



**HAL**  
open science

# Vers une prise en compte de la géométrie des composants déformables durant l'assemblage

François Thiebaut

## ► To cite this version:

François Thiebaut. Vers une prise en compte de la géométrie des composants déformables durant l'assemblage. Génie mécanique [physics.class-ph]. Ecole normale supérieure de Cachan, 2016. <tel-01737008>

**HAL Id: tel-01737008**

**<https://hal.science/tel-01737008v1>**

Submitted on 19 Mar 2018

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



HAL Authorization

HABILITATION A DIRIGER LES RECHERCHES  
DE L'UNIVERSITE PARIS-SACLAY,  
préparée à l'ENS Cachan

ÉCOLE DOCTORALE N° 579  
Sciences mécaniques et énergétiques, matériaux et géosciences

Spécialité *Génie Mécanique*

Par

**Monsieur François Thiébaud**

**Vers une prise en compte de la géométrie des composants  
déformables durant l'assemblage**

Présentée à Cachan, le 12 décembre 2016.

**Composition du Jury :**

M. Daidié Alain	Professeur, INSA Toulouse,	Rapporteur
M. Pernot Jean-Philippe	Professeur, ENSAM Aix en Provence,	Rapporteur
M. Villeneuve François	Professeur, Communauté Université Grenoble Alpes,	Rapporteur
M. Fortin Clément	Professeur, Skolkovo Institute of Science and Technology,	Examineur
M. Samper Serge	Professeur, POLYTECH Annecy,	Examineur
Mme Lartigue Claire	Professeur, IUT de Cachan/Université Paris SUD	Garant
M. Bourdet Pierre	Professeur, ENS Cachan	Invité
M. Chevassus Nicolas	Airbus Group Innovations	Invité





# Curriculum Vitae



François Thiébaud

Né le 15 janvier 1971

Marié, 2 enfants

Adresses professionnelles

LURPA - ENS de Cachan - Université Paris Sud  
61 avenue du président Wilson  
94235 Cachan cedex  
Tél. : 01 47 40 29 96  
Email : francois.thiebaut@ens-cachan.fr

Adresse personnelle :

19 rue du docteur Babin  
91470 Forges les Bains  
Tél : 06 82 34 35 47

IUT de Cachan

9 avenue de la Division Leclerc  
94234 Cachan cedex  
Tél. : 01 41 24 11 84  
Email : francois.thiebaut@u-psud.fr

Maître de Conférences à l'université Paris Sud, composante IUT de Cachan.

Laboratoire d'accueil : Laboratoire Universitaire de Recherche en Production Automatisée  
EA 1385 - Cotutelles : ENS de Cachan - Université Paris Sud

## Formation

- 1992** Licence de technologie mécanique de l'université Pierre et Marie Curie (Paris)
- 1993** Maîtrise de technologie mécanique de l'université Pierre et Marie Curie (Paris)
- 1994** Préparation à l'ENS de Cachan et obtention de l'agrégation de Génie Mécanique
- 1995** DEA de Production Automatisée de l'Ecole Normale Supérieure de Cachan
- 2001** Doctorat de l'Ecole Normale Supérieure de Cachan

## Expérience professionnelle

- 1995 - 1996** Scientifique du contingent à l'Ecole Spéciale Militaire de Saint-Cyr, Guer 56
- 1996 - 2000** Agrégé préparateur à l'ENS de Cachan - Département de Génie Mécanique
- 2000 - 2003** Enseignant en classe préparatoire PT, Lycée Le Corbusier, Aubervilliers 93
- Depuis 2003** Maître de Conférences à l'Université Paris Sud

- Département Génie Mécanique et Productique de l'IUT de Cachan
- Laboratoire Universitaire de Recherche en Production Automatisée

## **Activités d'enseignement**

- Responsabilité de modules d'enseignement
  - module "Modélisation géométrique des assemblages et systèmes" M2
  - module "Métrologie : métrologie et contrôle avancés" en DUT GMP2
- Enseignements en présentiel
  - TP de métrologie en DUT première année
  - TD et TP de métrologie en DUT deuxième année
  - TP de fabrication mécanique en licence professionnelle
  - Cours et TD de modélisation géométrique des assemblages en M2
- Suivis et encadrement
  - suivi de stagiaires de DUT (2 par an)
  - tutorat académique d'apprentis de licence professionnelle (2 par an)
  - encadrement de 8 stagiaires de M2 (1 par an)

## **Activités de recherche**

- Domaines de recherche
  - modèles de propagation des défauts géométriques
  - tolérancement et assemblage
  - traitement de nuages de points issus de numérisation
- Encadrements
  - 8 stages de M2 dont 1 en cours
  - 9 co-encadrements de thèses dont 1 en cours
- Publications
  - 10 publications internationales en revue avec comité de lectures
  - 4 brevets
  - 2 chapitres d'ouvrage
  - 19 publications dans des actes de congrès internationaux avec comités de lecture

## **Activités administratives**

- Responsable d'un Groupe de Recherches Concertées entre Airbus Group et le LURPA
- Membre du conseil de laboratoire
- Membre du conseil de département GMP
- Responsable de la plateforme pédagogique du département GMP

## **Divers**

- Anglais lu, écrit, parlé
- Connaissance des logiciels de calculs Matlab, Mathematica
- Connaissance des logiciels métier TopSolid, Metrolog, Catia

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Notice individuelle</b>	<b>7</b>
1.1	Synthèse de carrière . . . . .	7
1.2	Activités scientifiques . . . . .	8
1.2.1	Présentation des thématiques de recherche . . . . .	8
1.2.2	Valorisation de la recherche . . . . .	12
1.2.3	Encadrement . . . . .	13
1.2.4	Animation de la recherche . . . . .	14
1.2.5	Rayonnement . . . . .	14
1.3	Activités pédagogiques . . . . .	16
1.3.1	Activités actuelles d'enseignement . . . . .	16
1.3.2	Présentation synthétique des activités actuelles d'enseignement . . . . .	17
1.3.3	Direction et animation de formations . . . . .	17
1.3.4	Historique des activités d'enseignement . . . . .	17
1.4	Responsabilités collectives . . . . .	19
1.4.1	Présentation générale . . . . .	19
1.4.2	Responsabilités administratives . . . . .	20
1.4.3	Responsabilités dans les projets et la vie collective de l'établissement . . . . .	20
1.5	Liste des co-encadrements . . . . .	20
1.5.1	Co-encadrements de thèses . . . . .	20
1.5.2	DEA et M2 . . . . .	21
1.6	Liste des publications . . . . .	22
1.6.1	Publications en revues à comité de lecture . . . . .	22
1.6.2	Publications en revue à comité de lecture suite à conférences . . . . .	22
1.6.3	Chapitres d'ouvrage . . . . .	23
1.6.4	Brevets . . . . .	23
1.6.5	Communications dans des congrès internationaux avec comité de lecture . . . . .	23
1.6.6	Communications dans des congrès nationaux . . . . .	25
1.6.7	Mémoires . . . . .	26
<b>2</b>	<b>Synthèse des activités de recherche en qualité géométrique des assemblages</b>	<b>27</b>
2.1	Contexte général de la simulation d'assemblage . . . . .	32
2.1.1	Exemple élémentaire . . . . .	33
2.1.2	Synthèse . . . . .	35
2.2	Comportement d'assemblage . . . . .	36
2.2.1	Comportement des assemblages composés de pièces rigides . . . . .	36
2.2.2	Comportement des assemblages composés de pièces flexibles . . . . .	39
2.3	Exploitations de comportements d'assemblage . . . . .	43

2.3.1	Géométrie d'un composant non rigide . . . . .	44
2.3.2	Ajustement d'une porte d'hélicoptère . . . . .	47
2.3.3	Analyse de tolérance de composants rigides . . . . .	49
2.3.4	Analyse de tolérance de composants flexibles . . . . .	51
2.3.5	Synthèse de tolérance . . . . .	56
2.3.6	Création du logiciel AnatoleFlex et validation des résultats de simulation .	61
2.4	Bilan des travaux . . . . .	64
<b>3</b>	<b>Perspectives</b>	<b>65</b>
3.1	Amélioration de l'existant . . . . .	67
3.2	Géométrie de référence au cours de la vie du produit . . . . .	68
3.2.1	Premières pistes explorées . . . . .	70
<b>4</b>	<b>Références bibliographiques</b>	<b>73</b>
<b>A</b>	<b>CNC tool path in terms of B-spline curves</b>	<b>79</b>
<b>B</b>	<b>Evaluation of the shape deviation of non rigid parts from optical measurements</b>	<b>95</b>
<b>C</b>	<b>3D chain links and virtual gauges : Application to tolérance analysis</b>	<b>105</b>
<b>D</b>	<b>Assembly sequence influence on geometric deviations propagation of compliant parts</b>	<b>113</b>
<b>E</b>	<b>Quality and cost driven assembly technique selection and geometrical tolerance allocation for aeronautical structures assembly</b>	<b>139</b>
<b>F</b>	<b>Variation simulation during assembly of non-rigid components. realistic assembly simulation with ANATOLEFLEX software</b>	<b>157</b>

# Chapitre 1

## Notice individuelle

### 1.1 Synthèse de carrière

Suite à un cursus en classe préparatoire technologique, j'ai intégré l'ENS de Cachan en 1991. J'ai obtenu dans le cadre de la formation une licence et une maîtrise de technologie mécanique à l'UPMC (Université Paris VI). J'ai ensuite effectué une année de préparation à l'agrégation de Génie Mécanique, concours auquel j'ai été admis. J'ai poursuivi mon cycle universitaire au sein du laboratoire LURPA (Laboratoire Universitaire de Recherche en production Automatisée) de l'ENS de Cachan dans le cadre du DEA de production automatisée obtenu en 1995. Les activités de recherche concernaient la caractérisation des défauts géométriques à chaque étape du cycle de définition, modélisation, préparation de la fabrication et réalisation par fraisage d'une pièce de forme complexe.

Ma première expérience de l'enseignement a été acquise pendant mon service militaire à l'École Spéciale Militaire Saint Cyr en tant que scientifique du contingent. Les enseignements dispensés relevaient de la mécanique du solide, mécanique des milieux continus et mécanique des fluides.

Suite à ce DEA, j'ai obtenu un financement de thèse de type agrégé préparateur (192h/an pendant 4 ans) dans le domaine du tolérancement géométrique. L'objectif de ces travaux sous la direction de Pierre Bourdet était l'obtention des modèles de comportement des assemblages de pièces rigides avec défauts, aussi appelés "chaînes de cotes 3D". Les enseignements dispensés à l'ENS de Cachan portaient sur la fabrication assistée par ordinateur, la gestion de production, le tolérancement des assemblages et la préparation aux épreuves orales de dossiers des étudiants suivant la préparation à l'agrégation de Génie Mécanique.

Durant cette période, j'ai eu des activités de recherche relatives aux travaux effectués en DEA, c'est à dire la qualité géométrique des pièces de forme complexe dans le cadre d'un projet commun de recherche entre le LURPA et le Design Laboratory du MIT. J'ai en effet postulé à une offre de collaboration de 4 mois (04 -> 07/1998) et obtenu un financement par les relations internationales de l'ENS de Cachan et par la CGE (conférence des grandes écoles). Cette période de 4 mois au MIT m'a permis de me familiariser avec la géométrie différentielle et la programmation en langage C. Ces travaux ont obtenu le prix des relations internationales de l'ENS de Cachan et ont été valorisés par un article en journal avec comité de lecture. Suite aux quatre années de financement de thèse, j'ai intégré l'enseignement en classes préparatoires PT au lycée Le Corbusier à Aubervilliers en septembre 2000. En tant qu'enseignant de Sciences Industrielles, j'étais en charge de l'intégralité des enseignements (Cours, TD, TP) de conception, fabrication, métrologie, asservissements et automatique.

En parallèle de ces activités d'enseignement, j'ai terminé la rédaction de la thèse soutenue en décembre 2001.

A cette époque, j'avais eu des premiers contacts avec les services de recherche et développement d'Aérospatiale et l'application de la recherche dans le milieu industriel m'avait attiré. L'opportunité de poursuivre les activités de recherche en collaboration industrielle m'a été offerte suite à la soutenance de la thèse dans le cadre d'un projet avec PSA. La problématique était de savoir si la simulation numérique d'assemblage pouvait se substituer à l'usage de bancs d'essai physiques onéreux. Ce domaine de recherche était à l'époque peu développé et au croisement du Génie Mécanique et de la Mécanique des Milieux Continus. Le co-encadrement de la thèse de Grégory Cid en partenariat industriel avec PSA a débuté en septembre 2002 sur ce thème, sous la direction de Pierre Bourdet.

L'attrait de la recherche appliquée et de l'enseignement m'ont alors naturellement conduit vers la recherche d'un emploi d'enseignant chercheur, fructueuse en septembre 2003 sous la forme d'un poste de Maître de Conférences à la composante IUT de Cachan de l'Université Paris Sud.

Depuis 2003, je suis donc Maître de Conférences à l'IUT de Cachan, composante de l'Université Paris Sud. Mes activités d'enseignement ont lieu à l'IUT de Cachan, en première et deuxième année de DUT Génie Mécanique et Productique et en licence professionnelle "Conception et Industrialisation de Nouveaux Produits". Les principaux domaines d'enseignement sont la fabrication mécanique et la métrologie. Mes activités de recherche se déroulent au sein du LURPA, laboratoire sous tutelles de l'ENS de Cachan et de l'Université Paris Sud, dans l'équipe Géo3D : géométrie tridimensionnelle des pièces et des mécanismes. Les activités de recherche sont menées majoritairement en collaboration avec l'industrie aéronautique dans le domaine de la qualité géométrique des assemblages de composants non rigides.

## 1.2 Activités scientifiques

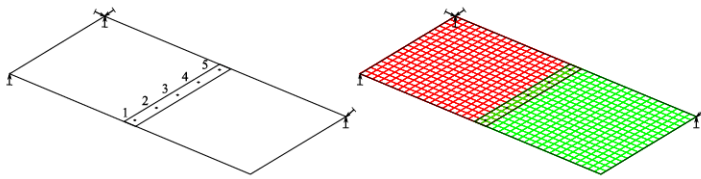
### 1.2.1 Présentation des thématiques de recherche

La géométrie d'un assemblage est définie au travers de sa maquette numérique. La géométrie des éléments constitutifs de cette maquette est décrite dans la configuration nominale du produit, sans défauts et en positions relatives exactes. Dans les faits, les géométries effectives des composants diffèrent de leurs géométries nominales et leurs situations relatives ne sont pas exactes. Les limites admissibles des écarts géométriques sont indiquées dans la maquette numérique sous forme de spécifications géométriques. Pour prédire la qualité géométrique des assemblages, une étape consiste à modéliser les écarts géométriques des composants de l'assemblage et à établir un modèle de propagation des écarts géométriques. Mes travaux de thèse ont porté sur la recherche de ce modèle de propagation dans le cas de pièces rigides sans défaut de forme et ont abouti en 2001 à une maquette logicielle développée sous Mathematica nommée Deltatol.

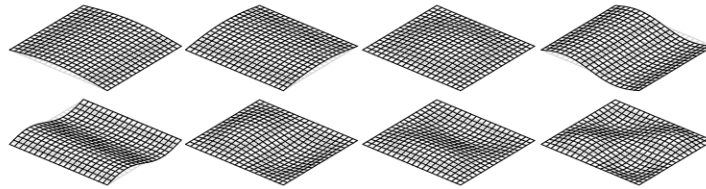
Depuis 2001, les travaux portent sur l'intégration de la flexibilité des composants dans les modèles de propagation d'écarts géométriques et sur l'utilisation des modèles de propagation pour résoudre des problèmes d'assemblage. La pertinence des méthodes et outils proposés est assurée par la confrontation des résultats de simulation à la mesure de composants et d'assemblages avec défauts. Les travaux menés couvrent trois axes de recherche connexes : les modèles de propagation de défauts dans les assemblages flexibles, la résolution de problèmes d'assemblage et de tolérancement et finalement le traitement de nuages de points issus de la numérisation des pièces et des assemblages.

## Axe de recherche : modèles de propagation de défauts dans les assemblages flexibles

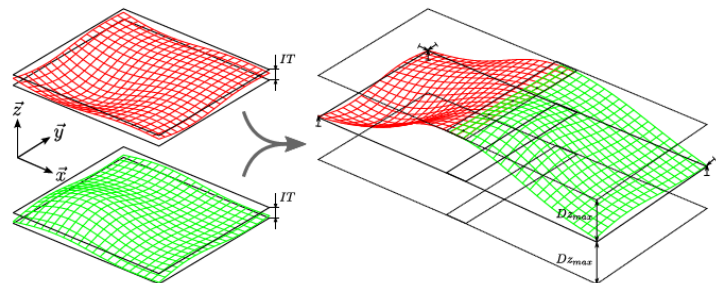
Les travaux ont porté sur le couplage d'une méthode de propagation de défauts géométriques de faibles amplitudes basée sur l'utilisation des torseurs de petits déplacements et de la méthode de simulation de déformation des composants basée sur l'utilisation des éléments finis. Les premières activités de couplage de modèles se sont limitées à l'utilisation de modèles mécaniques linéaires. Dans la thèse de G. Cid, le modèle de propagation a été défini dans le cas d'assemblage d'une pièce flexible avec défauts géométriques sur une pièce rigide. Le modèle a été enrichi dans la thèse de P. Breteau aux assemblages de plusieurs pièces flexibles. M. Mounaud a complété ce modèle en ajoutant la prise en compte des séquences d'assemblage. Le comportement de l'assemblage reste linéaire pour chaque séquence considérée individuellement mais le modèle global de l'assemblage devient non linéaire. Finalement, le traitement des zones de contact dans les assemblages nécessitant l'utilisation de modèles non linéaires a été traité par A. Stricher.



(a) Assemblage nominal et maillages associés



(b) Défauts élémentaires des composants



(c) Simulation d'assemblages de composants avec défauts

FIGURE 1.1 – Simulation d'assemblage

Ce premier axe de recherche est nécessaire à l'étude des assemblages de pièces flexibles, il n'est pas le plus revendiqué par des publications scientifiques. Il s'agit en fait d'un axe de recherche directement appliquée qui permet de fournir les méthodes et outils nécessaires au développement de l'axe basé sur la résolution des problèmes d'assemblage et de tolérancement. Il a été valorisé via le développement par Airbus Group d'un logiciel nommé AnatoleFlex en 2015.

## Axe de recherche : résolution de problèmes d'assemblage et de tolérancement

Dans le domaine de l'assemblage aéronautique, les pièces sont de grandes dimensions et de faible épaisseur. Chaque pièce considérée indépendamment des autres est flexible. Ce n'est que pendant l'assemblage que la structure se rigidifie. Pour mener à bien un assemblage de structures de ce type, il est nécessaire d'utiliser des outillages d'assemblage dans lesquels les pièces

sont maintenues et mises en position. Les mises en position des pièces sont nécessairement sur-contraintes pour pallier à leurs déflexions sous leurs propres poids. Le problème d'assemblage des ouvrants sur une structure est sensiblement de même nature. Dans ce dernier cas, la structure est sollicitée mécaniquement (joints d'étanchéité, équilibreurs) et les éléments d'assemblage (serrures, charnières) sont généralement réglables. Pour tous ces cas d'assemblage, il n'existe pas d'outil de simulation permettant d'anticiper les variations de comportement de la structure dues aux variations de la géométrie. Les travaux effectués ont fourni des méthodes et outils permettant de simuler et donc d'anticiper les variations de comportement lors de l'assemblage des structures avec défauts géométriques. Les différentes classes de problèmes auxquelles des solutions ont été fournies sont :

- le balancement géométrique des pièces flexibles : comment trouver les valeurs optimales des réglages permettant de garantir le respect des exigences géométriques (P. Breteau)
- la simulation de la séquence d'assemblage : étant donné un assemblage nominal, quel ordre d'assemblage et quelles technologies d'assemblage doit-on utiliser pour garantir les exigences fonctionnelles (M. Mounaud)
- l'analyse de tolérance : les géométries des composants et l'amplitude des écarts géométriques étant connus, comment connaître la géométrie et les sollicitations mécaniques de l'assemblage en prenant en compte les défauts et les déformations géométriques ? (A. Stricher)
- l'analyse comparative de gammes d'assemblage : en prenant en compte les différents procédés d'assemblage et le coût de production des composants, quels sont le taux de conformité obtenu et le coût de l'assemblage ? (L. Andolfatto)

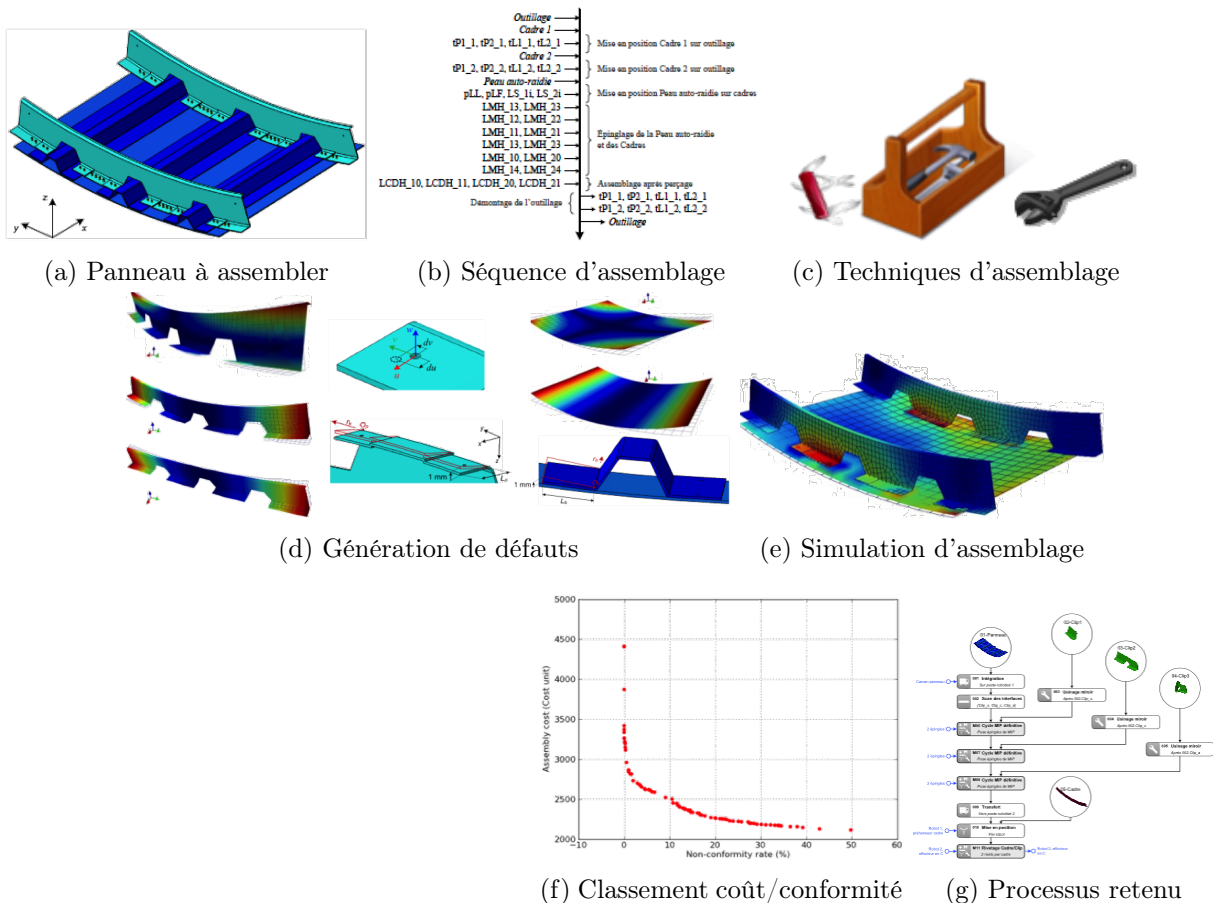


FIGURE 1.2 – Assistance aux choix de gamme

- la prédiction de jeu dans un assemblage : considérant connues les géométries des composants avant assemblage, comment simuler le pré-assemblage sous sollicitations mécaniques imposées pour prédire le jeu résiduel entre les composants? (C. Lacroix)

Ce deuxième axe de recherche est celui sur lequel portent le plus de revendications et de valorisation, notamment au travers du dépôt de 3 brevets.

### Axe de recherche : traitement de nuages de points issus de la numérisation des pièces et des assemblages.

Les activités des deux premiers axes portent sur la recherche de méthodes et outils permettant de résoudre des classes de problèmes de manière théorique. L'ensemble des travaux a été validé par la confrontation des résultats de simulations aux mesures des assemblages réels. Pour pouvoir réaliser ces travaux de validation, des moyens de mesure sans contact ont été utilisés, majoritairement des capteurs laser plan et des systèmes de mesure par photogrammétrie. Dans cet axe, on distingue des travaux menés sur la qualification des systèmes de mesure par photogrammétrie (L. Daoud), d'autres sur l'acquisition de nuages de points (M. Makki), et finalement sur le traitement des nuages de points pour obtenir des données compatibles avec les activités de validation de modèles. Dans le domaine du traitement de nuage de points, des méthodes et outils ont été développés pour permettre la mesure de pièces flexibles (M. Mounaud, C. Lacroix) et la validation de résultat de simulation d'assemblage (C. Lacroix). La validation des résultats de simulation par confrontation à la mesure d'assemblages expérimentaux a été initiée dans le cadre d'un projet multidisciplinaire Farman entre le LMT (Laboratoire de Mécanique et Technologie de Cachan) et le LURPA.

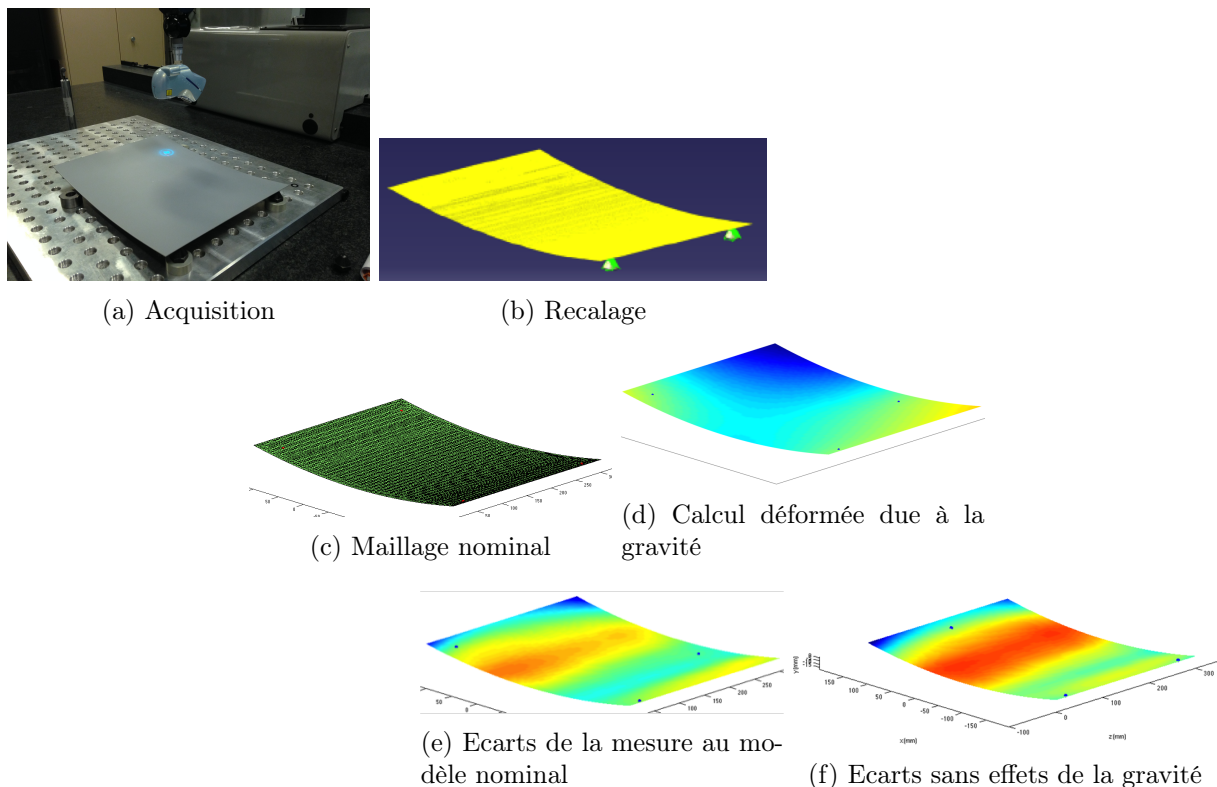


FIGURE 1.3 – Obtention de la forme libre d'un composant

## Travaux en cours

Les activités de recherche en cours portent sur la génération de géométries de pièces avec défauts de forme réalistes permettant d'alimenter les simulations d'assemblage. La technique retenue pour la génération de pièces avec défauts de forme est une approche modale. Les modes élémentaires de défauts peuvent être des modes mécaniques de type vibrations libres, mais aussi des modes de défauts représentatifs du procédé appelés modes technologiques. Le post-traitement des géométries identifiées permet alors de déduire des populations de géométries réalistes utilisables pour alimenter les simulations d'assemblage. Le deuxième axe de recherche à plus long terme vise à la définition d'un modèle numérique des assemblages tel que réel. L'objectif est de disposer d'une maquette numérique qui intègre les défauts géométriques effectifs des pièces et des assemblages. Les activités de recherche s'orientent donc vers la métrologie des pièces et des assemblages en utilisant des moyens de mesure sans contact et le traitement des nuages de points. Une thèse cife en collaboration avec Airbus Group est proposée pour septembre 2016 sur cette thématique.

### 1.2.2 Valorisation de la recherche

La valorisation des travaux de recherche a été effectuée au travers des activités en collaboration industrielle. Ainsi la thèse de Grégory Cid a été effectuée en partenariat avec PSA. La majorité des autres thèses a été effectuée dans le cadre d'une collaboration avec Airbus Group Innovations.

La collaboration avec Airbus Group est effectuée dans le cadre du partenariat stratégique entre Airbus Group et l'ENS de Cachan, nommé InnoCampus et débuté en 2005. A l'intérieur de ce partenariat, deux Groupes de Recherche Concertés (GRC) ont été créés, l'un avec le LMT (Laboratoire de Mécanique et Technologie), l'autre avec le LURPA intitulé assemblage flexible. Ce GRC Assemblage flexible est animé par deux collègues d'Airbus Group et deux enseignants chercheurs du laboratoire. Je suis membre de ce comité de direction du GRC depuis sa création en 2005. La vocation de ce GRC est de partager des activités de recherche à long terme, c'est ainsi que la recherche sur les assemblages flexibles a pu se développer durant les 10 dernières années. Parmi les éléments de valorisation dans ce thème de recherche, on peut noter le dépôt de 4 brevets internationaux et le développement d'un logiciel de tolérancement flexible nommé AnatoleFlex. A l'origine du GRC, Pierre Bourdet orientait la recherche du groupe. Depuis son départ en retraite, la gestion des activités de recherche m'est progressivement revenue. L'orientation des recherches vers l'exploitation d'une maquette numérique "telle que réelle" est ainsi un sujet que je gère.

La thèse de C. Lacroix a été effectuée dans le cadre du contrat européen FP7 Locomachs. Nos partenaires directs sont Airbus Group, LMS Samtech et Bombardier. Dans le cadre de ce projet, je suis responsable et rédacteur des deux livrables attribués à l'ENS Cachan. Le premier livrable "Tolerance management methodology to minimizing shimming and adjustments at interfaces" propose une synthèse en 30 pages des travaux en tolérancement géométrique dans le cas de l'assemblage de composants flexibles. Le deuxième livrable "Training material about tolerance analysis softaw : AnatoleFlex" est composé de 15 pages de synthèse de la formation au logiciel AnatoleFlex et d'un support Powerpoint de 170 pages principalement rédigé par Hugo Falgarone, expert Airbus Group.

Finalement, la thèse en cours de Yann Fallot est réalisée en partenariat avec Snecma, groupe Safran.

## Liste des contrats d'accompagnement

2002-2005	Flexibilité dans les chaînes de cotes 3D	PSA	45k€
2006-2009	Mesure de pièces flexibles	Airbus Group	45k€
2006-2009	Installation système (tuyauterie)	Airbus Group	45k€
2009-2012	Analyse de tolérance	Airbus Group	45k€
2010-2013	Choix de gamme d'assemblage	Airbus Group	45k€

### 1.2.3 Encadrement

#### Co-encadrement de 8 thèses soutenues

**2005 Grégory Cid** Co-encadrement 70% sous la direction de Pierre Bourdet

Etablissement des relations de comportement de mécanismes avec prise en compte des écarts géométriques et des souplesses des composants

**2009 Pierre Breteau** Co-encadrement 70% sous la direction de Claire Lartigue

Simulation d'assemblage flexible par la mesure - Application au domaine de l'aéronautique

**2009 Mathieu Mounaud** Co-encadrement 70% sous la direction de Pierre Bourdet

Contribution à l'analyse des défauts géométriques dans le routage d'un réseau hydraulique en aéronautique : incidences sur la conception

**2009 Al Mohanad Makki** Co-encadrement 35% sous la direction de Claire Lartigue

Copiage rapide de formes sur machine outil à commande numérique en fraisage 5 axes positionné

**2010 Labib Daoud** Co-encadrement 50% sous la direction de Claire Lartigue

Etude de la capabilité de la photogrammétrie sans cible pour la mesure de tuyauterie

**2013 Alain Stricher** Co-encadrement 50% sous la direction de Laurent Champaney (LMT Cachan)

Tolérancement flexible d'assemblages de grandes structures aéronautiques

**2013 Loïc Andolfatto** Co-encadrement 70% sous la direction de Claire Lartigue

Assistance à l'élaboration de gammes d'assemblage innovantes de structures composites

**2015 Cyril Lacroix** Co-encadrement 70% sous la direction de Luc Mathieu

Caractérisation Géométrique des Assemblages Flexibles par la Mesure

#### Co-encadrement de 1 thèse en cours

**Yann Fallot** depuis janvier 2016. Co-encadrement 70% sous la direction de Bernard Anselmetti

Maîtrise de la qualité géométrique des pièces de formes complexes dans le contexte de la continuité numérique

#### Encadrement de stagiaires de M2

- L. Daoud - Mesure par photogrammétrie. Analyse de l'existant et développement interne d'une solution - Mémoire de Master, LURPA, juillet 2005
- M. Mounaud - Contribution à l'assemblage de tuyauteries flexibles en aéronautique : étude préliminaire - Mémoire de Master, ENS de Cachan, 49 p., juin 2006
- P. Mons - Restitution et contrôle de géométrie 3-D déformable à partir d'une mesure sans contact- Mémoire de Master, ENS de Cachan, 50 p., Juin 2008

- B. Javot - Caractérisation du défaut de forme de pièces composites - Mémoire du master IN2P de l'ENS de Cachan, 2010
- P. Goncalves - FitFlex pour l'analyse de tolérances - Mémoire du master IN2P de l'ENS de Cachan, 2011
- M. Nicolas - Copiage miroir par usinage sur le flanc - Mémoire du master IN2P de l'ENS de Cachan, 2011
- C. Lacroix - Validation de simulations d'assemblages flexibles - Mémoire du master IN2P de l'ENS de Cachan, 2012
- B. Lebeau - Optimisation de routage électrique dans un avion - Mémoire du Master ISC de l'ENS Cachan, juillet 2014

## 1.2.4 Animation de la recherche

### Animation de l'équipe de recherche Géo3D

Pendant la période septembre 2010 à mars 2014, j'ai animé l'équipe de recherche Géo3D du LURPA constituée de 10 enseignants chercheurs et d'une moyenne de 6 doctorants. Les tâches consistent à effectuer la gestion du quotidien d'une part, de gérer le budget de l'équipe (budget annuel moyen de 50k€ de fonctionnement et 50k€ d'équipement) mais aussi et surtout de synthétiser et orienter les activités de recherche. Le résultat de ces tâches est synthétisé au sein du rapport d'évaluation AERES. Le mandat se termine classiquement suite à l'évaluation de l'AERES.

### Organisation colloques, conférences, journées d'étude

- Membre du comité d'organisation 7th CIRP seminar in Computer Aided Tolerancing 2001
- Membre du comité d'organisation des journées du Groupe de travail en Modélisation Géométrique à Cachan (22,23 mars 2006)
- Journée Priméca sur le thème métrologie 3D sans contact (7 juin 2012)

## 1.2.5 Rayonnement

### International

Le rayonnement des travaux dans la communauté scientifique internationale est effectué essentiellement au travers de la participation régulière aux conférences du CIRP portant sur le tolérancement géométrique. La participation ces trois dernières années au contrat européen FP7 Locomachs a permis d'échanger avec l'Equipe du professeur Rikard Soderberg, professeur à l'université de Chalmers, Suède.

### Participation à des groupes de travail nationaux

- Groupe national de Recherche en Tolérancement : à l'échelle nationale, les collègues qui ont des thématiques de recherche en tolérancement géométrique se rencontrent deux fois par an dans le cadre du GRT. Ce groupe de travail rassemble les collègues de la thématique de 9 laboratoires nationaux depuis 2001.
- Groupe de Réflexions Industrielles en Tolérancement : groupe composé uniquement de spécialistes du tolérancement de grandes entreprises, qui se réunit 3 fois par an au LURPA

- Groupe de Réflexions des Industriels en Mesure Sans Contact : groupe composé de spécialistes de la mesure sans contact qui se réunit 3 fois par an au LURPA.

### Participation à des projets locaux

L’Institut FARMAN de l’ENS de Cachan fédère et anime les travaux de cinq laboratoires de recherche de l’ENS Cachan (CMLA, LMT, LSV, LURPA, SATIE) dans le domaine de la modélisation, simulation et validation des systèmes complexes.

Au premier rang des problèmes traités figurent le traitement de ces systèmes qu’ils soient physiques, logiciels ou hybrides, leur modélisation mathématique, leur validation, leur contrôle et leur optimisation.

Dans ce cadre l’institut Farman favorise la prise de contact entre laboratoires et finance des projets évalués par des experts extérieurs à l’établissement. J’ai participé à deux projets l’un avec le CMLA (Centre de Mathématiques et de Leurs Applications), l’autre avec le LMT (Laboratoire de Mécanique et Technologie). Un troisième projet débute avec le LMT en 2016.

- 2006. Participation au projet GII : Géométrie Inverse pour l’Industrie, en collaboration avec le CMLA.
- 2011 et 2012. Participation au projet COMPAS : COMpliant Part ASsembly, en collaboration avec le LMT.
- 2016. Participation au projet MOSTRA : Vers une approche MOdale pour la mesure de défaut de forme par STéréo coRRélation , en collaboration avec le LMT.

### Participation aux comités de sélection

MCF	Univ. Paris Sud, IUT de Cachan	2005
MCF	Univ. Paris Sud, UFR des Sciences	2008
MCF	Univ. Paris Sud, IUT de Cachan	2008
MCF	Univ. Paris XIII, IUT de Saint Denis	2009
MCF	Univ. Paris Sud, IUT de Cachan	2011
MCF	Univ. Paris Sud, IUT de Cachan	2012
MCF	Univ. Paris Sud, IUT de Cachan	2013
MCF	Arts et Métiers ParisTech	2015

### Participation aux commissions de recrutements

PRCE	Univ. Paris Sud, IUT de Cachan	2004
PRCE	Univ. Paris Sud, IUT de Cachan	2006
PRCE	Univ. Paris Sud, IUT de Cachan	2007
PRCE	Univ. Paris Sud, IUT de Cachan	2008
PRCE	Univ. Paris Sud, IUT de Cachan	2012
PRCE	Univ. Paris Sud, IUT de Cachan	2013
PRCE	Univ. Paris Sud, IUT de Cachan	2014
PRAG	Univ. Paris Sud, IUT de Cachan	2015 (Président)
Technicien logistique	Univ. Paris Sud, IUT de Cachan	2014

## 1.3 Activités pédagogiques

### 1.3.1 Activités actuelles d'enseignement

L'activité d'enseignement a majoritairement lieu au sein du département Génie Mécanique et Productique de l'IUT de Cachan. L'essentiel de mes enseignements est effectué dans le domaine de la production mécanique et de la métrologie. Je dispense ainsi des enseignements de travaux pratiques de métrologie en S2. Toujours en métrologie, je suis responsable du module de S3, créé en 2014 suite à l'évolution de notre Programme Pédagogique National. Les enseignements de ce module comprenant un TD de 2 heures et 4 TP ont été créés ex nihilo par Claire Lartigue et moi même. L'accent a été porté volontairement sur les activités de TP car la méthode inductive est très efficace dans le cadre de la qualification de moyens de mesure. L'autre part de mes enseignements est réalisée dans le cadre de la licence professionnelle "Conception et Industrialisation de Nouveaux Produits". J'ai dans le cadre de cette licence la responsabilité des enseignements de travaux pratiques de fabrication mécanique (4 TP de 4h).

Historiquement, mes enseignements étaient majoritairement effectués dans le domaine de la fabrication mécanique en 2e année GMP. J'ai pris la responsabilité du module de fabrication de 2004 à 2008 et monté 8 TP de 4 heures. Un changement d'approche a consisté à parvenir aux mêmes finalités pédagogiques en utilisant des matériels différents. Un moyen de production est affecté à un groupe d'étudiants pendant cinq séances, ce qui décroît le temps de mise en oeuvre du procédé au bénéfice des apports pédagogiques. La dernière séance de la série de TP consiste à assembler le mécanisme dont les différentes pièces ont été réalisées par les différents groupes de TP.

En dehors de ces activités d'enseignement au sein de l'IUT, je suis responsable du module d'enseignement de M2 intitulé "Modélisation géométrique des assemblages et systèmes", appartenant au parcours Ingénierie Numérique Produit Process (IN2P) de la mention Ingénierie des Systèmes Complexes de l'Université Paris-Saclay. Dans ce parcours d'une durée de 30 heures, les enseignements présentent l'état actuel de la recherche dans le domaine et les pistes actuelles explorées. Le témoignage d'un partenaire industriel montrant les enjeux de la recherche dans cette thématique complète la formation académique proposée.

De façon plus anecdotique, je dispense dans le cadre d'une convention entre l'ENS de Cachan et l'IUT des enseignements de Travaux Pratiques qui nécessitent du matériel disponible à l'IUT aux étudiants qui préparent l'agrégation dans le cadre du Master 2 Formation à l'Enseignement Supérieur en Mécanique. En complément de ces activités, je participe à hauteur de quatre demi-journées à l'enseignement du vocabulaire technique spécifique du génie mécanique à des étudiants chinois qui préparent de DU Français Langue Etrangère à l'Université Paris Sud.

### 1.3.2 Présentation synthétique des activités actuelles d'enseignement

#### Enseignements niveau licence : (TD 32h, TP 128h, encadrement 29h)

Français langue étrangère (DU)	Formation continue	TD	14h
Métrologie	Formation initiale	TD	8h
Métrologie	Formation initiale	TP	72h
Fabrication mécanique	Formation initiale	TP	32h
Thermodynamique	Formation initiale	TP	24h
Projet de première année	Formation initiale	TD	10h
Encadrement de stage DUT GMP (3/an)	Formation initiale		9h
Suivi d'apprenti LP (2/an)	Formation initiale		20h

#### Enseignements niveau master : (Cours 10h, TD 8h)

- Injection plastique - Formation initiale - C : 6h, TD : 6h
- Modélisation géométrique des assemblages - C : 4h, TD : 2h
- Encadrement de stagiaires de M2 S Bendjebba - Association d'un nuage de points à une pièce - en cours

### 1.3.3 Direction et animation de formations

- Responsable du parcours robotique/productique du master SDI/MIS cohabité UPMC, ENSAM, ENS de Cachan de septembre 2004 à septembre 2008.
- Responsable du parcours « Concepteur Géomètre en Carrosserie » en partenariat entre l'IUT de Cachan et le lycée Jules Ferry de Versailles de licence professionnelle de septembre 2007 à septembre 2010.

### 1.3.4 Historique des activités d'enseignement

#### Enseignements en classes préparatoires PT

De septembre 2000 à septembre 2003, j'ai été en charge de l'enseignement des Sciences industrielles en classes préparatoires PT. Le spectre des enseignements en classes préparatoires est large, il couvre en effet une grande partie de l'enseignement en génie mécanique à bac +2.

- **Mécanique du solide**

- Dynamique du solide
- Chaînes de solides
- Mécanique des structures

- **Construction mécanique (conception et fabrication)**

- Matériaux
- Procédés de fabrication mécaniques
- Conception des liaisons mécaniques
- Fonctions techniques associées
- Conception des produits

- **Automatique**

- Systèmes séquentiels

- Représentation des systèmes linéaires continus et invariants
- Réponses harmoniques, diagrammes
- Analyse des systèmes asservis : précision, rapidité, stabilité

### Evolution des enseignements à l'IUT de Cachan

Depuis 2003, mes activités d'enseignement à l'IUT sont réparties entre fabrication, métrologie et thermodynamique. Initialement, les activités en enseignement de la fabrication étaient les plus importantes en raison du profil du poste (figure 1.4).

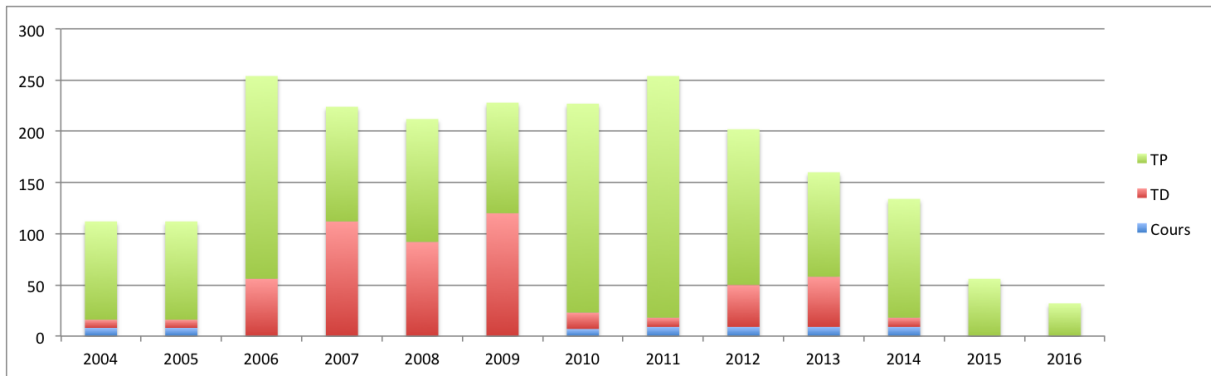


FIGURE 1.4 – Evolution des enseignements de fabrication mécanique

Au cours des années, les activités d'enseignement en métrologie se sont accrues (figure 1.5), plus en adéquation avec mon profil recherche. En 2014, un nouveau module de métrologie est apparu au programme pédagogique national. J'ai pris la responsabilité de ce module dont nous avons conjointement avec Claire Lartigue entièrement défini le contenu et les supports d'enseignement.

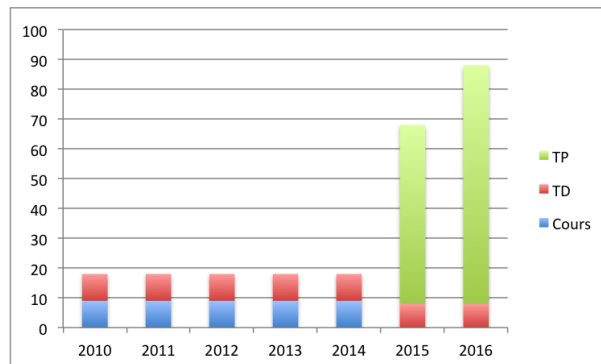


FIGURE 1.5 – Evolution des enseignements de métrologie dimensionnelle

Les activités en thermodynamique à hauteur de 24 heures de TP par an existent depuis 2012, date à laquelle le collègue responsable de travaux pratiques relatifs à la technologie des moteurs à explosion est parti en retraite. J'assure depuis cette date une partie des enseignements dans ce domaine.

En complément de ces activités d'enseignement, j'assure des suivis d'étudiants lors de leur stage (3 par an en moyenne) et d'apprentis de licence professionnelle (2 par an en moyenne).

En ajoutant quelques enseignements plus anecdotiques tels que l'enseignement du Français Langue Etrangère à des étudiants chinois, le bilan des heures d'enseignements depuis 2004 est fourni figure 1.6

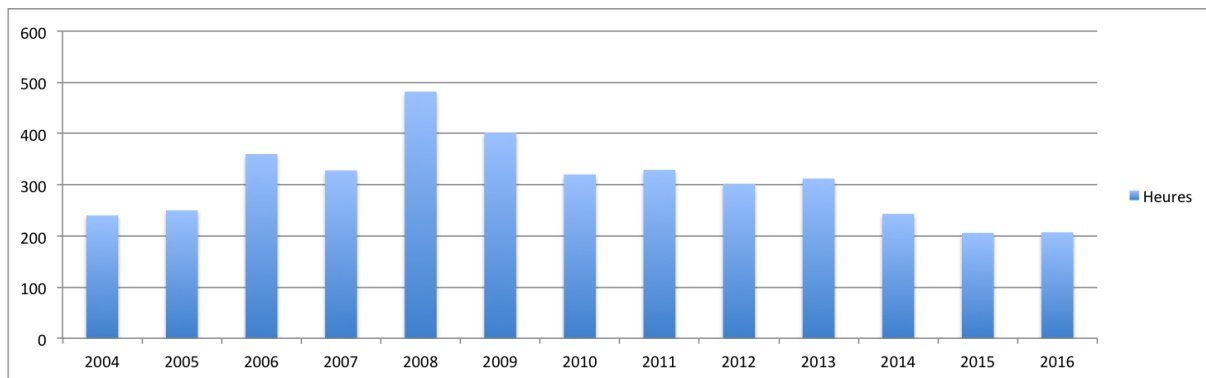


FIGURE 1.6 – Evolution des heures d’enseignement

### Formation continue : Formations d’accompagnement s’adressant à des responsables de développement (BAC +5)

- AUTOLIV 2003 12h Formation à la cotation fonctionnelle selon les normes ISO
- PSA 2005 12h Accompagnement relatif à la définition des domaines d’application de chaînes de cotes 3D dans le cadre d’assemblage d’éléments de carrosserie et des méthodes d’utilisation de l’outil en fonction des applications identifiées
- EADS 2006 12h Accompagnement relatif à la compréhension de la méthode d’assistance au réglage d’assemblage de pièce souple sur bâti rigide, application au cas d’une porte d’hélicoptère
- EADS 2006 16h Formation d’accompagnement relative à la méthode d’intégration de la flexibilité de composants dans les chaînes de cotes 3D

## 1.4 Responsabilités collectives

### 1.4.1 Présentation générale

Lors de mon recrutement à l’IUT en 2003, les responsabilités administratives au sein du département GMP étaient pourvues. Après quelques années d’enseignement et de découverte du fonctionnement de la structure, j’ai intégré en tant que membre élu et membre du bureau (assesseur) la commission de spécialistes de l’université de Paris Sud en 60e section en 2007. Je suis resté membre élu de cette commission puis de la CCSU 60-61-62 jusqu’en 2014.

Depuis 2003, je participe régulièrement aux commissions de recrutement au sein du département, aussi, j’ai été membre des commissions de 5 maîtres de conférences à l’IUT de Cachan, 3 hors IUT, 8 enseignants PRCE et un technicien logistique.

Depuis 2013, je suis membre élu du conseil de département GMP. J’ai accepté la charge de responsable de la plateforme pédagogique du département depuis mars 2014. Cette activité est effectuée en étroite collaboration avec le chef de département. Les principales missions consistent à gérer les tâches affectées aux personnels de la plateforme (un assistant-ingénieur et trois techniciens), effectuer le suivi de la maintenance et de la mise aux normes, participer aux gestions des appels d’offres lors de l’acquisition de nouvelles machines. Au titre de responsable de plateforme, je suis invité permanent de la CHSCT.

## 1.4.2 Responsabilités administratives

- Membre extérieur suppléant à la commission de spécialiste section 60 de l'université de Paris XIII de 2004 à 2008
- Membre titulaire (assesseur) de la commission de spécialiste section 60 de l'université de Paris XI puis de la CCSU 60-61-62 entre 2007 et 2014.
- Membre élu du conseil de département GMP depuis 2013
- Invité permanent de la commission CHSCT de l'IUT de Cachan depuis 03/2014

## 1.4.3 Responsabilités dans les projets et la vie collective de l'établissement

### Responsable de la plateforme pédagogique du département GMP depuis mars 2014

Les activités du responsable de la plateforme consistent à :

- Gérer les activités des personnels affectés à la plateforme (1 assistant-ingénieur, 2 techniciens en fabrication mécanique, et 1 technicien en logistique)
- Gérer la maintenance du parc machines (7 machines-outils conventionnelles de types tours et fraiseuses, 16 machines à commande numérique tours, fraiseuses, presse à injecter, poinçonneuse, plieuse, machines de découpe laser et jet d'eau) et les travaux sur la plateforme
- Gestion des appels d'offres lors d'acquisitions de nouvelles machines
- Effectuer le suivi des mises aux normes, du document unique et des implantations de nouvelles machines.

## 1.5 Liste des co-encadrements

### 1.5.1 Co-encadrements de thèses

#### Thèses de Doctorat de l'ENS de Cachan

- **Grégory CID**

Etablissement des relations de comportement de mécanismes avec prise en compte des écarts géométriques et des souplesses des composants

9 décembre 2005

Membres du jury : J.-P. Cordebois (Président), A. Rivière & F. Villeneuve (Rapporteurs), P. Bourdet, A. Clément, C. Mas, F. Thiébaud (Examineurs)

- **Pierre BRETEAU**

Simulation d'assemblage flexible par la mesure - Application au domaine de l'aéronautique  
9 janvier 2009

Membres du jury : P. Bourdet (Président), A. Rivière & S. Samper (Rapporteurs), N. Chevassus, C. Lartigue, F. Thiébaud (Examineurs)

- **Mathieu MOUNAUD**

Contribution à l'analyse des défauts géométriques dans le routage d'un réseau hydraulique en aéronautique : incidences sur la conception

3 juillet 2009

Membres du jury : P. Ray (Président), S. Samper & J.-M. Linarès (Rapporteurs), N. Chevassus, P. Bourdet, F. Thiébaud (Examineurs), J.-Y. Laudrain (Invité)

— **Al Mohanad MAKKI**

Copiage rapide de formes sur machine outil à commande numérique en fraisage 5 axes positionné

6 juillet 2009

Membres du jury : H. Paris (Président), P. Mognol & P. Véron (Rapporteurs), C. Lartigue, C. Tournier, F. Thiébaud (Examineurs)

— **Labib DAOUD**

Etude de la capabilité de la photogrammétrie sans cible pour la mesure de tuyauterie

24 juin 2010

Membres du jury : F. Villeneuve (Président), J.F. Fontaine & J. Y. Dantan (Rapporteurs), C. Lartigue et F. Thiébaud (Examineurs)

— **Alain STRICHER**

Tolérancement flexible d'assemblages de grandes structures aéronautiques

8 février 2013

Membres du jury : A. Rivière (Président), A. Daidié & J.-Y. Dantan (Rapporteurs), N. Chevassus, L. Champaney, F. Thiébaud (Examineurs)

— **Loïc ANDOLFATTO**

Assistance à l'élaboration de gammes d'assemblage innovantes de structures composites

11 juillet 2013

Membres du jury : A. Daidié (Président), J.-Y. Dantan & F. Villeneuve (Rapporteurs), N. Chevassus, C. Lartigue, F. Thiébaud (Examineurs), P. Bourdet (Invité)

— **Cyril LACROIX**

Caractérisation Géométrique des Assemblages Flexibles par la Mesure

8 juillet 2015

Membres du jury : S. Samper (Président & Rapporteur), J.-F. Fontaine (Rapporteur), A. Ballu, H. Falgarone, L. Mathieu, F. Thiébaud (Examineurs)

### Liste des thèses en cours

— **Yann FALLOT**

Maîtrise de la qualité géométrique des pièces de formes complexes dans le contexte de la continuité numérique

Début de thèse : janvier 2016

Directeur de thèse : Bernard Anselmetti

### 1.5.2 DEA et M2

— Mesure par photogrammétrie. Analyse de l'existant et développement interne d'une solution, L. Daoud, Mémoire de Master, LURPA, juillet 2005

— Contribution à l'assemblage de tuyauteries flexibles en aéronautique : étude préliminaire M. Mounaud, Mémoire de Master, ENS de Cachan, 49 p., juin 2006

— Restitution et contrôle de géométrie 3-D déformable à partir d'une mesure sans contact P. MONS, Mémoire de Master, ENS de Cachan, 50 p., Juin 2008

- Caractérisation du défaut de forme de pièces composites, B. Javot, Mémoire du master IN2P de l'ENS de Cachan, 2010
- FitFlex pour l'analyse de tolérances, P. Goncalves, Mémoire du master IN2P de l'ENS de Cachan, 2011
- Copiage miroir par usinage sur le flanc, M. Nicolas, Mémoire du master IN2P de l'ENS de Cachan, 2011
- Validation de simulations d'assemblages flexibles, C. Lacroix, Mémoire du master IN2P de l'ENS de Cachan, 2012
- Optimisation de routage électrique dans un avion B. Lebeauupin, Mémoire du Master ISC de l'ENS Cachan, juillet 2014

## 1.6 Liste des publications

### 1.6.1 Publications en revues à comité de lecture

- RE 1 : Evaluation of the shape deviation of non rigid parts from optical measurements. F. Thiébaud, C. Lacroix, L. Andolfatto, C. Lartigue. International Journal of Advanced Manufacturing Technology. Accepté pour publication le 09 mai 2016.
- RE 2 : Quality and cost-driven assembly technique selection and geometrical tolerance allocation for mechanical structure assembly L. Andolfatto, C. Lartigue, F. Thiébaud, M. Douilly Journal of Manufacturing Systems Volume 33, Issue 1, January 2014, Pages 103-115
- RE 3 : Assembly sequence influence on geometric deviations propagation of compliant parts M. Mounaud ; F. Thiébaud ; P. Bourdet ; H. Falgarone ; N. Chevassus International Journal of Production Research, 2011, 1366-588X, pp. 1-23
- RE 4 : Direct duplication of physical models in discrete 5-axis machining M. Makki, C. Lartigue, C. Tournier, F. Thiébaud Virtual and Physical Prototyping, Volume 3, Issue 2 June 2008 , pages 93 - 103
- RE 5 : Dimensional metrology of flexible parts : Identification of geometrical deviations from optical measurements C. Lartigue, F. Thiébaud, P. Bourdet, N. Anwer Advanced mathematical & computational tools in metrology VII, World scientific publishing, pp. 196-203, 2006
- RE 6 : Scan planning strategy for a general digitized surface C. Mehdi-Souzani, F. Thiébaud, C.Lartigue Journal of Computing & Information Science in Engineering, ASME International, Vol. 6, Issue 4, pp. 331-339, December 2006.
- RE 7 : CNC tool path in terms of B-spline curves C. Lartigue, F. Thiébaud, T. Maekawa Computer-Aided Design, 33(4), pp. 307-319, 2001
- RE 8 : A certification method for the milling process of free-form surfaces using a test part F. Thiébaud, C. Lartigue, E. Duc International Journal of Production Research, 37( 2), pp. 316-327, 1999

### 1.6.2 Publications en revue à comité de lecture suite à conférences

- RC 1 : Variation Simulation During Assembly of Non-rigid Components. Realistic Assembly Simulation with ANATOLEFLEX Software. H. Falgarone, F. Thiébaud, J. Coloos, L. Mathieu. Procedia CIRP, Volume 43, 2016, Pages 202-207

- RC 2 : Numerical process based on measuring data for gap prediction of an assembly, C. Lacroix, L. Mathieu, F. Thiébaud, M. Douilly, H. Falgarone, *Procedia CIRP*, 13th CIRP conference on Computer Aided Tolerancing, Volume 27, Pages 97-102 (2015),
- RC 3 : On Neural Networks' Ability to Approximate Geometrical Variation Propagation in Assembly. L. Andolfatto, F. Thiébaud, M. Douilly, C. Lartigue. *Procedia CIRP*. The Twelfth CIRP Conference on Computer Aided Tolerancing, Volume 10, Pages 224-232 (2013)

### 1.6.3 Chapitres d'ouvrage

- CH 1 : *Geometric Tolerancing of Products*, edited by F. Villeneuve, L. Mathieu, Wiley Editions, 400 pages, May 2010  
Chapter 6 : Writing the 3D Chain of Dimensions (Tolerance Stack-Up) in Symbolic Expressions, P. Bourdet, F. Thiébaud, G. Cid
- CH 2 : *Écriture formelle des « chaînes de cotes 3D* P. Bourdet, F. Thiébaud, G. Cid ouvrage collectif, *Tolérancement géométrique des produits (Traité IC2, série productique)*, Editeur Hermes-Lavoisier, chap 6, 22 p. mai 2007

### 1.6.4 Brevets

- BR 1 : Method for measuring and manufacturing a pipe. P. Mons, M. Mounaud, F. Thiébaud, P. Bourdet. Publication number WO2010142644 (A1), Application number WO2010EP57930, 16/12/2010
- BR 2 : Method for optimising the routing of pipes on a structure with small deformations. H. Falgarone, M. Mounaud, F. Thiébaud, P. Bourdet. Publication number WO2010066711 (A9) ; WO2010066711 (A1), Application number WO2009EP66592, 17/06/2010
- BR 3 : Method for optimising adjustments of an assembly of parts under stress. B. Fricéro, H. Falgarone, N. Chevassus, P. Breteau, F. Thiébaud, C. Lartigue. Publication number EP2374046 (A1), Application number EP20090796727, 12/10/2011
- BR 4 : Method for optimizing the tolerancing of a set of flexible parts subjected to forces. B. Fricéro, F. Thiébaud, A. Stricher, L. Champaney. Publication number US2014288895 (A1), Application number US201214350067, 25/09/2014

### 1.6.5 Communications dans des congrès internationaux avec comité de lecture

- CI 1 : Assisted Decision-Making for Assembly Technique Selection and Geometrical Tolerance Allocation. L. Andolfatto, F. Thiébaud, C. Lartigue, M. Douilly. *Smart Product Engineering, Proceeding of the 23rd CIRP Design Conference*, Bochum (Germany), pp. 315-324, 2013
- CI 2 : 5-axis direct machining of rough clouds of points. M.Makki, C.Tournier, F.Thiébaud, C.Lartigue, C.Souzani. 10th International Conference on Computer Aided Design, June 21-25, Dubai (UAE), 2010
- CI 3 : Flexible tolerancing : A first step on the use of non linear simulation of assemblies. A. Stricher, L. Champaney, F. Thiébaud, N. Chevassus, B. Fricéro. 10th International Conference on Computational & Experimental Engineering and Science, Las Vegas (USA), vol.14, no.4, pp.113-114

- CI 4 : Assembly Sequence Influence on Geometric Deviations Propagation of Compliant Parts. M. Mounaud, F. Thiébaud, P. Bourdet, H. Falgarone, N. Chevassus. 11th CIRP Conference on Computer Aided Tolerancing, Geometric Variations within Product Life-Cycle Management, March 26-27, 2009, Annecy, France
- CI 5 : Assembly Simulation of Flexible Parts through the fitting of Linkage Devices. P. Breteau, F. Thiébaud, C. Lartigue, B. Fricéro, H. Falgarone, G.E. Moufle. In : 10th CIRP International Seminar on Computer Aided Tolerancing, Specification and Verification for Assemblies, Erlangen (Germany), 8 p., March 21-23, 2007
- CI 6 : Integrating the flexibility of components in the assembly of aeronautics hydraulic systems. M. Mounaud, F. Thiébaud, P. Bourdet, H. Falgarone, N. Chevassus. 10th CIRP Conference on Computer Aided Tolerancing, Specification and Verification for Assemblies, March 21-23, 2007, Erlangen, Germany
- CI 7 : Towards an approach for rapid copying of free-form surfaces in 5-axis machining. P. Breteau, F. Thiébaud, P. Bourdet, C. Lartigue. IDMME 06, Alpexpo, Grenoble, France, May 17 - 19, 2006
- CI 8 : Geometrical study of assembly behaviour, taking into accounts rigid components' deviations, actual geometric variations and deformations. G. Cid, F. Thiébaud, P. Bourdet, H. Falgarone. 9th CIRP International Seminar on Computer-Aided Tolerancing, Tempe Arizona, CDROM paper, April 2005
- CI 9 : Taking the deformation into account for components' tolerancing. G. Cid, F. Thiébaud, P. Bourdet. IDMME 2004, CDROM paper n 135, Bath(UK), April 5-7 2004
- CI 10 : Determination of relative situation of parts for tolerance computation. E. Ballot P. Bourdet, F. Thiébaud. 7th CIRP International Seminar on Computer Aided Tolerancing ENS de Cachan, 10 pages, April 24-25, 2001. Kluwer Academic Publishers, pp. 63-72, 2003
- CI 11 : Functional tolerancing based on the influence of contact. B. Anselmetti, F. Thiébaud, K. Mawussi. Tolerance Modeling and Analysis, ASPE Summer Topical meeting, Charlotte (North Carolina, USA), pp. 44-49, July 2002
- CI 12 : Quantifier notion for tolerance synthesis. J.Y. Dantan, L. Mathieu, F. Thiébaud, A. Ballu. Tolerance Modeling and Analysis, ASPE Summer Topical meeting, Charlotte (North Carolina, USA), pp. 102-107, July 2002
- CI 13 : 3D Geometric model of mechanical links : application to tolerance analysis F. Thiébaud, P. Bourdet. Tolerance Modeling and Analysis, ASPE Summer Topical meeting, Charlotte (North Carolina, USA), pp. 38-43, July 2002
- CI 14 : 3D tolerance chains : present conclusions and further research. E. Ballot, P. Bourdet, F. Thiébaud. 7th CIRP International Seminar on Computer-Aided Tolerancing, Cachan (France), pp. 65-74, April 2001
- CI 15 : Functional and manufacturing specifications - Part 1 : Geometrical expression by Gauge with Internal Mobilities. J.Y. Dantan, F. Thiébaud, A. Ballu, P. Bourdet. 3rd International Conference on Integrated Design and Manufacturing In Mechanical Engineering, IDMME'2000, Montréal (Canada), CDROM paper, 8 pages, May 2000
- CI 16 : Functional and manufacturing specifications - Part 2 : Validation of a process plan. J.Y. Dantan, F. Thiébaud, A. Ballu, P. Bourdet. 3rd International Conference on Integrated Design and Manufacturing In Mechanical Engineering, IDMME'2000, Montréal (Canada), CDROM paper, 8 pages, May 2000

- CI 17 : Contribution of a mathematical model of specifications of a part to their coherence analysis. E. Ballot, P. Bourdet, F. Thiébaud. Proceedings of 6th CIRP Seminars on Computer Aided Tolerancing, Enschede (Netherlands), pp. 157-166, March 1999
- CI 18 : A test part for the machining process of free-form surfaces. E. Duc, C. Lartigue, F. Thiébaud. 1st International Seminar on Improving Machine Tool Performance, San Sebastian (Spain), pp. 423-434, July 1998
- CI 19 : Certification of free-form machining : a comprehensive approach from CAD/CAM to measurement. D. Feautrier, F. Thiébaud, G. Timon, C. Lartigue. 2nd International Conference on Integrated Design and Manufacturing In Mechanical Engineering, IDMME'98, Compiègne(France), pp. 653-660, May 1998

### 1.6.6 Communications dans des congrès nationaux

- CN 1 : Analyse d'un système de mesure par photogrammétrie pour la métrologie des pièces de tôlerie. L. Daoud, F. Thiébaud, C. Lartigue. Ateliers de Métrologie des Pays de la Loire, Nantes & Carquefou (France), CDRom paper N 11, 12p., February 2008
- CN 2 : Analyse d'un système de mesure par photogrammétrie pour le contrôle 3D de pièces mécaniques. L. Daoud, F. Thiébaud, C. Lartigue. 3ème congrès International Francophone de Mécanique Avancée, CIFMA03, Alep (Syrie), CDRom paper (Robotique et mesures), 8 p., 21-23 Avril 2008
- CN 3 : Une approche pour estimer la normale sur données discrètes et bruitées issues d'une numérisation 3D par capteur laser plan. M.Makki, C.Tournier, F. Thiébaud, C. Lartigue. Groupe de Travail Animation et Simulation GTMG2008, Mulhouse (France), pp.63-72, mars 2008.
- CN 4 : Reverse Engineering et Copiage rapide de nuages de points numérisés. M. Makki, C. Tournier, F. Thiébaud, C. Lartigue. 18ème Congrès français de mécanique, Domaine Universitaire de Grenoble, CDRom paper N 0198, 6 p., 27-31 août 2007.
- CN 5 : Identification de la géométrie de machines CN par mesure d'artefacts. M. Makki, S. Lavernhe, F. Thiébaud, C. Tournier, C. Lartigue. 1er Congrès International Francophone de Mécanique Avancée, Faculté de Génie Mécanique, Université d'Alep, Syrie, 2-4 mai 2006
- CN 6 : Modèles polynomiaux pour la fabrication. C. Tournier, F. Thiébaud, C. Lartigue. Journées du Groupe de Travail en Modélisation Géométrique, Cachan, pp.1-12, Mars 2006
- CN 7 : Modèles géométriques de pièces avec défauts pour la conception de mécanismes. N. Anwer, F. Thiébaud, C. Lartigue. Journées du GTMG - Groupe de Travail en Modélisation géométrique - Poitiers - 16, 17 mars 2005
- CN 8 : Evaluation des performances de la mesure par capteur optique sur Machine à Mesurer Tridimensionnelle. P. Bourdet, F. Thiébaud, C. Lartigue, P. Breteau. 12ème Congrès International de Métrologie, Lyon(France), CDRom paper n 183, 6p., 20-23 juin 2005
- CN 9 : Evaluation de la performance des systèmes optiques de numérisation 3D - Application à la numérisation automatique intelligente, C. Mehdi-Souzani, C. Lartigue, F. Thiébaud, P. Bourdet. 3D MOdelling, Paris(France), 27-28 septembre 2005
- CN 10 : Spécification tridimensionnelle, de la spécification fonctionnelle à la spécification géométrique. F. Thiébaud, P. Bourdet. 6 ème colloque PRIMECA sur la Conception Mécanique intégrée, La Plagne, avril 1999

CN 11 : Vers un tolérancement des pièces et des mécanismes assisté par ordinateur. E. Ballot, F. Thiébaud, P. Bourdet. 2nd International Conference on Integrated Design and Manufacturing In Mechanical Engineering, IDMME'98, Compiègne (France), pp. 389-404, mai 1998

CN 12 : Contrôle De La Qualité d'un Processus De Fabrication, Analyse Comportementale Et Analyse De Trajectoires. F. Thiébaud, E. Duc, C. Lartigue. Journée PRIMECA, usinage et coupe, Ecole Centrale de Nantes, 28 Novembre 1996

### **1.6.7 Mémoires**

ME 1 : Contribution à la définition d'un moyen unifié de gestion de la géométrie réaliste basé sur le calcul des lois de comportement des mécanismes, F. Thiébaud, Doctorat de l'Ecole Normale Supérieure de Cachan, 18 décembre 2001, LURPA-ENS de Cachan

ME 2 : Conception d'une pièce test pour la FAO et l'usinage de formes, F. Thiébaud, Mémoire, DEA de Production Automatisée, LURPA/ENS Cachan, juil. 1995

ME 3 : Etude de la coupe à grande vitesse des aciers, F. Thiébaud, Etude bibliographique DEA de Production Automatisée, LURPA/ENS Cachan, juillet 1995

## Chapitre 2

# Synthèse des activités de recherche en qualité géométrique des assemblages



## Préambule

J'ai effectué mes premières activités de recherche sous l'égide de Claire Lartigue et Emmanuel Duc dans l'axe qualité géométrique des pièces de formes complexes en DEA poursuivies dans le cadre d'une collaboration avec le MIT.

Dans le cadre du DEA, les travaux ont porté sur la qualité des pièces de forme obtenues en fraisage par balayage. Durant ces travaux, l'objectif était de cerner les origines des écarts géométriques constatés entre une pièce fabriquée et sa définition nominale. Plusieurs sources d'écarts étaient envisagées : les écarts entre le modèle nominal et la CAO, les écarts générés par la FAO et finalement les écarts entre la forme générée par la FAO et la forme effectivement réalisée.

Pour identifier les écarts dus à chacune des causes envisagées, le travail a consisté à définir un support permettant de parcourir le cycle de fabrication et d'autre part de définir des méthodes d'analyses des écarts et de les implémenter.

Le modèle mathématique du support a été défini dans un premier temps puis implémenté dans un logiciel de CAO. Une fois le support géométrique défini, le travail a consisté à générer les trajectoires via une solution FAO, réaliser la fabrication de la pièce puis la mesurer.

La figure 2.1 présente la pièce test à plusieurs étapes du cycle de fabrication ; une vue en mode filaire de la CAO de la pièce (2.1a), une superposition d'un trajet d'usinage et de la pièce réalisée (2.1b) et une photo de la pièce réalisée (2.1c).

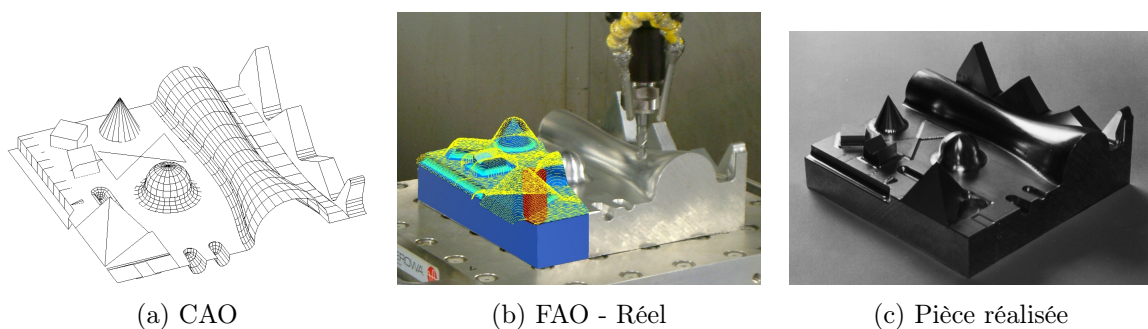


FIGURE 2.1 – Pièce test

En complément de ces activités relatives au cycle de fabrication d'une pièce test, j'ai développé puis implémenté les algorithmes permettant la détermination des écarts entre deux phases du processus de fabrication. La figure 2.2 fournit une représentation des écarts entre la géométrie mesurée et la géométrie nominale de la pièce.

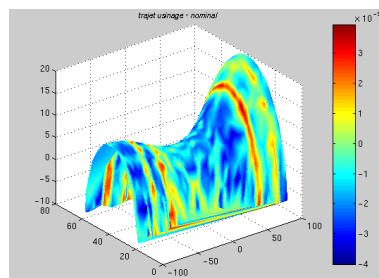


FIGURE 2.2 – Ecart réel/CAO

Ces travaux ont fait l'objet d'une publication en revue [THI 99] et de deux communications en conférences internationales avec comité de lecture.

En 1997, Claire Lartigue a initié une collaboration avec le Design Laboratory du MIT portant

sur la génération de trajectoires d'outils hémisphériques en mode d'usinage par plans parallèles. L'approche développée durant la collaboration consistait à définir les trajets en utilisant une formulation mathématique des trajets définie de façon continue sous forme de B-Spline. L'intégralité de l'approche fait appel à la géométrie différentielle pour la formulation du problème de génération de trajectoires.

J'ai poursuivi les travaux initiés par Claire Lartigue lors d'un séjour de 4 mois au MIT en 1998. À l'issue de ce séjour, les résultats ont donné satisfaction comme en témoigne la figure 2.3.

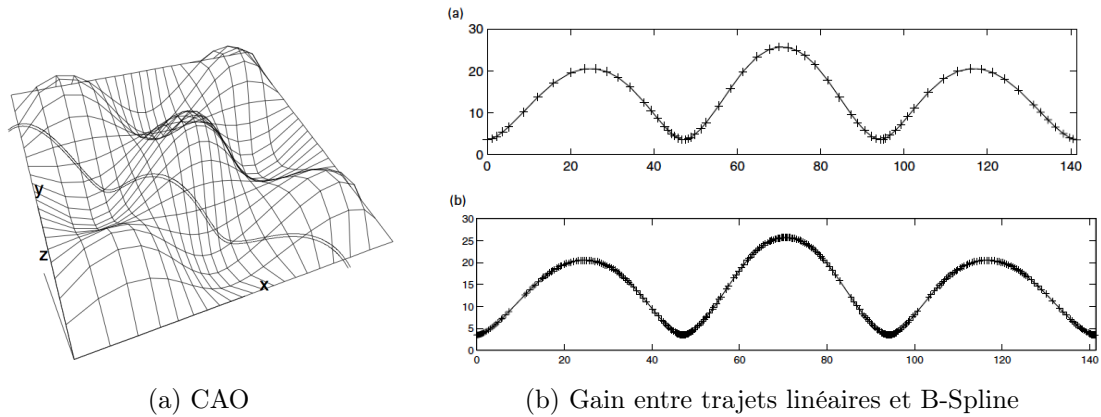


FIGURE 2.3 – Trajets outil

Ces travaux ont fait l'objet d'une publication dans une revue internationale à comité de lecture [LAR 01]. Cette publication fournie en annexe A pose les bases de la génération de trajectoire réalisée à l'aide de géométrie différentielle. Ces travaux précurseurs dans le domaine de la génération de trajectoires en font un article de référence cité une centaine de fois (source scholar google).

Durant ma thèse de doctorat débutée en 1996, mes travaux ont porté sur les défauts géométriques des pièces rigides, la prédiction de la géométrie résultant d'un assemblage de pièces avec défauts et l'exploitation de cette géométrie dans le domaine de l'analyse de tolérances.

Suite à l'obtention de mon doctorat en 2001, les travaux se sont orientés vers la gestion des variations géométriques dans les assemblages et sur l'acquisition de la géométrie des pièces souples.

L'objectif des travaux est d'assister le concepteur dans le choix des tolérances géométriques allouées aux pièces pour assurer une production à moindres coûts tout en assurant le respect des exigences fonctionnelles. Pour parvenir à cet objectif, il a fallu franchir plusieurs étapes. Dans un premier temps, il faut disposer d'un outil capable de prédire le résultat d'un assemblage (figure 2.4). Il faut ensuite disposer d'un générateur de pièces avec défauts géométriques réalistes pour

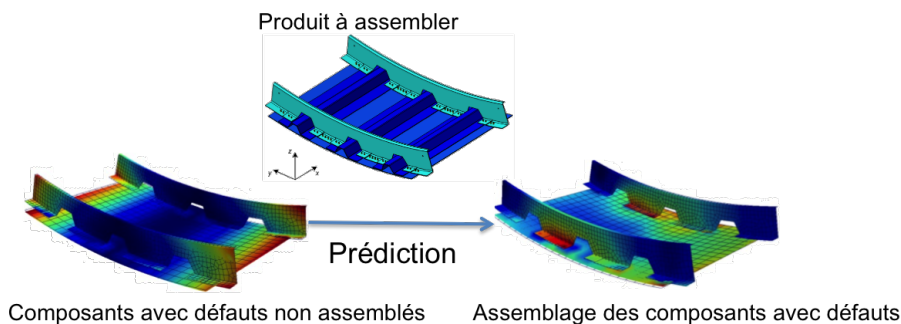


FIGURE 2.4 – Prédiction

pouvoir alimenter l'outil de façon à réaliser des analyses de tolérances (figure 2.5). Finalement,

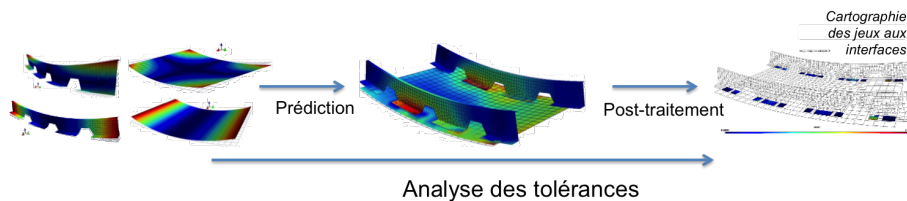


FIGURE 2.5 – Analyse des tolérances

pour parvenir à la synthèse de tolérances, il faut lier les valeurs des tolérances d'une part aux exigences fonctionnelles et d'autre part aux coûts nécessaires à l'obtention des tolérances (figure 2.6).

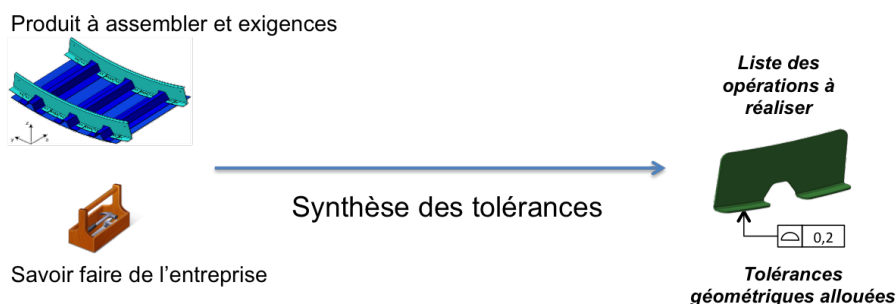


FIGURE 2.6 – Synthèse des tolérances

La progression des travaux a été rythmée par les encadrements de thèses depuis 2001.

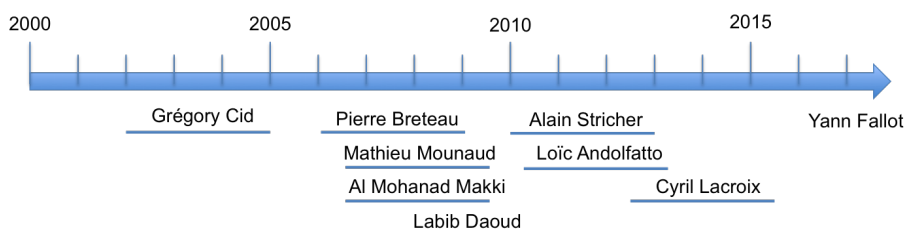


FIGURE 2.7 – Chronologie des encadrements de thèses

Les travaux ont été réalisés d'abord en collaboration avec PSA dans le cadre de la thèse de Grégory Cid [CID 05], puis en partenariat avec Airbus Group, dans le cadre d'un partenariat intitulé "Groupe de Recherche Concertée : Assemblage flexible". L'objectif de ce partenariat est de travailler conjointement sur des thèmes de recherche à moyen terme. Le thème principal de ce partenariat débuté il y a 10 ans était l'assemblage flexible. J'ai ainsi co-encadré cinq thèses portant sur la gestion des écarts géométriques dans les assemblages comportant des pièces souples, il s'agit des thèses de Pierre Breteau [BRE 09] sous la direction de Claire Lartigue, de Mathieu Mounaud [MOU 09a] sous la direction de Pierre Bourdet, Alain Stricher [STR 13] sous la direction de Laurent Champaney, Loïc Andolfatto [AND 13] sous la direction de Claire Lartigue et finalement Cyril Lacroix [LAC 15b] sous la direction de Luc Mathieu.

En dehors de cette thématique, j'ai co-encadré les travaux de Al Mohanad Makki [MAK 13] portant sur le copiage rapide de formes. Ma contribution a porté sur le traitement de nuages de points visant à trouver des orientations outil compatibles avec la forme numérisée. J'ai finalement co-encadré les travaux de Labib Daoud [DAO 10] dont le but était de déterminer la capacité d'un système de photogrammétrie sans cible à mesurer des tubes.

Au regard des travaux effectués et des perspectives envisagées, la synthèse proposée des travaux porte sur la qualité géométrique des assemblages, plus particulièrement des assemblages

de structures de type aéronautiques.

Dans un premier temps, la partie 2.1 est consacrée à la présentation du contexte général de la simulation d'assemblage. Suite à cette présentation, deux aspects sont développés : l'obtention du comportement de l'assemblage qui permet la prédiction dans la partie 2.2 et l'exploitation du comportement pour gérer les écarts géométriques dans la partie 2.3. Un bilan des travaux est alors présenté dans la partie 2.4.

## 2.1 Contexte général de la simulation d'assemblage

Les assemblages de grandes structures de type aéronautique doivent être réalisés sans introduire de contraintes durant l'assemblage tout en assurant le respect de la géométrie définie par l'intermédiaire de la maquette numérique. Les constituants élémentaires de la maquette numérique sont les composants de l'assemblage. Pour chaque composant, la maquette numérique fournit à minima la géométrie nominale des constituants. Le plus souvent, la maquette numérique contient aussi les données relatives au matériau et aux spécifications géométriques. Lorsque les composants sont modélisés, ils sont assemblés pour obtenir un sous-assemblage. L'assemblage virtuel des composants peut être réalisé en utilisant des contraintes géométriques imposées entre des entités géométriques des différents composants. Le résultat de cet assemblage fournit la maquette numérique de l'assemblage dans une configuration d'utilisation donnée. Par exemple, la géométrie d'un avion diffère en fonction de sa configuration d'utilisation. La géométrie d'un avion au sol n'est pas la même que sa géométrie en vol par exemple. Les sollicitations mécaniques (internes ou externes à l'assemblage) diffèrent pour chaque configuration d'utilisation. Lorsque l'on considère des composants flexibles, il est par conséquent essentiel de spécifier la configuration dans laquelle se trouve l'assemblage représenté dans la maquette numérique.

De la conception à l'assemblage, les exigences à respecter sont nombreuses puisque la performance du produit, calculée en configurations nominales, ne doit pas être dégradée par les écarts entre la géométrie nominale et la géométrie produite. Une attention toute particulière est accordée aux contraintes installées pendant l'assemblage par l'intermédiaire de la limitation des efforts d'assemblage. Ces forces et contraintes sont en particulier produites par la suppression des jeux entre composants lors de l'assemblage. Il est donc nécessaire de prédire si des forces limitées permettent de combler un jeu ou non.

Pour réaliser des assemblages qui introduisent peu de contraintes, les composants sont fabriqués au plus proche de leurs définitions numériques puis assemblés en utilisant des outils et des outillages.

La nature et l'amplitude des écarts ont pour origine les moyens de fabrication. La propagation des écarts dépend de la mise en position relative des composants pendant l'assemblage. Pour les composants flexibles, les contacts entre composants sont aussi influents. À cela s'ajoutent évidemment les variations de géométrie des composants dues à leurs souplesses.

Le respect des exigences géométriques dépend de la géométrie, des dimensions et des écarts géométriques autorisés sur les composants. Pratiquement, garantir le respect des exigences, quels que soient les écarts autorisés par les spécifications géométriques permet l'interchangeabilité des composants et induit une diminution des coûts d'assemblage. Pour parvenir à cette fin, il faut établir la relation entre les écarts géométriques et les exigences, relation qui est dépendante de la séquence d'assemblage. Cette relation est appelée classiquement *chaîne de cotes*.

Lorsqu'il n'est pas possible d'assigner des tolérances qui permettent le respect des exigences, des étapes de calages ou réglages sont insérées pendant les phases d'assemblage pour assurer le

respect des exigences fonctionnelles. Dans ce cas, l'optimisation du processus d'assemblage passe par la prédiction des calages ou réglages par simulation connaissant la géométrie des composants.

La prédiction d'assemblage peut alors être utilisée sur site pour éviter la mesure des jeux aux interfaces ou dès la conception pour orienter le calage vers les zones les plus accessibles aux opérateurs. De cette façon, les zones où le calage est nécessaire sont anticipées plutôt que constatée en cours de production.

### 2.1.1 Exemple élémentaire

Considérons le cadre réalisé par l'assemblage de quatre poutres présenté figure 2.8.

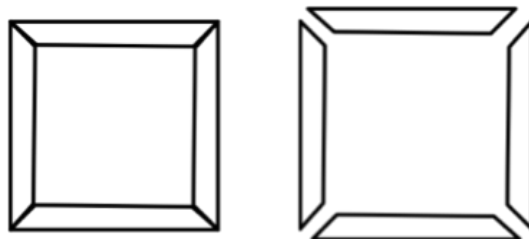


FIGURE 2.8 – Cadre nominal et composants nominaux

Après l'assemblage, les exigences géométriques doivent être respectées de façon à ce que les fonctions exercées par le cadre puissent être assurées. C'est évidemment le cas lorsque les composants sont idéaux.

Les écarts sont consécutifs à l'utilisation de procédés de fabrication. Il n'est pas possible de fabriquer un composant à sa géométrie idéale, et deux instances de composants ne sont pas exactement identiques. Les modèles d'écarts de géométrie de procédés de fabrication connus, tels que les capacités, peuvent être capitalisés par le biais de la mesure.

Les limites acceptables des écarts géométriques entre les composants fabriqués et les composants idéaux sont généralement spécifiées en utilisant des spécifications géométriques.

Supposons que la géométrie des composants élémentaires de l'assemblage soit connue comme proposée figure 2.9.

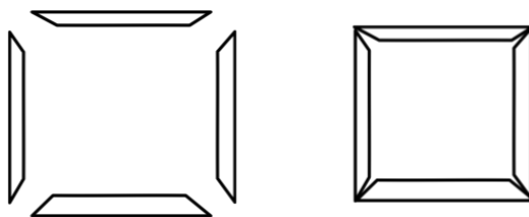
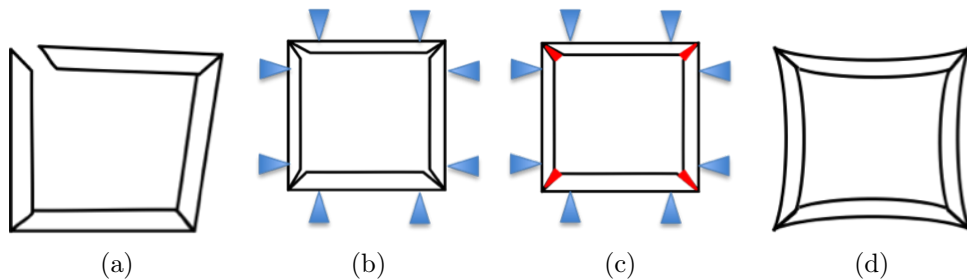


FIGURE 2.9 – Composants élémentaires et assemblage avec défauts

La connaissance des géométries élémentaires est insuffisante pour déterminer la géométrie de l'assemblage. Il convient d'ajouter les caractéristiques du processus et des procédés d'assemblage pour déterminer la géométrie de l'assemblage. La figure 2.10 illustre plusieurs processus d'assemblage différents des mêmes composants élémentaires qui conduit à des géométries d'assemblage différentes.

Pour les mêmes composants élémentaires, le processus d'assemblage permet d'orienter la propagation des écarts. Dans le cas de l'assemblage séquentiel, les écarts sont propagés vers une seule interface. Dans le cas de l'assemblage simultané des quatre parties du cadre, l'outillage permet de respecter au mieux la géométrie du cadre, mais il y a des jeux résiduels aux quatre coins du cadre.



- (a) Assemblage séquentiel de composants rigides
- (b) Assemblage simultané avec utilisation d'outillage : jeux résiduels
- (c) Assemblage simultané avec utilisation d'outillage et calage
- (d) Assemblage sans jeu aux interfaces : déformation nécessaire des composants

FIGURE 2.10 – Assemblages de composants identiques

Pour informer des limites géométriques acceptables, des spécifications géométriques sont utilisées. Ces spécifications géométriques résultent des exigences géométriques permettant le fonctionnement de l'assemblage et du procédé d'assemblage.

Dans le cas de l'assemblage séquentiel, seuls les écarts aux interfaces doivent être bornés puisque les composants sont mis en position les uns par rapport aux autres (figure 2.11).

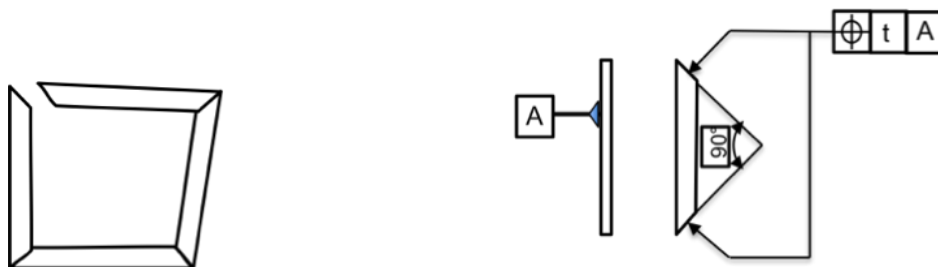


FIGURE 2.11 – Exemple de spécification géométrique pour l'assemblage sans outillage

Dans le cas de l'assemblage simultané, les écarts géométriques des surfaces qui constituent les interfaces doivent être contraints par rapport aux surfaces de mise en position des composants sur l'outillage (figure 2.12).

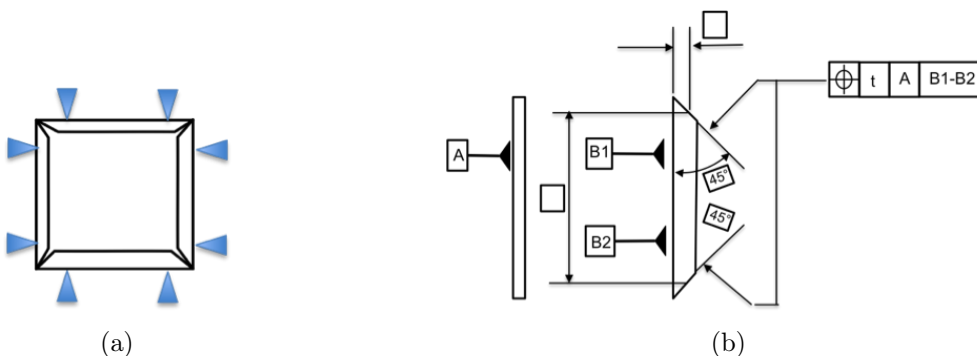
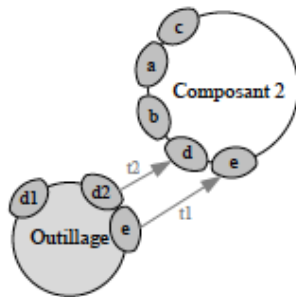


FIGURE 2.12 – Exemple de spécification géométrique pour l'assemblage avec outillage

La détermination de la nature des spécifications géométriques à porter sur les entités géométriques des composants nécessite d'une part la connaissance des mises en position relatives des composants souhaitées par le concepteur pour chaque phase de fonctionnement et d'autre part l'influence des écarts géométriques des surfaces sur le respect des exigences fonctionnelles.

La connaissance des mises en positions relatives des composants permet de spécifier entre elles les entités géométriques qui assurent le positionnement. Des graphes (figure 2.13a) ou ta-

bleaux (figure 2.13b) sont classiquement utilisés pour décrire les mises en positions relatives des composants.



(a) Graphe de contact [MAT 03]

Pièce ou bloc :		Repère :	Etat :	Auteur :
Bloc arbre	a	1		
Cylindres coaxiaux		Plan		
A	1a-2a	D	1p	
jeu		contact		
Cylindres coaxiaux		Plan		
	1c-1f	F	2f	
Primaire		Secondaire	Tertiaire	

Schéma de la jonction

(b) Tableau de mise en position [ANS 03]

FIGURE 2.13 – Entités géométriques aux interfaces

De ce recensement des entités géométriques et de leurs rôles dans la mise en position, il est possible de spécifier les interfaces, soit grâce à l'intervention d'un expert, soit par l'usage de cotation type (figure 2.14) tel que proposé par Bernard Anselmetti et formalisé dans la méthode QuickGPS [ANS 03].

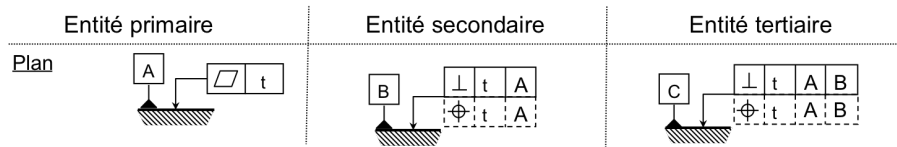


FIGURE 2.14 – Spécification type d'un plan en fonction de son rôle

Lorsque les entités géométriques permettant la mise en position relative des composants sont spécifiées, la nature de l'influence des autres entités géométriques du composant sur les exigences est déterminée via la connaissance du comportement du mécanisme. En fonction de la nature de l'influence, ces entités sont spécifiées en position et/ou orientation par rapport au système de référence précédemment construit. Au terme de cette étape, les spécifications géométriques sont qualitativement définies, les intervalles de tolérances ne sont pas encore quantifiés.

## 2.1.2 Synthèse

Dans cette présentation rapide et générale, nous avons montré que la simulation d'assemblage réaliste nécessite une grande quantité de données émanant de secteurs d'activités variés pour pouvoir prédire le résultat d'un assemblage avec défauts.

De façon non exhaustive, on peut citer :

- La géométrie nominale des composants et des assemblages
- La définition des liaisons entre les composants
- Les écarts géométriques des composants
- Les spécifications géométriques
- Le processus d'assemblage incluant les techniques d'assemblage
- Les modèles de flexibilité des composants

Avant de présenter comment nous proposons d'exploiter la connaissance du comportement d'un assemblage dans la partie 2.3, nous présentons dans la partie 2.2 comment nous l'obtenons.

## 2.2 Comportement d'assemblage

Pour obtenir le comportement d'un assemblage, il est nécessaire d'utiliser un modèle d'écart géométriques pour les composants, un modèle de comportement des liaisons et un modèle de comportement des composants. L'ensemble de ces modèles permet de mettre en équations le comportement de l'assemblage. La résolution de ces équations fournit finalement le comportement recherché.

Dans un premier temps, les choix effectués dans le cas des assemblages de pièces rigides sont présentés avant de décrire ceux concernant les assemblages flexibles.

### 2.2.1 Comportement des assemblages composés de pièces rigides

L'objectif de la simulation d'assemblage est de prédire l'effet des écarts géométriques sur les exigences fonctionnelles en prenant en compte le processus d'assemblage. Les écarts géométriques autorisés sont définis par les spécifications géométriques. Le modèle géométrique utilisé lors de la simulation doit être apte à reproduire les écarts géométriques influant sur les exigences et leurs limites imposées par l'intermédiaire des spécifications géométriques.

Les premiers travaux portant sur la modélisation des tolérances sont généralement attribués à Requicha [REQ 83],[REQ 93]. Il a défini une approche basée sur la définition de surfaces offset pour limiter les écarts géométriques des composants. Depuis, plusieurs approches ont été développées pour gérer les écarts géométriques au sein des assemblages composés de pièces rigides.

L'approche par boucle vectorielle proposée par Chase [CHA 95], [CHA 96], [CHA 97] utilise ainsi des vecteurs pour représenter les écarts géométriques des composants et les exigences géométriques. Les variations géométriques sont prises en compte par des variations de norme des vecteurs. La somme des vecteurs fournit alors la chaîne de cotes de l'assemblage.

L'approche variationnelle [GUP 93] consiste à inclure dès la modélisation géométrique des composants les grandeurs influentes et leur affecte des tolérances géométriques et dimensionnelles. Le déplacement des entités géométriques est défini par une matrice de transformation homogène. Un deuxième ensemble de matrices est utilisé pour décrire les relations de contact.

L'approche par jacobien [LAP 99] inspirée des modèles utilisés en robotique consiste à modéliser les défauts entre deux surfaces par une matrice homogène. Les deux surfaces peuvent appartenir à ma même pièce dans le cas de défauts géométriques ou à deux pièces différentes pour représenter les liaisons cinématiques entre composants.

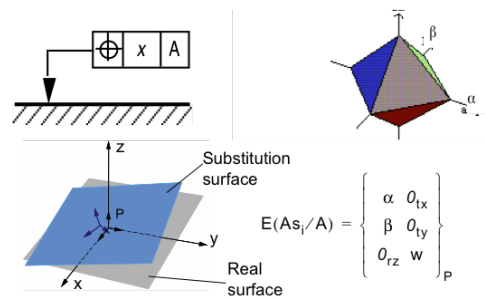
L'approche retenue dans mes travaux de thèse est l'approche par torseurs développée au laboratoire initialement par Eric Ballot et Pierre Bourdet[BAL 95], [BOU 95]. Les paragraphes suivants présentent les modèles retenus pour décrire les écarts de situations des faces des composants et les défauts de forme.

#### Modèle des composants

Le torseur des petits déplacements permet de décrire le déplacement d'un corps rigide en supposant que les rotations sont de faibles amplitudes. Sous cette hypothèse, le déplacement d'un point d'un corps rigide est une fonction linéaire des angles et des translations caractérisant le mouvement du corps rigide. Les paramètres du torseur fournissent ainsi une représentation des écarts géométriques d'une forme de substitution par rapport à la forme nominale dans un espace mathématique : l'espace des petits déplacements.

Lorsque les déplacements d'une surface de substitution sont bornés par des spécifications géométriques, une méthode systématique a été mise en place pour borner l'espace des paramètres

en fonction des limites de la zone de tolérance. La figure 2.15 illustre de façon simplifiée les limites des paramètres dans le cas d'une spécification de localisation d'un plan. Les petits déplacements des surfaces de référence ne sont en effet pas pris en compte dans cette illustration.



$E(A_S/A)$  : torseur d'écarts du plan de substitution  $A_S$  par rapport au plan  $A$   
 $\alpha, \beta$  et  $w$  : composantes d'écarts

FIGURE 2.15 – Torseur des petits déplacements

En complément de ce modèle de variation de situation, la prise en compte des variations de paramètres intrinsèques est effectuée en utilisant des champs de vecteurs paramétrés.

### Modèle des liaisons

Les liaisons entre deux faces sont paramétrées en fonction des mouvements transmissibles par le couple de faces. Si un mouvement est transmissible, la composante du torseur associée sera un jeu noté  $J$  (qui pourra être nul si on souhaite ultérieurement imposer le contact). Si un mouvement n'est pas transmissible par le couple de surfaces, la composante du torseur associée sera dite indéterminée (notée  $I$  dans le torseur). L'expression du torseur associé à une liaison appui plan est donnée figure 2.16.

Face i	Face j	Représentation	Repère associé	Type du torseur lien
Plan	Plan		$(P, \dots, \dots, \hat{n})$	$T(S_i/S_j) = \begin{Bmatrix} J_\alpha & I_u \\ J_\beta & I_u \\ I_\gamma & I_w \end{Bmatrix}_P$

FIGURE 2.16 – Torseur de liaison associé à une liaison appui plan

### Comportement de l'assemblage

À chaque assemblage est associé un repère fixe  $R$  qui est en général le bâti. À chaque composant est associé un repère. Le déplacement du composant par rapport au repère global est modélisé par un torseur dit torseur pièce, dont les six composantes sont paramétrées. Pour chaque instance de composant, les composantes de torseurs d'écarts sont fixes. Le torseur pièce permet donc de modéliser le petit déplacement d'une pièce avec défauts.

Pour lier tous ces écarts géométriques, on écrit liaison par liaison l'écart d'une pièce ( $B$ ) par rapport à l'autre ( $A$ ).

$$D(B/R) = D(B/S_b) + D(S_b/S_a) + D(S_a/A) + D(A/R)$$

- $D(B/R)$  : Déplacement de  $B$  par rapport à  $R$
- $D(S_b/B)$  : Ecarts de la surface  $S_b$  par rapport à sa position nominale
- $D(S_b/S_a)$  : Ecarts de la liaison réalisée par le couple de surface  $S_b$ - $S_a$

- $D(Sa/A)$  : Ecarts de la surface Sa par rapport à sa position nominale
- $D(A/R)$  : Déplacement de A par rapport à R

La résolution de ce système d'équations par rapport aux indéterminées de liaison fournit des informations sur les mouvements possibles des pièces (des composantes indéterminées ne peuvent être exprimées en fonction des autres écarts), des mouvements supprimés par plusieurs liaisons en même temps (les hyperstatismes de l'assemblage).

On considère l'assemblage élémentaire illustré figure 2.17 de deux pièces de révolution d'axe Z.

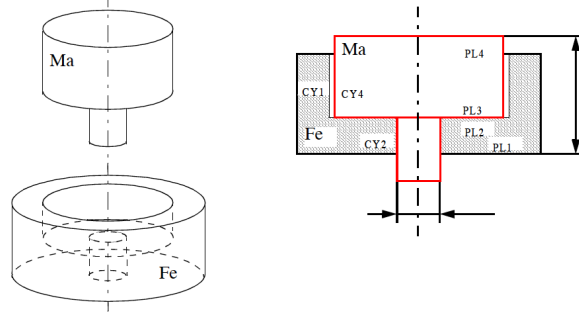


FIGURE 2.17 – Assemblage de deux pièces de révolution

La mise en positions relatives des deux composants :

- n'est pas assurée en rotation autour de Z : c'est un degré de liberté,
- est assurée en translation suivant Z par l'appui plan : le système est "isostatique" en translation suivant l'axe Z,
- est assurée par une des trois liaisons pour les rotations et translations suivant les axes X et Y : l'assemblage est hyperstatique.

On retrouve cet hyperstaticité dans les relations de comportement qui ne permettent pas de d'exprimer les valeurs des jeux en fonctions des valeurs des écarts géométriques (figure 2.17).

$$\begin{aligned}
 0 &= -a[\text{CY1, Fe}] + a[\text{CY2, Fe}] + a[\text{CY4, Ma}] - a[\text{CY5, Ma}] + J[\text{rx, CY1, CY4}] - J[\text{rx, CY2, CY5}] \\
 0 &= -a[\text{CY1, Fe}] + a[\text{CY4, Ma}] + a[\text{PL2, Fe}] - a[\text{PL3, Ma}] + J[\text{rx, CY1, CY4}] - J[\text{rx, PL2, PL3}] \\
 0 &= -b[\text{CY1, Fe}] + b[\text{CY2, Fe}] + b[\text{CY4, Ma}] - b[\text{CY5, Ma}] + J[\text{ry, CY1, CY4}] - J[\text{ry, CY2, CY5}] \\
 0 &= -b[\text{CY1, Fe}] + b[\text{CY4, Ma}] + b[\text{PL2, Fe}] + b[\text{PL3, Ma}] + J[\text{ry, CY1, CY4}] - J[\text{ry, PL2, PL3}] \\
 0 &= J[\text{tx, CY1, CY4}] - J[\text{tx, CY2, CY5}] - u[\text{CY1, Fe}] + u[\text{CY2, Fe}] + u[\text{CY4, Ma}] - u[\text{CY5, Ma}] \\
 0 &= J[\text{ty, CY1, CY4}] - J[\text{ty, CY2, CY5}] - v[\text{CY1, Fe}] + v[\text{CY2, Fe}] + v[\text{CY4, Ma}] - v[\text{CY5, Ma}]
 \end{aligned}$$

FIGURE 2.18 – Assemblage de deux pièces de révolution

Lorsqu'un système est isostatique, les écarts de chaque pièce sont exprimés de façon univoque en fonction des paramètres d'écarts des faces et des paramètres de liaisons. Il est alors possible d'exprimer les exigences en fonction de ces écarts.

## Synthèse du comportement d'assemblage composé de pièces rigides

Le comportement d'assemblage est obtenu en agrégeant le comportement de chacune des liaisons.

Lorsque l'assemblage est isostatique, il est par définition géométriquement iso-contraint. Dans ce cas, il est possible d'obtenir le déplacement de tout point de l'assemblage sous la forme d'une combinaison linéaire des écarts géométriques des surfaces des composants et des jeux aux interfaces.

Lorsque l'assemblage est hyperstatique, il est géométriquement sur-contraint. Il n'est alors plus possible d'obtenir une expression explicite des déplacements des points de l'assemblage, mais

seulement une expression implicite. Dans les faits, ce sont les jeux aux interfaces qui permettent le fonctionnement des systèmes hyperstatiques composés de pièces rigides. Si l'on considère le cas d'une table rigide à quatre pieds, elle sera certainement bancal : l'expression explicite de la position des points de la table n'est pas possible.

Si la table est suffisamment flexible, les quatre pieds toucheront le sol car les défauts géométriques seront compensés par la déformée de la table. La perspective naturelle des travaux de thèse était de lever l'hypothèse de composants rigides.

## 2.2.2 Comportement des assemblages composés de pièces flexibles

Pour prendre en compte la flexibilité des composants, il est nécessaire d'utiliser un modèle de déformation. En dehors de cas particuliers, la géométrie des composants nécessite l'utilisation de modèles éléments finis construits à partir de maillages des composants et du comportement du matériau utilisé. Nous allons d'abord présenter comment nous générons des maillages avec défauts puis nous montrerons comment nous parvenons à la simulation d'assemblage.

### Modèle géométrique des composants

Les pièces de structures de type aéronautique ont souvent au moins une dimension faible devant les autres. La complexité de la géométrie impose que le maillage soit réalisé à partir du modèle CAO des éléments. La solution permettant de créer un maillage dont la géométrie est proche de celle de la CAO consiste à utiliser un maillage volumique. Pour qu'un tel maillage permette l'obtention d'un modèle mécanique juste, il est nécessaire d'assurer la régularité de géométrie des éléments et de garantir un nombre suffisant d'éléments dans l'épaisseur (figure 2.19).

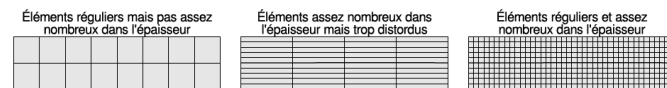


FIGURE 2.19 – Discretisation en éléments quadrangulaires d'une pièce mince [STR 13]

Une discrétisation volumique d'une structure aéronautique générerait un nombre trop important d'éléments pour permettre de traiter le problème. Pour pallier à ce problème, on utilise des éléments de type poutres, plaques ou coques qui ne nécessitent qu'un élément dans l'épaisseur.

Le fait d'utiliser des éléments pour lesquels l'épaisseur est une caractéristique intrinsèque de l'élément permet de diminuer les temps de calcul, mais nécessite en amont une étape d'idéalisation (figure 2.20).

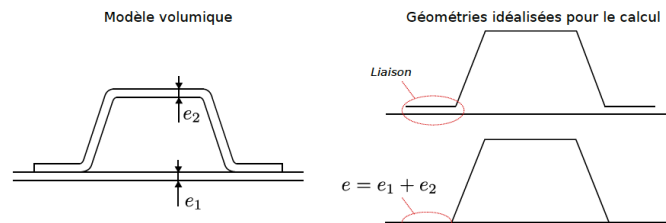


FIGURE 2.20 – Idéalisation d'une section de plaque munie d'un raidisseur en oméga [STR 13]

Outre le choix du type d'éléments, le choix de la taille conditionne lui aussi la justesse du calcul. Lors de son stage de master 1 réalisé en 2009 [COU 09] sous la direction de L. Champaney,

Nicolas Courrier a proposé une aide au choix des types et tailles d'éléments à utiliser dans le cas de structures de type aéronautiques.

La connaissance de la géométrie nominale, du type de maillage et des entités fonctionnelles permet de créer un maillage nominal qui comprend des nœuds aux points d'intérêt.

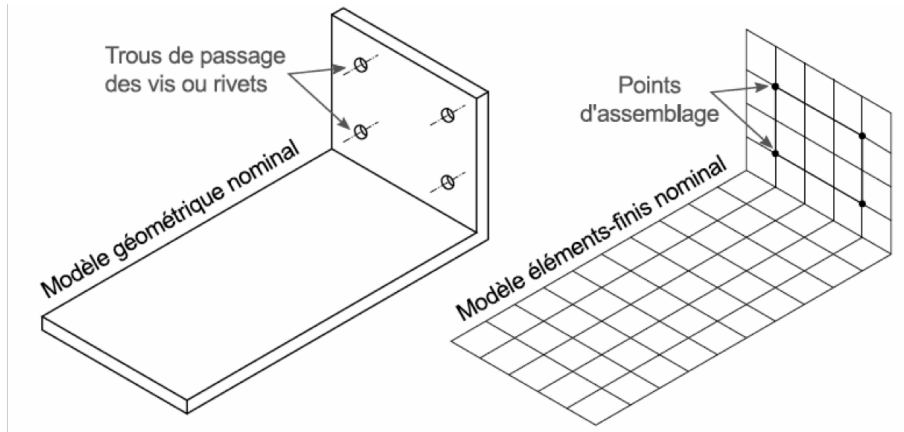


FIGURE 2.21 – Géométrie nominale et maillage associé

Les jeux aux interfaces entre composants sont influencés par les écarts de forme, comme le montrent les travaux de Franciosa [FRA 10], Adragna [ADR 10b] ou encore Schleigh [SCH 13]. Les torseurs de petits déplacements ne suffisent pas à représenter tous les écarts géométriques à considérer dans nos travaux.

Pour ajouter des défauts géométriques à ce maillage, une approche mixte est utilisée. Les défauts de forme des composants sont pris en compte en déformant le maillage nominal suivant la normale aux nœuds alors que les défauts de position des trous sont pris en compte par un modèle de petit déplacement dans le plan osculateur au nœud considéré.

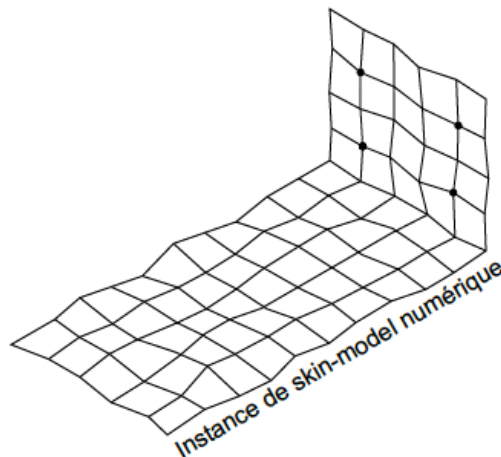


FIGURE 2.22 – Maillage avec défauts géométriques

Pour que les champs de déplacement qui permettent de représenter le défaut de forme soient géométriquement acceptables, une approche par combinaison de champs d'écarts est utilisée.

Huang et Ceglarek [HUA 02] décomposent des écarts de forme mesurés sur des plans dont le contour est rectangulaire à l'aide de transformée en cosinus discrète (DCT). L'écart de forme est exprimé par les amplitudes des éléments de la base d'écarts obtenue par la transformée en cosinus discrète. Cette même base est utilisée pour générer des lots de pièces virtuelles par tirage d'une amplitude par mode et par pièce. L'inconvénient principal de la DCT est qu'elle ne s'applique que sur des surfaces dont le contour est assimilable à un rectangle.

Samper et al. [SAM 07], [SAM 09], [ADR 10b], [ADR 10a] utilisent une base d'écartes composée des modes propres de vibration calculés à partir de la géométrie de la pièce considérée. La base modale peut être construite pour des surfaces de forme quelconque. Les écarts géométriques sont exprimés par les amplitudes de chacun des modes de la base. Cette approche s'attache à identifier des modes technologiques qui sont des combinaisons linéaires de modes vibratoires. Ces combinaisons linéaires sont caractéristiques des procédés d'obtention des composants. Le recours à ces modes technologiques permet de réduire le nombre de variables nécessaires pour décrire les écarts de forme d'une pièce. Lecompte et al. proposent une approche similaire pour la construction de modes technologiques à partir d'une base modale obtenue par DCT [LEC 10].

Dans la thèse d'Alain Stricher, nous avons proposé d'utiliser une base analytique de défauts correspondant à des modes technologiques. La figure 2.23 illustre les trois modes technologiques proposés pour une poutre : deux courbures et un vrillage.

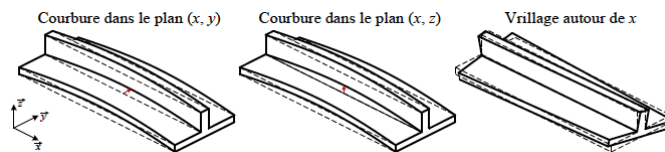


FIGURE 2.23 – Modes technologiques [STR 13]

Dans le cas où des séries de mesures ou des résultats de simulation de fabrication de composants sont disponibles, il est possible d'identifier des modes technologiques permettant de les caractériser. Une solution pour cette identification consiste à réaliser une projection des mesures disponibles dans une base de modes propres de vibration de taille arbitraire afin d'en tirer la signature modale de chaque composant comme dans [SAM 07]. À partir de cet ensemble de signatures modales, une analyse en composantes principales du type transformée de Karhunen-Loève permet d'identifier des combinaisons linéaires de modes vibratoires qui forment des modes technologiques.

Pour décrire les défauts de forme, les modes utilisés peuvent donc être des modes de vibrations, des modes mathématiques ou des modes technologiques. En fonction du cas d'application, nous utiliserons tour à tour ces différentes descriptions voire des combinaisons de descriptions.

## Comportement des pièces

Le maillage et la connaissance des propriétés mécaniques du matériau permettent de calculer la matrice de rigidité ainsi que la matrice de masse du composant. Cette matrice peut être calculée à partir du maillage nominal, ou suite à l'actualisation de la géométrie du maillage. Dans ce cas, la rigidité du composant est elle même actualisée en fonction de la géométrie effective du composant.

Étant données les faibles amplitudes des défauts géométriques des composants au regard de leurs dimensions nominales, la variation de rigidité est faible. Ainsi seule la géométrie des composants est actualisée.

## Modèle des liaisons

Les liaisons entre composants sont nominalemeent définies dans la maquette numérique. La nature des conditions limites (déplacement imposé, effort imposé, raideur) est déterminée à partir du processus et des techniques d'assemblage. Le calcul des valeurs numériques correspondant aux

conditions limites est effectué à partir des écarts de liaison. Les écarts géométriques de liaisons sont connus par l'intermédiaire des maillages avec défauts.

### Comportement de l'assemblage

Le comportement de l'assemblage est obtenu en résolvant le problème construit à partir :

- du maillage actualisé des composants
- des modèles de comportement des composants
- de l'expression des conditions limites

Lorsque l'ensemble des comportements est linéaire, les grandeurs observées sont des combinaisons linéaires des défauts élémentaires. La relation linéaire peut alors être obtenue par la méthode dite des coefficients d'influence [LIU 97].

Les travaux de Wang et Ceglarek [WAN 05] ainsi que ceux réalisés dans le cadre de la thèse de Mathieu Mounaud [MOU 09a], [MOU 11] ont montré l'influence de la séquence d'assemblage sur la propagation des écarts géométriques au cours de l'assemblage de pièces souples.

Lorsqu'un des comportements nécessaires à la résolution n'est pas linéaire, la résolution devient non-linéaire et doit être effectuée pour chaque instance d'assemblage. Durant la thèse d'Alain Stricher, les différents choix nécessaires au traitement d'un cas de simulation d'assemblage ont été étudiés et synthétisés dans un tableau récapitulatif 2.24.

Critère de conformité			Quantités d'intérêt	Hypothèses		Méthode	Coût	Justesse
				Rigidité	Contact unilatéral			
Géométrique	Global	Zone de tolérance	Champ de déplacement normal	Nominale	Sans	MIC	--	+
		Affleurement	Champ de déplacement normal	Nominale	Avec	DMC	+	++
	Local	Jeu ou distance entre pièces	Déplacement normal de points					
		Glissement ou désaxement	Déplacement tangentiel de points	Actualisée	Sans	MIC2 / MIC3	-	+
Statique	Global	Contrainte maximale	Champ de contrainte	Actualisée	Avec	DMC	++	++
	Local	Effort de liaison	Composante normale					
			Composante tangentielle	Actualisée	Sans	MIC2 / MIC3	-	+

MIC : méthode des coefficients d'influence

DMC : méthode de Monte-Carlo

MIC2 : méthode des coefficients d'influence par mode de défaut avec actualisation de la matrice de rigidité

MIC3 : méthode des coefficients d'influence par mode de défaut avec modèle d'effort tangentiel

FIGURE 2.24 – Aide au choix d'hypothèses et de méthodes en fonction du critère de conformité à vérifier [STR 13]

Pour remédier à la simulation de type Monte-Carlo, des approximations peuvent être effectuées pour se ramener à un comportement linéaire. Une approche par apprentissage [AND 10] a été utilisée pour réaliser une activité de synthèse des tolérances.

## Synthèse

Avant d'arriver aux modèles proposés, une évolution s'est produite au cours des différentes thèses sur le sujet. Dans la thèse de G. Cid [CID 05], le modèle de propagation a été défini dans le cas d'assemblage d'une pièce flexible avec défauts géométriques sur une pièce rigide. Le modèle a été enrichi dans la thèse de P. Breteau [BRE 09] aux assemblages de plusieurs pièces flexibles. M. Mounaud [MOU 09a] a complété ce modèle en ajoutant la prise en compte des séquences d'assemblage. Le comportement de l'assemblage reste linéaire pour chaque séquence considérée individuellement, mais le modèle global de l'assemblage devient non linéaire. Le traitement des zones de contact dans les assemblages nécessitant l'utilisation de modèles non linéaires a été traité par A. Stricher [STR 13]. Finalement, l'utilisation par L. Andolfatto [AND 13] d'un méta-modèle a permis de réduire les calculs dans le cas de modèles mécaniques non linéaires.

Il est donc possible de simuler le comportement d'un assemblage en intégrant la souplesse des composants, les défauts géométriques et le contact unilatéral. Nous présentons maintenant les différentes exploitations proposées des modèles de comportement.

### 2.3 Exploitations de comportements d'assemblage

Les travaux exploitant la simulation d'assemblage comprenant des composants flexibles ont débuté il y a une quinzaine d'années. Ce sujet était à l'époque peu abordé dans la communauté internationale.

Depuis, les travaux se sont multipliés concernant la phase d'obtention du comportement de l'assemblage. En revanche, les travaux qui exploitent la connaissance du comportement de l'assemblage sont plus rares, sauf pour la détermination des matrices de sensibilité et pour la mesure de composants flexibles.

Si l'obtention du comportement d'un assemblage comprenant des pièces souples est un problème en soi, il constitue pour nous surtout une étape nécessaire à la résolution de problèmes constatés lors de l'assemblage de composants.

En 2001, Christophe Mas, ingénieur chez PSA, a demandé lors de ma soutenance de thèse si une extension des travaux proposés dans l'hypothèse des composants rigides était envisageable aux composants non rigides. Suite à la soutenance, Pierre Bourdet a organisé une réunion qui a débouché sur une proposition de thèse. Pour connaître l'influence des éléments du milieu extérieurs sur la géométrie d'un assemblage, les essais physiques étaient réalisés. L'objet des travaux de Grégory Cid consistait à chercher des modèles, outils et méthodes permettant de remplacer les essais physiques par des simulations. Au terme de la thèse, nous disposions d'un outil développé sous Matlab qui fournissait la sensibilité des paramètres sur les exigences. C'est avec le co-encadrement de Grégory Cid sur ce sujet qu'a débuté mon parcours dans le monde de la flexibilité.

La présentation des résultats des travaux à Airbus Group a immédiatement suscité l'enthousiasme. Deux problématiques ont rapidement émergé :

- Comment déterminer les réglages des liaisons entre un composant souple et une structure pour assurer le respect des exigences lors de leur assemblage ?
- Lors de la conception du routage de tuyaux hydrauliques, peut-on assister le concepteur lors du choix des éléments de liaison ?

La première problématique a demandé l'extension des possibilités offertes par l'outil de simulation aux assemblages comprenant plusieurs composants flexibles et la mise au point d'une méthode

d'optimisation des valeurs des réglages. Ces travaux ont été réalisés au cours de la thèse de Pierre Breteau.

La deuxième problématique a été traitée lors de la thèse de Mathieu Mounaud. Un outil, FITRDM, développé au cours d'une collaboration entre le centre de recherche d'Airbus Group et AIRBUS, destiné au contrôle de géométrie de tuyauterie déformable, a été étendu à l'analyse de tolérances de tuyauteries déformables. La géométrie des tubes a été définie en prenant en compte les dispersions des différentes opérations élémentaires de cintrage. Une simulation de Monte-Carlo de l'assemblage d'une population de tubes sur une population de supports avec défauts a mis en évidence l'influence des défauts géométriques de tuyauteries sur les conditions fonctionnelles géométriques et mécaniques. Le premier outil d'analyse de tolérances était créé.

Ces deux thèses ont montré et démontré l'intérêt de la prise en compte de la flexibilité dans l'étude du comportement des assemblages. Elles ont aussi mis en évidence l'importance du choix du modèle de défauts des composants, du modèle mécanique et les limites liées à l'utilisation de la méthode des coefficients d'influences. Pour pouvoir persévérer dans le domaine de la simulation d'assemblage, une étude des modèles mécaniques à utiliser, de la nature des conditions limites à imposer pour prendre en compte le contact entre les composants et des méthodes de résolution était nécessaire. J'ai alors pris contact avec Laurent Champaney, du LMT Cachan, pour m'assister dans cette thématique. C'est au cours de la thèse d'Alain Stricher que nous avons étudié les limites des différentes approches et sélectionné la plus pertinente en fonction du cas d'utilisation.

L'ensemble des résultats des travaux réalisés permettait de réaliser des analyses de tolérances et des simulations d'assemblage de composants réels. L'étape suivante était naturellement la synthèse de tolérances. Les exigences fonctionnelles étant données, la gamme d'assemblage définie, une méthode permettant de trouver les meilleurs compromis entre coût et conformité a été proposée lors de la thèse de Loïc Andolfatto.

À ce stade des travaux, la synthèse des tolérances était possible. Des maquettes de laboratoire étaient disponibles pour assurer la cohérence des méthodes proposées. La validation des différents modèles utilisés était effectuée sur des maquettes de laboratoire. Pour permettre l'utilisation dans le milieu industriel des méthodes et outils élaborés, le développement d'une solution logicielle intégrée à un modèleur géométrique était indispensable. Nous avons alors participé à l'élaboration du cahier des charges du logiciel puis à la validation des résultats délivrés en utilisant un cas d'étude représentatif des besoins industriels : la prédiction de jeu. Ces derniers travaux ont été effectués dans le cadre de la thèse de Cyril Lacroix.

Dans les paragraphes suivants, un récapitulatif des différentes exploitations des comportements d'assemblage est proposé.

### **2.3.1 Géométrie d'un composant non rigide**

Par définition, la géométrie d'un composant flexible dépend du milieu dans lequel il est immergé. Sa géométrie ne peut donc être définie sans son environnement [LAR 06]. La mesure et le contrôle de pièces souples ne sont par conséquent pas des opérations aisées car le bridage du composant et son propre poids génèrent des déformations. [ABE 13], [ASC 10], [ASC 10] proposent de mesurer les composants en condition d'utilisation, ce qui nécessite l'usage de montages de contrôle qui reproduisent les configurations d'utilisation.

Des méthodes récentes utilisent des approches numériques pour recalibrer les données acquises par mesure sans contact (pour éviter les déformations inhérentes à l'usage de capteurs à déclenchement [WEC01]) sur le modèle CAO. Radvar-Esfahlan et Tahan proposent une méthode de contrôle pour des pièces souples en utilisant des simulations par éléments finis [RAD 12]. La pièce

est d'abord mise en position puis mesurée sur un montage isostatique. Le recalage des données mesurées sur le modèle CAO permet d'identifier les écarts aux points de fixation. Ces écarts servent de conditions limites à la simulation éléments finis pour prédire la forme du composant en configuration hyperstatique.

Gentilini et Shimada [GEN 11] utilisent une approche similaire pour prédire la géométrie d'un assemblage hyperstatique, mais par pour identifier la forme d'un composant souple.

Dans l'approche que nous proposons, l'objectif est de déterminer les écarts de forme d'un composant indépendamment de la configuration d'utilisation. L'originalité de l'approche est que les écarts sont définis par rapport à un état libre plutôt que par rapport au modèle CAO pour prendre en compte les chargements nominaux appliqués sur le composant.

L'approche est illustrée dans le cas d'une plaque mono courbure. Lorsqu'elle est mesurée dans deux configurations de mesure, les écarts mesurés diffèrent d'une configuration à l'autre (figure 2.25).

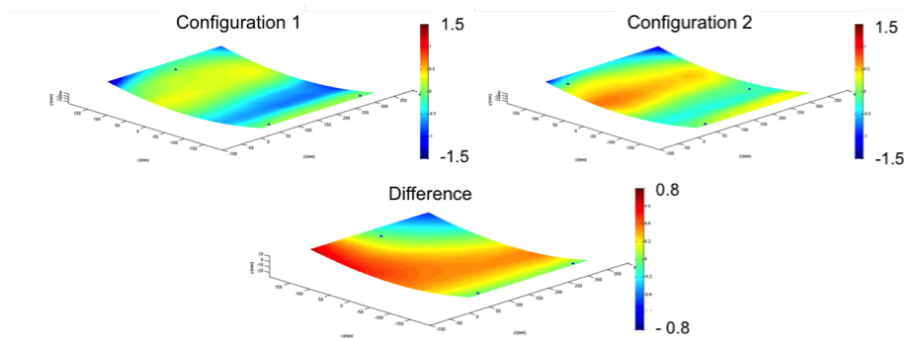


FIGURE 2.25 – Ecarts de forme d'un composant dans deux configurations de mesure

La plaque est en alliage d'aluminium, d'épaisseur 2 mm, et de dimensions approximatives 400mm\*300mm.

L'objectif de l'approche proposée est bien sûr de retrouver la même cartographie d'écarts pour chacune des configurations de mesure. Pour mettre en œuvre cette approche, la première étape consiste à déterminer l'état libre du composant à partir de sa géométrie nominale  $S_{nom}^T$  et de son chargement mécanique nominal. L'état géométrique que nous proposons comme référence est l'état géométrique que le composant aurait en état d'apesanteur. Nous appelons cet état géométrique  $S_{free}^T$ . En appelant la déformée nominale du composant  $E_{nom}^{def}$  obtenue par une simulation éléments finis, nous obtenons la géométrie que le composant aurait en état d'apesanteur par la relation :  $S_{nom}^T = S_{free}^T + E_{nom}^{def}$  (figure 2.26).

L'originalité de l'approche réside dans la détermination de cet état géométrique libre, déduit de l'état géométrique nominal du composant. Lorsque cet état est connu, il devient facile de déduire n'importe quel état géométrique du composant à condition de connaître les sollicitations extérieures qui lui sont appliquées.

Dans le cas particulier de la mesure, les sollicitations correspondent aux réactions exercées aux points de bridage et à l'effet de la pesanteur.

Pour déterminer le défaut de forme d'un composant, il est mesuré (en utilisant des moyens optiques) dans une configuration de mesure bien identifiée (figure 2.27).

Le nuage de points obtenu par la mesure étant dense, non homogène et bruité, un maillage lui est associé en utilisant une approche modale, ce qui permet de filtrer le bruit et d'extrapoler la géométrie correspondant aux trous de numérisation. À ce maillage représentatif de la géométrie du comportement mesuré, nous soustrayons la forme nominale pour obtenir les écarts de mesure

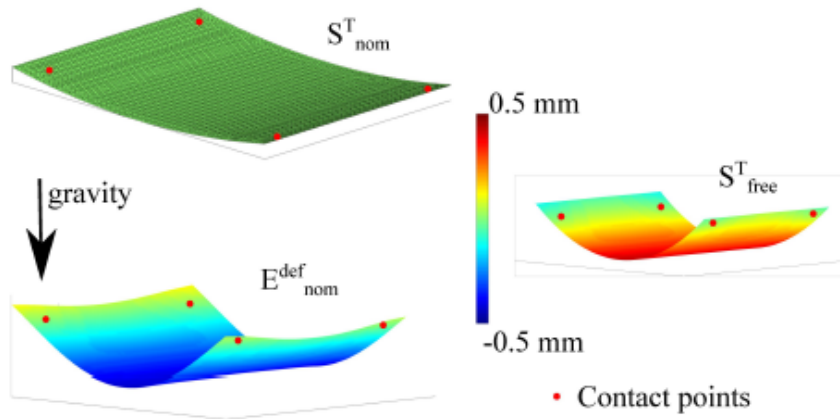


FIGURE 2.26 – Obtention de la forme libre nominale

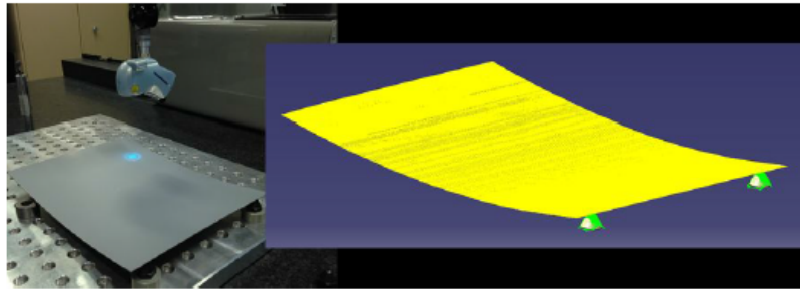


FIGURE 2.27 – Acquisition de la géométrie

$E^{\text{meas}}$ . L'écart de forme que le composant mesuré aurait en apesanteur est obtenu calculant par éléments finis la déformée  $E^{\text{def}}_{\text{conf}}$  du composant dans sa configuration de mesure. Finalement, l'écart de forme du composant est obtenu en utilisant l'équation  $E^{\text{shape}} = E^{\text{meas}} - E^{\text{def}}_{\text{conf}} + E^{\text{def}}_{\text{nom}}$  (figure 2.28).

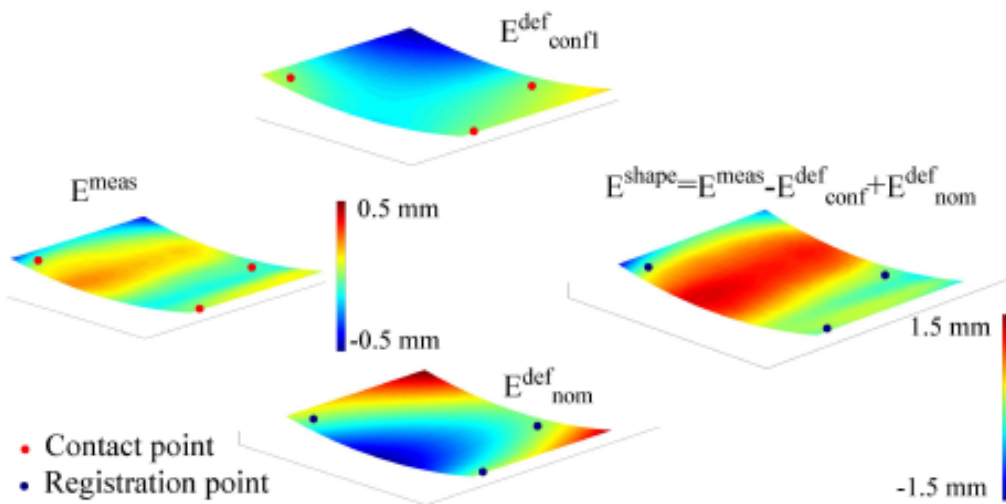


FIGURE 2.28 – Obtention de la cartographie d'écarts

Cette démarche appliquée au panneau dans deux configurations de mesure différentes et a permis d'obtenir la même cartographie d'écarts géométriques, ce qui permet de valider l'approche que nous proposons.

Les choix retenus pour déterminer la géométrie d'un composant non rigide sont détaillés dans l'article [THI 16] proposé en annexe B.

Une autre étude menée dans le cadre de la thèse de Mathieu Mounaud avec l'assistance

de Pierre Mons [MON 08] a consisté à établir une méthode de mesure de tubes de grandes dimensions. Pour régler les cintreuses utilisées pour la mise en forme des tubes, une opération de mesure a lieu suite à la production de la première pièce pour identifier la géométrie obtenue. Les résultats de mesure étant dépendant de la fixation du tube pendant la mesure, nous avons proposé une méthode de reconstruction de la géométrie du tube à l'état libre à partir de la mesure, ce qui a permis de réduire drastiquement les différences de géométrie entre deux configurations de mesure différentes. Cette méthode a fait l'objet d'un dépôt de brevet [MON 10].

Comme illustré dans ce paragraphe, la détermination de la forme d'un composant flexible n'est pas triviale car elle nécessite une connaissance fine de la configuration de mesure. C'est pourtant une étape nécessaire de la simulation d'assemblage lorsque l'on souhaite connaître les sollicitations mécaniques qui s'exercent sur les composants. En effet, une fois connu l'état géométrique à l'état libre, tout autre état géométrique peut être déduit par simulation éléments finis en appliquant les conditions limites correspondant au chargement.

### 2.3.2 Ajustement d'une porte d'hélicoptère

Les assemblages constitués de composants déformables sont souvent hyperstatiques ; les composants se déforment sous l'effet de leur propre poids et des sollicitations mécaniques exercées lors des opérations d'assemblage. Il n'est pas simple d'assembler des composants en respectant les exigences géométriques sans réaliser de multiples réglages. Pour obtenir des valeurs admissibles de réglage, c'est à dire des valeurs telles que les exigences soient respectées, les opérateurs réalisant l'assemblage sont contraints de réaliser de multiples corrections itératives.

Durant la thèse de Pierre Breteau, nous avons proposé une méthode de réglage en utilisant la simulation d'assemblage prenant en compte les défauts géométriques et les déformations des composants.

Le processus d'assemblage assisté par la simulation est présenté dans le cas de l'ajustement d'une porte d'hélicoptère dans [BRE 07], [CHE 06] et a fait l'objet d'un dépôt de brevet [BRE 11].

Les phases préparatoires au processus opératoire, élaborées par les experts, sont les suivantes :

- Recensement des exigences fonctionnelles (jeux, effleurement, compression de joint...).
- Recensement des réglages possibles.
- Détermination de l'influence de chaque réglage sur chaque exigence ; cette dernière étape est réalisée en utilisant la méthode des coefficients d'influence.

Le processus pour l'opérateur est globalement le suivant :

- Mise en position isostatique du composant (toutes les liaisons ne sont pas utilisées) ; en position isostatique, les sollicitations mécaniques sur le composant sont obtenues par la résolution d'un problème de statique.
- Mesure du composant et des écarts entre le composant à installer et la structure.
- Montage de la porte en utilisant des réglages moyens.
- Mesure du composant et déduction des sollicitations mécaniques dans les liaisons ; les déplacements aux points de fixation sont obtenus par différence entre la mesure en état contraint et la première mesure effectuée en position isostatique.
- Recherche manuelle ou optimisation des réglages permettant de respecter les exigences géométriques. Lorsque l'opérateur entre une valeur de réglage, son influence sur la déformée de la structure est prise en compte pour mettre à jour la géométrie et évaluer les grandeurs

fonctionnelles. Une détermination d'un ensemble de réglages par optimisation linéaire est aussi proposée de façon automatique.

La figure 2.29 est une copie d'écran de la maquette proposée par le laboratoire, développée sous Matlab durant la thèse de Pierre Breteau [BRE 09].

Dans le coin supérieur gauche, les points de mesure sont identifiés sur le modèle nominal maillé. En haut à droite, l'opérateur renseigne les grandeurs mesurées, en l'occurrence les défauts d'affleurement entre la porte et la structure de l'hélicoptère. En bas à gauche, la porte est montée en réglage moyen. L'opérateur mesure alors les valeurs des jeux, affleurements et entrefers et les reporte dans l'interface. En bas à droite, les valeurs des réglages testés sont entrées suivant les directions x,y et z. L'allure de la porte et l'évolution des grandeurs fonctionnelles : jeux, affleurements et entrefers sont mis à jour.

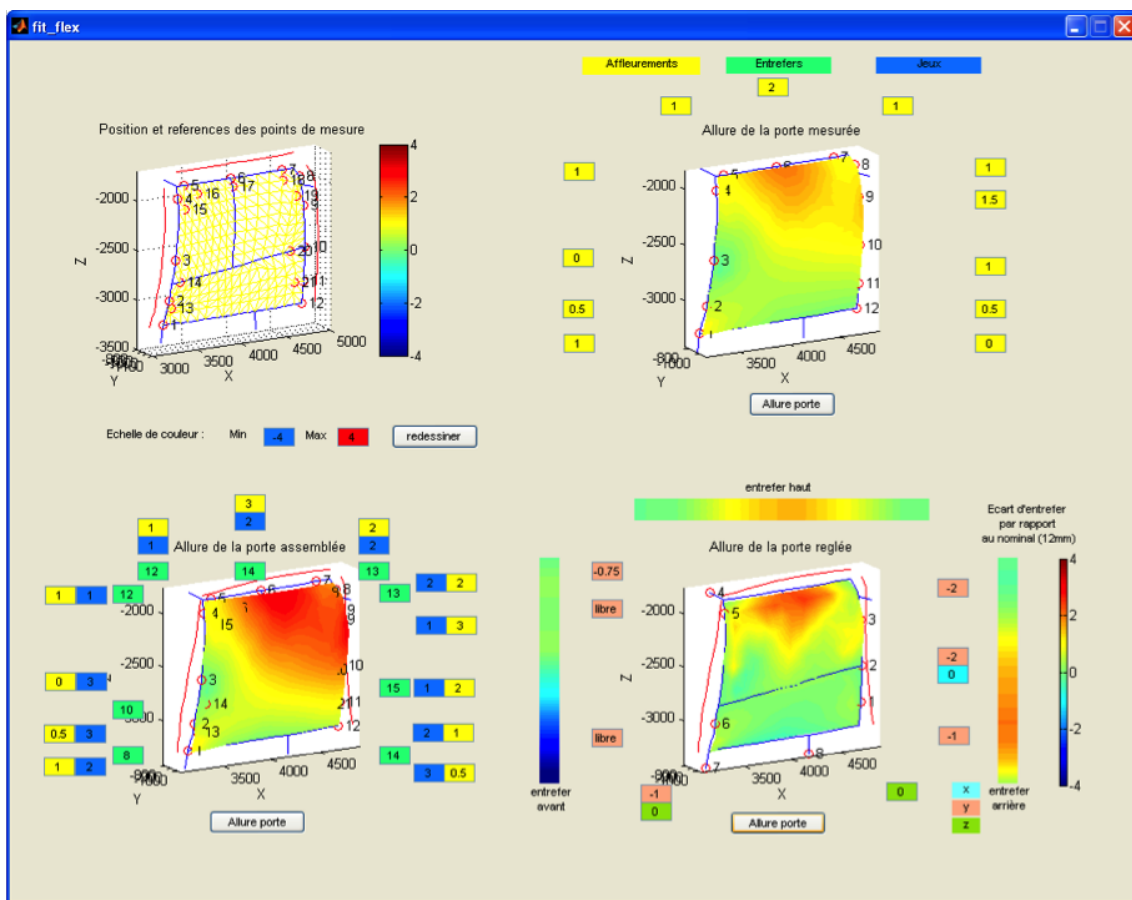


FIGURE 2.29 – Ajustement d'une porte d'hélicoptère [BRE 09]

Grâce à cette simulation, l'optimisation de l'ajustement permet de réduire significativement la durée des réglages. Les applications de cette méthode peuvent être étendues avec confiance aux applications d'ajustements de composants dont la mise en position est hyperstatique, que ce soit pendant les opérations de montage ou de remplacement lors de maintenance.

Pour rendre opérationnelle la méthode proposée sur site de production, Airbus Group a développé sur la base du prototype proposé un logiciel, "FitFlex", scindé en deux parties. La première partie du logiciel est à destination des experts qui préparent une application destinée aux opérateurs de production. La deuxième partie est l'application générée pour les opérateurs, qui reprend le processus proposé dans la maquette du laboratoire.

Cette méthode est appliquée sur des sites de production d'Airbus Group, le déploiement de cette méthode appliquée à de nouveaux cas d'assemblages, est toujours d'actualité.

### 2.3.3 Analyse de tolérance de composants rigides

Les travaux portant sur l'analyse de tolérances de mécanismes composés de pièces rigides datent de ma thèse de doctorat, basés sur les travaux de Eric Ballot [BAL 95]. N'ayant pas apporté de contribution significative dans ce cadre depuis, j'effectue un simple rappel de l'approche.

La première étape de l'analyse de tolérance est l'obtention d'une relation entre les écarts géométriques des surfaces et les exigences fonctionnelles. Dans le cas des systèmes isostatiques, une équation linéaire est obtenue pour chaque distance étudiée en tant qu'exigence. Cette équation lie la variation d'exigence aux variations d'écarts géométriques des surfaces influentes.

Si le système est initialement hyperstatique, une relaxation de contraintes géométriques permet de se ramener à un système isostatique. Pour conserver la fonctionnalité du système, des spécifications géométriques sont ajoutées quand des relaxations sont effectuées.

Chaque écart géométrique influent est appelé contributeur, le coefficient d'influence est appelé la sensibilité. Lorsqu'un intervalle de tolérance limite les variations d'un paramètre influant, l'influence de l'intervalle sur l'exigence est appelée la contribution.

À partir de cette fonction, une analyse au pire cas ou une analyse statistique peuvent être effectuées pour connaître l'impact du cumul des tolérances sur les exigences fonctionnelles.

Une fois cette étape franchie, il est possible d'optimiser les tolérances et/ou de modifier les surfaces d'appui entre composants pour limiter l'impact des écarts géométriques sur les exigences fonctionnelles.

Cette approche est implémentée dans le logiciel Anatole, développé par Airbus Group [MAR 03] et entièrement intégré à CATIA V5 © suivant l'architecture proposée figure 2.30.

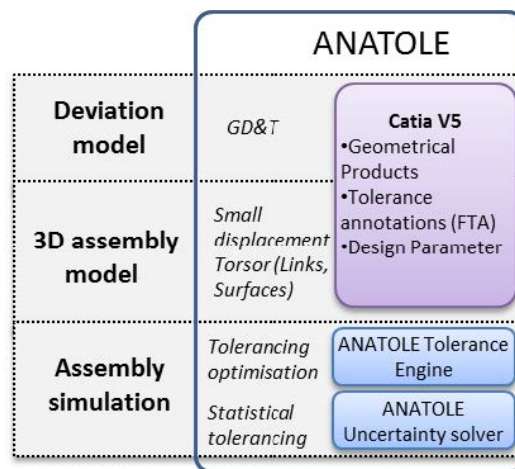


FIGURE 2.30 – Architecture du logiciel Anatole

Grâce à son intégration dans Catia V5 ©, Anatole bénéficie des données telles que les spécifications géométriques intégrées à la maquette numérique. À partir de la déclaration des liaisons entre les composants, Anatole permet d'identifier les surcontraintes géométriques, calculer les matrices de sensibilité (figure 2.31) et déterminer les valeurs des exigences géométriques au pire cas ou grâce à un critère statistique.

Dans le cas où il n'est pas possible de relaxer les surcontraintes géométriques, l'obtention d'une équation liant directement les écarts des composants aux exigences n'est plus possible. La méthode proposée dans ma thèse de doctorat consiste à définir de façon implicite la position des composants par l'intermédiaire de contraintes sur les interfaces puis à vérifier le respect des exigences. Pour borner les écarts géométriques, les spécifications géométriques sont imposées aux composants par l'usage de gabarits virtuels. En utilisant cette méthode, le composant est

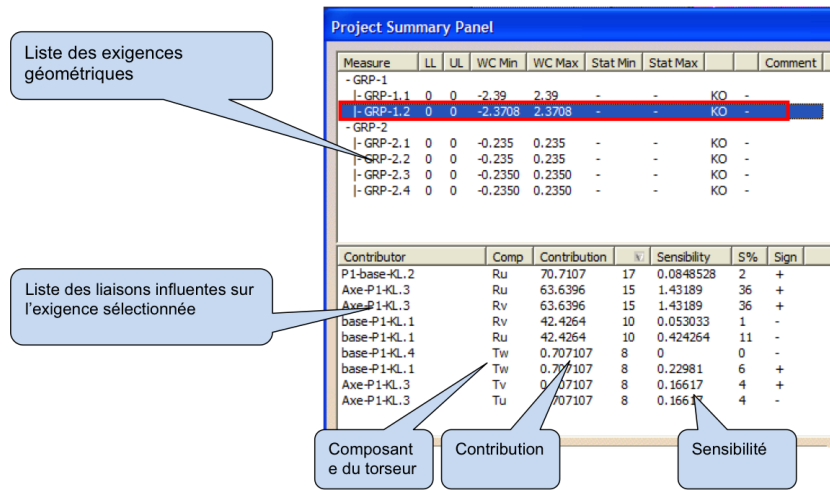


FIGURE 2.31 – Matrice de sensibilité issue d’Anatole

simultanément assemblé avec chacun des gabarits représentant une spécification géométrique et avec les autres composants de l’assemblage.

L’analyse des exigences géométriques est alors réalisée par la recherche des minimum, maximum et amplitude des grandeurs géométriques qui caractérisent les exigences. Cette méthode a été développée au laboratoire sous forme d’une maquette informatique nommée DeltaTol.

On considère par exemple (extrait de ma thèse) l’assemblage proposé figure 2.32 d’une pièce de révolution sur un bâti. L’appui plan entre les surfaces 11 et 20 est la liaison prépondérante.

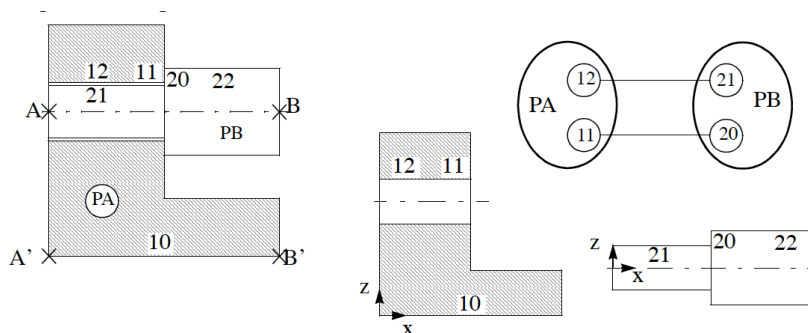


FIGURE 2.32 – Exemple d’assemblage utilisé pour l’analyse de tolérances

L’ensemble des spécifications géométriques est fourni figure 2.33.

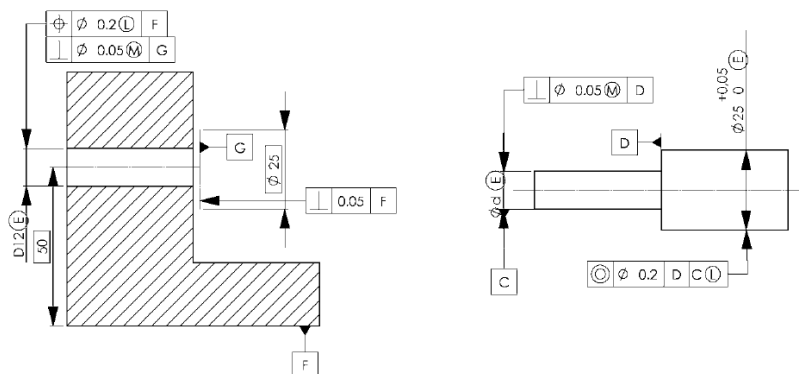


FIGURE 2.33 – Spécifications géométriques

Pour chaque spécification géométrique, les écarts admissibles sont définis implicitement par le montage du composant dans un gabarit virtuel. Un exemple de gabarit est donné pour une

spécification de perpendicularité figure 2.34.

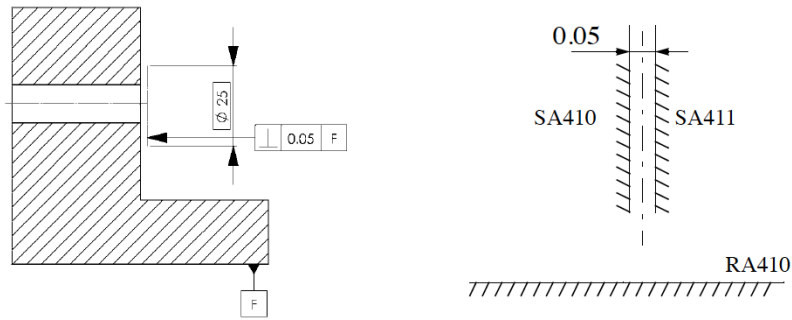


FIGURE 2.34 – Exemple de gabarit virtuel pour une spécification de perpendicularité

Les deux pièces de l'assemblage sont alors montées simultanément dans les gabarits virtuels représentatifs des spécifications géométriques.

En utilisant un algorithme d'optimisation linéaire, on obtient les grandeurs géométriques recherchées, ici les distances  $(A, A')$ ,  $(B, B')$  et débattements aux points A et B.

Une présentation de la méthode utilisée est proposée dans [THI 02], publication proposée en annexe C.

Globalement, lorsque les assemblages sont constitués de pièces rigides et hyperstatiques, la compensation des défauts des pièces est réalisée en introduisant des jeux aux interfaces. Les équations qui lient les jeux aux défauts sont obtenues par des fermetures géométriques.

### 2.3.4 Analyse de tolérance de composants flexibles

Lorsque les composants de l'assemblage sont flexibles, les défauts géométriques des pièces et les hyperstatismes peuvent être compensés par les déformées des pièces et/ou par les jeux dans les liaisons. Ces déformées des pièces influent alors sur les exigences fonctionnelles, pouvant soit atténuer l'influence des défauts, soit les accentuer.

Lorsque les défauts géométriques sont compensés uniquement par des déformations, les liaisons entre les pièces sont sans jeu. L'assemblage reste surcontraint géométriquement, mais il est possible de lever ces contraintes en résolvant le problème de mécanique des milieux déformables. L'influence d'un défaut sur une exigence est dans ce cas linéaire. Les premières analyses de tolérances ont été réalisées sous ces hypothèses.

#### Comportements linéaires

Lorsque l'on traite de cas d'études pour lesquels le comportement mécanique est linéaire, les conditions limites connues et que les paramètres du modèle sont linéaires, le comportement global est linéaire. Il est alors possible de déterminer l'influence des paramètres sur chaque exigence par une fonction linéaire. Ce cas est largement détaillé dans la littérature sous le nom de méthode des coefficients d'influences.

Ce cas d'analyse de comportement d'assemblage flexible est le plus simple, mais pas le plus courant. C'est le plus simple car il permet d'obtenir l'influence de chaque paramètre du modèle sur chaque exigence sous la forme d'une équation linéaire. On obtient de cette façon une matrice de sensibilité similaire à celle obtenue dans le cas de l'étude des systèmes isostatiques composés de pièces rigides.

Ce n'est pas le plus répandu car il nécessite d'avoir simultanément :

- un comportement mécanique linéaire des composants de type  $F=Ku$ ,

- $F$  : Sollicitations mécaniques en chaque nœud du maillage
- $K$  : Matrice de rigidité de la pièce
- $u$  : Déplacements en chaque nœud du maillage
- une définition explicite des conditions limites : sollicitation mécanique imposée, déplacement connu, raideur connue,
- une relation linéaire entre les défauts admissibles et les conditions limites.

Durant la thèse de Grégory Cid [CID 05], nous avons montré la pertinence de la prise en compte de la flexibilité dans la détermination de l'influence des défauts sur les exigences.

L'approche que nous avons développée a été appliquée à un cas proposé par PSA. Le cas consistait à étudier l'influence de l'environnement d'un ouvrant de véhicule sur les valeurs d'exigences de types jeux et affleurements. Les paramètres variables étaient les positions des charnières, la position de la serrure, les efforts dans chacun des 2 équilibreurs, et la variation d'entrefer.

La procédure utilisée par PSA pour réaliser cette analyse consistait à produire un plan d'expériences (figure 2.35b), réaliser les 16 essais sur banc d'essai (figure 2.35a) et mesurer les déformées en 16 points spécifiques (mesures de sphères).



(a) Banc d'essai

Rand	Cache Y mm	Entrefer Sup mm	Entrefer Inf mm	Entrefer D mm	Entrefer G mm	Equilibreur D N	Equilibreur G N
1	0	15	15	15	15	315	315
2	0	15	15	15	15	315	315
3	0	15	15	15	15	315	315
4	-2	13	13	13	13	300	300
5	-2	13	13	17	17	300	300
6	-2	17	13	17	13	300	300
7	-2	13	17	17	13	300	300
8	-2	17	13	13	17	300	300
9	-2	13	17	13	17	300	300

(b) Plan d'expériences

FIGURE 2.35 – Banc d'essai et plan d'expériences

Dans ce cas particulier, l'ouvrant était supposé géométriquement idéal, les paramètres du modèle étaient les écarts de position des charnières, serrure, les efforts imposés par les équilibreurs et la compression du joint d'étanchéité.

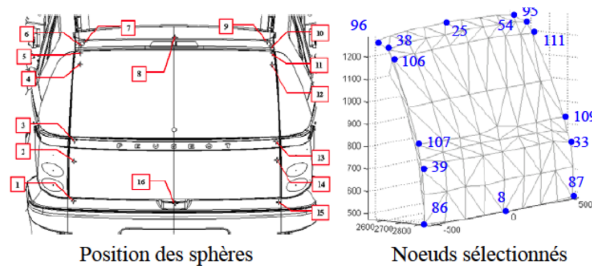


FIGURE 2.36 – Maillage associé au volet

Les hypothèses retenues pour les simulations sont les suivantes : pas de jeu dans les liaisons, la caisse du véhicule est supposée parfaitement rigide et réalisée au nominal et le volet est souple.

Un maillage fin de l'ouvrant a été réalisé puis condensé en conservant des nœuds aux points de mesure et aux points de liaisons (figure 2.36). Le comportement étant linéaire, nous avons utilisé la méthode des coefficients d'influence pour prédire l'effet des réglages.

Les résultats de simulation ont été validés grâce à la comparaison des écarts simulés à des mesures expérimentales sur banc d'essai. Une fois cette validation effectuée, les variabilités des paramètres ont été propagées pour déterminer l'impact sur les exigences fonctionnelles. Il s'agit donc d'une première analyse des tolérances dans le cas simple d'une pièce souple assemblée sur un bâti rigide.

## Comportement linéaire par morceaux

Les assemblages hyperstatiques de composants non rigides sont effectués de façon séquentielle. À chaque étape de la séquence, des éléments de fixation sont insérés. Pour limiter les risques d'oubli de serrage, chaque fixation posée est définitivement installée. En procédant de cette façon, les premiers éléments de fixation mettent en positions relatives les composants (figure 2.37), les suivants ne servent théoriquement qu'au maintien en position.

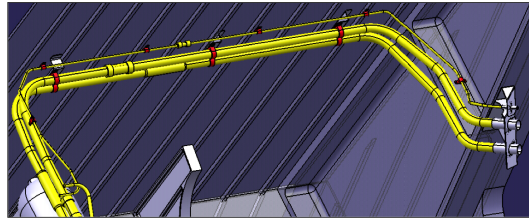


FIGURE 2.37 – Exemple d'installation nominale de tube

Cet aspect séquentiel de l'assemblage doit être reproduit dans la simulation car les déformées et sollicitations mécaniques en dépendent. Une seule simulation fournirait la solution qui minimise l'énergie de déformation de la structure et ne permettrait pas d'observer l'influence de la séquence d'assemblage.

La prise en compte de la séquence d'assemblage a été ajoutée à la simulation d'assemblage pendant la thèse de Mathieu Mounaud [MOU 09a] dans le cas d'installation de tubes sur une structure d'avion. Le but est de prédire les écarts géométriques et les sollicitations mécaniques imposées sur les points de passage lors de l'installation des tubes en fonction des défauts des tubes et des écarts de position des points de fixation.

Pour réaliser l'analyse de tolérances, il est nécessaire de disposer d'une population de tubes avec défauts de géométries réalistes. Les géométries des tubes ont été générées à partir de leurs définitions nominales et de la connaissance du procédé de fabrication, en l'occurrence, le cintrage présenté figure 2.38.

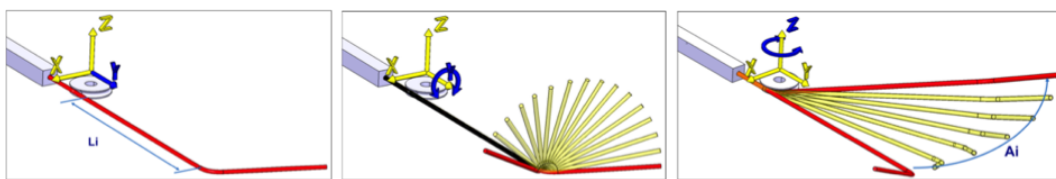


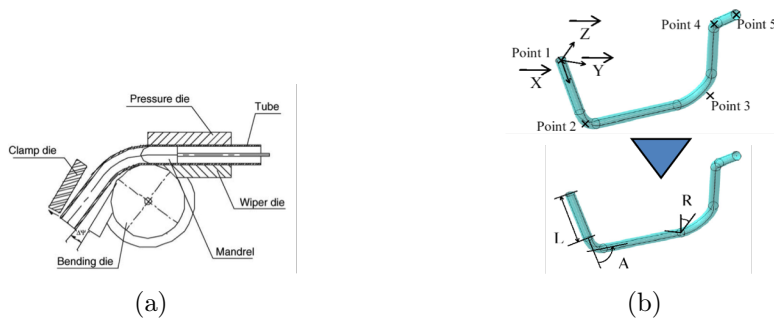
FIGURE 2.38 – Etapes du procédé de fabrication

À partir de l'étude du procédé de fabrication, les écarts caractéristiques dus à la fabrication des tubes ont été identifiés : les angles de cintrages, les angles entre plans de cintrages et les longueurs des parties rectilignes des tubes (figure 2.39). Les populations de tubes avec défauts ont été créées à partir de la connaissance des dispersions de fabrication sur chacun des trois paramètres.

Disposant de la population de tubes avec défauts les simulations permettent de déterminer les efforts aux points de passage du tube pour une séquence d'assemblage donnée (figure 2.40).

À partir de ces simulations, nous avons élaboré la mise au point d'une méthode d'analyse statistique pour définir « la meilleure gamme d'assemblage » et le « meilleur routage ». Cette méthode a été déposée sous la forme d'un brevet [MOU 09b].

Les particularités de la résolution proposée sont les suivantes :



L : Longueur entre cintrages, R : Angle entre plans de cintrages successifs, A : Angle de cintrage  
 3 types d'écart de fabrication  $d_l$ ,  $d_r$ ,  $d_a$  pour l'analyse de tolérance

FIGURE 2.39 – Définition de la géométrie d'un tube à partir de l'analyse du procédé de fabrication

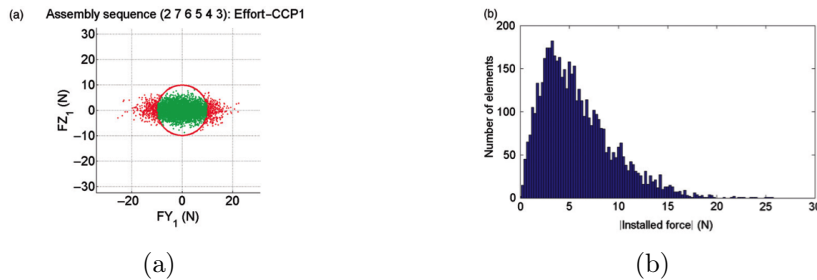


FIGURE 2.40 – Prédiction des efforts d'installation aux points de passage

- Le choix de la mise en position isostatique (supports positionnants) obtenu en maximisant la valeur du déterminant de la matrice des coordonnées Plückeriennes.
- La détermination des efforts à chaque étape de l'assemblage pour une gamme d'assemblage donnée, et ceci pour plusieurs jeux de défauts tirés aléatoirement dans leurs plages de variation
- L'examen des résultats obtenus pour différentes gammes possibles. L'ordonnancement des opérations d'assemblage peut-être aléatoire ou « intelligemment » choisi par l'expert.

Une attention particulière a été apportée pendant ces travaux au choix du modèle mécanique le plus adapté (ici la théorie des poutres), à la représentativité des écarts géométriques utilisés déduits de l'analyse du procédé de fabrication et au mode de visualisation des résultats. La méthode d'assistance au routage de tube a fait l'objet de l'article [MOU 11] proposé en annexe D.

### Comportements non linéaires

Lorsqu'une partie du modèle mécanique n'est plus linéaire, la méthode des coefficients d'influence n'est plus utilisable. La prise en compte des zones dans lesquelles le contact est incertain se traduit par des conditions aux limites non linéaires et donc un comportement global de l'assemblage non linéaire.

Les étapes de l'analyse de tolérance sont globalement les suivantes, détaillées dans le brevet [FRI 14] déposé pendant la thèse d'Alain Stricher.

- Recueillir les données : modèles des composants, liaisons, exigences, matrice de rigidité, gamme d'assemblage
- Définir une base de défauts types
- Créer des géométries de composants avec défauts (à partir de bases de défauts types)

- Simuler les assemblages de composants avec défauts
- Extraire les valeurs des exigences fonctionnelles pour chaque cas d'assemblage

L'illustration proposée concerne la détermination de la cartographie des jeux entre trois pièces représentées sur la figure 2.41. Cet exemple est extrait de la thèse de Loïc Andolfatto [AND 13].

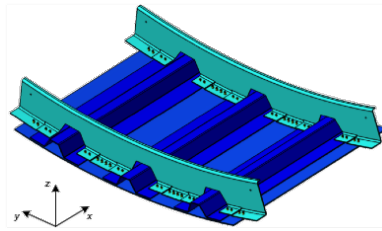


FIGURE 2.41 – Maquette numérique de l'assemblage

La mise en position de la structure est réalisée en utilisant un outillage tel que représenté figure 2.42a. La peau est ensuite assemblée en utilisant des éléments de fixation temporaires (figure 2.42b).

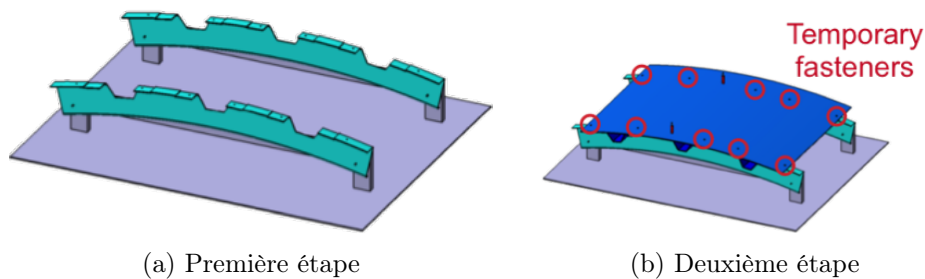


FIGURE 2.42 – Étapes de l'assemblage

De façon à réaliser l'analyse de tolérances, une population de pièces est créée à partir de l'analyse des procédés de fabrication. Les écarts modélisés sont globaux pour la peau des composants et locaux pour autres entités de type trou. Dans la figure 2.43, des exemples d'écarts géométriques sont présentés sur les différents composants. Les cartographies d'écarts représentées sur la peau des composants correspondent à des défauts types.

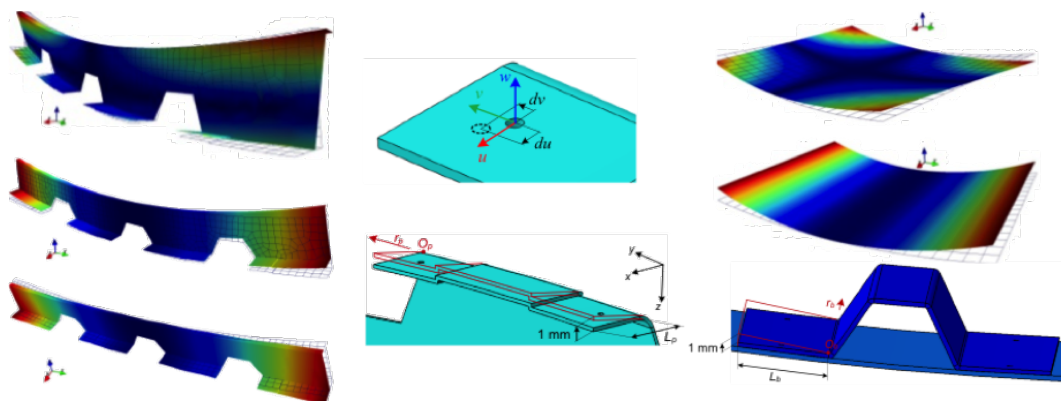


FIGURE 2.43 – Exemples d'écarts géométriques

Une combinaison aléatoire dans la base de défauts permet de générer des composants avec défauts. Pour chaque ensemble de composants, la simulation d'assemblage commence par l'opération de mise en position relative des composants (figure 2.44).

La simulation du pré-assemblage est alors effectuée en prenant en compte :

- Les écarts géométriques

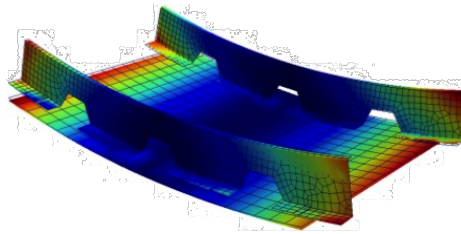


FIGURE 2.44 – Mise en position relative des différents composants

- La rigidité des composants
- Les efforts imposés par les fixations temporaires
- La séquence d'assemblage
- Le contact unilatéral entre la structure et la peau

Le résultat de la simulation présenté figure 2.45a illustre la déformée de chaque composant.

Finalement, le post-traitement des résultats de simulation permet d'extraire la cartographie de jeux aux interfaces (figure 2.45b).

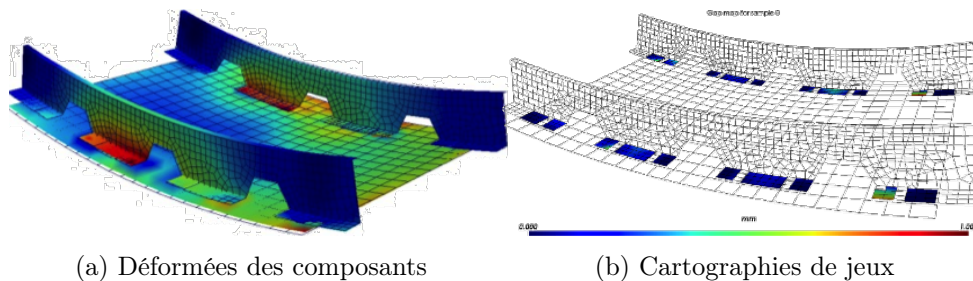


FIGURE 2.45 – Simulation de l'assemblage

Pour réaliser l'analyse des tolérances, de nombreux assemblages virtuels doivent être simulés. Pour chaque simulation, les étapes successives, dont la simulation non linéaire, devraient être répétées. Pour diminuer le temps de calcul, une approximation par réseau de neurones du comportement de l'assemblage a été effectuée [AND 10] .

Comme présenté figure 2.46, l'analyse de tolérance permet de valider le choix d'un tolérancement géométrique pour une gamme d'assemblage donnée. Cet outil permet de confirmer la viabilité des choix effectués, mais ne procure pas d'aide aux différents choix.

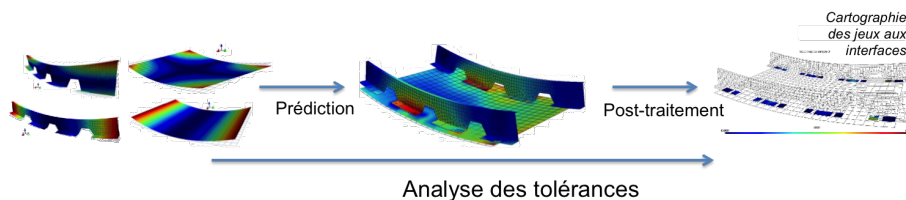


FIGURE 2.46 – Analyse des tolérances

### 2.3.5 Synthèse de tolérance

Pour assister le concepteur dans ses choix, le problème inverse doit être résolu. Il s'agit alors de déterminer les tolérances en fonction des exigences selon le schéma proposé (figure 2.47).

Une étude plus large a donc été menée dans le cadre des travaux de Loïc Andofatto [AND 13] consistant à estimer deux indicateurs : le coût de la solution retenue et le taux de non-conformité en fonction du choix des intervalles de tolérance et des techniques d'assemblage. C'est l'étude la

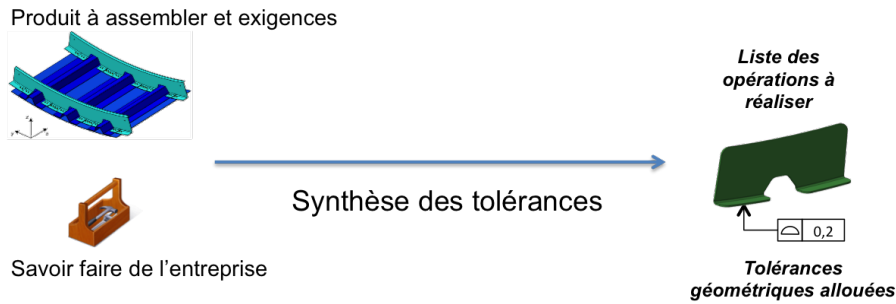


FIGURE 2.47 – Synthèse des tolérances

plus complète qui ait été menée en termes de tolérancement géométrique d'assemblage flexible. Ce type d'étude peut être mené sur des assemblages rigides ou flexibles.

Pour illustrer cette approche, le produit constitué de deux composants rigides représenté figure 2.48 est utilisé.

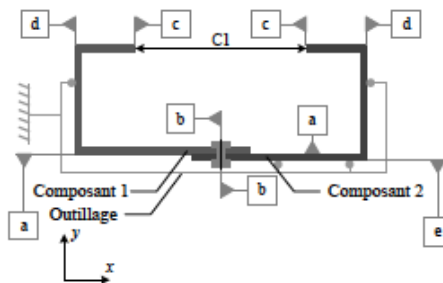


FIGURE 2.48 – Assemblage constitué de deux composants

Ce produit est assemblé en utilisant un outillage qui permet la mise en position relative des deux composants par l'intermédiaire de liaisons temporaires.

La première étape de cette étude permet de lister l'ensemble des écarts géométriques à allouer ainsi que leurs domaines d'allocation. Cette liste est construite à partir des exigences fonctionnelles et de l'étude des différentes phases d'assemblage. Un graphe structuro-fonctionnel est construit pour chaque phase d'assemblage. Il permet de représenter quels sont les composants ou outillages qui interviennent, les liaisons établies pendant la phase et les exigences fonctionnelles qui résultent de cette phase d'assemblage.

La symbolique graphique utilisée dans ce graphe est fournie figure 2.49.

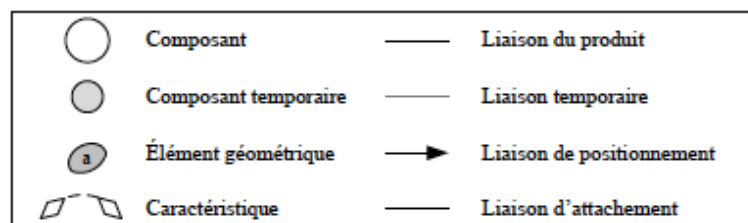


FIGURE 2.49 – Symbolique des constituants du graphe d'assemblage

Durant la première étape de l'assemblage, le composant 2 est mis en position sur l'outillage par l'intermédiaire des liaisons temporaires  $t_1$  et  $t_2$  comme représenté sur le graphe figure 2.50).

Durant la deuxième étape, le composant 1 est mis en position simultanément pas l'outillage et le composant 2 (figure 2.51).

Finalement, l'assemblage est extrait de son montage (figure 2.52).

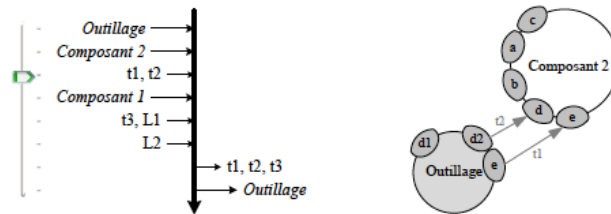


FIGURE 2.50 – Graphe de la première étape d'assemblage

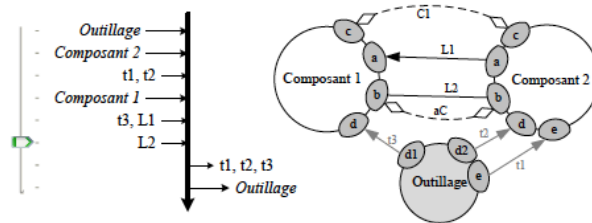


FIGURE 2.51 – Graphe de la deuxième étape d'assemblage

En parallèle de cette étude, l'ensemble des techniques d'assemblage utilisables est recensé. Une technique d'assemblage induit une dispersion géométrique et est constituée d'opérations élémentaires caractérisées par leur durée, leur coût et les ressources nécessaires.

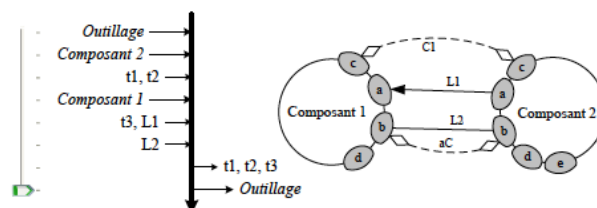


FIGURE 2.52 – Graphe de la troisième étape d'assemblage

La première étape de l'étude conduit donc à un ensemble d'écart géométriques à tolérer et un ensemble de techniques d'assemblage utilisables pour chaque liaison (figure 2.53).

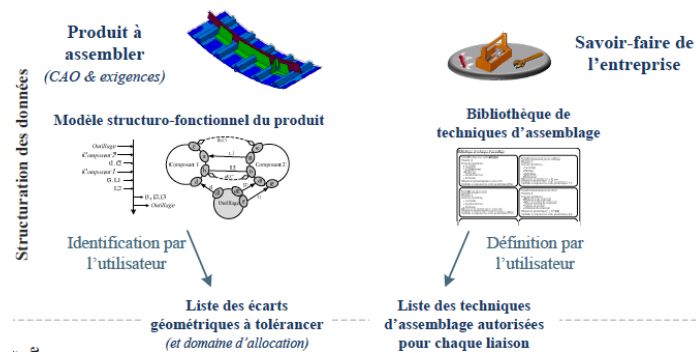


FIGURE 2.53 – Données obtenues suite à la première étape de l'étude

La deuxième étape de l'étude consiste à chercher parmi l'ensemble des possibles les instances de paramètres qui minimisent le coût et le taux de non-conformité. Les premiers ensembles d'instances de paramètres sont obtenus aléatoirement pour initier la recherche. Pour chaque ensemble, la propagation des variations est effectuée au travers des relations de comportement. Les relations de comportement utilisées sont linéaires, obtenues directement par des chaînes de cotes dans le cas de pièces rigides, par la méthode des coefficients d'influence dans le cas de pièces souples voire par la linéarisation du comportement dans le cas de modèle non-linéaire (en utilisant pas exemple des réseaux de neurones [AND 10]). Cette étape fournit les premiers couples (coût-non conformité) comme illustré figure 2.54.

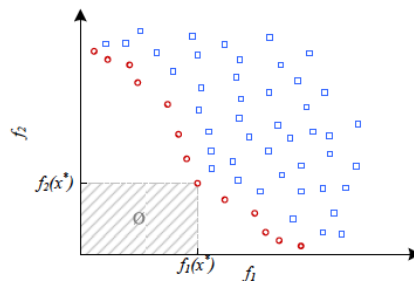


FIGURE 2.54 – Couples initiaux : coût, taux de non-conformité

À partir de ces valeurs initiales, un algorithme génétique est utilisé pour chercher les meilleurs ensembles de paramètres. Le front de Pareto présentant l'ensemble des couples optimisant le coût et le taux de non-conformité est alors proposé au concepteur pour l'assister dans le choix de sa solution. Le choix d'un point sur le front de Pareto permet d'extraire les tolérances allouées sur les composants et la liste des opérations à réaliser pendant l'assemblage (figure 2.55).

Ces travaux relatifs à la synthèse de tolérances dans le cas d'assemblage hyperstatique de pièces déformables sont détaillés dans la thèse de Loïc Andolfatto [AND 13]. Ces travaux ont été implémentés au sein du démonstrateur PALLAS, ce qui est un point essentiel pour la dissémination académique et industrielle. Ce démonstrateur permet l'import des données, le paramétrage du problème ainsi que l'affichage et l'analyse des résultats. Des copies d'écran sont proposées figure 2.56.

Une version synthétique de la méthode de synthèse de tolérances est décrite dans l'article [AND 14] proposé en annexe E.

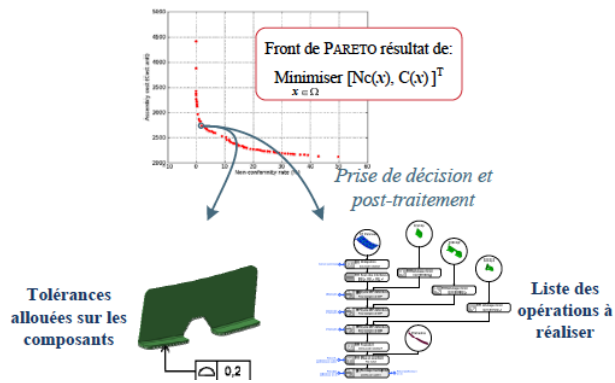


FIGURE 2.55 – Couples : coût, taux de non-conformité et extraction des données



FIGURE 2.56 – Copies d'écran du démonstrateur PALLAS

## 2.3.6 Création du logiciel AnatoleFlex et validation des résultats de simulation

### Contexte de la création du logiciel AnatoleFlex

Au terme des thèses successives réalisées dans le cadre du Groupe de Recherche concertée avec Airbus Group, nous disposions des modèles, méthodes et outils permettant de réaliser aussi bien la prédiction d'assemblage à partir de géométries de composants mesurés que l'analyse et la synthèse de tolérances.

Si les résultats des premières utilisations des outils et méthodes se sont avérés encourageants, la mise en œuvre des méthodes et outils nécessaires à leurs exploitations n'était pas triviale pour un non-initié. Les outils à disposition étaient en effet des maquettes informatiques de laboratoire destinées à réaliser de la preuve de concepts.

Pour permettre la dissémination industrielle des résultats de recherche, le développement d'un logiciel facilitant la mise en données du problème de simulation, sa résolution et l'extraction des résultats devenaient nécessaires.

En 2012, nous avons décidé, ainsi que Airbus Group, de participer au projet européen FP7 intitulé Locomachs [LOC 12]. L'objectif de ce projet était de réduire les opérations non productives réalisées lors de l'assemblage d'un avion. Les pistes envisagées pour améliorer le processus d'assemblage visaient à modifier les choix de conception, de fabrication et d'assemblage. Au terme du projet, les résultats les plus significatifs sont les suivants :

- La définition et la validation de règles de conception pour les composants de structures aéronautiques
- L'intégration du tolérancement géométrique et de la gestion des variations dans l'étude d'une structure d'aile d'avion
- La réduction des coûts dans les opérations non productives de calages
- La réduction des coûts dans les opérations non productives de démantèlement
- L'augmentation du niveau d'automatisation des opérations de fixation
- La réduction des temps liés aux contrôles non destructifs pendant les opérations de fabrication et d'assemblage de pièces composites.

Durant ce projet, nous avons travaillé en partenariat avec Airbus Group sur les aspects liés à l'analyse des tolérances d'une part et la prédiction de cartographie de jeu d'autre part. Pour utiliser les modèles et méthodes élaborés au sein du groupe de recherches concertées, un outil logiciel a été développé durant le projet Européen par LMS Samtech, suivant un cahier des charges défini sur la base des travaux antérieurs. Cet outil logiciel, nommé AnatoleFlex, est une extension du logiciel pré existant Anatole. Il a pour vocation d'étendre les possibilités d'Anatole aux études d'assemblages comprenant des pièces souples.

Les modules ajoutés à Anatole sont les modules de définition de pièces avec défauts de forme, un préprocesseur permettant de transformer les descriptions d'assemblage en conditions limites, un post processeur permettant d'extraire les exigences fonctionnelles des résultats de simulation et un processeur permettant de réaliser les simulations d'assemblage. L'architecture générale d'AnatoleFlex est proposée figure 2.57.

Notre contribution majeure dans le projet Locomachs était la prédiction de cartographie de jeu aux interfaces entre composants. Pour prédire cette cartographie, nous avons proposé un mode opératoire basé sur la simulation d'assemblage de composants dont la géométrie est identifiée par la mesure.

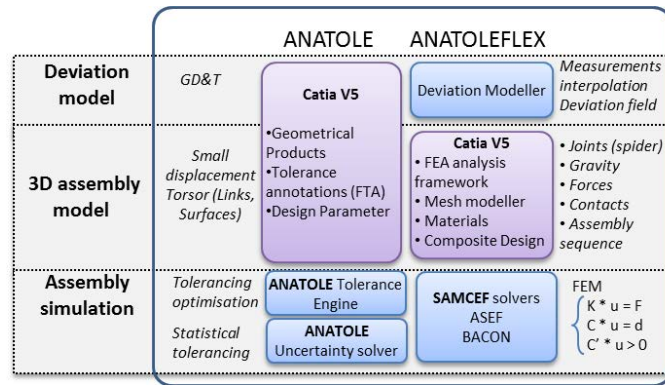


FIGURE 2.57 – Architecture du logiciel AnatoleFlex

En parallèle du développement du logiciel AnatoleFlex, nous avons validé notre méthode de prédiction de jeu en utilisant nos maquettes informatiques pour réaliser les simulations et nos moyens de mesure pour confronter les résultats de simulation aux résultats de mesure.

### Validation de la méthode de prédiction de cartographie de jeu

Le support physique utilisé pour la validation de notre approche est un dispositif expérimental (figure 2.58) reproduisant à échelle réduite (800 mm \* 600mm) une partie de structure d'aile d'avion. Ce dispositif a été conçu au laboratoire par Cyril Lacroix et fabriqué par Bombardier.

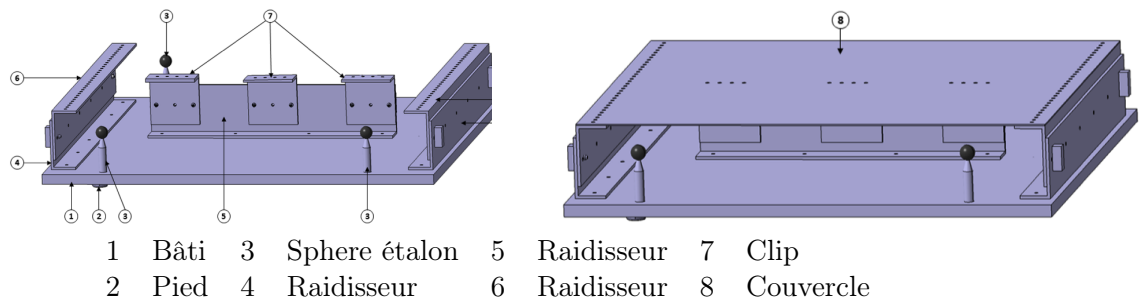


FIGURE 2.58 – Structure du dispositif expérimental

Le bâti et la structure ont été mesurés en utilisant un capteur laser plan monté sur une MMT. Le couvercle étant flexible, la démarche de mesure de composant flexible présentée au paragraphe 2.3.1 a été appliquée pour obtenir la cartographie de la forme libre du composant (figure 2.59).

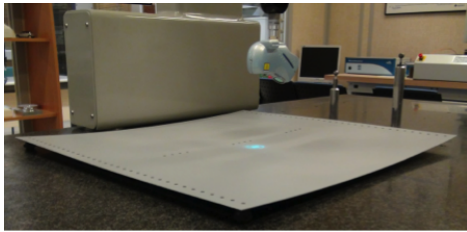
La forme libre obtenue a été comparée à celle déduite d'une mesure du couvercle par retournement pour valider la qualité du modèle mécanique.

Le bâti étant rigide, un simple recalage des données acquises fournit la cartographie d'écarts géométriques (figure 2.60).

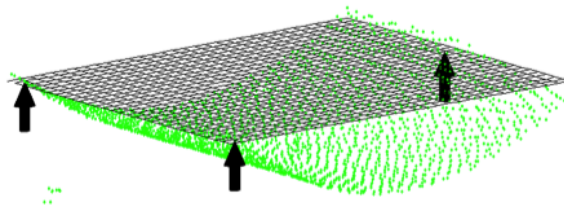
Une fois les écarts de forme acquis, la géométrie des maillages a été actualisée pour correspondre à celle mesurée. Le logiciel AnatoleFlex a ensuite été utilisé pour la prédiction des jeux aux interfaces. Le comportement du matériau est supposé linéaire, homogène et isotrope. Les conditions limites correspondent à des contacts imposés au droit des fixations temporaires et la prise en compte des contacts aux interfaces.

À l'issue de cette simulation, les altitudes des surfaces des clips et du couvercle sont relevées pour fournir la cartographie des jeux aux interfaces (figure 2.61).

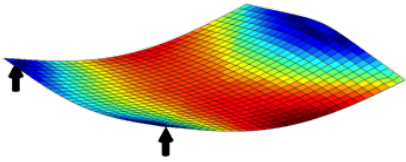
En parallèle de la simulation, le couvercle a été assemblé physiquement sur le bâti. Suite à la mesure du couvercle après assemblage et suivant l'hypothèse que le couvercle est d'épaisseur constante, la cartographie des jeux effectifs est obtenue (figure 2.62).



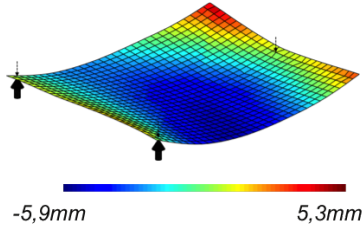
(a) Acquisition



(b) Recalage

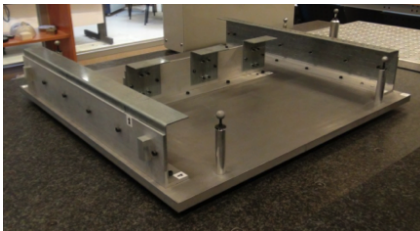


(c) Déformée due à la gravité

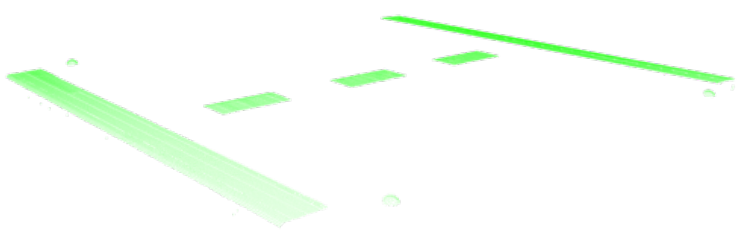


(d) Forme libre du couvercle

FIGURE 2.59 – Obtention de la forme libre d'une pièce de peau



(a) Bâti en configuration de mesure



(b) Nuage de points issu de la mesure

FIGURE 2.60 – Acquisition de la géométrie du bâti

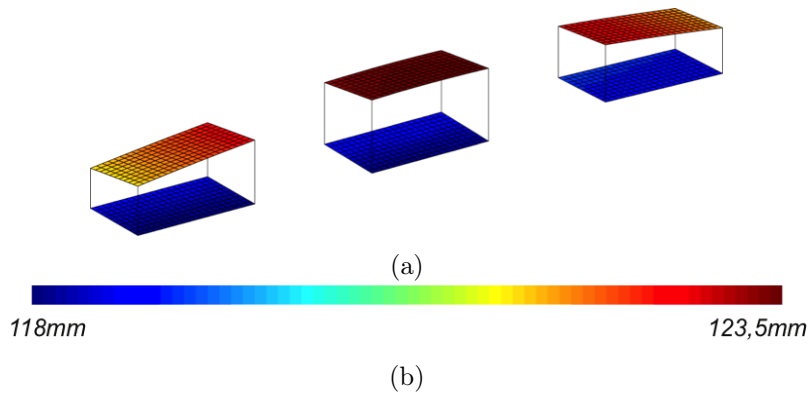


FIGURE 2.61 – Altitude des faces des clips et du couvercle obtenues par simulation

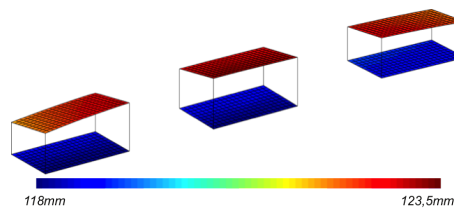
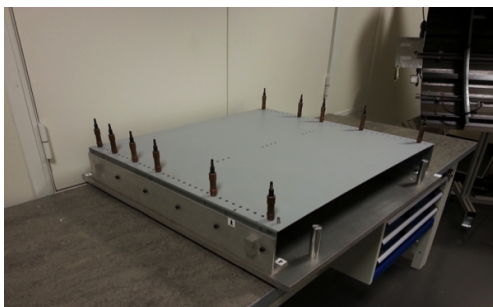


FIGURE 2.62 – Altitude des faces des clips et du couvercle obtenues par mesure

La différence entre les résultats de simulation et les résultats de mesure est de l'ordre de 10%, le maximum de déviation étant atteint au niveau du clip central. Ce résultat est d'autant plus encourageant que le panneau est très souple et que les contacts entre le couvercle et la structure n'ont lieu qu'au niveau des raidisseurs. On peut aussi noter qu'un tel résultat n'est possible que grâce à la prise en compte simultanée de la forme effective des composants, de leurs souplesses et du contact aux interfaces. Pour conclure, la qualité de la prédiction dépend de la qualité des modèles, notamment celle du modèle mécanique.

### **Validation des résultats de simulation obtenus en utilisant AnatoleFlex**

En parallèle de la validation de l'approche que nous avons proposée pour déterminer la cartographie de jeu aux interfaces, AnatoleFlex était en cours de développement.

La confrontation des résultats obtenus sur la maquette informatique du laboratoire et des résultats obtenus avec AnatoleFlex a été enrichissante et a permis de valider/corriger l'implémentation qui était réalisée à partir des méthodes proposées dans les thèses antérieures.

Au terme du contrat européen, les résultats de simulation provenant d'AnatoleFlex ont été validés.

## **2.4 Bilan des travaux**

Depuis une quinzaine d'années, mon thème de recherche principal est la propagation des écarts géométriques des composants dans les assemblages. Actuellement, nous disposons de modèles, méthodes et outils permettant de prédire la géométrie d'un assemblage à partir de la mesure des composants, de réaliser des analyses ou synthèses de tolérances. La totalité des approches proposées dans les travaux a été validée par l'analyse comparative de l'assemblage physique et des résultats de simulation.

Dans le cadre du partenariat avec Airbus Group, la pertinence de l'approche a conduit au développement d'un outil logiciel sous la forme d'un plug-in de Catia © nommé AnatoleFlex. À partir de la description des assemblages, l'établissement des conditions limites est automatique et la simulation d'assemblage peut être exécutée. Un descriptif plus complet de cette implémentation est fourni dans [FAL 16] et la communication est proposée dans l'annexe F.

Pendant cette quinzaine d'années, j'ai eu la chance de travailler avec Pierre Bourdet, Claire Lartigue, Laurent Champaney, Luc Mathieu et Bernard Anselmetti lors des encadrements successifs de thèses. La diversité des domaines de prédilection de ces directeurs de thèse m'a permis de diversifier mes domaines de compétences mêlant acquisition de données géométriques, qualification de systèmes d'acquisition, traitement de nuages de points, tolérancement géométrique et comportement d'assemblages flexibles.

J'ai également eu la chance de travailler dans la durée avec Hugo Falgarone, Nicolas Chevassus et Benoît Fricéro dans le cadre du partenariat avec Airbus Group. Dans tous les travaux, deux constantes demeurent : la confrontation des résultats théoriques au réel d'une part et l'exploitabilité à moyen terme des travaux d'autre part. Le partenariat dans la durée avec Airbus Group m'a conforté dans ces choix. Le développement de logiciels basés sur les modèles et méthodes proposés dans les thèses successives ainsi que l'exploitation des résultats des travaux sur site de production est pour moi une preuve de l'utilité de ces travaux.

## Chapitre 3

# Perspectives



Mes perspectives s'inscrivent naturellement dans le cadre de la gestion des écarts géométriques des composants le long du cycle de vie du produit. Ces perspectives sont scindées en deux parties. La première partie des perspectives concerne l'amélioration de l'existant en termes de gestion de variations géométriques. La deuxième partie plus prospective est relative à l'évolution de la géométrie de référence au cours de la vie du produit.

### **3.1 Amélioration de l'existant**

Dans le domaine des systèmes constitués de pièces rigides, les méthodes et outils d'analyse et synthèse de tolérances, de transferts de spécifications géométriques en fabrication et de contrôle de spécifications géométriques sont maintenant disponibles. Les travaux de Bernard Anselmetti [ANS 07], [ANS 08], [ANS 10], [ANS 11] couvrent par exemple l'ensemble de ces problématiques.

Face à l'évolution des dernières normes ISO de cotation et des moyens technologiques de fabrication et de métrologie (Machines à mesurer Tridimensionnelles, Mesure sans Contact, Tomographie), les méthodes existantes doivent être mises à jour pour correspondre aux dernières avancées technologiques.

Ma connaissance de la gestion des variations géométriques provenant de ma thèse de doctorat, la connaissance de nouvelles méthodes et de nouveaux outils, acquise lors des travaux en assemblage flexible, me permettront de faire évoluer les méthodes existantes. L'intégration des traitements de nuages de points issus des nouveaux moyens d'acquisition peut par exemple permettre de faire le lien entre la spécification fonctionnelle et les méthodologies de contrôle et de sanction des pièces.

Dans le domaine de la simulation des assemblages flexibles, le point qui limite la dissémination industrielle est la qualité de la prédiction. Les modèles mécaniques sont dérivés de modèles géométriques simplifiés des composants, ce qui génère des différences entre le comportement simulé et le comportement observé. Pour remédier à ce problème, le recalage des modèles mécaniques à partir de mesures sera une étape incontournable à l'utilisation des outils et méthodes développés.

## 3.2 Géométrie de référence au cours de la vie du produit

Les méthodes actuelles de gestion des écarts géométriques sont basées sur la définition d'une géométrie appelée géométrie nominale. À partir des exigences fonctionnelles, une définition numérique de l'assemblage est créée, validée par les acteurs du projet puis figée.

À partir de cette géométrie de référence et des exigences fonctionnelles, les géométries admissibles des composants élémentaires sont définies pour assurer l'interchangeabilité des composants et par conséquent réduire le coût de l'assemblage. Si il est possible de produire des composants interchangeables à moindres coûts, l'assemblage de ces composants produira un assemblage conforme.

Par rapport à ce schéma classique, plusieurs évolutions sont envisageables en fonction du contexte.

La première évolution concerne la remise en cause du modèle nominal.

On se place dans le cas d'un processus de fabrication unique pour l'obtention de l'intégralité de chaque composant d'une production. Je pense en particulier à la production de pièces composites qui seront obtenues en utilisant toujours le même moule.

En phase d'industrialisation, la mesure des premières pièces produites permet d'évaluer les écarts géométriques des composants par rapport à la définition nominale. À l'heure actuelle, on cherche à se rapprocher de la géométrie nominale, quels que soient les défauts constatés. La correction des écarts, lorsqu'ils sont trop importants, passe par la modification du procédé de fabrication, ce qui s'avère être une opération parfois très onéreuse, tout particulièrement lorsqu'il s'agit de pièces composites. Cependant, une géométrie moyenne d'assemblage légèrement différente de la géométrie nominale pourrait être tout aussi fonctionnelle que la géométrie choisie initialement comme référence. Un processus permettant d'actualiser la géométrie nominale de l'assemblage en fonction de la géométrie des premiers composants produits permettrait d'accepter des moyens de production générant des composants jugés actuellement non conformes.

Suite à une présentation de mes travaux lors d'une réunion de Groupe de Réflexion des Industriels en Mesure sans Contact organisée au LURPA, SAFRAN Nacelles nous a proposé une collaboration portant sur la simulation d'assemblages flexibles. La remise en cause du modèle nominal sera un point étudié pendant la thèse qui débute cet automne.

La deuxième évolution concerne l'évolution de la géométrie de référence au cours de la production.

Dans le schéma classique de tolérancement, la production de composants interchangeables est recherchée pour diminuer les coûts d'assemblage. Cette approche est limitée par les capacités des moyens de production. Pour obtenir des composants à un coût raisonnable, un minimum de dispersions doit être autorisé. Lorsque l'assemblage direct de composants ne permet plus d'obtenir un assemblage conforme, le recours à l'ajustement ou au calage/réglage devient nécessaire. Ces opérations sont onéreuses à cause des technologies employées pour permettre les réglages et des temps nécessaires à la réalisation de ces opérations.

En incluant la mesure de l'assemblage dans le cycle de production, il serait possible de créer une maquette numérique image du réel. L'idée est de faire de cette image du réel la référence pour la suite de la production. Lorsque l'image du réel est connue, les nouvelles dimensions de référence peuvent être générées pour assurer la qualité de l'assemblage des composants suivants. L'idée est donc de modifier les dimensions de référence pour chaque assemblage et de fabriquer des composants ajustés en série à partir de la mesure.

## Exemple

Si l'on considère l'assemblage représenté figure 3.1, les trois points bleus doivent être positionnés par rapport au repère global (O,X,Y).

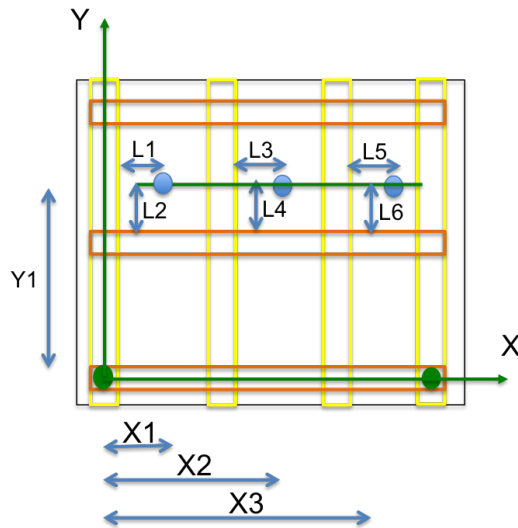


FIGURE 3.1 – Position nominale de trous

En configuration nominale, la position des points bleus peut être définie indifféremment par des dimensions fonctionnelles ( $X1$ ,  $X2$ ,  $X3$ ,  $Y1$ ) ou des dimensions locales ( $L1$ ,  $L2$ ,  $L3$ ,  $L4$ ,  $L5$ ,  $L6$ ). Lors de l'assemblage physique, on souhaite placer les points bleus à l'aide des dimensions locales. La structure possède des défauts (figure 3.2) et il est nécessaire de respecter les dimensions fonctionnelles ( $X1$ ,  $X2$ ,  $X3$ ,  $Y1$ ).

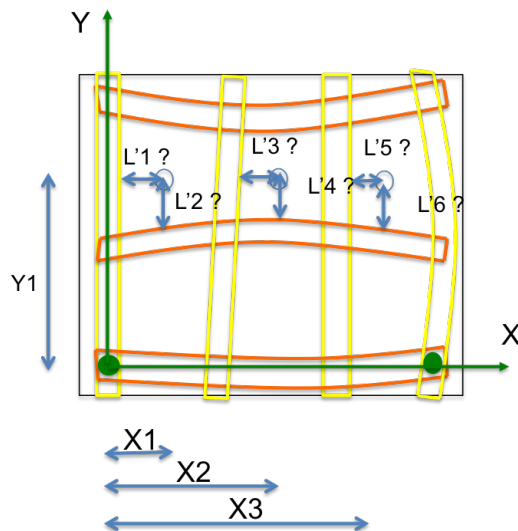


FIGURE 3.2 – Position effective de trous

Si l'on dispose de la géométrie de l'assemblage telle que réelle, il est possible d'actualiser les valeurs des dimensions locales. ( $L'1$ ,  $L'2$ ,  $L'3$ ,  $L'4$ ,  $L'5$ ,  $L'6$ ) deviennent les nouvelles dimensions de référence.

Nous avons montré au cours des thèses de Pierre Breteau [BRE 09] et de Cyril Lacroix [LAC 15b] que la détermination des valeurs de réglages et de cartographies de jeux aux interfaces est possible moyennant la reconstruction de la géométrie des composants obtenue par la mesure et leurs assemblages virtuels.

L'approche qui consiste à actualiser la géométrie et avoir recours à la simulation est donc viable pour des opérations d'assemblage locales. Le passage à la création d'un modèle géométrique représentatif du réel puis à son exploitation pour actualiser les géométries de composants ou modifier les instructions d'assemblage est la perspective que je souhaite donner à mes travaux à moyen terme.

### 3.2.1 Premières pistes explorées

Pour pouvoir exploiter la géométrie actualisée de l'assemblage, le premier pas consiste à l'obtenir. L'approche envisagée est la suivante.

Dans un premier temps, il faut acquérir des données géométriques. L'utilisation de capteurs fournissant des nuages de points est la piste pressentie,

Lorsque l'on dispose du nuage de points représentatif de l'assemblage, il faut recalculer le nuage de points obtenus sur la maquette numérique et identifier les composants numérisés. Il faut donc segmenter le nuage de points à partir de la connaissance de la maquette numérique. Les assemblages sont constitués de composants eux-mêmes décrits par des entités géométriques constituant leurs peaux. Les structures étudiées sont composées d'une famille d'entités canoniques (plan, cylindre, etc.) pouvant servir de base pour l'extraction de données dans le nuage de points. L'utilisation de la méthode RANSAC est envisagée pour cette étape permettant le recalage global du nuage de points sur la maquette numérique. Cette méthode a été testée au laboratoire dans le cadre du mini projet Master de Margot Vulliez et a donné des résultats prometteurs (figure 3.3).

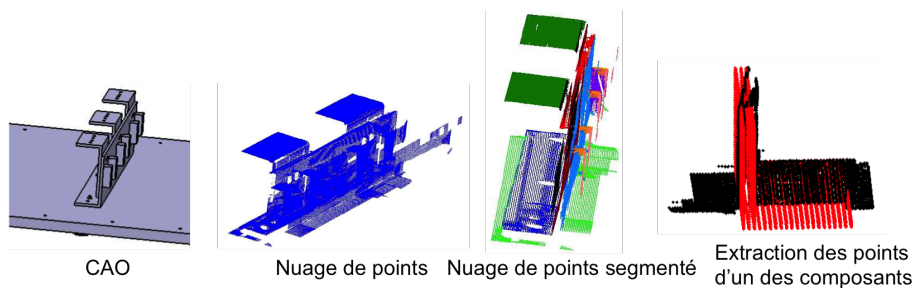


FIGURE 3.3 – Méthode de segmentation d'un nuage de points

Lorsque l'on dispose de la partie du nuage de points correspondant à une pièce, une étape délicate est la recherche des écarts géométriques entre le nuage de points et la pièce. Nous avons choisi d'utiliser un maillage de la pièce comme modèle géométrique puis de réaliser une identification globale de la peau du composant en utilisant une approche modale. L'intérêt de ce post-traitement est de filtrer les défauts d'une part et de boucher les trous de numérisation d'autre part.

Les étapes de la méthode testée par Soumiya Bendjebba pendant son stage de Master [BEN 16] sont les suivantes :

- Acquisition de la géométrie du composant

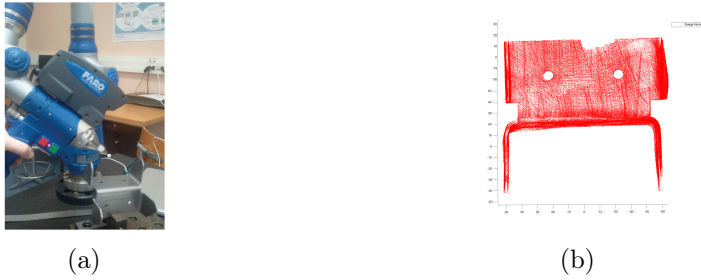


FIGURE 3.4 – Acquisition de la géométrie

- Construction d'une base de défauts géométriques.

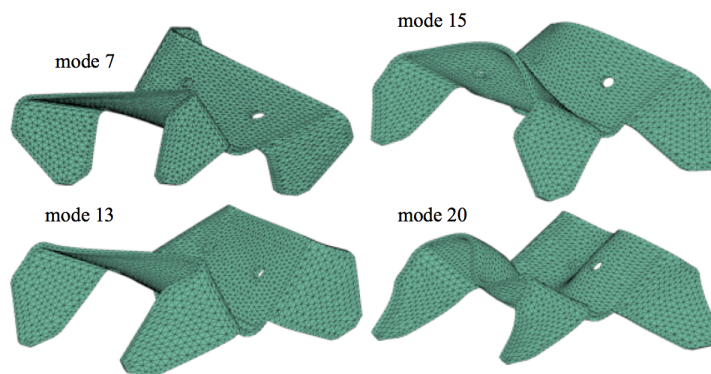


FIGURE 3.5 – Quelques modes de défauts

- Recalage grossier du nuage de points sur le maillage nominal.
- Identification des écarts géométriques entre le nuage de points et chaque nœud du maillage en cherchant les plus proches voisins.

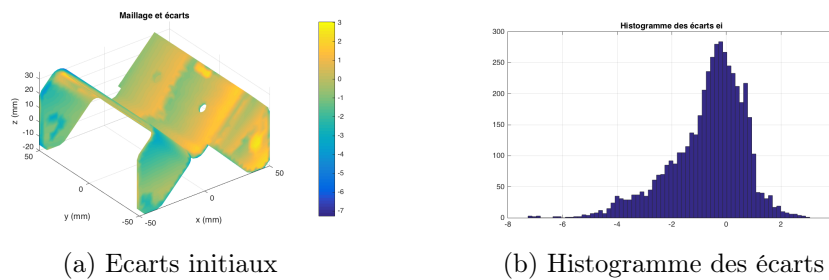


FIGURE 3.6 – Évaluation des écarts géométriques initiaux

- Minimisation des écarts géométriques aux nœuds en déformant le maillage de façon itérative.

On constate sur la figure 3.7a la répartition des écarts géométriques sur le composant. Cette répartition met en évidence des zones pour lesquelles les écarts sont de deux millimètres, ces écarts correspondent à des trous de numérisation dus à l'accessibilité d'une part et à la fixation du composant d'autre part.

On constate sur la figure 3.7b la répartition des écarts géométriques en utilisant une plage de visualisation plus faible. Sur cette visualisation, on constate l'existence de zones où les défauts

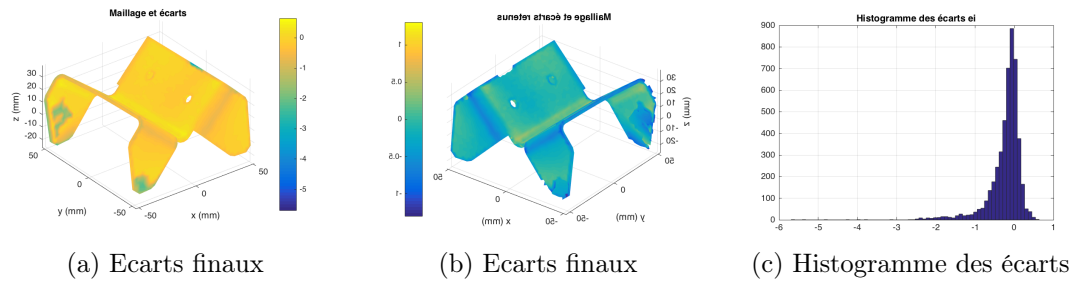


FIGURE 3.7 – Évaluation des écarts géométriques finaux

sont constants. Ces zones correspondent aux rayons de pliage imposés par le procédé dont la valeur est erronée dans le modèle CAO.

Un des axes de progrès de cette approche consiste à enrichir la base de défauts du composant en intégrant des modes représentatifs des défauts proposés dans le cas de pièces rigides, c'est-à-dire d'intégrer des modes représentatifs des écarts de situation des faces et des variations de paramètres intrinsèques.

## Chapitre 4

# Références bibliographiques



# Bibliographie

- [ABE 13] G.N. Abenhaim, A. Desrochers, A.S. Tahan, An Investigation of the Repeatability of Nonrigid Parts Measurements : A Case Study of an Aluminum Panel, *Procedia*, 10, 105-111, 2013.
- [ADR 10a] P. Adragna, S. Samper, M. Pillet. A proposition of 3D inertial tolerancing to consider the statistical combination of the location and orientation deviations. *International Journal of Product Development*, 10(1) :26–45, 2010.
- [ADR 10b] P.-A. Adragna, S. Samper, H. Favreliere, How form errors impact on 2D precision assembly with clearance? In S. Ratchev, éditeur : *Precision Assembly Technologies and Systems*, volume 315 de *IFIP Advances in Information and Communication Technology*, pages 50–59. Springer Boston, 2010.
- [AND 10] L. Andolfatto, F. Thiébaud, M. Douilly, C. Lartigue. On Neural Networks’ Ability to Approximate Geometrical Variation Propagation in Assembly. *Procedia CIRP. The Twelfth CIRP, Conference on Computer Aided Tolerancing*, Volume 10, Pages 224-232, 2013.
- [AND 13] L. Andolfatto, Assistance à l’élaboration de gammes d’assemblage innovantes de structures composites, Thèse de Doctorat de l’ENS Cachan, 2013.
- [AND 14] L. Andolfatto, C. Lartigue, F. Thiébaud, M. Douilly, Quality and cost-driven assembly technique selection and geometrical tolerance allocation for mechanical structure assembly *Journal of Manufacturing Systems* Volume 33, Issue 1, Pages 103-115, January 2014.
- [ANS 03] B. Anselmetti, *Tolérancement - volume 2 : Méthode de cotation fonctionnelle*, 432 p., Éd. Hermès Lavoisier, ISBN 2-7462-0666-8, 2003.
- [ANS 07] B. Anselmetti, *Manuel de tolérancement (Volume 2) : Bases de la cotation fonctionnelle*, Coll. Manuel de tolérancement, 268p, Éd. Hermès Lavoisier, ISBN : 978-2-7462-1596-2, 2007
- [ANS 08] B. Anselmetti, *Manuel de tolérancement (Volume 3) : Cotation fonctionnelle tridimensionnelle et statistique*, Coll. Manuel de tolérancement, 416p, ISBN : 978-2-7462-1597-9, 2008
- [ANS 10] B. Anselmetti, *Manuel de tolérancement (Volume 4) : Cotation de fabrication avec les normes ISO*, Coll. Manuel de tolérancement, 336p, ISBN : 978-2-7462-1598-6, 2010
- [ANS 11] B. Anselmetti, *Manuel de tolérancement (Volume 5) : Métrologie avec les normes ISO*, Coll. Manuel de tolérancement, 400P, ISBN : 978-2-7462-1599-3, 2011
- [ASC 10] R. Ascione, W. Polini, Measurement of nonrigid freeform surfaces by Coordinate Measuring Machine, *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 51, 1055-1067, 2010.

- [BAL 95] E. Ballot, Lois de comportement géométrique des mécanismes pour le tolérancement, Thèse de Doctorat de l'Ecole Normale Supérieure de Cachan, 1995.
- [BEN 16] S. Bendjebba, Recalage non rigide pour l'identification des défauts de forme des pièces minces, Mémoire du Master GI IN2P de l'ENS Cachan, juin 2016
- [BOU 95] , P. Bourdet, L. Mathieu, C. Lartigue, A. Ballu, The Concept Of The Small Displacement Torsor In Metrology, Proceedings of International Euroconference, Advanced Mathematical Tools in Metrology, Lady Margaret Hall, Oxford, UK, 27-30 September 1995
- [BRE 07] P. Breteau, F. Thiébaud, C. Lartigue, B. Fricéro , H. Falgarone , G.E. Moufle. Assembly Simulation of Flexible Parts through the fitting of Linkage Devices. In : 10th CIRP International Seminar on Computer Aided Tolerancing, Specification and Verification for Assemblies, Erlangen (Germany), 8 p., March 21-23 , 2007
- [BRE 09] P. Breteau, Simulation d'assemblage flexible par la mesure - Application au domaine de l'aéronautique, Thèse de Doctorat de l'ENS Cachan, 2009.
- [BRE 11] Method for optimising adjustments of an assembly of parts under stress. B. Fricéro, H. Falgarone, N. Chevassus, P. Breteau, F. Thiébaud, C. Lartigue. Publication number EP2374046 (A1), Application number EP20090796727, 12/10/2011
- [CHA 95] K.W. Chase, J. Gao, S.P. Magleby, General 2-D tolerance analysis of mechanical assemblies with small kinematic adjustments, J Des Manuf, Vol. 5, 263-274, 1995
- [CHA 96] K.W. Chase, J. Gao, S.P. Magleby, C.P. Sorensen. Including geometric feature variations in tolerance analysis of mechanical assemblies, IIE Trans, Vol. 28, 795-807, 1996.
- [CHA 97] K.W. Chase, J. Gao, S.P. Magleby, Tolerance analysis of 2-and 3D mechanical assemblies with small kinematic adjustments, In : Advanced Tolerancing Techniques, Zhang H.C., (Ed.), 103-138, Wiley, ISBN 978-0-471-14594-3, New York, 1997.
- [CHE 06] N.Chevassus, H. Falgarone, F. Thiébaud, P. Bourdet, A New Approach for Best Fit Assembly Based on the Behaviour of Components, SAE Technical Paper 2006-01-3174, doi :10.4271/2006-01-3174, 2006.
- [CID 05] G. Cid, Etablissement des relations de comportement de mécanismes avec prise en compte des écarts géométriques et des souplesses des composants, Thèse de Doctorat de l'ENS Cachan, 2005.
- [COU 09] N. Courrier, Critères de choix d'un modèle éléments finis pour la simulation d'assemblage pour le tolérancement flexible, stage de master, 2009.
- [DAO 10] L. Daoud, Etude de la capacité de la photogrammétrie sans cible pour la mesure de tuyauterie, Thèse de Doctorat de l'ENS Cachan, 2010.
- [FAL 16] H. Falgarone, F. Thiébaud, J. Coloos, L. Mathieu. Variation Simulation During Assembly of Non-rigid Components. Realistic Assembly Simulation with ANATOLEFLEX Software. Procedia CIRP, Volume 43, 2016, Pages 202-207
- [FRA 10] P. Franciosa, S. Gerbino, S. Patalano. Simulation of variational compliant assemblies with shape errors based on morphing mesh approach. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, pages 1–15, 2010.
- [FRI 14] Method for optimizing the tolerancing of a set of flexible parts subjected to forces. B. Fricéro, F. Thiébaud, A. Stricher, L. Champaney. Brevet. Publication number US2014288895 (A1), Application number US201214350067, 25/09/2014

- [GEN 11] I. Gentilini, K. Shimada, Predicting and evaluated the post-assembly shape of thin-walled components via 3D laser digitization and FEA simulation of the assembly process, *Computer-Aided Design*, (43), 316-328, 2011.
- [GUP 93] S. Gupta, J.U. Turner, Variational solid modelling for tolerance analysis; *IEEE Computer Graphics and Applications*, Vol.13, 64-74, 1993.
- [HUA 02] W. Huang, D. Ceglarek. Mode-based decomposition of part form error by discrete cosine-transform with implementation to assembly and stamping system with compliant parts. *CIRP Annals - Manufacturing Technology*, 51(1) :21 – 26, 2002.
- [LAC 15a] C. Lacroix, L. Mathieu, F. Thiébaud, M. Douilly, H. Falgarone, Numerical process based on measuring data for gap prediction of an assembly, *Procedia CIRP*, 13th CIRP conference on Computer Aided Tolerancing, Volume 27, Pages 97-102, 2015.
- [LAC 15b] C. Lacroix, *Caractérisation Géométrique des Assemblages Flexibles par la Mesure*, Thèse de Doctorat de l'ENS Cachan, 2015.
- [LAP 99] L. Laperrière, P. Lafond, Modelling tolerances and dispersions of mechanical assemblies using virtual joints, *Proceedings of ASME Design Engineering Technical Conferences*, ISBN 0791819671, September 12-15, Las Vegas, Nevada, USA, 1999.
- [LAR 01] C. Lartigue, F. Thiébaud, T. Maekawa, CNC tool path in terms of B-spline curves, *Computer-Aided Design*, 33(4), pp. 307-319, 2001
- [LAR 06] C. Lartigue, F. Thiébaud, P. Bourdet, N. Anwer, Dimensional metrology of flexible parts : Identification of geometrical deviations from optical measurements, *Advanced mathematical & computational tools in metrology VII*, World scientific publishing, pp. 196-203, 2006
- [LEC 10] J. Lecompte, O. Legoff. J.-Y. HASCOET, Technological form defects identification using discrete cosine transform method. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 51 :1033–1044, 2010.
- [LIU 97] S. Liu, S. J. HU, A parametric study of joint performance in sheet metal assembly. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 37(6) :873 – 884, 1997.
- [LOC 12] LOCOMACHS project. <http://www.locomachs.eu>. 2012.
- [MAK 13] A.M. MAKKI, *Copiage rapide de formes sur machine outil à commande numérique en fraiseuse 5 axes positionné*, Thèse de Doctorat de l'ENS Cachan, 2009.
- [MAR 03] B. Marguet, N. Chevassus, H. Falgarone, P. Bourdet, Geometrical behavior laws for Computed-Aided Tolerancing : AnaTole a tool for structural assembly tolerance analysis, 8th International Seminar on Computer-Aided Tolerancing, pp.301-310, Charlotte(USA), 28-29 April 2003
- [MAT 03] L.Mathieu, B. Marguet. Integrated Design Method to Improve Producibility based on Product Key Characteristics and Assembly Sequences. *Annals of the CIRP*, 50 (1) : 85-88, 2001.
- [MON 08] *Restitution et contrôle de géométrie 3-D déformable à partir d'une mesure sans contact*, P. MONS, Mémoire de Master, ENS de Cachan, 50 p., Juin 2008
- [MON 10] *Method for measuring and manufacturing a pipe*. P. Mons, M. Mounaud, F. Thiébaud, P. Bourdet. Brevet. Publication number WO2010142644 (A1), Application number WO2010EP57930, 16/12/2010.

- [MOU 09a] M. Mounaud, Contribution à l'analyse des défauts géométriques dans le routage d'un réseau hydraulique en aéronautique : incidences sur la conception, Thèse de Doctorat de l'ENS Cachan, 2009.
- [MOU 09b] Method for optimising the routing of pipes on a structure with small deformations. H. Falgarone, M. Mounaud, F. Thiébaud, P. Bourdet. Brevet. Publication number WO2010066711 (A9) ; WO2010066711 (A1), Application number WO2009EP66592, 17/06/2010
- [MOU 11] M. Mounaud ; F. Thiébaud ; P. Bourdet ; H. Falgarone ; N. Chevassus, Assembly sequence influence on geometric deviations propagation of compliant parts, International Journal of Production Research, 1366-588X, pp. 1-23, 2011.
- [RAD 12] H. Radvar-Esfahlan, S-A. Tahan, Nonrigid geometric metrology using generalized numerical inspection fixtures, Precision Engineering, 36(1), 1-9, 2012.
- [REQ 83] A.A.A. Requicha, Toward a theory of geometric tolerancing, Int J Rob Res, Vol. 2, No.4, 45-60, 1983
- [REQ 93] A.A.A. Requicha, Mathematical definitions of tolerance specifications, Manuf Rev, Vol. 6, No. 4, 269-274, 1993.
- [SAM 07] S.Samper, F. Formosa, Form defects tolerancing by natural modes analysis. Journal of Computing and Information Science in Engineering, 7(1) :44–51, 2007.
- [SAM 09] S. Samper, P.-A. Adragna, H. Favrelière, M. Pillet, Modeling of 2D and 3D assemblies taking into account form errors of plane surfaces. Journal of Computing and Information Science in Engineering, 9(4) :041005, 2009.
- [SCH 13] B. Schleigh, S. Wartzack, The implications of the skin model concept for computer aided tolerancing. In M. Abramovici, et R. Stark, éditeurs : Smart Product Engineering, volume 5 de Lecture Notes in Production Engineering, pages 573–582. Springer, 2013.
- [STR 13] A. Stricher, Tolérancement flexible d'assemblages de grandes structures aéronautiques, Thèse de Doctorat de l'ENS Cachan, 2013.
- [THI 99] F. Thiébaud, C. Lartigue, E. Duc, A certification method for the milling process of free-form surfaces using a test part, International Journal of Production Research, 37(2), pp. 316-327, 1999
- [THI 02] F. Thiébaud, P. Bourdet. 3D Geometric model of mechanical links : application to tolerance analysis, Tolerance Modeling and Analysis, ASPE Summer Topical meeting, Charlotte (North Carolina, USA), pp. 38-43, july 2002
- [THI 16] F. Thiébaud, C. Lacroix, L. Andolfatto, Evaluation of the shape deviation of non rigid parts from optical measurements. C. Lartigue. International Journal of Advanced Manufacturing Technology. doi :10.1007/s00170-016-8899-3, 2016.
- [WAN 05] H. Wang, D. Ceglarek, Quality-driven sequence planning and line configuration selection for compliant structure assemblies. CIRP Annals - Manufacturing Technology, 54(1) :31 – 35, 2005.
- [WEC01] A. Weckenmann, M. Knauer, T. Killmaier, Uncertainty of coordinate measurements on sheet-metal parts in the automotive industry, Journal of Materials Processing Technology, 115(1), 9-13, 2001.

## Annexe A

# CNC tool path in terms of B-spline curves



## CNC tool path in terms of B-spline curves

C. Lartigue<sup>a</sup>, F. Thiebaut<sup>a</sup>, T. Maekawa<sup>b,\*</sup>

<sup>a</sup>Laboratoire Universitaire de Recherche en Production Automatisée, Ecole Normale Supérieure de Cachan, 94 235 Cachan Cedex, France

<sup>b</sup>Department of Ocean Engineering, Design Laboratory, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA 02139-4307, USA

Received 24 August 1999; received in revised form 12 May 2000; accepted 16 May 2000

### Abstract

We present an accurate and efficient method to generate a CNC tool path for a smooth free-form surface in terms of planar cubic B-spline curves which will be fed into a free-form curve interpolator. We assume the use of a three-axis CNC machine tool with a ball end-mill cutter. We first interpolate break points, which are generated by computing the *offset surface–driving plane* intersection curve reflecting the curvature, by a planar cubic B-spline curve. We then evaluate the maximum scallop height along a scallop curve by computing the stationary points of the distance function between the scallop curve and the design surface. Furthermore, we compute the maximum pick feed such that the maximum scallop height along a scallop curve coincides with the prescribed tolerance. Illustrative examples show the substantial improvements this method achieves over conventional methods where the tool path consists of linear or circular paths. © 2001 Elsevier Science Ltd. All rights reserved.

**Keywords:** Free-form curve interpolator; CNC machine tool; Pick feed; Scallop height; Tool path; Offset surface

### 1. Introduction

The objective of this paper is to create an efficient and accurate tool path planning algorithm for smooth free-form surfaces in terms of planar cubic B-spline curves. Traditionally CNC interpolators support only linear or circular paths, because of a lower computational requirement which was important in the past when computers were slower. The procedure begins with approximating a given curved tool path by a set of line segments within the CAD system (see Fig. 5(c) and (d)). The maximum *chordal deviation* is calculated for each line segment and if the deviation is greater than the prescribed tolerance, the curve is subdivided until the chordal deviation is within the tolerance [1,5]. Then each line segment is processed by a linear interpolator which is located in the controller of the CNC machine. An interpolator generates a sequence of points along the path incremented by  $V\Delta T$  where  $V$  is a specified cutting feedrate and  $\Delta T$  is a fixed time interval [4,18,21].

Today, computing speed has increased drastically and research on free-form curve interpolators has become quite active [2,4,18,21]. The free-form curve interpolator accepts curve coefficients directly and generates motion

commands on-line. Accordingly, it is much more accurate and requires less memory than the linear interpolator.

We assume the use of a three-axis CNC machine tool with a ball end-mill cutter, where the cutting tool moves simultaneously in the  $x$ ,  $y$  and  $z$  axes but is not capable of performing tool rotation with respect to the workpiece. We further assume that the rough machining has already been done and the part is subject to finishing machining.

There exist many methods to generate tool paths for a free-form surface using a three-axis CNC machine with the linear interpolator. A detailed literature review of this topic is given in Refs. [3,9]. We employ an *offset surface–plane intersection* method which is used in Refs. [10,11,16], in machining a free-form surface by a three-axis CNC machine tool with a ball end-mill cutter (see Fig. 1). Sakuta et al. [16] approximate an offset surface by offsetting quadrilateral mesh points ignoring small gaps, while Kuragano et al. [11] generate a polygonal offset surface by connecting the offset points, where points along the normal of the free-form surface are offset by the radius of the ball end-mill, to the desired accuracy. When there is a self-intersection in the polygonal offset surface, the portion bounded by the self-intersection lines is trimmed off. Then the approximated (trimmed) offset surface is intersected with parallel planes, which are called *tool driving planes*, at a regular interval, resulting in a series of intersection lines. The interval between two successive parallel planes is called *pick feed*.

\* Corresponding author. Tel.: +1-617-253-6762; fax: +1-617-253-8125.  
E-mail address: tmaekawa@deslab.mit.edu (T. Maekawa).

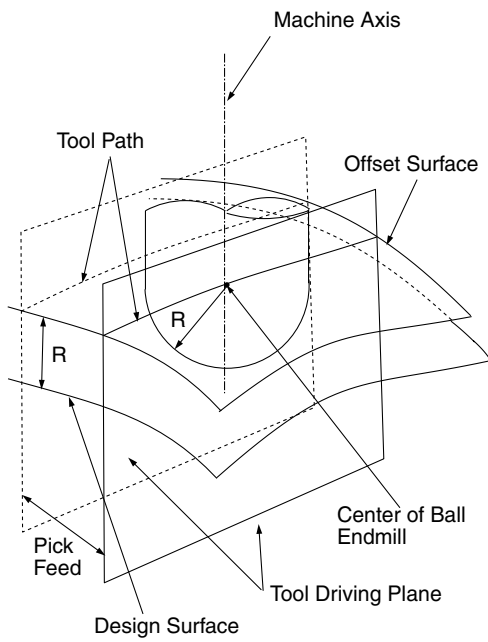


Fig. 1. Illustration of offset surface–plane intersection method.

The intersection lines between the polygonal offset surface with the planes are called the *tool path*, which will be fed into the linear interpolator.

Since we use the free-form curve interpolator, we do not need to approximate the offset surface with polygonal surface. Instead, we compute a sequence of exact intersection points between the offset surface and tool driving planes. The resulting intersection points are interpolated by a planar cubic B-spline curve to the desired accuracy (see Fig. 7). If the ball end-mill traverses along the tool path, the envelope of the ball end-mill forms a pipe surface [17,19]. The two adjacent pipe surfaces intersect along the *scallop curve* as shown in Fig. 2. The top-left parallelogram in the figure indicates a plane parallel to the tool driving planes.

The distance between the scallop curve and the design surface is the *scallop height*, which is the cusp height of the material removed by the cutter. Conventionally, in the context of the linear interpolator, the pick feed is first evaluated at each cutter location point along the single path such that the scallop height is within the tolerance. The minimum pick feed within a single path will become the pick feed. Since the method is based on sampling, there is no guarantee that the scallop height is within the tolerance for the

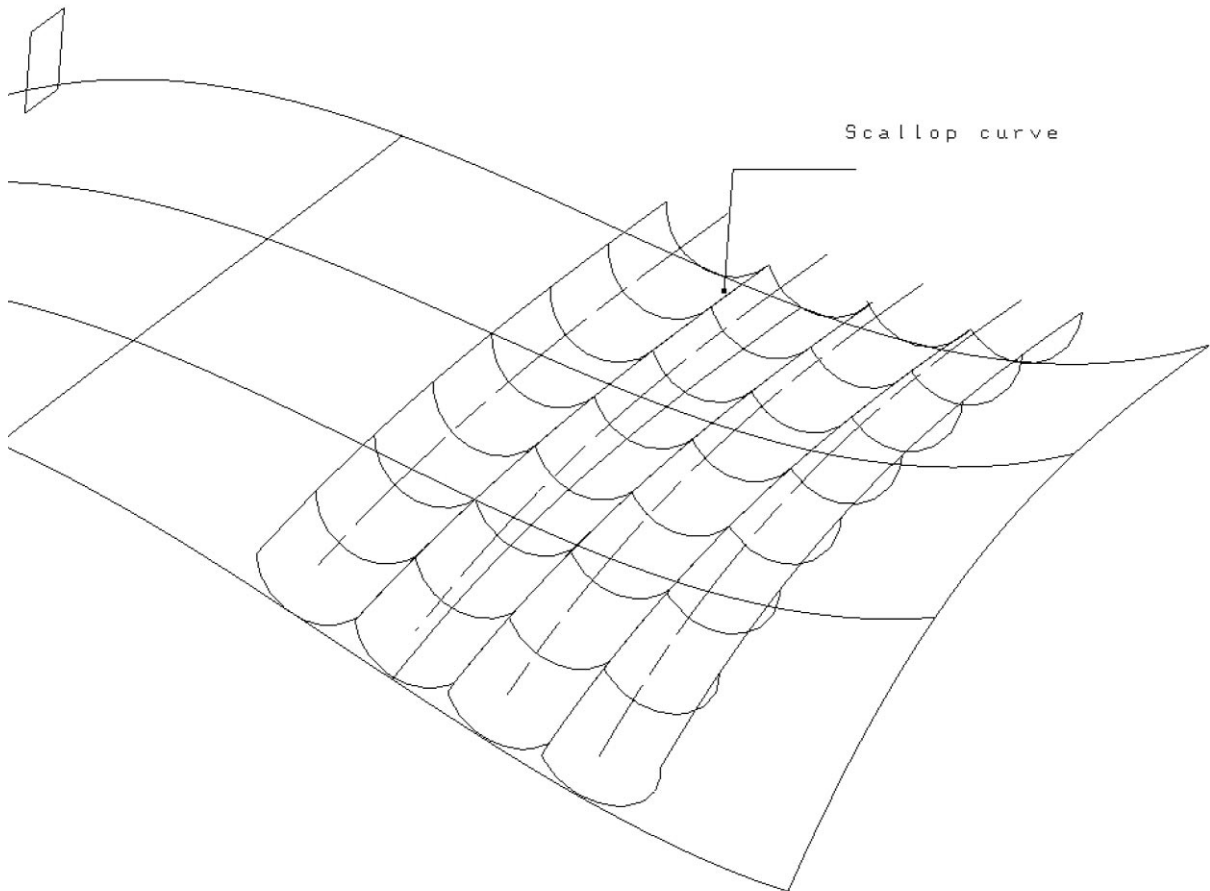


Fig. 2. Tool path and scallop curves.

computed pick feed. In this paper, we evaluate the maximum scallop height along the single path, assuming that the free-form curve interpolator is used, by computing the stationary points of the distance function between the scallop curve and the design surface. Furthermore, we compute the maximum pick feed such that the maximum scallop height along the single path coincides with the prescribed tolerance.

This paper is organized as follows. Section 2 introduces some notation and describes the procedures to interpolate the tool path by a planar cubic B-spline curve. Section 3 describes a method to trace the scallop curve and to compute its maximum height. Section 4 derives an algorithm to find the maximum pick feed such that the maximum scallop height coincides with a prescribed tolerance  $h_{\text{tol}}$ . Section 5 provides examples of the tool path of two complex B-spline surfaces and section 6 concludes the paper. Finally, Appendix A briefly summarizes a method to compute the curvature vector of the scallop curve.

## 2. Interpolation of tool path by cubic B-spline

Let us first introduce some notation and definitions. Bold letters such as  $\mathbf{c}$  and  $\mathbf{S}$  will be used for vectors and vector functions. We assume that they are smooth enough so that all the (partial) derivatives given in the paper are meaningful. The dot (scalar) product and cross (vector) product of two vectors  $\mathbf{a}$  and  $\mathbf{b}$  are expressed as  $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$  and  $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ , respectively. The triple scalar product of three vectors  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$  and  $\mathbf{c}$ ,  $(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \cdot \mathbf{c}$ , is denoted by  $\det(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c})$ . The prime ( $'$ ) denotes the differentiation with respect to the arc length  $s$ , while the dot ( $\cdot$ ) denotes the differentiation with respect to the parameter  $t$ , for example  $\mathbf{c}'(s) = d\mathbf{c}/ds$ ,  $\mathbf{c}''(s) = d^2\mathbf{c}/ds^2$ ,  $\dot{\mathbf{c}}(t) = d\mathbf{c}/dt$ ,  $\ddot{\mathbf{c}}(t) = d^2\mathbf{c}/dt^2$ . The hat ( $\hat{\cdot}$ ) represents the offset entities, e.g.  $\hat{\mathbf{Q}}(u, v)$ ,  $\hat{x}(u, v)$ . In general, the lower letters such as  $u, v$  used for subscript denote partial derivative with respect to the corresponding variable, for example  $\mathbf{r}_u = \partial\mathbf{r}/\partial u$ ,  $\mathbf{r}_{uv} = \partial^2\mathbf{r}/\partial u\partial v$ , except for  $k$ , which denotes the  $k$ th component of an ordered set. The subscript or superscript  $A$  and  $B$  are used to distinguish the two curves or surfaces, their parameters, and their differential entities.

Let the design surface  $\mathbf{Q}(u, v)$  be a regular parametric surface, i.e.  $|\mathbf{Q}_u \times \mathbf{Q}_v| \neq 0$  for all  $(u, v)$ . The offset to the design surface  $\mathbf{Q}(u, v)$  is

$$\hat{\mathbf{Q}}(u, v) = (\hat{x}(u, v), \hat{y}(u, v), \hat{z}(u, v)) = \mathbf{Q}(u, v) + d\mathbf{N}(u, v) \quad (1)$$

where  $d$  is a signed offset distance and  $\mathbf{N}(u, v)$  denotes the unit normal

$$\mathbf{N}(u, v) = \frac{\mathbf{Q}_u \times \mathbf{Q}_v}{|\mathbf{Q}_u \times \mathbf{Q}_v|}. \quad (2)$$

The direction of the normal is fixed by the convention that  $\mathbf{Q}_u$ ,  $\mathbf{Q}_v$  and  $\mathbf{N}$  in this order form a right-handed system.

We define the *tool path* as a series of intersection curves between the offset surface, whose offset distance from the

design surface is equal to the radius of ball end-mill  $R$ , and the tool driving planes. These tool driving planes are parallel to the axis of the machine tool (see Fig. 1).

If we denote the  $x, y, z$  components of the unit normal vector of the tool driving plane by  $\alpha, \beta, \gamma$ , then the equation of the tool driving plane in an implicit form becomes

$$\alpha x + \beta y + \gamma z + \delta = 0. \quad (3)$$

Let  $p$  be the pick feed, and since  $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 1$ , the next tool driving plane can be expressed as

$$\alpha x + \beta y + \gamma z + \delta + p = 0. \quad (4)$$

The intersection curve is obtained by substituting the  $x, y, z$  components of the offset surface (1) with  $d = R$  into the driving plane (3), yielding a planar implicit curve in  $u-v$

$$f(u, v) = \alpha \hat{x}(u, v) + \beta \hat{y}(u, v) + \gamma \hat{z}(u, v) + \delta = 0 \quad (5)$$

The intersection curve can also be viewed as a curve on the two intersecting surfaces. A curve  $u = u(t), v = v(t)$  in the  $uv$ -plane defines the intersection curve on the offset surface as  $\mathbf{r} = \mathbf{c}(t) = \hat{\mathbf{Q}}(u(t), v(t))$ . It follows that we can rewrite Eq. (5) as  $f(u(t), v(t)) = 0$ . Differentiating with respect to the parameter  $t$  yields

$$f_u \dot{u} + f_v \dot{v} = 0. \quad (6)$$

The solution to Eq. (6) is given by

$$\dot{u} = \xi f_v, \quad \dot{v} = -\xi f_u \quad (7)$$

where  $\xi$  is an arbitrary non-zero factor that can be chosen to provide the arc length parametrization. If we denote the first fundamental form coefficients of the offset surface by  $\hat{E}, \hat{F}, \hat{G}$ , then the arc length parametrization implies

$$\hat{E} \dot{u}^2 + 2\hat{F} \dot{u} \dot{v} + \hat{G} \dot{v}^2 = 1 \quad (8)$$

and hence

$$\xi = \pm \frac{1}{\sqrt{\hat{E} f_v^2 - 2\hat{F} f_u f_v + \hat{G} f_u^2}}. \quad (9)$$

The points of the intersection curve are computed successively by integrating the initial value problem for a system of coupled nonlinear differential Eq. (7) using, for example, the fourth-order Runge–Kutta method. The starting point is evaluated by solving a univariate nonlinear Eq. (5), where either  $u$  or  $v$  is fixed. Since there is only one starting point for each single path and we know the approximate location of the starting point, Newton's method is appropriate to solve the univariate nonlinear equation.

This generates a sequence of parameter pairs  $(u_k, v_k)$   $k = 0, 1, \dots$  which yield an ordered set of points along the single tool path when they are substituted into  $\hat{\mathbf{Q}}(u, v)$ . These sequence of points

$$\mathbf{c}(t_k) = \hat{\mathbf{Q}}(u_k, v_k) \quad k = 0, 1, \dots \quad (10)$$

are interpolated by a planar cubic B-spline curve. In the sequel, we refer to these points (10) as *break points*.

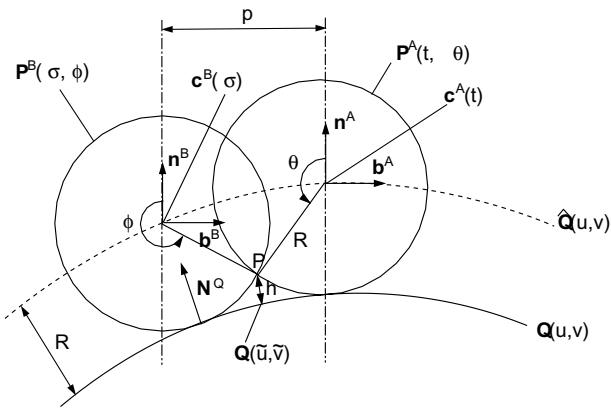


Fig. 3. Two pipe surfaces intersecting with scallop height  $h$ .

Consequently, reducing the number of break points directly relates to the reduction of curve segments (Bézier curves) which represent the tool path.

It is obvious that we should generate more break points in the region where the curvature of the intersection curve is large and less break points where the curvature is small. We start by computing the curvature of the intersection curve at  $c(t_k)$  by using the method [22] described in Appendix A. Then the intersection curve is locally approximated by a circular arc with a radius of the computed radius of curvature. We evaluate the step size of the integration to obtain the next break point  $c(t_{k+1})$  such that the deviation of the chord  $c(t_k)c(t_{k+1})$  to the circular arc is thirty times the prescribed tolerance for interpolation  $\epsilon_{tol}$ . If the step size is larger than four times the tool radius, it is set to four times the tool radius. The numbers thirty and four are based on heuristics. Once the step size is determined, the next break point  $c(t_{k+1})$  is obtained by integrating Eq. (7). When the step size is large,  $|f(u_k, v_k)|$  may not be small enough. Therefore to improve the accuracy of the computed results we fix either  $u_k$  or  $v_k$  and solve the single variable nonlinear equation  $f(u_k, v) = 0$  or  $f(u, v_k) = 0$  by employing Newton's method. We repeat this procedure until we reach the other end of the intersection curve. Finally all the evaluated break points are interpolated by a planar cubic B-spline curve based on chordal parametrization. B-spline curve interpolation techniques can be found in various textbooks on geometric modeling [7,20]. The accuracy of the interpolation scheme influences the accuracy of the resulting tool path, since this is the only procedure that employs approximation in the entire algorithm. After the interpolation, we check the deviation of the interpolated curve from the offset surface at each midspan of the two successive parameter values. We add the midpoint  $c((t_{k+1} + t_k)/2)$  to the interpolation data if the deviation is not within the prescribed tolerance. We repeat this process until all the deviations at the midpoints are within the tolerance. A typical interpolated curve with break points are illustrated in Fig. 7(a).

### 3. Computation of maximum scallop height

The pick feed, which is the path interval, is determined such that the maximum scallop height along the scallop curve is within the prescribed tolerance  $h_{tol}$ . The scallop curve is an intersection curve between the two pipe surfaces [17]

$$P^A(t, \theta) = c^A(t) + R[\cos \theta n^A(t) + \sin \theta b^A(t)] \quad (11)$$

$$P^B(\sigma, \phi) = c^B(\sigma) + R[\cos \phi n^B(\sigma) + \sin \phi b^B(\sigma)] \quad (12)$$

where the spine curves  $c^A(t)$  and  $c^B(\sigma)$  are the two successive tool paths represented by the cubic B-spline curves and  $(t, n, b)$  is the Frenet frame along the tool path (see Fig. 3). Since  $c^A(t)$  and  $c^B(\sigma)$  are the plane curves, the binormal vector  $b$  is constant and hence  $\dot{b} = 0$ . On the other hand the scallop curve is not a planar curve in general and its binormal vector is not a constant. The intersection of the two pipe surfaces can be described as a three-dimensional vector equation in four unknowns as follows:

$$P^A(t, \theta) = P^B(\sigma, \phi) \quad (13)$$

We can trace the intersection curve of the two parametric pipe surfaces (scallop curve) using a similar technique that we used for tracing the tool path in Section 2. When we denote the arc length parametrized scallop curve by  $s(s)$ , then the tangential direction of  $s(s)$  is perpendicular to the normal vectors of both the pipe surfaces at the intersection. Here we assume that the scallop height is small compared to the tool radius and hence the two pipe surfaces intersect transversally and therefore the two normal vectors are not parallel to each other. Since  $s(s)$  is arc length parametrized, the derivative  $s'(s)$  must be a unit vector, hence we have

$$s' = \frac{\bar{N}^A \times \bar{N}^B}{|\bar{N}^A \times \bar{N}^B|} \quad (14)$$

where

$$\bar{N}^A = P_t^A \times P_\theta^A, \quad \bar{N}^B = P_\sigma^B \times P_\phi^B. \quad (15)$$

Differential equations for tracing transversal intersection curves of two parametric surfaces can be derived by differentiating the scallop curve with respect to the parameter  $s$ , yielding [22]

$$s' = P_t^A t' + P_\theta^A \theta' \quad (16)$$

$$s' = P_\sigma^B \sigma' + P_\phi^B \phi'. \quad (17)$$

Since  $s'$  is constrained in tangent planes spanned by  $P_t^A, P_\theta^A$  and  $P_\sigma^B, P_\phi^B$ , Eqs. (16) and (17) do not possess normal components and hence Eqs. (16) and (17) consist of two sets of linear systems in unknowns  $t', \theta'$  and  $\sigma', \phi'$ , respectively. By taking the dot product on both sides of Eq. (16) with  $P_t^A, P_\theta^A$  and Eq. (17) with  $P_\sigma^B, P_\phi^B$ , we obtain two sets of

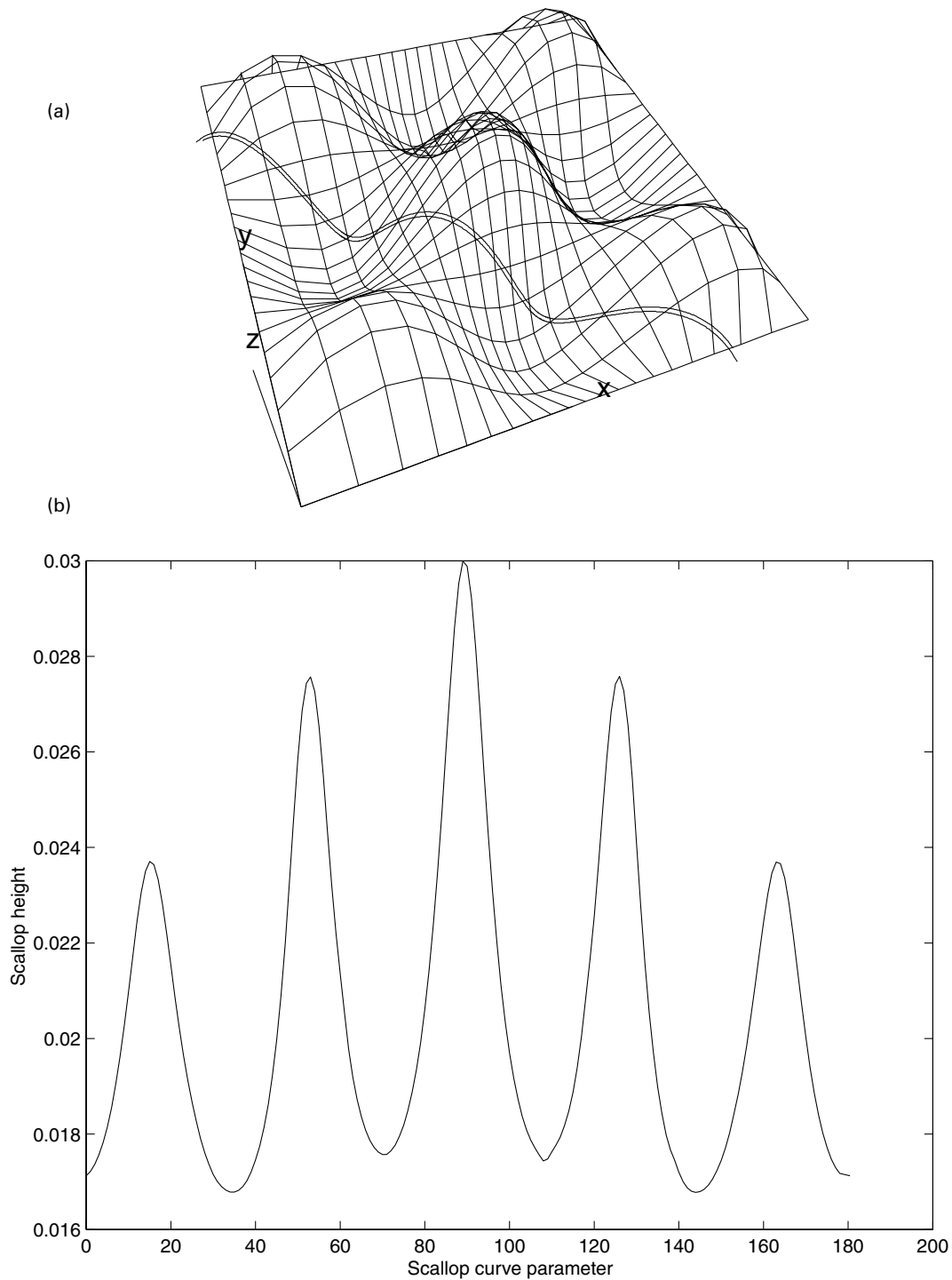


Fig. 4. (a) Two successive tool paths on a wave-like surface. (b) The deviation of the scallop curve from the design surface generated by the two successive tool paths.

linear systems, which can be solved as [8]

$$\begin{aligned}
 t' &= \frac{\det(\bar{\mathbf{N}}^A, \mathbf{s}', \mathbf{P}_\theta^A)}{\bar{\mathbf{N}}^A \cdot \bar{\mathbf{N}}^A}, & \theta' &= \frac{\det(\bar{\mathbf{N}}^A, \mathbf{P}_t^A, \mathbf{s}')}{\bar{\mathbf{N}}^A \cdot \bar{\mathbf{N}}^A}, \\
 \sigma' &= \frac{\det(\bar{\mathbf{N}}^B, \mathbf{s}', \mathbf{P}_\phi^B)}{\bar{\mathbf{N}}^B \cdot \bar{\mathbf{N}}^B}, & \phi' &= \frac{\det(\bar{\mathbf{N}}^B, \mathbf{P}_\sigma^B, \mathbf{s}')}{\bar{\mathbf{N}}^B \cdot \bar{\mathbf{N}}^B}
 \end{aligned}
 \tag{18}$$

where  $\mathbf{s}'$  is given by Eq. (14). This system of four first-order ordinary differential equations can be solved numerically as an initial value problem using, for example, the fourth-order Runge–Kutta method. We choose the step size as  $\Delta s = (R/M)$ , where  $R$  is the tool radius and  $M$  is an integer. The initial and terminal values of  $t$ ,  $\theta$ ,  $\sigma$  and  $\phi$  can be obtained by fixing either  $t$  or  $\sigma$  in

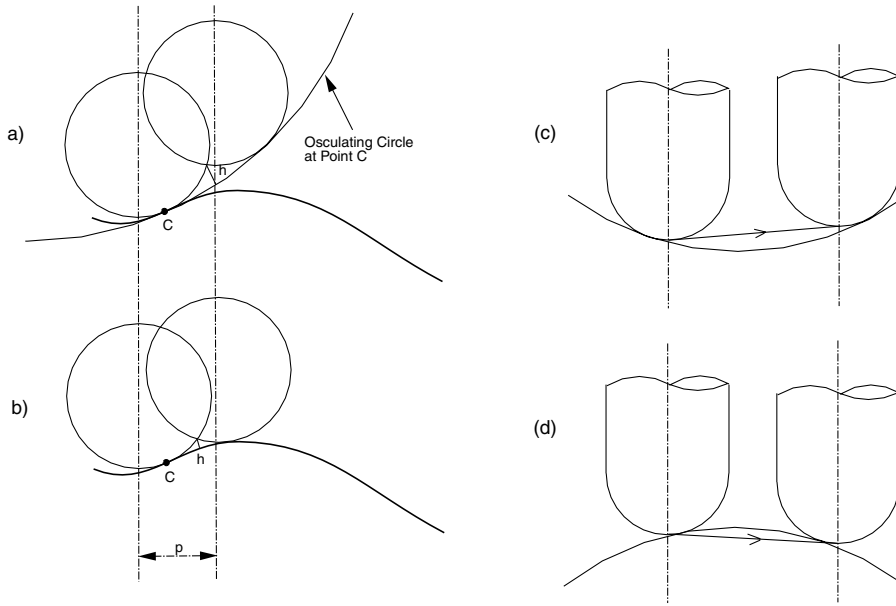


Fig. 5. Sources of errors in evaluating pick feeds. (a) Conventional method to estimate pick feed. (b) Our method. (c) Chordal deviation induces errors in estimating pick feed (under cut). (d) Overcut case.

Eq. (13) ( $t_{\text{fix}}$  and  $\sigma_{\text{fix}}$  are 0 or 1) and solving the system by Newton's method. The initial values for Newton's iteration are given by computing the orthogonal projection of, say,  $\mathbf{c}^A(t_{\text{fix}})$  onto  $\mathbf{c}^B(\sigma)$  to find the parameter value  $\sigma$  and by the trigonometry

$$\theta = \pi - \tan^{-1} \frac{p}{2(R - h_{\text{tol}})} \quad (19)$$

where  $h_{\text{tol}}$  is the allowable tolerance and  $p$  is the pick feed between the previous and the current tool paths and  $\phi = 2\pi - \theta$  (see Fig. 3). The integration generates a sequence of parameter pairs  $(t_k, \theta_k)$  and  $(\sigma_k, \phi_k)$  at position  $s_k$  along the scallop curve which yield an ordered set of points

$$\mathbf{s}(s_k) = \mathbf{P}^A(t_k, \theta_k) = \mathbf{P}^B(\sigma_k, \phi_k) \text{ for } k = 0, 1, \dots \quad (20)$$

The scallop height can be considered as the minimum distance between the scallop curve  $\mathbf{s}(s)$ , where the parameter  $s$  is an arc length, and the design surface  $\mathbf{Q}(u, v)$ . The squared distance function between the  $\mathbf{s}(s)$  and the  $\mathbf{Q}(u, v)$  in three-dimensional Cartesian space is defined by

$$D(s, u, v) = |\mathbf{s}(s) - \mathbf{Q}(u, v)|^2 = (\mathbf{s}(s) - \mathbf{Q}(u, v)) \cdot (\mathbf{s}(s) - \mathbf{Q}(u, v)). \quad (21)$$

The stationary points of  $D(s, u, v)$  satisfy the following equations [23]

$$D_s(s, u, v) = 0, \quad D_u(s, u, v) = 0, \quad D_v(s, u, v) = 0 \quad (22)$$

which can be rewritten using Eq. (21) as

$$f(s, u, v) = (\mathbf{s}(s) - \mathbf{Q}(u, v)) \cdot \mathbf{s}'(s) = 0 \quad (23)$$

$$g(s, u, v) = (\mathbf{s}(s) - \mathbf{Q}(u, v)) \cdot \mathbf{Q}_u(u, v) = 0 \quad (24)$$

$$h(s, u, v) = (\mathbf{s}(s) - \mathbf{Q}(u, v)) \cdot \mathbf{Q}_v(u, v) = 0. \quad (25)$$

The system (23)–(25) in  $s, u, v$  can be solved by using Newton's method. Since Newton's method is a local method, we must provide good initial values for all the roots. From our experience, it is reasonable to assume that there is only one stationary point within the length of the tool radius along the tool path. Therefore, we set the initial values as  $s_{k+1} = s_k + M\Delta s$  ( $k = 0, 1, \dots$  and  $\Delta s = (R/M)$ ), where the corresponding  $(u_k, v_k)$  is obtained by computing the orthogonal projection of  $\mathbf{s}(s_k)$  (see Eq. (20)) onto  $\mathbf{Q}(u, v)$ . In evaluating the Jacobian matrix  $(\partial(f, g, h))/(\partial(s, u, v))$  we need to compute the curvature vector of the scallop curve  $\mathbf{s}''$ , which is given in Appendix A [5,22]. In the process of applying Newton's method we need to evaluate  $(t, \theta, \sigma, \phi)$  at position  $s$  which in general does not coincide with the integrated points  $s_k$ . Therefore, we integrate the system (18) from the closest integrated point  $s_k$  to the position  $s$ .

A stationary point can be classified into a local maximum, local minimum, or saddle point [6]. A typical scallop curve deviation from the design surface formed by two successive paths (see Fig. 4(a)) is plotted in Fig. 4(b) by sampling 200 points along the scallop curve. We can easily observe that there exist five local maxima and six minima along the scallop curve. To find a global maximum, we select the

maximum value among all the local maxima and the values at two end points.

#### 4. Determination of maximum pick feed

We have already mentioned in Section 1 that the conventional method does not guarantee the scallop height to be within the tolerance due to discrete sampling. Furthermore, there are two more additional sources of errors in estimating the pick feed. The conventional method computes the pick feed based on the simple geometry of the osculating circle at the cutter contact point and the two intersecting circles which tangentially intersect the osculating circle [1,12–14] (see Fig. 5(a)), while our method, which is described below, computes the exact scallop height (see Fig. 5(b)). The other source of error comes from the chordal deviation of the linear approximation [12] as illustrated in Fig. 5(c) and (d). Consequently using the conventional method, which involves three sources of errors that are coupled, it is hard to estimate the pick feed such that the maximum scallop is within the tolerance.

We can determine the maximum pick feed such that the maximum scallop height coincides with the prescribed tolerance  $h_{tol}$ . Let us denote the current and the next tool paths by  $\mathbf{c}^A$ ,  $\mathbf{c}^B$ , respectively. Further, we denote the parameter value on the current tool path corresponding to the maximum scallop height of the scallop curve which is formed with the previous tool path by  $t_{max}$  and its corresponding point on the scallop curve which is formed by the next tool path by  $P$ .

We first determine the angle  $\theta$  such that the scallop height at  $P$  (see Fig. 3) becomes the prescribed tolerance  $h_{tol}$ , which leads to a univariate nonlinear equation

$$h(\theta) = |\mathbf{P}^A(t_{max}, \theta) - \mathbf{Q}(\tilde{u}, \tilde{v})| = h_{tol} \quad (26)$$

in  $\theta$ , where  $\mathbf{Q}(\tilde{u}, \tilde{v})$  is a footpoint of the orthogonal projection of  $\mathbf{P}^A(t_{max}, \theta)$  onto the design surface  $\mathbf{Q}(u, v)$ . Eq. (26) can be solved by Newton's method where the initial approximation for  $\theta$  is given by Eq. (19). Here the unknown pick feed is approximated by the previous pick feed. We then construct the next tool path by interpolating the sequence of points  $\mathbf{c}^B(\sigma_k) = \hat{\mathbf{Q}}(u_k, v_k)$   $k = 0, 1, \dots$ , generated by the method described in Section 2. Here we also replaced the unknown pick feed by the previous pick feed to evaluate the tool driving plane (4). The parameter value  $\sigma$  of  $\mathbf{c}^B(\sigma)$  which forms the maximum scallop height at  $P$  with  $\mathbf{c}^A(t_{max})$  can be computed by finding an orthogonal projection of  $\mathbf{c}^A(t_{max})$  onto  $\mathbf{c}^B(\sigma)$  and is denoted by  $\sigma_{max}$ .

If we denote the solution of Eq. (26) as  $\theta_{max}$ , we deduce the following three-dimensional vector equation

$$\mathbf{F}(\phi, u, v) = \mathbf{P}^A(t_{max}, \theta_{max}) - (\mathbf{Q}(u, v) + R\mathbf{N}^Q(u, v) + R(\cos \phi \mathbf{n}^B + \sin \phi \mathbf{b}^B)) = 0 \quad (27)$$

in three unknowns  $\phi, u, v$ , where the vector  $\mathbf{Q}(u, v) + R\mathbf{N}^Q(u, v)$  indicates the center of the pipe surface  $\mathbf{P}^B(\sigma, \phi)$ , and  $\mathbf{n}^B$  and  $\mathbf{b}^B$  are the normal and binormal vectors of the tool path at  $\sigma = \sigma_{max}$  (see Fig. 3). The initial approximations of  $u, v, \phi$  for Newton's iteration may be obtained by linearly interpolating  $(\sigma_k, u_k, v_k)$  for  $\sigma = \sigma_{max}$  and setting  $\phi = 2\pi - \theta$ . For each iteration, we update the pick feed  $p$  by

$$p = \alpha \mathbf{H} \cdot \mathbf{i} + \beta \mathbf{H} \cdot \mathbf{j} + \gamma \mathbf{H} \cdot \mathbf{k} \quad (28)$$

where  $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$  are the unit vectors along the coordinate axes and  $\mathbf{H} = \mathbf{c}^A(t_{max}) - \mathbf{c}^B(\sigma_{max})$ . Then we construct the new tool path  $\mathbf{P}^B(\sigma, \phi)$  based on the new pick feed and iterate until  $\|\mathbf{F}\|$  is within the prescribed tolerance. Once Newton's iteration converges, we compute the maximum scallop height of the new scallop curve and its corresponding parameter value  $\bar{t}_{max}$  using the technique described in Section 3. If  $\bar{t}_{max}$  does not match with  $t_{max}$  within the prescribed tolerance, we repeat the process from Eq. (26) by replacing  $t_{max}$  with  $\bar{t}_{max}$ .

#### 5. Examples

For illustrative purposes we present two examples and compare the results with the conventional piecewise linear path.

##### 5.1. Symmetric surface

The first surface is a bicubic integral B-spline surface with uniform knots which consists of  $4 \times 4$  Bézier patches. It is depicted in Fig. 6(a) with a ball end-mill cutter and a parallelogram showing the driving direction. This surface has a bumpy wave-like shape and is selected to check the accuracy of the algorithm, since the surface is symmetric.

For the selection of tool size, we have examined the global minimum of minimum principal curvature [15] to avoid gouging. There are four equal minima of minimum principal curvature in the concave regions. They are located at (0.5, 0.1079), (0.5, 0.8921), (0.1079, 0.5) and (0.8921, 0.5) in the  $uv$ -parametric space and have a value of  $-0.21018$ . Thus the maximum limit of the tool size is 4.758. Fig. 6(b) shows the entire tool path of the surface, which is generated based on the conditions summarized in Table 1.

The longest tool path together with break points (+symbol) is depicted in Fig. 7 for curved and linear

Table 1  
Conditions used to generate a tool path for a wave-like surface

Tool radius $R$ (mm)	Tolerance for interpolation $\epsilon_{tol}$ (mm)	Tolerance for scallop height $h_{tol}$ (mm)	Driving direction
4.5	0.005	0.0306	(1,1,0)

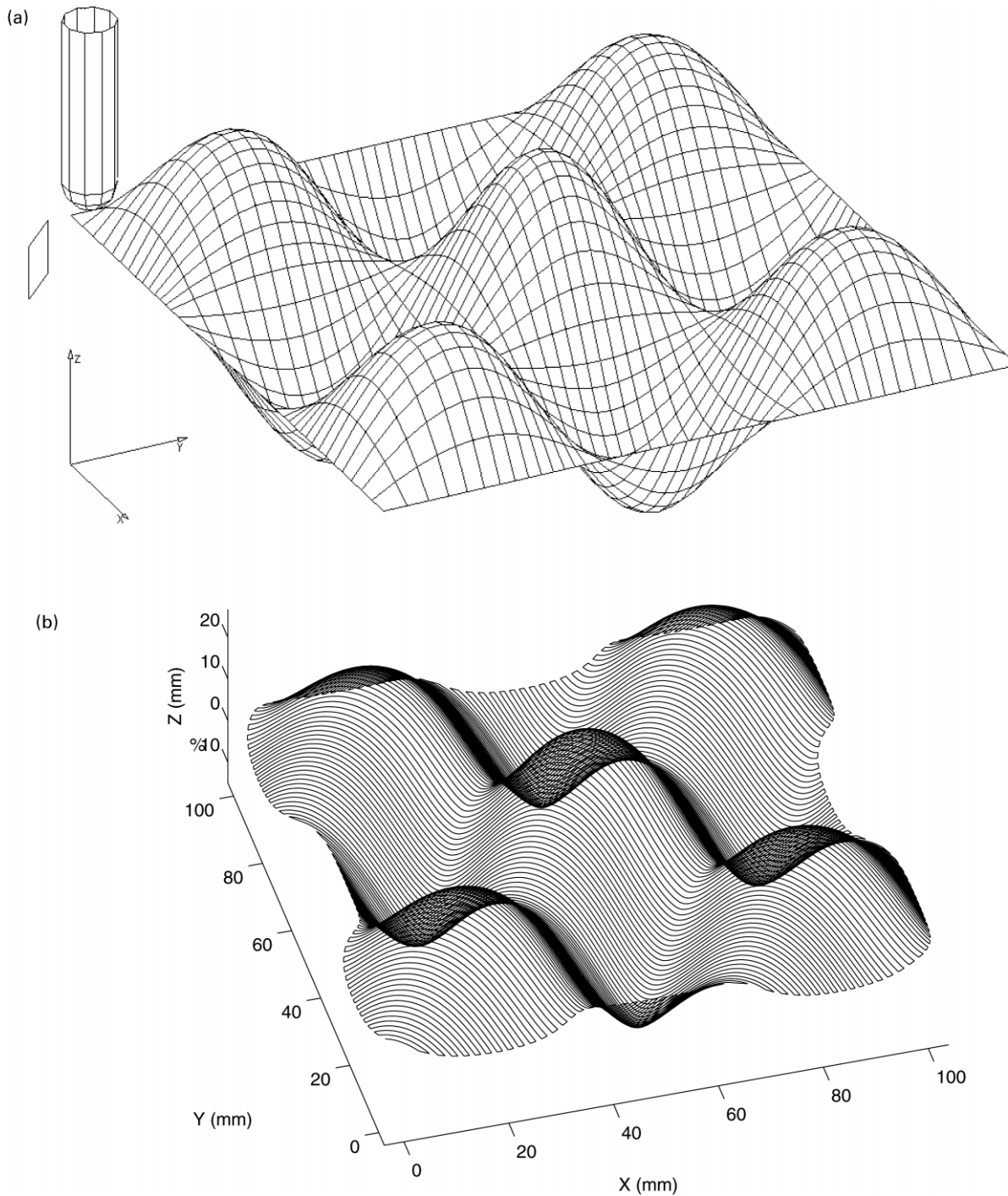


Fig. 6. Wave-like B-spline surface. (a) Original surface. (b) Tool path.

segments. Plot (a) illustrates a planar B-spline curve with 73 piecewise cubic polynomial segments (76 control points), while plot (b) consists of 314 linear segments. Also the length of the shortest curved segment is 0.59, while that of linear segment is 0.097. Thus the number of segments has been reduced by 75% and the length of the shortest segment has been increased by the factor of 6 with the use of our algorithm. A variation of the number of segments (*nseg*) required for representing a single tool path across

the entire tool path is plotted in Fig. 8. The thin solid line represents our algorithm, while the thick solid line represents the conventional method. The difference of the number of segments required becomes significant when the tool path is long and has many regions with high curvature. The symmetry of the plots 7(a) and 8 shows the accuracy of our method.

Our method permits us to create a scallop curve deviation map as illustrated in Fig. 9. The dark region

Table 2  
Conditions used to generate a tool path for a face-like surface

Tool radius $R$ (mm)	Tolerance for interpolation $\epsilon_{\text{tol}}$ (mm)	Tolerance for scallop height $h_{\text{tol}}$ (mm)	Driving direction
3	0.005	0.01	(0.2,1,0)

in Fig. 9 depicts scallop curves whose height are within  $0.96 h_{\text{tol}} \leq h \leq 1.0 h_{\text{tol}}$ . This map is useful in the downstream manufacturing operations such as grinding and polishing.

### 5.2. Anti-symmetric surface

The second surface is a bicubic integral B-spline surface with uniform knots which consists of  $7 \times 4$  Bézier patches as illustrated in Fig. 10(a). This surface has a human-face-like shape and is chosen to test the robustness of the algorithm.

The surface has a global minimum of minimum principal curvature at (0.5563, 0.7648) in the  $uv$ -parametric space with a value of  $-0.29112$ . Therefore the tool size must be smaller than 3.435. Fig. 10(b) shows the entire tool path of the surface which is generated based on the conditions summarized in Table 2.

Similarly a variation of the number of segments ( $n_{\text{seg}}$ ) required for representing a single tool path across the entire tool path is plotted in Fig. 11 where the thin solid line represents our algorithm and the thick solid line represents the conventional method. Again the difference of the number of segments required becomes significant when the tool path has many high curvature regions.

## 6. Conclusions

In this paper, we have presented a novel method to generate a CNC tool path for a smooth free-form surface in terms of planar cubic B-spline curves. The only procedure that employs approximation in the entire algorithm is the interpolation of the break points where they are chosen such that they reflect the curvature of the offset surface–plane intersection curve. We evaluate the pick feed so that the maximum scallop height along a scallop curve coincides with the prescribed tolerance. Since our method does not depend on discrete sampling, approximation in determining the pick feed, nor linear approximation of the offset surface–plane intersection curve, it is more accurate than the conventional method. Also we know the exact locations of maximum scallop height for each tool path and be able to provide the information to the downstream manufacturing operations such as grinding and polishing. Furthermore, the use of B-spline representation reduces the memory requirements significantly.

The concept of this work can be extended to free-form surface with tangent discontinuities without much difficulty. As a next step of our work, we would like to verify our approach by machining real parts on a CNC machine tool.

## Acknowledgements

This work was initiated while the first two authors were visiting MIT Department of Ocean Engineering Design Laboratory. This work was funded in part in the USA by the US Navy NAVSEA (NA16RG0093-01) and in France by *La Conférence des Grandes Ecoles*.

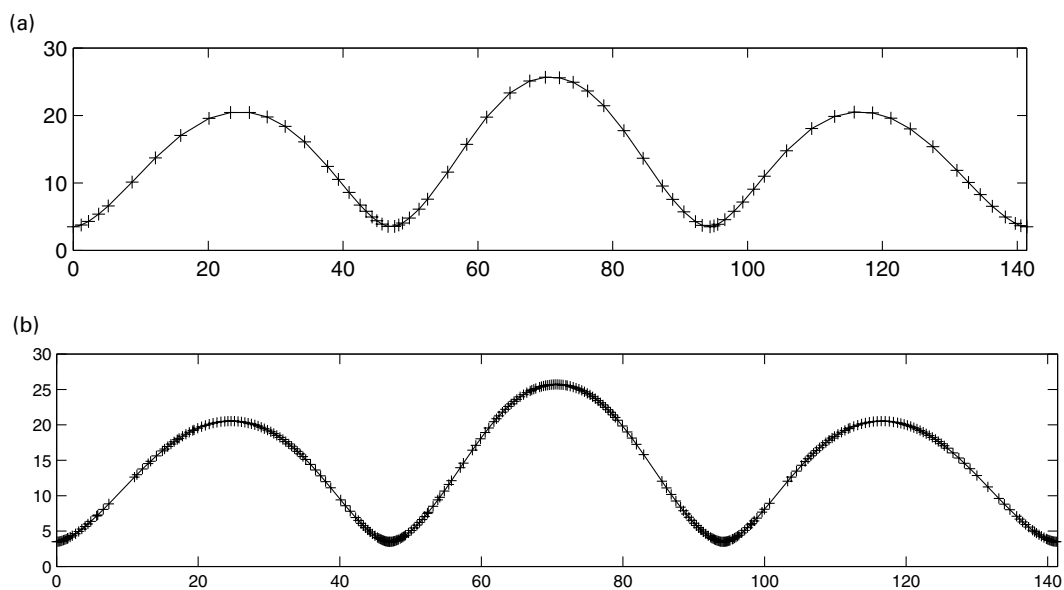


Fig. 7. Tool path. (a) Represented by cubic B-spline. (b) Represented by linear segments.

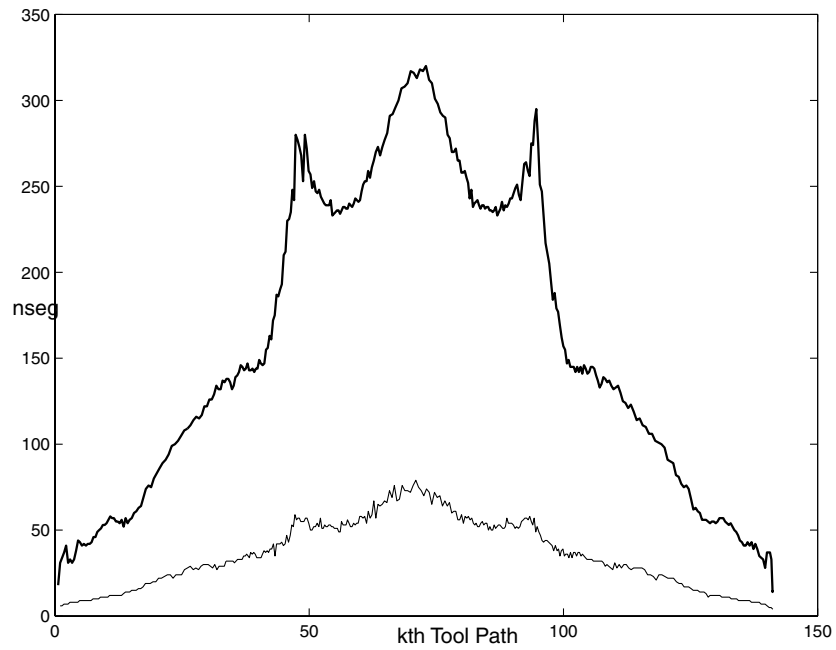


Fig. 8. A variation of the number of segments required for representing a single tool path across the entire tool path for a wave-like surface. The thin solid line represents the tool path by a B-spline curve, while the thick solid line represents the one by linear segments.

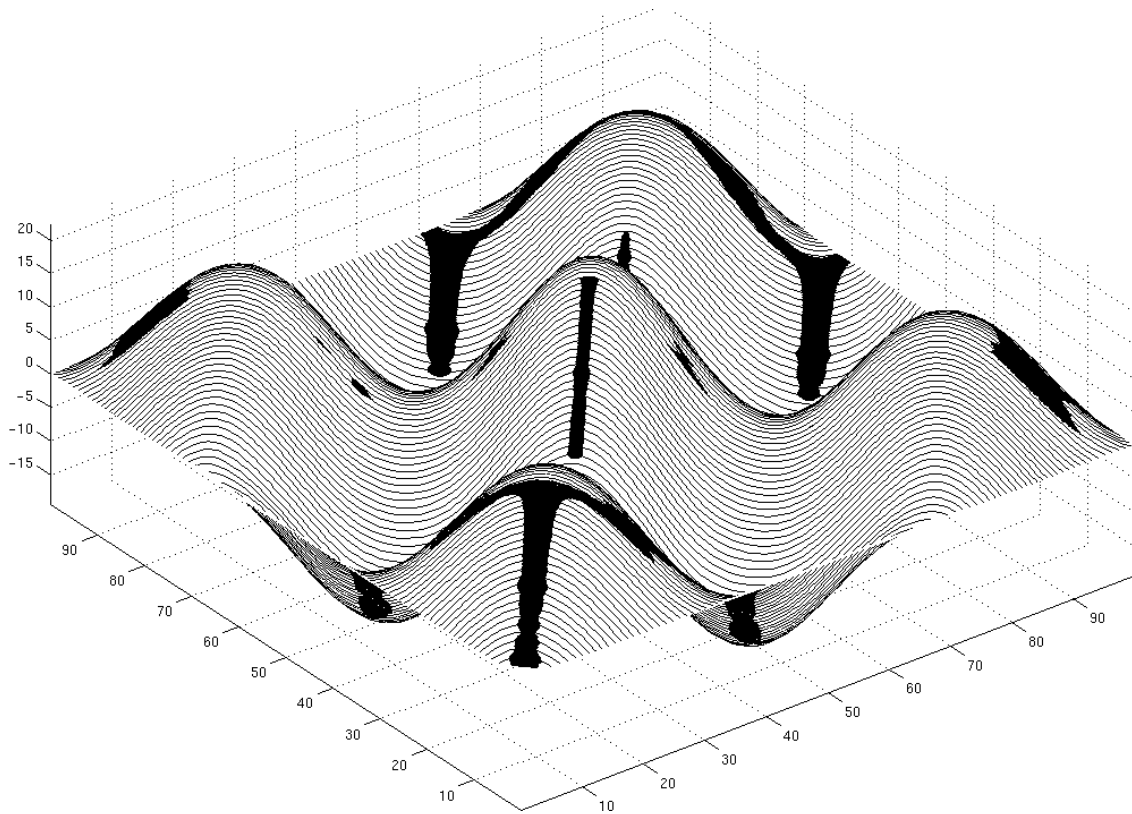


Fig. 9. Scallop curve deviation map. The dark region depicts scallop curves whose height are within  $0.96 h_{tol} \leq h \leq 1.0 h_{tol}$ .

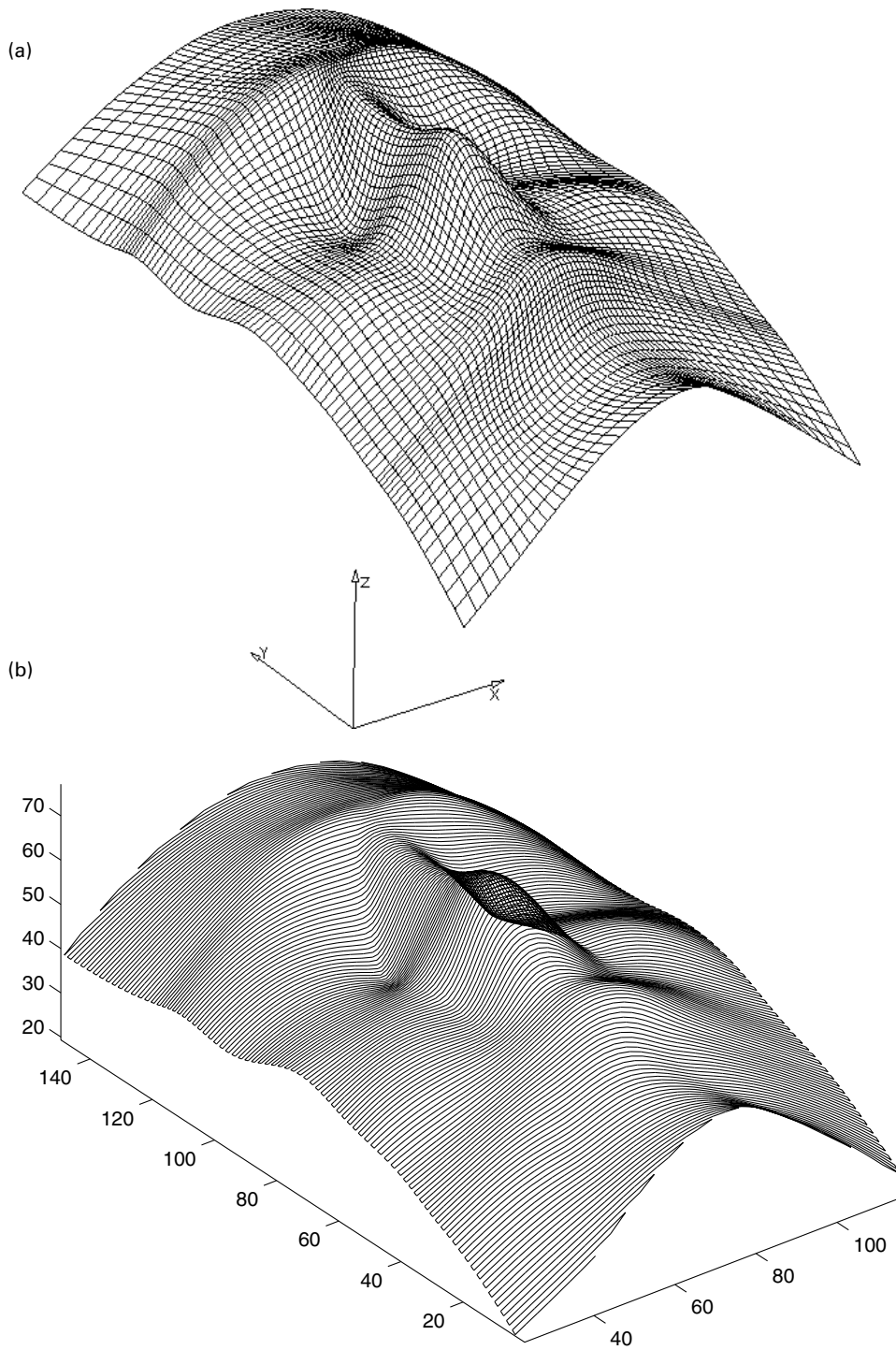


Fig. 10. Face-like B-spline surface. (a) Original surface. (b) Tool path.

**Appendix A. Curvature vector  $s''(s)$**

The curvature vector of the scallop curve  $s''(s)$  at  $P$  formed by the two pipe surfaces  $P^A(t, \theta)$  and  $P^B(\sigma, \phi)$  is given by Ye and Maekawa [22]

$$s'' = \frac{\kappa_n^A - \kappa_n^B \cos \omega}{\sin^2 \omega} \mathbf{N}^A + \frac{\kappa_n^B - \kappa_n^A \cos \omega}{\sin^2 \omega} \mathbf{N}^B \quad (A1)$$

where  $\omega$  is the angle between the two unit normal vectors  $\mathbf{N}^A$  and  $\mathbf{N}^B$  of the two pipe surfaces at  $P$  evaluated by

$$\cos \omega = \mathbf{N}^A \cdot \mathbf{N}^B \quad (A2)$$

and  $\kappa_n^A$  and  $\kappa_n^B$  are the normal curvature of the two pipe surfaces at the point  $P$  in the direction of  $s'$ . They can be

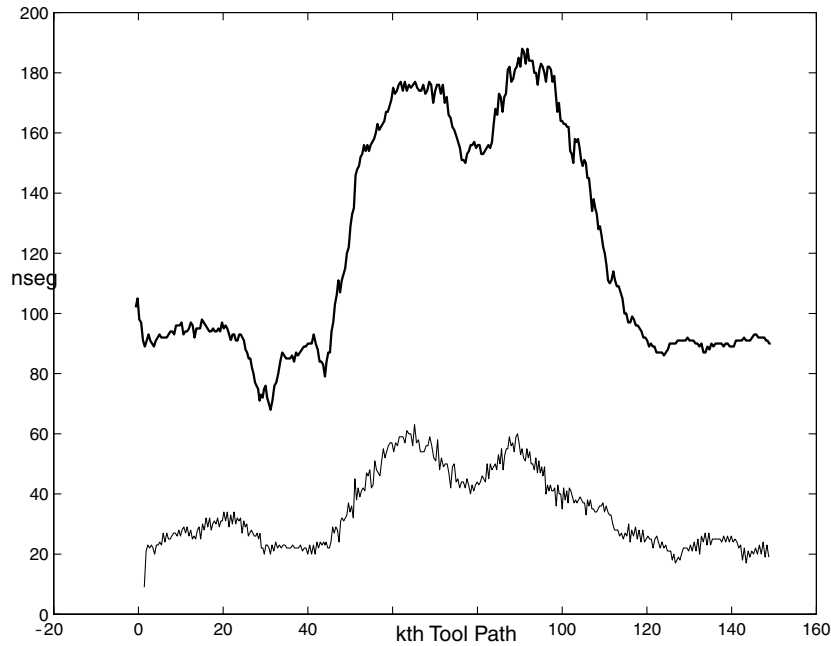


Fig. 11. A variation of the number of segments required for representing a single tool path across the entire tool path for a face-like surface. The thin solid line represents the tool path by a B-spline curve, while the thick solid line represents the one by linear segments.

evaluated as

$$\kappa_n^A = L^A t'^2 + 2M^A t' \theta' + N^A \theta'^2, \quad (A3)$$

$$\kappa_n^B = L^B \sigma'^2 + 2M^B \sigma' \phi' + N^B \phi'^2$$

where  $L, M, N$  are the second fundamental form coefficients of the pipe surfaces and  $t', \theta', \sigma', \phi'$  are given by

$$t' = \frac{(\mathbf{P}_t^A \cdot \mathbf{s}')G^A - (\mathbf{P}_\theta^A \cdot \mathbf{s}')F^A}{E^A G^A - (F^A)^2}, \quad \theta' = \frac{(\mathbf{P}_\theta^A \cdot \mathbf{s}')E^A - (\mathbf{P}_t^A \cdot \mathbf{s}')F^A}{E^A G^A - (F^A)^2} \quad (A4)$$

$$\sigma' = \frac{(\mathbf{P}_\sigma^B \cdot \mathbf{s}')G^B - (\mathbf{P}_\phi^B \cdot \mathbf{s}')F^B}{E^B G^B - (F^B)^2}, \quad \phi' = \frac{(\mathbf{P}_\phi^B \cdot \mathbf{s}')E^B - (\mathbf{P}_\sigma^B \cdot \mathbf{s}')F^B}{E^B G^B - (F^B)^2} \quad (A5)$$

## References

- [1] Choi BK, Jerard R. Sculptured surface machining — theory and applications. Dordrecht: Kluwer Academic, 1998.
- [2] Chou JJ, Yang DCH. Command generation for three-axis CNC machining. *Journal of Engineering for Industry* 1991;113:305–10.
- [3] Dragomatz D, Mann S. A classified bibliography of literature on NC milling path generation. *Computer Aided Design* 1997;29(3):239–47.
- [4] Farouki RT, Shah S. Real-time interpolators for Pythagorean-hodograph curves. *Computer Aided Geometric Design* 1996;13:583–600.
- [5] Faux ID, Pratt MJ. Computational geometry for design and manufacture. Chichester: Ellis Horwood, 1981.
- [6] Hildebrand FB. Advanced calculus for applications. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1976.
- [7] Hoschek J, Lasser D. Fundamentals of computer aided geometric design. Wellesley, MA: A.K. Peters, 1993 (translated by L.L. Schumaker).
- [8] Hu CY, Maekawa T, Patrikalakis NM, Ye X. Robust interval algorithm for surface intersections. *Computer Aided Design* 1997;29(9):617–27.
- [9] Jensen CG, Anderson DC. A review of numerically controlled methods for finish-sculptured-surface machining. *IEE Transactions* 1996;28:30–9.
- [10] Kim KI, Kim K. A new machine strategy for sculptured surfaces using offset surface. *International Journal of Production Research* 1995;33(6):1683–97.
- [11] Kuragano T, Sasaki N, Kikuchi A. The FRES DAM system for designing and manufacturing free-form objects. In: Martin R, editor. USA-Japan cross bridge, Flexible automation, vol. 2. 1988. p. 931–8.
- [12] Lartigue C, Duc E, Tournier C. Machining of free-form surfaces and geometrical specifications. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers* 1999;213B:21–27 (In: IMechE 1999).
- [13] Lin RS, Koren Y. Efficient tool-path planning for machining free-form surfaces. *Transactions of ASME, Journal of Engineering for Industry* 1996;118:20–8.
- [14] Loney GC, Ozsoy TM. NC machining of free-form surfaces. *Computer Aided Design* 1987;19(2):85–90.
- [15] Maekawa T, Patrikalakis NM. Interrogation of differential geometry properties for design and manufacture. *The Visual Computer* 1994;10(4):216–37.
- [16] Sakuta T, Kawai M, Amano Y. Development of an NC machining system for stamping dies by offset surface method. In: Autofact 87 Conference Proceedings, Dearborn, Michigan, 1987, SME. p. 2.13–2.27.
- [17] Sarma R, Dutta D. The geometry and generation of NC tool paths. *Journal of Mechanical Design, Transactions of the ASME* 1997;119:253–8.
- [18] Shpitalni M, Koren Y, Lo CC. Realtime curve interpolators. *Computer Aided Design* 1994;26(11):832–8.
- [19] Wang WP, Wang KK. Geometric modeling for swept volume of moving solids. *IEEE Computer Graphics & Applications* 1986;6:8–17.
- [20] Yamaguchi F. Curves and surfaces in computer aided geometric design. New York: Springer, 1988.
- [21] Yang DCH, Kong T. Parametric interpolator versus linear interpolator

for precision CNC machining. *Computer Aided Design* 1994;26(3):225–34.

- [22] Ye X, Maekawa T. Differential geometry of intersection curves of two surfaces. *Computer Aided Geometric Design* 1999;16(8):767–88.
- [23] Zhou J, Sherbrooke EC, Patrikalakis NM. Computation of stationary points of distance functions. *Engineering with Computers* 1993;9(4):231–46.



**Claire Lartigue** is an Assistant Professor at the Department of Mechanical Engineering of Ecole Normale Supérieure de Cachan. She is in charge of research activities in the fields of CAD/CAM and inspection of free-form surfaces. These activities focus in particular on the assessment and the improvement of the quality of machined parts in HSM. An experimental laboratory, consisting of a 5-axis HSM center and digitizing means, contributes to the success of this research.



**Francois Thiebaut** is a PhD student in Computer Aided Tolerancing and a teacher at Ecole Normale Supérieure de Cachan. He received a master diploma at ENS de Cachan in CAD/CAM. His research interests are in analysis and synthesis of tolerances and in improving CAD/CAM systems quality, from the tool path generation study to the assessment of the theoretical methods by machining and measuring real parts.



**Takashi Maekawa** is a Principal Research Scientist at the Department of Ocean Engineering Design Laboratory, MIT. His research interests include computational and differential geometry, and Computer Aided Design and Manufacturing. He received a BS and an MS in Mechanical Engineering from Waseda University, Tokyo in 1976 and 1978, respectively, an Ocean Engineer's Degree from MIT in 1987, and PhD in Computer Aided Design and Manufacturing from MIT in 1993. From 1978 to 1989 he worked for Bridgestone

Corporation as a design and manufacturing engineer.



## Annexe B

# Evaluation of the shape deviation of non rigid parts from optical measurements

# Evaluation of the shape deviation of non rigid parts from optical measurements

François Thiébaud<sup>1</sup> · Cyril Lacroix<sup>1</sup> · Loïc Andolfatto<sup>2</sup> · Claire Lartigue<sup>1</sup>

Received: 25 September 2015 / Accepted: 9 May 2016  
© Springer-Verlag London 2016

**Abstract** This paper deals with an approach to identify geometrical deviations of flexible parts from optical measurements. Each step of the approach defines a specific issue which we try to respond to. The problem of measurement uncertainties is solved using an original filtering method, which permits to only consider a few number of points. These points are registered on a mesh of the CAD model of the constrained geometry. The shape resulting from deflection can be identified through the finite-element simulation of the part's deformation due to its own weight and the measuring set-up. Finally, geometrical deviations are obtained by subtracting geometrical deflections to measured geometrical deviations. The method is illustrated in an experimental test case.

**Keywords** Measurement · Shape deviation · Flexible part · Optical measurement

## 1 Introduction

Knowledge of intrinsic part geometry is essential to assembly simulations [1]. Indeed, the geometry of manufactured parts differs from their nominal geometry due to

manufacturing process variations. The actual geometry is generally obtained by surface measurements. The objective is to compare measured data with the design model (more generally the CAD model) to determine whether the manufactured surface lies within the tolerance zone. The alignment of one surface to another is generally carried out by a 3D transformation (rigid transformation). The more common approach to this process is the Iterative Closest Point approach (ICP) [2].

The inspection of flexible parts is not straightforward as gravity loads as well as part fixturing induce part deformations [3, 4]. Flexible part shape is generally assessed when components are in assembly configuration. However, the assembly process generates deformations because of the application of forces and restrictions at fixation points.

In this direction, Ascione and Polini [4] propose to assess part geometry using a fixturing equipment designed in order to reproduce the configuration (location and orientation) of the part to be inspected in its use configuration after assembly. The measurement is performed using a contact probe, which involves a displacement which is negligible compared to the part geometry deviations. The fixture's over-constrained configuration can become an active component of the measurement system and plays a central part in the measurement repeatability. This approach is not automated and it is limited, as it requires to reproduce the configuration for each case.

Recent methods use numerical approaches. Classical techniques for flexible part inspection consist in the acquisition of the part surface and the comparison of the measured data to its CAD model, after performing a transformation to align the data against its nominal model. The acquisition is carried out using optical means as contact probes may involve additional deformations (geometry variations) [5]. The transformation is generally a rigid transformation

---

✉ Claire Lartigue  
lartigue@lurpa.ens-cachan.fr

<sup>1</sup> LURPA, ENS de Cachan, Université Paris-Sud, Université Paris Saclay, F-94235 Cachan, France

<sup>2</sup> EPFL, École polytechnique fédérale de Lausanne, Laboratory for Hydraulic Machines, avenue de Cour 33 bis, 1007 Lausanne, Switzerland

followed by a deformation applied to the mesh of the CAD model. In [6], a displacement field is added in order to consider the deformations induced by the fixturing, the gravity and those due to the manufacturing process. The objective is to find the form deviation due to the manufacturing process only. Then an identification method is proposed to separate the profile deviation from the part deformation that is due to its flexibility. The method seems promising but the application is performed on simulated data only. Radvar-Esfahlan and Tahan propose an inspection process for non-rigid part based on simulation using Finite Element Analysis (FEA) [7]. First the part is set-up onto well-known location support points defining a non over-constrained configuration. Then, deformations due to gravity loads are evaluated by using FEA for which fixturing points are used as boundary conditions. Therefore, the real geometrical deviations can be calculated by considering the rigid transformation from the pre-processed CAD model to the scanned data. Some authors used a similar approach (component measurements and FEA analysis) with the aim of predicting over-constrained assemblies but not component shape deviations [8]. In [9], the method does not require the knowledge of all the fixturing points and only considers partial views of the part. Authors focus on the regions where inspection is required, and use the concept of characteristic points that are part of the partial data model. The use of a partial model implies more simplicity for calculations and for the surface acquisition process that does not need to be complete. In this approach, characteristic points found in different partial views, such as fixation points, holes, corners, etc, are matched with the CAD model. Therefore, the method is similar to classical ones but only takes into account an estimation of the missing fixation points. This method is specifically applied to plastic parts. In another interesting approach, a spring-mass model is defined instead of FEM to simulate deformations on a polygonal mesh [10]. Indeed, the polygonal model of the part can be sampled into a set of punctual masses connected to each other by massless springs. The stiffness of the spring associated to the bending is calculated considering the part thickness and the geometry of the triangular faces of the mesh.

The aim of this paper is to obtain the form deviation of flexible components from part measurements independently of the assembly configuration of use. The originality is that the form deviations only due to the manufacturing process are determined relatively to the free-state of the component instead of the CAD model, as is classically the case. For this purpose, the free shape is evaluated from the CAD model by FEA simulations. Then, the component is measured, using optical means because of their main advantages, in a given configuration for which the set-up is well-known. From the measured shape and considering FEA simulations once again, the form deviations can be

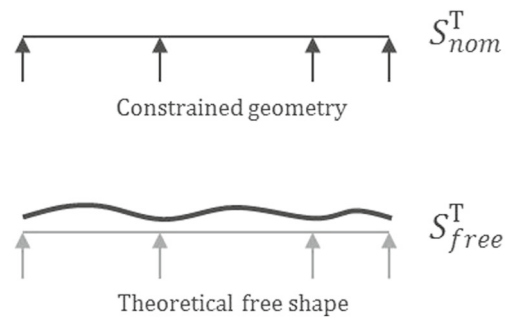


Fig. 1 Definition of theoretical free shape

calculated. Before detailing our approach it is necessary to clearly define what the geometry of a flexible part is.

## 2 Geometry of a flexible part

The free state of a component is the shape it should have in the state of absence of gravity [11]. Actually, the shape of the component is generally defined in its configuration of use, i.e., when assembled to other components subjected to external loads. This defines the constrained geometry which is the support to the definition of the CAD model, referred to as  $S_{nom}^T$ . The free shape, referred to as  $S_{free}^T$ , is defined when both constraints and effect of gravity are not present. In other words, when all the constraints are applied to the theoretical free shape, the geometry of the component is the one defined by the CAD model (Fig. 1). It is thus possible to define a relationship given in (1):

$$S_{nom}^T = S_{free}^T + E_{nom}^{def} \tag{1}$$

Where  $E_{nom}^{def}$  represents the deformation of the shape under gravity and other applied constraints. The deformation can be calculated using a FEA approach.

Due to the manufacturing process, the actual shape differs from the theoretical shape, for it includes form deviations.

To obtain form deviations, the component is measured in a measuring configuration which gives the measured shape

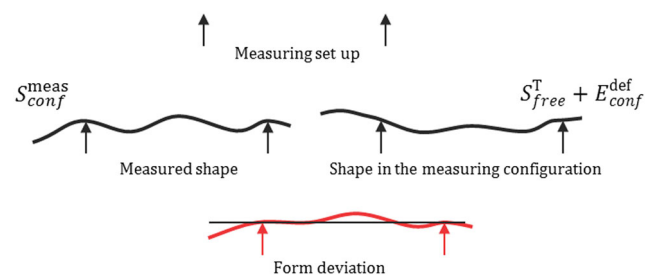


Fig. 2 Theoretical definition of form deviation

$S_{conf}^{meas}$  (Fig. 2). This measured shape includes form deviations but also deformations which are due to the combined effect of the measuring set-up and of the component own weight. These deformations,  $E_{conf}^{def}$  can be easily simulated using FEA. Thus, as the free shape is known, it will become simple to identify form deviations. This is detailed in the next section.

### 3 Evaluation of the form deviation

#### 3.1 Principle of the method

The measurement of a flexible component is usually performed in a given configuration, using an over-constrained measuring set-up. In this configuration, the actual shape corresponds to the theoretical free shape, added to the form deviation and the deformation under the combined effect of the measuring set-up and the component's own weight. The treatment of the raw measurement data, detailed in Section 3.2, yields to the measured shape  $S_{conf}^{meas}$  which can be expressed by Eq. (2):

$$S_{conf}^{meas} = S_{free}^T + E_{conf}^{def} + E^{shape} \quad (2)$$

where  $E^{shape}$  is the form deviation. As stated before, the free shape can easily be deduced from the CAD model using Eq. (1) which leads to:

$$S_{free}^T = S_{nom}^T - E_{nom}^{def} \quad (3)$$

where  $E_{nom}^{def}$  is calculated thanks to FEA simulations. In the same way,  $E_{conf}^{def}$  is evaluated thanks to the simulation of the part deflection under its weight and considering the fixturing of the corresponding measuring configuration. FEA simulations are detailed in Subsection 3.4. Finally, the form deviation of the flexible component can be calculated from the measured shape in a configuration using (4):

$$E^{shape} = S_{conf}^{meas} - E_{conf}^{def} - S_{free}^T \quad (4)$$

The form deviation of a part can be mathematically expressed as a field which is intrinsic to the part and defined in each point of the part surface. Incorporating Eq. (3) into Eq. (4) yields to :

$$E^{shape} = S_{conf}^{meas} - E_{conf}^{def} - S_{nom}^T + E_{nom}^{def} \quad (5)$$

So, defining the measured geometrical deviation field,  $E^{meas}$  as  $E^{meas} = S_{conf}^{meas} - S_{nom}^T$ , which represents deviations of the measured shape from the CAD model, the form deviation field is given by:

$$E^{shape} = E^{meas} - E_{conf}^{def} + E_{nom}^{def} \quad (6)$$

Equation (6) gives the form deviation of the part expressed in a finite number of points. This corresponds to the geometrical deviation expressed at each node of the mesh which is the support of the FE simulation. The measured geometrical deviation field,  $E^{meas}$ , must then be defined at each node of the mesh too as detailed in the next section.

#### 3.2 From measured points to the measured geometrical deviation field

The part is scanned using an optical measuring system to avoid contact, so that the part shape is not impacted during the measurement. As it is interesting to characterize the shape of large parts in short time, a laser plane sensor is chosen to scan the part. The result of the measurement stage is a point cloud, which is dense, non homogeneous and noisy [12]. This point cloud represents the shape of the component in its measuring configuration. As mentioned earlier, the measured geometrical deviation field must be expressed at each node of the mesh. A processing of the raw data is thus necessary to match one node of the mesh to the corresponding point of the point cloud for which the deviation will be calculated. Due to the point density of the scanned data, and considering limit uncertainties associated with optical measuring systems, in particular digitizing noise, it seems relevant to estimate the deviation between the node and its closest neighbors belonging to the point cloud. The use of a vicinity to define the actual geometrical deviation between a measured part and its CAD model has been used in [13]. Authors define the neighborhood by the facets between four points in close correspondence with the considered point, and the geometrical deviation corresponds to the minimum normal distance between the point and each facet. Our approach is quite different as the neighborhood is defined by a cylinder and as we define the geometrical deviation at the considered point by the mean value of all the normal distances. This is performed as follows (see Fig. 3):

- Estimation of the normal vector  $\vec{n}_i$  for each node  $P_i$  of the mesh .

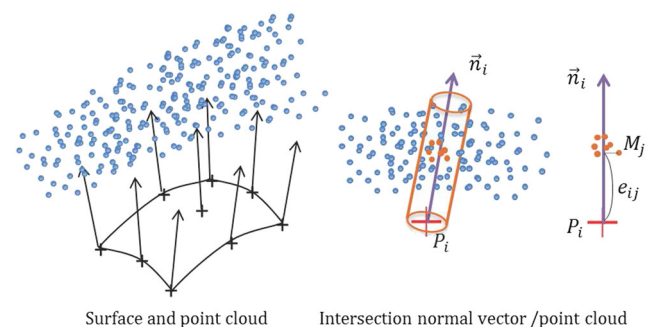


Fig. 3 Evaluation of the local geometrical deviation

- Extraction of the nearest neighbors of the node belonging to the point cloud: the nearest neighbors are the points  $M_j$  that belong to a cylinder of radius  $R$  (with  $R = 1$  mm in the present work) and whose axis is the normal vector.
- Calculation of the distance  $e_{ij} = \overrightarrow{P_i M_j} \cdot \vec{n}_i$  for each  $M_j$ .
- Evaluation of the geometrical deviation  $d_i = \text{mean}(e_{ij})$  corresponding to the node  $P_i$

The deviation at each node  $P_i$  of the mesh is thus calculated as the mean value of the deviations  $e_{ij}$  corresponding to the deviation evaluated along the normal vector between the node and each one of its neighbor. The calculation is only performed if the number of neighbors is greater than a threshold  $N_t$ , arbitrarily fixed at  $N_t = 10$  in the present work, that means if the cylinder of radius  $R$  whose axis is  $\vec{n}_i$  contains more than 10 points. During this step, the standard deviation of the deviations is also calculated as follows:

$$\sigma_i = \sqrt{\frac{1}{p-1} \sum_{j=0}^p (e_{ij} - d_i)^2} \tag{7}$$

The evaluation of  $\sigma_i$  gives a cartography of the digitizing noise. The points for which the digitizing noise is high are removed. This leads to areas for which the geometrical deviation  $d_i$  cannot be evaluated directly from the measurement. Besides, in some cases, the completeness of the measurement can not be ensured due to accessibility reasons. As a result, the acquired point cloud may present some digitizing holes. In these areas, the direct evaluation of the geometrical deviation is not possible either. Then, for digitizing holes and for highly noisy areas, an extrapolation method of the measured shape is proposed to obtain a complete cartography of the measured geometrical deviations. The approach developed to obtain this complete cartography is summarized in Fig. 4. First, a coarse registration of the rough point cloud to the mesh of the CAD model is manually carried out using the points that define the part set-up. This rough registration allows the alignment of the point cloud to the CAD model at about 0.01 mm. Following this step, geometrical deviations  $d_i$  are calculated along with local noise (as the standard deviation estimated by Eq. (7)). Nodes for which the noise is too high are removed, leading to points for which geometrical deviations are assessed. To obtain the field of measured deviations  $E^{\text{meas}}$  at each

node of the mesh, a stage of extrapolation based on a modal decomposition is carried out. This step is detailed in the next section.

### 3.3 Shape deviation expressed as modal coordinates

#### 3.3.1 Modal decomposition

The expression of shape deviation as the discrete field  $E^{\text{shape}}$  is not entirely satisfying as it still highly depends on the measurement process definition that leads to a certain amount  $N$  of measured points for instance. With no further work to express the measurement result as the intrinsic shape deviation of the part, it is impossible to re-use it for other purposes such as assembly simulation.

Huang and Ceglarek [14] used a decomposition based on direct cosine transform to express the shape deviation of a part. This technique requires to have a structured mesh of the part. This is not always possible. Franciosa et al. [15] proposed to use mesh morphing techniques derived from the computer graphics community to express shape deviation. Although it can describe complex shapes without any assumption on the nominal geometry of the considered parts, the identification of a proper set of morphing operators to fit the evaluated shape deviation can be difficult. Samper and Formosa [16] proposed to express the shape deviation of a part using a modal decomposition based on the part's natural modes. This technique combines both the applicability to whatever part shape and the well-established strategy to identify a finite set of parameters describing the shape deviation. The part's natural modes are given by the solution of the linear dynamic equation:

$$M \cdot \ddot{\mathbf{u}} + K \cdot \mathbf{u} = 0 \tag{8}$$

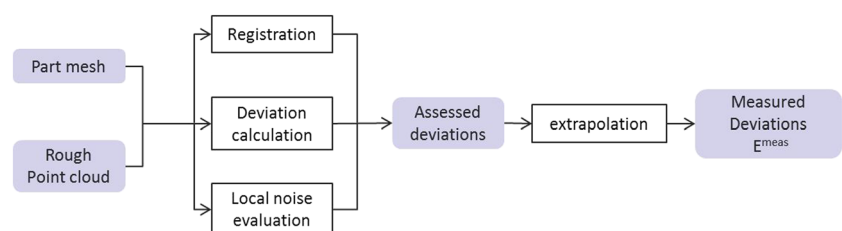
with:

- $\mathbf{u}$  the displacement of each node for each degree of freedom (DOF) of the meshed part elements;
- $K$  the stiffness matrix modeling the mechanical behavior of the measured part;
- $M$  the mass matrix modeling the mass distribution of the measured part.

The solutions of Eq. (8) can be written as:

$$\mathbf{u}_i(t) = \mathbf{q}_i \cdot \cos \omega_i t \tag{9}$$

**Fig. 4** From measured points to measured deviations



with  $\omega_i$  the natural pulsation of the mode  $i$  and  $\mathbf{q}_i$  its amplitude vector.

The number of natural modes that can be computed equals the number of DOFs of the problem, which is  $6N_n$  considering the entire finite element model described in Subsection 3.4.

The natural mode amplitude vectors have the property defined in Eq. (10):

$$\mathbf{q}_i^t \cdot \mathbf{M} \cdot \mathbf{q}_j = \delta_{ij} \tag{10}$$

with  $\delta_{ij}$  the Kronecker symbol, equal to 1 if  $i = j$  and otherwise zero. Hence, the  $\mathbf{q}_i$  mode amplitude vectors are a basis of the displacement space and the dot product defined in Eq. (11) can be used to project any displacement field  $\mathbf{u}$  on this basis.

$$\langle \mathbf{a}, \mathbf{b} \rangle = \mathbf{a}^t \cdot \mathbf{M} \cdot \mathbf{b} \tag{11}$$

As explained in Eq. (12), Samper and Formosa use this dot product to identify the modal coordinates  $\{\lambda_i\}$  of a particular shape deviation, considering its discrete expression  $\mathbf{u}$  given for each node of the meshed component.

$$\forall i \in \{1, \dots, 6N_n\}, \lambda_i = \mathbf{q}_i^t \cdot \mathbf{M} \cdot \mathbf{u} \tag{12}$$

With the  $\omega_i$  sorted in growing values, the mode amplitude vectors  $\mathbf{q}_i$  are sorted in increasing complexity. As the wavelength of the mode decreases with the frequency, the entire basis is usually not necessary to depict the shape deviation. A residual noise  $e_{N_m}$  kept at the same order of magnitude as the measurement uncertainty provides an efficient criterion to assess the relevance of the selected number  $N_m$  of modes of the truncated basis.

$$e_{N_m} = \sqrt{\left(\mathbf{u} - \sum_{i=1}^{N_m} \lambda_i \mathbf{q}_i\right)^t \cdot \left(\mathbf{u} - \sum_{i=1}^{N_m} \lambda_i \mathbf{q}_i\right)} \tag{13}$$

Even for complex geometry, around 30 modes provide a difference smaller than  $5 \mu m$  between modal decomposition and actual measurement results [16].

The modal coordinates describing the shape deviation of the part no longer form a discrete description but a parametric one. It can then be used for other purposes such as assembly simulation or best fit. The identification of modal coordinates only requires that the deviation is expressed at each node of the mesh. But this requirement can not always be fulfilled in practice.

### 3.3.2 Modal decomposition on incomplete set of measurement results

In this paper, the displacement field  $\mathbf{u}$  is not considered to be known at each node of the meshed used for modal decomposition. Only a subset of its component, written  $\tilde{\mathbf{u}}$ , can be

extracted from the shape deviation  $\mathbf{E}^{\text{shape}}$  obtained according to Eq. (4). The same dimension reduction that yields  $\tilde{\mathbf{u}}$  out of  $\mathbf{u}$  is applied to provide the reduced mode amplitude vectors  $\tilde{\mathbf{q}}_i$  out of each  $\mathbf{q}_i$  and the reduced mass matrix  $\tilde{\mathbf{M}}$  out of  $\mathbf{M}$ . Then:

$$\begin{cases} \forall i \in \{1, \dots, N_m\}, \mu_i = \sqrt{\tilde{\mathbf{q}}_i^t \cdot \tilde{\mathbf{M}} \cdot \tilde{\mathbf{q}}_i} \\ \forall (i, j) \in \{1, \dots, N_m\}^2, i \neq j, \mu_{ij} = \sqrt{\tilde{\mathbf{q}}_i^t \cdot \tilde{\mathbf{M}} \cdot \tilde{\mathbf{q}}_j} \end{cases} \tag{14}$$

and:

$$\begin{cases} \forall i \in \{1, \dots, N_m\}, \tilde{\lambda}_i = \tilde{\mathbf{q}}_i^t \cdot \tilde{\mathbf{M}} \cdot \tilde{\mathbf{u}} \\ \forall i \in \{1, \dots, N_m\}, |\tilde{\lambda}_i - \lambda_i| < \max_{i \in \{1, \dots, N_m\}, j \neq i} |\mu_{ij}| \end{cases} \tag{15}$$

The  $\tilde{\lambda}_i$  are the approximated modal coordinates identified with the shape deviation defined on a subset of the mesh nodes. The impact of the dimension reduction on the modal coordinates identification can be assessed by evaluating the maximum value of the  $\mu_{ij}$ .

Shape deviation expressed only for local areas of the part—due to accessibility issues—is likely to increase the value of the  $\mu_{ij}$ . It is the consequence of the inability of global techniques such as modal decomposition to express local results.

A comprehensive expression of the shape deviation will provide negligible  $\mu_{ij}$  and then an accurate evaluation of the modal coordinates. With the shape deviation expressed for all the nodes of the meshed part, the  $\mu_{ij}$  will equal 0. This particular case is the one for which the strategy proposed in [16] and described in Subsubsection 3.3.1 is applicable.

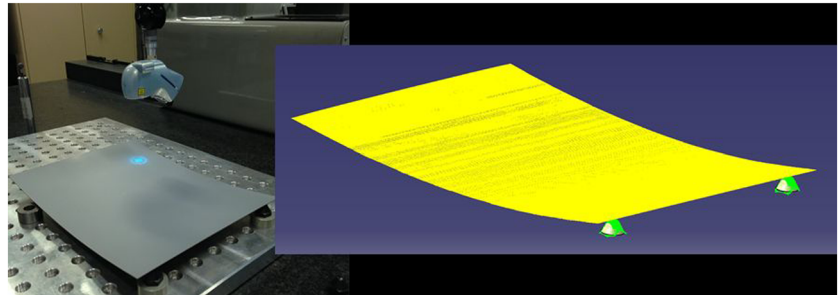
### 3.4 Gravity and constraint effect

As mentioned in Subsection 3.1, the deformation  $\mathbf{E}^{\text{def}}$  is due to both the gravity and to the constraints associated with the configuration (which can be the measuring configuration or the nominal configuration). Considering that the mechanical behavior of the part to be measured is known, it can be predicted thanks to a simulation model. As in many approaches presented in the literature, some of them detailed in [1, 7], a finite element simulation model has been found appropriate to predict this behavior.

As the finite element simulation required the part to be meshed, all the discrete deviation fields  $\mathbf{E}^{\text{shape}}$ , and  $\mathbf{E}^{\text{def}}$  are expressed on a subset of  $N$  points corresponding to the nodes of the part mesh.

Meshing almost always involves simplification of the part geometry. This paper addresses the measurement of flexible parts that are usually thin, such as sheet metals parts. This type of parts can be well-modeled with shell elements, requiring the part to be simplified as a single surface. Even if it can be bypassed, using the simplified measured

Fig. 5 Part measurement



surface makes the flow quite easier. This particular case is assumed in the following.

With the same notations used in Eq. (8), a finite element simulation can be mathematically described as consisting in finding  $\mathbf{u}$  satisfying the following equations:

$$\begin{cases} K \cdot \mathbf{u} = \mathbf{f} + M \cdot \mathbf{g} \\ C \cdot \mathbf{u} = \mathbf{d} \end{cases} \quad (16)$$

with:

- $\mathbf{g}$  a vector modeling the gravity at each node of the meshed part and along each DOF;
- $\mathbf{f}$  a vector describing the external mechanical actions apart from gravity, such as clamping forces;
- $C$  and  $\mathbf{d}$  a matrix and a vector modeling the kinematic boundary conditions, such as an imposed displacement due to known contact on the measurement set-up.

Classically, the small perturbations hypothesis is adopted. The displacement of each point is assumed to be small, and the gradient of deformations can be neglected before the unit. As an obvious result, actual stiffness and nominal stiffness can be merged. Therefore, loading can be applied on the nominal mesh as well as on the deformed mesh. Considering the meshed part has  $N_n$  nodes with 6 DOF each<sup>1</sup>, the solution  $\mathbf{u}$  of the finite element problem has  $6N_n$  components.

The value of the deformation  $\mathbf{E}^{\text{def}}$ , giving the part deflection for  $N$  of the  $N_n$  nodes of the part can be directly derived from  $\mathbf{u}$  by extracting the displacements of the  $N$  nodes for which deviations are assessed. First, the approach is used to obtain  $\mathbf{E}_{nom}^{\text{def}}$ , the deformation corresponding to the nominal configuration. Once  $\mathbf{E}_{nom}^{\text{def}}$  is known, another simulation is performed to obtain  $\mathbf{E}_{conf}^{\text{def}}$ , the deformation associated with the measuring configuration. Finally, the discrete shape deviation field  $\mathbf{E}^{\text{shape}}$  is obtained by subtracting the deformations to the measured deviation  $\mathbf{E}^{\text{meas}}$  as proposed in Eq. (6).

<sup>1</sup>3 translations and 3 rotations.

## 4 Experimental validation

In order to illustrate the proposed method, a sheet metal part in aluminum alloy is measured (Fig. 5). The CAD model of the part is a cylinder surface of radius  $R_c = 1$  m set in an over-constrained configuration defined by 4 contact pads. First, a simulation is necessary to obtain  $\mathbf{E}_{nom}^{\text{def}}$ .

For this purpose, the part is meshed, and the simulation is performed considering that normal displacements are not allowed at the 4 contact points, and that the part is under the effect of gravity. Finite Element simulations are conducted using CATIA V5 ©, considering 2D shell elements. The simulation yields  $\mathbf{E}_{nom}^{\text{def}}$ .  $\mathbf{S}_{free}^T$  is thus obtained using Eq. (3) (see Fig. 6).

Next, the part is set in different equally-constrained configurations considering only 3 contact pads, as displayed in Fig. 5. The use of more than one configuration will highlight the method ability to evaluate the intrinsic shape deviation of the part independently from the measurement setup. The configuration is easily modified by changing the locations of these contact pads. As the part is flexible, the part is scanned using a laser-plane sensor mounted on a CMM whose geometrical errors are negligible (about  $4 \mu\text{m}$  in the working space). The sensor orientation is kept constant during the whole measurement step. As only one sensor orientation is used, there is no additional error due to sensor repositioning. The sensor accuracy is assessed via a protocol. The trueness is evaluated to  $10 \mu\text{m}$  for a gauge of 35 mm, which is consistent with the order of magnitude of the expected deformations [18].

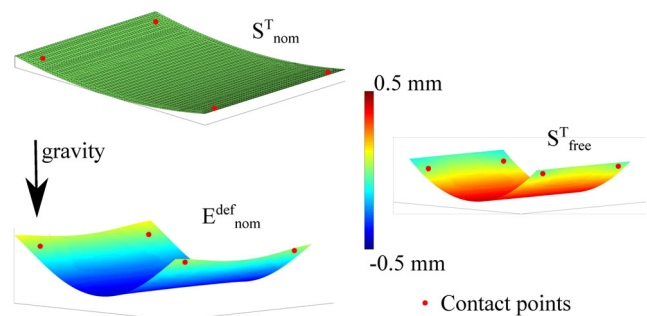
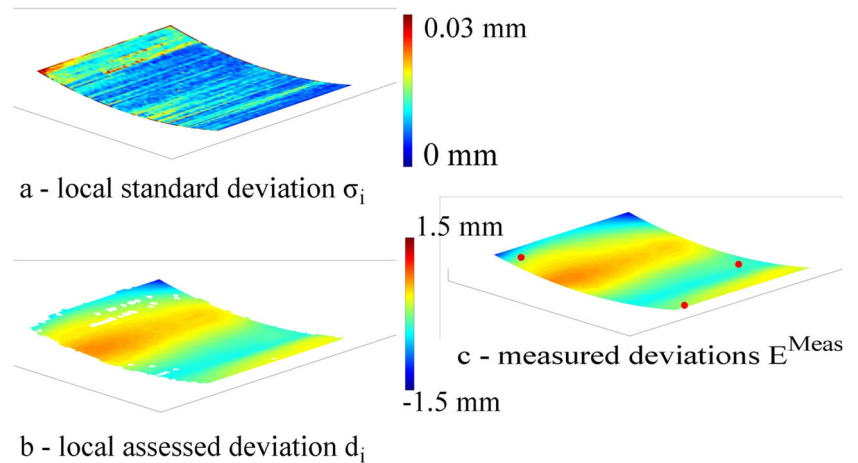


Fig. 6 Calculation of  $\mathbf{S}_{free}^T$

**Fig. 7** Evaluation of the measured deviation field,  $E^{\text{meas}}$



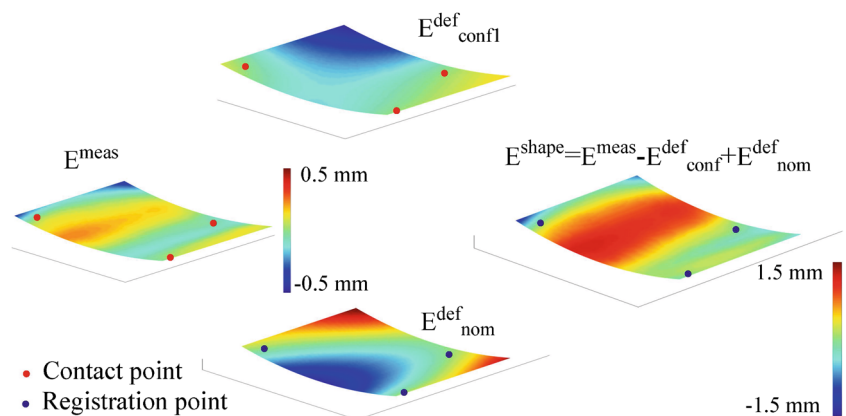
Once the part is measured, the following step is the calculation of the measured deviation field,  $E^{\text{meas}}$  as detailed in Subsection 3.2. For each node of the CAD mesh, the deviation  $d_i$  is calculated along with the standard deviation  $\sigma_i$  given by Eq. (7). As proposed in our approach (see Fig. 4), data are pre-processed and filtered by removing points for which the digitizing noise ( $\delta_i = k \cdot \sigma_i$ , with  $k = 1$ ) is greater than the mean noise associated with the sensor. The mean noise of the sensor is generally evaluated thanks to a protocol and according to the digitizing distance and the digitizing angle [12, 17]. For the used measuring conditions, the mean noise associated to the sensor is equal to  $\delta_{\text{sensor}} = 0.02$  mm. As a result, points for which  $\delta_i > 0.03$  mm are tagged as too noisy. For such points, the geometrical deviation cannot be directly calculated and the measured deviation field is thus extrapolated at the corresponding nodes thanks to the method detailed in Subsection 3.3. This is illustrated for the first measurement configuration in Fig. 7. Considering the cartography of the local noise (Fig. 7a), deviations are only calculated for nodes such as  $\delta_i < 0.03$  mm. This yields to an incomplete cartography of

measured deviations (Fig. 7b). Following, the field of measured deviations is reconstructed using the modal decomposition (Fig. 7c).

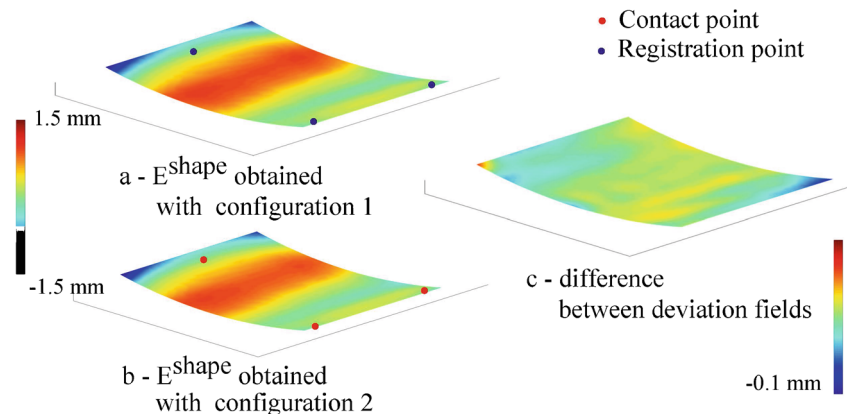
The next step is Finite Element simulations, considering the measurement configuration to obtain  $E_{\text{conf}}^{\text{def}}$ . The normal displacements are not allowed at the 3 contact points defining the measurement set-up (boundary conditions), and once more, the external force is only gravity. Finally, the field of shape deviation is calculated using Eq. (6). This is illustrated in Fig. 8 for configuration 1.

The whole approach is applied to the second configuration. The measurement set-up is modified by moving the positions of 2 of the 3 contact pads. Only the final result is reported in Fig. 9. To compare both fields, the result for the second configuration is registered on the contact points of the first configuration. The figure clearly highlights that the field of shape deviations is quite identical for both configurations. In particular, the cartography of the difference between the fields obtained with the two configurations shows that the difference is less than 0.02 mm for most of the part. The difference reaches up to 0.06 mm at the left

**Fig. 8** Evaluation of the shape deviation field



**Fig. 9** Difference between deviation fields considering two measurement configurations



corner. This is likely due to deviation field reconstruction in this area (see Fig. 7b)). Reconstruction is less efficient in areas where the lack of points is significant.

## 5 Conclusion

An efficient approach to evaluate shape deviations of flexible parts has been proposed in the paper. The method relies on part measurements coupled with FE simulations in order to take into account the deformation associated with gravity and with the measurement configuration. Applied to a simple part for which the mechanical model is well-known, the method allows the identification of the form deviations whatever the measurement configuration. Differences between the deviation fields obtained from two different configurations, around a few micrometers, lay within the measurement uncertainty which shows that the method is promising. Future works will focus on more complex parts. In this case, FE simulations require the simplification of the geometrical model and an a priori model registration to simplify calculations. Finally, the approach proves to be an interesting tool to obtain the component's geometry of an assembly in its use configuration, thus eliminating the use of jigs, generally very expensive.

## References

1. Breteau P Simulation d'assemblage flexible par la mesure—application au domaine de l'aéronautique PhD these, (2009), Ecole Normale Supérieure de Cachan
2. Li Y, Gu P (2005) Inspection of free-form shaped parts. *Robot Comput-Integr Manuf* 21(45):421–430
3. Abenhaim GN, Desrochers A, Tahan AS (2013) An investigation of the repeatability of nonrigid parts measurements: a case study of an aluminum panel. *Procedia* 10:105–111
4. Ascione R, Polini W (2010) Measurement of nonrigid freeform surfaces by coordinate measuring machine international. *J Adv Manuf Technol* 51:1055–1067
5. Weckenmann A, Knauer M, Killmaier T (2001) Uncertainty of coordinate measurements on sheet-metal parts in the automotive industry. *J Mater Process Technol* 115(1):9–13
6. Abenhaim GN, Tahan AS, Desrochers A, Maranzana R (2011) A novel approach for the inspection of flexible parts without the use of special fixtures. *J Manuf Sci Eng* 133:1–11
7. Radvar-Esfahlan H, Tahan S-A. (2012) Nonrigid geometric metrology using generalized numerical inspection fixtures. *Precis Eng* 36(1):1–9
8. Gentilini I, Shimada K (2011) Predicting and evaluated the post-assembly shape of thin-walled components via 3D laser digitization and FEA simulation of the assembly process. *Comput-Aided Des* 43:316–328
9. Jaramillo A, Prieto F, Boulanger P (2013) Fast dimensional inspection of deformable parts from partial views. *Comput Ind* 64(9):1076–1081
10. Jaramillo A, Prieto F, Boulanger P (2013) Deformable part inspection using a springmass system. *Comput-Aided Des* 45(89):1128–1137
11. Lartigue C, Thiébaud F, Bourdet P, Anwer N Dimensional metrology of flexible parts: identification of geometrical deviations from optical measurements. *Ser Adv Math Appl Sci* 72(200-):196–203
12. Lartigue C, Contri A, Bourdet P (2002) Digitised point quality in relation with point exploitation. *Measurement* 32:193–203
13. Ravishankar S, Dutt HNV, Gurumoorthy B (2012) AIWINa fast and jigless inspection technique for machined parts. *Int J Adv Manuf Technol* 62:231–240
14. Huang W, Ceglarek D (2002) Mode-based decomposition of part form error by discrete-cosine-transform with implementation to assembly and stamping system with compliant parts. *CIRP Ann Manuf Technol* 51(1):21–26
15. Franciosa P, Gerbino S, Patalano S (2010) Simulation of variational compliant assemblies with shape errors based on morphing mesh approach. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*:1–15
16. Samper S, Formosa F (2007) Form defects tolerancing by natural modes analysis. *J Comput Inf Sci Eng* 7(1):44–51
17. Audfray N, Mehdi-Souzani C, Lartigue C (2012) Assistance to automatic digitizing system selection for 3D part inspection. *ASME 2012 11th Biennial Conference on Engineering Systems Design And Analysis, ESDA2012, Nantes (France), CDRom paper N 82319*
18. Mehdi-Souzani C, Quinsat Y, Lartigue C, Bourdet P (2016) A knowledge database of qualified digitizing systems for the selection of the best system according to the application. *CIRP J Manuf Sci Technol* 13:15–23



## Annexe C

# 3D chain links and virtual gauges : Application to tolérance analysis



# 3D chain links and virtual gauges. Application to tolerance analysis

François THIEBAUT, Pierre BOURDET  
 Laboratoire Universitaire de Recherche en Production Automatisée  
 Ecole Normale Supérieure de Cachan, Cachan, France

**Key Words:** Geometric joint model, geometric specification model, tolerance analysis.

## Introduction

Design and manufacturing of mechanisms and parts consists of various activities. Each one generally uses specific geometric models and tools that are complementary. However, the use of various models is source of inaccuracy and lost in time. Using a common model for all the activities would be a great contribution.

The work reported on this paper deals with tolerance analysis on geometrically constrained mechanisms. Our generic model and approach [1,2] are presented prior to the analysis application.

## 1. Geometrical model of joints

From design to manufacturing, numerous activities are performed relative to the geometry. Let us consider that the kinematic diagram is the starting point of the design process and that the technical drawings constitute the objective of the designer. In order to respect the requirements on the mechanism, the designer selects some technological solutions. These choices may imply hyperstatic solutions in order to increase the mechanism rigidity.

The model used to find out if a solution is hyperstatic is a model of perfect joint. When the mechanism is said hyperstatic, some geometrical specifications have to be imposed. These specifications and the real behavior of the joints (internal gaps) make the technological solution isostatic. The geometric tools that permit to model hyperstatic mechanisms are rare, that is why we have developed our model. We elaborate the joint model taking into account the degrees of freedom between parts and the internal mobilities of the joint.

In the generic geometric model, the global positioning of the parts is supposed to be defined in a CAD system. Therefore, we only have to model the geometric variations of real parts relative to the CAD model, and to model the kinematic joints between the components. We assume that the geometric variations are small, then we use a first order approximation that allows us to use small displacement torsors in order to model a rigid feature displacement [3].

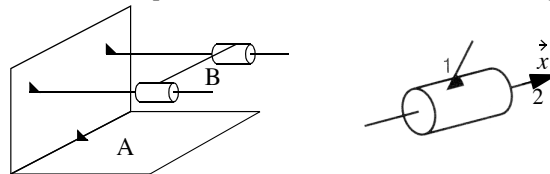


Figure 1: Kinematic diagram and joint

Let us consider a joint (figure 1) composed of part 1 and part 2. Let the part 1 belongs to the component A and the part 2 belongs to the component B. This joint ensures two degrees of freedom between the component A and the component B: a rotation around the x-axis and a translation along the x-axis. In terms of displacements, the orientation and the position of the part 1 relative to the part 2 through the x-axis are not defined, and they are said indeterminate ( $I_u, I_x$ ) for the joint.

The other fields of the joint torsor represent the internal mobilities of the joint. In the given example, small rotations ( $J_\beta, J_\gamma$ ) and small translation ( $J_v, J_w$ ) of part 1 relative to part 2 are possible through the y-axis and the z-axis (figure 2). We remind the reader that the first torsor column represents a small rotation vector and that the second torsor column represents a translation vector. A torsor is another representation of an anti-symmetrical 3x3 matrix.

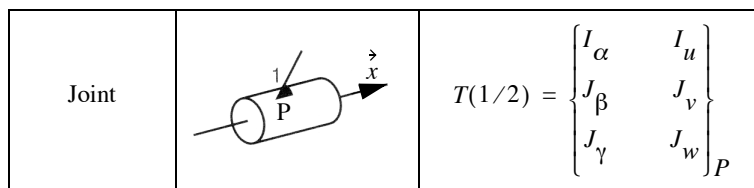


Figure 2: Joint torsor

This first torsor permits to distinguish internal mobilities from degrees of freedom. We have now to model the deviations relative to the situation of the part 1 (respectively 2) of the link relative to the frames of the parts A (respectively B). These deviations are modeled through a deviation torsor. In this torsor, only the fields that modify the joint situation relative to the part frame are non-null. The deviation torsors relative to the two parts of the studied joint are given in figure 3.

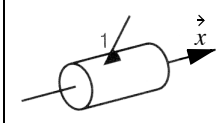
Joint		$D(1/A) = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ \beta_1 & v_1 \\ \gamma_1 & w_1 \end{Bmatrix}_M$	$D(2/B) = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ \beta_2 & v_2 \\ \gamma_2 & w_2 \end{Bmatrix}_M$
-------	---	---	---

Figure 3: Deviation torsors

Now that we have defined the model relative to the internal mobilities and the model relative to the deviations of the parts relative to the joint, we can give the generic geometrical model associated with a joint. This model gives the situation of component A relative to component B through the given joint. We obtain for one joint the equation (1).

$$S(A/B) = D(A/S_1) + J(S_1/S_2) + D(S_2/B) \quad (1)$$

We remark that this equation is very similar to the kinematic expression obtained for a joint if we suppress all the fields of the torsors that are related to the internal mobilities of the joint and to the geometric deviations.

## 2. Geometric loop and generated equations

When a designer checks that a mechanism is isostatic, he can use the model of ideal joints and he knows according to the mechanism theory the degree of hyperstaticism of the mechanism. Once this study is finished, he knows that some geometrical conditions must be imposed in order to comply with the hyperstaticism.

Using our model, the designer knows if the mechanism is isostatic or hyperstatic and he knows by the way what are the deviations that need to be controlled through geometrical specifications [2,4]. We propose to illustrate our purpose through the simple mechanism that consists of two parts. The representation of the mechanism and the names of the parts and surfaces are given in figure 4.

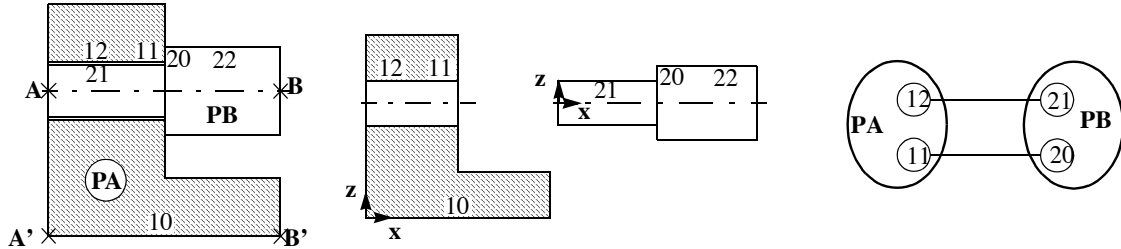


Figure 4: Description of the mechanism

In this study, the shaft PB is positioned relative to the frame PA through two joints. One joint consists of the two cylinders 12 and 21 and the other joint is constituted of the two planes 11 and 20. The two joints provide two sets of equations from the equality (1) that lead to equation (2).

$$\begin{aligned} S(PB/PA) &= D(PB/21) + J(21/12) + D(12/PA) \\ S(PB/PA) &= D(PB/20) + J(20/11) + D(11/PA) \end{aligned} \quad (2)$$

The resulting situation of PB relative to PA is eventually the same, and then the two equations provide a unique equation (3). Like the equations are sums of torsor, we finally get six scalar equations defining equation (4).

$$D(PB/21) + J(21/12) + D(12/PA) = D(PB/20) + J(20/11) + D(11/PA) \quad (3)$$

$$\begin{aligned}
& \text{Ind}[rz, 11, 20] = \text{Ind}[rz, 12, 21] \\
& 0 = -a[11, PA] + a[12, PA] - a[20, PB] - a[21, PB] + J[rx, 11, 20] - J[rx, 12, 21] \\
& 0 = b[11, PA] - b[12, PA] - b[20, PB] + b[21, PB] - J[ry, 11, 20] + J[ry, 12, 21] \\
& \text{Ind}[tx, 11, 20] = -20 b[12, PA] + 20 b[21, PB] + 20 J[ry, 12, 21] + J[tx, 12, 21] - u[12, PA] + u[21, PB], \\
& \text{Ind}[ty, 11, 20] = 20 a[12, PA] - 20 a[21, PB] - 20 J[rx, 12, 21] + J[ty, 12, 21] - v[12, PA] + v[21, PB], \\
& \text{Ind}[tz, 12, 21] = 50 b[11, PA] - 50 b[12, PA] - 50 J[ry, 11, 20] + 50 J[ry, 12, 21] + J[tz, 11, 20] - w[11, PA] - w[20, PB]
\end{aligned} \tag{4}$$

The first equation indicates that the rotation around the z-axis can not be fixed by the planar joint or by the cylindrical pair. This rotation is then allowed by all the joints and is therefore a degree of freedom. The three last equations permit to know that the degrees of freedom that are allowed by one of the joint are suppressed by the other joint. The fourth equation shows the translation which is allowed by the pair of planes ( $\text{Ind}[tx, 11, 20]$ ) is suppressed by the pair of cylinders ( $J[tx, 12, 21]$ ).

The second and the third equations are the compatibility equations. They prove that the mechanism is hyperstatic. When we analyse these equations we bring out that the pair of planes and the pair of cylinders impose both the rotation around the x-axis and around the y-axis.

What is interesting in our approach in the field of tolerance analysis is the knowledge of the symbolic equations that link the deviations of part surfaces and the internal mobilities of the joints. These equations are the 3D chain links of the mechanism. In order to use these equations, we have to provide more information on joint behaviors and to impose allowable deviations that are defined by the geometrical specifications. The information is given through constraints on distances.

### 3. Distance calculation and geometrical constraints

The distance between two surfaces  $\Sigma_1$  and  $\Sigma_2$  is calculated on a given point of the surface  $\Sigma_2$ . The figure 5 illustrates the way we calculate the distance. Let  $P_2$  be the point belonging to the initial surface  $\Sigma_2$ . In order to calculate the signed distance from the point to the surface  $\Sigma_1$ , we take into account the deviations of the surface situations and the intrinsic deviations of the surfaces. Let us consider that the distance function is available and that we can use it as a geometric tool [2].

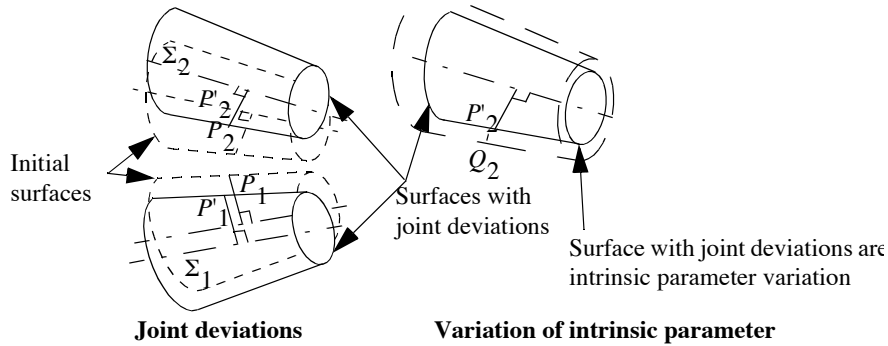


Figure 5: Distance calculation

Since the distance function is available, we can impose geometrical constraints on links. Specificity of the mechanism is taken into account by specifying contacts between parts. The contact is said floating, sliding or fixed. A representation of the three types of contacts and the associated mathematical requirements are given in figure 6.

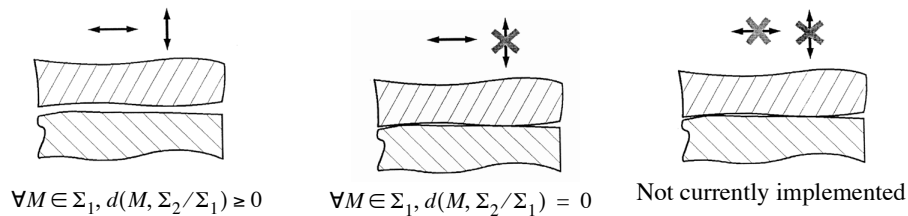


Figure 6: Floating, sliding and fixed contacts

Concerning our example, the preponderant joint is the plane joint, which means that the contact between planes is a sliding contact. It results a floating contact between the two cylinders. In order to geometrically constrain the two joints, contact requirements are imposed on discrete geometry that represent the joints. We use 16 points on the cylinders (8 equally distributed points on each end of the cylinders) and 3 points on the planes.

At this stage of the study, we get the 3D chain links and we have imposed the intentions of the designer by specifying the contact conditions on the discrete geometry. We have now to define the allowable geometry that is defined through the geometrical specifications.

#### 4. Allowable geometric variations

In order to perform a tolerance analysis of a mechanism, we have to model the allowable geometry of the different components. We suppose that all the mechanical drawings are available, then all the allowable geometric variations are known through the geometrical specifications. In the case of the studied mechanism, the geometrical specifications are provided in figure 7.

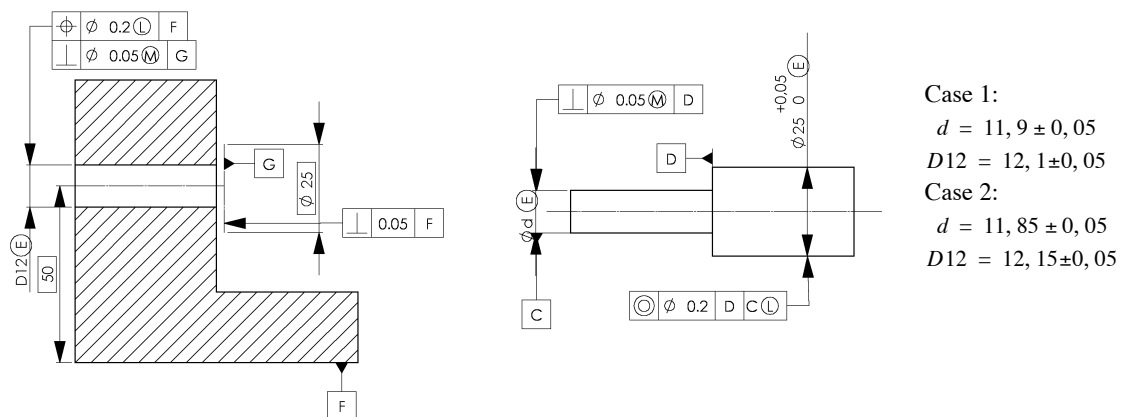


Figure 7: Mechanical drawings of the two parts

For each specification that is given in the design drawing, we define a particular component, that we call a specification component. This component represents both the reference frame and the tolerance zone. We assemble the tolerated part on the specification component, with respect to the constraints that are related to the reference frame. The allowable geometry is then imposed by locating the tolerated feature within the tolerance zone [5,6].

We propose to illustrate this approach on two geometrical specifications of the part PA.

- **Perpendicularity requirement (figure 8)**

This geometrical specification imposes that the tolerated feature (plane 11) is included within a tolerance zone. The tolerance zone is the space limited by two parallel planes. The two planes are called SA410 and SA411. We ensure that the tolerated plane is included inside of the zone by specifying floating contacts between the plane 11 and the planes SA410 and SA411. These contact conditions are given in figure 9. The calculation of the associated equations is automatic.

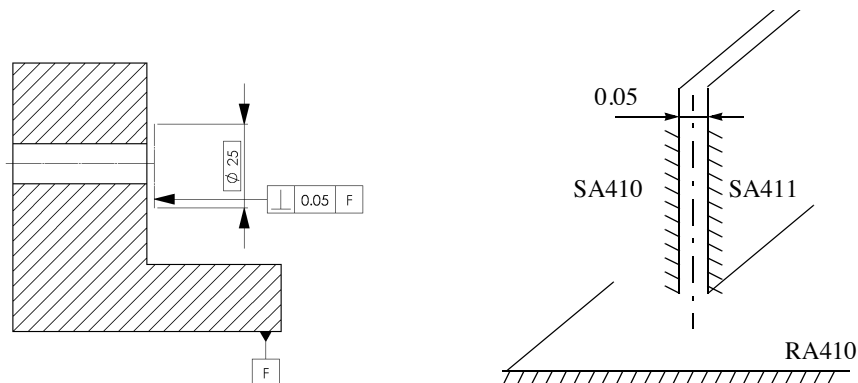


Figure 8: Perpendicularity specification and the associated gauge

The perpendicularity specification imposes that the tolerance zone is normal to the specified reference RA410.

This requirement is taken into account during the design of the specification component. The last operation consists in associating the toleranced component to the specification component. This association is obtained by specifying a sliding contact between the plane RA410 and the plane 10.

```
SampledContact[Perpendicularity] = {
  {RA410, 10, Sliding}, sampled geometry on 4 points
  {SA410, 11, Floating}, sampled geometry on 8 points,
  {SA411, 11, Floating}, sampled geometry on 8 points
```

Figure 9: Type of contacts

This first example shows how we can impose the allowable geometrical deviations corresponding to a given geometrical specification with our model. We propose now to treat the case of a localization specification that uses a minimum material requirement modifier.

• **Localization specification (figure 10)**

The meaning of a geometrical specification that uses modifier is generally given through the presentation of an associated gauge. The specification component is then a virtual gauge. The geometry of the specification component corresponding to the localization specification is given in figure 10.

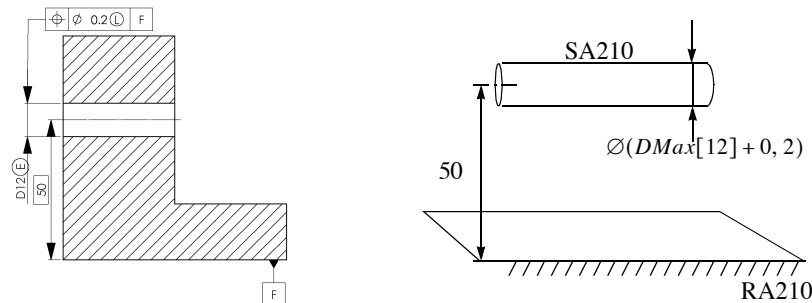


Figure 10: Localization specification and the associated specification component

In order to complete the definition of the allowable geometrical deviations, we must impose the contact conditions. The specified reference for this specification is the plane RA210 and the tolerance zone is the cylinder SA210. The reference feature (plane 10) is associated with the specified reference (plane RA210) by imposing a sliding contact between the planes. The toleranced element is included into the tolerance zone by imposing a floating contact between the cylinders. These conditions on sampled geometry are given in figure 11

```
SampledContact[Localization] =
  {RA210, 10, Sliding}, sampled geometry on 4 points
  {SA210, 12, Floating}, sampled geometry on 16 points
```

Figure 11: Type of contacts

This method of definition of the allowable geometrical deviations has been fully implemented and gives entire satisfaction. The current limits concern the set of geometrical specifications that use some reference frame without modifiers. In this very case, the contact types between the secondary and tertiary specified reference and the corresponding reference features are not of sliding types or of floating types.

The definition of the allowable geometric deviations corresponding to this set of geometrical specifications is under research and encouraging results are obtained.

## 5. Tolerance analysis

The equations corresponding to the 3D chain links and the definition of the admissible geometrical deviations are now established. We get all the data that permit to perform a tolerance analysis i.e. to check that functional requirements are respected for each allowed geometry.

The functional requirements are defined through distance functions. The method consists in searching extrema of the distance functions using linear programming.

We have defined a set of classic functions [2] that permit to find out:

- the minimum distance between two surfaces for a set of points
- the maximum distance between two surfaces for a given point
- the maximum/minimum angle through a given direction between two geometrical features

- the maximum linear or angular displacement through a given direction between two components  
Corresponding to our example, the functional requirements on the mechanism are:
- The minimum/maximum distance from the point A that belongs to the cylinder 21 axis to the plane 10 ( figure 4).
- The minimum/maximum distance from the point B that belongs to the cylinder 22 axis to the plane 10.
- The maximum linear amplitude of the displacement of the point A through the z-direction.

The last step of the worst case analysis method consists in optimizing the distance functions associated with the functional requirements.

The geometrical constraints are the aggregation of the 3D chain links, of the contact constraints and of the constraints relative to the allowed geometric deviations.

Since we get all the constraints and the functions to optimize, we calculate the worst case values that are collected in table 1

	Point A			Point B		
	Minimum distance	Maximum distance	Amplitude of displacement	Minimum distance	Maximum distance	Amplitude of displacement
Case 1	49.75	50.25	0.3	49.57	50.43	0.3
Case 2	49.7	50.3	0.4	49.52	50.48	0.4

*Tableau 1 : Study results*

## Conclusion

This paper proposes an overview of a generic model of geometrical deviations. After a short presentation of the geometrical model of joints, we have shown how 3D chain links are calculated. The proposed application of the model concerns the tolerance analysis.

We obtain symbolic equations for 3D chain links, for the expression of the functional requirements and for the definition of the admissible geometry. We think that it should be interesting to use this knowledge in order to perform tolerance charting. We also think that the equations can be used to help on the task of tolerance synthesis. On-going works are giving first results that encourage further research on these very points [7,8].

## References

- [1] Bourdet, P. and Ballot, E. Geometrical Behavior Laws for Computer Aided Tolerancing. Proceedings of 4th CIRP Seminars on Computer Aided Tolerancing. 1995
- [2] Thiebaut F. Contribution à la définition d'un moyen unifié de gestion de la géométrie réaliste basé sur le calcul des lois de comportement des mécanismes, Phd Thesis, Ecole Normale Supérieure de Cachan, Cachan, France
- [3] Bourdet P, Mathieu L., Lartigue C., Ballu A. The concept of small displacement torsor in metrology, Proceedings of International Euroconference, Advanced Mathematical Tools in Metrology, Lady Margaret Hall, Oxford, UK, 27-30 September 1995
- [4] Thiebaut F., Bourdet P. Spécification tridimensionnelle, de la spécification fonctionnelle à la spécification géométrique, 6<sup>ème</sup> colloque PRIMECA sur la Conception Mécanique intégrée, La Plagne, Avril 1999
- [5] Dantan, J.Y., Thiebaut F., Ballu A., Bourdet P. Functional and manufacturing specifications - Part 1 : Geometrical expression by Gauge with Internal Mobilities, 3rd International Conference on Integrated Design and Manufacturing In Mechanical Engineering, IDMME'2000, Montréal (Canada), CDROM paper, 8 pages, May 2000
- [6] Dantan, J.Y., Thiebaut F., Ballu A., Bourdet P. Functional and manufacturing specifications - Part 2 : Validation of a process plan, 3rd International Conference on Integrated Design and Manufacturing In Mechanical Engineering, IDMME'2000, Montréal (Canada), CDROM paper, 8 pages, May 2000
- [7] Ballot E., Thiebaut, F., Bourdet, P. Toward a computer aided tolerancing system for parts and mechanisms. International Conference on Integrated Design and Manufacturing In Mechanical Engineering. 1999
- [8] Ballot E., Bourdet, P., Thiebaut, F. Determination of relative situations of parts for tolerance computation. Proceedings of 7th CIRP Seminars on Computer Aided Tolerancing. 2001

## Annexe D

# Assembly sequence influence on geometric deviations propagation of compliant parts



## Assembly sequence influence on geometric deviations propagation of compliant parts

M. Mounaud<sup>a\*</sup>, F. Thiébaud<sup>ab</sup>, P. Bourdet<sup>b</sup>, H. Falgarone<sup>c</sup> and N. Chevassus<sup>c</sup>

<sup>a</sup>LURPA, ENS de Cachan, 61, Avenue du Président Wilson, 94235 Cachan Cedex, France;

<sup>b</sup>IUT Cachan, 9, Avenue de la division Leclerc, 94235 Cachan Cedex, France; <sup>c</sup>EADS-IW, 12, rue Pasteur, 92150 Suresnes, France

(Received 1 June 2009; final version received 2 November 2009)

This paper presents a non-rigid part variation simulation method for fulfilling functional requirements on compliant assemblies. This method is based on the propagation of different geometrical deviations (manufacturing and assembly process defects) using the method of influence coefficient. Tolerance analysis of compliant assemblies is also achieved very early in the design stage. As a consequence, designers and manufacturing engineers can efficiently analyse the assembly design principles both in terms of installed stresses and geometric variation clearance. They can also set optimised sequences that enable ridding of geometric variations.

**Keywords:** tolerance analysis; compliant parts; assembly sequencing

### 1. Introduction

To reduce energy consumption, automotive and aeronautics industries are concerned with decreasing the weight of their assemblies while using more and more systems to improve their products – avionics, electronics, hydraulics or mechanical systems, for instance. The important developments in computer engineering in the last three decades allow these industries to model more and more components during the design stage. The complexity may be defined in terms of material or mechanical behaviour, geometry. It also involves manufacturing over-constrained assemblies taking into account part compliance.

The reduction in time development leads these industries to simulate the behaviour of their assembly as accurately as possible and at the earliest stage, in order to minimise the need for physical tests and to improve their producibility. A way to achieve this aim is the use of variation simulation tools as soon as possible.

In early design, the nominal dimensions of parts are decided and tolerances and locating schemes are assigned. Assemblies with such parts have to respect some functional requirements like geometric clearance or installed stresses in the assemblies' joints. At any time, it is important to make sure that the functional requirements of a complex assembly

---

\*Corresponding author. Email: mounaud@lurpa.ens-cachan.fr

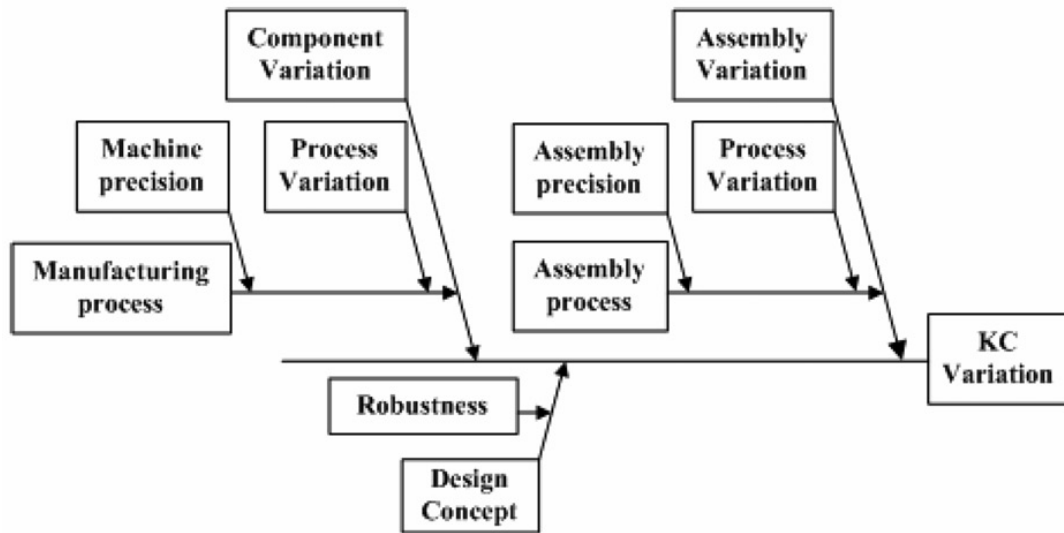


Figure 1. Geometrical KC variation contributors (Söderberg 1998).

are satisfied. Söderberg (1998) explains that variation in a geometrical key characteristic of an assembly depends on three different sources: component variation, assembly variation, and design concept as shown in Figure 1. Mechanisms in automotive or aircraft industries are composed of compliant parts with deviations from nominal shapes. Moreover such parts may be jointed together with an important number of joints which over-constrain the considered assembly. In this context, the industrial need for variation simulation tools used in the design stage increases quickly, while the development and pre-production time decreases.

There are different ways to manufacture an over-constrained assembly of components whose geometry has defects:

- Components should have restrictive tolerances. This implies important costs, which makes the industry less competitive.
- Some kinematic adjustments between parts may be used to compensate for assembly variation. Functional requirements may not be expected.
- Components may be compliant to compensate for parts' defects.
- Finding the best equilibrium between the last two points.

To help designers analyse their products, it is thus important to provide them with tools to perform the best and fastest choices; more particularly to predict how the design and set of tolerances they assign to assembly compliant parts affect the product's functional requirements.

### 1.1 Scope of the paper

This paper presents a method based on different existing approaches to analyse an assembly composed of compliant parts. Used in the design stage, the proposed method allows engineers to verify if functional requirements of final assembly are fulfilled. The proposed method relies on two major axes which are tolerance analysis and compliant assembly variation.

After a description of recent advances, the simulation tools that are used are developed. To illustrate this theory, an aeronautic hydraulic system assembly is presented in Section 4 as a case study. The last section discusses the results and concludes the paper.

## 2. Literature review

Over the past years, many different approaches to tolerance analysis and compliant assembly variation have been developed.

Many researchers have worked on tolerance analysis and developed different models. Wirtz (1998) studies, for example, vectorial tolerancing whereas Pillet *et al.* (2005) worked on inertial tolerancing. Torsor and Jacobian approaches were respectively developed by Ballot *et al.* (2001) and Laperrière *et al.* (2002), just to name a few. Laperrière and Kabore (2001) have already worked on tolerance synthesis with Monte Carlo simulation. However, most of these works deal with tolerance analysis of rigid-body components, which is far from the exposed context.

Tolerance analysis for compliant parts consists of predicting the amount of misalignment that will occur between parts, but also enables prediction of the amount of deformation of parts and stresses in joints. Many research works have focused on predicting dimensional variation on sheet metal assembly. Most of the developed methods rely on finite element analysis (FEA). Chang and Gossard (1997) simulated assembly and measurement processes with a part stiffness matrix to find the final variation of an assembly. Liu and Hu (1997) proposed a model to analyse the effect of part geometrical deviations and assembly spring-back on assembly variation. The method based on a sensitivity matrix, called method of influence coefficient, combines FEA and Monte Carlo simulation to reduce computational costs. Ceglarek and Shi (1997) presented a beam-based model for tolerance analysis for sheet metal assemblies. Merkley (1998) proposed a tolerance analysis of compliant parts which accounts for the part covariance in conjunction with the part stiffness matrix. Cid *et al.* (2005) established an extension of 3D link chains to provide symbolic equations of the assembly by integration of compliance and actual deviation from the nominal shape of the considered part. Breteau *et al.* (2007) developed this approach for the measurement of compliant parts. Most of these works, based on the study of one compliant part, have been extended to mechanisms composed of several parts and/or to the integration of different parameters influencing assembly variation.

Hu *et al.* (2006) summarised recent developments in simulation models for compliant assemblies and presented different applications. Based on assembly state space models and multi-station levels for assembly variation analysis, Camelio *et al.* (2003) developed these applications for variation analysis, robust design, tolerance allocation, and variation reduction. The state space model has been extended by Loose *et al.* (2009) with the development of an analytical derivation to describe features deviations controlled by GD&T (geometric dimensioning and tolerancing) characteristics. For tolerance analysis some aspects such as assembly sequence, contact modelling, we refer to Dahlström *et al.* (2005), and fixture layout, referring to Huang *et al.* (2007), need to be incorporated to find a correlation between simulated variations and actual ones. Söderberg *et al.* (2007) presented a tool for non-rigid variation simulation and visualisation based on a sensitivity matrix and more particularly on the unit influence coefficient method. This paper proposes to extend this approach by taking into account relevant aspects exposed before such as

assembly sequence, fixture defects and compliance, manufacturing variations in order to check if functional requirements of a compliant hydraulic assembly, we refer to Mounaud *et al.* (2007), are satisfied. Wei (2001) used a similar approach to the one proposed to predict the fulfilment of functional requirements of such assemblies by taking into account geometrical variations in tubes and in structures in order to evaluate the cost of different designs, but the proposed models are restricted to tube compliance with no influence of the assembly sequence.

### 3. Description of the proposed method

Part compliance enables assembly but it also causes considerable variations that influence the final geometry of the assembly. As compliant parts may be linked to other parts (compliant or not) with an important number of joints it over-constrains the considered mechanism.

To be functional, assemblies of compliant parts need to fulfil some functional requirements (see Equations (1) and (2)) which are usually residual stresses,  $F_i$ , of the assembly in each joint  $i$ , and geometrical requirements,  $U_i$ , on specific points of the assembly:

$$F_i < F_{\max} \quad (1)$$

$$U_i < U_{\max}. \quad (2)$$

To predict the fulfilment of the above functional requirements the proposed method is carried out according to the following seven steps detailed in the current section:

- (1) Definition of each part's deviations.
- (2) Definition of the mechanical behaviour of each part.
- (3) Definition of the mechanical behaviour of the assembly.
- (4) Calculation of the influence matrix based on the unit displacement method and part stiffness matrix from finite element analysis.
- (5) Identification of the most robust fixturing scheme for part localisation.
- (6) Simulation of an assembly sequence.
- (7) Results.

#### 3.1 Actual geometry of components

Considering tolerance analysis and assembly simulation, the actual geometry of parts is supposed to be known thanks to admissible geometries described through geometric specifications or indirectly by the way of manufacturing parameters. Whatever the definition of admissible geometry, a representative set of geometry instances is supposed to be known for each part of the assembly.

Let us suppose a frame is attached to each component of the assembly. For each point  $C_i$  of the nominal component, the manufacturing deviation  $d_M(C_i)$  from the nominal model to the component is known and expressed relative to the component frame. The actual position of a point  $\tilde{C}_i$  of the component is known by Equation (3):

$$\tilde{C}_i = C_i + d_M(C_i) \quad (3)$$

### 3.2 Definition of mechanical behaviour of each component

Tolerance analysis is applied on assemblies that mix rigid components and compliant components.

- Considering compliant components, geometric and mechanical behaviour are linked through a rigidity matrix since the following hypotheses are used:
  - the deformation of the component remains linear;
  - material behaviour is isotropic;
  - small displacements are considered.

Let the deformation of the component be expressed relative to the associated frame. Let  $C_i$  be a nominal point of a component  $C$ , the position of the point that results in a small displacement of the component frame and of the component deformation is given by Equation (4):

$$C_i^* = \begin{bmatrix} \underline{\underline{R}} & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix} [C_i] + U(C_i), \quad (4)$$

where  $\underline{\underline{R}}$  represents the small rotation of the frame,  $T$  represents the translation of the origin of the frame, and  $U$  represents the displacement of the  $C_i$  point due to the component deformation (as shown in Figure 2). The displacement of the  $C_i$  point due to the component deformation is implicitly known by the linear relations between exterior mechanical solicitations  $F$  and displacements  $U$ :

$$F = \underline{\underline{K}} \cdot U, \quad (5)$$

where  $\underline{\underline{K}}$  is the matrix rigidity of the component.

- Considering rigid components, the geometric behaviour is defined through screw theory as far as geometry is concerned and static as far as mechanical behaviour is concerned. Let  $C_i$  be a nominal point of a component  $C$ , the position of the point that results in a small displacement  $C_i^*$  of the component frame is given by Equation (6):

$$C_i^* = \begin{bmatrix} \underline{\underline{R}} & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix} [C_i], \quad (6)$$

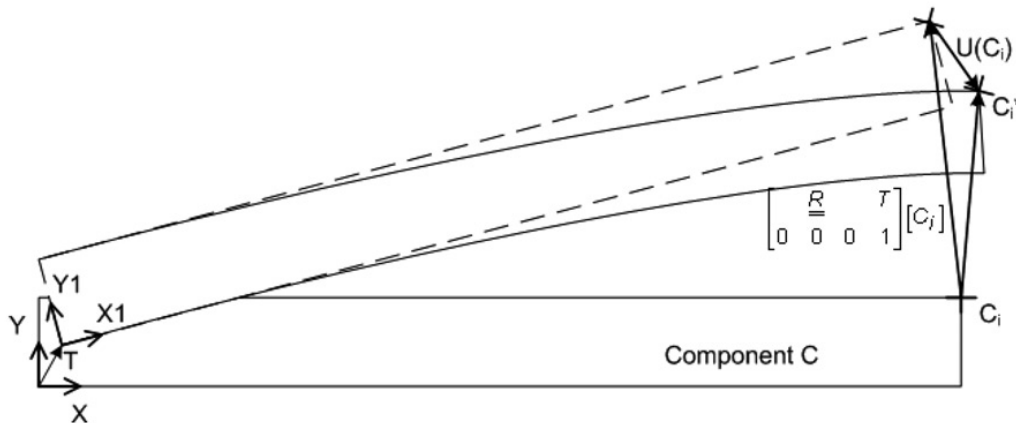


Figure 2. Displacement representation of a compliant component.

where  $\underline{R}$  represents the small rotation of the frame and  $T$  represents the translation of the origin of the frame.

### 3.3 Definition of mechanical behaviour of the assembly

The behaviour of the assembly is known through the behaviour of each component and the links between components. Using a finite element method, the behaviour of links between components is known as the boundary conditions.

A link behaviour is defined by equations that represent the interface between two components expressed in terms of transmissible mechanical solicitation (contact is insured) and degrees of freedom (mechanical solicitation is null) as it is explained by Mounaud *et al.* (2007).

For each interface point, the equations result from:

- The mechanical equilibrium of the interface.
- The continuity of the displacement when contact is effective.
- The absence of mechanical solicitation when a degree of freedom exists.
- The stiffness of the interface when the interface is elastic.

As the values of the mechanical deviations are supposed to be known, the solution to the set of equations provides the values of the unknown in terms of displacements and mechanical solicitations.

### 3.4 Calculation of influence matrix based on the unit displacement method and part stiffness matrix from finite element analysis

A way of performing the simulation faster than solving the set of equations for each instance of geometry is to establish a linear relationship between part deviations and assembly spring-back deviations by using the method of influence coefficient developed by Liu and Hu (1997). This method can be applied as part deviations from the nominal geometry which are considered small and the material properties remain in the linear range.

In this method, a unit displacement is applied at the  $i$ -th source of variation,  $i=1$  to  $6*p$ , where  $p$  is the number of links. Then the set of equations is used to calculate the response  $f_i$  under that unit displacement.  $f_i$  represents a vector of influence coefficients associated to the  $i$ -th source of variation. If the response is recorded for all the sources of variation, the matrix of influence coefficients  $\underline{S}$  is obtained. As the mechanistic problem is considered a linear one, using the property of superposition of linear systems, the total imposed displacements  $u_d$  of the tube can be expressed as a linear combination of unit displacements used for establishing matrix  $\underline{S}$ :

$$f_{\text{tot}} = \underline{S} * u_d. \quad (7)$$

Consequently, all the installed forces  $f_{\text{tot}}$  (at each joint of the tube) can be calculated for all the configurations of the actual pipe geometry obtained with Monte Carlo simulations. As the assemblies studied are over-constrained, it is important to find an optimal datum choice to localise the actual tube's geometry.

### 3.5 Identification of robust fixturing scheme

To simulate the influence of the assembly sequence on the functional requirements that the assembly has to satisfy, the first step is to find the most robust fixturing scheme. That consists of finding the best set of joints to minimise the geometrical deviations of the assembly. Each joint of a compliant part with others can be described as a combination of elementary joints. i.e. point contact locator characterised by both its own point contact,  $P_i$ , and its outward unit normal vector at contact point  $n_{ij}$ .  $j$  represents the elementary joint composing the  $i$ -th joint in case of same point contact.

To illustrate this, if a joint is considered a planar joint, it will be defined as a combination of three point locators in the same plane. For each point locator it is possible to define Plückerian coordinates with Equation (8):

$$\{T_{pi}\}_j = \left\{ \begin{array}{c} n_{ij} \\ OP_i \times n_{ij} \end{array} \right\}_{P_i}, \quad (8)$$

where  $O$  is a fixed point.

Deterministic localisation is a fundamental requirement indicating that the part cannot make infinitesimal motion without losing contact with at least one locator. Some authors like Zhaoqing *et al.* (2009) use genetic algorithms to find the optimal fixture layout with which sensitivity of product variation to fixture errors is minimised. The method proposed by Wang *et al.* (2001) allows achievement of this requirement only if a matrix called locator matrix,  $M_{loc}$  defined by Equation (9), has its full rank of six. The proposed locator matrix in this paper is composed of the Plückerian coordinates of six elementary joints among all the possible elementary joints.

A classical 3-2-1 fixturing scheme, represented in Figure 3, has its locator matrix with the following form:

$$M_{loc} = (\{T_{P1}\}_1 \{T_{P2}\}_1 \{T_{P3}\}_1 \{T_{P4}\}_1 \{T_{P5}\}_1 \{T_{P6}\}_1). \quad (9)$$

If there is a choice of six locators among  $N$ , at most  $C_N^6 = N!/6! * (N-6)!$  possible combinations to achieve this scheme exist. Maximising the determinant of the locator matrix is a suitable criterion for accurate localisation as shown by Wang and Pelinescu (2001) i.e.  $\max(|\det M_{loc}|)$ . As the method may be very time-consuming, a reduction of the combination can be achieved by avoiding wrong cases of localisation. For example, if a fourth locator exists on the principal plan of Figure 3, there is a choice of six among seven locators to make. Thus, solutions with four locators on the principal plan which over-constrain the layout of the part can be ruled out before the combinatory method.

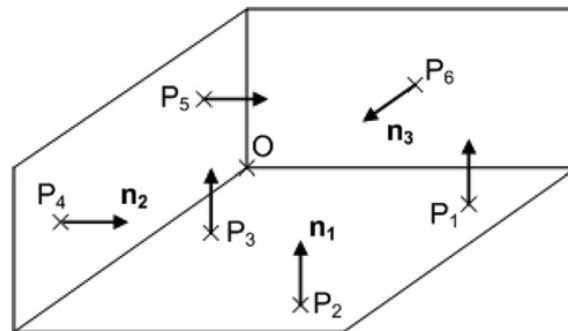


Figure 3. Classical 3-2-1 fixturing scheme.

### 3.6 Simulation of assembly sequence

A simulation of assembly sequence predicts more correlated results with physical tests than the FEA, based on the minimisation energy principle detailed in Section 3.2. Camelio *et al.* (2003) considered the assembly sequence as a multi-station assembly if it is assumed that a step of the assembly is represented as a station.

At each stage of the assembly, Equation (5) is equivalent to the following one:

$$[K \quad -I] * \begin{bmatrix} u \\ f \end{bmatrix} = [0]. \quad (10)$$

Formally, force or displacement values can be imposed on every point leading to the boundary conditions. Writing all the boundary conditions leads to Equation (11):

$$\begin{bmatrix} K & -I \\ \text{Boundary Conditions} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} u \\ f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ S_{BC} \end{bmatrix}. \quad (11)$$

Considering that geometrical deviations are small and do not affect stiffness matrix coefficients, only the boundary conditions change while the assembly sequence proceeds. The propagation model of manufacturing variations, detailed in Section 3.1, describes the gaps that must be compensated for when assembling the actual part on its joints. Only joints concerned at the current step of the assembly sequence are assembled. At each stage of the assembly sequence, boundary conditions have to meet the requirement set by the distance function defined below:

$$d = d_0 + d_{M_p} + d_{M_f} + d_{ef_p} + d_{ef_f} + d_{RBM}. \quad (12)$$

Where the different terms of the above equation are:

- $d$  actual distance between part and fixture;
- $d_0$  nominal distance between part and fixture (=0 in case of assembly);
- $d_{M_p}$  manufacturing deviation of the part;
- $d_{M_f}$  manufacturing deviation of the fixture;
- $d_{ef_p}$  deformation of the part;
- $d_{ef_f}$  deformation of the fixture;
- $d_{RBM}$  rigid body motion if exists.

The different distances are also illustrated in Figure 4.

Although illustrations have been made in one-dimension, as distances are defined as spatial vectors, three-dimensional problems can be solved thanks to this representation. As the actual distance between the part and the fixture has to be null to make an assembly, the boundary conditions can be solved. At any step of the assembly sequence, gaps of the considered joints thus constitute the boundary conditions the mechanistic problem has to take into account. Consequently, this displaces all the part geometry of the part at the beginning while the mechanism can have a rigid body motion. Once the part is totally constrained, from a kinematical point of view, its geometry deforms only under the applied displacements. The solution found at the  $i$ -th stage represents the gaps that need to be closed at the  $i+1$ -th stage. The method iteratively goes on until the end of the assembly sequence.

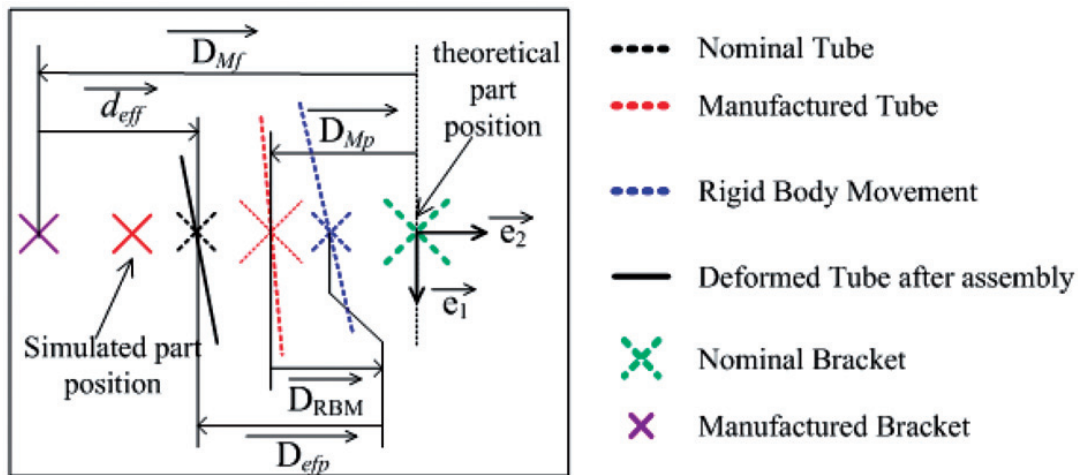


Figure 4. Assembly of an actual tube on actual brackets.

### 3.7 Selection and representation of results

The simulation of an assembly sequence is performed for instances of manufacturing deviations. The Monte Carlo method is used so that the results are representative of the real behaviour of the assembly. Synthetic representation has been chosen because the amount of available data is too important. Three representations of results are proposed. The first one provides an estimation of how the characteristics are respected, as shown in Table 1.

The global estimation of the conformity of the assemblies allows designers to validate the design or to modify the design if the rate of conformity is not acceptable. When this situation occurs, a two-dimensional or three-dimensional representation of the results of simulations is proposed.

Figure 5(a) illustrates a two-dimensional representation of force distribution; the choice of the local projection plane is free. In the figure, the circle represents the admissible limit in terms of force. Each point corresponds to the projection of a simulation result in the plane. As a complement to the previous representation, the distribution of any evaluated data is proposed and illustrated using a histogram (Figure 5(b)).

## 4. Case study

The proposed method is illustrated through an aeronautic example which consists of assembling a hydraulic tube on its brackets as shown in Figure 6. The metallic tube must satisfy the functional requirements in terms of geometrical deviations and limited effort in each joint. It is assumed that tube and brackets are compliant. The tube is fixed with six brackets on its route and two brackets on its extremities. Moreover, the joints are called controlled check points (CCP). To position the tube, joints are thus considered as rotational joints for both ends and as sphere-cylinders in other cases. The material properties of the tube and its main geometrical characteristics are respectively detailed in Tables 2 and 3.

The objective of the study is to simulate the assembly of the tube on a structure. The deviations on structure have already been evaluated (refer to Table 4) and the

Table 1. Example of global results of assembly sequence simulation.

	Points of interest							
	CCP1	CCP2	CCP3	CCP4	CCP5	CCP6	CCP7	CCP8
Forces	Mean $\mu$	3.95N	3.23N	2.18N	2.32N	3.59N	5.43N	11.04N
	Standard deviation $\sigma$	2.13N	2.06N	1.25N	1.25N	1.99N	2.91N	6.03N
	Yield rate	99.02%	99.37%	100%	100%	99.48%	92.47%	77.86%
Displacements	Mean $\mu$	0.542 mm	0.356 mm	0.357 mm	0.357 mm	0.357 mm	0.354 mm	0.330 mm
	Standard deviation $\sigma$	0.314 mm	0.186 mm	0.186 mm	0.186 mm	0.186 mm	0.184 mm	0.187 mm
	Yield rate	91%	99.8%	99.81%	99.83%	99.74%	99.8%	99.64%

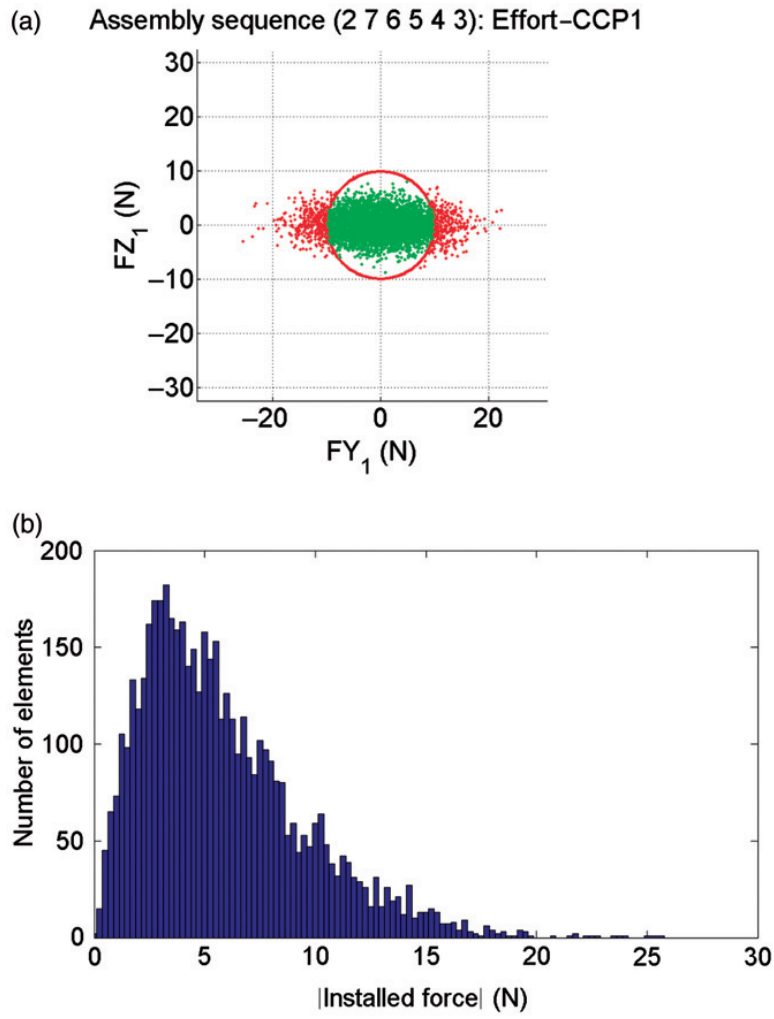


Figure 5. Representation of force distribution. (a) Synthetic graphical representation, (b) histogram representation.

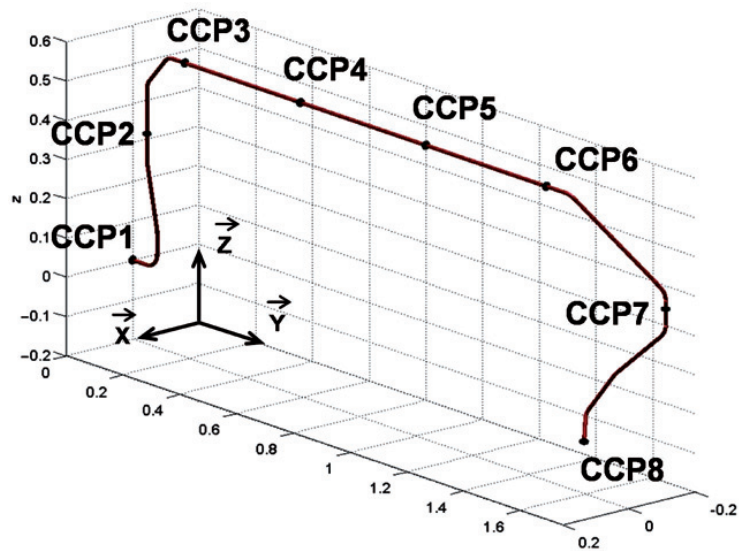


Figure 6. Case study.

Table 2. Geometrical and mechanical characteristics of the case study.

Outer diameter	15.87 mm
Thickness	0.81 mm
Material	Titan alloy
Forming die	50 mm

Table 3. Associated L, R, and A manufacturing coordinates to case study.

<i>L</i> (mm)	<i>R</i> (°)	<i>A</i> (°)
54.85	0	90
58.64	-5.01	13.62
164.93	180	13.62
182.57	5.01	40.67
87.14	0	49.33
1387.80	26.41	50.14
295.07	-37.77	46.56
72.75	-25.46	48.28
134.48	-107.18	25.05
100.51	-15.64	35.61
71.97	0	0

Table 4. Structure deviations on each CCP.

	CCP1	CCP2	CCP3	CCP4	CCP5	CCP6	CCP7	CCP8
X deviation	0.5 mm	0.5 mm	0.25 mm	0.25 mm	0.25 mm	0.25 mm	0.25 mm	0.25 mm
Y deviation	0.4 mm	0.4 mm	0.25 mm	0.25 mm	0.25 mm	0.25 mm	0.4 mm	0.4 mm
Z deviation	0.25 mm	0.25 mm	0.4 mm	0.4 mm	0.4 mm	0.4 mm	0.25 mm	0.25 mm

machining process of the tube is known. At this stage of the design, the designer has to choose the technology of the brackets, to impose the assembly planning, and to verify that the choices permit respect of the functional requirements on the assembly.

For a given choice of bracket technology, we propose to simulate the assembly of the pipe on the structure without taking into account the influence of assembly planning on specification fulfilments, This simulation is not time consuming and provides pertinent indicators about the assembly feasibility. Once the assembly feasibility is assumed, a more detailed study is performed to verify that functional requirements are respected while taking into account the influence of assembly planning.

We now propose to detail the seven steps of the method applied to the case study.

#### 4.1. Definition of each part deviations

As mentioned above, deviations on the structure have already been evaluated. This previous study provides the dispersions of the positions of locating holes of the brackets

Table 5. Deviation of CCP position in the bracket frame.

$X_i$ direction	0.11 mm
$Y_i$ direction	0.11 mm
$Z_i$ direction	0.25 mm

relative to their nominal position. Locating holes appear to be centred on nominal positions and the deviations respect a normal distribution. The structure is the base of the assembly; its frame  $(O, X, Y, Z)$  is the reference of the assembly.

In order to minimise both the mass and the machining cost of the six brackets, a unique technology has been chosen. The deviation of the position of the bracket centre, relative to its base, is defined in the frame associated to the bracket (refer to Table 5). Bracket deviations can thus be expressed in the frame of the structure.

Concerning the pipe, the manufacturing process (bending process) is known, and the capability of the bending process is identified. As shown in Mounaud *et al.* (2007), pipe geometry is classically represented as a sequence of elementary bending operations made with a forming die whose radius is called  $R_f$ . These operations are characterised by L-R-A manufacturing coordinates, where L, R, and A stand for length between bends, rotation between two successive bends, and bent angle, respectively, as shown in Figure 8.

As a tube is made from a sequence of elementary operations, it is assumed that the geometry can be considered as a sequence of successive straight and circular elements. So local frames  $R_i (P_i, X_i, Y_i, Z_i)$  can be associated with elementary elements  $i$ . Due to the manufacturing process, these coordinates  $(L_i, R_i$  and  $A_i)$  are made with deviations  $(dL_i, dR_i$  and  $dA_i$  respectively) limited by the process capabilities  $dL, dR$  and  $dA$  represented by the following constraint relations (Equations (13), (14) and (15)) for each actual elementary bending operation  $\tilde{L}_i(\tilde{L}_i = L_i + dL_i)$ ,  $\tilde{R}_i(\tilde{R}_i = R_i + dR_i)$  and  $\tilde{A}_i(\tilde{A}_i = A_i + dA_i)$ :

$$L_i - \frac{dL}{2} \leq \tilde{L}_i \leq L_i + \frac{dL}{2} \quad (13)$$

$$R_i - \frac{dR}{2} \leq \tilde{R}_i \leq R_i + \frac{dR}{2} \quad (14)$$

$$A_i - \frac{dA}{2} \leq \tilde{A}_i \leq A_i + \frac{dA}{2}. \quad (15)$$

Figure 9 represents the distribution of the  $dL$  process capability.  $dR$  and  $dA$  are assumed to have similar representations.

The actual geometry of a pipe can easily be obtained by representing each elementary operation and its own defect with the homogenous transformation matrix for L, R and A respectively:

$$M_{L_i} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \tilde{L}_i \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}_{R_i}$$

$$M_{R_i} = \begin{pmatrix} \cos(\tilde{R}_i) & 0 & \sin(\tilde{R}_i) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin(\tilde{R}_i) & 0 & \cos(\tilde{R}_i) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}_{R_i}$$

$$M_{A_i} = \begin{pmatrix} \cos(\tilde{A}_i) & -\sin(\tilde{A}_i) & 0 & R_{fi} * [1 - \cos(\tilde{A}_i)] \\ \sin(\tilde{A}_i) & \cos(\tilde{A}_i) & 0 & R_{fi} * \sin(\tilde{A}_i) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}_{R_i}$$

$R_{fi}$  is the actual radius which integrates spring-back phenomenon as indicated in Lou and Stelson (2001). Thus, from the bend plan, the geometry of the actual tube may be generated in 3D-space by combining the effect of multiple bends through a series of matrix multiplications. As a consequence, in a global Cartesian coordinate system, the relative position ( $P_i$ ) of the different specific points ( $P_{iloc}$  in the local coordinate system of the elementary element  $i$ ) of the tube is obtained with Equation (16):

$$P_i = \left( \prod_{k=1}^{k=i} ML_k * MR_k * MA_k \right) * P_{iloc} \quad (16)$$

The bending process is characterised by the following values: 1 mm,  $0.1^\circ$  and  $1^\circ$  for  $dL$ ,  $dR$  and  $dA$  capabilities, respectively.

#### 4.2 Definition of the mechanical behaviour of each part

The structure of the assembly is supposed to be rigid and the manufacturing deviations are known. As the structure is the base of the assembly, its frame ( $O, X, Y, Z$ ) is the reference of the assembly (cf. Figure 7).

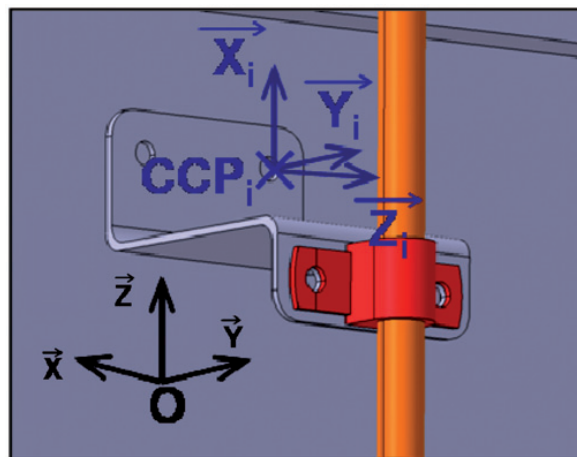


Figure 7. Bracket and structure frames.

The brackets two to seven are considered as compliant with a linear model of deformation (5 N.mm along axis in translation and 5 Nm.rad along axis in rotation). The elementary stiffness matrix of a bracket is given by Equations (17) and (18):

$$\underline{\underline{K}}^j = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}_{CCP_i, X_i, Y_i, Z_i} \tag{17}$$

$$\underline{\underline{C}}^j = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}_{CCP_i, X_i, Y_i, Z_i} \tag{18}$$

Moreover, it is assumed that extremities are considered as rigid CCP compared to brackets. So they are modelled with the elementary matrices in Equation (17) and Equation (18) where values of stiffness are respectively equal to 100 N.mm and 100 Nm.rad. Considering the tube, the finite element modelling used relies on a classical strength of material approach based on Bresses' equations. The model used is detailed explicitly in Mounaud *et al.* (2007). The simulation assumes that the tube deformation remains linear, that material behaviour is isotropic and that only small displacements are considered. The result of the finite element modelling is the stiffness matrix of the tube.

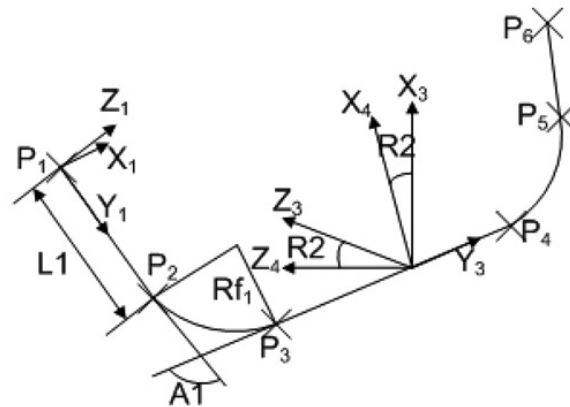


Figure 8. Manufacturing coordinates L, R, A.

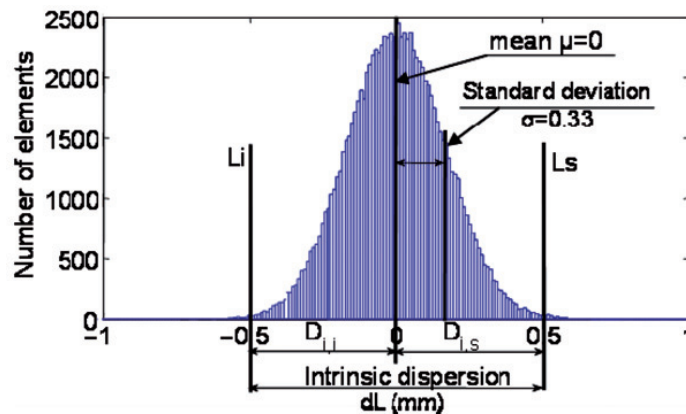


Figure 9. Intrinsic  $dL$  bending process dispersion.

### 4.3 Definition of mechanical behaviour of the assembly

The boundary conditions that permit linking the local behaviour of the components are now presented.

- For each interface between the structure and the brackets, the boundary condition is the continuity of displacement since contact is assured. Let  $S_i$  be the point of the structure and  $B_i$  be the corresponding point of the bracket, then:

$$\text{Position}(B_i) = \text{Position}(\tilde{S}_i). \quad (19)$$

Equation (19) allows us to calculate the small displacement of the considered bracket frame since the positioning of the bracket is equally constrained.

- For each interface point between the bracket and the pipe, the position of the actual bracket point is known since the small displacement of the bracket frame and the manufacturing deviation are known. The geometry of the tube is also available and then it is possible to calculate the value of the distance function presented in Section 3.6.

The technology of the bracket allows us to consider the link between the tube and the bracket as a sphere-cylinder link while the bracket is not clamped, and as a complete link when the bracket is clamped. The boundary conditions associated to a complete link are the continuity of the displacement in all directions. The boundary conditions associated to a sphere-cylinder link are:

- The continuity of the displacement along  $Y_i$  and  $Z_i$  directions.
- The absence of mechanical solicitation along an axis where degrees of freedom exist ( $X_i$  direction in our case).

For each interface point, the remaining equations result from the mechanical equilibrium of the interface.

### 4.4 Calculation of influence matrix based on the unit displacement method and part stiffness matrix from finite element analysis

As the values of the mechanical deviations are supposed to be known, the solution to the whole set of equations provides the values of the unknown in terms of displacements and mechanical solicitations.

Table 6. Assembly sequences simulated.

Step	Sequence 1	Sequence 2	Sequence 3
1	Full tightening of CCP	Installation of positioning CCP (i.e., 3, 6 & 7)	
2	Installation of all CCP	Installation of extremities	
3		Tightening of extremities	
4		Sequential positioning and tightening of remaining CCP following the sequence CCP 3 6 7 4 5 2	CCP 2 7 6 5 4 3

Table 7. Global results of tolerance analysis with no assembly sequence simulation.

		Points of interest							
		CCP1	CCP2	CCP3	CCP4	CCP5	CCP6	CCP7	CCP8
Forces	Mean $\mu$	6.13N	3.95N	3.23N	2.18N	2.32N	3.59N	5.43N	11.04N
	Standard deviation $\sigma$	3.98N	2.13N	2.06N	1.25N	1.25N	1.99N	2.91N	6.03N
	Yield rate	83.14%	99.02%	99.37%	100%	100%	99.48%	92.47%	77.86%
Displacements	Mean $\mu$	0.279 mm	0.542 mm	0.356 mm	0.357 mm	0.357 mm	0.357 mm	0.354 mm	0.330 mm
	Standard deviation $\sigma$	0.145 mm	0.314 mm	0.186 mm	0.186 mm	0.186 mm	0.186 mm	0.184 mm	0.187 mm
	Yield rate	99.99%	91%	99.8%	99.81%	99.83%	99.74%	99.8%	99.64%

Using the method of the influence matrix, detailed in Section 3.4, current assembly positions can be assessed and then the joint forces can be calculated at each step of the assembly sequence.

#### 4.5 Identification of the most robust fixturing scheme for part localisation

The only component, for which the identification of the most robust fixturing scheme is needed, is the tube. The application of the method developed by Wang and Pelinescu (2001) to find the best fixturing scheme indicates that the tube is positioned with CCP3, CCP6 and CCP7. These are called ‘positioning CCP’ and the others, ‘clamping CCP’.

#### 4.6 Simulation of an assembly sequence

This step of the method only depends on the assembly sequences of clamping. For this case study, three sequences are studied as shown in Table 6.

#### 4.7 Results

For each sequence, 5000 simulations are performed using the Monte Carlo method.

The indicators that result from sequence 1 simulations are presented in Table 7 and indicate a global satisfaction of functional requirements, except for force criterion at points 1 and 8 and for displacements at point 2.

Local representations of the forces and displacements at problematic points are presented in Figure 10. From the local representations, we can conclude the global orientations of forces and displacements concerning points 1 and 2 and a homogeneous repartition concerning point 8.

As the results of simulations are simplified, a more detailed analysis is proposed in order to quantify the influence of assembly planning. Two alternative assembly sequences are studied and the global results are presented in Tables 8 and 9.

The global results in sequence 2 (clamping sequence CCP 2 6 7 5 4 3) show a potential improvement in the fulfilment of functional requirements in terms of forces.

Local results concerning efforts at points 1 and 8 and displacements at point 2 are proposed for this sequence analysis in Figure 11. The yield rate for the force requirement criterion is lower, so this assembly could be accepted concerning forces. The remaining

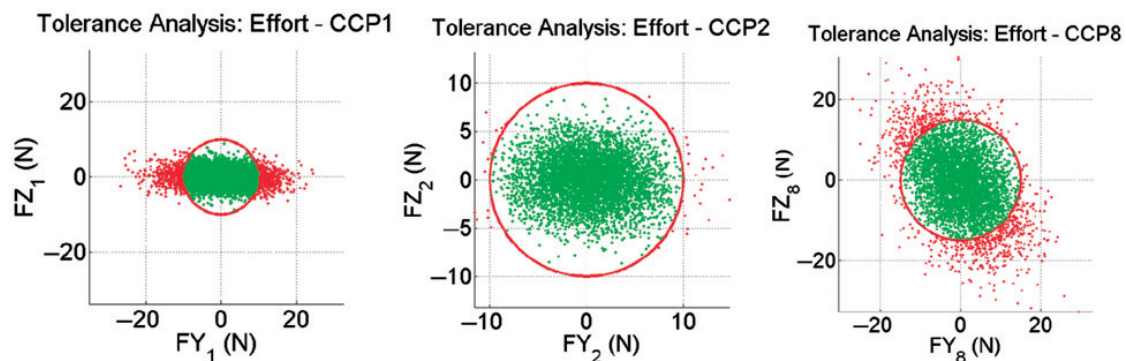


Figure 10. Local representations of the forces in CCP1, CCP2 and CCP8 for tolerance analysis.

Table 8. Global results of tolerance analysis of assembly sequence 3 6 7 5 4 2.

		Points of interest							
		CCP1	CCP2	CCP3	CCP4	CCP5	CCP6	CCP7	CCP8
Forces	Mean $\mu$	7.00N	4.53N	3.28N	2.24N	2.42N	3.84N	5.38N	9.78N
	Standard deviation $\sigma$	4.68N	2.55N	2.13N	1.27N	1.31N	2.12N	2.88N	5.53N
	Rate of conformity	77.84%	96.56%	99.06%	100%	100%	99.06%	91.38%	79.25%
Displacements	Mean $\mu$	0.281 mm	0.544 mm	0.351 mm	0.357 mm	0.358 mm	0.357 mm	0.353 mm	0.334 mm
	Standard deviation $\sigma$	0.146 mm	0.321 mm	0.183 mm	0.188 mm	0.188 mm	0.184 mm	0.183 mm	0.190 mm
	Yield rate	100%	90.56%	99.8%	99.78%	99.82%	99.82%	99.84%	99.68%

Table 9. Global results of tolerance analysis of assembly sequence 2 6 7 5 4 3.

		Points of interest							
		CCP1	CCP2	CCP3	CCP4	CCP5	CCP6	CCP7	CCP8
Forces	Mean $\mu$	5.81N	3.95N	3.36N	2.25N	2.42N	3.82N	5.38N	10.60N
	Standard deviation $\sigma$	3.66N	2.16N	2.14N	1.3N	1.31N	2.09N	2.84N	6.00N
	Yield rate	87.66%	99.06%	99.1%	100%	100%	99.1%	92.9%	83%
Displacements	Mean $\mu$	0.282 mm	0.546 mm	0.357 mm	0.356 mm	0.355 mm	0.354 mm	0.355 mm	0.333 mm
	Standard deviation $\sigma$	0.147 mm	0.320 mm	0.187 mm	0.185 mm	0.186 mm	0.184 mm	0.183 mm	0.191 mm
	Yield rate	100%	90.3%	99.78%	99.76%	99.78%	99.82%	99.88%	99.52%

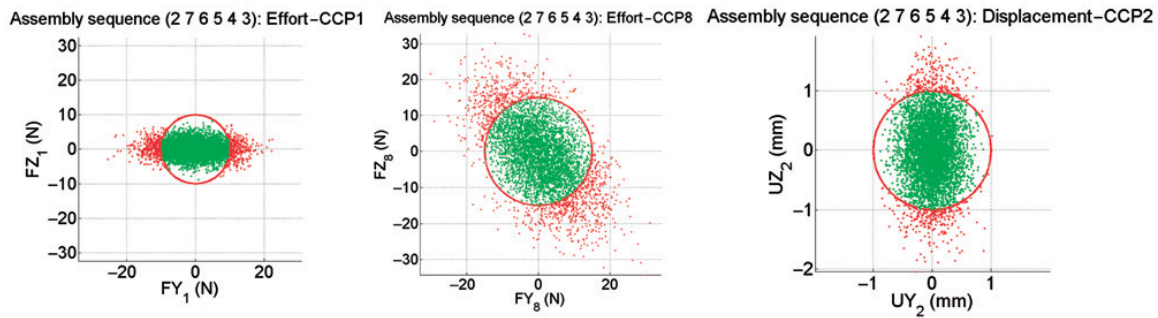


Figure 11. Local representations of the forces in CCP1 and CCP8 and displacement in CCP2 for assembly sequence 2 6 7 5 4 3.

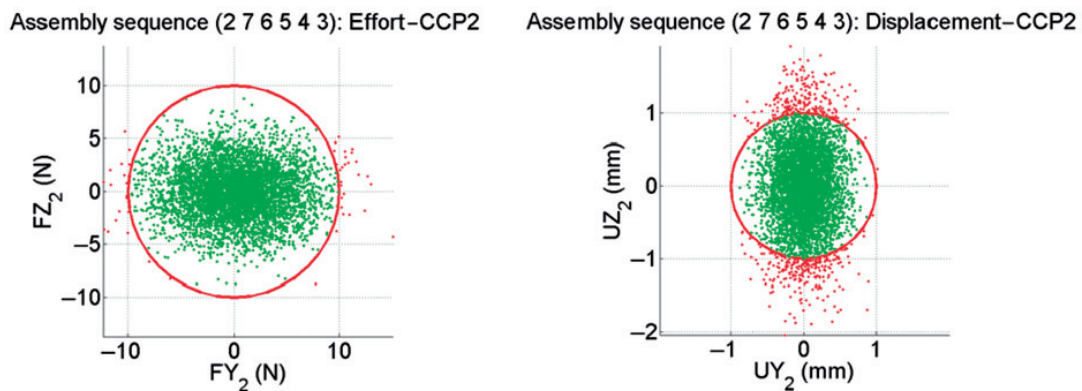


Figure 12. Local representations of the forces and displacements in CCP2 for assembly sequence 2 6 7 5 4 3.

problem concerns the displacements at point 2. The influence of assembly planning is negligible and the yield rate is not acceptable.

At this stage of the design, bracket technology may still change. As the designer has effort and displacement repartitions at his disposal, he can take advantage of them to suggest a modification. Concerning point 2 where the problem occurs, we note in Figure 12 that the range of displacement along the  $UZ_2$  axis exceeds the limit, while the range of force along the  $UZ_2$  axis does not reach the limit. An increase in the stiffness of the bracket along  $UZ_2$  direction may increase forces and reduce displacements to produce an acceptable assembly design.

## 5. Conclusion and future work

Taking into account the assembly sequence of components in an aeronautic assembly contributes to the anticipation of the geometrical part deviations to verify that the deformed geometry meets functional requirements. The purpose of this paper is to present a model for the influence of an assembly sequence which integrates manufacturing deviations for the fulfilment of product key characteristics. Part manufacturing deviations have been taken into account. Due to the assembly sequence of the structure parts, CCP positions present different variations along the different axes of the global frame. Moreover, the value of the variation can vary significantly from one CCP to another.

The proposed method is applied to a piping assembly. As shown in Section 4.1, the actual pipe geometry depends on bending process capabilities, so the impact of manufacturing deviations on tube geometry is easier simulated than with a machining process for instance. Nevertheless, the method can be displayed on other instances of assembly since the inputs such as stiffness matrix, key characteristics, process capabilities, joints scheme and models of joints behaviour are defined. Moreover, statistical tolerances with direct Monte Carlo simulation are employed, so computational time directly depends on the number of elements used in the simulations of manufacturing deviations.

Future extensions of this work include possibilities for adjustment solutions to be implemented in the early design stage. The proposed method can be used to compare different scenarios when multiple deviations occur. Last, the interaction of different technological choices at the design stage can be investigated.

### Acknowledgement

This research work has been carried out in the frame of the GRC-Flexible Assembly of the INNO'CAMPUS programme in partnership with EADS-IW.

### References

- Ballot, E., Bourdet, P., and Thiébaud, F., 2001. Determination of relative situations of parts for tolerance computation. *In: Proceedings of the 7th CIRP international seminar on computer aided tolerancing*, 24–25 April Cachan, France, 65–74.
- Breteau, P., et al., 2007. Assembly simulation of flexible parts through the fitting of linkage devices. *In: Proceedings of the 10th CIRP international seminar on computer aided tolerancing*, 21–23 March Erlangen, Germany (CD ROM).
- Camelio, J., Hu, S.J., and Ceglarek, D., 2003. Modeling variation propagation of multi-station assembly systems with compliant parts. *Transactions of ASME: Journal of Mechanical Design*, 125 (4), 673–681.
- Ceglarek, D.J. and Shi, J., 1997. Tolerance analysis for sheet metal assembly using a beam-based model. *In: Proceedings of the ASME international mechanical engineering congress and exposition, vol. 94*, 16–21 November, Dallas, Texas, 153–159.
- Chang, M. and Gossard, D.C., 1997. Modeling the assembly of compliant, non-ideal parts. *Computer Aided Design*, 29 (10), 701–708.
- Cid, G., et al., 2005. Geometrical study of assembly behaviour, taking into accounts rigid components' deviations, actual geometric variations and deformations. *In: Proceedings of the 9th CIRP international seminar on computer aided tolerancing*, 10–12 April Tempe, Arizona, USA, 301–310. [ISBN 1-4020-5437-8].
- Dahlström, S., Lindkvist, L., and Söderberg, R., 2005. Practical implications in tolerance analysis of sheet metal assemblies – experiences from an automotive application. *In: Proceedings of the 9th CIRP international seminar. on computer aided tolerancing*, 10–12 April Tempe, Arizona, USA, 311–320. [ISBN 1-4020-5437-8].
- Hu, S.J., Camelio, J., and Arbor, A., 2006. Modeling and Control for Compliant Assembly Systems. *CIRP Annals – Manufacturing Technology*, 55 (1), 19–22.
- Huang, W., et al., 2007. Stream-of-variation (SOVA) modelling – part II: a generic 3D variation model for rigid body assembly in multistation assembly processes. *Transactions of the ASME: Journal of Manufacturing Science and Engineering*, 129 (4), 832–842.
- Laperrière, L. and Kabore, T., 2001. Monte Carlo simulation of tolerance synthesis equations. *International Journal of Production Research*, 39 (11), 2395–2406.

- Laperrière, L., Ghie, W., and Desrochers, A., 2002. Statitiscal and deterministic Tolerance Analysis and Synthesis Using a Unified Jacobian-Torsor Model. *CIRP Annals – Manufacturing Technology*, 51 (1), 417–420.
- Liu, S. C. and Hu, S.J., 1997. Variation Simulation for Deformable Sheet Metal Assemblies Using Finite Element Methods. *Transactions of the ASME: Journal of Manufacturing Science and Engineering*, 119 (3), 368–374.
- Loose, J.P., *et al.*, 2009. Incorporation of GD&T specifications into dimensional variation models for multistage machining processes. *International Journal of Production Research*, DOI: 10.1080/00207540802691366.
- Lou, H. and Stelson, K.A., 2001. Three-dimensional tube geometry for rotary draw tube bending, part 2: statistical tube tolerance analysis and adaptive bend correction. *Transactions of the ASME: Journal of Manufacturing Science and Engineering*, 123 (2), 258–265.
- Merkley, K.G., 1998. *Tolerance analysis for compliant assemblies*. Thesis (PhD). Brigham Young University, USA.
- Mounaud, M., *et al.*, 2007. Integrating the flexibility of components in the assembly of aeronautics hydraulic systems. In: *Proceedings of the 10th CIRP international seminar on computer aided tolerancing*, 21–23 March Erlangen, Germany (CD ROM).
- Pillet, M., Samper, S., and Formosa, F., 2005. Geometrical inertial tolerancing. In: *Proceedings of the 5th multidisciplinary conference on quality and dependability*, 16–18 March, Bordeaux, France, 757–764.
- Söderberg, R., 1998. Robust design by support of CAT tools. In: *Proceedings of the ASME design automation conference*, 13–16 September Atlanta, Georgia, USA, paper no. DETC98/DAC-5633.
- Söderberg, R., Wickman, C., and Lindkvist, L., 2007. Improving decision making by simulations and visualizing geometrical variation in non-rigid assemblies. *CIRP Annals – Manufacturing Technology*, 57 (1), 175–178.
- Wang, Y.W. and Pelinescu, D.M., 2001. Optimizing fixture layout in a point-set domain. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 17 (3), 312–323.
- Wei, Y.F., 2001. *Concurrent design for optimal quality and cycle time*. Thesis (PhD). Massachusetts Institute of Technology, USA.
- Wirtz, A., 1998. Vectorial tolerancing. In: *Proceedings of the international conference on CAD/CAM and AMT: CIRP session on Tolerancing for function*, 2, 11–14.
- Zhaoqing, T., Xinmin, L., and Zhongqin, L., 2009. Robust fixture layout design for multi-station sheet metal assembly processes using a genetic algorithm. *International Journal of Production Research*, 47 (21), 6159–6176.



## Annexe E

Quality and cost driven assembly  
technique selection and geometrical  
tolerance allocation for aeronautical  
structures assembly



# Quality- and cost-driven assembly technique selection and geometrical tolerance allocation for aeronautical structures assembly

Loïc Andolfatto<sup>a,b,\*</sup>, François Thiébaud<sup>b,c</sup>, Claire Lartigue<sup>b,c</sup>, Marc Douilly<sup>a</sup>

<sup>a</sup>EADS Innovation Works, 7 Route de Bray, 80300 Méaulte, France

<sup>b</sup>LURPA, ENS de Cachan, 61 Avenue du Président Wilson, 94235 Cachan Cedex, France

<sup>c</sup>IUT de Cachan, 9 Avenue de la Division Leclerc, 94235 Cachan Cedex, France

---

## Abstract

The assembly process planning has been the subject of extensive scientific work, mainly due to the multiple aspects involved from geometrical matters to operational research concerns. However, very few issues about assembly technique selection are addressed. The aim of this paper is to propose a method to select an assembly technique for each joint of a product and to allocate geometrical tolerances accordingly. This is achieved by solving a multi-objective optimization problem to minimize the cost and the non-conformity associated with the assembly plan. The potential benefits of the method are illustrated on a case study representing the assembly of a simple mechanical structure.

### Keywords:

Assembly process planning, assembly technique selection, geometrical tolerance allocation, multi-objective optimization, genetic algorithm

---

## 1. Introduction

### 1.1. Design of an assembly process plan

The design of the entire manufacturing process of a product – and more particularly the assembly process – has a key impact on the performance of an industrial company. When it comes to mechanical structures composed of a high number of components, like aeronautical structures, the assembly process accounts for a large share in the total delivery cost.

Many efforts have been made to develop assisting methods for assembly process planning. A complete assembly process plan is supposed to describe entirely how the product is assembled out of the given components, including geometrical requirements on the components. Yet, most of the approaches presented in the literature do not handle a comprehensive description of the assembly process but only focus on certain aspects.

Extensive work has been conducted to assist the generation of assembly sequences [1]. Bourjault [2], De Fazio and Whitney [3] and Dini *et al.* [4], among others [5–7], presented the assembly sequence as the ordered list of components introduced into the assembly. Homem de Mello and Sanderson also considered the concept of attachment [8], what led to the design of assembly sequences defined as the order in which the product's links and joints are realized [9].

This joint-based approach reflects from some point of view the assembly task decomposition proposed by Cao and Sanderson [10] which is itself close to the issues considered for the organisation of the assembly system commonly treated in operational research [11].

Between those two problems, *i.e.* the generation of assembly sequences and the organisation of the assembly system, the issues for assembly technique<sup>1</sup> selection [12] are seldom addressed in the literature even though it may have the greatest impact on production cost, according to Abdullah *et al.* [13].

Almost all of the studies on assembly process planning aforementioned aim at minimizing lead time and/or cost, evaluated through various indicators such as, for example, tooling needs, reorientations of sub-assemblies, technological similarities in consecutive operations and so on [1].

### 1.2. Geometrical requirement fulfilment

The concern of geometrical quality of the assembled product is not commonly addressed by the assembly process planning community, even if the description of the geometrical variations of the components to be assembled may be part of the information contained in a comprehensive assembly process plan.

Nevertheless, the combined impact of the component geometrical variations, of the assembly technique capabilities and of the assembly sequence on the product geometrical quality was highlighted in several works related to tolerancing issues [9, 14, 15].

---

\*Corresponding author. Tel.:+33 3 22 64 32 15; Fax:+33 1 46 97 34 04

Email address:

loic.andolfatto@eads.net;@lurpa.ens-cachan.fr  
(Loïc Andolfatto)

---

<sup>1</sup>Also called *assembly process* by some authors.

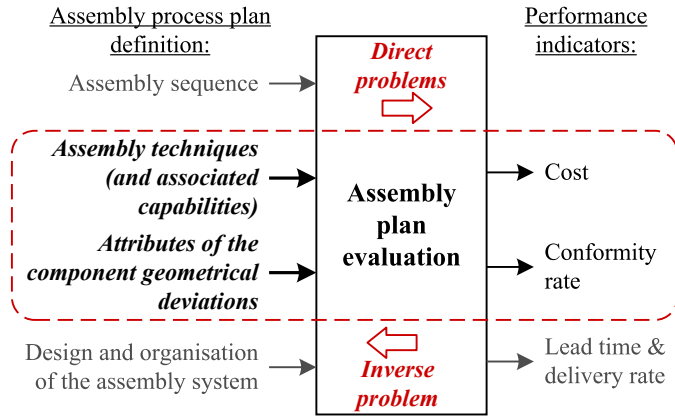


Fig. 1: Evaluation scheme of an assembly process plan, from plan definition to performance indicators (with the proposed approach bordered).

Chase *et al.* dealt with component manufacturing process selection to satisfy geometrical requirements on the assembled product [16]. Adragna *et al.* proposed a tolerance allocation that maximises the assembly process capability index [17]. Ding *et al.* and Huang *et al.* presented process-oriented method for tolerance synthesis in multi-station manufacturing environment [18, 19].

Those studies aim at defining acceptable geometrical variations of components and deviations due to assembly techniques to satisfy functional requirements on the assembled product.

### 1.3. Proposed approach

As summarized in Fig. 1, the definition of an assembly process plan can be split into the definition of the assembly sequence, the selection of the assembly techniques to make each attachment, the allocation of tolerances on the component geometrical variations and the design and organisation of the assembly system.

In the field of aeronautical structure assembly, making trades-off between automated and manual assembly plans have proved to be very complex. The need for decreasing manufacturing cost and increasing delivery rate is usually solved by massive automation in other manufacturing domains, such as automotive industry. But this solution is not always compatible with the high level of geometrical requirements on aeronautical structures.

This paper deals with an original method to select assembly techniques and to allocate component geometrical tolerances in order to minimize the product cost and to maximize the conformity rate associated with the assembly plan.

The assembly sequence (attachment-based defined) is considered to be predetermined – according to the method proposed in [20] for example. The detailed design and organisation of the assembly system take place once the assembly techniques are chosen and are thus not considered in this study.

The second section details the data structures used to define a parametric assembly plan. The multi-objective optimization problem defined to solve the problem addressed in this paper is described in the third section.

The section four details the proposed evaluation of the assembly plan. The conformity rate is evaluated thanks to a probabilistic study based on the geometrical variation propagation relation associated with the assembly process plan. The evaluation of the assembly cost relies on a simple activity-based analytical model applied on each operation and the cost related to tolerance allocation is evaluated with a method adapted from [16]. Cost and conformity rate evaluation are both intentionally simple to let the reader focus on the global approach proposed for technique selection and tolerance allocation.

The entire method is illustrated through a simple case study presented in section five, followed by the associated results (section six) and a conclusion.

## 2. Parametric assembly plan

### 2.1. Introduction

The inverse problem displayed in Fig. 1 is solved thanks to a multi-objective optimization. Therefore, the performance indicators of the assembly plan – the cost and the conformity rate in this study – must be expressed as mathematical functions (described in section 3). The input parameters of those two functions must represent the evaluated assembly plan. This section explains how this set of input parameters is extracted from the description of the product and from the technical know-how of a company.

### 2.2. Structuro-functional model of a product

An assembled product is a set of components connected to each other thanks to assembly joints. Each joint involves two surfaces, each one belonging to one of the components. The structure of the product can be represented by an Elementary Contact Graph [21] (ECG). The joints can be classified into two categories: *mates* that pass dimensional constraints from part to part, and *contacts* that provide support and lead to hyperstatic assembly [9]. This classification helps building *Datum Flow Chain* (DFC) to identify components and joints involved in the variation of the product's *key characteristics* (KC) [9]. A key characteristic is a property of a product required to satisfy a function. In this paper, we only consider KC expressed as geometrical conditions between two surfaces, even if the definition applies for any measurable characteristic.

Marguet proposed to represent components, joints (mates and contacts) and KC thanks to an Oriented Contact Graph that mixes Elementary Contact Graph and Datum Flow Chain approaches [20]. This graph represents the structuro-functional model of a product as illustrated in Fig. 2. It was implemented in software called GAIA® [22].

The Oriented Contact Graph can also represent temporary components used during the assembly, like tools and jigs. Joints between temporary components and components of the product are called temporary joints. They are all released at the end of the assembly.

Finally the structuro-functional model of a product expressed through the Oriented Contact Graph allows one to list the  $J$  joints of the product. An assembly technique has to be chosen

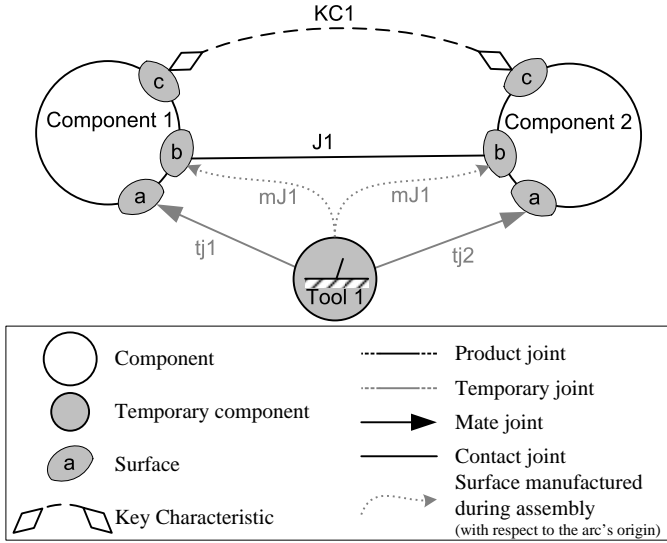


Fig. 2: Example of an Oriented Contact Graph as implemented in GAIA®.

for each one. It also allows one to list the  $L$  links of the datum flow chains (*i.e.* the component dimensions and the joints involved in the variations of the product's Key Characteristics). A tolerance has to be allocated to each component dimension to ensure that the product's KC are kept within the authorized boundaries.

### 2.3. Assembly sequence representation

As mentioned in subsection 1.1, the assembly sequence can be described either as the order for component insertion or as the order for joint manufacturing. The latter method includes somehow the former, because a joint can only be made if the two components involved are already inserted in the assembly. In order to provide a clear representation of the sequence, both approaches are combined in an Assembly Sequence Graph. An example is displayed in Fig. 3. The Assembly Sequence Graph is dual to the Oriented Contact Graph. It shows the order in which components are inserted (and removed when temporary) in the assembly and when the joints are manufactured (and released when temporary).

The assembly sequence is considered as an input for the work presented in this paper. The assembly sequence can be defined by applying a method based on minimizing the length of the datum flow chains as proposed by Marguet [20] for instance.

### 2.4. Assembly technique definition

This paper aims at proposing a method to select an assembly technique (among a list of authorized ones defined by the user) to realize each joint of the product. An assembly technique is defined as a collection of assembly operations at the end of which a joint is realized.

An operation is defined by its name, fixed cost, duration, required resources and resource quantities. If an operation is prone to geometrical deviations impacting the product's KC, the probability distribution characterizing its capability is also

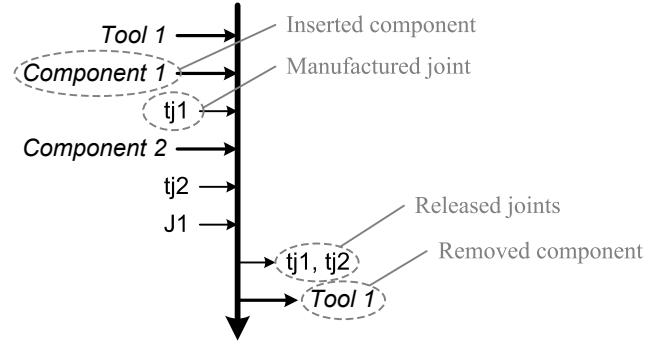


Fig. 3: Assembly Sequence Graph dual to the Oriented Contact Graph in Fig. 2.

given in the operation definition. Table 1 gives an example of an assembly technique to realize a riveted joint.

All the assembly techniques handled by a company are stored in an assembly technique library.

## 3. Optimization problem

### 3.1. Decision variables and constraints

An assembly technique has to be chosen for each joint of the product (including the temporary joints represented on the Oriented Contact Graph). Let  $N_t$  be the number of techniques in the assembly technique library. The list of authorized assembly techniques for the joint  $j \in \{1, \dots, J\}$  is denoted  $\mathcal{T}_j$  and is a subset of  $\{1, \dots, N_t\}$ . Then, the assembly technique decision variables are gathered in a vector  $\mathbf{x}_t$  defined in eq. (1):

$$\mathbf{x}_t = [x_1 \quad \dots \quad x_J]^T \quad (1)$$

The assembly technique decision space is then limited to  $\Omega_t$ , defined in eq. (2):

$$\Omega_t = \prod_{j=1}^J \mathcal{T}_j \quad (2)$$

The  $L$  links of the DFC identified from the structural-functional model of the product must have their geometrical variations tolerated.  $L_t$  links of the DFCs are already characterized by the assembly technique selected for their related joint. The remaining  $L_g = L - L_t$  links involved in the variation of the product KC need to be allocated geometrical tolerances. For this reason, the probabilistic distributions are assumed to be fixed and the associated parameters are decision variables.

Let  $i \in \{1, \dots, L_g\}$  be the index of one of those links. Its probabilistic distribution has  $n_i^2$  parameters written  $\{x_{i1}, \dots, x_{in_i}\}$ . Then, the geometrical variation decision variables are gathered in a vector  $\mathbf{x}_g$  defined in eq. (3):

$$\mathbf{x}_g = [\dots \quad x_{i1} \quad \dots \quad x_{in_i} \quad \dots]^T \quad (3)$$

<sup>2</sup> $n_i$  depends on the nature of the distribution, two for a normal distribution for example.

Table 1: Example of assembly technique definition for a temporary joint between a component and a tool (fixed cost given in cost unit and duration given in time unit,  $\mathcal{N}(0, 0.1)$  stands for a normal distribution with mean value of 0 and standard deviation value of 0.1).

Technique name:	Tool			Quantities	Distribution
Operations	Fixed cost	Duration	Resources		
Docking	0	15	Tool; Operator	1;2	$\mathcal{N}(0, 0.1)$
Clamping	3	10	Tool; Operator	1;1	
Unclamping	3	10	Tool; Operator	1;1	
Splitting	0	15	Tool; Operator	1;2	

The dimension of the geometrical variation decision space is denoted  $N_g$ . Its value is calculated according to eq. (4):

$$N_g = \sum_{i=1}^{L_g} n_i \quad (4)$$

Some constraints can exist in each subset of the geometrical variation decision variables  $\{x_{i1}, \dots, x_{in_i}\}$ . For example, if the distribution  $i$  is uniform, then the lower bound  $x_{i1}$  must be lower than the upper bound  $x_{i2}$ . Those constraints are intrinsic to the distributions. The geometrical variation decision space noted  $\Omega_g$  is the restriction of  $\mathbb{R}^{N_g}$  satisfying to all the distribution intrinsic constraints.

Finally, the assembly technique selection and component geometrical deviation tolerances can be expressed by  $n = J + N_g$  decision variables gathered in a vector  $\mathbf{x}$  defined in eq. (5):

$$\mathbf{x} = [\mathbf{x}_t \quad \mathbf{x}_g]^T \in \Omega \quad (5)$$

with:

$$\Omega = \Omega_t \times \Omega_g \quad (6)$$

### 3.2. Multi-objective optimization

As illustrated in Fig. 1, the definition of an assembly process plan is driven by several performance indicators. This work deals with the search for assembly plans that minimize assembly cost and maximize conformity rate (*i.e.* minimize non-conformity rate). Those objectives are likely to conflict with each other.

One can decide to express the problem into a single objective optimization problem, combining both performance indicators into a single objective function or optimizing a single indicator handling the other one as a constraint. Although this approach seems simpler from a mathematical point of view, its main drawback is that it forces the user to introduce high-level information into the model used for optimization. The trade-off between several performance indicators can not always be encapsulated into a unique equation.

Instead, solving a multi-objective optimization problem seems to be more adapted within the industrial context. The optimization result is a set of non-dominated solutions (see Fig. 4 for illustration) obtained without modelling anything but the performance indicators. A decision variable vector  $\mathbf{x}^*$  dominates a decision variable vector  $\mathbf{x}$  according to the  $N$  objective functions  $\{f_1, \dots, f_N\}$  if the assumptions of eq. (7) are verified [23, 24]:

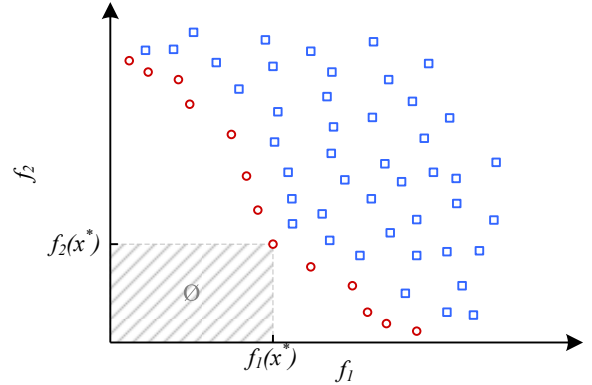


Fig. 4: Non-dominated elements (red circles) among a population (blue squares) for a two-objective problem.

$$\begin{cases} \forall p \in \{1, \dots, N\}, f_p(\mathbf{x}^*) \leq f_p(\mathbf{x}) \\ \exists q \in \{1, \dots, N\}, f_q(\mathbf{x}^*) < f_q(\mathbf{x}) \end{cases} \quad (7)$$

When the set of non-dominated solutions, commonly called the *Pareto front*, is found, it can be used as a decision aid. Then the final decision on assembly techniques and geometrical tolerance allocation is taken by a decision-making team among the non-dominated solutions. This approach fits the common industrial practices better than a blind selection according to a black-box optimization result.

The multi-objective optimization problem dedicated to assembly technique selection and geometrical tolerance allocation is finally formulated in eq. (8):

$$\text{Minimize}_{\mathbf{x} \in \Omega} [\text{NCR}(\mathbf{x}), C(\mathbf{x})]^T \quad (8)$$

The non-conformity rate function  $\text{NCR}(\mathbf{x}) : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$  is detailed in subsection 4.1 and the assembly cost function  $C(\mathbf{x}) : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$  is detailed in subsection 4.2.

## 4. Assembly plan evaluation

### 4.1. Evaluation of the non-conformity rate

The non-conformity rate associated with an assembly process plan is the probability for a product to have one of its KC out of the boundaries expressing the functional requirements.

The structuro-functional model of the product presented in subsection 2.2 allows one to identify the  $L$  links of the DFC. The geometrical variation propagation relation associated with the assembly process plan is assumed to be known. Each KC of the product is expressed as a function of the DFC's links denoted  $\delta l_i$  in eq. (9):

$$\delta KC = f(\{\delta l_i\}_{i \in \{1, \dots, L\}}) \quad (9)$$

The geometrical variation propagation relation generically expressed by eq. (9) can either be a simple geometrical variation stack-up, or a linear relation integrating component flexibility as in the *Method of Influence Coefficient* [25]. The relation  $f$  can even be expressed by a metamodel, such as a trained neural network, that accounts for the non-linearity due to the assembly sequence and the contact interaction between components [26].

The probability density function (PDF) of each  $\delta KC$  can be evaluated according to the geometrical variation propagation relation given in eq. (9) fed with the probabilistic distribution of the  $\delta l_i$ . The distributions of the  $\delta l_i$  are either given by the assembly technique definitions related to  $\mathbf{x}_t$  or by the geometrical variation parameters defined in  $\mathbf{x}_g$ .

The probability for the KC deviation indexed  $r$  to be smaller than its functional lower bound  $lb_r$  or greater than its functional upper bound  $ub_r$  can then be extracted from its PDF. The non-conformity rate of the key characteristic  $r$  is expressed in eq. (10):

$$\text{NCR}_r(\mathbf{x}) = \mathbb{P}[\delta KC_r < lb_r](\mathbf{x}) + \mathbb{P}[\delta KC_r > ub_r](\mathbf{x}) \quad (10)$$

The probability for the KC to exceed its bounds is evaluated applying a First Order Reliability Method (FORM) [27]. Various input distributions can be considered with this method, making it more generic than approaches such as Root Sum Square. This method can also be more computationally efficient than Monte Carlo based methods aiming at the evaluation of the entire KC Probability Density Function.

The non-conformity associated with the assembly process plan is assumed to be the maximum<sup>3</sup> of the non-conformity rate of one of the  $N_{KC}$  of the product, as displayed in eq. (11):

$$\text{NCR}(\mathbf{x}) = \max_{r \in \{1, \dots, N_{KC}\}} \text{NCR}_r(\mathbf{x}) \quad (11)$$

## 4.2. Evaluation of the cost

### 4.2.1. Cost sources

The cost associated with an assembly plan can be split into two sources:

- the activity cost, denoted  $C_a$ , can be evaluated by applying an activity based cost model for all the operations of the process plan;
- the geometrical tolerance cost, written  $C_g$ , and depending on the geometrical tolerance allocation.

The choice of the assembly techniques directly impacts the activity cost of the assembly process plan. It also indirectly impacts the geometrical tolerance cost as the tolerances allocated may be adjusted for each set of selected assembly techniques. The two cost sources are treated separately in the following but are considered together to evaluate the total cost associated with an assembly process plan:

$$C(\mathbf{x}) = C_a(\mathbf{x}_t) + C_g(\mathbf{x}_g) \quad (12)$$

### 4.2.2. Activity based cost model

The evaluation of the assembly operations's cost is performed using a generic model applied to each operation. Even if this model is simple, it can easily be replaced by a more realistic one if required.

Let  $Op_\alpha$  be the operation  $\alpha$  of the process plan. Let  $t_\alpha$  be its duration and  $Fc_\alpha$  its fixed cost<sup>4</sup>. This operation also consumes the quantities  $m_{\alpha\beta}$  of the resources  $\{r_\beta\}_{\beta \in \{1, \dots, R\}}$ . Every resource  $r_\beta$  has a cost per time unit  $hr_\beta$ . Then the elementary cost  $C_{Op,\alpha}$  associated with the operation  $Op_\alpha$  is the sum of the fixed cost and the cost of the resources consumed, as expressed in eq.(13):

$$C_{Op,\alpha} = Fc_\alpha + t_\alpha \times \sum_{\beta=1}^R m_{\alpha\beta} \times hr_\beta \quad (13)$$

The assembly recurring cost  $rc$  (i.e. the cost required to assemble each product) is assumed to be the sum of the elementary cost of each of the  $N_{op}$  operations  $\{Op_\alpha\}_{\alpha \in \{1, \dots, N_{op}\}}$  of the assembly plan weighted by the number of occurrences  $q_\alpha$  of each operation in the plan. This is expressed in eq.(14) with a matrix notation.

$$rc = \mathbf{q} \cdot \mathbf{C}_{op} \quad (14)$$

where:

$$\mathbf{q} = [q_1 \quad \dots \quad q_{N_{op}}] \quad (15)$$

and:

$$\mathbf{C}_{op} = \begin{bmatrix} Fc_1 \\ \vdots \\ Fc_{N_{op}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} t_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & t_{N_{op}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} m_{11} & \dots & m_{1R} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ m_{N_{op}1} & \dots & m_{N_{op}R} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} hr_1 \\ \vdots \\ hr_R \end{bmatrix} \quad (16)$$

With this formulation, the recurring cost is the product of  $\mathbf{q}$ , that depends on the choice of assembly techniques  $\mathbf{x}_t$  only, with  $\mathbf{C}_{op}$  that is a constant vector depending on the assembly technique library.

<sup>3</sup>This approach can provide a non-conformity rate lower than the total rate of non-conform products but it allows a separate analysis for each KC.

<sup>4</sup>The fixed cost represents, for instance, consumables or tool wear.

When it comes to assembly technique selection, not only the recurring cost has to be taken into account, the non-recurring cost may also be evaluated. Let  $C_{r,\beta}$  be the investment to acquire the resource  $r_\beta$  and  $qr_\beta$  the quantity of the resource  $r_\beta$  required by the assembly process plan. Then the non-recurring cost  $nrc$  associated with the assembly process plan is expressed thanks to eq.(17):

$$nrc = [qr_1 \quad \dots \quad qr_R] \cdot \begin{bmatrix} C_{r,1} \\ \vdots \\ C_{r,R} \end{bmatrix} = \mathbf{qr} \cdot \mathbf{C}_r \quad (17)$$

The non-recurring cost is then the product of  $\mathbf{qr}$ , that depends on the choice of assembly techniques only, with  $\mathbf{C}_r$  a constant vector. When a product is manufactured at an industrial scale, there is often a potential market identified for the product and the assembly process can be planned considering the total amount  $P$  of product that may be sold. Based on this hypothesis, the non-recurring cost associated with the assembly process plan can be shared among those  $P$  products.

Finally, the cost  $C_a$  associated with the assembly operations of a process plan is expressed in eq.(18):

$$C_a(\mathbf{x}_t) = \mathbf{q}(\mathbf{x}_t) \cdot \mathbf{C}_{op} + \frac{1}{P} \cdot \mathbf{qr}(\mathbf{x}_t) \cdot \mathbf{C}_r \quad (18)$$

The evaluation of the  $C_a$  associated with an assembly process plan is reduced to the evaluation of  $\mathbf{q}$  and  $\mathbf{qr}$ . Resource dimensioning has been investigated in operational research [28] and many possibilities exist to evaluate  $\mathbf{qr}$ . A simple method is applied: the quantity of a resource is equal to the maximum quantity consumed by an operation of the plan, as expressed in eq.(19):

$$\forall \beta \in \{1, \dots, R\}, qr_\beta = \max_{\alpha \in \{1, \dots, N_{op}\}, q_\alpha \neq 0} m_{\alpha\beta} \quad (19)$$

For monotonous assembly processes,  $\mathbf{q}$  can directly be extracted according to the choice of an assembly technique for each joint of the product. If some operations of a technique must be repeated several times due to constraints coming from the manufacturing of another related joint<sup>5</sup>, finding  $\mathbf{q}$  according to the assembly technique choice may require a more elaborated method, like finite-state-machine or Petri net models of the assembly process. In this paper, only monotonous assembly processes are considered.

#### 4.2.3. Cost associated with the geometrical tolerance

The cost associated with the geometrical tolerance allocation of the process plan is assumed to be the sum of the cost required to keep each of the  $L_g$  dimensions in its allocated tolerance zone.

The relation between the size of the tolerance allocation and the associated cost is commonly investigated in the literature.

Chase *et al.* gathered several simple cost vs. tolerance models in [16]. Most of those cost models can be generalized by the eq. (20) in which  $a$ ,  $b$ ,  $m$ ,  $k$  and  $T_{lim}$  are fixed parameters of the relation.

$$c = a + b \cdot e^{-m(T-T_{lim})} \cdot (T - T_{lim})^{-k} \quad (20)$$

Therefore, for each  $i \in \{1, \dots, L_g\}$ , a value for  $T_i$  must be calculated according to the  $\{x_{i1}, \dots, x_{in_i}\}$  parameters of the probabilistic distribution of the dimension  $i$ :

- if its probability density function (PDF) is different from zero on a finite interval of  $\mathbb{R}$  (like uniform or truncated normal distribution),  $T_i$  is the size of this interval;
- else, the value used for  $T_i$  is chosen equal to the size of the 99.73% coverage interval ( $6\sigma$  for a normal distribution).

The cost associated with the geometrical tolerance allocation is finally expressed in eq. (21):

$$C_g(\mathbf{x}_g) = \sum_{i=1}^{L_g} (a_i + b_i \cdot e^{-m_i(T_i - T_{lim,i})} \cdot (T_i - T_{lim,i})^{-k_i}) \quad (21)$$

Some more elaborated models can easily be included in the framework presented in this paper.

## 5. Use case

### 5.1. Structuro-functional model of the product

The methodology described in sections 2 to 4 is illustrated through a simple case study. The product for which assembly techniques are selected and geometrical tolerances allocated is a box composed of four components: two flanks (right and left), one splice and one cover. Fig. 5 shows a schematic view of this product. The splice is bonded on the two flanks and the cover is riveted on them.

The box has six key characteristics: the bonding areas of the splice (KC1 and KC2), the outcrop of the cover (KC3 and KC4) and the location of the rivets (KC5 and KC6), as pictured in Fig. 5.

Fig. 6 presents the assembly sequence and the structuro-functional model of the product after the ninth assembly step. Fig. 7 shows the product state after the sixteenth state of the assembly sequence. Details about the names of the surfaces are given in Fig. 8).

### 5.2. Assembly techniques libraries

The assembly technique library gathering all the assembly techniques available in this study is detailed in Appendix B. As explained in subsection 3.1, each joint  $j$  has its own authorized assembly technique list  $\mathcal{T}_j$ . The Table 2 summarizes the authorized assembly techniques defined for the product. The assembly technique decision variable vector  $\mathbf{x}_t$  (see eq. (1)) has 14 components representing the index of the technique chosen for each of the 14 joints of the product.

<sup>5</sup>This is a common case in aeronautical structures assembly.

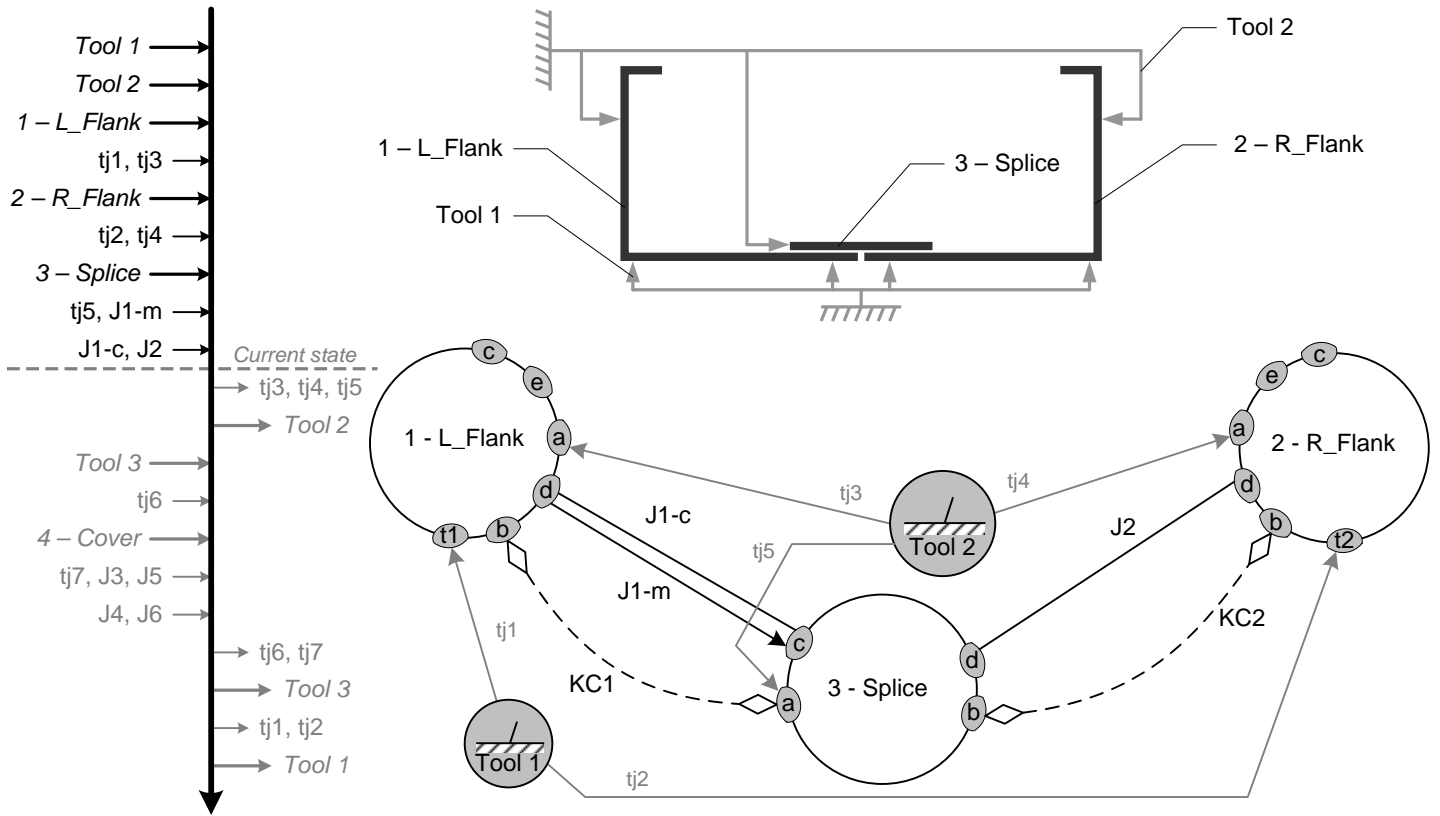


Fig. 6: Structuro-functionnal model of the box (after nine assembly steps) as represented in GAIA® [22].

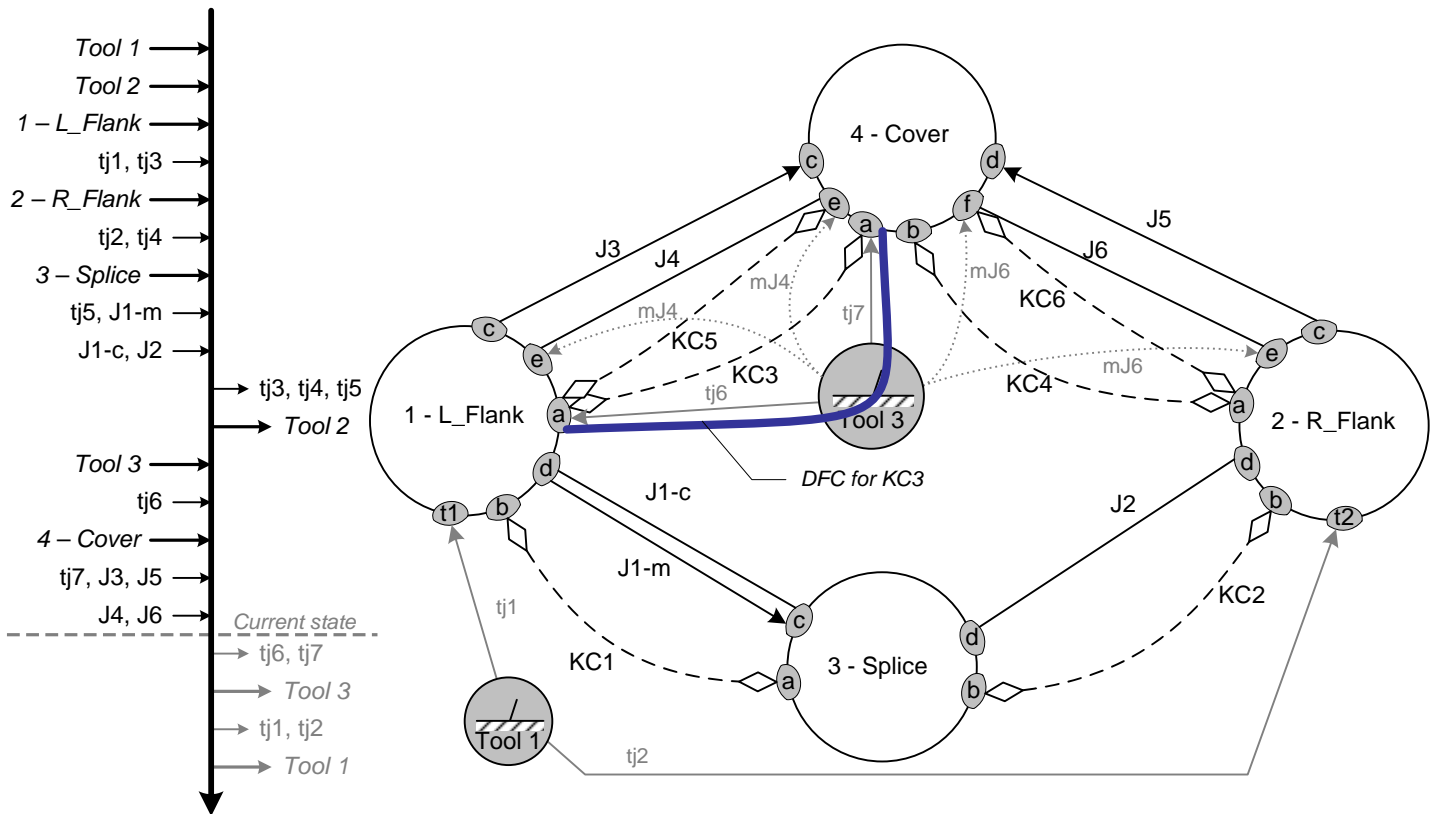


Fig. 7: Structuro-functionnal model of the box (after sixteen assembly steps) and Datum Flow Chains of *KC3*.

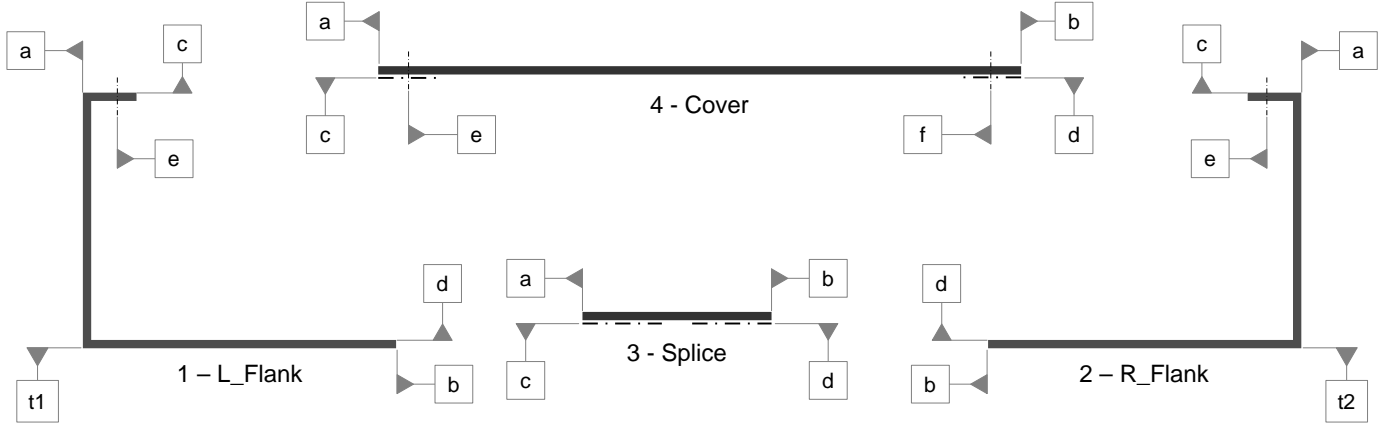


Fig. 8: Details of the component surfaces.

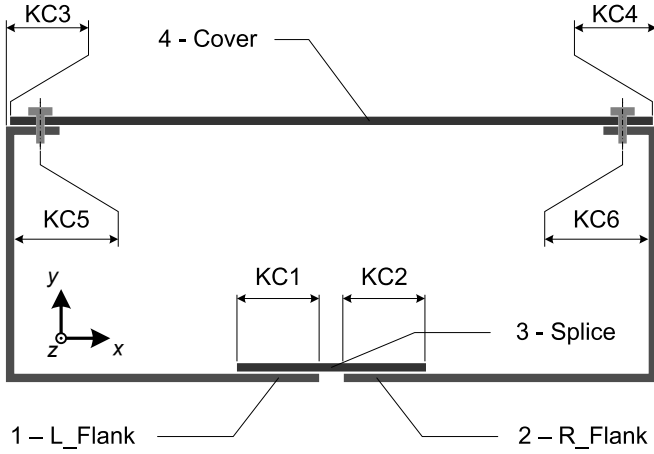


Fig. 5: Schematic view of the use case.

### 5.3. Datum flow chains and conformity rate

The datum flow chain of each key characteristic can be built according to the structuro-functional model of the product and its assembly sequence defined in Fig. 6. The datum flow chain of  $KC3$  is displayed in Fig. 7. The geometrical variation propagation problem is kept unidimensional in this use case. The value of  $KC3$  depends on the location of the contact in joints  $tj6$  and  $tj7$ . Then, the deviation  $\delta KC3$  is calculated according to eq. (22):

$$\delta KC_3 = -\delta tj_6 + \delta tj_7 \quad (22)$$

where  $\delta tj_6$  and  $\delta tj_7$  stand for the deviation of the contact locations with respect to their theoretical locations along the  $x$  axis.

In the following,  $\delta l_{iab}$  denotes the geometrical deviation of the surface  $b$  with respect to the surface  $a$  of the component  $i$ . The geometrical deviation due to the joint  $j$  is written  $\delta j$ . Then, the eq. (9) applied to each datum flow chain of the product leads to the system of eqs. (23):

Joint $j$	Authorized assembly techniques list $\mathcal{T}_j$
$tj_1$ and $tj_2$	1-Back-to-back positioning (temporary)
$tj_3$ to $tj_7$	2-Tool, 3-Adjustable tool, 4-Robot as tool, 5-Specific automated station
$J_1$ - $m$	6-Back-to-back positioning
$J_1$ - $c$ and $J_2$	7-Traditional bonding, 8-Rapid bonding
$J_3$ and $J_5$	9-Back-to-back positioning (with splitting)
$J_4$ and $J_6$	10-Drilling with grid, 11-Drilling with numerical grid, 12-Robot Drilling, 13-Specific drilling station

$$\begin{cases} \delta KC_1 = \delta tj_3 - \delta tj_5 + \delta l_{1ab} \\ \delta KC_2 = -\delta tj_4 + \delta tj_5 - \delta l_{2ab} + \delta l_{3ab} \\ \delta KC_3 = -\delta tj_6 + \delta tj_7 \\ \delta KC_4 = -\delta tj_3 + \delta tj_4 + \delta tj_6 - \delta tj_7 - \delta l_{4ab} \\ \delta KC_5 = -\delta tj_6 + \delta mJ_4 \\ \delta KC_6 = -\delta tj_3 + \delta tj_4 + \delta tj_6 - \delta mJ_6 \end{cases} \quad (23)$$

The geometrical deviations of the components impacting the product key characteristics are listed according to eq. (23): it consists in  $\delta l_{1ab}$ ,  $\delta l_{2ab}$ ,  $\delta l_{3ab}$  and  $\delta l_{4ab}$ . Tolerances are allocated for those deviations in the following. They are assumed to have uniform distributions. Then, the lower and upper bounds of the allowed deviations need to be set. The geometrical variation decision variable vector  $\mathbf{x}_g$  (see eq. (3)) has 8 components representing the lower bound and upper bound of the tolerance allocated for each of the four component characteristics impacting the product KC and therefore the conformity rate. Table 3 summarizes their *cost vs. tolerance* model parameters from eq. (21) and Fig. 9 gives a graphical representation of the *cost vs. tolerance* relation.

The joints subject to deviations impacting the product key characteristics are  $tj_3$  to  $tj_7$ . The surfaces  $e$  of the flanks and  $e$  and  $f$  of the cover are manufactured when the joints  $J_4$  and  $J_6$  are made. The deviations  $\delta mJ_4$  and  $\delta mJ_6$ , that depend

Table 3: Probabilistic distributions and *cost vs. tolerance* model parameters of the components geometrical deviations (*cu* stands for cost unit).

	$T_{lim,i}$ (mm)	$a_i$ (cu)	$b_i$ (cu/mm)	$m_i$ (mm <sup>-1</sup> )	$k_i$
$\delta l_{1ab}$	0.01	0	200	1	1
$\delta l_{2ab}$	0.01	0	200	1	1
$\delta l_{3ab}$	0.01	0	50	1	1
$\delta l_{4ab}$	0.01	0	50	1	1

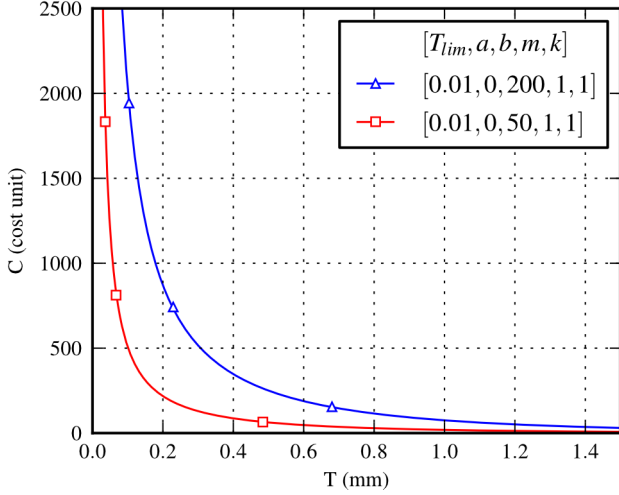


Fig. 9: *Cost vs. Tolerance* function with the set of parameters given in Table 3.

on the technique selected for  $J_4$  and  $J_6$ , also impact the key characteristics and the conformity rate.

#### 5.4. Choice of an optimization method

Most of the existing methods to solve multi-objective optimization problems rely on population-based evolutionary algorithm. Coello Coello and Reyes Sierra investigated pros and cons several optimization solutions [29, 30]. As it provides a good trade-off between performance and robustness, the NSGA-II algorithm (Non-Sorted Genetic Algorithm - II) is chosen to solve the optimization problem formulated in eq. (8).

#### 5.5. Implementation

The method presented in this paper is implemented in Python language. The optimization is performed with a population composed of 200 individuals evolving during 20 generations with the NSGA-II algorithm implemented in the *Inspired* Python library [31]. Gaussian mutation and blend crossover are applied to make the population evolve. Those settings are providing a good convergence and a good spread along the Pareto front while keeping the computation time below one hour<sup>6</sup>.

Some decision variables are constrained to be equal because of technical constraints. It is the case for the technique selected for the sets of joints  $\{t_{j_3}, t_{j_4}, t_{j_5}\}$ ,  $\{t_{j_6}, t_{j_7}\}$  and  $\{J_4, J_6\}$ . The

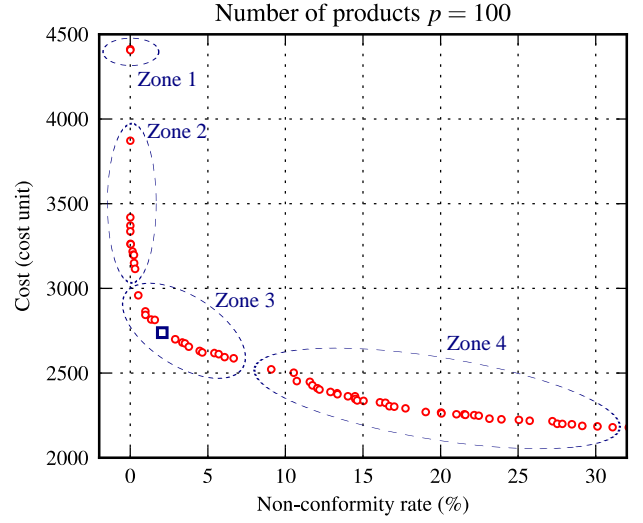


Fig. 10: Optimization result: Pareto Front obtained with  $P = 100$ .

Table 4: Decision variable for the square point in Fig. 10.

Joint	Assembly technique selected
$t_{j_1}$ and $t_{j_2}$	1-Back-to-back positioning (temporary)
$t_{j_3}$ to $t_{j_7}$	4-Robot as tool
$J_1 - m$	6-Back-to-back positioning
$J_1 - c$ and $J_2$	7-Traditional bonding
$J_3$ and $J_5$	9-Back-to-back positioning (with splitting)
$J_4$ and $J_6$	10-Drilling with grid
Geometrical characteristic	Tolerance allocated
$\delta l_{1ab}$ and $\delta l_{2ab}$	$\mathcal{U}(-0.40, 0.30)$
$\delta l_{3ab}$	$\mathcal{U}(-0.22, 0.21)$
$\delta l_{4ab}$	$\mathcal{U}(-0.17, 0.16)$

geometrical variations of  $l_{1ab}$  and  $l_{2ab}$  are also allocated the same tolerance due to the symmetry of the components.

## 6. Results

### 6.1. Main results

The optimization problem presented in the previous sections is solved considering the number  $P$  of products to be assembled equal to 100.

The Pareto front obtained at the end of the evolution of 200 decision variable vector along 20 generations is presented in Fig. 10. Each point of the graph represents the non-conformity rate and cost associated with a set of techniques chosen for the product's joints and a set of tolerances allocated to the components' geometrical deviations. The values in the Table 4 are the decision variables corresponding to the point represented by a blue square in the Fig. 10.

The benefit of the multi-objective optimization can easily be illustrated in Fig. 10. If the problem was solved considering the cost as a single objective and the non-conformity rate constrained to be zero, the result would have been the point in the

<sup>6</sup>Running on a single 2.53Ghz CPU.

top left hand corner (cost equal to 4412 cost units). Instead of this, the non-conformity rate could have been constrained to be lower than an arbitrary value decided before running the optimization. Let this value be 5% for the example. It leads to a cost of around 2620 cost units. But running a single objective optimization do not allow the user to know that he can decrease the non-conformity below 2% for around 2700 cost unit per product. The main interest of the multi-objective optimization is that it helps the user decide which solution fits its real objectives the best instead of needing for him to translate his real objectives into blind mathematical constraints.

The Pareto front alone does not provide all the information obtained at the end of the optimization. Four zones are circled in Fig. 10. In each zone, the assembly technique decision variables of the points are identical. In fact, if the assembly techniques were all selected before and the optimization was only performed to allocate tolerances, the Pareto front would have been smoothly decreasing. Here, each zone corresponds to a smooth front with its own set of assembly techniques selected (it is emphasized in Fig. A.12 in Appendix A where the number of products  $P$  is equal to 10).

In zone 1, the joints  $t_{j_3}$  to  $t_{j_7}$  are made with the *Adjustable tool* technique. In zone 2, the joints  $t_{j_3}$  to  $t_{j_5}$  are made with the *Adjustable tool* technique and the joints  $t_{j_6}$  and  $t_{j_7}$  are made with the *Robot as tool* technique. In zone 3, only the *Robot as tool* technique is used and in the zone 4, the joints are made with the *Tool* technique. The user can decide to refine the optimization in the zone that best fits its objectives (considering the actual cost of repairing and/or adjusting products that are not meeting the functional requirements).

## 6.2. Illustration with $P = 10000$

The optimization problem was also solved with a number of products  $P = 10000$  to present the results in a case of manufacturing on a larger scale. The Pareto front obtained is presented in Fig. 11. The zone 4 (in which the joints are realized with the *Tool* technique) is no longer present in the Pareto front because the investment required to use the *Robot as tool* technique is compensated by a lower assembly cost.

The separation between zones is less visible than in Fig. 10 but the Pareto front globally has the same shape and the conclusions drawn in the previous subsection still apply.

## 7. Conclusion

This paper aims at presenting an original point of view for computer-aided assembly process planning. It addresses the problem of assembly technique selection and of component geometrical tolerance allocation. This problem is solved to satisfy both objectives of cost and non-conformity minimization. This is achieved by writing a multi-objective optimization problem.

A structuro-functional model of the product to be assembled is used to define a parametric assembly plan. The parameters – that make up the decision variable set of the optimization problem – are the assembly technique selected for each joint of the product and the geometrical tolerance allocated for each component geometrical deviation.

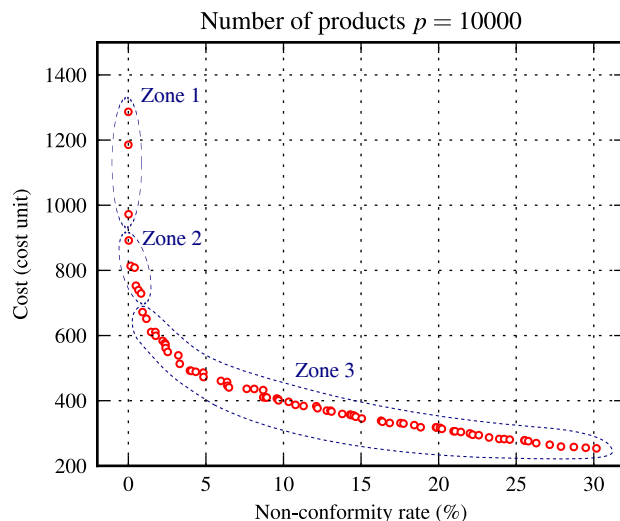


Fig. 11: Optimization result: Pareto Front obtained with  $P = 10000$ .

The objectives of the optimization are the minimization of the non-conformity rate – evaluated with a simple one-dimensional geometrical variation propagation relation and a stochastic analysis – and the minimization of the assembly cost that accounts for the cost of the operations required by the assembly techniques and the cost associated with the geometrical tolerance allocation.

The problem is solved on a case study using a genetic algorithm. The multi-objective optimization result, presented as a Pareto front, is providing more information than the result of a single optimization problem with constraints. This approach is therefore more applicable on industrial cases because of its decision-aid capabilities. The use case presented in this paper is intentionally kept simple but more complex models for non-conformity rate or cost evaluation can easily be applied using the same framework.

The method proposed can be used in different ways by industrials. More than just useful for selecting assembly techniques among the company’s own knowledge, it can help evaluate and assess the potential benefits of using innovative assembly techniques or help find the minimum capability required for a technique under development to be competitive, for example.

## Acknowledgement

This research work has been carried out in partnership between EADS Innovation Works and the LURPA-ENS de Cachan in the frame of the GRC-Flexible Assembly of the INNO’CAM-PUS program.

## Appendix A. Optimization results with $P = 10$

The Fig. A.12 shows the Pareto front obtained after the optimization with  $p = 10$ . Even if this problem do not reflects a real case, it illustrates the discontinuities in the Pareto front. The front is composed of several zones in which the points are

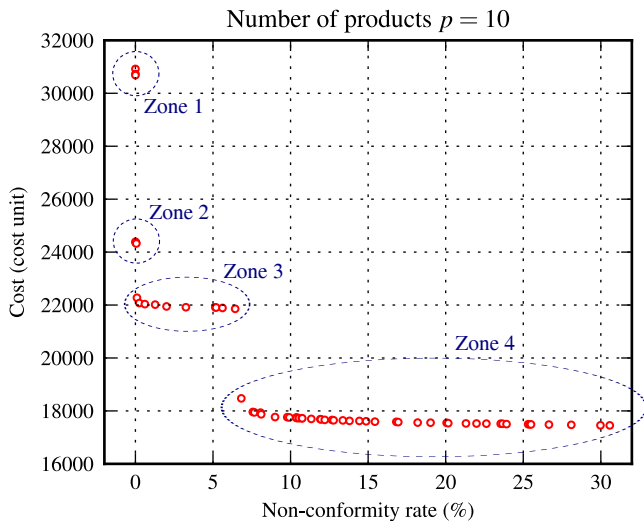


Fig. A.12: Optimization result: Pareto Front obtained with  $P = 10$ .

sharing the same assembly techniques decision variables. The assembly techniques selected in each zones are the same as for the zones presented in Fig. 10.

## Appendix B. Assembly technique library

The assembly technique library used in the case study presented in section 5 is detailed in Table B.5, Table B.6, Table B.7 and Table B.8.

## References

- [1] L. Wang, S. Keshavarzmanesh, H.-Y. Feng, R. Buchal, Assembly process planning and its future in collaborative manufacturing: a review, *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology* 41 (2009) 132–144. doi:10.1007/s00170-008-1458-9.
- [2] A. Bourjault, Contribution a une approche methodologique de l'assemblage automatisé: Elaboration automatique des sequences operatoires, Ph.D. thesis, Universite de Franche-Comte (1984).
- [3] T. De Fazio, D. Whitney, Simplified generation of all mechanical assembly sequences, *IEEE Journal of Robotics and Automation* 3 (6) (1987) 640–658. doi:10.1109/JRA.1987.1087132.
- [4] G. Dini, F. Failli, B. Lazzerini, F. Marcelloni, Generation of optimized assembly sequences using genetic algorithms, *CIRP Annals - Manufacturing Technology* 48 (1) (1999) 17 – 20. doi:10.1016/S0007-8506(07)63122-9.
- [5] J. Latombe, R. Wilson, F. Gazals, Assembly sequencing with toleranced parts, *Computer-Aided Design* 29 (2) (1997) 159 – 174, solid Modelling. doi:10.1016/S0010-4485(96)00044-9.
- [6] R. M. Marian, L. H. S. Luong, K. Abhary, Assembly sequence planning and optimisation using genetic algorithms: Part i. automatic generation of feasible assembly sequences, *Applied Soft Computing* 2 (3) (2003) 223 – 253. doi:10.1016/S1568-4946(02)00064-9.
- [7] R. B. Gottipolu, K. Ghosh, A simplified and efficient representation for evaluation and selection of assembly sequences, *Computers in Industry* 50 (3) (2003) 251 – 264. doi:10.1016/S0166-3615(03)00015-0.
- [8] L. Homem de Mello, A. Sanderson, A correct and complete algorithm for the generation of mechanical assembly sequences, *IEEE Transactions on Robotics and Automation* 7 (2) (1991) 228–240. doi:10.1109/70.75905.
- [9] R. Mantripragada, D. Whitney, The datum flow chain: A systematic approach to assembly design and modeling, *Research in Engineering Design* 10 (3) (1998) 150–165. doi:10.1007/BF01607157.
- [10] T. Cao, A. Sanderson, Task decomposition and analysis of robotic assembly task plans using petri nets, *Industrial Electronics, IEEE Transactions on* 41 (6) (1994) 620–630. doi:10.1109/41.334579.
- [11] C. Becker, A. Scholl, A survey on problems and methods in generalized assembly line balancing, *European Journal of Operational Research* 168 (3) (2006) 694 – 715. doi:10.1016/j.ejor.2004.07.023.
- [12] CIRP, Dictionary of Production Engineering; Vol IV - Assembly, 2012.
- [13] T. A. Abdullah, K. Popplewell, C. J. Page, A review of the support tools for the process of assembly method selection and assembly planning., *International Journal of Production Research* 41 (11) (2003) 2391 – 2410. doi:10.1080/0020754031000087265.
- [14] J. Camelio, S. J. Hu, D. Ceglarek, Modeling variation propagation of multi-station assembly systems with compliant parts, *Journal of Mechanical Design* 125 (4) (2003) 673–681. doi:10.1115/1.1631574.
- [15] M. Mounaud, F. Thiébaud, P. Bourdet, H. Falgarone, N. Chevassus, Assembly sequence influence on geometric deviations propagation of compliant parts., *International Journal of Production Research* doi:10.1080/00207540903460240.
- [16] K. Chase, W. Greenwood, B. Loosli, L. Hauglund, Least cost tolerance allocation for mechanical assemblies with automated process selection, *Manufacturing Review* 3 (1) (1990) 49–59.
- [17] P. Adragna, M. Pillet, F. Formosa, S. Samper, Inertial tolerancing and capability indices in an assembly production, *Revue internationale d'ingénierie numérique* 2 (1-2) (2006) 71–88.
- [18] Y. Ding, J. Jin, D. Ceglarek, J. Shi, Process-oriented tolerancing for multi-station assembly systems, *IIE Transactions* 37 (6) (2005) 493–508. doi:10.1080/07408170490507774.
- [19] W. Huang, T. Phoomboplak, D. Ceglarek, Process capability surrogate model-based tolerance synthesis for multi-station manufacturing systems, *IIE Transactions* 41 (4) (2009) 309–322. doi:10.1080/07408170802510408.
- [20] B. Marguet, Contribution à l'analyse des variations géométriques dans les ensembles structuraux en aéronautique: Démarche et outils, Ph.D. thesis, Ecole Normale Supérieure de Cachan (2001).
- [21] A. Ballu, L. Mathieu, Choice of functional specifications using graphs within the framework of education, in: *Proceeding of the 6th CIRP International Seminar on Computer-Aided Tolerancing*, University of Twente, Enschede, The Netherlands, 1999, pp. 197–206.
- [22] H. Falgarone, N. Chevassus, An innovative design method and tool for structural and functional analysis, in: *Proceedings of CIRP Design Seminar*, Cairo, Egypt, 2004.
- [23] F. Edgeworth, *Mathematical physics; an essay on the application of mathematics to the moral sciences*, Paul Kegan, London, England, 1881.
- [24] V. Pareto, *Cours d'économie politique*, Vol. I & II, Lausanne, Switzerland, 1896.
- [25] S. Liu, S. J. Hu, A parametric study of joint performance in sheet metal assembly, *International Journal of Machine Tools and Manufacture* 37 (6) (1997) 873 – 884. doi:10.1016/S0890-6955(95)00090-9.
- [26] L. Andolfatto, F. Thiébaud, M. Douilly, C. Lartigue, On neural network's ability to approximate the geometrical variation propagation in assembly, in: P. Engineering (Ed.), *12th CIRP Conference on Computer-Aided Tolerancing CAT2012*, Huddersfield, CIRP, 2012.
- [27] **Open TURNS - Reference Guide - version 1.0** (April 2012). URL [http://doc.openturns.org/openturns-1.0/openturns-doc\\_april2012/pdf/OpenTURNS\\_ReferenceGuide.pdf](http://doc.openturns.org/openturns-1.0/openturns-doc_april2012/pdf/OpenTURNS_ReferenceGuide.pdf)
- [28] W. Tan, B. Khoshnevis, Integration of process planning and scheduling a review, *Journal of Intelligent Manufacturing* 11 (2000) 51–63. doi:10.1023/A:1008952024606.
- [29] C. A. Coello Coello, Recent trends in evolutionary multiobjective optimization, in: A. Abraham, L. Jain, R. Goldberg (Eds.), *Evolutionary Multiobjective Optimization, Advanced Information and Knowledge Processing*, Springer Berlin Heidelberg, 2005, pp. 7–32. doi:10.1007/1-84628-137-7\_2.
- [30] M. Reyes-Sierra, C. A. Coello Coello, Multi-objective particle swarm optimizers: A survey of the state-of-the-art, *International Journal Of Computational Intelligence Research* 2 (3) (2006) 287–308.
- [31] **Inspyred 1.0: Bio-inspired Algorithms in Python**, consulted on May 4,

2012 (May 2012).

URL <http://inspyred.github.com/>

Table B.5: Assembly techniques for the joints  $tj_3$  to  $tj_7$ 

<i>Technique name:</i>	Tool				
<i>Operations</i>	<i>Fixed cost</i>	<i>Duration</i>	<i>Resources</i>	<i>Quantities</i>	<i>Distribution</i>
Docking	0	15	Tool; Operator	1;2	$\mathcal{N}(0, 0.1)$
Clamping	3	10	Tool; Operator	1;1	
Unclamping	3	10	Tool; Operator	1;1	
Splitting	0	15	Tool; Operator	1;2	
<i>Technique name:</i>	Adjustable Tool				
<i>Operations</i>	<i>Fixed cost</i>	<i>Duration</i>	<i>Resources</i>	<i>Quantities</i>	<i>Distribution</i>
Docking	0	15	Adjustable Tool; Operator	1;2	
Clamping	1	10	Adjustable Tool; Operator	1;1	
Measurement	0	5	Adjustable Tool; Operator; Non-Contact Measurement Device	1;1;1	
Unclamping	1	10	Adjustable Tool; Operator	1;1	
Setting	0	5	Adjustable Tool; Operator	1;1	$\mathcal{N}(0, 0.02)$
Clamping	1	10	Adjustable Tool; Operator	1;1	
Unclamping	1	10	Adjustable Tool; Operator	1;1	
Splitting	0	15	Adjustable Tool; Operator	1;2	
<i>Technique name:</i>	Robot as Tool				
<i>Operations</i>	<i>Fixed cost</i>	<i>Duration</i>	<i>Resources</i>	<i>Quantities</i>	<i>Distribution</i>
Robot referencing	0	1	Robot	1	
Component Grabbing	0	0.5	Robot	1	
Component Positioning	0	0.5	Robot	1	$\mathcal{U}(-0.07, 0.07)$
<i>Technique name:</i>	Specific Automated Station				
<i>Operations</i>	<i>Fixed cost</i>	<i>Duration</i>	<i>Resources</i>	<i>Quantities</i>	<i>Distribution</i>
Component grabbing	0	0.5	Specific Automated Station	1	
Component Positioning	0	0.5	Specific Automated Station	1	$\mathcal{U}(-0.3, 0.3)$

Table B.6: Assembly techniques for the joints  $t_{j_1}$ ,  $t_{j_2}$ ,  $J_{1-m}$ ,  $J_{1-c}$ ,  $J_2$ ,  $J_3$  and  $J_5$ 

<i>Technique name:</i> Back-to-back positioning					
<i>Operations</i>	<i>Fixed cost</i>	<i>Duration</i>	<i>Resources</i>	<i>Quantities</i>	<i>Distribution</i>
Docking	0	1	Operator	1	
Splitting*	0	1	Operator	1	
Sealing**	4	2	Operator	1	
Docking*	0	1	Operator	1	
Final splitting***	0	1	Operator	1	
<i>Technique name:</i> Traditional bonding					
<i>Operations</i>	<i>Fixed cost</i>	<i>Duration</i>	<i>Resources</i>	<i>Quantities</i>	<i>Distribution</i>
Surfaces cleaning	4	12	Operator	1	
Glue lay-down	10	5	Operator; Glue gun	1;1	
Clamping	0	5	Operator	1	
Drying	0	15	None	1	
<i>Technique name:</i> Rapid Bonding					
<i>Operations</i>	<i>Fixed cost</i>	<i>Duration</i>	<i>Resources</i>	<i>Quantities</i>	<i>Distribution</i>
Surfaces cleaning	6	15	Operator	1	
Glue lay-down	30	5	Operator; Glue gun	1;1	
Clamping	0	5	Operator	1	

\* not for *temporary back-to-back positioning*

\*\* only for *back-to-back positioning with splitting*

\*\*\* only for *temporary back-to-back positioning*

Table B.7: Assembly techniques for the joints  $J_4$  and  $J_6$ 

<i>Technique name:</i>	Drilling with grid				
<i>Operations</i>	<i>Fixed cost</i>	<i>Duration</i>	<i>Resources</i>	<i>Quantities</i>	<i>Distribution</i>
Grid positioning	0.2	2	Operator; Grid	1;1	
Drilling	10	3	Operator; Grid; Automated Drilling Unit	1;1;1	$\mathcal{N}(0, 0.05)$
Grid removal	0.2	2	Operator; Grid	1;1	
Deburring	0	5	Operator	1	
Riveting	5	2	Operator	1	

<i>Technique name:</i>	Drilling with numerical grid				
<i>Operations</i>	<i>Fixed cost</i>	<i>Duration</i>	<i>Resources</i>	<i>Quantities</i>	<i>Distribution</i>
Grid positioning	0	1	Operator; Numerical Grid	1;1	
Drilling	10	2.8	Operator; Numerical Grid; Automated Drilling Unit	1;1;1	$\mathcal{N}(0, 0.075)$
Grid removal	0	0.5	Operator; Numerical Grid	1;1	
Deburring	0	5	Operator	1	
Riveting	5	2	Operator	1	

<i>Technique name:</i>	Robot Drilling				
<i>Operations</i>	<i>Fixed cost</i>	<i>Duration</i>	<i>Resources</i>	<i>Quantities</i>	<i>Distribution</i>
Robot referencing	0	1	Robot; Drilling End-effector	1;1	
Drilling	8	2.4	Robot; Drilling/Riveting End-effector	1;1	$\mathcal{N}(0, 0.03)$
Automated riveting	5	1	Robot; Drilling/Riveting End-effector	1;1	

<i>Technique name:</i>	Specific drilling station				
<i>Operations</i>	<i>Fixed cost</i>	<i>Duration</i>	<i>Resources</i>	<i>Quantities</i>	<i>Distribution</i>
Drilling	9	2.4	Specific Drilling/Riveting Station	1	$\mathcal{N}(0, 0.01)$
Automated riveting	5	1	Specific Drilling/Riveting Station	1	

Table B.8: Resource list and characteristics.

Resource Name	$C_r$	$hr$
Operator	1000	0.833
Non-contact measurement device	20000	0.067
Glue gun	150	0.017
Tool	5000	0.017
Adjustable Tool	20000	0.033
Robot	50000	0.7
Specific Automated Station	1500000	0.8
Grid	5000	0
Numerical Grid	12000	0.01
Drilling/Riveting End-effector	50000	0.05
Specific Drilling/Riveting Station	1500000	0.8
Automated Drilling Unit	2500	0.01



## Annexe F

Variation simulation during assembly of  
non-rigid components. realistic  
assembly simulation with  
**ANATOLEFLEX** software



14th CIRP Conference on Computer Aided Tolerancing (CAT)

## Variation simulation during assembly of non-rigid components.

### Realistic assembly simulation with ANATOLEFLEX software

Hugo Falgarone<sup>a\*</sup>, François Thiébaud<sup>b</sup>, Jérôme Coloos<sup>c</sup>, Luc Mathieu<sup>b</sup>

<sup>a</sup>Airbus Group Innovations, Airbus Group SAS, 12 rue Pasteur - BP76, 92152 Suresnes Cedex, France

<sup>b</sup>LURPA, ENS Cachan, Univ Paris Sud, Université Paris-Saclay, 61 avenue du président Wilson, F-94235 Cachan, France

<sup>c</sup>Siemens PLM Software (Belgium), Liège Science Park, 8 rue des Chasseurs Ardennais, 4031 Angleur, Belgium

\* Corresponding author. Tel.: +33-146973068; fax: +33146973044. E-mail address: [hugo.falgarone@airbus.com](mailto:hugo.falgarone@airbus.com)

#### Abstract

Non-rigid components assembly simulation requires complex and difficult modelling tasks. This paper presents how ANATOLEFLEX solution can support user to take into account assembly sequence, joint with defaults, composite or metallic material properties, form default from manufacturing processes, and contact modelling in order to build a full and realistic assembly simulation. An implementation of this solution is presented on a representative aeronautical structural assembly use case with simulation results analysis. This use case illustration leads to conclusions on future industrial applications of realistic assembly simulations such as tolerance analysis or gap maps estimation for shimming processes.

© 2016 The Authors. Published by Elsevier B.V.

Peer-review under responsibility of the organizing committee of the 14th CIRP Conference on Computer Aided Tolerancing.

*Keywords:* Assembly simulation; flexible assembly; tolerancing; variation analysis; Computer Aided Tolerancing

#### 1. Introduction and industrial background

In today's aerospace industry, a significant pressure is put on manufacturing processes in order to increase production rate. This lead to a much higher management of uncertainties in the production line, and robust assembly processes. In addition, new composite fiber aero-structures as introduced for the latest Airbus A350 XWB, requires additional specifications on built-in stress level introduced during assembly processes. Aeronautical parts or assemblies could be considered as flexible due to the large size and the low thickness features. Thereby, assembly processes are mainly done with large and rigid jigs that hold and position each component on several points, which mean geometrically over constrained positioning datum that are necessary to hold and position a flexible component.

Lastly, these new requirements on loads at interface between two components have led to new non added values operations such as control and shim if necessary. These long and cumbersome new tasks don't contribute to production rate increase.

Aware of the influence of geometrical defects of the components on the geometric quality of the assembly [1], research works performed in partnership between Airbus Group and ENS Cachan have been conducted for twenty years on the spread of geometrical defects. During the first decade, research has focused on the assembly of rigid components with defects [2,3]. The introduction of the flexibility of the components and their shape defects was carried out during the past decade.

The activities have helped to define methods and tools to solve different classes of industrial problems such as flexible best fit [4,5], tolerance analysis [6], tolerance synthesis [7], measuring flexible component [8], the choice of optimal assembly sequences [9] or shim prediction in assemblies [10].

To carry out this work, it is necessary to have models that represent actual behavior of the assembly. The finite element models were selected to perform the simulations. It appeared very quickly that tolerancing users may not have a culture of mechanical simulation. Therefore, transcription of the assembly problem in mechanical model is a real difficulty.

Considering the foregoing, Airbus Group Innovations has developed a new software platform dedicated to realistic assembly simulations that could estimate the impact of geometrical variations and the mechanical properties of each component on the required quality of a given assembly.

ANATOLE software is CATIA V5 workbench dedicated to computer aided tolerancing to analyze product mapping between assembly requirements and component's specifications. This solution proposed worst case and statistical solver and is based on rigid body simulations. A dedicated module for flexible assembly has been developed, ANATOLEFLEX.

Several initiatives have already been developed with the same objective to simulate variation propagation for non-rigid components assemblies: TAA from Dassault Systemes [11], 3DCS FEA Compliant modeller from DCS [12], and RD&T from RD&T Technology AB [13].

As it is presented in this paper, the aim of this solution is to offer to a large kind of users, a new capability to estimate assembly process performance by taking into account geometrical deviations of each part, detailed mechanical properties even for composite structure and build philosophy features. Our main challenges are to keep a simplified CATIA V5 user interface based on Digital Mock Up features, to perform FEM simulations without CAE expertise requested and to enable realistic deviation models of parts. ANATOLEFLEX solution has been developed jointly by Airbus Group Innovations and Siemens PLM Software by joining ANATOLE platform and SAMCEF solvers.

**2. ANATOLE solution for rigid body analysis**

Airbus Group Innovations has already developed a tolerance management dedicated platform in CATIA V5. This solution is based on small displacement torsor modelling and rigid body assumptions [14]. As presented in Figure 1, thanks to CATIA V5 integration, ANATOLE benefits from native geometrical mock up, GD&T tolerance annotations and knowledge parameters. ANATOLE can identify over-constraints loops, compute sensibility analysis and worst cases values, but also estimate probabilistic criteria. Finally it enables model synchronization with geometrical mock up for automatic tolerance analysis updates.

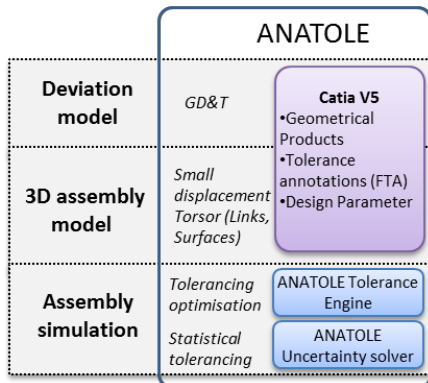


Fig. 1: ANATOLE Architecture principle

**3. Non rigid simulation global approach**

Modeling the assembly of flexible components involves adding new models to users. To perform a full variation simulation of non-rigid components, several steps are necessary for a complete modelling:

1. Assembly modelling to define main components and jigs, joints, requirements, assembly sequence,
2. Transition to FEM, to validate proposed meshes and assembly models automatically translated in FEM.
3. Geometrical deviation modelling to introduce uncertainties such as geometrical variations on each component and especially representative form defaults.
4. Simulations and analysis step to compute assembly with previous hypothesis.

All these steps are described in the next sections and are implemented as an integrated global approach in ANATOLEFLEX workbench of CATIA V5 as an add-on of ANATOLE. The Fig. 2 presents its architecture principle.

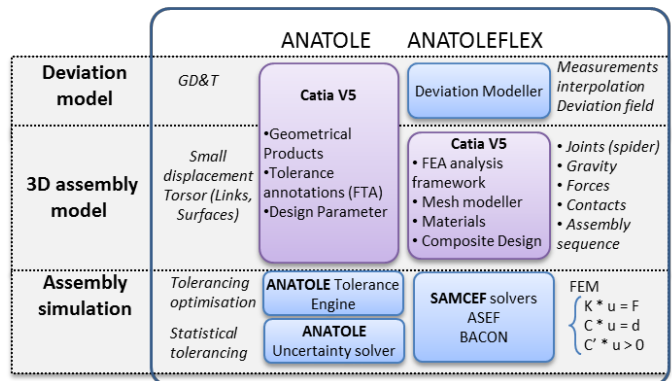


Fig. 2: ANATOLEFLEX Architecture principle

**3.1. Assembly modelling**

As for rigid body variation analysis, the first step of the approach is to describe the assembly model based on the geometrical Mock Up of the components. Therefore, as in ANATOLE, it is possible to define:

- List of component to be considered for the study,
- List of Joints with surfaces,
- List of Requirements that could be geometrical or force condition,
- Assembly process that define the sequence of steps necessary to achieve the all assembly.

The global approach will be illustrated on an extract helicopter structure composed of 4 components (Floor panel, Frame1, Frame2, Central Panel). The Fig. 3 shows the complete assembly model defined with ANATOLE on the geometrical mock-up.

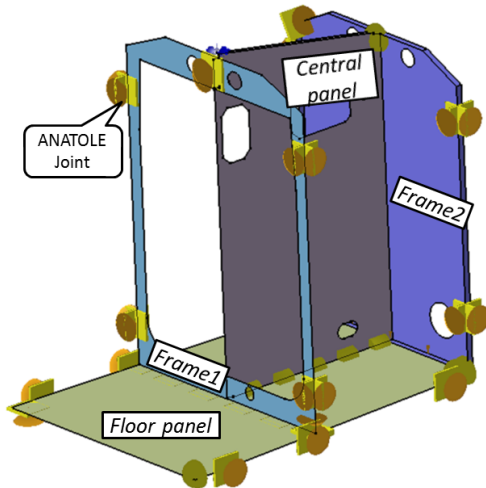


Fig. 3: Assembly model illustration on the use case

All these assembly models items are defined in the user interface and visible in the Product Tree in the ANATOLE application folder as represented in the Fig. 9a).

In component’s list, it is necessary to define all sub-assemblies and jigs that contribute to global assembly dimensional quality. It is expected to identify each component with a geometrical component from the Digital Mock Up loaded in CATIA session, but it is also possible to create virtual component when geometry is missing like for some tooling. Thanks to CATIA V5 integration, for each selected component it is possible to automatically take benefit of additional data that could have been completed in other workbenches, such as: Tolerance annotation in FTA, material selection, and even composite plies details from Composite Design workbench (CPD).

For joint definition, the proposed approach is to create Global Link between two components which consist of:

- Mate joints that are positioning components. Each of this joint could have specific kinematic feature with associated degrees of freedom.
- Contact joints that could be considered as fasteners characterized with applied force.
- Surfaces in contacts. Selected surfaces define the area to apply condition of unilateral contact in the interface of the joint.

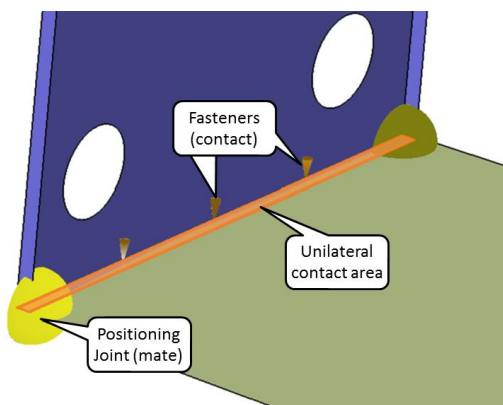


Fig. 5: Global Link

Fig. 5 illustrates Global Link between Floor Panel and Frame2 of the use case.

Requirements are necessary to define assembly criteria that could be geometrical conditions such as Key Characteristics, tolerances, gaps or force installed in joints. Several requirements’ types are available: Distance, Position, Orientation, and Force.

Lastly, an assembly process can be built to describe sequence of assembly step. Each operation of this sequence is defined by a list of joints to be activated and deactivated, and potential gravity conditions. This last detail enables to support assembly process case when assembly is performed over several stations with potential reversal of sub-assemblies between stations with different datum positioning system.

### 3.2. CAT-CAE link

The previous step has described user process that need geometrical feature as inputs (Points, edge, axis, surface, ...), but in order to perform a non-rigid variation analysis, it is necessary to move from this geometry based model to a FEA model based on associated mesh. This is exactly what offers ANATOLEFLEX from an existing ANATOLE project: to automatically create the flexible model structure for the non-rigid variation analysis with FEA.

For each component identified earlier, user must assign the flexibility behavior: rigid or flexible. In case of rigid component, a rigid skeleton Finite Element (FE) mesh passing through all interest points will be used to be interfaced with the other parts. This can be applied for virtual component without support geometry. For non-rigid component, it is necessary to select associated meshes. CATIAV5 native meshes are supported as well as imported ones. This includes 1D/2D/3D native mesh parts but also native connection mesh such as fastened connection mesh or contact mesh.

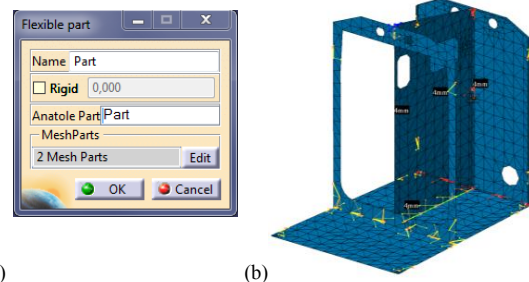


Fig. 6: (a) Flexible part definition (b) Mesh models

Thanks to the CATIA V5 integration, ANATOLEFLEX benefits from CATIA Analysis environment and handles numerous features such as Mesh Parts and Properties (1D/2D/3D), Mesh Connections (Contact, Smooth, Fastened,...) and boundary conditions (Pressure, Acceleration, Forces,...).

Once meshes are associated to each component as shown in Fig. 6, an automatic association process is executed to convert ANATOLE features on geometrical features into ANATOLEFLEX features on FE model. Nearest Neighbours algorithm is used to find closest facet nodes to the application point of ANATOLE feature. According to object type and

attributes (joints, fasteners, requirements, contact), specific elements are automatically created in the FE model. From ANATOLE joints defined on geometrical features, ANATOLEFLEX creates automatically joint feature between groups of mesh nodes of illustrated in Fig. 7 [15,16]. Spider visualisation is used to show the group of nodes that will be used to represent the feature.

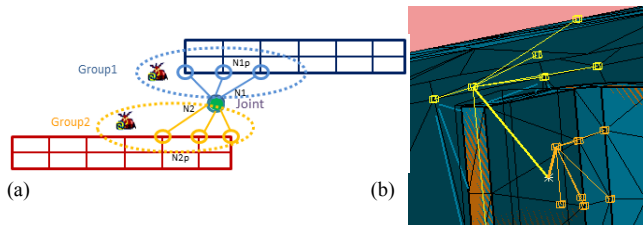


Fig. 7: (a) spider model; (b) Spider visualization

### 3.3. Geometrical deviation modelling

A specific workbench of ANATOLEFLEX is dedicated to geometrical deviation modelling using tolerance specifications and manufacturing processes inputs. The goal of this tool is to describe a population model as a random geometry for each part involved in the assembly in order to describe representative geometrical variations. The proposed methodology is based on a probabilistic modelling of a given geometry defined by a mesh as a random perturbation of this geometry.

The main innovation of the deviation modeler is to provide a quantification of geometrical dispersion using a non-parametric stochastic approach. The dispersion is no more described through the probabilistic distribution of some macroscopic dimensions of the parts, but through a full 3D deviation field generated by a random field. From a mathematical point of view, we propose to model this random field using an extension of the Box&Jenkins methodology [17]. It is a 3 steps methodology. First, the data are transformed using a non-linear transformation known as the Box-Cox transformation in order to get quasi-Gaussian marginal distributions with constant variance for the random field. Then, a trend function (ie a systematic deformation) is identified using a least-squares approach and is removed from the transformed data. Third, the now centered data are used to estimate the Karhunen-Loeve decomposition of the resulting stationary Gaussian random field [18]. This decomposition is close to the functional principal component analysis but differs on the fact that the non-uniform geometrical distribution of the nodes is taken into account in the decomposition in order to get a probabilistic model which is mesh independent. Mathematically speaking, the resulting probabilistic model is given by equation (1).

$$\mathbf{X}(\omega, \boldsymbol{\xi}) = T_{\lambda, \delta}^{-1} \left( \mathbf{f}(\boldsymbol{\xi}) + \sum_{k=0}^K Z_k(\omega) \psi_k(\boldsymbol{\xi}) \right) \quad (1)$$

where:

- $T_{\lambda, \delta} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  is the Box-Cox transformation with shape parameters  $\lambda$  and shift parameters  $\delta$ ;
- $\mathbf{f} : \mathcal{G} \rightarrow \mathbb{R}^3$  is the trend function;

- $(Z_0, \dots, Z_K) : \Omega \rightarrow \mathbb{R}^{K+1}$ , is the random vector of the  $K$ -truncated coefficients of the Karhunen Loeve expansion and  $(\psi_0, \dots, \psi_K) : \mathcal{G} \rightarrow (\mathbb{R}^3)^{K+1} \simeq \mathbb{R}^{3(K+1)}$  the corresponding truncated basis.

The associated mathematical algorithms have been implemented on OpenTurns library [19] which is used for ANATOLEFLEX deviation modeler.

At user level, the challenge is to enable defining a representative population model for each component based on available data. Three options are available:

1. If some components have already been manufactured and measured, it is possible to create a deviation model from samples measurements. A specific attention is made on gravity impact on the measurement data, in order to remove gravity terms from measurements and use only form default residue. Deviation field computed by applying gravity conditions on nominal mesh can be used to determine form default [8].
2. From manufacturing process parameter's variations, some dedicated predictive models can simulate resulting scatter models for the manufactured parts. In that case, the deviation model can be built as in the previous case but using virtual samples generated from representative process parameters variations.
3. Knowledge and Experience: If a component has not been manufactured yet and no process simulation is available, it is still possible to create a deviation model by defining representative geometrical defaults as a modal basis vectors.

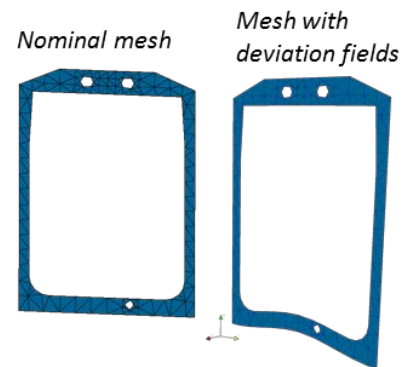


Fig. 8: Deviation field representation

Once the population models have been created for each component, it will be used to randomly generate representative samples for tolerance analysis as shown in Fig. 8.

### 3.4. Simulations and analysis

Once all the previous steps have been performed, a complete ANATOLEFLEX model is ready for computation. The complete CAT model for FEA is visible in the Product Tree as visible in the Fig. 9b).

Thanks to integration of Samcef solvers, a full realistic assembly simulation is now available by taking into account

material properties like composite details, assembly process description, and geometrical variation fields for each component.

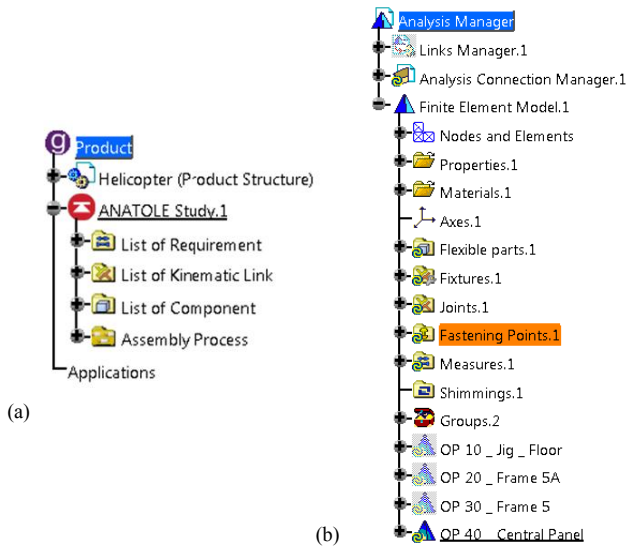


Fig. 9: (a) ANATOLE project tree (b) ANATOLEFLEX project tree

Three modes of computation are proposed:

1. Sensibility analysis. This mode enables to assess the impact of each joint on each requirement [21, 22, 23, 24] and to compile full results as for rigid tolerance analysis in ANATOLE using tolerances as variations.

Measure	LL	UL	WC Min	WC Max	Stat Min	Stat Max	Comment
- KC_C72							
-  KC_C72.1	0	0	-0.1419	0.1419	-	-	KO -
-  KC_C72.2	0	0	-0.1503	0.1503	-	-	KO -
-  KC_C72.3	0	0	-0.1384	0.1384	-	-	KO -
-  KC_C72.4	0	0	-0.1403	0.1403	-	-	
-  KC_C72.5	0	0	-0.1415	0.1415	-	-	
-  KC_C72.6	0	0	-0.1413	0.1413	-	-	
-  KC_C72.7	0	0	-0.3559	0.3559	-	-	
-  KC_C72.8	0	0	-0.3632	0.3632	-	-	
-  KC_C72.9	0	0	-0.3853	0.3853	-	-	
Contributor	Comp	Sensibility	S...	Contributi...	C%	Sign	
TL4L	Tv	0.769267	21	0.0769267	22	+	
TL4U	Tu	0.572852	16	0.0572852	16	-	
TL4M	Tv	0.477839	13	0.0477839	13	-	
TL4L	Tu	0.485757	13	0.0485757	14	-	
TL3L	Tu	0.245429	7	0.0245429	7	-	
TL3M	Tu	0.208446	6	0.0208446	6	+	
TL4M	Tu	0.173504	5	0.0173504	5	-	
TL3U	Tu	0.179498	5	0.0179498	5	+	
TL3M	Tv	0.116628	3	0.0116628	3	-	

Fig. 10: ANATOLE result analysis

2. Single assembly. For a given set of deviation fields for each component, this computation mode enable to simulate the full assembly process and to predict assembly results with geometrical and mechanical criteria as represented in Fig. 11. Non-linear mechanical model might be used when processin single assembly. This mode is being very useful to predict gaps and clamping forces of a given assembly

of measured components.

3. Monte Carlo. Based on probabilistic model for each component's deviation, a high number of virtual assemblies are simulated and statistical results can be established on assembly criteria, such as the probability to have a geometric requirement higher than a given upper limit.

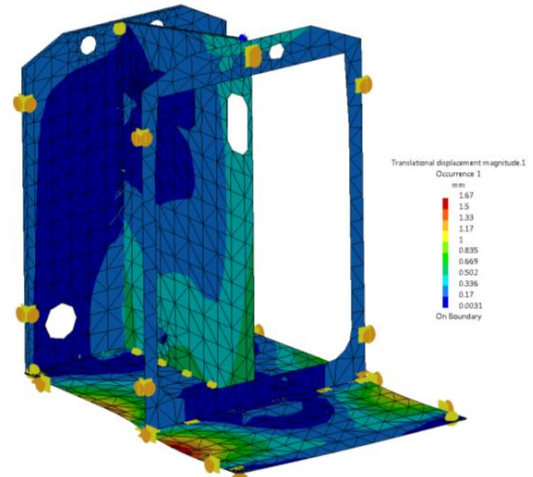


Fig. 11: ANATOLEFLEX simulation result

#### 4. Industrial applications

This new software platform dedicated to realistic assembly simulation is still under development, but several use case have already been implemented. Several business applications have already been identified in aeronautics applications, such as:

- Tolerance analysis to evaluate requirement's statistical limits (quantile) and efforts at interfaces.
- Assembly process validation to find the most robust assembly sequence.
- Tolerance specification to determine gravity dependent tolerance specifications.
- Tolerance synthesis with performance-driven tolerance allocation & assembly [25].
- Measurement aided assembly process supported by flexible best fit tools.
- Gaps and shim prediction in the shopfloor from part's measurements.

#### 5. Conclusions

This paper presents a new software solution as the implementation of various results from research collaboration on geometrical variations propagation and non-rigid assembly simulation.

The global approach is described and the software implementation is illustrated on an industrial use case. Main achievements of this work are the capability to perform easily Finite Element Analysis for tolerance analysis thanks to many

automatic processes, and also innovative approach to model part's form deviation.

Future works are already identified to improve and extend this assembly modelling platform. The first development axis will be on computational performances for Monte Carlo scenario using individual impact of each default mode and to build global model or using metamodeling [26]. The second axis of improvement could be about deviation modeler when no data are available, neither measurement neither process simulation modeler.

This software implementation is the result of a fruitful partnership between Airbus Group and ENS Cachan investigating this field of research for about 10 years within a collaborative research structure called InnoCampus and these last years within the European FP7 project called LOCOMACHS [27].

### Acknowledgements

The research leading to these results has received funding from the European Union's Seventh Framework Program (FP7/2007-2013) under grant agreement n°314003.

### References

- [1] Xie K, Camelio JA, Izquierdo LE. Part-by-part dimensional error compensation in compliant sheet metal assembly processes. *Journal of Manufacturing Systems* 2012; 31(2): 152–161.
- [2] Mathieu L, Marguet B. Integrated Design Method to Improve Producibility based on Product Key Characteristics and Assembly Sequences. *Annals of the CIRP* 2001; 50 (1) : 85-88.
- [3] Ballu A, Falgarone H, Chevassus N, Mathieu L. A new design method based on functions and tolerance specifications for product modelling. *Annals of the CIRP* 2006 Vol. 55(1): 139-142.
- [4] Breteau P, Thiebaut F, Lartigue C, Fricero B, Falgarone H, Moufle GE. Assembly simulation of flexible parts through the fitting of linkage devices. 10th CIRP International seminar on computer Aided Tolerancing: specification and Verification for Assembly, 2007, Erlangen, Germany.
- [5] Fricéro B, Falgarone H, Chevassus N, Breteau P, Thiébaud F, Lartigue C. Method for optimising adjustments of an assembly of parts under stress. Patent. Application number EP20090796727. 2011.
- [6] Fricéro B, Thiébaud F, Stricher A, Champany L. Method for optimizing the tolerancing of a set of flexible parts subjected to forces. Patent. Application number US201214350067. 2014.
- [7] Andolfatto L, Lartigue C, Thiébaud F, Douilly M. Quality and cost-driven assembly technique selection and geometrical tolerance allocation for mechanical structure assembly. *Journal of Manufacturing Systems* 2014; 33(1): 103-115.
- [8] Lartigue C, Thiébaud F, Bourdet P, Anwer N. Dimensional metrology of flexible parts: Identification of geometrical deviations from optical measurements. In *Advanced mathematical & computational tools in metrology VII*. World scientific publishing, 2006. p. 196-203.
- [9] Mounaud M, Thiébaud F, Bourdet P, Falgarone H, Chevassus N. Assembly sequence influence on geometric deviations propagation of compliant parts. *International Journal of Production Research* 2010; 1366-588X:1-23.
- [10] Lacroix C, Mathieu L, Thiebaut F, Douilly M, Falgarone H. Numerical process based on measuring data for gap prediction of an assembly. 13th CIRP Conference on Computer Aided Tolerancing, Hangzhou, China, 2014, May 11-14; *Procedia CIRP* 2015; 27: 97-102.
- [11] Sellem E, Riviere A, Charles AD, Clément A. Validation of the tolerance analysis of compliant assemblies. DETC99: ASME Engineering Technical Conference, Las Vegas, Nevada. 1999
- [12] Dimensional Control System (DCS), [www.3dcs.com](http://www.3dcs.com)
- [13] RD&T technology, [www.rdnt.se](http://www.rdnt.se)
- [14] Marguet B, Chevassus N, Falgarone H, Bourdet P. Geometrical behavior laws for computer aided tolerancing : ANATOLE a tool for structural assembly tolerance analysis. In 8th CIRP Seminar on Computer-Aided Tolerancing, Charlotte, NC USA. 2003
- [15] Parioissien E, Sartor M, Huet J, Lachaud F. Hybrid (Bolted/Bonded) Joints Applied to Aeronautic Parts: Analytical Two-Dimensional Model of a Single-Lap Joint. *Journal of Aircraft* 2007, 4 (2): 573-582.
- [16] Gonze AP, Verstuft J. Associative Sizing of Aeronautical Structures from Catia V5 to Samcef: Applications to Static and Bird Impact Analyses. 9th SAMTECH Users Conference, 2005
- [17] Box G, Jenkins G. Time series analysis: Forecasting and control, San Francisco: Holden-Day. 1970
- [18] Le Maître OP, Knio OM. Spectral Methods for Uncertainty Quantification. Springer, 2010
- [19] OpenTURNS consortium, <http://www.openturns.org>
- [20] Loève M. Probability theory. Vol. II, 4th ed. Graduate Texts in Mathematics 46. Springer-Verlag. 1978
- [21] Liu SC and Hu SJ. Variation simulation for deformable sheet metal assemblies using finite element methods. *J. Manuf. Sci. Eng.: T ASME* 1997; 119(3): 368–374.
- [22] Camelio JA, Hu SJ and Marin SP. Compliant assembly variation analysis using component geometric covariance. *J. Manuf. Sci. Eng.: T ASME* 2004; 126(2): 355–360.
- [23] Sellem E, Rivière A. Tolerance analysis of deformable assemblies. In: 1998 ASME design engineering technical conferences, Atlanta, GA, 13–16 September 1998, paper no. DETC98-DAC5571. New York: ASME.
- [24] Camelio J, Hu SJ, and Ceglarek D. Modeling variation propagation of multi-station assembly systems with compliant parts. *Journal of Mechanical Design*, 2003; 125(4):673–681.
- [25] Andolfatto L, Lartigue C, Thiébaud F, Douilly M. Assisted decision-making for assembly technique selection and geometrical tolerance allocation. In 23rd CIRP Design Conference, Bochum, Germany. 2013
- [26] Andolfatto L, Thiébaud F, Douilly M, Lartigue C. On neural network's ability to approximate the geometrical variation propagation in assembly. *Procedia CIRP* 2013; 10, 224-232.
- [27] LOCOMACHS project, 2012. <http://www.locomachs.eu>