HAL
open science

Le couple (contrat didactique, milieu) et les conditions de la rencontre avec le savoir en mathématiques : de l'analyse de séquences ordinaires au développement de situations pour les classes ordinaires & Empirisme et rationalité à l'école élémentaire, vers la preuve au cycle 3

Magali Hersant

To cite this version:

Magali Hersant. Le couple (contrat didactique, milieu) et les conditions de la rencontre avec le savoir en mathématiques : de l'analyse de séquences ordinaires au développement de situations pour les classes ordinaires & Empirisme et rationalité à l'école élémentaire, vers la preuve au cycle 3. Education. Université de Nantes, 2010. tel-01777604

HAL Id: tel-01777604

https://hal.science/tel-01777604

Submitted on 24 Apr 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Université de Nantes
École doctorale *Cognition, Éducation, Interaction*

Note de synthèse pour l'habilitation à diriger des recherches en Sciences de l'Éducation

Le couple (contrat didactique, milieu) et les conditions de la rencontre avec le savoir en mathématiques : de l'analyse de séquences ordinaires au développement de situations pour les classes ordinaires.

Magali HERSANT

soutenue le 13 décembre 2010 devant le jury composé de

Denis BUTLEN, Université de Cergy-Pontoise

Jean-Luc DORIER, Université de Genève

Christian ORANGE, Université de Nantes

Marie-Jeanne PERRIN-GLORIAN, Université d'Artois

Bernard REY, Université Libre de Bruxelles

Gérard SENSEVY, Université de Bretagne Occidentale

Table des matières

1 Introduction **4**

2 Contrat didactique et milieu : deux concepts nécessaires et complémentaires dans la problématique des ingénieries didactiques **8**

3 Développements des concepts de milieu et contrat didactique pour outiller l'étude de situations ordinaires **11**

4 Principaux résultats sur les pratiques obtenus en employant les composantes du contrat didactique, leur structuration et une analyse *a posteriori* conjointe en termes de milieu et contrat didactique **25**

5 Contrat didactique, milieu et conditions de la rencontre avec le savoir, la didactique et la complexité des situations d'enseignement **34**

6 La problématique du développement de situations pour les classes ordinaires comme perspective de recherche **52**

Références **56**

1 Introduction

Cette note de synthèse reprend nos principaux travaux depuis notre thèse [1] et témoigne d'un double mouvement qui a pour coeur les notions de contrat didactique et de milieu : un mouvement de l'étude des pratiques ordinaires [2] où le chercheur n'intervient pas dans le choix de la situation, la préparation et la réalisation de la séance vers le développement de situations didactiques destinées aux classes ordinaires ; un mouvement d'ouverture de la didactique des mathématiques vers les Sciences de Éducation.

Le premier mouvement était en quelque sorte programmé depuis notre travail de thèse puisque nous considérons, comme de nombreux didacticiens des mathématiques, que l'étude des situations ordinaires prend son sens dans une problématique qui vise à comprendre ces pratiques et leurs effets possibles sur les apprentissages des élèves pour être mieux à même de former les enseignants et de faire évoluer ces pratiques. Il est en phase avec l'évolution actuelle de la didactique des mathématiques en France puisque la dernière École d'été de didactique des mathématiques (Août 2009, Clermont-Ferrand) était intitulée « En amont et en aval des ingénieries didactiques ». Le second est, d'une certaine façon, contingent et nécessaire. Il est contingent dans la mesure où l'ouverture de nos travaux vers les Sciences de l'Education est probablement très liée à notre arrivée au CREN en septembre 2003. Nous avons toujours envisagé notre travail dans ce laboratoire comme une richesse permettant à la fois de mieux percevoir les limites de nos recherches et de mieux en cerner l'intérêt pour les faire avancer encore. Dans cette perspective, l'ouverture vers les Sciences de l'Education, et en particulier d'autres didactiques, était nécessaire pour permettre des confrontations entre notre approche et celles de nos collègues, didacticiens d'une autre discipline ou non didacticiens. Ces confrontations se sont notamment réalisées à travers plusieurs recherches : la recherche « Complexité des pratiques enseignantes : expérience, savoir et normes en mathématiques [3] » que nous avons dirigée entre octobre 2003 et février 2009 et qui a permis une ouverture vers des champs non didactiques connexes à la didactique des mathématiques ;

1. Les travaux portant sur l'utilisation de logiciels en classe que nous avons effectués, principalement, avec Cazes, Gueudet et Vandebrouck ne sont pas mentionnés dans cette note de synthèse.

2. Par « pratique ordinaire » nous entendons pratique d'enseignant où le chercheur n'intervient ni au niveau de la conception de la situation, ni au niveau de son déroulement. Dans cette note de synthèse pour désigner les classes où nous observons ces pratiques nous utilisons comme cela se fait souvent en didactique des mathématiques pour des raisons de commodité l'expression « classe ordinaire » qui n'est pas très heureuse. Cette expression peut sembler curieuse : d'une certaine façon cela signifie qu'il y aurait des classes non ordinaires. Cette expression permet de désigner les classes dans leur fonctionnement habituel, par opposition aux fonctionnements associés à des ingénieries didactiques. Nous utilisons aussi pour désigner ces classes l'expression « classes tout venant ». Cette expression peut sembler péjorative, mais nous cherchons pas cette connotation. Nous employons aussi celle de « classes lambda » pour désigner ces mêmes classes.

3. Cette recherche s'inscrivait dans l'axe A du CREN « Analyse plurielle » (responsables M. Altet et I. Vinatier) et regroupait neuf enseignants-chercheurs du CREN et de l'IUFM des Pays de la Loire. Elle a donné lieu à un rapport de recherche (Hersant et Morin, 2009) à paraître aux Presses Universitaires de Bordeaux.

les recherches « Problèmes pour chercher [4] » et « ECCEEmaths [5] » que nous avons dirigées ou co-dirigées et qui ont largement bénéficié de notre acculturation au cadre théorique de la problématisation (Orange, 2001, 2005a,b) à travers notre fréquentation du séminaire du même nom (responsables M. Fabre et C. Orange).

Les concepts de *contrat didactique* et de *milieu* qui occupent une place essentielle dans la théorie des situations didactiques (notée ensuite TSD) (Brousseau, 1998) depuis sa création sont au coeur de nos travaux. Nous les envisageons comme un couple car ces deux notions nous paraissent à la fois indissociables et complémentaires pour l'étude de situations didactiques : l'existence d'un milieu sans contrat didactique est vaine (et réciproquement) ; si les potentialités adidactiques de la situation sont faibles, la responsabilité de l'enseignant est grande (et réciproquement). Nous avons contribué à outiller l'étude des pratiques ordinaires en rendant fonctionnelle la notion de contrat didactique grâce à l'identification de composantes qui le structurent et en proposant une méthodologie d'analyse utilisant conjointement les notions de milieu et de contrat (voir section 3). Ces apports permettent d'étudier et de comprendre, finement, comment – et dans une certaine mesure pourquoi – l'enseignant organise la situation didactique du point de vue du milieu et du contrat didactique pour tenir à la fois son projet d'apprentissage des élèves et son projet d'enseignement (section 4). Ces outils permettent d'étudier l'action de l'enseignant qui organise les conditions contractuelles et mésogénétiques au fil de la séance, face à la contingence de son déroulement, mais connaître ces conditions effectives, éminemment didactiques, ne nous est pas apparu suffisant [6] pour comprendre « complètement » les pratiques des enseignants. Bien évidement, un tel objectif est utopique, mais, en revanche, il nous semble important d'essayer d'identifier ce qui – en amont ou en marge des conditions contractuelles et mésogénétiques que l'enseignant installe – peut contribuer ou freiner la rencontre de l'élève avec le savoir. Puisque le didactique constitue une des dimensions de l'analyse de toute situation d'enseignement et est, vraisemblablement soumis à des contraintes autres – en amont et en marge [7] – nous nous sommes intéressée aux conditions de possibilités de la rencontre des élèves avec le savoir et, principalement, aux conditions de possibilités de la dévolution (section 5). Pourquoi cibler ce processus ? D'abord nous pensons, comme de nombreux didacticiens et en particulier en référence au cadre de la TSD, qu'il est important

4. Cette recherche (septembre 2004 - septembre 2009) correspond à notre mémoire complémentaire (Hersant, 2010a), elle est adossée à un Groupe Recherche Action et inscrite, à partir de 2006, comme un sous-projet de la recherche « Pratiques et mise en textes des savoirs » (INRP, IUFM des Pays de la Loire, IUFM d'Aquitaine, IUFM de Basse Normandie) dirigée par C. Orange.

5. « ECCEmaths » signifie écrire - chercher - communiquer - échanger les mathématiques. C'est une recherche INRP - IREM de Nantes - IUFM que nous avons co-dirigée avec E. Barbin entre septembre 2006 et janvier 2009 puis dirigée depuis. Elle a donné lieu à un rapport intermédiaire publié par l'IREM de Nantes et déposé à l'INRP en octobre 2009. Le rapport final est en cours de rédaction.

6. C'est là que la confrontation avec des points de vue non didactiques ou des points de vue de didacticiens autres que les didacticiens des mathématiques dans les séminaires « analyse plurielle » et « problématisation » du CREN a rendu nécessaire l'ouverture.

7. voir les travaux de Robert et Rogalski (2005) et Butlen *et al.* (2004) par exemple.

dans l'apprentissage des mathématiques. Ensuite, il constitue un points-clé à étudier dans la perspective du développement de situations pour les classes ordinaires dans la mesure où, d'une part, ce processus est soumis à de nombreuses contraintes comme nous le montrons et, d'autre part, de façon concomitante, la dévolution est difficilement réalisée. Dans la perspective du développement de situations pour les classes ordinaires, il s'agit donc de proposer aux enseignants des situations à la fois « robustes » qui permettent la construction de connaissances comme « moyens de prendre une décision, de choisir une action, une formulation, une preuve etc.. » (Brousseau, 2002, p. 6) et adaptées à leur pratique. Dans ce mouvement vers le développement de situations destinées aux classes ordinaires, nous n'oublions pas, même si nous l'avons moins travaillé, le processus d'institutionnalisation.

Les travaux que nous menons depuis notre thèse portent sur l'enseignement-apprentissage des savoirs associés à la résolution de problèmes en mathématiques. Dans notre thèse nous avons choisi de travailler sur l'enseignement de la proportionnalité à la fin du collège. Ce thème mathématique nous paraissait « probant » pour l'étude des interactions didactiques : c'est un apprentissage difficile qui fait une large part aux problèmes et vise l'apprentissage de savoirs parfois difficiles à décontextualiser, ce qui génère de nombreuses interactions didactiques entre l'enseignant et les élèves (Hersant, 2001, p. 11). Depuis 2003 nous travaillons sur l'enseignement-apprentissage des savoirs relatifs à la résolution de problèmes en mathématiques. Ce choix tient à deux raisons, non indépendantes. La première est écologique : nous pensons que ces situations constituent une niche didactique pour l'étude du couple (contrat didactique, milieu) dans la mesure où, là encore, les problèmes ont une place majeure et les savoirs (lorsqu'ils sont identifiés, voir Hersant, 2010a) peuvent être difficiles à institutionnaliser. La seconde est plus liée à l'idée que nous nous faisons du rôle de la didactique. Nous assistons actuellement à une injonction institutionnelle croissante à développer chez les élèves, dès l'école primaire, des « compétences » à résoudre des problèmes couplée avec des « constats » de faibles performances des élèves français en matière de résolution de problèmes mathématiques à l'issue de la scolarité obligatoire (études PISA, remarques de collègues des Facultés des Sciences). Or, ni les savoirs en jeu, ni les connaissances effectives des élèves, ni les possibilités de la construction de ces connaissances ne semblent interrogés. Il appartient aux didacticiens des mathématiques de s'atteler à l'étude de ces questions et, s'ils le jugent nécessaire, de permettre d'étayer l'action de l'enseignant dans ces situations. Notre mémoire complémentaire (Hersant, 2010a) rend compte du début d'ingénierie didactique que nous avons effectuée dans ce sens à propos de l'entrée dans la rationalité mathématique au cycle 3. Cette étude qui est nourrie de certains résultats de nos travaux antérieurs et qui, par ailleurs, a alimenté cette note de synthèse marque notre évolution de l'étude des pratiques ordinaires vers le développement de situations pour les classes ordinaires [8]. Elle constitue aussi dans le champ de la didactique des mathématiques

8. Cela ne signifie pas que nous cesserons désormais de nous intéresser aux pratiques ordinaires mais plutôt que nous travaillerons dans une dialectique de l'étude des pratiques ordinaires et d'ingénierie de développement. On pourrait d'ailleurs considérer que cette dialectique est incluse dans la signification de

une étude singulière puisqu'il s'agit non pas d'une ingénierie didactique de « première génération » mais d'une « ingénierie de seconde génération » au sens de Perrin-Glorian (2011), c'est-à-dire qui vise le développement de situations dont pourront s'emparer des enseignants *lambda*. Dans la dernière partie de cette note de synthèse (section 6) nous revenons sur les aspects méthodologiques de ce travail et ce qui reste à faire pour le compléter.

Pour clore cette introduction, il nous faut expliquer le choix de l'expression « rencontre des élèves avec le savoir » qui peut paraître curieuse. Une des raisons qui nous a amenée à employer le terme « rencontre » relève de la prudence. Si à partir de l'étude d'une situation ordinaire – y compris à une échelle de durée assez longue – nous pouvons sans trop d'erreur déterminer qu'à un moment les élèves sont bien en contact avec la connaissance visée (ne serait-ce que parce qu'il est évident qu'ils l'utilisent), il nous est plus difficile, y compris avec des recueils de travaux d'élèves, de statuer sur les apprentissages des élèves qui doivent s'entendre de notre point de vue avec une stabilité temporelle. L'autre raison de ce choix est que nous adoptons le plus souvent le point de vue de l'enseignant avec l'objectif de comprendre sa pratique, ce qui nous conduit à envisager l'action de l'enseignant comme orientée, en grande partie, vers la mise en contact, d'une façon ou d'une autre, de l'élève avec la connaissance ou le savoir. Avec ces précisions, la dévolution et l'institutionnalisation constituent deux formes de rencontre distinctes avec le savoir : la dévolution correspond à une rencontre avec le savoir sous la forme de connaissance et l'institutionnalisation correspond à une rencontre avec le savoir.

Le plan de cette note de synthèse a été annoncé en partie. Précisions donc simplement que nous débutons par des rappels à propos de contrat didactique et milieu pour permettre de dégager notre contribution à l'évolution du concept de contrat didactique et la portée de l'utilisation conjointe des outils milieu et contrat didactique pour l'analyse de séquences ordinaires que nous avons introduite (Hersant, 2001; Perrin-Glorian et Hersant, 2003; Hersant, 2004; Hersant et Perrin-Glorian, 2005).

l'expression « ingénierie de développement ».

2 Contrat didactique et milieu : deux concepts nécessaires et complémentaires dans la problématique des ingénieries didactiques

Émergeant à la fin des années 1970[9] d'une dialectique d'observation des pratiques enseignantes et d'ingénierie didactique Schubauer-Leoni et Dolz (2004); Bessot (2011)[10], ces deux concepts sont plutôt employés pour l'élaboration d'ingénieries didactiques jusque dans les années 1990, moment où débutent les recherches sur les pratiques des enseignants dans les situations ordinaires[11] après que l'enseignant ait été « mis entre parenthèses » (avant 1980) puis qu'il ait « résisté » au développement de recherches expérimentales (de 1980 à 1989) (Perrin-Glorian et Margolinas, 1997). Initialement, dans la TSD, les deux concepts sont associés de façon complémentaire à la situation didactique et à certaines nécessités du modèle.

2.1 Deux nécessités

En référence à une hypothèse d'apprentissage par adaptation, la situation didactique comporte une situation adidactique, c'est-à-dire une situation mathématique apparemment « dénuée d'intention didactique » dans laquelle le maître n'intervient pas au niveau des connaissances et des savoirs. Dans cette situation adidactique, un système antagoniste de l'élève est nécessaire : c'est le *milieu* (Brousseau, 1986, 1990) qui doit, d'une part, fournir

9. Le concept de contrat didactique est issu de l'étude du « cas de Gaël » qui est un élève en échec électif en mathématiques, comme l'indique Brousseau (**?**) : « L'expérience a été effectuée en 1977. Elle a fourni le matériau de base de toute une partie de la théorie des situations. De nombreuses questions soulevées par cette expérience ont conduit à la création de nombreux concepts. ». D'après Perrin-Glorian (**?**, p. 129), le terme de « milieu » apparaît dès les premiers textes de Brousseau « comme tout ce avec quoi l'élève interagit », y compris l'enseignant. C'est en 1977 (aussi) qu'un milieu sans maître est envisagé, en plus d'un milieu avec le maître, pour les situations d'action. Il ne devient le système antagoniste de l'élève qu'en 1982.

10. Bessot (2011, p. 3) indique : « Dans la théorie des situations, il n'y a pas de séparation entre théorie, observation et pratique mais au contraire constante dialectique. Il n'y a pas d'un côté une théorie et de l'autre son application. L'observation des pratiques dans les ingénieries didactiques a même la primauté sur la théorie, au sens où certains résultats des ingénieries didactiques apparaissent comme des candidats à être des concepts théoriques : ils doivent alors être investis dans des situations pour être mis à l'épreuve. Ce qui est important ce n'est pas la théorie mais le souci théorique, la démarche théorique. »

11. Perrin-Glorian écrit (1998, p. 12) : « Les recherches visant à étudier les pratiques des enseignants se sont développées depuis quelques années, en même temps qu'augmentait l'implication des didacticiens dans la formation initiale des maîtres au sein des IUFM. On ne peut pas dire que le rôle de l'enseignant n'était pas présent dans les préoccupations des chercheurs auparavant. [...] Mais les recherches utilisaient surtout alors une méthode d'ingénierie didactique, c'est-à-dire que l'attention était focalisée sur la construction de situations a-didactiques et éventuellement leur transmission, sur la manière d'obtenir des élèves un rapport au savoir satisfaisant, c'est-à-dire le plus conforme possible au savoir savant. »

des rétroactions interprétables par l'élève et, d'autre part, permettre la reconnaissance dans la réponse de l'élève de la connaissance visée (Perrin-Glorian et Hersant, 2003, p. 219) :

> le sujet de la situation adidactique peut être vu comme un système de connaissances qui agit sur un milieu antagoniste ; le milieu réagit aux actions du sujet par des rétroactions que le sujet interprète avec ses connaissances.

La nécessité du sous-système milieu découle aussi [12] d'une caractéristique de toute situation didactique, inhérente à la finalité de l'enseignement : son extinction est programmée dès le début de la relation didactique puisque l'enseignement vise à permettre à l'élève d'utiliser ses connaissances dans des situations non didactiques.

Par ailleurs, la situation didactique comporte un *contrat didactique* (voir figure 1) dans lequel est « plongée » la situation adidactique. Ce contrat « va déterminer explicitement pour une petite part, mais surtout implicitement, ce que chaque partenaire va avoir à charge de gérer et dont il sera, d'une manière ou d'une autre, comptable devant l'autre » (Brousseau, 1998, p. 61). Ce (faux) contrat [13] est spécifique de la connaissance mathématique en jeu et règle ainsi les attentes réciproques de l'enseignant et des élèves à son propos.

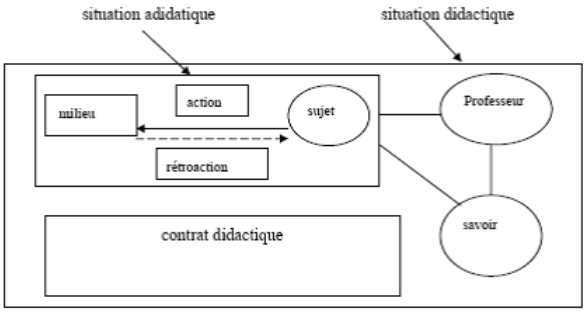

FIGURE 1 – Situation didactique

Le contrat didactique est une nécessité puisque le modèle prévoit une interaction exclusive de l'élève avec le milieu de la situation adidactique au sein d'un projet social d'enseignement où le professeur a le devoir de faire réussir l'élève (Brousseau, 1990, p. 325) :

12. Ce « aussi » n'est pas destiné à indiquer que cette nécessité est seconde pour nous. Au contraire, elle apparaît presque plus nécessaire dans la mesure où il s'agit là d'une contrainte intrinsèque au système éducatif et non d'un choix parmi des possibles.

13. Il s'agit plus d'un contrat social au sens de Rousseau que d'un contrat *stricto sensu* ainsi que le souligne Brousseau (?, p. 33) : « Aucun contrat didactique entre l'enseignant et l'enseigné n'est possible. Comme nous le faisions remarquer plus haut, les clauses, où la spécificité du savoir à enseigner interviendrait, ne peuvent être l'objet d'un accord entre les deux protagonistes car seule l'aventure de l'acquisition du savoir permet d'en connaître le sens et les conditions. Elles ne sont même pas explicitables. Il n'y a pas non plus de clauses de rupture ni de sanctions. »

> Le maître veut que l'élève ne tienne la réponse que de lui-même, mais en même temps il veut, il a le devoir social de vouloir, que l'élève donne la bonne réponse. Il doit donc communiquer ce savoir sans avoir à le dévoiler, ce qui est incompatible avec une relation contractuelle.

Toutefois, dans ce système, l'existence d'un contrat didactique ne suffit pas à permettre l'interaction de l'élève avec le milieu de la situation adidactique : le maître doit intervenir pour faire en sorte que les élèves interagissent avec le milieu de la situation adidactique choisie, c'est le processus de dévolution [14], le jeu du maître sur le système élève - milieu pour opérer le transfert de responsabilité à l'élève. De la même façon, l'existence d'une situation adidactique n'est pas suffisante pour permettre des apprentissages. L'enseignant doit faire en sorte que les connaissances que l'élève a déployées pour résoudre le problème soient identifiées comme des outils adaptés pour résoudre ultérieurement d'autres problèmes, c'est le processus d'institutionnalisation qui correspond à une autre hypothèse d'apprentissage de la TSD : l'acculturation.

Le contrat didactique – ou plutôt le jeu sur le contrat didactique et la succession de contrats didactiques – est pour le professeur un moyen de gérer ces deux processus : d'une part, la négociation d'un transfert de responsabilité à l'élève le place dans la situation adidactique et constitue la dévolution ; d'autre part, le changement de statut de la connaissance au cours de l'enseignement (depuis la connaissance comme outil implicite pour résoudre le problème à la connaissance objet de savoir (Douady, 1987) en quelque sorte) correspond à des modifications des attentes de l'enseignant envers les élèves et implique ces modifications du contrat didactique.

2.2 Une complémentarité entre milieu et contrat didactique

Ainsi, dès l'origine de la TSD, milieu et contrat didactique jouent des rôles complémentaires du point de vue de la situation adidactique : l'existence d'un contrat didactique permet l'interaction de l'élève avec le milieu dans la situation adidactique, *via* le processus de dévolution ; l'extinction prévue du système d'enseignement, et donc du contrat didactique, est une clause du contrat didactique qui rend nécessaire l'existence d'un milieu. Ces deux concepts sont étroitement liés aux processus de dévolution et d'institutionnalisation qui peuvent, eux mêmes, être considérés inverses l'un de l'autre (Bessot, 2003, p. 23).

14. La dévolution est l'acte par lequel l'enseignant fait accepter à l'élève la responsabilité d'une situation d'apprentissage (adidactique) ou d'un problème et accepte lui-même les conséquences de ce transfert (Brousseau, 1990, p. 325).

3 Développements des concepts de milieu et contrat didactique pour outiller l'étude de situations ordinaires

L'étude de situations ordinaires (au sens défini page 4) et des pratiques associées des enseignants rend nécessaire l'évolution des concepts de la TSD puisqu'ils doivent alors devenir des outils adaptés à la résolution de « nouveaux » problèmes. En effet, même si ces concepts ont été élaborés initialement dans une dialectique d'observation de classes et de modélisation, il faut noter, comme le remarque Mercier, qu' « en proposant une ingénierie d'aide à l'enseignement en échange de l'observation, le didacticien avait pris à sa charge une part de la responsabilité d'enseigner du professeur » , « les comportements enseignants observés sont alors des « ratés » : les « effets de contrat » en sont alors une description suffisante. » (Mercier, 1998, p. 292 et 295). En particulier, les concepts fondamentaux de milieu et de contrat didactique construits pour répondre à certaines nécessités liées aux hypothèses d'apprentissage adoptées par la TSD apparaissent comme des outils potentiels mais sont, dans une certaine mesure, « décalés » : il n'y a aucune raison que les enseignants « ordinaires » fassent les mêmes hypothèses d'apprentissage que la TSD et l'élaboration d'ingénieries didactiques ne peut correspondre au travail ordinaire, quotidien, des enseignants. Ainsi, les situations étudiées comportent probablement un milieu moins « robuste » que les ingénieries didactiques, on peut s'attendre à des actions de l'enseignant pour compenser ses insuffisances. Il faut adapter les outils pour étudier ces phénomènes et leur dynamique.

L'évolution du concept de milieu s'effectue assez tôt, sous l'impulsion de Margolinas qui propose à la suite de Brousseau une structuration du milieu (Margolinas, 1995) à l'origine de premiers résultats. Dans cette perspective, le milieu n'est pas seulement envisagé dans sa dimension antagoniste : c'est l'ensemble « des objets (physiques, culturels, sociaux, humains) avec lesquels le sujet interagit dans une situation » (Brousseau, 2002, p. 2). *C'est en ce sens que nous utiliserons désormais ce terme.* La structuration du milieu didactique de l'élève modélise alors les différents situations et projets dans lesquels s'inscrit l'activité de l'élève et leur emboîtement signifie que chacune de ces situations sert de milieu à la suivante.

Le développement fonctionnel de la notion de contrat didactique que nous avons proposé dans notre thèse (Hersant, 2001) est plus tardif, peut-être parce que les didacticiens ont pris l'habitude de s'intéresser plus aux ruptures de contrat didactique qu'à la gestion « continue » du contrat par l'enseignant. Il repose sur l'identification de composantes qui structurent ce contrat et permet d'analyser des situations où le milieu est très pauvre, ce qui est difficile avec la structuration du milieu. Ces précisions rendent possible l'utilisation conjointe des notions de milieu et contrat didactique pour l'analyse de l'action de l'enseignant, d'un niveau de granularité de l'ordre de la séquence d'enseignement au niveau fin de son jeu subtile et continu sur le couple (milieu, contrat didactique). Les premiers travaux sur les pratiques

ordinaires ne permettent pas de rendre compte de cela, entre autres, car ils envisagent le contrat didactique sous certaines *facettes* et non comme une structure. Précisons cela avant de présenter notre contribution théorique et méthodologique à l'analyse de situations ordinaires avec les outils de la situation didactique.

3.1 Remarque préalable à propos du contrat didactique : facettes du contrat didactique

La définition proposée par Brousseau en 1986 permet d'envisager le contrat didactique comme un ensemble de clauses, plus ou moins explicites, relatives au savoir en jeu – ou plutôt aux rapports au savoir en jeu du professeur et des élèves – et au partage de responsabilités entre l'enseignant et les élèves [15].

Les propositions « pour résoudre un problème de mathématiques il faut utiliser toutes les nombres de l'énoncé et faire des opérations avec » ou « un problème de mathématiques est toujours possible » ou encore « en géométrie, on prouve par un raisonnement et non en mesurant sur la figure » correspondent à des clauses du contrat didactique relatif à un certain savoir, pour certains élèves, à certains niveaux d'enseignement. Ce sont des connaissances (correctes ou erronées) sur la situation didactique associée à un savoir et donc des connaissances mathématiques ou sur le fonctionnement du savoir mathématique.

« Quand le professeur pose une question, c'est aux élèves d'y répondre », « ce qui est écrit dans le cours c'est ce qui tombera au contrôle » ou encore « si le professeur voit qu'on ne trouve pas, il donnera la réponse, inutile de se fatiguer » sont d'autres clauses possibles du contrat didactique. Ces connaissances qui concernent exclusivement le fonctionnement des situations didactiques sont des clauses du contrat dans la mesure où elles définissent la répartition de responsabilités entre le professeur et les élèves par rapport au savoir et permettent d'organiser tacitement les rôles du professeur et des élèves dans la classe.

Ces deux types de clauses sont associées préférentiellement (et respectivement) à l'aspect « connaissances mathématiques » et à l'aspect « répartition des responsabilités par rapport au savoir » du contrat didactique, elles sont ainsi respectivement spécifiques et génériques du point de vue du savoir. Ces deux aspects du contrat didactique ne sont pas exclusifs l'un de l'autre mais, pour une clause donnée, ils n'ont pas le même poids et ne fournissent pas non plus les mêmes indications sur la situation didactique. Ainsi, si le contrat didactique qui « vit », à un moment donné, dans une classes est caractérisé par ces deux aspects à la fois, l'attention peut-être préférentiellement portée sur l'un des types de clauses seulement. Nous

15. Pour illustrer notre propos, nous explicitons des clauses possibles de ce contrat mais, dans l'enseignement, ces clauses ne sont que rarement explicitées et il n'est pas toujours souhaitable qu'elles le soient. Lorsqu'elles le sont, c'est d'ailleurs le plus souvent à l'occasion de rupture de contrat.

utilisons le mot « facette » pour indiquer le point de vue choisi : la *facette épistémologique* du contrat didactique correspond aux connaissances (correctes ou erronées) mathématiques ou sur le fonctionnement du savoir mathématique ; la *facette contractuelle* du contrat didactique correspond aux connaissances sur le fonctionnement d'une situation didactique. Nous avons choisi cette désignation pour exprimer le fait de considérer une partie de l'entité « contrat didactique » sans pour autant décliner une organisation de ces facettes entre-elles ou avec d'autres.

Cette distinction ne tient pas compte de la temporalité du contrat didactique qui est pourtant importante [16], nous reviendrons sur cette question dans le paragraphe 3.3.

3.2 Milieu, structuration du milieu et facettes du contrat didactique

3.2.1 Structuration du milieu et facette épistémologique de contrat didactique

Margolinas, Comiti et Grenier (Comiti *et al.*, 1995; Comiti et Grenier, 1996) développent les premières analyses de situations ordinaires en utilisant l'outil milieu (Brousseau, 1990; Margolinas, 1995). Leur méthodologie consiste à confronter l'analyse *a priori* de la situation reconstruite (avec la structuration du milieu) et l'analyse *a posteriori* de cette situation. Elles modélisent les connaissances du professeur et des élèves pour la situation à l'aide de la structuration du milieu et interprètent certains écarts entre le déroulement prévu et le déroulement réalisé comme des phénomènes de « résonance de l'intervention d'un élève sur le projet du professeur » et de « dédoublement de situations » pour l'élève [17] (Comiti *et al.*, 1995).

Dans ses travaux ultérieurs Margolinas associera à la structuration du milieu la facette épistémologique du contrat didactique pour analyser les situations de classes ordinaires du point de vue de l'élève et du point de vue de l'enseignant. Du point de vue de l'élève

16. En effet, certaines clauses ont une durée de vie plus grande que les autres. Par exemple, la clause épistémologique « en géométrie on ne mesure pas un angle pour montrer que deux droites sont perpendiculaires » est valable pour toute la durée de la scolarité à partir de la moitié du collège, tandis qu'une clause du type « quand le professeur indique qu'on fait le calcul à la machine, cela veut dire qu'il faut calculer directement le prix après augmentation sans calculer le prix de l'augmentation » est valable provisoirement dans une classe où les élèves sont en cours d'apprentissage du savoir « lorsqu'un produit subit une augmentation de x% son prix est multiplié par (100+x)/100 ».

17. La résonance (Comiti *et al.*, 1995, p. 109) caractérise une perturbation du projet du professeur créée par l'intervention d'un élève. Certaines interventions d'élèves ont une résonance forte avec le projet du professeur. Il les relève immédiatement et cela conduit à des écarts par rapport au déroulement prévu, d'autres sont ignorées. Le dédoublement de situation (Comiti *et al.*, 1995, p. 110) caractérise un écart entre la situation dans laquelle le professeur pense et voudrait que les élèves évoluent et la situation dans laquelle un nombre non négligeable d'élèves évoluent réellement.

il s'agit de distinguer parmi les connaissances qu'il mobilise [18] pour résoudre le problème celles qui relèvent de la connaissance visée de celles qui relèvent du contrat didactique [19] (Margolinas, 1999), cela permet de mettre en évidence des phénomènes que les enseignants peuvent ignorer (Margolinas, 1999, p. 8). Du point de vue du professeur, à travers l'analyse de l'action de l'enseignant au niveau du processus de dévolution elle montre que le jeu sur le contrat didactique « permet aux professeures de faire la dévolution de la situation adidactique qu'elles ont choisie, sans donner d'élément sur sa solution » (Margolinas, 2004, p. 113).

3.2.2 Milieu de la situation adidactique reconstruite et facette contractuelle du contrat didactique

En 1995 [20], Brousseau (1997; 1996) apporte des précisions sur la *facette contractuelle* du contrat didactique (voir page 12). Il distingue et caractérise, dans le cadre général de la transmission de connaissances entre deux systèmes, différents types de contrats en prenant comme critère principal le partage de responsabilités entre les systèmes. A l'intérieur de chacun de ces types de contrat, Brousseau distingue des stratégies didactiques qu'il nomme aussi « contrat » bien qu'ils se situent à un niveau différent du découpage de la réalité. L'explicitation de la facette contractuelle du contrat didactique sous la forme de stratégies didactiques de l'enseignant va impulser l'emploi de ce concept pour l'analyse de séances ordinaires en association avec l'outil milieu.

Comiti & Grenier choisissent en effet alors un angle d'attaque nouveau et complémentaire par rapport à leur travail antérieur : elles travaillent à « l'identification de stratégies modélisant les prises de décisions de l'enseignant en situation de classe, à partir des régulations produites pour maintenir possible la relation didactique, lors des perturbations du fonctionnement du système. »(Comiti et Grenier, 1997, p. 83). Postulant que les écarts entre le projet initial du professeur et sa réalisation proviennent des insuffisances du milieu de la situation choisie par l'enseignant, elles cherchent à interpréter certaines interventions comme des « palliatifs aux insuffisances du milieu » qui changent les règles du jeu ou apportent des

18. L'emploi de ce terme est ici à la fois anachronique et « hors cadre » puisque la notion de « mobilisation de connaissance » a été introduite plus tardivement par A. Robert mais il est pratique.

19. Ces dernières conduisent soit à des réponses correctes pour des raisons qui ne garantissent pas l'apprentissage du point de vue de la TSD, soit à des réponses non correctes du fait du respect d'une clause du contrat didactique qui complique la résolution du problème ou du fait de l'ignorance d'une clause essentielle du contrat didactique. Un des exemples que développe Margolinas (1999) se situe au début de l'apprentissage de l'algèbre : certains élèves ignorent par exemple qu'il faut utiliser les lettres présentes sur le schéma pour écrire la formule et produisent une réponse « juste inattendue », d'autres savent qu'il faut utiliser la formule trouvée pour effectuer les calculs demandés et font des erreurs car la formule est compliquée alors qu'un mesurage sur la figure permettait de conclure rapidement.

20. Lors de la 8ème école d'été de didactique des mathématiques.

informations sur la situation (Comiti et Grenier, 1996, p. 58). Leur méthodologie consiste à reconstruire une situation adidactique sur la base du projet du professeur et du déroulement de la situation (sans recourir à la structuration du milieu), et à anticiper les difficultés que risque de rencontrer l'enseignant au cours de la gestion de la situation, notamment du point de vue des contrats didactiques qu'il souhaite instaurer. A partir de là, elles définissent des observables relatifs à la construction de la connaissance par les élèves et aux perturbations et régulations de la situation didactique qu'elles étudient particulièrement. Leurs travaux permettent de renseigner les pratiques ordinaires au niveau des types de contrat locaux employés et des changements de contrat local qu'effectue l'enseignant pour maintenir la relation didactique [21].

3.3 Composantes et structuration du contrat didactique, utilisation conjointe des outils milieu et contrat didactique pour l'analyse des situations ordinaires

Le développement de la structuration du contrat didactique est motivé par une particularité importante des situations ordinaires : pour certaines séquences, « l'enseignant est le seul garant des procédés utilisés par les élèves » (Perrin-Glorian et Hersant, 2003, p. 226, voir volume des publications), lui seul peut (et doit) réagir aux actions des élèves car il n'y a pas de milieu (de référence) organisé pour cela, il n'est alors pas possible de reconstruire une situation qui présente des *potentialités adidactiques*. C'est le cas par exemple pour la situation suivante que nous avons observée et étudiée au cours de notre thèse (Hersant, 2001; Perrin-Glorian et Hersant, 2003, p. 229).

3.3.1 Un exemple de situation dénuée de potentialité adidactique

La situation se déroule en classe de 4ème d'un collège français (élèves de 14 ans) et correspond à la première rencontre avec le savoir « calculer par une multiplication un prix final dans le cas d'un pourcentage d'augmentation ou de réduction ». Le professeur a donné à faire à la maison l'exercice ci-dessous extrait du livre :

21. Elles caractérisent les contrats locaux de production collective et d'adhésion de la façon suivante ?, p. 89. [Dans le contrat de production collective] L'enseignant conduit les élèves à une formulation acceptable, tout en contrôlant, au travers de l'évolution des formulations proposées, le sens attribué par les élèves à la racine carrée. La situation peut comporter des situations a-didactiques, mais l'essentiel reste sous le contrôle de l'enseignant.

Les règles implicites de ce contrat [d'adhésion] peuvent être décrites comme suit :
- si aucun élève n'exprime publiquement son désaccord, l'enseignant fait avancer le temps didactique (...)
- une justification donnée par un élève est considérée comme validant une proposition si aucun autre élève ne la conteste.

1/ L'abonnement à une revue coûte 940 F [22]. On propose une réduction de 15%. Calculer le prix réduit.
2/ La TVA est une taxe à la valeur ajoutée au prix d'une marchandise. Le taux de TVA étant 20,6%, quel est le prix T.T.C. d'une marchandise qui coûte 1250 F hors taxe ?

Il se propose d'aborder la connaissance nouvelle lors de la correction et procède de la façon suivante. Avant la correction, il organise une phase de rappel sur les pourcentages au cours de laquelle il aménage un milieu qui rend disponible aux élèves tous les éléments nécessaires pour produire la réponse attendue. D'abord, en institutionnalisant le fait qu'il faut toujours se ramener à 100, le fait qu'un pourcentage s'applique toujours à quelque chose (des masses ou des prix pour les exemples choisis) il met de façon presque transparente le coefficient dans le milieu de la situation [23] en introduisant une formulation du type : « si on a une réduction de 20%, sur 100F, on enlève 20F, on paie 80 F ». Ensuite, pour expliciter la proportionnalité entre prix initial et prix final, le professeur fait trouver, en utilisant la linéarité, les prix réduits respectivement pour 10 F, 20 F, 40 F, 400 F, 500 F, 940 F ce qui lui permet de créer un milieu pour justifier la proportionnalité entre prix initial et prix final, à condition de calculer le prix final à partir de la réduction et du prix initial et de constater ensuite qu'on a bien les relations attendues. Ce faisant, il met dans le milieu une assertion qui ramène la connaissance nécessaire pour trouver le coefficient à une connaissance ancienne, trouver le coefficient correspondant à l'application d'un pourcentage. De plus, il sollicite la valeur unitaire par analogie. Ainsi, quand le professeur pose la question qui pourrait correspondre à la connaissance nouvelle visée : « comment trouver vite le prix final à la calculatrice ? », tout a été dit et les élèves n'ont plus qu'à répondre « multiplier par 0,85 ».

Ici, le professeur organise la situation de telle façon que les élèves fonctionnent au mieux avec leurs connaissances anciennes, c'est-à-dire comme sujets agissant (au niveau de E-2 dans la structuration du milieu de Margolinas (1995)) et pas du tout au niveau du sujet apprenant (niveau E-1). Ainsi, le milieu construit par le professeur est tel que les élèves n'ont plus à utiliser que des connaissances très élémentaires pour interpréter ses rétroactions : la réponse attendue est déjà dans le milieu ou presque, on ne peut pas identifier de milieu de référence. Dans ce cas, nous disons que la situation n'a pas de potentialité adidactique. Le professeur a mis dans le milieu tous les éléments nécessaires pour obtenir la réponse attendue. Il n'y a plus de problème. Nous ne reconstruisons pas de situation adidactique dans ce cas.

Ces situations correspondent à une réalité importante à étudier. Pour les comprendre et les comparer aux situations ordinaires qui comportent des potentialités adidactiques il est nécessaire de les analyser avec les mêmes outils. Pour ce faire, nous avons identifié différentes composantes qui structurent le contrat didactique et une méthodologie d'analyse basée sur

22. Le « F » signifie « francs » monnaie en vigueur en France à l'époque.
23. à condition d'admettre la proportionnalité entre le prix initial et le prix final et de savoir traduire l'application d'un pourcentage simple par une multiplication par un décimal

une analyse *a priori* de la situation adidactique reconstruite (lorsque cela est possible) et une analyse *a posteriori* en termes de contrat didactique ***et*** de milieu.

3.3.2 Composantes et structuration du contrat didactique

La structuration du contrat didactique que nous avons développée au cours de notre thèse (Hersant, 2001; Perrin-Glorian et Hersant, 2003) correspond à une précision dans la veine des développements proposés par Brousseau en 1995 pour « rendre compte des interactions entre le niveau local des actions du professeur et des élèves [...] et le niveau plus global de l'acquisition d'un certain savoir » (Perrin-Glorian et Hersant, 2003, p. 238). Ce développement qui s'inscrit dans le prolongement des travaux de Comiti et Grenier répond à un besoin d'outiller l'étude des situations ordinaires en tenant compte à la fois de la pratique, au sens large, du professeur (c'est-à-dire y compris au niveau de la situation qu'il a choisie) et de l'activité de l'élève. Il vise à embrasser l'ensemble des situations ordinaires et, en particulier, les cas suivants qui nous semblent caractéristiques de ces situations :

- la situation proposée par l'enseignant présente des potentialités adidactiques mais lors de la situation d'enseignement, le professeur ne les exploite pas ;
- la situation proposée par l'enseignant ne présente pas de potentialités adidactiques.

La structuration du contrat didactique repose sur l'identification et l'organisation de composantes du contrat didactique – en complément du partage de responsabilités entre le professeur et les élèves – sur lesquelles l'enseignant (ou éventuellement les élèves) peut (resp. peuvent) agir. Il ne s'agit pas de décliner des points de vue à partir de ces composantes, comme nous l'avons fait pour les facettes, mais de combiner ces dimensions entre-elles, en tenant compte de leur temporalité respective, pour décrire les contrats didactiques qui se succèdent dans une situation et la dynamique associée.

Nous avons distingué quatre composantes du contrat didactique : le domaine mathématique du savoir ; son statut didactique ; les caractéristiques mésogénétiques de la situation didactique en cours, c'est-à-dire ses caractéristiques en termes de milieu (potentiel) ; la répartition entre le professeur et les élèves des responsabilités relatives au savoir. Ces composantes ne sont pas indépendantes. Ainsi le partage des responsabilités relatives au savoir sera en général lié au statut didactique du savoir et aux caractéristiques de la situation didactique, voire à celles du domaine mathématique en jeu.

Le *domaine mathématique* (arithmétique, algèbre...) renvoie à la facette épistémologique du contrat didactique. Nous le considérons comme une des composantes du contrat parce que situer un problème dans un certain domaine rend disponibles certaines techniques alors que d'autres seront, de fait, rendues improbables. C'est un des éléments sur lequel l'enseignant peut jouer, un peu comme il peut faire des changements de cadres (Douady, 1987). Ainsi, cette composante agit à un niveau relativement global (contrat arithmétique, algébrique

ou géométrique par exemple) mais peut intervenir aussi localement dans les changements de cadres. Le *statut didactique du savoir* correspond au degré de familiarité du savoir en jeu pour les élèves[24], c'est évidemment la composante sur laquelle, l'enseignant et l'élève agissent le plus, puisque d'une certaine façon le statut didactique du savoir est perpétuellement en définition. Nous distinguons dans cette continuité entre deux extrêmes – un savoir entièrement nouveau et un savoir ancien qui n'est en principe plus enjeu d'apprentissage – trois états pour le savoir en cours d'apprentissage : le savoir nouveau après une première rencontre, le savoir en cours d'institutionnalisation et le savoir institutionnalisé à consolider. Le *partage de responsabilités* entre le professeur et les élèves caractérise ce qui est laissé à la charge de chacun d'eux du point de vue du savoir. Là encore un nombre important de cas pourrait être considéré entre une responsabilité laissée entièrement à la charge de l'enseignant et une responsabilité laissée entièrement à la charge de chacun des élèves de la classe qui correspondrait à une dévolution « totale ». Pour rendre compte au plus près de la part de responsabilité qui est laissée à chaque élève, nous considérons que la responsabilité dont se sent investit chacun des élèves de la classe varie selon que l'enseignant met en place un travail individuel ou de groupe où il n'intervient pas ou que l'activité est commune à la classe, comme par exemple lors des phases de résolution ou de corrections d'exercices en groupe classe où certains élèves peuvent de ne pas se sentir concernés. Même s'il est toujours difficile de déterminer le degré d'adidacticité réelle de la situation dans laquelle se place l'élève comme le remarque Margolinas[25], il nous semble que cette distinction entre responsabilité individuelle des élèves et responsabilité collective est essentielle.

La composante statut didactique du savoir est liée à celle du partage de responsabilités entre le professeur et les élèves[26], mais elle en est distincte puisque, notamment dans le cas d'un savoir nouveau, l'enseignant peut laisser une grande part de responsabilité aux élèves face au savoir lorsqu'un milieu permet des rétroactions suffisantes ou, au contraire dans les mêmes conditions, garder toute la responsabilité pour valider les propositions ou les essais. Nous lions ici le partage de responsabilités entre le professeur et les élèves et le statut du savoir aux caractéristiques mésogénétiques de la situation déterminées à partir des potentialités adidactiques de la situation initialement choisie par l'enseignant. Ces caractéristiques constituent une composante du contrat didactique à part entière parce que la situation peut disposer d'un milieu suffisant pour que les élèves puissent exercer

24. Nous retrouvons ici des distinctions voisines de celles faites par Brousseau et Centeno (1991) ou par Douady (1987) dans les phases de la dialectique outil - objet ou par Chevallard (1999) dans les moments didactiques.

25. Margolinas (2004, p. 30) souligne la difficulté de savoir s'il y a ou pas dévolution, elle écrit : « Ce n'est pas ce que le professeur dit ou ne dit pas qui permet de savoir quelle est la nature de la phase observée, et son adidacticité. Si l'analyse de la situation montre qu'un milieu pour la validation est présent, c'est dans la façon dont l'élève interprète le travail du professeur que l'on peut inférer dans quel contrat il se place. On retrouve ici une autre face de la participation des élèves à l'enseignement : le processus de dévolution ne se réalise que si l'élève en devient le personnage principal : « laisse moi, je travaille... ».

26. puisqu'en général l'enseignant laissera plus de responsabilité aux élèves dans le cas d'un savoir ancien

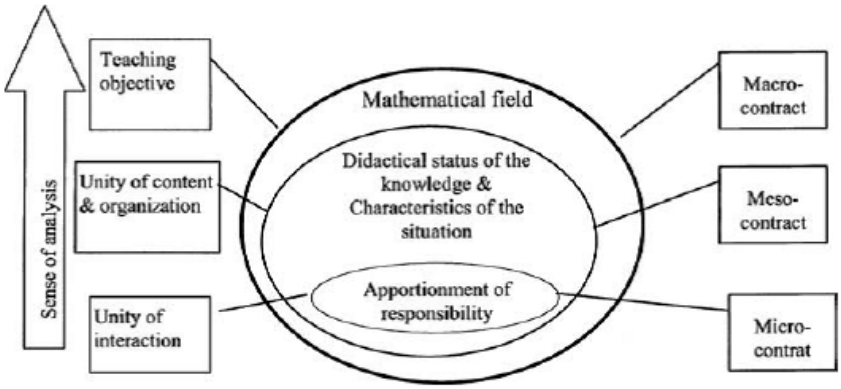

FIGURE 2 – Structuration du contrat didactique

leur part de responsabilité face au savoir sans que l'enseignant ne la leur laisse, et aussi parce que les élèves peuvent eux-mêmes reconnaître des attentes différentes de l'enseignant selon le type de la situation qui leur est proposée. Cette dernière composante du contrat didactique est étroitement liée à l'épistémologie de l'enseignant, « à savoir sa conception sur la nature des mathématiques, sa conception de l'enseignement et sa conception de l'apprentissage » (Artigue, 1990), mais elle ne lui correspond pas exactement ; la gestion effective de la répartition des responsabilités entre le professeur et les élèves renseigne aussi cet aspect de la pratique de l'enseignant.

La nature globale du contrat est déduite de l'analyse de ces composantes à un niveau local, en tenant compte l'échelle de temps à laquelle ils sont stables. Pour faciliter la « remontée » d'un niveau local vers un niveau plus global, nous avons proposé une structuration du contrat didactique en trois niveaux qui correspondent à des échelles de durée et d'enjeux didactiques différentes. Le macrocontrat se situe au moins à l'échelle d'un objectif d'enseignement et est déterminé par le domaine mathématique. Le méso-contrat didactique est au niveau de la réalisation d'une activité (par exemple de la résolution d'un exercice) et est associé à une combinaison du statut didactique du savoir en jeu et des caractéristiques de la situation. Le microcontrat est à l'échelle d'un épisode, c'est-à-dire une unité de contenu mathématique (par exemple question précise d'un exercice) *et* une unité d'activité du professeur et des élèves (par exemple travail individuel ou collectif) ; il correspond au partage de responsabilité entre le professeur et les élèves par rapport au savoir.

Ainsi, comme l'illustre la figure 2 extraite de Hersant et Perrin-Glorian (2005), pour une séquence donnée on peut déterminer successivement les composantes du contrat didactique au niveau de granularité adéquat, repérer des régularités et alors analyser la pratique de l'enseignant, quelles que soient les caractéristiques mésogénétiques de la situation qu'il a choisie et en tenant compte de la façon dont il exploite ou pas ces potentialités.

Les travaux menés au cours de notre thèse et ultérieurement nous ont permis de répertorier différents méso et micro contrats didactiques, nous ne les détaillons pas ici et renvoyons pour cela aux travaux présentés dans le volume de publications, en particulier Perrin-Glorian et Hersant (2003, p. 276 où figure un glossaire des micro-contrats) et Hersant (2009a) où un autre type de micro-contrat est caractérisé. Avec le recul, il nous semble en effet que ce qui est essentiel dans cette structuration du contrat didactique ce n'est pas tant de répertorier, *a priori* ou à partir d'analyses, les méso et macro contrats didactiques – bien que cela soit important pour envisager les cas, situer l'action du professeur par rapport à d'autres possibles et comparer des pratiques – mais la distinction des composantes du contrat didactique car ce sont les éléments premiers qui, dans tous les cas, permettent de reconstruire les différents niveaux du contrat didactique. L'emploi de ces composantes du contrat didactique par Pierce *et al.* (2010) pour étudier les modifications au niveau du contrat didactique que provoque l'utilisation d'un logiciel dans l'enseignement montre bien que l'essentiel réside dans l'identification de ces composantes et de leurs rapports. Nous verrons de plus dans la section 4 de cette note de synthèse que ce sont surtout les composantes « caractéristiques de la situation » et « répartition de responsabilités » que nous avons utilisées dans notre travail pour renseigner le champ de la didactique sur les pratiques des enseignants. Ces résultats sont obtenus par l'usage d'une méthodologie d'analyse qui permet de lier, dans l'analyse *a posteriori,* l'action de l'enseignant à la fois à la répartition des responsabilités et au milieu de la situation.

3.4 Une méthodologie d'analyse qui lie analyse a priori et analyse a posteriori utilisant conjointement milieu et contrat didactique

Les travaux de Comiti et Grenier montrent une utilisation des concepts de milieu et contrat didactique pour l'étude de la pratique des enseignants sans que, pour autant, ces deux notions soient employées conjointement pour caractériser au niveau de l'analyse *a posteriori* la pratique de l'enseignant : les deux outils interviennent à des niveaux différents (et disjoints) de l'analyse. L'outil milieu est utilisé pour reconstruire – après coup mais sans prendre en compte la contingence du déroulement – la situation sur laquelle mener une analyse *a priori* ; les propriétés du milieu de la situation adidactique reconstruite sont exploitées pour conduire l'analyse mais elles ne sont pas envisagées comme une caractéristique possible des situations généralement choisies par l'enseignant. L'outil contrat didactique permet de décrire les changements de répartition de responsabilité qu'utilise l'enseignant pour gérer et

maintenir la relation didactique et pallier aux insuffisances du milieu mais les modifications du milieu de la situation ne sont pas vraiment analysées. Or, nous pensons que – et c'est le sens de notre travail depuis la thèse et le sens de cette note de synthèse – dans le cadre de la TSD qui envisage l'action de l'enseignant comme une négociation constante pour permettre des apprentissages des élèves et maintenir la relation didactique, l'action didactique de l'enseignant consiste essentiellement en un jeu sur le milieu de la situation et la répartition des responsabilités pour la production et la validation de connaissances entre lui et les élèves. Dit autrement, nous pensons que le professeur dispose essentiellement de deux « leviers » – dépendants l'un de l'autre – pour maintenir la relation didactique et permettre l'avancée des savoirs dans la classe : la répartition des responsabilités par rapport au savoir ou [27] le milieu de la situation. Rappelons qu'ici la notion de milieu doit s'entendre dans une acceptation plus large que celle de milieu pour une situation adidactique, essentiellement antagoniste ; il peut s'agir à la fois du milieu cognitif ou de la partie matérielle de la situation au sens de Perrin-Glorian (1999, 294-295), dans sa dimension antagoniste ou alliée [28]. Cette hypothèse, établie dès notre travail de thèse, a motivé le développement de la structuration du contrat didactique et d'une méthodologie d'analyse des situations ordinaires utilisant conjointement les notions de milieu et contrat didactique afin d'identifier, pour toute situation ordinaire, d'une part, ce qui est à la charge de l'élève et les occasions d'apprentissages qui lui sont laissées et, d'autre part, de rendre compte des aides apportées par le professeur pour étayer l'utilisation par l'élève de ses connaissances anciennes et la construction de connaissances nouvelles. Cette position rejoint, rétroactivement, celle de Sensevy lorsqu'il écrit (2007, p. 26) que « d'une manière très générale, on pourra ainsi considérer toute transaction didactique selon la description du contrat didactique et du milieu (au double sens de contexte cognitif et de milieu antagoniste) au sein desquels elle s'insère. »

La trame de la méthodologie d'analyse des pratiques que nous avons développée pour cela est la suivante. Nous ne revenons pas ici sur la méthodologie de recueil et de « traitement » des données. Le traitement des données, leur apprêt, est pourtant loin d'être transparent comme nous l'avons montré (Hersant et Vannier, 2009). Des variations en fonction de la question de recherche sont possibles à certains moments, nous les indiquerons.

27. non exclusif

28. Selon Fregona (1995), citée par Margolinas dans son cours de la 11è École d'été de didactique des mathématiques (Margolinas, 2002, p. 148), le caractère antagoniste du milieu est lié à l'existence d'une « interaction effective ». « L'interaction que nous appelons effective est celle qui ne dépend pas entièrement de l'acteur. Il reçoit des sanctions non prévues de sa part. Le contrôle de ses actions est assumé, en partie par le système extérieur ». En contraste elle caractérise donc le milieu allié : « En revanche si le professeur cherche à organiser un milieu allié où l'acteur agit sous des contraintes qui essaient de lui faire éviter des confrontations, alors nous sommes en présence d'interactions de type fictif. »

3.4.1 Reconstruction de la situation didactique et analyse a priori de cette situation

Les données recueillies (enregistrement audio ou vidéo des séances de classes, entretiens brefs avec l'enseignant avant chaque début de séance pour connaître ses objectifs, productions d'élèves), nous permettent d'identifier l'objectif d'apprentissage réellement poursuivi au cours de la situation observée et donc de déterminer l'apprentissage visé. Ensuite, en référence à cet objectif, nous étudions la situation à l'aide des questions suivantes : quelles sont les connaissances nécessaires pour comprendre les questions posées ? Parmi les questions posées, y'en a-t-il une qui nécessite la connaissance visée dans le sens où elle permet une réponse plus économique, plus précise, plus adéquate... ? Quelles sont les réponses possibles à cette question ? Quelles connaissances nécessitent t-elles ?

Lorsqu'aucune question ne nécessite le recours à la connaissance visée, compte-tenu des connaissances que l'on prête aux élèves, comme c'est le cas dans l'exercice initial[29] de l'exemple développé en 3.3.1, on examine les questions posées avec la même grille.

Remarquons que les deux premières questions permettent de définir ce que nous avons appelé dans la recherche « Problèmes pour chercher » (Hersant, 2010a) la propriété *de contraignance*[30] du milieu, c'est-à-dire sa capacité à contraindre l'élève à produire la connaissance visée ; nous reviendrons sur cette caractéristique du milieu d'une situation dans la suite de cette note de synthèse, notamment à propos de la construction de situations didactiques (page 43).

S'il est impossible d'identifier une situation d'apprentissage, soit parce que le milieu n'est pas suffisamment contraignant, soit parce que l'on peut au mieux identifier une interaction de l'élève avec la situation objective (niveau E-2), nous ne reconstruisons pas de situation adidactique. Dans le cas inverse, nous effectuons une analyse *a priori* de la situation reconstruite (pour un exemple de telle situation voir, par exemple, Perrin-Glorian et Hersant (2003); Hersant (2004, p. 227-228)) qui vise, d'une part, à déterminer les potentialités adidactiques de la situation (rendre compte des possibilités d'apprentissage d'un savoir que porte une situation et des rétroactions possibles du milieu suivant les connaissances des élèves, des insuffisances éventuelles du milieu ou des connaissances des élèves), et, d'autre part, à anticiper les interventions nécessaires du professeur dans certains cas. Cette analyse est menée en référence à un enjeu de savoir assez « gros ».

29. Dans l'exercice du livre, rien ne contraint les élèves à employer un coefficient de proportionnalité entre le prix initial et le prix final pour calculer les valeurs demandées. C'est d'ailleurs pour cela que l'enseignant organise une nouvelle situation didactique à partir de l'énoncé initial.

30. Ce terme n'est pas très joli, nous en convenons.

3.4.2 Analyse a posteriori en termes de milieu et de contrat didactique

Cette analyse vise à comprendre ce qui se joue au niveau du savoir, entre les contraintes du professeur (maintenir la relation didactique et faire avancer le temps didactique) et les apprentissages des élèves en analysant le jeu de l'enseignant sur le couple (milieu, contrat didactique). Elle est menée à partir de la transcription du déroulement de la séance ou de la séquence, de son découpage en épisodes et phases et, quelquefois, des productions des élèves.

Une première étape consiste à identifier les micro-contrats pour chacun des épisodes. Plusieurs cas peuvent se présenter en fonction de la question de recherche. On peut choisir d'étudier l'intégralité d'une séquence ou d'une séance d'enseignement pour, par exemple, rechercher des régularités dans l'action de l'enseignant à l'échelle des séquences longues d'enseignement comme nous nous le faisons dans (Hersant, 2001, 2004) ou étudier comment des enseignants gèrent un processus de dévolution ou d'institutionnalisation comme dans (Hersant, 2009a). On peut aussi choisir de s'intéresser plutôt à certains épisodes ou phases qui ont été anticipés comme « critiques[31] » lors de l'analyse *a priori* (par exemple pour comparer la façon des enseignants différents gèrent des situations initialement « identiques ») ou qui correspondent à des écarts entre le projet initial du professeur et sa réalisation (pour comprendre le pourquoi de ces écarts non anticipés par le chercheur). Ensuite, quel que soit le projet, il s'agit de relier, d'une part, les types de micro-contrats avec le savoir en jeu et, d'autre part, les types de régulations au niveau du micro-contrats avec les événements – en termes de savoirs – qui les génèrent. Cela permet de dégager un régime « normal » de répartition des responsabilités entre le professeur et les élèves en référence au savoir, et compte-tenu des caractéristiques méso-génétiques de la situation, et un régime de régulation en contexte.

Parallèlement à cette étude, nous identifions les actions de l'enseignant, directes ou *via* la participation convoquée de certains élèves, qui visent à étayer l'utilisation par l'élève de ses connaissances anciennes et la construction de connaissances nouvelles. Nous interprétons ces actions comme des aménagements du milieu de la situation car elles contribuent à modifier les connaissances disponibles pour les élèves en favorisant leur mobilisation par les élèves ou en les mettant directement à disposition. Plusieurs modalités sont possibles pour l'enseignant et les modalités d'action choisies par un enseignant, dans des conditions données, constituent pour nous un aspect caractéristique de sa pratique. Certaines de ces actions s'effectuent en référence au contrat didactique : par des appels à certaines clauses du contrat didactique, l'enseignant va provoquer la mobilisation de savoirs anciens ou permettre l'utilisation de la connaissance en cours d'apprentissage. Ainsi, l'enseignant peut indiquer « vous utilisez votre calculatrice » ou « on n'est plus en 5ème » (clauses épistémologique du contrat) pour indiquer aux élèves qu'il attend d'eux qu'ils calculent le prix

31. Nous ne reprenons pas ici ce mot exactement dans le sens de Roditi (2005) mais dans le sens commun.

après augmentation en utilisant le coefficient de proportionnalité entre le prix initial et le prix final, sans passer par le prix de l'augmentation. D'autres actions constituent des consolidations plus directes du milieu initial de la situation. Par exemple, l'enseignant peut introduire dans le milieu de la situation une connaissance – supposée connue des élèves et indispensable pour la production et la validation de la connaissance visée mais qui s'avère non disponible pour beaucoup d'élèves – en la formulant ou en la faisant formuler par un élève. De la même façon, par son organisation du tableau il peut rendre plus disponibles certaines connaissances. Perrin-Glorian et Hersant (2003), Hersant (2004), Hersant (2010a, chapitre 4) fournissent des exemples de ce jeu de l'enseignant sur le milieu et le contrat didactique de la situation.

La mise en relation des éléments issus de ces analyses permet de décrire, comprendre et caractériser la façon dont l'enseignant « tient » les différentes contraintes et contingences de la situation, notamment du point de vue des caractéristiques mésogénétiques de la situation qu'il met en place, de ce qu'il essaie d'installer comme micro-contrat selon les types de situation (situation d'action et de validation notamment), de la façon dont il joue préférentiellement sur le milieu ou le micro-contrat didactique pour réguler la situation didactique en fonction du type de situation et de l'enjeu de l'épisode du point de vue de son projet. Les résultats obtenus avec ce type d'analyse (voir la section 4) illustrent la façon dont nous avons, dans différentes recherches, utilisé ces précisions sur le contrat didactique et cette méthodologie pour renseigner le domaine sur les pratiques ordinaires des enseignants.

Il faut souligner une difficulté de ce type d'analyse – ou de la communication de ce type d'analyse – en particulier lorsqu'il s'agit d'analyser l'intégralité d'une séance ou d'une séquence : si nous pouvons toujours résumer dans un tableau la succession des micro-contrat instaurés dans la classe pour chaque épisode en référence à l'objet de l'interaction didactique (voir par exemple Hersant, 2009a) pour identifier aisément les modifications de micro-contrats et les resituer dans leur contexte pour les comprendre et les expliquer, il n'est pas si simple de mettre en évidence l'évolution du milieu de la situation au décours de la séance et l'écueil est de « raconter » l'histoire de la façon dont l'enseignant procède. Dans notre thèse, nous avons proposé d'analyser certaines interactions jugées importantes en précisant pour chacune les interlocuteurs, l'objet de l'interaction, le but des interlocuteurs, la fonction didactique de l'interaction dans le déroulement de la séance, sa modalité de réalisation et son résultat ; cette analyse n'est pas satisfaisante car elle est « lourde » et ne permet pas vraiment de montrer la dynamique du jeu sur le milieu et les relations entre les différents éléments du milieu qui peuvent être activées par l'enseignant. La présentation sous la forme d'espaces de contraintes (Orange, 2001) comme ceux que nous utilisons dans notre mémoire complémentaire (Hersant, 2010a) permettrait peut-être de représenter ces relations, c'est une piste à explorer pour cela.

4 Principaux résultats sur les pratiques obtenus en employant les composantes du contrat didactique, leur structuration et une analyse *a posteriori* conjointe en termes de milieu et contrat didactique

Il s'agit maintenant de montrer en quoi l'identification de composantes du contrat didactique et leur structuration ainsi que la méthodologie d'analyse que nous avons développée permettent de produire des connaissances sur les situations ordinaires qui intéressent la didactique des mathématiques, et plus largement les Sciences de l'Éducation, parce qu'elles contribuent à comprendre comment « fonctionne » l'enseignement ordinaire de mathématiques et les apprentissages des élèves.

Même à partir d'études qui s'effectuent sur une durée relativement longue, à l'échelle de l'enseignement d'un chapitre, comme celles que nous avons effectuées dans notre thèse [32], il n'est pas si sûr que l'on réussisse à modéliser les pratiques des enseignants dans les situations ordinaires, c'est-à-dire à en dégager des caractéristiques qui permettent de prévoir ce que va faire l'enseignant dans une situation donnée. En effet, il nous semble que l'épistémologie de l'enseignant et son rapport au savoir mathématique en jeu peuvent modifier les caractéristiques de ces choix de situations et sa gestion des régulations. Ainsi, potentiellement ces outils sont adéquats pour établir les éléments qui permettraient de modéliser de ce point de vue les pratiques des enseignants mais cela demande des observations longues des plusieurs enseignants et chacun sur des domaines mathématiques suffisamment variés pour garantir une exploration exhaustive des rapports au savoirs de l'enseignant ; c'est un travail considérable. Par ailleurs, il est tout à fait possible que la pratique d'un enseignant s'adapte au niveau des élèves d'une classe donnée (voir à ce sujet Perrin-Glorian, 1999; Chappet-Pariès *et al.*, 2008). Néanmoins, il est possible avec ces outils de caractériser (de façon qualitative) des types de pratiques d'enseignement des mathématiques, ou certains aspects de ces pratiques, et d'envisager leur effet sur l'activité et les apprentissages des élèves. Et, nous il semble que, finalement, ce sont ces caractéristiques qui sont essentielles pour les ingénieries de développement.

4.1 La caractérisation d'une pratique, la correction-cours dialogué et l'étude de questions associées

Un des premiers résultats obtenus (Hersant, 2001, 2004) en utilisant ces outils est la caractérisation d'une pratique d'enseignement répandue au secondaire que nous avons nommée

32. Nous avons, à l'époque, observé pendant deux années deux enseignantes sur tout leur enseignement de la proportionnalité en 4ème, soit 14 séances de 45 minutes pour l'une et 8 séances pour l'autre.

dans notre thèse « cours dialogué » puis, pour être plus précises (avec Perrin - Glorian) « interactive synthetis discussion » que nous traduisons par correction-cours dialogué (Hersant et Perrin-Glorian, 2005).

4.1.1 Le problème choisi et la dévolution

Dans cette pratique l'enseignant s'appuie sur un problème pour réaliser son objectif ; il le choisit tel qu'il ne demande pas l'utilisation du savoir visé mais peut facilement être complété par des questions qui le nécessitent. A partir de ce problème introductif, l'enseignant organise dans la classe un travail en petits groupes sur l'énoncé initial (mobilisation de connaissances anciennes pour les élèves) suivi d'une discussion collective des solutions proposés par les élèves. Au cours de cette discussion, il y a une synthèse des solutions obtenues dans la classe en utilisant les savoirs anciens puis l'enseignant prolonge oralement le problème initial par des questions dont la résolution nécessite le savoir en jeu. Au niveau de cette phase, l'action du professeur est caractéristique à deux endroits. D'une part, l'enseignant accorde de l'intérêt à la plupart des interventions des élèves, y compris lorsque cela le conduit à faire des digressions. Cela distingue cette pratique de l'ostension déguisée que Salin (1999, p. 343-344) caractérise de la façon suivante : « l'enseignant, désireux de s'appuyer sur les connaissances antérieures des élèves, propose les exercices avant la présentation du savoir, et [...] il traite les réponses d'une certaine façon : il effectue un tri, parmi elles, pour valoriser celles qui conduisent assez rapidement au savoir visé sans prendre réellement en compte les autres » . D'autre part, lorsqu'il s'appuie sur certains élèves pour faire avancer le savoir dans la classe, l'enseignant laisse le plus souvent au reste de la classe une part importante de responsabilité dans la validation des productions, il instaure préférentiellement – il cherche autant que possible à instaurer – un micro-contrat d'adhésion. Ainsi, le savoir nouveau est introduit comme réponse à un problème mais cette pratique ne correspond pas à une transmission du savoir par des situations. En effet, il n'y a pas de réelle dévolution d'un problème associé à la construction d'un savoir nouveau aux élèves puisque la responsabilité de la production des connaissances et de leur évaluation n'est laissée aux élèves qu'à de rares moments, le professeur privilégiant une résolution collective et guidée du problème, s'appuyant sur quelques élèves de la classe. Dans la suite de la séquence, l'enseignant laisse aux élèves une responsabilité importante dans la résolution d'autres problèmes requérant l'utilisation du savoir nouveau.

4.1.2 L'institutionnalisation

Par ailleurs, le cours synthèse interactif est aussi caractérisé par une institutionnalisation très diluée tout au long de l'enseignement et effectuée uniquement au moment de la correc-

tion d'exercices (Hersant, 2004, p. 137 en particulier) : il n'y a pas de moment d'institutionnalisation formelle et de décontexualisation, comme on peut l'observer lorsqu'un enseignant fait une « leçon » et comme on pourrait l'observer dans une pratique d'ostension déguisée. En particulier, le travail de mise en texte du savoir nouveau est quasi-absent : même si l'enseignant indique à l'oral les éléments importants, il n'indique pas aux élèves quoi noter sur leur cahier (en particulier pas de formulation du savoir).

4.1.3 Spécificités au niveau du méso-contrat didactique

La correction-cours dialogué présente des spécificités par rapport à la structuration du contrat didactique. En effet, dans un enseignement par transmission directe aussi bien que dans un enseignement par des situations, il y a une certaine stabilité du couple (statut didactique du savoir, partage de responsabilités entre le professeur et les élèves) au niveau de la phase. Par exemple dans le cas de la transmission par des situations, on trouvera un savoir nouveau associé à une responsabilité laissée à l'élève pour une phase de recherche, alors que dans un enseignement par transmission directe on aura l'association savoir nouveau – responsabilité du côté du professeur et celle responsabilité laissée à l'élève – savoir déjà institutionnalisé. Pour chacun de ces types d'enseignement, on n'a donc pas la même association des composantes au niveau des méso- et micro-contrats mais on peut identifier une certaine stabilité du couple de composantes au cours d'une phase, même si on peut trouver ici ou là quelques inversions de responsabilité entre le professeur et l'élève. En revanche, dans le cours dialogué, on observe une grande instabilité de l'association de ces variables, avec, en particulier des changements fréquents de répartition des responsabilités entre le professeur et les élèves. Par ailleurs, le savoir y a pendant une longue période un statut intermédiaire de savoir en cours d'institutionnalisation. Ces particularités amènent à considérer la correction-cours dialogué comme un type d'enseignement, au même titre que la transmission directe ou la transmission par des situations. C'est un type d'enseignement qui se caractérise par une transformation des connaissances des élèves et dans lequel il y a une certaine incertitude du côté du professeur puisque si les élèves ne coopèrent pas au déroulement du projet, le projet ne peut se réaliser. Cependant cette incertitude est moins grande que dans un mode d'enseignement que l'on pourrait qualifier de « constructiviste » où la construction du savoir reste sous l'entière responsabilité des élèves. Sa gestion requiert des régulations au niveau du système élève-milieu et un contrôle fréquent de l'avancée des connaissances des élèves qui se fait au moyen de nombreuses interactions. Enfin, dans ce type d'enseignement les connaissances intermédiaires ont une place, contrairement à ce qui peut se passer, par exemple, dans le cas de la transmission directe du savoir.

4.1.4 Quelques éléments sur l'origine possible de cette pratique et ses effets sur les élèves

La caractérisation de cette pratique constitue un résultat intermédiaire dans la perspective du développement de situations didactiques pour les classes ordinaires. En effet, il semble utile de comprendre les pratiques des enseignants – y compris leur genèse – et leur effet sur les apprentissages des élèves pour être mieux à même de proposer des situations didactiques que les enseignants pourront s'approprier. L'avis d'élèves dont l'enseignant a une telle pratique et les raisons pour lesquelles un enseignant utilise cette pratique (Hersant et Perrin-Glorian, 2005) renseignent ces champs.

Concernant les élèves, il ressort principalement que, si la correction-cours dialogué peut être appréciée de certains car elle est relativement agréable et motivante à vivre pendant les séances (notamment car elle permet aux élèves de se rendre compte de leurs erreurs) elle ne satisfait toutefois pas des élèves qui peinent à se repérer dans le déroulement des séances et préfèreraient avoir à appliquer des théorèmes plutôt qu'à les reconstruire. Par ailleurs, cette pratique s'avère aussi déroutante car elle rend difficile l'identification des enjeux de savoir et, lorsqu'ils sont identifiés, nécessite un travail d'étude personnelle à partir du manuel. Ainsi, certains élèves révisent pour le contrôle des exercices qui « ne tombent pas » à l'évaluation, ce qui est, de notre point de vue, significatif d'une non identification des savoirs en jeu.

Du point de vue de l'enseignant, cette pratique apparaît comme une réponse à des contraintes institutionnelles (programmes qui incitent à enseigner les mathématiques par résolution de problèmes) et une adaptation aux ressources disponibles (manuels et brochures IREM) qui en mathématiques promeuvent la situation-problème (Douady, 1987) pour l'introduction d'un savoir nouveau [33]. Mais l'émergence de cette pratique qui constitue une évolution dans l'enseignement des mathématiques correspond aussi d'après les enseignants à une adaptation au recrutement plus large des élèves du secondaire auxquels l'exposé du savoir suivi d'applications ne correspond pas. Cette adaptation implique pour eux une plus grande capacité de réactions face aux propositions des élèves et, donc, une plus grande incertitude. Sans que les enseignants l'indiquent, nous pensons par ailleurs que, dans ce contexte, l'emploi premier d'un problème qui ne requiert que la mobilisation de savoirs anciens est importante car elle permet à l'enseignant, d'une certaine façon, d'évaluer les appuis des élèves et au besoin de rendre disponible des connaissances supposées acquises et nécessaires pour la construction du savoir nouveau. Cela lui permet ainsi de consolider les connaissances anciennes qui servent d'appui au savoir nouveau.

Nous n'avons pas poursuivi l'investigation dans cette direction en particulier car pour nos enseignements il était important pour nous de développer une meilleure connaissance de

33. On retrouve là l'influence des ressources sur la formation des pratiques des enseignants comme dans (**?**).

l'enseignement primaire. Cependant, ces premiers résultats sont sous-jacents à la suite de nos travaux. En effet, l'identification du jeu très fin des enseignants sur la répartition des responsabilités dans la classe et le milieu pour, d'une part, installer la situation qu'ils souhaitent – ou plutôt essayer d'installer une situation en harmonie avec la façon dont ils pensent qu'une notion doit être introduite – et, d'autre part, gérer la contingence du déroulement de cette situation nous a amenée à faire l'hypothèse que ce jeu sur le couple (milieu, contrat didactique) était une des caractéristiques fortes de l'action des enseignants en relation avec leur épistémologie et à travailler cet aspect.

4.2 Le jeu subtile du professeur sur le couple (milieu, contrat didactique) et l'épistémologie de l'enseignant

L'identification de composantes du contrat didactique permet aussi d'effectuer des *analyses horizontales* des pratiques des enseignants, c'est-à-dire des analyses où l'on ne cherche pas à reconstruire des éléments caractéristiques des pratiques au niveau du macro-contrat didactique à partir de l'identification des valeurs des composantes aux niveaux inférieurs mais où l'on s'intéresse à la dynamique des micro-contrats didactiques et du milieu au fil des épisodes, c'est-à-dire à la façon dont l'enseignant « pilote » l'avancée du savoir dans la classe avec ces deux leviers de la situation. De telles analyses (voir par exemple chapitre 4 de Hersant, 2010a) livrent une description fine des conditions d'émergence du savoir dans la classe que l'enseignant tente d'installer et des régulations qu'il effectue face à la contingence du déroulement ; elles montrent comment l'enseignant joue, de façon complémentaire et préférentielle, sur le milieu de la situation (par exemple pour le compléter lorsqu'il s'aperçoit que les connaissances qu'il pensait disponibles chez les élèves ne le sont pas) ou[34] sur la répartition des responsabilités dans la classe pour maintenir la relation didactique et faire avancer le savoir dans la classe. Nous pensons que ce type d'analyse qui permet notamment d'entrer dans la dynamique du processus de dévolution livre des éléments importants pour comprendre l'action de l'enseignant en rapport avec son épistémologie et son effet sur les apprentissages des élèves.

4.2.1 Origine de l'hypothèse d'un jeu sur le couple (milieu, contrat didactique) lié à l'épistémologie de l'enseignant

Dans notre thèse, nous avons observé sur un temps long deux enseignantes exerçant dans des contextes différents : l'une dans un établissement rural et l'autre dans un grand lycée de la région parisienne. L'étude de l'action de la première nous a conduit à dégager les traits caractéristiques de la correction-cours dialogué ensuite retrouvés chez d'autres enseignants.

34. non exclusif

La seconde enseignante avait plutôt une pratique de type ostension. Les contextes différents dans lesquels les deux enseignantes exerçaient ne sont probablement pas sans effet sur leurs pratiques mais la première enseignante avait aussi, indubitablement, une excellente connaissance du savoir en jeu[35] qui lui permettait de réguler assez facilement l'incertitude crée par la mise en place d'une correction-cours dialogué. En particulier, son jeu sur le milieu et le micro-contrat didactique nous a, à l'époque, particulièrement intéressée. En effet l'analyse au niveau des épisodes montre une capacité intéressante à aménager successivement le milieu de la situation pour rendre disponibles les connaissances (anciennes) nécessaires à la production du savoir nouveau sans pour autant, dans la mesure du possible, résoudre le problème à la place des élèves. Cela témoigne d'une volonté de permettre, autant que possible compte-tenu des connaissances des élèves, une mobilisation des connaissances anciennes par les élèves et une production adidactique du savoir nouveau. Pour le dire autrement, et en référence au cadre théorique de la double approche (Robert et Rogalski, 2005), cela témoigne des adaptations de la tâche que l'enseignante effectue pour permettre une activité des élèves. Mais, de plus, cela renseigne sur la modalité d'action choisie par l'enseignante pour réduire la distance entre le milieu dans lequel il faudrait que les élèves se situent et leur(s) milieu(x) réel(s) : entre livrer aux élèves les éléments, et donc prendre la responsabilité de la production, ou bien essayer de les faire produire par des élèves de la classe en aménageant le milieu et en préservant une part de responsabilité importante aux élèves dans la production et la validation, cette enseignante tentait d'abord d'aménager le milieu. D'une certaine façon, tout se passait comme si elle jouait sur le milieu tant qu'elle en avait la possibilité – c'est-à-dire tant qu'elle réussissait à étayer l'activité de l'élève sans le priver totalement de la production ou de la validation du savoir – et qu'elle recourait en dernière instance, et progressivement, à une modification du micro-contrat didactique où chaque élève n'assumait pas forcément une responsabilité (passage de micro-contrat de type production individuelle ou tutorat à un micro-contrat de production collective puis un micro-contrat d'ostension déguisée si besoin). Ainsi, nous avons envisagé le professeur non seulement comme « l'organisateur des jeux de l'élève avec le milieu » (Margolinas, 1999, p. 4) mais aussi, et de façon dialectique, comme l'organisateur de la répartition des responsabilités par rapport au savoir entre lui et les élèves dans la classe.

35. L'étude concernait l'enseignement de la proportionnalité. L'enseignante participait depuis plusieurs années à un groupe IREM dirigé par J. Houdebine et J. Julo et était ainsi particulièrement formée sur ce domaine puisque J. Julo et J. Houdebine menaient des recherches sur l'enseignement de la proportionnalité (**?**). En particulier, à ce titre, elle avait contribué à la conception d'un logiciel de type base de problèmes pour le collège (proposition d'énoncés de problèmes avec des jeux de valeurs numériques différents, rédaction d'aides et de solutions utilisant des registres différents pour chacun des problèmes).

4.2.2 Des situations forcées pour étudier le rôle de l'épistémologie de l'enseignant dans le jeu sur le couple (milieu, contrat didactique)

Nous avons étudié cette hypothèse dans le cadre de la recherche « Analyse plurielle en mathématiques » du CREN que nous avons dirigée entre 2003 et 2009 (Hersant et Morin, 2009). Nous avons comparé la gestion d'une même situation forcée[36] par un maître-formateur en mathématiques qui n'a pas suivi de formation universitaire en mathématiques et par une stagiaire[37] qui est licenciée de mathématiques. Nous avons proposé à ces enseignants de réaliser une situation de type « problème pour chercher » extraite d'un ouvrage de référence pour l'enseignement primaire (ERMEL, 1999) (voir les chapitres 3 et 4 de Hersant, 2010a). Cette situation est source d'incertitude pour eux : elle est se situe dans le domaine mathématique de la preuve qu'ils n'ont pas l'habitude d'enseigner et est « ouverte » (les réponses des élèves peuvent être assez variées). Par ailleurs, elle ne présente pas un fort potentiel adidactique pour la validation (voir Hersant, 2010a, chapitres 3 et 4). Il a été convenu qu'à partir des mêmes renseignements[38] les enseignants réaliseraient la séance dans une classe autre que la leur, dans un même établissement. La comparaison qui porte sur la séance entière met en évidence des différences (Hersant, 2009a) que l'on peut associer à l'épistémologie des enseignants.

Lors du déroulement régulier de la séance, dans les phases de recherche, globalement, la stagiaire cherche à instaurer un micro-contrat de production individuelle où les élèves ont la responsabilité de la production et de la validation auquel elle renonce parfois pour s'adapter aux difficultés formulées par les élèves tandis que le maître-formateur essaie plutôt d'instaurer un micro-contrat de tutorat, c'est-à-dire que les élèves ont la responsabilité de la production mais pas de la validation. En particulier, au début des séances, nous avons observé des différences essentielles relatives à la validation : quand la stagiaire accompagne les élèves dans la prise en charge de la validation pour leur signifier qu'ils doivent le faire seuls, le maître-formateur intervient directement pour évaluer et signifie ainsi aux élèves qu'il n'attend pas d'eux cette validation. Dans les mises en commun, les pratiques des deux enseignants sont plus proches du point de vue des micro-contrats qu'ils cherchent à mettre en place : il y a dans les deux cas une évolution qui correspond à une tentative d'instaurer des micro-contrats de production collective, tentative qui échoue dans les deux cas mais pas dans les mêmes conditions.

36. Nous reprenons à C. Orange la terminologie de « situation forcée » pour désigner une situation où le chercheur propose à l'enseignant une situation et lui demande de la réaliser dans une classe qui peut ne pas être la sienne. Dans ces situations, des échanges sur la situation entre le chercheur et l'enseignant peuvent avoir lieu pour permettre à l'enseignant de poser toute question qui lui semble utile pour la réalisation de la séance mais l'enseignant reste le maître d'oeuvre principal de la séance.

37. A l'époque, une lauréate du concours de recrutement des professeurs des écoles qui est en formation pour une année avec stages à l'IUFM.

38. Nous avons mis à leur disposition les propositions faites dans l'ouvrage ERMEL et avons répondu à leur question lors d'une entrevue où ils étaient tous les deux présents.

En ce qui concerne la régulation de la situation, la stagiaire qui se trouve confrontée à la prégnance d'un argument faux mais à forte apparence mathématique ne choisit pas d'invalider d'autorité l'argument, ce que fait le maître-formateur dans une situation analogue. Elle mène un travail minutieux de consolidation du milieu de la situation – selon différentes modalités et en utilisant en particulier une organisation particulière du tableau (voir le chapitre 4 de Hersant, 2010a) – pour rendre disponibles les connaissances nécessaires à l'invalidation de l'argument et agit de façon concomitante sur la répartition des responsabilités relatives au savoir dans la classe pour permettre autant que possible une invalidation par les élèves.

Nous mettons ces différences en relation avec l'épistémologie de l'enseignant de la façon suivante. D'une part, leur intervention ou non intervention au niveau de la validation ainsi que les actions effectuées ou non pour consolider le milieu et permettre la validation correspondent dans une certaine mesure à la représentation que chacun des enseignants peut avoir de l'activité mathématique et de la façon dont on apprend les mathématiques. L'entretien effectué avec la stagiaire montre en effet qu'elle accorde une place importante à la recherche et à la preuve dans les mathématiques et leur apprentissage. D'autre part – et de façon non indépendante – la consolidation du milieu de la situation à laquelle tient vraisemblablement la stagiaire (c'est une situation très difficile pour elle) est rendue possible, de notre point de vue, par son rapport aux mathématiques qui lui confère une confiance en sa capacité à analyser les propositions des élèves et par ses connaissances qui lui fournissent des marges de manoeuvre pour l'aménagement du milieu de la situation. Au contraire, les micro-contrats instaurés par le maître-formateur réduisent son incertitude et celle des élèves et lui permettent de gérer plus facilement des propositions d'élèves quelquefois difficiles à interpréter. Ainsi, à travers cette étude comparative dynamique de l'évolution des micro-contrats didactiques et du milieu de la situation, en resituant ces éléments dans leur contexte, on accède aux rapports entre l'épistémologie de l'enseignant et sa pratique. Cette conclusion doit toutefois être considérée avec précaution : elle constitue un théorème d'existence mais elle est établie pour le cas particulier d'une situation de type « problème pour chercher » qui peut être considérée comme exacerbant les rapports entre épistémologie de l'enseignant et jeu sur le couple (milieu, contrat didactique).

4.3 Conclusion : contrat didactique et milieu dans la perspective du développement de situations destinées aux classes ordinaires

Les travaux sur les situations ordinaires que nous avons menés depuis 2001 mettent ainsi en évidence deux aspects des pratiques des enseignants qui nous semblent importants dans la perspective du développement de situations didactiques destinées aux classes ordinaires[39].

39. Nous n'évoquons pas ici ce qui concerne l'institutionnalisation et est aussi important car cet aspect est moins lié aux caractéristiques de la situation choisie.

D'abord, la situation choisie initialement par les enseignants n'est pas une situation trop sophistiquée, elle ne requiert pas non plus d'emblée la construction du savoir nouveau mais demande une mobilisation de savoirs anciens et peut être facilement complétée, à l'oral, par des questions qui permettent d'introduire le savoir nouveau. Cette caractéristique est, de notre point de vue, importante pour les enseignants car elle permet de réactiver et consolider des connaissances anciennes des élèves nécessaires à la construction du savoir nouveau avant l'introduction de ce savoir dans un contexte où il y a une certaine hétérogénéité des élèves. Ensuite, et d'autres travaux que les nôtres vont dans ce sens (par exemple ceux de Sensevy et Mercier), le jeu sur le couple (milieu, contrat didactique) apparaît déterminant pour permettre à l'enseignant de réguler la situation didactique, c'est-à-dire à la fois réduire l'écart entre le milieu où l'élève évolue et celui où il serait souhaitable qu'il évolue et permettre l'avancée du savoir. Ces deux éléments sont en tension. Lorsqu'une part de responsabilité non négligeable est laissée aux élèves, le plus souvent, il y a des modalités de consolidation indirectes des connaissances [40] du milieu, c'est-à-dire que l'enseignant ne formule pas lui-même la connaissance mais qu'il s'arrange pour l'activer indirectement. Il fait alors, par exemple, appel au contrat didactique – « on n'est plus en 5ème » signifie aux élèves qu'il ne faut plus passer par le calcul de l'augmentation – ou organise le tableau de façon à mettre en évidence ou évoquer les éléments nécessaires à une modification adéquate du milieu [41] comme on le voit bien dans le chapitre 4 de notre mémoire complémentaire (Hersant, 2010a). A l'inverse, lorsque l'enseignant choisit de réduire – ou est contraint de réduire – la part de responsabilité des élèves dans la production ou la validation, il intervient plus directement pour modifier le milieu de la situation didactique, par exemple sous la forme d'un rappel qu'il effectue lui-même ou qu'il fait effectuer par un élève.

Ce jeu sur le couple (milieu, contrat didactique) apparaît lié à l'épistémologie de l'enseignant. De façon assez naturelle, le choix de la répartition des responsabilités entre le professeur et les élèves est lié à sa représentation de la façon dont on fait et apprend des mathématiques. Comme le remarque Brousseau « on peut supposer que le rapport privé de l'enseignant au savoir sert de base à la constitution des rapports privés (en particulier dans les situations adidactiques) et publics (institutionnalisation) au savoir de l'enseignant. » (Brousseau, 1990, p. 323). L'étude que nous avons menée (Hersant, 2009a) permet de préciser ce qui pourrait être une autre implication de l'épistémologie de l'enseignant dans sa pratique : les possibilités de jeu sur le milieu de la situation semblent reliées aux connaissances mathématiques des enseignants, autrement dit un enseignant plus à l'aise sur un domaine perçoit plus facilement comment permettre un aménagement du milieu sans intervention directe de sa part sur le savoir et sans restriction brutale de la part de responsabilité laissée aux élèves. Dit autrement, les connaissances mathématiques de l'enseignant, son rap-

40. qui devraient être dans le milieu de l'élève mais ne le sont pas

41. Ici, se pose, de notre point de vue, une question théorique importante : doit-on considérer que l'organisation judicieuse des faits au tableau constitue en soi une modification ostensive du milieu par l'enseignant ou une modalité utilisée par l'enseignant pour permettre une modification du milieu ?

port au savoir, semblent constituer des conditions de la dévolution d'une situation. Mais, comme nous allons le voir, ces conditions ne sont pas les seules et elles ne sont pas toutes déterminées par l'enseignant.

5 Contrat didactique, milieu et conditions de la rencontre avec le savoir, la didactique et la complexité des situations d'enseignement

Jusqu'à présent nous avons travaillé sur les conditions contractuelles et mésogénétiques que l'enseignant organise dans les situations ordinaires pour que l'élève rencontre le savoir *via* une situation à travers les processus de dévolution et d'institutionnalisation. Ce point de vue didactique est essentiel pour nourrir le développement de situations : comprendre comment les enseignants organisent cette rencontre est un point d'appui pour construire des situations dont ils pourront s'emparer. Il ne faut pas négliger cependant que les situations didactiques ordinaires se réalisent dans un contexte psychologique, social et institutionnel qui dépasse le didactique et qui, dans une certaine mesure, le conditionne [42]. En particulier, il ne faut pas perdre de vue que, malgré les efforts de l'enseignant pour trouver une « bonne » situation initiale ou laisser aux élèves une part de responsabilité importante dans la résolution du problème proposé, la dévolution ne peut se réaliser sans l'acceptation de ces responsabilités par les élèves. L'objet de cette section est de pointer certaines conditions de possibilité de la dévolution identifiées au cours de nos travaux.

Ce que nous proposons ne doit pas laisser penser que nous ne nous intéressons seulement à l'interaction de l'élève avec une situation. Nous savons que des interventions de l'enseignant sont toujours présentes et nécessaires. Il s'agit simplement de donner un aperçu des différentes variables qui pèsent sur la dévolution pour mettre en évidence la complexité de sa réussite et la nécessité de penser des situations adaptées pour les classes ordinaires. Pour cela nous nous appuyons sur les travaux que nous menons depuis 2003 à propos de l'enseignement-apprentissage de savoirs associés aux « Problèmes pour chercher » à l'école élémentaire [43] et à la résolution de problème à la transition secondaire-supérieur [44]. L'étude de situations de classes nous a en effet amenée, d'une part, à questionner la signification de l'expression « dévolution d'un problème » dans ce contexte et, d'autre part, à identifier des

42. Nous avons montré à propos de la correction - cours dialogué comment l'évolution des pratiques des enseignants peut être soumise à l'évolution du public élève ; les travaux de Butlen, Masselot et Pézard montrent comment le didactique peut être influencé par le social (voir par exemple Butlen *et al.*, 2004)

43. Recherches « Complexité des pratiques enseignantes : expérience, savoirs et normes en mathématiques » et « Problèmes pour chercher » dont rend compte (en partie) notre mémoire complémentaire (Hersant, 2010a)

44. Recherche « ECCEmaths »

conditions de possibilité de la dévolution. L'une de ces conditions est générique et concerne les rapports entre l'enrôlement et la dévolution, les autres sont très liées aux savoirs en jeu ou au contrat didactique.

5.1 Problématisation et dévolution d'un problème, quelques remarques préalables

Initialement, le terme « dévolution » est employé dans la TSD au sens de dévolution d'une situation adidactique. Dans le paradigme de l'étude des situations ordinaires il a pris un sens plus lâche. Par « dévolution d'un problème », nous entendons ici responsabilité « importante » laissée aux élèves pour la production et la validation avec une connotation particulière associée au cadre théorique de la problématisation (Fabre et Orange, 1997; Orange, 2001, 2005a; Fabre, 2006). C'est-à-dire qu'il ne s'agit pas seulement pour les élèves de trouver la solution mais surtout de la construire comme une nécessité, quelque chose qui ne peut être autrement et est donc de l'ordre de l'apodictique. C'est en ce sens que nous avons précisé dans notre mémoire complémentaire (Hersant, 2010a, section 3 du chapitre 4) comment on peut mener une analyse *a priori* avec le point de vue de la problématisation, analyse qui, par ailleurs, s'avérait importante compte-tenu des savoirs en jeu. Cette mise en relation de la TSD et du cadre de la problématisation appelle quelques remarques.

Tout d'abord, le terme « dévolution » n'est pas employé dans le cadre de la problématisation, cela est lié à la question du milieu. Pour la TSD, le milieu est une nécessité théorique pour l'apprentissage de savoirs mathématiques qui implique la dévolution, ce qui n'est pas le cas pour l'apprentissage de savoirs en SVT dans le cadre de la problématisation (Orange, 2007). Cette différence nous semble liée au fait que, le plus souvent et en particulier à l'école primaire où les savoirs en jeu s'y prêtent bien, les élèves ont une certaine expérience personnelle quotidienne des phénomènes étudiés qui leur permet de constituer un ensemble de faits non contingents pouvant servir de référence pour explorer les possibles et dégager les nécessités. Par exemple, dans le cas de la nutrition, « ce que je mange est transformé dans mon organisme » est un fait non contingent dans la mesure où tous les élèves (cela dépasse l'individu) depuis leur plus tendre enfance (cela a une régularité) savent que ce qui est absorbé ressort sous la forme de fèces et d'urine. L'existence de faits non contingents associés à une expérience quotidienne dépassant l'individu n'est pas aussi évidente en mathématiques. Toujours pour ce qui concerne cette différence, il nous semble par ailleurs que les visées des deux cadres théoriques sont aussi à prendre en compte : le concept de milieu est « né » de la problématique des ingénieries didactiques, tandis que la construction de situations didactiques finement réglées n'a pas constitué un objectif du cadre de la problématisation à ces débuts. Ce n'est que depuis quelques années[45] que la construction de situations est

45. C'est notre lecture de la situation : initialement dans le cadre de la problématisation, les situations

une préoccupation de ce cadre, notamment avec le travail de Musquer sur les inducteurs de problématisation (Fabre et Musquer, 2009).

Ensuite, dans une situation didactique, du point de vue de la TSD, plusieurs problèmes peuvent faire l'objet d'une dévolution mais ce qui est essentiel et incontournable c'est la dévolution de situations adidactiques d'apprentissage, c'est-à-dire la dévolution de situations qui vont à la fois permettre et obliger l'élève à construire la nouvelle connaissance visée à partir de ses connaissances anciennes. Par exemple, dans l'ingénierie de la soustraction (Brousseau, 1998, p. 304-310), la dévolution de la devinette qui correspond à l'acceptation par les élèves de la prise en charge d'un problème auquel ils ne peuvent répondre qu'au hasard précède la dévolution de la situation d'apprentissage adidactique. La dévolution peut concerner une situation d'action, une situation de formulation, une preuve... A propos des situations ordinaires, on omet souvent ces précisions en parlant simplement de « dévolution du problème » pour désigner à la fois la dévolution des situations d'action, de formulation et de validation. Cela ne nous semble pas problématique lorsqu'on reste dans le cadre de la TSD où l'enjeu de la dévolution est clairement identifié. Mais, dans notre travail qui lie TSD et cadre théorique de la problématisation des précisions sont nécessaires à propos de l'expression « dévolution du problème » [46].

Dans les deux cadres théoriques, le problème et la formulation de questions sont constitutifs de la connaissance nouvelle [47] mais il y a des nuances. Le cadre de la problématisation qui a des fondements bachelardiens insiste sur l'apodicticité des connaissances et vise l'apprentissage de connaissances scientifiques au sens de Bachelard (1938), c'est-à-dire de connaissances comme produits apodictiques issus de l'exploration du champ des possibles et des nécessités qui organisent le problème. La TSD vise principalement la construction de connaissances mathématiques avec leur sens (Brousseau, 1998, p. 310) :

> Le choix des conditions d'enseignement que nous venons d'évoquer se justifie essentiellement par la nécessité de donner un sens aux connaissances.

sont « forcées » c'est-à-dire que le chercheur propose à l'enseignant de travailler sur un thème, lui fournit une question de départ mais ne lui donne pas le scénario précis de la séquence (voir à ce sujet l'étude sur la nutrition, Vinatier et Altet 2008).

46. Nous pensons qu'il n'y a pas d'incompatibilité majeure entre la TSD et la problématisation, en témoigne notre mémoire de recherche mais, pour préserver à chacun de ces cadres son intérêt et son sens, il convient d'éviter tout amalgame hâtif. Cela suppose d'identifier d'abord les proximités et les divergences de ces deux cadres théoriques qui se sont développés en référence à des disciplines scientifiques différentes – les mathématiques et les SVT – et donc à des épistémologies différentes. Nous travaillons depuis 2003 à la compréhension du cadre de la problématisation et à son usage possible en didactique des mathématiques mais le travail est loin d'être achevé.

47. En ce qui concerne la TSD, Brousseau indique par exemple : « Habituellement les enseignants présentent les savoirs qu'ils veulent enseignés comme des réponses à des *questions*, peut-être pour éviter le dogmatisme. Mais ils se focalisent habituellement sur l'enseignement des *réponses,* les questions n'étant là que pour les introduire ou les justifier. [...] L'enseignement décrit ci-après a pour ambition de faire passer les questions du domaine de l'enseignant à celui de l'élève, d'enseigner les questions autant que les réponses, et autant que possible d'enseigner les connaissances avec leur sens. »(**?**, p. 304).

> Le sens d'une connaissance est formé :
> - du « tissu » *des raisonnements et des preuves* dans lesquels elle est impliquée avec, évidemment, les traces des situations de preuves, qui ont motivées ces raisonnements ;
> - du « tissu » *des reformulations et des formalisations* à l'aide desquels l'élève peut la manipuler, accompagnée d'une certaine idée des contraintes de communication qui les accompagnent ;
> - des *modèle implicites* qui lui sont associés – soit qu'elle les produise, soit qu'elle en résulte – et des traces des situations d'action qui les fonctionnalisent, ou qui, simplement les contextualisent ;
> - et des *rapports plus ou moins assumés* entre ces différentes composantes, rapports essentiellement dialectiques [...].

Cette différence essentielle entre les deux théories a des conséquences sur la signification de l'expression « dévolution du problème » si l'on accepte qu'elle peut être aussi utilisée en référence au cadre de la problématisation. Dans la cas de la TSD (en mathématiques), la dévolution d'un problème vise à permettre la construction d'une connaissance avec son sens (ce qui n'exclut pas la preuve), voire la construction d'un sens d'une notion (la division euclidienne comme soustraction itérée, par exemple). La part de responsabilité laissée à l'élève doit porter sur la construction de ce sens. Si l'on emploie, comme nous le faisons, l'expression « dévolution du problème » en référence au cadre de la problématisation cela signifie que l'on vise la construction de connaissances comme des nécessités apodictiques, qui ne peuvent être autrement. La responsabilité laissée à l'élève concerne alors la production de nécessités. Ce sens de dévolution que nous utilisons pour les problèmes de recherche et de preuve que nous étudions à l'école élémentaire et à l'articulation secondaire-supérieur ne convient pas à tous les problèmes de mathématiques[48], en particulier aux problèmes de nature économique que l'on ne retrouve pas en SVT où les problèmes sont principalement fonctionnels ou historiques. Expliquons ce que nous entendons par « problème de nature économique en mathématiques » à l'aide d'un exemple. La situation fondamentale de la « Course à n » vise à réviser la division euclidienne en travaillant sur le sens cette opération comme soustractions itérées (Bessot, 2003). Lorsque l'on « joue » à la course à 20 avec un pas de 2, ou à la course à n avec n assez petit (24, 27), la découverte de la suite gagnante se fait au cours du jeu : dans la course à 20, on découvre qu'on a intérêt de dire 17, puis qu'on a intérêt de dire 14, ... La suite gagnante, et en particulier le premier nombre à jouer pour être sûr de gagner, est obtenue en effectuant des soustractions successives de (pas $+1$) en partant de n. Mais le passage à la course à 5929 constitue un saut informationnel qui rend impossible de jouer effectivement le jeu pour trouver la suite gagnante. La mobilisation de la

48. Nous avons envisagé un moment de trouver une expression pour désigner ces problèmes et les attentes associées mais cela n'est pas évident. Si l'on reprend l'expression « problème ouvert », on risque la confusion sur les objectifs d'apprentissage. Si l'on précise « problème de recherche » il y a un rabattement ambigu sur l'aspect recherche. « Situation à problématiser » n'est pas non plus satisfaisant car il ne s'agit pas seulement de problématiser mais de permettre des apprentissages.

division euclidienne, en référence aux suites gagnantes établies pour les courses précédentes, correspond alors à une économie : puisqu'il n'est plus possible de faire des soustractions, on fait une division euclidienne pour connaître le premier nombre de la suite gagnante. Dit autrement, ce qui rend nécessaire la division euclidienne dans cette situation, ce n'est pas le problème lui-même mais les variables didactiques choisies : dans ce problème, il n'y a pas de nécessité fonctionnelle de la division euclidienne – intrinsèque à la situation – mais une nécessité économique d'utiliser la division euclidienne plutôt que la soustraction. En SVT, la nutrition et la respiration sont au contraire des nécessités fonctionnelles des mammifères. Nous avons relevé une autre différence dans notre mémoire complémentaire (Hersant, 2010a, chapitre 4) à propos de deux types de nécessités qui peuvent intervenir dans les problèmes de mathématiques : des nécessités-contraintes qui constituent, d'une certaine façon, les règles à respecter pour jouer le jeu du problème, ces nécessités ne sont pas apodictiques ; des nécessités apodictiques intrinsèquement liées au problème une fois les règles du jeu posées.

5.2 L'enrôlement, une condition générique de la dévolution d'une situation d'apprentissage

L'étude des relations entre enrôlement (Bruner, 1993) et dévolution nous est apparue cruciale lorsque nous avons confronté notre analyse de deux situations forcées avec cinq autres analyses des mêmes situations produites par des chercheurs non didacticiens des mathématiques au cours de l'analyse plurielle (Altet, 2002) « Complexité des pratiques enseignantes : expérience, savoirs et normes en mathématiques ».

5.2.1 Émergence d'une question d'articulation de concepts issus de problématiques différentes

Le corpus de l'étude comprend deux séances menées par deux enseignants d'expérience différente – une stagiaire très peu expérimentée titulaire d'une licence de mathématiques et un professeur des écoles maître-formateur sans cursus universitaire en mathématiques – à partir d'une même situation initiale relative à un « problème pour chercher » [49] (Hersant, 2009a, 2010a). A partir de la question « Comment ça avance ? », il s'agissait de déterminer dans quelle mesure les deux enseignants permettaient ou pas aux élèves de rencontrer le savoir visé. Certaines conclusions, dont la nôtre, s'accordaient sur le fait que le stagiaire

49. Cette recherche s'inscrivait dans le prolongement de recherches antérieures au CREN qui interrogeaient particulièrement le rôle de l'expérience dans la gestion de situations critiques d'enseignement, voir (Vinatier et Altet, 2008).

créait des conditions plus favorables à la rencontre des élèves avec le savoir et d'autres reconnaissaient cette caractéristique chez le maître-formateur. L'analyse plurielle rencontrait à cet endroit un point de débat important.

Il ne faut pas voir dans ces résultats divergents une contradiction – chacun des chercheurs a analysé les séances en se focalisant sur une condition différente de la rencontre avec le savoir – mais une raison d'articuler les points de vue pour mieux cerner la contribution de chacun. En effet, dans quelle mesure les efforts d'un enseignant pour transférer aux élèves une responsabilité par rapport au savoir sont-ils garants d'une rencontre avec le savoir si, par ailleurs, les élèvent effectuent la tâche uniquement pour faire plaisir à l'enseignant, sans projet d'apprentissage ? Cette question nous a amenée à explorer les relations entre enrôlement et dévolution, relations qui peuvent apparaître peu évidentes de prime abord.

5.2.2 Le point de vue l'enrôlement et celui de la dévolution

Bruner définit l'enrôlement comme la fonction de l'étayage qui vise à « engager l'intérêt et l'adhésion du « chercheur [50] » envers les exigences de la tâche » (Bruner, 1993, p. 277). L'enrôlement est donc emprunt d'interactions entre un adulte et un enfant. Si l'on s'en tient à la définition de la dévolution donnée par Brousseau (voir note), enrôlement et dévolution renvoient à des hypothèses d'apprentissage radicalement différentes. On peut envisager cette différence comme une opposition – ce qui rend difficile toute recherche d'articulation – ou comme une complémentarité nécessaire pour les situations ordinaires, ce que nous faisons.

Les participants de cette analyse plurielle qui ont travaillé sur l'enrôlement dans les situations de classes au cours de la recherche se distinguent par ce qu'ils associent à « tâche », en termes de nature et de « taille ». Ainsi, Bourdon (2009) considère la tâche à un niveau de granularité de l'ordre de la séance. Il définit alors l'enrôlement comme l'action de faire accepter à l'élève la tâche comme une tâche scolaire à visée d'apprentissage : il s'agit de permettre à l'élève de s'engager pour de « bonnes » raisons. Il attribue une importance particulière à la lecture que les élèves peuvent faire de la situation scolaire, en fonction de leur rapport à l'École et aux savoirs qu'ils ont construits dans leur milieu social. Par exemple, « aujourd'hui on va faire un petit problème » peut être compris uniquement comme de l'agir, sans ambition d'apprentissage, par certains élèves. On peut spécifier ce point de vue en adoptant la définition de l'enrôlement employée par Rogalski (2000), c'est-à-dire le « rôle » que l'on donne à l'élève dans la situation, en référence au rôle que l'on donne aux marins sur un bateau (ce point de vue sur ces situations est développé dans Hersant, 2010a). Ce rôle a-t-il à voir avec les mathématiques ou pas ? Autrement dit, l'objectif de la tâche est-il défini comme étant de l'ordre des mathématiques. Indiquer aux élèves qu'il

50. Le chercheur est ici l'enfant et sera pour nous l'élève.

s'agit d'« apprendre à résoudre un problème », de « justifier », de « dire pourquoi » leur attribue un rôle de l'ordre de l'apprentissage mathématique ; leur expliquer qu'ils vont « aider les étudiants à apprendre » ou « aider à apprendre comment apprennent les élèves » peut provoquer un engagement dans la tâche pour des raisons indépendantes des mathématiques, on peut craindre dans ce cas que les élèves se contentent de faire *a minima*. Vannier (2009) spécifie l'enrôlement au problème proposé et considère qu'il correspond à l'organisation des conditions du transfert de responsabilités de l'inter à l'intra. Situer la tâche comme une tâche réalisable par les élèves, négocier les conditions matérielles de la réalisation de la tâche avec les élèves, identifier les contraintes à respecter, le type de tâche, permettre d'ajuster sa représentation de la tâche avec une réalisation sur un cas simple constituent pour elle des actions d'enrôlement puisqu'elles vont permettre à l'élève d'agir ensuite de façon autonome [51].

Ainsi, si l'on s'en tient à ces approches, l'enrôlement se situe avant la dévolution du problème principal de la situation aux élèves. Par une inscription cognitive (condition cognitive [52]) et mathématique (condition didactique) de la tâche, un travail préalable qui montre à l'élève qu'il peut réussir (condition psychologique) et lui permet de se faire une représentation correcte de ce qui est attendu (condition didactique) l'enseignant met en place des conditions qui permettent à l'élève d'agir à des fins d'apprentissage dans la situation. Il est important de préciser un point. Lorsque nous écrivons que l'enrôlement se situe *avant* la dévolution, cela marque une temporalité mais la relation importante entre enrôlement et dévolution est une relation conditionnelle qui implique une relation de temporalité.

Une grande partie des actions d'enrôlement identifiées par Vannier peuvent être envisagées d'un point de vue didactique comme des actions qui permettent d'installer le milieu de la situation. Par exemple, dans la situation « Pas trois nombres qui se suivent » [53] (ERMEL, 1999), la résolution des problèmes possibles comme « 96 peut-il se décomposer en la suite de trois nombres qui se suivent ? » avant celle du problème impossible « 46 peut-il se décomposer en la suite de trois nombres qui se suivent ? » est envisagée comme un travail de constitution du milieu de la situation pour le nombre 46 qui est une condition de dévolution du problème impossible. En effet, par exemple, savoir que 96 se décompose permet d'invalider la proposition erronée « 46 ne se décompose pas car il est pair » [54]. Nous identifions donc des conditions didactiques à la dévolution liées au milieu, et en particulier à son caractère antagoniste. Cette autre lecture possible de la situation témoigne ainsi de son épaisseur.

51. Notons par ailleurs que, pour Vannier et Bourdon, l'enrôlement des élèves n'est possible qu'à partir du moment où l'autorité de l'enseignant comme personne garante du savoir est assise dans la classe, ce qui constitue une condition de possibilité de deuxième ordre de la dévolution.

52. Cette condition n'est pas indépendante de l'acceptation par l'élève d'un contrat didactique.

53. L'énoncé générique de ce problème est le suivant : « n (un entier naturel) peut-il se décomposer en la somme de trois nombres qui se suivent ? ».

54. De la même façon, dans l'ingénierie didactique à propos de la soustraction (**?**, p. 304-310), la dévolution de la situation d'apprentissage adidactique est précédée de la dévolution de la devinette afin de permettre à la « prévision rationnelle d'émerger d'elle-même et de se définir *contre* la réponse au hasard » (p. 306).

Déroulement de la séance	Point de vue de l'enrôlement	Point de vue de la dévolution
Introduction de la séance, présentation du problème	Inscrire la tâche comme cognitive Inscrire la tâche comme mathématique Situer la tâche comme réalisable	
Petits problèmes préalables	Se représenter correctement la tâche	Installer le milieu de la situation principale
Situation principale	*Entretenir l'enrôlement*	*Entretenir la dévolution*

TABLE 1 – Feuilletage et temporalité de l'enrôlement dévolution

5.2.3 Feuilletage et temporalité de l'enrôlement dévolution

Pour rendre compte (partiellement) de l'épaisseur des conditions de possibilités de la dévolution en relation avec l'enrôlement de l'élève dans la tâche, nous proposons une représentation synthétique du feuilletage et de la temporalité de l'enrôlement-dévolution. Nous utilisons le mot « feuilletage » pour signifier l'épaisseur de la situation didactique à un instant donné dans la classe, dans ses dimensions cognitive, psychologique et didactique. Autrement dit, à un instant donné, le discours de l'enseignant revêt plusieurs aspects qui se superposent et contribuent différemment à l'enrôlement et à la dévolution. Dans le tableau 1 ce feuilletage apparaît dans une lecture horizontale du tableau tandis que la temporalité des processus d'enrôlement et de dévolution apparaît dans une lecture verticale. Le degré de spécificité par rapport au savoir est une autre dimension de l'articulation des concepts ; l'ordre dans une case signifie cela : dans une case, le générique est plus en haut que le spécifique.

Les éléments de l'enrôlement et ceux de la dévolution de petits problèmes préalables constituent des conditions de la dévolution de la situation principale. Ce ne sont pas les seuls. Par exemple, dans le cas de la dévolution d'une preuve, les actions de l'enseignant qui visent à provoquer le doute – moteur reconnu comme important pour que les élèves s'emparent de la question de la preuve – ainsi que celles qui visent à « détacher » l'élève de la recherche empirique contribuent à l'enrôlement dans la situation (Hersant, 2010a, chapitre 7) et constituent donc d'autres conditions de possibilité de la dévolution de la preuve qui n'apparaissent pas dans ce tableau.

5.2.4 Remarques sur l'analyse plurielle : finalité et méthodologie

Nous avons proposé une articulation entre les concepts d'enrôlement et de dévolution car nous avons identifié à cet endroit un noeud de l'analyse que nous avons considéré comme un point nodal des pratiques[55] à travailler. L'identification de noeuds des analyses et la recherche d'articulation des différentes approches à ces endroits est une façon de dépasser la juxtaposition des résultats dans l'analyse plurielle, mais il y en a d'autres à utiliser, peut-être de façon plus systématique.

Une première façon de mettre en relation les approches vise à comprendre ce que chacun des points de vue explore de la complexité des pratiques enseignantes en situant topologiquement les analyses. Pour cela on peut considérer le professeur, la situation et les élèves comme des sous-systèmes d'un système plus vaste, finalisé et influencé par certains facteurs, au sein duquel s'opère des actions et des interactions[56]. En procédant ainsi pour l'analyse plurielle que nous avons dirigée nous avons distingué trois types de « regards » différents sur la situation d'enseignement - apprentissage (Hersant, 2009c). Le premier consiste à envisager le système comme finalisé (exclusivement) par les apprentissages des élèves et à étudier l'action discursive de l'enseignant *sur* ces apprentissages, en tenant compte du facteur professeur (sa posture, son épistémologie) ou du facteur élève (son rapport au savoir). Le second regard considère un système finalisé par les apprentissages des élèves et l'avancée du projet didactique de l'enseignant et fait porter l'étude sur les interactions didactiques entre le professeur, les élèves et le savoir, dans un système dynamique régulé par de négociations internes. Le troisième envisage le système comme finalisé par les apprentissages de élèves, l'adéquation entre la tâche redéfinie et la tâche réalisée et l'adaptation du projet à la classe et étudie l'activité de l'enseignant dans un système contraint par la situation de recherche et la situation mathématique.

Une autre façon de mettre en rapport les points de vue est d'essayer de les articuler lorsque l'étude topologique laisse penser que cela est possible. Nous avons étudié cette piste avec Vannier (Hersant et Vannier, 2007). Ce travail nous a conduit à expliciter les implicites de nos méthodologies d'analyse, en particulier au niveau de la façon dont nous découpons

55. Nous définissons un noeud d'analyse plurielle comme un « endroit » où les analyses des différents participants se rencontrent (sans nécessairement qu'il y ait un consensus). Nous pensons que la rencontre des analyses à ces endroits n'est pas neutre et que ces noeuds de l'analyse correspondent à des aspects significativement importants des pratiques : « situés à l'intersection des contraintes qui pèsent sur l'enseignant et qui influencent l'apprentissage des élèves, ils ont une certaine épaisseur qui masque une complexité à dénouer » (**?**, p. 157)

56. Cette métaphore physique est naïve et réductrice par rapport à la complexité de ce qui se joue dans une classe à propos du savoir et de son apprentissage. Elle est toutefois une aide à penser l'articulation des différentes contributions. Elle a un caractère minimaliste. En effet, si l'on veut décrire et comprendre ce qui se joue dans les séances, il faut au moins considérer ces trois pôles pour envisager les dynamiques qui peuvent s'opérer entre les trois sous-systèmes et à l'intérieur de chacun des sous-systèmes.

chacune la transcription d'une séance en épisodes et sous épisodes (Hersant et Vannier, 2009). Il s'avère que ces découpages d'une séance sont intimement liés aux cadres théoriques choisis ce qui peut rester relativement implicite pour les chercheurs. Ainsi, la mise en relation des analyses effectuées par des chercheurs qui développent des points de vue différents sur une même situation et mobilisent des cadres théoriques différents demande de remonter des résultats aux méthodologies et aux cadres théoriques pour comprendre et expliquer les complémentarités.

5.3 Milieu et dévolution d'un problème

Le développement de situations d'apprentissage de savoirs sur la façon dont les registres des faits et des raisons interviennent dans la preuve en mathématiques (recherche « Problèmes pour chercher », Hersant, 2010a) nous a amenée à distinguer trois propriétés complémentaires du milieu d'une situation, en référence aux caractéristiques d'une situation fondamentale formulées par (Salin, 2002, p. 119). Elles conditionnent de façons différentes la dévolution d'une situation.

5.3.1 Trois propriétés du milieu qui conditionnent la dévolution

La propriété du milieu la plus employée correspond à son caractère antagoniste, ou plutôt comme l'indique Sensevy (Sensevy, 2007, p. 25) à son *caractère rétroactif*, c'est-à-dire à sa capacité de renvoyer à l'élève des rétroactions qui lui permettent de valider ou invalider ses propositions. Cette propriété conditionne la possibilité de dévoluer aux élèves la validation dans le sens où sans milieu antagoniste il n'y a pas de « tri » possible des propositions des élèves sans intervention de l'enseignant.

La seconde caractéristique garantit que les connaissances nécessaires pour entrer dans la situation sont disponibles chez les élèves. Nous la nommons *propriété proactive* puisqu'elle assure les actions premières de l'élève dans la situation. C'est une condition évidente de possibilité de la dévolution. Il peut paraître curieux d'avoir à la préciser : cela devrait aller de soi que les connaissances nécessaires à l'action soient dans le milieu initial de la situation. Ce n'est pas si évident dans certaines situations ordinaires, c'est d'ailleurs une des raisons pour lesquelles, à notre avis, les enseignants ont recours à la correction-cours dialogué, cela leur permet de s'assurer que ces connaissances nécessaires à l'action sont disponibles au niveau de la classe ou de les rendre disponibles.

La dernière propriété du milieu d'une situation que nous identifions est sa capacité à permettre l'apparition de la connaissance souhaitée tout en contraignant l'activité des élèves

de façon à éviter la dispersion des connaissances (correctes ou erronées) produites et ainsi faciliter la validation. Cette caractéristique qui est reliée au degré d'ouverture/fermeture du problème est en germe dans (Hersant, 2001) et (Perrin-Glorian et Hersant, 2003). Nous la désignons par *caractère contraignant* du milieu. Elle est assez transparente pour les situations d'apprentissage de savoirs notionnels puisque le sens d'une connaissance peut être associé relativement facilement à un ensemble de problèmes qui servira de vivier. En revanche, elle apparaît plus délicate lorsque l'on travaille sur la question de la preuve, comme le montre l'analyse de principaux travaux didactiques français dans le domaine de la preuve (Hersant, 2010a, chapitre 5).

Ces caractéristiques n'étaient pas inconnues dans le champ de la didactique des mathématiques[57], cependant elles n'étaient pas explicitées ainsi. Par ailleurs, c'est le plus souvent la propriété de milieu antagoniste qui est employée à propos du milieu. Ce sont les spécificités du savoir en jeu – en particulier le fait que la nécessité est partout dense dans les mathématiques – qui nous ont conduit à les désigner comme des caractéristiques du milieu. La contraignance du milieu est une caractéristique essentielle pour le développement de situations de preuve.

Au cours de la recherche « Problèmes pour chercher » (chapitre 6 de Hersant, 2010a), nous avons identifié le champ des problèmes d'optimisation discrète comme un « vivier » de problèmes adapté pour développer des situations d'apprentissage de savoirs sur la façon dont le registre des faits et le registre des nécessités interviennent dans la preuve en mathématiques au cycle 3. Les connaissances mathématiques requises pour résoudre de tels problèmes peuvent être très basiques, ce qui permet d'avoir aisément un milieu proactif. Par ailleurs, les situations proposées présentent le plus souvent un milieu suffisamment contraignant pour permettre la production de preuves sans intervention de l'enseignant et éviter la dispersion des propositions des élèves. En particulier, l'apparition de propositions à forte apparence mathématique difficiles à éradiquer apparaît limité. Toutefois des aménagements de certaines situations semblent nécessaires de ce point de vue : ces situations dans leur présentation initiale ne peuvent permettre la dévolution de la preuve car une connaissance indispensable n'est pas disponible pour les élèves. La question se pose de trouver comment permettre ces aménagements tout en préservant, autant que possible, une production adidactique de la preuve.

Nous donnons ici trois exemples extraits de Hersant (2010a, chapitre 7) qui illustrent des façons différentes d'aménager le milieu d'une situation. Les deux premiers correspondent à un travail qui vise à permettre la dévolution d'un problème dans le cas où le milieu initial n'est pas suffisamment contraignant. Le troisième illustre la possibilité d'enrichir le milieu par des questions pour favoriser la dévolution. Ces exemples sont aussi l'occasion de poser certaines questions sur les conditions de possibilité de la dévolution.

57. Elles correspondent en effet à certaines des questions posées dans l'analyse *a priori* d'une situation dans les ingénieries didactiques (**?**).

5.3.2 Enrichir au niveau du registre des nécessités un milieu pas assez contraignant

Pour certaines situations, au départ, la dévolution de la preuve n'est pas possible car certains éléments de l'ordre des nécessités qui interviennent dans la preuve ont peu de chances d'être produites par les élèves sans intervention de l'enseignant. Il faut donc enrichir le milieu au niveau du registre des nécessités. Dans ce cas, une tâche nouvelle ou une question de l'ordre de la preuve peuvent permettre de produire ces chaînons manquants de façon adidactique. Une telle intervention de l'enseignant modifie le milieu de la situation *via* le nouveau problème de preuve.

Ainsi, dans la situation *Pas trois alignés* (voir Hersant, 2010a, chapitre 6), la connaissance « on ne peut pas placer plus de 2 points par ligne » doit être disponible sous la forme de nécessité pour prouver qu'on ne peut pas placer plus de 10 points sur les noeuds d'une grille de 5 lignes 5 colonnes sans en aligner trois. Mais cette connaissance qui est utilisée sous la forme de théorème-en-actes par les élèves lors de la première phase de la situation s'avère difficile à expliciter comme une nécessité pour eux, ce qui empêche la formulation adidactique de la preuve. Lorsqu'on introduit un petit tableau où il faut faire figurer le nombre de points par ligne et que l'on propose de résoudre le problème « En utilisant ce petit tableau, sans placer de points sur la grille, vous allez chercher si on peut disposer plus de 10 points sur la grille » les élèves produisent facilement la nécessité indispensable puis la preuve du problème. Dans ce cas, le problème annexe s'insère de façon « discrète » dans le déroulement de la situation puisque, bien que proposé dans le cadre numérique, il est de même nature (demande de preuve) que le problème initial. Cela permet de préserver les potentialités adidactiques de la situation : comme le problème est suffisamment proche de celui en cours et comme il fréquent que le professeur pose des problèmes au fil de la situation, les élèves ne se demandent alors pas « pourquoi le professeur nous demande t-il ça ? à quoi ça peut bien servir pour la suite ? » Est-il toujours possible d'enrichir le milieu de la situation de preuve par usage d'un problème proche qui s'insère bien dans la situation ?

5.3.3 Enrichir au niveau du registre empirique un milieu pas assez contraignant

D'autres situations de preuve peuvent présenter des faiblesses du milieu au niveau du registre empirique, c'est-à-dire lorsqu'une connaissance qui n'est pas une nécessité intervient dans la preuve mais que les élèves ne peuvent la produire seuls. Ainsi, dans le problème *Carré Magique* (voir Hersant, 2010a, chapitre 6) pour prouver que la plus grande des sommes que l'on peut obtenir en ligne ou colonne est supérieure ou égal à 14, il faut savoir que la somme des nombres du carré magique vaut 45. Mais, par ailleurs, la situation d'action a très peu de chance de conduire les élèves à cette connaissance. Pour l'introduire dans le

milieu de la situation, on peut demander aux élèves s'ils ne remarquent pas quelque chose de particulier. Les élèves sont mis en activité sur une tâche très différente d'une preuve, en rupture avec le contrat de preuve mais suffisante pour enrichir le milieu de la situation, ce qui ne manque pas d'attirer leur attention. La preuve attendue peut-être produite mais probablement en référence au fonctionnement du contrat didactique (à quoi peut bien servir cette nouvelle connaissance pour établir la preuve ?), il y a une diminution de l'adidacticité (et de la problématisation). Pour ce problème, nous n'avons pas trouvé de question qui permette de produire cette connaissance comme une nécessité. Est-il possible d'aménager au niveau empirique un milieu peu contraignant à partir d'une question de preuve ?

5.3.4 Enrichir le milieu pour créer le doute et favoriser la dévolution de la preuve

Le doute est reconnu comme le moteur premier de la preuve. Plusieurs moyens permettent de le créer. Par exemple pour les problèmes d'optimisation discrète, une recherche longue conduit les élèves à douter de la possibilité d'améliorer un résultat. Cependant, il n'est pas toujours possible de laisser les élèves chercher longtemps.

Toujours en ce qui concerne ces problèmes d'optimisation discrète sur lesquels nous avons travaillés, l'introduction dans la situation d'une file numérique qui permet de résumer l'état de connaissance sur le problème dans la classe s'avère une modification intéressante du milieu de la situation (Hersant, 2010a, chapitre 7). En effet, avant son introduction, pour de nombreux élèves, le milieu comprend ce que l'on sait positivement sur le problème parce qu'on l'a montré par ostension. Or, cette suite numérique permet d'y introduire explicitement, de façon permanente et pour l'ensemble des élèves de la classe, ce que l'on ne sait pas et qui va appeler des preuves non ostensives. Ainsi, cette suite numérique introduit le doute, l'incertitude, dans la situation et constitue ainsi un moteur de la recherche de nécessités.

Par ailleurs, l'introduction de cette suite numérique est aussi une modalité pour introduire des questions dans le milieu objectif de la situation comme par exemple « peut-on placer 26 points sur la grille ? ». Des questions « faciles » vont alors permettre d'opérer doucement le basculement de la recherche empirique vers la recherche de nécessités tout en impliquant le passage à un contrat didactique de preuve non ostensive. Ainsi l'introduction de cette file numérique et de questions (de façon plus ou moins directe) dans le milieu objectif de la situation nous apparaît essentielle pour la dévolution de la preuve.

5.4 Adresse à l'enseignant, contrat didactique et conditions de la dévolution d'un problème à l'articulation secondaire - supérieur

Suite à des remarques de nos collègues de la Faculté des Sciences de Nantes déplorant le manque de capacité des étudiants à chercher des problèmes [58], nous avons entrepris (recherche « ECCEmaths »), de cerner ce que signifie chercher un problème de mathématiques pour un élève de la fin du lycée ou du début de l'Université et d'identifier les capacités des élèves de ce niveau en matière de recherche et résolution de problèmes dans le but de contribuer à faciliter la transition secondaire-supérieur. Dans ce travail il importe que les élèves se sentent pleinement responsables de la résolution du problème (au sens défini précédemment) si l'on veut identifier leurs capacités. Or, cela semble problématique. En effet, d'une part, des recherches montrent qu'à ce niveau les raisonnements des élèves sont plutôt des raisonnement « imitatifs » mobilisés à partir d'indices de surfaces (Lithner, 2000, 2003, 2008). Et, d'autre part, pour le domaine de l'arithmétique, il apparaît que sous certaines conditions, à ce même niveau, les élèves sont capables de mobiliser des raisonnements originaux et « réfléchis » (Battie, 2003) ce qui conduit à dire que lorsque la dévolution du problème est réussie, les capacités des élèves correspondent à ce que l'on peut espérer à ce niveau. Ainsi la « réelle » dévolution d'un problème dont nous avons besoin pour ces travaux semble soumise à des conditions de possibilités qu'il convient d'identifier. A cet égard, il faut noter que cette recherche qui se situe à l'issue de l'enseignement secondaire, alors qu'un certain nombre de clauses du contrat didactique de la résolution de problème sont installées [59].

5.4.1 Identification d'un frein à la dévolution d'un problème

Dans une première étape de la recherche, nous avons recueilli des données à partir d'une enquête écrite réalisée auprès de 135 étudiants de première année de l'Université (filières scientifiques) et 48 élèves de Terminale Scientifique (18 ans). La consigne donnée aux élèves était la suivante :

58. Ce constat n'est pas isolé et rejoint des résultats de travaux en didactique des mathématiques. Dans sa synthèse sur la transition secondaire – supérieur, Gueudet (2008) montre que trois aspects de cette transition susceptibles de générer des difficultés pour les élèves sont considérés dans les recherches : les modes de pensée et l'organisation des connaissances ; la question de la preuve et de la communication des mathématiques ; la transposition didactique et le contrat didactique. Il ressort en particulier qu'une certaine flexibilité des connaissances et une certaine autonomie dans la résolution d'un problème sont attendues des étudiants à l'Université alors qu'elles leur font défaut : leur connaissances sont rigides et peu structurées.

59. Ces résultats sur les conditions spécifiques de possibilité de dévolution d'un problème constituent un pas de côté par rapport à l'objectif initial de la recherche « ECCEmaths » puisqu'il s'agit ici de « régler » un problème de méthodologie. Mais ce pas de côté est une nécessité de la recherche qui permet d'identifier des conditions importantes de la dévolution d'un problème à la fin du lycée.

> Nous sommes une équipe de recherche composée d'enseignants de mathématiques et de chercheurs de l'Université de Nantes qui s'intéressent à la résolution de problème de mathématiques par les élèves et les étudiants. Pour nous aider, merci de bien vouloir chercher ce problème et rendre à votre professeur le résultat de votre travail. Vous avez 15 jours pour chercher ce premier problème. Au bout de cette période, votre professeur vous demandera de répondre par écrit à des questions sur la façon dont vous avez cherché. Il importe donc que vous vous souveniez des « grands » moments de la recherche de ce problème. Nous vous proposerons ensuite, par l'intermédiaire de votre professeur, de résoudre deux autres problèmes dans les mêmes conditions.

Cette enquête montre en particulier que pour la majorité des élèves chercher un problème est une activité scolaire. Il y a en effet à la fois un investissement – une motivation – des élèves dans la recherche du problème [60] et une limite dans cet investissement perceptible par le peu de pistes explorées [61] et le rôle que les élèves attribuent au brouillon [62]. Nous pensons que ces résultats sont l'effet de certaines clauses du contrat, comme par exemple « le professeur attend que je rédige la solution de façon rigoureuse », « le brouillon est le lieu des essais de rédaction et non le lieu du fil de mon raisonnement » ou « si je ne trouve pas, de toute façon le professeur donnera la solution » qui renvoient à la facette contractuelle du contrat didactique et « résoudre un problème c'est principalement trouver la solution » qui renvoie à la fois à la facette contractuelle du contrat (le professeur attend plus la solution que la preuve) et à sa facette épistémologique (ce que signifie résoudre un problème pour ces élèves). Ces clauses empêchent de nombreux élèves de se livrer à une réelle recherche et, de façon concomitante, nuisent à leur apprentissage dans le domaine de la résolution de problème. Ainsi, tout se passe comme si l'adresse à l'enseignant qui est associée à ces clauses empêchait la « pleine » prise de responsabilité de la recherche du problème par les élèves [63], or la dévolution est extrêmement importante pour que les élèves apprennent à mobiliser seuls des savoirs anciens dans un contexte différent de celui de leur introduction et développent l'attitude de résolution de problème attendue à l'Université.

---

60. La durée de recherche d'un problème relatée est courte mais raisonnable (entre 1h et 2h 30 pour la moitié d'entre eux). Pour la moitié des élèves, la recherche s'effectue en deux ou trois reprises (deux reprises correspond à la fréquence la plus importante et à 50% des réponses, trois reprises à 25% des réponses) ; cela leur permet d' « avoir de nouvelles idées », de « laisser reposer » le problème, de « prendre du recul », cet intermède étant souvent l'occasion pour les élèves de discuter du problème avec leurs camarades.

61. La moitié des élèves explore une seule piste lors de la recherche du problème, les autres n'exploitent pas longtemps d'autres pistes, mais ils ne disent pas pourquoi ils les abandonnent.

62. Plus de la moitié des élèves n'ont pas écrit au brouillon de choses qu'ils n'ont pas réussi ensuite à mettre au propre, ce qui recoupe le fait qu'ils n'explorent pas, en général, des pistes différentes, ni des pistes au-delà de celles proposées dans le problème. Le passage par le brouillon semble plus lié à une volonté de rendre un écrit lisible par l'enseignant qu'à une pratique de la recherche.

63. On peut aussi à ce sujet ce référer aux travaux de Sauter et Bonafé (Sauter, 1998, 2000) sur les narrations de recherches.

5.4.2 L'adresse à un presque pair comme condition de possibilité de la dévolution d'un problème

Nous avons donc cherché un dispositif pédagogique où la narration de la recherche ne serait pas adressée à l'enseignant et permettrait que les élèves de la fin du lycée soient pleinement responsables de la résolution du problème proposé. C'est ainsi que le groupe a mis en place un échange exclusivement épistolaire entre des élèves de Terminale Scientifique (18 ans) et des étudiants en première ou deuxième année d'université (donc un ou deux ans plus avancés dans le cursus) nommé *correspondance mathématique*. Dans une telle correspondance, les élèves sont presque pairs (une à deux années de différence dans le cursus). L'élève le moins avancé dans le cursus initie la correspondance. La consigne qui lui est donnée est la suivante : « écrire en détails vos essais, tentatives, pistes de recherche et résultats (partiels ou intermédiaires) ». Son correspondant a pour tâche de l'aider à avancer dans sa recherche, sans toutefois lui fournir la réponse. Entre autres, il ne doit pas hésiter à demander des précisions. La correspondance est organisée par les enseignants qui distribuent le problème au même moment aux correspondants et transmettent les lettres à des dates précises (une quinzaine de jours entre chaque échange). Mais, les professeurs n'ont pas connaissance du contenu des lettres, n'échangent pas avec les élèves sur leur résolution et ne répondent pas aux questions à ce sujet. A l'issue des échanges épistolaires, une rencontre entre les correspondants est organisée. Ce moment de « restitution » gérée par l'enseignant est une occasion de mutualiser les démarches utilisées par les élèves et de les valider ou invalider, de proposer éventuellement d'autres procédures de résolution du problème, de répondre aux questions qui se posent encore sur le problème, de demander aux lycéens et étudiants ce qu'ils ont appris avec cette correspondance.

Les productions des élèves recueillies dans ce cadre témoignent de la réussite [64] de la dévolution du problème – au sens défini précédemment – et, par là même, de la capacité des élèves à avoir une activité mathématique plus riche que celle qu'ils laissent à voir habituellement à leurs professeurs. En effet, sans être de très bons élèves, ils imaginent des procédures de résolution originales, émettent des conjectures, se montrent critiques quant à leurs résultats, posent des questions associées aux problèmes techniques qu'ils rencontrent et des questions plus fondamentales, comme par exemple : « comment expliquer que ma première idée était fausse alors que je trouve le même résultat ? » Hersant (2009b, 2011a). Nous associons en premier lieu cette réussite de la dévolution, qui contraste avec l'échec de la dévolution lors de la première partie de la recherche, à la rupture avec le contrat didactique habituel crée par l'adresse à un presque pair et non à l'enseignant [65]. Mais, celle-ci n'est possible que si

64. Certaines remarques d'élèves formulées lors de la restitution apportent des éléments supplémentaires en ce sens. Par exemple, l'élève 5 déclare : « l'exercice de recherche avec la fac a permis de donner une autre dimension aux maths car cette fois, on n'a plus à suivre les idées des autres et à les réemployer, c'est nous qui construisons à partir de ce que l'on sait ! »

65. Dans une certaine mesure, on est ici à la limite d'une situation didactique puisque l'enseignement est

le milieu de la situation didactique permet des rétroactions en cas d'erreurs des élèves, ce qui était le cas du problème choisi pour cette correspondance (voir Hersant, 2011a, section 5 notamment). Ainsi deux conditions de possibilité de la dévolution d'un problème (au sens défini précédemment) se dégagent ici : l'une, classique, liée au caractère antagoniste du milieu de la situation ; l'autre liée au destinataire de l'écrit et au contrat établi avec ce destinataire. Remarquons, par ailleurs, que dans cette situation la dévolution se réalise alors que les actions d'enrôlement de l'enseignant sont quasi-inexistantes. L'âge des élèves intervient certainement à ce niveau mais nous pensons que l'enrôlement est surtout réalisé grâce au rôle de « chercheur - solveur » d'un problème que s'attribue volontiers le lycéen : pour lui, c'est un défi de montrer à un élève un peu plus avancé que lui en mathématiques qu'il peut résoudre le problème.

5.5 Cohérence entre le registre langagier et le contrat didactique, une condition de la dévolution d'une preuve à l'école élémentaire

Conduire des élèves de cycle 3 à prendre en charge la recherche et la preuve d'un problème tel que nous le proposons dans la recherche « Problèmes pour chercher » (Hersant, 2010a) alors qu'ils n'ont encore jamais eu ce type de responsabilités pose des difficultés très différentes de celles rencontrées dans la recherche « ECCEmaths ». Dans la mesure où les élèves n'ont pas encore rencontré de preuves en mathématiques il s'agit de leur signifier – et d'accompagner – leur entrée dans un nouveau contrat didactique dont certaines clauses sont les suivantes : « ce n'est pas parce que la majorité des élèves pensent que P est vraie que P est effectivement vraie » ; « ce n'est pas parce que le meilleur élève de la classe pense que P est vraie que P est effectivement vraie ».

Du point de vue du déroulement de la situation, la recherche du problème suppose, dans un premier temps, que les élèves formulent des conjectures. Pour cela (dévolution de la formulation de conjectures) l'enseignant va se situer dans un registre langagier de l'opinion : « Est-ce que vous pensez qu'on peut mettre plus de 10 points ? » ; « A votre avis est-il possible de placer plus de 10 points ? ». Ensuite, il s'agit de faire formuler des nécessités aux élèves, ce qui implique de faire évoluer ce registre langagier pour qu'il permette la dévolution de la preuve et soit cohérent avec le contrat didactique recherché. Des formulations du type « Est-ce qu'on est sûr que personne ne pourra faire 21, 20 ou... est-ce qu'on est sûr que personne ne pourra faire 10, que personne ne pourra faire 11 ? (...) y'a des choses on est sûr que personne ne pourra jamais les faire. » sont cohérentes avec un contrat de preuve et facilitent la dévolution de la preuve dans la mesure où, d'une part, elles installent le doute – moteur reconnu de la preuve par de nombreux auteurs – et, d'autre part, signifient que la

entièrement à l'écart de la correspondance pendant la majeure partie de sa durée. Mais le situation demeure didactique puisqu'il y a des enjeux d'apprentissage dont le professeur reste le garant ; ses interventions lors de la phase de restitution en témoignent.

certitude ne peut provenir d'un constat de non réussite, d'une conviction ou d'une opinion. En revanche, des formulations telles que « Qui pense qu'on peut en mettre plus que 10 ? Pourquoi ? » n'indiquent pas suffisamment les attendus de la situation et ne nous semblent pas favoriser la dévolution de la preuve. Ainsi, à l'école élémentaire, alors que les élèves ne savent pas encore ce qu'est une preuve en mathématiques le discours de l'enseignant pour signifier aux élèves ses attentes nous paraît extrêmement important : le registre langagier de l'enseignant (opinion *vs* preuve) signifie ou pas l'entrée dans un contrat didactique de preuve et ainsi contribue ou pas à la dévolution du problème.

Nous avons observé l'usage de ces deux registres, d'une part, dans plusieurs classes de CE2 avec des professeurs des écoles et, d'autre part, dans une classe de CM2 avec un formateur de mathématiques[66] (voir mémoire complémentaire, Hersant, 2010a). Dans la classe de CM2, l'enseignant situe nettement son discours dans le registre de la preuve comme moyen de savoir avec certitude, de réduire le doute ; des nécessités sont avancées assez rapidement par les élèves. Dans les classes de CE2, où le discours de l'enseignante se situe plutôt dans le registre de l'opinion (« Est-ce que vous pensez qu'on peut en mettre plus ? » ; « Qui pense « oui » ? »), la dévolution de la preuve aux élèves est plus laborieuse. Il est possible que l'âge des élèves intervienne dans cette différence mais l'hypothèse nous semble cependant à explorer dans des travaux ultérieurs : dans quelle mesure le registre langagier de l'enseignant constitue t-il une condition de possibilité de la dévolution d'un problème ? Par ailleurs, on retrouve ici probablement une difficulté de la dévolution de la preuve liée à l'épistémologie de l'enseignant : les enseignants polyvalents qui n'ont pas de formation avancée en mathématiques semblent avoir plus de difficulté à employer un registre langagier adapté à la dévolution d'une preuve.

5.6 Conclusion

Cette section met en évidence l'épaisseur de toute situation d'enseignement, la complexité de l'action didactique, le nombre et la variété des facteurs susceptibles de conditionner la dévolution. Ces résultats ainsi que ceux présentés dans la section 4 montrent l'intérêt de mettre à disposition des enseignants, pour le quotidien, des situations à la fois robustes, c'est-à-dire qui permettront une dévolution du problème aux élèves, et accessibles pour eux, c'est-à-dire qui ne sont pas en rupture avec leur pratique. La problématique des ingénieries de développement (Perrin-Glorian, 2011) se fixe cet objet. Les résultats sur le rapport entre le jeu sur le couple (contrat didactique, milieu) et l'épistémologie de l'enseignant laissent penser que cela est d'autant plus crucial au sujet de situations qui mettent jeu des savoirs mal définis comme les « Problèmes pour chercher » et à l'école primaire où les enseignants sont polyvalents.

66. Le professeur E de notre mémoire complémentaire ; il a été enseignant dans le primaire puis au collège avant d'être formateur en mathématiques à l'IUFM des Pays de la Loire.

6 La problématique du développement de situations pour les classes ordinaires comme perspective de recherche

La problématique des ingénieries didactiques au début de la TSD s'est heurtée à une difficulté au niveau de la reproductibilité des situations proposées, ce qui a contribué au développement de travaux sur les pratiques ordinaires. En retour, les résultats obtenus permettent de revenir à des ingénieries dites de « deuxième génération » avec une problématique nouvelle (Perrin-Glorian, 2011) :

> Le problème n'est plus seulement celui du contrôle et de la mise en oeuvre des principes théoriques qui guident l'ingénierie didactique ; c'est aussi celui des possibilités d'adaptation des situations par les enseignants dans les conditions ordinaires de fonctionnement de l'enseignement avec la double perspective de l'étude de la robustesse d'une suite de situations et de la formation des enseignants.

Ainsi, le développement de situations didactiques pour les classes ordinaires vise la construction de situations didactiques à la fois robustes et accessibles aux enseignants ; ce développement doit s'accompagner d'un questionnement sur la façon de rendre disponibles ces situations pour les enseignants. Il s'agit donc de se donner les moyens de préserver l'essence des situations (leurs enjeux de savoirs et la façon de les construire par les élèves) tout en laissant des marges de manoeuvre aux enseignants. Cette problématique nous semble particulièrement cruciale pour l'enseignement des mathématiques à deux endroits : à l'école élémentaire où les enseignants sont polyvalents et pas forcément spécialistes de mathématiques ; à propos de situations où les savoirs mathématiques sont mal définis comme par exemple les « problèmes pour chercher » ou la « démarche d'investigation en mathématiques », situations que, par ailleurs, l'institution semble vouloir développer.

Le travail que nous avons effectué lors de la recherche « Problèmes pour chercher » et dont rend compte (en partie) notre mémoire complémentaire (Hersant, 2010a) s'inscrit dans cette problématique nouvelle de la didactique des mathématiques, dans un domaine de savoirs qui reste encore largement à explorer. Sans revenir sur l'ensemble des résultats obtenus dans ce cadre, nous souhaitons ici rappeler la méthodologie générale de l'étude et ses points saillants par rapport à la méthodologie utilisée pour une ingénierie didactique de « première génération » telle qu'elle a été décrite par Artigue (1990). Cette méthodologie tient compte de « contraintes » liées aux pratiques des enseignants établies en référence aux résultats précédemment rappelés.

6.1 Prise en compte de résultats sur les pratiques ordinaires

De ce que nous savons sur les pratiques ordinaires des enseignants, nous retenons en particulier deux éléments dont il nous semble important de tenir compte dans une problématique

d'ingénierie de développement.

D'abord, d'après nos résultats et même si les pratiques sont plurielles, il n'y a pas vraiment de dévolution du problème proposé aux élèves, mais plutôt des moments de travail adidactique à partir d'une première situation où le savoir visé n'est pas en jeu, complétée par des questions orales de l'enseignant ; ces moments adidactiques sont rendus possibles par des aménagements du milieu initial de la situation qui ne présente pas toujours de potentialités adidactiques importantes. Ces aménagements du milieu, lorsqu'ils existent, sont effectués au fil de la séance par l'enseignant ; leur existence est liée à son épistémologie qui conditionne ses marges de manoeuvre. Cette caractéristique des situations ordinaires incite à rechercher des situations qui se présentent initialement comme des problèmes communs ensuite complétés par des questions qui permettent la construction du savoir visé. Elle invite aussi à étayer l'activité de l'enseignant au niveau des modalités d'aménagement du milieu de la situation initiale, c'est-à-dire à lui proposer des façons d'aménager le milieu de la situation pour permettre une dévolution de la solution principale [67].

Ensuite, dans certaines classes ordinaires, l'institutionnalisation des savoirs est diffuse. Il apparaît donc important de soutenir l'activité des enseignants en proposant des formulations des savoirs en jeu. C'est un point de vigilance à avoir.

6.2 Méthodologie utilisée

Notre démarche rappelle celle classique d'ingénierie didactique décrite par Artigue (1990) mais elle s'en distingue à plusieurs endroits.

Nous avons d'abord mené une étude préalable du problème didactique dans plusieurs directions : analyse épistémologique du domaine, analyse des ruptures associées à l'apprentissage du savoir visé, analyse des conditions didactiques et des points critiques de réalisation de ces ruptures. Pour ce faire nous avons convoqué deux cadres théoriques, celui de la TSD et celui de la problématisation, et eu recours, entre autres, à des études empiriques. Ces dernières études étaient nécessaires dans la mesure où les savoirs dont nous visons la transposition didactique ont été peu travaillés jusqu'ici dans le cadre de la didactique des mathématiques. Ensuite, en prenant appui sur ces éléments nous avons proposé un ensemble de situations didactiques et montré qu'elles présentaient *a priori* des potentialités quant à la réalisation des conditions identifiées dans la première partie du travail. Puis, nous avons confronté nos propositions à la réalité des classes. Il nous semble que c'est principalement dans cette seconde partie de l'étude que la méthodologie utilisée que se distingue de celle d'ingénierie de première génération.

67. Rien ne dit que les enseignants s'en saisiront, cela dépend de la façon dont ils pensent que l'on peut apprendre les mathématiques. Toutefois, cela leur ouvre des possibles.

D'abord, dans l'analyse *a priori* des situations que nous avons menée, une de nos préoccupations principales a été de construire des situations ayant un milieu suffisamment solide, sans pour autant que la situation soit lourde : nous avons recherché des situations qui permettent aux élèves de rencontrer les savoirs visés avec un minimum d'intervention de l'enseignant et qui puissent se « jouer » dans des classes ordinaires. Ainsi, les situations proposées sont associées à des problèmes dont l'énoncé initial est relativement « commun[68] » et est complété oralement par l'enseignant. De plus, lorsque le milieu ne nous apparaît pas suffisamment contraignant, nous proposons des modifications de la situation qui permettent de l'aménager et peuvent être introduites facilement au cours de la séance. A cet égard il convient de remarquer que ces aménagements du milieu peuvent se faire selon différentes modalités qui ne sont pas toutes équivalentes (voir page 43).

Ensuite, la phase d'analyse *a posteriori* est orientée essentiellement par le point de vue de l'enseignant (à quelle difficulté est-il confronté ? comment les gère-t-il ? comment s'empare t-il des situations proposées ?) car notre objectif est de travailler sur les conditions de possibilités de réalisation des situations proposées dans des classes ordinaires. Guidée par nos connaissances sur les pratiques ordinaires des enseignants, nous nous sommes centrée essentiellement sur les processus de dévolution et d'institutionnalisation. Ainsi, dans ce travail il n'y a pas à proprement parler de validation interne des situations proposées par confrontation de l'analyse *a priori*[69] et de l'analyse *a posteriori* mais une validation externe par les enseignants qui rend compte de la possibilité ou pas pour des enseignants *lambda* de « jouer » ces situations. Cette validation est essentielle pour une ingénierie de développement. Dans le cas de la recherche « Problèmes pour chercher » nous avons fait le « pari » qu'une collaboration longue avec des enseignants permettrait une prise en charge des situations. Il s'avère que cela n'est pas si évident, probablement en partie à cause de la difficulté même des savoirs en jeu.

6.3 Perspectives de recherches

Cette méthodologie concerne à proprement parler le développement de situations, mais pas leur « diffusion » aux enseignants, ce qui est une autre étape constitutive et certainement délicate de l'ingénierie de développement. Il s'agit en effet de permettre une « migration réussie » d'une situation développée dans le cadre d'une ingénierie vers les classes ordinaires, c'est-à-dire de permettre une adaptation par les enseignants de cette situation à leurs contraintes et habitudes de fonctionnement tout en préservant la rencontre des élèves

68. Il faut distinguer ici le fait que les problèmes proposés sont d'une certaine façon difficile pour les enseignants car ils renvoient à un domaine complexe et le fait qu'ils ont par ailleurs des caractéristiques communes pour un problème de l'école élémentaire.

69. Nous posons la question des apprentissages des élèves mais les résultats obtenus sont aussi interprétés en référence à ce qui est effectivement réalisé dans les classes.

avec le savoir visé. Le problème est donc de laisser aux enseignants des marges de manoeuvre sans perdre l'essence de la situation. Cela nécessite de s'interroger sur la façon dont on peut contrôler, au niveau de la recherche, le devenir des situations produites. Une condition pour cela consiste à identifier les éléments des situations qui garantissent leur robustesse par rapport au savoir (quelles sont les variables qui doivent faire l'objet d'un contrôle serré de la part du chercheur ?) sans pour autant obliger l'enseignant à observer scrupuleusement le déroulement d'une situation (quelles sont les variables dont la détermination peut, et doit, être laissée à la charge de l'enseignant ?). Nous nommons *déterminants* (Hersant, 2011b) ces variables de la situation qui garantissent sa robustesse et permettent une « migration réussie » vers les classes ordinaires ; ils correspondent en quelque sorte aux conditions à respecter pour préserver l'essence de la situation. Le nombre important de variables qui pèsent sur la dévolution rend l'identification de l'ensemble des déterminants d'une situation idéale, mais on peut essayer de tendre vers l'idéal. Dans un TD de la dernière École d'été de didactique des mathématiques (août 2009), nous avons proposé de rechercher des déterminants d'une situation (Hersant, 2011b) à partir de l'analyse comparative de plusieurs séances menées par des enseignants différents à propos de la même situation. Les enseignants disposaient du scénario de la situation (phases et consignes associées) mais n'étaient pas particulièrement contraints. La comparaison permet, par exemple, de voir ce qui « fonctionne » chez un enseignant et pas chez un autre, cela fournit des éléments pour discerner ce qui pourrait être de l'ordre d'un déterminant de la situation mais de nombreuses questions se posent encore (Hersant, 2011b). Utiliser cette démarche pour identifier les déterminants d'une situation demande une collaboration avec des enseignants, les modalités d'un tel travail sont aussi à penser (Hersant, 2010b). En effet, certains déterminants semblent très liés à l'action de l'enseignant *in situ* et à son épistémologie ; ils semblent donc sont difficiles à modifier sans un travail important de formation. D'autres ont trait aux caractéristiques mésogénétiques de la situation et semblent plus faciles à respecter. Une fois ces déterminants identifiés se pose encore la question de la constitution des ressources pour diffuser ces informations (Gueudet et Trouche, 2008).

Ce début d'ingénierie de développement doit donc être complété. En ce qui concerne les conditions de l'acculturation des enseignants aux situations que nous proposons, la thèse en cours de Christine Choquet [70] devrait apporter des éléments importants : elle est consacrée à l'étude des pratiques ordinaires relatives aux « problèmes pour chercher » et permettra de connaître les « habitudes » des enseignants dans le domaine. Par ailleurs, pour des raisons semblables à celles qui nous ont amenée à prendre comme objet d'étude les « problèmes pour chercher », il nous semble qu'une réflexion est aussi à effectuer autour de la question de la « démarche d'investigation » à l'école élémentaire et au collège. Le cadre que nous avons constitué dans notre mémoire complémentaire nous semble une base pour une telle étude.

70. Thèse que Denis Butlen et moi même co-dirigeons.

Références

Altet, M. (2002). Une démarche de recherche sur la pratique enseignante : l'analyse plurielle. *Revue française de pédagogie*, 138:85–93.

Artigue, M. (1990). Ingénierie didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 9(3):281–308.

Bachelard, G. (1938). *La formation de l'esprit scientifique.* Vrin, Paris.

Battie, V. (2003). *Spécificités et potentialités de l'arithmétique élémentaire pour l'apprentissage du raisonnement mathématique.* Thèse de doctorat, Paris 7, Irem Paris 7.

Bessot, A. (2003). Introduction à la théorie des situations didactiques. http ://hal.ccsd.cnrs.fr/ccsd-00078794/en/.

Bessot, A. (2011). L'ingénierie didactique au coeur de la théorie des situations didactiques. *In Actes de la 15ème Ecole d'Eté de didactique des mathématiques.* Margolinas C., Grenoble, La Pensée Sauvage édition.

Bourdon, P. (2009). Mise au travail des élèves, enrôlement et différenciation dans l'activité cognitive. *In Complexité des pratiques enseignantes : expérience, savoir et normes en mathématiques*, pages 49–66. Hersant M. et Morin C.

Brousseau, G. (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 7(2):33–115.

Brousseau, G. (1990). Le contrat didactique : le milieu. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 9(3):309–336.

Brousseau, G. (1996). L'enseignant dans la théorie des situations didactiques. *In Actes de la 8ème Ecole d'Ete de didactique des mathématiques*, pages 3–46. Noirfalise R., Perrin M.J, Clermont-Ferrand, IREM Clermont-Ferrand édition.

Brousseau, G. (1997). La théorie des situtations didactiques. *In Cours donné lors de l'attribution à Guy Brousseau du titre de Docteur Honoris Causa de l'Université de Montréal*, Montréal. http ://daest.pagesperso-orange.fr/Pages%20perso/Brousseau.htm#ligne.

Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques.* La Pensée Sauvvage, Grenoble.

Brousseau, G. (2002). Glossaire de quelques concepts de la théorie des situations didactiques en mathématiques. http ://pagesperso-orange.fr/daest/Pages-perso/Brousseau.htm.

Brousseau, G. et Centeno, J. (1991). La mémoire du système didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 11(2-3):167–210.

Bruner, J. S. (1993). *Le développement de l'enfant : Savoir faire, savoir dire.* Presses Universitaires de France, Paris, 4e éd édition.

Butlen, D., Masselot, P., Pézard, M. et Peltier, M. L. (2004). *Dur, dur, dur d'enseigner en ZEP.* Peltier M. L. et al., Grenoble, La Pensée Sauvage édition.

Chappet-Pariès, M., Robert, A. et Rogalski, J. (2008). Que font des élèves de troisième et de quatrième avec un même enseignant dans une séance de géométrie ? *In La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants*, page 466. Vandebrouck, Toulouse, Octarès édition.

Chevallard, Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19(2):221–266.

Comiti, C. et Grenier, D. (1996). Etude de quelques phénomènes typiques de l'activité didactique. *In Actes de la 8ème Ecole d'Ete de didactique des mathématiques*, pages 57–65. Noirfalise R., Perrin M.J, Clermont-Ferrand, IREM édition.

Comiti, C. et Grenier, D. (1997). Régulations didactiques et changements de contrats. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 17(3):81–102.

Comiti, C., Grenier, D. et Margolinas, C. (1995). Niveaux de connaissances en jeu lors d'interactions en situation de classes et modélisation de phénomènes didactiques. *In Différents types de savoirs et leur articulation*, pages 92–113. Arsac et al., Grenoble, La Pensée Sauvage édition.

Douady, R. (1987). Jeux de cadres et dialectique outil-objet. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 7(2):5–31.

ERMEL (1999). *Vrai ? Faux ? On en débat ! De l'argumentation vers la preuve au cycle 3.* INRP, Lyon.

Fabre, M. (2006). Problématisation, savoirs et apprentissages en sciences. *Perspectives en éducation et formation*, (1):73–90.

Fabre, M. et Musquer, A. (2009). Comment aider l'élève à problématiser ? Les inducteurs de problématisation. *Les Sciences de l'éducation, pour l'ère nouvelle*, 42(2):111–127.

Fabre, M. et Orange, C. (1997). Construction des problèmes et franchissements d'obstacles. *ASTER*, 24:37–57. http ://www.inrp.fr/edition-electronique/archives/aster/web/fascicule.php ?num_fas=442.

Fregona, D. (1995). *Les figures planes comme milieu dans l'enseignement de la géométrie : interactions, contrat et transposition didactique.* Thèse, Université Bordeaux 1.

GUEUDET, G. (2008). Investigating the secondary–tertiary transition. *Educational Studies in Mathematics*, 67(3):237–254.

GUEUDET, G. et TROUCHE, L. (2008). Towards new documentation systems for mathematics teachers ? *Educational Studies in Mathematics*, 71(3):199–218.

HERSANT, M. (2001). *Interactions didactiques et pratiques d'enseignement, le cas de la proportionnalité au collège*. Thèse de doctorat, Paris 7.

HERSANT, M. (2004). Caractérisation d'une pratique d'enseignement des mathématiques, le cours dialogué. *Canadian Journal of Sciences, Mathematics and Technologies Education*, 4(2):241–258.

HERSANT, M. (2009a). Le contrat didactique et l'organisation de la rencontre des élèves avec le savoir. *In Complexité des pratiques enseignantes : expérience, savoir et normes en mathématiques*, pages 83–107. Hersant M. et Morin C.

HERSANT, M. (2009b). Etude de l'activité mathématique de lycéens dans une correspondance mathématique à propos d'un problème de maximum. *In Actes du Séminaire national de didactique des mathématiques*, pages 351–374. Paris, IREM Paris 7 édition.

HERSANT, M. (2009c). Synthèse 1. De la complexité dans l'organisation de la rencontre des élèves avec le savoir. *In Complexité des pratiques enseignantes : expérience, savoir et normes en mathématiques*, pages 156–179. Hersant M. et Morin C.

HERSANT, M. (2010a). *Empirisme et rationalité à l'école élémentaire, vers la preuve au cycle 3*. Mémoire de recherche, Habilitation à Diriger des recherches, Université de Nantes.

HERSANT, M. (2010b). Que peut apporter une collaboration entre enseignants, formateurs et chercheurs ? un exemple en mathématiques à l'école élémentaire à propos d'une injonction institutionnelle adressée aux enseignants. *Recherches en éducation*, Hors Série 1:60–70.

HERSANT, M. (2011a). Correspondance mathématique et conditions d'une activité mathématique "créative" et problématisée à la fin du lycée. *Educational Studies in Mathematics*.

HERSANT, M. (2011b). Les ingénieries de développement : à la recherche de déterminants de situations, une étude de cas relative aux problèmes pour chercher. *In Actes de la 15è école d'été de didactique des mathématiques*. La Pensée Sauvage, Clermont-Ferrand, Margolinas C. édition.

HERSANT, M. et MORIN, C. (2009). Complexité des pratiques enseignantes : expérience, savoir et normes en mathématiques. Rapport de recherche, CREN, Université de Nantes.

Hersant, M. et Perrin-Glorian, M. (2005). Characterization of an ordinary teaching practice with the help of the theory of didactic situations. *Educational Studies in Mathematics*, 59(1):113–151.

Hersant, M. et Vannier, M. P. (2007). Analyse des interactions dans la classe en termes de partage et de transfert de responsabilité(s), regards croisés à propos d'une situation de résolution d'un « problème pour chercher » en mathématiques. *In Actualité de la recherche en éducation et formation*, Strasbourg.

Hersant, M. et Vannier, M. P. (2009). Implicites liés au découpage d'un corpus dans le cadre d'une recherche sur les pratiques enseignantes. *In Questionner l'implicite*, numéro (3) de Les méthodes de recherche en didactiques, pages 85–101. Cohen-Azria C. et Sayac N, Lille, Presses Universitaires du Septentrion édition.

Lithner, J. (2000). Mathematical reasoning in school tasks. *Educational Studies in Mathematics*, 41(2):165–190.

Lithner, J. (2003). Students' mathematical reasoning in university textbook exercises. *Educational Studies in Mathematics*, 52(1):29–55.

Lithner, J. (2008). A research framework for creative and imitative reasoning. *Educational Studies in Mathematics*, 67(3):255–276.

Margolinas, C. (1995). La structuration du milieu et ses apports dans l'analyse a poseriori de situations. *In Les débats en didactiques des mathématiques, annales 1993-1994*, pages 89–103. Margolinas C., Grenoble, La Pensée Sauvage édition.

Margolinas, C. (1999). Le milieu et le contrat didactique, concepts pour la construction et l'analyse de situations d'enseignement. *In Analyse des pratiques enseignantes et didactiques des mathématiques. Actes de l'Université d'été de la Rochelle*, pages 3–16. Noirfalise R., Clermont-Ferrand, IREM édition.

Margolinas, C. (2002). Situations, milieux, connaissances. analyse de l'activité du professeur. *In Actes de la 11ème Ecole d'Eté de didactique des mathématiques*, pages 141–155. Dorier et al., Grenoble, La Pensée Sauvage édition.

Margolinas, C. (2004). *Points de vue de l'élève et du professeur. Essai de développement de la théorie des situations didactiques.* Thèse de doctorat, Blaise Pascal, Clermont-Ferrand.

Mercier, A. (1998). La participation des élèves à l'enseignement, , vol 18 n°3 pp. 279-310, ed. la pensée sauvage, grenoble. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 18(3):279–310.

ORANGE, C. (2001). *Idées et raisons.* Mémoire de recherche, Habilitation à Diriger des recherches, Nantes.

ORANGE, C. (2005a). Problématisation et conceptualisation en sciences et dans les apprentissages scientifiques. *Les sciences de l'éducation pour l'ère nouvelle*, 38(3):70–92.

ORANGE, C. (2005b). Problème et problématisation dans l'enseignement scientifique. *Aster*, 40:1–7.

ORANGE, C. (2007). Quel milieu pour l'apprentissage par problématisation en sciences de la vie et de la terre ? *Education et didactique*, 2(1).

PERRIN-GLORIAN, M. (1998). Introduction du thème "Comprendre les pratiques d'enseignement". *In Actes de la 9ème Ecole d'Ete de didactique des mathématiques*, pages 12–14. M. Bailleul, C. Comiti, J.L Dorier, J.B. Lagrange, B. Parzysz, M.H. Salin.

PERRIN-GLORIAN, M. J. (1999). Analayse d'un problème de fonction en termes de milieu : structuration du milieu pour l'élève et pour le maître. *In Actes de l'Université d'été*, pages 17–38, La Rochelle. IREM de Clermont-Ferrand.

PERRIN-GLORIAN, M. J. (2011). L'ingénierie didactique à l'interface de la recherche avec l'enseignement. développement de ressources et formation des enseignants. *In Actes de la 15ème Ecole d'Eté de didactique des mathématiques.* Margolinas C., Grenoble, La Pensée Sauvage édition. à paraître.

PERRIN-GLORIAN, M. J. et HERSANT, M. (2003). Milieu et contrat didactique, outils pour l'analyse de séquences ordinaires. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 23(2):217–276. voir volume des publications.

PERRIN-GLORIAN, M. J. et MARGOLINAS, C. (1997). Edito. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 17(3):1–5.

PIERCE, R., STACEY, K. et WANDER, R. (2010). Examining the didactic contract when handheld technology is permitted in the mathematics classroom. *ZDM.* On line Fisrt.

ROBERT, A. et ROGALSKI, J. (2005). A Cross-Analysis of the mathematics teacher's activity. an example in a french 10th-Grade class. *Educational Studies in Mathematics*, 59(1-3):269–298.

RODITI, E. (2005). *Les pratiques enseignantes en mathématiques. Entre contraintes et liberté pédagogique.* L'Harmattan, Paris.

ROGALSKI, J. (2000). Approche de psychologie ergonomique de l'activité de l'enseignant. *In Actes du XXVIe colloque Copirelem*, pages 45–66.

SALIN, M. H. (1999). Pratiques ostensives des enseignants. *In Le cognitif en didactique des mathématiques*, pages 327–352. Lemoyne G. et Conne F., Montréal, Les presses de l'Université de Montréal édition.

SALIN, M. H. (2002). Repères sur l'évolution du concept de milieu. *In Actes de la 11ème Ecole d'Eté de didactique des mathématiques*, pages 111–124. Dorier et al. , Grenoble, La pensée Sauvage édition.

SAUTER, M. (1998). Narrations de recherche : une nouvelle pratique pédagogique. *Repères IREM*, 30:9–21.

SAUTER, M. (2000). Formation de l'esprit scientifique avec les narrations de recherche au cycle central du collège. *Repères IREM*, 39:7–20.

SCHUBAUER-LEONI, M. et DOLZ, J. (2004). Comprendre l'action et l'ingéniosité de l'enseignant : une composante essentielle de la transformation de l'Ecole. *In Transformer l'école*, Raisons éducatives, pages 147–168. Bonckart J.-P., Gathier Thurler M., Bruxelles, De Boeck édition.

SENSEVY, G. (2007). Des catégories pour décrire et comprendre l'action didactique. *In Agir ensemble, l'action didactique conjointe du professeur et des élèves*, pages 13–49. Sensevy G. et Mercier A., Rennes, Presses Universitaires de Rennes édition.

VANNIER, M. P. (2009). Enrôlement et transfert de responsabilité : des conduites mises en oeuvre aux buts poursuivis. *In Complexité des pratiques enseignantes : expérience, savoir et normes en mathématiques*, pages 133–155. Hersant M. et Morin C.

VINATIER, I. et ALTET, M. (2008). *Analyser et comprendre les pratiques enseignantes.* Vinatier I. , Altet M., Rennes, Presses Universitaires de Rennes édition.