\delta S_D}{\delta S} \quad (II-150)$$

La valeur de l'endommagement, qui dépend de la direction et du point considéré, est donc comprise entre 0 et 1.

- $D = 0$ correspond à l'état non endommagé du VER ;
- $0 < D < 1$ caractérise l'état endommagé ;
- $D = 1$ correspond à la rupture du VER en deux parties selon un plan normal à \mathbf{n} .

Un endommagement isotrope est constitué de cavités et de fissures dont l'orientation est uniformément répartie dans toutes les directions. Ainsi la valeur

de la variable scalaire d'endommagement ne dépend pas de la direction et une seule et même variable caractérise entièrement l'état d'endommagement du matériau.

II.3.1.2 *Principe d'équivalence en déformation (PED)*

En 1971, Lemaitre postule le **principe d'équivalence en déformation** qui peut être formulé de la manière suivante (fig II-9) :

« Tout comportement à la déformation unidimensionnel ou tridimensionnel, d'un matériau endommagé est traduit par les lois de comportement du matériau vierge dans lesquels on remplace la contrainte usuelle par la contrainte effective. »

Autrement dit, le comportement du matériau, uniaxial ou multiaxial, sain ou endommagé peut être décrit par la même fonctionnelle en remplaçant la contrainte usuelle par la contrainte effective au sens de la Mécanique de l'Endommagement. Dans ce cas, le comportement du matériau dépend de la contrainte effective (au sens de l'endommagement) et de la déformation réelle.

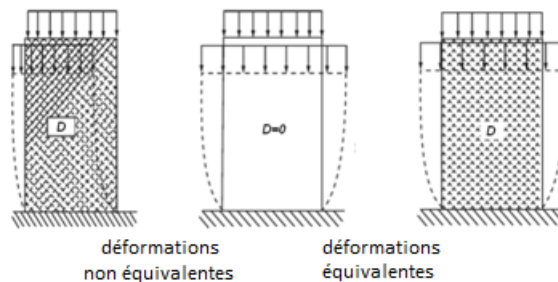


fig II-9 Illustration du principe d'équivalence en déformation (Zhang & Cai, 1995)

Il est à noter que ce principe n'a pu être démontré que dans quelques cas particuliers grâce à des méthodes d'homogénéisation (Lemaitre, 1992). Il repose sur l'hypothèse selon laquelle les différents comportements d'un matériau (élasticité, plasticité, viscoplasticité) sont affectés de la même manière par l'endommagement. Ce qui peut ne pas toujours être le cas. Cependant sa simplicité permet d'établir un formalisme cohérent et efficace (Lemaitre *et al.*, 2000) notamment pour coupler les comportements plastiques ou viscoplastiques à l'endommagement.

Un principe complémentaire au précédent est le **principe d'équivalence en contrainte** qui suppose que :

« La contrainte associée à l'état endommagé sous la déformation réelle est équivalente à la contrainte associée à l'état fictif non endommagé soumis à la déformation effective. »

II.3.1.3 **Notion de contrainte effective**

La définition de la variable scalaire d'endommagement permet de mettre en évidence un nouveau concept, celui de contrainte effective (notée $\tilde{\sigma}$) c'est-à-dire la contrainte rapportée à la section qui résiste effectivement (Lemaitre & Desmorat, 2005). Cette notion a permis le développement de la théorie de l'endommagement isotrope.

Dans le cas uniaxial, la valeur de la contrainte effective est donnée par l'équation d'équilibre :

$$\tilde{\sigma} \delta \tilde{S} = \sigma \delta S \quad (II-151)$$

avec :

$$\delta \tilde{S} = \delta S - \delta S_D = (1 - D) \delta S \quad (II-152)$$

La combinaison de (II-150), (II-151) et de (II-152) conduit à l'expression :

$$\tilde{\sigma} = (1 - D)^{-1} \sigma \quad (II-153)$$

Dans le cas multiaxial, toutes les composantes du tenseur des contraintes agissent sur la même section effective. La généralisation de (II-153) donne :

$$\tilde{\sigma}_{ij} = (1 - D)^{-1} \sigma_{ij} \quad (II-154)$$

Il est classique en Mécanique de l'Endommagement de présenter la relation entre contrainte effective et contrainte réelle sous la forme (Murakami & Ohno, 1980):

$$\tilde{\sigma} = \mathbb{M}(D) : \sigma ; \quad \tilde{\sigma}_{ij} = \mathbb{M}_{ijkl}(D) \sigma_{kl} \quad (II-155)$$

avec \mathbb{M} un tenseur d'ordre 4 dépendant de l'endommagement, opérateur de transformation linéaire. Par exemple, l'équation (II-154) peut se mettre sous la forme (II-155) en choisissant $\mathbb{M}(D) = (1 - D)^{-1} \mathbb{I}$ où \mathbb{I} est le tenseur identité d'ordre 4. Plus généralement, Ju (1990) a montré que la loi de transformation permettant de décrire un endommagement isotrope pouvait se mettre sous la forme :

$$\mathbb{M}(D) = a \mathbb{I} + b \delta \otimes \delta \quad (II-156)$$

Avec a et b deux variables scalaires indépendantes ou non telles que $a \geq 1$ et $-1/3 \leq b \leq 0$ afin d'assurer la positivité du tenseur de rigidité.

Notons que pour un choix quelconque de \mathbb{M} , la contrainte effective est généralement non symétrique. Il est alors nécessaire de s'appuyer sur des théories plus complexes comme la théorie de Cosserat pour formuler les équations constitutives d'un modèle. Une symétrisation de la contrainte effective est effectuée afin de rester dans le cadre classique de la Mécanique des Milieux Continus (Voyiadjis & Kattan, 2005).

Ce n'est qu'à partir du début des années 80 que des modèles traduisant l'anisotropie induite par l'endommagement ont vu le jour.

II.3.2 Endommagement anisotrope

L'extension de la théorie de l'endommagement isotrope à l'endommagement anisotrope n'est pas simple. Dans le cas de l'endommagement isotrope, l'application du principe des déformations équivalentes et de la contrainte effective de Lemaitre permet la modélisation d'un comportement élastique endommageable. Dans le cas le plus général d'un endommagement anisotrope, une variable tensorielle d'ordre quatre est nécessaire pour décrire les effets mécaniques de l'endommagement. Cependant, dans le cas particulier d'un endommagement induit orthotrope, qui permet tout de même de couvrir bon nombre d'applications pratiques, un tenseur d'ordre deux est suffisant.

II.3.2.1 Définition de la variable d'endommagement

I. Tenseur d'ordre deux

En 1980, Murakami & Ohno (Murakami & Ohno, 1980) ont été les premiers à définir une variable tensorielle d'ordre deux pour décrire l'endommagement d'un matériau. A partir du principe d'équivalence en déformation, leur idée était de généraliser les équations de Lemaitre ((II-151) à (II-154)) obtenues dans le cas d'un endommagement isotrope au cas d'un endommagement anisotrope. Par analogie avec (II-152), une surface orientée $\delta\mathcal{S} = \delta\mathcal{S}\mathbf{n}$ est associée à une autre surface orientée $\delta\tilde{\mathcal{S}} = \delta\tilde{\mathcal{S}}\tilde{\mathbf{n}}$ via un opérateur $\delta - \mathbf{D}$ prenant en compte l'effet de l'endommagement :

$$\delta\tilde{\mathcal{S}} = (\delta - \mathbf{D}) \cdot \delta\mathcal{S} \quad (II-157)$$

\mathbf{D} est un tenseur d'ordre deux symétrique de valeurs propres D_1, D_2 et D_3 associées aux vecteurs propres $(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3)$. Plus précisément, soit PQR un

triangle d'aire δS (fig II-10) repérée par une normale \mathbf{n} constituant une face du tétraèdre $OPQR$ dans la configuration réelle. On suppose que ce triangle se transforme en $\tilde{P}\tilde{Q}\tilde{R}$ d'aire $\delta\tilde{S}$, de normale $\tilde{\mathbf{n}}$ dans la configuration effective non endommagée. Alors on a :

$$PQR \rightarrow \tilde{P}\tilde{Q}\tilde{R} : \delta\tilde{S} = (\boldsymbol{\delta} - \mathbf{D}) \cdot \delta S \quad (II-158)$$

$$\text{si } \mathbf{n} = \mathbf{x}_1 \text{ alors : } OQR \rightarrow \tilde{O}\tilde{Q}\tilde{R} : (1 - D_1)\delta A_1 = \delta\tilde{A}_1$$

$$\text{si } \mathbf{n} = \mathbf{x}_2 \text{ alors : } ORP \rightarrow \tilde{O}\tilde{R}\tilde{P} : (1 - D_2)\delta A_2 = \delta\tilde{A}_2$$

$$\text{si } \mathbf{n} = \mathbf{x}_3 \text{ alors : } OPQ \rightarrow \tilde{O}\tilde{P}\tilde{Q} : (1 - D_3)\delta A_3 = \delta\tilde{A}_3$$

A la différence de la version scalaire (II-152), la transformation tensorielle ci-dessus à l'aide du tenseur \mathbf{D} conduit à trois différentes réductions de surface effective dans chacune de ses 3 directions principales, traduisant ainsi le caractère orthotrope de l'endommagement modélisé. L'idée centrale de la démarche est de généraliser la relation scalaire (II-154) pour arriver à une nouvelle définition de la contrainte effective:

$$\tilde{\boldsymbol{\sigma}} = (\boldsymbol{\delta} - \mathbf{D})^{-1} \cdot \boldsymbol{\sigma} \quad (II-159)$$

On reviendra sur la définition du tenseur de contrainte effective et son raffinement successif un peu plus loin. Remarquons pour l'instant que, malgré cette particularisation de l'anisotropie de l'endommagement, cette famille de modèles basés sur un tenseur d'endommagement de second ordre, qui représentent la majorité des travaux existants, n'en demeurent pas moins efficaces pour représenter l'endommagement du matériau dans un grand nombre de cas.

Par définition, le tenseur d'endommagement est symétrique défini positif, il admet donc une décomposition spectrale qui s'écrit :

$$\mathbf{D} = \sum_{i=1}^3 D_i \mathbf{x}_i \otimes \mathbf{x}_i \quad (II-160)$$

Le choix d'une variable tensorielle d'ordre deux pour décrire l'endommagement revient à supposer implicitement que les effets de toute distribution de microfissures sont équivalents à ceux produits par trois familles orthogonales de microfissures parallèles caractérisées par un vecteur normal \mathbf{x}_i . L'anisotropie induite par l'endommagement se réduit à une orthotropie (Shao & Lydzba,

1999b). Autrement dit, les directions d'orthotropie se confondent avec les directions principales du tenseur d'endommagement.

Un tenseur d'endommagement d'ordre quatre a également été utilisé par certains auteurs (Lubarda & Krajcinovic (1995) ; Chaboche (1979)).

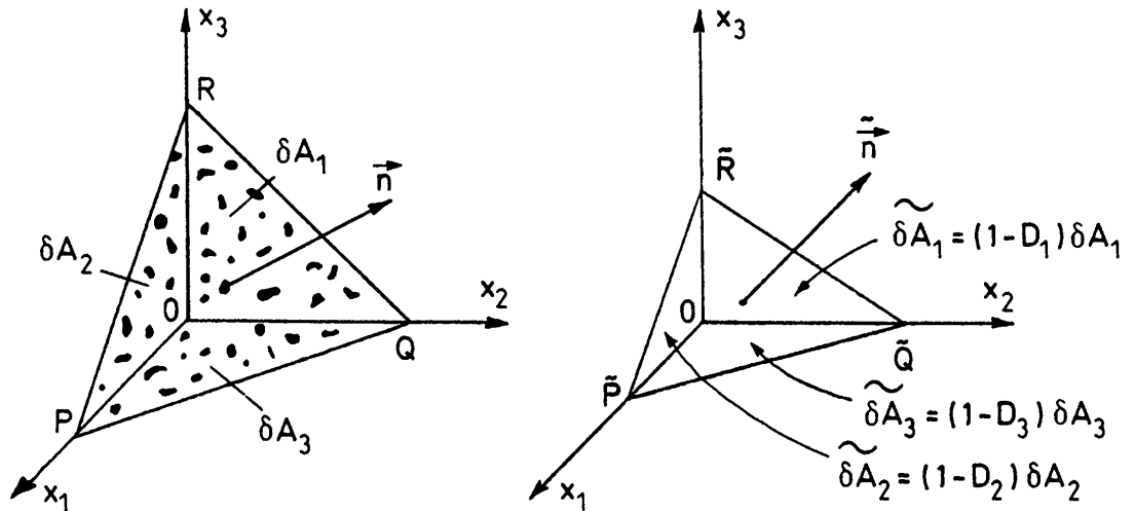


fig II-10 Définition de la variable tensorielle d'endommagement (Lemaitre, 1992)

II.3.2.2 Contrainte effective et principe d'équivalence énergétique

A partir de la définition de la variable tensorielle d'endommagement d'ordre deux, différentes formulations ont été proposées pour relier la contrainte réelle σ à la contrainte effective $\tilde{\sigma}$, en partant du principe des déformations équivalentes. La première est une généralisation de l'équation (II-154) déjà évoquée dans la précédente section :

$$\tilde{\sigma} = (\delta - D)^{-1} \cdot \sigma \quad (II-161)$$

Cependant la contrainte effective ainsi définie n'est pas symétrique. Pour cette raison, Murakami & Ohno (1980) proposent la forme suivante symétrisée :

$$\tilde{\sigma} = 1/2[(\delta - D)^{-1} \cdot \sigma + \sigma \cdot (\delta - D)^{-1}] \quad (II-162)$$

Betten (1983) proposa une forme un peu différente :

$$\tilde{\sigma} = (\delta - D)^{-1} \cdot \sigma \cdot (\delta - D)^{-1} \quad (II-163)$$

Lu & Chow (1990) ont quant à eux suggéré une contrainte effective sous une forme exponentielle :

$$\tilde{\sigma} = \exp(\mathbf{D}/2) \cdot \sigma \cdot \exp(\mathbf{D}/2) \quad (II-164)$$

Le développement de la mécanique de l'endommagement, notamment par l'intermédiaire d'une variable tensorielle à partir de la fin des années 70 a montré les limites du principe d'équivalence en déformation. En effet, si c'est une hypothèse raisonnable pour modéliser un comportement endommageable isotrope, elle peut devenir très réductrice dans le cas de la modélisation d'une anisotropie induite par l'endommagement. Dans ce cas, les directions des microfissures étant prises en compte dans la définition de l'état endommagé par une variable d'endommagement tensorielle, les déformations ne sont pas toujours équivalentes dans l'état vierge du matériau et dans son état endommagé (Zhang & Cai, 1995). Par exemple, Cordebois & Sidoroff (1982) ont montré qu'un état de traction isotrope ne pouvait engendrer dans ce cas qu'une dilatation isotrope, ce qui est contraire à l'idée d'un endommagement anisotrope.

C'est pour ces raisons que d'autres principes à la base de la mécanique de l'endommagement ont été postulés.

Le principe d'énergie élastique équivalente (PEEE) :

Ce principe peut s'énoncer ainsi :

« L'énergie de déformation élastique de l'état endommagé est supposée être égale à l'énergie de déformation élastique de l'état sain avec la déformation effective. »

En d'autres termes :

$$1/2 \varepsilon : \mathbb{C}(\mathbf{D}) : \varepsilon = 1/2 \tilde{\varepsilon} : \mathbb{C}_0 : \tilde{\varepsilon} \quad (II-165)$$

$\tilde{\varepsilon}$ est la déformation équivalente.

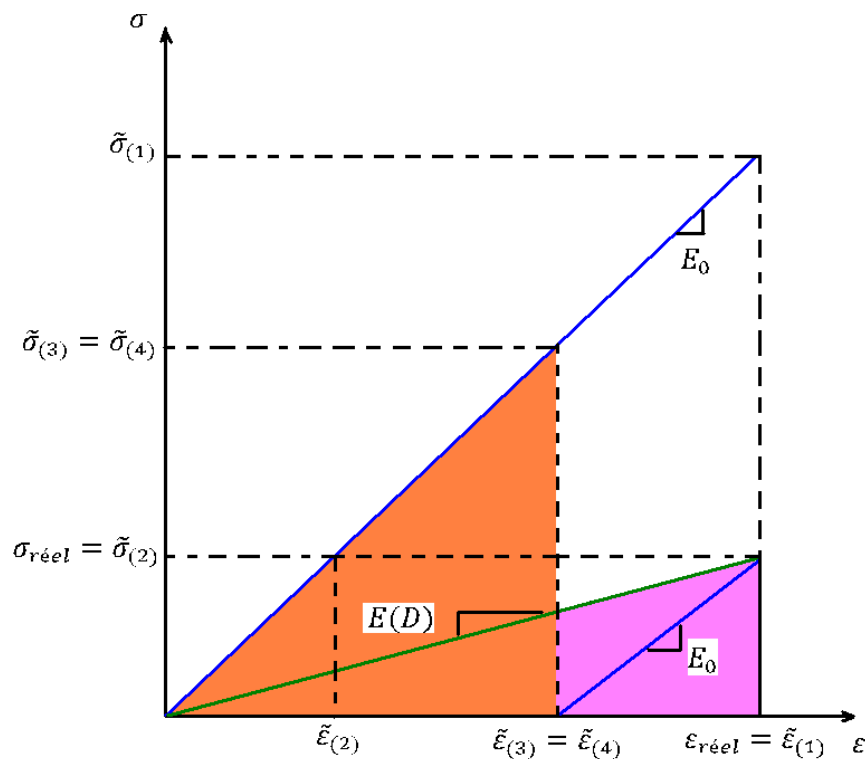
Le principe d'énergie élastique complémentaire équivalente (Cordebois & Sidoroff, 1982) :

« L'énergie de déformation élastique complémentaire de l'état endommagé est supposée être égale à l'énergie de déformation élastique complémentaire de l'état sain avec la contrainte effective. »

Autrement dit :

$$1/2 \sigma : \mathbb{C}^{-1}(\mathbf{D}) : \sigma = 1/2 \tilde{\sigma} : \mathbb{C}_0^{-1} : \tilde{\sigma} \quad (II-166)$$

La différence entre ces hypothèses est illustrée par la fig II-11. Dans celle-ci, l'indice (1) fait référence à l'équivalence des déformations, l'indice (2) à l'équivalence des contraintes, l'indice (3) à l'équivalence des énergies élastiques et l'indice (4) à l'équivalence des énergies élastiques complémentaires. L'aire orange correspond à l'énergie élastique équivalente du matériau non endommagé et l'aire rose à l'énergie élastique équivalente du matériau endommagé.



- (1) Equivalence des déformations
- (2) Equivalence des contraintes
- (3) Equivalence des énergies élastiques
- (4) Equivalence des énergies élastiques complémentaires

fig II-11 Diagramme contrainte – déformation : comparaison entre les différents principes

A partir de cette figure, nous pouvons constater que la contrainte effective dans le cas du principe d'équivalence en déformation a une valeur bien plus grande que dans le cas du principe d'énergie élastique équivalente. Dans le cas d'un comportement (visco)plastique endommageable caractérisé par une fonction

critère ou un potentiel de dissipation dépendant de la contrainte effective, le choix entre les deux principes et donc entre les deux contraintes effectives est crucial pour prédire du comportement d'un matériau (Hansen & Schreyer, 1994).

Il est à noter que plusieurs de ces principes ne peuvent pas être utilisés simultanément pour décrire le comportement d'un matériau.

En appliquant le principe d'équivalence en déformation ou le principe d'équivalence en énergie élastique, le tenseur de rigidité endommagé $\mathbb{C}(\mathbf{D})$ est relié au tenseur de rigidité du matériau vierge \mathbb{C}_0 par l'intermédiaire de l'opérateur $\mathbb{M}(\mathbf{D})$. L'application du principe d'équivalence en déformation amène à :

$$\mathbb{C}(\mathbf{D}) = \mathbb{M}^{-1}(\mathbf{D}) : \mathbb{C}_0 \quad (II-167)$$

alors que l'application du principe de l'énergie élastique équivalente conduit à :

$$\mathbb{C}(\mathbf{D}) = \mathbb{M}^{-1}(\mathbf{D}) : \mathbb{C}_0 : \mathbb{M}^{-T}(\mathbf{D}) \quad (II-168)$$

L'existence d'un potentiel thermodynamique tel que $\varepsilon_{ij} = \frac{\partial \psi_e^*}{\partial \sigma_{ij}} = \mathbb{C}_{ijmn} \sigma_{mn}$ implique que $\frac{\partial^2 \psi_e^*}{\partial \sigma_{ij} \partial \sigma_{mn}} = \frac{\partial^2 \psi_e^*}{\partial \sigma_{mn} \partial \sigma_{ij}}$ et donc la symétrie majeure $\mathbb{C}_{ijmn} = \mathbb{C}_{mnij}$.

Dans le cas du principe de l'énergie élastique équivalente (II-168), cette symétrie est *a priori* respectée par construction. Par contre, dans le cas du principe des déformations équivalentes (II-167), il implique une restriction forte sur l'opérateur $\mathbb{M}(\mathbf{D})$ puisqu'on devrait avoir alors :

$$\mathbb{M}^{-1}(\mathbf{D}) : \mathbb{C}_0 = \mathbb{C}_0 : \mathbb{M}^{-T}(\mathbf{D}) \quad (II-169)$$

En partant du principe de l'énergie élastique équivalente, Cordebois & Sidorroff (1982) ont proposé cette expression de la contrainte effective :

$$\tilde{\boldsymbol{\sigma}} = (\boldsymbol{\delta} - \mathbf{D})^{-1/2} \cdot \boldsymbol{\sigma} \cdot (\boldsymbol{\delta} - \mathbf{D})^{-1/2} \quad (II-170)$$

C'est cette forme de la contrainte effective qui sera retenue dans toute la suite de ce mémoire. On va maintenant poser le cadre thermodynamique de la Mécanique de l'Endommagement.

II.3.3 Thermodynamique des processus irréversibles appliquée à la Mécanique de l'Endommagement

Rappelons dans un premier temps l'inégalité de Clausius-Duhem dans le cas des matériaux solides élastiques endommageables :

$$\boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \dot{\Psi} \geq 0 \quad (II-171)$$

Comme en plasticité, postulons l'existence d'un potentiel par exemple le potentiel d'énergie libre spécifique $\psi = \psi(\boldsymbol{\varepsilon}, \mathbf{D})$, \mathbf{D} est une variable interne.

L'inégalité de Clausius-Duhem (II-61) devient alors :

$$\left(\boldsymbol{\sigma} - \frac{\partial \psi}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}} \right) : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \frac{\partial \psi}{\partial \mathbf{D}} : \dot{\mathbf{D}} \geq 0 \quad (II-172)$$

On en déduit la loi d'état :

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{\partial \psi}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}} \quad (II-173)$$

Par analogie avec la relation précédente (II-173), on définit la variable force \mathbf{Y} thermodynamiquement associée à la variable d'endommagement \mathbf{D} :

$$\mathbf{Y} = - \frac{\partial \psi}{\partial \mathbf{D}} \quad (II-174)$$

L'inégalité (II-172) est alors égale à :

$$\mathbf{Y} : \dot{\mathbf{D}} \geq 0 \quad (II-175)$$

L'existence d'un potentiel de dissipation est ensuite postulée : $\varphi_D = \varphi_D(\dot{\mathbf{D}})$. φ_D est une fonction convexe positive et nulle à l'origine dans l'espace de la variable flux $\dot{\mathbf{D}}$. On a alors :

$$\mathbf{Y} = \frac{\partial \varphi_D}{\partial \dot{\mathbf{D}}} \quad (II-176)$$

De manière générale, il est plus commode d'exprimer ces lois complémentaires sous la forme de lois d'évolutions des variables flux en fonctions des variables duales forces. La transformée de Legendre-Frenchel permet de définir le potentiel correspondant $\varphi_D^* = \varphi_D^*(\mathbf{Y})$, dual de φ_D par rapport à $\dot{\mathbf{D}}$, défini positif, convexe et contenant l'origine.

La propriété de normalité étant conservée, on a :

$$\dot{\mathbf{D}} = \frac{\partial \varphi_D^*}{\partial \mathbf{Y}} \quad (II-177)$$

La dissipation intrinsèque s'exprime alors par :

$$\mathbf{Y} : \frac{\partial \varphi_D^*}{\partial \mathbf{Y}} \geq 0 \quad (II-178)$$

II.3.3.1 Influence de l'endommagement sur les lois constitutives

I. Modèle de Lemaitre

A partir des travaux de Ladevèze (1983), Lemaitre & Desmorat (2005) ont exprimé le potentiel énergie libre sous la forme suivante :

$$\psi^*(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{D}) = \frac{1 + \nu_0}{2E_0} \text{tr}[\mathbf{H} \cdot \mathbf{s} \cdot \mathbf{H} \cdot \mathbf{s}] + \frac{3(1 - 2\nu_0)}{2E_0} \frac{\sigma^2}{1 - \eta_L/3\text{tr}(\mathbf{D})} \quad (II-179)$$

avec $\mathbf{s} = \text{dev}(\boldsymbol{\sigma}) = \boldsymbol{\sigma} - 1/3\text{tr}(\boldsymbol{\sigma})\boldsymbol{\delta}$ le déviateur des contraintes, $\sigma = \text{tr}(\boldsymbol{\sigma})/3$, $\mathbf{H} = (\boldsymbol{\delta} - \mathbf{D})^{-1/2}$ et η_L un paramètre d'endommagement. $\eta_L = 1$ correspond à un endommagement isotrope. Très souvent, $\eta_L = 3$.

L'application de l'équation d'état donne dans ce cas :

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{1 + \nu_0}{E_0} \tilde{\boldsymbol{\sigma}} - \frac{\nu_0}{E_0} \text{tr}(\tilde{\boldsymbol{\sigma}})\boldsymbol{\delta} = \mathbb{C}^{-1}(\mathbf{D}) : \tilde{\boldsymbol{\sigma}} \quad (II-180)$$

La contrainte effective $\tilde{\boldsymbol{\sigma}}$ est alors :

$$\tilde{\boldsymbol{\sigma}} = \text{dev}(\mathbf{H} \cdot \mathbf{s} \cdot \mathbf{H}) + \frac{\sigma}{1 - \eta_L/3\text{tr}(\mathbf{D})} \boldsymbol{\delta} \quad (II-181)$$

L'inversion de (II-180) permet d'exprimer la contrainte usuelle $\boldsymbol{\sigma}$ en fonction de la déformation élastique $\boldsymbol{\varepsilon}$:

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{E_0}{1 + \nu} \left[\text{dev}(\mathbf{H}^{-1} \cdot \text{dev}(\boldsymbol{\varepsilon}) \cdot \mathbf{H}^{-1}) + \frac{1}{3} \text{tr}(\mathbf{H}^{-1} \cdot \text{dev}(\boldsymbol{\varepsilon}) \cdot \mathbf{H}^{-1}) \frac{\text{dev}(\mathbf{D})}{1 - \eta_L/3\text{tr}(\mathbf{D})} \right] + \frac{E_0(1 - \eta_L/3\text{tr}(\mathbf{D}))}{3(1 - 2\nu_0)} \text{tr}(\boldsymbol{\varepsilon})\boldsymbol{\delta} \quad (II-182)$$

La rigidité dépend alors de l'endommagement de la manière suivante :

$$\begin{aligned} \mathbb{C}(\mathbf{D}) = & \frac{E_0}{1 + \nu_0} \left[\mathbf{H}^{-1} \underline{\underline{\otimes}} \mathbf{H}^{-1} - \frac{1}{3} (\mathbf{H}^{-2} \otimes \boldsymbol{\delta} + \boldsymbol{\delta} \otimes \mathbf{H}^{-2}) \right. \\ & + \frac{D}{3(1-D)} \left(\frac{1}{3} \text{tr}(\mathbf{H}^{-2}) \boldsymbol{\delta} \otimes \boldsymbol{\delta} - \boldsymbol{\delta} \otimes \mathbf{H}^{-2} \right) \\ & + \frac{1}{3(1-D)} \left(\mathbf{D} \otimes \mathbf{H}^{-2} - \frac{1}{3} \text{tr}(\mathbf{H}^{-2}) \mathbf{D} \otimes \boldsymbol{\delta} \right) \\ & \left. + \left(\frac{1}{9} \text{tr}(\mathbf{H}^{-2}) + \frac{(1 + \nu_0)(1 - \eta_L \text{tr}(\mathbf{D}))}{3(1 - 2\nu_0)} \right) \boldsymbol{\delta} \otimes \boldsymbol{\delta} \right] \end{aligned} \quad (II-183)$$

Les calculs détaillées amenant à l'expression (II-183) sont présentés dans l'annexe A.

La définition (II-174) permet de calculer la force \mathbf{Y} thermodynamiquement associée à la variable d'endommagement :

$$\mathbf{Y} = -\frac{1 + \nu_0}{E_0} \mathbf{s} \cdot \mathbf{H} \cdot \mathbf{s} : \mathbb{A}^{-1} : (\mathbf{H}^2 \otimes \mathbf{H}^2) - \frac{\eta_L(1 - 2\nu_0)}{2E_0} \left(\frac{\sigma}{1 - \eta_L/3\text{tr}(\mathbf{D})} \right)^2 \boldsymbol{\delta} \quad (II-184)$$

avec \mathbb{A} tenseur du quatrième ordre défini par :

$$\mathbb{A} = \boldsymbol{\delta} \underline{\underline{\otimes}} \mathbf{H} + \mathbf{H} \underline{\underline{\otimes}} \boldsymbol{\delta} \quad (II-185)$$

Soit en notation indicielle :

$$Y_{ij} = -\frac{1 + \nu_0}{E_0} s_{kp} H_{pq} s_{ql} A_{klmn}^{-1} H_{mi}^2 H_{jn}^2 - \frac{\eta(1 - 2\nu_0)}{2E_0} \left(\frac{\sigma}{1 - \eta_L/3\text{tr}(\mathbf{D})} \right)^2 \delta_{ij} \quad (II-186)$$

$$\mathbb{A}_{ijkl} = 1/2 (\delta_{ik} H_{jl} + \delta_{il} H_{jk} + H_{ik} \delta_{jl} + H_{il} \delta_{jk}) \quad (II-187)$$

Démarche

Ici, Lemaitre & Desmorat (2005) proposent d'abord une forme explicite de ψ^* . Sachant que $\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{\partial \psi^*}{\partial \boldsymbol{\sigma}} = \mathbb{C}^{-1} : \boldsymbol{\sigma}$, la forme de \mathbb{C}^{-1} et donc de \mathbb{C} est donnée implicitement par ψ^* . Ensuite, l'application du PED implique que $\mathbb{C} = \mathbb{M}^{-1} : \mathbb{C}_0$ et que $\bar{\boldsymbol{\sigma}}$ découle d'un potentiel thermodynamique. La forme de \mathbb{M} est fixée par le PED et la fonction ψ^* . \mathbb{M} ne dépend pas des paramètres élastiques du matériau. Il est fonction d'un paramètre d'endommagement η_L .

II. Modèle de Halm et Dragon

Une autre expression de l'énergie libre élastique a été proposée par Halm & Dragon (1998) :

$$\psi(\boldsymbol{\varepsilon}^e, \mathbf{D}) = 1/2\lambda_0 \text{tr}(\boldsymbol{\varepsilon})^2 + \mu_0 \text{tr}(\boldsymbol{\varepsilon} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}) + a_1 \text{tr}(\boldsymbol{\varepsilon}) \text{tr}(\mathbf{D} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}) + 2a_2 \text{tr}(\mathbf{D} \cdot \boldsymbol{\varepsilon} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}) + g \text{tr}(\mathbf{D} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}) \quad (II-188)$$

λ_0 et μ_0 sont les coefficients de Lamé élastiques du matériau sain. a_1 , a_2 et g sont des paramètres du matériau permettant d'intégrer l'effet de l'endommagement sur l'expression de l'énergie libre élastique et donc sur les équations constitutives.

Dans ce modèle également, l'expression de l'énergie libre permet de mettre en évidence la relation entre la contrainte $\boldsymbol{\sigma}$ et la déformation $\boldsymbol{\varepsilon}$:

$$\boldsymbol{\sigma} = \lambda_0 \text{tr}(\boldsymbol{\varepsilon}) \mathbf{1} + 2\mu_0 \boldsymbol{\varepsilon} + a_1 (\text{tr}(\boldsymbol{\varepsilon} \cdot \mathbf{D}) + \text{tr}(\boldsymbol{\varepsilon}) \mathbf{D}) + 2a_2 (\mathbf{D} \cdot \boldsymbol{\varepsilon} + \boldsymbol{\varepsilon} \cdot \mathbf{D}) + g \mathbf{D} \quad (II-189)$$

Le tenseur de rigidité endommagé peut également être calculé :

$$\mathbb{C}(\mathbf{D}) = \lambda_0 \boldsymbol{\delta} \otimes \boldsymbol{\delta} + \mu_0 \mathbb{I} + a_1 (\boldsymbol{\delta} \otimes \mathbf{D} + \mathbf{D} \otimes \boldsymbol{\delta}) + 2a_2 (\boldsymbol{\delta} \otimes \underline{\underline{\mathbf{D}}} + \underline{\underline{\mathbf{D}}} \otimes \boldsymbol{\delta}) \quad (II-190)$$

Et la force \mathbf{Y} :

$$\mathbf{Y} = -g \boldsymbol{\varepsilon} - a_1 \text{tr}(\boldsymbol{\varepsilon}) \boldsymbol{\varepsilon} - 2a_2 \boldsymbol{\varepsilon} \cdot \boldsymbol{\varepsilon} \quad (II-191)$$

Démarche

La forme explicite de ψ est donnée par Halm & Dragon (1998). Donc \mathbb{C} est fixé par la donnée du potentiel élastique. Il dépend de deux paramètres d'endommagement.

III. Modèle de Cordebois et Sidoroff

Ce modèle suppose le principe de l'énergie élastique équivalente à partir duquel l'expression de la rigidité endommagée est déduite. La forme « canonique » de l'énergie élastique complémentaire, jouant le rôle de potentiel thermodynamique est alors :

$$\psi(\boldsymbol{\varepsilon}, \mathbf{D}) = 1/2 \boldsymbol{\varepsilon} : \mathbb{C}(\mathbf{D}) : \boldsymbol{\varepsilon} \quad (II-192)$$

La combinaison de (II-173) et (II-192) donne :

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbb{C}(\mathbf{D}) : \boldsymbol{\varepsilon} \quad (II-193)$$

Soit :

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbb{M}^{-1}(\mathbf{D}) : \mathbb{C}_0 : \mathbb{M}^{-1}(\mathbf{D}) : \boldsymbol{\varepsilon} \quad (II-194)$$

La relation contrainte – déformation dépend alors directement du choix de l'opérateur \mathbb{M} .

Par définition (II-174), la force thermodynamique \mathbf{Y} est calculée à partir de (II-192) :

$$\mathbf{Y} = -\frac{1}{2} \boldsymbol{\varepsilon} : \left[\frac{\partial \mathbb{M}^{-1}(\mathbf{D})}{\partial \mathbf{D}} : \mathbb{C}_0 : \mathbb{M}^{-T}(\mathbf{D}) + \mathbb{M}^{-1}(\mathbf{D}) : \mathbb{C}_0 : \frac{\partial \mathbb{M}^{-T}(\mathbf{D})}{\partial \mathbf{D}} \right] : \boldsymbol{\varepsilon} \quad (II-195)$$

Démarche

La forme générale de ψ est supposée par Cordebois & Sidoroff (1982) : $\psi = \frac{1}{2} \boldsymbol{\varepsilon} : \mathbb{C}(\mathbf{D}) : \boldsymbol{\varepsilon}$. Ici \mathbb{C} n'est pas connu à ce stade. L'application du PEEE permet de calculer $\mathbb{C}(\mathbf{D}) = \mathbb{M}^{-1}(\mathbf{D}) : \mathbb{C}_0 : \mathbb{M}^{-T}(\mathbf{D})$ et d'en assurer la symétrie $\forall \mathbb{M}(\mathbf{D})$. Aucun paramètre supplémentaire caractérisant l'effet de l'endommagement sur le comportement élastique n'est nécessaire. La dernière étape consiste à choisir \mathbb{M} tel que $\tilde{\boldsymbol{\sigma}}$ soit symétrique. Cordebois & Sidoroff choisissent $\tilde{\boldsymbol{\sigma}} = (\boldsymbol{\delta} - \mathbf{D})^{-1/2} \cdot \boldsymbol{\sigma} \cdot (\boldsymbol{\delta} - \mathbf{D})^{-1/2}$.

II.3.3.1 **Loi d'évolution de l'endommagement**

Pour simuler le comportement fragile de l'argilite, plusieurs lois d'évolution de la variable d'endommagement ont été proposées.

Des similitudes de comportement entre l'argilite et le béton (Conil, 2003) ont conduit à l'utilisation de critères d'endommagement semblables. En effet, des observations microscopiques des deux matériaux ont permis de mettre en évidence le fait que, sous différents chemins de chargement, l'évolution de l'endommagement était reliée aux déformations en extension. Pour cette raison, Mazars (1984) introduit une déformation équivalente $\hat{\varepsilon} = \sqrt{\boldsymbol{\varepsilon}^+ : \boldsymbol{\varepsilon}^+}$, moteur de l'évolution de l'endommagement qui correspond à la norme euclidienne du tenseur $\boldsymbol{\varepsilon}^+$. Ce dernier désigne ici les déformations en extension.

Elles sont données par la décomposition spectrale suivante :

$$\boldsymbol{\varepsilon}^+ = \sum_{K=1}^3 \langle \varepsilon_K \rangle \mathbf{e}_K \otimes \mathbf{e}_K \quad (II-196)$$

ε_K est la K-ième valeur propre du tenseur des déformations et \mathbf{e}_K le K-ième vecteur propre correspondant.

	Hypothèses	Résultats
Lemaitre	PED forme explicite de $\psi^*(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{D})$	Expression de $\mathbb{C}(\mathbf{D})$ Expression de $\mathbb{M}(\mathbf{D})$
Halm & Dragon	forme explicite de $\psi(\boldsymbol{\varepsilon}^e, \mathbf{D})$	Expression de $\mathbb{C}(\mathbf{D})$
Cordebois & Sidoroff	PEEE choix de $\mathbb{M}(\mathbf{D})$ (forme générale de $\psi(\boldsymbol{\varepsilon}^e, \mathbf{D})$)	Expression de $\mathbb{C}(\mathbf{D})$

Tableau II-1 Récapitulatif des démarches de Lemaitre, Cordebois & Sidoroff et Halm & Dragon concernant les lois de comportement macroscopiques prenant en compte l'effet de l'endommagement sur le comportement élastique d'un matériau

$\boldsymbol{\varepsilon}^+$ peut également être définie à l'aide d'un tenseur \mathbb{P}^+ de projection d'ordre 4 (Ortiz, 1985 ; Ju, 1989), non linéaire, dont le rôle est de construire un tenseur des déformations positives à partir du tenseur des déformations :

$$\boldsymbol{\varepsilon}^+ = \mathbb{P}^+ : \boldsymbol{\varepsilon} \quad (II-197)$$

Par exemple, à partir d'un tenseur des déformations exprimé dans son repère principal $\boldsymbol{\varepsilon} = \text{diag}(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3)$ on obtient le tenseur $\boldsymbol{\varepsilon}^+$ (II-198).

$$\boldsymbol{\varepsilon}^+ = \begin{bmatrix} \langle \varepsilon_1 \rangle & 0 & 0 \\ 0 & \langle \varepsilon_2 \rangle & 0 \\ 0 & 0 & \langle \varepsilon_3 \rangle \end{bmatrix} \quad (II-198)$$

L'endommagement apparaît lorsque la déformation positive équivalente atteint un certain seuil, lui-même dépendant de l'endommagement déjà produit. Ainsi,

le critère d'endommagement f_D ne dépend plus rigoureusement de la variable force thermodynamiquement associée à l'endommagement Y mais de ε^+ . Il est à noter que dans ce cas, la positivité de la dissipation intrinsèque et notamment du produit $Y:\dot{D}$ n'est pas assurée *a priori*, mais qu'elle devra être vérifiée *a posteriori* (à chaque pas de chargement, lors de la mise en œuvre numérique par exemple).

Ce critère peut prendre la forme suivante (Maleki, 2004 ; Conil, 2003) :

$$f_D = f_D(\varepsilon^+ | \mathbf{D}) = \sqrt{\varepsilon^+:\varepsilon^+} - (r_0 + r_1 tr(\mathbf{D})) \quad (II-199)$$

r_0 et r_1 sont des paramètres (sans unité) caractéristiques du matériau. r_0 est le seuil initial d'endommagement du matériau sain et r_1 caractérise l'influence de l'endommagement déjà produit sur l'évolution actuelle de l'endommagement. Plus le matériau est endommagé, plus les déformations de traction doivent être grandes pour qu'il soit d'avantage endommagé. Cette surface de charge correspond à un huitième de sphère dans l'espace des valeurs principales du tenseur ε^+ (Arson, 2009).

De manière plus générale, Shao & Lydzba (1999b) ont proposé un critère semblable mais faisant intervenir la partie positive de la force thermodynamiquement associée à l'endommagement Y^+ au lieu des déformations en tension ε^+ :

$$f_D = f_D(Y^+ | \mathbf{D}) = \sqrt{Y^+:Y^+} - (r_0 + r_1 tr(\mathbf{D})) \quad (II-200)$$

Y^+ est également obtenue par une décomposition spectrale. Dans ce cas, l'expression de Y^+ découle de l'énergie libre donnée par (II-191) sans le dernier terme faisant intervenir le paramètre g . Y^+ n'est alors pas proportionnel à ε^+ .

Halm & Dragon (1998) ont proposé un critère similaire fonction non plus de ε^+ ou de Y^+ mais d'une partie de Y^+ , notée par exemple Y_1^+ . A partir de l'expression (II-191), ils supposent :

$$Y_1^+ = g\varepsilon^+ \quad (II-201)$$

Leur critère prend alors la forme suivante :

$$f_D = f_D(\mathbf{Y}_1^+ | \mathbf{D}) = \sqrt{\mathbf{Y}_1^+ : \mathbf{Y}_1^+ + B \text{tr}(\mathbf{Y}_1^+ \cdot \mathbf{D})} - (r_0 + r_1 \text{tr}(\mathbf{D})) \quad (II-202)$$

Le terme supplémentaire dans ce critère ($B \text{tr}(\mathbf{Y}_1^+ \cdot \mathbf{D})$) permet la rotation des axes principaux du tenseur d'endommagement de manière non brutale (Halm & Dragon, 1998).

Dans ce cas, le modèle sort du strict cadre thermodynamique des matériaux standards. En outre, la positivité de la dissipation intrinsèque est assurée inconditionnellement par l'hypothèse de normalité dans le cas où le pseudo-potential est convexe, positif et qu'il contient l'origine. La partition entraîne une translation de la surface de charge qui dans des cas de chargement extrême peut ne plus contenir l'origine (Bargellini, 2006).

Dans le cas où $B = 0$, la combinaison de (II-202) et de (II-201) amène au critère suivant :

$$f_D = f_D(\mathbf{Y}_1^+ | \mathbf{D}) = g \sqrt{\boldsymbol{\varepsilon}^+ : \boldsymbol{\varepsilon}^+} - (r_0 + r_1 \text{tr}(\mathbf{D})) \quad (II-203)$$

Les expressions (II-203) et (II-199) sont alors semblables.

Lorsque l'endommagement est de type viscoplastique fragile, la dissipation due à l'endommagement n'est pas instantanée. Le pseudo-potential de dissipation et sa fonction duale sont différentiables. L'évolution de l'endommagement est donnée par :

$$\dot{\mathbf{D}} = \frac{\partial \varphi_D^*}{\partial \mathbf{Y}} \quad (II-204)$$

Afin de respecter la positivité de la dissipation intrinsèque, le pseudo-potential φ_D^* peut être une fonction quadratique, convexe par rapport à la variable \mathbf{Y} et définie positive. Par exemple :

$$\varphi_D^*(\mathbf{Y} | \mathbf{D}) = \frac{1}{2} F(\mathbf{D}) \mathbf{Y} : \mathbb{S}_H : \mathbf{Y} \quad (II-205)$$

F est ici une fonction dépendant de la variable d'endommagement et \mathbb{S}_H un tenseur du quatrième ordre définissant la loi d'évolution de l'endommagement.

Ainsi, l'association de (II-204) et (II-205) donne :

$$\dot{\mathbf{D}} = \frac{\partial \varphi_D^*}{\partial \mathbf{Y}} = F(\mathbf{D}) \mathbb{S}_H : \mathbf{Y} \quad (II-206)$$

Pellet *et al.* (2005) suggèrent une forme particulière du tenseur \mathbb{S}_H :

$$\mathbb{S}_H = (\beta_H - 1)\mathbb{I} + \boldsymbol{\delta} \otimes \boldsymbol{\delta} \quad (II-207)$$

β_H est le paramètre contrôlant l'anisotropie de l'endommagement. $\beta_H = 1$ correspond à une évolution isotrope de l'endommagement alors que $\beta_H = 0$ modélise un comportement anisotrope. β_H peut prendre des valeurs comprises entre 0 et 1.

On peut également citer les travaux de Zheng & Betten (1996) qui permettent d'exprimer l'évolution de l'endommagement en fonction de la contrainte effective $\tilde{\sigma}$, dans le cadre du principe d'équivalence généralisé :

$$\dot{\mathbf{D}} = h(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{D}) = h(\tilde{\boldsymbol{\sigma}}, \mathbf{D} = \mathbf{0}) \quad (II-208)$$

Dans la même optique, en s'inspirant de Qi & Bertram (1998 ; 1999), Hajdu (2003) propose une évolution de l'endommagement fonction non pas de la contrainte effective mais d'une « contrainte motrice » $\check{\boldsymbol{\sigma}} \neq \tilde{\boldsymbol{\sigma}}$ telle que :

$$\dot{\mathbf{D}} = h(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{D}) = h(\check{\boldsymbol{\sigma}}, \mathbf{D} = \mathbf{0}) \quad (II-209)$$

Plus précisément :

$$\dot{\mathbf{D}} = [(\beta_H - 1)\mathbb{I} + \boldsymbol{\delta} \otimes \boldsymbol{\delta}] : \sum_{k=1}^3 \left\langle \frac{t \hat{\sigma}_k}{A_H} \right\rangle^{r_H} \hat{\mathbf{s}}_k \otimes \hat{\mathbf{s}}_k \quad ; \quad t = \frac{\sigma_{eq}}{3\sigma_m} \quad (II-210)$$

$$\hat{\boldsymbol{\sigma}} = \left(\frac{(\boldsymbol{\delta} - \mathbf{D})}{\det(\boldsymbol{\delta} - \mathbf{D})} \right)^{q_H/2} \cdot \boldsymbol{\sigma} \cdot \left(\frac{(\boldsymbol{\delta} - \mathbf{D})}{\det(\boldsymbol{\delta} - \mathbf{D})} \right)^{q_H/2}$$

$\hat{\sigma}_k$ et $\hat{\mathbf{s}}_k$ étant les valeurs propres et vecteurs propres de $\hat{\boldsymbol{\sigma}}$, \mathbb{I} le tenseur unité d'ordre quatre. Les paramètres d'endommagement sont alors r_H , l'exposant d'endommagement, q_H contrôlant la progressivité de l'endommagement et A_H le coefficient de ténacité.

Lemaitre & Chaboche (2001) ont également proposé une loi d'évolution de l'endommagement isotrope en fonction de l'état de contrainte du matériau :

$$\dot{D} = \left\langle \frac{q}{A_L} \right\rangle^{R_L} (1 - D)^{-k_L \chi(\sigma)} \quad (II-211)$$

k_L, A_L et R_L caractérisent le comportement endommageable du matériau. $\chi(\sigma)$ est une combinaison linéaire des trois invariants des contraintes.

II.4 Couplage : poromécanique – (visco)plasticité – endommagement

Un des buts du mémoire étant de présenter une façon de coupler les comportements viscoplastique, endommageable et les effets de l'eau, précisons tout d'abord le cadre thermodynamique dans ce cas-là avant de mettre en lumière différents modèles phénoménologiques existants traitant en partie de ces couplages.

Dans le cas d'un comportement poro-viscoplastique endommageable, le potentiel énergie libre de Gibbs Ψ_s est fonction de la variation de porosité élastique, des déformations élastiques, de l'endommagement et des variables d'écoulement. En d'autres termes, $\Psi_s = \Psi_s(\boldsymbol{\varepsilon}^e, \phi^e, \mathbf{D}, \mathbf{A}_k)$. Cependant, comme en poro-(visco)plasticité, il est plus pratique d'exprimer ce potentiel en fonction de la pression d'eau p_w plutôt que ϕ^e . A l'aide d'une transformée de Legendre partielle de Ψ_s on peut exprimer un nouveau potentiel thermodynamique Ψ_s^* comme suit :

$$G_s(\boldsymbol{\varepsilon}^e, p_w, \mathbf{D}, \mathbf{A}_k) = \Psi_s(\boldsymbol{\varepsilon}^e, \phi^e, \mathbf{D}, \mathbf{A}_k) - p_w \phi^e \quad (II-212)$$

Ainsi la combinaison des équations (II-61) et (II-212) amène à :

$$\dot{\Phi}_s = \boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{vp} + \left(\boldsymbol{\sigma} - \frac{\partial G_s}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}^e} \right) \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^e + p_w \dot{\phi}^{vp} - \left(\phi^e + \frac{\partial G_s}{\partial p_w} \right) \dot{p}_w + \mathbf{A}_k : \dot{\mathbf{v}}_k + \mathbf{Y} : \dot{\mathbf{D}} \geq 0 \quad (II-213)$$

qui est l'expression de la dissipation. \mathbf{v}_k et \mathbf{Y} sont les forces thermodynamiquement conjuguées à \mathbf{A}_k et \mathbf{D} , respectivement. Elles sont définies par :

$$\mathbf{Y} = -\frac{\partial G_s}{\partial \mathbf{D}} \quad ; \quad \mathbf{A}_k = -\frac{\partial G_s}{\partial \mathbf{v}_k} \quad (II-214)$$

Lors des évolutions réversibles du matériau, les déformations irréversibles, l'endommagement et les variables d'érouissage restent constantes tandis que la dissipation est nulle.

En supposant que les variations des déformations élastiques et de la pression de pore sont indépendantes, les équations d'état s'écrivent :

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{\partial G_s}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}^e} ; \quad \phi^e = -\frac{\partial G_s}{\partial p_w} \quad (II-215)$$

Ce qui se traduit par :

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbb{C}(\mathbf{D})(\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^i) - \mathbf{B}(\mathbf{D})\dot{p}_w \quad (II-216)$$

$$\dot{\phi} - \dot{\phi}^i = \mathbf{B}(\mathbf{D})(\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^i) + \beta(\mathbf{D})\dot{p}_w \quad (II-217)$$

La prise en compte des équations d'état (II-215) conduit à la nouvelle expression de la dissipation mécanique du squelette :

$$\Phi_s = \boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{vp} + p_w \dot{\phi}^{vp} + \mathbf{A}_k : \dot{\mathbf{v}}_k + \mathbf{Y} : \dot{\mathbf{D}} \geq 0 \quad (II-218)$$

Pour satisfaire cette inégalité, on postule l'existence d'un potentiel de dissipation $\varphi^*(\boldsymbol{\sigma}, p_w, \mathbf{A}_k, \mathbf{Y})$, défini positif et convexe par rapport à ses arguments principaux $(\boldsymbol{\sigma}, p_w, \mathbf{A}_k, \mathbf{Y})$ vérifiant :

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{vp} = \frac{\partial \varphi^*}{\partial \boldsymbol{\sigma}} ; \quad \dot{\phi}^{vp} = \frac{\partial \varphi^*}{\partial p_w} ; \quad \dot{\mathbf{v}}_k = \frac{\partial \varphi^*}{\partial \mathbf{A}_k} ; \quad \dot{\mathbf{D}} = \frac{\partial \varphi^*}{\partial \mathbf{Y}} \quad (II-219)$$

Les variables d'endommagement et d'érouissage peuvent également intervenir dans l'expression du pseudo-potential.

Les propriétés mathématiques de φ^* (convexe, définie positive) permettent de confirmer la non négativité de la dissipation intrinsèque du squelette Φ_s :

$$\Phi_s = \boldsymbol{\sigma} : \frac{\partial \varphi^*}{\partial \boldsymbol{\sigma}} + p_w \frac{\partial \varphi^*}{\partial p_w} + \mathbf{A}_k : \frac{\partial \varphi^*}{\partial \mathbf{A}_k} + \mathbf{Y} : \frac{\partial \varphi^*}{\partial \mathbf{Y}} \geq \varphi^* \geq 0 \quad (II-220)$$

II.4.1 Influence de l'endommagement sur les paramètres hydromécaniques.

Les paramètres hydromécaniques, les coefficient ou module de Biot par exemple, sont aussi influencés par l'évolution de l'endommagement.

Des analyses poro-micromécaniques (Shao, 1998) reprises par Conil *et al.* (2004b) ou Maleki (2005) ont permis de mettre en évidence cette dépendance. Elle s'exprime de la manière suivante :

$$\mathbf{B}(\mathbf{D}) = \delta - \frac{1}{3K_S} \mathbb{C}(\mathbf{D}) : \delta \quad (II-221)$$

$$\beta(\mathbf{D}) = \frac{1}{K_S} \left(\frac{1}{3} \text{tr}(\mathbf{B}(\mathbf{D})) - \phi \right) \quad (II-222)$$

La perméabilité dépend également de l'état d'endommagement du matériau. Des travaux concernant la perméabilité de l'argilite ont par exemple été menés par Maleki (2004). Dans ce modèle, les fissures sont supposées être des disques répartis dans l'espace tridimensionnel. Les propriétés géométriques des fissures suivent une distribution statistique dépendant du type de chargement (compression ou extension). Maleki établit deux tenseurs d'endommagement, le premier microscopique et le second macroscopique et établit une relation entre les deux dans le but de prendre en compte l'influence de l'endommagement sur l'évolution de la perméabilité.

II.4.2 Lois de comportement poro-plastique ou poro-viscoplastique endommageable

Très peu de modèles permettent de coupler les comportements hydromécaniques viscoplastiques tout en incluant les effets de l'endommagement. Ce dernier paragraphe a pour but de présenter les modèles phénoménologiques existants se rapprochant le plus de ce comportement couplé pour mettre en évidence les mécanismes de leur élaboration.

II.4.2.1 **Comportement plastique ou viscoplastique endommageable monophasique**

Commençons tout d'abord à examiner le couplage entre la (visco)plasticité et l'endommagement. Dans ce cas, l'inéquation (II-61) se réduit à :

$$\boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\epsilon}}^i + \mathbf{A}_k : \dot{\boldsymbol{\nu}}_k + \mathbf{Y} : \dot{\mathbf{D}} \geq 0 \quad (II-223)$$

La contrainte effective, au sens de l'endommagement, est le mécanisme essentiel pour coupler plasticité et endommagement. Son choix est donc crucial pour la modélisation d'un comportement couplé.

Zheng & Betten (1996) ont tenté de généraliser les principes d'équivalence présentés dans le paragraphe II.3.2.2. en faisant une **hypothèse d'équivalence généralisée** de la Mécanique de l'Endommagement.

« Un matériau endommagé soumis à une contrainte usuelle σ a le même comportement que le même matériau sain soumis à une contrainte effective $\tilde{\sigma}$ à travers un ensemble de fonctions \mathcal{B} comprenant les équations constitutives et les lois d'évolutions. »

En d'autres termes :

$$\forall f \in \mathcal{B}, \quad f(\sigma, \mathbf{D}, \dots) = f(\tilde{\sigma}, \mathbf{0}, \dots) \quad (\text{II-224})$$

Par exemple, pour décrire un comportement élastique endommageable, \mathcal{B} peut être composé soit de l'équation reliant la déformation à la contrainte et la loi d'évolution de l'endommagement, soit de l'expression de l'énergie libre élastique et de la loi d'évolution de l'endommagement. Les différents principes énoncés précédemment étant incompatibles, l'ensemble \mathcal{B} ne peut contenir de fonctions redondantes (l'énergie libre élastique et l'équation reliant la déformation élastique à la contrainte par exemple).

Dans le cas d'un comportement couplé élastoplastique (ou élasto-viscoplastique) endommageable, le couplage entre plasticité (ou viscoplasticité) et endommagement est pris en compte puisque la fonction permettant d'exprimer le taux de déformations plastiques (ou viscoplastiques) appartient à \mathcal{B} .

Le principe d'équivalence généralisé énoncé par Zheng & Betten (1996) présente une méthode basée justement sur l'utilisation de la contrainte effective. Même s'ils ne l'ont pas exprimé aussi clairement c'est ce principe qui est à la base du couplage entre plasticité et endommagement dans les travaux de Lemaitre (1992) ou de Cordebois & Sidoroff (1982). Le premier utilise le principe des déformations équivalentes et le second le principe de l'énergie élastique équivalente pour caractériser le comportement élastique endommageable d'un matériau. Ensuite, l'influence de l'endommagement sur le potentiel thermodynamique plastique ou viscoplastique est traité de la même manière par les deux : le taux de déformation (visco)plastique du matériau

endommagé est supposé égal au taux de déformation du matériau sain en remplaçant la contrainte usuelle par la contrainte effective.

Cordebois & Sidoroff (1982) ou Lemaitre *et al.* (2000) en utilisant deux principes d'équivalence différents et incompatibles aboutissent à la même modélisation du couplage plasticité – endommagement. La fonction critère tenant compte de ce couplage est celle du matériau sain en remplaçant la contrainte usuelle par la contrainte effective $f_p(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{D}) = f_p(\tilde{\boldsymbol{\sigma}}, \mathbf{D} = \mathbf{0})$. Le taux de déformation plastique est donné dans les deux cas par :

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{vp} = \dot{\lambda}_p \frac{\partial f_p}{\partial \boldsymbol{\sigma}} = \dot{\lambda}_p \frac{\partial f_p}{\partial \tilde{\boldsymbol{\sigma}}} : \frac{\partial \tilde{\boldsymbol{\sigma}}}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \quad (II-225)$$

Chiarelli *et al.* (2003) n'utilisent pas la contrainte effective endommagée pour coupler les comportements plastique et endommageable. Ils introduisent une autre contrainte \hat{q} selon le modèle de Murakami & Hayakawa (1997). Le critère dépendant des trois invariants des contraintes, il ne couple l'endommagement et la plasticité qu'à travers la contrainte équivalente de von Mises q :

$$f_p(p, q, \theta, \mathbf{D}) = f_p(p, \hat{q}, \theta, \mathbf{D} = \mathbf{0}) \quad (II-226)$$

$$\hat{q} = q(\mathbf{D} = \mathbf{0}) + \sqrt{3C_{pm} \text{tr}(\mathbf{s} \cdot \mathbf{D} \cdot \mathbf{s})} \quad (II-227)$$

Exemple 1: modèle de Lemaitre & Chaboche (2001)

Le taux de déformation viscoplastique est alors défini par (Lemaitre & Chaboche, 2001):

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{vp} &= \frac{3}{2} \dot{\gamma}_{vp} \frac{\mathbf{s}}{q} & \dot{\gamma}_{vp} &= \sqrt{\frac{2}{3} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{vp} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{vp}} & q &= \sqrt{\frac{3}{2} \mathbf{s} : \mathbf{s}} \\ \dot{r} &= \dot{\gamma}_{vp} (1 - D) & \dot{r} &= \left\langle \frac{q}{(1 - D) K_L r^{1/M_L}} \right\rangle^N \end{aligned} \quad (II-228)$$

\mathbf{s} étant le déviateur des contraintes. De cette manière, nous avons à notre disposition la direction des déformations viscoplastiques mais aussi leur norme.

La loi d'évolution de l'endommagement isotrope, quant à elle, est caractérisée par :

$$\dot{D} = \left\langle \frac{q}{A} \right\rangle^R (1 - D)^{-k} \quad (II-229)$$

Exemple 2 : modèle de Hajdu (2003)

Cette loi s'écrit :

$$\dot{\varepsilon}^{vp} = \left\langle \frac{\tilde{q} + \alpha_H \tilde{\sigma}}{K_H \gamma_{vp}^{1/M_H}} \right\rangle^{N_H} \left(\frac{3}{2} \frac{\tilde{\mathbf{s}}}{\tilde{q}} + \frac{\alpha_H (\boldsymbol{\delta} - \mathbf{D})}{3} \right) \quad (II-230)$$

$$\tilde{\mathbf{s}} = (\boldsymbol{\delta} - \mathbf{D})^{-\frac{1}{2}} \cdot \mathbf{s} \cdot (\boldsymbol{\delta} - \mathbf{D})^{-\frac{1}{2}} ; \quad \mathbf{s} = \text{dev}(\tilde{\boldsymbol{\sigma}}) ;$$

$$\tilde{\boldsymbol{\sigma}} = (\boldsymbol{\delta} - \mathbf{D})^{-1/2} \cdot \boldsymbol{\sigma} \cdot (\boldsymbol{\delta} - \mathbf{D})^{-1/2}$$

L'évolution de l'endommagement est donnée par (II-210).

II.4.2.2 **Ccomportement poro-plastique endommageable**

Conil *et al.* (2004a ; 2004b) et Maleki & Pouya (2010) ont étudié le comportement des roches plastiques endommageables en condition de saturation totale. Leur modélisation est basée sur une approche phénoménologique, les pseudo-potentiels de dissipation plastique et d'endommagement sont découplés.

L'inégalité de Clausius-Duhem est alors dans leur cas égale à :

$$\Phi_s = (\boldsymbol{\sigma} + p_w) : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p + \mathbf{A}_k : \dot{\mathbf{v}}_k + \mathbf{Y} : \dot{\mathbf{D}} \geq 0 \quad (II-231)$$

en prenant l'hypothèse :

$$\phi^p = \mathbf{B} : \boldsymbol{\varepsilon}^p \quad (II-232)$$

Comme Chiarelli, Maleki choisit un critère et un potentiel plastique s'inspirant de la fonction d'écoulement f_p de Drucker-Prager modifiée et une règle d'écoulement g_p non associée. De plus, $f_p(\sigma, q, \theta, p_w | \gamma_p, \mathbf{D})$ et $g(\sigma, q, \theta, p_w | \gamma_p, \mathbf{D})$ dépendent de la pression de pore (γ_p et \mathbf{D} sont considérés comme des paramètres (Lemaitre & Chaboche, 2001)). Le critère plastique et le potentiel plastique sont étendu au cas de matériau endommageable en remplaçant la contrainte réelle par la contrainte effective $\boldsymbol{\sigma}' = \mathbf{H} \cdot \mathbf{s} \cdot \mathbf{H} + \sigma \boldsymbol{\delta} + \mathbf{B}(\mathbf{D})$

dans l'expression de f_p et g_p caractérisant le comportement plastique des matériaux sains. En d'autres mots :

$$f_p(\sigma, q, \theta, p_w | \gamma_p, \mathbf{D}) = f_p(\sigma', q', \theta', 0 | \gamma_p, \mathbf{0}) \quad (II-233)$$

$$g_p(\sigma, q, \theta, p_w | \gamma_p, \mathbf{D}) = g_p(\sigma', q', \theta', 0 | \gamma_p, \mathbf{0}) \quad (II-234)$$

La même approche est suivie par Conil. Cependant, elle affirme que les fonctions f_p et g_p du matériau endommageable se déduisent des mêmes fonctions pour le matériau sain en substituant la contrainte réelle à la contrainte effective $\tilde{\sigma} = \mathbf{H} \cdot \mathbf{s} \cdot \mathbf{H} - \frac{1}{3} \text{tr}(\mathbf{H} \cdot \mathbf{s} \cdot \mathbf{H}) + \frac{\sigma}{1 - \eta_L \text{tr}(\mathbf{D})} \boldsymbol{\delta}$ qui ne prend pas en compte le couplage hydromécanique. Ainsi, on a :

$$f_p(\sigma, q, \theta, p_w | \gamma_p, \mathbf{D}) = f_p(\tilde{\sigma}, \tilde{q}, \tilde{\theta}, 0 | \gamma_p, \mathbf{0}) \quad (II-235)$$

$$g_p(\sigma, q, \theta, p_w | \gamma_p, \mathbf{D}) = g_p(\tilde{\sigma}, \tilde{q}, \tilde{\theta}, 0 | \gamma_p, \mathbf{0}) \quad (II-236)$$

II.5 Conclusions

Un de objectifs de ce mémoire étant de présenter des comportements couplés prenant en compte la viscoplasticité, l'endommagement et les aspects hydromécaniques, les trois composantes de ce couplage multi-physique sont exposées séparément, puis partiellement couplées dans cette première partie.

Ce chapitre rappelle dans un premier temps les hypothèses et le cadre thermodynamique permettant de décrire le comportement d'un milieu poreux saturé (Coussy, 2004). L'hypothèse selon laquelle le milieu poreux résulte de la superposition de deux milieux continus dans le temps et dans l'espace, l'un représentant le squelette et l'autre la phase fluide permet d'adapter les outils classiques de la Mécanique des Milieux Continus. Ainsi sont mises en évidence les équations de conservation de la masse et de la quantité de mouvement.

La formulation des lois de comportement poromécaniques est envisagée sous l'angle de la thermodynamique des milieux continus ouverts. Ce cadre général, s'appuyant sur deux principes fondamentaux, permet de définir *a priori* les équations constitutives d'un modèle et éventuellement de prendre en compte les évolutions irréversibles. Il est appliqué, en premier lieu, pour expliciter les équations constitutives du comportement des milieux poreux thermo-élastiques

et permet de mettre en évidence la contrainte effective hydromécanique, initialement définie par Biot.

Dans un second temps, les équations permettant de décrire les comportements élasto-plastique et élasto-viscoplastique (d'après la théorie de Perzyna) des matériaux secs sont exprimées. La forme explicite d'un pseudo-potential de dissipation, dépendant entre autre de l'état des contraintes, permet d'avoir accès à l'évolution des variables internes (déformations irréversibles et paramètres d'écrouissage). La prise en compte du couplage hydromécanique incluant ce type de comportement proposée par Coussy (2004) est également présentée.

Par la suite, la mécanique de l'endommagement est abordée, essentiellement d'un point de vue phénoménologique. Une variable continue tensorielle est introduite afin de caractériser l'état d'endommagement d'un matériau sec ainsi qu'une contrainte effective, au sens de la Mécanique de l'Endommagement.

En outre, l'évolution de l'endommagement dépend de l'état des contraintes, de l'état des déformations en extension ou plus généralement de l'état de la force thermodynamiquement conjuguée à l'endommagement.

Des exemples de modèles couplant plasticité ou viscoplasticité et endommagement (Hajdu, 2003 ; Chiarelli, 2000), comportement hydromécanique et endommagement (Shao, 1999), plasticité, endommagement et comportement hydromécanique (Conil, 2003 ; Maleki, 2005) sont également présentés.

En outre, les travaux de Shao (1999) et de Maleki (2005) permettant de prendre en compte l'effet de l'endommagement sur les paramètres hydromécaniques, comme la perméabilité ou le coefficient de Biot sont mis en lumière.

Le couplage hydromécanique incluant les effets de la viscoplasticité et de l'endommagement va maintenant être modélisé théoriquement et numériquement. Ses effets sur le comportement à long terme d'une cavité remblayée vont être plus particulièrement étudiés.

III. COMPORTEMENT POST-FERMETURE D'UNE GALERIE REMBLAYEE : SOLUTIONS QUASI- ANALYTIQUE ET NUMERIQUE

Dans ce troisième chapitre, intéressons-nous au comportement post-fermeture, à long terme, de galeries remblayées, en nous appuyant sur les outils théoriques précédemment développés. En raison de la complexité du problème abordé, une approche progressive sera privilégiée. Dans un premier temps, des solutions quasi-analytiques seront établies dans le cadre de la poroélasticité. Elles constitueront des solutions de référence. Ensuite, des comportements hydromécaniques plus réalistes considérant les effets de la viscoplasticité et de l'endommagement seront envisagés. Leur prise en compte nécessitera l'utilisation d'un outil numérique, comme le logiciel de calcul Cast3M s'appuyant sur la méthode des éléments finis. La validation des développements numériques s'appuiera sur les solutions de référence.

III.1 Solution de référence : poroélasticité

III.1.1 Présentation de la problématique de référence

D'après l'ANDRA (2009), le stockage de déchets radioactifs en couche géologique profonde prévu en France, pourrait être composé de différentes voies d'accès (puits et descenderie), de galeries de liaison reliant les galeries d'accès aux sites de stockage proprement dits et enfin des alvéoles de stockage dans lesquelles seraient mis en place les déchets de moyenne et haute activité. Ce chapitre vise à caractériser le comportement hydromécanique à long terme d'une galerie de type « liaison », une fois que celle-ci aura été remblayée. En raison de l'échelle de temps considérée (de l'ordre du million d'années), on schématisera les phases de travaux à court terme en ne gardant que les événements qui auront un impact essentiel vis-à-vis de l'évolution des champs hydromécaniques à long terme.

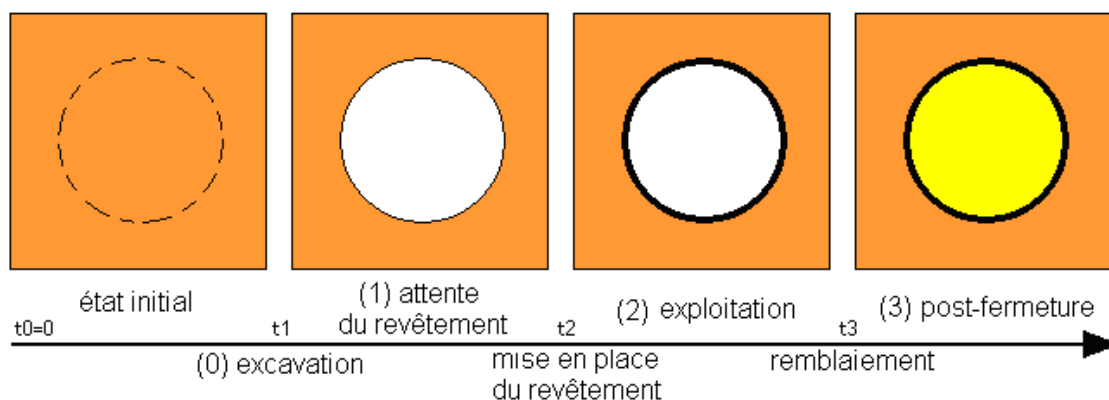


fig III-1 Schématisation du cycle de vie d'une galerie type en quatre phases

La géométrie du problème sera simplifiée (hypothèses d'axisymétrie et de déformations planes) afin de faciliter la recherche des solutions analytiques qui

seront très utiles par la suite. On mentionnera également l'effet thermique des déchets radioactifs mais on le considérera négligeable dans la suite de l'étude en se plaçant loin des alvéoles de stockage.

Le cycle de vie d'une telle cavité souterraine peut être schématiquement décomposé en quatre étapes, illustrées par la fig III-1 :

- l'équilibre hydromécanique du domaine considéré constituant l'état initial de l'étude,
- l'excavation de la cavité dans la roche et la pose d'un revêtement afin d'assurer la stabilité du massif,
- la phase d'exploitation et enfin
- la fermeture de la cavité par la mise en place d'un remblai.

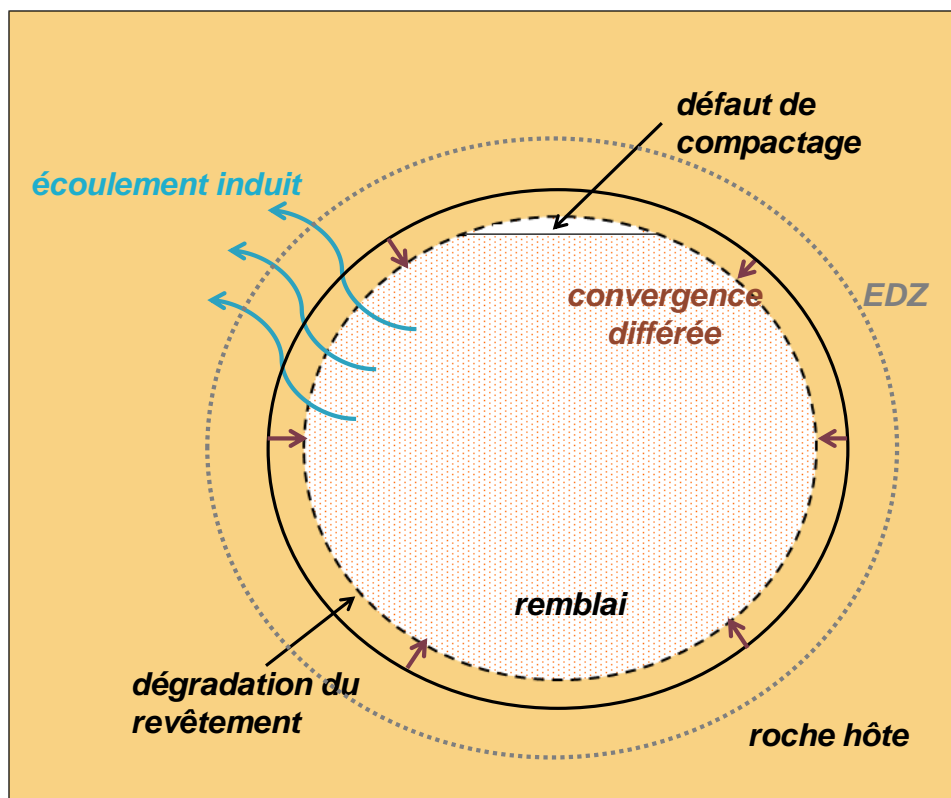


fig III-2 Schématisation de la problématique

Plus précisément, initialement, à l'instant $t = t_0$, supposons que la roche hôte est en équilibre hydromécanique. L'excavation instantanée ou quasi-instantanée de la galerie constitue la première phase (0) du cycle. Du fait de la très faible perméabilité de la roche hôte (argilite), l'excavation, très rapide (par rapport au temps caractéristique de diffusion hydromécanique), s'effectue en conditions non drainées. La phase suivante, notée (1), qui correspond à l'attente de la pose du revêtement, s'étend de $t = t_1$ à $t = t_2$ jusqu'à la pose du

revêtement. La phase d'exploitation (2) est ensuite considérée jusqu'à la mise en place du remblai à l'instant $t = t_3$. Ce dernier constitue l'instant initial de la phase post-fermeture pendant laquelle les évolutions des champs hydromécaniques seront particulièrement étudiées.

En effet, d'après le rapport DSU n°106 de l'IRSN (IRSN, 2005), pendant cette période, « *la convergence différée [de la roche hôte devrait] aller dans le sens d'une diminution du volume libre des ouvrages remblayés. Si ceux-ci sont saturés en eau, en fonction de la cinétique de la convergence différée et de la diffusivité hydraulique environnante, [...] la possibilité de créer un gradient hydraulique supplémentaire sous l'effet du comportement différé de la roche et des ouvrages serait à étudier* ». Les effets de l'endommagement de la roche hôte, causés par l'excavation, de la dégradation du revêtement et du mauvais compactage possible des remblais sont également à prendre en compte. Cette problématique est globalement schématisée sur la fig III-2.

Le transport des éléments radioactifs se faisant principalement par l'écoulement d'eau, une étude hydromécanique est nécessaire afin de prendre en compte les éléments susceptibles de modifier le comportement post-fermeture des galeries de liaison sur de très longues durées bien plus importantes que les durées de vie usuelles des ouvrages de génie civil. Les éléments les plus radioactifs pouvant être nocifs pour l'homme pendant près d'un million d'années, c'est cette durée que l'on prendra comme temps de calcul de référence dans les simulations de ce chapitre.

A titre indicatif, des valeurs numériques des instants $t_i, \forall i \in \{0,1,2,3,4\}$ sont présentées dans le Tableau III-1.

$t_0 = 0$
$t_1 = 0^+$ (calcul analytique)
ou
$t_1 = 1 \text{ jour}$ (calcul numérique)
$t_2 = 2 \text{ mois}$
$t_3 = 150 \text{ ans}$
<i>Tableau III-1 Instants $t_i, \forall i \in \{0,1,2,3,4\}$</i>

Résolvons maintenant ce problème, posé à l'origine par l'IRSN, en considérant une cavité cylindrique infiniment longue. Dans ce cas et dans le cadre de la poroélasticité saturée, des solutions quasi-analytiques ont été mises en évidence (Dufour *et al.*, 2011d). Elles constituent des solutions de référence

intéressantes, non seulement pour mieux comprendre le comportement hydromécanique post-fermeture de la galerie mais aussi par la suite pour tester la validité des solutions numériques.

III.1.2 Equations de Navier et de diffusion hydraulique

Après avoir récapitulé les équations de la mécanique des milieux poreux saturés dans le chapitre précédent, mettons-les en œuvre afin de résoudre analytiquement le problème poroélastique présenté précédemment. Les hypothèses de symétrie rendent ce problème unidimensionnel. Les champs hydromécaniques s'expriment alors en fonction de la coordonnée radiale r (coordonnée cylindrique) et bien sûr de la variable temporelle t . Le champ de déplacement du squelette se réduit alors à sa seule composante radiale que l'on notera désormais u .

Remarquons que dans ce chapitre, puisqu'il n'est question que de géomatériaux poroélastiques sains, leurs paramètres hydromécaniques respectifs seront supposés constants. Pour simplifier l'écriture, ils seront notés sans indice 0.

La différence des deux équations de conservation de la quantité de mouvement (II-46) aux instants t et t_{ini} , instant initial d'une phase quelconque du cycle de vie de la cavité, donne :

$$\begin{aligned} \mathbf{div}(\boldsymbol{\sigma}(r, t) - \boldsymbol{\sigma}_{ini}(r)) + (\rho - \rho_{ini})\mathbf{g} &= \mathbf{0} \\ \rho = (1 - n)\rho_s + n\rho_f \text{ et } \rho_{ini} = (1 - n_{ini})\rho_s + n_{ini}\rho_f & \end{aligned} \quad (III-1)$$

L'indice « ini » fait référence aux valeurs des paramètres au début de la phase considérée. ρ est la masse volumique du milieu poreux.

L'hypothèse de petites transformations est d'emblée supposée, ce qui implique $|n - n_{ini}| \ll 1$ et donc $|(\rho - \rho_{ini})/\rho_{ini}| \ll 1$. L'équation (III-1) devient alors :

$$\mathbf{div}(\boldsymbol{\sigma}(r, t) - \boldsymbol{\sigma}_{ini}(r)) = \mathbf{0} \quad (III-2)$$

L'équation de Navier se déduit ensuite en injectant la relation de comportement (II-77) dans l'équation (III-2) :

$$\begin{aligned} \left(K + \frac{4G}{3}\right) \mathbf{grad}(\epsilon(r, t) - \epsilon_{ini}(r)) - G \mathbf{rot}(\mathbf{rot}(\mathbf{u}(r, t))) \\ - b \mathbf{grad}(p_w(r, t) - p_{w_{ini}}(r)) = \mathbf{0} \end{aligned} \quad (III-3)$$

Dans cette étude, il n'est question que de champs de déplacement irrotationnels, c'est-à-dire $\mathbf{rot}(\mathbf{u}) = \mathbf{0}$.

En se restreignant à un problème unidimensionnel, l'équation (III-3) se simplifie :

$$\mathbf{grad} \left[\left(K + \frac{4G}{3} \right) (\epsilon(r, t) - \epsilon_{ini}(r)) - b (p_w(r, t) - p_{wini}(r)) \right] = \mathbf{0} \quad (III-4)$$

Par intégration suivant la seule variable d'espace, il vient :

$$\left(K + \frac{4G}{3} \right) (\epsilon(r, t) - \epsilon_{ini}(r)) - b (p_w(r, t) - p_{wini}(r)) = A(t) \quad (III-5)$$

Pour un milieu infini à symétrie sphérique ou cylindrique, la « constante » d'intégration $A(t)$, indépendante des variables d'espace, est nulle ; ce qui n'est pas toujours le cas pour un milieu infini à symétrie cartésienne. Dans la suite du problème, nous poserons donc $A(t) = 0$.

Ainsi on obtient :

$$\left(K + \frac{4G}{3} \right) (\epsilon(r, t) - \epsilon_{ini}(r)) - b (p_w(r, t) - p_{wini}(r)) = 0 \quad (III-6)$$

Cette relation est très utile puisqu'elle relie linéairement la pression et la déformation volumique.

On suppose, de plus, que les forces de masse sont négligeables. La combinaison de la loi de Darcy avec l'équation de conservation de la masse fluide donne l'équation de diffusion hydraulique, prenant en compte le couplage hydromécanique :

$$b \frac{\partial \epsilon(r, t)}{\partial t} + \frac{1}{M} \frac{\partial p_w(r, t)}{\partial t} = \lambda_h \Delta p_w(r, t) \quad (III-7)$$

On a ainsi obtenu les deux équations principales (III-6) et (III-7) qui régissent l'évolution des champs de déplacement et de pression, la déformation

volumique ϵ étant liée au déplacement radial par : $\epsilon = \frac{\partial u(r,t)}{\partial r} + \frac{u(r,t)}{r}$ dans le cas cylindrique.

En vu des développements à venir, l'expression explicite des contraintes pourra être utile :

$$\sigma(r, t) = \sigma_{ini}(r) + \left(K - \frac{2G}{3} \right) (\epsilon(r, t) - \epsilon_{ini}(r)) \delta + 2G(\epsilon(r, t) - \epsilon_{ini}(r)) - b(p_w(r, t) - p_{wini}(r)) \delta \quad (III-8)$$

Par ailleurs, la loi de Darcy s'écrit dans le cas de symétrie sphérique ou cylindrique et en supposant une perméabilité isotrope :

$$V^D(r, t) = -\lambda_h \frac{\partial p_w(r, t)}{\partial r} \quad (III-9)$$

En combinant (III-6) et (III-7) il advient :

$$\frac{\partial p_w(r, t)}{\partial t} = k_h \Delta p_w(r, t) \quad (III-10)$$

où k_h est le coefficient de diffusivité hydraulique défini par :

$$k_h = \lambda_h M \frac{K + \frac{4G}{3}}{K_u + \frac{4G}{3}} \quad (III-11)$$

Pour un fluide incompressible, on montre que cette expression se simplifie en :

$$k_h = \lambda_h \left(K + \frac{4G}{3} \right) \quad (III-12)$$

III.1.3 Méthode de résolution

L'évolution des champs hydromécaniques dans les phases (1), (2) et (3) est donnée par le système ((III-6) et (III-7)) qui est un système d'équations différentielles aux dérivées partielles dont les inconnues sont les champs de déplacement u et de pression d'eau p_w dépendant à la fois de la variable spatiale r et du temps t . Afin d'obtenir un système d'équations différentielles

ordinaires plus simple à résoudre, la méthode de la transformation de Laplace est appliquée.

Rappelons simplement que si f est une fonction spatio-temporelle, on note \bar{f} sa transformée de Laplace telle que :

$$\bar{f}(r, s) = L[f(r, t)] = \int_0^{\infty} f(r, t) e^{-st} dt \quad (III-13)$$

où s désigne la variable conjuguée du temps t dans l'espace des transformées. L désigne ici la transformation de Laplace.

Après transformation, le système d'équations ((III-6) et (III-7)) à résoudre dans le domaine des transformées de Laplace revient alors à :

$$\frac{\partial^2 \bar{p}_w(r, s)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{p}_w(r, s)}{\partial r} - q^2 \bar{p}_w(r, s) = \frac{-q^2}{s} p_{wini}(r) \quad (III-14)$$

$$\frac{\partial \bar{u}(r, s)}{\partial r} + \frac{\bar{u}(r, s)}{r} = \frac{\epsilon_{ini}(r)}{s} + \frac{1}{\omega} \left(\bar{p}_w(r, s) - \frac{p_{wini}(r)}{s} \right) \quad (III-15)$$

avec $q^2 = s/k_h$ et $\omega = (K + 4/3 G)/b$.

On trouve par ce procédé l'expression des deux champs inconnus de pression $\bar{p}_w(r, s)$ et de déplacement $\bar{u}(r, s)$ dans l'espace des transformées de Laplace. Ce qui nous intéresse étant leurs expressions dans le domaine temporel, une inversion est nécessaire :

$$p_w(r, t) = L^{-1}[\bar{p}_w(r, s)] \quad (III-16)$$

$$u(r, t) = L^{-1}[\bar{u}(r, s)] \quad (III-17)$$

Impossible analytiquement dans le cas de la symétrie cylindrique, une inversion numérique est alors réalisée grâce à l'algorithme de Stehfest (1970) dont la formule est rappelée dans ((III-18) et (III-19)). L'expression approchée d'une fonction f est donnée dans le domaine temporel par une somme finie de termes faisant intervenir l'expression de cette même fonction dans l'espace des transformées de Laplace.

$$f(r, t) = L^{-1}[\bar{f}(r, s)] \cong \frac{\ln 2}{t} \sum_{n=1}^{\mathcal{N}} C_n \bar{f}\left(n \frac{\ln 2}{t}\right) \quad (III-18)$$

avec :

$$C_n = (-1)^{n+\frac{\mathcal{N}}{2}} \sum_{k=Ent\left(\frac{n+1}{2}\right)}^{\min\left(n, \frac{\mathcal{N}}{2}\right)} \frac{k^{\frac{\mathcal{N}}{2}} (2k)!}{\left(\frac{\mathcal{N}}{2}-k\right)! k! (k-1)! (n-k)! (2k-n)!} ; \quad \mathcal{N} \text{ pair} \quad (III-19)$$

Ent désigne ici la fonction « partie entière ».

Cette inversion est réalisée grâce au logiciel de calcul formel Mathematica. Sa validité a été vérifiée lors de précédents développements (Dufour & Wong, 2009b ; Dufour *et al.*, 2009a ; Thouvenin, 1999).

L'inversion étant numérique et non analytique, la solution trouvée sera qualifiée par l'adjectif « quasi-analytique ».

III.1.4 Expressions des champs hydromécaniques

III.1.4.1 **Phase (0) : excavation instantanée**

On considère l'excavation instantanée, en conditions non drainées, d'une cavité cylindrique de rayon a dans un milieu infini de très faible perméabilité. L'état initial est caractérisé par un champ de contrainte isotrope homogène égale à la pression géostatique Σ_0 , ce qui constitue une approximation de la réalité observée pour certaines galeries du laboratoire souterrain de Bure. En effet, Wileveau *et al.* (2007) ont caractérisé expérimentalement le champ de contrainte actuel de la roche hôte dans le laboratoire de Bure. Ainsi, à 490 m de profondeur, dans la couche d'argilite, les contraintes principales ont été mesurées :

- la contrainte verticale $\sigma_v = 12.7 \text{ MPa}$,
- la contrainte horizontale mineure $\sigma_h = 12.4 \text{ MPa} \approx \sigma_v$,
- la contrainte horizontale majeure $\sigma_H = 16.12 \text{ MPa} \approx 1.3\sigma_v$.

Par conséquent, le champ de contrainte initial autour des galeries orientées dans la direction de la contrainte majeure est quasiment isotrope alors que le champ de contrainte autour des galeries orientées selon la direction de la contrainte mineure est anisotrope. On choisira le cas isotrope dans ce chapitre.

$$\boldsymbol{\sigma}_{ini}(r) = -\Sigma_0 \boldsymbol{\delta} ; \quad p_{wini}(r) = p_{w0} ; \quad \boldsymbol{\varepsilon}_{ini}(r) = \mathbf{0} ; \quad \mathbf{u}_{ini}(r) = \mathbf{0} \quad (CI 1)$$

Pour tenir compte de l'hypothèse de milieu infini, le déplacement loin de la cavité est supposé nul.

$$\lim_{r \rightarrow \infty} u^{(0)}(r) = 0 \quad (CL \ 1)$$

De plus, à la fin de l'excavation, la contrainte radiale totale sur le mur de la cavité est nulle.

$$\sigma_{rr}^{(0)}(a) = 0 \quad (CL \ 2)$$

Le tenseur des contraintes doit satisfaire les conditions d'équilibre à $t = t_1 = 0^+$. Autrement dit, en considérant une géométrie cylindrique :

$$\frac{\partial \sigma_{rr}^{(0)}(r)}{\partial r} = \frac{\sigma_{\theta\theta}^{(0)}(r) - \sigma_{rr}^{(0)}(r)}{r} \quad (III-20)$$

La combinaison de (III-8) et (III-20) donne :

$$\frac{\partial^2 u^{(0)}(r)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u^{(0)}(r)}{\partial r} - \frac{u^{(0)}(r)}{r^2} = 0 \quad (III-21)$$

En tenant compte des conditions limites (CL 1) et (CL 2), les champs de pression, de déplacement et de contrainte (Panet, 1995) prennent cette forme :

$$p_w^{(0)}(r) = p_{w0} \quad (III-22)$$

$$u^{(0)}(r) = -\frac{\Sigma_0}{2G} \frac{a^2}{r} \quad (III-23)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}^{(0)} = \frac{\Sigma_0 a^2}{2Gr^2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (III-24)$$

$$\boldsymbol{\sigma}^{(0)}(r) = -\Sigma_0 \begin{bmatrix} 1 - \left(\frac{a}{r}\right)^2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 + \left(\frac{a}{r}\right)^2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (III-25)$$

$$\boldsymbol{\sigma}'^{(0)} = \begin{bmatrix} bp_{w0} - \Sigma_0 \left(1 - \left(\frac{a}{r}\right)^2\right) & 0 & 0 \\ 0 & p_{w0} - \Sigma_0 \left(1 + \left(\frac{a}{r}\right)^2\right) & 0 \\ 0 & 0 & p_{w0} - \Sigma_0 \end{bmatrix} \quad (III-26)$$

Remarquons que cette solution est indépendante des valeurs de b , N et M . Elle reste donc valable pour le cas limite où les deux constituants qui composent le milieu poreux sont incompressibles. Ceci tient à la particularité des hypothèses d'axisymétrie et de déformations planes, qui font que la variation volumique est nulle lors d'une évolution poroélastique pendant la phase d'excavation.

En particulier, en paroi ($r = a$), on retrouve le résultat classique :

$$u^{(0)}(a) = u_a = -\frac{\Sigma_0 a}{2G} \quad (III-27)$$

Dans notre cas $\Sigma_0 > p_{w0}$. Par conséquent, on note l'existence d'une zone comprise entre a et $a/\sqrt{1 - bp_{w0}/\Sigma_0}$, très proche de la paroi du massif, dans laquelle la contrainte radiale effective est en traction (valeur positive). Physiquement, cette situation n'est admissible que dans le cas d'une roche ayant une résistance à la traction suffisamment élevée. La situation ne serait pas acceptable dans le cas d'un sol ou d'une roche tendre.

III.1.4.2 **Phase (1) : attente du revêtement**

Après excavation, on étudie le régime transitoire de drainage d'une galerie non-soutenue ($t \in [t_1, t_2]$) jusqu'à la pose du revêtement. L'eau arrive dans la cavité puis s'évacue. Durant cette phase, les équations de la poroélasticité s'appliquent. Les conditions initiales correspondent à (III-22) à (III-26). Quant aux conditions aux limites, elles s'expriment de la manière suivante :

$$p_w^{(1)}(a, t) = 0 \quad (CL 3)$$

$$\lim_{r \rightarrow \infty} p_w^{(1)}(r, t) = p_{w0} \quad (CL 4)$$

$$\sigma_{rr}^{(1)}(a, t) = 0 \quad (CL 5)$$

En utilisant (II-77) associée aux conditions initiales de cette phase on trouve que (CL 5) conduit à :

$$u^{(1)}(a, t) \equiv u_a^{(1)} = -\frac{\Sigma_0 a}{2G} \quad (CL 6)$$

On remarque que l'expression (CL 6) est identique à (III-27). Ainsi, lors de cette phase (1), en attente du revêtement, le déplacement en paroi du massif reste constant (ce qui n'est le cas d'aucun autre point de la roche hôte). C'est un résultat assez particulier et à première vue surprenant, lié à la géométrie

parfaite supposée. Il n'est pas sans rappeler le résultat similaire concernant un tunnel creusé dans un massif thermo-élastique linéaire et soumis à un champ de température quelconque (Bérest & Weber, 1988).

Ces conditions limites deviennent dans le domaine des transformées de Laplace (III-13) :

$$\overline{p_w^{(1)}}(a, s) = 0 \quad (CL\ 7)$$

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \overline{p_w^{(1)}}(r, s) = \frac{p_0}{s} \quad (CL\ 8)$$

$$\overline{u^{(1)}}(a, s) = -\frac{\Sigma_0 a}{2Gs} \quad (CL\ 9)$$

Au vu des conditions initiales, l'équation (III-14), permettant de connaître l'expression de $\overline{p_w^{(1)}}(r, s)$, à résoudre devient ici :

$$\frac{\partial^2 (\overline{p_w^{(1)}}(r, s))}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial (\overline{p_w^{(1)}}(r, s))}{\partial r} - q^2 (\overline{p_w^{(1)}}(r, s)) = -\frac{p_{w0}}{k_h} \quad (III-28)$$

La solution de cette équation de Bessel (III-28) est :

$$\overline{p_w^{(1)}}(r, s) = A^{(1)}(s)\mathcal{K}_0(qr) + B^{(1)}(s)\mathcal{J}_0(qr) + \frac{p_{w0}}{s} \quad (III-29)$$

où \mathcal{J}_n et \mathcal{K}_n sont les fonctions de Bessel modifiées respectivement de première et de deuxième espèce d'ordre n.

(CL 4) impose à l'expression de la pression d'eau d'être bornée dans l'espace. On en déduit que $B^{(1)}(s) = 0$. De plus, la condition aux limites (CL 3) conduit à :

$$A^{(1)}(s) = -\frac{p_{w0}}{s\mathcal{K}_0(qa)} \quad (III-30)$$

Ainsi, l'expression de la pression dans le domaine des transformées de Laplace est donnée par :

$$\overline{p_w^{(1)}}(r, s) = \frac{p_{w0}}{s} \left[1 - \frac{\mathcal{K}_0(qr)}{\mathcal{K}_0(qa)} \right] \quad (III-31)$$

Ensuite, l'équation (III-15) combinée avec les conditions initiales et (III-31) donne :

$$\frac{\partial \overline{u^{(1)}}(r, s)}{\partial r} + \frac{\overline{u^{(1)}}(r, s)}{r} = \frac{p_{w0} \mathcal{K}_0(qr)}{s\omega \mathcal{K}_0(qa)} \quad (III-32)$$

qui a pour solution :

$$\overline{u^{(1)}}(r, s) = \frac{p_{w0} \mathcal{K}_1(qr)}{qs\omega \mathcal{K}_0(qa)} + \frac{C^{(1)}(s)}{r} \quad (III-33)$$

La condition (CL 6) permet d'exprimer $C^{(1)}(s)$:

$$C^{(1)}(s) = -a \left[\frac{\Sigma_0 a}{2Gs} + \frac{p_{w0} \mathcal{K}_1(qa)}{qs\omega \mathcal{K}_0(qa)} \right] \quad (III-34)$$

et ainsi :

$$\overline{u^{(1)}}(r, s) = \frac{p_{w0}}{qs\omega \mathcal{K}_0(qa)} \left[\mathcal{K}_1(qr) - \frac{a\mathcal{K}_1(qa)}{r} \right] - \frac{a^2 \Sigma_0}{r 2Gs} \quad (III-35)$$

Après avoir obtenu l'expression des deux champs inconnus dans l'espace des transformées de Laplace, on effectue une inversion numérique grâce à l'algorithme de Stehfest ((III-18) et (III-19)) pour connaître l'évolution des pressions et des déplacements en fonction du temps.

$$p_w^{(1)}(r, t) = L^{-1}[\overline{p_w^{(1)}}(r, s)] \quad (III-36)$$

$$u^{(1)}(r, t) = L^{-1}[\overline{u^{(1)}}(r, s)] \quad (III-37)$$

On établit ensuite, à partir de (III-8) et des conditions initiales, l'expression du champ des contraintes totales :

$$\sigma_{rr}^{(1)}(r, t) = -\Sigma_0 - 2G \frac{u^{(1)}(r, t)}{r} \quad (III-38)$$

$$\sigma_{\theta\theta}^{(1)}(r, t) = -\Sigma_0 - 2G \frac{\partial u^{(1)}(r, t)}{\partial r} \quad (III-39)$$

$$\sigma_{zz}^{(1)}(r, t) = -\Sigma_0 - \frac{6Gb}{3K+4G} (p_w^{(1)}(r, t) - p_{w0}) \quad (III-40)$$

III.1.4.3 Phase (2) : exploitation

A $t = t_2$, le revêtement que l'on suppose très mince et infiniment perméable (en réalité beaucoup plus perméable que l'argilite) est mis en place. A cet instant, il est saturé, de contraintes, de déformations et de pression d'eau nulles.

Conditions initiales		Conditions limites	
$\sigma_{ini}(r) = \mathbf{0}$	(CI 2)	$\sigma_{rr}^{(2)}(a, t) = 0$	(CL 10)
$p_{wini}(r) = 0$	(CI 3)		
$\varepsilon_{ini}(r) = \mathbf{0}$	(CI 4)	$p_w^{(2)}(a, t) = 0$	(CL 11)
$\mathbf{u}_{ini}(r) = \mathbf{0}$	(CI 5)		

Tableau III-2 Conditions initiales et limites du revêtement (phase (2))

Durant la phase (2), la paroi du massif est restée immobile. La pose du revêtement poroélastique ne change rien aux conditions hydromécaniques puisqu'il n'est pas mis en charge par la roche hôte poroélastique, ni mécaniquement ni hydrauliquement. La contrainte radiale effective en paroi du massif est toujours nulle, de même que la pression d'eau. On en déduit qu'à l'intérieur du massif les évolutions des champs hydromécaniques admettent les mêmes expressions que celles de la phase (1) :

$$u^{(2)}(r, t) = u^{(1)}(r, t) \quad ; \quad p_w^{(2)}(r, t) = p_w^{(1)}(r, t) \quad (III-41)$$

Intéressons-nous maintenant à la phase suivante après la mise en place du remblai dans la cavité.

III.1.4.4 Phase (3) : post-fermeture

Pendant cette phase post-fermeture ($t_3 \leq t < \infty$), les comportements du remblai et de la roche hôte sont étudiés de manière séparée, les contraintes radiales effectives à la frontière extérieure du remblai ($r = a$) et en paroi du massif étant nulles.

I. Analyse du comportement du remblai

Pour simplifier l'analyse, on suppose que le remblai est beaucoup plus perméable que le massif, de sorte que sa perméabilité puisse être supposée infinie. Le cas d'un remblai de perméabilité finie est étudié dans l'annexe B.

Limitant notre attention pour l'instant au remblai uniquement, on imagine dans ce paragraphe un cylindre de rayon a constitué d'un matériau poroélastique baignant dans une eau qui s'étend dans un milieu infini. Le remblai est initialement de contrainte effective et de pression d'eau nulle.

Supposé saturé dès sa pose, à t_3 , instant initial de cette phase, on a dans le remblai ($0 \leq r \leq a$) :

$$\boldsymbol{\sigma}_{ini}(r) = 0 \quad (CI\ 6)$$

$$p_w(r) = 0 \quad (CI\ 7)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{ini}(r) = \mathbf{0} \quad (CI\ 8)$$

$$\mathbf{u}_{ini}(r) = \mathbf{0} \quad (CI\ 9)$$

En outre, on a les conditions limites ($t_3 \leq t < \infty$) :

$$u^{(3)}(0, t) = 0 \quad (CL\ 12)$$

$$\sigma_{rr}^{(3)'}(a, t) = 0 \quad (CL\ 13)$$

L'hypothèse de perméabilité infinie rend les champs hydromécaniques homogènes. En effet, la perméabilité infinie implique d'abord $\mathbf{grad}p_w^{(3)} = \mathbf{0}$, l'équation (III-3) se réduit alors à $\mathbf{grad}\varepsilon^{(3)} = 0$: les champs $p_w^{(3)}(r, t) = p^{(3)}(t)$ et $\varepsilon^{(3)}(r, t) = \varepsilon^{(3)}(t)$ sont donc homogènes. On trouve l'expression générale de $u^{(3)}(r, t)$, solution de l'équation (III-21) à l'intérieur du remblai, le déplacement en $r = 0$ étant nul (CL 12). Ainsi :

$$u^{(3)}(r, t) = \frac{r}{a} u_a^{(3)}(t) \quad (III-42)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}^{(3)}(r, t) = \frac{u_a^{(3)}}{a} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (III-43)$$

$$\boldsymbol{\sigma}^{(3)}(r, t) = 2 \frac{u_a^{(3)}}{a} \begin{bmatrix} K' + G'/3 & 0 & 0 \\ 0 & K' + G'/3 & 0 \\ 0 & 0 & K' - 2G'/3 \end{bmatrix} - b' p_w^{(3)}(r, t) \boldsymbol{\delta} \quad (III-44)$$

où K' , G' et b' désignent ici les modules et le coefficient de Biot du remblai.

De (III-44) on peut extraire l'équation qui relie la contrainte radiale effective au déplacement de la frontière extérieure :

$$\sigma'_{rr}{}^{(3)}(a, t) = \sigma_{rr}{}^{(3)}(a, t) + b' p_w^{(3)}(a, t) = 2 \left(K' + \frac{G'}{3} \right) \frac{u_a^{(3)}(t)}{a} \quad (III-45)$$

avec $u_a^{(3)}(t) = u^{(3)}(a, t)$. Par conséquent, si la contrainte effective radiale ne change pas, la convergence reste constante.

De plus, si la mise en pression du remblai se faisait uniquement par une augmentation de la pression d'eau (induisant une variation égale et opposée de la contrainte totale $d\sigma_{rr} = -dp_w$), on aurait alors $d\sigma'_{rr} = -(1 - b')dp_w = 2(K' + G'/3) du_a/a$, donc $du_a < 0$: c'est à dire une contraction volumique du remblai, en raison de la compressibilité de la matrice solide ($b' < 1$). Si la phase solide est incompressible, alors $b' = 1$ et le remblai reste immobile.

On note enfin que la continuité de la pression et de la contrainte radiale totale permet d'exprimer $p_w^{(3)}(a, t)$ et $u_a^{(3)}$ à partir de l'expression des champs dans le massif (et plus précisément en paroi du massif) que l'on étudie maintenant.

II. Analyse du comportement du massif

Dans cette partie, afin de se conformer aux conditions d'application de la transformation de Laplace, on effectue tout d'abord une translation temporelle de $p_w^{(3)}(r, t)$ telle que si on pose $\tau = t - t_3$, on ait :

$$\widehat{p}_w^{(3)}(r, \tau) = p_w^{(3)}(r, t) \quad (III-46)$$

De même pour les déplacements et contraintes.

Ainsi, le début de la phase 3 correspond à $\tau = 0$ i.e. $t = t_3$. La même démarche appliquée aux expressions des contraintes, déplacements et déformations nous donne $\widehat{\boldsymbol{\sigma}}$, $\widehat{\boldsymbol{\varepsilon}}$ et $\widehat{\boldsymbol{u}}$ en phase (3).

La phase 3 débutant à $\tau = 0$ (i.e. $t = t_3$) doit être en continuité avec la fin de la phase 2 à t_3 . On peut donc écrire :

$$\boldsymbol{\sigma}_{ini}(r) = \boldsymbol{\sigma}^{(2)}(r, t_3) \quad (CI\ 10)$$

$$p_{wini}(r) = p_w^{(2)}(r, t_3) \quad (CI\ 11)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{ini}(r) = \boldsymbol{\varepsilon}^{(2)}(r, t_3) \quad (CI\ 12)$$

$$\mathbf{u}_{ini}(r) = \mathbf{u}^{(2)}(r, t_3) \quad (CI\ 13)$$

On a comme conditions aux limites :

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \widehat{p}_w^{(3)}(r, \tau) = p_{w0} \quad (CL\ 14)$$

$$\widehat{\sigma}_{rr}^{(3)}(a, \tau) = -\widehat{p}_w^{(3)}(a, \tau) \quad (CL\ 15)$$

Cette dernière équation (CL 15) vient du fait que le massif sous l'effet de la remontée de la pression d'eau se déplace vers l'extérieur et donc se détache du remblai (qui, comme on l'a vu ci-haut, reste immobile si $b' = 1$ ou se contracte légèrement si $b' < 1$). La paroi du massif serait donc en contact avec un film d'eau, d'où la condition (CL 15) (Dufour *et al*, 2011d). Combinée avec (III-6) et les conditions initiales, on obtient :

$$\widehat{u}^{(3)}(a, \tau) = \frac{a}{2G} [-\Sigma_0 + \widehat{p}_w^{(3)}(a, \tau)] \quad (CL\ 16)$$

qui devient dans l'espace des transformées de Laplace :

$$\overline{\widehat{u}^{(3)}}(a, s) = \frac{a}{2G} \left[-\frac{\Sigma_0}{s} + \overline{\widehat{p}_w^{(3)}}(a, s) \right] \quad (CL\ 17)$$

En outre, en supposant que les différents constituants du massif sont incompressibles (i.e. $b = 1$), on conclut que la vitesse de déplacement de la paroi du massif doit être égale à la vitesse de Darcy (III-9). En effet, toute convergence de la cavité peut seulement être obtenue en expulsant une quantité identique de fluide :

$$\lambda_h \frac{\partial \widehat{p}_w^{(3)}}{\partial r}(a, \tau) = \frac{\partial \widehat{u}^{(3)}}{\partial \tau}(a, \tau) \quad (CL\ 18)$$

Ce qui se traduit dans l'espace des transformées de Laplace par :

$$\lambda_h \frac{\partial \overline{p_w^{(3)}}}{\partial r}(a, s) = s \overline{\hat{u}^{(3)}}(a, s) - \hat{u}^{(3)}(a, 0) \quad (\text{CL } 19)$$

En injectant (CL 17) dans (CL 19), on trouve :

$$\lambda_h \frac{\partial \overline{p_w^{(3)}}}{\partial r}(a, s) = s \frac{a}{2G} \overline{p_w^{(3)}}(a, s) \quad (\text{CL } 20)$$

Réolvons maintenant le système d'équations ((III-14), (III-15)) qui devient avec les conditions initiales (CI 10) à (CI 13) :

$$\frac{\partial^2 (\overline{p_w^{(3)}}(r, s))}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial (\overline{p_w^{(3)}}(r, s))}{\partial r} - q^2 (\overline{p_w^{(3)}}(r, s)) = - \frac{p_w^{(2)}(r, t_3)}{k_h} \quad (\text{III-47})$$

$$\frac{\partial \overline{\hat{u}^{(3)}}(r, s)}{\partial r} + \frac{1}{r} \overline{\hat{u}^{(3)}}(r, s) = \frac{1}{\omega} \left(\overline{p_w^{(3)}}(r, s) - \frac{p_{w0}}{s} \right) \quad (\text{III-48})$$

Par rapport aux phases précédentes, la résolution de l'équation (III-47) pose une difficulté supplémentaire venant du caractère non homogène du terme de droite qui est une fonction de r . On choisit alors d'exprimer $p_w^{(2)}(r, t_3)$ grâce à la formule d'inversion explicite de l'algorithme de Stehfest (III-18) à partir de sa transformée $\overline{p_w^{(2)}}(r, s)$ obtenue dans la phase précédente :

$$\begin{aligned} p_w^{(2)}(r, t_3) &\approx \frac{\ln 2}{t_3} \sum_{n=1}^{\mathcal{N}} C_n \overline{p_w^{(2)}} \left(r, \frac{n \ln 2}{t_3} \right) \\ &\approx p_{w0} \sum_{n=1}^{\mathcal{N}} \frac{C_n}{n} [1 - \mathcal{K}_0(\alpha_n r) / \mathcal{K}_0(\alpha_n a)] \end{aligned} \quad (\text{III-49})$$

avec $\alpha_n = \sqrt{n \ln 2 / k_h t_3}$. Cette démarche nous paraît cohérente avec l'esprit d'une solution quasi-analytique. De plus, $\overline{p_w^{(2)}}(r, s)$ est la seule information dont on dispose pour évaluer $p_w^{(2)}(r, t_3)$. Notons que pour r très grand, la combinaison de (III-49) avec (CL 14) amène à la condition :

$$\sum_{n=1}^{\mathcal{N}} \frac{C_n}{n} \approx 1 \quad (\text{III-50})$$

Il s'avère que l'égalité (III-50) est toujours vérifiée par les coefficients C_n définis par (III-19) et ce pour tout entier \mathcal{N} positif et pair. Ainsi l'équation à résoudre devient :

$$\frac{\partial^2 \left(\overline{\widehat{p}_w^{(3)}}(r, s) \right)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \left(\overline{\widehat{p}_w^{(3)}}(r, s) \right)}{\partial r} - q^2 \left(\overline{\widehat{p}_w^{(3)}}(r, s) \right) \approx -\frac{p_{w0}}{k_h} \sum_{n=1}^{\mathcal{N}} \left[1 - \frac{C_n \mathcal{K}_0(\alpha_n r)}{n \mathcal{K}_0(\alpha_n a)} \right] \quad (III-51)$$

La solution générale de (III-51) sans le terme de droite est une combinaison linéaire de $\mathcal{K}_0(qr)$ et $\mathcal{J}_0(qr)$. La solution particulière tenant compte du terme de droite de l'équation non nul peut être déterminée par linéarité, En sommant chaque solution particulière pour chaque $n \in \llbracket 1, \mathcal{N} \rrbracket$, on obtient :

$$\overline{\widehat{p}_w^{(3)}}(r, s) \approx A^{(3)}(s) \mathcal{K}_0(qr) + B^{(3)}(s) \mathcal{J}_0(qr) + p_{w0} \left(\frac{1}{s} - \sum_{n=1}^{\mathcal{N}} \frac{C_n t_3}{n(st_3 - n \ln 2)} \frac{\mathcal{K}_0(\alpha_n r)}{\mathcal{K}_0(\alpha_n a)} \right) \quad (III-52)$$

$A^{(4)}(s)$ et $B^{(4)}(s)$ sont des fonctions inconnues de s mais indépendantes de r . La pression d'eau, pour $r \rightarrow \infty$ étant finie (CL 14), $B^{(4)}(s) = 0$. (CL 20) amène à :

$$A^{(3)}(s) = \frac{p_{w0}}{a\omega s \mathcal{K}_0(qa) + 2G\sqrt{k_h} s \mathcal{K}_1(qa)} \sum_{n=1}^{\mathcal{N}} A_n^{(3)}(s) \quad (III-53)$$

$$A_n^{(3)}(s) = \frac{C_n \ln 2}{(st_3 - n \ln 2)} \left(\omega a + \frac{2G \mathcal{K}_1(\alpha_n a)}{\alpha_n \mathcal{K}_0(\alpha_n a)} \right) \quad (III-54)$$

Par conséquent, $\overline{\widehat{p}_w^{(3)}}(r, s)$ est approximativement égal à :

$$\overline{\widehat{p}_w^{(3)}}(r, s) \approx A^{(3)}(s) \mathcal{K}_0(qr) + p_{w0} \sum_{n=1}^{\mathcal{N}} \frac{C_n}{n} \left[\frac{1}{s} - \frac{t_3}{(st_3 - n \ln 2)} \frac{\mathcal{K}_0(\alpha_n r)}{\mathcal{K}_0(\alpha_n a)} \right] \quad (III-55)$$

Le champ de déplacement est calculé à partir de (III-15) combinée avec (III-52) et (III-53) :

$$\frac{\partial \overline{\widehat{u}^{(3)}}(r, s)}{\partial r} + \frac{1}{r} \overline{\widehat{u}^{(3)}}(r, s) \approx \frac{1}{\omega} \left(A^{(3)}(s) \mathcal{K}_0(qr) - p_{w0} t_3 \sum_{n=1}^{\mathcal{N}} \frac{C_n}{n(st_3 - n \ln 2)} \frac{\mathcal{K}_0(\alpha_n r)}{\mathcal{K}_0(\alpha_n a)} \right) \quad (III-56)$$

La solution de (III-56) est :

$$\begin{aligned} \overline{\hat{u}^{(3)}}(r, s) \approx & \frac{C^{(3)}(s)}{r} \\ & + \frac{r}{2\omega} \left(A^{(3)}(s) \mathcal{K}_0(qr) - p_{w_0} t_3 \sum_1^{\mathcal{N}} \frac{C_n}{n(st_3 - n \ln 2)} \frac{\mathcal{K}_0(\alpha_n r)}{\mathcal{K}_0(\alpha_n a)} \right) \end{aligned} \quad (III-57)$$

$C^{(3)}(s)$ est déterminé grâce à la condition limite (CL 17) :

$$\begin{aligned} C^{(3)}(s) = & \frac{a^2}{2} \left[\left(\frac{1}{\omega} - \frac{1}{G} \right) \left(p_{w_0} t_3 \sum_{n=1}^{\mathcal{N}} \frac{C_n}{n(st_3 - n \ln 2)} - A^{(3)}(s) \mathcal{K}_0(qa) \right) \right. \\ & \left. + \frac{1}{Gs} (-\Sigma_0 + p_{w_0}) \right] \end{aligned} \quad (III-58)$$

Les évolutions spatio-temporelles de la pression et du champ de déplacement en fonction de (r, τ) peuvent être déterminées en utilisant l'inversion numérique (l'algorithme de Stehfest). Une nouvelle translation horizontale conduit aux expressions de $p_w^{(3)}(r, t)$ et $u^{(3)}(r, t)$.

Ensuite, à partir des expressions de $p_w^{(3)}(r, t)$ et $u^{(3)}(r, t)$, on peut connaître l'évolution des contraintes totales:

$$\sigma_{rr}^{(3)}(r, t) = -\Sigma_0 - 2G \frac{u^{(3)}(r, t)}{r} \quad (III-59)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{\theta\theta}^{(3)}(r, t) = & \sigma_{\theta\theta}^{(2)}(r, t_3) - \left(\frac{6G}{3K + 4G} \right) (p_w^{(3)}(r, t) - p_w^{(2)}(r, t_3)) \\ & + \frac{2G}{r} (u^{(3)}(r, t) - u^{(2)}(r, t_3)) \end{aligned} \quad (III-60)$$

$$\sigma_{zz}^{(3)}(r, t) = -\Sigma_0 - \left(\frac{6G}{3K + 4G} \right) (p_w^{(3)}(r, t) - p_{w_0}) \quad (III-61)$$

La modélisation analytique a ainsi permis l'établissement d'une solution quasi-explicite, facilement exploitable grâce à des outils de calculs formels comme *Mathematica*. Elle est très utile pour la compréhension des phénomènes, et une estimation rapide de l'ordre de grandeur des résultats. Elle apporte un outil de compréhension et de pré-dimensionnement aux concepteurs en se basant sur des géométries et des comportements simplifiés. Elle sert également de « benchmark » incontournable pour les développements numériques à venir.

III.2 Modélisation du couplage hydromécanique dans Cast3M

Jusqu'à présent les calculs ont été effectués dans le cadre simplifié de la poroélasticité. Cependant, la roche hôte d'un stockage de déchets radioactifs en couche géologique, comme l'argilite, a un comportement hydromécanique complexe. Elle manifeste d'abord un phénomène de fluage, au moins en partie irréversible. Par ailleurs, les perturbations apportées au massif lors de l'excavation changent apparemment les propriétés tant mécaniques qu'hydrauliques de celui-ci : la perméabilité de la roche s'accroît tandis que sa raideur et sa résistance diminuent. Ces phénomènes ont été largement observés expérimentalement en laboratoire et *in situ* (ANDRA, 2005 ; Fabre, 2005 ; Gaombalet, 2004 ; Gatelier *et al.*, 2002 ; Baechler *et al.*, 2011...).

Sur le plan de la modélisation théorique qui est l'objet de cette thèse, le fluage irréversible sera simulé par l'approche classique de la viscoplasticité. Les perturbations lors de l'excavation (explosives, machines de terrassement, etc. qui amènent la création des microfissures) seront simulées par la mécanique de l'endommagement. La prise en compte des mouvements d'eau nécessite l'utilisation de la poromécanique. Tous ces phénomènes étant couplés, nous devons mener une modélisation multi-physique complexe, dont les outils théoriques ont été introduits au chapitre II. Ce couplage hydromécanique sera dans un premier temps modélisé via le code de calcul Cast3M. On commence donc par une présentation sommaire de ce code.

III.2.1 Présentation de Cast3M2007

Cast3M2007 est un code de calcul développé par le CEA (Commissariat à l'Energie Atomique) et s'appuyant sur la théorie des éléments finis. Il inclut un pré-processeur (maillage, construction du modèle) ainsi qu'un post-traitement des résultats en plus de procédures de résolution d'équations (Le Fichoux, 1998).

Ce logiciel est constitué d'une famille d'objets et d'un lexique d'opérateurs agissant sur ces objets. Ensemble, ils forment le langage « *Gibiane* » qui est un macro-langage très flexible. Le code lui-même est écrit dans un langage appelé « *Esope* » qui est une extension du « *Fortran77* » pour en faire un langage « *orienté objet* » (Charras, 2000).

En effet, Fortran est un langage basé sur le concept d'appel procédural. Une procédure (routine ou sous-routine) contient simplement une série d'étapes à réaliser. N'importe quelle procédure peut être appelée à n'importe quelle étape de l'exécution du programme, y compris à l'intérieur d'autres procédures.

A l'inverse, la programmation orientée objet est basée sur la définition et l'interaction d'objets. Un objet représente un concept ou une idée. Il possède une structure interne et un comportement. Il peut également dialoguer avec d'autres objets.

Il existe deux niveaux de programmation dans Cast3M2007 : un langage de compilation basique et un macro-langage qui va permettre à l'utilisateur de communiquer directement avec le programme. La flexibilité de ce dernier et notamment la manipulation des objets existants pour la création ou la modification d'autres objets, sera illustrée par la suite.

Il est important de noter ici que, dans la version actuelle, Cast3M ne dispose de modèle constitutif en poromécanique, permettant la prise en compte simultanée de phénomènes de fluage viscoplastique, de l'endommagement mécanique et des couplages hydromécaniques. Cependant, comme on le verra plus tard, ce code permet de superposer deux modèles constitutifs dans un même calcul, basé sur un seul maillage et un seul champ de déplacement. C'est cette possibilité qui nous permettra de mener une modélisation sur un comportement hydromécanique complexe.

III.2.2 Intégration du couplage HM dans Cast3M

III.2.2.1 *Principe de superposition*

Afin de modéliser le comportement complexe poro-viscoplastique endommageable de la roche hôte, non disponible directement dans la bibliothèque de Cast3M, une approche originale s'appuyant sur la superposition de deux modèles (Dufour *et al*, 2008) sur le même maillage a été développée. Les deux modèles en question sont :

Modèle (A) poroélastique biphasique

Ce premier modèle permet de gérer l'écoulement de l'eau en relation avec sa pression. Il permet également d'avoir accès à la composante hydraulique de la contrainte totale intervenant dans l'équilibre mécanique. Il est caractérisé par un module d'Young très faible. Ainsi, la contribution à la contrainte totale du modèle A se limite à la pression hydraulique :

$$d\sigma_{ij}^{(A)} = -bdp_w\delta_{ij} \quad (III-62)$$

Modèle (B) mécanique viscoplastique endommageable monophasique

Le second modèle viscoplastique endommageable est monophasique, et fournit la composante « solide » de la contrainte totale :

$$d\sigma_{ij}^{(B)} = d\sigma'_{ij} \tag{III-63}$$

ou, en utilisant l'opérateur de rigidité tangentielle \mathbb{C}^T :

$$d\sigma_{ij}^{(B)} = \mathbb{C}_{ijkl}^T d\varepsilon_{kl} \tag{III-64}$$

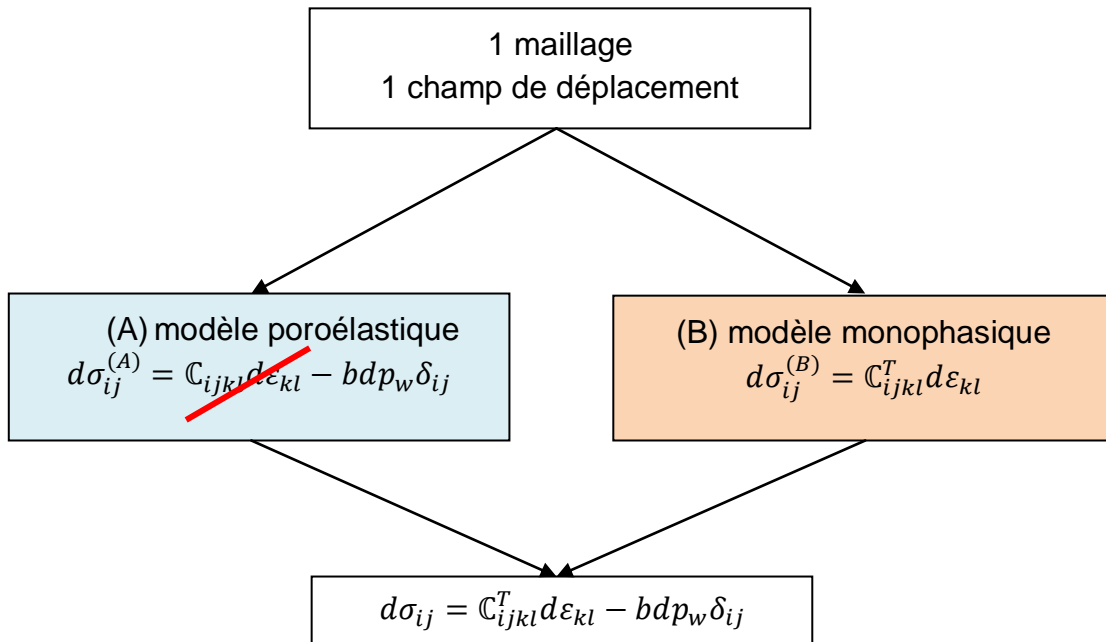


fig III-3 Principe de superposition de deux modèles sur le même maillage

Les deux modèles s'appuient sur le même maillage, les mêmes champs de déplacement et de déformation totale. Du fait de la partition de la contrainte totale en deux parties définies par (II-62) et (III-64), ce schéma de calcul suppose d'emblée l'utilisation de la contrainte effective définie par $\sigma' = \sigma + bp\delta$, qui correspond à la contrainte gérée par le modèle B. C'est cette contrainte effective qui est prise en compte dans le critère de plasticité ou de viscoplasticité et dans le calcul des déformations élastiques et plastiques (ou viscoplastiques).

L'équilibre fait intervenir la contrainte totale qui est la somme des deux composantes :

$$d\sigma_{ij} = d\sigma_{ij}^{(A)} + d\sigma_{ij}^{(B)} = d\sigma'_{ij} - bdp\delta_{ij} \quad (III-65)$$

Si le modèle est poro-viscoplastique (avec ou sans endommagement), le potentiel de dissipation viscoplastique φ_{vp}^* est fonction de σ' (ainsi que des autres variables d'écoulement, d'endommagement...) par construction.

Cette démarche est applicable à n'importe quelle loi de comportement mécanique plastique ou viscoplastique déjà implémentée dans Cast3M2007. Elle permet d'étendre de façon relativement simple un grand nombre de loi traduisant le comportement des matériaux monophasiques au domaine de la mécanique des milieux poreux saturés. Ce principe de superposition est schématisé sur la fig III-3.

III.2.2.2 **Modification de Cast3M2007**

La procédure « PASAPAS » de Cast3M2007 joue un rôle central dans les calculs numériques puisqu'elle permet de résoudre les problèmes non linéaires de thermique et de mécanique de manière incrémentale, dans le temps et dans l'espace (Charras & Di Paola, 2001). Afin de tenir compte de la particularité de la modélisation numérique avec Cast3M2007, deux modifications majeures ont été apportées à cette procédure afin qu'elle puisse gérer correctement la présence simultanée de deux modèles de comportement, l'un monophasique et l'autre biphasique :

- limiter le calcul de la matrice de perméabilité au seul modèle biphasique (A) ;
- limiter la réactualisation de la matrice de rigidité au seul modèle monophasique (B).

III.2.3 Comparaisons entre résultats quasi-analytiques et numériques (poroélasticité)

III.2.3.1 **Maillage, conditions initiales et limites**

Afin de valider la modélisation du couplage hydromécanique via le principe de superposition, comparons les résultats issus d'une modélisation numérique réalisée avec Cast3M et la solution quasi-analytique mise en évidence au début de ce chapitre. Pour cela, plaçons-nous dans le cadre de la poroélasticité et

considérons les mêmes hypothèses que dans le paragraphe III.1 (axisymétrie et déformations planes). Le schéma suivant (fig III-4) montre un maillage de calcul possible constitué de la roche hôte, du revêtement et du remblai ainsi que les dimensions de l'ouvrage. Le maillage utilisé pour le calcul est beaucoup plus fin que celui de la fig III-4. Pour des besoins de visibilité, il n'est pas présenté ici.

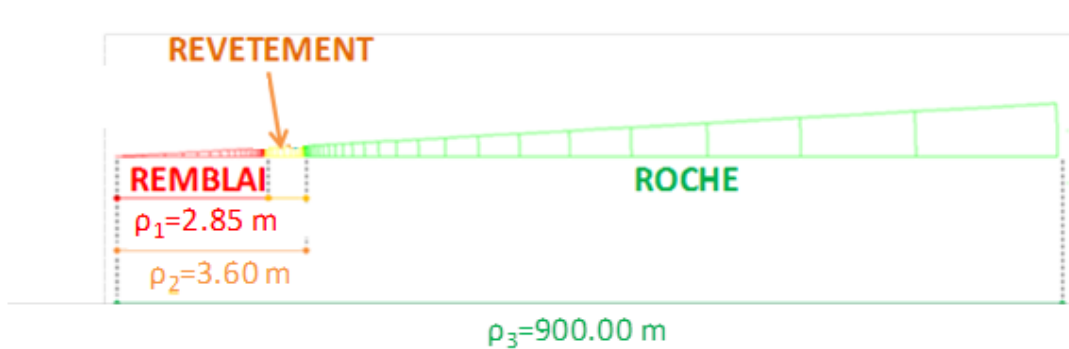


fig III-4 Maillage

Les dimensions du modèle sont inspirées de (ANDRA, 2005). Le remblai remplit la galerie de diamètre $\rho_1 = 2,85 \text{ m}$. Le revêtement d'une épaisseur initiale de $0,75 \text{ m}$ est compris entre ρ_1 et $\rho_2 = a$ (ie. $\rho_2 = 2,85 + 0,75 = 3,6 \text{ m}$). Enfin on considère le massif encaissant. La limite extérieure du domaine d'étude $\rho_3 = 250 * \rho_2 \approx 900,00 \text{ m}$ est supposée suffisamment éloignée pour être considérée « à l'infini ». Les éléments finis utilisés sont des éléments massifs quadratiques T6 ou Q8 (fig III-5) pour le massif, le remblai et le revêtement.

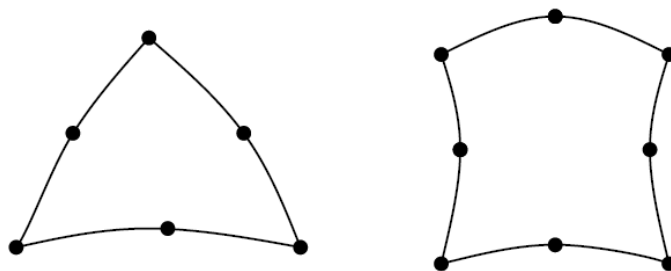


fig III-5 Eléments quadratiques à six (T6) et huit (Q8) nœuds

Eléments d'interface

D'après les résultats du calcul quasi-analytique, après la mise en place du remblai, la paroi de la roche hôte recule alors que le revêtement reste immobile. Une ouverture se crée donc à l'interface entre l'extrados du revêtement et la paroi du massif. Le même phénomène peut intervenir à l'interface revêtement-

remblai si le remblai se contracte sous l'effet de la remontée de pression hydraulique.

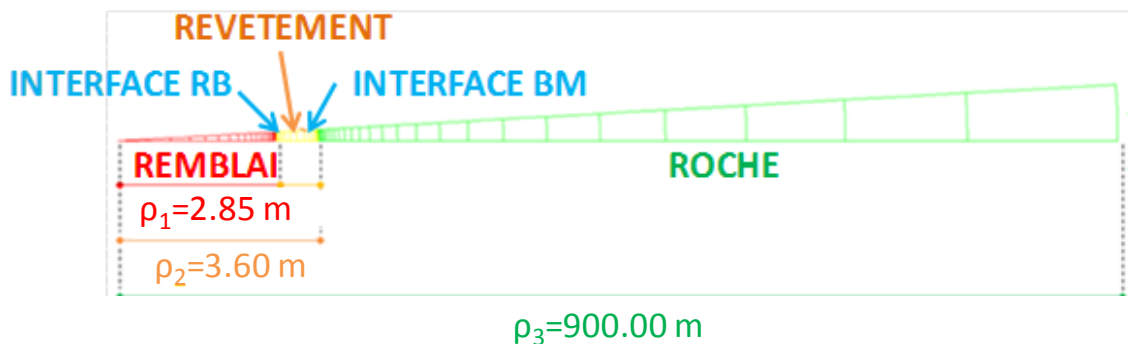


fig III-6 Maillage avec les éléments d'interface

Pour modéliser ces possibles ouvertures, deux éléments d'interface (Dufour et al, 2011b) sont ajoutés au maillage, le premier (RB) entre le remblai et le revêtement et le second (BM) entre le revêtement et la roche. Ils sont caractérisés par une faible épaisseur initiale et une résistance à la traction négligeable (fig III-6). Ainsi, en compression, ils se comportent comme le remblai ou comme le revêtement (suivant leur emplacement). Soumis à des efforts de traction, ils se dilatent sans aucune résistance et leur épaisseur augmente.

Leurs états initiaux correspondent à ceux du revêtement ou du remblai.

Conditions initiales

Initialement, à $t = 0$, le massif est soumis à un champ de contraintes isotrope $\sigma(r, 0) = -\Sigma_0 \delta$ et à un champ de pression uniforme $p_w(r, 0) = p_{w0}$. Les déplacements initiaux sont nuls $u(r, 0) = \mathbf{0}$. Les conditions initiales de la roche hôte doivent également tenir compte de la superposition. A l'instant initial $t = 0$, le massif est soumis à un champ de contrainte isotrope homogène :

- au modèle (A) poroélastique correspond la contrainte initiale $-p_{w0} \delta$
- au modèle (B) mécanique, $(-\Sigma_0 + p_{w0}) \delta$

Ensuite, à la mise en place du revêtement, à $t = t_2$, le béton, initialement saturé, a une contrainte, $\sigma(r, t_2) = \mathbf{0}$, une pression $p_w(r, t_2) = 0$ et un champ de déplacement $u(r, t_2) = \mathbf{0}$.

De la même manière pour le remblai, à $t = t_3$, on a $\sigma(r, t_3) = \mathbf{0}$, $p_w(r, t_3) = 0$ et $u(r, t_3) = \mathbf{0}$.

Application numérique : $\Sigma_0 = 12 \text{ MPa}$ et $p_{w_0} = 5 \text{ MPa}$ pour un tunnel creusé à une profondeur de 500m.

Conditions aux limites

En $r = \rho_3$, le champ de pression est maintenu à p_{w_0} et le champ de contraintes à $\sigma(\rho_3, t) = -\Sigma_0 \delta, \forall t$.

Pendant la phase (0) d'excavation, la contrainte radiale en $r = \rho_2$ passe de $-\Sigma_0$ à 0 MPa tandis que la pression d'eau passe de 5 MPa à 0 MPa . Lors de phases de drainage, pression d'eau et contrainte radiale sont maintenues à 0 : $\forall t \in [t_1, t_2], \sigma_{rr}(\rho_2, t) = 0$ et $p_w(\rho_2, t) = 0$; $\forall t \in [t_2, t_3], \sigma_{rr}(\rho_1, t) = 0$ et $p_w(\rho_1, t) = 0$.

III.2.3.2 Comparaison

Afin de vérifier la cohérence de la superposition, comparons les résultats obtenus numériquement (Dufour *et al.*, 2011c) et les solutions quasi-analytiques obtenues dans le cadre de la poroélasticité. Les Tableau III-3 et Tableau III-4 présentent les données numériques nécessaires aux calculs respectivement quasi-analytique et numérique. La loi de comportement (B) de la modélisation numérique est supposée ici élastique isotrope. Les valeurs des paramètres hydromécaniques s'inspirent des travaux de Wileveau & Bernier (2008). La valeur du coefficient de Biot a été ici fixée à 1 pour les besoins de la comparaison car la solution quasi-analytique ne s'applique que dans ce cas. Mais ce coefficient peut prendre n'importe quelle valeur comprise entre 0 et 1 dans la modélisation numérique.

Roche : $\Sigma_0 = 12 \text{ MPa}$; $p_0 = 5 \text{ MPa}$; $a = 3,6 \text{ m}$;
 $b = 1$; $\phi = 0,15$; $\lambda_h = 10^{-17} \text{ m}^4 \cdot \text{N}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$; $k_h \approx 3,48 \cdot 10^{-8} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$
Paramètres mécaniques drainés :
 $E = 4000 \text{ MPa}$; $\nu = 0,3$; $G \approx 1538 \text{ MPa}$; $K \approx 3333 \text{ MPa}$

Tableau III-3 Calculs quasi-analytiques : paramètres poroélastiques de la roche hôte

Dans le Tableau III-4 e_0 désigne l'épaisseur initiale des deux éléments d'interface. Les travaux de Nguyen (2005) nous ont permis de fixer les valeurs de paramètres hydromécaniques du béton du revêtement.

Les fig III-7 et fig III-8 présentent les profils de pression d'eau et de déplacement à différents instants entre la pose du revêtement (t_2) et la mise en place du remblai (t_3). Avant tout autre commentaire, remarquons que sur ces figures, les courbes obtenues après un calcul quasi-analytique (trait continu) et

après un calcul numérique (étoiles) se superposent : les deux approches donnent des résultats quasi-identiques. Ceci nous donne une base de confiance quant à la modélisation numérique par superposition.

Roche :

Modèle (A) phase liquide : $E \approx 0,4 \text{ MPa}$; $\nu = 0,3$;

$\phi = 0,15$; $b = 1$; $k_h = 10^{-17} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$

Modèle (B) squelette solide : $E = 4000 \text{ MPa}$; $\nu = 0,3$;

Interface BM : $e_0 = 1 \text{ mm}$; $E = 10000 \text{ MPa}$; $\nu = 0,2$;

$\phi = 0,15$; $b = 1$; $k_h = 10^{-14} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$

Revêtement : $E = 10000 \text{ MPa}$; $\nu = 0,2$

$\phi = 0,15$; $b = 1$; $k_h = 10^{-14} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$

Interface RB : $e_0 = 1 \text{ mm}$; $E = 100 \text{ MPa}$; $\nu = 0,3$;

$\phi = 0,35$; $b = 1$; $k_h = 10^{-12} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$

Remblai : $E = 100 \text{ MPa}$; $\nu = 0,3$; $\phi = 0,35$; $b = 1$; $k_h = 10^{-12} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$

Tableau III-4 Calculs numériques : paramètres hydromécaniques poroélastiques de la roche hôte, du revêtement, du remblai et des éléments d'interface (BM et RB)

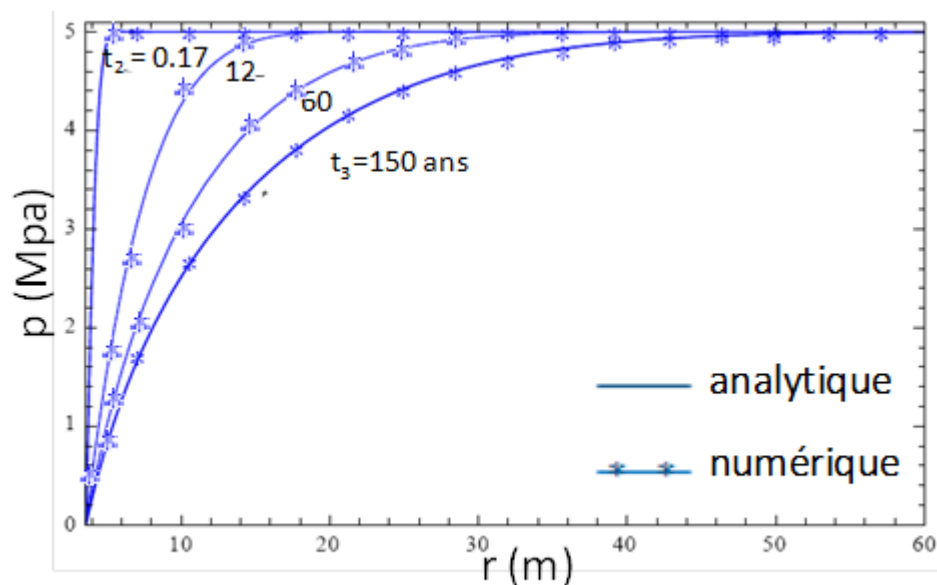


fig III-7 Profils de la pression d'eau entre t_2 et t_3

Le champ de pression d'eau est croissant suivant le rayon de la cavité. Il prend des valeurs comprises entre 0 en paroi du massif ($r = a = 3,6 \text{ m}$) et $p_{w0} = 5 \text{ MPa}$ loin de l'origine du tunnel ($r \rightarrow \infty$), où tout effet hydromécanique sur l'évolution de la pression d'eau disparaît. Pour un point donné dans la roche hôte, la pression de pores diminue avec le temps. Ces observations illustrent le

phénomène de dissipation des pressions. L'eau s'écoule vers l'intérieur de la galerie.

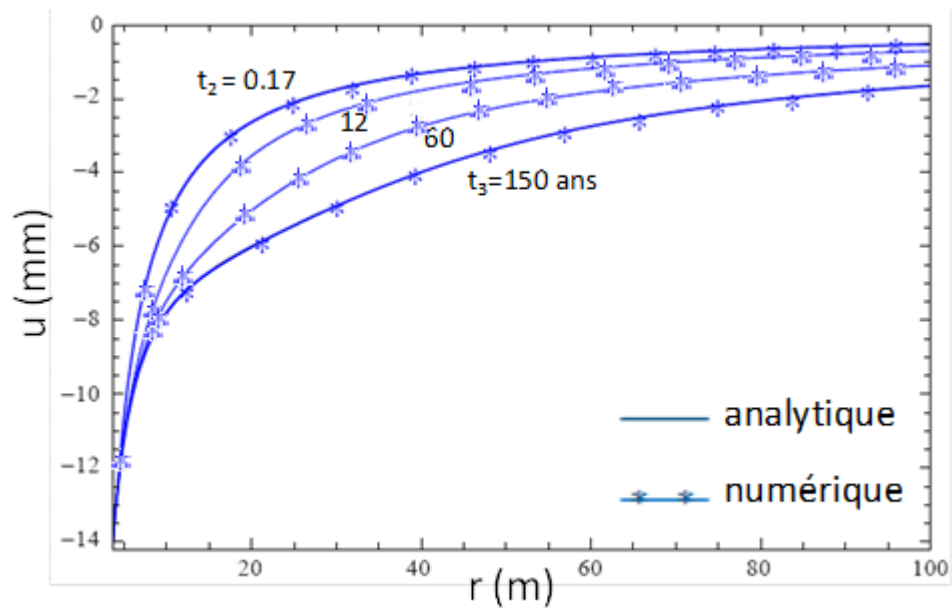


fig III-8 Profils du déplacement radial entre t_2 et t_3

De plus, la fig III-8 met en évidence un mouvement de convergence général du massif pendant les phases (2) et (3), entre la fin de l'excavation et la pose du remblai. Seule la paroi du massif poroélastique reste immobile pendant ces phases de drainage. Ainsi, le revêtement, posé à partir de t_2 n'est pas chargé jusqu'à la mise en place du remblai.

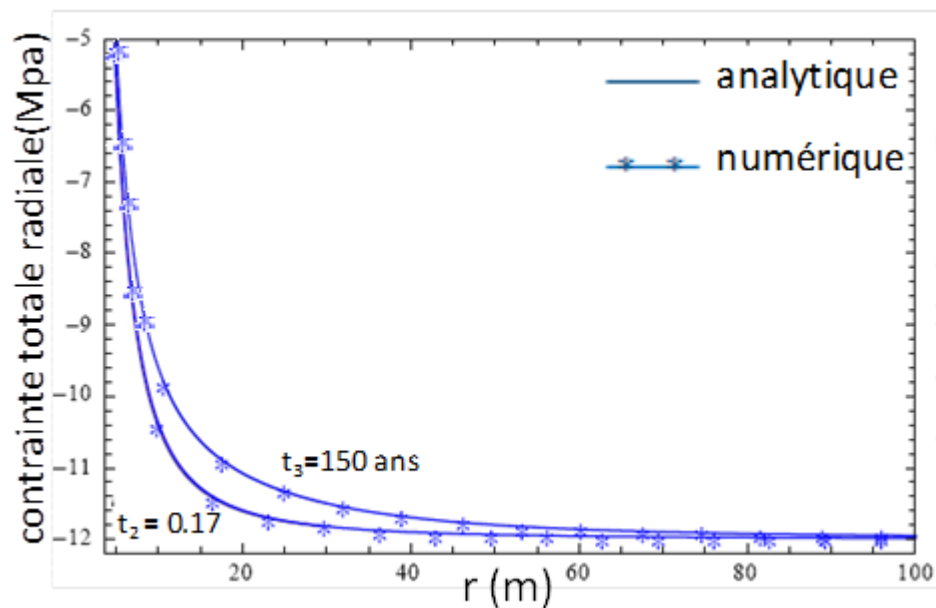


fig III-9 Profils de la contrainte totale radiale entre t_2 et t_3

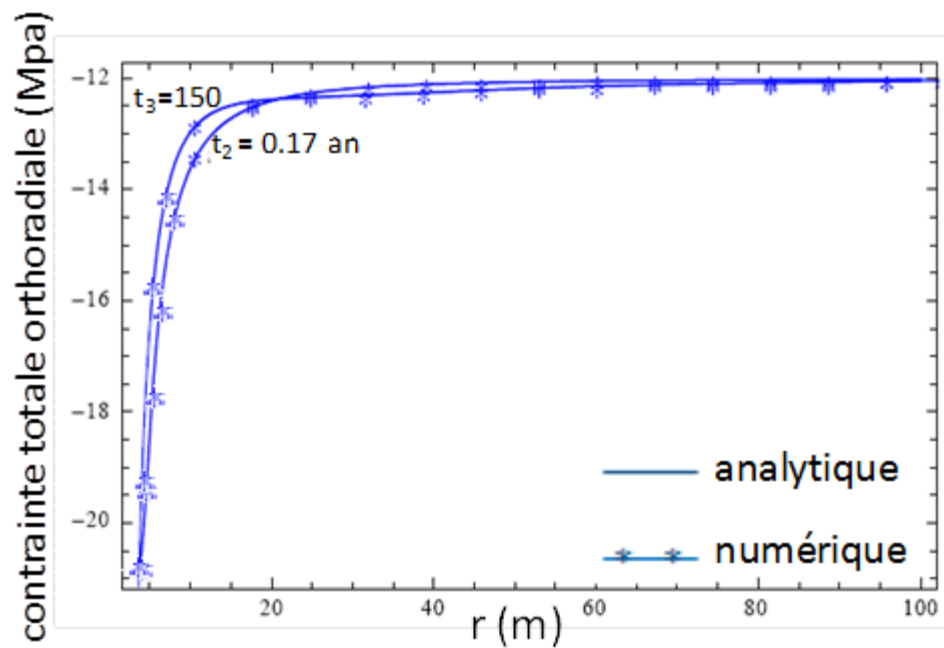


fig III-10 Profils de la contrainte totale orthoradiale entre t_2 et t_3

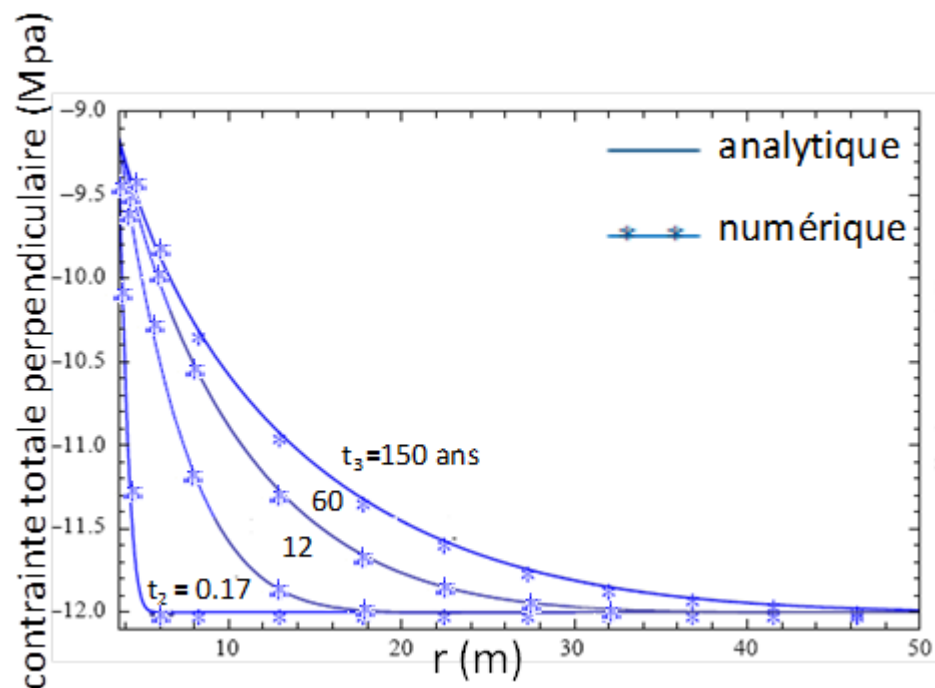


fig III-11 Profils de la contrainte totale axiale entre t_2 et t_3

Les profils des contraintes totales radiale (σ_{rr}), orthoradiale ($\sigma_{\theta\theta}$) et axiale (σ_{zz}), à différents instants sont présentés respectivement fig III-9, fig III-10 et fig III-11. Les contraintes totales ou effectives restent constantes en paroi du massif ($r = a$) pendant les phases de drainage. Pour un point donné à l'intérieur de la

roche hôte ($r > a$), la contrainte totale radiale diminue avec le temps. De même pour la contrainte totale axiale. La contrainte totale orthoradiale varie très peu.

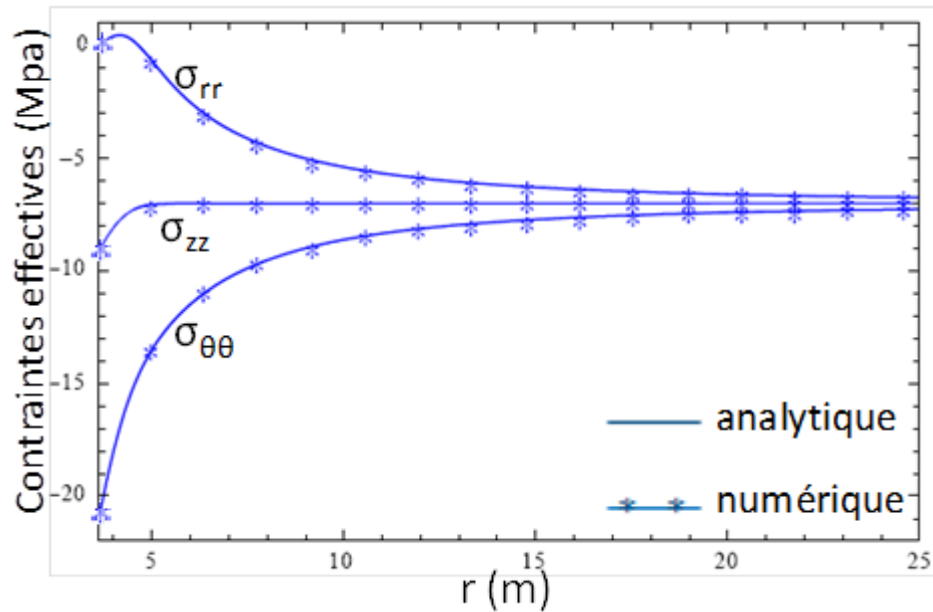


fig III-12 Profils des contraintes effectives à $t = t_2$

On peut également observer les profils des contraintes effectives à t_2 (pose du revêtement) sur la fig III-12. La courbe correspondant à la contrainte radiale effective présente un pic en relation avec l'existence d'une zone en traction très proche du mur de la cavité, après l'excavation (paragraphe III.1.4.1).

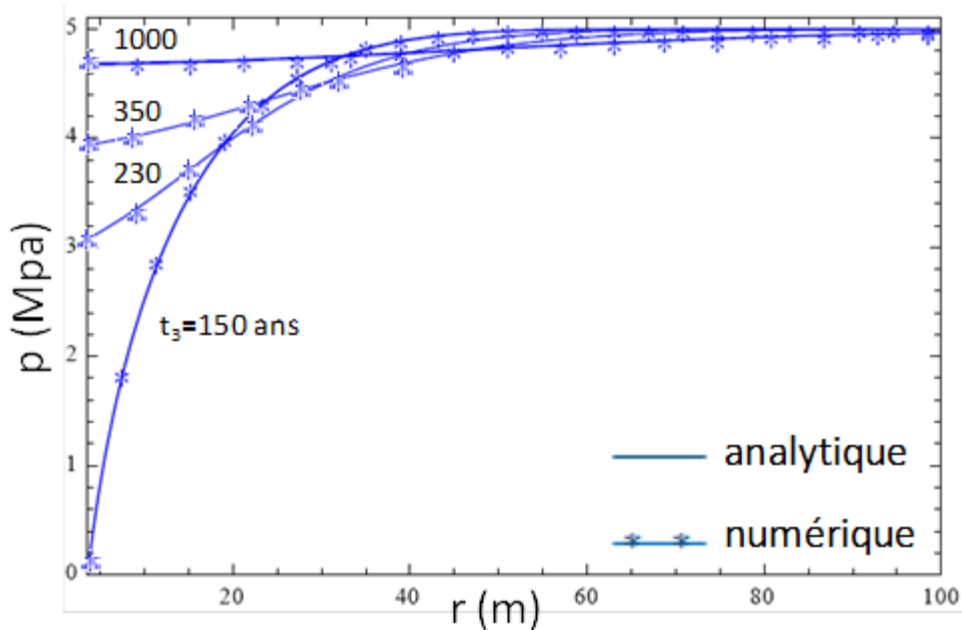


fig III-13 Profils de la pression après t_3

Notons aussi que la contrainte effective axiale n'est pas constant. Il dévie de la valeur $-\Sigma_0 + p_{w0}$ à proximité de la paroi du fait des variations de la pression d'eau.

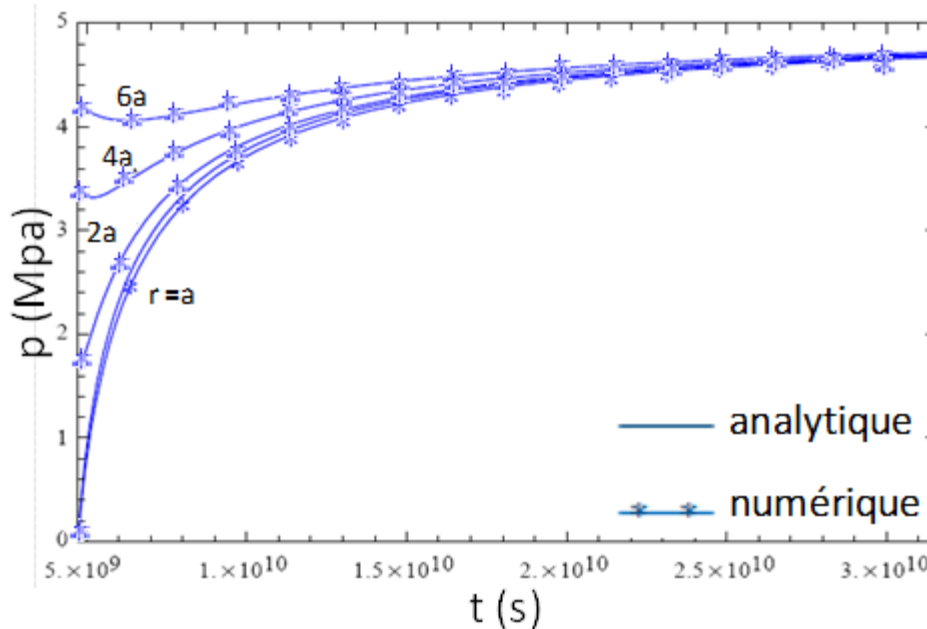


fig III-14 Evolution temporelle de la pression pour $r = \{a, 2a, 4a, 6a\}$ où a est le rayon de la galerie.

Les résultats de la phase (3) post-fermeture ($t > t_3$) obtenus numériquement et quasi-analytiquement sont semblables (fig III-13 et fig III-15), comme pour les phases antérieures du cycle de vie de la cavité. En effet, les courbes obtenues numériquement et quasi-analytiquement se superposent.

La fig III-13 montre les profils de la pression de pore à différents instants après fermeture de la galerie. La mise en place du remblai ne permet plus à l'eau rentrant dans la cavité de s'évacuer vers l'extérieur. Toutes les courbes ($t = 150, 230, 350, 1000 \text{ ans}$) convergent asymptotiquement vers p_{w0} , la pression d'eau initiale, pour r tendant vers l'infini.

La fig III-14 présente les évolutions temporelles de la pression d'eau en différents points du massif, caractérisés par $r = \{a, 2a, 4a, 6a\}$. Elle complète les informations données par la fig III-13. Loin de la cavité, le champ de pression est moins affecté par des perturbations hydromécaniques que près de celle-ci.

L'observation de la fig III-15, qui correspond aux profils de déplacement entre 150 et 1000 ans, met en relief le recul de la roche hôte et en particulier du mur de la cavité après la fermeture de la galerie, en lien avec la restauration de la

pression hydraulique. Le revêtement n'étant pas mis en charge lors des phases précédentes et le remblai restant immobile pendant cette phase (c.f. paragraphe III.1.4.4.I), le revêtement reste immobile pendant la phase (4) post-fermeture.

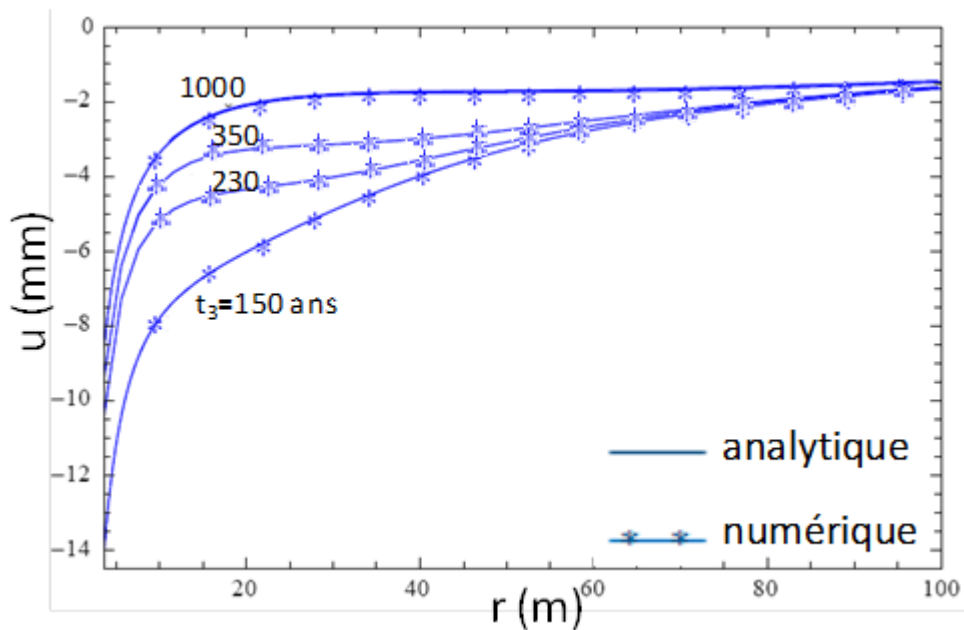


fig III-15 Profils du déplacement radial après t_3

Les modélisations numérique ou théorique permettent le décollement des interfaces entre le revêtement et le massif (BM) et entre le remblai et le revêtement (RB). Par conséquent, une ouverture se crée entre le revêtement et le massif. Dans le cas d'une roche visqueuse, cette ouverture pourrait ne pas durer voire être inexistante comme on va le voir dans la suite. Cependant, dans le cadre de la poroélasticité (sans fluage), cette ouverture perdure pendant la phase post-fermeture. Son épaisseur devient constante à partir du moment où la pression d'eau retrouve sa valeur initiale dans l'ensemble du système considéré (remblai, revêtement, roche et éléments d'interface).

On constate également que ce n'est que loin de la galerie que le déplacement radial redevient quasi-nul. Ceci confirme la nécessité de modéliser un large domaine physique à travers un maillage constitué d'éléments finis par exemple, pour prendre correctement en compte les conditions limites « à l'infini ».

Les profils des contraintes totales convergent tous, après un temps très long, c'est-à-dire à partir du moment où la pression d'eau ne varie plus, vers les profils obtenus classiquement en élasticité (fig III-16). Ils tendent vers la pression géostatique $-\Sigma_0 = -12 \text{ MPa}$ loin de la cavité.

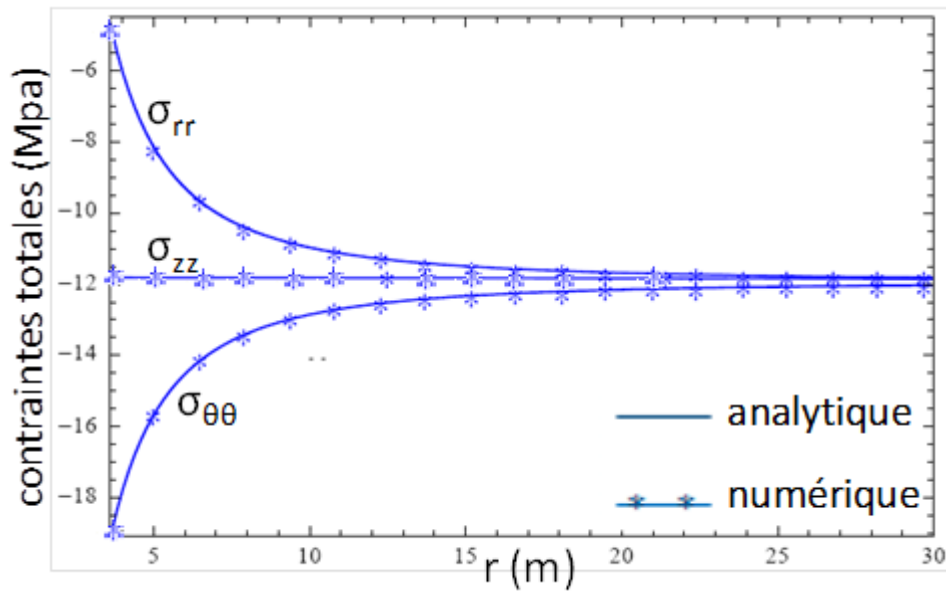


fig III-16 Profils des contraintes totales à $t = 1000\text{ans}$

La fig III-17 montre l'évolution temporelle des contraintes totales en paroi du massif de l'instant initial à l'instant $t = 500\text{ans}$. La contrainte totale radiale, maintenue à 0 pendant les phases de drainage, augmente (en valeur absolue) à partir de la mise en place du remblai (t_3), jusqu'à la valeur $-p_{w0}$. Elle est à chaque instant identique à la pression d'eau dans la galerie, en raison de l'absence de contact massif-revêtement dans ce cas,

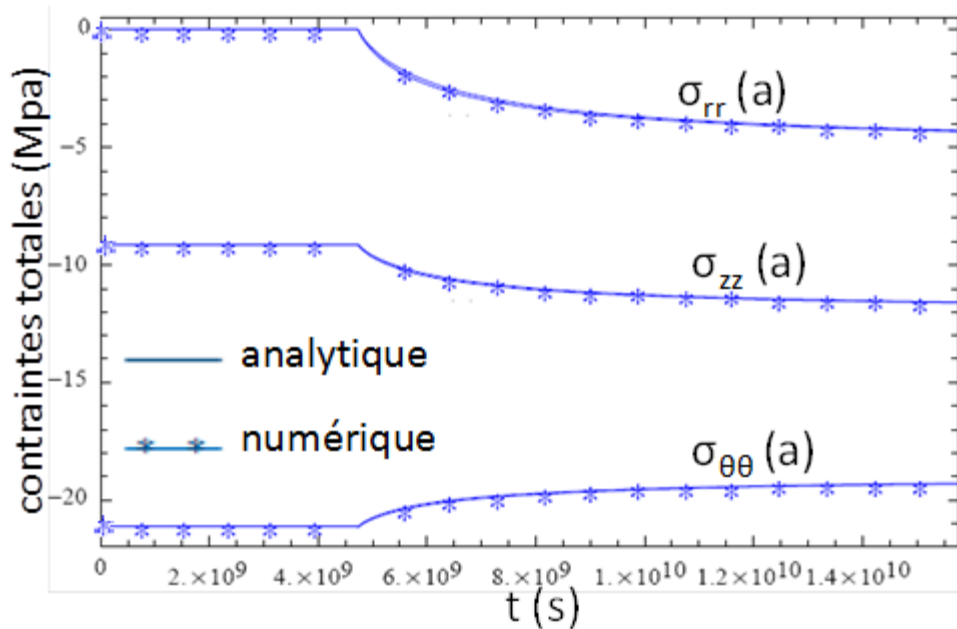


fig III-17 Evolution temporelle des contraintes totales en paroi du massif ($r = a$)

La contrainte totale orthoradiale est également constante pendant les phases pré-fermeture. Durant la phase post-fermeture, elle décroît (en valeur absolue) asymptotiquement vers une valeur stable. Enfin, la contrainte totale axiale augmente (en valeur absolue) de manière monotone pour atteindre sa valeur finale, la contrainte géostatique $-\Sigma_0$.

III.3 Application : comportement d'une cavité creusée dans une roche hôte poro-viscoplastique endommageable

Pour cette application, le remblai est supposé poroélastique, le revêtement poro-plastique (von Mises) et la roche hôte poro-viscoplastique endommageable. Dans cette première modélisation numérique non linéaire, l'endommagement sera supposé isotrope.

III.3.1 Loi de comportement de la roche

III.3.1.1 Equations constitutives

Le comportement du massif encaissant sera modélisé dans ce chapitre par une loi de Lemaitre endommageable (Lemaitre & Chaboche, 2001). Cette loi de comportement permet de reproduire le comportement de l'argilite en première approximation (Souley *et al.*, 2011 ; Blanco Martin *et al.*, 2011). En se basant sur les travaux de Coussy (2004) en poro-viscoplasticité rappelés dans le premier chapitre, le comportement du squelette est régi par les équations suivantes :

$$\dot{\epsilon}^{vp} = \frac{3}{2(1-D)} \left\langle \frac{q}{(1-D)K_L r^{1/M_L}} \right\rangle^{N_L} \frac{s}{q} \quad (III-66)$$

$$\dot{r} = \left\langle \frac{q}{(1-D)K_L r^{1/M_L}} \right\rangle^{N_L} ; \quad \dot{D} = \left\langle \frac{q}{A_L} \right\rangle^{R_L} (1-D)^{-k_L}$$

Elles correspondent aux équations caractérisant le comportement d'un matériau viscoplastique endommageable monophasique dans lesquelles la contrainte usuelle de Cauchy a été remplacée par la contrainte effective de Biot σ' .

III.3.1.2 Temps caractéristiques

Les effets des couplages multiphysiques (hydromécanique, viscoplasticité et endommagement) qui régissent le comportement de la roche hôte peuvent être étudiés à la lumière des temps caractéristiques qui sont associés à chaque

phénomène : un temps caractéristique hydromécanique τ_{HM} , un temps caractéristique de fluage τ_f et un temps caractéristique d'endommagement τ_d .

- **Temps caractéristique hydromécanique**

Le premier temps caractéristique qui nous intéresse est celui lié au couplage hydromécanique τ_{HM} faisant intervenir k_h la diffusivité hydraulique et L_c la longueur caractéristique (pour un échantillon cylindrique, le diamètre par exemple) d'un milieu poreux telles que :

$$\tau_{HM} = L_c^2 / k_h \quad (III-67)$$

- **Temps caractéristique de fluage**

Pour mettre en évidence ce temps caractéristique de fluage τ_f , on définit les grandeurs normalisées sans dimension $t^* = t/\tau_f$; $r^* = r/\varepsilon_c$; $q^* = q/\sigma_c$, σ_c étant une contrainte caractéristique de l'ordre de 12 MPa (valeur de la contrainte à 500 m de profondeur) et $\varepsilon_c = \sigma_c/E$ (E module d'Young de la roche hôte) une déformation caractéristique.

La deuxième partie de l'équation (II-67) devient alors :

$$\frac{\varepsilon_c}{\tau_f} \frac{dr^*}{dt^*} = \left(\frac{q^*}{r^{*1/M_L}} \right)^{N_L} \left\langle \frac{\sigma_c}{K_L * \varepsilon_c^{1/M_L}} \right\rangle^{N_L} \quad (III-68)$$

Les paramètres « étoilés » étant d'ordre 1, on en déduit la valeur de τ_f :

$$\tau_f = \varepsilon_c \frac{M_L}{M_L + N_L} (K_L / \sigma_c)^{N_L} \quad (III-69)$$

On peut remarquer que $1 - D$ est d'ordre 1, sauf très proche de la rupture, qui n'est pas le cas traité ici.

- **Temps caractéristique d'endommagement**

A partir de l'équation (III-71) et en posant $D^* = D/D_c$, D_c étant d'ordre 1, la même démarche aboutit à :

$$\tau_d = (A_L / \sigma_c)^{R_L} \quad (III-70)$$

III.3.2 Caractérisation des paramètres mécaniques de la roche hôte

Habituellement, les paramètres mécaniques caractérisant le comportement de la roche hôte sont déduits d'essais (Fabre, 2005) réalisés en conditions drainées sur échantillons proches de la saturation et interprétés sous l'hypothèse d'un milieu monophasique (c'est-à-dire négligeant les phénomènes hydrauliques et ses effets de couplages). On pourrait se demander si la dissipation des pressions d'eau, nécessairement d'une vitesse finie, ne remettrait pas en cause l'identification des paramètres mécaniques ainsi effectuée. C'est une question non sans importance, car ces mêmes paramètres « monophasiques » sont introduits dans le modèle B dans le schéma de superposition. Cette interprétation des résultats expérimentaux revient à supposer que le temps de dissipation des pressions d'eau est très court par rapport au temps de fluage.

Afin de vérifier la pertinence de cette démarche (Dufour & Wong, 2009a), procédons de la manière suivante :

1. On détermine d'abord les valeurs numériques des paramètres mécaniques du modèle (B) à partir des résultats expérimentaux des essais uniaxiaux de fluage, en se basant sur une interprétation « monophasique », suivie de celles des paramètres hydrauliques du modèle (A) mais de façon indépendante ;
2. On réalise ensuite une modélisation numérique hydromécanique couplée de ces mêmes essais, en utilisant l'approche de superposition des modèles constitutifs présentée au paragraphe précédent, et en prenant en compte les paramètres déterminés dans l'étape précédente ;
3. On compare enfin les résultats expérimentaux et numériques.

III.3.2.1 *Essai à taux de déformation constant*

Afin d'obtenir des valeurs numériques réalistes des paramètres mécaniques, on peut s'appuyer par exemple sur les essais réalisés sur des éprouvettes d'argilite quasiment saturées en eau, récapitulés dans (Fabre, 2005). Leur interprétation a été faite à partir d'une loi de comportement monophasique viscoplastique endommageable anisotrope plus complexe que celle actuellement disponible dans Cast3M et présentée dans les travaux de Hajdu (2003).

Contrairement à la loi endommageable de Lemaitre de Cast3M, la loi définie par Hajdu (2003) est sensible au premier invariant des contraintes et permet un endommagement anisotrope. On peut remarquer que ces deux lois de

comportement ((II-210) et (II-230)) et ((II-228) et (II-229)) sont semblables à condition qu'on impose d'une part $\alpha = 0$, $\beta_H = 1$ et d'autre part $\forall \sigma$, $k_L = cste = 2q_H R_H$. En effet, en se plaçant en condition uniaxiale et en imposant une contrainte constante σ_{zz} dans la direction axiale d'une éprouvette cylindrique (essai de fluage), on obtient les lois d'évolution de l'endommagement suivantes :

$$\text{Cast3M} \quad \dot{D} = \left(\frac{\sigma_{zz}}{A_L} \right)^{R_L} (1 - D)^{-k_L} \quad (\text{III-71})$$

$$\text{Hajdu} \quad \dot{D} = \left(\frac{\sigma_{zz}}{A_H(1-D)^{2q_H}} \right)^{R_H} \quad (\text{III-72})$$

En identifiant (III-71) et (III-72), on trouve $k_L = 2q_H R_H$ et $R_L = R_H$.

L'interprétation d'un essai à taux de déformation imposé (Fabre, 2005), effectuée à partir de la loi viscoplastique monophasique ((II-230) et (II-210)), a donné les paramètres mécaniques du Tableau III-5.

$$E = 6000 \text{ MPa} ; \nu = 0,17 ;$$

$$N_H = 25 ; M_H = 3,17 ; K_H = 340 \text{ MPa} \cdot \text{s}^{1/N} ; R_H = 11,3 ; q_H = 0,25 ; A_H$$

$$= 95,5 \text{ MPa} \cdot \text{s}^{1/r} ; (\alpha_H = 0 ; \beta_H = 0,29)$$

Tableau III-5 Paramètres mécaniques de l'argilite d'après (Fabre, 2005)

La question est maintenant de savoir si ces paramètres, provenant de l'interprétation monophasique d'un essai réel sur un matériau saturé donc biphasique, utilisés de nouveau lors d'une modélisation numérique biphasique peuvent conduire à des résultats proches des valeurs expérimentales.

Pour cela, nous allons effectuer une simulation numérique modélisant les conditions expérimentales de l'essai à taux de déformation imposé de Fabre (2005). On considère un échantillon cylindrique de diamètre 39,15 mm et de hauteur 77,58 mm (fig III-18) dont le maillage 2D (calculs menés en axisymétrie) est défini par les axes r et z (fig III-19). Le maillage est constitué de 16 éléments Q8 régulièrement répartis.

L'expérience a été réalisée sur une éprouvette cylindrique d'argilite de l'est prélevée à une profondeur de 457 m dans le laboratoire souterrain de Bure. Un taux de déformation $\dot{\epsilon} = 10^{-8} \text{ s}^{-1}$ a été maintenu dans la direction axiale de l'échantillon pendant toute la durée de l'essai.

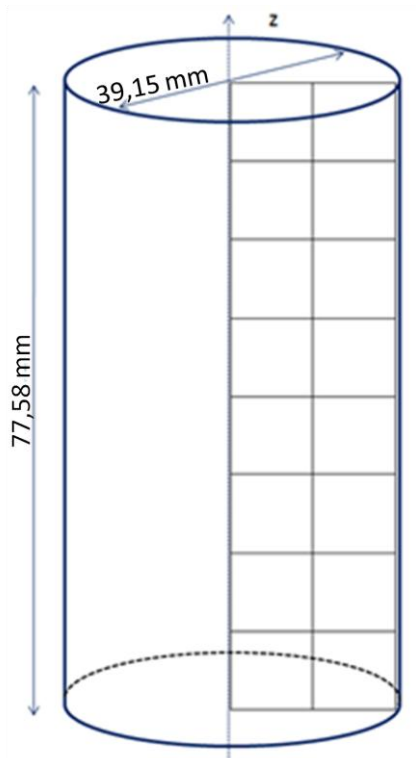


fig III-18 Epreuve cylindrique

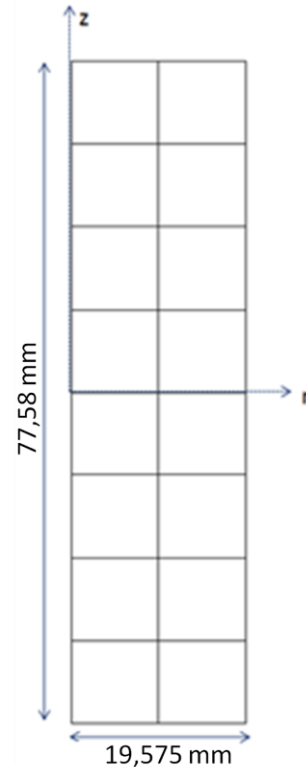


fig III-19 Maillage : 16 éléments

Simulation (I) : essai biphasique en conditions drainées

Dans un premier temps, effectuons une simulation numérique de cet essai en considérant une loi de comportement poro-viscoplastique endommageable de Lemaitre (superposition de deux modèles). On suppose que l'échantillon est totalement saturé, de même dimension que l'éprouvette réelle. On impose à $t = 0$ une pression et un tenseur des contraintes nuls à l'intérieur de l'échantillon ainsi qu'un champ de pression nul sur les bords pour tout t .

Les paramètres du modèle monophasique (B) sont ceux du Tableau III-5 et ceux du modèle poroélastique (A) sont résumés dans le Tableau III-6.

$$b = 1 ; \phi = 0,15 ; K_f = 2000 \text{ MPa} ; \lambda_h = 10^{-17} \text{ m}^2 \cdot \text{Pa}^{-1} \cdot \text{s}^{-1} ;$$

Tableau III-6 Paramètres hydromécaniques de l'argilite
(Wileveau & Barnier, 2008)

Simulation (II) : essai monophasique

Dans un deuxième temps, on peut réaliser le même essai numériquement, en considérant cette fois-ci une loi de comportement viscoplastique

endommageable de Lemaitre pour un solide monophasique. Le comportement de l'éprouvette est alors seulement régi par le modèle (B).

Pour les deux simulations (I) et (II), les valeurs des contraintes, des déformations, de la pression d'eau ou de l'endommagement sont calculées en effectuant une moyenne sur l'ensemble du maillage (fig III-19).

*I. Comparaisons entre résultats expérimentaux et numériques
(Simulation (I): biphasique)*

Comparons maintenant les valeurs expérimentales mesurées par Fabre (2005) et les résultats obtenus après la simulation numérique biphasique en conditions drainées.

La fig III-20 montre les évolutions de la contrainte axiale (σ_{zz} sur le graphe) en fonction des déformations. Les variations des déformations radiale (ε_{rr}), axiale (ε_{zz}) et volumique ($\varepsilon_{vol} = \varepsilon_{rr} + \varepsilon_{\theta\theta} + \varepsilon_{zz}$) sont tracées suivant l'axe horizontal tandis que l'évolution de la contrainte axiale est tracée suivant l'axe vertical.

En observant cette figure on constate que le comportement numérique de l'échantillon (ici, la simulation a été arrêtée à $t = 25$ jours sans atteindre la rupture) est plus ductile que celui de l'éprouvette réelle. Le comportement fragile mis en évidence lors de l'essai ne peut pas être reproduit numériquement par l'intermédiaire de la loi de comportement « viscodommage » de Cast3M, l'endommagement ne pouvant être qu'isotrope, ce qui correspond au cas où $\beta_H = 1$ alors que ce paramètre est estimé par Fabre à $\beta_H = 0.29$ (cf. Tableau III-5). En effet, en observant l'étude paramétrique de Pellet *et al.* (2005), on constate que plus β_H se rapproche de 1, plus le comportement de la roche est ductile. Toutefois, l'endommagement anisotrope ne peut être traité par le logiciel Cast3M dans la version actuelle en notre possession.

De plus, les différences de résultats peuvent provenir de l'hypothèse de saturation totale dans le calcul numérique, le degré de saturation des échantillons étant de l'ordre de $84\% \mp 3$ lors des essais.

Cependant on peut noter que jusqu'au pic en contrainte, les calculs menés suivant la démarche adoptée prédisent correctement le comportement de l'éprouvette. Ses prédictions ne deviennent mauvaises que dans la phase post-pic.

II. Comparaisons entre simulations numériques monophasique (simulation (II)) et biphasique (simulation (I))

Il est également intéressant de comparer exclusivement des résultats numériques entre eux, issus d'une part d'une modélisation biphasique (simulation (I)) identique à celle décrite dans les lignes précédentes et d'autre part d'une modélisation monophasique (simulation (II)) effectuée sur une éprouvette au comportement viscoplastique endommageable (paramètres du Tableau III-5), afin de mettre en évidence l'importance des interactions hydromécaniques et comment celles-ci évoluent avec la vitesse de chargement.

A cette vitesse de déformation constante $\dot{\epsilon} = 10^{-8} \text{ s}^{-1}$, on observe (fig III-21a) que les surpressions maximales induites dans l'échantillon lors de la modélisation biphasique sont très faibles (de l'ordre de 50 kPa) et qu'elles se dissipent ensuite rapidement.

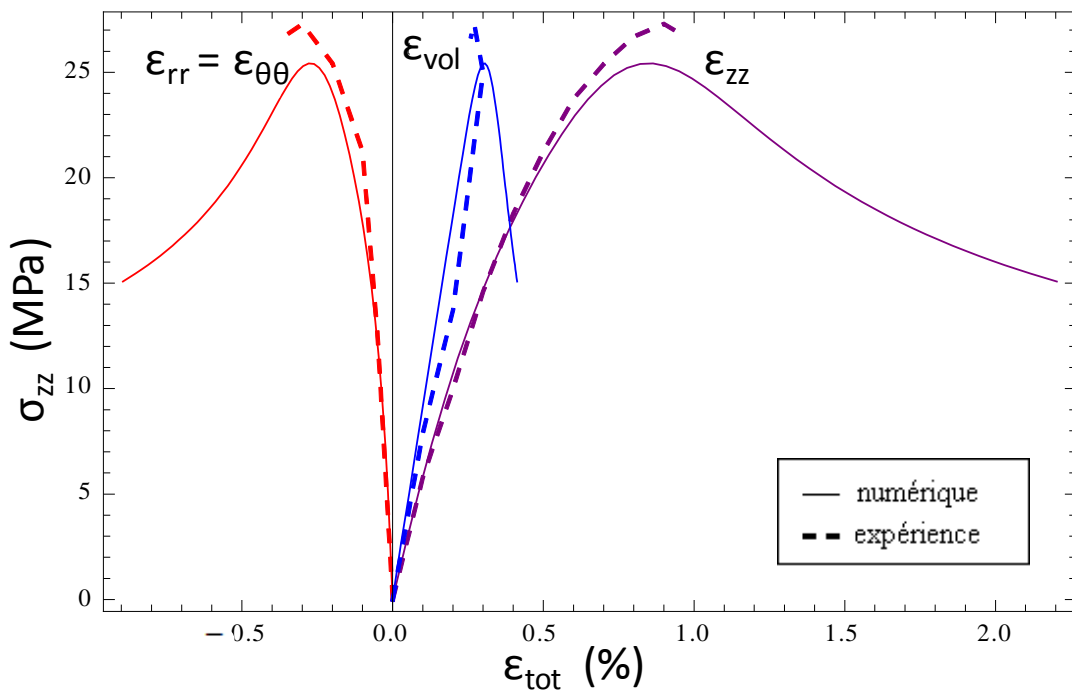


fig III-20 Essai à taux de déformation constant $\dot{\epsilon} = 10^{-8} \text{ s}^{-1}$

Comparaisons modèle poromécanique – expérience

Evolution de la contrainte axiale σ_{zz} en fonction des déformations radiale ϵ_{rr} , axiale ϵ_{zz} et volumique ϵ_{vol} (convention : contraction positive)

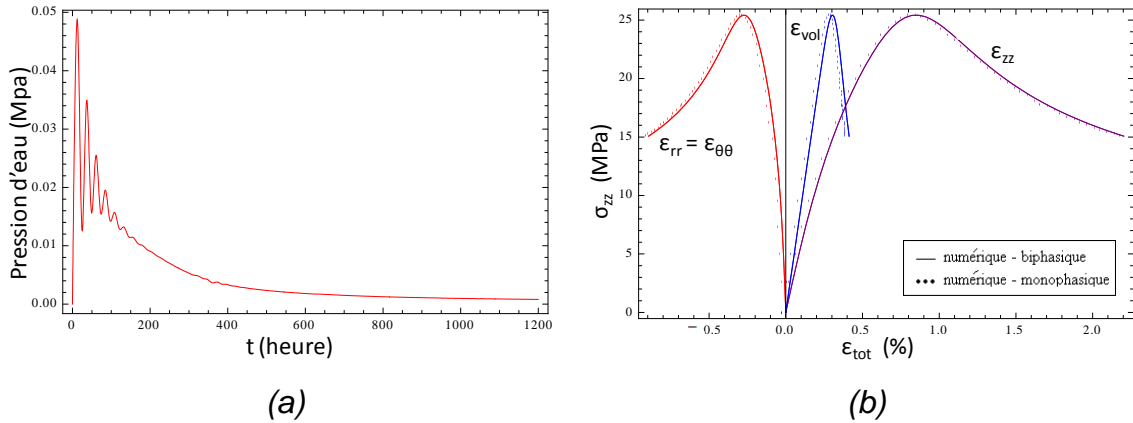


fig III-21 Simulation à taux de déformation constant $\dot{\epsilon} = 10^{-8} \text{ s}^{-1}$:

- (a) Evolution temporelle de la pression d'eau –
- (b) Evolution de la contrainte axiale σ_{zz} en fonction des déformations radiale ϵ_{rr} , axiale ϵ_{zz} et volumique ϵ_{vol} (convention : contraction positive)

Etudions également les isovaleurs de la contrainte équivalente de von Mises ($q = |\sigma_{zz}|$) à différents instants dans les deux simulations. On remarque que lors de la simulation (I) biphasique, le champ de contrainte totale à l'intérieur de l'échantillon est non homogène à $t = 2.4 \text{ heures}$ (fig III-22a), instant qui correspond au maximum des surpressions dans l'échantillon tandis qu'à la fin de la simulation, à $t = 1,6 \text{ mois}$ (fig III-22b), ce champ est devenu homogène, les surpressions s'étant dissipées.

A l'inverse, lors de la simulation (II) monophasique le champ de contrainte est toujours homogène quelque soit l'instant ((fig III-22c) et (fig III-22d)), qui est cohérent avec les conditions de calcul

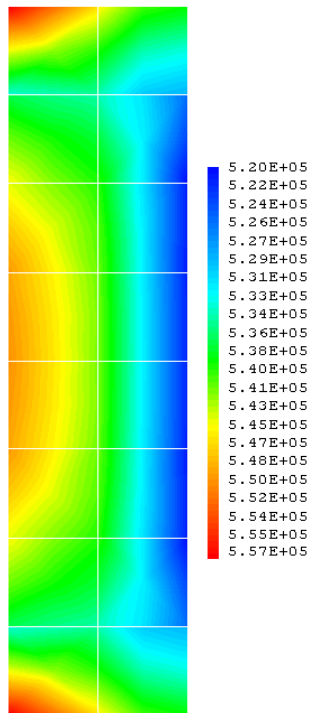
Après dissipation de surpressions, on a bien égalité du champ des contraintes dans les deux simulations (fig III-22b et fig III-22d identiques).

Enfin, il est intéressant de comparer les évolutions de la contrainte axiale σ_{zz} en fonction des déformations axiale, radiale et volumique. La fig III-21b nous montre que les résultats des simulations (I) et (II) sont très proches à la vitesse de chargement $\dot{\epsilon} = 10^{-8} \text{ s}^{-1}$ prise en compte.

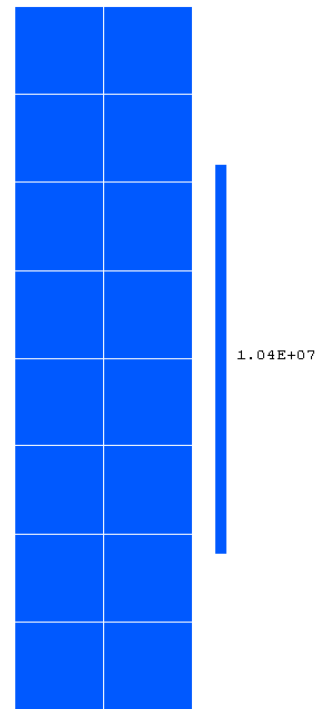
III. Etude paramétrique

Afin d'expliquer la cohérence des résultats de la simulation (I) biphasique avec ceux de la simulation (II) monophasique, nous avons effectué une courte étude paramétrique mettant en évidence l'influence de la vitesse de déformation imposée lors de la simulation sur le comportement de l'éprouvette.

Simulation (I)

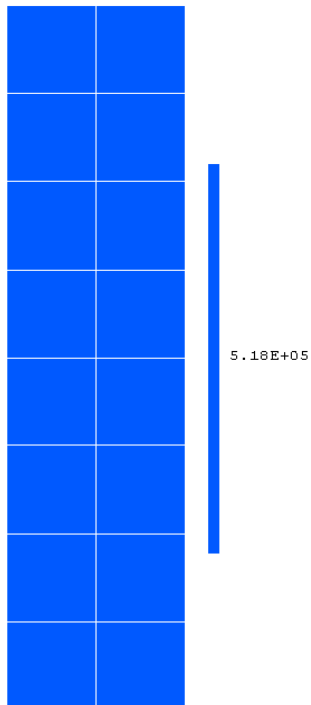


(a) bi-phasique, $t=2,4$ heures

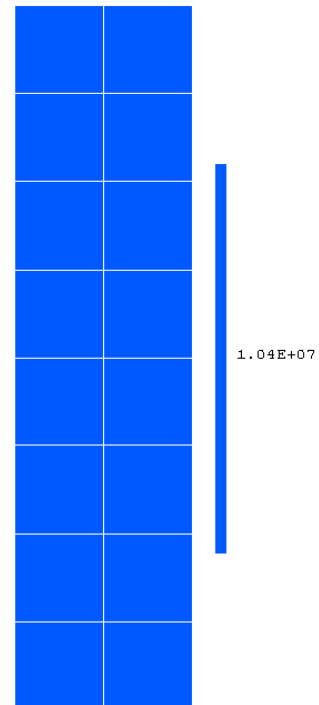


(b) bi-phasique, $t=1,6$ mois

Simulation (II)



(c) monophasique, $t=2,4$ heures



(d) monophasique, $t=1,6$ mois

fig III-22 Isovaleurs de q à $t = 2.4$ heures (a et c) et $t = 1.6$ mois (b et d)
(Valeurs en Pa)

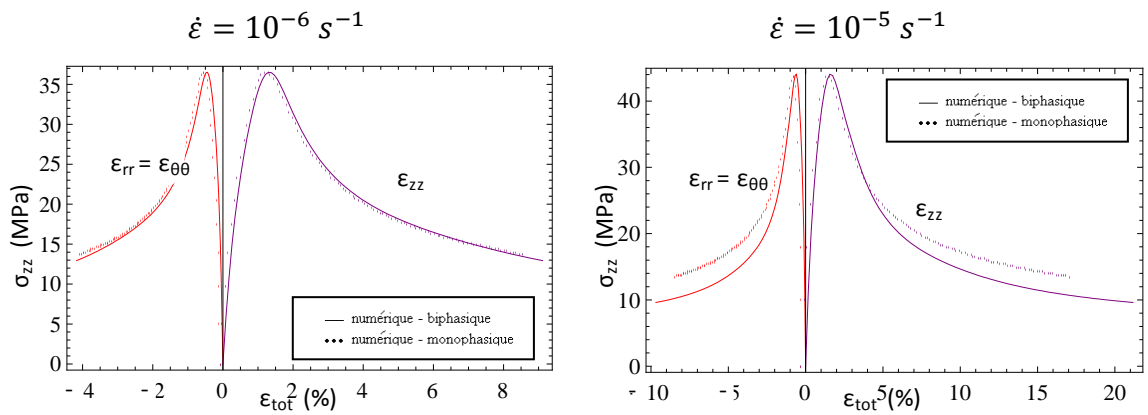


fig III-23 Evolution de la contrainte axiale (σ_{zz}) en fonction des déformations radiale (ε_{rr}), axiale (ε_{zz}) et volumique (ε_{vol}) (convention : contraction positive)

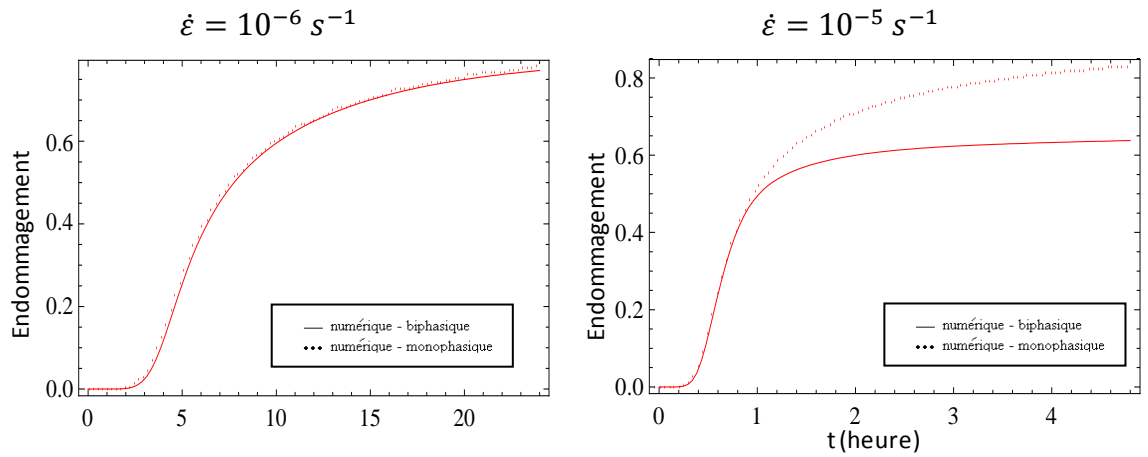


fig III-24 Evolution temporelle de l'endommagement en fonction du temps

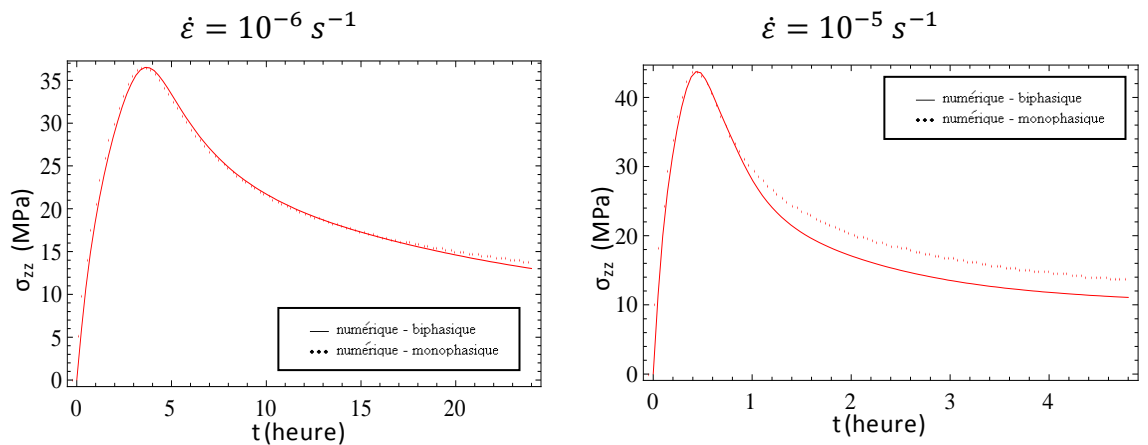


fig III-25 Evolution temporelle de la contrainte axiale (σ_{zz}) (convention : compression positive)

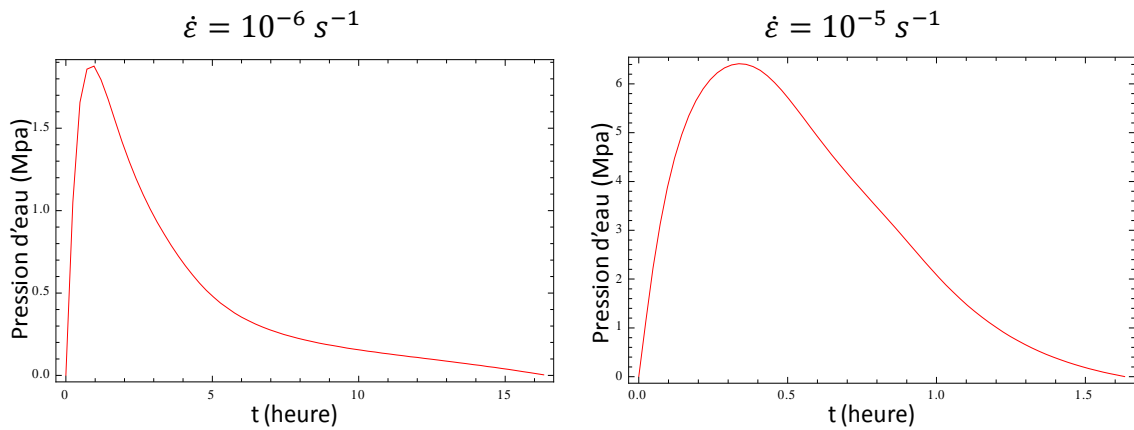


fig III-26 Evolution temporelle de la pression d'eau

On constate que jusqu'à une vitesse de chargement $\dot{\epsilon} = 10^{-7} /s$ les résultats des simulations (I) et (II) son proches. Par contre, pour $\dot{\epsilon} = 10^{-6} /s$, on observe une légère différence de comportement illustrée par exemple par l'évolution de la contrainte axiale en fonction des déformations (fig III-23), par l'évolution temporelle de l'endommagement (fig III-24) ou par l'évolution temporelle de la contrainte axiale (fig III-25).

Fluage	τ_f	an	10^{11}			
Endommagement	τ_d	an	480			
Couplage hydromécanique	τ_{HM}	heure	10			
Chargement	τ_{ch}	heure	$\dot{\epsilon} = 10^{-8} s^{-1}$	$\dot{\epsilon} = 10^{-7} s^{-1}$	$\dot{\epsilon} = 10^{-6} s^{-1}$	$\dot{\epsilon} = 10^{-5} s^{-1}$
			300	30	3	0,3
-	$\frac{\tau_{ch}}{\tau_{HM}}$	-	30	3	0,3	0,03

Tableau III-7 Temps caractéristiques

Pour $\dot{\epsilon} = 10^{-5} /s$, la différence entre les deux types de simulations (monophasique et bi-phasique) s'accroît.

Complétons cette analyse par le calcul des temps caractéristiques mis en évidence dans le paragraphe III.3.1.2 en ajoutant ici le temps caractéristique lié au chargement, à savoir le temps nécessaire τ_{ch} , sous un chargement à vitesse constante $\dot{\epsilon}$, pour que le matériau atteigne une déformation caractéristique.

$$\tau_{ch} = \frac{\varepsilon_c}{\dot{\varepsilon}} \quad (III-73)$$

A la lecture de ce tableau on remarque tout d'abord que le temps caractéristique de fluage est très grand devant celui d'endommagement qui lui-même est très grand devant celui lié au chargement et le temps caractéristique hydromécanique. L'équilibrage des surpressions est quasi-instantané par rapport aux vitesses de fluage et d'endommagement.

Par ailleurs, on constate que la vitesse de déformation $\dot{\varepsilon} = 10^{-6} s^{-1}$ à partir de laquelle on a pu observer des différences de comportement entre les modélisations monophasique et bi-phasique correspond à un changement de régime, le temps caractéristique hydromécanique devenant supérieur au temps caractéristique de chargement. Dans le cas $\tau_{ch} \gg \tau_{HM}$ l'effet des surpressions n'est pas observable. A l'inverse, lorsque $\tau_{ch} \ll \tau_{HM}$, les surpressions sont importantes (fig III-26). On en déduit que l'utilisation d'un modèle monophasique pour simuler le comportement de l'argilite est cohérente dans le cas d'un chargement très lent par rapport au phénomène de dissipation hydromécanique (i.e. lorsque le temps caractéristique hydromécanique est nettement inférieur au temps caractéristique de chargement). C'est bien le cas des essais réalisés par Fabre (2005) où la faible vitesse de chargement rend les surpressions négligeables.

Pour compléter les analyses du paragraphe précédent, on réalise ici deux simulations classiques supplémentaires : un essai de fluage et un essai de relaxation.

III.3.2.2 **Simulation d'un essai de fluage**

On réalise dans un premier temps la simulation d'un essai de fluage sur la même éprouvette (caractéristiques hydromécaniques identiques). On impose un chargement dans la direction axiale $\sigma_{zz} = 12 MPa$ pendant $\Delta t = 70 jours$. On considère toujours deux types de simulation : la simulation (I) biphasique et la simulation (II) monophasique.

Lors de cette dernière, le comportement de l'échantillon est défini par les équations suivantes (Pellet *et al.*, 2005) :

$$\varepsilon_{zz} = \varepsilon_{zz}^e + \varepsilon_{zz}^{vp} \quad (III-74)$$

$$\varepsilon_{zz}^e = \frac{\sigma_{zz}}{E} \quad (III-75)$$

$$\varepsilon_{zz}^{vp} = \varepsilon_{rupt}^{vp} \left[1 - \left(1 - \frac{t}{t_{rupt}} \right)^{\frac{k_L - N_L}{k_L + 1}} \right]^{\frac{M_L}{M_L + N_L}} \quad (III-76)$$

$$\varepsilon_{rupt}^{vp} = \left[\frac{M_L + N_L}{M_L(k_L - N_L)} \left(\frac{\sigma_{zz}}{A} \right)^{-r} \left(\frac{\sigma_{zz}}{K} \right)^{N_L} \right]^{\frac{M_L}{M_L + N_L}} \quad t_{rupt} = \frac{1}{k_L + 1} \left(\frac{\sigma_{zz}}{A} \right)^{-R_L}$$

Pendant toute la durée de la simulation (II), les surpressions d'eau maximales observées sont de l'ordre de 1,5 kPa. En outre, elles se dissipent très rapidement. Dans cette simulation, le comportement de l'éprouvette est régi par les temps caractéristiques de fluage, d'endommagement et hydromécanique.

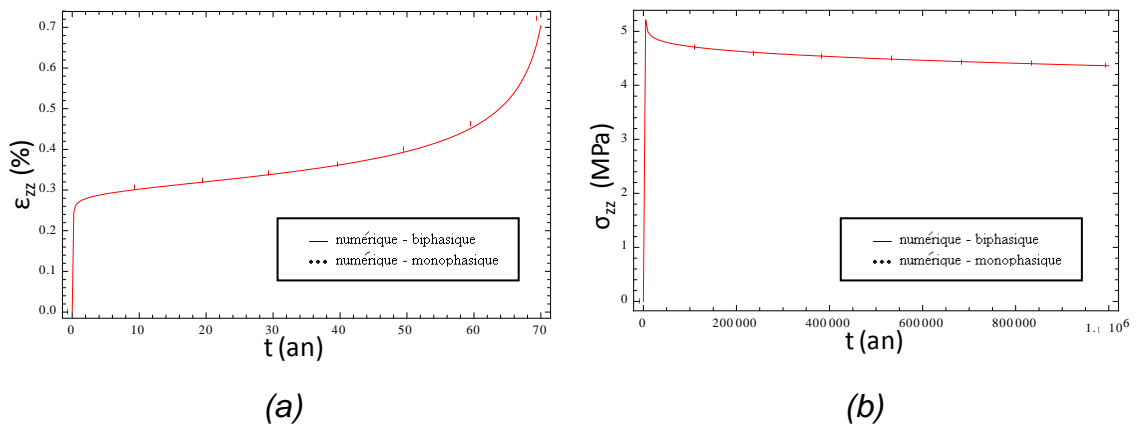


fig III-27 Comparaison des résultats des simulations I et II :

- (a) Evolution temporelle de la déformation axiale totale (ε_{zz}) lors d'un essai de fluage
(convention : contraction positive)
- (b) Evolution temporelle de la contrainte axiale (σ_{zz}) lors d'un essai de relaxation
(convention : compression positive)

C'est ce dernier qui est en lien direct avec les surpressions observées, surpressions qui ne sont toutefois pas assez élevées pour observer des différences de comportement entre les simulations biphasique et monophasique (résultats analytique et numérique) comme l'illustre la fig III-27a qui montre l'évolution des déformations axiales en fonction du temps.

III.3.2.3 Simulation d'un essai de relaxation

On peut également mettre en œuvre numériquement un essai de relaxation en imposant, par exemple, un déplacement axial de 0.16 mm en $t = 2.3$ jours. On constate sur une période très longue de l'ordre du million d'années que (fig III-27b) les évolutions de la contrainte axiale en fonction du temps dans les cas monophasique et biphasique sont semblables.

Ainsi, lors d'essais modélisés de fluage ou de relaxation, les paramètres hydromécaniques choisis induisent de faibles surpressions dans l'échantillon qui se dissipent rapidement. Dans ces cas-là, la démarche appliquée est bien cohérente.

Conceptuellement, on peut considérer que dans les deux essais, où soit la contrainte soit la déformation est maintenue constante, le temps caractéristique de chargement tend vers l'infini. En toute cohérence avec la discussion précédente, les résultats de simulation de l'essai biphasique (simulation (I)) et monophasique (simulation (II)) sont similaires lorsque les conditions drainées de l'expérience ou de la simulation sont vérifiées. Les paramètres mécaniques mesurés sur échantillon à une vitesse de chargement lente et calibrés par rapport à une loi de comportement mécanique monophasique viscoplastique endommageable sont ainsi utilisables en tant que paramètres drainés, qui sont dans notre cas affectés au modèle (B), c'est-à-dire au squelette solide du milieu poreux. La démarche adoptée est par conséquent pertinente.

III.3.3 Etude paramétrique

Toutes ces vérifications étant effectuées, étudions maintenant l'influence de divers paramètres (Dufour *et al.*, 2011a) comme le fluage et l'endommagement de la roche hôte, la cinétique de dégradation du revêtement ou le degré de compactage du remblai, sur le comportement hydromécanique de la cavité, en particulier en phase post-fermeture. Notre attention se portera principalement sur la réponse hydromécanique de la roche hôte, doté d'un comportement complexe. Pour cette raison, les comportements du remblai (poroélastique) et du revêtement (poroplastique) seront modélisés de manière simplifiée. Les paramètres hydromécaniques du remblai et du revêtement sont ceux du Tableau III-4. Le comportement plastique (Von Mises) du revêtement est caractérisé par une limite élastique $S_Y = 30 \text{ MPa}$.

III.3.3.1 **Influence du comportement de la roche hôte**

Le comportement hydromécanique d'une galerie souterraine est le résultat des effets combinés de plusieurs phénomènes : viscoplasticité, endommagement et couplage hydromécanique au sein du massif rocheux. Pour discuter de l'interaction entre ces mécanismes, deux ratios de temps caractéristiques sont introduits.

Le premier κ_f désigne le quotient du temps caractéristique de fluage par le temps caractéristique hydromécanique et le second κ_d , le quotient du temps caractéristique d'endommagement par le temps caractéristique hydromécanique :

$$(a) \kappa_f = \frac{\tau_f}{\tau_{HM}}; \quad (b) \kappa_d = \frac{\tau_d}{\tau_{HM}} \quad (III-77)$$

Le temps caractéristique hydromécanique est mis en évidence sur la fig III-28 montrant l'évolution temporelle de la pression d'eau en paroi de la roche. On observe qu'à partir de $t = \tau_{HM} = 10\,000$ ans, la pression de pore retrouve sa valeur initiale de 5 MPa.

Pour cette étude, plusieurs jeux de paramètres viscoplastiques et endommageables de la roche ont été testés. Les modélisations effectuées incluent le cas limite correspondant à une roche poroélastique (les ratios κ_f et κ_d sont alors très grands) et des cas où les ratios κ_f et κ_d deviennent très petits, en d'autres termes, lorsque les effets du fluage ou de l'endommagement deviennent prépondérant par rapport aux effets du couplage hydromécanique.

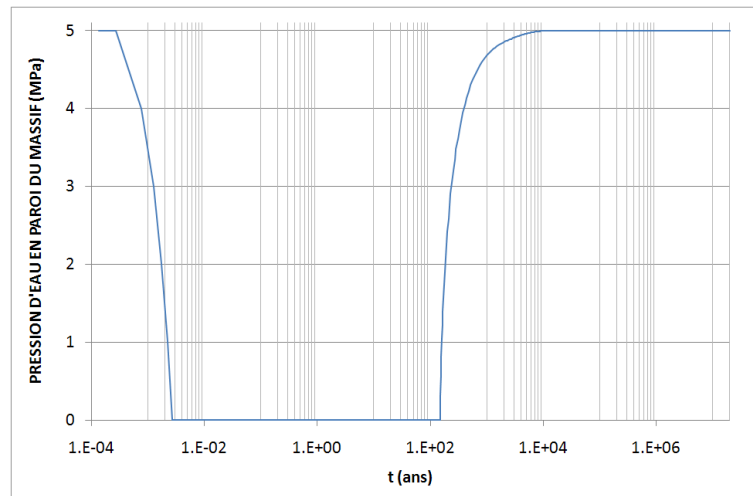


fig III-28 Evolution temporelle de la pression d'eau en paroi de la roche hôte

L'évolution temporelle du déplacement radial de la paroi de la cavité est représentée fig III-29. Durant la première phase d'excavation, quelles que soient les valeurs des paramètres viscoplastiques et endommageables de la roche, un mouvement de convergence de la paroi du massif est observé. Cette convergence est d'autant plus importante que les temps caractéristiques viscoplastique ou d'endommagement du massif sont petits ou autrement dit, que les phénomènes de fluage ou d'endommagement sont rapides.

Lors des phases (2) et (3) de drainage, ce phénomène de convergence perdure, même s'il est ralenti après installation du revêtement ($t_2 = 2 \text{ mois}$). Seule exception, le cas particulier d'une roche poroélastique pour lequel la paroi de la cavité reste immobile.

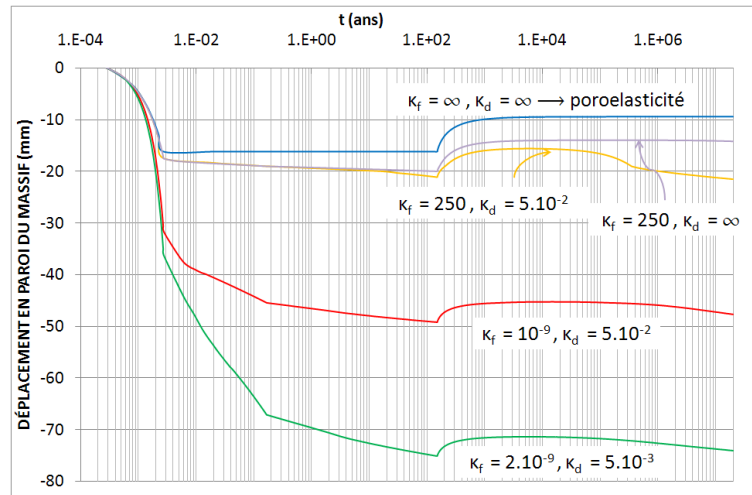


fig III-29 Influence de la viscoplasticité et de l'endommagement de la roche hôte sur l'évolution temporelle du déplacement radial de la cavité

Immédiatement après la mise en place du remblai ($t_3 = 150 \text{ ans}$), quels que soient les paramètres mécaniques de la roche, la paroi du tunnel recule du fait de la restauration de la pression hydraulique. Ce phénomène perdure jusqu'au temps caractéristique hydromécanique $\tau_{HM} = 10\,000 \text{ ans}$, moment à partir duquel la pression d'eau redevient homogène dans l'ensemble du système d'étude, égale à sa valeur initiale p_{w0} .

Pour des temps supérieurs au temps caractéristique hydromécanique ($t > 10\,000 \text{ ans}$), dans le cas particulier d'une roche poroélastique, la paroi de la cavité reste immobile. Ce n'est pas le cas pour un massif poro-viscoplastique endommageable. En effet, dans ce cas, après cette date, les effets du fluage et de l'endommagement de la roche hôte redeviennent prépondérants par rapport aux effets hydromécaniques, ce qui se traduit, de nouveau, par un mouvement convergent de la roche.

La fig III-30 présentant les évolutions temporelles du déplacement radial du revêtement à partir de son installation complète les informations données par la fig III-29. A partir de sa pose (t_2) et jusqu'à la mise en place du remblai (t_3), le revêtement est mis en charge par le massif poro-viscoplastique endommageable. Il se déplace donc vers l'intérieur de la galerie, d'autant plus vite que le fluage et l'endommagement du massif sont importants. Dans le cas particulier d'une roche poroélastique, la paroi de la cavité restant immobile pendant les phases de drainage, le revêtement reste lui aussi immobile.

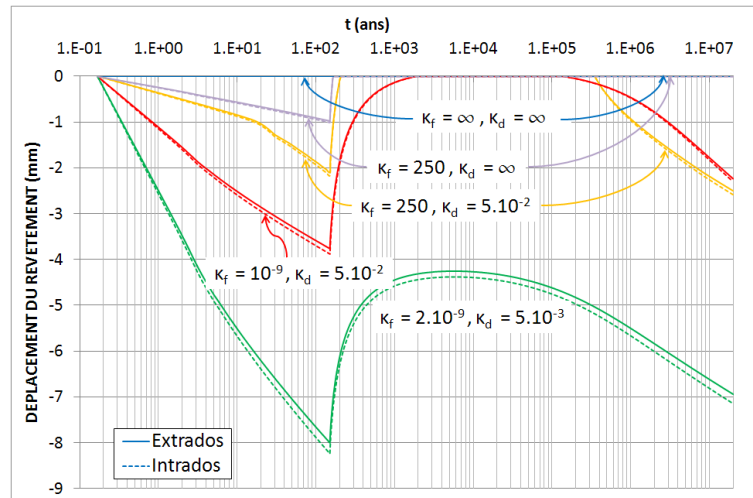


fig III-30 Influence de la viscoplasticité et de l'endommagement de la roche hôte sur l'évolution temporelle du déplacement radial du revêtement

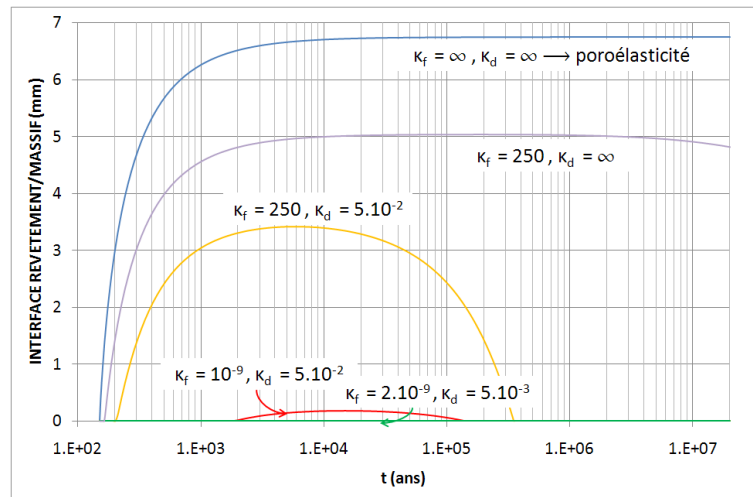


fig III-31 Influence de la viscoplasticité et de l'endommagement de la roche hôte sur l'évolution temporelle de l'ouverture entre la roche hôte et le revêtement

Immédiatement après la mise en place du remblai, dans le cas où les ratios κ_f et κ_d sont très petits (courbe verte), c'est-à-dire si le fluage et l'endommagement de la roche sont rapides, le revêtement recule en même temps que la paroi du massif. La convergence du revêtement étant très importante pendant la phase pré-fermeture, celui-ci ne retrouve pas sa position initiale avant le temps caractéristique hydromécanique, c'est-à-dire avant que les effets du fluage et de l'endommagement du massif ne redeviennent prépondérants par rapport à la restauration hydraulique.

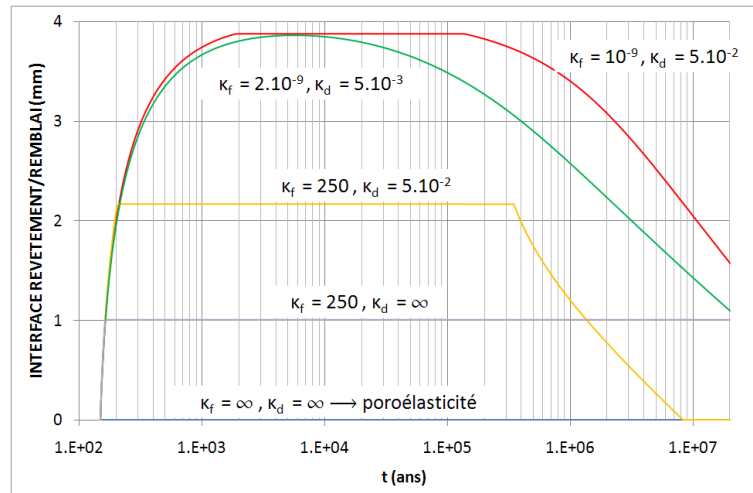


fig III-32 Influence de la viscoplasticité et de l'endommagement de la roche hôte sur l'évolution temporelle de l'ouverture entre le remblai et le revêtement

Ainsi, à partir de $t > \tau_{HM}$, le revêtement converge de nouveau sous l'action du massif. Dans les autres cas, correspondant à des phénomènes de fluage et d'endommagement plus lents (courbes rouge, jaune et violette), le revêtement recule jusqu'à sa position initiale. Il ne converge de nouveau que lorsque la paroi du massif revient en contact avec l'extrados du revêtement, dus aux phénomènes de fluage et d'endommagement. Plus ces deux phénomènes sont lents (i.e. κ_f et κ_d grands), plus l'intervalle de temps entre la perte de contact revêtement / roche et la nouvelle prise de contact est grand. La courbe (bleue) correspondant au cas limite d'une roche poroélastique montre que, dans ce cas, le contact est définitivement rompu à partir de la mise en place du remblai.

Pour illustrer cette perte de contact possible entre le revêtement et la roche hôte et également entre le remblai et le revêtement, observons maintenant les fig III-31 et fig III-32 montrant l'évolution temporelle de l'épaisseur de l'interface respectivement entre le massif et le revêtement et entre le remblai et le revêtement.

Dans le cas d'une roche poroélastique (courbe bleue), à partir de la mise en place du remblai, la paroi du massif diverge, tandis que revêtement et remblai restent immobiles. Par conséquent, l'épaisseur de l'interface entre la roche et l'extrados augmente jusqu'à une valeur constante alors que l'interface entre le remblai et l'intrados reste fermée. Dans le cas d'une roche poro-viscoplastique non endommageable ($\kappa_f = 250, \kappa_d \rightarrow \infty$), le revêtement est mis légèrement en compression pendant la phase d'exploitation, d'où son déplacement vers le centre de la cavité relativement petit pendant cette période. Ainsi, lors du mouvement divergent de la paroi de la cavité, l'extrados du revêtement accompagne pendant un court moment la roche hôte, moment pendant lequel l'interface entre le revêtement et la roche reste fermée, puis une fois totalement

déchargé, le revêtement revient à sa position initiale, d'où l'augmentation alors de l'épaisseur de l'interface.

L'interface entre le remblai et le revêtement ne peut évoluer tant que l'interface entre le revêtement et la roche n'est pas fermée.

Pour un temps caractéristique de fluage donné ($\kappa_f = 250$) l'endommagement ($\kappa_d = 5.10^{-2}$ au lieu de $\kappa_d = \infty$) accélère le mouvement convergent de la roche pour $t > \tau_{HM}$. Par conséquent l'épaisseur de l'interface entre le revêtement et le massif diminue plus vite qu'en l'absence d'endommagement.

Pour une certaine combinaison (courbe verte) des taux viscoplastique et d'endommagement, le revêtement et la roche reste tout le temps en contact. Ainsi, le revêtement est sans arrêt comprimé à partir de sa pose. Dans ce cas, l'épaisseur de l'interface entre le remblai et le revêtement est importante.

En réalité, au lieu d'être localisées aux interfaces entre le remblai et le revêtement ou entre le revêtement et la roche, ces ouvertures pourraient être situées par exemple dans la zone endommagée par l'excavation (Excavation Damaged Zone, EDZ). Elles pourraient induire l'augmentation de la conductivité hydraulique dans ces endroits. Les conséquences en termes de transport des radionucléides seraient alors à prendre en compte.

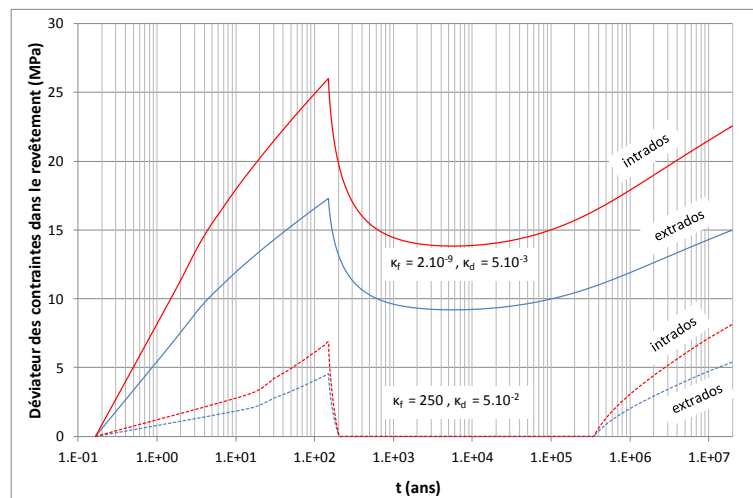


fig III-33 Influence de l'endommagement et de la viscoplasticité de la roche hôte sur l'évolution temporelle du déviateur des contraintes dans le revêtement à partir de t_2

La fig III-33 montre les évolutions temporelles du déviateur des contraintes $\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}$ à l'intrados et à l'extrados du revêtement, pour différentes valeurs de κ_f et κ_d . Deux cas sont présentés. Le premier ($\kappa_f = 250, \kappa_d = 5.10^{-2}$) correspond à des évolutions viscoplastiques et d'endommagement très lentes, tandis que le second ($\kappa_f = 2.10^{-9}, \kappa_d = 5.10^{-3}$) prend en compte un fluage très rapide et une vitesse d'endommagement modérée.

Dans le premier cas, le revêtement est légèrement mis en compression par la roche pendant la phase d'exploitation ($t_2 < t < t_3$), ce qui se traduit par une faible augmentation du déviateur des contraintes dans le revêtement. Après la mise en place du remblai, la restauration de la pression hydraulique induit un mouvement divergent de la roche. Ainsi, le revêtement est rapidement totalement déchargé.

Dans le second cas, le fluage plus important de la roche est à l'origine d'une valeur plus importante du déviateur des contraintes dans le revêtement. La durée correspondant à la restauration hydraulique n'est pas assez longue pour que le revêtement soit totalement déchargé.

Dans tous les cas, après une longue période ($t > \tau_{HM}$), le mouvement convergent du massif est à l'origine d'une nouvelle augmentation du déviateur des contraintes dans le revêtement.

Nous avons examiné jusqu'à présent l'effet de la viscoplasticité et de l'endommagement de la roche hôte sur le comportement hydromécanique post-fermeture de la galerie. Regardons maintenant l'influence du mode dégradation du revêtement, en particulier sur l'évolution du champ de pression.

III.3.3.2 *Influence de la cinétique de dégradation du revêtement*

Les paramètres hydromécaniques du revêtement, du remblai, des éléments d'interface et du modèle (A) de la roche hôte restent inchangés par rapport au calcul précédent (Tableau III-4). Les paramètres viscoplastiques endommageables listés dans le Tableau III-8, relatifs au comportement de la roche, sont maintenant pris en compte.

Roche (modèle (B)) :

$$E_O = 4000 \text{ MPa} ; \nu_0 = 0,17 ;$$

$$N_L = 14,0 ; M_L = 2,7 ; K_L = 250,0 \text{ MPa} \cdot \text{s}^{1/N_L} ; R_L = 10,0 ; k_L = 5,0 ; A_L = 100,0 \text{ MPa} \cdot \text{s}^{1/R_L}$$

Tableau III-8 Paramètres mécaniques de la roche hôte poro-viscoplastique endommageable (modèle (B))

I. Modélisation du mode de dégradation

Après la mise en place du remblai, le revêtement en béton de la galerie, qui n'est alors plus entretenu va, inévitablement perdre son intégrité mécanique. La cinétique de dégradation de celui-ci peut avoir une influence sur le comportement hydromécanique de l'ensemble. Cependant il est difficile d'évaluer ce processus précisément du fait de l'insuffisance de données expérimentales et des temps très longs considérés (de l'ordre du million

d'années). Pour cette raison, une approche semi-empirique a été privilégiée. Toujours sous conditions isothermes, trois modes de dégradation ont été considérés (Tableau III-9), en mettant l'accent sur des cinétiques d'endommagement très différentes, très rapide (2) au contraire, très lente et progressive (3).

(1) revêtement sain

(2) rupture fragile

(3) rupture progressive par lixiviation

Tableau III-9 Cinétiques de dégradation du revêtement

Il s'agit de :

(1) Absence de rupture : le comportement du revêtement est supposé poro-plastique (loi de von Mises sans écrouissage) saturé, non endommageable. Ceci est un scénario de référence qui sert de base de comparaison ;

(2) Rupture fragile : cette rupture brutale du revêtement est postulée à un instant donné et simulée par l'annulation des module d'Young et limite d'élasticité du béton. Ceci correspond à un scénario accidentel extrême ;

(3) Rupture progressive par lixiviation : le revêtement en béton est supposé se lixivier progressivement de l'extrados vers l'intrados, du fait de l'eau s'écoulant du massif vers le centre de la galerie, suivant une loi en \sqrt{t} telle qu'1,5 cm de béton soit lixivié en 100 ans. En effet, en s'appuyant sur une loi empirique (Nguyen, 2005), on choisit de modéliser ce phénomène de la manière suivante, l'épaisseur de béton dégradé e_d étant donnée en fonction du temps.

$$e_d(t) = e_d(t_{lix}) \sqrt{\frac{t}{t_{lix}}} \quad (t_{lix} = 100 \text{ ans}, e_d(t_{lix}) = 1,5 \text{ cm}) \quad (III-78)$$

A partir de la mise en place du revêtement à t_2 , le front de lixiviation, dont la position est calculée à partir de $f_{lix}(t) = e(t_2) - e_d(t)$, $e(t_2)$ étant l'épaisseur initiale du revêtement, progresse de l'extrados vers l'intrados du revêtement (fig III-34).

Par conséquent, le revêtement étant modélisé par des éléments finis massifs numérotés de 1 à 14, de l'intrados à l'extrados, le k-ième élément est lixivié entre les instants $t_{1,k}$ et $t_{2,k}$:

$$t_{1,k} = t_2 + t_{lix} \left[\frac{\rho_2 - r_{B,k}}{e_d(t_{lix})} \right]^2 \quad (III-79)$$

$$t_{2,k} = t_2 + t_{lix} \left[\frac{\rho_2 - r_{A,k}}{e_d(t_{lix})} \right]^2 \quad (III-80)$$

Rappelons que ρ_2 est la cordonnée radiale de l'extrados. $r_{A,k}$ et $r_{B,k}$ sont les coordonnées limites extérieure et intérieure du k-ième élément (fig III-34).

Chaque élément fini voit progressivement son module d'Young divisé par quatre (Torrenti *et al.*, 2008) lorsque le front de lixiviation l'atteint (fig III-35).

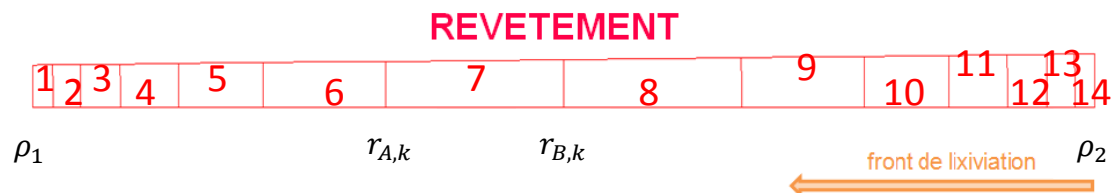


fig III-34 Modélisation de la lixiviation du revêtement (14 éléments finis)

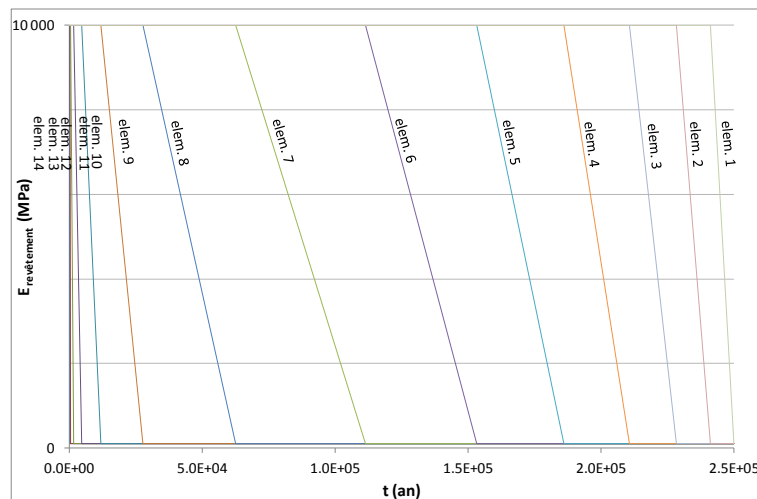


fig III-35 Effet de la lixiviation sur l'évolution temporelle du module d'Young de chaque élément fini du revêtement

A $t = 250\ 000$ ans, l'ensemble du revêtement d'épaisseur initiale $e(t_2) = 0.85$ m est lixivié. Cette valeur correspond au temps caractéristique de lixiviation τ_{lix} . De plus, le béton a un comportement poro-plastique représenté par une loi de Drucker-Prager sans écrouissage. Afin de prendre en considération la lixiviation, les contraintes limites en compression et en traction sont aussi

divisées par quatre une fois que la dégradation des éléments est effective. Par contre, la perméabilité reste inchangée. Notons que cette hypothèse n'intervient que très peu sur les résultats car la vitesse d'écoulement d'eau est entièrement conditionnée par le massif qui a une perméabilité mille fois plus faible que celle du revêtement. Elle permet de simplifier substantiellement le travail de programmation.

Ainsi, la lixiviation entraîne la perte progressive de l'intégrité mécanique du revêtement. Le module d'Young du k-ième élément décroît linéairement de $E_0/3$ à l'instant $t_{1,k}$ à $E_0/12$ à l'instant $t_{2,k}$. Autrement dit :

$$E_{k,liner}(t) = \begin{cases} E_0/3, & 0 \leq t \leq t_{1,k} \\ \frac{E_0}{12(t_{1,k} - t_{2,k})} [3t + t_{1,k} - 4t_{2,k}], & t_{1,k} \leq t \leq t_{2,k} \\ E_0/12, & t \geq t_{2,k} \end{cases} \quad (III-81)$$

E_0 est le module d'Young à court terme du béton sain constituant le revêtement. $E_0/3$ est le module d'Young différé prenant en compte les effets du fluage du béton.

L'évolution temporelle de la limite élastique $Sy_{k,liner}(t)$ du k-ième élément est modélisée de la même manière.

$$Sy_{k,liner}(t) = \begin{cases} Sy, & 0 \leq t \leq t_{1,k} \\ \frac{Sy}{100} \left[\frac{99t + t_{1,k} - 100t_{2,k}}{(t_{1,k} - t_{2,k})} \right], & t_{1,k} \leq t \leq t_{2,k} \\ Sy/100, & t \geq t_{2,k} \end{cases} \quad (III-82)$$

Sy est la limite élastique du revêtement non endommagé.

II. Résultats

Afin de comprendre l'influence de la cinétique de dégradation du revêtement sur le comportement hydromécanique de la cavité, regardons dans un premier temps l'évolution temporelle du déviateur des contraintes dans le revêtement sur les fig III-36 et fig III-37. Considérons tout d'abord un revêtement sain, non endommageable (pointillés). A partir de la pose du revêtement ($t_2 = 2 \text{ mois}$) et jusqu'à la mise en place du remblai ($t_3 = 150 \text{ ans}$), le revêtement est mis en charge par la roche hôte poro-viscoplastique endommageable qui continue à converger après excavation. Par conséquent, pendant cette période, la valeur du déviateur des contraintes augmente dans le revêtement. A partir de la mise en place du remblai à l'intérieur de la galerie, la valeur du déviateur diminue

jusqu'à un instant proche de 10 000 ans, instant qui correspond au temps caractéristique hydromécanique τ_{HM} . Pendant la phase de restauration hydraulique, la paroi du massif recule. Ainsi, le revêtement est partiellement déchargé. Une fois que la pression des pores atteint de nouveau sa valeur initiale p_{w0} , la roche hôte converge de nouveau et accentue le chargement du revêtement.

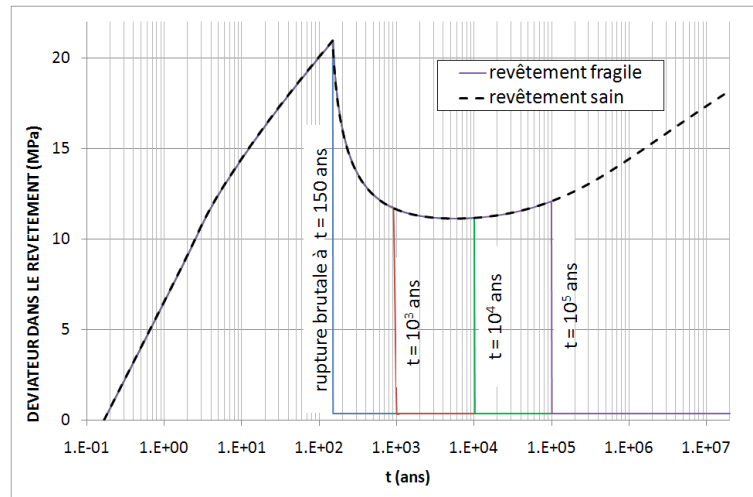


fig III-36 Evolution temporelle du déviateur des contraintes au milieu du revêtement à partir de la pose de celui-ci (t_2), sous l'hypothèse d'un revêtement « sain » ou « fragile ».

Dans l'hypothèse d'un revêtement fragile (fig III-36, traits continus), la contrainte déviatorique à l'intérieur de celui-ci pourrait chuter brutalement au moment t_{rup} de la rupture ($t_{rup} = \{150 \text{ ans}, 10^3 \text{ ans}, 10^4 \text{ ans}, 10^5 \text{ ans}\}$), de sa valeur obtenue dans le cas d'un revêtement sain à une valeur résiduelle quasi-nulle. Cette hypothèse simplificatrice de la modélisation permet d'avoir rapidement et à peu de frais, une idée des conséquences possibles des événements imprévus (explosion accidentelle, défaut de construction, ...).

Dans l'hypothèse d'un revêtement lixivié (fig III-37), considérons les évolutions temporelles du déviateur des contraintes à l'extrados, au milieu du revêtement et à l'intrados. La dégradation du revêtement est simulée par une mise à zéro progressive des propriétés mécaniques de chaque élément fini modélisant le revêtement. Cette dégradation est illustrée par la fig III-35. Les losanges jaunes apparaissant sur le graphe correspondent à la fin de la lixiviation du k -ième élément fini du revêtement. Notons que les éléments finis massifs constituant le revêtement (fig III-34) sont numérotés de droite à gauche. Le premier élément à être totalement lixivié est celui le plus proche de l'extrados du revêtement (n° 14). Le processus progresse ensuite de l'extrados vers l'intrados selon une cinétique en \sqrt{t} du fait de l'apport d'eau du massif vers le centre de la cavité.

Dans notre cas, 250 000 ans sont nécessaires pour que le revêtement de 0.75 m d'épaisseur soit entièrement lixivié. Plus le nombre d'éléments fins constituant le revêtement est important, moins les paliers correspondant au report de charge des éléments lixiviés aux éléments sains sont visibles. La fig III-37 montre qu'après une période initiale durant laquelle la valeur du déviateur des contraintes dans le revêtement augmente dans tous les cas (revêtement sain ou lixivié) du fait du chargement appliqué par la roche hôte, la valeur du déviateur des contraintes, obtenue à l'extrados du revêtement lixivié, est la première à décroître brutalement une fois que le premier élément du revêtement a perdu ses propriétés mécaniques.

Après la mise en place du remblai ($t > t_3$), le mécanisme de déchargement du revêtement déjà évoqué, causé par la restauration hydraulique est ici mis en compétition avec les effets de la diminution de la rigidité globale du revêtement du fait de sa lixiviation. Après τ_{HM} , la redistribution du chargement des éléments lixiviés aux éléments du revêtement encore sain induit une augmentation importante du déviateur des contraintes dans ces mêmes éléments. Pendant la phase post-fermeture, une compétition s'engage entre différents mécanismes (rééquilibrage hydraulique, diminution de la rigidité globale du revêtement et fluage de la roche) aboutissant à un comportement mécanique complexe.

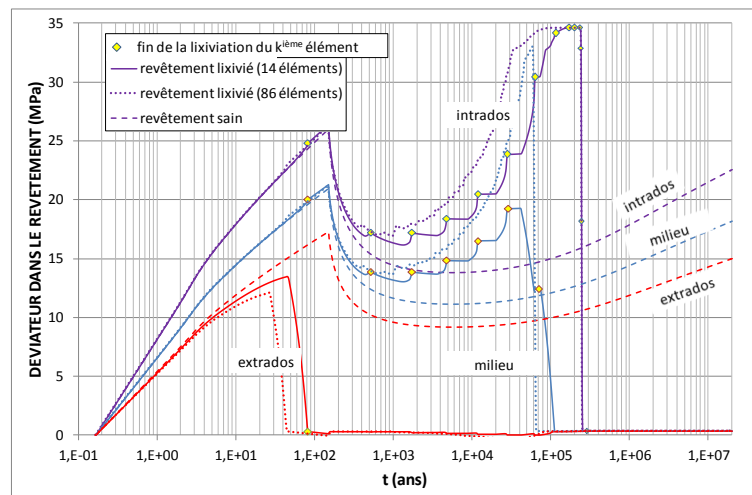


fig III-37 Evolution temporelle du déviateur des contraintes à l'intérieur du revêtement à partir de la pose de celui-ci (t_2), sous l'hypothèse d'un revêtement « sain » ou « lixivié ».

Les fig III-38, fig III-39 et fig III-41 montrent les évolutions de la pression d'eau en paroi de la cavité après la mise en place du remblai dans les cas d'un revêtement sain, fragile ou lixivié.

Sans rupture de ce dernier (fig III-38, fig III-39), la pression de pores augmente de manière monotone avec le temps, variant de 0 MPa à sa valeur initiale $p_{w0} = 5 \text{ MPa}$ obtenue vers $t = \tau_{HM} \approx 10\,000 \text{ ans}$, soit le temps caractéristique hydromécanique.

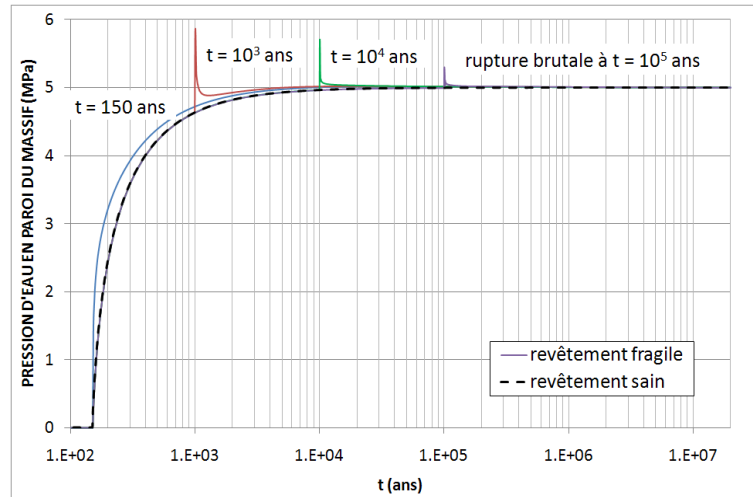


fig III-38 Evolution temporelle de la pression d'eau en paroi du massif à partir de la mise en place du remblai (t_3), sous l'hypothèse d'un revêtement « sain » ou « fragile ».

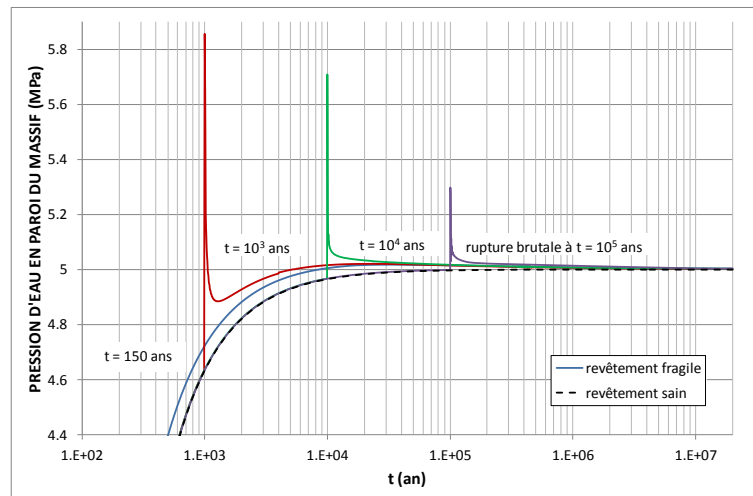


fig III-39 Zoom de l'évolution temporelle de la pression d'eau en paroi du massif à partir de la mise en place du remblai (t_3), sous l'hypothèse d'un revêtement « sain » ou « fragile ».

Sous l'hypothèse d'une rupture brutale du revêtement (fig III-39) en phase post-fermeture ($t_{rupt} = \{10^3 \text{ ans}, 10^4 \text{ ans}, 10^5 \text{ ans}\}$), la pression d'eau augmente brutalement au moment de la rupture, atteignant une valeur maximale de 6 MPa dans le cas d'un revêtement se rompant brutalement à $t = 10^3 \text{ ans}$. Après ce pic, la pression décroît pour retrouver finalement sa valeur initiale p_{w0} . Plus le

moment de la rupture est éloigné dans le temps de l'instant t_3 (mise en place du remblai), moins les surpressions sont importantes. Dans le cas particulier où la rupture aurait lieu juste après la fermeture de la cavité, la courbe de la pression d'eau ne présente aucun pic puisque la pression est maintenue à 0 MPa en paroi du massif jusqu'à la mise en place du remblai. Cependant, remarquons que la pression d'eau augmente plus rapidement que dans le cas d'un revêtement sain. Ces surpressions sont à l'origine d'un gradient hydraulique divergent qui accélérerait le retour des radionuclides vers la biosphère. Cependant, la valeur de ces surpressions restent dans notre cas limitée.

La rupture brutale du revêtement a également des répercussions sur l'évolution du déplacement radial de la paroi de la cavité comme le suggère la fig III-40. En effet, ce graphe montre que après la mise en place du revêtement, la convergence du massif est fortement ralenti. A partir de sa rupture, la convergence s'accroît de nouveau fortement.

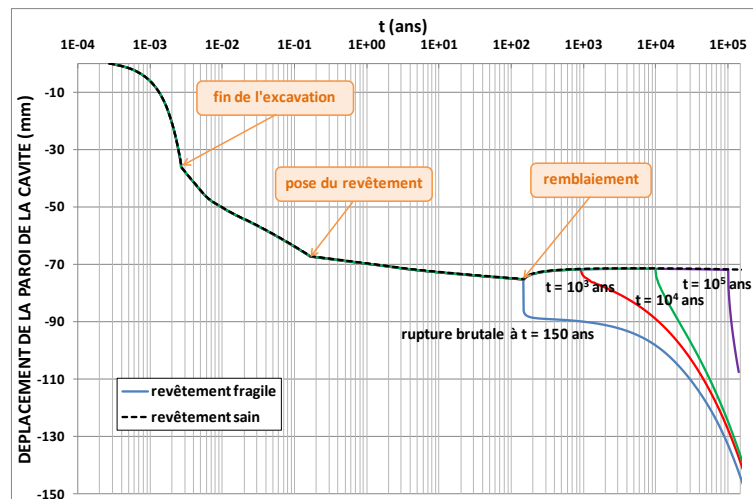


fig III-40 Evolution temporelle du déplacement de la paroi de la cavité sous l'hypothèse d'un revêtement « sain » ou « fragile ».

A l'inverse d'une rupture brutale, la lixiviation du béton est un phénomène très lent et progressif. La durée de dégradation du revêtement est ici fortement allongée par rapport au cas précédent : 250 000 ans sont nécessaires pour entièrement lixivier le revêtement. Le temps caractéristique hydromécanique τ_{HM} étant de l'ordre de 10 000 ans ($\tau_{lix} \gg \tau_{HM}$), la prise en compte de la lixiviation du béton peut conduire à l'absence de surpression observable, comme le montre la fig III-41.

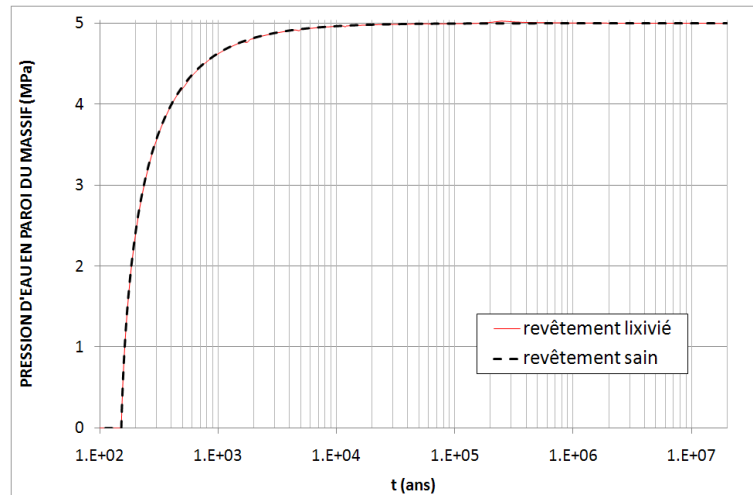


fig III-41 Evolution temporelle de la pression d'eau en paroi du massif à partir de la mise en place du remblai (t_3), sous l'hypothèse d'un revêtement « sain » ou « lixivié ».

III.3.3.1 Effet du compactage du remblai

Les propriétés mécaniques du remblai étant mal connues, une étude paramétrique a été réalisée afin d'observer l'influence de la valeur du module d'Young sur le comportement hydromécanique post-fermeture de la galerie. Trois modules d'Young différents (100, 10 et 1 MPa) ont été testés. Les paramètres des autres géomatériaux sont ceux des Tableau III-4 et Tableau III-8.

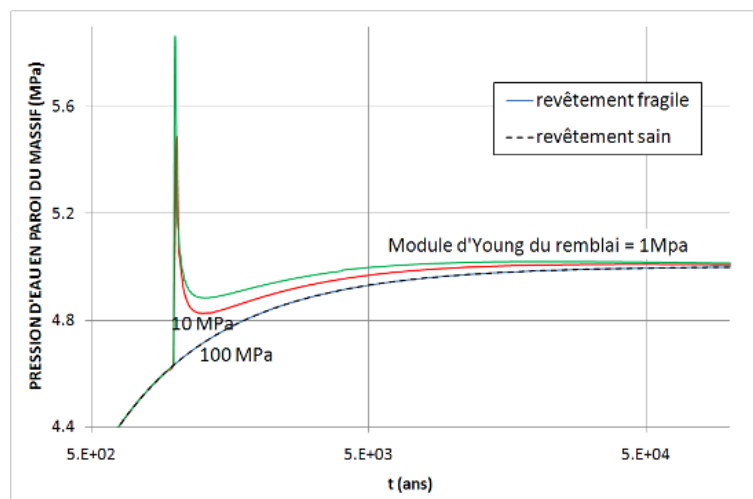


fig III-42 Effet du degré de compactage du remblai sur l'évolution temporelle de la pression d'eau en paroi de la roche hôte sous l'hypothèse d'un revêtement « fragile ».

La fig III-42 montrant l'évolution temporelle de la pression d'eau en paroi du massif met en évidence le fait que, dans le cadre des paramètres pris en compte ici, pour une rupture brutale du revêtement (à $t_{rupt}=1000$ ans par

exemple), un module d'Young du remblai de l'ordre de 100 MPa permettrait d'atténuer notablement les surpressions d'eau générées lors de la rupture du revêtement.

Malgré la simplicité des hypothèses (remblai élastique) et le choix des paramètres particulier, il en dégage une observation utile qui s'appliquerait de façon générale: plus le compactage du remblai est de mauvaise qualité, plus les surpressions peuvent être importantes.

III.4 Conclusions

Dans ce chapitre, une solution quasi-analytique originale prenant en compte la totalité du cycle de vie d'une galerie type a été développée dans le cadre de la poroélasticité saturée. Cette solution donne les expressions explicites des champs de déplacement, pression de pore et contrainte dans l'espace des transformées de Laplace pour chaque phase du cycle de vie d'une galerie de l'excavation jusqu'à la phase post-fermeture. L'algorithme de Stehfest permet d'avoir accès à l'évolution des champs hydromécaniques dans l'espace temporel.

L'utilité de cette solution analytique est multiple (Bérest, 1989). Son caractère explicite et entièrement vérifiable (au moins jusqu'à l'espace des transformées de Laplace) permet de « visualiser » les liens de causalité entre les paramètres d'entrée et les réponses de l'ouvrage, renforçant utilement l'intuition de l'ingénieur concepteur. La rapidité d'exploitation en fait également un outil intéressant. En outre, cette solution quasi-analytique constitue une solution de référence très intéressante, pour conforter des modélisations numériques plus complexes.

En outre, cette solution quasi-analytique constitue une solution de référence très intéressante, pour conforter des modélisations numériques plus complexes.

Ainsi, la cohérence de la solution numérique développée par la suite en s'appuyant sur la méthode des éléments finis et le logiciel Cast3M a pu être testée par la comparaison des deux types de solutions (numérique et quasi-analytique). Le principe de superposition de deux modèles sur le même maillage ainsi que le comportement hydromécanique des éléments d'interface ont, par conséquent, été validés.

Cette approche numérique a ensuite été appliquée à une situation plus réaliste, prenant en compte le comportement d'une roche hôte poro-viscoplastique endommageable isotrope, par le biais de la loi de comportement de Lemaitre & Chaboche (2001).

Elle permet d'apprécier l'effet de différents modes de rupture du revêtement sur le comportement hydromécanique post-fermeture de l'ensemble. Une rupture brutale du revêtement pourrait créer une légère surpression se dissipant rapidement. Un mode de rupture plus lent, comme la lixiviation, pourrait n'engendrer aucune surpression.

Enfin, le modèle numérique montre que pour une rupture brutale du revêtement, un bon compactage du remblai permettrait d'atténuer la surpression d'eau.

Ainsi, trois paramètres « clé » influencent le comportement hydromécanique post-fermeture d'une galerie de liaison d'un stockage de déchets radioactifs. Il s'agit de la viscoplasticité et de l'endommagement de la roche hôte, de la cinétique de dégradation du revêtement et du degré de compactage des remblais.

La possibilité de l'ouverture des interfaces remblai/revêtement ou revêtement/roche a également été mise en évidence, grâce à la mise en œuvre d'un type particulier d'éléments finis, appelés « élément d'interface ». En pratique, cette ouverture implique que les interfaces remblai/revêtement ou revêtement/roche pourraient constituer des chemins de transport privilégiés d'eau pendant la phase post-fermeture de la galerie, accélérant ainsi la remontée des radionucléides vers la biosphère.

Notons cependant que le modèle poro-viscoplastique endommageable, s'appuyant sur la loi de Lemaitre & Chaboche, choisi pour modéliser le comportement de la roche hôte dans ce chapitre n'est pas totalement satisfaisant puisqu'il permet seulement de simuler un endommagement isotrope et qu'il ne tient pas compte de l'effet de l'endommagement sur les propriétés hydromécaniques de la roche comme la perméabilité ou le module de Biot. Pour ces raisons, une seconde modélisation prenant en compte d'une part les effets du couplage bilatéral entre comportements mécanique et hydraulique et d'autre part l'anisotropie de l'endommagement de la roche a été entreprise. Celle-ci nécessite la construction d'une nouvelle loi de comportement et la mise en œuvre d'un nouveau code de calcul. Ces travaux sont présentés dans le prochain chapitre.

**IV. LOI DE COMPORTEMENT PORO-
VISCOPLASTIQUE ENDOMMAGEABLE
ANISOTROPE**

En s'inspirant des modèles rappelés à la fin du chapitre II (paragraphe II.4.2), couplant partiellement ou non, poromécanique, plasticité ou viscoplasticité et endommagement anisotrope, adoptons une approche phénoménologique dans le but d'établir un nouveau modèle de comportement poro-viscoplastique endommageable anisotrope (Dufour *et al.*, soumis).

Dans un premier temps, présentons le cadre thermodynamique, les équations constitutives, les lois d'évolution des variables internes ainsi que les principales équations sous forme incrémentale du nouveau modèle. Dans un second temps, l'implémentation de cette loi de comportement dans un code de calcul développé à partir de la méthode des éléments finis sera envisagée. Enfin, quelques applications numériques illustreront la capacité du modèle à la fois à reproduire des comportements « limites » correspondant à des couplages partiels et le comportement complet poro-viscoplastique endommageable.

IV.1 Développements du nouveau modèle

IV.1.1 Cadre thermodynamique

En se plaçant dans le cadre thermodynamique défini par Lemaitre et rappelé dans le chapitre II, l'hypothèse de partition des déformations et de la porosité étant retenue, choisissons les variables d'état qui permettront d'exprimer l'énergie libre du squelette Ψ_s , à savoir les déformations élastiques $\boldsymbol{\varepsilon}^e$, la variation de porosité élastique ϕ^e , le tenseur d'endommagement \mathbf{D} et un paramètre d'écroûissage comme la déformation viscoplastique cumulée γ_{vp} définie par :

$$\gamma_{vp} = \int_0^t \sqrt{\frac{2}{3} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{vp} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{vp}} dt \quad (IV-1)$$

En d'autres termes, $\Psi_s = \Psi_s(\boldsymbol{\varepsilon}^e, \phi^e, \mathbf{D}, \gamma_{vp})$. Cependant, il est plus pratique d'avoir comme variable indépendante la pression d'eau p_w plutôt que ϕ^e . A l'aide d'une transformation de Legendre partielle de Ψ_s on peut définir un nouveau potentiel thermodynamique G_s comme suit :

$$G_s(\boldsymbol{\varepsilon}^e, p_w, \mathbf{D}, \gamma_{vp}) = \Psi_s(\boldsymbol{\varepsilon}^e, \phi^e, \mathbf{D}, \gamma_{vp}) - p_w \phi^e \quad (IV-2)$$

Ainsi la combinaison de l'inégalité de Clausius-Duhem :

$$\Phi_s = \boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} + p_w \dot{\phi} - \dot{\Psi}_s \geq 0 \quad (IV-3)$$

et de (IV-2) amène à :

$$\Phi_s = \boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{vp} + \left(\boldsymbol{\sigma} - \frac{\partial G_s}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}^e} \right) \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^e + p_w \dot{\phi}^{vp} - \left(\phi^e + \frac{\partial G_s}{\partial p_w} \right) \dot{p}_w + k \dot{\gamma}_{vp} + \mathbf{Y} : \dot{\mathbf{D}} \geq 0 \quad (IV-4)$$

qui est l'expression de la dissipation intrinsèque du squelette. k et \mathbf{Y} sont les forces thermodynamiquement conjuguées respectivement à γ_{vp} et \mathbf{D} . Elles sont définies par :

$$\mathbf{Y} = - \frac{\partial G_s}{\partial \mathbf{D}} \quad ; \quad k = - \frac{\partial G_s}{\partial \gamma_{vp}} \quad (IV-5)$$

Lors des évolutions réversibles du matériau, les déformations irréversibles, l'endommagement et les variables d'écrouissage restent constantes tandis que la dissipation est nulle. En supposant que les variations des déformations élastiques et de la pression de pore sont indépendantes, les équations d'état s'écrivent :

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{\partial G_s}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}^e} \quad ; \quad \phi^e = - \frac{\partial G_s}{\partial p_w} \quad (IV-6)$$

Ces équations sont supposées être aussi valables lors des évolutions irréversibles (Coussy, 2004). La prise en compte des équations d'état (IV-6) conduit à la nouvelle expression de la dissipation mécanique du squelette :

$$\Phi_s = \boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{vp} + p_w \dot{\phi}^{vp} + k \dot{\gamma}_{vp} + \mathbf{Y} : \dot{\mathbf{D}} \geq 0 \quad (IV-7)$$

Pour satisfaire cette inégalité, l'approche classique consiste à postuler l'existence d'un potentiel de dissipation $\varphi^*(\boldsymbol{\sigma}, p_w, k, \mathbf{Y} \mid \mathbf{D}, \gamma_{vp})$, défini positif et convexe par rapport à ses arguments principaux $(\boldsymbol{\sigma}, p_w, k, \mathbf{Y})$ vérifiant :

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{vp} = \frac{\partial \varphi^*}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \quad ; \quad \dot{\phi}^{vp} = \frac{\partial \varphi^*}{\partial p_w} \quad ; \quad \dot{\gamma}_{vp} = \frac{\partial \varphi^*}{\partial k} \quad ; \quad \dot{\mathbf{D}} = \frac{\partial \varphi^*}{\partial \mathbf{Y}} \quad (IV-8)$$

Dans la notation fonctionnelle $\varphi^*(\boldsymbol{\sigma}, p_w, k, \mathbf{Y} \mid \mathbf{D}, \gamma_{vp})$ les arguments apparaissant avant le signe “|” sont considérés comme des variables de la fonction φ^* alors que ceux qui apparaissent après sont des paramètres (Lemaitre & Chaboche, 2001).

Les propriétés mathématiques de φ^* (convexe, définie positive) permettent de confirmer la non négativité de la dissipation intrinsèque du squelette Φ_s :

$$\Phi_s = \boldsymbol{\sigma} : \frac{\partial \varphi^*}{\partial \boldsymbol{\sigma}} + p_w \frac{\partial \varphi^*}{\partial p_w} + k \frac{\partial \varphi^*}{\partial k} + \mathbf{Y} : \frac{\partial \varphi^*}{\partial \mathbf{Y}} \geq \varphi^* \geq 0 \quad (IV-9)$$

En principe, un modèle constitutif est entièrement défini par la donnée des deux potentiels thermodynamiques Ψ_s^* et φ^* . Cependant, dans la plupart des cas, il est difficile de déterminer ces fonctions, en particulier leur dépendance par rapport à la pression de pore, des variables d'endommagement ou d'écroutissage dans le contexte d'un comportement couplé poro-viscoplastique endommageable.

Pour simplifier, la première étape consiste à supposer le découplage entre la viscoplasticité et les autres phénomènes. Ceci se traduit par la décomposition suivante du potentiel thermodynamique du squelette :

$$G_s(\boldsymbol{\varepsilon}^e, p_w, \mathbf{D}, \gamma_{vp}) = G_s^1(\boldsymbol{\varepsilon}^e, p_w, \mathbf{D}) + G_s^2(\gamma_{vp}) \quad (IV-10)$$

En outre, le potentiel φ^* est décomposé en deux parties, φ_D^* correspondant au processus d'endommagement et φ_{vp}^* au processus de déformation et d'écroutissage :

$$\varphi^*(\boldsymbol{\sigma}, p_w, k, \mathbf{Y} \mid \gamma_{vp}, \mathbf{D}) = \varphi_D^*(\mathbf{Y} \mid \mathbf{D}) + \varphi_{vp}^*(\boldsymbol{\sigma}, p_w, k \mid \gamma_{vp}, \mathbf{D}) \quad (IV-11)$$

Cette distinction est classique (Hajdu, 2003 ; Lemaitre *et al*, 2000 ; Boidy, 2002) et traduit l'hypothèse selon laquelle deux processus de dissipation sont indépendants et gouvernés par deux potentiels distincts qui s'ajoutent pour donner le potentiel de dissipation total. Si chacun des potentiels vérifie les propriétés de convexité et de positivité, alors leur somme également. Ceci justifie le fait que les deux potentiels seront étudiés séparément.

Ces quelques hypothèses étant posées, il reste à définir les expressions de G_s et de φ^* . Pour cela, une approche progressive a été adoptée. Elle consiste à considérer des comportements couplés particuliers, détaillés par la suite, avant de présenter la formulation complète du modèle :

Cas 1 : Comportement poroélastique endommageable ($\boldsymbol{\varepsilon}^{vp} = \mathbf{0}$, $\phi^{vp} = \gamma_{vp} = 0$)

Cas 2 : Comportement viscoplastique endommageable ($p_w = 0$)

Cas 3 : Comportement poro-viscoplastique ($\mathbf{D} = \mathbf{Y} = 0$)

En somme, l'étude du cas 1 permet de mettre en évidence la forme explicite des potentiels G_s^1 (et donc des équations constitutives du modèle) et ϕ_D^* . Le cas 2 suggère une forme particulière du potentiel de dissipation ϕ_{vp}^* et une manière de coupler viscoplasticité et endommagement. Le cas 3 met en évidence la contrainte effective hydromécanique, au sens de Biot, permettant de prendre en compte l'effet de la pression d'eau sur les déformations irréversibles. Finalement l'ensemble de ces cas particuliers conduisent à la formulation d'un nouveau modèle basé sur le concept de « contrainte doublement effective » prenant en compte simultanément l'effet de l'endommagement et de la pression de pore sur les déformations irréversibles.

IV.1.2 Cas 1 : Comportement poroélastique endommageable

Dans le cas d'un comportement poroélastique endommageable ($\boldsymbol{\varepsilon}^{vp} = \mathbf{0}$, $\phi^{vp} = \gamma_{vp} = 0$), le potentiel G_s est réduit à sa partie élastique endommageable, à savoir G_s^1 . Différentes formes ont été utilisées dans le passé pour caractériser ce potentiel. En particulier, comme nous l'avons vu dans le chapitre II, Maleki & Pouya (2010) ou Conil *et al.* (2004b) ont proposé deux potentiels basés respectivement sur les travaux de Dragon (2002) et Lemaitre & Desmorat (2005).

En s'inspirant des travaux de Shao (1998), nous postulons un potentiel élastique endommageable de la forme :

$$G_s^1(\boldsymbol{\varepsilon}^e, \mathbf{D}, p_w) = \frac{1}{2} \boldsymbol{\varepsilon}^e : \mathbb{C}(\mathbf{D}) : \boldsymbol{\varepsilon}^e - p_w \mathbf{B}(\mathbf{D}) : \boldsymbol{\varepsilon}^e - \frac{1}{2} \beta(\mathbf{D}) p_w^2 \quad (IV-12)$$

$\mathbb{C}(\mathbf{D})$, $\mathbf{B}(\mathbf{D})$ et $\beta(\mathbf{D})$ sont, respectivement, la rigidité endommagée, le coefficient de Biot et un paramètre de couplage hydromécanique représentant la compressibilité des pores par rapport à la variation de la pression interstitielle. Le premier terme de cette énergie libre tient compte des effets de l'endommagement sur la rigidité mécanique du milieu poreux alors que les deux derniers termes considèrent l'influence de l'endommagement sur les coefficients de couplage hydromécanique. La combinaison de (IV-12) et de (IV-6) amène aux équations d'état suivantes :

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbb{C}(\mathbf{D}) : \boldsymbol{\varepsilon}^e - p_w \mathbf{B}(\mathbf{D}) \quad (IV-13)$$

$$\phi^e = \mathbf{B}(\mathbf{D}) : \boldsymbol{\varepsilon}^e + p_w \beta(\mathbf{D}) \quad (IV-14)$$

La force thermodynamique Y , variable conjuguée à l'endommagement D , peut également être définie grâce à (IV-5) et (IV-12) :

$$Y = -\frac{1}{2} \boldsymbol{\varepsilon}^e : \frac{\partial \mathbb{C}(D)}{\partial D} : \boldsymbol{\varepsilon}^e + p_w \frac{\partial \mathbf{B}(D)}{\partial D} : \boldsymbol{\varepsilon}^e + \frac{1}{2} p_w^2 \frac{\partial \beta(D)}{\partial D} \quad (IV-15)$$

IV.1.2.1 Principe d'énergie élastique équivalente

Pour déterminer la dépendance de la rigidité endommagée $\mathbb{C}(D)$ vis à vis de l'endommagement, les concepts classiques en mécanique de l'endommagement de « contrainte effective » et de principe d'énergie élastique équivalente sont utilisés. Considérons tout d'abord un matériau sec en conditions drainées (i.e. $p_w = 0$), le potentiel élastique G_s^1 s'écrit alors :

$$G_s^1(\boldsymbol{\varepsilon}^e, 0, D) = \frac{1}{2} \boldsymbol{\varepsilon}^e : \mathbb{C}(D) : \boldsymbol{\varepsilon}^e \quad (IV-16)$$

Le potentiel thermodynamique $G_s^* = G_s^*(\boldsymbol{\sigma}, 0, D)$ dépendant de la contrainte est obtenu à partir d'une transformation de Legendre partielle de $G_s^1(\boldsymbol{\varepsilon}^e, 0, D)$:

$$G_s^*(\boldsymbol{\sigma}, 0, D) = G_s^1(\boldsymbol{\varepsilon}^e, 0, D) - \boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{\varepsilon}^e \quad (IV-17)$$

Le principe de l'énergie élastique équivalente (Cordebois & Sidoroff, 1982 ; Hansen & Schreyer, 1994) postule que l'énergie élastique du matériau endommagé a la même expression que celle d'un matériau sain en remplaçant la contrainte usuelle par la contrainte effective (au sens de l'endommagement) $\tilde{\boldsymbol{\sigma}}$:

$$G_s^*(\boldsymbol{\sigma}, 0, D) = G_s^*(\tilde{\boldsymbol{\sigma}}, 0, D = 0) \quad (IV-18)$$

Cette contrainte effective peut être définie de différentes manières (Cordebois & Sidoroff, 1982; Murakami, 1988; Betten, 1986; Lu & Chow, 1991; Lemaitre & Desmorat, 2005; Maleki & Pouya, 2010...). Nous retiendrons ici celle de Cordebois & Sidoroff (1982) :

$$\tilde{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbb{M}(D) : \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{H}(D) \cdot \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{H}(D) ; \quad \mathbf{H}(D) = (\boldsymbol{\delta} - D)^{-1/2} \quad (IV-19)$$

Dans ce cas l'opérateur $\mathbb{M}(\mathbf{D})$ est égal à :

$$\mathbb{M}_{ijkl} = \frac{1}{2}(H_{ik}H_{jl} + H_{il}H_{jk}) = (\mathbf{H} \underline{\otimes} \mathbf{H})_{ijkl} \quad (IV-20)$$

qui possède les symétries majeure et mineures.

La substitution de (IV-19) et (IV-20) dans (IV-18) conduit à :

$$\mathbb{C}(\mathbf{D}) = \mathbb{M}^{-1}(\mathbf{D}) : \mathbb{C}_0 : \mathbb{M}^{-T}(\mathbf{D}) = \mathbb{M}^{-1}(\mathbf{D}) : \mathbb{C}_0 : \mathbb{M}^{-1}(\mathbf{D}) \quad (IV-21)$$

où \mathbb{C}_0 est le tenseur de rigidité du matériau sain supposé isotrope. Il peut être exprimé à partir des coefficients de Lamé du matériau vierge λ_0 et μ_0 :

$$\mathbb{C}_0 = \lambda_0 \boldsymbol{\delta} \otimes \boldsymbol{\delta} + 2\mu_0 \mathbb{I} \quad (IV-22)$$

L'équation (IV-21) montre que le tenseur de rigidité endommagée possède les symétries majeure et mineures, du fait de celles du tenseur \mathbb{M} . Outre le tenseur d'endommagement \mathbf{D} , il ne dépend que des seuls paramètres élastiques λ_0 et μ_0 , sans ajout de paramètres supplémentaires. L'expression de la rigidité (IV-21) est supposée être valide dans le cas où la pression de pore est non nulle $p_w \neq 0$.

En outre, des analyses micro-poromécaniques menées entre autres par Shao (1998) ont conduit à exprimer la dépendance des paramètres hydromécaniques de la manière suivante :

$$\mathbf{B}(\mathbf{D}) = \boldsymbol{\delta} - \frac{1}{3K_S} \mathbb{C}(\mathbf{D}) : \boldsymbol{\delta} \quad (IV-23)$$

$$\beta(\mathbf{D}) = \frac{1}{K_S} \left(\frac{1}{3} \text{tr}(\mathbf{B}(\mathbf{D})) - \phi \right) \quad (IV-24)$$

où K_S est la compressibilité de la phase solide.

IV.1.2.2 **Prise en compte de conditions initiales non nulles**

Jusqu'à présent, les valeurs initiales des contraintes et pression d'eau étaient supposées nulles. Les équations d'état (IV-13) et (IV-14) sont maintenant

généralisées en tenant compte de contraintes initiales σ_0 et de pression d'eau initiale p_{w0} non nulles. Ainsi elles deviennent :

$$\sigma - \sigma_0 = \mathbb{C}(\mathbf{D}) : \varepsilon^e - p_w \mathbf{B}(\mathbf{D}) + p_{w0} \mathbf{B}_0 \quad (IV-25)$$

$$\phi^e = \mathbf{B}(\mathbf{D}) : \varepsilon^e + p_w \beta(\mathbf{D}) - p_{w0} \beta_0 \quad (IV-26)$$

avec :

$$\mathbf{B}_0 = (1 - K_0/K_s) \delta \quad (IV-27)$$

$$\beta_0 = (\mathbf{B}_0 : \delta / 3 - \phi_0) / K_s \quad (IV-28)$$

L'isotropie initiale est ici supposée. Ainsi, en posant la contrainte effective classique (au sens de Biot) $\sigma' = \mathbb{C}(\mathbf{D}) : \varepsilon^e + p_w \mathbf{B}(\mathbf{D})$, (II-24) devient :

$$\sigma' - \sigma'_0 = \mathbb{C}(\mathbf{D}) : \varepsilon^e \quad (IV-29)$$

A ce stade, la seule équation manquante pour décrire complètement le comportement poroélastique endommageable est la loi d'évolution de l'endommagement.

IV.1.2.3 *Loi d'évolution de l'endommagement anisotrope induit*

Dans un premier temps, le pseudo-potentiel de dissipation dual relatif aux effets de l'endommagement φ_D^* sera étudié.

Considérons alors une fonction critère f_D convexe, telle que :

$$\begin{cases} \varphi_D^* = 0 & \text{si } f_D < 0 \\ \varphi_D^* = +\infty & \text{si } f_D = 0 \end{cases} \quad \text{alors} \quad \begin{cases} \dot{\mathbf{D}} = \mathbf{0} \\ \dot{\mathbf{D}} \neq \mathbf{0} \end{cases} \quad (IV-30)$$

(IV-30) peut s'écrire de manière équivalente et dans le cas d'une loi d'écoulement associée :

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{D}} = \mathbf{0} & \text{si } f_D < 0 \text{ ou si } f_D = 0 \text{ et } \dot{f}_D < 0 \\ \dot{\mathbf{D}} = \lambda_D \frac{\partial f_D}{\partial \mathbf{Y}} & \text{si } f_D = 0 \text{ et } \dot{f}_D = 0 \end{cases} \quad (IV-31)$$

λ_D est le multiplicateur d'endommagement.

Ce dernier et la fonction de charge doivent vérifier les conditions de Kuhn-Tucker, à savoir :

$$\dot{\lambda}_D \geq 0 \quad f_D \leq 0 \quad \dot{\lambda}_D f_D = 0 \quad (IV-32)$$

Dans le cadre de la loi de comportement détaillée dans ce chapitre, les expressions de la fonction de charge et de la loi d'évolution de l'endommagement sont maintenant précisées.

I. Fonction de charge

D'après les travaux de Mazars (1984) et Ramtani (1992), le critère d'endommagement est exprimé en fonction des déformations en extension. La déformation positive équivalente ($\|\boldsymbol{\varepsilon}^+\| = \sqrt{\boldsymbol{\varepsilon}^+ : \boldsymbol{\varepsilon}^+}$), correspondant à la norme euclidienne du tenseur $\boldsymbol{\varepsilon}^+$, est retenue comme moteur de l'endommagement. $\boldsymbol{\varepsilon}^+$ est la partie positive du tenseur des déformations, issue d'une décomposition spectrale :

$$\boldsymbol{\varepsilon}^+ = \sum_{K=1}^3 \langle \varepsilon_K \rangle \mathbf{e}_K \otimes \mathbf{e}_K \quad (IV-33)$$

ε_K est la K-ième valeur propre du tenseur des déformations et \mathbf{e}_K le K-ième vecteur propre correspondant.

$\boldsymbol{\varepsilon}^+$ peut également être définie à l'aide d'un tenseur \mathbb{P}^+ de projection d'ordre 4 (Ju, 1989) :

$$\boldsymbol{\varepsilon}^+ = \mathbb{P}^+ : \boldsymbol{\varepsilon} \quad (IV-34)$$

L'endommagement apparaît lorsque la déformation positive équivalente atteint un certain seuil, lui-même dépendant de l'endommagement déjà produit. Ainsi, le critère d'endommagement f_D ne dépend plus rigoureusement de la variable force thermodynamiquement associée à l'endommagement Y mais de $\boldsymbol{\varepsilon}^+$. Il prend la forme suivante :

$$f_D = f_D(\boldsymbol{\varepsilon}^+; \mathbf{D}) = \sqrt{\boldsymbol{\varepsilon}^+ : \boldsymbol{\varepsilon}^+} - (r_0 + r_1 \text{tr}(\mathbf{D})) \quad (IV-35)$$

r_0 et r_1 sont des paramètres caractéristiques du matériau. r_0 est le seuil initial d'endommagement du matériau sain et r_1 caractérise l'influence de l'endommagement déjà produit sur l'évolution actuelle de l'endommagement. A

partir du moment où le matériau commence à être endommagé, la valeur des déformations de traction responsables de l'accroissement de l'endommagement a tendance à augmenter. Autrement dit, plus le matériau s'endommage, plus les déformations de traction doivent être grandes pour qu'il s'endommage d'avantage.

Il est à noter que dans ce cas, la positivité de la dissipation intrinsèque et notamment du produit $\mathbf{Y} : \dot{\mathbf{D}}$ n'est pas vérifiée *a priori*, mais qu'elle devra l'être *a posteriori* (lors de la mise en œuvre numérique par exemple).

II. Loi d'écoulement

Par analogie avec la plasticité, la règle définissant la vitesse d'endommagement est appelée loi d'écoulement. La loi d'écoulement retenue est associée : les tenseurs d'endommagement et de déformations ont des directions principales qui restent invariantes et confondues au cours du chargement. C'est une hypothèse forte qui sera adoptée dans la suite du travail. Elle permet notamment de simplifier la loi d'évolution de l'endommagement. Ainsi, les directions des incréments d'endommagement sont fixées par celle de la partie positive du tenseur des déformations.

En tenant compte de (IV-31), (IV-35) devient :

$$\dot{\mathbf{D}} = \dot{\lambda}_D \frac{\boldsymbol{\varepsilon}^+}{\|\boldsymbol{\varepsilon}^+\|} \quad (IV-36)$$

La condition de consistance $\dot{f}_D = 0$ permet d'exprimer $\dot{\lambda}_D$ en fonction de la déformation positive. En effet, la combinaison de :

$$\frac{\partial f_D}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}^+} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^+ + \frac{\partial f_D}{\partial \mathbf{D}} : \dot{\mathbf{D}} = 0 \quad (IV-37)$$

et de (IV-35) amène à :

$$\dot{\lambda}_D = \frac{\boldsymbol{\varepsilon}^+ : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^+}{r_1 \text{tr}(\boldsymbol{\varepsilon}^+)} \quad (IV-38)$$

Supposons que, durant un incrément, les directions principales du tenseur des déformations et le signe de la déformation incrémentale sont conservés. Alors, $\mathbb{P}^+ = \mathbb{O}$ et :

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^+ = \mathbb{P}^+ : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \quad (IV-39)$$

En tenant compte de (IV-39) et (IV-38), (IV-36) devient :

$$\dot{\mathbf{D}} = \left(\frac{\boldsymbol{\varepsilon}^+ \otimes \boldsymbol{\varepsilon}^+}{r_1 \text{tr}(\boldsymbol{\varepsilon}^+) \|\boldsymbol{\varepsilon}^+\|} \right) : \mathbb{P}^+ : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = H_d(\boldsymbol{\varepsilon}^+ \otimes \boldsymbol{\varepsilon}^+) : \mathbb{P}^+ : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \quad (IV-40)$$

avec $H_d = 1/(r_1 \text{tr}(\boldsymbol{\varepsilon}^+) \|\boldsymbol{\varepsilon}^+\|)$ le module d'endommagement.

En vue des développements à venir, introduisons un nouveau tenseur du quatrième ordre \mathbb{L} :

$$\dot{\mathbf{D}} = \mathbb{L} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \quad (IV-41)$$

avec :

$$\mathbb{L} = \left(\frac{\boldsymbol{\varepsilon}^+ \otimes \boldsymbol{\varepsilon}^+}{r_1 \text{tr}(\boldsymbol{\varepsilon}^+) \|\boldsymbol{\varepsilon}^+\|} \right) : \mathbb{P}^+ \quad ; \quad \mathbb{L}_{ijkl} = \frac{\varepsilon_{ij}^+ \varepsilon_{mn}^+}{r_1 \text{tr}(\boldsymbol{\varepsilon}^+) \|\boldsymbol{\varepsilon}^+\|} \mathbb{P}^+_{mnkl} \quad (IV-42)$$

Cette loi d'évolution de l'endommagement est celle qui est utilisée dans le nouveau modèle poro-viscoplastique endommageable développé dans le cadre de cette thèse. Remarquons alors que le taux d'endommagement est fonction du taux de déformation viscoplastique par l'intermédiaire du terme $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}$. Tant que les déformations viscoplastiques sont nulles, l'endommagement reste un phénomène dissipatif instantané. A partir du moment où les déformations viscoplastiques deviennent non nulles, l'évolution de l'endommagement aura un aspect différé.

A partir de maintenant, l'expression du pseudo-potential endommageable ne sera plus discuté. φ_D^* est déterminé par (IV-31) et (IV-35). La caractérisation du pseudo-potential viscoplastique, en tenant compte de l'effet de l'endommagement et des couplages hydromécaniques, constitue la prochaine étape de construction du modèle.

IV.1.3 Cas 2 : Comportement viscoplastique endommageable

Dans la suite, on considère un matériau viscoplastique endommageable, sec ou en conditions drainées (i.e. $p_w = 0$). Dans ce cas, l'inégalité de Clausius-Duhem se réduit à :

$$\boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{vp} + k \dot{\gamma}_{vp} + \mathbf{Y} : \dot{\mathbf{D}} \geq 0 \quad (IV-43)$$

Le potentiel de dissipation est toujours donné par (IV-11), avec $\varphi^* = \varphi_D^* + \varphi_{vp}^*$. φ_D^* prend la forme (IV-35) et $\varphi_{vp}^* = \varphi_{vp}^*(\boldsymbol{\sigma}, p_w = 0 \mid \gamma_{vp}, \mathbf{D})$. En s'inspirant de la méthode de Lemaitre & Chaboche (2001), et suivie ensuite par Pellet *et al.* (2005), le potentiel de dissipation viscoplastique d'un matériau vierge est défini à partir d'un domaine élastique dépendant de la contrainte moyenne σ et de la contrainte équivalente de von Mises q .

Son expression découle de l'expression du potentiel de Lemaitre, noté $\varphi_L^*(\boldsymbol{\sigma}, k \mid \gamma_{vp})$:

$$\varphi_{vp}^* \equiv \varphi_L^*(\boldsymbol{\sigma}, k \mid \gamma_{vp}) = \frac{K}{N+1} \left\langle \frac{q + \alpha\sigma - k(\gamma_{vp})}{K} \right\rangle^{N+1} \gamma_{vp}^{\frac{N}{M}} \quad (IV-44)$$

$k(\gamma_{vp})$ définit la variable d'érouissage : le seuil viscoplastique peut varier en fonction des déformations viscoplastiques cumulées. La constante α permet de prendre en compte l'influence de la contrainte moyenne sur les déformations viscoplastiques volumiques. K, N et M sont des paramètres viscoplastiques.

D'après le principe d'équivalence généralisée (Lemaitre *et al.*, 2000 ; Cordebois & Sidoroff, 1982 ; Zheng & Betten, 1996), le pseudo-potentiel de dissipation viscoplastique caractérisant le comportement d'un matériau endommagé peut être déterminé en considérant le potentiel de dissipation d'un matériau sain, dans lequel la contrainte usuelle est remplacée par la contrainte effective (au sens de l'endommagement). En d'autres mots :

$$\varphi_{vp}^*(\boldsymbol{\sigma}, 0, k \mid \gamma_{vp}, \mathbf{D}) = \varphi_{vp}^*(\tilde{\boldsymbol{\sigma}}, 0, k \mid \gamma_{vp}, \mathbf{0}) \equiv \varphi_L^*(\tilde{\boldsymbol{\sigma}}, k \mid \gamma_{vp}) \quad (IV-45)$$

Le taux de déformation viscoplastique est alors obtenu en appliquant la règle de normalité au potentiel de dissipation φ_{vp}^* :

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{vp} = \frac{\partial \varphi_{vp}^*}{\partial \boldsymbol{\sigma}} = \frac{\partial \varphi_{vp}^*}{\partial \tilde{\boldsymbol{\sigma}}} \frac{\partial \tilde{\boldsymbol{\sigma}}}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \quad (IV-46)$$

IV.1.4 Cas 3: Comportement poro-viscoplastique

Considérons maintenant un matériau sain poro-viscoplastique saturé. Coussy (2004) a présenté les équations d'état traduisant le comportement du matériau dans ce cas en l'absence d'endommagement. La rigidité endommagée $\mathbb{C}(\mathbf{D})$ et les paramètres hydromécaniques $\mathbf{B}(\mathbf{D})$ et $\beta(\mathbf{D})$ sont remplacés par leurs valeurs initiales $\mathbb{C}_0, \mathbf{B}_0, \beta_0$.

L'inégalité de Clausius-Duhem devient alors :

$$\boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{vp} + p_w \dot{\phi}^{vp} + k \dot{\gamma}_{vp} \geq 0 \quad (IV-47)$$

La dépendance du potentiel de dissipation viscoplastique vis-à-vis de la pression de pores étant difficile à conjecturer, une relation linéaire entre le taux de porosité viscoplastique $\dot{\phi}^{vp}$ et le taux de déformation viscoplastique (Coussy, 2004) est considérée :

$$\dot{\phi}^{vp} = \mathbf{B}_0 : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{vp} \quad (IV-48)$$

L'hypothèse précédente permet d'écrire la dissipation mécanique sous la forme :

$$\boldsymbol{\sigma}' : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{vp} + k \dot{\gamma}_{vp} \geq 0 \quad (IV-49)$$

dépendant de la contrainte effective hydromécanique $\boldsymbol{\sigma}' = \boldsymbol{\sigma} + p_w \mathbf{B}_0$ et de la variable d'écouissage. Cette contrainte effective hydromécanique est la force thermodynamiquement associée aux déformations viscoplastiques. Dans le cas d'une matrice incompressible viscoplastiquement, $\mathbf{B}_0 = \boldsymbol{\delta}$ et alors cette contrainte effective est égale à celle de Terzaghi.

Dans ce cas, le potentiel de dissipation viscoplastique peut être exprimé en fonction de $\boldsymbol{\sigma}'$ et k , thermodynamiquement associés respectivement aux déformations viscoplastiques et à la variable d'écouissage γ_{vp} . En d'autres mots,

$$\varphi_{vp}^*(\boldsymbol{\sigma}, p_w, k \mid \gamma_{vp}, \mathbf{0}) \equiv \varphi_L^*(\boldsymbol{\sigma}', k \mid \gamma_{vp}) \quad (IV-50)$$

Le taux de déformation viscoplastique est calculé à partir de :

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{vp} = \frac{\partial \varphi_{vp}^*}{\partial \boldsymbol{\sigma}'} \quad (IV-51)$$

IV.1.5 Comportement poro-viscoplastique endommageable

La synthèse des trois cas de figures précédemment abordés va nous permettre d'atteindre notre objectif : la construction d'un nouveau modèle capable de

coupler à la fois le fluage viscoplastique, l'endommagement mécanique et les interactions hydromécaniques.

En suivant la même approche que celle développée dans l'étude du cas 3 (poro-viscoplasticité), l'hypothèse suivante est d'emblée admise :

$$\dot{\phi}^{vp} = \mathbf{B}(\mathbf{D}) : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{vp} \quad (IV-52)$$

Elle traduit le fait que le taux de variation de la porosité viscoplastique est relié au taux de déformation viscoplastique par l'intermédiaire du coefficient de Biot endommagé.

Par conséquent, l'inégalité de Clausius-Duhem est réduite à $\Phi_M = \boldsymbol{\sigma}' : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{vp} + k\dot{\gamma}_{vp} + \mathbf{Y} : \dot{\mathbf{D}} \geq 0$ avec une contrainte effective (au sens de Biot) $\boldsymbol{\sigma}'$ définie par :

$$\boldsymbol{\sigma}' = \boldsymbol{\sigma} + p_w \mathbf{B}(\mathbf{D}) \quad (IV-53)$$

Maintenant l'objectif est d'exprimer le potentiel viscoplastique $\varphi_{vp}^* = \varphi_{vp}^*(\boldsymbol{\sigma}', k | \gamma_{vp}, \mathbf{D})$. En s'inspirant de Pellet *et al.* (2005), l'expression suivante est adoptée :

$$\varphi_{vp}^*(\boldsymbol{\sigma}', k | \gamma_{vp}, \mathbf{D}) \equiv \varphi_{\tilde{\sigma}'}^*(\tilde{\boldsymbol{\sigma}}', k | \gamma_{vp}) = \frac{K}{N+1} \left(\frac{\tilde{q}' + \alpha \tilde{\sigma}' - k}{K} \right)^{N+1} \gamma_{vp}^{-\frac{N}{M}} \quad (IV-54)$$

$\tilde{\boldsymbol{\sigma}}'$ est la contrainte effective hydromécanique endommageable prenant en considération différents couplages :

$$\tilde{\boldsymbol{\sigma}}' = \mathbf{M} : \boldsymbol{\sigma}' \quad (IV-55)$$

Cette contrainte doublement effective combine la force thermodynamique $\boldsymbol{\sigma}'$ (associée aux déformations viscoplastiques) avec la contrainte effective au sens de la Mécanique de l'Endommagement $\tilde{\boldsymbol{\sigma}}$. \tilde{p}' et \tilde{q}' sont la contrainte moyenne et la contrainte équivalente de von Mises liées à cette contrainte doublement effective.

D'après Lemaitre *et al.* (2000) et Corbedois & Sidoroff (1982), le taux de déformation viscoplastique est calculé à partir de :

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{vp} = \frac{\partial \varphi_{vp}^*}{\partial \boldsymbol{\sigma}'} = \frac{\partial \varphi_{vp}^*}{\partial \tilde{\boldsymbol{\sigma}}'} \frac{\partial \tilde{\boldsymbol{\sigma}}'}{\partial \boldsymbol{\sigma}'} \quad (IV-56)$$

En d'autres mots :

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{vp} = \left\langle \frac{\tilde{q}' + \alpha \tilde{\sigma}' - k}{K \gamma_{vp}^{\frac{1}{M}}} \right\rangle^N \left(\frac{3 \tilde{\mathbf{s}}'}{2 \tilde{q}'} + \frac{\alpha(\boldsymbol{\delta} - \mathbf{D})}{3} \right) \quad (IV-57)$$

avec $\tilde{\mathbf{s}}' = \mathbf{H} \cdot \mathbf{s}' \cdot \mathbf{H}$.

Le taux de déformation viscoplastique cumulé est calculé à partir de :

$$\dot{\gamma}_{vp} = \sqrt{\frac{2}{3}} \left\langle \frac{\tilde{q}' + \alpha \tilde{\sigma}' - k}{K \gamma_{vp}^{\frac{1}{M}}} \right\rangle^N \left\| \frac{3 \tilde{\mathbf{s}}'}{2 \tilde{q}'} + \frac{\alpha(\boldsymbol{\delta} - \mathbf{D})}{3} \right\| \quad (IV-58)$$

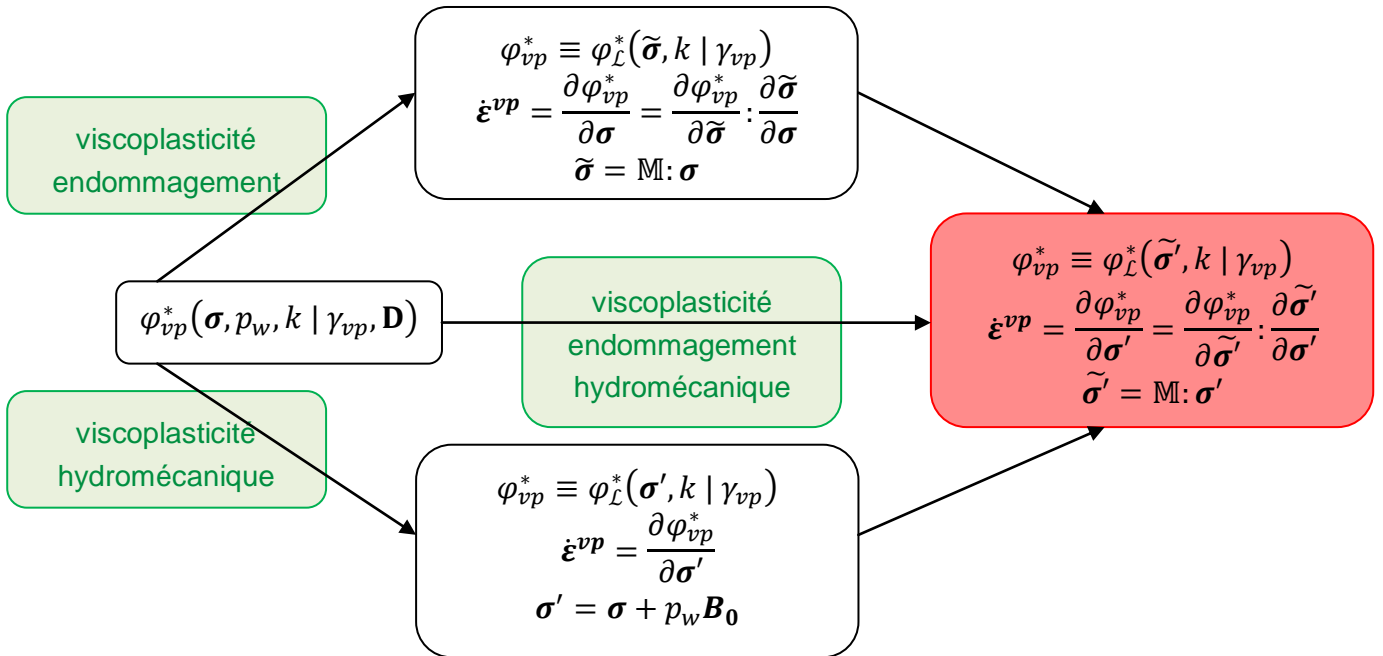


fig IV-1 Construction du potentiel de dissipation viscoplastique basée sur le concept de contrainte doublement effective

La combinaison de (IV-57) et (IV-58) amène à :

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{vp} = \sqrt{\frac{3}{2}} \dot{\gamma}_{vp} \frac{\frac{3 \tilde{\mathbf{s}}'}{2 \tilde{q}'} + \frac{\alpha(\boldsymbol{\delta} - \mathbf{D})}{3}}{\left\| \frac{3 \tilde{\mathbf{s}}'}{2 \tilde{q}'} + \frac{\alpha(\boldsymbol{\delta} - \mathbf{D})}{3} \right\|} \quad (IV-59)$$

Le taux de déformation viscoplastique $\dot{\epsilon}^{vp}$ est caractérisé par sa norme $\sqrt{3/2}\dot{\gamma}_{vp}$ tandis que sa direction est donnée par celle du tenseur unitaire $\left(\frac{3}{2}\frac{\tilde{s}_i}{\tilde{q}_i} + \frac{\alpha(\delta-D)}{3}\right) / \left\| \frac{3}{2}\frac{\tilde{s}_i}{\tilde{q}_i} + \frac{\alpha(\delta-D)}{3} \right\|$. Il dépend des déformations viscoplastiques déjà produites, de la contrainte actuelle et de l'endommagement du matériau.

La méthodologie pour mettre en évidence l'expression du pseudo-potentiel de dissipation viscoplastique est résumée dans la fig IV.1.

Elle est appliquée pour la construction d'un modèle prenant en compte les effets de la viscoplasticité, de l'endommagement et du couplage hydromécanique à travers les concepts de contraintes effectives au sens de Biot et au sens de la mécanique de l'endommagement.

Les équations principales du modèle sont récapitulées dans l'annexe C. Au final, les paramètres entrants du modèle sont résumés dans le Tableau IV-1.

Elasticité	$\lambda_0 ; \mu_0$
Viscoplasticité	$\alpha ; k ; N ; M ; K$
Endommagement	$r_0 ; r_1$
Hydromécanique	$B_0 ; \beta_0 ; \phi_0$

Tableau 0-1 Paramètres du nouveau modèle poro-viscoplastique endommageable

Les paramètres hydromécaniques comme le coefficient de Biot de l'argilite peuvent être déterminées à partir d'essai de compression isotrope ou d'essais oedométriques (Ecoffier *et al.*, 2001 ; Bemmer *et al.*, 2004). Sa perméabilité a notamment été mesuré par pulse tests par Ecoffier *et al.*, (2001).

Il est possible de déterminer les paramètres viscoplastiques à partir d'essais de fluage ou d'essai de compression uniaxiale quasi statique (Fabre, 2005). Les valeurs expérimentales des paramètres d'endommagement ont déjà été mises en évidence par Chiarelli (2000). D'après ces travaux, les paramètres r_0 et r_1 intervenant dans le critère d'endommagement prennent les valeurs suivantes : $r_0 = 0$ et $r_1 = 3,5 \cdot 10^{-3}$.

IV.1.6 Lois de transfert de l'eau liquide

La loi de Darcy (II-58) classique permet de décrire le transfert de l'eau liquide à travers le réseau poreux. L'influence de l'endommagement sur la perméabilité du milieu peut être prise en compte de différentes manières (cf. paragraphe

II.4.1). Dans ce modèle, cette influence est prise en compte via la loi de Kozeny-Carman :

$$k_{int}(\mathbf{D}) = k_{int,0} \left(\frac{n}{n_0} \right)^3 \left(\frac{1-n_0}{1-n} \right)^2 \quad (IV-60)$$

k_{int} est la perméabilité intrinsèque du milieu.

IV.1.7 Equations incrémentales

Afin de mettre en œuvre numériquement cette loi de comportement, l'expression des équations constitutives du modèle sous forme incrémentale est nécessaire.

A partir des équations d'état (IV-25) et (IV-26), on peut exprimer l'incrément de contrainte en fonction des incréments de déformation élastique, d'endommagement et de pression d'eau :

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbb{C}(\mathbf{D}) : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^e - \dot{p}_w \mathbf{B}(\mathbf{D}) + \boldsymbol{\varepsilon}^e : \frac{\partial \mathbb{C}(\mathbf{D})}{\partial \mathbf{D}} : \dot{\mathbf{D}} - p_w \frac{\partial \mathbf{B}(\mathbf{D})}{\partial \mathbf{D}} : \dot{\mathbf{D}} \quad (IV-61)$$

$$\dot{\phi}^e = \mathbf{B}(\mathbf{D}) : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^e + \beta(\mathbf{D}) \dot{p}_w + \boldsymbol{\varepsilon}^e : \frac{\partial \mathbf{B}(\mathbf{D})}{\partial \mathbf{D}} : \dot{\mathbf{D}} + p_w \frac{\partial \beta(\mathbf{D})}{\partial \mathbf{D}} : \dot{\mathbf{D}} \quad (IV-62)$$

En posant :

$$\mathbb{A}^\sigma(\mathbf{D}) = \boldsymbol{\varepsilon}^e : \frac{\partial \mathbb{C}(\mathbf{D})}{\partial \mathbf{D}} - p_w \frac{\partial \mathbf{B}(\mathbf{D})}{\partial \mathbf{D}} \quad (IV-63)$$

$$\mathbf{A}^\phi(\mathbf{D}) = \boldsymbol{\varepsilon}^e : \frac{\partial \mathbf{B}(\mathbf{D})}{\partial \mathbf{D}} + p_w \frac{\partial \beta(\mathbf{D})}{\partial \mathbf{D}} \quad (IV-64)$$

la combinaison de (IV-61), (IV-62), (IV-63) et (IV-64) donne :

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbb{C}(\mathbf{D}) : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^e - \dot{p}_w \mathbf{B}(\mathbf{D}) + \mathbb{A}^\sigma(\mathbf{D}) : \dot{\mathbf{D}} \quad (IV-65)$$

$$\dot{\phi}^e = \mathbf{B}(\mathbf{D}) : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^e + \beta(\mathbf{D}) \dot{p}_w + \mathbf{A}^\phi(\mathbf{D}) : \dot{\mathbf{D}} \quad (IV-66)$$

Finalement, en utilisant (IV-33), (IV-65) et (IV-66), on obtient :

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbb{C}^\sigma(\mathbf{D}) : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \dot{p}_w \mathbf{B}(\mathbf{D}) - \mathbb{C}(\mathbf{D}) : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{vp} \quad (IV-67)$$

$$\dot{\phi} = \mathbf{B}^\phi(\mathbf{D}) : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} + \beta(\mathbf{D}) \dot{p}_w \quad (IV-68)$$

avec :

$$\mathbb{C}^\sigma(\mathbf{D}) = \mathbb{C}(\mathbf{D}) + \delta_D \mathbb{A}^\sigma(\mathbf{D}) : \mathbb{L} \quad (IV-69)$$

$$\mathbf{B}^\phi(\mathbf{D}) = \mathbf{B}(\mathbf{D}) + \delta_D \mathbf{A}^\phi(\mathbf{D}) : \mathbb{L} \quad (IV-70)$$

$\delta_D = 0$ lorsque l'endommagement n'évolue pas. Dans le cas contraire, $\delta_D = 1$. Ainsi, en l'absence d'évolution de l'endommagement, $\mathbb{C}^\sigma(\mathbf{D}) = \mathbb{C}(\mathbf{D})$, $\mathbf{B}^\phi(\mathbf{D}) = \mathbf{B}(\mathbf{D})$. De plus, si le matériau est vierge $\mathbf{B}(\mathbf{D}) = \mathbf{B}_0$ et (IV-68) devient :

$$\dot{\phi} = \mathbf{B}_0 : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} + \beta_0 \dot{p}_w \quad (IV-71)$$

L'incrément de contrainte effective (hydromécanique) peut également être calculé à partir de (IV-67) :

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}}' = \left(\mathbb{C}^\sigma(\mathbf{D}) + \delta_D p_w \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial \mathbf{D}} : \mathbb{L} \right) : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \mathbb{C}(\mathbf{D}) : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{vp} \quad (IV-72)$$

Les équations (IV-63) et (IV-64) nécessitent d'explicitier les dérivées par rapport à l'endommagement \mathbf{D} de $\mathbb{C}(\mathbf{D})$, $\mathbf{B}(\mathbf{D})$ et $\beta(\mathbf{D})$.

De (IV-21), (IV-23) et (IV-24), il vient :

$$\frac{\partial \mathbb{C}(\mathbf{D})}{\partial \mathbf{D}} = \frac{\partial \mathbb{M}^{-1}(\mathbf{D})}{\partial \mathbf{D}} : \mathbb{C}_0 : \mathbb{M}^{-1}(\mathbf{D}) + \mathbb{M}^{-1}(\mathbf{D}) : \mathbb{C}_0 : \frac{\partial \mathbb{M}^{-1}(\mathbf{D})}{\partial \mathbf{D}} \quad (IV-73)$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}(\mathbf{D})}{\partial \mathbf{D}} = -\frac{1}{3K_S} \boldsymbol{\delta} : \frac{\partial \mathbb{C}(\mathbf{D})}{\partial \mathbf{D}} \quad (IV-74)$$

$$\frac{\partial \beta(\mathbf{D})}{\partial \mathbf{D}} = -\frac{1}{9K_S^2} \boldsymbol{\delta} : \left(\boldsymbol{\delta} : \frac{\partial \mathbb{C}(\mathbf{D})}{\partial \mathbf{D}} \right) \quad (IV-75)$$

La combinaison de (IV-73), (IV-74), (IV-75) et (IV-63), (IV-64) amène à :

$$\mathbb{A}^\sigma(\mathbf{D}) = \left(\boldsymbol{\varepsilon}^e + \frac{p_w}{3K_S} \boldsymbol{\delta} \right) : \frac{\partial \mathbb{C}(\mathbf{D})}{\partial \mathbf{D}} \quad (IV-76)$$

$$\mathbb{A}^\phi(\mathbf{D}) = -\frac{1}{3K_S} \left(\boldsymbol{\varepsilon}^e + \frac{p_w}{3K_S} \boldsymbol{\delta} \right) : \boldsymbol{\delta} : \frac{\partial \mathbb{C}(\mathbf{D})}{\partial \mathbf{D}} \quad (IV-77)$$

IV.2 Modélisation par éléments finis

Le modèle étant défini, le but est maintenant de l'implémenter dans un code de calcul numérique s'appuyant sur la méthode des éléments finis. Pour cela, le problème hydromécanique doit être reformulé. En particulier, ceci passe par une reformulation sous forme intégrale du problème, suivie de la discrétisation des équations intégrales par rapport à l'espace et au temps.

La première étape est la mise en équation du problème.

IV.2.1 Mise en équation du problème

Considérons un milieu poreux Ω , continu, biphasique soumis à des actions mécaniques à distance par unité de masse \mathbf{b} , des actions mécaniques et hydrauliques en surface : on impose des contraintes \mathbf{T} sur Γ_σ et le débit \mathbf{q} sur Γ_q ; des contraintes cinématiques et de pression : les déplacements sur Γ_u et les pressions sur Γ_p sont imposés (Lewis & Schrefler, 1998). Ces actions sont schématisées dans la fig IV.2.

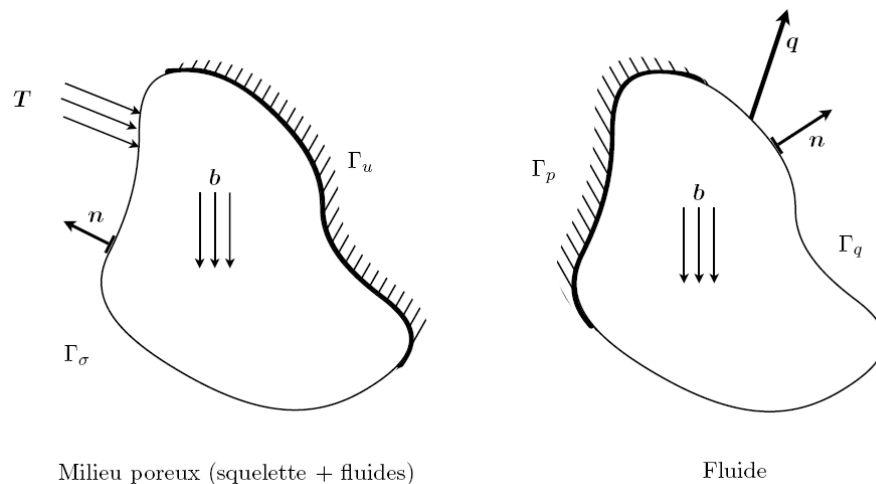


fig IV-2 Illustration des conditions aux frontières (Pereira, 2005)

Il s'agit ici de déterminer l'évolution du milieu Ω dans un intervalle de temps donné $[0, T]$ à savoir l'évolution des champs de déplacement et de pression de fluide inconnus.

A cet effet, les variables considérées sont les suivantes :

- le déplacement du squelette u
- la pression du fluide saturant l'espace poreux p_w .

Les deux équations d'équilibre, mécanique et hydraulique, sont maintenant présentées.

Equation du champ mécanique

D'après l'équation (II-46) qui décrit le principe de la dynamique, on a :

$$\text{div}(\boldsymbol{\sigma}) + \rho \mathbf{g} = \mathbf{0} \quad (\text{IV-78})$$

Donc, en négligeant les forces de pesanteur, on obtient :

$$\text{div}(\dot{\boldsymbol{\sigma}}) = \mathbf{0} \quad (\text{IV-79})$$

Equation du champ hydraulique

En se basant sur l'équation de la conservation de masse (II-38) et sur la définition de la vitesse relative (II-15), on trouve :

$$n\dot{\rho}_f + \rho_f\dot{n} + \text{div}(n\rho_f\mathbf{v}^s) + \text{div}(n\rho_f\mathbf{v}^r) = 0 \quad (\text{IV-80})$$

En combinant (IV-80) avec l'équation de comportement du fluide (II-34) dans le cas isotherme, on obtient :

$$\rho_f \left(\frac{n}{K_f} \dot{p}_w + \dot{n} + \text{div}(n\mathbf{v}^s) + \text{div}(n\mathbf{v}^r) \right) = 0 \quad (\text{IV-81})$$

En combinant avec (II-58) et (IV-68), (IV-81) devient :

$$\mathbf{B}^\phi(\mathbf{D}) : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} + \left(\beta(\mathbf{D}) + \frac{\phi}{K_f} \right) \dot{p}_w + \text{div}(-\lambda_n \mathbf{grad}(p_w)) = 0 \quad (\text{IV-82})$$

Compte-tenu des équations (IV-79) et (IV-82), le problème à résoudre est maintenant présenté.

Trouver $\mathbf{u} : [0, T] \times \Omega \rightarrow \mathbf{R}^3$ et $p_w : [0, T] \times \Omega \rightarrow \mathbf{R}$ tels que :

$$\begin{cases} \text{div}(\dot{\boldsymbol{\sigma}}) = \mathbf{0} \\ \mathbf{B}^\phi(\mathbf{D}) : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} + \left(\beta(\mathbf{D}) + \frac{\phi}{K_f} \right) \dot{p}_w + \text{div}(-\lambda_h \mathbf{grad}(p_w)) = 0 \end{cases} \quad (\text{IV-83})$$

IV.2.2 Formulation variationnelle du problème

La mise sous forme variationnelle du problème consiste à intégrer les équations gouvernant le problème sur le domaine Ω (Lewis & Schrefler, 1998), après les avoir multipliées par des fonctions tests, souvent appelées champs virtuels. Cette formulation correspond au théorème des travaux virtuels ; la résolution du problème ainsi formulé revient donc à trouver le doublet (\mathbf{u}^*, p_w^*) minimisant l'énergie du système matériel constitué par le milieu poreux.

Des champs de déplacement \mathbf{u}^* et de pression p_w^* , cinématiquement admissibles, sont considérés. Les champs \mathbf{u}^* sont pris dans l'espace des champs cinématiquement admissibles contenant les fonctions définies sur $[0, T] \times \Omega \rightarrow \mathbf{R}^3$ et telles que $\forall t \in [0, T], \forall \mathbf{x} \in \Gamma_u, \mathbf{u}^* = \mathbf{0}$. Les champs p_w^* appartiennent à l'espace des champs cinématiquement admissibles contenant les fonctions définies sur $[0, T] \times \Omega \rightarrow \mathbf{R}$ et telles que $\forall t \in [0, T], \forall \mathbf{x} \in \Gamma_p, p_w^* = 0$.

Effectuons le calcul à partir de l'équation (IV-79). Pour le problème mécanique, on multiplie cette équation par \mathbf{u}^* puis on intègre le résultat obtenu sur l'ensemble du domaine d'étude :

$$\int_{\Omega} \mathbf{u}^* \cdot \text{div}(\dot{\boldsymbol{\sigma}}) d\Omega = \mathbf{0} \quad (\text{IV-84})$$

En utilisant le théorème de la divergence et en posant :

$$\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}) = \frac{1}{2} (\mathbf{grad}(\mathbf{u}) + {}^t \mathbf{grad}(\mathbf{u})) \quad (\text{IV-85})$$

on trouve finalement :

$$\int_{\Omega} {}^t \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}^*) : \dot{\boldsymbol{\sigma}} d\Omega = \int_{\Gamma_\sigma} \mathbf{u}^* \cdot \dot{\mathbf{T}} d\Gamma \quad (\text{IV-86})$$

Pour le problème hydraulique, on multiplie (IV-82) par p_w^* puis on intègre le produit scalaire obtenu sur l'ensemble du domaine d'étude. On obtient alors :

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} p_w^* \mathbf{B}^{\phi}(\mathbf{D}) : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \, d\Omega + \int_{\Omega} p_w^* \left(\frac{\phi}{K_f} + \beta(\mathbf{D}) \right) \dot{p}_w \, d\Omega \\ + \int_{\Omega} p_w^* \operatorname{div}(-\lambda_h \mathbf{grad}(p_w)) \, d\Omega = 0 \end{aligned} \quad (IV-87)$$

et, après quelques calculs, finalement :

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} p_w^* \mathbf{B}^{\phi}(\mathbf{D}) : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \, d\Omega + \int_{\Omega} p_w^* \left(\frac{\phi}{K_f} + \beta(\mathbf{D}) \right) \dot{p}_w \, d\Omega + \int_{\Gamma_q} p_w^* (q_n) \, d\Gamma \\ + \int_{\Omega} \mathbf{grad}(p_w^*) \lambda_h \mathbf{grad}(p_w) \, d\Omega = 0 \end{aligned} \quad (IV-88)$$

En combinant (IV-88) avec (IV-86), le nouveau problème à résoudre est le suivant :

Trouver $\mathbf{u} : [0, T] \times \Omega \rightarrow \mathbf{R}^3$ et $p_w : [0, T] \times \Omega \rightarrow \mathbf{R}$ tels que $\forall \mathbf{u}^*, \forall p_w^*$ cinématiquement admissibles :

$$\left\{ \begin{aligned} \int_{\Omega} {}^t \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}^*) : \dot{\boldsymbol{\sigma}} \, d\Omega &= \int_{\Gamma_{\sigma}} \mathbf{u}^* \cdot \dot{\mathbf{T}} \, d\Gamma \\ \int_{\Omega} p_w^* \left(\frac{\phi}{K_f} + \beta(\mathbf{D}) \right) \dot{p}_w \, d\Omega + \int_{\Omega} p_w^* \mathbf{B}^{\phi}(\mathbf{D}) : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \, d\Omega + \\ \int_{\Omega} \mathbf{grad}(p_w^*) \lambda_h \mathbf{grad}(p_w) \, d\Omega &= \int_{\Gamma_q} p_w^* (-q_n) \, d\Gamma \\ {}^t \boldsymbol{\sigma} &= \boldsymbol{\sigma} \\ \dot{\boldsymbol{\sigma}} &= \mathbb{C}^{\sigma}(\mathbf{D}) : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \dot{p}_w \mathbf{B}(\mathbf{D}) - \mathbb{C}(\mathbf{D}) : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{vp} \end{aligned} \right. \quad (IV-89)$$

IV.2.3 Discrétisation spatiale

Pour résoudre le problème par la méthode des éléments finis, on discrétise le domaine Ω en sous-domaines élémentaires. La résolution numérique fournit alors une approximation de la solution, continue en temps, sous la forme des valeurs des champs inconnus aux nœuds de ces éléments. Il est alors possible d'avoir la valeur d'une inconnue en n'importe quel point du domaine maillé à l'aide des fonctions d'interpolation utilisant les valeurs nodales de ces inconnues.

Les matrices d'interpolation des valeurs nodales des déplacements et des pressions sont notées respectivement \mathbf{N}_e^u et \mathbf{N}_e^p . Les matrices constituées des dérivées spatiales des fonctions d'interpolation sont notées \mathbf{B}_e^u et \mathbf{B}_e^p . A un instant t donné, les déplacements \mathbf{u}_e et pressions $p_{w,e}$ en un point \mathbf{x} d'un sous-domaine élémentaire Ω_e de Ω sont donnés, à partir des valeurs aux noeuds (mécaniques ou hydrauliques selon le cas) de l'élément e correspondant, par les relations (IV-90) et (IV-91).

$$\mathbf{u}_e(\mathbf{x}, t) = \sum_{k=1}^{n_e^u} \mathbf{N}_{e,k}^u \tilde{\mathbf{u}}_{e,k}(t) \quad (IV-90)$$

$$p_{w,e}(\mathbf{x}, t) = \sum_{k=1}^{n_e^p} \mathbf{N}_{e,k}^p \tilde{p}_{w,e,k}(t) \quad (IV-91)$$

où les quantités $\tilde{\mathbf{u}}_{e,k}$ et $\tilde{p}_{w,e,k}$ représentent les valeurs nodales des déplacements et pressions. A ce stade de la discrétisation, ces éléments sont des fonctions continues du temps.

Les déformations sont quant à elles données par :

$$\boldsymbol{\varepsilon}_e(\mathbf{x}, t) = \left(\sum_{k=1}^{n_e^u} \mathbf{B}_{e,1k}^u \tilde{\mathbf{u}}_{e,k}(t), \sum_{k=1}^{n_e^u} \mathbf{B}_{e,2k}^u \tilde{\mathbf{u}}_{e,k}(t), \sum_{k=1}^{n_e^u} \mathbf{B}_{e,3k}^u \tilde{\mathbf{u}}_{e,k}(t) \right) \quad (IV-92)$$

Les entiers n_e^u et n_e^p représentent le nombre de noeuds par élément respectivement mécanique et hydraulique.

Selon la méthode de Galerkin, l'espace des fonctions test (contenant les champs cinématiquement admissibles \mathbf{u}^* et p_w^* introduits plus tôt) est remplacé par celui des fonctions de forme (fonctions d'interpolation).

Pour simplifier le calcul, des tenseurs d'ordre 2 symétriques s'écrivent sous forme d'un vecteur de 6 composantes, et les tenseurs d'ordre 4 s'écrivent sous forme des matrices 6x6, ceci pour un problème général 3D. En tenant compte des hypothèses d'axisymétrie et des déformations planes retenues ici, le tenseur de contrainte $\boldsymbol{\sigma}$ et celui de déformation $\boldsymbol{\varepsilon}$ sont des vecteurs de 3 composantes (matrices 3x1).

On considère maintenant le problème, non plus au niveau d'un élément, mais au niveau global en considérant l'ensemble des éléments (mécaniques et hydrauliques) du maillage. On procède donc classiquement à l'assemblage des différentes matrices élémentaires. On note \mathbf{N}^u , \mathbf{N}^p , \mathbf{B}^u et \mathbf{B}^p les matrices obtenues après assemblage des matrices élémentaires correspondantes. Les

vecteurs élémentaires des inconnues nodales sont également assemblés ; on note les vecteurs obtenus \mathbf{U} et \mathbf{P}_w .

Après assemblage, le problème mécanique peut être réécrit selon la relation :

$$\int_{\Omega} {}^t\mathbf{B}^u \dot{\boldsymbol{\sigma}} d\Omega = \dot{\mathbb{F}}^u \quad (IV-93)$$

Le vecteur de chargement mécanique \mathbb{F}^u est donné par :

$$\mathbb{F}^u = \int_{\Gamma_{\sigma}} {}^t\mathbf{N}^u \cdot \mathbf{T} d\Gamma \quad (IV-94)$$

Le problème hydraulique discrétisé spatialement s'obtient de façon similaire. Il s'écrit :

$$\mathbb{H}\mathbf{P}_w + \mathbb{S}\dot{\mathbf{P}}_w + \mathbb{R}\dot{\mathbf{U}} = \mathbb{F}^p \quad (IV-95)$$

Les matrices d'écoulement de la phase liquide \mathbb{H} , de comportement de cette même phase \mathbb{S} , de couplage \mathbb{R} ainsi que le vecteur de chargement hydraulique \mathbb{F}^p sont donnés par :

$$\mathbb{H} = \int_{\Omega} {}^t\mathbf{B}^p \cdot \lambda_h \cdot \mathbf{B}^p d\Omega \quad (IV-96)$$

$$\mathbb{S} = \int_{\Omega} {}^t\mathbf{N}^p \left(\frac{\phi}{K_f} + \beta(\mathbf{D}) \right) \cdot \mathbf{N}^p d\Omega \quad (IV-97)$$

$$\mathbb{R} = \int_{\Omega} {}^t\mathbf{N}^p \cdot {}^t\mathbf{B}^{\phi}(\mathbf{D}) \cdot \mathbf{B}^u d\Omega \quad (IV-98)$$

$$\mathbb{F}^p = \int_{\Gamma_q} {}^t\mathbf{N}^p \cdot (\bar{\mathbf{q}} \cdot \mathbf{n}) d\Gamma \quad (IV-99)$$

IV.2.4 Discrétisation temporelle

Après avoir discrétisé l'espace 2D, il convient de découper l'échelle des temps $[0, T]$ en intervalles. Pour cela, on pose $t_0 < t_1 < \dots < t_N$ une suite d'instant $t_{n, n \in \{0, \dots, N\}}$ strictement croissante, telle que $t_0 = 0$ et $t_N = T$.

Afin de discrétiser le problème dans le temps, on applique un θ -schéma. Un instant t_n , pour $n \in \{0 \dots N - 1\}$ est pris comme référence et l'on se place à un

instant $t_n + \theta\Delta t$ avec θ un scalaire tel que $\theta \in [0,1]$ et $\Delta t = t_{n+1} - t_n$. Cet instant est noté $t_{n+\theta}$. Une grandeur X et sa dérivée temporelle sont alors évaluées à l'instant $t_{n+\theta}$ à partir de leurs valeurs aux instants t_n et t_{n+1} pondérées par θ :

$$X_{n+\theta} = (1 - \theta)X_n + \theta X_{n+1} \quad (IV-100)$$

$$\dot{X}_{n+\theta} = \frac{\Delta X}{\Delta t} = \frac{X_{n+1} - X_n}{\Delta t} \quad (IV-101)$$

Selon la valeur de θ , le schéma correspond au schéma d'Euler explicite ($\theta = 0$), au schéma d'Euler implicite ($\theta = 1$), inconditionnellement stable ou au schéma de Crank-Nicholson ($\theta = 1/2$).

Sous l'hypothèse des petites perturbations, les matrices N^u , N^p , B^u et B^p sont supposées invariantes.

La discrétisation temporelle de (IV-93) donne :

$$\int_{\Omega} {}^t\mathbf{B}^u \cdot \Delta\boldsymbol{\sigma} \, d\Omega = \Delta\mathbb{F}_n^u \quad (IV-102)$$

L'incrément des contraintes effectives est calculé à partir de (IV-72) et s'écrit :

$$\Delta\boldsymbol{\sigma}'_n = \mathbb{C}^{\sigma'}(\mathbf{D}_n) \cdot \Delta\boldsymbol{\varepsilon} - \mathbb{C}(\mathbf{D}_n) \cdot \Delta\boldsymbol{\varepsilon}^{vp} \quad (IV-103)$$

Dans notre modèle, l'incrément d'endommagement peut s'exprimer en fonction de l'incrément de déplacement :

$$\Delta\mathbf{D} = \mathbb{L}_n \cdot \mathbf{B}^u \cdot \Delta\mathbf{U} \quad (IV-104)$$

Ainsi, la matrice $\mathbb{C}^{\sigma'}(\mathbf{D}_n)$ s'écrit :

$$\mathbb{C}^{\sigma'}(\mathbf{D}_n) = \mathbb{C}^{\sigma}(\mathbf{D}_n) + \mathbf{P}_{wn} \cdot \left(\frac{\partial \mathbf{B}(\mathbf{D})}{\partial \mathbf{D}} \right)_n \cdot \mathbb{L}_n \cdot \mathbf{B}^u \quad (IV-105)$$

et donc la combinaison de (IV-103) avec (IV-105) donne :

$$\Delta\boldsymbol{\sigma}' = \Delta\boldsymbol{\sigma} + \mathbf{P}_w \cdot \left(\frac{\partial \mathbf{B}(\mathbf{D})}{\partial \mathbf{D}} \right)_n \cdot \mathbb{L}_n \cdot \Delta\boldsymbol{\varepsilon} + \mathbf{B}(\mathbf{D}_n) \Delta\mathbf{P}_w \quad (IV-106)$$

L'incrément de déformation viscoplastique est estimé à partir de :

$$\Delta \boldsymbol{\varepsilon}^{vp} = \Delta t \left[(1 - \theta) \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_n^{vp} + \theta \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{n+1}^{vp} \right] \quad (IV-107)$$

et le taux de déformations viscoplastiques à l'instant t_{n+1} par un développement limité à l'ordre 1 (Owen & Hinton, 1980) :

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{n+1}^{vp} = \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_n^{vp} + \mathbf{H}_n \cdot \Delta \boldsymbol{\sigma}' + \hat{\mathbf{H}}_n \cdot \Delta \boldsymbol{\varepsilon}^{vp} + \tilde{\mathbf{H}}_n \cdot \Delta \mathbf{D} \quad (IV-108)$$

avec :

$$\mathbf{H}_n = \left(\frac{\partial \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{vp}}{\partial \boldsymbol{\sigma}'} \right)_n ; \hat{\mathbf{H}}_n = \left(\frac{\partial \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{vp}}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}^{vp}} \right)_n ; \tilde{\mathbf{H}}_n = \left(\frac{\partial \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{vp}}{\partial \mathbf{D}} \right)_n \quad (IV-109)$$

La combinaison de (IV-107) et (IV-108) amène à :

$$\Delta \boldsymbol{\varepsilon}^{vp} = \Delta t \mathbf{A}_n \cdot \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_n^{vp} + \mathbf{C}_n \cdot \Delta \boldsymbol{\sigma}' + \tilde{\mathbf{C}}_n \cdot \Delta \mathbf{U} \quad (IV-110)$$

avec :

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_n &= (\boldsymbol{\delta} - \theta \Delta t \hat{\mathbf{H}}_n)^{-1} ; \mathbf{C}_n = \theta \Delta t (\boldsymbol{\delta} - \theta \Delta t \hat{\mathbf{H}}_n)^{-1} \cdot \mathbf{H}_n \\ \tilde{\mathbf{C}}_n &= \theta \Delta t (\boldsymbol{\delta} - \theta \Delta t \hat{\mathbf{H}}_n)^{-1} \cdot \tilde{\mathbf{H}}_n \cdot \mathbb{L}_n \cdot \mathbf{B}^u \end{aligned} \quad (IV-111)$$

On peut alors exprimer l'incrément de contrainte effective (Biot) en utilisant (IV-103) et (IV-110) :

$$\Delta \boldsymbol{\sigma}' = \hat{\mathbf{D}}_n \left[(\mathbb{C}^{\sigma'}(\mathbf{D}_n) \cdot \mathbb{L} - \mathbb{C}(\mathbf{D}_n) \cdot \tilde{\mathbf{C}}_n) \cdot \mathbf{B}^u \cdot \Delta \mathbf{U} - \Delta t \cdot \mathbb{C}(\mathbf{D}) \cdot \mathbf{A}_n \cdot \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_n^{vp} \right] \quad (IV-112)$$

avec :

$$\hat{\mathbf{D}}_n = (\boldsymbol{\delta} + \mathbb{C}(\mathbf{D}) \cdot \mathbf{C}_n)^{-1} \quad (IV-113)$$

La combinaison de (IV-106) avec (IV-112) amène à :

$$\Delta \boldsymbol{\sigma} = \tilde{\mathbf{D}}_n \cdot \mathbf{B}^u \cdot \Delta \mathbf{U} - \mathbf{B}(\mathbf{D}_n) \cdot \Delta \mathbf{P}_w - \Delta t \hat{\mathbf{D}}_n \cdot \mathbb{C}(\mathbf{D}_n) \cdot \mathbf{A}_n \cdot \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_n^{vp} \quad (IV-114)$$

avec :

$$\tilde{\mathbf{D}}_n = \hat{\mathbf{D}}_n \cdot (\mathbb{C}^{\sigma'}(\mathbf{D}_n) \cdot \mathbb{L}_n - \mathbb{C}(\mathbf{D}_n) \cdot \tilde{\mathbf{C}}_n) - \left(\frac{\partial \mathbf{B}(\mathbf{D})}{\partial \mathbf{D}} \right)_n \cdot \mathbb{L}_n \cdot \mathbf{B}^u \cdot \mathbf{P}_{w_n} \quad (IV-115)$$

A partir de (IV-102) et (IV-115), on trouve finalement à l'instant t_n :

$$\mathbb{K}_n \cdot \Delta \mathbf{U} + \mathbb{Q}_n \cdot \Delta \mathbf{P}_w = \Delta \mathbb{F}^u + \Delta t \mathbb{F}_n^{vp} \quad (IV-116)$$

avec les matrices de rigidité \mathbb{K}_n , de couplage \mathbb{Q}_n et la pseudo-force viscoplastique \mathbb{F}_n^{vp} :

$$\mathbb{K}_n = \int_{\Omega} {}^t \mathbf{B}^u \cdot \tilde{\mathbf{D}}_n \cdot \mathbf{B}^u d\Omega \quad (IV-117)$$

$$\mathbb{Q}_n = \int_{\Omega} {}^t \mathbf{B}^u \cdot \mathbf{B}(\mathbf{D}_n) \cdot \mathbf{N}^p d\Omega \quad (IV-118)$$

$$\mathbb{F}_n^{vp} = \int_{\Omega} {}^t \mathbf{B}^u \cdot \hat{\mathbf{D}}_n \cdot \mathbb{C}_n \cdot \mathbf{A}_n \cdot \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_n^{vp} d\Omega \quad (IV-119)$$

Lorsque $\theta = 0$, on trouve :

$$\mathbf{A}_n = \boldsymbol{\delta}, \quad \mathbf{C}_n = \tilde{\mathbf{C}}_n = \mathbf{0}, \quad \hat{\mathbf{D}}_n = \boldsymbol{\delta}, \quad \tilde{\mathbf{D}}_n = \mathbb{C}^\sigma(\mathbf{D}_n) \quad (IV-120)$$

Par conséquent (IV-117), (IV-118) et (IV-119) deviennent :

$$\mathbb{K}_n = \int_{\Omega} {}^t \mathbf{B}^u \cdot \mathbb{C}^\sigma(\mathbf{D}_n) \cdot \mathbf{B}^u d\Omega \quad (IV-121)$$

$$\mathbb{Q}_n = \int_{\Omega} {}^t \mathbf{B}^u \cdot \mathbf{B}(\mathbf{D}_n) \cdot \mathbf{N}^p d\Omega \quad (IV-122)$$

$$\mathbb{F}_n^{vp} = \int_{\Omega} {}^t \mathbf{B}^u \cdot \mathbb{C}(\mathbf{D}_n) \cdot \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_n^{vp} d\Omega \quad (IV-123)$$

Le même procédé, beaucoup plus simple, permet de transformer l'équation d'équilibre hydraulique après discrétisation temporelle. En effet, (IV-83) faisant intervenir la déformation et la porosité totales (la déformation viscoplastique et la porosité viscoplastique n'apparaissent pas explicitement), son traitement est plus classique.

Les conditions initiales étant connues, on suppose que le problème est résolu à l'instant t_n ; il est alors écrit à l'instant $t_{n+\theta}$. Après avoir multiplié par Δt l'équation de l'équilibre mécanique, il vient :

$$\mathbb{K}_{n+\theta} \cdot \Delta \mathbf{U} + \mathbb{Q}_{n+\theta} \cdot \Delta \mathbf{P}_w = \Delta \mathbb{F}^u + \Delta t \mathbb{F}_{n+\theta}^{vp} \quad (IV-124)$$

$$(\mathbb{S}_{n+\theta} + \theta \Delta t \mathbb{H}_{n+\theta}) \cdot \Delta \mathbf{P}_w + \mathbb{R}_{n+\theta} \cdot \Delta \mathbf{U} = \Delta t \mathbb{F}_{n+\theta}^p - \theta \Delta t \mathbb{H}_{n+\theta} \cdot \mathbf{P}_{w_n} \quad (IV-125)$$

Il est possible de réécrire ces équations sous forme matricielle :

$$\begin{pmatrix} \mathbb{K} & \mathbb{Q} \\ \mathbb{R} & \mathbb{S} + \theta \Delta t \mathbb{H} \end{pmatrix}_{n+\theta} \begin{Bmatrix} \Delta \mathbf{U} \\ \Delta \mathbf{P}_w \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Delta \mathbb{F}^u + \Delta t \mathbb{F}^{vp} \\ \Delta t \mathbb{F}^p \end{Bmatrix}_{n+\theta} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \Delta t \mathbb{H} \end{pmatrix}_{n+\theta} \begin{Bmatrix} \mathbf{U} \\ \mathbf{P}_w \end{Bmatrix}_n \quad (IV-126)$$

ou de manière plus détaillée, la matrice du terme de gauche est :

$$\begin{pmatrix} \mathbb{K}_{11} & \cdots & \mathbb{K}_{1N_u} & \mathbb{Q}_{11} & \cdots & \mathbb{Q}_{1N_p} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbb{K}_{N_u 1} & \cdots & \mathbb{K}_{N_u N_u} & \mathbb{Q}_{N_u 1} & \cdots & \mathbb{Q}_{N_u N_p} \\ \mathbb{R}_{11} & \cdots & \mathbb{R}_{1N_u} & \mathbb{S}_{11} + \theta \Delta t \mathbb{H}_{11} & \cdots & \mathbb{S}_{1N_p} + \theta \Delta t \mathbb{H}_{1N_p} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbb{R}_{N_p 1} & \cdots & \mathbb{R}_{N_p N_u} & \mathbb{S}_{N_p 1} + \theta \Delta t \mathbb{H}_{N_p 1} & \cdots & \mathbb{S}_{N_p N_p} + \theta \Delta t \mathbb{H}_{N_p N_p} \end{pmatrix}_{n+\theta} \quad (IV-127)$$

et le terme à droite du signe = :

$$\begin{pmatrix} \Delta \mathbb{F}_1^u + \Delta t \mathbb{F}_1^{vp} \\ \vdots \\ \Delta \mathbb{F}_{N_u}^u + \Delta t \mathbb{F}_{N_u}^p \\ \Delta t \mathbb{F}_1^p \\ \vdots \\ \Delta t \mathbb{F}_{N_p}^p \end{pmatrix}_{n+\theta} - \begin{pmatrix} 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & \Delta t \mathbb{H}_{11} & \cdots & \Delta t \mathbb{H}_{1N_p} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & \Delta t \mathbb{H}_{N_p 1} & \cdots & \Delta t \mathbb{H}_{N_p N_p} \end{pmatrix}_{n+\theta} \begin{pmatrix} U_1 \\ \vdots \\ U_{N_u} \\ P_{w,1} \\ \vdots \\ P_{w,N_p} \end{pmatrix}_n \quad (IV-128)$$

Ici, N_p et N_u désignent le nombre total de nœuds respectivement hydrauliques et mécaniques utilisés pour la discrétisation spatiale de Ω .

Maintenant que le problème est bien posé, voyons comment mettre en œuvre concrètement cette loi de comportement dans un code de calcul.

IV.3 Le code de calcul en C++

IV.3.1 Généralités sur la programmation en C++

La résolution de ce problème s'effectue numériquement au moyen d'un programme développé dans le langage informatique « orienté objet » C++, initialement développé au sein du Département Génie Civil et Bâtiment par Pereira (2005). Ce langage de programmation présente de nombreux avantages qui vont être brièvement exposés par la suite.

D'après Dubois-Pèlerin (1998), le premier article faisant état d'un programme aux éléments finis s'appuyant sur un langage orienté objet a été publié par Rehak (1986). Depuis, l'amélioration des techniques a permis la résolution de problèmes linéaires et non linéaires.

Un programme C++, ou plus généralement un programme écrit dans un langage orienté objet, comprend des fichiers qui sont compilés puis liés entre eux dans une version exécutable. Cette action est réalisée dans notre cas au moyen du compilateur g++ intégré au logiciel Eclipse 7.0.0. Les fichiers sont les suivants:

- Le fichier source contenant la fonction *main*. Le seul rôle de cette fonction est de créer un problème à résoudre (pour nous un *domaine*) et ensuite de lui déléguer la responsabilité de résolution à travers la méthode *solveYourself*.

```
int main()
{
    Domaine* maillage ;
    maillage = new Domaine();
    maillage->solveYourself();
    return 0;
}
```

fig IV-3 Exemple de fonction main

- Les fichiers .h (header file) et les fichiers sources pour chaque classe

L'ensemble des classes est présenté dans la hiérarchie des classes (fig IV.4) qui non seulement liste l'ensemble des classes mais montre aussi les liens d'héritage. Par exemple, les classes *CamClay*, *CJS*, *Elastique* ou *MohrCoulomb* sont des classes enfants de la classe mère *Modele*.

Le principal avantage de ce type de langage est d'améliorer la flexibilité et la réutilisation du programme. Par exemple le concept d'héritage (fig IV.5) permet de créer une nouvelle classe (une nouvelle loi de comportement dans notre cas) qui utilise des fonctions et des attributs de la classe mère (*Modele*) sans avoir à modifier la structure de l'ensemble du code.

IV.3.2 Hypothèses principales et conditions générales de calcul

IV.3.2.1 *Hypothèses*

Pour la modélisation numérique, les hypothèses suivantes sont retenues : axisymétrie et déformations planes. Comme nous l'avons vu précédemment, sous ces hypothèses, les variables hydromécaniques du problème dépendent seulement de la coordonnée radiale r et bien sûr du temps t . Compte tenu des symétries considérées, les tenseurs des contraintes et des déformations sont diagonaux dans le repère lié à la galerie. La discrétisation spatiale du problème simplifié peut donc être réalisée à l'aide d'éléments unidimensionnels.

En outre, le milieu considéré est supposé non pesant. Ainsi en négligeant les effets de la gravité, le même programme peut modéliser le comportement de cavités horizontale ou verticale.

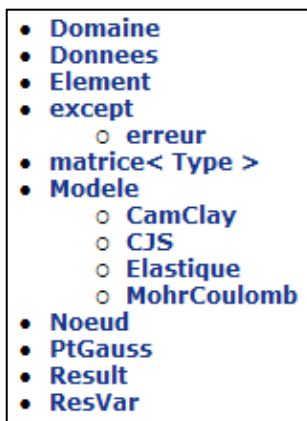


fig IV-4 Hiérarchie des classes

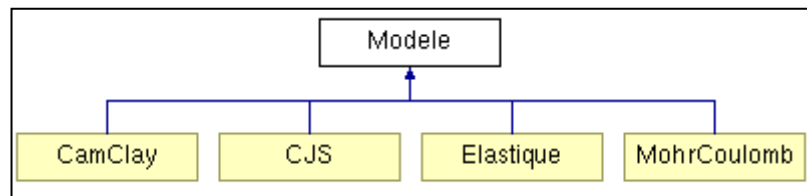


fig IV-5 Illustration de l'héritage

IV.3.2.2 *Éléments finis*

Le choix du type d'élément pour la discrétisation spatiale est essentiel dans l'approche numérique considérée. D'après Zienkiewicz (1999), le degré d'interpolation pour les éléments mécaniques (interpolation de déplacements) doit être strictement supérieur à celui des éléments hydrauliques (interpolation des pressions).

En outre, ce choix dépend du degré d'interpolation souhaité. Les fig IV.6 et fig IV.7 présentent un élément à deux nœuds (interpolation linéaire) et un élément à trois nœuds (interpolation quadratique). Le problème mécanique est discrétisé à l'aide des éléments quadratiques tandis que l'on utilise les éléments linéaires pour la discrétisation spatiale du problème hydraulique. Ce

choix induit que le degré d'interpolation mécanique est strictement supérieur au degré d'interpolation hydraulique, ce qui permet d'améliorer la convergence du schéma numérique.

Dans ce qui suit, on donne les fonctions de forme, en coordonnées de référence (ξ).

- Élément linéaire

$$N_{e,1}^p(\xi) = \frac{1}{2}(1 - \xi) \quad (IV-129)$$

$$N_{e,2}^p(\xi) = \frac{1}{2}(1 + \xi) \quad (IV-130)$$

- Élément quadratique

$$N_{e,1}^u(\xi) = \frac{1}{2}\xi(\xi - 1) \quad (IV-131)$$

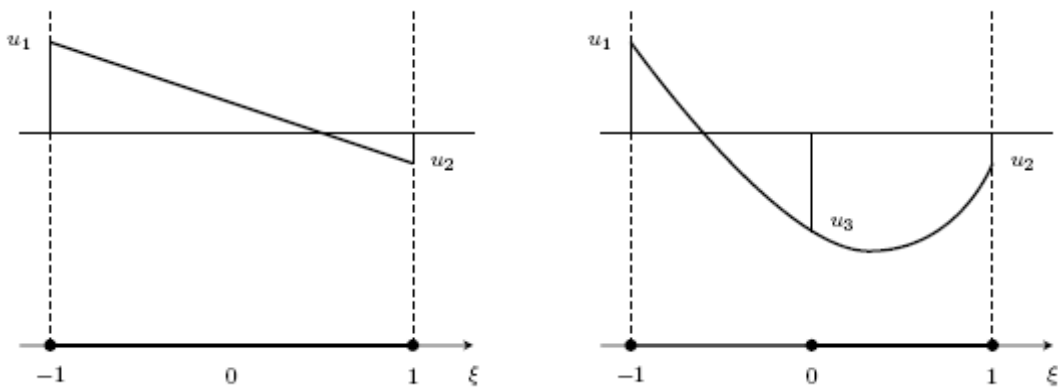
$$N_{e,2}^u(\xi) = (1 + \xi)(1 - \xi) \quad (IV-132)$$

$$N_{e,3}^u(\xi) = \frac{1}{2}\xi(\xi + 1) \quad (IV-133)$$

Le passage des coordonnées de référence aux coordonnées réelles est donné par le changement de variable:

$$\xi = \frac{2r - r_i - r_f}{r_f - r_i} \quad (IV-134)$$

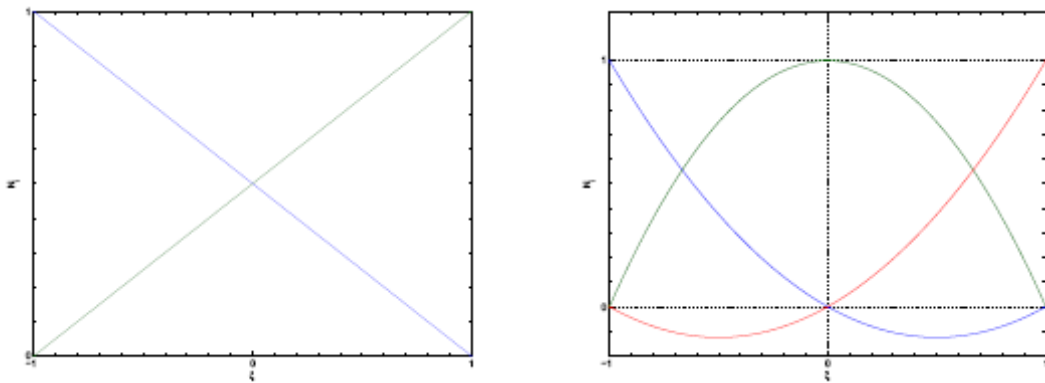
avec r_i et r_f les coordonnées des extrémités d'un élément.



(a) Élément linéaire

(b) Élément quadratique

fig IV-6 Exemples d'éléments finis (Pereira, 2005)



(a) Élément linéaire

(b) Élément quadratique

fig IV-7 Exemples de fonctions d'interpolation (Pereira, 2005)

En prenant en compte les hypothèses et les simplifications apportées au problème modélisé, les déplacements et les pressions peuvent être représentés par des scalaires, les tenseurs des contraintes (totale ou effective) et des déformations par des vecteurs de dimensions 3 puisque les tenseurs correspondants sont diagonaux.

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{rr} \\ \varepsilon_{\theta\theta} \\ \varepsilon_{zz} \end{pmatrix} \quad \boldsymbol{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_{rr} \\ \sigma_{\theta\theta} \\ \sigma_{zz} \end{pmatrix} \quad (IV-135)$$

L'approximation des champs inconnus pour un élément à partir de leurs valeurs aux nœuds du maillage est donnée par :

$$\mathbf{u}_e(r, t) = \mathbf{N}_e^u \cdot \tilde{\mathbf{u}}_e(t) \quad (IV-136)$$

$$p_{w,e}(r, t) = \mathbf{N}_e^p \cdot \tilde{\mathbf{p}}_{w,e}(t) \quad (IV-137)$$

avec :

$$\mathbf{N}_e^u = (N_{e,1}^u \quad N_{e,2}^u \quad N_{e,3}^u) \quad (IV-138)$$

$$\mathbf{N}_e^p = (N_{e,1}^p \quad N_{e,2}^p) \quad (IV-139)$$

Les vecteurs des déplacements et des pressions d'eau aux nœuds d'un élément e fixé sont donnés par:

$$\tilde{\mathbf{u}}_e = {}^t(\tilde{u}_{e,1} \quad \tilde{u}_{e,2} \quad \tilde{u}_{e,3}) \quad (IV-140)$$

$$\tilde{\mathbf{p}}_{w,e} = {}^t(\tilde{p}_{w,e,1} \quad \tilde{p}_{w,e,2}) \quad (IV-141)$$

Pour ce qui est des déformations, leur approximation est donnée par:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_e(r, t) = \mathbf{B}_e^u \cdot \tilde{\mathbf{u}}_e(t) \quad (IV-142)$$

avec \mathbf{B}_e^u défini par:

$$\mathbf{B}_e^u(r, t) = \begin{pmatrix} \frac{\partial N_{e,1}^u}{\partial r} & \frac{\partial N_{e,2}^u}{\partial r} & \frac{\partial N_{e,3}^u}{\partial r} \\ \frac{N_{e,1}^u}{r} & \frac{N_{e,2}^u}{r} & \frac{N_{e,3}^u}{r} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (IV-143)$$

La matrice gradient pour les éléments linéaires (du problème hydraulique) est quant à elle définie par :

$$\mathbf{B}_e^p(r, t) = \begin{pmatrix} \frac{\partial N_{e,1}^p}{\partial r} & \frac{\partial N_{e,2}^p}{\partial r} \\ \frac{N_{e,1}^p}{r} & \frac{N_{e,2}^p}{r} \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (IV-144)$$

En outre, l'intégration numérique de Gauss-Legendre permet de calculer les matrices de rigidité présentées au paragraphe IV.1.4. Son principe est rappelé brièvement. Soit f une fonction dépendant d'une seule variable ξ . L'intégrale de cette fonction entre -1 et 1 est calculée à partir d'une somme finie de terme faisant intervenir des poids w_i et les valeurs de la fonction en des points ξ_i nommés points de gauss :

$$\int_{-1}^1 f(\xi) d\xi = \sum_{i=0}^{n-1} w_i f(\xi_i) \quad (IV-145)$$

En pratique, le nombre des « points de Gauss » choisi pour chaque élément est 2. Les abscisses ξ_i (en coordonnées de référence) et les poids w_i à utiliser sont répertoriés dans le Tableau IV-2.

Nombre des points de Gauss	ξ_i	w_i
2	+ 0,57735 02691 89626	1,00000 00000 00000
	- 0,57735 02691 89626	1,00000 00000 00000

Tableau IV-2 Abscisses et poids des points de Gauss

Les points de Gauss permettent non seulement de calculer de manière approchée ces intégrales mais sont aussi les lieux de stockage des valeurs des contraintes, déformations, porosité, perméabilité...

IV.3.2.3 Maillage

Le maillage unidimensionnel (fig IV.8) réalisé peut avoir des éléments de tailles égales ou de longueur variable, augmentant selon une progression géométrique.

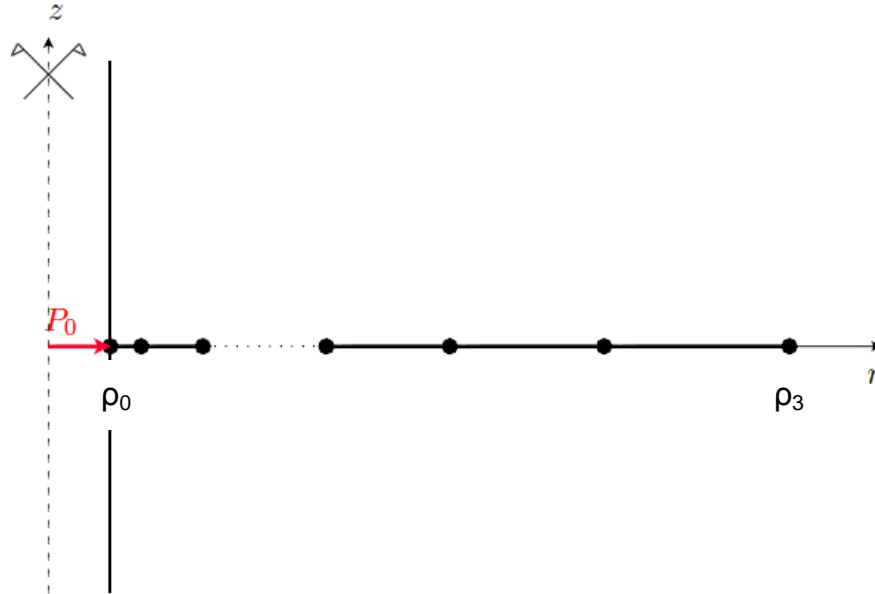


fig IV-8 Maillage du problème simplifié (Pereira, 2005)

Dans le premier cas, si les coordonnées des nœuds d'un élément i donné sont notées r_i et r_{i+1} alors l'élément $i + 1$ est défini comme suit:

$$r_{i+2} = r_{i+1} + (r_{i+1} - r_i) \quad (IV-146)$$

Dans le second cas, la raison géométrique δ est déterminée à partir de :

$$l_0 \delta^{N_i} - l \delta + l - l_0 = 0 \quad (IV-147)$$

avec l_0 la longueur du premier élément (le plus petit), l la longueur du domaine d'étude et N_i le nombre d'éléments hydrauliques ($i = p$) ou mécaniques ($i = u$). Cette équation de degré n peut être résolue en utilisant la méthode de Newton-Raphson qui donne accès à une solution approchée.

L'élément $i + 1$ est alors défini géométriquement par:

$$r_{i+2} = r_{i+1} + \delta(r_{i+1} - r_i) \quad (IV-148)$$

IV.3.2.4 **Lois de comportement et conditions limites**

Les lois de comportement disponibles au début de ce travail de thèse dans la bibliothèque du programme étaient de deux types : élastique (linéaire) et plastique (Mohr-Coulomb, CamClay modifié, CJS étendu (Pereira *et al.*, 2005)) en condition de saturation partielle ou totale.

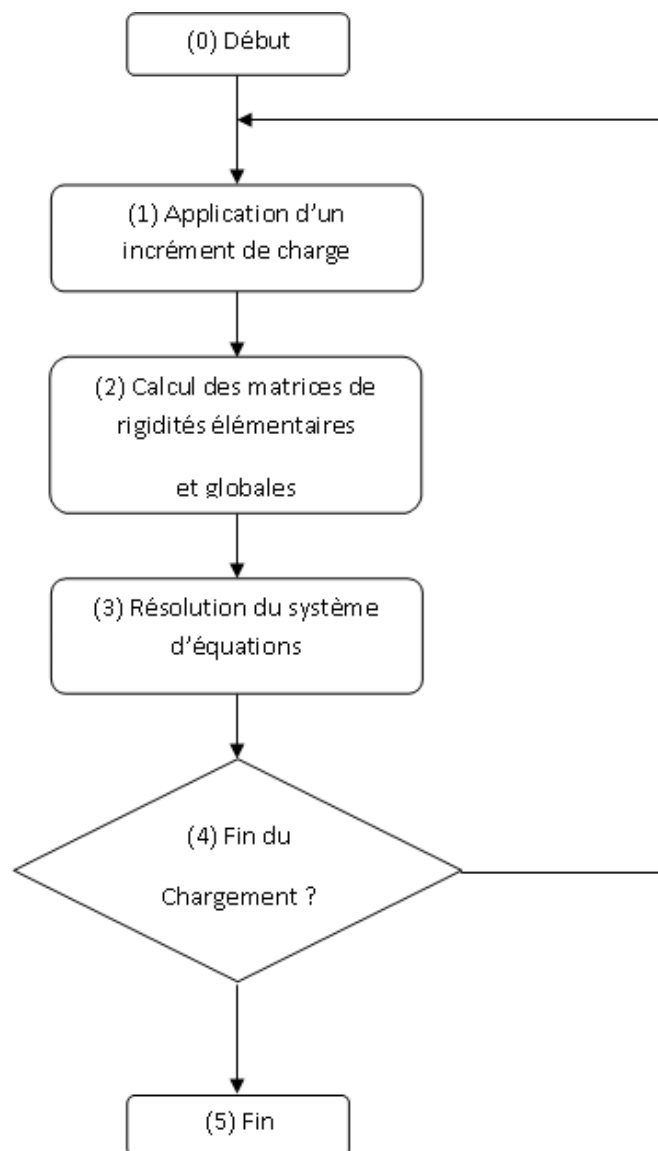


fig IV-9 Algorithme général

La dimension infinie du massif peut être simulée de deux manières : soit en imposant un déplacement nul, soit en imposant une contrainte radiale égale à la contrainte *in situ* initiale en paroi externe.

Les conditions limites hydrauliques peuvent porter sur le champ de pression d'eau ou sur le débit.

IV.4 Algorithme

Le programme est basé sur la méthode des éléments finis que l'on décline en 5 étapes (fig IV.9) :

- (1) Application d'un incrément de chargement mécanique ou hydraulique
- (2) Calcul des matrices de rigidité élémentaires
- (3) Résolutions du système d'équations :
Avec ψ_n la force de déséquilibre que l'on explicitera par la suite
- (4) Si la charge finale n'est pas atteinte, application d'un nouvel incrément de chargement (retour à l'étape 1)
- (5) Sinon, fin du calcul

L'étape (3) peut être décomposée en plusieurs sous-étapes en supposant qu'à un instant t_n , l'état des contraintes et des déformations est connu, fourni par les calculs précédents (fig IV.10). On considère alors le passage de t_n à t_{n+1} :

- (3.1) Calcul des incréments de déplacement et de pression d'eau et mise à jour des déplacements et de la pression d'eau
- (3.2) Calcul de l'incrément de déformation et mise à jour des déformations
- (3.3) Calcul des déformations positives
- (3.4) Calcul du critère d'endommagement
 - (3.4.1) Si le critère est négatif, l'incrément d'endommagement est nul
 - (3.4.2) Sinon, calcul de l'incrément d'endommagement et mise à jour de l'endommagement
- (3.5) Calcul du critère viscoplastique
 - (3.5.1) Si le critère est négatif, l'incrément de déformation viscoplastique est nul

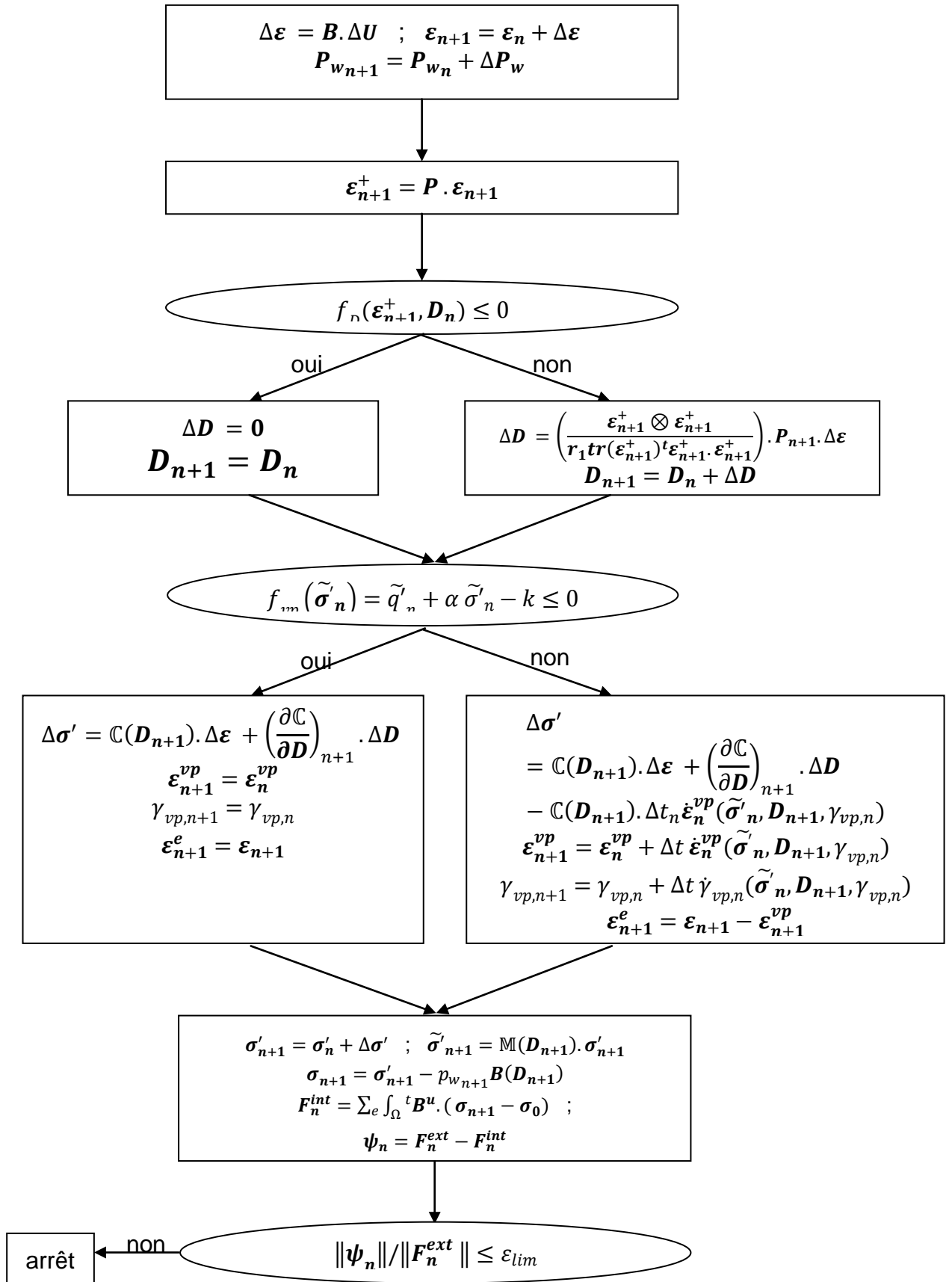


fig IV-10 Algorithme de l'étape (3)

(3.5.2) Sinon, calcul de l'incrément de contrainte effective (Biot), mise à jour des déformations viscoplastiques, du taux de déformations viscoplastiques et de la déformation viscoplastique cumulée

(3.6) Mise à jour de la contrainte effective et calcul de la contrainte doublement effective, calcul de la contrainte totale et vérification de l'équilibre mécanique en calcul le déséquilibre ψ_n entre forces internes calculées à partir de l'état de contrainte et les forces externes imposées par le chargement mécanique

(3.7.1) Si ce déséquilibre est trop grand, arrêt du programme

(3.7.2) Sinon, passage à l'étape (4) et conservation du déséquilibre pour en tenir compte dans le système d'équations $n + 1$

Contrairement à un algorithme classique faisant intervenir des lois de comportements plastiques, l'algorithme présenté ici est non itératif. La formulation incrémentale des relations de comportement ne fait pas intervenir de rigidité tangente (comme dans le cas d'implémentation de lois de comportements plastiques ou poroplastiques) mais l'estimation de l'incrément de déformation viscoplastique.

IV.5 Applications numériques du code développé

La loi de comportement poro-viscoplastique endommageable présentée au début de ce chapitre a été implémentée dans le code de calcul aux éléments finis.

Le travail a ensuite porté sur la validation de certains aspects du nouveau modèle dans les cas limites (obtenus par des choix particuliers des paramètres du modèle) où une solution analytique ou quasi-analytique était disponible (poroélasticité et viscoplasticité) et la justification du modèle dans les cas inverses. L'ensemble des couplages partiels traités est résumé dans le Tableau IV-3. Dans celui-ci, 0 correspond à un comportement inactif et 1 à un comportement actif.

Les tests suivants considéreront l'excavation d'une galerie cylindrique de rayon $\rho_2 = 3.6m$ creusée dans une roche caractérisée par : une contrainte initiale isotrope égale à $\Sigma_0 = 12 MPa$ et une pression d'eau uniforme $p_{w0} = 5 MPa$. Les champs de déplacement et de déformation initiaux seront supposés nuls. L'excavation quasi-instantanée (1 jour) sera simulée en imposant une chute brutale de la contrainte totale radiale en paroi (de $\Sigma_0 = 12 MPa$ à $0 MPa$) et de la pression d'eau (de $p_{w0} = 5 MPa$ à $0 MPa$). La contrainte totale à la limite

extérieure du domaine d'étude ($r = \rho_3$) restera constante, égale à la contrainte initiale, de même que la pression d'eau. La phase post-excavation est ensuite modélisée en gardant les mêmes conditions limites qu'à la fin de l'excavation.

	Poroélasticité	Viscoplasticité	Endommagement
Cas 1	1	0	0
Cas 2	0	1	0
Cas 3	1	1	0
Cas 4	1	0	1

Tableau IV-3 Couplages partiels traités

IV.5.1 Validation partielle par rapport à des cas « limites » : comparaison des résultats numériques à des solutions quasi-analytiques

Cas 1 : Poroélasticité linéaire

Dans ce paragraphe, les résultats numériques obtenus après modélisation d'une excavation dans une roche poroélastique sont comparés à ceux présentés dans le chapitre III. Le Tableau IV-4 présente les caractéristiques (données numériques) de la roche pour la modélisation numérique.

$$\begin{aligned}
 E_0 &= 4000 \text{ MPa} ; \nu_0 = 0.3 ; \\
 k &= 10^{17} \text{ MPa} ; \alpha = 0 ; K = 440 \text{ MPa} \cdot \text{s}^{1/N} ; N = 8 ; M = 3,17 \cdot 10^{10} ; \\
 r_0 &= 10^{20} ; r_1 = 3,5 \cdot 10^{-2} \\
 \phi_0 &= 0,15 ; b_0 = 1 ; k_{h_0} = 10^{-17} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1} ; \beta_0 = 0 \text{ Pa}^{-1}
 \end{aligned}$$

Tableau 0-4 Paramètres hydromécaniques de la roche poroélastique

On peut dans un premier temps vérifier que l'application de l'équation (III-23) donne un déplacement de la paroi du massif de 14,04 mm juste après l'excavation, soit une différence de 0,14 % par rapport au résultat numérique 14.02 mm. En effet, dans notre résolution analytique, nous avons considéré une excavation instantanée (de $t = 0$ à $t = 0^+$) alors que numériquement on ne sait pas traiter ce type de saut. Ainsi, on a choisi dans notre simulation, de réaliser l'excavation de $t = 0$ à $t = 1 \text{ jour}$. Cette différence ajoute une erreur supplémentaire aux imprécisions inhérentes à la méthode des éléments finis elle-même (dues aux discrétisations spatio-temporelles).

Aucune surpression (fig IV.11a) n'est visible à l'intérieur du massif juste après l'excavation. La pression tend bien vers $p_{w_0} = 5 \text{ MPa}$.

Ensuite, intéressons nous à la phase post-excavation. Comparons pour cela les résultats semi-analytiques (trait pointillés) et numériques obtenus (trait continu). On constate que les profils analytiques et numériques sont semblables (fig IV.11a et b ; fig IV.12a et b).

Les fig IV-11a et b montrent les profils des pressions et des déplacements à $t = t_2 = 2 \text{ mois}$ et à $t = t_3 = 150 \text{ ans}$. Le champ de la pression augmente de 0 (à la paroi du massif) jusqu'à la pression initiale $p_{w_0} = 5 \text{ MPa}$. A $t = t_2$, la pression atteint cette valeur à un endroit très proche de la paroi. Alors qu'à $t = t_3$, cette valeur est atteinte plus loin à l'intérieur du massif ($r = 50 \text{ m}$). Ainsi pour un point fixé dans le massif, la pression diminue au fil du temps. Ces observations illustrent la phase de dissipation de la pression.

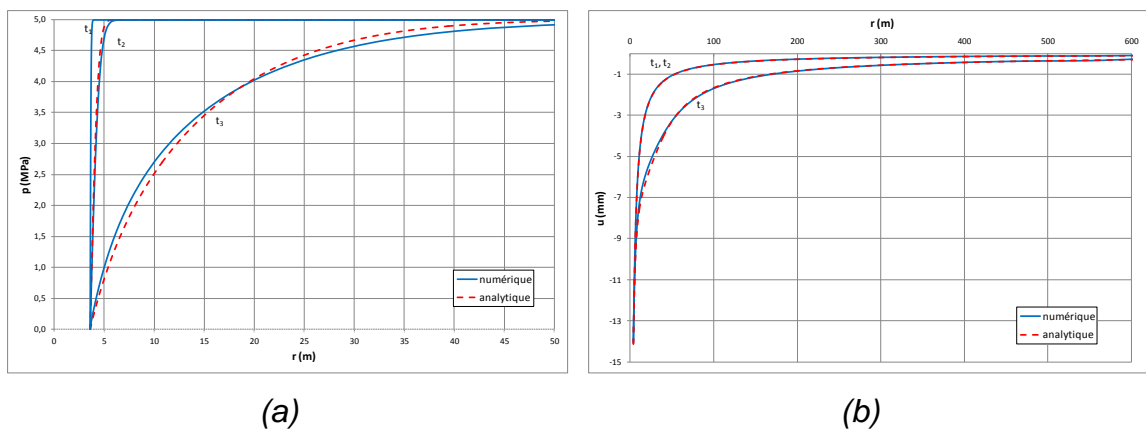


fig IV-11 Comparaison entre résultats quasi-analytiques et numériques : profils de la pression d'eau (a) et du déplacement radial (b) à $t = t_1, t_2, t_3$

Sur la fig IV.11a on constate que la paroi du massif reste immobile (comme indiqué précédemment dans le calcul quasi-analytique (cf. chapitre III) tandis qu'il existe un mouvement de convergence général du massif.

La fig IV.12 présente les profils des contraintes effectives (radiales, orthoradiales, axiales) à $t = t_2$ et $t = t_3$. Pendant cet intervalle de temps, les contraintes radiales totales ou effectives restent constantes et nulles en paroi du massif. Une contrainte effective radiale de traction est encore observable à proximité de la paroi du massif à $t = t_2 = 2 \text{ mois}$. Elle a totalement disparu à $t = t_3 = 150 \text{ ans}$.

On remarque en outre, sur l'ensemble de ces figures, que les profils des différentes contraintes effectives tendent bien vers $-\Sigma_0 + p_{w0} = -7 \text{ MPa}$ pour r très grand.

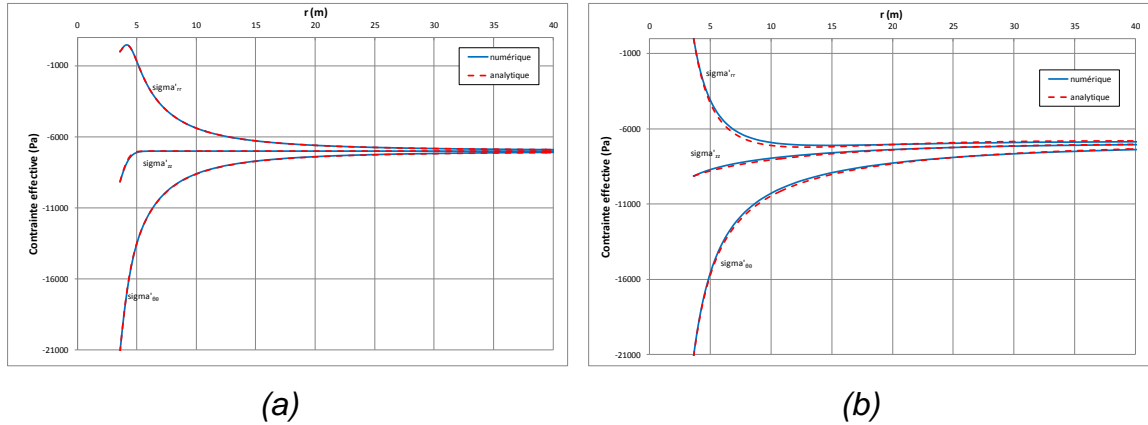


fig IV-12 Comparaison analytique / numérique : Profils des contraintes effectives à $t = t_2$ (a) et $t = t_3$ (b)

Cas 2 : Viscoplasticité monophasique (Norton-Hoff)

Afin de vérifier encore une fois la cohérence de la loi de comportement implémentée dans le code C++, nous allons nous appuyer sur les travaux de Pouya (1991) dans lesquels est proposée une expression analytique approchée du déviateur des contraintes $s(r, t) = \sigma_{rr}(r, t) - \sigma_{\theta\theta}(r, t)$. Les hypothèses sont récapitulées dans les paragraphes suivants.

Comportement du matériau

La roche hôte dans laquelle l'excavation est simulée est un matériau de type Norton-Hoff (II-124) monophasique. Son comportement élastique est régi par la loi de Hooke.

Pour notre problème en géométrie cylindrique et en déformations planes, on se limite à l'hypothèse d'incompressibilité élastique : $\nu_0 = 0,5$ (Pouya, 1991).

Solution quasi-analytique

A l'instant $t = 0^+$, immédiatement après excavation, les champs de contraintes et de déformations sont élastiques. Le déplacement à la paroi intérieure $u_i(0^+)$ et le déviateur $s(r, 0^+)$ en fonction du rayon r , coïncident avec les résultats issus d'un calcul élastique u_i^e et $s^e(r)$. Ensuite, le champ des contraintes évolue au cours du temps.

Ainsi, à $t = 0^+$, on a
$$\begin{cases} \varepsilon^{vp} = 0 \\ u_i(0) = u_i^e \quad \text{avec } s(r, t) = \sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta} \text{ et} \\ s(r, 0) = s^e(r) \end{cases}$$

$$\begin{cases} u_i^e = \frac{1+\nu}{E} \left(1 - 2\nu - \frac{2R^2}{R^2-1} (1-\nu) \right) \Sigma_0 \\ s^e(r) = \frac{\rho_2^2}{r^2} \frac{2R^2}{R^2-1} \Sigma_0 \\ R = \frac{\rho_3}{\rho_2} \end{cases} \quad (IV-149)$$

Le coefficient adimensionnel R tend vers l'infini dans le cas d'une cavité souterraine. Aux instants suivants, on peut montrer que le déplacement en paroi intérieure et le déviateur des contraintes vérifient les relations suivantes (Pouya, 1991) :

$$u_i = u_i^e - \frac{2R^2\rho_2}{R^2-1} \int_{\rho_2}^{\rho_3} \frac{\varepsilon^{vp}}{r} dr \quad (IV-150)$$

$$s(r, t) = s^e(r) - \frac{E}{1-\nu^2} \left(\varepsilon^{vp} - \frac{\rho_2^2}{r^2} \frac{2R^2}{R^2-1} \int_{\rho_2}^{\rho_3} \frac{\varepsilon^{vp}}{r} dr \right) \quad (IV-151)$$

avec ε^{vp} tel que :

$$\boldsymbol{\varepsilon}^{vp} = \begin{bmatrix} \varepsilon^{vp} & 0 & 0 \\ 0 & -\varepsilon^{vp} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (IV-152)$$

Pour simplifier, posons :

- $s^*(\rho, t^*) = \frac{s(r, t)}{s_0}$ avec $s_0 = s^e(r_i) = \frac{2R^2}{R^2-1} \Sigma_0$
- $\rho = (\rho_2/r)^2$
- $\xi = 1/R^2$
- $\tau^* = t/t$ avec $t = \frac{\sigma_0}{a_P E} \left(\sqrt{\frac{4}{3} \frac{\sigma_0}{h s_0}} \right)^{N_L-1}$, $a_P = \left(\frac{\sigma_0}{K_L} \right)^{N_L}$ et σ_0 la contrainte de référence

Alors on obtient finalement en considérant une cavité infinie ($\rho_3 \rightarrow \infty$) l'expression du déviateur des contraintes de manière adimensionnelle (Pouya, 1991) (IV-153).

$$s^*(\rho, \tau^*) \approx \zeta_1(\rho, \tau^*) + \frac{1 - \xi}{N_L(1 - \xi^{1/N_L})} \zeta_2(\rho, \tau^*) \quad (IV-153)$$

avec :

$$\zeta_1(\rho, \tau^*) = \left(\frac{\rho^{N_L-1}}{1 + (N_L - 1)\rho^{N_L-1}\tau^*} \right)^{\frac{1}{N_L-1}} \quad (IV-154)$$

$$\zeta_2(\rho, \tau^*) = \rho^{1/N_L} - \zeta_1 \left(\rho^{1/N_L}, \frac{(1 - \xi^{N_L})(1 - \xi^{1/N_L})}{(1 - \xi)^2} \tau^* \right) \quad (IV-155)$$

Comparaisons entre résultats approchés et numériques

Pour que notre modèle tende vers le modèle de Norton-Hoff, les paramètres de la roche sont choisis de manière appropriée. Ils sont récapitulés dans le Tableau IV-5.

$E_0 = 4000 \text{ MPa}$; $\nu_0 = 0,499$;
 $k = 0 \text{ MPa}$; $\alpha = 0$; $K = 440 \text{ MPa} \cdot \text{s}^{1/N}$; $N = 8$; $M = 3,17 \cdot 10^{10}$;
 $r_0 = 10^{20}$; $r_1 = 3.5 \cdot 10^{-2}$
 $\phi_0 = 0,15$; $b_0 = 1$; $k_0 = 10^2 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$; $\beta_0 = 0 \text{ Pa}^{-1}$

Tableau 0-5 Paramètres hydromécaniques de la roche hôte viscoplastique

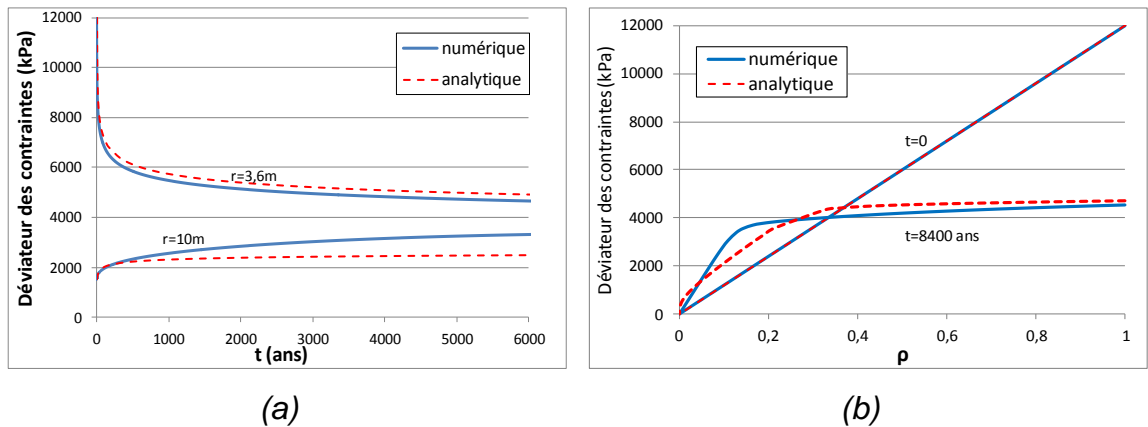


fig IV-13 Comparaison entre résultats quasi-analytiques et numériques : (a) Evolution temporelle du déviateur des contraintes en paroi de la roche et pour $r = 10\text{m}$ – (b) Profils du déviateur des contraintes à $t = 0^+$ et $t = 8400 \text{ ans}$

Les résultats de la comparaison sont donnés dans les fig IV.13a et b qui montrent d'une part l'évolution temporelle du déviateur des contraintes en deux points de la roche $r = 3.6\text{m}$ et $r = 10\text{m}$ et d'autre part les profils du déviateur

des contraintes à $t = 0^+$ et à $t = 8400 \text{ ans}$. Les traits continus correspondent à la solution numérique et les traits en pointillés à la solution quasi-analytique.

On constate que, si, en paroi, les deux solutions sont très proches, elles ont tendances à s'éloigner à long terme si l'on considère un point plus éloigné de la paroi. Ceci s'explique notamment par le fait que la solution quasi-analytique est plus « précise » lorsqu'elle estime le déviateur des contraintes en paroi que pour des points plus éloignés de la cavité. En outre, le choix d'un algorithme explicite tout comme la méthode des éléments finis elle-même peuvent être à l'origine de ces écarts.

IV.5.2 Validation partielle par rapport aux autres « cas limites »

Considérons désormais d'autres comportements « limites » pris en compte dans le Tableau IV-3 : les comportements poro-viscoplastique (cas 3) et poroélastique endommageable (cas 4) pour lesquels aucune solution analytique n'est accessible. A défaut d'avoir un logiciel éprouvé et capable de simuler ces couplages partiels, qui aurait permis de tester directement la validité de notre programme, une étude paramétrique restreinte pour chacun de ces cas est proposée afin de vérifier la cohérence des résultats de calculs, en particulier qu'ils tendent de façon progressive et cohérente vers les cas limites dont on dispose des solutions analytiques. Des comparaisons entre les comportements d'une roche poroélastique, poroélastique endommageable, élastique ou élastique endommageable sont présentées dans l'annexe D.

Cas 3 : Comportement poro-viscoplastique

Influence du paramètre K

Etudions dans un premier temps le comportement d'une cavité creusée dans une roche poro-viscoplastique. Dans ce cas les paramètres d'endommagement de la loi de comportement sont choisis de telle manière que l'incrément d'endommagement soit nul en tout point du massif et quel que soit t . Les autres paramètres hydromécaniques sont récapitulés dans le Tableau IV-6.

$$\begin{aligned} E_0 &= 4000 \text{ MPa} ; \nu_0 = 0,3 ; \\ k &= 0 \text{ MPa} ; \alpha = 0 ; N = 25 ; M = 3,17 ; \\ K &= 240 \text{ MPa} \cdot \text{s}^{1/N} \text{ ou } 340 \text{ MPa} \cdot \text{s}^{1/N} \text{ ou } 440 \text{ MPa} \cdot \text{s}^{1/N} ; \\ r_0 &= 10^{20} ; r_1 = 3,5 \cdot 10^{-2} \\ \phi_0 &= 0,15 ; b_0 = 1 ; k_{h_0} = 10^{-17} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1} ; \beta_0 = 0 \text{ Pa}^{-1} \end{aligned}$$

Tableau IV--6 Paramètres hydromécaniques de la roche hôte poro-viscoplastique

L'influence du paramètre K est d'abord mise en évidence. Dans cette étude, il prend les valeurs suivantes : $K = 240 \text{ MPa} \cdot \text{s}^{1/N}$ ou $340 \text{ MPa} \cdot \text{s}^{1/N}$ ou $440 \text{ MPa} \cdot \text{s}^{1/N}$. Les fig IV.14a et b montrent l'évolution temporelle du déplacement radial de la paroi et de la pression d'eau pour $r = 8\text{m}$. Les courbes en pointillés résultent de la prise en compte d'un massif poroélastique.

Ainsi, plus K est grand, moins les déplacements convergents sont importants et plus la pression d'eau est élevée (moins la perméabilité est grande).

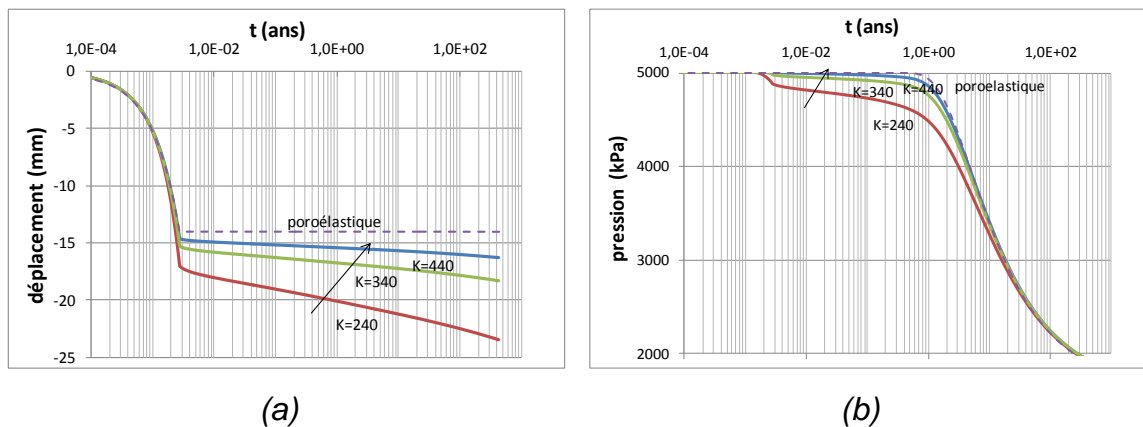


fig IV-14 Evolutions temporelles du déplacement radial de la paroi de la roche (a) et de la pression d'eau en $r = 8\text{m}$ (b) en fonction de K ($\text{MPa} \cdot \text{s}^{1/N}$)

Si la valeur de K tend vers l'infini, le comportement de la roche tend vers le comportement d'une roche poroélastique.

Influence du paramètre N

Regardons maintenant l'influence du paramètre viscoplastique N . Il prend les valeurs $N = 15$ ou 20 ou 25 . Les autres paramètres sont rassemblés dans le Tableau IV-7.

$$E_0 = 4000 \text{ MPa} ; \nu_0 = 0,3 ;$$

$$k = 0 \text{ MPa} ; \alpha = 0 ; K = 440 \text{ MPa} \cdot \text{s}^{1/N} ; M = 3,17 ;$$

$$N = 15 \text{ ou } 20 \text{ ou } 25 ;$$

$$r_0 = 10^{20} ; r_1 = 3,5 \cdot 10^{-2}$$

$$\phi_0 = 0,15 ; b_0 = 1 ; k_{h0} = 10^{-17} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1} ; \beta_0 = 0 \text{ Pa}^{-1}$$

Tableau IV-7 Paramètres hydromécaniques de la roche hôte poro-viscoplastique

Les fig IV.15a et b présentent les évolutions temporelles de déplacements de la paroi et de la pression d'eau pour $r = 8\text{m}$. On constate que plus N est grand,

moins les déplacements (en valeur absolue) sont importants et plus la pression d'eau est élevée. Ceci est en cohérence avec le fait qu'une augmentation de N engendre une réduction de déformation de fluage, laquelle conduit à une plus grande rigidité apparente, donc une plus grande diffusivité hydromécanique. Si la valeur de N tend vers l'infini, le comportement de la roche tend bien vers le comportement d'une roche poroélastique.

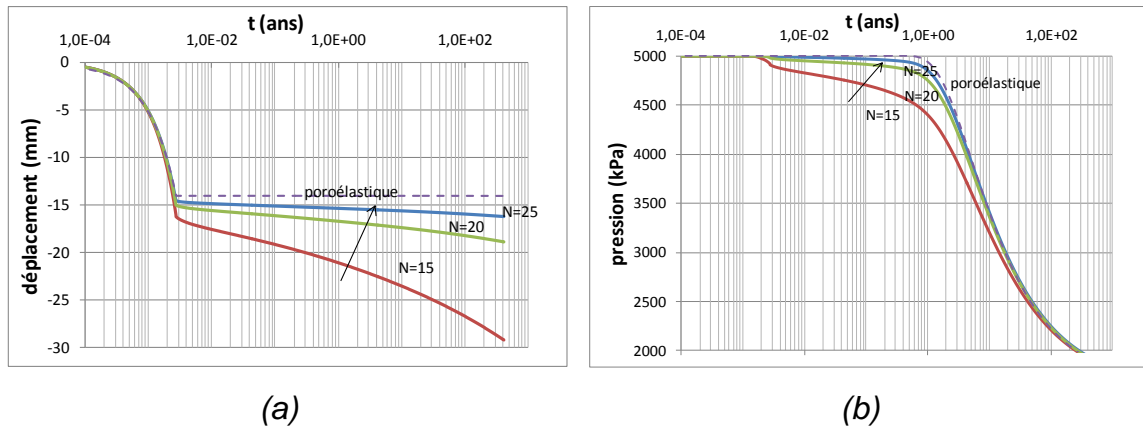


fig IV-15 Evolutions temporelles du déplacement radial de la paroi de la roche (a) et de la pression d'eau en $r = 8m$ (b) en fonction de N

Influence du paramètre M

Le paramètre M est maintenant égal à $M = 2,17$ ou $2,57$ ou $3,17$. La roche poro-viscoplastique est caractérisée par les paramètres hydromécaniques du Tableau IV-8. L'évolution temporelle du déplacement radial de la paroi et de la pression d'eau pour $r = 8m$ (fig IV.16a et b) montrent que plus M est grand, moins les déplacements sont importants (en valeur absolue) et plus la pression d'eau est grande. Ceci est cohérent avec le fait que tout comme N , M réduit la vitesse de fluage.

Si la valeur de M tend vers l'infini, le comportement de la roche tend vers le comportement d'une roche poroélastique.

$$E_0 = 4000 \text{ MPa} ; \nu_0 = 0,3 ;$$

$$k = 0 \text{ MPa} ; \alpha = 0 ; K = 440 \text{ MPa} \cdot s^{1/N} ; N = 25 ;$$

$$M = 2,17 \text{ ou } 2,57 \text{ ou } 3,17 ;$$

$$r_0 = 10^{20} ; r_1 = 3,5 \cdot 10^{-2}$$

$$\phi_0 = 0,15 ; b_0 = 1 ; k_{h_0} = 10^{-17} m^2 \cdot s^{-1} ; \beta_0 = 0 \text{ Pa}^{-1}$$

Tableau IV-8 Paramètres hydromécaniques de la roche hôte poro-viscoplastique

En neutralisant les paramètres d'endommagement de la loi de comportement poro-viscoplastique endommageable, et en choisissant des paramètres viscoplastiques appropriés, on en déduit que celle-ci tend bien vers une loi de comportement poroélastique, comme il se doit.

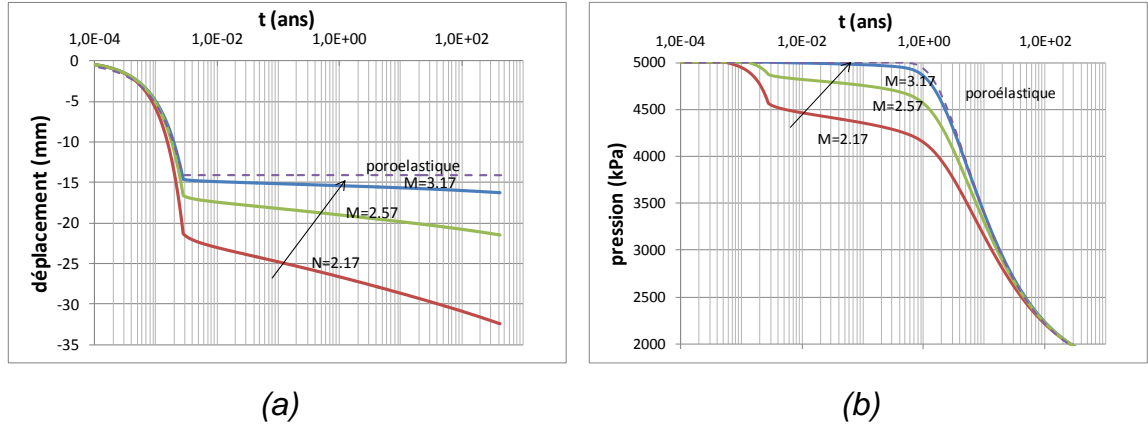


fig IV-16 Evolutions temporelles du déplacement radial de la paroi de la roche (a) et de la pression d'eau en $r = 8m$ (b) en fonction de M

Cas 4 : poroélastique endommageable

Le phénomène de fluage est inhibé volontairement dans ce paragraphe. Prenons en compte, dans un premier temps, des valeurs particulières des paramètres d'endommagement r_0 et r_1 .

Influence de r_0

L'influence du paramètre r_0 est d'abord mise en évidence. Dans cette étude, il prend les valeurs suivantes : $r_0 = 0,0$ ou $0,001$. Les valeurs des autres paramètres sont dans le Tableau IV-9.

$$E_0 = 4000 \text{ MPa} ; \nu_0 = 0,3 ;$$

$$k = 0 \text{ MPa} ; \alpha = 0 ; K = 640 \text{ MPa} \cdot \text{s}^{\frac{1}{N}} ; N = 25 ; M = 3,17 \cdot 10^{10}$$

$$r_0 = 0,0 \text{ ou } 0,001 ; r_1 = 0,04$$

$$\phi_0 = 0,15 ; b_0 = 1 ; k_{h0} = 10^{-17} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1} ; \beta_0 = 0 \text{ Pa}^{-1}$$

Tableau 0-9 Paramètres hydromécaniques de la roche hôte poroélastique endommageable

La fig IV.17a montre l'évolution temporelle du déplacement radial de différents points du massif, pour $r = 3,6m$; $4,5m$; $6,0m$. Les traits continus correspondent à une roche poroélastique, les petits pointillés à une roche poroélastique

endommageable avec $r_0 = 0,000$ et les gros pointillés à une roche poroélastique endommageable avec $r_0 = 0,001$.

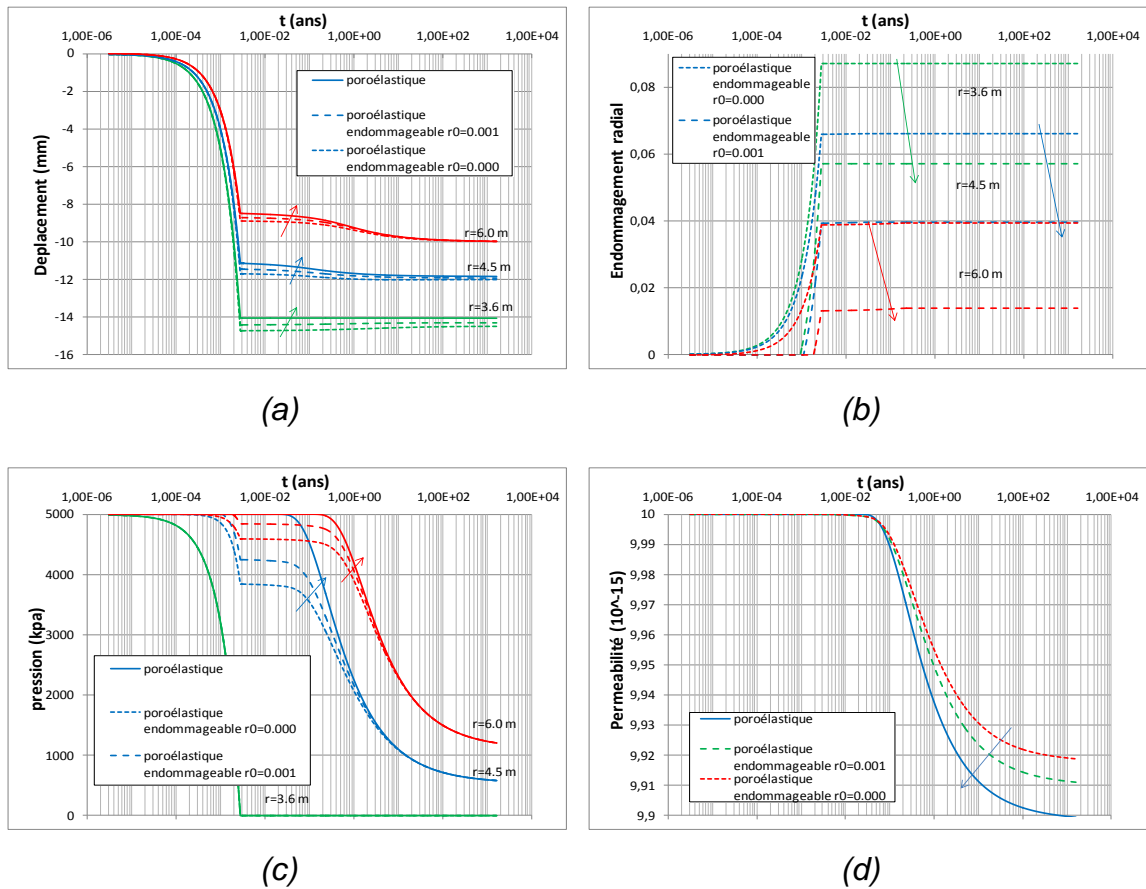


fig IV-17 Evolutions temporelles du déplacement radial (a), de l'endommagement radial (b), de la pression d'eau (c) pour $r = 3,6m, 4,5m, 6,0m$ et de la perméabilité (d) pour $r = 4,5m$, en considérant une roche hôte poroélastique et poroélastique endommageable ($r_0 = 0,000$ ou $r_0 = 0,001$)

De façon cohérente, plus le seuil d'endommagement initial r_0 est grand, plus les réponses d'un massif poroélastique endommageable se rapprochent de celles d'un massif poroélastique. C'est ce que confirme la fig IV.17b. Excepté en paroi de la cavité, et quel que soit le comportement de la roche, les trois courbes tendent vers une même valeur à long terme.

En outre, la fig IV.17b nous montre, qu'après la phase d'excavation pendant laquelle l'endommagement augmente de manière significative, ce dernier reste quasi-constant. Ceci s'explique par le fait que, les déformations viscoplastiques étant volontairement inhibées dans ce paragraphe, l'évolution de l'endommagement ne dépend que de l'évolution des déformations élastiques positives. Or ces dernières, après excavation, restent constantes, puisque le chargement mécanique n'évolue plus.

La fig IV.17d montre l'évolution temporelle de la perméabilité calculée en un point de la roche de coordonnées $r = 4,5m$. La courbe continue est tracée en considérant un massif poroélastique. On observe que dans ce cas, la perméabilité de la roche, calculée à partir de la loi de Kozeny (IV-60) diminue après l'excavation.

Pour une roche poroélastique endommageable, plus r_0 est petit, moins cette diminution est importante.

Cela se traduit directement dans la fig IV.17c montrant l'évolution temporelle de la pression d'eau en trois points : $r = 3,6m, 4,5m, 6,0m$. Pour $r = 3,6m$, c'est-à-dire en paroi, quel que soit le comportement de la roche considéré, la pression d'eau diminue très fortement de sa valeur initiale jusqu'à 0MPa, état qui découle directement des conditions aux limites imposées. Par contre, pour $r = 4,5m, 6,0m$, la pression est d'autant plus importante que r_0 est grand. En effet, plus r_0 est petit, plus la perméabilité du massif est élevée, plus le temps caractéristique hydromécanique (II-65) est petit. La fig IV.17d montre que l'effet de l'endommagement sur l'évolution de la perméabilité de la roche hôte, bien que visible, reste faible du fait la loi de Kozeny qui modélise implicitement cette influence.

$$\begin{aligned} E_0 &= 4000 \text{ MPa} ; \nu_0 = 0,3 ; \\ k &= 0 \text{ MPa} ; \alpha = 0 ; K = 640 \text{ MPa} \cdot s^{\frac{1}{N}} ; N = 25 ; M = 3,17 \cdot 10^{10} \\ r_0 &= 0,0 ; r_1 = 0,04 \text{ ou } 0,025 \\ \phi_0 &= 0,15 ; b_0 = 1 ; k_{h_0} = 10^{-17} m^2 \cdot s^{-1} ; \beta_0 = 0 \text{ Pa}^{-1} \end{aligned}$$

Tableau IV-10 Paramètres hydromécaniques de la roche hôte poroélastique endommageable

La fig IV.18a montre l'évolution temporelle du déplacement radial de différents points du massif, pour $r = 3,6m, 4,5m, 6,0m$. Les traits continus correspondent à une roche poroélastique, les petits pointillés à une roche poroélastique endommageable avec $r_1 = 0,025$ et les gros pointillés à une roche poroélastique endommageable avec $r_1 = 0,04$. Nous constatons, que plus r_1 est grand, plus les courbes tracées sous l'hypothèse d'un massif poroélastique endommageable se rapproche de celles tracés sous l'hypothèse d'une roche poroélastique. Excepté en paroi de la cavité, et quel que soit le comportement de la roche, les trois courbes tendent vers une même valeur à long terme.

Grâce à la fig IV.18b, on constate que, plus r_1 est grand, moins les incréments d'endommagements sont importants et donc moins l'état d'endommagement est élevé dans la roche.

L'influence du paramètre r_1 , qui prendra les valeurs 0,04 ou 0,025 est étudiée dans la suite. La roche poroélastique endommageable est également caractérisée par les paramètres hydromécaniques du Tableau IV-10.

Influence de r_1

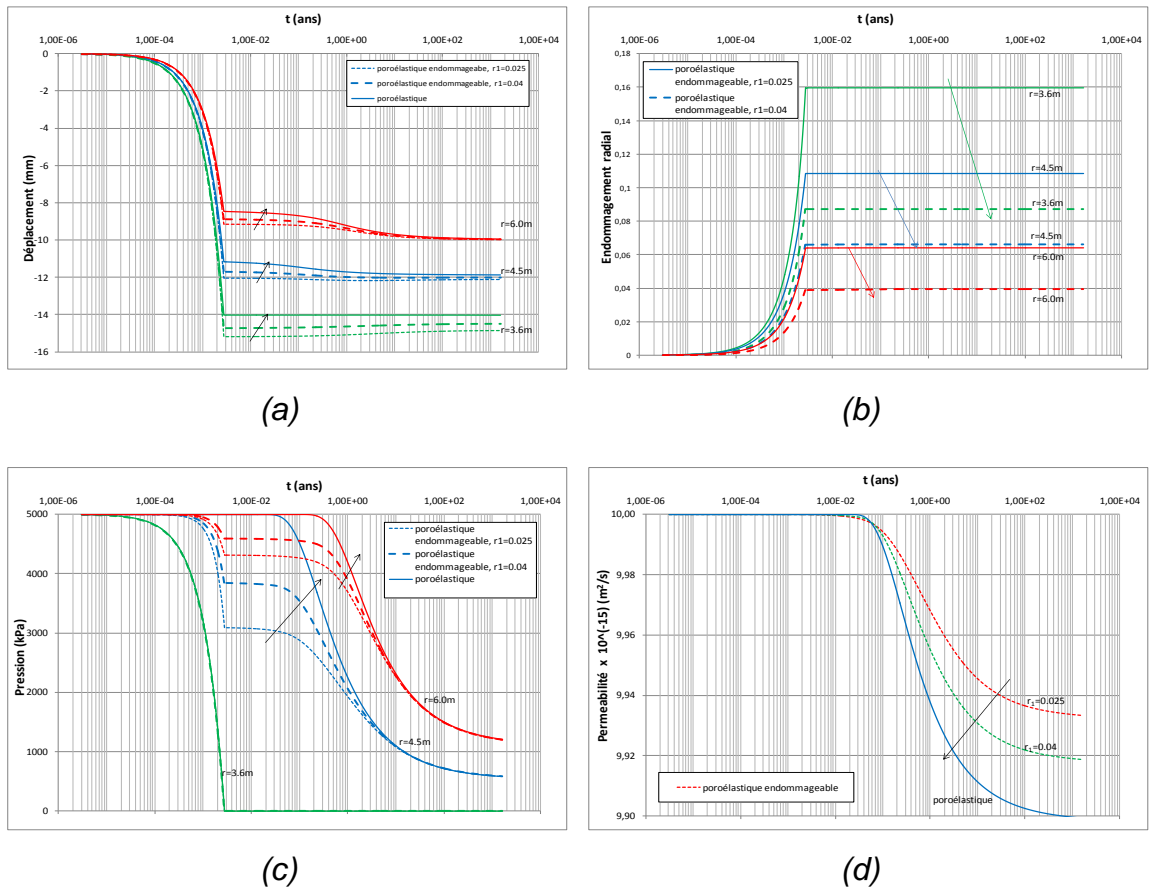


fig IV-18 Evolutions temporelles du déplacement radial (a), de l'endommagement radial (b), de la pression d'eau (c) pour $r = 3,6m, 4,5m, 6,0m$ et de la perméabilité (d) pour $r = 4,5m$, en considérant une roche hôte poroélastique et poroélastique endommageable ($r_1 = 0,025$ ou $r_1 = 0,04$)

La fig IV.18d montre l'évolution temporelle de la perméabilité calculée en un point de la roche de coordonnée $r = 4,5m$. La courbe continue est tracée en considérant un massif poroélastique. On observe que dans ce cas, la perméabilité de la roche diminue après l'excavation. Pour une roche poroélastique endommageable, plus r_1 est important, c'est-à-dire moins

l'incrément d'endommagement est grand, moins cette diminution est importante. Autrement dit plus r_1 est petit, plus la valeur de la perméabilité est grande en un point donné de la roche.

Cela se traduit directement dans la fig IV.18c montrant l'évolution temporelle de la pression d'eau en trois points : $r = 3,6m, 4,5m, 6,0m$. Pour $r = 3,6m$, c'est-à-dire en paroi, quel que soit le comportement de la roche considéré, la pression d'eau diminue très fortement de sa valeur initiale jusqu'à 0MPa, état qui découle directement des conditions limites imposées. Par contre, pour $r = 3,6m, 4,5m, 6,0m$, la pression est d'autant plus importante que r_1 est grand. En effet, plus r_1 est petit, plus la perméabilité du massif est élevée, plus le temps caractéristique hydromécanique (II-65) est petit. Autrement dit, plus r_1 est petit, plus l'eau s'écoule rapidement dans la roche, de l'extérieur vers l'intérieur de la cavité (plus la valeur de la pression d'eau est petite).

Ce dernier cas permet de montrer que, lorsque les paramètres viscoplastiques sont annihilés, en choisissant les paramètres d'endommagement de manière adéquate, le comportement de la roche poro-viscoplastique endommageable tend bien vers le comportement d'une roche poroélastique comme il se doit. Ces résultats fournissent une indication de la cohérence du modèle et du code de calcul.

IV.5.3 Comportement d'une cavité poro-viscoplastique endommageable

On a montré dans les paragraphes précédents que le modèle complet modélise de manière cohérente les couplages partiels lorsqu'on inhibe une partie des phénomènes intervenant, par des choix particuliers des paramètres rhéologiques. Prenons en compte à partir de maintenant l'ensemble des couplages pouvant être modélisés par la loi de comportement poro-viscoplastique et étudions l'influence de ses paramètres sur le comportement d'une cavité. Dans les sous parties suivantes, les tableaux présentés récapitulent les valeurs des paramètres hydromécaniques de la roche choisis pour la simulation numérique.

I. Influence du paramètre K

K prend d'abord les valeurs suivantes : $K = 340 \text{ MPa} \cdot \text{s}^{1/N}$ ou $440 \text{ MPa} \cdot \text{s}^{1/N}$ ou $640 \text{ MPa} \cdot \text{s}^{1/N}$. Les autres paramètres sont fixés.

La fig IV.19 montre que plus K est important, plus les déplacements sont petits, tout comme l'étude précédente considérant une roche poro-viscoplastique l'a montré.

La valeur de K a peu d'impact sur l'évolution de la pression d'eau (fig IV.21).

Plus K est grand, moins les déformations viscoplastiques sont importantes. On en déduit que l'endommagement radial, fonction des déformations positives totales est moins important (fig IV.20) dans ce cas.

Enfin, la fig IV.22 montre l'évolution du coefficient de Biot radial en paroi de la cavité. Initialement pris égale à 0,6 (Gaombalet, 2004), sa valeur augmente ensuite pendant la phase d'excavation et également par la suite mais moins rapidement. Plus K est grand, moins le coefficient de Biot radial augmente. Ce graphe est à mettre en relation avec la fig IV.20. En effet, comme on a pu le constater, plus K est petit, plus l'endommagement radial est important, plus la rigidité de la rigidité du milieu poreux diminue. Ceci justifie la hausse de l'endommagement radial en paroi.

Sur ce graphe apparaît très clairement le couplage entre les comportements viscoplastiques et endommageables. En effet, alors que dans le cas d'une roche poroélastique endommageable, l'endommagement radial reste constant après l'excavation (cf. annexe D), il continue à s'accroître dans le cas d'une roche poro-viscoplastique endommageable du fait de l'augmentation des déformations viscoplastiques.

II. Influence du paramètre N

On choisit maintenant le paramètre N égal à $N = 15$ ou 20 ou 25 . Les évolutions temporelles des fig IV.23 à fig IV.26 montrent que plus N est petit, plus le déplacement de la paroi de la cavité est important. L'endommagement radial et le coefficient de Biot radial sont d'autant plus petits que N est grand.

III. Influence du paramètre M

D'après les fig IV.27 à fig IV.30, pour lesquelles M prend les valeurs : $M = 2.57$ ou 3.17 ou 3.57 , on constate que plus M est petit, plus les déplacements sont grands. Les évolutions temporelles de l'endommagement radial et du coefficient de Biot radial en paroi de la cavité vont dans le même sens, à savoir que plus M est petit, plus l'endommagement radial est important et plus l'augmentation de la valeur du coefficient de Biot est importante.

$E_0 = 4000 \text{ MPa}$; $\nu_0 = 0,3$;
 $k = 0 \text{ MPa}$; $\alpha = 0$; $N = 25$; $M = 3,17$;
 $K = 340 \text{ MPa} \cdot \text{s}^{1/N}$ ou $440 \text{ MPa} \cdot \text{s}^{1/N}$ ou $640 \text{ MPa} \cdot \text{s}^{1/N}$;
 $r_0 = 0,0$; $r_1 = 0,04$
 $\phi_0 = 0.5$; $b_0 = 0,6$; $k_{h_0} = 10^{-17} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$; $\beta_0 = 0 \text{ Pa}^{-1}$

Tableau IV-11 Paramètres hydromécaniques de la roche hôte poro-viscoplastique endommageable

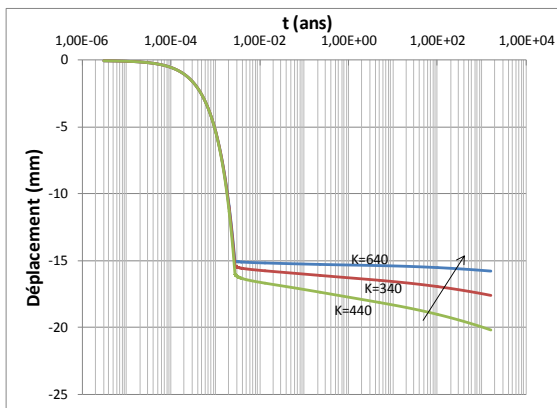


fig IV-19 Evolution temporelle du déplacement radial ($r = 3,6\text{m}$)

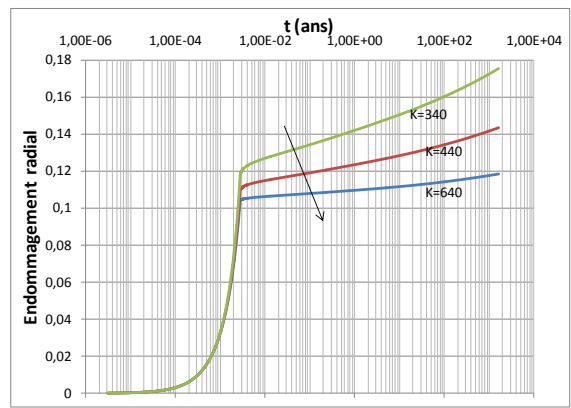


fig IV-20 Evolution temporelle de l'endommagement radial ($r = 3,6\text{m}$)

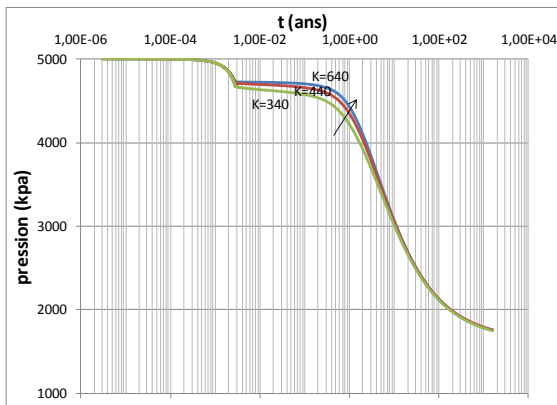


fig IV-21 Evolution temporelle de la pression d'eau ($r = 8\text{m}$)

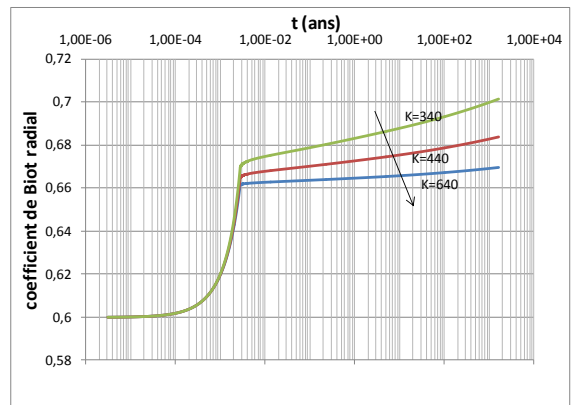


fig IV-22 Evolution temporelle du coefficient de Biot radial ($r = 3,6\text{m}$)

Influence du paramètre viscoplastique K ($\text{MPa} \cdot \text{s}^{1/N}$)

$E_0 = 4000 \text{ MPa}$; $\nu_0 = 0,3$;
 $k = 0 \text{ MPa}$; $\alpha = 0$; $K = 440 \text{ MPa} \cdot \text{s}^{1/N}$; $M = 3,17$;
 $N = 15 \text{ ou } 20 \text{ ou } 25$;
 $r_0 = 0,0$; $r_1 = 0,04$
 $\phi_0 = 0,15$; $b_0 = 0,6$; $k_{h_0} = 10^{-17} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$; $\beta_0 = 0 \text{ Pa}^{-1}$

Tableau IV-12 Paramètres hydromécaniques de la roche hôte poro-viscoplastique endommageable

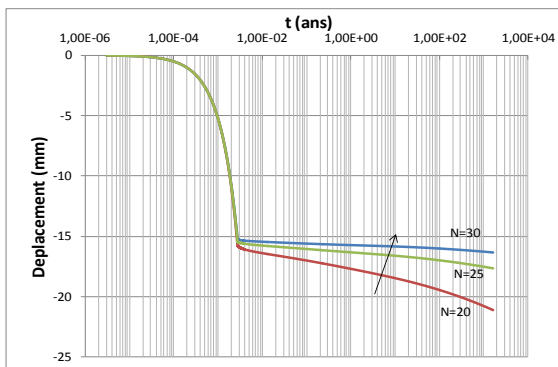


fig IV-23 Evolution temporelle du déplacement radial ($r = 3,6\text{m}$)

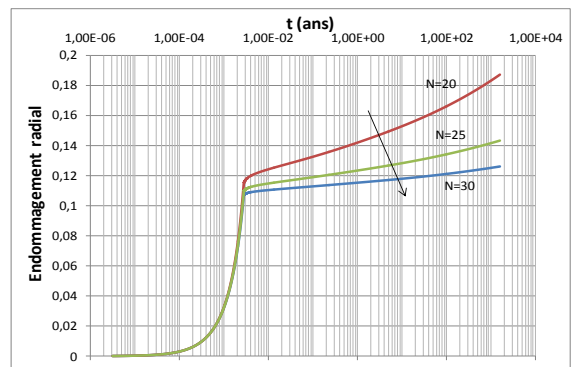


fig IV-24 Evolution temporelle de l'endommagement radial ($r = 3,6\text{m}$)

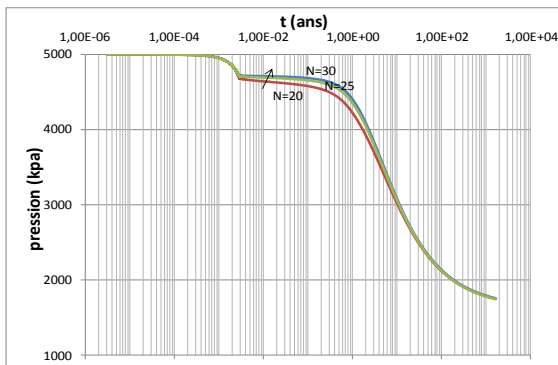


fig IV-25 Evolution temporelle de la pression d'eau ($r = 8\text{m}$)

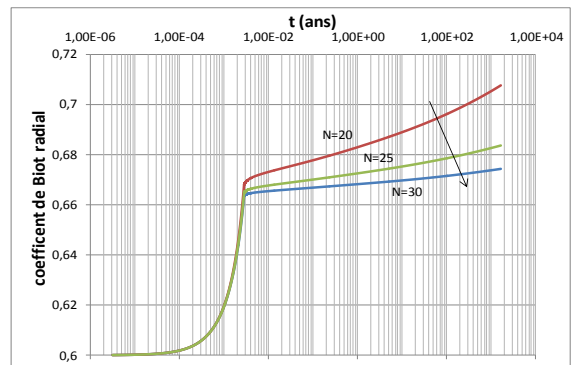


fig IV-26 Evolution temporelle du coefficient de Biot radial ($r = 3,6\text{m}$)

Influence du paramètre viscoplastique N

$E_0 = 4000 \text{ MPa}$; $\nu_0 = 0,3$;
 $k = 0 \text{ MPa}$; $\alpha = 0$; $K = 440 \text{ MPa} \cdot \text{s}^{1/N}$; $N = 25$;
 $M = 2,57 \text{ ou } 3,17 \text{ ou } 3,57$;
 $r_0 = 0,0$; $r_1 = 0,04$
 $\phi_0 = 0,15$; $b_0 = 0,6$; $k_{h0} = 10^{-17} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$; $\beta_0 = 0 \text{ Pa}^{-1}$

Tableau IV-13 Paramètres hydromécaniques de la roche hôte poro-viscoplastique endommageable

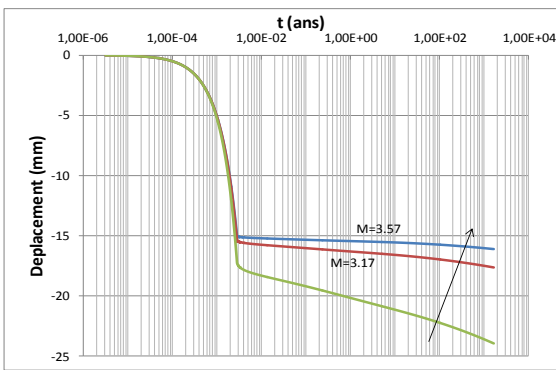


fig IV-27 Evolution temporelle du déplacement radial ($r = 3,6\text{m}$)

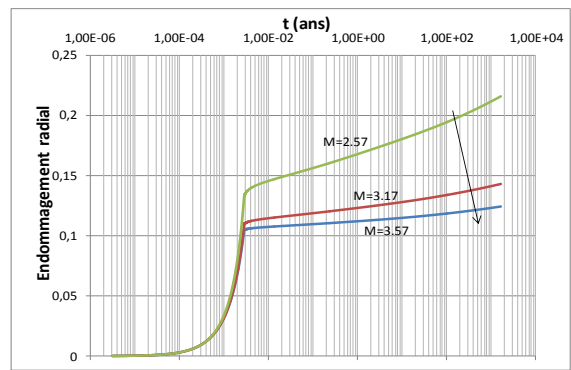


fig IV-28 Evolution temporelle de l'endommagement radial ($r = 3,6\text{m}$)

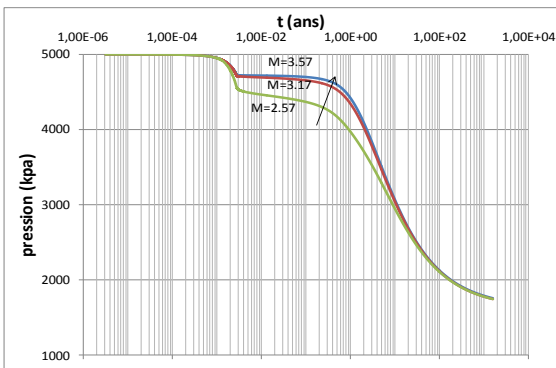


fig IV-29 Evolution temporelle de la pression d'eau ($r = 8\text{m}$)

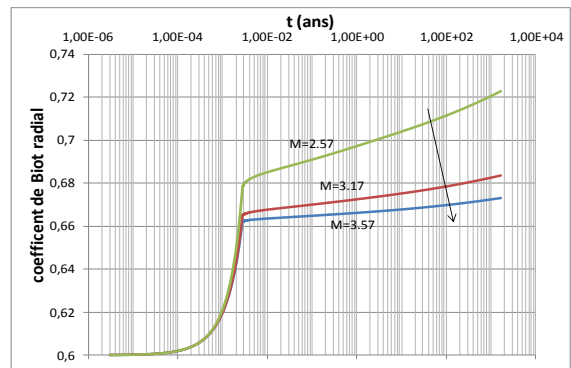


fig IV-30 Evolution temporelle du coefficient de Biot radial ($r = 3,6\text{m}$)

Influence du paramètre viscoplastique M

$E_0 = 4000 \text{ MPa}$; $\nu_0 = 0,3$;
 $k = 0 \text{ MPa}$; $K = 440 \text{ MPa} \cdot \text{s}^{1/N}$; $N = 25$; $M = 3,17$
 $\alpha = 0,0 \text{ ou } 0,05 \text{ ou } 0,1$
 $r_0 = 0,0$; $r_1 = 0,04$
 $\phi_0 = 0,15$; $b_0 = 0,6$; $k_{h0} = 10^{-17} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$; $\beta_0 = 0 \text{ Pa}^{-1}$

Tableau IV-14 Paramètres hydromécaniques de la roche hôte poro-viscoplastique endommageable

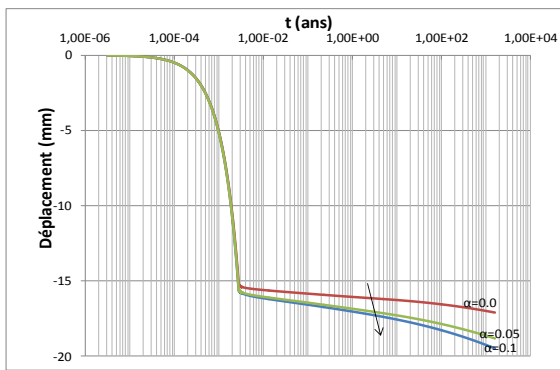


fig IV-31 Evolution temporelle du déplacement radial ($r = 3,6\text{m}$)

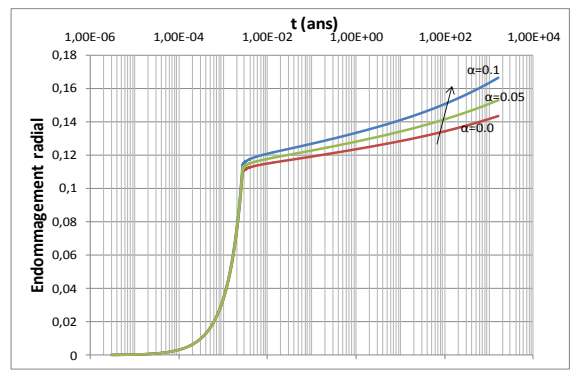


fig IV-32 Evolution temporelle de l'endommagement radial ($r = 3,6\text{m}$)

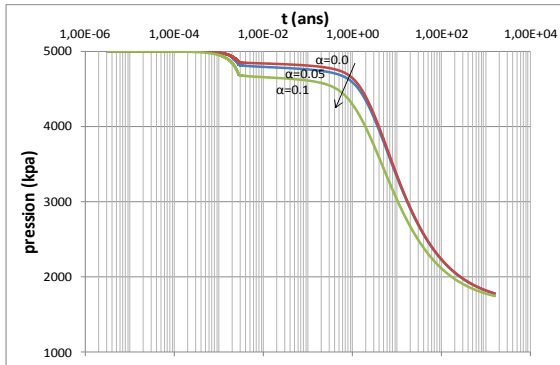


fig IV-33 Evolution temporelle de la pression d'eau ($r = 8\text{m}$)

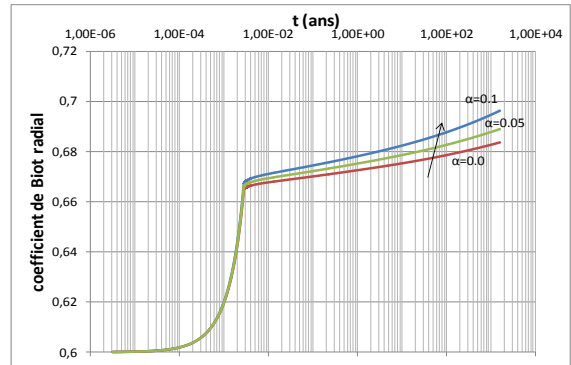


fig IV-34 Evolution temporelle du coefficient de Biot radial ($r = 3,6\text{m}$)

Influence du paramètre viscoplastique α

$E_0 = 4000 \text{ MPa}$; $\nu_0 = 0,3$;
 $k = 0 \text{ MPa}$; $\alpha = 0,0$; $K = 440 \text{ MPa} \cdot \text{s}^{1/N}$; $N = 25$; $M = 3,17$
 $r_0 = 0,0 \text{ ou } 0,001$
 $r_1 = 0,04$
 $\phi_0 = 0,15$; $b_0 = 0,6$; $k_{h_0} = 10^{-17} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$; $\beta_0 = 0 \text{ Pa}^{-1}$

Tableau IV-15 Paramètres hydromécaniques de la roche hôte poro-viscoplastique endommageable

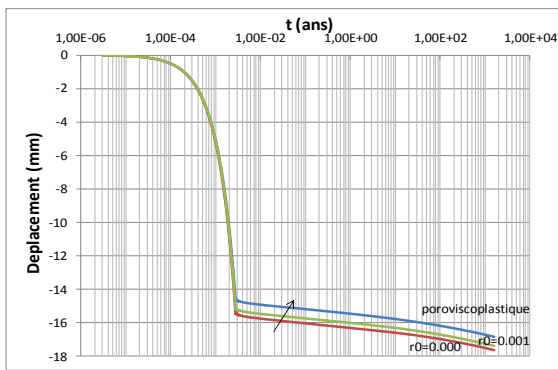


fig IV-35 Evolution temporelle du déplacement radial ($r = 3,6\text{m}$)

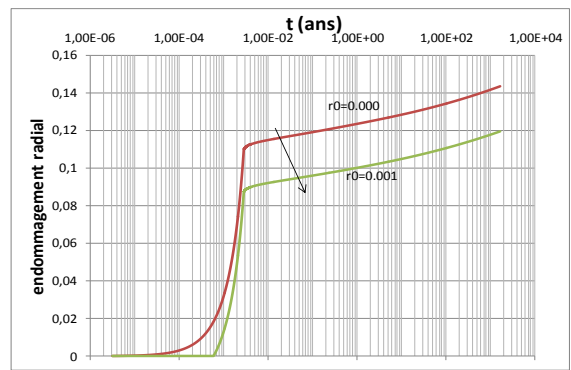


fig IV-36 Evolution temporelle de l'endommagement radial ($r = 3,6\text{m}$)

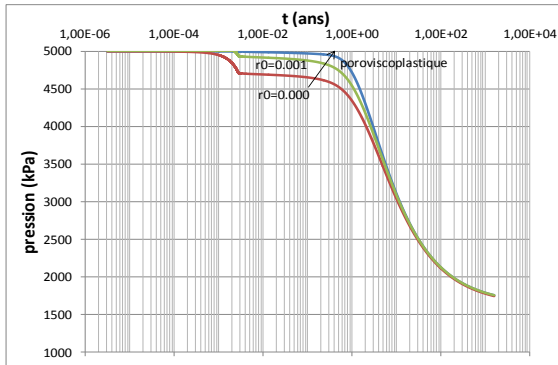


fig IV-37 Evolution temporelle de la pression d'eau ($r = 8\text{m}$)

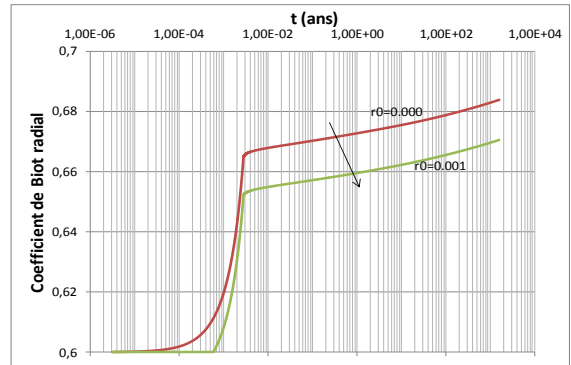


fig IV-38 Evolution temporelle du coefficient de Biot radial ($r = 3,6\text{m}$)

Influence du paramètre d'endommagement r_0

$E_0 = 4000 \text{ MPa}$; $\nu_0 = 0,3$;
 $k = 0 \text{ MPa}$; $\alpha = 0,0$; $K = 440 \text{ MPa} \cdot \text{s}^{1/N}$; $N = 25$; $M = 3,17$
 $r_0 = 0,0$
 $r_1 = 0,0025 \text{ ou } 0,04$
 $\phi_0 = 0,15$; $b_0 = 0,6$; $k_{h_0} = 10^{-17} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$; $\beta_0 = 0 \text{ Pa}^{-1}$

Tableau IV-16 Paramètres hydromécaniques de la roche hôte poro-viscoplastique endommageable

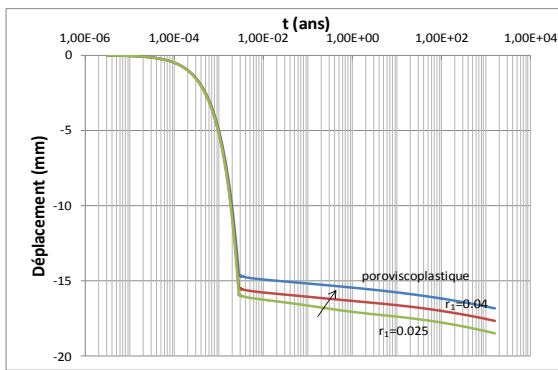


fig IV-39 Evolution temporelle du déplacement radial ($r = 3,6\text{m}$)

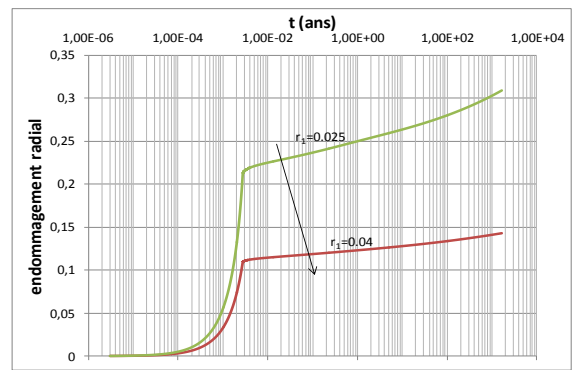


fig IV-40 Evolution temporelle de l'endommagement radial ($r = 3,6\text{m}$)

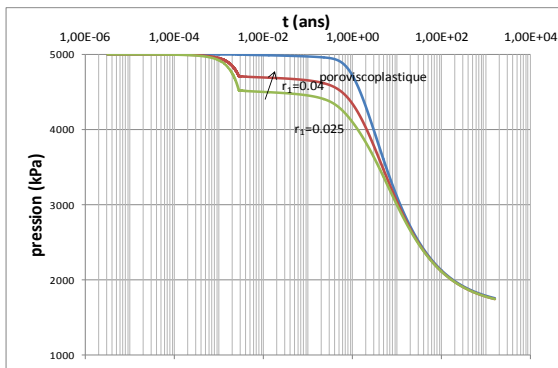


fig IV-41 Evolution temporelle de la pression d'eau ($r = 8\text{m}$)

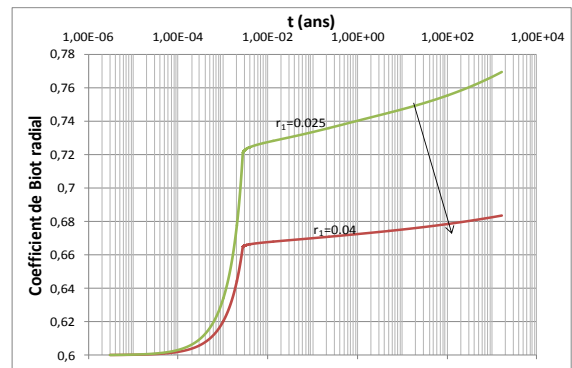


fig IV-42 Evolution temporelle du coefficient de Biot radial ($r = 3,6\text{m}$)

Influence du paramètre d'endommagement r_1

IV. Influence du paramètre α

L'influence du paramètre α est maintenant étudiée. Il prendra des valeurs positives suivantes : $\alpha = 0,0$ ou $0,05$ ou $0,1$. Plus α augmente, plus les déplacements de la paroi de la cavité sont grands (fig IV.31).

L'endommagement radial en paroi et le coefficient de Biot sont d'autant plus importants que le paramètre α est grand (fig IV.32 et fig IV.34).

V. Influence du paramètre r_0

L'effet du paramètre d'endommagement r_1 est maintenant étudié de plus près. Il est égal à $r_1 = 0,0025$ ou $0,04$. Plus r_1 augmente, moins le déplacement radial de la paroi de la cavité est grand (fig IV.35). Ceci s'explique par le fait que l'endommagement est alors moins important (fig IV.36). Une autre conséquence de ceci est une augmentation plus petite du coefficient de Biot radial dans ce cas (fig IV.38).

VI. Influence du paramètre r_1

L'influence du paramètre d'endommagement r_1 est maintenant étudiée de plus près. Il est égal à $r_1 = 0,0025$ ou $0,04$.

Plus r_1 augmente, moins le déplacement radial de la paroi de la cavité est grand (fig IV-39). Ceci s'explique par le fait que l'endommagement est alors moins important (fig IV-40). Une autre conséquence est une augmentation plus petite du coefficient de Biot radial dans ce cas (fig IV-42).

IV.6 Conclusions

Dans ce dernier chapitre l'analyse des modèles phénoménologiques existants couplant (visco)plasticité et endommagement ou (visco)plasticité et comportement hydromécanique a mis en lumière l'utilisation de deux contraintes effectives, l'une au sens de Biot et l'autre au sens de la Mécanique de l'Endommagement pour modéliser des comportements partiellement couplés.

Cette analyse est à l'origine de l'émergence d'un nouveau modèle poro-viscoplastique endommageable anisotrope. Ainsi, une forme générale de l'énergie libre du squelette est tout d'abord postulée. Elle permet de prendre en compte l'effet de l'endommagement sur les lois constitutives, à savoir l'expression des contraintes et de la porosité élastique en fonction des déformations et de la pression interstitielle.

Ensuite, en suivant la méthode de l'état local, l'existence d'un pseudo-potentiel de dissipation est supposée. On fait l'hypothèse que ce dernier se décompose en un pseudo-potentiel d'endommagement et un pseudo-potentiel viscoplastique.

Le pseudo-potentiel d'endommagement s'exprime à partir de la partie positive des déformations et de deux paramètres r_0 et r_1 .

La forme du second potentiel viscoplastique repose essentiellement sur la synthèse des travaux antérieurs de Lemaitre (2000) et Cordebois & Sidoroff (1982). Ce potentiel dépend d'une contrainte doublement effective, résultat de la combinaison des contraintes effectives au sens de Biot et au sens de la Mécanique de l'Endommagement et de cinq paramètres viscoplastiques K , M , N , α et k .

L'effet de l'endommagement sur la perméabilité est pris en compte via la loi de Kozeny.

Les équations incrémentales du modèle sont ensuite déduites des équations constitutives. Avant d'intégrer cette nouvelle loi de comportement dans un code de calcul développé à partir de la méthode des éléments finis, la formulation variationnelle et les discrétisations spatiale et temporelle des équations d'équilibre mécanique et hydraulique sont mises en évidence. Elles permettent d'obtenir un système matriciel à résoudre pour connaître les incréments de déplacement et de pression de pores en tout point du système étudié.

Cette loi de comportement est mise en œuvre dans un code de calcul, initialement élaboré au sein du Département Génie Civil et Bâtiment (DGCB), au moyen d'un algorithme non itératif et découplé. A l'inverse de certains algorithmes (développés dans le contexte des comportements élastoplastiques par exemple) utilisant une matrice de rigidité tangente, cet algorithme considère une matrice de rigidité élastique endommageable et fait apparaître un pseudo-vecteur force supplémentaire dans l'équation de l'équilibre mécanique discrétisée, la pseudo-force viscoplastique. Ce vecteur prend en compte l'effet du taux de déformation viscoplastique pendant un incrément de temps. Des pas de temps petits permettent la convergence des calculs.

Afin de tester la fiabilité de la mise en œuvre numérique, des cas de comportement limites, dérivés du modèle complet poro-viscoplastique endommageable sont considérés dans un premier temps. En considérant l'excavation d'un tunnel cylindrique, les résultats obtenus grâce à des modèles particuliers poroélastique et viscoplastique coïncident avec des solutions quasi-analytiques connues.

Le comportement poro-viscoplastique endommageable tend bien vers un comportement poroélastique.

Les résultats issus de la prise en compte d'une loi de comportement couplant poroélasticité et endommagement sont justifiés à partir d'une analyse comparative des comportements poroélastiques endommageables d'une part et élastique endommageable d'autre part.

Enfin, une étude paramétrique montre la cohérence de la réponse d'une roche poro-viscoplastique endommageable dans laquelle une excavation est modélisée. A défaut de valider totalement le code de calcul, ces études fournissent des éléments de cohérence indispensables.

V. CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

Les différentes composantes des comportements couplés hydromécaniques incluant la viscoplasticité et l'endommagement sont présentées en premier lieu. Les hypothèses et le cadre thermodynamique permettant de décrire le comportement d'un milieu poreux saturé (Coussy, 2004) sont rappelés. Ils permettent la formulation des lois de comportement poromécaniques. Les équations constitutives du comportement des milieux poreux élastiques permettent de mettre en évidence la contrainte effective hydromécanique, initialement définie par Biot.

Dans un second temps, les équations permettant de décrire les comportements élasto-plastique et élasto-viscoplastique des matériaux secs sont explicitées. La prise en compte du couplage hydromécanique incluant ce type de comportement proposée par Coussy est également présentée.

Par la suite, la Mécanique de l'Endommagement est abordée, essentiellement d'un point de vue phénoménologique. Une variable continue tensorielle est introduite afin de caractériser l'état d'endommagement d'un matériau sec ainsi qu'une contrainte effective, au sens de la Mécanique de l'Endommagement. En outre, l'évolution de l'endommagement peut dépendre de l'état des contraintes, de l'état des déformations en extension ou plus généralement de l'état de la force thermodynamiquement conjuguée à l'endommagement.

Des exemples de modèles couplant plasticité ou viscoplasticité et endommagement, comportement hydromécanique et endommagement ou plasticité, endommagement et comportement hydromécanique sont également présentés.

Une fois ce cadre mis en place, une solution quasi-analytique originale prenant en compte la totalité du cycle de vie d'une galerie « type » d'un stockage de déchets radioactifs en formation géologique profonde a été développée dans le cadre de la poroélasticité saturée. Elle constitue une solution de référence intéressante, notamment pour conforter des modélisations numériques plus complexes.

Afin d'aborder le cas des comportements plus réalistes faisant intervenir des phénomènes non linéaires comme le fluage viscoplastique et/ou l'endommagement mécanique, une approche numérique est incontournable. Dans un premier temps, une approche simplifiée est proposée. Elle est basée sur une méthodologie de superposition de deux modèles de comportement, définis sur le même maillage, en tirant profit des possibilités offertes par le code Cast3M. La cohérence de cette démarche a pu être validée par la comparaison

des deux types de solutions (numérique et quasi-analytique), mettant à contribution les développements analytiques antérieurs. Ce principe de modélisation permet de tirer pleinement profit des lois de comportement monophasiques déjà implémentées dans le code Cast3M et de pouvoir les étendre à la mécanique des milieux poreux saturés. Un des résultats marquants de cette première modélisation numérique est la mise en évidence de la possibilité théorique de décollement des interfaces remblais-revêtement et revêtement massif, grâce à la mise en œuvre des éléments finis particuliers.

Cette approche numérique a ensuite été appliquée à une situation plus réaliste prenant en compte le comportement d'une roche hôte poro-viscoplastique endommageable isotrope, par le biais de la loi de comportement de Lemaitre & Chaboche (2001).

Une étude paramétrique a permis de mettre en lumière trois paramètres « clés » influençant le comportement hydromécanique post-fermeture d'une galerie de liaison d'un stockage de déchets radioactifs. Il s'agit de la viscoplasticité et de l'endommagement de la roche hôte, de la cinétique de dégradation du revêtement et du degré de compactage des remblais.

Dans le dernier chapitre, un nouveau modèle constitutif a été développé afin de lever la limitation dû au caractère isotrope de l'endommagement pris en compte dans la modélisation précédente. L'analyse préalable des modèles constitutifs existants est à l'origine de l'émergence de ce nouveau modèle poro-viscoplastique endommageable anisotrope. Une forme générale de l'énergie libre du squelette a tout d'abord été postulée. Elle permet de prendre en compte l'effet de l'endommagement sur les lois constitutives.

Ensuite, en suivant la méthode de l'état local, l'existence d'un pseudo-potential de dissipation est postulée. On suppose que ce dernier se décompose en un pseudo-potential d'endommagement et un pseudo-potential viscoplastique. Le pseudo-potential d'endommagement s'exprime à partir de la partie positive des déformations. La forme du second potential viscoplastique repose essentiellement sur l'analyse des travaux antérieurs de Lemaitre (2000) et Cordebois & Sidoroff (1982). Ce potential dépend d'une contrainte doublement effective, résultat de la combinaison des contraintes effectives au sens de Biot et au sens de la Mécanique de l'Endommagement.

Les équations incrémentales du modèle sont ensuite déduites des relations de comportement. Elles sont intégrées à un code de calcul, initialement élaboré au sein du Département Génie Civil et Bâtiment (DGCB), au moyen d'un algorithme non itératif et découplé.

Afin de tester la fiabilité de la mise en œuvre numérique, des cas de comportement limites, dérivés du modèle complet poro-viscoplastique endommageable sont considérés dans un premier temps. En considérant l'excavation d'un tunnel cylindrique, les résultats obtenus grâce à des modèles partiels poroélastique et viscoplastique coïncident avec des solutions quasi-analytiques connues. Le comportement poro-viscoplastique endommageable tend bien correctement vers un comportement poroélastique ou un comportement viscoplastique monophasique, fournissant par là une première indication de cohérence.

Les résultats issus de la prise en compte d'une loi de comportement couplant poroélasticité et endommagement sont justifiés à partir d'une analyse comparative des comportements poroélastiques endommageables d'une part et élastiques endommageables d'autre part. Enfin, une étude paramétrique montre la cohérence de la réponse hydromécanique d'une roche poro-viscoplastique endommageable dans laquelle une excavation est simulée.

Plusieurs améliorations pourraient être apportées à ce modèle constitutif. Tout d'abord, dans le contexte du stockage des déchets radioactifs en couche géologique profonde, pour prendre en compte des effets de la ventilation des galeries pendant la phase d'exploitation ou de l'état non saturé du remblai à sa mise en place par exemple, le modèle hydromécanique proposé dans ce mémoire pourrait être étendu à la mécanique des milieux poreux non saturés.

La prise en compte de l'effet de l'endommagement sur les paramètres hydromécaniques comme le coefficient de Biot ou la perméabilité pourraient être complexifiée en partant d'une analyse micromécanique.

En outre, l'effet de la température sur le comportement hydromécanique de la roche hôte pourrait être introduit.

Le modèle d'endommagement pourrait être complexifié en prenant en compte les phénomènes de cicatrisation de l'argilite et ainsi la possibilité de fermeture des microfissures.

Des géométries de galeries plus complexes mais aussi plus réalistes pourraient être envisagées dans des modélisations ultérieures. A cet effet, le code de calcul, élaboré au sein du laboratoire DGCB pourrait être étendu à des calculs en deux ou trois dimensions.

VI. BIBLIOGRAPHIE

Abou-Chakra Guéry, A., Cormery, F., Su, K., Shao, J. F., & Kondo, D. (2008). A micromechanical model for the elasto-viscoplastic and damage behavior of cohesive material. *Physics and Chemistry of the Earth*, 33 (Supplément 1, S416-S421).

ANDRA. (2005). *Dossier 2005 argile. Evaluation de la faisabilité du stockage géologique en formation argileuse*. Paris: © Andra.

ANDRA. (2012). *Inventaire nationale des matières et déchets radioactifs édition 2012*. Paris: © Andra, les Essentielles.

ANDRA. (2009). *Stockage réversible profond, étape 2009*. Paris: @ ANDRA.

Arson, C. (2009). *Etude théorique et numérique de l'endommagement thermo-hydro-mécanique des milieux poreux non saturés*. Paris: Thèse de doctorat, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées.

Aublivé-Conil, N. (2003). *Modélisation du comportement mécanique des argiles raides avec prise en compte de l'endommagement : application aux argilites de l'Est*. Paris: Thèse de doctorat, Université Cergy-Pontoise, Collection Les rapports ANDRA.

Baechler, S., Lavanchy, J. M., Armand, G., & Cruchaudet, M. (2011). Characterisation of the hydraulic properties within the EDZ around drifts at level -490m of the Meuse/Haute-Marne URL : A methodology for consistent interpretation of hydraulic tests. *Physics and Chemistry of the Earth*, 17-18 (36), pp. 1922-1931.

Bargellini, R. (2006). *Contribution d'une approche discrète à la modélisation de l'endommagement de matériaux microfissurés*. Poitiers: Thèse de doctorat, Université de Poitiers.

Bemer, E., Longuemare, P., & Vincké, O. (2004). Poroelastic parameters of Meuse/Haute-Marne argilites : effect of loading and saturation states. *Applied Clay Science* (26, 359-366).

Bérest, P. (1998). *Calcul des variations, application à la mécanique et à la physique*. Ellipses market.

Bérest, P. (1989). *Problèmes de mécanique associés au stockage souterrain*. Thèse de doctorat, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris.

Bérest, P., & Shapira, J. P. (2011). Nucléaire - Déchets. Dans *Encyclopaedia Universalis*. Edition numérique.

Bérest, P., & Weber, P. (1988). *La thermomécanique des roches (cours de l'école d'été)*. BRGM.

Betten, J. (1983). Damage tensors in continuum mechanics. *Journal de Mécanique théorique et Appliquée*, 2 (1), pp. 13-32.

Blanco Martin, L., Hadj-Hassen, F., Tijani, M., & Armand, G. (2011). New numerical modelling of the mechanical long-term behaviour of the GMR gallery in ANDRA's Underground Research Laboratory. *Physics and Chemistry of the Earth*, 36 (17-18), pp. 1872-1877.

Boidy, E. (2002). *Modélisation numérique du comportement différé des cavités souterraines*. Grenoble: Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier, Grenoble I.

Chaboche, J. L. (1979). Le concept de contrainte effective appliqué à l'élasticité et à la viscoplasticité en présence d'un endommagement anisotrope. Dans J. P. Boehler (Éd.), *Colloques Internationaux du CNRS, Euromech 115, 19-22 juin*, (pp. 737-759). Villard de Lans, France.

Charras, T. (2000). *Gibiane*. Paris: CEA.

Charras, T., & Di Paola, F. (2001). *La procédure PASAPAS*. Paris: CEA.

Chiarelli, A. S. (2000). *Etude expérimentale et modélisation du comportement mécanique de l'argilite de l'est*. Lille: Thèse de doctorat, Université Lille I.

Chiarelli, A. S., Shao, J. F., & Hoteit, N. (2003). Modeling of elastoplastic damage behavior of a claystone. *Int. J. of Plasticity* (19, 23-45).

Conil, N., Djeran-Maigre, I., Cabrillac, R., & Su, K. (2004a). Poroplastic damage model for claystones. *Applied Clay Science* (26, 473-487).

Conil, N., Djeran-Maigre, I., Cabrillac, R., & Su, K. (2004b). Thermodynamics modelling of plasticity and damage of argilite. *C. R. Mécanique* (332, 841-848).

Cordebois, J. P., & Sidoroff, F. (1982). Endommagement anisotrope en élasticité et plasticité. *Journal de mécanique théorique et appliquée* (n° spécial, 45-60).

Coussy, O. (1991). *Mécanique des milieux poreux*. Paris: Editions technip.

Coussy, O. (2004). *Poromechanics*. Chichester: John Wiley & Sons LTd.

Dragon, A. (2002). Modélisation de l'endommagement des matériaux rocheux. Dans P. Y. Hicher, & J. F. Shao, *Lois incrémentales viscoplasticité endommagement, modèles de comportement des sols et des roches, vol. 2*. Paris: Hermès Science.

Dubois-Pèlerin, Y. P. (1998). Object-oriented programming in nonlinear finite element analysis. *Computers and structures* , 67 (4, 225-241).

Dufour, N., & Wong, H. (2009b). *Rapport IRSN novembre 2009. Comportement hydromécanique post-fermeture d'une cavité souterraine*.

Dufour, N., Leo, C. J., Deleruyelle, F., & Wong, H. (2009a). Hydromechanical responses of a decommissioned backfilled tunnel drilled into a poro-viscoelastic medium. *Soils and Foundations* , 49 (4, 495-507).

Dufour, N., Wong, H., & Deleruyelle, F. (2011b). Comportement hydromécanique post-fermeture d'une cavité remblayée. *15th European Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering, 12 - 15 septembre* .

Dufour, N., Wong, H., & Deleruyelle, F. (2008). Modélisation analytique et numérique du comportement hydromécanique d'une cavité souterraine remblayée.

Dufour, N., Wong, H., & Deleruyelle, F. (2011a). Post-closure behaviour of backfilled cavity. *Séance technique du CFMR, 27 octobre* .

Dufour, N., Wong, H., & Deleruyelle, F. (2011c). Post-closure hydromechanical behaviour of a backfilled cavity. *12th International Congress on Rock Mechanics, 19-22 octobre* .

Dufour, N., Wong, H., Arson, C., Deleruyelle, F., & Pereira, J. M. (soumis). A thermodynamically consistent framework for saturated viscoplastic rock-materials subject to damage. *Mechanics Research Communication* .

Dufour, N., Wong, H., Deleruyelle, F., & Leo, C. J. (2011d). Hydromechanical post-closure of a deep tunnel taking into account a simplified life cycle. *Int. J. of Geomechanics* (doi:10.1061/(ASCE)GM.1943-5622.0000126).

Escoffier, S., Homand, F., Giraud, A., & Su, K. (2001). Mesure de la perméabilité et du coefficient de Biot dans les argilites de l'Est. *XVème Congrès Français de Mécanique* .

Fabre, G. (2005). *Fluage et endommagement des roches argileuses - Evolution de la microstructure et modélisation phénoménologique*. Grenoble: Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier, Grenoble I.

Gaombalet, J. (2004). *Le gonflement des argiles et ses effets sur les ouvrages souterrains de stockage*. Paris: Thèse de doctorat, Ecole Polytechnique.

Gatelier, N., Pellet, F., & Loret, B. (2002). Mechanical damage of an anisotropic porous rock in cyclic triaxial tests. *Int. J. of Rock Mechanics and Mining Sciences* (39, 335-354).

Halm, D., & Dragon, A. (1998). An anisotropic model of damage and frictional sliding for brittle materials. *European Journal of Mechanics A/Solids* , 17 (3, 4439-460).

Hansen, H. R., & Schreyer, H. L. (1994). A thermodynamically consistent framework for theories of elastoplasticity coupled with damage. *Int. J. Solids and Structures* , 31 (3, 359-389).

Hayakawa, K., & Murakami, S. (1997). Thermodynamical modeling of elastic-plastic damage and experimental validation of damage potential. *International Journal of Damage Mechanics* , 6, pp. 333-363.

IRSN. (2005). Rapport DSU n° 106 - Avis de l'Institut de Radioprotection et de Sécurité Nucléaire sur le Dossier Argile 2005.

Ju, J. W. (1990). Isotropic and anisotropic damage variable in continuum damage mechanics. *J. Engng. Mech.* (16 (12), 2764-2770).

Ju, J. W. (1989). On energy-based coupled elastoplastic damage theories : constitutive modeling and computational aspects. *Int J. Solids Structures* , 25 (7, 803-833).

Kachanov, L. M. (1958). Time of the rupture process under creep conditions. *ISV. Akad. Nauk. SSR. Otd. Tekh. Nauk.* (8, 26-31).

Ladevèze, P. (1983). On an anisotropic damage theory. Dans B. J.P. (Éd.), *Proc. CNRS Int. Coll. 351, Failure criteria of structured media*, (pp. 355–363). Villars de Lans, France.

Le Fichoux, E. (1998). *Présentation et utilisation de CASTEM 2000*. Paris: CEA.
Lemaitre, J. (1992). *A course on damage mechanics*. Berlin-Heidelberg: Springer-Verlag.

Lemaitre, J., & Chaboche, J. L. (2001). *Mécanique des matériaux solides*. Paris: Dunod, 2ème édition.

Lemaitre, J., & Desmorat, R. (2005). *Engineering Damage Mechanics. Ductile, creep fatigue and brittle failure*. Berlin Heidelberg: Springer - Verlag.

Lemaitre, J., Desmorat, R., & Sauzay, C. (2000). Anisotropic damage law of evolution. *Eur. J. Mech A/ Solids* (19, 187-208).

Lewis, R., & Schrefler, B. A. (1998). *The finite element method in static and dynamic deformation and consolidation of porous media*. Chichester: John Wiley & Sons, Edition second.

Lu, T. J., & Chow, C. L. (1990). On constitutive equations of inelastic solids with anisotropic damage. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics* , 14, pp. 187-218.

Lubarda, V. A., & Krajcinovic, D. (1995). Some fundamental issues in rate theory of damage-elastoplasticity. *Int. J. of Plasticity* , 11 (4, 763-797).

Lydzba, D., & Shao, J. F. (2000). Study of poroelasticity material coefficient as responses of microstructure. *Mechanics of Cohesive-Frictional Materials* (5, 149-171).

Maleki, K. (2004). *Modélisation numérique du couplage entre l'endommagement et la perméabilité des roches. Application à l'étude des*

ouvrages de stockage souterrain. Paris: Thèse de doctorat, Ecole Nationales des Ponts et Chaussées.

Maleki, K., & Pouya, A. (2010). Numerical simulation of damage-permeability relationship in brittle geomaterials. *Computers and Geotechnics* (37, 619-628).

Mazars, J. (1984). *Application de la mécanique de l'endommagement au comportement non linéaire et à la rupture du béton de structure*. Paris: Thèse de doctorat d'Etat, Université Pierre et Marie Curie (Paris VI).

McEwen, T. (2003). Review of the conclusions of previous EDZ workshop. *A European Commission CLUSTER Conference and workshop on EDZ in radioactive waste geological repositories*. Luxembourg.

Murakami, S., & Ohno, H. (1980). A continuum theory of creep and creep damage. (A. P. Hayhurst, Éd.) *Creep in structures*. IUTAM , pp. 422-443.

Nguyen, V. (2005). *Couplage dégradation chimique - comportement en compression du béton*. Paris: Thèse de doctorat, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées.

OCDE. (2001). *La gestion des déchets radioactifs : le rôle des laboratoires souterrains*. Paris: OCDE 2001.

Ortiz, M. (1985). A constitutive theory for the inelastic behaviour of concrete. *Mech. Mater.* , 4, pp. 67–93.

Owen, D. R., & Hinton, E. (1980). *Finite elements in plasticity*. Swansea: Pineridge Press.

Panet, M. (1995). *Le calcul des tunnels par la méthode convergence - confinement*. Paris: Presses de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées.

Pellet, F., Hajdu, A., Deleruyelle, F., & Besnus, F. (2005a). A viscoplastic model including anisotropic damage for the time dependent behaviour of rock. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics* (29, 941-970).

Pereira, J. M. (2005). *Etude des couplages hydromécaniques et effets de non-saturation sur les géomatériaux. Application aux ouvrages souterrains*. Lyon: Thèse de doctorat, INSA de Lyon.

Pereira, J. M., Wong, H., Dubujet, P., & Dangla, P. (2005). Adaptation of existing behaviour models to unsaturated states: Application to cjs model. *International Journal for Numerical and Analytical methods in Geomechanics* , 29 (11, 1127-1155).

Perzyna, P. (1963). The constitutive equations for the rate-sensitive plastic materials. *Quart. Appl. Math.* , 20, pp. 321-332.

Pouya, A. (1991). *Comportement rhéologique du sel gemme - Application à l'étude des excavations souterraines*. Paris: Thèse de doctorat, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées.

Qi, W., & Bertram, A. (1999). Anisotropic continuum damage modeling for single crystals at high temperatures. *Int. J. of Plasticity* , 15, pp. 1197-1215.

Qi, W., & Bertram, A. (1998). Damage modeling of the single crystal superalloy SRR99 under monotonous creep. *Computational Materials Science* , 13, pp. 132-141.

Ramtani, S. B. (1992). orthotropic behavior of concrete with directional aspects: modelling and experiments. *Nuclear engineering and design* , 133, 97-111.

Rehak, D. (1986). Artificial intelligence based techniques for finite element program development . *Symposium on Reliability of Methods for Engineering Analysis* .

Royis, P. (2000). *Mécanique des milieux continus. Cours, exercices et problèmes*. Lyon: Editions Pul.

Salençon, J. (2002). *Mécanique des milieux continus, Tome I - Concepts généraux*. Paris: Ecole Polytechnique.

Shao, J. F. (1998). Poroelastic behaviour of brittle rock materials with anisotropic damage. *Mechanics of Materials* (30, 41-53).

Shao, J. F., & Lydzba, D. (1999). Un modèle d'endommagement pour milieux poreux saturés. *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences* (t. 327, Série II b, 1305-1310).

Souley, M., Armand, G., Su, K., & Ghoreychi, M. (2011). Modelling the viscoplastic and damage behaviour in deep argillaceous rock. *J. Phys. Chem. Earth* , 36 (17-18), pp. 1949-1959.

Stehfest, H. (1970). *Algorithme 368 : numerical inversion of Laplace transform*.

Subrin, D. (2020). *Etude théorique sur la stabilité et le comportement des tunnels renforcés par boulonnage*. Thèse de doctorat, INSA de Lyon.

Thouvenin, G. (1999). *Modélisations couplées thermo-hydro-mécaniques en milieux poreux partiellement saturés : solutions linéaires et non linéaires*. nancy: Thèse de doctorat, institut National Polytechnique de Lorraine.

Torrenti, J. M., Nguyen, V. H., Colina, H., Le Maou, F., Benboudjema, F., & Deleruyelle, F. (2008). Coupling between leaching and creep of concrete. *Cement and Concrete Research* , 38 (6, 816-821).

Voyiadjis, G. Z., & Kattan, P. I. (2005). *Damage mechanics*. Boca raton: Taylor & Francis.

Wileveau, Y., & Bernier, F. (2008). Similarities in the hydromechanical response of Callovo-Oxfordian clay and Boom Clay during gallery excavation. *Physics and Chemistry of the Earth* , 33 (Supplément 1, S343-S349).

Wileveau, Y., Cornet, F. H., desroches, J., & Blumling, P. (2007). Complete in situ stress determination in an argillite sedimentary formation. *Physics and Chemistry on the Earth* (32, 866-878).

Wong, H., Leo, C. J., & Dufour, N. (2011). Thermodynamics in mono and biphasic continuum mechanics. Dans J. C. Moreno Pirajan, *Thermodynamics - Systems in equilibrium and non-equilibrium* (pp. 69-88). Rijeka, Croatia: InTech.

Yu, H. S. (2006). *Plasticity and Geotechnics*. New York: Springer.

Zhang, W., & Cai, Y. (1995). *Continuum Damage mechanics and numerical applications* . berlin Heidelberg: Springer-Verlag.

Zheng, Q. S., & Betten, J. (1996). On damage effective stress and equivalence hypothesis. *International Journal of Damage Mechanics* , 5, 219-240.

Zienkiewicz, O. C. (1999). *La méthode des éléments finis*. Paris: McGraw-Hill Inc. 3ème Edition.

VII. ANNEXES

ANNEXE A : MODELE ELASTIQUE ENDOMMAGEABLE DE LEMAITRE & DESMORAT (2005)

1. Calcul de l'opérateur $\mathbb{M}(\mathbf{D})$

Rappelons l'expression de la contrainte effective dans le modèle de Lemaitre & Desmorat (2005) :

$$\tilde{\sigma} = dev(\mathbf{H} \cdot \mathbf{s} \cdot \mathbf{H}) + \frac{\sigma}{1 - \eta/3tr(\mathbf{D})} \boldsymbol{\delta} \quad (\text{A } 1)$$

et calculons l'opérateur $\mathbb{M}(\mathbf{D})$ tel que :

$$\tilde{\sigma} = \mathbb{M}(\mathbf{D}) : \boldsymbol{\sigma} \quad (\text{A } 2)$$

Développons (A 1) :

$$\begin{aligned} \tilde{\sigma} = \mathbf{H} \cdot \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{H} - 1/3tr(\boldsymbol{\sigma})\mathbf{H}^2 + 1/9tr(\boldsymbol{\sigma})tr(\mathbf{H}^2) \boldsymbol{\delta} - 1/3tr(\mathbf{H} \cdot \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{H})\boldsymbol{\delta} \\ + \frac{tr(\boldsymbol{\sigma})}{3(1 - \eta/3tr(\mathbf{D}))} \boldsymbol{\delta} \end{aligned} \quad (\text{A } 3)$$

En combinant (A 1) et (A 3), on trouve finalement :

$$\mathbb{M}(\mathbf{D}) = \mathbf{H} \otimes \mathbf{H} - \frac{1}{3} \left[\mathbf{H}^2 \otimes \boldsymbol{\delta} + \boldsymbol{\delta} \otimes \mathbf{H}^2 - \left(\frac{1}{3}tr(\mathbf{H}^2) + \frac{1}{1 - \eta/3tr(\mathbf{D})} \right) \boldsymbol{\delta} \otimes \boldsymbol{\delta} \right] \quad (\text{A } 4)$$

2. Calcul de l'opérateur $\mathbb{M}^{-1}(\mathbf{D})$

D'après (A 3), la partie isotrope $\tilde{\sigma} = tr(\tilde{\sigma})$ du tenseur de contrainte effective est :

$$\tilde{\sigma} = \frac{\sigma}{1 - \eta/3tr(\mathbf{D})} \quad (\text{A } 5)$$

Décomposant $\mathbf{H} \cdot \mathbf{s} \cdot \mathbf{H}$ en une partie isotrope $\xi \boldsymbol{\delta}$ et une partie déviatoire $\tilde{\mathbf{s}}$, soit :

$$\mathbf{H} \cdot \mathbf{s} \cdot \mathbf{H} = \xi \boldsymbol{\delta} + \tilde{\mathbf{s}} \quad (\text{A } 6)$$

alors :

$$\mathbf{s} = \mathbf{H}^{-1} \cdot \tilde{\mathbf{s}} \cdot \mathbf{H}^{-1} + \tilde{\xi}(\boldsymbol{\delta} - \mathbf{D}) \quad (\text{A } 7)$$

Or, la trace d'un déviateur étant nulle, on en déduit que :

$$\text{tr}(\mathbf{H}^{-1} \cdot \tilde{\mathbf{s}} \cdot \mathbf{H}^{-1}) + \tilde{\xi}(3 - \text{tr}(\mathbf{D})) = 0 \quad (\text{A } 8)$$

A partir de (A 8), on obtient l'expression de $\tilde{\xi}$:

$$\tilde{\xi} = -\frac{\text{tr}(\mathbf{H}^{-1} \cdot \tilde{\mathbf{s}} \cdot \mathbf{H}^{-1})}{3 - \text{tr}(\mathbf{D})} \quad (\text{A } 9)$$

La combinaison de (A 7) et (A 9) amène à :

$$\mathbf{H} \cdot \mathbf{s} \cdot \mathbf{H} = -\frac{\text{tr}(\mathbf{H}^{-1} \cdot \tilde{\mathbf{s}} \cdot \mathbf{H}^{-1})}{3 - \text{tr}(\mathbf{D})} \boldsymbol{\delta} + \tilde{\boldsymbol{\sigma}} - \tilde{\boldsymbol{\sigma}} \boldsymbol{\delta} \quad (\text{A } 10)$$

En développant $\tilde{\mathbf{s}}$ dans (A 10), on obtient finalement :

$$\mathbf{s} = \mathbf{H}^{-1} \cdot \tilde{\boldsymbol{\sigma}} \cdot \mathbf{H}^{-1} - \frac{\text{tr}(\mathbf{H}^{-1} \cdot \tilde{\boldsymbol{\sigma}} \cdot \mathbf{H}^{-1})}{3 - \text{tr}(\mathbf{D})} (\boldsymbol{\delta} - \mathbf{D}) \quad (\text{A } 11)$$

Comme $\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{s} + \boldsymbol{\sigma} \boldsymbol{\delta}$, en s'appuyant sur (A 11) et (A 5), on obtient l'expression du tenseur des contraintes :

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{H}^{-1} \cdot \tilde{\boldsymbol{\sigma}} \cdot \mathbf{H}^{-1} - \frac{\text{tr}(\mathbf{H}^{-1} \cdot \tilde{\boldsymbol{\sigma}} \cdot \mathbf{H}^{-1})}{3 - \text{tr}(\mathbf{D})} (\boldsymbol{\delta} - \mathbf{D}) + (3 - \eta \text{tr}(\mathbf{D})) \tilde{\boldsymbol{\sigma}} \boldsymbol{\delta} \quad (\text{A } 12)$$

Alors :

$$\begin{aligned} \mathbb{M}^{-1}(\mathbf{D}) &= \mathbf{H}^{-1} \overline{\otimes} \mathbf{H}^{-1} - \frac{1}{3 - \text{tr}(\mathbf{D})} (\boldsymbol{\delta} - \mathbf{D}) \otimes (\boldsymbol{\delta} - \mathbf{D}) \\ &+ \left(1 - \frac{\eta \text{tr}(\mathbf{D})}{3}\right) \boldsymbol{\delta} \otimes \boldsymbol{\delta} \end{aligned} \quad (\text{A } 13)$$

ANNEXE B : ANALYSE DU COMPORTEMENT DU REMBLAI SEUL, DE PERMEABILITE FINIE, PENDANT LA PHASE POST-FERMETURE

Dans cette annexe, on se place dans les mêmes conditions que dans le paragraphe III.1.4.4.I. mais en supposant que le remblai a une perméabilité finie. Sans toutefois résoudre complètement le problème, on déduit des équations le comportement global du remblai.

Dans ce cas, les champs hydromécaniques sont hétérogènes. A partir de (II-5) avec $A(t) \neq 0$, on a :

$$\epsilon(r, t) = \frac{b'p(r, t) + A(t)}{K' + 4G'/3} \quad (B 1)$$

En intégrant $\epsilon = 1/r \partial_r(ru(r, t))$ et en tenant compte de la condition à l'origine (CL 12), il vient :

$$u(r, t) = \frac{1}{r} \int_0^r \xi \epsilon(\xi, t) d\xi \quad (B 2)$$

que l'on peut exprimer suivant $p(r, t)$ grâce à (B 1). En particulier, en $r = a$:

$$u_a(t) \equiv u(a, t) = \frac{1}{a} \int_0^a \xi \epsilon(\xi, t) d\xi \quad (B 3)$$

La substitution de (B 1) et (B 2) dans la loi de comportement (III-8) et les conditions initiales ((CI 6) à (CI 9)) du remblai permettent de déduire, après simplification :

$$\sigma_{rr}(a, t) = A(t) - \frac{2G'}{a^2} \int_0^a \xi \epsilon(\xi, t) d\xi \quad (B 4)$$

On exprime $A(t)$ grâce à (B 1) :

$$A(t) = \left\{ \sigma_{rr}(a, t) + \frac{2b'G'}{a^2} \int_0^a \xi p(\xi, t) d\xi \right\} \left(K' + \frac{G'}{3} \right)^{-1} \quad (B 5)$$

et on reprend ensuite (B 4) en tenant compte de (B 3) et de (B 5) :

$$2 \left(K' + \frac{G'}{3} \right) \frac{u_a}{a} = \sigma_{rr}(a, t) + \frac{2b'}{a^2} \int_0^a \xi p(\xi, t) d\xi \quad (B 6)$$

On vérifie que ce résultat est cohérent avec (III-45) lorsque la pression est homogène au sein du remblai, c'est-à-dire : $p(\xi, t) = p(t)$.

Dans le cas présent, la pression est croissante suivant le rayon, car l'eau arrive du massif par un écoulement convergent. On a donc : $p(r, t) < p(a, t)$ à l'intérieur du remblai. De (B 6) on peut en déduire que :

$$2 \left(K' + \frac{G'}{3} \right) \frac{u_a}{a} < \sigma_{rr}(a, t) + b'p(a, t) = \sigma'_{rr}(a, t) \quad (B 7)$$

Ainsi, lorsque la mise en pression du remblai induit une variation égale et opposée de la contrainte totale : $d\sigma_{rr}(a) = -dp(a)$, i.e. $d\sigma'_{rr}(a) = -(1 - b')dp(a) \leq 0$, on a toujours $du_a < 0$, c'est à dire une contraction volumique du remblai, quelque soit la valeur du coefficient de Biot b' .

ANNEXE C : EQUATIONS PRINCIPALES DU MODELE PORO-VISCOPLASTIQUE ENDOMMAGEABLE ANISOTROPE

Hypothèses de partition

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\varepsilon} &= \boldsymbol{\varepsilon}^e + \boldsymbol{\varepsilon}^{vp} \\ \phi - \phi_0 &= \phi^e + \phi^{vp}\end{aligned}$$

Lois d'état

$$\begin{aligned}\mathbb{C}(\mathbf{D}) &= \mathbb{M}^{-1}(\mathbf{D}) : \mathbb{C}_0 : \mathbb{M}^{-1}(\mathbf{D}) \\ \boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{\sigma}_0 &= \mathbb{C}(\mathbf{D}) : \boldsymbol{\varepsilon}^e - p_w \mathbf{B}(\mathbf{D}) + p_{w,0} \mathbf{B}_0 & \mathbf{B}(\mathbf{D}) &= \boldsymbol{\delta} - K_S / 3 \mathbb{C}(\mathbf{D}) : \boldsymbol{\delta} \\ & & \beta(\mathbf{D}) &= (\mathbf{B}(\mathbf{D}) : \boldsymbol{\delta} / 3 - \phi) / K_S \\ & & \mathbb{M}(\mathbf{D}) &= (\boldsymbol{\delta} - \mathbf{D})^{-1/2} \underline{\otimes} (\boldsymbol{\delta} - \mathbf{D})^{-1/2} \\ & & \mathbb{C}_0 &= \lambda_0 \boldsymbol{\delta} \otimes \boldsymbol{\delta} + 2\mu_0 \boldsymbol{\delta} \underline{\otimes} \boldsymbol{\delta} \\ \phi^e &= \mathbf{B}(\mathbf{D}) : \boldsymbol{\varepsilon}^e + p_w \beta(\mathbf{D}) - p_{w,0} \beta_0 & \mathbf{B}_0 &= (1 - K_0 / K_S) \boldsymbol{\delta} \\ & & \beta_0 &= (\mathbf{B}_0 : \boldsymbol{\delta} / 3 - \phi_0) / K_S\end{aligned}$$

Loi d'évolution de l'endommagement induit anisotrope

$$\begin{aligned}f_d(\boldsymbol{\varepsilon}^+; \mathbf{D}) &= \sqrt{\boldsymbol{\varepsilon}^+ : \boldsymbol{\varepsilon}^+} - (r_0 + r_1 \text{tr}(\mathbf{D})) & \boldsymbol{\varepsilon}^+ &= \sum_{K=1}^3 \langle \varepsilon_K \rangle \varepsilon_K e_K \otimes e_K \\ \dot{\mathbf{D}} &= \left(\frac{\boldsymbol{\varepsilon}^+ \otimes \boldsymbol{\varepsilon}^+}{r_1 \text{tr}(\boldsymbol{\varepsilon}^+) \sqrt{\boldsymbol{\varepsilon}^+ : \boldsymbol{\varepsilon}^+}} \right) : \boldsymbol{\varepsilon}^+\end{aligned}$$

Loi d'évolution des déformations et porosité viscoplastiques

$$\begin{aligned}\dot{\phi}^{vp} &= \mathbf{B}(\mathbf{D}) : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{vp} \\ \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{vp} &= \sqrt{\frac{3}{2}} \dot{\gamma}_{vp} \frac{\frac{3}{2} \frac{\tilde{\tilde{\mathbf{s}}}'}{\tilde{q}'} + \frac{\alpha(\boldsymbol{\delta} - \mathbf{D})}{3}}{\left\| \frac{3}{2} \frac{\tilde{\tilde{\mathbf{s}}}'}{\tilde{q}'} + \frac{\alpha(\boldsymbol{\delta} - \mathbf{D})}{3} \right\|} \\ \dot{\gamma}_{vp} &= \sqrt{\frac{2}{3}} \left\langle \frac{\tilde{q}' + \alpha \tilde{\boldsymbol{\sigma}}' - k}{K \gamma_{vp}^{\frac{1}{M}}} \right\rangle^N \left\| \frac{3}{2} \frac{\tilde{\tilde{\mathbf{s}}}'}{\tilde{q}'} + \frac{\alpha(\boldsymbol{\delta} - \mathbf{D})}{3} \right\|\end{aligned}$$

$$\text{avec } \tilde{\boldsymbol{\sigma}}' = (\boldsymbol{\delta} - \mathbf{D})^{-1/2} \cdot (\boldsymbol{\sigma} + p_w \mathbf{B}(\mathbf{D})) \cdot (\boldsymbol{\delta} - \mathbf{D})^{-1/2} \quad \tilde{q}' = \sqrt{\frac{3}{2} \tilde{\mathbf{s}}' : \tilde{\mathbf{s}}'}$$

$$\tilde{\mathbf{s}}' = \tilde{\boldsymbol{\sigma}}' - \frac{1}{3} \text{tr}(\tilde{\boldsymbol{\sigma}}') \quad \tilde{\tilde{\mathbf{s}}}' = (\boldsymbol{\delta} - \mathbf{D})^{-1/2} \cdot \tilde{\mathbf{s}}' \cdot (\boldsymbol{\delta} - \mathbf{D})^{-1/2}$$

ANNEXE D : ETUDE COMPARATIVE DES COMPORTEMENTS ELASTIQUE, POROELASTIQUE, ELASTIQUE ENDOMMAGEABLE ET POROELASTIQUE ENDOMMAGEABLE

Etudions l'effet de l'endommagement modélisé par la loi de comportement poro-viscoplastique endommageable proposée dans le chapitre IV. Pour cela, plusieurs roches au comportement différent seront considérées : poroélastique, poroélastique endommageable, élastique et élastique endommageable. Pour chaque cas, les paramètres hydromécaniques utilisés dans les simulations sont listés dans les Tableau D- 1 à Tableau D- 4.

$$\begin{aligned} E_0 &= 4000 \text{ MPa} ; \nu_0 = 0,3 ; \\ k &= 0 \text{ MPa} ; \alpha = 0 ; K = 640 \text{ MPa} \cdot \text{s}^{1/N} ; N = 25 ; M = 3,17 \cdot 10^{10} \\ r_0 &= 10^{10} ; r_1 = 0,04 \\ \phi_0 &= 0,15 ; b_0 = 1 ; k_{h_0} = 10^{-1} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1} ; \beta_0 = 0 \text{ Pa}^{-1} \end{aligned}$$

Tableau D- 1 Paramètres hydromécaniques de la roche hôte élastique

$$\begin{aligned} E_0 &= 4000 \text{ MPa} ; \nu_0 = 0,3 ; \\ k &= 0 \text{ MPa} ; \alpha = 0 ; K = 640 \text{ MPa} \cdot \text{s}^{1/N} ; N = 25 ; M = 3,17 \cdot 10^{10} \\ r_0 &= 0,0 ; r_1 = 0,04 \text{ ou } 0,025 \\ \phi_0 &= 0,15 ; b_0 = 1 ; k_{h_0} = 10^{-1} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1} ; \beta_0 = 0 \text{ Pa}^{-1} \end{aligned}$$

Tableau D- 2 Paramètres hydromécaniques de la roche hôte élastique endommageable

$$\begin{aligned} E_0 &= 4000 \text{ MPa} ; \nu_0 = 0,3 ; \\ k &= 0 \text{ MPa} ; \alpha = 0 ; K = 640 \text{ MPa} \cdot \text{s}^{1/N} ; N = 25 ; M = 3,17 \cdot 10^{10} \\ r_0 &= 10^{10} ; r_1 = 0,04 \\ \phi_0 &= 0,15 ; b_0 = 1 ; k_{h_0} = 10^{-17} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1} ; \beta_0 = 0 \text{ Pa}^{-1} \end{aligned}$$

Tableau D- 3 Paramètres hydromécaniques de la roche hôte poroélastique

$$\begin{aligned} E_0 &= 4000 \text{ MPa} ; \nu_0 = 0,3 ; \\ k &= 0 \text{ MPa} ; \alpha = 0 ; K = 640 \text{ MPa} \cdot \text{s}^{\frac{1}{N}} ; N = 25 ; M = 3,17 \cdot 10^{10} \\ r_0 &= 0,0 ; r_1 = 0,04 \text{ ou } 0,025 \\ \phi_0 &= 0,15 ; b_0 = 1 ; k_{h_0} = 10^{-17} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1} ; \beta_0 = 0 \text{ Pa}^{-1} \end{aligned}$$

Tableau D- 4 Paramètres hydromécaniques de la roche hôte poroélastique endommageable

Une excavation quasi-instantanée d'une cavité cylindrique dans un massif rocheux est envisagée. Les résultats numériques présentés ici sont obtenus grâce au code de calcul écrit en C++ (cf. paragraphe IV.3).

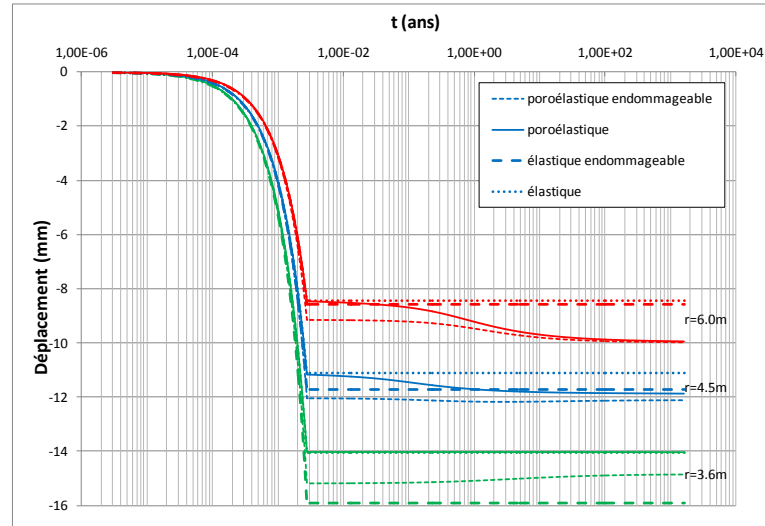


fig D- 1 Evolution temporelle du déplacement radial pour $r = 3,6m, 4,5m, 6,0m$ en considérant une roche hôte élastique, poroélastique, élastique endommageable et poroélastique endommageable ($r_1 = 0,025$)

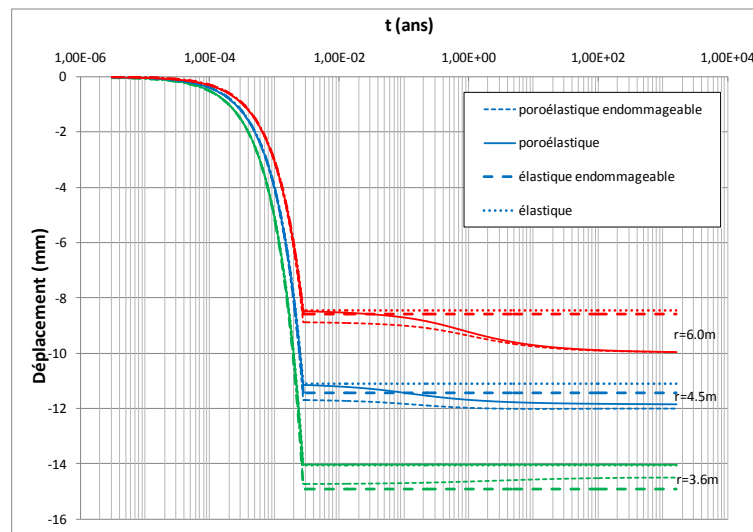


fig D- 2 Evolution temporelle du déplacement radial pour $r = 3,6m, 4,5m, 6,0m$ en considérant une roche hôte élastique, poroélastique, élastique endommageable et poroélastique endommageable ($r_1 = 0,04$)

Les fig D- 1 et fig D- 2 permettent de comparer les évolutions temporelles des déplacements de différents points de la roche poroélastique, (trait continu), poroélastique endommageable (petits pointillés), élastique (points) ou élastique endommageable (gros pointillés). Elles mettent en évidence l'effet du couplage hydromécanique sur le comportement mécanique de la cavité. Pour n'importe

quel point du massif, après une période de convergence significative pendant la phase d'excavation, la roche élastique ou élastique endommageable reste immobile. L'absence d'effet différé et de variation de chargement implique la stationnarité des champs mécaniques. Le déplacement maximal atteint à la fin de l'excavation est d'autant plus grand que l'endommagement a été important pendant l'excavation.

La poursuite de la convergence du massif (excepté en paroi de la cavité) en comportements poroélastique ou poroélastique endommageable, après l'excavation, illustre l'effet de la dissipation des pressions d'eau sur le comportement mécanique de la roche. Après excavation, la paroi d'une roche poroélastique endommageable a tendance à reculer légèrement.

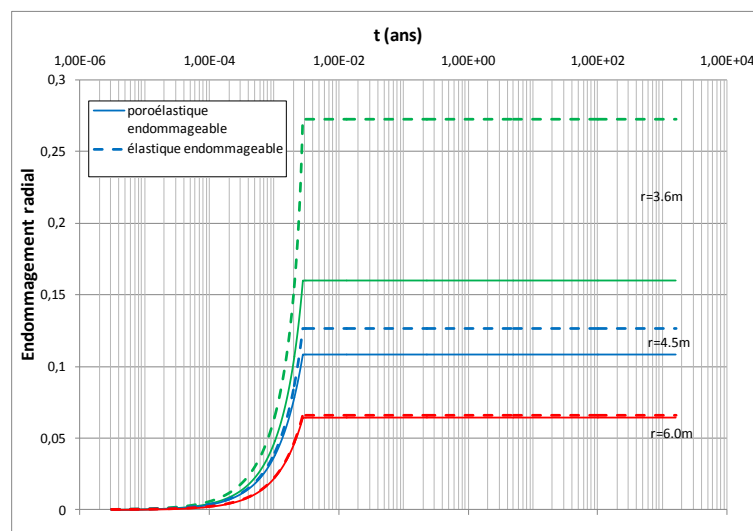


fig D- 3 Evolution temporelle de l'endommagement radial pour $r = 3,6m, 4,5m, 6,0m$ en considérant une roche hôte poroélastique endommageable et une roche élastique endommageable ($r_1 = 0,025$)

En outre, la fig D- 3 présentant l'évolution temporelle de l'endommagement radial en trois points de la roche élastique endommageable ou poroélastique endommageable met en évidence l'effet du couplage hydromécanique sur la valeur de l'endommagement. En effet, proche de la paroi, une roche poroélastique aura tendance à être beaucoup moins endommagée qu'une roche élastique endommageable, les déformations en extension, moteur de l'endommagement étant plus importantes dans une roche élastique endommageable (fig D- 4a). Plus on s'éloigne de la paroi de la cavité, plus cette tendance s'estompe.

Les évolutions temporelles des la déformation radiale en un point donné de la roche ($r = 4,5m$) sont présentées fig D- 4a. Dans ce graphe, on observe bien la différence entre le comportement mécanique d'une roche monophasique d'une

part (gros pointillés) et d'une roche biphasique (petits pointillés) d'autre part. Quel que soit le type de roche, la déformation radiale augmente pendant la phase d'excavation. Elle reste ensuite stable pour une roche monophasique. L'évolution des déformations radiales « positives » étant le moteur de l'endommagement radial, la stabilité de la déformation radiale explique la stabilité de l'endommagement radial après la phase d'excavation (fig D- 3). Après l'excavation, la déformation radiale d'une roche biphasique a tendance à diminuer vers une valeur asymptotique, valeur atteinte lorsque l'équilibre hydromécanique est de nouveau rétabli. Les déformations radiales diminuant, le moteur de l'endommagement, à savoir le taux de déformations positives, est toujours nul et l'endommagement n'évolue plus.

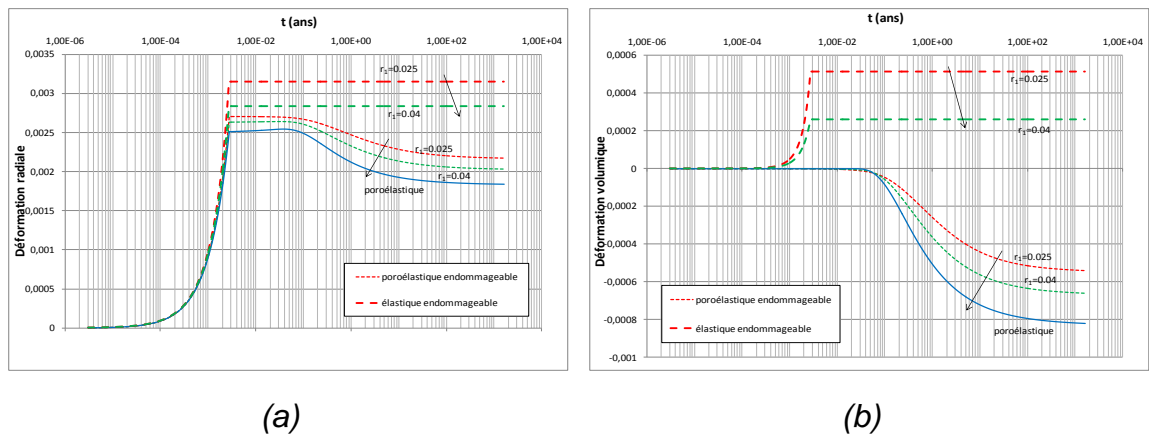


fig D- 4 Evolutions temporelles des déformations radiales (a) et volumiques (b) pour $r = 4,5m$, en considérant une roche hôte élastique endommageable et poroélastique endommageable ($r_1 = 0,025$ ou $r_1 = 0,04$)

La fig D- 4b montre l'évolution temporelle de la déformation volumique pour $r = 4,5m$ en considérant une roche monophasique ou biphasique. Ce graphe permet de dissocier les comportements mécaniques des deux types de roche en un comportement dilatant pour la roche monophasique et contractant pour la roche biphasique. Dans le premier cas, plus l'endommagement est important, plus la déformation volumique est importante. Dans le deuxième cas, plus l'endommagement est important, moins la déformation volumique est importante en valeur absolue.

Les fig D- 5a et b montrent les profils de la contrainte effective (Biot) radiale dans la roche à différents instants (juste après l'excavation et à $t = 3ans$) en considérant un massif poroélastique, poroélastique endommageable et élastique endommageable. Comme nous l'avons déjà mis en évidence dans le chapitre III, dans le cas d'une roche poroélastique, il existe une zone proche de

la paroi de la cavité, juste après l'excavation, dans laquelle la contrainte effective radiale est positive (traction). Cette zone a tendance à disparaître avec le temps (fig D- 5a).

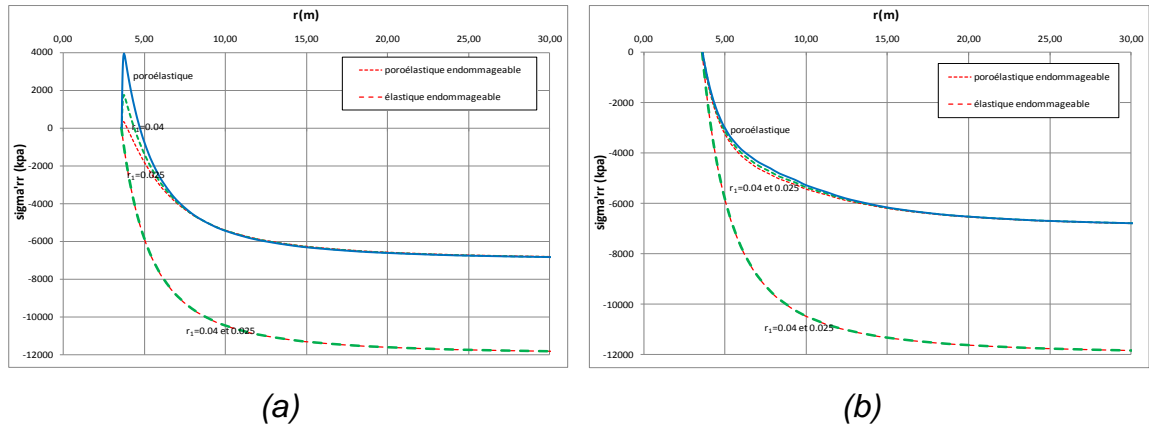


fig D- 5 Profil de la contrainte radiale effective (Biot) à $t = 1$ jour (a) et à $t = 3$ ans (b) en considérant une roche hôte poroélastique, élastique endommageable et poroélastique

La fig D- 5a montre l'existence également de cette zone dans le cas où la roche est poroélastique endommageable. Plus r_1 est petit, moins la valeur du pic observé est importante et plus la zone est rétrécie. En effet, le calcul analytique du chapitre III note l'existence d'une zone comprise entre a et $a/\sqrt{1 - b(D)p_{w0}/\Sigma_0}$, très proche de la paroi du massif, dans laquelle la contrainte radiale effective est en traction (valeur positive). Lorsque r_1 diminue, l'endommagement est plus important. De ce fait la rigidité du milieu poreux diminue et la borne extérieure de la zone $a/\sqrt{1 - b(D)p_{w0}/\Sigma_0}$ tend vers a .

Nous constatons en outre que la contrainte effective radiale tend bien vers $-\Sigma_0 + p_{w0} = -7MPa$ lorsque r devient grand pour une roche poroélastique ou poroélastique endommageable et qu'elle tend bien vers $-\Sigma_0 = -12MPa$ lorsque la roche est élastique endommageable.

Les fig D- 6a et b correspondent aux profils des contraintes effectives (Biot) radiale et orthoradiale à différents instants : $t = 1$ jour, 3ans, 1600 ans en considérant une roche poroélastique endommageable ($r_1 = 0,025$ et $r_0 = 0,000$). Les profils présentent les mêmes caractéristiques que pour un massif poroélastique. Pour r très grand, ils tendent bien vers $\Sigma_0 + p_{w0} = -7MPa$.

Annexe D : Etude comparative des comportements élastique, poroélastique, élastique endommageable et poroélastique endommageable

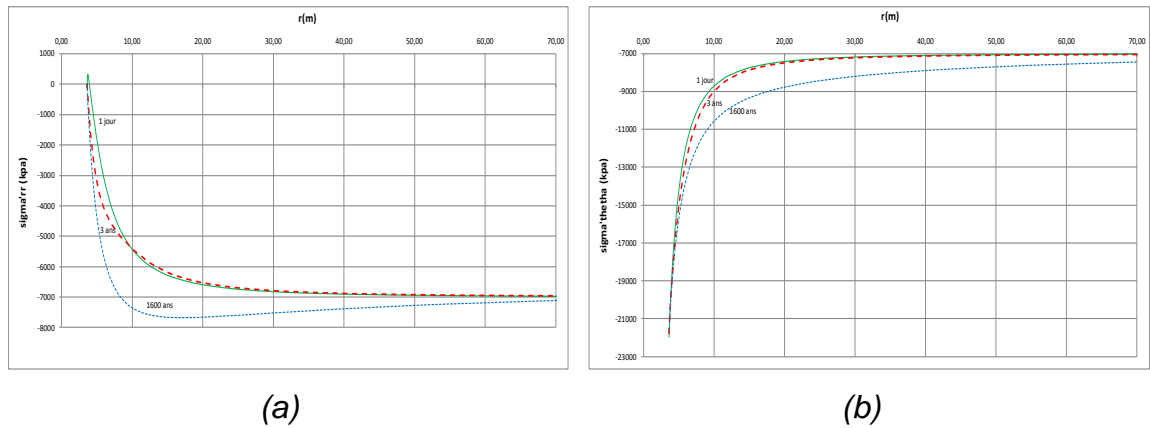


fig D- 6 Profil des contraintes effectives (Biot) radiales (a) et orthoradiales (b) à $t = 1\text{ jour}, 3\text{ ans}, 1600\text{ ans}$ en considérant une roche hôte poroélastique endommageable ($r_1 = 0,025$)

FOLIO ADMINISTRATIF

THESE SOUTENUE DEVANT L'ECOLE NATIONALE DES TRAVAUX PUBLICS DE L'ETAT

NOM : DUFOUR

DATE de SOUTENANCE : 15 mai 2012

Prénoms : Nathalie

TITRE : COMPORTEMENT PORO-VISCOPLASTIQUE ENDOMMAGEABLE DES CAVITES SOUTERRAINES :
APPLIACATION AU STOCKAGE DES DECHETS RADIOACTIFS

NATURE : Doctorat

Numéro d'ordre :

Ecole doctorale : MEGA (Mécanique, Energétique, Génie Civil, Acoustique)

Spécialité : Génie Civil

Cote B.I.U. - /

et bis

CLASSE :

RESUME : Cette thèse a pour objet l'étude du comportement hydromécanique à long terme de galeries de stockage de déchets radioactifs en formation géologique profonde. Une solution quasi-analytique, prenant en compte la totalité du cycle de vie d'une galerie type, de l'excavation à la phase post-fermeture après remblaiement, est présentée dans le cadre de la poroélasticité. Elle constitue une solution de référence utile pour tester la fiabilité de la solution numérique développée ensuite grâce au code de calcul Cast3M. Celle-ci est obtenue en superposant deux modèles rhéologiques sur le même maillage. Ce principe de superposition permet d'étendre la capacité du code de calcul à modéliser des comportements complexes hydromécaniques. Enfin, un nouveau modèle couplant les aspects hydromécaniques, de fluage, d'écrouissage et d'endommagement anisotrope est présenté. Elaboré dans le cadre de la thermodynamique des milieux poreux, il est basé sur le concept « clé » de contrainte doublement effective, combinaison de la contrainte effective de Biot et de la contrainte effective de la Mécanique de l'Endommagement. L'effet de l'endommagement sur les paramètres hydromécaniques est également pris en compte. Ce modèle est intégré à un code de calcul initialement développé au DGCB (Département Génie Civil et Bâtiment). Sa validité est vérifiée en considérant des comportements « limites » (poroélasticité, viscoplasticité monophasique) où des solutions quasi-analytiques sont connues. Des études paramétriques mettent en évidence la cohérence des autres couplages partiels et du modèle complet.

MOTS-CLES : COUPLAGE HYDROMECHANIQUE – ENDOMMAGEMENT – VISCOPLASTICITE – ELEMENTS FINIS –
SOLUTIONS ANALYTIQUES

Laboratoire (s) de recherche : Département Génie Civil et Bâtiment (DGCB) FRE CNRS 3237

Ecole Nationale des Travaux Pubics de l'Etat (ENTPE)

Rue Maurice Audin, 69518 Vaulx-en-Velin Cedex

Directeur de thèse: Henry WONG

Président de jury : Ali LILAM

Composition du jury :

Pierre BEREST, Frédéric DELERUYELLE, Xiang Ling LI, Ali LILAM, Jean-Michel PEREIRA, Jian-Fu SHAO, Henry WONG