



**HAL**  
open science

# Conception d'un module de diagnostic à base de suites de bandes temporelles en vue de la supervision des procédés énergétiques : application en ligne à un générateur de vapeur

Rim Alaoui

## ► To cite this version:

Rim Alaoui. Conception d'un module de diagnostic à base de suites de bandes temporelles en vue de la supervision des procédés énergétiques : application en ligne à un générateur de vapeur . Automatique / Robotique. Université des Sciences et Technologie de Lille, 2009. Français. NNT: . tel-01736695

**HAL Id: tel-01736695**

**<https://hal.science/tel-01736695v1>**

Submitted on 18 Mar 2018

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

N° d'Ordre : 3521

# Université des Sciences et Technologies de Lille

Laboratoire d'Automatique, Génie Informatique et Signal  
UMR CNRS 8146

THÈSE

Présentée en vue de l'obtention du grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ

Spécialité : Productique, Automatique et Informatique Industrielle

par

Rim MRANI ALAOUI

Maître IEEA.

CONCEPTION D'UN MODULE DE DIAGNOSTIC A BASE DES  
SUITES DE BANDES TEMPORELLES EN VUE DE LA SUPERVISION  
DES PROCÉDES ENERGETIQUE. Application en ligne à un  
générateur de vapeur

*Soutenue publiquement le 9 novembre 2004 devant la commission d'examen :*

Président :	<b>Armand TOGUYENI</b>	Professeur, Ecole Centrale de Lille.
Rapporteurs :	<b>Didier MAQUIN</b>	Professeur, Institut National Polytechnique de Lorraine, Nancy.
	<b>Louise TRAVE-MASSUYES</b>	Directeur de Recherche, LAAS-CNRS Toulouse
Examineurs :	<b>Belkacem OULD BOUAMAMA</b>	Professeur Ecole Polytechnique de Lille ( <b>Directeur de Thèse</b> )
	<b>Vincent Cocquempot</b>	Maître de Conférences (IUT « A », Université de Lille)
	<b>Armand TOGUYENI</b>	Professeur Ecole Centrale de Lille.
	<b>Patrick TAILLIBERT</b>	Ingénieur de Recherches, Thales Airborne Systems, Elancourt

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction générale</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Diagnostic dans les systèmes de supervision</b>	<b>5</b>
2.1	Introduction . . . . .	5
2.2	Systèmes de surveillance dans un processus de supervision . . . . .	7
2.3	Pré requis . . . . .	8
2.4	Principe de détection et d'isolation des défaillances (FDI) . . . . .	9
2.5	Méthodes de surveillance . . . . .	11
2.5.1	Méthodes à base de modèle . . . . .	12
2.5.1.1	Estimation des paramètres . . . . .	13
2.5.1.2	Estimation d'état (observateur) . . . . .	13
2.5.1.3	Redondance analytique . . . . .	15
2.5.1.4	Approche structurelle . . . . .	15
2.5.1.5	Méthode G.D.E . . . . .	17
2.5.1.6	Conclusion . . . . .	17
2.5.2	Méthodes à base du signal . . . . .	17
2.5.2.1	Réseaux de neurones . . . . .	18
2.5.2.2	Reconnaissance des formes (RdF) . . . . .	18
2.5.2.3	Conclusion . . . . .	20
2.6	Procédures de décisions . . . . .	20
2.6.1	Problématique de la décision dans un système de diagnostic . . . . .	20
2.6.2	Procédures statistiques de décision . . . . .	22
2.6.2.1	Diagnostic hors ligne . . . . .	27
2.6.2.2	Diagnostic en ligne . . . . .	29
2.7	Problématique de la localisation de défaillances . . . . .	33
2.8	Conclusions . . . . .	34

<b>3</b>	<b>Méthodes ensemblistes. Analyses par intervalles</b>	<b>36</b>
3.1	Introduction . . . . .	36
3.2	Principe des méthodes ensemblistes pour le diagnostic . . . . .	36
3.2.1	Comparaison entre les approches ensemblistes et les approches proba- bilistes . . . . .	38
3.3	Méthodes d'analyse par intervalles . . . . .	40
3.3.1	Idée du calcul par intervalles . . . . .	40
3.3.2	Estimation d'état . . . . .	41
3.3.3	Application des enveloppes à la détection de défauts . . . . .	44
3.3.4	Enveloppes à erreur bornée . . . . .	46
3.3.5	Fenêtres temporelles glissantes . . . . .	47
3.3.6	Pourquoi l'approche à base des suites de bandes temporelles . . . . .	48
3.3.7	Système linéaire . . . . .	51
3.3.8	Système non linéaire . . . . .	53
3.3.9	Conclusion . . . . .	55
3.4	Méthode à base de suites de bandes temporelles . . . . .	55
3.4.1	Mise en oeuvre . . . . .	55
3.4.2	Rappel des opérations primitives entre les SBTs . . . . .	63
3.4.2.1	Primitive somme . . . . .	63
3.4.2.2	Primitive multiplication . . . . .	64
3.4.2.3	Primitive intégration . . . . .	65
3.4.2.4	Composition de suites de bandes temporelles . . . . .	66
3.4.2.5	Décalage de bandes temporelles . . . . .	68
3.4.2.6	Préconditions . . . . .	68
3.4.3	Instant de détection de l'apparition et de la disparition des pannes . . . . .	68
3.4.4	Algorithme d'application de la méthode SBT . . . . .	70
3.4.5	Limites et avantages de la méthode SBTs . . . . .	72
3.5	Exemple de la mise en oeuvre sur des systèmes présents en génie de procédés . . . . .	73
3.6	Conclusion . . . . .	77
<b>4</b>	<b>Application à une installation pilote de génération de vapeur</b>	<b>81</b>
4.1	Contexte et cadre de l'application . . . . .	81
4.2	Description physique du processus . . . . .	81
4.2.1	Caractéristiques techniques des instruments de mesures utilisés . . . . .	83
4.3	Système de monitoring existant . . . . .	86
4.4	Scénarios de simulations de fautes sur le processus . . . . .	87

---

4.5	Calcul des relations de redondance analytique . . . . .	88
4.6	Table de signatures théorique des pannes . . . . .	95
4.7	Application . . . . .	96
4.7.1	Description des pannes . . . . .	96
4.7.2	Calcul des paramètres essentiels à l'application de la méthode des SBTs	99
4.7.3	Calcul des paramètres essentiels à l'application de l'algorithme de Cusum	100
4.7.4	Résultats de la méthode à base des SBTs . . . . .	101
4.7.5	Résultats de la méthode de Cusum . . . . .	110
4.8	Analyse . . . . .	119
4.9	Synthèse . . . . .	122
4.10	Conclusion . . . . .	123
<b>5</b>	<b>Conclusion générale</b>	<b>125</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>128</b>

# Chapitre 1

## Introduction générale

Les processus industriels recouvrent des secteurs industriels très variés. Au sens très larges, un processus assure la fabrication d'un produit ou fournit un service. Ainsi une raffinerie a pour vocation de fournir des produits pétroliers élaborés. Une centrale électrique a pour objectif de produire du courant électrique. Un avion assure un service de transport de biens et de personnes. Or, en dépit des progrès enregistrés dans le domaine du contrôle assisté par ordinateur des processus, ces dernières années de graves accidents sont survenus dans pas mal de procédés: Union Carbide's Bhopal en Inde, AZDF de Toulouse en France, ... etc.

Dans le passé, les systèmes automatisés de production ont aidé à assister l'opérateur dans des tâches de conduite automatique du processus pour améliorer la qualité des produits finis, la sécurité et le rendement des unités industrielles. Le but essentiel était l'amélioration de la production en implantant des commandes performantes. Aujourd'hui, un autre défi est relevé, il s'agit de l'automatisation de la supervision des processus en utilisant un système intelligent fournissant à l'utilisateur une aide dans la gestion de ses tâches d'alarmes urgentes dans le but de faire augmenter la fiabilité et la sûreté de fonctionnement des processus.

Ces dernières années, les travaux de recherche sur le diagnostic ont mobilisé une large communauté de chercheurs. Terme peu répandu il y a une quinzaine d'années, le diagnostic aujourd'hui à pleinement conquis sa place. Le suivi du mode de fonctionnement d'un système est décrit par trois étapes:

- étape de la détection du mode sous lequel le système fonctionne (défaillant ou pas);
- étape de l'identification et de la localisation de la cause du mauvais fonctionnement;
- et l'étape du maintien du fonctionnement du processus, changement de sa configuration ou bien son arrêt définitif.

Les communautés Automatique et Intelligence Artificielle ont toutes les deux consacré un bon nombre de travaux au développement d'algorithmes de détection et de localisation des défaillances. Ces algorithmes sont conçus à partir des méthodes à base de modèle, ou sur le traitement des signaux issus des procédés. Les techniques développées reposent sur

la redondance d'informations présente sur les systèmes. Cette redondance peut être calculée à partir de la connaissance physique du système (modèles analytiques, modèles issus d'une phase d'apprentissage) ou bien uniquement à partir des informations délivrées par ses entrées et ses sorties.

Le diagnostic à l'aide des méthodes à base de modèle se fait selon deux étapes. La première étape consiste à générer les résidus à partir de la détermination des relations de redondance analytique [39], [36]. La deuxième étape a pour but de décider l'état de fonctionnement du système. Généralement la décision se fait à l'aide d'un seuil fixé par apprentissage, au-delà duquel le résidu est déclaré anormal. Or, comme les performances du système de surveillance dépendent de la qualité du modèle. Les incertitudes issues des capteurs et des paramètres ne sont pas tenues en compte. Ceci rend la fixation du seuil délicate, car si ce dernier est très grand, on se trouve devant le problème de non détections de pannes, autrement si le seuil est très petit c'est au tour du problème de fausses alarmes d'apparaître. Pour résoudre ce problème, on fait appel aux tests statistiques (test de page, test baysien, Cusum,... etc ), leur application repose sur les cinq opérations suivantes:

1- Définition de l'hypothèse  $H_0$  à contrôler, dans ce qui nous préoccupe, nous allons tester si la valeur moyenne d'un résidu peut être considérée comme nulle;

2- Choix de la fonction discriminante  $z$ , fonction des résultats expérimentaux dont la distribution de probabilité sous l'hypothèse  $H_0$  ( $P(z/H_0)$ ) est connue (analytiquement ou par estimation);

3- Choix d'un seuil de confiance et de la taille de l'échantillon;

4- Définition de la région de rejet (ou région critique) de l'hypothèse  $H_0$ ;

5- Evaluation de la fonction discriminante sur la base des échantillons.

Il existe de très nombreuses fonctions de discriminations pour élaborer une décision à propos d'une hypothèse donnée. Il est donc nécessaire d'avoir des critères de choix pour sélectionner une fonction particulière. De manière évidente, la meilleure fonction  $z$  est celle qui a la plus faible probabilité de rejeter  $H_0$  lorsqu'elle est vraie et la plus grande probabilité de rejeter  $H_0$  lorsqu'elle est fausse. Ensuite, il s'agit de fixer le seuil de confiance et la taille de l'échantillon. Deux types d'erreur peuvent alors être commises, rejeter  $H_0$  alors qu'elle est vraie (fausse alarme) ou bien accepter  $H_0$  alors qu'elle est fausse (non détection). L'idéal sera de faire un compromis optimisant le ration entre les probabilités d'occurrence de ces erreurs [76].

Dans le diagnostic à base de signal des processus, la décision se réalise au fur et à mesure que la réception de données. Donc aucun modèle analytique n'est déterminé. Or, ce type de méthodes est adapté aux processus stationnaires où les caractéristiques et la structure des procédés ne varient pas. Ceci n'est pas toujours le cas quand il s'agit des systèmes en génies des procédés.

---

Les méthodes développées par la communauté Intelligence Artificielle dont les méthodes à base d'intervalles font partie, assurent un bon et simple diagnostic. Ces méthodes permettent d'établir un lien entre les méthodes numériques, limitées quant à leur garantie de résultats, et les méthodes analytiques, limitées quant à la complexité des systèmes qu'elles peuvent considérer [46]. Contrairement aux approches statistiques, aucune information sur le système à diagnostiquer n'est demandée en avance. Il suffit de représenter les variables par leur domaine d'appartenance, souvent des intervalles. Ainsi, avec cette présentation, les opérations non linéaires sont simple à traiter. Les erreurs de mesures sur une donnée expérimentale sont faciles à prendre en considération, comme elles sont données en terme de tolérance par les appareils des mesures. De même, les incertitudes due aux erreurs numériques peuvent être incorporées dans le calcul des domaines [42]. Ces méthodes donnent une solution aux problèmes de non détections et de fausses alarmes rencontrées au moment de la décision de l'état de fonctionnement des procédés. Or, ces problèmes peuvent toujours réapparaître, et cette fois ci à cause de l'évaluation numérique de la dérivée quand elle est présente dans le calcul des résidus. Dans ce contexte et toujours grâce à l'idée de travailler par intervalles, vient la méthode à base des suites de bandes temporelles [87], [85], [86]. Cette dernière assure la détection de l'incohérence des résidus sans passer par aucun calcul de la dérivée. Son point faible réside dans la détermination de ses résidus. Contrairement aux approches citées plus haut; cette méthode oblige d'avoir les résidus sous une forme canonique bien déterminée:  $f + g' + h'' \dots = 0$  où  $f, g, h, \dots$  sont des fonctions de quantités mesurables et des paramètres à surveiller. La technique par la suite est simple, il suffit de faire une intégration formelle de ces résidus ou lieu de calculer la dérivée, tout en prenant en considération les erreurs relatives et absolues des appareils de mesures. Ceci se fait au moment de la construction des suites de bandes temporelles.

Comme cette méthode a été validée sur les systèmes électroniques [86], notre travail sera de pouvoir valider cette méthode sur des processus industriels caractérisés par le couplage de plusieurs phénomènes (thermique, hydraulique, mécanique et chimique). Le nombre de variables pour décrire ce type de procédé est supérieur ou égal à deux. Les performances du système de diagnostic appliquées à un générateur de vapeur, seront comparées par la suite avec les procédés de décision des méthodes statistiques. Pour cette comparaison, nous avons choisi la méthode de Cusum comme méthode de référence. Ce travail a été financé par la société **Thalès Airoborne System**.

### **Plan de mémoire**

Ce mémoire est constitué de trois chapitres précédés d'un chapitre d'introduction générale et finalisés par un chapitre de conclusions générales et de perspectives.

### **Chapitre 2: Diagnostic dans les systèmes de supervision**

Après quelques définitions sur les concepts de la surveillance et l'intérêt de la supervision, ce chapitre est consacré à un état de l'art sur les méthodes de surveillance des processus en



génie des procédés, que ce soit des méthodes à base de modèle ou celle à base de signal. La problématique de la décision dans les systèmes de supervision et une synthèse des approches statistiques seront exposées dans ce chapitre.

### **Chapitre 3: Méthodes ensemblistes: Analyse par intervalles**

Ce chapitre a pour objectif de décrire le principe des méthodes ensemblistes pour le diagnostic et de faire un état de l'art sur les méthodes à base d'intervalles. Ensuite un détail de la méthode à base des suites de bandes temporelles, utilisée dans la suite de notre travail, sera présenté ainsi que les problèmes rencontrés au cours de son application sur les systèmes en génies des procédés.

### **Chapitre 4: Application à une installation pilote de génération de vapeur**

Ce chapitre est consacré à l'implémentation en ligne des algorithmes développés à une installation pilote de génération de vapeur. Le calcul des paramètres essentiels à l'application de la méthode à base des suites de bandes temporelles et celle statistique de Cusum sera détaillé. Ainsi qu'une analyse de leurs résultats et une comparaison seront données à la fin.

# Chapitre 2

## Diagnostic dans les systèmes de supervision

Ce premier chapitre a pour objectif de donner un état de l'art sur les méthodes et les approches utilisées dans le domaine de la surveillance et la supervision des systèmes.

A ce titre, après une introduction et un rappel de quelques définitions, nous abordons les différentes méthodes et approches de la détection et de la localisation des défaillances dans un processus industriel. Ces méthodes sont connues sous l'appellation *FDI* (*Fault Detection and Isolation*).

Comme notre travail se focalise sur le diagnostic des systèmes et plus particulièrement sur la partie "détection" des pannes, un résumé des méthodes statistiques de décision sera développé dans ce chapitre.

### 2.1 Introduction

L'un des objectifs les plus importants de l'automatisation aujourd'hui concerne l'augmentation de la fiabilité, de la disponibilité et de la sûreté de fonctionnement des processus technologiques. C'est la raison pour laquelle on met en oeuvre des systèmes de surveillances dont l'objectif est d'être capable, à tout instant, de fournir l'état de fonctionnement des différents équipements constitutifs d'un processus technologique.

Tant au niveau de la détection et de l'isolation des fautes (*FDI*) qu'au niveau de la tolérance aux fautes (*FTC: Fault Tolerant Control*), l'opérateur de supervision gère deux types d'information. Le premier concerne la détection et l'isolation de défauts survenus sur l'installation, et le deuxième indique les possibilités de laisser fonctionner ou non le processus. La Fig. 2.1 résume, le principe de la *FDI* et de la *FTC*.

Au niveau de la *FTC*, deux approches sont à distinguer: l'approche passive et l'approche active [65]. L'approche passive est basée sur la commande robuste qui vise à définir pour

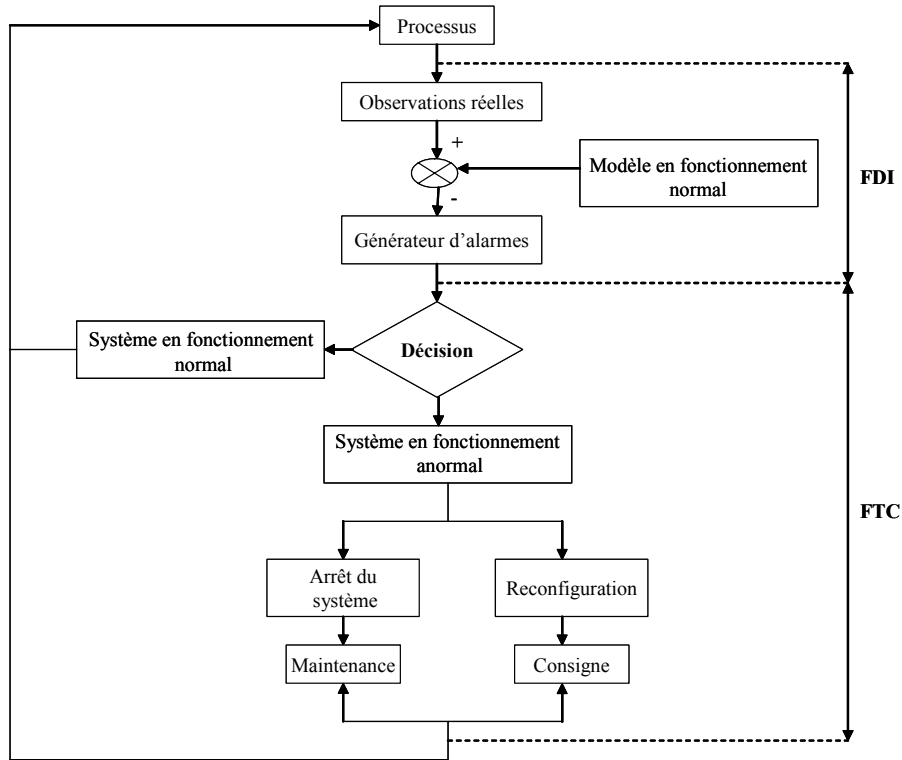


FIG. 2.1 – Schéma de principe de la supervision

les systèmes contrôlés en boucle fermée, des régulateurs insensibles aux fautes [33]. Aucune information sur les défaillances fournies par les algorithmes de *FDI* n'est utilisée, ainsi que la structure du système n'est pas modifiée. Par contre, l'approche active, comme son nom l'indique, utilise les informations du module *FDI* en temps réel pour adapter le système à sa nouvelle situation en cas d'occurrence de défaillances [81]. Dans notre travail, on s'intéresse uniquement à la partie *FDI*. Pour plus de détail sur la *FTC*, le lecteur pourra se référer à [3].

Les travaux de recherche sur le diagnostic ont mobilisé ces dernières années une large communauté de chercheurs. Car, il faut dire que le diagnostic était peu répandu il y a une quinzaine d'années. Aujourd'hui en raison, d'une part des contraintes économiques de compétitivité accentuées par la mondialisation, et d'autre part de la sûreté de fonctionnement, le diagnostic a pleinement conquis sa place, surtout pour les processus en génie des procédés en raison de leur caractère à risque (processus chimique, nucléaire, etc ...). De plus le souci de la protection de l'environnement est une raison supplémentaire de l'importance du diagnostic de ce type de procédé.

Que le système de diagnostic travaille par propagation de valeurs (utilisée surtout en Intelligence Artificielle) ou par élimination symbolique des grandeurs non mesurables (Redondance

Analytique), le principe est le même : il faut détecter une inconsistance de laquelle sera déduite le diagnostic. La seule différence porte sur la nature de l'expression soumise au test de consistance. Dans le premier cas, il s'agit d'une simple comparaison entre deux prédictions ou entre une mesure et une prédiction ; dans le second cas, il s'agit de déterminer si une expression de plusieurs variables est différente de zéro. Pourtant, dans les deux cas, l'égalité stricte n'est jamais obtenue. Il faut mettre en place une procédure de décision. Celle-ci posera d'autant plus de problèmes si le système est dynamique (équations différentielles).

## 2.2 Systèmes de surveillance dans un processus de supervision

La surveillance est la base d'une excellente sûreté de fonctionnement des processus technologiques. Elle constitue une interface entre l'opérateur et l'installation physique, son rôle est de fournir les informations sur l'état de fonctionnement (correct ou erroné) des dispositifs surveillés ainsi que valider les informations issues des capteurs et localiser les composants défaillants.

La surveillance se réalise à l'aide des algorithmes conçus pour traiter les données brutes (issues des automatismes et des opérateurs) et les données mesurées (issues des capteurs) dans l'objectif de produire des données dont l'efficacité a été prouvée par le système. Il s'agit des données *valides*.

Les algorithmes de diagnostic permettent aussi, en fonction de la nature des défaillances localisées et de leur importance, la reconfiguration des systèmes. Ils sont tous basés sur le principe de la redondance des sources d'information.

On distingue deux types de redondance:

- Redondance matérielle (physique): Il s'agit d'une procédure de surveillance des appareils de mesure ([34], [70], et [16]). Le principe consiste à mesurer une même grandeur caractéristique du processus à l'aide de plusieurs capteurs identiques. Pour la détection de pannes simples, il est nécessaire de doubler les capteurs. Par contre, la localisation des défaillances se fait grâce à un vote majoritaire entre au moins trois capteurs. Cette façon de procéder a été largement utilisée dans l'industrie, grâce à sa fiabilité et à sa simplicité de mise en oeuvre. Cependant elle se révèle très coûteuse et alourdit considérablement les installations déjà très complexes. De plus pour des raisons architecturales et matérielles, la redondance des capteurs n'est pas toujours possible à réaliser. Mais l'inconvénient majeur de ce type de méthode réside dans son champ d'application limité aux seules défaillances capteurs.
- Redondance analytique: La redondance analytique est un complément de la redondance physique. Elle consiste à exploiter les contraintes liant les différentes variables du système afin d'obtenir des relations ne contenant que les variables connues (mesurées). Ces

relations sont appelées "Relations de Redondance Analytique (RRA)".

## 2.3 Pré requis

Donnons quelques définitions pour la suite de notre travail :

**Définition 1** Un **processus industriel** est un assemblage fonctionnel de composants technologiques associés les uns aux autres de façon à former une entité unique accomplissant ou pouvant accomplir une activité clairement définie (i.e générateur de vapeur, colonne de distillation, moteur électrique...). Au sens large, un processus assure la fabrication d'un produit ou fournit un service [91]. Un processus est appelé aussi système (nous utilisons indifféremment ces deux termes dans la suite), qui peut être défini comme un ensemble, susceptible d'évoluer dans le temps, composé d'éléments réagissant entre eux et avec le milieu extérieur.

Un système est composé de trois ensembles de variables [10] (Fig. 2.2). Il s'agit des variables d'état  $x$  (représentant la mémoire du système) et associés aux variables d'énergies stockées par le système, des variables de sortie  $y$  (représentant des grandeurs mesurées par les capteurs) et des variables d'entrée  $u$  (représentant des sources d'énergie fournies par des actionneurs commandés  $u_2$  ou non, ou des signaux de commande délivrés par des contrôleurs  $u_1$ ). Ces entrées peuvent être connues ou non (perturbations). L'évaluation de ces variables se fait suivant les lois physiques sous l'influence des perturbations ou des entrées inconnues non contrôlées.

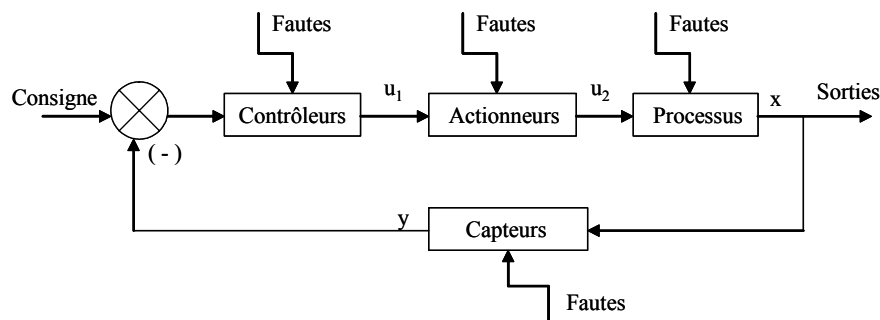


FIG. 2.2 – Schéma de principe d'un processus régulé

**Définition 2** Un **composant industriel** est un organe technologique qui forme une partie du processus industriel (réservoir, conduite, pompe ...). Ce dernier peut être affecté par des pannes (Fig 2.2).

**Définition 3** Le terme **faute (ou défaut)** est généralement défini comme une déviation d'une variable observée ou d'un paramètre calculé par rapport à sa valeur fixée dans les caractéristiques attendues du processus lui-même, des capteurs, des actionneurs ou de tout autre

équipement. Un défaut peut être invisible pendant un certain temps avant de donner lieu à une défaillance.

**Définition 4** La **défaillance** est une modification indésirable du système se traduisant par une variation d'un ou de plusieurs paramètres par rapport à une valeur de référence. Les défaillances peuvent provenir des actionneurs, des capteurs, des contrôleurs ou du processus lui-même (pannes physiques) [27] (Fig 2.2).

**Définition 5** Une **panne** est une interruption permanente de la capacité du système à réaliser sa fonction requise.

**Définition 6** Une **erreur** est définie comme l'écart entre une valeur mesurée ou estimée d'une variable et la vraie valeur spécifiée par le modèle d'un capteur jugé théoriquement correcte.

**Définition 7** Un **dysfonctionnement** est une irrégularité intermittente dans la réalisation d'une fonction désirée du système [40].

**Définition 8** Les **contraintes** sont les limitations imposées par la nature (lois physiques) ou l'opérateur.

**Définition 9** Un **résidu** ou indicateur de faute exprime l'incohérence entre les informations disponibles et les informations théoriques fournies par un modèle (supposées décrire correctement le processus).

**Définition 10** Le **diagnostic** des systèmes permet d'identifier les causes possibles de la défaillance. Il a pour objectif de fournir les informations sur l'instant et sur l'amplitude de la défaillance [40].

## 2.4 Principe de détection et d'isolation des défaillances (FDI)

En général, le diagnostic se réalise selon les étapes suivantes (Fig. 2.3):

- Première étape (Acquisition de données):

Cette étape a pour objectif de rassembler toutes les données sur le processus physique à diagnostiquer, que cela soit des données réelles issues des capteurs, ou bien des paramètres réels de chacun de ces composants. Cette étape fournit les informations sur le comportement réel du procédé.

- Deuxième étape (Détection):

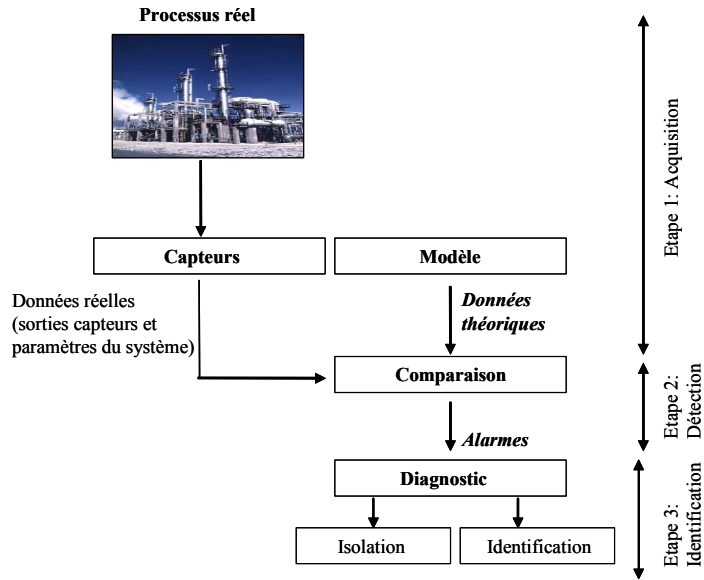


FIG. 2.3 – Etapes de diagnostic

Dans cette étape, on s'intéresse à la détection en surveillant le fonctionnement réel du processus, en testant la cohérence entre les données issues du modèle et celles délivrées par les capteurs (observations). Si ces dernières ne vérifient pas le comportement de référence donné par son modèle, on en déduit que le fonctionnement réel du système n'est pas son fonctionnement normal. Une relation de redondance exprime le fait que le résultat d'une fonction de variables connues (son résidu) doit être nul. Cette relation est vérifiée si le comportement du système suit exactement le modèle : le résidu est alors strictement nul. En pratique, le résidu est en général différent de zéro. Deux hypothèses se présentent alors :

- $H_0$  : Le résidu est différent de zéro à cause des bruits de mesures (modèle imparfait des relations de connaissances) ou des erreurs de modélisation, sachant que le fonctionnement du système est normal.
- $H_1$  : Le résidu est différent de zéro à cause d'une défaillance de l'un de ces composants.

Le rôle des méthodes de décision est de **détecter la défaillance** (préciser dans quelle hypothèse se situe le système étudié ( $H_0$  ou  $H_1$ )). Dans la littérature, il existe plusieurs méthodes statistiques de décision, dont le but est de déclencher une alarme dans le système une fois la panne présente et ceci dans un minimum de temps et avec un minimum de fausses alarmes. Une présentation sommaire des méthodes statistiques de décision sera donnée plus loin.

- Troisième étape (Identification):

Cette étape se déclenche une fois qu'une alarme est envoyée par l'étape précédente. Ici, on cherche à **identifier** les causes précises de cette anomalie grâce à des signatures répertoriées par les experts, et validées après expertise et réparation des dysfonctionnements. Les informations ainsi obtenues sont fournies au service de maintenance. Le travail de recherche que nous présentons dans ce document concerne la 1<sup>ère</sup> et la 2<sup>ème</sup> étape.

## 2.5 Méthodes de surveillance

En fonction du type de connaissance utilisée pour vérifier la cohérence entre les observations réelles et de référence, on distingue deux types de méthodes: les méthodes avec modèle et les méthodes sans modèles que nous appellerons dans le présent document *méthode à base de signal*. Cette appellation est utilisée ici afin de distinguer les méthodes à base de modèle, où le modèle est fourni sous forme d'équation algébrique ou différentielle. L'approche à base de signal consiste à surveiller le système sans connaître son modèle analytique déduit par des lois physiques ou par identification. Elle repose sur des descripteurs qui caractérisent le fonctionnement du système observé dans différents modes de fonctionnement (normal, existence de pannes (pannes capteurs, pannes composants ...)). Son algorithme de surveillance consiste à reconnaître en temps réel l'appartenance de ces descripteurs aux formes acquises dans une procédure d'apprentissage ([32], [68]). La méthode de diagnostic par reconnaissance des formes ([32], [28], [7]) est parmi les méthodes la plus utilisée. Elle est utilisée dans le cas des systèmes complexes, pour lesquels un modèle est difficile à obtenir. Les uniques informations disponibles sont issues des différents signaux. Le but de la reconnaissance des formes a priori est la classification automatique des formes dans des modes. Les principales limites de cette approche se situent au niveau de l'étape d'apprentissage des différents modes de fonctionnement nécessaire pour un diagnostic précis. Cette difficulté est plus importante dans le cas des processus rencontrés en génie des procédés en raison de leur caractère non stationnaire. Le modèle peut aussi être fourni par un expert sous forme de règles de type if, else, then; ...etc. Même si des tentatives de générer ces règles sous forme automatique, l'obtention de ce type de modèle est assujéti à des problèmes de subjectivisme et de combinatoire. D'autres part le caractère non linéaire et complexe (dû au couplage de différentes énergies) des procédés énergétiques, compliquent l'utilisation en temps réel de ces méthodes.

Par contre l'approche avec modèle, utilise un modèle opératoire. Il s'agit d'utiliser la redondance d'information et la connaissance fournie par le modèle pour caractériser l'état du système (son mode de fonctionnement), et pour passer ensuite à l'étape de la détection [39] et [36]. Le fonctionnement de cette approche se résume dans le schéma, Fig. 2.4. Elle sera utilisée tout le long de ce travail.



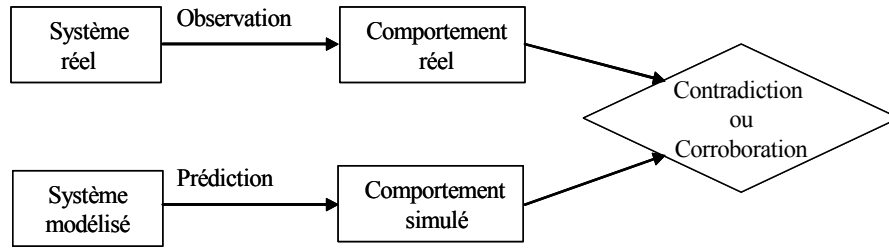


FIG. 2.4 – Diagnostic à base de modèle

### 2.5.1 Méthodes à base de modèle

Ces approches se basent essentiellement sur l'existence de redondance matérielle ou analytique. Un grand nombre de travaux leur est consacré. Une synthèse peut être trouvée dans [39], [36]. Selon la manière dont la connaissance est utilisée, on distingue trois grandes approches: l'approche par **estimation de paramètres**, celle par **estimation d'état** (à base d'observateur) et enfin celle par **espace de parité**.

Le modèle analytique le plus utilisé exprime le comportement d'un système par un ensemble d'équations linéaires:

- modèle du système :

$$\begin{cases} x(t+1) = A(\theta_p)x(t) + B(\theta_p)u(t) \\ x(t_0) = x_0 \end{cases} \quad (2.1)$$

avec :

$x(t) \in R^n$  vecteur d'état du système à l'instant  $t$

$u(t) \in R^p$  vecteur de commande à l'instant  $t$

$\theta_p \in R^q$  vecteur des paramètres

$A(\theta_p)$  et  $B(\theta_p)$  sont des matrices de dimensions convenables

$t, t+1$  sont les instants d'échantillonnage

- modèle de la mesure

$$y(t) = C(\theta_s)x(t) \quad (2.2)$$

avec :

$y(t) \in R^m$  vecteur des sorties

$\theta_s$  vecteur des paramètres de mesure

$C(\theta_s)$  matrice de mesure

Rappelons que les résidus sont des variables dont la valeur est égale à zéro en cas de fonctionnement idéal. La vérification en temps réel de la valeur des résidus oblige la réception à tout instant  $t$  des valeurs de commande et de sortie, respectivement  $[u(t), u(t-1), \dots]$  et  $[y(t), y(t-1), \dots]$ . Pour la construction de tels résidus, trois façons de procéder sont principalement utilisées [66]: l'estimation des paramètres, l'estimation d'état et la redondance analytique.

### 2.5.1.1 Estimation des paramètres

A partir des signaux d'entrée/sortie, les paramètres  $\theta_p$  et  $\theta_s$  sont estimés en utilisant des procédures d'identification. Les résidus sont ensuite générés simplement en comparant les valeurs estimées avec les valeurs nominales (supposé connues). Le vecteur des résidus est alors :

$$r(t) = \begin{bmatrix} \theta_{pN} \\ \theta_{sN} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \hat{\theta}_p(t) \\ \hat{\theta}_s(t) \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

où :

$\hat{\theta}_p(t)$  et  $\hat{\theta}_s(t)$  sont les paramètres, du systèmes et des capteurs, estimés à l'instant  $t$ , et  $\theta_{pN}$ ,  $\theta_{sN}$  sont leurs valeurs nominales.

Lorsque les valeurs nominales ne sont pas connues, il suffit de les remplacer par des valeurs estimées à l'instant  $t-1$ .

$$r(t) = \begin{bmatrix} \hat{\theta}_p(t-1) \\ \hat{\theta}_s(t-1) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \hat{\theta}_p(t) \\ \hat{\theta}_s(t) \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

Dans ce cas, l'écart des résidus par rapport à zéro est le résultat des variations de paramètres. La connaissance sous-jacente du système exprime simplement que dans des conditions opératoires normales, les paramètres du systèmes demeurent constants. Un schéma de principe de cette méthode est donné par la Fig. 2.5.

**Remarque 2.5.1** *Dans cette approche, une alarme est associée à chaque résidu, c'est-à-dire à chaque paramètre surveillé du système. Son déclenchement est démonstratif d'un écart anormal entre la valeur nominale du paramètre et sa valeur réelle (telle qu'elle est estimée par l'algorithme d'identification). Les déviations des paramètres sont en général indépendantes, cette approche limite donc les avalanches d'alarmes (lorsque les modèles utilisés ne sont pas grossièrement faux).*

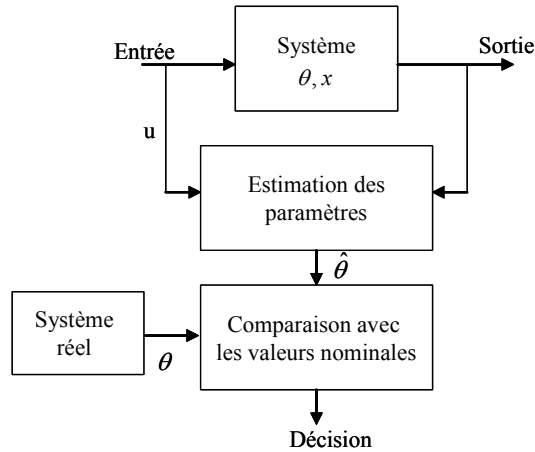


FIG. 2.5 – Principe de l'approche par estimation des paramètres

### 2.5.1.2 Estimation d'état (observateur)

Une approche semblable à l'estimation des paramètres est l'estimation de l'état. En utilisant les signaux d'entrée et de sortie, l'état du système  $x(t)$  et ses sorties  $y(t)$  sont estimés (les sorties peuvent être estimées directement sans passer par l'estimation préalable de l'état). Les résidus sont générés par comparaison des sorties réelles et de leurs estimations. Le vecteur des résidus s'exprime sous la forme :

$$r(t) = y(t) - \hat{y}(t) \quad (2.5)$$

où  $\hat{y}(t)$  est l'estimation de la sortie à l'instant  $t$ . Le principe général d'un estimateur de sortie est donné par la Fig. 2.6. Des travaux de diagnostic fondés sur les observateurs ont été développés, nous citons quelques références [37], [18],[31] et [53].

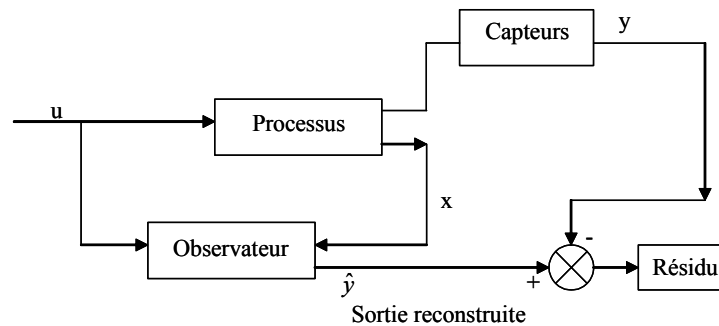


FIG. 2.6 – Principe général d'un estimateur de sortie

**Remarque 2.5.2** *Cette approche associe un résidu à chaque capteur du système. Chaque alarme générée est significative de la défaillance du capteur correspondant. Ces défaillances n'étant en général pas corrélatées, les risques d'avalanche d'alarmes sont réduits. Les difficultés résident dans la construction de l'observateur surtout pour les systèmes en génies des procédés où la mise sous forme d'état des modèles n'est pas triviale.*

### 2.5.1.3 Redondance analytique

Cette approche conduit à une ré-écriture des équations d'état et de mesure, dans laquelle seules des variables connues (commandes et sorties) sont autorisées à figurer. Dans le cas linéaire, ces équations sont appelées équations de parité, et relations de redondance analytique (RRA) dans le cas le plus général.

Une relation de redondance analytique représente une propriété d'invariance du système non défaillant sous la forme :

$$\varphi[u(t,t-p),y(t,t-p)] = 0 \quad (2.6)$$

Cependant, cette égalité ne sera jamais vérifiée, le système n'étant jamais dans des conditions de fonctionnement idéal. Dans ce sens, le vecteur des résidus construit à partir des relations de redondance analytique aura la forme :

$$r(t) = \varphi[u(t,t-p),y(t,t-p)] \quad (2.7)$$

De nombreux schémas de calcul ont été spécifiquement construits pour chacune de ces trois approches (identification des paramètres de systèmes en temps continu, filtres de Kalman, observateurs, résidus structurés). Un certain nombre de propriétés d'équivalence ont été prouvées [90], [80], [66], et de nombreuses applications ont été développées pour la surveillance de systèmes technologiques [64].

**Remarque 2.5.3** *A chaque relation entrée/sortie du système, cette approche associe un résidu. Les corrélations entre les réactions des différents résidus sont traitées à l'aide de la table des signatures binaires des défaillances. Les défaillances capteurs, actionneurs et paramètres n'engendrent pas d'avalanche d'alarmes. On parle de défaillances indépendantes.*

### 2.5.1.4 Approche structurelle

Pour les systèmes de grande taille, l'application des approches qui viennent d'être présentées n'est pas triviale. En effet, ces méthodes dépendent de la disponibilité des modèles

analytiques *de bonne qualité* décrivant d'une part le système et ses actionneurs, d'autre part le système de mesure.

Pour la génération des résidus, ces méthodes nécessitent la connaissance des valeurs numériques des paramètres.

L'approche structurelle utilise une connaissance très pauvre du système. Elle s'avère de ce fait très intéressante lorsqu'on se situe dans les premières phases du processus de conception du système de surveillance, ou lorsqu'il s'agit de concevoir des extensions d'un système existant.

Dans le domaine de la surveillance, les concepts structurels n'ont été utilisés jusqu'à peu que pour mettre en place les procédures de localisation qui constituent la troisième phase pour tout système de surveillance [38]. Ils constituent en fait un cadre général pour la conception des systèmes de surveillance, permettant de générer, calculer, évaluer et implémenter une procédure de surveillance utilisant les relations de redondance analytique.

L'analyse structurelle est l'analyse des propriétés structurelles du système, c'est-à-dire des propriétés qui sont indépendantes des valeurs réelles des paramètres (plus exactement, des propriétés qui sont vraies presque partout dans l'espace des paramètres). L'analyse structurelle s'applique aux modèles linéaires comme aux modèles non linéaires, elle n'exige aucune précision du modèle de calcul du comportement et permet une représentation homogène de tous les types de modèles (par la matrice d'incidence d'un graphe bi-parti [77]).

Enfin, l'analyse structurelle traite uniquement les données binaires et s'avère efficace pour l'analyse de grands systèmes (complexes). Bien que les données d'entrée soient extrêmement pauvres, elles constituent la plus grande partie de connaissance nécessaire à la conception des systèmes de surveillance. En effet, à l'aide de l'analyse structurelle, plusieurs étapes du processus de conception sont franchies, on cite:

a) L'analyse des redondances locales du système, permettant de mettre en évidence les possibilités de surveillance.

b) Le problème de placement des capteurs [12]

c) La détermination des séquences de calcul dont le résultat est un résidu (graphe orienté).

d) L'analyse de la structure des résidus dont le but d'évaluer la détectabilité et l'isolabilité des défaillances.

e) L'analyse de la structure des résidus pour l'implémentation distribuée des algorithmes de surveillance.

f) L'utilisation des propriétés structurelles et causales des modèles band graph permet de générer les RRA formelles [11]. Les résultats de ces travaux ont été formalisés par le développement d'un logiciel "MOD BUILD" dans le cadre du projet **CHEM (Advanced Decision Support System for Chemical and Petrochemical Processes)**, Par la conception d'algorithme de supervision des processus de production.

### 2.5.1.5 Méthode G.D.E

Il existe aussi une méthode nommée G.D.E (General Diagnosis Engine) [23]. Cette méthode se divise en quatre grandes parties. La première étape consiste à faire le calcul des grandeurs du système à partir des modèles des composants et des observations. La deuxième étape a pour but de comparer les valeurs prédites entre elles et avec les observations. Les conflits sont détectés dans le cas où une incohérence entre ces valeurs est détectée. Dans la troisième étape, il s'agit de construire une liste de candidats possibles (les composants dont les pannes peuvent expliquer le comportement anormal du système). Et à la quatrième étape, il s'agit de déterminer la grandeur dont l'observation est susceptible de permettre l'affinement du diagnostic.

### 2.5.1.6 Conclusion

Le diagnostic à l'aide des méthodes à base de modèle est divisée en deux grandes étapes. La première étape consiste à générer les résidus à partir de la détermination des relations de redondance analytique. La deuxième étape a pour but de décider l'état de fonctionnement du système.

Les performances du système de surveillance dépendent de la qualité du modèle. Les incertitudes issues aussi bien des capteurs que des paramètres ne sont pas tenues en compte. L'obtention des modèles est d'autant plus difficile dans le cas des systèmes en génies des procédés en raison de leur caractère non stationnaire (introduisant des incertitudes et des erreurs de modélisation). Dans le cas où le modèle analytique n'est pas disponible, on construit d'autres types de connaissances sur la base des signaux ou des règles issues des procédés ou des experts.

Dans le paragraphe suivant, nous allons voir d'autres méthodes de surveillance dites **sans modèle** qu'on appelle **méthode à base de signal**, capables de décider l'état de fonctionnement des processus à partir juste des signaux de sortie (sans passer par le calcul des RRA).

## 2.5.2 Méthodes à base du signal

Les méthodes à base de signal, comme leur nom l'indique, ne disposent pas de modèle décrivant le comportement normal et le(s) comportement(s) défaillant(s) du système. Dans la littérature, on trouve les méthodes à base d'Intelligence Artificielle. Près de 70 % de toutes les installations d'IA au sein de l'industrie lourde se composent de **systèmes experts**; les autres sont formés de **réseaux neuronaux**, **reconnaissance des formes (RDF)** et de systèmes à **logique floue** [32].

Les systèmes experts servent à recueillir les connaissances et à émuler les techniques de résolution de problèmes provenant des meilleurs opérateurs humains et ce, dans des domaines

circonscrits et bien définis. Les réseaux neuronaux sont des réseaux de traitement de l'information qui règlent leur réponse sur la valeur de la donnée d'entrée. La plupart des applications font appel à la modélisation de prévision, à la classification et à la reconnaissance d'éléments récurrents. Les systèmes à logique floue sont des outils perfectionnés de résolution de problèmes qui font appel à l'heuristique (art de bien deviner) et qui peuvent traiter des données d'entrée ambiguës.

### 2.5.2.1 Réseaux de neurones

Les réseaux de neurones sont un outil d'analyse statistique permettant de construire un modèle de comportement à partir d'un certain nombre d'exemples (constitués d'un certain nombre de *variables descriptives*) de ce comportement. Par exemple, en faisant apprendre à un réseau de neurones des descriptions d'emprunteurs d'argent (situation de famille, profession, etc.), avec leur comportement passé vis-à-vis du remboursement, on peut construire un modèle du risque associé aux descriptions des clients.

Si maintenant on demande des prédictions à ce modèle sur des nouveaux dossiers, on constate que le réseau de neurones prédit correctement si l'emprunteur sera bon, ou bien mauvais payeur dans 80 à 95% des cas. Il s'agit ici de ce que l'on appelle **segmentation ou classification**.

Le réseau de neurones, "ignorant" au départ, réalise un "**apprentissage**" à partir de ces exemples et devient, par modifications successives, **un modèle** rendant compte du comportement observé en fonction des variables descriptives.

La construction du modèle est **automatique** et **directe** à partir des données, elle ne nécessite pas d'intermédiaire rare ou coûteux comme un expert.

Il est possible, par exemple, d'apprendre à associer des relevés de mesures sur une machine-outil à ses pannes : le prédicteur obtenu réalise une maintenance préventive en indiquant la possibilité de panne dès que les mesures prennent des valeurs qu'il estime suspectes (ou un diagnostic à partir des derniers relevés si on est arrivé trop tard). Ceci s'est beaucoup fait, par exemple pour le diagnostic vibratoire des machines tournantes [91]. L'utilisation des réseaux de neurones s'est largement répandue ces dernières années par l'obtention de modèles dans le domaine chimique. Toutefois, leur limite reste liée à l'étape de l'apprentissage sur les procédés

### 2.5.2.2 Reconnaissance des formes (RdF)

La méthode à base de reconnaissances des formes (RdF) est la plus utilisée dans le domaine de la supervision à base de signal. Elle est utilisée surtout quand les observations sont de type numérique (issues des capteurs), mais les modèles mathématiques correspondants à chaque mode de fonctionnement du système ne sont pas construits à cause de la complexité physique du système.

Le diagnostic par RdF, se présente comme une solution alternative à l'approche par modèle puisque les modes de fonctionnement sont modélisés, pas de manière analytique, mais en utilisant uniquement un ensemble des mesures de ces modes, générant ainsi des domaines de fonctionnement [8].

La RdF est la science qui se base sur la définition d'algorithmes permettant de classer des objets ou des formes en le comparant à des formes types [6]. Ses applications interviennent dans des domaines tels que la connaissance vocale, la reconnaissance de caractères, l'automatisation industrielle, le diagnostic médical et la classification des documents. Deux types de RdF sont à distinguer :

- la RdF structurelle qui se base sur une représentation des formes à l'aide de grammaires,
- la RdF statistique qui s'appuie sur une représentation purement numérique des formes.

Dans le domaine industriel, la RdF statistique est la plus utilisée, dont on définit la forme par un ensemble de  $n$  paramètres, appelés aussi caractères. L'espace est constitué à l'aide d'une base dont chaque élément est associé à un caractère, cet espace est appelé **espace de représentation**. Une forme est représentée par un point dans l'espace de dimension  $n$ . A cause du bruit, à chaque forme type, on associe une zone géométrique et par conséquent une classe  $W_i$  (Fig. 2.7), tel que  $x_i$  représente la valeur du  $i^{\text{ème}}$  caractère ou composant de vecteur forme  $x$ . Le problème de la reconnaissance des formes est de trouver les frontières qui séparent les classes ([91], chapitre 6).

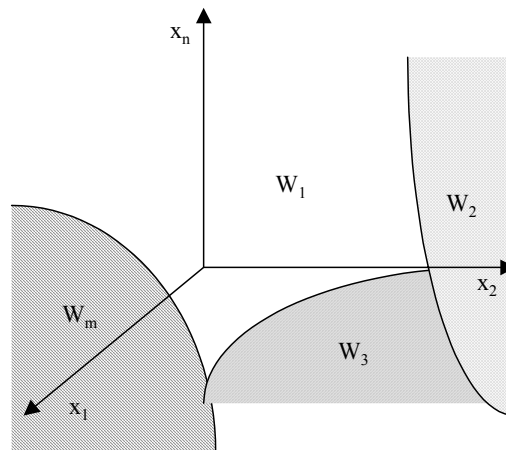


FIG. 2.7 – Principe du problème de la reconnaissance des formes

Diverses méthodes d'obtention de frontières existent, dépendent du degré de connaissance que l'on a du problème: connaissance complète, partielle ou nulle de la modélisation probabiliste des classes. La RdF permet le diagnostic des systèmes, il suffit juste de définir les domaines suivants:

- A- Le vecteur forme englobe les paramètres observés sur le système. Ces paramètres vont



être utilisés pour le diagnostic. Ils ont été choisis pour leur pertinence vis à vis du problème posé.

B- Les modes de fonctionnement sont représentés par des classes. La caractérisation d'un mode de fonctionnement devient la caractérisation d'une classe.

Une fois que les deux domaines sont spécifiés et après avoir déterminé les frontières entre les classes, un système de diagnostic peut être construit, tout en associant à chaque classe une décision et une interprétation possible (mode de fonctionnement). Cependant tous les modes de fonctionnement ne sont pas connus a priori lors de la construction d'un système de diagnostic. Ils existent d'autres méthodes appelées avec rejet qui sont aptes à prendre en considération l'ignorance de certaines classes. On cite **le rejet d'ambiguïté** [29], si le vecteur  $x$  ne peut pas faire partie des classes  $M$  déjà définies, et **le rejet de distance** [32] et ([91], chapitre 6), qui lui est basé sur la distance aux classes. Une observation sera jugée éloigner des classes si sa densité de probabilité est trop faible (inférieure à un seuil).

La qualité du diagnostic dépend pour ces méthodes de celle des descripteurs et donc de l'étape d'apprentissage effectuée sur le procédé réel.

### 2.5.2.3 Conclusion

Dans le diagnostic à base de signal des processus, l'étape de la décision (Choisir dans quel mode se situe le fonctionnement du système (défaillant ou pas)) se déclenche au fur et à mesure de la réception des données. Toutefois l'avantage principale réside dans le fait qu'un modèle analytique (sous forme d'équation mathématique) n'est pas nécessaire. Ce type de méthode est plutôt bien adapté aux processus stationnaires où les caractéristiques et la structure des procédés ne varient pas.

## 2.6 Procédures de décisions

### 2.6.1 Problématique de la décision dans un système de diagnostic

Le modèle d'un système dynamique se met généralement sous la forme suivante:

$$\begin{cases} \dot{Z} = f(Z, U, \theta) \\ Y = g(Z, U, \theta) \end{cases} \quad (2.8)$$

avec:  $U$ : entrées du système, considérées connues;

$Y$ : sorties, mesurées;

$Z$ : vecteur d'état (inconnu);

$\theta$ : paramètres (connus);

$f$  et  $g$ , fonctions linéaires ou non linéaires;

Une fois le modèle établi, la démarche de la **redondance analytique** est appliquée comme suit:

Il s'agit d'éliminer les composantes du vecteur d'état, qui sont des variables inconnues, pour ne conserver que des relations entre l'entrée, la sortie et leurs dérivées. Ceci se fait par projection des équations du modèle dans un espace particulier appelé "*espace de parité*".

Les relations obtenues, appelées **relations de redondance analytique**, sont de la forme:

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega_1(\bar{y}, \bar{u}, \theta) = 0 \\ \dots \\ \omega_q(\bar{y}, \bar{u}, \theta) = 0 \end{array} \right. \quad (2.9)$$

où  $\bar{y}$  et  $\bar{u}$  représentent  $Y$ ,  $U$  et leurs dérivées respectives jusqu'à un certain ordre de grandeur. Les relations  $\omega_i$  peuvent être linéaires ou non selon les fonctions  $f$  et  $g$ . En remplaçant les composantes  $\bar{y}$  et  $\bar{u}$  par leurs valeurs réelles, mesurées lors du processus on trouve:

$$\left[ \begin{array}{l} \omega_1(\bar{y}, \bar{u}, \theta) = 0 \\ \dots \\ \omega_q(\bar{y}, \bar{u}, \theta) = 0 \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{l} r_1(\bar{y}, \bar{u}, \theta) = 0 \\ \dots \\ r_q(\bar{y}, \bar{u}, \theta) = 0 \end{array} \right] \quad (2.10)$$

où le vecteur  $r = [r_1, \dots, r_q]^T$ , est appelé **résidu**. Il représente l'écart entre ce qui est observé et qui correspond au système réel, et ce qui est modélisé qui correspond au fonctionnement théorique normal.

Généralement le résidu ( $r$ ) est différent de zéro dans les différents modes de fonctionnement du système, à cause des bruits de mesures, l'imprécision des appareils de mesures, des paramètres des composants qui constituent le processus, ainsi que l'évaluation numérique de la dérivée quand elle existe. La décision peut être effectuée à l'aide d'un simple test de seuil, des moyennes mobiles des résidus, ou faire appel à la théorie statistique de décision. L'évaluation des résidus peut être booléenne, son but est d'attribuer un facteur de croyance à un ensemble de défaillances [50]. La combinaison des informations peut être effectuée à l'aide de la théorie de l'évidence [75] ou en utilisant des fonctions floues. Dans ce qui suit, nous allons nous intéresser aux méthodes statistiques de décision.

## 2.6.2 Procédures statistiques de décision

En général, le diagnostic à base de modèle insiste sur la connaissance du comportement des composants et sur la structure du processus à diagnostiquer (la liste des composants qui le constituent et les connexions entre eux). Sa difficulté réside dans la détermination de la valeur du seuil  $\varepsilon$  à partir de laquelle un résidu est en fonctionnement anormal. Une fois ce test est appliqué sur l'ensemble des résidus  $r_i$ , il conduit à un vecteur binaire cohérent  $C = \begin{bmatrix} c_1 & c_2 & \dots & c_n \end{bmatrix}$ . Chaque composant  $c_i$  de  $C$  est obtenu en utilisant la règle suivante:

$$c_i = 1 \text{ si } r_i > \varepsilon \text{ sinon } c_i = 0 \quad (2.11)$$

La structure du résidu est un vecteur binaire  $V_b$  qui exprime quelles sont les mesures qui influent sur la valeur du résidu.

$$\begin{cases} V_b(i) = 1 \text{ si le résidu contient la } i^{\text{ème}} \text{ mesure} \\ V(i) = 0 \text{ sinon} \end{cases} \quad (2.12)$$

Les procédures de décision que nous allons développer par la suite, sont basées uniquement sur les résidus générés par les RRA. En comparant avec les méthodes de génération de résidus basées sur les observateurs ([48], [52]) la méthode basée sur les relations de redondance analytique présente quelques caractéristiques intéressantes:

- elle est simple à comprendre,
- les RRA peuvent être générées sous forme symbolique et donc adaptées à une implémentation informatique (réelle).

### Position du problème de détection:

On suppose qu'il existe un système dynamique (statistique) stochastique à temps discret (équation. 2.13)

$$Y(k) = g(X(k), \theta(k), \zeta(k), k) \quad (2.13)$$

où  $Y(k)$  est le vecteur des mesures,  $X(k)$  le vecteur d'état inconnu,  $\zeta(k)$  représente le bruit et  $\theta(k)$  le vecteur paramètre du modèle. Dans les conditions normales de fonctionnement, on a  $\theta(k) = \theta_0$ .

Si une panne se produit à un instant inconnu  $k_0$ , le vecteur paramètre devient  $\theta_1$  [2].

Le problème à résoudre est la détection de la présence de la panne dans le plus bref délai, avec le minimum possible de fausses alarmes et de localisations erronées. Les algorithmes de

décision doivent calculer le couple  $(N, \mu)$  sur la base des observations  $Y(i)_{i=1\dots n}$ , où  $N$  est l'instant de détection de la panne et  $\mu$  représente la décision finale.

**Définition 11** : on appelle hypothèse simple  $H_j$  une hypothèse qui définit de façon unique la distribution de l'échantillon  $Y(1), Y(2), \dots, Y(n)$  et que l'on note :

$$H_j = \{Y(1), Y(2), \dots, Y(n) \sim P_j\},$$

$$j = 1, 2, \dots, K \quad \text{où } P_j \text{ est la probabilité d'existence}$$

**Définition 12** : on appelle un test statistique (règle de décision) de choix entre  $K$  hypothèses  $H_1, H_2, \dots, H_k$ , une application surjective de l'espace des échantillons sur l'ensemble des hypothèses envisagées  $\delta : y \longrightarrow \{H_1, H_2, \dots, H_k\}$ .

**Définition 13** : on appelle probabilité d'erreur du  $j^{\text{ème}}$  espèce du test  $\delta$  la probabilité de rejeter l'hypothèse  $H_j$  lorsqu'elle est vraie :

$$\alpha_j = \Pr_j(\delta(Y(1), Y(2), \dots, Y(n)) \neq H_j), \quad j = 1, 2, \dots, K$$

Après la détermination des relations de redondance analytique, les résidus sont calculés en remplaçant les variables par les données réelles issues du processus (les mesures et les paramètres des composants). Les algorithmes de décision ont pour but de vérifier si le système est en bon état de fonctionnement ou pas (Fig. 2.8).

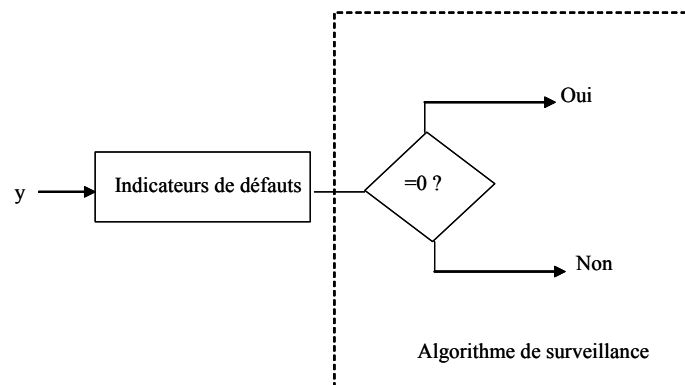


FIG. 2.8 – Schéma de principe des algorithmes de décision

Ces algorithmes se retrouvent à devoir confrontés à trancher entre plusieurs hypothèses de fonctionnement. Pour simplifier, on traite le cas de deux hypothèses de fonctionnement  $H_0$  et  $H_1$ , tel que:

- $H_0$  est l'hypothèse du bon fonctionnement du processus surveillé, dont l'équation d'état est sous la forme suivante (équation. 2.14):

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x,u,t,\eta) \\ y(t) = g(x,\zeta) \end{cases} \quad (2.14)$$

où  $u$  : entrée du système;  
 $y$  : sortie;  
 $x$  : vecteur d'état;  
 $\eta$  : paramètres;  
 $t$  : temps;  
 $\zeta$  : bruit et  
 $f$  et  $g$ : fonctions linéaires ou non.

Dire que le système est en bon fonctionnement, consiste à dire que  $y$  est produit selon la loi  $g$ ,  $x$  est produit selon la loi  $f$  et  $\zeta$  est produit selon la loi  $P_0$ .  $P_0$  est la densité de probabilité du bruit  $\zeta$ .

- $H_1$  est l'hypothèse alternative de  $H_0$ . Le système est en fonctionnement défaillant à cause du fait que  $y$  ne suit pas la loi  $g$  ( $y(t) \neq g(x,\zeta)$ ), ou bien parce que  $\dot{x}(t) \neq f(x,u,t,\eta)$  ou c'est le bruit  $\xi$  qui ne suit pas la loi de distribution  $P_0$ .

*Problème: Etant donné la trajectoire des signaux  $y(t)_{t=1\dots N}$  observés, il s'agit de vérifier si  $H_0$  est vraie ou pas? Autrement dit, il faut déterminer s'il y a une rupture dans le système et si oui à quel instant  $t_d$  (Fig. 2.9)?*

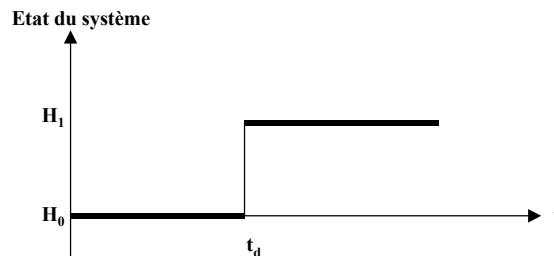


FIG. 2.9 – Etat de fonctionnement du système et instant de rupture

**Détection de rupture:**

Détecter les ruptures dans les processus physiques, revient à vérifier si  $H_0$  est vraie sur tous les échantillons (de 1 à  $N$ ) contre  $H_0$  qui est vraie entre 1 et  $t_d$  et  $H_1$  entre  $t_{d+1}$  et  $N$  (Fig. 2.9). Sachant que les deux tests sont aléatoires, on doit définir deux lois de distribution qui dépendent de l'instant  $t_d$ . Il s'agit d'une distribution paramétrée par  $t_d$  que l'on ne connaît pas. D'où la solution de tester " $H_0$  entre 1 et  $N$ " qu'on note domaine  $D_0$  contre " $H_1$  entre 1 et  $N$ ", domaine  $D_1$  (Fig. 2.10). Pratiquement cette solution a l'inconvénient de détecter les pannes avec un certain retard:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Si } H_0 \text{ est vraie alors } z = \begin{pmatrix} y(1) \\ y(2) \\ \vdots \\ y(N) \end{pmatrix} \text{ est distribué selon } P(z/H_0) \\ \quad (\text{sachant que le bruit suit une loi normale } N(\theta_0, \Sigma)) \\ \Rightarrow \text{le résidu calculé suit la loi normale } N(\theta_0, w \sum w^t) \\ \text{Si } H_1 \text{ est vraie alors } z = \begin{pmatrix} y(1) \\ y(2) \\ \vdots \\ y(N) \end{pmatrix} \text{ est distribué selon } P(z/H_1) \\ \Rightarrow \text{le résidu calculé suit la loi } N(\theta_1, w \sum w^t) \quad (\theta_1 \text{ est fixée}) \end{array} \right.$$

avec:  $P(z/H_k)$  est la probabilité d'existence de  $z$  sachant que  $H_k$  est vraie.

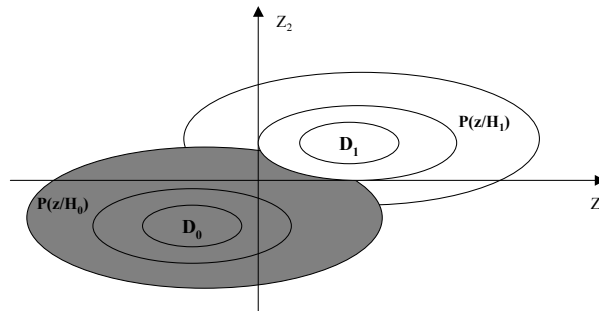


FIG. 2.10 – Schéma statistique de la distribution des deux hypothèses

Rappelons que le problème est de déterminer dans quel domaine se trouve le système étudié (Fig. 2.10). Si la partition des  $z$  se trouve dans l'une des deux zones séparées ( $D_0$  ou  $D_1$ ), il est facile de décider si le système est en bon état de fonctionnement ou pas. Par contre si cette partition se trouve dans la zone où les deux domaines sont chevauchés, il est impossible de conclure sur l'état du fonctionnement du système. Le but dans ce cas est de chercher une **séparatrice** des deux domaines avec le minimum possible de fausses alarmes. Le problème se transforme à la connaissance du critère qu'il faut **optimiser** pour éviter les fausses alarmes.

La résolution de ce problème oblige à connaître deux hypothèses. La première est la connaissance des probabilités a priori d'occurrence des hypothèses  $H_0$  et  $H_1$ . La deuxième

hypothèse est relative à la connaissance des fonctions des coûts relatives aux décisions du domaine  $D_0$  ou  $D_1$ . Le tableau suivant présente la relation décision/hypothèse dans le cas d'un test entre deux hypothèses (théorie des jeux, Tab. 2.1):

	$H_0$	$H_1$
$D_0$	Bon fonctionnement	Non détection "nd"
$D_1$	Fausse alarme "fa"	Mauvais fonctionnement

TAB. 2.1 – Principe de la théorie des jeux

Seules les décisions  $D_0/H_0$  et  $D_1/H_1$  sont des décisions correctes, la décision  $D_0/H_1$  représente une fausse alarme (ou un risque de première espèce) car le système est déclaré défaillant alors qu'en réalité il fonctionne normalement tandis que la décision  $D_1/H_0$  correspond à une non détection (ou à une erreur de deuxième espèce) de la défaillance. Comme le montre la Fig. 2.11, il est impossible de réduire simultanément la probabilité de fausses alarmes  $P_{fa}$  et la probabilité de non détection  $P_{nd}$ . Il s'agit en effet de faire un compromis.

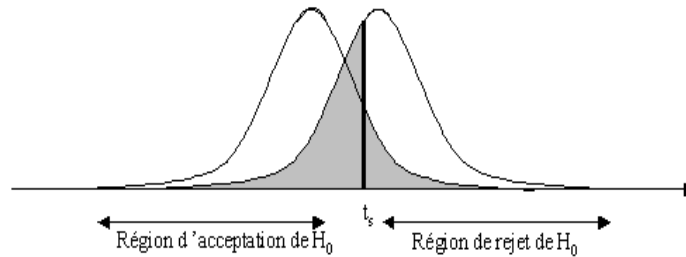


FIG. 2.11 – Représentation du test binaire de décision

Les différentes méthodes que nous allons décrire dans ce chapitre concernent:

- le nombre  $K$  d'hypothèses  $H_k$ ,
- la connaissance des lois  $P_k$  a priori de probabilité de  $H_k$ ,
- le nombre d'échantillons de l'espace d'observation,
- les coûts associés à chaque décision,
- une fonction de coût globale  $R$ ,
- la connaissance des lois conditionnelles de densité de probabilité des observations  $P_{y/H_k}(Y/H_k)$ ,
- la nature des paramètres participant aux modèles (déterministes ou aléatoires).

### 2.6.2.1 Diagnostic hors ligne

#### Algorithme de Bayes

Le test de bayes permet de prendre une décision fondée sur les coûts affectés à chaque alternative et donc de réaliser des compromis vis à vis des différentes situations. Ce test considère que le nombre d'hypothèses et leurs probabilités sont connus. Avec cette méthode, les coûts associés à chaque décision et les probabilités a priori associées à chaque hypothèses sont connus. Sur la Fig. 2.12) sont tracées, en fonction des différents paramètres qui peuvent influencer les décisions, les courbes de COR dites "courbes caractéristiques du récepteurs". Pour une valeur du paramètre considéré, on trace le point dans le plan  $(P_{fa}, P_{nd})$ . Ce paramètre peut être la valeur de la probabilité  $P_0$ , de la variance  $\sigma^2$ , la moyenne du bruit, etc... .

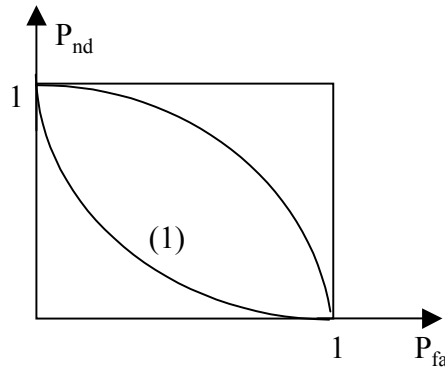


FIG. 2.12 – Schéma de principe pour la minimisation de l'un des paramètres (courbe de COR)

Minimiser le coût des fausses alarmes ou de non détection revient à tracer la tangente à la courbe (1) (Fig. 2.12) qui a comme pente  $\frac{\alpha}{\beta}$  tel que  $\alpha P_{nd}$  est le coût de non détection et  $\beta P_{fa}$  est le coût des fausses alarmes. Cela revient à minimiser le coût moyen qui est égale à la somme des deux coûts:  $C_{moy} = \alpha P_{nd} + \beta P_{fa}$ . Le problème devient dans ce cas, la recherche du domaine  $D = D_0 \cup D_1$ , tel que  $P_{fa}$  et  $P_{nd}$  minimisent  $\alpha P_{nd} + \beta P_{fa}$  pour  $\alpha$  et  $\beta$  donnés:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{- Pour le cas des fausses alarmes:} \\ z \text{ est distribué selon } P(z/H_0) \text{ alors qu'on signale le domaine } D_1 : \\ p_{fa} = p(H_0) \cdot p(z \in D_1/H_0) \text{ tel que } p(z \in D_1/H_0) = \int_{D_1} p(z/H_0) dz \\ \text{- Pour les non détections:} \\ z \text{ est distribué selon } P(z/H_1) \text{ alors qu'on signale le domaine } D_0 : \\ p_{nd} = p(H_1) \cdot p(z \in D_0/H_1) \end{array} \right.$$

Notre but est de calculer  $\alpha P_{nd} + \beta P_{fa}$  :



$$\begin{aligned}\alpha P_{nd} + \beta P_{fa} &= \alpha.p(H_1) + \int_{D_1} [\beta.p(H_0)p(z/H_0) - \alpha p(H_1)p(z/H_1)]dz \\ &= \alpha.p(H_1) + \int_{D_1} \Psi(z)dz\end{aligned}\quad (2.15)$$

$$\text{avec : } \Psi(z) = \beta.p(H_0)p(z/H_0) - \alpha p(H_1)p(z/H_1)$$

d'où l'objectif de chercher le domaine  $D_1$  qui minimise  $\Psi(z)$  :

$\Lambda(z) = \frac{p(z/H_1)}{p(z/H_0)} > \eta = \frac{\beta p(H_0)}{\alpha p(H_1)}$	l'hypothèse $H_1$
$\Lambda(z) = \frac{p(z/H_1)}{p(z/H_0)} < \eta = \frac{\beta p(H_0)}{\alpha p(H_1)}$	l'hypothèse $H_0$

tel que  $\Lambda(z)$  est appelé *le rapport de vraisemblance* de densités de probabilités conditionnelles et  $\eta$  est *le seuil de détection*.

### Test du Minimax

Les tests bayésiens font l'hypothèse explicite que les probabilités a priori des hypothèses sont connues. Au plan théorique cela ne pose pas de problème particulier mais par contre pour un système industriel, il est rare de disposer de données fiables pour ces valeurs. Seul un retour d'expérience de qualité portant sur un grand nombre de matériels identiques est capable de fournir des informations crédibles. Pour cette raison, d'autres techniques ont été développées pour fixer les zones de décision sans connaître les probabilités à priori tout en minimisant la fonction du coût. Le test de **Minimax**, dans le cas binaire, consiste à sélectionner la valeur de la probabilité à priori  $P$  qui maximise le risque tout en minimisant la fonction du coût  $R$ . Ce test suppose également que les coûts  $C_{ij}$  associés à chaque décision  $D_{ij}$  sont connus. Comme  $P(H_0) + P(H_1) = 1$ , on peut reformuler la fonction du coût en fonction de  $P_1$  selon:

$$R = C_{00}(1 - P_{fa}) + C_{10}P_{fa} + P(H_1)[(C_{11} - C_{00}) + (C_{01} - C_{11})P_{nd} - (C_{10} - C_{00})P_{fa}]$$

Si on fixe la probabilité  $P_1$  pour une valeur comprise entre 0 et 1, on retombe dans le cas bayésien pour lequel la décision est prise en prenant la rapport de vraisemblance [4]:

$$\begin{cases} \Lambda(R) < \frac{(1 - P(H_1))(C_{10} - C_{00})}{P(H_1)(C_{01} - C_{11})} & \text{Hypothèse } H_0 \\ \Lambda(R) > \frac{(1 - P(H_1))(C_{10} - C_{00})}{P(H_1)(C_{01} - C_{11})} & \text{Hypothèse } H_1 \end{cases}\quad (2.16)$$

### Test de Neyman Pearson

Ce test ne fait aucune hypothèse sur la probabilité a priori des hypothèses  $H_k$ . Les probabilités conditionnelles associées à  $P_{fa}$  et  $P_d$  sont supposées connues et le test consiste à maximiser la probabilité de détection  $P_d$  sachant que la probabilité de fausses alarmes est

fixée à un seuil. Comme nous avons  $P_d + P_{nd} = 1$ , cela est équivalent à minimiser la probabilité de non détection  $P_{nd}$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Min } P_{nd} \\ \text{sachant que } P_{fa} \leq a \end{array} \right.$$

Cela revient à tracer la limite  $P_{fa} = a$  et ensuite la tangente qui passe par le point d'intersection de la courbe (1) avec cette limite (Fig. 2.12).

### Test progressif de Wald (SPRT)

Pour le test de Wald, ou test séquentiel du rapport de vraisemblance (SPRT), l'objectif est toujours le même. Il faut décider entre deux hypothèses concernant un paramètre  $\theta$  (une moyenne ou une variance):

$$\left\{ \begin{array}{l} H_0 : \theta = \theta_0 \\ H_1 : \theta = \theta_1 \end{array} \right.$$

La différence est qu'on calcule au fur et à mesure de l'obtention des mesures, une fonction de ces dernières qui est confrontée à deux limites correspondantes au refus et à l'acceptation d'une hypothèse. Après chaque mesure, une des trois décisions suivantes est prise :

$$\left\{ \begin{array}{l} 1. \text{ accepter } H_0 \\ 2. \text{ accepter } H_1 \\ 3. \text{ n'accepter ni } H_0 \text{ ni } H_1 \end{array} \right.$$

L'acceptation de l'une des deux premières hypothèses ou la non prise de décision s'effectuent grâce au test du rapport de vraisemblance. En fixant la valeur  $\alpha$  des risques d'erreurs et  $\beta$  pour le rejet des l'hypothèses  $H_0$  et  $H_1$  quand elles sont vraies:

$\Lambda(z) = \frac{p(z/H_1)}{p(z/H_0)} < \frac{\beta}{1-\alpha}$	on accepte $H_0$
$\Lambda(z) = \frac{p(z/H_1)}{p(z/H_0)} > \frac{1-\beta}{\alpha}$	on accepte $H_1$
$\frac{\beta}{1-\alpha} < \Lambda(z) < \frac{1-\beta}{\alpha}$	on décide rien, on poursuit le calcul

#### 2.6.2.2 Diagnostic en ligne

##### Test de Page (Cusum)

Le point de départ de la théorie des tests d'hypothèses statistiques repose sur le fait que toutes les observations  $Y(1), Y(2) \dots Y(n)$  sont issues de l'une des distributions  $P_1, P_2 \dots P_k$ , ou le fait d'avoir des observations équidistribuées. Supposons maintenant que les observations  $P_1, P_2 \dots P_{k-1}$  sont issues de la distribution  $P(H_0)$  et que les observations  $Y(k), Y(k+1)$  sont

issues de la distribution  $P(H_1)$ . On appelle instant de rupture  $t_d$  l'instant à partir duquel la distribution de  $Y(i)$  soit  $P(H_1)$ .

Une solution optimale à ce problème est constituée par l'algorithme de la somme Cumulée (Cusum) proposé par Page ([62],[2]). Celui ci est fondé sur la comparaison à chaque instant de la différence entre la valeur du rapport de vraisemblance et sa valeur minimale courante avec un seuil  $h$  donné:

$$\begin{cases} Z(n,1) - \min_{0 \leq k < n} Z(k,1) = \max_{1 \leq k \leq n} Z(n,k) \\ Z(n,k) = \sum_{i=k}^n \ln \frac{f_1(Y(i))}{f_0(Y(i))} \end{cases}$$

tel que  $f_0(Y(i))$  et  $f_1(Y(i))$  représente la densité de probabilité de l'occurrence de  $Y(i)$  sous  $H_0$  et  $H_1$  respectivement.

L'intérêt de ce test est l'estimation qu'il peut apporter de l'instant de rupture dans un signal:

$$\begin{aligned} t_d &= \inf \left\{ n \geq 1 : \max_{1 \leq k \leq n} Z(n,k) \geq h \right\} \\ t_d &= \inf \{ n \geq 1 : g(n) \geq h \} \\ g(0) &= 0 \end{aligned} \tag{2.17}$$

avec  $g(n) = \max(0, g(n-1) + \ln \frac{f_1(Y(i))}{f_0(Y(i))})$ . Cet algorithme est basé sur le fait que l'élément  $\ln \frac{f_1(Y(i))}{f_0(Y(i))}$  de la somme cumulée  $Z(n,1)$  change de signe en moyenne après la rupture.

Supposant que le signal de sortie suit une loi gaussienne, sa densité de probabilité sous l'hypothèse  $H_0$  et  $H_1$  s'écrit sous la forme suivante:

$$\begin{cases} f(z/H_0) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(z-\theta_0)^2}{2\sigma^2}\right) \\ f(z/H_1) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(z-\theta_1)^2}{2\sigma^2}\right) \end{cases}$$

tel que  $\theta_0, \theta_1$  représentent ses valeurs moyennes sous l'hypothèse  $H_0$  et  $H_1$  respectivement et  $\sigma$  son écart type.

en calculant le rapport  $\ln \frac{f(z/H_1)}{f(z/H_0)}$  on trouve:

$$\begin{cases} g_0 = 0 \\ g(n) = \sup(0, (g(n-1) + y(n) - \theta_0 - \frac{\nu}{2})) \\ t_d = \min\{n \geq 1 : g(n) \geq \gamma\} \end{cases} \tag{2.18}$$

avec  $\gamma = \frac{h\sigma^2}{\theta_1 - \theta_0}$  et  $\nu = \theta_1 - \theta_0$ . avec  $\gamma = \frac{h\sigma^2}{\theta_1 - \theta_0}$  et  $\nu = \theta_1 - \theta_0$ . Comme le signe de  $\nu$  est inconnu a priori, il est recommandable d'utiliser l'algorithme dit récto-verso de Cusum:

$$\left\{ \begin{array}{l} g_0 = 0 \\ g_k^+ = \sup(0, (g_{k-1}^+ + y(t_k) - \theta_0 - \frac{\nu}{2})) \\ g_k^- = \sup(0, (g_{k-1}^- - y(t_k) + \theta_0 - \frac{\nu}{2})) \\ t_d = \min\{k : (g_k^+ \geq \gamma) \cup (g_k^- \geq \gamma)\} \end{array} \right. \quad (2.19)$$

tel que  $y(t_k)$  est le résidu à l'instant  $t_k$ ,  $\gamma$  est le seuil à ne pas dépasser, qu'on fixe par apprentissage et  $g_k^+$ ,  $g_k^-$  représentent les deux sommes cumulées à l'instant  $t_k$ .

Exemple:

Supposons que sous l'hypothèse  $H_0$ , le signal à surveiller d'un tel système (son résidu) prend les valeurs suivantes (Fig. 2.13):

$$S = [1, -2.5, 1.5, 0.2, 2.1, 0.5, -0.2, -2.1, -0.5].$$

FIG. 2.13 – Allure du signal de sortie

Pour pouvoir décider l'état du système, la méthode de décision appliquée est celle de Cusum:

- bruit gaussien,
- la valeur moyenne  $\theta_0 = 0$ ,

- le saut de moyenne recherché est d'ordre 0.3,
- le seuil à ne pas dépasser est égale à 3 fois l'écart type du signal.

Les deux sommes de Cusum ne dépassent en aucun instant le seuil fixé (Fig. 2.14). Ce qui permet de conclure que le système est en bon état de fonctionnement.

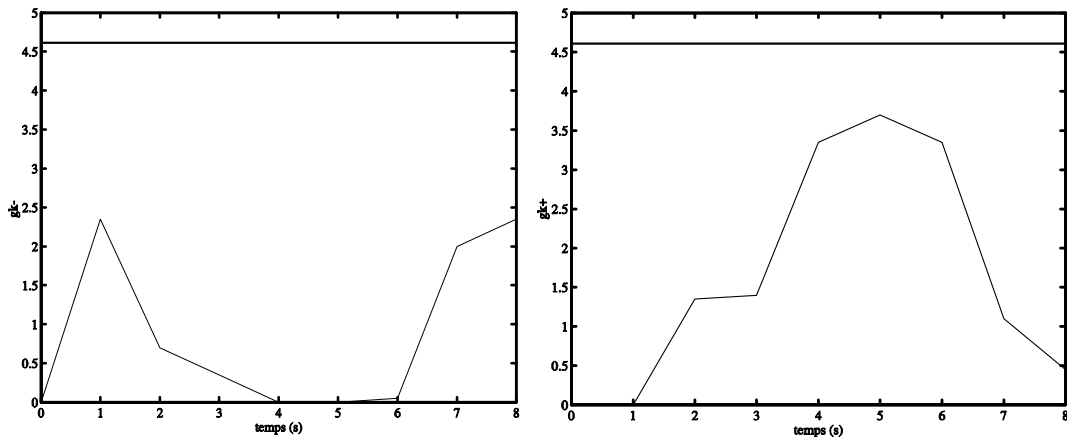


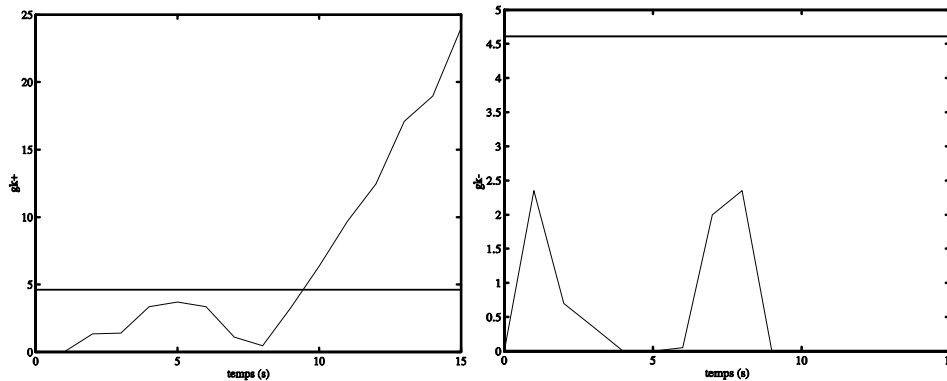
FIG. 2.14 – Allure des deux sommes de Cusum

Supposant qu'à  $t = 11s$ , une inconsistance apparaît dans le système. La suite des valeurs du signal de sortie reçue est la suivante (Fig. 2.15):

$$S=[1,-2.5,1.5,0.2,2.1,0.5,-0.2,-2.1, -0.5,3,3.2,3.5,2.9,4.8,2,5.2].$$

FIG. 2.15 – Allure du signal de sortie avec l'existence d'une inconsistance

Sur la Fig. 2.16, la somme  $g_k^+$  réagit avec cette inconsistance en dépassant le seuil à  $t_d = 12s$ . Le fait que c'est uniquement la somme  $g_k^+$  qui réagit avec cette panne revient aux valeurs prises par le signal de sortie qui sont positives.

FIG. 2.16 – Allure de la réponse de Cusum ( $g_k^+$ ,  $g_k^-$ )

### Test de rapport de vraisemblance généralisé

Dans les sections précédentes, nous avons vu que les tests optimaux existaient dans certaines situations très spécifiques. Il est impossible de définir un seul test optimal dans n'importe quelle situation (hypothèses simples ou composées,...). Il existe un test, appelé *test de rapport de vraisemblance*, qui est sous conditions très larges est confondu avec les autres tests optimaux. L'idée de cet algorithme est la suivante:

Sachant que le rapport de vraisemblance pour des observations de  $j$  jusqu'à  $k$  est donné par la relation:

$$S_j^k(z) = \sum_{i=j}^k \ln \frac{p_{\theta_1}(y_i)}{p_{\theta_0}(y_i)} \quad (2.20)$$

Si on considère que les hypothèses sont composées, le calcul du rapport de vraisemblance est impossible car on ne connaît pas les densités de probabilités de  $P_j(j = 0,1)$ . Pour surmonter cette difficulté, il nous faut estimer les paramètres inconnus  $\theta_0$ ,  $\theta_1$ . Pour trouver ces estimations, il suffit d'appliquer la méthode du maximum de vraisemblance et après utiliser ces estimations pour le calcul du rapport de vraisemblance généralisé [35]:

$$g_k = \max_{1 \leq j \leq k} \ln \hat{\Lambda}_j^k = \max_{1 \leq j \leq k} \sup_{\theta_1} S_j^k(\theta_1) \quad (2.21)$$

## 2.7 Problématique de la localisation de défaillances

Après la détection de l'existence d'une panne dans le système, il va falloir remonter à l'origine de cette faute détectée. Il s'agit de la **localisation** du composant défectueux dans le processus. C'est l'étape de l'isolation.

A la différence de la détection où un seul résidu est nécessaire, la procédure de localisation nécessite un ensemble de résidus (signatures). Une signature des pannes est directement déterminée à l'aide de la structure des relations de redondance analytique, par conséquent des résidus. Les informations de sensibilités et de robustesse souhaitées pour les résidus sont classées dans une table binaire, appelée *table de signatures théoriques des pannes*. Cette dernière contient la valeur binaire "1" (resp. "0") lorsque le  $i^{\text{ème}}$  résidu est sensible à la  $j^{\text{ème}}$  panne. Une fois la table des signatures théorique construite, la procédure de détection appliquée à chaque résidu permet d'obtenir la signature réelle des résidus à chaque instant. Pour localiser la panne, il suffit de calculer la distance de Hamming  $D_j$  par exemple. Il s'agit de calculer la différence entre le vecteur binaire  $V_b$  tiré de la table de signatures théoriques et la signature réelle  $S_j$  [78], [61]:

$$D_j = |V_b - S_j| \quad (2.22)$$

Les distances entre les signatures reflètent la capacité de localisation entre différentes causes possibles. Pour permettre  $k$  erreurs au niveau de la décision ( $H_0, H_1$ ), il faut que la distance minimale entre deux signatures de pannes soit de  $2k + 1$  [13].

Dans le cas d'existence de plusieurs signatures théoriques égale à la signature réelle d'une défaillance, il n'est pas possible de localiser la défaillance, puisque plusieurs d'entre elles ont des signatures identiques: on dit de ces défaillances qu'elles sont non localisables. De même, il existe des signatures de pannes semblables à celles où le système est en bon état de fonctionnement: il s'agit des pannes non détectables. Pour remédier à ce genre de problème, c-à-d pour que les défaillances appartenant à l'ensemble  $K$  soient détectables et localisables, il est nécessaire de construire un ensemble de relations de redondance possédant  $|K| + 1$  signatures booléennes théoriques différentes.

## 2.8 Conclusions

Ce chapitre a permis de fixer le cadre de notre travail. C'est ainsi que nous avons exposé en premier lieu les méthodes de détection et de localisation de défaillances. Un état de l'art des méthodes statistiques de décision a été donné dans le but de pouvoir situer notre travail.

Cette étude a montré que la réalisation des méthodes statistiques de décision dans les systèmes industriels rencontre plusieurs obstacles. Le premier obstacle se situe au niveau du test Bayésien. Il faut aussi connaître a priori les lois de probabilité des hypothèses  $H_i$  et les lois conditionnelles de densité de probabilité des observations. Le deuxième obstacle est la difficulté d'évaluer les coûts directs d'une décision. En général, la réalisation de ces algorithmes se base principalement sur les cinq opérations suivantes [76]:

- Définition de l'hypothèse  $H_0$  à contrôler, dite hypothèse nulle (l'hypothèse alternative  $H_1$  est définie comme la négation de  $H_0$ );
- Choix d'une fonction discriminante  $z$  (variable test), fonction des résultats expérimentaux dont la distribution de probabilité sous l'hypothèse  $H_0$ ;  $P(z/H_0)$  est connue (analytiquement ou par estimation);
- Choix d'un seuil de confiance et de la taille de l'échantillon  $N$ ;
- Définition de la région de rejet (ou région critique) de l'hypothèse  $H_0$ ;
- Evaluation de la fonction discriminante sur la base des échantillons.

En général, on considère que la valeur moyenne des résidus dans la cas d'un bon fonctionnement est proche de zéro (le plus proche possible du fonctionnement théorique). Or, dans le cas contraire, lorsqu'une anomalie est présente dans le système, la valeur moyenne s'écarte remarquablement de zéro. Cette approche ne donne pas toujours de bons résultats à cause des bruits de mesures et du problème lié au calcul de la dérivée.

Les méthodes d'IA dont les méthodes à base d'intervalles font partie, assurent un bon diagnostic à condition de se baser sur de bons modèles et des mesures fiables et ceci grâce à la théorie du diagnostic à base de modèles. Le problème du calcul de la dérivée est plus difficile à résoudre, car il est directement lié à la procédure d'échantillonnage des appareils de mesure. Le théorème de Shannon assure que la reconstruction correcte d'un signal nécessite une fréquence d'échantillonnage au moins deux fois supérieure à la plus rapide des composantes de Fourier du signal. Or, ceci est irréaliste, surtout dans le cadre du diagnostic [?]. Afin de résoudre ce problème la logique floue a été proposée pour réduire la largeur des intervalles [5]. Bien que permettant la détection d'un plus grand nombre de pannes, cette proposition apporte uniquement des solutions partielles.

Sachant que ce n'est pas toujours facile de travailler à base d'intervalles, l'idée de travailler à base des suites de bandes temporelles (noté, SBTs) leur revient. Ces dernières permettent l'application d'une méthode à base des SBTs. Cette approche a pour objectif l'intégration formelle des résidus au lieu du calcul de la dérivée. Ceci est réalisable à condition d'avoir des résidus sous une forme canonique bien déterminée ( $f + g' + h'' + \dots = 0$ ). Cette méthode a été validée sur les systèmes électroniques, et a pour objectif de vérifier la cohérence des résidus sans passer par le calcul de la dérivée en prenant en considération les erreurs relatives et absolues des appareils de mesures. Notre travail sera de pouvoir valider cette méthode sur des processus industriels caractérisés par le couplage de plusieurs énergies (thermique, hydraulique, mécanique, ...etc). Les performances du système de diagnostic appliquées à un générateur de vapeur seront comparées avec les procédés de décision des méthodes statistiques (On a choisi la méthode de Cusum comme méthode de référence).



## Chapitre 3

# Méthodes ensemblistes. Analyses par intervalles

### 3.1 Introduction

Les méthodes de génération des résidus présentées dans le chapitre précédent, donnent des résidus sous forme de signaux qui, en régime de fonctionnement normal, sont statistiquement nuls et s'écartent de zéro en présence de défauts. Il est bon de rappeler que la mise en oeuvre des méthodes statistiques de décision exige un certain nombre de connaissances (type de bruit, coût de fausses alarmes, ...) qui ne sont pas toujours présentes dans les systèmes réels. D'autre part, l'évaluation numérique des dérivées introduit des problèmes de fausses alarmes.

Dans ce chapitre, nous allons présenter une méthode à base des **Suites de Bandes Temporelles (SBTs)**. Elle a pour but de générer des résidus sous une forme bien définie, d'intégrer formellement les résidus au lieu de calculer la dérivée ainsi que de prendre en considération les erreurs relatives et absolues des mesures et des paramètres des modèles.

Après un état de l'art sur les méthodes ensemblistes, le principe de la méthode à base des SBTs est exposé à l'aide d'un exemple pédagogique. Cette méthode est bien développée dans le domaine mécanique et électronique. Dans le présent travail, les applications seront étendues aux systèmes complets présents en génie des procédés.

### 3.2 Principe des méthodes ensemblistes pour le diagnostic

Les approches ensemblistes concernent essentiellement l'étude de méthodes permettant de manipuler directement des sous ensembles de  $R^n$ . L'ensemble résultat d'une opération est l'ensemble de toutes les valeurs possibles que peut prendre ce résultat.

Les ensembles sont le plus souvent caractérisés par leurs bornes: que ce soit des ellipsoïdes, des pavés (produit cartésien de  $n$  intervalles), des parallélotopes, des polytopes ou

des domaines plus complexes. Selon la complexité des représentations utilisées, un ensemble quelconque de valeurs peut être décrit de façon exacte, ou encadré par un sur-ensemble et un sous-ensemble de structure plus simple.

Les outils ensemblistes ont tout d'abord été développés pour l'arithmétique et l'informatique dans le cadre de l'arithmétique des intervalles, tandis que la communauté automatique produisait de nombreux résultats permettant de déduire des ensembles de valeurs de paramètres possibles dans le contexte de l'estimation paramétrique. Ces techniques ont fait l'objet d'améliorations continues ces dix dernières années, et certaines approches, comme la propagation de contraintes sur les intervalles, permettent de traiter des problèmes de grandes dimensions.

Les opérations que l'on peut effectuer sur les ensembles sont de deux types [42]:

**Opérations étendues:** Il s'agit des opérations déjà définies pour les éléments des ensembles considérés et dont la définition est étendue aux ensembles (addition, produit, produit scalaire, ...).

**Opérations ensemblistes pures:** on cite par exemple l'union, l'intersection, produit cartésien, ...etc. Ces opérations ont peu de sens s'il s'agit des éléments des ensembles.

Le problème majeur de l'utilisation des ensembles est le **Problème de la multi-occurrences des variables** [42]. Ainsi, une expression ensembliste de type:

$$Z = X - X \quad (3.1)$$

Peut s'interpréter de la façon suivante:

$$Z = \{x - x, x \in X\} \quad (3.2)$$

Du coup  $Z$  se réduit à un singleton qui contient pour seul élément le vecteur nul. Cette écriture est fautive car dans l'expression ensembliste, des variables sont associées à ces ensembles. Le problème disparaît si les ensembles sont manipulées sans être nommé par l'intermédiaire d'une variable.

Exemple: Il est naturel d'écrire  $Z = [3,6] - [3,6] \Leftrightarrow Z = [-3,3]$  car l'intervalle  $[3,6]$  n'a pas été nommé par une variable  $X$ . L'équation 3.1 est comprise ainsi:

$$Z = \{f(x,y), x \in X, y \in X\} \text{ avec } f(x,y) = x - y \quad (3.3)$$

L'écriture d'une expression ensembliste ne prend pas en considération les relations de dépendance qui peuvent exister entre les variables représentées par les ensembles. Ce problème est connu sous le nom du problème de dépendance et a été étudié dans le temps [55].

Or, les progrès combinés de l'algorithmique et de la vitesse de calcul des ordinateurs permettent d'envisager un certain nombre d'applications des approches ensemblistes, et en particulier en automatique, dans les domaines suivants :

- l'analyse de stabilité
- l'estimation
- la synthèse de loi de commande
- la validation des systèmes de commande
- la sûreté de fonctionnement
- le diagnostic
- les systèmes dynamiques hybrides

Les méthodes ensemblistes permettent d'élaborer des preuves formelles de propriétés, à partir d'une évaluation algorithmique d'un résultat. Elles permettent d'établir un lien entre les méthodes numériques, limitées quant à leur garantie de résultat, et les méthodes analytiques, limitées quant à la complexité des systèmes qu'elles peuvent considérer [46].

Nous sommes intéressés par le diagnostic. Ce dernier peut être déduit à partir des contradictions entre le comportement prédit et réel. Il s'agit d'un diagnostic basé sur la cohérence. Le diagnostic correspond à une déduction logique: toute contradiction permet de montrer que l'hypothèse réalisée sur l'état de bon fonctionnement du système est fautive. Cette méthode repose essentiellement sur la connaissance des modèles de bon fonctionnement des composants. La formalisation de cette technique basée sur la déduction des diagnostics à partir **des ensembles de conflits** a été proposée par Reiter en 1989 [71]. L'intégration des modèles de fautes [84], [26],[24], permet de limiter le nombre de diagnostic, mais ne permet pas de réduire la taille des diagnostics minimaux (mieux localiser la panne). Le système de diagnostic le plus connu reposant sur cette méthode est le **General Diagnosis Engine (GDE)** [25].

### 3.2.1 Comparaison entre les approches ensemblistes et les approches probabilistes

Dans les approches probabilistes, une variable réelle ou vectorielle  $x \in R^n$ , est représentée par **une densité de probabilité (une loi)**, c'est à dire, par une fonction  $f : R^n \rightarrow R^+$  telle que  $\int_{R^n} f(x)dx = 1$ . Cette représentation nous donne à la fois un ensemble, appelé support,  $X = \{x \in R^n, \text{telque } f(x) \neq 0\}$  qui contient à coup sûr la variable incertaine  $x$ , mais il nous donne aussi une information sur la manière dont est distribuée cette variable aléatoire sur ce support.

Dans une approche ensembliste cette variable est représentée uniquement par un ensemble  $X$ , appelé **ensemble de vraisemblance ou domaine**, supposé contenir  $x$  [42].

La représentation ensembliste est donc beaucoup plus pauvre que celle probabiliste, mais elle permet une manipulation beaucoup plus aisée des variables aléatoires. De plus elle de-

mande moins d'informations statistiques sur ces variables et permet ainsi de traiter une classe beaucoup plus importante des problèmes [42].

Exemple:

Considérons trois variables aléatoires  $x$ ,  $y$  et  $z$  reliées par la contrainte  $z = x + y$ . L'objectif est de déduire les propriétés statistiques de  $z$  à partir de  $x$  et  $y$ .

Pour l'approche probabiliste: On suppose que  $x$  et  $y$  ont des densités de probabilité uniformes:

$$\begin{cases} f(x) = 1/3 \text{ pour } x \in [0,7] \\ f(y) = 1/9 \text{ pour } x \in [1,3] \end{cases}$$

Pour calculer la densité de probabilité de  $z$ , nous avons besoin d'une information sur le comportement conjoint de  $x$  et  $y$ . Si, on se place dans la condition où  $x$  et  $y$  sont indépendantes, la densité du couple est uniforme avec  $f(x,y) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)f(z-x)dx = \int_{-\infty}^{+\infty} f(y)f(z-y)dy = 1/27$  sur  $[0,7] \times [1,3]$ . Autrement ce calcul est très difficile.

Or, pour l'approche ensembliste, si on prend l'intervalle  $[x] = [0,7]$  pour  $x$  et  $[y] = [1,3]$ , il est évident que  $z$  est dans l'intervalle  $[0,7] + [1,3] = [1,10]$  (arithmétique des intervalles [54]).

Il est clair que sur cet exemple, la technique ensembliste utilise des calculs plus simple et demande moins d'informations et d'hypothèses que la méthode probabiliste.

- Les manipulations non linéaires sont plus simples avec les approches ensemblistes qu'avec les approches probabilistes. Reprenons les mêmes variables que le précédent exemple avec cette fois ci la contrainte  $z = x^2y$ . Le calcul de la densité de probabilité  $f(z)$  est très difficile, alors qu'avec l'approche ensembliste, on obtient immédiatement pour la variable  $z$ , l'intervalle  $[Z] = [0,7]^2.[1,3] = [0,49].[1,3] = [0,147]$ .
- L'approche probabiliste réclame des connaissances sur les lois conjointes, qui sont souvent difficiles à obtenir en pratique. Dans le cas du précédent exemple, nous avons supposé que les variables  $x$  et  $y$  sont indépendantes. Autrement, on ne peut pas obtenir une représentation probabiliste de  $z$ .
- Souvent l'erreur de mesure sur une donnée expérimentale est donnée en terme de tolérance par l'appareil de mesures et non en terme de densité de probabilité. Dans ce cas l'approche ensembliste est une approche naturelle pour le traitement des mesures données par les capteurs. Or, quand il s'agit des problèmes linéaires gaussiens, les calculs probabilistes sont très efficaces.
- L'incertitude due aux erreurs numériques peut être incorporée lors du calcul des domaines, ce qui est difficile pour l'approche probabiliste. Si par exemple  $x \in X$ ,  $y \in Y$ , et  $z = x + y$ , le domaine  $Z$  de  $z$  est:

$$Z = X + Y + \mathbf{E}$$

où  $\mathbf{E}$  est l'ensemble représentant l'erreur commise en calculant  $Z$ .

### 3.3 Méthodes d'analyse par intervalles

#### 3.3.1 Idée du calcul par intervalles

Dans le but de comprendre le principe de l'approche par intervalle, considérons deux variables  $x$  et  $y$  reliées par les trois contraintes suivantes [49]:

$$C_1 : x.y = 1$$

$$C_2 : x + y = 1$$

$$C_3 : y = x^2$$

Les domaines d'appartenance de  $x$  et  $y$  sont respectivement  $D_x = D_y = ] - \infty, + \infty[$ . D'après la contrainte  $C_3$ , il est clair que la variable  $y$  est positive, son domaine d'appartenance devient  $D_y = [0, + \infty[$ . Du fait de la contrainte  $C_1$ ,  $x$  est aussi positive ( $D_x = [0, + \infty[$ ). En prenant en compte la contrainte  $C_2$ , les domaines d'appartenance de  $x$  et  $y$  sont restreint à  $D_x = D_y = [0,1]$ . Or, une simple vérification dans la contrainte  $C_1$ , réduit de plus les deux domaines à  $[1,1]$ . Une autre application de  $C_2$  donne des domaines vides. Ce qui montre que le problème ne possède pas de solution.

Un raisonnement par intervalle et par propagation de contrainte, peut être proposé dans ce cas. Pour notre exemple le calcul par intervalle effectué est le suivant:

$$C_3 : D_y = D_y \cap ] - \infty, + \infty[^2 = [0, + \infty[$$

$$C_1 : D_x = D_x \cap [0, + \infty[ = [0, + \infty[$$

$$C_2 : D_x = D_x \cap (1 - [0, + \infty)) = [0,1]$$

$$D_y = D_x \cap (1 - [0,1]) = [0,1]$$

$$C_1 : D_x = D_x \cap [0,1]^{-1} = [1,1]$$

$$D_y = D_y \cap [0,1]^{-1} = [1,1]$$

$$C_2 : D_x = D_1 \cap (1 - [1,1]) = \phi$$

$$D_y = D_y \cap (1 - [1,1]) = \phi$$

Cette technique s'appelle *la propagation de contraintes*. Les contraintes présentées dans cet exemple s'appellent *primitives* car elles ne peuvent pas être décomposées. Pour des

contraintes plus complexes une décomposition est recommandée. La présentation d'information peut se faire en quantité sous la forme d'un ensemble (souvent intervalle), vu que cette présentation permet de prendre en compte et de quantifier son incertitude.

Citons deux problèmes ensemblistes classiques en automatique:

- en estimation à erreurs bornées, le plus important est l'ensemble des paramètres compatibles avec les mesures prélevées sur le système. Sachant que le résultat d'une estimation est généralement suivi d'une décision que l'on souhaite robuste, il est important d'avoir toutes les valeurs possibles des paramètres et non pas seulement un jeu de paramètres compatibles avec nos mesures [?].
- en commande robuste, l'utilisateur cherche une commande qui stabilise à coup sûr l'ensemble de tous les systèmes possibles. D'autres exemples peuvent être trouvés dans [46].

Plusieurs résultats ont été obtenus dans le cas de problèmes qui comportent un faible nombre de variables: le traitement des systèmes à événements discrets [44] et le traitement de problème d'identification et d'identifiabilité en électrochimie [9] par exemple.

### 3.3.2 Estimation d'état

Considérons le problème de l'estimation de l'état d'un système non linéaire décrit par ses équations d'état:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \mathbf{f}(x(t)) \\ y(t) = \mathbf{g}(x(t)) \end{cases} \quad (3.4)$$

où

$t$  est le temps, supposé dans l'intervalle  $[\underline{t}, \bar{t}] \subset R$ . Sachant que l'analyse par intervalles identifie les intervalles avec un ensemble de nombres réels:

$$[x] = [\underline{x}, \bar{x}] = \{x \in R \text{ tel que } \underline{x} \leq x \leq \bar{x}\} \quad (3.5)$$

$x(t) \in R^n$  est le vecteur d'état à l'instant  $t$ ,

et  $y(t) \in R^n$  est le vecteur d'état à l'instant  $t$ .

Ce problème a été déjà étudié dans le cas où les fonctions  $\mathbf{f}$  et  $\mathbf{g}$  sont linéaires [74], [15], ou lorsque le temps  $t$  est discret [14], [45] ou encore dans un contexte probabiliste. Dans un contexte à erreurs bornées et pour le cas des systèmes non linéaires à temps continu, l'estimation d'état a été traitée dans [43]. Repris par la suite dans [41], où on trouve une bonne

illustration de l'utilisation de l'analyse par intervalles [54] et des méthodes de propagation de contraintes [22], [73] pour l'estimation d'état de systèmes non linéaires à temps continu décrits par des équations différentielles ordinaires.

Il s'agit de supposer que la fonction  $\mathbf{f}$  (équation. 3.4) est différentiable et que pour tout  $t$ , des domaines  $[x_i](t)$  et  $[y_i](t)$  contenant les variables  $x_i(t)$  et  $y_i(t)$  sont disponibles a priori. Ces domaines peuvent être arbitrairement grands, par exemple  $[x_i](t) = ]-\infty, +\infty[$  si aucune information n'est disponible sur  $x_i(t)$ . Ils peuvent aussi être arbitrairement petits. Ainsi si une mesure  $y_{jm}(t_0)$  de la variable de sortie  $y_j(t_0)$  a été recueillie à l'instant  $t = t_0$  et si une borne supérieure  $\bar{e}$  sur la valeur absolue de l'erreur  $y_{jm}(t_0) - y_j(t_0)$  est connue, alors, le domaine pour  $y_j(t_0)$  sera:

$$[y_j](t_0) = [y_{jm}(t_0) - \bar{e}, y_{jm}(t_0) + \bar{e}] \quad (3.6)$$

Pour plus de détails sur l'algorithme permettant de faire l'estimation d'état du système (équation. 3.4) consulter [43]. Cet algorithme est basé sur les techniques de calcul sur les intervalles et sur le théorème de **Picard**.

#### Rappel:

Un intervalle  $[x] = [\underline{x}, \bar{x}]$  est un ensemble fermé et connexes de  $R$ . Les opérations sur les nombres réels peuvent être étendues aux intervalles [54]. En effet tout opérateur binaire  $\circ$  tel que  $+$ ,  $-$ ,  $*$ ,  $/$  et toute fonction élémentaire  $f$  tel que *exp*, *sin*, *racine carr*, ...etc, sur les nombres réels se généralisent aux intervalles de la façon suivante:

$$\begin{aligned} [x] \circ [y] &= [\inf_{x \in [x], y \in [y]} x \circ y, \sup_{x \in [x], y \in [y]} x \circ y] \\ f([x]) &= [\inf_{x \in [x]} f(x), \sup_{x \in [x]} f(x)] \end{aligned} \quad (3.7)$$

Exemple:

$$\begin{aligned} [x] + [y] &= [\underline{x} + \underline{y}, \bar{x} + \bar{y}] \\ [x] * [y] &= [\min(\underline{x}\underline{y}, \underline{x}\bar{y}, \bar{x}\underline{y}, \bar{x}\bar{y}), \max(\underline{x}\underline{y}, \underline{x}\bar{y}, \bar{x}\underline{y}, \bar{x}\bar{y})] \\ \exp([x]) &= [\exp(\underline{x}), \exp(\bar{x})] \\ \sqrt{|x|} &= [\sqrt{\max(\underline{x}, 0)}, \sqrt{\bar{x}}] \text{ si } \bar{x} \geq 0 \text{ et } \emptyset \text{ si } \bar{x} < 0 \end{aligned}$$

Un **pavé**  $[X]$  de  $R^n$  est le produit cartésien de  $n$  intervalles. Il peut s'écrire sous la forme suivante:

$$[X] = [\underline{x}_1, \bar{x}_1] \times [\underline{x}_2, \bar{x}_2] \times \dots \times [\underline{x}_n, \bar{x}_n] = [\underline{X}, \bar{X}], \text{ où } \underline{X} = (\underline{x}_1, \dots, \underline{x}_n)^T \text{ et } \bar{X} = (\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_n)^T.$$

L'ensemble de tous les pavés de  $R^n$  sera noté  $\mathbf{R}^n$ .

Soit  $f : R^n \rightarrow R^p$  une fonction vectorielle. La fonction ensembliste  $[f] : \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}^p$  est une fonction d'inclusion de  $f$  si

$$f([x]) \subset [f]([x]) \quad (3.8)$$

pour tout  $[x] \in \mathbf{R}^n$ . Une fonction d'inclusion est convergente si, pour toute suite de pavés  $[x]$  de  $\mathbf{R}^n$ , on a

$$w([x]) \rightarrow 0 \implies w([f]([x])) \rightarrow 0 \quad (3.9)$$

Il existe plusieurs méthodes pour obtenir des fonctions d'inclusion convergentes [55]. La plus simple d'entre elles consiste à remplacer toutes les variables par des intervalles et tous les opérateurs et les fonctions élémentaires définissant la fonction par les opérateurs et les fonctions intervalles associés. Comme exemple, on prend la fonction suivante:

$$f(x_1, x_2, x_3) = (3x_2 + x_1) \cdot \exp\left(\frac{x_1 + 3x_3}{x_2}\right)$$

Une fonction d'inclusion  $[f]$  de  $f$  est donnée par:

$$[f]([x_1], [x_2], [x_3]) = (3[x_2] + [x_1]) \cdot \exp\left(\frac{[x_1] + 3[x_3]}{[x_2]}\right)$$

où toutes les opérations utilisées sont celles de l'arithmétique des intervalles.

Soient  $[x]$  et  $[y]$  deux pavés de  $R^n$ .  $[x] \sqcup [y]$  représente le plus petit pavé contenant l'union  $[x] \cup [y]$  des deux pavés. **Gonfler** un pavé, revient à le remplacer par le pavé:

$$\text{gonfle}([x], \varepsilon) \triangleq [\underline{x}_1 - \varepsilon, \overline{x}_1 + \varepsilon] \times \dots \times [\underline{x}_n - \varepsilon, \overline{x}_n + \varepsilon] \quad (3.10)$$

avec:  $\varepsilon \geq 0$

L'utilisation de l'analyse par intervalles pour le traitement des équations différentielles a été proposée par [54]. Elle permet de développer des méthodes numériques capables de fournir des ensembles contenant les solutions exactes des équations différentielles aux instants d'échantillonnage  $t_0, t_1, \dots$  lorsqu'un pavé  $[x](0)$  contenant l'état initial  $x(t_0)$  est donné. Cette méthode est basée sur le théorème de **Picard** [45]:

Soient  $t_1$  et  $t_2$  deux nombres réels. Supposons que  $x(t_1)$  appartienne au pavé  $[x](t_1)$ . Soit  $[w]$  un pavé de  $\mathbf{R}^n$ . Ce pavé ne sera pas choisi trop gros dans le but de contenir la trajectoire  $x(\tau)$  pour tout  $\tau \in [0, t_2 - t_1]$ .

Si  $[x](t_1) + [0, t_2 - t_1] * [\mathbf{f}]([w]) \subset [w]$ , où  $[\mathbf{f}](.)$  est une fonction d'inclusion pour  $\mathbf{f}$  et où  $[0, t_2 - t_1]$  est le plus petit intervalle contenant 0 et  $t_2 - t_1$ , alors pour tout  $\tau \in [0, t_2 - t_1]$ , on a :

$$x(\tau) \in [x](t_1) + [0, t_2 - t_1] * [f]([w]) \quad (3.11)$$



De plus

$$x(t_2) \in [x](t_1) + (t_2 - t_1) * [f]([w]) \quad (3.12)$$

A partir de ce théorème et bien sûr les techniques de calcul sur les intervalles, Il est possible de construire un algorithme capable de calculer un pavé  $[x](t_2)$  contenant  $x(t_2)$  à partir d'un pavé  $[x](t_1)$  dont on sait qu'il contient  $x(t_1)$  [45]. De plus les techniques de propagation permettent de contracter les domaines pour les variables en supprimant des parties des domaines qui sont incompatibles avec l'équation 3.4 et les domaines qui sont incompatibles pour les autres variables [30]. Ceci rend possible l'estimation d'état des systèmes non linéaires décrits par des équations différentielles. Dans l'article de [45], on trouve une bonne illustration de ces techniques à l'aide d'un exemple académique. Il reste à voir si cette technique est très performante pour des systèmes plus complexes.

### 3.3.3 Application des enveloppes à la détection de défauts

Une des applications des modèles par intervalles et de la génération d'enveloppes est la détection de défaut [89]. Les enveloppes constituant des seuils de détection adaptatifs. Parmi les techniques développées ces dernière années pour la détection de défauts, nous allons présentés celle proposée par [72]. Son principe consiste à faire la comparaison entre le comportement de système réel  $y(t)$  et celui de référence  $y_r(t)$ . La faute est détectée dans le cas où une différence entre les deux comportements existerait [71], [1]:

$$\begin{aligned} y(t) &\neq y_r(t) \\ y(t) - y_r(t) &\neq 0 \\ |y(t) - y_r(t)| &> 0 \end{aligned} \quad (3.13)$$

où  $y(t)$  est la valeur du signal de sortie et  $y_r(t)$  celle de référence à l'instant  $t$ .

Avec cette méthode, le problème de *non détection* n'est pas résolu, car il se peut qu'à des instants bien déterminés à cause de bruits de mesures ou/et d'imprécisions des appareils, les deux signaux de sortie donnent la même chose. De même, les résultats de la détection de défauts dépendent fortement du modèle de référence utilisé. Un modèle numérique classique a paramètres réels est précis mais inexact. Le problème est alors de décider si les comportements réels et issus du modèle sont cohérents même s'ils ne sont pas identiques. Ceci peut provoquer des détections erronées (*fausses alarmes*).

Les procédures classiques de décision prennent en compte l'imprécision des appareils au moment de la comparaison. La faute est détectée si la différence entre le signal de sortie et celui de référence, est supérieur à un certain seuil  $h$  :

$$|y(t) - y_r(t)| > h \quad (3.14)$$

La difficulté dans ce cas se transforme dans la fixation de la valeur du seuil  $h$ . Si ce dernier est petit, le problème de fausses alarmes apparaît toujours et s'il est grand, c'est au tour du problème de non détection des pannes d'exister. Pour remédier à ce problème, il s'agit de considérer les incertitudes dans la modélisation. Ce qui revient à mettre le signal de référence  $Y_r(t)$  sous forme d'une enveloppe:

$$Y_r(t) = [\min(y_r(t)), \max(y_r(t))] \quad (3.15)$$

Ainsi, la signalisation de l'existence d'une panne se fait dans le cas où le signal de sortie dépasserait la limite de l'enveloppe.

$$y(t) \notin Y_r(t) \quad (3.16)$$

Sachant que la vraie valeur de  $y(t)$  n'est pas disponible. Elle est souvent mesurée par  $y_m(t)$ . Cette mesure a une inexactitude due aux incertitudes associées au procédé de mesure et généralement:

$$y(t) \neq Y_m(t) \quad (3.17)$$

Ce qui peut provoquer des fausses alarmes. Pour éviter ce problème, il suffit d'introduire dans le modèle les incertitudes associées aux mesures. Or, ceci rend le modèle plus imprécis et l'imprécision du modèle est propagée au cours du temps. Une autre solution est de considérer les mesures sous forme d'intervalles:

$$y(t) \in Y_m(t) \quad (3.18)$$

La condition de détection dans ce cas devient:

$$Y_m(t) \cap Y_r(t) = \emptyset \quad (3.19)$$

Le problème de cette solution réside dans le cas où le bruit est non borné. Ceci rend possible  $y(t) \notin Y_m(t)$  à certains instants.

### 3.3.4 Enveloppes à erreur bornée

Les enveloppes dont on vient de parler dans le paragraphe précédent ont deux propriétés différentes [89]. Il s'agit **d'enveloppe interne** et **d'enveloppe externe**. En effet, la taille des enveloppes est critique. Si elle est sous-déterminée, elle ne contient pas tous les comportements possibles du système physique modélisé et provoque des fausses alarmes, ainsi on parle d'enveloppe interne. Inversement, si elle est sur-déterminée, elle inclut des zones qui ne peuvent pas être atteintes par aucun des modèles appartenant à l'ensemble du système et conduit par la suite à des non détections, on parle d'enveloppe externe.

Le cas idéal serait de produire des enveloppes **exactes**. Ceci est rarement réalisable et souvent remplacé par des enveloppes internes ou externes plus proche de l'enveloppe exacte. La technique utilisée s'appelle **Enveloppes à erreur bornée**. Il s'agit de déterminer la distance maximum en calculant simultanément une enveloppe externe et celle interne. La distance entre elles permet de savoir l'erreur maximum.

Supposons que  $Y_{r\_ext}(t)$  est une estimation externe de  $Y_r(t)$ :  $Y_{r\_ext}(t) \supseteq Y_r(t)$ . Et sachant qu'un défaut est signalé quand (équation. 3.19):  $Y_m(t) \cap Y_r(t) = \emptyset$ , il est également détecté si:

$$Y_m(t) \cap Y_{r\_ext}(t) = \emptyset \quad (3.20)$$

Or, l'utilisation de  $Y_{r\_ext}(t)$  à la place de  $Y_r(t)$  détecte moins de défauts. Car si les deux équations 3.19 et 3.20 sont vérifiées et si  $Y_{r\_ext}(t)$  est très grande,  $[-\infty, +\infty]$  par exemple, elle risque d'être inutile.

Sachant que l'arithmétique des intervalles est bien placée pour faire un calcul des estimations externes du rang d'une fonction dans un espace de paramètres grâce à sa propriété d'inclusion monotone [54], un exemple est donné dans [89], on a:

$$R_f(X) \subseteq FR(X) \quad (3.21)$$

avec  $R_f(X)$  est le rang de la fonction  $f$  et  $FR(X)$  est son extension naturelle. Ainsi, en partitionnant le domaine, on peut obtenir d'excellentes approximations:

$$R_f(X) \subseteq FR(X_1) \cup FR(X_2) \subseteq FR(X) \quad (3.22)$$

$$\text{avec: } X_1 \cup X_2 \subseteq X$$

d'où la procédure à suivre [89]:

**Tant que** "défaut non détecté"

Calculer  $Y_{r\_ext}(t)$

Si  $Y_m(t) \cap Y_{r\_ext}(t) = \emptyset$

"Défaut détecté"

Sinon: "Partitionner l'espace des paramètres"

Fin Si

Cette procédure ne s'arrête jamais du moment que le défaut n'est pas détecté. Ce problème peut être résolu par l'introduction de l'estimation interne  $Y_{r\_int}(t)$  de  $Y_r(t)$  :  $Y_{r\_int}(t) \subseteq Y_r(t)$ . On peut conclure que si  $Y_m(t) \cap Y_{r\_int}(t) = \emptyset$ , alors  $Y_m(t) \cap Y_r(t) = \emptyset$  et par conséquent aucun défaut n'existe ou s'il existe, il ne sera jamais détecté.

On conclue que l'utilisation simultanée de  $Y_{r\_int}(t)$  et  $Y_{r\_ext}(t)$  donne les mêmes résultats de détection avec moins de calcul que  $Y_r(t)$ . Ainsi comme  $Y_{r\_int}(t)$  et  $Y_{r\_ext}(t)$  forment un calcul à erreur bornée de  $Y_r(t)$ , si cette dernière est pas connue, on sait que  $Y_{r\_int}(t) \subseteq Y_r(t) \subseteq Y_{r\_ext}(t)$ .

### 3.3.5 Fenêtres temporelles glissantes

Toujours dans la détection de défauts, la comparaison entre le comportement réel tiré des mesures et celui de référence obtenu analytiquement reste un point essentiel. En effet, chaque point pour être considéré comme initial et la prédiction de la valeur d'une variable à l'instant  $t$  pour être calculée à l'instant initial  $t_0$  (c'est à dire  $Y_r(t/t_0)$ ) ou à partir de n'importe quel autre instant  $t_i$  (c'est à dire  $Y_r(t/t_i)$ ) tel que  $0 < t_i < t$ . Ainsi l'effort de calcul peut être diminué en fixant une distance maximum  $d = t - t_i$ . Si cette distance à une valeur constante, on parle de **fenêtre temporelle glissante** de longueur  $d$ .

Un détail de cette technique, suivi d'un exemple sont donnés dans [89]. Comme la complexité des calculs dépend de la distance  $d$ , elle est plus grande si  $d_1 > d_2$ , l'algorithme de détection commence par la distance la plus petite et s'arrête une fois un défaut est détecté. La longueur maximum qu'on peut utiliser dépend de la puissance de calcul disponible et de la complexité du modèle. Ainsi, les résultats de détection en utilisant plusieurs longueurs de fenêtres sont plus intéressants du moment qu'il y a moins de non détections de fautes qu'en utilisant une seule longueur de fenêtre.

Il reste, cependant, toujours une possibilité d'avoir des fausses alarmes ou bien des non détections dues aux problèmes de l'évaluation numérique de la dérivée. C'est pourquoi, nous allons nous intéresser à une approche à base toujours d'intervalles, mais cette fois ci avec d'autres techniques au niveau de l'évaluation de la dérivée. Il s'agit d'une méthode à base

de Suites de Bandes Temporelles (SBTs) [87], [85], [86]. La notion de bande temporelle est destinée à encadrer une grandeur entre deux instants  $t_i$  et  $t_s$ . Une suite de bande temporelle est un ensemble fini ordonné de bandes temporelles.

**Définition 14** "Bande temporelle": Une bande temporelle est un quadruplet  $(t_i, t_s, P_i, P_s)$ , où  $t_i$  et  $t_s$  se sont des nombres réels et  $P_i$  et  $P_s$  se sont des polynômes, tels que:

$$t_i < t_s \wedge \forall t \in [t_i, t_s[, P_i(t) \leq P_s(t) \quad (3.23)$$

**Définition 15** "Suites de bandes temporelles": Une suite de bandes temporelles est un ensemble fini ordonné de bandes temporelles  $\{B_1, \dots, B_n\}$  tel que:

$$\forall k \in [1, n-1], t_s(B_k) = t_i(B_{k+1}) \wedge B_k(t_s(B_k)) \cap B_{k+1}(t_s(B_k)) \neq \emptyset \quad (3.24)$$

avec  $t_i(B)$  est l'instant initial de la bande  $B$  et  $t_s(B)$  son instant final.

Un détail de cette méthode, avec un rappel sur les techniques de calcul sur les suites de bandes temporelles seront donnés plus loin.

### 3.3.6 Pourquoi l'approche à base des suites de bandes temporelles

L'idée des résidus à base de suites de bandes temporelles [87], [85], [86] est venue de la difficulté de l'évaluation des dérivées des entrées et des sorties qu'obligent les démarches habituelles du diagnostic. L'approche temporelle, qu'on appelle méthode SBT ou méthode à base des SBTs, consiste à avoir les résidus sous une forme canonique bien définie, ainsi que les observations doivent posséder certaines caractéristiques, afin d'éliminer les dérivées et donc d'évaluer plus sûrement les résidus.

Les résidus que l'on cherche à obtenir doivent être mis sous la forme:

$$\forall t \in w, \quad f(t) + g'(t) + h''(t) + \dots = 0 \quad (3.25)$$

où  $f, g, h \dots$  sont des fonctions de quantités mesurables et du paramètres du système à surveiller, et  $w$  est la fenêtre d'observation.

On peut illustrer l'obtention d'un tel résidu par exemple dans un circuit électronique simple (Fig 3.1)[86], où  $V_c$  et  $V_l$  sont considérées mesurées:

Les relations classiques qui lient courants et tensions suivant les différents composants sont:

$$i_c = i_l = \frac{V_c}{R_c} + C \cdot \frac{dV_c}{dt}$$

$$V_l = R_l \cdot i_l + L \cdot \frac{di_l}{dt}$$

En dérivant la première relation et en l'injectant dans la deuxième, on trouve:

FIG. 3.1 – Exemple du circuit RLC

$$V_l - \frac{R_l}{R_c} \cdot V_c - (R_l \cdot C + \frac{L}{R_c}) \cdot \frac{dV_c}{dt} - L \cdot C \cdot \frac{d^2V_c}{dt^2} = 0 \quad (3.26)$$

Ce qui correspond au résidu d'ordre 2 suivant:

$$f(t) + g'(t) + h''(t) = 0 \quad (3.27)$$

tel que:

$$\begin{cases} f(t) = V_l - \frac{R_l}{R_c} \cdot V_c \\ g(t) = -(R_l \cdot C + \frac{L}{R_c}) \cdot V_c \\ h(t) = -L \cdot C \cdot V_c \end{cases}$$

Cette présentation permet par intégrations successives, d'obtenir une équation décrivant le comportement théorique du système sans plus aucune dérivée. Pour faciliter de plus cette intégration, on passe à **l'intégration formelle** de toutes les fonctions  $f$ ,  $g$ ,  $h$ ... d'où la nécessité de les représenter par des suites de bandes temporelles (SBTs). Il s'agit en fait sur un intervalle de temps donné, appelé "fenêtre d'observation" de borner chaque fonction  $f$  par deux polynômes,  $P_i < f < P_s$ , tel que  $P_i$  (resp.  $P_s$ ) est le polynôme inférieur (resp. supérieur).

Une fois les SBTs établies, on passe à la vérification, par intégration successive de ces résidus, de leur égalité ou non avec zéro. On parle *de la vérification de la cohérence des résidus*.

Cette méthode a été validée sur les systèmes analogiques (électroniques) [21] en sachant toutefois que leur diagnostic soulève de nombreuses difficultés, [19]:

1. Les grandeurs électroniques ne sont pas toutes mesurables. Comme exemple, on cite le courant sachant qu'il représente une variable essentielle pour différentier les modèles.
2. Les mesures des grandeurs sont imprécises. Ainsi le processus de mesures fonctionne en échantillonnage, c'est à dire à des instants déterminés de manière périodique, d'où les valeurs de grandeurs sont connues en un nombre fini d'instant.

3. Les variations des grandeurs ne sont pas mesurables. Elles doivent être déduites des mesures des grandeurs. Or ce procédé est incertain car il dépend de la procédure d'échantillonnage. A partir du théorème de Shannon, toute grandeur doit être échantillonnée à au moins deux fois la fréquence maximale que l'on souhaite reconstruire. Par contre, pratiquement il est impossible d'avoir un système de mesure qui respecte la condition de Shannon, les différentes grandeurs ont un spectre de fréquence très différent.
4. Les paramètres des composants prennent leurs valeurs dans un domaine continu. Ce fait peut être la cause de plusieurs fautes, vu que les paramètres d'un composant défectueux peuvent avoir une infinité de valeurs possibles.
5. Les valeurs des paramètres sont imprécises. La valeur d'une résistance par exemple, peut être connue à 10%.

Vu les résultats obtenus avec cette méthode pour les circuits analogiques [86], nous étions encouragés pour l'appliquer sur des processus thermodynamiques, pour lesquels d'autres problèmes de natures diverses apparaissent. En effet les systèmes électroniques sont caractérisés par la mise en oeuvre d'une seule énergie électrique. Deux variables (tension et courant) suffisent pour décrire ces systèmes. L'évaluation des incertitudes des paramètres est en général aisée car ses paramètres sont fournis par le constructeur (résistance, capacité, ...). Les systèmes rencontrés en génie des procédés mettent en oeuvre des lois complexes en raison du couplage des différents phénomènes (thermique, hydraulique, mécanique et chimique). Le nombre de variable pour décrire ce type de procédé est supérieur à deux. Si nous avons un système thermofluide par exemple, les variables mises en jeu sont pour l'hydraulique la pression et le débit massique ou volumique et pour la thermique, la température, le flux d'enthalpie, le flux d'entropie, le titre de la vapeur, etc ... . D'autres difficultés concernent les mesures de ces variables et surtout l'évaluation des incertitudes des paramètres du modèle. A titre d'exemple, le calcul des coefficients d'échange thermique sont souvent fonction de plusieurs paramètres très complexes. Ceci sera développé plus loin sur un exemple.

Pour les systèmes analogiques, avec les modèles utilisés dans le diagnostic [25], [71], plusieurs problèmes parmi ceux qui ont été cités plus haut, ont été résolus. Le problème des incertitudes des appareils de mesures et des paramètres, a exigé l'élaboration des méthodes spécifiques. Des méthodes purement qualitatives ont été testées [20],[58], [63] mais l'ambiguïté et la non précision introduites par quelques méthodes causent la non détection de quelques pannes (le changement de la valeur des paramètres d'un des composants du système qui entraîne une légère variation du signal de sortie (Résidu)). Dans [19], on trouve la première solution pour résoudre le problème de l'imprécision des systèmes dont l'état apparaît périodiquement (signal sinusoïdal par exemple), alors que le problème de l'évaluation numérique des résidus reste d'actualité.

Comme notre but est de diagnostiquer les systèmes présents en génie des procédés en

utilisant la méthode SBT, la première étape se situe au niveau de la réalisation des résidus sous la forme SBTs. Cette étape est difficile en raison de la complexité du modèle pour les raisons citées précédemment. Dans le paragraphe qui suit nous allons voir sous quelles conditions il est possible de trouver les résidus sous la forme souhaitée et les solutions proposées dans le cas contraire [47].

### 3.3.7 Système linéaire

A partir de l'équation différentielle d'un système linéaire ou à partir de sa modélisation dans l'espace d'état, le résidu sous la forme SBTs est obtenu facilement:

- La fonction de transfert

N'importe quel système linéaire peut être représenté par une équation différentielle linéaire à coefficients constants:

$$a_0.u(t) + a_1.\frac{du(t)}{dt} + \dots + a_q.\frac{d^q u(t)}{dt^q} = b_0.y(t) + b_1.\frac{dy(t)}{dt} + \dots + b_n.\frac{d^n y(t)}{dt^n} \quad (3.28)$$

tel que  $u(t)$  est l'entrée du système et  $y(t)$  sa sortie. La fonction de transfert est la suivante:

$$\frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{a_0 + a_1.p + \dots + a_q.p^q}{b_0 + b_1.p + \dots + b_n.p^n} \quad (3.29)$$

où  $p$  est l'opérateur de Laplace tel que:  $\frac{d^{(n)}}{dt^{(n)}}$  représente  $p^n$

Sachant que  $q \leq n$ , et en regroupant les termes de même ordre de dérivation, on trouve le résidu, (avec  $y$  et  $u$  connus), sous la forme de SBTs, d'ordre  $n$ :

$$f_0(t) + f_1^{(1)}(t) + \dots + f_q^{(q)}(t) + \dots + f_n^{(n)}(t) = 0 \quad (3.30)$$

$$\text{avec: } \left\{ \begin{array}{l} f_0(t) = b_0.y(t) - a_0.u(t) \\ f_1(t) = b_1.y(t) - a_1.u(t) \\ \dots \\ f_q(t) = b_q.y(t) - a_q.u(t) \\ f_{q+1}(t) = b_{q+1}.y(t) \\ \dots \\ f_n(t) = b_n.y(t) \end{array} \right.$$

**Exemple 3.3.1** : Nous allons travailler sur le même exemple Fig 3.1, avec comme entrée la



tension  $u(t)$  et comme sortie la tension  $y(t) = V_l(t)$  aux bornes de l'inductance  $L$ .

$$\begin{cases} u(t) = V_c + y(t) \\ y(t) = R_l \cdot i_l + L \frac{di_l}{dt} \\ i_l = \frac{V_c}{R_c} + C \cdot \frac{dV_c}{dt} \end{cases} \text{ transformée de Laplace donne: } \begin{cases} U(p) = V_c + Y(p) \\ Y(p) = R_l \cdot i_l + L \cdot p \cdot i_l \\ i_l = \frac{V_c}{R_c} + C \cdot p \cdot V_c \end{cases}$$

En remplaçant  $i_l$  et  $V_c$  par leur valeur dans  $Y(p)$ , on trouve l'équation suivante:

$$\begin{aligned} Y(p) \left( 1 + \frac{R_l}{R_c} + \left( R_l C + \frac{L}{R_c} \right) \cdot p + LCp^2 \right) = \\ U(p) \left( \frac{R_l}{R_c} + \left( R_l C + \frac{L}{R_c} \right) \cdot p + LCp^2 \right) \end{aligned} \quad (3.31)$$

d'où, la fonction de transfert suivante (on prend  $R_l = R_c = C = L = 1$  pour simplifier l'écriture):

$$\frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{1 + 2p + p^2}{2 + 2p + p^2} \quad (3.32)$$

Ce qui nous permet d'obtenir facilement l'équation différentielle suivante, par transformée de Laplace inverse et en considérant les fonctions nulles à l'origine des temps:

$$2(y(t) - u(t)) + 2 \frac{d}{dt}(y(t) - u(t)) + \frac{d^2}{dt^2}(y(t) - u(t)) = 0 \quad (3.33)$$

qui est bien sous la forme canonique souhaitée ( $f + g' + h'' = 0$ ) tel que  $f = g = 2(y(t) - u(t))$  et  $h = y(t) - u(t)$

– Systèmes linéaires modélisés dans l'espace d'état

Rappelons que la modélisation d'un système linéaire dans l'espace d'état donne les équations suivantes:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A \cdot x(t) + B \cdot u(t) \\ y(t) = C \cdot x(t) + D \cdot u(t) \end{cases} \quad (3.34)$$

avec:  $x(t)$ , vecteur d'état, de dimension  $n$ ,  $u(t)$ , vecteur d'entrée, de dimension  $m$  et  $y(t)$ , vecteur de sortie, de dimension  $p$ .

Notre but est de trouver une relation faisant intervenir les composants de  $y$ , de  $u$  et de leurs dérivées respectives jusqu'à un certain ordre de grandeur, en éliminant toutes les composantes du vecteurs d'état  $x(t)$ . Cette relation s'écrit sous la forme  $\omega(\bar{y}, \bar{u}) = 0$ , elle est linéaire et  $\bar{y}$  et  $\bar{u}$  désignent les dérivées respectives de  $y$  et  $u$  [78].

### 3.3.8 Système non linéaire

La majeure partie des processus physiques sont non linéaires, cette non linéarité se présente par exemple dans les racines carrées, les formes exponentielles ou le produit, ...etc. C'est pour cette raison, il est très important d'étudier l'obtention des résidus sous la forme SBTs dans l'existence de ce genre de systèmes.

Dans l'électronique par exemple, on trouve des composants qui se comportent d'une façon non linéaire à des seuils bien précis (la diode avec un seuil de 0.6 volts par exemple), par contre entre les seuils, on peut les considérer comme des systèmes purement linéaires. Alors, pour obtenir la forme des résidus recherchés, il suffit de découper le temps en intervalles, sur chaque intervalle de temps  $[t_i, t_{i+1}]$  le résidu correspond à un composant linéaire, les instants  $t_i$  correspondent au moment seuil de non linéarité.

Ces résidus se présentent sous la forme suivante:

$$\cup \forall t \in [t_i, t_{i+1}], \quad f_i(t) + g_i'(t) + h_i''(t) + \dots = 0 \quad (3.35)$$

Les intervalles  $[t_i, t_{i+1}]$  sont adjacents, ils ont en communs les instants  $t_i$ . Ainsi que les deux résidus qui appartiennent à des intervalles de temps adjacents doivent posséder une fonction en commun. Pour la procédure de décision, il suffit de l'appliquer à chaque résidu, ensuite additionner les résidus sur deux intervalles de temps adjacents. Ceci donne la naissance d'un nouveau résidu sur un intervalle de temps plus grand auquel il faut appliquer de nouveau la méthode de décision. L'opération de l'addition se répète tant qu'une fonction est commune à des intervalles adjacents.

Il existe aussi des systèmes non linéaires algébriques, pour ce genre de système, il n'y a pas d'approche bien déterminée pour calculer les résidus sous la forme SBTs. Il existe certains algorithmes [79] (exemple: théorie de l'élimination, base de Gröbner, ensembles caractéristiques [17], approche band graph [11]) permettant l'élimination de l'état  $x$  à partir du système d'équation (équation 3.34) sans être capable de signaler à l'avance l'obtention ou non des résidus sous la forme SBTs.

Il existe une autre méthode dite "**linéarisation par injection d'entrée-sortie**". Elle consiste à trouver une transformation de coordonnées d'état  $\zeta = \phi(x)$  et une transformation de coordonnées de sortie  $\tilde{y} = \Gamma(y)$ , telles que le système (équation 3.34) soit localement équivalent à:

$$\begin{cases} \dot{\zeta} = A.\zeta + \varphi(y, u) \\ \Gamma(y) = C.\zeta \end{cases} \quad (3.36)$$

avec:  $\zeta \in R^n; \Gamma(y) \in R^p; \varphi$  défini de  $R^p \times R^m$  sur  $R^n$  :

$\varphi = [\varphi_{11} \dots \varphi_{1k_1} \quad \varphi_{21} \dots \varphi_{2k_2} \dots \varphi_{p1} \dots \varphi_{pk_p}]^T$  où  $(k_1, \dots, k_p)$  sont les indices d'observabilité des sorties  $(y_1, \dots, y_p)$ . On obtient  $k_1 + k_2 + \dots + k_p = n$ .

$$A = \begin{bmatrix} A_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & A_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & A_P \end{bmatrix} \text{ où } A_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & 1 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \end{bmatrix} \in R_{k_i \times k_i}.$$

$$C = \begin{bmatrix} C_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & C_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & C_P \end{bmatrix} \text{ où } C_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \in R_{1 \times k_i}.$$

Si une telle transformation existe, alors en dérivant  $\Gamma(y)$  jusqu'à l'ordre  $n$ , on obtient:

$$\begin{bmatrix} \Gamma(y) \\ \Gamma^{(1)}(y) \\ \dots \\ \Gamma^{(n)}(y) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \dots \\ CA^n \end{bmatrix} \cdot \zeta + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ C & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ CA & C & 0 & 0 & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ CA^{n-1} & \dots & \dots & \dots & CA & C \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varphi(y,u) \\ \varphi^{(1)}(y,u) \\ \dots \\ \varphi^{(n-1)}(y,u) \end{bmatrix}$$

qu'on peut noter  $\bar{\Gamma}^{(n)}(y) = OBS_n(C,A) \cdot \zeta + COM_n(C,A) \cdot \bar{\varphi}^{(n-1)}(y,u)$

Ceci revient à trouver une matrice  $\Omega_{p \times p(n+1)}$  telle que  $\Omega_n \cdot OBS_n(C,A) = 0_{p \times n}$ , on a:

$$\Omega_n \cdot \bar{\Gamma}^{(n)}(y) = \Omega_n \cdot COM_n(C,A) \cdot \bar{\varphi}^{(n-1)}(y,u).$$

tel que,  $\Omega_{p \times p(n+1)}$  est constituée de  $p$  lignes, la  $i^{eme}$  ligne ne comportant que des zéros sauf un "1" situé à la même position que celle du coefficient  $\Gamma_i^{(k_i)}(y)$  du vecteur  $\bar{\Gamma}^{(n)}(y)$ .

On obtient donc une équation pour chaque composant  $\Gamma_i(y)$  de la sortie:

$$\forall i \in [1,p], \quad \Gamma_i^{(k_i)}(y) = \varphi_{iki}(y,u) + \varphi_{i(k_i-1)}^{(1)}(y,u) + \dots + \varphi_{i2}^{(k_i-2)}(y,u) + \varphi_{i1}^{(k_i-1)}(y,u) \quad (3.37)$$

On remarque que pour chaque composante  $\Gamma(y)$ , nous avons une équation, qui est sous la forme SBTs. Ceci dit que lorsqu'on peut linéariser le système initial avec  $\varphi(y,u)$ , on obtient

facilement les résidus sous la forme désirée. Un algorithme mis au point par [67] nous permet de connaître les conditions sur le système initial qui vont nous permettre cette linéarisation par injection d'entrée sortie sachant que les systèmes étudiés sont observables.

### 3.3.9 Conclusion

Pour les systèmes linéaires, la détermination de la forme canonique  $f + g' + h'' + \dots = 0$  souhaitée par la méthode SBT est simple à partir de leurs équations différentielles ou à partir de leurs modélisations dans l'espace d'état. Pour les systèmes non linéaires de type seuil, la solution réside dans la détermination des modèles juste dans les parties où le système se comporte linéairement. Or, avec les systèmes non linéaires algébriques, il n'existe pas une méthode dédiée à la détermination de cette forme. Il existe certains algorithmes [79] permettant l'élimination de l'état  $x$  à partir du système d'équation (équation 3.34) sans aucune garantie sur la forme trouvée.

## 3.4 Méthode à base de suites de bandes temporelles

### 3.4.1 Mise en oeuvre

La réalisation de la méthode à base de SBTs dans le diagnostic des systèmes réels, implique le suivi de trois étapes successives:

#### 1. Première étape: élimination de la dérivée:

On peut expliciter le processus d'élimination des dérivées à partir d'un exemple sur un résidu d'ordre 2 [85]. Ce dernier est défini par l'équation 3.38:

$$\forall t, \quad f(t) + g'(t) + h''(t) = 0 \quad (3.38)$$

Premièrement on calcule la primitive formelle, puis on intègre entre  $\theta_1$  et  $\theta_2$ :  
 $\forall \theta_1, \theta_2 : \theta_1 \leq \theta_2 \quad P_f^{(1)}(\theta_2) - P_f^{(1)}(\theta_1) + g(\theta_2) - g(\theta_1) + h'(\theta_2) - h'(\theta_1) = 0$   
avec  $P_f^{(n)}$  représente la  $n^{ieme}$  primitive de  $f$ , tout en considérant les primitives successives de  $f$  nulles en zéro.

Exemple: Pour une fonction  $f = C$ , tel que "C" est une constante, on trouve:

$$P_f^{(1)} = C.x, P_f^{(2)} = C.\frac{x^2}{2}, P_f^{(3)} = C.\frac{x^3}{6}.$$

Comme le résidu est d'ordre 2, il faut faire une autre intégration pour pouvoir éliminer la dérivée. Une intégration par rapport à  $\theta_1$  et une autre par rapport à  $\theta_2$ , l'ordre d'intégration n'est pas important:

- Par Rapport à  $\theta_2$  :

$$\begin{aligned} \forall t, \quad f(t) + g'(t) + h''(t) = 0 &\Leftrightarrow \forall \theta_1, \theta_{21}, \theta_{22} : \theta_1 < \theta_{21} < \theta_{22} : \\ P_f^{(2)}(\theta_{22}) - P_f^{(2)}(\theta_{21}) + (\theta_{22} - \theta_{21})P_f^{(1)}(\theta_1) + \\ P_g^{(1)}(\theta_{22}) - P_g^{(1)}(\theta_{21}) - (\theta_{22} - \theta_{21})g(\theta_1) + h(\theta_{22}) - h(\theta_{21}) - (\theta_{22} - \theta_{21}).h'(\theta_1) &= 0 \end{aligned}$$

- Par rapport à  $\theta_1$

$$\begin{aligned} \forall t, \quad f(t) + g'(t) + h''(t) = 0 &\Leftrightarrow \forall \theta_{11}, \theta_{12}, \theta_{22} : \theta_{11} < \theta_{12} < \theta_{21} < \theta_{22} \\ (\theta_{12} - \theta_{11}).(P_f^{(2)}(\theta_{22}) - P_f^{(2)}(\theta_{21})) - (\theta_{22} - \theta_{21}).(P_f^{(2)}(\theta_{12}) - P_f^{(2)}(\theta_{11})) \\ + (\theta_{12} - \theta_{11}).(P_g^{(1)}(\theta_{22}) - P_g^{(1)}(\theta_{21})) - (\theta_{22} - \theta_{21}).(P_g^{(1)}(\theta_{12}) - P_g^{(1)}(\theta_{11})) \\ + (\theta_{12} - \theta_{11}).(h(\theta_{22}) - h(\theta_{21})) - (\theta_{22} - \theta_{21}).(h(\theta_{12}) - h(\theta_{11})) &= 0 \end{aligned}$$

Le choix des instants d'intégration  $\theta_{ij}$  se fait en suivant toujours la méthode de la recherche binaire (dicotomie) dans la fenêtre d'observation avec un pas de déplacement fixé à l'avance. La recherche binaire est appliquée dans un espace à deux dimensions, tel que l'abscisse représente la *borne inf* de la fenêtre d'observation et l'ordonnée représente la *borne sup*. La recherche se fait d'une façon empirique sur la partie supérieure du carré calculé à partir de l'intervalle  $[\theta_1, \theta_2]$  (Fig 3.2). Les points dans les petits carrés signifient la détection d'une inconsistance qu'on détaillera par la suite.

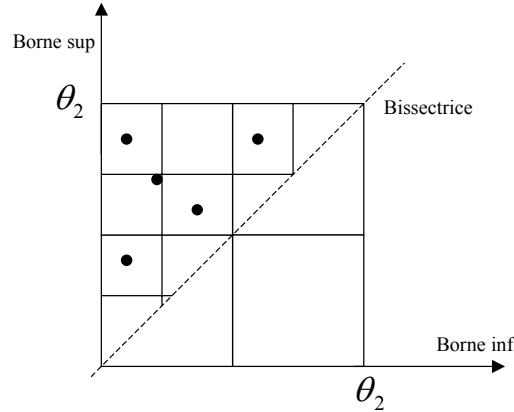


FIG. 3.2 – Application de la recherche binaire

**Exemple 3.4.1** Prenons le même exemple Fig. 3.1 du paragraphe 2.4. Le modèle est sous forme d'une équation d'ordre 2 ( $R_l = R_c = L = C = 1$ ):  $(V_l - V_c) - 2\frac{dV_c}{dt} - \frac{d^2V_c}{dt^2} = 0$

Deux intégrations à faire pour éliminer la dérivée. En prenant comme instant d'intégration  $\theta_1$  et  $\theta_2$ , le résidu devient:

$$\begin{aligned} \forall \theta_{11}, \theta_{12}, \theta_{22} : \theta_{11} < \theta_{12} < \theta_{21} < \theta_{22} \\ (\theta_{12} - \theta_{11}).(P^{(2)}(V_l(\theta_{22}) - V_c(\theta_{22})) - P^{(2)}(V_l(\theta_{21}) - V_c(\theta_{21}))) - \\ (\theta_{22} - \theta_{21}).(P^{(2)}(V_l(\theta_{12}) - V_c(\theta_{12})) - P^{(2)}(V_l(\theta_{11}) - V_c(\theta_{11}))) - \\ 2(\theta_{12} - \theta_{11}).(P^{(1)}V_c(\theta_{22}) - P^{(1)}V_c(\theta_{21})) + 2(\theta_{22} - \theta_{21}).(P^{(1)}V_c(\theta_{12}) - \end{aligned}$$

$$P^{(1)}V_c(\theta_{11}) - (\theta_{12} - \theta_{11}) \cdot (V_c(\theta_{22}) - V_c(\theta_{21})) + (\theta_{22} - \theta_{21}) \cdot (V_c(\theta_{12}) - V_c(\theta_{11})) = 0$$

Cette transformation peut être généralisée pour des résidus d'ordre  $n$  [85].

Propriété 1:

Pour un résidu d'ordre  $n$ , on a :

$$\sum_{\in \{f, g', h'' \dots\}} \sum_{(\theta_1, \theta_2) \in L_n} \pm C_{L_n - (\theta_1, \theta_2)} \cdot [P^{(n)}(\theta_2) - P^{(n)}(\theta_1)] \quad (3.39)$$

où  $L_n$  est la liste d'ordre temporel qui contient  $2^{n-1}$  couples  $(\theta_1, \theta_2)$  tel que  $\theta_2 \geq \theta_1$

$C_{L_n - (\theta_1, \theta_2)} > 0$  est la combinaison polynomiale des variables tirées de  $L_n - (\theta_1, \theta_2)$  toujours supérieure à zéro.

## 2. Deuxième étape: Suites de Bandes Temporelles

En effet, pour faciliter de plus l'intégration, il vient s'ajouter une condition supplémentaire qui consiste à encadrer chaque fonction  $f_i$  par deux fonctions polynomiales  $P_i$  et  $P_s$ , respectivement le polynôme inférieur et le polynôme supérieur de la fonction  $f$ . On parle de l'encadrement des fonctions par *des bandes temporelles* ( $P_i < f < P_s$ ). Cet encadrement se fait sur un intervalle de temps bien déterminé qu'on appelle fenêtre d'observation  $[t_i, t_f]$ , et s'appuie sur la connaissance de la précision des appareils de mesures ( $\varepsilon_r$  erreur relative,  $\varepsilon_a$  erreur absolue) et  $\zeta$  le bruit des mesures.

**Exemple 3.4.2 :** *Pour une mesure  $f_t$  de valeur  $V_t$  à l'instant  $t$ , en prenant en compte les erreurs relatives et celles absolues des appareils de mesures ainsi que le bruit  $\zeta$ , on représente la mesure  $f_t$  dans un rectangle dont le signal de sortie traverse au moins un point de sa surface (Fig 3.3 ):*

**Définition 16** "Bande temporelle": *Une bande temporelle est un quadruplet  $(t_i, t_s, P_i, P_s)$ , où  $t_i$  et  $t_s$  se sont des nombres réels et  $P_i$  et  $P_s$  se sont des polynômes, tels que:*

$$t_i < t_s \wedge \forall t \in [t_i, t_s[, P_i(t) \leq P_s(t) \quad (3.40)$$

*Une bande temporelle est aussi un ensemble de couples des réels  $(x, y)$  où  $x$  et  $y$  appartiennent respectivement aux intervalles  $[t_i, t_s[$  et  $[P_i(x), P_s(x)]$ .*

En réalité il existe une infinité de possibilités d'encadrement, or on conçoit intuitivement que plus les polynômes sont de degré élevé, meilleur est l'encadrement des fonctions  $g_i$ . Dans la majorité du temps, on préfère faciliter l'intégration de ces polynômes plutôt que la précision, ainsi ne prend on pas des degrés trop élevés. Les polynômes de degré 1 réalisent un compromis précision/facilité d'intégration, d'où l'idée de travailler sur *des Suites de Bandes Temporelles*.

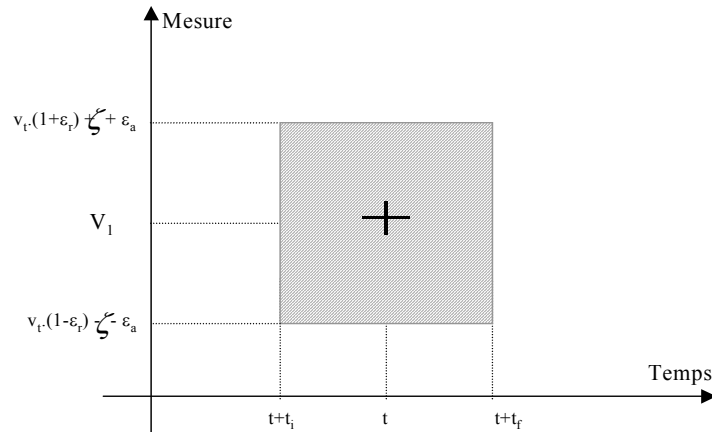


FIG. 3.3 – La façon dont la méthode à base des SBTs prend en considération les imprécisions des appareils de mesures et le bruit

Il s'agit ici de subdiviser l'intervalle d'observation en petits intervalles, et sur chacun d'entre eux il faut encadrer par deux polynômes.

**Exemple 3.4.3 :** Pour générer une bande temporelle, il faut au moins deux mesures à deux instants différents: Pour  $t_1 < t_2$ , on note  $m_1(t_1, V_1)$  (resp.  $m_2(t_2, V_2)$ ) la mesure 1 (resp. 2) à l'instant  $t_1$  (resp. à l'instant  $t_2$ ) de valeur  $V_1$  (resp.  $V_2$ ). Alors pour chaque mesure on a un rectangle correspondant (Fig 3.4).

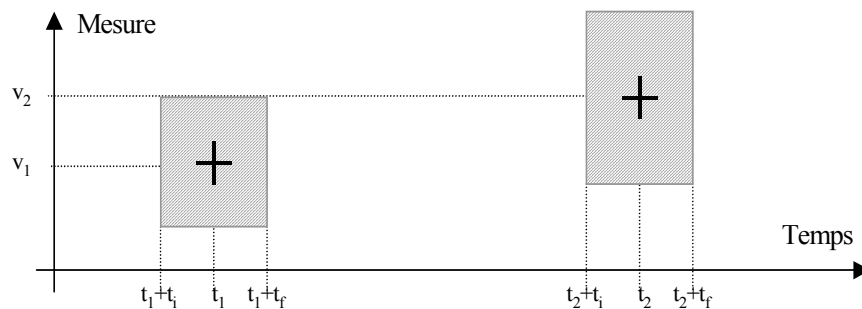
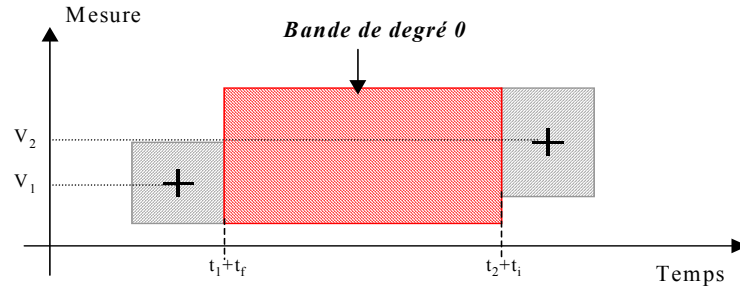


FIG. 3.4 – Construction d'une bande temporelle entre deux mesures

Comme il est impossible de savoir ce qui se passe entre  $t_1$  et  $t_2$  (par manque de mesures), il faut se placer dans l'intervalle  $[t_1+t_f, t_2+t_i]$  dans lequel il faut générer une bande temporelle de degré zéro. Cette dernière a comme borne inférieure (resp. la borne supérieure) la valeur minimum (resp. la valeur supérieur) des deux mesures (Fig 3.5).

FIG. 3.5 – Bande de degré zéro entre deux instants  $t_1$  et  $t_2$ 

Ce cas représente un danger pour le diagnostic, car on peut avoir un signal qui sort de la bande une fois dans l'intervalle  $[t_1 + t_f, t_2 + t_i]$ .

**Définition 17** "Suites de bandes temporelles": Une suite de bandes temporelles est un ensemble fini ordonné de bandes temporelles  $\{B_1, \dots, B_n\}$  tel que:

$$\forall k \in [1, n-1], \quad t_s(B_k) = t_i(B_{k+1}) \wedge B_k(t_s(B_k)) \cap B_{k+1}(t_s(B_k)) \neq \emptyset \quad (3.41)$$

avec  $t_i(B)$  est l'instant initial de la bande  $B$  et  $t_s(B)$  son instant final. L'intervalle

$[t_i(SB), t_s(SB)[ = [t_i(B_1), t_s(B_n)[$  représente l'extension temporelle de  $SB$ , son degré est le maximum des degrés des bandes  $\{B_1, \dots, B_n\}$ .

**Définition 18** "Représentation d'une observation": Une grandeur  $g(t)$  est représentée par une suite de bandes temporelles  $SB$  dans l'intervalle  $[t_1, t_2[$ , ssi la grandeur  $g(t)$  est toujours représentée par une bandes temporelles de  $SB$ , qu'on peut noter:

$$\forall t \in [t_1, t_2[, \quad \exists (t_i, t_s, P_i, P_s) \in SB, \quad \text{tel que: } t \in [t_i, t_s[ \wedge P_i(t) \leq g(t) \leq P_s(t) \quad (3.42)$$

**Exemple 3.4.4** : Pour une observation  $g(t)$ , deux représentations par les séquences de bandes temporelles peuvent exister (Fig 3.6).

**Exemple 3.4.5** : Sur la Fig 3.7, un exemple d'intégration des séquences de bandes temporelles est proposé. Telle que  $SB$  est l'approximation de la fonction  $g(t)$ , et  $\int_{\theta} SB$  représente celle de la fonction  $\int_{\theta}^t g(t)$  [51].

Une fois les suites de bandes temporelles établies, on passe à la troisième étape qui est la plus importante de cet approche du diagnostic. Il s'agit de la vérification de la cohérence des résidus.

### 3. Troisième étape: Cohérence des résidus:



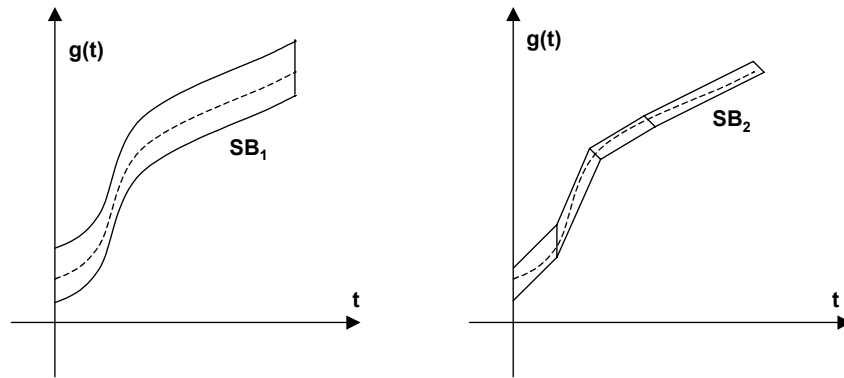


FIG. 3.6 – Exemple de séquences de bandes temporelles

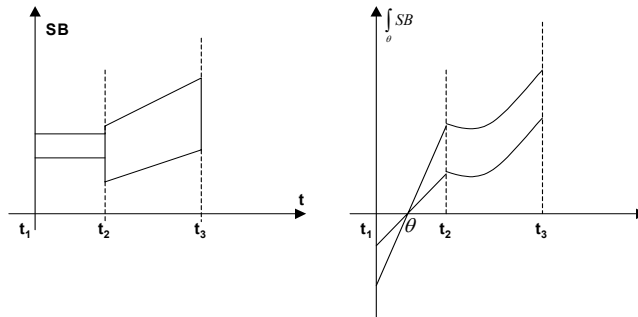


FIG. 3.7 – Exemple d'intégration des SBT

A la dernière étape et après intégration successive, on cherche à savoir si le résidu est égale à zéro ou non.

Dans le cas d'un résidu d'ordre 1. Il est sous la forme suivante:

$$\forall t \in w, r(t) = f(t) + g'(t), w \text{ est la fenêtre d'observation} \quad (3.43)$$

En intégrant une fois le résidu entre  $\theta_1$  et  $\theta_2$ , vérifier qu'il est égale à zéro équivaut à dire:

$$\forall \theta_1, \theta_2 \quad \theta_1 \leq \theta_2 : P_f^{(1)}(\theta_2) - P_f^{(1)}(\theta_1) + g(\theta_2) - g(\theta_1) = 0 \quad (3.44)$$

Le but est de travailler avec des fonctions simples et faciles à intégrer, d'où la recherche des SBTs:

Posons  $f_i$  (resp  $g_i$ ) comme le polynôme minorant de  $f$  (resp  $g$ ) et  $f_s$  (resp  $g_s$ ) comme le polynôme majorant de  $f$  (resp  $g$ ):

Propriété 2:

Pour toutes fonctions  $f_i$ ,  $f$  et  $f_s$  continues, de primitives qui existent et qui sont définies en 0, on a:

$$\begin{aligned}
& \text{pour } n \geq 1 \quad \forall f_i(t) \leq f(t) \leq f_s(t) \Rightarrow \forall v_1, \forall v_2 : 0 \leq v_1 \leq v_2, \\
& P_{f_i}^{(n)}(v_2) - P_{f_i}^{(n)}(v_1) \leq P_f^{(n)}(v_2) - P_f^{(n)}(v_1) \leq P_{f_s}^{(n)}(v_2) - P_{f_s}^{(n)}(v_1) \\
& \text{pour } n = 0 \quad \forall f_i(t) \leq f(t) \leq f_s(t) \Rightarrow \forall v_1, \forall v_2 : 0 \leq v_1 \leq v_2, \\
& f_i(v_2) - f_s(v_1) \leq P_f^{(0)}(v_2) - P_f^{(0)}(v_1) \leq f_s(v_2) - f_i(v_1)
\end{aligned} \tag{3.45}$$

Une fois cette propriété appliquée, chercher la cohérence du résidu revient à vérifier les deux inégalités suivantes:

$$\left\{ \begin{array}{ll} \forall \theta_1, \theta_2, \quad 0 \leq \theta_1 \leq \theta_2 & P_{f_s}^{(1)}(\theta_2) - P_{f_s}^{(1)}(\theta_1) + g_s(\theta_2) - g_i(\theta_1) \geq 0 \\ \forall \theta_1, \theta_2, \quad 0 \leq \theta_1 \leq \theta_2 & P_{f_i}^{(1)}(\theta_2) - P_{f_i}^{(1)}(\theta_1) + g_i(\theta_2) - g_s(\theta_1) \leq 0 \end{array} \right. \tag{3.46}$$

tel que  $P_{f_s}^{(1)}$ ,  $P_{f_i}^{(1)}$ ,  $g_i$  et  $g_s$  soient des polynômes calculés à partir des suites de bandes temporelles des fonctions  $f$  et  $g$ . Comme la somme et la différence des polynômes donnent des polynômes, on note:

$$\Psi_a = -P_{f_s}^{(1)} - g_s, \quad \Psi_b = P_{f_s}^{(1)} + g_i, \quad \Psi_c = P_{f_i}^{(1)} + g_i, \quad \Psi_d = -P_{f_i}^{(1)} - g_s.$$

Chercher alors, la cohérence des résidus revient à vérifier les deux inégalités suivantes:

$$\left\{ \begin{array}{ll} \forall \theta_1, \theta_2, \quad 0 \leq \theta_1 \leq \theta_2 & \Psi_a(\theta_2) + \Psi_b(\theta_1) \leq 0 \\ \forall \theta_1, \theta_2, \quad 0 \leq \theta_1 \leq \theta_2 & \Psi_c(\theta_2) + \Psi_d(\theta_1) \leq 0 \end{array} \right. \tag{3.47}$$

Les deux inégalités doivent être vérifiées dans la même fenêtre temporelle que les SBTs des fonctions  $f$  et  $g$ . Cela peut être facile à vérifier si les deux variables  $\theta_1$  et  $\theta_2$  appartiennent à des polynômes séparés avec toujours  $\theta_1 \leq \theta_2$ . Dans ce cas, vérifier la première inégalité (l'équation 3.47) revient à vérifier l'inégalité suivante:

$$\forall \theta_2, \quad \text{Max}_{\theta_1, \theta_1 \leq \theta_2} (\Psi_a(\theta_2) + \Psi_b(\theta_1)) \leq 0$$

si de plus  $\Psi_a(\theta_2)$  ne dépend pas de  $\theta_1$ , on peut noter:

$$\forall \theta_2, \quad \Psi_a(\theta_2) + \text{Max}_{\theta_1, \theta_1 \leq \theta_2} (\Psi_b(\theta_1)) \leq 0, \text{ ce qui peut être écrit comme suit:}$$

$$\text{Max}_{\theta_2} (\Psi_a(\theta_2) + \text{Max}_{\theta_1, \theta_1 \leq \theta_2} (\Psi_b(\theta_1))) \leq 0 \tag{3.48}$$

Le problème principal de la vérification de cette inégalité est le calcul du  $\underset{\theta_1, \theta_1 \leq \theta_2}{Max} (\Psi_b(\theta_1))$ , puisque le résultat est sous forme de polynômes par morceaux et non pas un nombre.

**Exemple 3.4.6 :** Prenons un résidu d'ordre 1 ( $f(t) + g'(t) = 0$ ) [86] après la détermination des SBTs et après l'intégration formelle des polynômes, on suppose qu'on a:

$$P_{f_i}^{(1)}(t) = [(0,10, -t)], g_i = [(0,4, -1), (4,10, -14)]$$

$$P_{f_s}^{(1)}(t) = [(0,10,t)], g_s = [(0,5,1), (5,10, -12)]$$

Tout calcul fait pour les fonctions  $\Psi$ , donne:

$$\Psi_a(t) = [(0,5, -t - 1), (5,10, -t + 12)], \Psi_b(t) = [(0,4,t - 1), (4,10,t - 14)]$$

$$\Psi_c(t) = [(0,4, -t - 1), (4,10, -t - 12)], \Psi_d(t) = [(0,5,t - 1), (5,10,t + 12)]$$

La vérification de la cohérence de ce résidu oblige d'abord le calcul du  $\underset{\theta_1, \theta_1 \leq \theta_2}{Max} (\Psi_b(\theta_1))$ . Ce dernier donne le polynôme suivant:

$$[(0,4, \theta_2 - 1), (4,10,3)] \text{ qu'on note } dynmax(\theta_2).$$

A la fin  $\Psi_a(\theta_2) + dynmax(\theta_2) = [(0,4, -2), (4,5, -\theta_2 - 1), (5,10, -\theta_2 + 15)]$ . Sur la Fig 3.8 on remarque qu'à partir de  $t = 5s$  l'inégalité n'est plus vérifiée, d'où l'existence d'une inconsistance.

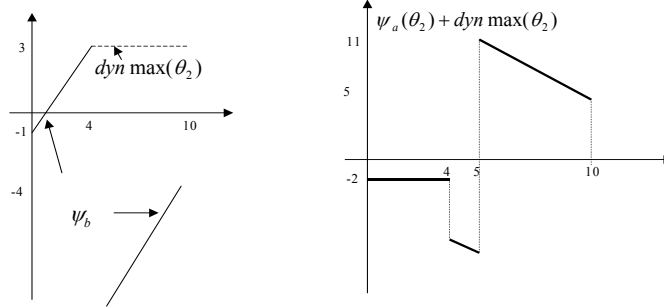


FIG. 3.8 – Allure des SBTs

En général, pour un résidu d'ordre  $n$  (Propriété 1, équation 3.39), une fois les suites de bandes temporelles établies, la propriété 2 reste applicable. Ce qui nous permet de vérifier la cohérence de n'importe quel résidu, quelque soit son degré  $n$  de dérivée [85].

L'allure des résultats de cette méthode est représentée sur la Fig 3.9 tel que les points signalent l'apparition d'un problème sur le système au plus tard à l'instant "a" (borne sup) et sa disparition au plus tôt à l'instant "b" (borne inf). Pour calculer la durée minimum de l'intégration il suffit de calculer la distance entre la bissectrice et la date au plus tard de l'apparition de la panne (l'instant "a") [56].

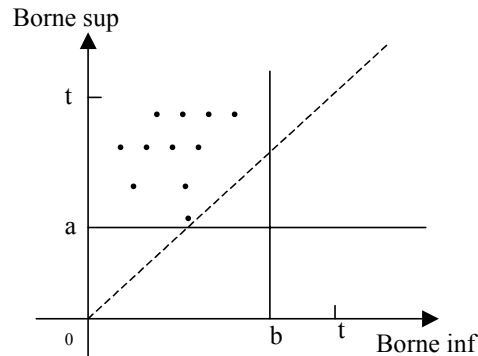


FIG. 3.9 – Allure de la réponse de la méthode à base des SBTs

### 3.4.2 Rappel des opérations primitives entre les SBTs

Nous allons définir trois opérations sur les suites de bandes temporelles [51]. Il s'agit de **l'addition**, **la multiplication** et **l'intégration**. Ces opérations sont appelées **opérations primitives** car toute autre opération peut être définie à partir d'elles et elles seules. Ces dernières sont apparues grâce à la théorie des intervalles [54].

#### 3.4.2.1 Primitive somme

Cette opération est définie en premier pour deux bandes temporelles.

**Définition 19** "Somme de deux bandes temporelles"

La somme de deux bandes temporelles est une bande temporelle  $(B_1, B_2)$  de même extension temporelles  $[t_i, t_s]$ , et qui représente l'ensemble des couples de réels  $(x, y_1 + y_2)$  tels que les couples  $(x, y_1)$  et  $(x, y_2)$  appartiennent respectivement aux bandes temporelles  $B_1$  et  $B_2$ .

La somme de deux bandes temporelles  $B_1, B_2$  de même extension temporelle  $[t_i, t_s]$  est la bande temporelle dont:

- l'extension temporelle est identique à celle de  $B_1$ ,
- le polynôme inférieur est la somme des polynômes inférieurs des bandes temporelles  $B_1$  et  $B_2$ ,
- le polynôme supérieur est la somme des polynômes supérieurs des bandes temporelles  $B_1$  et  $B_2$ .

Avant de passer à la définition de la somme de deux suites de bandes temporelles, définissons d'abord deux suites de bandes temporelles synchrones.

**Définition 20** "Couple de suites de bandes temporelles synchrones"

Un couple de suite de bandes temporelles  $(SB_1, SB_2)$  est synchrone ssi:

- le nombre de bandes temporelles de ces suites est identique,
- les extensions temporelles des bandes temporelles de  $SB_1$  et  $SB_2$  sont deux à deux égales (les suites de bandes temporelles ont la même taille et les bandes temporelles de ces suites sont égales deux à deux).

**Définition 21** "Somme de deux suites de bandes temporelles quelconques"

La somme de deux suites temporelles  $SB_1$  et  $SB_2$  est la somme des suites de bandes temporelles  $SB'_1, SB'_2$  telles que le couple  $(SB'_1, SB'_2)$  résulte de la synchronisation de  $(SB_1, SB_2)$ .

La somme de deux suites de bandes temporelles est associative, commutative et possède un unique élément neutre  $\{(t_i, t_s, 0, 0)\}$  pour les suites de bandes temporelles d'extension temporelle égale à  $[t_i, t_s]$ . Par contre l'addition de deux suites de bandes temporelles ne possède pas d'inverse. En effet, l'inverse de la bande temporelle  $(t_i, t_s, p_i, p_s)$  serait  $(t_i, t_s, -p_i, -p_s)$ . Or  $(t_i, t_s, -p_i, -p_s)$  n'est pas forcément une bande temporelle car la contrainte  $-p_i(t) < -p_s(t)$  n'est pas toujours respectée.

**Définition 22** "Somme d'un intervalle et d'une suite de bande temporelle"

La somme d'un intervalle  $[a, b]$  et d'une suite de bande temporelle  $SB$  d'extension temporelle  $[t_i, t_s]$ , est une suite de bandes temporelles égale à la somme de la suite de bandes temporelles  $SB$  et  $\{(t_i, t_s, a, b)\}$ .

**Définition 23** "Soustraction de deux suites de bandes temporelles"

La soustraction de deux suites de bandes temporelles  $SB_1$  et  $SB_2$  et une séquence de bandes temporelle égale à la somme de  $SB_1$  et de la multiplication de  $SB_2$  par l'intervalle  $[-1, -1]$ .

### 3.4.2.2 Primitive multiplication

**Définition 24** "Multiplication de deux bandes temporelles"

La multiplication de deux bandes temporelles  $B_1, B_2$  de même extension temporelle  $[t_i, t_s]$ , est l'ensemble des couples de réels  $(x, y_1 y_2)$  tels que les couples  $(x, y_1)$  et  $(x, y_2)$  appartiennent respectivement aux bandes temporelles  $B_1$  et  $B_2$ .

Il est à retenir que la multiplication de deux bandes temporelles n'est pas forcément une bande temporelle, elle est définie de la façon suivante:

$$(t_i, t_s, P_{i1}, P_{s1}) *_B (t_i, t_s, P_{i2}, P_{s2}) = \\ \{(x, y) / x \in [t_i, t_s], y \in [\min(p_{i1}(x)p_{i2}(x), p_{s1}(x)p_{i2}(x), p_{i1}(x)p_{s2}(x), p_{s1}(x)p_{s2}(x)), \\ \max(p_{i1}(x)p_{i2}(x), p_{s1}(x)p_{i2}(x), p_{i1}(x)p_{s2}(x), p_{s1}(x)p_{s2}(x))]\}.$$

pour que le produit  $(t_i, t_s, P_{i1}, P_{s1}) *_B (t_i, t_s, P_{i2}, P_{s2})$  soit une bande temporelle, il faut donc, que les fonctions  $\min(p_{i1}(x)p_{i2}(x), p_{s1}(x)p_{i2}(x), p_{i1}(x)p_{s2}(x), p_{s1}(x)p_{s2}(x))$  et

$\max(p_{i1}(x)p_{i2}(x), p_{s1}(x)p_{i2}(x), p_{i1}(x)p_{s2}(x), p_{s1}(x)p_{s2}(x))]$  soient des polynômes.

Une condition suffisante est que l'un des quatre produits de polynômes est toujours supérieur aux trois autres et que l'un est toujours inférieur. D'où la définition suivante:

**Définition 25** "Bandes temporelles compatibles pour le produit"

Deux bandes temporelles  $(t_i, t_s, P_{i1}, P_{s1})$ ,  $(t_i, t_s, P_{i2}, P_{s2})$  sont compatibles pour le produit ssi un des quatre produits de polynômes  $p_{i1}p_{i2}$ ,  $p_{s1}p_{i2}$ ,  $p_{i1}p_{s2}$ ,  $p_{s1}p_{s2}$  est toujours inférieur aux trois autres et un est toujours supérieur.

**Définition 26** "Suites de bandes temporelles compatibles pour le produit"

Deux suites de bandes temporelles sont compatibles pour le produit ssi

- elles sont synchrones,
- les bandes temporelles de ces suites sont deux à deux compatibles pour le produit.

**Définition 27** "Multiplications de deux suites de bandes temporelles"

La multiplication de deux suites de bandes temporelles  $SB_1$  et  $SB_2$  est une suite de bandes temporelles égale à l'union des suites de bandes temporelles résultant de la multiplication des bandes temporelles de même rang de  $SB_1$  et  $SB_2$ .

La multiplication des suites de bandes temporelles est **associative**, **commutative** et possède un unique élément **neutre**  $\{(t_i, t_s, 1, 1)\}$ . Par contre, elle **ne possède pas d'inverse**. En effet, l'inverse de la bande temporelle  $(t_i, t_s, p_i, p_s)$  serait  $(t_i, t_s, \frac{1}{p_i}, \frac{1}{p_s})$ . Or  $(t_i, t_s, \frac{1}{p_i}, \frac{1}{p_s})$  n'est pas une bande temporelle car  $\frac{1}{p_i}$  et  $\frac{1}{p_s}$  ne sont pas des polynômes en règle générale (elles peuvent être des polynômes dans le cas où  $p_i$  et  $p_s$  sont de degré zéro). Ainsi que, parfois  $\frac{1}{p_i} > \frac{1}{p_s}$ . De plus la multiplication **n'est pas distributive par rapport à l'addition**.

La multiplication de deux suites de bandes temporelles peut être étendue à la multiplication d'une suite de bande temporelle par un intervalle.

**Définition 28** "Multiplication d'une suite de bande temporelle par un intervalle"

La multiplication d'une suite de bande temporelle  $SB$  par un intervalle  $[a, b]$ , est une suite de bande temporelle égale à la multiplication des suites de bandes temporelles  $SB$  et  $\{(t_i(SB), t_s(SB), a, b)\}$ .

### 3.4.2.3 Primitive intégration

Le but de cette primitive est de définir la suite de bandes temporelles représentant la fonction temporelle  $\int f(x)dx$ . Sachant que les fonctions  $f(x)$  considérées sont continues sur  $\mathbf{R}$ , ou au moins sur  $[t_i(SB), t_s(SB)]$ , tel que  $SB$  est la suite de bandes temporelles considérée, elles sont donc intégrables sur cet intervalle. Commençant d'abord par une bande temporelle:

**Définition 29** "Intégral d'une bande temporelle"

L'intégrale d'une bande temporelle  $B = (t_i, t_s, p_i, p_s)$  à partir d'un instant  $\theta$  de  $]t_i, t_s[$  est une suite de bandes temporelles continue  $\{(t_i, \theta, \mathbf{P}_s, \mathbf{P}_i), (\theta, t_s, \mathbf{P}_i, \mathbf{P}_s)\}$ , notée  $\int_{\theta} B$ , telle que

$$\mathbf{P}_i(\mathbf{t}) = \int_{\theta}^t p_i(x) dx \text{ et } \mathbf{P}_s(\mathbf{t}) = \int_{\theta}^t p_s(x) dx$$

Cette définition peut être étendue pour une suite de bandes temporelles

**Définition 30** "Intégral d'une suite de bandes temporelles"

L'intégral à partir d'un instant quelconque  $\theta$  de  $]t_i(B_j), t_s(B_j)[$  ( $1 \leq j \leq n$ ) d'une suite de bandes temporelles  $SB = \{B_1, \dots, B_n\}$  de taille  $n$  et de degré  $p$  est la suite continue de bandes temporelles  $\{B'_{j_1}, \dots, B'_{j_{-1}}\} \cup \{B'_{j_1}, B'_{j_2}\} \cup \{B'_{j_{+1}}, \dots, B'_n\}$  de taille  $n + 1$  et de degré  $p + 1$ , notée  $\int_{\theta} SB$ , telle que

$$\begin{aligned} - \{B'_{j_1}, B'_{j_2}\} &= \int_{\theta} B_j, \\ - B'_{j-1} &= B'_{j_1}(t_i(B_j)) + \int_{t_s(B_{j-1})} B_{j-1} \text{ et } \forall k \in [1, j-2], B'_k = B'_{k+1}(t_i(B_{k+1})) + \int_{t_s(B_k)} B_k, \\ - B'_{j+1} &= B'_{j_2}(t_s(B_j)) + \int_{t_i(B_{j+1})} B_{j+1} \text{ et } \forall k \in [j+2, n], B'_k = B'_{k-1}(t_s(B_{k-1})) + \int_{t_i(B_k)} B_k. \end{aligned}$$

Pour plus de détails, consulter [51] chapitre 4.

#### 3.4.2.4 Composition de suites de bandes temporelles

Une bande temporelle comme son nom l'indique est une bande dépendante du temps. Dans les systèmes réels, on peut trouver des composants dont les variables peuvent être des fonctions d'autres paramètres que le temps. Comme exemple, en génie des procédés, les enthalpies spécifiques et les volumes massiques sont fonctions de la pression qui elle-même est une fonction de temps. La nécessité de prendre ce genre de modèle, nous a conduit à étudier la possibilité de les représenter par un encadrement de polynômes par morceaux à l'instar de ce que l'on fait pour les grandeurs dépendant du temps à l'aide des suites de bandes temporelles. Il s'agit de faire **la composition d'une suite de bandes dépendante d'une grandeur physique (SB) avec une suite de bandes temporelles**. L'intérêt de cette généralisation est de se composer facilement avec les opérations sur les SBTs.

Le principe est très simple, et dérive de la composition de fonctions. Si une relation entre deux grandeurs  $Y = f(X)$  est représentée par une suite de bandes (SB) et que la grandeur  $X$  est approximée par une SBT de degré 0, alors la composition de la SBT et de la SB conduit à une SBT de degré 0, (afin de faciliter les opérations de multiplication et de racine carrée entre bandes temporelles, sachant que le degré des bandes ne s'élève pas dans les produits, racines si celles-ci sont de degré 0), représentant la meilleure approximation possible de  $Y$  compte tenu des incertitudes sur la relation  $Y = f(X)$  et sur  $X$ . L'intérêt des degrés choisis est que le calcul est très simple (il se limite à un calcul sur les bornes). Il autorise donc un grand nombre de morceaux, permettant de rendre aussi précise que l'on veut l'approximation de la relation entre les deux grandeurs. Le degré de la SB représentant la fonction  $f$  peut être

quelconque. La seule condition est de s'assurer de la monotonie des polynômes au sein d'une bande (i.e. d'une découpe).

### Exemple

Sur la figure 3.10 est illustrée la façon dont on peut faire une composition de bandes temporelles. La figure 3.10.A représente une suite de bandes temporelles d'une grandeur  $X$ . Selon la définition d'une bande temporelle, on a:

$$\text{Pour } t_i < t_s \wedge \forall t_k \in [t_i, t_s[, P_{X_i}(t_k) \leq P_{X_s}(t_k) \quad (3.49)$$

tel que  $t_i$  et  $t_s$  se sont des nombres réels et  $P_{X_i}$  (resp.  $P_{X_s}$ ) est le polynôme inférieur (resp. le polynôme supérieur). D'où, à l'instant  $t_k$ ,  $X_k$  appartient à l'intervalle  $[X_{kmin}, X_{kmax}]$ .

Sur la figure 3.10.B, on trouve une suite de bande de la grandeur  $Y$  par rapport à  $X$ . D'où, pour une valeur  $X_k$ , la valeur  $Y_k$  correspondante appartient à l'intervalle  $[Y_{kmin}, Y_{kmax}]$ , ainsi:

$$\forall X_k, P_{y_i}(X_k) \leq P_{y_s}(X_k) \quad (3.50)$$

tel que  $P_{y_i}$  (resp.  $P_{y_s}$ ) représente le polynôme inférieur (resp. le polynôme supérieur) de la grandeur  $Y$ .

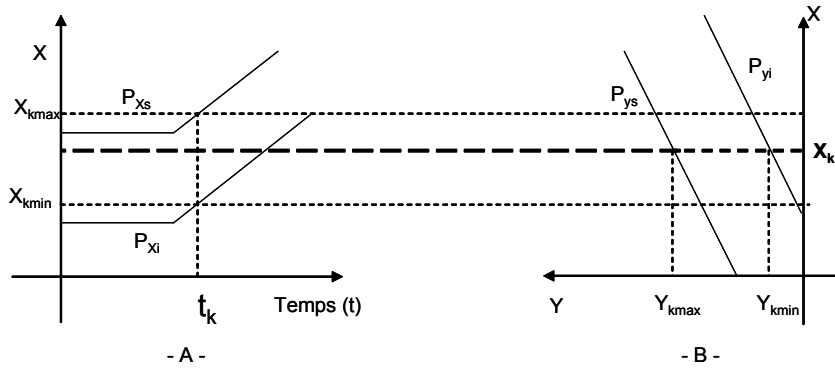


FIG. 3.10 – Exemple de la composition de bandes temporelles

La bande temporelle de  $Y$  est déterminée en remplaçant la valeur de  $X_k$  par ses deux polynômes correspondants à l'instant  $t_k$ :

$$\text{Pour } t_i < t_s \wedge \forall t_k \in [t_i, t_s[: \quad (3.51)$$

$$(t_i, t_s, P_{Y_i}, P_{Y_s}) = (t_i, t_s, P_{y_i}(P_{X_i}(t_k)), P_{y_s}(P_{X_s}(t_k)))$$



### 3.4.2.5 Décalage de bandes temporelles

Parmi les opérations qu'on peut faire avec les bandes temporelles est leur **décalage**. Cette opération permet de faire une translation dans le temps des bandes temporelles. Cela est dû au fait que la procédure de décision opère une forme indépendante des équations  $(f + g' + h'')$  et que la description d'un résidu consiste simplement à décrire comment se calculent  $f$ ,  $g$  et  $h$  à partir des grandeurs mesurées (sous forme de SBTs).

En effet, la modélisation de certains composants nécessite la prise en compte d'un décalage temporel entre les grandeur les caractérisant. Ceci est illustré plus loin, par un exemple concret dans le fonctionnement des systèmes en génie des procédés. La méthode "standard" consiste à modéliser les retards par des équations différentielles, c'est à dire rester dans une représentation purement analogique. Ce n'est malheureusement pas toujours aisé (même si c'est théoriquement faisable). Le même problème se présente en électronique dans le cas des circuits digitaux qui, bien que formés de composants analogiques élémentaires, ne peuvent être, en raison du très grand nombre de ces composants élémentaires, modélisés qu'au niveau comportemental, niveau où apparaissent des retards dans l'établissement des signaux.

Nous introduisant donc un opérateur de décalage temporel étendant les opérations déjà définies sur les SBTs. Ainsi, par exemple, le modèle d'un inverseur (circuit électronique dont la sortie  $s(t)$  est toujours à l'opposé de l'entrée  $e(t)$ ) s'écrira:

$$s(t) = -e(t - \delta) \quad (3.52)$$

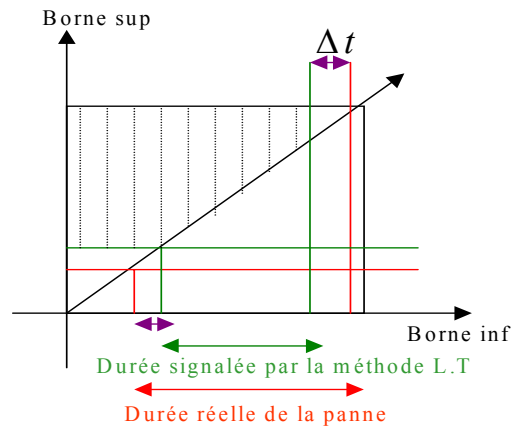
où  $\delta$  est le décalage temporel (retard) entre l'entrée et la sortie.

### 3.4.2.6 Préconditions

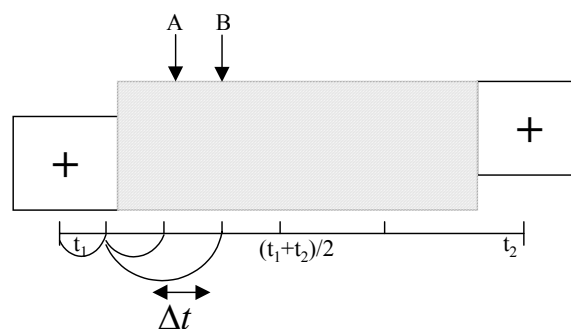
Chaque opération doit contenir une description **des préconditions**, à savoir **des conditions nécessaires** pour que l'opération soit applicable. Ces conditions sont souvent des restrictions sur l'état d'un ou de plusieurs des arguments. Les opérateur possibles sont **if**, **else**, **while** ...etc. Un exemple concret sur l'utilisation de ces préconditions dans les systèmes en génie des procédés est donné plus loin.

## 3.4.3 Instant de détection de l'apparition et de la disparition des pannes

Supposons que dans une fenêtre d'observation, la réponse de la méthode *SBTs* est donnée par la Fig. 3.11. L'instant réel de l'apparition de la panne est différent de celui signalé par la méthode *SBTs*:

FIG. 3.11 – Réponse de la méthode à base des *SBTs*

Sachant que le choix des instants d'intégration de la méthode à base de *SBTs* se fait en appliquant la recherche binaire, cette dernière se fait d'une façon empirique sur la partie supérieure du carré calculé à partir de la fenêtre d'observation. Par exemple, sur un intervalle de temps  $[t_1, t_2]$  (Fig 3.12) qui contient une panne à l'instant  $A$ , la méthode à base de *SBTs* signale l'existence de la panne à l'instant  $B$ . Il s'agit de glisser sur l'intervalle  $[t_1, t_2]$  tout en le divisant en parties égales et en vérifiant au fur et à mesure la cohérence des résidus. Sur la Fig. 3.12, on remarque que le retard à la détection de la panne est dû au pas de division de l'intervalle suivi par la méthode de la recherche binaire. De même, au moment de la réparation de la panne, la méthode à base de *SBTs* signale sa disparition avec une certaine avance  $\Delta t'$  dans le temps par rapport à sa disparition réelle (Fig. 3.13, avec  $\Delta t \neq \Delta t'$ ).



A: Instant de l'apparition réelle de la panne  
 B: Instant de détection de la panne

FIG. 3.12 – Procédure d'intégration de la méthode à base des *SBTs* (détection de l'apparition de la panne)

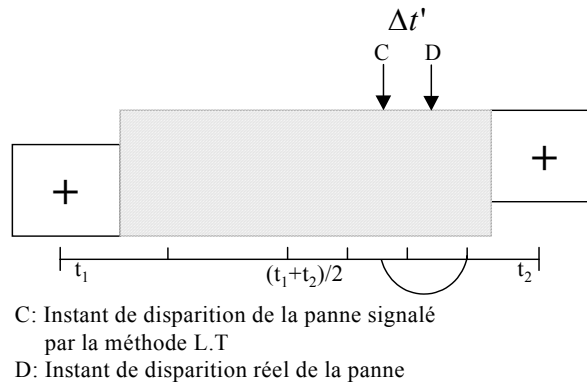


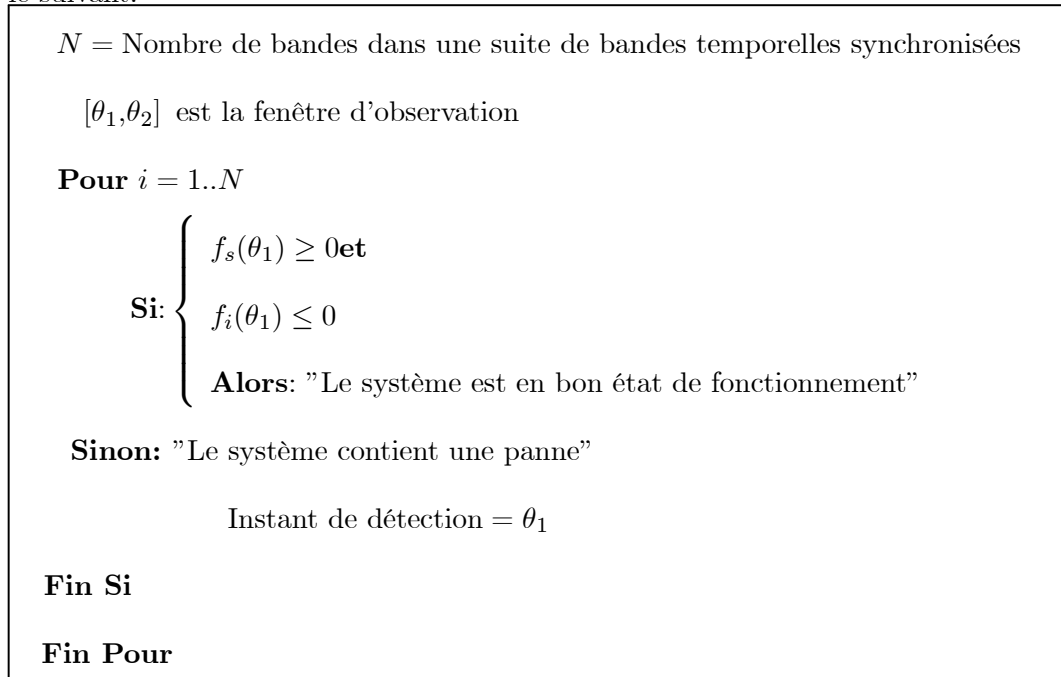
FIG. 3.13 – Procédure d'intégration de la méthode à base des SBTs (instant de disparition de la panne)

### 3.4.4 Algorithme d'application de la méthode SBT

En résumé, une fois l'arithmétique des suites de bandes temporelles est saisie, l'application de la méthode SBTs devient simple. Après la génération des résidu sous la forme canonique  $f(t) + g'(t) + h''(t) + \dots = 0$ , et après la détermination des suites de bandes temporelles, l'algorithme est simple:

**Pour un résidu d'ordre 0:**  $f(t) = 0$

Une fois la borne supérieur  $f_s$  de  $f(t)$  est calculée (resp la borne inférieur  $f_i$ ), l'algorithme est le suivant:



**Pour un résidu d'ordre 1:**  $f(t) + g'(t) = 0$ , un calcul des primitives s'impose.

$\forall \theta_1, \theta_2 : \theta_1 < \theta_2$  : on pose:

$$Sup\_poly_{\theta_1, \theta_2} = P_{f_s}^{(1)}(\theta_2) - P_{f_i}^{(1)}(\theta_1) + g_s(\theta_2) - g_i(\theta_1)$$

$$Inf\_poly_{\theta_1, \theta_2} = P_{f_i}^{(1)}(\theta_2) - P_{f_s}^{(1)}(\theta_1) + g_i(\theta_2) - g_s(\theta_1)$$

$N$  = Nombre de bandes dans une suite de bandes temporelles synchronisées

$[\theta_1, \theta_2]$  est la fenêtre d'observation

**Pour**  $i = 1..N$

**Si:**  $\left\{ \begin{array}{l} Sup\_Poly_{\theta_1, \theta_2} \geq 0 \text{ et} \\ Inf\_poly_{\theta_1, \theta_2} \leq 0 \end{array} \right.$

**Alors:** "Le système est en bon état de fonctionnement"

**Sinon:** "Le système contient une panne"

Instant de détection =  $\theta_1$

**Fin Si**

**Fin Pour**

**Pour un résidu d'ordre 2:**  $f(t) + g'(t) + h''(t) = 0$ , nous avons besoin de 4 couples d'instants:

$\forall \theta_{11}, \theta_{12}, \theta_{21}, \theta_{22} : \theta_{11} < \theta_{12} < \theta_{21} < \theta_{22}$  : on pose:

$$\begin{aligned} Sup\_poly_{\theta_{11}, \theta_{12}, \theta_{21}, \theta_{22}} &= (\theta_{12} - \theta_{11}) \cdot (P_{f_s}^{(2)}(\theta_{22}) - P_{f_s}^{(2)}(\theta_{21})) - (\theta_{22} - \theta_{21}) \cdot (P_{f_i}^{(2)}(\theta_{12}) \\ &- P_{f_i}^{(2)}(\theta_{11})) + (\theta_{12} - \theta_{11}) \cdot (P_{g_s}^{(1)}(\theta_{22}) - P_{g_s}^{(1)}(\theta_{21})) - (\theta_{22} - \theta_{21}) \cdot (P_{g_i}^{(1)}(\theta_{12}) \\ &- P_{g_i}^{(1)}(\theta_{11})) + (\theta_{12} - \theta_{11}) \cdot (h_s(\theta_{22}) - h_s(\theta_{21})) - (\theta_{22} - \theta_{21}) \cdot (h_i(\theta_{12}) - h_i(\theta_{11})); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Inf\_poly_{\theta_{11}, \theta_{12}, \theta_{21}, \theta_{22}} &= (\theta_{12} - \theta_{11}) \cdot (P_{f_i}^{(2)}(\theta_{22}) - P_{f_i}^{(2)}(\theta_{21})) - (\theta_{22} - \theta_{21}) \cdot (P_{f_s}^{(2)}(\theta_{12}) \\ &- P_{f_s}^{(2)}(\theta_{11})) + (\theta_{12} - \theta_{11}) \cdot (P_{g_i}^{(1)}(\theta_{22}) - P_{g_i}^{(1)}(\theta_{21})) - (\theta_{22} - \theta_{21}) \cdot (P_{g_s}^{(1)}(\theta_{12}) \\ &- P_{g_s}^{(1)}(\theta_{11})) + (\theta_{12} - \theta_{11}) \cdot (h_i(\theta_{22}) - h_i(\theta_{21})) - (\theta_{22} - \theta_{21}) \cdot (h_s(\theta_{12}) - h_s(\theta_{11})); \end{aligned}$$

L'algorithme de la vérification est le même, avec cette fois comme instant de détection de panne est  $\theta_{11}$ , quand elle existe.

Pour un résidu d'ordre 3:  $f(t) + g'(t) + h''(t) + L'''(t) = 0$ , la procédure devient un peu compliquée, car il faut choisir 8 couples d'instants, et intégrer 5 fois le résidu. Tout calcul fait donne le même algorithme que celui pour l'ordre 1 et 2 avec:

$\forall \theta_{11}, \theta_{12}, \theta_{21}, \theta_{22}, \alpha, \beta, \lambda, \gamma : \theta_{11} < \beta < \gamma < \theta_{12} < \theta_{21} < \alpha < \lambda < \theta_{22} :$

$$\begin{aligned}
Sup\_poly_{\theta_{11},\theta_{12},\theta_{21},\theta_{22},\alpha,\beta,\lambda,\gamma} &= A.(P_{fs}^{(3)}(\gamma) - P_{fi}^{(3)}(\beta)) - B.(P_{fi}^{(3)}(\lambda) - P_{fs}^{(3)}(\alpha)) \\
&- E.(P_{fi}^{(2)}(\gamma) - P_{fs}^{(2)}(\beta)) + F.(P_{fs}^{(2)}(\lambda) - P_{fi}^{(2)}(\alpha)) + A.(P_{gs}^{(2)}(\gamma) - P_{gi}^{(2)}(\beta)) \\
&- B.(P_{gi}^{(2)}(\lambda) - P_{gs}^{(2)}(\alpha)) + M.(P_{hs}^{(1)}(\gamma) - P_{hi}^{(1)}(\beta)) - N.(P_{hi}^{(1)}(\lambda) - P_{hs}^{(1)}(\alpha)) \\
&+ A.(L_s(\gamma) - L_i(\beta)) - B.(L_i(\lambda) - L_s(\alpha))
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Inf\_poly_{\theta_{11},\theta_{12},\theta_{21},\theta_{22},\alpha,\beta,\lambda,\gamma} &= A.(P_{fi}^{(3)}(\gamma) - P_{fs}^{(3)}(\beta)) - B.(P_{fs}^{(3)}(\lambda) - P_{fi}^{(3)}(\alpha)) \\
&- E.(P_{fs}^{(2)}(\gamma) - P_{fi}^{(2)}(\beta)) + F.(P_{fi}^{(2)}(\lambda) - P_{fs}^{(2)}(\alpha)) + A.(P_{gi}^{(2)}(\gamma) - P_{gs}^{(2)}(\beta)) \\
&- B.(P_{gs}^{(2)}(\lambda) - P_{gi}^{(2)}(\alpha)) + M.(P_{hi}^{(1)}(\gamma) - P_{hs}^{(1)}(\beta)) - N.(P_{hs}^{(1)}(\lambda) - P_{hi}^{(1)}(\alpha)) \\
&+ A.(L_i(\gamma) - L_s(\beta)) - B.(L_s(\lambda) - L_i(\alpha))
\end{aligned}$$

avec:

$$A = (t_{12} - t_{11}).(\lambda - \alpha);$$

$$B = (t_{12} - t_{11}).(\gamma - \beta);$$

$$E = (t_{22} - t_{11}).(\lambda - \alpha);$$

$$F = (t_{22} - t_{21}).(\gamma - \beta);$$

$$M = (t_{21} - t_{11}).(\lambda - \alpha);$$

$$N = (t_{21} - t_{11}).(\gamma - \beta);$$

### 3.4.5 Limites et avantages de la méthode SBTs

Le fait de travailler avec la méthode SBTs, nous rapporte un certain nombre d'avantages au niveau de la supervision des systèmes. Le premier avantage se situe au niveau de l'évaluation de la dérivée et ses problèmes répercutés sur les résidus tout en intégrant formellement les résidus sans passer par le calcul de la dérivée. Ainsi, le fait de prendre en considération les imprécisions des appareils de mesures et les incertitudes des paramètres, nous permet d'éviter les fausses alarmes et par la suite d'avoir un diagnostic robuste. Ainsi, le fait de diagnostiquer à base d'intervalles, nous avons plus de chance de pouvoir détecter les pannes à faible degré (des pannes qui peuvent être noyées dans le bruit de mesures et dans l'imprécision des appareils).

Comme chaque méthode de diagnostic, la méthode SBTs à des inconvénients qui se présentent dans l'obligation de transformer les résidus sous la forme canonique, appelée forme SBTs:  $f + g' + h'' + = 0$ . Les paramètres des composants des systèmes doivent être donnés avec précision sous forme d'intervalles, chose qui n'est pas toujours facile à réaliser dans les processus réels. De plus, nous avons vu dans le paragraphe précédent que cette méthode met un certain retard " $\Delta t$ " à la détection des pannes, et une avance " $\Delta t'$ " dans la signalisation de leur disparition. Pour plus d'explication, Le dernier chapitre est consacré à la comparaison des résultats expérimentaux de la méthode SBTs avec celle statistique de Cusum.

### 3.5 Exemple de la mise en oeuvre sur des systèmes présents en génie de procédés

La validation de la méthode à base des SBTs sur les systèmes en génie de procédés, rencontre plusieurs difficultés:

#### 1. Sources de complexité des modèles en génie de procédés

Contrairement aux systèmes électroniques, les systèmes rencontrés en génie des procédés mettent en oeuvre des lois complexes en raison du couplage des différents phénomènes (thermique, hydraulique, mécanique et chimique). Le nombre de variables pour décrire ce type de procédé est supérieur ou égal à deux.

**Exemple 3.5.1** La figure suivante (Fig. 3.14) présente un système thermofluide. Il s'agit d'un réservoir de stockage de section  $A$ , dans lequel l'eau est chauffée par un thermoplongeur de puissance  $Q_m$ . Son débit massique d'eau d'entrée  $f_{Hin}$  à la température  $T_1$  est délivré par une pompe.  $f_{Hout}$  est son débit massique d'eau à la sortie à la température  $T_2$ .  $Z$  représente la variation de la hauteur d'eau dans le réservoir.

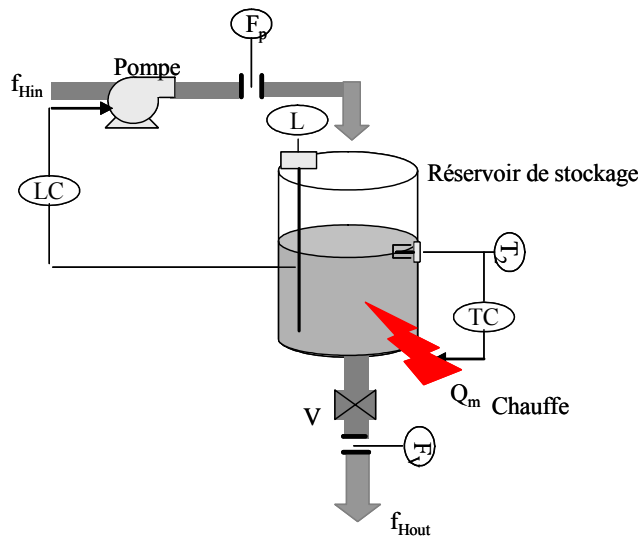


FIG. 3.14 – Schéma de principe du système thermofluide

La pompe (resp. la chauffe) est commandée par un contrôleur de niveau (LC) (resp. un contrôleur de température (TC)) par rapport au niveau d'eau (resp. la température) dans le réservoir de stockage. L'état de la vanne manuelle  $U = \{0,1\}$  dépend de la commande de l'utilisateur.

Les capteurs qu'on a sur le système sont supposés être en unités internationales:

$F_p$  (resp.  $F_v$ ): capteur débit de la pompe (resp. capteur débit d'eau à la sortie de la vanne manuelle  $V$ );

$T_2$  capteur de température d'eau dans le réservoir. Elle est considérée homogène;

$P$  capteur de pression dans le réservoir de stockage;

$Q_m$  capteur de puissance.

Les variables hydrauliques sont  $f_{HinR}$ ,  $f_{HoutR}$ , la température du réservoir  $T_R$  et le niveau du réservoir  $Z$ .

Les paramètres sont la capacité thermique spécifique  $C_p$ , la section  $A$ , et la masse volumique  $\rho$ .

La température  $T_1$  à l'entrée du réservoir est considérée comme un paramètre constant.

Pour des raisons de simplicité pour ce cas, les équations du système de contrôle ne sont pas considérées.

Les relations de redondance analytique issu des équations de la conservation de l'énergie hydraulique et de la thermique sont:

$$\text{Exemple 3.5.2} \quad \left\{ \begin{array}{l} f_{HinR} - f_{HoutR} = \rho \cdot A \cdot \frac{d(Z)}{dt} \\ C_p \cdot T_1 \cdot f_{HinR} - C_p \cdot T_R \cdot f_{HoutR} + Q_m = \rho \cdot C_p \cdot A \cdot \frac{d(Z \cdot T_R)}{dt} \\ \text{tel que: } h_{ein} = C_p \cdot T_1; \quad h_{eout} = C_p \cdot T_R \end{array} \right.$$

$h_{ein}$  (resp.  $h_{eout}$ ) est l'enthalpie spécifique d'eau d'entrée (resp. de sortie).

Sachant que notre but est l'application de la méthode à base des SBTs, la première étape est la réalisation des modèles sous la forme canonique  $f + g' + \dots = 0$  ( $g' = \frac{dg}{dt}$ ). Pour cette exemple, il s'agit des équations d'ordre 1, tel que:

$$\text{Cas hydraulique:} \quad \left\{ \begin{array}{l} f + g' = 0 \\ \text{tel que: } f = f_{HinR} - f_{HoutR} \\ g = -\rho \cdot A \cdot Z \end{array} \right. \quad (3.53)$$

$$\text{Cas thermique:} \quad \left\{ \begin{array}{l} f + g' = 0 \\ \text{tel que: } f = h_{ein} \cdot f_{HinR} - h_{eout} \cdot f_{HoutR} + Q_m \\ g = -\rho \cdot C_p \cdot A \cdot Z \cdot T_R \end{array} \right. \quad (3.54)$$

Dans cet exemple la détermination des relations de redondance analytique sous la forme canonique est réalisable. Il n'est pas toujours facile d'obtenir cette forme. Si par exemple on se trouve devant  $f \cdot f' + g' = 0$ , la solution dans ce cas est simple. Il suffit de remplacer  $f \cdot f'$  par

$\frac{1}{2} \cdot (f^2)'$ . Mais si notre modèle est sous la forme  $f \cdot g' = 0$ , l'application de la méthode devient impossible.

## 2. Problème de calcul des paramètres

Dans le cas d'un régime sous saturé, l'enthalpie spécifique " $h = C_p \cdot T$ " est considérée indépendante de la pression. Toutefois, elle varie faiblement pour une température inférieure à  $100^\circ C$ .

La capacité thermique  $C_p$  est un paramètre qui dépend de la nature du fluide. Il varie en fonction de la température ( $C_p = [C_{pmin}, C_{pmax}]$ ). Il est aisé une fois la plage de la variation de la température de fonctionnement est connue, de fixer les limites supérieurs et inférieurs (voir [69]). A titre d'exemple, pour une variation de la température de  $15^\circ C$  à  $100^\circ C$ ,  $C_p$  varie de  $4.185 kJ/kg \cdot ^\circ C$  à  $4.217 kJ/kg \cdot ^\circ C$ .

En régime saturé, lorsque la vapeur est humide, les températures, pressions et enthalpies spécifiques ne sont plus indépendantes. Une solution à ce problème réside dans la détermination des polynômes monotones représentant ces variables grâce à ces tables théoriques. On peut appliquer, par exemple, la méthode de la régression linéaire, sachant qu'il faut déterminer le polynôme le plus adéquat. Il s'agit de trouver le polynôme qui a la plus petit erreur d'interpolation. Ceci peut provoquer une multi-occurrences des variables dans le cas des polynômes d'ordre supérieur, qui par la suite engendre l'augmentation des imprécisions, pour donner à la fin des suites de bandes temporelles très élargies qui mènent à des non détection de pannes. Ce cas sera élucidé dans l'application finale sur le générateur de vapeur.

## 3. Evaluation des incertitudes des paramètres des modèles est difficile.

Contrairement aux systèmes électroniques, les paramètres d'un système en génie des procédés, ainsi que leur précision, ne sont pas tous donnés par le constructeur. Le cas pour notre exemple du paramètre de pertes de charge ( $C_d$ ) pour les conduites de connections. Ce coefficient est déterminé expérimentalement sous forme d'intervalle  $[C_{dMin}, C_{dMax}]$ , tel que  $C_{dMin}$  (resp.  $C_{dMax}$ ) représente la plus petite valeur expérimentale que peut prendre ce coefficient (resp. sa plus grande valeur).

## 4. Problème lié aux contrôleurs (niveau $LC$ , pression $PC$ et température $TC$ ).

Dans le cas de la présence d'un retard  $\tau$  dans les expression des résidus, les SBTs correspondantes sont décalées dans le temps d'une valeur  $\tau$ .

Il s'agit d'un décalage entre la commande envoyée par le contrôleur et la réaction du composant commandé. Prenant le cas de la pompe (Fig. 3.14), cette dernière est contrôlée par un contrôleur de niveau d'eau dans le réservoir de stockage. Il existe un décalage temporel non linéaire (pas toujours le même) entre la commande du contrôleur et le début de l'exécution



de la pompe. Ceci peut provoquer une signalisation d'alarme alors que le système est en bon état de fonctionnement. Ce problème a été résolu par un décalage dans le calcul des suites de bandes temporelles. Quelques fois ce temps de retard est difficilement modélisable car il n'est pas constant, il ne peut pas être donné avec précision, nous nous basons alors sur l'expérience pour le déterminer. L'algorithme développé pour ce genre de situations est le suivant:

$N$  = Nombre de bandes dans une suite de bandes temporelles synchronisées

$[\theta_1, \theta_2]$  est la fenêtre d'observation

**Si**  $Command\_Controlleur = 1$

$\theta_{Decal} = n$  % l'ordre de grandeur du décalage des SBTs

**Pour**  $i = 1..N$

**Si:**

$$\begin{cases} P_{fs}^{(1)}(\theta_2 + \theta_{Decal}) - P_{fi}^{(1)}(\theta_1 + \theta_{Decal}) + g_s(\theta_2 + \theta_{Decal}) - g_i(\theta_1 + \theta_{Decal}) \geq 0 \text{ et} \\ P_{fi}^{(1)}(\theta_2 + \theta_{Decal}) - P_{fs}^{(1)}(\theta_1 + \theta_{Decal}) + g_i(\theta_2 + \theta_{Decal}) - g_s(\theta_1 + \theta_{Decal}) \leq 0 \end{cases}$$

**Alors:** "Le système est en bon état de fonctionnement"

**Sinon:** "Le système contient une panne"

Instant de détection =  $\theta_1 + \theta_{Decal}$

**Fin Si**

**Fin Pour**

**Fin Si**

### 5. Utilisation de la méthode SBTs pour les systèmes hybrides

Dans le cas de la présence d'un système qui possède aussi bien des caractéristiques des systèmes continus que des systèmes discrets (pompe contrôlée par exemple), appelé systèmes hybrides. Grâce aux **préconditions**, la méthode à base des SBTs permet la vérification de la cohérence des résidus de ces systèmes en appliquant la démarche suivante:

1. Définir les **préconditions** du fonctionnement du système;
2. Tirer les résidus propres à chaque précondition;
3. Vérifier séparément l'inconsistance des résidus (lancer la méthode à base des *SBTs*);
4. Combiner les résidus adjacents qui ont le même degré de polynôme constituant ses *SBTs*.

**Exemple 3.5.3** Prenant la pompe contrôlée de l'exemple Fig.3.14, elle est soit en mode de fonctionnement soit en mode d'arrêt et tout dépend de la commande ( $b_l = \{1,0\}$ ) de son contrôleur:

**Précondition 1:**  $b_l = 1 \Rightarrow F_p = f(P_{in} - P_{out})$ ;

**Précondition 2:**  $b_l = 0 \Rightarrow F_p = 0$ .

Le résidu  $R$  dans ce cas est:

$$\begin{cases} \text{si } b_l = 1 : R = F_p - f(P_{in} - P_{out}) \\ \text{si } b_l = 0 : R = F_p \end{cases} \quad (3.55)$$

tel que  $f(P_{in} - P_{out})$  représente le modèle théorique de la pompe, tel que  $P_{in}$  (resp  $P_{out}$ ) représente la pression à l'entrée (resp. la pression à la sortie) de la pompe. Généralement, il est donné par le constructeur.

## 3.6 Conclusion

Nous avons exposé dans ce chapitre le fondement théorique des méthodes ensemblistes, suivi par un état de l'art sur les méthodes à base d'intervalles développées pour le diagnostic dont la méthode à base des suites de bandes temporelles (*SBTs*) fait partie. La différence entre les méthodes à base d'intervalles qui existent et la méthode à base des *SBTs* réside dans l'évaluation des résidus sans affronter les problèmes dûs au calcul numérique de la dérivée quand elle existe. L'application de cette méthode se résume en trois étapes. La première étape a pour but la réalisation des résidus sous la forme canonique:  $f + g' + h'' + \dots = 0$ , où  $f$ ,  $g$  et  $h$  se sont des fonctions de quantités mesurables et des paramètres à surveiller. La deuxième étape consiste à faire une intégration formelle des résidus pour arriver à la troisième étape qui a pour rôle la vérification de la cohérence des résidus.

Dans ce chapitre nous avons détaillés les méthodes qui peuvent servir à la validation de la première condition de cette méthode pour les systèmes linéaires et non linéaires. Ensuite,

nous avons développés les différents points essentiels à l'application de cette méthode, et la résolution de ses difficultés rencontrées lors de son application aux systèmes en génie de procédés.

**Notations**

Pour la suite de notre travail, nous proposons les notations suivantes:

Liste des variables :

Symboles	Désignations	Unités
$f_{TinX}, f_{HinX}$	Flux thermique, resp. hydraulique à l'entrée du composant $X$	$[J/s, kg/s]$
$f_{ToutX}, f_{HoutX}$	Flux thermique, resp. hydraulique à la sortie du composant $X$	$[J/s, kg/s]$
$Z$	Hauteur d'eau dans le réservoir de stockage	$[m]$
$Y_{ref}$	Valeur $Y$ (Niveau, pression) de référence	$[m, Pa]$
$L$	Volume d'eau dans la chaudière	$[m^3]$
$T_X$	Température dans le composant $X$	$[K]$
$P_X$	Pression dans le composant $X$	$[Pa]$
$h_v(P_X), h_l(P_X)$	Enthalpie spécifique de l'eau et de la vapeur resp. en fonction de la pression	$[J/kg, J/kg]$
$\nu_v(P_X), \nu_l(P_X)$	Volume massique de l'eau et de la vapeur resp. en fonction de la pression	$[m^3/kg, m^3/kg]$
$Q_{THP}$	Puissance de chauffe	$[W]$
$b_Z$	Commande du contrôleur ( $z$ : pression/niveau)	–
$U_i$	Etat de la vanne $i$ ( $i = 1, \dots, 11$ )	–
$T_v, T_e$	Température de la vapeur et de l'eau resp.	$[K, K]$

TAB. 3.1 – Liste des variables

On note:

- toute grandeur "in" est positive entrant.
- toute grandeur "out" est positive sortant.

Liste des paramètres

Symboles	Désignations	Unités
$\rho$	masse volumique d'eau	$[kg/m^3]$
$C_{pe}$	chaleur massique d'eau	$[J/kg^\circ C]$
$C_{pv}$	chaleur massique de vapeur	$[J/kg^\circ C]$
$V_X$	volume du composant $X$	$[m^3]$
$Cd$	coefficient de décharge du tuyau	$(m.kg)^{1/2}$
$L_{ref}, P_{ref}$	volume et pression de référence resp	$[m^3, Pa]$
$\Delta L, \Delta P$	zone morte du relais du niveau et de pression	$[m^3, Pa]$
$C_{Vi}$	coefficient de perte de charge de la vanne $V_i$	–
$K_1, K_2$	Coefficients caractéristiques de la pompe	–

TAB. 3.2 – Liste des paramètres

## Chapitre 4

# Application à une installation pilote de génération de vapeur

### 4.1 Contexte et cadre de l'application

Ce travail a pour but principal la conception et l'application à un procédé réel d'un logiciel de diagnostic basé sur le traitement des résidus sous formes des SBTs, en vue d'une prise de décision robuste en tenant compte des incertitudes des mesures et des paramètres.

Ce logiciel est intégré sous forme d'une boîte à outil dans la plate-forme de supervision globale (que nous présenterons plus loin). Cet outil est testé sur deux procédés réels: le Cracking Catalytique appartenant à l'institut français de pétrole (IFP) et se trouvant à Solaize (Lyon) et l'installation de génération de vapeur (représentant le fonctionnement d'une centrale thermique à échelle réduite) se situant à l'école polytechnique de Lille. Pour des raisons de flexibilité et d'accessibilité, nous présentons dans le présent travail de thèse les tests en ligne de la boîte à outil sur le générateur de vapeur. Les performances de l'algorithme de diagnostic seront comparées à ceux données par l'application de l'algorithme statistique de Cusum.

### 4.2 Description physique du processus

L'installation dont la vue générale est présentée Fig. 4.1, représente le fonctionnement à échelle réduite d'une centrale thermique. A la différence d'une centrale industrielle, l'énergie produite par le circuit primaire est engendrée ici par un thermoplongeur électrique, tandis que l'énergie fournie à la turbine est dissipée ici par un poste de détente et de refroidissement composé d'un ensemble de vannes modulantes et d'un condenseur couplé à un échangeur de chaleur.

Le système est constitué d'un réservoir de stockage d'eau relié à une chaudière de capacité volumique égale à 175 *litres*, par l'intermédiaire d'une pompe commandée par le niveau d'eau

FIG. 4.1 – *Vue générale de l'installation pilote*

dans la chaudière. Le rôle de la chaudière est la réalisation de la chauffe et la vaporisation de l'eau au moyen d'un thermoplongeur. Ce dernier a une puissance électrique de  $60 \cdot 10^3 \text{Watts}$ .

La vapeur d'eau produite subit une détente isenthalpique, grâce à un ensemble de 3 vannes modulantes installées en parallèle ( $V_1$ ,  $V_2$  et  $V_6$ ). Le système de la détente de l'installation simule le fonctionnement technologique de la turbine dans une centrale électrique à l'aide d'un ensemble de vannes contrôlées comme indiqué sur la Fig.4.2.

La vanne  $V_2$  est commandée à partir d'un calculateur en boucle ouverte. Son rôle consiste à simuler le contournement de la vapeur dans une centrale réelle, afin de générer la quantité de vapeur produite (puissance de la turbine) en fonction de la charge électrique demandée. La vanne  $V_1$  est asservie en boucle fermée en fonction de la pression du condenseur (capteur  $P_{15}$ ). Cette branche a pour objectif la simulation du fonctionnement de la turbine. Une vanne by-pass manuelle, fermée en fonctionnement normal, permet de simuler une fuite dans le système. La troisième vanne est commandée automatiquement, afin de garder constante la pression à l'intérieur du condenseur. A la sortie de la chaudière, une vanne  $V_{11}$  manuelle, maintenue ouverte tout le long du fonctionnement du générateur de vapeur, sert à simuler un blocage de la vapeur à l'intérieur de la chaudière (bouchage de la chaudière).

La vapeur est ensuite condensée dans un échangeur-condenseur. Ce dernier contient deux circuits (court et long) utilisés selon la température de sortie du circuit de refroidissement. Le condensât est refoulé grâce à une différence de pression dans le réservoir de stockage pour boucler le circuit à l'aide du poste de décharge. Ce dernier contient 3 vannes montées en parallèles et contrôlées par un contrôleur de niveau d'eau dans le condenseur.

FIG. 4.2 – *Instrument détaillé du processus*

#### 4.2.1 Caractéristiques techniques des instruments de mesures utilisés

Le système d'instrumentation est composé des capteurs suivants:

**Pour le réservoir de stockage**

$L_1$  capteur de volume d'eau en *litres (l)*

$T_2$  capteur de température en  $^{\circ}C$

**Pour la chaudière**

$T_5$  capteur de température de la vapeur en  $^{\circ}C$

$T_6$  capteur de température de l'eau saturée en  $^{\circ}C$

$L_8$  et  $L_9$  capteurs de volume de l'eau en *litres (l)*

$P_7$  capteur de pression en *Bar*

$Q_4$  capteur de puissance du chauffe en *Kw*

**Pour la pompe**

$F_3$  capteur de débit en sortie de la **pompe** *l/h*

**Pour le poste de détente**



$P_{11}, P_{12}, P_{13}, P_{14}, P_{15}$  et  $P_{16}$  capteurs de pression en *Bar*

$T_{17}$  capteur de température en  $^{\circ}C$

$F_{10}$  capteur de débit de la vapeur *kg/h*

#### **Pour le condenseur**

$L_{18}$  et  $L_{19}$  capteurs de niveau d'eau en *litres (l)*

$T_{17}, T_{20}, T_{21}$  et  $T_{22}$  capteurs de température à la sortie en  $^{\circ}C$

$F_{23}$  capteur de débit en *l/h*

#### **Pour le Poste de refroidissement**

$T_{25}, T_{26}$  et  $T_{27}$  capteurs de température en  $^{\circ}C$

$F_{24}$  capteur de débit en *l/h*

#### **Pour le poste de décharge**

$U_3, U_4$  et  $U_5$  capteurs de l'état des vannes  $V_3, V_4$  et  $V_5$

Les vannes  $V_6, V_7, V_8, V_9$  et  $V_{10}$  figurant sur le schéma (Fig. 4.2) ne font pas à proprement partie du système en exploitation. Elles ont été placées afin de pouvoir provoquer des pannes physiques dans le système.

Les caractéristiques du système d'instrumentation sont données Fig. 4.3.

Capteurs	Echelles	Unités	Valeurs
<b>Réservoir de stockage</b>			
L1	0-240	l	200
T2	0-100	°C	37
<b>Pompe</b>			
F3	0-1600	l/h	950
<b>Chaudière</b>			
Q4	0-60	kw	60
T5	0-200	°C	168
T6	0-200	°C	170
P7	0-16	bar abs	8
L8-L9	143-156	l	150
<b>Poste de détente</b>			
F10	0-100	kg/h	83
P11	0-16	bar abs	8
P12	0-16	bar abs	8
P13	0-16	bar abs	8
P14	0-16	bar abs	5
P15	0-16	bar abs	5
P16	0-16	bar abs	5
T17	0-200	°C	52
V1	0-100	%	
V2	0-100	%	
<b>Echangeur-condenseur</b>			
F23	0-4000	kg/h	2600
L18	0-400	mm	
L19	0-400	mm	
T17	0-200	°C	150
T20	0-200	°C	70
T21	0-100	°C	50
T22	0-100	°C	70
V3-V5	0-100	%	
<b>Poste de refroidissement</b>			
F24	0-4000	kg/h	
T25	0-100	°C	70
T26	0-100	°C	30
T27	0-100	°C	20

FIG. 4.3 – Caractéristiques du système d'instrumentation de l'installation

Comme les mesures délivrées par ces capteurs ne sont pas données en unités internationales, le tableau suivant (Tab. 4.1) précise leur conversion.

Capteurs	Conversion
Pressions	$(P - 1) \cdot 1.0e^5$ (Pa)
Niveaux	$L/1000$ ( $m^3$ )
Débits	$F/3600$ (kg/s)
Températures	$T + 273$ ( $^{\circ}K$ )

TAB. 4.1 – Conversion des unités des capteurs

La répartition des différents capteurs dans le PC de supervision, se fait selon deux cartes de multifonction (Fig 4.4).

Carte multifonction n°=1			Carte multifonction n°=2		
Capteurs	Gamme	Précision	Capteurs	Gamme	Précision
T5	0-200 °C	0,27%	P16	0-16 Bar	0,50%
T6	0-200 °C	0,27%	T17	0-200 °C	0,27%
P7	0-16 Bar	0,50%	T21	0-100 °C	0,27%
L8	300 mm	1%	T22	0-100 °C	0,27%
L9	300 mm	1%	F23	4000 l/h	1,60%
Q4	0-100 kw	1%	L18	400 mm	1%
F10	0-100 kg	1%	L19	400 mm	1%
P12	0-16 Bar	0,50%	F24	4000 l/h	1,60%
P13	0-16 Bar	0,50%	T25	0-100 °C	0,27%
T2	0-100 °C	0,27%	T26	0-100 °C	0,27%
L1	700 mm	1%	T27	50-100 °C	1%
P11	0-16 Bar	0,50%	T20	0-200 °C	0,27%
F3	1600 l/h	1,60%	P14, P15	0-16 Bar	0,50%
V1	0-5 volts		V2	0-5 Volts	

FIG. 4.4 – Répartition des différents capteurs dans le PC

### 4.3 Système de monitoring existant

Les paramètres opératoires de l'installation pilote à étudier sont saisis et visualisés sur un ordinateur à l'aide d'un logiciel de supervision **Panorama**. Ce dernier est constitué d'un ensemble d'applications. Une partie des applications de Panorama est dédiée aux opérations de configuration qui permettent d'adapter le logiciel à une installation particulière, il s'agit d'un sous ensemble de paramétrage. Ce dernier n'est autre que l'ensemble des traitements externes

qui regroupe les bibliothèques et les applications client-serveur qui permettent l'acquisition et le traitement des données répertoriées dans une base de données. Le reste des applications est utilisé pour le pilotage de l'installation, il s'agit d'un sous ensemble d'exploitation dont l'objectif est de comprendre le synoptique du processus avec toutes les valeurs des capteurs et les états des actionneurs que l'on peut modifier. Les courbes de mesures en temps réel et les alarmes qui se déclenchent dans le cas d'existence des défaillances sont disponibles en ligne sur le superviseur. Sur la Fig. 4.5 est représentée l'interface conçue pour la supervision du générateur de vapeur.

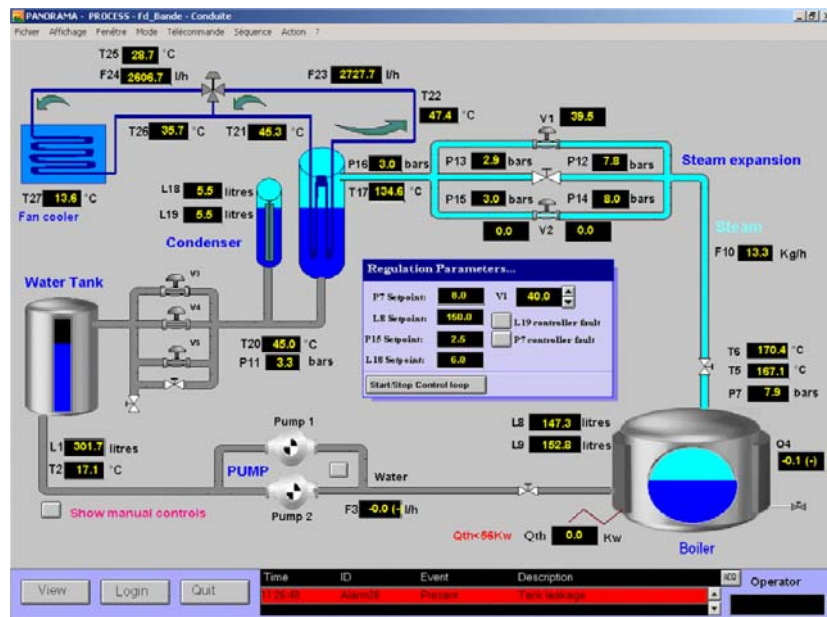


FIG. 4.5 – Interface de supervision Panorama

#### 4.4 Scénarios de simulations de fautes sur le processus

Le générateur de vapeur permet d'étudier un certain nombre de scénarios de pannes. Il est non seulement possible d'intervenir sur tous les capteurs mais aussi de provoquer une fuite d'eau, un bouchage de tuyauterie ou de modifier les algorithmes de commandes.

Trois types de défaillances peuvent être réalisés sur le processus: les défaillances physiques, les défaillances capteurs et les défaillances actionneurs.

- Défaillances physiques
  - Une fuite d'eau dans la chaudière en ouvrant  $V_{10}$
  - Une fuite thermique en retirant la protection calorifugée sur la chaudière

- Une fuite de pression dans la détente de vapeur en ouvrant la vanne de by-pass  $V_6$ .
- Un blocage de la conduite de vapeur en fermant la vanne  $V_7$
- Une fuite d'eau dans le condenseur en ouvrant la vanne  $V_8$
- Une fuite d'eau dans le réservoir de stockage, en ouvrant la vanne  $V_9$
- Défaillances d'actionneurs et du régulateur
  - Une panne de pompe peut être simulée en déconnectant son alimentation électrique.
  - Les signaux de commande des actionneurs peuvent être modifiés.
  - Les algorithmes de commandes introduit sous Panorama sous forme littéral peuvent être modifiés.
- Défaillances de capteurs.

Les défaillances abrutées peuvent être introduites en mettant les capteurs en position locale. Une dérive progressive peut être simulée sur la sortie des capteurs.

Le travail présenté dans ce mémoire, se focalise sur la validation de la méthode à base de SBTs sur le générateur de vapeur (GV). Ainsi, après la détermination des relations de redondance analytique, il a fallu chercher les imprécisions des paramètres du systèmes sous forme d'intervalles ainsi que les erreurs relatives et celles absolues des appareils de mesures (capteurs) nécessaires pour le calcul des suites de bandes temporelles, pour passer ensuite à la vérification de la cohérence des résidus.

Toujours dans le but du diagnostic, afin d'avoir une idée sur le diagnostic à base des suites de bandes temporelles, une étude comparative des résultats de la méthode à base de SBTs avec celle statistique de Cusum fera l'objet de ce chapitre.

## 4.5 Calcul des relations de redondance analytique

Les modèles mathématiques sur la base desquels sont générées les relations de redondance analytique sont développés dans d'autres publications [59], [88] et [60].

Les relations de redondance analytique constituant le système sont les suivantes:

On propose la désignation suivante:

$R$ : pour le réservoir

$P$ : pour la pompe

$C$ : pour la chaudière

$Cond$ : pour le condenseur

$Det$ : pour le poste de détente

$D$ : pour le poste de décharge

*THP* : pour le thermoplongeur

Toutes les RRA sont sous la forme canonique souhaitée, ainsi elles sont soit d'ordre 0 ( $f = 0$ ) soit d'ordre 1 ( $f + g' = 0$ ). Dans la suite nous allons présenter ces RRA en précisant  $f$  et  $g$ .

L'installation globale sera décomposée en 7 sous systèmes, comme indique la figure suivante (Fig. 4.6):

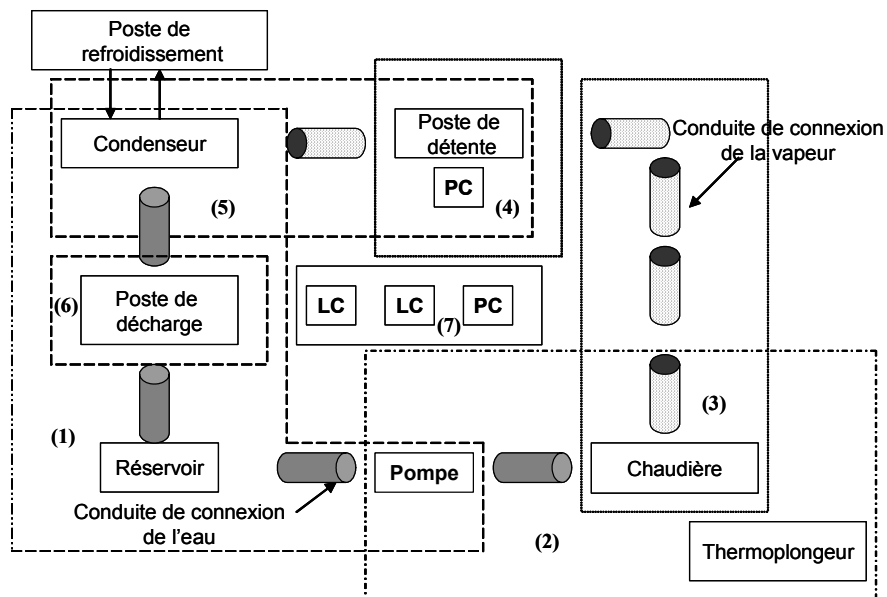


FIG. 4.6 – Décomposition du générateur de vapeur

– Réservoir de stockage, tuyau, pompe, poste de décharge et condenseur:

En utilisant le modèle hydraulique du réservoir de stockage (la conservation de la masse). Sachant que le débit d'eau d'entrée du réservoir est celui de sortie du poste de décharge. Le débit de sortie du réservoir est identique au débit de sortie de la pompe. La première relation de redondance analytique hydraulique est la suivante :

$$RRA_1 : \begin{cases} f = f_{HoutD} - f_{HoutP} \\ g = -V_R \end{cases} \quad (4.1)$$

De même pour le modèle thermique (la conservation de l'énergie), la relation de redondance analytique est la suivante:

$$RRA_2 : \begin{cases} f = C_P \cdot T_R \cdot f_{HoutD} - C_P \cdot T_R \cdot f_{HoutP} \\ g = -C_P \cdot V_R \cdot T_R \end{cases} \quad (4.2)$$

où le flux d'entrée du réservoir "  $f_{HoutD}$  " est calculé à partir de la relation suivante (poste de décharge: la somme des débits d'eau qui passent à travers les différentes conduites de connexion est égale au débit d'eau d'entrée au poste):

$$\begin{aligned} f_{HoutD} = & C_{V3} \cdot \text{sign}(P_{inD} - P_{outD}) \sqrt{|P_{inD} - P_{outD}|} \cdot U_3 + \\ & C_{V4} \cdot \text{sign}(P_{inD} - P_{outD}) \sqrt{|P_{inD} - P_{outD}|} \cdot U_4 + \\ & C_{V5} \cdot \text{sign}(P_{inD} - P_{outD}) \sqrt{|P_{inD} - P_{outD}|} \cdot U_5 + \end{aligned} \quad (4.3)$$

tel que:

$$\begin{cases} P_{inD} = P_{inCond} - rho \cdot g \cdot L_{Cond} \\ P_{outD} = P_{inR} = rho \cdot g \cdot L_R \end{cases} : \text{obtenus grâce aux équations de connexion.}$$

$rho = 1kg/m^3$  est la densité volumique d'eau à la température ambiante.

– Pompe, tuyau, réservoir et chaudière:

Le modèle de la pompe est donné par le constructeur sous la forme suivante:

$$f_{HoutP} = (K_1 \Delta P + K_2) \quad (4.4)$$

tel que:  $K_1 = -8.33e^{-7}m.s$  et  $K_2 = 0.972kg/s$  (spécialement pour la pompe du GV),  $\Delta P = P_{inP} - P_{outP}$  représente la différence de pression à ses bornes.  $f_{HoutP}$  est le débit de sortie de la pompe

et comme, il s'agit d'une pompe contrôlée, le modèle devient:

$$\begin{cases} si \ b_l = 1, \ f_{HoutP} = (K_1\Delta P + K_2) \\ si \ b_l = 0, \ f_{HoutP} = 0 \end{cases} \quad (4.5)$$

Sachant que la pression  $P_{inP}$  est connue grâce au capteur de volume à l'intérieur du réservoir ( $P_{inP} = rho.g.\frac{V_R}{A}$ , tel que  $rho$  est la masse volumique de l'eau à la température ambiante,  $g$  est la constante de gravité,  $V_R$  est le niveau d'eau dans le réservoir et  $A$  sa section). Sachant que le débit fournit par le circuit d'alimentation est l'intersection des caractéristiques de la pompe et de la conduite, la relation de redondance analytique ( $RRA_3$ ) est exprimée comme suit:

$$RRA_3 : \begin{cases} si : b_l = 1, \\ f = f_{HoutP} - \frac{C_d^2 - C_d\sqrt{C_d^2 - 4K_1(K_2 + K_1.(P_c - rho.g.\frac{V_R}{A}))}}{2K_1} \\ si : b_l = 0, \ f = f_{HoutP} \end{cases} \quad (4.6)$$

tel que  $C_d$  représente le coefficient de perte de charge de la conduite.

– Chaudière et thermoplongeur

Les RRA propres à la chaudière sont les suivantes:

$$RRA_4 : \begin{cases} f = f_{HinC} - f_{HoutC} \\ g = -V_c \frac{1}{\nu_v(P_c).X + \nu_l(P_c).(1-X)} \\ avec: X = \frac{(V_c - L)/\nu_v}{(L/\nu_l) + (V_c - L)/\nu_v} \end{cases} \quad (4.7)$$

$$RRA_5 : \begin{cases} f = h_e(P_c).f_{HinC} - h_v(P_c).f_{HoutC} + Q \\ g = -V_c \frac{(h_v(P_c).X + h_l(P_c).(1-X))}{\nu m} + V_c.P_c \\ avec: X = \frac{(V_c - L)/\nu_v}{(L/\nu_l) + (V_c - L)/\nu_v} \end{cases} \quad (4.8)$$

$$RRA_6 : f = P_C - \sum_{i=0}^n a_i.T_C \quad (4.9)$$



tel que  $RRA_4$  (resp.  $RRA_5$ ) est calculée à partir du bilan massique (resp. du bilan thermique) à l'intérieur de la chaudière. La  $RRA_6$  représente le lien qui existe entre la température et la pression dans la chaudière. Il s'agit d'un polynôme de degré  $n$ , caractérisant la relation thermodynamique entre ces deux variables. Les coefficients de ce polynôme ainsi que son degré sont calculés à partir de la table des valeurs expérimentales à l'aide de la technique de la régression linéaire au sens des moindres carrées.

$h_m$  et  $\nu_m$  représentent respectivement l'enthalpie spécifique et le volume massique du mélange et  $x$  est le titre de la vapeur présente dans la chaudière.  $\nu_e(P_c)$ ,  $\nu_v(P_c)$  et  $h_e(P_c)$ ,  $h_v(P_c)$  représentent respectivement le volume massique "v" et l'enthalpie spécifique "h" de l'eau (e) et de la vapeur (v). Elles sont déterminées par l'approche de la régression linéaire au sens des moindres carrées à partir des tables thermodynamiques eau-vapeur en fonction de la pression  $P_c$  ( $0 \leq P_c \leq 10 \text{ bar}$ , dans notre cas) à l'intérieur de la chaudière.  $V_c$  est le volume géométrique de la chaudière,  $H$  est son enthalpie totale et  $m$  sa masse d'eau.

Prenons comme exemple, l'enthalpie spécifique de la vapeur  $h_v(P_c)$ , la Fig. 4.7 représente l'allure du polynôme correspondant. Il s'agit d'un polynôme de degré 20, il a été choisi dans le but d'avoir la plus petite erreur d'interpolation.

FIG. 4.7 – Allure du polynôme de l'enthalpie spécifique de la vapeur

– Chaudière et conduite de connexion à sa sortie:

En faisant appel au modèle de la conduite de la vapeur, sachant que  $P_{outC} > \frac{P_{inC}}{2}$  et  $P_{inC} > P_{outC}$ , on trouve:

$$RRA_7 : f = f_{HoutC} - K_d \cdot \sqrt{|P_{inC} - P_{outC}|} \cdot \sqrt{P_{outC}} \quad (4.10)$$

tel que  $K_d$  est le coefficient de la conduite donné par le constructeur,

$P_{inC}$  et  $P_{outC}$  représentent respectivement la pression à l'entrée et à la sortie de la chaudière.

– Contrôleur de niveau  $LC$ :

La relation de redondance analytique correspondante est la suivante:

$$RRA_{8,9} : \begin{cases} f = b_l - 1, & \text{si } L < L_{refX} - \Delta L \\ f = b_l, & \text{si } L \geq L_{refX} + \Delta L \\ f = b_l - b_l(t - \Delta t), & \text{si } L_{refX} + \Delta L \leq L < L_{refX} - \Delta L \end{cases} \quad (4.11)$$

$X$  dans notre cas, représente la chaudière ou le condenseur, car on a deux contrôleurs de niveau ( $L$ ). Et  $b_l$  représente la commande du contrôleur de niveau.  $b_l(t - \Delta t)$  est l'ancienne valeur de  $b_l$ , avec  $\Delta t$  représente le temps d'échantillonnage.

– De même pour le contrôleur de pression  $PC$ :

$$RRA_{10,11} : \begin{cases} f = b_p - 1, & \text{si } P_{inC} < P_{refX} - \Delta P \\ f = b_p, & \text{si } P_{inC} \geq P_{refX} + \Delta P \\ f = b_p - b_p(t - \Delta t), & \text{si } P_{ref} + \Delta P \leq P < P_{ref} - \Delta P \end{cases} \quad (4.12)$$

$X$  représente la chaudière ou le poste de détente et  $b_p$  représente la commande du contrôleur de pression.  $b_p(t - \Delta t)$  est l'ancienne valeur de  $b_p$ , avec  $\Delta t$  représente le temps d'échantillonnage.

– Thermoplongeur

$$RRA_{12} : \begin{cases} f = Q - 55, & \text{si } b_p = 1 \\ f = Q, & \text{si } b_p = 0 \end{cases} \quad (4.13)$$

$b_p$  est la commande du contrôleur de pression.

– Poste de détente

D'après le modèle de la conduite de la vapeur:

$$RRA_{13} : \begin{cases} \text{si } P_{outT} > \frac{P_{inT}}{2} : \\ f = f_{Det} - (C_{dv1} \cdot U_1 + C_{dv2} \cdot U_2) \cdot \text{sign}(P_{inT} - P_{outT}) \sqrt{P_{inT} - P_{outT}} \cdot \sqrt{P_{outT}} \\ \text{si } P_{outT} < \frac{P_{inT}}{2} : \\ f = f_{Det} - (C_{dv1} \cdot U_1 + C_{dv2} \cdot U_2) \cdot \text{sign}(P_{inT} - P_{outT}) P_{inT} \end{cases} \quad (4.14)$$

tel que  $P_{inT}$  (resp.  $P_{outT}$ ) représente la pression d'entrée (resp. de sortie) du poste.  $U_1$  (resp.  $U_2$ ) l'état de la vanne  $V_1$  (resp. la vanne  $V_2$ ).  $C_{dv1}$  (resp.  $C_{dv2}$ ) les coefficients de charge des deux conduites.

– Condenseur et poste de détente

RRA hydraulique (bilan massique):

$$RRA_{14} : \begin{cases} f = (C_{dV2} \cdot U_2 + C_{dV1} \cdot U_1) \cdot \text{sign}(P_{inDet} - P_{outDet}) \cdot \sqrt{|P_{inDet} - P_{outDet}|} - \\ (C_{V3} \cdot U_3 + C_{V4} \cdot U_4 + C_{V5} \cdot U_5) \cdot \text{sign}(P_{inD} - P_{outD}) \sqrt{|P_{inD} - P_{outD}|} \\ g = -rho \cdot g \cdot L_{Cond} - rho_v \cdot g \cdot (V_{Cond} - L_{Cond}) \end{cases} \quad (4.15)$$

RRA thermique (bilan thermique):

$$RRA_{15} : \begin{cases} f = (C_{pe} \cdot (T_s - T_e) \cdot F_{23}) + \\ h_e(P) \cdot (C_{V3} \cdot U_3 + C_{V4} \cdot U_4 + C_{V5} \cdot U_5) \cdot (\text{sign}(P_{inD} - P_{outD}) \sqrt{|P_{inD} - P_{outD}|}) - \\ h_v(P) \cdot ((C_{V2} \cdot U_2 + C_{d1} \cdot U_1) \cdot \text{sign}(P_{inDet} - P_{outDet}) \cdot \sqrt{|P_{inDet} - P_{outDet}|}) \\ g = -rho \cdot g \cdot L_{Cond} \cdot h_e(P) - rho_v \cdot g \cdot (V_{Cond} - L_{Cond}) \cdot h_v(P) \end{cases} \quad (4.16)$$

tel que  $\rho_v$  est la masse volumique de la vapeur. Elle est déterminée par la même technique de calcul que les enthalpies spécifiques (la régression linéaire) à partir de la table théorique des mesures.

On trouve aussi les relations de redondance matérielle:

$$\begin{aligned}
 RRA_{16} : f &= L_8 - L_9 \\
 RRA_{17} : f &= T_6 - T_5 \\
 RRA_{18} : f &= L_{18} - L_{19} \\
 RRA_{19} : f &= F_{23} - F_{24} \\
 RRA_{20} : f &= P_{12} - P_{14} \\
 RRA_{21} : f &= P_{16} - P_{15} \\
 RRA_{22} : f &= P_{16} - P_{13}
 \end{aligned} \tag{4.17}$$

## 4.6 Table de signatures théorique des pannes

La signature d'une défaillance est l'ensemble des relations de redondance telles que la défaillance influence ces relations [61]. Les informations de sensibilités et de robustesse souhaitées pour les résidus sont répertoriées dans une table binaire, appelée *la table des signatures théoriques* (Fig. 4.8). Celle-ci est construite de la manière suivante: lorsque le  $i^{\text{ème}}$  résidu doit être sensible (resp. robuste) à la  $j^{\text{ème}}$  panne, alors la valeur binaire 1 est affectée à la ligne et à la colonne correspondante. Les cases hachurées représentent l'influence de la panne physique du composant  $X$  ( $X = R, C, P, Det, D, Cond, \dots$ ) sur le résidus  $R_{i(i=1, \dots, 21)}$ .

Il suit de la table de signature de pannes que toutes les défaillances fixées par le cahier des charges sont détectables et isolables. Seules les défaillances pouvant affecter les vannes de décharges ( $V_3, V_4$  et  $V_5$ ) et les vannes du circuit de détente vapeur ( $V_1$  et  $V_2$ ) ne sont pas localisables. Elles possèdent la même signature de fautes (voir Fig. 4.8). Les différents actionneurs (pompe, thermoplongeur) ont par contre des signatures de fautes différentes, ce qui permet d'isoler les défaillances pouvant les affecter.

	R1	R2	R3	R4	R5	R6	R7	R8	R9	R10	R11	R12	R13	R14	R15	R16	R17	R18	R19	R20	R21	R22
F3	1	1	1	1	1																	
F10				1	1		1															
L8				1	1			1								1						
L9																1						
L1	1	1	1											1	1							
T3		1																				
Q4					1							1										
P7			1	1	1	1	1			1												
P12				1			1				1		1	1	1						1	
P13																						1
P14																					1	
P15																						1
P16	1	1											1	1	1						1	1
T17															1							
L18														1	1			1				
L19	1	1							1										1			
T5						1												1				
T6																		1				
F23																1					1	
F24																					1	
T20																1						
R																						
P																						
Det																						
C																						
D																						
Cond																						
V3																						
V4																						
V5																						
CP7																						
CP12																						
CL18																						
CL18																						
THP																						
V1																						
V2																						

FIG. 4.8 – Table théorique de signatures de pannes

## 4.7 Application

### 4.7.1 Description des pannes

Les pannes dont nous nous intéressons, se sont des pannes physiques liées à un dysfonctionnement d'un composant du système. Nous considérons les fuites, qu'elles soient faibles, moyennes ou fortes, au sein du réservoir de stockage et du condenseur, le bouchage progressif de la chaudière, et le mauvais fonctionnement de la pompe. Ainsi que les pannes matérielles liées aux mauvais fonctionnement des capteurs ( $L_{18}$ ,  $T_5$ ,  $P_{16}$  et  $P_7$ ).

On parle d'une fuite faible, lorsqu'il s'agit d'une fuite qui peut être noyée dans le bruit des capteurs et dans les problèmes causés par le calcul de la dérivée. Dans le cas du réservoir de stockage, c'est une fuite qui dure à peu près *2heurs* pour provoquer son vidage. Malgré le

fait qu'elle soit petite, son existence peut causer de grave danger à long terme.

Le bouchage de la chaudière est un autre danger qui peut facilement apparaître dans un tel système. L'existence de cette inconsistance cause une augmentation de la pression dans la chaudière qui peut dépasser le point de fonctionnement fixé, et qui par la suite peut provoquer la destruction de plusieurs composants (chaudière elle-même, thermoplongeur...). De même un problème au niveau de la pompe peut être aussi très intéressant du moment qu'il peut causer son fonctionnement aléatoire, chose qui peut nous coûter cher en évoquant un débordement d'eau dans la chaudière ou bien un vidage de cette dernière.

Les pannes sont toutes réalisées à la 60<sup>ième</sup> seconde après chaque début du bon fonctionnement du système, pour être arrêtées à la 120<sup>ième</sup> seconde. Le point de fonctionnement atteint pour ce dernier est une pression qui est égale à  $8bar$ , un volume d'eau qui est égale à  $150litres$  (resp.  $6litres$ ) dans la chaudière (resp. le condenseur) et une pression de  $2.5bar$  dans le poste de détente.

### Cahier des charges

Pour notre comparaison, nous proposons le cahier des charges suivant:

- a- Processus en bon état de fonctionnement
- b- Défaillances physiques simples.
  - Fuite d'eau progressive au niveau du réservoir
  - Bouchage progressif de la vapeur au niveau de la chaudière
  - Fuite d'eau au niveau du condenseur
- c- Défaillance actionneur.  $[60, 70]$  est son intervalle d'existence.
  - Un forçage du fonctionnement de la pompe
- d- Défaillances physiques multiples.
  - Fuite réservoir et panne capteur  $P_7$ .
  - Pannes capteurs  $L_1$  et  $P_7$ .
- e- Défaillances capteurs.
  - Panne  $P_7$ .
  - Panne  $L_{18}$ .
  - Panne  $T_5$ .
  - Panne  $P_{16}$ .

Il est important de signaler que tous nos résidus sont sensibles aux pannes capteurs auxquelles ils font appel, sauf les résidus du réservoir de stockage, ils sont sensibles à la panne du capteur de pression  $P_{16}$  uniquement dans le cas où le débit d'entrée est différent de zéro. Rappelons que ce résidu dépend de l'état des vannes du poste de décharge, qui à leur tour dépendent du niveau d'eau dans le condenseur. Elles sont ouvertes ou fermées selon la commande de leur contrôleur. De même pour le résidu propre à la pompe, il réussit la détection des pannes capteurs uniquement au moment où le débit à sortie de la pompe est différent de zéro ( $F_3 \neq 0$ ), Dans le cas contraire il ne réagit pas.

Pour les pannes physiques (fuite et bouchage) les résidus sensibles sont ceux propres aux composants défectueux et non les résidus qui font appel à son modèle pour être calculés.

A noter que toutes les pannes citées dans notre cahier des charges sont isolables, le tableau suivant (Tab. 4.2), précise les différents résidus qui doivent théoriquement réagir avec les défaillances citées.

	Type	Résidus réagissant avec les pannes
Pannes physiques	Fuite réservoir	$R_1$ et $R_2$
	Panne pompe	$R_3$
	Bouchage chaudière	$R_4, R_5, R_7$
	Fuite condenseur	$R_{14}$ et $R_{15}$
Pannes capteurs	$P_7$	$R_3, R_4, R_5, R_6$ et $R_7$
	$L_{18}$	$R_{14}, R_{15}$ et $R_{18}$
	$T_5$	$R_6, R_{17}$
	$P_{16}$	$R_1, R_2, R_{14}$ et $R_{15}$
Pannes multiples	Fuite réservoir et panne $P_7$	$R_1, R_2, R_3, R_4, R_5, R_6$ et $R_7$
	Panne $L_1$ et $P_7$	$R_1, R_2, R_3, R_4, R_5, R_6,$ $R_7, R_{14}$ et $R_{15}$

TAB. 4.2 – Les résidus réagissant avec les pannes du cahier des charges

### 4.7.2 Calcul des paramètres essentiels à l'application de la méthode des SBTs

#### A- Erreur de mesures

L'application de la méthode à base des SBTs, exige le respect de la forme canonique par les différents résidus ainsi que la connaissance des imprécisions des appareils de mesures. Sur le Tab. 4.3 sont données les valeurs de l'erreur relative et celle absolue calculées pour chaque capteur. Ce calcul se fait grâce aux instructions délivrées par le constructeur des appareils de mesures (Fig 4.4). Pour chaque capteur (et/ou actionneur) le constructeur donne:

- la gamme "m"
- la précision qui représente l'erreur absolue " $\varepsilon_a$ "
- et la marque

Le calcul de l'erreur relative " $\varepsilon_r$ " se fait en sachant sur combien de bits "n" le transfert des données est réalisé :

$$\varepsilon_r = \frac{1}{2^n} \cdot m \quad (4.18)$$

Pour notre système  $n = 10$  bits.

#### B- Incertitude des paramètres

Les valeurs des paramètres sont fixées (Tab. 4.4) sous forme d'intervalles [*Min*, *Max*].



Capteurs	Erreur relative $\varepsilon_r$	Erreur absolue $\varepsilon_a$
$T_5, T_6$	0.027	0.0488
$P_7, P_{11}, P_{12}, P_{13}, P_{14}, P_{15}, P_{16}$	0.005	0.0039
$F_3$	0.016	0.0001085
$F_{10}$	0.01	0.0244
$L_8, L_9$	0.027	0.000073
$Q_4$	0.01	2.4414
$T_2, T_{21}, T_{22}, T_{25}, T_{26}$	0.027	0.195
$T_{17}, T_{20}$	0.027	0.0488
$L_{18}, L_{19}$	0.01	$0.039e^{-3}$
$F_{24}, F_{23}$	0.016	$1.085e^{-6}$
$L_1$	0.01	0.00017
$T_{27}$	0.01	0.0244

TAB. 4.3 – Caractéristiques des capteurs

### 4.7.3 Calcul des paramètres essentiels à l'application de l'algorithme de Cusum

Rappelons que l'application des méthodes statistiques exige la connaissance de plusieurs paramètres. Comme nous appliquons l'algorithme de Cusum, nous avons besoin de connaître:

- le type de bruit qui affecte le système. Dans notre application, il s'agit d'un bruit gaussien  $N(\theta_0, \sigma)$ ,
- les deux régions de fonctionnement ( $H_0$  et  $H_1$ ). Cela se fait par la fixation d'un seuil  $\gamma$ ,
- le saut de la moyenne à détecter  $\mu$ .

L'algorithme recto-verso de Cusum s'écrit sous la façon suivante:

$$\left\{ \begin{array}{l} g_0 = 0 \\ g_k^+ = \sup(0, (g_{k-1}^+ + r(t_k) - \theta_0 - \frac{\nu}{2})) \\ g_k^- = \sup(0, (g_{k-1}^- - r(t_k) + \theta_0 - \frac{\nu}{2})) \\ t_d = \min\{k : (g_k^+ \geq \gamma) \cup (g_k^- \geq \gamma)\} \end{array} \right.$$

Paramètres	Valeur Min	Valeur Max
$Rho$	1000	1000
$Kd$	$0.8e^{-8}$	$3.0e^{-7}$
$Cp$	4184	4184
$K_1$	$-8.8e^{-7}$	$-7.8e^{-7}$
$K_2$	0.922	1.022
$Vc$	0.187	0.187
$C_{V3}$	0	0
$C_{V4}$	0	0
$C_{V5}$	$6.0e^{-5}$	$6.0e^{-5}$
$V_{cond}$	0.0079	0.0079
$A_{Cond}$	0.01227	0.01227
$Cd$	$5.29e^{-4}$	$5.89e^{-4}$

TAB. 4.4 – Valeurs des paramètres

tel que  $r(t_k)$  est le résidu à l'instant  $t_k$ .  $g_k^+$ ,  $g_k^-$  représentent les deux sommes cumulées à l'instant  $t_k$ .  $\theta_0$  la valeur moyenne du résidu dans le bon fonctionnement du système et  $\nu$  le saut de cette dernière à détecter. Les paramètres expérimentaux de Cusum fixés pour les différents résidus sont donnés dans le Tab. 4.5. La méthode d'apprentissage suivie est la suivante:

On travail dans le bon fonctionnement du système. Comme avec les méthodes classiques [56] le seuil  $\gamma$  est déterminé pour chaque résidu entre  $3\sigma$  et  $5\sigma$ . Ensuite la procédure statistique est lancée en utilisant le seuil déjà fixé dont le but de choisir le saut de la moyenne. Sa valeur est conditionnée par la disparition des fausses alarmes (on l'agrandi le maximum possible pour ne pas avoir de fausses alarmes et en même temps ne pas perdre les pannes). Dans nos expériences, on a travaillé à base de 300 échantillons dont le but d'avoir une idée plus vaste sur les valeurs à fixer ([57]).

#### 4.7.4 Résultats de la méthode à base des SBTs

##### a- Bon fonctionnement du système

Pour tous les résidus, la méthode signale un bon fonctionnement. L'allure de tous les

Composant	Type	$h$	$\mu$
Réservoir	Hydraulique	$3.\sigma$	0.5
	Thermique	$3.\sigma$	1.75
Pompe		$3.\sigma$	0.3
Chaudière	Hydraulique	$5.\sigma$	1.5
	Thermique	$5.\sigma$	5.5
	$P_C = \sum_{i=0}^n a_i \cdot T_C$	$5.\sigma$	1.5
Condenseur	Hydraulique	$5.\sigma$	0.75
	Thermique	$3.\sigma$	2.5
	$P_{Cond} = \sum_{i=0}^n a_i \cdot T_{Cond}$	$3.\sigma$	5
Capteurs		$3.\sigma$	0.5

TAB. 4.5 – Paramètres fixés de Cusum

résidus est donnée par la Fig. 4.9:

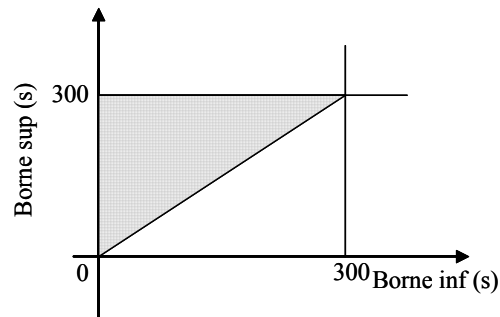


FIG. 4.9 – Allure de la réponse de la méthode à base des SBTs pour tous les résidus dans le bon fonctionnement du GV

#### b- Défaillances physiques simple

**Fuite d'eau faible au niveau du réservoir (fuite d'ordre 0.08 l/s):** Aucune défaillance n'a été signalée dans le processus. L'allure de la réponse est similaire à celle représentée par la Fig 4.9.

**Fuite d'eau moyenne au niveau du réservoir (fuite d'ordre  $0.15l/s$ ):** Pareil que la fuite précédente, aucune anomalie n'est détectée dans le système.

**Fuite d'eau forte au niveau du réservoir (fuite d'ordre  $0.95l/s$ ):** Les deux résidus sensibles réagissent parfaitement avec cette panne.  $R_1$  (resp.  $R_2$ ) signale l'apparition de la panne avec un temps de réponse qui est égale à  $24s$  (resp.  $33s$ ) et sa disparition avec un temps d'avance égale à  $18s$  pour les deux résidus. La Fig. 4.10 présente leurs allures.

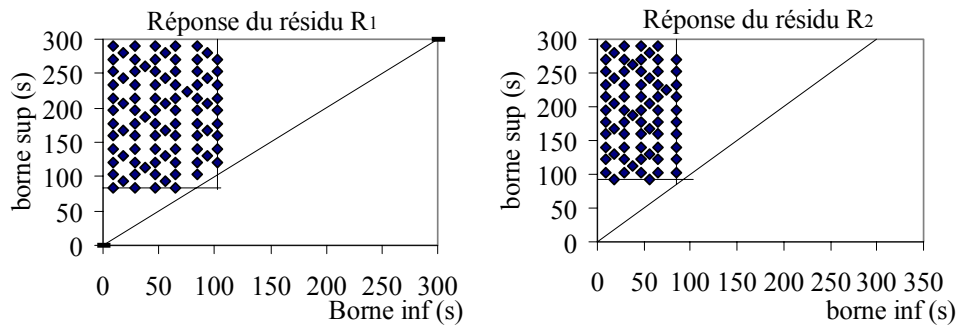


FIG. 4.10 – Allure de la réponse de la méthode SBT pour les résidus du réservoir de stockage

**Fuite d'eau au niveau du condenseur (fuite d'ordre  $0.01l/s$ ):** Les deux résidus

sensibles à cette panne sont ceux propres au condenseur ( $R_{14}$  et  $R_{15}$ ). Sur la Fig. 4.11 est représentée leurs allures. Leur temps d'apparition de la panne est égale à 6s et celui d'avance de sa disparition est égale à 34s.

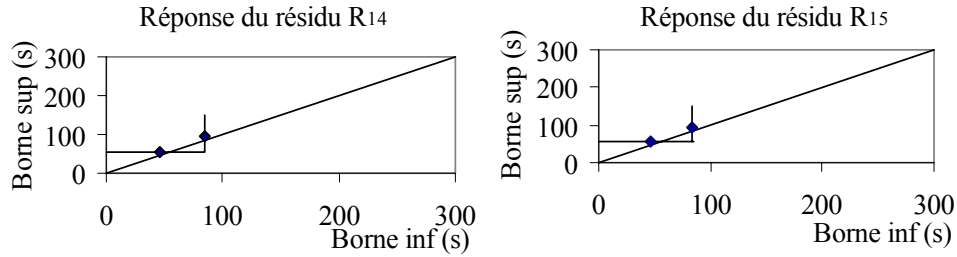


FIG. 4.11 – Allure de la réponse des deux résidus du condenseur

**Bouchage de la vapeur à la sortie de la chaudière (bouchage progressif):** Pour un bouchage d'ordre  $0.01\text{kg/s}$  aucun résidu n'a signalé une alarme. Par contre une fois l'ordre du bouchage a augmenté ( $14\text{kg/s}$ ), le résidu à la sortie de la chaudière a parfaitement réagi. Il est le seul résidu sensible à cette panne (Fig. 4.12). Son temps de réponse de la détection de la panne est égale à 24s et celui d'avance de détection de sa disparition est égale à 18s.

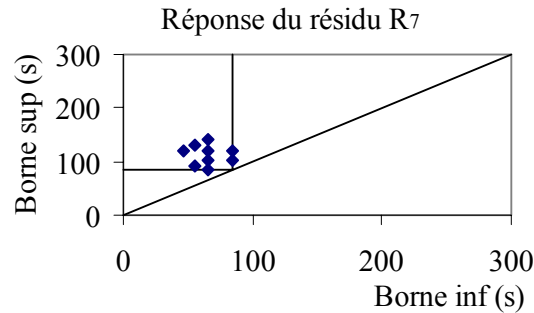


FIG. 4.12 – Réponse du résidu à la sortie de la chaudière

## c- Défaillance actionneur

La Fig. 4.13 représente l'allure de son résidu. Son temps de réponse est égale à 5s qui est égale dans ce cas, au temps d'avance de la disparition de la panne.

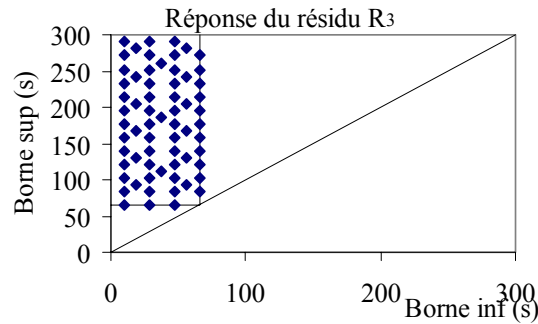


FIG. 4.13 – Allure de la réponse du résidu  $R_3$

## d- Défaillances physiques multiples

**Fuite réservoir et panne capteur  $P_7$**  : Pour cette panne, on a eu la réaction uniquement des résidus du réservoir et celui à la sortie de la chaudière. Pour les résidus propres à la chaudière, on a remarqué un non calcul des bandes temporelles propres à eux. Ceci est dû à une division par des suites de bandes temporelles qui font appel au capteur  $P_7$ , qui à son tour envoie des valeurs nulles. Par conséquent la vérification de la cohérence des résidus s'avère impossible. Or, le fait que  $R_1$ ,  $R_2$  et  $R_7$  ont réagi nous a permis de localiser la panne et de conclure que c'est bien le capteur  $P_7$  et le réservoir qui sont en mode défaillant (Fig. 4.14 et 4.15).

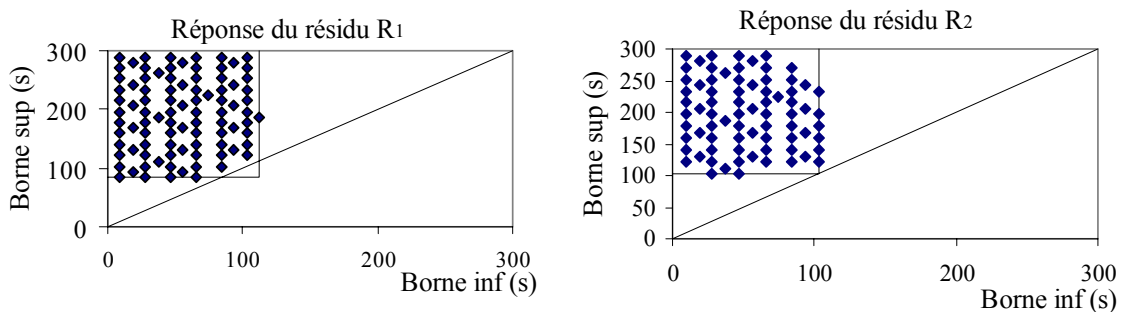


FIG. 4.14 – Allure des résidus du réservoir de stockage

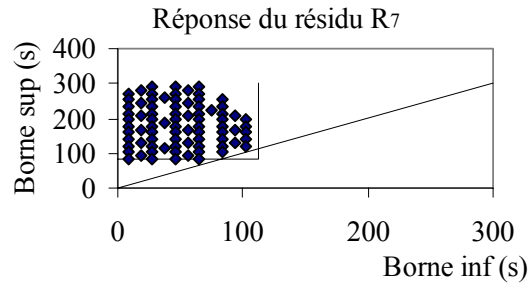


FIG. 4.15 – Allure de la réponse du résidu à la sortie de la chaudière

**Panne capteurs  $L_1$  et  $P_7$**  : Pareil que la fuite au niveau du réservoir, on doit avoir la réaction des résidus  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$ ,  $R_4$ ,  $R_5$ ,  $R_6$  et  $R_7$  plus ceux du condenseur  $R_{14}$  et  $R_{15}$ . Sur la Fig. 4.16 est représentée la réaction de  $R_1$  et  $R_2$ . La Fig. 4.17 montre la réaction du résidu  $R_7$ . Les résidus propre à la chaudière ne peuvent pas être calculés par cause d'existence de suites de bandes temporelles nulles.

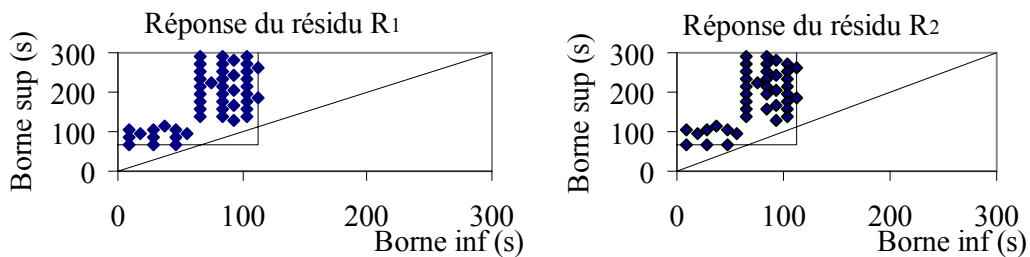
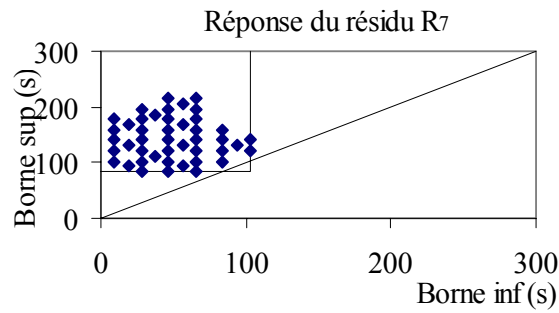
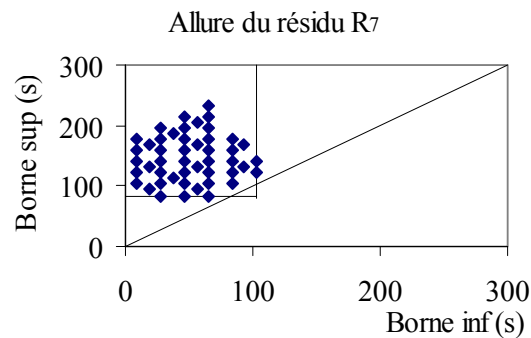


FIG. 4.16 – Allure des résidus du réservoir de stockage

FIG. 4.17 – *Allure de la réponse du résidu à la sortie de la chaudière*

#### e- Défaillances capteurs

**Panne  $P_7$**  : Avec cette panne, le seul résidu sensible est celui à la sortie de la chaudière, les deux autres propres à la chaudière n'ont pas été calculés. Chose qui nous coûte cher au moment de l'isolation. Le temps de réponse pour cette panne est de 24s, et le temps d'avance de la disparition est de 18s (Fig. 4.18).

FIG. 4.18 – *Allure du résidu à la sortie de la chaudière*



**Panne  $L_{18}$**  : Avec cette panne, tous les résidus qui font appel au capteur  $L_{18}$  réagissent. La Fig. 4.19 montre la réaction de ceux propres au condenseur, et la Fig. 4.20 représente l'allure de la réaction du résidu  $R_{18}$ . Les trois résidus signalent l'existence de la panne avec un temps de réponse qui est égale à 5s et un temps d'avance de la disparition qui est égale à 18s.

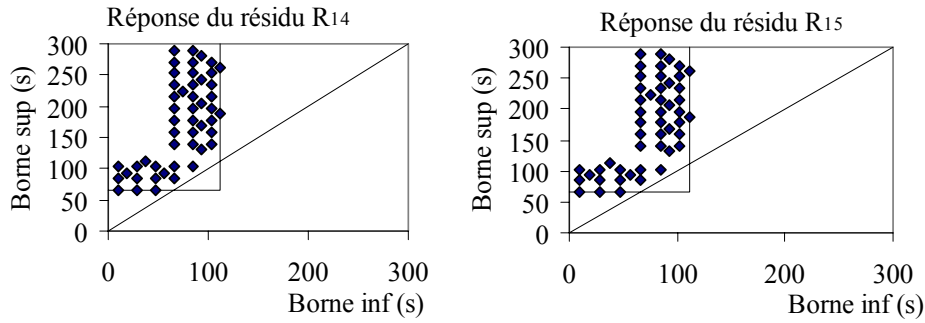


FIG. 4.19 – Réponse des résidus ( $R_{14}$  et  $R_{15}$ ) du condenseur

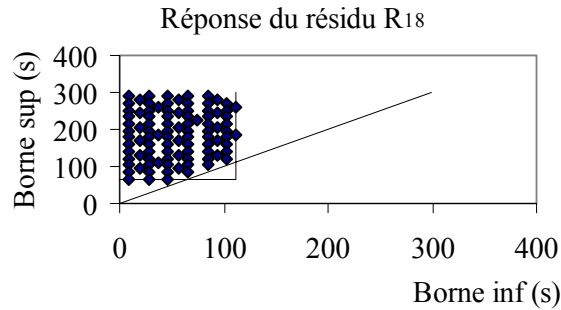


FIG. 4.20 – Allure du résidu redondant ( $R_{18} = L_{18} - L_{19}$ )

**Panne  $P_{16}$**  : Les résidus du réservoir de stockage sont sensibles à cette panne uniquement

dans le cas où le débit d'entrée dans le réservoir de stockage est différent de zéro. Dans notre cas ils ne le sont pas vu qu'il n'y a pas de débit d'entrée ( $U_3 = U_4 = U_5 = 0$ ), ce qui donne par la suite:

$$(C_{V3} \cdot U_3 + C_{V4} U_4 + C_{V5} U_5) \cdot (\text{sign}(P_{16} + \text{rho.g.L}_{19} - \text{rho.g.L}_1) \\ \sqrt{|P_{16} + \text{rho.g.L}_{19} - \text{rho.g.L}_1|} = 0$$

Or, les résidus propres au condenseur ne peuvent pas être calculés, car il est impossible de calculer les suites de bandes temporelles correspondantes (une division par des suites de bandes temporelles nulles). Conclusion, une panne non détectée.

## Résumé

Le tableau 4.6 regroupe les résultats de cette méthode. La case vide signale l'insensibilité du résidu vis à vis de la panne associée. La case contenant le signe *FA* (resp. *ND* et *PC*) signifie la signalisation d'une fausse alarme (resp. une non détection de la panne et un calcul impossible des suites de bandes temporelles) par le résidu correspondant.

		R <sub>1</sub>	R <sub>2</sub>	R <sub>3</sub>	R <sub>4</sub>	R <sub>5</sub>	R <sub>6</sub>	R <sub>7</sub>	R <sub>14</sub>	R <sub>15</sub>	R <sub>18</sub>
Réservoir ( <i>R</i> )	Fuite faible	ND	ND								
	Fuite Moyenne	ND	ND								
	Fuite forte	24s	33s								
Pompe ( <i>P</i> )	-			5s							
Chaudière ( <i>C</i> )	Blockage faible							ND			
	Blockage fort							24s			
Condenseur ( <i>Cond</i> )	Fuite								6s	6s	
Pannes Multiples	Réservoir fuite et panne <i>P</i> <sub>7</sub>	24s	42s	ND	PC	PC	24s	24s			
	<i>L</i> <sub>1</sub> et <i>P</i> <sub>7</sub>	5s	5s	ND	PC	PC	24s	24s	24s	24s	
	<i>P</i> <sub>7</sub>			ND	PC	PC	24s	24s			
Pannes capteurs	<i>L</i> <sub>18</sub>								5s	5s	5s
	<i>P</i> <sub>16</sub>	ND	ND						PC	PC	

TAB. 4.6 – Les résidus réagissant avec les pannes du cahier des charges

A noter que l'instant de disparition de la panne pour cette méthode est toujours signalé avec une certaine avance de à peu près 18s pour toutes les défaillances. Aucune fausse alarme n'a été signalée, par contre une impossibilité de calcul des SBTs dans le cas d'une division par des SBTs qui contiennent zéro a été obtenue.

#### 4.7.5 Résultats de la méthode de Cusum

##### a- Bon fonctionnement du système

Aucune anomalie signalée. Le système est déclaré en bon état de fonctionnement.

##### b- Défaillances physiques simple

**Fuite d'eau faible au niveau du réservoir (fuite d'ordre 0.08l/s):** D'après la table des signatures des pannes. Les seuls résidus sensibles à cette panne sont les résidus propres au réservoir de stockage ( $R_1$  et  $R_2$ ). L'application de la méthode de Cusum sur ces deux résidus n'a pas signalé d'alarmes à aucun instant. La Fig. 4.21 et 4.22, représentent les deux sommes de Cusum calculées pour le résidu  $R_1$ . Ces dernières n'ont dépassé en aucun instant le seuil fixé à trois fois l'écart type (Tab. 4.5).

FIG. 4.21 – Allure de la somme  $g_k^-$  de Cusum pour le résidu  $R_1$

FIG. 4.22 – Allure de la somme  $g_k^+$  de Cusum pour le résidu  $R_1$

**Fuite d'eau moyenne au niveau du réservoir (fuite d'ordre 0.15l/s):** Sur la Fig. 4.23 et 4.24, les deux sommes de Cusum signalent l'existence d'une anomalie à  $t = 150s$ . Il s'agit d'une fausse alarme, la vraie panne a duré de 60 à 120s.

FIG. 4.23 – *Allure de la somme  $g_k^-$  de Cusum pour le résidu  $R_1$*

FIG. 4.24 – *Allure de la somme  $g_k^+$  de Cusum pour le résidu  $R_1$*

**Fuite d'eau forte au niveau du réservoir (fuite d'ordre 0.95l/s):** La somme  $g_k^-$  de Cusum réagit parfaitement avec cette panne. On remarque sur la Fig. 4.25, qu'elle a dépassé le seuil après 3s de l'existence de la panne. Comme il s'agit d'une intégration au niveau des sommes, la somme  $g_k^-$  diminue très lentement et prend beaucoup de temps avant de signaler la disparition de la panne. Dans ce cas elle prend à peu près tout notre intervalle d'étude.

FIG. 4.25 – Allure de la somme  $g_k^-$  de Cusum pour le résidu  $R_1$ 

**Fuite d'eau au niveau du condenseur (fuite d'ordre 0.01l/s):** Les résidus  $R_{14}$  et  $R_{15}$  sensibles à cette défaillance n'ont pas détecté d'anomalie dans le fonctionnement du processus. Le fait que cette fuite est d'ordre très petit, elle a été noyée dans le bruit des mesures. Ainsi vu que son intervalle d'existence est très court, la méthode n'a pas eu le temps nécessaire pour pouvoir la détectée.

**Bouchage faible d'ordre 0.01kg/s de la vapeur au niveau de la chaudière:** Rien n'a été détecté à cause de la léger variation du débit de sortie de la chaudière avec cette panne. Ce cas est similaire à celui de la fuite d'ordre 0.08l/s au niveau du réservoir de stockage. La panne a été noyée dans le bruit des mesures. Par contre on a remarqué quelques fausses alarmes signalées par le résidu  $R_4$  de la chaudière.

**Bouchage fort d'ordre 14kg/s de la vapeur au niveau de la chaudière:** Le fait d'avoir un bouchage élevé au niveau de la chaudière, nous a aidé à bien diagnostiquer cette panne. Sur la Fig. 4.26 est représentée la réaction de la somme  $g_k^-$  propre au résidu  $R_7$ . Cette somme dépasse le seuil fixé après 3s de l'existence réelle de la défaillance. La signalisation de la disparition de la panne est en retard par rapport à sa disparition réelle.

FIG. 4.26 – Allure de la somme  $g_k^-$  de Cusum pour le résidu  $R_7$ **c- Défaillance actionneur**

D'après la table des signatures des pannes, le résidu  $R_3$  est le seul résidu sensible à cette panne. La Fig. 4.27 représente la réponse de ce résidu par la réaction de la somme  $g_k^+$ . La panne est détectée après 4s de son instant réel d'apparition.

FIG. 4.27 – Allure de la somme  $g_k^+$  de Cusum pour le résidu  $R_3$ **d- Défaillances physiques multiples**

**Fuite réservoir et panne capteur  $P_7$**  : D'après la table des signatures des pannes, les résidus sensibles à cette panne sont ceux du réservoir de stockage et de la chaudière (on donne quelques résidus Fig. 4.28, 4.29 et Fig. 4.30 ), et celui à la sortie de la chaudière. Ces résidus ont tous réagi à des instants très voisins. On ne montre que les sommes influençables par cette panne.

FIG. 4.28 – *Allure de la somme  $g_k^+$  de Cusum pour le résidu  $R_1$*

FIG. 4.29 – *Allure de la somme  $g_k^+$  de Cusum pour le résidu  $R_4$*



FIG. 4.30 – *Allure de la somme  $g_k^+$  de Cusum pour le résidu  $R_5$* 

**Pannes capteurs  $L_1$  et  $P_7$**  : Pareil que le cas d'une fuite au niveau du réservoir de stockage. Sauf que dans ce cas, même les résidus du condenseur doivent réagir car ils font appel au capteur  $L_1$  dans leur calcul. Or, après application de l'approche de Cusum, on a remarqué une non détection des résidus  $R_{14}$  et  $R_{15}$  propres au condenseur.

#### e- Défaillances capteurs

**Panne  $P_7$**  : Tous les résidus sensibles à cette panne (Tab. 4.2) ont signalé une alarme. Sur la Fig. 4.31 et 4.32 sont données les réponses des résidus  $R_4$  et  $R_7$ .

FIG. 4.31 – *Allure de la réponse  $g_k^+$  du résidu  $R_4$*

FIG. 4.32 – *Allure de la réponse  $g_k^+$  du résidu  $R_7$* 

**Panne  $L_{18}$**  : Pareil pour la défaillance du capteur  $P_7$ . Tous les résidus qui font appel à ce capteur réagissent, sauf ceux du réservoir de stockage. Ceci est dû au fait d'avoir un débit d'entrée vers le réservoir qui est nul ( $L_{18} < L_{ref}$ ). Sur la Fig. 4.33 est représentée l'allure du résidu  $R_{18}$ .

FIG. 4.33 – *Allure de la réponse du résidu  $R_{18}$* 

**Panne  $P_{16}$**  : Les résidus sensibles à cette panne sont mentionnés sur la table des signatures des pannes. Sur la Fig. 4.34 est représentée l'allure de la réaction du résidu  $R_{14}$  avec cette panne. Son temps de réponse est de 52s. Sur la Fig. 4.35, on a la réaction du résidu  $R_2$  propre au réservoir de stockage. Ce dernier contient juste des pics qui dépassent le seuil avec 94s comme temps de réponse, chose qui ne permet pas de décider si cette réaction est due à la défaillance du capteur ou bien juste à une fausse alarme.

FIG. 4.34 – Allure de la somme  $g_k^+$  du résidu  $R_{14}$ FIG. 4.35 – Allure de la somme  $g_k^-$  du résidu  $R_2$ 

### Résumé

Le tableau 4.7 regroupe les résultats trouvés pour les différentes pannes. Chaque case représente le temps de réponse propre à chaque résidu. La case vide signifie l'insensibilité du résidu vis à vis de la panne associée. La case contenant le signe  $FA$  (resp.  $ND$ ) signifie la signalisation d'une fausse alarme (resp. une non détection de la panne) par le résidu correspondant.

” signifie la signalisation d'une anomalie par des pics

Ce qui est à remarquer, se sont les fausses alarmes signalées par le résidu  $R_4$  (resp.  $R_2$ ) dans le cas d'une fuite moyenne au niveau du réservoir de stockage (resp. le bouchage faible de la chaudière). Ainsi la signalisation d'une anomalie par des pics à des instants différents. Il s'agit du résidu  $R_2$  dans le cas de la panne du capteur  $P_{16}$ .

Les non détections des fuites que ce soit au niveau du condenseur ou au niveau du réservoir de stockage sont dues au problème de confusion entre le bruit des mesures et les défaillances

		R <sub>1</sub>	R <sub>2</sub>	R <sub>3</sub>	R <sub>4</sub>	R <sub>5</sub>	R <sub>6</sub>	R <sub>7</sub>	R <sub>14</sub>	R <sub>15</sub>	R <sub>18</sub>
Réservoir ( <i>R</i> )	Fuite faible	ND	ND								
	Fuite Moyenne	FA	FA								
	Fuite forte	4s	15s								
Pompe ( <i>P</i> )	-			4s							
Chaudière ( <i>C</i> )	Bouchage faible				FA			ND			
	Bouchage fort							9s			
Condenseur ( <i>Cond</i> )	Fuite								ND	ND	
Pannes Multiples	Réservoir fuite et panne <i>P</i> <sub>7</sub>	8s	4s	ND	4s	4s	4s	4s			
	<i>L</i> <sub>1</sub> et <i>P</i> <sub>7</sub>	2s	3s	ND	3s	3s	3s	4s	ND	ND	
	<i>P</i> <sub>7</sub>			ND	3s	3s	3s	3s			
Pannes capteurs	<i>L</i> <sub>18</sub>								2s	2s	2s
	<i>P</i> <sub>16</sub>	ND	94s"						52s	50s	

TAB. 4.7 – Les résidus réagissant avec les pannes du cahier des charges

d'ordre très faible. En effet, l'existence d'une défaillance d'ordre très faible dans le système risque de durer un temps très long sans être signalée par les sommes de Cusum. Ceci dépend des paramètres de Cusum fixés au départ.

## 4.8 Analyse

Commençons par le cas de la fuite et du bouchage faibles que les deux méthodes n'ont pas réussi à détecter. Remarquons que pour la méthode de Cusum, il suffit de changer un de ses paramètres (le seuil ou le saut de moyenne) pour pouvoir les détecter, et pour la méthode SBTs il s'agit juste d'une augmentation de l'intervalle d'existence de ces pannes.

Dans le cas de l'approche de Cusum, sur Tab. 4.8 sont données les nouvelles valeurs du

saut de moyenne pour les résidus du réservoir, du condenseur et de la chaudière.

Composant	Type	$h$	$\mu$
Réservoir	Hydraulique	$3.\sigma$	0.3
	Thermique	$3.\sigma$	1.0
Chaudière	$P = f(T)$	$5.\sigma$	0.0
Condenseur	Hydraulique	$5.\sigma$	0.70

TAB. 4.8 – Paramètres fixés de *Cusum*

Prenant le cas de la fuite d'ordre  $0.08l/s$  dans le réservoir de stockage. Les résultats sont donnés par la Fig. 4.36 et 4.37. Sur ces dernières apparaît clairement le dépassement du seuil, accompagné de fausses alarmes. On peut dire qu'avec ce genre de pannes, l'utilisateur a le choix entre une non détection, ou une signalisation de fausses alarmes. Pareil pour la fuite du condenseur (Fig. 4.38), et le bouchage de la chaudière d'ordre  $0.01kg/s$  (Fig. 4.39).

FIG. 4.36 – Allure de la somme  $g_k^-$  de *Cusum* pour le résidu  $R_1$

FIG. 4.37 – *Allure de la somme  $g_k^+$  de Cusum pour le résidu  $R_1$*

FIG. 4.38 – *Allure de la somme  $g_k^+$  de Cusum pour le résidu  $R_{14}$  (fuite condenseur)*

FIG. 4.39 – *Allure de la somme  $g_k^+$  de Cusum pour le résidu  $R_7$  (bouchage de la vapeur)*

Par contre avec la deuxième approche, il est intéressant de voir sur la Fig 4.40 qu'aucune fausse alarme n'a été signalée et que la panne a été détectée après une durée de 175s, chose qui n'est pas le cas avec l'autre méthode.

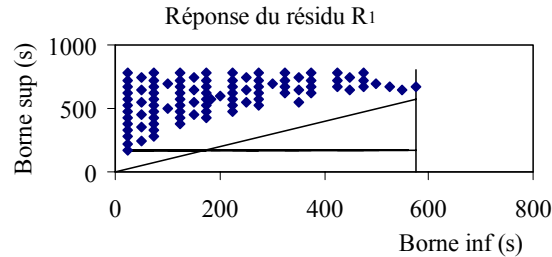


FIG. 4.40 – Allure de la réponse de  $R_1$  avec la méthode SBT

Pour le cas des pannes capteurs, spécialement le capteur  $P_7$  et  $P_{16}$ , l'approche à base des SBTs ne réussit pas la vérification de la cohérence des résidus propres à la chaudière ( $R_4$  et  $R_5$ ) et ceux du condenseur ( $R_{14}$  et  $R_{15}$ ) par cause de division par des suites de bandes temporelles nulles.

## 4.9 Synthèse

Prenant comme exemple, les deux signaux de sortie suivants:

$$\begin{cases} y_1 = x + f_1 + \varepsilon_1 \\ y_2 = x + f_2 + \varepsilon_2 \end{cases}$$

tel que,  $x$  représente la mesure,  $f_1$  (resp.  $f_2$ ) la faute qui affecte la sortie  $y_1$  (resp.  $y_2$ ). Et  $\varepsilon_1$  (resp.  $\varepsilon_2$ ) le bruit associé à la sortie  $y_1$  (resp.  $y_2$ ).

Le résidu à partir duquel on cherche à savoir si le système est en bon état de fonctionnement ou pas est sous la forme suivante:  $r = y_1 - y_2$ . Ce qui revient à dire:  $r = f + \varepsilon$

tel que:

$$\begin{aligned} f &= f_1 - f_2, \\ \varepsilon &= \varepsilon_1 - \varepsilon_2. \end{aligned}$$

### 1- Méthodes statistiques de décision

Comme précisé dans le premier chapitre, l'application des méthodes statistiques de décision, oblige la connaissance:

- du type de bruit qui affecte les appareils de mesures. Dans notre exemple, on suppose que c'est un bruit gaussien de moyenne nulle et de densité de probabilité qui est égale à

l'écart type de chaque signal. Ce qui donne, pour le signal  $y_1$  (resp.  $y_2$ ) un loi normale de type  $N(0, \sigma_1)$  (resp.  $N(0, \sigma_2)$ ).

- des hypothèses de fonctionnement ( $H_0$  et son alternative  $H_1$ ) tel que:

$H_0$ : le résidu est différent de zéro à cause du bruit ( $f = 0$ ). Le système est en bon état de fonctionnement ( $r = \varepsilon$ ). Sous cette hypothèse, le résidu suit une loi normale  $N(0, \sigma = \sigma_1 + \sigma_2)$  de moyenne nulle et de densité de probabilité égale à la somme des deux densités.

$H_1$ : le résidu est différent de zéro à cause de l'existence d'une panne ( $f \neq 0$ ). Le système est en mauvais état de fonctionnement ( $r = f + \varepsilon$ ).

Sous cette l'hypothèse, le résidu suit une loi normale de moyenne  $f$  et de densité de probabilité égale à la somme des deux densités,  $N(f, \sigma)$ .

Il existe plusieurs algorithmes de décision (Bayes, Ward, test de Minmax ...). Le problème avec ces algorithmes, apparaît dans la détermination du seuil  $h$  à ne pas dépasser, la valeur du coût de fausses alarmes et celle des non détections ... etc.

Avec ces méthodes il y a toujours un risque d'avoir des fausses alarmes, ou bien des non détections et tout dépend du seuil et du saut de moyenne fixés.

## 2- Méthode à base de suites de bandes temporelles (SBTs)

Pour l'application de la méthode à base des SBTs, les signaux  $y_1$  et  $y_2$  sont sous forme de suites de bandes temporelles. Par conséquent le résidu ( $r = \varepsilon$ ) calculé l'est aussi. Autrement dit, dans le bon fonctionnement du système:

$$y_1 = \varepsilon_1 \text{ avec } \varepsilon_1 \in [p_{i1}, p_{s1}];$$

$$y_2 = \varepsilon_2 \text{ avec } \varepsilon_2 \in [p_{i2}, p_{s2}];$$

pour déduire que  $r \in ([p_{i1}, p_{s1}] - [p_{i2}, p_{s2}])$  (théorie des intervalles [54]).

Le calcul des suites de bandes temporelles ne fait appel qu'aux imprécisions des appareils de mesures et des paramètres à surveiller. De ce fait, nous n'avons pas besoin de connaître les types de bruit, les seuils ...etc. *De plus le fait de travailler à base des suites de bandes temporelles garantie l'absence de fausses alarmes. Or, il peut exister une non détection de pannes à faible intensité, uniquement si elles n'existent pas dans un intervalle de temps suffisant pour une bonne évaluation.*

## 4.10 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les résultats des deux méthodes de décision, pour la détection des pannes, donnés par leur application sur l'installation pilote de la génération de la vapeur. Ces résultats ont montré que les deux méthodes réussissent la détection des pannes à une différence près.

Pour la méthode SBTs, nous avons remarqué un non calcul des suites de bandes temporelles dans le cas de l'existence d'une panne capteur. Cette dernière cause l'envoi des valeurs



nulles qui sont utilisées dans le calcul des dénominateurs de certains résidus, chose qui est impossible. Ainsi avec cette méthode, aucune fausse alarme n'a été signalée et les pannes à très faible intensité ont été détectées avec succès. Ceci est dû à la façon dont cette méthode traite les résidus, qui n'est rien d'autre que leur intégration.

Or, avec l'approche de Cusum, les pannes ont été signalées avec un temps meilleur par rapport à l'autre méthode. Ainsi aucun problème au niveau du calcul des résidus n'a été remarqué. Le seul problème réside dans l'existence de l'apparition *des fausses alarmes* et la non détection des pannes à faible intensité, dues au seuil et au saut de la moyenne fixés à l'avance.

## Chapitre 5

# Conclusion générale

Le présent travail concerne l'application de la méthode à base de suites de bandes temporelles (SBTs) pour la détection robuste des pannes appliquées aux systèmes en génie des procédés. L'intérêt méthodologique de la méthode à base des SBTs réside dans l'intégration formelle des résidus évitant ainsi le problème des fausses alarmes déclenchées par le calcul numérique de la dérivée.

La méthode à base des SBTs déjà validée sur les systèmes électroniques a été étendue sur les systèmes en génie des procédés mettant en évidence une plus grande complexité due aussi bien aux modèles (couplage de différents énergies, l'aspect hybride des systèmes, ...) qu'à leur complémentation (absence de données sur les incertitudes des paramètres, type de variables mesurées, ... etc). Les algorithmes développés ont été testés et appliqués en ligne à un système de génération de vapeur. Afin d'analyser les performances obtenues, les résultats des tests de défaillances introduits sur le procédé ont été comparés avec la procédure statistique de décision "Cusum".

L'application de la méthode à base des SBTs oblige:

1- Le calcul des résidus sous la forme canonique:

$$\forall t \in w, f(t) + g'(t) + h''(t) + \dots = 0$$

où  $t$  représente le temps,  $f$ ,  $g$  et  $h$  se sont des fonctions de quantités mesurables et des paramètres à surveiller et  $w$  est la fenêtre d'observation.

Pour les systèmes linéaires, à partir de leurs équations différentielles ou à partir de leurs modélisations dans l'espace d'état, la détermination de cette forme canonique est simple. Or, Pour les systèmes non linéaires de type seuil, la solution réside dans la détermination des modèles juste dans les parties où les systèmes se comportent linéairement. Pour les systèmes non linéaires algébriques, il n'existe pas une méthode dédiée à la détermination de cette

forme. Il existe certains algorithmes [79] permettant l'élimination de l'état  $x$  à partir du système d'équation sans aucune garantie sur la forme trouvée.

2- L'intégration formelle des résidus en passant par le calcul des suites de bandes temporelles tout en introduisant les erreurs absolues et relatives des mesures.

3- La vérification de la cohérence des résidus. A ce niveau le diagnostic devient simple, il s'agit juste de faire une vérification de deux inégalités. Une fois l'une des deux n'est pas correcte, le système est déclaré défaillant.

Avec les systèmes en génie des procédés, on a rencontré le problème de décalage  $\tau$  entre les signaux qui peut provoquer des fausses alarmes (comme exemple, la pompe est son contrôleur). Ce problème a été résolu par **un décalage de suites de bandes temporelles**. Il s'agit de prendre en considération la valeur du décalage  $\tau$  dans le calcul des suites de bandes temporelles. Toujours avec les systèmes en génie des procédés, il existe des variables données théoriquement par rapport à d'autres (les enthalpies spécifiques et les volumes massiques par exemple). Le calcul des suites de bandes temporelles propres à elles ne peut se faire que si on passe par **une composition de bandes temporelles**. Ainsi, comme les systèmes étudiés sont généralement de type hybride, nous étions ramener à travailler par **les préconditions**.

La validation des approches statistiques exige:

1- la connaissance du type de bruit qui affecte le système. S'il s'agit d'un bruit gaussien, les méthodes peuvent être appliquées facilement. Dans le cas contraire, leur utilisation devient difficile.

2- la fixation d'une méthode d'apprentissage pour la détermination des paramètres essentiels à leur application (seuil, saut de moyenne...). Ces paramètres jouent par la suite un grand rôle à la détection de fautes.

Sachant que la méthode à base des SBTs garantie l'absence de fausses alarmes, les paramètres fixés pour la méthode statistique de Cusum ont été choisis de façon à ce que les fausses alarmes soient rares par rapport aux non détections. Les résultats expérimentaux ont montré:

**Pour la méthode à base des SBTs:**

- le problème de non calcul de bandes temporelles dû à l'appartenance d'une bande contenant zéro au dénominateur. Ceci provoque une non détection de pannes par la suite;

- le grand retard à la détection par rapport aux méthodes statistiques. Ceci peut provoquer une non détection de pannes de très courte durée;

- la capacité de détecter les pannes à faible intensité;

- aucune demande d'information sur le signal de sortie;

- aucune fausse alarme signalée.

L'avantage de travailler avec cette technique se résume dans l'absence de fausses alarmes, ce qui justifie son retard à la détection, tout en introduisant dans les calculs les erreurs de

mesures. Ainsi cette méthode est capable de détecter les pannes à très faible intensité grâce à sa précision et ce grand avantage de ne pas faire de calcul numérique des dérivées.

**Pour la méthode statistique de Cusum:**

- un temps de réponse satisfaisant (une excellente détection de pannes);
- les problèmes de fausses alarmes et de non détections sont toujours présents, liés aux paramètres fixés (seuil et saut de moyenne);
- une grande connaissance du signal de sortie est demandée à l'avance (type de bruit par exemple);
- le problème de calcul de la dérivée est toujours présent (le manque de détection des pannes à faibles intensités. Par exemple, les fuites faibles au niveau du réservoir de stockage pour notre système de génération de vapeur);

**Perspectives**

Un couplage entre les deux méthodes peut être très utile dans les algorithmes de diagnostic des systèmes. Pour avoir une excellente certitude et éviter les fausses alarmes, la méthode à base des SBTs est la plus adaptée. Or, si l'utilisateur se trouve devant une relation de redondance analytique (résidu) qui n'arrive pas à la mettre sous la forme canonique souhaitée par la méthode, ou bien s'il se trouve devant un composant dont une panne à cours instant peut provoquer de grave danger par exemple, il est recommandé de travailler avec les méthodes statistiques et bien sûr rester vigilant au moment de la fixation de ses paramètres pour éviter le maximum possible de fausses alarmes.

Comme notre installation est hybride, la méthode à base des SBTs s'est montrée à la hauteur d'un bon diagnostic, sachant que les RRA ont été déterminées sous forme de contraintes égalité (équation d'état et de mesures). Dans [82] et [83], on trouve une autre façon de modéliser les systèmes hybrides. Il s'agit de faire une description des systèmes à l'aide des contraintes égalités et des contraintes inégalités. Les modèles obtenus par la suite ont la forme:  $f + g' < 0$  et  $f + g' = 0$ . Sachant que les méthodes à bases d'intervalles sont bien placées pour étudier les inégalités, il serait très intéressant de les appliquer.

De même, pour les systèmes chimiques (les réacteurs chimiques par exemple), plus les phénomènes thermiques et hydrauliques rencontrés avec les systèmes en génies des procédés, il y a les phénomènes chimiques qui s'ajoutent et qui compliquent la modélisation de ce genre de systèmes (Thèse en cours de Mr Redouane Khaled Ahmed depuis janvier 2003). Reste à savoir si il est possible d'avoir les modèles sous la forme canonique souhaitée par la méthode à base des SBTs et par la suite la résolution des problèmes qui vont apparaître au moment de son application dans ce genre de systèmes.

# Bibliographie

- [1] J. Armengol, J. Vehi, M. Angel Sainz, and P. Herrero. Fault detection in a pilot plant using interval models and multiple sliding time windows. In *Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety for Technical Processes SAFEPROCESS'2003*, 2003.
- [2] M. Basseville, G. Benveniste, and G. Moustakides. Detection and diagnosis of changes in the eigen structure of non stationary multivariable systems. *Automatica*, 23:479–489, 1987.
- [3] M. Blank, M. Kinnaert, J. Lunze, and M. Staroswiecki. *Diagnosis and Fault Tolerant Control*. Springer Verlag, May 2003.
- [4] A. Borovkov. *Statistique Mathématique*. Mir, Moscou, 1984.
- [5] C. Bos-Plachez. A possibilistic ATMS contribution to diagnose analog electronic circuits. *Proceedings of the 4th European Congress on Intelligent Techniques and Soft Computing*, pages 612–617, 1996.
- [6] N. Boudaoud. *Conception D'un Système de Diagnostic Adaptatif En Ligne Pour la Surveillance Des Systèmes Évolutifs*. PhD thesis, l'Université de Technologie de Compiègne, France, 1997.
- [7] N. Boudaoud and H. Masson, M. *Diagnosis of Transient States: A Pattern Reconfiguration Approach*, volume 34(5):689-708. APII-JESA, 2000.
- [8] E. Boutleux. *Diagnostic et Suivi D'évolution de L'état D'un Système Par Reconnaissance Des Formes Floues. Application Au Modèle Du Réseau Téléphonique Français*. PhD thesis, Université de Technologie de Compiègne, 1996.
- [9] I. Brems, J. L. Berthier, F., M. Kieffer, and E. Walter. Guaranteed estimation of electrochemical parameters by set inversion using interval analysis. *Electroanalytical Chemistry*, page Issue1(495), 2000.
- [10] J. Brunet, L. M. Jaume, D., A. Rault, and M. Vergé. *Détection et Diagnostic de Pannes: Approche Par Modélisation*. Hermès, hermès edition, 1990.
- [11] F. Busson. *Modélisation et Surveillance Des Processus En Génie Des Procédés À L'aide Des Bond Graphs Multiénergies*. Thèse de doctorat, Université des Sciences et Technologies de Lille1, Villeneuve d'Ascq (France), 10 Décembre 2002.

- 
- [12] T. Carpentier and R. Litwak. Algorithms and criteria for sensors location in view of supervision. In *CESA '96 IMACS Multiconference*, pages 684–689, Lille, France, 1996.
- [13] J. P. Cassar, R. Litwak, V. Coquempot, and M. Staroswiecki. Approche structurelle de la conception de systèmes de surveillance pour les procédés industriels complexes. *JESA, RAIRO-APII*, 31(9):179–202, 1994.
- [14] G. Chen, J. Wang, and L. Shieh. Interval kalman filtering. *IEEE Trans. On Aerospace and electronic Systems*, page 250:258, 1997.
- [15] F. Chernousko. State estimation for dynamic systems. *CRC Press, Boca Raton*, 1994.
- [16] E. Chow. *Failure Detection System Design Methodology*. PhD thesis, M.I.T., Lab. Information and Detection System, Cambridge, M.A., 1980.
- [17] C. Christophe. *Surveillance Des Systèmes Non Linéaires Application Aux Machines Électriques*. PhD thesis, Univeristé des sciences et technologies de Lille, 2001.
- [18] V. Cocquempot. *Surveillance Des Processus Industriels Complexes. Génération et Optimisation Des Relations de Redondance Analytique*. PhD thesis, Université des sciences et technologie de Lille, France, 1993.
- [19] P. Dague, P. Devès, P. Luciani, O. Jehl, and P. Taillibert. When oscillators stop oscillating. Sydney, August 1991. Proceedings of the twelfth IJCAI.
- [20] P. Dague, P. Devès, and O. Romain. Troubleshooting: When modeling is the trouble. Seattle, July 1987. Proceedings of AAAI Conference.
- [21] P. Dague and P. Taillibert. The monostable: A reference poblem for analog diagnosis. In *DX96, 7th Int. Worshop on Principales of Diagnosis, Val Morin, Canada*, Octobre 1996.
- [22] E. Davis. Constraint propagation with interval labels. *Artificial Intelligence*, pages 281–331, 1978.
- [23] J. de Kleer. Using crude probabilities estimates to guide diagnosis. *Proceedings of AAAI Conference*, pages 842–848, 1991.
- [24] J. de Kleer, A. Mackworth, and R. Reiter. Characterizing diagnoses and systems. *Artificial Intelligence 52*, pages 197–222, 1992.
- [25] J. De Kleer and B. Williams. Diagnosis multiple faults. *Artificial Intelligence*, 32, 1987.
- [26] J. de Kleer and B. Williams. Diagnosing with behavioral modes. *Proceedings of the Eleventh IJCAI, detroit*, pages 97–130, 1989.
- [27] G. Delmaire. *Comparaison Des Méthodes D'identification Paramétrique et de L'espace de Parité Pour la Détection et la Localisation de Défaillances Dans Les Systèmes Automatisés*. PhD thesis, Univ. des Scineces et Technologies de Lille, Villeneuve d'Ascq, 1998.
- [28] T. Denoeux. Analysis of evidence-theoretic decision rules for pattern classification. *pattern recognition*, pages 1095–1107, 1997.

- 
- [29] P. Devijver and J. Kittler. Pattern recognition: A statistical approach. *Prentice-Hall International, London*, 1982.
- [30] Y. Deville, M. Janssen, and P. Van Hentenryck. Consistency techniques in ordinary differential equations. *Proceedings of the Fourth International Conference on Principales and Practice of Constraint Programming. Springer Verlag*, 1998.
- [31] X. Ding, E. Ding, and T. Jeinsch. An approach to analysis and design of observer and parity relation based FDI systems. *Proc. of the 14th IFAC World Congress*, pages 37–42, 1997.
- [32] B. Dubuisson. *Diagnostic et Reconnaissance Des Formes*. 1990.
- [33] J. Eterno, D. Looze, J. Weiss, and A. Willsky. Design issue for fault-tolerant restructurable aircraft control. *Proc. 24th CDC, Fort Lauderdale*, pages 900–905, 1985.
- [34] F. Evan and J. Willcox. Experimental stapdown redundant sensor inertial navigation systems. *Journal of Spacecraft Rockets*, 7(9), Sept. 1970.
- [35] T. Ferguson. *Mathematical Statistic. A Decision Theoretic Approach*. New York and London: Academic, 1967.
- [36] P. M. Frank. Fault diagnosis in dynamic systems using analytical and knowledge-based redundancy- a survey and some new results. *Automatica*, 26(3):459–474, 1990.
- [37] J. Gertler. Analytical redundancy methods in fault detection and isolation. *IFAC Safe-process 91*, pages 9–21, September 1991.
- [38] J. Gertler and D. Singer. A new structural framework for parity equation-based failure detection and isolation. *Automatica*, 26(2):381–388, 1990.
- [39] R. Iserman. Process fault detection based on modelling and estimation methods. *A survey Automatica*, 20(4):387–404, 1984.
- [40] I. Isermann and P. Balle. Trends in the application of model-based fault detection and diagnosis of technical processes. *Control engineering practice*, pages 709–719, 1997.
- [41] L. Jaulin. [Http://www.e-sta.see.asso.fr/IMG/pdf/article11.pdf](http://www.e-sta.see.asso.fr/IMG/pdf/article11.pdf).
- [42] L. Jaulin. *Le Calcul Ensembliste Par Analyse Par Intervalles et Ses Applications*. PhD thesis, (HDR) Université De Angers en France, 1999.
- [43] L. Jaulin. Nonlinear bounded-error state estimation of continuous-time systems. *Automatica*, 2002.
- [44] L. Jaulin, L. Boimond, and L. Hardouin. Estimation via set-version: Application to discrete-event systems. *Reliable Computing*, pages 165–173, 1999.
- [45] L. Jaulin, M. Keiffer, O. Dirit, and E. Walter. Applied interval analysis, with examples in parameter and state estimation. *Robust Control and Robotics. Springer, Verlag, London*, 2001.

- 
- [46] L. Jaulin, M. Kieffer, O. Didrit, and E. Welter. Applied interval analysis, with example in parameter and state estimation, robust control and robotics. *Springer-Verlag, London*, 2001.
- [47] V. Joly, V. Cocquempot, and C. Christophe. Contribution au diagnostic de pannes dans les circuits électroniques analogiques. *Rapport de fin de contract: THOMSON DETEXIS - LAIL*.
- [48] P. Kaboré, M. Staroswiecki, and H. Wang. On parity space and observer-based approaches for FDI in state-affine systems. In *Proceedings of the 38th IEEE Conference on Decision and Control*, Phoenix, USA, 1999.
- [49] M. Kieffer, L. Jaulin, E. Walter, and D. Meizel. Robust autonomous robot localization using interval analysis. *Reliable Computing*, pages 337–362, 2000.
- [50] M. Kramer. Malfunction diagnosis using quantitative models with non boolean reasoning in expert systems. *AIChE Journal*, 33, n°1 : 130 – 140, 1987.
- [51] E. Loiez. *Contribution Au Diagnostic de Systèmes Analogiques*. PhD thesis, Université des Sciences et Technologies de Lille 1, 1997.
- [52] J. Magni and P. Mouyon. On residual generation by observer and parity space approaches. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 39(7):441–447, 1994.
- [53] M. Massoumnia. A geometric approach to the synthesis of failure detection filters. *IEEEA Tran on Automatic Control*, page 31(9), 1986.
- [54] R. E. Moore. *Interval Analysis*. Prentice Hall, New Jersey, 1966.
- [55] R. E. Moore. Methods and applications of interval analysis. *Studies in applied Mathematics (SIAM)*, 1979.
- [56] R. Mrani Alaoui, B. Ould Bouamama, and P. Taillibert. Empirical validation of a decision procedure based on temporal band sequences analysis for thermo-fluid processes. In *Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety for Technical Processes SAFE-PROCESS*, 2003.
- [57] R. Mrani Alaoui, B. Ould Bouamama, and P. Taillibert. Diagnostic based on temporal band sequences: An empirical comparison to statistical approaches. *World Automatic Congres, Siville (Espagne)*, 2004.
- [58] H. Ng. Model-based multiple fault diagnosis of time varying, continuous physical devices. *Proc. of the sixth IEEE conference on AI application, Santa Barbara*, March 90.
- [59] B. Ould Bouamama. Bond graph approach as analysis tool in thermo-fluid model library conception. *Journal of Franklin Institute*, Vol. 340, No.1,:1–23, 2003.
- [60] B. Ould Bouamama, K. Medjaher, M. Staroswiecki, and A. Samanatory. Design of diagnosis algorithms for supervision systems in process engineering. *International IMS (Intelligent Manufacturing Systems), Forum, proceedings edited by M. Taisch et al., Part I*, pages 17–19, Cernobbio (Italy) 2004.



- 
- [61] B. Ould Bouamama, M. Staroswiecki, and R. Litwak. *Surveillance D'un Générateur de Vapeur (Chap. 6)*. Paris, France, hermes edition, 2000.
- [62] E. Page. Continuous inspection scheme. *Biometrika*, pages 100–115, 1954.
- [63] Y. Pan. Quantitative reasoning with deep-level mechanism models for diagnoses of mechanism failures. *Proc. of the first IEEE conference on AI Applications, Denver*, 1984.
- [64] R. Patton and J. Chen. A review of parity space approaches to fault diagnosis. In *Proc. IFAC/IMACS Symposium SAFEPROCESS'91*, volume 1, pages 238–255, Baden-Baden, Sept. 1991.
- [65] R. J. Patton. Fault-tolerant control: The 1997 situation. *Safeprocess*, pages 1033–1055, 1997.
- [66] R. J. Patton, P. M. Frank, and R. N. Clark. *Fault Diagnosis in Dynamic Systems, Theory and Applications*. Prentice-Hall, Englewood Cliff, NJ, 1989.
- [67] F. Plestan. *Linéarisation Par Injection D'entrée-Sortie Généralisée et Synthèse Des Observateurs*. PhD thesis, Université de Nantes, 1995.
- [68] D. Pomorski. *Apprentissage Automatique Symbolique et Numérique Construction et Évaluation D'un Ensemble de Règles À Partir Des Données*. PhD thesis, Université de sciences et technologies de Lille, 1992.
- [69] R. Positello. *La Vapeur D'eau Industrielle. Connaissance, Production et Etude Des Tuyauteries de Distribution. Technique et Documentation*. Lavoisier, 1983.
- [70] J. Potter and M. Suman. Thresholdless redundancy management with array of skewed instruments. *Electronic Flight Control Systems*, 224:15–25, 1977.
- [71] R. Reiter. A theory of diagnosis from first principles. *Artificial Intelligence*, 32, 1987.
- [72] M. A. Sainz, J. Armengol, and J. Vehi. Fault diagnosis of the three tanks system using the modal interval analysis. *Journal of Process Control, Vol. 12, n°2, Elsevier Science, pages 325 – 338, 2002*.
- [73] D. Sam-Haroud and B. Faltings. *Consistency techniques for continuous constraints. Constraints, pages 85–118, 1996*.
- [74] F. Schweppe. *Recursive state estimation: Unknown but bounded errors and system inputs. IEEE transactions on automatic control, pages 22–28, 1968*.
- [75] G. Shafer. *A mathematical theory of evidence*. Princeton University Press. New-Jersey, USA, 1976.
- [76] S. Siegel. *Nonparametric statistics for the behavioral sciences*. McGraw-Hill Kogakusha, Ltd, 1956.
- [77] M. Staroswiecki. *Analyse structurelle*. Paris, France. Edition Hermes, page 32, 2000.

- 
- [78] M. Staroswiecki and G. Contet-Verga. Analytical redundancy relations for fault detection and isolation in algebraic dynamic systems. *Automatica*, 37:687–699, 2001.
- [79] M. Staroswiecki and G. Contet-Verga. Analytical redundancy relations for fault detection and isolation in algebraic dynamic systems. *Automatica*, 37:687–699, 2001.
- [80] M. Staroswiecki, V. Coquempot, and J. Cassar. Generation of analytical redundancy relations in linear interconnected system. In *IMACS Annals on Computing and Applied Mathematics Proceedings MIN-S2 90, Brussels, 1990*.
- [81] M. Staroswiecki and A. Gehin. From control to supervision. *Safeprocess*, page 312:323, 2000.
- [82] M. Staroswiecki and D. Guerchouh. A parity space approach for monitoring inequality constraints, part 1: Static case. *Proc. of 14th IFAC World Congress, Beijing, China., 1999*.
- [83] M. Staroswiecki and D. Guerchouh. Fault detection and isolation in the monitoring of inequality constraints. *Proc. of IFAC Safeprocess, Budapest, Hungary., 2000*.
- [84] P. Struss and O. Dressler. Physical negation-integrating fault models into the general diagnostic engine. *Proceedings of the Eleventh IJCAI, Detroit, pages 1318–1323, 1989*.
- [85] P. Taillibert. Various improvement to diagnosing with temporal bands. In *9th Int. Workshop on Principles of Diagnosis, DX'98, Massachussets, 1998*.
- [86] P. Taillibert. Residual evaluation without derivative computation. In *Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety for Technical Processes SAFEPROCESS'2000, BUDAPEST (Hongrie), 2000*.
- [87] P. Taillibert and E. Loiez. Polynomial temporal band sequences for analog diagnosis. In *International Joint. Conf. On Artificial Intelligence, IJCAI'97, Nagoya, Japan, August 1997*.
- [88] J. Thoma and B. Ould Bouamama. Modeling and simulation in thermal and chemical engineering. a bond graph approach. page 219, *Berlin Heidelberg Nex York, 2000*.
- [89] L. Travès-Massuyès and P. Dague. Modèles et Raisonnements Qualitatifs. *Systèmes Automatisés. Hermès, 2003*.
- [90] J. Wünnenberg. Fault Detection in Dynamic Systems. *PhD thesis, University of Duisburg, 1990*.
- [91] G. Zwingelstein. Diagnostic Des Défaillances: Théorie et Pratique Pour Les Systèmes Industriels. *Hermès, 1995*.