



Prise en compte du temps local dans la modélisation des ceintures de radiation terrestres

Damien Herrera

► To cite this version:

Damien Herrera. Prise en compte du temps local dans la modélisation des ceintures de radiation terrestres. Physique de l'espace [physics.space-ph]. INSTITUT SUPERIEUR DE L'AERONAUTIQUE ET DE L'ESPACE (ISAE); UNIVERSITE DE TOULOUSE, 2017. Français. \langle NNT : \rangle . \langle tel-01701311 \rangle

HAL Id: tel-01701311

<https://hal.science/tel-01701311v1>

Submitted on 5 Feb 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



HAL Authorization



THÈSE

En vue de l'obtention du

DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE

Délivré par : *l'Institut Supérieur de l'Aéronautique et de l'Espace (ISAE)*

Présentée et soutenue le *Lundi 09 octobre 2017* par :

DAMIEN HERRERA

**Prise en compte du temps local dans la modélisation des ceintures de
radiation terrestres**

JURY

M. FABRICE MOTTEZ
MME VIVIANE PIERRARD
M. DOMINIQUE DELCOURT
MME BÉNÉDICTE ESCUDIER
M. VINCENT MAGET

Observatoire de Paris
IASB
LPP
ISAE SUPAERO
ONERA-DPhIEE

Président du jury
Rapporteuse
Rapporteur
Examinatrice
Codirecteur de thèse

École doctorale et spécialité :

SDU2E : Astrophysique, Sciences de l'Espace, Planétologie

Unité de Recherche :

Office National d'Études et de Recherches Aérospatiales - DPhIEE - MEM

Directeur(s) de Thèse :

M. Sébastien BOURDARIE et M. Vincent MAGET

Rapporteurs :

M. Dominique DELCOURT et Mme Viviane PIERRARD

"L'inconnu est une chose provisoirement cachée, en attente d'être découverte."

Capitaine James Tiberius Kirk
(Star Trek)

Remerciements

Trois années, s'achèvent, et avec elles leur lot de souvenirs et de belles rencontres. Il est temps de remercier toutes celles et ceux sans qui je n'en serais pas là aujourd'hui, aussi bien pour la thèse que dans la vie.

Mes premiers remerciements vont à Vincent et Sébastien. Vous m'avez encadré et accompagné durant ces trois années, et ce fut un réel plaisir d'évoluer et de me former à vos côtés. Vous m'avez fait confiance pour cette thèse, et j'espère vous l'avoir rendue, que ce soit à travers ce manuscrit ou en cette journée du lundi 9 Octobre 2017 pour ma soutenance. Merci pour avoir cru en moi, pour toutes ces discussions scientifiques passionnantes et plus généralement pour vos qualités humaines et votre bonne humeur quotidienne. Et à Vincent, tu m'as fait confiance dès le début pour mon stage et ensuite supporté pendant trois ans et demi (et un match de tennis à terminer!), tu as su m'épauler, me soutenir et m'aider à rebondir dans les moments de doutes, et pour tout ça, un immense merci !

Je tiens ensuite à remercier toute l'unité MEM pour ces trois années plus qu'enrichissantes et chargées de souvenirs à vos côtés, notamment lors des congrès ! Votre porte était toujours ouverte pour discuter et répondre à nos questions, et par votre bonne humeur ainsi que votre regard scientifique, vous avez largement contribué à cette thèse. Merci à Daniel pour ta passion, ton expérience et toutes tes connaissances, merci à Angélica, Madame ondes, pour ta pêche, ta disponibilité et ta bonne humeur, merci à Didier pour ta disponibilité, tes encouragements et tes conseils, merci à Sandrine pour ta gentillesse, et enfin un grand merci aux doctorants MEMiens pour la partie gastronomique des MEM Science (ah cette tarte au citron meringuée ...) !

Merci également au CNES et en particulier à Guy Rolland pour m'avoir accompagné et encouragé durant ces trois ans.

Merci à Viviane Pierrard et Dominique Delcourt, pour avoir accepté d'être rapporteurs et pour avoir relu en détail mon manuscrit durant l'été. Merci également à Fabrice Mottez et à Bénédicte Escudier pour avoir accepté d'être dans mon jury et ainsi porter un regard critique sur mes travaux de thèse.

J'aimerais remercier l'ensemble des DPhIEEiens (anciennement DESPIens) sans qui le quotidien aurait paru bien terne. Ce fut un vrai plaisir d'évoluer à vos côtés durant ces années. Soyez assurés que je garderai bien précieusement la paire de tongs dédiée, et chargée d'histoire ! Un grand merci en particulier à Mr Claude et à Stéphane pour vos visites quotidiennes, votre grain de folie et votre bonne humeur. Merci à tous les doctorants du département pour tous ces bons moments dans et en-dehors de l'ONERA.

Une pensée toute particulière pour le bureau B210, estampillé doctorants promo 2014, haut lieu de la gastronomie et de la décoration (Noël en Août, encore du jamais vu de mémoire d'Homme...). Un grand merci à mes deux co-bureaux pour ces trois années à vos côtés. Marie-Cécile pour tes kinders, tes spoils (quoique...), les pâtés de Nant, les parties de Mah-Jong, ton regard de la mort-qui-tue absolument "pétrifiant" (je ne m'en lasserai jamais !) et ton scanner 3.0, absolument intraitable sur les alignements et les couleurs, Rémi pour ces deux paris (dont la résurrection d'Elvis), ta science légendaire du tennis, tes conseils administratifs toujours dans les temps, ton sens aigu du rangement, les capsules de café et, illustre binôme, pour ces parties de coïncidences où nous avons donné quelques bonnes leçons !

Merci à Thomas pour tous ces matchs de tennis et les heures passées à refaire les sets, les jeux ou les pronostics sur le prochain tournoi ATP et pour ces deux années de corpo. Je ne compte plus les cordages et les boîtes de balles ouvertes !

Un grand merci à Damien pour, au-delà de ces trois années, avoir toujours été à mes côtés pour me soutenir et m'épauler dans les moments plus délicats. Merci pour les soirées astro à refaire le monde, les barbecues, les bowlings, Reggio et Moltès, les randos et bien entendu les sorties au Pic. Un grand merci à Simon pour ton soutien et ta présence durant toutes ces années, les soirées à la coloc', les barbecues à Gaillac, les sorties canoë, le festival Interceltique et les découvertes musicales de l'été. Un grand merci à Thomas, Lucie, Lélia, Valérie, Alexia, Cécile, Élodie, David, et tous mes amis pour votre soutien et pour vous avoir à mes côtés depuis toutes ces années.

Et enfin un grand merci à toute ma famille pour avoir toujours été là pour moi, et ce depuis le tout début. Et à mes deux parents : avec mon premier télescope, je vous dois d'avoir levé les yeux vers le ciel et l'espace, et d'en avoir fait ma voie. Vous ne pouviez pas me faire plus beau cadeau que votre présence le jour de ma soutenance, j'espère vous avoir rendu fiers, et je n'en serai pas là aujourd'hui sans vous, alors merci !

Résumé

Depuis le début de l'ère spatiale avec le lancement du satellite Spoutnik 1 en 1957, les ceintures de radiation terrestres n'ont cessé de faire l'objet d'études du fait de leur dangerosité pour les satellites mais aussi pour l'être humain. En effet, lors d'une forte activité solaire, l'injection de particules dans cet environnement radiatif peut induire des flux jusqu'à 1000 fois plus élevés que par temps calme. Par conséquent, il est important d'en comprendre la physique ainsi que la dynamique au cours de ce que l'on appelle un orage géomagnétique. Dans ce but, le Département Physique Instrumentation Environnement et Espace (DPhIEE) de l'ONERA développe depuis maintenant plus de 20 ans la famille de modèles Salammbô reproduisant de façon robuste et en trois dimensions la dynamique des particules piégées dans ces ceintures. Néanmoins, bien que précis au-delà d'environ 100 keV, la physique et les hypothèses prises en compte dans ce modèle restent insuffisantes en deçà. En effet, aux basses énergies, les ceintures de radiation ne peuvent plus être considérées comme homogènes autour de la Terre. L'objectif de cette thèse a donc été de prendre en compte une quatrième dimension, le temps magnétique local (MLT), afin de mieux reproduire l'évolution des structures fines lors d'un orage géomagnétique. La première partie s'est portée sur l'optimisation du schéma numérique. L'ajout d'une quatrième dimension induit, via l'apparition d'un terme d'advection, une forte diffusion numérique qu'il convient de limiter, tout en tenant compte du temps de calcul. L'équation statistique implémentée a alors été discrétisée selon un schéma de type Beam-Warming du second ordre couplé à un limiteur Superbee, garantissant une propagation satisfaisante de la distribution initiale. Une fois les problèmes numériques maîtrisés, les différents mécanismes physiques pilotant la dynamique des particules piégées ont été implémentés dans le code, avec une attention toute particulière sur la dépendance en MLT de l'interaction onde-particule. La prise en compte des champs électriques magnétosphériques fut également nécessaire. En effet, ils constituent l'un des moteurs principaux du mouvement des particules de basses énergies. Le modèle Salammbô 4D a ensuite été validé par comparaison avec le modèle 3D déjà existant sur une simulation de l'orage magnétique de Mars 2015. Les résultats ont montré une bonne restitution de la dynamique des ceintures de radiation, avec en plus l'accès à la phase principale de l'orage. Cet événement a ensuite été modélisé à plus basse énergie pour constater la dynamique asymétrique des électrons piégés avec le rôle prépondérant du champ électrique de convection. La comparaison avec les données du satellite THEMIS a montré une bonne modélisation des différents processus physiques, notamment celui de « dropout » par traversée de la magnétopause. Enfin, la mise en place d'une condition limite dynamique modulée par les paramètres du vent solaire et dépendante du MLT ouvre de nombreuses perspectives.

Abstract

Since the beginning of the Space Era with the launch of Spoutnik 1 spacecraft in 1957, the radiation belts have been studied by scientists due to their hazardousness on both spacecrafts and humans. Indeed, particles are injected during strong solar activity and can induce fluxes thousand times higher than quiet time ones. Thus, it's very important to understand the nature of physics-based processes and the consecutive dynamic during a geomagnetic storm. For this purpose, the Department Physics Instrumentation Environment and spacE (DPhIEE) at ONERA has been developing the Salammbô models family for more than 20 years which robustly reproduce in three dimensions the dynamics of trapped particles in the radiation belts. Nevertheless, although they are reliable at high energy, the physics-based processes and the hypothesis taken into account are inadequate at lower energies, below a few hundreds of keV. Indeed, the radiation belts can no longer be considered as homogeneous around the Earth. The aim of this PhD research work was to take into account a fourth coordinate, the Magnetic Local Time (MLT), in order to better reproduce the thinnest structures occurring during a geomagnetic storm. The first part of this work focused on the optimization of the numerical scheme. By the emergence of an advective term, the inclusion of a fourth coordinate induces a strong numerical diffusion that has to be controlled and limited without deteriorating the computing efficiency. So, the implemented statistical equation was discretized using a Beam-Warming scheme coupled with the Superbee limiter, which guarantee us an adequate propagation of the initial distribution. Once numerical issues have been resolved and controlled, all the different mechanisms driving the dynamics of the trapped particles have been implemented into the code, taking into account their MLT dependency, especially for the wave-particle interaction. Taking into account the magnetospheric electric fields was also necessary. Indeed, they correspond to one of the main drivers of the low energy particles motion. Then, the Salammbô 4D model has been validated by a comparison with the 3D one on a simulation of the March 2015 geomagnetic storm. The results showed a good restitution of the dynamics of the radiation belts, refining the storm main phase resolution. Thereafter, this event has been simulated at lower energy to analyze the asymmetry of the dynamics of trapped electrons highlighting the prime role of the convection electric field. The comparison with data from THEMIS spacecraft showed a good modeling of the different physics-based processes, in particular regarding dropouts as controlled by magnetopause shadowing effect. Finally, the implementation of a solar wind driven outer boundary condition opens up new prospects.

Sommaire

Notations	11
Introduction	15
1 L'environnement spatial de la Terre : du Soleil aux ceintures de radiation	17
1.1 Le Soleil, une étoile active	17
1.2 Le vent solaire : vecteur de l'influence du Soleil sur l'environnement terrestre	19
1.2.1 Les éjections de masse coronale	19
1.2.2 Les régions à interaction de courants	20
1.2.3 Les éruptions solaires	21
1.3 La magnétosphère	22
1.3.1 Le champ magnétique interne de la Terre	22
1.3.2 Un confinement électromagnétique	23
1.3.3 Les plasmas magnétosphériques	24
1.3.4 Mesure de l'activité magnétosphérique	26
1.4 Physique et dynamique des ceintures de radiation	27
1.4.1 La diffusion radiale	28
1.4.2 Les interactions onde-particule	28
1.4.3 Les frictions et collisions	30
1.4.4 Les dropouts	30
1.4.5 Une dynamique multi-échelle	31
1.5 Conclusion	33
2 Modélisation de la dynamique des ceintures de radiation terrestres	35
2.1 Théorie des invariants adiabatiques	35
2.1.1 Mouvement de giration et premier invariant adiabatique : le moment magnétique M	36
2.1.2 Mouvement de rebond et deuxième invariant adiabatique : l'invariant intégral J	38
2.1.3 Mouvement de dérive et troisième invariant adiabatique : le flux magnétique Φ	39
2.2 Modélisation statistique : de l'équation de Boltzmann à l'équation de Fokker-Planck	40
2.3 Modèles de champs magnétiques	41
2.3.1 Un modèle simple : le modèle dipolaire tilté et décentré	41
2.3.2 Un modèle dynamique : le modèle de Mead	42
2.3.3 Invariants adiabatiques et modèle de champ magnétique	45
2.4 Modèles de champs électriques magnétosphériques	46
2.4.1 Modèle de champ électrique de corotation	46
2.4.2 Modèle de champ électrique de convection	47
2.4.3 Le champ électrique induit	50
2.5 Conclusion	50
3 Modèles numériques des ceintures de radiation	51
3.1 Cartographie des modèles de ceintures de radiation	51
3.2 Modèle Salammbô 3D	53
3.2.1 Architecture numérique	53
3.2.2 Prise en compte de la physique des ceintures de radiation	53
3.2.3 Simulation de l'orage de Mars 2015	55

3.2.4	Les basses énergies : limite du modèle Salammbô 3D	56
3.3	Mise en place du modèle Salammbô 4D	58
3.3.1	Cadre théorique et modélisation statistique	58
3.3.2	Calcul de la vitesse d'advection selon φ_3	59
3.3.3	Calcul de la vitesse d'advection selon L^*	63
3.4	Conclusion	63
4	Résolution des problèmes numériques issus de l'advection dans Salammbô 4D	65
4.1	Propriétés et implémentation du schéma numérique dans Salammbô 4D	65
4.1.1	Discretisation et méthode des différences finies dans Salammbô 4D	65
4.1.2	Condition de consistance, stabilité et convergence du schéma numérique	67
4.2	Étude de l'équation d'advection 1D selon φ_3	69
4.2.1	Une référence de discrétisation : le schéma de type Upwind du premier ordre	69
4.2.2	Mise en évidence de la diffusion numérique par l'advection d'une distribution gaussienne	70
4.2.3	Implémentation de schémas plus complexes et du second ordre	71
4.3	Les limiteurs	72
4.3.1	Monotonie et oscillations numériques	72
4.3.2	Concept et exemples de limiteurs	73
4.3.3	Le limiteur Superbee : une approche robuste	74
4.4	Advection et diffusion numérique selon L^*	77
4.5	Conclusion	79
5	Prise en compte des processus physiques et validation du modèle Salammbô 4D	81
5.1	Processus homogènes en MLT	82
5.2	Processus dépendants en MLT	84
5.2.1	Interaction onde-particule	84
5.2.2	Dropouts et pertes par traversée de la magnétopause	87
5.3	Le mapping	88
5.4	Condition aux limites	91
5.4.1	Du modèle homogène au modèle dépendant en temps local magnétique	91
5.4.2	Étude sur les paramètres de la condition aux limites	92
5.5	Simulation de l'orage de Mars 2015 - St-Patrick storm	95
5.5.1	Validation avec le modèle Salammbô 3D	96
5.5.2	Consolidation du modèle par comparaison aux données à basse énergie	99
5.5.3	Impact de la dynamique de la condition limite	102
5.6	Conclusion	104
	Conclusions et perspectives	107
A	Étude du schéma Upwind du premier ordre et origine de la diffusion numérique	111
A.1	Consistance du schéma	111
A.2	Stabilité du schéma	111
A.3	Convergence du schéma	112
A.4	La diffusion numérique : artefact de la discrétisation	112
B	Schémas numériques de discrétisation du second ordre	115
B.1	Schéma de type Upwind du second ordre	115
B.2	Schéma de Lax-Wendroff	116
C	Calcul du temps caractéristique moyen de pertes dû à la diffusion en angle d'attaque.	119
D	Condition aux limites de Dubyagin et fonction de distribution	121
D.1	Modèle de Dubyagin	121
D.2	Relation entre la densité, la température et la fonction de distribution	122
E	Publication	123
	Bibliographie	138

Notations

a	Rayon moyen de la Terre
A	Intensité de la perturbation asymétrique du modèle de champ magnétique de Mead
\vec{A}	Vecteur potentiel magnétique
α	Angle d'attaque local
$\alpha_{eq}, \alpha_m, \alpha_c$	Angles d'attaques à l'équateur, aux points miroir et au niveau du cône de perte
b	Constante de convection
\vec{B}	Vecteur champ magnétique
B_0	Intensité du champ magnétique à la surface de la Terre
B_{dip}	Intensité du champ magnétique selon le modèle dipolaire
B_{eq}, B_m	Intensité du champ magnétique à l'équateur et aux points miroirs
B_S, B_A, B_M	Intensité des composantes symétrique, asymétrique et totale du champ magnétique selon le modèle de Mead
B_n, B_s, B_z	Composantes Nord, Sud et selon z du champ magnétique interplanétaire
B_w^2	Intensité magnétique des ondes
D_p	Pression du vent solaire
Dst	Indice géomagnétique d'activité du courant annulaire
D_{J_i}	Coefficient de friction dynamique
$D_{J_i J_j}$	Coefficient de diffusion
$D_{\alpha\alpha}, D_{yy}$	Coefficients de diffusion en angle d'attaque
D_{EE}	Coefficient de diffusion en énergie
D_{LL}	Coefficient de diffusion radiale
$D_{LL,num}$	Coefficient de diffusion numérique selon L^*
Δx	Pas de discrétisation selon la coordonnée x

E	Énergie cinétique de la particule
\vec{E}	Vecteur champ électrique
\vec{E}_{corot}	Vecteur champ électrique de corotation
f	Fonction de distribution
f_0	Fonction de distribution définissant l'état initial
f_{lim}	Fonction de distribution définissant la condition aux limites
f_i^n	Fonction de distribution en i à l'instant n
f_{ce}	Fréquence cyclotron des électrons
$F_{10.7}$	Flux radio solaire à 10.7 cm
$G_{J \rightarrow I}$	Jacobien de passage de la base des J_i à la base des I_i
γ	Paramètre de blindage
H	Hamiltonien
J	Second invariant adiabatique ou invariant longitudinal
J_i	Variables actions associées aux trois mouvements périodiques
K	Second invariant adiabatique modifié
Kp	Indice d'activité géomagnétique
L	Paramètre de Mc Illwain
L^*	Paramètre de Roederer ou de coquille
L_{pp}^*	Position de la plasmopause exprimée selon L^*
L_{mp}^*	Position de la magnétopause exprimée selon L^*
m	Masse de la particule
m_0	Masse au repos de la particule
M	Moment magnétique relativiste
MLT	Temps local magnétique (pour l'anglais <i>Magnetic Local Time</i>)
μ	Moment magnétique
n_{ps}	Densité du feuillet neutre
n_{sw}	Densité du vent solaire
ω_g	Vitesse angulaire de la particule

$\vec{\Omega}$	Vecteur vitesse angulaire de la Terre
\vec{p}	Vecteur moment de la particule
φ	Coordonnée du repère sphérique
φ_3	Variable angle associée à J_3
Φ	Flux magnétique
Ψ	Fonction limitante
q	Charge de la particule
\vec{r}	Vecteur position de la particule
r	Coordonnée du repère sphérique
r_{eq}	Distance à l'apex de la ligne de champ magnétique
r_g	Rayon de giration ou de Larmor
R_E	Rayon moyen de la Terre
S	Intensité de la perturbation symétrique du modèle de champ magnétique de Mead
σ	Écart-type
T_{ps}	Température du feuillet neutre
θ	Colatitude, coordonné du repère sphérique
τ	Temps caractéristique de perte moyen
τ_g	Période de giration
τ_D	Période de dérive
\vec{u}_s	Vecteur unitaire de l'abscisse curviligne
v_{sw}	Vitesse du vent solaire
V	Potentiel scalaire électrique
V	Invariant adiabatique modifié
V_{corot}	Potentiel scalaire de corotation
V_{conv}	Potentiel scalaire de convection
\vec{v}_D	Vecteur vitesse de dérive
y	Sinus de l'angle d'attaque équatorial α_{eq}

Introduction

La seconde moitié du XX^{ème} a constitué pour l'humanité un tournant technologique majeur. En effet, depuis l'avènement de la conquête spatiale démarrée en 1957 avec le lancement par l'ex-URSS de Spoutnik 1, l'espace est de plus en plus peuplé par des satellites opérationnels d'observation (météo) ou de communication (TV satellite) pour ne citer qu'eux. Le contexte historique de l'époque a fait qu'en à peine un demi-siècle, la Terre s'est retrouvée entourée de plusieurs milliers de satellites. La course à l'espace a en outre permis le développement parallèle de bon nombre d'applications et d'objets maintenant installés dans notre quotidien comme dans le domaine médical (cœur artificiel, pompe à insuline, ...) ou encore l'électronique (microprocesseurs, capteurs CCD, ...). Néanmoins, l'espace est un environnement extrêmement contraignant pour ces technologies de précision. En effet, la pression quasiment nulle provoquent des phénomènes de dégazage pour les matériaux. Les variations extrêmes de température vont également contraindre les satellites dans leur fonctionnement. Ils peuvent en outre rentrer en collisions avec des micro-météorites. Enfin, les radiations spatiales peuvent dégrader leurs différents composants et de ce fait induire des avaries, temporaires et dans les pires cas, définitives, entraînant alors leur perte (Galaxy IV en 1998 et IntelSat 804 en 2005, voir [Cannon et al., 2013] pour plus d'exemples). Les effets radiatifs peuvent également être visibles depuis le sol. En effet, outre les aurores polaires constituant une manifestation grandiose et spectaculaire de l'interaction des particules chargées avec la haute atmosphère, des perturbations magnétiques si intenses ont par exemple provoqué une panne générale de courant paralysant tout le Québec pendant plusieurs heures en Mars 1989.

Dans un souci économique et scientifique, l'enjeu a donc été de comprendre l'origine de ces dysfonctionnements. L'intérêt s'est alors porté sur les ceintures de radiation situées autour de la Terre, observées par Van Allen dès 1958, et constituées de particules chargées, majoritairement des électrons et des protons, très énergétiques (de l'ordre du keV à la dizaine de MeV pour les électrons et jusqu'au GeV pour les protons). En effet, les recherches ont montré que ces ceintures sont fortement modelées par les différents phénomènes liés à l'activité de notre étoile, le Soleil, modifiant de façon notable l'environnement des satellites, et créant des perturbations que l'on appelle orage géomagnétique. Cet environnement se retrouve alors intensifié d'un facteur 100 à 1000 dans des conditions extrêmes en quelques heures seulement. Une manière de bien appréhender la physique des ceintures de radiation a donc été, pour la communauté scientifique, de construire des modèles numériques.

Ces enjeux ont conduit le Département Physique Instrumentation Environnement et Espace (DPhIEE, anciennement DESP) à développer, depuis maintenant plus de 20 ans, la famille de modèles Salammbô, reproduisant la dynamique de ces ceintures. Reconnu internationalement, le modèle Salammbô 3D (voir [Beutier, 1993]) permet d'étudier les phénomènes physiques à l'origine de cette dynamique à une échelle temporelle de l'ordre de l'heure, offrant alors une modélisation robuste de la dynamique des particules de haute énergie (supérieure à quelques centaines de keV). Grâce aux nombreuses recherches effectuées au sein du DPhIEE, ce modèle a fait l'objet de constantes améliorations depuis son origine, étant même adapté aux planètes géantes Jupiter et Saturne (voir [Santos Costa, 2001] et [Lorenzato, 2012]). Depuis, différents modèles ont été développés à travers le monde afin de répondre aux mêmes attentes. Néanmoins, ils reposent tous sur l'hypothèse que les ceintures de radiation sont homogènes quelque soit l'endroit observé par rapport à la Terre et au Soleil. Or, les mesures des différents satellites ont montré qu'à basse énergie, typiquement en-dessous de quelques centaines de keV, des structures fines se développent lors d'orages géomagnétiques, induisant l'asymétrie observée sur les flux mesurés.

Cette thèse s'inscrit donc dans un contexte de modélisation de l'environnement spatial radiatif et de la dynamique des particules de basses énergies lors d'orages géomagnétiques. Elle a consisté à prendre en compte une nouvelle coordonnée spatiale, le temps local magnétique, dans le modèle Salammbô de l'ONERA.

Après avoir présenté, dans le chapitre 1, les relations Soleil-Terre, l’environnement spatial terrestre, ses différentes structures et les caractéristiques des ceintures de radiation terrestres, nous poserons dans le chapitre 2 les bases théoriques de la modélisation de la dynamique des particules piégées. Nous parlerons tout d’abord de la théorie des invariants adiabatiques et de ses hypothèses sous-jacentes tout en introduisant les différents mouvements quasi-périodiques auxquels sont soumises les particules chargées piégées dans les ceintures. Nous présenterons ensuite la modélisation statistique à travers l’introduction de l’équation de Boltzmann et de l’équation de Fokker-Planck avant de nous focaliser sur les modèles de champs magnétiques et électriques magnétosphériques à prendre en compte. Nous parlerons alors du modèle dipolaire statique avant de nous concentrer sur le modèle dynamique et asymétrique de Mead, bien plus pertinent dans le cas d’une modélisation à 4 dimensions. Nous profiterons de cette section pour établir l’expression des différents invariants adiabatiques dans le cadre de chacun des modèles de champ magnétique. Enfin, nous aborderons les modèles de champs électriques, indispensables pour la dynamique des particules de basses énergies. Nous rappellerons tout d’abord quelques notions sur le champ électrique de corotation avant d’étudier plus en détails les modèles de champ électrique de convection, notamment le modèle utilisé et développé au sein du DPhIEE.

Le chapitre 3 présentera ensuite une cartographie des différents modèles de ceintures de radiation développés dans le monde. Nous reviendrons sur chacun d’entre eux en présentant ses caractéristiques, ses points forts ainsi que ses limitations. Cela nous servira à présenter le modèle Salammbô 3D de l’ONERA. Nous parlerons en détails de ce modèle en revenant sur son architecture numérique ainsi que sur la prise en compte des processus physiques pilotant la dynamique des particules piégées dans les ceintures de radiation. Nous illustrerons sa robustesse via la simulation d’un orage magnétique avant d’aborder ses limites, à savoir la modélisation des structures fines lors d’orages et la dynamique des particules de basses énergies. Nous présenterons alors les différents outils permettant la mise en place du modèle Salammbô 4D avec la prise en compte du temps local magnétique. Nous aborderons le cadre théorique et statistique de ce modèle avant de réaliser les calculs des différentes composantes de la vitesse d’advection complétant l’équation statistique. Ces calculs seront effectués en fonction des différents modèles de champs magnétiques et électriques.

Ceci nous conduira, dans le chapitre 4, à aborder le cœur numérique du modèle Salammbô 4D. En effet, la partie advective de l’équation de Boltzmann induit une forte diffusion numérique qu’il convient de limiter et de rendre négligeable devant les processus physiques. Après avoir rappelé les principales notions du domaine numérique, telle que la discrétisation ou encore la méthode des différences finies, nous étudierons plus en détails l’équation 1D d’advection selon le temps local magnétique. En effet, cette équation correspond à un pire-cas du fait de l’absence d’autres processus physiques pouvant lisser la diffusion numérique. Nous illustrerons la présence de cette diffusion numérique avant de présenter les méthodes numériques plus complexes utilisées ayant conduit à sa limitation tout en ayant supprimé les autres artefacts numériques. Enfin, nous nous focaliserons sur l’advection selon la coordonnée radiale en étudiant le poids de la diffusion numérique induite par rapport au processus de diffusion radiale.

Une fois le problème de la diffusion numérique résolu, le dernier chapitre se focalisera sur l’implémentation des différents mécanismes physiques dans le modèle Salammbô 4D. Nous aborderons tout d’abord les processus considérés homogènes en MLT avant de nous concentrer sur l’interaction onde-particule et sa dépendance en MLT. Nous présenterons alors une étude ayant permis d’établir la dépendance en temps local magnétique des différents coefficients de diffusion induits par ce mécanisme. Nous discuterons ensuite de l’étape du mapping, permettant une compréhension plus intuitive des résultats via leur expression dans l’espace réel des coordonnées spatiales. Nous aborderons ensuite une étude réalisée sur la condition aux limites à implémenter dans le modèle Salammbô 4D. Basée sur la comparaison avec des données satellitaires, cette étude nous permettra de dégager des informations d’intérêt concernant la localisation et l’étendue de la source des particules dans les ceintures de radiation terrestres. Nous discuterons alors d’une première validation du modèle Salammbô 4D par rapport au modèle 3D via la simulation de l’orage magnétique de St-Patrick de Mars 2015, largement étudié. Cela nous permettra ensuite de consolider notre modèle à plus basse énergie par comparaison avec les données des satellites THEMIS-A et RBSP-A. Nous appuierons cette confrontation par l’implémentation d’une condition aux limites dynamique et dépendant des paramètres du vent solaire. Enfin, nous conclurons sur ces différents résultats obtenus au cours de ces trois années de thèse, en y apportant un regard critique ainsi que de nombreuses perspectives.

Chapitre 1

L'environnement spatial de la Terre : du Soleil aux ceintures de radiation

1.1	Le Soleil, une étoile active	17
1.2	Le vent solaire : vecteur de l'influence du Soleil sur l'environnement terrestre	19
1.2.1	Les éjections de masse coronale	19
1.2.2	Les régions à interaction de courants	20
1.2.3	Les éruptions solaires	21
1.3	La magnétosphère	22
1.3.1	Le champ magnétique interne de la Terre	22
1.3.2	Un confinement électromagnétique	23
1.3.3	Les plasmas magnétosphériques	24
1.3.4	Mesure de l'activité magnétosphérique	26
1.4	Physique et dynamique des ceintures de radiation	27
1.4.1	La diffusion radiale	28
1.4.2	Les interactions onde-particule	28
1.4.3	Les frictions et collisions	30
1.4.4	Les dropouts	30
1.4.5	Une dynamique multi-échelle	31
1.5	Conclusion	33

Ce chapitre introductif nous permet d'aborder les relations Soleil-Terre et les éléments de physique des plasmas, nécessaires à la compréhension de ce travail de thèse. Après avoir présenté notre étoile et les différents marqueurs de son activité, nous parlerons plus en détails du vent solaire, vecteur de l'influence du Soleil sur l'environnement terrestre. Nous aborderons également les différentes structures véhiculées dans le milieu interplanétaire avant de nous focaliser sur l'environnement de la Terre et son champ magnétique. Nous parlerons ensuite de la mesure de l'activité magnétique au sein de l'environnement terrestre. Enfin, nous présenterons les ceintures de radiation, cette zone magnétique toroïdale où les particules piégées de haute énergie peuvent avoir une incidence notable sur nos satellites, ainsi que des différents processus physiques à l'œuvre en leur sein.

1.1 Le Soleil, une étoile active

Âgé d'environ 4.6 milliards d'années, le Soleil est une étoile située à 1 unité astronomique de notre Terre, soit environ 150 millions de kilomètres. Elle est majoritairement composée d'hydrogène ($\approx 92.1\%$ du volume, soit environ 74% de la masse) et d'hélium ($\approx 7.8\%$ du volume, soit environ 25% de la masse)¹. Le reste de sa composition concerne des éléments plus lourds. Comme toutes les étoiles, le Soleil est sujet à une rotation différentielle. Ainsi, il tourne en environ 25 jours à l'équateur, pour environ 31 jours aux pôles. Sa période moyenne de rotation, vu de la Terre, est d'environ 27 jours. Bien qu'il soit près de 333000 fois plus massif et plus d'un million de fois plus volumineux que la Terre, le Soleil est une étoile tout à fait banale dans l'univers.

1. <http://solarsystem.nasa.gov/planets/sun/facts>

À sa "surface", sa température est relativement faible, aux alentours de 5500 degrés, mais elle atteint 15 millions de degrés en son cœur, déclenchant alors des réactions nucléaires. Ces réactions de fusion permettent la création d'hélium à partir d'atomes d'hydrogène. Cette activité est visible en surface, avec la présence d'un champ magnétique complexe, d'une intensité plusieurs milliers de fois supérieure à celle de la Terre. Elle se manifeste de deux façons :

- une activité permanente et turbulente visible à la surface. Elle se caractérise par les millions de cellules de convection et des phénomènes de granulation, l'éjection continue de matière dans l'espace et l'apparition sporadique de phénomènes violents à l'échelle du jour,
- une activité cyclique d'environ 11 ans (le cycle solaire), mesurable par exemple par comptage des taches solaires, comme illustré sur la figure 1.1 ci-après.

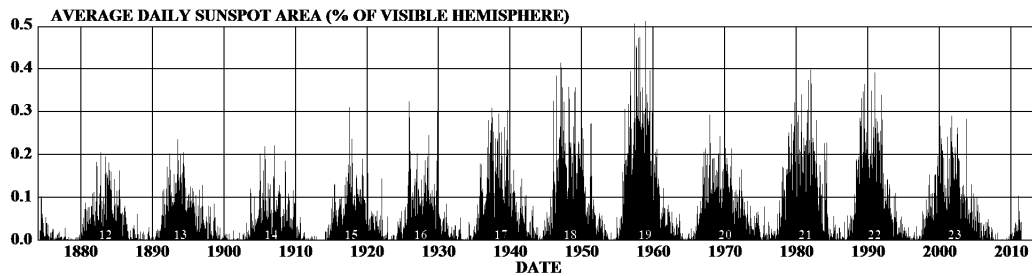


FIGURE 1.1 – Couverture quotidienne en taches solaires en fonction du temps. Crédits : NASA.

Néanmoins, comme nous pouvons l'observer, ces cycles ne sont pas réguliers mais d'intensités différentes. Typiquement, le cycle actuel (cycle 24), débuté en Décembre 2008, est considéré comme faible. Par ailleurs, une autre périodicité est à mettre en évidence. En effet, entre deux cycles solaires, la polarité du champ magnétique du Soleil est inversée. Afin de retrouver la même topologie magnétique, il s'écoule donc en moyenne 22 ans. La notion de maximum et minimum solaires peut également être appréhendée en observant directement le Soleil et ses zones actives au cours des années, comme le montre la figure 1.2 ci-dessous.

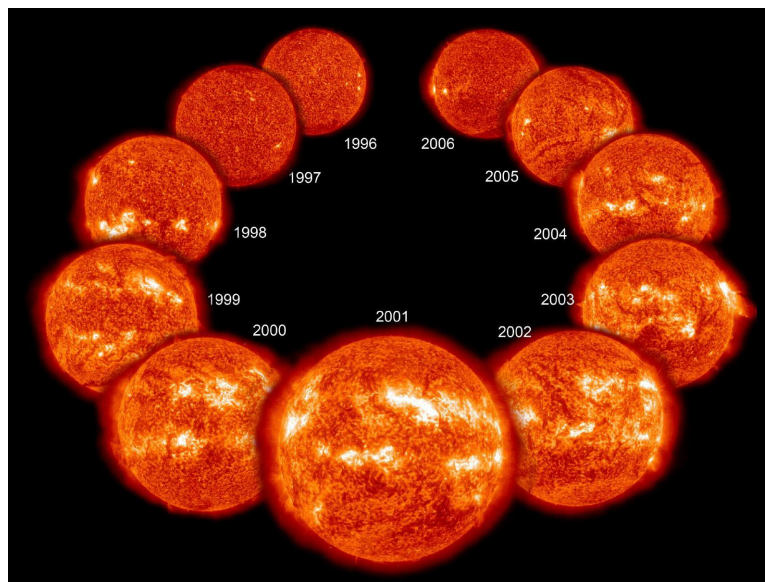


FIGURE 1.2 – Évolution de l'activité solaire au cours du cycle 23. Crédits : NASA.

Comme observé sur la figure 1.2 ci-dessus, les zones actives sont bien plus nombreuses en période de maximum solaire (2001 pour le cycle 23) qu'en période de minimum. Ces zones vont avoir un impact sur l'environnement de la Terre via la matière provenant directement du Soleil : le vent solaire.

1.2 Le vent solaire : vecteur de l'influence du Soleil sur l'environnement terrestre

Le vent solaire, correspondant au flux continu de gaz ionisé s'échappant du Soleil, trouve son origine dans l'expansion continue de la couronne solaire. Celle-ci est constituée d'un plasma d'une température supérieure au million de degrés. Ce plasma évacué en permanence dans le milieu interplanétaire est composé en grande majorité d'électrons et de protons, ainsi que d'une fraction de particules alpha et d'une infime partie d'ions plus lourds (voir [Marsch, 2006] pour plus de détails). Deux types de vent solaire sont distingués. Le premier est le vent lent, d'une vitesse moyenne de 400 km.s^{-1} . Le second correspond quant à lui au vent rapide, s'échappant principalement des trous coronaux (voir partie 1.2.2 plus bas) à une vitesse pouvant atteindre 1000 km.s^{-1} . De plus, dans la zone équatoriale, l'expansion du vent solaire ainsi que la rotation du Soleil gèle la structure du champ magnétique interplanétaire (ou IMF pour l'anglais *Interplanetary Magnetic Field*) dans le plasma. Emporté avec lui, les lignes de champs s'enroulent en forme de spirale de Parker (aussi connu sous le nom de spirale d'Archimède, voir figure 1.3 de gauche). Cette zone est appelée feuillet neutre et de part et d'autre, les lignes de champ magnétique sont en direction du Soleil dans un hémisphère, et s'en éloignent dans l'autre. Cependant, du fait des différents phénomènes survenant à la surface du Soleil, le champ magnétique est déformé, modifiant alors la forme du feuillet neutre, qui présente une structure en "jupe de ballerine" (voir figure 1.3 de droite) dont le nombre de plis évolue en fonction de l'activité solaire (voir [Varotsou, 2005]).

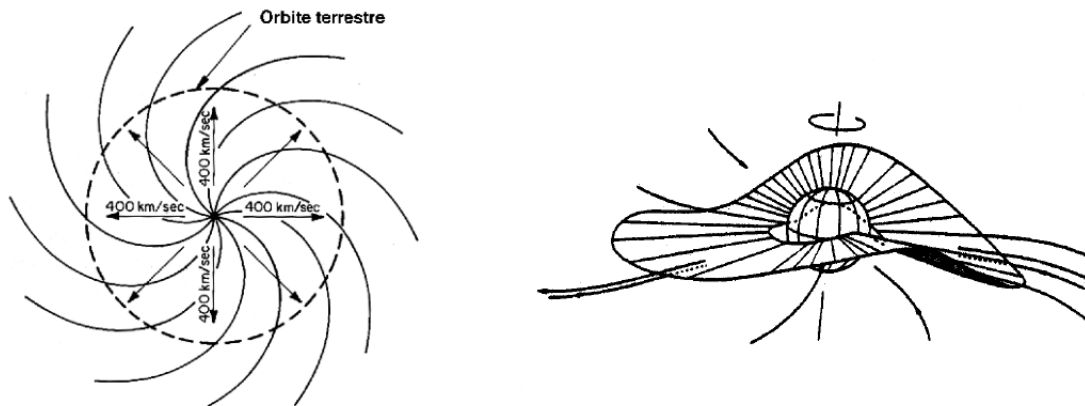


FIGURE 1.3 – À gauche : Illustration de la spirale de Parker. À droite : Illustration du feuillet neutre en forme de "jupe de ballerine". Figures extraites de [Varotsou, 2005].

Du fait de la rotation du Soleil ainsi que du mouvement de la Terre le long de son orbite, celle-ci va successivement traverser le feuillet neutre et donc se retrouver dans des zones où le champ magnétique interplanétaire change de signe. Ce mécanisme correspond à des conditions de couplage totalement différentes avec le champ magnétique terrestre, et a donc une incidence notable sur l'environnement radiatif de la Terre. L'influence du vent solaire est également véhiculée par plusieurs types de structures décrites ci-dessous.

1.2.1 Les éjections de masse coronale

Les éjections de masse coronale, ou CMEs (pour l'anglais *Coronal Mass Ejections*) proviennent d'éjectas de plasma à la "surface" du Soleil. Elles ont des régions communes d'émission avec un autre type de structure, les éruptions solaires (voir partie 1.2.3), bien que leur lien direct ne soit pas clairement établi. Concernant leur processus de formation, lorsque la tension du champ magnétique est plus forte que la pression des particules, le plasma demeure piégé par les lignes de champ magnétique et retombe à la surface du Soleil. Cependant, si le rapport de force est inversé, le plasma peut s'échapper dans le milieu interplanétaire, emportant le champ magnétique avec lui et créant alors une ICME (pour l'anglais *Interplanetary Coronal Mass Ejections*, voir figure 1.4 de droite).

Elles peuvent être assimilées à une bulle de plasma se déplaçant dans le vent solaire. Bien que pouvant être générées durant tout le cycle solaire, on les observe surtout autour du maximum d'activité solaire (voir [Borovsky and Denton, 2006]). La vitesse d'éjection du plasma peut varier de plusieurs centaines à plus de mille kilomètres par seconde et lorsque celle-ci est suffisamment élevée, une onde de choc se développe en amont et peut avoir des conséquences notables sur l'environnement terrestre. En outre, bien que ces événements soient relativement violents, avec une augmentation brutale de la pression et de la densité de particules, ils sont connus pour ne pas être particulièrement étalés dans le temps. Néanmoins, il est possible que plusieurs CMEs se suivent, comme lors de l'évènement de Juillet 2004 (voir [Kataoka and Miyoshi, 2008]). On parle alors d'évènement multiple, pouvant être considéré comme un évènement extrême du point de vue des effets encourus sur les satellites et les activités humaines.

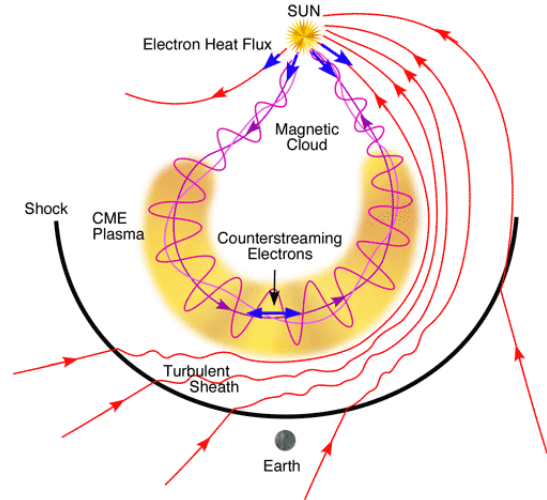
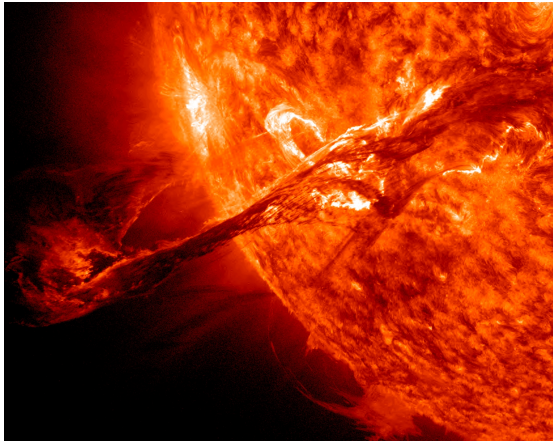


FIGURE 1.4 – À gauche : Éjection de masse coronale observée par le satellite SDO dans le domaine des UV. Crédits : NASA. À droite : Illustration d'une CME. Figure extraite de [Zurbuchen and Richardson, 2006].

1.2.2 Les régions à interaction de courants

Contrairement aux ICMEs décrites précédemment, les régions à interaction de courant, ou SIRs (pour l'anglais *Stream Interaction Regions*) vont plutôt être observées pendant la phase de transition entre le maximum et le minimum du cycle solaire (voir [Borovsky and Denton, 2006]). En effet, des trous coronaux (figure 1.5 de gauche), apparaissent dans les régions polaires durant la phase descendante du cycle solaire et vont s'étendre vers l'équateur (voir [Morley et al., 2010]). Du vent solaire rapide va être éjecté et va rattraper le vent solaire amont, moins rapide. Cette interaction est donc source des SIRs. Elles peuvent être décomposées en trois zones (voir figure 1.5 de droite) :

- une zone amont constituée de vent solaire lent et perturbé,
- une interface correspondant au pic de densité et de pression, appelée SI (pour l'anglais *Stream Interface*),
- une zone aval constituée de vent solaire rapide et perturbé.

De plus, à la suite de la SIR se trouve une zone de vent solaire rapide et non-perturbée, appelée HSS (pour l'anglais *High Speed Stream*). Enfin, une zone de raréfaction se trouve à la suite de la HSS, avant le retour du vent solaire ambiant (voir [Hundhausen, 1972]).

Les SIRs, si les trous coronaux effectuent plusieurs rotations solaires, peuvent être observées de manière périodique (environ 27 jours), donnant l'impression de régions en corotation avec notre étoile. On parle alors de CIRs (pour l'anglais *Corotating Interaction Regions*). Moins violentes que les CMEs décrites précédemment, elles vont néanmoins interagir en moyenne plus longtemps avec la magnétosphère et les ceintures de radiation terrestres conduisant donc à une évolution différente des flux de particules dans ces zones (voir partie 1.4.5).

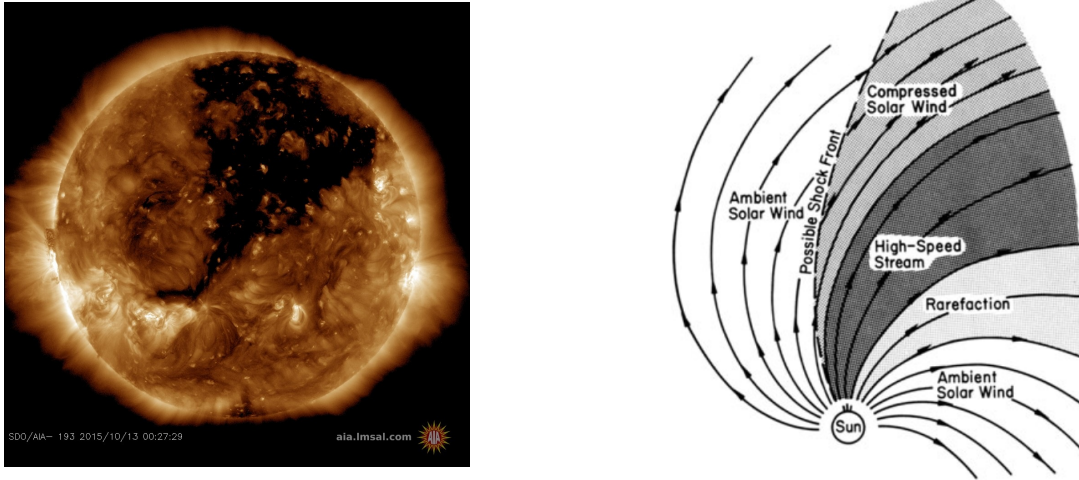


FIGURE 1.5 – À gauche : Trou coronal observé par le satellite SDO en UV. Crédits : NASA. À droite : Illustration d’une SIR et de ses différentes zones caractéristiques. Figure extraite de [Hundhausen, 1972].

1.2.3 Les éruptions solaires

Les éruptions solaires, régulièrement accompagnées de CMEs, sont les phénomènes les plus violents liés à l’activité solaire. Elles surviennent lors de brusques libérations de l’énergie magnétique stockée dans la photosphère, accélérant alors la matière environnante. Observables sur tout le spectre électromagnétique, l’émission de photons est accrue tout particulièrement dans la gamme des UV extrêmes et des rayons X (voir figure 1.6). De plus, les particules émises, en grande partie des protons, peuvent atteindre quelques centaines de MeV, ce qui renforce encore leur impact considérable sur l’environnement spatial terrestre. Tout comme les CMEs, elles sont majoritairement observées en période de maximum solaire. La dernière particularité des éruptions est que, même si les ondes de choc qu’elles génèrent mettent plusieurs jours pour arriver vers la Terre, les particules hautement énergétiques parcourent la distance en seulement quelques heures (voir [Maget, 2007]).

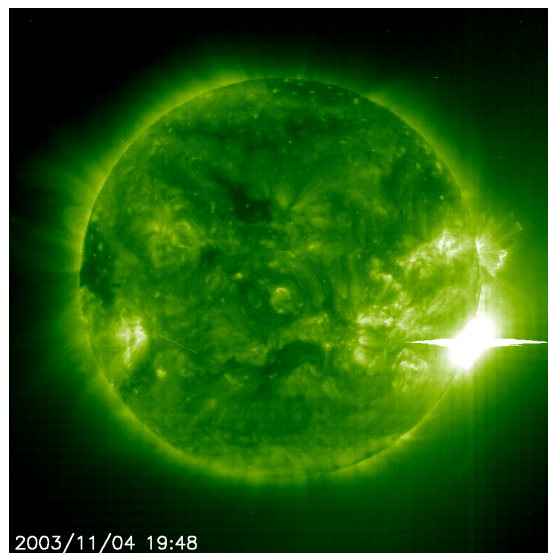


FIGURE 1.6 – Observation de l’éruption solaire du 04 Novembre 2003 par le satellite SOHO. Crédits : ESA.

1.3 La magnétosphère

Comme présenté dans les paragraphes ci-dessus, le vent solaire, après son trajet dans le milieu interplanétaire, arrive dans l'environnement spatial terrestre. Il interagit alors avec le champ magnétique de la Terre ce qui donne lieu à une cavité magnétique et protectrice appelée magnétosphère (voir figure 1.7). Il s'y trouve majoritairement des électrons et des protons, mais aussi des ions plus lourds (He^+ , O^+ , O^{2+} , ...). Bien que le champ géomagnétique dévie la plupart du plasma d'origine solaire, la magnétosphère n'est pas complètement imperméable aux perturbations extérieures. En effet, environ 2% de l'énergie cinétique du vent solaire est transférée à l'intérieur (voir [Sauvaud, 2002]). Les parties suivantes vont nous permettre de décrire les différentes caractéristiques de cette cavité magnétosphérique, des champs électriques et magnétiques aux différentes sources de particules. De plus, à travers les indices géomagnétiques, nous aborderons la mesure de l'activité magnétosphérique, essentielle pour comprendre et modéliser la dynamique des ceintures de radiation.

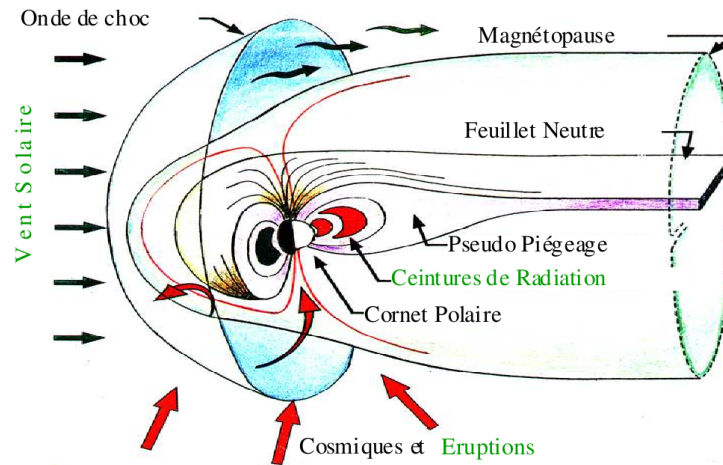


FIGURE 1.7 – Illustration de la magnétosphère terrestre. Figure extraite de [Maget, 2007].

Enfin, dans le but de tenir compte de l'asymétrie jour-nuit de la magnétosphère, il est utile d'introduire le temps local magnétique (ou MLT, pour *Magnetic Local Time*). Cette coordonnée spatiale correspond à l'angle décrit à l'équateur magnétique entre la zone d'intérêt, la Terre et le Soleil. Ainsi, à 12h00 MLT, nous nous situons face au Soleil et à l'inverse, à 00h00 MLT, nous sommes dans l'ombre de la Terre. Les secteurs aube et crépuscule correspondent quant à eux respectivement à 06h00 MLT et 18h00 MLT (voir figure 1.8).

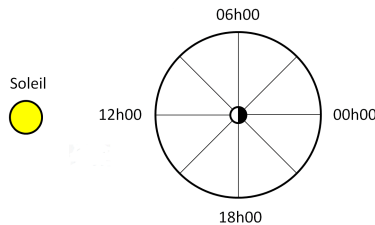


FIGURE 1.8 – Illustration de la coordonnée MLT.

1.3.1 Le champ magnétique interne de la Terre

Comme expliqué plus haut, la magnétosphère découle directement de l'interaction entre le vent solaire et le champ magnétique terrestre. De plus, c'est par sa présence que sont formées les ceintures de radiation. Il est donc intéressant d'en étudier sa composante interne. Il provient de la rotation du noyau terrestre et est généré par effet dynamo. Au premier ordre, il peut être approximé par un dipôle décentré et incliné. En effet, son centre n'est pas parfaitement confondu avec le centre de la Terre, mais décalé d'environ 500 km vers le Pacifique Ouest, et son axe de rotation incliné d'environ 11° par rapport à l'axe de rotation terrestre. Ceci conduit à l'apparition d'une zone

appelée Anomalie Atlantique Sud (ou SAA pour l'anglais *South Atlantic Anomaly*, voir figure 1.9) où l'intensité du champ magnétique est plus faible à une altitude donnée. De plus, bien que le champ magnétique terrestre puisse être considéré comme statique au premier ordre, de faibles variations temporelles existent, appelées variations séculaires. En effet, l'intensité du dipôle décroît d'environ 0.06% en moyenne par an et son axe dérive, induit par une rotation vers l'Ouest de son extrémité Sud d'environ 0.014° par an et l'augmentation du décalage vers le Pacifique Ouest d'environ 3 km par an. Par ailleurs, bien que l'approximation dipolaire rende compte de la topologie magnétique de manière satisfaisante, du fait des mouvements de convection complexes dans la Terre et dans sa croûte, des zones d'anomalies de champ magnétique apparaissent (par exemple en Sibérie). Il est alors possible de prendre en compte des termes quadripolaires ou d'ordre supérieur afin de les modéliser.

À l'heure actuelle, le modèle de champ magnétique interne le plus réaliste est le modèle IGRF (pour l'anglais *International Geomagnetic Reference Field*), reprenant un potentiel magnétique développé sous forme d'harmoniques sphériques, et dont le terme principal est la composante dipolaire. Ce modèle de champ magnétique fait office de référence et est par exemple utilisé, entre autres, pour la navigation. Pour plus de détails, le lecteur peut se référer à [Thébault et al., 2015]. Notons également que le champ magnétique total est la somme des composantes interne, donc propre à la Terre, et externe, induite par l'interaction du vent solaire avec le champ magnétique interne terrestre et de fait fortement dépendante de l'activité solaire.

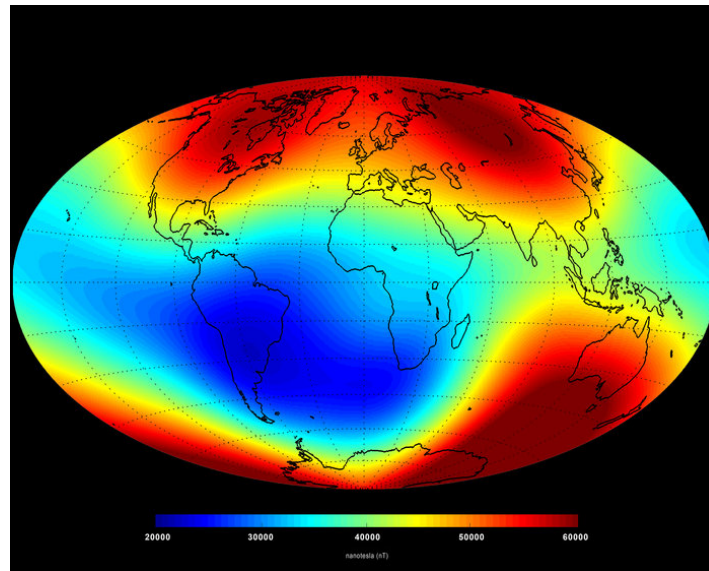


FIGURE 1.9 – Intensité du champ magnétique (en nT) à la surface de la Terre. Cartographie déterminée par la mission SWARM en 2014. Crédits : ESA.

1.3.2 Un confinement électromagnétique

La magnétosphère peut être perçue comme une zone de confinement du plasma dû aux champs magnétiques et électriques présentés ci-après. Cette zone est délimitée par une onde de choc et par la magnétopause. En effet, aux environs de l'orbite terrestre, la vitesse du vent solaire est supérieure à la vitesse du son et à la vitesse d'Alfvén. Elle est donc supersonique (voir [Kellogg, 1962]). Néanmoins, lors de sa rencontre avec le champ magnétique terrestre, sa vitesse chute brutalement pour devenir subsonique. Ceci forme alors une onde de choc, distante en moyenne de 15 rayons terrestres de la Terre dans la direction du Soleil. La zone en aval se nomme la magnétogaine (ou *magnetosheath*), caractérisée par un écoulement turbulent du vent solaire. Enfin, le vent solaire arrive au niveau de la magnétopause (voir figure 1.7), correspondant à la frontière entre la magnétosphère et le milieu interplanétaire. Elle est définie comme une zone d'équilibre entre la pression du vent solaire et celle exercée par le champ magnétique magnétosphérique. Côté jour (direction solaire), elle est comprimée par la pression exercée par le vent solaire à des distances d'environ 10 rayons terrestres dans le plan équatorial par temps calme. Néanmoins, lors d'événements solaires tels que des CMEs, donc lors de pics de pression ou d'intenses reconnections magnétiques (composante B_z fortement négative), elle peut descendre en-dessous de l'orbite géostationnaire, située à environ 6 rayons terrestres. Côté aube et crépuscule, elle est distante d'environ 16 rayons terrestres et enfin, du côté nuit (direction anti-solaire), elle peut s'allonger au-delà de l'orbite lunaire.

Comme nous l'avons mentionné plus haut, le champ magnétique interne de la Terre peut être approximé au premier ordre par un modèle dipolaire. Ce dipôle s'étendrait à l'infini si la Terre était isolée mais du fait de l'interaction avec le vent solaire, nous devons tenir compte de la composante dite externe du champ magnétique. La topologie globale du champ magnétique est donc modifiée, avec des lignes de champ comprimées par la pression exercée par le vent solaire côté jour, et étirées côté nuit. Si la composante interne du champ magnétique terrestre peut être considérée comme statique, celle induite par le vent solaire est fortement dynamique, conduisant à la modification de la topologie totale du champ lors de perturbations magnétiques intenses (voir figure 1.10). Cela modifie également la forme des cornets polaires, ces zones coniques situées aux pôles et correspondant à la région séparant les lignes de champ magnétique fermées des lignes polaires ouvertes. Les particules issues du milieu interplanétaire peuvent alors être directement injectées dans l'atmosphère terrestre par ces cornets.

Enfin, la magnétosphère est également baignée par des champs électriques. En effet, proche de la Terre, le champ électrique dominant est celui de corotation, induit par la rotation du dipôle magnétique. À mesure que l'on s'éloigne, le champ électrique de convection devient prépondérant et trouve sa source dans l'interaction visqueuse du vent solaire avec la magnétosphère. Enfin, un champ électrique induit est généré du fait des variations du champ magnétique terrestre. Son intensité est donc plus élevée lors de fortes perturbations. Nous reviendrons sur ces différents champs électriques à la Section 2.4.

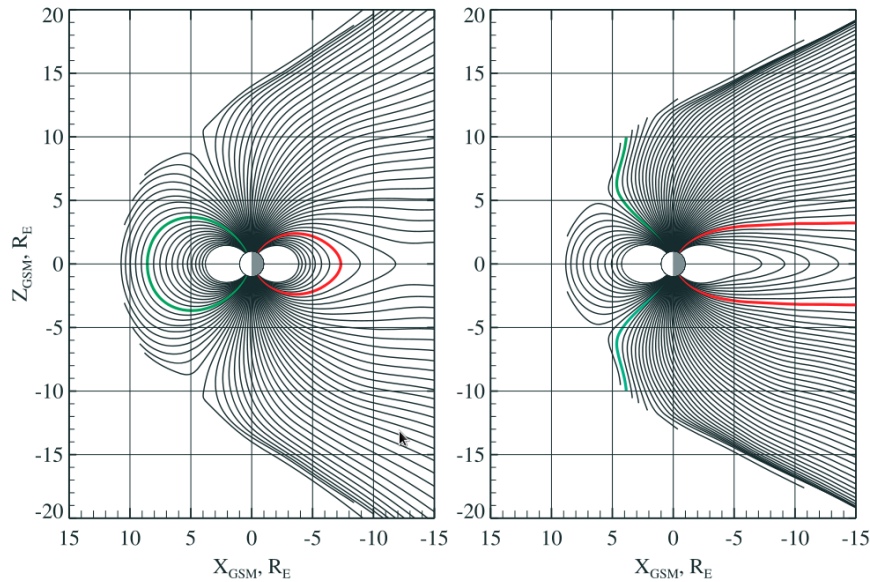


FIGURE 1.10 – Illustration de la topologie du champ magnétique total (composante interne + externe). À gauche : Temps calme. À droite : Temps perturbé. Les lignes rouges et vertes représentent respectivement les lignes de champ dont le pied est situé à 66° côté nuit et 71° côté jour. Figure extraite de [Tsyganenko and Andreeva, 2016].

1.3.3 Les plasmas magnétosphériques

Le plasma contenu dans la magnétosphère trouve son origine selon différentes sources. La première d'entre elle se situe côté nuit, dans la queue magnétosphérique (ou *magnetotail*) s'étendant jusqu'à plusieurs centaines de rayons terrestres. Les lignes de champs issues des deux hémisphères y sont opposées ce qui génère une zone d'inversion de champ, connue sous le nom de feuillet neutre (ou *plasmashet*, voir figure 1.7). Lors de fortes perturbations magnétiques et électriques induites par l'interaction de la magnétosphère avec le vent solaire, les particules contenues dans le feuillet neutre sont brusquement accélérées vers la Terre. Elles peuvent alors gagner plusieurs ordres de grandeur en énergie, passant de quelques keV à une centaine de keV. À leur arrivée dans l'environnement proche de la Terre, l'intensification du champ magnétique va induire une séparation de charge, les protons dérivant vers l'Ouest et les électrons vers l'Est, et donc la création d'un courant annulaire. Le feuillet neutre est en outre très dynamique, avec des effets visibles jusqu'à l'orbite géostationnaire. En effet, selon l'intensité des perturbations magnétosphériques, mesurée via l'indice Kp par exemple (voir partie 1.3.4), les particules injectées dans les zones internes peuvent avoir une distribution plus ou moins étalée en MLT, ainsi que des niveaux de flux plus ou moins élevés (voir figure 1.11).

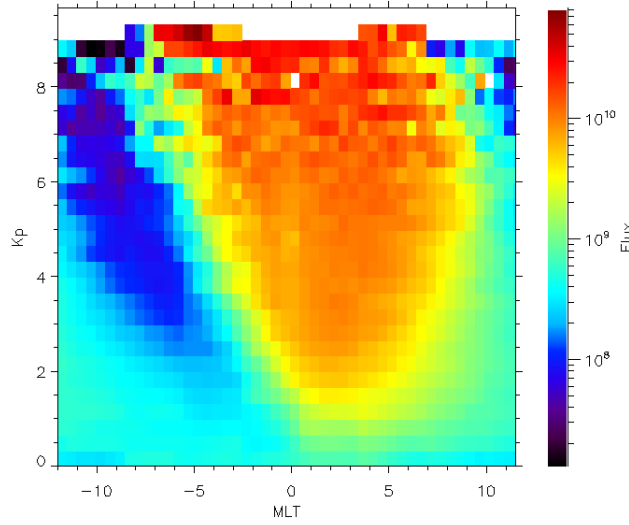


FIGURE 1.11 – Flux moyen d’électrons de 3 keV à l’orbite GEO mesuré par le satellite LANL sur une période de 15 ans. Le flux est en fonction de la coordonnée MLT et de l’indice d’activité géomagnétique K_p . Figure extraite de [Chenevier, 2009].

Au cœur de la magnétosphère, une autre zone fait office de source de particules : la plasmasphère. En effet, majoritairement composée d’électrons et de protons d’énergie inférieure au keV, cette région est continuellement alimentée par l’ionosphère, d’où s’échappent les particules. Le confinement est ensuite assuré par le champ électrique de corotation faisant dériver les particules autour de la Terre. Ce plasma est froid et sa densité peut atteindre 1000 particules par cm^3 . Ce lieu est également la source de certains types d’ondes (voir partie 1.4.2) interagissant avec les électrons de plus haute énergie. La limite de cette région est la plasmopause, lieu présentant un très fort gradient de densité. En effet, au-delà, la densité peut chuter de plusieurs ordres de grandeur, comme l’illustre la figure 1.12 ci-dessous. D’ordinaire, elle se situe jusqu’à environ un peu de plus de cinq rayons terrestres mais elle peut être comprimée et descendre bien plus bas lors d’orages géomagnétiques, correspondant à des fortes perturbations du champ magnétique terrestre. À l’inverse, en temps très calme, elle peut s’étendre jusqu’au feuillet de plasma de la queue magnétosphérique.

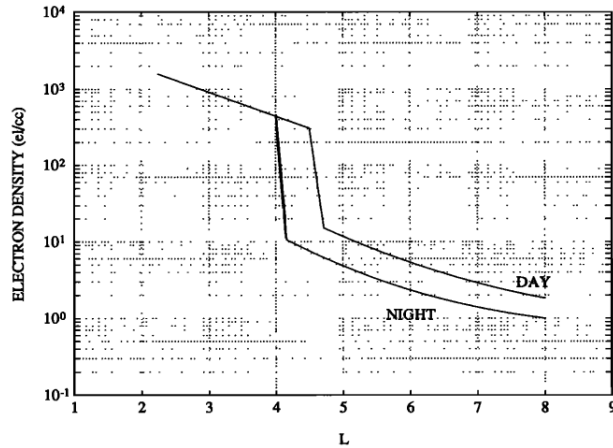


FIGURE 1.12 – Densité des électrons en fonction de la distance radiale à la Terre (en rayons terrestres). Figure extraite de [Carpenter and Anderson, 1992].

Cette figure met aussi clairement en évidence l’asymétrie de la plasmopause. En effet, elle est plus comprimée côté nuit. De plus, lors d’orages magnétiques, l’asymétrie se déporte côté après-midi sous forme de plume, permettant l’évacuation des particules de la plasmasphère par le champ électrique de convection. Il faut compter ensuite environ 24 heures afin que la plasmasphère se dilate et soit de nouveau repeuplée par les particules de l’ionosphère.

1.3.4 Mesure de l'activité magnétosphérique

Afin de mesurer l'activité et la dynamique de la magnétosphère, il est intéressant d'utiliser des indices magnétiques calculés grâce à des stations situées au sol. En effet, en mesurant les perturbations du champ magnétique, nous pouvons remonter à la perturbation dans une région donnée de la magnétosphère ou bien à la perturbation globale. De plus, le grand avantage est de disposer de mesures continues, contrairement aux données du vent solaire pouvant manquer, particulièrement lors d'orages magnétiques. Depuis le milieu du 20^{ème} siècle, différents indices ont été mis en place par la communauté scientifique. Nous ne présenterons ici que les indices magnétiques Kp et Dst . Pour une revue plus complète, le lecteur peut se référer à [Menvielle and Marchaudon, 2007].

L'indice Kp est un indice tri horaire rendant compte des perturbations globales du champ géomagnétique. Allant de 0 à 9 sur une échelle quasi logarithmique, il est déduit des mesures du champ magnétique effectué à l'aide de 11 stations situées dans l'hémisphère Nord et 2 stations dans l'hémisphère Sud, pour des latitudes comprises entre 44° et 60° (voir figure 1.13 de gauche). Bien que la répartition des stations ne soit pas adéquate, cet indice traduit de manière globale l'activité magnétosphérique, ce qui s'avère intéressant pour l'étude des orages magnétiques. Néanmoins, l'inconvénient majeur de cet indice est sa résolution temporelle. En effet, il ne donne pas accès à la dynamique en-dessous de trois heures. Or, durant un orage géomagnétique, les structures fines et les processus physiques associés peuvent se développer sur une durée de l'ordre de la minute. Kp est cependant utilisé pour prendre en compte la dynamique de la magnétosphère dans certains modèles de champ magnétique et électrique, comme nous le verrons au chapitre suivant.

L'indice Dst (pour *Disturbed Storm Time*) donne quant à lui une estimation de l'intensité du courant annulaire, résultant de l'injection des particules issues du feuillet neutre. Linéaire, horaire et exprimé en nT, il est établi en faisant la moyenne de la composante horizontale du champ magnétique mesurée à l'aide de 4 stations situées non loin de l'équateur terrestre, à des latitudes comprises entre 20° et 30° (voir figure 1.13 de droite). Par temps calme, l'indice Dst est proche de 0 nT et lors d'un orage magnétique, il commence par augmenter au moment de la compression de la magnétosphère avant de chuter brutalement, pouvant atteindre des valeurs de -300 nT lors d'évènements extrêmes.

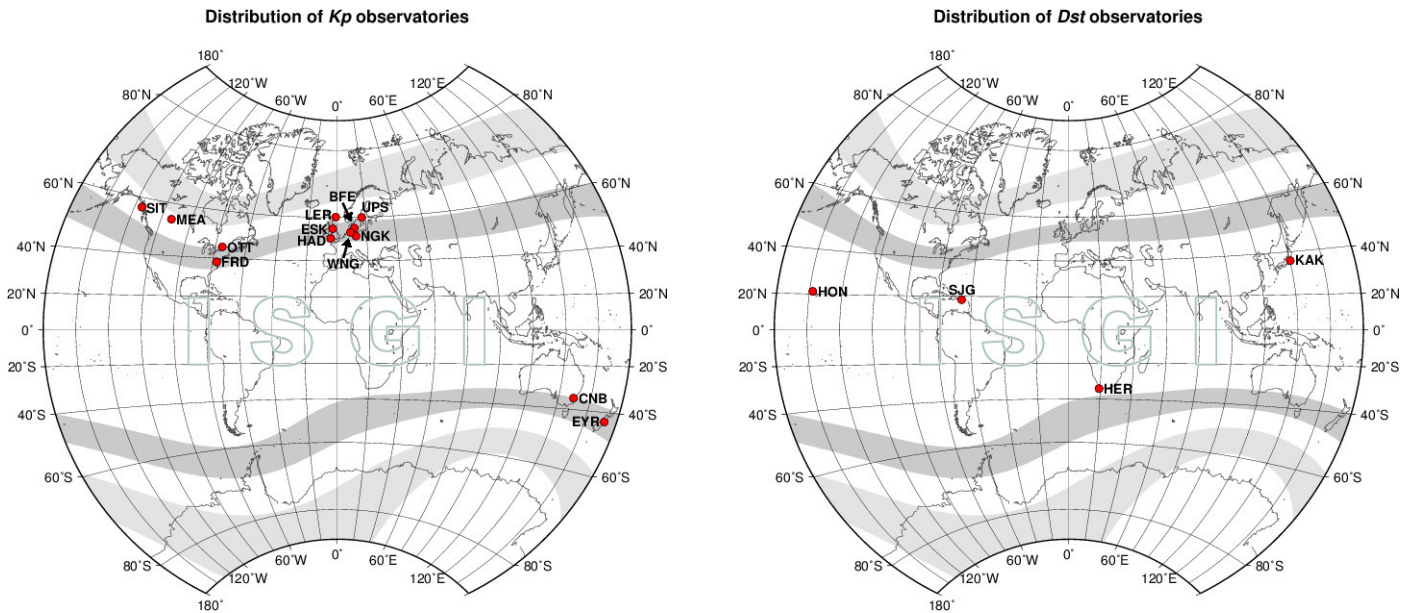


FIGURE 1.13 – À gauche : Réseau des stations pour l'indice Kp . À droite : Réseau des stations pour l'indice Dst . Crédits : International Service of Geomagnetic Indices.

1.4 Physique et dynamique des ceintures de radiation

Comme expliqué plus haut, les particules du vent solaire issues du feuillet neutre sont entraînées et accélérées vers la Terre pour arriver dans la magnétosphère plus interne. À ce stade, elles se retrouvent piégées par le champ magnétique terrestre, créant alors les ceintures de radiation. Au sein des ceintures, elles sont animées d'un mouvement pouvant être décomposé en trois sous-mouvements quasi-périodiques appelés la giration, le rebond et la dérive, et dont les périodes caractéristiques sont répertoriées dans le tableau 1.1 ci-dessous.

	Électron	Proton
Période de giration	$\sim 30 \mu\text{s}$	$\sim 20 \text{ ms}$
Période de rebond	$\sim 0.14 \text{ s}$	$\sim 2.7 \text{ s}$
Période de dérive	$\sim 30 \text{ min}$	$\sim 20 \text{ min}$

TABLE 1.1 – Période de giration, de rebond et de dérive pour des électrons et des protons de 1 MeV à environ deux rayons terrestres du centre de la Terre.

Les ordres de grandeur d'écart entre les différentes périodes des sous-mouvements nous permettent de les découpler et d'utiliser la théorie des invariants adiabatiques afin d'étudier le mouvement global des particules au sein des ceintures. Cette théorie sera présentée au chapitre suivant. De forme toroïdale (voir figure 1.14), les ceintures de radiation sont présentes pour chaque planète magnétisée. Ainsi, elles sont également observées sur Jupiter (voir [Sicard, 2004]) et sur Saturne (voir [Lorenzato, 2012]).

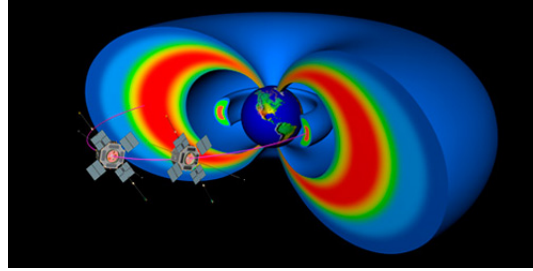


FIGURE 1.14 – Illustration des ceintures de radiation d'électrons. Crédits : NASA.

Cette zone interne correspond donc à la zone de confinement des particules de haute énergie de la magnétosphère. Le tableau 1.2 ci-dessous reprend les différentes caractéristiques des ceintures de radiation pour la Terre, Jupiter et Saturne, et ce pour les principales populations de particules, à savoir les électrons et les protons.

	Particule	Énergie	Extension (rayon planétaire)
Terre	e^-	1 keV - 10 MeV	1-8
	p^+	1 keV - 1 GeV	1-8
Jupiter	e^-	1 keV - 100 MeV	1-quelques dizaines
	p^+	1 keV - 1 GeV	1-quelques dizaines
Saturne	e^-	1 keV - 10 MeV	1-10
	p^+	1 keV - 100 MeV	1-10

TABLE 1.2 – Gamme d'énergie et extension des ceintures de radiation pour les électrons et les protons dans le cas de la Terre, de Jupiter et de Saturne.

Comme observé dans le tableau 1.2 ci-dessus, la Terre est entourée d'une ceinture de protons, de 1 keV à quelques centaines de MeV, dont l'extension et le maximum de flux dépendent de l'énergie. Pour les protons d'énergie supérieure à 10 MeV, le maximum d'intensité est situé à environ 2 rayons terrestres au niveau équatorial.

Cependant, dans le cas des électrons, la structure des ceintures de radiation est plus complexe. En effet, nous pouvons dénombrer deux ceintures, soit :

- une ceinture interne, située en-dessous de 2 rayons terrestres environ, et relativement stable,
- une ceinture externe, s'étendant de 3,5 à 8 rayons terrestres environ, et majoritairement impactée par l'activité solaire.

La zone séparant les deux ceintures est appelée *slot*, où des interactions résonnantes avec des ondes générées et entretenues dans la plasmasphère peuvent précipiter les électrons de haute énergie dans l'atmosphère. Ce processus sera décrit par la suite. Notons par ailleurs que cette région est à regarder en fonction de l'énergie. En effet, si, à hautes énergies, les ondes de type Hiss (voir partie 1.4.2) sont en grande partie responsables de sa présence, les interactions coulombiennes et les ondes de type lightning whistlers deviennent non-négligeables aux basses énergies. Étant directement impactées par l'activité du Soleil via l'interaction du vent solaire avec la magnétosphère et les perturbations magnétiques engendrées lors d'orages, les ceintures de radiation sont le lieu d'interactions diverses et surtout d'intensité variable, leur conférant donc une dynamique temporelle. Les mécanismes physiques concernant les électrons sont présentés ci-après.

1.4.1 La diffusion radiale

Le premier processus abordé ici est celui de diffusion radiale, moteur principal de la dynamique des ceintures de radiation. En effet, c'est par ce mécanisme que les particules sont transportées vers les couches internes des ceintures. Il trouve son origine dans les variations des champs magnétiques et électriques à grande échelle. Ce mécanisme va avoir pour conséquence d'énergiser les particules, donc de les accélérer, en cas de diffusion radiale vers la Terre, ou bien de les ralentir si celle-ci est vers l'extérieur. L'interaction des particules avec les ondes ultra basses fréquences (ou ULF pour l'anglais *Ultra Low Frequency*, de l'ordre du mHz) peut également conduire à leur diffusion radiale (voir [Ukhorskiy et al., 2005]) et, côté jour, à leur perte par traversée de la magnétopause en cas de diffusion radiale externe. Par ailleurs, notons que le processus de diffusion radiale est dépendant de l'activité magnétosphérique et s'intensifie fortement lorsque celle-ci est élevée. Dans les faits, cela va correspondre à une forte injection de particules dans les couches les plus internes des ceintures de radiation en cas d'orage géomagnétique. En outre, ce mécanisme est qualifié de diffusif car les particules peuvent s'éloigner ou se rapprocher de la Terre, en fonction du gradient de la fonction de distribution par rapport à la distance radiale. Cependant, la diffusion vers l'intérieur des ceintures est privilégiée puisque le feuillet de plasma nourrit continuellement la partie externe des ceintures. Ce mécanisme reste néanmoins encore difficilement estimable, ce qui en fait un mécanisme à ce jour largement étudié.

1.4.2 Les interactions onde-particule

La diffusion radiale n'est pas le seul mécanisme permettant d'accélérer les particules dans les couches internes des ceintures de radiation. Un autre processus en œuvre dans la magnétosphère est celui d'interaction onde-particule (voir [Varotsou, 2005]). En effet, ce processus résonnant est une des sources des pertes de particules et, dans certains cas, de leur accélération (ou gain en énergie). Notons également que ce mécanisme agit sur la quasi-totalité des électrons piégés, et que seuls les protons de très basse énergie peuvent être impactés par certains types d'ondes. Cette partie se propose d'introduire les différents types d'ondes, leurs sources et leurs caractéristiques.

Les premiers types d'ondes au rôle prépondérant sont les ondes de type Chorus. De type Whistler (ou sifflement, à bande étroite) et cohérentes, elles sont reconnaissables à leur forme de battement sur les données et sont retrouvées sur deux bandes de fréquence (voir [Li et al., 2013]). En outre, elles jouent un rôle primordial dans les processus d'accélération et de perte des électrons dans les ceintures, notamment concernant la précipitation aurorale. Elles sont excitées lors d'injection des électrons provenant du feuillet neutre dans les ceintures de radiation et se situent en dehors de la plasmasphère, la forte densité de celle-ci les absorbant (voir [Thorne, 2010]).

Au niveau de l'équateur magnétique et à quelques degrés de latitude de part et d'autre, ce sont les ondes magnétosoniques qui font leur apparition (voir [Santolík et al., 2004]). De quelques Hertz à quelques centaines de Hertz de fréquence, elles sont observées à l'intérieur et à l'extérieur de la plasmasphère, en grande majorité dans le secteur après-midi, et résonnent avec les électrons de la centaine de keV à quelques MeV.

D'autres ondes sont également confinées de part et d'autre de l'équateur magnétique : ce sont les ondes EMIC (pour l'anglais *ElectroMagnetic Ion Cyclotron*). Correspondant à des émissions électromagnétiques discrètes, elles apparaissent dans des bandes de fréquence bien distinctes et séparées par les gyrofréquences des ions responsables

de leur émission. Elles sont excitées durant les orages géomagnétiques lors d'injections d'ions énergétiques dans les couches internes de la magnétosphère (voir [Thorne, 2010]). Ces ondes sont connues pour résonner avec les protons de très basse énergie et les électrons relativistes (au-delà de quelques MeV), pouvant conduire à leur perte par précipitation atmosphérique durant les orages.

Enfin, à l'intérieur de la plasmasphère, ce sont les ondes de type Hiss qui prédominent. Elles sont de type whistler et incohérentes. De quelques dizaines de Hertz à quelques kHz, elles peuvent également être retrouvées dans la plume plasmasphérique côté jour et sont responsables du slot entre les deux ceintures d'électrons (voir [Ma et al., 2016]). Des ondes de type whistler générées par les orages atmosphériques (ou *lightning whistlers*) sont également présentes dans la plasmasphère. Elles sont propagées via l'ionosphère jusque dans les ceintures de radiation.

Le tableau 1.3 ci-dessous reprend les différentes bandes de fréquence en fonction du type d'onde considéré.

	Fréquence
ULF	\sim mHz
Hiss	qq. 10 Hz - qq. kHz
Chorus	$0.1 - 0.5 f_{ce}$ $0.5 - 0.8 f_{ce}$
EMIC	0.1 – 5 Hz
Ondes magnétosoniques	qq. Hz - qq. 100 Hz
Lightning whistlers	1 – 10 kHz

TABLE 1.3 – Bande de fréquence des différents types d'onde. f_{ce} représente la fréquence cyclotron de l'électron.

Le dernier point important concerne la distribution fortement hétérogène des ondes. En effet, comme illustré sur la figure 1.15 ci-dessous, les électrons, après leur injection dans les ceintures, vont dériver vers l'Est et vont rencontrer en premier lieu des ondes de type Chorus, situées en-dehors de la plasmasphère (voir [Bortnik et al., 2007] et [Thorne, 2010]). Les ondes magnétosoniques vont quant à elles être localisées côté jour, dans et en-dehors de la plasmasphère (voir [Thorne, 2010]). Enfin, les ondes EMIC sont générées dans le secteur après-midi (voir [Morley et al., 2009]). Cette inhomogénéité en temps local magnétique a une répercussion importante sur la dynamique des électrons piégés, et il convient de la prendre en compte dans le processus d'interaction onde-particule (voir partie 5.2.1).

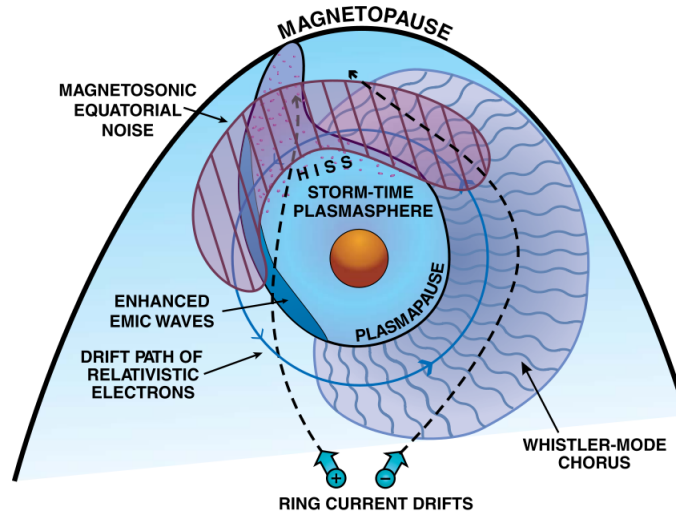


FIGURE 1.15 – Illustration de la répartition des ondes dans la magnétosphère. Figure extraite de [Thorne, 2010].

1.4.3 Les frictions et collisions

Comme expliqué à la partie 1.3.3, la plasmasphère est continuellement alimentée par l'ionosphère avec des électrons et des protons d'énergie inférieure au keV. Sa forte densité nous impose de tenir compte de deux autres interactions : les frictions et les collisions. En effet, les particules constituant les ceintures de radiation, donc de plus haute énergie, interagissent avec ce plasma froid, pouvant être considéré au repos. Ceci donne lieu à un phénomène de friction continu de nature non-stochastique, conduisant à leur décélération. De plus, les collisions coulombiennes résultant des interactions multiples entre les particules des ceintures et ce plasma froid induisent un phénomène de perte d'énergie et de modification de leur trajectoire. Cependant, un grand nombre de collisions est nécessaire pour dévier suffisamment les particules et les précipiter dans l'atmosphère (voir [Beutier, 1993]).

Par ailleurs, notons que bien que continus, ces mécanismes ont un temps caractéristique de l'ordre du jour. Ils peuvent même se dérouler sur des durées plus longues pour des particules de haute énergie, peu sensibles aux collisions et aux frictions. Cependant, ces processus, bien que négligeables à l'équateur magnétique en dehors de la plasmasphère, ont un impact considérable aux hautes latitudes, lorsque les particules se rapprochent de l'atmosphère et donc d'un milieu environnant plus dense.

1.4.4 Les dropouts

Les dropouts sont caractérisés par une perte intense et rapide de particules piégées sur une large gamme d'énergie et de distance radiale, dans les ceintures de radiation. Ces événements, peu étalés dans le temps, surviennent aussi bien lors de maximas que de minimas solaires, et sont dûs à plusieurs mécanismes, de la précipitation atmosphérique à la traversée de la magnétopause par les particules (voir [Turner et al., 2013]).

La notion même de dropout est assez récente. Bien que les premières études sur les pertes d'électrons datent des années 60. Mc Illwain suggéra alors que les chutes de flux de particules piégées étaient dues à des effets adiabatiques (voir [Millan and Thorne, 2007]), correspondant donc à une perte "transitoire" de particules, le temps que le système retrouve son équilibre d'origine. Ce n'est que quelques années plus tard que les pertes réelles ont été mises en évidence (Bailey en 1968 ou encore Larsen et Thomas en 1976 sur la précipitation des électrons). Les précipitations atmosphériques seraient dues à une intensification des ondes durant les orages géomagnétiques et, comme abordé dans la partie précédente, à une interaction onde-particule diffusant les électrons sur la ligne de champ et donc, potentiellement dans l'atmosphère. Ces pertes sèches conduisent par conséquent à une modification de la population de manière irréversible. Le niveau pré dropout est alors retrouvé par injection de nouvelles particules.

La compréhension des dropouts par précipitation atmosphérique a fait l'objet de nombreuses études (voir [Millan and Thorne, 2007] pour plus de détails) mais la découverte d'un nouveau mécanisme a vu le jour à la fin des années 90 (Li et al. 1997), les pertes par traversée de la magnétopause, aussi appelé *magnetopause shadowing*. Celui-ci surviendrait lors d'orages géomagnétiques. La pression exercée par le vent solaire comprimerait alors la magnétopause jusqu'à de faibles distances radiales, permettant ainsi la fuite de particules dans le milieu interplanétaire. Contrairement aux interactions onde-particule, qui concerne quasi-exclusivement les électrons, ce mécanisme ne fait aucune distinction entre électrons et protons. Les études à son sujet sont en plein essor depuis le début des années 2000 (voir [Onsager et al., 2002], [Reeves et al., 2003], [Yu et al., 2013] ou encore [Turner et al., 2014]). En outre, [Herrera et al., 2016] ont démontré son rôle premier pour les particules supérieures à la centaine de keV. Par ailleurs, de récents travaux se portent également sur les différentes configurations magnétiques pour expliquer les pertes des électrons relativistes sur l'orbite géostationnaire (voir [Ohtani et al., 2009]).

A l'heure actuelle, la précipitation atmosphérique et les pertes par traversée de la magnétopause sont les principales causes retenues pour expliquer les dropouts dans la ceinture interne d'électrons d'une part, et dans les couches externes d'autre part. Néanmoins, il est possible que de nombreux dropouts soient le résultat d'une combinaison des différents phénomènes précédemment mentionnés (voir [Turner et al., 2013] pour plus de détails).

1.4.5 Une dynamique multi-échelle

Pour résumer la dynamique des particules piégées dans les ceintures de radiation terrestres, la figure 1.16 ci-dessous reprend les différents processus physiques en jeu dans le cas des électrons. Une fois injectés depuis le feuillet neutre, leur interaction avec le champ électrique de convection d'une part (pour les basses énergies), et le champ magnétique d'autre part, va les faire dériver vers le secteur aube (06h00 MLT). Ils vont être poussés vers les couches internes par diffusion radiale et vont principalement résonner avec les ondes de type Chorus en-dehors de la plasmasphère. Si l'orage magnétique est assez intense, la magnétopause peut se rapprocher suffisamment de la Terre pour arriver au niveau des ceintures de radiation. Les électrons peuvent alors la traverser côté jour, ce qui conduit à leur perte et à l'observation d'un dropout sur les flux mesurés. Quant à eux, les électrons des ceintures contenues dans la plasmasphère vont majoritairement résonner avec les ondes de type Hiss et vont dériver autour de la Terre du fait de leur interaction avec le champ magnétique et avec le champ électrique de corotation (pour les très basses énergies, en-dessous de la dizaine de keV). Enfin, très proche de la Terre et au niveau des pieds des lignes de champs, les processus de frictions et collisions deviennent prépondérants du fait de l'augmentation de la densité atmosphérique. Ceci conduit alors à une perte en énergie des électrons des ceintures, et possiblement à leur perte par interaction avec la haute atmosphère.

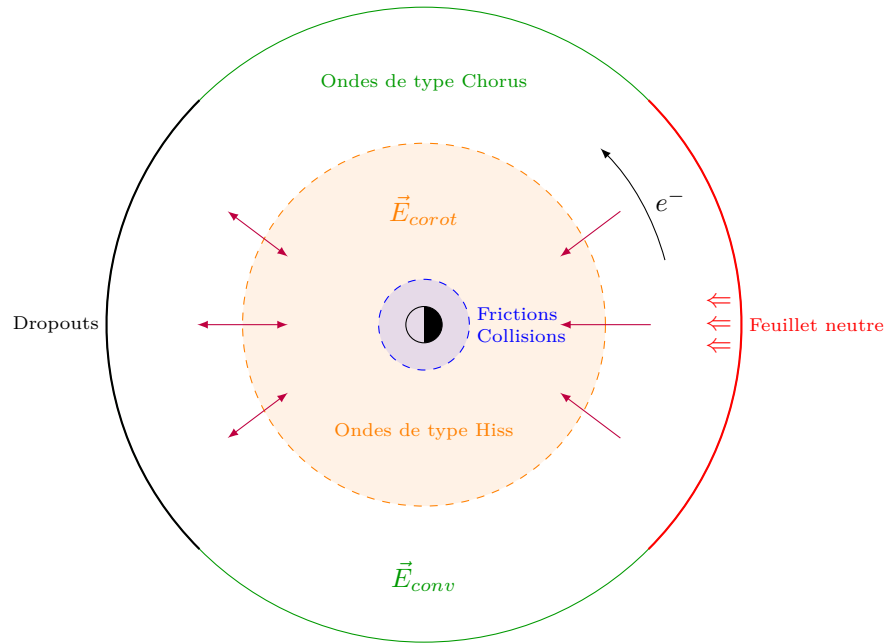


FIGURE 1.16 – Illustration des différents mécanismes physiques pilotant la dynamique des ceintures de radiation terrestres dans le cas des électrons. La partie orange correspond à la plasmasphère et les flèches violettes représentent la diffusion radiale.

La balance entre les différents mécanismes physiques a une incidence sur la dynamique des particules piégées dans les ceintures de radiation, tout particulièrement lors d'orages géomagnétiques. Ceux-ci présentent différentes phases (voir [Maget, 2007]) :

- une phase initiale ou de déclenchement : elle correspond à une phase transitoire de seulement quelques heures, où le vent solaire perturbé arrive et comprime la magnétopause. Sur les mesures, cela correspond à une augmentation de l'indice Dst en réponse au resserrement des lignes de champ magnétiques. La perturbation est également traduite par l'augmentation de l'indice Kp . Notons également qu'en cas de compression suffisamment importante, cela peut engendrer des pertes sèches de particules piégées par traversée de la magnétopause (voir partie 1.4.4),
- une phase principale : elle correspond à la reconfiguration de la queue magnétosphérique et à l'accélération des particules du plasmashet, injectées dans les ceintures de radiation. L'intensification du courant annulaire qui en découle se traduit par une brusque chute de l'indice Dst . Cette phase se déroule sur une durée de l'ordre de quelques heures à la journée,

- une phase de recouvrement ou de relaxation : les perturbations électromagnétiques diminuent sur une durée de l'ordre de la journée à plusieurs jours. L'indice Kp diminue tandis que l'indice Dst remonte progressivement de nouveau vers zéro. C'est durant cette phase que les ondes de type Chorus sont intensifiées et peuvent accélérer les électrons jusqu'à des énergies relativistes (voir figures 1.17 du haut).

Par ailleurs, ces orages vont se développer de plusieurs manières en fonction de la structure impactant la magnétosphère. En effet, lors d'une CME (voir partie 1.2.1), l'orage va être caractérisé par une brusque montée de pression et de densité, ainsi qu'un pic abrupt au niveau des indices Kp et Dst . Ceci témoigne de la perturbation violente induite dans la magnétosphère. De plus, il est courant qu'un dropout dû aux pertes par traversée de la magnétopause soit associé à ce type d'évènement (voir figure 1.17 de gauche). À l'opposé, une SIR va en moyenne induire un orage magnétique moins violent en intensité, mais prolongé sur la durée. Elle peut également engendrer, en fonction de l'énergie étudiée, des niveaux de flux comparables voir même supérieurs à ceux induits par une CME (voir figure 1.17 de droite). Notons par ailleurs que la gamme P6 des satellites NOAA POES utilisée pour tracer les cartes de flux est fortement contaminée et mesure donc des électrons d'énergie supérieure au MeV plutôt que des protons d'énergie supérieure à 6.9 MeV (pour plus de détails, voir [Yando et al., 2011]).

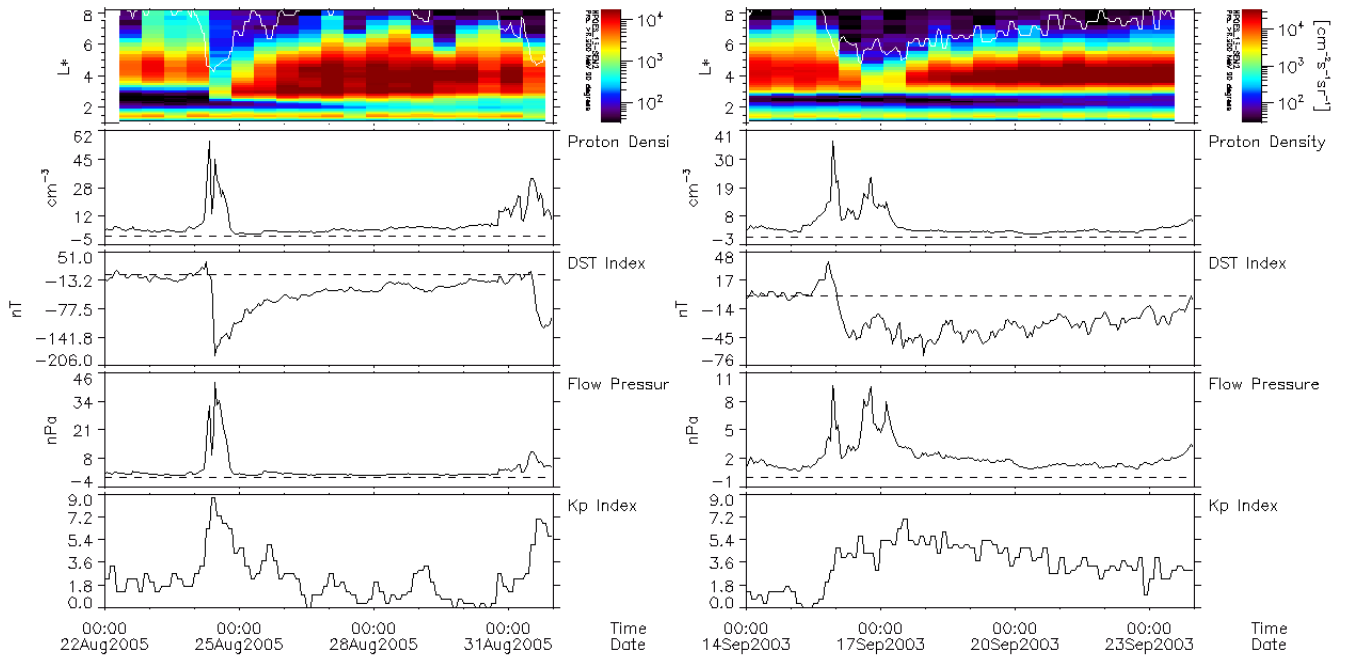


FIGURE 1.17 – De haut en bas : Flux d'électrons relativistes d'énergie supérieure au MeV mesuré par le satellite NOAA POES 15, densité de protons du vent solaire (cm^{-3}), indice Dst (nT), pression D_p du vent solaire (nPa)¹ et indice Kp . À gauche : CME du 24 Août 2005. À droite : SIR du 15 Septembre 2003. La courbe blanche superposée sur les flux représente la distance Terre magnétopause exprimée en L_{mp}^* (voir [Herrera et al., 2016]).

En plus de cette dynamique à l'échelle de la journée pour les orages géomagnétiques, une autre dynamique, celle-ci de long terme, est également visible sur les données. Il s'agit du cycle solaire (voir section 1.1), mesuré par le flux radio solaire à 10.7 cm de longueur d'onde noté $F_{10.7}$, constituant un excellent marqueur de l'activité solaire (voir [Tapping, 2013] pour plus de détails). Il est intéressant de noter un lien entre le flux $F_{10.7}$ et le flux d'électrons relativistes sur une période de plusieurs années (voir figure 1.18). En effet, nous pouvons remarquer qu'en période de maximum solaire, la limite de piégeage est abaissée. Cela peut s'expliquer par la pression plus importante exercée par le vent solaire et donc la diminution globale de la distance de la magnétopause à la Terre, réduisant par le fait la limite de piégeage des particules.

1. Son calcul et les hypothèses associées sont disponibles sur https://omniweb.gsfc.nasa.gov/html/ow_data.html#3

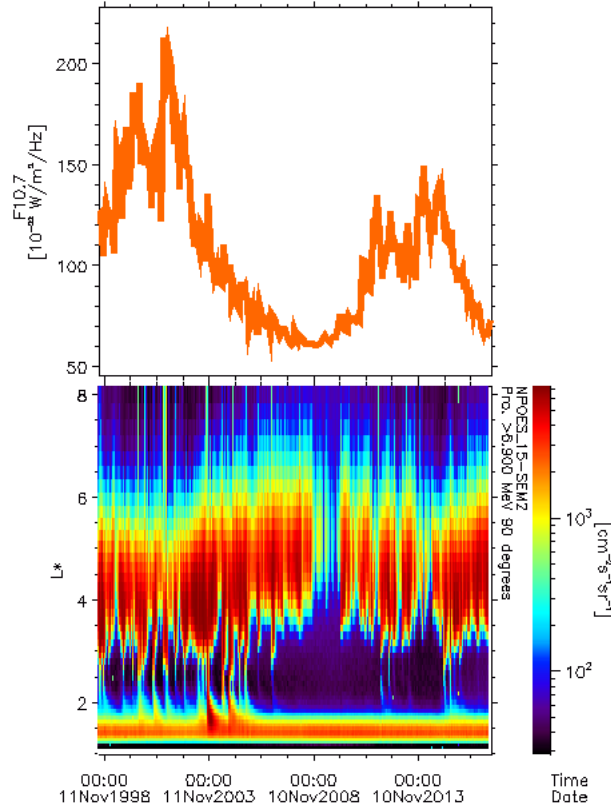


FIGURE 1.18 – En haut : Flux radio à 10.7 cm. En bas : Flux d'électrons relativistes mesuré par le satellite NOAA POES 15.

1.5 Conclusion

Ce premier chapitre a permis de présenter l'acteur principal responsable de la dynamique des ceintures de radiation terrestres : le Soleil. Par son activité permanente, l'éjection continue de vent solaire s'en échappant et les différentes structures apparaissant de manière plus ou moins fréquente (CME, SIR et éruption solaire), il a un impact considérable sur l'environnement spatial de la Terre. Après avoir présenté les différentes structures composant la magnétosphère, nous avons par la suite abordé la mesure de l'activité magnétique par le biais des indices. Ces paramètres se montrent très utiles afin de rendre les modèles de champ magnétique et électrique dynamiques, nous permettant alors de tenir compte de l'activité solaire. Nous avons ensuite introduit plus en détails les ceintures de radiation ainsi que les processus physiques pilotant la dynamique des électrons en leur sein. Enfin, nous avons abordé la notion de dynamique des ceintures de radiation, en différenciant clairement la dynamique court-terme, à l'échelle de l'orage, de celle sur le plus long terme, à l'échelle du cycle solaire.

Les ceintures de radiation terrestres, et la magnétosphère dans un cadre plus général, sont donc des zones fortement dynamiques pouvant présenter des flux élevés de particules plus ou moins énergétiques. Dans un soucis scientifique et industriel, il convient donc de modéliser la dynamique de ces zones environnant les satellites artificiels en rotation autour de la Terre. Le chapitre suivant va nous permettre de poser le cadre théorique de la modélisation du mouvement des particules piégées dans les ceintures : la théorie des invariants adiabatiques.

Chapitre 2

Modélisation de la dynamique des ceintures de radiation terrestres

2.1	Théorie des invariants adiabatiques	35
2.1.1	Mouvement de giration et premier invariant adiabatique : le moment magnétique M	36
2.1.2	Mouvement de rebond et deuxième invariant adiabatique : l'invariant intégral J	38
2.1.3	Mouvement de dérive et troisième invariant adiabatique : le flux magnétique Φ	39
2.2	Modélisation statistique : de l'équation de Boltzmann à l'équation de Fokker-Planck	40
2.3	Modèles de champs magnétiques	41
2.3.1	Un modèle simple : le modèle dipolaire tilté et décentré	41
2.3.2	Un modèle dynamique : le modèle de Mead	42
2.3.3	Invariants adiabatiques et modèle de champ magnétique	45
2.4	Modèles de champs électriques magnétosphériques	46
2.4.1	Modèle de champ électrique de corotation	46
2.4.2	Modèle de champ électrique de convection	47
2.4.3	Le champ électrique induit	50
2.5	Conclusion	50

Dans ce chapitre, nous nous proposerons dans un premier temps de présenter les bases de la théorie des invariants adiabatiques. Ces notions sont indispensables afin d'aborder la physique des ceintures de radiation ainsi que sa modélisation. Dans un second temps, nous décrirons les mouvements de giration, de rebond et de dérive effectués par les particules. Nous expliciterons les choix concernant la modélisation avant d'aborder par la suite les équations statistiques de Boltzmann et de Fokker-Planck régissant la dynamique des particules piégées dans les ceintures de radiation terrestres. Nous nous focaliserons ensuite sur les champs magnétiques et électriques nécessaires à cette modélisation. La partie sur les modèles de champ magnétique sera constituée d'une analyse sur le modèle statique dipolaire et enfin sur le modèle asymétrique et dynamique de Mead, plus adéquat pour raffiner notre modélisation 4D des ceintures. L'expression des différents invariants adiabatiques sera introduite pour ces deux modèles de champ magnétique. La partie sur les modèles de champ électrique nous permettra quant à elle de présenter plus en détails les modèles de corotation, de convection, ainsi que les hypothèses faites pour le champ électrique induit.

2.1 Théorie des invariants adiabatiques

Dans un champ magnétique constant et uniforme, une particule chargée est animée d'un mouvement périodique de rotation autour d'une ligne de champ : ce mouvement est qualifié de mouvement de giration. Néanmoins, dans les ceintures de radiation, le champ magnétique est plus complexe. En effet, celui-ci est non-uniforme. Dans le cas statique, le mouvement des particules peut alors être décomposé en trois sous-mouvements quasi-périodiques : la giration, le rebond et la dérive. Ces mouvements sont illustrés sur les figures 2.1, 2.2 et 2.3 ci-après. De plus, des champs électriques sont également présents. L'équation à résoudre reste cependant toujours l'équation du principe fondamental de la dynamique de Newton, soit :

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = q \left(\frac{d\vec{r}}{dt} \wedge \vec{B}(\vec{r}, t) + \vec{E}(\vec{r}, t) \right) \quad (2.1)$$

avec \vec{r} le vecteur position de la particule, \vec{p} son vecteur moment, q sa charge, \vec{B} le champ magnétique et \vec{E} le champ électrique. Du fait de l'écart entre les différentes périodes associées aux mouvements de giration, de rebond et de dérive (voir tableau 1.1), cette équation à six dimensions est extrêmement complexe à résoudre. La dynamique de l'ensemble des particules peut toutefois être modélisée de manière statistique à l'aide d'une équation de Boltzmann. De plus, la périodicité des différents sous-mouvements va nous permettre d'utiliser la théorie Hamiltonienne et les variables action-angle pour décrire l'évolution des ceintures de radiation dans le temps. Chaque couple de variable action-angle est alors associé à un des sous-mouvements quasi-périodiques. Ceci en fait donc un système de coordonnées particulièrement adéquat. La transformation de l'espace position-moment (\vec{r}, \vec{p}) à l'espace action-angle $(\vec{J}, \vec{\varphi})$ est alors la suivante :

$$\begin{cases} \vec{r} \\ \vec{p} \\ t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \vec{J} \\ \vec{\varphi} \\ t \end{cases}$$

Les calculs et hypothèses concernant cette transformation d'espace sont détaillés dans [Bourdarie, 1996]. La définition de la variable action notée J_i dans l'espace action-angle $(\vec{J}, \vec{\varphi})$ est la suivante (voir [Bourdarie, 1996]) :

$$J_i = \frac{1}{2\pi} \oint \vec{p}_i d\vec{r}_i \quad (2.2)$$

ou, en prenant en compte la définition du moment conjugué \vec{p} dans un champ électromagnétique (voir [Goldstein et al., 2000]) : $\vec{p} \rightarrow \vec{p} + q\vec{A}$ avec q la charge de la particule et \vec{A} le potentiel vecteur magnétique :

$$J_i = \frac{1}{2\pi} \oint (\vec{p}_i + q\vec{A}) d\vec{r}_i \quad (2.3)$$

Néanmoins, comme nous l'avons vu dans la partie 1.3.2, en plus de sa non-uniformité spatiale, le champ magnétique est également dynamique et fortement dépendant de l'activité solaire. Nous devons donc prendre en compte cette dépendance temporelle dans les variables introduites précédemment. Ceci nous permet d'aborder la notion d'invariant adiabatique. En effet, il peut être montré (voir [Landau and Lifshitz, 1969]) que pour un système mécanique caractérisé par un paramètre λ donné, si ce paramètre varie lentement (adiabatiquement) dans le temps, c'est-à-dire :

$$T \frac{d\lambda}{dt} \ll \lambda$$

avec T la période du mouvement, alors la variable action J est un invariant adiabatique. Cet invariant représente donc une quantité qui est fonction du paramètre λ et de l'énergie du système et demeure constante durant le mouvement. Dans le cadre des ceintures de radiation, pour un champ magnétique variant dans le temps, si les fluctuations sont moins rapides que la période associée à un des mouvements quasi-périodiques, alors l'invariant adiabatique associé à ce mouvement est conservé. Dans le cas contraire, nous parlons de violation d'invariant adiabatique.

Au cours des trois parties suivantes, nous présenterons chaque mouvement quasi-périodique et son invariant adiabatique associé.

2.1.1 Mouvement de giration et premier invariant adiabatique : le moment magnétique M

Le premier mouvement étudié ici est le mouvement de giration. En effet, le long de la ligne de champ, nous pouvons localement approximer le champ magnétique comme constant, rectiligne et uniforme. Le mouvement de la particule est alors qualifié de mouvement de giration. En l'absence de champ électrique, l'équation du mouvement devient alors :

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = q\vec{v} \wedge \vec{B} \quad (2.4)$$

Sa résolution nous conduit à différentes grandeurs caractérisant ce mouvement de giration :

La vitesse angulaire :

$$\omega_g = \frac{|q| B}{m} \quad (2.5)$$

La période de giration :

$$\tau_g = \frac{2\pi}{\omega_g} = \frac{2\pi m}{|q|B} \quad (2.6)$$

Le rayon de giration ou rayon de Larmor :

$$r_g = \frac{mv_{\perp}}{|q|B} \quad (2.7)$$

avec m la masse de la particule et v_{\perp} la composante perpendiculaire de sa vitesse. L'invariant adiabatique J_1 associé à ce premier mouvement quasi-périodique est défini comme (voir [Bourdarie, 1996]) :

$$J_1 = \frac{p_{\perp}^2}{2|q|B} \quad (2.8)$$

Néanmoins, la littérature fait plus souvent appel au moment magnétique relativiste d'une particule, correspondant au rapport entre l'énergie cinétique associée à la rotation de la particule et l'intensité du champ magnétique. Il est défini comme suit :

$$M = \frac{|q|}{m_0} J_1 = \frac{p_{\perp}^2}{2m_0 B} \quad (2.9)$$

avec m_0 la masse de la particule au repos. Ce moment magnétique M est conservé, et donc considéré comme invariant adiabatique, tant que les variations du champ magnétique sont plus lentes que la période de giration τ_g et sur des échelles spatiales inférieures au rayon de Larmor r_g . La particule a alors "le temps" de s'adapter au nouvel environnement. Toutefois, même si, localement, nous pouvons considérer le champ magnétique comme uniforme, ses lignes de champ sont en réalité courbées. En faisant intervenir l'angle d'attaque local α de la particule, soit l'angle entre \vec{v} et \vec{B} (voir figure 2.1 ci-après), le moment magnétique s'exprime comme :

$$M = \frac{p^2 \sin^2 \alpha}{2m_0 B} \quad (2.10)$$

Cependant, il est plus commode de prendre le sinus de l'angle d'attaque équatorial (lors du passage de la particule à l'équateur magnétique), soit $y = \sin \alpha_{eq}$, ce qui nous donne :

$$M = \frac{p^2 y^2}{2m_0 B_{eq}} \quad (2.11)$$

avec B_{eq} le module du champ magnétique à l'équateur. Cette notation est plus adéquate pour exprimer le moment magnétique en n'importe quel point de la ligne de champ. Ceci va nous conduire au deuxième mouvement quasi-périodique : le mouvement de rebond.

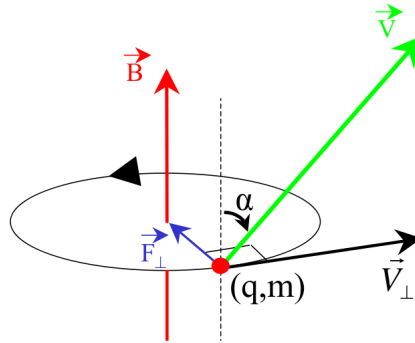


FIGURE 2.1 – Illustration du mouvement de giration d'une particule autour d'une ligne de champ magnétique. Figure extraite de [Bourdarie and Boscher, 2004].

2.1.2 Mouvement de rebond et deuxième invariant adiabatique : l'invariant intégral J

Dans le cas de la Terre, le module B du champ magnétique n'est plus constant le long de la ligne de champ. Il est maximum au plus près de la Terre et minimum à l'équateur magnétique. Néanmoins, pour des fluctuations ne violant pas le premier invariant adiabatique, nous pouvons utiliser l'approximation du centre guide. En effet, en moyennant sur la phase associée au moment magnétique M , nous pouvons assimiler le mouvement de la particule à celui d'une particule virtuelle suivant les positions successives du centre de giration à chaque instant (voir [Northrop, 1963] pour plus de détails). Dans le cadre de cette approximation, le centre guide est soumis à une force \vec{F} de rappel telle que :

$$\vec{F} = -M \frac{\partial B(s)}{\partial s} \vec{u}_s \quad (2.12)$$

avec s l'abscisse curviligne et \vec{u}_s le vecteur unitaire tangent à \vec{B} en tout point de la ligne de champ.

Il est aisé de comprendre qu'à l'équateur magnétique, du fait de l'éloignement maximal avec la Terre, l'intensité du champ magnétique est minimale. À mesure de la progression de la particule le long de la ligne de champ, cette intensité va augmenter et donc, par conservation du premier invariant adiabatique, la composante perpendiculaire de la vitesse de la particule (à travers p_\perp , voir équation (2.9)) va s'accroître. Cependant, par conservation de l'énergie cinétique, la composante parallèle de la vitesse va diminuer. L'angle d'attaque local de la particule va donc évoluer. Ceci va amener la particule à un point où la composante p_\parallel est nulle et la composante p_\perp est maximale. Ce point est connu sous le nom de point miroir et délimite donc le mouvement de rebond de la particule. Elle va girer autour de la ligne de champ entre les deux points miroirs, situés de part et d'autre de l'équateur magnétique (voir figure 2.2). En outre, il est possible de déterminer la position de ces deux points de rebond. En effet, en utilisant la conservation du premier invariant adiabatique, c'est-à-dire M constant, nous pouvons écrire la relation suivante :

$$M = \frac{p^2 y^2}{2m_0 B_{eq}} = \frac{p^2 \sin^2 \alpha_m}{2m_0 B_m} \quad (2.13)$$

avec α_m et B_m l'angle d'attaque et l'intensité du champ magnétique au point miroir. De plus, comme $\alpha_m = \pi/2$ (seule la composante perpendiculaire de la vitesse, donc orthogonale au champ magnétique, est non-nulle), nous pouvons écrire :

$$\frac{y^2}{B_{eq}} = \frac{1}{B_m} \quad (2.14)$$

Nous en déduisons alors la valeur du champ magnétique au niveau des points miroirs :

$$B_m = \frac{B_{eq}}{y^2} \quad (2.15)$$

La position des points miroirs ne dépend donc que de l'angle d'attaque équatorial α_{eq} . Plus celui-ci sera petit, plus B_m sera fort, donc plus le point miroir sera proche de la Terre. Il est alors possible de définir une valeur limite α_c en-dessous de laquelle le point miroir est situé dans l'atmosphère terrestre. La particule est alors perdue par précipitation. Cette valeur délimite ce qu'on appelle le cône de perte, comme illustré sur la figure 2.2.

Par ailleurs, le mouvement quasi-périodique de rebond de la particule le long de la ligne de champ est associé au deuxième invariant adiabatique, l'invariant intégral J_2 , aussi appelé invariant longitudinal et noté J . Il peut être interprété comme une rigidité élastique définissant la longueur de corde magnétique entre les deux points miroirs. Il s'exprime comme (voir [Bourdarie, 1996]) :

$$J_2 \equiv J = \frac{1}{2\pi} \oint p_\parallel ds \quad (2.16)$$

avec p_\parallel la composante parallèle au champ magnétique de la quantité de mouvement et $ds = \sqrt{dr^2 + r^2 d\theta^2}$ l'élément infinitésimal de l'abscisse curviligne avec r et θ les coordonnées du système sphérique.

Cependant, pour des considérations purement physiques, la grandeur y est le plus souvent utilisée. Notons toutefois qu'il ne s'agit en aucun cas d'un invariant adiabatique.

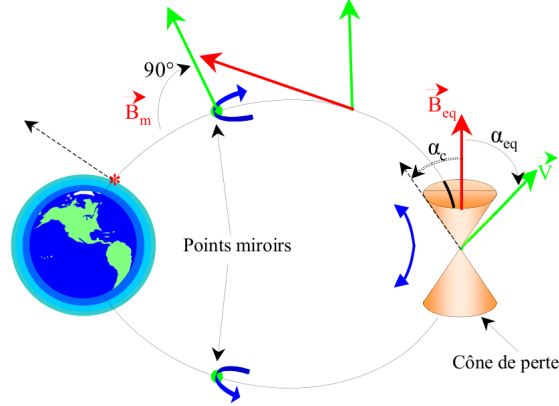


FIGURE 2.2 – Illustration du mouvement de rebond d’une particule le long de la ligne de champ. Figure extraite de [Bourdarie and Boscher, 2004].

2.1.3 Mouvement de dérive et troisième invariant adiabatique : le flux magnétique Φ

Sur des périodes de temps encore plus longues, les particules vont également se déplacer le long d’une coquille de dérive autour de la Terre, vers l’est pour les électrons et vers l’ouest pour les protons, comme illustré sur la figure 2.3. En effet, en plus de sa courbure latitudinale, le champ magnétique terrestre présente également un gradient radial et une courbure longitudinale. La particule va donc avoir un mouvement cycloïdique autour de la Terre. Notons que cette séparation de charges n’est visible qu’à haute énergie. En effet, les protons et électrons de basse énergie dans la plasmasphère sont entraînés vers l’Est à la vitesse de rotation de la Terre.

Ce dernier mouvement quasi-périodique de la particule autour de la Terre est quant à lui relié au troisième invariant adiabatique, défini comme suit (voir [Bourdarie, 1996]) :

$$J_3 = \frac{1}{2\pi} \oint |q| \vec{A} d\vec{l} = \frac{|q|}{2\pi} \oint \vec{B} d\vec{S} = \frac{|q|}{2\pi} \Phi \quad (2.17)$$

avec $d\vec{S}$ correspondant au vecteur normal à l’élément infinitésimal de surface définie par l’intersection entre la coquille de dérive et le plan équatorial et $d\vec{l}$ l’élément infinitésimal de circonférence équatoriale de la coquille de dérive.

Il est plus commode d’utiliser le paramètre Φ , correspondant à la conservation du flux magnétique encapsulé dans une coquille. Néanmoins, une autre grandeur est plus répandue. Il s’agit du paramètre de Roederer défini comme (voir [Roederer, 1970]) :

$$L^* = \frac{2\pi B_0 a^2}{\Phi} \quad (2.18)$$

avec a le rayon terrestre moyen. Notons que ce paramètre, du fait de sa relation directe avec le flux magnétique Φ , est également un invariant adiabatique. Au premier ordre, L^* peut être assimilé à la distance, en rayon terrestre, du centre de la Terre à l’apex de la ligne de champ magnétique. Cependant, cette approximation n’est plus valable pour L^* grand, le champ magnétique étant déformé par le vent solaire. En effet, comme nous l’avons vu dans la partie 1.3.2, les lignes de champ sont alors comprimées côté jour, du fait de la pression exercée par le vent solaire, et étirées côté nuit. La coquille de dérive n’est donc plus symétrique.

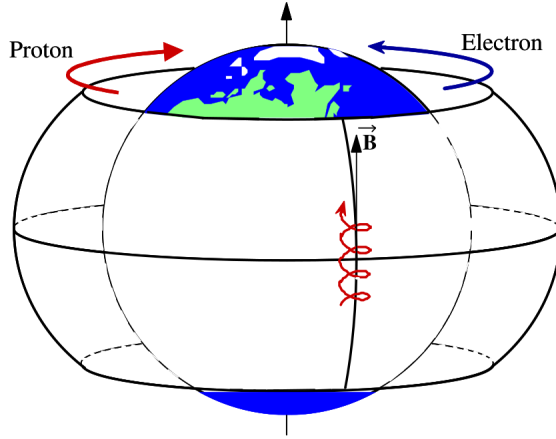


FIGURE 2.3 – Illustration des trois mouvements quasi-périodiques (giration, rebond et dérive) d’une particule autour de la Terre. Figure extraite de [Bourdarie and Boscher, 2004].

Les bases de la théorie des invariants adiabatiques ayant été posées, nous allons, dans la section suivante, présenter les équations régissant la dynamique des particules piégées dans les ceintures de radiation : l’équation de Boltzmann et l’équation de Fokker-Planck.

2.2 Modélisation statistique : de l’équation de Boltzmann à l’équation de Fokker-Planck

Afin de reproduire la dynamique des particules dans les ceintures de radiation, une théorie statistique peut être utilisée. La population de particules est alors décrite par une fonction de distribution dont l’évolution temporelle est régie par l’équation de Boltzmann. Dans l’espace position-moment (\vec{r}, \vec{p}) à six dimensions, cette équation peut être exprimée comme :

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\vec{p}}{m} \vec{\nabla}_r f + \vec{F} \vec{\nabla}_p f = \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_i \quad (2.19)$$

avec $f(\vec{r}, \vec{p}, t)$ la fonction de distribution, \vec{p} le moment (ou impulsion) et \vec{F} les forces exercées sur la particule. Le membre de gauche de cette équation décrit donc les trajectoires des particules, prenant en compte toutes les forces s’exerçant sur elles, tout particulièrement les forces électromagnétiques. Quant à lui, le membre de droite $(\partial f / \partial t)_i$ décrit les variations temporelles de f dues à tous les processus physiques non pris en compte dans le membre de gauche. En explicitant la position \vec{r} et le moment \vec{p} dans cette équation, nous obtenons :

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{d\vec{r}}{dt} \frac{\partial f}{\partial \vec{r}} + \frac{d\vec{p}}{dt} \frac{\partial f}{\partial \vec{p}} = \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_i \quad (2.20)$$

Afin de relier cette équation aux mouvements quasi-périodiques des particules, il est plus pertinent de l’exprimer dans l’espace action-angle avec une fonction de distribution $f(\vec{J}, \vec{\varphi}, t)$. La transformation étant canonique, l’équation de Boltzmann s’écrit alors :

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{d\vec{J}}{dt} \frac{\partial f}{\partial \vec{J}} + \frac{d\vec{\varphi}}{dt} \frac{\partial f}{\partial \vec{\varphi}} = \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_i \quad (2.21)$$

Afin d’estimer le membre de droite, il faut faire appel à la variation de f due aux modifications des invariants adiabatiques lors des interactions des particules avec le milieu environnant. Nous ne détaillerons pas le procédé ici. Pour plus de précisions, le lecteur peut se référer à [Bourdarie, 1996]. Dans le cas général, l’équation de Boltzmann peut se mettre sous la forme suivante :

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \sum_{i=1}^3 \frac{dJ_i}{dt} \frac{\partial f}{\partial J_i} + \sum_{i=1}^3 \frac{d\varphi_i}{dt} \frac{\partial f}{\partial \varphi_i} = \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^3 \frac{\partial^2}{\partial J_i \partial J_j} (D_{J_i J_j} f) - \sum_{i=1}^3 \frac{\partial}{\partial J_i} (D_{J_i} f) + \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_c \quad (2.22)$$

avec $(\partial f / \partial t)_c$ correspondant aux termes de collisions. Du fait de l'ordre de grandeur des différentes périodes associées aux mouvements quasi-périodiques des particules (voir tableau 1.1), cette équation est encore aujourd'hui bien trop contraignante au niveau du temps de calcul. Certaines hypothèses doivent donc être faites afin de réduire la dimension de l'espace des phases. En considérant les J_i non plus comme des variables actions mais cette fois comme des invariants adiabatiques, leur dérivée temporelle s'annule. En moyennant également sur les différentes phases φ_i associées aux J_i , nous nous retrouvons au final avec :

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^3 \frac{\partial^2}{\partial J_i \partial J_j} (D_{J_i J_j} f) - \sum_{i=1}^3 \frac{\partial}{\partial J_i} (D_{J_i} f) + \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_c \quad (2.23)$$

Cette équation est appelée équation de Fokker-Planck. Néanmoins, ce problème réduit maintenant à trois dimensions avec $f = f(J_1, J_2, J_3, t)$ n'est valide que sur des temps supérieurs à la période de dérive, ceci afin d'éviter la violation du troisième invariant adiabatique. Cette équation peut également se mettre sous la forme suivante (voir [Beutier, 1993]) :

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \sum_{i,j=1}^3 \frac{\partial}{\partial J_i} \left(D_{J_i J_j} \frac{\partial f}{\partial J_j} \right) - \sum_{i=1}^3 \frac{\partial}{\partial J_i} \left[\left(\frac{dJ_i}{dt} \right)_{fric} f \right] + \text{Sources} - \text{Pertes} \quad (2.24)$$

Le premier terme de droite correspond aux différents processus diffusifs, caractérisés par les coefficients de diffusion $D_{J_i J_j}$. Le second terme correspond quant à lui à la décélération non-stochastique dû aux collisions coulombiennes, rendant compte d'un processus de friction. Enfin, les termes de sources et de pertes regroupent les mécanismes non-diffusifs influant sur les flux de particules, comme les dropouts.

Ces parties ont donc permis de présenter les bases de la théorie des invariants adiabatiques et de décrire plus précisément l'équation régissant la dynamique des particules piégées dans les ceintures de radiation. Les sections suivantes vont maintenant présenter plus en détails les champs magnétiques et électriques présents dans la magnétosphère, ainsi que leurs modèles associés.

2.3 Modèles de champs magnétiques

2.3.1 Un modèle simple : le modèle dipolaire tilté et décentré

Afin de réaliser des calculs simplifiés, le modèle dipolaire peut constituer une première bonne approximation. Ce modèle ne tient compte que de la composante interne principale du champ magnétique terrestre, sans prendre en considération les perturbations extérieures apportées par le vent solaire. C'est donc un modèle statique. L'expression du champ magnétique est de la forme suivante, dans le repère magnétique sphérique (r, θ, φ) :

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{B}_{dip} = \begin{pmatrix} -\frac{2B_0}{r^3} \cos \theta \\ -\frac{B_0}{r^3} \sin \theta \\ 0 \end{pmatrix} \\ \|\vec{B}_{dip}\| = \frac{B_0}{r^3} \sqrt{1 + 3 \cos^2 \theta} \end{array} \right. \quad (2.25)$$

avec $B_0 \approx 0.3 \text{ G}$ l'intensité du champ à la surface de la Terre au niveau de l'équateur magnétique. Notons également qu'il s'agit d'un modèle purement symétrique par rapport à l'axe de rotation du dipôle, c'est-à-dire quelque soit la valeur de φ . Dans le cadre de ce modèle de champ magnétique, l'équation d'une ligne de champ peut s'écrire comme :

$$r = L \sin^2 \theta \quad (2.26)$$

avec θ la colatitude, r exprimé en rayons terrestres et L le paramètre de Mc Illwain. Ce paramètre représente la distance, également exprimée en rayons terrestres, séparant le centre du dipôle à la ligne de champ à l'équateur

magnétique. De plus, pour se montrer plus réaliste, l'inclinaison et le décentrement du dipôle doivent être pris en compte, comme illustré sur la figure 2.4 ci-après :

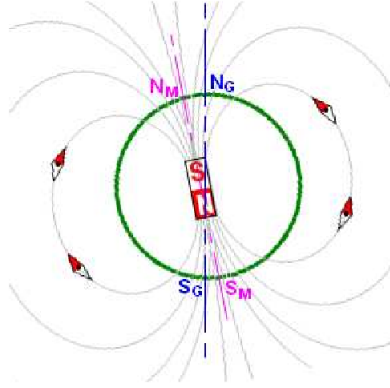


FIGURE 2.4 – Illustration du décentrement et de l'inclinaison du dipôle magnétique terrestre. Figure extraite de [Varotsou, 2005].

Nous disposons donc d'un premier modèle analytique simple à implémenter et reproduisant de manière satisfaisante la composante principale du champ magnétique interne de la Terre. Cependant, pour une modélisation rigoureuse des ceintures de radiation d'un point de vue dynamique, il est intéressant de prendre en compte la composante externe du champ magnétique, induite par l'interaction entre le vent solaire et le champ magnétique interne terrestre.

2.3.2 Un modèle dynamique : le modèle de Mead

Comme expliqué précédemment dans la partie 1.3.2, le champ magnétique terrestre peut se résumer à une composante interne, approximée par un modèle dipolaire, et une composante externe, induite par l'interaction avec le vent solaire et donc dépendante de l'activité solaire. Cependant, un tel modèle, de par son asymétrie, sa complexité et son caractère dynamique dans le temps, induit des temps de calculs élevés. Afin de rendre compte de toute la complexité du champ magnétique magnétosphérique, les modèles les plus récents sont d'ailleurs numériques (voir [Tsyganenko, 2013] et [Tsyganenko and Andreeva, 2016]).

Néanmoins, afin de diminuer les temps de calculs, il est intéressant de faire appel à des modèles analytiques. Nous nous intéressons ici au modèle de Mead [Mead, 1964] [Fälthammar, 1965], exprimé sous la forme suivante :

$$\vec{B}_M = \vec{B}_{dip} + \vec{B}_S + \vec{B}_A \quad (2.27)$$

avec :

\vec{B}_{dip} la composante dipolaire,

$\vec{B}_S = S(-\cos\theta \vec{e}_r + \sin\theta \vec{e}_\theta)$, correspondant au terme de symétrie,

$\vec{B}_A = Ar(-\sin(2\theta) \cos\varphi \vec{e}_r - \cos(2\theta) \cos\varphi \vec{e}_\theta + \cos\theta \sin\varphi \vec{e}_\varphi)$, décrivant le terme d'asymétrie.

Ces deux dernières composantes, représentant les composantes externes issues de l'interaction entre le champ magnétique terrestre et celui apporté par le vent solaire, sont des perturbations d'ordre 1. Ce modèle de champ magnétique s'appuie sur une composante dipolaire dominante mais a l'avantage de dépendre également de l'activité géomagnétique via l'indice Kp , le rendant donc dynamique. En effet, il est possible de classer les perturbations d'ordre 1 par classe de Kp du fait de leur dépendance à la dynamique du champ magnétique apporté par le vent solaire. De plus, grâce au terme \vec{B}_A , l'asymétrie jour-nuit du champ est prise en compte. Ce modèle plus complexe, dynamique et asymétrique est donc particulièrement adapté au code Salammbô 4D, prenant en compte l'asymétrie longitudinale des ceintures de radiation terrestres (voir chapitre 3).

En regroupant les trois composantes du modèle de Mead, nous obtenons :

$$\vec{B}_M = \begin{pmatrix} -\left(\frac{2B_0}{r^3} + S\right) \cos \theta - Ar \sin(2\theta) \cos \varphi \\ \left(-\frac{B_0}{r^3} + S\right) \sin \theta - Ar \cos(2\theta) \cos \varphi \\ Ar \cos \theta \sin \varphi \end{pmatrix} \quad (2.28)$$

Par ailleurs, la formulation purement analytique du modèle de Mead ne l'empêche pas d'être assez bien représentatif de la topologie magnétique de l'environnement terrestre. En effet, en comparant le module du champ magnétique de Mead à celui du champ magnétique numérique de [Tsyganenko, 1989] et en traçant l'erreur correspondante, soit :

$$err = \frac{B_M}{B_{T89}} \quad (2.29)$$

nous pouvons constater qu'à plus forte activité solaire (ici $Kp = 5$), l'erreur n'est au maximum que de 20%, comme illustré sur la figure 2.5 ci-dessous. Cela constitue un résultat satisfaisant du fait de la bonne restitution de la topologie magnétique réelle par le modèle de champ magnétique de [Tsyganenko, 1989] (voir [Zhang et al., 2010] pour plus de détails).

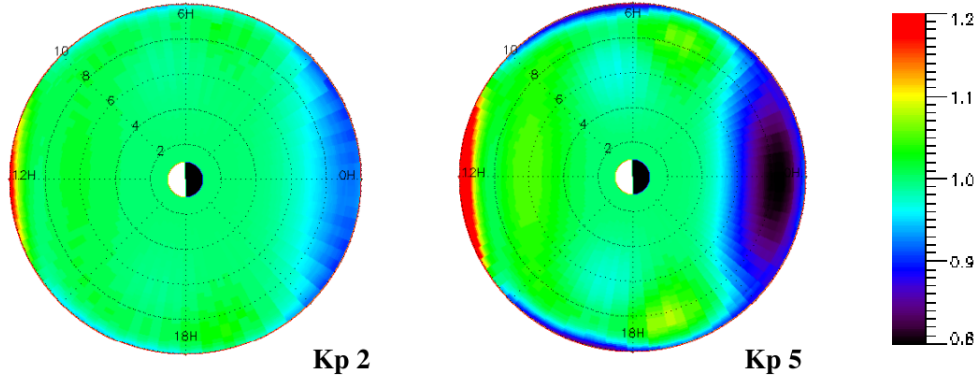


FIGURE 2.5 – Erreur err correspondant au ratio entre le module du champ magnétique de Mead et celui du champ magnétique de [Tsyganenko, 1989] pour une activité magnétique faible ($Kp = 2$, à gauche) et forte ($Kp = 5$, à droite). Figure extraite de [Lejosne, 2013].

Dans ce qui suit, nous reprendrons les principales grandeurs établies dans le cadre de ce modèle de champ magnétique et nécessaires à la suite de notre étude. Commençons par le module du champ magnétique à l'équateur. En faisant l'hypothèse que le terme dipolaire est très grand devant les perturbations extérieures, il s'écrit ($\theta = \pi/2$) :

$$B_{eq} = \frac{B_0}{r_{eq}^3} - S - Ar_{eq} \cos \varphi \quad (2.30)$$

Il faut garder à l'esprit que pour respecter l'hypothèse $B_{dip} \gg B_S$ et B_A , il ne faut pas se situer trop loin de la Terre (quelques rayons terrestres) et il faut que l'activité géomagnétique soit tout au plus modérée ($Kp \leq 4$).

Les calculs suivants vont nous permettre de déterminer l'apex d'une ligne de champ. Cette grandeur se montrera particulièrement utile par la suite dans la prise en compte des effets magnétiques dans la dynamique des particules piégées. Afin de déterminer r_{eq} , nous reprenons le raisonnement développé dans [Bourdarie, 1996]. Dans un champ asymétrique, l'intersection entre une coquille de dérive et l'équateur magnétique est une courbe, ayant une forme voisine de l'ellipse, le long de laquelle B_{eq} est constant, pour les particules équatoriales. En utilisant une théorie des

perturbations, on peut calculer l'équation approchée de cette courbe.

Soit un point connu de coordonnées (r_0, φ_0) appartenant à cette courbe, il est défini par :

$$B_{eq} = \frac{B_0}{r_0^3} - S - Ar_0 \cos \varphi_0$$

Supposons maintenant que le long de cette courbe, la distance radiale varie faiblement tel que si nous calculons B_{eq} en un autre point de coordonnées (r_{eq}, φ) , avec $r_{eq} = r_0 + \varepsilon$ et $\varepsilon \ll r_0$, nous obtenons :

$$B_{eq} = \frac{B_0}{(r_0 + \varepsilon)^3} - S - A(r_0 + \varepsilon) \cos \varphi$$

Afin de calculer $r_{eq}(\varphi, r_0, \varphi_0)$ au premier ordre, nous utilisons la propriété $B_{eq} = \text{cte}$ et nous considérons le champ magnétique externe comme une perturbation, c'est-à-dire S et A petits. Les termes du second ordre sont donc négligés.

Le calcul est le suivant :

$$\begin{aligned} \frac{B_0}{r_0^3} - S - Ar_0 \cos \varphi_0 &= \frac{B_0}{(r_0 + \varepsilon)^3} - S - A(r_0 + \varepsilon) \cos \varphi \\ \Rightarrow \frac{B_0}{r_0^3} - Ar_0 \cos \varphi_0 &\approx \frac{B_0}{r_0^3 \left(1 + \frac{\varepsilon}{r_0}\right)^3} - Ar_0 \cos \varphi \quad (A\varepsilon \text{ du second ordre}) \\ \Rightarrow \frac{B_0}{r_0^3} - Ar_0 \cos \varphi_0 &\approx \frac{B_0}{r_0^3} \left(1 - \frac{3\varepsilon}{r_0}\right) - Ar_0 \cos \varphi \quad (\text{Développement limité à l'ordre 1}) \\ \Rightarrow Ar_0 \cos \varphi_0 &= \frac{3B_0\varepsilon}{r_0^4} + Ar_0 \cos \varphi \\ \Rightarrow \frac{3B_0\varepsilon}{r_0^4} &= Ar_0(\cos \varphi - \cos \varphi_0) \\ \Rightarrow \frac{3B_0(r_0 + \varepsilon)}{r_0^4} &= \frac{3B_0}{r_0^3} + Ar_0(\cos \varphi - \cos \varphi_0) \\ \Rightarrow \frac{3B_0 r_{eq}}{r_0^4} &= \frac{3B_0}{r_0^3} + Ar_0(\cos \varphi - \cos \varphi_0) \end{aligned}$$

Au final, l'équation de la coquille de dérive des particules miroitant dans l'équateur magnétique, en coordonnées géographiques et dans le cadre d'un modèle de champ magnétique de Mead, s'exprime comme :

$$r_{eq} = r_0 - \frac{Ar_0^5}{3B_0}(\cos \varphi - \cos \varphi_0) \quad (2.31)$$

Pour le cas hors équateur, nous ne donnons que les résultats pour le module B et l'équation de la ligne de champ. Les calculs ne seront pas développés ici. Pour plus de détails, le lecteur peut se référer à [Bourdarie, 1996].

$$\begin{cases} r = r_{eq} \sin^2 \theta \left(1 + \frac{Sr_{eq}^3}{2B_0}(\sin^6 \theta - 1)\right) \\ \|\vec{B}_M\| = \frac{B_0}{r^3} \sqrt{1 + 3 \cos^2 \theta} \left[1 + \frac{Sr^3}{B_0} \left(\frac{3 \cos^2 \theta - 1}{1 + 3 \cos^2 \theta}\right) + \frac{Ar^4}{B_0} \cos \varphi \left(\frac{2 \cos \theta \sin(2\theta) + \cos(2\theta) \sin \theta}{1 + 3 \cos^2 \theta}\right)\right] \end{cases} \quad (2.32)$$

Ces calculs nous donnent maintenant l'avantage de disposer d'un modèle de champ magnétique asymétrique et dynamique, via l'indice Kp , ainsi que des grandeurs caractéristiques comme l'équation d'une ligne de champ ou encore son intensité. Néanmoins, il ne faut pas oublier le fait que ce modèle de champ magnétique ne tient compte que des perturbations du premier ordre et qu'il trouve par conséquent ses limites lors de forts orages géomagnétiques, et loin de la Terre, là où les perturbations deviennent prépondérantes sur la composante dipolaire.

2.3.3 Invariants adiabatiques et modèle de champ magnétique

L'avantage de disposer d'un modèle de champ magnétique analytique est que dans le cadre de celui-ci, il est possible d'exprimer simplement l'invariant adiabatique associé au mouvement quasi-périodique correspondant. Cela est très utile pour l'implémentation dans le code et donc la bonne modélisation de la dynamique des particules piégées. Cette section présente les expressions des invariants adiabatiques dans les deux modèles analytiques de champ magnétique vus précédemment.

Dans le cadre du modèle de champ magnétique dipolaire, en tenant compte du fait qu'à l'équateur,

$$B_{eq} = \frac{B_0}{L^{*3}} \quad (2.33)$$

et en injectant cette expression dans l'équation (2.11), nous obtenons, pour le mouvement de giration, le premier invariant adiabatique suivant :

$$J_1 = \frac{p^2 y^2 L^{*3}}{2q B_0} \quad (2.34)$$

Pour le mouvement de rebond, en remplaçant les expressions de p_{\parallel} et ds dans la formule (2.16) (voir [Beutier, 1993] pour le calcul), ceci nous donne :

$$J_2 = \frac{p}{\pi} L a Y(y) \quad \text{avec} \quad Y(y) = 2 \int_{\pi/2}^{\theta_m} \sin \theta \sqrt{1 + 3 \cos^2 \theta} \sqrt{1 - y^2 (B/B_{eq})} d\theta \quad (2.35)$$

avec a le rayon moyen de la Terre. Enfin, concernant le mouvement de dérive, le troisième invariant est donné par :

$$J_3 = \frac{q B_0 a^2}{L^*} \quad (2.36)$$

Ces expressions purement analytiques peuvent donc se montrer très utiles. Néanmoins, le modèle dipolaire présente des limites évidentes, notamment lorsqu'il faut prendre en compte l'asymétrie et la dynamique du champ magnétique. Dans le cadre du modèle de champ magnétique de Mead, nous pouvons également exprimer les invariants adiabatiques associés aux trois mouvements quasi-périodiques. Toutefois, leur expression est valable dans le cas de perturbations du premier ordre, faibles devant la composante dipolaire principale. Les calculs ne seront pas effectués ici. Pour plus de détails, le lecteur peut se référer à [Bourdarie, 1996]. Le premier invariant adiabatique s'exprime comme :

$$J_1 = \frac{p^2 y^2}{2q B_{eq}} \quad (2.37)$$

avec B_{eq} défini par l'équation (2.30). Le second invariant adiabatique, après un calcul au premier ordre, correspond à :

$$J_2 = \frac{p}{\pi} r_{eq} Y(y) + \frac{p}{\pi} \frac{S}{B_0} r_{eq}^4 Y_S(y) + \frac{2p}{\pi} \frac{A}{B_0} r_{eq}^5 \cos \varphi Y_A(y) \quad (2.38)$$

avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} Y(y) \quad \text{définie par l'équation (2.35)} \\ D_y = \sqrt{1 - y^2 \frac{\sqrt{1 + 3 \cos^2 \theta}}{\sin^6 \theta}} \\ Y_S(y) = \int_{\theta_m}^{\pi/2} \left\{ D_y \left[\frac{\sin^7 \theta (11 + 21 \cos^2 \theta)}{\sqrt{1 + 3 \cos^2 \theta}} - 7 \sin \theta \sqrt{1 + 3 \cos^2 \theta} \right] \right. \\ \quad \left. - \frac{y^2}{2} \left[\sin \theta (5 + 3 \cos^2 \theta) - \frac{(1 + 3 \cos^2 \theta)}{\sin \theta} \right] \right\} d\theta \\ Y_A(y) = \int_{\theta_m}^{\pi/2} \left\{ D_y \left[\frac{\sin^9 \theta [\sin(3\theta) + \cos \theta \sin(2\theta)]}{\sqrt{1 + 3 \cos^2 \theta}} - \cos(2\theta) \sin^8 \theta \sqrt{1 + 3 \cos^2 \theta} \right] \right. \\ \quad \left. - \frac{y^2}{2} \left[\sin^3 \theta [\sin(3\theta) + \cos \theta \sin(2\theta)] - \frac{(1 + 3 \cos^2 \theta)}{\sin^5 \theta} \right] \right\} d\theta \end{array} \right.$$

Enfin, le troisième invariant adiabatique est défini comme :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{J_3}{|q| a^2} = -\frac{B_0}{r_0} - \frac{S r_0^2}{2} - \frac{A r_0^3}{3} \cos \varphi_0 \\ L^* = \frac{q B_0 a^2}{J_3} \end{array} \right. \quad (2.39)$$

Après avoir présenté les différents outils analytiques disponibles pour une modélisation simple des effets dûs au champ magnétique, la section suivante va aborder les champs électriques présents dans la magnétosphère ainsi que ses différentes composantes.

2.4 Modèles de champs électriques magnétosphériques

Cette section se propose d'aborder les différents types de champs électriques présents dans la magnétosphère. Leur compréhension est essentielle pour modéliser de manière adéquate la dynamique des particules de basse énergie, objet du modèle Salammbô 4D. En effet, à basse énergie, les particules sont davantage sensibles aux champs électriques qu'au champ magnétique. Leur dynamique s'en trouve par conséquent considérablement affectée.

2.4.1 Modèle de champ électrique de corotation

La rotation du champ magnétique terrestre entraîne, d'après les équations de Maxwell, un champ électrostatique. Ce champ, créé par la rotation de l'ionosphère à la même vitesse que la Terre, va être transporté le long des lignes de champ magnétiques. Proche de la Terre, il est qualifié de corotation et est prépondérant, mais devient négligeable en dehors de la plasmasphère du fait de la présence du champ électrique de convection. Il s'exprime comme [Bourdarie, 1996] :

$$\vec{E}_{corot} = -a \left(\vec{\Omega} \wedge \vec{r} \right) \wedge \vec{B} \quad (2.40)$$

Nous pouvons remarquer que la relation $\vec{E}_{corot} \cdot \vec{B} = 0$ est toujours vérifiée. Par conséquent, une ligne de champ est toujours une équipotentielle pour le champ électrique de corotation. Par ailleurs, il est possible d'affiner cette modélisation en tenant compte de la conductivité atmosphérique (présence d'une résistance liée au développement du champ) ou encore de la reconnexion des lignes de champ magnétique étirées par le vent solaire. Pour plus de détails, le lecteur peut se référer à [Sicard-Piet et al., 2010]. Cependant, pour la prise en compte du champ électrique

de corotation dans le modèle Salammbô 4D, nous nous contenterons de cette modélisation simplifiée, rendant compte des principaux mécanismes.

2.4.2 Modèle de champ électrique de convection

Depuis le début de l'ère spatiale, les questions concernant l'origine du champ électrique de convection et ses caractéristiques se sont posées. En effet, déterminer sa source s'avère particulièrement complexe même si plusieurs études (voir [Vasyliunas, 1970] et [Wolf, 1974]) ont montré très tôt le lien unissant la dynamique des particules et l'intensité du champ électrique. Nous pouvons dès lors nous demander si un champ électrique initial met les particules du plasma environnant en mouvement ou si ce mouvement du plasma génère un champ électrique de convection. La théorie retenue à ce jour provient de Axford et Hines (voir [Axford, 1964] et [Stern, 1979]). Cette théorie se base sur les interactions de type visqueuses entre le vent solaire et la magnétosphère. En effet, le courant provenant du vent solaire et passant le long de la magnétosphère induit un mouvement convectif dans les couches externes de celle-ci, créant alors un champ électrique de convection. Pour plus de détails, le lecteur peut se référer à [Stern, 1977], [Stern, 1979] et [Wolf et al., 2007].

Afin de construire un modèle de champ électrique analytique et donc facilement implémentable dans notre code sans être coûteux en temps de calcul, nous avons utilisé une modélisation de type Volland-Stern ([Volland, 1973] et [Stern, 1975]). Elle fait appel à un potentiel regroupant la composante de corotation et la composante de convection et s'exprimant sous la forme :

$$V(r, \varphi) = -\frac{a_c}{r} + b r^\gamma \sin \varphi \quad (2.41)$$

avec $a_c = 2\pi a^2 B_0 / 86400 = \Omega a^2 B_0 \approx 92 \text{ kV}$, b la constante de convection et γ le paramètre de blindage.

L'idée est donc de déterminer une expression pour ces deux derniers paramètres, ce qui va alors établir un rapport de force entre la composante de corotation et la composante de convection. Afin de déterminer cette zone de prédominance du champ électrique de corotation, il est intéressant d'étudier la position de la séparatrice, équivalente à la plasmopause du point de vue des particules. En effet, celle-ci est relativement facile à mesurer et correspond à la dernière équipotentielle fermée (voir [Boscher et al., 2007] pour plus de détails). À 18h00 MLT, c'est-à-dire pour $\varphi = 3\pi/2$, elle correspond à $\partial V / \partial r = 0$ ce qui nous donne, après calculs :

$$r_{18h} = \left(\frac{a_c}{b\gamma} \right)^{\frac{1}{\gamma+1}} \quad (2.42)$$

Cependant, ce point est particulièrement difficile à déterminer expérimentalement car il correspond à un changement de signe de $\partial V / \partial r$. En revanche, il est plus aisé à déterminer avec les mesures de plasmopause (via la densité électronique ou les particules de très basse énergie) à 00h00 MLT car dans cette zone, la distance de la séparatrice dépend moins de la variable φ . De plus, les effets de modifications du champ électrique arrivent plus vite du côté nuit que du côté jour, du fait de l'injection des particules dans cette zone. Comme la séparatrice représente une équipotentielle, nous pouvons écrire :

$$V_{0h} = V_{18h}$$

ce qui nous donne, après calculs,

$$r_{0h} = \frac{r_{18h}}{1 + \frac{1}{\gamma}} \quad (2.43)$$

Par symétrie, nous avons également, à 12h00 MLT :

$$r_{12h} = r_{0h} = \frac{r_{18h}}{1 + \frac{1}{\gamma}} \quad (2.44)$$

La relation à 06h00 MLT est quant à elle plus délicate à obtenir. Il suffit néanmoins d'égaliser les potentiels V_{6h} et V_{0h} ce qui nous conduit, après calculs, à l'équation suivante :

$$\frac{r_{6h}}{r_{0h}} = 1 - \frac{1}{\gamma} \left[\frac{1}{1 + \frac{1}{\gamma}} \left(\frac{r_{6h}}{r_{0h}} \right) \right]^{\gamma+1} \quad (2.45)$$

Pour résumer, la séparatrice calculée pour quatre points remarquables (00h00, 06h00, 12h00 et 18h00 MLT) est définie par :

$$\left\{ \begin{array}{l} r_{0h} = \frac{r_{18h}}{1 + \frac{1}{\gamma}} \\ \frac{r_{6h}}{r_{0h}} = 1 - \frac{1}{\gamma} \left[\frac{1}{1 + \frac{1}{\gamma}} \left(\frac{r_{6h}}{r_{0h}} \right) \right]^{\gamma+1} \\ r_{12h} = \frac{r_{18h}}{1 + \frac{1}{\gamma}} \\ r_{18h} = \left(\frac{a}{\gamma b} \right)^{\frac{1}{\gamma+1}} \end{array} \right. \quad (2.46)$$

La frontière entre équipotentielles ouvertes et fermées va donc décrire une forme de goutte étirée à 18h00 MLT. Cette séparatrice, déterminée avec des mesures de plasmopause, nous permet, grâce aux relations précédemment établies, de remonter aux expressions de la constante de convection b et du paramètre d'écrantage γ .

Un des premiers modèles développés en ce sens fut celui de [Maynard and Chen, 1975]. Ils établirent, à l'aide des mesures de potentiel d'Explorer 45, la localisation de la plasmopause et par conséquent une relation entre le paramètre b et l'indice d'activité géomagnétique Kp tout en prenant un paramètre de blindage $\gamma = 2$. Ceci les conduisit à :

$$\left\{ \begin{array}{l} b = \frac{45}{(1 - 0.159 Kp + 0.0093 Kp^2)^3} \\ \gamma = 2 \end{array} \right. \quad (V) \quad (2.47)$$

Néanmoins, ce modèle trouve ses limites aux fortes activités magnétiques où la courbe représentant la constante de convection semble être saturée, comme le montre la figure 2.6. Ceci peut être dû à la mauvaise statistique à forts Kp du fait de la faible durée de vie de la mission (Novembre 1971 - Septembre 1974).

C'est pour cela qu'un modèle de champ électrique de convection a été développé en 2010 au sein du DPhIEE. Ce modèle, s'appuyant sur les données NOAA-POES de quatre satellites (8 ans de données) et les données à l'orbite GEO de LANL (15 ans de données), redéfinit la constante de convection mais a en plus l'avantage de prendre en compte l'activité géomagnétique dans le paramètre de blindage. Ceci nous donne (pour plus de détails, voir [Sicard-Piet et al., 2010]) :

$$\left\{ \begin{array}{l} b = 939.94 - 640.28 Kp + 178.29 Kp^2 - 23.106 Kp^3 + 1.1515 Kp^4 \\ \gamma = 0.8424 + 0.6323 Kp \end{array} \right. \quad (V) \quad (2.48)$$

Les deux figures 2.6 ci-après représentent la constante de convection b et le paramètre de blindage γ en fonction de l'indice d'activité géomagnétique Kp , ceci pour les deux modèles de champs précédemment abordés.

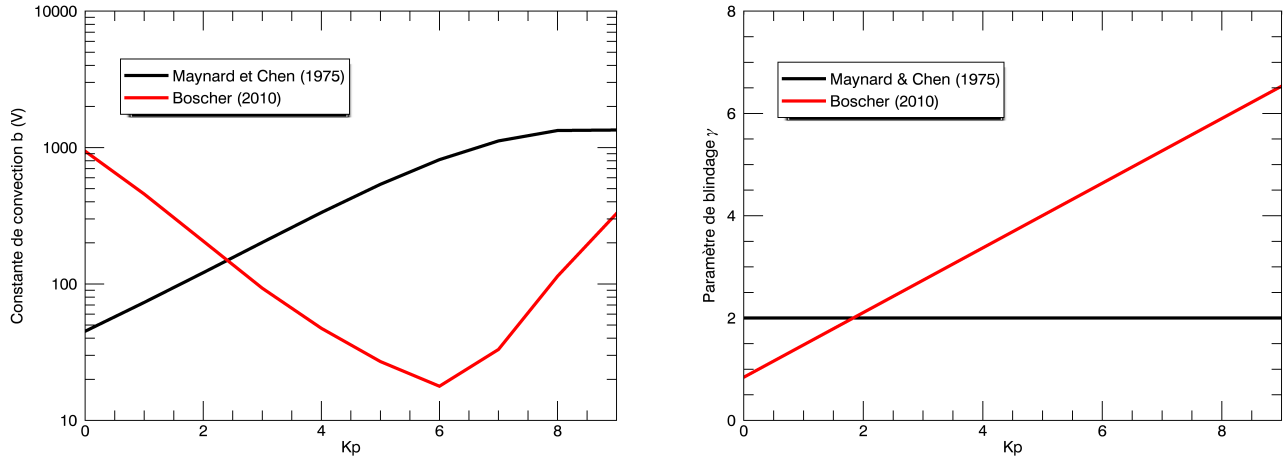


FIGURE 2.6 – À gauche : Constante de convection b (V) en fonction de l'indice Kp . À droite : Paramètre de blindage γ en fonction de l'indice Kp . Les courbes rouges correspondent au modèle de Maynard et Chen [Maynard and Chen, 1975] et les courbes noires au modèle de Bosch [Sicard-Piet et al., 2010].

Comme illustré sur la figure 2.6 de gauche, la constante de convection est surestimée lors d'orages géomagnétiques par le modèle de Maynard et Chen. Cependant, du fait de la dépendance en Kp du paramètre de blindage, l'intensité globale du champ électrique de convection dans le cadre du modèle de Bosch [Sicard-Piet et al., 2010] est amplifiée. Ceci est également constaté sur les figures 2.7 et 2.8 ci-dessous, où les cartes indiquent des potentiels électriques plus intenses (en valeur absolue) pour le modèle de Bosch.

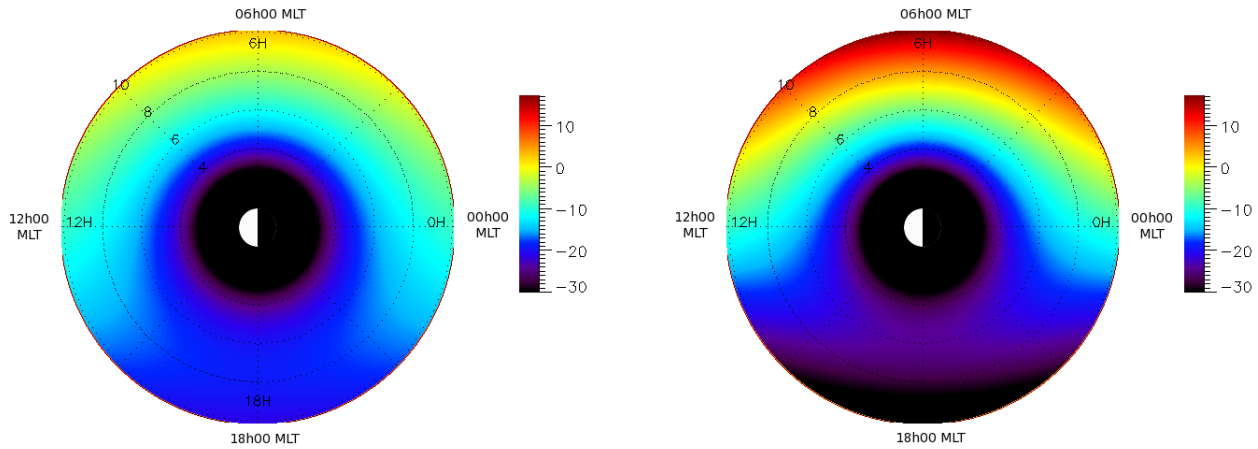


FIGURE 2.7 – À gauche : Potentiel électrique (kV) pour le modèle de [Maynard and Chen, 1975]. À droite : Potentiel électrique pour le modèle de Bosch ([Sicard-Piet et al., 2010]). Les potentiels sont tracés pour $Kp = 2$.

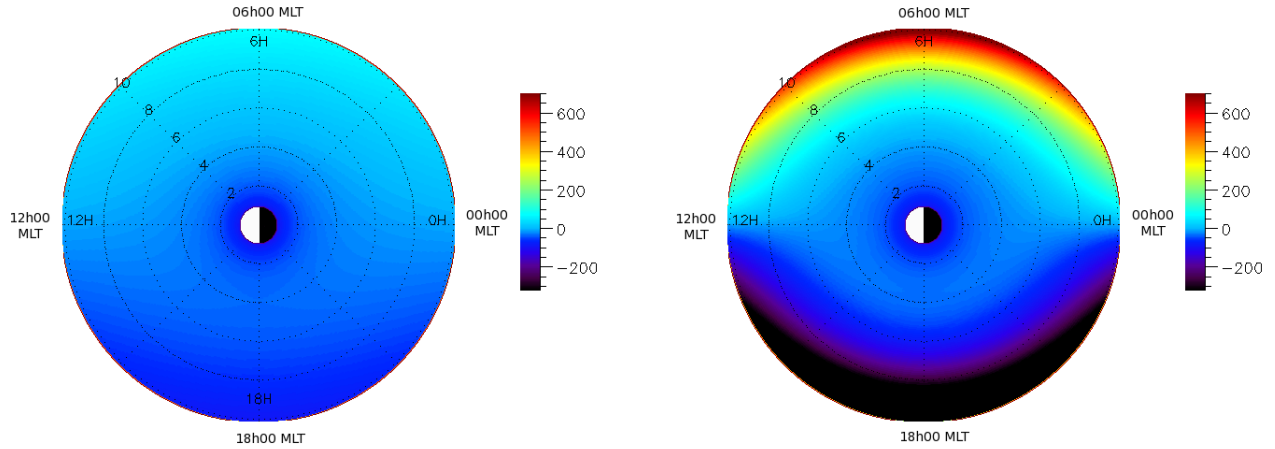


FIGURE 2.8 – À gauche : Potentiel électrique (kV) pour le modèle de [Maynard and Chen, 1975]. À droite : Potentiel électrique pour le modèle de [Sicard-Piet et al., 2010]. Les potentiels sont tracés pour $Kp = 6$.

2.4.3 Le champ électrique induit

Le champ électrique induit est généré par les variations du champ magnétique terrestre. Son intensité est donc plus forte en période d'orages géomagnétiques, c'est-à-dire lors de fortes variations de champ magnétique. En effet, plusieurs travaux ont montré l'importance du champ électrique induit tout particulièrement lors des phases de dipolarisation. Ces épisodes se déroulant sur des échelles de temps très courtes (de l'ordre de la minute), les variations du champ magnétique induisent un champ électrique important, susceptible d'accélérer les particules vers la Terre, notamment les ions O^+ gagnant de l'énergie de manière non-adiabatique (pour plus de détails, voir [Delcourt, 2002]). Néanmoins, il est pratiquement impossible de dissocier les composantes de convection et induite du champ électrique avec les instruments et les connaissances actuels. De plus, [Lejosne, 2013] a montré que les perturbations magnétiques étaient prépondérantes par rapport aux perturbations électriques pour le processus de diffusion radiale. Dans la suite de nos travaux, nous considérerons le champ électrique induit directement comme une perturbation magnétique. Il sera donc implicitement pris en compte dans la diffusion radiale. Notons par ailleurs que seul le champ électrique de corotation est bien connu, le champ électrique global de la magnétosphère étant abusivement appelé champ électrique de convection.

2.5 Conclusion

Lors de ce chapitre, nous avons tout d'abord posé les bases de la théorie des invariants adiabatiques, cadre indispensable pour traiter le mouvement des particules piégées dans les ceintures de radiation. Cette théorie est rendue utilisable du fait des trois mouvements quasi-périodiques des particules : la giration, le rebond et la dérive, ainsi que les ordres de grandeur séparant leur période associée (voir tableau 1.1). Après les avoir présentés plus en détail, nous avons dans un second temps abordé l'équation statistique de Boltzmann régissant la dynamique des particules dans les ceintures de radiation. Nous avons également introduit l'équation de Fokker-Planck, modélisant la dynamique des particules sur des périodes supérieures à la période de dérive. Par la suite, nous avons présenté différents modèles de champs magnétiques, du modèle statique et symétrique dipolaire au modèle asymétrique et dynamique de Mead, ainsi que les calculs conduisant aux invariants adiabatiques. Enfin, lors de la dernière partie, nous nous sommes focalisés sur les différents champs électriques présents dans la magnétosphère, dont la modélisation est indispensable pour la dynamique des particules de basse énergie. Tous ces outils étant maintenant introduits, nous allons dans le chapitre suivant aborder les différents modèles de ceintures de radiation développés dans le monde ainsi que le modèle développé à l'ONERA, le modèle Salammbô.

Chapitre 3

Modèles numériques des ceintures de radiation

3.1	Cartographie des modèles de ceintures de radiation	51
3.2	Modèle Salammbô 3D	53
3.2.1	Architecture numérique	53
3.2.2	Prise en compte de la physique des ceintures de radiation	53
3.2.3	Simulation de l'orage de Mars 2015	55
3.2.4	Les basses énergies : limite du modèle Salammbô 3D	56
3.3	Mise en place du modèle Salammbô 4D	58
3.3.1	Cadre théorique et modélisation statistique	58
3.3.2	Calcul de la vitesse d'advection selon φ_3	59
3.3.3	Calcul de la vitesse d'advection selon L^*	63
3.4	Conclusion	63

Du fait de l'augmentation croissante du nombre de satellites artificiels autour de la Terre, et donc de l'importance de la compréhension physique de leur environnement spatial, plusieurs modèles numériques des ceintures de radiation ont été développés à travers le monde. Dans ce chapitre, nous nous proposerons dans un premier temps de lister les plus utilisés d'entre eux tout en y apportant une description quant à leur architecture et les principaux mécanismes implémentés. Nous nous intéresserons ensuite tout particulièrement au modèle Salammbô développé depuis maintenant plus de vingt ans à l'ONERA. Après avoir présenté sa version 3D actuelle, son architecture numérique et la prise en compte des processus physiques, nous nous focaliserons sur la mise en place du modèle 4D ainsi qu'au calcul de la vitesse d'advection, découlant de la prise en compte du mouvement de dérive des particules autour de la Terre.

3.1 Cartographie des modèles de ceintures de radiation

Plusieurs modélisations des ceintures de radiation terrestres ont été développées à travers le monde. Nous parlerons ici de quatre d'entre-elles : le modèle VERB, le modèle DREAM, le modèle BAS et le modèle STEERB. Ces différents modèles reposent tous sur une modélisation statistique via l'équation de Fokker-Planck. Comme nous l'avons vu au chapitre précédent, cette équation est parfaitement adaptée pour décrire la dynamique des particules dans les ceintures de radiation car elle permet de rendre compte des différents processus diffusifs et de friction, tout en découplant les trois mouvements quasi-périodiques. Cette section va nous permettre de présenter les différentes subtilités de chaque modèle.

Le modèle VERB, pour *Versatile Electron Radiation Belts*, est développé par l'équipe du *Department of Atmospheric and Oceanic Sciences* de l'Université de Californie de Los Angeles (*UCLA*). Sa particularité est qu'il utilise deux grilles. La première concerne la simulation du processus de diffusion radiale et la seconde est quant à elle liée aux diffusions en énergie et en angle d'attaque. A chaque pas de temps, une interpolation est effectuée pour passer d'une grille à l'autre et ainsi évaluer la fonction de distribution f (voir [Subbotin and Shprits, 2009]). Bien

que cette méthode se montre très efficace concernant le temps de calcul CPU, le schéma numérique implicite utilisé dans ce modèle n'est inconditionnellement stable que du point de vue théorique (voir [Camporeale et al., 2013b] et [Camporeale et al., 2013a]). En effet, du fait du *split* d'une grille à l'autre d'une part, et de la linéarisation des coefficients de diffusion d'autre part, le code converge mais peut renvoyer une solution non-physique ($f < 0$ par exemple). Une condition de stabilité est alors nécessaire sur le pas de temps Δt . Enfin, le *split* d'une grille à l'autre impose d'avoir les différentes dimensions (pour VERB, L^* d'un côté et (E, y) de l'autre) complètement décorréliées sous peine de privilégier une direction plutôt qu'une autre (voir [Camporeale et al., 2013b] et [Camporeale et al., 2013a]). Récemment, une nouvelle grille a été implémentée : la grille (V, K, L^*) , utilisant des variables pouvant être considérées comme invariants adiabatiques. Le paramètre V , en remplaçant μ , permet d'utiliser une grille moins grande pour des résultats similaires (voir [Subbotin and Shprits, 2012]). Malgré cela, la grille en L^* s'arrête au niveau de l'orbite GEO. Ceci pose un problème pour la modélisation des couches externes des ceintures de radiation, notamment au niveau des zones d'injection des particules issues du plasmashet. Par ailleurs, les travaux effectués récemment ont permis la mise en place d'un modèle VERB 4D, prenant en compte le mouvement de dérive pour les électrons (voir [Aseev et al., 2016]). Bien qu'ayant amélioré la résolution spatiale par rapport à VERB 3D, ce modèle n'a pas encore exploré les faibles énergies, de l'ordre du keV. De plus, les champs magnétique et électrique sont pris en compte respectivement par le modèle dipolaire, donc statique et symétrique, et par le modèle de [Maynard and Chen, 1975], peu fiable lors d'intenses orages géomagnétiques (voir partie 2.4.2).

Le modèle STEERB, pour *Storm-Time Evolution of Electron Radiation Belt*, est développé par l'équipe du *Mengcheng National Geophysical Observatory* de l'Université des Sciences et Technologies en Chine (voir [Su et al., 2010]). Comme l'ancienne version du modèle VERB, il utilise deux grilles afin de résoudre l'équation 3D de Fokker-Planck par décomposition. La première grille se concentre sur l'équation de diffusion radiale et sur les collisions coulombiennes, avec un schéma totalement implicite et théoriquement inconditionnellement stable. Elle est exprimée dans l'espace des invariants adiabatiques (μ, J, L^*) . Quant au processus d'interaction locale onde-particule, il est implémenté en utilisant une méthode hybride de différences finies, dans l'espace (α_{eq}, p, L^*) . Des interpolations entre les deux espaces sont requises, et chaque équation est résolue une fois, puis dans le sens inverse au pas de temps suivant afin de limiter les erreurs systématiques. Les deux grilles sont en haute résolution, ce qui est toujours intéressant pour l'étude des structures fines. De plus, la couverture radiale s'étend de $L^* = 1$ à $L^* = 8$ ce qui couvre la très grande majorité des ceintures de radiation d'électrons. Néanmoins, une des limites se situe au niveau de la résolution en énergie (à travers p) dont la limite basse est de 100 keV à $L^* = 8$. En effet, l'injection de particules se fait majoritairement à plus basse énergie, et elles sont ensuite accélérées par diffusion radiale interne et par interaction onde-particule.

Le troisième modèle présenté ici est le modèle BAS, pour *British Antarctic Survey*, et est développé par l'équipe du *British Antarctic Survey - Natural Environment Research Council* (BAS-NERC) à Cambridge. Ce modèle se base sur une technique similaire au premier modèle VERB et au modèle STEERB pour résoudre l'équation 3D de Fokker-Planck. Une première grille régulière est définie en L^* , et à chaque L^* , deux grilles sont utilisées. La première est selon (α, E) (uniforme en α et logarithmique en E) et la seconde, non-uniforme, est selon les deux premiers invariants adiabatiques (μ, J) . La technique du *splitting* est alors utilisée pour résoudre l'équation en trois étapes. Une interpolation de type spline cubique est quant à elle réalisée pour l'estimation de la solution de la grille (α, E) à la grille (μ, J) (voir [Glauert et al., 2014]). Comme précédemment, des problèmes de stabilité sont présents du fait de l'opérateur de *splitting*, malgré l'utilisation d'un schéma implicite théoriquement inconditionnellement stable. Concernant l'interaction onde-particule, l'approche est dynamique. Cinq états d'activité sont différenciés, rendant bien compte de l'évolution de la diffusion en énergie et en angle d'attaque au cours d'un orage. Néanmoins, les EMIC, jouant un rôle important pour les électrons relativistes, ne sont pas prises en compte. De plus, la couverture radiale s'étend de $L^* = 2$ à $L^* = 5.5$. Une grande partie de la ceinture externe d'électron est de fait manquante. Ce modèle peine donc à reproduire les dropouts visibles sur les flux observés par les satellites.

Le dernier modèle abordé ici est le modèle DREAM 3D, pour *Dynamic Radiation Environment Assimilation Model*. Il est développé par l'équipe *Space Science and Applications* du Laboratoire National de Los Alamos au Nouveau-Mexique. Par rapport aux autres, ce modèle utilise une approche modulaire, afin de pouvoir changer facilement les différents composants, comme le champ magnétique (voir [Tu et al., 2013]). Afin de résoudre l'équation de Fokker-Planck 3D, il utilise une grille d'invariants adiabatiques selon (μ, K, L^*) et, pour le calcul des termes diffusifs concernant l'interaction onde-particule, une grille (α_{eq}, p) . Ce processus, bien que modélisé de manière dynamique, ne tient compte que des ondes de type chorus et de type Hiss. Ceci peut induire un biais lors d'une modélisation d'orage, où par exemple les ondes EMIC jouent un rôle prépondérant dans l'interaction avec les électrons

relativistes. Par ailleurs, les grilles de discrétisation sont hautement résolues, ce qui peut s'avérer intéressant pour la représentation des structures fines. La contrepartie est alors au niveau du temps de calcul, celui-ci augmentant considérablement. Comme pour le modèle BAS, le modèle DREAM 3D ne reproduit pas fidèlement les dropouts observés sur la ceinture externe d'électrons, du fait d'une condition limite perfectible et d'une couverture radiale s'étendant jusqu'à $L^* = 5.5$.

3.2 Modèle Salammbô 3D

Développé depuis maintenant plus de vingt ans au Département Physique Instrumentation Environnement Espace (anciennement DESP) de l'ONERA et reconnu internationalement, le modèle Salammbô reproduit la dynamique des ceintures de radiation. Bien qu'il puisse être utilisé pour différents environnements planétaires (Jupiter et Saturne, voir [Sicard, 2004] et [Lorenzato, 2012]), nous nous baserons sur la version modélisant les ceintures de radiation terrestres. Un des grands avantages du modèle Salammbô par rapport à ses concurrents est qu'il est le seul à pouvoir modéliser la dynamique des protons. Néanmoins, nous nous concentrerons ici sur la modélisation des électrons, objet de cette thèse.

3.2.1 Architecture numérique

Ce modèle s'attache à résoudre l'équation de Fokker-Planck sur une grille (E, y, L^*) . La grille en L^* est définie de manière logarithmique, ce qui permet une résolution fine proche de la Terre. De plus, celle-ci s'étend jusqu'à $L^* = 8$, permettant une modélisation plus poussée de la ceinture externe d'électrons par rapport aux autres modèles. Les grilles en E et y sont quant à elles définies de manière à conserver les deux premiers invariants adiabatiques M et J . Contrairement à certains codes vus précédemment, il n'y a pas de *split* et le schéma numérique utilisé est en différences finies explicites. De plus, la taille de la grille peut être modulée en fonction des besoins en précision. Par ailleurs, un outil d'assimilation de données avec un filtre de Kalman d'Ensemble peut être associé (voir [Maget, 2007]). Cela a été également développé a posteriori pour les modèles VERB et DREAM 3D (voir [Kellerman et al., 2014] et [Reeves et al., 2012]).

3.2.2 Prise en compte de la physique des ceintures de radiation

Dans le modèle Salammbô 3D, les différents processus physiques pilotant la dynamique des électrons sont implémentés. Contrairement aux autres modèles utilisant les coefficients de [Brautigam and Albert, 2000], le principal moteur, la diffusion radiale, est pris en compte avec le modèle de Boscher (voir [Boscher, 2016], présenté à la section 5.1), plus récent et s'appuyant sur une plus large couverture spatiale.

Les interactions onde-particule sont contenues dans les coefficients de diffusion en angle d'attaque et en énergie, calculés par le code WAPI (pour *Wave Particle Interaction*, voir [Boscher et al., 2007]) développé à l'ONERA. Une large gamme de fréquence est étudiée, de 100 Hz à 10 kHz, garantissant la prise en compte de la majorité des ondes dans la magnétosphère. Contrairement aux autres codes, le modèle Salammbô ne tient pas compte du type d'onde rencontré, mais seulement de sa fréquence. Cette interaction est également implémentée avec deux états de densité différents : une forte densité correspondant à un modèle de plasmasphère étendue ($Kp = 1$) et une faible densité correspondant à un modèle de plasmasphère comprimée ($Kp = 9$). La dynamique est ensuite prise en compte par l'ajout du modèle de plasmopause de [Carpenter and Anderson, 1992] fonction de Kp , défini comme :

$$L_{pp}^* = 5.6 - 0.46 Kp_{max} \quad (3.1)$$

Le modèle faible densité est alors utilisé en-dehors de la plasmasphère, et le modèle forte densité à l'intérieur. Il a été montré que cela constituait une excellente approche et que la différence n'était pas significative avec le calcul des coefficients pour chaque état de Kp .

Les processus de friction et collisions avec les espèces neutres et les électrons liés de la haute atmosphère d'une part, et les électrons libres de la plasmasphère d'autre part, sont également implémentés. La densité des neutres et des électrons liés est calculée via le modèle MSIS-86 (pour *Mass Spectrometer Incoherent Scatter*, voir [Hedin, 1987] et [Hedin, 1991]) et est extrapolée à partir de 500 km d'altitude via une loi hydrostatique. La densité d'électrons libres est quant à elle calculée via une décroissance exponentielle selon un modèle de plasmasphère simplifié. Ceci nous permet ensuite de remonter aux différents termes de diffusion en angle d'attaque (collisions) et de friction.

Pour plus de détails, le lecteur peut se référer à [Beutier, 1993] et [Bourdarie, 1996].

Enfin, les dropouts sont pris en compte via le processus de pertes par traversée de la magnétopause et le calcul de la distance Terre-magnétopause sous forme d'un paramètre L_{mp}^* (pour plus de détails, voir [Herrera et al., 2016]). L'avantage est ici de tenir compte de la dynamique de la magnétopause en fonction de l'activité solaire via les paramètres du vent solaire (pression et composante B_z du champ magnétique interplanétaire).

Le code utilise un modèle de champ magnétique dipolaire décentré et incliné, permettant un temps de calcul réduit, et l'indice Kp est utilisé comme paramètre d'entrée afin de tenir compte de l'activité géomagnétique et de rendre le modèle dynamique. Le tableau 3.1 ci-dessous reprend les principales caractéristiques du modèle Salammbô 3D, de son architecture numérique aux différents processus physiques et la figure 3.1 illustre par un organigramme l'architecture globale du modèle pour les électrons.

Grille	(E, y) L^*	Définis par conservation de M et J Grille logarithmique
Méthode numérique	Différences finies explicites	
Processus physiques	Diffusion radiale	Modèle de [Boscher, 2016]
	Interaction onde-particules	Code WAPI [Boscher et al., 2007]
	Frictions	voir [Beutier, 1993]
	Collisions	voir [Beutier, 1993]
	Dropouts	voir [Herrera et al., 2016]
Plasmapause	Modèle de [Carpenter and Anderson, 1992]	
Condition limite	Statique/dynamique	[Bourdarie and Maget, 2012] [Maget and Rogier, 2015] [Herrera et al., 2016]
Modèle de champ magnétique	Dipôle tilté et décentré	

TABLE 3.1 – Principales caractéristiques du modèle Salammbô 3D pour les électrons.

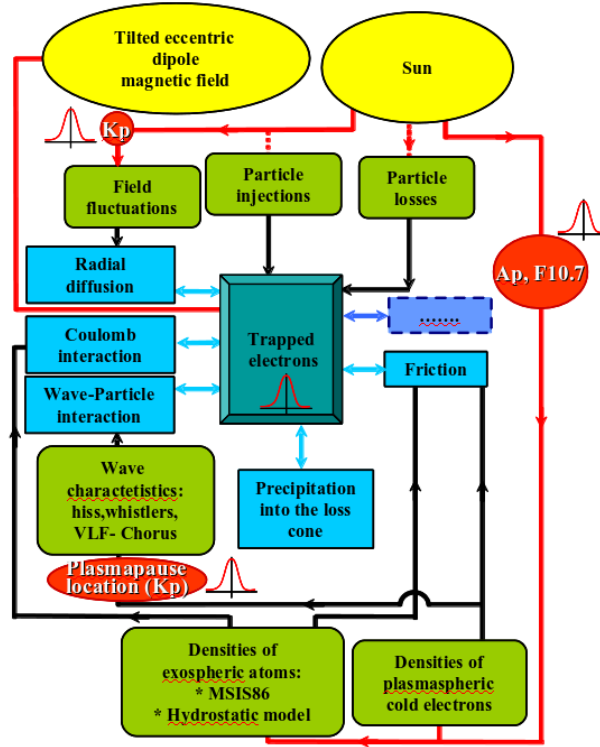


FIGURE 3.1 – Organigramme du modèle Salammbô 3D dans le cas des électrons. Figure extraite de [Maget, 2007].

La figure 3.1 montre bien comment les différents processus physiques sont dépendants et dynamiques, notamment via l'indice d'activité géomagnétique K_p . Ils pilotent la dynamique des particules piégées, qui va en retour avoir une influence sur ces mécanismes. Par ailleurs, le fait de prendre tous les processus physiques homogènes en MLT, de même que pour le modèle de champ magnétique, est tout à fait justifié par le fait que le modèle Salammbô 3D considère les ceintures de radiation comme homogènes autour de la Terre, c'est-à-dire quelque soit la valeur prise par la variable angle φ_3 .

3.2.3 Simulation de l'orage de Mars 2015

Afin d'illustrer la robustesse du modèle Salammbô 3D, nous avons modélisé l'orage magnétique de Mars 2015 pour des électrons énergétiques. Puis la simulation a été comparée avec les données RBSP, comme le montre la figure 3.2 de gauche ci-après.

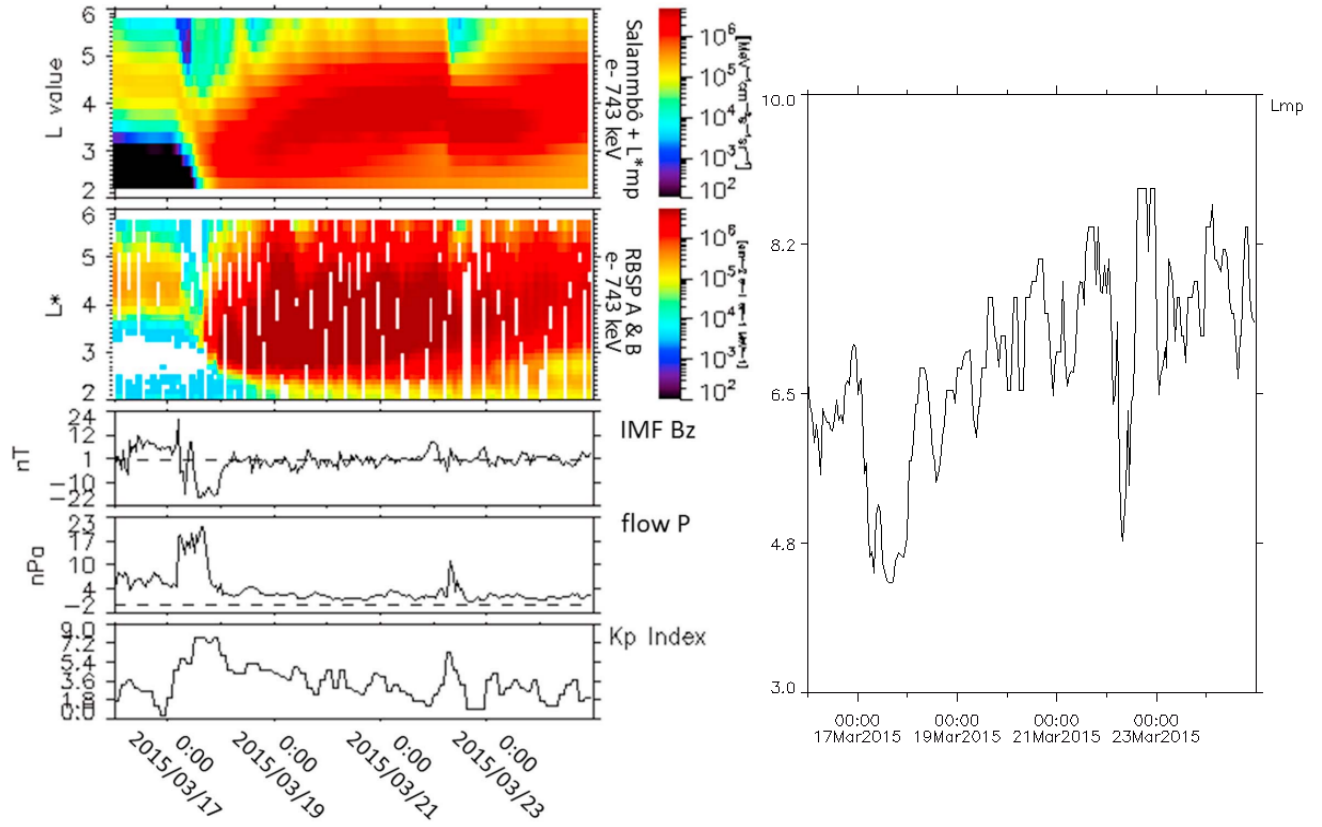


FIGURE 3.2 – À gauche et de haut en bas : Simulation Salammbo 3D représentant le flux d'électrons de 743 keV sur un diagramme L^* -temps pour l'orage géomagnétique de Mars 2015 (réalisée avec une condition aux limites constante, voir [Herrera et al., 2016]). Flux mesuré par les sondes Van Allen Probes A et B. Composante B_z du champ magnétique interplanétaire (nT). Pression dynamique du vent solaire P (nPa). Indice d'activité géomagnétique K_p . Figure extraite de [Herrera et al., 2016]. À droite : Distance de la Terre à la magnétopause exprimée en paramètre L_{mp}^* (voir [Herrera et al., 2016] pour plus de détails).

Comme observé, la dynamique des électrons relativistes est bien représentée pour l'événement de Mars 2015. En effet, lors du début de l'orage magnétique, l'injection des particules par diffusion radiale dans les couches internes des ceintures peut être constatée. Ce phénomène est bien reproduit par la simulation, de même que le dropout dû aux pertes par traversée de la magnétopause (voir figure 3.2 de droite pour la distance Terre-magnétopause). L'intensification de la diffusion radiale permet également d'expliquer la profondeur atteinte par le dropout et mesurée par les satellites RBSP A et B. En effet, la magnétopause ne descend pas aussi bas mais les particules vont être "poussées" vers l'extérieur du fait de l'apparition d'un fort gradient en L^* . De plus, nous pouvons noter l'augmentation de flux durant la phase de recouvrement, caractéristique de l'accélération des électrons aux hautes énergies. Ceci est expliqué par l'intensification des ondes de type Chorus et l'interaction onde-particule en découplant. En plus de reproduire de manière satisfaisante la dynamique de l'orage, nous observons également la bonne estimation du niveau de flux de particules. Cet exemple illustre bien la solidité du modèle Salammbo 3D pour les particules énergétiques et la bonne restitution de l'état des ceintures de radiation durant un orage géomagnétique. Cependant, ce modèle trouve ses limites aux basses énergies, comme expliqué dans la partie suivante.

3.2.4 Les basses énergies : limite du modèle Salammbo 3D

Afin de bien comprendre d'où proviennent les limites du modèle Salammbo 3D, il faut revenir à l'équation de Fokker-Planck 3D implémentée. En effet, comme expliqué à la section 2.2, cette équation découle de la moyenne de l'équation de Boltzmann 6D sur les trois variables action, considérées comme invariants adiabatiques, et sur les trois variables angles associées. Nous considérons donc les ceintures de radiation comme homogènes quelque soit la variable angle φ_3 considérée. Ceci reste valide pour des particules énergétiques dérivant suffisamment vite autour de la Terre, la période de dérive correspondant à la résolution temporelle minimale accessible.

Cependant, pour des particules d'énergie plus faible, la modélisation des phénomènes physiques à des échelles de temps inférieures n'est pas accessible et nous ne pouvons plus considérer les ceintures de radiation comme homogènes. Il faut alors considérer J_3 (ou L^*) non plus comme un invariant adiabatique mais comme une variable action, et tenir compte de la variable angle associée φ_3 (ou du MLT). Cette dépendance apparaît dans plusieurs observations :

- l'interaction onde-particule, processus majeur de la dynamique des ceintures, dépend explicitement du MLT du fait de la distribution hétérogène des différents types d'ondes, par exemple les ondes magnétozoniques majoritairement situées dans le secteur après-midi (voir [Thorne, 2010]),
- les dropouts dus aux pertes par traversée de la magnétopause. En effet, la pression du vent solaire comprimant la magnétopause se déroule côté jour, d'où une dépendance en MLT,
- la forme de la plasmapause. En effet, lors d'orages magnétiques, la plasmapause n'est plus symétrique et les particules de la plasmasphère sont évacuées dans la plume côté après-midi (voir [Goldstein et al., 2003]),
- les flux de particules dans la ceinture externe. Cette zone est la plus exposée aux variations d'activités géomagnétiques et lors d'orages, les injections et le développement des différents processus physiques font apparaître de fortes asymétries au niveau des flux (voir [Onsager et al., 2002]).

Par ailleurs, il est possible d'établir un ordre de grandeur d'énergie à partir duquel la dépendance en MLT de la dynamique des ceintures de radiation n'est plus négligeable. En effet, à l'aide des données du satellite LANL en orbite GEO, une étude précédemment réalisée à l'ONERA a permis de construire des cartes de flux moyennés sur plus d'une décennie, ceci à activité géomagnétique constante, en fonction du MLT et de l'énergie (voir figure 3.3 de gauche).

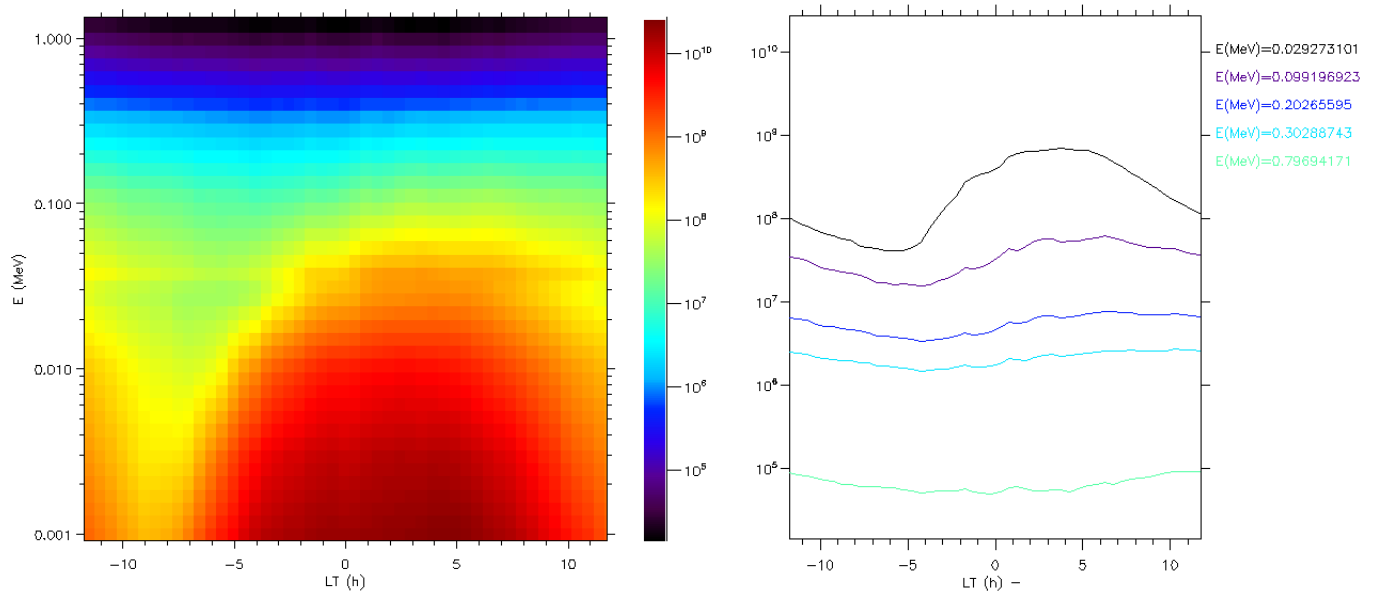


FIGURE 3.3 – À gauche : Flux moyenné sur plus d'une décennie des données LANL en fonction du MLT et de l'énergie des électrons à activité géomagnétique modérée ($Kp = 4$). À droite : Extraction à 30 keV (en noir), 100 keV (en violet), 200 keV (en bleu foncé), 300 keV (en bleu clair) et 800 keV (en vert).

Cette carte nous montre bien l'apparition des asymétries au niveau des flux à basse énergie. En effet, comme illustré sur la figure 3.3 de droite, le flux est plus intense côté nuit pour des particules de 30 keV. Cela peut s'expliquer par l'injection des particules vers 00h00 MLT puis par leur arrivée à l'orbite géostationnaire dans le même secteur MLT du fait de leur faible vitesse de dérive. Au contraire, l'homogénéisation des ceintures de radiation est clairement visible pour des électrons plus énergétiques, de l'ordre de 800 keV. La limite d'homogénéité semble se situer aux alentours de 200 keV. Ceci correspond aux ordres de grandeur en-dessous desquels les champs électriques magnétosphériques ne sont plus négligeables (voir [Schulz, 1991]). À basse énergie (autour du keV), ils vont avoir un impact considérable et dominer la dynamique des particules, pouvant même les dépiéger lors d'orages.

Cette thèse s'inscrit donc dans la continuité du modèle Salammbô 3D, et la prise en compte du MLT est le complément idéal pour bénéficier d'un modèle plus global, rendant compte de la dynamique des ceintures de radiation terrestres tant pour les hautes que pour les basses énergies. La section suivante va s'attacher à présenter la mise en place du modèle Salammbô 4D, de la prise en compte du mouvement d'advection à l'implémentation d'un champ électromagnétique asymétrique et dynamique.

3.3 Mise en place du modèle Salammbô 4D

3.3.1 Cadre théorique et modélisation statistique

La prise en compte du mouvement de dérive des particules autour de la Terre requiert de transformer l'équation de Fokker-Planck 3D d'origine (2.23). En effet, la variable J_3 (et donc L^*) n'est plus considérée comme un invariant adiabatique mais comme une variable action. De plus, il nous faut maintenant tenir compte de sa variable angle associée φ_3 . En reprenant l'équation de Boltzmann à 6 dimensions (voir (2.22)) et en moyennant sur les deux premières variables action J_1 et J_2 (considérées comme invariants adiabatiques) et leurs variables angles associées φ_1 et φ_2 , ceci nous conduit à :

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{d\varphi_3}{dt} \frac{\partial f}{\partial \varphi_3} + \frac{dJ_3}{dt} \frac{\partial f}{\partial J_3} = \sum_{i,j=1}^3 \frac{\partial}{\partial J_i} \left(D_{J_i J_j} \frac{\partial f}{\partial J_j} \right) - \sum_{i=1}^3 \frac{\partial}{\partial J_i} \left[\left(\frac{dJ_i}{dt} \right)_{f_{ric}} f \right] + \text{Sources} - \text{Pertes} \quad (3.2)$$

Néanmoins, cette équation est exprimée dans la base des variables action-angle (J_i, φ_3) . Comme pour le modèle Salammbô 3D, nous choisissons de travailler dans la base (E, y, L^*, φ_3) . Cette base est en effet plus commode d'un point de vue physique, ce qui facilite grandement l'interprétation des résultats. Un Jacobien de passage G apparaît alors dans l'équation (3.2) ci-dessus. De plus, comme le troisième invariant adiabatique J_3 ne dépend que du paramètre de Roederer L^* , ceci nous donne :

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{d\varphi_3}{dt} \frac{\partial f}{\partial \varphi_3} + \frac{dL^*}{dt} \frac{\partial f}{\partial L^*} &= \sum_{i,j=1}^3 \frac{1}{G_{(J \rightarrow I)}} \frac{\partial}{\partial I_i} \left(G_{(J \rightarrow I)} \tilde{D}_{I_i I_j} \frac{\partial f}{\partial I_j} \right) \\ &- \sum_{i=1}^3 \frac{1}{G_{(J \rightarrow I)}} \frac{\partial}{\partial I_i} \left[G_{(J \rightarrow I)} \left(\frac{dI_i}{dt} \right)_{f_{ric}} f \right] \\ &+ \text{sources} - \text{pertes} \end{aligned} \quad (3.3)$$

avec $I = (E, y, L^*, \varphi_3)$ la nouvelle base de coordonnées. La signification physique des différents termes est toujours la même (voir Section 2.2). Cependant, le passage en 4D fait apparaître, dans le membre de gauche, une vitesse d'advection selon φ_3 et selon L^* . Celle-ci est directement issue de la prise en compte du mouvement de dérive de la particule autour de la Terre et donc de la violation du troisième invariant adiabatique. Ceci va nous permettre de descendre à des échelles de temps inférieures à la période de dérive et donc d'étudier la dynamique des particules de basse énergie ainsi que les structures fines développées lors d'un orage géomagnétique.

Nous devons donc déterminer cette vitesse d'advection. Dans l'espace des coordonnées géographiques (r, θ, φ) , elle s'exprime comme (voir [Schulz, 1991]) :

$$\vec{v}_D = \frac{J_1}{mB^2} (1 + 2 \cotan^2 \alpha) \vec{B} \wedge \vec{\nabla} B + \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{B^2} \quad (3.4)$$

ou encore :

$$\vec{v}_D = \begin{pmatrix} \frac{dr}{dt} \\ ar \frac{d\theta}{dt} \\ ar \sin \theta \frac{d\varphi}{dt} \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

Le premier membre de droite de l'équation (3.4) correspond à la partie magnétique et le second à la partie électrique. Néanmoins, il convient de distinguer l'espace des coordonnées géographiques et l'espace des phases dans lequel est résolue l'équation 4D et donc dans lequel doivent être exprimées les variations temporelles des variables action-angle. Dans l'espace canonique des phases considéré $(J_1, J_2, J_3, \varphi_3)$, elles sont reliées par les équations de Hamilton-Jacobi sous la forme (voir [Beutier, 1993]) :

$$\begin{cases} \frac{dJ_3}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial \varphi_3} \\ \frac{d\varphi_3}{dt} = \frac{\partial H}{\partial J_3} \end{cases} \quad (3.6)$$

Pour plus de détails, le lecteur peut se référer à [Goldstein et al., 2000] et [Beutier, 1993]. Dans le cadre de l'absence de forces non-conservatives, l'Hamiltonien à dériver est quant à lui égal à l'énergie totale du système, soit l'énergie magnétique plus l'énergie électrique :

$$H = MB + |q|V \quad (3.7)$$

avec M le moment magnétique de la particule, B l'intensité du champ magnétique, q sa charge et V le potentiel électrique. Les deux paragraphes suivants vont nous servir, à partir de l'expression du Hamiltonien et des équations de Hamilton-Jacobi, à détailler les vitesses d'advection selon les deux coordonnées φ_3 et L^* , ceci en explicitant les parties magnétiques et électriques.

3.3.2 Calcul de la vitesse d'advection selon φ_3

Comme expliqué dans la partie 2.1.3, du fait du gradient longitudinal du champ magnétique, la particule va effectuer un mouvement de dérive autour de la Terre. Nous comprenons dès lors que la composante magnétique de la vitesse de dérive selon φ_3 dépend du modèle de champ magnétique considéré. Dans le cas le plus simple, pour un modèle de champ magnétique dipolaire, la vitesse de dérive magnétique selon φ_3 s'exprime, grâce à la théorie Hamiltonienne, comme (calcul dans [Bourdarie, 1993]) :

$$\left(\frac{d\varphi_3}{dt} \right)_B = -\frac{6J_1}{L^{*2}a^2my^2} \frac{D(y)}{T(y)} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} T(y) = \int_{\pi/2}^{\theta_m} \frac{\sin \theta \sqrt{1+3\cos^2 \theta}}{\sqrt{1-y^2(B/B_{eq})}} d\theta \\ D(y) = \frac{1}{2}T(y) - \frac{1}{12}Y(y) \\ Y(y) \text{ définie par la formule (2.35)} \end{cases} \quad (3.8)$$

Dans le cadre du modèle de champ magnétique de Mead, analytique mais plus complexe, l'expression de la vitesse de dérive selon φ_3 est obtenue en partant de la formule générale (3.4). En effet, ce modèle de champ magnétique s'écartant du simple dipôle, la variable angle φ_3 n'est plus confondue avec la coordonnée φ . Le calcul, effectué à l'équateur magnétique, démarre donc dans l'espace des coordonnées géographiques avant de revenir dans l'espace des phases. Dans l'espace des coordonnées géographiques, nous avons :

$$\left(\frac{d\varphi}{dt} \right)_B = (\vec{v}_D \cdot \vec{e}_\varphi)_B = \frac{J_1}{m} (1 + 2 \cotan^2 \alpha) \frac{1}{ar \sin \theta} \frac{\vec{B} \wedge \vec{\nabla} B}{B^2} \cdot \vec{e}_\varphi \quad (3.9)$$

ce qui nous donne, à l'équateur ($\theta = \pi/2$),

$$\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)_{eq} = \frac{J_1}{m} \times \frac{1}{ar_{eq}} \left(\frac{\vec{B}_{eq} \wedge \vec{\nabla} B_{eq}}{B_{eq}^2} \right) \cdot \vec{e}_\varphi \quad (3.10)$$

À l'équateur, le champ magnétique de Mead s'exprime comme (voir formule (2.28) pour $\theta = \pi/2$) :

$$\vec{B}_{eq} = \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{B_0}{r_{eq}^3} + S + Ar_{eq} \cos \varphi \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.11)$$

d'où un module défini comme :

$$B_{eq} = \frac{B_0}{r_{eq}^3} - S - Ar_{eq} \cos \varphi \quad (3.12)$$

Nous avons alors :

$$B_{eq}^2 = \frac{B_0^2}{r_{eq}^6} \left(1 - \frac{Sr_{eq}^3}{B_0} - \frac{Ar_{eq}^4}{B_0} \cos \varphi \right)^2 \quad (3.13)$$

et

$$\vec{\nabla} B_{eq} = \begin{pmatrix} \frac{1}{a} \frac{\partial B_{eq}}{\partial r_{eq}} \\ \frac{1}{ar_{eq}} \frac{\partial B_{eq}}{\partial \theta} \\ \frac{1}{ar_{eq} \sin \theta} \frac{\partial B_{eq}}{\partial \varphi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{3B_0}{ar_{eq}^4} - \frac{A}{a} \cos \varphi \\ 0 \\ \frac{A}{a} \sin \varphi \end{pmatrix} \quad (3.14)$$

Par ailleurs, le calcul de $(1/B_{eq}^2)$ nous donne :

$$\begin{aligned} \frac{1}{B_{eq}^2} &= \frac{1}{\frac{B_0^2}{r_{eq}^6} \left(1 - \frac{Sr_{eq}^3}{B_0} - \frac{Ar_{eq}^4}{B_0} \cos \varphi \right)^2} \\ &\approx \frac{r_{eq}^6}{B_0^2} \left(1 + \frac{2Sr_{eq}^3}{B_0} + \frac{2Ar_{eq}^4}{B_0} \cos \varphi \right) \quad (\text{Développement limité au premier ordre}) \end{aligned} \quad (3.15)$$

Calculons ensuite le terme $(\vec{B}_{eq} \wedge \vec{\nabla} B_{eq}) \cdot \vec{e}_\varphi$:

$$\begin{aligned} (\vec{B}_{eq} \wedge \vec{\nabla} B_{eq}) \cdot \vec{e}_\varphi &= \left(\frac{3B_0}{ar_{eq}^4} + \frac{A}{a} \cos \varphi \right) \left(-\frac{B_0}{r_{eq}^3} + S + Ar_{eq} \cos \varphi \right) \\ &\approx \frac{1}{a} \left(-\frac{3B_0^2}{r_{eq}^7} + \frac{3B_0 S}{r_{eq}^4} + \frac{3B_0 A}{r_{eq}^3} \cos \varphi - \frac{B_0 A}{r_{eq}^3} \cos \varphi \right) \\ &= -\frac{B_0^2}{ar_{eq}^6} \left(\frac{3}{r_{eq}} - \frac{3Sr_{eq}^2}{B_0} - \frac{2Ar_{eq}^3}{B_0} \cos \varphi \right) \end{aligned} \quad (3.16)$$

Au final, en incluant (3.15) et (3.16) dans (3.17), ceci nous donne :

$$\begin{aligned} \frac{d\varphi}{dt} &= -\frac{J_1}{m} \times \frac{1}{a^2 r_{eq}} \times \frac{r_{eq}^6}{B_0^2} \left(1 + \frac{2Sr_{eq}^3}{B_0} + \frac{2Ar_{eq}^4}{B_0} \cos \varphi \right) \times \frac{B_0^2}{ar_{eq}^6} \left(\frac{3}{r_{eq}} - \frac{3Sr_{eq}^2}{B_0} - \frac{2Ar_{eq}^3}{B_0} \cos \varphi \right) \\ &\approx -\frac{3J_1}{ma^2 r_{eq}^2} + \frac{3J_1 Sr_{eq}}{ma^2 B_0} + \frac{2J_1 Ar_{eq}^2}{ma^2 B_0} \cos \varphi - \frac{6J_1 Sr_{eq}}{ma^2 B_0} - \frac{6J_1 Ar_{eq}^2}{ma^2 B_0} \cos \varphi \quad (S^2, A^2 \text{ et } SA \text{ termes d'ordre 2}) \end{aligned} \quad (3.17)$$

La variation temporelle de φ s'exprime donc, au premier ordre, comme :

$$\frac{d\varphi}{dt} = -\frac{3J_1}{ma^2 r_{eq}^2} - \frac{3J_1 Sr_{eq}}{ma^2 B_0} - \frac{4J_1 Ar_{eq}^2}{ma^2 B_0} \cos \varphi \quad (3.18)$$

En reprenant l'expression de r_{eq} (2.31), on a :

$$r_{eq} = r_0 \left(1 - \frac{Ar_0^4}{3B_0} (\cos \varphi - \cos \varphi_0) \right) \quad (3.19)$$

d'où, en injectant cette expression dans (3.17) :

$$\begin{aligned} \frac{d\varphi}{dt} &= -\frac{3J_1}{ma^2 r_{eq}^2} \left(1 + \frac{Sr_{eq}^3}{B_0} + \frac{4Ar_{eq}^4}{3B_0} \cos \varphi \right) \\ &\approx -\frac{3J_1}{ma^2 r_0^2} \left(1 + \frac{2Ar_0^4}{3B_0} (\cos \varphi - \cos \varphi_0) \right) \left(1 + \frac{Sr_0^3}{B_0} + \frac{4Ar_0^4}{3B_0} \cos \varphi \right) \quad (SA \text{ et } A^2 \text{ termes d'ordre 2}) \\ &\approx -\frac{3J_1}{ma^2 r_0^2} \left(1 + \frac{Sr_0^3}{B_0} + \frac{6Ar_0^4}{3B_0} \cos \varphi - \frac{2Ar_0^4}{3B_0} \cos \varphi_0 \right) \quad (SA \text{ et } A^2 \text{ termes d'ordre 2}) \end{aligned} \quad (3.20)$$

Or, afin d'avoir la variation temporelle de la variable angle φ_3 , et non plus celle du MLT φ , nous devons passer par la période de dérive. En effet, que ce soit dans l'espace des phases, où la composante magnétique de $(d\varphi_3/dt)$ est constante, ou dans l'espace des coordonnées géographiques, la période de dérive associée à ce mouvement quasi-périodique est identique.

Nous avons donc :

$$\frac{d\varphi_3}{dt} = \frac{2\pi}{\tau_D} = \left\langle \frac{d\varphi}{dt} \right\rangle \quad (3.21)$$

avec τ_D la période de dérive et $\langle \dots \rangle$ la moyenne sur la coordonnée φ . En moyennant sur une période de dérive, la partie magnétique de la vitesse de dérive selon φ_3 s'exprime, au premier ordre, comme :

$$\begin{aligned} \left(\frac{d\varphi_3}{dt} \right)_B &= -\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{3J_1}{ma^2 r_0^2} \left(1 + \frac{Sr_0^3}{B_0} + \frac{6Ar_0^4}{3B_0} \cos \varphi - \frac{2Ar_0^4}{3B_0} \cos \varphi_0 \right) d\varphi \\ &= -\frac{3J_1}{ma^2 r_0^2} \left(1 + \frac{Sr_0^3}{B_0} - \frac{2Ar_0^4}{3B_0} \cos \varphi_0 \right) \quad (\langle \cos \varphi \rangle = 0 \text{ sur une période de dérive}) \end{aligned} \quad (3.22)$$

Toutefois, nous pouvons remarquer qu'elle n'est pas exprimée dans l'espace des phases, mais dans l'espace des coordonnées géographiques. Il faut donc trouver une relation permettant, à partir d'un point de coordonnées (r_0, φ_0) , de définir une coquille de dérive via le paramètre L^* . Cette étape, appelée *mapping*, sera présentée plus loin. Il est par ailleurs intéressant d'établir quelques ordres de grandeur pour la dérive magnétique. Typiquement, à l'orbite GEO (soit $L^* \approx 6$) et à activité géomagnétique modérée ($Kp = 4$), un électron de 300 keV dérivera en approximativement 30 min, contre environ 28h pour un électron de 3 keV.

Établissons maintenant la contribution électrique de la vitesse de dérive selon φ_3 . Pour ce faire, nous faisons ici appel à la théorie canonique des perturbations (voir [Goldstein et al., 2000]). En effet, les invariants adiabatiques sont définis dans le cas d'absence de champ électrique. Ce n'est évidemment pas le cas dans la magnétosphère et il convient alors de le considérer comme une perturbation apportée au champ magnétique. De ce fait, l'Hamiltonien est alors perturbé, avec une perturbation correspondant à l'énergie électrique de la particule, soit H exprimé par la formule (3.7). La partie électrique de la vitesse de dérive selon φ_3 s'exprime donc comme :

$$\left(\frac{d\varphi_3}{dt} \right)_E = \frac{\partial(|q| V)}{\partial J_3} \quad (3.23)$$

avec V le potentiel scalaire électrique défini par le modèle de champ électrique considéré (voir Section 2.4). Afin de rendre chaque contribution plus lisible, nous séparons les différentes composantes du champ électrique, donc du potentiel scalaire V associé. En prenant en compte le modèle de Boscher (équation (2.41)), nous pouvons écrire :

$$\begin{cases} V_{corot} = -\frac{a_c}{L^*} = -\frac{\Omega B_0 a^2}{L^*} \\ V_{conv} = b L^{*\gamma} \sin \varphi_3 \end{cases} \quad (3.24)$$

en considérant un modèle de champ magnétique dipolaire, c'est-à-dire, à l'équateur, $r = L^*$ et $\varphi = \varphi_3$. Cette hypothèse est fondée sur le fait que les particules de basse énergie sont bien plus sensibles au champ électrique qu'au champ magnétique de la magnétosphère. De plus, nous voulons éviter de rajouter un terme de perturbation supplémentaire, ce qui serait le cas avec la prise en compte du modèle de Mead. Nous avons donc, pour la vitesse de dérive selon φ_3 due à la corotation :

$$\begin{aligned} \left(\frac{d\varphi_3}{dt} \right)_{E_{corot}} &= \frac{\partial(|q| V_{corot})}{\partial J_3} \\ &= \frac{dL^*}{dJ_3} \frac{\partial(|q| V_{corot})}{\partial L^*} \\ &= q \frac{\Omega B_0 a^2}{L^{*2}} \frac{dL^*}{dJ_3} \end{aligned} \quad (3.25)$$

Or, d'après la définition de L^* (voir équation (2.18)), nous avons :

$$\frac{dL^*}{dJ_3} = -\frac{|q| B_0 a^2}{J_3^2} = -\frac{L^{*2}}{|q| B_0 a^2} \quad (3.26)$$

En injectant (3.26) dans (3.25), nous obtenons donc :

$$\left(\frac{d\varphi_3}{dt} \right)_{E_{corot}} = \Omega \quad (3.27)$$

Ce résultat n'est guère surprenant, le champ électrique de corotation découlant directement de la rotation du dipôle magnétique terrestre à la vitesse angulaire Ω . Cette vitesse est donc égale à environ $7.27 \times 10^{-5} \text{ rad.s}^{-1}$, soit un secteur MLT par heure. Le calcul de la contribution convective du champ électrique est similaire, soit :

$$\begin{aligned} \left(\frac{d\varphi_3}{dt} \right)_{E_{conv}} &= \frac{\partial(|q| V_{conv})}{\partial J_3} \\ &= \frac{dL^*}{dJ_3} \frac{\partial(|q| V_{conv})}{\partial L^*} \\ &= q \gamma b L^{*\gamma-1} \sin \varphi_3 \frac{dL^*}{dJ_3} \end{aligned} \quad (3.28)$$

d'où, en injectant (3.26) dans (3.28) :

$$\left(\frac{d\varphi_3}{dt}\right)_{E_{conv}} = \frac{\gamma b}{B_0 a^2} L^{*\gamma+1} \sin \varphi_3 \quad (3.29)$$

Il est ici impossible de donner un ordre de grandeur moyen de la vitesse de dérive de convection, sa moyenne étant nulle après une dérive. Néanmoins, nous pouvons raisonner en terme de vitesse instantanée. À son maximum (à 06h00 MLT), à l'orbite GEO et à activité géomagnétique modérée, sa valeur est de l'ordre de $3 \times 10^{-4} \text{ rad.s}^{-1}$ soit environ 1 secteur MLT en 15 min.

Au final, en additionnant (3.22), (3.27) et (3.29), la vitesse de dérive totale selon φ_3 à l'équateur s'exprime comme :

$$\begin{aligned} \left(\frac{d\varphi_3}{dt}\right)_{tot} &= \left(\frac{d\varphi_3}{dt}\right)_B + \left(\frac{d\varphi_3}{dt}\right)_{E_{corot}} + \left(\frac{d\varphi_3}{dt}\right)_{E_{conv}} \\ &= -\frac{3J_1}{ma^2 r_0^2} \left(1 + \frac{Sr_0^3}{B_0} - \frac{2Ar_0^4}{3B_0} \cos \varphi_0\right) + \Omega + \frac{\gamma b}{B_0 a^2} L^{*\gamma+1} \sin \varphi_3 \end{aligned} \quad (3.30)$$

3.3.3 Calcul de la vitesse d'advection selon L^*

Comme mentionné dans la partie 3.3.1, c'est la variation temporelle de la variable action J_3 qui apparaît dans l'équation de Boltzmann 4D. Il faut donc convertir cette expression pour en faire une variation temporelle selon L^* . Pour cela, il nous suffit d'écrire :

$$\frac{dL^*}{dt} = \frac{dL^*}{dJ_3} \frac{dJ_3}{dt} \quad (3.31)$$

En combinant les relations (3.6), (3.26) et (3.31), ceci nous donne :

$$\frac{dL^*}{dt} = \frac{L^{*2}}{|q| B_0 a^2} \frac{\partial H}{\partial \varphi_3} \quad (3.32)$$

De plus, en l'absence de perturbations extérieures, c'est-à-dire sans champ électrique, la variable action J_3 est conservée, et est donc un invariant adiabatique. Ceci nous indique que seule la partie électrique de la variation temporelle de J_3 est non-nulle. Par ailleurs, cette variation découle uniquement, d'après nos hypothèses (voir sous-section 2.4.3), du champ électrique de convection. En effet, les effets du champ électrique induit sont considérés comme des perturbations magnétiques et sont implicitement pris en compte dans le processus de diffusion radiale. Comme pour la vitesse d'advection selon φ_3 , nous utilisons ici la théorie canonique des perturbations. Il suffit donc de dériver l'énergie électrique $|q|V$ et de l'injecter dans l'équation (3.32) ci-dessus ce qui nous donne, après calculs :

$$\frac{dL^*}{dt} = -\frac{bL^{*\gamma+2} \cos \varphi_3}{B_0 a^2} \quad (3.33)$$

D'après l'expression de la composante radiale de la vitesse de dérive, les particules arrivant côté nuit vont donc être animées d'un mouvement de convection vers les zones internes des ceintures de radiation se superposant à la diffusion radiale du fait des perturbations magnétiques. À l'inverse, côté jour, le champ électrique de convection va induire une composante de transport vers les couches externes.

3.4 Conclusion

Au cours de ce chapitre, nous avons dans un premier temps présenté les différents modèles existants et représentant la dynamique des électrons dans les ceintures de radiation terrestres. Dans un second temps, nous nous sommes focalisés sur le modèle Salammbô, développé au sein de l'ONERA depuis maintenant plus de vingt ans et reconnu internationalement. Après avoir présenté son architecture et certains de ses résultats concluants sur les particules énergétiques, nous avons mis en lumière ses limites, à savoir la modélisation des particules de basse énergie et donc la prise en compte de leur mouvement de dérive autour de la Terre. Ceci nous a conduit à mettre

en place les outils théoriques nécessaires à la prise en compte de la variable MLT dans le code, notamment par le calcul des vitesses d'advection sur les coordonnées φ_3 et L^* . Nous avons alors réalisé ces calculs tout en tenant compte des modèles de champs magnétiques et électriques utilisés, le modèle de Mead et le modèle de Boscher. Néanmoins, avant de prendre en compte les différents processus physiques dans Salammbô 4D, nous devons régler les différents problèmes numériques, notamment la diffusion numérique, liés à l'apparition de cette partie advective dans l'équation de Boltzmann. Ceci est l'objet du chapitre suivant.

Chapitre 4

Résolution des problèmes numériques issus de l'advection dans Salammbô 4D

4.1	Propriétés et implémentation du schéma numérique dans Salammbô 4D	65
4.1.1	Discrétisation et méthode des différences finies dans Salammbô 4D	65
4.1.2	Condition de consistance, stabilité et convergence du schéma numérique	67
4.2	Étude de l'équation d'advection 1D selon φ_3	69
4.2.1	Une référence de discrétisation : le schéma de type Upwind du premier ordre	69
4.2.2	Mise en évidence de la diffusion numérique par l'advection d'une distribution gaussienne	70
4.2.3	Implémentation de schémas plus complexes et du second ordre	71
4.3	Les limiteurs	72
4.3.1	Monotonie et oscillations numériques	72
4.3.2	Concept et exemples de limiteurs	73
4.3.3	Le limiteur Superbee : une approche robuste	74
4.4	Advection et diffusion numérique selon L^*	77
4.5	Conclusion	79

L'ordinateur ne pouvant pas traiter les différents problèmes physiques de manière continue, il nous faut faire appel à une discrétisation de notre étude. Pour ce chapitre, nous rappellerons tout d'abord les principales notions du domaine numérique avant de nous intéresser plus en détails à l'étude de l'équation d'advection 1D selon φ_3 . En effet, comme nous l'avons vu au chapitre précédent, ajouter la dimension temps local magnétique dans le modèle Salammbô se traduit par l'apparition d'une partie advective dans l'équation de Boltzmann 4D, ce qui engendre de nouvelles contraintes numériques. Par la suite, après avoir introduit les problèmes numériques majeurs, à savoir la diffusion numérique, les oscillations parasites et la dispersion numérique, nous détaillerons la méthode utilisée afin d'y remédier et de rendre ces contraintes négligeables devant les différents processus physiques. En effet, il faut éviter toute valeur négative et non-physique de la fonction de distribution, et dans un même temps garantir la propagation de la distribution à la bonne vitesse avec une diffusion numérique négligeable par rapport aux processus de diffusion physique. Enfin, nous traiterons dans une dernière section l'advection selon la coordonnée L^* ainsi que la diffusion numérique associée.

4.1 Propriétés et implémentation du schéma numérique dans Salammbô 4D

4.1.1 Discrétisation et méthode des différences finies dans Salammbô 4D

Historiquement, le cœur numérique du modèle Salammbô s'appuie sur une méthode explicite en différences finies (voir partie 3.2.1). Nous avons donc opté pour cette méthode afin d'offrir une continuité au modèle Salammbô 3D. L'architecture du code est ici similaire. En parallèle, des travaux sont actuellement menés afin d'implémenter une

méthode implicite en volumes finis. Cette méthode ne sera pas introduite ici (pour plus de détails, voir [Maget and Rogier, 2015]). Afin d'utiliser la méthode des différences finies, il nous faut tout d'abord discrétiser le domaine spatial et le domaine temporel, comme illustré sur la figure 4.1.

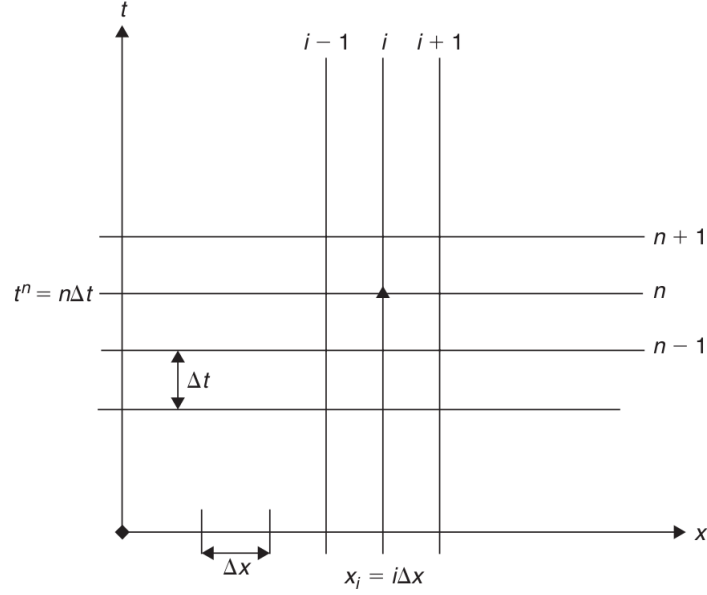


FIGURE 4.1 – Illustration de la discrétisation du domaine spatial et du domaine temporel. Figure extraite de [Hirsch, 2007].

Comme illustré ci-dessus, la grille est discrétisée par pas Δx dans le domaine spatial et par pas Δt dans le domaine temporel. À chaque pas de temps, la fonction de distribution est calculée sur l'ensemble du domaine spatial avant de passer au pas de temps suivant. Dans le cas général, l'ensemble de la grille de discrétisation, soit dans notre cas la grille (E, y, L^*, φ_3) , est parcouru à chaque pas de temps. Cette discrétisation nous permet ensuite d'utiliser la méthode des différences finies.

Cette méthode est sans doute la plus simple à mettre en place afin de traiter un problème physique, reposant sur des équations aux dérivées partielles, de manière numérique. Elle est basée sur les propriétés des développements de Taylor ainsi que sur la définition de la dérivée d'une fonction. Néanmoins, le maillage doit être structuré. Dans notre cas, comme nous l'avons vu dans la partie 3.2.1, les grilles en y et φ_3 sont linéaires, la grille en L^* est logarithmique et les grilles en E et en y sont créées de tel sorte à conserver les deux premiers invariants adiabatiques M et J selon L^* . De plus, la nouvelle grille en φ_3 est linéaire. Le principe de la méthode des différences finies est d'estimer la dérivée d'une fonction, d'après sa définition mathématique, comme le rapport de deux différences.

Dans notre cas, pour la fonction de distribution notée f , la dérivée théorique selon E (idem selon y , L^* et φ_3) s'exprime comme :

$$\frac{\partial f}{\partial E} = \lim_{\Delta E \rightarrow 0} \frac{f(E + \Delta E) - f(E)}{\Delta E} \quad (4.1)$$

Pour plus de commodité, et en rapport avec la figure (4.1), nous utiliserons dorénavant l'indice i pour parler de la coordonnée spatiale, et l'indice n pour parler de la coordonnée temporelle, soit :

$$f_i^n = f(E, t), \quad f_{i+1}^n = f(E + \Delta E, t) \quad \text{et} \quad f_i^{n+1} = f(E, t + \Delta t)$$

Concernant la dérivée spatiale et sa discrétisation, nous comprenons ici que la précision s'en trouvera améliorée à mesure que ΔE tendra vers 0. Néanmoins, numériquement, ce pas de discrétisation est fini, aussi petit soit-il. Cette expression n'est donc qu'une approximation de la dérivée théorique et laisse alors apparaître des termes négligés

d'ordre supérieur. Exprimons ces termes en partant du développement de Taylor de f_{i+1}^n (soit $f(E + \Delta E)$) autour de f_i^n (soit $f(E)$).

$$f_{i+1}^n = f_i^n + \Delta E \left. \frac{\partial f}{\partial E} \right|_i^n + \frac{\Delta E^2}{2!} \left. \frac{\partial^2 f}{\partial E^2} \right|_i^n + \frac{\Delta E^3}{3!} \left. \frac{\partial^3 f}{\partial E^3} \right|_i^n + \dots \quad (4.2)$$

En faisant apparaître l'approximation de la dérivée, on obtient alors :

$$\frac{f_{i+1}^n - f_i^n}{\Delta E} = \left. \frac{\partial f}{\partial E} \right|_i^n + \underbrace{\frac{\Delta E}{2!} \left. \frac{\partial^2 f}{\partial E^2} \right|_i^n + \frac{\Delta E^2}{3!} \left. \frac{\partial^3 f}{\partial E^3} \right|_i^n + \dots}_{\text{Termes négligés}} \quad (4.3)$$

que l'on peut également noter :

$$\frac{f_{i+1}^n - f_i^n}{\Delta E} = \left. \frac{\partial f}{\partial E} \right|_i^n + \mathcal{O}(\Delta E) \quad (4.4)$$

En prenant le terme d'ordre le plus faible en ΔE , ceci nous donne la précision de l'approximation. Ici, celle utilisée est donc du premier ordre.

Afin d'avoir par exemple une approximation d'ordre deux, il suffit d'utiliser le développement de Taylor pour f_{i-2}^n , f_{i-1}^n et f_{i+1}^n . En combinant ces expressions et après calculs, on aboutit à :

$$\left. \frac{\partial f}{\partial E} \right|_i^n = \frac{3f_i^n - 4f_{i-1}^n + f_{i-2}^n}{2\Delta E} + \mathcal{O}(\Delta E^2) \quad (4.5)$$

Cette méthode peut être utilisée pour discrétiser une dérivée première, seconde, ou d'ordre supérieur, et ce à n'importe quel degré de précision. Cela va conduire à l'élaboration de schémas numériques nous permettant de résoudre le problème étudié. Néanmoins, ces schémas numériques se doivent avant tout de respecter plusieurs conditions afin de garantir la fiabilité du résultat obtenu. C'est ce que nous nous proposons de présenter dans les parties suivantes.

4.1.2 Condition de consistance, stabilité et convergence du schéma numérique

Comme expliqué dans la partie 4.1.1, une dérivée théorique peut être approximée par une discrétisation à un ordre donné. L'écart entre cette approximation et la dérivée théorique est alors matérialisé par des termes négligés d'ordre supérieur. Dans un schéma numérique, il est donc possible de regrouper tous les termes négligés dans un paramètre appelé erreur de troncature. Schématiquement, nous pouvons noter :

$$\left(\begin{array}{c} \text{Équation} \\ \text{discrétisée} \end{array} \right) - \left(\begin{array}{c} \text{Équation} \\ \text{théorique} \end{array} \right) = \begin{array}{c} \text{Erreur} \\ \text{de troncature} \end{array}$$

Cette erreur de troncature va être de la forme $\mathcal{O}(\Delta t^c, \Delta x^d)$ (x représentant une dimension de la grille de discrétisation) avec c et d les plus faibles puissances apparaissant dans son expression et définissant l'ordre de précision du schéma numérique. La condition de consistance stipule qu'un schéma est consistant si l'erreur de troncature tend vers zéro pour Δt et Δx tendant vers zéro. D'un point de vue mathématique et en notant ε_T l'erreur de troncature, nous pouvons noter la condition de consistance comme :

$$\lim_{\substack{\Delta x \rightarrow 0 \\ \Delta t \rightarrow 0}} \varepsilon_T = 0 \quad (4.6)$$

Une autre propriété à respecter pour un schéma numérique est la condition de stabilité. Elle s'applique sur la solution numérique. Pour être vérifiée, toutes les erreurs, comme les erreurs d'arrondi (dues à la précision de la machine), doivent être bornées au fil des itérations. Dans notre cas, elles doivent bien entendu rester négligeables par rapport à l'évolution physique de la solution. En d'autres termes, pour des valeurs finies de Δt et Δx , l'erreur, définie comme la différence entre la solution numérique et la solution exacte du schéma numérique, doit rester bornée lorsque le nombre de pas en temps tend vers l'infini.

Notons $\varepsilon_{i,s}^n$ l'erreur correspondant à la différence entre la solution calculée et la solution exacte de l'équation discrétisée. Nous pouvons alors noter la condition de stabilité comme suit [Hirsch, 2007] :

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} |\varepsilon_{i,s}^n| \leq K \quad \text{pour } \Delta t \text{ fixé} \quad (4.7)$$

avec K indépendant de n .

Par ailleurs, précisons que cette condition de stabilité doit être vérifiée pour tout type d'erreur. Afin d'étudier la stabilité d'un schéma numérique donné, différentes méthodes ont été développées. Nous décrivons ici la méthode de Von Neumann. Les hypothèses sous-jacentes à cette méthode ne sont pas développées dans ce qui suit. Nous en présentons uniquement les grandes lignes. Pour plus de détails, le lecteur peut se reporter à [O'Brien et al., 1950] et [Hirsch, 2007].

La méthode de Von Neumann, développée pendant la seconde guerre mondiale, repose sur le développement en séries de Fourier de l'erreur $\varepsilon_{i,s}^n$ ou de la solution u_i^n dans le domaine spatial, à chaque instant t . Comme le domaine spatial est fini, la décomposition en séries de Fourier discrètes est utilisée, avec une somme sur tous les nombres d'ondes pouvant être représentés dans le domaine spatial. La solution f_i^n peut donc être décomposée en séries de Fourier discrètes sur la grille comme :

$$f_i^n = \sum_{m=-N}^N V_m^n e^{j i \phi_m} \quad (4.8)$$

avec $j^2 = -1$ le nombre complexe et V_m^n l'amplitude de la $m^{\text{ième}}$ harmonique. La méthode de Von Neumann s'appuie sur le fait que, pour les schémas linéaires, l'équation discrétisée satisfaite par la solution et par l'erreur doit aussi être satisfaite par chaque harmonique. De ce fait, en introduisant une harmonique donnée dans le schéma numérique, la condition de stabilité de Von Neumann nous dit que l'amplitude de n'importe quelle harmonique ne doit pas croître indéfiniment, c'est-à-dire quand n tend vers l'infini. Nous pouvons donc, pour n'importe quelle valeur de m , définir un facteur d'amplification G tel que :

$$G = \frac{V^{n+1}}{V^n} \quad (4.9)$$

La condition de stabilité de Von Neumann sera alors respectée si :

$$|G| \leq 1 \quad \forall \phi_m \quad (4.10)$$

Pour résumer, afin de vérifier si la condition de stabilité est respectée, il faut remplacer tous les termes selon la forme suivante dans le schéma numérique :

$$f_{i+m}^{n+k} \Rightarrow V^{n+k} e^{j(i+m)\varphi}$$

Ensuite, il faut calculer l'expression du facteur d'amplification G et enfin s'assurer que $|G| \leq 1$ (voir Annexe A pour un exemple d'application).

La dernière condition à vérifier est celle de la convergence. Elle s'applique elle aussi à la solution numérique. Afin d'être validée, la solution numérique doit tendre vers la solution analytique lorsque les pas de discrétisation en temps et en espace tendent vers zéro. Afin de l'exprimer d'un point de vue mathématique, notons $\varepsilon_{i,c}^n$ l'erreur correspondant à la différence entre la solution calculée et la solution analytique. La condition de convergence s'exprime alors comme :

$$\lim_{\substack{\Delta x \rightarrow 0 \\ \Delta t \rightarrow 0}} |\varepsilon_{i,c}^n| = 0 \quad \text{pour des valeurs fixes de } x_i = i\Delta x \text{ et } t^n = n\Delta t \quad (4.11)$$

Notons par ailleurs que les conditions de stabilité et de convergence ne font pas appel au même type d'erreur ($\varepsilon_{i,c}^n \neq \varepsilon_{i,s}^n$).

Or, d'après le théorème de Lax (ou de Lax-Richtmyer, voir [Lax and Richtmyer, 1956]), pour un problème bien posé avec condition initiale et avec un schéma de discrétisation consistant, la stabilité de ce schéma est une condition nécessaire et suffisante pour en assurer sa convergence. Si le schéma numérique utilisé pour résoudre l'équation de Boltzmann 4D est convergent, alors cela nous garantit la nature physique du comportement de la fonction de distribution obtenue. Les différentes notions ayant été présentées, nous allons maintenant passer à l'étude de l'équation d'advection à une dimension selon la coordonnée φ_3 . En effet, la partie advective découle directement de la prise en compte de la quatrième coordonnée de l'espace des phases, et apparaît dans l'équation de Boltzmann 4D (voir partie 3.3.1).

4.2 Étude de l'équation d'advection 1D selon φ_3

Cette équation de transport pur, caractérisant un mouvement purement advectif le long de la coquille de dérive avec une vitesse ($d\varphi_3/dt$) (notée v_{φ_3} pour plus de commodité), c'est-à-dire sans diffusion radiale, sans diffusion en angle d'attaque ou en énergie ni phénomène de pertes ou de frictions-collisions, s'écrit sous la forme suivante :

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v_{\varphi_3} \frac{\partial f}{\partial \varphi_3} = 0 \quad (4.12)$$

L'idée derrière l'étude d'une équation d'advection pure est d'enlever tous les processus de diffusion physique. Ceci va avoir pour conséquence de se placer dans un pire-cas. En effet, tous les phénomènes observés, hors advection, sont alors purement numériques. Dans un premier temps, nous nous proposons de discrétiser cette équation d'advection selon un schéma simple de référence : le schéma de type Upwind du premier ordre.

4.2.1 Une référence de discrétisation : le schéma de type Upwind du premier ordre

Afin de construire ce schéma de discrétisation, nous utilisons une approximation au premier ordre pour la dérivée en temps et pour la dérivée en espace. La dérivée temporelle peut donc s'écrire sous la forme :

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{f_i^{n+1} - f_i^n}{\Delta t} + \mathcal{O}(\Delta t) \quad (4.13)$$

Quant à elle, la dérivée spatiale peut prendre deux formes :

$$\frac{\partial f}{\partial \varphi_3} = \begin{cases} \frac{f_i^n - f_{i-1}^n}{\Delta \varphi_3} + \mathcal{O}(\Delta \varphi_3) & \text{si } v_{\varphi_3} > 0 \\ \frac{f_{i+1}^n - f_i^n}{\Delta \varphi_3} + \mathcal{O}(\Delta \varphi_3) & \text{si } v_{\varphi_3} < 0 \end{cases} \quad (4.14)$$

En combinant les deux discrétisations ci-dessus, nous obtenons au final l'expression du schéma de type Upwind du premier ordre (en temps et en espace) pour l'équation d'advection à une dimension (voir [Fletcher, 1988]) :

$$f_i^{n+1} = f_i^n - v_{\varphi_3} \frac{\Delta t}{\Delta \varphi_3} \times \begin{cases} f_i^n - f_{i-1}^n & \text{si } v_{\varphi_3} > 0 \\ f_{i+1}^n - f_i^n & \text{si } v_{\varphi_3} < 0 \end{cases} \quad (4.15)$$

Ce schéma a pour avantage de tenir compte du signe de la vitesse d'advection et donc, du sens de propagation de l'information initiale. De plus, il est consistant et stable pour :

$$\frac{\Delta t}{\Delta \varphi_3} |v_{\varphi_3}| \leq 1 \quad (4.16)$$

Cette condition de stabilité est connue sous le nom de condition CFL (pour *Courant-Friedrichs-Lewy*) et indique dans notre cas ($\Delta \varphi_3 = 2\pi/24$ et $\Delta t = 1\text{s}$) que pour éviter les instabilités numériques, la distribution ne doit pas parcourir plus d'un secteur MLT par seconde. La stabilité et la consistance du schéma de type Upwind du premier ordre garantissent donc, d'après le théorème de Lax (voir partie 4.1.2) sa convergence. Ces différentes propriétés sont démontrées en Annexe A. La partie suivante va nous permettre d'illustrer plus en détails l'utilisation de ce schéma numérique et d'en tirer les premières conclusions quant à la pertinence de sa mise en place et quant au problème de diffusion numérique occasionné.

4.2.2 Mise en évidence de la diffusion numérique par l'advection d'une distribution gaussienne

Cette partie présente une première modélisation de l'équation d'advection (4.12) grâce au schéma de type Upwind du premier ordre. La vitesse d'advection selon φ_3 est calculée à partir du modèle de champ dipolaire (voir équation (3.8)). De plus, afin d'étudier le transport des particules, et en particulier la diffusion numérique associée, nous avons défini une condition initiale réaliste comme suit, pour des électrons équatoriaux à $L^* = 8$:

$$\begin{cases} f_0(\varphi_3) = 1 & \forall (E, y, L^*) \\ f_0(y = 1, L^* = 8, \varphi_3) = 1000 \times e^{-\frac{\varphi_3^2}{2\sigma^2}} & \forall E, \quad \text{avec} \quad \sigma = 2 \end{cases} \quad (4.17)$$

Nous étudions ici le mouvement de dérive des électrons de 5 MeV. Cette énergie à cette distance de la Terre n'est bien entendu pas pertinente, mais nous ne regardons ici que les considérations numériques. La vitesse de dérive étant plus élevée à 5 MeV (énergie maximum de la grille de discrétisation à $L^* = 8$), nous pouvons alors bénéficier de temps de calculs raccourcis pour les simulations. Concernant la valeur prise pour l'écart-type σ de la distribution gaussienne, celle-ci a l'avantage de nous offrir des gradients relativement prononcés tout en restant physiquement acceptables. Par ailleurs, nous plaçons la distribution gaussienne à 00h00 MLT à $t = 0$ avant de lancer la simulation.

Afin d'illustrer l'utilisation de ce schéma, voici ci-après deux figures reprenant la fonction de distribution f en fonction du temps pour des électrons équatoriaux de 5 MeV à $L^* = 8$.

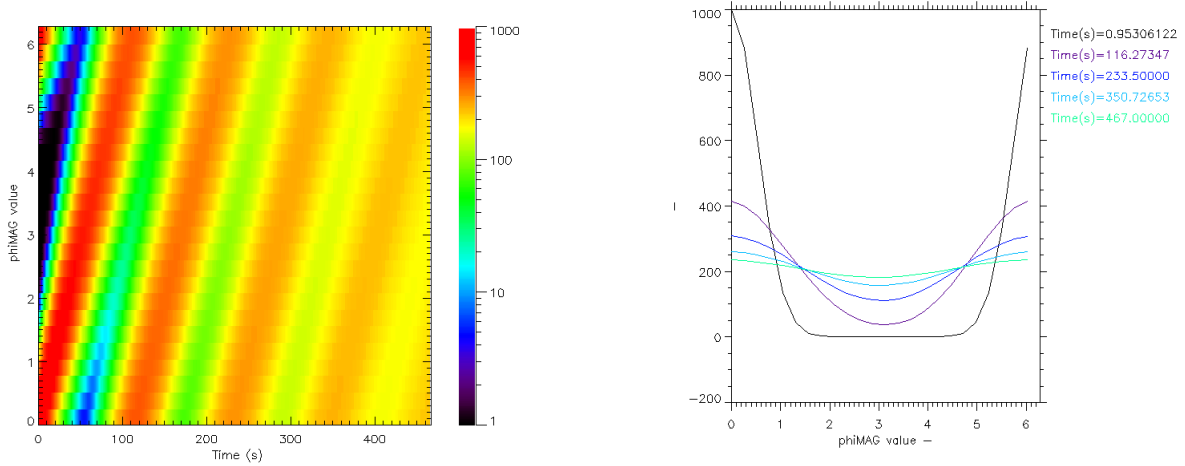


FIGURE 4.2 – À gauche : Fonction de distribution f en fonction de φ_3 pour des électrons équatoriaux de 5 MeV à $L^* = 8$, pour $\Delta t = 1$ s et pour le schéma Upwind du premier ordre. À droite : f après chaque période de dérive τ_d .

Comme nous pouvons le constater, à mesure que la simulation avance et que la distribution est advectée, celle-ci se retrouve de plus en plus étalée, et son pic est de plus en plus faible. Ceci met en évidence la prédominance de la diffusion numérique. En effet, sur la figure 4.2 de gauche, nous remarquons clairement que la fonction de distribution remplit tout l'espace en moins d'une période de dérive. Les bandes observées représentant la distribution initialement gaussienne et se propageant au cours du temps sont de plus en plus atténuées du fait de la diffusion numérique lissant la distribution sur tous les MLT. La figure de droite nous montre quant à elle le caractère exponentiel de la diffusion numérique et le fait qu'elle semble directement dépendre du gradient de la distribution advectée. En effet, elle se fait de moins en moins présente à mesure que le pic de la distribution diminue. Mais en une seule période de dérive, le maximum diminue déjà de près de 60%. Ce schéma de discrétisation est donc inutilisable pour une modélisation rigoureuse de notre étude. En effet, toute l'information initiale est perdue après seulement quatre périodes de dérive alors que la diffusion physique se fait sur des échelles de temps plus longues.

Comme expliqué en Annexe A, la diffusion numérique prend son origine dans l'erreur de troncature due à la discrétisation de l'équation d'advection. Il est donc nécessaire d'augmenter le degré de précision du schéma numérique afin de diminuer l'erreur de troncature et, par conséquent, de diminuer la diffusion numérique. C'est ce que nous allons étudier dans la partie suivante en introduisant des schémas du second ordre.

4.2.3 Implémentation de schémas plus complexes et du second ordre

Différents schémas du second ordre ont été implémentés pour l'étude de l'équation d'advection unidimensionnelle. Le premier d'entre eux est le schéma de type Upwind du second ordre. Comme celui du premier ordre, il a pour avantage de dépendre du signe de la vitesse d'advection φ_3 et donc du sens de propagation de la distribution initiale. Il est également conditionnellement stable, avec la même condition CFL, c'est-à-dire $v_{\varphi_3} \Delta t / \Delta \varphi_3 \leq 1$. Sa différence réside dans la discrétisation de la dérivée spatiale, portée cette fois au second ordre grâce au développement de Taylor (voir formule (4.5)). Le second schéma est celui de Lax-Wendroff [Lax and Wendroff, 1960]. Ce schéma d'ordre deux en temps et en espace repose sur la discrétisation au second ordre de la dérivée temporelle, et du remplacement du terme d'ordre deux par la dérivée spatiale via l'équation d'advection. Il est également conditionnellement stable, avec la même condition que pour les schémas de type Upwind. Les expressions et les résultats de ces schémas sont développés en Annexe A.

Nous nous sommes ici focalisés sur le schéma de Beam-Warming. Ce schéma est particulièrement intéressant car comme les schémas de type Upwind, son expression dépend du signe de la vitesse d'advection, autrement dit du sens de propagation des particules. D'ordre deux en temps et en espace, il a en plus l'avantage d'être stable pour $|v_{\varphi_3}| \Delta t / \Delta \varphi_3 \leq 2$, ce qui offre une souplesse numérique plus importante que pour les autres schémas. Ceci peut nous permettre d'augmenter le pas de temps Δt et par conséquent de réduire les temps de calcul.

Consistant, stable et donc, d'après le théorème de Lax, convergent, il s'exprime comme suit, d'après [LeVeque, 2007] :

$$f_i^{n+1} = f_i^n - \frac{|v_{\varphi_3}| \Delta t}{2 \Delta \varphi_3} \left[3f_i^n - 4f_{i-\text{sgn}(v_{\varphi_3})}^n + f_{i-2\text{sgn}(v_{\varphi_3})}^n \right] + \frac{1}{2} \left(\frac{v_{\varphi_3} \Delta t}{\Delta \varphi_3} \right)^2 \left[f_i^n - 2f_{i-\text{sgn}(v_{\varphi_3})}^n + f_{i-2\text{sgn}(v_{\varphi_3})}^n \right] \quad (4.18)$$

Les deux figures ci-dessous représentent l'évolution de la fonction de distribution f au cours du temps, en fonction de φ_3 , pour des électrons équatoriaux de 5 MeV à $L^* = 8$.

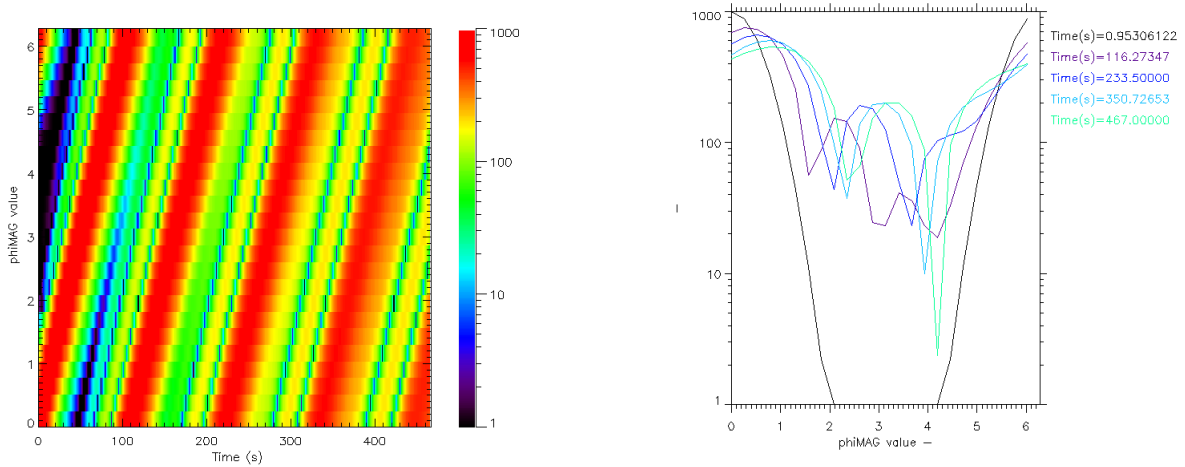


FIGURE 4.3 – À gauche : Fonction de distribution f en fonction de φ_3 pour des électrons équatoriaux de 5 MeV à $L^* = 8$, pour $\Delta t = 1$ s et pour le schéma de Beam-Warming. À droite : f après chaque période de dérive τ_d . f est tracée en valeur absolue sur une échelle logarithmique.

Ce schéma à première vue satisfaisant de par sa précision et sa condition de stabilité moins contraignante, est lui aussi inexploitable en l'état. Premièrement, bien que plus précis que le schéma de type Upwind du premier ordre, il reste encore trop diffusif. De plus, il y a également apparition de dispersion numérique, la vitesse du pic de la distribution étant plus élevée que la vitesse théorique. En effet, comme illustré sur la figure 4.3 de droite, un décalage est perceptible après chaque période de dérive. Cependant, un autre problème majeur attire notre attention. Nous pouvons constater la présence d'oscillations numériques. Afin de les illustrer, la fonction de distribution f est tracée sur la figure 4.4 après chaque période de dérive, mais cette fois-ci selon une échelle linéaire.

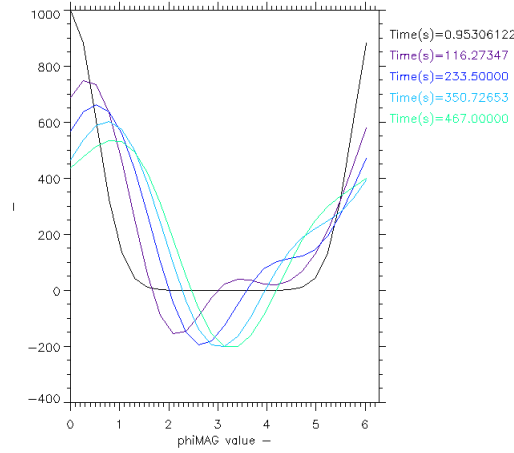


FIGURE 4.4 – Fonction de distribution f à toutes les périodes de dérive τ_d en fonction de φ_3 pour des électrons équatoriaux de 5 MeV à $L^* = 8$, pour $\Delta t = 1$ s et pour le schéma de Beam-Warming. Échelle linéaire.

Avec le tracé en échelle linéaire, nous illustrons ici clairement l'apparition des oscillations numériques atteignant en particulier des valeurs négatives au cours de la simulation. Ces oscillations posent un problème car f ne peut physiquement pas être négative. Ce schéma, sous sa forme initiale, semble donc inutilisable en pratique. Notons également que l'utilisation d'autres schémas d'ordre deux (voir Annexe B pour les schémas de type Upwind du second ordre et de Lax-Wendroff), et même d'ordre supérieur (voir Dehghan [2005]) ont été utilisés. Leurs résultats ne se sont pas montrés plus convaincants, avec la même présence d'oscillations parasites.

Pour résumer, nous avons ici pu implémenter et tester différents types de schémas, du premier, du second ordre et d'ordres supérieurs. Le plus simple d'entre eux, le schéma Upwind du premier ordre, se montre beaucoup trop diffusif pour pouvoir être utilisé. En effet, toute l'information initiale est quasiment perdue après quatre périodes de dérive. L'utilisation de schémas d'ordre deux est davantage convaincante. Néanmoins, bien que le pic de la distribution gaussienne soit mieux conservé, on constate l'apparition d'oscillations numériques, les rendant inutilisables sous cette forme. En outre, les résultats de schémas d'ordres plus élevés nous ont révélés ce même type d'oscillations parasites, même si le pic était mieux conservé, les rendant tout aussi inutiles par la suite. Il faut donc, en plus de limiter la diffusion et la dispersion numérique, supprimer ces oscillations parasites pour être en accord avec la physique et obtenir une modélisation satisfaisante. C'est pourquoi nous nous sommes tournés vers la méthode des limiteurs.

4.3 Les limiteurs

Avant d'aborder le concept des limiteurs, il nous faut dans un premier temps comprendre la cause des oscillations parasites et ainsi rappeler quelques notions sur la monotonie d'un schéma numérique. C'est ce que nous nous proposons de faire dans la partie suivante.

4.3.1 Monotonie et oscillations numériques

Introduite par Godunov en 1959 (voir [Godunov, 1959]), la monotonie peut se décrire par le fait qu'aucun nouvel extremum, autre que ceux présents dans la condition initiale, ne doit être créé par le schéma numérique. En d'autres termes, la solution numérique aura un comportement monotone si :

$$f_{\min}^n \leq f_{i+j}^n \leq f_{\max}^n \Rightarrow f_{\min}^n \leq f_i^{n+1} \leq f_{\max}^n \quad (4.19)$$

Formulée par rapport à l'expression de schémas numériques, si on considère la forme générale suivante d'un schéma explicite à deux niveaux en temps :

$$f_i^{n+1} = \sum_j b_j f_{i+j}^n \quad (4.20)$$

alors la condition de monotonie est satisfaite si tous les coefficients b_j sont positifs ou nuls. Les oscillations numériques sont donc la conséquence du comportement non-monotone des schémas du second ordre. En effet, elles correspondent à la création de nouveaux extremas au cours du temps car les schémas dont découlent ces oscillations comportent des coefficients b_j négatifs. Illustrons ce problème avec le schéma de Beam-Warming du second ordre précédemment étudié. L'équation d'advection discrétisée avec ce schéma peut s'écrire sous la forme (4.18). Après calculs et en regroupant les différents coefficients (pour $v_{\varphi_3} > 0$ et en notant $\sigma = v_{\varphi_3} \Delta t / \Delta x$), on obtient :

$$f_i^{n+1} = \frac{\sigma}{2}(\sigma - 1)f_{i-2}^n + \sigma(2 - \sigma)f_{i-1}^n + \frac{1}{2}(1 - \sigma)(2 - \sigma)f_i^n \quad (4.21)$$

ce qui nous permet de poser :

$$\begin{cases} b_{-2} = \frac{\sigma}{2}(\sigma - 1) \\ b_{-1} = \sigma(2 - \sigma) \\ b_0 = \frac{1}{2}(1 - \sigma)(2 - \sigma) \end{cases} \quad (4.22)$$

D'après l'expression de b_{-2} et de b_{-1} , la condition de monotonie nous impose $1 \leq \sigma \leq 2$. Or, dans ce cas, b_0 est nécessairement négatif.

Cela nous montre ici que le schéma de Beam-Warming est nécessairement non-monotone, donc responsable de l'apparition d'oscillations numériques. De manière générale, il peut être démontré que pour l'équation d'advection, les schémas du second ordre (de type Upwind, de Lax-Wnedroff ou de Beam-Warming par exemple) ne respectent pas la condition de monotonie. De plus, il peut également être montré que le problème de monotonie d'un schéma provient du terme de convection, ce qui correspond ici à notre problématique (voir [Hirsch, 2007]). Pour y remédier, il faut alors agir sur la discrétisation spatiale et non temporelle.

Afin de construire un schéma monotone, nous utilisons le théorème de Godunov [Godunov, 1959] stipulant que pour l'équation de convection, tous les schémas linéaires et monotones sont nécessairement du premier ordre. Toutefois, la réciproque est fautive. En effet, les schémas du premier ordre ne sont pas toujours monotones (voir schéma centré de Godunov du premier ordre dans [Toro, 2009]). Ceci implique le fait que le seul moyen d'avoir un schéma monotone et d'ordre élevé est de supprimer son caractère linéaire. Cela est possible par l'introduction de composants non-linéaires, appelés limiteurs.

4.3.2 Concept et exemples de limiteurs

L'idée derrière le concept des limiteurs est de contrôler le processus de marches montantes ou descendantes (over- et undershoots) en limitant les gradients, ou en changeant le signe entre deux points adjacents. Les schémas non-monotones vont donc être "contrôlés" à chaque pas de temps et dans chaque cellule de discrétisation, afin de garder des gradients bornés. Cela va alors rendre le schéma monotone et prévenir la génération d'oscillations parasites, le tout sans perte de précision.

Afin de rendre un schéma monotone, nous pouvons appliquer la procédure suivante (voir [Hirsch, 2007]) :

1. On sélectionne un schéma de discrétisation monotone du premier ordre (généralement la discrétisation de type Upwind) comme référence puis on écrit le schéma d'ordre plus élevé comme un schéma monotone plus des termes additionnels,
2. On multiplie ces termes par une "fonction limitante" Ψ , exprimée comme une fonction du quotient des gradients spatiaux successifs,
3. On exprime les conditions de monotonie pour en déduire les conditions sur les limiteurs.

Nous reprenons ici les mêmes notations que dans [Hirsch, 2007] p.365-389, avec $\sigma = \varphi_3 \Delta t / \Delta x$.

Afin d'illustrer le concept des limiteurs, repartons de l'équation d'advection $\partial_t f + v_{\varphi_3} \partial_{\varphi_3} f = 0$ et de sa discrétisation par le schéma de Beam-Warming du second ordre :

$$f_i^{n+1} = f_i^n - \frac{\sigma}{2} [3f_i^n - 4f_{i-1}^n + f_{i-2}^n] + \frac{\sigma^2}{2} [f_i^n - 2f_{i-1}^n + f_{i-2}^n] \quad (4.23)$$

1. Réécrivons maintenant le schéma comme une correction du schéma monotone Upwind du premier ordre :

$$f_i^{n+1} = \underbrace{f_i^n - \sigma (f_i^n - f_{i-1}^n)}_{\text{schéma monotone Upwind du 1^{er} ordre}} - \underbrace{\frac{\sigma}{2}(1-\sigma)(f_i^n - f_{i-1}^n) + \frac{\sigma}{2}(1-\sigma)(f_{i-1}^n - f_{i-2}^n)}_{\text{termes non-monotones}} \quad (4.24)$$

2. Multiplions les 2 termes non-monotones par les fonctions limitantes $\Psi(r_i)$ et $\Psi(r_{i-1})$ où

$$r_{i-1} = \frac{f_i - f_{i-1}}{f_{i-1} - f_{i-2}} \quad \text{et} \quad r_i = \frac{f_{i+1} - f_i}{f_i - f_{i-1}} \quad (4.25)$$

ce qui nous amène, après calculs, à

$$f_i^{n+1} = f_i^n - \sigma \left[1 + \frac{1}{2}(1-\sigma) \left[\Psi(r_i) - \frac{\Psi(r_{i-1})}{r_{i-1}} \right] \right] (f_i^n - f_{i-1}^n) \quad (4.26)$$

3. Le terme entre [...] doit être positif, ce qui implique :

$$\frac{\Psi(r_{i-1})}{r_{i-1}} - \Psi(r_i) \leq \frac{2}{1-\sigma} \quad (4.27)$$

Nous pouvons observer que lorsque $\Psi = 0$, le schéma devient localement du premier ordre. Nous donnerons ici quelques propriétés à respecter pour les schémas du second ordre (voir [Hirsch, 2007]).

$$\begin{cases} \Psi(r) > 0 & \text{pour } r > 0 \\ \Psi(r) = 0 & \text{pour } r \leq 0 \\ \Psi(1) = 1 \end{cases} \quad \text{et} \quad \frac{\Psi(r)}{r} = \Psi\left(\frac{1}{r}\right) \quad (\text{Propriété de symétrie}) \quad (4.28)$$

La littérature nous offre un grand nombre de limiteurs, dont les principaux sont présentés dans [Waterson and Deconinck, 2007]. Afin de traiter les forts gradients et de limiter au maximum la diffusion numérique, notre choix s'est porté sur le limiteur Superbee, présenté ci-après.

4.3.3 Le limiteur Superbee : une approche robuste

Ce limiteur est connu pour avoir une très bonne résolution au niveau des discontinuités où il compense le fort étalement. Il a été créé pour être le plus performant possible au niveau des forts gradients. Néanmoins, dans les régions à faible gradient, un caractère de sur-compression apparaît. Ceci va avoir pour incidence d'aplatir les extremas. Cependant, il autorise la propagation d'une discontinuité linéaire sans diffusion numérique, comme le montrent les figures ci-après.

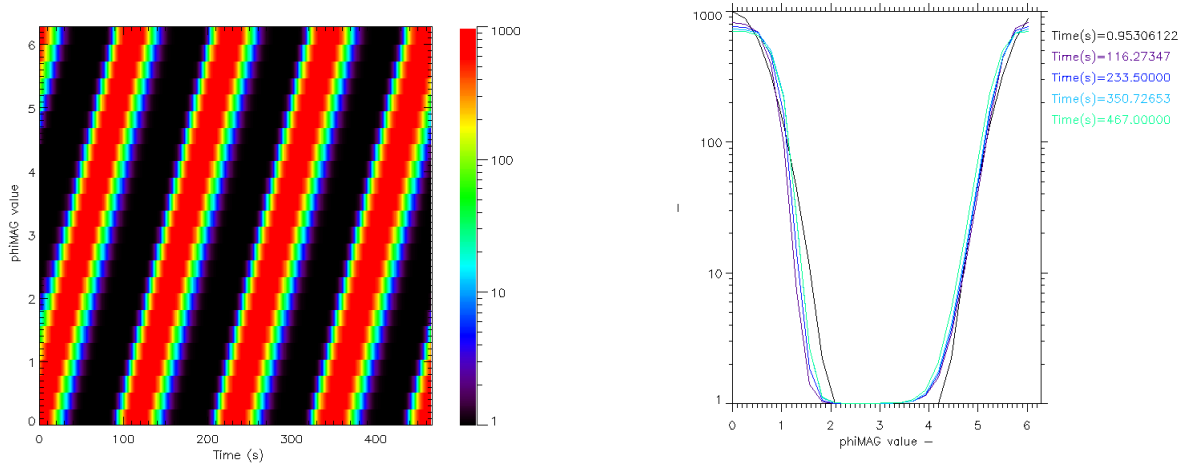


FIGURE 4.5 – A gauche : Fonction de distribution f en fonction de φ_3 pour des électrons équatoriaux de 5 MeV à $L^* = 8$, pour $\Delta t = 1$ s et pour le schéma de Beam-Warming additionné au limiteur Superbee. A droite : f pour toutes les périodes de dérive.

D'un point de vue mathématique, il est défini, d'après [Hirsch, 2007], comme :

$$\Psi(r) = \max [0, \min(2r, 1), \min(r, 2)] \quad (4.29)$$

Nous pouvons constater sur la figure 4.5 de droite la très bonne conservation de notre condition initiale après quatre périodes de dérive. De plus, si la forme de la distribution gaussienne est bien retrouvée, nous remarquons également une diminution de seulement 30% de son maximum initial ainsi que l'absence de dispersion du pic. Les oscillations numériques ont également disparu. En effet, aucune valeur négative n'est observée au cours de la simulation. Bien que très satisfaisant, l'utilisation de ce limiteur apporte quelques problèmes. En effet, nous remarquons sur la figure 4.5 de droite le résultat de sa propriété de sur-compression (distribution gaussienne comprimée) mais son utilisation va avoir pour principale conséquence une augmentation importante du temps de calcul, comme résumé dans le tableau 4.1 ci-après.

	Sans limiteur	Avec limiteur "Superbee"
Schéma Upwind du 1 ^{er} ordre	1 h 6 min	-
Schéma Upwind du 2 nd ordre	1 h 32 min	1 h 51 min
Schéma de Lax-Wendroff	1 h 17 min	1 h 53 min
Schéma de Beam-Warming	1 h 12 min	1 h 52 min

TABLE 4.1 – Temps CPU en fonction des différents schémas d'ordre un et deux, avec et sans l'utilisation d'un limiteur, pour une simulation sur 100 périodes de dérive τ_d .

Comme rappelé dans ce tableau, l'utilisation du limiteur Superbee va avoir pour effet de rallonger considérablement le temps de calcul, ce qui peut s'avérer problématique pour de longues simulations. En effet, bien que dans le cas du schéma de type Upwind du second ordre, le temps de calcul n'augmente que de 20%, l'ajout de quelques dizaines de minutes va croître et devenir considérable dans le cas de simulations plus longues. De plus, l'utilisation des deux autres schémas numériques (dont celui de Beam-Warming utilisé par la suite) rend compte d'une augmentation avoisinant cette fois les 50%. Néanmoins, cette méthode se montre particulièrement intéressante car elle maintient la nature conservative du schéma utilisé. Ce schéma nous garantit donc une excellente propagation de l'information initiale, sans ajout ni perte de particules. Par ailleurs, une autre simulation a été réalisée, avec des électrons équatoriaux d'une centaine de keV à $L^* = 4$, afin de correspondre à des valeurs plus physiques.

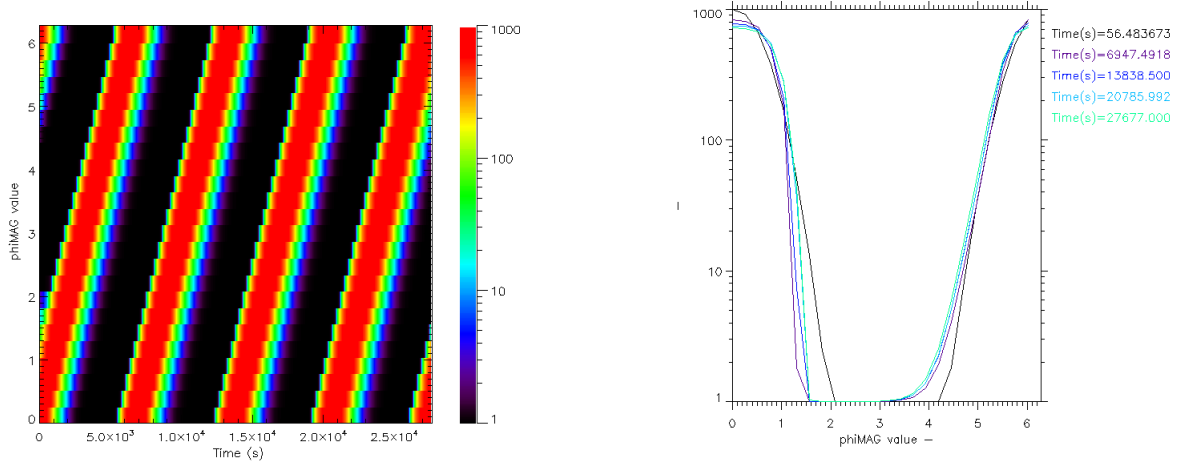


FIGURE 4.6 – A gauche : Fonction de distribution f en fonction de φ_3 pour des électrons équatoriaux de 96 keV à $L^* = 4$, pour $\Delta t = 1$ s et pour le schéma de Beam-Warming couplé au limiteur Superbee. A droite : f après chaque période de dérive τ_d .

Malgré une énergie plus faible et une coquille de dérive plus interne, les résultats sont ici également très convaincants, avec une bonne conservation de la distribution gaussienne initiale. En effet, après quatre périodes de dérive, la diminution du pic initial est seulement d'environ 30%. Quant à lui, le temps de calcul est égal à 4 h 25 min contre 2 h 26 min pour l'utilisation du schéma de Beam-Warming sans le limiteur (simulation sur quatre périodes de dérive). On observe néanmoins la propriété de sur-compression du limiteur de manière plus prononcée.

Les deux figures 4.7 ci-après illustrent l'apport du couplage du schéma de Beam-Warming avec le limiteur Superbee après quatre périodes de dérive. L'échelle logarithmique a été utilisée pour une comparaison classique des fonctions de distribution. De plus, nous avons également fait appel à l'échelle linéaire afin de rendre compte de l'allure de f pour le schéma du second ordre, sans limiteur, celui-ci générant alors des oscillations parasites induisant des valeurs de f négatives.

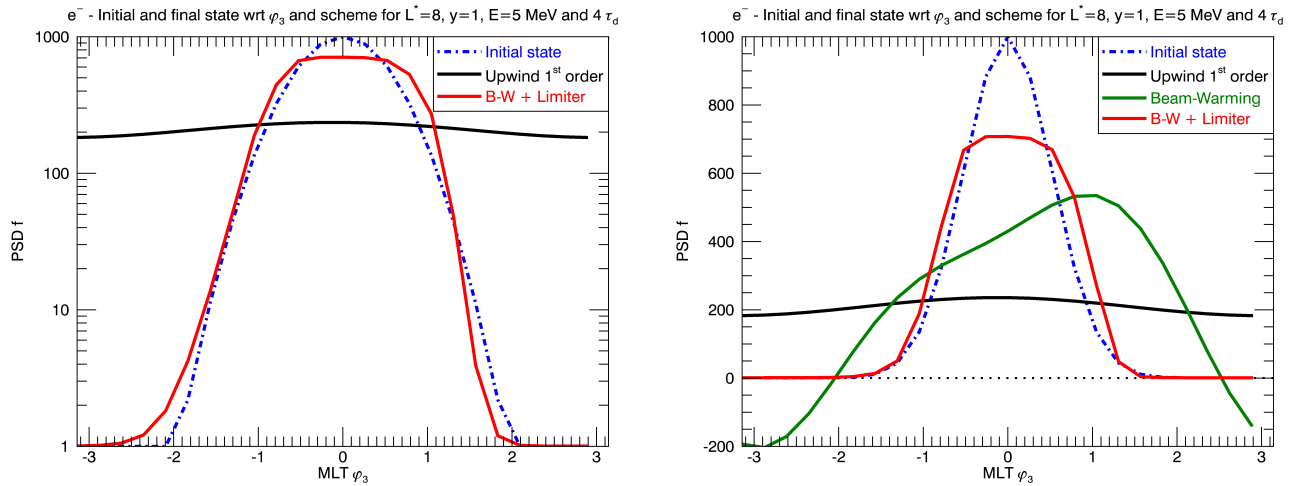


FIGURE 4.7 – Condition initiale f_0 (en bleu) et état final f_f pour des électrons équatoriaux de 5 MeV à $L^* = 8$ après quatre périodes de dérive pour les différents schémas utilisés. A gauche : Échelle logarithmique. A droite : Échelle linéaire.

Nous pouvons ici clairement observer l'amélioration apportée à la simulation avec l'ajout du limiteur Superbee. En plus de la suppression des oscillations parasites, la forme de la distribution gaussienne initiale se retrouve bien mieux conservée, et il n'y a aucune dispersion après quatre périodes de dérive. Le gain par rapport au schéma Upwind du premier ordre est lui encore plus important car celui-ci, bien que ne générant aucune oscillation, est bien trop diffusif, toute l'information initiale étant perdue à la fin de la simulation. Ce couplage constitue donc une réelle avancée dans la prise en compte de la partie advective dans le modèle Salammbô. Nous pouvons toutefois noter que concernant les modèles concurrents, seul le modèle VERB 4D s'est intéressé à l'étude de la diffusion numérique (voir [Aseev et al., 2016]). Afin de la rendre négligeable, ils ont fait appel à un schéma d'ordre neuf avec la méthode Ultimate développée par [Leonard, 1991]. Néanmoins, même si cette méthode s'avère être performante, une telle précision n'est pas justifiée et est même coûteuse en temps de calcul. En effet, il ne faut pas oublier que la diffusion numérique joue un rôle moins important une fois les processus physiques pris en compte.

4.4 Advection et diffusion numérique selon L^*

Pour achever la mise en place du cœur numérique du modèle Salammbô 4D, nous nous sommes également interrogés sur la diffusion numérique selon L^* , induite par l'apparition d'advection selon cette dimension. En effet, d'après l'équation de Boltzmann 4D (voir formule (3.3)), une partie advective est aussi présente selon la coordonnée L^* , avec (dL^*/dt) la vitesse d'advection due à la présence d'un champ électrique de convection. Dès lors, il est légitime de se demander si la diffusion numérique engendrée par sa discrétisation va avoir une incidence notable sur la modélisation des ceintures de radiation. Néanmoins, rappelons qu'aucun processus physique diffusif ne pouvait contrebalancer la diffusion numérique selon la coordonnée φ_3 . Or, selon L^* , le processus de diffusion radiale dû aux perturbations magnétiques est également pris en compte. L'enjeu est donc de savoir si la diffusion numérique sur cette coordonnée va être gommée par la diffusion physique, auquel cas il sera alors possible de prendre en compte un schéma simple de discrétisation (type Upwind du premier ordre) et ainsi de limiter les temps de calculs.

Pour ce faire, nous faisons ici appel aux formules liées à la diffusion radiale (via son coefficient D_{LL} , voir section 5.1) et à la diffusion numérique (via son coefficient que nous noterons $D_{LL,num}$, voir équation (A.13)).

$$\left\{ \begin{array}{l} D_{LL} = L^{*10.2} 10^{0.45 Kp - 8.985} \\ D_{LL,num} = \frac{\Delta L^*}{2} \frac{dL^*}{dt} \left(1 - \frac{\Delta t}{\Delta L^*} \frac{dL^*}{dt} \right) \end{array} \right.$$

Quant à la vitesse d'advection en L^* , elle est estimée en fonction du modèle de champ électrique de convection pris en compte (ici, modèle de Volland-Stern de D. Boscher (voir [Sicard-Piet et al., 2010]) présenté dans la partie 2.4.2). Afin de maximiser la diffusion numérique selon L^* et donc de nous situer dans un pire-cas, nous prendrons ici son maximum, soit, d'après l'équation (3.33) :

$$\left| \frac{dL^*}{dt} \right|_{max} = \frac{bL^{*\gamma+2}}{B_0 R_E^2} \quad (4.30)$$

avec

$$\left\{ \begin{array}{l} b = 939.94 - 640.28 Kp + 178.29 Kp^2 - 23.106 Kp^3 + 1.1515 Kp^4 \\ \gamma = 0.8424 + 0.6323 Kp \end{array} \right.$$

Les figures 4.8 ci-après représentent le coefficient de diffusion numérique $D_{LL,num}$ en fonction de L^* et Kp .

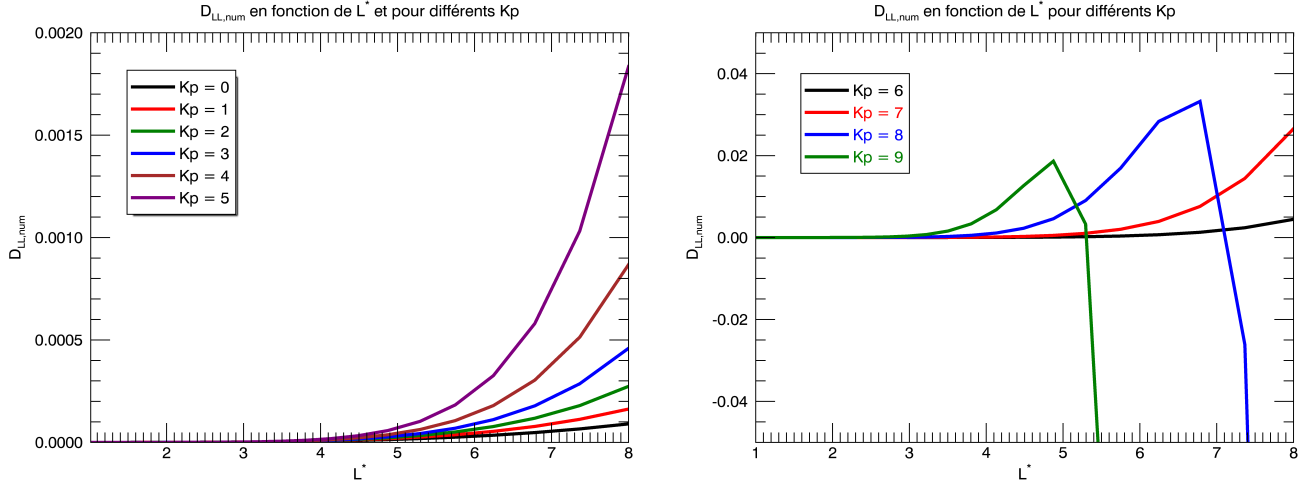


FIGURE 4.8 – Coefficient de diffusion numérique $D_{LL,num}$ en fonction de L^* et Kp . À gauche : Kp de 0 à 5. À droite : Kp de 6 à 9. Les plateaux à bas L^* correspondent à des valeurs très faibles et non à des valeurs nulles.

Comme constaté sur la figure 4.8 de droite, $D_{LL,num}$ devient négatif à forts Kp , traduisant le non-respect de la condition CFL et donc, l'instabilité du code. Néanmoins, il convient de prendre également en compte la diffusion physique D_{LL} due aux perturbations magnétiques. Nous pouvons alors noter :

$$D_{LL,tot} = D_{LL} + D_{LL,num}$$

C'est ce coefficient de diffusion totale qui doit être positif afin de garantir la stabilité du code. De plus, $D_{LL,num}$ doit être négligeable devant D_{LL} afin que la diffusion numérique ne prenne pas le pas sur l'évolution physique de la fonction de distribution. En outre, le fait de traiter ce problème de diffusion numérique dans un pire-cas nous assure de le traiter dans toutes les autres configurations possibles. Les figures 4.9 ci-dessous présentent, d'une part, le coefficient de diffusion totale (à gauche) et d'autre part, le rapport entre la diffusion numérique et la diffusion physique pour différentes valeurs de l'indice d'activité géomagnétique Kp (à droite).

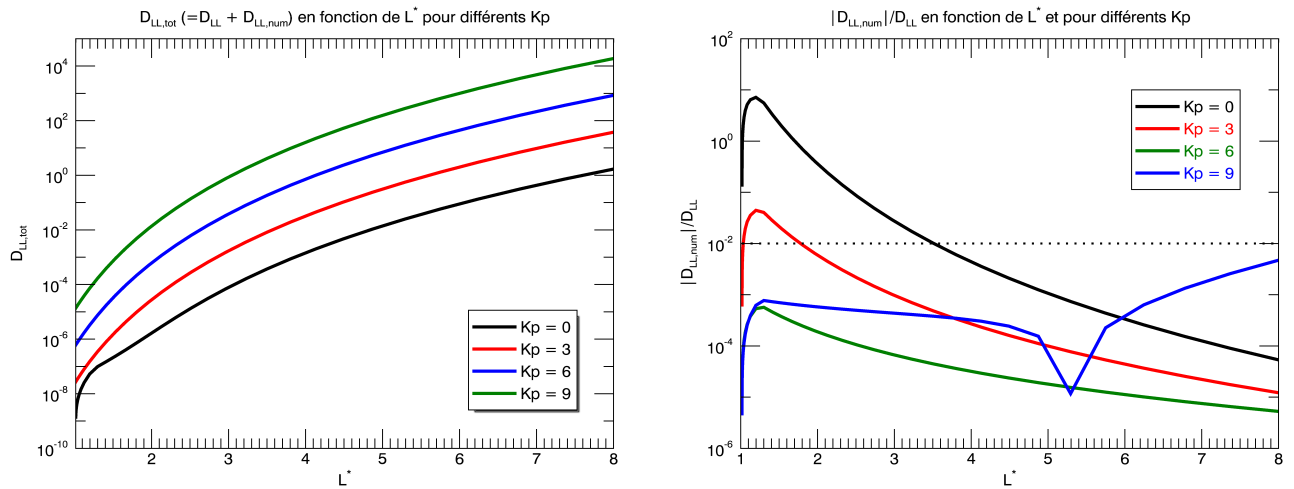


FIGURE 4.9 – À gauche : Coefficient de diffusion totale $D_{LL,tot}$ en fonction de L^* et Kp . À droite : Rapport entre $|D_{LL,num}|$ et D_{LL} en fonction de L^* et Kp .

Comme illustré sur la figure 4.9 de gauche, le coefficient de diffusion totale $D_{LL,tot}$ est bien positif, et ce quelles que soient les valeurs de Kp et de L^* . La stabilité du code dans le cadre d'un schéma de type Upwind du premier ordre est donc garantie. De plus, nous pouvons observer sur la figure 4.9 de droite que la diffusion numérique devient rapidement négligeable devant la diffusion physique. En effet, D_{LL} est vite supérieur de quelques décades à $D_{LL,num}$. En posant un ratio acceptable de l'ordre du pourcent, nous pouvons malgré tout observer une zone, à bas L^* , où la diffusion numérique ne devient plus négligeable, et devient même supérieure à la diffusion radiale physique dans le cas où Kp est compris entre 0 et 1. Néanmoins, il est important de préciser que ces cas de figures n'ont jamais lieu. En effet, cette zone est située dans la plasmasphère, là où le champ électrique de convection est écranté par la forte densité électronique (plasmasphère considérée comme un conducteur parfait). La localisation de la plasmasphère en fonction de l'indice d'activité géomagnétique Kp est illustrée sur la figure 4.10 ci-dessous.

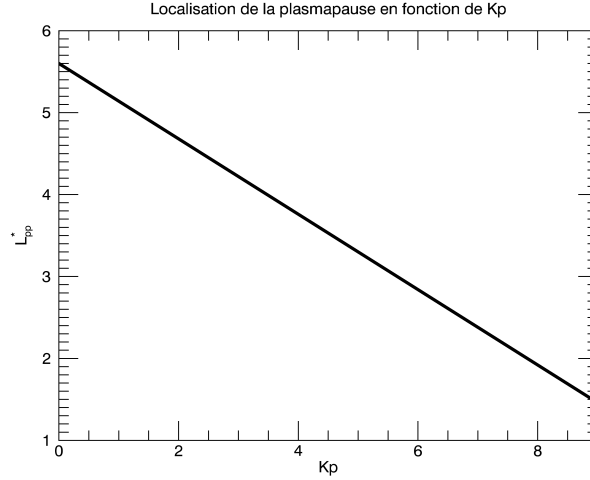


FIGURE 4.10 – Localisation de la plasmopause en fonction de Kp selon le modèle de Carpenter [Carpenter and Anderson, 1992].

Comme observé, la plasmasphère s'étend à des L^* de l'ordre de 5 à faibles Kp . Au niveau des coquilles de dérive plus internes, l'absence de champ électrique de convection n'engendre donc plus de diffusion numérique selon L^* .

D'après ces différents résultats, nous pouvons en conclure qu'il n'est pas nécessaire de tenir compte de la diffusion numérique selon L^* . En effet, le processus de diffusion radiale prend rapidement le pas jusqu'à la rendre complètement négligeable. Ceci étant, nous pouvons donc discrétiser la partie advective selon L^* avec un schéma de type Upwind du premier ordre. Cela va nous permettre de limiter les temps de calculs, sans perdre en précision, mais aussi de prévenir la génération d'oscillations parasites, du fait de la monotonie de ce schéma numérique (voir partie 4.3.1).

4.5 Conclusion

Plusieurs conclusions sont à tirer de cette étude numérique. La première est qu'un schéma de discrétisation simple du premier ordre ne suffit pas à implémenter la partie advective selon φ_3 de l'équation de Boltzmann 4D. En effet, le schéma de type Upwind du premier ordre testé avec une condition initiale réaliste est source d'une importante diffusion numérique, prenant le pas sur toute l'information initiale après seulement quatre périodes de dérive. Afin de gagner en précision, nous avons implémenté et testé des schémas d'ordre deux et supérieurs dans le code. Nous avons alors pu constater l'apparition d'autres problèmes numériques. En effet, des oscillations numériques sont générées, renvoyant des valeurs négatives non-physiques de la distribution advectée. De plus, nous avons noté la présence de dispersion numérique, le pic de la distribution se déplaçant plus vite que le pic théorique. Afin de remédier à ces différents problèmes, nous avons alors implémenté la méthode des limiteurs en utilisant le couplage entre le schéma de Beam-Warming du second ordre avec le limiteur Superbee. Cela nous a donné des résultats très satisfaisants, avec la bonne conservation de la distribution gaussienne initiale, tout en garantissant la nature conservative du schéma. En effet, le maximum du pic initial est diminué de seulement 30% après quatre périodes

de dérive, ce qui est un bon résultat du fait de la forte dynamique des ceintures de radiation sur ce même laps de temps. Nous nous sommes par la suite intéressés à l'advection selon la coordonnée L^* . La différence majeure était de savoir si la diffusion numérique engendrée peut devenir prédominante sur le processus de diffusion radiale. La comparaison entre, d'une part, le coefficient de diffusion numérique calculé à partir de la vitesse d'advection selon L^* et d'autre part, le coefficient de diffusion radiale D_{LL} , a montré que la diffusion numérique pouvait être négligée sur cette coordonnée. Ceci nous a donc permis d'implémenter un schéma numérique simple de type Upwind du premier ordre, nous garantissant alors l'optimisation des temps de calculs sans la présence d'oscillations parasites ni de dispersion numérique. La robustesse du schéma numérique du modèle Salammbô 4D est donc assurée et contrôlée.

Ces différents problèmes numériques étant traités, le chapitre suivant va s'attacher à implémenter les différents processus physiques dans le modèle Salammbô 4D, de la diffusion radiale aux dropouts, en passant par une étude sur la dépendance en MLT de l'interaction onde-particule.

Chapitre 5

Prise en compte des processus physiques et validation du modèle Salammbô 4D

5.1	Processus homogènes en MLT	82
5.2	Processus dépendants en MLT	84
5.2.1	Interaction onde-particule	84
5.2.2	Dropouts et pertes par traversée de la magnétopause	87
5.3	Le mapping	88
5.4	Condition aux limites	91
5.4.1	Du modèle homogène au modèle dépendant en temps local magnétique	91
5.4.2	Étude sur les paramètres de la condition aux limites	92
5.5	Simulation de l'orage de Mars 2015 - St-Patrick storm	95
5.5.1	Validation avec le modèle Salammbô 3D	96
5.5.2	Consolidation du modèle par comparaison aux données à basse énergie	99
5.5.3	Impact de la dynamique de la condition limite	102
5.6	Conclusion	104

Comme nous l'avons vu dans le chapitre 3, la modélisation de la dynamique des particules de basses énergies et l'accès aux différentes structures fines développées durant les orages géomagnétiques passent par la prise en compte de la coordonnée MLT. Pour ce faire, nous sommes partis de la base du modèle Salammbô 3D actuel et nous avons implémenté l'équation de Boltzmann 4D rendant compte du mouvement de dérive des particules autour de la Terre. Après avoir traité les différents problèmes numériques inhérents à l'apparition de la partie advective dans cette équation (voir chapitre 4), ce chapitre se propose de détailler la prise en compte des différents processus physiques dans le modèle Salammbô 4D. Nous introduirons tout d'abord les mécanismes de diffusion radiale et de frictions et collisions, considérés comme homogènes en MLT. Par la suite, nous présenterons l'étude menée afin de déterminer une première dépendance en temps local magnétique concernant le processus d'interaction onde-particule, avec une présentation du code WAPI associé. En se basant sur les résultats de [Herrera et al., 2016], nous aborderons ensuite le mécanisme de dropout et la prise en compte du MLT dans les pertes par traversée de la magnétopause. Après cela, nous présenterons l'étape dite de mapping, permettant la transformation d'un couple de coordonnées de l'espace de résolution de l'équation à un couple de coordonnées géographiques. Les calculs seront détaillés en fonction du modèle de champ magnétique de Mead. Puis nous passerons à une étude de l'influence de la condition aux limites dans le modèle Salammbô 4D sur la dynamique à basses énergies, avec une recherche sur sa localisation et son étendue en MLT. Enfin, après avoir proposé une première validation de notre modèle par rapport au modèle 3D déjà existant, nous présenterons une simulation d'un orage géomagnétique à basse énergie afin d'observer l'asymétrie de la dynamique des électrons piégés et le rôle prépondérant du champ électrique de convection. Cette simulation sera confrontée aux données du satellite THEMIS A. Enfin, nous analyserons une simulation effectuée avec l'implémentation d'une condition aux limites dynamique et pilotée par différents paramètres du vent solaire. Ces résultats seront comparés aux données des satellites THEMIS-A et RBSP-A. Nous pourrions ainsi conclure sur l'apport de ce travail de thèse sur la prise en compte du temps local magnétique dans la modélisation fine de la dynamique des ceintures de radiation terrestres.

5.1 Processus homogènes en MLT

Cette première section reprend les processus déjà pris en compte de manière homogène dans le modèle Salammbô 3D. Parmi ces mécanismes, il y a les frictions et les collisions. Du fait de son importance moindre par rapport aux autres processus ($dE/dt \approx 3 \times 10^{-5} \text{ MeV.jour}^{-1} = 0.03 \text{ keV.jour}^{-1}$ pour un électron de 300 keV à $L^* = 4$, voir figure 5.1, comparé à un temps caractéristique moyen de pertes d'environ 10 heures dû aux ondes, voir figure 5.5), nous considérons les frictions et collisions homogènes quelque soit le MLT où se situe la particule sur la coquille de dérive (pour plus de détails, voir partie 1.4.3).

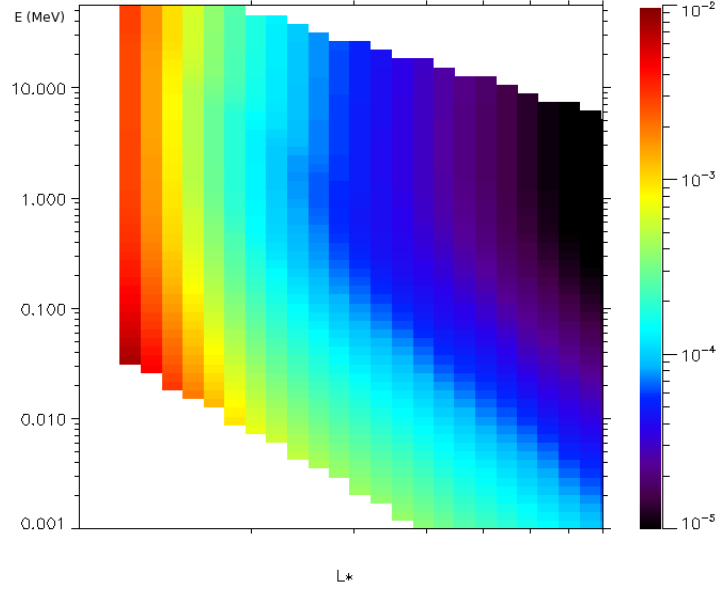


FIGURE 5.1 – dE/dt (MeV.jour^{-1}) en valeur absolue pour des électrons équatoriaux à $Kp = 1$. Carte en fonction de l'énergie et de L^* .

Néanmoins, nous allons nous focaliser sur l'autre processus considéré comme homogène en MLT, du fait de son rôle central dans la dynamique des particules piégées : la diffusion radiale. Comme nous l'avons vu dans la partie 1.4.1, le processus de diffusion radiale constitue le principal moteur de la topologie des ceintures de radiation. En effet, par les variations magnétiques et électriques à grande échelle pendant les orages, ce mécanisme permet l'injection des particules issues du feuillet neutre dans les ceintures de radiation.

Cependant, comme nous l'avons mentionné, ce processus reste difficilement estimable. En effet, d'une étude à l'autre, le coefficient de diffusion radiale D_{LL} apparaissant dans l'équation de Boltzmann 4D peut varier de plusieurs décades (voir figure 5.2 de gauche). Ceci peut s'expliquer par le fait qu'il est particulièrement difficile de suivre une particule pendant son transport à travers les différentes coquilles de dérive. De plus, la prise en compte du MLT dans la diffusion radiale réside aussi dans l'origine même de ce processus. En effet, dépendant intrinsèquement des variations temporelles du champ électromagnétique, il faudrait alors connaître la topologie de ce champ en tout point de l'espace. Bien que la couverture satellitaire ne cesse de s'étendre autour de la Terre, cette information est pour l'heure inaccessible. De plus, malgré les travaux de [Garault, 2012] illustrant l'amélioration de la représentativité des coefficients de diffusion radiale via les modèles de champ magnétique, leur estimation est toujours limitée par la précision et la dynamique de ces modèles de champ.

Comme mentionné dans la partie 3.2.2, tous les modèles concurrents du code Salammbô 3D utilisent les coefficients D_{LL} déterminés par [Brautigam and Albert, 2000], et fonctions de Kp et L^* . Le modèle Salammbô utilise lui des coefficients établis à partir des mesures des satellites GOES et d'indices sectoriels (voir [Boscher, 2016] pour plus de détails). Ce modèle ne diffère pas grandement du modèle de [Brautigam and Albert, 2000] à haute activité magnétique mais s'en écarte en devenant plus important à bas Kp , comme illustré sur la figure 5.2 de droite.

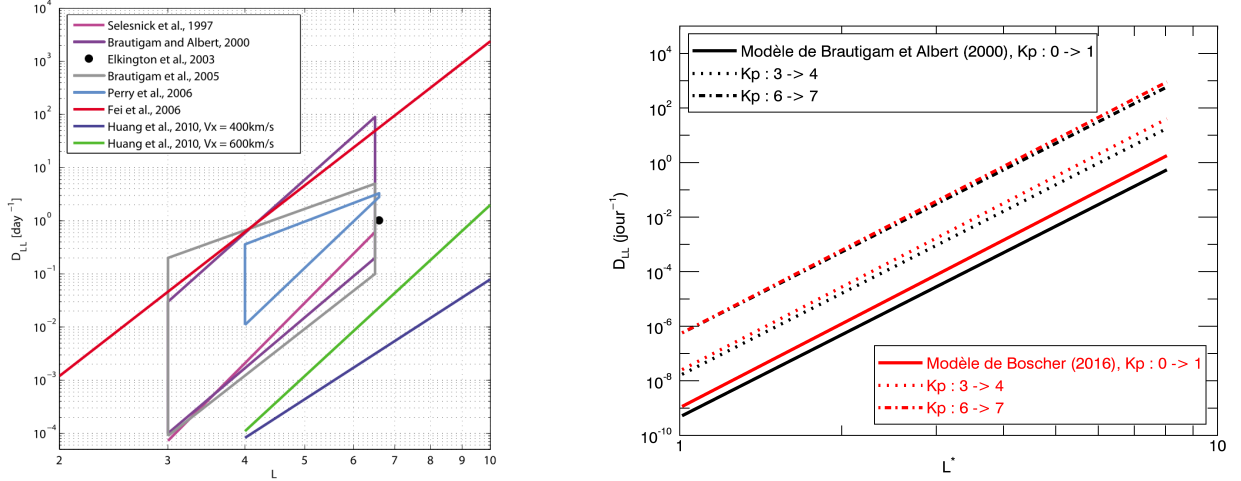


FIGURE 5.2 – À gauche : Coefficient de diffusion radiale D_{LL} en fonction des différentes études. Figure extraite de [Lejosne, 2013]. À droite : Comparaison des coefficients D_{LL} (en jour^{-1}) des modèles de [Brautigam and Albert, 2000] (en noir) et de [Boscher, 2016] (en rouge) pour $Kp = 0$ (trait plein), $Kp = 3$ (pointillés) et $Kp = 6$ (tirets).

Les coefficients du modèle de [Boscher, 2016] s'expriment en fonction de Kp et L^* comme :

$$D_{LL} = L^{*10.2} 10^{0.45Kp-8.985} \quad (5.1)$$

Afin de nous assurer de la bonne prise en compte de la diffusion radiale dans notre code, nous avons réalisé une simulation à $Kp = 4$ avec une condition limite homogène en MLT, et une magnétosphère initialement vide. Comme nous pouvons le constater sur la figure 5.3 de gauche, à mesure que la simulation avance, les électrons sont injectés de plus en plus profondément à l'intérieur des ceintures jusqu'à atteindre un palier. En effet, du fait de la dépendance de la diffusion radiale au gradient en L^* , une fois la condition limite propagée plus bas, un plateau en L^* est observable (voir figure 5.3). On atteint alors un état stationnaire.

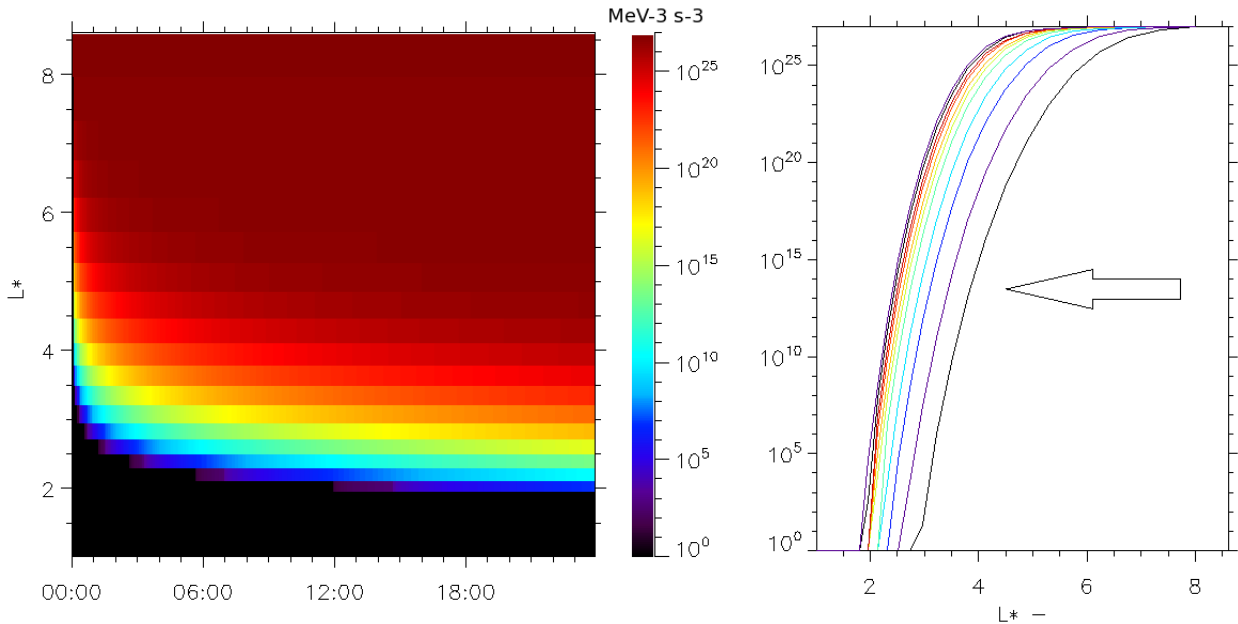


FIGURE 5.3 – À gauche : Fonction de distribution f en fonction de L^* au cours du temps à $Kp = 4$ pour des électrons équatoriaux à $M = 200 \text{ MeV.G}^{-1}$. À droite : f à différents instants.

5.2 Processus dépendants en MLT

5.2.1 Interaction onde-particule

Comme nous l'avons vu dans la partie 1.4.2, l'interaction onde-particule fait également partie des processus prépondérants dans la dynamique des électrons des ceintures de radiation. De plus, la coordonnée MLT rentre pleinement en jeu dans leur implémentation, du fait de leur distribution asymétrique et du type d'onde à prendre en compte (voir figure 1.15). Afin de calculer de nouveaux coefficients de diffusion dépendants du temps local magnétique, nous avons également utilisé le code WAPI de l'ONERA.

Ce code développé depuis maintenant une dizaine d'année au sein du DPhIEE permet d'étudier l'interaction onde-particule sur une large gamme de fréquence (de 100 Hz à 10 kHz, voir partie 1.4.2) grâce à une base de données d'ondes issues de nombreux satellites dont CRRES, POLAR, DOUBLE STAR1, DE1, CLUSTER1 et THEMIS A,D,E. Cette base est créée par tri sur les différents paramètres d'intérêt (L^* , Kp , MLT) des spectres en fréquence mesurés par chaque satellite. Ces spectres sont alors modélisés par quatre gaussiennes en fréquence dont les caractéristiques sont listées dans le tableau 5.1 ci-dessous. Notons par ailleurs que chaque gaussienne est proche d'un certain type d'ondes.

Distribution gaussienne	Gamme de fréquence	Type d'onde considéré
1	200 ± 300 Hz	Hiss
2	800 ± 500 Hz	Hiss
3	2500 ± 1500 Hz	Lower Chorus
4	7000 ± 5000 Hz	Upper Chorus

TABLE 5.1 – Caractéristiques des quatre gaussiennes définies dans le code WAPI et types d'ondes associés.

En utilisant une théorie quasi-linéaire et en calculant la relation de dispersion et la condition de résonance caractérisant l'interaction onde-particule, ce code nous permet d'établir les coefficients de diffusion en angle d'attaque et en énergie, tout en tenant compte de la dynamique de la magnétosphère (voir partie 1.4.2 pour plus de détails). Néanmoins, calculer ces coefficients pour chaque MLT serait beaucoup trop coûteux en temps de calculs. Pour parer à cette difficulté, une étude sur l'intensité du champ magnétique en fonction du MLT a été réalisée en se basant sur [Shprits et al., 2009]. En effet, les coefficients de diffusion (en angle d'attaque et en énergie) sont directement proportionnels à B_w^2 (dans le cas quasi-linéaire). Nous pouvons donc normaliser les coefficients des études précédentes par l'intensité homogène en MLT B_w^2 des ondes puis ensuite les remultiplier par l'intensité dépendante du MLT φ . Mis en équation, cela nous donne :

$$\begin{cases} D_{\alpha\alpha}(E, y, L^*, \varphi) = \frac{D_{\alpha\alpha}(E, y, L^*)}{B_w^2(L^*)} \times B_w^2(L^*, \varphi) \\ D_{EE}(E, y, L^*, \varphi) = \frac{D_{EE}(E, y, L^*)}{B_w^2(L^*)} \times B_w^2(L^*, \varphi) \end{cases} \quad (5.2)$$

Le spectre étant découpé en quatre gaussiennes, il nous faut donc retrouver quatre B_w^2 fonctions de L^* et de φ . Nous découplons alors la dépendance aux deux paramètres, soit :

$$B_w^2(L^*, \varphi) = f(L^*)g(\varphi) \quad (5.3)$$

L'approximation de f et g par des polynômes d'ordre 7 garantit une grande précision et permet de lisser l'intensité finale obtenue, comblant les éventuels trous de données. L'approximation polynomiale des deux fonctions est détaillée dans [Mateo-Velez et al., 2017]. L'intensité B_w^2 (voir figures 5.4) nous permet donc de prendre en compte certaines dépendances en MLT déjà connues. En effet, pour les deux dernières gaussiennes, correspondant majoritairement aux ondes de type Chorus, l'intensité est moins élevée dans le secteur après-midi, ce qui confirme la distribution de ce type d'ondes majoritairement entre 00h00 MLT et 12h00 MLT (voir partie 1.4.2).

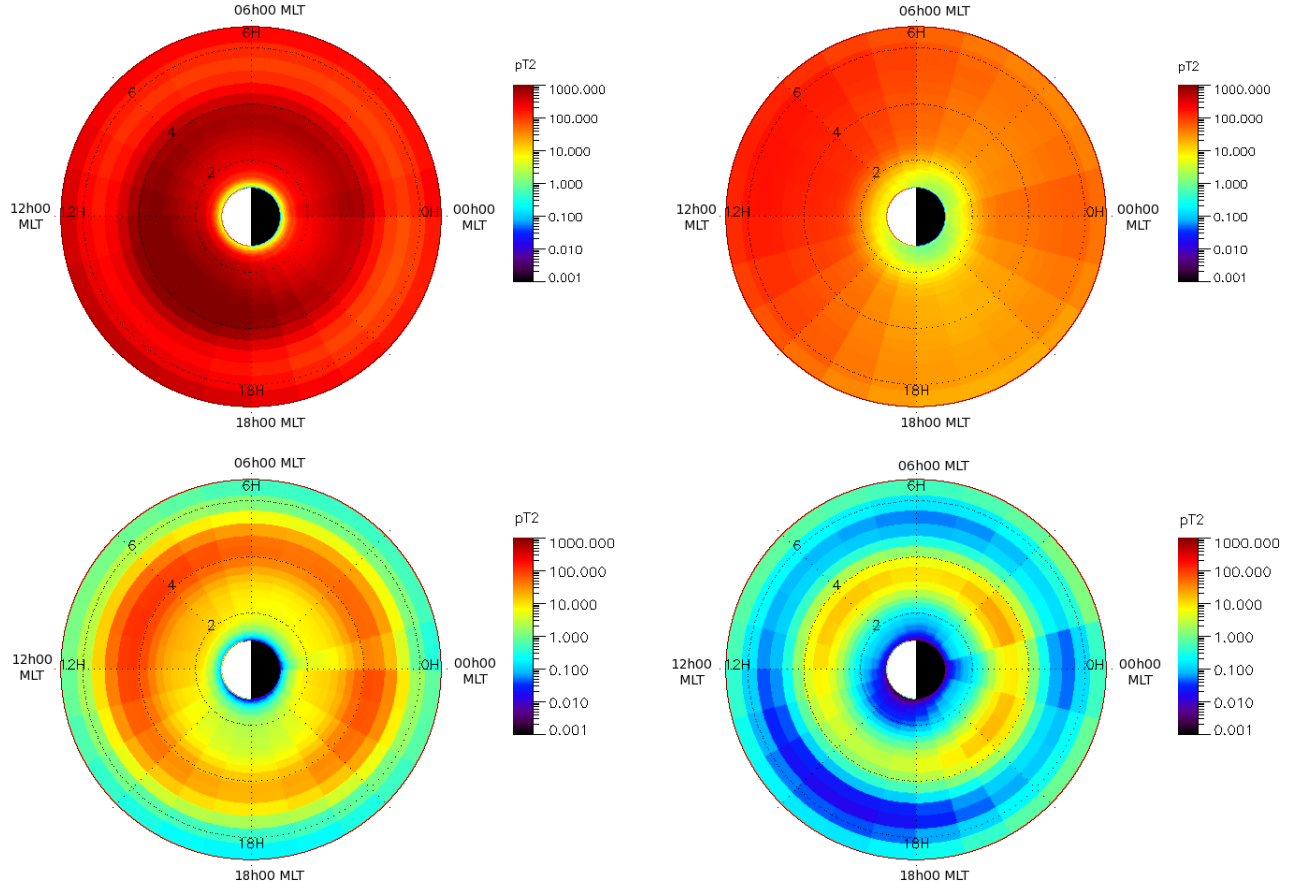


FIGURE 5.4 – Intensité magnétique des ondes B_w^2 (pT^2) en fonction de L^* et du MLT pour les quatre distributions gaussiennes. En haut à gauche : 200 ± 300 Hz. En haut à droite : 800 ± 500 Hz. En bas à gauche : 2500 ± 1500 Hz. En bas à droite : 7000 ± 5000 Hz. Figures extraites de [Mateo-Velez et al., 2017].

Ainsi établies, les intensités B_w^2 dépendantes du MLT nous permettent, via l'équation (5.2), de remonter aux coefficients de diffusion en énergie D_{EE} et en angle d'attaque $D_{\alpha\alpha}$.

Néanmoins, pour l'étude des pertes induites par l'interaction onde-particule, il est plus intéressant d'utiliser un temps caractéristique de perte moyen τ le long de la ligne de champ plutôt qu'un coefficient de diffusion $D_{\alpha\alpha}$ (ou D_{yy}). En partant de l'équation de Fokker-Planck et en ne considérant que la dimension α pour l'étude de la diffusion en angle d'attaque, nous pouvons calculer le temps caractéristique moyen de perte τ (calcul détaillé en Annexe C). Ceci nous permet finalement de tracer des cartes de τ en fonction du MLT et de L^* pour différentes énergies et valeurs de Kp (voir figures 5.5). Comme nous pouvons le constater, le temps caractéristique moyen de pertes τ dépend bien du MLT, avec des valeurs pouvant plus que doubler en fonction du secteur où se trouve la particule piégée le long de sa dérive. Par exemple, aux environs de $L^* = 6$, τ est de l'ordre de l'heure dans le secteur après-midi mais est environ trois fois plus important côté nuit. La plasmopause est également bien visible sur la figure de gauche, à $L^* = 5.16$. À l'intérieur, les temps caractéristiques moyens de pertes sont aussi dépendants du MLT, avec des ordres de grandeur allant de la dizaine d'heures à la semaine. En outre, le rôle de l'interaction onde-particule dans la plasmasphère est ici bien mis en évidence. En effet, sur la figure de droite, à $Kp = 9$, celle-ci est fortement comprimée et l'ordre de grandeur de τ peut alors atteindre le mois (voir figure 5.5 de droite secteur après-midi vers $L^* = 3.5$). Concernant les coefficients de diffusion en énergie D_{EE} (voir figures 5.6), nous pouvons également constater leur dépendance en MLT. De plus, il est intéressant de noter que les valeurs de ces coefficients sont bien plus importantes hors de la plasmasphère. Ceci traduit bien l'effet des ondes de type Chorus. En effet, elles sont situées en-dehors de la plasmasphère (voir partie 1.4.2) et via la diffusion en énergie (traduite par le coefficient D_{EE}), elles conduisent à un gain en énergie des électrons, du fait de leur spectre en énergie globalement exponentiellement décroissant, en période de recouvrement d'orage magnétique.

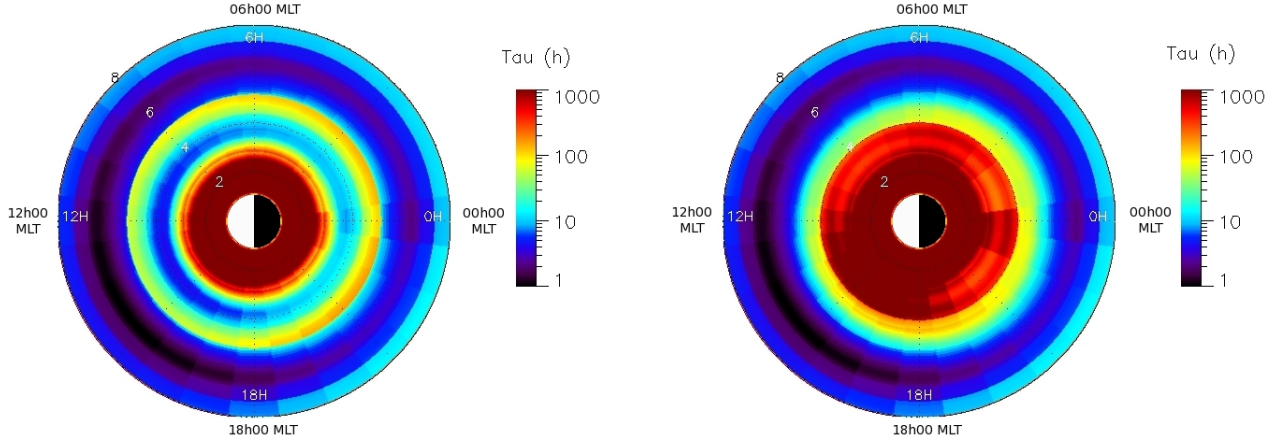


FIGURE 5.5 – Temps caractéristique moyen τ de perte (en heures) dû aux interactions onde-particule en fonction de L^* et du MLT pour des électrons de 300 keV. À gauche : $Kp = 1$. À droite : $Kp = 9$.

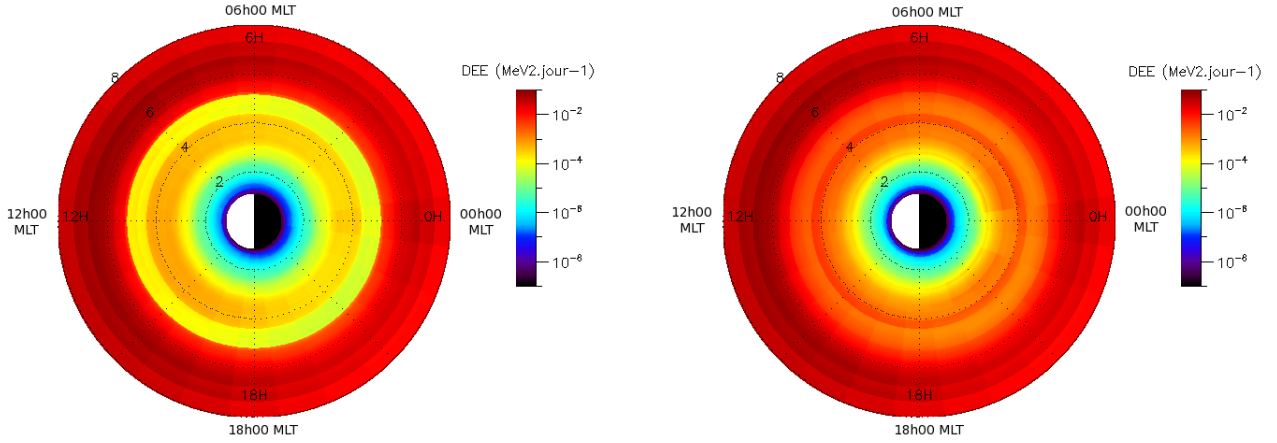


FIGURE 5.6 – Coefficients de diffusion en énergie D_{EE} (en $\text{MeV}^2.\text{jour}^{-1}$) dû aux interactions onde-particule en fonction de L^* et du MLT pour des électrons de 300 keV. À gauche : $Kp = 1$. À droite : $Kp = 9$.

Afin d'illustrer l'importance de la prise en compte du MLT dans ce processus, nous avons réalisé une simulation en ne tenant compte que de l'interaction onde-particule, pour une magnétosphère initialement remplie et sans injection, à $Kp = 4$ et sur 1 jour.

Les processus homogènes en MLT (figure 5.7 de gauche) ou asymétriques (figure 5.7 de droite) conduisent à des états très différents après 1 jour de simulation. Nous pouvons notamment observer un flux d'électrons plus faible de plusieurs décades côté après-midi entre les deux simulations. Ceci est en accord avec des temps caractéristiques moyens de pertes τ plus courts dans ce secteur dans le cas asymétrique. Il faut bien garder à l'esprit que nous nous situons dans un pire cas, avec l'absence de diffusion radiale ou d'injection de particules pour lisser le phénomène de perte. Cependant, ces résultats témoignent bien de l'importance du temps local magnétique dans l'interaction onde-particule, tout particulièrement en période d'orage où les ondes sont intensifiées.

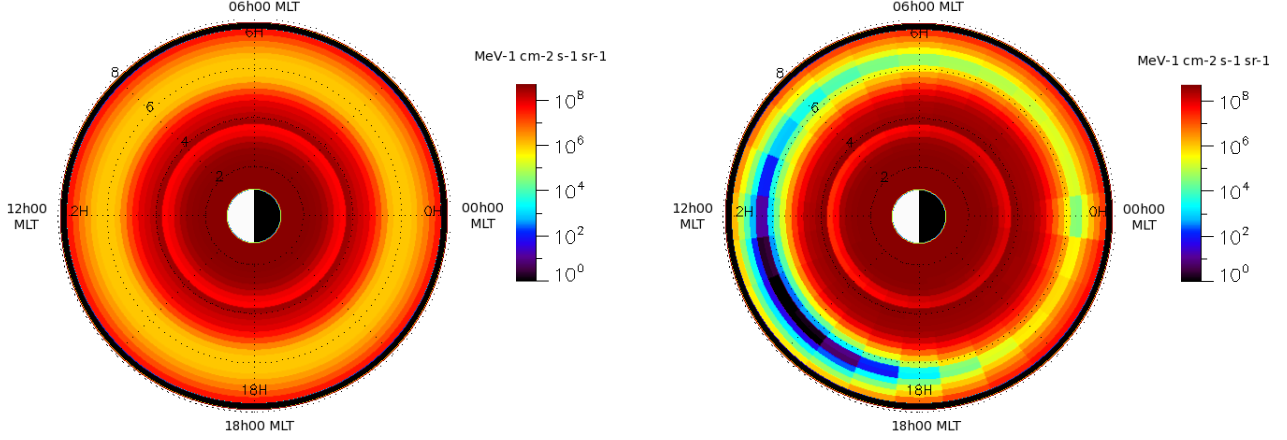


FIGURE 5.7 – Flux d’électrons équatoriaux de 300 keV après 1 jour à $Kp = 4$ pour une magnétosphère initialement remplie et sans condition limite. À gauche : Processus homogènes en MLT. À droite : Processus dépendant du MLT.

5.2.2 Dropouts et pertes par traversée de la magnétopause

Comme abordé dans la partie 1.4.4, la perte par traversée de la magnétopause est un mécanisme asymétrique, du fait de la compression de la magnétopause côté jour. Afin de le prendre en compte, nous sommes donc partis de la méthode introduite dans [Herrera et al., 2016], à savoir définir la distance Terre-magnétopause sous la forme d’un paramètre de coquille de dérive L_{mp}^* . Pour le code Salammbô 4D, nous avons dû améliorer ce modèle afin de prendre en compte sa dépendance en MLT. Pour ce faire, nous nous sommes appuyés sur les travaux de Shue et al. [1998].

Nous avons donc calculé la distance de la Terre à la magnétopause en fonction du MLT. En utilisant le modèle de Shue et al. [1998], cela nous donne :

$$r = r_0 \left(\frac{2}{1 + \cos \theta} \right)^\alpha \quad (5.4)$$

avec :

- r la distance radiale,
- θ l’angle entre le zénith, la Terre et la direction solaire (directement dépendant du MLT),
- r_0 la distance au nez de la magnétopause,
- α un paramètre traduisant l’aplatissement de la magnétopause.

Dans ce modèle, $\alpha = (0.58 - 0.007 B_z)[1 + 0.024 \ln(D_p)]$.

Nous avons ensuite converti cette distance en paramètre L_{mp}^* , grâce au modèle de champ magnétique T89c (voir Tsyganenko [1989]). Bien que le modèle de Mead soit utilisé pour le calcul de la partie magnétique de la vitesse d’advection selon φ_3 , rappelons que ces deux modèles de champ magnétiques sont assez proches (voir partie 2.3.2). Cette étape était nécessaire afin de pouvoir exprimer r en une coordonnée de la grille du modèle Salammbô 4D. Cette transformation est à relier à l’étape du mapping, expliquée dans la section suivante. Par la suite, afin de prendre en compte l’asymétrie des pertes par traversée de la magnétopause dans le modèle Salammbô 4D, nous avons appliqué à $L_{mp}^*(12h00 \text{ MLT})$ (représentant la distance de la Terre au nez de la magnétopause en paramètre L^*) la même dépendance que pour le paramètre r (voir équation (5.4)), à savoir :

$$\begin{cases} L_{mp}^*(\varphi_3) = L_{mp}^*(\varphi_3 = \pi) \times \left(\frac{2}{1 + \cos \theta} \right)^\alpha \\ \alpha = (0.58 - 0.007 B_z)[1 + 0.024 \ln(D_p)] \end{cases} \quad (5.5)$$

Nous disposons maintenant d'un modèle simple, asymétrique et dynamique de perte par traversée de la magnétopause à travers la dépendance via les paramètres du vent solaire (la composante B_z du champ magnétique interplanétaire et la pression dynamique D_p). Cela va s'avérer très utile afin de modéliser les dropouts observés sur la ceinture externe d'électrons lors d'orages géomagnétiques (voir section 5.5).

5.3 Le mapping

L'étape du *mapping* intervient après la résolution de l'équation de Boltzmann 4D. En effet, celle-ci se résout dans l'espace des phases. Afin d'avoir une compréhension physique plus intuitive, on représente le résultat dans l'espace réel des coordonnées spatiales, le même que celui utilisé pour la représentation graphique des données satellites. Le *mapping* consiste donc à trouver le couple de coordonnées de l'espace des phases (M, K, L^*, φ_3) (ou (E, y, L^*, φ_3)) correspondant à un couple de coordonnées spatiales (E, r, θ, φ) donné (voir figure 5.8). Cette transformation de coordonnées dépend des modèles de champs magnétique et électrique utilisés. Nous présentons ici l'étape du mapping de la partie magnétique.

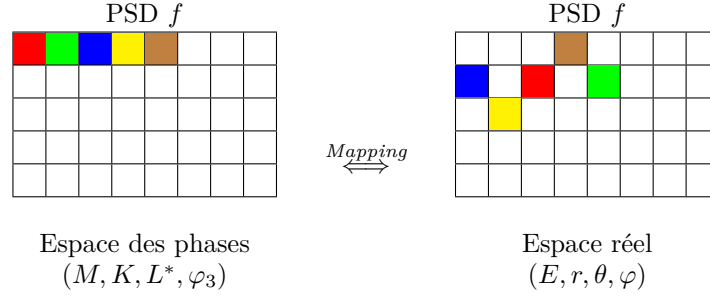


FIGURE 5.8 – Illustration du mapping avec le passage de l'espace des phases à l'espace réel, et inversement.

Rappelons qu'il faut veiller à bien faire la distinction entre φ (coordonnée réelle dans le système sphérique, correspondant au MLT) et φ_3 (variable angle de l'espace des phases). En effet, bien que confondues dans le cas d'un champ magnétique dipolaire, elles sont néanmoins différentes et ne coïncident pas pour des champs magnétiques plus complexes, comme le modèle de champ magnétique de Mead.

Afin de trouver la première relation entre r_0 (ou r) et L^* , nous rappelons la définition du troisième invariant adiabatique dans le cadre d'un modèle de champ magnétique de Mead (voir équation (2.39)) :

$$\frac{J_3}{|q|a^2} = -\frac{B_0}{r_0} - \frac{Sr_0^2}{2} - \frac{Ar_0^3}{3} \cos \varphi_0 \quad (5.6)$$

Ici, B_0 représente la valeur du champ magnétique à la surface de la Terre et (r_0, φ_0) un couple de coordonnées d'une coquille de dérive. Or, d'après l'équation (2.36), L^* et J_3 sont reliés par :

$$J_3 = \frac{qB_0a^2}{L^*} \quad (5.7)$$

ce qui nous donne, après calculs, les relations suivantes :

$$\begin{cases} \frac{A \cos \varphi_0}{3} r_0^4 + \frac{S}{2} r_0^3 - \frac{B_0}{L^*} r_0 + B_0 = 0 \\ L^* = \frac{6B_0 r_0}{2A \cos \varphi_0 r_0^4 + 3Sr_0^3 + 6B_0} \end{cases} \quad (5.8)$$

La première relation nous donne un polynôme en r_0 dont le calcul de la racine physique nous donne $r_0(L^*)$. Au contraire, la seconde relation nous donne directement $L^*(r_0, \varphi_0)$. Cette seconde formule exprime bien l'étape du mapping, à savoir la correspondance d'une unique coquille de dérive à L^* pour un couple de coordonnées (r_0, φ_0) .

Afin de trouver l'expression de r_0 en fonction de L^* , nous faisons l'hypothèse que, dans le cas du modèle de Mead, avec des perturbations du premier ordre :

$$r_0 = L^* + \varepsilon \quad \text{avec} \quad \varepsilon \ll L^* \quad (5.9)$$

Nous réinjectons ensuite cette équation dans le polynôme d'ordre 4 en r_0 afin d'en déduire la valeur de ε . Ceci nous donne :

$$\begin{aligned} & \frac{A \cos \varphi_0}{3} (L^* + \varepsilon)^4 + \frac{S}{2} (L^* + \varepsilon)^3 - \frac{B_0}{L^*} (L^* + \varepsilon) + B_0 = 0 \\ \Rightarrow & \frac{A \cos \varphi_0}{3} L^{*4} \left(1 + \frac{4\varepsilon}{L^*} \right) + \frac{S}{2} L^{*3} \left(1 + \frac{3\varepsilon}{L^*} \right) - \frac{B_0}{L^*} (L^* + \varepsilon) + B_0 = 0 \quad (\text{Développement limité à l'ordre 1}) \\ \Rightarrow & \varepsilon \left(\frac{B_0}{L^*} - \frac{4A \cos \varphi_0 L^{*3}}{3} - \frac{3SL^{*2}}{2} \right) = \frac{S}{2} L^{*3} + \frac{A \cos \varphi_0}{3} L^{*4} \\ \Rightarrow & \varepsilon \left(\frac{6B_0 - 8A \cos \varphi_0 L^{*4} - 9SL^{*3}}{6L^*} \right) = \frac{S}{2} L^{*3} + \frac{A \cos \varphi_0}{3} L^{*4} \\ \Rightarrow & \varepsilon = L^* \left[\frac{3SL^{*3} + 2A \cos \varphi_0 L^{*4}}{6B_0 - 9SL^{*3} - 8A \cos \varphi_0 L^{*4}} \right] \end{aligned}$$

En reprenant la relation (5.9) entre r_0 , L^* et ε , nous obtenons au final :

$$r_0 = L^* \left[1 + \frac{3SL^{*3} + 2A \cos \varphi_0 L^{*4}}{6B_0 - 9SL^{*3} - 8A \cos \varphi_0 L^{*4}} \right] \quad (5.10)$$

Maintenant que la relation entre r_0 et L^* a été établie, nous pouvons vérifier si l'approximation faite au départ (voir équation (5.9)) est valide. Pour ce faire, nous avons défini r_0 de 1 à 8 R_E par pas de 0.25 pour calculer le paramètre L^* correspondant (via l'équation (5.8)). Ensuite, nous avons réinjecté L^* dans la relation (5.10) afin de comparer les valeurs initiales et finales. Les résultats sont présentés sur les deux figures 5.9 ci-après.

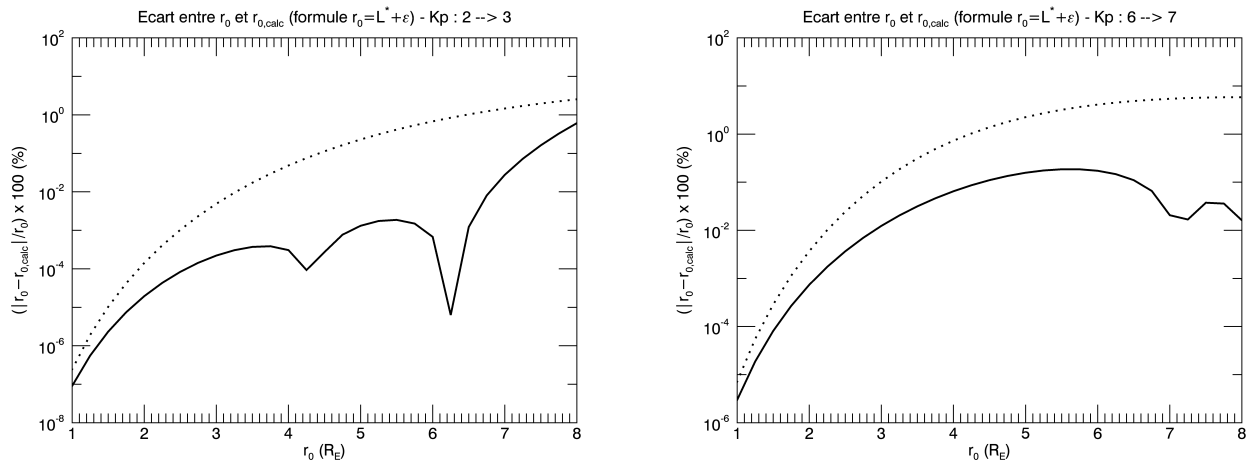


FIGURE 5.9 – Comparaison entre r_0 et $r_{0,calc}$ via la formule $r_0 = L^* + \varepsilon$. Résultats présentés sous forme de pourcentage, $|r_0 - r_{0,calc}|/r_0$. À gauche : $Kp : 2 \rightarrow 3$. À droite : $Kp : 6 \rightarrow 7$. Les courbes en trait plein correspondent à $\varphi_0 = 00h00$ MLT et celles en pointillés à $\varphi_0 = 12h00$ MLT

Comme illustré ci-dessus, la relation (5.9) constitue une excellente approximation afin de relier r_0 et L^* , pour une valeur de φ_0 donnée. En effet, l'écart entre les valeurs initiales et finales n'excède pas, dans le pire des cas, quelques %. Dans la suite, nous prendrons donc cette formule afin de faciliter le calcul des différentes variables dans le cadre d'un modèle de champ magnétique de Mead.

La première relation étant établie, intéressons-nous maintenant à celle reliant la variable angle φ_3 et le MLT φ_{mtt} . Pour ce faire, nous avons fait l'analogie avec la mécanique Képlérienne et le concept d'anomalies. Prenons un système satellite-Terre. Le satellite, suivant une ellipse tout au long de sa trajectoire autour de la Terre, va décrire un angle avec le demi grand axe de l'ellipse et la Terre, appelé anomalie vraie. En parallèle, la projection du satellite sur le cercle auxiliaire (dont le centre et le diamètre sont confondus avec respectivement le centre et le grand-axe de l'ellipse) va décrire, à vitesse constante, un angle appelé anomalie moyenne (voir figure 5.10). Les deux angles peuvent être reliés par une relation mathématique via l'intermédiaire d'une troisième anomalie, appelée anomalie excentrique. En faisant le rapprochement avec notre étude, on peut assimiler les différents paramètres comme suit :

- l'espace des coordonnées géographiques assimilé à l'ellipse,
- l'espace des phases assimilé au cercle auxiliaire,
- φ_{mtt} assimilé à l'anomalie vraie,
- φ_3 assimilé à l'anomalie moyenne.

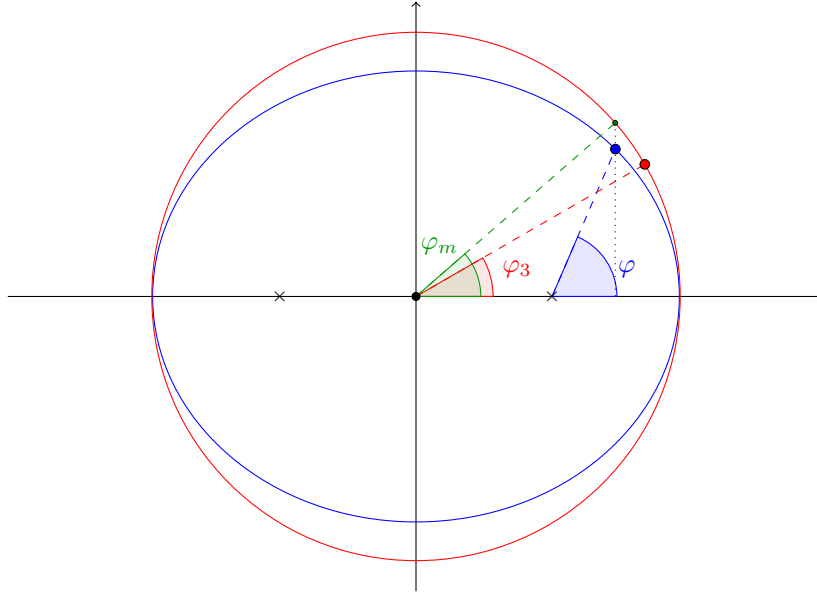


FIGURE 5.10 – Représentation de φ (correspondant au MLT) et de φ_3 en faisant l'analogie avec la mécanique Képlérienne. φ_m correspond à l'anomalie moyenne, qui nous sert ici d'angle intermédiaire.

Avec les relations de l'orbitographie (Geiges [2016] p.37 à 47), nous pouvons relier φ_3 et φ_{mtt} , via l'anomalie excentrique, par les équations suivantes :

$$\begin{cases} \tan^2\left(\frac{\varphi}{2}\right) = \left(\frac{1+e}{1-e}\right) \tan^2\left(\frac{\varphi_m}{2}\right) \\ \varphi_3 = \varphi_m - e \sin \varphi_m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \varphi_m = 2 \arctan \left[\sqrt{\frac{1-e}{1+e}} \tan\left(\frac{\varphi}{2}\right) \right] \\ \varphi_3 = \varphi_m - e \sin \varphi_m \end{cases} \quad (5.11)$$

Il nous reste maintenant à déterminer l'expression de l'excentricité. Dans le cadre d'un modèle de champ magnétique de Mead, comme la trace de la particule à l'équateur tout au long de son mouvement de rebond et de dérive est une ellipse, nous pouvons reprendre l'expression de r_{eq} (voir équation (2.31)) et écrire l'équation de l'ellipse comme :

$$r_{eq} = \frac{r_0}{1 + \frac{Ar_0^4}{3B_0} (\cos \varphi - \cos \varphi_0)} \quad (5.12)$$

ce qui nous donne une excentricité $e = Ar_0^4/3B_0$ et un paramètre $p = r_0$.

Après recombinaison des équations (5.11) et (5.12), nous obtenons au final nos deux relations nécessaires à l'étape du mapping pour la partie magnétique, nous permettant, pour un couple de coordonnées (r, φ_{mlt}) de trouver le couple de coordonnées correspondant (L^*, φ_3) dans l'espace des phases, et réciproquement.

$$\left\{ \begin{array}{l} L^* = \frac{6B_0 r_0}{2A \cos \varphi_0 r_0^4 + 3S r_0^3 + 6B_0} \\ \varphi_3 = 2 \arctan \left[\sqrt{\frac{1 - \frac{Ar_0^4}{3B_0}}{1 + \frac{Ar_0^4}{3B_0}}} \tan \left(\frac{\varphi_{mlt}}{2} \right) \right] - \frac{Ar_0^4}{3B_0} \sin \left[2 \arctan \left[\sqrt{\frac{1 - \frac{Ar_0^4}{3B_0}}{1 + \frac{Ar_0^4}{3B_0}}} \tan \left(\frac{\varphi_{mlt}}{2} \right) \right] \right] = g(\varphi_3) \\ r_0 = L^* \left[1 + \frac{3SL^{*3} + 2A \cos \varphi_0 L^{*4}}{6B_0 - 9SL^{*3} - 8A \cos \varphi_0 L^{*4}} \right] \\ \varphi_{mlt} = g^{-1}(\varphi_3) \end{array} \right. \quad (5.13)$$

Afin de résoudre la seule relation non-analytique, déterminant φ_{mlt} à partir de φ_3 , il suffit de tracer la relation inverse et de procéder ensuite à une interpolation afin de construire des tables de φ_{mlt} en fonction de l'indice Kp et de L^* . Enfin, notons que bien que ces relations soient valides à hautes énergies, du fait de la seule dépendance en champ magnétique, le problème est néanmoins plus complexe aux basses énergies. En effet, pour être complète, l'étape du mapping doit alors tenir compte des champs électriques magnétosphériques. La partie électrique est bien plus difficile à définir que la partie magnétique. En effet, introduire les champs électriques impliquerait une redéfinition totale des invariants adiabatiques et donc de l'espace des phases dans lequel l'équation de Boltzmann 4D est résolue (voir [Whipple, 1978] pour plus de détails). Néanmoins, tant que le champ électrique de convection n'est pas prépondérant, les relations établies sont acceptables et nous permettent de comparer correctement les résultats de Salammbô 4D aux mesures satellitaires.

5.4 Condition aux limites

5.4.1 Du modèle homogène au modèle dépendant en temps local magnétique

L'étude de la condition limite est cruciale pour une bonne modélisation des ceintures de radiation terrestres. En effet, elle témoigne de l'injection des particules depuis la queue de la magnétosphère. Cette étude prend tout son sens avec un passage à quatre dimensions, et une dépendance en MLT. En effet, cette dépendance doit apparaître dans la condition aux limites, afin d'imposer une injection de particules côté nuit. Nous comprenons dès lors qu'une mauvaise condition aux limites, dans le cas de la grille de Salammbô, à $L^* = 8$, faussera la dynamique des particules et les niveaux de flux retournés par le modèle. Afin d'être cohérent avec le modèle Salammbô 3D déjà existant, nous avons dans un premier temps repris la condition aux limites 3D déjà développée grâce aux données des satellites THEMIS (voir [Maget and Rogier, 2015]). Une fois mise en équation, nous obtenons, pour des électrons équatoriaux :

$$f_{lim}(E) = f_0 \left(1 + \frac{E}{\kappa T} \right)^{-(1+\kappa)} \quad \text{avec} \quad \left\{ \begin{array}{l} f_0 = 2.97524 \times 10^{34} \\ \kappa = 3.03 \\ T = 1.24 \times 10^{-23} \end{array} \right. \quad (5.14)$$

Cette condition représente l'état du proche feuillet neutre, source continue des ceintures de radiation. Les courants, les champs électriques et les variations du champ magnétique vont entraîner les électrons de basse énergie (autour du keV) dans la magnétosphère interne. Elles vont alors être soumises aux interactions onde-particule et à la diffusion radiale, pour être accélérées à de plus hautes énergies. Afin de prendre en compte la dépendance en MLT, nous avons tout d'abord rajouté une distribution gaussienne normalisée centrée sur 00h00 MLT. Néanmoins, il a également fallu rajouter un facteur 2π afin d'être consistant, une fois moyenné sur tous les MLT, avec la condition aux limites 3D. En effet, la fonction de distribution dans le modèle Salammbô 3D correspond à la fonction de distribution moyennée sur chaque secteur MLT. En d'autres termes :

$$f_{3D} = \frac{\int_0^{2\pi} f_{4D} d\varphi}{\int_0^{2\pi} d\varphi} \quad (5.15)$$

La nouvelle condition aux limites s'écrit donc comme :

$$f_{lim}(E, \varphi_3) = 2\pi f_0 \left(1 + \frac{E}{\kappa T}\right)^{-(1+\kappa)} \times \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{\varphi_3^2}{2\sigma^2}\right) \quad \text{avec} \quad \begin{cases} f_0 = 2.97524 \times 10^{34} \\ \kappa = 3.03 \\ T = 1.24 \times 10^{-23} \\ \sigma^2 = 0.25 \end{cases} \quad (5.16)$$

5.4.2 Étude sur les paramètres de la condition aux limites

Afin d'analyser l'influence de la condition aux limites sur la dynamique des électrons de basses énergies dans les ceintures de radiation, une étude a été menée sur la valeur de l'écart-type σ ainsi que sur le centre de la distribution gaussienne. En effet, ces valeurs ont été arbitrairement posées mais une comparaison avec des données satellite peut nous permettre de les affiner.

Pour ce faire, nous avons utilisé les données des satellites géostationnaires du Los Alamos National Laboratory (LANL) et repris l'étude de [Chenevier, 2009]. Son travail est basé sur les statistiques de flux de particules à l'orbite géostationnaire appliquées à l'étude de modèles de champs géoélectriques (voir figure 1.11 pour une illustration). En reprenant les données LANL sur 15 ans à différentes énergies, cela a permis de dégager des flux en fonction de l'activité géomagnétique Kp et du temps local magnétique à l'orbite géostationnaire. En réalisant une étude paramétrique sur l'étalement (ici l'écart-type σ) et le centre de la distribution gaussienne, et par comparaison avec les résultats de Chenevier [2009], nous pouvons remonter à ces deux paramètres. Les simulations Salammbô ont été réalisées sur une semaine à $Kp = 4$, et l'état final est comparé avec les données LANL à l'orbite géostationnaire. Les figures 5.11 et 5.12 ci-après confrontent l'état final obtenu par les simulations Salammbô et les données LANL pour différents centres de la distribution gaussienne, à un étalement fixé ($\sigma = 0.5$) et pour trois énergies (3, 10 et 30 keV).

Comme nous pouvons le constater, le centre de la distribution gaussienne semble se trouver proche de 00h00 MLT, quelle que soit l'énergie étudiée. Le décalage du centre de la distribution entre $L^* = 8$ et l'orbite GEO peut s'expliquer par le mouvement de dérive des électrons (ici vers l'aube) combiné à la diffusion radiale, les amenant vers les zones internes des ceintures de radiation. Cependant, plusieurs différences sont notables entre les simulations et les flux mesurés. En effet, le niveau peut atteindre une décade d'écart et les variations, bien que globalement respectées, ne présentent pas les mêmes pentes. Celles-ci sont moins prononcées dans le cas des simulations.

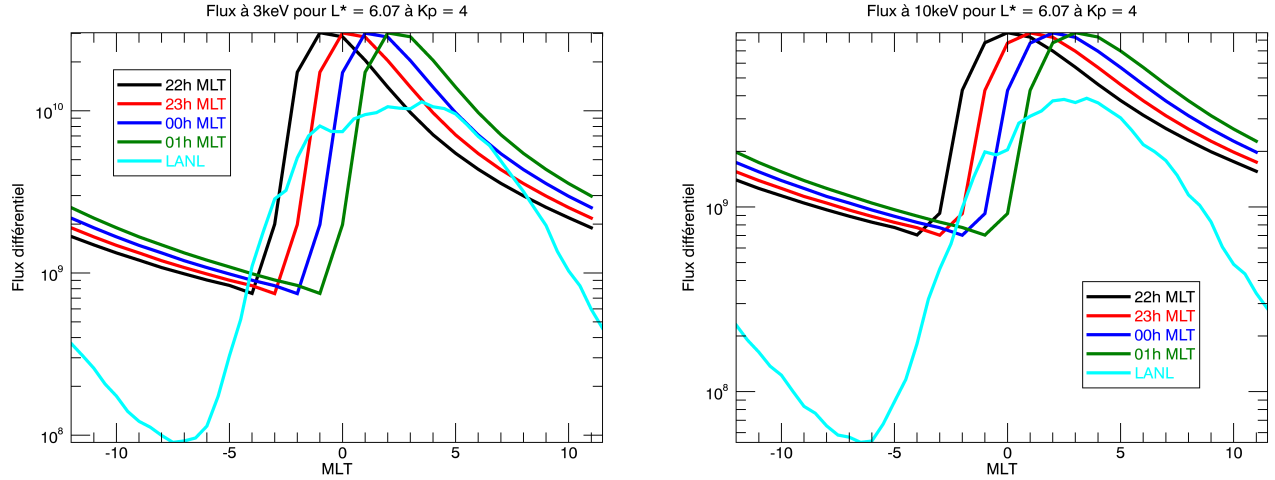


FIGURE 5.11 – Flux d'électrons équatoriaux à l'orbite géostationnaire à $Kp = 4$ pour différents centres de la distribution gaussienne, à un étalement fixé ($\sigma = 0.5$). Les données LANL sont représentées en bleu cyan. À gauche : 3 keV. À droite : 10 keV.

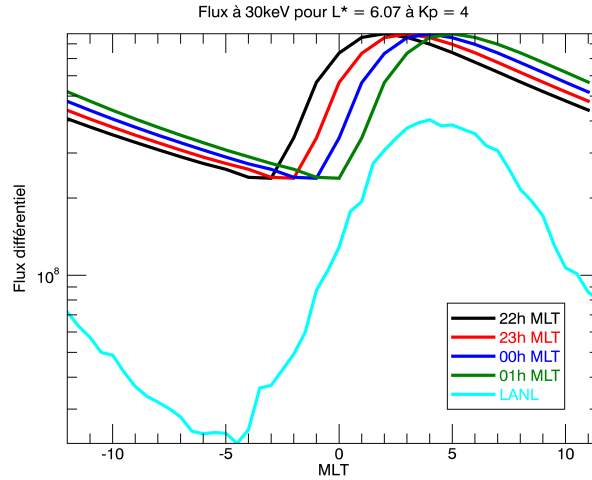


FIGURE 5.12 – Flux d'électrons équatoriaux de 30 keV à l'orbite géostationnaire à $Kp = 4$ pour différents centres de la distribution gaussienne, à un étalement fixé ($\sigma = 0.5$). Les données LANL sont représentées en bleu cyan.

Les figures 5.13 et 5.14 ci-après représentent quant à elles la comparaison entre l'état final obtenu par les simulations Salammbô et les données LANL pour différentes valeurs de l'étalement σ de la distribution gaussienne, pour un même centre fixé à 00h00 MLT. Nous pouvons ici noter que l'étalement σ semble se situer aux alentours de 2. Cela signifie que 68% environ de l'injection totale de particules issues du feuillet neutre doit se trouver répartie sur quatre secteurs MLT, soit d'après le centre déterminé plus haut, entre 22h00 et 02h00 MLT. Comme pour la comparaison sur la localisation du maximum de la distribution gaussienne, d'importantes différences sont observées concernant les niveaux de flux.

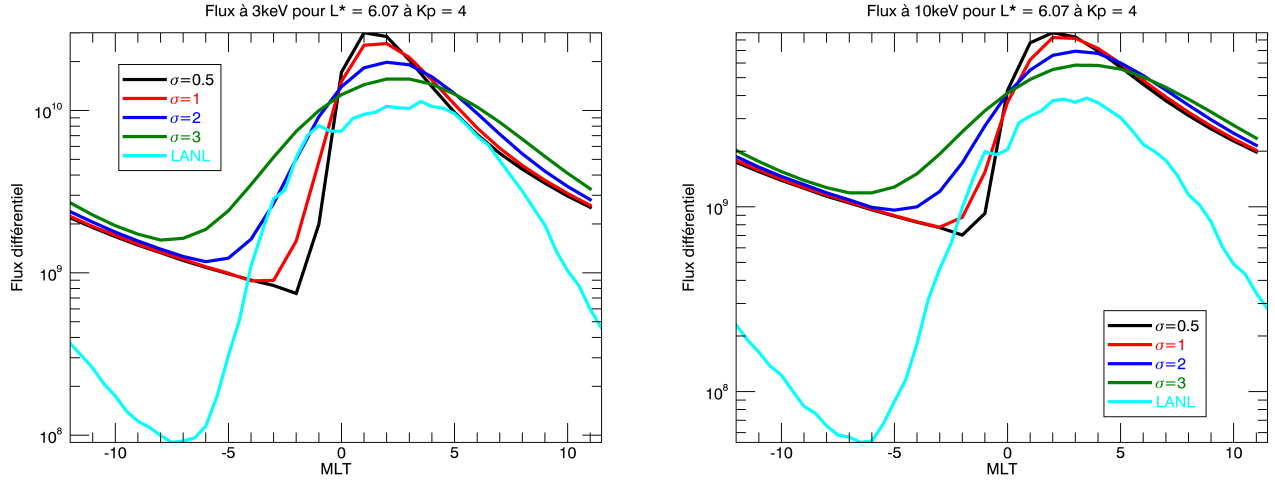


FIGURE 5.13 – Flux d’électrons équatoriaux à l’orbite géostationnaire à $Kp = 4$ pour différentes valeurs de l’étalement σ et pour un centre de la distribution gaussienne à 00h00 MLT. Les données LANL sont représentées en bleu cyan. À gauche : 3 keV. À droite : 10 keV.

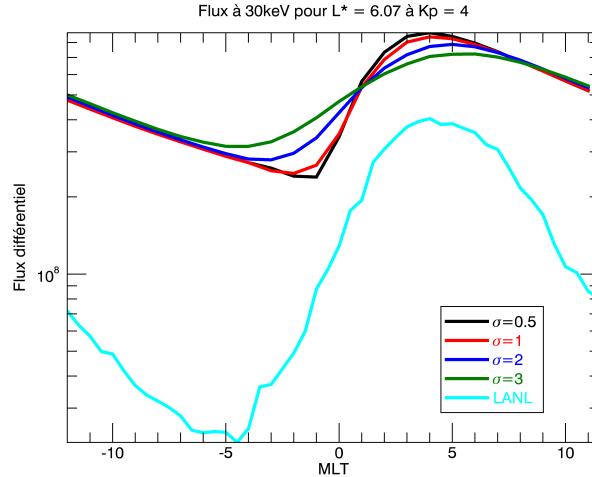


FIGURE 5.14 – Flux d’électrons équatoriaux de 30 keV à l’orbite géostationnaire à $Kp = 4$ pour différentes valeurs de l’étalement σ . Les données LANL sont représentées en bleu cyan.

Cette étude de la localisation et de l’étalement de la condition aux limites nous permet donc de dégager deux paramètres pour la distribution gaussienne : un maximum centré sur 00h00 MLT et un écart-type $\sigma = 2$, correspondant donc à environ 68% de l’injection entre 22h00 et 02h00 MLT. Néanmoins, nous avons pu constater que bien que les variations soient semblables, les valeurs atteintes pour les données LANL sont plus faibles que dans le cas des simulations Salammbo. Il est alors intéressant de mesurer l’impact du champ électrique de convection sur la dynamique des particules piégées à l’orbite géostationnaire. En effet, avec sa prise en compte, nous remarquons que les variations sont bien respectées, tout particulièrement dans le secteur après-midi, avec des pentes similaires entre les données et les simulations. De plus, les valeurs adéquates du pic de la distribution gaussienne ou de l’écart-type σ ne semblent pas varier, comme illustré sur les figures 5.15. En effet, le changement de variation côté nuit (aux alentours de 20h00 MLT) est bien synchronisé avec les variations observées sur les données. Néanmoins, il semble manquer des pertes dans notre modélisation comme en atteste la différence de pente côté jour. Ces pertes pourraient être liées à l’interaction des électrons avec les ondes de type Upper Chorus, principalement localisées vers l’aube

et dont la statistique est à améliorer. Une autre source de pertes possibles pourrait résider dans les orbites de Shabansky. En effet, côté jour, lorsque les lignes de champ magnétique sont suffisamment comprimées, l'intensité du champ magnétique peut croître jusqu'à dépasser la valeur de celle aux points miroirs. Les particules sont alors temporairement piégées hors équateur (pour plus de détails, voir [Delcourt and Sauvaud, 1999] et [Ukhorskiy et al., 2011]). Cependant, contrairement aux modèles les plus récents, le modèle de champ magnétique de Mead implémenté dans le code ne permet pas de prendre en compte ces orbites.

Pour finir, de nouvelles recherches pourraient s'axer sur une condition dépendante de l'activité magnétique, via les indices magnétiques ou les paramètres du vent solaire, afin de moduler l'injection de particules au cours d'orages géomagnétiques. Dans ce contexte, une étude sur la condition limite de [Dubyagin et al., 2016] dépendant des paramètres du vent solaire sera présentée dans la partie 5.5.3. Cependant, cette condition limite ne peut pas être validée par cette étude. En effet, pour une même valeur de l'indice Kp , plusieurs couples de paramètres du vent solaire peuvent être observés, ce qui rend la comparaison délicate. Toutefois, la localisation de la source d'après ce modèle semble bien être en accord avec la valeur trouvée par notre étude, à savoir une symétrie de la densité par rapport à 00h00 MLT. La condition issue des données THEMIS et adaptée avec une distribution gaussienne va donc dans un premier temps être utilisée dans un souci de comparaison avec le modèle Salammbô 3D déjà existant. La section suivante va alors nous permettre d'apporter une première validation de notre modèle 4D à travers la simulation d'un orage géomagnétique.

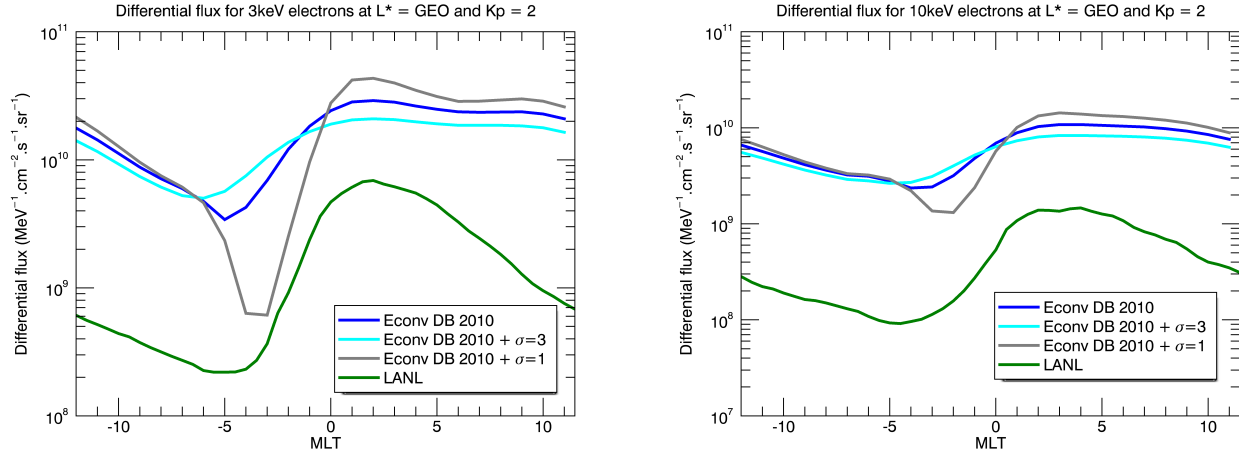


FIGURE 5.15 – Flux d'électrons équatoriaux à l'orbite géostationnaire à $Kp = 2$ pour différentes valeurs de l'étalement σ . Le modèle de champ électrique de convection de Boscher est pris en compte. La courbe bleue de référence est pour $\sigma = 2$. Les données LANL sont représentées en vert. À gauche : 3 keV. À droite : 10 keV.

5.5 Simulation de l'orage de Mars 2015 - St-Patrick storm

Les différents processus physiques étant maintenant implémentés dans le code, cette section se propose de détailler les résultats obtenus avec une simulation Salammbô 4D sur un orage géomagnétique relativement récent : l'orage de Mars 2015 connu sous le nom de St-Patrick storm, largement observé (par les satellites RBSP et THEMIS entre autres) et étudié (voir par exemple [Kataoka et al., 2015], [Yadav et al., 2016], [Wu et al., 2016] ou [Pierrard and Lopez Rosson, 2016]). Nous avons choisi de modéliser cet orage car comme présenté dans la partie 3.2.3, le modèle Salammbô 3D reproduit de manière satisfaisante la dynamique des ceintures de radiation pour des électrons relativistes au cours de cet événement, en rendant compte des différents mécanismes, de l'accélération des électrons par résonance avec des ondes de type Chorus aux pertes par traversée de la magnétopause. Nous présenterons donc dans un premier temps une validation du code par comparaison à une simulation du modèle 3D, ceci pour des électrons de 300 keV. Dans un second temps, nous analyserons nos résultats à basse énergie (3 keV) afin de constater la dynamique asymétrique des ceintures de radiation, l'influence du champ électrique de convection et le rôle des pertes par traversée de la magnétopause observées côté jour. Cette simulation sera confrontée aux observations du détecteur ESA embarqué sur le satellite THEMIS-A. Enfin, nous présenterons l'impact de la dynamique de la condition aux limites avec l'implémentation dans notre code du modèle de [Dubyagin et al., 2016] cité précédemment

et dépendant des paramètres du vent solaire.

5.5.1 Validation avec le modèle Salammbô 3D

Cette première validation s’effectue à une énergie de 300 keV, située dans la partie basse de validité du modèle Salammbô 3D (voir partie 3.2.4). Nous avons choisi cette énergie afin d’observer les premiers effets de l’asymétrie des ceintures en MLT, tout en étant confiants quant à la dynamique globale modélisée par le code 3D. Dans cette simulation, nous n’avons pas tenu compte des dropouts ni de la présence du champ électrique de convection. De plus, la condition limite du modèle 3D, tirée des données THEMIS (voir [Herrera et al., 2016]), a été adapté au 4D par une distribution normale centrée sur 00h00 MLT d’écart-type $\sigma = 2$, comme nous l’avons vu à la section 5.4.

Comme nous pouvons l’observer, le modèle Salammbô 4D reproduit bien la dynamique globale des ceintures durant l’orage magnétique (figure 5.16 de droite, spécialement à 00h00 MLT). En effet, de même qu’avec le résultat de la modélisation 3D (figure 5.16 de gauche), la diffusion radiale est bien dépendante de l’activité magnétique, avec une injection plus profonde des électrons lors du pic de Kp et le seuil atteint correspondant à la même valeur de L^* . De plus, les niveaux de flux sont globalement bien respectés. Cependant, nous pouvons noter plusieurs différences, en particulier au moment des pics de Kp . En effet, les flux restitués sont de plus en plus faibles dans les couches extérieures à mesure de la progression sur la coquille de dérive (de 00h00 MLT à 18h00 MLT). Ceci peut être expliqué par la diffusion radiale poussant les particules vers les zones internes tout au long de leur mouvement de dérive. Cette information est maintenant accessible grâce à la modélisation 4D de la dynamique des ceintures de radiation. Par ailleurs, sur les figures de droite, la dépendance en MLT de la condition aux limites est clairement visible, l’injection des électrons issus du feuillet neutre ayant lieu du côté nuit. Notons également que l’absence de ceinture interne s’explique ici par le choix de la condition initiale. En effet, la magnétosphère étant vide au début des simulations, celle-ci doit peu à peu se remplir grâce à la dynamique des électrons pour laisser apparaître les deux ceintures de radiation.

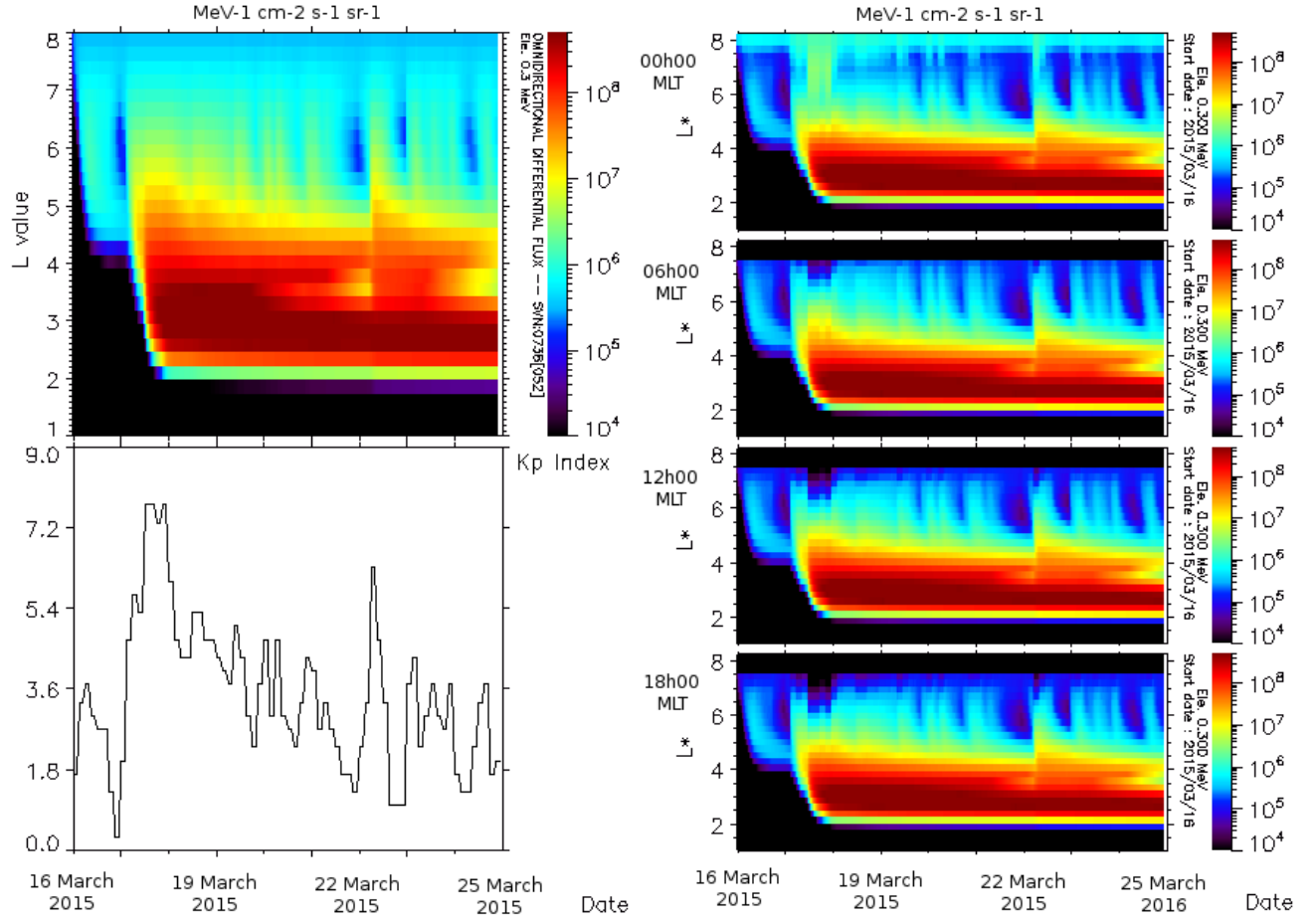


FIGURE 5.16 – Modélisation de l’orage géomagnétique du 16 au 25 Mars 2015 (St-Patrick storm) pour des électrons de 300 keV. À gauche : Flux différentiel renvoyé par le modèle Salammbô 3D (en haut) et indice géomagnétique K_p sur toute la période de simulation (en bas). À droite : Modélisation Salammbô 4D pour différents MLT, de haut en bas : 00h00 MLT, 06h00 MLT, 12h00 MLT et 18h00 MLT.

Une autre manière de mettre en évidence les dépendances en MLT est de tracer des cartes $L^* - \varphi_3$ à différents instants de l’orage, comme illustré sur les figures 5.17. Comme nous pouvons le remarquer, la dépendance en MLT est observée seulement 1 min après le second maximum de K_p (le 18 Mars 2015 à 00h00), soit pendant la phase principale de l’orage. Les électrons de 300 keV ayant une période de dérive relativement courte (de l’ordre de la demi-heure à l’orbite GEO), les ceintures de radiation s’homogénéisent ensuite rapidement, pour être complètement homogènes à la fin du premier orage, juste avant le second pic de K_p (le 22 Mars 2015). Ceci explique le fait que le modèle Salammbô 3D reproduise globalement bien cet orage à 300 keV, la phase durant laquelle les ceintures de radiation sont asymétriques étant relativement courte à cette énergie. Par ailleurs, bien qu’une asymétrie soit observable dans la ceinture externe, nous pouvons constater que la zone interne est totalement symétrique. En effet, la diffusion radiale combinée au mouvement de dérive des particules gomme toutes les structures fines pouvant se développer. Pour conclure sur cette première simulation, bien que le modèle Salammbô 3D puisse nous renvoyer une bonne modélisation des ceintures une fois celles-ci homogénéisées, nous avons maintenant accès, grâce au modèle Salammbô 4D, à la phase principale de l’orage, et donc aux disparités observées en fonction du MLT. Nous avons donc une première validation de notre modèle permettant de faire le lien avec l’étude de la dynamique à plus haute énergie.

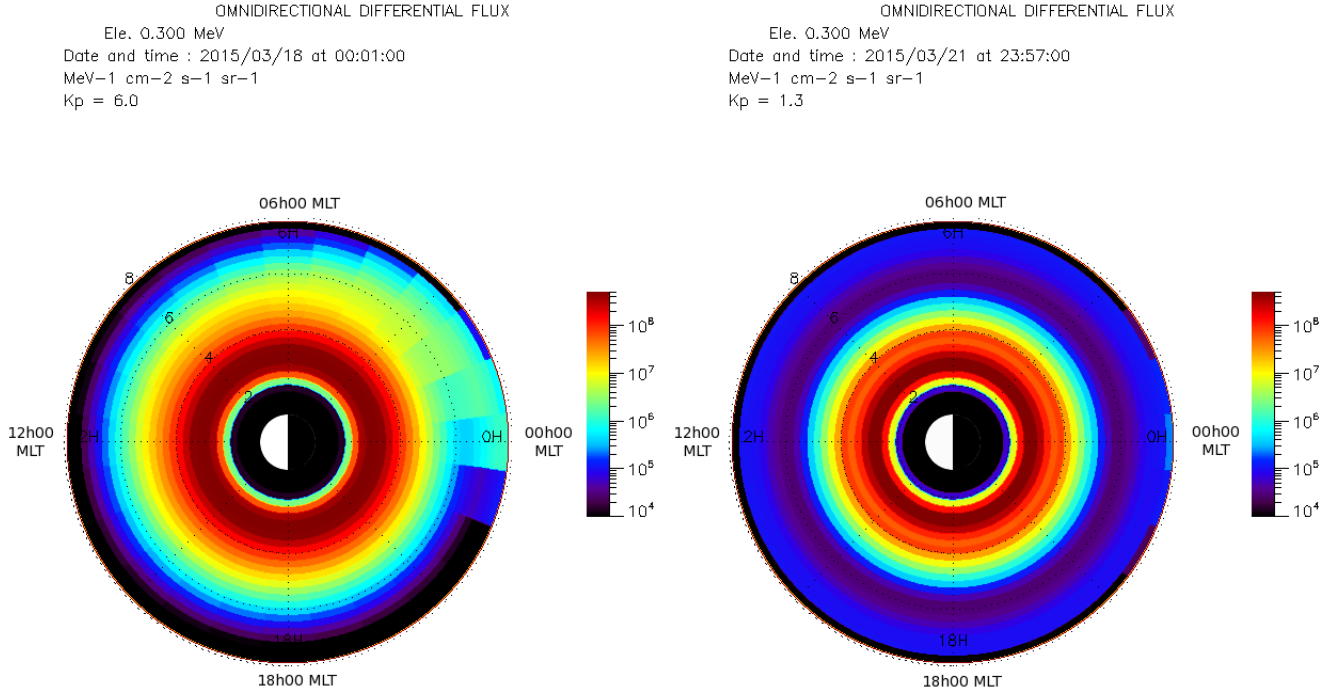


FIGURE 5.17 – Modélisation de l’orage géomagnétique du 16 au 25 Mars 2015 pour des électrons de 300 keV. À gauche : Flux différentiel 1 min après Kp_{max} . À droite : Flux différentiel 4 jours après Kp_{max} .

Il peut maintenant être intéressant de comparer les résultats du modèle Salammbô 4D prenant en compte tous les processus, dropouts et champ électrique de convection inclus, par rapport aux données satellitaires, ici les données du détecteur SST embarqué sur les satellites THEMIS à 293 keV.

Comme observé sur la figure 5.18 de droite pour 12h00 MLT, le dropout est bien reproduit durant le maximum de l’orage, signe du rapprochement de la magnétopause. Dans une moindre mesure, il est également visible à 18h00 MLT (figure du bas). Par ailleurs, notons que la même dynamique est observée en comparaison des figures 5.16, avec des niveaux de flux équivalents, sauf pour les couches internes des ceintures. En effet, en tenant compte du champ électrique de convection, les électrons sont davantage transportés vers l’intérieur côté nuit, ce qui augmente considérablement le flux pour des valeurs de L^* faibles. Par ailleurs, les niveaux de flux plus intenses par rapport aux données du détecteur SST peuvent également être expliquées par l’implémentation d’une condition aux limites constante, ne modulant donc pas l’injection des particules en fonction de l’activité géomagnétique durant l’orage. Néanmoins, le dropout modélisé est bien mesuré, le satellite étant côté jour durant le déclenchement de l’orage (voir figure 5.18 du haut).

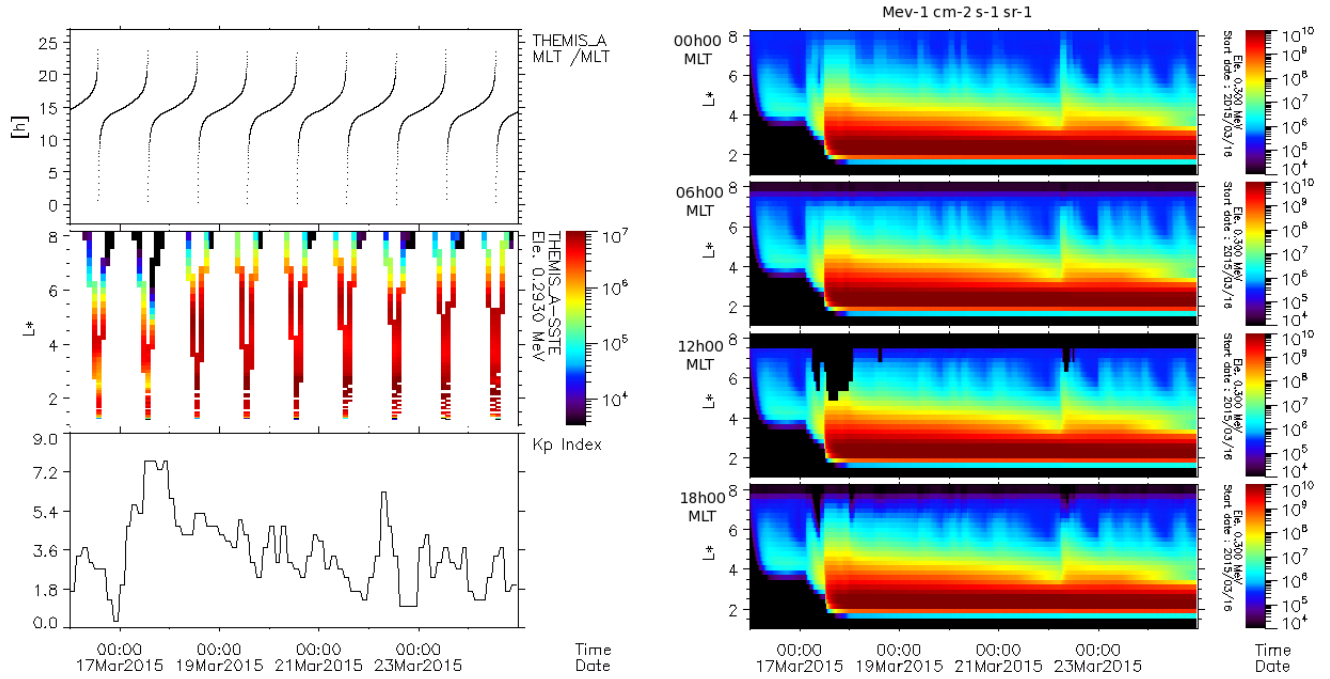


FIGURE 5.18 – Orage géomagnétique de St-Patrick de Mars 2015. À gauche : MLT du satellite THEMIS-A (en haut), Flux différentiel d'électrons de 293 keV (au milieu), indice géomagnétique K_p (en bas). À droite : Modélisation Salammbô 4D pour différents MLT à 300 keV, de haut en bas : 00h00 MLT, 06h00 MLT, 12h00 MLT et 18h00 MLT.

Les premières inhomogénéités observées en MLT vont s'accroître à mesure que l'on descendra en énergie, la vitesse de dérive des particules diminuant. C'est ce que nous allons illustrer dans la partie suivante.

5.5.2 Consolidation du modèle par comparaison aux données à basse énergie

L'objectif de cette thèse étant d'améliorer notre modélisation aux basses énergies, nous avons simulé ce même orage pour une énergie de 3 keV afin de rendre compte de la dynamique asymétrique et de l'influence du champ électrique de convection et des dropouts sur le mouvement des électrons piégés de basses énergies. La comparaison avec des données satellitaires doit aussi être effectuée en tenant compte de la position du satellite, donc de son MLT, à un instant donné.

La simulation du flux d'électrons équatoriaux à 3 keV (voir figures 5.19) nous propose ici une dynamique tout autre que celle aperçue à 300 keV. En effet, pendant de la phase de déclenchement (en haut à gauche), nous pouvons clairement observer le rôle du champ électrique de convection avec le minimum de flux situé côté après-midi. Ensuite, au début de la phase principale, nous pouvons constater les premières pertes par traversée de la magnétopause avec le rapprochement de celle-ci vers la Terre (en haut à droite). Puis, lors du maximum de l'orage (en bas à gauche), elle se situe au plus proche de la Terre, dépassant même l'orbite géostationnaire dans le secteur 12h00 MLT et induisant donc des pertes maximales côté jour. Notons par ailleurs qu'un autre phénomène vient accroître ces pertes. En effet, le champ électrique de convection induit une composante supplémentaire au niveau de la vitesse de dérive des particules. Côté nuit, la partie radiale de cette composante va les entrainer vers les couches plus internes tout au long de leur mouvement de dérive vers l'aube. Par la suite, une fois arrivée du côté jour, la composante radiale sera externe, les rapprochant encore plus de la magnétopause. Enfin, 4 jours après le maximum de l'orage magnétique (en bas à droite), une asymétrie est encore clairement visible. Celle-ci peut s'expliquer par la vitesse de dérive suffisamment faible des électrons injectés pour que les différents mécanismes physiques ne puissent pas lisser les inhomogénéités créées. Cette simulation prenant en compte le temps local magnétique nous donne maintenant accès aux structures asymétriques développées ainsi qu'aux différentes phases de l'orage.

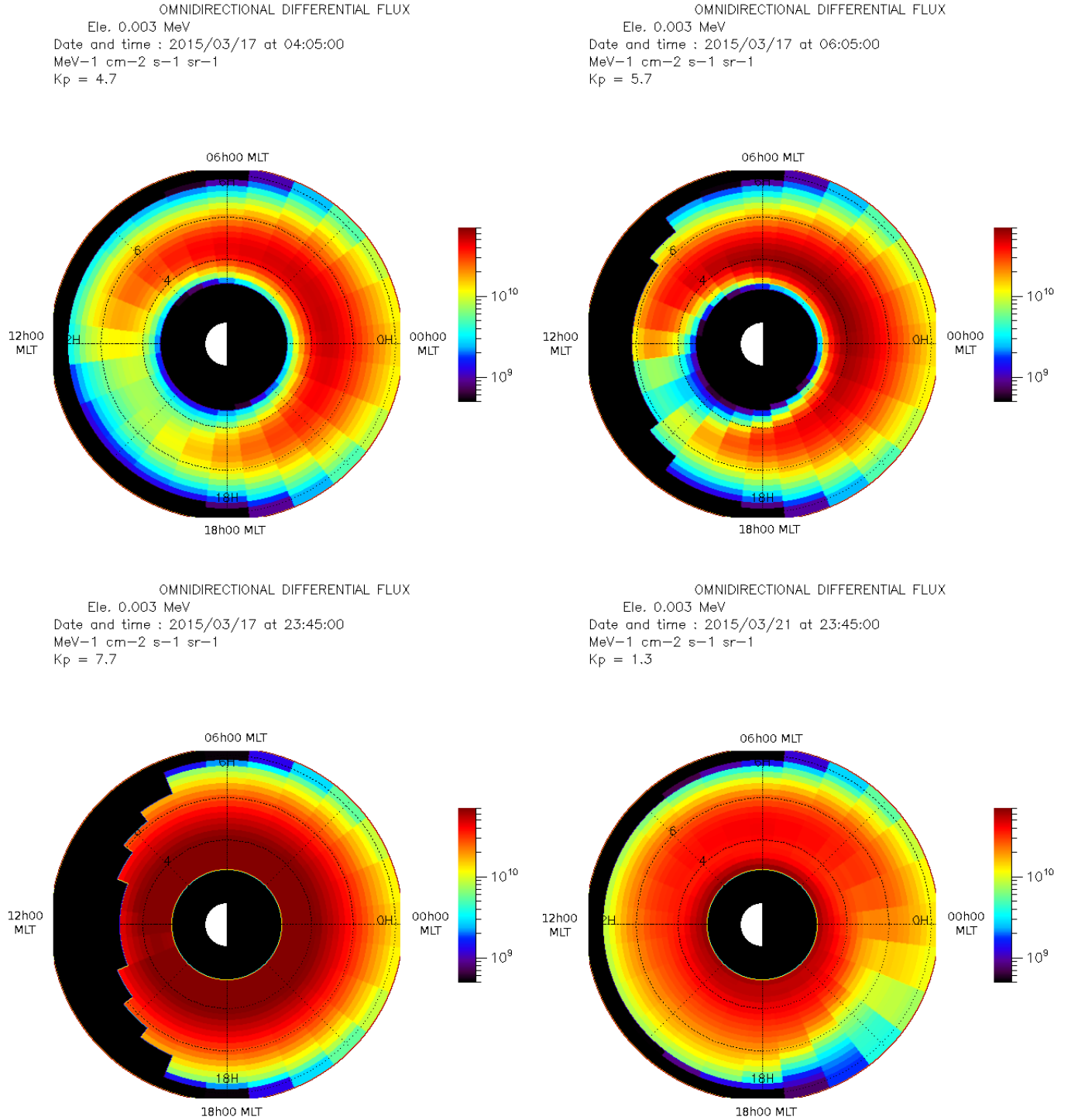


FIGURE 5.19 – Modélisation de l’orage géomagnétique du 16 au 25 Mars 2015 pour des électrons de 3 keV. Flux différentiel d’électrons équatoriaux à 3 keV pendant la phase de déclenchement (en haut à gauche), au début de la phase principale (en haut à droite), à Kp_{max} (en bas à gauche) et 4 jours après Kp_{max} (en bas à droite).

La comparaison avec des données basses énergies est également primordiale afin de s’assurer de la bonne restitution de l’état des ceintures de radiation par le modèle Salammbô 4D. Nous avons donc confronté les modélisations aux données du détecteur ESA embarqué sur la satellite THEMIS-A. Les résultats observés sont très encourageants. Bien que les niveaux de flux ne soient pas retrouvés, en partie due à la condition aux limites constante, la dynamique est globalement bien respectée. Le point le plus satisfaisant réside dans la bonne prise en compte des dropouts par

traversée de la magnétopause. En effet, le satellite THEMIS-A rend bien compte d'une perte sèche d'électrons à 3 keV lorsqu'il se situe aux environs de 12h00 MLT la nuit du 17 au 18 Mars 2015 (voir figure 5.20 de gauche). Cette période correspond à la phase principale de l'orage magnétique. Il est en plus intéressant de constater que son orbite garantit un passage prolongé dans ce secteur MLT des ceintures de radiation.

Par ailleurs, les résultats des simulations du modèle Salammbô 4D mettent également en évidence le rôle prépondérant du champ électrique de convection. En effet, comme nous pouvons le constater sur la figure 5.20 de droite, le flux d'électrons de basse énergie est globalement moins important dans le secteur crépuscule (figure à 18h00 MLT) que dans le secteur aube (figure à 06h00 MLT). Ceci peut encore une fois s'expliquer par la trajectoire des particules chargées affectée par le champ électrique et perdues côté jour. Par ailleurs, le dropout est clairement visible sur la figure à 12h00 MLT durant la phase principale de l'orage, traduisant la forte compression de la magnétopause. De plus, précisons que la coupure nette au niveau des flux à $L^* \approx 3.5$ s'explique par le fait que la grille de discrétisation en énergie du modèle Salammbô 4D ne descend pas jusqu'à ces valeurs de l'ordre du keV à partir de ce paramètre de coquille de dérive.

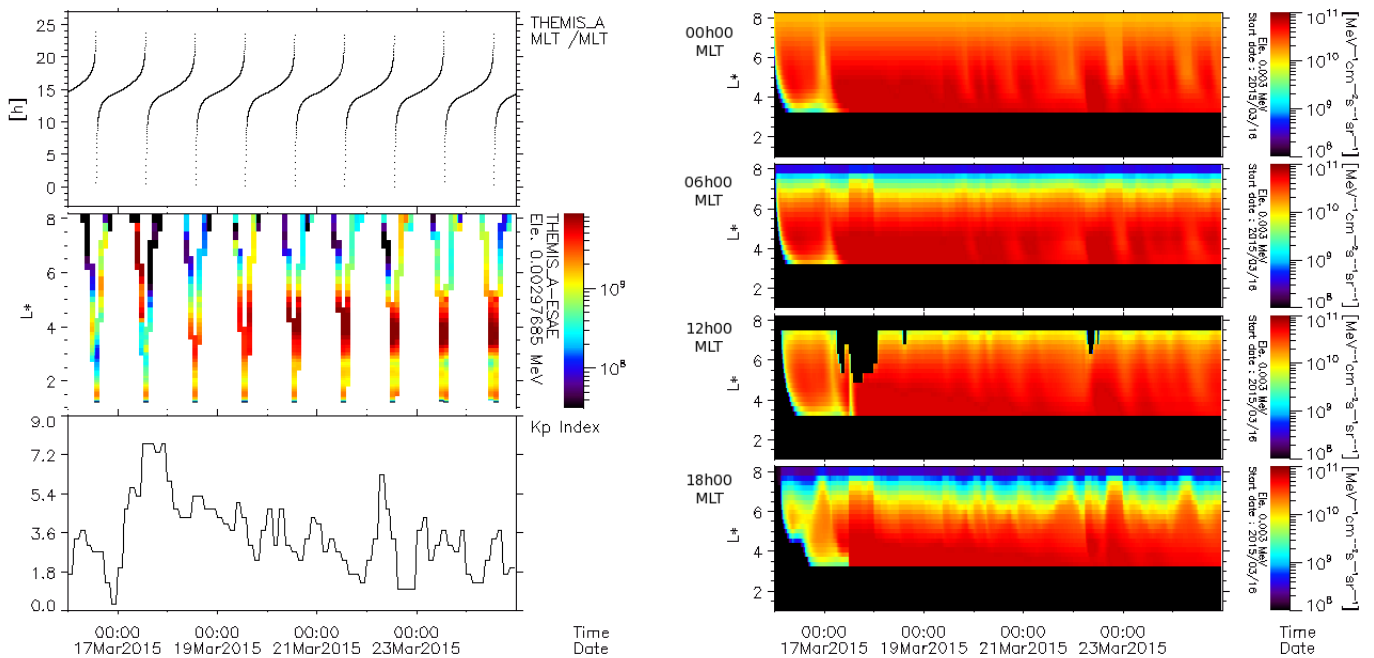


FIGURE 5.20 – Orage de St-Patrick de Mars 2015. À gauche : MLT du satellite THEMIS-A pendant le maximum de l'orage (en haut), Flux différentiel d'électrons à 3 keV du détecteur ESA (au milieu), indice d'activité géomagnétique Kp (en bas). À droite : Flux différentiel d'électrons équatoriaux à 3 keV retourné par une simulation Salammbô 4D. De haut en bas : 00h00 MLT, 06h00 MLT, 12h00 MLT et 18h00 MLT.

Nous avons également étudié les données du détecteur HOPE embarqué sur le satellite RBSP-A. Bien qu'il ne soit pas majoritairement situé côté jour comme THEMIS-A au cours de la phase principale, et que l'étude des dropouts s'avère donc être délicate sur cet orage, son passage prolongé côté nuit nous apporte des informations complémentaires. En effet, sa présence dans le secteur nuit (entre 20h00 MLT et 00h00 MLT) coïncide avec son arrivée aux alentours de l'orbite géostationnaire. Nous y constatons alors la variation de ce flux d'une orbite à l'autre, traduisant la différence d'injection et donc la dynamique de la condition limite au niveau de la couche externe des ceintures de radiation. En particulier, lors du premier passage (temps calme), le flux est de l'ordre de $2 \times 10^9 \text{ cm}^{-2} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{sr}^{-1} \cdot \text{MeV}^{-1}$ et augmente de plus d'une décade au passage suivant, correspondant à la phase principale de l'orage magnétique. Ceci nous conforte donc bien dans l'idée d'implémenter une condition aux limites dynamique et modulée par des indices magnétiques ou par les paramètres du vent solaire, les processus physiques ayant lieu dans les ceintures ne permettant pas de reproduire toutes les asymétries observées durant un orage. C'est ce que nous allons présenter dans la dernière partie de ce chapitre.

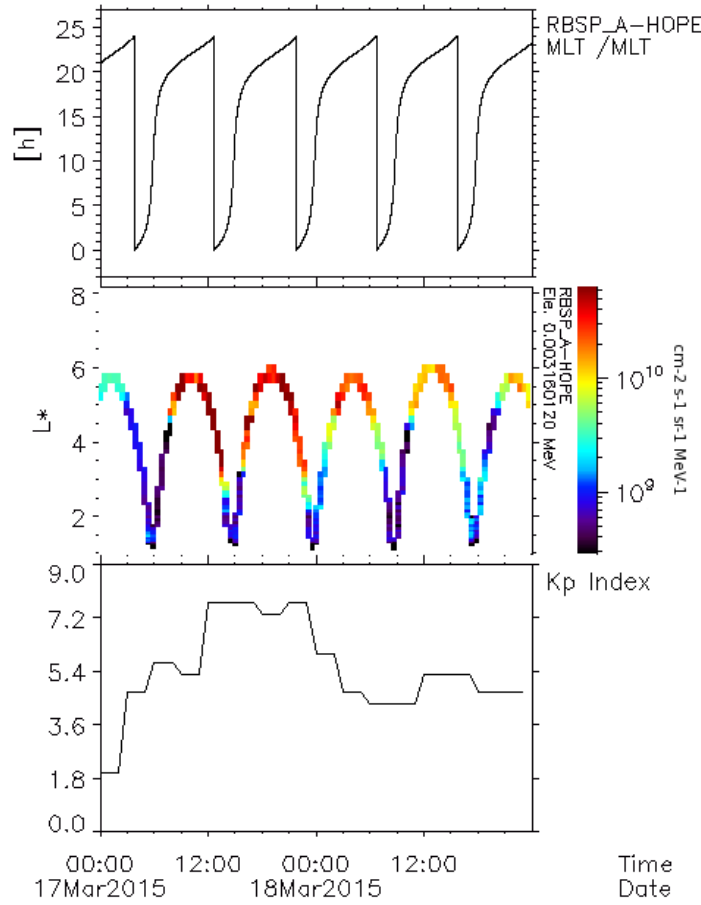


FIGURE 5.21 – Orage de St-Patrick de Mars 2015. De haut en bas : MLT du satellite RBSP-A du 17 au 19 Mars 2015, flux différentiel d'électrons à 3 keV du détecteur HOPE, indice d'activité géomagnétique K_p .

5.5.3 Impact de la dynamique de la condition limite

Comme nous l'avons mentionné plus haut, les mécanismes physiques seuls ne suffisent pas à reproduire toute la dynamique observée au niveau des ceintures de radiation lors d'un orage géomagnétique. Une des difficultés réside dans la bonne prise en compte de la condition aux limites reproduisant l'injection des particules issues du feuillet neutre. Comme nous l'avons montré via la figure 5.21, cette condition aux limites est bel et bien dynamique dans le temps, l'injection des particules étant modulée par l'activité solaire.

Afin de prendre en compte cette dynamique dans notre modèle, nous nous sommes intéressés au modèle de [Dubyaagin et al., 2016], reproduisant un proche feuillet neutre en fonction de différents paramètres du vent solaire. Basé sur environ 400 heures d'observations des satellites THEMIS en période d'orage géomagnétique, ce modèle détermine une expression analytique de la densité et de la température du feuillet neutre entre 6 et 11 rayons terrestres et en fonction du MLT. Les paramètres pilotant la densité du feuillet neutre sont la densité du vent solaire et, dans une moindre mesure, la composante Sud du champ magnétique interplanétaire. Quant à la température du feuillet neutre, le paramètre prédominant est la vitesse du vent solaire mais elle dépend également des composantes Sud et Nord du champ magnétique interplanétaire. L'idée intéressante dans ce modèle est la prise en compte des états précédents des paramètres du vent solaire sur l'impact de la topologie du feuillet neutre à un instant donné. Les expressions analytiques de la densité et de la température du feuillet neutre ainsi que la prise en compte de ces paramètres dans la condition aux limites à implémenter sous forme de fonction de distribution sont développées dans l'annexe D.

Comme nous pouvons l'observer sur la figure 5.22 de droite, la dynamique de la condition aux limites affecte fortement l'état des ceintures de radiation. En effet, une forte injection de particules se traduit par une intensification des flux à plus bas L^* . Nous pouvons par ailleurs constater l'effet du champ électrique de convection par les flux moins intenses dans le secteur crépuscule (figure à 18h00 MLT et figures du bas). De plus, le dropout est de nouveau bien modélisé et déjà visible pendant la phase de déclenchement, ceci en accord avec les données du détecteur SST. Néanmoins, la plus forte injection d'électrons dans les ceintures se fait majoritairement avant l'orage et non pendant.

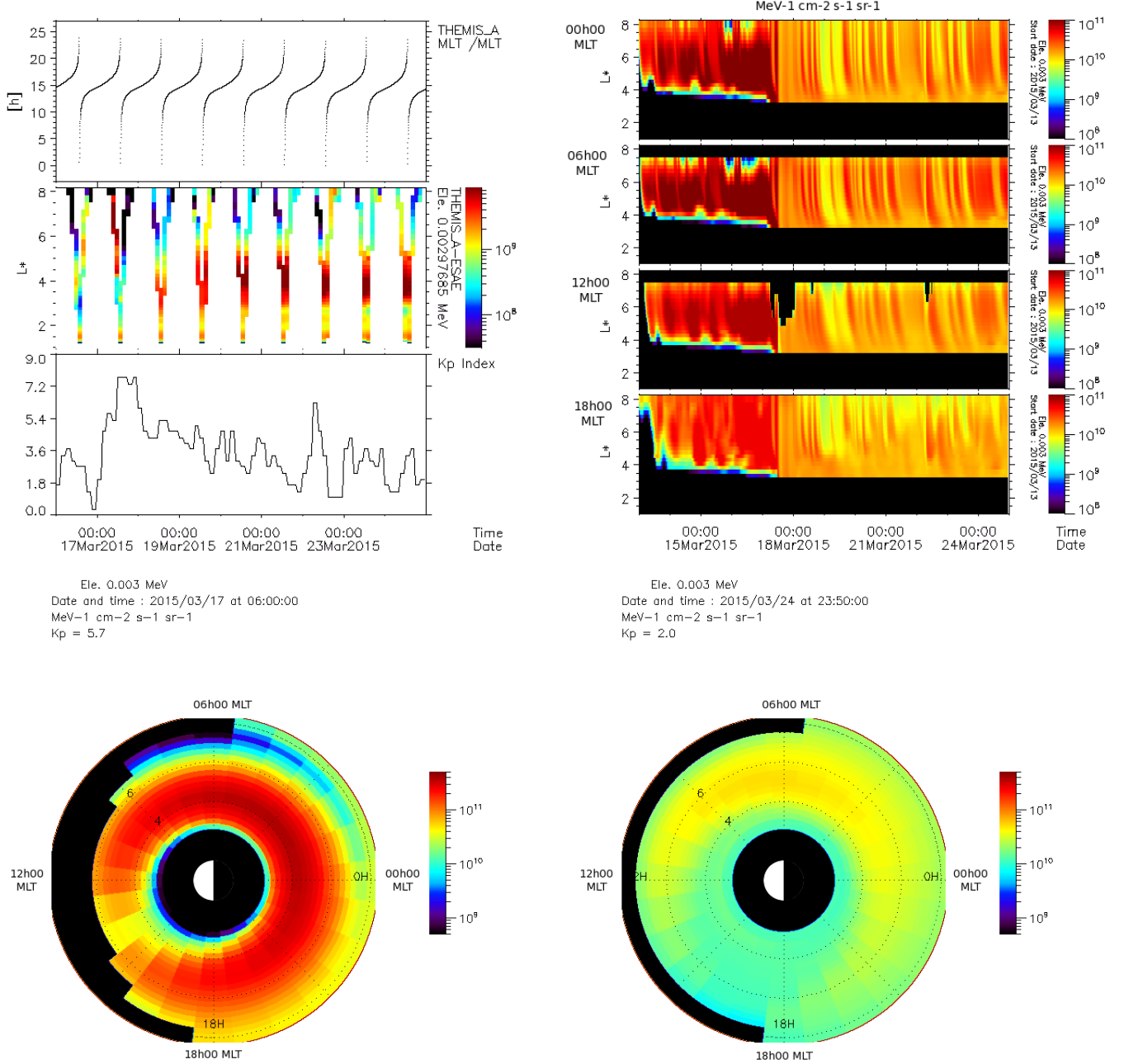


FIGURE 5.22 – En haut à gauche : MLT du satellite THEMIS-A, flux différentiel omnidirectionnel d'électrons à 3 keV du détecteur ESA (au milieu), indice d'activité géomagnétique K_p (en bas). En haut à droite : Flux différentiel d'électrons équatoriaux à 3 keV renvoyé par une simulation Salammbô 4D prenant en compte le modèle de [Dubyaгин et al., 2016]. De haut en bas : 00h00 MLT, 06h00 MLT, 12h00 MLT et 18h00 MLT. En bas à gauche : Flux différentiel d'électrons équatoriaux à 3 keV pendant la phase de déclenchement. En bas à droite : 1 semaine après Kp_{max} .

Cette forte injection peut s'expliquer par la dépendance du modèle de [Dubyagin et al., 2016] à la densité du vent solaire et à la composante B_z du champ magnétique interplanétaire. En effet, nous pouvons constater sur la figure 5.23 de gauche que la densité augmente dès le 13 Mars 2015, soit pratiquement 5 jours avant le maximum de l'orage. Deux pics très intenses de densité sont par ailleurs observables les 16 et 17 Mars 2015. De plus, la composante B_z du champ magnétique interplanétaire devient fortement perturbée à partir du 16 Mars. Après la phase principale de l'orage, ces deux paramètres sont très rapidement de retour à l'équilibre à des valeurs faibles, expliquant alors la faible injection des électrons durant la phase de recouvrement. De plus, lors de celle-ci, les niveaux de flux restitués sont en adéquation avec ceux observés par le satellite RBSP-A côté nuit (vers 22h00 MLT). Les écarts de flux tant sur les figures 5.22 que sur les figures 5.23 de droite pourraient s'expliquer par le manque d'un processus de perte comme la sous-évaluation de l'effet des ondes de type Upper Chorus (voir partie 5.4.2). Les résultats obtenus restent néanmoins valides et nous permettent ainsi d'envisager les évolutions futures vers lesquelles se focaliser pour toujours mieux comprendre la dynamique des ceintures de radiation.

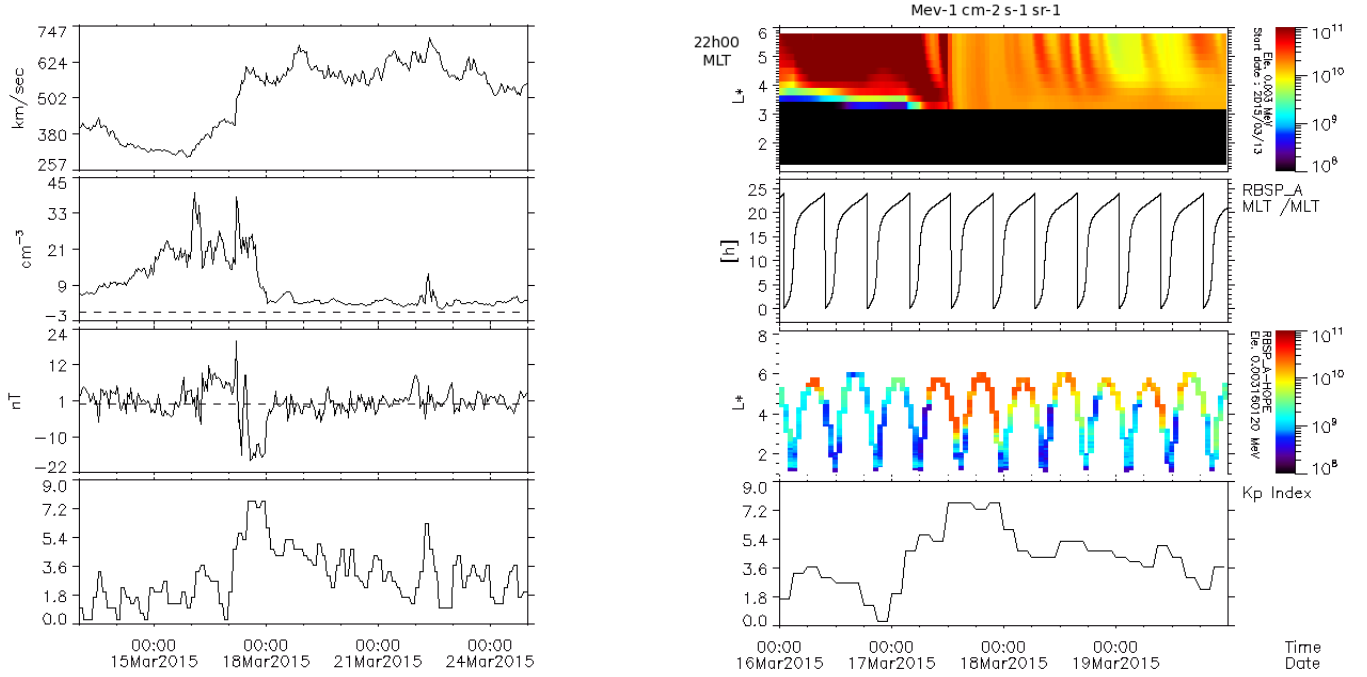


FIGURE 5.23 – À gauche, de haut en bas : Vitesse du vent solaire (km.s^{-1} , densité du vent solaire (cm^{-3}), composante B_z du champ magnétique interplanétaire (nT) et indice d'activité géomagnétique Kp . À droite, de haut en bas : Simulation Salammbô 4D du flux différentiel d'électrons équatoriaux de 3 keV pour l'orage de Mars 2015, MLT du satellite RBSP-A durant cette période, flux différentiel omnidirectionnel à 3 keV du détecteur HOPE embarqué sur RBSP-A, indice d'activité géomagnétique Kp .

5.6 Conclusion

Ce chapitre nous a permis de proposer une avancée significative dans la modélisation d'un orage magnétique. En effet, après avoir pris en compte la diffusion radiale à l'aide d'un modèle mis en place au sein du DPhIEE, nous avons mis en évidence la dépendance en MLT du processus d'interaction onde-particule, primordial lors d'un orage et pouvant conduire à un gain en énergie des électrons (interaction avec les ondes de type Chorus) mais également à leur perte. Par l'implémentation du processus de perte par traversée de la magnétopause, nous avons également développé un premier modèle simple, dynamique et dépendant du temps local magnétique.

Une fois la prise en compte des différents mécanismes physiques effectuée, nous nous sommes alors intéressés à l'étape du mapping, permettant de tenir compte du modèle de champ magnétique utilisé lors de l'observation des simulations dans l'espace des coordonnées géographiques. Nous avons ensuite réalisé une première étude sur la condition aux limites. En effet, la prise en compte du MLT s'avère indispensable du fait de l'injection des particules côté nuit. Ceci nous a conduit à mettre en place une condition aux limites à l'aide des données LANL

en géostationnaire, et en accord avec celle déjà implémentée dans le modèle Salammbô 3D. Par la suite, nous avons proposé une première validation de notre modèle par rapport au modèle 3D déjà existant. La dynamique de l'orage modélisé étant restituée de manière satisfaisante, la modélisation 4D nous a également donné accès à la phase principale de l'orage et aux différentes structures asymétriques. Cette asymétrie en MLT s'est par ailleurs accentuée à plus basse énergie du fait de la prise en compte du champ électrique de convection ainsi que des pertes par traversée de la magnétopause. De plus, la comparaison avec les données du détecteur ESA embarqué sur le satellite THEMIS-A a mis en évidence la bonne restitution du dropout modélisé. Par ailleurs, les données RBSP-A-HOPE étudiées côté nuit et témoignant d'une forte dynamique dans la ceinture externe nous ont conforté dans l'idée d'utiliser une condition aux limites dynamique. Cela a été fait en implémentant le modèle de [Dubyagin et al., 2016] dépendant des paramètres du vent solaire et modulant ainsi l'injection des particules issues du feuillet neutre. Malgré un écart de flux étant parfois conséquent, pouvant s'expliquer en partie par une possible surestimation de l'injection et le probable manque d'un processus de pertes supplémentaires, la dynamique observée est satisfaisante avec la bonne restitution des flux tout particulièrement en phase de recouvrement de l'orage.

Conclusions et perspectives

Comme nous l'avons vu tout au long de ce manuscrit, la modélisation de la dynamique des ceintures de radiation, bien que complexe, reste un enjeu majeur afin de comprendre l'environnement radiatif des satellites. Le développement du modèle Salammbô 3D depuis maintenant plus de 20 ans au DPhIEE nous a permis de bénéficier d'un modèle robuste restituant de manière satisfaisante l'état des ceintures de radiation aux hautes énergies lors d'orages géomagnétiques. Néanmoins, cette thèse a répondu à un besoin de modélisation à plus basse énergie, avec la restitution des différentes phases d'un orage géomagnétique inaccessibles au modèle 3D du fait de ses hypothèses sous-jacentes, telles que l'homogénéité des ceintures.

Afin de répondre à cette problématique, nous avons dans un premier temps posé les bases théoriques indispensables à une modélisation 4D. Elles reposent sur la théorie des invariants adiabatiques et sur l'équation statistique de Boltzmann. De par l'asymétrie et la dynamique des ceintures de radiation, il était indispensable de tenir compte d'un modèle de champ magnétique plus réaliste. Cela a été fait avec l'implémentation du modèle de champ magnétique de Mead, rendant compte d'une première asymétrie jour-nuit et ayant l'avantage d'être dynamique, en fonction de l'indice d'activité géomagnétique Kp . Nous avons par ailleurs pris en compte les champs électriques, prépondérants dans la dynamique des particules de basses énergies. Pour ce faire, après avoir implémenté un modèle simple de corotation, nous avons étudié un modèle plus récent de champ électrique de convection, de type Volland-Stern, développé à l'ONERA (voir [Sicard-Piet et al., 2010]). Ce modèle analytique rend mieux compte de l'intensité du champ en période d'orage en se basant sur plus de données que celui utilisé par le modèle concurrent VERB 4D. Les calculs des invariants adiabatiques et des composantes de la vitesse de dérive associées à la prise en compte du MLT ont également été effectués, nous permettant maintenant de disposer dans le code d'un modèle de champ électromagnétique magnétosphérique dynamique et asymétrique.

Il a par ailleurs fallu s'intéresser au cœur numérique du modèle Salammbô 4D. En effet, sachant que la prise en compte de la partie advective de l'équation statistique de Boltzmann 4D engendre des problèmes numériques, l'étape suivante a consisté à mettre en place une méthode limitant la diffusion numérique et supprimant les oscillations parasites. Pour ce faire, nous avons alors étudié l'équation d'advection 1D afin de ne tenir compte que des considérations numériques. Nous avons donc tout d'abord implémenté un schéma de discrétisation de type Upwind du premier ordre avant de passer à un schéma de type Beam-Warming du second ordre. Nous avons ensuite utilisé la méthode des limiteurs afin de rendre négligeable la diffusion numérique devant les processus physiques, tout en prévenant la génération d'oscillations parasites. Pour ce faire, nous avons couplé le schéma de type Beam-Warming avec le limiteur Superbee, connu pour avoir une excellente résolution au niveau des discontinuités. Malgré le temps de calcul prolongé, les résultats observés se sont montrés très satisfaisants. Nous avons enfin étudié l'advection selon L^* afin de savoir s'il était nécessaire de prendre en compte une méthode évoluée sur cette coordonnée. Pour cela, nous avons tout d'abord calculé le coefficient de diffusion numérique à partir de la vitesse d'advection radiale avant de comparer ce coefficient avec le processus de diffusion radiale. Les résultats obtenus nous montrent que la diffusion numérique selon L^* est négligeable devant la diffusion radiale, et n'excède pas au maximum quelques pourcents. Nous avons alors pu implémenter la partie advective selon L^* par un schéma simple de type Upwind du premier ordre. Cette partie numérique nous a donc permis d'assurer et de contrôler la robustesse du schéma numérique du modèle Salammbô 4D.

Une fois les différents problèmes d'ordre numérique résolus, nous avons implémenté les mécanismes physiques pilotant la dynamique des particules piégées dans notre modèle. Pour ce faire, nous avons tout d'abord considéré comme homogènes en MLT les frictions et collisions, du fait de leur ordre de grandeur moindre par rapport aux autres processus, et nous avons utilisé un nouveau modèle pour le mécanisme de diffusion radiale (voir [Boscher, 2016]). En effet, celui-ci se base sur des mesures plus nombreuses et plus récentes de perturbations magnétiques

ce qui en fait un modèle plus adéquat comparé au modèle de [Brautigam and Albert, 2000] utilisé par les codes concurrents. Après cela, notre étude s’est portée sur la dépendance en MLT de l’interaction onde-particule. En effet, comme nous l’avons présenté dans le chapitre introductif, ce mécanisme est asymétrique du fait de la distribution hétérogène des différents types d’ondes dans la magnétosphère. Nous avons alors utilisé le code WAPI, également développé à l’ONERA, afin d’étudier la dépendance en MLT de l’intensité magnétique des ondes pour ensuite remonter aux coefficients de diffusion en angle d’attaque, en énergie et enfin aux temps caractéristiques moyens de pertes. Ces résultats ont été validés par une simulation. Nous avons enfin pris en compte les dropouts induits par pertes par traversée de la magnétopause en utilisant une méthode développée dans [Herrera et al., 2016] et en l’adaptant en MLT grâce aux travaux de [Shue et al., 1998]. Nous nous sommes ensuite concentrés sur l’étape du mapping permettant le passage des coordonnées de résolution de l’équation de Boltzmann 4D aux coordonnées de l’espace réel pour une compréhension physique plus intuitive. Par l’étude du modèle magnétique de Mead et par une analogie innovante avec la mécanique Képlérienne, nous disposons maintenant des relations permettant le passage d’un espace de coordonnées à un autre. Le travail s’est alors porté sur l’étude de la condition aux limites à implémenter dans le modèle Salammbô 4D. En effet, la prise en compte du MLT est primordiale dans cette condition afin de simuler l’injection des particules issues du feuillet neutre côté nuit. Nous avons réalisé cette étude grâce aux données du satellite LANL sur plus de 15 ans de mesures ce qui nous a permis d’estimer la localisation de la source et son extension en MLT.

Une fois les différents processus physiques validés et pris en compte dans le modèle Salammbô 4D, le travail s’est ensuite porté sur la validation complète du code par la confrontation avec des observations satellitaires d’environnement radiatif. La première validation a été réalisée avec le modèle Salammbô 3D sur l’orage magnétique de Mars 2015. Nous avons alors constaté la bonne restitution de la dynamique des ceintures à 300 keV (limite basse en énergie du modèle 3D) avec en plus l’accès à la phase principale de l’orage et le développement de premières structures fines. La consolidation du modèle 4D a ensuite été réalisée à plus basse énergie par confrontation avec les données du détecteur ESA du satellite THEMIS A, toujours sur ce même orage. Les résultats obtenus se sont montrés très satisfaisants, avec notamment la bonne prise en compte des dropouts, retrouvés sur les mesures lors du passage du satellite vers 12h00 MLT. Ceci nous permet de valider ce modèle de pertes par traversée de la magnétopause. De plus, les structures asymétriques développées par le champ électrique de convection ont également montré une dynamique satisfaisante. En outre, la comparaison avec les données RBSP nous apportent des premières informations quant à la dynamique de l’injection des particules côté nuit. Cette dynamique a été prise en compte par l’implémentation du modèle de condition aux limites de [Dubyagin et al., 2016], restituant la densité et la température du proche feuillet neutre en fonction des différents paramètres du vent solaire. Cette nouvelle condition aux limites nous a permis de raffiner la résolution temporelle (1h avec la base de données OMNI) de l’injection des particules et d’apporter des résultats prometteurs sur la topologie globale des ceintures de radiation durant un orage géomagnétique.

Ce travail réalisé au cours des trois ans de thèse apporte donc une avancée significative dans la modélisation fine de la dynamique des ceintures de radiation terrestres au cours d’un orage géomagnétique. Néanmoins, plusieurs perspectives sont à envisager. En effet, bien qu’une condition aux limites dynamique et asymétrique ait été implémentée, les niveaux de flux observés lors d’orages sont parfois supérieurs de plus d’une décade aux flux mesurés par les satellites. Cela semble traduire un manque de pertes, notamment du côté jour. Les recherches pourraient s’orienter sur les ondes de type Upper Chorus, connues pour résonner avec les électrons de basse énergie et dont la statistique est perfectible, ou encore sur la prise en compte des orbites de Shabansky, piégeant temporairement les électrons hors équateur côté jour. Une autre piste intéressante concerne le modèle de champ électrique de convection. En effet, l’axe de symétrie aube-crêpuscule du modèle implémenté n’est pas forcément observé empiriquement. La prise en compte d’un modèle plus récent comme celui du potentiel de [Weimer, 1996], dépendant des paramètres du vent solaire et tenant compte de cette asymétrie, serait une perspective prometteuse, avec une meilleure estimation de la composante électrique de convection dans la vitesse de dérive. De plus, il faudrait tenir compte de la dépendance en MLT observée dans la localisation de la plasmapause (voir [Pierrard and Stegen, 2008]), tout particulièrement en période d’orage magnétique, afin d’avoir une meilleure détermination de la zone d’écrantage du champ électrique de convection et une meilleure prise en compte des ondes dans et en-dehors de la plasmasphère. Par ailleurs, l’implémentation d’un paramètre d’entrée ayant une meilleure résolution temporelle que l’indice Kp permettrait d’avoir une résolution plus fine sur l’état des ceintures de radiation. Il faudrait alors reprendre les processus physiques implémentés et les adapter à ce nouvel indice. Cela nous permettrait en outre d’avoir une meilleure estimation d’un des principaux moteurs de la dynamique des ceintures : la diffusion radiale. En ce sens, les récents travaux de [Chambodut et al., 2015] sur un indice α sectoriel, rendant compte de l’activité géomagnétique globale

et dépendant du MLT, est une piste de recherche prometteuse. Enfin, il serait à l'avenir particulièrement intéressant de développer un modèle Salammbô 4D pour les protons. Il faudrait alors intégrer dans le modèle les processus physiques propres à ce type de particule, comme le processus d'échange de charge. Cependant, le travail développé au cours de cette thèse, notamment dans le domaine numérique, pourra servir de base commune au modèle Salammbô 4D pour les électrons et les protons. Comme nous le constatons, les futurs travaux à mener sont nombreux et l'avènement récent de la météorologie de l'espace offre divers axes de recherches pour les années à venir.

Annexe A

Étude du schéma Upwind du premier ordre et origine de la diffusion numérique

Cette annexe présente l'étude de la consistance et de la stabilité du schéma de type Upwind du premier ordre. Rappelons tout d'abord son expression, pour une équation d'advection (voir partie 4.2.1) :

$$f_i^{n+1} = f_i^n - v_{\varphi_3} \frac{\Delta t}{\Delta \varphi_3} \times \begin{cases} f_i^n - f_{i-1}^n & \text{si } v_{\varphi_3} > 0 \\ f_{i+1}^n - f_i^n & \text{si } v_{\varphi_3} < 0 \end{cases} \quad (\text{A.1})$$

A.1 Consistance du schéma

Afin d'étudier la consistance de ce schéma, calculons dans un premier temps son erreur de troncature ε_T , correspondant à la différence entre le schéma numérique et l'équation différentielle analytique. Nous limiterons ici le calcul au cas $v_{\varphi_3} > 0$. En incluant les développements de f_i^{n+1} et f_{i-1}^n autour de f_i^n (voir partie 4.1.1) dans l'expression du schéma et en soustrayant l'équation analytique d'advection, ceci nous conduit à :

$$\frac{f_i^{n+1} - f_i^n}{\Delta t} + v_{\varphi_3} \left(\frac{f_i^n - f_{i-1}^n}{\Delta \varphi_3} \right) - \left(\frac{\partial f}{\partial t} + v_{\varphi_3} \frac{\partial f}{\partial \varphi_3} \right)_i^n = \frac{\Delta t}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} \Big|_i^n - v_{\varphi_3} \frac{\Delta \varphi_3}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial \varphi_3^2} \Big|_i^n + \mathcal{O}(\Delta t^2, \Delta \varphi_3^2) \quad (\text{A.2})$$

Le membre de droite de cette équation représente ici l'erreur de troncature ε_T . Comme nous pouvons le constater,

$$\lim_{\substack{\Delta \varphi_3 \rightarrow 0 \\ \Delta t \rightarrow 0}} \varepsilon_T = 0 \quad (\text{A.3})$$

Ce schéma numérique est donc bien consistant et d'ordre un en temps et en espace.

A.2 Stabilité du schéma

Étudions maintenant sa stabilité au travers de la méthode de Von Neumann. Pour des soucis de notation, nous poserons dans la suite $\sigma = v_{\varphi_3} \Delta t / \Delta \varphi_3$. Comme expliqué dans la partie 4.1.2, remplaçons tous les termes de la forme f_{i+m}^{n+k} par $V^{n+k} e^{j(i+m)\varphi}$ dans le schéma numérique. Ceci nous donne :

$$V^{n+1} e^{ji\varphi} = V^n e^{ji\varphi} - \sigma \left(V^n e^{ji\varphi} - V^n e^{j(i-1)\varphi} \right) \quad (\text{A.4})$$

ce qui nous conduit, après calculs, au facteur d'amplification suivant :

$$G = \frac{V^{n+1}}{V^n} = 1 - \sigma (1 - e^{-j\varphi}) \quad (\text{A.5})$$

En séparant la partie réelle de la partie complexe, cela nous conduit à :

$$G = 1 + \sigma(\cos \varphi - 1) - j\sigma \sin \varphi \quad (\text{A.6})$$

La condition de stabilité est vérifiée si $|G| \leq 1$, ce qui revient à $|G|^2 \leq 1$. Calculons donc le module au carré de G .

$$\begin{aligned} |G|^2 &= (1 + \sigma(\cos \varphi - 1))^2 + (\sigma \sin \varphi)^2 \\ &= 1 + 2\sigma(\cos \varphi - 1) + \sigma^2(\cos^2 \varphi - 2\cos \varphi + 1) + \sigma^2 \sin^2 \varphi \\ &= 1 + 2\sigma \cos \varphi - 2\sigma + 2\sigma^2 - 2\sigma^2 \cos \varphi \\ &= 1 + 2\sigma(\sigma - 1)(1 - \cos \varphi) \end{aligned}$$

D'après l'expression de $|G|^2$ ci-dessus, nous pouvons remarquer que :

$$|G|^2 \leq 1 \Rightarrow 2\sigma(\sigma - 1)(1 - \cos \varphi) \leq 0$$

Or,

$$\begin{cases} \sigma \geq 0 & \text{car } a > 0 \\ 1 - \cos \varphi \geq 0, & \forall \varphi \end{cases}$$

Donc, $|G|^2 \leq 1$ si et seulement si $\sigma \leq 1$. Nous venons donc de démontrer la stabilité conditionnelle du schéma numérique de type Upwind du premier ordre. Cette condition de stabilité correspond à $\sigma \leq 1$ et est connue comme la condition CFL (ou *Courant Friedrichs-Lewy*).

A.3 Convergence du schéma

Dans les sections précédentes, nous avons démontré que ce schéma numérique était consistant au premier ordre en temps et en espace et conditionnellement stable. Ces deux propriétés réunies, nous pouvons affirmer que d'après le théorème de Lax (énoncé dans la partie 4.1.2), ce schéma numérique est également convergent.

Nous avons dès lors réussi à démontrer que le schéma numérique de type Upwind du premier ordre respecte les différentes propriétés nécessaires à son exploitation dans le cas de l'étude de l'équation d'advection.

A.4 La diffusion numérique : artefact de la discrétisation

Afin de comprendre l'origine de la diffusion numérique, il nous faut revenir à la notion d'approximation et d'erreur de troncature. En effet, en reprenant l'expression du schéma de type Upwind du premier ordre ci-dessus (pour $v_{\varphi_3} > 0$), et en développant f_i^{n+1} et f_{i-1}^n autour de f_i^n , on obtient :

$$\begin{cases} f_i^{n+1} = f_i^n + \Delta t \left. \frac{\partial f}{\partial t} \right|_i^n + \frac{\Delta t^2}{2!} \left. \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} \right|_i^n + \frac{\Delta t^3}{3!} \left. \frac{\partial^3 f}{\partial t^3} \right|_i^n + \dots \\ f_{i-1}^n = f_i^n - \Delta \varphi_3 \left. \frac{\partial f}{\partial \varphi_3} \right|_i^n + \frac{\Delta \varphi_3^2}{2!} \left. \frac{\partial^2 f}{\partial \varphi_3^2} \right|_i^n - \frac{\Delta \varphi_3^3}{3!} \left. \frac{\partial^3 f}{\partial \varphi_3^3} \right|_i^n + \dots \end{cases} \quad (\text{A.7})$$

En incluant ces développements dans l'expression du schéma et en soustrayant l'équation analytique d'advection, ceci nous conduit à :

$$\frac{f_i^{n+1} - f_i^n}{\Delta t} + v_{\varphi_3} \left(\frac{f_i^n - f_{i-1}^n}{\Delta \varphi_3} \right) - \left(\frac{\partial f}{\partial t} + v_{\varphi_3} \frac{\partial f}{\partial \varphi_3} \right)_i^n = \frac{\Delta t}{2} \left. \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} \right|_i^n - v_{\varphi_3} \frac{\Delta \varphi_3}{2} \left. \frac{\partial^2 f}{\partial \varphi_3^2} \right|_i^n + \mathcal{O}(\Delta t^2, \Delta \varphi_3^2) \quad (\text{A.8})$$

Le membre de droite de cette équation représente ici l'erreur de troncature, notée ε_T , soit la différence entre le schéma numérique et l'équation différentielle analytique. Par ailleurs, en effectuant le développement de Taylor autour de la solution exacte de l'équation différentielle, notée ν_i^n (avec $\nu(\varphi_3, t)$ solution analytique), l'équation (A.8) ci-dessus peut alors s'écrire comme :

$$\frac{\nu_i^{n+1} - \nu_i^n}{\Delta t} + v_{\varphi_3} \left(\frac{\nu_{i-1}^n - \nu_i^n}{\Delta \varphi_3} \right) = \frac{\Delta t}{2} \frac{\partial^2 \nu}{\partial t^2} \Big|_i^n - v_{\varphi_3} \frac{\Delta \varphi_3}{2} \frac{\partial^2 \nu}{\partial \varphi_3^2} \Big|_i^n + \mathcal{O}(\Delta t^2, \Delta \varphi_3^2) = \varepsilon_{T,\nu} \quad (\text{A.9})$$

Ceci nous montre que la solution exacte ne satisfait pas à une équation purement advective. De plus, grâce à l'équation (A.9) ci-dessus, nous pouvons également définir l'erreur de troncature comme le résidu de l'équation discrétisée pour les valeurs de ν_i^n égales à la solution analytique. Nous pouvons également effectuer le développement de Taylor autour de la solution exacte de l'équation discrétisée (que nous noterons w_i^n). Dans ce cas, l'équation (A.8) se réduit à :

$$\left(\frac{\partial w}{\partial t} + v_{\varphi_3} \frac{\partial w}{\partial \varphi_3} \right)_i^n = v_{\varphi_3} \frac{\Delta \varphi_3}{2} \frac{\partial^2 w}{\partial \varphi_3^2} \Big|_i^n - \frac{\Delta t}{2} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \Big|_i^n + \mathcal{O}(\Delta t^2, \Delta \varphi_3^2) = -\varepsilon_{T,w} \quad (\text{A.10})$$

Cette relation nous montre quant à elle que la solution exacte de l'équation discrétisée n'est pas solution exacte de l'équation différentielle. Cependant, cette solution numérique est solution d'une équation différentielle équivalente, ou encore appelée équation différentielle modifiée. Afin d'établir cette équation différentielle équivalente, nous pouvons, à partir de l'équation (A.10), exprimer la dérivée temporelle en fonction de la dérivée spatiale. Ceci nous donne :

$$\frac{\partial w}{\partial t} \Big|_i^n = -v_{\varphi_3} \frac{\partial w}{\partial \varphi_3} \Big|_i^n + \mathcal{O}(\Delta t, \Delta \varphi_3) \quad (\text{A.11})$$

En dérivant cette relation par rapport à t , on obtient :

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \Big|_i^n &= -v_{\varphi_3} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial w}{\partial \varphi_3} \right) \Big|_i^n + \mathcal{O}(\Delta t, \Delta \varphi_3) \\ &= -v_{\varphi_3} \frac{\partial}{\partial \varphi_3} \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right) \Big|_i^n + \mathcal{O}(\Delta t, \Delta \varphi_3) \end{aligned}$$

En appliquant maintenant l'équation (A.11), ceci nous donne :

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \Big|_i^n = v_{\varphi_3}^2 \frac{\partial^2 w}{\partial \varphi_3^2} \Big|_i^n + \mathcal{O}(\Delta t, \Delta \varphi_3) \quad (\text{A.12})$$

Au final, l'équation différentielle modifiée s'écrit sous la forme :

$$\left(\frac{\partial w}{\partial t} + v_{\varphi_3} \frac{\partial w}{\partial \varphi_3} \right)_i^n = v_{\varphi_3} \frac{\Delta \varphi_3}{2} \frac{\partial^2 w}{\partial \varphi_3^2} \Big|_i^n - v_{\varphi_3}^2 \frac{\Delta t}{2} \frac{\partial^2 w}{\partial \varphi_3^2} \Big|_i^n + \mathcal{O}(\Delta t, \Delta \varphi_3)$$

ou encore

$$\left(\frac{\partial w}{\partial t} + v_{\varphi_3} \frac{\partial w}{\partial \varphi_3} \right)_i^n = D_{num} \frac{\partial^2 w}{\partial \varphi_3^2} \Big|_i^n + \mathcal{O}(\Delta t, \Delta \varphi_3) \quad \text{avec} \quad D_{num} = \frac{v_{\varphi_3} \Delta \varphi_3}{2} \left(1 - \frac{v_{\varphi_3} \Delta t}{\Delta \varphi_3} \right) \quad (\text{A.13})$$

Cette équation finale nous apporte plusieurs informations. La première est que la solution numérique satisfait donc à une équation d'advection-diffusion, avec l'apparition d'une diffusion numérique, selon la coordonnée spatiale φ_3 , caractérisée via le coefficient D_{num} . De plus, afin de garantir la stabilité du schéma numérique et d'éviter son explosion, ce coefficient doit être positif. Ceci nous conduit à :

$$0 \leq \frac{v_{\varphi_3} \Delta t}{\Delta \varphi_3} \leq 1 \quad (\text{A.14})$$

Cette condition est bien connue et correspond à la condition CFL (pour *Courant Friedrichs-Lewy*).

Nous pouvons donc comprendre l'origine de la diffusion numérique comme la discrétisation de l'équation d'advection théorique et donc, l'introduction d'une erreur de troncature pouvant être regroupée sous un paramètre diffusif. Ceci explique également la décroissance exponentielle de la condition initiale au cours du temps.

Annexe B

Schémas numériques de discrétisation du second ordre

Cette annexe présente les schémas de type Upwind du second ordre et de Lax-Wendroff, ainsi que les résultats obtenus suite à leur implémentation dans l'équation d'advection 1D.

B.1 Schéma de type Upwind du second ordre

Comme expliqué dans la partie 4.2.3, le schéma de type Upwind du second ordre (en espace) prend la même forme que le schéma du premier ordre, mais avec une discrétisation d'ordre supérieur sur la dérivée spatiale. Il s'exprime donc comme :

$$f_i^{n+1} = f_i^n - v_{\varphi_3} \frac{\Delta t}{\Delta \varphi_3} \times \begin{cases} 3f_i^n - 4f_{i-1}^n + f_{i-2}^n & \text{si } v_{\varphi_3} > 0 \\ -3f_i^n + 4f_{i+1}^n - f_{i+2}^n & \text{si } v_{\varphi_3} < 0 \end{cases} \quad (\text{B.1})$$

Implémenté dans l'équation d'advection 1D selon φ_3 , les résultats obtenus sont présentés sur les figures B.1 et B.2 suivantes.

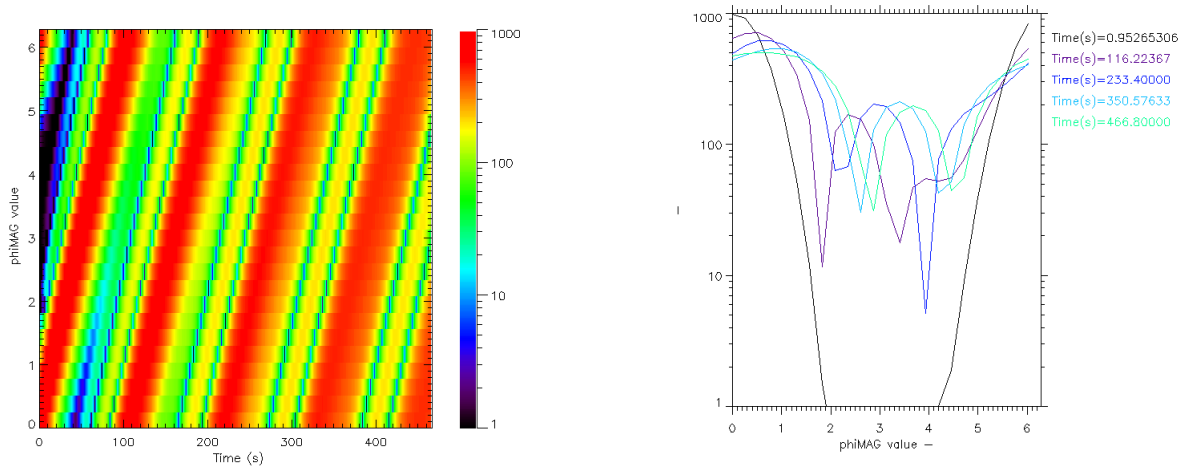


FIGURE B.1 – À gauche : Fonction de distribution f en fonction de φ_3 pour des électrons équatoriaux de 5 MeV à $L^* = 8$, pour $\Delta t = 1$ s et pour le schéma de type Upwind du second ordre. À droite : f après chaque période de dérive τ_d . f est tracée en valeur absolue sur une échelle logarithmique.

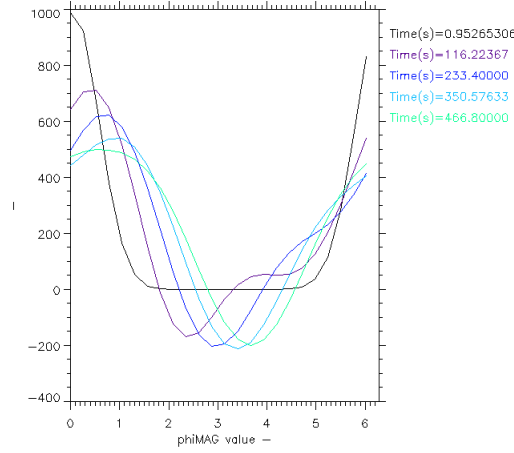


FIGURE B.2 – Fonction de distribution f après chaque période de dérive τ_d pour des électrons équatoriaux de 5 MeV à $L^* = 8$, pour $\Delta t = 1$ s et pour le schéma de type Upwind du second ordre. f est tracée sur une échelle linéaire.

B.2 Schéma de Lax-Wendroff

Ce schéma de discrétisation du second ordre en temps et en espace repose quant à lui sur la discrétisation au second ordre de la dérivée temporelle. Une fois isolé son terme d'ordre deux, on le remplace en introduisant la dérivée spatiale, via l'équation d'advection. Son expression est de la forme :

$$f_i^{n+1} = f_i^n - v_{\varphi_3} \frac{\Delta t}{2\Delta\varphi_3} (f_{i+1}^n - f_{i-1}^n) + \frac{1}{2} \left(\frac{v_{\varphi_3} \Delta t}{\Delta\varphi_3} \right)^2 (f_{i-1}^n - 2f_i^n + f_{i+1}^n) \quad (\text{B.2})$$

Les figures B.3 et B.4 ci-dessous sont obtenues après son implémentation dans l'équation d'advection 1D selon φ_3 .

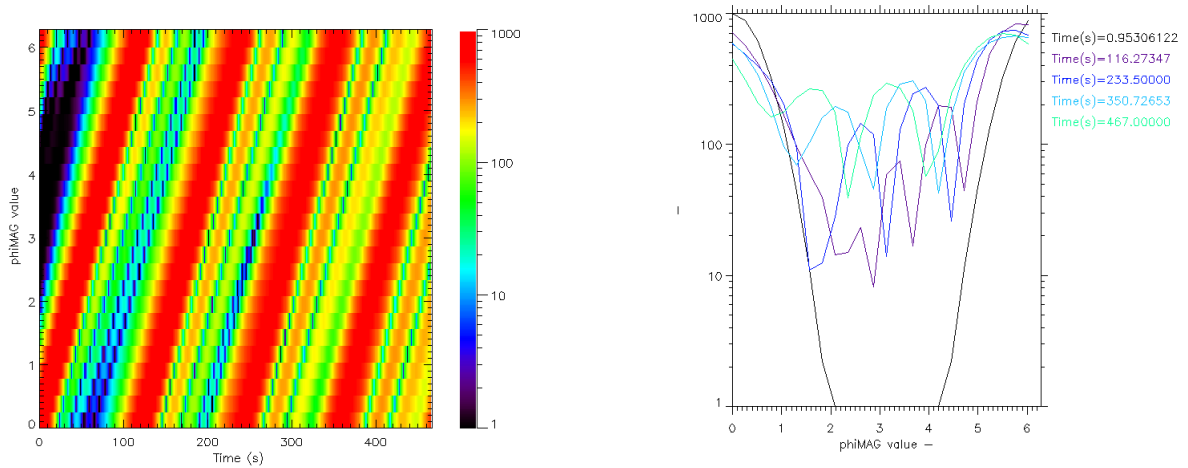


FIGURE B.3 – À gauche : Fonction de distribution f en fonction de φ_3 pour des électrons équatoriaux de 5 MeV à $L^* = 8$, pour $\Delta t = 1$ s et pour le schéma de Lax-Wendroff. À droite : f après chaque période de dérive τ_d . f est tracée en valeur absolue sur une échelle logarithmique.

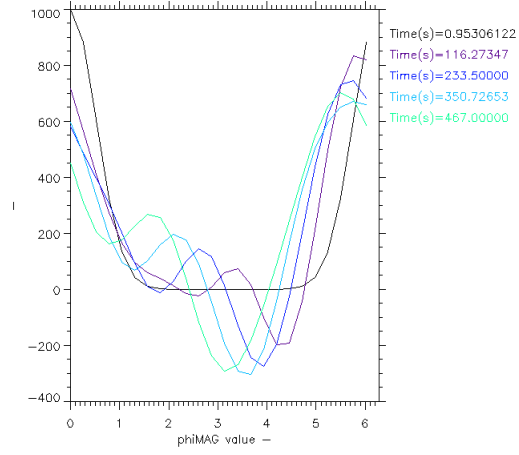


FIGURE B.4 – Fonction de distribution f après chaque période de dérive τ_d pour des électrons équatoriaux de 5 MeV à $L^* = 8$, pour $\Delta t = 1$ s et pour le schéma de Lax-Wendroff. f est tracée sur une échelle linéaire.

Les résultats obtenus pour ces deux schémas du second ordre sont discutés dans la partie 4.2.3

Annexe C

Calcul du temps caractéristique moyen de pertes dû à la diffusion en angle d'attaque.

Cette annexe présente le calcul conduisant au temps de réponse τ des ceintures de radiation dû à la diffusion en angle d'attaque. Afin de déterminer ce paramètre, nous faisons appel à une méthode établie par [Lyons et al., 1972] et reprise dans [Sicard-Piet et al., 2011]. De plus, afin d'alléger la notation, nous poserons dans ce qui suit $\alpha \equiv \alpha_{eq}$. Partant de l'équation de Fokker-Planck 3D (2.23), nous pouvons isoler la partie correspondant à la diffusion en angle d'attaque des particules, ce qui nous donne (voir [Lyons et al., 1972]) :

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{1}{T(\alpha) \sin(2\alpha)} \frac{\partial}{\partial \alpha} \left[D_{\alpha\alpha} T(\alpha) \sin(2\alpha) \frac{\partial f}{\partial \alpha} \right] \quad (\text{C.1})$$

avec :

- f la fonction de distribution dépendant de l'angle d'attaque équatorial et du temps,
- $T(\alpha)$ définie par l'équation (3.8),
- $D_{\alpha\alpha}$ le coefficient de diffusion (en s^{-1}).

Cette équation est soluble en supposant la séparation des variables, soit :

$$f(\alpha, t) = F(t)g(\alpha) \quad (\text{C.2})$$

avec $F(t)$ représentant la densité locale et équatoriale d'électrons par unité d'énergie et $g(\alpha)$ la forme de la distribution en angle d'attaque, supposée constante en temps, symétrique autour de $\alpha = \pi/2$, soit $dg/d\alpha(\pi/2) = 0$ et nulle en bord de cône de perte, soit $g(\alpha_c) = 0$. De plus, cette distribution est normalisée de telle sorte que :

$$\int_0^\pi g(\alpha) \sin \alpha \, d\alpha = 1 \quad (\text{C.3})$$

En incluant l'équation (C.2) dans (C.1), nous obtenons alors :

$$\begin{cases} \frac{dF}{dt} = -\frac{F}{\tau} \\ \frac{1}{T(\alpha) \sin(2\alpha)} \frac{d}{d\alpha} \left[D_{\alpha\alpha} T(\alpha) \sin(2\alpha) \frac{g}{\alpha} \right] = -\frac{g}{\tau} \end{cases} \quad (\text{C.4})$$

τ représente ici la constante de temps de diffusion et dépend de l'énergie et de L^* . Pour pouvoir séparer les variables, τ ne doit pas dépendre de l'angle d'attaque équatorial, ce qui peut être admis après plusieurs rebonds. Nous pouvons alors intégrer la seconde équation de (C.4) ci-dessus entre l'angle du bord du cône de perte α_c et $\pi/2$ ce qui nous donne :

$$\left[D_{\alpha\alpha} T(\alpha) \sin(2\alpha) \frac{dg}{d\alpha} \right]_{\alpha_c}^{\pi/2} = -\frac{1}{\tau} \int_{\alpha_c}^{\pi/2} g(\alpha) T(\alpha) \sin(2\alpha) \, d\alpha \quad (\text{C.5})$$

d'où

$$\tau = - \frac{\int_{\alpha_c}^{\pi/2} g(\alpha) T(\alpha) \sin(2\alpha) d\alpha}{D_{\alpha\alpha}(\alpha_c) T(\alpha_c) \sin(2\alpha_c) \left. \frac{dg}{d\alpha} \right|_{\alpha_c}} \quad \text{car} \quad \left. \frac{dg}{d\alpha} \right|_{\pi/2} = 0 \quad (\text{C.6})$$

Néanmoins, nous avons besoin de connaître la distribution $g(\alpha)$ pour établir l'expression du temps de réponse τ . Pour ce faire, nous devons tout d'abord intégrer la seconde équation de (C.4) entre α_c et α , ce qui nous donne :

$$\begin{aligned} \left[D_{\alpha\alpha} T(\alpha) \sin(2\alpha) \frac{dg}{d\alpha} \right]_{\alpha_c}^{\pi/2} &= -\frac{1}{\tau} \int_{\alpha_c}^{\alpha} g(\alpha') T(\alpha') \sin(2\alpha') d\alpha' \\ &= - \frac{D_{\alpha\alpha}(\alpha_c) T(\alpha_c) \sin(2\alpha_c) \left. \frac{dg}{d\alpha} \right|_{\alpha_c} \int_{\alpha_c}^{\alpha} g(\alpha') T(\alpha') \sin(2\alpha') d\alpha'}{\int_{\alpha_c}^{\pi/2} g(\alpha) T(\alpha) \sin(2\alpha) d\alpha} \end{aligned}$$

d'où

$$D_{\alpha\alpha} T(\alpha) \sin(2\alpha) \frac{dg}{d\alpha} = D_{\alpha\alpha}(\alpha_c) T(\alpha_c) \sin(2\alpha_c) \left. \frac{dg}{d\alpha} \right|_{\alpha_c} \left[1 - \frac{\int_{\alpha_c}^{\alpha} g(\alpha') T(\alpha') \sin(2\alpha') d\alpha'}{\int_{\alpha_c}^{\pi/2} g(\alpha) T(\alpha) \sin(2\alpha) d\alpha} \right]$$

et donc, au final,

$$g(\alpha) = g(\alpha_c) \int_{\alpha_c}^{\alpha} \frac{D_{\alpha\alpha}(\alpha_c) T(\alpha_c) \sin(2\alpha_c)}{D_{\alpha\alpha}(\alpha') T(\alpha') \sin(2\alpha')} \left[1 - \frac{\int_{\alpha_c}^{\alpha'} g(\alpha'') T(\alpha'') \sin(2\alpha'') d\alpha''}{\int_{\alpha_c}^{\pi/2} g(\alpha'') T(\alpha'') \sin(2\alpha'') d\alpha''} \right] d\alpha' \quad (\text{C.7})$$

En injectant le profil obtenu de $g(\alpha)$ dans l'équation (C.6), nous pouvons finalement établir la constante τ représentant le temps de réponse moyen des ceintures de radiation à la diffusion en angle d'attaque.

Annexe D

Condition aux limites de Dubyagin et fonction de distribution

Cette annexe se propose dans un premier temps de reprendre l'expression analytique du modèle de [Dubyagin et al., 2016] établissant la densité et la température du feuillet neutre. Par la suite, nous établirons le calcul reliant ces deux paramètres à la fonction de distribution pour l'implémentation dans le modèle Salammbô 4D.

D.1 Modèle de Dubyagin

Cette section reprend l'expression de n et T du modèle de [Dubyagin et al., 2016]. Pour plus de détails, le lecteur peut se référer à la partie 5.5.3. La densité (en cm^{-3}) et la température (en keV) du feuillet neutre sont définies comme :

$$\begin{cases} n_{ps} = A_1 + A_2 r^* + A_3 \varphi^{*2} r^* + A_4 \varphi^{*2} + A_5 n_{sw}^* + (A_6 + A_7 r^*) B_s^* \\ T_{ps} = \left[A_1 + A_2 \varphi^* + A_3 v_{sw}^* + (A_4 + A_5 \varphi^{*2} r^*) B_s^{*A_7} + A_6 r^* B_n^{*A_8} \right]^{A_9} \end{cases} \quad (\text{D.1})$$

avec $\varphi^* = \varphi/90^\circ$ (pour $\varphi \in [-90^\circ, 90^\circ]$) et $r^* = r/10R_E$ les coordonnées normalisées. Les valeurs des différents coefficients sont répertoriées dans le tableau D.1 ci-dessous.

	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7	A_8	A_9
Densité n_{ps} (cm^{-3})	1.23	-1.01	0.874	-0.820	0.392	0.521	-0.474	-	-
Température T_{ps} (keV)	-0.0215	-0.426	1.47	0.587	-0.538	-0.489	0.32	0.36	2.31

TABLE D.1 – Coefficients des expressions de la densité et de la température du feuillet neutre du modèle de [Dubyagin et al., 2016].

De plus, n_{sw}^* , v_{sw}^* , B_s^* et B_n^* représentent respectivement les densité et vitesse du vent solaire et les composantes Sud et Nord du champ magnétique interplanétaire, normalisés et définis comme :

$$\begin{cases} n_{sw}^*(t_0) = \frac{1}{10\text{cm}^{-3}\Delta T_n} \int_{t_0-t_n-\Delta T_n}^{t_0-t_n} n_{sw}(t) dt ; & v_{sw}^*(t_0) = \frac{1}{400\text{km.s}^{-1}\Delta T_v} \int_{t_0-t_v-\Delta T_v}^{t_0-t_v} v_{sw}(t) dt \\ B_s^*(t_0) = \frac{1}{2\text{nT}\Delta T_{B_s}} \int_{t_0-t_{B_s}-\Delta T_{B_s}}^{t_0-t_{B_s}} B_s(t) dt ; & B_n^*(t_0) = \frac{1}{2\text{nT}\Delta T_{B_n}} \int_{t_0-t_{B_n}-\Delta T_{B_n}}^{t_0-t_{B_n}} B_n(t) dt \end{cases} \quad (\text{D.2})$$

avec

	t_n	ΔT_n	t_{B_s}	ΔT_{B_s}	t_v	Δt_v	t_{B_n}	Δt_{B_n}
Densité	0.58	4	0.58	6	-	-	-	-
Température	-	-	0.58	0.75	0.58	4	0.58	2

TABLE D.2 – Constantes de temps pour les paramètres normalisés du modèle de [Dubyagin et al., 2016].

D.2 Relation entre la densité, la température et la fonction de distribution

Après avoir exprimé le modèle de condition aux limites en fonction de la densité et de la température, il nous faut maintenant relier ces deux paramètres à la fonction de distribution pour pouvoir l'implémenter dans le code. Nous partons donc de la définition de la densité de particules, soit :

$$n_{ps} = \iiint f d^3p \quad (\text{D.3})$$

Or, comme expliqué dans le rapport [Bourdarie and Maget, 2016], nous choisissons de modéliser la condition limite par une distribution Maxwellienne. Ceci nous donne, en considérant l'isotropie et l'homogénéité en angle solide :

$$n_{ps} = 4\pi \int_0^{+\infty} f_0 p^2 e^{-E/E_{car}} dp \quad (\text{D.4})$$

De plus, à basses énergies, nous avons $E = \frac{p^2}{2m}$. Nous évitons donc le cas relativiste introduisant une fonction de Bessel lors de l'intégration. En effet, après des tests, la température n'excédant que rarement les 10 keV, l'erreur reste minime. Cela nous donne donc :

$$n_{ps} = 4\pi f_0 \int_0^{+\infty} p^2 e^{-p^2/2mE_{car}} dp \quad (\text{D.5})$$

Nous posons alors :

$$p' = \frac{p}{\sqrt{2mE_{car}}} \Rightarrow dp' = \frac{dp}{\sqrt{2mE_{car}}}$$

ce qui nous conduit à :

$$n = 4\pi f_0 (2mE_{car})^{3/2} \int_0^{+\infty} p'^2 e^{-p'^2} dp' \quad (\text{D.6})$$

Nous procédons maintenant à une intégration par parties, ce qui nous donne alors :

$$n = 4\pi f_0 (2mE_{car})^{3/2} \left(\left[-\frac{p'^2}{2} \right]_0^{+\infty} + \frac{1}{2} \int_0^{+\infty} e^{-p'^2} dp' \right) \quad (\text{D.7})$$

Le premier terme s'annule en 0 et en $+\infty$ et le second terme est égal à $\sqrt{\pi}/4$. La densité n_{ps} peut donc s'exprimer comme :

$$n_{ps} = f_0 (2m\pi E_{car})^{3/2} \quad \text{avec} \quad E_{car} = T_{ps}/1000 \quad (\text{MeV}) \quad (\text{D.8})$$

d'où

$$f_0 = \frac{n_{ps}}{(2m\pi T_{ps})^{3/2}} \quad (\text{D.9})$$

De plus, il faut également appliquer un facteur de conversion. En effet,

$$[n_{ps}] = \text{cm}^{-3} = 10^{-6} \text{ m}^{-3} \quad \text{et} \quad [E_{car}] = \text{MeV} = 1.6022 \times 10^{-13} \text{ kg.m}^2\text{s}^{-2}$$

L'application de ce modèle de condition aux limites dynamique et pilotée par différents paramètres du vent solaire est discutée dans la partie 5.5.3.

Annexe E

Publication

Publication dans la revue *Journal of Geophysical Research : Space Physics*.

Characterizing magnetopause shadowing effects in the outer electron radiation belt during geomagnetic storms.

Auteurs : D. Herrera, V.F. Maget et A. Sicard-Piet.

Cette publication présente un nouveau modèle de dropouts dûs aux pertes par traversée de la magnétopause dans la ceinture externe d'électrons durant les orages géomagnétiques. Ce modèle a été développé dans le but de l'implémenter par la suite dans le code Salammbô 3D développé à l'ONERA. Pour ce faire, nous avons tout d'abord montré que pour des électrons énergétiques, typiquement au-dessus de quelques centaines de keV, les pertes par traversée de la magnétopause sont la contribution principale des dropouts dans la ceinture externe en période d'orage. Nous avons alors étudié les variations globales de la distance Terre-magnétopause et des flux d'électrons relativistes afin d'établir cette corrélation. Une analyse statistique connue sous le nom de Superposed Epoch Analysis nous a permis, à l'aide des mesures du satellite NOAA POES 15 sur 67 SIRs, de valider dans un premier temps notre méthode. Par la suite, cette analyse s'est déroulée sur plus d'un cycle solaire ce qui nous a permis de définir un critère de détection des dropouts intenses. Nous avons enfin inclus ce modèle dans le code Salammbô 3D. Cette étude présente ici les améliorations apportées par la prise en compte de ce mécanisme de perte et confronte le modèle Salammbô 3D aux données des satellites RBSP A et B pour l'orage géomagnétique de St-Patrick en Mars 2015.

RESEARCH ARTICLE

10.1002/2016JA022825

Key Points:

- The prime role of magnetopause shadowing during intense dropouts is highlighted in this work
- A simplistic but functional model of magnetopause shadowing is introduced
- An improved version of Salammbô code is presented, taking into account magnetopause shadowing effect-induced losses

Correspondence to:

D. Herrera,
damien.herrera@onera.fr

Citation:

Herrera, D., V. F. Maget, and A. Sicard-Piet (2016), Characterizing magnetopause shadowing effects in the outer electron radiation belt during geomagnetic storms, *J. Geophys. Res. Space Physics*, 121, doi:10.1002/2016JA022825.

Received 18 APR 2016

Accepted 5 SEP 2016

Accepted article online 9 SEP 2016

Characterizing magnetopause shadowing effects in the outer electron radiation belt during geomagnetic storms

D. Herrera¹, V. F. Maget¹, and A. Sicard-Piet¹
¹ONERA, the French Aerospace Lab, Toulouse, France

Abstract Relativistic electrons dynamics is still challenging to predict during the main phase of a storm. In particular, three dimensions radiation belt models, for which temporal resolution is limited, fail in predicting their behavior, especially when dropouts occur. In this paper we present a new model of magnetopause shadowing losses to be incorporated into the ONERA Salammbô code in order to improve the model accuracy. We show in this paper that above a few hundred keVs, magnetopause shadowing is the first contribution to losses in the outer electron belt during dropout events. Global variations of Earth-magnetopause distance and relativistic electron flux have been analyzed to establish the correlation between the magnetopause shadowing and dropouts on the outer electron radiation belt during geomagnetic storms. To that purpose, a Superposed Epoch Analysis has been done using NOAA Polar-orbiting Operational Environmental Satellite 15 measurements. First, a list of 67 Stream Interfaces has been used to validate the method, and then the Superposed Epoch Analysis has been run over more than one solar cycle. Our results show that the model of magnetopause location we have developed fits well with a Superposed Epoch Analysis performed and that we are able to define a criteria based on it that detect intense dropouts. Finally, we have included this model in the Salammbô code, and we present here the improvements obtained as well as the validation made.

1. Introduction

For many years, the strong dynamics of the Earth's radiation belts have been responsible for many hazards both on space and Earth technologies. For example, some geomagnetic storms can be linked to outages or losses on satellites, as Galaxy IV in 1998 or more recently, GOES 15 in 2012. Despite the fact that radiation belt physics has been studied since the beginning of the Space Era, numerous challenges still exist. In particular, trapped particles losses constitute a big challenge in the Earth's radiation belts. Many processes can induce losses, and the net result only consists in a balance between all of them (see *Turner et al.* [2012] for more details). Among them, typical interactions with the upper atmosphere and electromagnetic waves are a continuous mechanism to loose particles through pitch angle scattering. However, especially in the outer radiation belts, other types of losses are observed. Besides adiabatic losses commonly measured at geostationary orbit (see *Onsager et al.* [2002] for details), rapid and nonadiabatic losses, commonly named dropouts, can occur during strong geomagnetic disturbances.

First studies about dropouts were done in 1968 by Bailey and 1974 by Larsen and Thomas. They both discussed the intensification of electron precipitation during such events as the prime cause of rapid losses [see also *Millan and Thorne*, 2007]. *Morley et al.* [2010] confirmed these studies by performing a Superposed Epoch Analysis using GPS measurements during Stream Interface-induced events. They showed that based on complementary total electron content measurements, the intensification of Chorus waves at high latitudes during these kinds of events can significantly induce rapid and intense scattering of trapped electrons into the atmosphere. At the end of the 90s, *Li et al.* [1997] discussed another process inducing rapid losses in the outer part of the radiation belts. Due to the combined transport of trapped particles by convection and the dayside compression of the magnetopause when solar wind structures hit the magnetosphere, trapped particles can be lost during their drift around the Earth in crossing the magnetopause. This has been named magnetopause shadowing. Surprisingly, fewer studies focused on this mechanism. *Onsager et al.* [2002] highlighted such induced losses at geosynchronous orbit using a multimeasurements analysis. More recently, *Yu et al.* [2013] found that magnetopause shadowing contributes from 93 to 99% for dropouts at geosynchronous orbit, but only 60% at lower orbits, thus implying other mechanisms to become more effective there

than direct untrapping. The review from *Turner et al.* [2012] discusses this complexity of dropouts, as its main cause depends on the considered orbit, the kind of solar wind structure impacting the magnetosphere, and even the energy of particles. They conclude that the global balance between all the processes inducing losses in the radiation belts, which are enhanced during geomagnetic disturbances, shapes the dropouts. *Reeves et al.* [2003] studied the relative importance of dropouts, no change or increase of relativistic electron flux during geomagnetic storms and showed that effectively, depending on such parameters, the radiation belts can react in different ways.

As a consequence, to fully model and understand dropout dynamics, a reliable radiation belt model is of great interest since it is designed to balance the effects of each process on trapped particles. The Salammbô code has been developed at ONERA to accurately model the dynamics of the electron and proton radiation belts (see *Beutier et al.* [1995] and *Bourdarie and Maget* [2012, and reference therein] for more details). However, up to now, magnetopause shadowing effect was not directly modeled inside. Different works have been published to model magnetopause shadowing effect, but quite none validates its prime importance in the dynamics of outer electron and proton radiation belts. *Glauert et al.* [2014] developed an implementation for their British Antarctic Survey radiation belt model in combining the standoff distance of the magnetopause estimated by *Shue et al.* [1998] with *Matsumura et al.* [2011] method. They derived an analytical formula computing the last closed drift shell as a function of pitch angle and the standoff distance of the magnetopause. However, they do not study more in details the impact of this modeling in their global radiation belt model. In particular, dropouts are typical case studies to validate timescales of processes modeled such as radial diffusion and/or wave-particle interactions.

As far as we know, no study has already discussed both the detailed modeling of magnetopause shadowing in a global radiation belt model and its prime role in dropouts induced by any kind of solar wind structures. We consequently propose in this paper a Superposed Epoch Analysis relying on a new model of magnetopause shadowing effect that has also been included in the Salammbô code. Detailed results and comparisons are provided thereafter in order to argue on the prime importance of magnetopause shadowing for both electrons and protons in the radiation belts above a few hundred of keV. In section 2, we present our model of magnetopause shadowing effect added to Salammbô and first validations on typical cases and orbits. Section 3 is dedicated to a Superposed Epoch Analysis based on Polar-orbiting Operational Environmental Satellite (POES) data set which aims at both highlighting the accuracy of the model developed in previous section and highlighting statistically the importance of magnetopause shadowing effect in dropouts, for MeV energy particles in the outer radiation belt, regardless of the structures present in the solar wind. We finally discuss in section 4 the impact that magnetopause shadowing effect may have in the whole radiation belts, independently of the solar wind structure compressing the magnetosphere.

2. A New Model of Magnetopause Shadowing Dedicated to Radiation Belt Models

Estimating the effect of magnetopause shadowing on radiation belt dynamics is not an easy task. The first question rising is how to locate the distortion of the magnetic field properly in the vicinity of the magnetopause that tends to open the drift shells of trapped particles. Current global magnetic field models become more and more accurate, but as consequence, it is also more and more time consuming to compute drift shell with them. For our purpose, we decided to roughly estimate the location of the magnetopause nose (in the magnetic equator) in terms of a “corresponding” Roederer L^* parameter (noted L_{mp}^* in the following). We assume that this approach (described thereafter) is zeroth-order estimation, but one has also to consider all the approximations made in 3-D radiation belt models. In particular, most of them [*Glauert et al.*, 2014; *Reeves et al.*, 2012; *Su et al.*, 2010; *Subbotin and Shprits*, 2009; *Beutier et al.*, 1995] are considering the dipolar approximation to facilitate computations. We will show in section 4 that even with such a rough modeling, consistent comparisons with observations can be made and conclusions asserted regarding radiation belts simulations results.

The first step to derive L_{mp}^* value consists in estimating the spatial location of the magnetopause. Again, following our idea to use this modeling in the Salammbô code, we decided to use an empirical and analytical model of the magnetopause to avoid heavy computations. As a consequence, we implemented the well-used *Shue et al.* [1998] model. This model uses a functional form based on the interplanetary magnetic field (IMF) B_z and solar wind dynamic pressure Dp to estimate the magnetopause-Earth distance. This version of

the model has been upgraded from the 1997 version [Shue *et al.*, 1997] in order to be valid also under extreme solar wind conditions, e.g., for D_p up to 60 nPa and $|B_z|$ up to 20 nT [Shue *et al.*, 1998]. It appeared to us to be the best compromise between an accurate model and a simple one to implement. Shue's models (1997 and 1998) have been used numerous times in different contexts. The Shue *et al.* [1997] model is used in the OMNI solar wind database to estimate the time shifting of the data through the computation of the nose location of the bow shock along with the Farris and Russell [1994] model. The Shue *et al.* [1998] one has been used in different Tsyganenko magnetic field models [Tsyganenko, 2002a, 2002b; Tsyganenko and Sitnov, 2005] as the magnetospheric boundary. It is important to note that using models of magnetopause as well as sophisticated magnetic field model has both the advantage and the disadvantage of relying on solar wind parameters. The advantage is that it obviously improves the modeling, but the disadvantage is that solar wind parameters are not always available on the contrary of ground-based indices such as K_p index. From the radiation belt modeling point of view, this is an important point to keep in mind. The Shue *et al.* [1998] model has already been used in different studies to model magnetopause shadowing effect on radiation belts dynamics. In particular, Matsumura *et al.* [2011] highlighted the good correlation between the earthward movement of the standoff distance of the magnetopause (in Earth radii) and the outer edge of the outer belt. Following this idea, we made the step to define an equivalent L_{mp}^* using Tsyganenko 89c magnetic field model [Tsyganenko, 1989]. To estimate this value, we used the IRBEM-lib [see Boscher *et al.*, 2010] and performed the computation in the magnetic equator plane from 12 h magnetic local time (MLT). As mentioned above this is a rough shortcut to the complex and not fully known physical processes acting in this unstable region. However, from a pure computational point of view, this method stays often consistent with the use of the Tsyganenko 89c model. Indeed, it is most of the time possible to compute a corresponding L_{mp}^* value to the standoff distance of the magnetopause as there is not a magnetospheric boundary implemented in Tsyganenko [1989]. When open field lines occur during the computation of L_{mp}^* , we switch to a simple computation of the last closed drift shell using only the Tsyganenko magnetic field model. In order to avoid discrepancies related to dual magnetic equators as often present in the noon sector, we perform our estimation of the magnetic flux (and related L^* value) from 0 h MLT using the IRBEM-LIB. In both cases, we only compute L_{mp}^* in the magnetic equatorial plane, which corresponds to 90° equatorial pitch angle particles case. We effectively assume that as detailed by Selesnick and Blake [2002], due to shell splitting, particles bouncing outside the magnetic equator along a field line at noon drift along higher L shells. As a consequence, they are even more inclined to be untrapped than equatorial mirroring particles. Besides, we need to mention that some particles bouncing outside the equator along smaller field lines in the noon sector may also be considered as untrapped by our model as they may belong to L shells greater than L_{mp}^* . Furthermore, Case and Wild [2013] compared the standoff distance of the magnetopause estimated by different models (including the Shue *et al.* [1998] one) to Cluster magnetopause crossing observations and showed that Shue *et al.* [1998] overestimates the standoff distance in average by about 1 R_E (~9%). Thus, although we are using a rough modeling of the magnetopause location in terms of last closed drift shell, we are confident not to introduce insidious bias in our modeling. We also believe that processes acting inside the radiation belts will tend to react by themselves very rapidly to such disorders, as discussed in section 4.

As we have just explained, our model, which relies on Tsyganenko 89c model, produces a rough estimate of the real location of the magnetopause as seen from the point of view of trapped particles. It is obvious that depending on the magnetic field model we would use in our computation, different estimates would be obtained. As a comparison, we also made the estimation of the L^* value of the magnetopause using Tsyganenko 2001 Storm model (see Tsyganenko [2002a, 2002b] for more details) for year 2003 during which intense events occurred. Figure 1 presents results from this comparison. The four bottom panels of the figure highlight the characteristics of year 2003. In particular, two extreme dropout events are clearly observable on NOAA-POES 15 measurements: on 30 May and 20 November. Of course, the Halloween storm also produced an intense dropout, but plotted measurements are "contaminated" by protons during that period. Nonetheless, if we zoom into the data and suppose the dropouts are produced only by magnetopause shadowing, one can roughly estimate the location of the magnetopause at about L^* equal 3.5 on 30 May and 3 on 20 November. During these two events, K_p reached high levels and whether the flow pressure of IMF B_z peaked. The comparison between both computations is shown on the upper panel as a correlation plot. First, we can note the large variability in the estimation of the location of the magnetopause between these two models. When the solar wind perturbations are small, L_{mp}^* computed with Tsyganenko 89c tends to be

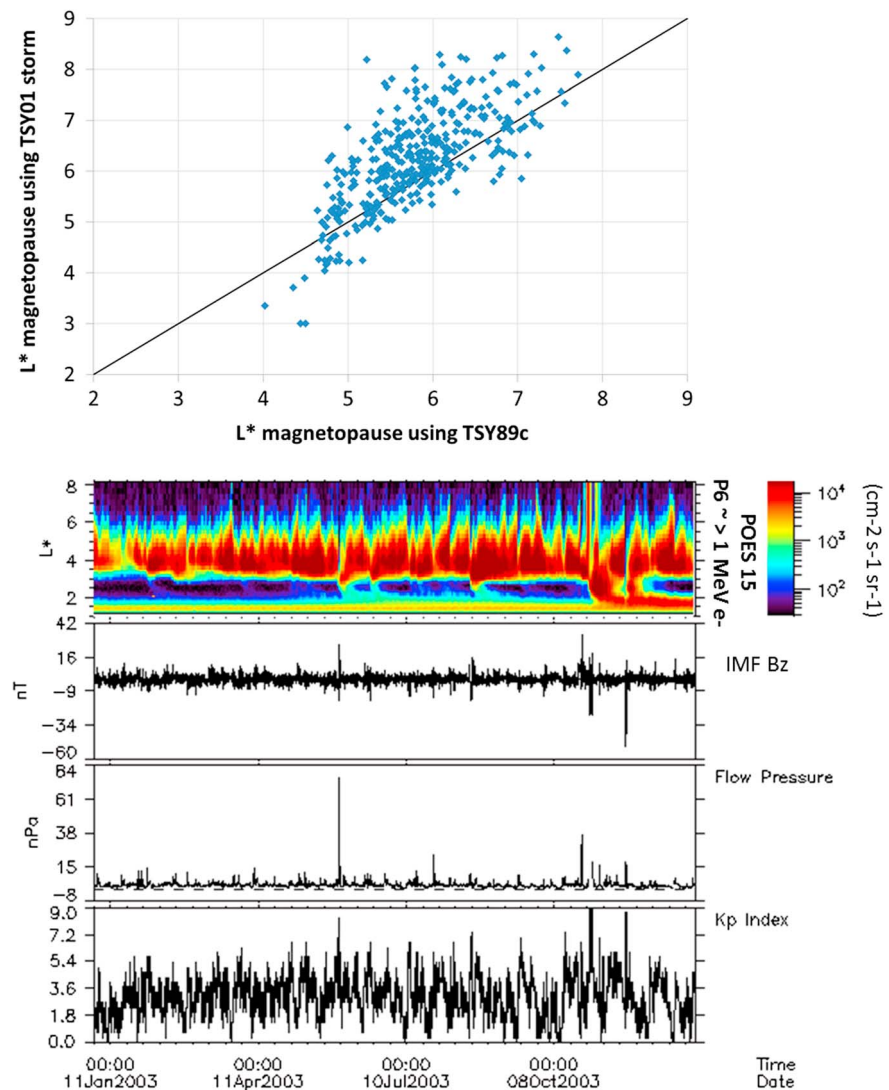


Figure 1. Comparison of computed L^* magnetopause values using whether Tsyganenko 89c model or Tsyganenko 2001 Storm model. (second to fifth panels) The Kp index, solar wind flow pressure, IMF B_z , and measurements from NOAA-POES 15 P6 channel for year 2003. (first panel) The comparison of the computed L_{mp}^* values during that year.

smaller, thus enhancing the impact of the magnetopause shadowing in the radiation belts. In the contrary, for intense events, we see that Tsyganenko 2001 Storm model provides smaller L^* values. In particular, while using Tsyganenko 89c model (only relying on Kp index), we cannot obtain L_{mp}^* values below 3.8, values of 3 (for 20 November) and 3.35 are obtained with Tsyganenko 2001 Storm model, values which are comparable to observations made by NOAA-POES 15. As a conclusion, using Tsyganenko 2001 Storm could even improve our modeling during intense events. This comparison shows the general trend and variability of the estimation of L_{mp}^* as a function of the magnetic field model used. Furthermore, it is important to note that due to inconsistencies between the spatial location of the nose of the magnetopause and closed drift shells in the magnetic field models used, the L_{mp}^* value could have been computed only 45% of the time for Tsyganenko 89c model and 5% of the time for Tsyganenko 2001 Storm model. In such case, our logic has been described before, and we compute the last closed drift shell of the model. This can be made easily for Tsyganenko 89c model since it only relies on Kp index, but for Tsyganenko 2001 Storm model, it becomes too massive CPU time consuming since it relies on the combination of many input parameters. This is why we prefer having a first-order guess of L_{mp}^* using the “simple” Tsyganenko 89c model.

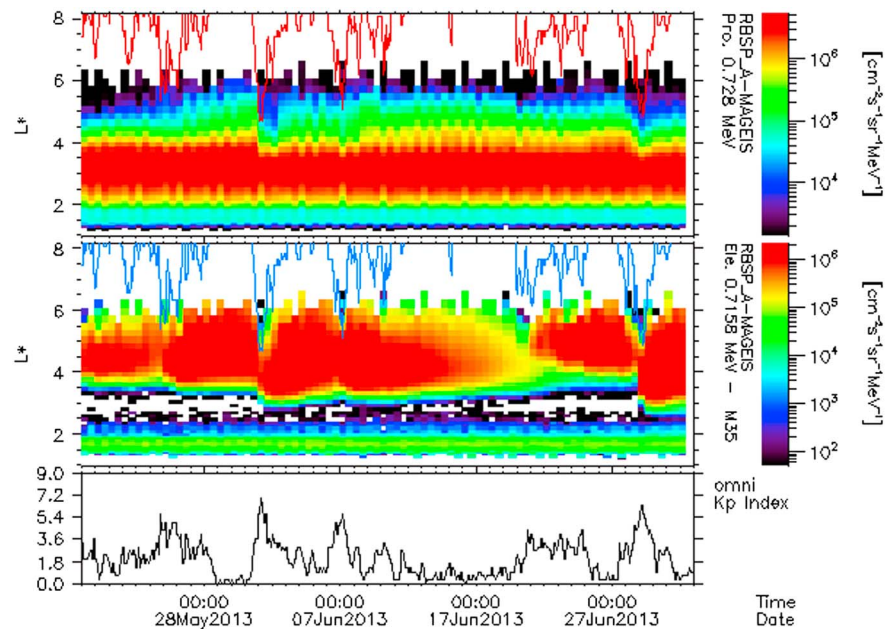


Figure 2. Observations of dropouts by Van Allen Probes, MagEIS detectors both for trapped electrons and protons, from 19 May 2013 to 2 July 2013. (bottom) The evolution of K_p index, (middle) the flux mapping of 715 keV electrons, and (top) the flux mapping of 728 keV protons. The blue and red curves both represent the location of the magnetopause as estimated by our model.

Finally, based on this model of L_{mp}^* , we have defined a loss term to be added in the Salammbô code for L^* values greater or equal to the current L_{mp}^* and which relies on the drift periods of particles. It is computed using the dipolar approximation of the drift period [Roederer, 1970] and is consequently energy, equatorial pitch angle, and L^* dependents. The loss timescale has been tuned so that almost all particles at a given L^* value are lost after one drift period (99%). Physically, this aims to model at first order the direct losses due to magnetopause crossing in the daylight sector while still allowing radial diffusion and other processes to play a significant role. Furthermore, we assume conserving the outer boundary at L^* equal 8 active at all times even during dropouts periods. We figure out that as losses depends on energy, we are still able to feed radiation belts at low energies (below a few hundred of keV) while losing higher ones.

As an illustration of this modeling, Figure 2 presents a comparison between our model of L_{mp}^* and Van Allen Probes data during May and June 2013. Figure 2 (top) shows L^* versus time bins of flux levels of 0.728 MeV protons observed by the Magnetic Electron Ion Spectrometer (MagEIS) detector on board Probe A [Blake *et al.*, 2013]. Our magnetopause model is plotted as a red curve using 1 h averaged OMNI solar wind database. Figure 2 (middle) shows 0.7158 MeV electrons observed by the same detector with our model plotted in blue. Figure 2 (bottom) corresponds to the evolution of K_p index during these 2 months. We can note a very good agreement between particles dropouts and earthward movements of L_{mp}^* , especially during 1 and 29 June, and this for both species. Even if this is only a one-event illustration, this constitutes a strong argument to magnetopause shadowing as the prime trigger of dropouts in the outer radiation belt above a few hundred of keV. Nonetheless, our magnetopause model correlates well with the observed radiation belt dynamics, but also (and for the first time), we introduce evidences that the process inducing dropouts has to be effective for both electrons and protons, thanks to Van Allen Probes observations.

To go further, Figure 3 presents simulations results at geostationary orbit for the same interval of time. Two Salammbô simulations have been performed: one including the dropouts modeling (red curves) and the other one not (blue curves). Both simulations are driven by a constant outer boundary at L^* equal 8 derived statistically from Time History of Events and Macroscale Interactions during Substorms (THEMIS) measurements, so that no artifact is induced by geomagnetic dependencies. Figure 3 (bottom) shows again the K_p index evolution during this period. In Figure 3 (top) is plotted L_{mp}^* . During the geomagnetic disturbances

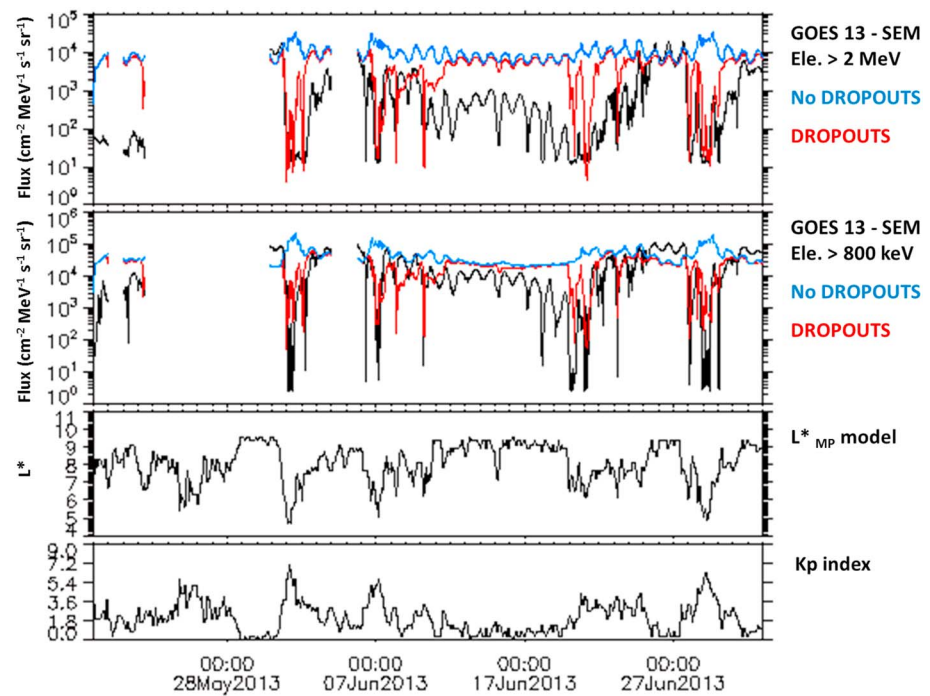


Figure 3. Comparison of Salammbô simulations with GOES 13 SEM measurements. (fourth panel) The K_p index evolution from 19 May 2013 to 2 July 2013. (third panel) The location of the magnetopause as estimated by our model. (first and second panels) The comparisons between simulations and observations for greater than 2 MeV electrons (Figure 3, top panel) and 800 keV electrons (Figure 3, second panel). The blue curves (respectively red curves) correspond to simulations without (respectively with) taking into account magnetopause shadowing losses.

observed here, one can note that the model predicts the magnetopause to get closer to the Earth below L^* equal to 5. Figure 3 (first and second panels) compare SEM (Space Environment Monitor) greater than 800 keV and 2 MeV electrons measurements observed onboard GOES 13 [Jocelyn and Grubb, 1985] with Salammbô simulations along the same orbits. The results are pretty convincing, especially for electrons greater than 800 keV. Some differences occur above 2 MeV, but they are mainly due to the constant outer boundary that tends to overestimate the flux level at these energies. However, the rapid and nonadiabatic losses observed at GOES 13 orbit are well modeled by Salammbô.

Comparing modeling to observations at geostationary orbit is a first proof of the prime contribution of magnetopause shadowing to dropouts. However, this orbit has already been studied regarding such rapid losses [Ohtani et al., 2009; Onsager et al., 2002; Matsumura et al., 2011]. In the next sections, we aim to extend these conclusions at lower L^* values, arguing that processes acting below the location of the magnetopause as modeled here tend to propagate even deeper their effects. Section 3 is dedicated to confirm statistically this assessment using a Superposed Epoch Analysis based on NOAA POES 15 measurements.

3. A Statistical Validation Using a Superposed Epoch Analysis Based On NOAA-POES Data Set

3.1. Methodology and Data Used

As detailed in the previous section, we aim at assessing the prime role of magnetopause shadowing during dropout events in a general way. We thus have implemented a Superposed Epoch Analysis method (noted SEA in the following) [Singh and Badruddin, 2006]. This powerful method characterizes statistically the global variations of a parameter with respect to the time. Moreover, it smooths noisy fluctuations to highlight the general trends. However, one has to be careful regarding the interpretation of the corresponding results, because it returns only the global variations and real cases may be far from it. In particular, strong case has to be taken to assure that the statistical spreading is small enough compared to the average trend observed.

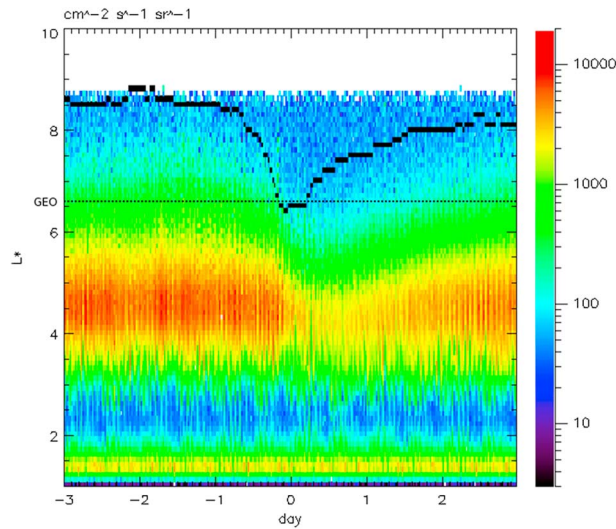


Figure 4. Global variation of relativistic electron flux during a Stream Interface. The global variation of L_{mp}^* is overplotted in order to study the correlation between its variation and the electron flux. The dotted line represents the average geosynchronous orbit.

more than a solar cycle of data along all L^* values. For our study, we have used data from July 1998 to December 2013, and we have binned them with a 0.1 resolution in L^* and made bins for every 30 min intervals (which is a little greater than quarter of orbits, thus assuring the crossing of all L^* values for each bin). We have used the 8 s resolution omnidirectional and integrated flux of the P6 channel. Yando *et al.* [2011] showed that this channel (initially dedicated to proton measurements) was measuring relativistic electrons outside the South Atlantic Anomaly and was sensitive to electrons of energies greater than 1000 keV as it can be seen on Figure 8 of their paper. Furthermore, as POES 15 is a low Earth orbiting satellite and the onboard detectors are quite directional, we have used for our study the 90° detector which observed trapped electrons in the outer belt for latitudes greater than 35° as discussed in Rodger *et al.* [2010] with reference to Gamble *et al.* [2008, Figure 5] therein.

For each SEA done, we have focused on the correlation between L_{mp}^* and the electron flux. Because of the non-Gaussian distribution of the data, the spreading of the SEA is represented using InterQuartile Range (IQR), which shows 50% of spreading around the average, rather than typical standard deviations. They are plotted as red histograms in the relevant figures discussed thereafter.

3.2. Validation of the NOAA-POES SEA

We have first performed an analysis of the 67 Stream Interfaces (SIs) previously studied by Morley *et al.* [2010] using NOAA POES 15 data. These events occurred between 2005 and 2008, and their dates are available in Morley *et al.* [2010] (with a 30 min of accuracy). While the previous study used GPS constellation to analyze electron flux, we instead take advantage of NOAA POES15 data set, which offers a wider coverage in L^* and consequently fill up the analysis of relativistic electron fluxes below L^* equal 4. This study permits to confirm the previous one realized by Morley *et al.* [2010] and to get a more complete view of dropouts dynamics.

Figure 4 shows the global variations of relativistic electron flux (energy above 1 MeV) for this SEA. Global variation of L_{mp}^* is also overplotted in order to highlight their correlation. We have added the averaged geosynchronous orbit, represented by the dotted line at $L_{mp}^* = 6.6$. As illustrated in this figure, we can see a decrease of the Earth-magnetopause distance, with a minimum synchronized with t_{ev} . Nevertheless, this decrease remains relatively weak. Indeed, the magnetopause only reaches geosynchronous orbit ($L_{mp}^* = 6.6$). This is due to the fact that the listed SIs have been chosen to well define structures of the solar wind, but not necessarily big ones which would induce strong disturbances in the radiation belts. We note that there is globally a net decrease of the electron flux during the event, within a factor of about 5 at the geosynchronous orbit. Moreover, we observe a strong correlation between the decrease of the Earth-magnetopause distance

For our study, we have defined a 6 day window centered on the beginning of dropouts, noted t_{ev} in the following, in order to synchronize the SEA performed. The definition of t_{ev} is the critical point of the method.

The different SEAs conducted in this study have been performed on the solar wind parameters, Kp , L_{mp}^* , and electron flux in the radiation belts. We have used the 1 h resolution OMNI2 solar wind database for the solar wind parameters and Kp . Concerning the electron flux, in order to have a wide coverage in L^* values and a significant database, we have used NOAA-POES 15/Medium Energy Proton and Electron Detector data [Evans and Greer, 2000]. This polar-orbiting satellite was launched in 1998 and is still in activity. It offers

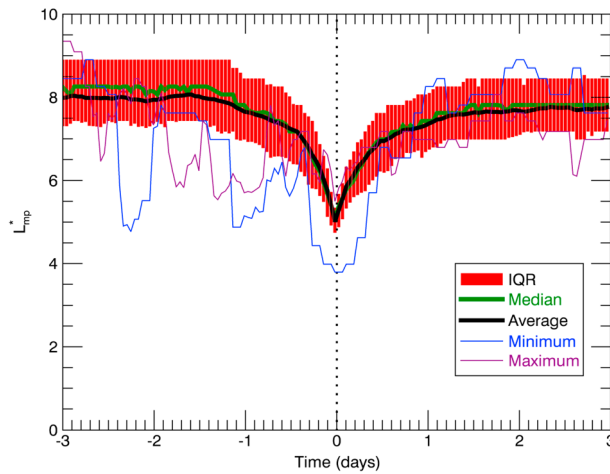


Figure 5. Global variation of L_{mp}^* during an event defined if $L_{mp}^* \leq 5.5$. The red band represents the InterQuartile Range, the green line is the median, the black one is the average, and the blue one and the purple one, respectively, represent the minimum and the maximum case, which are extracted by taking the minimum (respectively the maximum) value at t_{ev} and by reconstructing the corresponding event.

and the flux decrease, as already discussed in Morley *et al.* [2010]. However, our L_{mp}^* model locates the nose of the magnetopause inward from the one determine in that study. Although these decreases remain weak, L_{mp}^* is obviously directly linked to dropouts dynamics and even during such events, its role is of prime importance, along with intensification of wave-particle scattering. By filling up the previous study performed by Morley *et al.* [2010], we have validated our method, and we have extended this analysis to a wider range of L^* thanks to NOAA POES 15 data.

3.3. Using Our L_{mp}^* Model as an Automatic Dropout Intensity Index

We have then decided to perform the inverse method. Instead of selecting

structures in the solar wind, we have defined a criterion on the location of L_{mp}^* to drive our SEA. This is also a way to study the relevance of our model of L_{mp}^* as a prime characteristic of intense dropouts.

We have used the NOAA POES 15 data set, from July 1998 to December 2013, encompassing more than 15 years of data. This time coverage is interesting because we can study the correlation between Earth-magnetopause distance and relativistic electron flux on more than a solar cycle. As mentioned above we do not consider “real events” in terms of direct occurrence of solar wind structures at that times but rather define an event if L_{mp}^* reaches a value below 5.5 with a 1 day window to avoid redundancy of a same event. We thus obtained 396 events thanks to this criterion, which is statistically significant for the SEA method. It is important to note that this filter, as it will be discussed in the following paragraph, corresponds to rather large geomagnetic disturbances in the radiation belts, i.e., larger dropouts than the ones discussed in previous subsection.

Figure 5 represents global variations of L_{mp}^* with respect to the time during an event defined by the previous criterion, from 3 days to the date t_{ev} of the event to 3 days after, as defined in the previous section. Figure 6 represents also the global variations of the geomagnetic activity index Kp , the solar wind density n , the solar wind dynamic pressure Dp , and IMF B_z component. Finally, Figure 7 shows the global variations of the relativistic electron flux (energy above 1 MeV). The global variation of L_{mp}^* is also overplotted in order to highlight their correlation. Compared to Figure 4, we highlight here a strong correlation between L_{mp}^* and the electron flux dropout. We can also observe that predropout level is recovered after about 3 days, which corresponds to real losses, indeed refilled at these energies through injections from the plasma sheet and wave-particle energization. With such a criterion, we can note that the average Kp value at the dropout “peak” reaches a value of 6, and fluxes drop by a factor of about 10 at L^* equal 6. Effects of the geomagnetic disturbance to which the dropout is linked are also observable below L^* equal 3, i.e., in the slot region. Moreover, the spreading of the data is quite small, as represented by the IQR in Figures 5 and 6 in red. At the difference of the list of SI used in Morley *et al.* [2010], which consists in isolated events, we here melt all kind of structures impacting the magnetosphere (coronal mass ejections (CMEs) as well as strong corotating interaction regions). Moreover, the events taken into account may be severe ones which in consequence may not be uncorrelated to others ones. This explains the difference in the predropout flux level between Figures 5 and 6 as well as the loss amplitude.

Another interesting point is that if we focus on Figure 6, the solar wind parameters evolutions appear to be synchronized with the date of the event defined by the criterion on L_{mp}^* . On Figures 5 and 6, we have also

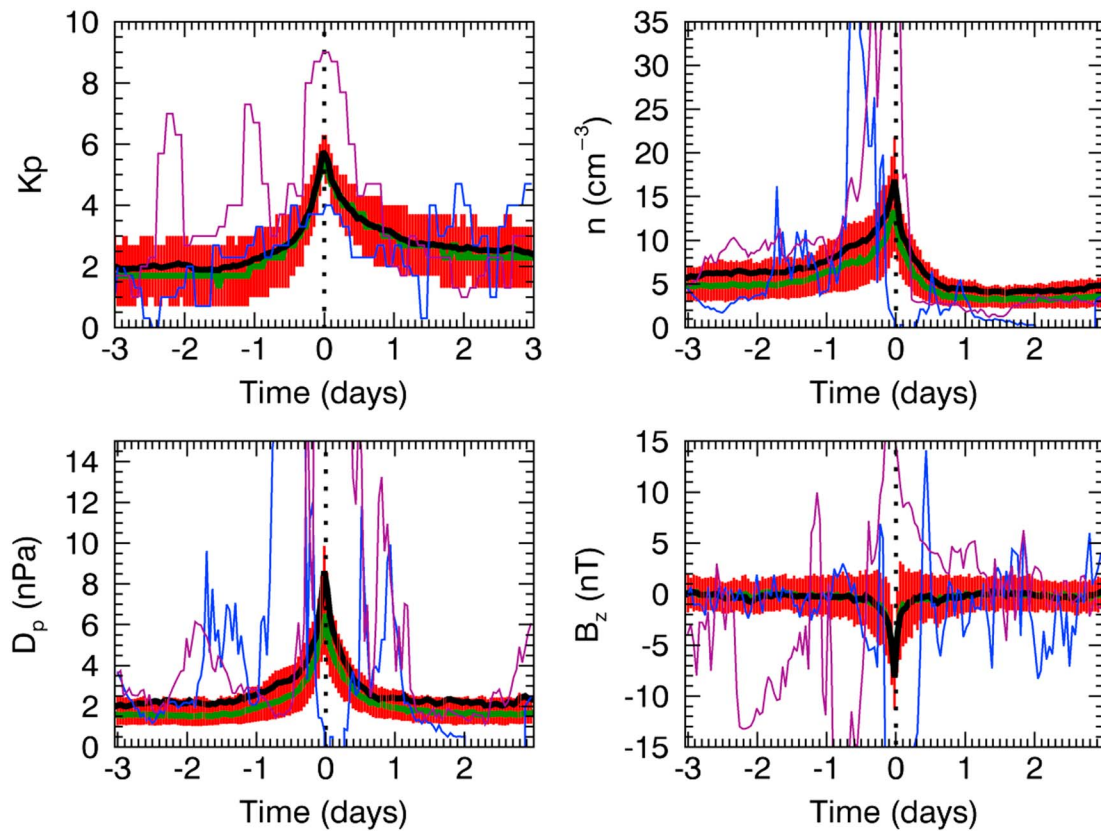


Figure 6. Global variation of (top left) magnetic activity index K_p , (top right) density n of particles, flow pressure (bottom left) D_p , and the (bottom right) IMF vertical B_z component during an event defined if $L_{mp}^* \leq 5.5$. The red band represents the InterQuartile Range, the green line is the median, the black one is the average, and the blue one and the purple one, respectively, represent the minimum and the maximum case, which are extracted by taking the minimum (respectively the maximum) value at t_{ev} and by reconstructing the corresponding event.

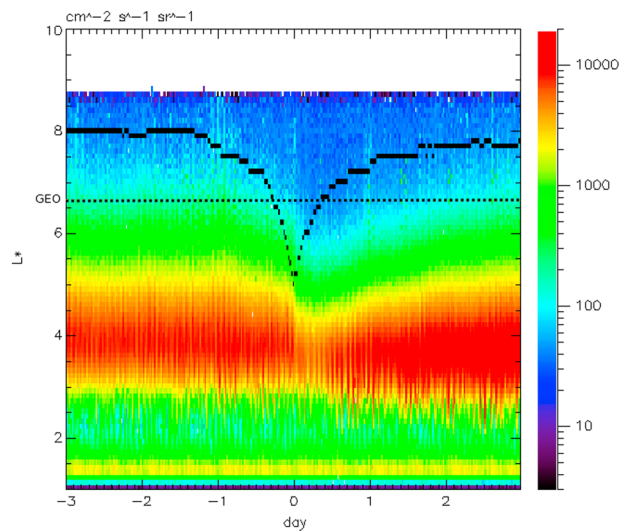


Figure 7. Global variation of relativistic electron flux during a event defined if $L_{mp}^* \leq 5.5$. The global variation of L_{mp}^* is overplotted in order to study the correlation between its variation and the electron flux. The dotted line represents the average geosynchronous orbit.

plotted the strongest and weakest events of the list (minimum and maximum values of each parameter at t_{ev}). Minimum and maximum values at t_{ev} are respectively plotted in blue and purple in these figures. We can see that real events can be far from the average for any considered parameter. Thus, we have to keep in mind that a SEA method only returns a global variation of the studied parameters. Depending on the way events are selected for a SEA, it is never easy to get a reduced dispersion in the results. Indeed, in the considered case, the objective of Morley et al. [2010] was to select an isolated SI in order to be sure that the results were not disturbed by other solar wind disturbances. However, depending on the configuration of the Sun-Earth system, one structure may be more or less

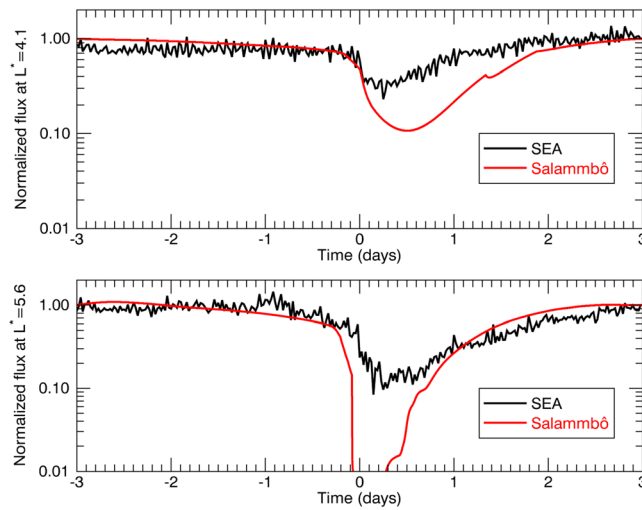


Figure 8. Comparison between normalized measurements of NOAA POES 15 for SEA defined by criteria $L_{mp}^* \leq 5.5$ (black curves) and normalized Salammbo simulation (red curves) for (top) $L^* = 4.1$ and (bottom) $L^* = 5.6$ for electrons greater than 1 MeV.

geoeffective with regard to the radiation belts, and the time t_{ev} of the SEA may be more or less well synchronized. As a consequence, dispersions may be important and have to be considered. In order to check if caught events correspond to real events, we have done a comparison with two lists of events, one of 279 CMEs (from July 1998 to December 2009) [see Mitsakou and Moussas, 2014a, 2014b] and another of 443 Stream Interaction Regions (SIRs) (from July 1998 to December 2009) [see Jian *et al.*, 2006]. 129 CMEs and 151 SIRs were caught by our criteria on L_{mp}^* . The restrictive and arbitrary condition on this criterion and the geoeffectiveness of CMEs and SIRs could explain events which have not been detected by the filter.

Indeed, the definition of the beginning of events can be different from a list to another (see Mitsakou and Moussas [2014a, 2014b] and Jian *et al.* [2006] for more details). It is finally important to keep in mind that the criterion we have implemented tends to filter only the most geoeffective ones. It is nonetheless a simple and accurate measure of the amplitude of dropouts, both for electrons and protons, as it has been shown in Figure 2.

4. Enhanced Results: Salammbo Accuracy and Extreme DropOuts Effects

To go further, we used the average evolutions of Kp index and solar wind parameters obtained with the SEA of previous section ($L_{mp}^* \leq 5.5$) to drive a Salammbo simulation over 6 days and compare simulations results to NOAA POES 15 observations. Figure 8 shows such comparisons for two L^* values, one at L^* equals 5.6 to highlight direct effects of losses due to inward magnetopause shift and another one at L^* equals 4.1 to focus on indirect effects and recovery timescales modeled in Salammbo. These plots present normalized flux values to the values at time $t_{ev} + 3$ days, in order to compare them. Indeed, the SEA represents only an average trend of the relativistic electron flux behavior obtained at low Earth orbiting, while the Salammbo simulation tends to reproduce a real case with a given initial state and omnidirectional flux estimated along the whole field line (from the equator to the loss cone). Thus, we only study their relative variations to compare them together. Some differences exist between the normalized SEA and the Salammbo simulation, but we note a good accuracy for both L^* values. Indeed, differences are mainly effective close to t_{ev} since while SEA represents a general trend (average of multiple events), the Salammbo simulation provides the estimation of the dynamics of a single event (even if it is an average event), which explains the net drop of the electron flux at that time. However, it is of great interest to note that the timescales (again, on average) for particles drop and especially for recovery after the dropout fit well.

We have then compared our simulations outputs during the Saint Patrick geomagnetic storm to the Van Allen Probes data. Figure 9 presents these results. Figure 9 (third to sixth panels) shows the evolutions of the driving parameters (Kp index, flow pressure, and IMF B_z). Then the Van Allen Probes data are plotted in a special L -bin format for 740 keV electrons. Indeed, data from probes A and B have been combined as a L -bin performed along the orbit in order to avoid orbit averaging which may smooth artificially dropouts. Figure 9 (first and second panels) shows the Salammbo outputs with and without taking into account magnetopause shadowing effect. The boundary condition imposed at L^* equal 8 for these Salammbo simulations is a Kappa distribution based on a statistical survey performed on THEMIS data for small Kp values. We have chosen to use a static boundary condition in order to highlight the effect of magnetopause shadowing. We

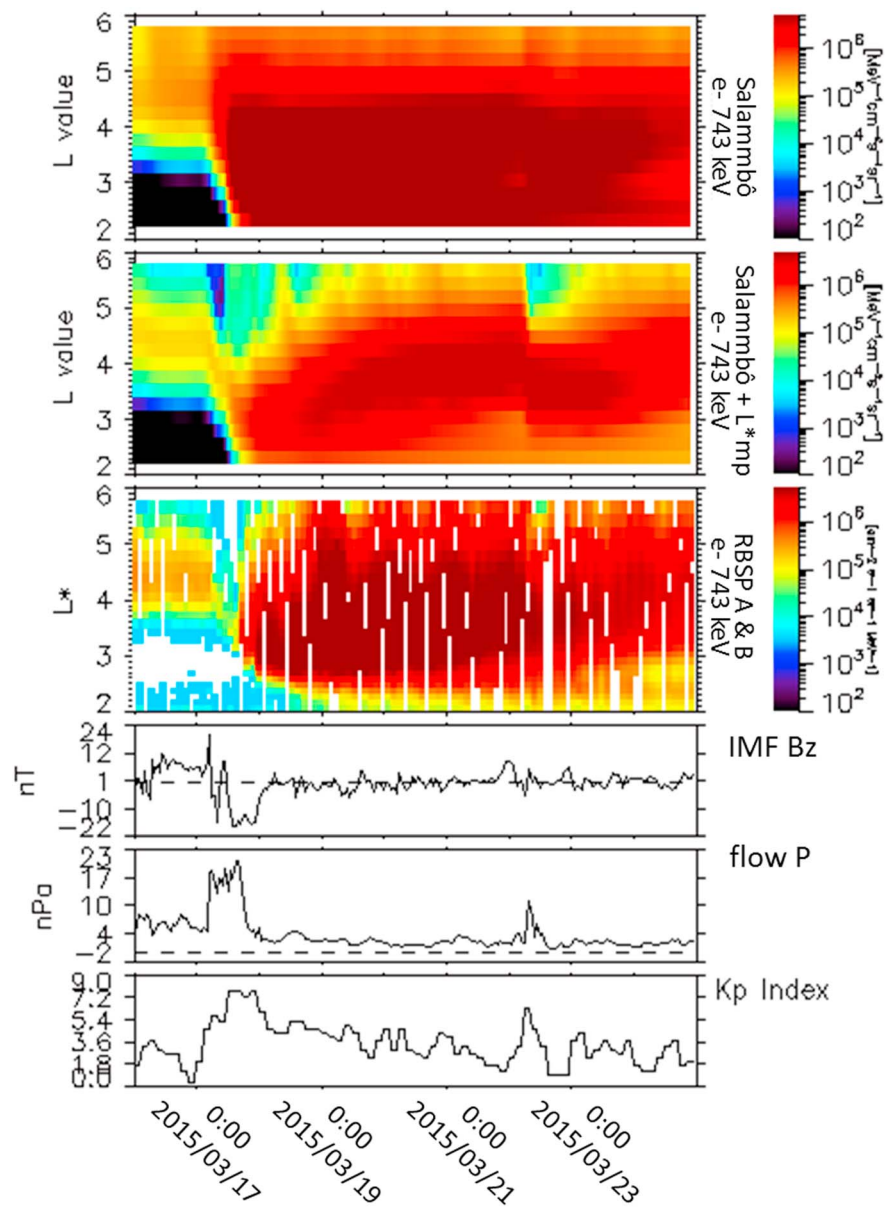


Figure 9. Comparison between our Salammbô simulations (with and without taking into account magnetopause shadowing) and Van Allen Probes data during March 2015 geomagnetic storm. (first to sixth panels) K_p index, flow pressure of the solar wind, IMF B_z , combination of Van Allen Probes A and B of 743 keV electrons omnidirectional fluxes, Salammbô output when using L_{mp}^* model, and Salammbô output without using L_{mp}^* model.

could, for example, have used K_p -dependent distributions, but this would have introduced discrepancies since in such a kind of boundary condition, dropouts are partly taken into account through the statistic used to make them. We can see clearly that the introduction of magnetopause shadowing effect modeling in the Salammbô simulation improve drastically the results. Some differences are still present due to the nonperfect balance between all the processes modeled acting during a storm (for example, the balance between radial diffusion and wave-particle interactions), but the global shape and the order of magnitude reproduced are pretty consistent with the observations.

We can conclude that even if approximations have been made in the development of the magnetopause shadowing model added to the Salammbô code, the global model reproduces accurately the dynamics of the radiation belts (at least in average) during intense dropout at MeV energies. In particular, this

Table 1. Synthetic Table Giving the L^* Value of the Magnetopause as Computed by Our Model as a Function of Extreme Events Values (Not All Realistic) of Solar Wind Dynamic Pressure Dp and IMF B_z Component

Dp (nPa)	IMF B_z (nT)	L_{mp}^*
25	−15	4.45
50	−30	4.09
75	−30	3.93
75	−50	3.93
100	−30	3.81
200	−50	3.55

to be enough accurate to reproduce the dynamics of the radiation belts during intense dropouts about a few hundreds of keV. If considering extreme events, during which the magnetopause is intensively pushed inward, one question of great importance would be down to which L^* value can a dropout (primarily induced by magnetopause shadowing effect) be effective? In a tentative to answer to such a question, we have considered the March 1991 storm during which Dp has probably (no solar wind data during the main part of the storm) easily exceeded 25 to 30 nPa and IMF B_z fell down below −15 to −20 nT. Table 1 synthetically highlights the saturation of our magnetopause location model when Dp and B_z are enhanced. For realistic values we tend to saturate at L^* equals about 4. This can be explained by the limitation of the Tsyganenko 89c model used here which only has one Kp class greater than 6 and the statistics used by Shue *et al.* [1998] to develop their model. However, even physically, it is not possible to compress indefinitely the Earth magnetic field. Thus, we decided to perform a Salammbô simulation with a magnetopause positioned at L^* close to 4 and

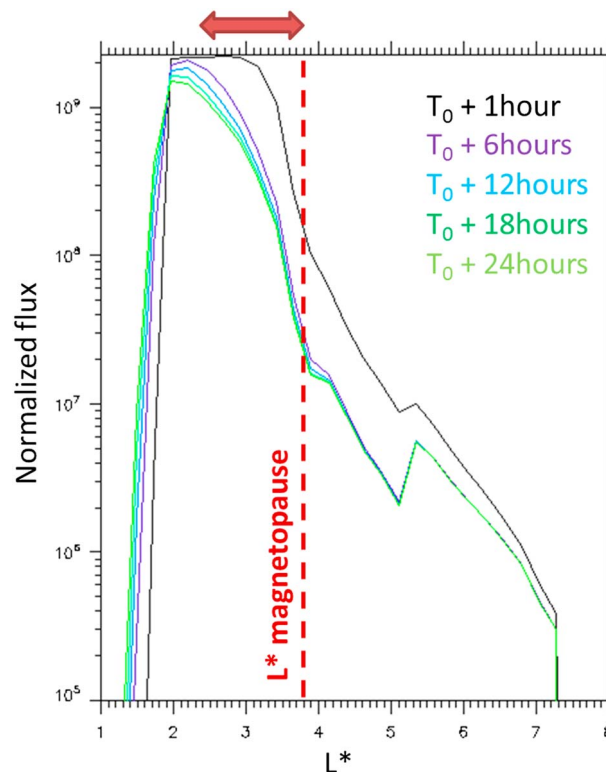


Figure 10. Analysis of the influence in L^* value of an extreme dropout using a Salammbô simulation. The dropout occurs at time T_0 . The curves present the evolution of normalized flux of electrons greater than 1 MeV at different time for the first consecutive day. The location of the magnetopause during the dropout is indicated by the vertical red dotted line.

implies that all the acting processes in the radiation belts are well modeled and balanced each together in Salammbô. Again, this study shows that the criteria on L_{mp}^* is very powerful, as it is consistent with both observations and global modeling of the radiation belts.

Finally, we wanted to discuss here a last interesting point according to us since the Salammbô code appears

look at its influence on the global radiation belt shape. Figure 10 presents these results. The black curve represents the normalized flux distribution as a function of L^* for electrons greater than 1 MeV 1 h after the magnetopause was pushed down. The other curves show the evolution of this distribution along the next day. We can note that due to outward radial diffusion, losses propagate down to, at least, L^* equals 2, after a few tens of hours. This clearly shows that magnetopause shadowing during extreme events can have great influences in the evolution of the radiation belts, even well below its location. Of course, without radial diffusion nor wave-particle interactions, the conclusions would not be the same, but this process may have drastic effects, not only, as too often considered, in the outer part of the radiation belts.

5. Conclusion

To conclude, in this paper, we have presented a method to define the Earth-magnetopause distance in terms of Roederer parameter L^* , noted L_{mp}^* . This model has been used

on a data set and incorporated to the Salammbô model. Both provide great results for both electrons modeling, and, for the first time for proton observations thanks to the Van Allen probes investigations.

As dropouts can be observed for both electrons and protons, we have then studied the correlation between the Earth-magnetopause distance, with the Roederer parameter L_{mp}^* , and the net decrease of relativistic electron flux during geomagnetic storms, in order to demonstrate the main part of magnetopause shadowing on dropouts on the outer electron radiation belts during geomagnetic storms. Our SEA fills up the one from Morley *et al.* [2010]. Based on that, we have been able to define simple criteria to automatically detect intense dropouts events with great success based on our model of L_{mp}^* .

Finally, we have shown that magnetopause shadowing effect is of prime importance during disturbed time in shaping the dynamics of the radiation belts, again both for electrons and protons, even at lower L^* values, for MeV particles. Despite these results, it is important to keep in mind that dropouts remain a difficult issue and might even be caused by a combination of several physical processes acting together. To go further, a refined model, taking into account the magnetic local time, would improve these considerations. In the same way, we have also modeled the response of protons during dropouts using a dedicated Salammbô model, and again, good agreements have been obtained when comparing to Van Allen probes data. Moreover, a calculation of L_{mp}^* taking into account the pitch angle dependency would improve the modeling of magnetopause shadowing and has to be kept in mind. Even if our model of location of the magnetopause is very simple, its uncertainties can be used in data assimilation framework [see Bourdarie and Maget, 2012] to improve the modeling of the radiation belts during dropouts. First simulations have been performed, and this effectively improves the results.

Acknowledgments

We are thankful to the Van Allen Probes mission, NASA's OMNI, and NOAA's POES for online data access. RBSP-ECT work was supported under NASA prime contract NAS5-01072 to Johns Hopkins University Applied Physics Laboratory (JHU/APL). Work at LANL was performed under the auspices of the United States Department of Energy. Data are available on the CDAweb at <http://cdaweb.gsfc.nasa.gov/>. D. Herrera is thankful for funding from CNES and ONERA, under grants agreements 15304 and 8414. V. Maget is thankful for funding from the European Union Seventh Framework Programme under grant agreement 606716 for project SPACESTORM.

References

- Beutier, T., D. Boscher, and M. France (1995), Salammbô: A three-dimensional simulation of the proton radiation belt, *J. Geophys. Res.*, **100**(A9), 17,181–17,188, doi:10.1029/94JA02728.
- Blake, J. B., et al. (2013), The Magnetic Electron Ion Spectrometer (MagEIS) instruments aboard the Radiation Belt Storm Probes (RBSP) spacecraft, *Space Sci. Rev.*, **179**, 383–421, doi:10.1007/s11214-013-9991-8.
- Boscher, D., S. Bourdarie, P. O'Brien, and T. Guild (2010), *IRBEM Library V4.3, 2004–2008, 1 ONERA-DESP*, Toulouse France; 2 Aerospace Corporation, Washington, D. C.
- Bourdarie, S. A., and V. F. Maget (2012), Electron radiation belt data assimilation with an ensemble Kalman filter relying on the Salammbô code, *Ann. Geophys.*, **30**, 929–943, doi:10.5194/angeo-30-929-2012.
- Case, N. A., and J. A. Wild (2013), The location of the Earth's magnetopause: A comparison of modeled position and in situ Cluster data, *J. Geophys. Res. Space Physics*, **118**, 6127–6135, doi:10.1002/jgra.50572.
- Evans, D. S., and M. S. Greer (2000), Polar orbiting environmental satellite space environment monitor-2: Instrument descriptions and archive data documentation, NOAA Technical Memorandum, Boulder, Colorado OAR SEC 93, 93, version 1.4, January 2004.
- Farris, M. H., and C. T. Russell (1994), Determining the standoff distance of the bow shock: Mach number dependence and use of models, *J. Geophys. Res.*, **99**(A9), 17,681–17,689, doi:10.1029/94JA01020.
- Gamble, R. J., C. J. Rodger, M. A. Clilverd, J.-A. Sauvaud, N. R. Thomson, S. L. Stewart, R. J. McCormick, M. Parrot, and J.-J. Berthelier (2008), Radiation belt electron precipitation by man-made VLF transmissions, *J. Geophys. Res.*, **113**, A10211, doi:10.1029/2008JA013369.
- Glauert, S. A., R. B. Horne, and N. P. Meredith (2014), Three-dimensional electron radiation belt simulations using the BAS Radiation Belt Model with new diffusion models for chorus, plasmaspheric hiss, and lightning-generated whistlers, *J. Geophys. Res. Space Physics*, **119**, 268–289, doi:10.1002/2013JA019281.
- Jian, L., C. T. Russell, J. G. Luhmann, and R. M. Skoug (2006), Properties of interplanetary coronal mass ejections at one AU during 1995–2004, *Sol. Phys.*, **239**, 393–436, doi:10.1007/s11207-006-0133-2.
- Jocelyn, J. A., and R. N. Grubb (1985), AIAA 23rd aerospace sciences meeting: The space environment monitors onboard GOES.
- Li, X., D. N. Baker, M. Temerin, T. E. Cayton, E. G. D. Reeves, R. A. Christensen, J. B. Blake, M. D. Looper, R. Nakamura, and S. G. Kanekal (1997), Multisatellite observations of the outer zone electron variation during the November 3–4, 1993, magnetic storm, *J. Geophys. Res.*, **102**(A7), 14,123–14,140, doi:10.1029/97JA01101.
- Matsumura, C., Y. Miyoshi, K. Seki, S. Saito, V. Angelopoulos, and J. Koller (2011), Outer radiation belt boundary location relative to the magnetopause: Implications for magnetopause shadowing, *J. Geophys. Res.*, **116**, A06212, doi:10.1029/2011JA016575.
- Millan, R. M., and R. M. Thorne (2007), Review of radiation belt relativistic electron losses, *J. Atmos. Sol. Terr. Phys.*, **69**(3), 362–377, doi:10.1016/j.jastp.2006.06.019.
- Mitsakou, E., and X. Moussas (2014a), Statistical study of ICMEs and their sheaths during solar cycle 23 (1996–2008), *Sol. Phys.*, **289**, 3137–3157, doi:10.1007/s11207-014-0505-y.
- Mitsakou, E., and X. Moussas (2014b), Erratum: Erratum to: Statistical study of ICMEs and their sheaths during solar cycle 23 (1996–2008), *Sol. Phys.*, **289**, 4413–4421, doi:10.1007/s11207-014-0575-x.
- Morley, S. K., R. H. W. Friedel, E. L. Spanswick, G. D. Reeves, J. T. Steinberg, J. Koller, T. Cayton, and E. Noveroske (2010), Dropouts of the outer electron radiation belt in response to solar wind stream interfaces: Global Positioning System observations, *Proc. R. Soc. A*, **466**, 3329–3350, doi:10.1098/rspa.2010.0078.
- Ohtani, S., Y. Miyoshi, H. J. Singer, and J. M. Weygand (2009), On the loss of relativistic electrons at geosynchronous altitude: Its dependence on magnetic configurations and external conditions, *J. Geophys. Res.*, **114**, A01202, doi:10.1029/2008JA013391.
- Onsager, T. G., G. Rostoker, H.-J. Kim, G. D. Reeves, T. Obara, H. J. Singer, and C. Smithtro (2002), Radiation belt electron flux dropouts: Local time, radial, and particle-energy dependence, *J. Geophys. Res.*, **107**(A11), 1382, doi:10.1029/2001JA000187.

- Reeves, G. D., K. L. McAdams, R. H. W. Friedel, and T. P. O'Brien (2003), Acceleration and loss of relativistic electrons during geomagnetic storms, *Geophys. Res. Lett.*, *30*(10), 1529, doi:10.1029/2002GL016513.
- Reeves, G. D., Y. Chen, G. S. Cunningham, R. W. H. Friedel, M. G. Henderson, V. K. Jordanova, J. Koller, S. K. Morley, M. F. Thomsen, and S. Zaharia (2012), Dynamic Radiation Environment Assimilation Model: DREAM, *Space Weather*, *10*, S03006, doi:10.1029/2011SW000729.
- Rodger, C. J., M. A. Clilverd, J. C. Green, and M. M. Lam (2010), Use of POES SEM-2 observations to examine radiation belt dynamics and energetic electron precipitation into the atmosphere, *J. Geophys. Res.*, *115*, A04202, doi:10.1029/2008JA014023.
- Roederer, J. G. (1970), *Dynamics of Geomagnetically Trapped Radiation*, Springer, New York.
- Selesnick, R. S., and J. B. Blake (2002), Relativistic electron drift shell splitting, *J. Geophys. Res.*, *107*(A9), 1265, doi:10.1029/2001JA009179.
- Shue, J.-H., J. K. Chao, H. C. Fu, C. T. Russell, P. Song, K. K. Khurana, and H. J. Singer (1997), A new functional form to study the solar wind control of the magnetopause size and shape, *J. Geophys. Res.*, *102*(A5), 9497–9511, doi:10.1029/97JA00196.
- Shue, J.-H., et al. (1998), Magnetopause location under extreme solar wind conditions, *J. Geophys. Res.*, *103*(A8), 17,691–17,700, doi:10.1029/98JA01103.
- Singh, Y. P., and Badruddin (2006), Statistical considerations in Superposed Epoch Analysis and its applications in space research, *J. Atmos. Sol. Terr. Phys.*, *68*(7), 803–813, doi:10.1016/j.jastp.2006.01.007.
- Su, Z., F. Xiao, H. Zheng, and S. Wang (2010), STEERB: A three-dimensional code for storm-time evolution of electron radiation belt, *J. Geophys. Res.*, *115*, A09208, doi:10.1029/2009JA015210.
- Subbotin, D. A., and Y. Y. Shprits (2009), Three-dimensional modeling of the radiation belts using the Versatile Electron Radiation Belt (VERB) code, *Space Weather*, *7*, S10001, doi:10.1029/2008SW000452.
- Tsyganenko, N. A. (1989), A magnetospheric magnetic field model with a warped tail current sheet, *Planet. Space Sci.*, *37*(1), 5–20, doi:10.1016/0032-0633(89)90066-4.
- Tsyganenko, N. A. (2002a), A model of the magnetosphere with a dawn-dusk asymmetry, 1, Mathematical structure, *J. Geophys. Res.*, *107*(A8), 1179, doi:10.1029/2001JA000219.
- Tsyganenko, N. A. (2002b), A model of the near magnetosphere with a dawn-dusk asymmetry, 2, Parameterization and fitting to observations, *J. Geophys. Res.*, *107*(A8), 1176, doi:10.1029/2001JA000220.
- Tsyganenko, N. A., and M. I. Sitnov (2005), Modeling the dynamics of the inner magnetosphere during strong geomagnetic storms, *J. Geophys. Res.*, *110*, A03208, doi:10.1029/2004JA010798.
- Turner, D. L., S. K. Morley, Y. Miyoshi, B. Ni, and C.-L. Huang (2012), Outer radiation belt flux dropouts: Current understanding and unresolved questions, in *Dynamics of the Earth's Radiation Belts and Inner Magnetosphere*, edited by D. Summers et al., AGU, Washington, D. C., doi:10.1029/2012GM001310.
- Yando, K., R. M. Millan, J. C. Green, and D. S. Evans (2011), A Monte Carlo simulation of the NOAA POES Medium Energy Proton and Electron Detector instrument, *J. Geophys. Res.*, *116*, A10231, doi:10.1029/2011JA016671.
- Yu, Y., J. Koller, and S. K. Morley (2013), Quantifying the effect of magnetopause shadowing on electron radiation belt dropouts, *Ann. Geophys.*, *31*, 1929–1939, doi:10.5194/angeo-31-1929-2013.

Bibliographie

- Aseev, N. A., Shprits, Y. Y., Drozdov, A. Y., and Kellerman, A. C. (2016). Numerical applications of the advective-diffusive codes for the inner magnetosphere. *Space Weather*, 14(11) :993–1010. 2016SW001484.
- Axford, W. (1964). Viscous interaction between the solar wind and the earth’s magnetosphere. *Planetary and Space Science*, 12(1) :45 – 53.
- Beutier, T. (1993). *Modélisation tridimensionnelle pour l’étude de la dynamique des ceintures de radiation*. PhD thesis, Ecole Nationale Supérieure de l’Aéronautique et de l’Espace.
- Borovsky, J. E. and Denton, M. H. (2006). Differences between CME-driven storms and CIR-driven storms. *Journal of Geophysical Research (Space Physics)*, 111 :7.
- Bortnik, J., Thorne, R. M., and Meredith, N. P. (2007). Modeling the propagation characteristics of chorus using crres suprathermal electron fluxes. *Journal of Geophysical Research : Space Physics*, 112(A8) :n/a–n/a. A08204.
- Boscher, D. (Septembre 2016). Electrons de haute énergie de la ceinture interne. Technical report, ONERA, The French Aerospace Lab - Département Environnement SPatial.
- Boscher, D., Bourdarie, S., Lazaro, D., and Sicard-Piet, A. (Novembre 2007). Modélisation et mesures de l’environnement radaiatif. Technical report, ONERA, The French Aerospace Lab - Département Environnement SPatial.
- Bourdarie, S. (1993). Dynamique rapide des ceintures de radiation dans la magnétosphère. Master’s thesis, CERT ONERA - DERTS.
- Bourdarie, S. (1996). *Modélisation de la dynamique des ceintures de radiations à l’échelle de l’orage magnétique*. PhD thesis, Ecole Nationale Supérieure de l’Aéronautique et de l’Espace.
- Bourdarie, S. and Maget, V. (Décembre 2016). Assimilation de données pour les ceintures de radiation. Technical report, ONERA, The French Aerospace Lab - Département Environnement SPatial.
- Bourdarie, S. A. and Boscher, D. (2004). Space radiation environment. In Space Technology Course, Association RADECS, and Frankreich, editors, *Space radiation environment and its effects on spacecraft and systems : SREC 04 ; Space Technology Course ; 14 - 18 June 2004, Toulouse*, pages 57–82, Toulouse. CEPADUES-Ed.
- Bourdarie, S. A. and Maget, V. F. (2012). Electron radiation belt data assimilation with an ensemble Kalman filter relying on the Salammbô code. *Annales Geophysicae*, 30 :929–943.
- Brautigam, D. H. and Albert, J. M. (2000). Radial diffusion analysis of outer radiation belt electrons during the october 9, 1990, magnetic storm. *Journal of Geophysical Research : Space Physics*, 105(A1) :291–309.
- Camporeale, E., Delzanno, G. L., Zaharia, S., and Koller, J. (2013a). On the numerical simulation of particle dynamics in the radiation belt : 2. Procedure based on the diagonalization of the diffusion tensor. *Journal of Geophysical Research : Space Physics*, 118(6) :3476–3484.
- Camporeale, E., Delzanno, G. L., Zaharia, S., and Koller, J. (2013b). On the numerical simulation of particle dynamics in the radiation belt. Part I : implicit and semi-implicit schemes. *Journal of Geophysical Research : Space Physics*.

- Cannon, P., Angling, M., Barclay, L., Curry, C., Dyer, C., Edwards, R., Greene, G., Hapgood, M., Horne, R., Jackson, D., Mitchell, C., Owen, J., Richards, A., Rodgers, C., Ryden, K., Saunders, S., Sweeting, M., Tanner, R., Thomson, A., and Underwood, C. (2013). *Extreme space weather : impacts on engineered systems and infrastructure*. Royal Academy of Engineering.
- Carpenter, D. L. and Anderson, R. R. (1992). An ISEE/Whistler model of equatorial electron density in the magnetosphere. *Journal of Geophysical Research*, 97 :1097–1108.
- Chambodut, A., Marchaudon, A., Lathuillère, C., Menvielle, M., and Foucalt, E. (2015). New hemispheric geomagnetic indices α with 15 min time resolution. *Journal of Geophysical Research : Space Physics*, 120(11) :9943–9958. 2015JA021479.
- Chenevier, Q. (2009). Statistiques de flux de particules à l’orbite géostationnaire appliquées à l’étude de modèles de champs géoélectriques. Master’s thesis, ONERA The French Aerospace Lab - DESP.
- Dehghan, M. (2005). Quasi-implicit and two-level explicit finite-difference procedures for solving the one-dimensional advection equation. *Applied Mathematics and Computation*, 167(1) :46–67.
- Delcourt, D. C. (2002). Particle acceleration by inductive electric fields in the inner magnetosphere. *Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics*, 64 :551–559.
- Delcourt, D. C. and Sauvaud, J.-A. (1999). Populating of the cusp and boundary layers by energetic (hundreds of keV) equatorial particles. *Journal of Geophysical Research : Space Physics*, 104(A10) :22635–22648.
- Dubyagin, S., Ganushkina, N. Y., Sillanpää, I., and Runov, A. (2016). Solar wind-driven variations of electron plasma sheet densities and temperatures beyond geostationary orbit during storm times. *Journal of Geophysical Research : Space Physics*, 121(9) :8343–8360. 2016JA022947.
- Fälthammar, C.-G. (1965). Effects of Time-Dependent Electric Fields on Geomagnetically Trapped Radiation. *Journal of Geophysical Research*, 70 :2503–2516.
- Fletcher, C. A. J. (1988). *Computational Techniques for Fluid Dynamics 1*. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg.
- Garault, E. (2012). Modélisation de la variabilité du processus de diffusion radiale au sein des ceintures de radiation terrestres. Master’s thesis, ONERA - DESP.
- Geiges, H. (2016). *The Geometry of Celestial Mechanics*. Cambridge University Press.
- Glauert, S. A., Horne, R. B., and Meredith, N. P. (2014). Three-dimensional electron radiation belt simulations using the BAS Radiation Belt Model with new diffusion models for chorus, plasmaspheric hiss, and lightning-generated whistlers. *Journal of Geophysical Research (Space Physics)*, 119 :268–289.
- Godunov, S. K. (1959). A difference method for numerical calculation of discontinuous solutions of the equations of hydrodynamics. *Matematicheskii Sbornik*, 89(3) :271–306 (in Russian). Translated *US Joint Publ. Res. Service*, JPRS 7226 (1969).
- Goldstein, H., Poole, C., and Safko, J. (2000). *Classical mechanics : Third edition*. Addison Wesley.
- Goldstein, J., Spasojević, M., Reiff, P. H., Sandel, B. R., Forrester, W. T., Gallagher, D. L., and Reinisch, B. W. (2003). Identifying the plasmopause in image evu data using image rpi in situ steep density gradients. *Journal of Geophysical Research : Space Physics*, 108(A4) :n/a–n/a. 1147.
- Hedin, A. E. (1987). MSIS-86 thermospheric model. *Journal of Geophysical Research*, 92 :4649–4662.
- Hedin, A. E. (1991). Extension of the MSIS thermosphere model into the middle and lower atmosphere. *Journal of Geophysical Research*, 96 :1159–1172.
- Herrera, D., Maget, V. F., and Sicard-Piet, A. (2016). Characterizing magnetopause shadowing effects in the outer electron radiation belt during geomagnetic storms. *Journal of Geophysical Research : Space Physics*, 121(10) :9517–9530. 2016JA022825.
- Hirsch, C. (2007). *Numerical Computation of Internal and External Flows : The Fundamentals of Computational Fluid Dynamics*. Butterworth-Heinemann.

- Hundhausen, A. J. (1972). *Coronal Expansion and Solar Wind*. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg. OCLC : 863788714.
- Kataoka, R. and Miyoshi, Y. (2008). Magnetosphere inflation during the recovery phase of geomagnetic storms as an excellent magnetic confinement of killer electrons. *Geophysical Research Letters*, 35(6) :n/a–n/a. L06S09.
- Kataoka, R., Shiota, D., Kilpua, E., and Keika, K. (2015). Pileup accident hypothesis of magnetic storm on 17 March 2015. *Geophysical Research Letters*, 42 :5155–5161.
- Kellerman, A. C., Shprits, Y. Y., Kondrashov, D., Subbotin, D., Makarevich, R. A., Donovan, E., and Nagai, T. (2014). Three-dimensional data assimilation and reanalysis of radiation belt electrons : Observations of a four-zone structure using five spacecraft and the verb code. *Journal of Geophysical Research : Space Physics*, 119(11) :8764–8783.
- Kellogg, P. J. (1962). Flow of plasma around the earth. *Journal of Geophysical Research*, 67(10) :3805–3811.
- Landau, L. and Lifshitz, E. (1969). *Mechanics*, volume 1. Pergamon Press.
- Lax, P. and Wendroff, B. (1960). Systems of conservation laws. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, 13(2) :217–237.
- Lax, P. D. and Richtmyer, R. D. (1956). Survey of the stability of linear finite difference equations. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, 9(2) :267–293.
- Lejosne, S. (2013). *Modélisation du phénomène de diffusion radiale au sein des ceintures de radiation terrestres par technique de changement d’échelle*. PhD thesis, Institut Supérieur de l’Aéronautique et de l’Espace.
- Leonard, B. (1991). The ULTIMATE conservative difference scheme applied to unsteady one- dimensional advection. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 88(1) :17–74.
- LeVeque, R. J. (2007). *Finite Difference Methods for Ordinary and Partial Differential Equations*. Society for Industrial and Applied Mathematics.
- Li, W., Bortnik, J., Thorne, R. M., Cully, C. M., Chen, L., Angelopoulos, V., Nishimura, Y., Tao, J. B., Bonnell, J. W., and LeContel, O. (2013). Characteristics of the poynting flux and wave normal vectors of whistler-mode waves observed on themis. *Journal of Geophysical Research : Space Physics*, 118(4) :1461–1471.
- Lorenzato, L. (2012). *Modélisation des ceintures de radiations de Saturne*. PhD thesis, Institut Supérieur de l’Aéronautique et de l’Espace.
- Lyons, L. R., Thorne, R. M., and Kennel, C. F. (1972). Pitch-angle diffusion of radiation belt electrons within the plasmasphere. *Journal of Geophysical Research*, 77(19) :3455–3474.
- Ma, Q., Li, W., Thorne, R. M., Bortnik, J., Reeves, G. D., Kletzing, C. A., Kurth, W. S., Hospodarsky, G. B., Spence, H. E., Baker, D. N., Blake, J. B., Fennell, J. F., Claudepierre, S. G., and Angelopoulos, V. (2016). Characteristic energy range of electron scattering due to plasmaspheric hiss. *Journal of Geophysical Research : Space Physics*, 121(12) :11,737–11,749. 2016JA023311.
- Maget, V. (2007). *Développement et comparaison de méthodes d’assimilation de données appliquées à la restitution de la dynamique des ceintures de radiation terrestres*. PhD thesis, Institut Supérieur de l’Aéronautique et de l’Espace.
- Maget, V. F. and Rogier, F. (Décembre 2015). Assimilation de données pour les ceintures de radiation. Technical report, ONERA, The French Aerospace Lab - Département Environnement SPatial.
- Marsch, E. (2006). Kinetic Physics of the Solar Corona and Solar Wind. *Living Reviews in Solar Physics*, 3(1) :1.
- Mateo-Velez, J.-C., Lazaro, D., Maget, V., Mouysset, V., Sicard-Piet, A., Nuns, T., Inguimbert, C., Artola, L., Hubert, G., Inguimbert, V., Belhaj, M., Hess, S., Sarraillh, P., and Paulmier, T. (2017). Pr oreste : rapport d’avancement (deuxième année). Technical report, ONERA, The French Aerospace lab - Département Environnement SPatial.
- Maynard, N. C. and Chen, A. J. (1975). Isolated cold plasma regions : Observations and their relation to possible production mechanisms. *Journal of Geophysical Research*, 80(7) :1009–1013.

- Mead, G. D. (1964). Deformation of the Geomagnetic Field by the Solar Wind. *Journal of Geophysical Research*, 69 :1181–1195.
- Menvielle, M. and Marchaudon, A. (2007). Geomagnetic Indices in Solar-Terrestrial Physics and Space Weather. In Liliensten, J., editor, *Space Weather : Research Towards Applications in Europe 2nd European Space Weather Week (ESWW2)*, volume 344 of *Astrophysics and Space Science Library*, page 277.
- Millan, R. M. and Thorne, R. M. (2007). Review of radiation belt relativistic electron losses. *Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics*, 69 :362–377.
- Morley, S. K., Ables, S. T., Sciffer, M. D., and Fraser, B. J. (2009). Multipoint observations of pc1-2 waves in the afternoon sector. *Journal of Geophysical Research : Space Physics*, 114(A9) :n/a–n/a. A09205.
- Morley, S. K., Friedel, R. H. W., Spanswick, E. L., Reeves, G. D., Steinberg, J. T., Koller, J., Cayton, T., and Noveroske, E. (2010). Dropouts of the outer electron radiation belt in response to solar wind stream interfaces : global positioning system observations. *Royal Society of London Proceedings Series A*, 466 :3329–3350.
- Northrop, T. (1963). *The Adiabatic Motion of Charged Particles*. Interscience tracts on physics and astronomy, 21. Interscience Publishers.
- O’Brien, G. G., Hyman, M. A., and Kaplan, S. (1950). A study of the numerical solution of partial differential equations. *Journal of Mathematics and Physics*, 29(1-4) :223–251.
- Ohtani, S., Miyoshi, Y., Singer, H. J., and Weygand, J. M. (2009). On the loss of relativistic electrons at geosynchronous altitude : Its dependence on magnetic configurations and external conditions. *Journal of Geophysical Research (Space Physics)*, 114 :1202.
- Onsager, T. G., Rostoker, G., Kim, H.-J., Reeves, G. D., Obara, T., Singer, H. J., and Smithro, C. (2002). Radiation belt electron flux dropouts : Local time, radial, and particle-energy dependence. *Journal of Geophysical Research (Space Physics)*, 107 :1382.
- Pierrard, V. and Lopez Rosson, G. (2016). The effects of the big storm events in the first half of 2015 on the radiation belts observed by EPT/PROBA-V. *Annales Geophysicae*, 34 :75–84.
- Pierrard, V. and Stegen, K. (2008). A three-dimensional dynamic kinetic model of the plasmasphere. *Journal of Geophysical Research : Space Physics*, 113(A10) :n/a–n/a. A10209.
- Reeves, G. D., Chen, Y., Cunningham, G. S., Friedel, R. W. H., Henderson, M. G., Jordanova, V. K., Koller, J., Morley, S. K., Thomsen, M. F., and Zaharia, S. (2012). Dynamic Radiation Environment Assimilation Model : DREAM. *Space Weather*, 10 :3006.
- Reeves, G. D., McAdams, K. L., Friedel, R. H. W., and O’Brien, T. P. (2003). Acceleration and loss of relativistic electrons during geomagnetic storms. *Geophysical Research Letters*, 30 :1529.
- Roederer, J. G. (1970). *Dynamics of geomagnetically trapped radiation*. Springer.
- Santolík, O., Nemec, F., Gereová, K., Macúšová, E., Conchy, Y., and Cornilleau-Wehrin, N. (2004). Systematic analysis of equatorial noise below the lower hybrid frequency. *Annales Geophysicae*, 22 :2587–2595.
- Santos Costa, D. (2001). *Modélisation des ceintures de radiation d’électrons de Jupiter internes à Io*. PhD thesis, Ecole Nationale Supérieure de l’Aéronautique et de l’Espace.
- Sauvaud, J.-A. (2002). Earth magnetosphere. In Cépaduès, editor, *Space Environment : Prevention of risks related to spacecraft charging*, pages 81–107, Toulouse.
- Schulz, M. (1991). The magnetosphere. In Jacobs, J. A., editor, *Geomagnetism*, pages 87–293.
- Shprits, Y. Y., Chen, L., and Thorne, R. M. (2009). Simulations of pitch angle scattering of relativistic electrons with mlt-dependent diffusion coefficients. *Journal of Geophysical Research : Space Physics*, 114(A3) :n/a–n/a. A03219.
- Shue, J.-H., Song, P., Russell, C. T., Steinberg, J. T., Chao, J. K., Zastenker, G., Vaisberg, O. L., Kokubun, S., Singer, H. J., Detman, T. R., and Kawano, H. (1998). Magnetopause location under extreme solar wind conditions. *Journal of Geophysical Research (Space Physics)*, 103 :17691–17700.

- Sicard, A. (2004). *Modélisation des ceintures de radiation d'électrons et d'ions de Jupiter*. PhD thesis, Ecole Nationale Supérieure de l'Aéronautique et de l'Espace.
- Sicard-Piet, A., Boscher, D., Bourdarie, S., Maget, V., and Lazaro, D. (2011). Modélisation de l'environnement radiatif spatial. Technical report, ONERA, The French Aerospace lab - Département Environnement Spatial.
- Sicard-Piet, A., Boscher, D., and Maget, V. F. (Novembre 2010). Modélisation de l'environnement spatial. Technical report, ONERA, The French Aerospace Lab - Département Environnement SPatial.
- Stern, D. P. (1975). The motion of a proton in the equatorial magnetosphere. *Journal of Geophysical Research*, 80(4) :595–599.
- Stern, D. P. (1977). Large-scale electric fields in the earth's magnetosphere. *Reviews of Geophysics and Space Physics*, 15 :156–194.
- Stern, D. P. (1979). The electric field and global electrodynamics of the magnetosphere : Review and quadrennial report to the iugg. *Reviews of Geophysics*, 17(4) :626–640.
- Su, Z., Xiao, F., Zheng, H., and Wang, S. (2010). STEERB : A three-dimensional code for storm-time evolution of electron radiation belt. *Journal of Geophysical Research (Space Physics)*, 115 :9208.
- Subbotin, D. A. and Shprits, Y. Y. (2009). Three-dimensional modeling of the radiation belts using the Versatile Electron Radiation Belt (VERB) code. *Space Weather*, 7 :10001.
- Subbotin, D. A. and Shprits, Y. Y. (2012). Three-dimensional radiation belt simulations in terms of adiabatic invariants using a single numerical grid. *Journal of Geophysical Research (Space Physics)*, 117 :5205.
- Tapping, K. F. (2013). The 10.7 cm solar radio flux (f10.7). *Space Weather*, 11(7) :394–406.
- Thébault, E., Finlay, C. C., Beggan, C. D., Alken, P., Aubert, J., Barrois, O., Bertrand, F., Bondar, T., Boness, A., Brocco, L., Canet, E., Chambodut, A., Chulliat, A., Coisson, P., Civet, F., Du, A., Fournier, A., Fratter, I., Gillet, N., Hamilton, B., Hamoudi, M., Hulot, G., Jager, T., Korte, M., Kuang, W., Lalanne, X., Langlais, B., L  ger, J.-M., Lesur, V., Lowes, F. J., Macmillan, S., Manda, M., Manoj, C., Maus, S., Olsen, N., Petrov, V., Ridley, V., Rother, M., Sabaka, T. J., Saturnino, D., Schachtschneider, R., Sirol, O., Tangborn, A., Thomson, A., T  ffner-Clausen, L., Vigneron, P., Wardinski, I., and Zvereva, T. (2015). International Geomagnetic Reference Field : the 12th generation. *Earth, Planets, and Space*, 67 :79.
- Thorne, R. M. (2010). Radiation belt dynamics : The importance of wave-particle interactions. *Geophysical Research Letters*, 37(22). L22107.
- Toro, E. F. (2009). *Riemann Solvers and Numerical Methods for Fluid Dynamics : A practical Introduction*. Springer.
- Tsyganenko, N. A. (1989). A magnetospheric magnetic field model with a warped tail current sheet. *Planetary and Space Science*, 37 :5–20.
- Tsyganenko, N. A. (2013). Data-based modelling of the Earth's dynamic magnetosphere : a review. *Annales Geophysicae*, 31 :1745–1772.
- Tsyganenko, N. A. and Andreeva, V. A. (2016). An empirical rbf model of the magnetosphere parameterized by interplanetary and ground-based drivers. *Journal of Geophysical Research : Space Physics*, 121(11) :10,786–10,802.
- Tu, W., Cunningham, G. S., Chen, Y., Henderson, M. G., Camporeale, E., and Reeves, G. D. (2013). Modeling radiation belt electron dynamics during gem challenge intervals with the dream3d diffusion model. *Journal of Geophysical Research : Space Physics*, 118(10) :6197–6211. 2013JA019063.
- Turner, D. L., Morley, S. K., Miyoshi, Y., Ni, B., and Huang, C.-L. (2013). Outer Radiation Belt Flux Dropouts : Current Understanding and Unresolved Questions. In Summers, D., Mann, I. R., Baker, D. N., and Schulz, M., editors, *Geophysical Monograph Series*, pages 195–212. American Geophysical Union, Washington, D. C.
- Turner et al., D. L. (2014). On the cause and extent of outer radiation belt losses during the 30 september 2012 dropout event. *Journal of Geophysical Research (Space Physics)*.

- Ukhorskiy, A. Y., Sitnov, M. I., Millan, R. M., and Kress, B. T. (2011). The role of drift orbit bifurcations in energization and loss of electrons in the outer radiation belt. *Journal of Geophysical Research : Space Physics*, 116(A9) :n/a–n/a. A09208.
- Ukhorskiy, A. Y., Takahashi, K., Anderson, B. J., and Korth, H. (2005). Impact of toroidal ulf waves on the outer radiation belt electrons. *Journal of Geophysical Research : Space Physics*, 110(A10) :n/a–n/a. A10202.
- Varotsou, A. (2005). *Utilisation de modèles physiques pour comprendre la dynamique des ceintures de radiations d’électrons de la Terre*. PhD thesis, Ecole Nationale Supérieure de l’Aéronautique et de l’Espace.
- Vasyliunas, V. M. (1970). *Mathematical Models of Magnetospheric Convection and its Coupling to the Ionosphere*, pages 60–71. Springer Netherlands, Dordrecht.
- Volland, H. (1973). A semiempirical model of large-scale magnetospheric electric fields. *Journal of Geophysical Research*, 78(1) :171–180.
- Waterson, N. and Deconinck, H. (2007). Design principles for bounded higher-order convection schemes - a unified approach. *Journal of Computational Physics*, 224(1) :182–207.
- Weimer, D. R. (1996). A flexible, imf dependent model of high-latitude electric potentials having “space weather” applications. *Geophysical Research Letters*, 23(18) :2549–2552.
- Whipple, Jr., E. C. (1978). (U,B,K) coordinates - A natural system for studying magnetospheric convection. *Journal of Geophysical Research*, 83 :4318–4326.
- Wolf, R., Spiro, R., Sazykin, S., and Toffoletto, F. (2007). How the earth’s inner magnetosphere works : An evolving picture. *Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics*, 69(3) :288 – 302. Global Aspects of Magnetosphere-Ionosphere CouplingGlobal Aspects of Magnetosphere-Ionosphere Coupling.
- Wolf, R. A. (1974). *Calculations of Magnetospheric Electric Fields*, pages 167–177. Springer Netherlands, Dordrecht.
- Wu, C.-C., Liou, K., Lepping, R. P., Hutting, L., Plunkett, S., Howard, R. A., and Socker, D. (2016). The first super geomagnetic storm of solar cycle 24 : “the st. patrick’s day event (17 march 2015)”. *Earth, Planets and Space*, 68(1) :151.
- Yadav, S., Sunda, S., and Sridharan, R. (2016). The impact of the 17 march 2015 st. patrick’s day storm on the evolutionary pattern of equatorial ionization anomaly over the indian longitudes using high-resolution spatiotemporal tec maps : New insights. *Space Weather*, 14(10) :786–801. 2016SW001408.
- Yando, K., Millan, R. M., Green, J. C., and Evans, D. S. (2011). A Monte Carlo simulation of the NOAA POES Medium Energy Proton and Electron Detector instrument. *Journal of Geophysical Research (Space Physics)*, 116 :10231.
- Yu, Y., Koller, J., and Morley, S. K. (2013). Quantifying the effect of magnetopause shadowing on electron radiation belt dropouts. *Annales Geophysicae*, 31 :1929–1939.
- Zhang, Q.-H., Dunlop, M. W., Holme, R., and Woodfield, E. E. (2010). Comparison of eight years magnetic field data from Cluster with Tsyganenko models in the inner magnetosphere. *Annales Geophysicae*, 28 :309–326.
- Zurbuchen, T. H. and Richardson, I. G. (2006). In-situ solar wind and magnetic field signatures of interplanetary coronal mass ejections. *Space Science Reviews*, 123(1) :31–43.