HAL
open science

Modélisation de procédés de génération de vapeur en dimensions finie et infinie

Samir Lamiri

To cite this version:

Samir Lamiri. Modélisation de procédés de génération de vapeur en dimensions finie et infinie. Génie des procédés. Université des sciences et technologies de Lille 1, 2000. Français. NNT : . tel-01737574

HAL Id: tel-01737574

https://hal.science/tel-01737574v1

Submitted on 19 Mar 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Th 2000 853

50376
2000
368

UNIVERSITÉ DES SCIENCES ET TECHNOLOGIES DE LILLE

Année 2000 N° d'ordre : 2 8 9 3

UNIVERSITÉ DES SC. ET TECHN. BIBLIOTHÈQUE UNIVERSITAIRE LILLE

THESE

pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE LILLE 1
Discipline : PRODUCTIQUE AUTOMATIQUE et INFORMATIQUE INDUSTRIELLE

présentée et soutenue publiquement

par

Samir LAMIRI

Ingénieur École Nationale d'Ingénieurs de Monastir

le 28 novembre 2000

MODELISATION DE PROCEDES DE GENERATION DE VAPEUR EN DIMENSIONS FINIE ET INFINIE

JURY :

M. Pierre BORNE	Président	Professeur à l'Ecole Centrale de Lille
Mme Irène ZAMBETTAKIS	Rapporteur	Professeur à l'IUT de Tarbes
M. Youssoufi TOURE	Rapporteur	Professeur à l'IUT de Bourges
M. Jean-Pierre RICHARD	Codirecteur	Professeur à l'École Centrale de Lille
M. Belkacem OULD BOUAMAMA	Codirecteur	Maître de Conférence à l'IUT A, USTL
M. Marcel STAROSWIECKI	Examinateur	Professeur à L'EUDIL
M. Jean-Pierre HUMEAU	Examinateur	Professeur à l'Université de Nantes
M. Jean-Pierre CORFMAT	Examinateur	Directeur de département à EDF

Thèse préparée au Laboratoire d'Automatique et d'Informatique industrielle de Lille
L.A.I.L., UPRESA 8021 - École Centrale de Lille

à mes parents Souad et Youssef

à ma femme Lamia et mon petit bout de chou Youssef

2

Table des matières

Avant Propos **7**

Introduction **11**

Notations **15**

1 Positionnement **19**
1.1 But de l'étude . . . 19
1.2 Principe de fonctionnement des centrales électriques . . . 20
1.3 Etude des centrales nucléaires à eau pressurisée . . . 22
1.3.1 Principe de fonctionnement . . . 23
1.3.2 Description de la boucle primaire . . . 23
1.3.3 Description de la boucle secondaire . . . 24
1.3.4 Description et étude de fonctionnement du générateur de vapeur . . . 24
1.4 Etude des émulsions liquide-vapeur . . . 26
1.4.1 Le principe de l'évaporation d'eau . . . 27
1.4.2 Les différents types d'écoulement . . . 29
1.4.3 Les émulsions liquide-vapeur . . . 30
1.4.4 Transfert thermique lors de l'ébullition . . . 31
1.5 Problématique des générateurs de vapeur . . . 36
1.5.1 Phénomènes d'instabilité dans les générateurs de vapeur . . . 38
1.5.2 Phénomènes de gonflement et de tassement du niveau . . . 40
1.6 Etude des modèles existants . . . 43
1.6.1 Modèles linéaires . . . 43
1.6.2 Modèles non linéaires . . . 45
1.7 Conclusion . . . 51

2 Modèles en dimension infinie **55**
2.1 Étude de transfert de chaleur . . . 56
2.1.1 Equation de la chaleur . . . 56
2.1.2 Conditions initiales et aux limites . . . 57
2.1.3 Solution générale . . . 58

2.1.4 Simulation 60
2.2 Modélisation des milieux diphasiques 62
2.2.1 Concepts préliminaire 62
2.2.2 Mélange diphasique homogène 66
2.2.3 Mélange diphasique avec séparation de phases 74
2.3 conclusion 81

3 Modèles en dimension finie 85
3.1 Choix des modèles 85
3.1.1 Bilan de masse EDP → EDO 86
3.1.2 Bilan d'énergie EDP →EDO 87
3.2 Modèle d'un mélange diphasique homogène 87
3.2.1 Schéma de principe et notation 88
3.2.2 Hypothèses de modélisation 88
3.2.3 Equations du modèle 90
3.3 Modèle d'un mélange diphasique à deux phases séparées 95
3.3.1 Hypothèse de modélisation 96
3.3.2 Bilans de la phase vapeur 96
3.3.3 Bilans de la phase liquide 97
3.4 Conclusion 103

4 Etude expérimentale d'un générateur de vapeur 107
4.1 Description du processus de génération de vapeur 107
4.1.1 Modélisation de l'installation 110
4.2 Modèles EDP (Application simulation) 113
4.2.1 Modèle diphasique homogène 114
4.2.2 Modèle à phase séparées 119
4.3 Modèle EDO 122
4.3.1 Modèle diphasique homogène 122
4.3.2 Modèle à phases séparées 127
4.4 Conclusion 132

Conclusion générale 135

Annexes 141

A Formes des fonctions thermodynamiques 141
A.1 Fonctions thermodynamiques pour les mélanges diphasiques 141
A.1.1 Modèle polynomial de l'enthalpie liquide en fonction de la pression . . 141
A.1.2 Modèle polynomial de l'enthalpie vapeur en fonction de la pression . . 141
A.1.3 Modèle polynomial de la masse volumique liquide en fonction de la pression 142
A.1.4 Modèle polynomial de la masse volumique vapeur en fonction de la pression 142
A.1.5 Modèle polynomial de la température en fonction de la pression 142

A.1.6 Modèle polynomial de l'enthalpie spécifique du liquide en fonction de la température . . . 142
A.1.7 Modèle polynomial de l'enthalpie spécifique de la vapeur en fonction de la température . . . 142
A.2 Fonctions thermodynamiques pour les phases séparées . . . 142
A.2.1 Modèle polynomial de la pression liquide en fonction de l'enthalpie liquide . . . 142
A.2.2 Modèle polynomial de la masse volumique liquide en fonction de l'enthalpie liquide . . . 143
A.2.3 Modèle polynomial de la température liquide en fonction de l'enthalpie liquide . . . 143
A.2.4 Modèle polynomial de la température vapeur en fonction de la masse volumique vapeur . . . 143
A.2.5 Modèle polynomial de la pression vapeur en fonction de la masse volumique vapeur . . . 143
A.2.6 Modèle polynomial de l'enthalpie vapeur en fonction de la température vapeur . . . 143

B Calcul des coefficients d'échanges 144
B.1 Collecteur de vapeur nu . . . 144
B.2 Collecteur de vapeur calorifugé . . . 144
B.3 Calcul des coefficients d'échange de chaleur . . . 145
B.3.1 Coefficient d'échange superficiel K_i . . . 145
B.3.2 Coefficient d'échange de chaleur externe . . . 146
B.4 Calcul des variations singulières de pression . . . 147

Bibliographie 151

Avant Propos

Le travail que nous présentons dans ce mémoire a été effectué au Laboratoire d'Automatique et d'Informatique Industrielle de Lille (LAIL, UPRESA CNRS 8021) sous la direction conjointe du ***Professeur Jean-Pierre Richard*** *(Professeur à l'Ecole Centrale de Lille) et du* ***Docteur Belkacem Ould Bouamama*** *(Maître de Conférences à l'EUDIL, USTL). Nous leur sommes particulièrement reconnaissant pour avoir su partager avec nous leur enthousiasme pour la recherche et surtout pour nous avoir appris la rigueur scientifique.*

Le ***Professeur Pierre Borne*** *(Professeur et Directeur Scientifique à l'Ecole Centrale de Lille et Président de IEEE SMC), spécialiste dans les commandes robustes, préside notre jury de thèse. Nous le remercions vivement pour cela, et espérons que notre contribution scientifique l'intéressera.*

Le ***Professeur Irène Zambettakis*** *(Professeur à l'IUT de Tarbes), et le* ***Professeur Youssoufi Touré*** *(Professeur à l'IUT de Bourges), ont accepté, malgré les nombreuses charges qui sont les leurs, de porter jugement sur notre travail et d'être membre de notre jury de thèse. Qu'il nous soit permis de les remercier pour leurs commentaires constructifs qui ont permis à ce manuscrit de gagner en rigueur.*

Le ***Professeur Marcel Staroswiecki*** *(Professeur à l'Université des Sciences et*

Technologies de Lille et Directeur du LAIL), spécialiste de la supervision des systèmes complexes, a accepté de participer à notre jury de thèse et d'examiner nos travaux.

Le Professeur ***Jean-Pierre Humeau*** *(Professeur à l'Ecole Centrale de Nantes), a accepté d'examiner notre travail. Nous lui adressons toute notre gratitude pour l'honneur qu'il nous fait en acceptant d'être membre de notre jury.*

Nous tenons à remercier vivement ***Monsieur Jean-Pierre Corfmat*** *(Directeur de Département à EDF) d'avoir accepté de participer à notre jury de thèse, nous espérons que ce travail rencontrera son intérêt. Le LAIL, avec le dévouement et la gentillesse de son personnel et l'excellente ambiance qui règne entre les chercheurs, est un cadre idéal pour un épanouissement aussi bien scientifique qu'humain. Nous tenons donc à remercier tous les membres du LAIL pour le compréhension dont ils ont toujours fait preuve à notre égard.*

Enfin, nous tenons à beaucoup remercier le ***Professeur Mohamed Rammah*** *(Professeur à l'Université des Sciences de Monastir) qui nous a vivement encouragé à réaliser cet humble travail.*

Introduction

Introduction

Le problème primordial d'un ingénieur en présence d'un processus à commander ou à gérer est d'en obtenir une description pertinente (c'est-à-dire assurant un bon rapport simplicité/réalisme), permettant par exemple des prévisions conformes à l'observation réelle. L'ensemble des équations mathématiques décrivant ces systèmes et permettant de prédire leur comportement futur constitue un *modèle* à partir duquel seront ensuite conçues des stratégies de commande. Ce modèle peut aussi être défini comme un opérateur représentant la relation entre les signaux d'entrée et de sortie du système. On cherche en général à déterminer un modèle à partir des équations de fonctionnement du processus (lorsqu'elles sont connues) ou bien à partir de mesure et d'identifications entrée-sortie. Il faut souligner que les notions d'entrées et sorties se rapportent ici au modèle et non au système physique : ainsi, à titre d'exemple le débit de vapeur à la sortie d'une chaudière peut bien représenter une entrée du modèle.

En fait, la réalité des démarches de conception intégrée n'est pas si "linéaire" (modèle puis synthèse de commande), puisque la modélisation doit être développée différemment selon son objectif et doit donc déjà tenir compte des méthodes disponibles.

Ces derniers temps, la modélisation prend plus d'ampleur en raison de la concurrence éco-

nomique et de la complexité des processus industriels : la recherche de solutions optimales, facilitée par l'utilisation de moyens informatiques puissants, nécessite en premier lieu un modèle mathématique du système sur lequel il est plus efficace et économique de procéder à tous types de simulation.

Dans ce mémoire nous nous intéressons aux divers problèmes résultant de la modélisation d'écoulement diphasiques pour lesquels la topologie de l'écoulement est complexe et en général non définie. Quand on connaît le rôle capital que joue les interfaces séparant les deux constituants dans les échanges entre phases, on comprend que la méconnaissance de la topologie rend très délicate une telle modélisation. Dans ces écoulements, nous pouvons distinguer les écoulements liquide-vapeur, liquide-gaz et liquide-liquide.

L'étude de tels écoulements a donné lieu à un grand nombre de travaux, expérimentaux pour la plupart. Toutefois ces travaux ne présentent que peu d'intérêt sur le plan de la modélisation globale du système dynamique entrée-sortie.

Ce n'est qu'à partir des années 60 que les premiers modèles théoriques ont été développés. Cependant, ces modèles sont rarement de type entrée-sortie, adaptés à des modélisations de processus de génération de vapeur considérés en régime dynamique.

Il est intéressant de noter que la modélisation exige dans les projets de l'automatisation d'une unité 50 à 80% du temps nécessaire de l'étude. Bien plus, si les techniques de la régulation PID restent encore très utilisées dans des industries aussi complexes que le nucléaire par exemple, c'est parce qu'on est encore incapable de produire des modèles précis nécessaires à l'application de commandes avancées.

Les modèles actuellement utilisés pour la description des générateur de vapeur seront préci-

sés dans la section I.6 "Etude des modèles existants". Notons dès à présent que deux types de modèles coexistent :

- modèles linéarisés et à paramètres localisés utilisés pour l'analyse des principales dynamiques de comportement.

- modèles non linéaires et/ou à paramètres distribués : ceux-ci permettent une meilleure prise en compte des phénomènes physiques et de leur répartition spatiale.

Les modèles à paramètres distribués disponibles ne permettaient pas une étude des fonctionnements dynamiques (à entrées variables) qui sont pourtant à la base de toutes les questions de commande. C'est là que se situe la contribution de notre étude, puisque nous proposons principalement deux modèles en dimension infinie (équations aux dérivées partielles), donnés sous forme d'état.

Ces modèles seront également comparés avec des visions localisées (modèles d'équations différentielles ordinaires non linéaires) et correspondants à deux types de configuration :

- phases eau et vapeur séparées;

- mélange diphasique homogène.

Le rapport est organisé selon le plan suivant :

- Le premier chapitre s'intéresse au positionnement général de l'étude, mettant en avant le complexité des phénomènes physiques mis en jeu dans les processus de génération de vapeur et présente la problèmatique de leur modélisation.

- Le deuxième chapitre traite de la modélisation thermodynamique en dimension infinie, permettant par exemple la mise en évidence des phénomènes de retard. Les deux types de configuration (phase séparées et mélange homogène) sont considérés.

- Le troisième chapitre présente des modèles de type localisé, mais dans lesquels les aspects non linéaires ne sont pas évacués. Les mêmes configurations sont étudiées.

- Enfin, le quatrième chapitre applique ces résultats à une installation pilote disponible au Laboratoire d'Automatique et d'Informatique Industrielle de Lille, constituée d'un générateur de vapeur de taille réduite.

En annexe sont présenté les équations de régression polynomiale des fonctions thermodynamiques ainsi que le calcul des pertes de chaleur et coefficients d'échange.

Notations

ρ	: masse volumique,	kg/m^3
ρ_l	: masse volumique liquide,	kg/m^3
ρ_v	: masse volumique vapeur,	kg/m^3
v_l	: vitesse liquide,	m/s
u_s	: vitesse superficielle liquide,	m/s
v_v	: vitesse vapeur,	m/s
v_s	: vitesse superficielle vapeur,	m/s
$\bar{G}$	: densité de débit,	$kg/(m^2 s)$
g	: accélération de la pesanteur,	m/s^2
z	: côte traduisant la verticale,	m
χ	: niveau d'eau dans l'évaporateur,	m
α	: taux de vide, fraction de vide ou taux de présence	sans unité
γ	: facteur de glissement,	sans unité
X	: qualité ou titre de la vapeur,	sans unité
h	: enthalpie spécifique,	j/kg
h_l	: enthalpie spécifique liquide,	j/kg
h_v	: enthalpie spécifique vapeur,	j/kg
$\pounds_v$	: chaleur latente de vaporisation,	j/Kg
D_h	: diamètre hydraulique,	m
m_l	: masse liquide dans le générateur de vapeur,	kg
m_v	: masse vapeur dans le générateur de vapeur,	kg
$\dot{m}_e$	: débit d'entrée d'eau d'alimentation (générateur de vapeur),	kg/s
$\dot{m}_s$	: débit de sortie de vapeur (générateur de vapeur),	kg/s
$\dot{m}_{evap}$	: débit d'eau évaporée,	kg/s
A	: section,	m^2
Σ	: section du générateur de vapeur,	m^2
A_l	: surface liquide dans une section liquide-vapeur ,	m^2
A_v	: surface vapeur dans une section liquide-vapeur ,	m^2
p_l	: pression de la phase liquide,	bar
p_v	: pression de la phase vapeur,	bar

T_l	: Température de la phase liquide,	$°C$
T_v	: Température de la phase vapeur,	$°C$
T_{sat}	: température de saturation de l'eau,	k
T_p	: température de la paroi (modèle de Nukijama),	k
T_m	: température du métal générateur de vapeur,	k
λ	: conductivité thermique du milieu,	W/mk
φ	: Flux de chaleur transmis par les résistantes chauffantes,	W
P_t	: Puissance du générateur de tension,	W
$\dot{Q}$	: dissipation thermique,	W

✓ Les termes "générateur de vapeur" et "évaporateur" sont équivalents.

✓ Le taux de vide, noté α, est également appelé fraction volumique de la vapeur ou taux de présence. Il caractérise la teneur en bulles dans le générateur de vapeur.

$\alpha = \frac{Volume\ de\ vapeur}{Volume\ total}$ à une hauteur donnée, il dépend de la pression.

✓ La qualité ou le titre de la vapeur, noté X, est égale au rapport du débit massique de la vapeur à z à celui du mélange à z : $X = \frac{\alpha\rho_v v}{\alpha\rho_v v+(1-\alpha)\rho_l u}$

✓ Le facteur de glissement, noté γ, est le rapport des vitesses vapeur et liquide dans un mélange diphasique.

Positionnement

Chapitre 1

Positionnement

1.1 But de l'étude

Le but de cette étude est de développer un modèle mathématique, valable pour la simulation et la commande des processus de changement de phases dans un générateur de vapeur. Le résultat sera validé sur une installation pilote, au LAIL (*Laboratoire d'Automatique et d'Informatique Industrielle de Lille*), qui représente le fonctionnement, à échelle réduite, d'une centrale électrique. L'installation à modéliser se compose d'un générateur de vapeur, d'un échangeur de chaleur et d'un ensemble de circuits annexes (pompes, vannes,...). Moyennant quelques modifications, notre modèle pourrait néanmoins simuler d'autres types de générateurs, tels ceux employés dans les centrales thermique ou à énergie nucléaire. Dans ce cas des adaptations seront introduites selon le type de combustible et des conditions aux limites.

Jusqu'à l'heure actuelle, le problème de la modélisation des générateurs de vapeur présents dans les centrales électriques reste une question de recherche ouverte. D'une part,

les modèles simplifiés à paramètres localisés sont utilisés dans le monde industriel pour la simulation et la connaissance de la dynamique des centrales. D'autre part, les modèles à équations aux dérivées partielles, malgré leur complexité, représentent assez bien la connaissance physique des micro-phénomènes présents dans les centrales. Cependant, ceux qui existaient jusqu'à présent étaient peu adaptés aux systèmes de commande car n'étant pas élaborés sous forme d'entrée/sortie.

L'objet de ce travail est de nous rapprocher de modèles à paramètres distribués permettant une description dynamique en termes d'entrées sorties : ceci constitue une étape nécessaire vers la commande.

Nous verrons également que le modèle proposé dans notre étude reproduira les phénomènes de retard et de diffusion.

1.2 Principe de fonctionnement des centrales électriques

Une centrale électrique est une usine qui produit de l'électricité. Il en existe plusieurs types,

1- centrales thermiques,

2- centrales hydrauliques,

3- centrales nucléaires,

4- centrales éoliennes,

5- centrales à énergie solaire.

A l'exception de la dernière classe, toutes ces centrales sont basées sur le même principe : faire tourner un alternateur qui produit de l'électricité. La différence de fonction-

nement se situe au niveau de l'entraînement de l'alternateur, qui dans la plupart des cas (nucléaire, thermique, hydraulique) est produit par une turbine (Fig. 1.1). Dans les centrales

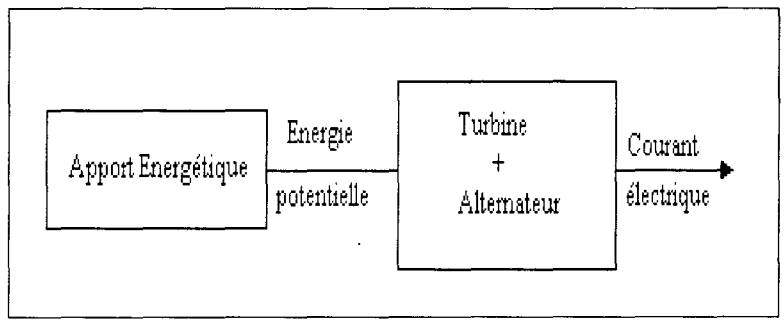


FIG. 1.1 – *Principe de production d'électricité*

hydrauliques, c'est l'eau en amont des barrages qui actionne directement la turbine. Dans les centrales thermiques classiques, un combustible fossile (charbon, gaz naturel ou pétrole) est brûlé pour transformer de l'eau en vapeur capable d'entraîner la turbine. Dans les centrales nucléaires, les noyaux d'uranium remplacent le combustible fossile : en se cassant (fission), ces gros noyaux libèrent de l'énergie nucléaire utilisable sous forme thermique.

C'est à ces derniers types de production thermique et nucléaire que s'adresse notre étude, puisque tous deux font appel à un système *générateur de vapeur*, transformant une énergie thermique en une énergie mécanique utilisable par l'alternateur (Fig. 1.2). Dans la partie suivante, nous allons, à titre d'exemple, décrire brièvement le principe des centrales nucléaires à eau pressurisée (*Pressured Water Reactor*) : ceci nous permettra de préciser le rôle du générateur de vapeur dans ce type d'installation qui est aujourd'hui parmi les plus utilisés, puisqu'il représente 60% de la puissance installée dans le monde. Rodé et fiable, il équipe la quasi totalité du parc nucléaire français avec 56 réacteurs en activité et 2 en construction (80% de la production française) [18].

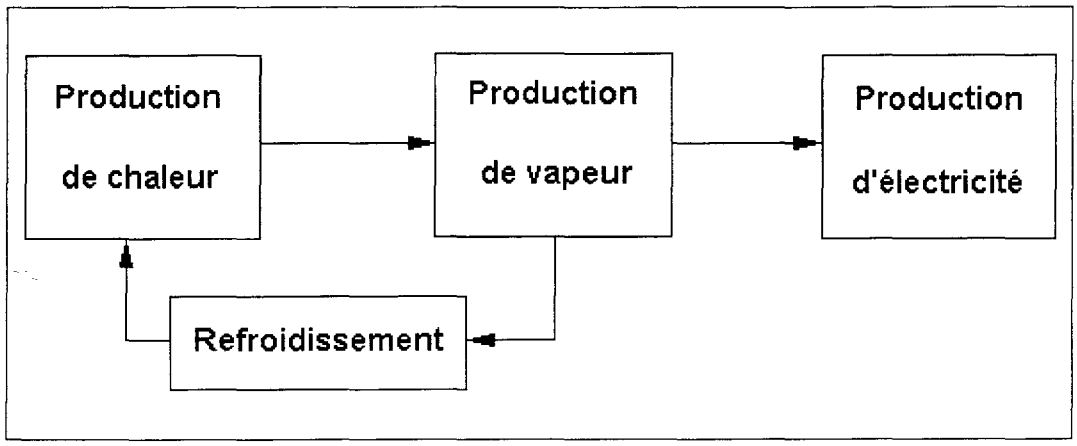


FIG. 1.2 – *Principe de production d'électricité à base de générateur de vapeur*

1.3 Etude des centrales nucléaires à eau pressurisée

Le premier réacteur nucléaire a été construit en 1942, aux états-Unis, par Enrico Fermi. Il était constitué d'un empilement de 6 tonnes d'uranium métallique, 34 tonnes d'oxyde d'uranium et 400 tonnes de graphite. La "pile de Fermi" (appelée ainsi à cause des empilements) avait une puissance de 0,5 watt seulement! En France, le premier réacteur d'essai, Zoé, fut construit par le CEA (Centre d'Etude Atomique) sur son centre d'études de Fontenay-aux-Roses. Cette pile a fonctionné pour la première fois le 15 décembre 1948. En 1953, sa puissance fut portée à 150 kW[1]. Aujourd'hui, les réacteurs des centrales nucléaires françaises délivrent de 900 à 1300 MW d'électricité. Le réacteur nucléaire et le générateur de vapeur constituent la partie de la centrale nucléaire produisant la vapeur, les autres parties étant communes à toutes les centrales (turbine, alternateur...). On trouvera dans [6] et [28] une étude relativement détaillée des différents composants de ces réacteurs.

[1]Elle a cessé de fonctionner en 1976. Depuis, le bâtiment Zoé a été transformé en «musée de l'atome».

1.3.1 Principe de fonctionnement

Une centrale nucléaire peut être décomposée en deux boucles : une boucle primaire et une boucle secondaire (Fig. 1.3).

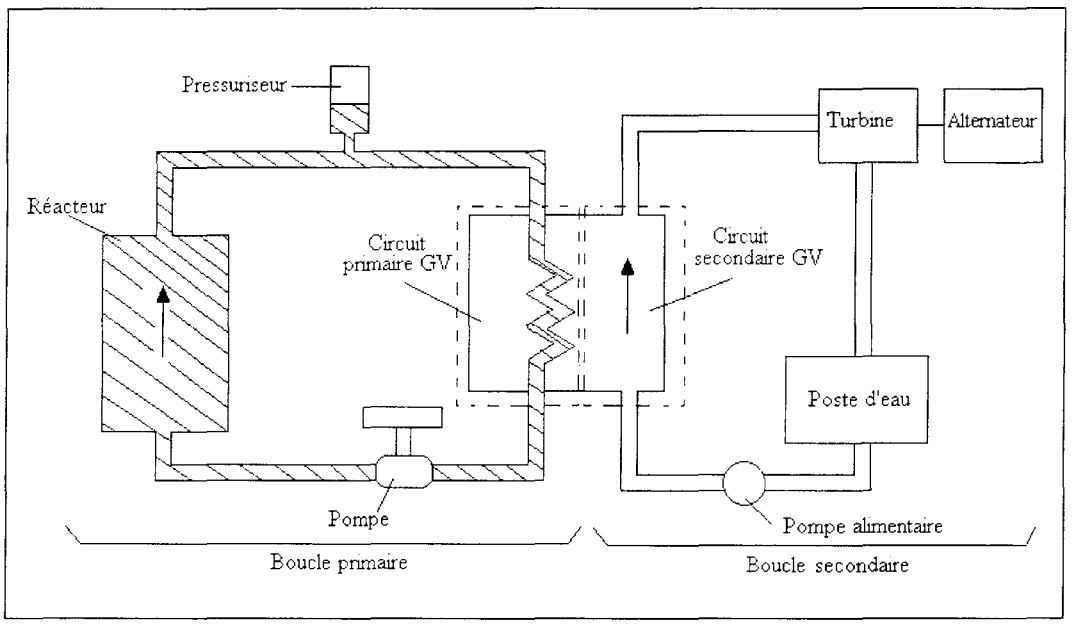


FIG. 1.3 – *Centrale nucléaire à eau pressurisée*

1.3.2 Description de la boucle primaire

Cette boucle se compose du réacteur, du pressuriseur et du circuit primaire du générateur de vapeur. Elle est parcourue, en circuit fermé, par un liquide réfrigérant (eau légère dans le cas considéré) assurant le transfert de l'énergie calorifique du réacteur au générateur de vapeur. Grâce au pressuriseur, ce circuit est maintenu sous une pression suffisante pour empêcher toute ébullition de l'eau primaire (le rôle du pressuriseur est d'absorber les variations du volume de l'eau, contenue dans le primaire, lorsque sa température moyenne varie).

1.3.3 Description de la boucle secondaire

Cette boucle se compose de la partie secondaire du générateur de vapeur, de la turbine, du condenseur et du poste d'eau. Dans le générateur de vapeur (également appelé "évaporateur"), l'eau de la boucle primaire transmet sa chaleur à l'eau de la boucle secondaire. La pression du circuit secondaire, inférieure à celle du circuit primaire, permet l'ébullition de l'eau secondaire du générateur de vapeur. La vapeur produite, après utilisation dans la turbine, est condensée, puis réinjectée dans le générateur de vapeur.

Cette description est en fait schématique car il existe des branches de recirculation à la sortie de l'évaporateur, comme nous le verrons dans les chapitres suivants.

Ayant situé le rôle du générateur de vapeur dans la centrale, nous allons préciser maintenant sa description.

1.3.4 Description et étude de fonctionnement du générateur de vapeur

Sur la Figure 1.4 est présenté le principe de fonctionnement d'un générateur de vapeur à circulation naturelle. La chaleur de l'eau du circuit primaire est transférée au fluide du secondaire par convection, à travers un faisceau tubulaire. Une évaporation partielle de l'eau a donc lieu. Au sommet du faisceau tubulaire, un séparateur permet de dissocier les phases liquide et vapeur. La vapeur est stockée dans la partie supérieure (dôme) avant de sortir vers la turbine. Le liquide est réinjecté dans le canal de descente (*down comer*), où il se mélange avec l'eau d'alimentation.

Un sécheur de vapeur permet d'abaisser à une valeur très faible le taux d'humidité de la vapeur envoyée à la turbine. La variation de la masse volumique de l'émulsion au cours de

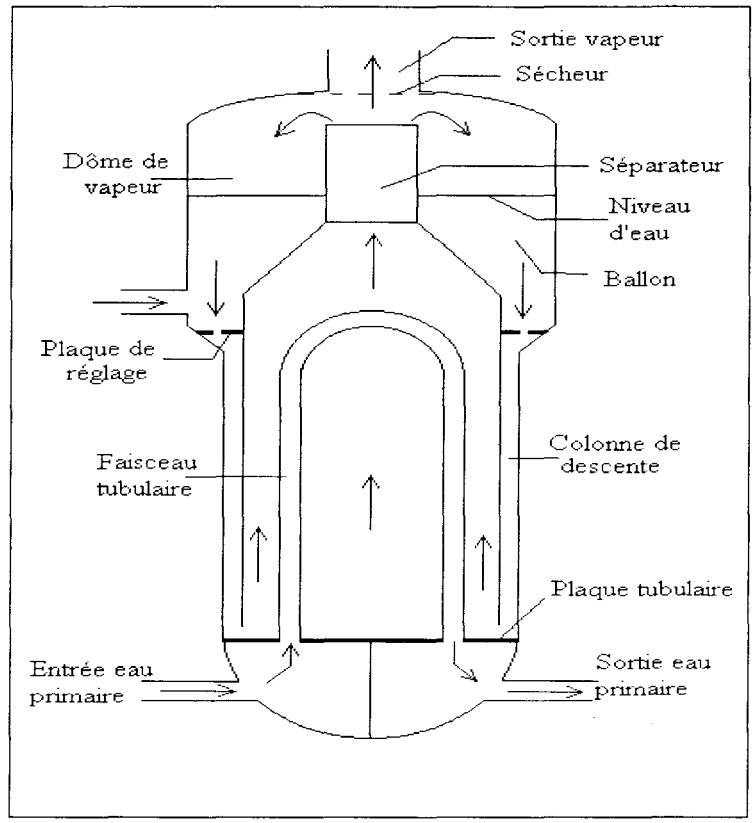


FIG. 1.4 - *Générateur de vapeur à circulation naturelle*

son parcours le long de la boucle constitue le phénomène moteur de la circulation. Celle-ci, n'étant assisté d'aucune pompe, est dite à circulation naturelle (Fig. 1.5).

Deux paramètres sont généralement utilisés pour définir l'état du générateur :

1) *Le taux de recirculation*, rapport entre le débit entrant dans la colonne de descente, et le débit alimentaire. Il est ajusté (à la construction) par une plaque de réglage située au sommet de la colonne de descente, qui se comporte comme un diaphragme. Le rôle de cette plaque est de diminuer le débit de recirculation, en introduisant une perte de charge supplémentaire.

2) *La côte bouillante*, hauteur du point où la température de l'eau atteint la

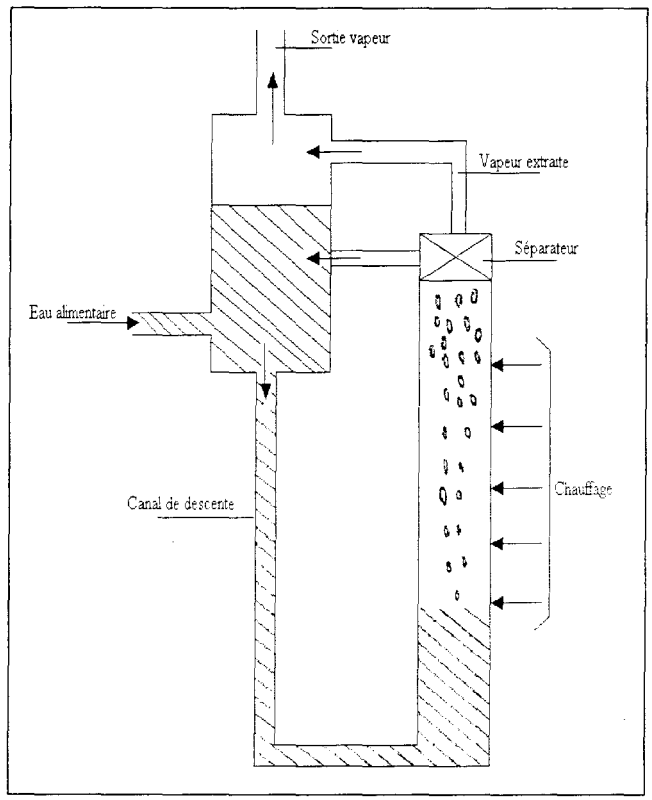


FIG. 1.5 – *Représentation simplifiée du générateur de vapeur*

température de saturation, comptée à partir de la plaque tubulaire.

1.4 Etude des émulsions liquide-vapeur

Dans cette partie, nous présentons les différentes théories relatives aux émulsions liquide-vapeur. Puis nous rappelons les différents modèles de générateurs de vapeur existants, ce qui donne une idée des travaux déjà effectués dans ce domaine. Sur ces deux points, la littérature technique est relativement riche : les écoulements liquide-vapeur interviennent en effet dans toutes les chaudières, quel que soit le mode de chauffage.

1.4.1 Le principe de l'évaporation d'eau

L'évaporation de l'eau peut être considérée comme une réaction chimique. Il y a en effet, changement de phase : la phase liquide disparaît et la phase vapeur (gaz) apparaît. La tension chimique est un paramètre important dans ce procédé. En particulier, dans l'équilibre entre l'eau et la vapeur, il y a égalité des tensions chimique. Si celui-ci est perturbé, par exemple après l'apport de plus de chaleur dans l'eau, sa tension chimique augmente et l'évaporation recommence pour revenir, ainsi, à l'état d'équilibre.

Examinons le schéma de principe figure 1.6 d'un procesus d'évaporation d'eau dans une chaudière chauffée par un flux de chaleur conductif φ. Notons que les conduites d'eau et de vapeur ne sont pas représentées, il s'agit alors d'une enceinte fermée en équilibre eau-vapeur chauffée par une source extérieure. La condition d'équilibre entre les phases liquide

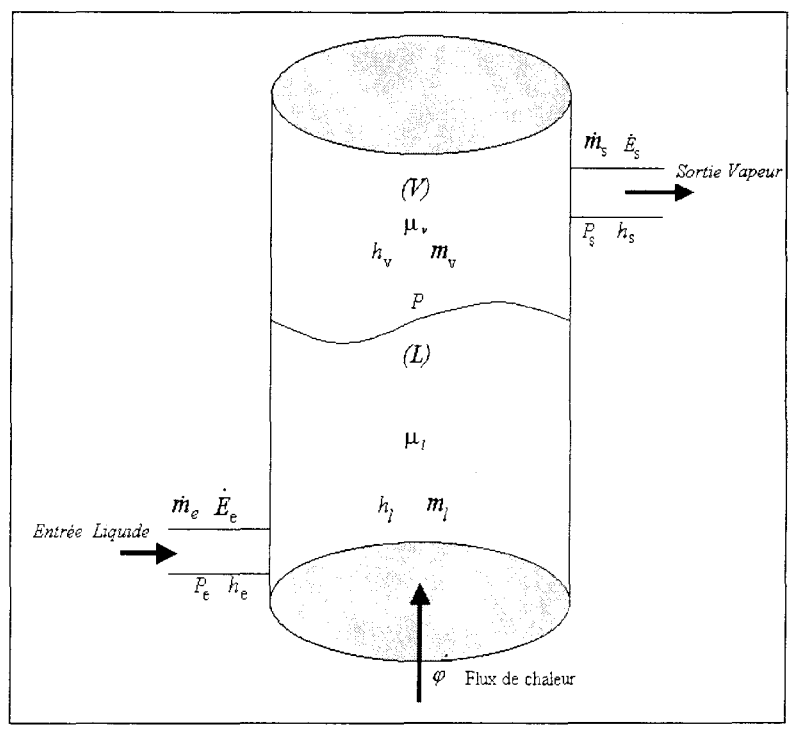


FIG. 1.6 – *Schématisation des variables dans un générateur de vapeur à deux phases séparées*

et vapeur est que les variations des potentiels chimiques, $d\mu_l$ et $d\mu_v$, soient égales. Sachant que :

$$\begin{aligned} d\mu_l &= -S_l dT + V_l dp, \\ d\mu_v &= -S_v dT + V_v dp, \end{aligned}$$

où S_l et S_v sont respectivement les entropies spécifiques de l'eau et de la vapeur dans la chaudière et V_l et V_v les volumes respectifs. On en déduit les conditions d'équilibre suivantes :

$$\frac{dT}{dp} = \frac{V_v - V_l}{S_v - S_l},$$

ce qui permet de calculer la température en fonction de la pression d'ébullition. Cette équation est connue sous le nom de l'équation de Clausius Clayperon.

Nous avons ici trois conditions d'équilibre :

1. L'équilibre des pressions assuré par le mouvement de la surface de l'eau,
2. l'équilibre des températures obtenu par une source de flux extérieur φ qui maintient la température d'ébullition constante,
3. l'équilibre chimique assuré par l'égalité des potentiels chimiques de la vapeur et de l'eau.

Pour ce dernier point, notons que pour chaque température correspond une certaine pression de saturation. Si la pression extérieure se trouve en-dessous de la pression de saturation, il se produit une formation de vapeur jusqu'à ce que cette pression de saturation soit atteinte ou que toute l'eau soit transformée en vapeur (en absence bien sûr d'alimentation en eau). Tant qu'il y a simultanément de l'eau et de la vapeur, il en résulte pour chaque température, une certaine pression indépendante du volume d'eau et de la vapeur. Réciproquement, pour

chaque pression il existe une certaine température indépendante du flux d'entropie. Quand la pression extérieure correspond à la pression atmosphérique, l'évaporation a lieu à $100°C$ $(373.15K)$. Ce procédé est décrit par un ensemble de caractéristiques qu'on appelle tables thermodynamiques et qu'on retrouve dans beaucoup de bibliographies.

L'eau chauffée passe de l'état liquide à l'état vapeur saturée sèche, entre ces deux états nous avons un mélange "vapeur+eau" appelé vapeur saturée humide. La vapeur saturée est définie par son titre X. Ainsi, une masse de $1kg$ de mélange au titre X contient $(1-X)\,kg$ de liquide occupant un volume de $(1-X)\,V_l$ et Xkg de vapeur occupant XV_v.

Le volume massique ou spécifique v_m en m^3/kg et l'enthalpie spécifique h_m en kj/kg du mélange au titre X sont déterminés par les équations du mélange suivantes :

$$\begin{aligned} v_m &= (1-X)\,a_l + Xa_v, \\ h_m &= (1-X)\,h_l + Xh_v, \end{aligned} \tag{1.1}$$

où a_l, a_v, h_l et h_v désignent respectivement les volumes massiques, les enthalpies spécifiques du liquide et de la vapeur. Si $X = 0$, on est à l'état liquide et si $X = 1$ on n'a que de la vapeur sèche saturée.

On peut distinguer deux modèles aux dérivées ordinaires, à savoir un modèle diphasique à deux phases séparées et un modèle diphasique homogène.

1.4.2 Les différents types d'écoulement

Il est possible, en faisant une étude macroscopique d'un mélange liquide-vapeur, de développer théoriquement ou empiriquement des corrélations permettant le calcul de toutes les caractéristiques d'un écoulement liquide-vapeur.

Les paragraphes qui suivent ne prétendent pas offrir une étude exhaustive du sujet : il s'agit simplement d'indiquer quelques méthodes permettant de caractériser et de calculer l'écoulement liquide-vapeur. Cette étude servira de base à la définition de notre modèle dans les chapitres suivants.

1.4.3 Les émulsions liquide-vapeur

On peut distinguer schématiquement quatre types de configurations d'écoulement [19], [56], (Fig. 1.7).

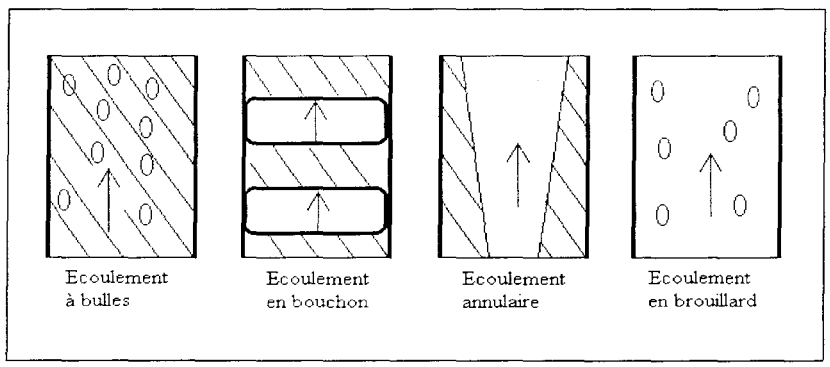


FIG. 1.7 – *Configurations de l'écoulement*

1) L'écoulement à bulles où la phase vapeur est dispersée dans la phase liquide.

2) L'écoulement en brouillard est le cas inverse du premier.

3) L'écoulement en bouchons, où les deux phases se présentent alternativement. Il se rencontre pour des vitesses relativement lentes et des flux de chaleur à la paroi assez faibles.

4) Le cas le plus fréquent dans les générateurs de vapeur industriels est l'écoulement annulaire, où la vapeur se rassemble au centre de l'écoulement. On constate dans ce cas

que les deux phases sont animées de vitesses différentes : on définit alors le *glissement*, rapport des vitesses moyennes de la vapeur et du liquide dans une section donnée.

Dans la réalité, la distinction de ces différents types d'écoulement n'est pas nette. Elle dépend de plusieurs facteurs dont en particulier, la pression, le titre de vapeur, le débit et le flux de chaleur transmis par la paroi (voir également les figures 1.9 et 1.10).

1.4.4 Transfert thermique lors de l'ébullition

La complexité de l'étude du phénomène de transfert de chaleur lors de l'ébullition est inhérente aux nombreux paramètres (pression, chaleur latente de vaporisation, nature du fluide et de la surface de chauffe...) associés au changement de phase.

L'ébullition peut avoir lieu sous deux formes : l'ébullition "libre" (cuves) et l'ébullition en "écoulement forcé" (tubes, chaudières,...). Dans les deux cas, la formation de la vapeur se produit par évaporation (lorsque la température du liquide dépasse légèrement la température de saturation T_{sat}, les molécules quittent la surface de la parois) ou par nucléations (génération de bulles à partir des noyaux de vapeur piégés dans le fluide).

Ebullition "libre"

L'étude de l'ébullition libre (Fig. 1.8) fait apparaître des régimes différents, représentés par une courbe caractéristique, appelée courbe d'ébullition "libre". Cette courbe a été établie expérimentalement par Nukijama en 1934 [46]. Cette expérience a été réalisée dans le but de visualiser l'évolution du flux de chaleur transmis par une parois vers une quantité d'eau, mise en contact direct avec celle-ci, en fonction de la différence de température de la paroi et celle de saturation de l'eau.

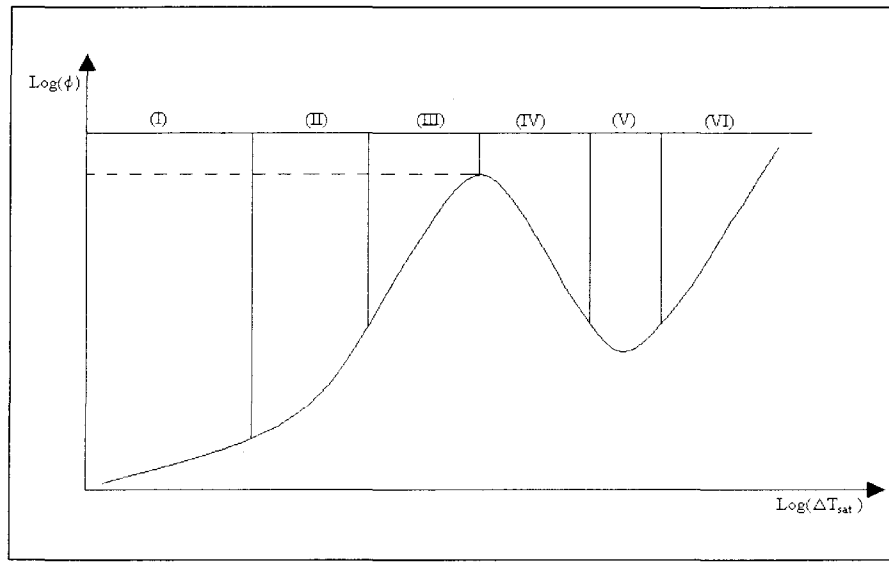


FIG. 1.8 – *Courbe d'ébullition "libre"*

Dans la zone (I), le transfert de chaleur entre la surface de chauffe et l'interface liquide-vapeur s'effectue essentiellement par convection naturelle (la température de la surface de chauffe dépassant de quelques degrés la température de saturation du fluide). Il y a, dans ce cas, évaporation. La zone (II) est caractérisée par la naissance des premières bulles qui disparaissent avant d'atteindre la surface liquide. C'est le début de l'ébullition nucléée. Dans la zone (III), le nombre de bulles s'accroît très rapidement et leur agitation devient importante. Ces bulles parviennent à atteindre la surface du liquide. Un film de vapeur commence à se former au voisinage de la paroi solide.

En ébullition nucléée, le transfert de chaleur est important car le décollement des bulles entraîne des courants de liquide moins chaud vers la surface de chauffe. La densité du flux de chaleur est élevée pour un accroissement entre la température de la paroi et celle de saturation $\Delta T_{sat} = (T_p - T_{sat})$ très faible. Cependant, on arrive à un point où la surface

de chauffe est tellement recouverte de bulles de vapeur qu'un chauffage supplémentaire ne fait plus augmenter la densité de flux de chaleur. Dans ces conditions on atteint le point critique. Au delà de ce point, le comportement de surface de chauffe dépend de la nature de la source de chaleur : flux imposé ("*burn out*": brûlage) ou température de surface imposée (diminution du flux de chaleur: zone (IV)). Dans la zone (V), le film de vapeur devient stable et l'échange de chaleur atteint son minimum. La différence entre la température de paroi et la température de saturation du liquide est très importante dans la zone (VI). Dans ces conditions, la couche de vapeur devient plus épaisse et l'échange de chaleur s'accroît par rayonnement et convection.

Certains paramètres exercent une influence sur la courbe d'ébullition tels que, notamment, la géométrie de la surface de chauffe et son état. En général les surfaces rugueuses entraînent une intensification de l'ébullition car elles renferment des bulles de gaz dans leurs cavités (surfaces améliorées).

La complexité des phénomènes de changement de phase rend difficile l'obtention d'équations générales satisfaisantes. En général, à partir d'un grand nombre de grandeurs physiques dimensionnelles, on obtient un plus petit nombre de grandeurs sans dimension qui sont reliées par des expressions établies expérimentalement. Ces corrélations tiennent compte, notamment, de la nature du fluide (tension superficielle, propriétés thermophysiques,...). de la nature de la paroi solide (forme, rugosité, dimension,...) et de la distribution du flux de chaleur.

Ebullition en "Ecoulement Forcé"

Ce phénomène se caractérise par la superposition de deux écoulements monophasiques (fluides non miscibles) où les interfaces sont en évolution rapide et complexe.

La configuration d'un écoulement dans une conduite est souvent difficile à prévoir. On classe les écoulement diphasiques en fonction de présence de la phase gazeuse dans la phase liquide (taux de présence α et titre de mélange X).

La géométrie la plus utilisée pour l'étude de ce type d'écoulement est la géométrie cylindrique (cylindre horizontal ou vertical). Les principaux paramètres associés aux différents régimes d'écoulement sont : la température d'entrée et le débit du liquide, la pression dans la conduite, le flux de chaleur évacué et le rapport entre la longueur de la conduite et son diamètre.

Certains auteurs [58] ont établi des cartes d'écoulement permettant de prévoir les configurations à partir de paramètres adimensionnels spécifiques aux interfaces.

L'étude de l'ébullition convective dans les conduites verticales fait apparaître plusieurs régions distinctes (Fig. 1.9) dont les trois principales correspondent, de bas en haut, à l'écoulement à bulles, l'écoulement à bouchons et l'écoulement annulaire.

Dans la région (I), le liquide est sous-refroidi et l'échange de chaleur se fait par convection forcée en écoulement monophasique. Les bulles commencent à apparaître dans la région (II), puis le nombre augmente région (III). Ces bulles deviennent importantes et forment des "bouchons" dans la région (IV). Ensuite, il apparaît un film de liquide qui sépare la phase gazeuse et la paroi : on est en régime annulaire région (V). Ce film disparaît peu à peu alors que quelques gouttelettes sont entraînées : on est en régime dispersé région (VI).

Enfin dans la région (VII), on obtient de la vapeur surchauffée en écoulement monophasique.

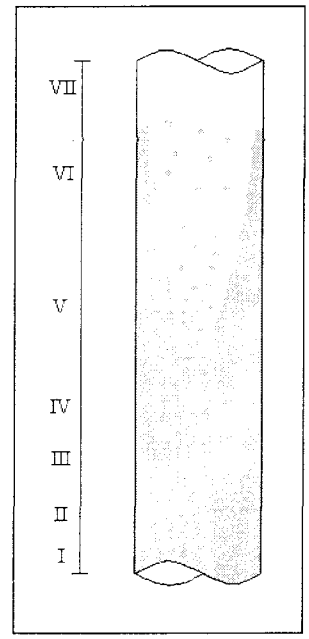


FIG. 1.9 – *Ebullition en écoulement forcé dans une conduite verticale*

Dans les conduites horizontales, les écoulements diphasiques peuvent être annulaires, dispersés, intermittents ou stratifiés. La Figure 1.10 représente un écoulement stratifié ondulé. Les principaux paramètres employés dans l'étude de ces écoulements sont le taux de vide $\alpha = \frac{A_v}{A_v+A_l}$, le titre massique de mélange $X = \frac{\dot{m}_v}{\dot{m}_v+\dot{m}_l}$, le titre volumique de mélange $\beta = \frac{v_v A_v}{v_v A_v+v_l A_l}$, les vitesses moyennes $v_v = \frac{\dot{m}_v}{A_v \rho_v}$ et $v_l = \frac{\dot{m}_l}{A_l \rho_l}$, les vitesses superficielles $v_s = \frac{v}{A_v+A_l}$ et $u_s = \frac{u}{A_v+A_l}$ et le coefficient de glissement $\gamma = \frac{v_v}{v_l}$, A_v et A_l définissent les sections vapeur et liquide dans une section de la conduite.

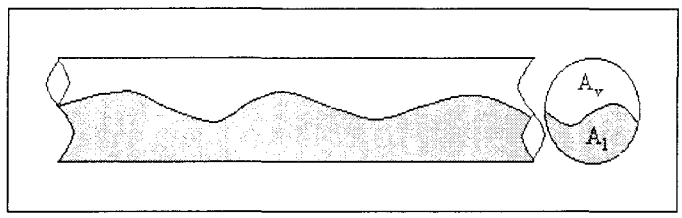


FIG. 1.10 – *Ebullition en écoulement forcé dans une conduite horizontale*

1.5 Problématique des générateurs de vapeur

Les processus de génération de vapeur sont largement utilisés dans de nombreuses industries. Ainsi, dans les centrales nucléaires ou thermiques, le générateur de vapeur est un élément central du processus de production d'électricité, dont la connaissance est nécessaire pour le contrôle et la conduite de l'installation globale. Cette maîtrise est d'autant plus cruciale que ce type d'installation se situe en général dans des industries à risque.
La complexité d'un générateur de vapeur est due au fait qu'il met en œuvre un ensemble de phénomènes couplés, de natures diverses (principalement: mécanique, thermodynamique, électrique). Il est de surcroît soumis à de nombreuses sources de perturbations.

La modélisation des générateurs de vapeurs par identification et par connaissance a fait l'objet de plusieurs travaux de thèses et d'articles [8], [10], [13], [31], [32], [39] et [42]. Toutefois, à l'exception du travail de [13] qui présente un modèle (sans vérification) simplifié d'une centrale nucléaire, les modèles cités ne décrivent que le procédé d'évaporation. Il faut souligner que l'opération de vérification des modèles reste difficile à faire, car le processus étudié présente le maximum de difficultés que l'on peut rencontrer dans le domaine de l'identification. Le système est multivariable (plusieurs entrées et plusieurs sorties) et le modèle obtenu devant couvrir une large plage de fonctionnement, il est nécessaire de tenir

compte des non linéarités. Enfin le processus est du type "paramètres distribués" : les effets de propagation spatiale des perturbations à l'intérieur du système ne sont pas négligeables.

Sur la base de la bibliographie consultée, il apparaît qu'en dépit d'énormes progrès enregistrés dans ce domaine, le problème d'obtention d'un modèle simple (pouvant être exploité) et suffisamment précis reste d'actualité ; c'est ce qui explique, entre autres, l'hésitation des spécialistes des centrales électriques à utiliser les méthodes avancées de commande qui nécessitent (en raison de l'importance du procédé) un modèle mathématique fiable.

Les fortes et fréquentes variations de la charge (réseau) dans les centrales introduisent des dérèglements importants des paramètres de fonctionnement, générant des situations incidentelles ou accidentelles se traduisant par des arrêts d'urgence : à titre d'exemple, le comportement dynamique du niveau dans les générateurs de vapeur provoque à lui seul 30% des arrêts dans les réacteurs à eau pressurisée (PWR) des centrales nucléaires [52].
Parmi les sources de complexité identifiées par les industriels, on peut citer les phénomènes de gonflement - tassement [26] [38] [52], qui s'avèrent très nuisibles pour la stabilité du système : dus à l'effet de variation de la densité de la vapeur, ils introduisent un comportement de déphasage non minimal qui dépend principalement du taux de charge [1] [27] [47] [48].
D'autres phénomènes influant sur la stabilité du niveau dans les générateurs de vapeur sont traités dans [54].
Le manque de modèles dynamiques capables de représenter cette complexité est probablement l'une des raisons pour lesquelles les méthodes de conduite les plus largement utilisées dans les générateurs industriels sont aussi restées les plus classiques (P, PI, PID), basée sur des modèles assez rudimentaires : l'absence de modèles thermodynamiques réalistes est

palliée par des exigences de robustesse accrues. Cependant, ces dernières ne sont bien sûr satisfaites qu'au prix d'une diminution des performances.

Ces dernières années, ce constat a conduit à un certain nombre de travaux de modélisation pour la commande [25] et la surveillance [29] [36], publiés dans la littérature spécialisée. Toutefois, il faut noter que ces travaux sont appliqués sur des simulations ou, au mieux, dans des conditions de laboratoire. Quelques publications très récentes [26] ont également proposé une approche de commande prédictive pour la régulation du niveau d'eau dans les générateurs de vapeur. Toutefois, les phénomènes non linéaires ne peuvent être pris en compte dans une telle approche, qui reste (au dire même de ses auteurs) sensible aux conditions de fonctionnement rencontrées.

Citons quelques problèmes types rencontrés dans la modélisation des générateurs de vapeur :

1.5.1 Phénomènes d'instabilité dans les générateurs de vapeur

La complexité et la difficulté du contrôle d'un générateur de vapeur résulte de trois types d'instabilité :

1. Instabilité statique

Ce problème apparaît dans un mélange diphasique lorsque la chute de pression, due au frottement, diminue avec l'augmentation du débit massique. Ceci se manifeste quand une augmentation de débit et un chauffage constant provoque initialement une augmentation de la vitesse qui génère à son tour une augmentation du frottement provoquant ainsi une baisse du débit. Cela introduit alors un phénomène d'oscillation du débit. En pratique, ce problème est résolu en introduisant une restriction dans la conduite d'alimentation en eau

à l'entrée afin d'augmenter la chute de pression dans la phase liquide. Il est évident qu'une restriction à la sortie diminue encore plus la stabilité. Le prix à payer est alors la puissance de pompage nécessaire plus importante.

2. Instabilité dynamique

Le processus hydraulique et thermique dans un générateur de vapeur engendre un phénomène de feed-back (Figure 1.11). Il existe en conséquence un retard associé à chaque sous système ; le déphasage de 180 degrés dans la boucle de rétro réaction qui en résulte peut alors introduire une instabilité si l'amplitude dans le feed-back est importante.

A titre d'exemple, le flux thermique de vapeur $\dot{E}_v$, en augmentant, provoque l'augmentation du débit massique vapeur suite à l'augmentation de la pression dans le générateur de vapeur. $\dot{m}_s = k\sqrt{\Delta p}$.

D'autre part, l'énergie thermique accumulée dans l'évaporateur, étant liée au débit de sortie de vapeur ($T = 1/C \int (\dot{E}_e - \dot{E}_v)dt$), $\dot{E}_v$ diminue suite à l'augmentation de $\dot{m}_s$ (d'ou la contre réaction négative).

Enfin, le débit et la pression sont en opposition de phase du fait que l'augmentation du débit provoque une diminution de la pression et inversement.

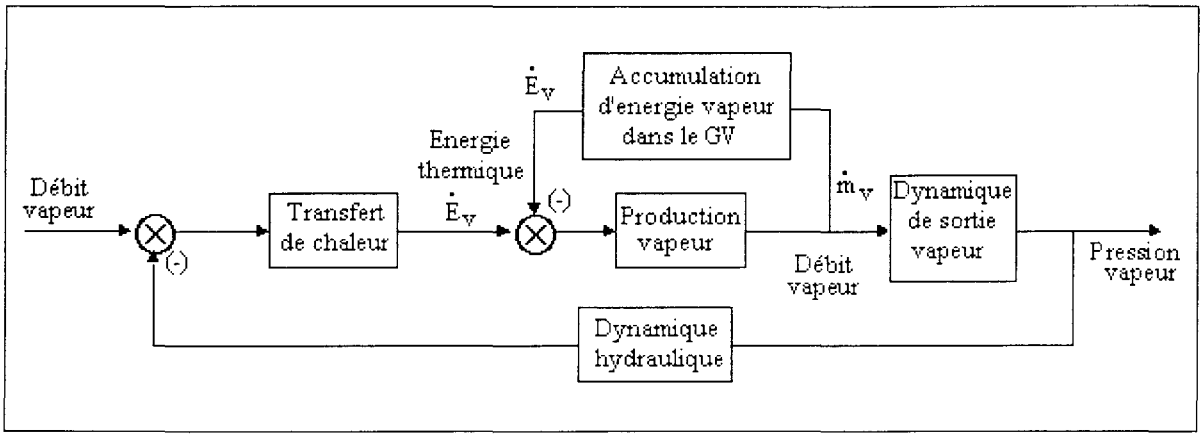


FIG. 1.11 – *Phénomène d'instabilité dynamique dans le process de génération de vapeur*

3. Instabilité dite de type débit

Ce phénomène insuffisamment compris pour permettre une analyse théorique est dû au fait que les flux thermiques et hydrauliques se combinent pour déterminer le type d'émulsions (annulaire ou à bulles). Il est alors possible que des oscillations apparaissent entre ces deux types d'émulsions.

1.5.2 Phénomènes de gonflement et de tassement du niveau

Toute perturbation[2]appliquée à un générateur de vapeur se traduit par une modification de la répartition de l'eau et de la vapeur secondaire dans le faisceau et la colonne de descente (Fig. 1.4). Suivant la nature de la perturbation, deux phénomènes peuvent se produire : le gonflement figure 1.12 ou le tassement figure 1.13.

Phénomène de gonflement

Le phénomène de gonflement a lieu lors d'une perturbation du débit de vapeur, il comporte deux phases :

[2]Modification du débit d'alimentation, ou du débit de vapeur ou du flux de chaleur.

D'abord la diminution de la pression dans le générateur de vapeur entraîne une augmentation de la production de vapeur dans le faisceau; ceci conduit à une augmentation du taux de vide α dans le faisceau, et donc une redistribution de la masse d'eau vers la zone annulaire provoquant une montée rapide du niveau dans le réservoir.

Ensuite la prise en compte du déséquilibre débit eau - débit vapeur conduit à une réduction de la masse d'eau dans l'évaporateur et donc une baisse progressive du niveau dans le réservoir.

Ainsi, le niveau monte rapidement, passe par un maximum, puis décroît lentement à l'allure à laquelle se vide le générateur de vapeur.

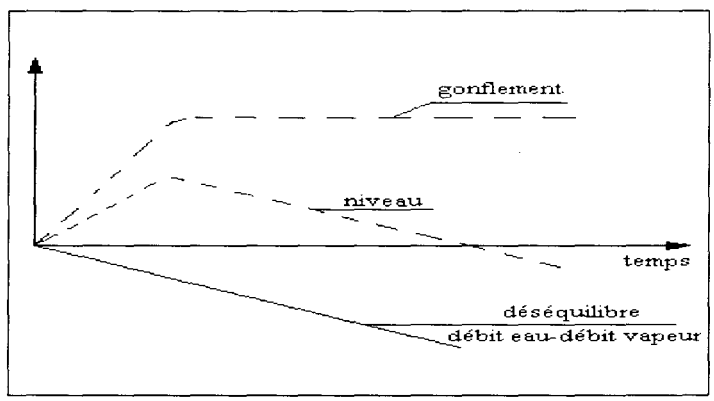


FIG. 1.12 – *Phénomène de gonflement*

Phénomène de tassement

Le phénomène de tassement a lieu lors d'une perturbation du débit alimentaire : Après le temps nécessaire au parcours de la redescente du niveau, la perturbation du débit alimentaire provoque un ralentissement de l'ébullition; la diminution du taux de vide qui en résulte provoque une aspiration de l'eau contenue dans la colonne de descente, et donc une baisse du niveau. La prise en compte du déséquilibre débit alimentaire - débit vapeur

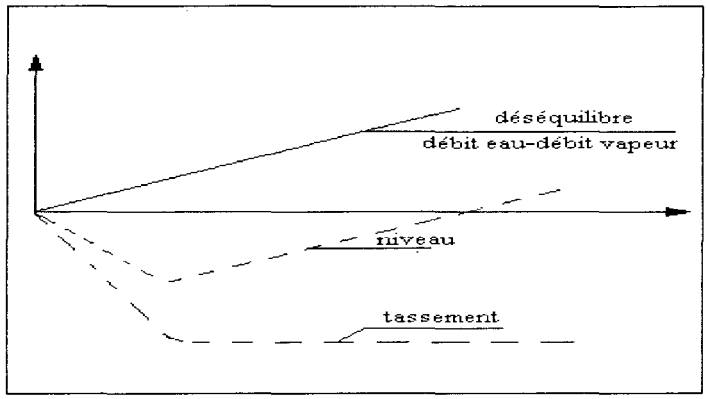


FIG. 1.13 – *Phénomène de tassement*

conduit ensuite à une remontée du niveau (Fig. 1.13). Il faut noter que ces deux phénomènes sont visible surtout à faible charge.

En raison du caractère à déphasage non minimale introduit par ces phénomènes, la connaissance physique de la dynamique est importante. Dans l'industrie la structure de la fonction de transfert linéarisée du niveau d'eau, dans l'évaporateur, est identifiée par la fonction suivante de type :

$$w(s) = \frac{1 - a_0 s}{1 + a_1 s}$$

où s est l'opérateur de Laplace, a_0 et a_1 sont identifiés dans l'industrie par des essais expérimentaux.

Dans le domaine de la modélisation et de la connaissance de ces phénomènes, le travail de [47] donne une approche Bond Graph pour la détermination du modèle non linéaire sous la forme $\dot{x} = f(x,u)$. Dans cette étude, le générateur de vapeur est divisé en n éléments RC, R modélise les phénomènes de dissipation thermique et hydraulique entre chaque section. Le multiport C représente les phénomènes de stockage d'énergie hydrau-

lique et thermique de chaque partie, deux variables d'état (T, m) sont alors associées à ce multiport. Dans ce travail les phénomènes de retard ne sont pas pris en compte. De plus, le modèle présenté est donné sous forme d'équations alégbro-différentielles peu adaptées à la commande.

1.6 Etude des modèles existants

Un grand nombre de modèles statiques est développé pour l'analyse et le dimensionnement de ce type de processus industriel. Des modèles dynamiques de conduite (boite noire) issus d'une identification peuvent être obtenus avec une structure relativement simple. Toutefois, ni les modèles statiques (ne tenant pas compte de la dynamique), ni ces modèles "boite noire" (valables uniquement dans la plage d'identification utilisée) ne sont adaptés pour une commande qui puisse être validée sur le plan théorique [54].

Concernant les modèles de connaissance, sur la base de la bibliographie consultée, le problème d'obtention d'un modèle de compréhension, exploitable et précis, reste ouvert.

Les modèles des centrales sont variés et se différencient principalement par : les hypothèses posées, les équations employées, les méthodes de résolution, et les moyens de calcul. Nous avons choisi de les classer ici selon leur façon de prendre en compte les changements de points de fonctionnement.

1.6.1 Modèles linéaires

Les équations sont dans ce cas linéarisées autour d'un point de fonctionnement (régime supposé "nominal")[7], [13]. Le système est alors décrit par l'interconnexion de fonctions

de transfert. Deux avantages sont liés à cette approche : les difficultés et le volume de calcul sont réduits, et un grand nombre de méthodes d'analyse sont utilisables. L'inconvénient est que nous ne pouvons pas simuler les variations importantes et rapides de la charge et d'autres perturbations. C'est pourquoi, ce type de modèle ne peut décrire fidèlement le procédé dans ses différents régimes de fonctionnement, même si l'erreur due à la linéarisation peut être déterminée en comparant les résultats du modèle non linéaire et du modèle linéaire simplifié. Toutefois, dans l'industrie des centrales (EDF), l'opérateur utilise ce type de modèle pour la simulation (sur Matlab-Simulink par exemple) de la *conduite* du processus. Dans [54] les modèles d'identification sont également de type linéaire, variant lentement dans le temps, arbitrairement choisis d'ordre 4, et le débit d'entrée d'eau est la seule variable de commande (le flux de chauffe étant considéré comme un paramètre faisant varier le modèle linéaire).

A notre connaissance, l'un des premiers modèles ayant fait l'objet d'une publication est celui de K.L Chien et *al.* [9]. Citons quelques hypothèses restrictives, introduites par ces auteurs :

- La boucle de recirculation n'est divisée qu'en trois éléments (ballon, canal de descente, cheminée chauffante).

- Le modèle adopté pour l'écoulement diphasique est un modèle de mélange homogène.

- La température du canal de descente est égale à la température du ballon.

- La température alimentaire est constante.

Le modèle de J.H. Anderson et H.W. Kwan [2] emploie la même méthode, mais la température du canal de descente est différente de la température du ballon. De plus,

la masse volumique du liquide dépend de la sous-saturation. Il est donc possible d'observer l'influence de la variation de la température alimentaire.

L'étude [55] a proposé un modèle plus raffiné tenant compte en régime permanent des variations avec la pression des propriétés de l'eau et de la vapeur (la température de saturation n'est pas constante dans l'espace).

O. Taha [52], dans son étude, propose un modèle plus élaboré simulant le fonctionnement des générateurs de vapeur utilisés dans les centrales nucléaires à eau pressurisée. Dans cette étude, l'auteur note que la régulation du niveau d'eau de ces générateurs pose beaucoup de problèmes à basse charge en raison du phénomène gonflement-tassement cité plus haut : 30% des arrêts d'urgences constatés sont imputables à la régulation du niveau d'eau, due au fait que le générateur de vapeur est un système à déphasage non minimal, fortement non linéaire et difficile à identifier étant donné qu'on ne peut l'isoler du reste de la centrale, (ceci entraîne une mauvaise qualité des mesures du débit vapeur sortant du générateur à faible charge).

1.6.2 Modèles non linéaires

Dans cette catégorie nous distinguons les modèles décrits par les équations aux dérivées ordinaires (EDO) ou à paramètres localisés et les modèles à équations aux dérivées partielles (EDP).

Modèles non linéaires à paramètres localisés

Ces modèles sont très répandus dans la littérature. Parmi les premiers travaux publiés, citons [44], [9], [4], [16], [15]. Dans [4], les auteurs considèrent que l'énergie stockée

dans la phase vapeur ou liquide est absorbée ou libérée rapidement lorsque la pression change. La libération (absorption) de l'énergie assure alors que la température varie avec la même dynamique dans les différentes parties du générateur de vapeur. C'est pourquoi le modèle est supposé répondre à une dynamique de premier ordre. Puis, dans [34], le système est décrit par un ensemble d'équations différentielles et algébro-différentielles pour chaque sous-système de la centrale sur la base des lois de conservation énergétique et massique. Les phénomènes de gonflement-tassement ne sont pas modélisés. Il faut noter aussi que ce système est caractérisé par la coexistence de plusieurs phénomènes de natures diverses. C'est pourquoi, l'application d'une approche unifiée telle que les bond graphs [57] [35] [37] permet de mettre en évidence la localisation des différents phénomènes de stockage, de dissipation et de transformation d'énergie et d'affiner le modèle par simple ajout d'éléments bond-graph. Les modèles sont présentés sous forme d'équations d'état non linéaires. Dans [48] la dynamique de déphasage non minimal du niveau d'un réacteur industriel à eau pressurisée est simulée par un modèle bond-graph. Un récent travail [17] présente un modèle non linéaire d'un générateur de vapeur avec une attention particulière accordée à la dynamique du niveau d'eau dans le dôme de vapeur. Sur la base des équations de conservation énergétique et massique, le modèle est présenté sous forme d'équations d'état non linéaires d'ordre quatre avec un certain nombre d'équations algébriques complémentaires. Les variables d'état, dans ce travail, représentent la pression dans le dôme, le volume total de l'eau dans la chaudière, le titre de la vapeur dans les faisceaux tubulaires et le volume de la vapeur contenu dans la phase liquide du dôme. Toutefois, des hypothèses simplificatrices y sont faites : le mélange eau-vapeur et le métal du réacteur sont considérés comme un seul élément, présentant une même dynamique.

L'équation différentielle traduisant le stockage de l'énergie thermique par le corps de la chaudière est omise, ainsi que la dynamique de transfert d'énergie. Les variations de la densité vapeur et de l'enthalpie par rapport à la pression sont négligées, ce qui est peu conforme aux expressions classiques (polynômiales) de ces fonctions thermodynamiques [34]. Le gonflement-tassement est modélisé en tenant compte de la distribution de la phase vapeur et de l'eau dans le générateur de vapeur. De façon générale, dans les travaux présentés en non-linéaire, les modèles destinés à la commande ne tiennent pas compte des phénomènes de distribution. Dans [17], les EDP de la conservation massique et énergétique sont certes utilisées pour évaluer le titre moyen de la vapeur dans le faisceau tubulaire, mais à l'état statique (le fonctionnement est modélisé par des EDO en régime dynamique, mais le calcul du titre massique X est modélisé par des EDP en régime permanent).

Les équations du modèle proposé par [17] sont les suivantes (en conservant notre système de notations) :

L'équation de conservation de la masse se traduit par :

$$\frac{d}{dt}\left[\rho_v V_v + \rho_l V_l\right] = \dot{m}_e - \dot{m}_s. \tag{1.2}$$

et l'équation de l'énergie est :

$$\frac{d}{dt}\left[\rho_v u_s V_v + \rho_l u_w V_l + m_t C_p T_m\right] = \varphi + \dot{m}_e h_e - \dot{m}_s h_v,$$

Sachant que $u = h - \frac{p}{\rho}$, cette dernière équation devient :

$$\frac{d}{dt}\left[\rho_v h_v V_v + \rho_l h_l V_l - pV + m_t C_p T_m\right] = \varphi + \dot{m}_e h_e - \dot{m}_s h_v. \tag{1.3}$$

où V_v et V_l représentent, respectivement, le volume de la vapeur et le volume du liquide et V (constant) étant le volume total de l'évaporateur, somme des deux volumes liquide et

vapeur, φ est le flux de chauffe.

Les auteurs utilisent une approximation pour éliminer la température du métal : ils affirment que la température du métal T_m peut être exprimée en fonction de la pression p, en se basant sur le fait que les variations subies par cette température sont fortement liés aux variations subies par la température de saturation de la vapeur t_s qui est fonction de la pression. Partant de cette hypothèse et du fait que les masses volumiques ainsi que les enthalpies spécifiques de la vapeur et du liquide peuvent s'exprimer aussi en fonction de la pression, les auteurs proposent comme variables d'état la pression p et le volume du liquide V_l. Nous verrons que dans le troisième chapitre que la température du métal peut être modélisée, sans cette approximation, au moyen d'une équation supplémentaire.

Les équations de conservation (1.2) et (1.3) deviennent :

$$\begin{aligned}
&\left[(V-V_l)\frac{\partial\rho_v}{\partial p}+V_l\frac{\partial\rho_l}{\partial p}\right]\frac{dp}{dt}+(\rho_l-\rho_v)\frac{dV_l}{dt}=\dot{m}_e-\dot{m}_s,\\
&\left[(V-V_l)\left(h_v\frac{\partial\rho_v}{\partial p}+\rho_v\frac{\partial h_v}{\partial p}\right)+V_l\left(h_l\frac{\partial\rho_l}{\partial p}+\rho_l\frac{\partial h_l}{\partial p}\right)-V+m_tC_p\frac{\partial T_m}{\partial p}\right]\frac{dp}{dt}\\
&+(\rho_l h_l-\rho_v h_v)\frac{dV_l}{dt}=\varphi+\dot{m}_e h_e-\dot{m}_s h_v. \qquad (1.4)
\end{aligned}$$

Posons :

$$\begin{aligned}
F_1(p) &= \frac{\partial\rho_l}{\partial p}-\frac{\partial\rho_v}{\partial p},\\
\rho_{lv}(p) &= \rho_l-\rho_v,\\
F_2(p) &= h_l\frac{\partial\rho_l}{\partial p}+\rho_l\frac{\partial h_l}{\partial p}-\left(h_v\frac{\partial\rho_v}{\partial p}+\rho_v\frac{\partial h_v}{\partial p}\right),\\
F_3(p) &= V\left(h_v\frac{\partial\rho_v}{\partial p}+\rho_v\frac{\partial h_v}{\partial p}-1\right)+m_tC_p\frac{\partial T_m}{\partial p},\\
F_4(p) &= \rho_l h_l-\rho_v h_v.
\end{aligned}$$

Le système d'équation (1.4) devient :

$$\begin{cases} [V + V_l F_1(p)] \frac{dp}{dt} + \rho_{lv}(p) \frac{dV_l}{dt} = \dot{m}_e - \dot{m}_s, \\ [V_l F_2(p) + F_3(p)] \frac{dp}{dt} + F_4(p) \frac{dV_l}{dt} = \varphi + \dot{m}_e h_e - \dot{m}_s h_v. \end{cases} \tag{1.5}$$

Sachant que les variables d'entrée du système sont le flux de chauffe φ et les débits massique $\dot{m}_e$ et $\dot{m}_s$, les variables de sortie sont la pression p et le niveau l (calculé à partir du volume liquide V_l), le dernier système d'équation s'écrit sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \frac{dp}{dt} = \mathcal{F}(p, V_l, \varphi, \dot{m}_e, \dot{m}_s), \\ \frac{dV_l}{dt} = \mathcal{G}(p, V_l, \varphi, \dot{m}_e, \dot{m}_s). \end{cases} \tag{1.6}$$

Pour ce qui est du calcul de la qualité ou titre massique de la vapeur X, les auteurs reprennent les équations de conservation de la masse et de l'énergie en EDP :

$$\begin{aligned} A\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \dot{m}}{\partial z} &= 0, \\ \frac{\partial \rho h}{\partial t} + \frac{1}{A}\frac{\partial \dot{m} h}{\partial z} &= \frac{\varphi}{V}. \end{aligned} \tag{1.7}$$

L'enthalpie spécifique du mélange liquide-vapeur est la suivante :

$$h = X h_v + (1 - X) h_l = h_l - X \pounds_v,$$

où $\pounds_v$ définit la chaleur latente de vaporisation.

En régime permanent les équations (1.7) deviennent :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \dot{m}}{\partial z} &= 0, \\ \frac{\partial \dot{m} h}{\partial z} &= -\dot{m} \pounds_v \frac{\partial X}{\partial z} = \frac{\varphi A}{V}. \end{aligned} \tag{1.8}$$

et donc,

$$X = -\frac{\varphi A}{\dot{m} \pounds_v V} z.$$

Les auteurs ont ensuite vérifié que ce modèle, qui donne accès au titre massique d'une manière très simple, décrit bien la réalité physique dans l'évaporateur, en le comparant à un modèle dynamique complexe élaboré sur une centrale nucléaire.

Modèles non linéaires dynamiques à paramètres distribués

Les modèles non-linéaires en dimension infinie considèrent les équations aux dérivées partielles de l'hydrodynamique (conservation de la masse, de l'énergie et de quantité de mouvement), transformées par discrétisation dans le temps et dans l'espace, en équations aux différences, puis intégrées numériquement sans être linéarisées [39]. L'inconvénient de ces modèles réside principalement dans le fait qu'ils ne permettent pas une synthèse directe des régulateurs. Ils nécessitent par ailleurs un grand volume de calcul : sur ce point, il existe trois ordres de complexité croissante du modèle, en fonction du nombre de dimensions spatiales utilisées pour décrire les phénomènes d'écoulement (dimension 1, 2 ou 3).

Seuls ces modèles permettent de déterminer la réponse du système à des perturbations de grandes amplitudes (par exemple : augmentation de la charge de 15% à 100% de la puissance nominale).

Parmi les premiers modèles citons celui de Nahavandi [33] qui a été développé pour l'étude des réacteurs à eau bouillante (BWR). Il peut être employé pour l'étude des générateurs de vapeur des centrales PWR. Dans ce cas, la puissance cédée par la source de chaleur (circuit primaire) est donnée et considérée constante dans le temps. La pression, le débit et la température alimentaire sont également constants dans le temps. Seuls peuvent donc être effectués des échelons sur ces entrées. Il en résulte que les conditions imposées au système ne correspondent pas aux conditions réelles d'exploitation en régime dynamique.

J.F. Petetrot [39] propose un modèle plus élaboré (mélange homogène), où une simulation d'un évaporateur d'une centrale PWR $900MW$ a été conçue, permettant de chiffrer, entre autre, le taux de vide de la vapeur α ainsi que la qualité de la vapeur (titre X). Les limitations de ce modèle résident dans le fait qu'aucune validation sur site réel n'a été faite.

Parmi les modèles les plus récents citons celui proposé dans [31], ce modèle nonlinéaire ne tient compte que de l'évolution spatiale des variables thermodynamiques (régime permanent). Il ne décrit que le procédé d'évaporation, en régime stationnaire et ne peut pas être adapté à la commande.

1.7 Conclusion

Ce premier chapitre avait pour but de situer la problématique de la modélisation des centrales. Il est apparu dans la littérature consultée que la modélisation de connaissance est la plus utilisée.

La seule voie possible pour nous sera une modélisation utilisant une description physique du processus. Le modèle obtenu permettra d'étudier, en simulation, les régulations nécessaires (régulation de niveau et de pression). Il permettra aussi d'étudier l'incidence de certains paramètres géométriques ou hydrauliques, qui serait difficile à déterminer expérimentalement (le nombre de modifications que l'on peut faire subir à un système réel étant évidemment assez limité).

Nous avons aussi, rappelé quelles sont les méthodes permettant le calcul des écou-

lements liquide-vapeur, ainsi que les différents types de modèles existants. Une brève analyse de ces modèles nous a indiqué les grandes lignes de notre modèle :

- Les équations ne seront pas linéarisées pour pouvoir envisager des perturbations de grande amplitude, c'est-à-dire qui ne peuvent être considérées comme des petites variations autour d'un point de fonctionnement.

- Le modèle sera à paramètres répartis, seule façon de prendre en compte des phénomènes de diffusion et échanges spatiaux permettant par exemple d'estimer des variables internes comme le taux de vide ou le niveau d'eau.

- Les entrées du système (flux de chauffe, débit d'eau d'alimentation,...) devront pouvoir être considérées en dynamique.

Modèles de générateur de vapeur en dimension infinie

Chapitre 2

Modèles en dimension infinie

Dans ce chapitre, nous allons décrire la modélisation en équations aux dérivées partielles des milieux diphasiques et mettre en évidence, suivant les hypothèses, des modèles de générateur de vapeur.

- La première partie porte sur l'étude théorique de la résolution de l'équation de l'énergie, et la mise en évidence de l'existence de retard (équations de Volterra) dans la propagation de la chaleur dans un milieu continu, homogène, isotrope et incompressible.

- Dans la deuxième partie, on montre quelques modèles mathématiques, à base d'équations aux dérivées partielles, conduisant à la résolution de l'équation de la chaleur dans le générateur de vapeur.

2.1 Étude de transfert de chaleur

2.1.1 Equation de la chaleur

Dans les applications les plus usuelles et dans ce milieu (fig.2.1), l'équation de bilan d'énergie, utilisée sous forme intégrale et en notation vectorielle, est :

$$\begin{aligned}\int_{V(t)} \rho C_p \frac{dT}{dt} dV &= \int_{V(t)} \rho C_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + u \nabla T \right) dV \\ &= \int_{V(t)} P dV - \int_{S(t)} \left(q^{cd} + q^{r} \right) dS_m . \end{aligned} \tag{2.1}$$

Avec :

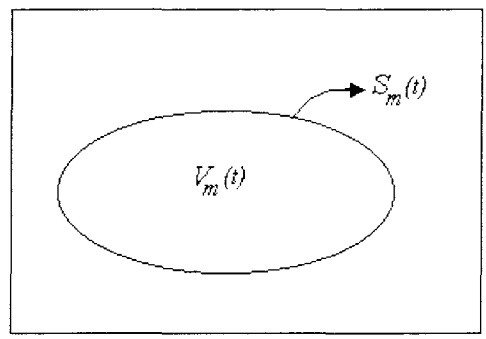


FIG. 2.1 – *Milieu d'étude*

ρ, la masse volumique du milieu,

C_p, la capacité calorifique,

u, la vitesse locale du fluide par rapport à l'élément de surface frontière,

V, le volume de contrôle,

S, la surface frontière du milieu étudié,

P, la puissance d'une source de chaleur,

q^{cd}, le flux de chaleur par conduction,

q^r, le flux de chaleur par rayonnement.

Dans un milieu quelconque, sans source de chaleur ni rayonnement et sans transfert de matière, le bilan énergétique en monodimensionnel avec une conductivité thermique λ constante, s'écrit sous forme locale :

$$\begin{aligned} &\mu \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} - \frac{\partial T}{\partial t} = 0, \\ &z \in [a,b] \;\; t > 0, \end{aligned} \tag{2.2}$$

$\mu = \frac{\lambda}{\rho C_p}$ est la diffusivité thermique exprimée en m^2/s et où λ représente le coefficient de transfert thermique par conduction du milieu.

2.1.2 Conditions initiales et aux limites

On considère initialement que la température dans le milieu est fonction de la cote z :

$$T(z,0) = F(z). \tag{2.3}$$

On suppose que le milieu est délimité par les frontières a et b et qu'à ces frontières, on a deux températures imposées :

$$\begin{aligned} T(a,t) &= f_1(t), \\ T(b,t) &= f_2(t). \end{aligned} \tag{2.4}$$

2.1.3 Solution générale

La solution générale de l'équation de la chaleur [41], en respectant les conditions (2.3) et (2.4), se met sous la forme de somme de trois intégrales :

$$\begin{aligned} T(z,t) &= \int_a^b \frac{\phi(\xi)}{\sqrt{\mu t}} \exp\left[-\frac{(z-\xi)^2}{4\mu t}\right] d\xi \\ &+ \frac{1}{2\sqrt{\mu}} \int_0^t \frac{z-a}{(t-\tau)^{\frac{3}{2}}} \exp\left[-\frac{(z-a)^2}{4\mu(t-\tau)}\right] \psi_1(\tau) d\tau \\ &+ \frac{1}{2\sqrt{\mu}} \int_0^t \frac{z-b}{(t-\tau)^{\frac{3}{2}}} \exp\left[-\frac{(z-b)^2}{4\mu(t-\tau)}\right] \psi_2(\tau) d\tau. \end{aligned} \tag{2.5}$$

Le premier terme de cette équation traduit la prise en compte des conditions initiales, le deuxième et le troisième terme traduisent la prise en compte des conditions aux limites.

Les fonctions ϕ, ψ_1 et ψ_2, qui définissent les variables d'intégration de l'équation (2.2), doivent être choisies de telle manière que l'équation (2.5) satisfasse la condition initiale (2.3) et les conditions aux limites (2.4).

Puisque la deuxième et la troisième intégrale tendent vers zéro quand t tend vers zéro [41], on a :

$$\lim_{t\to 0} T(z,t) = 2\sqrt{\pi}\phi(z) \quad \Rightarrow \quad \phi(z) = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} F(z), \tag{2.6}$$

L'équation (2.5) satisfait les conditions aux limites (2.4) si et seulement si, les fonctions inconnues $\psi_1$et ψ_2 satisfont le système d'équations de Volterra suivant :

$$\begin{aligned} & f_1(t) - \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \int_a^b \frac{F(\xi)}{2\sqrt{\mu t}} \exp\left[-\frac{(a-\xi)^2}{4\mu t}\right] d\xi \\ = \; & \sqrt{\pi}\psi_1(t) + \frac{a-b}{2\sqrt{\mu}} \int_0^t \frac{\psi_2(\tau)}{(t-\tau)^{\frac{3}{2}}} \exp\left[-\frac{(a-b)^2}{4\mu\,(t-\tau)}\right] d\tau, \end{aligned} \tag{2.7}$$

$$\begin{aligned} & f_2(t) - \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \int_a^b \frac{F(\xi)}{2\sqrt{\mu t}} \exp\left[-\frac{(b-\xi)^2}{4\mu t}\right] d\xi \\ = \; & -\sqrt{\pi}\psi_2(t) + \frac{b-a}{2\sqrt{\mu}} \int_0^t \frac{\psi_1(\tau)}{(t-\tau)^{\frac{3}{2}}} \exp\left[-\frac{(a-b)^2}{4\mu\,(t-\tau)}\right] d\tau. \end{aligned} \tag{2.8}$$

Les noyaux de ces deux équations sont définis et continus quel que soit $t - \tau > 0$ et ils tendent vers zéro quand $t - \tau \to 0$.

Conformément aux investigations sur les systèmes d'équations intégrales de Volterra [41], ce système a une solution unique ($\psi_1(t)$,$\psi_2(t)$) définie quelque soit $t > 0$. Les fonctions $\psi_1(t)$ et $\psi_2(t)$, peuvent être exprimées sous la forme de somme de séries absolument et uniformément convergentes.

(2.7) et (2.8) sont des équations à retards faisant intervenir les fonctions $\psi_1(t)$et $\psi_2(t)$ à l'instant t ainsi qu'à des instants antérieurs, soit $[0,t[$. En introduisant ces fonctions ainsi que la fonction $\varphi(z)$ dans l'équation (2.5), on obtient la solution finale $T(z,t)$, satisfaisant toutes les conditions imposées.

Remarque 1 *Le système d'équations intégrales de Volterra (2.7) et (2.8) peut s'écrire sous la forme suivante :*

$$\psi_i(t) \;=\; F_i(t) + \delta \int_0^t \sum_{j=1}^{2} N_{ij}(t,\tau)\psi_j(\tau)d\tau, \tag{2.9}$$

$$i = 1,2.$$

où :

$$\begin{aligned}
F_1(t) &= \frac{1}{\sqrt{\pi}} f_1(t) - \frac{1}{2\pi} \int_a^b \frac{F(\xi)}{2\sqrt{\mu t}} \exp\left[-\frac{(a-\xi)^2}{4\mu t}\right] d\xi, \\
F_2(t) &= -\frac{1}{\sqrt{\pi}} f_2(t) + \frac{1}{2\pi} \int_a^b \frac{F(\xi)}{2\sqrt{\mu t}} \exp\left[-\frac{(b-\xi)^2}{4\mu t}\right] d\xi, \\
\delta &= \frac{b-a}{2\sqrt{\pi}\sqrt{\mu}}, \\
N_{11}(t,\tau) &= N_{22}(t,\tau) = 0, \\
N_{12}(t,\tau) &= N_{21}(t,\tau) = \frac{1}{(t-\tau)^{\frac{3}{2}}} \exp\left[-\frac{(a-b)^2}{4\mu\,(t-\tau)}\right].
\end{aligned}$$

La solution du système (2.9) est unique:

$$\psi_i(t) = F_i(t) + \delta \int_0^x \sum_{j=1}^{2} \pounds_{ij}(t,\tau) F_j(\tau) d\tau. \tag{2.10}$$

Les fonctions $\pounds_{ij}$ sont les sommes des séries

$$\pounds_{ij}(t,\tau) = N_{ij}(t,\tau) + \delta N_{ij}^{(1)}(t,\tau) + ... + \delta^{\nu} N_{ij}^{(\nu)}(t,\tau) + ... \tag{2.11}$$

et où les $N_{ij}^{(\nu)}$ sont obtenus par résolution itérative de :

$$\begin{aligned}
N_{ij}^{(1)}(t,\tau) &= \sum_{k=1}^{2} \int_\tau^t N_{ik}(t,\theta) N_{ij}(\theta,\tau) d\theta, \\
N_{ij}^{(\nu+1)}(t,\tau) &= \sum_{k=1}^{2} \int_\tau^t N_{ik}(t,\theta) N_{ij}^{\nu}(\theta,\tau) d\theta.
\end{aligned} \tag{2.12}$$

2.1.4 Simulation

A titre d'exemple, nous avons simulé l'équation de la chaleur (2.2) pour une colonne d'eau chauffée à sa base et mise à l'air libre en sortie, nous avons prévu donc une perte de chaleur par convection avec l'air libre (conditions aux limites du type Neumann). Les

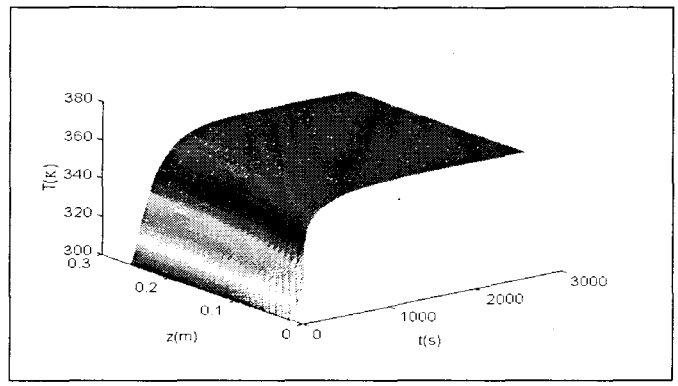


FIG. 2.2 – *Evolution tridimensionnelle de la température de l'eau*

résultats de simulation sont représentés sur la Figure 2.2. La Figure 2.3 représente l'évolution de la température en entrée et en sortie de la colonne d'eau, c'est à dire la température de l'eau en contact direct avec le flux de chauffe et la température de l'eau à l'air libre, ainsi qu'un zoom qui montre le début de l'évolution des deux températures et met en évidence le retard dû à la propagation de la chaleur, pris par la température de sortie par rapport à celle de l'entrée.

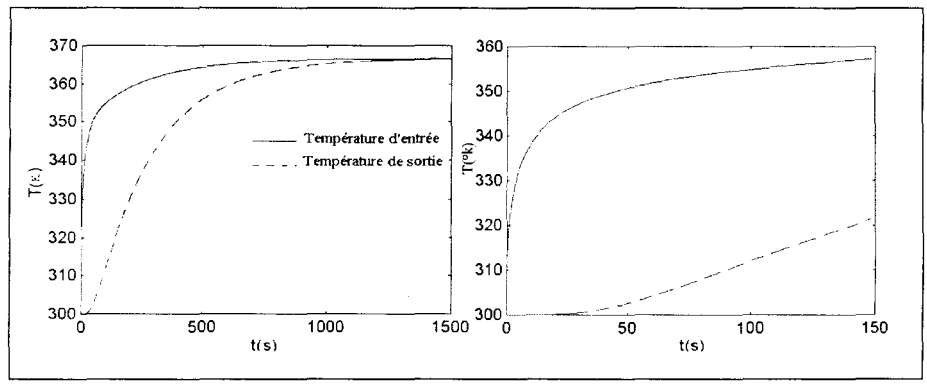


FIG. 2.3 – *Evolution de la température en entrée et en sortie*

2.2 Modélisation des milieux diphasiques

Considérons le schéma de principe d'un générateur de vapeur figure 2.4 :

Deux méthodes de modélisation des milieux diphasiques peuvent être mises en oeuvre, à savoir, une modélisation en milieu avec séparation de phases, c'est à dire que l'on considère que l'eau et la vapeur ne sont pas en équilibre thermodynamique et donc la vapeur d'eau flotte par rapport au liquide ce qui crée un phénomène d'interface entre les deux phases, et une modélisation en mélange diphasique homogène où un équilibre thermodynamique entre les deux phases est considéré.

2.2.1 Concepts préliminaire

Taux de vide et titre de vapeur

Le taux de vide local est donné par la moyenne temporaire du taux volumique de la phase vapeur en un point d'un mélange diphasique. Le taux de vide global α en une section donnée A, est la moyenne des taux de vide locaux par rapport à cette section :

$$\alpha \equiv \frac{1}{A}\int_A \alpha_{loc} dA. \tag{2.13}$$

Ecrit sous une autre forme, c'est le rapport de la surface de la phase vapeur par rapport à la surface totale :

$$\alpha \equiv \frac{A_v}{A_l + A_v}, \tag{2.14}$$

Le débit massique des différentes phases est donné par :

$$\begin{aligned} \dot{m}_l &= \rho_l A_l v_l, \\ \dot{m}_v &= \rho_v A_v v_v. \end{aligned} \tag{2.15}$$

Le débit volumétrique des phases respectives est :

$$\begin{aligned} \dot{V}_l &= A_l v_l, \\ \dot{V}_v &= A_v v_v. \end{aligned} \tag{2.16}$$

En divisant les équations (2.15) par la surface totale, on obtient les vitesses massique des différentes phases :

$$\begin{aligned} G_l &= v_l \rho_l (1-\alpha), \\ G_v &= v_v \rho_v \alpha. \end{aligned} \tag{2.17}$$

Les titres massique et volumique sont définis par :

$$X = \frac{\dot{m}_v}{\dot{m}_v + \dot{m}_l}, \tag{2.18}$$

$$\beta = \frac{\dot{V}_v}{\dot{V}_v + \dot{V}_l}. \tag{2.19}$$

Les équations (2.15), exprimant les débits massique, peuvent être écrites sous les formes suivantes :

$$\begin{aligned} \dot{m}_l &= \dot{m}(1-X), \\ \dot{m}_v &= \dot{m}X. \end{aligned} \tag{2.20}$$

Ces dernières équations divisées par la surface totale donnent :

$$\begin{aligned} G_l &= \bar{G}(1-X), \\ G_v &= \bar{G}X. \end{aligned} \tag{2.21}$$

Les paramètres définis par les équations (2.14), (2.18) et (2.19) peuvent être reliés entre eux à partir de substitutions appropriées des équations (2.15), (2.16), (2.17), (2.20), et (2.21)

par :

$$\left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right) = \left(\frac{v_v}{v_l}\right)\left(\frac{\rho_v}{\rho_l}\right)\left(\frac{1-X}{X}\right), \tag{2.22}$$

$$\left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right) = \left(\frac{v_v}{v_l}\right)\left(\frac{1-\beta}{\beta}\right), \tag{2.23}$$

et

$$\left(\frac{1-X}{X}\right) = \left(\frac{\rho_l}{\rho_v}\right)\left(\frac{1-\beta}{\beta}\right). \tag{2.24}$$

Le rapport des vitesses des phases vapeur et liquide définit le coefficient de glissement γ

$$\gamma \equiv \frac{v_v}{v_l}.$$

La connaissance du coefficient de glissement γ et du titre massique X est impérative pour la détermination du taux de vide α dans l'équation (2.22).

Perte de pression

En écrivant l'équation de conservation de la quantité de mouvement pour les mélanges diphasiques, on peut voir que le gradient de pression dans cette équation est la somme de trois quantités, à savoir : le gradient de pression dû aux frottements, le gradient dû à la compression résultante du changement de volume et le gradient dû à la pesanteur :

$$\frac{dp}{dz} = \left(\frac{dp}{dz}\right)_F + \left(\frac{dp}{dz}\right)_C + \left(\frac{dp}{dz}\right)_P, \tag{2.25}$$

Le gradient de pression due aux frottements peut être calculer en utilisant l'équation de Fanning :

$$\left(\frac{dp}{dz}\right)_F = -2f\frac{\bar{G}^2}{\bar{\rho}D_h}, \tag{2.26}$$

Le terme de compression est :

$$\left(\frac{dp}{dz}\right)_C = -\frac{\partial p}{\partial z}, \tag{2.27}$$

Le terme dû à la pesanteur est :

$$\left(\frac{dp}{dz}\right)_P = -\bar{\rho} g. \tag{2.28}$$

Une étude très approfondie des mélanges liquide-vapeur doit être faite, pour avoir une bonne appréciation du coefficient de frottement ou coefficient de perte de charge par frottement. Les deux modèles les plus répandus dans ce type de mélange sont : le modèle homogène et le modèle à phases séparées.

L'équation (2.26) a la même forme que celle relative au gradient de pression dû aux frottements pour un fluide à une seule phase. En conséquence, le coefficient de frottement inconnu f, dans cette équation, sera un multiple de celui d'un fluide à une phase, il sera donc judicieux d'exprimer le gradient de pression dû aux frottements comme étant celui d'un fluide à une seule phase multiplié par une fonction appropriée Φ^2.

Multiplicateur

Cette fonction est connue sous le nom de multiplicateur de frottement à deux phases (the two phase friction multiplier), elle peut s'écrire sous la forme proposée par la corrélation d'Armand [3] :

$$\begin{aligned}
\Phi^2 &= \frac{1}{(1-\alpha)^{1.42}} \quad si \;\; 0.39 < 1-\alpha < 1, \\
\Phi^2 &= \frac{0.478}{(1-\alpha)^{2.2}} \quad si \;\; 0.1 < 1-\alpha \leq 0.39, \\
\Phi^2 &= \frac{1.73}{(1-\alpha)^{1.64}} \quad si \;\; 0 < 1-\alpha \leq 0.1.
\end{aligned} \tag{2.29}$$

Coefficient de perte de charge par frottement

En simple phase, il est calculé par la corrélation de E. C. Koo (citée par W.H. Mac Adams [30]) valable pour un nombre de Reynolds allant jusqu'à 3.10^6 :

$$f = 0.056 + \frac{0.5}{R_e^{0.32}}.$$

En écoulement diphasique homogène, on emploi la corrélation d'Armand :

$$\begin{aligned}
f &= \left[0.056 + \frac{0.5}{R_e^{0.32}}\right] \frac{1}{(1-\alpha)^{1.42}} \quad si \;\; 0.39 < 1-\alpha < 1, \\
f &= \left[0.056 + \frac{0.5}{R_e^{0.32}}\right] \frac{0.478}{(1-\alpha)^{2.2}} \quad si \;\; 0.1 < 1-\alpha \leq 0.39, \\
f &= \left[0.056 + \frac{0.5}{R_e^{0.32}}\right] \frac{1.73}{(1-\alpha)^{1.64}} \quad si \;\; 0 < 1-\alpha \leq 0.1.
\end{aligned}$$

Corrélation du taux de vide

En équilibre local, nous considérons que le taux de vide est nul, puisque nous supposons l'équilibre thermodynamique entre phases. En réalité, des bulles de vapeur se forment dans la couche liquide surchauffée au voisinage de la paroi et se condensent dans le reste du liquide sous-saturé [30].

En ébullition en masse, on emploie la corrélation d'Armand modifiée par Massena [5], qui est fondée sur des bases théoriques et expérimentales :

$$\alpha = \frac{(0.833 + 0.167X)\,X}{X + (1-X)\,\frac{\rho_v}{\rho_l}}.$$

2.2.2 Mélange diphasique homogène

Le modèle diphasique homogène stipule que les deux phases liquide et vapeur sont en équilibre thermodynamique et ont la même vitesse. En conséquence le coefficient de glis-

sement γ se réduit à l'unité.

Les équations de conservation décrites par ce modèle ne considèrent que des formes globales appliquées simultanément aux deux phases. Ce procédé, bien que non rigoureux, reste cependant le seul actuellement qui permette d'obtenir des résultats appréciables. Ces équations doivent être complétées par une corrélation du taux de vide.

En écoulement diphasique homogène, nous supposerons que l'eau et la vapeur sont en équilibre thermodynamique. Cette hypothèse, toujours admise dans les modèles de générateurs de vapeur, est généralement justifiée par le fait suivant : l'écoulement dans les générateurs de vapeur industriels étant toujours turbulent, il se produit une bonne homogénéisation de l'émulsion.

Les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie donnent :

Conservation de la masse

- Phase liquide :

$$\frac{\partial}{\partial t}\left[(1-\alpha)\rho_l\right] + \frac{\partial}{\partial z}\left[(1-\alpha)\rho_l v_l\right] = 0, \tag{2.30}$$

- Phase vapeur :

$$\frac{\partial}{\partial t}\left[\alpha\rho_v\right] + \frac{\partial}{\partial z}\left[\alpha\rho_v v_v\right] = 0. \tag{2.31}$$

Vu que l'hypothèse d'équilibre thermodynamique entre phases est admise, alors les équations (2.30) et (2.31) donnent naissance à une équation de conservation globale qui sera la somme

des équations (2.30) et (2.31), à savoir :

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{G}}{\partial z} = 0. \tag{2.32}$$

$\bar{\rho}$, la masse volumique moyenne du mélange,

$\bar{G}$, la densité du débit moyen,

$\bar{\rho} = \alpha\rho_v + (1-\alpha)\rho_l$,

$\bar{G} = \alpha\rho_v v_v + (1-\alpha)\rho_l v_l$,

ρ_v et ρ_l, les masses volumique respectives de la vapeur et du liquide,

v_v et v_l, les vitesses des deux phases.

En faisant intervenir le coefficient de glissement γ qui traduit le rapport entre la vitesse de la phase vapeur et celle de la phase liquide, admit généralement constant [39] [21] [50], la densité du débit moyen $\bar{G}$ devient :

$$\bar{G} = v_l\left[\alpha\rho_v\gamma + (1-\alpha)\rho_l\right].$$

Conservation de la quantité de mouvement

- Phase liquide :

$$\frac{\partial}{\partial t}\left[(1-\alpha)\rho_l v_l\right] + \frac{\partial}{\partial z}\left[(1-\alpha)\rho_l v_l^2\right] = -\frac{\partial}{\partial z}\left[(1-\alpha)p\right] - (1-\alpha)(\rho_l g + F_l). \tag{2.33}$$

- Phase vapeur :

$$\frac{\partial}{\partial t}\left[\alpha\rho_v v_v\right] + \frac{\partial}{\partial z}\left[\alpha\rho_v v_v^2\right] = -\frac{\partial}{\partial z}\left[\alpha p\right] - \alpha(\rho_v g + F_v). \tag{2.34}$$

En respectant l'hypothèse d'équilibre thermodynamique entre phases, on obtient :

$$\frac{\partial \bar{G}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial z} + \bar{\rho}g + F = -\frac{\partial p}{\partial z}, \tag{2.35}$$

où

$$\bar{\varphi} = \alpha\rho_v v_v^2 + (1-\alpha)\rho_l v_l^2 = v_l^2\left[\alpha\rho_v\gamma + (1-\alpha)\rho_l\right],$$

$$F = 2f\frac{\bar{G}^2}{\bar{\rho}D_h},$$

F étant la variation de pression par frottement, calculée par l'équation de Fanning [11], f le coefficient de perte de charge par frottement et D_h le diamètre hydraulique du générateur de vapeur.

Conservation de l'énergie

- Phase liquide :

$$\frac{\partial}{\partial t}\left[(1-\alpha)\rho_l h_l\right] + \frac{\partial}{\partial z}\left[(1-\alpha)\rho_l h_l v_l\right] = D_l + \frac{\partial}{\partial t}\left[(1-\alpha)p\right]. \tag{2.36}$$

- Phase vapeur :

$$\frac{\partial}{\partial t}\left[\alpha\rho_v h_v\right] + \frac{\partial}{\partial z}\left[\alpha\rho_v h_v v_v\right] = D_v + \frac{\partial}{\partial t}\left[\alpha p\right]. \tag{2.37}$$

En sommant ces deux équations, on obtient :

$$\frac{\partial}{\partial t}\left[(1-\alpha)\rho_l h_l + \alpha\rho_v h_v\right] + \frac{\partial}{\partial z}\left[(1-\alpha)\rho_l h_l v_l + \alpha\rho_v h_v v_v\right] = D + \frac{\partial p}{\partial t}. \tag{2.38}$$

Introduisant les quantités suivantes :

$$X = \frac{\alpha\rho_v v_v}{\alpha\rho_v v_v + (1-\alpha)\rho_l v_l},$$

$$\bar{h} = X h_v + (1-X)h_l,$$

$$\bar{\rho} = \alpha\rho_v + (1-\alpha)\rho_l,$$

$$\bar{G} = \alpha\rho_v v_v + (1-\alpha)\rho_l v_l,$$

où $\bar{h}$ est l'enthalpie moyenne du mélange, X la qualité (ou le titre) de la vapeur et α représente le taux de vide.

Par combinaison des équations (2.32) et (2.38), nous obtenons :

$$\frac{\partial}{\partial t}\left[(1-\alpha)\rho_l h_l + \alpha\rho_v h_v\right] - \bar{h}\frac{\partial\bar{\rho}}{\partial t} + \bar{G}\frac{\partial\bar{h}}{\partial z} = D + \frac{\partial p}{\partial t}.$$

Cette équation peut s'écrire :

$$\frac{\partial}{\partial t}\left[(1-\alpha)\rho_l h_l + \alpha\rho_v h_v - \bar{\rho}\bar{h}\right] + \bar{\rho}\frac{\partial\bar{h}}{\partial t} + \bar{G}\frac{\partial\bar{h}}{\partial z} = D + \frac{\partial p}{\partial t}.$$

Introduisons la quantité $\bar{\psi}$:

$$\bar{\psi} = (h_v - h_l)\left[\alpha(1-X)\rho_v - (1-\alpha)X\rho_l\right].$$

L'équation s'écrit finalement :

$$\bar{\rho}\frac{\partial\bar{h}}{\partial t} + \bar{G}\frac{\partial\bar{h}}{\partial z} + \frac{\partial\bar{\psi}}{\partial t} = D + \frac{\partial p}{\partial t}. \tag{2.39}$$

L'intérêt de cette formulation est que, dans le cas où l'écoulement est monophasique, on peut utiliser une équation de forme identique. Dans ce cas, $\bar{h}$ est l'enthalpie du liquide, et la quantité $\bar{\psi}$ est nulle.

Revenons maintenant au terme de diffusion D, il est composé d'une partie liquide D_l et d'une partie vapeur D_v et avec :

$$D_l = div\left[\lambda_l\overrightarrow{grad}\left[(1-X)T\right]\right],$$

$$D_v = div\left[\lambda_v\overrightarrow{grad}(XT)\right].$$

Si l'on considère une conductivité thermique moyenne $\bar{\lambda}$ issue de λ_l et λ_v, la diffusion totale D devient :

$$D = D_l + D_v = div\left[\bar{\lambda}\overrightarrow{grad}\left[(1-X)T\right]\right] + div\left[\bar{\lambda}\overrightarrow{grad}(XT)\right],$$

d'où

$$D = div\left[\bar{\lambda}\overrightarrow{gradT}\right].$$

Ce qui donne en monodimensionnel :

$$D = \frac{\partial}{\partial z}\left[\bar{\lambda}\frac{\partial T}{\partial z}\right].$$

Cette conductivité thermique $\bar{\lambda}$ est prise comme moyenne algébrique des conductivités thermiques liquide λ_l et vapeur λ_v, la plage de température dans laquelle évolue le générateur de vapeur influence peu ces variables et par conséquent elles sont prises constantes [22].

Aux équations (2.32), (2.35) et (2.39) doivent s'ajouter deux équations algébriques exprimant l'état du mélange liquide-vapeur et donnant l'enthalpie spécifique et la température du mélange $\bar{h}$ et T en fonction de le pression du mélange p à savoir :

$$\bar{h} = \bar{h}(p),$$

$$T = T(p).$$

Ainsi, on obtient le système suivant :

$$\begin{cases} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{G}}{\partial z} = 0 \\ \frac{\partial \bar{G}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial z} + \bar{\rho} g + F = -\frac{\partial p}{\partial z} \\ \bar{\rho}\frac{\partial \bar{h}}{\partial t} + \bar{G}\frac{\partial \bar{h}}{\partial z} + \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial t} = \bar{\lambda}\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{\partial p}{\partial t} \end{cases}$$

Sachant que $\bar{G}$ s'exprime en fonction du coefficient de glissement γ, ce système devient :

$$\begin{cases} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial[v(\alpha\rho_v\gamma+(1-\alpha)\rho_l)]}{\partial z} = 0 \\ \frac{\partial[v(\alpha\rho_v\gamma+(1-\alpha)\rho_l)]}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial z} + \bar{\rho} g + F = -\frac{\partial p}{\partial z} \\ \bar{\rho}\frac{\partial \bar{h}}{\partial t} + v\left(\alpha\rho_v\gamma + (1-\alpha)\rho_l\right)\frac{\partial \bar{h}}{\partial z} + \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial t} = \bar{\lambda}\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{\partial p}{\partial t} \end{cases} \tag{2.40}$$

Le système d'équations précédent est paramétré par le coefficient de glissement γ, ainsi, pour pouvoir le résoudre il faut déterminer ce coefficient ou bien se mettre dans des conditions où ce paramètre est connu à savoir dans l'hypothèse d'un mélange parfaitement homogène.

Cette hypothèse de mélange parfaitement homogène joue un rôle très important dans les mélanges liquide-vapeur, elle permet de simplifier le modèle d'une façon considérable, à savoir que dans ce cas les vitesses liquide et vapeur deviennent identiques [39], [21], [50], [24]. Les équations de conservation (2.32), (2.35) et (2.39) deviennent :

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z}\left[\bar{\rho} v\right] = 0. \tag{2.41}$$

Pour l'équation de conservation de la quantité de mouvement la densité de débit $\bar{G}$ devient égale à $\bar{\rho} v$ et $\bar{\varphi}$ devient égale à $\bar{\rho} v^2$ ce qui fait que :

$$\frac{\partial\left[\bar{\rho} v\right]}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z}\left[\bar{\rho} v^2\right] + \bar{\rho} g + F = -\frac{\partial p}{\partial z},$$

Après simplification on obtient :

$$\bar{\rho}\frac{\partial v}{\partial t} + \bar{\rho} v\frac{\partial v}{\partial z} + \bar{\rho} g + F = -\frac{\partial p}{\partial z}. \tag{2.42}$$

Dans l'équation de l'énergie on peut montrer facilement que la fonction $\bar{\psi}$ est nulle dans le cas d'un mélange parfaitement homogène, ainsi l'équation de l'énergie devient :

$$\bar{\rho}\frac{\partial \bar{h}}{\partial t} + \bar{\rho} v\frac{\partial \bar{h}}{\partial z} = \bar{\lambda}\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{\partial p}{\partial t}. \tag{2.43}$$

Ainsi, le système d'équations (2.41), (2.42) et (2.43) devient, en négligeant l'énergie de compression :

$$\frac{\partial}{\partial t}\begin{bmatrix} \bar{\rho} \\ v \\ \bar{h} \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial z}(\bar{\rho} v) \\ \frac{1}{\bar{\rho}}\frac{\partial p}{\partial z} + v\frac{\partial v}{\partial z} + g + \frac{1}{\bar{\rho}}F \\ v\frac{\partial \bar{h}}{\partial z} - \frac{\bar{\lambda}}{\bar{\rho}}\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \end{bmatrix} \tag{2.44}$$

$$T = T(p)$$

$$\bar{h} = \bar{h}(p)$$

- Conditions aux limites :

Le flux de chauffe φ imposé au générateur de vapeur donne pour la température, la condition aux limites suivante :

$$-\bar{\lambda}\Sigma\frac{\partial T}{\partial z}|_{0,t} = b_2\varphi - \dot{Q},$$

Le théorème de Bernoulli appliqué à la sortie vapeur donne :

$$p(L,t) = p_s + \bar{\rho}(L,t)\frac{v^2}{2}C,$$

d'où

$$p(L,t) = p_s + \frac{\dot{m}_s^2}{2s^2}\frac{C}{\bar{\rho}(L,t)}.$$

$$v(0,t) = b_1\frac{\dot{m}_e}{\bar{\rho}(0,t)\Sigma},$$

$$\bar{\rho}(0,t) = \bar{\rho}(T(0,t)).$$

où $\dot{Q}$ représente les pertes de chaleur subit par le générateur de vapeur, p_s la pression en avale de la vanne de sortie vapeur.

Le coefficient C est fonction du coefficient de contraction C_c, de la section du générateur de vapeur Σ et de la section de la conduite de sortie vapeur s donné en annexe.

- Conditions initiales :

$$\forall\ z \in [0,L]\ :\ p(z,0) = p_i,$$

$$v(z,0) = v_i,$$

$$\bar{\rho}(z,0) = \bar{\rho}_i.$$

2.2.3 Mélange diphasique avec séparation de phases

Les hypothèses adoptées pour ce modèle sont :

1. Les équations du modèle sont prises dans le cas monodimensionnel.

2. Le liquide dans le circuit d'alimentation est incompressible (eau à température ambiante).

3. On considère que les termes faisant intervenir la gravité et les frottements dans le bilan de quantité de mouvement sont négligeables par rapport aux autres termes de l'équation.

4. Puisque le modèle est monodimensionnel, on considère que les transformations sont adiabatiques dans le générateur de vapeur (pas de pertes de chaleur par les parois).

Cette deuxième méthode consiste à écrire les équations de conservation (masse, énergie et quantité de mouvement) pour chaque phase prise séparément Figure 2.4. On écrit ensuite les équations qui régissent les échanges entre phases, de masse, d'énergie et de quantité de mouvement. J.M. Delhay [14], appliquant la méthode de G. Standart [51] aux écoulement diphasiques, a proposé d'utiliser des équations statistiques. Dans ce cas la production et l'écoulement des bulles vapeur sont considérés comme des phénomènes aléatoires. L'étude publiée [14] ne considère que les régimes permanents, et l'application des mêmes méthodes en régimes transitoires semblerait être impossible, eu égard à la connaissance actuelle des écoulements diphasiques en prenant une approche statistique. De plus ce genre de modèle n'est pas le mieux adapté à la commande vu qu'il n'est pas du type entrée/sortie et ne tient pas compte de la dynamique du processus physique. La présente étude se propose de modéliser les phénomènes régissant la dynamique des phases et ceux

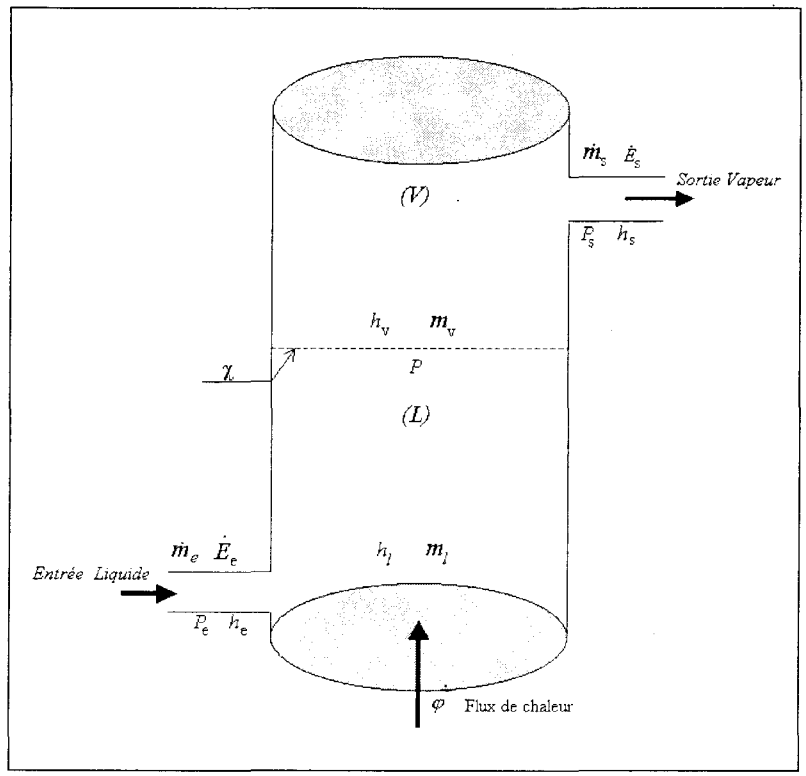


FIG. 2.4 – *Schématisation des variables dans un générateur de vapeur*

caractérisant l'interface liquide-vapeur par des EDP. Sur la figure 2.4 sont représentés les variables thermodynamiques qui vont permettre d'élaborer le modèle relatif à cette première approche. La variable $\chi(t)$ joue un rôle très important dans ce modèle, sachant que c'est celle-ci qui va définir le niveau d'eau dans le générateur de vapeur faisant ainsi le lien entre les deux phases, elle est issue de l'équation du bilan énergétique à l'interface liquide-vapeur (plus de détails sur cette variable seront présentés dans la prochaine section).

Les équations de conservation régissant ce modèle pour la phase liquide sont :

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho_l}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_l v_l)}{\partial z} = 0, \\ \rho_l \frac{\partial v_l}{\partial t} + \rho_l v_l \frac{\partial v_l}{\partial z} + \frac{\partial p_l}{\partial z} = 0, \\ \rho_l \left(\frac{\partial h_l}{\partial t} + v_l \frac{\partial h_l}{\partial z} \right) = \lambda_l \frac{\partial^2 T_l}{\partial z^2} + \frac{\partial p_l}{\partial t}. \end{cases} \tag{2.45}$$

Un système d'équations similaire est considéré pour la phase vapeur sauf qu'il faut changer l'indice $_l$ en $_v$:

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho_v}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_v v_v)}{\partial z} = 0, \\ \rho_v \frac{\partial v_v}{\partial t} + \rho_v v_v \frac{\partial v_v}{\partial z} + \frac{\partial p_v}{\partial z} = 0, \\ \rho_v \left(\frac{\partial h_v}{\partial t} + v_v \frac{\partial h_v}{\partial z} \right) = \lambda_v \frac{\partial^2 T_v}{\partial z^2} + \frac{\partial p_v}{\partial t}. \end{cases} \tag{2.46}$$

avec:

ρ, la masse volumique de la phase,

v, la vitesse de la phase,

p, la pression de la phase,

T, la température de la phase,

λ, la conductivité thermique du milieu.

Sachant que les pressions ainsi que les enthalpies liquide et vapeur p_l, p_v, h_l et h_v peuvent s'écrire en fonction des températures liquide et vapeur T_l et T_v [34], on obtient deux systèmes d'équations à 3 inconnues chacun. Ces deux systèmes d'équations ne peuvent pas être résolus indépendamment car il existe, en réalité, un phénomène d'interface entre les deux phases qui fera le lien entre elles permettant ainsi, d'évaluer les conditions d'échange thermique.

Condition d'interface

1. Loi de conservation généralisée :

Soit un volume matériel $V(t)$ limité par une surface fermée $\Sigma(t)$ et Ψ une grandeur quelconque rapportée à l'unité de masse du fluide. La loi traduisant le bilan de la grandeur Ψ, lorsque le volume $V(t)$ comporte une surface de discontinuité $A_i(t)$, s'exprime par le relation suivante :

$$\frac{d}{dt}\int_{V(t)} \rho\Psi d\tau = -\int_{\Sigma(t)} i(\Psi)\overrightarrow{n} d\Sigma + \int_{V(t)} \rho S(\Psi) d\tau - \oint_{\jmath(t)} T(\Psi)\overrightarrow{N} d1. \tag{2.47}$$

Dans cette équations, ρ est la masse volumique, $d\tau$ l'élément de volume de $V(t)$, $d\Sigma$ l'aire de la surface $\Sigma(t)$, $d1$ l'élément d'arc de $\jmath(t)$, intersection de $\Sigma(t)$ et de $A_i(t)$, t le temps, $\overrightarrow{n}$ le vecteur normal unitaire en un point de $\Sigma(t)$ dirigé vers l'extérieur de $V(t)$, $i(\Psi)$ le flux de la grandeur Ψ entrant à l'intérieur du volume $V(t)$ à travers $\Sigma(t)$, $S(\Psi)$ la source de Ψ à l'intérieur du volume $V(t)$, $T(\Psi)$ le flux de la grandeur Ψ entrant à l'intérieur du volume $V(t)$ à travers $\jmath(t)$ et $\overrightarrow{N}$ le vecteur normal unitaire à $\jmath(t)$ situé dans le plan tangent à $A_i(t)$[1]

2. Interface :

La condition d'interface s'obtient à partir de l'équation globale (2.47) dans laquelle on remplace l'intégrale curviligne par une intégrale de surface en utilisant la formule de transformation suivante :

$$\oint_{\jmath(t)} T(\Psi)\overrightarrow{N} d1 = \int_{A_i} div[T(\Psi)\overline{\overline{U}}] d\Sigma + \int_{A_i} 2T(\Psi)H\overrightarrow{n} d\Sigma.$$

où H est la courbure moyenne et $\overline{\overline{U}}$ le tenseur unité. On fait tendre la surface Σ vers la

[1] On retrouve la forme usuelle de l'équation du bilan de la grandeur Ψ sans surface de discontinuité en enlevant de l'équation (2.47) la dernière intégrale.

surface A_i on obtient ainsi une intégrale de surface étendue à A_i qui doit être identiquement nulle quel que soit Ai. La condition d'interface est alors donnée par l'équivalence à 0 de l'intégrant. Le transfert à l'interface est défini par la relation [53] :

$$\Phi_k = [\rho_k \Psi_k(\overrightarrow{v}_k - \overrightarrow{v}_i) + i(\Psi_k)]\overrightarrow{n}_k. \tag{2.48}$$

où $\overrightarrow{n}_k$ est le vecteur unitaire normal à l'interface, dirigé vers l'extérieur de la phase k et $\overrightarrow{v}_i.\overrightarrow{n}_k$ la vitesse de déplacement de l'interface. L'introduction de l'équation de transfert à l'interface (2.48) permet d'écrire la condition d'interface sous la forme :

$$\sum_{k=l,v} \Phi_k + div[T(\Psi_k)\overline{\overline{U}}] + 2T(\Psi_k)H\overrightarrow{n}_k = 0. \tag{2.49}$$

Les expressions des grandeurs Ψ_k, $i(\Psi_k)$, $S(\Psi_k)$ et $T(\Psi_k)$ pour le bilan énergétique à l'interface sont données par :

$$\begin{aligned}
\Psi_k &= \frac{1}{2}\overrightarrow{v}_k{}^2 + E_k, \\
i(\Psi_k) &= -\overline{\overline{\mu}}_k \overrightarrow{v}_k + J_k, \\
S(\Psi_k) &= \overrightarrow{F}\overrightarrow{v}_k, \\
T(\Psi_k) &= -\sigma\overrightarrow{v}_k,
\end{aligned}$$

où $\overline{\overline{\mu}}_k$ est le tenseur des contraintes, $\overrightarrow{F}$ la force extérieur massique, E_k l'énergie interne massique, $\overrightarrow{J}_k$ le flux de chaleur et σ la tension superficielle.

On considère, pour simplifier, que l'eau et la vapeur sont transparentes au rayonnement, que les puissances échangées par l'eau sous forme de travail sont négligées, qu'on n'a pas de source de chaleur à l'intérieur du volume $V(t)$ et que la tension superficielle σ est très faible de telle manière à ce que les quantités en σ deviennent négligeable par rapport

aux autres quantités de l'équation; ainsi, le grandeurs Φ_k et Ψ_k deviennent :

$$\begin{aligned}\Psi_k &= h_k \\ \Phi_k &= \left[\rho_k h_k(\vec{v}_k - \vec{v}_i) - \lambda_k \overrightarrow{grad} T_k\right] \vec{n}_k\end{aligned}$$

ceci nous permet d'écrire, définitivement, pour le cas monodimensionnel, et après projection :

$$\rho_l h_l(v_l - v_i) - \lambda_l \frac{\partial T_l}{\partial z}|_{\chi(t)} - \rho_v h_v(v_v - v_i) + \lambda_v \frac{\partial T_v}{\partial z}|_{\chi(t)} = 0, \tag{2.50}$$

Sachant que la vitesse à l'interface, en tenant compte de la conservation du débit massique entre les deux phases, est donnée par :

$$v_i = \frac{\rho_l}{\rho_l - \rho_v} v_l, \tag{2.51}$$

Le transfert à l'interface sera comme suit :

$$-\lambda_l \frac{\partial T_l}{\partial z}|_{\chi(t)} = -\lambda_v \frac{\partial T_v}{\partial z}|_{\chi(t)} + \rho_l v_l \pounds_v + v_i(\rho_l h_l - \rho_v h_v). \tag{2.52}$$

La différence d'enthalpie massique entre h_v et h_l est égale évidemment à la chaleur latente massique de vaporisation $\pounds_v$.

sachant que les enthalpies spécifiques h_l et h_v peuvent s'écrire sous forme polynômiale en fonctions des températures T_l et T_v [34] :

$$\begin{aligned}h_l &= a_l T_l + b_l \\ h_v &= a_v T_v + b_v\end{aligned}$$

le système d'équations (2.45) et (2.46) devient :

$$\frac{\partial}{\partial t}\begin{bmatrix} \rho_l \\ v_l \\ T_l \\ \rho_v \\ v_v \\ T_v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{\partial(\rho_l v_l)}{\partial z} \\ -v_l\frac{\partial v_l}{\partial z} - \frac{1}{\rho_l}\frac{\partial p_l}{\partial \rho_l}\frac{\partial \rho_l}{\partial z} \\ -\frac{v_l}{a_l\rho_l}\frac{\partial T_l}{\partial z} + \frac{\lambda_l}{a_l\rho_l}\frac{\partial^2 T_l}{\partial z^2} \\ -\frac{\partial(\rho_v v_v)}{\partial z} \\ -v_v\frac{\partial v_v}{\partial z} - \frac{1}{\rho_v}\frac{\partial p_v}{\partial \rho_v}\frac{\partial \rho_v}{\partial z} \\ -\frac{v_v}{a_v\rho_v}\frac{\partial T_v}{\partial z} + \frac{\lambda_v}{a_v\rho_v}\frac{\partial^2 T_v}{\partial z^2} \end{bmatrix} \tag{2.53}$$

- Conditions aux limites :

1. Interface :

$$\frac{d\chi}{dt} = \frac{\rho_l(\chi,t)}{\rho_l(\chi,t) - \rho_v(\chi,t)} v_l(\chi,t).$$

2. Phase liquide :

$$\begin{aligned} \rho_l(0,t) &= \rho_l(T_l(0,t)), \\ v_l(0,t) &= b_1\frac{\dot{m}_e}{\rho_l(0,t)\Sigma}, \\ -\lambda_l\Sigma\frac{\partial T_l}{\partial z}|_{(0,t)} &= b_2\varphi, \\ -\lambda_l\frac{\partial T_l}{\partial z}|_{(\chi(t),t)} &= -\lambda_v\frac{\partial T_v}{\partial z}|_{(\chi(t),t)} + \rho_l v_l \pounds_v + v_i(\rho_l h_l - \rho_v h_v). \end{aligned}$$

3. Phase vapeur :

$$\begin{aligned} T_v(\chi(t),t) &= T_l(\chi(t),t), \\ p_v(L,t) &= p_s + \frac{\dot{m}_s^2}{2s^2}\frac{C}{\rho_v(L,t)}, \\ \rho_v(\chi(t),t) &= \rho_v(T_v(\chi(t),t)), \\ v_v(\chi(t),t) &= \frac{\rho_l(\chi(t),t)}{\rho_v(\chi(t),t)} v_l(\chi(t),t). \end{aligned}$$

- Conditions initiales :

  1. Interface :

$$\chi(t=0) = \chi_0.$$

  2. Phase liquide :

$$\begin{aligned} \forall\, z \in [0,\chi(t=0)] \;:\; \rho_l(z,0) &= \rho_{li}, \\ v_l(z,0) &= v_{li}, \\ T_l(z,0) &= T_{li}. \end{aligned}$$

  3. Phase vapeur :

$$\begin{aligned} \forall\, z \in [\chi(t=0),L] \;:\; \rho_v(z,0) &= \rho_{vi}, \\ v_v(z,0) &= v_{vi}, \\ p_v(z,0) &= p_{vi}. \end{aligned}$$

2.3 conclusion

La résolution théorique de l'équation de la chaleur dans un milieu quelconque prouve l'existence de phénomènes de retards distribués dans la propagation de la chaleur, qui apparaissent clairement sur les simulations présentées dans ce chapitre.

La deuxième partie de ce chapitre traite la modélisation du processus de génération de vapeur suivant deux approches à base d'EDP non linéaires :

- Dans l'une des approches, l'hypothèse faite est celle de deux phases, liquide et vapeur indépendantes posant le problème du calcul du bilan d'échange à l'interface.

- Dans l'autre approche, le mélange est considéré comme diphasique homogène ; ce point de vue permet de traiter de façon plus réaliste le cas d'un générateur quelconque, même de petite taille, donnant ainsi accès à des variables telles que le titre massique de la vapeur dans l'eau et le taux de vide.

Modèles de générateur de vapeur en dimension finie

Chapitre 3

Modèles en dimension finie

3.1 Choix des modèles

Pour le choix des modèles, nous pouvons confondre les différents types de générateurs de vapeur à recirculation, qu'ils soient chauffés au charbon, au fuel, ou au moyen d'un fluide caloporteur. Ils présentent en effet de grandes analogies au niveau du calcul. En général, ces modèles sont utilisés pour étudier, en simulation, les régulations permettant le contrôle du système.

Les modèles qui seront étudiés dans ce chapitre ne se différencient que par les choix des zones liquide et vapeur, à savoir si l'on considère deux phases liquide-vapeur séparées par une interface ou une seule phase faisant un mélange homogène dans lequel l'hypothèse d'équilibre thermodynamique est admise.

Ces deux modèles ne représentent certainement qu'une faible partie de l'ensemble des modèles déjà élaborés, mais ils permettent néanmoins d'illustrer les différentes possibilités de modélisation. Indépendamment des différences existant entre les divers types

d'évaporateurs modélisés, les programmes se différencient par les hypothèses, les corrélations employées, les méthodes de résolution et les moyens de calcul.

Avant de passer à l'élaboration des modèles nous allons décrire, brièvement, les méthodes de passages des équations aux dérivées partielles (EDP) aux équations aux dérivées ordinaires (EDO) pour les bilans de masse et d'énergie.

3.1.1 Bilan de masse EDP $\rightarrow$ EDO

Généralement l'équation instantanée de bilan de masse sous forme intégrale et en notation vectorielle s'écrit :

$$\frac{d}{dt}\int\int\int_{V(t)} \rho dV = -\int\int_{S(t)} \rho \vec{v}\,\vec{n}_{ext} dS,$$

$V(t)$ étant le volume de contrôle et $S(t)$ sa surface. En considérant que la masse volumique ρ est globale, c'est à dire, indépendante de la position spatiale, et que r est le nombre de débit en entrée et en sortie de notre volume de contrôle, on obtient :

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt}\int\int\int_{V(t)} \rho dV &= \frac{d}{dt}\rho\int\int\int_{V(t)} dV = \frac{dm}{dt}, \\
\int\int_{S(t)} \rho \vec{v}\,\vec{n}_{ext} dS &= \sum_{i=1}^{i=r}\int\int_{Si(t)} \rho_i v_i dS_i = \rho_e v_e S_e - \rho_s v_s S_s,
\end{aligned}$$

où $\rho_e v_e S_e$ et $\rho_s v_s S_s$ désignent, respectivement, la somme des débit d'entrées et de sorties, ce qui donne :

$$\frac{dm}{dt} = \dot{m}_e - \dot{m}_s. \tag{3.1}$$

Remarquons que le débit d'évaporation $\dot{m}_{evap}$ peut jouer le rôle du débit d'entrée $\dot{m}_e$ s'il s'agit du bilan de masse vapeur et le rôle du débit de sortie $\dot{m}_s$ s'il s'agit du bilan de masse liquide, dans le cas d'un modèle à deux phases séparées.

3.1.2 Bilan d'énergie EDP →EDO

L'équation instantanée de bilan d'énergie totale E sous forme intégrale et en notation vectorielle donne :

$$\frac{d}{dt}\int\int\int_{V(t)} \rho E dV = -\int\int_{S(t)} \left[\rho\left(E+\frac{p}{\rho}\right)\vec{v}\,\vec{n}_{ext} + \left(q^{cd}+q^{r}\right)\right] dS + \int\int\int_{V(t)} P dV,$$

Sachant que $E = h - \frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2} + gz$, et que la source de chaleur interne P est nulle et qu'il n'y a pas de rayonnement dans le générateur de vapeur ($q^r = 0$), en négligeant les énergies cinétique et potentielle dans E cette dernière équation se réduit à :

$$\frac{d}{dt}\int\int\int_{V(t)} (\rho h - p)\, dV = -\int\int_{S(t)} \left[\rho h \vec{v}\,\vec{n}_{ext} + q^{cd}\right] dS.$$

Ainsi

$$\frac{d}{dt}\int\int\int_{V(t)} (\rho h - p)\, dV = \frac{d}{dt}(\rho h - p)\int\int\int_{V(t)} dV = \frac{d}{dt}(mh - Vp),$$

et

$$\int\int_{S(t)} \left[\rho h \vec{v}\,\vec{n}_{ext} + q^{cd}\right] dS = \sum_{i=1}^{i=m} \int\int_{S_i(t)} \rho_i v_i h_i dS_i + \varphi - \dot{Q}.$$

Enfin

$$\frac{d}{dt}(mh + pV) = \varphi - \dot{Q} + \dot{m}_e h_e - \dot{m}_s h_s, \tag{3.2}$$

φ étant le flux de chauffage émis par les résistances chauffantes et $\dot{Q}$ la perte thermique vers l'extérieur.

3.2 Modèle d'un mélange diphasique homogène

Dans cette partie, on considère qu'il se produit un mélange diphasique homogène entre l'eau et la vapeur. Il n'existe pas, en conséquence, de séparation nette entre les deux

phases.

3.2.1 Schéma de principe et notation

Nous supposerons que la température T ainsi que la pression p sont uniformes dans le générateur de vapeur (Fig. 3.1). Dans ce paragraphe, nous conserverons les notations usuelles, reprises ci-dessous :

- $\dot{m}_e$: débit d'alimentation en eau,
- $\dot{m}_s$: débit de sortie vapeur,
- m_l : masse du liquide dans le générateur de vapeur,
- m_v : masse de vapeur dans le générateur de vapeur,
- m : masse du mélange liquide-vapeur,
- X : le titre massique,
- h_e : enthalpie spécifique de l'eau d'alimentation,
- T_m : la température du métal du générateur de vapeur,
- C_m : la capacité thermique du métal,
- C_{metal} : la chaleur spécifique du métal.

3.2.2 Hypothèses de modélisation

Certaines hypothèses sont nécessaires pour une approche simple du problème.

1. L'eau et la vapeur sont supposées en équilibre thermodynamique (ceci est justifié par le fait qu'il se produit une bonne homogénéisation de l'émulsion liquide-vapeur).
2. Le mélange est à une pression uniforme p, c'est-à-dire que l'on néglige l'effet des tensions superficielles des bulles de vapeur d'eau provoquant la variation de la pression

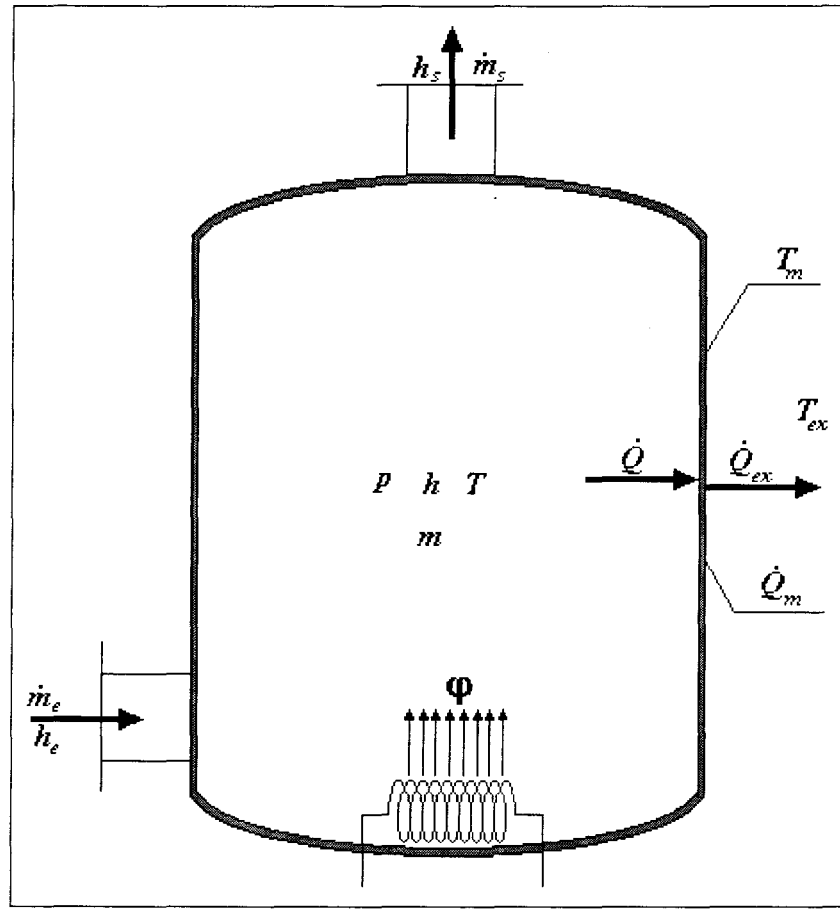


FIG. 3.1 – *Schématisation des variables dans un générateur de vapeur à mélange homogène*

du mélange.

3. Les équations de comportement sont à paramètres localisés.

4. Le générateur de vapeur a une capacité thermique et subit des pertes par conduction vers l'extérieur.

5. Concernant le mélange eau-vapeur, nous considérons un mélange diphasique où on écrit les équations globales du système diphasique, ce qui nous permet de déterminer la qualité X de la vapeur.

6. Une approximation polynomiale en fonction de la pression p est faite sur les grandeurs thermodynamiques régissant le générateur de vapeur [Annexe A], à savoir :

$$\begin{aligned} h_l(p) &= \sum_{i=0}^{k} \alpha_i p^i, \\ h_v(p) &= \sum_{i=0}^{l} \beta_i p^i, \\ \frac{1}{\rho_l(p)} &= \sum_{i=0}^{m} \gamma_i p^i, \\ \frac{1}{\rho_v(p)} &= \sum_{i=0}^{n} \delta_i p^i. \end{aligned}$$

Les expressions de ces fonctions sont largement répandues dans la littérature [34].

3.2.3 Equations du modèle

Les équations de conservation de la masse et de l'énergie dans le générateur de vapeur sont données par les équations (3.1) et (3.2) rappelées ci-dessous :

$$\begin{aligned} \frac{dm}{dt} &= \dot{m}_e - \dot{m}_s, \\ \frac{d(mh)}{dt} - \frac{m}{\rho}\frac{dp}{dt} &= \varphi + \dot{m}_e h_e - \dot{m}_s h - \dot{Q}. \end{aligned}$$

où $\dot{Q}$ est ici la différence entre la dissipation thermique du fluide vers le métal $\dot{Q}_m$ et la dissipation thermique du métal vers l'extérieur $\dot{Q}_{ex}$:

$$\begin{aligned} \dot{Q} &= \dot{Q}_m - \dot{Q}_{ex}, \\ \dot{Q}_m &= \lambda_m (T - T_m), \\ \dot{Q}_{ex} &= \lambda_{ex} (T_m - T_{ex}). \end{aligned}$$

λ_m et λ_{ex} sont les coefficients d'échange de chaleur, et T, T_m et T_{ex} représentent respectivement, la température du mélange diphasique, la température du corps métallique et la

température extérieure.

Les coefficients d'échange de chaleur sont des fonctions non linéaires complexes et dépendent principalement de la viscosité dynamique du fluide, du coefficient de conductivité thermique, de la vitesse du fluide, etc... leur calcul est donné dans l'Annexe B.

L'équation de l'évolution de la température du corps métallique du générateur de vapeur est donnée par la loi suivante :

$$\begin{aligned} \frac{dT_m}{dt} &= \frac{\dot{Q}}{C_m} \\ &= \frac{1}{C_m}\left(\dot{Q}_m - \dot{Q}_{ex}\right) \\ &= \frac{1}{C_m}\left(\lambda_m\left(T - T_m\right) - \lambda_{ex}\left(T_m - T_{ex}\right)\right). \end{aligned} \tag{3.3}$$

C_m est la capacité du corps métallique du générateur de vapeur,

$$C_m = V_m \rho_m C_{metal}.$$

V_m est le volume du métal générateur vapeur, ρ_m sa masse volumique et C_{metal} sa chaleur spécifique.

Finalement, on obtient le système d'équations suivant :

$$\begin{aligned} \frac{dm}{dt} &= \dot{m}_e - \dot{m}_s, \\ m\left(\frac{\partial h}{\partial p} - \frac{1}{\rho}\right)\frac{dp}{dt} &= \varphi + \dot{m}_e(h_e - h) + \lambda_m T - \left(\lambda_m + \lambda_{ex}\right)T_m + \lambda_{ex}T_{ex}, \\ \frac{dT_m}{dt} &= \frac{1}{C_m}\left[\lambda_m\left(T - T_m\right) - \lambda_{ex}\left(T_m - T_{ex}\right)\right], \end{aligned} \tag{3.4}$$

auquel s'ajoutent les équations complémentaires du mélange :

$$\begin{cases} h = h_v(p)X + h_l(p)(1 - X) \\ \frac{V}{m} = \frac{X}{\rho_v(p)} + \frac{1-X}{\rho_l(p)}. \end{cases} \tag{3.5}$$

Sachant que la masse volumique du mélange ρ peut être calculée à partir du rapport du volume de mélange V, constant, et de la masse de mélange m, le système d'équation (3.5) nous permet de déterminer la qualité ou le titre X ainsi que l'enthalpie de mélange.

Calcul de la quantité d'eau

La connaissance du titre X et de la masse du mélange m dans le générateur de vapeur permet de calculer la masse d'eau m_l (3.6) qui permet, connaissant la masse volumique d'eau ρ_l, de déterminer la quantité d'eau V_l. La connaissance de la géométrie du générateur de vapeur permet alors une estimation du niveau d'eau :

$$m_l = m(1 - X). \tag{3.6}$$

Equation d'état du système

L'équation d'état non linéaire du système d'équation (3.4) est mise sous la forme :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f_{ho}(x,u,k,t), \\ y &= g_{ho}(x,u,k,t). \end{aligned}$$

Dans le système d'équations (3.4) nous avons :

$$h = f_h(p)$$

$$\frac{\partial h}{\partial p} = f_1(p)$$

$$\rho = \rho(p)$$

posons en plus

$$\frac{\partial h}{\partial p} - \frac{1}{\rho} = F(p)$$

on obtient le système d'équations d'état suivant :

$$\begin{cases} \frac{dm}{dt} = \dot{m}_e - \dot{m}_s, \\ \frac{dp}{dt} = \frac{1}{F(p)} \left[\varphi + \dot{m}_e(h_e - h) + \lambda_m T - (\lambda_m + \lambda_{ex}) T_m + \lambda_{ex} T_{ex}\right], \\ \frac{dT_m}{dt} = \frac{1}{C_m} \left[\lambda_m (T - T_m) - \lambda_{ex} (T_m - T_{ex})\right]. \end{cases} \tag{3.7}$$

où x est la variable d'état composée des variables physiques suivantes : m, la masse du mélange, p, la pression du mélange, et T_m, la température du corps métallique du générateur de vapeur,

$$x = [m, p, T_m]^T.$$

y est la variable de sortie composée des variables suivantes : m_l, la masse du mélange, p, la pression du mélange et le titre massique X,

$$y = [m, p, X]^T.$$

u est le vecteur d'entrée : $\dot{m}_e$, le débit d'eau en entrée, $\dot{m}_s$, le débit de vapeur en sortie (perturbation), et φ, le flux de chauffage,

$$u = [\dot{m}_e, \dot{m}_s, \varphi]^T.$$

k le vecteur de perturbation : h_e, l'enthalpie d'eau d'alimentation (fonction de la température d'alimentation T_{al}), T_{ex}, la température ambiante,

$$k = [h_e, T_{ex}]^T$$

Le schéma bloc de simulation du modèle est représenté par la figure 3.2.

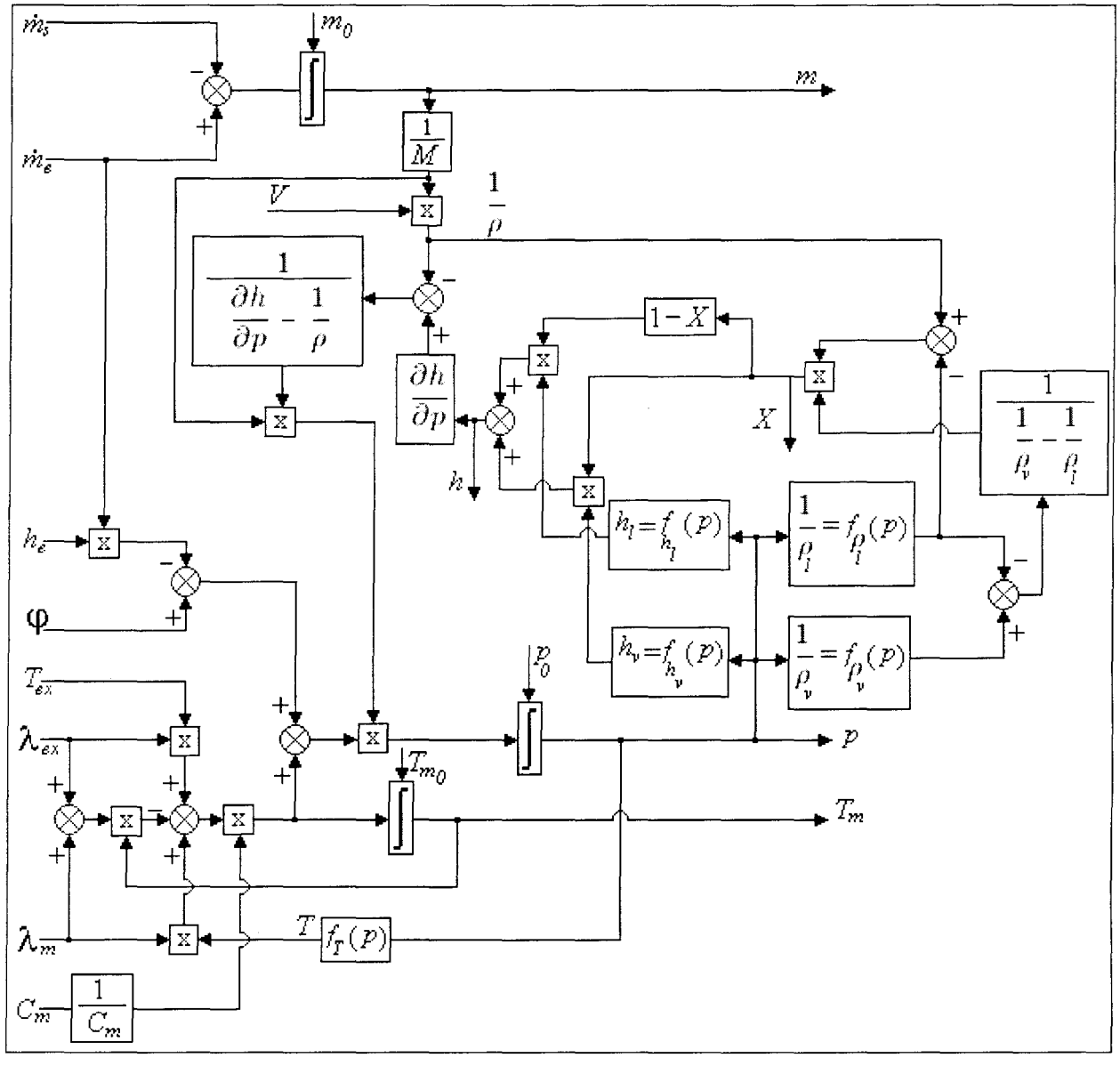


FIG. 3.2 – *Schéma bloc du modèle à mélange homogène*

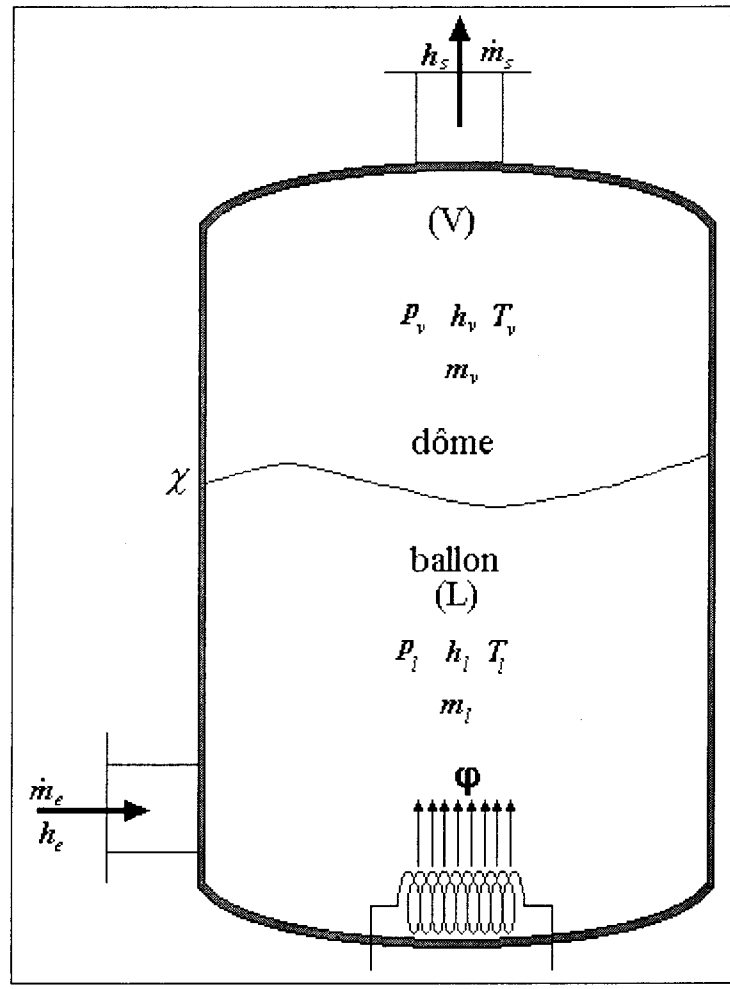


FIG. 3.3 – *Schématisation des variables dans un générateur de vapeur à deux phases séparées*

3.3 Modèle d'un mélange diphasique à deux phases séparées

Nous supposerons que la température est uniforme dans les zones liquide (ballon) et vapeur (dôme) (Fig. 3.3). Dans ce paragraphe, nous conserverons les anciennes notations en ajoutant celle du débit d'évaporation :

- $\dot{m}_e$: débit d'alimentation en eau,
- $\dot{m}_s$: débit de sortie vapeur,
- $\dot{m}_{evap}$: débit d'évaporation,

- m_l : masse d'eau dans le ballon,
- m_v : masse de vapeur dans le dôme,
- h_e : enthalpie spécifique de l'eau d'alimentation,
- χ : le niveau d'eau.

3.3.1 Hypothèse de modélisation

Pour cette modélisation, on considère les hypothèses suivantes :

1. Il existe une séparation entre les deux phases,
2. Les deux phases sont à l'état d'équilibre thermodynamique avant le chauffage,
3. A l'état statique, les deux phases sont à pression uniforme,
4. A l'état dynamique (lors de la chauffe), il se produit une évaporation d'où la différence de pression entre les deux phases.

3.3.2 Bilans de la phase vapeur

La conservation de la masse et de l'énergie écrite en équations aux dérivées ordinaires donne les équations suivantes :

Bilan massique

$$\frac{dm_v}{dt} = \dot{m}_{evap} - \dot{m}_s, \tag{3.8}$$

Bilan énergétique

$$\frac{dH_v}{dt} = \frac{d\left(m_v h_v\right)}{dt} = \dot{m}_{evap} h_l - \dot{m}_s h_v + V_v \frac{dp_v}{dt},$$

$$\frac{d\left(m_v h_v\right)}{dt} - \frac{m_v}{\rho_v}\frac{dp_v}{dt} = \dot{m}_{evap} h_l - \dot{m}_s h_v, \tag{3.9}$$

Sachant que l'enthalpie spécifique de la vapeur h_v s'exprime sous forme polynomiale de la pression p_v (et donc que $\frac{\partial h_v}{\partial p_v}$ est exprimable), et compte tenu de l'équation (3.8), l'équation de l'énergie (3.9) devient :

$$m_v \left(\frac{\partial h_v}{\partial p_v} - \frac{1}{\rho_v}\right)\frac{dp_v}{dt} = \dot{m}_{evap}\left(h_l - h_v\right), \tag{3.10}$$

d'où

$$\frac{dp_v}{dt} = \frac{1}{m_v\left(\frac{\partial h_v}{\partial p_v} - \frac{1}{\rho_v}\right)}\dot{m}_{evap}\left(h_l - h_v\right). \tag{3.11}$$

3.3.3 Bilans de la phase liquide

Bilan massique

L'équation de conservation de la masse liquide dans le ballon s'écrit comme suit :

$$\frac{dm_l}{dt} = \dot{m}_e - \dot{m}_{evap}. \tag{3.12}$$

Bilan énergétique

Si la température de l'eau du ballon tend à dépasser la température de saturation, nous admettrons qu'une partie des cette eau s'évapore de manière à ce que la température

de la phase liquide ne dépasse pas la température de saturation. Nous obtenons, dans ce cas, une équation exprimant l'équation de l'énergie, analogue à (3.10) :

$$\frac{dH_l}{dt} = \frac{d\left(h_l m_l\right)}{dt} = \varphi + \dot{m}_e h_e - \dot{m}_{evap} h_l + V_l \frac{dp_l}{dt},$$

$$\frac{d\left(h_l m_l\right)}{dt} - \frac{m_l}{\rho_l}\frac{dp_l}{dt} = \varphi + \dot{m}_e h_e - \dot{m}_{evap} h_l, \tag{3.13}$$

Sachant aussi que l'enthalpie spécifique du liquide h_l s'exprime sous forme polynômiale de la pression p_l, et compte tenu de l'équation (3.12), l'équation de l'énergie (3.13) devient :

$$m_l \left(\frac{\partial h_l}{\partial p_l} - \frac{1}{\rho_l}\right)\frac{dp_l}{dt} = \varphi + \dot{m}_e(h_e - h_l), \tag{3.14}$$

d'où

$$\frac{dp_l}{dt} = \frac{1}{m_l\left(\frac{\partial h_l}{\partial p_l} - \frac{1}{\rho_l}\right)}\left[\varphi + \dot{m}_e(h_e - h_l)\right]. \tag{3.15}$$

Finalement, on obtient le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} \frac{dm_l}{dt} = \dot{m}_e - \dot{m}_{evap}, \\ \frac{dp_l}{dt} = \frac{1}{m_l\left(\frac{\partial h_l}{\partial p_l} - \frac{1}{\rho_l}\right)}\left[\varphi + \dot{m}_e(h_e - h_l)\right], \\ \frac{dm_v}{dt} = \dot{m}_{evap} - \dot{m}_s, \\ \frac{dp_v}{dt} = \frac{1}{m_v\left(\frac{\partial h_v}{\partial p_v} - \frac{1}{\rho_v}\right)}\dot{m}_{evap}\left(h_l - h_v\right). \end{cases} \tag{3.16}$$

Calcul du débit d'évaporation

Certains auteurs [34] considèrent que le débit de vapeur $\dot{m}_{evap}$ peut être donné d'une façon empirique :

$$\dot{m}_{evap} = K_{evap}\left(p_l - p_v\right).$$

BU LILLE I

Ils considèrent, en effet, que le débit d'évaporation est proportionnel à la différence des pressions (ou des températures) de la phase liquide p_l et vapeur p_v. Le coefficient de proportionnalité K_{evap} est déterminé par l'expérience.

Un moyen plus judicieux peut nous permettre d'évaluer théoriquement le débit d'évaporation par l'écriture de l'équation de conservation du volume total dans le générateur de vapeur, ce qui donne :

$$\frac{m_l}{\rho_l} + \frac{m_v}{\rho_v} = constante.$$

En dérivant cette équation par rapport au temps, on obtient :

$$\frac{1}{\rho_l}\frac{dm_l}{dt} - \frac{m_l}{\rho_l^2}\frac{d\rho_l}{dt} + \frac{1}{\rho_v}\frac{dm_v}{dt} - \frac{m_v}{\rho_v^2}\frac{d\rho_v}{dt} = 0. \tag{3.17}$$

L'introduction des équations (3.8), (3.10), (3.12) et (3.14) dans l'équation (3.17), sachant que les masses volumique liquide ρ_l et vapeur ρ_v s'expriment respectivement en fonction des pressions liquide p_l et vapeur p_v, permet de donner l'expression théorique du débit d'évaporation :

$$\dot{m}_{evap} = \frac{\frac{\rho_v}{\rho_l}\frac{\partial \rho_l}{\partial p_l}\frac{\varphi + \dot{m}_e h_e}{\frac{\partial h_l}{\partial p_l} - \frac{1}{\rho_l}} + \rho_l \dot{m}_s - \rho_v \dot{m}_e}{\rho_l - \rho_v - \frac{\rho_l}{\rho_v}\frac{\partial \rho_v}{\partial p_v}\frac{h_l - h_v}{\frac{\partial h_v}{\partial p_v} - \frac{1}{\rho_v}}}. \tag{3.18}$$

Dans nos simulation sous MATLAB SIMULINK nous allons utiliser cette équation pour le débit d'évaporation. Remarquons que ce résultat n'était présent dans aucune des bibliographies consultées.

Calcul du niveau d'eau

Le niveau d'eau est facilement calculable à partir de la masse d'eau m_l et de la masse volumique ρ_l. Sachant que le volume d'eau s'exprime en fonction de ces deux variables,

à savoir :

$$V_l = \frac{m_l}{\rho_l},$$

et connaissant la géométrie du générateur de vapeur, on peut en déduire le niveau d'eau χ. Par exemple pour un générateur de vapeur de géométrie cylindrique de section constante S, le niveau χ est calculé comme suit :

$$\chi = \frac{m_l}{\rho_l S}. \tag{3.19}$$

Pour des géométries de générateur de vapeur plus complexes, on peut aussi appliquer le même raisonnement en essayant de trouver une section par rapport à laquelle on retrouve le niveau d'eau.

Equation d'état du système

L'équation d'état non-linéaire du système d'équations (3.16) est mise sous la forme :

$$\dot{x} = f_{so}(x,u,k,t),$$

$$y = g_{so}(x,u,k,t).$$

x est la variable d'état composée des variables physiques suivantes : p_l, la pression liquide, p_v, la pression vapeur, m_l, la masse liquide, et m_v, la masse vapeur.

Il faut noter que les véritables variables d'état sont : les quantités d'énergie thermiques liquide et vapeur H_l, H_v et les masses dans les deux phases. Toutefois étant donnée que l'enthalpie est fonction de la pression, il est plus commode de prendre en qualité de variable d'état thermique la pression afin de présenter l'équation d'état sous la forme $\dot{x} = f(x,u)$ et éviter

[illegible] d'autres termes dérivées par rapport au temps.

$$x = [m_l, p_l, m_v, p_v]^T.$$

y, la variable de sortie composée des variables suivantes : m_l, la masse liquide dans le générateur de vapeur et p_l, la pression liquide dans le générateur de vapeur.

$$y = [m_l, p_l]^T.$$

u est le vecteur d'entrée composé de :

$\dot{m}_e$, le débit d'eau en entrée,

$\dot{m}_s$, le débit de vapeur en sortie (perturbation),

φ, le flux de chauffage.

$$u = [\dot{m}_e, \dot{m}_s, \varphi]^T.$$

k est un vecteur de perturbation se réduisant ici à h_e, l'enthalpie d'eau d'alimentation $k = [h_e]$.

Le schéma bloc de simulation du modèle est représenté par la figure 3.4

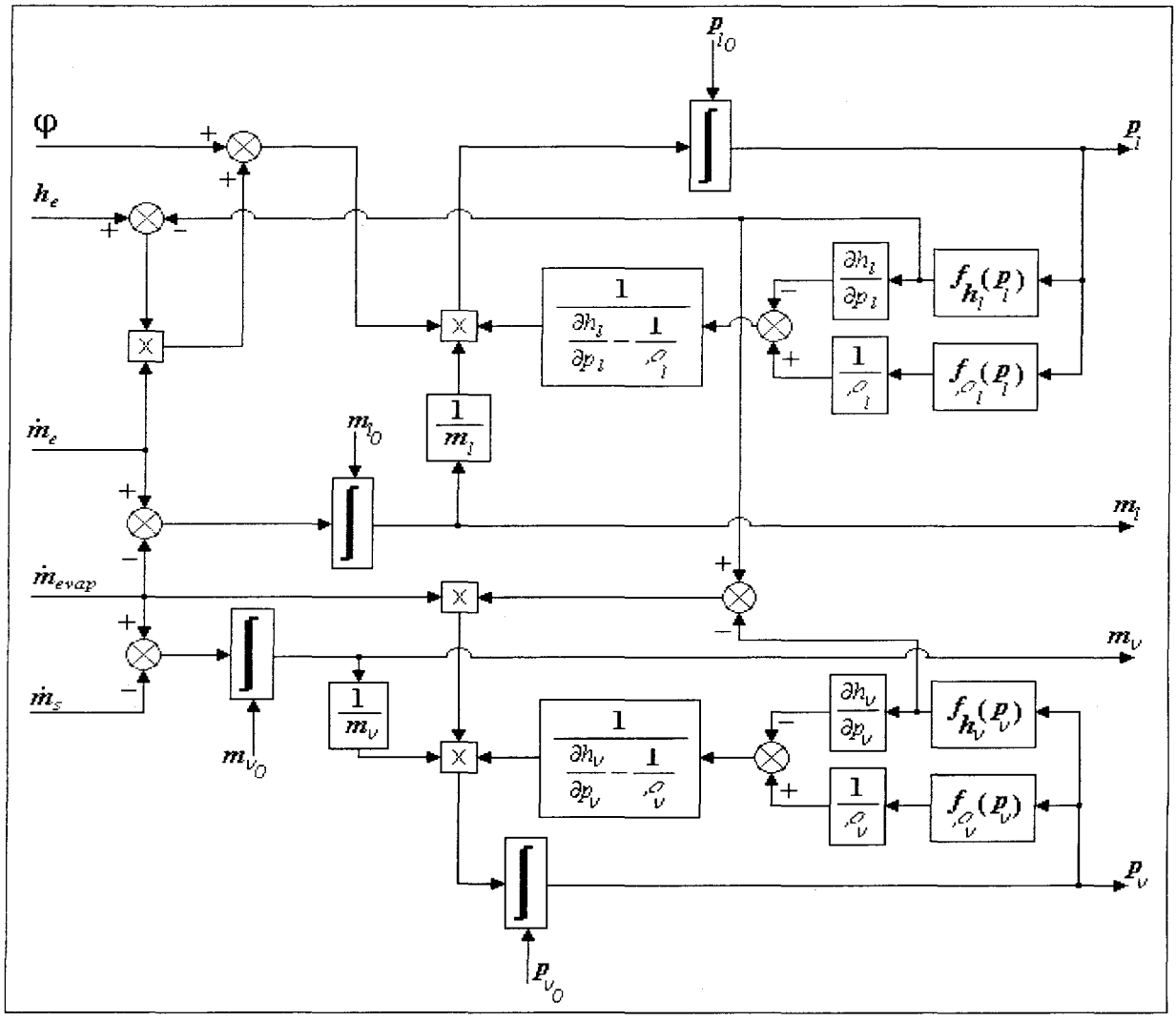


FIG. 3.4 – *Schéma bloc du modèle à phases séparées*

1) Remarquons que ce schéma ne contient aucun dérivateur et correspond bien à un modèle d'état (ceci n'est pas le cas dans d'autres travaux s'adressant à la seule simulation [54]).

2) Le niveau d'eau est reconstitué en sortie à partir de l'équation (3.19)

3) Le débit d'évaporation $\dot{m}_{evap}$ est obtenu par bouclage et ne nécessite pas la connaissance du coefficient d'évaporation (difficilement quantifiable).

4) Ce modèle ne permet pas la reconstitution du titre massique (EDO phases séparées).

5) p_{l0}, m_{l0}, p_{v0} et m_{v0} sont les conditions initiales des pressions et des masses liquide et vapeur

3.4 Conclusion

Dans la première partie de ce chapitre on a montré quelles étaient les méthodes à appliquer pour pouvoir passer des équations aux dérivées partielles de conservation (masse et énergie) aux équations aux dérivées locales de conservation (masse et énergie). Dans la deuxième partie deux modèles de génération de vapeur par équations aux dérivées locales ont été présentés. La résolution des systèmes d'équations régissant ces deux modèles sera faites sous MATLAB-SIMULINK, la simulation est présentée dans le prochain chapitre.

Étude expérimentale d'un générateur de vapeur

Chapitre 4

Etude expérimentale d'un générateur de vapeur

4.1 Description du processus de génération de vapeur

Le processus technologique est une installation pilote qui représente le fonctionnement à échelle réduite d'une centrale nucléaire. La vue générale est représentée sur la figure 4.1. Pour des raisons de commodité le circuit primaire d'une installation réelle est assuré dans notre cas par un thermoplongeur électrique et la turbine est remplacée par un ensemble de vannes de détente absorbant l'énergie produite par le générateur de vapeur. L'installation est constituée principalement d'une chaudière d'une capacité de 175 litres qui réalise la chauffe et la vaporisation de l'eau au moyen d'un thermoplongeur, élément chauffant d'une puissance électrique de 60 kilowatts à partir d'une alimentation triphasée de $380V$, la commande de chauffe a été régulée afin que le niveau d'eau reste compris entre un

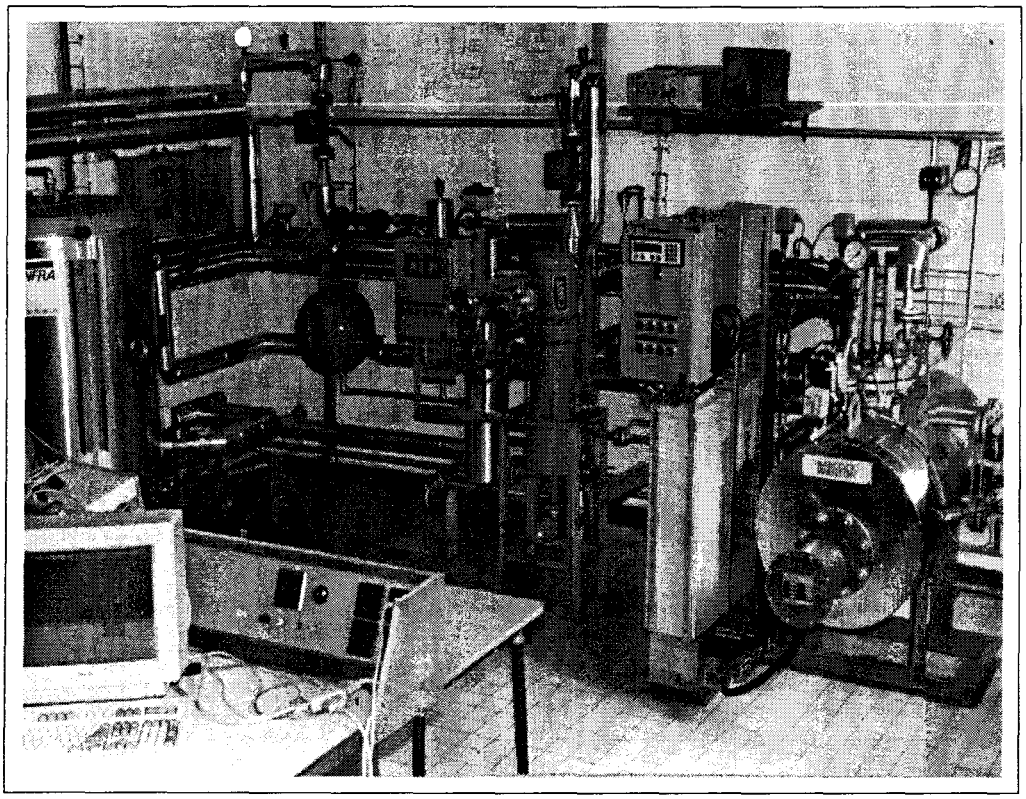


FIG. 4.1 – *Vue générale de l'installation du générateur de vapeur*

seuil minimum et un seuil maximum, tel que Δniveau= $2cm$, le débit maximale de vapeur est égale à $87kg/h$.

La vapeur d'eau produite subit une détente isenthalpique par un ensemble de vannes modulantes. Elle est ensuite condensée dans un échangeur condenseur à l'aide d'un circuit de refroidissement d'eau. Le condensat est stocké dans une bâche alimentaire à partir de laquelle l'eau d'alimentation peut être refoulée par une pompe à vitesse constante vers la chaudière.

Ce cycle de fonctionnement de l'installation peut être résumé comme suit :

✓L'eau est chauffée et vaporisée au moyen d'un thermoplongeur électrique de

60KW dans un accumulateur de 175 litres,

✓la vapeur sous pression sortant de la chaudière subit une détente à l'aide d'un ensemble de vannes modulantes,

✓la vapeur est condensée dans l'échangeur-condenseur,

✓l'eau condensée et les condensats sont envoyés dans la bâche alimentaire,

✓et enfin l'eau de la bâche est injectée dans la chaudière pour boucler le circuit.

Notons que le condenseur est muni d'un double circuit de refroidissement :

- un circuit court si la température de retour est inférieure à une consigne fixée,

- un circuit long permettant de refroidir l'eau par une double hélice installée sur le toit du bâtiment, grâce une système aéroréfrigérant.

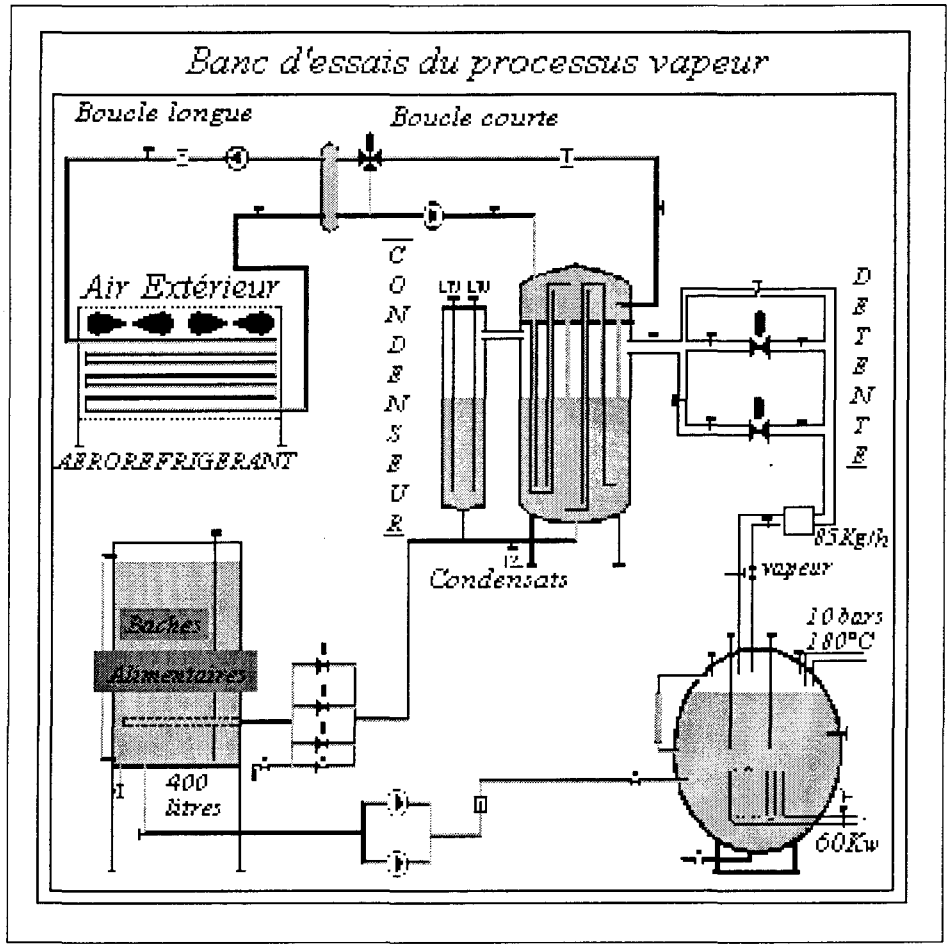


FIG. 4.2 – *Schéma technologique de l'installation à modéliser*

4.1.1 Modélisation de l'installation

Le système à modéliser possède un comportement nettement non linéaire dû principalement au couplage de différents phénomènes de natures diverses. Nous sommes en effet en présence d'énergie électrique (générateur de tension), hydraulique (écoulement des fluides dans les conduites), thermodynamique (production de vapeur, échange thermique ...), mécanique (pompe, vannes).

Nous allons modéliser séparément les sous systèmes suivants : Le circuit d'alimen-

tation de l'installation et le générateur de vapeur avec le thermoplongeur. Nous présenterons quelques résultats de simulation sous MATLAB-SIMULINK.

Modèle du thermoplongeur

La chauffe du générateur de vapeur est assurée par une thermorésistance alimentée par un générateur de tension d'une puissance de 60 kW. Ce bloc, dont le schéma de principe est représenté sur la figure 4.3, exprime l'échange d'énergie entre l'élément chauffant (qui est le coeur dans une centrale nucléaire) et le générateur de vapeur. L'alimentation du générateur de tension est commandée en tout ou rien, en fonction de la pression dans le générateur de vapeur p, par un relais, variable booléenne b_2, avec zone morte de Δp. Le thermoplongeur est immergé dans le générateur de vapeur, sa température T_t va être confondue très rapidement à celle de l'évaporateur, T. Le système se comportera alors comme un intégrateur : toute la puissance φ transmise au générateur de vapeur va être alors proportionnelle à celle du générateur de tension P_t. La capacité thermique du thermoplongeur va alors s'ajouter à celle du mélange à l'intérieur du générateur de vapeur.

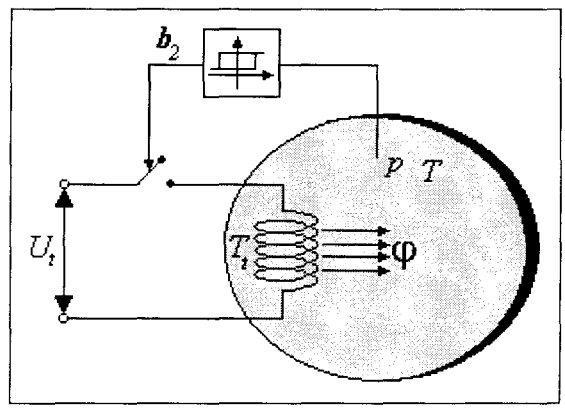


FIG. 4.3 – *Schéma de principe du thermoplongeur*

Equation régissant le thermoplongeur : La transformation de l'énergie électrique en énergie thermique dans le générateur de vapeur est donnée par l'équation suivante :

$$\varphi = b_2 \frac{U_t^2}{R_t} = b_2 P_t \tag{4.1}$$

où R_t, P_t et U_t représentent respectivement la résistance électrique de l'élément chauffant (en Ω), la puissance du générateur de tension (en j/s) et la tension du réseau (en V). L'équation du relais avec zone morte est :

$$b_2 = \begin{cases} 0 & si \quad p > p_{ref} + \Delta p \\ 1 & si \quad p < p_{ref} - \Delta p \end{cases} \tag{4.2}$$

avec Δp la zone morte du relais et p_{ref} la consigne de la pression dans le générateur de vapeur.

Modèle du circuit d'alimentation

Le circuit d'alimentation est constitué d'une conduite d'eau formée d'un ensemble de coudes, d'une restriction hydraulique et d'une vanne manuelle. L'eau est refoulée par une pompe hydraulique dont l'alimentation électrique est commandée en tout ou rien par un relais, en fonction de la masse d'eau m_l dans le générateur de vapeur. Le schéma de principe est donné sur la figure 4.4

Equation régissant le circuit d'alimentation : L'équation du relais du circuit d'alimentation est donnée par :

$$b_1 = \begin{cases} 0 & si \quad \chi > \chi_{ref} + \Delta\chi \\ 1 & si \quad \chi < \chi_{ref} - \Delta\chi \end{cases} \tag{4.3}$$

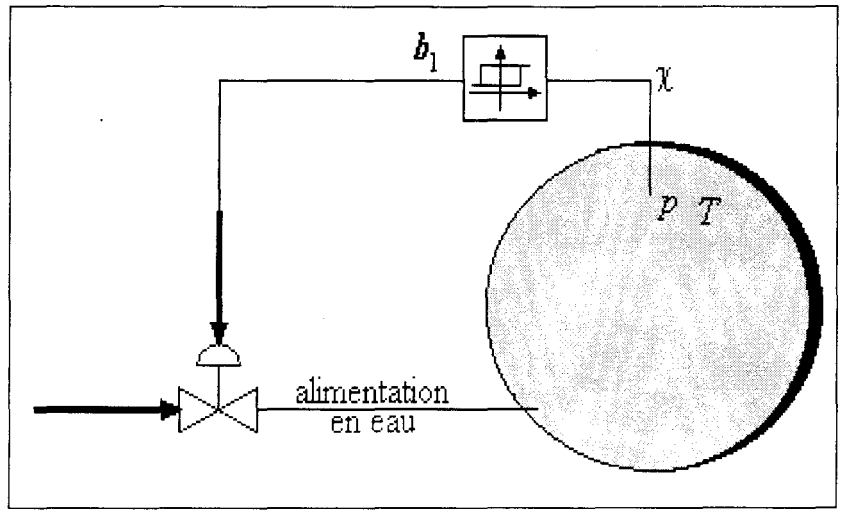


FIG. 4.4 – *Régulation du niveau d'eau*

avec $\Delta\chi$ la zone morte du relais et χ_{ref} la consigne du niveau d'eau. Par conséquent, la commande du débit d'entrée d'eau $\dot{m}_e$ sera en tout ou rien :

$$\dot{m}_e = \begin{cases} 0 & si \quad \chi > \chi_{ref} + \Delta\chi \\ \dot{m}_e & si \quad \chi < \chi_{ref} - \Delta\chi \end{cases} \tag{4.4}$$

4.2 Modèles EDP (Application simulation)

La méthode de discrétisation des équations aux dérivées partielles non linéaires que nous allons utilisé est la méthode aux différences finies. Afin de simuler le modèle à EDP donné par les systèmes d'équations (2.44) et (2.53), on utilise une méthode aux différences finies explicite [45] ; il faut noter que dans le cas général, le choix dépend en fait du type d'équations à résoudre. Les méthodes explicites nécessitent en général un pas de calcul inférieur à une valeur limite, pour que la résolution soit stable, ce qui impose un temps de calcul très long mais permet d'avoir une bonne précision de la solution. Les

méthodes implicites permettent l'utilisation de pas de calcul supérieurs à ceux employés par les méthodes explicites avec un temps de calcul moindre même si dans ce cas, la précision est moins bonne. Ce dernier schéma est inconditionnellement stable [45]. Par contre, il nécessite, à chaque pas de temps, la résolution d'un système matriciel linéaire.

4.2.1 Modèle diphasique homogène

Dans la simulation présentée par les figures 4.5, 4.6 et 4.7, le modèle utilisé est de type diphasique homogène régi par le système d'équations (2.44).

Les conditions d'expérimentation sont les suivantes :

- Conditions aux limites :

$$\begin{aligned} -\bar{\lambda}\Sigma\frac{\partial T}{\partial z}|_{0,t} &= b_2\varphi - \dot{Q}, \\ p(L,t) &= p_s + \frac{\dot{m}_s^2}{2s^2}\frac{C}{\bar{\rho}(L,t)}, \\ \bar{G}(0,t) &= b_1\dot{m}_e, \\ \bar{\rho}(0,t) &= \bar{\rho}(T(0,t)). \end{aligned}$$

  où $\dot{Q}$ représente les pertes de chaleur subies par le générateur de vapeur, p_s la pression en aval de la vanne de sortie vapeur.

  Le coefficient C est fonction du coefficient de contraction C_c, de la section du générateur de vapeur Σ, et de la section de la conduite de sortie vapeur s donné en annexe.

- Conditions initiales :

$$\begin{aligned} \forall\ z \in [0,L]\ :\ T(z,0) &= T_i, \\ v(z,0) &= v_i, \\ \bar{\rho}(z,0) &= \bar{\rho}_i. \end{aligned}$$

- Les équations discrètes sont :

$$
\begin{aligned}
\bar{\rho}_i^{k+1} &= \bar{\rho}_i^k - \frac{\delta t}{\delta z}\left[\bar{\rho}_i^k v_i^k - \bar{\rho}_{i-1}^k v_{i-1}^k\right] \\
v_i^{k+1} &= v_i^k - \frac{\delta t}{\delta z}\left[v_i^k\left(v_i^k - v_{i-1}^k\right) + \frac{1}{\bar{\rho}_i^k}(p_i^k - p_{i-1}^k)\right] - \delta t\left[g + f v_i^k \frac{v_i^k}{D_h}\right] \\
h_i^{k+1} &= h_i^k + \frac{\delta t}{\delta z}\left[\frac{\bar{\lambda}}{\bar{\rho}_i^k}\frac{T_{i+1}^k - 2T_i^k + T_{i-1}^k}{\delta z} - v_i^k(\bar{h}_{i+1}^k - \bar{h}_i^k)\right]
\end{aligned}
$$

$i = 1..n,\ k > 0$

Les variables de sorties représentées en fonction de la hauteur z et/ou du temps t, sont la pression et la température figure 4.5, le titre massique et le taux de vide figure 4.7 et 4.6. On constate bien que :

1. Le titre massique et le taux de vide augmentent avec la chauffe et avec le hauteur (ce qui est conforme avec la réalité physique).
2. La pression en $z = 0$ et $z = H$ fait apparaître un phénomène de retard (de diffusion), elle nous permet de quantifier ce retard en vue d'obtenir un modèle entrée-sortie simplifié (localisé) pour la commande.
3. La température en $z = 0$ et $z = H$ évolue de la même manière que la pression dans le mélange (l'équilibre thermodynamique est respecté).
4. Les phénomènes de glissement-tassement ne sont pas visibles vu les faibles dimensions de la chaudière étudiée.

Ces observations sont conformes à la réalité physique des phénomènes thermodynamiques régissant la chaudière.

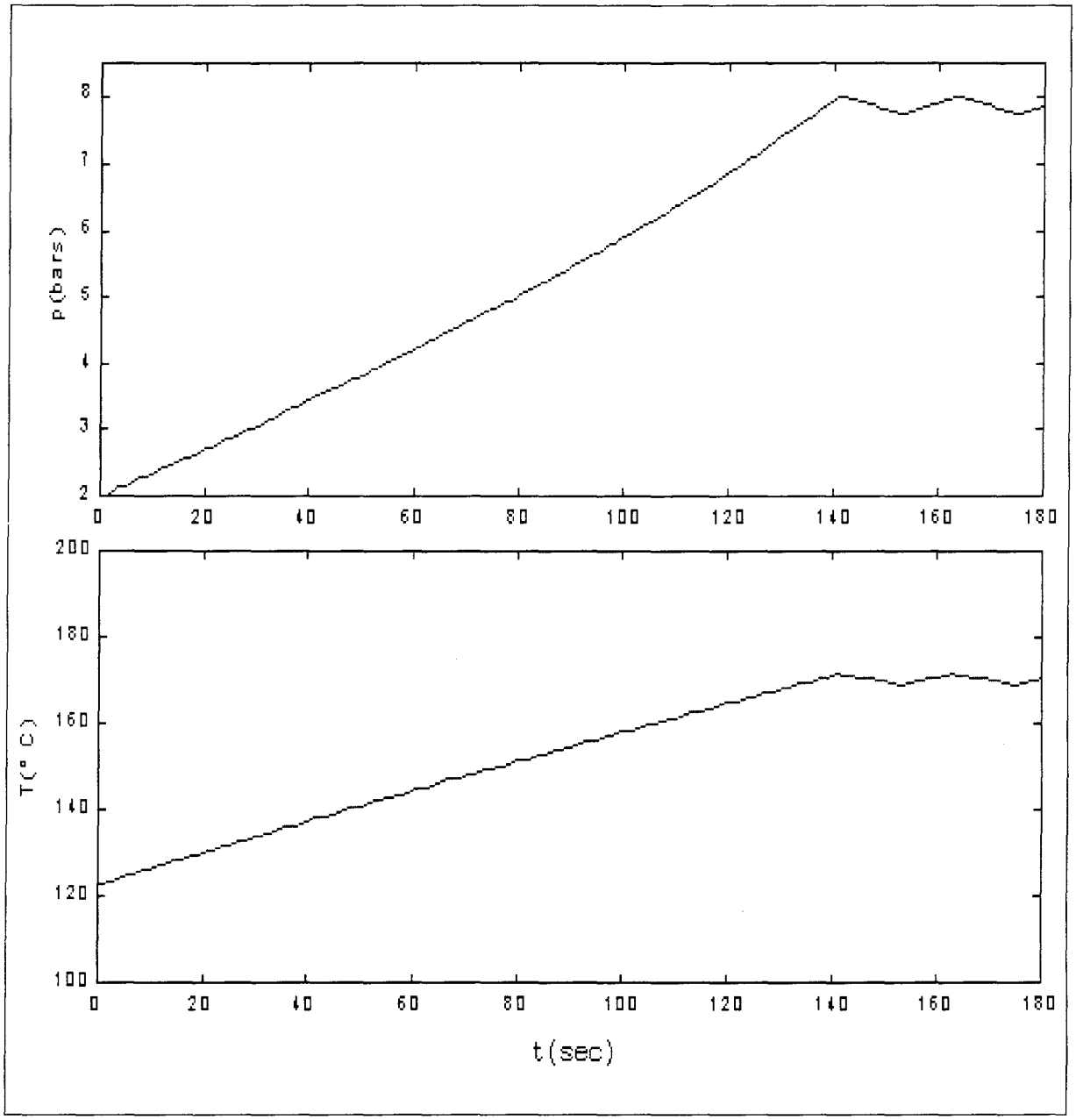


FIG. 4.5 – *Evolution de la pression et de la température en fonction du temps dans le GV*

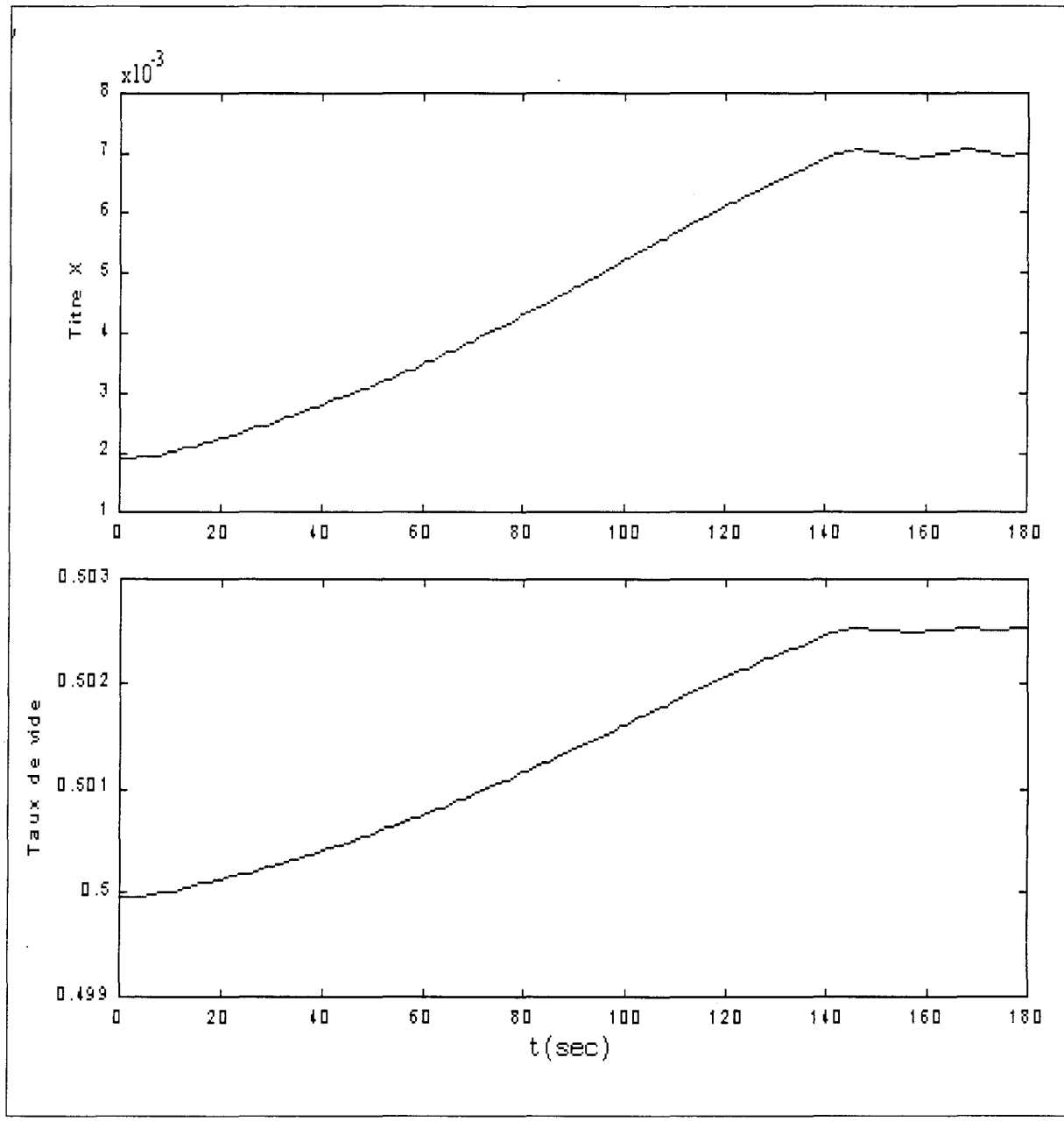


FIG. 4.6 – *Evolution du titre et du taux de vide en fonction du temps dans le GV*

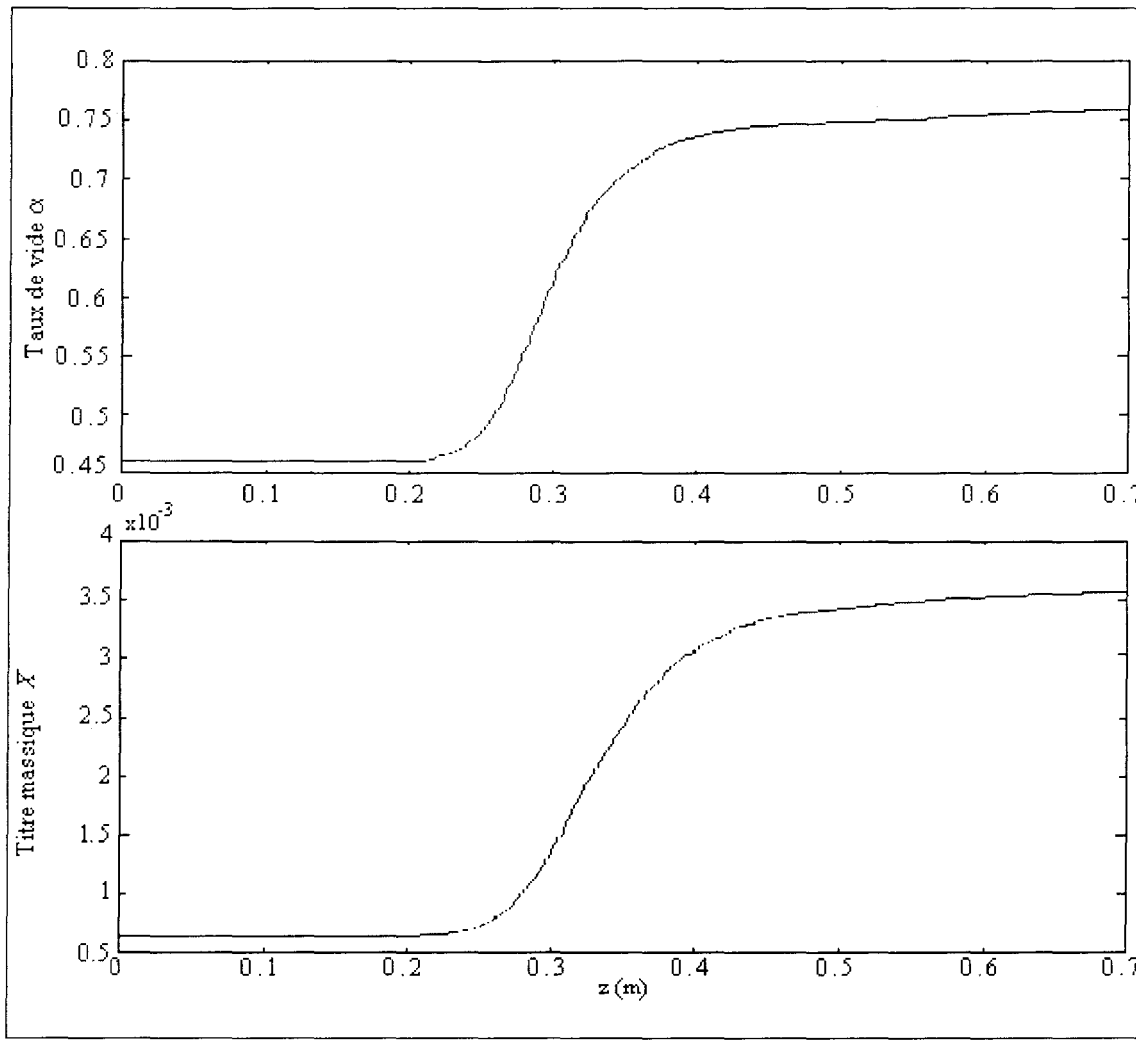


FIG. 4.7 – *Evolution du taux de vide et du titre en fonction de la hauteur dans le GV*

4.2.2 Modèle à phase séparées

Dans le cas du modèle à phases séparées, le système d'équations à simuler est celui décrit par les équations (2.53).

Les conditions d'expérimentation sont les suivantes :

- Conditions aux limites :

1. Interface :

$$\frac{d\chi}{dt} = \frac{\rho_l(\chi,t)}{\rho_l(\chi,t) - \rho_v(\chi,t)} v_l(\chi,t).$$

2. Phase liquide :

$$\begin{aligned}
\rho_l(0,t) &= \rho_l(T_l(0,t)), \\
v_l(0,t) &= b_1 \frac{\dot{m}_e}{\rho_l(0,t)\Sigma}, \\
-\lambda_l \Sigma \frac{\partial T_l}{\partial z}|_{(0,t)} &= b_2 \varphi, \\
-\lambda_l \frac{\partial T_l}{\partial z}|_{(\chi(t),t)} &= -\lambda_v \frac{\partial T_v}{\partial z}|_{(\chi(t),t)} + \rho_l v_l \mathcal{L}_v + v_i(\rho_l h_l - \rho_v h_v),
\end{aligned}$$

3. Phase vapeur :

$$\begin{aligned}
T_v(\chi(t),t) &= T_l(\chi(t),t), \\
p_v(L,t) &= p_s + \frac{\dot{m}_s^2}{2s^2} \frac{C}{\rho_v(L,t)} \\
\rho_v(\chi(t),t) &= \rho_v(T_v(\chi(t),t)), \\
v_v(\chi(t),t) &= \frac{\rho_l(\chi(t),t)}{\rho_v(\chi(t),t)} v_l(\chi(t),t).
\end{aligned}$$

- Conditions initiales :

1. Interface :

$$\chi(t=0) = \chi_0,$$

2. Phase liquide :

$$\begin{aligned} \forall\, z \in [0,\chi(t=0)] \;:\; \rho_l(z,0) &= \rho_{li}, \\ v_l(z,0) &= v_{li}, \\ T_l(z,0) &= T_{li}, \end{aligned}$$

3. Phase vapeur :

$$\begin{aligned} \forall\, z \in [\chi(t=0),L] \;:\; \rho_v(z,0) &= \rho_{vi}, \\ v_v(z,0) &= v_{vi}, \\ T_v(z,0) &= T_{vi}. \end{aligned}$$

- Les équations discrètes sont :

1. Phase liquide :

$$\begin{aligned} \rho_{l\,i}^{k+1} &= \rho_{l\,i}^{k} - \frac{\delta t}{\delta z}\left(\rho_{l\,i}^{k} v_{l\,i}^{k} - \rho_{l\,i-1}^{k} v_{l\,i-1}^{k}\right), \\ v_{l\,i}^{k+1} &= v_{l\,i}^{k} - \frac{\delta t}{\delta z}\left[v_{l\,i}^{k}\left(v_{l\,i}^{k} - v_{l\,i-1}^{k}\right) + \frac{1}{\rho_{l\,i}^{k}}\left(p_{l\,i}^{k} - p_{l\,i-1}^{k}\right)\right], \\ T_{l\,i}^{k+1} &= T_{l\,i}^{k} + \frac{\delta t}{\delta z}\left[\frac{\lambda_l}{a_l \rho_{l\,i}^{k}} \frac{T_{l\,i+1}^{k} - 2T_{l\,i}^{k} + T_{l\,i-1}^{k}}{\delta z} - v_{l\,i}^{k}(T_{l\,i+1}^{k} - T_{l\,i}^{k})\right], \end{aligned}$$

$i = 1..n_l \quad k > 0$

2. Interface :

$$\chi^{k+1} = \chi^{k} + \delta t \frac{\rho_{l\,n_l}^{k}}{\rho_{l\,n_l}^{k} - \rho_{v\,0}^{k}} v_{l\,n_l}^{k},$$

3. Phase vapeur :

$$\rho_{v\,i}^{k+1} = \rho_{v\,i}^{k} - \frac{\delta t}{\delta z}\left(\rho_{v\,i}^{k} v_{v\,i}^{k} - \rho_{v\,i-1}^{k} v_{v\,i-1}^{k}\right),$$

$$
\begin{aligned}
v_{v\,i}^{k+1} &= v_{v\,i}^{k} - \frac{\delta t}{\delta z}\left[v_{v\,i}^{k}\left(v_{v\,i}^{k} - v_{v\,i-1}^{k}\right) + \frac{1}{\rho_{v\,i}^{k}}\left(p_{v\,i}^{k} - p_{v\,i-1}^{k}\right)\right], \\
T_{v\,i}^{k+1} &= T_{v\,i}^{k} + \frac{\delta t}{\delta z}\left[\frac{\lambda_v}{a_v \rho_{v\,i}^{k}} \frac{T_{v\,i+1}^{k} - 2T_{v\,i}^{k} + T_{v\,i-1}^{k}}{\delta z} - v_{v\,i}^{k}(T_{v\,i+1}^{k} - T_{v\,i}^{k})\right],
\end{aligned}
$$

$i = 1..n_v \quad k > 0$

Cette méthode de discrétisation, bien qu'écrite rigoureusement, présente cependant des divergences au niveau de la simulation, essentiellement dûes à l'interface qui évolue en un premier temps correctement, mais de façon aléatoire en un deuxième temps impliquant ainsi une grande instabilité.

Aucun résultat de simulation appréciable n'a pu être enregistré à partir de ce méthode de discrétisation.

Une discrétisation en éléments finies pourrait être tentée pour voir comment évoluerait le système dans les mêmes conditions de fonctionnement.

De même, certains auteurs [20] [12] [40] [23], proposent une méthode basée sur la transformation de Duvaut, affirmant pouvoir résoudre le problème d'interface libre introduit par ce modèle. Ceci, faute de temps, n'a pu être développé sur notre processus mais constitue une perspective envisageable.

4.3 Modèle EDO

Les modèles simulés dans cette section seront ceux décrit par les systèmes d'équations (3.7) et (3.16).

Les simulations ont été faites sur MATLAB-SIMULINK, les conditions sont les suivantes :

1 La commande du débit d'entrée en eau $\dot{m}_e$ est fournie par une pompe en tout ou rien avec un débit maximal de $100m^3/h$.

2 La commande en flux de chauffe est assurée par une résistance thermique de puissance maximale de $60kW$. Cette puissance évolue en tout ou rien.

3 La perturbation du débit en sortie de vapeur $\dot{m}_s$ est proportionnelle à la différence de pression entre le générateur de vapeur p et la sortie vapeur $\dot{m}_s = k(p - p_s)$ (dans notre cas p_s est maintenue à 4bars).

4 La température d'eau d'alimentation est prise à $50°C$.

4.3.1 Modèle diphasique homogène

Dans cette première simulation, le débit d'entrée $\dot{m}_e$ sera tantôt maintenu nul (vanne d'entrée en eau fermée) (figures 4.8 et 4.9) et tantôt variable (figures 4.10 et 4.11), le flux de chaleur φ varie entre 0 et 60 kW selon la pression dans le générateur de vapeur.

Sur les figures 4.8 et 4.10, sont représentées les évolutions de la pression dans le générateur de vapeur p, de la masse liquide m_l, du titre X et des commandes du débit d'entrée en eau $\dot{m}_e$ et du flux de chauffe φ ainsi que de la perturbation du débit de sortie $\dot{m}_s$.

Sur les figures 4.9 et 4.11, sont représentées les évolutions de la température du mélange T dans le générateur de vapeur, de la température du métal du corps du générateur de vapeur T_m, de la masse volumique du mélange ρ ainsi que celle de l'enthalpie du mélange h.

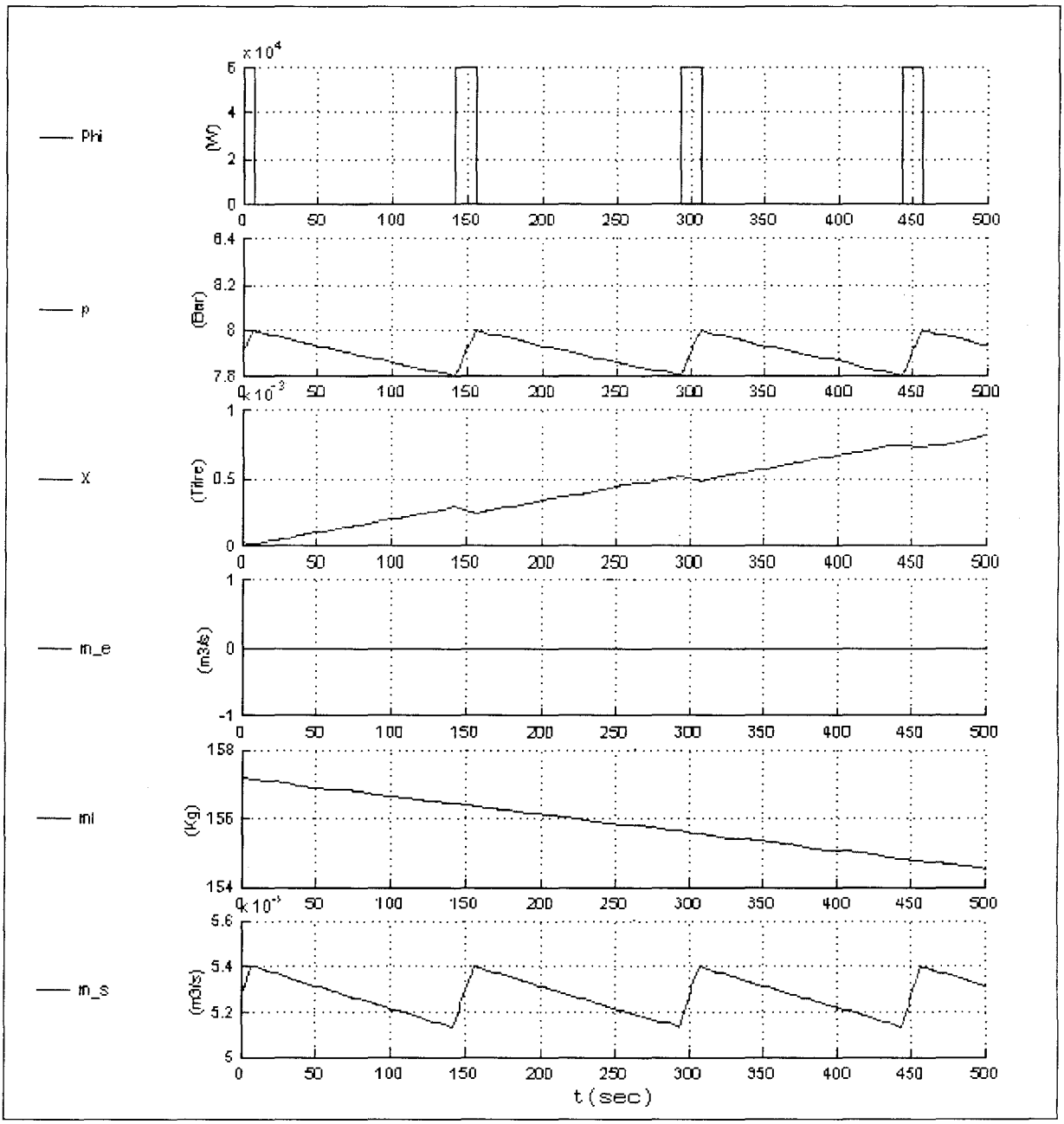


FIG. 4.8 – *Résultats de simulation en mélange homogène à débit d'entrée nul*

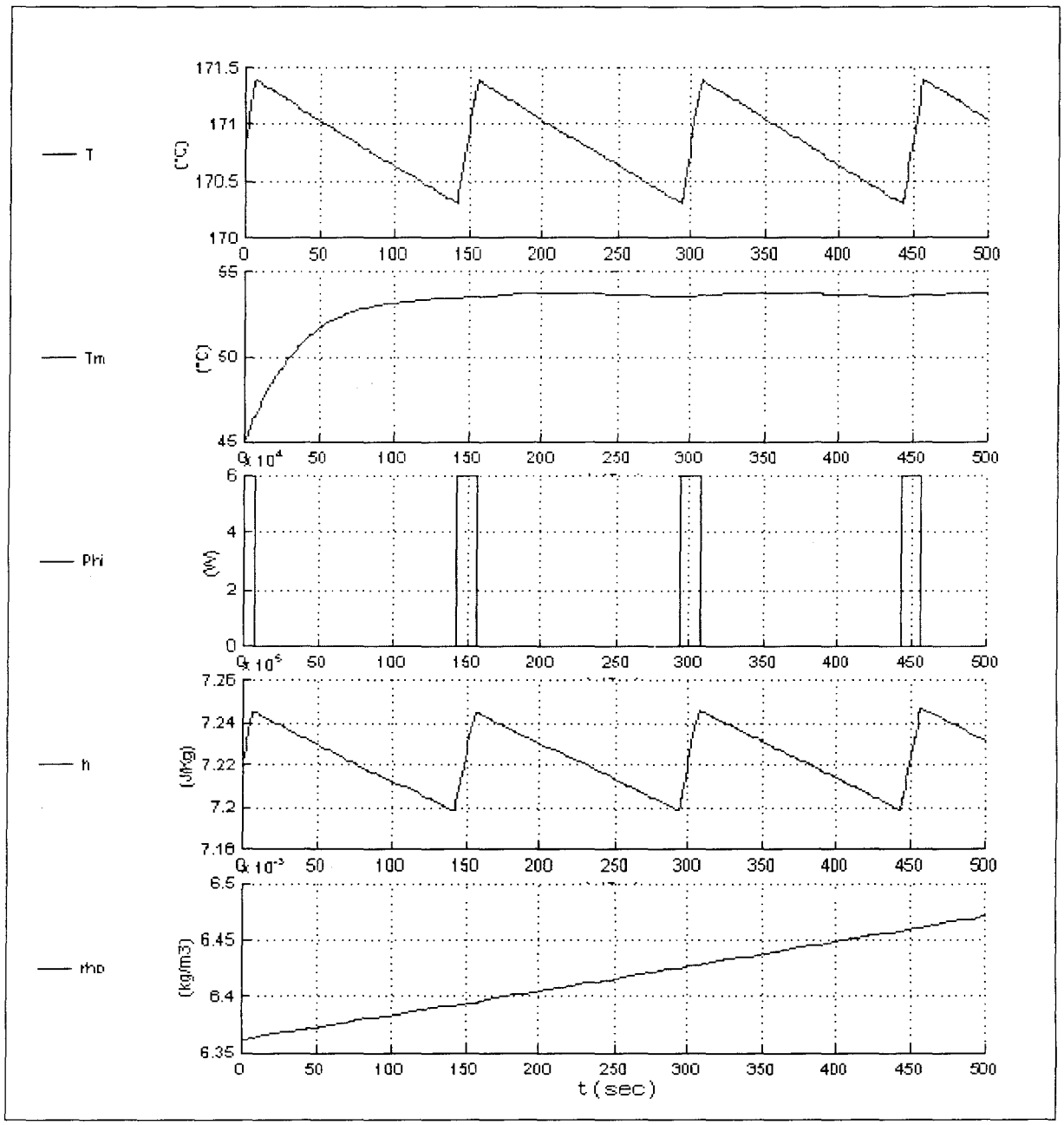


FIG. 4.9 – *Résultats de simulation en mélange homogène à débit d'entrée nul*

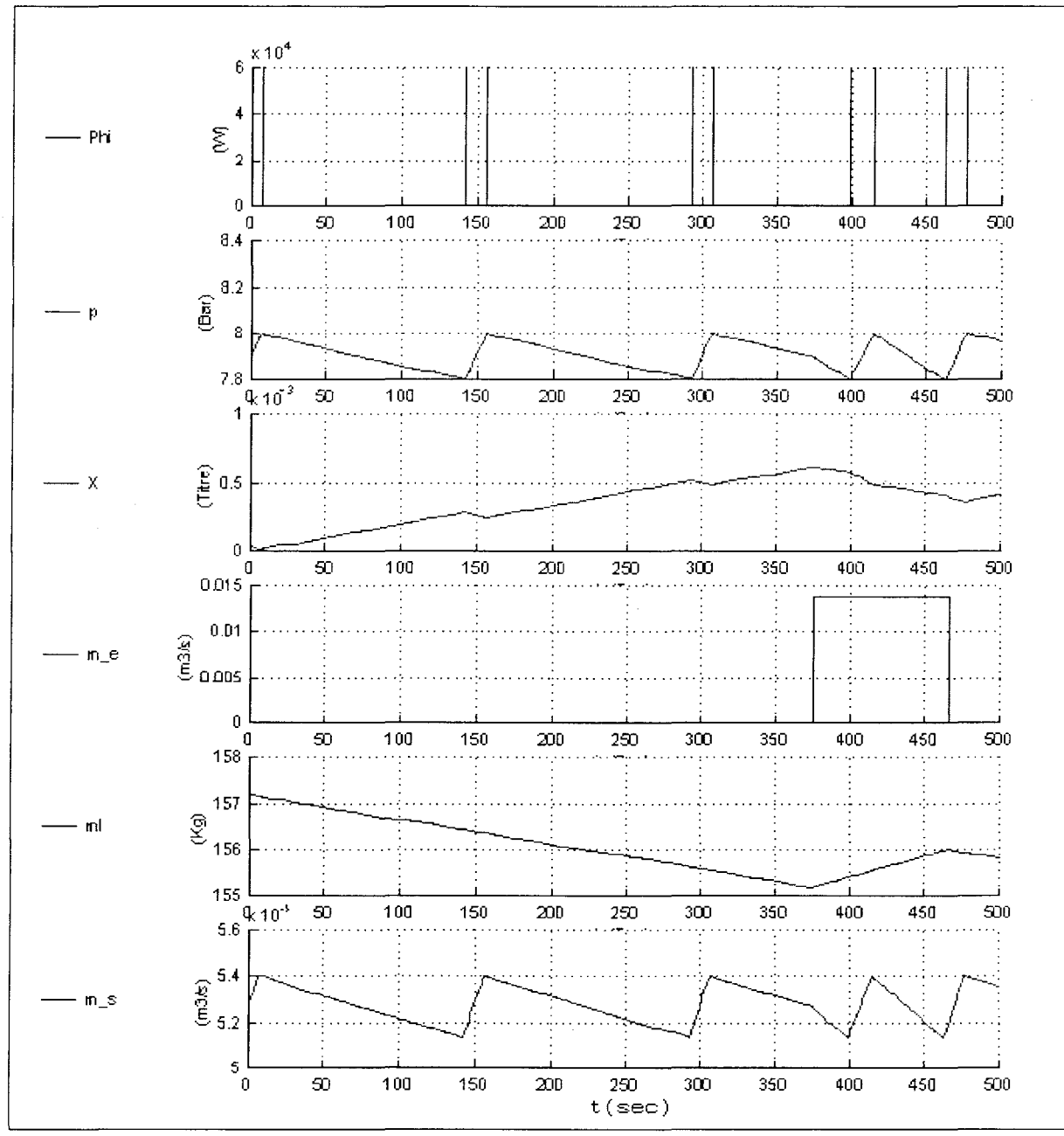


FIG. 4.10 – *Résultats de simulation en mélange homogène à débit d'entrée variable*

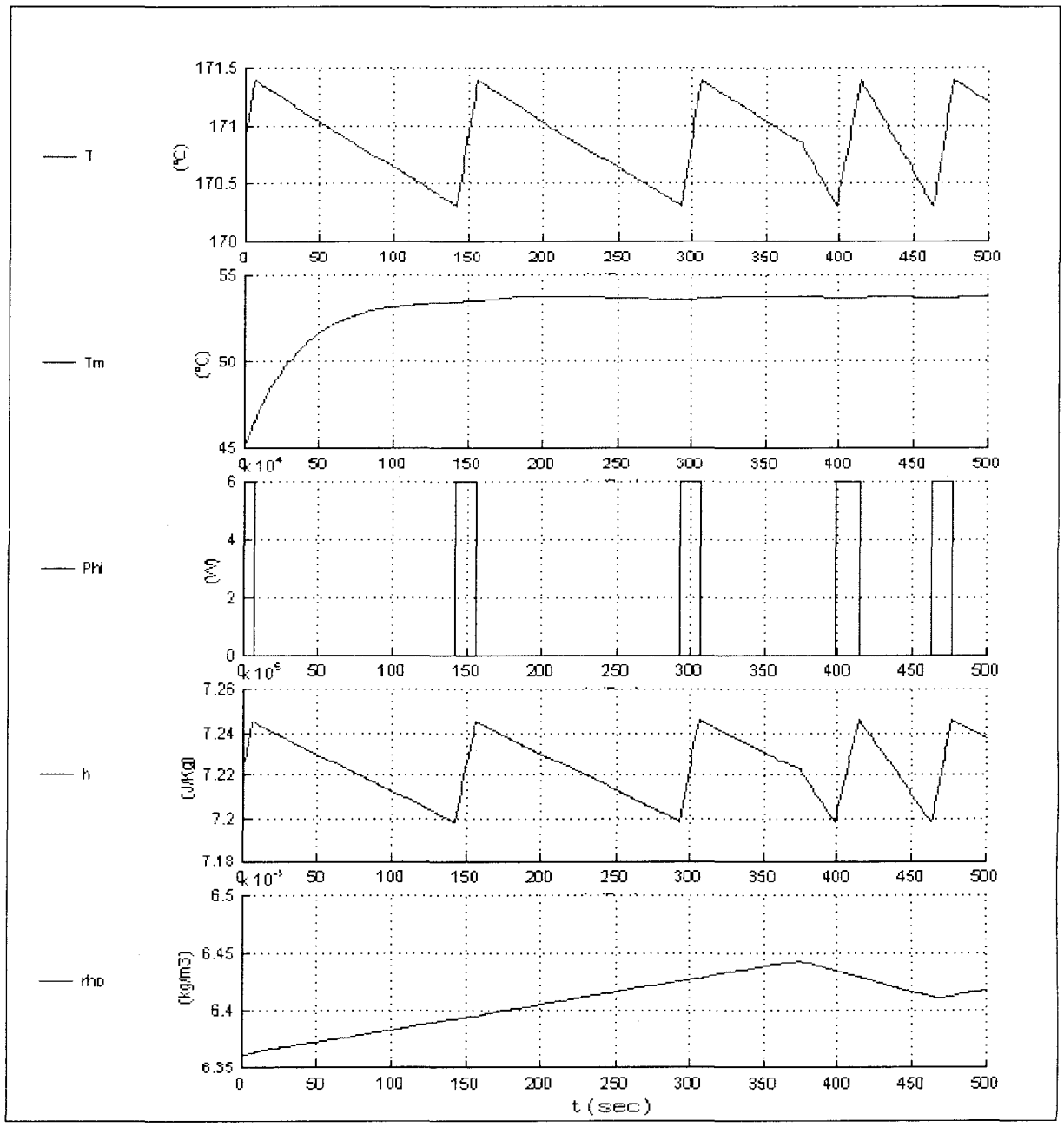


FIG. 4.11 – *Résultats de simulation en mélange homogène à débit d'entrée variable*

4.3.2 Modèle à phases séparées

Le même cas de simulation est pris pour ce modèle, à savoir un débit d'entrée $\dot{m}_e$ pris une fois nul (vanne d'entrée en eau fermée) (figures 4.12 et 4.13) et une fois variable (figures 4.14 et 4.15), et un flux de chaleur φ variant entre 0 et 60 kW.

Sur les figures 4.12 et 4.14 sont représentées les évolutions des variables thermodynamiques de la phase liquide (T_l, p_l et ρ_l) ainsi que la commande en flux de chauffe φ et la masse liquide m_l.

Sur les figures 4.13 et 4.15 sont représentées les évolutions des variables thermodynamiques de la phase vapeur (T_v, p_v et ρ_v), ainsi que le débit d'entrée $\dot{m}_e$.

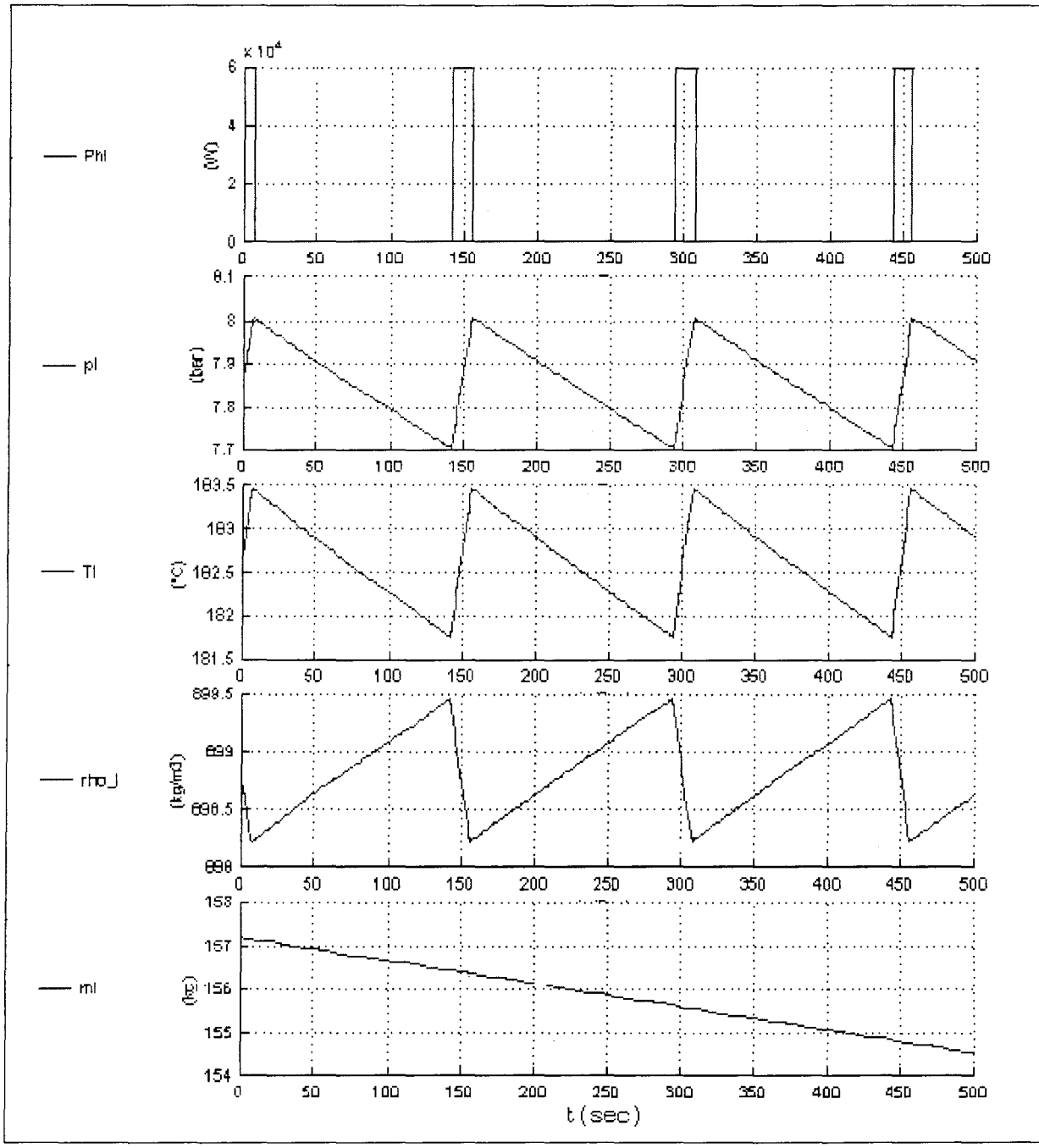


FIG. 4.12 – *Résultats de simulation de la phase liquide à débit d'entrée nul*

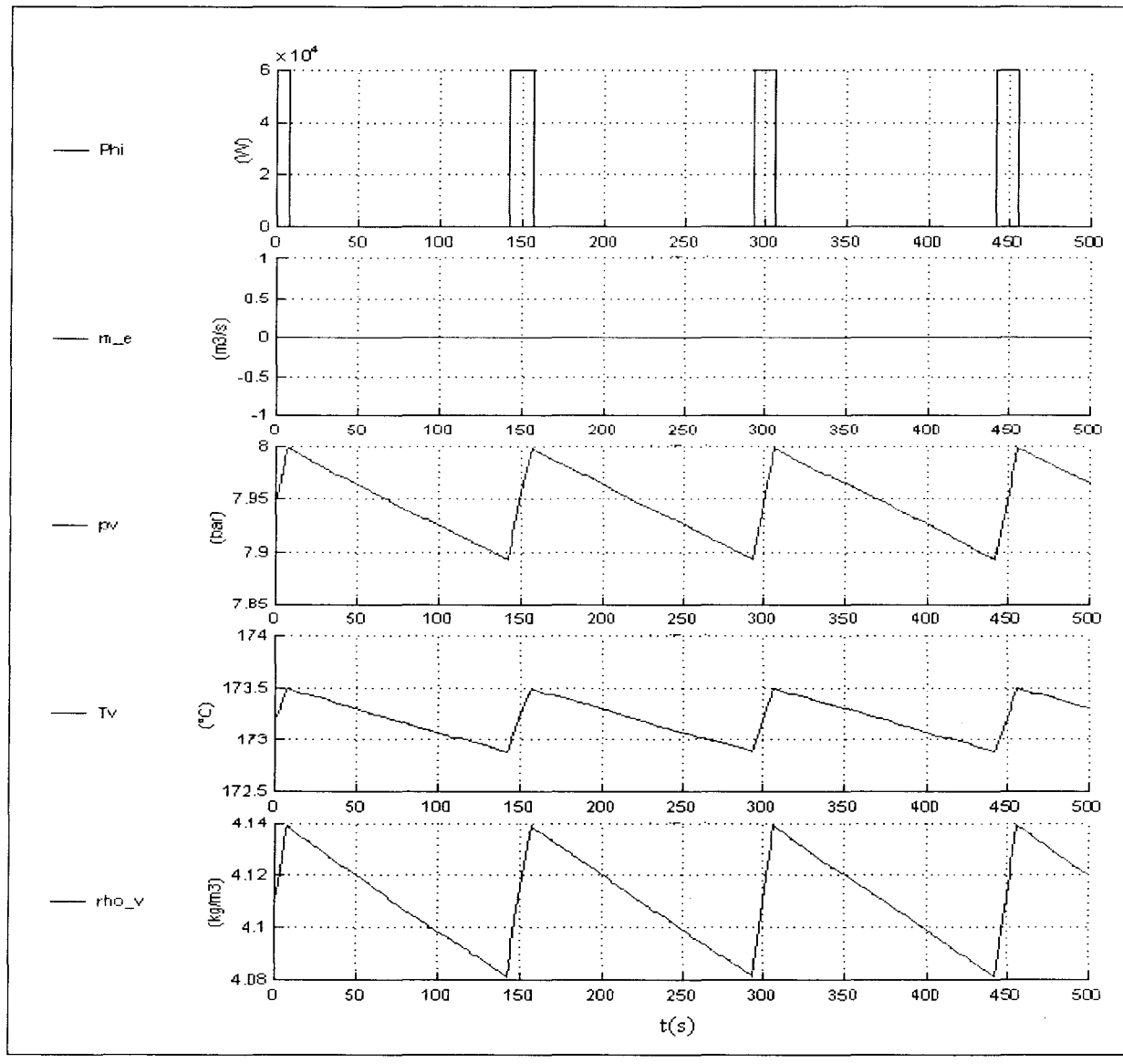


FIG. 4.13 – *Résultats de simulation de la phase vapeur à débit d'entrée nul*

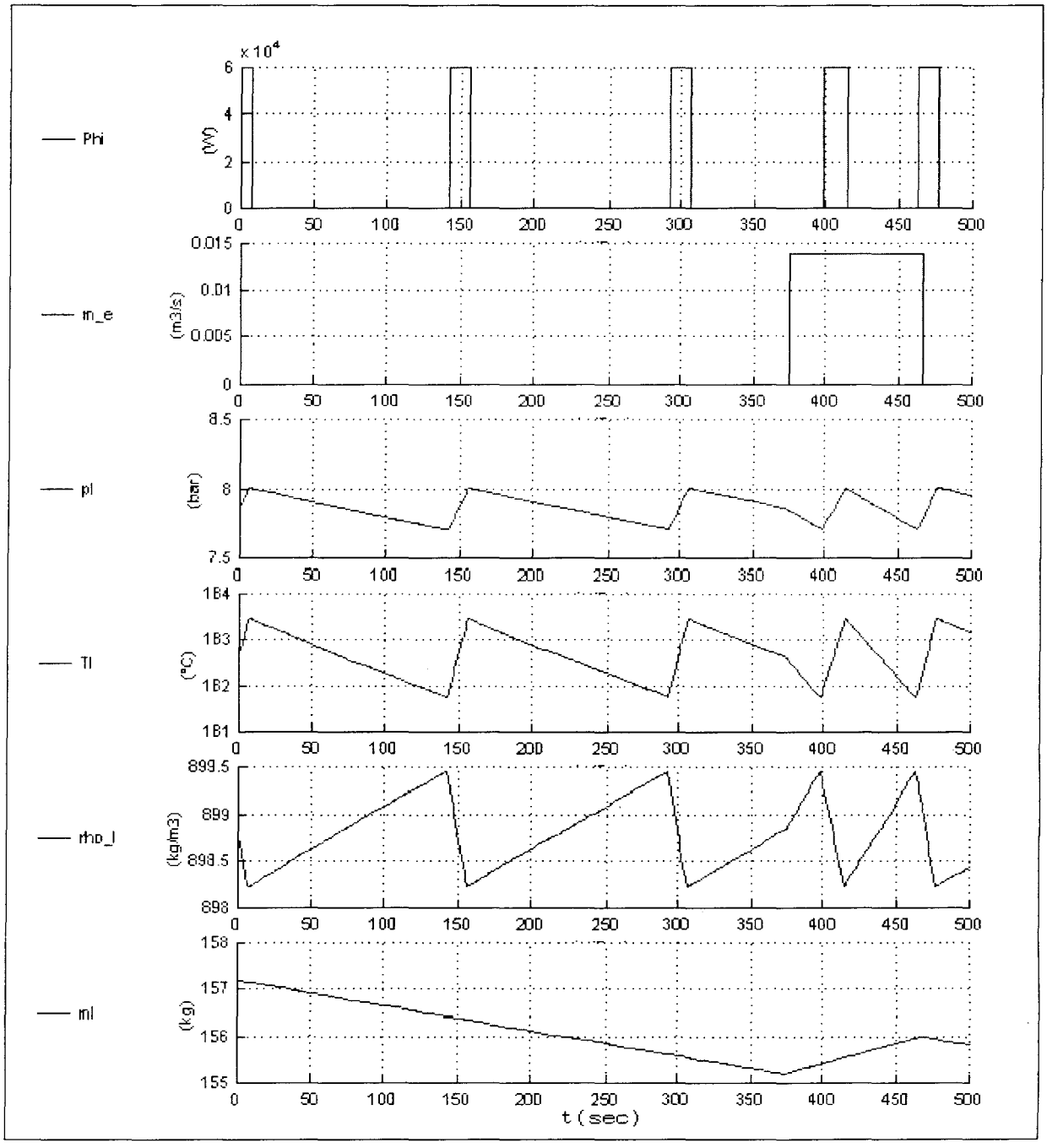


FIG. 4.14 – *Résultats de simulation de la phase liquide à débit d'entrée variable*

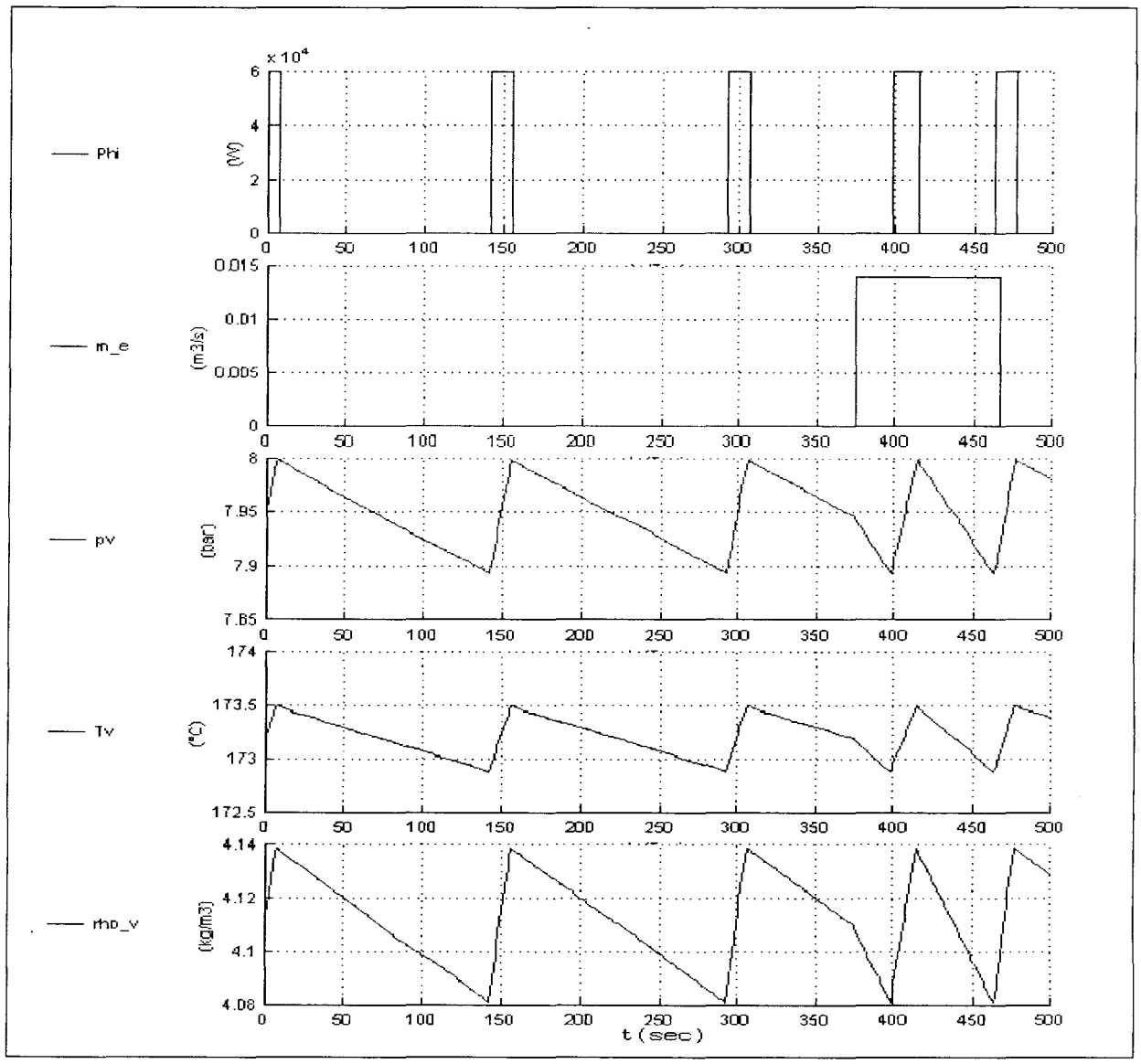


FIG. 4.15 – *Résultats de simulation de la phase vapeur à débit d'entrée variable*

4.4 Conclusion

Les résultats de simulation fournis à partir du modèle à EDP diphasique homogène, nous ont permis d'accéder aux évolutions spatiales des variables thermodynamiques mises en jeu dans notre système, et notamment au titre massique de la vapeur X, au taux de vide α et au niveau d'eau (déduit de la masse liquide m_l) dans un régime dynamique.

Le deuxième modèle à EDP phases séparées présente des divergences au niveau de la simulation, ce type de modèle (à frontière libre) présente des problèmes de discrétisation, à savoir qu'à chaque itération il faut recalculer tous les noeuds de chaque phase. Le choix d'une discrétisation aux différences finies impose des hypothèses restrictives pour le calcul de ces noeuds suceptible d'amener à la divergence du modèle. Aucun résultat de simulation appréciable n'a pu être enregistré. Une discrétisation par éléments finis pourrait être tentée pour voir comment évoluerait le système dans les mêmes conditions de fonctionnement.

En ce qui concerne l'étude temporelle menée sur les valeurs spatiales aux extrémités (haute et basse) de la chaudière, les trois modèles (EDP, EDO mélange diphasique et EDO phases séparées) donnent des résultats comparables (peu de différences) et la réalité physique est bien respectée.

Il serait maintenant intéressant de comparer ces résultats de simulation avec ceux d'une expérimentation sur site. Ceci n'a pu être réalisé pour des raisons principalement techniques (indisponibilité temporaire du site). Cependant, une telle comparaison expérimentale ne pourrait de toutes façons être réalisée que sur les valeurs accessibles à la mesure, à savoir les variables aux extrémités haute et basse de la chaudière. Les variables internes, rappelons-le ne peuvent être captées physiquement.

Conclusion générale

Conclusion générale

Ce mémoire a développé deux approches à base d'équations aux dérivées partielles non linéaires pour la modélisation de la propagation de la chaleur dans une chaudière de générateur de vapeur, suivant :

- Dans l'une des approches, l'hypothèse faite est celle de deux phases, liquide et vapeur, indépendantes. Cette approche pourrait sembler intéressante pour des générateurs de grande hauteur : elle pose cependant d'importants problèmes de simulation, dus à la discontinuité au passage de la frontière liquide-vapeur. Elle nécessite par ailleurs des hypothèses trop restrictives pour sembler suffisamment réalistes. Ce premier modèle est donc moins apte à satisfaire notre besoin de connaissance des phénomènes existants dans un générateur de vapeur.

- Dans l'autre approche, le mélange est considéré comme diphasique homogène ; ce point de vue permet de traiter de façon plus réaliste le cas d'un générateur quelconque, même de petite taille. Dans son principe, ce modèle exige moins d'hypothèses (équilibre thermodynamique du mélange) et nous donne une meilleure appréciation concernant l'évolution des variables thermodynamiques au sein de la chaudière ainsi qu'une meilleure compréhension des phénomènes existants dans celle-ci : entre autres, les phénomènes de gonflement-tassement

pourraient apparaître pour des dimensions de chaudières suffisamment importantes. De plus, la simulation numérique de ce type de modèle pose finalement moins de problèmes de réglage.

Qu'un modèle plus fin soit plus facile à mettre en oeuvre peut sembler paradoxal, cependant ceci peut s'interpréter comme un meilleur respect de la réalité physique, continue, de l'évolution des variables au sein de la chaudière.

La deuxième partie du travail à été dédiée à la mise en oeuvre des mêmes modèles de générateur de vapeur mais en dimension finie. Dans ce cas, les modèles élaborés étaient plus simple à programmer et les problèmes de frontière libre ne se posaient plus.

Nous avons effectué la simulation de quatres modèles : EDP diphasique homogène, EDP avec séparation de phases (modèle divergeant), EDO diphasique homogène et EDO à phases séparées.

Seule le premier type de modèle permet, bien sûr, l'étude des évolutions spatiales des variables thermodynamiques. En ce qui concerne l'étude temporelle menée sur les valeurs spatiales aux extrémités (haute et basse de la chaudière), les trois modèles donnent des résultats comparables (peu de différences) et la réalités physique est respectée.

Nous pouvons donc conclure que ce travail fournit un modèle dynamique, non-linéaire, et donnant accès à des informations internes importantes, bien que non mesurables, sur le processus réel : hauteur d'eau, répartitions du titre massique de la vapeur et des températures dans la chaudière.

Parmi les résultats dérivés de ce travail, notons qu'il a été montré que la résolution théorique de l'équation de la chaleur dans un milieu quelconque met en jeu des équations à retards

(équations de Volterra). Les simulations montrent également les phénomènes de retards distribués liés à la propagation spatiale de la chaleur.

Sur ces bases, une troisième approche serait intéressante à envisager : celle de deux phases distinctes séparées par une zone diphasique.

Les aspects de la commande constituent également une perspective naturelle de ce travail.

Annexes

Annexe A

Formes des fonctions thermodynamiques

Afin d'introduire dans les modèles de simulation du générateur de vapeur les tables thermodynamiques, on détermine ci-dessous les fonctions polynomiales des principales équations d'état de la vapeur et du liquide saturée.

A.1 Fonctions thermodynamiques pour les mélanges diphasiques

A.1.1 Modèle polynomial de l'enthalpie liquide en fonction de la pression

$$h_l(p) = -1.924p^2 + 54.23p + 413.8 \tag{A.1}$$

A.1.2 Modèle polynomial de l'enthalpie vapeur en fonction de la pression

$$h_v(p) = 7.328p + 2705 \tag{A.2}$$

A.1.3 Modèle polynomial de la masse volumique liquide en fonction de la pression

$$\rho_l(p) = \frac{1}{7.664.10^{-6}p + 1.052.10^{-3}} \tag{A.3}$$

A.1.4 Modèle polynomial de la masse volumique vapeur en fonction de la pression

$$\rho_v(p) = \frac{1}{-1.787.10^{-3}p^3 + 4.599.10^{-2}p^2 - 4.091.10^{-1}p + 1.486} \tag{A.4}$$

A.1.5 Modèle polynomial de la température en fonction de la pression

$$T(p) = -0.4594p^2 + 127243p + 99.003 \tag{A.5}$$

A.1.6 Modèle polynomial de l'enthalpie spécifique du liquide en fonction de la température

$$h_l(T) = 4.337T - 1.2025.10^{-3} \tag{A.6}$$

A.1.7 Modèle polynomial de l'enthalpie spécifique de la vapeur en fonction de la température

$$h_v(T) = 1.1248T + 2267.5 \tag{A.7}$$

A.2 Fonctions thermodynamiques pour les phases séparées

A.2.1 Modèle polynomial de la pression liquide en fonction de l'enthalpie liquide

$$p_l(h_l) = 23.815 - 10.1102.10^{-5}h_l + 1.0905.10^{-10}h_l^2 \tag{A.8}$$

A.2.2 Modèle polynomial de la masse volumique liquide en fonction de l'enthalpie liquide

$$\rho_l(h_l) = 1003.4 - 0.58372.10^{-4}h_l - 1.966.10^{-10}h_l^2 \tag{A.9}$$

A.2.3 Modèle polynomial de la température liquide en fonction de l'enthalpie liquide

$$T_l(h_l) = -4.3632 + 0.26922.10^{-3}h_l + 0.34182.10^{-10}h_l^2 \tag{A.10}$$

A.2.4 Modèle polynomial de la température vapeur en fonction de la masse volumique vapeur

$$T_v(\rho_v) = 17.4075 + 35.5266\ln(\rho_v) + 2.7876\ln^2(\rho_v) \tag{A.11}$$

A.2.5 Modèle polynomial de la pression vapeur en fonction de la masse volumique vapeur

$$p_v(\rho_v) = [42819 + 217030\rho_v - 526.3118\rho_v^2 - 703.6933\rho_v^3 + 0.7483\rho_v^4]10^{-5} \tag{A.12}$$

A.2.6 Modèle polynomial de l'enthalpie vapeur en fonction de la température vapeur

$$h_v(T_v) = -1.8934.10^6 + 4.1404.10^4T_v - 148.7585T_v^2 + 0.2471T_v^3 - 1.5519.10^{-4}T_v^4 \tag{A.13}$$

Annexe B

Calcul des coefficients d'échanges

Nous allons établir ci-dessous les principales relations empiriques nous permettant de calculer les pertes thermiques de l'installation du process vapeur. La détermination théorique des coefficients d'échange de chaleur est complexe : on utilise en général les relations empiriques nous permettant d'estimer ainsi ces paramètres.

B.1 Collecteur de vapeur nu

Si la conduite est nue, tel est le cas par exemple de la conduite de vapeur de détente, la quantité de chaleur en W perdue est exprimée par la relation empirique suivante [43] :

$$\Delta\dot{E} = \frac{\pi L\left(T_i - T_e\right)}{\frac{1}{K_i D_i} + \frac{1}{2\lambda_t}\ln\frac{D_{et}}{D_i} + \frac{1}{K_e D_{et}}} \tag{B.1}$$

B.2 Collecteur de vapeur calorifugé

$$\Delta\dot{E} = \frac{\pi L\left(T_i - T_e\right)}{\frac{1}{K_i D_i} + \frac{1}{2\lambda_t}\ln\frac{D_{et}}{D_i} + \frac{1}{2\lambda_c}\ln\frac{D_e}{D_{et}}\frac{1}{K_e D_{et}}} \tag{B.2}$$

$\Delta\dot{E}$: perte de chaleur en $[W]$,

L : longueur de la conduite nue ou calorifugée tube $[m]$,

T_i : température intérieure du tube $[°C]$,

T_e : température extérieure du tube $[°C]$,

D_i : diamètre intérieur du tube,

D_{et} : diamètre extérieur du tube,

K_i : coefficient de transmission de chaleur entre le fluide intérieure et la paroi du tube $[j/(sm^2{}°C)]$ ou $[W/(sm^2{}°C)]$,

K_e : coefficient de transmission de chaleur entre la paroi extérieure et le fluide extérieur (air dans notre cas) $[W/(sm^2{}°C)]$,

λ_t : conductivité thermique du matériau constituant le tube $[W/(sm^2{}°C)]$,

λ_c : coefficient d'échange thermique du calorifuge $[W/(sm^2{}°C)]$ (déterminé par les abaques).

B.3 Calcul des coefficients d'échange de chaleur

B.3.1 Coefficient d'échange superficiel K_i

Le coefficient d'échange de chaleur K_i dépend :

- des caractéristiques des fluides (masse volumique, conductibilité, chaleur spécifique, viscosité etc.),

- du type de surface de la paroi (rugosité, pore etc..).

K_i le coefficient d'échange de chaleur superficiel interne entre le fluide et la paroi est la somme de l'échange par convection K_{ic} et de l'échange par rayonnement K_{ir} :

$$K_i = K_{ic} + K_{ir}$$

En pratique, K_{ir} est souvent négligeable.

Pour la vapeur, K_i est déterminé par la formule de Mc Adams :

$$k_i = 0.024\frac{\lambda_f}{D_i}\left(\frac{\rho v D_i}{\mu}\right)^{0.8} \tag{B.3}$$

avec :

λ_f : le coefficient d'échange conductif de la vapeur en $[W/m^2{}^\circ C]$, il est donnée par les abaques à une température T et une pression p données. Exemple à $T = 180^\circ C$ et $p = 10$bars, $\lambda_f = 67.4.10^{-2} W/m^2{}^\circ C$,

ρ : masse volumique de la vapeur $[kg/m^3]$, donnée en fonction de la température,

v : vitesse de la vapeur $[m/s]$,

μ : viscosité dynamique du fluide en Poiseuille [PL], $1PL = 1kg/ms$,

D_i : diamètre interne.

B.3.2 Coefficient d'échange de chaleur externe

$$K_e = K_{ec} + K_{er}$$

$$\begin{aligned} K_e &= \frac{\lambda_f}{D_e}\left(0.45 + 0.33\frac{\rho v D_e}{\mu}\right)^{0.56} + k_{er} \\ K_{er} &= R\frac{T_{se}^4 - T_s^4}{T_{se} - T_e} \end{aligned} \tag{B.4}$$

où

R : coefficient de rayonnement de la tôle recouvrant le calorifuge $[W/m^2k^4]$. Pour une tôle galvanisée $R = 1.59.10^{-8} W/m^2k^4$,

T_e : température extérieure (température ambiante) $[k]$,

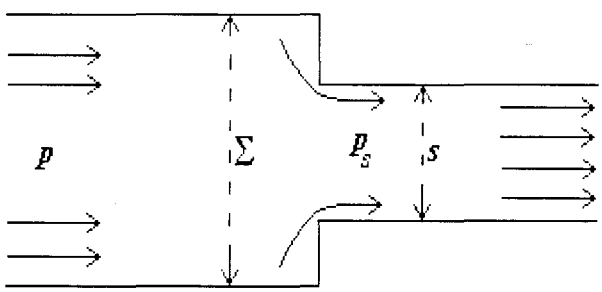
T_{se} : température de surface extérieure qui peut être déterminée approximativement par :

$$T_{se} = T_e + \frac{T_i - T_e}{10}$$

Pour des petits diamètres et pour l'air calme, on applique souvent l'expression :

$$K_e = 1.15 \left(\frac{T_{se} - T_e}{D_e} \right)^{\frac{1}{4}} + K_{er}$$

B.4 Calcul des variations singulières de pression



Moyennant certaines hypothèses simplificatrices [49], on peut montrer, à partir des équations de conservation de la masse, de l'énergie et de la quantité de mouvement, que la variation de pression se calcul par :

$$p_s - p = -\frac{\dot{m}_s^2}{2} \frac{C}{\rho} \tag{B.5}$$

avec

$$C = \left(1 - \frac{s^2}{\Sigma^2} + k_c \right)$$

Le coefficient k_c est fonction du coefficient de contraction C_c donné par le tableau suivant [56] :

$$k_c = \left(\frac{1}{C_c} - 1 \right)^2$$

Σ/s	0.1	0.2	0.4	0.6	0.8	1
C_c	0.612	0.632	0.658	0.712	0.813	1

Bibliographie

Bibliographie

[1] P. AMBOS, G. DUC, et C. M. FALINOWER. « Loop shaping H∞ design applied to the steam generator level control in EDF nuclear power plants ». Dans *fifth IEEE Conference on Control Applications*, pages 751–756, Dearbon, Michigan, 1996.

[2] J. H. ANDERSON et H. W. KWAN. « A mathematical model of a 200 MW boiler ». *Int. Journal of control*, 12:977–998, 1970.

[3] A. A. ARMAND et G. G. TRESHCEV. « Investigation of resistance during the movement of steam-water mixtures in a head boiler pipe and high pressure ». *Association of Environmental and Resource Economists*, 4(6):765–795, 1959.

[4] K. J. ASTRÖM et K. EKLUND. « A simplified non linear model of drum boiler-turbine unit ». *Int. Journal of control*, 16:145–169, 1972.

[5] AXELSON et ROUHANI. « Correlation of void volume fraction in the subcooled and quality boiling regions ». *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 13(2):383–393, 1972.

[6] P. BERGE et G. ZACHARIE. *Endommagement des matériaux dans les centrales nucléaires à eau pressurisée.* EDF, 1998.

[7] L. BORSI. « Extended linear mathematical model of power station unit with a once

through boiler ». Dans *Siemens Forschungs und Entwicklinqsberichte*, volume 3(5), pages 274–280, 1974.

[8] G. BUZAN. « *Etude de l'ébullition dans les milieux poreux chauffés par effet Joule : application aux générateurs et chaudières à vapeur d'eau* ». Thèse de doctorat, ENSM Paris, 1995.

[9] K. L. CHIEN, E. I. ERGIN, C. LING, et A. LEE. « Dynamic analysis of a boiler ». *Transaction of ASME*, 80:1809–1819, 1958.

[10] G. COEURDEUL. « *Contribution à l'étude des systèmes commandés hiérarchiquement. Application à un générateur de vapeur* ». Thèse de doctorat, Université de Nantes, 1975.

[11] B. DANSAC. « *Modèle mathématique d'un générateur de vapeur pour centrale nucléaire* ». Thèse de doctorat, Univiversité de Paris XI, 1978.

[12] J. E. Souza de CURSI et J. P. HUMEAU. « Regularisation and numerical resolution of a bi-dimensional Stefan problem ». *Journal of Mathematical Systems, Estimation and Control*, 3(4):473–497, 1993.

[13] P. DECLERCK. « *Analyse structurale et fonctionnelle des grands systèmes. Application à une centrale PWR 900MW* ». Thèse de doctorat, Université de Lille I, 1991.

[14] J. M. DELHAY. « *Contribution à l'étude des écoulements diphasiques eau-air et eau-vapeur* ». Thèse de doctorat, Univiversité de Grenoble, 1970.

[15] K. J. Aström et R. D. BELL. « A simple non-linear drum-boiler model ». *International Journal of Control*, 22:739–740, 1975.

[16] K. J. Aström et R. D. BELL. « Simple drum-boiler models ». *IFAC Symp. Power*

Systems : Modelling and control Applications, 1988.

[17] K. J. Aström et R. D. BELL. « Drum-boiler dynamics ». *Automatica*, 36:363–378, Mars 2000.

[18] E. D. F.. « http://www.edf.fr/nucleaire/web/index.html », 2000.

[19] S. FABREGA. « Configuration d'écoulement diphasique en conduite. Cycle de conférence sur les écoulements diphasiques dans les générateurs de vapeur ». Rapport Technique, Ermonville, Decembre 1970.

[20] M. GROLLEAU et J. P. HUMEAU. « Numerical solution of a free boundary problem by an optimization method ». Dans *IEEE, SMC*, pages 59–64, le Touquet, 1993.

[21] P. HEUSSER. « Solving PDE's for Thermohydraulic Models Including Spatial Discontinuities ». Dans *First Joint Conference of international Simulation Societies Proceedings*, Zurich, Aout 22-25 1994.

[22] J. P. HOLMAN. *Heat Transfert.* Mac graw hill édition, 1996.

[23] J. P. HUMEAU et M. GROLLEAU. « Numerical computation of the optimal control for a solidification process ». *Systems Analysis Modelling and Simulation*, 00(991048):1–13, 1999.

[24] W. IDSINGA. « *An assessment of two-phase presser drop correlations for steam-water systems* ». Phd thesis, Massachusetts Institute of Technology, 1975.

[25] G. KLEFENZ. *Automatic control of steam power plants.* Bibligraphisches institut, 3rd ed. édition, 1986.

[26] M. V. KOTHAR, B. METTLER, M. MORARI, P. BENDOTTI, et C. FALINOWER. « Level control in the steam generator of a nuclear power plant ». *IEEE Transactions on*

Control Systems Technologie, 8(1):55–69, Janvier 2000.

[27] H. G. KWATNI et J. BERG. « Drum level regulation at all loads ». Dans *In Preprints IFAC 12th world congress*, volume 3, pages 405–408, Sydney Australie, 1993.

[28] J. De LADONCHAMPS et J. J. VERDEAU. *Réacteurs nucléaires à eau pressurisée. Théorie, technologie et application à la propulsion navale.* Masson, 1972.

[29] R. LITWAK, B. OULD-BOUAMAMA, et M. STAROSWIECKI. « Modélisation et surveillance d'un générateur de vapeur ». *Journal Européen des Systèmes Automatiques JESA*, 33(5-6):611–650, Juillet 1999.

[30] W. H. MAC-ADAMS. *Transmission de chaleur.* Dunod, 1961.

[31] H. MUTELLE. « *Modélisation de l'écoulement et de la thermique double phase à l'intérieur d'un tube droit de générateur de vapeur Once-Through à surchauffe* ». Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Nantes, 1997.

[32] A. NAFIDI. « *Simulation d'écoulements multiphasiques dans les installations industrielles* ». Thèse de doctorat, Université Paris VI, 1992.

[33] A. N. NAHAVANDI et R. F. Von ROLLEN. « A space dependant dynamic analysis of a BWR ». *Nuclear Science Engeneering*, 20:392–413, 1964.

[34] A. W. ORDYS, A. W. PIKE, M. A. JOHNSON, R. M. KATEBI, et M. J. GRIMBLE. *Modelling and Simulation of Power Generation Plants.* Springer-Verlag, 1994.

[35] B. OULD-BOUAMAMA et G. DAUPHIN-TANGUY. « Bond graph model of a steam generator process and it's environment ». Dans *ESM'96, SCS*, pages 238–242, Budapest, 2-6 Juin 1996.

[36] B. OULD-BOUAMAMA, M. STAROSWIECKI, B. RIERA, et E. CHERIFI. « Multi-Modelling

of industrial steam generator ». *Revue Control Engeneering Practice*, Mai 2000.

[37] B. OULD-BOUAMAMA, J. U. THOMA, et J. P. CASSAR. « Bond graph modelisation of steam condensers ». Dans *IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetic*, pages 490–494, Orlondo USA, 12-15 Octobre 1997.

[38] A. PARRY, J. F. PETETROT, et M. J. VIVIER. « Recent progress in sg level control in french power plants ». Dans *International Conference on boiler dynamics and control in nuclear power stations*, pages 81–88, British Nuclear Energie Society, 1995.

[39] J. F. PETETROT. « *Modélisation d'un générateur de vapeur d'une centrale nucléaire* ». Thèse de doctorat, Univiversité de Paris XI, Orsay, 1973.

[40] S. PÉNEAU, J. P. HUMEAU, et Y. JARNY. « Front motion and convective heat flux determination in a phase change process ». *Inverse Problems in Engineering*, 4(1):53–91, 1996.

[41] W. POGORZELSKI. *Integral equations and their application.* Oxford New York Pergamon, 1966.

[42] B. PONCET. « *Identification non linéaire appliquée aux générateurs de vapeur des centrales nucléaires à eau pressurisée* ». Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Paris, 1982.

[43] POSITELLO. *La vapeur d'eau industrielle, connaissance-production. Etude des tuyauteries de distributions.* Technique et documentation, lavoisier édition, 83.

[44] P. PROFOS. « Dynamics of pressure and combustion control in steam generators ». *Sulzer Technical Review*, 37(4):1–15, 1955.

[45] J. RAPPAZ et M. PICASSO. *Introduction à l'analyse numérique.* Presse Polytechniques

et Universitaires Romandes, 1998.

[46] J. RICARD. *Equipement thermique des usines génératrices d'énergie électrique.* Dunod, 1962.

[47] S. RIMAUX, B. OULD-BOUAMAMA, et G. DAUPHIN-TANGUY. « Modélisation des centrales nucléaires par bond graph. Partie I : Analyse du modèle existant Lyliam ». rapport cientifique 1-2-3-4, ECL-EDF, Decembre 1995.

[48] S. RIMAUX, B. OULD-BOUAMAMA, et G. DAUPHIN-TANGUY. « Bond Graph Model of the Shrink and Swell phenomenon in a PWR Nuclear Power Plan ». Dans *IEEE-SMC, IMACS Multiconference CESA '96*, pages 288–292, Lille, 9-12 Juillet 1996.

[49] R. SEMERIA. « Pertes de pression singulières en écoulements liquide-vapeur. ». *Cycle de conférence sur les écoulements diphasiques dans les générateurs de vapeur*, 14-18 septembre 1970.

[50] B. L. SMITH, P. HEUSSER, et F. HOFHEINZ. « A Numerical Algorithm for Handling Spatial Discontinuities in Boiling Channels ». Dans *Two-Phase Flow Modelling and Experimentation*, Rome, 1995.

[51] G. STANDART. « The mass, momentum and energy equations for heterogeneous flow systems ». *Chemical Ingeneering Science*, 19(3):227–236, 1964.

[52] O. TAHA. « *Commande automatique robustesse du générateur de vapeur REP* ». Thèse de doctorat, INP Lorraine, 1993.

[53] J. TAINE et J. P. PETIT. *Transferts thermiques.* Dunod édition, 1995.

[54] J. U. THOMA et OULD-BOUAMAMA. *Modeling and simulation in thermal and chemical engineering. Bond-Graph approach.* Springer-Verlag, 2000.

[55] F. T. THOMPSON. « A dynamic model of a drum-type boiler system ». *IEEE, Transfert on power apparatus system*, 86(5):625–635, 1967.

[56] L. S. TONG. *Boiling heat transfer and two-phase flow.* Wiley édition, 1966.

[57] L. TYLEE. « Pseudo bond-graph representation of PWR pressurised dynamic ». *Trans ASME J. Dynamic System Mesure Control*, 105:255–261, 1983.

[58] J. R. WELTY. *Engineering Heat Transfert.* John Wiley and Sons, 1974.

UNIVERSITÉ DES SC. ET TECHN. LILLE
BIBLIOTHÈQUE UNIVERSITAIRE