



**HAL**  
open science

# **Imagerie polarimétrique de speckle statique pour l'étude de matériaux, et dynamique pour la détection de micro-vascularisation tumorale**

Jan Dupont

► **To cite this version:**

Jan Dupont. Imagerie polarimétrique de speckle statique pour l'étude de matériaux, et dynamique pour la détection de micro-vascularisation tumorale. Optique / photonique. UNIVERSITE DE TOULOUSE, 2017. Français. <NNT : >. <tel-01699295>

**HAL Id: tel-01699295**

**<https://hal.science/tel-01699295v1>**

Submitted on 2 Feb 2018

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



HAL Authorization



Université  
de Toulouse

# THÈSE

En vue de l'obtention du

**DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE**

Délivré par : *l'Institut Supérieur de l'Aéronautique et de l'Espace (ISAE)*

---

---

Présentée et soutenue le *03/02/2017* par :

**JAN DUPONT**

**Imagerie polarimétrique de speckle statique pour l'étude de matériaux, et  
dynamique pour la détection de micro-vascularisation tumorale**

---

---

## JURY

GILLES FAVRE  
CLAUDE AMRA  
ÉRIC LACOT

Professeur d'Université - Praticien Hospitalier  
Directeur de Recherche  
Professeur d'Université

Président du Jury  
Examineur  
Examineur

---

### École doctorale et spécialité :

*GEET : Électromagnétisme et Systèmes Haute Fréquence*

### Unité de Recherche :

*ONERA / IPBS*

### Directeur(s) de Thèse :

*Xavier ORLIK et Muriel GOLZIO*

### Rapporteurs :

*Élise KOENIGUER et François GOUDAIL*



# Table des matières

<b>Introduction générale</b>	<b>7</b>
<b>1 Introduction bibliographique</b>	<b>11</b>
1.1 Généralités	12
1.1.1 Introduction aux sources laser	13
1.1.2 Solution de l'équation d'onde	17
1.1.3 Réflexion et transmission d'ondes par une interface	17
1.2 Introduction à la polarisation	18
1.2.1 Expression analytique de l'ellipse de polarisation	18
1.2.2 Formalisme de Jones	20
1.2.3 Formalisme de Stokes	20
1.2.4 Formalisme de Mueller	21
1.2.5 Représentation graphique des états de polarisation	21
1.2.6 Principales propriétés polarimétriques de matériaux	22
1.2.7 Cristaux liquides nématiques	24
1.2.8 Méthode classique de mesure polarimétrique	26
1.3 Théorie scalaire de la diffraction	26
1.3.1 Principe de Huygens-Fresnel	27
1.3.2 Diffraction de Fraunhofer	27
1.4 Notions d'imagerie optique	28
1.4.1 Limites de résolution d'un dispositif d'imagerie	28
1.4.2 Cohérence de la source	30
1.4.3 Exemples de simulations d'images	31
1.5 Propriétés du speckle	33
1.5.1 Statistiques de premier ordre	33
1.5.2 Estimation de la taille du grain de speckle	34
1.6 Études de la polarisation en champs aléatoires	34
1.6.1 Analyses polarimétriques en champs de speckle	35
1.6.2 Les singularités en champ de speckle	35
1.7 Propriétés optiques de la peau	37
1.7.1 Structure de la peau en conditions physiologiques normales	37
1.7.2 Équation de transfert radiatif	38
1.7.3 Coefficients d'absorption et diffusion	39
1.7.4 Cancer de la peau : modifications physiologiques	41
1.8 Méthodes optiques non invasives de détection du cancer de la peau	43
1.8.1 Sensibilité et spécificité	43
1.8.2 Analyses spectrales du mélanome	44
1.8.3 Potentiel de l'analyse polarimétrique pour la détection du mélanome	44
1.9 Principales techniques d'imagerie de flux sanguins	45
1.9.1 Mesure de flux par effet Doppler	45
1.9.2 Contraste de speckle	46

1.10	Objectifs de la thèse . . . . .	48
	Bibliographie . . . . .	49
<b>2</b>	<b>Développement et validation d'une méthode d'analyse polarimétrique pour la mesure en champs de speckle</b>	<b>57</b>
2.1	Introduction . . . . .	57
2.2	Présentation de la méthode SOPAFP . . . . .	58
2.3	Développement de la calibration automatique des CLN . . . . .	61
2.3.1	Calibration automatique des axes rapides . . . . .	61
2.3.2	Calibration automatique des états de projection . . . . .	62
2.4	Mesures SOPAFP : réponse impulsionnelle et imagerie "classique" . . . . .	65
2.4.1	Représentations graphiques de champs polarisés . . . . .	65
2.4.2	Réponse impulsionnelle de SOPAFP . . . . .	66
2.4.3	Polarimétrie de plexiglas contraint . . . . .	69
2.4.4	Polarimétrie du champ diffusé par un aluminium brossé . . . . .	70
2.5	Polarimétrie de speckles : comparaison de diffuseurs de surface / volume . . . . .	72
2.5.1	Comparaison de la mesure SOPAFP avec la mesure classique . . . . .	72
2.5.2	Diffusion surfacique : aluminium brossé . . . . .	75
2.5.3	Diffusion volumique : papier . . . . .	78
2.6	Détection expérimentale de singularités de polarisation . . . . .	82
2.6.1	Singularités "star" et "lemon" . . . . .	82
2.6.2	Autres singularités . . . . .	82
2.7	Conclusion . . . . .	85
	Bibliographie . . . . .	86
<b>3</b>	<b>Étude de l'impact des propriétés physiques de la source, du diffuseur et du dispositif d'imagerie sur la polarimétrie</b>	<b>89</b>
3.1	Introduction . . . . .	89
3.2	Définition du repère de projection . . . . .	90
3.2.1	Diffusions de surface . . . . .	91
3.2.2	Diffusions multiples . . . . .	93
3.2.3	Résumé . . . . .	96
3.3	Mesure expérimentale de dépolarisation spatiale et spectrale . . . . .	98
3.3.1	Dépolarisation spatiale . . . . .	98
3.3.2	Dépolarisation spectrale . . . . .	99
3.4	Étude de la dépolarisation spatiale intrinsèque aux matériaux . . . . .	101
3.4.1	Mise en évidence du biais expérimental . . . . .	102
3.4.2	Détermination de la contribution intrinsèque à la dispersion des déphasages relatifs . . . . .	104
3.4.3	Relation entre déphasages relatifs et dépolarisation spatiale . . . . .	107
3.5	Conclusion . . . . .	109
	Bibliographie . . . . .	110
<b>4</b>	<b>Développement et validation d'un modèle de simulation de speckles polarisés</b>	<b>113</b>
4.1	Introduction . . . . .	113
4.2	Simulation de speckle complètement développé . . . . .	114
4.3	Simulation de speckle polarisé . . . . .	115
4.4	Comparaison avec l'expérimentation . . . . .	116
4.4.1	Diffusion surfacique . . . . .	116
4.4.2	Régime de diffusion intermédiaire . . . . .	117
4.4.3	Régime de diffusion multiple . . . . .	119
4.5	Impact de l'échelle d'observation sur la polarimétrie . . . . .	123

4.5.1	Mesure de biréfringence . . . . .	123
4.5.2	Dépolarisation spatiale . . . . .	125
4.6	Étude des singularités de polarisation par simulation . . . . .	128
4.6.1	Singularités d'ordre 1/2 . . . . .	128
4.6.2	Singularités non centro-symétriques . . . . .	133
4.6.3	Singularités d'ordre 1 . . . . .	134
4.7	Conclusion . . . . .	136
	Bibliographie . . . . .	137
<b>5</b>	<b>Imagerie par contraste de speckle dynamique polarisé : détection in-vivo de la microvascularisation du mélanome murin</b>	<b>139</b>
5.1	Introduction . . . . .	139
5.2	Modèle du mélanome murin . . . . .	140
5.3	Application de la méthode SOPAFP à la caractérisation polarimétrique du mélanome	141
5.3.1	Description du montage expérimental . . . . .	141
5.3.2	Résultat de mesure SOPAFP sur mélanome ex-vivo . . . . .	141
5.3.3	Décorrélacion temporelle des champs diffusés en ex-vivo . . . . .	142
5.4	Optimisation d'imagerie par contraste de speckle dynamique polarisé . . . . .	144
5.4.1	Choix de la source laser . . . . .	145
5.4.2	Sélection de la diffusion de volume . . . . .	145
5.5	Résultats expérimentaux : mesures in-vivo sur souris . . . . .	146
5.5.1	Validation et étude du signal . . . . .	147
5.5.2	Suivi de la croissance tumorale . . . . .	151
5.5.3	Suivi du traitement par électrochimiothérapie . . . . .	152
5.6	Conclusion . . . . .	156
	Bibliographie . . . . .	157
	<b>Conclusion, perspectives</b>	<b>161</b>
<b>A</b>	<b>Polarization analysis of speckle field below its transverse correlation width : application to surface and bulk scattering</b>	<b>163</b>
<b>B</b>	<b>Polarized vortices in optical speckle field : observation of rare polarization singularities</b>	<b>173</b>
<b>C</b>	<b>Spectralon spatial depolarization : towards an intrinsic characterization using a novel phase shift distribution analysis</b>	<b>183</b>
<b>D</b>	<b>Simulation of polarized optical speckle fields : effects of the observation scale on polarimetry</b>	<b>197</b>
	<b>Résumé</b>	<b>211</b>



# Introduction générale

Lors de l'interaction d'un champ d'ondes électromagnétiques avec la matière, une figure d'intensité particulière, le "speckle", peut se former sous certaines conditions par interférences du champ diffusé. Les propriétés scalaires du speckle, basées sur sa valeur d'intensité, ont été largement étudiées [1]. La polarimétrie, qui concerne la mesure de l'aspect vectoriel du champ électromagnétique, permet de décrire les champs au travers d'un nombre plus important de paramètres physiques, donnant accès à la mesure de certaines propriétés de matériaux.

L'intérêt des champs de speckle est qu'ils conservent une grande résolution spatiale au niveau polarimétrique, par la limitation d'un processus appelé "dépolariation spatiale", théoriquement étudié [2][3] et expérimentalement détecté [4][5][6]. En effet, il a été démontré que l'analyse polarimétrique en champs de speckle peut apporter de nombreuses informations sur les matériaux diffusant le champ. Cette mesure permet par exemple de distinguer des matériaux présentant différents régimes de diffusion [5], de caractériser la rugosité de surface d'échantillons [2], ou les distributions en forme et taille des diffuseurs [7][8]. La mesure de polarisation en champs de speckle peut s'appliquer dans des domaines variés, par exemple en métrologie [9], télécommunication [10], imagerie biomédicale [11] ou télédétection [12].

De plus, des structures bien particulières, appelées singularités, se forment en champs de speckle [13]. De la même façon, une étude polarimétrique des singularités apporte de nouvelles informations sur les matériaux, notamment par une étude statistique fondée sur un modèle de classification à 3 singularités [14][15][16].

L'imagerie polarimétrique présente un intérêt grandissant pour le domaine biomédical, notamment concernant le développement de méthodes d'aide au diagnostic du mélanome.

En effet, le mélanome est un type de cancer dont la sévérité du pronostic dépend fortement de sa précocité de détection, car il a tendance à se propager par métastases à d'autres organes, par exemple aux poumons, foie ou au cerveau. Le professionnel de santé mesure l'évolutivité, la forme ou couleur de la lésion de peau. Dans le cas où un mélanome est suspecté, la lésion est retirée par chirurgie puis analysée par biopsie. Or, son diagnostic est parfois délicat. Les dispositifs d'imagerie biomédicale peuvent apporter une aide au diagnostic, leur développement consiste donc à trouver un paramètre physique mesurable signant la présence du mélanome.

Pour trouver ce paramètre, une approche a été proposée, à partir d'une analyse spectrale des lésions de peau [17][18]. Ces méthodes sont basées sur une phase d'apprentissage permettant de classer les différentes lésions. Cependant, cette classification semble parfois être dépendante du nombre de paramètres utilisés, chaque type de lésion de peau présentant une grande diversité de paramètres au cours de son développement [19].

Une autre approche consiste donc à utiliser l'imagerie polarimétrique pour caractériser les éventuelles modifications d'un champ électromagnétique incident par la diffusion sur les tissus. En effet, le potentiel de l'imagerie polarimétrique pour la classification de différents tissus in-vitro a été démontré [20]. Concernant le mélanome in-vivo, sa détection a par exemple été proposée, via les variations statistiques du degré de polarisation du champ de speckle diffusé [21], ou ses statistiques en singularités de polarisation [22].

Cependant, la caractérisation polarimétrique complète, c'est à dire la détermination conjointe de l'état et de son degré de polarisation, est délicate à réaliser en champs de speckle [23].

Le travail effectué au cours de cette thèse se situe dans les domaines de l'imagerie polarimétrique et biomédicale, axé autour du développement d'une méthode d'analyse polarimétrique complète, permettant l'étude des champs électromagnétiques diffusés en champs de speckle, pour ensuite déterminer un paramètre permettant la détection in-vivo du mélanome. Au premier chapitre, une introduction bibliographique aux différents concepts utiles à la compréhension de ce travail est proposée, ainsi que l'état de l'art dans lequel se situe ce sujet. (Chap. 1)

À partir du second chapitre, la démarche de ce travail est présentée, consistant dans un premier temps à développer une méthode d'analyse polarimétrique complète adaptée à la mesure en champs de speckle, appelée SOPAFP (State Of Polarization Analysis by Full Projection on the Poincaré space). Cela passe par le développement d'une procédure de calibration automatique de cristaux liquides nématiques, qui sont les éléments permettant de réaliser les projections nécessaires à toute analyse polarimétrique. Une procédure d'analyse est définie, basée sur de nombreuses projections polarimétriques, typiquement 50 à 300 projections, contrairement à la méthode classique d'analyse basée sur 6 projections distinctes [24], uniformément réparties dans l'espace de Poincaré. La procédure d'analyse, c'est-à-dire l'extraction des paramètres polarimétriques à partir des projections multiples du champ incident, est basée sur la régression non linéaire de l'intensité détectée au cours des projections. La réponse impulsionnelle de cette méthode, caractérisant sa fidélité et justesse, est déterminée. L'exactitude de la méthode pour l'analyse polarimétrique en champs de speckle est caractérisée dans le cas de deux échantillons présentant des régimes de diffusion distincts : un diffuseur majoritairement de surface, et un diffuseur majoritairement de volume. En particulier, des singularités de polarisation, se formant aux lieux d'interférence destructives des champs de speckle, sont présentées. Certaines de ces structures sortent du cadre de la classification utilisé dans la littérature. (Chap. 2)

Dans un second temps, la méthode SOPAFP est utilisée pour réaliser l'analyse polarimétrique de champs de speckle diffusés par des échantillons servant de référence photométrique (Spectralon<sup>®</sup>), présentant des valeurs de réflectance variable. La réflectance de l'échantillon impactant son régime de diffusion, l'effet du régime de diffusion sur la statistique des paramètres polarimétriques est analysé. Ensuite, l'impact sur la polarimétrie de la largeur spectrale de la source produisant le champ, ainsi que l'impact de l'ouverture de l'objectif imageant le champ diffusé, sont étudiés. Un effort d'analyse est mené, pour tenter de séparer les contributions dues à l'expérimentation des contributions intrinsèques à l'échantillon, lors de la caractérisation de la dépolarisation spatiale provoquée par les échantillons. Ainsi, la caractérisation polarimétrique des Spectralons<sup>®</sup>, souvent utilisés pour réaliser la calibration d'instruments optiques, est proposée, peu d'information sur le sujet pouvant être trouvé dans la littérature [25][26]. (Chap. 3)

L'effet du régime de diffusion sur la statistique des paramètres polarimétriques des champs de speckle diffusés ayant été étudié, un modèle phénoménologique permettant la modélisation de speckle subjectifs polarisés est proposé. Par comparaison avec l'expérimentation, le modèle est validé pour plusieurs régimes de diffusion. Il est ensuite utilisé pour étudier des processus délicats à mesurer expérimentalement. Tout d'abord, l'impact de la variation de taille des pixels intégrant un speckle polarisé donné est étudié. Ensuite, une limite de résolution concernant la mesure de biréfringence est mise en évidence, menant à la décorrélation des champs concernés. Par la modélisation de vortex optiques [13], une classification de morphologies de singularités de polarisation basée sur 6 morphologies élémentaires est proposée, contrairement à la base 3 utilisée dans la littérature [16]. (Chap. 4)

L'étape concluant ce travail consiste en l'application de la méthode SOPAFP à la caractérisation

polarimétrique complète du champ de speckle diffusé par un mélanome murin ex-vivo. Les raisons limitant cette caractérisation sont détaillées, ce qui réoriente l'approche de détection du mélanome in-vivo vers la mesure d'un autre paramètre physique : les variations de mouvements inhérents à la microvascularisation, spécifique à une croissance tumorale.

En effet, il est connu que l'angiogenèse est indispensable à la progression par métastase pour la plupart des types de tumeurs, dont le mélanome [27][28][29]. Par ailleurs, il a été déterminé que la densité de perfusion des tissus avoisinants la lésion peut être un paramètre permettant de distinguer différentes lésions de peau [30][31][32].

Ainsi, une méthode d'imagerie non invasive, développée à partir des techniques LSI (Laser Speckle Imaging) [33] et LASCA (Laser Speckle Contrast Analysis) [34], basée sur une analyse vectorielle du champ par la mesure du contraste de speckle dynamique polarisé, est optimisée pour l'application à l'imagerie de la microvascularisation du mélanome murin. Notamment, les contributions au signal provenant de la surface de la lésion sont filtrées des contributions provenant du volume. Le temps d'exposition optimal permettant l'imagerie de la microvascularisation tumorale du mélanome murin est déterminé. Finalement, la vascularisation est imagée pendant le processus d'angiogenèse tumorale, démontrant l'apport de l'imagerie de vascularisation comme aide potentielle au diagnostic du mélanome. Le suivi de la résorption des vaisseaux tumoraux après un traitement appelé "électrochimiothérapie" [35][36][37] est également réalisé, démontrant une seconde potentielle application de la méthode : le suivi, en direct et non invasif, de l'efficacité de thérapies contre le cancer. (Chap. 5)



# Chapitre 1

## Introduction bibliographique

### Sommaire

---

<b>1.1 Généralités</b>	<b>12</b>
1.1.1 Introduction aux sources laser	13
1.1.2 Solution de l'équation d'onde	17
1.1.3 Réflexion et transmission d'ondes par une interface	17
<b>1.2 Introduction à la polarisation</b>	<b>18</b>
1.2.1 Expression analytique de l'ellipse de polarisation	18
1.2.2 Formalisme de Jones	20
1.2.3 Formalisme de Stokes	20
1.2.4 Formalisme de Mueller	21
1.2.5 Représentation graphique des états de polarisation	21
1.2.6 Principales propriétés polarimétriques de matériaux	22
1.2.7 Cristaux liquides nématiques	24
1.2.8 Méthode classique de mesure polarimétrique	26
<b>1.3 Théorie scalaire de la diffraction</b>	<b>26</b>
1.3.1 Principe de Huygens-Fresnel	27
1.3.2 Diffraction de Fraunhofer	27
<b>1.4 Notions d'imagerie optique</b>	<b>28</b>
1.4.1 Limites de résolution d'un dispositif d'imagerie	28
1.4.2 Cohérence de la source	30
1.4.3 Exemples de simulations d'images	31
<b>1.5 Propriétés du speckle</b>	<b>33</b>
1.5.1 Statistiques de premier ordre	33
1.5.2 Estimation de la taille du grain de speckle	34
<b>1.6 Études de la polarisation en champs aléatoires</b>	<b>34</b>
1.6.1 Analyses polarimétriques en champs de speckle	35
1.6.2 Les singularités en champ de speckle	35
<b>1.7 Propriétés optiques de la peau</b>	<b>37</b>
1.7.1 Structure de la peau en conditions physiologiques normales	37
1.7.2 Équation de transfert radiatif	38
1.7.3 Coefficients d'absorption et diffusion	39
1.7.4 Cancer de la peau : modifications physiologiques	41
<b>1.8 Méthodes optiques non invasives de détection du cancer de la peau</b>	<b>43</b>
1.8.1 Sensibilité et spécificité	43
1.8.2 Analyses spectrales du mélanome	44
1.8.3 Potentiel de l'analyse polarimétrique pour la détection du mélanome	44
<b>1.9 Principales techniques d'imagerie de flux sanguins</b>	<b>45</b>
1.9.1 Mesure de flux par effet Doppler	45

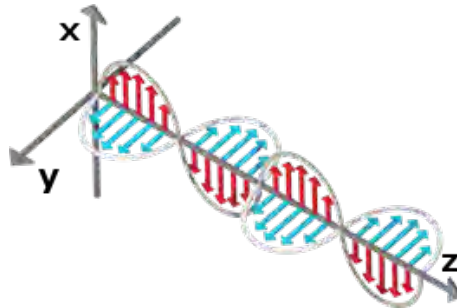
1.9.2	Contraste de speckle . . . . .	46
1.10	Objectifs de la thèse . . . . .	48
	Bibliographie . . . . .	49

---

## 1.1 Généralités

Depuis le début du  $xx^e$  siècle et la catastrophe ultraviolette, la lumière est considérée comme une onde et une particule. Avant cette date, le modèle ondulatoire de la lumière permettait de décrire quasiment tous les phénomènes observables à l'époque. La catastrophe ultraviolette désigne la mise en évidence que ce modèle prévoit une émission d'énergie infinie par un corps chauffé à haute température. En 1900, Max Planck émet pour la première fois l'hypothèse que l'énergie par unité de fréquence est quantifiée et non continue, ce sont les débuts de la physique quantique.

En physique classique, la lumière est décrite par une onde électromagnétique (EM) : une perturbation propagative des champs électriques et magnétiques. L'amplitude de perturbation des deux champs oscille périodiquement au cours de la propagation, selon deux plans orthogonaux par définition. Une telle onde est schématisée en Fig. 1.1.



**Figure 1.1** - Représentation schématique d'une onde plane électromagnétique. La propagation de l'onde se fait selon l'axe  $z$ , l'amplitude du champ électrique (resp. magnétique) oscille selon l'axe  $x$  (resp.  $y$ ). L'amplitude du champ électrique (resp. magnétique) est représenté en certains points au cours de la propagation par les flèches rouges (resp. bleues). L'onde est représentée ici sur une extension spatiale de 2 longueurs d'onde, à un temps fixé. Extrait de [38].

Sur ce schéma, l'amplitude du champ électrique est décrite en certains points au cours de la propagation par les flèches rouges, l'amplitude du champ magnétique par les flèches bleues. La longueur de périodicité de l'onde (distance entre les crêtes ou creux) est appelée longueur d'onde et est notée  $\lambda$ . Elle est liée à la fréquence  $\nu$  par la relation  $\lambda = v/\nu$ , avec  $v$  la vitesse de propagation de l'onde.  $v$  est égale à la vitesse de la lumière  $c = 3.10^8 \text{ m.s}^{-1}$  dans le vide, et  $v = c/n$  dans un milieu d'indice de réfraction  $n$  (par ex.  $n = 1.33$  dans l'eau,  $n = 1.52$  dans le verre).

L'ensemble des longueurs d'ondes (ou fréquences) connues est appelé spectre électromagnétique. Dans les plus courtes longueurs d'onde (ou les plus hautes fréquences), se trouvent les rayons gamma avec  $\lambda < 10^{-11} \text{ m}$  (plus petit que le diamètre d'un atome), par exemple émis lors de fissions nucléaires. A l'opposé du spectre se trouvent les fréquences extrêmement basses (ELF, extremely low frequency), de 10 000 à 100 000 km de longueur d'onde (de l'ordre du diamètre Terrestre), émis par exemple par résonance d'éclairs entre la surface terrestre et l'atmosphère. Le spectre visible est situé entre 400 nm ( $400.10^{-9} \text{ m}$ , violet / proche Ultra Violet) et 800 nm ( $800.10^{-9} \text{ m}$ , rouge / proche Infra Rouge) de longueur d'onde.

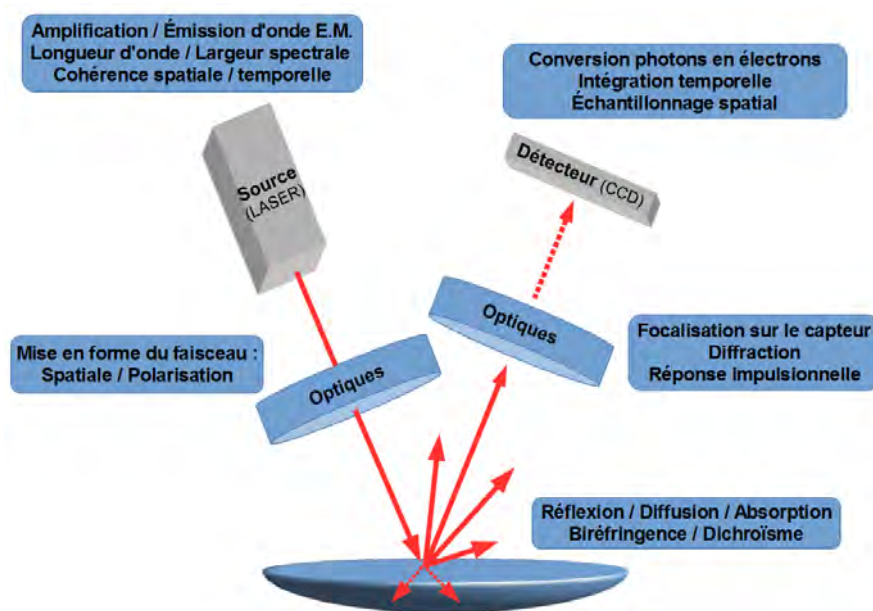
Lors de l'interaction d'une onde EM avec la matière, les échanges d'énergie observés ne dépendent pas de l'intensité de l'onde (le nombre de photons), mais de leur fréquence. L'énergie  $E$  d'un photon est ainsi uniquement dépendante de sa longueur d'onde (ou fréquence) et est obtenue par la loi de Planck :  $E = hc/\lambda$ , avec  $h = 4,14.10^{-15} \text{ eV.s}$  la constante de Planck. Ainsi, l'énergie d'un photon de fréquence extrêmement basse ( $\lambda = 1.10^6 \text{ m}$ ) est de 12.4 feV ( $12,4.10^{-15} \text{ eV}$ ), celle

d'un photon gamma ( $\lambda = 1.10^{-11}$  m) est de 1.24 Mev ( $1,24.10^6$  eV).

Au cours de cette thèse, on ne s'intéressera pas aux échanges d'énergie impliqués lors de l'interaction d'ondes avec la matière. On utilisera le modèle ondulatoire de la lumière, qui décrit fidèlement les effets observés à notre échelle. Cependant, l'émission laser ou la détection par capteur CCD font appel à des notions quantiques.

Pour simplifier la description des ondes, on se concentre souvent uniquement sur l'amplitude du champ électrique, le champ magnétique lui étant par définition toujours orthogonal. Sur le schéma de l'onde EM (Fig. 1.1), on remarque que le champ électrique (rouge) oscille selon une direction définie (ici verticale), cette direction est appelée "polarisation" de l'onde.

Afin d'introduire les notions étudiées au cours de cette thèse, un dispositif d'imagerie active en réflexion est schématisé en Fig. 1.2, dans le cas général. Dans le domaine de l'imagerie active, la scène ou l'objet à imager est illuminée par une source dont les caractéristiques sont maîtrisées. Sur ce schéma, la source de lumière est un laser, le détecteur un CCD (Charge Coupled Device), l'image est focalisée sur le capteur par des optiques.



**Figure 1.2** - Représentation schématique d'un dispositif d'imagerie active, utilisant un laser comme source d'ondes électromagnétiques, et un capteur CCD comme détecteur. Le champ d'ondes réfléchies et / ou diffusées par l'échantillon est focalisé sur le détecteur par un objectif. On indique de façon non exhaustive les principaux concepts étudiés au cours de cette thèse.

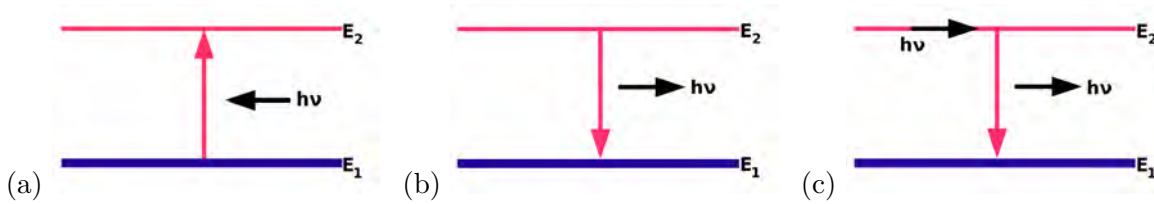
On propose de détailler ci-dessous le formalisme mathématique utilisé pour décrire ces différents processus physiques. La lumière est émise par effet LASER (Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation).

### 1.1.1 Introduction aux sources laser

Les sources laser (Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation) sont des sources de lumière produite par émission stimulée. Ils se composent d'un milieu amplificateur et d'une cavité résonnante. On présente ci-dessous une brève introduction au fonctionnement des lasers.

### Milieu amplificateur

C'est le milieu qui va produire les photons, à partir de transitions électroniques radiatives. Il existe deux modes d'émission de photons par les électrons : l'émission spontanée et l'émission stimulée, schématisées en Fig. 1.3.



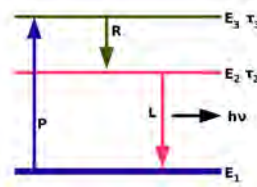
**Figure 1.3** - Représentation des différents mécanismes de passage d'un électron entre deux niveaux électroniques d'énergie différente. (a) Absorption par un électron d'un photon d'énergie  $h\nu$ , le faisant passer d'un état d'énergie  $E_1$  à un état d'énergie  $E_2$ . (b) Émission spontanée d'un photon d'énergie  $h\nu$  par un électron, le faisant passer d'un état d'énergie  $E_2$  à un état d'énergie  $E_1$ . (c) Émission stimulée d'un photon par un électron, induite par un premier photon d'énergie  $h\nu$ . Le photon émis possède les mêmes propriétés (polarisation, direction, phase) que le photon incident.

L'intérêt de l'émission stimulée est que le photon émis possède exactement les mêmes caractéristiques (direction, polarisation, phase) que le photon induisant l'émission. Au repos, le peuplement des électrons sur les niveaux électroniques d'un atome suit la statistique de Boltzmann, une exponentielle décroissante en fonction de l'énergie des niveaux :

$$N_i = A.exp\frac{-E_i}{kT} \quad (1.1)$$

Avec  $N_i$  le nombre d'électrons au niveau d'énergie  $E_i$ ,  $A$  une constante de normalisation dépendant de la fonction de partition du système et de la dégénérescence de l'état  $E_i$ ,  $k$  la constante de Boltzmann et  $T$  la température à l'équilibre.

Afin d'augmenter le nombre de transitions radiatives, donc d'émissions de photons, on apporte de l'énergie aux électrons se trouvant au niveau d'énergie fondamental par pompage (apport d'énergie avec des photons, un champ électrique ou une agitation thermique). On dit qu'il y a inversion de population entre le niveau fondamental  $E_1$ , qui est quasi dépeuplé, et le niveau  $E_2$ . il peut être démontré qu'une inversion de population entre deux niveaux d'énergie ne permet pas d'amplifier l'émission stimulée, un équilibre est atteint entre absorption et émissions. Ainsi, le fonctionnement des laser est basé sur un système à au moins trois niveaux d'énergie. Un tel système est schématisé en Fig. 1.4.



**Figure 1.4** - Représentation schématique d'une amplification laser utilisant un système électronique à 3 niveaux, d'énergies  $E_1$ ,  $E_2$  et  $E_3$ . L'énergie apportée par pompage ( $P$ ) excite les électrons au niveau d'énergie  $E_3$ , une première transition non radiative rapide ( $R$ ) transfère les électrons au niveau d'énergie  $E_2$  à une fréquence  $1/\tau_3$ . La transition radiative lente  $L$ , avec  $\tau_3 < \tau_2$ , permet d'obtenir l'amplification de l'émission stimulée.

Le pompage  $P$  permet d'exciter les électrons du niveau fondamental au niveau d'énergie le plus élevé. une première émission non radiative amène les électrons sur le niveau intermédiaire, où l'absorption de photons d'énergie  $h\nu$  leur est interdite. En revanche, la transition vers le niveau fondamental est radiative. Il est nécessaire que les transitions non radiatives se fassent à une fréquence

plus élevée que les transitions radiatives ( $\tau_3 < \tau_2$ ) pour que l'inversion de population soit maintenue sur le niveau 2.

### Élargissement spectral

Dans une optique de simplification, on a représenté au paragraphe précédent des niveaux d'énergie bien définis, et donc des émissions spontanées à une fréquence  $\nu$  bien définie. Cependant, un élargissement spectral des raies d'émission est souvent observé. Cet élargissement est la conséquence de différents processus, classés en deux catégories : homogènes et inhomogènes.

Un processus d'élargissement spectral homogène est intrinsèque à l'espèce considérée, il est le même pour tous les atomes ou molécules d'une même espèce. Ce type d'élargissement suit une distribution Lorentzienne (ou de Cauchy). Il peut provenir de la diffusion par les phonons, les modes de vibration dans un solide cristallin, qui ne dépendent que des caractéristiques de la maille cristalline. Dans le cas d'un gaz, un élargissement spectral homogène est provoqué par les collisions entre atomes. Ces collisions ne dépendent que de la pression et température, qui sont les mêmes à l'équilibre pour tous les atomes composant le gaz.

D'autres mécanismes entraînent un élargissement spectral, par exemple l'effet Doppler : la vitesse de déplacement de la source relativement au récepteur provoque une modification de la fréquence mesurée. Cet élargissement est appelé inhomogène, car il est extrinsèque à l'espèce considéré : il n'est pas le même pour deux atomes de la même espèce qui ne se déplacent pas dans la même direction et/ou selon deux vitesses différentes. L'élargissement spectral inhomogène est produit par toutes les variations locales de paramètres : variations de composition, structure cristalline, etc. La distribution en fréquence produite par ce type de processus suit une loi normale.

Ainsi, la probabilité d'émission de chaque atome est décrit par la même distribution (Lorentzienne), et l'ensemble des atomes est décrit par une distribution souvent normale, donc la distribution globale est obtenue par convolution de la Gaussienne avec la Lorentzienne : la distribution de Voigt. En effet, cette distribution est connue pour décrire parfaitement l'élargissement spectral des raies d'émission spontanée d'atomes ou de molécules, quand plusieurs processus en sont la cause [39][40].

Au Chap. 3, l'étude statistique d'un paramètre polarimétrique sera menée par analogie avec ces processus d'élargissement spectral "homogènes" et "inhomogènes".

### Cavité résonnante

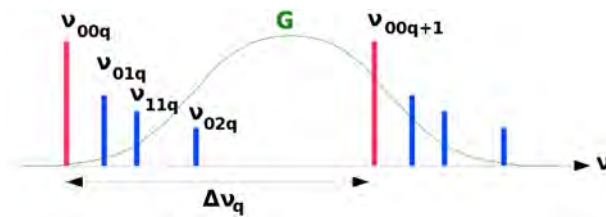
La cavité est généralement composée de miroirs, elle permet de conserver une densité élevée de photons dans le milieu amplificateur, afin d'amplifier l'émission stimulée. Ses caractéristiques vont déterminer le nombre de modes longitudinaux permis, c'est-à-dire les fréquences amplifiées, et le nombre de modes transverse permis, qui impactent les fréquences et la mise en forme spatiale du faisceau.

La courbe de gain du milieu amplificateur seul en fonction de la fréquence des photons est généralement large, suite aux différents processus d'élargissement spectral des raies d'émission. En revanche, seuls les photons dont la longueur d'onde est un multiple entier d'un aller retour dans la cavité vont osciller. En effet, si cette condition n'est pas respectée à chaque aller retour le photon aura un déphasage différent, et la somme de l'intensité des photons amplifiés sera nulle. Cette condition s'écrit :

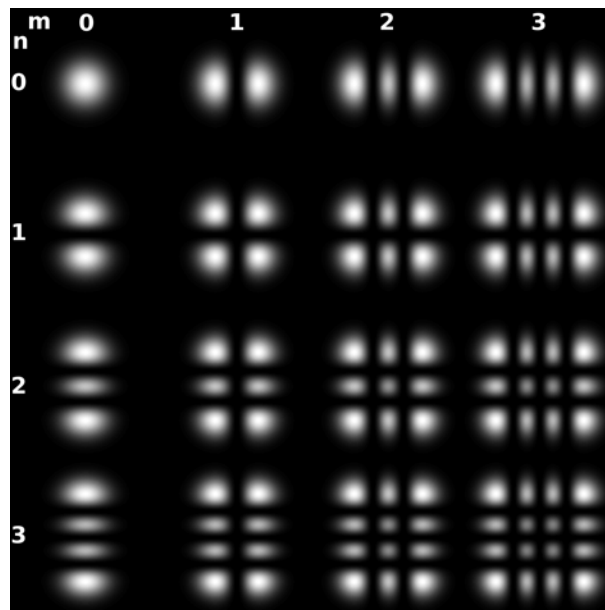
$$\lambda = \frac{2L}{q} \quad (1.2)$$

Avec  $L$  la longueur de la cavité et  $q$  un entier. Ainsi, dans le cas général la courbe de gain  $G$  du milieu amplificateur (continue) permet d'amplifier un certain nombre de fréquences (discrétisées) imposées par la longueur de cavité.

On a supposé jusqu'ici que les photons font des allers-retours dans l'axe longitudinal de la cavité. Cependant, d'autres chemins optiques hors axe longitudinal sont également des nombres entiers de longueur d'onde, et peuvent donc être amplifiés. Chaque mode longitudinal est ainsi dégénéré en plusieurs autres modes, appelés modes transverses, qui dépendent de la géométrie et des dimensions de la cavité. Ces modes impactent donc le nombre de fréquences amplifiées, et la répartition spatiale de l'intensité amplifiée (la mise en forme spatiale du faisceau). Lorsque la cavité est de géométrie rectangulaire (cas le plus fréquent due à l'ajout d'une fenêtre de Brewster rectangulaire dans la cavité), l'intensité des modes transverses suit la géométrie décrite par les polynômes d'Hermite, et sont symbolisés par  $TEM_{mnq}$  (Transverse Electro-Magnetic), avec  $mn$  les indices du mode transverse et  $q$  l'indice du mode longitudinal. Un diaphragme peut être ajouté dans l'axe de la cavité, afin de ne permettre qu'aux photons paraxiaux d'être amplifiés, ce qui correspond au mode transverse  $TEM_{00q}$ , de géométrie gaussienne. Le laser est alors dit monomode transverse. Les différents modes longitudinaux (rouge) et transversaux (bleu) susceptibles d'être amplifiés par la courbe de gain du milieu amplificateur (vert) sont schématisés en Fig. 1.5.



**Figure 1.5** - Représentation schématique des différents modes spectraux  $\nu_{mnq}$  susceptibles d'être amplifiés par la courbe de gain  $G$  du milieu amplificateur. Les modes longitudinaux ( $q$ ) sont séparés de  $\Delta\nu_q = c/2L$ , ils sont donc imposés par la longueur de cavité. Les modes transverses ( $mn$ ) dépendent de la géométrie et des dimensions transverses de la cavité.



**Figure 1.6** - Représentation des intensités des premiers modes transverses ( $TEM_{mn}$ ) se formant dans une cavité de géométrie rectangulaire, basés sur les polynômes d'Hermite.

Une face de la cavité est totalement réfléchissante, l'autre l'est partiellement. Ainsi, les photons amplifiés peuvent sortir par "paquets" de la cavité. Les photons composant ces "paquets", ou trains

d'onde, possèdent les caractéristiques des photons obtenus par émission stimulée : ils sont en phase, identiquement polarisés et se dirigent dans la même direction.

Certains laser sont conçus pour générer des pertes sélectives dans la cavité, en fonction de la longueur d'onde. Ainsi, la courbe de gain du milieu amplificateur ne permet d'amplifier quasiment qu'une fréquence, on parle de laser monomode longitudinal (SLM, Single Longitudinal Mode). Au Chap. 3, l'impact des caractéristiques spectrales de la source sur la polarimétrie est étudiée.

L'onde EM ainsi émise se propage ensuite dans l'espace. Cette propagation est décrite par les équations de Maxwell, qui régissent l'électrodynamique classique, appelée **équation d'onde**.

### 1.1.2 Solution de l'équation d'onde

La solution de l'équation d'onde sous forme d'onde plane sinusoidale (schématisée en Fig. 1.1) pour le champ électrique se propageant dans le vide peut s'écrire :

$$\vec{E}(z, t) = \begin{bmatrix} E_x(z, t) \\ E_y(z, t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{0x} \cos(\omega t - kz + \phi_x) \\ E_{0y} \cos(\omega t - kz + \phi_y) \end{bmatrix} \quad (1.3)$$

avec  $E$  l'amplitude du champ électrique d'une onde de longueur d'onde  $\lambda$  et de pulsation  $\omega = 2\pi c/\lambda$ , se propageant selon l'axe  $z$  d'un système de coordonnées cartésiennes ( $O_x, O_y, O_z$ ). On a également :

- $E_{0x}, E_{0y}$  les amplitudes à l'origine obtenues après projection de  $\vec{E}(z, t)$  respectivement sur les axes  $O_x$  et  $O_y$ .
- $k$  la norme du vecteur d'onde,  $k = 2\pi/\lambda$ .
- $\phi_x, \phi_y$  les phases à l'origine, respectivement selon les axes  $O_x$  et  $O_y$ .

L'Eq. 1.3 peut aussi être écrite comme :

$$\vec{E}(z, t) = E_{0x} \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{z}) \vec{u}_x + E_{0y} \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{z} + \phi) \vec{u}_y \quad (1.4)$$

avec  $\phi = \phi_y - \phi_x$ . En notation complexe, on a :

$$\begin{aligned} \vec{E}(z, t) &= (E_{0x} \vec{u}_x + E_{0y} e^{j\phi} \vec{u}_y) \cdot e^{j(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{z})} \\ &= \vec{E}_0 \cdot e^{j(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{z})} \end{aligned} \quad (1.5)$$

avec  $e^{j(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{z})}$  le terme de propagation spatiale et temporelle de l'onde, et l'état de polarisation décrit par l'orientation de  $\vec{E}_0$ .

L'intensité d'une onde électromagnétique s'obtient par la norme de son vecteur de Poynting, dans le cas d'une onde plane considéré ici, cette intensité est :

$$I \propto |\vec{E}_0|^2 \quad (1.6)$$

Dans le cas de l'onde schématisée en Fig. 1.1, la composante horizontale  $E_y(z, t)$  du champ  $\vec{E}(z, t)$  est nulle : sur ce schéma, toute l'amplitude du champ électrique est contenue sur l'axe  $x$  (vertical).

### 1.1.3 Réflexion et transmission d'ondes par une interface

Lors de sa propagation, l'onde va rencontrer des interfaces (ou dioptries) séparant deux milieux homogènes et isotropes d'indice de réfraction  $n$  différent, par exemple air-verre pour l'incidence sur une lentille ou miroir. A partir des équations de continuité dérivées des équations de Maxwell, les amplitudes des champs électriques transmis  $E_t$  et réfléchis  $E_r$  lors d'une illumination  $E_i$  sous un angle d'incidence quelconque peuvent être obtenus de la façon suivante :

$$\begin{aligned} E_r &= r.E_i \\ E_t &= t.E_i \end{aligned} \quad (1.7)$$

avec  $r$  et  $t$  les coefficients de réflexion et transmission du dioptre. Afin de décrire une onde incidente  $E_i$  polarisée de façon quelconque, elle est décomposée sur ses deux composantes orthogonales, avec  $r = r_\perp$  et  $t = t_\perp$  pour la composante perpendiculaire au plan d'incidence, et  $r = r_\parallel$  et  $t = t_\parallel$  pour la composante parallèle au plan d'incidence. Ces coefficients sont les coefficients de Fresnel, et s'expriment ainsi :

$$\begin{aligned} r_\perp &= \frac{n_1 \cos \theta_i - n_2 \cos \theta_t}{n_1 \cos \theta_i + n_2 \cos \theta_t} \\ t_\perp &= \frac{2n_1 \cos \theta_i}{n_1 \cos \theta_i + n_2 \cos \theta_t} \end{aligned} \quad (1.8)$$

$$\begin{aligned} r_\parallel &= \frac{n_2 \cos \theta_i - n_1 \cos \theta_t}{n_2 \cos \theta_i + n_1 \cos \theta_t} \\ t_\parallel &= \frac{2n_1 \cos \theta_i}{n_1 \cos \theta_t + n_2 \cos \theta_i} \end{aligned} \quad (1.9)$$

avec  $\theta_i$  et  $\theta_t$  les angles que font respectivement l'onde incidente et l'onde transmise par rapport à la normale au dioptre, et  $n_1$  et  $n_2$  les indices de réfraction du milieu d'incidence et de transmission.

Concernant l'onde réfléchie, deux cas de figure apparaissent en fonction du signe de  $n_1 - n_2$  :

1.  $n_1 - n_2 > 0$  : cas d'une incidence d'un milieu plus réfringent vers un milieu moins réfringent (par ex. verre - air), le coefficient de réflexion  $r_\perp$  est positif et les ondes incidentes et réfléchies sont en phase selon la direction verticale. En revanche,  $r_\parallel$  est négatif, et les ondes incidentes et réfléchies sont en opposition de phase selon la direction horizontale. Autrement dit, l'onde réfléchie polarisée selon l'horizontale a subi un déphasage de  $\pi$  par rapport à l'onde incidente.
2.  $n_1 - n_2 < 0$  : cas d'une incidence d'un milieu moins réfringent vers un milieu plus réfringent (par ex. air - verre). L'effet inverse est observé : l'onde réfléchie polarisée selon la verticale est en opposition de phase par rapport à l'onde incidente, et l'onde réfléchie polarisée selon l'horizontale est en phase avec l'onde incidente.

Ainsi, le comportement d'une onde incidente sur une interface va être dépendant de son état de polarisation. Le concept de polarisation est détaillé ci-dessous.

## 1.2 Introduction à la polarisation

L'onde schématisée en Fig. 1.1 est polarisée verticalement : l'amplitude de son champ électrique (représentée par les flèches rouges) oscille selon la direction verticale au cours de la propagation. Cependant, cette onde est un cas particulier. En effet, dans le cas général le champ électrique peut avoir une composante non nulle selon la direction horizontale (décrite par  $E_y(z, t)$  dans l'Eq. 1.3). Les formalismes présentés ci-dessous sont détaillés en [24].

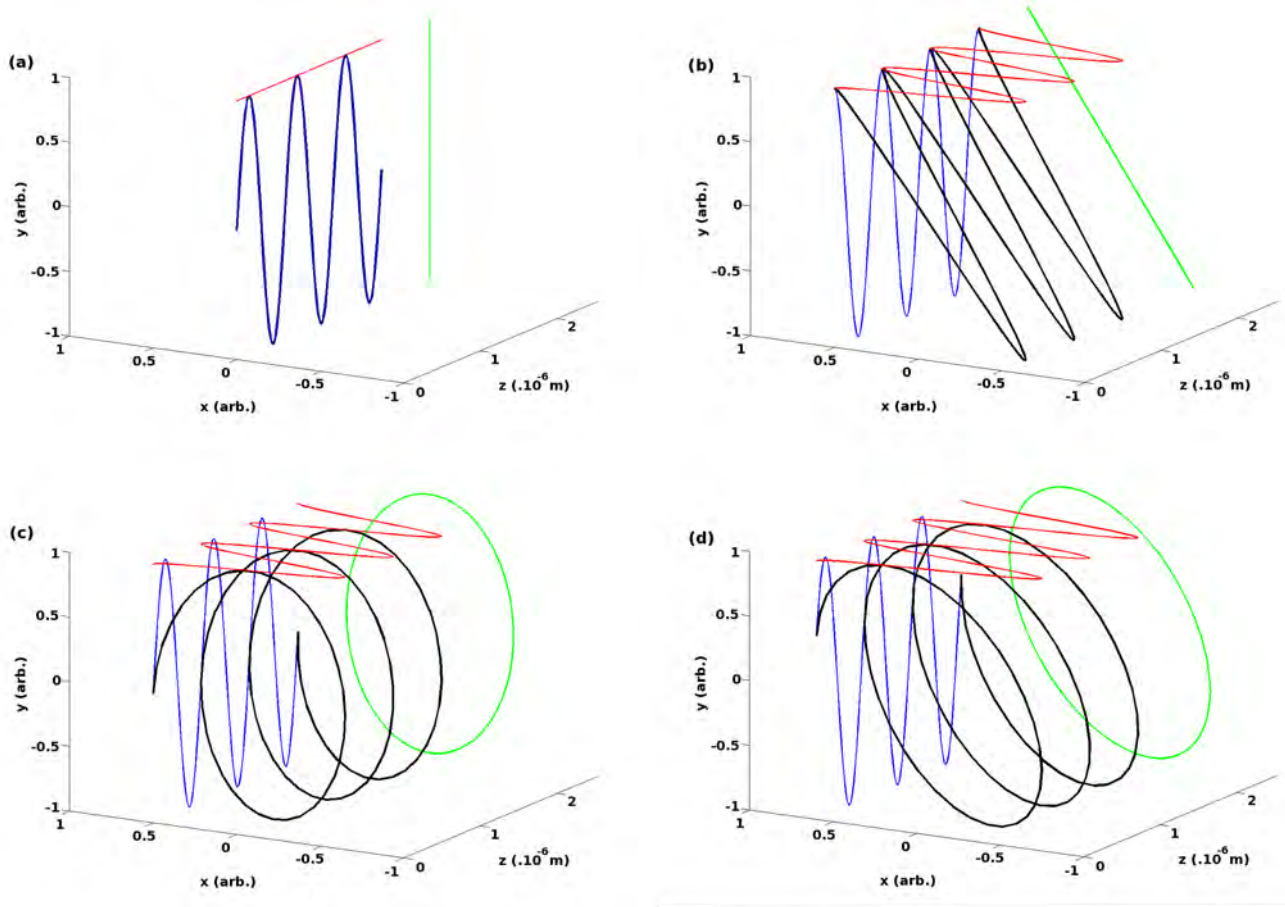
### 1.2.1 Expression analytique de l'ellipse de polarisation

Afin d'exprimer la trajectoire que fait la direction du champ électrique au cours de sa propagation, on revient à l'Eq. 1.3. Par transposition avec le terme de propagation ( $\omega t - kz$ ), il vient :

$$\frac{E_x^2(z, t)}{E_{0x}^2} + \frac{E_y^2(z, t)}{E_{0y}^2} - 2 \frac{E_x(z, t)E_y(z, t)}{E_{0x}E_{0y}} \cos(\phi) = \sin^2(\phi) \quad (1.10)$$

avec  $\phi = \phi_x - \phi_y$ , le déphasage entre les projections de  $\vec{E}(z, t)$  sur les axes  $O_x$  et  $O_y$ . L'état de polarisation (SOP, State Of Polarization) décrit donc la trajectoire du vecteur  $\vec{E}(z, t)$  dans le plan  $Oxy$  durant sa propagation selon  $z$ . On fait apparaître l'équation d'une ellipse, dont les caractéristiques géométriques évoluent en fonction des valeurs de  $E_{0x}$ ,  $E_{0y}$  et  $\phi$ . Ainsi, dans le cas général,

l'orientation du vecteur  $\vec{E}(z, t)$  suit une ellipse dans le plan  $Oxy$  au cours de la propagation de l'onde.



**Figure 1.7** - Exemples d'ondes polarisées @  $\lambda = 633$  nm de longueur d'onde,  $E_x$  est représenté en rouge,  $E_y$  en bleu, et la trajectoire du champ électrique en noir. L'ellipse de polarisation est représentée en vert. (a) Polarisation linéaire verticale obtenue avec  $E_{0x} = 0$ . (b) Polarisation linéaire obtenue avec  $\phi = 0$  et  $E_{0x} = E_{0y}/2$ . (c) Polarisation elliptique droite obtenue avec  $\phi = \pi/2$  et  $E_{0x} = E_{0y}/2$ . (d) Polarisation elliptique obtenue pour un tirage aléatoire de  $\phi$  et  $E_{0x} = E_{0y}/2$ .

Il existe des cas particuliers pour certaines valeurs de  $E_{0x}$ ,  $E_{0y}$  et  $\phi$  :

- si  $E_{0x}$  (resp.  $E_{0y}$ ) est nul, le champ  $\vec{E}(z, t)$  oscille dans le plan  $Oyz$  (resp.  $Oxz$ ) et la polarisation est dite rectiligne ;
- $\phi = 0$  ou  $\phi = \pi$ , l'équation 1.10 devient :

$$E_y(z, t) = \pm \frac{E_{0y}}{E_{0x}} E_x(z, t) \quad (1.11)$$

La projection de  $\vec{E}(z, t)$  sur  $Ox$  est proportionnelle à sa projection sur  $Oy$ ,  $\vec{E}(z, t)$  évolue donc dans un plan parallèle à  $Oz$  et sa polarisation est rectiligne ;

- $\phi = \pi/2$  ou  $\phi = 3\pi/2$ , à partir de l'équation 1.10 on obtient :

$$\frac{E_x^2(z, t)}{E_{0x}^2} + \frac{E_y^2(z, t)}{E_{0y}^2} = 1 \quad (1.12)$$

On reconnaît l'équation d'une ellipse d'axes propres  $Ox$  et  $Oy$ . L'ellipse devient un cercle si  $E_{0x} = E_{0y}$ .

Les champs électriques d'ondes polarisées selon différents états de polarisation sont représentés sur la Fig. 1.7. L'amplitude du champ électrique est représenté en noir, sa composante selon  $x$  ( $E_x(z, t)$  dans l'Eq. 1.3) est représentée en rouge, sa composante selon  $y$  ( $E_y(z, t)$  dans l'Eq. 1.3) est représentée en bleu. La projection de la trajectoire du champ électrique est appelée ellipse de polarisation (en vert). L'onde représentée en Fig. 1.7(a) est la même que celle schématisée en Fig. 1.1, l'amplitude du champ magnétique (en bleu dans la Fig. 1.1) n'étant pas représenté ici.

### 1.2.2 Formalisme de Jones

Une onde plane monochromatique peut être décomposée selon (Eq. 1.5) :

$$\vec{E}(z, t) = \begin{bmatrix} E_x(z, t) = E_{0x}e^{i(\omega t - kz + \delta_x)} \\ E_y(z, t) = E_{0y}e^{i(\omega t - kz + \delta_y)} \end{bmatrix} \quad (1.13)$$

En supprimant le terme de propagation  $\omega t - kz$ , on obtient :

$$\begin{aligned} E_x &= E_{0x}e^{i\delta_x} \\ E_y &= E_{0y}e^{i\delta_y} \end{aligned} \quad (1.14)$$

Sous forme de vecteur, on a :

$$\vec{E} = \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_{0x}e^{i\delta_x} \\ E_{0y}e^{i\delta_y} \end{pmatrix} \quad (1.15)$$

L'équation 1.15 est appelée vecteur de Jones.  $E_{0x}$  et  $E_{0y}$  sont des grandeurs réelles et représentent les amplitudes à l'origine après projection de la partie totalement polarisée de  $\vec{E}$  sur les axes  $x$  et  $y$ .  $E_x$  et  $E_y$  sont des grandeurs imaginaires, à cause de la présence des termes de phase  $\delta_x$  et  $\delta_y$ .

### 1.2.3 Formalisme de Stokes

Le formalisme de Stokes est souvent utilisé dans le cas de mesures expérimentales, en effet, contrairement au formalisme de Jones qui décrit les états de polarisation au travers de l'amplitude et phase des champs (voir Eq. 1.15), ce formalisme décrit les SOP via les intensités, qui est une grandeur facilement mesurable expérimentalement. Ce formalisme peut être retrouvé à partir de l'expression analytique de l'ellipse de polarisation (Eq. 1.10). Par intégration temporelle de cette équation (opération effectuée par un détecteur lors de l'intégration d'un champ électromagnétique de longueur d'onde dans le spectre visible), il vient :

$$\frac{\langle E_x^2(z, t) \rangle}{E_{0x}^2} + \frac{\langle E_y^2(z, t) \rangle}{E_{0y}^2} - 2 \frac{\langle E_x(z, t)E_y(z, t) \rangle}{E_{0x}E_{0y}} \cos(\phi) = \sin^2(\phi) \quad (1.16)$$

avec  $\langle X \rangle$  la moyenne temporelle de  $X$ . A partir des équations 1.3, on obtient les relations suivantes :

$$\langle E_x^2(t) \rangle = \frac{1}{2} E_{0x}^2 \quad (1.17)$$

$$\langle E_y^2(t) \rangle = \frac{1}{2} E_{0y}^2 \quad (1.18)$$

$$\langle E_x(t)E_y(t) \rangle = \frac{1}{2} E_{0x}E_{0y} \cos(\phi) \quad (1.19)$$

Par substitution, l'équation 1.16 devient :

$$(E_{0x}^2 + E_{0y}^2)^2 = (E_{0x}^2 - E_{0y}^2)^2 + (2E_{0x}E_{0y} \cos(\phi))^2 + (2E_{0x}E_{0y} \sin(\phi))^2 \quad (1.20)$$

Chaque terme de cette équation correspond à un paramètre du vecteur de Stokes, et donc par nature chaque paramètre correspond à une intensité :

$$S = \begin{cases} I &= E_{0x}^2 + E_{0y}^2 \\ Q &= E_{0x}^2 - E_{0y}^2 \\ U &= 2E_{0x}E_{0y} \cos(\phi) \\ V &= 2E_{0x}E_{0y} \sin(\phi) \end{cases} \quad (1.21)$$

où  $I$  représente l'intensité totale de l'onde (polarisée ou non),  $Q$  la fraction d'intensité polarisée selon la verticale si  $Q < 0$  (horizontale si  $Q > 0$ ),  $U$  la fraction d'intensité polarisée selon la direction  $-45^\circ$  si  $U < 0$  ( $+45^\circ$  si  $U > 0$ ),  $V$  la fraction d'intensité polarisée en circulaire gauche si  $V > 0$  ou droite si  $V < 0$ .

A partir des équations 1.21 et 1.20, on peut écrire :

$$I^2 = Q^2 + U^2 + V^2 \quad (1.22)$$

Physiquement, cette égalité représente le fait que l'intensité totale de l'onde est égale à la somme quadratique de ses contributions polarisées. Ce formalisme présente l'intérêt de pouvoir décrire les ondes partiellement polarisées. Si l'onde est partiellement polarisée, l'équation 1.22 devient :

$$I^2 > Q^2 + U^2 + V^2 \quad (1.23)$$

Le degré de polarisation ( $DOP$ ) de l'onde est défini comme le rapport entre la fraction d'intensité polarisée par rapport à l'intensité totale :

$$DOP = \frac{\sqrt{Q^2 + U^2 + V^2}}{I} \quad (1.24)$$

#### 1.2.4 Formalisme de Mueller

Un état polarimétrique peut être décrit via le formalisme de Stokes par un vecteur à 4 composantes (Eq. 1.21). Ainsi, la modification d'un SOP incident  $S^{in}$  en SOP  $S^{out}$  par un élément ou un événement optique quelconque peut être décrite par la relation suivante :

$$S^{out} = M \cdot S^{in} = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} & M_{14} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} & \vdots \\ M_{31} & M_{32} & \ddots & \vdots \\ M_{41} & \dots & \dots & M_{44} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I^{in} \\ Q^{in} \\ U^{in} \\ V^{in} \end{pmatrix} \quad (1.25)$$

avec  $M$  une matrice de taille  $4 \times 4$ , appelée matrice de Mueller. Cette matrice caractérise l'intégralité des propriétés polarimétriques de l'échantillon. Si cette matrice est connue, par calcul inverse on peut déterminer quel SOP sera réfléchi (ou transmis) par l'échantillon en fonction du SOP incident.

Cette matrice étant composée de 16 inconnues, pour la déterminer il est nécessaire de mesurer l'intensité diffusée par l'échantillon, projetée sur 4 états de polarisation connus, pour 4 états de polarisation incidents connus, donc 16 mesures d'intensité. Cependant, il a été démontré qu'une approximation de la matrice de Mueller de certains matériaux par une matrice diagonale est une approximation satisfaisante pour l'application à la détection d'objets dans une scène, réduisant le nombre d'acquisitions à 6 images d'intensité [41].

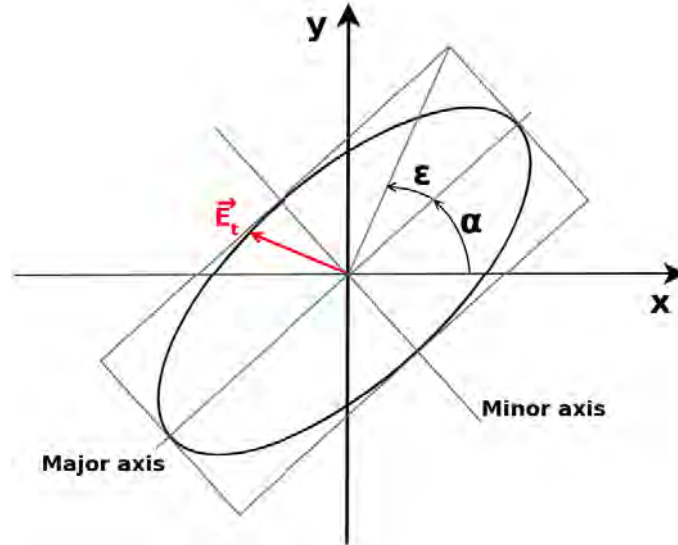
#### 1.2.5 Représentation graphique des états de polarisation

On a vu que l'état de polarisation est décrit dans le cas général par l'équation d'une ellipse. Les caractéristiques géométriques de cette ellipse, azimuth  $\alpha$  et ellipticité  $\epsilon$ , peuvent être déterminées en fonction des paramètres du vecteur de Stokes avec les Eqs. 1.26 et 1.27 :

$$\tan(2\alpha) = \frac{U}{Q} \quad (1.26)$$

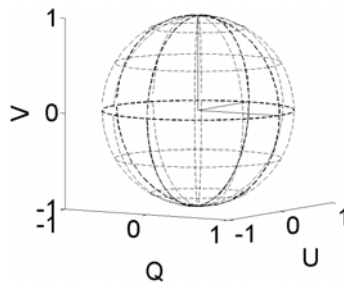
$$\tan(2\epsilon) = \frac{V}{\sqrt{Q^2 + U^2}} \quad (1.27)$$

Ces équations sont utilisées dans la suite du document pour représenter les ellipses de polarisation en fonction de leurs vecteurs de Stokes. Un exemple d'ellipse en fonction de ses paramètres d'azimut  $\alpha$  et ellipticité  $\epsilon$  est représenté en Fig. 1.8.



**Figure 1.8** - Exemple d'ellipse de polarisation : au cours de la propagation de l'onde, l'orientation du vecteur du champ électrique (rouge) décrit une ellipse d'azimut  $\alpha$  et ellipticité  $\epsilon$ .

L'ensemble mathématique des états de polarisation est une sphère, appelée sphère de Poincaré. La sphère est représentée en Fig. 1.9. Le plan défini par les axes  $Q$  et  $U$  contient tous les états rectilignes, alors que les pôles  $V$  contiennent les états circulaires. Une onde complètement polarisée ( $DOP = 1$ ) se représente en surface de la sphère, plus le  $DOP$  est faible et plus sa représentation se rapproche du centre de la sphère.



**Figure 1.9** - Représentation de la sphère de Poincaré, décrivant l'ensemble des états polarimétriques.

## 1.2.6 Principales propriétés polarimétriques de matériaux

Le champ électrique d'une onde polarisée peut être exprimée par la somme de ses deux composantes orthogonales, ce qui fait apparaître les paramètres de l'ellipse de polarisation (Eq. 1.21) : les amplitudes à l'origine  $E_{0x}$ ,  $E_{0y}$  et le déphasage relatif  $\phi$ . Les propriétés polarimétriques des matériaux sont désignées par la biréfringence ou le dichroïsme, en fonction qu'ils modifient le rapport

des amplitudes à l'origine  $E_{0x}$  et  $E_{0y}$  ou le déphasage relatif  $\phi$  d'une onde incidente. Le terme "déphasage relatif" désigne le décalage temporel des amplitudes  $E_x(z, t)$  et  $E_y(z, t)$ , dû à une différence de vitesse de propagation par variation de l'indice de réfraction.

### Biréfringence

La biréfringence représente la capacité d'un matériau à modifier le terme de déphasage ( $\phi$ ) entre les deux composantes orthogonales du champ incident, ce déphasage étant dû à l'anisotropie de l'indice de réfraction du milieu. Un matériau biréfringent uniaxe présente deux directions orthogonales entre lesquelles la différence d'indice de réfraction est maximale.

Dans le cas de matériaux uniaxes, la valeur de biréfringence absolue ( $\Delta n$ ) est définie comme la différence entre les indices de réfraction ordinaire ( $n_o$ ) et extraordinaire ( $n_e$ ) :  $\Delta n = n_e - n_o$ . Quelques exemples de matériaux biréfringents uniaxes sont présentés en Tab. 1.1, avec leurs valeurs d'indices ordinaire et extraordinaire, mesurés @  $\lambda = 590$  nm [42].

**Tableau 1.1** - Valeurs d'indices de réfraction ordinaire  $n_o$  et extraordinaire  $n_e$  de différents matériaux, menant à une biréfringence  $\Delta n$ , pour  $\lambda = 590$  nm. Extrait de [42].

Matériau	$n_o$	$n_e$	$\Delta n$
Glace $H_2O$	1.309	1.313	+0.014
Quartz $SiO_2$	1.544	1.553	+0.009
Calcite $CaCO_3$	1.658	1.486	-0.172

La valeur d'indice de réfraction varie non linéairement avec la longueur d'onde, ainsi un même échantillon présente une valeur de biréfringence différente pour des longueurs d'onde différentes. De plus, le déphasage relatif entre les composantes orthogonales du champ va dépendre de l'épaisseur  $e$  du matériau traversée :

$$\phi = 2\pi \frac{\Delta n \cdot e}{\lambda} \quad (1.28)$$

avec  $e$  l'épaisseur du matériau traversée par l'onde, et  $\lambda$  sa longueur d'onde. Par exemple, les lames retard sont des matériaux biréfringents dont l'épaisseur est choisie pour déphaser les composantes orthogonales d'un champ à la longueur d'onde  $\lambda$  d'une quantité fixée :  $\lambda/2$ ,  $\lambda/4$ . Les cristaux liquides nématiques sont des biréfringents uniaxes variables, leur fonctionnement est détaillé au paragraphe suivant.

Il existe également des matériaux cristallins biaxes, qui présentent trois directions selon lesquelles la différence d'indice est maximale. Le nombre d'axes est lié au type de maille cristalline du matériau.

### Dichroïsme

Le dichroïsme représente la capacité d'un élément à absorber ou réfléchir de façon anisotrope l'amplitude des deux composantes orthogonales  $E_{0x}$  et  $E_{0y}$ .

Les polariseurs sont des dichroïques quasi-parfaits, c'est à dire qu'ils ont un axe passant, et un axe selon lequel le champ est quasi éteint. Il existe deux principaux types de polariseurs : ceux fonctionnant par absorption, et ceux utilisant la réfraction.

Les polariseurs à grilles métalliques sont des polariseurs à absorption. Le réseau de fils métalliques d'un tel polariseur est de période inférieure à la longueur d'onde. Une onde dont le champ électrique est parallèle aux fils métalliques va produire une oscillation des électrons de la grille, cette onde est absorbée et/ou réfléchi. Pour un champ électrique perpendiculaire à la grille, les électrons ne peuvent pas osciller, et l'onde est transmise. Les polariseurs à film Polaroid sont basés sur le même principe, en utilisant des molécules allongées au lieu de fils métalliques.

Le prisme de Glan-Taylor est un polariseur utilisant la réfraction : deux prismes biréfringents sont accolés tête bêche, avec leurs axes rapide parallèles au plan de réflexion. L'inclinaison du dioptre est choisi pour que l'incidence de l'onde polarisée parallèlement au plan d'incidence ( $p$ ) soit à l'angle

de Brewster. Ainsi, elle est entièrement transmise. En revanche, les prismes étant biréfringents, l'onde polarisée dans le plan perpendiculaire au plan d'incidence ( $s$ ) ne voit pas le même indice de réfraction et subit une réflexion totale interne. Le prisme de Glan-Thompson est conçu sur le même principe, avec les axes rapides des biréfringents perpendiculaires au plan de réflexion. Ainsi, la polarisation  $p$  subit une réflexion totale interne et la polarisation  $s$  est transmise.

## Dépolarisation

La dépolarisation représente tous les processus qui contribuent à diminuer la valeur du degré de polarisation (DOP, Eq. 1.24) d'un champ mesuré.

Les phénomènes de dépolarisation sont des propriétés polarimétriques particulières, dans le sens où ils n'apparaissent qu'après intégration spatiale et / ou temporelle des champs électromagnétiques, de façon incohérente. En effet, une onde plane seule ne peut être partiellement polarisée : en remplaçant les paramètres de l'Eq. 1.24 par leurs expressions en Eq. 1.21, dérivées de l'équation d'onde, il peut être démontré que  $DOP = 1$ . En revanche, la superposition incohérente de deux ondes planes polarisées différemment mène à la mesure d'un état de polarisation moyen, de degré de polarisation inférieur à l'unité. Par exemple, une source de lumière "classique", comme une lampe à incandescence, émet spatialement et temporellement une grande variété d'états. Après intégration spatiale et / ou temporelle, cette lumière apparaît globalement dépolarisée. En revanche dans le cas du laser, l'état de polarisation des photons amplifiés peut être fixé. Ainsi même après intégration temporelle ou spatiale, le faisceau laser apparaît fortement polarisé. On parle de dépolarisation spatiale lors de l'intégration incohérente d'ondes de même fréquence, et dépolarisation spectrale lors de l'intégration incohérente d'ondes de fréquence différentes.

### 1.2.7 Cristaux liquides nématiques

Les cristaux liquides nématiques (CLN) sont des biréfringents variables de 0 à plus de  $2\pi$ , commandés en tension. La biréfringence provient du fait que les molécules sont de forme allongée : l'indice optique vu par une onde les traversant n'a pas la même valeur dans la direction longitudinale et transverse. Ainsi, le terme  $\phi$  de l'équation 1.10 est modifié. Les molécules présentent un moment dipolaire, ainsi elles s'orientent quand elles sont plongées dans un champ électrique. En faisant varier le champ électrique, l'orientation des molécules relativement à la direction transverse de l'onde incidente varie, donc la valeur de biréfringence du cristal est modifiée.

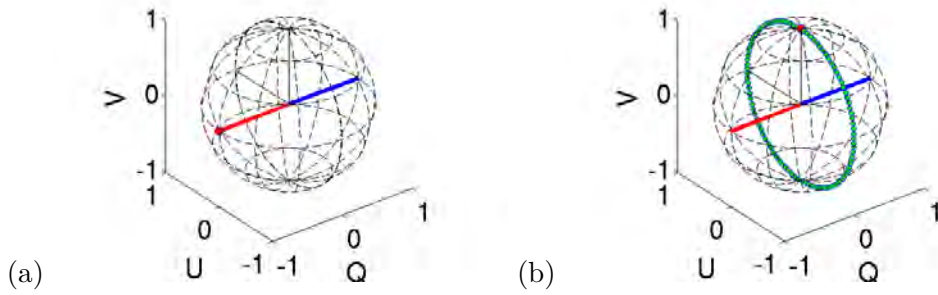
L'indice optique étant dépendant de la longueur d'onde incidente, la réponse en biréfringence des cristaux en fonction de la tension qui leur est appliquée doit être calibrée pour chaque longueur d'onde. De plus, une variation de l'angle d'incidence sur un CLN va produire une variation de la biréfringence pour une orientation des molécules donnée.

### Générateur d'états de polarisation

A l'aide de CLN, il est possible de générer n'importe quel état de polarisation à partir d'un état incident donné. Pour ce faire, deux CLN sont utilisés, dont les axes rapides sont orientés relativement à un angle de  $90^\circ$  dans la sphère de Poincaré. Les angles dans la sphère de Poincaré sont le double des angles dans l'espace du laboratoire : les axes  $+Q$  (horizontal) et  $+U$  ( $+45^\circ$ ) font un angle de  $90^\circ$  dans la sphère, mais la différence d'azimut entre ces deux états dans le laboratoire est de  $45^\circ$ .

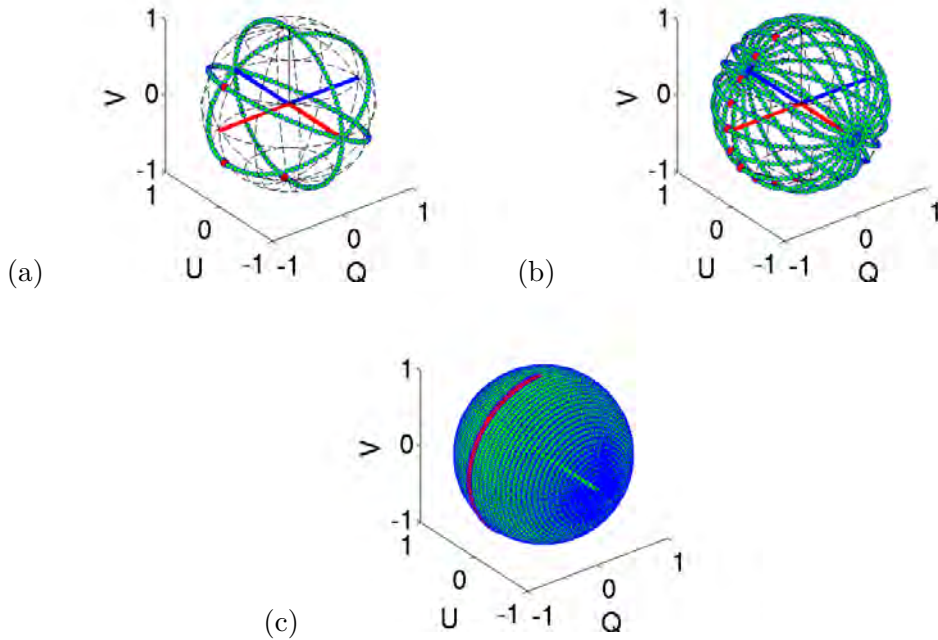
La biréfringence produite par le CLN est équivalente à une matrice de rotation appliquée au vecteur de Stokes incident. L'axe de rotation est l'axe rapide du cristal, et la valeur de l'angle de rotation est la biréfringence du cristal. Ainsi, une première condition pour que le premier cristal permette d'accéder à tous les états selon un diamètre de la sphère de Poincaré est que l'état incident doit être à  $90^\circ$  de son axe rapide, comme schématisé en Fig. 1.10.

En ajoutant un second CLN en sortie du premier cristal, avec un axe rapide faisant un angle de  $90^\circ$  dans la sphère de Poincaré avec l'axe rapide du premier, à chaque rotation appliquée par le



**Figure 1.10** - Si l'état incident est parallèle à l'axe rapide du cristal, toute l'intensité subit le même déphasage, il n'y a pas apparition de déphasage relatif entre les deux composantes orthogonales du champ, donc pas de biréfringence. En revanche, si l'état incident est perpendiculaire à l'axe rapide, il y a autant d'intensité sur l'axe rapide et l'axe lent, donc par la valeur de déphasage relatif il est possible d'accéder à tous les états sur un diamètre de la sphère de Poincaré.

premier cristal on peut appliquer une seconde rotation dans la direction orthogonale à la première.

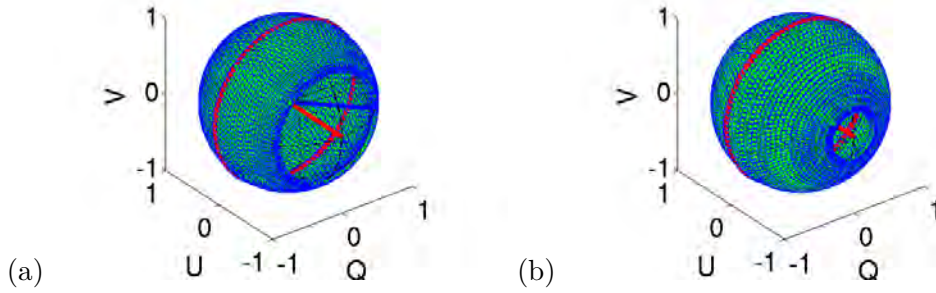


**Figure 1.11** - Représentation des états accessibles par une rotation de  $0$  à  $2\pi$  appliquée par le premier cristal, et de  $0$  à  $\pi$  par le second, pour différentes valeurs de discrétisation. Toute la sphère peut être atteinte via des couples de biréfringence définis.

Ainsi, l'association des deux CLN permet d'accéder à tous les états de la sphère de Poincaré, comme schématisé en Fig. 1.11. En résumé, les contraintes d'orientation imposées par l'état incident, à prendre en compte pour la conception du générateur d'états de polarisation (PSG) sont :

- l'axe rapide  $R_1$  du premier CLN doit faire un angle de  $90^\circ$  dans la sphère de Poincaré avec l'état incident,
- l'axe rapide  $R_2$  du second CLN doit faire un angle de  $90^\circ$  dans la sphère de Poincaré avec l'axe rapide du premier CLN.

Des zones de la sphère de Poincaré deviennent inaccessibles si les axes ne sont pas parfaitement orthogonaux entre eux, ou si l'état incident n'est pas parfaitement orthogonal au premier axe rapide (voir Fig. 1.12). Ainsi, si l'état incident est vertical, l'axe rapide  $R_1$  doit être selon l'axe  $\pm 45^\circ$  (axe



**Figure 1.12** - Représentation des états accessibles par une rotation de  $0$  à  $2\pi$  appliquée par chaque cristal, leurs axes rapides étant orientés selon différents angles. (a) Angle de  $135^\circ$  dans la sphère. (b) Angle de  $108^\circ$ . Tous les états ne sont pas accessibles, il y a une "zone aveugle", une partie des états de polarisation ne peuvent pas être générés, quels que soient les couples de biréfringence appliqués par les cristaux.

$U$  dans la sphère). De la même façon, l'axe rapide du second cristal doit être selon l'axe vertical / horizontal (axe  $Q$  dans la sphère). Or, dans ce cas l'état incident est parallèle à l'axe rapide du second cristal, ce qui complique la tâche pour une éventuelle calibration du cristal. Pour lever ce problème, une lame quart-onde est placée avant le couple de CLN, afin que l'état incident soit selon l'axe  $-V$  (circulaire droite). Dans cette configuration, les axes rapides peuvent être orthogonaux entre eux, tout en étant chacun orthogonal à l'état incident.

### Analyseur d'états de polarisation

L'analyseur d'états de polarisation (PSA) est le réciproque du générateur, en termes d'ordre et d'orientation des cristaux par rapport à l'axe optique. Il permet de projeter un état incident quelconque sur n'importe quel état de polarisation.

#### 1.2.8 Méthode classique de mesure polarimétrique

Si on reprend l'équation 1.21, et que le repère  $xyz$  est orienté avec  $x$  selon l'horizontale du laboratoire, et  $y$  selon sa verticale, on obtient les relations suivantes [24] :

$$\vec{S} = \begin{cases} I &= I_V + I_H \\ Q &= I_V - I_H \\ U &= I_{-45} - I_{+45} \\ V &= I_L - I_R \end{cases} \quad (1.29)$$

avec  $I_V$  l'intensité du champ électromagnétique polarisée suivant la verticale,  $I_H$  l'intensité polarisée selon l'horizontale,  $I_{\pm 45}$  l'intensité polarisée selon la direction  $\pm 45^\circ$ ,  $I_L$  et  $I_R$  l'intensité en circulaire gauche et droite.

Un état de polarisation peut donc être déterminé par 6 mesures d'intensité ( $I_V, I_H, I_{45}, I_{-45}, I_L, I_R$ ), correspondantes à la projection du champ incident sur 6 états polarimétriques différents. Ces intensités peuvent par exemple être obtenues à l'aide de l'analyseur d'états de polarisation décrit ci-dessus, et un polariseur.

### 1.3 Théorie scalaire de la diffraction

Lorsqu'une onde interagit avec un objet, un phénomène appelé diffraction est observé, qui devient notable quand l'objet diffractant est de dimensions de l'ordre de la longueur d'onde. Par exemple, un champ d'ondes homogène passant au travers d'une ouverture circulaire ne va pas produire un disque de lumière homogène de la taille de l'ouverture, mais une distribution spatiale d'intensité

plus complexe, dont la taille dépasse les dimensions de l'ouverture.

Dans le schéma en Fig. 1.2, les objets diffractants sont par exemple les rugosités de l'échantillon, ou l'ouverture des optiques.

Les champs diffractés se comportent comme une somme d'ondes. La caractérisation analytique de champs diffractés n'est pas aisée dans le cas général. Sous certaines conditions, ces calculs peuvent être simplifiés. Le principe de Huygens-Fresnel permet tout d'abord d'interpréter un champ diffracté comme une somme d'ondes secondaires. Cette somme est ensuite approximée en vérifiant les conditions de Fraunhofer, afin d'obtenir une équation analytique simplifiée permettant de caractériser le champ diffracté par une ouverture quelconque, valide en champ lointain.

### 1.3.1 Principe de Huygens-Fresnel

Huygens (1678) : "La lumière se propage de proche en proche. Chaque élément de surface atteint par elle se comporte comme une source secondaire qui émet des ondelettes sphériques dont l'amplitude est proportionnelle à cet élément."

Fresnel (1818) : "L'amplitude complexe de la vibration lumineuse en un point est la somme des amplitudes complexes des vibrations produites par toutes les sources secondaires. On dit alors que toutes ces sources interfèrent pour former la vibration au point considéré."

Mathématiquement, cette somme d'ondes sphériques peut s'écrire :

$$E(x, y, z) = \frac{1}{j\lambda} \iint_{\text{ouv}} \frac{e^{-jk\vec{r}}}{r} \cos(\theta) \cdot E(x', y') dx' dy' \quad (1.30)$$

avec  $E(x, y, z)$  l'amplitude diffractée au point d'observation,  $\vec{r}$  le vecteur entre la source secondaire et le point d'observation,  $E(x', y')$  l'amplitude de la source secondaire au niveau de l'ouverture,  $\theta$  l'angle d'observation par rapport à la normale à l'ouverture. On peut écrire :

$$r = \sqrt{z^2 + (x' - x)^2 + (y' - y)^2} \quad (1.31)$$

avec  $(x, y, z)$  les coordonnées du point d'observation et  $(x', y')$  les coordonnées du point source dans le plan de l'ouverture.

### 1.3.2 Diffraction de Fraunhofer

Si la source est à l'infini par rapport à l'objet diffractant, le front d'onde incident au niveau de l'objet est quasi plan. De même, si le plan d'observation est à l'infini par rapport à l'objet, les "rayons" incidents dans le plan d'observation sont quasi paraxiaux ( $\cos(\theta) \simeq 1$ ). Ces conditions sont les conditions de Fraunhofer, on parle alors de "champ lointain", par opposition au champ proche de l'objet où la diffraction de Fraunhofer ne décrit pas correctement les champs observés. Les conditions de Fraunhofer permettent de simplifier les calculs moyennant quelques approximations, par exemple limiter le développement binomial de  $r$  à l'ordre 1. L'équation 1.30 devient :

$$E(x, y, z) \propto \iint_{\text{ouv}} E(x', y') e^{-j\frac{2\pi}{\lambda z}(x'x + y'y)} dx' dy' \quad (1.32)$$

avec  $(x, y, z)$  les coordonnées du point d'observation,  $(x', y')$  les coordonnées dans le plan de l'ouverture,  $E(x', y')$  l'amplitude de l'onde monochromatique dans le plan de l'ouverture. Cette amplitude peut s'écrire :

$$E(x', y') = E_0(x', y') \cdot t_{\text{ouv}}(x', y') \quad (1.33)$$

où  $E_0$  est l'amplitude de l'onde incidente sur l'ouverture, et  $t_{ouv}$  la fonction de transmittance de l'ouverture.

L'intégrale dans l'Eq. 1.32 est équivalente à la transformée de Fourier de l'amplitude dans le plan d'ouverture. Les fréquences spatiales suivantes sont définies :

$$\begin{aligned} f_x &= \frac{x}{\lambda z} \\ f_y &= \frac{y}{\lambda z} \end{aligned} \quad (1.34)$$

L'équation 1.32 peut ainsi s'écrire :

$$E(x, y, z) \propto TF\{E_0(x', y').t_{ouv}(x', y')\}_{f_x f_y} \quad (1.35)$$

Ainsi, en champ lointain, la diffraction par une ouverture peut être approximée par la transformée de Fourier de l'amplitude dans le plan de l'ouverture, si les conditions de Fraunhofer sont satisfaites. Par exemple, la distance  $z$  de l'ouverture au point d'observation doit être plus grande que  $6m$  pour une ouverture de surface  $1mm^2$  illuminée à une longueur d'onde de  $0.5\mu m$ . En revanche, ces conditions sont également satisfaites si le champ diffracté est observé au niveau du plan focal d'une lentille.

Le principe de Huygens-Fresnel, et son approximation en champ lointain via la diffraction de Fraunhofer peuvent être démontrés analytiquement depuis l'équation d'onde par l'intégrale de Kirchhoff. Ces concepts seront notamment utilisés dans le Chap. 4, concernant la modélisation de champs subjectifs polarisés.

## 1.4 Notions d'imagerie optique

La PSF (Point Spread Function, fonction d'étalement de point) d'un dispositif imageur représente sa réponse impulsionnelle, c'est-à-dire l'image que le dispositif donnera d'une source ponctuelle. Ainsi, si on connaît la PSF d'un dispositif imageur, il est possible de calculer l'image qu'il donnera d'un objet. Un système d'imagerie classique est, dans le meilleur des cas, limité en résolution par la diffraction de son ouverture. Ainsi, un point donné d'un objet observé à travers un système d'imagerie sera représenté sur l'image par la tache de diffraction du dispositif imageur. Cet effet est particulièrement notable sur les images d'étoiles, pouvant être considérées depuis la Terre comme des objets ponctuels, dont l'image apparaît pourtant comme une "tache" de lumière.

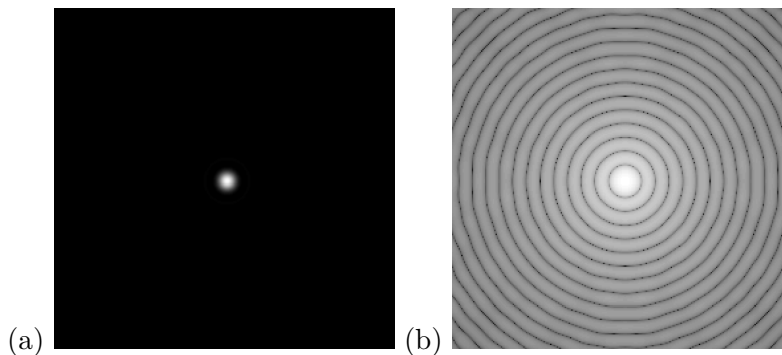
En plus de la diffraction, le dispositif imageur peut appliquer des déformations au front d'onde imagé, ces modifications sont également décrites par la PSF du dispositif. Ce sont des aberrations géométriques, qui peuvent être décrites par une somme polynomiale, comme la décomposition en polynômes de Zernike.

### 1.4.1 Limites de résolution d'un dispositif d'imagerie

#### Critère de Rayleigh

D'après le principe de Huygens-Fresnel et son approximation en champ lointain, l'intensité d'une figure de diffraction peut être calculée à partir de la transformée de Fourier de la fonction de transmission de l'objet diffractant. Dans le cas d'un dispositif imageur, l'objet diffractant (les limites de l'objectif) est le plus souvent circulaire. La diffraction par une ouverture circulaire est appelée figure d'Airy, elle est représentée en Fig. 1.13.

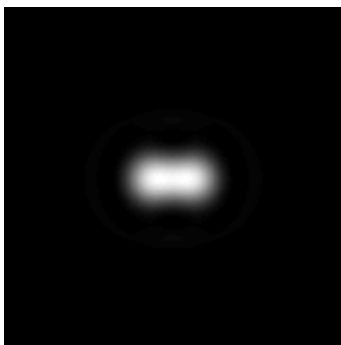
Deux points d'un objet ne pourront être distingués à travers un dispositif imageur seulement si la tache de diffraction produit par ce dernier est moins large que l'espacement entre les deux points objets. Ainsi, la plus haute fréquence spatiale observable à l'aide d'un dispositif optique limité par la diffraction est liée à la distance du centre de la tache d'Airy à son premier zéro (critère de Rayleigh). Cette limite de résolution s'écrit :



**Figure 1.13** - Intensité de la tache de diffraction produite par une ouverture circulaire, en unité arbitraire (a) et en échelle logarithmique (b).

$$x = 1.22 \frac{\lambda f}{D} \quad (1.36)$$

avec  $f$  la focale du dispositif imageur, et  $D$  le diamètre de sa pupille d'entrée. Ainsi,  $x$  est la plus grande période spatiale observable dans l'image, donc la plus haute fréquence spatiale observable est  $1/x$ . Une situation où deux sources ponctuelles sont séparées à la distance de Rayleigh est schématisé en Fig. 1.14.



**Figure 1.14** - Représentation graphique de la limite de diffraction : image de deux points sources par un dispositif imageur à pupille circulaire, les caractéristiques du dispositif permettent d'obtenir une image au critère de Rayleigh. Si les deux points sources se rapprochent, le critère de Rayleigh ne sera plus respecté et on ne pourra plus les distinguer.

Plus la longueur d'onde augmente, plus la tache de diffraction devient grande. Ainsi, la plus haute fréquence spatiale observable diminue, l'image sera moins résolue spatialement. Inversement, plus le diamètre d'entrée du système imageur augmente, plus la taille de la tache de diffraction diminue, et donc la plus haute fréquence spatiale observable augmente. L'effet de la diffraction sur la polarimétrie sera étudié expérimentalement au Chap. 3, et par simulation au Chap. 4.

### Critère de Nyquist

Les systèmes d'imagerie utilisent généralement un échantillonneur spatial (généralement un capteur CCD) en plus du dispositif optique. Ainsi, la résolution de l'image finale va dépendre des caractéristiques d'échantillonnage spatial du capteur. En effet, il faut éviter le recouvrement fréquentiel dans l'espace de Fourier pour échantillonner correctement un signal, c'est-à-dire que la plus grande fréquence du signal doit être inférieure à la moitié de la fréquence d'échantillonnage. Ce critère est appelé critère de Nyquist :

$$f_e > 2f_m \quad (1.37)$$

avec  $f_e$  la fréquence spatiale d'échantillonnage de la matrice CCD, égale à l'inverse de la largeur  $l$  du pixel, et  $f_m$  la fréquence spatiale maximale de l'image. Si l'image est la tache de diffraction en Fig. 1.13, la fréquence maximale est l'inverse de la distance du centre au premier 0 :  $f_m = 1/x$  avec  $x$  décrit par l'Eq. 1.36. On a donc :

$$x > 2l \quad (1.38)$$

où  $x$  est la distance du maximum au premier 0 de la tache de diffraction, et  $l$  la taille d'un pixel. Ainsi, si la largeur de la tache de diffraction est plus grande que deux pixels, la résolution de l'image est limitée par la diffraction. Si la largeur de diffraction est plus petite que deux pixels, la résolution est limitée par l'échantillonnage spatial du capteur CCD. L'effet de l'échantillonnage spatial par le CCD sur la polarimétrie sera étudié au Chap. 4.

### 1.4.2 Cohérence de la source

L'intensité d'un champ électromagnétique, qui est la grandeur mesurable par un capteur CCD, une photo-diode ou l'œil humain, est l'intégration temporelle des amplitudes composant ce champ. En effet, la période d'une onde de longueur d'onde 770 nm (limite entre le visible et le proche infrarouge) dans le vide est de 2.57 fs ( $2.57 \cdot 10^{-15}$  s). Il n'existe actuellement aucun capteur capable d'échantillonner une amplitude dans une durée aussi courte. Ainsi, il ne peut être mesuré que l'intégration temporelle des amplitudes composant le champ. La somme de deux ondes distinctes peut s'écrire :

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = E_{01} \cdot e^{-j(\omega_1 t - \varphi_1(\vec{r}))} \vec{u} + E_{02} \cdot e^{-j(\omega_2 t - \varphi_2(\vec{r}))} \vec{u} \quad (1.39)$$

avec  $\vec{r}$  la position considérée,  $E_{01}$  et  $E_{02}$  les amplitudes des deux ondes,  $\omega$  leur pulsation, et  $\varphi(\vec{r})$  la valeur de phase. Les deux ondes sont polarisées selon la direction  $\vec{u}$ .

Les caractéristiques de la source, et donc les caractéristiques des contributions au champ, vont avoir un impact sur cette somme : les dimensions de la source, et sa largeur spectrale. Étant donné que les sources laser peuvent être considérées comme ponctuelles, il est possible de négliger l'effet de l'étendue de la source, on dit que ces sources sont spatialement cohérentes. En revanche, la largeur spectrale des sources laser varie en longueur d'onde de l'ordre de  $10^{-5} nm$  pour les sources monomodes, à plus de  $1 \mu m$  pour les sources supercontinuum.

En considérant le cas où les deux ondes sont de même fréquence, donc de même pulsation :  $\omega_1 = \omega_2 = \omega$ , et pour  $E_{01}^2 = E_{02}^2 = I_0$ , la somme des amplitudes devient, après intégration temporelle :

$$I(\vec{r}) = 2I_0 [1 + \cos(\varphi_1(\vec{r}) - \varphi_2(\vec{r}))] \quad (1.40)$$

Ainsi, l'intensité  $I(\vec{r})$  obtenue après la somme de deux ondes n'est pas égale à la somme des intensités des deux ondes  $2I_0$ , mais fait apparaître le terme d'interférence  $2I_0 \cos(\varphi_1(\vec{r}) - \varphi_2(\vec{r}))$  : l'intensité peut varier de 0 à  $4I_0$ .

En considérant le cas d'une source polychromatique, de densité spectrale  $I_0(\nu)$ , l'intensité à une position donnée peut s'écrire :

$$I(\vec{r}) = \int_i 2I_0(\nu_i) [1 + \langle \cos(\varphi(\vec{r}, \nu_i)) \rangle_\tau] \quad (1.41)$$

avec  $\tau$  le temps d'intégration du détecteur. On explicite le terme de déphasage  $\varphi(\vec{r}, \nu_i)$  :

$$\varphi(\vec{r}, \nu_i) = 2\pi\nu_i \frac{\delta(\vec{r})}{c} \quad (1.42)$$

avec  $\delta(\vec{r})$  la différence de marche entre les champs à la position  $\vec{r}$ . Le terme d'interférence n'est visible que si  $\Delta\varphi(\vec{r}, \nu_i)$  est inférieur à  $2\pi$ . En effet, si l'argument du cosinus varie plus rapidement

entre  $[0, 2\pi]$  que le temps d'intégration du détecteur, on obtient :

$$I(\vec{r}) = \int_i 2I_0(\nu_i) \quad (1.43)$$

L'intensité de la somme d'onde est obtenue par la somme de leurs intensités respectives, cette somme est appelée "incohérente". La condition de visibilité des interférences s'écrit :

$$2\pi\Delta\nu\frac{\delta(\vec{r})}{c} < 2\pi \Rightarrow \delta(\vec{r}) < \frac{c}{\Delta\nu} = L_c \quad (1.44)$$

Le paramètre  $L_c$  est appelé longueur de cohérence de la source, c'est la différence de marche maximale entre deux ondes avant qu'elles ne deviennent incohérentes entre elles. En interprétant  $L_c$  en terme de trains d'onde, on peut dire que si la différence de chemin optique entre deux ondes est plus grande que  $L_c$ , différents trains d'ondes de phase à l'origine aléatoire vont se superposer pendant l'intégration temporelle. Ainsi, l'intensité de la moyenne temporelle du champ sera égale à la somme des intensités des contributions au champ. L'effet de la cohérence temporelle de la source sur la polarimétrie sera étudié au Chap. 3.

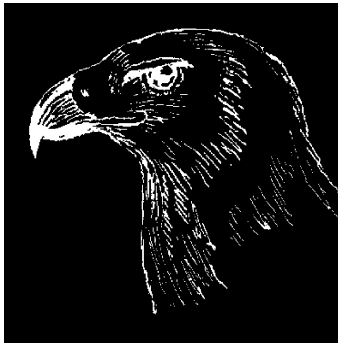
### 1.4.3 Exemples de simulations d'images

Lorsque la source présente une grande longueur de cohérence, on parle d'éclairage cohérent. Inversement, dans le cas d'une faible cohérence temporelle et / ou spatiale, on parle d'éclairage incohérent. Cette distinction va déterminer comment le champ se somme en plan image :

- éclairage incohérent : intensité de la moyenne temporelle du champ égale à la somme des intensités des contributions au champ,
- éclairage cohérent : amplitude de la moyenne temporelle du champ égale à la somme des amplitudes des contributions au champ.

#### Modélisation du champ en plan image en éclairage incohérent

Pour simuler l'image d'un objet produite par l'imageur en éclairage incohérent monochromatique, l'intensité en plan objet est convoluée avec la PSF du dispositif. On s'intéresse au cas de l'imagerie en réflexion, l'objet est défini comme une carte de réflectance 2D,  $R(x_o, y_o)$  étant la valeur de réflectance de l'objet aux coordonnées du plan objet  $(x_o, y_o)$ . Le masque de réflectance  $R(x_o, y_o)$  affiché en Fig. 1.15 est modélisé en plan objet.



**Figure 1.15** - Masque de réflectance simulé en plan objet. La réflectance est définie à 1 sur l'objet et 0 ailleurs. Le faisceau d'illumination est supposé uniforme sur l'objet.

Dans le cas de l'imageur sans aberrations limité en résolution par la diffraction (Fig. 1.16), étant donné que la PSF est plus large que certaines fréquences de l'objet (Fig. 1.15), l'imageur se comporte comme un filtre passe bas, mais ne déforme pas l'image.



**Figure 1.16** - Simulation de l'image du masque de réflectance en Fig. 1.15, en éclairage incohérent monochromatique, pour la PSF (grossie d'un facteur 4) affichée en Fig. 1.13.

### Modélisation du champ en plan image en éclairage cohérent

La réponse impulsionnelle de l'objectif peut être modélisée par la transformée de Fourier de sa fonction pupille (diffraction de Fraunhofer). De plus, le champ lointain incident sur l'objectif et provenant d'un objet respecte également l'approximation de Faunhofer : le champ en plan pupille est la transformée de Fourier du champ en plan objet.

En général, les matériaux sont naturellement rugueux ou présentent des variations de composition à l'échelle de la longueur d'onde optique (de l'ordre de  $600.10^{-9}$  m). Ces variations de rugosité produisent un déphasage entre les différents champs diffusés par l'objet. Les déphasages peuvent être modélisés par un tirage aléatoire de la valeur de phase, suivant une distribution uniforme sur  $[0; 2\pi]$ , qui est prise en compte dans le masque de réflectance (complexe)  $R(x_o, y_o)$  [1].

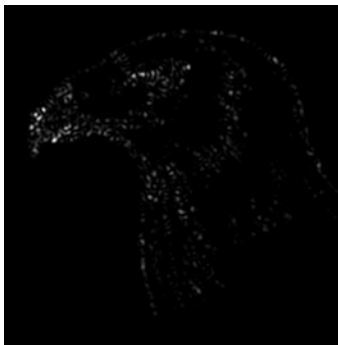
Le champ incident sur la pupille (suffisamment éloignée de l'objet pour faire l'approximation du champ lointain) s'obtient avec :

$$E_{in}(x_p, y_p) = TF\{A_0(x_o, y_o).R(x_o, y_o)\} \quad (1.45)$$

avec  $(x_p, y_p)$  les coordonnées en plan pupille,  $A_0$  le profil d'éclairement du faisceau sur l'objet. Finalement, le champ en plan image s'obtient par :

$$E_i(x_i, y_i) = TF\{pup(x_p, y_p).E_{in}(x_p, y_p)\} \quad (1.46)$$

où  $(x_i, y_i)$  sont les coordonnées en plan image,  $pup$  la fonction de transmission de la pupille de l'objectif, éventuellement complexe si celui-ci déforme le front d'onde incident.



**Figure 1.17** - Simulation de l'image du masque de réflectance en Fig. 1.15, en éclairage cohérent, pour la PSF (grossie d'un facteur 4) affichée en Fig. 1.13.

En éclairage cohérent, la prise en compte des variations de phase provoque des interférences : apparition de speckle en plan image. Ces variations de phase peuvent être produites par réflexion

sur un échantillon dont la rugosité de surface est de l'ordre de la longueur d'onde, ou par propagation dans un milieu dont les paramètres impactant l'indice de réfraction (par exemple de pression, température ou composition) varient spatialement.

Dans le cas présenté ici, le champ diffusé est imagé par un objectif, on parle de speckle subjectif. Une figure d'interférence est également observée en plaçant un écran face au diffuseur, on parle alors de speckle objectif. Dans le cadre de ce travail, on se limitera à l'étude du speckle subjectif.

La modélisation de speckle subjectif polarisé est détaillée au Chap. 4.

## 1.5 Propriétés du speckle

Les équations de Maxwell et le principe de Huygens-Fresnel indiquent que n'importe quel champ lointain monochromatique et cohérent peut être décomposé comme une somme cohérente d'ondes planes. Cette somme cohérente va produire des interférences si le plan de phase (la variation spatiale de phase) n'est pas uniforme : la figure d'intensité ainsi obtenue est appelée speckle. On parle de speckle complètement développé quand la répartition statistique de la phase est uniforme dans l'intervalle  $[0; 2\pi]$ , sinon il est dit partiellement développé.

Ces fluctuations spatiales de phase peuvent avoir plusieurs origines : propagation dans un milieu d'indice optique inhomogène (par exemple variations spatiales de pression, température ou composition) ou par réflexion sur une surface non plane dont les variations de hauteur sont une composition de plusieurs fréquences spatiales.

Si une partie du champ n'est pas cohérent, par exemple suite à un élargissement spectral de la raie d'émission de la source, une somme incohérente (somme en intensité) de plusieurs champs de speckle est observée. Les propriétés statistiques du speckle sont introduites, elles sont décrites de manière exhaustive dans [1].

### 1.5.1 Statistiques de premier ordre

On s'intéresse au cas d'un champ de speckle monochromatique, temporellement stable, en champ lointain et complètement développé (la densité de probabilité de sa phase en plan objet est uniforme sur  $[0; 2\pi]$ ). L'effet de la polarisation est négligé.

#### Speckle complètement développé

Un speckle est dit complètement développé quand toutes les ondes planes le composant sont cohérentes, la densité de probabilité de son intensité suit la fonction suivante :

$$p_I(I) = \frac{1}{\bar{I}} \exp\left(-\frac{I}{\bar{I}}\right) \quad (1.47)$$

avec  $\bar{I}$  l'intensité moyenne du speckle. Son contraste est défini par :

$$c = \frac{\sigma_I}{\bar{I}} \quad (1.48)$$

avec  $\sigma_I$  l'écart-type de l'intensité.

#### Somme de speckle indépendants

Deux speckle complètement développés sont dits indépendants si leur corrélation en intensité en plan image (ou phase en plan objet) est nulle : ils sont statistiquement indépendants. Il peut être démontré que la somme cohérente de deux speckle indépendants mène toujours à un speckle

complètement développé [1].

Si les deux speckle indépendants sont sommés de façon incohérente (somme en intensité) d'intensités respectives  $I_1$  et  $I_2$ , chacune suivant la statistique en intensité décrite ci-dessus (Eq. 1.47), une figure d'intensité est obtenue dont les statistiques dépendent des caractéristiques des deux speckles indépendants. La statistique en intensité devient :

$$p_s(I_s) = \frac{1}{\bar{I}_1 - \bar{I}_2} \left[ \exp\left(-\frac{I_s}{\bar{I}_1}\right) - \exp\left(-\frac{I_s}{\bar{I}_2}\right) \right] \quad (1.49)$$

avec  $I_s = I_1 + I_2$ ,  $\bar{I}$  la valeur moyenne de l'intensité  $I$ .

Étant donné que l'intensité totale est obtenue par une somme incohérente, le contraste  $I_s$  décroît avec le rapport  $r$  entre les deux intensités indépendantes  $I_1$  et  $I_2$  :

$$c = \frac{\sigma_s}{\bar{I}_s} = \frac{\sqrt{1+r^2}}{1+r} \quad (1.50)$$

avec  $r = \bar{I}_2/\bar{I}_1$ .

Ces descriptions statistiques des champs de speckle seront utilisés en Chap. 2 et 3, pour étudier l'impact du régime de diffusion dans les matériaux sur la polarisation du champ diffusé.

## 1.5.2 Estimation de la taille du grain de speckle

La taille caractéristique du grain de speckle dépend uniquement, dans le cas de speckle subjectif, de la taille de PSF. Or dans le cas général, lors de l'acquisition d'une image de speckle, la PSF du système d'imagerie n'est pas accessible : il faudrait connaître la focale, l'ouverture et la longueur d'onde mais aussi les éventuelles aberrations des différentes optiques. Cependant, la PSF du système d'imagerie peut être estimée numériquement en calculant l'autocovariance  $xcov$  de l'intensité  $I(x, y)$  en plan image :

$$xcov(\delta_x, \delta_y) = \frac{TF^{-1}\{|TF\{I(x, y)\}|^2\} - \langle I(x, y) \rangle^2}{\langle I(x, y)^2 \rangle - \langle I(x, y) \rangle^2} \quad (1.51)$$

avec  $\langle \rangle$  le moyennage spatial. Ainsi, la largeur à mi-hauteur de l'autocovariance normalisée  $xcov(l_x/2, 0) = 0.5$  donne une estimation de la demi largeur du grain de speckle  $l_x/2$  selon la direction  $x$  [43].

## 1.6 Études de la polarisation en champs aléatoires

Le speckle est produit suite à la modification d'un champ par un ou plusieurs paramètres d'un milieu (par exemple de composition, pression ou rugosité) variant spatialement à une échelle de l'ordre de la longueur d'onde. Ainsi, son étude peut apporter de nombreuses informations sur ces paramètres, à une échelle spatiale de l'ordre de centaines de nanomètres.

Par exemple, il a été démontré qu'une variation du diamètre d'illumination sur une surface rugueuse permet d'observer la transition des statistiques du speckle d'un régime Gaussien à non Gaussien, ce qui apporte des informations sur les caractéristiques de la rugosité [44]. Le speckle est également très largement utilisé pour des applications de métrologie [45][46][47].

Ces études sont des études "scalaire" du speckle : seules ses variations d'intensité sont étudiées. En revanche, l'étude "vectorielle" de la polarisation des champs donne accès à d'autres paramètres physiques. Par exemple, il a été proposé d'utiliser la polarimétrie pour caractériser le régime de diffusion [5], par étude statistique de l'intensité diffusée et de la phase relative (polarimétrique)  $\phi$  (Eq. 1.21).

### 1.6.1 Analyses polarimétriques en champs de speckle

Il existe de nombreuses études pour une meilleure compréhension des mécanismes entrant en jeu dans la formation de champs aléatoires partiellement polarisés, par exemple l'étude de la corrélation de champs obtenu par superposition d'un champ aléatoire uniformément polarisé et un champ aléatoire dépolarisé [48][49].

Les caractérisations des propriétés optiques de champs aléatoires ont été réalisées, par exemple la mesure de l'évolution des SOP et de leurs DOP à une dimension inférieure au grain de speckle, pour différents régimes de diffusion [23][6]. Le degré de polarisation de champs diffusés a été mesuré dans les mêmes conditions d'illumination et de détection, montrant une dépendance de la dépolarisation spatiale avec le régime de diffusion [4][6]. Des modèles ont été développés pour prédire la dépolarisation spatiale en fonction de la rugosité de surface de l'échantillon [2], et de la microstructure de l'échantillon dans le cas de diffusions volumiques [3].

La dépolarisation spectrale a également été étudiée, qui est un processus apparaissant dépendant des caractéristiques de forme et taille des diffuseurs [7][8].

Inversement, le phénomène de repolarisation a été mis en évidence par une mesure de degré de polarisation dans le champ de speckle produit par diffusion d'un faisceau incident totalement dépolarisé ( $DOP < 4\%$ ), menant à un résultat relativement élevé ( $DOP \simeq 75\%$ ) [50].

Ces études permettent une meilleure compréhension du comportement polarimétrique des champs de speckle en fonction de différents paramètres de milieux aléatoires (par exemple forme et taille des diffuseurs, absorption, échelle de rugosité). Ainsi en utilisant le modèle inverse, il devient possible de déterminer les caractéristiques de milieux via une caractérisation polarimétrique des champs qu'ils diffusent.

Un problème d'importance lors de la caractérisation de la polarimétrie d'un champ de speckle est la sensibilité de ce champ aux perturbations du front d'onde [23]. En effet, le champ de speckle étant un champ interférentiel, une modification de son front d'onde d'une fraction de longueur d'onde va modifier sa répartition spatiale d'intensité, de façon non corrélée avec l'analyse polarimétrique. Ainsi, pour augmenter la sensibilité de la mesure, il faut éviter par exemple tout mouvement mécanique ou éléments en rotation.

### 1.6.2 Les singularités en champ de speckle

#### Singularités de phase

Une figure de speckle se caractérise par des minima et maxima locaux d'intensité, produits par interférences destructives ou constructives. Aux lieux d'interférences destructives, les parties réelles et imaginaires décrivant le champ tendent vers 0. Ainsi, la phase est localement indéterminée. Ces lieux sont appelés singularités de phase, disclinations ou vortex optiques [13].

La phase étant  $2\pi$  symétrique, une charge  $k$  est définie ( $k$  entier) : autour de la singularité, la phase évolue de 0 à  $2k\pi$ . Ces structures sont appelées vortex, la majorité des vortex en champ de speckle sont de charge  $k = 1$  (la phase s'enroule de 0 à  $2\pi$  autour de l'axe optique) bien que des vortex de charge  $k = 2$  aient été détectés en champ de speckle [51].

La caractérisation de ces singularités de phase est intéressante, car elle permettrait de décrire entièrement un champ de speckle uniquement au travers de ses singularités, ce qui permettrait de compresser le volume d'informations [52]. Les vortex sont également utilisés pour piéger des particules [53], ou pour moduler la réponse impulsionnelle de télescopes à la recherche d'exo-planètes [54]. Ils

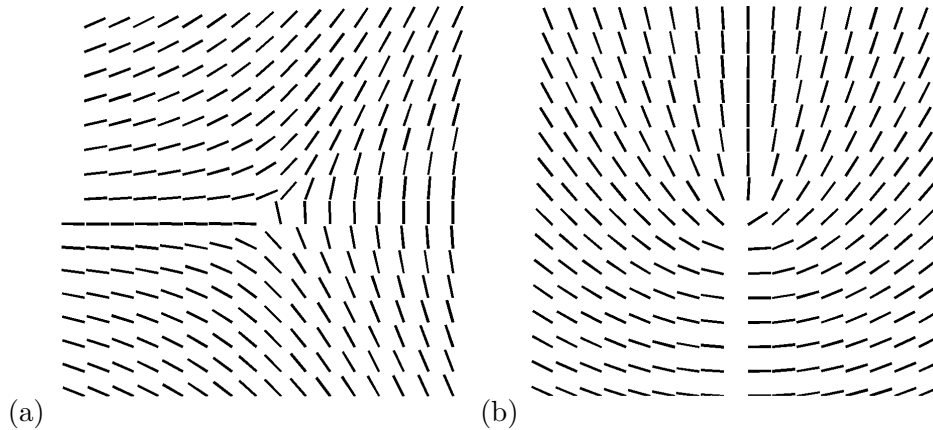
servent aussi pour générer les modes transverses Laguerre Gaussien [55], des géométries de faisceau dont l'intensité sur l'axe optique peut être annulée [56].

### Singularités de polarisation

Les singularités de polarisation sont la manifestation vectorielle des singularités de phase. L'azimut et l'ellipticité sont  $\pi$  symétriques : l'azimut est représenté par une ligne plutôt qu'un vecteur. Ainsi, dans le cas d'une singularité de polarisation, une "charge"  $m$  est définie, avec  $m = k/2$ . Autour de la singularité, chaque état de polarisation se répète  $2m$  fois.

L'étude de ces singularités présente un intérêt pour plusieurs applications, par exemple dans le domaine de la métrologie pour des mesures de déplacements de précision [9], ou dans le domaine des télécommunications par une méthode appelée modulation du moment angulaire orbital [10]. De plus, de telles singularités "vectorielles" semblent se trouver dans de nombreux domaines : arrangement des molécules dans les cristaux liquides [57][58], arrangement des cellules lors de la formation de tissus biologiques [59], ou encore dans les champs produits par lentille gravitationnelle [60].

Dans la littérature, il existe une classification des singularités de polarisation basée sur leur morphologie, qui se décline en trois grandes catégories : "star", "lemon", "monstar". Cette classification est très souvent utilisée pour l'étude des singularités [14][61][62][63][64][15]. Les variations d'azimut des états de polarisation autour de singularités de morphologies star et lemon sont schématisées en Fig. 1.18, resp. (a) et (b).



**Figure 1.18** - Représentation des variations d'azimut autour d'une singularité de type (a) "star" et (b) "lemon". On remarque qu'il y a une discontinuité au centre de ces deux singularités, où aucun azimut ne peut être défini.

Ces singularités de polarisation ont été observées pour la première fois dans un champ d'interférence produit par 4 faisceaux de micro-ondes [15]. La morphologie "monstar" est connue pour être un intermédiaire entre la "star" et "lemon". Les propriétés des singularités sont décrites par plusieurs paramètres [14] :

$$D_I = Q_x U_y - Q_y U_x \quad (1.52)$$

les indices  $x$  et  $y$  indiquant la dérivée spatiale. Le signe de  $D_I$  est représentatif de l'indice  $m$  de la singularité :

- si  $D_I < 0$ , la singularité est de type "star" et  $m = -1/2$ ,
- si  $D_I > 0$ , la singularité est de type "lemon" ou "monstar" et  $m = 1/2$ .

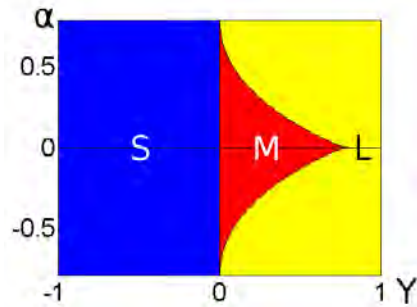
Le paramètre  $D_L$  permet de distinguer une morphologie "lemon" d'une "star" ou "monstar" [14] :

$$D_L = [(2Q_y + U_x)^2 - 3U_y(2Q_x - U_y)].[(2Q_x - U_y)^2 + 3U_x(2Q_y + U_x)] - (2Q_xQ_y + Q_xU_x - Q_yU_y + 4U_xU_y)^2 \quad (1.53)$$

- si  $D_L < 0$ , la singularité est de type "lemon",
- si  $D_L > 0$ , la singularité est de type "star" ou "monstar".

Une méthode appelée "monstardom" permet de classifier les singularités dans un espace 2D, à l'aide de l'azimut de l'état central  $\alpha$  et d'un facteur d'anisotropie  $\Upsilon$  [16] :

$$\Upsilon = \frac{2(Q_xU_y - Q_yU_x)}{Q_x^2 + Q_y^2 + U_x^2 + U_y^2} \quad (1.54)$$



**Figure 1.19** - Représentation de l'espace paramétrique "monstardom" [16] défini par l'azimut  $\alpha$  au centre de la singularité, et son facteur d'anisotropie  $\Upsilon$ , permettant de classifier les singularités de polarisation en trois catégories : Star (bleu), Monstar (rouge) et Lemon (jaune).

A partir de ces deux paramètres, la morphologie des singularités est déterminée, avec l'espace paramétrique schématisé en Fig. 1.19 [16] : les singularités de type "star" se trouvent dans la partie bleue du diagramme, les "monstar" sont dans la partie rouge et les "lemon" sont dans la partie jaune.

## 1.7 Propriétés optiques de la peau

La peau est un milieu fortement inhomogène, en termes de structure et composition. Au niveau optique, elle présente à la fois de l'absorption, de la diffusion et transmission.

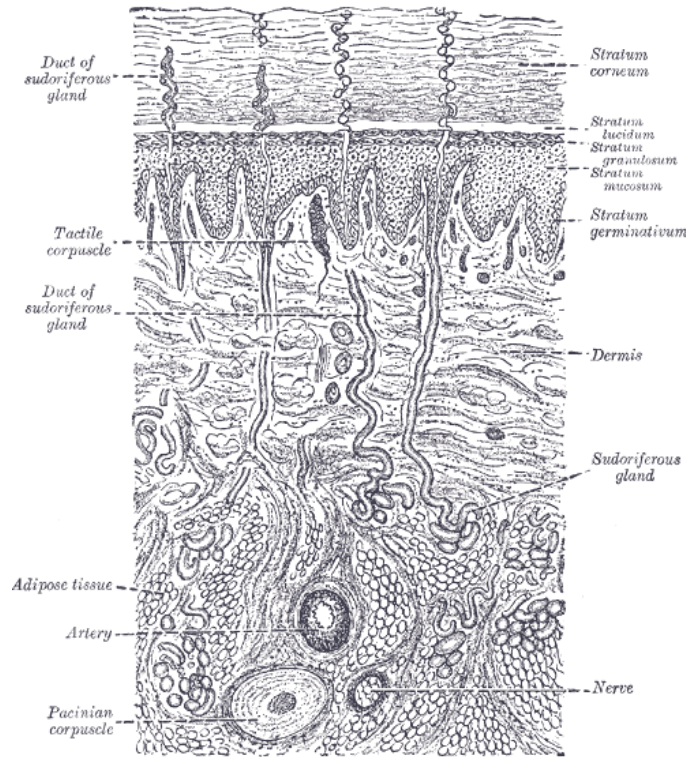
### 1.7.1 Structure de la peau en conditions physiologiques normales

L'épiderme humain peut être divisé en 4 strates (5 au niveau des paumes et plantes) de composition cellulaire différente. En moyenne son épaisseur est de 100  $\mu\text{m}$ , et atteint jusqu'à 1 mm sur la paumes des mains ou la plante des pieds. En partant de l'extérieur, ses strates sont :

- la couche cornée (corneum), composée de cornéocytes, d'épaisses cellules remplies de kératine,
- la couche claire (lucidum), qui ne se trouve qu'au niveau des paumes et plantes,
- la couche granuleuse (granulosum), composée de cellules contenant des ensembles de protéines appelés kératohyaline,
- la couche spineuse (mucosum), composée de kératinocytes (cellules produisant la kératine) et de mélanocytes (cellules produisant la mélanine),
- la couche basale (germinativum), où les cellules se divisent.

Sous l'épiderme se trouve le derme, comportant notamment les réseaux vasculaires et lymphatiques.

Le schéma d'une coupe de peau humaine est représenté en Fig. 1.20 [65]. Les mélanines sont des macro-molécules synthétisées dans les mélanocytes de la couche basale. Il en existe deux types entrant en jeu dans la pigmentation de la peau : l'eumélanine et la phéomélanine. L'eumélanine est



**Figure 1.20** - Schéma de l'organisation de la peau en coupe longitudinale. Extrait de [65].

de couleur brune à noire, la phéomélanine est de couleur jaune à rouge. Ainsi, une proportion plus importante d'eumélanine dans les tissus produira une coloration brun à noire, et une concentration plus importante de phéomélanine produira une coloration blond à roux.

Le rôle de la mélanine est de préserver les cellules d'un organisme des champs électromagnétiques potentiellement ionisants, destructeurs de l'ADN : UVA, UVB, et une grande partie du spectre visible. Cette protection se fait par absorption (électronique) des champs électromagnétiques concernés. La mélanine est ainsi capable de dissiper plus de 99,9% des UV absorbés de façon non radiative [66].

### 1.7.2 Équation de transfert radiatif

L'extinction du champ réfléchi par un milieu biologique inhomogène dans une direction donnée est provoquée par plusieurs mécanismes : la divergence du faisceau, l'absorption électronique du champ incident, et sa diffusion dans une direction différente de la direction d'observation. La variation de luminance produite par diffusion dans la peau peut être décrite par l'équation de transfert radiatif, en négligeant les effets de la cohérence de la source, de la polarisation, et pour un régime de diffusion élastique :

$$\frac{\partial L(\vec{r}, \hat{s}, t)/c}{\partial t} = -\hat{s} \cdot \nabla L(\vec{r}, \hat{s}, t) - \mu_t L(\vec{r}, \hat{s}, t) + \mu_s \int_{4\pi} L(\vec{r}, \hat{s}', t) P(\hat{s}' \cdot \hat{s}) ds' + S(\vec{r}, \hat{s}, t) \quad (1.55)$$

avec  $\mu_t$  le coefficient d'atténuation total, et  $P(\hat{s}' \cdot \hat{s})$  une fonction de phase représentant la densité de probabilité angulaire de diffusion dans la direction  $\hat{s}$ , pour une incidence selon  $\hat{s}'$ . Cette équation traduit le fait que la luminance dans une direction d'observation donnée est atténuée par la divergence du faisceau, l'absorption et la diffusion dans le tissu. Elle est augmentée par les sources dans le milieu, et suite aux diffusions dans la direction considérée. Le coefficient d'atténuation total est lié aux coefficients de diffusion et d'absorption par la relation :

$$\mu_t = \mu_s + \mu_a \quad (1.56)$$

avec  $\mu_a$  le coefficient d'absorption,  $\mu_s$  le coefficient de diffusion. Le coefficient d'absorption (resp. de diffusion)  $\mu_a$  (resp.  $\mu_s$ ) représente l'inverse de la distance moyenne que va parcourir un photon dans le milieu avant de subir un événement d'absorption (resp. de diffusion). Ces coefficients sont exprimés en [ $m^{-1}$ ].

A partir de ces paramètres, les grandeurs suivantes sont définies :

- l'albédo  $a = \mu_s/\mu_t$ ,
- le libre parcours moyen  $mfp = 1/\mu_t$ .

L'albédo sert à quantifier le processus d'extinction de l'onde incidente due à la diffusion par une particule, relativement à l'extinction due à son absorbance. Le libre parcours moyen est la distance moyenne qu'un photon peut parcourir dans le milieu avant de subir une absorption ou diffusion.

### 1.7.3 Coefficients d'absorption et diffusion

Expérimentalement, les grandeurs mesurables sont les intensités réfléchie et transmise par les échantillons. Pour remonter aux paramètres d'absorption et de diffusion, les méthodes cherchent à résoudre le modèle inverse de l'Eq. 1.55 [67], moyennant certaines approximations pour réduire le nombre de variables du modèle.

Par exemple, pour un milieu caractérisé par les paramètres  $\mu_a$ ,  $\mu_s$  et  $P$ , il a été démontré qu'il existe d'autres triplets de paramètres  $\mu_a^*$ ,  $\mu_s^*$  et  $P^*$  menant au même profil de réflectance. Ainsi, il est possible de réduire le nombre de paramètres, en utilisant les relations dites de "similarité" [68]. Si le détecteur se trouve à une distance de la source supérieure à plusieurs fois le libre parcours moyen, on obtient les égalités suivantes :

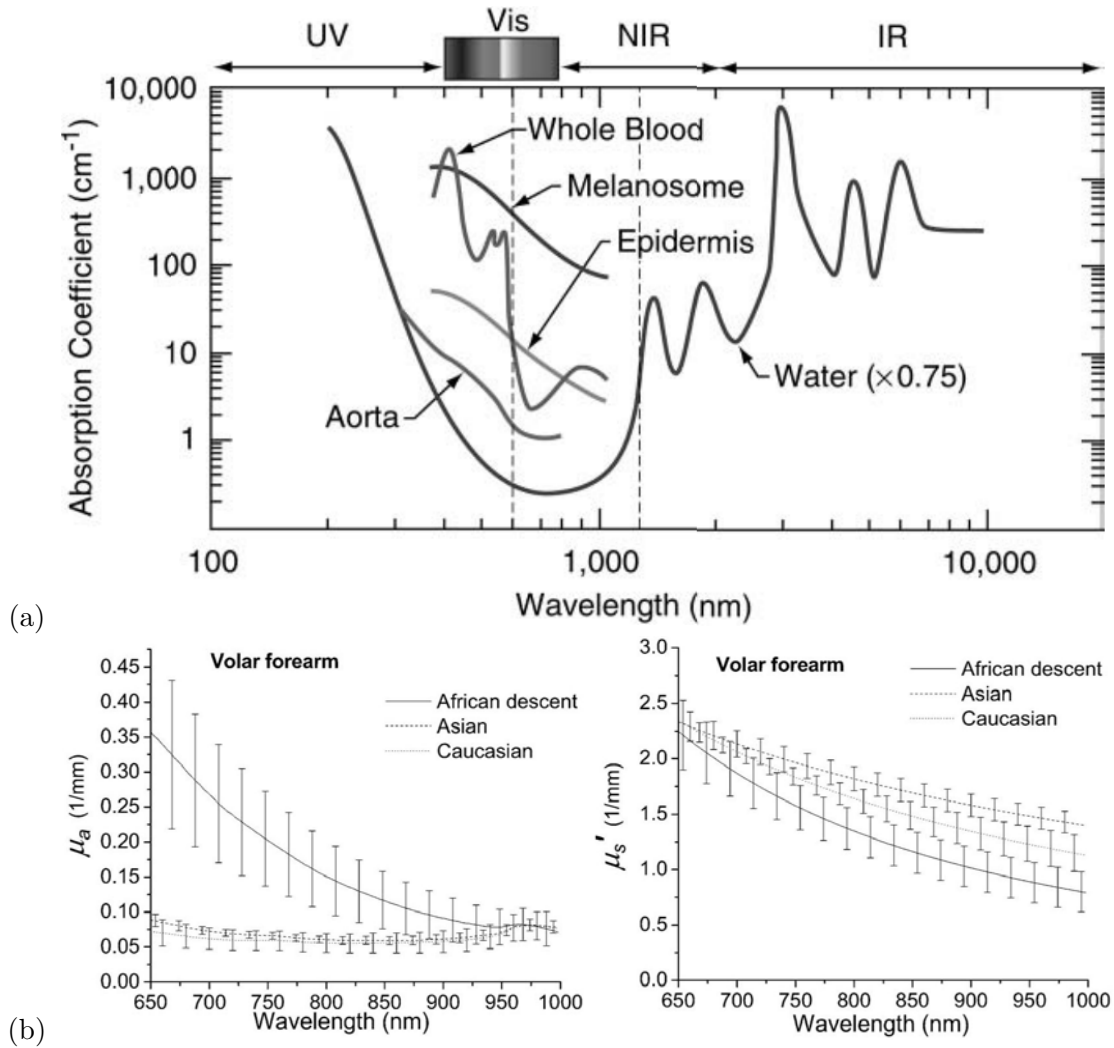
- le coefficient de diffusion réduit  $\mu'_s = \mu_s(1 - g)$ , avec  $g = \langle \cos(\theta) \rangle$  le facteur d'anisotropie de la diffusion,
- le coefficient réduit d'atténuation total  $\mu'_t = \mu'_s + \mu_a$ ,
- l'albédo réduit  $a' = \mu'_s/\mu'_t$ ,
- le libre parcours moyen réduit (ou de transport)  $mfp' = 1/\mu'_t$ .

Il existe plusieurs études dans la littérature reportant des mesures des coefficients d'absorption et de diffusion réduit de la peau : par exemple en ex-vivo par l'utilisation d'une sphère intégrante [69][70][71] ou in-vivo en utilisant une sonde fibrée [72][73][74].

Les coefficients d'absorption des principaux composants de la peau absorbant dans le visible sont représentés en Fig. 1.21(a), en fonction de la longueur d'onde (les mélanosomes sont des structures membranaires à l'intérieur desquelles se trouve la mélanine). Il existe une bande de longueurs d'onde entre 600 et 1400 nm où l'absorption des différents composants de la peau est faible. En particulier, la mélanine est l'espèce la plus absorbante dans le visible, son absorption diminue pour les grandes longueurs d'ondes. Ainsi, les infrarouges pénètrent plus profondément dans la peau que les longueurs d'onde visibles. De plus, on observe moins d'autofluorescence des tissus dans l'infrarouge [75].

Les courbes de coefficient de diffusion réduit et coefficient d'absorption de la mélanine sont affichées en Fig. 1.21(b), en fonction de la longueur d'onde, mesurés sur 3 groupes de phototype différent (Afrique, Asie, Caucase) de 5 personnes. L'écart type au sein d'un même groupe est représenté sur les courbes [73]. Plus la longueur d'onde augmente, moins la mélanine est absorbante et diffusante.

Le développement d'un cancer cutané entraîne des modifications structurales et de composition au sein des tissus. Ces modifications se répercutent sur les propriétés optiques de la peau (coef-



**Figure 1.21** - (a) Coefficient d'absorption de différents composants de la peau. La "fenêtre thérapeutique", où les tissus sont le moins absorbants, est encadrée par les lignes pointillées. Extrait de [76]. (b) Coefficients de diffusion réduit et d'absorption de la mélanine, mesurés sur 3 groupes de phototype différent chacun composé de 5 personnes. Extrait de [73]. L'absorbance de la mélanine diminue avec l'augmentation de la longueur d'onde.

ficients d'absorption, de diffusion, anisotropie des diffusions) qui, si elles sont détectées, peuvent permettre de diagnostiquer le processus de cancérisation.

Les caractéristiques spectrales de la peau seront utilisées au Chap. 5, pour l'optimisation d'un dispositif d'imagerie de microvascularisation in-vivo.

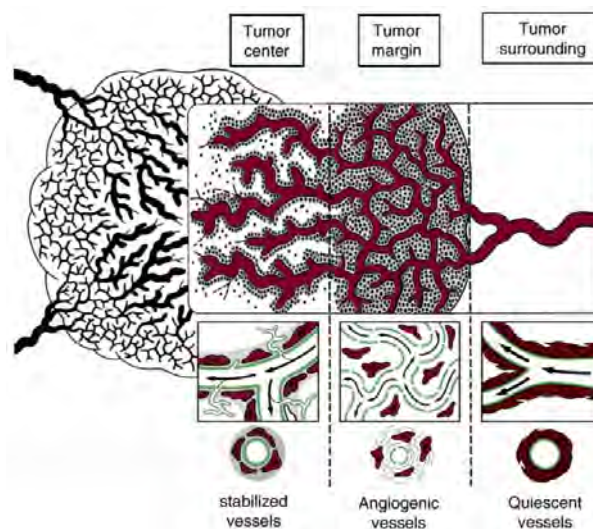
#### 1.7.4 Cancer de la peau : modifications physiologiques

Le cancer est la seconde cause de décès aux US, seulement dépassée par les maladies cardiaques. Il est la cause de presque 1 décès sur 4 [77]. Le cancer de la peau est le type de cancer le plus fréquemment diagnostiqué. Ses formes les plus courantes (carcinome basocellulaire et carcinome spinocellulaire, aussi appelées non-mélanomes) sont rarement mortelles, car elles ne provoquent que rarement des métastases (généralisation du cancer à d'autres organes). En revanche le mélanome, qui concerne seulement 1% des cas, est la cause de la majorité des décès liés au cancer de la peau.

Le mélanome est un type de cancer qui se développe à partir des mélanocytes, les cellules produisant la mélanine. Ce cancer peut apparaître suite à une alteration de l'ADN des cellules par ionisation due à une exposition aux UV. Des prédispositions génétiques peuvent aussi avoir un impact. Cependant, il a été démontré que l'exposition intense aux UV avant 30 ans, suite à l'utilisation de cabines UV, augmente de 75% le risque de développement d'un mélanome [78].

La plupart des cas de carcinomes peut être soignée, en particulier quand le cancer est détecté et traité rapidement. Le mélanome présente également un fort taux de guérison s'il est détecté précocement. Cependant, il tend à se propager rapidement par métastases à d'autres organes.

En effet, les taux de survie à 5 ans après traitement de mélanomes sont de 98% au stade local, 63% au stade régional et 17% au stade distant [79]. Le stade local concerne les cas où le mélanome est resté confiné à son organe d'origine. Le stade régional concerne les cas où le mélanome s'est étendu aux tissus environnants ou à un ganglion lymphatique proche. Le stade distant concerne les cas où le cancer s'est propagé à des organes ou tissus éloignés, ou à des ganglions lymphatiques lointains. Ainsi, lorsqu'un mélanome est traité, généralement un ganglion proche, le "ganglion sentinelle", est biopsié pour déterminer le stade du cancer.



**Figure 1.22** - Représentation des formations vasculaires en lien avec la croissance tumorale. Vaisseaux normaux en périphérie, à partir duquel se développent des vaisseaux plus ou moins matures en fonction de leur distance au centre de la tumeur. Extrait de [80]

Il est connu que le processus de développement vasculaire, appelé angiogenèse, est indispensable

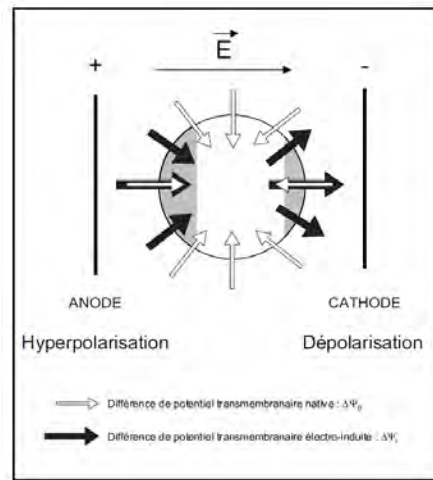
pour la progression et la métastase de la plupart des tumeurs [28], il en est de même pour le mélanome [29]. La vascularisation tumorale est schématisée en Fig. 1.22 [80]. Le système vasculaire se développe à partir de vaisseaux normaux préexistants, la maturité des vaisseaux dépend de la position dans la tumeur : de nouveaux vaisseaux se forment perpétuellement en périphérie de la tumeur. Les vaisseaux tumoraux se développent de façon anarchique, structurellement et fonctionnellement [81] : ils sont courts, tortueux, présentent un diamètre irrégulier et des branchements et dérivations excessifs.

### Traitement par électrochimiothérapie

L'électrochimiothérapie (ECT) est un traitement anti tumoral basé sur l'administration de traitement cytotoxique, comme dans le cas d'une chimiothérapie classique, et l'application locale d'un champ électrique au niveau de la tumeur.

L'application du champ électrique pulsé de haute intensité (ordre du kV/cm) et courte durée (ns à  $\mu s$ ) sur une cellule provoque un processus appelé électroperméabilisation (EP) [82].

Au repos, un potentiel non nul est mesurable au niveau de la membrane cellulaire : celle-ci est faiblement perméable aux ions et il y a une différence de concentration de porteurs de charges entre les deux faces de la membrane. Ce potentiel est appelé "natif" et est orienté vers l'intérieur de la membrane, il peut être considéré homogène sur toute la surface de la cellule. Il est représenté par les flèches blanches en Fig. 1.23.



**Figure 1.23** - Représentation des différents champ électriques au niveau de la membrane cellulaire. Potentiel natif (flèches blanches). Potentiel électro-induit (flèches noires). Du côté anode, les différences de potentiel s'ajoutent (hyperpolarisation). Du côté cathode, les différences de potentiel s'annulent (dépolariation). Extrait de [83]

En appliquant un champ électrique orienté d'un pôle à l'autre de la cellule (représenté par les fleches noires sur la Fig. 1.23), on observe une annulation du potentiel (dépolariation) du côté cathode, et une amplification (hyperpolarisation) du côté anode.

Les termes "dépolariation" et "hyperpolarisation" désignent ici l'orientation de potentiels électrostatiques, et n'ont pas de lien avec l'orientation du champ électrique d'ondes électromagnétiques, comme il a été vu précédemment.

L'hyperpolarisation provoque une compression de la membrane, puis la formation de "pores" quand l'intensité du champ dépasse une valeur seuil. Si l'intensité ne dépasse pas une valeur critique, la perméabilisation de la membrane est réversible et n'affecte pas la viabilité cellulaire [84].

Les drogues sont administrées à distance par voie intraveineuse, il s'agit de bléomycine [35] et cis-platine [85], qui ciblent l'ADN cellulaire. Étant donné que l'entrée des drogues est localement améliorée par électroperméabilisation, le traitement est plus efficace au niveau de la tumeur, et moins agressif pour le reste de l'organisme.

Parallèlement à la perméabilisation des cellules, le champ électrique provoque également un arrêt quasi total du flux sanguin dans les tissus normaux et la tumeur. L'écoulement du sang commence à revenir dans les 8 à 12 h suivant l'EP, et revient à la normale au bout de 24 h. Ce mécanisme est appelé "vascular lock" [86].

De nombreuses études ont été réalisées pour mesurer l'impact de différents paramètres sur l'électrochimiothérapie : le nombre et la durée des impulsions [87], l'intensité du champ appliqué [88], l'impact de la température sur la durée de perméabilisation [89], les caractéristiques des impulsions et l'orientation des électrodes par rapport à la tumeur [90], le type et taille des électrodes [91].

Les protocoles d'ECT sont testés en clinique humaine pour le traitement de tumeurs cutanées et sous cutanées, le taux de réponse obtenu étant très satisfaisant : 85 % de réponses objectives et 56 % de régressions complètes [37].

Ce traitement a été utilisé dans le Chap. 5, portant sur l'observation de la microvascularisation tumorale.

## 1.8 Méthodes optiques non invasives de détection du cancer de la peau

La méthode traditionnelle de différenciation entre nævus et cancer de la peau se fait par une étude visuelle de la lésion, le professionnel de santé suspecte la présence d'un mélanome quand une lésion de peau présente une ou plusieurs des caractéristiques suivantes, nommées ABCDE :

- A : asymétrie de la lésion,
- B : irrégularité des contours ou contours mal définis,
- C : variations de pigmentation au sein de la lésion,
- D : diamètre de lésion important,
- E : évolutivité de la lésion.

### 1.8.1 Sensibilité et spécificité

Pour caractériser la performance d'un outil de diagnostic, deux critères sont utilisés : sa sensibilité et spécificité [92]. La sensibilité caractérise la capacité de la méthode à donner un résultat positif si la maladie est présente. Au contraire, la spécificité caractérise la capacité de la méthode à donner un résultat négatif si la maladie est absente.

Le résultat d'une méthode de diagnostic se décline en 4 cas de figure :

- vrai positif (VP) : nombre d'individus malades avec un résultat positif,
- faux positif (FP) : nombre d'individus sains avec un résultat positif,
- vrai négatif (VN) : nombre d'individus sains avec un résultat négatif,
- faux négatif (FN) : nombre d'individus malades avec un résultat négatif.

La sensibilité de la méthode se calcule par  $VP/(VP+FN)$ , sa spécificité se calcule par  $VN/(VN+FP)$ .

Quand un mélanome est suspecté, la lésion est retirée par chirurgie puis analysée par biopsie. La sensibilité de détection du mélanome à l'œil nu, en fonction des études, est comprise entre 42% et

94%, sa spécificité est comprise entre 54% et 99% [93]. En utilisant un dermatoscope (ou microscopie par épiluminescence), composé d'une loupe et d'un dispositif d'illumination, éventuellement polarisé pour éviter les réflexions spéculaires, la sensibilité est comprise entre 68% et 96% et la spécificité entre 73% et 100% [93]. Des méthodes sont proposées pour améliorer ces valeurs de sensibilité et spécificité, les principales méthodes non invasives sont présentées ci-dessous.

### 1.8.2 Analyses spectrales du mélanome

Une méthode a été proposée, utilisant un spectrophotomètre en incidence oblique (OIDRS, Oblique Incidence Diffuse Reflectance Spectroscopy) pour distinguer la réponse spectrale de différentes lésions de peau (naevus, carcinomes et mélanomes). Cette méthode est basée sur une phase d'apprentissage qui consiste en la caractérisation de la réponse spectrale d'une grande quantité de lésions de peau. La classification de nouvelles lésions se fait par comparaison avec les données accumulées pendant la phase d'apprentissage, la sensibilité et spécificité de la méthode est mesurée à 90 % [17]. Une méthode également basée sur une mesure de spectrophotométrie intracutanée a quantifié une spécificité de 80,1% et une sensibilité de 82,7% [18].

Il a été noté qu'en fonction des lésions choisies pour la phase d'apprentissage, et des paramètres utilisés pour classifier les lésions, la mesure de sensibilité / spécificité de ce type de méthode peut être modifiée. Par exemple, pour une sensibilité de 80%, il a été déterminé que la spécificité d'une méthode multispectrale passe de 51% à 46% respectivement en prenant ou non en compte les dimensions de la lésion dans le modèle de classification [19].

Il existe également une méthode basée sur la mesure de l'effet Raman, qui est un processus de diffusion inélastique : l'énergie (et donc la fréquence) du photon diffusé est différente de l'énergie du photon incident. La modification de l'énergie est due à la mise en vibration des diverses molécules composant la peau. La mesure de la fréquence et amplitude de ces modes de vibration permet de distinguer le mélanome des lésions de peau, avec une sensibilité entre 95% et 99% et une spécificité entre 15% et 54% [94].

### 1.8.3 Potentiel de l'analyse polarimétrique pour la détection du mélanome

Il a été démontré que le degré de polarisation du champ obtenu par diffusion d'une lumière incohérente (totalement polarisée) sur différentes lésions de peau permet d'obtenir des images de lésions avec un meilleur contraste, par différenciation des diffusions de surface et de volume [95][96].

Une étude a également démontré que les différents composants de la peau, comme le collagène ou la kératine présentent des propriétés de biréfringence et dichroïsme, qui peuvent être déterminées in-vivo par mesure de la matrice de Mueller, via l'utilisation d'une chambre dorsale [97]. Ces modifications polarimétriques sont par exemple utilisées pour classifier différents types de tissus lors de mesures in-vitro [20], par exemple sur coupe histologique [98]. Les diffusions multiples dues aux différentes couches de la peau sont un problème majeur pour la caractérisation des propriétés polarimétriques intrinsèques aux tissus sous cutanés, dans le cas de mesures in-vivo [20].

Cette limitation due aux diffusions multiples produites par la peau in-vivo semble être levée par la caractérisation statistique de la polarisation en champs de speckle. Une équipe propose de mesurer le DOP du speckle diffusé par différentes lésions humaines in-vivo, à partir de la mesure de deux speckle orthogonalement polarisés ( $\lambda = 663$  nm, longueur de cohérence de  $300 \mu\text{m}$ , temps de pose de 5 ms, les deux speckle sont enregistrés simultanément par deux CCD). L'étude des 4 premiers moments statistiques de cette image de DOP leur permet de différencier plusieurs lésions cutanées, le mélanome, les carcinomes, ainsi que deux lésions bénignes : le naevus mélanocytaire et la kératose séborrhéique, avec "une meilleure ou égale sensibilité et spécificité que beaucoup d'autres techniques optiques connues et acceptées pour la distinction du mélanome", notamment les techniques raman,

multispectrales, et dermatologiques spécialisés [21].

Par ailleurs il a été détecté une variation du degré de polarisation linéaire mesuré dans le champ diffusé par un mélanome, en fonction de son stade de développement, due à une diminution de la rugosité de surface de la tumeur [99]. Il a également été proposé de détecter les pathologies de peau par étude statistique des singularités de polarisation du champ diffracté [22].

Ainsi, la détection de mélanomes in-vivo par analyse polarimétrique des champs de speckle diffusés semble a priori être une méthode prometteuse. Une tentative de caractérisation polarimétrique complète du champ diffusé par un mélanome murin ex-vivo sera présentée au Chap. 5.

## 1.9 Principales techniques d'imagerie de flux sanguins

Une part importante de la recherche sur le cancer est orientée vers l'étude de la vascularisation tumorale. Par exemple, une étude de lésions cutanées sur coupes histologiques avec un marqueur de vaisseaux sanguins a démontré l'importance des tissus environnants la tumeur pour son développement, il existe notamment une forte corrélation entre la néovascularisation des tissus avoisinants et la caractéristique proliférative des tumeurs mélanocytaires [27].

Il existe deux techniques majeures d'imagerie du flux sanguin, l'imagerie Doppler et par analyse du contraste de speckle dynamique, qui présentent l'intérêt de ne pas utiliser de marqueur et d'être sans contact, elles sont donc non invasives.

### 1.9.1 Mesure de flux par effet Doppler

Cette technique d'imagerie du flux sanguin est souvent appelée LDF (Laser Doppler Flowmetry) ou LDI (Laser Doppler Imaging) [100]. L'effet Doppler consiste en la modification de la fréquence  $\nu$  mesurée par un observateur fixe lorsque la source de fréquence  $\nu_0$  est en mouvement. La fréquence  $\nu$  mesurée par un observateur fixe s'obtient par :

$$\nu = \nu_0 \left(1 + \frac{v}{c}\right) \quad (1.57)$$

avec  $\nu_0$  la fréquence émise par une source se déplaçant à une vitesse  $v$  par rapport à l'observateur,  $c$  étant la vitesse de la lumière dans le vide. Ainsi, si on éclaire un objet ou une particule en mouvement avec une lumière monochromatique, les ondes rétrodiffusées subissent un décalage en fréquence dépendant de la vitesse de déplacement des particules. En superposant le signal diffusé avec l'onde émise par la source, on observe un battement de l'intensité, les deux champs n'interférant pas. La fréquence du battement est liée au décalage Doppler, donc à la vitesse de la particule. La superposition des champs peut aussi se faire avec la lumière diffusée par les objets voisins immobiles. La fréquence de battement se mesure généralement par analyse de Fourier de l'intensité détectée.

La première mesure de flux des vaisseaux sanguins cutanés par effet Doppler a été réalisée en 1977 [101], avec un laser helium-neon de puissance 15 mW, la mesure étant ponctuelle. La technique a ensuite été adaptée pour réaliser de l'imagerie plein champ par balayage de la zone à imager [102], puis récemment par acquisition rapide d'images [103]. En effet, pour détecter le signal Doppler de particules se déplaçant à 2-3 mm/s (ordre de grandeur de la vitesse des globules rouges), la fréquence d'acquisition, comprenant le temps d'exposition camera, doit être de 10-20 kHz [103].

En outre, de nombreux efforts ont été menés concernant la théorie sous-jacente à la mesure, pour calculer la distribution de vitesse des diffuseurs en fonction du spectre Doppler mesuré. Ce calcul n'est pas aisé, notamment à cause des diffusions multiples contribuant au décalage Doppler

ou des distributions en forme et taille des diffuseurs [104][105][106].

Plusieurs études par mesures Doppler de la vascularisation de lésions de peau ont été réalisées, par exemple il a été déterminé que dans le cas du mélanome, une augmentation de l'épaisseur de la lésion est corrélée avec une augmentation de la densité de vaisseaux sanguins [30], et que la densité de vaisseaux à la base de la tumeur est trois fois plus importante dans le cas de mélanomes métastatiques par rapport à ceux qui ne le sont pas [31]. De plus, il a été mesuré une diminution de la perfusion au centre des carcinomes, contrairement aux mélanomes où la perfusion est importante [32].

### 1.9.2 Contraste de speckle

Le speckle étant produit par interférences entre les différentes ondes diffusées par l'échantillon, toute modification du chemin optique des ondes diffusées va induire une variation d'intensité. Dans le cas de speckle subjectif, c'est à dire dont l'image se forme au foyer d'une lentille, la variation d'intensité sur l'image est liée à la localisation des mouvements sur l'échantillon. Les flux sanguins sont composés au niveau optique de particules diffusantes en mouvement, ils mènent donc à des variations de l'intensité diffusée imagée.

Pour imager l'intensité diffusée, un capteur CCD est utilisé. Or, ce capteur intègre temporellement les différentes figures d'intensité, pendant un temps d'exposition fixé. Il a été présenté plus haut les statistiques de premier ordre du speckle, notamment il est connu qu'une somme incohérente de différents speckle mène à une diminution du contraste du résultat. Ainsi, la valeur du contraste local de la figure d'intensité mesurée est un paramètre dépendant des quantités de mouvements dans l'échantillon.

Il existe plusieurs techniques d'analyse du contraste, toutes étant basées sur le processus de décorrélation temporelle des champs diffusés : analyse spatiale du contraste (techniques LASCA [34]), temporelle (techniques LSI [33]) ou des méthodes hybrides [107][108][109]. La réduction de données permettant d'obtenir le signal de contraste en fonction des images de speckle est détaillée ci-dessous, pour chacune des techniques.

On rappelle que le contraste d'une image de speckle  $I$  est calculé par :

$$c = \frac{\sigma(I)}{\langle I \rangle} = \frac{\sqrt{\langle I^2 \rangle - \langle I \rangle^2}}{\langle I \rangle} \quad (1.58)$$

avec  $\sigma(I)$  l'écart-type de l'intensité  $I$ , et  $\langle I \rangle$  sa moyenne spatiale.

#### Analyse du contraste de speckle laser (LASCA)

Concernant les méthodes LASCA (Laser Speckle Contrast Analysis), le contraste est mesuré spatialement, sur des zones de  $n + 1 \times n + 1$  pixels [34], cette opération est appelée "binning" spatial :

$$c(i, j) = \frac{\sqrt{\frac{1}{(n+1)^2} \sum_{x=i-n/2}^{i+n/2} \sum_{y=j-n/2}^{j+n/2} I^2(x, y) - \left( \frac{1}{(n+1)^2} \sum_{x'=i-n/2}^{i+n/2} \sum_{y'=j-n/2}^{j+n/2} I(x', y') \right)^2}}{\frac{1}{(n+1)^2} \sum_{x=i-n/2}^{i+n/2} \sum_{y=j-n/2}^{j+n/2} I(x, y)} \quad (1.59)$$

avec  $I(x, y)$  l'intensité du pixel  $(x, y)$ , et  $n + 1$  la taille de la zone carrée sur laquelle est calculée le contraste. La résolution spatiale de l'image de contraste  $c$  diminue d'autant que la taille de binning  $n$  augmente.

### Imagerie de speckle laser (LSI)

Dans le cas des méthodes LSI (Laser Speckle Imaging), afin de palier à la baisse de résolution spatiale du résultat LASCA due au binning, il a été proposé de calculer la valeur de contraste de chaque pixel sur une séquence temporelle d'images [33] :

$$c(i, j) = \frac{\sqrt{\frac{1}{n+1} \sum_{l=t-n/2}^{t+n/2} I^2(i, j, l) - \left( \frac{1}{n+1} \sum_{l'=t-n/2}^{t+n/2} I(i, j, l') \right)^2}}{\frac{1}{n+1} \sum_{l=t-n/2}^{t+n/2} I(i, j, l)} \quad (1.60)$$

avec  $I(i, j, t)$  l'intensité du pixel  $(i, j)$  au temps  $t$ , et  $n + 1$  le nombre d'images sur lesquelles le contraste temporel est calculé. Étant donné que le signal de contraste est modulé par la taille du grain de speckle, un grand nombre d'images est nécessaire pour moyennner le bruit de speckle, ce qui limite la résolution temporelle, par exemple pour un dispositif d'acquisition en direct. Le nombre d'images peut être diminué en ajoutant un diffuseur tournant en sortie du laser, qui permet d'illuminer l'échantillon avec un front d'onde aléatoire, lentement variable. En effet, il est nécessaire que le temps d'exposition du CCD soit très inférieur à l'échelle de variation du front d'onde d'illumination pour ne pas masquer le signal de contraste utile [110].

### Méthodes hybrides

Le désavantage de la réduction LASCA pour le calcul du contraste est la perte de résolution spatiale, alors que la réduction LSI mène à une diminution de résolution temporelle. Ainsi, des méthodes hybrides ont été développées, permettant de limiter la perte de résolution spatiale LASCA, et la perte de résolution temporelle LSI. Elles consistent généralement en un moyennage temporel des différentes mesures de contraste spatial [107][108][109].

L'avantage des techniques basées sur l'analyse de speckle par rapport à l'imagerie Doppler est la faible demande en moyens matériels / logiciels : le temps d'exposition pour imager la vascularisation est généralement de l'ordre de 1 ms, la fréquence d'acquisition peut être faible (6 Hz), et le traitement de données ne nécessite pas d'analyse de Fourier.

Actuellement, un modèle inverse permettant de calculer la vitesse des diffuseurs en fonction de la variation du contraste n'est pas admis, contrairement à l'imagerie Doppler. Généralement, des hypothèses sont faites sur la distribution en vitesse des diffuseurs (distribution Gaussienne, Lorentzienne ou Voigt), leur forme, etc. pour donner une estimation de vitesse en fonction de la valeur du temps de décorrélation. Par exemple, en faisant l'approximation d'une distribution Lorentzienne, le contraste du speckle intégré par le CCD peut s'écrire [111] :

$$c = \frac{\sigma(I)}{\bar{I}} = \left[ \frac{\tau_c}{2T} \left( 1 - \exp\left(\frac{-2T}{\tau_c}\right) \right) \right]^{1/2} \quad (1.61)$$

avec  $c$  le contraste,  $\sigma(I)$  et  $\bar{I}$  respectivement l'écart type et la moyenne de l'intensité du speckle,  $\tau_c$  le temps de corrélation, et  $T$  le temps de pose du CCD. Le temps de corrélation  $\tau_c$  est le paramètre dépendant de la vitesse de décorrélation  $v_c$ , qui peut être calculée par [34] :

$$v_c = \frac{\lambda}{2\pi\tau_c} \quad (1.62)$$

Étant donné que ces distributions (de vitesse, taille, forme) ne sont pas connues dans un cas général, cette méthode est plutôt utilisée pour mesurer qualitativement les variations de flux au sein d'une même image, contrairement à l'imagerie Doppler qui permet une mesure quantitative.

Plusieurs études ont utilisé ces techniques basées sur le contraste de speckle pour imager différents flux sanguins sur souris, après chirurgie pour exposer les vaisseaux à l'éclairement laser : par exemple au niveau du cerveau [112], les vaisseaux sous-cutanés par installation de chambre dorsale [113], ou encore sur une tumeur intestinale [114]. Cependant, il a été démontré qu'une analyse de speckle @ 780 nm permet d'imager les vaisseaux sanguins au travers du crâne intact d'une souris [115].

Ces méthodes seront utilisées au Chap. 5, pour optimiser un dispositif d'imagerie de microvascularisation du mélanome.

## 1.10 Objectifs de la thèse

Il a été démontré que le DOP de champs diffusés par la surface de mélanomes est modifié avec la croissance de la tumeur, s'expliquant par une évolution de l'échelle de rugosité de surface de la lésion [99]. Par ailleurs, une variation statistique du DOP a été détectée en champs de speckle, en fonction du type de lésion de peau diffusant les champs [21]. De la même façon, les statistiques en singularités de polarisation semblent également être un critère permettant de distinguer les différentes lésions de peau [22].

Ainsi, la caractérisation polarimétrique semble prometteuse pour une application de détection du mélanome. Par ailleurs, il a été démontré que la polarimétrie du speckle apporte de nombreuses informations pour la caractérisation de matériaux, donnant par exemple une mesure de la rugosité de surface de l'échantillon [2], sa microstructure [3] ou encore les caractéristiques de forme et taille de ses diffuseurs [7][8].

Ce travail de thèse est articulé autour d'une tentative de caractérisation hautement résolue de la réponse polarimétrique du mélanome en champs de speckle, avec pour objectif la proposition d'une méthode de diagnostic. Il s'agit d'un travail pluridisciplinaire qui représente une collaboration entre l'ONERA (Office National d'Études et de Recherches Aérospatiales), apportant son savoir-faire concernant l'imagerie polarimétrique, l'IPBS (Institut de Pharmacologie et de Biologie Structurale) équipe Rols qui étudie les effets de champs électriques pulsés pour la vectorisation de molécules d'intérêt thérapeutique notamment pour les tumeurs, et l'Institut anticancer Claudius Regaud qui apporte la perspective d'évaluer le potentiel applicatif de la méthode au cas du mélanome humain, en milieu hospitalier.

Les champs de speckle étant des champs interférentiels, leur caractérisation polarimétrique est délicate [23]. Un premier objectif de cette thèse est de proposer une méthode polarimétrique permettant la caractérisation complète d'états de polarisation en champs de speckle. Cette méthode nécessite la mise en place d'un banc de calibration automatique d'états de projection.

Un second axe de cette thèse est d'étudier l'impact au niveau polarimétrique du régime de diffusion dans les matériaux. Il a en effet été proposé d'utiliser la polarimétrie pour déterminer ce régime de diffusion [5]. Il s'agit ensuite de caractériser les singularités de polarisation en champs de speckle, qui peuvent éventuellement être utilisées pour des applications biomédicales [22], mais également de métrologie [9] ou télécommunications [10].

Par la suite, la méthode est appliquée pour caractériser la réponse polarimétrique de différents matériaux, notamment celles d'échantillons servant de références photométriques (Spectralons), dont peu d'informations sur le sujet peuvent être trouvées dans la littérature [25][26].

Avec ces caractérisations, il devient possible de comparer une méthode de modélisation de champs de speckle polarisés avec l'expérimentation, notamment concernant les distributions de décorrélation des champs en fonction du régime de diffusion. Par la modélisation, il sera possible

d'étudier des phénomènes difficilement mesurables expérimentalement, notamment l'effet de la variation de taille des pixels intégrant une carte de polarisation donnée, ou encore la modélisation des différentes morphologies de singularités de polarisation, sortant du cadre de la classification habituellement utilisée [14][15][16].

Les causes limitant la caractérisation complète des états de polarisation diffusés par le mélanome murin ex-vivo sont présentées. Cette limitation nous a mené à étudier les spécificités de la vascularisation tumorale, qui semblent pouvoir être utilisées pour aider au diagnostic du mélanome.

En effet, il existe une forte corrélation entre la néovascularisation des tissus et la caractéristique proliférative des tumeurs mélanocytaires [27]. Concernant le mélanome, le taux de vascularisation à la base de la tumeur a été estimé trois fois plus important dans le cas de mélanomes métastatiques par rapport à ceux qui ne le sont pas [31]. De plus, il semble être possible de distinguer les mélanomes des carcinomes via leur différence en taux de perfusion [32].

Il s'agit du dernier objectif de cette thèse, le développement d'une méthode non invasive d'imagerie de microvascularisation tumorale in-vivo, par analyse du contraste de speckle dynamique polarisé, optimisé pour le cas du mélanome. Les performances de l'instrument sont évaluées avec un modèle de mélanome murin in-vivo, par imagerie du processus d'angiogenèse ayant lieu pendant la croissance tumorale. Par le suivi de leur résorption après traitement par électrochimiothérapie, une autre application de la méthode est démontrée, consistant en la caractérisation non invasive et en temps réel de l'efficacité de thérapies.

## Bibliographie

- [1] J.W. Goodman. *[Speckle phenomena in optics. Theory and applications]*, pages 25–40. Roberts & Company Pub., 2006.
- [2] M. Zerrad, J. Sorrentini, G. Soriano, and C. Amra. Gradual loss of polarization in light scattered from rough surfaces : Electromagnetic prediction. *Opt. Express*, 18(15) :15832–15843, 2010.
- [3] M. Zerrad, H. Tortel, G. Soriano, A. Ghabbach, and C. Amra. Spatial depolarization of light from the bulks : electromagnetic prediction. *Opt. Express*, 23 :8246–8260, 2015.
- [4] J. Li, G. Yao, and L. V. Wang. Degree of polarization in laser speckles from turbid media : Implications in tissue optics. *J. Biomed. Opt.*, 7 :307–312, 2002.
- [5] J. Sorrentini, M. Zerrad, and C. Amra. Statistical signatures of random media and their correlation to polarization properties. *Opt. Express*, 34 :2429–2431, 2009.
- [6] A. Ghabbach, M. Zerrad, G. Soriano, S. Liukaityte, and C. Amra. Depolarization and enpolarization DOP histograms measured for surface and bulk speckle patterns. *Opt. Express*, 22 :21427–21440, 2014.
- [7] S. Asano. Light scattering properties of spheroidal particles. *Appl. Opt.*, 18 :712–723, 1979.
- [8] D. D. Duncan and M. E. Thomas. Particle shape as revealed by spectral depolarization. *Appl. Opt.*, 46 :6185–6191, 2007.
- [9] W. Wang, T. Yokozeki, R. Ishijima, A. Wada, Y. Miyamoto, and M. Takeda. Optical vortex metrology for nanometric speckle displacement measurement. *Opt. Express*, 14 :120–127, 2006.
- [10] X. Wang, Y. Liu, L. Guo, and H. Li. Potential of vortex beams with orbital angular momentum modulation for deep-space optical communication. *Opt. Eng.*, 53 :056107, 2014.
- [11] C. Abou Nader, F. Pellen, H. Loutfi, R. Mansour, B. Le Jeune, G. Le Brun, and M. Abboud. Early diagnosis of teeth erosion using polarized laser speckle imaging. *J. Biomed. Opt.*, 21 :071103–6, 2015.

- [12] G. D. Lewis and D. L. Jordan. Remote sensing of polarimetric speckle. *J. Phys. D : Appl. Phys.*, 34 :1399–1407, 2001.
- [13] J.F. Nye and M.V. Berry. Dislocations in wave trains. *Proc. R. Soc. London A*, 336(1605) :165–190, 1974.
- [14] A.S. Thorndike, C.R. Cooley, and J.F. Nye. The structure and evolution of flow fields and other vector fields. *J. Phys. A : Math. Gen.*, 11(8) :1455–1490, 1978.
- [15] J.V. Hajnal. Singularities in the transverse fields of electromagnetic waves. II. observations on the electric field. *Proc. R. Soc. London A*, 414(1847) :447–468, 1987.
- [16] M.R. Dennis. Polarization singularity anisotropy : determining monstardom. *Opt. Lett.*, 33 :2572–2574, 2008.
- [17] A. Garcia-Uribe, J. Zou, M. Duvic, J. H. Cho-Vega, V. G. Prieto, and L. V. Wang. In vivo diagnosis of melanoma and nonmelanoma skin cancer using oblique incidence diffuse reflectance spectrometry. *Cancer Research*, 72 :2738–2745, 2012.
- [18] M. Moncrieff, S. Cotton, E. Claridge, and P. Hall. Spectrophotometric intracutaneous analysis : a new technique for imaging pigmented skin lesions. *British Journal of Dermatology*, 146 :448–457, 2002.
- [19] B. Farina, C. Bartoli, A. Bono, A. Colombo, M. Lualdi, G. Tragni, and R. Marchesini. Multispectral imaging approach in the diagnosis of cutaneous melanoma : potentiality and limits. *Phys. Med. Biol.*, 45 :1243–1254, 2000.
- [20] N. Ghosh and I. A. Vitkin. Tissue polarimetry : concepts, challenges, applications, and outlook. *J Biomed Opt*, 16 :110801–29, 2011.
- [21] L. Tchvialeva, G. Dhadwal, H. Lui, S. Kalia, H. Zeng, D. I. McLean, and T. L. Lee. Polarization speckle imaging as a potential technique for in vivo skin cancer detection. *J. Biomed. Opt.*, 18 :061211, 2013.
- [22] O. V. Angelsky, A. G. Ushenko, Y. A. Ushenko, and Y. G. Ushenko. Polarization singularities of the object field of skin surface. *J. Phys. D : Appl. Phys.*, 39 :3547–3558, 2006.
- [23] L. Pouget, J. Fade, C. Hamel, and M. Alouini. Polarimetric imaging beyond the speckle grain size. *Appl. Opt.*, 51 :7345–7356, 2012.
- [24] D. Goldstein. *Polarized light*. CRC Press, 2003.
- [25] Ø. Svensen, M. Kildemo, J. Maria, J. J. Stamnes, and Ø. Frette. Mueller matrix measurements and modeling pertaining to spectralon white reflectance standards. *Opt. Express*, 20 :15045–15053, 2012.
- [26] J. M. Sanz, C. Extremiana, and J. M. Saiz. Comprehensive polarimetric analysis of spectralon white reflectance standard in a wide visible range. *Appl. Opt.*, 52 :6051–6062, 2013.
- [27] J. Smolle, H.-P. Soyer, R. Hofmann-Wellenhof, F.-M. Smolle-Juettner, and H. Kerl. Vascular architecture of melanocytic skin tumors a quantitative immunohistochemical study using automated image analysis. *Path. Res. Praet.*, 185 :740–745, 1989.
- [28] J. Folkman. What is the evidence that tumors are angiogenesis dependent ? *J Natl Cancer Inst*, 82 :4–6, 1990.
- [29] O. Straume and L. A. Akslen. Expresson of vascular endothelial growth factor, its receptors (FLT-1, KDR) and TSP-1 related to microvessel density and patient outcome in vertical growth phase melanomas. *Am J Pathol.*, 159 :223–235, 2001.
- [30] A. Srivastava, P. Laidler, L.E. Hughes, J. Woodcock, and E.J. Shedden. Neovascularization in human cutaneous melanoma : a quantitative morphological and doppler ultrasound study. *Eur J Cancer Clin Oncol*, 22 :1205–1209, 1986.
- [31] A. Srivastava, L.E. Hughes, J.P. Woodcock, and P. Laidler. Vascularity in cutaneous melanoma detected by doppler sonography and histology : correlation with tumour behaviour. *Br J Cancer*, 59 :89–91, 1989.

- [32] M. Stücker, I. Horstmann, C. Nüchel, A. Röchling, K. Hoffmann, and P. Altmeyer. Blood flow compared in benign melanocytic naevi, malignant melanomas and basal cell carcinomas. *Clin Exp Dermatol*, 24 :107–111, 1999.
- [33] H. Cheng, Q. Luo, S. Zeng, S. Chen, J. Cen, and H. Gong. Modified laser speckle imaging method with improved spatial resolution. *J Biomed Opt*, 8 :559–564, 2003.
- [34] J.D. Briers and S. Webster. Quasi real-time digital version of single-exposure speckle photography for full-field monitoring of velocity or flow fields. *Opt Commun*, 116 :36–42, 1995.
- [35] L. M. Mir and S. Orlowski. Mechanisms of electrochemotherapy. *Adv. Drug Deliv. Rev.*, 35 :107–118, 1999.
- [36] E. Bellard, B. Markelc, S. Pelofy, F. Le Guerroué, G. Sersa, J. Teissié, M. Cemazar, and M. Golzio. Intravital microscopy at the single vessel level brings new insights of vascular modification mechanisms induced by electropermeabilization. *Journal of Controlled Release*, 163 :396–403, 2012.
- [37] L. M. Mir, L. F. Glass, G. Sersa, J. Teissié, C. Domenge, D. Miklavcic, M. J. Jaroszeski, S. Orlowski, D. S. Reintgen, Z. Rudolf, M. Belehradek, R. Gilbert, M. P. Rols, J. Belehradek, J. M. Bachaud, R. DeConti, B. Stabuc, M. Cemazar, P. Coninx, and R. Heller. Effective treatment of cutaneous and subcutaneous malignant tumours by electrochemotherapy. *Br. J. Cancer*, 77 :2336–2342, 1998.
- [38] National Aeronautics and Science Mission Directorate Space Administration. Anatomy of an electromagnetic wave. *Mission :Science*, 2010.
- [39] W. D. Elderton and N. L. Johnson. [*Systems of Frequency Curves*], pages 77–78. New York : Cambridge Press, 1969.
- [40] M. M. Hall. The approximation of symmetric X-ray peaks by pearson type VII distributions. *J. Appl. Cryst.*, 10 :66–68, 1977.
- [41] N. Vannier, F. Goudail, C. Plassart, M. Boffety, P. Feneyrou, L. Leviandier, F. Galland, and N. Bertaux. Comparison of different active polarimetric imaging modes for target detection in outdoor environment. *Appl. Opt.*, 55 :2881–2891, 2016.
- [42] G. Elert. Refraction. *The Physics Hypertextbook*, 2016.
- [43] J.W. Goodman. Statistical properties of laser speckle patterns. *Topics in Applied Physics*, 9 :9–75, 1984.
- [44] I. Bergoënd, X. Orlik, and E. Lacot. Study of a circular gaussian transition in an optical speckle field. *J. Europ. Opt. Soc.*, 3 :1990–2573, 2008.
- [45] J. Petit, G. Montayb, and M. François. Strain rate measurements by speckle interferometry for necking investigation in stainless steel. *Int. J. Solids Struc.*, 51 :540–550, 2014.
- [46] P. Bergström, D. Khodadad, E. Hällstig, and M. Sjö Dahl. Dual-wavelength digital holography : single-shot shape evaluation using speckle displacements and regularization. *Appl. Opt.*, 53 :123–131, 2014.
- [47] J. Zhang and T. Chong Chong. Fiber electronic speckle pattern interferometry and its applications in residual stress measurements. *Appl. Opt.*, 37 :6707–6715, 1998.
- [48] J. Broky and A. Dogariu. Correlations of polarization in random electromagnetic fields. *Opt. Express*, 17 :15711–15719, 2011.
- [49] J. Ellis and A. Dogariu. Correlation matrix of a completely polarized, statistically stationary electromagnetic field. *Opt. Lett.*, 29 :1536–1538, 2004.
- [50] J. Sorrentini, M. Zerrad, G. Soriano, and C. Amra. Enpolarization of light by scattering media. *Opt. Express*, 22 :21313–21320, 2011.
- [51] I. Freund, N. Shvartsman, and V. Freilikher. Optical dislocation networks in highly random media. *Opt. Commun.*, 101 :247–264, 1993.

- [52] O. V. Angelsky, M. P. Gorsky, S. G. Hanson, V. P. Lukin, I. I. Mokhun, P. V. Polyanskii, and P. A. Ryabiy. Optical correlation algorithm for reconstructing phase skeleton of complex optical fields for solving the phase problem. *Opt. Express*, 22 :6186–6193, 2014.
- [53] K. T. Gahagan and G. A. Swartzlander. Optical vortex trapping of particles. *Opt. Lett.*, 21 :827–829, 1996.
- [54] Gregory Foo, David M. Palacios, and Grover A. Swartzlander. Optical vortex coronagraph. *Opt. Lett.*, 30 :3308–3310, 2005.
- [55] N. Matsumoto, T. Ando, T. Inoue, Y. Ohtake, N. Fukuchi, and T. Hara. Generation of high-quality higher-order laguerre–gaussian beams using liquid-crystal-on-silicon spatial light modulators. *J. Opt. Soc. Am. A*, 25 :1642–1651, 2008.
- [56] M.J. Padgett and L. Allen. The poynting vector in laguerre-gaussian laser modes. *Opt. Commun.*, 121 :36–40, 1995.
- [57] X. Shi and Y. Ma. Topological structure dynamics revealing collective evolution in active nematics. *Nat. commun.*, 4 :3013, 2013.
- [58] T. Machon and G. P. Alexander. Knotted defects in nematic liquid crystals. *Phys. Rev. Lett.*, 113 :027801, 2014.
- [59] V. V. Isaeva, N. V. Kasyanov, and E. V. Presnov. Topological singularities and symmetry breaking in development. *Biosyst.*, 109 :280–298, 2012.
- [60] V. Vitelli, B. Jain, and R. D. Kamien. Topological defects in gravitational lensing shear fields. *J. Cosmol. Astropart. Phys.*, 09 :034, 2009.
- [61] M.S. Soskin, V. Denisenko, and I. Freund. Optical polarization singularities and elliptic stationary points. *Opt. Lett.*, 28(16) :1475–1477, 2003.
- [62] M.S. Soskin and V.I. Vasil’ev. Topological singular chain reactions in dynamic speckle fields. *J. Opt. Soc. Am. B*, 31(6) :A56–A61, 2014.
- [63] V. Kumar and N.K. Viswanathan. Topological structures in vector-vortex beam fields. *J. Opt. Soc. Am. B*, 31(6) :A40–A45, 2014.
- [64] F. Flossmann, K. O’Holleran, M.R. Dennis, and M.J. Padgett. Polarization singularities in 2D and 3D speckle fields. *Phys. Rev. Lett.*, 100(20) :203902–203906, 2008.
- [65] H. Gray. *Anatomy of the Human Body*. Lea and Febiger, 1918.
- [66] P. Meredith and J. Riesz. Radiative relaxation quantum yields for synthetic eumelanin. *Photochem. Photobiol.*, 79 :211–216, 2004.
- [67] T. Durduran, R. Choe, W. B. Baker, and A. G. Yodh. Diffuse optics for tissue monitoring and tomography. *Rep. Prog. Phys.*, 73 :076701–43, 2010.
- [68] D. R. Wyman, M. S. Patterson, and B. C. Wilson. Similarity relations for anisotropic scattering in monte carlo simulations of deeply penetrating neutral particles. *J. Comput. Phys.*, 81 :137–150, 1989.
- [69] S. A. Prahl, M. J. C. van Gemert, and A. J. Welch. Determining the optical properties of turbid media by using the adding-doubling method. *Appl. Opt.*, 32 :559–568, 1993.
- [70] A. N. Bashkatov, E. A. Genina, V. I. Kochubey, and V. V. Tuchin. Optical properties of human skin, subcutaneous and mucous tissues in the wavelength range from 400 to 2000 nm. *J. Phys. D : Appl. Phys.*, 38 :2543–2555, 2005.
- [71] C R. Simpson, M. Kohl, M. Essenpreis, and M. Cope. Near-infrared optical properties of ex vivo human skin and subcutaneous tissues measured using the monte carlo inversion technique. *Phys. Med. Biol.*, 43 :2465–2478, 1998.
- [72] F. Bevilacqua and C. Depeursinge. Monte carlo study of diffuse reflectance at source–detector separations close to one transport mean free path. *J. Opt. Soc. Am. A*, 16 :2935–2945, 1999.

- [73] S.-H. Tseng, A. Grant, and A. J. Durkin. In vivo determination of skin near-infrared optical properties using diffuse optical spectroscopy. *J Biomed Opt.*, 13(1) :014016, 2008.
- [74] J. D. Johansson, M. Mireles, J. Morales-Dalmau, P. Farzam, M. Martínez-Lozano, O. Casanovas, and T. Durduran. Scanning, non-contact, hybrid broadband diffuse optical spectroscopy and diffuse correlation spectroscopy system. *Biomed. Opt. Express*, 7 :481–481, 2016.
- [75] M. Golzio, M. P. Rols, and J. Teissié. In vitro and in vivo electric field-mediated permeabilization, gene transfer, and expression. *Methods*, 33 :126–135, 2004.
- [76] T. Vo-Dinh. *Biomedical Photonics Handbook*. CRC Press, 2003.
- [77] The american cancer society, cancer fact and figures, available at : <http://www.cancer.org/acs/groups/content/@research/documents/document/acspc-047079.pdf>. 2016.
- [78] IARC Working Group. The association of use of sunbeds with cutaneous malignant melanoma and other skin cancers : a systematic review. *Int J Cancer*, 120 :1116–22, 2006.
- [79] N. Howlader, A.M. Noone, and M. Krapcho et al. (eds). SEER cancer statistics review 1975-2012. *National Cancer Institute, Bethesda (MD)*, 2015.
- [80] S. Erguna, D. Tilkia, L. Oliveira-Ferrera, G. Schuchb, and N. Kilic. Significance of vascular stabilization for tumor growth and metastasis. *Cancer Lett.*, 238 :180–187, 2006.
- [81] P. Carmeliet and R. K. Jain. Angiogenesis in cancer and other diseases. *Nature*, 407 :249–257, 2000.
- [82] U. Zimmermann. Electrical breakdown, electropermeabilization and electrofusion. *Rev. Physiol. Biochem. Pharmacol.*, 105 :175–256, 1986.
- [83] A. Paganin-Gioanni. [*Imagerie de fluorescence d'événements moléculaires et cellulaires associés au cancer au sein d'animaux vivants*], pages 74–83. Thèse de Doctorat en Biophysique Cellulaire, 2009.
- [84] B. Gabriel and J. Teissié. Control by electrical parameters of short- and long-term cell death resulting from electropermeabilization of chinese hamster ovary cells. *Biochim. et Biophys. Acta*, 1266 :171–178, 1995.
- [85] J. Gehl, T. Skovsgaard, and L. M. Mir. Enhancement of cytotoxicity by electropermeabilization : an improved method for screening drugs. *Anti-Cancer Drugs*, 9 :319–325, 1998.
- [86] G. Sersa, T. Jarm, T. Kotnik, A. Coer, M. Podkrajsek, M. Sentjurc, D. Miklavcic, M. Kadivec, S. Kranjc, A. Secerov, and M. Cemazar. Vascular disrupting action of electroporation and electrochemotherapy with bleomycin in murine sarcoma. *Br. J. Cancer*, 98 :388–398, 2008.
- [87] M. P. Rols and J. Teissié. Ionic-strength modulation of electrically induced permeabilization and associated fusion of mammalian cells. *Eur. J. Biochem.*, 179 :109–115, 1989.
- [88] J. Teissié and M. P. Rols. An experimental evaluation of the critical potential difference inducing cell membrane electropermeabilization. *Biophys. J.*, 65 :409–413, 1993.
- [89] K. J. Kinoshita and T. Y. Tsong. Formation and resealing of pores of controlled sizes in human erythrocyte membrane. *Nature*, 268 :438–441, 1977.
- [90] G. Sersa and D. Miklavcic. Changing electrode orientation improves the efficacy of electrochemotherapy of solid tumors in mice. *Bioelectrochem. Bioenerg.*, 55 :3450–3455, 1996.
- [91] R. A. Gilbert, M. J. Jaroszeski, and R. Heller. Novel electrode designs for electrochemotherapy. *Biochim. Biophys. acta*, 1334 :9–14, 1997.
- [92] D. G. Altman and J. M. Bland. Statistics notes : Diagnostic tests 1 : sensitivity and specificity. *BMJ*, 308 :1552, 1994.
- [93] H. Kittler, H. Pehamberger, K. Wolff, and M. Binder. Diagnostic accuracy of dermoscopy. *Lancet Oncol*, 3 :159–165, 2002.

- [94] H. Lui, J. Zhao, D. McLean, and H. Zeng. Real-time raman spectroscopy for in vivo skin cancer diagnosis. *Cancer Research*, 72 :2491–2500, 2012.
- [95] S. L. Jacques, J. C. Ramella-Roman, and K. Lee. Imaging skin pathology with polarized light. *J Biomed Opt*, 7 :329–340, 2002.
- [96] S. P. Morgan and I. M. Stockford. Surface-reflection elimination in polarization imaging of superficial tissue. *Opt. Lett.*, 28 :114–116, 2003.
- [97] M. F. G. Wood, N. Ghosh, E. H. Moriyama, and B. C. Wilson. Proof-of-principle demonstration of a mueller matrix decomposition method for polarized light tissue characterization in vivo. *J Biomed Opt*, 14 :014029–5, 2009.
- [98] J. Vizet, S. Manhas, J. Tran, P. Validire, A. Benali, E. Garcia-Caurel, A. Pierangelo, A. De Martino, and D. Pagnoux. Optical fiber-based full mueller polarimeter for endoscopic imaging using a two-wavelength simultaneous measurement method. *J Biomed Opt*, 21 :071106–8, 2016.
- [99] R. Ceolato, M. Golzio, C. Riou, X. Orlik, and N. Riviere. Spectral degree of linear polarization of light from healthy skin and melanoma. *Opt. Express*, 23 :13605–13612, 2015.
- [100] M. F. Swiontkowski. Laser doppler flowmetry-development and clinical application. *Iowa Orthop. J.*, 11 :119–126, 1991.
- [101] M.D. Stern, D.S.L. Lappe, P.D. Bowen, J.E. Chimosky, G.A. Jr Holloway, and J.H. Stein. Continuous measurement of tissue blood flow by laser doppler spectroscopy. *Am. J. Physiol.*, 232 :h447–h448, 1977.
- [102] Z. B. Niazi, T. J. Essex, R. Papini, D. Scott, N. R. McLean, and M. J. Black. New laser doppler scanner, a valuable adjunct in burn depth assessment. *Burns*, 19 :485–489, 1993.
- [103] M. Leutenegger, E. Martin-Williams, P. Harbi, T. Thacher, Wassim Raffoul, M. André, A. Lopez, P. Lasser, and T. Lasser. Real-time full field laser doppler imaging. *Biomed. Opt. Express*, 2 :1470–1477, 2011.
- [104] C. F. Bohren. Multiple scattering of light and some of its observable consequences. *Am. J. Phys.*, 55 :524–33, 1987.
- [105] C. E. Riva, B. L. Petrig, R. D. Shonat, and C. J. Pournaras. Scattering process in LDV from retinal vessels. *Appl. Opt.*, 28 :1078–83, 1989.
- [106] P. Starukhin, S. Ulyanov, E. Galanzha, and V. Tuchin. Blood-flow measurements with a small number of scattering events. *Appl. Opt.*, 39 :2823–30, 2000.
- [107] T.M. Le, J.S. Paul, H. Al-Nashash, A. Tan, A.R. Luft, F.S. Sheu, and S.H. Ong. New insights into image processing of cortical blood flow monitors using laser speckle imaging. *IEEE Trans Biomed Eng*, 26 :833–842, 2007.
- [108] K.R. Forrester, C. Stewart, J. Tulip, C. Leonard, and R.C. Bray. Comparison of laser speckle and laser doppler perfusion imaging : measurement in human skin and rabbit articular tissue. *Med Biol Eng Comput*, 40 :687–697, 2002.
- [109] Y.K. Tan, W.Z. Liu, Y.S. Yew, S.H. Ong, and J.S. Paul. Speckle image analysis of cortical blood flow and perfusion using temporally derived contrasts. *ICIP 2004. Proc. IEEE*, 5 :3323–3326, 2004.
- [110] A.C. Völker, P. Zakharov, B. Weber, F. Buck, and F. Scheffold. Laser speckle imaging with an active noise reduction scheme. *Opt Express*, 13 :9782–9787, 2005.
- [111] A. F. Fercher and J. D. Briers. Flow visualization by means of single-exposure speckle photography. *Opt. Commun.*, 37 :326–329, 1981.
- [112] A.K. Dunn, H. Bolay, M.A. Moskowitz, and D.A. Boas. Dynamic imaging of cerebral blood flow using laser speckle. *J Cereb Blood Flow Metab*, 21 :195–201, 2001.
- [113] J.S. Nelson B. Choi, N.M. Kang. Laser speckle imaging for monitoring blood flow dynamics in the in vivo rodent dorsal skin fold model. *Microvasc Res*, 68 :143–146, 2004.

- [114] D. Zhu, W. Lu, Y. Weng, H. Cui, and Q. Luo. Monitoring thermal-induced changes in tumor blood flow and microvessels with laser speckle contrast imaging. *Appl. Opt.*, 46 :1911–1917, 2007.
- [115] P. Li, S. Ni, L. Zhang, S. Zeng, and Q. Luo. Imaging cerebral blood flow through the intact rat skull with temporal laser speckle imaging. *Opt Lett*, 31 :1824–1826, 2006.



# Chapitre 2

## Développement et validation d'une méthode d'analyse polarimétrique pour la mesure en champs de speckle

### Sommaire

---

<b>2.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>57</b>
<b>2.2</b>	<b>Présentation de la méthode SOPAFP</b>	<b>58</b>
<b>2.3</b>	<b>Développement de la calibration automatique des CLN</b>	<b>61</b>
2.3.1	Calibration automatique des axes rapides	61
2.3.2	Calibration automatique des états de projection	62
<b>2.4</b>	<b>Mesures SOPAFP : réponse impulsionnelle et imagerie "classique"</b>	<b>65</b>
2.4.1	Représentations graphiques de champs polarisés	65
2.4.2	Réponse impulsionnelle de SOPAFP	66
2.4.3	Polarimétrie de plexiglas contraint	69
2.4.4	Polarimétrie du champ diffusé par un aluminium brossé	70
<b>2.5</b>	<b>Polarimétrie de speckles : comparaison de diffuseurs de surface / volume</b>	<b>72</b>
2.5.1	Comparaison de la mesure SOPAFP avec la mesure classique	72
2.5.2	Diffusion surfacique : aluminium brossé	75
2.5.3	Diffusion volumique : papier	78
<b>2.6</b>	<b>Détection expérimentale de singularités de polarisation</b>	<b>82</b>
2.6.1	Singularités "star" et "lemon"	82
2.6.2	Autres singularités	82
<b>2.7</b>	<b>Conclusion</b>	<b>85</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>86</b>

---

### 2.1 Introduction

Les caractéristiques du speckle peuvent apporter de nombreuses informations sur les matériaux [1][2], sa polarimétrie est d'intérêt pour diverses applications : par exemple en télédétection [3], imagerie biomédicale [4], mesures Lidar [5][6], astrophysique [7][8] ou pour la compression d'information [9].

Si la PSF de l'optique est plus petite que le pixel, c'est à dire sous échantillonnée au sens du critère de Nyquist, plusieurs contributions au champ total seront intégrées sur un même pixel. Ce processus est appelé dépolarisation spatiale, et a été théoriquement étudié [10][11] et expérimentalement détecté [12][1][13]. Pour diminuer la dépolarisation spatiale, la PSF du dispositif imageur doit

être sur-échantillonnée d'après le critère de Nyquist, par la diminution de son diamètre d'ouverture. Étant donné que la source est cohérente, une figure de speckle résolue se forme en plan image.

Cependant, l'analyse polarimétrique en champ de speckle est délicate [14]. En effet, le speckle étant un champ interférentiel, la modification du front d'onde incident d'une fraction de longueur d'onde pendant l'acquisition d'images d'intensités va fausser la mesure polarimétrique. En effet, les variations de front d'onde entraînent une modification de la répartition spatiale d'intensité au niveau du système d'imagerie, indépendamment des projections polarimétriques. Ces variations d'intensité conduisent à des erreurs si on tente de réaliser une analyse polarimétrique d'un champ de speckle grâce à la méthode classique, basée sur des soustractions d'images [15]. Le front d'onde peut être perturbé par une variation de l'angle d'incidence sur un dioptre, des éléments en rotation, des mouvements mécaniques, etc. De plus, les mesures d'intensité sont affectées par la non linéarité de la caméra. Finalement, près des zones d'interférences destructives en champs de speckle, le signal polarimétrique est affecté de façon notable par le bruit de photon (inversement proportionnel au nombre de photons), ou le courant d'obscurité.

Ainsi, la méthode SOPAFP (State Of Polarization Analysis by Full Projection on the Poincaré space) est proposée. Cette méthode consiste en la projection du champ à caractériser sur de nombreux états de projection (typiquement 50 à 300 états), contrairement à la méthode classique qui ne nécessite que 6 projections polarimétriques [15]. Les projections sont réalisées avec des cristaux liquides nématiques (CLN), ainsi l'utilisation d'éléments en rotation est évitée. Cependant, les tensions à appliquer aux cristaux liquides pour atteindre chaque état de projection doivent être calibrées avec une justesse acceptable. Afin d'éviter une calibration manuelle fastidieuse de ces nombreux états de projection, une méthode de recherche automatique des états de projection est développée, en utilisant un polarimètre commercial.

Dans ce chapitre, la méthode de calibration automatique utilisée est présentée. Ensuite, le fonctionnement de la méthode SOPAFP est détaillé, puis elle est appliquée à la polarimétrie de speckle obtenus par diffusions de surface et volume. Finalement, des détections expérimentales de singularités de polarisation sont présentées. Les singularités sont des structures se formant aux lieux d'interférences destructives [16] dans les champs diffusés. Notamment, plusieurs singularités non décrites dans la classification usuelle [17][18][19][20][21][22] sont présentées.

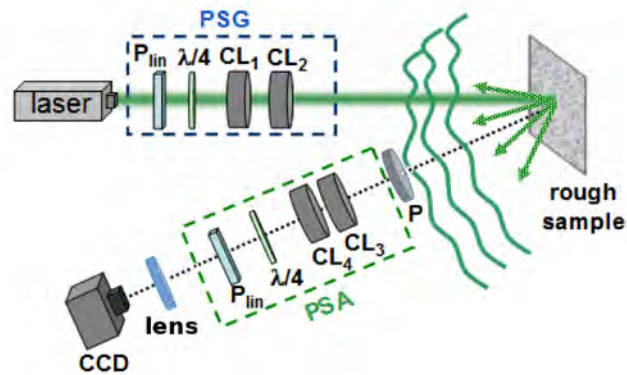
## 2.2 Analyse d'état de polarisation par projection complète dans l'espace de Poincaré (SOPAFP)

Le dispositif expérimental est schématisé en Fig. 2.1, il se compose d'une source, d'un générateur d'état de polarisation (*PSG*), l'échantillon, un analyseur d'état de polarisation (*PSA*), une optique et une camera CCD. L'intensité peut être ajustée à l'aide d'une lame demi onde placée devant un polariseur vertical : la lame  $\frac{\lambda}{2}$  applique une rotation à l'état incident. Le polariseur absorbe l'énergie qui n'est pas orientée selon la verticale, on atténue ainsi l'intensité du faisceau d'illumination.

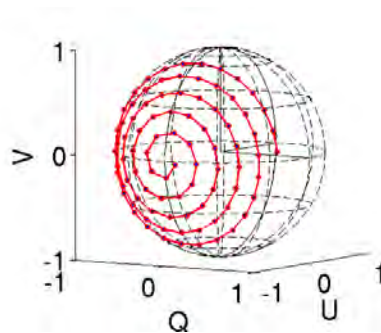
La méthode SOPAFP consiste en la projection d'un état incident inconnu ( $S^{\vec{in}}$ ) sur  $n$  états de projection distincts ( $S_1^{\vec{out}}, S_2^{\vec{out}}, \dots, S_n^{\vec{out}}$ ),  $n$  images d'intensité sont ainsi enregistrées. Les états de projection sont répartis de manière uniforme sur la sphère de Poincaré, et leurs composantes de Stokes ( $Q_{1:n}^{\vec{out}}, U_{1:n}^{\vec{out}}, V_{1:n}^{\vec{out}}$ ) sont connues par calibration. La méthode de calibration automatique est décrite au paragraphe suivant.

Les 90 premiers parmi 300 états de projection, uniformément répartis sur la surface de la sphère, sont représentés en Fig. 2.2. Ce sont les  $S_k^{\vec{out}}$  obtenus par calibration.

Au cours des projections, le signal enregistré par chaque pixel est proportionnel au produit



**Figure 2.1** - Représentation schématique du dispositif expérimental, un laser est utilisé comme source de lumière, l'état de polarisation incident est fixé par le générateur d'états de polarisation (PSG), composé d'un polariseur linéaire, une lame quart-onde, et deux Cristaux Liquides Nématiques (CLN) dont les axes rapides font un angle relatif de  $45^\circ$ . Le faisceau est collimaté, l'intensité diffusée par l'échantillon est projetée sur un état d'analyse par l'analyseur d'états de polarisation (PSA), réciproque du PSG. L'intensité projetée est détectée par un capteur CCD.



**Figure 2.2** - Représentation des 90 premiers états de projection d'une acquisition SOPAFP utilisant 300 états distincts. Les états étant "enroulés" autour de l'axe  $U$ , un état incident polarisé à  $\pm 45^\circ$  produira une intensité linéairement variante en fonction de l'état de projection.

scalaire du vecteur de Stokes incident avec les  $n$  vecteurs de Stokes de projection. Si les bruits sont négligés, le pixel situé à la ligne  $i$  et colonne  $j$ , pour l'état de projection  $k$ , détecte l'intensité suivante :

$$\begin{aligned} I(i, j, k) &= \frac{1}{2} \vec{S}^{in}(i, j) \cdot \vec{S}_k^{out} \\ &= \frac{1}{2} [I^{in}(i, j)I_k^{out} + Q^{in}(i, j)Q_k^{out} + U^{in}(i, j)U_k^{out} + V^{in}(i, j)V_k^{out}] \end{aligned} \quad (2.1)$$

avec  $I_k^{out} = 1$ , si on considère que l'intensité ne varie qu'en fonction des projections polarimétriques. Les composantes de  $\vec{S}_k^{out} : Q_k^{out}, U_k^{out}, V_k^{out}$  étant connues suite à la calibration, par régression non linéaire utilisant les composantes de  $\vec{S}^{in} : Q^{in}(i, j), U^{in}(i, j), V^{in}(i, j)$  comme variables ajustables dans l'équation 2.1, le vecteur de Stokes moyen incident sur chaque pixel de la camera peut être déduit. L'écart entre la variation d'intensité expérimentale et la courbe d'intensité théorique décrite par l'équation 2.1 est ensuite calculé, une valeur faible permet de s'assurer que la variation d'intensité est bien représentative d'un état polarimétrique. Ainsi, toutes les mesures SOPAFP sont obtenues avec une carte 2D de confiance.

La régression peut être réalisée sur les paramètres  $E_x, E_y, \phi$  et  $C$  en substituant les paramètres  $I^{in}(i, j), Q^{in}(i, j), U^{in}(i, j), V^{in}(i, j)$  dans l'équation 2.1 par leur expression décrite dans l'équation 2.2 :

$$S = \begin{cases} I &= E_x^2 + E_y^2 + C^2 \\ Q &= 2E_x E_y \cos(\phi) \\ U &= E_x^2 - E_y^2 \\ V &= 2E_x E_y \sin(\phi) \end{cases} \quad (2.2)$$

On définit  $I_x = E_x^2, I_y = E_y^2$ , les directions  $x$  et  $y$  correspondent respectivement aux directions  $+45^\circ$  et  $-45^\circ$ ,  $z$  correspondant à la direction de propagation de l'onde. Par rapport à l'expression en Eq. 1.21, l'intensité dépolarisée ( $C^2$ ) est explicitée dans le terme d'intensité totale. Par substitution de l'Eq. 1.24 avec l'Eq. 2.2 il vient :

$$DOP = 1 - \frac{C^2}{I} \quad (2.3)$$

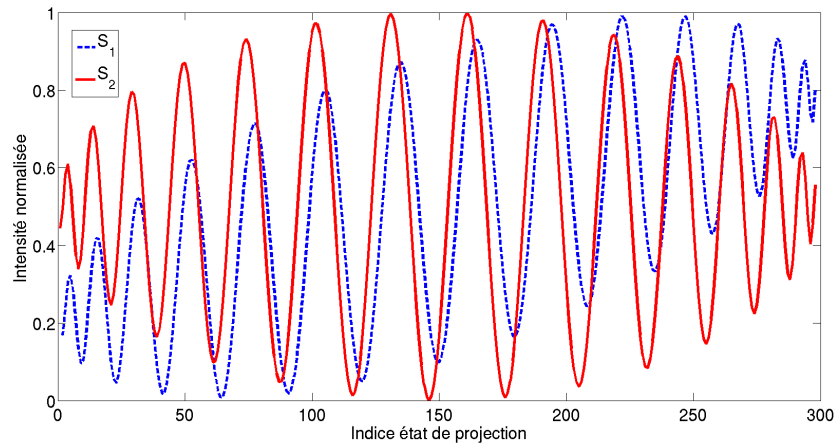
Les valeurs limites du DOP sont :

- champ complètement dépolarisé :  $Q^2 + U^2 + V^2 = 0$  et  $DOP = 0$ , d'où  $C^2 = I$ ,
- champ complètement polarisé :  $I^2 = Q^2 + U^2 + V^2$  et  $DOP = 1$ , d'où  $C^2 = 0$ .

Ainsi on a  $0 \leq DOP \leq 1$ , et  $0 \leq C^2 \leq I$ ,  $C$  est donc théoriquement une constante réelle.

Pour modéliser l'intensité détectée par un pixel suite à la projection SOPAFP d'un état incident donné (appelé  $S_1$  ou  $S_2$ ), l'Eq. 2.1 est utilisée, avec les paramètres de  $S_1$  (ou  $S_2$ ) dans  $\vec{S}^{in}(i, j)$ , et les 300 états dont les 90 premiers sont représentés dans la Fig. 2.2 pour  $\vec{S}_k^{out}$ . Les deux courbes de variation d'intensité sont représentées en Fig. 2.3. En bleu, l'état incident simulé est  $S_1 = [1 \quad -1/\sqrt{3} \quad 1/\sqrt{3} \quad 1/\sqrt{3}]$ . En rouge, l'état incident simulé est  $S_2 = [1 \quad -1 \quad 0 \quad 0]$ , qui correspond à l'état vertical.

Il existe un ensemble continu de courbes de variations d'intensité, chacune représentative d'un état en particulier. Graphiquement, on voit que les variations d'intensité en fonction des projections se font selon une sinusoïde modulée par une enveloppe. Les paramètres de l'état incident définissent la forme de l'enveloppe, sa pente moyenne et la phase à l'origine de la sinusoïde. Le contraste de la sinusoïde ( $\frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}$ ) ainsi que sa valeur moyenne dépendent du DOP incident.



**Figure 2.3** - Simulation de l'intensité détectée au cours des projections SOPAFP, pour deux états incidents distincts  $S_1$  et  $S_2$ . Rouge :  $S_2 = [1 \quad -1 \quad 0 \quad 0]$  (état vertical), bleu :  $S_1 = [1 \quad -1/\sqrt{3} \quad 1/\sqrt{3} \quad 1/\sqrt{3}]$  (état équilibré en intensité sur les 3 axes de la sphère).

En résumé, l'intérêt de la méthode SOPAFP est qu'elle permet d'extraire la partie polarimétrique du signal expérimental. S'il est bruité par des variations aléatoires d'intensité venant de déformations du front d'onde, d'interférences ; ou s'il est perturbé par des bruits comme le courant d'obscurité ou la non linéarité du capteur CCD, ces variations d'intensité sont isolées dans la valeur  $C^2$ .

## 2.3 Développement de la calibration automatique des CLN

La calibration d'un CLN a deux objectifs :

- la détermination de l'orientation de ses axes rapide et lent,
- la caractérisation de sa réponse en biréfringence en fonction de la tension appliquée à ses bornes.

La mesure de direction de l'axe rapide des CLN permet d'orienter les deux cristaux du PSA ou PSG l'un par rapport à l'autre, et relativement au SOP incident, de sorte à pouvoir atteindre tous les états sur la sphère de Poincaré.

Étant donné que la méthode SOPAFP est basée sur un grand nombre d'états de projection (50 à 300 états), la calibration automatique permet d'éviter une phase de mesures fastidieuses. De plus, tous les états sont calibrés avec la même exactitude. L'automatisation de la mesure est rendue possible avec l'implémentation de la communication entre un polarimètre commercial (TXP, Thorlabs<sup>®</sup>) et une interface Labview.

### 2.3.1 Calibration automatique des axes rapides

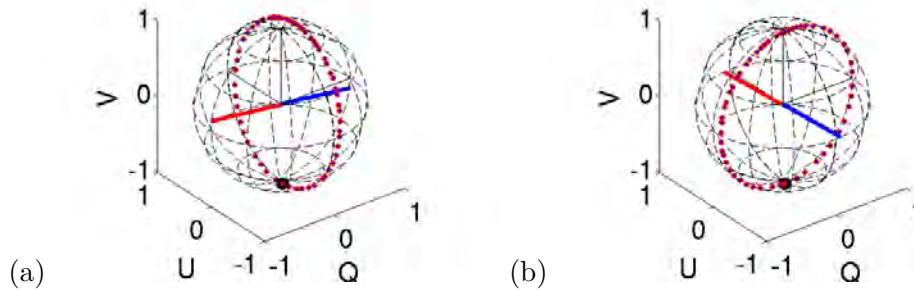
La détermination de l'orientation de l'axe rapide d'un CLN peut se faire de la façon suivante : l'état polarimétrique transmis par le CLN est mesuré en faisant évoluer la tension à ses bornes par incréments. La biréfringence du CLN va faire tourner le SOP incident sur la sphère de Poincaré le long d'un cercle centré sur l'axe rapide. On va chercher un vecteur tel que la somme de ses produits scalaire avec chaque SOP transmis est minimale. La direction de ce vecteur donne la direction de l'axe propre du CLN. Étant donné que deux vecteurs orthogonaux dans l'espace direct sont colinéaires dans la représentation de Poincaré, il existe une indétermination sur la nature de l'axe qui a été calibré : il peut être soit rapide ou lent. Cependant, on sait que la biréfringence du CLN diminue avec la tension, l'indétermination est donc levée en calculant le produit vectoriel entre deux vecteurs de Stokes transmis et le vecteur orienté selon l'axe déterminé précédemment. Ce produit vectoriel

est positif si le vecteur est dans le sens de l'axe rapide.

Dans un cas idéal, il suffit de trois SOP transmis distincts pour déterminer l'axe rapide d'un CLN. Expérimentalement, afin de moyenner l'effet des différents bruits de mesure, cette calibration est réalisée à partir de 70 points, donc 70 SOP transmis pour 70 valeur de tensions différentes. L'état incident sur les cristaux est circulaire droit, la mesure de cet état par le polarimètre TXP est :

$$S_{in} = \begin{cases} 1.000 \\ -0.034 \\ -0.083 \\ -0.999 \end{cases} \quad (2.4)$$

La mesure de l'axe propre du premier cristal du PSG ( $CL_1$ ) est  $u_1 = [-0.99 \ 0.02 \ 0.13]$ , celui du second cristal ( $CL_2$ ) est  $u_2 = [-0.06 \ 0.99 \ -0.01]$ . Les états transmis mesurés par le TXP en fonction de la tension appliquée à leurs bornes sont représentés dans la sphère de Poincaré (resp. Fig. 2.4 (a) et (b)), ainsi que leur axe rapide en rouge.



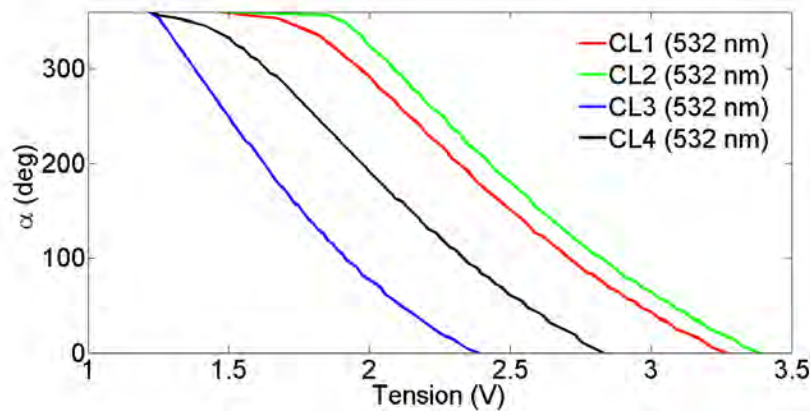
**Figure 2.4** - Représentation des états transmis par les cristaux du PSG (points rouges), pour un état incident circulaire droit @ 532 nm (point noir), en fonction de la tension appliquée à leurs bornes. Représentation des axes rapide et lent, resp. rouge et bleu. (a)  $CL_1$ . (b)  $CL_2$ .

Mis à part la détermination de la direction de l'axe propre des cristaux, les 70 points de mesure permettent également de calibrer la rotation de l'état incident autour de l'axe propre du cristal en fonction de la tension qui lui est appliquée. Cet angle est appelé  $\alpha$ , on affiche en Fig. 2.5 cette calibration pour les 4 CLN utilisés, @ 532 nm.

La Fig. 2.5 permet de voir que la valeur de rotation n'est pas linéaire avec la tension, et cette réponse varie d'un cristal à l'autre. Avec ces courbes de calibration, une première estimation de la tension à appliquer au CLN pour qu'il transmette un SOP donné à partir d'un SOP incident fixé peut être calculée. L'estimation se fait par régression linéaire de la réponse en biréfringence entre les deux points encadrant le SOP souhaité.

### 2.3.2 Calibration automatique des états de projection

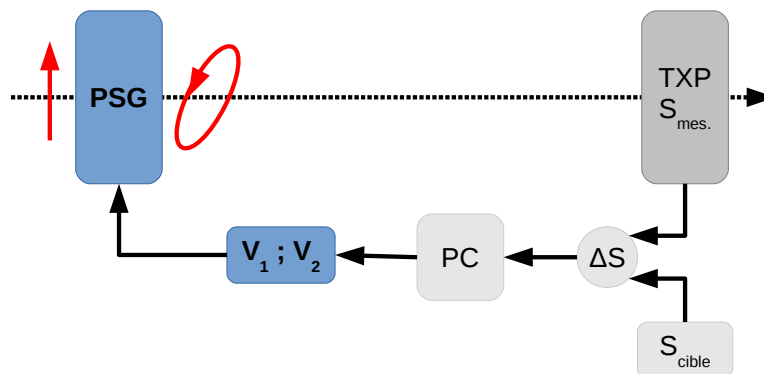
Afin d'augmenter l'exactitude de la mesure SOPAFP obtenue par régression de l'Eq. 2.1, nous avons eu besoin d'atteindre une meilleure justesse lors de la calibration des états de projection. Ainsi, une procédure de calibration plus fine a été implémentée, fonctionnant en boucle fermée avec le polarimètre TXP. En partant des tensions obtenues par régression linéaire de la réponse en biréfringence des cristaux, obtenue précédemment, les tensions de chaque CLN sont modifiées par itérations, jusqu'à se rapprocher de l'état souhaité avec une précision donnée. Il peut être remarqué que la première calibration approximative n'est pas indispensable, mais elle permet de réduire grandement le nombre d'itérations de la calibration fine, qui passe d'une cinquantaine d'itérations à une dizaine, ce qui représente une durée d'environ 15 secondes réduite à environ 3 secondes par



**Figure 2.5** - Caractérisation de l'angle de rotation appliqué par les 4 cristaux sur un état incident circulaire droit @ 532 nm, en fonction de la tension appliquée à leurs bornes. Pour simplifier la lecture de la figure, la valeur de rotation est fixée arbitrairement à  $360^\circ$  pour la valeur de tension minimale (cette valeur dépendant de l'orientation des cristaux). La grande diversité et la non linéarité des fonctions de réponse des différents CLNs peut être remarquée.

état. Ce gain de temps est significatif dans le cas de la méthode SOPAFP où plusieurs centaines de SOP distincts doivent être calibrés.

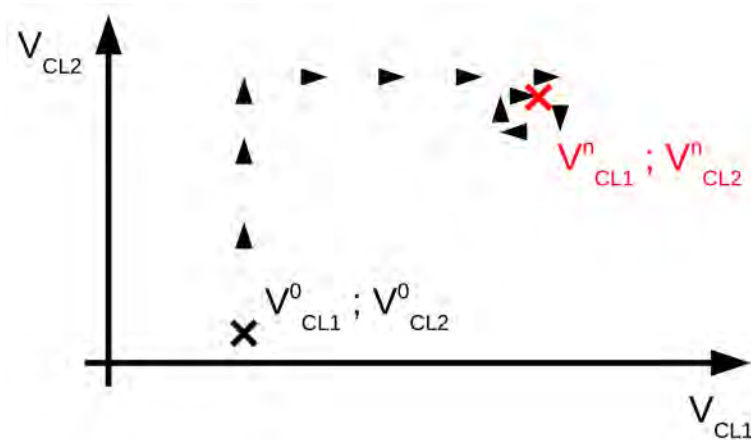
La calibration d'états de projection se déroule en deux étapes : tout d'abord les tensions du générateur d'états de polarisation sont calibrées, de sorte à pouvoir générer tous les états de projection. Pour cette étape, le TXP est donc placé en sortie du générateur. Ce montage est schématisé en Fig. 2.6.



**Figure 2.6** - Calibration du PSG, dans le but de générer tous les états de projection à calibrer. Le TXP mesure l'état transmis par le PSG, l'ordinateur calcule l'écart  $\Delta S$  à l'état  $S$  cible, puis transmet de nouvelles tensions aux cristaux du PSG si l'écart est plus important que le seuil fixé par l'utilisateur, sinon les tensions sont enregistrées et la procédure se réinitialise pour calibrer l'état suivant.

La recherche d'un état particulier demande de faire varier simultanément les tensions appliquées aux deux cristaux. Il a été choisi de faire varier le couple de tensions  $(V_{CL1}, V_{CL2})$  selon une séquence définie (Tab. 2.1, schématisée en Fig.2.7). Cette séquence permet de déterminer le sens variation des tensions qui réduit l'écart entre l'état souhaité et l'état mesuré. En réduisant la valeur de l'incrément des tensions ( $\delta V$  dans Tab. 2.1) à mesure que cet écart diminue, et en répétant de façon itérative cette séquence, l'état souhaité est approché asymptotiquement. Un seuil est défini en entrée de

boucle, quand l'écart entre l'état mesuré et l'état souhaité est inférieur au seuil, la boucle s'arrête et les tensions sont enregistrées.



**Figure 2.7** - Schématisation de l'évolution des tensions au cours d'une recherche d'état par un couple de CLN. La tension de chaque cristal est incrémentée l'une après l'autre, tant que l'écart à l'état souhaité se réduit, la valeur de l'incrément dépendant de l'écart, et le signe de l'incrément suivant une séquence définie.

**Tableau 2.1** - 4 étapes de la séquence d'évolution des tensions appliquées aux CLN, répétées de façon itérative tant que l'écart à l'état souhaité diminue et tant qu'il reste supérieur à un seuil fixé.

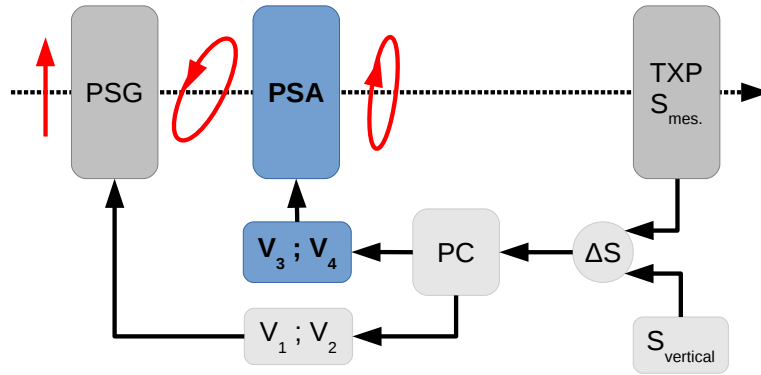
indice séquence	$V_{CL1}$	$V_{CL2}$
1	$V = V + \delta V$	$V = V$
2	$V = V$	$V = V + \delta V$
3	$V = V - \delta V$	$V = V$
4	$V = V$	$V = V - \delta V$

Les CLN sont biréfringents de 0 à plus de  $2\pi$ , ainsi il existe toujours deux couples de tensions pour atteindre un même état. Si l'algorithme ne converge pas au bout d'un certain nombre d'itérations, la boucle est réinitialisée avec un couple de tensions initiales à l'opposé.

Une fois que tous les états de projection sont calibrés et peuvent donc être générés avec le PSG, le PSA est ajouté entre le PSG et le TXP (voir Fig. 2.8), et les tensions du PSA sont calibrées (pour tous les états issus du PSG, calibrés précédemment) afin que chaque état généré soit vertical après transmission par l'analyseur.

Ainsi, en plaçant le PSA devant un polariseur vertical puis un détecteur, un champ incident quelconque peut être projeté sur n'importe quel état de projection parmi les états calibrés précédemment, en appliquant les tensions  $(V_3, V_4)$  correspondantes.

Il peut arriver que l'algorithme ne converge pas toujours vers l'état souhaité à la précision attendue. Cela peut être dû à une erreur de l'orientation des axes rapides des couples de CLN qui, s'ils ne sont pas parfaitement à  $45^\circ$  l'un de l'autre, ne peuvent pas atteindre tous les états dans la sphère de Poincaré. Ce peut être aussi dû à la non linéarité de la réponse en biréfringence en fonction de la tension appliquée au cristal : cette non linéarité n'est pas prise en compte dans le calcul de variation de l'incrément en fonction de l'écart à l'état souhaité, il peut donc arriver que l'incrément reste trop élevé pour atteindre un état à une précision donnée.



**Figure 2.8** - Calibration du PSA, la procédure est la même que dans le cas du PSG, hormis que l'état cible est vertical (le polariseur de projection étant selon la verticale), et le PSG est utilisé pour générer les différents états de projection calibrés précédemment.

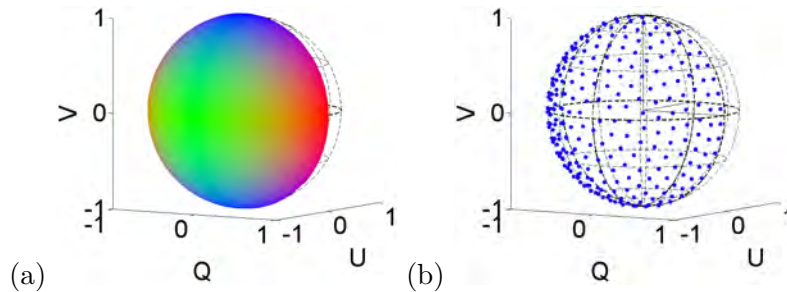
## 2.4 Mesures SOPAFP : réponse impulsionnelle et imagerie "classique"

La méthode SOPAFP est appliquée à la caractérisation du champ réfléchi par un miroir, afin de déterminer la réponse impulsionnelle de l'instrument. Pour simplifier l'affichage des résultats sur des zones hautement résolues spatialement, une représentation de la polarisation en code couleur (rouge, vert, bleu) est définie. Ensuite, la polarimétrie de champs de speckle produits par différents régimes de diffusion est réalisée.

### 2.4.1 Représentations graphiques de champs polarisés

De grandes images de champ sont étudiées, avec une résolution spatiale élevée en nombre de pixels. Ainsi, la représentation en ellipses (Fig. 1.8) ne convient pas pour la description de résultats en grand champ : il faudrait représenter une ellipse par pixel pour des images comportant plusieurs dizaines de milliers de pixels. En outre, la représentation sur la sphère de Poincaré permet d'observer la densité de probabilité des SOP, mais elle ne rend pas compte de la répartition spatiale de ces derniers dans le champ. Ainsi, un mode de représentation des cartes de polarisation basé sur les trois couleurs Rouge, Vert et Bleu est défini, cette représentation sera appelée RGB. Elle est définie en fonction des composantes de Stokes par  $R = |Q|$ ,  $G = |U|$  et  $B = |V|$ , la couleur de chaque pixel d'une carte de polarisation sera donc définie par les composantes de son vecteur de Stokes. Ce code de couleurs est schématisé dans la sphère de Poincaré en Fig. 2.9(a), pour la moitié des états de polarisation. La représentation RGB ne rend pas compte du signe des paramètres de Stokes (les états sont repliés sur un 8<sup>e</sup> de sphère), mais elle permet de visualiser rapidement les variations spatiales et la diversité des états polarimétriques sur une carte 2D.

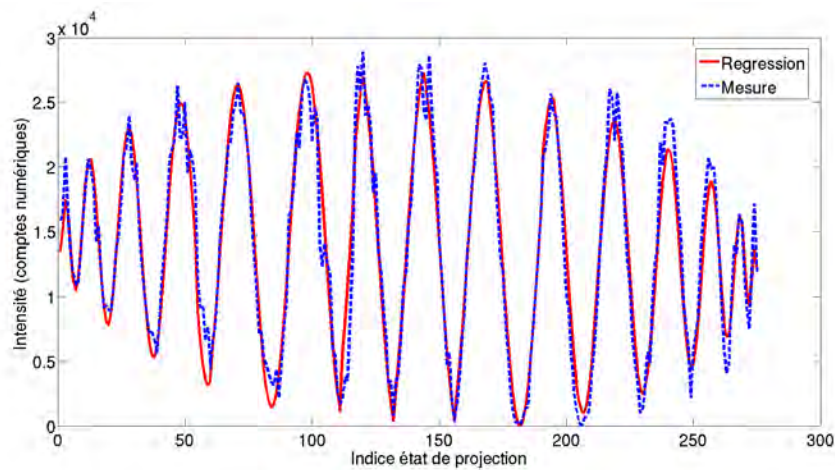
La densité de probabilité dans la sphère de Poincaré des états de polarisation (normalisés par leurs valeurs d'intensité polarisée, donc en surface de la sphère) est également représentée. Pour cette représentation, il est nécessaire que la surface de la sphère soit uniformément échantillonnée. Ainsi, un échantillonnage en spirale de la surface de la sphère [23] est utilisé. L'échantillonnage d'une moitié de sphère sur des états uniformément répartis est schématisé en Fig. 2.9(b), dans le cas d'un échantillonnage sur 512 états. La couleur des points sera représentative de la probabilité de l'état considéré, pour cet exemple tous les états sont de même probabilité. La sphère est volontairement sous échantillonnée dans un objectif de lisibilité. Lors de la présentation de résultats, la sphère sera



**Figure 2.9** - (a) Schématisation de la représentation RGB des états de polarisation, les états sont repliés sur un 8<sup>e</sup> de sphère. (b) Échantillonnage uniforme de la surface de la sphère utilisé pour calculer la densité de probabilité des états de polarisation, cette probabilité étant représentée par la couleur du point considéré.

environ 20 fois plus échantillonnée (10 000 échantillons).

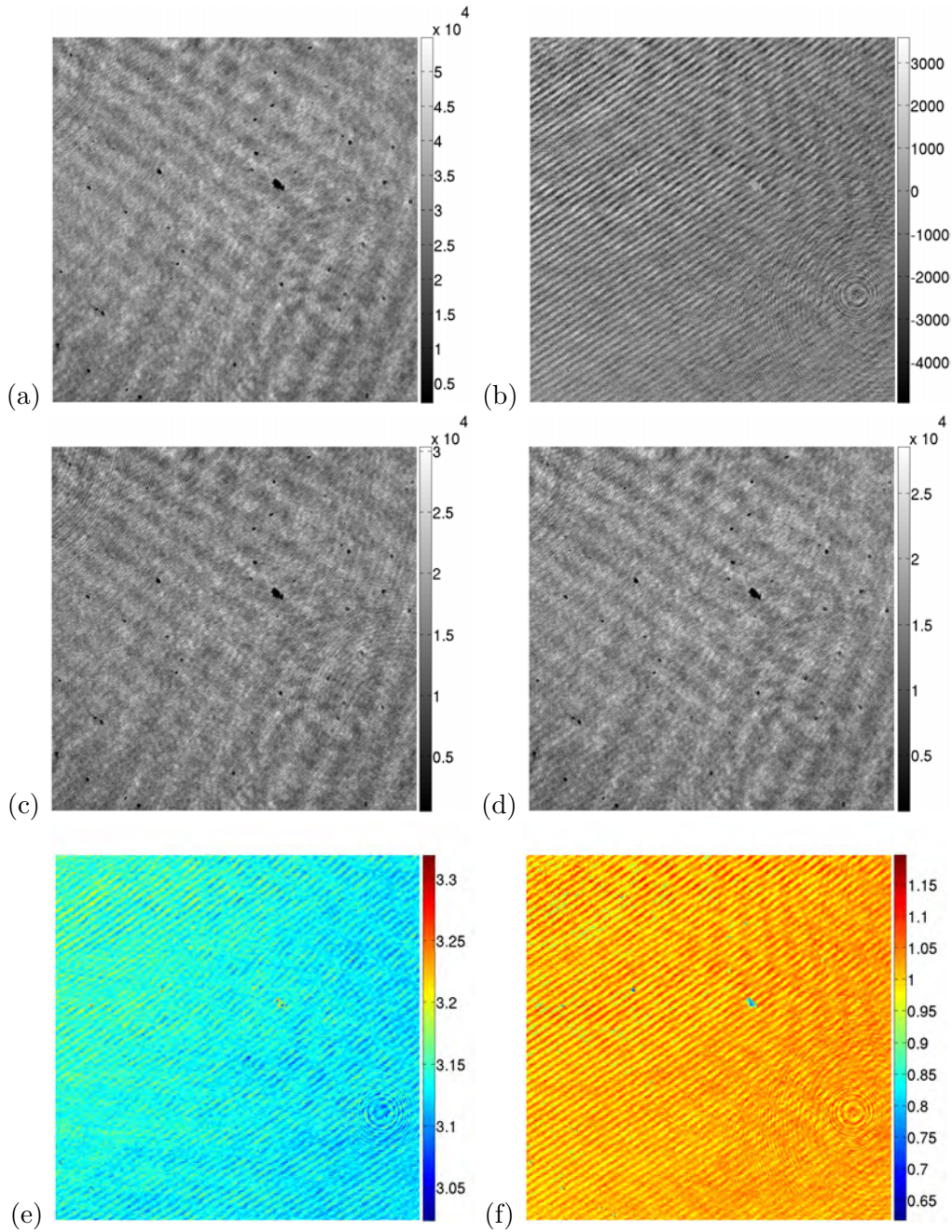
### 2.4.2 Réponse impulsionnelle de SOPAFP



**Figure 2.10** - Exemple d'intensité détectée par un pixel au cours des projections SOPAFP (bleu) du champ réfléchi par un miroir, et régression donnant la mesure de l'état incident sur ce pixel (rouge). L'état mesuré est :  $S_{in} = [1 \quad -0.99 \quad 0.11 \quad 0.09]$ .

Afin de déterminer la réponse impulsionnelle de la méthode, c'est à dire la dispersion de la mesure pour un état polarimétrique incident supposé uniforme, le montage décrit par la figure 2.1 est appliqué, en remplaçant l'échantillon par un miroir. Le faisceau incident est émis par un laser monomode longitudinal, polarisé verticalement par un prisme de Glan. La mesure SOPAFP est obtenue avec 300 projections polarimétriques. L'intensité détectée par un pixel au cours des projections SOPAFP est affichée en Fig.2.10 (bleu), ainsi que la régression permettant de mesurer l'état incident sur ce pixel (rouge). Aux bruits expérimentaux près (par exemple dus à l'hystérésis des CLNs, approximations de calibration ou variations de température des CLNs), la régression décrit assez fidèlement les variations d'intensité expérimentales. L'état mesuré ici par régression est  $S_{in} = [1 \quad -0.99 \quad 0.11 \quad 0.09]$ .

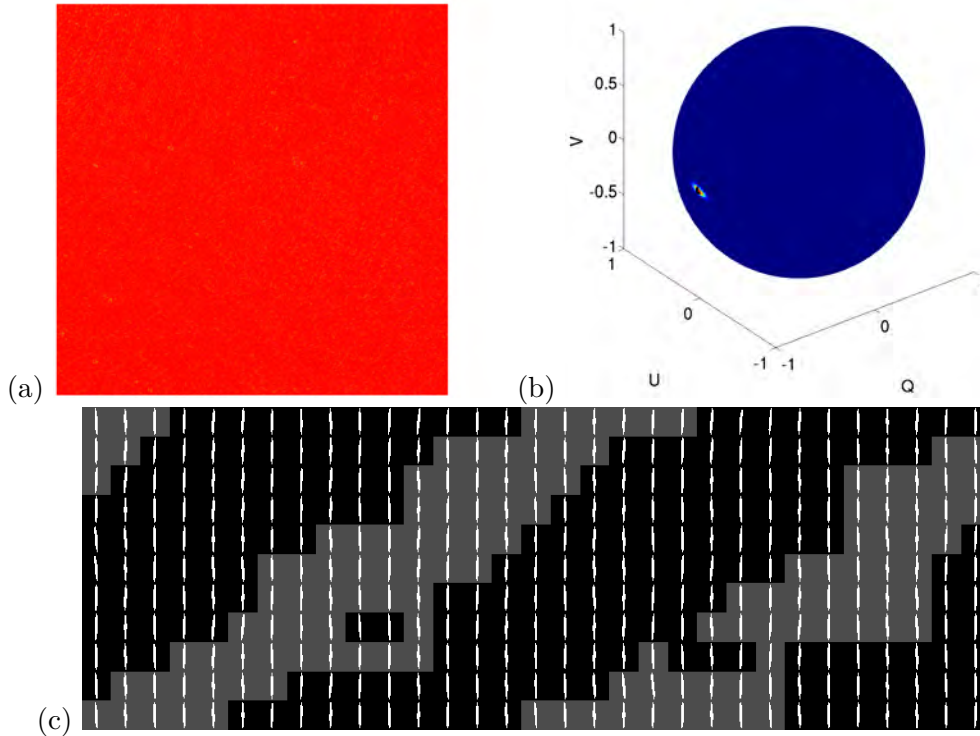
Lors de la calibration, les états de projection qui ne sont pas atteints en dessous du seuil d'erreur ( $\Delta|S|^2 < 5\%$ ) sont automatiquement supprimés de la séquence d'acquisition SOPAFP, et ne sont pas non plus pris en compte lors de la régression. Ici, 275 états de projection sur les 300 de départ sont utilisés. Les 25 états restants n'ont pas été atteints lors de la calibration, soit dû à une erreur logicielle, soit à une imprécision de l'orientation relative des axes des cristaux, ce qui entraîne des "zones aveugles", où les états ne peuvent être atteints.



**Figure 2.11** - Mesure expérimentale des variations polarimétriques dans le champ réfléchi par un miroir, illuminé par un laser SLM @ 532 nm. (a) Intensité  $I$ , en comptes numériques. (b) Intensité totalement dépolarisée et bruits expérimentaux  $C^2$ . (c) Intensité  $I_x$ , polarisée selon la direction  $+45^\circ$ . (d) Intensité  $I_y$ , polarisée selon la direction  $-45^\circ$ . (e) Phase relative  $\phi$ . (f) Degré de polarisation.

Les différents paramètres polarimétriques obtenus par régression sont affichés en Fig.2.11, dans une image de  $300 \times 300$  pixels. Toutes les intensités sont affichées en comptes numériques (données brutes en sortie de camera), le CCD utilisé code l'intensité sur 16 bits en entiers non signés, on a donc  $I \in [0; 65535]$ . Le repère d'ondes planes décrit en Eq. 2.2 est utilisé pour calculer les paramètres des ondes planes en fonction des composantes du vecteur de Stokes. Le fait d'utiliser ce repère, avec  $x$  et  $y$  correspondant aux directions  $+45^\circ$  et  $-45^\circ$  pour décrire la réflexion d'un champ polarisé en moyenne selon la verticale, produit un niveau équivalent d'intensité sur les deux axes ( $I_x = I_y$ ), et un déphasage relatif  $\phi$  centré sur  $\pi$ .

La valeur  $C^2$  a la dimension d'une intensité, elle ne peut théoriquement pas être négative. Cependant, les bruits expérimentaux contribuent également à une modification du DOP mesuré dans le sens croissant, menant éventuellement à une valeur supérieure à 1. Ainsi, pour prendre en compte tous les effets des bruits expérimentaux,  $C^2$  n'est pas limité aux valeurs positives, donc  $C$  est une grandeur imaginaire.



**Figure 2.12** - Mesure expérimentale des variations polarimétriques dans le champ réfléchi par un miroir, illuminé par un laser SLM @ 532 nm. (a) Carte des états diffusés, en représentation RGB. (b) Densité de probabilité des états représentée sur la sphère de Poincaré. (c) Représentation des ellipses de polarisation dans une sous-image de  $30 \times 10$  pixels, un fond noir (resp. gris) représente une ellipticité droite (resp. gauche).

Des zones de faible intensité dans  $I$ ,  $I_x$ ,  $I_y$  sont observées en Fig.2.11(a,c,d), qui sont dues à des défauts du revêtement métallique du miroir. De plus, plusieurs réseaux de franges linéaires et circulaires peuvent être observés, ils sont produits par des interférences entre les réflexions sur les différentes interfaces, et les poussières sur la surface des optiques. Un réseau de franges très contrastées est présent dans l'intensité dépolarisée  $C^2$  Fig. 2.11(b), et donc dans le DOP Fig. 2.11(f), qui n'est pas distinguable dans l'intensité totale  $I$  Fig. 2.11(a), du à un rapport d'environ 20 en niveau d'intensité. Ainsi, la méthode permet d'extraire de l'information concernant l'intensité dépolarisée, avec une sensibilité d'environ  $1/20$  de l'intensité totale. Une rampe de phase relative  $\phi$  peut être distinguée en Fig. 2.11(e), elle n'est pas liée au tip / tilt du miroir qui impacte de la même façon les deux composantes orthogonales du champ. En revanche, elle peut être liée à de légères variations spatiales de l'angle d'incidence du faisceau d'illumination sur le miroir, qui se traduit par une variation spatiale des coefficients de Fresnel de réflexion (voir Eqs. 1.8 et 1.9). L'impact de la divergence résiduelle du faisceau d'illumination sur la polarimétrie serait donc observé. Nous n'avons pas d'explication quand à la modulation de  $\phi$  en franges linéaires, elles sont peut-être dues à un artefact de régression entre l'intensité dépolarisée et la phase relative.

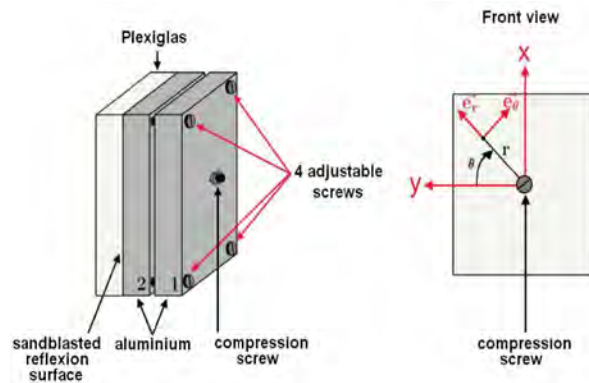
Si on fait l'hypothèse que le miroir ne disperse pas l'état incident, c'est à dire qu'il ne présente pas de variations spatiales de biréfringence ou dichroïsme, alors les écarts types des mesures de DOP et phase relative  $\phi$  correspondent à la dispersion de mesure de notre instrument. Un dépha-

sage relatif moyen de  $\langle \phi \rangle = 3.136$  est mesuré, avec un écart type  $\sigma(\phi) = 0.018$ . Le DOP moyen est  $\langle DOP \rangle = 1.021$ , d'écart type  $\sigma(DOP) = 0.032$ . Ces dispersions sont relativement faibles.

La carte des états de polarisation en représentation RGB est affichée en Fig. 2.12(a). Malgré les variations spatiales des paramètres polarimétriques observables dans la Fig. 2.11, la carte d'états apparaît uniforme et polarisée selon l'état incident, ce qui est le résultat attendu dans le champ réfléchi par un miroir. La densité de probabilité des états dans la sphère de Poincaré est représentée en Fig. 2.12(b), une faible dispersion des états peut être observée autour de l'état d'illumination. La dispersion est légèrement plus importante dans la direction des parallèles de la sphère (variations d'azimut) que dans la direction des méridiens (variations d'ellipticité). Les ellipses de polarisation dans une sous image de  $30 \times 10$  pixels sont représentées en 2.12(c), un fond noir (resp. gris) représente une ellipticité droite (resp. gauche). Par comparaison avec les variations spatiales de  $\phi$  en Fig. 2.11(e), il peut être remarqué que la modulation de  $\phi$  en franges linéaires entraîne les variations d'ellipticité. En revanche, la rampe de phase relative modifie l'azimut moyen des états.

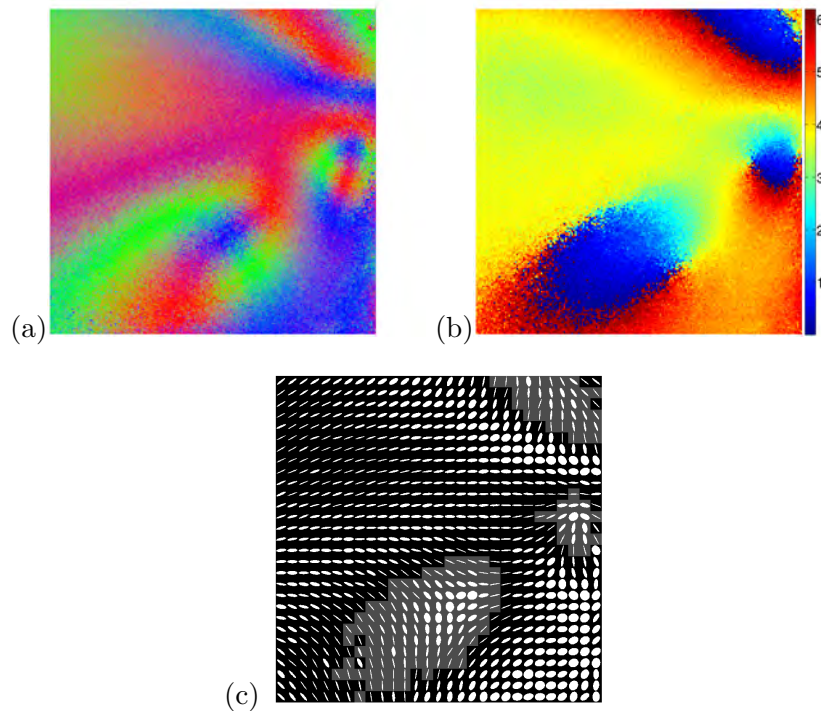
### 2.4.3 Polarimétrie de plexiglas contraint

Le plexiglas est un matériau souple et transparent dans le domaine visible. Le fait de lui appliquer une contrainte modifie localement son indice de réfraction, de façon anisotrope : il y a apparition de biréfringence. Le plexiglas est contraint par le serrage d'une vis traversante encadrée par 4 points d'appui, sur une lame d'aluminium rugueux, comme schématisé en Fig. 2.13 [24], il peut être remarqué que l'onde incidente traverse donc deux fois la lame de plexiglas. Le vecteur de Stokes incident est équilibré en intensité :  $S_{in} \simeq [1 \quad -1/\sqrt{3} \quad -1/\sqrt{3} \quad 1/\sqrt{3}]$ . Le repère de décomposition des vecteurs de Stokes en ondes planes est inchangé (Eq. 2.2), les directions  $x$  et  $y$  correspondent donc respectivement aux directions  $+45^\circ$  et  $-45^\circ$ , avec  $z$  la direction de propagation de l'onde.



**Figure 2.13** - Schéma du montage utilisé pour contraindre l'échantillon de plexiglas. Le champ incident est réfléchi par une lame d'aluminium rugueux, placée à l'arrière de la lame de plexiglas. Extrait de [24].

La mesure SOPAFP obtenue dans le champ diffusé par la plaque d'aluminium après traversée de la lame de plexiglas est affichée en Fig. 2.14. La mesure est obtenue suite à 50 projections polarimétriques du champ diffusé. Les déphasages relatifs  $\phi$  entre les deux directions  $+45^\circ/-45^\circ$  produits par les contraintes mécaniques peuvent être observés sur la figure 2.14(b). La carte d'états diffusée est affichée en code RGB (Fig. 2.14(a)), ainsi que les ellipses de polarisation détectées par un pixel sur sept, afin d'améliorer la lisibilité de la figure (Fig. 2.14(c)). Le code de couleur RGB ne rend pas compte du signe des composantes du vecteur de Stokes : par exemple, deux états vertical et horizontal ont le même code couleur : rouge. Ainsi, dans la représentation RGB, les variations spatiales d'états apparaissent deux fois plus élevées que les variations spatiales dans la représentation en ellipses de polarisation.



**Figure 2.14** - Mesure SOPAFP des états de polarisation diffusés par une lame d'aluminium rugueux, après passage dans une lame de plexiglas sous contraintes mécaniques. (a) Carte d'états de polarisation en code RGB. (b) Phase relative  $\phi$  mesurée, correspondant à la biréfringence de la lame de plexiglas. (c) Ellipses de polarisation mesurées par 1 pixel sur 7, la couleur de l'arrière plan est représentatif du signe de l'ellipticité : un fond noir (resp. gris) représente une ellipticité gauche (resp. droite).

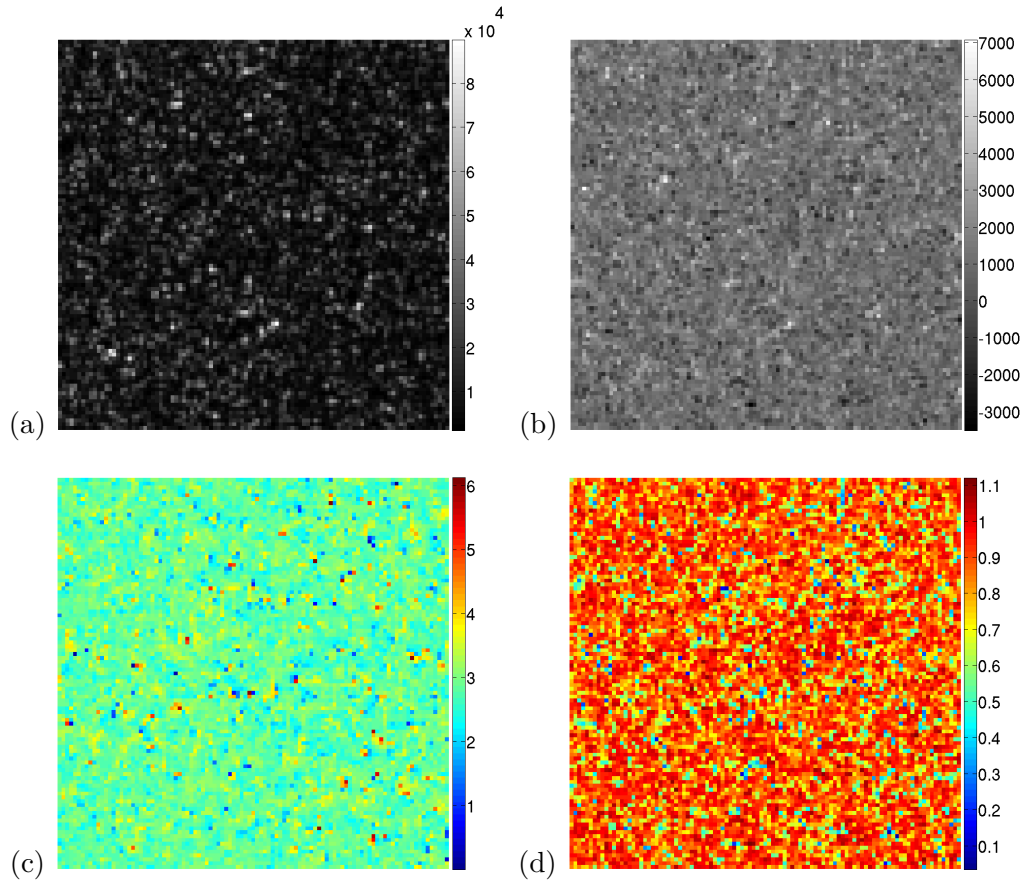
En certains points, il peut être observé que les ellipses sont arrangées spatialement selon des figures géométriques connues, appelées singularités de polarisation. On détaillera plus loin l'étude de ces structures particulières. Le signal polarimétrique est modulé par un signal de haute fréquence spatiale, apparaissant comme un bruit dans les Figs.2.14(a, b). Ce signal est dû à la diffusion du faisceau incident sur l'aluminium rugueux placé à l'arrière de la lame de plexiglas. On mesure ci-après le signal polarimétrique dans le champ diffusé par un aluminium rugueux seul.

#### 2.4.4 Polarimétrie du champ diffusé par un aluminium brossé

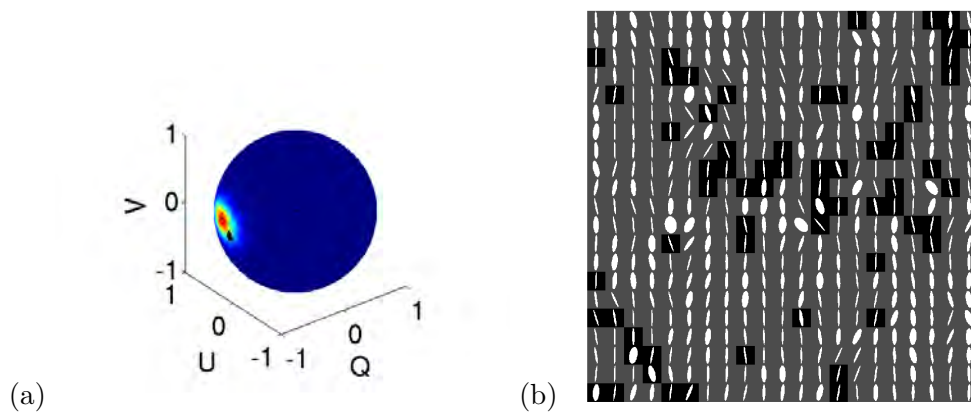
L'analyse polarimétrique du champ diffusé par un aluminium rugueux est réalisée, l'illumination se fait par un laser SLM @ 532 nm, polarisé verticalement. La mesure est obtenue après 50 projections polarimétriques. Le diamètre de pupille de l'imageur est relativement grande par rapport à la longueur d'onde ( $\simeq 2cm$ ).

L'intensité  $I$  est affichée en Fig. 2.15 (a), il peut être remarqué que l'intensité n'est pas uniforme, la rugosité de l'aluminium produit une figure de speckle dont la taille de grain est du même ordre que le pixel. Les bruits expérimentaux et l'intensité dépolarisée  $C^2$  sont également représentés en Fig. 2.15 (b), et le DOP correspondant en Fig. 2.15 (d). Finalement, la phase est affichée en Fig. 2.15 (c).

La densité de probabilité des états dans la sphère de Poincaré, ainsi que les ellipses de polarisation dans une sous image de  $20 \times 20$  pixels sont affichées respectivement en Fig. 2.16(a, b). La répartition statistique des états de polarisation est légèrement décentrée par rapport à l'état d'illumination (vertical), cela est dû à l'angle de visée que fait la détection par rapport à la normale à l'aluminium, qui entraîne un décalage uniforme de la phase, sa valeur moyenne n'est pas exactement égale à  $\pi$ . Ce décalage peut être compensé par une rotation du repère de projection en ondes planes (Eq. 2.2), afin que les ondes planes soient exactement à  $\pm 45^\circ$  de l'état moyen. Dans



**Figure 2.15** - Mesure expérimentale des variations polarimétriques dans un champ diffusé par de l'aluminium brossé illuminé par un laser SLM @ 532 nm. (a) Intensité  $I$  du champ de speckle, en comptes numériques. (b) Intensité totalement dépolarisée et bruits expérimentaux  $C^2$ . (c) Phase relative  $\phi$ . (d) Degré de polarisation.



**Figure 2.16** - Mesure expérimentale des variations polarimétriques dans un champ diffusé par de l'aluminium brossé illuminé par un laser SLM @ 532 nm. (a) Représentation de la densité de probabilité des états diffusés dans la sphère de Poincaré. (b) Représentation des ellipses de polarisation dans une sous-image de  $20 \times 20$  pixels.

ce cas, la dispersion des états est uniquement dirigée par la dispersion de la phase relative. Ainsi, les ondes planes ne sont plus dans la direction  $\pm 45^\circ$  dans le référentiel du laboratoire, mais à  $\pm 45^\circ$  par rapport à l'état moyen diffusé.

Avec cette configuration expérimentale, il peut être remarqué que les variations spatiales des paramètres polarimétriques ne sont pas correctement échantillonnées, par exemple la phase relative  $\phi$  (Fig. 2.15 (c)), ou le DOP (Fig. 2.15 (d)) : les variations des paramètres ne peuvent pas être considérées continues d'un pixel à l'autre. En conséquence, les états de polarisation ne sont pas correctement échantillonnés : de fortes discontinuités peuvent être observées entre l'état d'un pixel et ses proches voisins sur la Fig. 2.16(b). En effet, le champ est intégré sur la surface des pixels, la mesure obtenue correspond à l'état moyen du champ intégré. Ce processus est appelé dépolarisation spatiale [12][10][11].

Afin d'améliorer l'échantillonnage du champ diffusé au niveau polarimétrique, la taille de PSF de l'imageur est volontairement augmentée par rapport à la taille du pixel. Ainsi, la fréquence de coupure de l'imageur est diminuée, mais sa résolution en états de polarisation est augmentée.

## 2.5 Polarimétrie de speckles : comparaison de diffuseurs de surface / volume

Le diamètre de pupille de l'imageur est diminué, afin d'augmenter sa largeur de PSF, et ainsi résoudre la figure de diffraction intégrée sur le capteur CCD. Ainsi, la diversité du nombre d'états de polarisation intégrés par chaque pixel est diminuée, et un champ de speckle est observé. On compare la mesure SOPAFP avec la méthode classique basée sur la projection du champ incident sur 6 états de projection, afin de valider et démontrer l'apport de la méthode SOPAFP pour la mesure en champs interférentiels. Ensuite, la mesure SOPAFP obtenue dans le champ diffusé par un diffuseur de surface (aluminium rugueux) est comparée avec la mesure obtenue dans le champ diffusé par un diffuseur de volume (papier blanc).

### 2.5.1 Comparaison de la mesure SOPAFP avec la mesure classique

La polarimétrie d'un champ de speckle est réalisée. Le champ est produit par diffusion d'une diode laser @ 532 nm sur un aluminium rugueux. Tout d'abord, la méthode classique de polarimétrie est utilisée, basée sur l'acquisition de 6 images d'intensité suite à 6 projections polarimétriques (vertical, horizontal,  $\pm 45^\circ$ , circulaire gauche et droit), les états sont calibrés avec la procédure automatique décrite plus haut. Ensuite, la méthode SOPAFP est utilisée, avec 300 états de projection. L'état d'illumination est circulaire gauche, le faisceau incident est collimaté (front d'onde incident quasi plan) avec un diamètre d'environ 2 cm, et est en incidence normale sur l'échantillon. Le diaphragme de l'objectif est réduit au maximum ( $D < 1\text{mm}$ ), la pupille d'entrée de l'objectif est à environ 20 cm de l'échantillon. La ligne de visée fait un angle d'environ  $45^\circ$  avec la normale à l'échantillon. Les deux méthodes sont appliquées successivement, dans la même partie du champ.

Dans la Fig. 2.17 (a-b), l'intensité totale du speckle incident sur le détecteur peut être observée, dans le cas des deux méthodes. Notamment, l'intensité  $I$  mesurée après régression SOPAFP (b) est quasi équivalente en terme de niveau moyen et de variations spatiales à l'intensité mesurée classiquement (a) par la somme des projections selon l'horizontale et la verticale  $I = I_H + I_V$ .

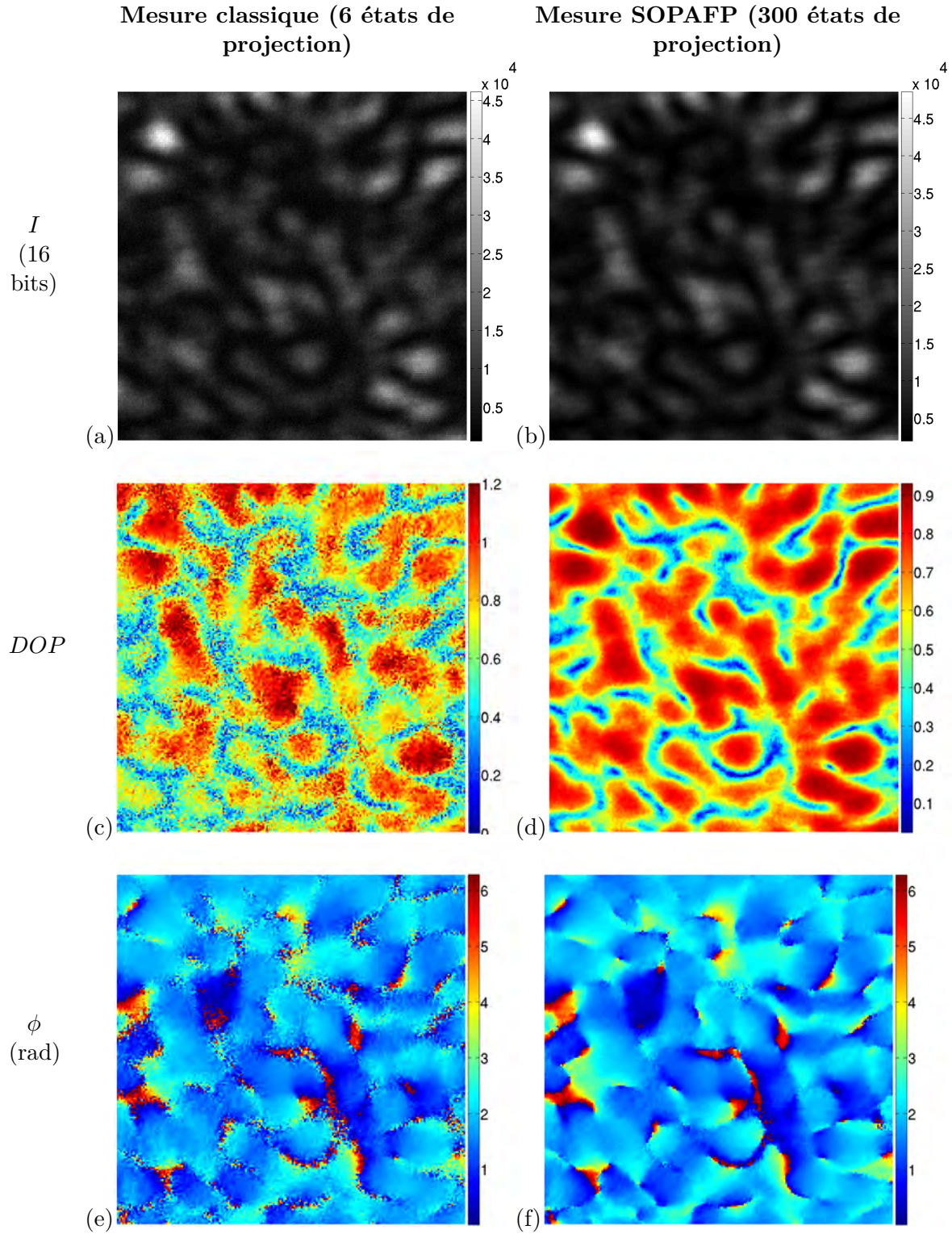
Le DOP est affiché en Fig.2.17 (c-d), la mesure apparaît clairement moins bruitée en utilisant la méthode SOPAFP (d) plutôt que la mesure classique (c). Le DOP est toujours élevé sur les zones d'interférences constructives, et faible sur les zones d'interférences destructives. Une partie de ce phénomène peut être expliqué par le fait que le signal diminue aux endroits de faible intensité, donc le SNR diminue, et la partie due aux bruits expérimentaux de  $C^2$  augmente. Il sera aussi remarqué

plus loin que les variations spatiales des états polarimétriques sont très rapides aux niveaux des zones d'interférences destructives (au niveau des singularités), ce qui provoque de la dépolarisation spatiale par intégration de plusieurs états sur un même pixel.

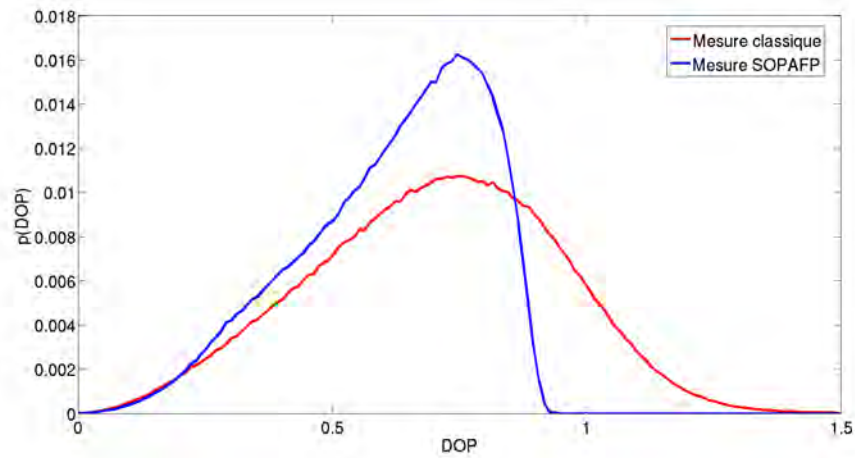
Finalement, la phase relative  $\phi$  mesurée par les deux méthodes est affichée en Fig.2.17 (e-f). De la même façon, il peut être observé des variations spatiales équivalentes avec les deux méthodes, et une diminution du bruit dans les zones d'interférence destructives dans le cas de la méthode SOPAFP (Fig.2.17(f)).

La densité de probabilité du DOP mesuré par les deux méthodes est affichée en Fig.2.18. La méthode classique donne une mesure du DOP très étalée, dépassant largement l'unité. On rappelle qu'un DOP supérieur à 1 indique une intensité polarisée plus importante que l'intensité totale, ce qui est dû aux bruits expérimentaux affectant la mesure des niveaux d'intensité. Ici, la méthode SOPAFP donne des DOP strictement inférieurs à 1, cependant ce n'est pas le signe d'une absence de bruits expérimentaux. En effet, cette comparaison a été effectuée en utilisant une diode laser comme source. Cependant, cette diode a une certaine largeur spectrale, qui provoque une dépolarisation spectrale : somme incohérente sur un même pixel de plusieurs ondes de longueurs d'ondes (et éventuellement de SOP) différentes. Ainsi, le DOP moyen est ici diminué par dépolarisation spectrale. On verra plus loin en utilisant un laser mono-mode longitudinal, donc en supprimant la dépolarisation spectrale, que la mesure SOPAFP est également affectée par les bruits expérimentaux, à un niveau cependant bien plus faible que la mesure classique.

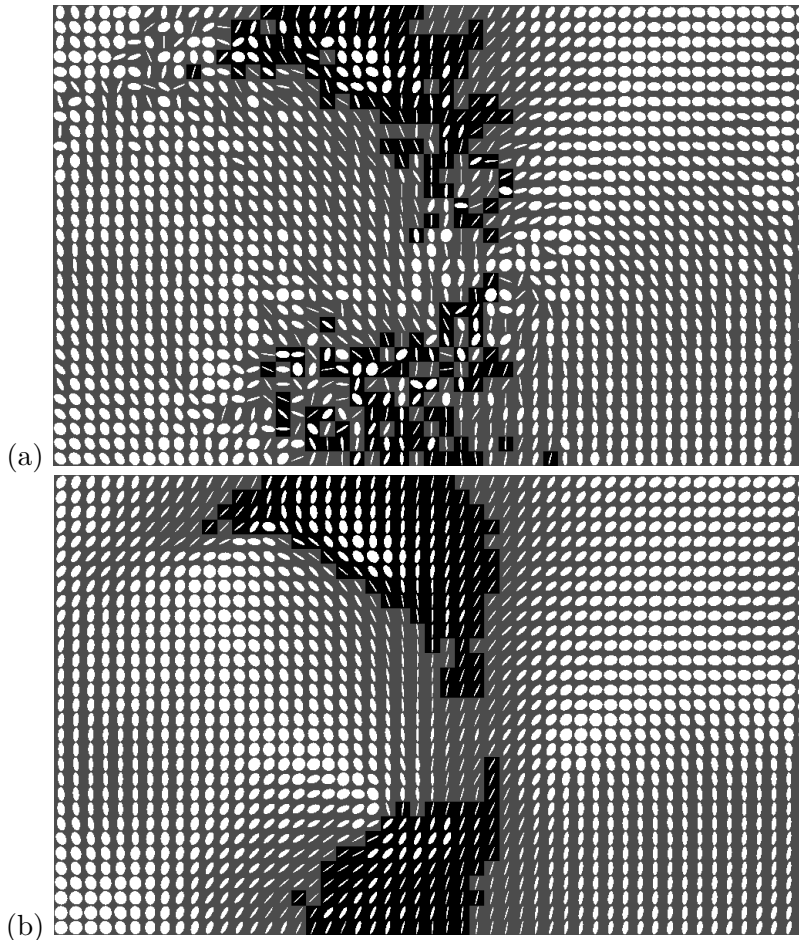
Il peut être observé sur la Fig.2.19 l'intérêt de la méthode SOPAFP pour la mesure polarimétrique de précision dans les zones d'interférences destructives en champ de speckle. Notamment, on remarque que la méthode SOPAFP permet de faire apparaître des arrangements géométriques bien particuliers en ellipses de polarisation aux niveaux des zéros d'intensité. On s'intéresse maintenant à la différence de comportement polarimétrique, dans le cas de champs de speckle produits par diffusions de surface et de volume.



**Figure 2.17** - Mesure expérimentale des variations polarimétriques dans un champ diffusé par de l'aluminium brossé illuminé par une diode laser @ 532 nm, polarisée en circulaire gauche. Première colonne : mesure classique, seconde colonne : mesure SOPAFP. (a-b) Intensité  $I$  du champ de speckle, en comptes numériques. (c-d) Degré de polarisation. (e-f) Phase relative  $\phi$ .



**Figure 2.18** - Représentation de la densité de probabilité du DOP mesuré dans un champ de speckle diffusé par un aluminium brossé, illuminé par une diode laser @ 532 nm,  $\sim 0.2$  nm de largeur spectrale. Méthode classique (rouge), méthode SOPAFP (bleu).

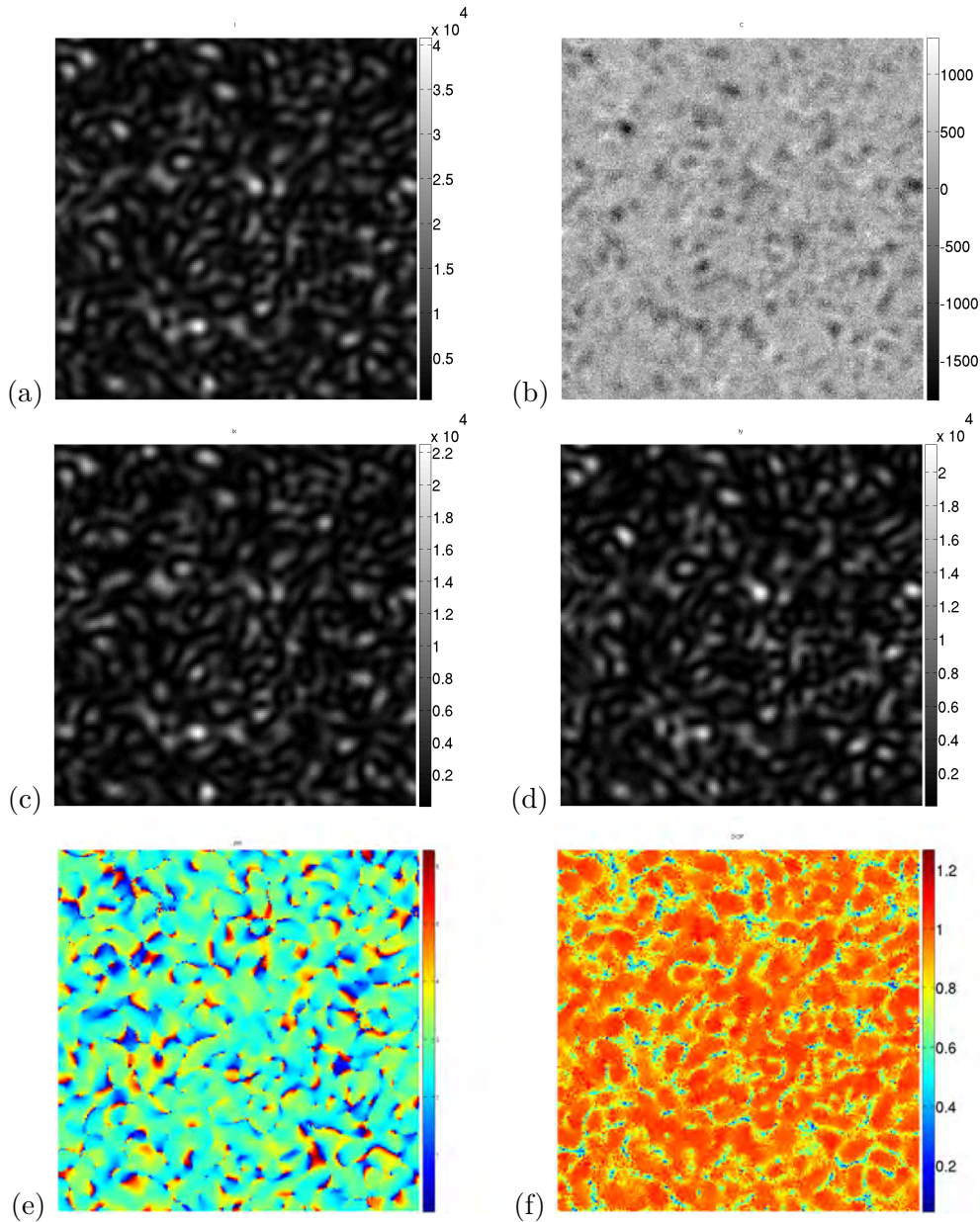


**Figure 2.19** - Représentation des ellipses de polarisation dans une zone de  $50 \times 30$  pixels du champ diffusé par un aluminium rugueux, mesurées par la méthode classique (a) et SOPAFP (b). Arrière plan noir : ellipticité négative, arrière plan gris : ellipticité positive. On remarque que la méthode SOPAFP révèle des structures bien déterminées dans les zones d'interférence destructives : zones bruitées en (a).

### 2.5.2 Diffusion surfacique : aluminium brossé

La même mesure est réalisée, en utilisant un laser monomode longitudinal (SLM) @ 532 nm comme source. L'état incident est polarisé verticalement par un prisme de Glan. Le champ diffusé

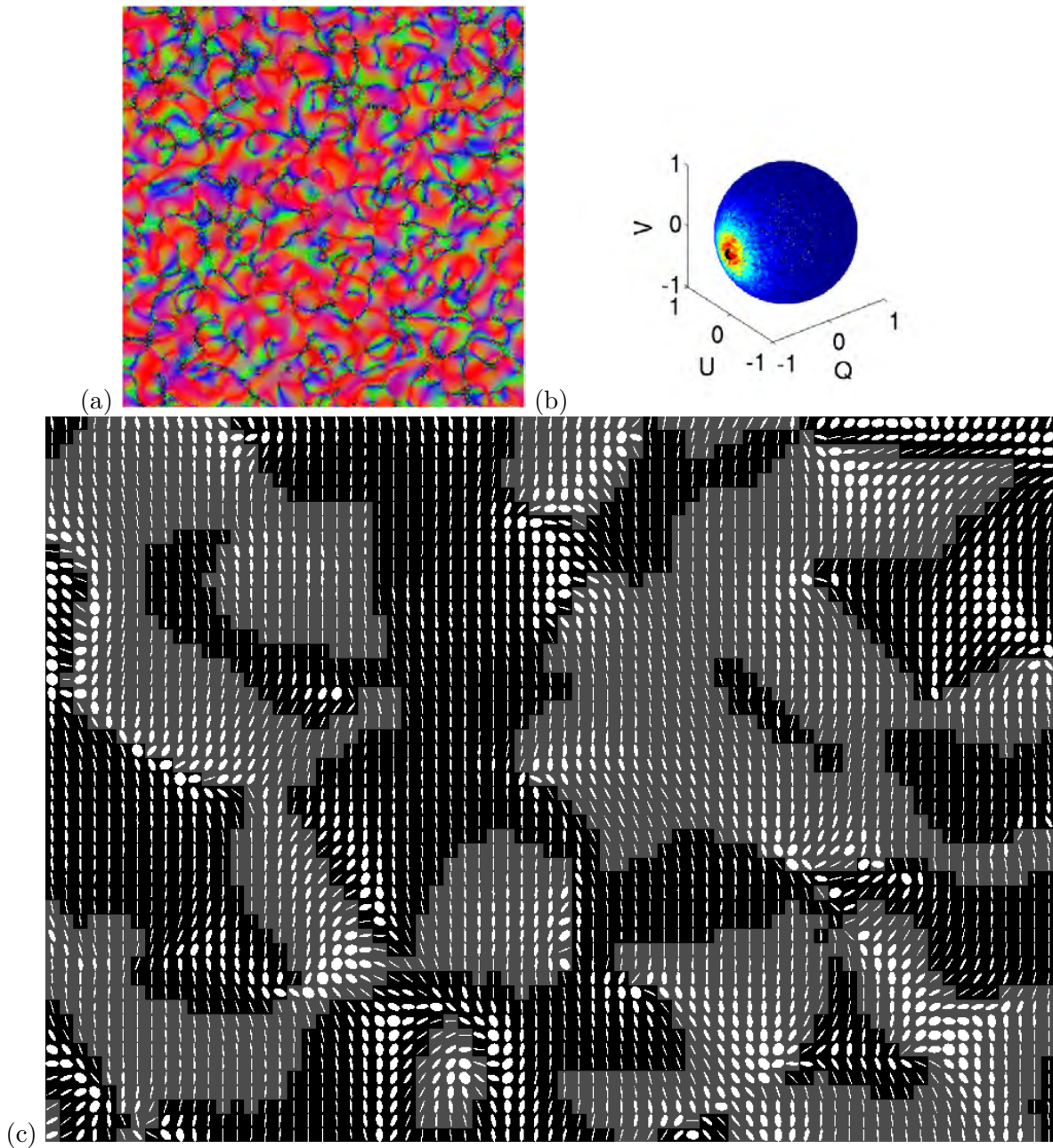
par l'aluminium rugueux est projeté sur 300 états distincts. On utilise le repère de décomposition en ondes planes décrit par l'Eq. 2.2.



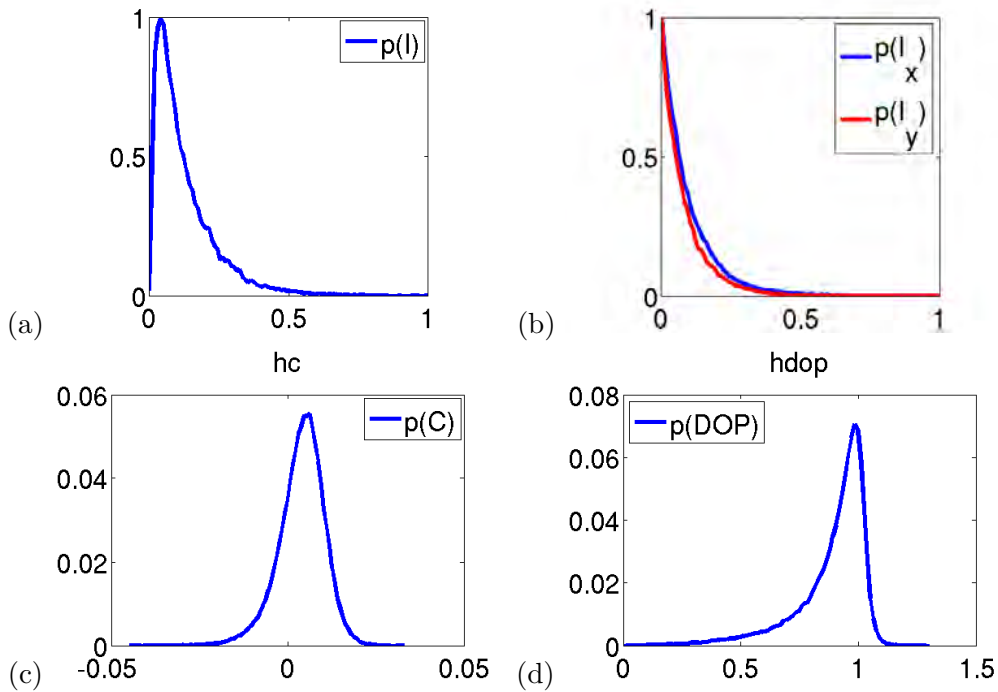
**Figure 2.20** - Mesure expérimentale des variations polarimétriques dans un champ diffusé par de l'aluminium brossé illuminé par un laser SLM @ 532 nm. (a) Intensité  $I$  du champ de speckle, en comptes numériques. (b) Intensité totalement dépolarisée et bruits expérimentaux  $C$ . (c) Intensité  $I_x$ , polarisée selon la direction  $+45^\circ$ . (d) Intensité  $I_y$ , polarisée selon la direction  $-45^\circ$ . (e) Phase relative  $\phi$ . (f) Degré de polarisation.

Les deux intensités  $I_x$  et  $I_y$  sont de même intensité moyenne et spatialement corrélées : leurs variations spatiales d'intensité sont similaires. Cette corrélation explique le contraste relativement élevé de la figure de speckle observée dans l'intensité  $I$ , obtenue par somme incohérente des champs selon  $x$ ,  $y$  et l'intensité  $C^2$ .

Le DOP reste relativement élevé et quasi uniforme sur toute la surface d'intensité élevée du speckle. En revanche, il diminue fortement aux endroits d'intensité faible, où l'intensité polarisée ( $I_x + I_y$ ) diminue fortement alors que l'intensité dépolarisée ( $C$ ) reste quasi constante. Environ 30% des valeurs du DOP sont supérieures à 1, mais seulement 4% dépassent une valeur de 1.05.



**Figure 2.21** - Mesure expérimentale des variations polarimétriques dans un champ diffracté par de l'aluminium brossé illuminé par un laser SLM @ 532 nm. (a) Représentation des états de polarisation en code RGB. (b) Densité de probabilité des états dans la sphère de Poincaré. (c) Représentation des ellipses de polarisation dans une sous-image de  $70 \times 50$  pixels.



**Figure 2.22** - Mesure expérimentale des variations polarimétriques dans un champ diffracté par de l'aluminium brossé illuminé par un laser SLM @ 532 nm. (a) Densité de probabilité de l'intensité  $I$ , représentée en Fig. 2.20 (a). (b) Densité de probabilité des intensités  $I_x$  et  $I_y$ , affichées respectivement en Fig. 2.20 (c-d). (c) Densité de probabilité de l'intensité  $C^2$ , normalisée par la valeur moyenne de l'intensité  $I$ . (d) Densité de probabilité du DOP.

Le diffuseur de surface peut être reconnu à la carte de polarisation qu'il diffuse : l'état incident (vertical) est globalement maintenu (en rouge sur la représentation RGB). Les variations de polarisation sont lentes sur la surface des grains de speckle, et très rapides dans les zones d'intensité faible.

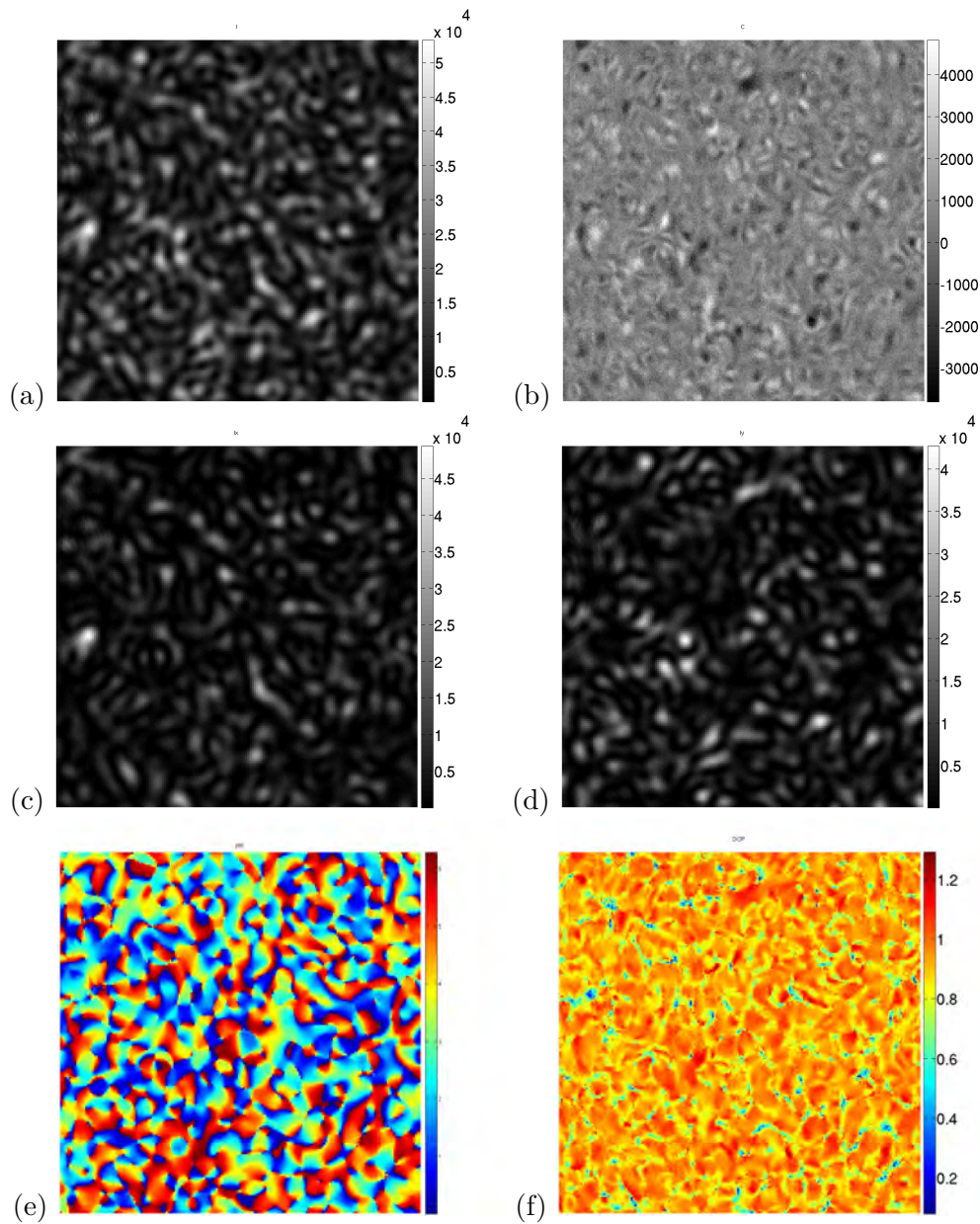
Un speckle est dit complètement développé quand les déphasages le produisant sont uniformément répartis dans l'intervalle  $[0; 2\pi]$  [25]. Il se caractérise par une PDF d'intensité suivant une exponentielle décroissante. Les PDFs des intensités  $I_x$  et  $I_y$  correspondent à celles de deux speckles complètement développés : une exponentielle décroissante. La densité de probabilité de l'intensité totale  $I$  correspond à celle d'une somme de deux speckles complètement développés : une somme d'exponentielles décroissantes. La PDF de  $C$  semble correspondre à une loi log normale, avec une moyenne supérieure à 0 : un niveau continu d'intensité dépolarisée est observé. La PDF du DOP semble également correspondre à une loi log normale.

En étudiant la répartition des ellipses de polarisation, des singularités de polarisation peuvent être observées au niveau des zéros d'intensité du speckle, appelés disclinations ou vortex optiques [16]. L'étude de ces singularités est détaillé plus bas.

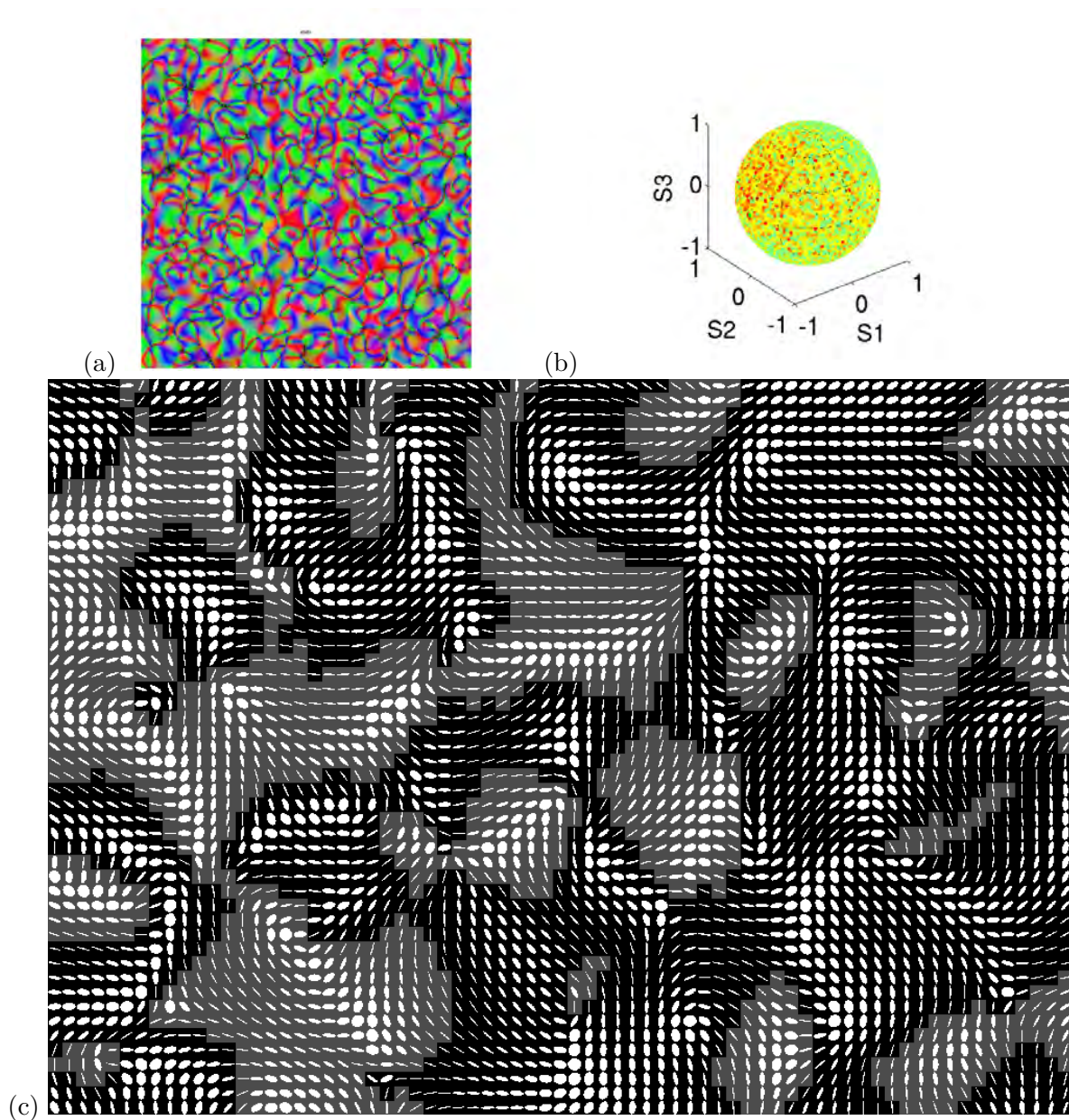
### 2.5.3 Diffusion volumique : papier

La même mesure est réalisée, dans le champ diffusé par une feuille de papier blanc. Ainsi, le champ diffusé est majoritairement produit par diffusions multiples.

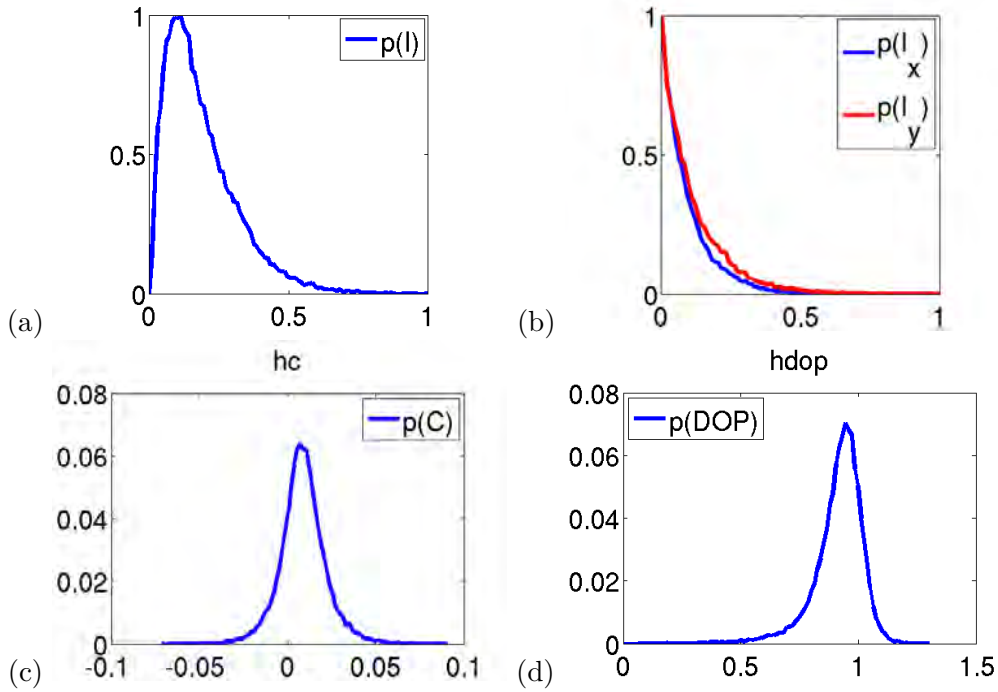
Les deux intensités  $I_x$  et  $I_y$  sont complètement décorréélées spatialement : leurs variations spatiales d'intensité sont indépendantes. Ceci explique le contraste faible de la figure de speckle observée dans l'intensité  $I$ , obtenue par somme incohérente des champs selon  $x$ ,  $y$  et de l'intensité  $C^2$  : les zones d'intensité forte du premier speckle  $I_x$  se somment avec les zones d'intensité faible du second ( $I_y$ ), et vice versa.



**Figure 2.23** - Mesure expérimentale des variations polarimétriques dans un champ diffracté par une feuille de papier illuminée par un laser SLM @ 532 nm. (a) Intensité  $I$  du champ de speckle, en comptes numériques. (b) Intensité totalement dépolarisée et bruits expérimentaux  $C$ . (c) Intensité  $I_x$ , polarisée selon la direction  $+45^\circ$ . (d) Intensité  $I_y$ , polarisée selon la direction  $-45^\circ$ . (e) Phase relative  $\phi$ . (f) Degré de polarisation.



**Figure 2.24** - Mesure expérimentale des variations polarimétriques dans un champ diffracté par une feuille de papier illuminée par un laser SLM @ 532 nm. (a) Représentation des états de polarisation en code RGB. (b) Densité de probabilité des états dans la sphère de Poincaré. (c) Représentation des ellipses de polarisation dans une sous-image de  $70 \times 50$  pixels.



**Figure 2.25** - Mesure expérimentale des variations polarimétriques dans un champ diffracté par une feuille de papier illuminée par un laser SLM @ 532 nm. (a) Densité de probabilité de l'intensité  $I$ , représentée en Fig. 2.23 (a). (b) Densité de probabilité des intensités  $I_x$  et  $I_y$ , affichées respectivement en Fig. 2.23 (c-d). (c) Densité de probabilité de l'intensité  $C^2$ , normalisée par la valeur moyenne de l'intensité  $I$ . (d) Densité de probabilité du DOP.

L'intensité dépolarisée et les bruits expérimentaux  $C^2$ , Fig. 2.23(d), apparaissent plus structurés spatialement. Le DOP reste relativement élevé sur toute la surface d'intensité forte du speckle. Il est légèrement moins uniforme que dans le cas d'une diffusion de surface. Environ 20% des valeurs du DOP sont supérieures à 1, seulement 5% dépassent une valeur de 1.05.

La PDF de l'intensité totale  $I$  correspond à celle d'une somme de deux speckles complètement développés : une somme d'exponentielles décroissantes [25]. Les PDFs des intensités  $I_x$  et  $I_y$  correspondent à celles de deux speckles complètement développés : une exponentielle décroissante (Fig. 2.25(b)). Étant donné que les deux speckles sont spatialement décorrélés, leur somme correspond à une somme de deux speckles complètement développés et indépendants (Fig. 2.25(a)).

Aucun état polarimétrique privilégié ne peut être observé, ils semblent se répartir de façon homogène dans toute la sphère de Poincaré (Fig. 2.24(b)). Les singularités de polarisation visibles dans la représentation des ellipses de polarisation, Fig. 2.24(c), semblent moins contraintes spatialement que dans le cas d'une diffusion de surface où un état de polarisation est privilégié. Ainsi, on se placera dans le cas d'un régime de diffusion multiple afin d'étudier les singularités de polarisation.

Le comportement statistique en DOP et en répartition des états en fonction du régime de diffusion est équivalent aux résultats présentés dans [26], également obtenus par projections multiples du champ incident. Une remarque peut être faite : quel que soit le régime de diffusion,  $I_x$  et  $I_y$  correspondent toujours à deux speckles indépendants. En effet, leur PDF est une exponentielle décroissante (Figs. 2.22(b) et 2.25(b)). En revanche, la corrélation spatiale de  $I_x$  et  $I_y$  varie avec le régime de diffusion.

## 2.6 Détection expérimentale de singularités de polarisation

On s'intéresse maintenant aux singularités de polarisation, qui sont la manifestation vectorielle des singularités de phase, ou vortex optiques [16], se formant aux lieux d'interférences destructives dans un champ de speckle. Cette caractérisation est délicate, car l'intensité et le rapport signal à bruit diminuent drastiquement : expérimentalement, il est observé un rapport 10 à 100 entre l'intensité maximale et l'intensité minimale dans un même champ de speckle. Cette mesure est possible avec la méthode SOPAFP, qui conserve une sensibilité élevée en état de polarisation, même en cas d'interférences destructives.

Classiquement, les singularités de polarisation sont regroupées en fonction de leur morphologie en trois "familles" : star, lemon, monstar [17][18][19][20][21][22].

Comme son nom l'indique, la singularité de type star se manifeste par des lignes d'azimut constant en forme d'étoile à trois branches, ayant comme origine le centre de la singularité. L'azimut au centre de la singularité est non défini, l'état de polarisation central est circulaire.

La singularité de type lemon se manifeste par des lignes d'azimut lentement variables enroulées autour d'une ligne d'azimut constant. A l'intersection, l'azimut n'est pas défini, l'état de polarisation est circulaire.

La singularité de type monstar est définie comme une singularité intermédiaire entre la star et la lemon.

Des détections expérimentales de singularités de polarisation sont présentées ci-dessous, dans un champ de speckle produit par diffusions multiples sur un spectralon de réflectance 99%. Les conditions expérimentales sont les mêmes que précédemment : laser monomode longitudinal @ 532 nm, illumination collimatée de diamètre  $\simeq 2$  cm, perpendiculaire à l'échantillon, polarisée verticalement. La détection fait un angle de  $45^\circ$  par rapport à l'illumination, la pupille d'entrée de l'objectif est réduite par un diaphragme.

### 2.6.1 Singularités "star" et "lemon"

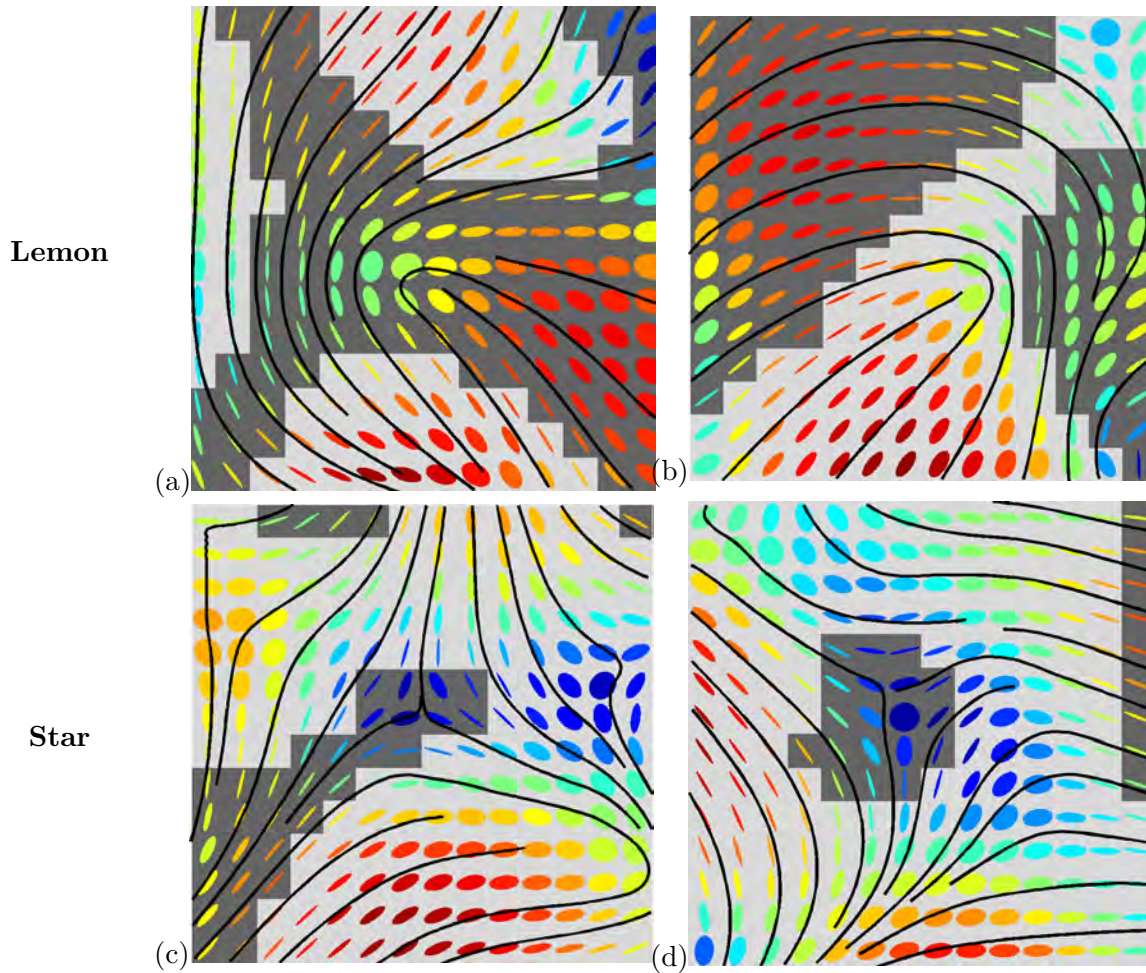
Quelques exemples de singularités sont affichés dans la Fig. 2.26, de type star (c-d) et lemon (a-b). Les lignes noires représentent les directions d'états lentement variables. Dans un objectif de simplification, elles sont calculées en ne prenant en compte que les variations de l'azimut des ellipses de polarisation, et pas d'ellipticité. Ces lignes sont seulement un guide pour le lecteur afin de repérer plus facilement les singularités : les lieux de discontinuité des états de polarisation, où il y a intersection de lignes d'états lentement variables. La couleur des ellipses est représentative de l'intensité en échelle log, un arrière plan sombre indique une ellipticité droite.

Les singularités de type star et lemon sont dites d'ordre  $1/2$  : chaque état de polarisation ne se répète qu'une fois sur un circuit fermé autour de la singularité [17]. Ces deux types de singularités (star et lemon) sont "ponctuelles" : la discontinuité des états de polarisation est localisée en un point défini, qui peut être approximativement repéré à l'intersection des lignes d'états lentement variables (en noir sur la Fig. 2.26). Elles sont ici légèrement déformées par la présence d'autres singularités à proximité.

On n'a pas présenté de singularités de type "monstar", en revanche d'autres morphologies de singularités de polarisation ont été détectées dans le même champ de speckle, présentées ci-après.

### 2.6.2 Autres singularités

Dans un même champ de speckle, il peut être observé une grande variété de singularités de polarisation (voir Fig. 2.24(c)). Quelques cas particuliers sont affichés dans la Fig. 2.27, qui ne ressemblent ni à la morphologie "star" ou "lemon", mais qui apparaissent aussi fréquemment que ces



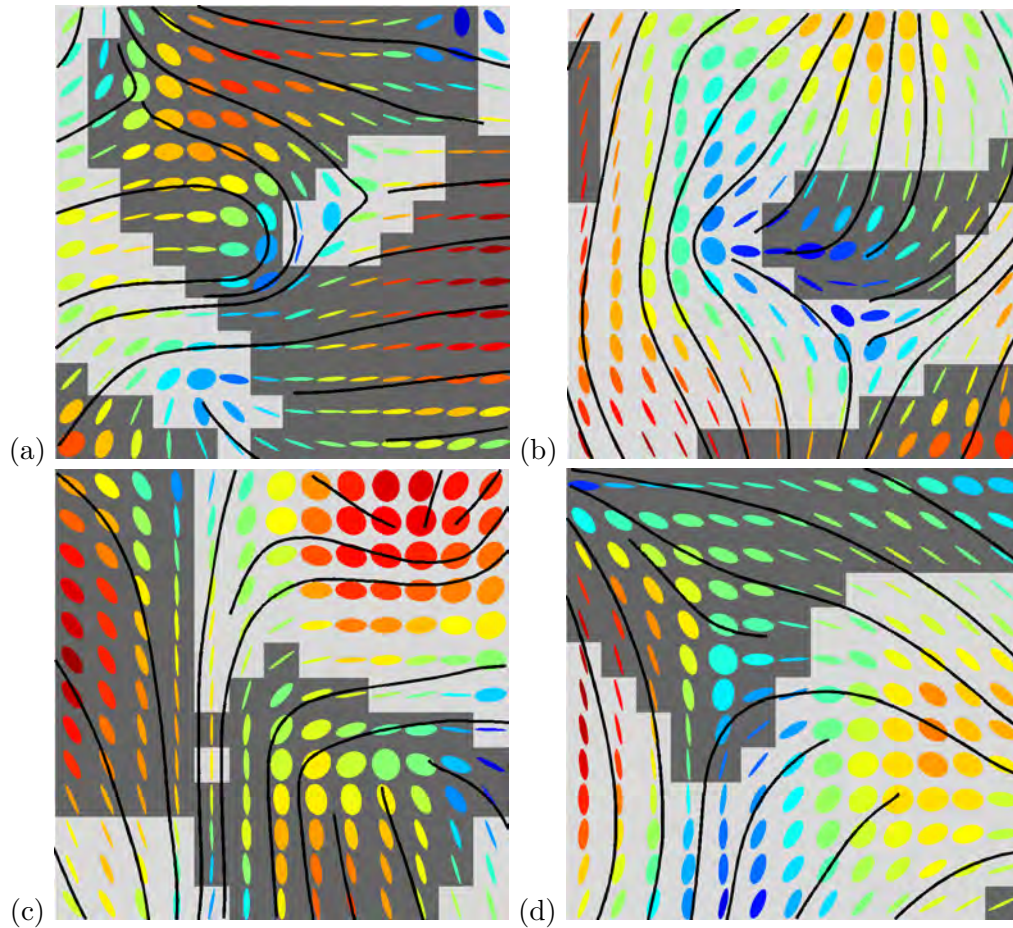
**Figure 2.26** - Exemples de singularités, la couleur des ellipses est représentative de l'intensité en échelle log, un arrière plan sombre indique une ellipticité droite, les lignes de variation lente d'azimut sont représentées, les singularités se trouvent à l'intersection de ces lignes. (a-b) Singularités de type "lemon". (c-d) Singularités de type "star".

dernières en champs de speckle.

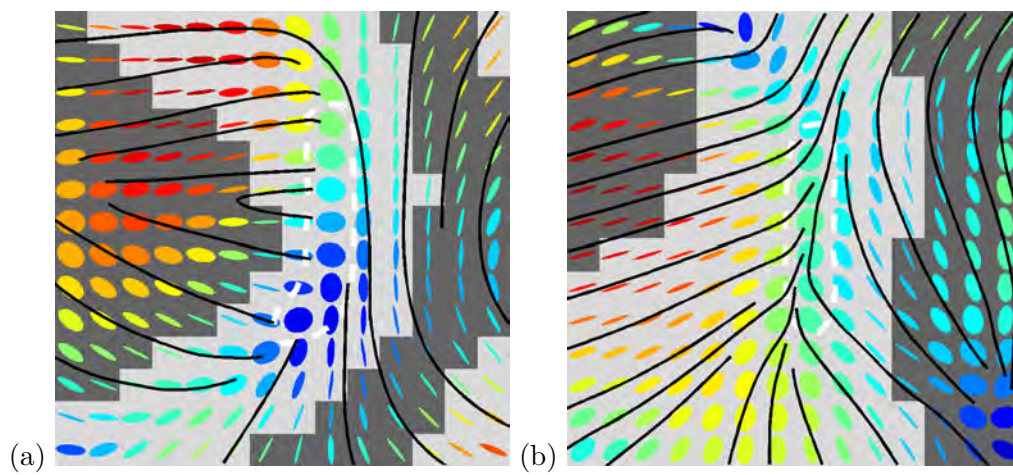
Il apparaît également des singularités qui ne sont pas centrées en un point, mais organisées le long d'une ligne, comme les exemples affichés dans la Fig. 2.28. En effet, il peut être remarqué que les intersections des lignes d'états lentement variables se font le long d'une ligne : il y a donc une ligne de discontinuité en état de polarisation.

Des structures arrangées selon un ordre de symétrie supérieur sont aussi observées, par exemple en Fig. 2.29. Cette singularité est d'ordre 1 : chaque état de polarisation se répète deux fois autour de la singularité. Ces singularités sont cependant beaucoup moins fréquentes que celles d'ordre  $1/2$  en champs de speckle.

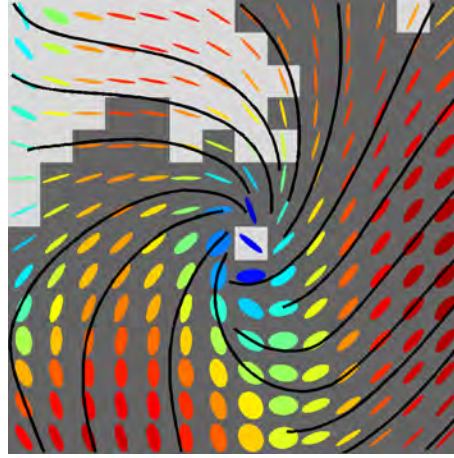
On verra au Chap. 4, par simulation, que ces structures (les singularités ponctuelles ne ressemblant pas aux morphologies star et lemon, et les singularités organisées en lignes) ne sont pas des artefacts expérimentaux, mais bien des morphologies de singularité de polarisation, qui peuvent être modélisées au même titre que les morphologies star et lemon, et qui ne sont pas prises en compte dans la classification actuelle. On verra également que les singularités d'ordre 1 peuvent être construites en superposant deux singularités d'ordre  $1/2$ . Ainsi, en fonction de l'échelle d'observation, on peut supposer qu'il sera observé soit une singularité d'ordre 1, soit deux singularités



**Figure 2.27** - Singularités ne correspondant pas aux morphologies "star" ou "lemon". L'état central est linéaire, contrairement aux morphologies "star" ou "lemon".



**Figure 2.28** - Singularités non centro-symétriques, une ligne de singularités (pointillés blancs) peut être observée.



**Figure 2.29** - Singularité d'ordre 1 (spirale), chaque état semble se répéter deux fois autour de la singularité.

d'ordre 1/2, proches l'une de l'autre.

Les singularités de polarisation peuvent être utiles pour le codage / compression d'information : un champ de speckle pourrait être entièrement reconstruit seulement par la connaissance de la position de ses singularités, et l'ordre de ces dernières [9].

De plus, par retour inverse de la lumière, des lames à retard variable peuvent être conçues pour qu'un faisceau incident de front d'onde plan soit en sortie polarisé selon une singularité de polarisation, ce qui crée un vortex optique [27]. Les vortex optiques, qui produisent une figure d'intensité annulaire, sont utilisés pour piéger des particules [28], ou pour moduler la réponse impulsionnelle des télescopes cherchant à détecter d'éventuelles exo-planètes, délicates à distinguer de leur étoile hôte [29].

## 2.7 Conclusion

Un banc de calibration automatique d'états de projection a été mis en place. Ce banc permet d'atteindre environ 90% des états souhaités à une précision définie par l'utilisateur. Afin d'augmenter le nombre d'états effectivement atteints, on peut imaginer prendre en compte la non linéarité de la réponse en biréfringence de chaque cristal lors du calcul de la valeur d'incrément en tension.

La calibration automatique a permis de développer une méthode d'analyse polarimétrique 2D, nécessitant un grand nombre d'états de projection (50 à 300 états distincts). Le signal d'intensité détecté par chaque pixel est lié par une relation simple aux paramètres du vecteur de Stokes incident, et aux paramètres des vecteurs de Stokes de projection, connus par la calibration. Par régression de cette relation, les paramètres du vecteur de Stokes incident sont déterminés. Les performances de cette méthode de mesure ont été déterminées en réalisant la polarimétrie du champ réfléchi par un miroir.

La polarimétrie des champs diffusés par de l'aluminium rugueux a été réalisée, avec et sans passage dans du plexiglas contraint, imagés avec un objectif dont le diamètre de pupille est grand devant la longueur d'onde. L'impact de l'intégration spatiale des états a ainsi été observé lorsque la PSF de l'imageur est approximativement de même taille que le pixel.

La mesure en champs interférentiels a ensuite été validée par comparaison de la mesure SOPAFP avec le résultat obtenu par la méthode classique, utilisant 6 images d'intensité, puis leur soustraction, dans le cas d'un champ de speckle obtenu par diffusion de surface. Une amélioration de la

mesure a été observée : la valeur du DOP apparaît moins dispersée, et plus rigoureuse : seulement 5 % des valeurs de DOP dépassent 1.05.

La méthode a été appliquée pour réaliser la polarimétrie de speckles produits par diffusions de surface et de volume. Les résultats statistiques apparaissent en accord avec une méthode de mesure équivalente [26]. De plus, des résultats cohérents avec la théorie ont été obtenus concernant les statistiques en intensité [25]. Un résultat a été observé : quel que soit le régime de diffusion,  $I_x$  et  $I_y$  sont toujours des speckle indépendants, dont le degré de corrélation spatiale dépend du régime de diffusion.

Des mesures expérimentales de singularités de polarisation ont été présentées, les singularités se formant aux lieux d'interférence destructives en champs de speckle, où les bruits expérimentaux augmentent fortement. Des singularités conformes à deux types de morphologies connues et largement étudiées ont été détectées : star et lemon. Cependant, des singularités suivant des morphologies non décrites dans la littérature ont également été présentées : certaines sont ponctuelles, d'autres arrangées le long d'une ligne.

De manière indépendante, si la méthode SOPAFP est appliquée à la caractérisation des champs diffusés obtenus pour 4 états incidents différents, il est possible de calculer la matrice de Mueller d'un échantillon en ne réalisant aucune inversion matricielle, ce qui limiterait le bruit. En revanche, la mesure serait beaucoup plus longue que la mesure classique basée sur l'acquisition de 16 images d'intensité.

Ces travaux ont fait l'objet de deux publications dans le journal Optics Express, respectivement en Annexe A et B.

## Bibliographie

- [1] J. Sorrentini, M. Zerrad, and C. Amra. Statistical signatures of random media and their correlation to polarization properties. *Opt. Express*, 34 :2429–2431, 2009.
- [2] I. Bergoënd, X. Orlik, and E. Lacot. Study of a circular gaussian transition in an optical speckle field. *J. Europ. Opt. Soc.*, 3 :1990–2573, 2008.
- [3] A. Derode, P. Roux, and M. Fink. Robust acoustic time reversal with high-order multiple scattering. *Phys. Rev. Lett.*, 75 :4206–4209, 1995.
- [4] C. Abou Nader, F. Pellen, H. Loutfi, R. Mansour, B. Le Jeune, G. Le Brun, and M. Aboud. Early diagnosis of teeth erosion using polarized laser speckle imaging. *J. Biomed. Opt.*, 21 :071103–6, 2015.
- [5] M. J. Kavaya, R. T. Menzies, D. A. Haner, U. P. Oppenheim, and P. H. Flamant. Target reflectance measurements for calibration of lidar atmospheric backscatter data. *Appl. Opt.*, 22 :2619–2628, 1983.
- [6] M. J. Kavaya. Polarization effects on hard target calibration of lidar systems. *Appl. Opt.*, 26 :796–804, 1987.
- [7] S. Seager, B. A. Whitney, and D. D. Sasselov. Photometric light curves and polarization of close-in extrasolar giant planets. *Astrophys. J.*, 540 :504–520, 2000.
- [8] P. Kervella, M. Montargès, E. Lagadec, S. T. Ridgway, X. Haubois, J. H. Girard, K. Ohnaka, G. Perrin, and A. Gallenne. The dust disk and companion of the nearby AGB star L<sub>2</sub> puppis SPHERE/ZIMPOL polarimetric imaging at visible wavelengths. *Astron. Astrophys.*, 578 :A77, 2015.

- [9] O. V. Angelsky, M. P. Gorsky, S. G. Hanson, V. P. Lukin, I. I. Mokhun, P. V. Polyanskii, and P. A. Ryabiy. Optical correlation algorithm for reconstructing phase skeleton of complex optical fields for solving the phase problem. *Opt. Express*, 22 :6186–6193, 2014.
- [10] M. Zerrad, J. Sorrentini, G. Soriano, and C. Amra. Gradual loss of polarization in light scattered from rough surfaces : Electromagnetic prediction. *Opt. Express*, 18(15) :15832–15843, 2010.
- [11] M. Zerrad, H. Tortel, G. Soriano, A. Ghabbach, and C. Amra. Spatial depolarization of light from the bulks : electromagnetic prediction. *Opt. Express*, 23 :8246–8260, 2015.
- [12] J. Li, G. Yao, and L. V. Wang. Degree of polarization in laser speckles from turbid media : Implications in tissue optics. *J. Biomed. Opt.*, 7 :307–312, 2002.
- [13] A. Ghabbach, M. Zerrad, G. Soriano, S. Liukaityte, and C. Amra. Depolarization and en-polarization DOP histograms measured for surface and bulk speckle patterns. *Opt. Express*, 22 :21427–21440, 2014.
- [14] L. Pouget, J. Fade, C. Hamel, and M. Alouini. Polarimetric imaging beyond the speckle grain size. *Appl. Opt.*, 51 :7345–7356, 2012.
- [15] D. Goldstein. *Polarized light*. CRC Press, 2003.
- [16] J.F. Nye and M.V. Berry. Dislocations in wave trains. *Proc. R. Soc. London A*, 336(1605) :165–190, 1974.
- [17] A.S. Thorndike, C.R. Cooley, and J.F. Nye. The structure and evolution of flow fields and other vector fields. *J. Phys. A : Math. Gen.*, 11(8) :1455–1490, 1978.
- [18] M.S. Soskin, V. Denisenko, and I. Freund. Optical polarization singularities and elliptic stationary points. *Opt. Lett.*, 28(16) :1475–1477, 2003.
- [19] M.S. Soskin and V.I. Vasil’ev. Topological singular chain reactions in dynamic speckle fields. *J. Opt. Soc. Am. B*, 31(6) :A56–A61, 2014.
- [20] V. Kumar and N.K. Viswanathan. Topological structures in vector-vortex beam fields. *J. Opt. Soc. Am. B*, 31(6) :A40–A45, 2014.
- [21] F. Flossmann, K. O’Holleran, M.R. Dennis, and M.J. Padgett. Polarization singularities in 2D and 3D speckle fields. *Phys. Rev. Lett.*, 100(20) :203902–203906, 2008.
- [22] J.V. Hajnal. Singularities in the transverse fields of electromagnetic waves. II. observations on the electric field. *Proc. R. Soc. London A*, 414(1847) :447–468, 1987.
- [23] C. Hüttig and K. Stemmer. The spiral grid : A new approach to discretize the sphere and its application to mantle convection. *Geochem. Geophys. Geosyst.*, 9(2), 2008.
- [24] M. Richert, X. Orlik, and A. De Martino. Imaging polarimetry for the determination of stress constraint in transparent solids. *EPJ conf.*, 5 :01003–5, 2010.
- [25] J.W. Goodman. [*Speckle phenomena in optics. Theory and applications*], pages 25–40. Roberts & Company Pub., 2006.
- [26] A. Ghabbach, M. Zerrad, G. Soriano, and C. Amra. Accurate metrology of polarization curves measured at the speckle size of visible light scattering. *Opt. Express*, 22 :14594–14609, 2014.
- [27] G. Biener, A. Niv, V. Kleiner, and E. Hasman. Formation of helical beams by use of pancharatnam-berry phase optical elements. *Opt. Lett.*, 27 :1875–1877, 2002.
- [28] K. T. Gahagan and G. A. Swartzlander. Optical vortex trapping of particles. *Opt. Lett.*, 21 :827–829, 1996.
- [29] Gregory Foo, David M. Palacios, and Grover A. Swartzlander. Optical vortex coronagraph. *Opt. Lett.*, 30 :3308–3310, 2005.



## Chapitre 3

# Étude de l'impact des propriétés physiques de la source, du diffuseur et du dispositif d'imagerie sur la polarimétrie

### Sommaire

---

<b>3.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>89</b>
<b>3.2</b>	<b>Définition du repère de projection</b>	<b>90</b>
3.2.1	Diffusions de surface	91
3.2.2	Diffusions multiples	93
3.2.3	Résumé	96
<b>3.3</b>	<b>Mesure expérimentale de dépolarisation spatiale et spectrale</b>	<b>98</b>
3.3.1	Dépolarisation spatiale	98
3.3.2	Dépolarisation spectrale	99
<b>3.4</b>	<b>Étude de la dépolarisation spatiale intrinsèque aux matériaux</b>	<b>101</b>
3.4.1	Mise en évidence du biais expérimental	102
3.4.2	Détermination de la contribution intrinsèque à la dispersion des déphasages relatifs	104
3.4.3	Relation entre déphasages relatifs et dépolarisation spatiale	107
<b>3.5</b>	<b>Conclusion</b>	<b>109</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>110</b>

---

### 3.1 Introduction

Le fonctionnement de la méthode d'analyse polarimétrique décrite au Chap. 2 est suffisamment sensible pour réaliser la mesure en champs interférentiels [1]. La validation de cette méthode a été réalisée par la polarimétrie de champs produits par un diffuseur de surface et un diffuseur multiple, menant à des résultats comparables avec la littérature [2]. Dans ce chapitre, l'étude de différents paramètres impactant le signal polarimétrique est réalisée. Notamment, l'impact des paramètres expérimentaux, qui ne dépendent pas de l'échantillon étudié, seront distingués des effets intrinsèques à l'échantillon.

Cette étude est réalisée à partir de la mesure sur échantillons de réflectance calibrée, appelés Spectralons<sup>®</sup>, pour une large gamme de réflectances (2% - 99%). En effet, ces échantillons sont souvent utilisés pour caractériser la réponse impulsionnelle d'instruments opto-électroniques, ainsi

leur caractérisation polarimétrique est d'importance dans de nombreux domaines : par exemple les mesures lidar [3][4], en imagerie biomédicale [5][6], ou astrophysique [7][8]. La caractérisation polarimétrique du Spectralon de réflectance 99% a été réalisée par la mesure de sa matrice de Mueller [9][10], aboutissant à la matrice d'un dépolariseur quasi-parfait pour de petits angles d'illumination et détection. Cependant, dans ces études le bruit de speckle est atténué par la génération d'une dépolarisation spatiale extrinsèque : le speckle a été temporellement ou spatialement moyenné pendant les mesures.

Ici, la méthode SOPAFP est utilisée pour réaliser des mesures polarimétriques dans les champs de speckle, en faisant varier plusieurs paramètres. Tout d'abord, le choix du repère par rapport à l'état diffusé moyen, pour la décomposition du champ diffusé en onde planes [11], va impacter le comportement statistique des paramètres polarimétriques, et ce en fonction du régime de diffusion.

Ensuite, deux types de dépolarisations sont étudiées expérimentalement : la dépolarisation spectrale, liée à la largeur spectrale de la source, qui peut apporter des informations sur l'échantillon, par exemple sur la forme des diffuseurs par régression du degré de polarisation mesuré pour plusieurs longueurs d'ondes [12][13][14] ; la dépolarisation spatiale, mise en évidence par une variation de la taille de réponse impulsionnelle de l'imager par rapport à la taille du pixel [15][16]. En effet, la méthode SOPAFP permet notamment d'extraire l'intensité totalement dépolarisée, par régression du signal d'intensité mesuré [17].

Finalement, une étude plus fine de la dépolarisation spatiale est réalisée, en tentant de séparer la contribution induite par notre banc optique de la contribution produite par l'échantillon. Pour ce faire, au lieu de modifier la taille de PSF de l'imager, différents diffuseurs de référence sont utilisés, présentant diverses valeurs d'absorbance, donc provoquant une dispersion plus ou moins importante des états diffusés. La distribution en phase relative des champs diffusés est étudiée suite à la définition d'une distribution de Voigt circulaire, obtenue par convolution de deux distributions indépendantes. Ces deux distributions sont supposées décrire des contributions distinctes à l'élargissement de la distribution en phase relative mesurée. Ainsi, la dépolarisation spatiale intrinsèque pourra être liée à la valeur de réflectance de l'échantillon.

## 3.2 Définition du repère de projection

Lors de la décomposition des SOP en ondes planes orthogonales, un repère de projection est choisi. Ce repère est défini au moment de la régression par l'Eq. 2.1 de l'intensité mesurée, si l'expression de  $I$ ,  $Q$ ,  $U$ ,  $V$  est explicitée en fonction des paramètres des ondes planes ( $E_x$ ,  $E_y$ ,  $\phi$ ,  $C^2$ ).

L'étude se base sur les mesures réalisées dans les champs produits par des diffuseurs homogènes. L'impact du choix de repère de projection en ondes planes sur les paramètres  $E_x$ ,  $E_y$ ,  $\phi$  par rapport à l'état diffusé moyen, est étudié. Pour faire cette étude, la même acquisition est décomposée sur deux repères de projection différents :

- $E_{0x}$  parallèle à l'état diffusé moyen (donc  $E_{0y}$  perpendiculaire à l'état moyen), on parlera de repère "parallèle" :  $E_{0x}$  et  $E_{0y}$  sont parallèles au SOP moyen dans la sphère de Poincaré.
- $E_{0x}$  et  $E_{0y}$  respectivement à  $45^\circ$  et  $-45^\circ$  de l'état moyen diffusé, on parlera de repère "perpendiculaire" :  $E_{0x}$  et  $E_{0y}$  sont perpendiculaires au SOP moyen dans la sphère de Poincaré.

Plusieurs paramètres ne varient pas en fonction du choix du repère de projection des ondes planes : la carte de SOP diffusés, l'intensité totalement dépolarisée  $C^2$ , et l'intensité totale  $I$ .

Dans un objectif de simplification des équations entrant en jeu dans la décomposition en ondes planes, une rotation uniforme est appliquée à la carte d'états mesurés, pour que l'état moyen diffusé soit quasi parfaitement parallèle à l'un des axes de la sphère (ici l'axe vertical,  $\pm Q$ ). Cette rotation

est équivalente à l'ajout d'une lame retard virtuelle en entrée de l'analyseur d'états de polarisation, et permet de compenser le léger écart entre l'état d'illumination et l'état diffusé moyen (par exemple visible dans la Fig. 2.16(a)). Cet écart est dû à l'angle que fait la détection par rapport à la normale à l'échantillon. Pour se placer dans les repères parallèles et perpendiculaires à l'état diffusé moyen sans appliquer de rotation à la carte d'états, il faut appliquer cette même rotation à la direction des ondes planes de projection, ce qui entraîne une interprétation moins intuitive de ces paramètres.

### 3.2.1 Diffusions de surface

Le diffuseur est un aluminium brossé, donc les ondes rétro-diffusées sont en majorité produites par simples diffusions, ce matériau est donc un diffuseur surfacique. L'état d'illumination est vertical. L'état moyen mesuré (après rotation de la carte d'états) est :

$$\bar{S} = \begin{cases} \bar{I} & = 1 \\ \bar{Q} & = -0,84 \\ \bar{U} & = -0,05 \\ \bar{V} & = 0,01 \end{cases} \quad (3.1)$$

Le DOP moyen correspondant est :

$$\overline{DOP} \simeq 0,84 \quad (3.2)$$

### Référentiel de projection parallèle à l'état diffusé moyen

L'état diffusé moyen est vertical, le champ diffusé est décomposé sur deux ondes planes polarisées selon l'horizontale et la verticale, d'amplitudes respectives  $E_{0x}$  et  $E_{0y}$  et déphasées de  $\phi$  ( $x$  et  $y$  correspondent donc respectivement à l'horizontale et la verticale, à la rotation près). Le repère de projection est défini par l'équation suivante [11] :

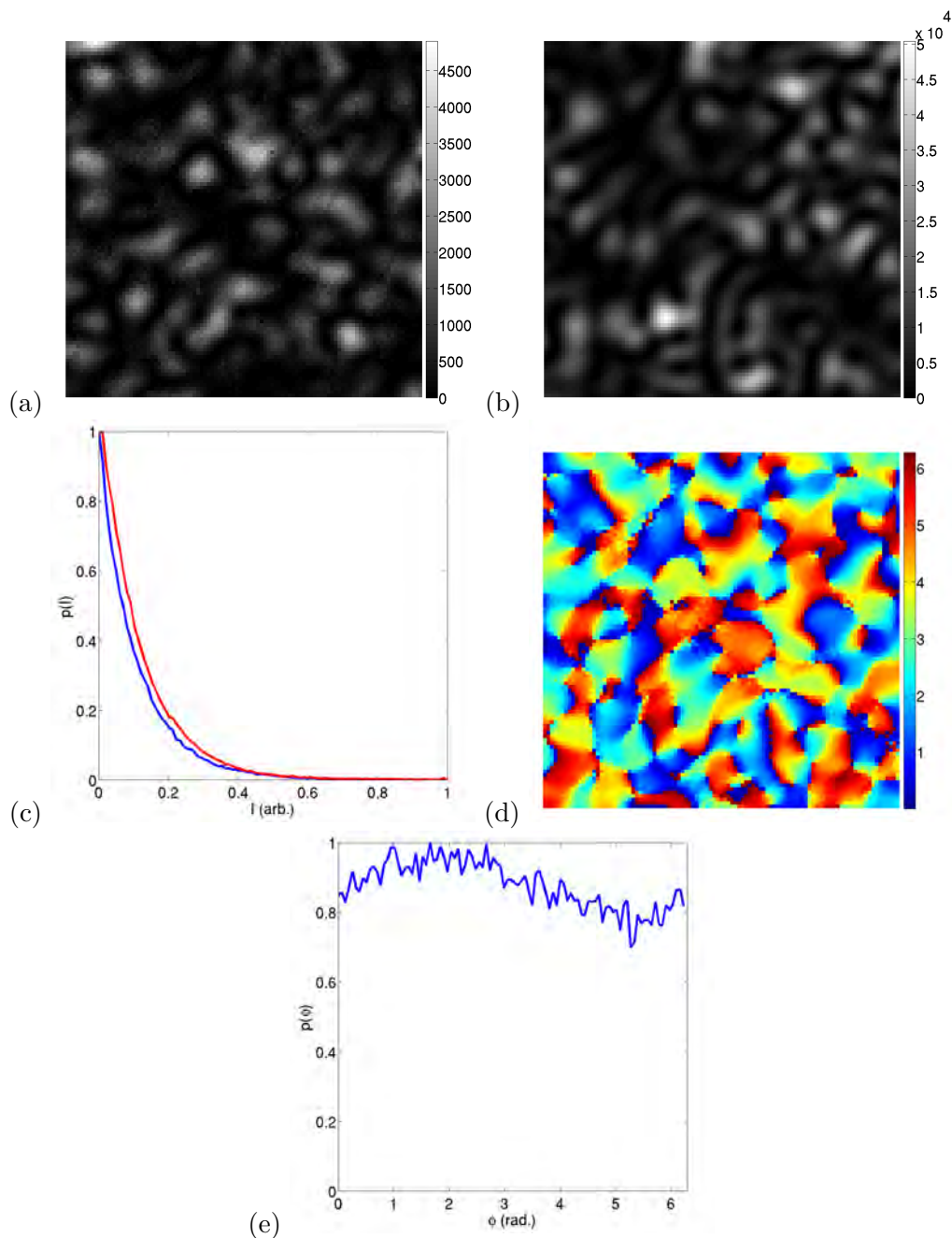
$$S = \begin{cases} I & = E_{0x}^2 + E_{0y}^2 + C^2 \\ Q & = E_{0x}^2 - E_{0y}^2 \\ U & = 2E_{0x}E_{0y} \cos(\varphi) \\ V & = 2E_{0x}E_{0y} \sin(\varphi) \end{cases} \quad (3.3)$$

L'intérêt de la rotation appliquée précédemment à la carte d'états mesurée peut être remarqué ici : si l'état de polarisation moyen n'était pas parallèle à l'un des axes de la sphere, il faudrait appliquer une matrice de rotation à l'Eq. 3.3 pour atteindre le repère de projection parallèle à l'état moyen, ce qui aurait complexifié l'interprétation de ce système d'équations.

Les intensités  $I_x = E_{0x}^2$  et  $I_y = E_{0y}^2$ , en comptes numériques, ainsi que leurs densités de probabilité sont affichées dans la Fig. 3.1(a,b,c). La carte de déphasage relatifs  $\phi$  ainsi que sa densité de probabilité est affichée dans la Fig. 3.1(d,e).

Une grande différence d'intensité moyenne peut être remarquée entre  $I_x$  et  $I_y$  :  $\bar{I}_x = 515$ ,  $\bar{I}_y = 7,6.10^3$ . De plus, ces deux intensités sont spatialement décorréelées :  $r_{xy} = -0,03$ , et leurs densités de probabilité suivent une distribution en exponentielle décroissante [18].  $p(I_x)$  dévie légèrement de l'exponentielle, cela est dû à son faible niveau d'intensité, ce qui entraîne un faible rapport signal à bruit. L'écart type de la phase est quasiment égal à celui d'une distribution uniforme sur  $[0; 2\pi]$  :  $\sigma(\phi) = 1,74$ , l'écart type d'une distribution uniforme sur  $[0; 2\pi]$  étant  $\sigma(U) \simeq 1,81$ .

Ici, il est intéressant de remarquer que l'intensité affichée en Fig. 3.1(a) représente toute l'intensité qui a été "transférée" sur l'état perpendiculaire à l'état d'illumination, suite aux diffusions par le matériau. Son niveau d'intensité est bien plus faible que l'intensité en Fig. 3.1(b), parallèle à l'état d'illumination, ce qui explique pourquoi l'état d'illumination apparaît globalement conservé lors d'une diffusion de surface. Aux endroits où l'intensité parallèle diminue suite aux interférences



**Figure 3.1** - Représentation des paramètres polarimétriques variant avec le repère de projection en ondes planes, dans le cas d'un état incident rétro-diffusé par un diffuseur de surface, projeté sur des ondes planes parallèles à l'état moyen. (a) Intensité  $I_x = E_{0x}^2$ , en comptes numériques. (b) Intensité  $I_y = E_{0y}^2$ , en comptes numériques. (c) Densités de probabilités  $p(I_x)$  (rouge) et  $p(I_y)$  (bleu). (d) Déphasages relatifs  $\phi$ . (e) Densité de probabilité des déphasages relatifs  $p(\phi)$ .

produisant la figure de speckle, l'intensité perpendiculaire devient significative et une plus grande variété d'états de polarisation peut être observée.

### Référentiel de projection perpendiculaire à l'état diffusé moyen

Le même champ diffusé est maintenant projeté sur deux ondes planes polarisées selon  $+45^\circ$  et  $-45^\circ$ . Le repère de projection est donc défini par :

$$S = \begin{cases} I &= E_{0x}^2 + E_{0y}^2 + C^2 \\ Q &= 2E_{0x}E_{0y} \cos(\varphi) \\ U &= E_{0x}^2 - E_{0y}^2 \\ V &= 2E_{0x}E_{0y} \sin(\varphi) \end{cases} \quad (3.4)$$

avec  $x$  et  $y$  correspondant aux directions  $+45^\circ$  et  $-45^\circ$  (à la rotation près). De la même façon, les intensités  $I_x = E_{0x}^2$  et  $I_y = E_{0y}^2$ , ainsi que leurs densités de probabilité, sont affichées dans la Fig. 3.2(a,b,c). La carte de déphasage relatifs  $\phi$  ainsi que sa densité de probabilité est affichée dans la Fig. 3.2(d,e).

Dans cette configuration, les intensités  $I_x$  et  $I_y$  ont quasiment la même valeur moyenne :  $\bar{I}_x = 4,0.10^3$ ,  $\bar{I}_y = 4,1.10^3$ . De plus, ces deux intensités sont corrélées :  $r_{xy} = 0,70$ , leurs densités de probabilité suivent toujours une distribution en exponentielle décroissante. Finalement, l'écart type de la phase est relativement faible :  $\sigma(\phi) = 0,74$ , et une distribution très piquée autour de la valeur moyenne  $\overline{p\hbar i} = 3,11 \simeq \pi$  peut être observée.

Ici, il est intéressant de remarquer que les différences de distribution spatiale des intensités  $I_x$  et  $I_y$ , dues aux diffusions, sont induites par la dispersion de la phase relative  $\phi$  autour de la valeur moyenne  $\pi$ , qui est la valeur de déphasage relatif produisant l'état vertical (voir Eq. 3.4).

### 3.2.2 Diffusions multiples

La même étude est réalisée dans le cas d'un diffuseur multiple : un échantillon d'aluminium peint en blanc. L'état moyen mesuré est :

$$\bar{S} = \begin{cases} \bar{I} &= 1 \\ \bar{Q} &= -0.09 \\ \bar{U} &= 0.01 \\ \bar{V} &= 0.01 \end{cases} \quad (3.5)$$

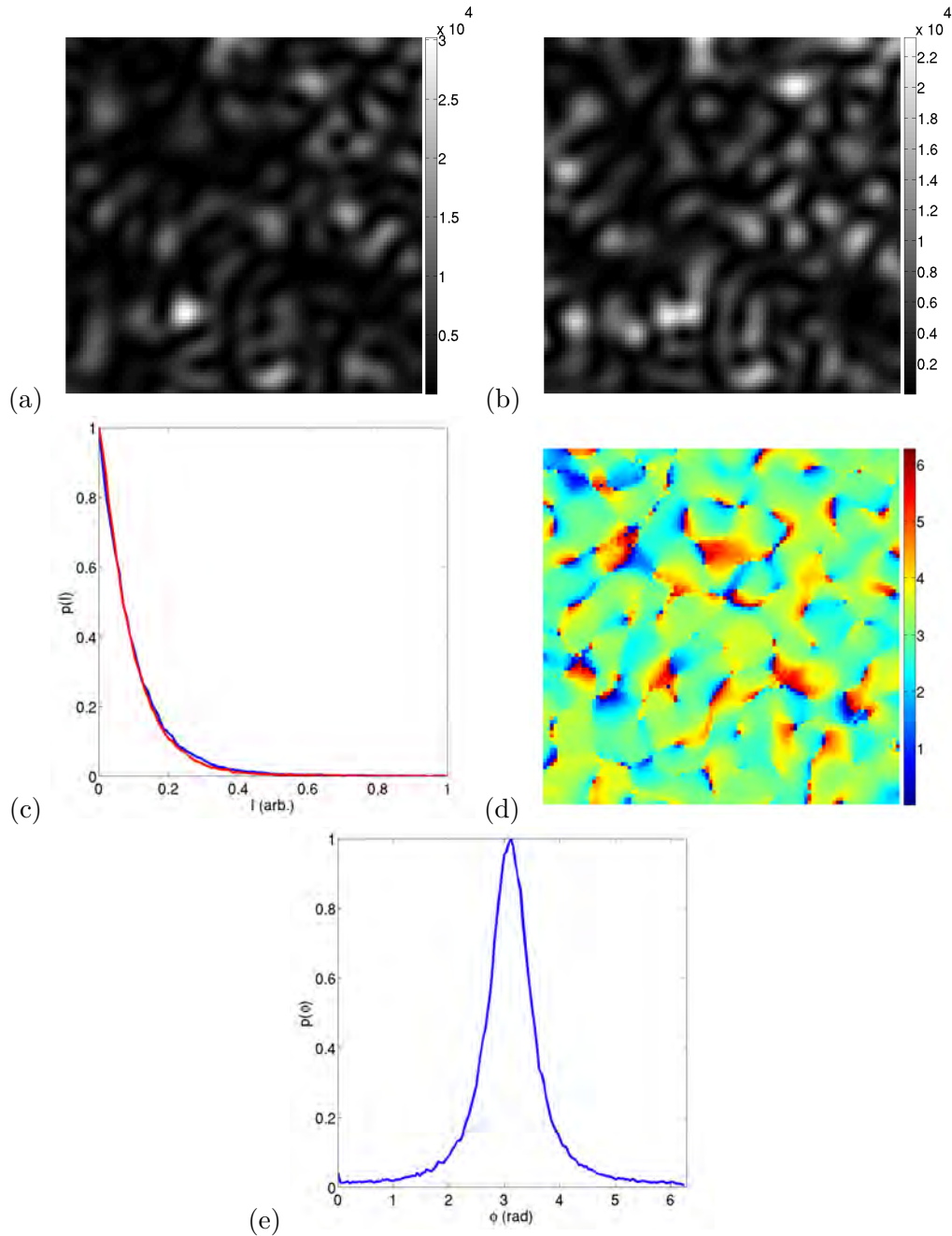
Le DOP moyen correspondant est :

$$\overline{DOP} \simeq 0.09 \quad (3.6)$$

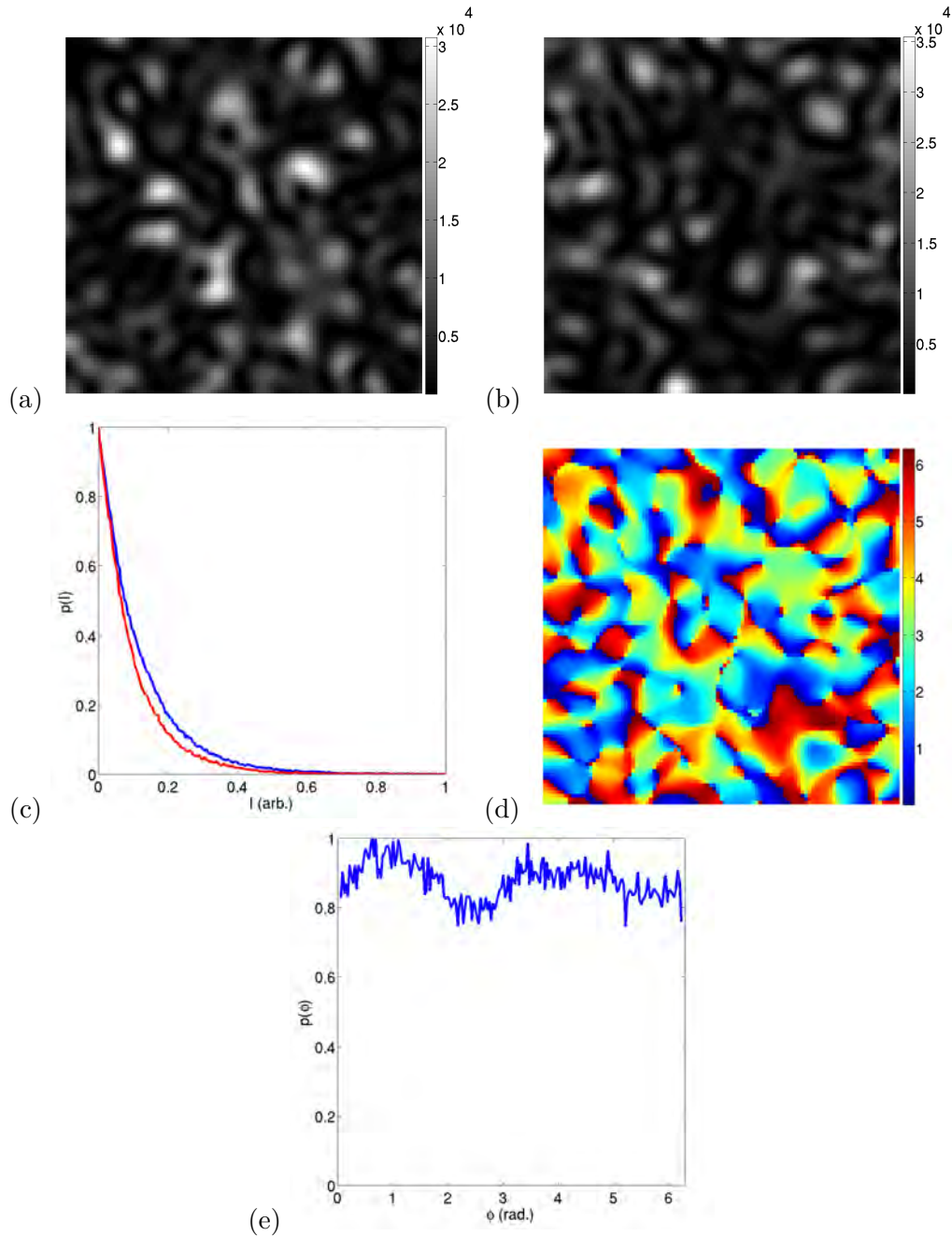
Dans le cas d'un diffuseur multiple, il n'y a pas d'état majoritaire dans la carte d'états rétro-diffusés, ce qui a pour conséquence que l'état moyen mesuré (Eq. 3.5) soit très proche du centre de la sphère, bien que chaque contribution au champ soit quasiment complètement polarisée. Une éventuelle rotation de la carte d'états n'a donc pas d'effet sur l'état moyen diffusé.

### Référentiel de projection parallèle à l'état moyen diffusé

Le référentiel de projection en ondes planes est décrit par le système d'Eq. 3.3. Les intensités  $I_x = E_{0x}^2$  et  $I_y = E_{0y}^2$ , en comptes numériques, ainsi que leurs densités de probabilité sont affichées dans la Fig. 3.3(a,b,c). La carte de déphasage relatifs  $\phi$  ainsi que sa densité de probabilité est affichée dans la Fig. 3.3(d,e).



**Figure 3.2** - Représentation des paramètres polarimétriques variant avec le repère de projection en ondes planes, dans le cas d'un état incident rétro-diffusé par un diffuseur de surface, projeté sur des ondes planes perpendiculaires à l'état moyen. (a) Intensité  $I_x = E_{0x}^2$ , en comptes numériques. (b) Intensité  $I_y = E_{0y}^2$ , en comptes numériques. (c) Densités de probabilités  $p(I_x)$  (rouge) et  $p(I_y)$  (bleu). (d) Déphasages relatifs  $\phi$ . (e) Densité de probabilité des déphasages relatifs  $p(\phi)$ .



**Figure 3.3** - Représentation des paramètres polarimétriques variant avec le repère de projection en ondes planes, dans le cas d'un état incident rétro-diffusé par un diffuseur multiple, projeté sur des ondes planes parallèles à l'état moyen diffusé. (a) Intensité  $I_x = E_{0x}^2$ , en comptes numériques. (b) Intensité  $I_y = E_{0y}^2$ , en comptes numériques. (c) Densités de probabilités  $p(I_x)$  (rouge) et  $p(I_y)$  (bleu). (d) Déphasages relatifs  $\phi$ . (e) Densité de probabilité des déphasages relatifs  $p(\phi)$ .

Les intensités  $I_x$  et  $I_y$  ont la même intensité moyenne :  $\overline{I_x} = 4,9.10^3$ ,  $\overline{I_y} = 4,9.10^3$ . De plus, ces deux intensités sont décorréées :  $r_{xy} = -0,03$ , et leurs densités de probabilité suivent une distribution en exponentielle décroissante. Finalement, l'écart type de la phase est quasi égal à celui d'une distribution uniforme sur  $[0; 2\pi]$  :  $\sigma(\phi) = 1,74$ .

De la même façon que dans le cas du diffuseur de surface, l'intensité affichée en Fig. 3.3(a) représente toute l'intensité qui a été "transférée" sur l'état perpendiculaire à l'état d'illumination, suite aux diffusions par le matériau. Son niveau d'intensité est égal à l'intensité en Fig. 3.3(b), parallèle à l'état d'illumination, ce qui explique pourquoi aucun état de polarisation ne semble dominer lors de diffusions multiples.

### Référentiel de projection perpendiculaire à l'état diffusé moyen

Le champ produit par diffusions multiples est décomposé sur le référentiel de projection en ondes planes décrit par le système d'Eq. 3.4. Les intensités  $I_x = E_{0x}^2$  et  $I_y = E_{0y}^2$ , en comptes numériques, ainsi que leurs densités de probabilité sont affichées dans la Fig. 3.4(a,b,c). La carte de déphasage relatifs  $\phi$  ainsi que sa densité de probabilité est affichée dans la Fig. 3.4(d,e).

Les intensités  $I_x$  et  $I_y$  ont quasiment la même intensité moyenne :  $\overline{I_x} = 4,5.10^3$ ,  $\overline{I_y} = 5,4.10^3$ . De plus, ces deux intensités sont décorréées :  $r_{xy} = -0,08$ , et leurs densités de probabilité suivent une distribution en exponentielle décroissante. Finalement, l'écart type de la phase est égal à celui d'une distribution uniforme sur  $[0; 2\pi]$  :  $\sigma(\phi) = 1,81$ .

Ici, il est intéressant de remarquer que les différences de distribution spatiale des intensités  $I_x$  et  $I_y$ , dues aux diffusions, sont commandées par la dispersion de la phase relative  $\phi$ . Étant donné que toutes les valeurs de phase ont la même probabilité, les intensités sont complètement décorréées et il n'y a pas d'état prédominant.

### 3.2.3 Résumé

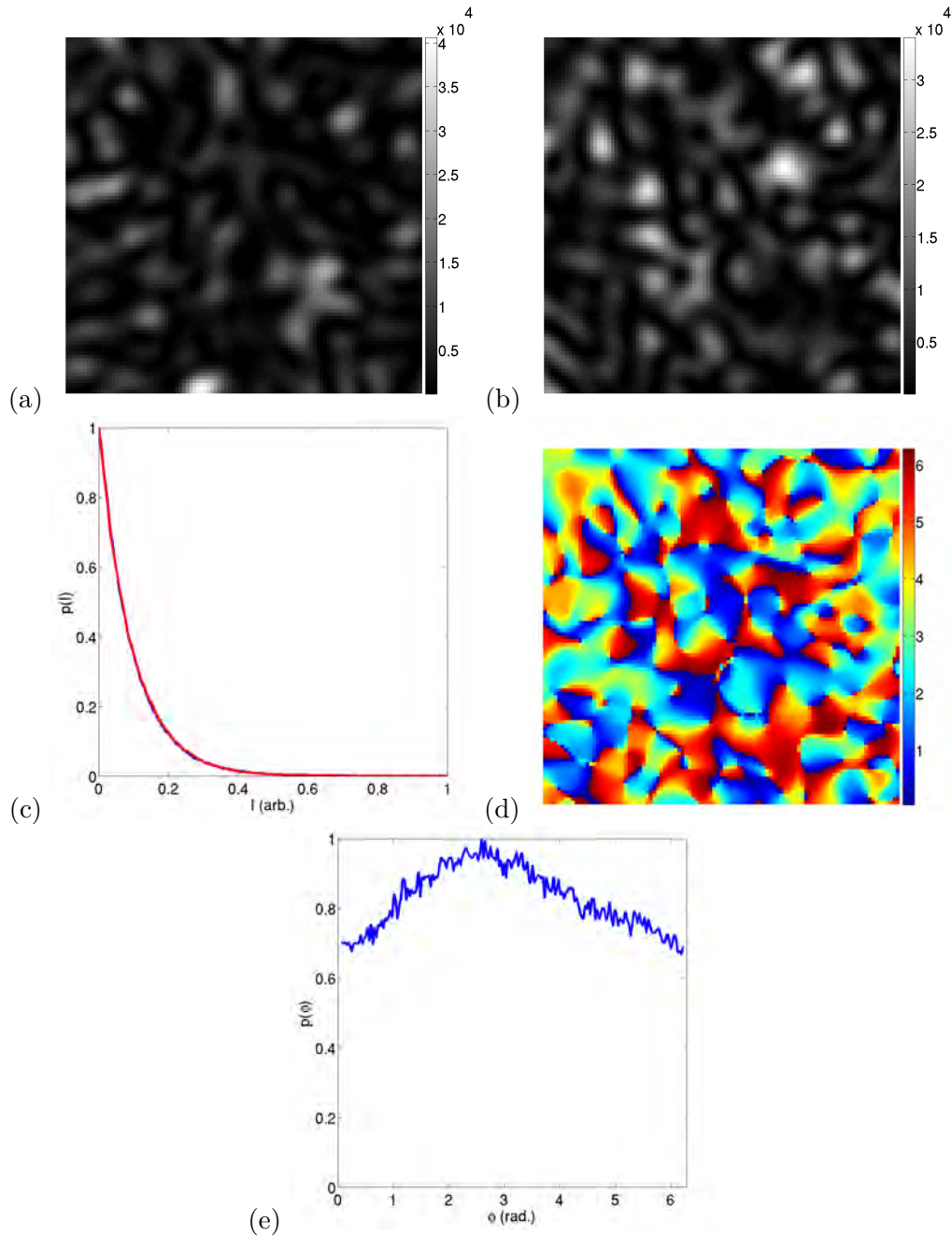
**Tableau 3.1** - Résumé du comportement en intensité et écart type de la phase relative, pour deux régime de diffusions différents, et deux repères de projection en ondes planes différents.  $\overline{I_x}$  est l'intensité moyenne de la première onde plane,  $\overline{I_y}$  est l'intensité moyenne de la seconde onde plane,  $\sigma(\phi)$  l'écart-type des déphasages relatifs,  $\sigma(U)$  l'écart-type d'une distribution uniforme sur  $[0; 2\pi]$ .

Repère \ Régime de diffusion	Simple	Multiple
Parallèle	$\overline{I_x} \ll \overline{I_y}$ $\sigma(\phi) \simeq \sigma(U)$	$\overline{I_x} \simeq \overline{I_y}$ $\sigma(\phi) \simeq \sigma(U)$
Perpendiculaire	$\overline{I_x} \simeq \overline{I_y}$ $\sigma(\phi) < \sigma(U)$	$\overline{I_x} \simeq \overline{I_y}$ $\sigma(\phi) \simeq \sigma(U)$

Ainsi, quel que soit le régime de diffusion (dans le cas de diffuseur homogène), on arrive à plusieurs conclusions :

- quel que soit le référentiel choisi,  $I_x$  et  $I_y$  sont toujours deux speckle complètement développés [18],
- le rapport d'intensité moyenne  $\overline{I_x}/\overline{I_y}$  et la dispersion de la phase relative  $\phi$  dépendent du repère de projection,
- la corrélation spatiale des intensités  $I_x$  et  $I_y$  dépendent du repère de projection.

Étant donné que  $I$  est toujours obtenu par la somme incohérente des deux speckle  $I_x$  et  $I_y$ , son contraste maximal est de 1 quand  $I_x$  et  $I_y$  sont totalement corrélés spatialement : les deux speckle sont égaux, leur somme est un speckle complètement développé [19]. Son contraste est minimal quand  $I_x$  et  $I_y$  sont totalement décorréés (ou indépendants), et correspond au contraste de



**Figure 3.4** - Représentation des paramètres polarimétriques variant avec le repère de projection en ondes planes, dans le cas d'un état incident rétro-diffusé par un diffuseur multiple, projeté sur des ondes planes perpendiculaires à l'état incident. (a) Intensité  $I_x = E_{0x}^2$ , en comptes numériques. (b) Intensité  $I_y = E_{0y}^2$ , en comptes numériques. (c) Densités de probabilités  $p(I_x)$  (rouge) et  $p(I_y)$  (bleu). (d) Déphasages relatifs  $\phi$ . (e) Densité de probabilité des déphasages relatifs  $p(\phi)$ .

la somme de deux speckle indépendants :  $1/\sqrt{2} \simeq 0.71$  [19].

Si le référentiel de projection est choisi parallèle à l'état d'émission, le paramètre variant entre une diffusion simple et une diffusion multiple est le rapport d'intensité moyenne entre les ondes orthogonales  $\overline{I_x}/\overline{I_y}$ , la phase relative  $\phi$  est toujours distribuée de façon uniforme sur  $[0; 2\pi]$  donc les speckle  $I_x$  et  $I_y$  sont indépendants : totalement décorrélés spatialement.

Si le référentiel est choisi à  $45^\circ$  de l'état d'illumination, quel que soit le régime de diffusion, l'intensité moyenne des couples d'ondes planes est équivalent  $\overline{I_x} = \overline{I_y}$ . Le paramètre variant entre ces deux types de diffuseurs est la distribution de la phase relative  $\phi$ , qui impacte la corrélation spatiale des speckle  $I_x$  et  $I_y$ .

On aurait aussi pu décomposer ce même champ sur les ondes planes circulaires droite et gauche, le comportement statistique pour un état moyen diffusé vertical est équivalent à la projection sur les ondes à  $\pm 45^\circ$ . Ainsi, en choisissant un repère de décomposition adapté (perpendiculaire à l'état diffusé moyen), le champ de speckle polarisé produit par n'importe quel diffuseur homogène peut toujours être décomposé comme une somme de deux speckle complètement développés de même intensité moyenne, dont le degré de corrélation dépend du régime de diffusion. Cette conclusion va nous permettre de proposer une nouvelle méthode pour l'étude de la dépolarisation spatiale, puis plus loin de définir un modèle de simulation de speckle polarisés.

### 3.3 Mesure expérimentale de dépolarisation spatiale et spectrale

Des mesures polarimétriques de champs diffusés par un diffuseur Lambertien de réflectance  $R = 99\%$ , donc un diffuseur majoritairement de volume, sont réalisées. L'impact de l'échelle d'observation sur la mesure du DOP est maintenant étudié, ce processus est appelé "dépolarisation spatiale" [20][15][16].

Ensuite, L'impact de la largeur spectrale de la source sur la mesure du DOP est mesuré, ce processus est appelé "dépolarisation spectrale" [13][14].

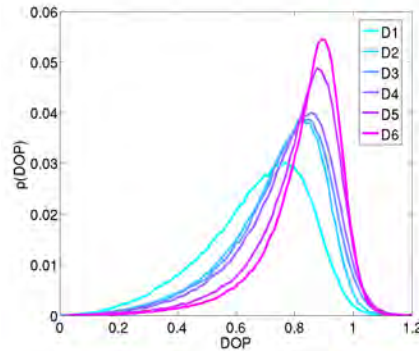
#### 3.3.1 Dépolarisation spatiale

La source est un laser à 532 nm de longueur d'onde, monomode longitudinal afin de limiter la dépolarisation spectrale. Les conditions expérimentales sont les mêmes qu'au Chap. 2. On fait varier l'ouverture du diaphragme  $D$  à focale  $f$  constante, donc la taille de PSF de l'imageur varie : la distance du maximum de la PSF à son premier 0 est  $l = 1.22\lambda.f/D$ . Cela entraîne une variation de la taille du grain de speckle relativement à la taille du pixel, ainsi la quantité de dépolarisation spatiale varie. En effet, si la taille de PSF est inférieure ou de l'ordre des dimensions du pixel, alors plusieurs états de polarisation différents peuvent être intégrés sur le même pixel. Les valeurs d'ouverture sont choisies arbitrairement, entre l'ouverture minimale  $D_6$  et maximale  $D_1$  accessible sur notre objectif. La largeur transverse moyenne du grain de speckle est estimée en pixels selon l'horizontale (la PSF de l'imageur étant quasi centro-symétrique) pour chaque valeur d'ouverture,  $l_x$ , en utilisant l'équation  $xcov(l_x/2, 0) = 0.5$ , avec  $xcov(\delta_x, \delta_y)$  l'autocovariance normalisée de l'intensité en plan image, Eq. 1.51 [19]. Les résultats sont résumés dans le tableau 3.2, la densité de probabilité du DOP dans toute l'image du champ est représentée dans la Fig. 3.5.

Plus l'ouverture augmente (donc plus la taille du speckle diminue par rapport au pixel), plus le DOP s'étale vers les faibles valeurs. Ce processus est appelé "dépolarisation spatiale" [15][16]. La gamme d'ouverture disponible sur notre objectif ne permet pas de fonctionner dans un domaine où le DOP moyen a convergé : un DOP moyen à 1 serait obtenu pour une ouverture infiniment petite par rapport à la longueur d'onde ; un DOP moyen de 0 serait obtenu pour une ouverture

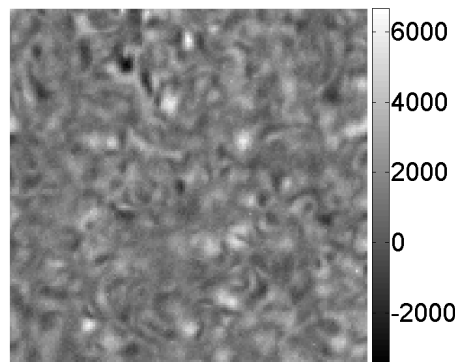
**Tableau 3.2** - Taille caractéristique du grain de speckle en pixels  $l_x$  et valeur de la moyenne spatiale du DOP  $\langle \text{DOP} \rangle$ , pour différentes valeurs d'ouverture de l'objectif D.

D	D1	D2	D3	D4	D5	D6
$l_x$ (pix.)	1.9	2.5	2.7	2.9	4.3	8.5
$\langle \text{DOP} \rangle$	0.68	0.75	0.76	0.78	0.82	0.84



**Figure 3.5** - Densité de probabilité du DOP dans toute l'image du champ obtenu par diffusions multiples d'une illumination totalement polarisée, imagé avec différentes valeurs d'ouverture de pupille d'entrée.

infiniment grande par rapport à la longueur d'onde. A titre indicatif, l'intensité dépolarisée (terme  $C^2$  dans l'Eq. 3.4) correspondante à l'ouverture D6, c'est-à-dire quand la dépolarisation spatiale est minimale, est affichée en Fig. 3.6.



**Figure 3.6** - Représentation de la contribution totalement dépolarisée à l'intensité totale, en comptes numériques, mesurée avec une ouverture d'objectif D minimale, donc pour une valeur de dépolarisation spatiale minimale. La source est monomode donc la dépolarisation spectrale est négligeable.

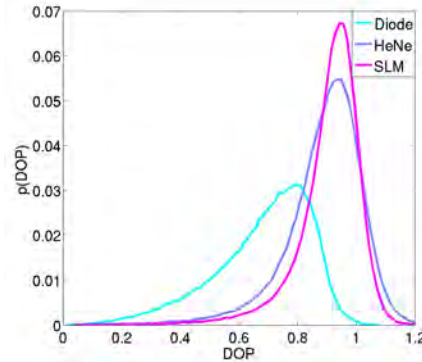
### 3.3.2 Dépolarisation spectrale

La PSF de l'imageur est élargie en fermant le diaphragme, afin de limiter la dépolarisation spatiale (ouverture  $D6$ ). 3 sources avec différentes largeurs spectrales, mais également à différentes longueurs d'onde, sont utilisées pour réaliser l'analyse polarimétrique. Les caractéristiques des sources (longueur d'onde centrale et largeur spectrale) sont résumées dans le Tab. 3.3.

Les densités de probabilité des valeurs de DOP dans toute l'image du champ, pour les différentes sources, sont affichées en Fig. 3.7. Plus la largeur spectrale de la source augmente, plus la répartition statistique du DOP s'étale vers les faibles valeurs. Ce processus est appelé "dépolarisation spectrale". En effet, chaque fréquence émise par une même source produit une figure de speckle. Ces speckle sont partiellement décorrélés, leur superposition (incohérente) en plan image mène à une diminution du DOP.

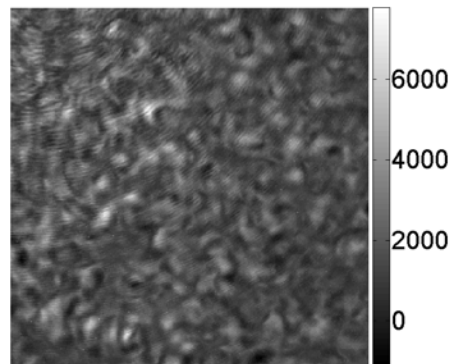
**Tableau 3.3** - Valeur de la moyenne spatiale du DOP  $\langle \text{DOP} \rangle$ , dans les champs obtenus par la diffusion des différentes sources, de largeur spectrale et longueur d'onde différente.

Source	Diode	HeNe	SLM
$\delta\lambda$ (nm)	0.2	$2.10^{-3}$	$< 10^{-5}$
$\langle \text{DOP} \rangle$	0.69	0.89	0.91



**Figure 3.7** - Représentation de la densité de probabilité du DOP mesuré dans le champ produit par la diffusion de sources de différentes largeurs spectrales.

A titre indicatif, l'intensité dépolarisée correspondante au champ obtenu par la diffusion de la diode laser, donc la source la plus large spectralement, est affichée en Fig. 3.8.



**Figure 3.8** - Représentation de la contribution totalement dépolarisée à l'intensité totale, en comptes numériques, mesuré dans le champ produit par diffusion de la diode à 532 nm, donc pour une valeur de dépoliarisation spectrale maximale.

La variation de longueur d'onde provoque une variation de taille de PSF, à focale et ouverture constante. Si on considère que l'objectif est limité par la diffraction, la distance entre le maximum et le premier 0 de la PSF est  $l = 1.22\lambda.f/D$  : à 633 nm, la PSF est environ 1,2 fois plus grande qu'à 532 nm. Ceci impacte légèrement la dépoliarisation spatiale. Nous ne disposons en effet que de 2 sources de largeur spectrale différentes à la même longueur d'onde (532 nm). Cependant, on peut vérifier que l'effet de la longueur d'onde (633 nm au lieu de 532 nm) par rapport à l'ouverture est négligeable : la dépoliarisation spatiale correspondante est équivalente à passer de l'ouverture  $D_2$  à  $D_4$  dans la Fig. 3.5. De plus, la dépoliarisation spatiale diminue quand la longueur d'onde augmente (la taille de PSF est proportionnelle à la longueur d'onde), or une diminution du DOP moyen est observé à 633 nm. L'impact sur le DOP de la dépoliarisation spatiale liée à la longueur d'onde est donc inférieur à l'impact de la largeur spectrale de la source.

Même en utilisant une source monomode, donc sans dépoliarisation spectrale, le DOP est étalé autour de 0.91. Cette valeur de dépoliarisation résiduelle est due à l'intégration des champs sur la

surface des pixels, et aux bruits expérimentaux. Pour la réduire, il faudrait soit pouvoir diminuer davantage la valeur d'ouverture, soit utiliser un capteur CCD dont la surface des pixels est plus petite.

### 3.4 Étude de la dépolarisation spatiale intrinsèque aux matériaux

On veut caractériser la dépolarisation spatiale intrinsèque aux matériaux, c'est à dire qui n'est pas dépendante de paramètres expérimentaux comme la valeur d'ouverture utilisée pour imager les champs, mais seulement due aux diffusions par les échantillons. Dans le cas des Spectralons, le régime de diffusion dépend de leur valeur de réflectance. Pour que la caractérisation de la dépolarisation spatiale en fonction de la valeur de réflectance soit rigoureuse, la réflectance "réelle" des échantillons est mesurée à l'aide d'un Spectrophotomètre PerkinElmer® @ 532 nm. Cet instrument utilise une sphère intégrante permettant de détecter l'intensité diffusée par l'échantillon, selon toutes les directions. Une première mesure d'intensité est réalisée avec un Spectralon de réflectance  $R = 99\%$ . Cette mesure est ensuite comparée à l'intensité diffusée par les 6 échantillons utilisés, ce qui donne leur valeur de réflectance, relativement au premier Spectralon de référence. Cette mesure est comparée avec le rapport des intensités détectées lors d'acquisitions SOPAFP. Les résultats sont résumés dans le Tab. 3.4.

**Tableau 3.4** - Réflectance  $R$  de chaque échantillon mesurée avec un spectrophotomètre PerkinElmer® @ 532 nm, relativement à un Spectralon de réflectance  $R = 99\%$  de référence, et comparaison avec le rapport des intensités mesurées lors d'acquisition SOPAFP, relativement à l'échantillon *SRS - 99*.

Référence	SRS-02	SCS-RD	SRS-20	SRS-50	SRS-75	SRS-99
$R$ PerkinElmer (%)	<b>1.2</b>	<b>6.9</b>	<b>18.4</b>	<b>49.9</b>	<b>77.4</b>	<b>98.7</b>
$R$ calculé (%)	1.2	6.5	16.8	51.5	75.5	99.0

Pour les faibles réflectances, l'erreur relative entre la réflectance "consigne" et la valeur effective est très élevée. Par ailleurs, la valeur de réflectance estimée par le rapport des intensités  $I$  mesurées par SOPAFP est relativement proche des valeurs mesurées par le PerkinElmer. Ce calcul est approximatif car, bien que le faisceau d'illumination soit inchangé entre chaque mesure, on n'est pas assuré d'intégrer exactement la même portion du faisceau diffusé. Il peut être légèrement tilté suite aux légères variations de position et d'inclinaison de l'échantillon relativement à la détection, ainsi ce calcul permet surtout de vérifier la cohérence du résultat du spectrophotomètre. Le résultat de mesure du spectrophotomètre sera utilisé pour caractériser la réflectance des échantillons.

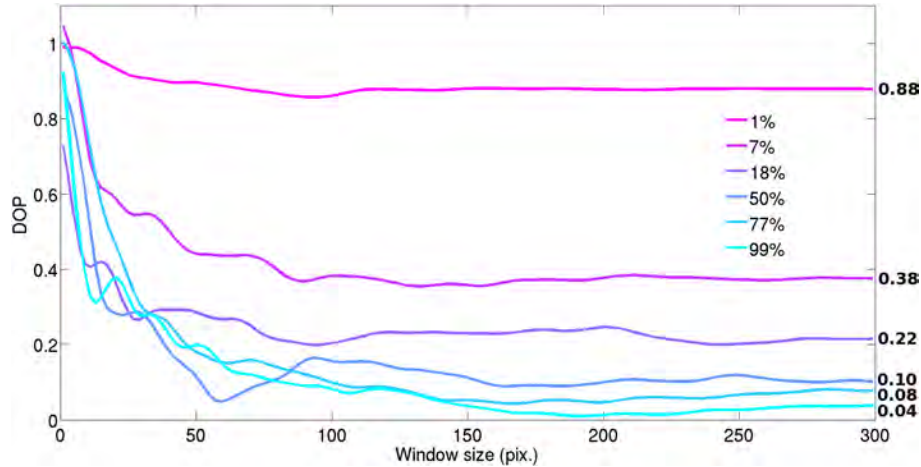
Afin de mettre en évidence la dépolarisation spatiale au paragraphe précédent, l'ouverture de pupille de l'imageur a été modifiée afin de diminuer la taille du grain de speckle relativement à la taille du pixel. Le même effet est obtenu en calculant la somme spatiale des vecteurs de Stokes à posteriori de la mesure, sur une surface de plus en plus grande. Le DOP devient :

$$\overline{DOP} = \frac{\sqrt{\langle Q \rangle^2 + \langle U \rangle^2 + \langle V \rangle^2}}{\langle I \rangle} \quad (3.7)$$

avec  $\langle \rangle$  représentant la moyenne spatiale,  $I$ ,  $Q$ ,  $U$  et  $V$  décrits par l'Eq. 3.4. Ce  $\overline{DOP}$  est celui mesuré en polarimétrie "classique", quand l'ouverture de l'imageur est grande par rapport à la longueur d'onde (donc quand le speckle est intégré sur les pixels).

L'effet de l'intégration spatiale sur la valeur du  $\overline{DOP}$  est présentée en Fig. 3.9, pour 6 échantillons de réflectance différente. La valeur à l'origine du  $\overline{DOP}$  n'est pas absolue, elle dépend de la position d'origine de la fenêtre d'intégration, il a été vu par exemple en Fig. 3.6 que  $C^2$  et  $I$  varient spatialement. De la même façon, le  $\overline{DOP}$  ne diminue pas de façon monotone, ses variations dépendent de l'occurrence de minimums ou maximums locaux de  $C^2$  et  $I$  dans la fenêtre d'intégration. Le fait que le  $\overline{DOP}$  soit globalement décroissant avec l'intégration spatiale est appelé

"dépolariation spatiale" [15][16].



**Figure 3.9** - Variations du DOP spatialement intégré  $\overline{DOP}$ , en fonction de la taille d'intégration spatiale, pour les 6 échantillons de différentes réflectances. Les valeurs asymptotiques ne dépendent que de la réflectance de l'échantillon, et correspondent à la valeur de DOP qui serait mesurée par un imageur dont l'ouverture de pupille est grande par rapport à la longueur d'onde.

La Fig. 3.9 a été obtenue pour des grains de speckle ayant une surface d'environ  $15 \times 15$  pixels, sommés sur une fenêtre de taille  $2 \times 2$  à  $300 \times 300$  pixels. La valeur de  $\overline{DOP}$  est stable et répétable pour une fenêtre d'intégration de taille  $100 \times 100$  pixels, ce qui correspond à l'intégration d'environ 50 grains de speckle. Dans le cas de l'échantillon de réflectance 99%, un bon accord est obtenu entre la valeur  $\overline{DOP}$  asymptotique (ici égal à 0.04), et une mesure classique de DOP obtenue par intégration spatiale des champs, mesuré "inférieur à 0.03" dans [6].

On a vu précédemment que, même en réalisant la polarimétrie des champs en utilisant l'ouverture maximale de l'objectif (ouverture  $D_1$  dans la Fig. 3.5), le DOP mesuré n'a pas totalement convergé vers sa valeur minimale. On propose d'étudier la dépolariation spatiale intrinsèque aux matériaux, c'est à dire qui est indépendante des conditions d'observation. Pour ce faire, la statistique en phase relative des champs diffusés par les échantillons est étudiée. Ainsi, le repère de projection des ondes planes est choisi à  $45^\circ$  de l'état diffusé moyen : même intensités moyennes  $I_x$  et  $I_y$ , dispersion de la phase  $\phi$  dépendant du régime de diffusion. Plus précisément, on va caractériser la dispersion de la phase relative. L'importance de l'utilisation de distributions circulaires pour caractériser cette dispersion est mise en évidence, la phase étant une variable repliée sur l'intervalle  $[0; 2\pi]$ .

### 3.4.1 Mise en évidence du biais expérimental

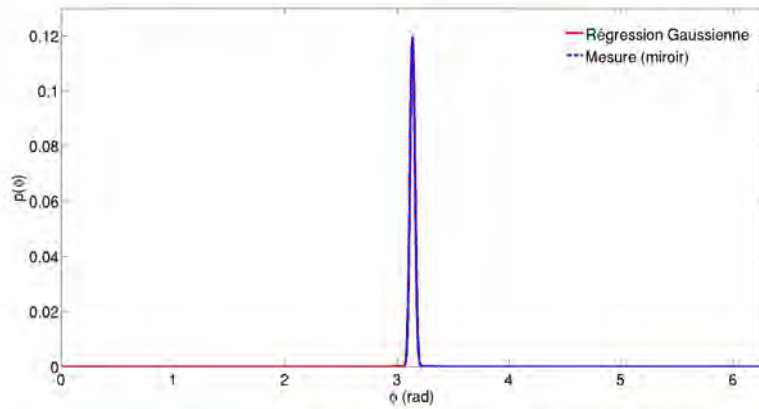
Le champ réfléchi par un miroir est caractérisé, afin de quantifier les effets instrumentaux sur la distribution en phase relative. Afin de caractériser la qualité de la description des distributions expérimentales  $p(\phi)$  par les différentes distributions analytiques  $y(\phi)$ , le coefficient de corrélation  $R^2$  entre les couples de distributions (régression et mesure), ainsi que l'erreur en pourcentage sont calculés :

$$err = \frac{\sum_{\phi} |y(\phi) - p(\phi)|}{\sum_{\phi} p(\phi)} \quad (3.8)$$

Le miroir ne dispersant pas suffisamment la distribution de phase pour observer un repliement de cette dernière (voir Fig. 3.10 (bleu)), une Gaussienne "classique" est ajustée sur sa densité de probabilité :

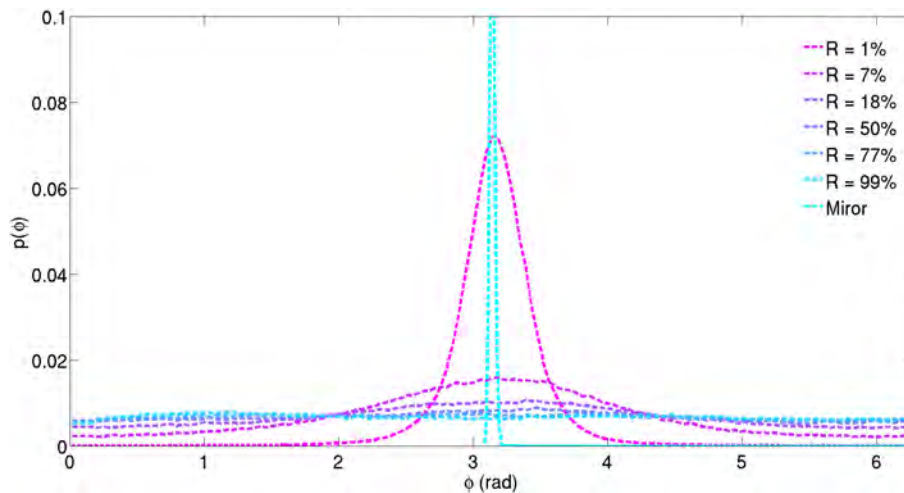
$$G(\phi) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{\phi - \phi_0}{\sigma}\right)^2\right). \quad (3.9)$$

avec  $\sigma$  l'écart type de la distribution Gaussienne, et  $\phi_0$  sa valeur moyenne. Cette régression est affichée en Fig. 3.10 (rouge), un fort coefficient de corrélation est mesuré ( $R^2 = 0.9998$ ), une erreur  $err = 2\%$ , une moyenne  $\phi_0 = 3.14 \text{ rad}$ , et un écart type  $\sigma_{miroir} = 0.02 \text{ rad}$ . Le fort coefficient de corrélation indique que les effets instrumentaux sur la dispersion de phase relative suivent uniquement une distribution Gaussienne.



**Figure 3.10** - Densité de probabilité de la phase  $\phi$  mesurée dans le champ réfléchi par un miroir (bleu). Régression par une Gaussienne (rouge). Coefficient de corrélation entre les courbes :  $R^2 = 0.9998$ .

Les densités de probabilité de la phase relative  $\phi$  pondérée par la valeur d'intensité totale  $I$  mesurées pour chaque échantillon sont affichées en Fig. 3.11, ainsi que pour le champ réfléchi par le miroir. Plus la réflectance augmente, plus la phase relative se disperse autour de la valeur correspondant à l'état d'émission. On souhaite quantifier cette dispersion en fonction de la réflectance de l'échantillon.

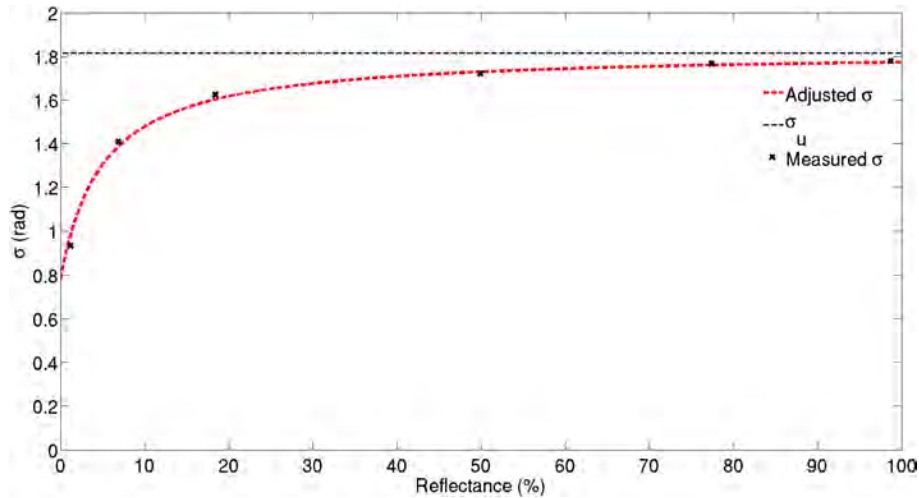


**Figure 3.11** - Densités de probabilité de la phase relative  $\phi$  pondérée par la valeur d'intensité, mesurées dans les champs diffusés par des Spectralons de réflectance variable, et un miroir comme référence.

Tout d'abord, la dispersion de la phase relative pondérée est quantifiée par la mesure de son écart-type. L'écart type en fonction de la réflectance est affiché en Fig. 3.10(bleu). Son évolution peut être décrite par une fonction du type :

$$\sigma(R) = \sigma_{MIN} + \frac{\tau_{\sigma}}{\tau_{\sigma} + 1/R^*} \quad (3.10)$$

avec  $R^* = \frac{R}{100-R}$ ,  $R^* \in [0 ; +\infty[$ ,  $\sigma_{MIN}$  un offset représentant l'écart type minimal (quand la réflectance tend vers 0%), et  $\tau_\sigma$  un facteur d'échelle. Par régression, l'Eq. 3.10 est ajustée sur les mesures expérimentales, la courbe est affichée en Fig. 3.10(rouge). On mesure  $\sigma_{MIN} = 0.77 \text{ rad}$ ,  $\tau_\sigma = 21.48$ .



**Figure 3.12** - Mesure expérimentale de l'écart type de la phase relative  $\phi$  pondérée, mesurée dans les champs diffusés par des Spectralons de réflectance variable (croix noires). Régression non linéaire de l'Eq. 3.10 (rouge). Écart type de la densité de probabilité uniforme sur  $[0 ; 2\pi]$  (pointillés noirs).

La valeur d'écart type maximal  $\max(\sigma) = 1.77 \simeq \sigma(U)$  (quand la réflectance tend vers 100%) est relativement proche de l'écart type d'une distribution uniforme sur l'intervalle  $[0 ; 2\pi]$  :  $\sigma(U) = \frac{2\pi}{\sqrt{12}} \simeq 1.81 \text{ rad}$  (en noir sur la Fig. 3.10). Ce résultat est cohérent avec ce qui est attendu en théorie : un diffuseur multiple homogène produit un champ dont les états de polarisation se répartissent uniformément dans la sphère de Poincaré.

Quand la réflectance tend vers 0%, on peut s'attendre à ce que la phase relative se comporte comme dans le cas d'un diffuseur de surface idéal : un miroir. En effet, le peu d'énergie rétrodiffusé par un échantillon dont la réflectance tend vers 0% ne peut avoir subi, en grande majorité, qu'une simple diffusion, les diffusions multiples étant rapidement absorbées par le matériau. Cependant, la valeur d'écart type minimal (quand la réflectance tend vers 0%)  $\sigma_{MIN} = 0.77 \text{ rad}$  est quasi quarante fois plus grande que l'écart type de la phase relative mesurée dans le champ réfléchi par le miroir ( $\sigma_{miroir} = 0.02 \text{ rad}$ ). On peut donc déduire que la mesure de dispersion de la phase relative par l'écart type est un estimateur biaisé pour décrire l'effet des multi-diffusions.

En revanche, après analyse des courbes présentées en Fig. 3.11, on a remarqué que la densité de probabilité de la phase relative pondérée suit une distribution proche d'une Lorentzienne circulaire.

### 3.4.2 Détermination de la contribution intrinsèque à la dispersion des déphasages relatifs

Sur la Fig. 3.11, on remarque que l'échantillon de réflectance  $R=2\%$  entraîne déjà un repliement (la probabilité de  $\phi = 0$  ou  $\phi = 2\pi$  n'est pas nulle). Ainsi, pour caractériser rigoureusement ces distributions, il faut utiliser des distributions circulaires. La phase relative est une variable circulaire, elle se replie sur l'intervalle  $[0 ; 2\pi]$ . Ainsi, sa densité de probabilité est également circulaire. l'ajustement de plusieurs distributions circulaires sur la densité de probabilité de la phase est proposé par régression non linéaire.

La distribution produite par l'échantillon de réflectance 2% est étudiée. Une distribution de Von Mises (VM) est utilisée, qui est l'approximation d'une distribution Gaussienne circulaire [21] :

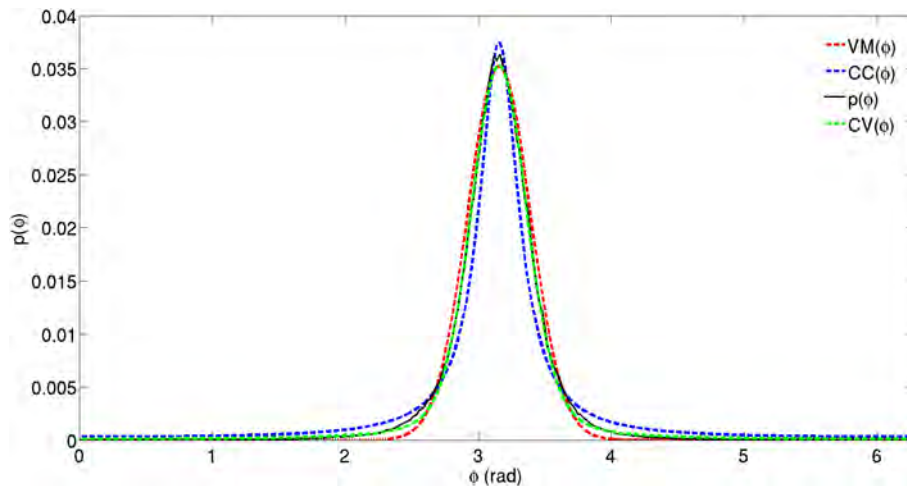
$$VM(\phi) = \frac{1}{2\pi} \frac{\exp(\kappa \cos(\phi - \phi_0))}{I_0(\kappa)}, \quad 0 \leq \phi < 2\pi \quad (3.11)$$

avec  $\kappa \in [0 ; \infty[$  un paramètre caractérisant la dispersion de la distribution,  $\phi_0$  la valeur de phase relative ayant une probabilité maximale, et  $I_0(x)$  la fonction de Bessel modifiée d'ordre 0. La distribution de VM ajustée est affichée en Fig. 3.13 (vert). L'erreur, par rapport à la distribution expérimentale (noire), est égale à  $err = 13\%$ , le coefficient de corrélation est  $R^2 = 0.994$ .

Une distribution de Cauchy circulaire (CC) est ensuite utilisée, définie analytiquement par [22] :

$$CC(\phi) = \frac{1}{2\pi} \frac{1 - \rho^2}{1 + \rho^2 - 2\rho \cos(\phi - \phi_0)}, \quad 0 \leq \phi < 2\pi \quad (3.12)$$

avec  $\rho \in [0 ; 1]$  un paramètre décrivant la concentration de la distribution. La CC ajustée est affichée en Fig. 3.13 (bleu). L'erreur est  $err = 23\%$ , le coefficient de corrélation  $R^2 = 0.980$ .



**Figure 3.13** - Densité de probabilité de la phase  $\phi$  mesurée dans le champ diffusé par le Spectralon de réflectance 2% (noir). Régression par une Von Mises, l'erreur est 13% (vert). Régression par une Cauchy circulaire, l'erreur est 23% (bleu). Régression par une Voigt circulaire, l'erreur est 6% (rouge).

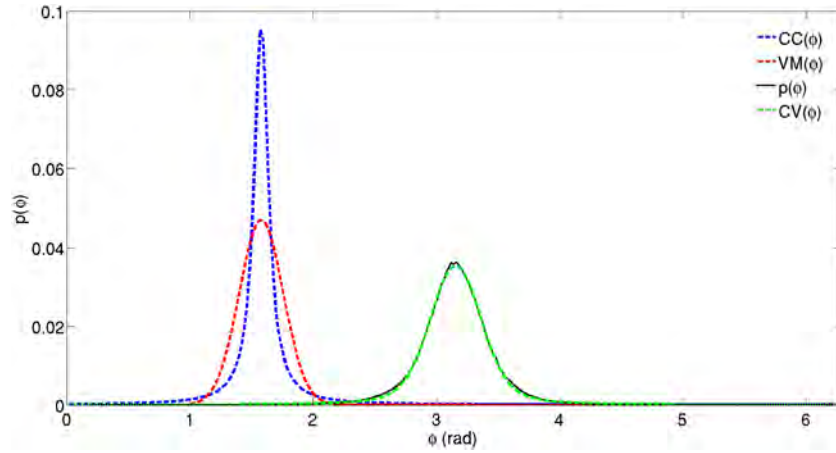
Finalement, la distribution obtenue par convolution circulaire de la distribution de Von Mises avec la Cauchy circulaire est utilisée :

$$CV = VM \otimes CC \quad (3.13)$$

avec  $\otimes$  l'opérateur de convolution circulaire. Cette nouvelle distribution qu'on appellera CV (Circular Voigt) est l'équivalent circulaire de la distribution de Voigt classique [23][24], obtenue par convolution d'une Gaussienne avec une Cauchy. La CV ajustée est affichée en Fig. 3.13 (rouge), l'erreur est  $err = 6\%$ , le coefficient de corrélation  $R^2 = 0.999$ .

Ainsi, dans le cas des faibles réflectances, la distribution de Voigt circulaire (CV) semble décrire le plus fidèlement la distribution de phase relative. Étant donné qu'elle est obtenue par convolution de deux distributions indépendantes (Cauchy circulaire et Von Mises), il peut être déduit que dans le cas de cet échantillon, les déphasages relatifs sont produits physiquement par au moins deux processus, qui suivent chacun une distribution indépendante.

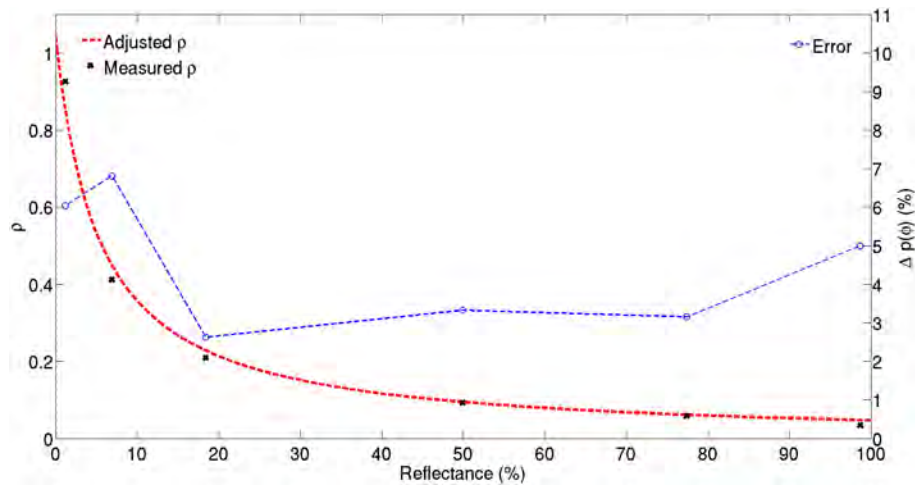
Dans le cas des échantillons de plus forte réflectance ( $R \geq 7\%$ ), des paramètres  $\rho$  quasi équivalents sont mesurés en utilisant une distribution CV ou CC, ce qui indique que la convolution de la



**Figure 3.14** - Distribution de Voigt circulaire ( $CV(\phi)$ , vert), obtenue par convolution de distribution de Von Mises ( $VM(\phi)$ , rouge) et Cauchy circulaire ( $CC(\phi)$ , bleu) décrivant la distribution de phase pondérée ( $p(\phi)$ , noire) mesurée dans le champ diffusé par l'échantillon  $R = 1\%$ .

CC par une VM peut être négligée pour les échantillons de réflectance plus importante.

Ainsi, pour réaliser la mesure de  $\rho$ , une distribution CV est utilisée pour l'échantillon  $R = 1\%$ , et une distribution CC pour les autres. L'évolution du paramètre  $\rho$  est affiché en Fig. 3.15 (noir), ainsi que les erreurs de description des distributions (Fig. 3.15, bleu) en fonction de la valeur de réflectance  $R$  des échantillons.



**Figure 3.15** - Mesure du paramètre de concentration  $\rho$  (noir) par régression des distributions de phase relative diffusées par des Spectralons de réflectance variable. L'Eq. 3.14 est ajustée sur les mesures expérimentales (rouge). Les erreurs de description des distributions expérimentales par une distribution CV ( $R < 7\%$ ) et CC ( $R \geq 7\%$ ) sont représentées en bleu.

L'évolution de  $\rho$  en fonction de la valeur de réflectance est continue et peut être décrite par une fonction du type :

$$\rho(R) = \rho_{MIN} + \frac{\tau_\rho}{\tau_\rho + R^*} \quad (3.14)$$

avec  $R^* = \frac{R}{100-R}$ ,  $R^* \in [0 ; +\infty[$ ,  $\rho_{MIN}$  la valeur de concentration minimale (quand la réflectance  $R$  tend vers 100%), et  $\tau_\rho$  un facteur d'échelle. La régression est affichée en Fig. 3.15, on mesure :  $\rho_{MIN} = 0.05$  et  $\tau_\rho = 0.05$ .

La valeur à l'origine  $\rho(0) = 1.05$  est proche de la valeur attendue quand le matériau ne produit aucune multi-diffusions : 1, la distribution Dirac. Cette valeur doit être comparée avec la valeur d'écart type à l'origine mesurée précédemment :  $\sigma_0 = 0.77 \text{ rad}$ , qui représente une distribution Gaussienne d'écart type 40 fois plus grand que la distribution mesurée dans le champ réfléchi par le miroir. Ainsi, en utilisant des distributions circulaires pour caractériser la dispersion de  $\phi$ , le biais produit par une mesure d'écart type est supprimé.

On a déduit plus haut qu'il y a au moins deux processus physiques indépendants à l'origine de la dispersion de la phase relative. Étant donné que la distribution en déphasage relatifs mesurés dans le champ réfléchi par le miroir (donc pas de multi-diffusions) est parfaitement décrit par une Gaussienne, on peut faire l'hypothèse que les artefacts et bruits expérimentaux produisent la partie Von Mises (approximation de la Gaussienne circulaire) de la distribution de Voigt circulaire, alors que les multi diffusions dans les Spectralons produisent la partie Cauchy circulaire. Concernant les échantillons de réflectance élevée, on peut supposer que les déphasages produits par multi-diffusions deviennent prépondérants par rapport aux artefacts et bruits expérimentaux, ce qui expliquerait le fait que les distributions CC et CV deviennent quasiment égales ( $\rho_{cv} \simeq \rho_{cc}$ ).

Dans le domaine de la spectroscopie moléculaire, lors de l'interaction de la lumière avec des atomes ou molécules, plusieurs processus provoquant un élargissement spectral des raies d'émissions peuvent être observés. Cet élargissement spectral est précisément décrit par une distribution de Voigt [23][24], qui s'obtient par convolution d'une distribution normale avec une distribution de Cauchy (ou Lorentzienne). La distribution normale provient d'un phénomène d'élargissement spectral inhomogène (paramètre ou processus extrinsèque à l'espèce considérée : par exemple dû à la vitesse des particules, inhomogénéités de composition ou structure), et la distribution de Cauchy provient d'un phénomène d'élargissement spectral homogène (paramètre ou processus intrinsèque à l'espèce considérée : par exemple l'incertitude des niveaux d'énergie ou la pression / température à l'équilibre). Ici, une analogie avec l'élargissement spectral est proposée, dans le cas de l'étude de l'élargissement des déphasages relatifs produits par diffusion dans un matériau. Il en est déduit que les déphasages relatifs produits par multi-diffusions dans un matériau homogène suivent une distribution de Cauchy circulaire.

### 3.4.3 Relation entre déphasages relatifs et dépolarisation spatiale

Dans la partie précédente, l'évolution de la dispersion en phase relative produite par les échantillons a été caractérisée, en fonction de leur valeur de réflectance. La dépolarisation spatiale est liée à cette dispersion, puisqu'elle dépend de la "diversité spatiale" d'états intégrés par chaque pixel du capteur.

Le DOP d'un champ peut être obtenu par :

$$\overline{DOP} = \frac{I_H - I_V}{I_H + I_V} \quad (3.15)$$

avec  $I_V$  l'intensité obtenue après projection de l'Eq. 3.4 sur la direction verticale, et  $I_H$  sa projection sur l'horizontale. Étant donné qu'on s'intéresse au DOP spatialement intégré, les intensités  $I_V$  et  $I_H$  sont spatialement intégrées. On revient à l'Eq. 3.4 avec  $C = 0$  (on néglige les bruits expérimentaux), et on fixe  $E_x = E_y = 1/\sqrt{2}$  (cas où le dichroïsme est nul). On obtient :

$$\begin{aligned} I_H &= \frac{1}{2}(I + Q) = \frac{1}{2}(1 + \cos(\phi)) \\ I_V &= \frac{1}{2}(I - Q) = \frac{1}{2}(1 - \cos(\phi)) \end{aligned} \quad (3.16)$$

Par intégration sur tout le champ, c'est à dire sur toutes les valeurs de  $\phi$  en prenant en compte sa densité de probabilité, il vient :

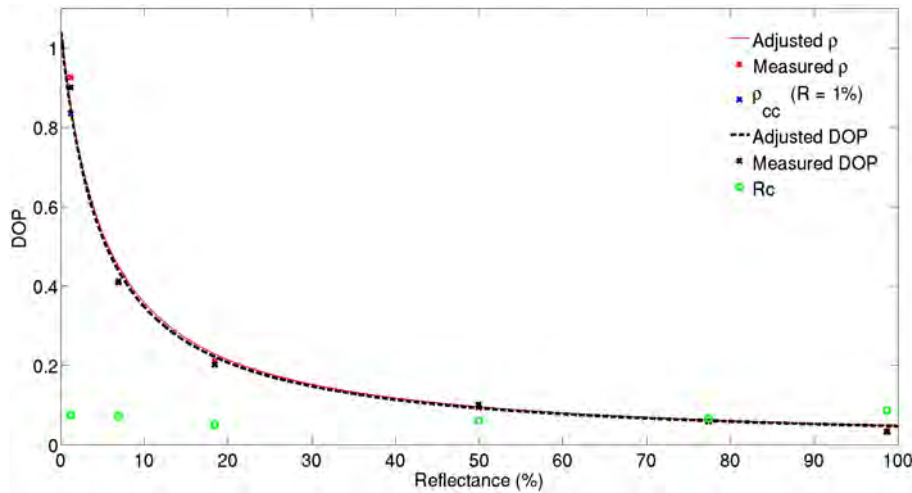
$$\begin{aligned} I_V &= \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} (1 + \cos(\phi)) p(\phi) d\phi \\ I_H &= \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} (1 - \cos(\phi)) p(\phi) d\phi \end{aligned} \quad (3.17)$$

Ainsi, l'Eq. 3.15 devient :

$$\overline{DOP} = \frac{\int_0^{2\pi} \cos(\phi) p(\phi) d\phi}{\int_0^{2\pi} p(\phi) d\phi} \quad (3.18)$$

En substituant  $p(\phi)$  par l'Eq.3.12 dans l'Eq. 3.18, c'est à dire que la dispersion de phase relative est décrite par une distribution de Cauchy circulaire, on obtient :  $\int_0^{2\pi} p(\phi) d\phi = 1$  et  $\int_0^{2\pi} \cos(\phi) p(\phi) d\phi = \rho$ . Finalement, on a :

$$\overline{DOP} = \rho \quad (3.19)$$



**Figure 3.16** - Mesure du paramètre  $\rho$  pour chaque échantillon, obtenue en utilisant une distribution CV pour  $R < 7\%$  et une CC pour  $R \geq 7\%$  (croix rouges). Dans le cas de l'échantillon  $R = 1\%$ , la valeur de  $\rho$  mesurée en utilisant une distribution CC est également affichée (croix bleue).  $\overline{DOP}$  spatialement intégré (croix noires). Régression de l'Eq. 3.14 à partir de la mesure de  $\overline{DOP}$  et  $\rho$  (resp. pointillés noirs et rouges). Niveau moyen de dépolarisation locale et bruits expérimentaux  $R_c = C^2/\bar{I}$  (ronds verts). Un bon accord entre  $\rho$  et  $\overline{DOP}$  est observé.

Ce qui indique que pour ce type de matériaux, la concentration de la phase relative pondérée par sa valeur d'intensité, décrite par une distribution de Cauchy circulaire et obtenue par la projection des champs diffusés sur le repère 3.4 associé à un état moyen diffusé vertical, est directement égal au DOP spatialement intégré.

Les valeurs  $\overline{DOP}$  mesurées (les valeurs asymptotiques affichées en Fig. 3.9) sont affichées en Fig. 3.16 (croix noires), ainsi que les mesures de  $\rho$  (croix rouges). Dans le cas de l'échantillon  $R = 1\%$ , la mesure de  $\rho$  obtenue en utilisant une distribution CC est également affichée (croix bleue,  $err = 23\%$ ), ce qui permet de comparer le résultat de mesure par rapport à celui obtenu avec une distribution CV (croix rouge,  $err = 6\%$ ).

On remarque qu'en plus de diminuer l'erreur  $err$  de description de la distribution de phase relative, on se rapproche bien de la valeur  $\overline{DOP}$  en utilisant la distribution CV. Un bon accord est observé entre la mesure de  $\rho$  et la valeur du  $\overline{DOP}$ . Ainsi, l'Eq.3.14 devient :

$$\rho(R) = \overline{DOP}(R) = \overline{DOP}_{MIN} + \frac{\tau_{dop}}{\tau_{dop} + R^*} \quad (3.20)$$

avec  $\overline{DOP}_{MIN} = 0.05 = \rho_{MIN}$ ,  $\tau_{dop} = 0.05 = \tau_\rho$ . Ainsi, pour ce type de matériaux, il a été démontré que le  $\overline{DOP}$  est uniquement dépendant de la réflectance de l'échantillon.

L'offset  $\overline{DOP}_{MIN} = 0.05$  est approximativement égal à l'incertitude de l'instrument : pour les mesures présentées ici, on a  $R_c = \overline{C}^2 / \overline{I} < 7\%$ . De plus, on a  $\overline{DOP}(0) = 1.05$ , qui est proche de la valeur mesurée dans le champ réfléchi par le miroir :  $\overline{DOP}_{miroir} = 1.02$  avec un écart type  $\sigma(DOP_{miroir}) = 0.03$ .

Ainsi, l'Eq. 3.20 peut être utilisée pour estimer le DOP intégré diffusé par un échantillon de même type, à partir de sa valeur de réflectance. Cette expression est empirique et semble décrire au mieux ce que l'on observe expérimentalement. Pour pouvoir caractériser physiquement cette expression, il faudrait mener des études complémentaires, par exemple isoler les effets respectifs des coefficients de diffusion et absorption du matériau  $\mu_a$  et  $\mu_s$  sur la dispersion de phase relative.

Une autre formulation de la distribution de Cauchy circulaire peut être trouvée dans la littérature :  $CC(\phi) = \frac{1}{2\pi} \frac{\sinh(\gamma)}{\cosh(\gamma) - \cos(\phi - \mu)}$ , avec  $\gamma > 0$  le paramètre exprimé en radians décrivant la dispersion de la distribution. De la même façon, en utilisant l'Eq. 3.18, l'expression du  $\overline{DOP}$  liée à la dispersion de phase est obtenue :  $\overline{DOP} = \cosh(\gamma) - \sqrt{\cosh(\gamma)^2 - 1}$ . Le paramètre  $\gamma$  (en radians) peut être vu comme une mesure de l'amplitude des déphasages relatifs dans le matériau, et pourrait être lié à un "libre parcours relatif" moyen.

### 3.5 Conclusion

Dans ce chapitre, la méthode SOPAFP a été utilisée pour étudier l'impact de différents paramètres sur la polarimétrie. Tout d'abord, l'impact de l'orientation du repère de décomposition en ondes planes relativement à l'état diffusé moyen a été étudié. Le repère dont les ondes planes sont à  $\pm 45^\circ$  de l'état moyen a été choisi, ce qui mène à des intensités équivalentes et spatialement corrélées selon les deux directions d'ondes planes, et une dispersion d'états dirigée par la phase relative.

Les dépolarisations spatiales et spectrales ont été étudiées expérimentalement, ces résultats montrent que la valeur de DOP spatialement intégré n'a pas convergé vers sa valeur asymptotique en utilisant l'ouverture maximale de notre objectif.

Ainsi, afin de caractériser la valeur de dépolarisation intrinsèque aux échantillons, c'est-à-dire qui ne dépend par exemple pas de la valeur d'ouverture utilisée pour imager le champ, la dispersion de phase relative produite par les échantillons a été étudiée. Pour cette caractérisation, une distribution de Voigt circulaire est définie et utilisée, ce qui nous a permis d'identifier deux processus indépendants produisant cette dispersion de phase. Par comparaison avec la distribution de phase Gaussienne observée dans le champ réfléchi par le miroir, il a été déduit que les multi-diffusions semblent disperser la phase relative selon une distribution de Cauchy circulaire. Ainsi, en utilisant la méthode de phase relative, les contributions instrumentales ont pu être dissociées des contributions de l'échantillon à la dépolarisation totale. Notamment, les contributions expérimentales ont un fort impact pour les échantillons de faible réflectance, où le rapport signal à bruit diminue.

Une relation empirique liant la réflectance des Spectralons à leur dépolarisation spatiale intrinsèque a été déterminée. Des études complémentaires devraient être menées pour caractériser par exemple l'effet des coefficients de diffusion et absorption du matériau  $\mu_a$  et  $\mu_s$  sur cette valeur de dépolarisation. Le paramètre  $\rho$  présente une grande sensibilité pour les faibles réflectances : sur la Fig. 3.16, une forte décroissance de  $\rho$  peut être observée pour les réflectances inférieures à 10%. Ainsi, nous supposons que cette mesure présente une grande sensibilité pour la distinction de différents matériaux de réflectance faible.

Finalement, des études complémentaires devraient également être menées pour étudier les effets potentiels produisant l'élargissement "inhomogène" des déphasages relatifs (décrit par la distribu-

tion de Von Mises). Par exemple, la diversité des angles d'incidence et détection, effet de la diversité de taille / forme des diffuseurs ou la largeur spectrale de la source.

Les travaux concernant l'étude de la dépolarisation spatiale intrinsèque aux matériaux sont en cours de publication, la version temporaire est en Annexe C.

## Bibliographie

- [1] J. Dupont, X. Orlik, A. Gabbach, M. Zerrad, G. Soriano, and C. Amra. Polarization analysis of speckle field below its transverse correlation width : application to surface and bulk scattering. *Opt. Express*, 22(20) :24133–24141, 2014.
- [2] A. Ghabbach, M. Zerrad, G. Soriano, S. Liukaityte, and C. Amra. Depolarization and enpolarization DOP histograms measured for surface and bulk speckle patterns. *Opt. Express*, 22 :21427–21440, 2014.
- [3] M. J. Kavaya, R. T. Menzies, D. A. Haner, U. P. Oppenheim, and P. H. Flamant. Target reflectance measurements for calibration of lidar atmospheric backscatter data. *Appl. Opt.*, 22 :2619–2628, 1983.
- [4] M. J. Kavaya. Polarization effects on hard target calibration of lidar systems. *Appl. Opt.*, 26 :796–804, 1987.
- [5] C. Abou Nader, F. Pellen, H. Loutfi, R. Mansour, B. Le Jeune, G. Le Brun, and M. Aboud. Early diagnosis of teeth erosion using polarized laser speckle imaging. *J. Biomed. Opt.*, 21 :071103–6, 2015.
- [6] R. Ceolato, M. Golzio, C. Riou, X. Orlik, and N. Riviere. Spectral degree of linear polarization of light from healthy skin and melanoma. *Opt. Express*, 23 :13605–13612, 2015.
- [7] S. Seager, B. A. Whitney, and D. D. Sasselov. Photometric light curves and polarization of close-in extrasolar giant planets. *Astrophys. J.*, 540 :504–520, 2000.
- [8] P. Kervella, M. Montargès, E. Lagadec, S. T. Ridgway, X. Haubois, J. H. Girard, K. Ohnaka, G. Perrin, and A. Gallenne. The dust disk and companion of the nearby AGB star L<sub>2</sub> puppis SPHERE/ZIMPOL polarimetric imaging at visible wavelengths. *Astron. Astrophys.*, 578 :A77, 2015.
- [9] Ø. Svensen, M. Kildemo, J. Maria, J. J. Stamnes, and Ø. Frette. Mueller matrix measurements and modeling pertaining to spectralon white reflectance standards. *Opt. Express*, 20 :15045–15053, 2012.
- [10] J. M. Sanz, C. Extremiana, and J. M. Saiz. Comprehensive polarimetric analysis of spectralon white reflectance standard in a wide visible range. *Appl. Opt.*, 52 :6051–6062, 2013.
- [11] D. Goldstein. *[Polarized light]*, pages 32–42. CRC Press, 2003.
- [12] M. I. Mischenko and J. W. Hovenier. Depolarization of light backscattered by randomly oriented nonspherical particles. *Opt. Lett.*, 20 :1356–1359, 1995.
- [13] S. Asano. Light scattering properties of spheroidal particles. *Appl. Opt.*, 18 :712–723, 1979.
- [14] D. D. Duncan and M. E. Thomas. Particle shape as revealed by spectral depolarization. *Appl. Opt.*, 46 :6185–6191, 2007.
- [15] M. Zerrad, J. Sorrentini, G. Soriano, and C. Amra. Gradual loss of polarization in light scattered from rough surfaces : Electromagnetic prediction. *Opt. Express*, 18(15) :15832–15843, 2010.
- [16] M. Zerrad, H. Tortel, G. Soriano, A. Ghabbach, and C. Amra. Spatial depolarization of light from the bulks : electromagnetic prediction. *Opt. Express*, 23 :8246–8260, 2015.
- [17] J. Dupont and X. Orlik. Speckle fields polarimetry : statistical analysis and polarization singularities measurements. *Proc. SPIE*, 9660 :96601B, 2015.

- [18] J.W. Goodman. [*Speckle phenomena in optics. Theory and applications*], pages 25–40. Roberts & Company Pub., 2006.
- [19] J.W. Goodman. Statistical properties of laser speckle patterns. *Topics in Applied Physics*, 9 :9–75, 1984.
- [20] J. Li, G. Yao, and L. V. Wang. Degree of polarization in laser speckles from turbid media : Implications in tissue optics. *J. Biomed. Opt.*, 7 :307–312, 2002.
- [21] R. Gatto and S.R. Jammalamadaka. The generalized von mises distribution. *Stat. Methodol.*, 4 :341–353, 2007.
- [22] P. McCullagh. Möbius transformation and cauchy parameter estimation. *Ann. Statist.*, 24 :787–808, 1996.
- [23] W. D. Elderton and N. L. Johnson. [*Systems of Frequency Curves*], pages 77–78. New York : Cambridge Press, 1969.
- [24] M. M. Hall. The approximation of symmetric X-ray peaks by pearson type VII distributions. *J. Appl. Cryst.*, 10 :66–68, 1977.



# Chapitre 4

## Développement et validation d'un modèle de simulation de speckles polarisés

### Sommaire

---

<b>4.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>113</b>
<b>4.2</b>	<b>Simulation de speckle complètement développé</b>	<b>114</b>
<b>4.3</b>	<b>Simulation de speckle polarisé</b>	<b>115</b>
<b>4.4</b>	<b>Comparaison avec l'expérimentation</b>	<b>116</b>
4.4.1	Diffusion surfacique	116
4.4.2	Régime de diffusion intermédiaire	117
4.4.3	Régime de diffusion multiple	119
<b>4.5</b>	<b>Impact de l'échelle d'observation sur la polarimétrie</b>	<b>123</b>
4.5.1	Mesure de biréfringence	123
4.5.2	Dépolarisation spatiale	125
<b>4.6</b>	<b>Étude des singularités de polarisation par simulation</b>	<b>128</b>
4.6.1	Singularités d'ordre 1/2	128
4.6.2	Singularités non centro-symétriques	133
4.6.3	Singularités d'ordre 1	134
<b>4.7</b>	<b>Conclusion</b>	<b>136</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>137</b>

---

### 4.1 Introduction

La polarisation du speckle ouvre un large champ d'applications : métrologie [1], télécommunication optique [2], imagerie biomédicale [3][4], télédétection [5]. Pour le développement de ces instruments, basés sur la polarisation du speckle, la simulation de tels champs peut trouver son intérêt pour prédire leurs performances.

Un modèle basé sur la propagation Monte-Carlo et le formalisme de Jones a été proposé pour la modélisation de paquets de photons polarisés en milieux diffusants [6]. L'intérêt de ce modèle concerne l'étude des paramètres physiques du milieu sur la diffusion de paquets de photons polarisés. Cependant, le modèle est limité à des dimensions de l'ordre de dizaines de microns.

Ici, on s'intéresse à un modèle pour la simulation d'imagerie polarimétrique d'objets centimétriques, donc à l'effet des paramètres physiques introduits par le modèle précédent sur la polarisation en champ lointain. Plus précisément, les champs considérés sont les champs de speckle subjectifs, dans le cas où ils sont complètement développés, c'est-à-dire générés par des déphasages dont la

distribution est uniforme sur l'intervalle  $[0;2\pi]$ . De plus, le système d'imagerie est limité par la diffraction, sa fonction pupille est une ouverture circulaire, et l'illumination est monochromatique, totalement polarisée avec un profil d'éclairement gaussien.

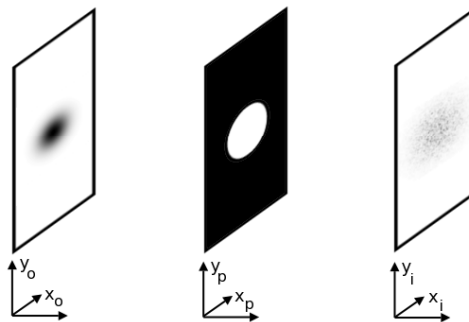
Au Chap. 3, l'impact des caractéristiques de l'échantillon et de l'imageur sur la polarimétrie a été caractérisé expérimentalement. En choisissant un repère de décomposition du champ en ondes planes à  $45^\circ$  de l'état diffusé moyen, il a été mis en évidence :

- qu'un speckle produit par diffusion de surface ou de volume peut toujours être décomposé en une somme de deux speckle complètement développés [7] polarisés selon deux directions orthogonales,
- que les multi-diffusions produisent une décorrélation spatiale des intensités des couples d'ondes planes, via une dispersion de la phase relative.

Ces observations ont été déduites à partir de l'étude des champs diffusés par des échantillons de réflectance variable. Le présent chapitre propose de développer le modèle inverse, c'est à dire modéliser les champs diffusés par un échantillon de réflectance variable. Ainsi, le modèle utilisé par exemple dans [8][9] est généralisé, par exemple au cas où le champ diffusé est partiellement corrélé entre les deux directions orthogonales du champ électromagnétique, ce qui correspond expérimentalement aux champs diffusés par des diffuseurs majoritairement de surface.

## 4.2 Simulation de speckle complètement développé

Dans un premier temps, le cas d'un speckle uniformément polarisé est considéré. Dans ce cas, l'intensité scalaire au foyer de l'objectif est un speckle complètement développé [7]. Un tel speckle se caractérise par une valeur de contraste égal à 1 et sa densité de probabilité en valeur d'intensité suit une exponentielle décroissante. Les différents plans transverses utilisés pour simuler ce type de speckle sont schématisés dans la Fig.4.1. Les coordonnées en plan objet sont désignées avec les indices  $x_o, y_o$ ;  $x_p, y_p$  en plan pupille et  $x_i, y_i$  en plan image.



**Figure 4.1** - Représentation schématique des plans transverses utilisés pour la simulation de l'amplitude en champ lointain de speckle subjectif. Les coordonnées en plan objet sont  $x_o, y_o$ ,  $x_p, y_p$  en plan pupille et  $x_i, y_i$  en plan image. L'approximation en champ lointain est valide si la distance entre le plan objet et le plan pupille est suffisamment grande.

L'amplitude complexe en plan objet  $\mathbf{E}_o$  s'obtient avec :

$$\mathbf{E}_o(x_o, y_o) = A_0(x_o, y_o)e^{-j\varphi(x_o, y_o)} \quad (4.1)$$

avec  $A_0$  l'amplitude du faisceau, qui suit un profil Gaussien,  $\varphi$  la carte de phaseurs aléatoires uniformément répartie dans l'intervalle  $[0, 2\pi]$ . Ici, la carte de réflectance de l'échantillon est supposée uniforme et égale à 1. On se place dans le cas où les distances entre chaque plan transverse sont assez grandes pour appliquer la diffraction de Fraunhofer, aussi appelée approximation de champ lointain. Ainsi, le champ en plan pupille s'écrit :

$$\mathbf{E}_p(x_p, y_p) = \text{pup}(x_p, y_p) TF \{ \mathbf{E}_o(x_o, y_o) \} \quad (4.2)$$

avec  $\text{pup}$  la fonction de transmission de la pupille, qu'on suppose uniforme égale à 1 sur la surface de la pupille, et nulle en dehors. Finalement, l'amplitude complexe en plan image s'écrit :

$$\mathbf{E}_i(x_i, y_i) = TF \{ \mathbf{E}_p(x_p, y_p) \} \quad (4.3)$$

La taille de la réponse impulsionnelle (Point Spread Function, PSF) du dispositif imageur ainsi simulé est liée au rapport de la longueur d'onde sur le diamètre de la pupille. Ici la longueur d'onde est arbitraire, ainsi la taille des grains de speckle imagés dépendra des dimensions de la pupille simulée, relativement aux dimensions totales du plan pupille.

### 4.3 Simulation de speckle polarisé

Au paragraphe précédent, la modélisation d'un speckle complètement développé a été introduite, en supposant la polarisation uniforme. Par exemple, un tel speckle est observé en sortie de polariseur linéaire. Pour s'en convaincre, on peut revenir aux intensités  $I_x$  ou  $I_y$  représentées par exemple en Figs. 3.3 et 3.4, resp. a et b : ce sont les intensités obtenues après projection du champ total respectivement sur l'horizontale et la verticale, donc uniformément polarisées, des speckle complètement développés sont observés.

De plus, il a été vu au Chap. 3 l'intérêt du repère de décomposition en ondes planes à  $\pm 45^\circ$  de l'état diffusé moyen :  $I_x$  et  $I_y$  ont même intensité moyenne, et sont partiellement corrélés.

Ainsi, pour simuler un speckle polarisé, on fait une somme incohérente de deux speckles polarisés selon deux directions orthogonales ( $\mathbf{E}_{ix}$  et  $\mathbf{E}_{iy}$ ). Ce repère de décomposition est choisi pour simuler le speckle polarisé, l'illumination étant fixée arbitrairement à un SOP *vertical*. Dans ce cas, le paramètre variant entre les champs produits par de simples ou multiples diffusions est la dispersion de la phase relative  $\phi$  en plan image, lié à sa dispersion en plan objet. Ainsi, l'effet des diffusions multiples est modélisé au travers de la distribution de la phase relative en plan objet.

Le repère de décomposition du champ en ondes planes est donc défini par [10] :

$$S = \begin{cases} I &= |\mathbf{E}_{ix}|^2 + |\mathbf{E}_{iy}|^2 + C^2 \\ Q &= 2\mathbf{E}_{ix}\mathbf{E}_{iy} \cos(\phi) \\ U &= |\mathbf{E}_{ix}|^2 - |\mathbf{E}_{iy}|^2 \\ V &= 2\mathbf{E}_{ix}\mathbf{E}_{iy} \sin(\phi) \end{cases} \quad (4.4)$$

L'augmentation de l'écart type de la phase relative en plan objet entraîne une décorrélation progressive entre les ondes planes orthogonales. Ainsi, plus cet écart type augmente plus les deux speckle complètement développés  $|\mathbf{E}_{ix}|^2$  et  $|\mathbf{E}_{iy}|^2$  (qui sont spatialement égaux quand l'écart type est nul) deviennent spatialement décorrélés.

Le degré de polarisation correspondant s'écrit :

$$DOP = \frac{|\mathbf{E}_{ix}|^2 + |\mathbf{E}_{iy}|^2}{|\mathbf{E}_{ix}|^2 + |\mathbf{E}_{iy}|^2 + C^2} = 1 - \frac{C^2}{I} \quad (4.5)$$

Afin d'introduire une corrélation entre les deux speckles, la carte de déphasages en plan objet de l'un des deux champs est tout d'abord simulée, par exemple  $\varphi_x(x_o, y_o)$ , suivant une loi uniforme dans l'intervalle  $[0; 2\pi]$ , qui est la condition pour obtenir un speckle complètement développé [7]. La carte de déphasages du second speckle complètement développé est obtenue avec :

$$\varphi_y(x_o, y_o) = \varphi_x(x_o, y_o) + \mathcal{G}(\rho, \sigma) \quad (4.6)$$

avec  $\mathcal{G}$  la distribution normale de moyenne  $\rho$  et d'écart type  $\sigma$ . La valeur moyenne  $\rho$  produit un déphasage relatif uniforme, et peut être par exemple utilisé pour simuler l'effet d'un élément biréfringent (par exemple lame  $\lambda/4$  ou  $\lambda/2$ ). Autrement dit, le degré de corrélation entre les deux cartes

de phaseurs ne dépend que de l'écart type  $\sigma$  de la loi normale.

Par transformée de Fourier de  $\varphi_x(x_o, y_o)$  et  $\varphi_y(x_o, y_o)$ , comme expliqué au paragraphe 4.2,  $\mathbf{E}_{ix}(x_i, y_i)$  et  $\mathbf{E}_{iy}(x_i, y_i)$  sont obtenus, qui sont les amplitudes des champs en plan image. Finalement  $\phi$ , la phase relative en plan image, est obtenue avec :

$$\phi(x_i, y_i) = \text{atan} \left( \frac{\text{Im} \{ \mathbf{E}_{ix}(x_i, y_i) \}}{\text{Re} \{ \mathbf{E}_{ix}(x_i, y_i) \}} \right) - \text{atan} \left( \frac{\text{Im} \{ \mathbf{E}_{iy}(x_i, y_i) \}}{\text{Re} \{ \mathbf{E}_{iy}(x_i, y_i) \}} \right) \quad (4.7)$$

Les éventuels bruits expérimentaux sont négligés. Étant donné qu'on est dans le cas d'une illumination monochromatique et de champs temporellement stables (la carte de déphasages relatifs  $\mathcal{G}(\rho, \sigma)$  ne varient pas au cours du temps), la seule contribution au terme  $C^2$  provient de la dépolarisation spatiale. Dans un premier temps, cette contribution est négligée, on verra au chapitre 4.5.2 que cette approximation est valide dans le cas étudié ici, c'est à dire l'imagerie polarimétrique avec une PSF large relativement à la taille d'échantillonnage spatial. Ainsi, à partir de la simulation de  $\mathbf{E}_{ix}(x_i, y_i)$ ,  $\mathbf{E}_{iy}(x_i, y_i)$  et  $\phi$ , la carte de polarisation du speckle peut être calculée avec l'éq. 4.4.

Les paramètres ajustables du modèle de simulation sont donc le diamètre de la pupille relativement aux dimensions du plan pupille, qui détermine la taille des grains de speckle imagés (la longueur d'onde étant arbitraire), et l'écart type de la distribution normale de la phase relative en plan objet  $\sigma$ , qui détermine le mode de diffusion. Comme présenté précédemment, les cas limites sont pour  $\sigma = 0$ , qui représente un diffuseur de surface "pur" (une réflexion spéculaire), et  $\sigma \simeq \pi$ , qui représente un diffuseur multiple "pur" pour lequel les deux speckle sont statistiquement indépendants. Dans cet intervalle, tous les types de diffusions sont décrits.

## 4.4 Comparaison avec l'expérimentation

Les résultats de simulation sont comparés avec les mesures sur Spectralons, dans les mêmes conditions expérimentales que le Chap. 3. Notamment, le laser utilisé est monomode longitudinal, donc le champ mesuré est considéré monochromatique @ 532 nm.

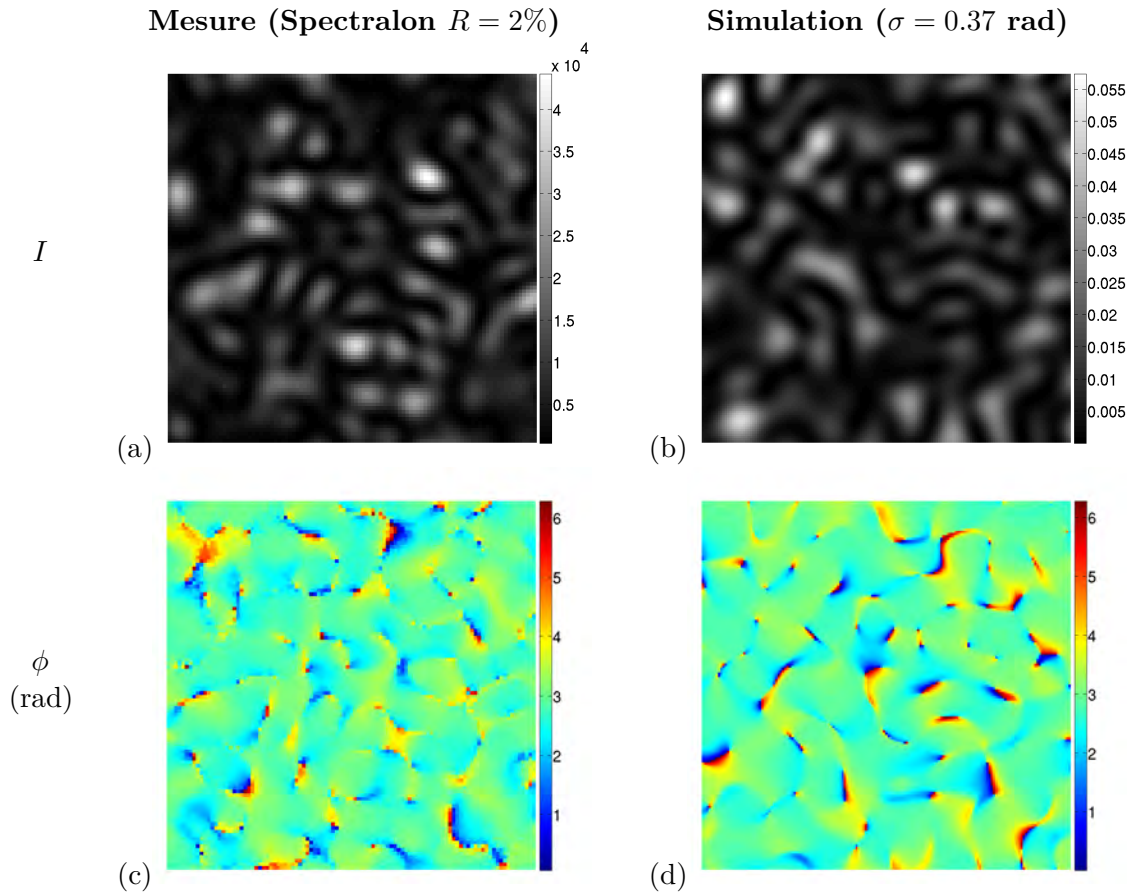
La valeur du diamètre de pupille simulée est ajustée, afin de modéliser une image dont le rapport focale sur diamètre de pupille soit approximativement le même que celui de l'expérimentation. L'écart type  $\sigma$  et la moyenne  $\rho$  de la distribution de décorrélation en champ objet  $\mathcal{G}(\rho, \sigma)$  (Eq. 4.6) sont également ajustés, afin de simuler en plan image une distribution de phase équivalente à l'expérimentation, où elle est produite par multi-diffusions.

### 4.4.1 Diffusion surfacique

La mesure est réalisée dans le champ diffusé par un Spectralon de réflectance 2%, ainsi une grande partie des photons multi diffusés sont absorbés par le matériau, et on observe une majorité de photons ayant subi une simple diffusion. La distribution normale de décorrélation simulée en plan objet est d'écart type  $\sigma = 0.37$  rad. Elle est centrée en  $\bar{\phi} = \rho = 2.91$  rad. Ces valeurs sont ajustées afin de maximiser le facteur de corrélation  $R^2$  entre la densité de probabilité de la phase relative en plan image  $p(\phi)$ , mesurée et simulée.

La phase du second speckle simulée en plan objet est obtenue avec l'Eq. 4.6, avec  $\varphi_x(x_o, y_o)$  une variable aléatoire suivant une distribution uniforme sur  $[0; 2\pi]$ . Ce tirage aléatoire pour générer la phase selon  $x$  n'est pas anodin, il correspond en quelque sorte aux "conditions initiales" du modèle, et va définir la répartition spatiale de la figure d'intensité totale du speckle polarisé ainsi simulé, pour un plan de phase relative  $\phi$  donné. Expérimentalement, si on cherche à définir cette phase selon  $x$ , il faut prendre en compte toutes les éventuelles contributions à la phase optique du champ, par exemple les aberrations des optiques ou la divergence du front d'onde incident.

L'intensité totale  $I$  en comptes numériques du speckle mesuré et simulé sont affichés resp. en Fig. 4.2(a) et (b), la phase relative en plan image mesurée et simulée resp. en Fig. 4.2(c) et (d). Le contraste de l'intensité totale simulée est  $c_{sim} = 0.96$ , le contraste de l'intensité polarisée mesurée est  $c_{exp} = 0.92$ . Les variations spatiales de phase relative sont à première vue similaires entre le modèle et l'expérimentation, le modèle permettant d'augmenter la résolution en plan image.



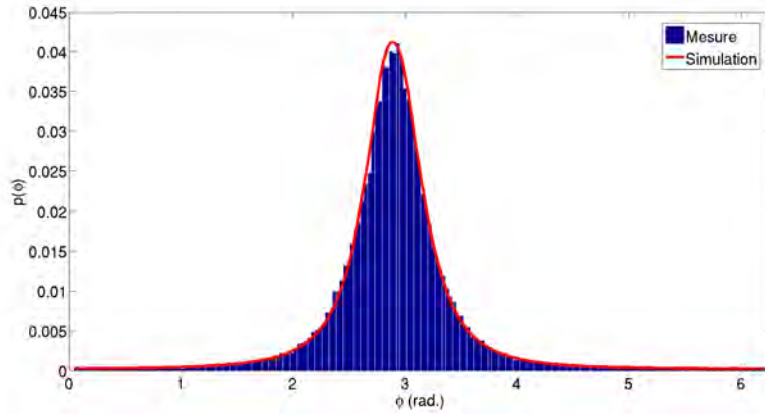
**Figure 4.2** - Première colonne : mesure dans le champ diffusé par un Spectralon de réflectance 2%. Seconde colonne : résultat de simulation en plan image. (a-b) Intensité totale  $I$ . (c-d) Phase relative  $\phi$  entre les ondes planes projetées selon deux directions de polarisation orthogonales.

On affiche également en Fig 4.3 la densité de probabilité de la phase relative  $\phi$  simulée (rouge) et mesurée (bleu). On mesure un coefficient de corrélation élevé ( $R^2 = 0.999$ ) entre la distribution simulée (rouge) et mesurée (bleu).

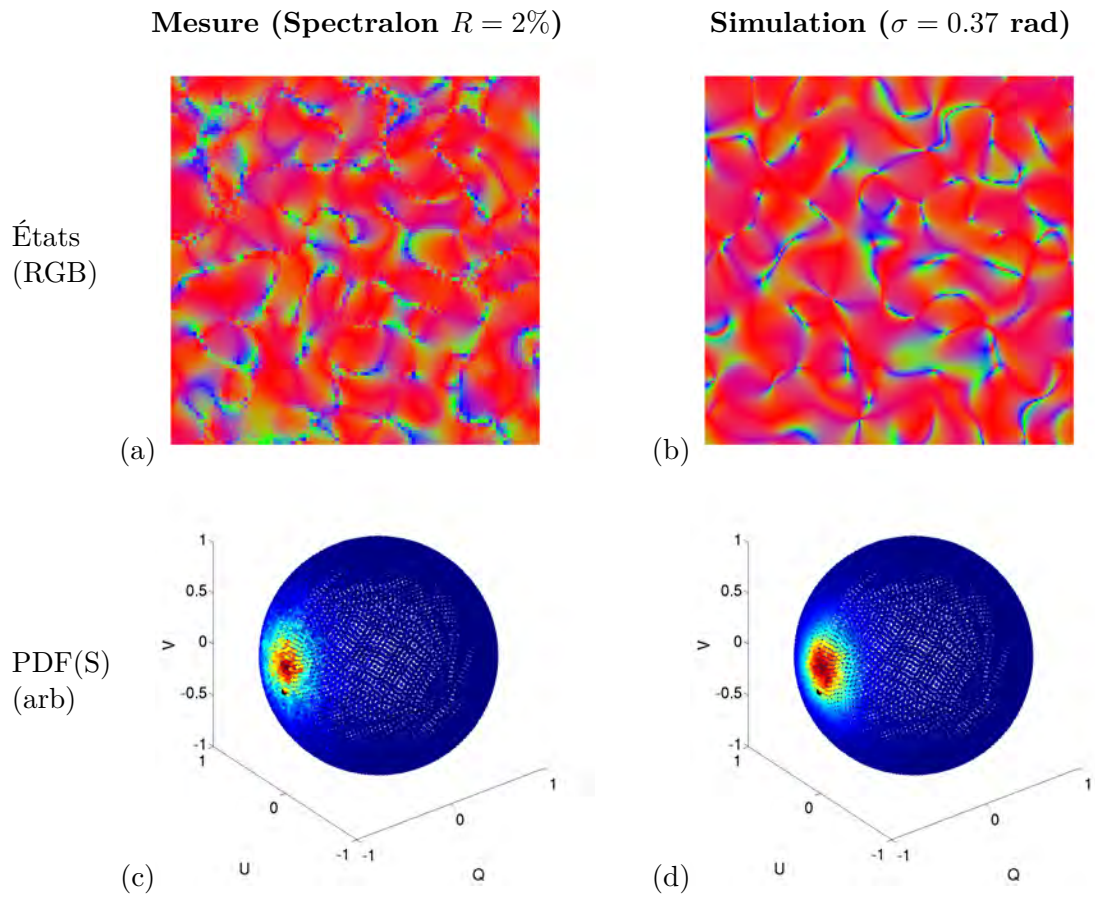
Finalement, la représentation en code RGB des variations spatiales d'états de polarisation mesurés et simulés sont affichés en Fig. 4.4, resp. (a) et (b). Une répartition spatiale des états et une densité de probabilité dans la sphère similaires sont observés, resp. en Fig. 4.4 (c) et (d).

#### 4.4.2 Régime de diffusion intermédiaire

On s'intéresse maintenant au champ de speckle simulé, équivalent à la mesure obtenue dans le champ diffusé par un Spectralon de réflectance  $R = 20\%$ . Étant donné que la réflectance augmente, il y a moins d'absorption par l'échantillon d'éventuelles multi diffusions. Ainsi, on observe un régime de diffusion intermédiaire où l'intensité totale est obtenue par des niveaux comparables de diffusions de surface et de volume.



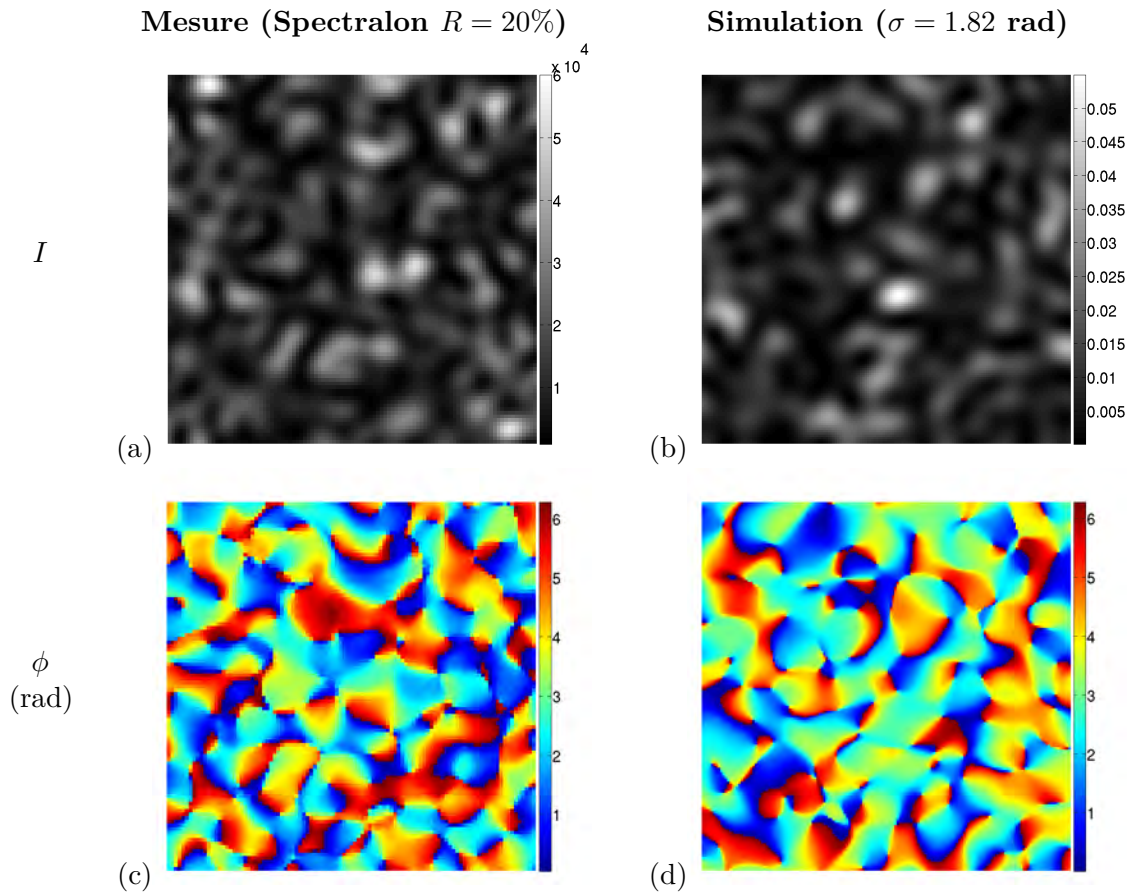
**Figure 4.3** - Densité de probabilité de la phase relative  $\phi$  en plan image, dans le cas d'un Spectralon de réflectance 2%. Rouge : simulation, bleu : mesure. Corrélation entre les courbes :  $R^2 = 0.999$ .



**Figure 4.4** - Première colonne : mesure dans le champ diffusé par un Spectralon de réflectance 2%. Seconde colonne : résultat de simulation en plan image. (a-b) Représentation spatiale des états de polarisation en code RGB. (c-d) Densité de probabilité des états de polarisation dans la sphère de Poincaré.

La distribution normale de décorrélation simulée en plan objet est d'écart type  $\sigma = 1.82$  rad. Elle est centrée en  $\bar{\phi} = \rho = 3.13$  rad, choisis de la même façon que précédemment : de sorte à maximiser le facteur de corrélation  $R^2$  entre les densités de probabilité  $p(\phi)$  mesurées et simulées en plan image.

L'intensité totale  $I$  en comptes numériques du speckle mesuré et simulé est affichée resp. en Fig. 4.5 (a) et (b), la phase relative en plan image mesurée et simulée, resp. en Fig. 4.5 (c) et (d). Le contraste de l'intensité totale simulée est  $c_{sim} = 0.71$ , le contraste de l'intensité polarisée mesurée est  $c_{exp} = 0.72$ . On observe toujours une apparence similaire concernant les variations spatiales d'intensité et de phase relative entre le modèle et l'expérimentation, avec un échantillonnage plus élevé en plan image dans le cas de la simulation.



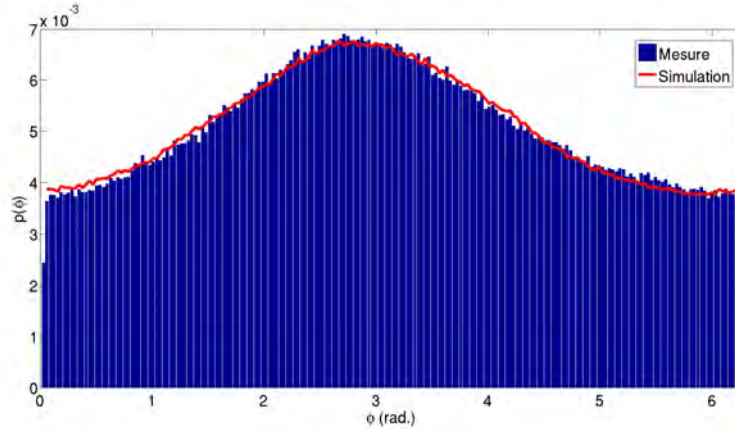
**Figure 4.5** - Première colonne : mesure dans le champ diffusé par un Spectralon de réflectance 20%. Seconde colonne : résultat de simulation en plan image. (a-b) Intensité totale  $I$ . (c-d) Phase relative  $\phi$  entre les ondes planes projetées selon deux directions de polarisation orthogonales.

La densité de probabilité de la phase relative  $\phi$  simulée (rouge) et mesurée (bleu) est affichée en Fig 4.6. Un coefficient de corrélation élevé est mesuré ( $R^2 = 0.994$ ) entre la distribution simulée (rouge) et mesurée (bleu).

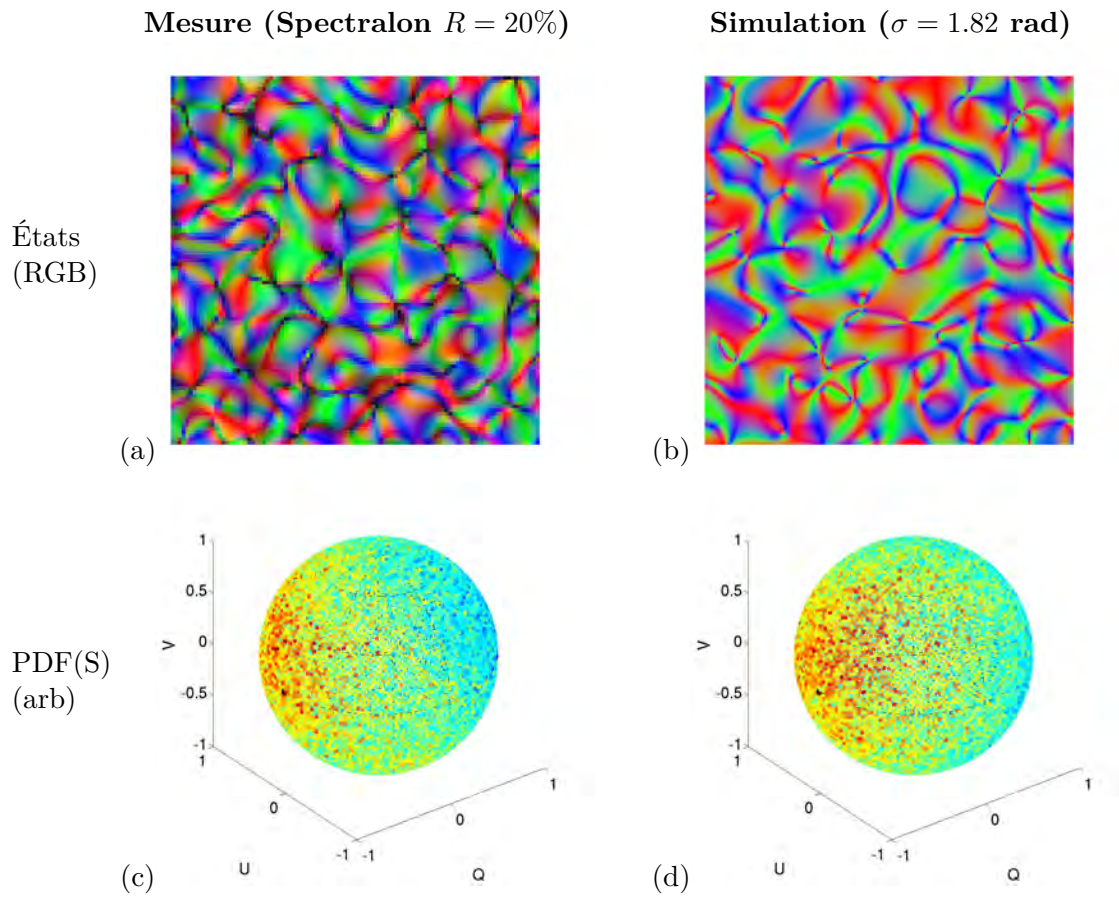
Les représentations en code RGB des variations spatiales d'états de polarisation mesurés et simulés (resp. (a) et (b)) sont affichées en Fig. 4.7. Un comportement spatial équivalent est observé, ainsi qu'une densité de probabilité équivalente des états dans la sphère (resp. (c) et (d)).

#### 4.4.3 Régime de diffusion multiple

De la même façon, les paramètres  $\rho$  et  $\sigma$  du modèle sont ajustés en plan objet, de sorte à maximiser le facteur de corrélation  $R^2$  entre les densités de probabilité  $p(\phi)$  mesurées et simulées en plan



**Figure 4.6** - Densité de probabilité de la phase relative  $\phi$  en plan image, dans le cas d'un Spectralon de réflectance 20%. Rouge : simulation, bleu : mesure. Corrélation entre les courbes :  $R^2 = 0.994$ .

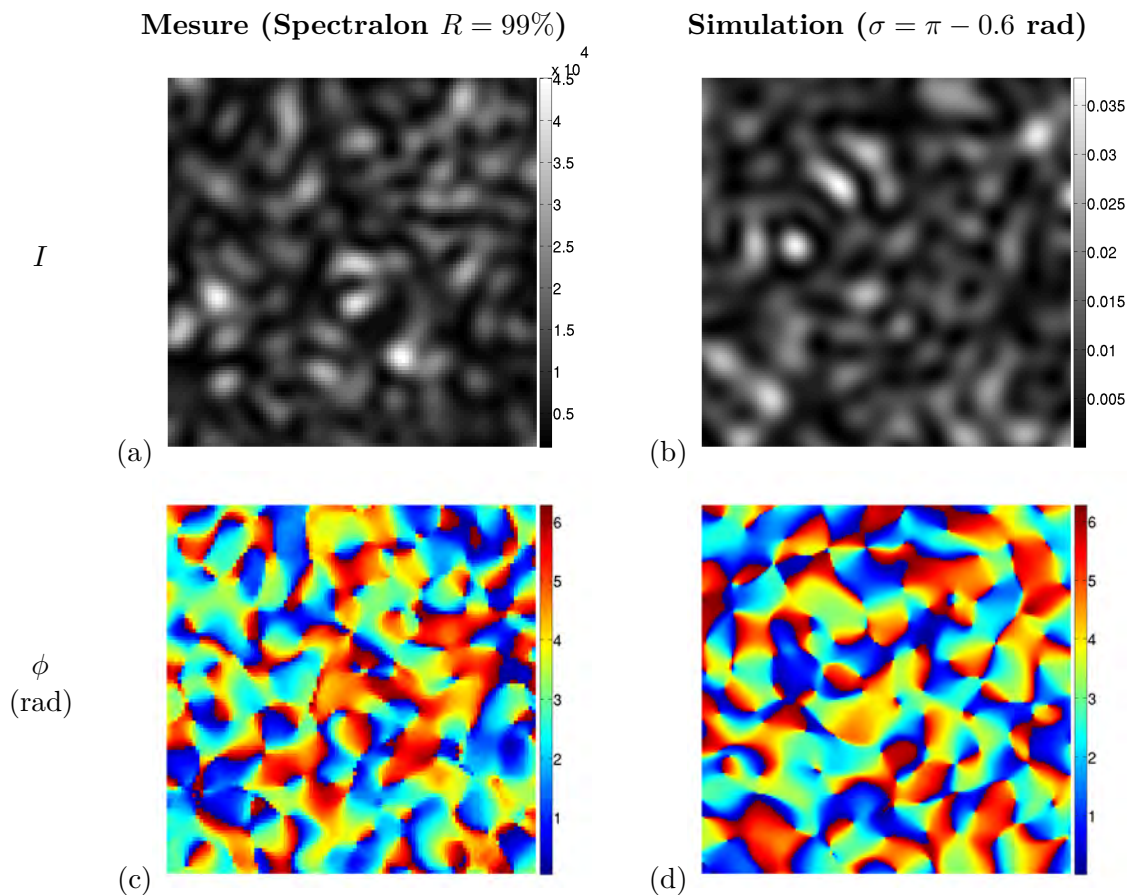


**Figure 4.7** - Première colonne : mesure dans le champ diffusé par un Spectralon de réflectance 20%. Seconde colonne : résultat de simulation en plan image. (a-b) Représentation spatiale des états de polarisation en code RGB. (c-d) Densité de probabilité des états de polarisation dans la sphère de Poincaré.

image, cette fois dans le cas d'un champ mesuré après diffusion sur un Spectralon de réflectance  $R = 99\%$ . La réflectance de cet échantillon étant très élevée, une onde ayant subi plusieurs diffusions n'est quasiment pas atténuée relativement à une onde n'ayant subi qu'une simple réflexion sur la surface. Or, la majorité des champs rétro-diffusés ont subi plus d'une diffusion, un régime de diffusion multiple est donc observé.

La distribution normale de décorrélation simulée en plan objet est d'écart type  $\sigma = \pi - 0.6$  rad. Elle est centrée en  $\bar{\phi} = \rho = 3.13$  rad.  $\sigma$  est quasiment égal à  $\pi$ , les deux speckle ne sont donc presque plus corrélés, ils peuvent être considérés comme statistiquement indépendants.

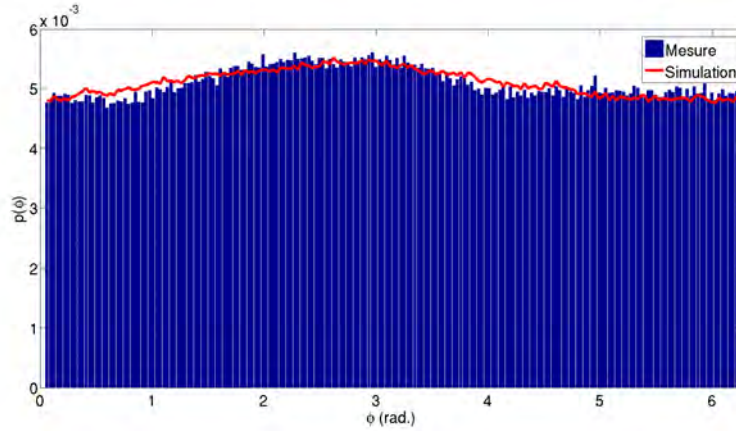
L'intensité totale  $I$  en comptes numériques du speckle mesuré et simulé sont affichés resp. en Fig. 4.8(a) et (b), la phase relative en plan image mesurée et simulée (resp. Fig. 4.8(c) et (d)). Le contraste de l'intensité totale simulée est  $c_{sim} = 0.75$ , le contraste de l'intensité polarisée mesurée est  $c_{exp} = 0.72$ . Une apparence similaire concernant les variations spatiales d'intensité et de phase relative entre le modèle et l'expérimentation peut être observée, avec un échantillonnage plus élevé en plan image dans le cas de la simulation.



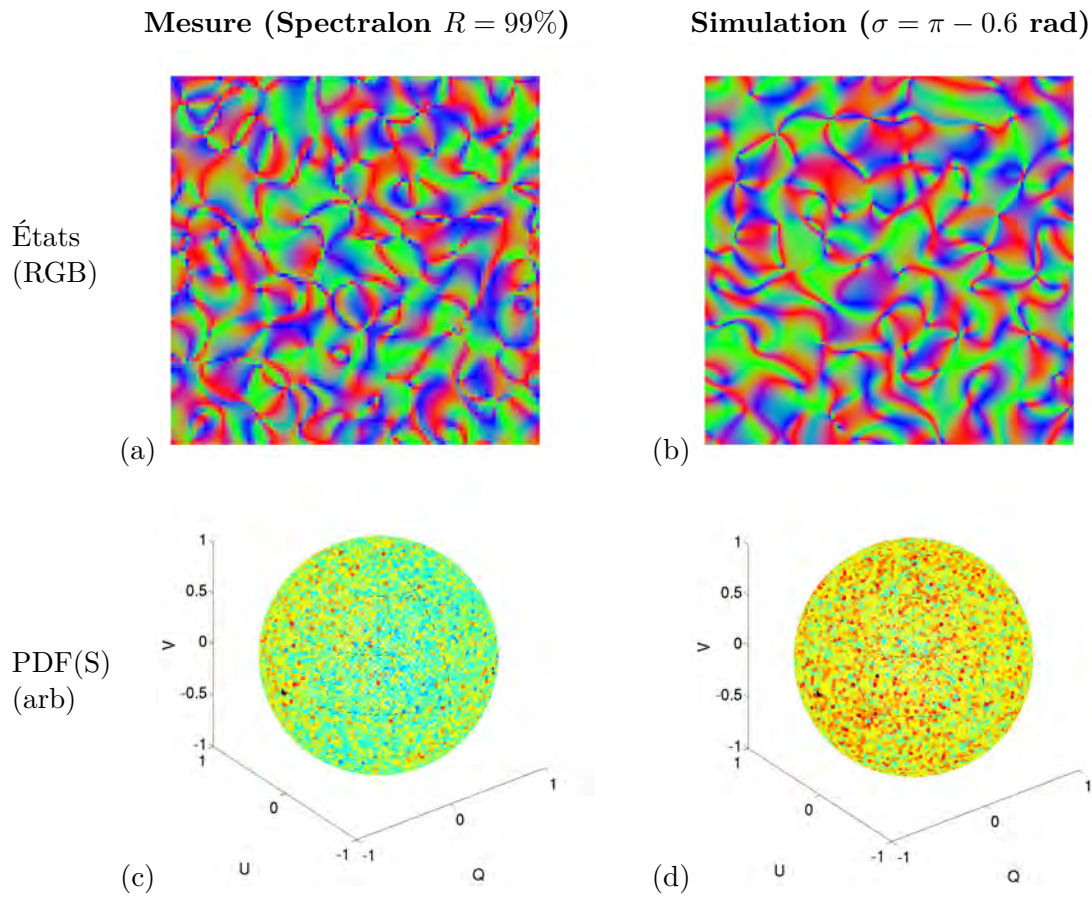
**Figure 4.8** - Première colonne : mesure dans le champ diffusé par un Spectralon de réflectance 99%. Seconde colonne : résultat de simulation en plan image. (a-b) Intensité totale  $I$ . (c-d) Phase relative  $\phi$  entre les ondes planes projetées selon deux directions de polarisation orthogonales.

En résumé, le modèle de simulation correspond bien aux observations expérimentales [11][12], ici pour des diffuseurs homogènes de différentes valeurs de réflectance. Ainsi, le modèle permet de simuler l'impact des multi-diffusions sur la polarisation.

La valeur de contraste du speckle n'est pas un paramètre suffisamment sensible pour différen-



**Figure 4.9** - Densité de probabilité de la phase relative  $\phi$  en plan image, dans le cas d'un Spectralon de réflectance 99%. Rouge : simulation, bleu : mesure. Corrélation entre les courbes :  $R^2 = 0.86$ .



**Figure 4.10** - Première colonne : mesure dans le champ diffusé par un Spectralon de réflectance 99%. Seconde colonne : résultat de simulation en plan image. (a-b) Représentation spatiale des états de polarisation en code RGB. (c-d) Densité de probabilité des états de polarisation dans la sphère de Poincaré.

cier les régimes de diffusions : le contraste des intensités mesurée et simulée est quasiment égal au contraste d'une somme de deux speckle décorrelés (ou indépendants) de même intensité moyenne ( $c_{ind} = 1/\sqrt{2} \simeq 0.71$  [13]) dans le cas du Spectralon de réflectance 20% :  $c_{sim} = 0.71$ ,  $c_{exp} = 0.72$ . Or pour cette simulation, on a bien introduit une corrélation entre  $I_x$  et  $I_y$ , son effet est visible dans la représentation de densité de probabilité des états de polarisation diffusés, Fig. 4.7(c-d).

Les "conditions initiales" du modèle sont la valeur de décorrélation en plan objet, et la valeur d'ouverture de pupille en fonction de la focale et longueur d'onde. Ces valeurs peuvent être facilement mesurées expérimentalement. En revanche, afin de simplifier, les champs simulés ici sont aléatoires, et gouvernés par la valeur de phase aléatoire du premier speckle, qui suit une loi uniforme sur  $[0; 2\pi]$ . Étant donné que le modèle donne l'état de polarisation de chaque pixel (donc 4 variables par pixel), on peut imaginer utiliser le modèle inverse pour mesurer la valeur de phase exacte de chaque pixel d'un speckle mesuré, qui est la phase optique absolue. Ce modèle inverse devrait donc prendre en compte tous les paramètres impactant la valeur de phase globale, par exemple d'éventuelles aberrations optique du dispositif d'imagerie.

## 4.5 Impact de l'échelle d'observation sur la polarimétrie

### 4.5.1 Mesure de biréfringence

Un objet réfléchissant peut être considéré comme un ensemble de sources ponctuelles. On étudie le cas de deux sources ponctuelles cohérentes polarisées selon différents SOP. Pour simuler ces sources ponctuelles, la carte de réflectance de l'objet est définie. L'amplitude en plan objet devient :

$$\begin{aligned} E_{ox}(x_o, y_o) &= R(x_o, y_o).A_0(x_o, y_o).e^{-j\varphi_x(x_o, y_o)} \\ E_{oy}(x_o, y_o) &= R(x_o, y_o).A_0(x_o, y_o).e^{-j\varphi_y(x_o, y_o)} \end{aligned} \quad (4.8)$$

avec  $R$  la carte de réflectance de l'objet, et  $A_0$  le profil gaussien de l'éclairement par le faisceau sur l'objet. Chaque source ponctuelle est modélisée par une réflectance localement égale à 1, le fond ayant une réflectance nulle. La phase relative  $\phi(x_o, y_o) = \varphi_y(x_o, y_o) - \varphi_x(x_o, y_o)$  d'un point de la carte de réflectance définit le SOP émis par la source ponctuelle correspondante. Étant donné que ce sont des sources ponctuelles, leur image sera la PSF du dispositif imageur.

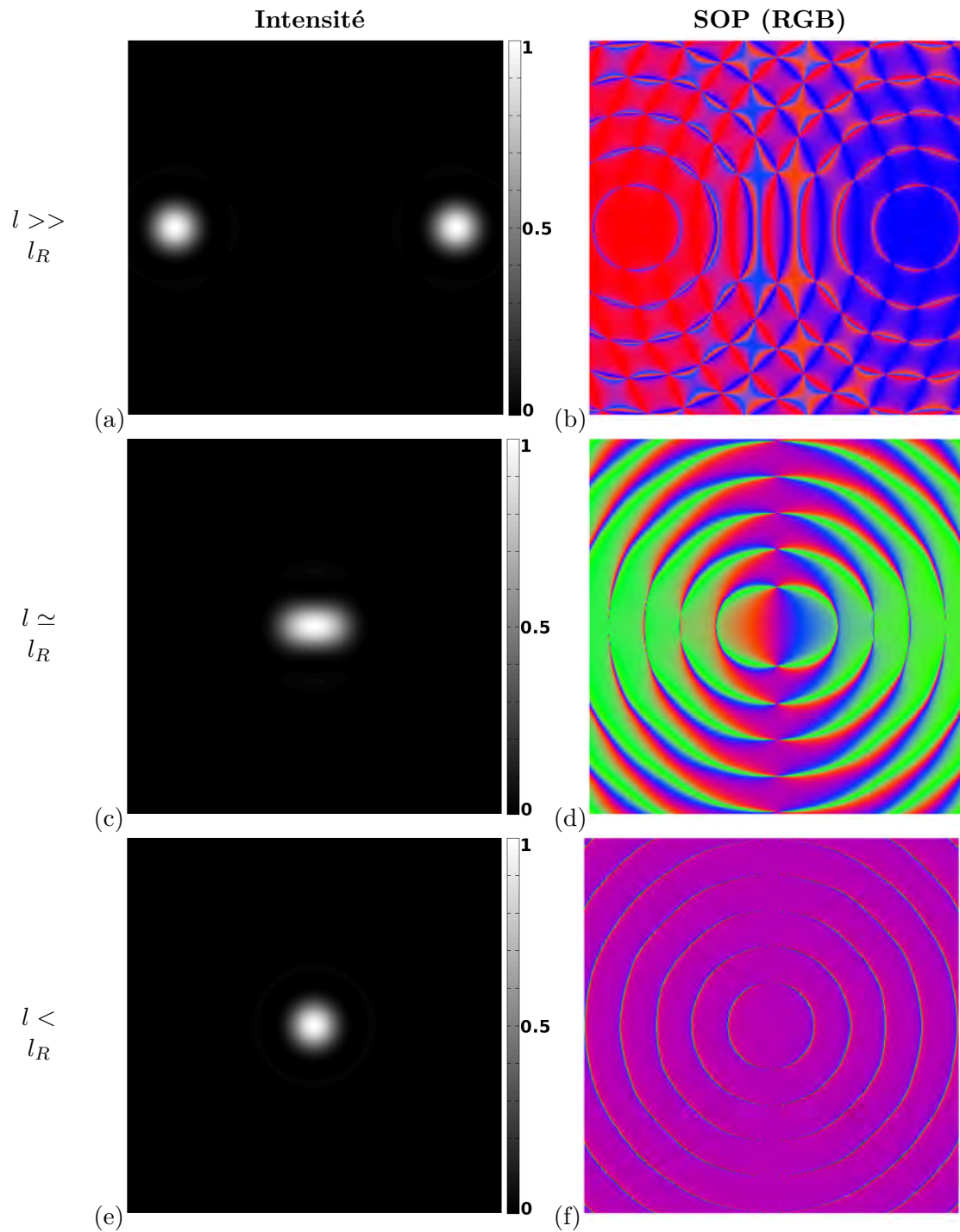
Deux sources ponctuelles émettant deux SOP différents sont simulées, et l'effet de l'espacement entre ces sources est étudié. Le repère de projection en ondes planes avec  $x$  et  $y$  correspondant respectivement à  $\pm 45^\circ$  est utilisé. La source de gauche est polarisée selon le SOP  $[-1 \ 0 \ 0]$  (*verticale*), simulé avec une phase relative de  $-\pi/2$ . La source de droite est polarisée selon le SOP  $[0 \ 0 \ 1]$  (*circulaire gauche*), simulé avec une phase relative nulle.

L'intensité scalaire en plan image des deux sources ponctuelles est représentée en Fig. 4.11, ainsi que la carte de polarisation correspondante en code RGB.

Quand les sources sont suffisamment éloignées, les rapports d'amplitude entre les deux taches de diffraction sont tellement forts (ou faibles) que seuls les deux états émis sont visibles : quand l'une des taches de diffraction s'annule, l'autre prédomine et inversement.

En revanche, quand elles se rapprochent, les anneaux des taches de diffraction se superposent avec un rapport d'amplitude moyen et variant spatialement, ce qui produit des SOP qui ne sont pas émis initialement par les sources.

Dans le cas extrême où les deux sources ponctuelles sont adjacentes, la carte de SOP tend vers celle produite par une seule source ponctuelle dont les caractéristiques polarimétriques sont la moyenne de celles des deux sources. L'état prédominant est  $[-\sqrt{(1/2)} \ 0 \ \sqrt{(1/2)}]$ , qui est obtenu dans le repère  $\pm 45^\circ$  avec une phase relative  $-\pi/4$  : la valeur moyenne entre les phases relatives des deux sources.



**Figure 4.11** - Simulation de sources ponctuelles cohérentes de séparation spatiale  $l$  variable par rapport au critère de Rayleigh  $l_R$ , imagées par un objectif d'ouverture finie. La source de gauche est polarisée selon la verticale, la source de droite est polarisée en circulaire gauche. (a-b) Séparation des sources très grande devant le critère de Rayleigh, les deux SOP différents sont distingués. (c-d) Séparation des sources égale au critère de Rayleigh, apparition de SOP non émis par les sources. (e-f) Sources ponctuelles adjacentes, le SOP mesuré est égal à la moyenne des caractéristiques polarimétriques des sources.

Il n'y a ici aucune source de dépolarisation, le DOP de chaque champ est toujours égal à 1 : le moyennage se fait sur les amplitudes et non sur les intensités des champs concernés, par une somme cohérente.

Ainsi, en fonction de la taille de PSF relativement aux variations polarimétriques de l'échantillon, le résultat imagé varie.

Pour confirmer cette observation, un échantillon de type diffuseur de surface est simulé, auquel on ajoute une variation spatiale de la valeur moyenne de la phase relative ( $\rho$  de  $\mathcal{G}(\rho, \sigma)$  dans Eq. 4.6). Cette retardance est appelée  $\psi$ , elle varie spatialement selon une gaussienne d'écart type  $\sigma$ .  $\psi$  simule donc une lame de biréfringence spatialement variante, placée entre l'échantillon et le détecteur.

La carte de variations spatiale de biréfringence  $\psi$ , la carte de déphasages relatifs ainsi que les états de polarisation correspondants en plan image sont représentés en Fig. 4.12, pour deux fréquences spatiales de variation de biréfringence différentes :  $f_1 = 1/\sigma$  et  $f_2 = 10f_1$ .

Quand la variation spatiale de biréfringence simulée en plan objet est très inférieure à la dimension de la PSF (cas représenté en Fig. 4.12 (a-c)), l'imageur simulé permet de suivre les variations d'états liées à la biréfringence. En revanche, si ces mêmes variations se font à une échelle équivalente ou inférieure à la dimension de la PSF (cas représenté en Fig. 4.12 (d-f)), l'imageur ne permet plus de suivre les variations d'états liées à la biréfringence. Cet effet est similaire à une décorrélation des ondes planes selon  $x$  et  $y$ .

Ainsi, en simulant un diffuseur de surface avec une retardance additionnelle variant à une échelle spatiale de l'ordre de la taille de PSF, on remarque que le comportement polarimétrique est équivalent à celui d'un diffuseur multiple. On peut donc interpréter le diffuseur multiple comme un échantillon dont les variations spatiales de biréfringence ne sont pas résolues par la PSF, ce qui mène à la décorrélation des champs observés.

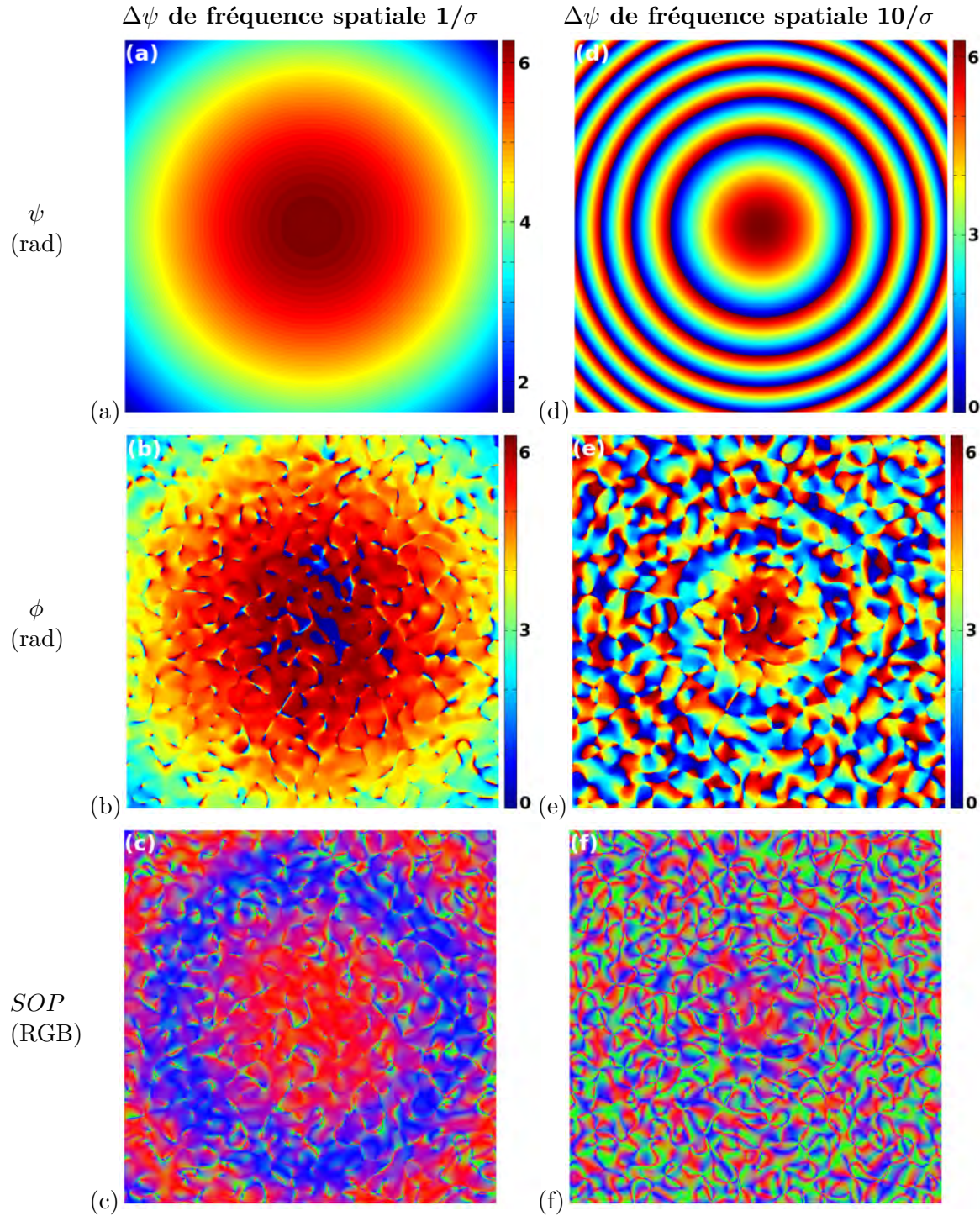
### 4.5.2 Dépolarisation spatiale

On a étudié au Chap. 3 la dépolarisation spatiale apparaissant lors de la mesure polarimétrique en champs diffusés, par intégration de l'intensité de différentes contributions sur la surface d'un même pixel. On propose d'utiliser le modèle pour simuler ce processus.

Pour ce faire, un champ de speckle produit par un diffuseur multiple est modélisé, avec une grande taille de PSF relativement à l'échantillonnage spatial, il est donc très résolu spatialement en plan image : environ  $450 \times 450$  pixels par grains de speckle. On fait l'hypothèse que le champ ainsi simulé est suffisamment résolu pour décrire les variations spatiales du champ de manière continue. Ensuite, la résolution spatiale est dégradée par intégration des champs sur de plus grandes zones ( $45 \times 45$  pixels). Cette dégradation simule l'intégration des champs spatialement continus sur la surface des pixels, elle est réalisée par sommation des intensités  $I$ ,  $Q$ ,  $U$ , et  $V$ . Ainsi, les nouveaux SOP calculés par intégration spatiale de la carte simulée sont obtenus par :

$$\bar{S}(k, l) = \begin{cases} \bar{I}(k, l) &= \sum_{i=i_0}^{i_0+45} \sum_{j=j_0}^{j_0+45} I(i, j) \\ \bar{Q}(k, l) &= \sum_{i=i_0}^{i_0+45} \sum_{j=j_0}^{j_0+45} Q(i, j) \\ \bar{U}(k, l) &= \sum_{i=i_0}^{i_0+45} \sum_{j=j_0}^{j_0+45} U(i, j) \\ \bar{V}(k, l) &= \sum_{i=i_0}^{i_0+45} \sum_{j=j_0}^{j_0+45} V(i, j) \end{cases} \quad (4.9)$$

avec  $(i, j)$  les indices des pixels dans la carte initiale résolue,  $(k, l)$  les indices des pixels dans la carte spatialement intégrée. Le DOP correspondant est :



**Figure 4.12** - Simulation du champ de speckle produit par la diffusion sur une surface, auquel est ajouté une biréfringence variant spatialement selon une forme Gaussienne. (a) Déphasage relatif  $\rho = \psi$  ajouté aux ondes planes polarisées selon l'axe  $x$ . (b) Déphasages relatifs  $\phi$  correspondants en plan image. (c) Représentation RGB des états de polarisation obtenus en plan image. (d, e, f) Mêmes représentations dans le cas d'une carte de déphasages relatifs  $\rho$  variant spatialement à une fréquence 10 fois plus grande, imagée avec la même PSF.

$$DOP(k, l) = \frac{\sqrt{\overline{Q^2}(k, l) + \overline{U^2}(k, l) + \overline{V^2}(k, l)}}{\overline{I}(k, l)} \quad (4.10)$$

L'intensité dépolarisée correspondante est appelée  $I_{sdp}$ , pour "spatialement dépolarisée". Elle s'obtient par le calcul :

$$\begin{aligned}
I_{sdp}(k, l) &= \bar{I}(k, l) (1 - DOP(k, l)) \\
&= \bar{I}(k, l) - \sqrt{Q^2(k, l) + U^2(k, l) + V^2(k, l)}
\end{aligned} \tag{4.11}$$

L'intensité spatialement dépolarisée  $I_{sdp}$  obtenue par intégration du champ initial sur  $45 \times 45$  pixels est affichée en Fig. 4.13(a), en unité arbitraire. Ces variations spatiales d'intensité dépendent du gradient spatial de variation des SOP dans la carte initiale résolue. Une équation empirique est déterminée, permettant d'estimer les variations spatiales de l'intensité spatialement dépolarisée, en fonction d'une carte d'états donnée.

La carte d'états  $S(i, j)$  initiale, hautement résolue, est considérée. On définit  $g_{xn}$  (resp.  $g_{yn}$ ) le gradient de variation selon  $x$  (resp.  $y$ ) du paramètre du vecteur de Stokes normalisé d'indice  $n \in [2; 4]$  :

$$g_{xn} = \frac{\partial S_n}{\partial x} \tag{4.12}$$

$$g_{yn} = \frac{\partial S_n}{\partial y} \tag{4.13}$$

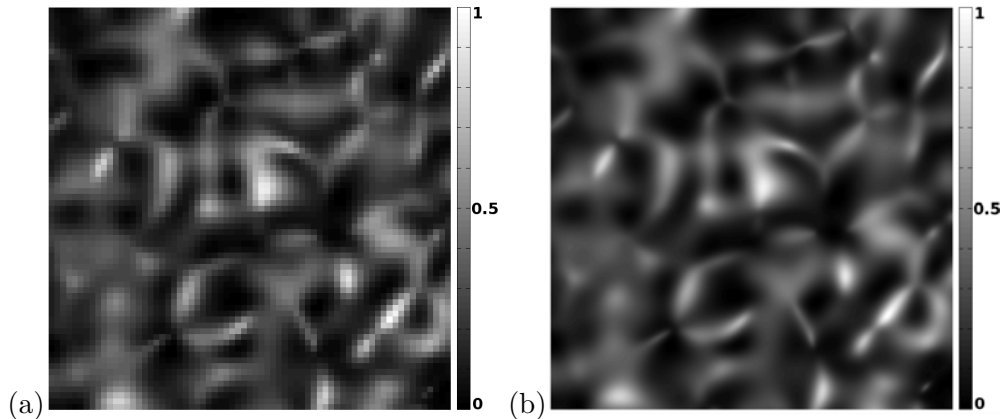
L'intensité dépolarisée par intégration spatiale apparaît alors proportionnelle à :

$$I_{sdp} \propto I_p \cdot \sum_n (g_{xn}^2 + g_{yn}^2) \tag{4.14}$$

avec  $I_p = |\mathbf{E}_{ix}|^2 + |\mathbf{E}_{iy}|^2 = I$  l'intensité totalement polarisée. Par identification avec l'Eq. 4.11, on a donc :

$$1 - DOP(i, j) \propto \sum_n (g_{xn}^2 + g_{yn}^2) \tag{4.15}$$

ce qui signifie que la dépolarisation spatiale est entièrement définie par les gradients des composantes de Stokes de la carte de polarisation.



**Figure 4.13** - (a) Représentation de l'intensité dépolarisée en unité arbitraire, simulée par la somme des vecteurs de Stokes sur des zones de  $45 \times 45$  pixels. (b) Représentation de l'intensité dépolarisée en unité arbitraire, calculée à partir des gradients des vecteurs de Stokes (Eq. 4.14).

L'intensité  $I_{sdp}(i, j)$  est affichée en Fig. 4.13(b), en unité arbitraire, calculée avec l'Eq. 4.14 à partir de la carte initiale hautement résolue. Par comparaison avec la carte d'intensité dépolarisée calculée précédemment par intégration spatiale sur  $45 \times 45$  pixels (Fig. 4.13(a)), on remarque que

l'Eq. 4.14 donne une bonne estimation des variations spatiales de l'intensité dépolarisée par dépolariation spatiale.

Cette équation (Eq. 4.14) peut s'avérer utile, par exemple pour reconstruire la polarisation d'un champ de speckle à une échelle sub-pixelique, par régression de l'intensité dépolarisée mesurée expérimentalement, si celle-ci n'est produite que par dépolariation spatiale.

## 4.6 Étude des singularités de polarisation par simulation

Précédemment, des singularités de polarisation dans des champs de speckle expérimentaux ont été observées (voir section 2.6.2), non identifiées dans le cadre de la classification de singularité "Monstardom" [14] (composée de star, lemon, monstar) largement utilisée dans la littérature [15][16][17][18][9][19]. On propose de vérifier si ces singularités peuvent être modélisées, et le cas échéant une classification de singularités prenant en compte toutes les morphologies observables en champs de speckle.

Le même principe de simulation est utilisé, mais en modélisant un plan de phase hélicoïdal (enroulé autour de l'axe optique) plutôt qu'un plan de phase aléatoire en plan objet. Ainsi, un vortex optique est simulé [20], et la carte de polarisation correspondante en plan image est obtenue.

### 4.6.1 Singularités d'ordre 1/2

Pour modéliser une singularité de polarisation, la phase en plan objet de la première direction d'ondes planes, par exemple  $\varphi_x(x_o, y_o)$ , est fixée à 0. La phase de la seconde direction d'onde planes est :

$$\varphi_y(x_o, y_o) = \varphi_x(x_o, y_o) + \theta(x_o, y_o) \quad (4.16)$$

avec  $\theta(x_o, y_o) = \text{atan2}(y_o, x_o)$  la coordonnée angulaire du point  $(x_o, y_o)$ . En centrant  $(x_o, y_o)$  sur l'axe optique, on obtient donc une phase relative  $\phi(x_o, y_o) = \varphi_y(x_o, y_o) - \varphi_x(x_o, y_o)$  de forme hélicoïdale, enroulée autour de l'axe optique. L'amplitude en plan objet  $A_o(x_o, y_o)$ , la réflectance  $R(x_o, y_o)$  et la transmission de la pupille  $T(x_p, y_p)$  sont choisies uniformes et égales à 1.

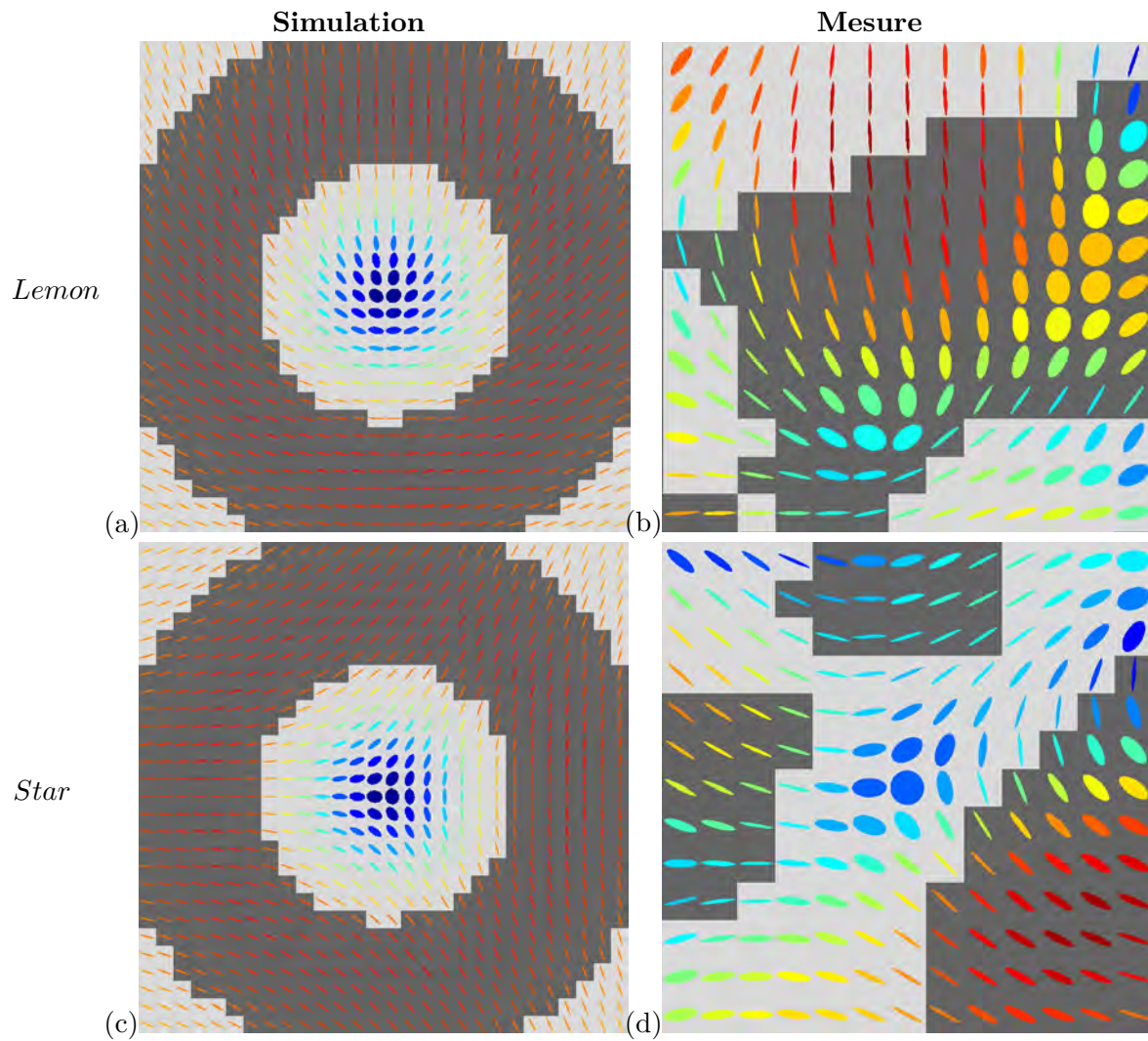
Le repère de projection en ondes planes nous permettant de calculer la carte de SOP en fonction des paramètres des champs simulés en plan image est défini arbitrairement :

$$S = \begin{cases} I &= |\mathbf{E}_{ix}|^2 + |\mathbf{E}_{iy}|^2 \\ Q &= 2\mathbf{E}_{ix}\mathbf{E}_{iy} \cos(\phi) \\ U &= 2\mathbf{E}_{ix}\mathbf{E}_{iy} \sin(\phi) \\ V &= |\mathbf{E}_{ix}|^2 - |\mathbf{E}_{iy}|^2 \end{cases} \quad (4.17)$$

La singularité ainsi modélisée est affichée en Fig. 4.14(a). Par inversion du sens du front d'onde hélicoïdal, c'est à dire pour  $\varphi_y(x_o, y_o) = 2\pi - \varphi_y(x_o, y_o)$ , la singularité affichée en Fig. 4.14(c) est simulée. La couleur des ellipses est représentative de l'intensité en unité arbitraire sur une base log. Un arrière plan foncé représente une ellipticité droite.

Ces deux singularités sont les singularités "star" et "lemon" [18][9][19], on affiche pour comparaison deux détections expérimentales de ces singularités en Fig. 4.14(b) et (d).

Le cas de la simulation est "idéal", c'est une singularité isolée. En revanche, les détections expérimentales proviennent de la mesure dans un champ de speckle, où sont observées plusieurs singularités relativement proches, donc les singularités mesurées sont déformées par la proximité d'autres singularités.



**Figure 4.14** - Singularités "V" : l'état central est purement circulaire. (a-b) Simulation et détection expérimentale de singularités de type Lemon. (c-d) Simulation et détection expérimentale de singularités de type Star.

La simulation de singularités star et lemon est conforme à ce qui est attendu théoriquement, en terme d'arrangement spatial des ellipses de polarisation. Cependant, le repère de projection en ondes planes (Eq. 4.17) a été choisi de façon arbitraire pour cette simulation. Si une rotation quelconque est appliquée à ce repère, pour les mêmes paramètres polarimétriques  $I_x$ ,  $I_y$  et  $\phi$ , on observe différentes structures de polarisation. Lors de la diffusion par un diffuseur multiple, il n'y a pas a priori de raison pour qu'un repère soit privilégié.

Ainsi, il existe une évolution continue de la morphologie des singularités en fonction de la rotation du repère de projection. Cette rotation modifie également l'état de polarisation au centre de la singularité. Il peut être défini 6 classes principales, qui correspondent aux 6 singularités centrées sur un état de polarisation "pur" : dont toute l'énergie est polarisée selon un seul axe de la sphère de Poincaré.

On propose d'appeler les deux singularités star et lemon "singularités  $V$ ", étant donné que ce sont les seules morphologies menant à un état central circulaire gauche ou droit. Les singularités  $Q$  peuvent être modélisées en utilisant le repère de projection suivant :

$$S = \begin{cases} I &= |\mathbf{E}_{ix}|^2 + |\mathbf{E}_{iy}|^2 \\ Q &= |\mathbf{E}_{ix}|^2 - |\mathbf{E}_{iy}|^2 \\ U &= 2\mathbf{E}_{ix}\mathbf{E}_{iy} \cos(\phi) \\ V &= 2\mathbf{E}_{ix}\mathbf{E}_{iy} \sin(\phi) \end{cases} \quad (4.18)$$

où les axes  $x$  et  $y$  correspondent aux polarisations horizontale et verticale. Les deux structures obtenues par simulation en utilisant l'Eq. 4.18 avec les deux plans de phase hélicoïdaux gauche et droit, ainsi que deux singularités mesurées expérimentalement dans un champ de speckle, ayant des morphologies proches de la simulation, sont affichées en Fig. 4.15.

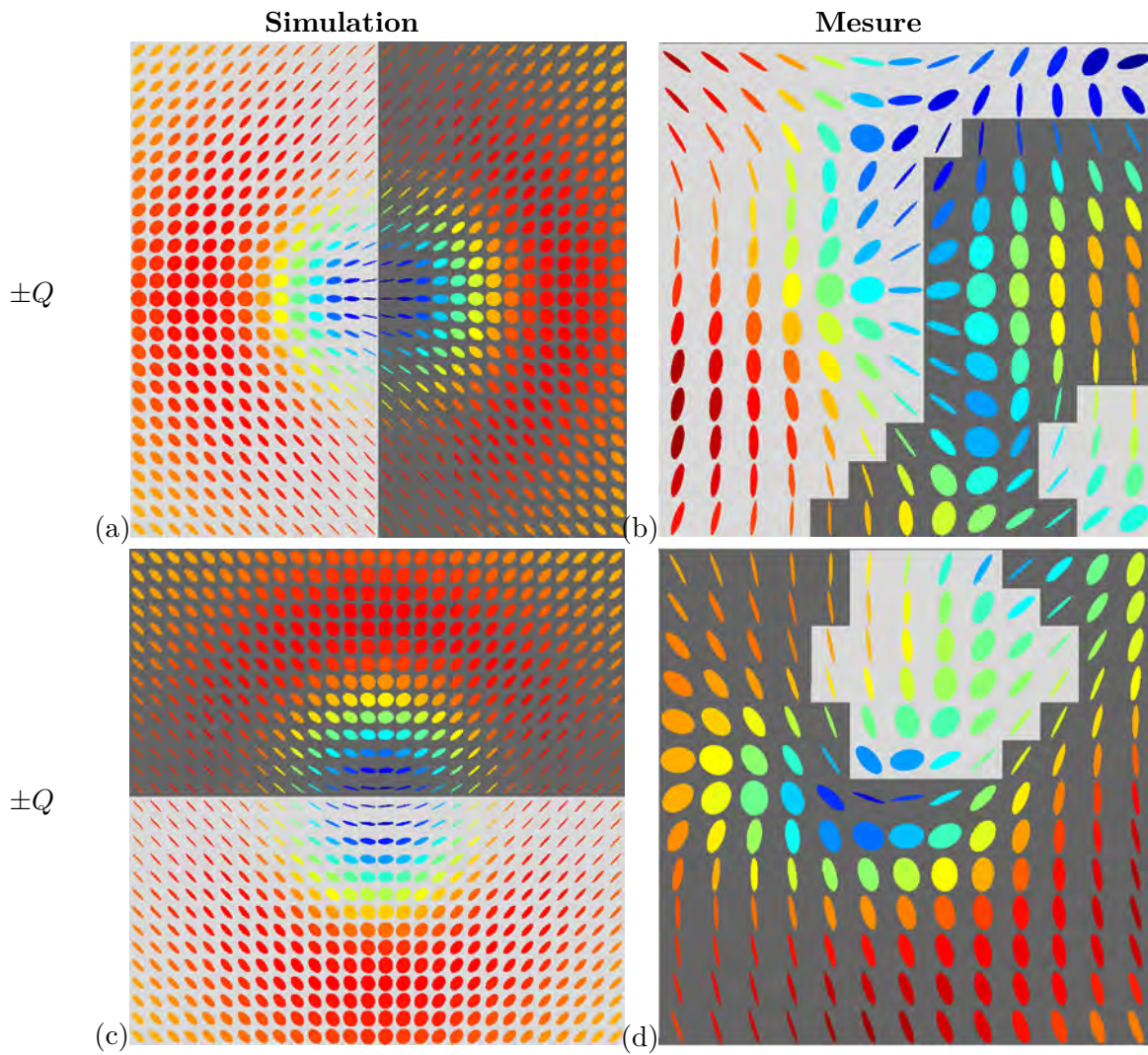
Dans ce cas, la singularité est centrée autour d'un état horizontal ou vertical, on propose d'appeler ces morphologies "singularités  $Q$ ". Finalement, de la même façon, les "singularités  $U$ " sont modélisées en utilisant le repère :

$$S = \begin{cases} I &= |\mathbf{E}_{ix}|^2 + |\mathbf{E}_{iy}|^2 \\ Q &= 2\mathbf{E}_{ix}\mathbf{E}_{iy} \cos(\phi) \\ U &= |\mathbf{E}_{ix}|^2 - |\mathbf{E}_{iy}|^2 \\ V &= 2\mathbf{E}_{ix}\mathbf{E}_{iy} \sin(\phi) \end{cases} \quad (4.19)$$

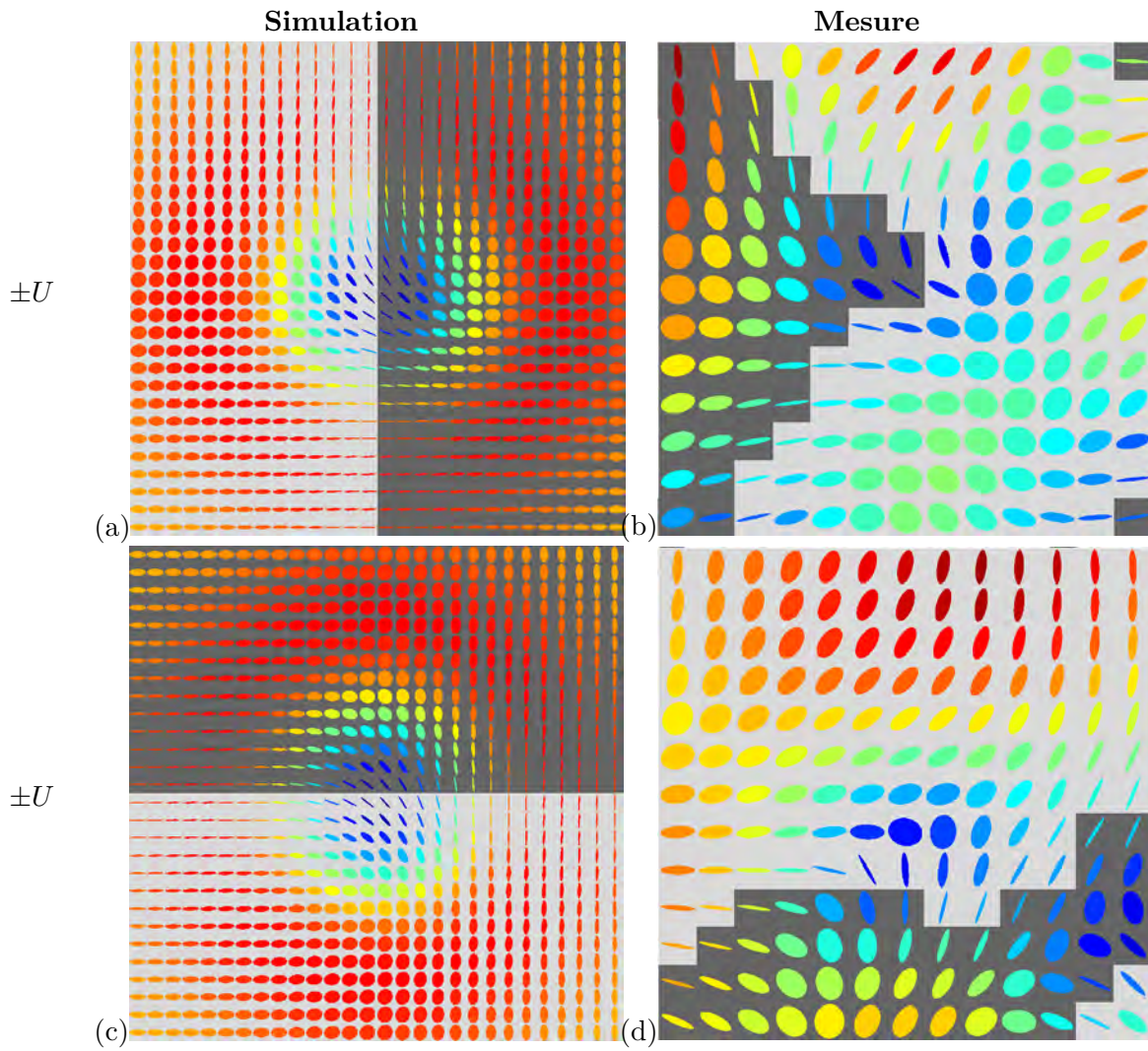
avec  $x$  et  $y$  correspondant aux directions de polarisation  $\pm 45^\circ$ . Le résultat de simulation ainsi que des détections expérimentales sont affichés en Fig. 4.16.

Ici, des cas particuliers pour lesquels l'état central des singularités est un état dont toute l'intensité est selon un axe de la sphère ont été modélisés. Cependant, dans un champ de speckle produit par diffusions multiples, il n'y a pas de raison a priori pour que les singularités soit toujours centrées sur un axe de la sphère. Par exemple, en revenant à la représentation des ellipses de polarisation mesurées dans un champ de speckle produit par diffusions multiples (Fig. 2.24(c)), il peut être observé une grande variété de morphologies différentes.

Pour comparaison, les singularités expérimentales se rapprochant le plus des singularités simulées ont été choisies. Cependant, on peut supposer que ce ne sont pas exactement les mêmes singularités, ce qui expliquerait, avec les perturbations dues à la proximité d'autres singularités, l'écart entre simulation et expérimentation.



**Figure 4.15** - Singularités "Q" : l'état central est purement linéaire selon la direction  $\pm Q$ .



**Figure 4.16** - Singularités "U" : l'état central est purement linéaire selon la direction  $\pm U$ .

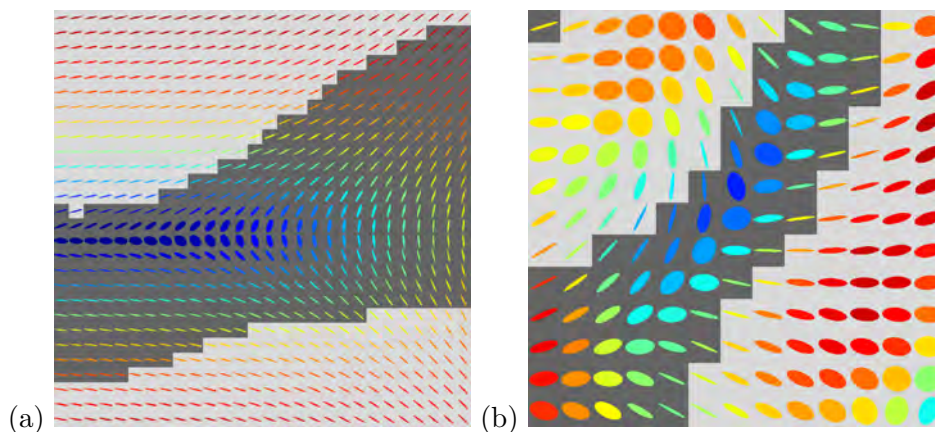
### 4.6.2 Singularités non centro-symétriques

Précédemment, on a simulé un vortex optique selon une seule direction d'ondes planes : tout le front de phase hélicoïdal est inclus dans  $\varphi_y(x_o, y_o)$ ,  $\varphi_x(x_o, y_o)$  étant uniforme et égal à 0, ce qui mène à une répartition centro-symétrique de la figure d'intensité. Une singularité d'ordre 1/2 est maintenant simulée, en répartissant les déphasages sur les deux directions d'ondes planes. Les déphasages des deux directions d'ondes planes deviennent :

$$\begin{aligned}\varphi_y(x_o, y_o) &= \frac{1}{2}\theta(x_o, y_o) \\ \varphi_x(x_o, y_o) &= \pi - \varphi_y(x_o, y_o)\end{aligned}\quad (4.20)$$

avec toujours  $\theta(x_o, y_o) = \text{atan2}(y_o, x_o)$  la coordonnée angulaire du point  $(x_o, y_o)$ , dont l'origine est sur l'axe optique. Les deux directions d'ondes planes comportent un front de phase hélicoïdal, tournant de 0 à  $\pi$  dans deux sens opposés. La phase relative  $\phi(x_o, y_o) = \varphi_y(x_o, y_o) - \varphi_x(x_o, y_o)$  est donc hélicoïdale de  $-\pi$  à  $\pi$ .

Le résultat de simulation obtenu en choisissant arbitrairement le repère d'onde planes décrit par l'Eq. 4.17 est affiché dans la Fig. 4.17(a), ainsi qu'une singularité mesurée expérimentalement se rapprochant le plus de la simulation en Fig. 4.17(b).



**Figure 4.17** - Singularité organisée le long d'une ligne. (a) Simulation avec deux plans de phase hélicoïdaux de 0 à  $\pi$ , tournant dans deux sens opposés entre les deux directions d'ondes planes  $x$  et  $y$ . (b) Détection expérimentale en champ de speckle d'une singularité se rapprochant de la simulation.

La singularité n'est plus centro-symétrique en intensité, mais est organisée le long d'une ligne. Ainsi, la répartition des déphasages sur les deux axes de polarisation orthogonaux modifie la morphologie des singularités de polarisation. Ce type de morphologie est fréquemment observé dans les champs de speckle produits par diffusion de surface, voir Fig. 2.21(c), ou de volume en Fig. 2.24(c).

Le repère d'ondes planes défini par l'Eq. 4.17 a été choisi arbitrairement pour calculer la polarisation du champ simulé. De plus, le sens de rotation du plan de phase hélicoïdal est choisi arbitrairement. On aurait pu utiliser les 2 autres repères définis par les Eqs. 4.15 et 4.16 pour modéliser 6 singularités différentes organisées le long d'une ligne. De la même façon, par rotation du repère de projection, cette morphologie peut évoluer de façon continue entre ces 6 cas particuliers.

Ainsi, dans un champ de speckle il y a autant de probabilité d'apparition d'une singularité  $Q$  ou  $U$  qu'une singularité  $V$  (star ou lemon). De plus, d'après cette classification, la morphologie monstar habituellement utilisée dans la littérature pour décrire une morphologie intermédiaire entre la "star" et la "lemon" semble plutôt représenter l'ensemble des singularités  $Q$  et  $U$ . Ces singularités

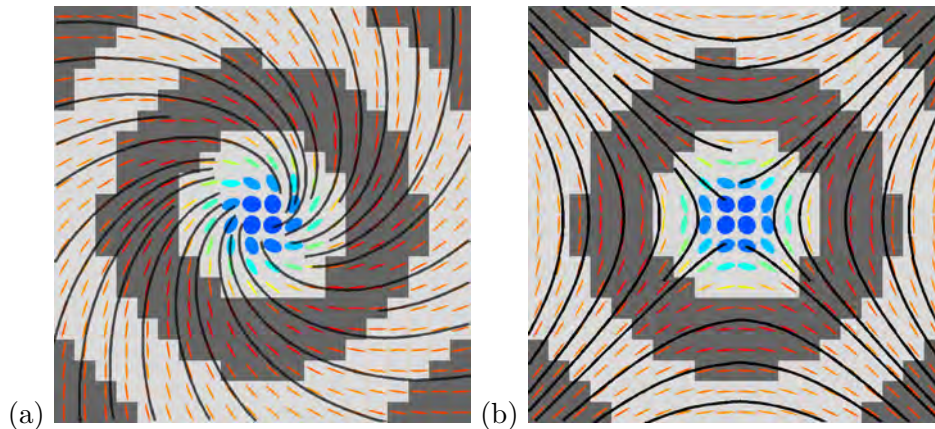
sont également des cas particuliers où l'état central est sur un axe de la sphère de Poincaré. Par rotation dans la sphère du repère de projection en ondes planes, l'ensemble continu de toutes les morphologies, à priori équiprobables dans un champ de speckle produit par diffusions multiples, peut être parcouru.

Finalement, en fonction de la répartition des déphasages sur les couples d'ondes planes, la morphologie de la singularité va être modifiée. On peut donc imaginer reconstruire la carte de déphasages relatifs entre deux directions orthogonales seulement à partir de l'analyse de la morphologie des singularités de polarisation.

### 4.6.3 Singularités d'ordre 1

Jusqu'ici, on a modélisé des vortex d'ordre 1 (la phase hélicoïdale tournant de  $0$  à  $2\pi$ ), ce qui mène aux singularités de polarisation d'ordre  $1/2$ . Si on modélise un front de phase hélicoïdal d'ordre 2 (de  $0$  à  $4\pi$ ), des singularités de polarisation d'ordre 1 sont observées. Le front de phase d'ordre 2 peut également être interprété comme une somme de deux vortex, non résolus spatialement, d'ordre 1 (tournant de  $0$  à  $2\pi$  dans un sens opposé). Cela explique pourquoi ces singularités sont beaucoup moins fréquentes que les singularités d'ordre  $1/2$  dans les champs de speckle.

De la même façon que précédemment, les singularités obtenues avec le front de phase d'ordre 2 sont modélisées, par l'utilisation des trois repères arbitraires centrés sur chacun des axes de la sphère,  $Q$ ,  $U$  et  $V$ . Les deux singularités  $V$  d'ordre 1 sont représentées en Fig. 4.18, les deux singularités  $Q$  d'ordre 1 sont représentées en Fig. 4.19 et les deux singularités  $U$  d'ordre 1 sont représentées en Fig. 4.20. Des lignes d'azimut lentement variable (noir) sont ajoutées, afin de repérer plus facilement l'organisation géométrique des ellipses dans de telles singularités.



**Figure 4.18** - Modélisation des singularités  $V$  d'ordre 1.

La singularité  $V$  en Fig. 4.18(a) ressemble à la singularité détectée expérimentalement représentée en Fig. 2.29.

De la même façon, des singularités produites par des vortex d'ordre supérieur (3, 4, etc) peuvent être modélisées, leur intérêt pour l'étude de champs de speckle est limité car la probabilité d'apparition de ces types de vortex en champ de speckle est encore plus faible que celle des vortex d'ordre 1.

En revanche, ces modélisations peuvent être utiles pour la conception d'éléments polarimétriques générant des vortex optiques. En effet, si un faisceau de front d'onde plan uniformément polarisé traverse un élément dont les caractéristiques polarimétriques varient spatialement de sorte à générer la singularité en Fig. 4.18(a), alors le faisceau émergent comporte un vortex d'ordre 1. Par exemple,

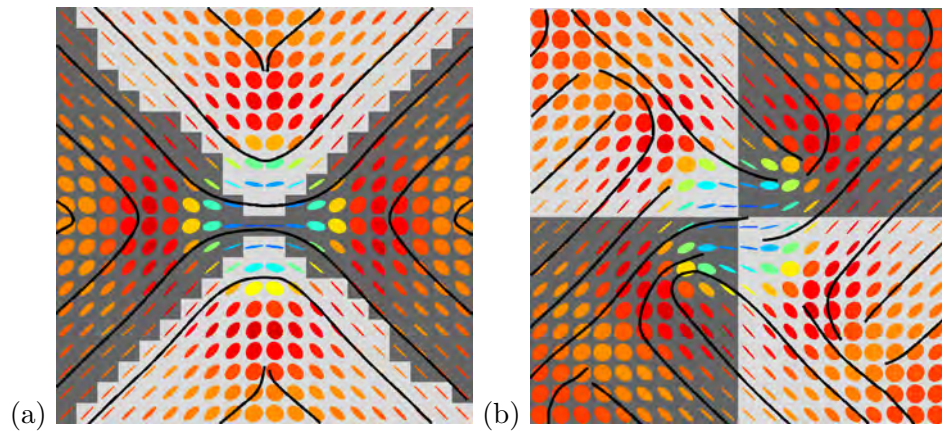


Figure 4.19 - Modélisation des singularités  $Q$  d'ordre 1.

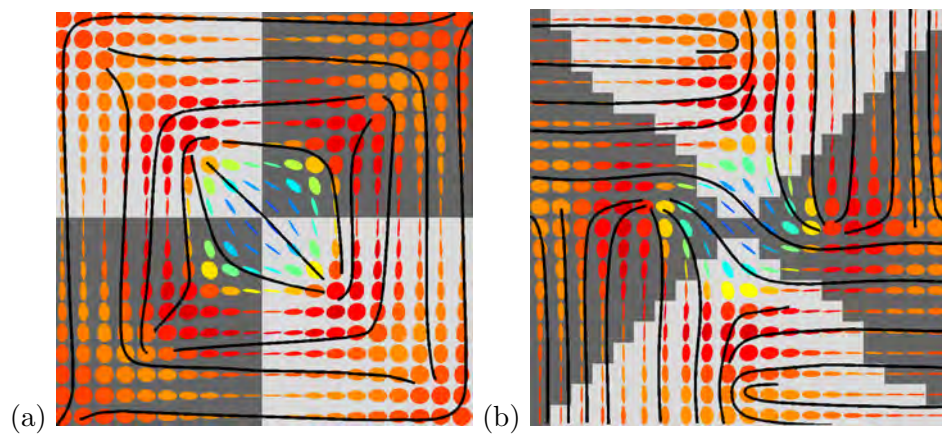


Figure 4.20 - Modélisation des singularités  $U$  d'ordre 1.

l'orientation des sillons d'un réseau de pas inférieur à la longueur d'onde permet de mettre en forme spatialement la polarisation d'un faisceau incident, pour générer ce type de vortex [21].

## 4.7 Conclusion

Un modèle basé sur les observations expérimentales a été proposé pour simuler l'impact des multi-diffusions sur la polarisation d'un champ électromagnétique imagé par une optique d'ouverture finie. Les résultats de simulation ont été validés par comparaison avec l'expérimentation, pour différents régimes de diffusion : simples diffusions, régime intermédiaire et régime de diffusions multiples.

Le modèle a ensuite été utilisé pour étudier des processus délicats à mesurer expérimentalement : l'utilisation de ce modèle pour étudier l'effet de l'ouverture finie sur la mesure de biréfringence a mis en évidence une limite de résolution, équivalente au critère de Rayleigh en optique scalaire : si la biréfringence varie de 0 à  $2\pi$  sur une dimension de l'ordre de la taille de PSF, une décorrélation des ondes planes orthogonales est observée. Ainsi, un diffuseur multiple peut être interprété comme un échantillon dont les variations de phase relative ne sont pas résolues par la PSF.

Par la suite, l'utilisation de ce modèle pour étudier la dépolarisation spatiale, et plus précisément l'intégration en intensités d'un champ hautement résolu sur la surface de pixels virtuels, a permis d'observer la répartition spatiale de l'intensité dépolarisée par dépolarisation spatiale. Ces variations dépendent du gradient spatial des composantes de Stokes de la carte de polarisation, ce qui a conduit à la proposition d'une équation empirique permettant de déterminer les variations spatiales de l'intensité dépolarisée, à partir d'une carte d'états donnée.

Finalement, la simulation de vortex optiques, qui se forment aux lieux d'interférence destructives en champs de speckle, a été réalisée. Au lieu de définir un plan de phase aléatoire, un plan de phase hélicoïdal enroulé autour de l'axe optique est utilisé. Cela a permis de modéliser deux des trois singularités classiquement utilisées pour classifier les singularités selon leur morphologie : star et lemon. En revanche, 4 autres singularités "élémentaires" au même titre que les singularités star et lemon ont été mises en évidence, au lieu de la morphologie monstar classiquement utilisée. Les simulations et des détections expérimentales de ces 6 types de singularités ont été présentées. Ensuite, en répartissant les déphasages sur les deux directions d'ondes planes, la formation de singularités organisées le long d'une ligne a été observée, au lieu de singularités centro-symétriques. Finalement, en définissant un front de phase comportant un vortex d'ordre 2, des singularités de polarisation d'ordre supérieur ont été modélisées.

Ce modèle peut trouver son intérêt par exemple dans le domaine du développement instrumental pour réaliser le bilan de performance de nouveaux instruments. Dans le cas des singularités, le modèle peut servir pour la conception d'éléments polarimétriques, en prédisant l'impact de la mise en forme spatiale de la polarisation sur le comportement en champ lointain de l'intensité du faisceau.

Des interrogations sur la nature continue de l'évolution de l'amplitude de décorrélation des ondes planes orthogonales (paramètre  $\sigma$  dans l'Eq. 4.6) en fonction du régime de diffusion se posent. En effet, si on considère qu'une diffusion entraîne une densité de probabilité de phase relative de largeur  $\sigma_1$ , alors deux diffusions mènent, en considérant que le déphasage produit par la seconde diffusion est indépendant du déphasage initial, à une densité de probabilité de phase relative de largeur  $\sigma_2$ , obtenue par convolution de la première densité de probabilité avec elle-même. Ainsi, il peut être supposé qu'en fonction du nombre de diffusions du photon, la largeur de la densité de probabilité de sa phase relative augmente par sauts discontinus.

Ces travaux ont fait l'objet d'une publication dans le journal Optics Express, en Annexe D.

## Bibliographie

- [1] W. Wang, T. Yokozeki, R. Ishijima, A. Wada, Y. Miyamoto, and M. Takeda. Optical vortex metrology for nanometric speckle displacement measurement. *Opt. Express*, 14 :120–127, 2006.
- [2] X. Wang, Y. Liu, L. Guo, and H. Li. Potential of vortex beams with orbital angular momentum modulation for deep-space optical communication. *Opt. Eng.*, 53 :056107, 2014.
- [3] L. Tchvialeva, G. Dhadwal, H. Lui, S. Kalia, H. Zeng, D. I. McLean, and T. L. Lee. Polarization speckle imaging as a potential technique for in vivo skin cancer detection. *J. Biomed. Opt.*, 18 :061211, 2013.
- [4] C. Abou Nader, F. Pellen, H. Loutfi, R. Mansour, B. Le Jeune, G. Le Brun, and M. Abboud. Early diagnosis of teeth erosion using polarized laser speckle imaging. *J. Biomed. Opt.*, 21 :071103–6, 2015.
- [5] G. D. Lewis and D. L. Jordan. Remote sensing of polarimetric speckle. *J. Phys. D : Appl. Phys.*, 34 :1399–1407, 2001.
- [6] A. Doronin, A. J. Radosevich, V. Backman, and I. Meglinski. Two electric field monte carlo models of coherent backscattering of polarized light. *J. Opt. Soc. Am. A*, 31 :2394–2400, 2014.
- [7] J.W. Goodman. [*Speckle phenomena in optics. Theory and applications*], pages 25–40. Roberts & Company Pub., 2006.
- [8] M. R. Dennis. Polarization singularities in paraxial vector fields : morphology and statistics. *Opt. Commun.*, 213 :201–221, 2002.
- [9] F. Flossmann, K. O’Holleran, M.R. Dennis, and M.J. Padgett. Polarization singularities in 2D and 3D speckle fields. *Phys. Rev. Lett.*, 100(20) :203902–203906, 2008.
- [10] D. Goldstein. [*Polarized light*], pages 32–42. CRC Press, 2003.
- [11] A. Ghabbach, M. Zerrad, G. Soriano, and C. Amra. Accurate metrology of polarization curves measured at the speckle size of visible light scattering. *Opt. Express*, 22 :14594–14609, 2014.
- [12] J. Dupont, X. Orlik, A. Gabbach, M. Zerrad, G. Soriano, and C. Amra. Polarization analysis of speckle field below its transverse correlation width : application to surface and bulk scattering. *Opt. Express*, 22(20) :24133–24141, 2014.
- [13] J.W. Goodman. Statistical properties of laser speckle patterns. *Topics in Applied Physics*, 9 :9–75, 1984.
- [14] M.R. Dennis. Polarization singularity anisotropy : determining monstardom. *Opt. Lett.*, 33 :2572–2574, 2008.
- [15] A.S. Thorndike, C.R. Cooley, and J.F. Nye. The structure and evolution of flow fields and other vector fields. *J. Phys. A : Math. Gen.*, 11(8) :1455–1490, 1978.
- [16] M.S. Soskin, V. Denisenko, and I. Freund. Optical polarization singularities and elliptic stationary points. *Opt. Lett.*, 28(16) :1475–1477, 2003.
- [17] M.S. Soskin and V.I. Vasil’ev. Topological singular chain reactions in dynamic speckle fields. *J. Opt. Soc. Am. B*, 31(6) :A56–A61, 2014.
- [18] V. Kumar and N.K. Viswanathan. Topological structures in vector-vortex beam fields. *J. Opt. Soc. Am. B*, 31(6) :A40–A45, 2014.
- [19] J.V. Hajnal. Singularities in the transverse fields of electromagnetic waves. II. observations on the electric field. *Proc. R. Soc. London A*, 414(1847) :447–468, 1987.
- [20] J.F. Nye and M.V. Berry. Dislocations in wave trains. *Proc. R. Soc. London A*, 336(1605) :165–190, 1974.
- [21] G. Biener, A. Niv, V. Kleiner, and E. Hasman. Formation of helical beams by use of pancharatnam-berry phase optical elements. *Opt. Lett.*, 27 :1875–1877, 2002.



## Chapitre 5

# Imagerie par contraste de speckle dynamique polarisé : détection in-vivo de la microvascularisation du mélanome murin

### Sommaire

---

<b>5.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>139</b>
<b>5.2</b>	<b>Modèle du mélanome murin</b>	<b>140</b>
<b>5.3</b>	<b>Application de la méthode SOPAFP à la caractérisation polarimétrique du mélanome</b>	<b>141</b>
5.3.1	Description du montage expérimental	141
5.3.2	Résultat de mesure SOPAFP sur mélanome ex-vivo	141
5.3.3	Décorrélation temporelle des champs diffusés en ex-vivo	142
<b>5.4</b>	<b>Optimisation d'imagerie par contraste de speckle dynamique polarisé</b>	<b>144</b>
5.4.1	Choix de la source laser	145
5.4.2	Sélection de la diffusion de volume	145
<b>5.5</b>	<b>Résultats expérimentaux : mesures in-vivo sur souris</b>	<b>146</b>
5.5.1	Validation et étude du signal	147
5.5.2	Suivi de la croissance tumorale	151
5.5.3	Suivi du traitement par électrochimiothérapie	152
<b>5.6</b>	<b>Conclusion</b>	<b>156</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>157</b>

---

### 5.1 Introduction

La précocité de détection est un facteur décisif concernant l'issue du cancer de la peau : les taux de survie à 5 ans après traitement de mélanomes sont de 98% si le cancer est resté au stade local, 63 % au stade régional et 17% au stade distant [1]. Ainsi, le développement de méthodes aidant au diagnostic précoce du mélanome est un thème de recherche en expansion. Concernant les méthodes non invasives, on notera par exemple les techniques spectrophotométriques [2][3], qui sont parfois limitées par la grande diversité des paramètres caractérisant les lésions [4].

Au niveau optique, la difficulté de caractérisation du mélanome est liée à la faible réflectance de la mélanine, qui mène généralement à un faible rapport signal à bruit dans le visible. De plus, dans la gamme optique de longueurs d'onde, les multi diffusions provoquées par les différentes couches de la peau sont un facteur limitant pour l'imagerie polarimétrique d'éléments intratissulaires, qui

pourrait permettre de détecter les tissus cancéreux. Pour remédier à l'effet des multi-diffusions, il a été proposé de réaliser une mesure du degré de polarisation en champ de speckle, dont le comportement statistique apparaît dépendant du type de lésion de peau [5].

Par ailleurs, il est connu que l'angiogenèse est indispensable à la progression par métastase dans la plupart des types de tumeurs [6]. Ce mécanisme d'angiogenèse permet par exemple de déceler une croissance tumorale au travers de la détection des molécules impliquées [7]. L'imagerie des vaisseaux sanguins de tumeurs intestinales chez la souris a été réalisée in-vivo avec une technique LSI (Laser Speckle Imaging), après chirurgie pour exposer la tumeur à l'illumination laser [8]. Il a été démontré que cette imagerie de vascularisation est réalisable au travers du crane intact d'une souris [9].

La caractérisation de la polarisation du champ diffusé par un mélanome murin ex-vivo est étudiée, par l'application de la méthode SOPAFP détaillée au Chap. 2. Les effets limitant l'utilisation de cette procédure pour réaliser la polarimétrie de tissus ex-vivo sont étudiés.

Ensuite, l'utilisation du signal de vascularisation tumoral spécifique est proposé comme facteur permettant l'identification des tumeurs malignes. Une méthode non invasive est proposée, sans chirurgie ni marqueurs, pour détecter une éventuelle vascularisation anormale au niveau d'une lésion de peau suspecte. La méthode d'imagerie de vascularisation n'a pas de lien avec l'analyse polarimétrique SOPAFP présentée précédemment, il s'agit d'une méthode hybride entre les techniques LASCA [10] et LSI [11], et est optimisée pour l'imagerie de la vascularisation superficielle de la peau de souris in vivo. Notamment, la longueur d'onde d'illumination est choisie en fonction des caractéristiques optiques de la peau, et les contributions au champ total provenant du volume sont dissociées optiquement pendant l'acquisition des contributions provenant de la surface. L'impact du temps d'intégration des champs par le détecteur est étudié.

Le suivi in-vivo de l'angiogenèse liée à la croissance d'un mélanome murin est réalisé. Par ailleurs, le suivi in-vivo de la résorption de la vascularisation est réalisé après traitement de cette même tumeur par électrochimiothérapie.

## 5.2 Modèle du mélanome murin

Pour étudier le mélanome, le modèle murin est utilisé. Les souris sont appelées SKH1 (Charles Rivers), elles sont génétiquement modifiées pour être dépourvues de poils, ce qui permet de faciliter l'imagerie optique. Elles ne sont pas pigmentées mais sont immunocompétentes [12], et âgées de 7 à 9 semaines.

L'inoculation du mélanome aux souris se fait par injection sous cutanée de cellules tumorales B16F10 [13] (1 million de cellules contenues dans 20  $\mu\text{L}$  de PBS). Les cellules ont été précédemment cultivées dans un milieu permettant leur développement (milieu additionné de 8 % de sérum de veau foetal décomplémenté, 1 % de glutamine 0.58 mg/mL, 0.5 % de streptomycine 100 mg/mL et 0.5 % de pénicilline 100 u/mL). Leur temps de génération est de 16 à 18 h dans une étuve à 37 °C sous 5 % de  $\text{CO}_2$ .

Le mélanome murin peut être observé in-vivo, ou ex-vivo par dissection.

Ces protocoles ont été validés par le comité régional d'éthique et acceptés sous les numéros 2008 04 01 / 77 et 2014 03 15 / 195.

### 5.3 Application de la méthode SOPAFP à la caractérisation polarimétrique du mélanome

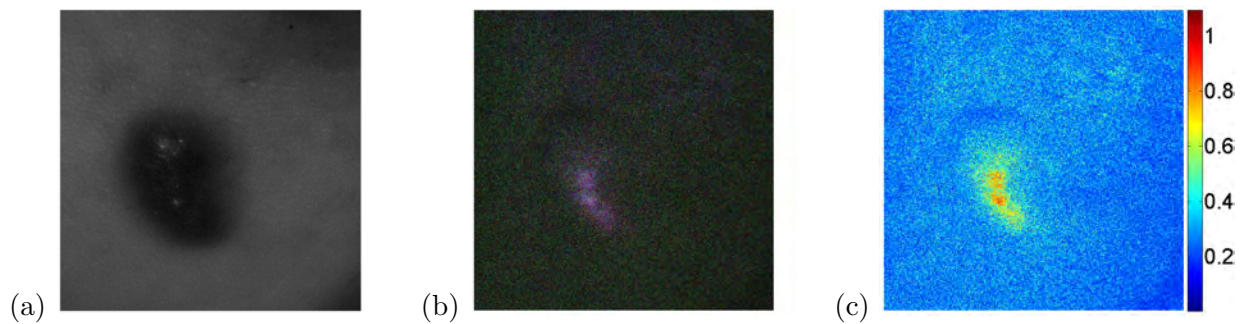
La méthode d'analyse polarimétrique SOPAFP détaillée au Chap. 2 est appliquée pour la caractérisation des champs diffusés par un mélanome murin ex-vivo.

#### 5.3.1 Description du montage expérimental

L'échantillon de peau fait une taille d'environ 2 cm par 2 cm, la tumeur est d'environ 5 mm de diamètre. Il est maintenu sur un support par ses 4 coins, un coton imbibé de liquide physiologique est placé entre l'échantillon et le support pour limiter sa déshydratation.

Le schéma expérimental est représenté en Fig. 2.1. Les conditions expérimentales sont les mêmes que celles détaillées au Chap. 2. En particulier, l'illumination se fait par une diode laser à 532 nm de longueur d'onde, de largeur spectrale de l'ordre de 0,2 nm. Le temps d'exposition du CCD pour chaque image est de 0,1 s. 50 projections polarimétriques sont utilisées pour réaliser l'analyse SOPAFP, les 50 images sont obtenues en 1 minute environ. L'état de polarisation incident est  $[1 \quad 1/\sqrt{3} \quad -1/\sqrt{3} \quad -1/\sqrt{3}]$ .

#### 5.3.2 Résultat de mesure SOPAFP sur mélanome ex-vivo

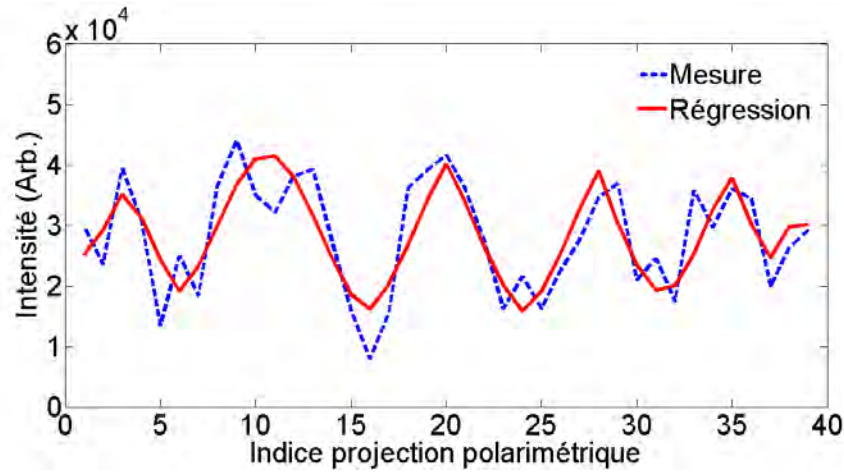


**Figure 5.1** - (a) Photographie d'un échantillon de peau ex-vivo, comportant un mélanome. (b) Carte d'états de polarisation correspondante, mesurée par utilisation de la méthode SOPAFP. (c) Degré de polarisation correspondant.

La photo de la zone imagée est montrée sur la Fig. 5.1(a), elle est obtenue en masquant l'illumination laser et en éclairant l'échantillon avec une lumière incohérente. On remarque une zone brillante sur la surface de la tumeur : la tumeur produit des réflexions spéculaires, contrairement à la peau environnante qui produit des réflexions diffuses. La carte d'états polarimétriques obtenue par régression des projections SOPAFP est affichée en code RGB sur la Fig. 5.1(b). Une zone polarisée se dessine sur la surface de la tumeur, en maintenant approximativement l'état de polarisation de l'illumination, cette zone est produite par réflexion spéculaire. En revanche, le reste de l'image apparaît fortement bruité au niveau polarimétrique, avec des discontinuités au niveau des pixels. Le degré de polarisation mesuré est affiché sur la Fig. 5.1(c), il est élevé au niveau de la réflexion spéculaire ( $0.7 < DOP < 0.9$ ), et très faible ailleurs ( $0.1 < DOP < 0.3$ ).

Un exemple de courbe de régression (rouge) de l'intensité mesurée (bleu) au cours des projections SOPAFP, pour un pixel, est montré sur la Fig. 5.2. La faible valeur de DOP se manifeste par la faible amplitude des variations de la courbe. De plus, une erreur relative élevée peut être observée entre la courbe obtenue par régression et la mesure.

La faible valeur de degré de polarisation ne s'explique pas seulement par la dépolarisation spatiale due aux diffusions multiples, mais aussi à un phénomène de décorrélation temporelle des champs analysés, pendant la durée d'acquisition SOPAFP (1 min).



**Figure 5.2** - Exemple de variation d'intensité détecté par un pixel au cours des projections polarimétriques du champ incident (bleu). Régression non linéaire de l'intensité mesurée, permettant d'estimer l'état de polarisation moyen incident sur le pixel (rouge). Une erreur relative importante est observée entre les courbes.

### 5.3.3 Décorrélation temporelle des champs diffusés en ex-vivo

La figure d'intensité diffusée par les échantillons varie rapidement avec le temps, c'est-à-dire que les champs ne peuvent plus être considérés comme temporellement stables. Ces instabilités peuvent être dues à une déshydratation de l'échantillon, à des déformations mécaniques ou à la mort cellulaire du tissu.

Si le front d'onde n'est pas temporellement stable, les variations d'intensité ne dépendent pas uniquement d'éventuelles projections polarimétriques. En effet, la variation temporelle du plan de phase introduit un déphasage temporel  $\varphi_t$  dans le terme de phase à l'origine de l'onde diffusée. Les termes de phase de l'Eq. 1.3 deviennent :

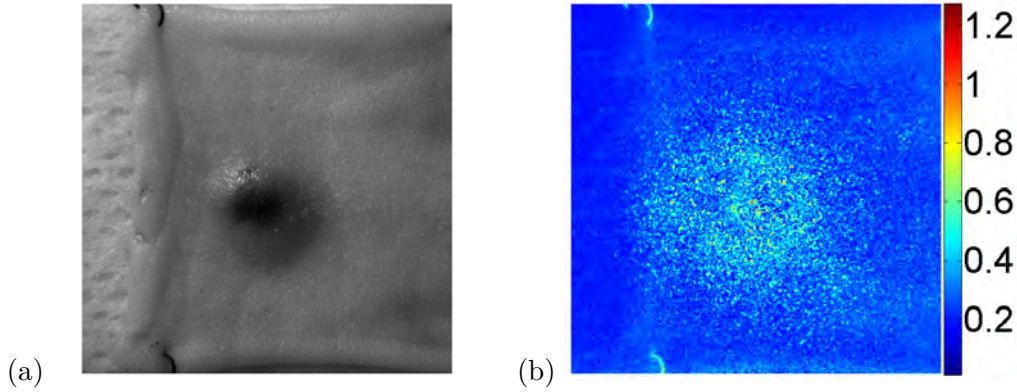
$$\begin{aligned}\phi_x &= (\omega t - kz + \varphi_x + \varphi_t) \\ \phi_y &= (\omega t - kz + \varphi_y + \varphi_t)\end{aligned}\quad (5.1)$$

avec  $\phi = \varphi_x - \varphi_y$  la phase relative (polarimétrique). Si  $\varphi_t$  varie au cours des projections polarimétriques, la transposition par  $(\omega t - kz)$  dans l'Eq. 1.3 est fautive, et l'écriture du formalisme de Stokes en découlant n'est plus exact (Eq. 1.21). Si le plan de phase  $\varphi_t$  varie au cours du temps à une fréquence plus élevée que les projections polarimétriques, les projections sont décorrélées temporellement.

A titre d'exemple, une série temporelle d'images d'intensité du speckle (28 images) produites par diffusion sur un mélanome ex-vivo est enregistrée en configuration des polariseurs croisés (un polariseur grille est placé devant l'objectif pour réaliser la projection des champs). L'échantillon de peau fait une taille d'environ 2 cm par 2 cm, la tumeur est d'environ 5 mm de diamètre. Les images ont été obtenues avec une illumination @ 633 nm de longueur d'onde (laser HeNe), un temps d'exposition de 0.5 s, une fréquence d'acquisition de l'ordre de 2 Hz. Pour chaque pixel, on calcule la moyenne de l'écart type temporel de l'intensité, normalisée par la moyenne de l'intensité :

$$\sigma_{norm} = \frac{\overline{\sigma(I)}}{\overline{I}} \quad (5.2)$$

avec  $\sigma(X)$  l'écart type de  $X$ , et  $\overline{X}$  la moyenne temporelle de  $X$ . L'image d'écart type temporel normalisé est affichée en Fig. 5.3(b), une photo de la même zone obtenue sous éclairage incohérent est affichée en Fig. 5.3(a).



**Figure 5.3** - (a) Image de réflectance d'un échantillon de peau de souris comportant un mélanome. (b) Écart type temporel normalisé ( $\sigma_{norm}$ ) de l'intensité diffusée par l'échantillon illuminé par un laser HeNe, calculé à partir de 28 images d'intensité enregistrées à une fréquence de 2 images par seconde.

Dans une zone de  $100 \times 100$  pixels en bas à droite de l'image (zone de peau saine), on mesure un écart type temporel moyen égal à 26% de la valeur moyenne :  $\overline{\sigma(I)} = 0,26.\bar{I}$ . Dans une zone de  $100 \times 100$  pixels au niveau de la tumeur, on mesure un écart type temporel moyen égal à 37% de la valeur moyenne :  $\overline{\sigma(I)} = 0,37.\bar{I}$ . Ces valeurs d'écart type temporel moyen normalisés  $\sigma_{norm}$  indiquent que la figure d'intensité varie rapidement au cours du temps : le front d'onde varie temporellement. De plus, différentes dynamiques de variations apparaissent au sein de l'image.

Ainsi, la solution trouvée par régression non linéaire de l'intensité détectée au cours des projections SOPAFP est un état permettant de minimiser l'écart aux variations d'intensité expérimentales, mais la décorrélation temporelle des projections n'est pas prise en compte dans le calcul de cet état. L'état ainsi mesuré est donc une approximation temporelle des champs détectés. Les mesures ayant été réalisées ex-vivo, on suppose que l'instabilité temporelle des champs provient d'un phénomène de déshydratation ou nécrose des tissus.

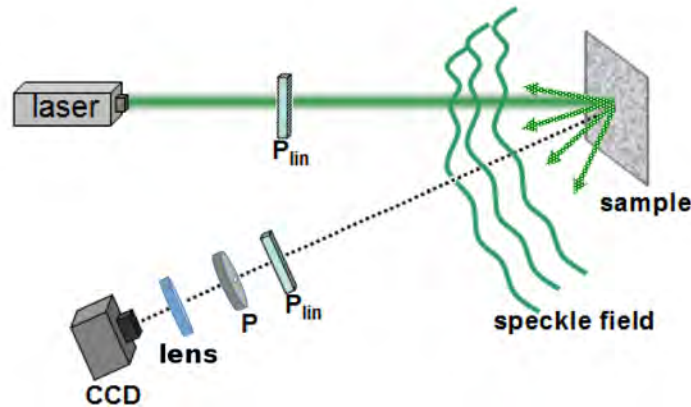
Les variations temporelles de l'intensité diffusée par un échantillon de peau ex-vivo nous ont menées aux conclusions suivantes :

- la variance temporelle de l'intensité est trop élevée pour réaliser une mesure polarimétrique de précision telle que SOPAFP. La méthode nécessite plusieurs dizaines, voir centaines d'images, or le champ n'est pas temporellement stable au cours de l'analyse.
- la variance temporelle n'est pas uniforme spatialement, des zones où l'intensité du speckle varie plus rapidement que d'autres apparaissent.

Nous avons donc renoncé à l'utilisation de la polarimétrie de précision pour l'analyse de tissus biologiques in-vivo, où les mouvements parasites sont encore plus importants qu'en ex-vivo (par exemple dus à la respiration, battements cardiaques, mouvements musculaires).

Nous avons voulu analyser de manière plus précise la façon dont l'intensité varie au cours du temps, ainsi que la différence de ces variations entre une zone de peau saine et tumorale. Une méthode d'imagerie est implémentée, basée sur la mesure de la variance d'intensité. Il s'agit d'une technique hybride entre LSI (Laser Speckle Imaging, [11]) et LASCA (Laser Speckle Contrast Analysis, [10]), qui est optimisée pour l'application au mélanome. Cette méthode de mesure n'a pas de lien avec l'analyse polarimétrique décrite dans la partie précédente du document. La méthode est détaillée ci-dessous, ainsi que les principaux résultats obtenus.

## 5.4 Optimisation d'imagerie par contraste de speckle dynamique polarisé



**Figure 5.4** - Vue schématique du dispositif utilisé pour réaliser l'imagerie de vascularisation par contraste de speckle dynamique. Le laser est monomode longitudinal @ 808 nm de longueur d'onde, le polariseur linéaire  $P_{lin}$  est un prisme de Glan orienté selon la verticale. Le faisceau incident est collimaté sur l'échantillon à un diamètre variable de 0.5 à 2 cm de diamètre. Les champs diffusés sont transmis par un second polariseur grille  $P_{lin}$  orienté selon l'horizontale : la majorité des simples diffusions sont absorbées. Le champ est imagé par un objectif dont l'ouverture est limitée par un diaphragme  $P$ , puis intégré temporellement par un capteur CCD.

Le dispositif expérimental est schématisé en Fig. 5.4. La source est une diode laser, dont les caractéristiques sont détaillées plus bas. Une lame demi-onde ( $\delta = \lambda/2$ ), non représentée sur le schéma, est placée en sortie du laser avant le premier polariseur linéaire ( $P_{lin}$ , prisme de Glan), pour pouvoir ajuster la puissance d'illumination sur l'échantillon. L'intensité issue du prisme de Glan est polarisée selon la verticale, et est collimaté selon un diamètre ajustable par un objectif. Le faisceau en incidence normale est diffusé par l'échantillon, la détection se fait à un angle d'environ  $45^\circ$  à la normale à l'échantillon, après passage dans un second polariseur linéaire (polariseur grille) et un objectif. La diffraction des champs incidents par l'objectif produit un speckle subjectif sur le détecteur (caméra CCD).

Le speckle étant un champ interférentiel, tout mouvement mécanique, variations d'indice de réfraction, par exemple dues au déplacement de molécules, vont produire des variations du plan de phase du champ diffusé, et donc de la figure d'intensité détectée. Étant donné que les mouvements mécaniques produisent une variation locale du plan de phase du champ diffusé, en imageant le speckle produit par la diffusion dans un tissu biologique, on observe une variation rapide de l'intensité aux endroits où des mouvements rapides sont présents, comme la vascularisation.

Pendant un temps d'exposition du CCD donné, différentes réalisations de speckles se superposent, correspondant aux différents plans de phase. Or, pendant ce temps d'intégration, on va superposer plus de réalisations différentes de speckle sur les zones vascularisées que sur les zones qui ne le sont pas. Plus le plan de phase varie localement pendant l'acquisition, plus le speckle est moyenné, ce qui abaisse le contraste local de l'intensité détectée. Ainsi, en fonction des variations du contraste local, la variation relative de "quantité de mouvement" peut être mesurée au sein de l'échantillon.

Différentes réalisations temporelles du speckle sont acquises, avec un temps d'exposition court (environ 1 ms). L'influence de ce temps d'exposition sur le signal est étudiée plus loin. La carte de contraste de chaque image de speckle est ensuite calculée, sur des petites zones de  $n \times n$  pixels, avec  $n \geq 2$ , sachant que plus  $n$  est grand, plus la résolution spatiale du résultat final sera diminuée. On appelle cette opération "binning spatial". La carte de contraste local  $c(x, y, t)$  de l'image de speckle enregistrée à un temps  $t$  s'obtient par l'Eq. 1.59 (technique LASCA [10]).

Le signal lié aux mouvements est contenu dans cette valeur de contraste, mais est bruité notamment par la convolution avec le grain de speckle. Pour limiter le bruit, la moyenne temporelle de ce contraste spatial est calculée :

$$c(x, y) = \langle c(x, y, t) \rangle_{\tau} \quad (5.3)$$

avec  $\langle X \rangle_{\tau}$  la moyenne temporelle de  $X$  sur la durée d'acquisition  $\tau$ . On désigne par "contraste de speckle dynamique" cette carte de contraste spatio-temporel  $c(x, y)$ . L'inverse du contraste,  $1/c(x, y)$ , est souvent représenté graphiquement. Ainsi, sur ces représentations, un signal fort représente un contraste faible, et vice-versa.

#### 5.4.1 Choix de la source laser

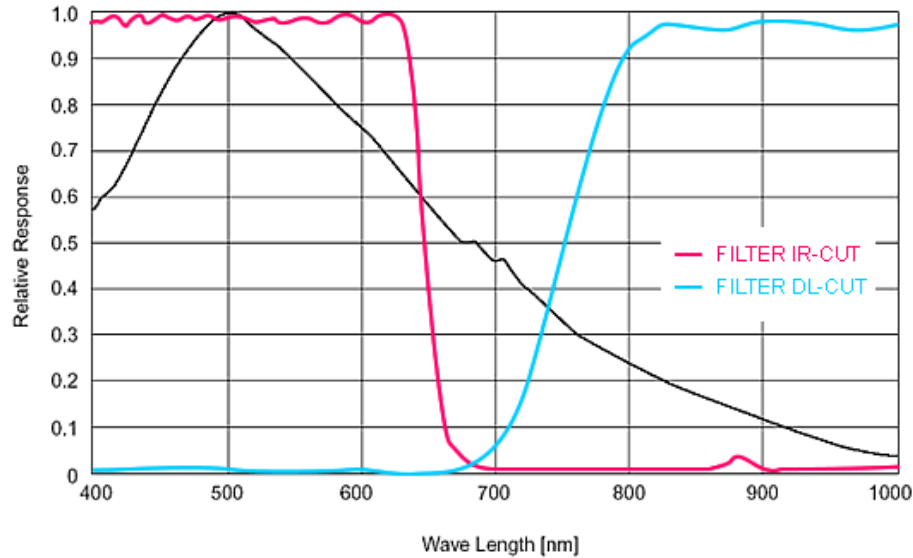
L'objectif est de détecter le mélanome, et éventuellement de le différencier d'un grain de beauté sain. Or, le mélanome (et le nævus) sont des zones de la peau fortement concentrées en mélanine. Ainsi, une longueur d'onde d'illumination est choisie en fonction des coefficients d'absorption et de diffusion de la mélanine, afin d'augmenter le niveau d'intensité rétro-diffusée, et ainsi obtenir un meilleur rapport signal à bruit. Il faut donc une longueur d'onde présentant une faible absorbance dans les tissus biologiques. La fenêtre d'absorbance faible de la mélanine est relativement large : environ 800 nm à 1  $\mu\text{m}$  (voir Fig. 1.21(b)). Afin d'optimiser le signal pour tous types de phototypes, il faudrait opter pour une source entre 900-950 nm. Au delà de 1.3 micron, l'absorbance de l'eau devient importante.

Il faut également prendre en compte l'efficacité quantique spectrale du capteur CCD (le nombre de charges détectées pour un nombre de photons incidents fixé, en fonction de la longueur d'onde). La Fig.5.5 affiche la calibration constructeur des variations relatives de la sensibilité spectrale du capteur, de référence mvBlueCOUGAR-X124G (Sony) [14]. Sa sensibilité spectrale est maximale dans le domaine visible ( $\lambda \simeq 500$  nm), mais chute fortement dans le proche infrarouge : elle est divisée par deux entre 800 et 900 nm. Ainsi, un compromis est choisi entre sensibilité spectrale du capteur et absorption de la mélanine : une source de longueur d'onde 808 nm. Le filtre absorbant les infra-rouges, placé par défaut à la construction devant le CCD, est également retiré. Le filtre anti-visible n'est pas utilisé, pour pouvoir enregistrer les photographies des échantillons illuminés sous lumière ambiante. De plus, les infrarouges ne provoquent pas d'auto-fluorescence des tissus. L'efficacité de notre capteur CCD est relativement faible dans l'infrarouge. Il existe des modèles de CCD plus performants dans l'infrarouge, qui permettraient de mesurer un signal plus important à même intensité d'illumination.

Une source de largeur spectrale importante va produire une diminution du contraste du speckle détecté, même en cas de champs statiques temporellement. En effet, les ondes de fréquence différentes émises par la source vont se superposer de façon incohérente sur le capteur. Ainsi, afin d'améliorer la dynamique en valeur de contraste, on choisit une source monomode longitudinale (SLM, Single Longitudinal Mode), émettant une raie spectrale relativement fine. La référence du laser est DL808-100-S de CrystaLaser<sup>®</sup> [15]. C'est une diode laser, qui présente l'intérêt d'être rapidement stabilisée en température ( $< 30$  s). La puissance en sortie est de 100 mW, la largeur spectrale est  $< 0.0001$  nm, elle est monomode transverse ( $TEM_{00}$ ,  $M^2 = 1.1$ ). Le diamètre du faisceau à  $1/e^2$  est 1.1 mm. La divergence du faisceau est 1.2 mrad.

#### 5.4.2 Sélection de la diffusion de volume

Notre objectif est de mettre en évidence le signal de vascularisation sous cutané d'un tissu vivant, via les variations du champ diffusé induites par le débit sanguin. Même si les mouvements produits par l'écoulement du sang ou les pulsations cardiaques se transmettent en partie mécaniquement à



**Figure 5.5** - Variations relatives de l'efficacité spectrale du capteur CCD utilisé (noir), transmission du filtre anti infrarouge (IR-cut, rouge), transmission du filtre anti UV et visible (Day-Light cut, bleu). Extrait de [14].

la surface de la peau, il est choisi de sélectionner les diffusions ayant subi plus d'une simple réflexion. Ainsi, on souhaite sélectionner les contributions au champ total qui proviennent du volume du tissu plutôt que celles qui proviennent de la surface de la peau. Cette sélection permet également de s'affranchir d'éventuelles réflexions spéculaires, qui sont des directions privilégiées de diffusions simples et sont majoritairement dépendantes des caractéristiques géométriques de la surface.

Cette estimation des contributions statiques et dynamiques au champ total est estimée a posteriori de l'acquisition dans [16], par calcul des variations d'intensité relatives à la moyenne. Ici, il est proposé de filtrer ces différentes contributions optiquement pendant l'acquisition.

La diffusion simple (ou de surface) conserve en moyenne l'état de polarisation du faisceau d'illumination. Pour réaliser l'extinction du signal produit par diffusions simples, un polariseur dont l'axe passant est orthogonal à l'état d'illumination est placé devant le détecteur. Ainsi, le polariseur va absorber toute l'intensité polarisée parallèlement à l'état d'illumination, c'est à dire la majorité du signal produit par diffusions simples, et la moitié du signal provenant du volume de l'échantillon. L'utilisation de ce polariseur mène donc à la perte d'une partie de l'intensité utile, mais permet de gagner en contraste. Il permet d'autre part de supprimer l'éblouissement du capteur par d'éventuelles réflexions spéculaires.

## 5.5 Résultats expérimentaux : mesures in-vivo sur souris

Les mesures in-vivo ont été réalisées à l'IPBS (Institut de Pharmacologie et Biologie Structurale). La fréquence du battement cardiaque des souris est d'environ 10 Hz, la fréquence de respiration est d'environ 1 Hz.

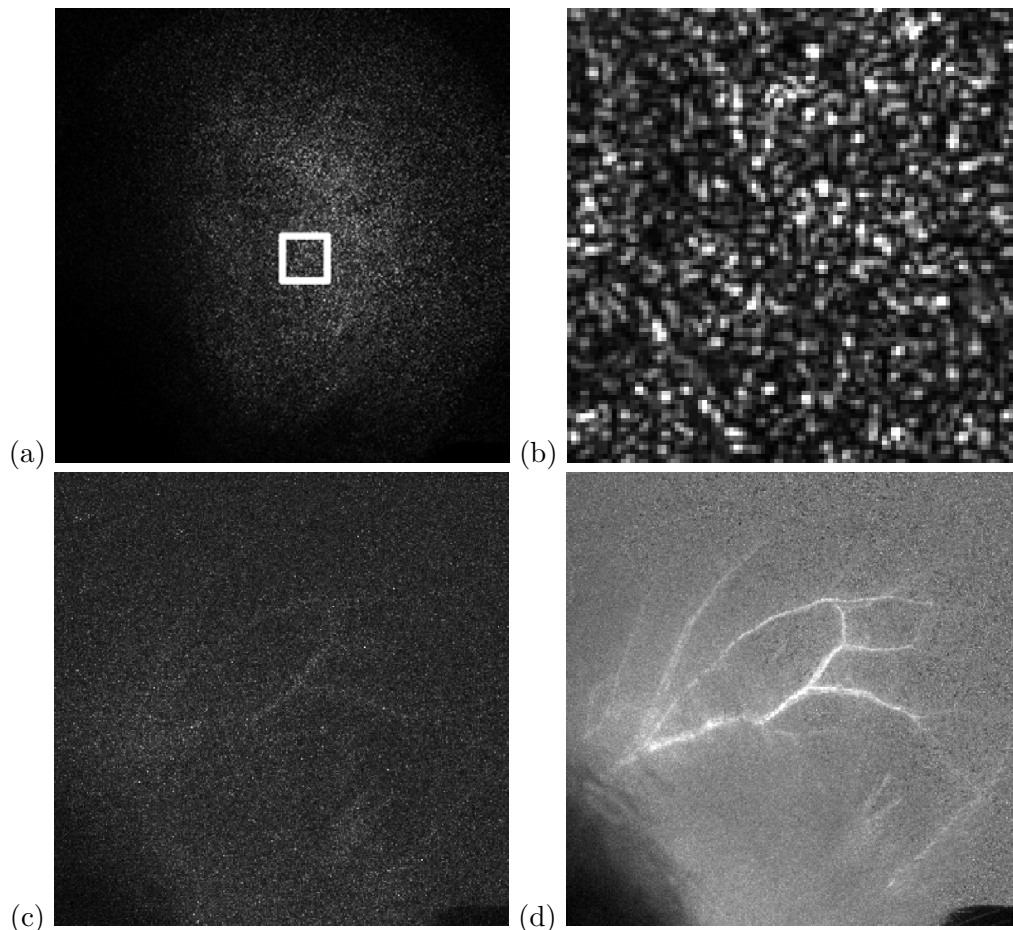
L'illumination et la détection se font généralement de la même façon : l'illumination est normale à la peau, et la détection se fait à un angle d'environ  $40^\circ$  par rapport à la normale à la peau. La puissance de sortie du laser est maximale (80 mW sur une surface de 2 cm de diamètre). La fréquence d'acquisition des images de speckle est d'environ 6 images par seconde. Cette fréquence d'acquisition est relativement faible, en effet pour ce prototype d'acquisition, nous avons fait le choix d'afficher le résultat en temps réel, ce qui ralentit grandement la fréquence d'acquisition mais

permet d'observer en direct l'impact des différents paramètres sur le signal (temps d'exposition, puissance d'illumination, taille du grain de speckle).

Le signal apparaît dès les premières dizaines d'images, mais plus il est moyenné temporellement plus le bruit dû à la modulation par le speckle diminue. Le signal n'évolue plus après un moyennage sur 100 à 150 images, ce qui correspond à une durée totale d'acquisition inférieur à la minute.

### 5.5.1 Validation et étude du signal

Afin de comprendre la formation du signal, une image brute de speckle est affichée en Fig. 5.6(a), enregistrée après diffusion du laser sur une oreille de souris. Le CCD intègre les champs diffusés pendant la durée du temps d'exposition : 1 ms. Les variations du contraste spatial dans l'image de speckle sont calculées par binning de l'image sur  $3 \times 3$  pixels, avec l'Eq. 1.59,  $n = 3$ . L'image de speckle brut étant de dimension  $1000 \times 1000$  pixels, l'image de contraste est de dimension  $333 \times 333$  pixels, elle est donc 3 fois moins résolue que la photographie. Cette image de contraste est affichée en Fig. 5.6(c). Cette mesure est ensuite moyennée sur 50 images de speckle, chacune obtenue avec un temps d'exposition de 1 ms, et enregistrée à une fréquence de 6 Hz, donc espacées temporellement d'environ 0.17 s, ce contraste spatio-temporel est affiché en Fig. 5.6(d).



**Figure 5.6** - (a) Image de speckle obtenue par intégration par le CCD pendant 1 ms des champs diffusés par une oreille de souris illuminée par le laser @ 808 nm. (b) Gros plan de la zone encadrée en blanc en (a), les grains de speckle peuvent être distingués, dont la taille est choisie approximativement à 2 pixels de largeur. (c) Contraste du speckle en (a), calculé avec un binning spatial de  $3 \times 3$  pixels. (d) Moyenne temporelle du contraste spatial, calculé à partir de 50 images de speckle.

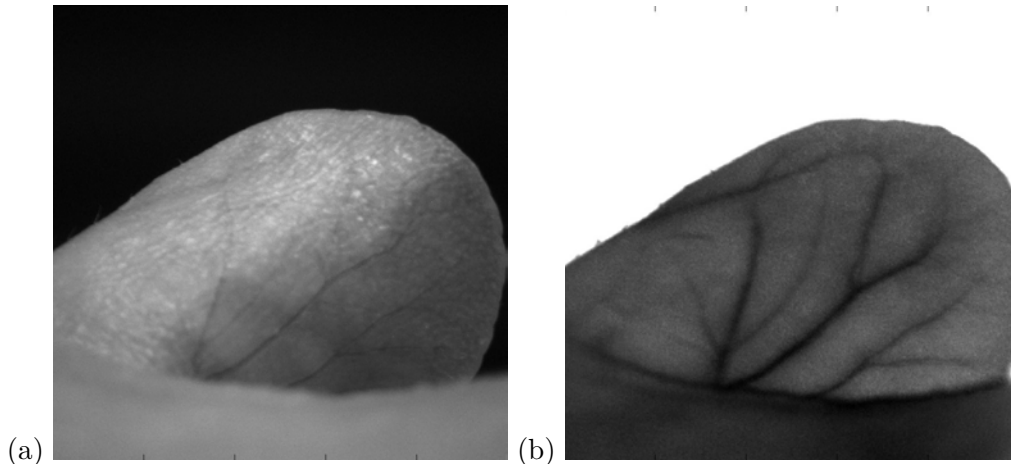
Sur la Fig. 5.6(b), il peut être remarqué que la taille du grain de speckle a été choisie à un diamètre transverse de 2 à 3 pixels. Le signal de vascularisation mesuré à partir d'une seule image de

speckle est très bruité (Fig. 5.6(c)). Le contraste converge progressivement en fonction du nombre d'acquisitions moyennées, le moyennage temporel (Eq. 5.3) supprimant la convolution par le grain de speckle. Il a été remarqué que dans le cas d'une image sur souris, avec un temps d'exposition de 1 ms et une fréquence d'acquisition de 6 Hz, 50 images de speckle sont suffisantes pour limiter ce bruit, comme on peut voir en Fig. 5.6(d). Généralement, par la suite les résultats présentés seront obtenus après une moyenne temporelle sur 150 images. En effet, à partir de 150 images, il a été observé que le signal de contraste moyen a convergé, l'ajout de nouvelles images de speckle n'a quasiment plus d'impact sur le signal de contraste moyen.

Le nombre d'images nécessaires pour diminuer le bruit de speckle pourrait être diminué en ajoutant un diffuseur tournant en sortie du laser. En effet, la modulation du contraste par le grain de speckle est due à la partie lentement variable du champ. Il a été proposé d'accélérer cette décorrélation en illuminant l'échantillon avec un front d'onde aléatoire, lentement variable (le temps d'exposition du CCD devant rester très inférieur à l'échelle de variation du front d'onde d'illumination) [17].

### Validation du signal

Sur une oreille de souris, la vascularisation est visible à l'œil ou sur une image "classique" de réflectance, ce qui permet de comparer le signal de contraste avec le réseau vasculaire. Les photographies sont obtenues par éclairage incohérent de l'oreille : on masque le laser et une image de la diffusion de l'éclairage ambiant est enregistrée. Le contraste spatio-temporel est calculé sur des zones de  $2 \times 2$  pixels. La photographie et le signal de contraste sont représentés respectivement en Fig. 5.7(a) et Fig. 5.7(b).



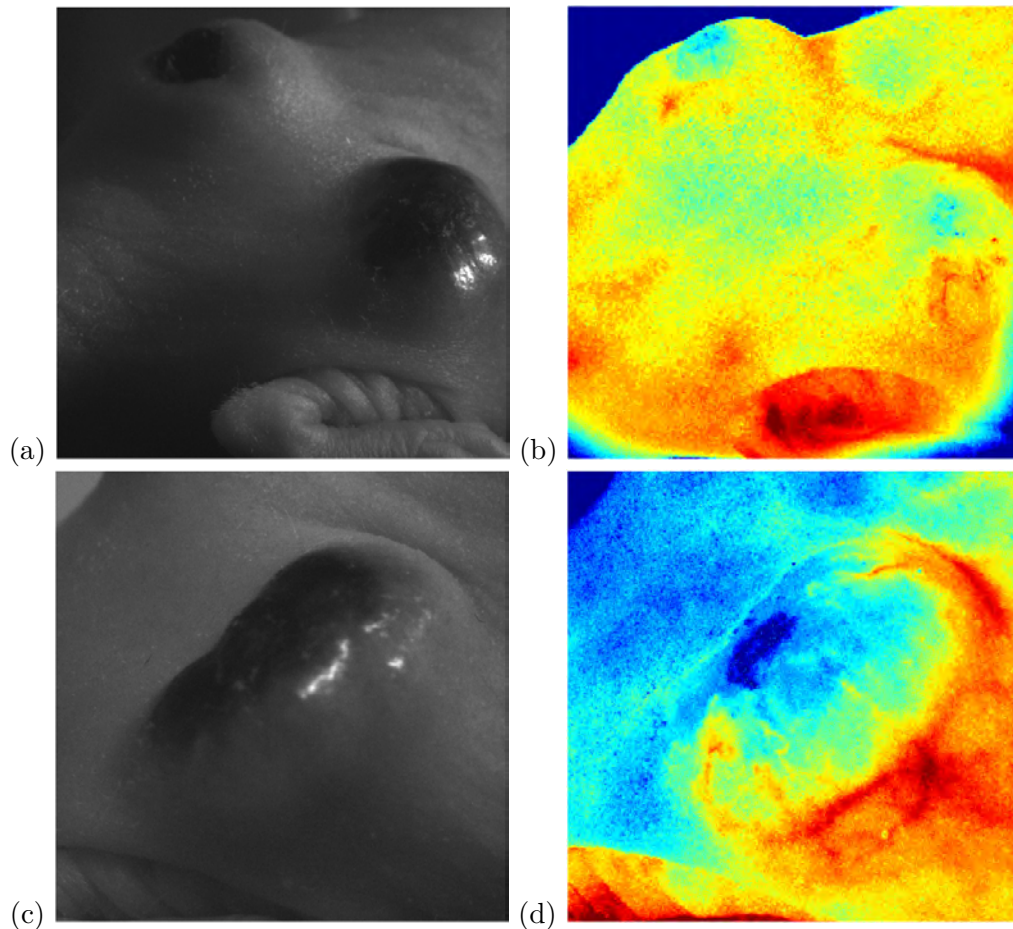
**Figure 5.7** - (a) Photographie en lumière incohérente de l'oreille droite d'une souris endormie. (b) Contraste spatio-temporel de speckle dynamique représenté en niveaux de gris, mesuré sur des zones de  $2 \times 2$  pixels, et moyenné sur environ 150 images dont le temps d'exposition est 1 ms. La fréquence d'acquisition est environ 6 Hz.

Par comparaison des deux images en Fig. 5.7(a, b), il ressort clairement que le signal de contraste marque les vaisseaux sanguins, à priori de manière indifférenciée entre veines et artères. Il est important de noter que l'affichage du signal de contraste lié aux mouvements est relatif : dans l'état actuel du dispositif d'imagerie, les mouvements produisant cette différence de contraste ne peuvent être quantifiés. Ainsi, les variations relatives du signal au sein d'une même acquisition sont représentées, mais ne peuvent être comparées quantitativement avec une acquisition différente.

Le signal de contraste du speckle subit l'effet de défocalisation : la peau au premier plan de la photographie (bas de l'image en Fig. 5.7(a)) apparaît également floue dans le signal de contraste en Fig. 5.7(b) : la défocalisation limite la résolution du signal de contraste. Ainsi, il peut être supposé

que le signal de vascularisation serait modifié en plaçant le plan focal de l'objectif sous le niveau de la peau.

Cette mesure est maintenant réalisée sur deux tumeurs de souris in-vivo à un stade avancé de développement, où l'angiogenèse tumorale a déjà eu lieu.



**Figure 5.8** - (a) Photographie de deux tumeurs murines in-vivo. (b) Contraste de speckle dynamique polarisé correspondant. (c) Photographie avec grossissement de la tumeur de droite. (d) Contraste de speckle dynamique polarisé correspondant. Les zones en bleu foncé au sommet des tumeurs correspondent aux tissus nécrosés.

La Fig. 5.8(a-b) montre la photographie et le signal de contraste mesurés avec une faible valeur de grossissement, donc pour une fréquence spatiale de coupure par l'imageur relativement faible. Des zones diffuses de vascularisation sont observées au niveau du muscle de la patte et la base de la queue, et des zones ponctuelles sur la tumeur de droite où la vascularisation semble plus importante. En augmentant le grossissement sur cette tumeur Fig. 5.8(c-d), la plus petite fréquence spatiale détectable par l'imageur est augmentée, donc le réseau vasculaire est mieux résolu.

Sur la Fig. 5.8(d), des zones de très faible activité (en bleu foncé) se distinguent au sommet des tumeurs. L'activité de ces zones étant plus faible que celle détectée au niveau de la peau non vascularisée (bleu clair), il en est déduit que ces zones sont probablement nécrotiques.

Concrètement, le diaphragme de l'objectif n'est pas réduit : le speckle créé par la diffraction due à l'ouverture finie de l'objectif suffit à détecter le signal de contraste. En effet, la demi largeur transverse du grain de speckle peut être estimée par :

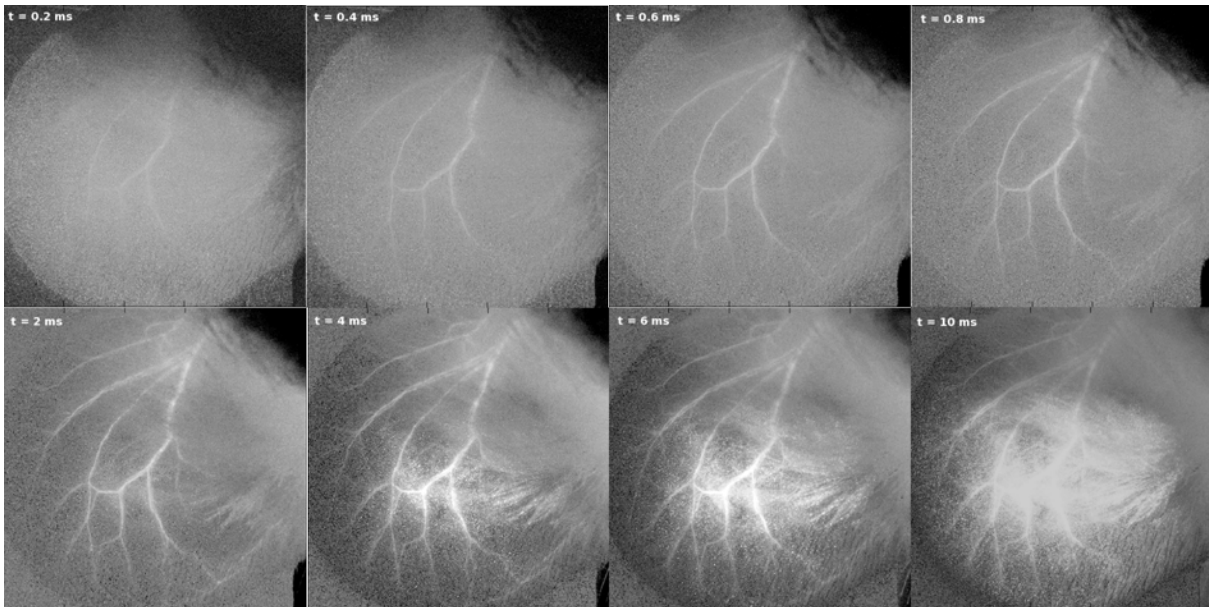
$$l_x = 1.22 \frac{\lambda f}{D} \quad (5.4)$$

avec  $f$  la distance focale de l'objectif et  $D$  son diamètre d'ouverture. Étant donné que la longueur d'onde est relativement grande (808 nm), sans réduire  $D$  des grains de speckle de l'ordre de 2 pixels de diamètre sont déjà observés (voir Fig. 5.6(b)).

Nous n'avons pas mené une étude détaillée concernant l'impact de la taille de grain de speckle sur la résolution de l'image de contraste. Cependant, on peut supposer qu'un grain de taille plus importante nécessitera une taille de binning spatial ( $n$ ) plus importante, donc une dégradation de la résolution spatiale de l'image de contraste finale. En outre, la fermeture du diaphragme mène à une diminution de l'intensité détectée, ce qui contraint à l'augmentation du temps d'exposition de la camera. L'impact de ce temps d'exposition sur le signal de contraste est étudié ci-dessous.

### Impact du temps d'exposition sur le signal

Une acquisition de contraste de speckle dynamique est réalisée sur une oreille de souris, l'intensité d'illumination issue du laser ne varie pas entre les différentes acquisitions.



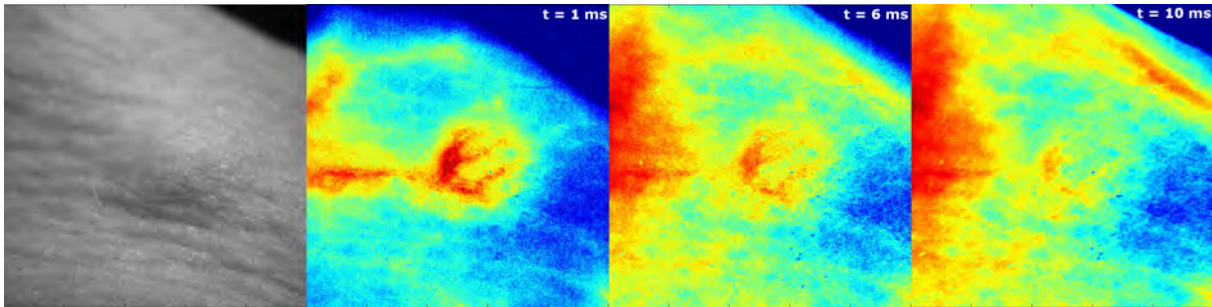
**Figure 5.9** - Images de contraste de speckle dynamique, mesurées pour différentes valeurs de temps d'exposition du CCD, à intensité d'illumination constante. Le signal de vascularisation apparaît progressivement pour des temps d'exposition supérieurs à 1 ms, notamment les petits vaisseaux en périphérie de l'oreille.

La fréquence d'acquisition est de l'ordre de 6 Hz. Le temps d'exposition  $t$  est augmenté progressivement, sans variation de l'intensité d'illumination. Ainsi, pour les faibles (resp. forts) temps d'exposition, les images de speckle sont fortement sous-exposées (resp. sur-exposées). Les images de contraste sont affichées en Fig. 5.9.

Dans le cas d'un temps d'exposition court ( $t = 0.2$  ms), le signal de vascularisation n'est quasiment pas distinguable. Plus le temps d'exposition augmente, plus il y a apparition de petits vaisseaux (en périphérie de l'oreille). Dans le cas de long temps d'exposition ( $t \geq 4$  ms), le signal sature. Les stries blanches apparaissant sur la droite dans les images de long temps d'exposition  $t$  sont dues aux mouvements des poils de la souris.

Il en est déduit que la valeur du temps d'exposition définit la dynamique observable : dans le cas d'un temps d'exposition court, seuls les mouvements rapides sont observables. Dans le cas d'un

temps d'exposition long, une plus grande plage de dynamiques sont observables, celles-ci se superposent dans l'image de contraste. Le signal de contraste produit par la vascularisation pouvant être supprimé en choisissant un temps d'exposition faible, on suppose qu'un temps d'exposition élevé fait apparaître d'autres mouvements de dynamiques plus faibles dans le signal de contraste.



**Figure 5.10** - Mesure du contraste de vascularisation sur une tumeur en croissance, pour différents temps d'exposition  $t$ . La photographie de la zone imagée est affichée à gauche. Un fort signal se superpose au signal de vascularisation quand le temps d'exposition augmente ( $t \geq 6$  ms), dus aux mouvements liés à la respiration.

Pour confirmer cette hypothèse, la mesure de contraste sur une tumeur vascularisée est réalisée, 7 jours après l'injection des cellules cancéreuses. Une photographie de la tumeur et les images de contraste sont représentées en Fig. 5.10. La tumeur se situe près du flanc de la souris, qui bouge régulièrement avec la respiration. Le temps d'exposition est augmenté progressivement, de 1 ms à 10 ms. Le contraste spatial est mesuré avec un binning de  $2 \times 2$  pixels. L'intensité d'illumination est diminuée avec l'augmentation du temps d'exposition, afin de ne pas saturer le détecteur.

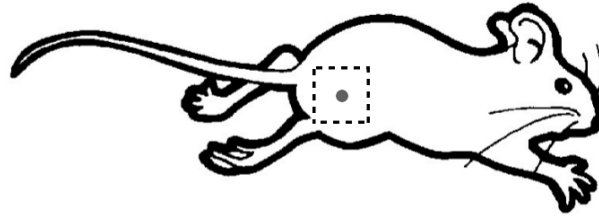
La tumeur est au centre de l'image, le flanc de la souris est à gauche de la tumeur. Il peut être remarqué que plus le temps d'exposition augmente, plus le signal de contraste de la vascularisation (au centre des images) est masqué par les mouvements dus à la respiration (à gauche sur l'image). Le temps d'exposition optimal pour imager la vascularisation déterminé ici (1 ms) est légèrement plus court que le temps d'exposition optimal (5 ms) déterminé à partir du rapport signal à bruit des images de contraste dans [18].

Il est possible de sélectionner le contraste de mouvements de dynamiques différentes par modification du temps d'exposition. Étant donné que la respiration est à une fréquence plus faible que les battements cardiaques, l'impact des mouvements parasites dus à la respiration peut être amoindri en diminuant le temps d'exposition. On peut imaginer synchroniser l'acquisition d'images avec les battements cardiaques, ce qui limiterait encore d'avantage le bruit et permettrait d'obtenir un meilleur contraste concernant le signal des artères. En effet, la dynamique des veines et artères n'est pas équivalente, une différence de comportement en contraste est attendue pour une artère où le flux est pulsé contrairement à une veine où le flux est d'avantage continu.

### 5.5.2 Suivi de la croissance tumorale

Des mesures quotidiennes in vivo ont été réalisées sur des souris endormies afin de limiter les mouvements durant l'acquisition, avant l'injection de cellules cancéreuses puis pendant la croissance des tumeurs.

La position de la tumeur (rond gris) et la zone imagée (pointillés noirs) sont schématisés en Fig. 5.11. Les photographies en éclairage incohérent et les images de contraste sont affichées en Fig. 5.12. Pour chaque jour, la photographie et le contraste présentés correspondent exactement à la même zone imagée et orientation de la détection. En revanche il y a de légères variations de position / inclinaison de l'illumination et détection d'un jour à l'autre. Dans l'état actuel du dispositif, seules les variations relatives de mouvement au sein d'une même image peuvent être mesurées. Ainsi, l'échelle



**Figure 5.11** - Vue schématique de l'implantation de la tumeur (rond gris) et la zone imagée (pointillés noirs).

de couleur n'est pas représentative des différences de flux d'une image à l'autre.

Une première observation est que la technique permet d'imager les vaisseaux sub-millimétriques. Avec le grossissement utilisé pour ces mesures, environ 70 pixels de l'image brute représentent 1 mm sur l'objet, donc 35 pixels de l'image de contraste représentent 1 mm sur l'objet (deux fois moins de pixels suite au binning spatial). Ce qui est observé sur ces images de contraste est appelé angiogenèse tumorale : les cellules cancéreuses en croissance rapide entraînent le développement de nouveaux vaisseaux sanguins, à partir de vaisseaux préexistants. Ici, les vaisseaux préexistants (Fig. 5.12(J0)) sont au niveau de la base de la queue (en haut à gauche des images), et le flanc droit (en bas à droite des images). La structure spécifique du réseau vasculaire peut se distinguer en Fig. 5.12(J6-J8) : la formation d'un disque de vascularisation est observé au niveau de la tumeur, qu'on suppose être la projection 2D du signal produit par une "pelote" de vaisseaux.

Ainsi, seulement 6 jours après l'injection de cellules tumorales, un réseau vasculaire anormal est détecté sans marqueurs au niveau de la tumeur. Ainsi, cette méthode permet de détecter le développement de mélanomes via leur vascularisation à des stades précoces, de façon non invasive.

Cette mesure de suivi de croissance a été réalisée sur 10 tumeurs implantées (5 souris, 2 tumeurs par souris). Sur ces 10 tumeurs, 8 se sont développées. Un développement de la vascularisation tumorale est observé dans chacun des 8 cas.

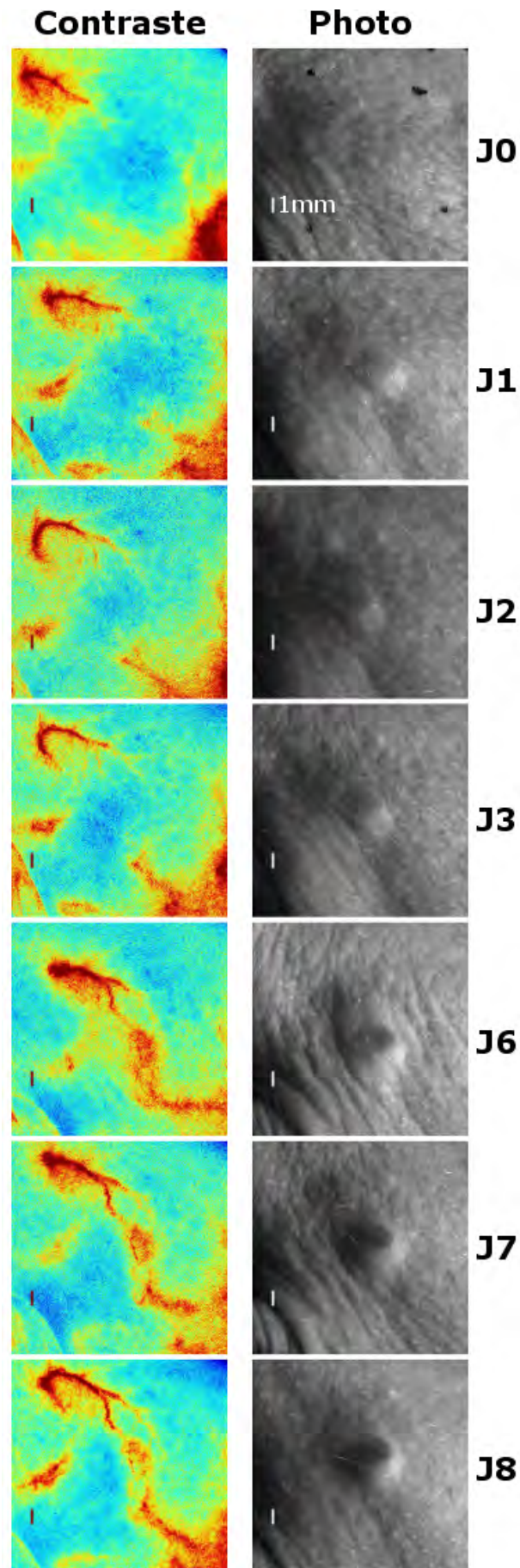
Cette même étude devrait être réalisée sur un très grand nombre de tumeurs, afin de caractériser statistiquement les taux de vrai positifs et vrai négatifs, et caractériser le potentiel de diagnostic de la méthode pour la détection du mélanome. Notamment, il a été mesuré par imagerie Doppler une différence de taux de vascularisation en fonction du type de lésion : une diminution de la perfusion au centre des carcinomes, et une forte perfusion dans le cas des mélanomes [19].

### 5.5.3 Suivi du traitement par électrochimiothérapie

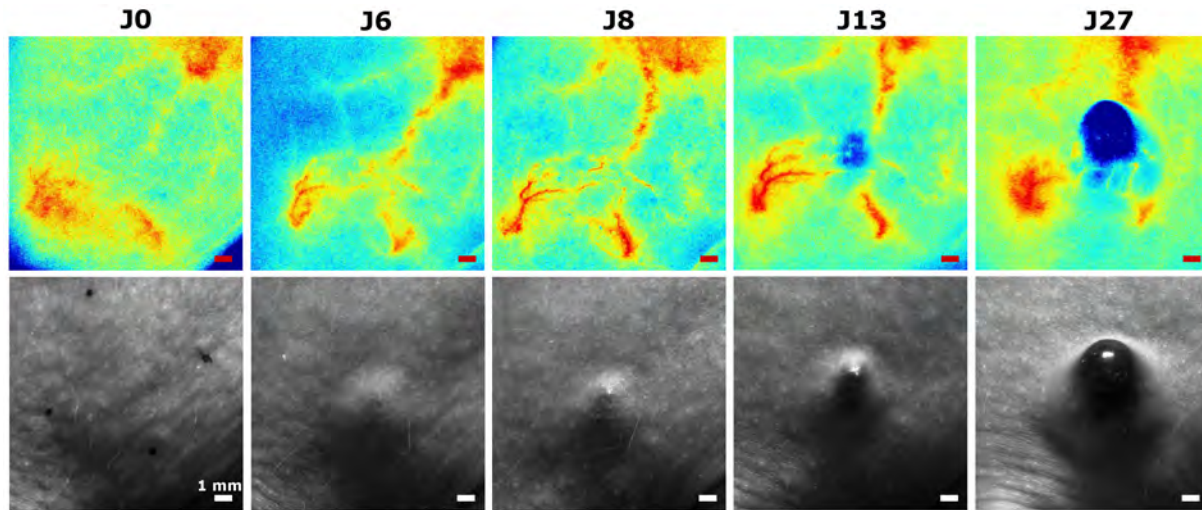
Le traitement par électrochimiothérapie consiste en l'injection de cytotoxiques et l'application d'un champ électrique pulsé au niveau local. Afin de vérifier que le flux observé provenait bien du flux sanguin tumoral, nous avons appliqué un champ électrique via des électrodes placées autour de la tumeur. Cette technique, appelée électroporation, est connue pour provoquer (avec des impulsions calibrées) un arrêt du flux sanguin ou "vascular lock" [20].

Cet arrêt du flux est transitoire et le flux revient à la normale au bout d'environ 1 h. Si en parallèle on injecte une drogue anti-tumorale (bléomycine) à des doses normalement insuffisantes pour détruire la tumeur, le champ électrique provoque en plus de l'arrêt du flux une perméabilisation des vaisseaux sanguins [21] et une perméabilisation des cellules tumorales, favorisant ainsi l'accès de la bléomycine à l'intérieur des cellules [22]. On parle alors d'électrochimiothérapie.

Les paramètres du champ pulsé sont les suivants : 8 impulsions de durée 100  $\mu s$ , à la fréquence 1 Hz, et d'intensité 1300 V/cm. La bléomycine est diluée à 1 mg/mL, 100  $\mu L$  sont injectés.



**Figure 5.12** - Suivi de la croissance de mélanome par contraste de speckle dynamique, avant injection des cellules tumorales (J0) et jusqu'à 8 jours après injection (J1-J8).



**Figure 5.13** - Contraste de speckle dynamique polarisé (première ligne), et photographie de la zone correspondante (seconde ligne), avant injection de cellules cancéreuses (J0), 6 jours après l'injection des cellules (J6), injection de bléomycine le 8<sup>e</sup> jour (J8), puis 13 et 27 jours après l'injection des cellules cancéreuses (resp. J13 et J27). La tumeur continue à se développer malgré la chimiothérapie du 8<sup>e</sup> jour, le dispositif ne permet plus d'imager la vascularisation au niveau de la tumeur quand le volume de mélanine devient trop important (J13, J27).

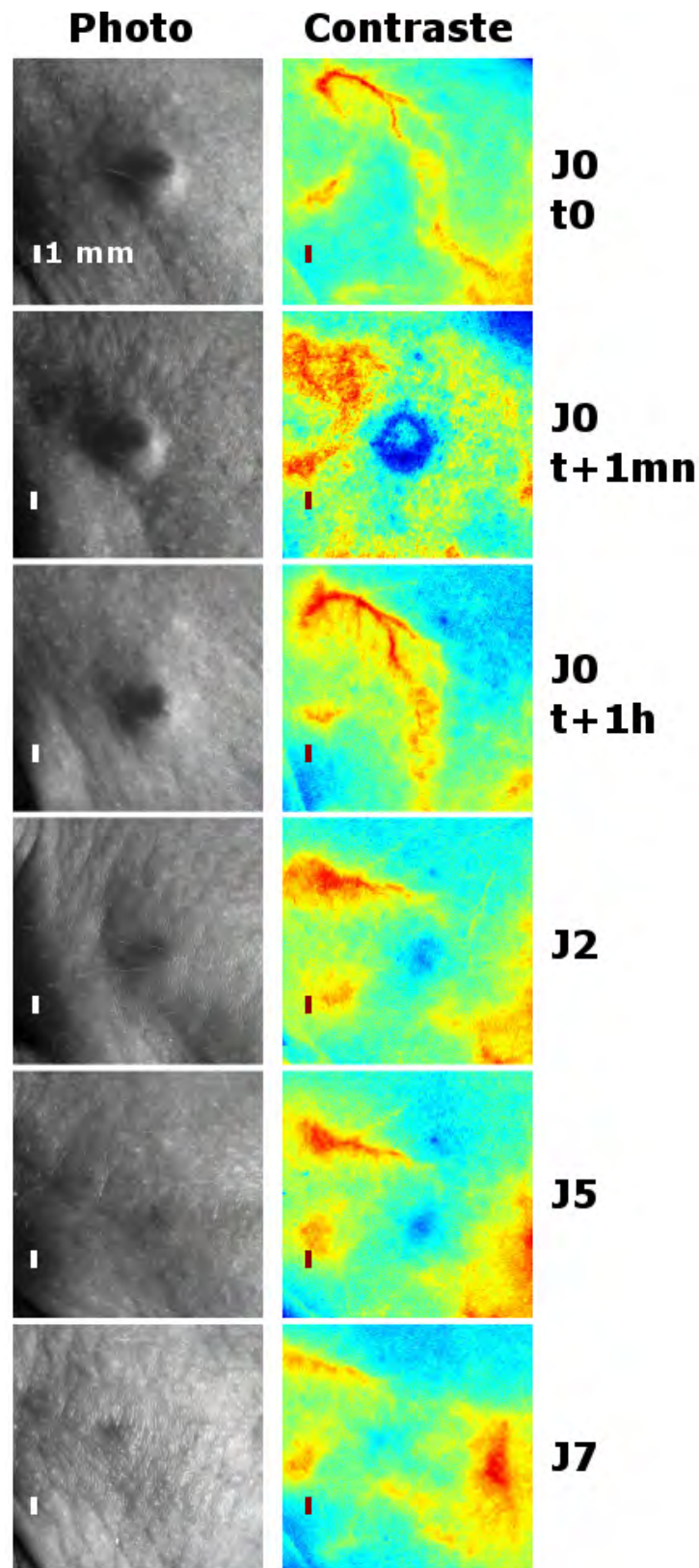
L'évolution d'une tumeur avec traitement par bléomycine seule est affiché en Fig. 5.13. Le jour J0 correspond à l'état de la vascularisation avant injection de cellules tumorales. Entre J0 et J8, la tumeur se développe, un signal vasculaire très contrasté apparaît. À J8, la bléomycine est injectée. Entre J8 et J27, la tumeur se développe malgré le traitement, celui-ci étant faiblement dosé. À partir de J13, l'épaisseur importante de tissus concentrés en mélanine au niveau de la tumeur provoque une forte absorption du signal diffusé dans le volume (zones bleues foncé). Ceci illustre les limites de la méthode : quand la tumeur est à un stade de développement trop avancé, l'absorption du signal par la mélanine restreint l'imagerie de vascularisation.

Nous n'avons pas caractérisé la profondeur de pénétration de l'onde, et sa dépendance à la concentration des tissus en mélanine. Cette étude pourrait être réalisée par la mesure sur échantillons de référence, modélisant les différentes couches de peau et éventuellement sa concentration en mélanine.

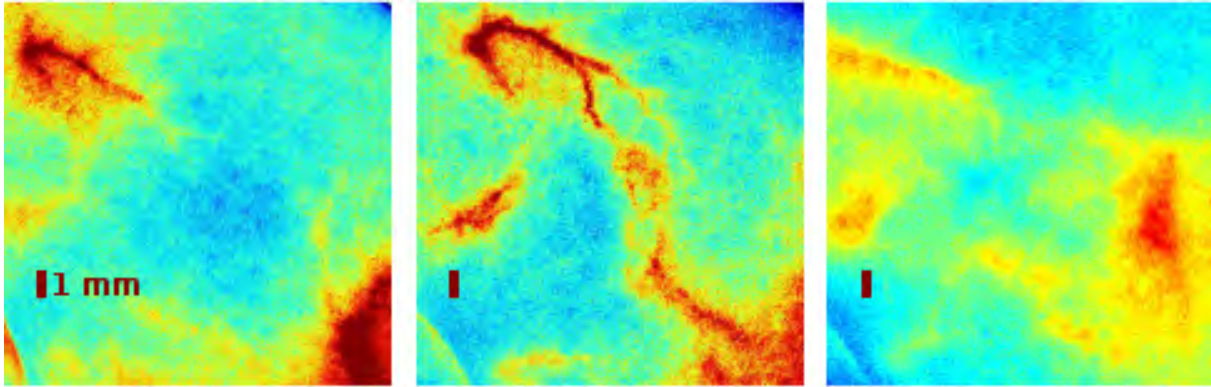
Le suivi du traitement par électrochimiothérapie est affiché en Fig. 5.14. Le traitement est appliqué à la tumeur dont la croissance est affichée en Fig. 5.12, les images sont obtenues avec le même grossissement que précédemment. Le jour J0 du traitement correspond au 8<sup>e</sup> jour après l'injection des cellules tumorales. Le réseau anormal de vascularisation cutanée au niveau de la tumeur peut être observé en Fig. 5.14(J0, t0). Les observations qui peuvent être déduites de cette étude sont détaillées ci-dessous.

- 1 minute après l'injection de la chimiothérapie et l'application du champ Fig. 5.14(J0, t+1mn), une très faible activité de vascularisation est observée au niveau de la tumeur, ainsi que des mouvements diffus autour des vaisseaux, qui ne sont plus localisés. L'arrêt temporaire du débit sanguin au niveau de la zone pulsée est dû au "vascular lock" [20].

- 1 heure après le traitement Fig. 5.14(J0, t+1h), la vascularisation semble à première vue être revenue à l'état initial, avec des zones plus diffuses aux niveaux des vaisseaux. Cette diffusion autour des vaisseaux peut être due à la perméabilisation des vaisseaux sanguins induite par le champ



**Figure 5.14** - Suivi de l'évolution du mélanome après traitement par électrochimiothérapie, avant le traitement (J0, t0), environ 1 minute après injection du traitement et application du champ électrique (J0, t+1mn), environ 1 heure après le traitement (J0, t+1h) et jusqu'à 7 jours après traitement (J2-J7).



**Figure 5.15** - Résumé : à gauche, état de la vascularisation avant injection de cellules tumorales (Fig. 5.12 J0). Au centre : état de la vascularisation 8 jours après l'injection de cellules tumorales, avant le traitement par électrochimiothérapie (Fig. 5.14 J0). À droite : état de la vascularisation, 7 jours après le traitement par électrochimiothérapie (Fig. 5.14 J7).

électrique [21].

- de 2 à 7 jours après le traitement Fig. 5.14(J0-J7), les vaisseaux se résorbent progressivement, et une zone de faible activité (en bleu) se distingue à l'endroit de la tumeur, sans doute due à la mort des cellules cancéreuses dans le volume tumoral.

- 7 jours après le traitement, Fig. 5.14(J7), la tumeur est totalement résorbée : sur la photographie il ne reste qu'une tache due à la concentration plus élevée de mélanine. Sur l'image de contraste, une activité équivalente à une zone de peau saine est détectée au niveau de la tumeur.

La Fig. 5.15 résume les différents états de vascularisation, avant injection de cellules tumorales (à gauche), après 8 jours de croissance tumorale (au centre) qui correspond également au jour où le traitement par électrochimiothérapie a été réalisé. A droite, l'état de vascularisation 7 jours après le traitement est représenté. On remarque que la localisation et forme des vaisseaux sanguins est approximativement la même qu'avant l'implantation de la tumeur, ce qui indique que les vaisseaux induits par l'angiogenèse se sont résorbés.

Cette mesure de suivi du traitement par électrochimiothérapie a été réalisée sur 4 tumeurs développées (seulement une tumeur par souris reçoit le champ électrique). Une disparition de la vascularisation anormale a été observée parallèlement à la disparition de la tumeur dans chacun des 4 cas de traitement par ECT. Les 4 autres tumeurs, qui n'ont reçu que l'injection de chimiothérapie mais pas le champ électrique (ou aucun des deux), ont continué à se développer, comme le cas représenté en Fig. 5.13.

Ainsi, la méthode peut être utilisée pour suivre l'efficacité d'une thérapie, de façon non invasive et en temps réel.

## 5.6 Conclusion

Dans la majorité des cas, le mélanome est fortement vascularisé. Cette vascularisation limite la performance d'une analyse polarimétrique de précision telle que SOPAFP, étant donné que les mouvements induits provoquent une variation temporelle du front d'onde pendant l'acquisition des différentes projections polarimétriques, en plus des mouvements musculaires ou respiratoires dans le cas d'une mesure in-vivo.

Nous avons renoncé à cette caractérisation polarimétrique du mélanome, et une méthode basée

sur la mesure du contraste de speckle dynamique est utilisée, pour cartographier les variations de mouvements au niveau des tumeurs. Les paramètres impactant la mesure de ce signal sont étudiés, notamment l'impact du temps d'exposition utilisé pour imager le speckle, qui permet de sélectionner la plus basse dynamique observable.

Il a été démontré que ce dispositif permet d'imager les vaisseaux sanguins sub-millimétriques, quand le temps d'exposition est adapté à leur dynamique de mouvements. Il a été utilisé pour réaliser le suivi quotidien de croissances tumorales, permettant l'observation in-vivo et sans marqueurs du processus d'angiogenèse tumorale. Ainsi, une technique de détection indirecte du cancer de la peau a été proposée, le mélanome étant détecté au travers du développement vasculaire typique d'une croissance tumorale. Cependant, l'angiogenèse peut également avoir lieu pour d'autres lésions bénignes : par exemple les brûlures, infections, kystes, tumeurs bénignes ou angiomes. Ainsi, l'association de cette technique avec l'œil du spécialiste de santé pourrait permettre une amélioration de sensibilité et spécificité du diagnostic du mélanome, qui reste à être caractérisée.

En parallèle à l'aide au diagnostic du mélanome, l'imagerie de vascularisation trouve son intérêt pour des applications de recherche. Par exemple, le suivi a été réalisé pendant et après le traitement de tumeurs par électrochimiothérapie, un traitement couplant l'injection de chimiothérapie et l'application locale d'un champ électrique, au niveau de la tumeur. Dans chacun des cas de tumeurs traitées par ECT, une disparition du réseau vasculaire tumoral a été observée, alors qu'il continue à se développer quand la tumeur n'a reçu que l'injection de chimiothérapie sans application du champ électrique. Ainsi, la méthode peut être utilisée pour suivre, en direct et sans marqueurs, l'efficacité d'une thérapie anticancéreuse.

Le contraste est lié à la dynamique des mouvements, ainsi les mouvements dus par exemple à la respiration n'impactent pas ou peu le signal quand le temps d'exposition est optimisé pour imager la vascularisation, ce sont deux mouvements avec deux dynamiques différentes. Cela rend possible l'utilisation de la technique pour la détection de mélanomes humains, sans nécessiter d'anesthésie. Pour l'application de la mesure à l'Homme, l'impact de l'épaisseur plus importante de la peau devra être caractérisé. De plus, étant donné que les battements cardiaques sont à une fréquence plus faible (environ 1 Hz) que la souris (environ 10 Hz), le temps d'exposition optimal pour imager les vaisseaux sanguins sera certainement plus important.

D'autres champs d'applications de ce dispositif d'imagerie peuvent s'ouvrir : par exemple l'étude du vieillissement du système vasculaire, ou toute autre pathologie liée au système vasculaire superficiel, à une échelle micrométrique.

Le contraste pourrait être amélioré en utilisant un CCD avec une meilleure efficacité quantique @ 808 nm. En synchronisant l'acquisition des images de speckle avec les battements cardiaques, on suppose aussi obtenir une augmentation du contraste de vascularisation. La cadence d'affichage des images de contraste pourrait être augmentée en illuminant l'échantillon avec un front d'onde aléatoire, variant à chaque nouvelle image de speckle. Finalement, on peut imaginer fibrer l'illumination et la détection, ce qui permettrait de détecter la vascularisation interne par endoscopie.

Ces travaux ont fait l'objet d'une demande de dépôt de brevet.

## Bibliographie

- [1] N. Howlader, A.M. Noone, and M. Krapcho et al. (eds). SEER cancer statistics review 1975-2012. *National Cancer Institute, Bethesda (MD)*, 2015.

- [2] A. Garcia-Uribe, J. Zou, M. Duvic, J. H. Cho-Vega, V. G. Prieto, and L. V. Wang. In vivo diagnosis of melanoma and nonmelanoma skin cancer using oblique incidence diffuse reflectance spectrometry. *Cancer Research*, 72 :2738–2745, 2012.
- [3] M. Moncrieff, S. Cotton, E. Claridge, and P. Hall. Spectrophotometric intracutaneous analysis : a new technique for imaging pigmented skin lesions. *British Journal of Dermatology*, 146 :448–457, 2002.
- [4] B. Farina, C. Bartoli, A. Bono, A. Colombo, M. Lualdi, G. Tragni, and R. Marchesini. Multispectral imaging approach in the diagnosis of cutaneous melanoma : potentiality and limits. *Phys. Med. Biol.*, 45 :1243–1254, 2000.
- [5] L. Tchvialeva, G. Dhadwal, H. Lui, S. Kalia, H. Zeng, D. I. McLean, and T. L. Lee. Polarization speckle imaging as a potential technique for in vivo skin cancer detection. *J. Biomed. Opt.*, 18 :061211, 2013.
- [6] J. Folkman. What is the evidence that tumors are angiogenesis dependent? *J Natl Cancer Inst*, 82 :4–6, 1990.
- [7] O. Straume and L. A. Akslen. Expression of vascular endothelial growth factor, its receptors (FLT-1, KDR) and TSP-1 related to microvessel density and patient outcome in vertical growth phase melanomas. *Am J Pathol.*, 159 :223–235, 2001.
- [8] D. Zhu, W. Lu, Y. Weng, H. Cui, and Q. Luo. Monitoring thermal-induced changes in tumor blood flow and microvessels with laser speckle contrast imaging. *Appl. Opt.*, 46 :1911–1917, 2007.
- [9] P. Li, S. Ni, L. Zhang, S. Zeng, and Q. Luo. Imaging cerebral blood flow through the intact rat skull with temporal laser speckle imaging. *Opt Lett*, 31 :1824–1826, 2006.
- [10] J.D. Briers and S. Webster. Quasi real-time digital version of single-exposure speckle photography for full-field monitoring of velocity or flow fields. *Opt Commun*, 116 :36–42, 1995.
- [11] H. Cheng, Q. Luo, S. Zeng, S. Chen, J. Cen, and H. Gong. Modified laser speckle imaging method with improved spatial resolution. *J Biomed Opt*, 8 :559–564, 2003.
- [12] F. Benavides, T. M. Oberyszyn, A. M. VanBuskirk, V. E. Reeve, and D. F. Kusewitt. The hairless mouse in skin research. *J Dermatol Sci.*, 53 :10–18, 2009.
- [13] E. B. Briles and S. Kornfeld. Isolation and metastatic properties of detachment variants of 816 melanoma cells. *J Natl Cancer Inst.*, 60 :1217–22, 1978.
- [14] MATRIX VISION GmbH. [www.matrix-vision.com](http://www.matrix-vision.com).
- [15] CrystaLaser. <http://www.crystalaser.com/dl808-980.pdf>.
- [16] K.R. Forrester, C. Stewart, J. Tulip, C. Leonard, and R.C. Bray. Comparison of laser speckle and laser doppler perfusion imaging : measurement in human skin and rabbit articular tissue. *Med Biol Eng Comput*, 40 :687–697, 2002.
- [17] A.C. Völker, P. Zakharov, B. Weber, F. Buck, and F. Scheffold. Laser speckle imaging with an active noise reduction scheme. *Opt Express*, 13 :9782–9787, 2005.
- [18] S. Yuan, A. Devor, D. A. Boas, and A. K. Dunn. Determination of optimal exposure time for imaging of blood flow changes with laser speckle contrast imaging. *Appl. Opt.*, 44 :1823–1830, 2005.
- [19] M. Stücker, I. Horstmann, C. Nüchel, A. Röchling, K. Hoffmann, and P. Altmeyer. Blood flow compared in benign melanocytic naevi, malignant melanomas and basal cell carcinomas. *Clin Exp Dermatol*, 24 :107–111, 1999.
- [20] G. Sersa, T. Jarm, T. Kotnik, A. Coer, M. Podkrajsek, M. Sentjurc, D. Miklavcic, M. Kadivec, S. Kranjc, A. Secerov, and M. Cemazar. Vascular disrupting action of electroporation and electrochemotherapy with bleomycin in murine sarcoma. *Br. J. Cancer*, 98 :388–398, 2008.

- [21] E. Bellard, B. Markelc, S. Pelofy, F. Le Guerroué, G. Sersa, J. Teissié, M. Cemazar, and M. Golzio. Intravital microscopy at the single vessel level brings new insights of vascular modification mechanisms induced by electropermeabilization. *Journal of Controlled Release*, 163 :396–403, 2012.
- [22] L. M. Mir and S. Orlowski. Mechanisms of electrochemotherapy. *Adv. Drug Deliv. Rev.*, 35 :107–118, 1999.



# Conclusion, perspectives

Une méthode d'analyse polarimétrique 2D basée sur de multiples états de projection (50 à 300 états distincts) uniformément répartis dans l'espace de Poincaré a été développée. La méthode est appelée SOPAFP (State Of Polarization Analysis by Full Projection on the Poincaré space). Pour la mettre en oeuvre, un banc de calibration automatique d'états de projection polarimétriques a été mis en place.

Les performances de la méthode SOPAFP ont été quantifiées par la polarimétrie du champ réfléchi par un miroir. La méthode a ensuite été appliquée à la polarimétrie en champs de speckle, des champs interférentiels pour lesquels la caractérisation polarimétrique est délicate. Par comparaison avec la mesure polarimétrique classique basée sur 6 projections distinctes, l'apport de SOPAFP a été démontré, notamment aux zones d'interférence destructives.

La méthode a été appliquée à la caractérisation de champs de speckle produits par un diffuseur de surface, et un diffuseur de volume. Les statistiques en intensité, degré de polarisation et dispersion des états de polarisation de ces champs ont été présentées, en fonction du régime de diffusion.

D'autre part, des mesures expérimentales de singularités de polarisation se formant aux lieux d'interférence destructives en champ de speckle produit par diffusions multiples ont été présentées. Des morphologies de singularités connues (star et lemon) ont été détectées, mais aussi d'autres types de singularités, non décrites dans la littérature.

Par ailleurs, la méthode SOPAFP pourrait être utilisée pour caractériser les champs diffusés pour 4 états de polarisation incident distincts, ce qui permettrait de déterminer la matrice de Mueller d'un échantillon sans inversion matricielle, limitant les bruits. Cependant, la mesure serait beaucoup plus longue que la mesure classique basée sur l'acquisition de 16 images d'intensité.

L'impact de différents paramètres sur la polarimétrie a ensuite été étudié. Notamment, l'effet du repère de décomposition en ondes planes sur la statistique des paramètres polarimétriques a été présenté, permettant d'étudier l'effet des multi-diffusions au travers d'une corrélation entre les champs concernés.

Des mesures expérimentales de dépolarisation spatiale et spectrale ont été réalisées, puis un effort a été mené dans le but de caractériser la dépolarisation spatiale intrinsèque aux échantillons, c'est-à-dire n'étant pas impactée par le système d'observation. Cette caractérisation a été réalisée par la définition d'une distribution de Voigt circulaire, décrivant la distribution en phase relative, entre les deux composantes orthogonales des champs de speckle observés. Cette distribution a été interprétée comme la convolution de deux distributions, de type Lorentzienne décrivant les effets "homogènes" intrinsèques aux diffusions, et Gaussienne décrivant les effets "inhomogènes" extrinsèques. La dépolarisation spatiale intrinsèque d'échantillons de référence (Spectralons) a ainsi été caractérisée.

Des études complémentaires pourraient être menées pour caractériser l'effet des coefficients de diffusion et absorption du matériau  $\mu_a$  et  $\mu_s$  sur cette distribution en phase relative. De la même façon, les effets potentiels produisant l'élargissement "inhomogène" des déphasages relatifs pourraient être étudiés. Par ailleurs, nous nous attendons à une grande sensibilité du paramètre de décorrélation dans le cas de matériaux de réflectance faible, ce qui pourrait être une méthode sensible pour

les distinguer.

À partir de l'étude expérimentale précédente, un modèle de simulation de speckle subjectifs polarisés a été développé, pour différents régimes de diffusion. Le modèle a été validé par comparaison avec les mesures.

Par simulation, il a ensuite été mis en évidence des phénomènes délicats à observer expérimentalement : une limite de résolution concernant la mesure de biréfringence, menant à la décorrélation des champs concernés. Par ailleurs, l'impact de la variation de la taille des pixels pour l'intégration d'un champ de speckle donné a été étudié. Cette dernière étude a permis d'estimer l'intensité produite par dépolarisation spatiale, en fonction des gradients spatiaux des composantes de Stokes d'un champ donné.

Les singularités de polarisation ont ensuite été étudiées par simulation. Les morphologies "star" et "lemon", connues dans la littérature, ont été modélisées. En revanche, 4 autres singularités du même ordre ont été modélisées, non décrites dans la littérature. Des singularités organisées le long d'une ligne, ainsi que d'ordre supérieur, ont également été modélisées.

L'utilisation des 6 singularités distinctes, parmi lesquelles se trouvent les morphologies "star" et "lemon", pourrait être utile dans le cas d'études fondées sur la mesure statistique d'apparition des morphologies de polarisation en champs aléatoires, actuellement basées sur un modèle à trois morphologies. Concernant la modélisation de speckle polarisés, il pourrait être intéressant de déterminer si la largeur de la distribution en phase relative augmente de façon continue avec le régime de diffusion.

La procédure polarimétrique de précision SOPAFP a été appliquée à la caractérisation des champs diffusés par un mélanome murin ex-vivo, présentant une forte dépolarisation, mis à part les lieux de réflexions spéculaires qui conservent un fort degré de polarisation. L'effet de décorrélation temporelle des projections polarimétriques avec l'état de polarisation à mesurer a été étudié, mettant en évidence une différence de variance temporelle entre l'intensité diffusée par les zones tumorales et les zones saines.

La caractérisation polarimétrique de précision du mélanome in-vivo a été abandonnée, au profit du développement d'une méthode de mesure du contraste de speckle dynamique polarisé, permettant d'imager les sources de variations temporelles d'intensité en champs de speckle. La méthode a été optimisée pour l'imagerie de la vascularisation du mélanome, par le choix d'une longueur d'onde adaptée. De plus, le contraste a été amélioré par la séparation des contributions au champ provenant de la surface de celles provenant du volume de l'échantillon.

L'impact du temps d'intégration des champs par le détecteur a été étudié. Notamment, le temps d'exposition optimal pour réaliser l'imagerie de la vascularisation tumorale a été déterminé. Le suivi quotidien de l'angiogenèse tumorale in-vivo, sans contact ni marqueur, a été réalisé sur un modèle de mélanome murin. Par ailleurs, le suivi de la résorption de cette vascularisation tumorale a été réalisé après traitement par électrochimiothérapie, démontrant le potentiel de la méthode pour la caractérisation de l'efficacité de thérapies.

Le potentiel de la méthode pour l'imagerie de vascularisation tumorale humaine reste à être caractérisé, l'impact de l'épaisseur plus importante de la peau devra notamment être pris en compte. De plus, étant donné que les battements cardiaques sont à une fréquence plus faible que la souris, le temps d'exposition optimal pour imager les vaisseaux sanguins sera certainement plus important.

L'association de cette technique avec l'œil du spécialiste de santé pourra probablement permettre une amélioration de sensibilité et spécificité du diagnostic du mélanome. D'autres champs d'applications de ce dispositif d'imagerie peuvent s'ouvrir : par exemple l'étude du vieillissement du système vasculaire, ou toute autre pathologie liée au système vasculaire superficiel, à une échelle micrométrique. Finalement, on peut imaginer fibrer l'illumination et la détection, ce qui permettrait de détecter la vascularisation interne par endoscopie.

## Annexe A

# Polarization analysis of speckle field below its transverse correlation width : application to surface and bulk scattering

# Polarization analysis of speckle field below its transverse correlation width : application to surface and bulk scattering

Jan Dupont,<sup>1</sup> Xavier Orlik,<sup>1,\*</sup>  
A. Ghabbach,<sup>2</sup> M. Zerrad,<sup>2</sup> G. Soriano,<sup>2</sup> and C. Amra<sup>2</sup>

<sup>1</sup>ONERA, Theoretical and Applied Optics Department, 31055 Toulouse, France  
<sup>2</sup>Institut Fresnel CNRS, Universités d'Aix-Marseille, Ecole Centrale Marseille, Domaine  
Universitaire de Saint-Jérôme, 13397 Marseille Cedex 20, France

\*[xavier.orlik@onera.fr](mailto:xavier.orlik@onera.fr)

**Abstract:** An experimental method for accurate polarimetric characterization of speckle field below its transverse correlation width is proposed. Using a polarimetric analyzer, the speckle field under investigation is probed by a set of polarimetric projections describing the full Poincaré sphere surface. Spatial polarimetric variations of the speckle field are thus observed with an accuracy of 1% for each Stokes parameter. Moreover, all the experimental data can be guaranteed by a validity criterion. Using white paper sheet and rough metal samples, the method exhibits strong potential to analyze and differentiate speckle fields generated by bulk and surface scattering.

© 2014 Optical Society of America

**OCIS codes:** (120.5410) Polarimetry; (030.6140) Speckle; (260.5430) Polarization; (110.5405) Polarimetric imaging; (110.6150) Speckle imaging.

---

## References and links

1. J. W. Goodman, *Speckle Phenomena in Optics* (Roberts & Company Pub., 2007) 48-50.
2. I. Bergoënd, X. Orlik, and E. Lacot, "Study of a circular Gaussian transition in an optical speckle field," *J. Europ. Opt. Soc.* **3**, 1990–2573 (2008).
3. O. Vasseur, I. Bergoënd, and X. Orlik, "A Gaussian transition of an optical speckle field studied by the minimal spanning tree method," *J. Europ. Opt. Soc.* **5**, 10052 (2010).
4. P. Bergström, D. Khodadad, E. Hällstig, and M. Sjö Dahl "Dual-wavelength digital holography: single-shot shape evaluation using speckle displacements and regularization," *Appl. Opt.* **53**, 123–131 (2014).
5. J. Petit, G. Montayb, and M. François "Strain rate measurements by speckle interferometry for necking investigation in stainless steel," *Int. J. Solids Struc.* **51**, 540–550 (2014).
6. L. Tchvialeva, G. Dhadwal H. Lui, S. Kalia, H. Zeng, DI. McLean, and TL. Lee, "Polarization speckle imaging as a potential technique for in vivo skin cancer detection," *J. Biomed. Opt.* **6**, 061211 (2013).
7. M. Zerrad, J. Sorrentini, G. Soriano, and C. Amra, "Multiscale spatial depolarization of light," *Proc. SPIE* 8171, Physical Optics, 81710C (2011)
8. L. Pouget, J. Fade, C. Hamel, and M. Alouini, "Polarimetric imaging beyond the speckle grain size," *Appl. Opt.* **51**, 7345–7356 (2012).
9. A. Ghabbach, M. Zerrad, G. Soriano, and C. Amra, "Accurate metrology of polarization curves measured at the speckle size of visible light scattering," *Opt. Express* **22**(12), 14594–14609 (2014).
10. G. G. Stokes, *Trans. Camb. Phil. Soc.*, **9**, 399 (1852).
11. D. H. Goldstein, *Polarized Light* (CRC Press, 2003) 34.
12. H. Poincaré, *Théorie mathématique de la lumière* (GABAY, 1892).

13. J. Sorrentini, M. Zerrad, and C. Amra, "Statistical signatures of random media and their correlation to polarization properties," *Opt. Lett.* **34**, 2429–2431 (2009).
  14. G. Soriano, M. Zerrad, and C. Amra, "Enpolarization and depolarization of light scattered from chromatic complex media," *Opt. Express* **22**, 12603–12613 (2014).
- 

## 1. Introduction

When a coherent beam either illuminates a surface rough on the scale of the wavelength or crosses a medium that provokes random spatial dephasing of the field, the multitude of dephased contributions generate along propagation in space, interference effects. The resulting field that exhibits fast spatial variations of intensity is called speckle. An extremely dense literature is available on the subject because speckle is omnipresent in optics, radar and ultrasound applications. In some cases, speckle represents a noise to reduce. Several methods can be used as temporal averaging with a moving diffuser, polarization diversity, wavelength and angle diversity, temporal and spatial coherence reduction [1]. In other applications, the study of the speckle on the contrary brings interesting data about the surface or the medium responsible of these interferences. Especially, it has been shown that a variable illumination spot size could describe the transition from non Gaussian to Gaussian statistics of a speckle field generated by a rough surface and could bring usefull information about its roughness characteristics [2, 3]. Other applications such as deformation and strain field analysis, digital holography [4], and speckle interferometry [5] can be cited. Recently, in the biomedical field, in vivo skin cancer detection by polarization speckle imaging has shown some promising results [6]. In spite of the numerous applications of speckle fields, our knowledge about how are spatially structured their State Of Polarization (SOP) and their associated Degree Of Polarization (*DOP*) remain until now very limited. Such knowledge implies to perform several acquisitions of intensity in various optical configurations but a speckle field, as an interference phenomenon, is extremely sensitive to any phase variation during the acquisition procedure. Thus to perform such study on a scale below the transverse correlation width of the speckle field is very challenging and the polarimetric accuracy of the procedure has to be checked carefully. Until now, only a few works have tried such characterization [7–9]. We provide in this work an new experimental method to map very accurately the SOP and the associated *DOP* of a speckle field at a scale below its transverse correlation width, with a criterion ensuring the accuracy and validity of the experimental results. Application to polarimetric analysis of speckle fields generated by surface and bulk scattering is proposed.

## 2. Polarimetric Analysis by Full Projection in the Poincaré Space

A classical method to determine the polarization state of a field, eventually partially polarized, consists in the acquisition of the 4 Stokes parameters [10] :  $S_0$  represents the total intensity of the light,  $S_1$  the amount of linear horizontal minus the amount of vertical polarized light,  $S_2$  the amount of linear  $+45^\circ$  minus the amount of  $-45^\circ$  polarized light, and  $S_3$  the amount of left circular minus the amount of right circular polarized light [11]. The Degree Of Polarization (*DOP*) of the field is then defined by :

$$DOP = \frac{\sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2}}{S_0}$$

A *DOP* equal to 1 represents a totally polarized light whereas a value lower than 1 represents a partially polarized light.

Except for the first component  $S_0$ , the 3 other components need subtraction of experimental data to be determined. Using an imaging system with a charged coupled device (CCD) camera, this

constraint can become severe in terms of polarimetric accuracy because of the non linearity of the CCD camera and eventual mechanical movements during the switch between polarimetric states of analysis. Care has to be taken also to the wavefront variation of the field during the full acquisition procedure of the polarimetric structure of the speckle field [8]. Moreover, even in case the setup allows to switch between different polarimetric states of analysis without any mechanical movement, for example using Nematic Liquid Crystals (NLC), a non perfect perpendicular incidence between the beam and the NLC can cause a non constant deviation of the beam in function of the requested birefringence. As a consequence, our first tries to map accurately the polarization of speckle fields failed by giving some polarimetric states with a *DOP* clearly higher than 1, thus showing an extremely low experimental accuracy. We notice that in [8], even a careful protocol involving a constant wavefront during acquisition of the SOP of the speckle field gave rise to some numerous pixels with *DOP* reaching near 1.5. Due mainly to the reasons cited above that prevent among us, high polarimetric accuracy, we have elaborated the State Of Polarization Analysis by Full Projection in the Poincaré space method (SOPAFP) that avoids any subtraction of intensity and moreover checks the validity of the obtained SOP.

This method uses a Polarimetric State Analyzer (PSA) which consists of 2 variable birefringent materials (2 NLC called CL3 and CL4) with eigen axes oriented respectively at  $45^\circ$  from each other, followed by a quarter waveplate and a linear vertical polarizer with eigen axes respectively oriented at  $45^\circ$  from each other. The 2 orientation constraints cited above between the 2 nematic liquid crystals CL3 and CL4 and between the quarter waveplate and the linear polarizer ensure that the PSA can project an incident field on any fully polarized polarimetric state of the Poincaré Sphere [12].

We define a projection state of our PSA as follow : the variable birefringences  $\delta_3$  and  $\delta_4$  of respectively CL3 and CL4 for a given polarimetric state of projection  $i$  are chosen so that if the polarimetric state  $i$  is effectively incident on the PSA, it will exit after CL3, CL4 and the quarter waveplate, with a vertical linear polarization perfectly aligned with the output linear polarizer, thus giving rise to a maximum transmitted intensity. All other polarimetric incident states but  $i$  will be partially absorbed excepted the state diametrically opposed to  $i$  on the Poincaré sphere that will be completely absorbed (in case of a perfect linear polarizer).

In order to perform the various polarimetric projections of the speckle field to analyze, the Poincaré sphere surface is uniformly discretized into projection states. For a polarimetric accuracy of 1%, 300 projection states were needed. As an illustration, the Fig. 1(a) shows the first projections states that are used for polarimetric speckle analysis. We have chosen arbitrarily to scan from the initial state  $(1;0;-1;0)$  to the final one  $(1;0;1;0)$ . For a given electromagnetic field to analyze, the full discretized surface of the Poincaré sphere is scanned. As an illustration, the Fig. 1(b) shows the theoretical variation of intensity transmitted through the PSA in the hypothesis of an incident electromagnetic field of state  $(1,-0.58,-0.58,-0.58)$  represented by a green circle in Fig. 1(a).

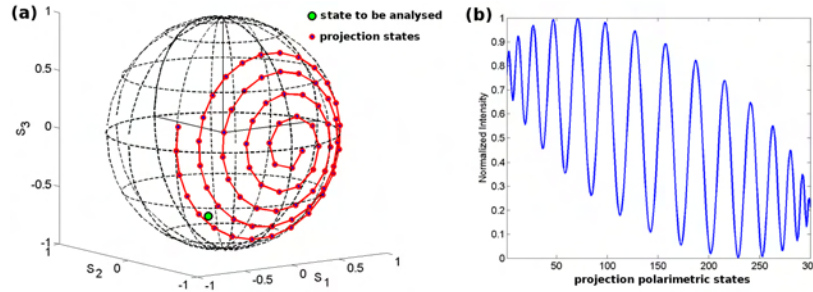


Fig. 1. (a) First polarimetric states of projection homogeneously distributed at the surface of the Poincaré sphere. During the acquisition procedure used for polarimetric analysis, the incident field is projected sequentially on every projection state by the use of the PSA. The green disc corresponds to the SOP of the field that is being analyzed. (b) Simulated variation of intensity at the output of the PSA and corresponding to the projections of the incident field shown in (a). Each curve of intensity variation during such a scan signs a unique incident SOP.

To each polarimetric state of the incident field corresponds a unique variation of intensity during the scan over the projection states. During this scan, the projection state that is the closest to the polarimetric state of the incident field will give rise to maximum intensity at the output of the PSA. On the contrary, when the incident state of illumination is projected on the more diametrically opposed state, the output will be minimum. As a consequence, just by recording the projection states associated to the minimum and maximum of intensity transmitted through the PSA during the scan, we obtain the polarimetric illumination state with its associated *DOP*. However, to increase our accuracy and to allow the obtained polarimetric states to be everywhere on the Poincaré sphere and not only on the discretized projection states, we fit the complete experimental curve of the intensity variation with a theoretical one using the 4 Stokes parameters  $S_0$ ,  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $S_3$  as adjustable variables for the polarimetric incident state. Thus, we use the whole ensemble of experimental polarimetric projections for maximum accuracy and each experimental polarimetric state is obtained with a characteristic distance that quantifies the difference between the closest possible theoretical variation of intensity and the experimental one. This distance is used to filter physical states from nonphysical ones and provide us a criterion of validity of the obtained SOP. Non physical results could come mainly from the non linearity of the CCD camera especially in low intensity places of destructive interferences, from the wavefront variation and/or from the deviation of the beam, during acquisition procedure. The experimental setup is shown on Fig. 2.

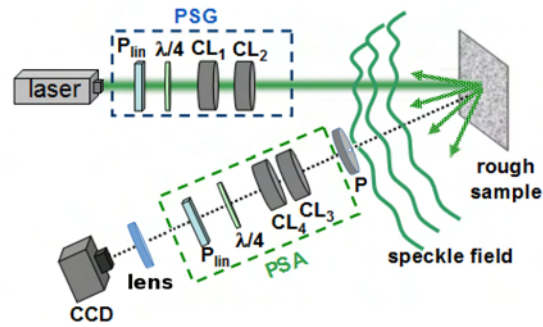


Fig. 2. Scheme of the experimental setup. A laser diode emits a beam at 532 nm through the Polarization State Generator (PSG) composed of a linear vertical polarizer  $P_{lin}$  and a quarter waveplate  $\lambda/4$  oriented at  $45^\circ$  from each other, followed by 2 nematic liquid crystals  $LC_1$  and  $LC_2$  with their eigen axis oriented at  $45^\circ$  from each other. The quarter waveplate of the PSG ensures the ability to generate any Stokes vector on the Poincaré sphere, whatever the orientation of the entrance linear polarizer is. After scattering on the sample, the field goes through a pinhole  $P$  before entering the PSA that is composed of the same optical elements than the PSG but in reverse order. Its quarter waveplate is not essential but makes our calibration procedure easier by keeping the symmetry between the PSG and the PSA.

The pinhole at the entrance of the PSA is used to choose the transverse correlation width of the speckle field with respect to the pixel size and imaging optics. Some Polarimetric State Generator (PSG) and Analyzer (PSA) enable us respectively to generate the illumination field and to project the field scattered by the sample using any polarization state chosen at the surface of the Poincaré sphere.

After a first calibration procedure of our 4 nematic liquid crystals, a second procedure checks and refines automatically the voltages corresponding to each projection state of the PSA using a TPX Polarimeter from Thorlabs<sup>(c)</sup> as a reference. We reach finally a polarimetric accuracy of 1% in the 3 Stokes parameters  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $S_3$  of all the 300 polarimetric projection states. Several tests using different polarimetric states of illumination on a mirror have then confirmed that this accuracy is conserved for the polarimetric states detected by the SOPAFP method. Moreover, such test experiments have allowed to define a threshold value as a criterion for which the experimental variation of intensity during an acquisition procedure is close enough to theory to consider the polarization state determined by the SOPAFP method as valid. This threshold value is characteristic of our experiment and is used in the forthcoming sections to ensure the same accuracy of 1% for every polarization state detected from the speckle fields. The experimental variations of intensity that do not respect this threshold value are removed before processing the statistics of the speckle field.

### 3. Comparison of classical and SOPAFP methods for Stokes vector analysis

We generate in this section a speckle field by the scattering from a rough metallic surface at the wavelength 532 nm. Using exactly the same optics and the same part of speckle field to analyze, we perform the experimental acquisition using the classical method (images subtraction) to extract the Stokes parameters and the SOPAFP method described above. We show in Fig. 3 the spatial representation of the SOP of the field using RGB representation where  $R = |S_1|$ ,  $G = |S_2|$ ,  $B = |S_3|$ . Figure 3(a) corresponds to the classical method and Fig. 3(b) to the SOPAFP method. Figure 3(c) shows the corresponding *DOP* histograms.

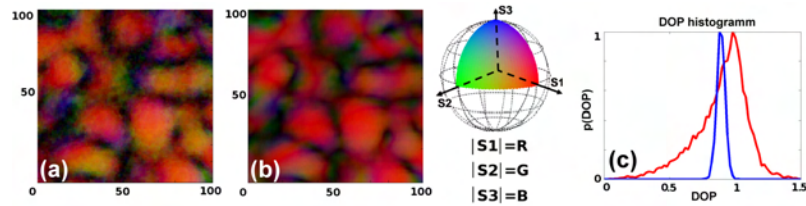


Fig. 3. Representation of the spatial variations of the SOP of a speckle field generated by a rough metallic surface and analyzed in terms of Stokes parameters using (a) subtraction of intensity images and (b) the SOPAFP method. In this RGB color representation,  $R = |S_1|$ ,  $G = |S_2|$ ,  $B = |S_3|$  where the values of  $R$ ,  $G$  and  $B$  vary from 0 to 1. (c) *DOP* histograms : the red curve corresponds to the classical method and the blue one to the SOPAFP method.

We notice that this RGB color representation doesn't take into account the sign of the Stokes parameters but allows an interesting overview of the spatial variation of the states of polarization. In the case of the determination of Stokes parameters using images subtraction, in addition to the noisy signal that can be observed in Fig. 3(a), the corresponding red histogram in Fig. 3(c) exhibits a *DOP* mean value of 0.90 with a large standard deviation of 0.2 and numerous values higher than 1, thus nonphysical. The SOPAFP method shows in Fig. 3(b) a less noisy signal in the RGB color representation, and its *DOP* histogram exhibits the mean value of 0.90 but with a much smaller standard deviation of 0.03 without any value higher than 1.

#### 4. Application to speckle fields generated by surface and bulk scattering

From the theoretical point of view, we know that the histogram statistics of intensity of speckle fields generated by surface and bulk scattering, in most situations, can be differentiated by their gamma laws of different orders [13]. To go further in the statistical analysis, we propose now a comparative analysis of speckle fields generated by scattering from a rough metallic surface of aluminium and from a white sheet of paper in order to compare the spatial variations of the SOP of speckle fields generated by surface and bulk scattering. Figs. 4(a) and 4(e) show respectively for the rough metal surface and the white sheet of paper, the sum of all the intensity images obtained by projection of the speckle field over the 300 projection states used in the SOPAFP method. During the acquisition procedure, the speckle field generated by surface scattering has exhibited a near constant pattern with a global variation of intensity depending of the projection state. On the contrary, the speckle field generated by bulk scattering has exhibited very different intensity patterns in function of the projection states. Figs. 4(b) and 4(f) show the corresponding spatial variations of the *DOP*. The criterion of validity described in the previous section has been used to check which pixel of the CCD camera, during the acquisition procedure, has exhibited an acceptable variation of intensity ensuring an accuracy of 1% in each Stokes parameter of the SOP. The resulting areas of acceptable pixels has been encircled by dotted lines and we observe that they remove pixels with too low intensity that correspond to places of strong destructive interferences. Figs. 4(c) and 4(g) represent the corresponding variations of the SOP represented in RGB color. In order to visualize how vary the SOP in function of the origin of the scattering (surface or bulk), Figs. 4(d) and 4(h) show some trajectories of the SOP in the Poincaré space corresponding to the full vertical cross sections at the middle of respectively Figs. 4(c) and 4(g). We observe that the SOP remains localized in the case of surface scattering while it spreads apparently randomly in the Poincaré sphere in the case of bulk scattering. An additional but smaller cross section named (A) in Fig. 4(g) has been plotted in Fig. 4(h) in order to better quantify the corresponding length traveled by the SOP.

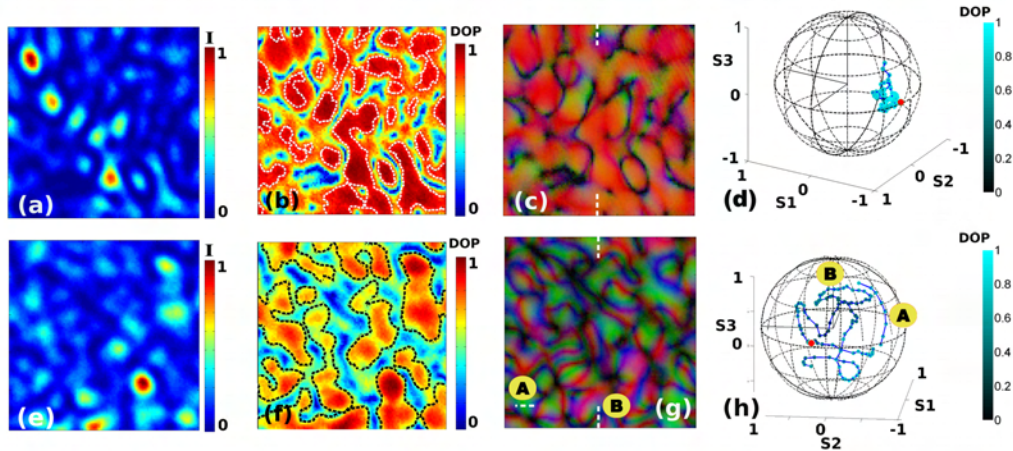


Fig. 4. For respectively the scattering from a rough metal (upper line) and from a white paper sheet (lower line) : (a) and (e) show the sum of intensity images obtained by the whole set of polarimetric projections, (b) and (f) the degree of polarization with filtered physical results that are encircled by dotted lines, (c) and (g) the RGB representation of polarimetric states, (d) and (h) the Poincaré sphere representation of the full vertical cross section of the middle of respectively figure (c) and (g) as indicated by white dotted lines. The red dots represent the initial states of illumination. An additional cross section analysis named A in (g) is plotted on (h). Polarimetric states remain localized with high *DOP* values in the case of surface scattering while they spread all over and inside the Poincaré sphere with lower *DOP* values in the case of bulk scattering.

Then, the areas of pixels selected by the validity criterion [Figs. 4(b) and 4(f)] have been analyzed deeper from the point of view of statistics in Fig. 5. Figures 5(a) 5(c) 5(e) show the *DOP* histograms of the fields for respectively a mirror, a rough metal surface and a white sheet of paper as sample. Figs. 5(b) 5(d) 5(f) show the corresponding SOP in the Poincaré sphere. The mirror has been used as a reference sample to test the point spread function of the SOPAFP method and moreover to define the corresponding threshold value for the validity criterion as explained in the previous section. The *DOP* mean values are found to be respectively 0.97 with a standard deviation of 0.01 for the mirror, 0.88 with a standard deviation of 0.04 for the rough metal surface, and 0.64 with a standard deviation of 0.11 for the white paper sheet. We can observe clearly that the SOP of the speckle field originating from surface scattering remains very localized and near the surface of the Poincaré sphere, keeping the information about the illumination polarization state while the speckle field originating from bulk scattering spreads near all over the sphere.

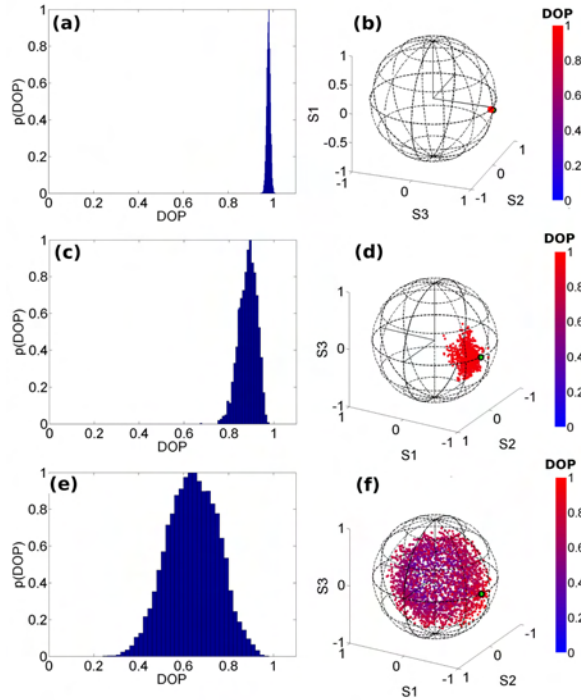


Fig. 5. (a) (c) (e) show the *DOP* histograms of the fields scattered from respectively a mirror, a rough metal sample and a white paper sheet. (b) (d) (f) show the corresponding Poincaré sphere representation of the SOP. The green dots represent the illumination polarimetric states.

## 5. Conclusion

We have proposed a new method to study with high accuracy the polarimetric properties of speckle fields at a scale below their transverse correlation width. By using a polarimetric analyzer allowing polarimetric projections homogeneously distributed on the full Poincaré sphere surface, an accuracy of 1% in each Stokes parameter of the analyzed speckle field has been obtained. Comparison with classical setup devoted to Stokes analysis that uses simple image subtractions has been proposed. The new method has been applied to analyze speckle fields coming from surface and bulk scattering. The spatial variations of the polarimetric states and the associated degree of polarization have been studied in both cases. The speckle field generated by surface scattering using a rough metal sample mainly maintains the polarimetric state of the illumination and exhibits only a small polarimetric spread near the surface of the Poincaré sphere, thus keeping a high *DOP* of mean value around 0,88 with a standard deviation of 0.04. The speckle field generated by bulk scattering using a white sheet of paper exhibits on the contrary, due to multiple scattering, a very strong spreading of the polarimetric states all over the Poincaré sphere with an associated mean *DOP* value around 0,64 with a standard deviation of 0.11. We can expect that the ability of the SOPAFP method to study accurately the polarimetric properties of speckle fields at such intimate scale with the possibility to check the validity of the results, provide a better fundamental understanding of such fields, including depolarization and enpolarization effects [14] on the spatial variation of the SOP. On a more practical point of view, this new method could be used to optimize all the currently available optical techniques that use the strong characterization potential of speckle fields.

## **Acknowledgments**

About the financial support of this work, we would like to thank the region Midi-Pyrénées for the APRTCN project and the French National Research Agency for the TRAMEL project.

## Annexe B

# Polarized vortices in optical speckle field : observation of rare polarization singularities

# Polarized vortices in optical speckle field: observation of rare polarization singularities

Jan Dupont<sup>1,\*</sup> and Xavier Orlik<sup>1</sup>

<sup>1</sup>ONERA, Theoretical and Applied Optics Department, 31055 Toulouse, France

[\\*Jan.Dupont@onera.fr](mailto:Jan.Dupont@onera.fr)

**Abstract:** Using a recent method able to characterize the polarimetry of a random field with high polarimetric and spatial accuracy even near places of destructive interference, we study polarized optical vortices at a scale below the transverse correlation width of a speckle field. We perform high accuracy polarimetric measurements of known singularities described with an half-integer topological index and we study rare integer index singularities which have, to our knowledge, never been observed in a speckle field.

© 2015 Optical Society of America

**OCIS codes:** (120.5410) Polarimetry; (030.6140) Speckle; (050.4865) Optical vortices; (260.5430) Polarization; (290.5855) Scattering, polarization; (110.5405) Polarimetric imaging; (120.6150) Speckle imaging; (350.1370) Berry's phase.

---

## References and links

1. J. F. Nye and M. V. Berry, "Dislocations in wave trains," *Proc. R. Soc. London A* **336**, 165–190 (1974).
2. W. Wang, T. Yokozeki, R. Ishijima, A. Wada, Y. Miyamoto, and M. Takeda, "Optical vortex metrology for nanometric speckle displacement measurement," *Opt. Express* **14**, 120–127 (2006).
3. X. Wang, Y. Liu, L. Guo, and H. Li, "Potential of vortex beams with orbital angular momentum modulation for deep-space optical communication," *Opt. Eng.* **53**, 056107 (2014).
4. J. F. Nye, "Polarization effects in the diffraction of electromagnetic waves: the role of disclinations," *Proc. R. Soc. London A* **387**, 105–132 (1983).
5. J. F. Nye, "Lines of circular polarization in electromagnetic wave fields," *Proc. R. Soc. London A* **389**, 279–290 (1983).
6. X. Shi and Y. Ma, "Topological structure dynamics revealing collective evolution in active nematics," *Nat. Commun.* **4**, 3013 (2013).
7. T. Machon and G. P. Alexander, "Knotted defects in nematic liquid crystals," *Phys. Rev. Lett.* **113**, 027801 (2014).
8. V. V. Isaeva, N. V. Kasyanov, and E. V. Presnov, "Topological singularities and symmetry breaking in development," *Biosyst.* **109**, 280–298 (2012).
9. V. Vitelli, B. Jain, and R. D. Kamien, "Topological defects in gravitational lensing shear fields," *J. Cosmol. Astropart. Phys.* **09**, 1475–7516 (2009).
10. J. Dupont, X. Orlik, A. Gabbach, M. Zerrad, G. Soriano, and C. Amra, "Polarization analysis of speckle field below its transverse correlation width : application to surface and bulk scattering," *Opt. Express* **22**, 24133–24141 (2014).
11. A. S. Thorndike, C. R. Cooley, and J. F. Nye, "The structure and evolution of flow fields and other vector fields," *J. Phys. A: Math. Gen.* **11**, 1455–1490 (1978).
12. M. S. Soskin, V. Denisenko, and I. Freund, "Optical polarization singularities and elliptic stationary points," *Opt. Lett.* **28**, 1475–1477 (2003).
13. M. S. Soskin and V. I. Vasil'ev, "Topological singular chain reactions in dynamic speckle fields," *J. Opt. Soc. Am. B* **31**, A56–A61 (2014).
14. V. Kumar and N. K. Viswanathan, "Topological structures in vector-vortex beam fields," *J. Opt. Soc. Am. B* **31**, A40–A45 (2014).

15. F. Flossmann, K. O'Holleran, M. R. Dennis, and M.J. Padgett, "Polarization singularities in 2D and 3D speckle fields," *Phys. Rev. Lett.* **100**, 203902 (2008).
16. J. V. Hajnal, "Singularities in the transverse fields of electromagnetic waves. II. observations on the electric field," *Proc. R. Soc. London A* **414**, 447–468 (1987).
17. I. Freund, "Polarization flowers," *Opt. Commun.* **199**, 47–63 (2001).
18. I. Freund, N. Shvartsman, and V. Freilikher, "Optical dislocation networks in highly random media," *Opt. Commun.* **101**, 247–264 (1993).
19. M. R. Dennis, "Polarization singularity anisotropy: determining monstardom," *Opt. Lett.* **33**, 2572–2574 (2008).
20. S. Pancharatnam, "Generalized theory of interference and its applications," *Proc. Ind. Acad. Sci. A* **44**, 247–262 (1956).
21. G. Biener, A. Niv, V. Kleiner, and E. Hasman, "Formation of helical beams by use of Pancharatnam-Berry phase optical elements," *Opt. Lett.* **27**, 1875–1877 (2002).

## 1. Introduction

Wave dislocations [1], and the associated phase singularities, are notions which come with diffraction. Indeed, at places where the amplitude of a complex scalar wavefield vanishes, the phase is undetermined. Optical singularities present a growing interest for applications, e.g. metrology for precise displacement measurement [2], or orbital angular momentum modulation for optical communications [3].

Polarization singularities are the vectorial (or topological) counterpart of wave dislocations, and occur in almost all electromagnetic waves [4, 5].

There is a growing interest in better understanding these polarization singularities which seem to be present in a wide range of physics, e.g. molecules arrangement in liquid crystals [6, 7], cells arrangement in formation of biological tissues [8], or in gravitational lensing shear fields [9].

In that paper, we propose the polarimetric study of a speckle field produced by bulk scattering. In order to carry out the polarimetric analysis of polarization singularities in such a field, we use a new method [10] sufficiently sensitive to perform polarimetric measurements near places where wave dislocations occur, i.e. where the intensity vanishes.

Some types of polarization singularities called star, lemon, monstar have been widely studied [11–16], and are described with an half integer index. We point out here high accuracy measurements of these three known types of half integer index singularities in a speckle field. However, we detect other polarimetric structures which exhibit an integer index. Their geometric shapes have already been observed [16] and simulated [17] in maps of instantaneous direction of the transverse electric field, at places where half integer index polarization singularities occur. Here, we detect in a speckle field polarimetric ellipse arrangement along these geometric shapes.

## 2. Polarimetric analysis by full projection in the Poincaré space

We consider the spatial polarimetric variations of a speckle field in a single transverse plane relatively to the propagation direction. The states of polarization (*SOP*) are described using the Stokes formalism. We denote two different *SOP* using the formalism  $S_i, S_j$ , while the Stokes components are represented by  $I, Q, U, V$ . A classical method used to determine this 2D *SOP* map consists in the acquisition of 6 intensity images, corresponding to the projection of the field to analyse onto 6 different polarimetric states : linear along the  $\pm 45$  degrees direction (resp.  $I_{\pm 45}$ ), vertically and horizontally polarized (resp.  $I_V, I_H$ ), right and left handed circularly polarized (resp.  $I_R, I_L$ ). The *SOP* is then obtained for each pixel of the CCD camera with:

$$\vec{S} = \begin{cases} I &= I_V + I_H \\ Q &= I_V - I_H \\ U &= I_{-45} - I_{+45} \\ V &= I_L - I_R \end{cases} \quad (1)$$

where  $I$  is the total intensity (polarized or not) of the field ( $I$  is also equal to  $I_{-45} + I_{+45}$  and  $I_L + I_R$ ),  $|Q|$  the intensity polarized along the horizontal (resp. vertical) direction if  $Q > 0$  (resp.  $Q < 0$ ),  $|U|$  the intensity polarized along the  $+45^\circ$  (resp.  $-45^\circ$ ) direction if  $U > 0$  (resp.  $U < 0$ ),  $|V|$  the intensity right handed (resp. left handed) circularly polarized if  $V > 0$  (resp.  $V < 0$ ).

The degree of polarization ( $DOP$ ) and the polarization ellipse parameters  $\alpha$  (azimuth) and  $\varepsilon$  (ellipticity), are deduced from the Stokes vector with the following equations:

$$DOP = \frac{\sqrt{Q^2 + U^2 + V^2}}{I} \quad (2)$$

$$\tan(2\alpha) = \frac{U}{Q} \quad (3)$$

$$\sin(2\varepsilon) = \frac{V}{I} \quad (4)$$

Polarimetric analysis of a speckle field is very challenging. Any wavefront deformation produced by mechanical movement like rotating elements, or non perpendicular incidence on nematic liquid crystals (NLC), will produce spatial intensity variations uncorrelated to the polarimetry. These spatial intensity variations lead to significant errors in the  $SOP$  determination if one try to perform polarimetric measurements using the classical method described by Eq. (1), which is based on images subtractions. Moreover, near places of destructive interference, the polarimetric signal is notably affected by noises like dark current or shot noise.

Thus, in order to achieve a better accuracy for the  $SOP$  measurements of a speckle field either produced by surface or bulk scattering, we have developed the State Of Polarization Analysis by Full Projection in the Poincaré space (SOPAFP) method [10].

This method consists in taking  $n$  intensity images corresponding to projections of the unknown incident SOP ( $\vec{S}^{in}$ ) on  $n$  distinct states of projection ( $\vec{S}_1^{out}, \vec{S}_2^{out}, \dots, \vec{S}_n^{out}$ ) performed by two NLCs and a polarizer. These states of projection are chosen regularly spaced on the poincaré sphere surface, and their Stokes components ( $Q_{1:n}^{out}, U_{1:n}^{out}, V_{1:n}^{out}$ ) are calibrated with a 1% accuracy, using a commercial TXP polarimeter from Thorlabs<sup>(c)</sup> as reference. The signal recorded by each pixel, if we neglect noise sources, is proportional to the scalar products of the unknown incident Stokes vector on the  $n$  projection Stokes vectors. For the pixel located at the  $i^{th}$  line and  $j^{th}$  row, and for the  $k^{th}$  state of projection, the intensity value is:

$$\begin{aligned} I(i, j, k) &= \frac{1}{2} \vec{S}^{in}(i, j) \cdot \vec{S}_k^{out} \\ &= \frac{1}{2} [I^{in}(i, j)I_k^{out} + Q^{in}(i, j)Q_k^{out} + U^{in}(i, j)U_k^{out} + V^{in}(i, j)V_k^{out}] \end{aligned} \quad (5)$$

With  $I_k^{out} = 1$ , if we assume that the intensity only varies in function of the polarimetric projection. As the  $\vec{S}_k^{out}$  components ( $Q_k^{out}, U_k^{out}, V_k^{out}$ ) are known, by non-linear regression using the  $\vec{S}^{in}(i, j)$  components ( $I^{in}(i, j), Q^{in}(i, j), U^{in}(i, j), V^{in}(i, j)$ ) as adjustable variables in Eq. (5), we deduce the incident Stokes vector for each pixel intensity variation. One can notice that the  $\vec{S}^{in}$  components are obtained in numerical counts, so we normalize each vector by its intensity

value  $I^n(i, j)$ . Then, we can compute the DOP and the ellipse parameters with Eqs. (2), (3), (4). We also compute the difference between the best adjusted intensity variation and the experimental one, a low value ensures that the recorded intensity variation is representative of a polarimetric state. Thus, all SOPAFP measurements are obtained pairwise with a 2D trust map.

To resume, the interest of SOPAFP method is that we only extract the polarimetric-dependant part of the experimental signal. Even if it is perturbed by random spatial intensity variations coming from interferences, wavefront variations, or by noises like dark current or non-linearity of the CCD, we are able to find the unique SOP which polarimetric projections are closest to the experimental intensity variation.

Thus, the method is sufficiently sensitive to perform polarimetric analysis of speckle fields either produced by surface or bulk scattering, even near places of destructive interferences.

### 3. Optical vortices and classification of polarization singularities

The places of destructive interferences in speckle patterns are places where real and imaginary parts of the field equals zero, at these points the phase is locally undetermined. Phase fields exhibit a  $2\pi$  symmetry, a charge  $k$  is defined : in a closed path around the singularity, the phase will rotate from 0 to  $2k\pi$ . These structures are called vortices in scalar optics [1], the majority of vortices in speckle fields are of charge  $k = 1$ , but rarely vortices of charge  $k = 2$  have been observed [18].

Space variant polarimetric fields are described with azimuth (Eq. (3)) and ellipticity (Eq. (4)). As we can see in these two equations, they have a  $\pi$  rotational symmetry. For example the azimuth is represented by an undirected line rather than a vector.

For these two parameters  $\alpha$  and  $\varepsilon$ , in a single transverse plane the singularities are [5]:

- The C points, where the *SOP* is circular (right or left handed), and the azimuth can't be defined.
- The L lines, where the *SOP* is linear and the ellipticity handedness is not defined. Regions of opposite handedness are separated by L lines.

For a polarization singularity, one can define the polarimetric index  $m$ : Around the singularity, any state of polarization will repeat itself  $2m$  times.

The classical morphology describes the polarization singularities in three different shapes, according to the geometry of the polarization streamlines : lemon, star, monstar. Their properties are described by three parameters, with x, y subscripts indicating the spatial derivatives. The sign of  $D_I$  is representative of the index ( $m$ ) of the C points [11]:

$$D_I = Q_x U_y - Q_y U_x \quad (6)$$

If  $D_I < 0$  the singularity is a star, and  $m = -\frac{1}{2}$ . If  $D_I > 0$  the singularity is a lemon or monstar, and  $m = \frac{1}{2}$ .

The line classification distinguishes lemon from star and monstar by the sign of  $D_L$ . If  $D_L < 0$ , the singularity is a lemon, if  $D_L > 0$ , the singularity is a star or monstar [11]:

$$D_L = [(2Q_y + U_x)^2 - 3U_y(2Q_x - U_y)] \cdot [(2Q_x - U_y)^2 + 3U_x(2Q_y + U_x)] - (2Q_x Q_y + Q_x U_x - Q_y U_y + 4U_x U_y)^2 \quad (7)$$

Each of these singularities (lemon, star, monstar) can be of elliptic ( $D_C > 0$ ) or hyperbolic ( $D_C < 0$ ) type [11], depending on the sign of the contour parameter  $D_C$ :

$$D_C = (Q_x U_y - Q_y U_x)^2 - (Q_x I_y - Q_y I_x)^2 - (I_x U_y - I_y U_x)^2 \quad (8)$$

A recently developed method called monstardom classify the half-integer singularities by their coordinates in a parametric space. These two coordinates are the polarization azimuth (Eq. (3)), and the normalized anisotropy index [19]:

$$\Upsilon = \frac{2(Q_x U_y - Q_y U_x)}{Q_x^2 + Q_y^2 + U_x^2 + U_y^2} \quad (9)$$

Hajnal was the first to observe these three types of singularities, in the interference field produced by four microwaves beams (Fig. 10(a) in [16]).

#### 4. Experimental results

In the following section, we present our SOPAFP *SOP* measurements for a speckle field produced by bulk scattering, and more precisely the *SOP* variations at places where the intensity vanishes.

We used the experimental setup presented in Fig. 1 and detailed in [10], with a laser diode at the wavelength 532nm illuminating a sheet of paper. The output of the diode which is  $TEM_{00}$  is sent through a vertical polarizer and a quarter waveplate to generate a right handed circular illumination *SOP*. The beam is then focused through a pinhole and colimated by two lenses. Thus, the incident beam on the scatterer is fully polarized, the wavefront is quasi-flat and spatially coherent.

The CCD camera is composed of  $10^3 \times 10^3$  pixels, and the size of the PSF is increased by reducing the pupil diameter with a pinhole of diameter 0.5mm, placed at 12cm of the scatterer and 17cm of the imaging lenses (focal length: 108mm). Thus the surface of a speckle grain is sampled with roughly 200 pixels, and we detect more than  $2 \cdot 10^3$  speckle grains.

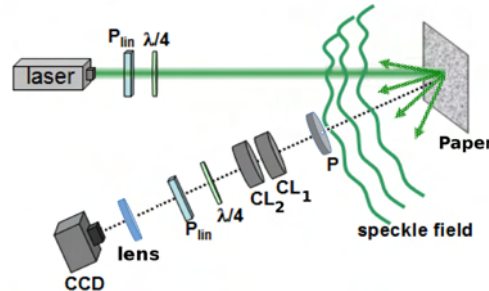


Fig. 1. Experimental setup used to compute the 2D *SOP* map of a speckle field produced by bulk scattering. A laser diode of wavelength 532nm illuminates a sheet of paper with right handed circular *SOP*, obtained with a linear polarizer ( $P_{in}$ ) oriented at  $45^\circ$  with respect to the fast axis of the quarter-wave plate ( $\lambda/4$ ). The scattered field is projected on 300 different *SOP* by two NLCs ( $CL_1$ ,  $CL_2$ ) and a polarizer ( $P_{in}$ ), and the resulting intensity is recorded by a  $10^3 \times 10^3$  pixels CCD camera. The pupil diameter is reduced by a pinhole ( $P$ ) in order to increase the number of pixels per speckle grain.

We record the scattered intensity field on 300 polarimetric projections, performed by two NLCs and a polarizer. We compute the incident *SOP* on each pixel of the CCD using the SOPAFP method presented above, then ellipses parameters i.e. azimuth and ellipticity are obtained with Eqs. (3), (4).

The computed intensity map ( $I^{in}$  in Eq. (5)) for an area of  $250 \times 250$  pixels is displayed in Fig. 2(a). In that area, we can see more than 100 speckle grains. The associated azimuthal polarization streamlines are represented in Fig. 2(b), they are lines of slow varying *SOP*, computed by only taking into account its azimuthal variations. These lines are a guide in order to easily see the geometry of the polarization singularities. Moreover, at each streamlines intersection there is a polarisation singularity.

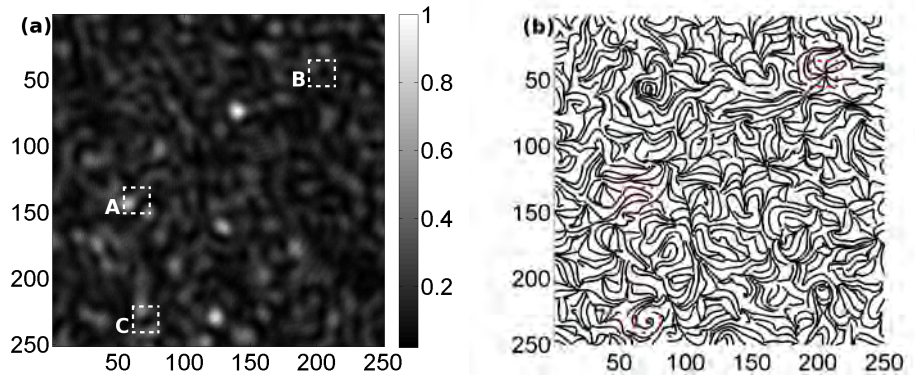


Fig. 2. (a) Typical normalized intensity ( $I^{in}(i, j)$  in Eq. (5)) of a speckle field produced by bulk scattering measured by SOPAFP method on a  $250 \times 250$  pixels area, (b) Corresponding polarization streamlines. In the following of the document, we will focus on the  $20 \times 20$  pixels areas designated by *A*, *B* and *C*.

In Fig. 3(a), we can observe two polarization singularities. As an example, the corresponding trust map given by SOPAFP method, as explained in first section, is represented in the inset. For that area, the mean intensity deviation per polarimetric projection varies from 3.5% to 17%, the highest deviation values lying at the center of the singularities. Obviously, we can't rely on the experimental intensity variations at the center of optical singularities, indeed as the field vanishes, the signal is quasi only noise. Thus one shouldn't focus on the central *SOP*, and its associated *DOP* which is detected to be very low. However, the *SOP* at the singularities surroundings are characterised with high reliability. As the error map has the same order of magnitude for all the singularities presented in the following of the document, we choose to show the error map corresponding to that area only.

We have calculated the parameters  $D_I$ ,  $D_L$ ,  $D_C$ , as well as the  $[\Upsilon; \alpha]$  coordinates in the monstardom parametric space, corresponding to the singularities of Fig. 3(a), resp. with Eqs. (6)–(8), (3), (9). The one at the right (1) with  $D_I < 0$  and  $[\Upsilon; \alpha] = [-0.05; -0.56]$  is a star, and the one at the left (2) with  $D_L < 0$  and  $[\Upsilon; \alpha] = [0.97; -0.43]$  is a lemon. They exhibit a positive  $D_C$ , so they are of elliptic type. For convenience, we have displayed an area where these two types of singularities are present, outside of the  $250 \times 250$  pixels area displayed in Fig. 2(a), but in the same  $1000 \times 1000$  pixels speckle image. In Fig. 3(b), we have represented the polarimetric ellipses corresponding to the  $20 \times 20$  pixels area marked *A* in Fig. 2, which are oriented along a monstar singularity, with  $[\Upsilon; \alpha] = [0.28; -0.22]$ .

We can notice that in a closed path around these three singularities (star, lemon, monstar), any *SOP* repeat itself only one time. Thus they present a  $\pm \frac{1}{2}$  polarimetric index  $m$ , depending on the sign of  $D_I$ .

That type of polarization singularities are well-known, and have been predicted [11] and observed [14–16].

If we look at the areas designated by *B* and *C* on Fig. 2, we can see the singularities repre-

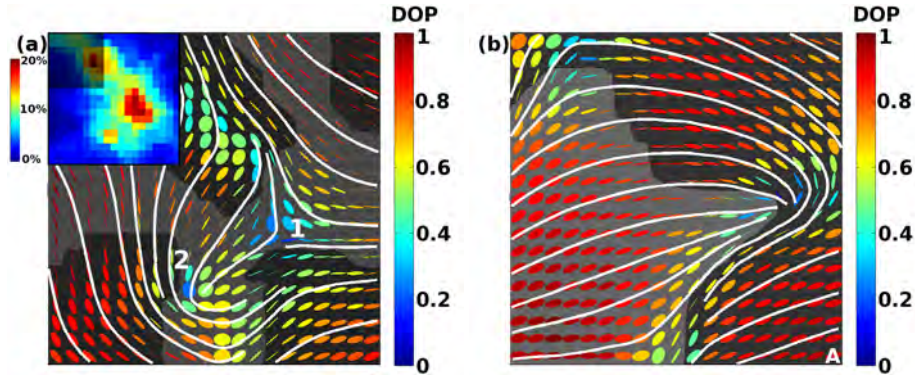


Fig. 3. (a) *SOP* variations on a  $20 \times 20$  pixels area with 2 singularities,  $n^{\circ}1$  is a star and  $n^{\circ}2$  is a lemon. The ellipse colour is representative of the *DOP*. Polarization streamlines are superimposed to the polarimetric ellipses. The black stripes represent the areas of left handed ellipticity, the other states are right handed ones. There are L lines at each demarcation between areas of opposite handedness. The inset in the upper-left corner is the error map varying from 3.5% to 17%. (b) The same representation is used for the *SOP* variations in the area designated by A in Fig. 2, we can see a monstar type singularity.

sented in Fig. 4(a) and Fig. 4(b). Outside of the  $250 \times 250$  pixels area displayed in Fig. 2, but in the same  $1000 \times 1000$  pixels speckle image, we have detected the singularity represented in Fig. 5.

These three geometric arrangements in Fig. 4(a), Fig. 4(b) and Fig. 5 have been respectively called node, spiral and saddle in [14]. In this last paper, spiral, node and saddle were observed in *Stokes fields* computed from measurement of half-integer index polarization singularities. Thus, it does not correspond to our measurements as we observe these geometric arrangements directly in the *SOP* map, but we choose to use the same terminology. Moreover, they have the same geometry than the disclinations found by Hajnal in the direction of the instantaneous transverse electric field [16]. In the same way, the disclinations that Hajnal found was corresponding to half integer index polarization singularities.

In the node, saddle and spiral singularities observed here, any *SOP* repeats itself 2 times with a central symmetry. Thus, they exhibit a polarimetric index  $m$  equal to 1. Otherwise, in a clockwise rotation around the node and spiral type singularities, the ellipse azimuth rotates clockwise, while it rotates anticlockwise around the saddle one. Thus node and spiral have a positive index ( $m = 1$ ), and saddle has negative one ( $m = -1$ ).

Qualitatively, if we look at Fig. 2(b), we can see that the integer index singularities are uncommon compared to half integer index ones. Thus, in order to detect integer index singularities, we have to study a large number of speckle realization.

Pancharatnam has generalized the theory of interference by taking into account the variations of polarisation, which produce a phase shift called topological phase [20]. Thus, by analogy with an optical phase field which exhibits a  $2\pi$  symmetry and an optical charge  $k$ , we can define the topological charge  $l = 2m$  for polarimetric fields. Half-integer topological index singularities ( $m = \pm\frac{1}{2}$ ) represent  $l = \pm 1$  charge vortex, while integer index ones ( $m = \pm 1$ ) represent  $l = \pm 2$  charge vortex. Topological phase (or Pancharatnam-Berry phase) rotates from 0 to  $2\pi$  around a  $m = \pm\frac{1}{2}$  singularity, and from 0 to  $4\pi$  around a  $m = \pm 1$  singularity. That effect has already been used by space variant polarimetric elements oriented along a monstar ( $m = \frac{1}{2}$ ) and spiral ( $m = 1$ ) polarization singularity, producing helical beams with a topological charge of respectively  $l = 1$  and  $l = 2$  [21]. Vortices of charge  $k = \pm 2$  are rare in speckle fields [18],

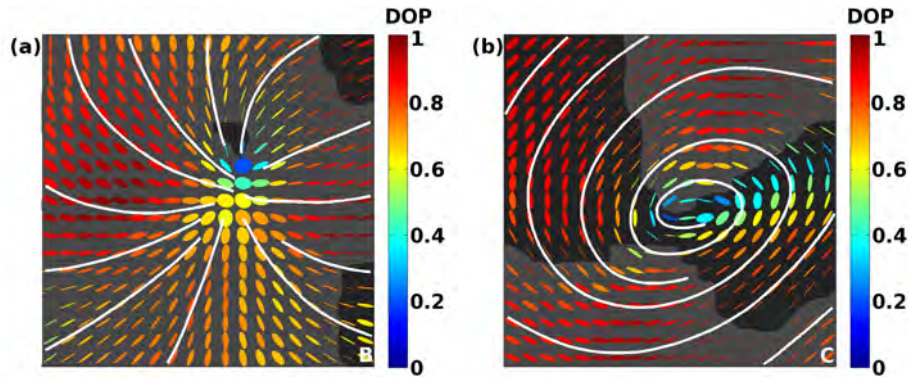


Fig. 4. (a) *SOP* variations on the  $20 \times 20$  pixels area designated by *B* in Fig. 2. The ellipse colour is representative of the DOP. Polarization streamlines are superimposed to the polarimetric ellipses. The black stripes represent the areas of left handed ellipticity, the other states are right handed ones. We can see that the ellipses major axis are oriented along lines crossing at the singularity. (b) *SOP* variations on the  $20 \times 20$  pixels area marked *C* in Fig. 2. The same representation is used, the ellipses major axis are oriented along a spiral centered on the singularity. Two L lines are crossing close to the center of the singularity, demarcating two areas of opposite handedness.

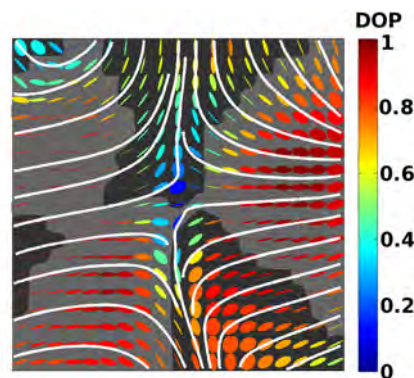


Fig. 5. *SOP* variations on a  $20 \times 20$  pixels area, around a saddle type singularity. The ellipses colour is representative of the DOP. Polarization streamlines are superimposed to the polarimetric ellipses. The black stripes distinguish areas of left handed ellipticity from the right handed ones.

this is relevant with our observations: singularities with topological charge  $l = \pm 1$  are very frequent compared to those with topological charge  $l = \pm 2$ .

## 5. Conclusion

We have presented our experimental *SOP* measurements in a random speckle field produced by bulk scattering. Using SOPAFP method, we have achieved a sufficient accuracy to analyse the polarimetric behaviour of optical singularities in such a field. Thus, we have presented high accuracy measurements of the three known polarization singularities: star, lemon, monstar. Moreover, by performing measurements on a large number of speckle grains, we have also provided experimental detection of rare integer index singularities: node, saddle, spiral. To our

knowledge, these integer singularities have never been observed in a speckle field produced by the scattering of an uniformly polarized incident beam.

### **Acknowledgments**

We would like to thank the region Midi-Pyrénées and the ANR project TRAMEL for providing us financial support for this work.

## Annexe C

**Spectralon spatial depolarization :  
towards an intrinsic characterization  
using a novel phase shift distribution  
analysis**

# Spectralon spatial depolarization: towards an intrinsic characterization using a novel phase shift distribution analysis

Jan Dupont<sup>1,\*</sup>, Xavier Orlik<sup>1</sup>, Romain Ceolato<sup>1</sup> and Thibault Dartigalongue<sup>1</sup>

<sup>1</sup>ONERA, Theoretical and Applied Optics Department, 31055 Toulouse, France

[\\*jan.dupont@onera.fr](mailto:jan.dupont@onera.fr)

**Abstract:** Spectralons<sup>®</sup> are reference radiometric samples which exhibit a calibrated reflectance. However, in case of low reflectance samples, the degree of polarization (DOP) of scattered light is hard to characterize. Here, we propose an accurate determination of spectralon spatial depolarization. Based on our spatially resolved polarimetric imaging system, we fully characterize the polarization state of the scattered light for every pixel. We carry out a statistic distribution analysis over the entire image. The relative phase shift distribution between two orthogonal components of the scattered electric field clearly exhibits a high sensitivity to the reflectance, the phase statistics following a circular Voigt profile. The intrinsic part of the spatial depolarization is demonstrated to be linked to the circular Cauchy contribution of that phase dispersion. An analytic equation is proposed to estimate the monochromatic spatially integrated *DOP*, as a function of the reflectance.

© 2016 Optical Society of America

**OCIS codes:** (290.5855) Scattering, polarization; (030.6140) Speckle; (260.5430) Polarization; (290.5880) Scattering, rough surfaces; (120.5410) Polarimetry.

---

## References and links

1. A. Derode, P. Roux and M. Fink, "Robust Acoustic Time Reversal with High-Order Multiple Scattering," *Phys. Rev. Lett.* **75**, 4206-4209 (1995).
2. M. J. Kavaya, R. T. Menzies, D. A. Haner, U. P. Oppenheim and P. H. Flamant, "Target reflectance measurements for calibration of lidar atmospheric backscatter data," *Appl. Opt.* **22**, 2619-2628 (1983).
3. M. J. Kavaya, "Polarization effects on hard target calibration of lidar systems," *Appl. Opt.* **26**, 796-804 (1987).
4. C. Abou Nader, F. Pellen, H. Loutfi, R. Mansour, B. Le Jeune, G. Le Brun and M. Abboud, "Early diagnosis of teeth erosion using polarized laser speckle imaging," *J. Biomed. Opt.* **21**, 071103-6 (2015).
5. R. Ceolato, M. Golzio, C. Riou, X. Orlik and N. Riviere, "Spectral degree of linear polarization of light from healthy skin and melanoma," *Opt. Express* **23**, 13605-13612 (2015).
6. S. Seager, B. A. Whitney and D. D. Sasselov, "Photometric Light Curves and Polarization of Close-in Extrasolar Giant Planets," *Astrophys. J.* **540**, 504-520 (2000).
7. P. Kervella, M. Montargès, E. Lagadec, S. T. Ridgway, X. Haubois, J. H. Girard, K. Ohnaka, G. Perrin and A. Galleme, "The dust disk and companion of the nearby AGB star L<sub>2</sub> Puppis SPHERE/ZIMPOL polarimetric imaging at visible wavelengths," *Astron. Astrophys.* **578**, A77 (2015).
8. J. Sorrentini, M. Zerrad and C. Amra, "Statistical signatures of random media and their correlation to polarization properties," *Opt. Lett.* **34**, 2429-2431 (2009).
9. Ø. Svensen, M. Kildemo, J. Maria, J. J. Stamnes and Ø. Frette, "Mueller matrix measurements and modeling pertaining to Spectralon white reflectance standards," *Opt. Express* **20**, 15045-15053 (2012).

10. J. M. Sanz, C. Extremiana and J. M. Saiz, "Comprehensive polarimetric analysis of Spectralon white reflectance standard in a wide visible range," *Appl. Opt.* **52**, 6051-6062 (2013).
11. J. Li, G. Yao and L. V. Wang, "Degree of polarization in laser speckles from turbid media: Implications in tissue optics," *J. Biomed. Opt.* **7**, 307-312 (2002).
12. M. Zerrad, J. Sorrentini, G. Soriano and C. Amra, "Gradual loss of polarization in light scattered from rough surfaces: Electromagnetic prediction," *Opt. Express* **18**, 15832-15843 (2010).
13. M. Zerrad, H. Tortel, G. Soriano, A. Ghabbach and C. Amra, "Spatial depolarization of light from the bulks: electromagnetic prediction," *Opt. Express* **23**, 8246-8260 (2015).
14. J. Dupont, X. Orlik, A. Gabbach, M. Zerrad, G. Soriano, and C. Amra, "Polarization analysis of speckle field below its transverse correlation width : application to surface and bulk scattering," *Opt. Express* **22**, 24133-24141 (2014).
15. J. Dupont and X. Orlik, "Polarized vortices in optical speckle field: observation of rare polarization singularities," *Opt. Express* **23**, 6041-6049 (2015).
16. R. Gatto and S.R. Jammalamadaka, "The generalized von Mises distribution," *Stat. Methodol.* **4**, 341-353 (2007).
17. P. McCullagh, "Möbius transformation and Cauchy parameter estimation," *Ann. Statist.* **24**, 787-808 (1996).
18. W. D. Elderton and N. L. Johnson, "Systems of Frequency Curves," New York: Cambridge Press, pp. 77-78 (1969).
19. M. M. Hall, "The approximation of symmetric X-ray peaks by Pearson type VII distributions," *J. Appl. Cryst.* **10**, 66-68 (1977).
20. D. Goldstein, "Polarized light," CRC Press, pp. 32-42 (2003).
21. J. Dupont and X. Orlik, "Speckle fields polarimetry: statistical analysis and polarization singularities measurements," *Proc. SPIE* **9660**, 96601B-96601B-11 (2015).
22. J. W. Goodman, "Speckle phenomena in optics. Theory and applications," Roberts & Company Pub., 25-40 (2006).
23. A. Ghabbach, M. Zerrad, G. Soriano, S. Liukaityte and C. Amra, "Depolarization and enpolarization DOP histograms measured for surface and bulk speckle patterns," *Opt. Express* **22**, 21427-21440 (2014).
24. J. Dupont and X. Orlik, "Simulation of polarized optical speckle fields: effects of the observation scale on polarimetry," *Opt. Express* **24**, 11151-11163 (2016).

## 1. Introduction

Identifying the light scattering regime in materials is of interest for various applications, as remote sensing [1], Lidar measurements [2][3], biological imaging [4][5], astrophysics [6][7], and for a better understanding of light matter interactions [8]. Experimentally, the classical method to measure the depolarization produced by a given sample is to illuminate it with a fully polarized light, and to measure the back scattered intensities polarized along the parallel and perpendicular states of polarization. The DOP is obtained with  $DOP = \frac{I_{\parallel} - I_{\perp}}{I_{\parallel} + I_{\perp}}$ , and is equal to 0 for a pure depolarizer and close to 1 for a mirror.

Spectralons<sup>®</sup> are reference radiometric samples: their reflectance values are calibrated. Yet, their depolarization rate is rarely fully characterized. This is a major issue as most polarimetric dependency of optoelectronic devices transfer functions must be characterized, especially when using mirrors, diffraction gratings, lasers, etc. Spectralons are used for that purpose, thus there is a need in spectralon polarimetric characterization, in a large range of reflectances (2 - 99 %).

In the case of low reflectance Spectralons, the depolarization decrease because of the absorption in the sample: the majority of multiple scattering events are absorbed. Conceptually, the degree of polarization is expected to reach 1 when the reflectance of the surface is reaching 0%. Measuring such a weak depolarization using the classical method is not trivial as the signal to noise ratio decreases for low reflectances. The polarimetric characterization of high reflectance Spectralon has been attempted through Mueller Matrix measurements [9][10], resulting in a quasi perfect depolarizing Mueller Matrix, for small illumination and detection angles. However, in these studies an extrinsic spatial depolarization [11][12][13] is generated to overcome the speckle noise issue: the electromagnetic field has been (temporally or spatially) averaged during measurements.

In this paper, we propose to perform polarimetric measurements in the spatially resolved speckle fields. Thus, we limit the spatial depolarization effects, and we approach intrinsic po-

larimetric parameters characterizing the samples, that does not depend on imaging processes or other external parameters. To perform these measurements, we use the SOPAFP method [14][15] which increases the polarimetric accuracy, especially at places of destructive interferences, and in case of low reflectance samples. As a result, we are able to fully characterize the polarization state for every pixel of the speckle image. Every pixel exhibits a linear combination of a fully depolarized light, and a fully polarized light. The first term includes experimental noises and local depolarization due to eventual fields integration on the pixel surface, if the speckle is not enough spatially resolved. In order to study the depolarization produced by the samples, we spatially average the fully polarized fields on increasing areas, which globally lowers the DOP. This phenomenon is called spatial depolarization and leads to a first data set of DOP as a function of spatial averaging, the asymptotic values being the DOP values that one would measure by integrating the whole fields on a photodiode surface.

In order to increase the accuracy of the spatial depolarization determination, we focus our attention on the statistics of the relative phase shifts between two orthogonal components of the electromagnetic field. We perform the projection of all the Stokes vectors on the plane waves polarized at  $\pm 45^\circ$  relatively to the mean scattered state. As the Lambertian samples does not exhibits spatial variations of diattenuation, the mean intensities of the plane waves are equal, and the SOP dispersion around the mean state is only driven by the relative phase shift probability density function (PDF). The relative phase shifts PDF appears to be close to circular distributions [16][17][18][19]. We demonstrate that the bandwidth of the distribution, depending on a concentration parameter  $\rho$ , is equal to the spatially integrated DOP. For Lambertian samples, the concentration of the phase distribution  $\rho$  appears to be only depending on the reflectance  $R$  of the samples. Thus, we give an analytic equation allowing to estimate the monochromatic spatially integrated DOP as a function of the reflectance of the Lambertian samples.

## 2. Method and formalism

We can describe any State Of Polarization (SOP) by a sum of two plane waves, orthogonal to each other, with amplitudes  $E_x$  and  $E_y$ , and  $\phi$  their relative phase shift. If we consider a polarized wave propagating along the  $z$  axis, its SOP can be described by the following Stokes vector [20]:

$$S = \begin{cases} I &= E_x^2 + E_y^2 + C^2 \\ Q &= 2 E_x E_y \cos(\phi) \\ U &= E_x^2 - E_y^2 \\ V &= 2 E_x E_y \sin(\phi) \end{cases} \quad (1)$$

With  $I$  the total intensity (polarized or not),  $Q$  the intensity polarized along the horizontal or vertical,  $U$  the intensity polarized in the  $\pm 45^\circ$  direction and  $V$  the intensity polarized along a right or left handed circular SOP;  $E_x$  the amplitude of the first plane wave linearly polarized along the  $x$  axis,  $E_y$  the amplitude of the second plane wave linearly polarized along the  $y$  axis (with  $x$  and  $y$  corresponding respectively to  $\pm 45^\circ$  direction),  $\phi$  their relative phase shift, and  $C^2$  the constant intensity corresponding to the depolarized fields and experimental noises [21]. The corresponding local Degree Of Polarization (DOP) is:

$$DOP = \frac{\sqrt{Q^2 + U^2 + V^2}}{I} = 1 - \frac{C^2}{I} \quad (2)$$

In order to perform the polarimetry of the scattered fields, we use the State Of Polarization Analysis by Full Projection on the Poincaré sphere (SOPAFP) method [14][15], which consists in the non linear regression of the intensity recorded during  $n$  polarimetric projections. These

multiple projections (300 for the measurements presented in this paper) increase the polarimetric accuracy, especially at places of destructive interference, where the signal to noise ratio drastically decreases.

We define the two intensities  $I_x = |E_x|^2$  and  $I_y = |E_y|^2$ , the intensities of the two plane waves respectively polarized along the  $x$  and  $y$  directions, and the following intensity ratios:

$$R_x = \frac{\langle I_x \rangle}{\langle I \rangle} \quad R_y = \frac{\langle I_y \rangle}{\langle I \rangle} \quad R_c = \frac{\langle C^2 \rangle}{\langle I \rangle} \quad (3)$$

With  $\langle \rangle$  indicating the spatial averaging.  $R_x$  describes the mean fraction of the total intensity polarized along the  $x$  direction;  $R_y$  the mean fraction of the total intensity polarized along the  $y$  direction; and  $R_c$  the mean fraction of totally depolarized intensity.

The spatially integrated degree of polarization  $\overline{DOP}$ , not equivalent to the mean local degree of polarization  $\langle DOP \rangle$ , is the degree of polarization that one would measure after a spatial integration of all the fields incoming in the CCD, e.g. by replacing it with a photo-diode. The spatially integrated  $\overline{DOP}$  can be computed with:

$$\overline{DOP} = \frac{\sqrt{\langle Q \rangle^2 + \langle U \rangle^2 + \langle V \rangle^2}}{\langle I \rangle} \quad (4)$$

With  $I$ ,  $Q$ ,  $U$  and  $V$  described in Eq. 1. In order to measure the spatial correlation between the two intensities  $I_x$  and  $I_y$ , we use the sample Pearson correlation coefficient ( $r$ ), defined by:

$$r_{xy} = \frac{\sum_m \sum_n (x_{mn} - \bar{x})(y_{mn} - \bar{y})}{\sqrt{(\sum_m \sum_n (x_{mn} - \bar{x})^2)(\sum_m \sum_n (y_{mn} - \bar{y})^2)}} \quad (5)$$

With  $m, n$  the pixels coordinates, and  $-1 \leq r_{xy} \leq 1$ . If  $r_{xy} = -1$  or  $r_{xy} = 1$  the two intensities exhibit a negative or positive spatial correlation, if  $r_{xy} = 0$  the two intensities are spatially uncorrelated.

Finally, we describe the relative phase shift PDF  $p(\phi)$  with different circular distributions. We made a first attempt with a Von Mises distribution  $VM(\phi)$ , approximation of a circular normal distribution [16]:

$$VM(\phi) = \frac{1}{2\pi} \frac{\exp(\kappa \cos(\phi - \phi_0))}{I_0(\kappa)}, \quad 0 \leq \phi < 2\pi \quad (6)$$

With  $\kappa$  a parameter describing the concentration of the Von Mises distribution,  $I_n(x)$  the  $n^{th}$  order modified Bessel function and  $\phi_0$  a location parameter. We also tried to describe the relative phase shift distribution  $p(\phi)$  with a circular Cauchy (or Lorentzian)  $CC(\phi)$  distribution [17]:

$$CC(\phi) = \frac{1}{2\pi} \frac{1 - \rho^2}{1 + \rho^2 - 2\rho \cos(\phi - \phi_0)}, \quad 0 \leq \phi < 2\pi \quad (7)$$

With  $\rho$  the concentration of the circular Cauchy distribution. In order to get a better accuracy, we finally tried the following circular convolution:

$$CV = VM \otimes CC \quad (8)$$

Where  $CV$  denotes circular Voigt, analogy of a Voigt profile, well defined as the convolution of a classical Gaussian and Lorentzian (also called Cauchy) profile [18][19].

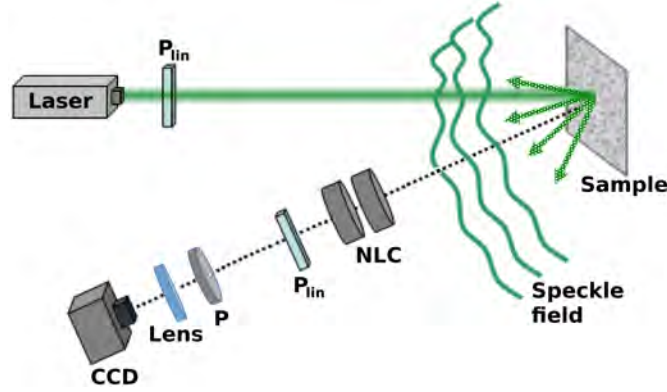


Fig. 1. Schema of the experimental setup. The source is a SLM laser @532nm. The illumination SOP is set to the vertical by  $P_{in}$ . The samples are Lambertian Spectralons<sup>®</sup>, the polarimetric projections of the scattered fields are performed by two Nematic Liquid Crystals (NLC) and a vertical polarizer. The resulting intensity is imaged by a lens, in which the imaging pupil is reduced using a diaphragm  $P$ , and a CCD camera.

### 3. Experimental setup

The wavelength is 532 nm. The illumination beam is collimated, with a diameter of roughly 1 cm, and the incident SOP is set to the vertical by a Glan-Taylor polarizer ( $P_{in}$ ). The illumination beam is scattered by the sample, the polarimetric projections of the scattered field are performed by two Nematic Liquid Crystals (NLC) and a linear grid polarizer ( $P_{in}$ ). The resulting intensity is imaged by a lens, which entrance pupil is reduced by a pinhole (P), on a  $1000 \times 1000$  pixels CCD. The distance between the sample and the entrance pupil is roughly 20 cm, the measurement is performed in the far field region. The illumination is perpendicular to the sample surface, and the detection is centered roughly at  $45^\circ$  respectively to the illumination beam. We perform measurements on Lambertian samples with calibrated reflectances. Thus, the surface luminance is approximately invariant in function of the detection angle. The designation of the samples are  $SRS - XX - 010$ , with  $XX$  the theoretical reflectance value, from 02% to 99%. We also use the colored sample  $SCS - RD - 010$ . The reflectances are measured using a PerkinElmer<sup>®</sup> Spectrophotometer @ 532 nm, the results are resumed in Table 1 for each sample, here we describe the samples through their reflectance values.

Table 1. Diffuse reflectance  $R$  of each sample measured using a PerkinElmer<sup>®</sup> Spectrophotometer @ 532 nm.

Sample	SRS-02	SCS-RD	SRS-20	SRS-50	SRS-75	SRS-99
$R$ (%)	1.2	6.9	18.4	49.9	77.4	98.7

In order to reduce the sources of depolarization (i.e. to reduce the  $C^2$  value), some precautions are taken: the laser source is Single Longitudinal Mode (SLM), in order to avoid spectral depolarization, and we reduce the diameter of the imaging pupil, in order to reduce the pixel spatial depolarization. As the diameter of the imaging pupil is reduced, the size of the imaging Point Spread Function is increased by the diffraction. Thus, the number of pixels per speckle grain in the image plane is increased and we have a correct spatial sampling of the diffraction pattern. Indeed, the quality of the spatial sampling impacts the amount of spatial depolarization. [12][13]

Thus, the contributions remaining in the  $C^2$  value are the intensity variations uncorrelated with polarimetric projections, mostly experimental noises as photon noise, non linearity of the pixels quantum efficiency, dark current, etc. As the experimental noises can lead to higher or lower DOP values, the  $C^2$  value is not restricted to be positive, i.e.  $C$  is a complex value.

## 4. Results

### 4.1. SOP statistics: spatial depolarization measurements

We perform polarimetric measurement using the SOPAFP method [14][15] on reference samples, with calibrated reflectances. As the scattered fields are temporally stable, we neglect the impact of the time of exposure on polarimetry, and we adjust the integration time of the CCD in order to avoid the saturation, the illumination beam being unchanged for all samples. The intensities  $I$  and  $C^2$ , the relative phase shifts  $\phi$  and the SOP probability density in the Poincaré sphere measured in the fields scattered by the samples with  $R = 1\%$ ,  $R = 7\%$  and  $R = 99\%$  are displayed in Fig. 2, for a  $50 \times 50$  pixels area.

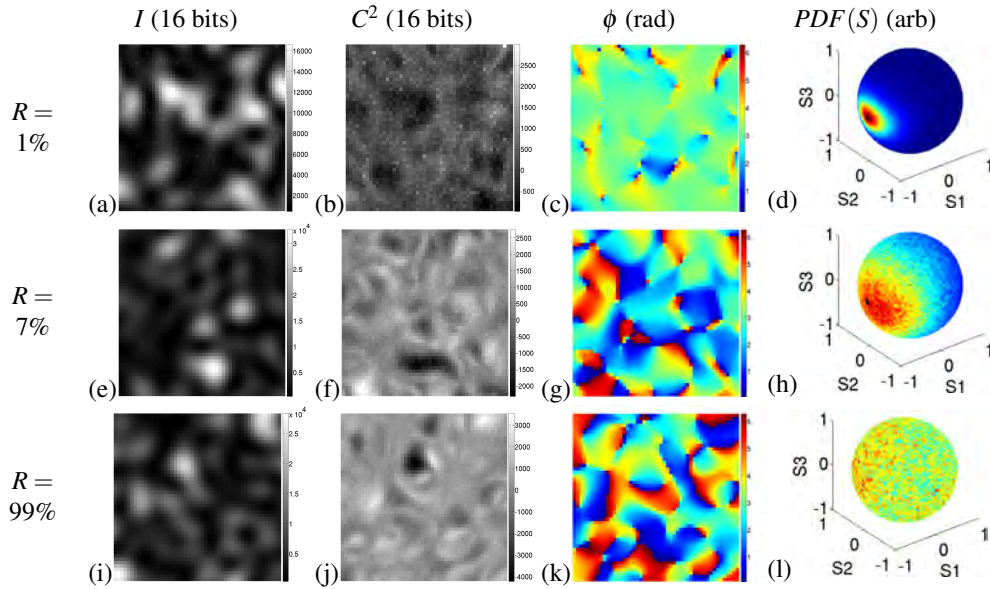


Fig. 2. First row:  $R = 1\%$ , second row:  $R = 7\%$ , third row:  $R = 99\%$ . (a, e, i) Intensity  $I$  scattered by the samples. (b, f, j) Totally depolarized intensity and experimental noises  $C^2$ . (c, g, k) Relative phase shifts  $\phi$  between the orthogonal plane waves polarized along the  $x$  and  $y$  directions. (d, h, l) Probability density functions of the measured SOPs represented in the Poincaré sphere.

By looking at the relative phase shifts  $\phi$ , Fig.2(c) shows that the sample  $R = 1\%$  produces a field in which phase shifts are centered around  $\pi$ , while no predominant value can be distinguished in the field scattered by the sample  $R = 99\%$  in Fig.2(k). Moreover, the SOP are spreading on the Poincaré sphere surface when the sample reflectance increases: a majority of the scattered SOP are centered around the illumination SOP for the sample  $R = 1\%$ , Fig.2(d), while there is no predominant SOP scattered by the sample  $R = 99\%$ , Fig.2(l). With the plane waves decomposition described by Eq. 1, and because the illumination SOP is set to the vertical (i.e.  $x$  and  $y$  are respectively at  $\pm 45^\circ$  relatively to the mean scattered state), for each sample we obtain exponentially decreasing Probability Density Functions (PDF) for  $p(I_x)$  and  $p(I_y)$ , with

equal mean intensity levels:  $R_x = R_y$ . Thus for all the samples,  $I_x$  and  $I_y$  are two independent speckle fields [22], with equal mean intensities. Reciprocally, in order to modelize the polarized subjective speckle produced by any kind of Lambertian scatterer (from a simple to a multiple scatterer), a simple way is to sum two independent speckles with the same mean intensity, orthogonally polarized and partially correlated, the scattering regime depending on that partial correlation [24].

The intensity spatial correlation  $r_{xy}$  between  $I_x$  and  $I_y$  is equal to  $r_{xy} = 0.72$  for the sample  $R = 1\%$ , and  $r_{xy} = 0.14$  for the sample  $R = 7\%$ . For samples with higher reflectances, the spatial correlation falls roughly around 0 and is spatially variant. Thus this parameter is not sufficiently sensitive to fully describe the polarimetric behavior of the samples on the whole reflectance range 1% – 99%.

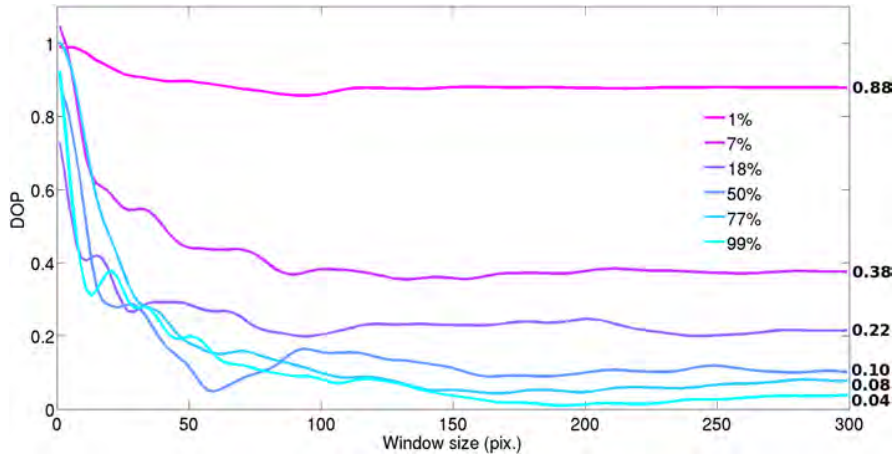


Fig. 3. Evolution of the measured spatially integrated  $\overline{DOP}$  in function of the size of the window of spatial summation, for the 6 different samples with various reflectances. The asymptotic values only depend on the sample reflectance, and correspond to the values that one would measure with a large pupil aperture relatively to the wavelength.

In classical polarimetry, usually the lens aperture is large relatively to the wavelength, and the effect of diffraction, the speckle pattern, is spatially summed on the pixels surface. This summation leads to a measurement of the DOP of the whole field, spatially integrated. For our measurements, the surface of a single speckle grain is roughly  $15 \times 15$  pixels. We spatially sum the measured SOP on larger areas, from  $2 \times 2$  to  $300 \times 300$  pixels windows. The  $\overline{DOP}$  variations in function of the size of spatial sampling is displayed in Fig. 3. The  $\overline{DOP}$  isn't monotonically decreasing in function of the size of the spatial summation, it depends on the spatial gradient of SOP variations, which is fluctuating at the speckle grain scale. The fact that the  $\overline{DOP}$  is globally decreasing with the spatial integration is called "spatial depolarization" [11][12][13]. The asymptotic values (for a spatial sampling of  $300 \times 300$  pixels) are indicated in Fig. 3, and are corresponding to the values measured using a large pupil aperture relatively to the wavelength. For example, in the case of the same sample  $R = 99\%$ , we obtain a good agreement with the classical measurement method: the spatially integrated DOP (here equal to 0.04) is measured "lower than 0.03" in [5]. For all samples, we measure  $3\% < R_c < 7\%$ , thus the mean local DOP value (i.e. for each pixel) remain relatively high.

By looking at Fig. 3 (obtained with  $15 \times 15$  pixels per speckle grains) one can notice that the  $\overline{DOP}$  value is stable with at least a  $100 \times 100$  pixels window size, which corresponds roughly

to the integration of 50 speckle grains.

#### 4.2. Relative phase shifts statistics: characterization of the intrinsic spatial depolarization

Fig. 4 displays the PDFs of the relative phase shifts weighted by their corresponding intensity values  $p(\phi)$  for all samples, and the one measured in a field scattered by a mirror. As a result, one can observe distributions centered around the relative phase shift  $\pi$ , which correspond, when  $I_x = I_y$ , to the vertical incident polarization state:  $S_{in} = [1 \quad -1 \quad 0 \quad 0]$  (see Eq. 1). Moreover, one can see that when the reflectance increase,  $p(\phi)$  becomes broader. The evolution of the measured standard deviation  $\sigma$  of the relative phase shifts in function of the sample reflectance is displayed in Fig. 5 (black crosses). This evolution can be fitted by the following equation:

$$\sigma(R) = \sigma_{MIN} + \frac{\tau_{\sigma}}{\tau_{\sigma} + 1/R^*} \quad (9)$$

With  $\sigma$  the standard deviation of the phase  $\phi$ ,  $R^* = \frac{R}{100-R}$ ,  $R^* \in [0; +\infty[$ ,  $\sigma_{MIN}$  an offset parameter (when the reflectance reaches 0%), and  $\tau_{\sigma}$  a scale parameter. By regression of Eq.9 on the experimental results, we obtain  $\sigma_{MIN} = 0.77 \text{ rad}$ ,  $\tau_{\sigma} = 21.48$ . The adjusted curve is plotted in Fig. 5 (red). The theoretical maximum value for the standard deviation  $\sigma$  is the one of a uniform ( $U$ ) PDF in the interval  $[0; 2\pi]$ :  $\sigma(U) = \frac{2\pi}{\sqrt{12}} \simeq 1.81 \text{ rad}$  (black dashed line).

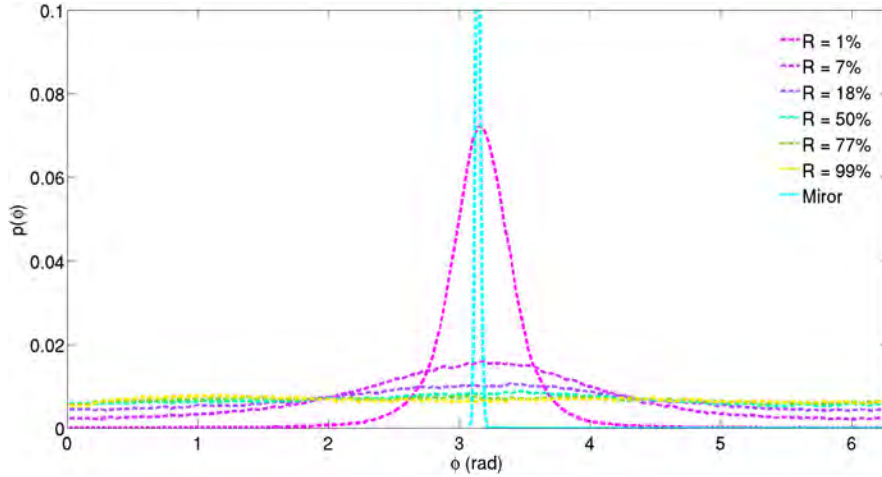


Fig. 4. Representation of the measured relative phase shifts probability density functions, weighted by the intensity value, for the samples with various reflectances and a mirror as a reference. The PDFs integral are normalized to 1. One can see that when the reflectance increases, the phase distribution tends to be uniform.

Thus, the standard deviation of the relative phase shifts  $\sigma$  seems to evolve continuously in function of the sample reflectance, i.e. the more the light has undergone multiple scattering events, the more  $\sigma$  increases following Eq. 9, and almost reaches its theoretical value:  $\max(\sigma) = 1.77 \simeq \sigma(U)$ . One can notice that the offset value ( $\sigma_{MIN} = 0.77 \text{ rad}$ ) is representative of a constant phase shift dispersion, whatever the sample reflectance value. The offset value  $\sigma_{MIN}$  is roughly 40 times higher than the phase dispersion in the field scattered by the mirror ( $\sigma_{mirror} = 0.02 \text{ rad}$ ). However, it is known that the polarimetric behavior of a sample which reflectance is reaching 0% should be similar to the one of a quasi perfect surface scatterer, as a mirror (quasi all multiple scattering events being absorbed, due to the low reflectance value).

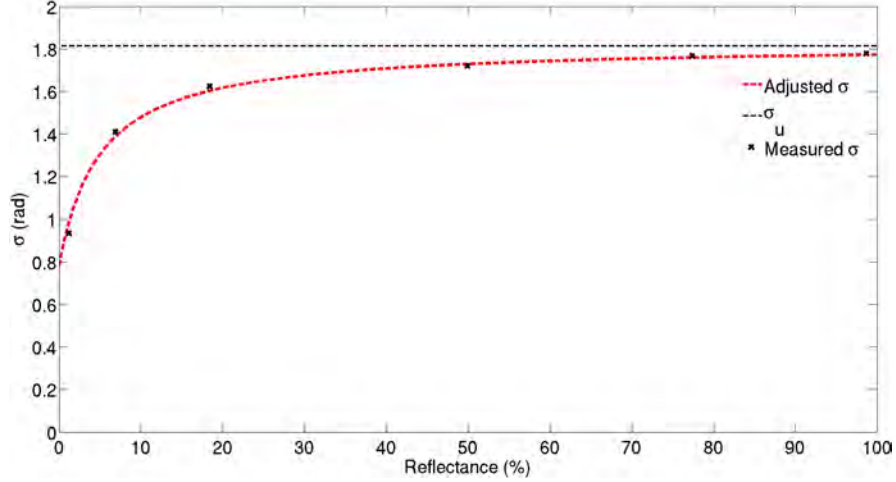


Fig. 5. Evolution of the measured standard deviation  $\sigma$  of the relative phase shifts  $\phi$  in function of the reflectance  $R$  of the samples (black crosses). Regression of Eq. 9 on experimental measurements (red). Standard deviation of an uniform distribution on  $[0 ; 2\pi]$  (black dashed line).

Thus, the standard deviation of the relative phase shifts appears to be a biased interval estimator for the phase dispersion quantification.

These distributions appears to be more accurately described by circular distributions, we adjust various distributions on the experimental measurements. The mean error between adjusted distribution  $y(\phi)$  and the experimental data  $p(\phi)$  is computed with:

$$err = \frac{\sum_{\phi} |y(\phi) - p(\phi)|}{\sum_{\phi} p(\phi)} \quad (10)$$

We adjust circular distributions by regression of Eq. 6, Eq. 7 and Eq. 8 on the  $p(\phi)$  distributions, for each samples. In the case of the sample  $R = 1\%$ , the error for the  $p(\phi)$  description using a Von Mises distribution  $VM(\phi)$  (circular normal distribution) is 13%, the correlation coefficient is  $R^2 = 0.994$ . Using a circular Cauchy  $CC(\phi)$  distribution, the mean error is 23%, the correlation coefficient is  $R^2 = 0.980$ . Finally, we tried the convolution of the Von Mises with the circular Cauchy distribution, that we called  $CV(\phi)$ , Circular Voigt, the mean error is 6%, the correlation coefficient is  $R^2 = 0.999$ . For higher reflectance samples, we measure quasi equal  $\rho$  parameters and errors using a  $CC$  and a  $CV$  distribution, denoting that these two distribution are quasi equivalent and that the circular Cauchy distribution is sufficient for the  $p(\phi)$  description for samples with  $R \geq 7\%$ . Thus, for the sample  $R = 1\%$  for which the SNR decreases, we present the  $\rho$  parameter measured using a  $CV$  distribution, and for higher reflectance samples, we use a  $CC$  distribution. The fluctuations of the  $\rho$  parameter in function of the reflectance are plotted in Fig. 6 (black crosses), with their mean errors for the  $p(\phi)$  description (blue dots). Finally, we plot the best adjusted fluctuation (red dashed line) computed with Eq. 11:

$$\rho(R) = \rho_{MIN} + \frac{\tau_{\rho}}{\tau_{\rho} + R^*} \quad (11)$$

With  $R^* = \frac{R}{100-R}$ ,  $R^* \in [0 ; +\infty[$ . By regression, we measure  $\rho_{MIN} = 0.05$  and  $\tau_{\rho} = 0.05$ . When the reflectance is reaching 0%, the relative phase concentration is reaching 1.05 (i.e. close to the Dirac function). Moreover, when the reflectance is equal to 100%, the relative

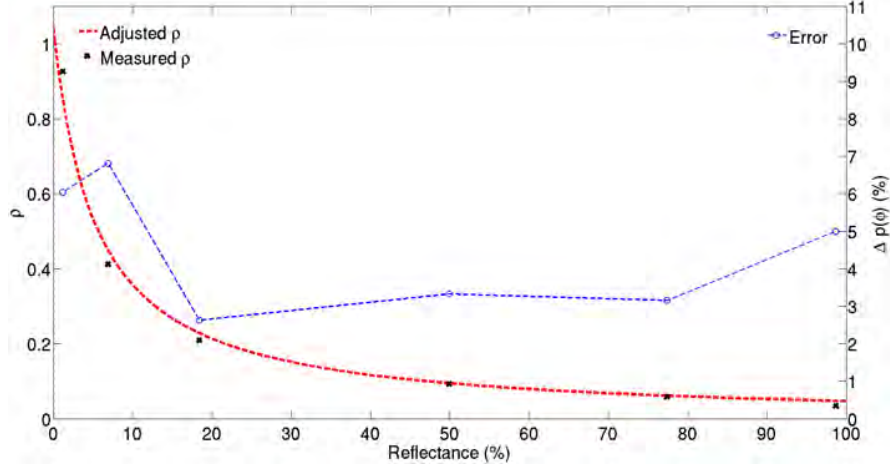


Fig. 6. Measured  $\rho$  parameters (cross, black) of respectively the best circular Voigt ( $R < 7\%$ ) and circular Cauchy ( $R \geq 7\%$ ) distributions describing the  $p(\phi)$  distributions, for each sample. (red) Regression of the  $\rho$  fluctuations with Eq. 11. Dots: mean error between the  $p(\phi)$  distribution and respectively the best circular Voigt ( $R < 7\%$ ) and circular Cauchy ( $R \geq 7\%$ ) distributions.

phase concentration is reaching 0.05 (close to a uniform distribution). These results have to be compared with the measurements of the phase dispersion using the standard deviation (Fig. 5): using that interval estimator,  $\sigma_{MIN} = 0.77 \text{ rad}$  for  $R = 0\%$  (see Fig. 5). Thus,  $\rho$  appears to describe the intrinsic depolarization of the sample, the extrinsic part (experimental noises and artifacts) being extracted by the convolution with a VM distribution, especially in the case of low reflectance samples.

We can draw analogy with molecular spectroscopy, where Gaussian profile generally describes inhomogeneous frequency broadening, while the Lorentzian profile describes homogeneous broadening, their convolution leading to the well defined Voigt profile [18][19]. Here, the "homogeneous broadening" of relative phase shifts (CC distribution) would only be depending on the sample. However, the "inhomogeneous broadening" of relative phase shifts (VM distribution) would be depending on experimental noises and artifacts (angular diversity due to the incident beam divergence, angular diversity in the detection line, decreasing of the SNR for low reflectances, ...). Thus, the inhomogeneous broadening (VM distribution) is expected to be only dependent on the experimental set-up. By studying only the homogeneous part (CC distribution) of the circular Voigt profile (convolution of CC with VM), we believe to study only the intrinsic part of the relative phase shifts dispersion, i.e. only due to the sample.

One could use Eq.11 in order to estimate the relative phase dispersion produced by any sample corresponding to that type of scatterer, only given its reflectance value. Besides, the  $\overline{DOP}$  value can be computed with the following equation:

$$\overline{DOP} = \frac{I_H - I_V}{I_H + I_V} \quad (12)$$

With  $I_V$  the intensity obtained after the projection of Eq.1 on a vertical polarizer, and  $I_H$  its projection on a horizontal polarizer, these intensities being spatially integrated on the entire field. Back to Eq. 1 with  $C = 0$ ,  $E_x = E_y = 1/\sqrt{2}$  (as the diattenuation of the samples can be neglected), we have  $I_H = 1/2(I + Q) = 1/2(1 + \cos(\phi))$  and  $I_V = 1/2(I - Q) = 1/2(1 - \cos(\phi))$ . By integration on the entire field (i.e. all the  $\phi$  values), one obtain:

$$\begin{aligned} I_V &= \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} (1 + \cos(\phi)) p(\phi) d\phi \\ I_H &= \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} (1 - \cos(\phi)) p(\phi) d\phi \end{aligned} \quad (13)$$

Thus, Eq. 12 can be rewritten as:

$$\overline{DOP} = \frac{\int_0^{2\pi} \cos(\phi) p(\phi) d\phi}{\int_0^{2\pi} p(\phi) d\phi} \quad (14)$$

By substituting  $p(\phi)$  by Eq.7, i.e.  $p(\phi) = CC(\phi)$  in Eq. 14, we have  $\int_0^{2\pi} p(\phi) d\phi = 1$  and  $\int_0^{2\pi} \cos(\phi) p(\phi) d\phi = \rho$ . Thus, we obtain the following result:

$$\overline{DOP} = \rho \quad (15)$$

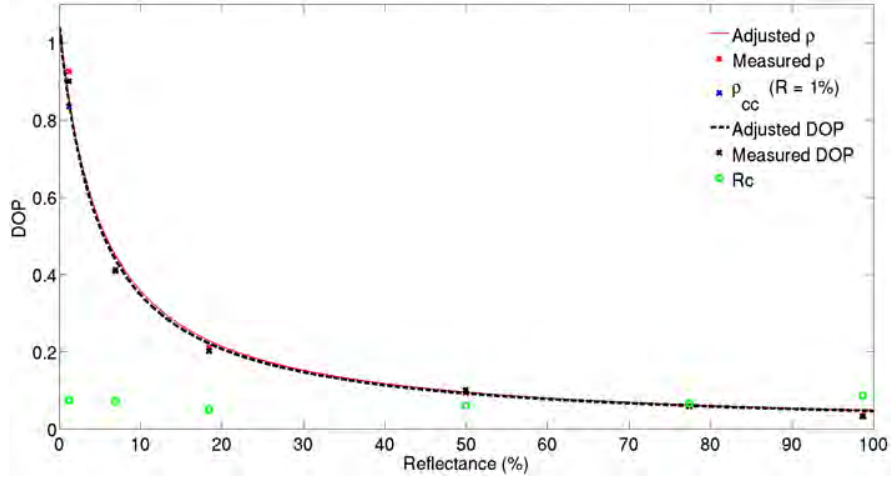


Fig. 7. Measured  $\rho$  values for each sample, using a circular Voigt profile for  $R < 7\%$  and a circular Cauchy profile for  $R \geq 7\%$  (red crosses). For the sample  $R = 1\%$ , we display the  $\rho$  measurement using also a circular Cauchy distribution (blue cross). Measured spatially integrated  $\overline{DOP}$  (black crosses).  $\overline{DOP}$  and  $\rho$  best adjusted Eq. 11 (dashed lines, resp. black and red). Mean level of local depolarization and experimental noises  $R_c$  (green dots). One can see a good agreement between  $\rho$  and  $\overline{DOP}$ .

Which indicates that the concentration of the relative phase weighted by its corresponding intensity, described by a circular Cauchy distribution, for that type of material and calculated after the projection of the scattered fields on Eq.1 with a vertical illumination SOP, is directly equal to the  $\overline{DOP}$  value. We plot in Fig7 the  $\overline{DOP}$  (the asymptotic DOP values in Fig3) of each sample (black crosses), and the measured relative phase concentration  $\rho$  (red crosses). One can observe a good agreement between these two parameters. Eq.11 becomes:

$$\rho(R) = \overline{DOP}(R) = \overline{DOP}_{MIN} + \frac{\tau_{dop}}{\tau_{dop} + R^*} \quad (16)$$

With  $\overline{DOP}_{MIN} = 0.05 = \rho_{MIN}$ ,  $\tau_{dop} = 0.05 = \tau_p$ . Thus, for that type of material and with our experimental setup, we have shown that the  $\overline{DOP}$  is solely dependent on the sample reflectance. The offset value in Eq. 16 is relatively small:  $\overline{DOP}_{MIN} = 0.05$ , which is roughly equivalent to the instrument uncertainties:  $R_c = 7\%$  for the sample  $R = 99\%$ . Moreover, for a theoretical

sample with a reflectance reaching 0%,  $\overline{DOP}_{MAX}$  is reaching 1.05, which is close to 1 given the instrument uncertainties: the mean local DOP value measured in the field reflected by a mirror is  $\langle DOP \rangle = 1.02$ , with a standard deviation  $\sigma(DOP) = 0.03$ . Similarly, one could use Eq.16 in order to estimate the spatially integrated  $\overline{DOP}$  of the fields scattered by any equivalent Spectralon, only given its reflectance value.

Additional study should be done to analyze the potential effects producing the "inhomogeneous" part (VM distribution) of the relative phase shifts dispersion, in case of low reflectance samples: impact of the angle diversity on the sample interface and detection line, effect of the size / shape diversity of the scatterers relatively to the wavelength, size of the pixel relatively to the speckle grain size, etc.

## 5. Conclusion

In this paper, we have performed experimental polarimetric measurements on reference radiometric samples. The method used allows to characterize the scattered fields with a high spatial resolution, which limits the spatial depolarization effect at the pixel scale.

We have shown that the relative phase shifts dispersion produced by the scattering events in that type of samples can be described by circular Cauchy distributions. We proposed the characterization of the samples through their relative phase shifts statistics, with the concentration parameter  $\rho$  of circular Cauchy distributions, which appears to be a sensible intrinsic parameter. We have seen that this  $\rho$  value is decreasing with the sample reflectance, thus  $\rho$  is decreasing with the number of multiple scattering events in the material. By regression of the  $\rho$  fluctuations in function of the reflectance, we have characterized the amplitude of phase dispersion produced by multiple scattering in that type of material. The  $\rho$  measurement can be useful for material distinction, or for defects or inhomogeneities characterization, via the detection of scattering regime variations.

Finally, we have shown that this  $\rho$  parameter is directly equal to the spatially integrated  $\overline{DOP}$ . Thus, we have calibrated the equation allowing to compute the monochromatic  $\overline{DOP}$  value of the entire field scattered by a same type of material with a known reflectance.

## 6. Acknowledgment

We would like to thank the region Midi-Pyrénées for providing us financial support for this work.



## Annexe D

# Simulation of polarized optical speckle fields : effects of the observation scale on polarimetry

# Simulation of polarized optical speckle fields: effects of the observation scale on polarimetry

Jan Dupont\* and Xavier Orlik

ONERA, Theoretical and Applied Optics Department, 31055 Toulouse, France

[\\*jan.dupont@onera.fr](mailto:jan.dupont@onera.fr)

**Abstract:** In this paper, we propose the simulation of polarized speckle fields using the Stokes formalism, which allows the description of partially polarized electromagnetic waves. We define a unique parameter which determines the partial decorrelation of the involved fields, allowing to simulate the polarized speckles produced by all types of scatterers, from simple to multiple scatterers. We validate this model by comparison with experimental measurements. We use that simulation model to study the impact of the imaging device parameters on polarimetric measurements: first we emphasize a limit of resolution on retardance measurements, then we study the spatial depolarization, which appears when an observer is measuring any space-variant polarization map.

© 2016 Optical Society of America

**OCIS codes:** (290.5855) Scattering, polarization; (030.6140) Speckle; (260.5430) Polarization; (290.5880) Scattering, rough surfaces; (120.5410) Polarimetry.

---

## References and links

1. W. Wang, T. Yokozeki, R. Ishijima, A. Wada, Y. Miyamoto and M. Takeda, "Optical vortex metrology for nanometric speckle displacement measurement," *Opt. Express* **14**, 120–127 (2006).
2. X. Wang, Y. Liu, L. Guo, and H. Li, "Potential of vortex beams with orbital angular momentum modulation for deep-space optical communication," *Opt. Eng.* **53**, 056107 (2014).
3. N. Gisin, G. Ribordy, W. Tittel and H. Zbinden, "Quantum cryptography," *Rev. Mod. Phys.* **74**, 145–195 (2002).
4. C. Abou Nader, F. Pellen, H. Loutfi, R. Mansour, B. Le Jeune, G. Le Brun and M. Abboud, "Early diagnosis of teeth erosion using polarized laser speckle imaging," *J. Biomed. Opt.* **21**, 071103 (2015).
5. L. Tchvialeva, G. Dhadwal H. Lui, S. Kalia, H. Zeng, D. I. McLean and T. L. Lee, "Polarization speckle imaging as a potential technique for in vivo skin cancer detection," *J. Biomed. Opt.* **18**, 061211 (2013).
6. G. D. Lewis and D. L. Jordan, "Remote sensing of polarimetric speckle," *J. Phys. D: Appl. Phys.* **34**, 1399–1407 (2001).
7. J. W. Goodman, *Speckle Phenomena in Optics: Theory and Applications* (Roberts and Company Pub., 2006), pp. 25–40.
8. A. Doronin, A. J. Radosevich, V. Backman and I. Meglinski, "Two electric field Monte Carlo models of coherent backscattering of polarized light," *J. Opt. Soc. Am. A* **31**, 2394–2400 (2014).
9. M. R. Dennis, "Polarization singularities in paraxial vector fields: morphology and statistics," *Opt. Commun.* **213**, 201–221 (2002).
10. F. Flossmann, K. O'Holleran, M. R. Dennis, and M. J. Padgett, "Polarization Singularities in 2D and 3D Speckle Fields," *Phys. Rev. Lett.* **100**, 203902 (2008).
11. D. Goldstein, *Polarized Light* (CRC Press, 2003), pp. 32–42.
12. A. Ghabbach, M. Zerrad, G. Soriano, and C. Amra, "Accurate metrology of polarization curves measured at the speckle size of visible light scattering," *Opt. Express* **22**, 14594–14609 (2014).
13. J. Dupont, X. Orlik, A. Gabbach, M. Zerrad, G. Soriano, and C. Amra, "Polarization analysis of speckle field below its transverse correlation width : application to surface and bulk scattering," *Opt. Express* **22**, 24133–24141 (2014).

14. J. Dupont and X. Orlik, "Polarized vortices in optical speckle field: observation of rare polarization singularities," *Opt. Express* **23**, 6041–6049 (2015).
15. J. Dupont and X. Orlik, "Speckle fields polarimetry: statistical analysis and polarization singularities measurements," *Proc. SPIE* **9660**, 96601B (2015).
16. J. Li, G. Yao and L. V. Wang, "Degree of polarization in laser speckles from turbid media: Implications in tissue optics," *J. Biomed. Opt.* **7**, 307–312 (2002).
17. M. Zerrad, J. Sorrentini, G. Soriano and C. Amra, "Gradual loss of polarization in light scattered from rough surfaces: Electromagnetic prediction," *Opt. Express* **18**, 15832–15843 (2010).
18. A. Ghabbach, M. Zerrad, G. Soriano, S. Liukaityte and C. Amra, "Depolarization and enpolarization DOP histograms measured for surface and bulk speckle patterns," *Opt. Express* **22**, 21427–21440 (2014).
19. M. Zerrad, H. Tortel, G. Soriano, A. Ghabbach and C. Amra, "Spatial depolarization of light from the bulks: electromagnetic prediction," *Opt. Express* **23**, 8246–8260 (2015).

## 1. Introduction

Simulating the effects of speckle fields present an important interest in various domain of physics and applications, in addition to polarimetric imaging: metrology [1], telecommunications with polarization coding [2, 3], biomedical imaging [4, 5], remote sensing [6].

Usually, speckle fields are simulated through their scalar intensity, assuming that the fields are uniformly polarized. However in most of the case, there is multiple scattering leading to complex spatial polarization variation. These variations, which lead to a partial decorrelation of the fields [7], have to be taken into account if one wants to simulate the scalar intensity of a speckle field. Several approach have been used to simulate polarized speckle fields, for example based on the Jones formalism [8], or on multiple random wave superposition [9, 10].

In that paper, we propose a phenomenological way to simulate polarized speckle fields, based on the plane wave description [11] of polarimetric states introduced by Gabriel Stokes (1852). That description is still valid for partially coherent light and allows us to set the type of scattering continuously from a single to a multiple scatterer. We compare the simulation results with experimental results for surface and multiple scattering [12, 13, 14, 15]. We then study the impact of the imaging point spread function on polarimetry. Finally we propose a study of the spatial depolarization [16, 17, 18, 19], which appears because of the spatial sampling by an observer of a continuous space-variant polarization map.

## 2. Independent speckle field simulation

In that paper, we focus our attention on subjective speckle fields i.e. speckle fields imaged by a lens. Moreover, we consider an imaging system with a circular aperture, and only in case of a monochromatic Gaussian and fully polarized illumination. Finally, we study fully developed speckle, produced by a large number of random phasors which phases are uniformly distributed between  $[0, 2\pi]$ .

The simulation of that type of speckle is resumed in Fig. 1. We assume that the imaging device is in the far field region relatively to the sample, thus the Fraunhofer diffraction equation can be applied and the field incoming on the pupil plane is the Fourier transform (FT) of the illumination beam phase shifted by the sample phasor map (we consider a sample with homogeneous reflectance). After the truncation by the pupil transmission function, we observe at the focal plane of the imaging system the Fourier transform of the pupil field. We refer to the coordinates in the object plane with the subscripts  $x_o, y_o$ ;  $x_p, y_p$  in the pupil plane and  $x_i, y_i$  in the image plane. The complex amplitude in the object plane  $\mathbf{E}_o$  is:

$$\mathbf{E}_o(x_o, y_o) = A_0(x_o, y_o)e^{-j\varphi(x_o, y_o)} \quad (1)$$

With  $A_0$  the Gaussian amplitude of the beam, and  $\varphi$  the random phasor map, uniformly distributed on  $[0, 2\pi]$ . We assume that the distances between each transverse plane are large

enough to be in a far field approximation, i.e. the Fraunhofer approximation is valid. Thus, the complex amplitude in the pupil plane  $\mathbf{E}_p(x_p, y_p)$  is:

$$\mathbf{E}_p(x_p, y_p) = \text{pup}(x_p, y_p) FT \{ \mathbf{E}_o(x_o, y_o) \} \quad (2)$$

With  $\text{pup}$  the transmittance function of the circular pupil, assumed to be 1 on the pupil surface, and 0 elsewhere. Finally, the complex amplitude imaged in the image plane  $\mathbf{E}_i(x_i, y_i)$  is:

$$\mathbf{E}_i(x_i, y_i) = FT \{ \mathbf{E}_p(x_p, y_p) \} \quad (3)$$

We remind that the Point Spread Function (PSF) of the simulated imaging device is linked to the ratio of the wavelength over the pupil diameter. The diameter of the pupil, and so the PSF size, will determine the size of the imaged speckle grains, for a given wavelength.

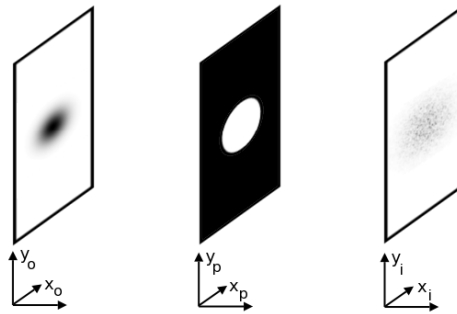


Fig. 1. Schematic representation of the transverse planes used for the simulation of the far field amplitude of subjective speckle fields. Coordinates in the object plane are  $x_o, y_o$ ,  $x_p, y_p$  in the pupil plane and  $x_i, y_i$  in the image plane. The distances between each transverse plane are large enough to use a far field approximation.

### 3. Polarized speckle fields simulation

We can describe any State Of Polarization (SOP) by a sum of two plane waves perpendicularly polarized, and a depolarized intensity. Thus, if we consider a polarized wave propagating along the  $z$  axis, its SOP can be described by the following Stokes vector [11]:

$$S = \begin{cases} I &= |\mathbf{E}_{ix}|^2 + |\mathbf{E}_{iy}|^2 + C^2 \\ Q &= 2|\mathbf{E}_{ix}||\mathbf{E}_{iy}|\cos(\phi) \\ U &= |\mathbf{E}_{ix}|^2 - |\mathbf{E}_{iy}|^2 \\ V &= 2|\mathbf{E}_{ix}||\mathbf{E}_{iy}|\sin(\phi) \end{cases} \quad (4)$$

With  $I$  the total intensity (polarized or not),  $Q$  the amount of intensity polarized along the horizontal (resp. vertical) if  $Q > 0$  (resp.  $Q < 0$ ),  $U$  the amount of intensity polarized in the  $\pm 45^\circ$  direction (depending on the sign of  $U$ ) and  $V$  the amount of intensity polarized along a right handed (resp. left handed) circular SOP if  $V > 0$  (resp.  $V < 0$ );  $\mathbf{E}_{ix}$  the complex amplitude in the image plane of the first plane wave linearly polarized along the  $x$  axis,  $\mathbf{E}_{iy}$  the complex amplitude in the image plane of the second plane wave linearly polarized along the  $y$  axis,  $\phi$  their relative phase shift, and  $C^2$  a constant corresponding to the depolarized intensity [15]. The Degree Of Polarization (DOP) of this SOP is:

$$DOP = \frac{\sqrt{Q^2 + U^2 + V^2}}{I} \quad (5)$$

Substituting Eq. (4) into Eq. (5) gives:

$$DOP = \frac{|\mathbf{E}_{ix}|^2 + |\mathbf{E}_{iy}|^2}{|\mathbf{E}_{ix}|^2 + |\mathbf{E}_{iy}|^2 + C^2} = 1 - \frac{C^2}{I} \quad (6)$$

Thus, in order to simulate a polarized speckle field, one have to determine the parameters  $\mathbf{E}_{ix}$ ,  $\mathbf{E}_{iy}$ ,  $C$  and  $\phi$ , we will see in the following how to determine them.

By looking at the  $I$  parameter in Eq. (4), one can see that the polarized intensity is obtained by the incoherent sum of two plane waves intensities  $|\mathbf{E}_{ix}|^2$  and  $|\mathbf{E}_{iy}|^2$  polarized in orthogonal directions. Thus, in order to simulate a polarized speckle field, we can sum two independent speckle fields, respectively uniformly polarized in orthogonal directions.

One can notice that the convention for the plane wave decomposition is defined by Eq. (4): in the convention chosen here, the  $x$  and  $y$  directions are respectively corresponding to the  $\pm 45^\circ$  directions of polarization. We choose that convention in accordance with the simulated illumination SOP (chosen to be vertical), in order to produce two orthogonal plane waves with equivalent mean intensity levels (i.e. due to the projection of a vertical SOP on the  $\pm 45^\circ$  directions). In that case, the SOP variations are only produced by modifications of the relative phase shifts  $\phi$ , and do not depend of a variation of the mean level of the intensities  $|\mathbf{E}_{ix}|^2$  and  $|\mathbf{E}_{iy}|^2$ .

Moreover, experimental measurements have shown that the more the scattered light comes from multiple scattering, the more the SOP are spreading on the Poincaré sphere surface, centered around the illumination SOP [12][13]. Thus, the effect of the regime of diffusion (from surface to volume) can be modeled through the standard deviation of the relative phase shifts  $\phi$ , around a mean phase value corresponding to the illumination SOP:  $\pi$  for a vertical incident SOP in the convention chosen here.

We notice that one could choose to modelize any other illumination SOP, in that case in order to be in the same configuration than the model presented here, he would have to use the plane waves convention in which the mean intensities  $|\mathbf{E}_{ix}|^2$  and  $|\mathbf{E}_{iy}|^2$  are equivalent, in order to ensure that the SOP variations are only due to relative phase shifts variations.

The variations of  $\phi$  produce, after the fields propagation, a (spatial) partial decorrelation between the two speckle fields intensities  $|\mathbf{E}_{ix}|^2$  and  $|\mathbf{E}_{iy}|^2$ . The spatial correlation of these intensities is depending on the standard deviation of the relative phase shift variations.

In order to introduce a phase correlation between the two speckle fields, we first generate the phasor map of one of the speckle fields in the object plane, e.g.  $\varphi_x(x_o, y_o)$ , with a uniform random distribution between 0 and  $2\pi$ . The phasor map of the second field in the object plane  $\mathbf{E}_{oy}$  is obtained with:

$$\varphi_y(x_o, y_o) = \varphi_x(x_o, y_o) + \mathcal{G}(\rho, \sigma) \quad (7)$$

With  $\mathcal{G}$  the normal distribution with mean  $\rho$  and standard deviation  $\sigma$ . One can notice that the mean value  $\rho$  lead to a uniform relative phase shift (a piston), e.g. produced by a uniform retarder. Thus, the degree of correlation between the two phasor maps is only depending on the standard deviation value  $\sigma$ .

At this point, we have simulated  $\mathbf{E}_{ix}(x_i, y_i)$  and  $\mathbf{E}_{iy}(x_i, y_i)$  obtained respectively by propagating the phasor maps  $\varphi_x(x_o, y_o)$  and  $\varphi_y(x_o, y_o)$ , as described in section 2. Moreover, we compute  $\phi$ , the relative phase shift in the image plane with:

$$\begin{aligned} \phi(x_i, y_i) = & \operatorname{atan2}(\operatorname{Im}\{\mathbf{E}_{ix}(x_i, y_i)\}, \operatorname{Re}\{\mathbf{E}_{ix}(x_i, y_i)\}) \\ & - \operatorname{atan2}(\operatorname{Im}\{\mathbf{E}_{iy}(x_i, y_i)\}, \operatorname{Re}\{\mathbf{E}_{iy}(x_i, y_i)\}) \end{aligned} \quad (8)$$

In the following of that paper, we neglect eventual experimental noises. As we modelize a monochromatic illumination, elastic scattering and temporally stable fields, there is no effects of spectral depolarization. We first neglect the spatial depolarization, i.e.  $C^2 = 0$  and  $\text{DOP}=1$  (see Eq. (6)). Thus, the  $[I \ Q \ U \ V]$  parameters of the polarization map can be computed with Eq. (4) in function of the modeled  $\mathbf{E}_{ix}$ ,  $\mathbf{E}_{iy}$  and  $\phi$  parameters. We will see in section 6 how to estimate the value  $C^2$  when the spatial depolarization is no longer negligible.

One can notice that the adjustable parameters of the simulation are the characteristics of the imaging device i.e. the diameter of the entrance pupil, which will determine the speckle size, and the correlation between the two speckles depending on the standard deviation  $\sigma$  in Eq. (7), which determine the mode of diffusion. As explained above, the particular cases are for  $\sigma = 0$  which represent a perfect surface scatterer, and  $\sigma \gg 2\pi$  which represent a perfect multiple scatterer. Between that interval, all types of scatterers are described.

#### 4. Validation of the model

We study experimental results obtained using SOPAFP method [13, 14]. These results were produced by a black lambertian scatterer under a 532 nm Single Longitudinal Mode (SLM) illumination, vertically polarized. Using SOPAFP method, we measure the 4 parameters  $[I \ Q \ U \ V]$  (or  $|\mathbf{E}_{ix}|^2$ ,  $|\mathbf{E}_{iy}|^2$ ,  $\phi$ ,  $C^2$ ) of the field scattered by the sample, using the convention defined by Eq. 4 for the plane wave decomposition (i.e.  $x$  and  $y$  directions are corresponding respectively to the  $\pm 45^\circ$  directions). The measured mean relative phase shift and its standard deviation value are  $\operatorname{mean}(\phi) = 2.90 \text{ rad}$  and  $\operatorname{std}(\phi) = 0.73 \text{ rad}$ . As the measured field is obtained by the surface scattering of a vertical incident SOP, one can notice that we should obtain a mean relative phase shift of  $\pi$ : we observe a global phase shift of  $\pi - 2.90 = 0.24 \text{ rad}$ . This piston value is coming from the incidence and detection angles relatively to the sample interface, which have to be taken into account in the simulation. We determine the input parameters of the model in order to obtain simulation results comparable with the measurement:

- We adjust the diameter of the simulated pupil in order to obtain roughly the same PSF size that our imaging system, and so the same speckle size in the image plane.
- We set the mean phase value  $\rho$  in Eq. (7) to 2.90 rad, in order to take into account the effect of the incidence and detection angles in the model.
- We adjust the input parameter  $\sigma$  in Eq. (7) for the simulation of the phase decorrelation in the object plane in order to obtain the same standard deviation value than experimentally in the image plane ( $\operatorname{std}(\phi) = 0.73 \text{ rad}$ ). This value is roughly obtained with  $\sigma = \pi/6 \text{ rad}$ .

The simulation and measurement results are represented in Fig. 2. We choose to represent the polarization maps with a RGB representation, defined by  $R = |Q|$ ,  $G = |U|$ ,  $B = |V|$ . One can see that the spatial variations of polarization and the SOP probability in the Poincaré sphere (Figs. 2(a)-2(b)), are equivalent. Moreover, the simulated (Fig. 2(c)) and measured (Fig. 2(d)) phase spatial variations are equivalent at the speckle grain scale. Finally, one can see that the probability density function of the simulated phase in the image plane (Fig. 2(c), red) is close to the measured one (Fig. 2(c), blue), with a high cross correlation coefficient  $R^2 = 0.998$ . Thus, the simulation leads to results in accordance with experimentation, in terms

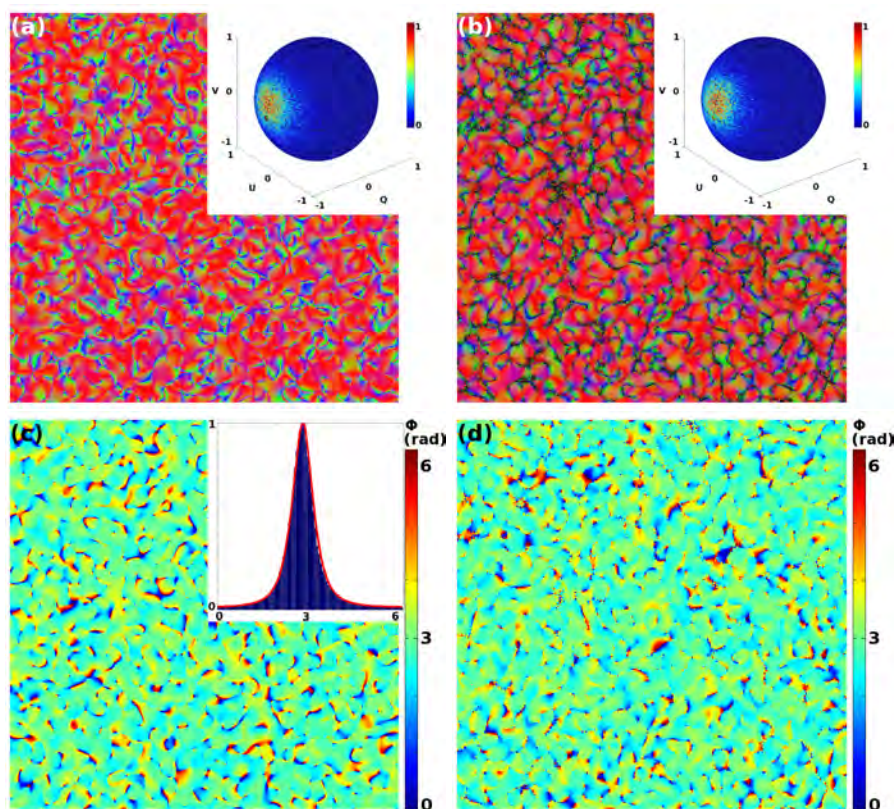


Fig. 2. Comparison between simulation and experimental measurement of the polarization map scattered by a black lambertian scatterer under SLM illumination. (a) RGB polarization map obtained by the simulation with  $\sigma = \pi/6$  rad. The SOP probability density function is represented in the inset. (b) Measured polarization map scattered by the sample illuminated with a 532 nm SLM laser source. The SOP probability density function is represented in the inset. (c) Simulated relative phase shifts in the image plane, in the inset is represented its probability density function (red) and the measured one (blue). (d) Measured relative phase shifts.

of SOP statistics and spatial variations.

We simulate polarized speckle fields produced by surface and multiple scattering. The results are presented in Fig. 3 and 4. In case of surface scattering, the decorrelation between the orthogonal plane waves is simulated in the object plane through a normal distribution (Eq. (7)) with a  $\sigma = \frac{\pi}{12}$  standard deviation. This deviation value is chosen arbitrarily. In case of multiple scattering, simulated with  $\sigma = 10^9$ , the normal distribution  $\mathcal{G}$  in Eq. (7) is quasi uniform on  $[0; 2\pi]$ . Thus there is no correlation between  $\varphi_x$  and  $\varphi_y$ , and the relative phase shift in the image plane  $\phi$  is uniformly distributed between 0 and  $2\pi$ . One can see that we obtain simulation results in accordance with previous theoretical or experimental speckle fields studies (e.g. in [9, 10, 13, 14, 18]), in terms of polarization singularities and SOP statistics.

## 5. Impact of the PSF size on polarimetry

The aim of polarimetry is to measure the retardance and diattenuation produced by a sample. The spatial limit of resolution for diattenuation measurements is the Rayleigh criterion, as the diattenuation is depending on the spatial variations of the two plane waves intensities ( $|\mathbf{E}_{ix}|^2$  and  $|\mathbf{E}_{iy}|^2$ ). However, the retardance is defined as a spatial variation of the relative phase shift  $\phi$  between these two plane waves.

Here, we study the effect of the PSF size on retardance measurements. We can simulate the effect of retardance by adding the corresponding phase variation in the object plane. Equation (7) becomes:

$$\varphi_y(x_o, y_o) = \varphi_x(x_o, y_o) + \mathcal{G}(\psi(x_o, y_o), \sigma) \quad (9)$$

With  $\psi$  the sample retardance map. We simulate the scattering by a given surface scatterer, with  $\sigma = \pi/12$ . We use two maps of retardance, spatially varying at different frequencies, but imaged with the same parameters and so the same PSF size. The spatial frequency of the retardance is 10 times higher in Figs. 5(d)-5(f) than in Figs. 5(a)-5(c). One can notice that the SOP variations in Fig. 5(c) are quasi only due to retardance variations (Fig. 5(a)). However, the SOP are completely random in Fig. 5(f) when the spatial frequency of the retardance reaches a given value (Fig. 5(d)), similarly than in case of multiple scattering (see Fig. 4(c)). That effect can be explained by the fact that if the retardance  $\psi$  is spatially varying from 0 to  $2\pi$  on a lower scale than the PSF size, it appears a loss of the phase correlation between the two orthogonal plane waves. In that case, the surface scatterer seems to have the same polarimetric behavior than a multiple scatterer.

Thus, we point out a polarimetric limit of resolution, that can lead to false interpretations between the retardance variations and the mode of diffusion.

## 6. Spatial depolarization estimation

Another polarimetric parameter is the DOP of the scattered fields, which is determined here by the value  $C^2$  in Eq. (6). As we study the case of monochromatic illumination and temporally stable fields, the only contributions to the  $C^2$  value are the experimental noises, that are neglected here, and the spatial depolarization [16, 17, 18, 19]. The spatial depolarization appears due to the sampling on the pixel surface of a continuously varying polarization map. Indeed, as the measurable quantity is the intensity integrated by a pixel, we can only measure the sum of all the polarimetric states incoming on its surface.

We simulate that effect, by generating a highly resolved speckle map produced by a perfect multiple scatterer, with a large PSF relatively to the sampling size. We then simulate its integration by a CCD, by computing the sum of the polarimetric states on larger pixels, which lowers the DOP. The spatially depolarized intensity ( $I_{sdp}$ ) is obtained with the following equation:

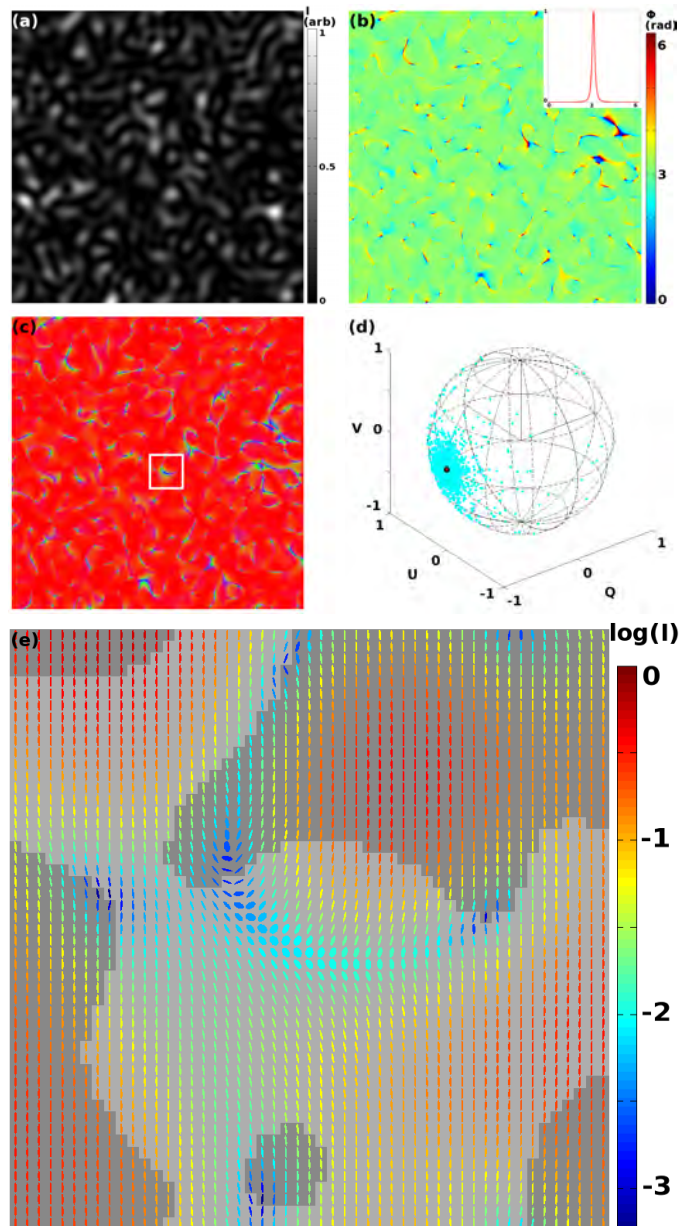


Fig. 3. Results of the simulation for a surface scatterer in the image plane. (a) Scalar intensity  $I$ . (b) Relative phase shift  $\phi$  between the two orthogonal directions  $x$  and  $y$ . In the inset is represented its normalized probability density function. (c) RGB representation of the polarization map. (d) Representation of the scattered SOP in the Poincaré sphere, the black dot is representing the illumination SOP (vertical). (e) Representation of the polarization ellipses corresponding to the area in the white square in (c), the ellipse color is representative of the scalar intensity in a logarithmic scale, a darker background represents right handed SOP, the others are left handed ones.

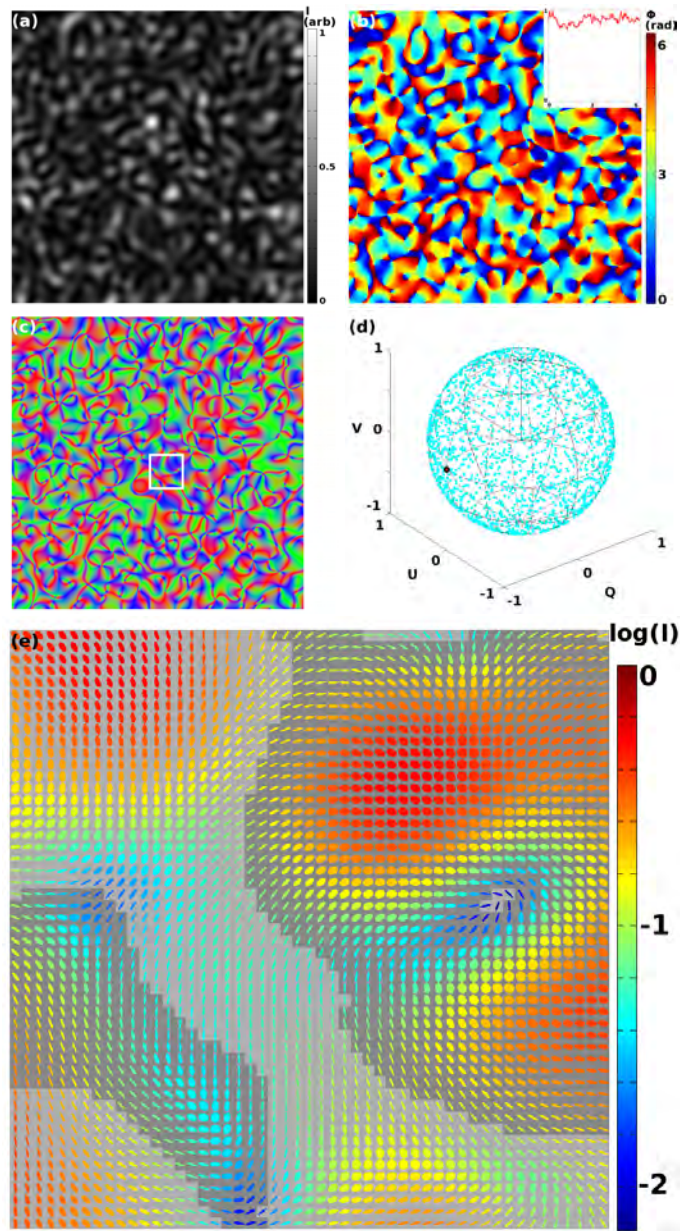


Fig. 4. Results of the simulation for a multiple scatterer in the image plane. (a) Scalar intensity  $I$ . (b) Relative phase shift  $\phi$  between the two orthogonal directions  $x$  and  $y$ . In the inset is represented its normalized probability density function. (c) RGB representation of the polarization map. (d) Representation of the scattered SOP in the Poincaré sphere, the black dot is representing the illumination SOP (vertical). (e) Representation of the polarization ellipses corresponding to the area in the white square in (c), the ellipse color is representative of the scalar intensity in a logarithmic scale, a darker background represents right handed SOP, the others are left handed ones.

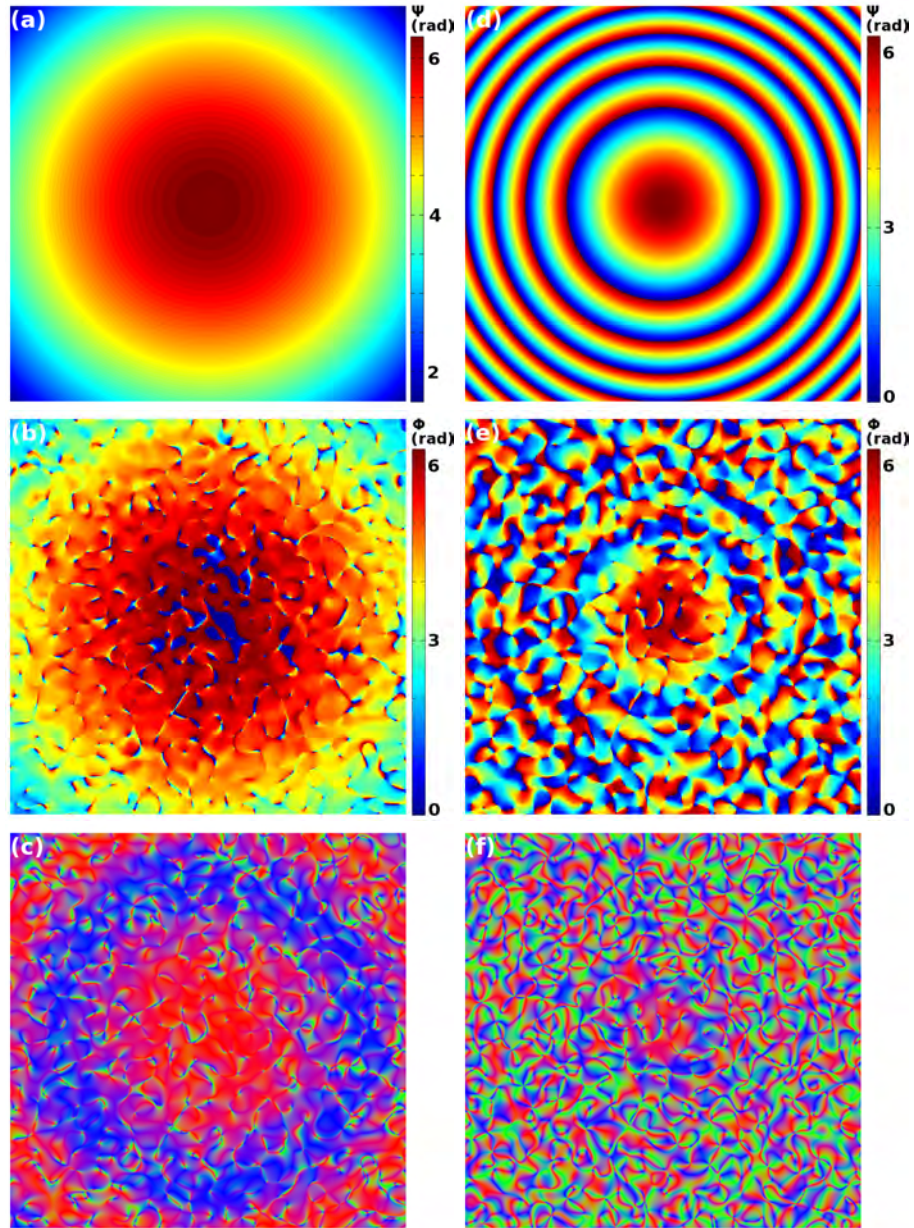


Fig. 5. Simulation of the speckle field produced by the scattering on a surface scatterer with additional Gaussian retardance. (a) Representation of the retardance  $\psi$  applied to the plane waves polarized along the  $x$  axis. (b) Representation of the relative phase shift  $\phi$  in the image plane. (c) RGB representation of the polarimetric states. (d, e, f) Same representations in case of a retardance with a 10 times higher spatial frequency, but imaged with the same PSF size.

$$I_{sdp} = I' - \sqrt{Q^2 + U^2 + V^2} \quad (10)$$

With  $[I' \ Q \ U \ V]$  the sum of  $[I \ Q \ U \ V]$  over the sampling surface. In the following we give relative sampling sizes,  $1 \times 1$  being the dimension of the initial, highly resolved map. We simulate the effect of its integration on  $2 \times 2$ ,  $10 \times 10$  and  $70 \times 70$  pixels, the results are presented in table 1 and Fig. 6.

Table 1. Contrast value of the speckle scalar intensity  $I'$ , defined by  $std(I')/mean(I')$ , and depolarization ratio, defined by  $mean(I_{sdp})/mean(I')$ , in function of the spatial sampling of a given field produced by multiple scattering.

Sampling size (pix.)	Contrast	Depolarization ratio (%)
$2 \times 2$	0.70	0.1
$10 \times 10$	0.67	3
$70 \times 70$	0.23	70

We can see in table 1 that the mean spatial depolarization produced by the integration on  $10 \times 10$  pixels is 30 times higher than with  $2 \times 2$  pixels. In case of classical imaging, one will lower the speckle noise by using a large pupil aperture in order to sum various speckle grains on the same pixel. One can notice that this summation leads to a huge spatial depolarization: for pixels at roughly the same size than the speckle grain ( $70 \times 70$ ), 70% of the total intensity is depolarized due to the field summation, in case of a multiple scatterer.

One can notice in Figs. 6(d)-6(f) that the structure of the spatially depolarized intensity is not depending on the pixel size. Indeed, the pixel size will only impact the absolute value of that intensity and the highest spatial frequency observable. Thus, the depolarization map is only depending on the spatial variations of the SOP map. We define an empirical equation in order to estimate the structure of that spatially depolarized intensity  $I_{sdp}$ :

$$g_{xi} = \frac{\partial S_i}{\partial x} \quad (11)$$

$$g_{yi} = \frac{\partial S_i}{\partial y} \quad (12)$$

$$I_{sdp} \propto I_p \cdot \sum_i (g_{xi}^2 + g_{yi}^2) \quad (13)$$

With  $i = 2 : 4$  the index value of the normalized Stokes vector component  $S_i$ ,  $g_{xi}$  (resp.  $g_{yi}$ ) the gradient of the  $i^{th}$  Stokes component along the  $x$  (resp.  $y$ ) dimension and  $I_p$  the polarized part of the speckle scalar intensity ( $I_p = |\mathbf{E}_{ix}|^2 + |\mathbf{E}_{iy}|^2$ ). We used that equation to estimate the depolarized intensity from a polarization map sampled with  $1 \times 1$  pixels. We compare that calculated depolarized intensity with the simulated one, obtained similarly than Figs. 6(d)-6(f), i.e. by the sum of the  $1 \times 1$  polarization map on  $45 \times 45$  pixels. The results are presented in Fig. 7, one can see that the spatial variations of the calculated and simulated maps are similar.

As a consequence, in order to simulate any measurement of monochromatic space-variant polarization map, one should first determine the polarization map and then compute the spatial depolarization. That intensity is the value  $C^2$  which has to be summed with the intensities of the two orthogonal plane waves in Eq. (4). Thus, the DOP of the field simulated will be the highest DOP that one will obtain with his imaging system, i.e. for a given ratio of wavelength over pupil diameter and pixel size, if one neglects the experimental noises.

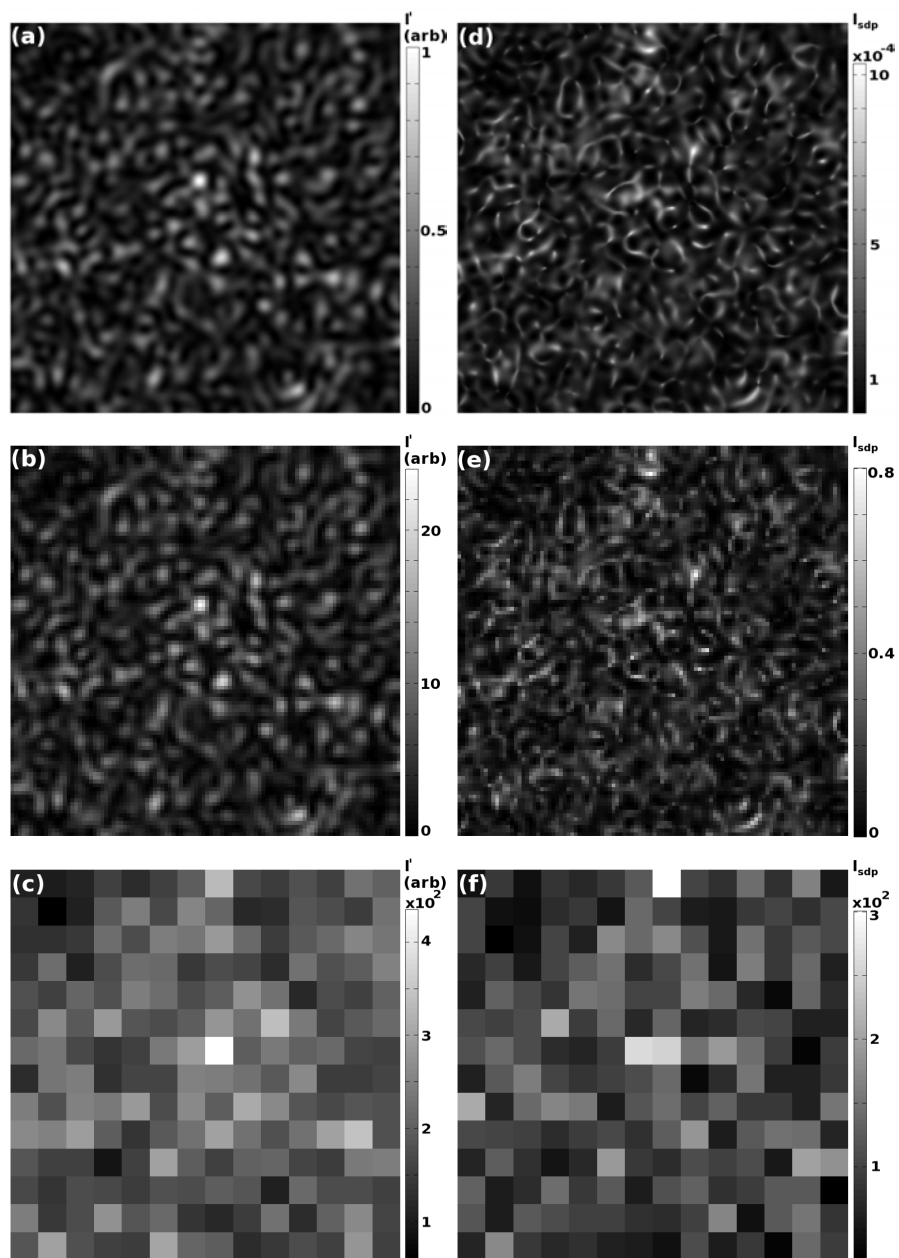


Fig. 6. (a) Representation of the normalized speckle intensity  $I'$ , after a sampling of the initial map on  $2 \times 2$  pixels. (b) Representation of the speckle intensity  $I'$ , after a sampling of the initial map on  $10 \times 10$  pixels. (c) Representation of the speckle intensity  $I'$ , after a sampling of the initial map on  $70 \times 70$  pixels, which is roughly the surface of a single speckle grain. (d, e, f) Representation of the corresponding spatially depolarized intensities  $I_{sdp}$ .

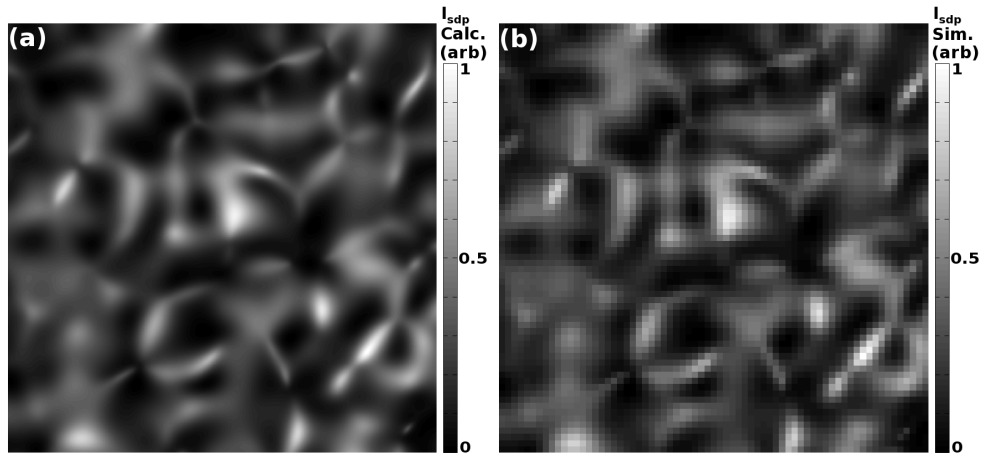


Fig. 7. (a) Representation of the normalized spatially depolarized intensity, calculated with Eq. (13) on the  $1 \times 1$  polarization map. (b) Representation of the normalized spatially depolarized intensity, after a sampling of the  $1 \times 1$  polarization map on  $45 \times 45$  pixels. One can see that the spatial variations of the two maps are similar.

## 7. Conclusion

We propose a new mean of simulating polarized speckle fields, with a criterion allowing to evolve continuously from a simple scatterer to a multiple scatterer. We validate this algorithm by comparison of the simulation results with experimental measurements performed on the field scattered by a black lambertian scatterer. Then, we use that algorithm to simulate the effects of the PSF size on polarimetric measurements.

We show that if one performs a polarimetric analysis on a surface scatterer in which relative phase shifts (e.g. retardance) are varying with an higher spatial frequency than the PSF width of the imaging system, then the scatterer appears as a multiple scatterer. Reciprocally, one can see a multiple scatterer as a sample which phase variations are spatially varying more quickly than the PSF. Thus, as the Rayleigh criterion in scalar optics, one can define a polarimetric limit of resolution, which is increasing in frequency with the decreasing of the PSF size. However we saw that for a given pixel size, when the PSF size is decreasing the spatially depolarized intensity is increasing.

Finally, we show that the structure of the spatial depolarization is not depending on the pixel size, but only on the spatial variations of polarization. The pixel size only impacts its absolute value and its spatial sampling. If one knows the polarization map, he can estimate the intensity depolarized by spatial depolarization with an empirical equation.

## Acknowledgment

We would like to thank the region Midi-Pyrénées for providing us financial support for this work.

# Résumé

Lors de la diffusion d'une onde électromagnétique sur une surface de rugosité aléatoire, un champ de speckle, dont les caractéristiques dépendent de la surface considérée, se forme. L'étude de la polarisation en champs de speckle donne accès à de nouvelles variables pour la caractérisation statistique de propriétés de matériaux.

Cependant, la mesure polarimétrique est délicate dans le cas d'échantillons de faible réflectance, ou aux lieux de faible intensité des champs de speckle. Par ailleurs, les propriétés dynamiques de l'échantillon peuvent être mesurées par une analyse de contraste du speckle qu'il diffuse. Ainsi, il est possible d'imager les variations temporelles de paramètres (par exemple de structure, pression ou composition) ayant lieux sous la surface d'un échantillon.

Les travaux présentés dans cette thèse portent sur l'étude polarimétrique de speckle statique pour la caractérisation de matériaux, puis en dernière partie une étude de speckle dynamique pour la détection de la microvascularisation du mélanome.

Afin de réaliser l'étude du speckle statique, une nouvelle méthode d'analyse polarimétrique est proposée, appelée SOPAFP (State Of Polarization Analysis by Full Projection on the Poincaré space). Cette méthode est basée sur la régression non linéaire du signal d'intensité détecté au cours de nombreuses projections polarimétriques du champ à analyser. L'intérêt de cette mesure est démontré pour la caractérisation polarimétrique en champs de speckle, notamment aux lieux de faible intensité. Les variations de polarisation des champs produits par différents régimes de diffusion sont caractérisées. Une étude est réalisée concernant les "vortex optiques", se formant aux lieux d'interférences destructives en champs de speckle, et dont la manifestation vectorielle est appelée singularité de polarisation. L'étude de ces singularités est d'intérêt pour des applications comme la compression d'information, les télécommunications, la métrologie ou la recherche instrumentale en astrophysique.

L'influence de divers paramètres sur la mesure polarimétrique a été étudiée, notamment les phénomènes de dépolarisation des champs dus au mode d'observation. Une nouvelle méthode d'analyse basée sur l'étude statistique de la phase polarimétrique est proposée, permettant de dissocier les contributions expérimentales des contributions intrinsèques à l'échantillon pour la mesure de dépolarisation, notamment concernant les échantillons de faible réflectance. La réponse polarimétrique d'échantillons de référence (Spectralons), souvent utilisés pour la calibration d'instruments optiques, a été étudiée.

Par comparaison avec les mesures expérimentales, un modèle de simulation de speckle subjectifs polarisés a été validé, pour différents régimes de diffusion, par l'introduction d'une décorrélation partielle entre les composantes orthogonales du champ électromagnétique. Le modèle a été utilisé pour étudier la dépolarisation spatiale. L'intensité dépolarisée par dépolarisation spatiale a été caractérisée en fonction des variations spatiales d'états de polarisation, et une limite de résolution pour la mesure de biréfringence, menant à une décorrélation des champs impliqués, est mise en évidence. Ensuite, par modélisation de singularités de polarisation, une nouvelle classification de vortex polarimétriques basée sur 6 morphologies élémentaires est proposée.

Finalement, une méthode de mesure par contraste de speckle dynamique polarisé a été optimisée pour l'application à la détection de la microvascularisation du mélanome. L'angiogenèse tumorale ayant lieu lors de la croissance de mélanomes murins a été étudiée, ainsi que la régression de la microvascularisation après traitement des tumeurs par électrochimiothérapie. Le potentiel de la technique pour la détection de la microvascularisation du mélanome humain, sans contact ni marqueur, reste à être caractérisé pour une utilisation en imagerie biomédicale.



## Imagerie polarimétrique de speckle statique pour l'étude de matériaux, et dynamique pour la détection de micro-vascularisation tumorale

Lors de la diffusion d'une onde électromagnétique sur une surface de rugosité aléatoire, un champ de speckle, dont les caractéristiques dépendent de la surface considérée, se forme. L'étude de la polarisation en champs de speckle donne accès à de nouvelles variables pour la caractérisation statistique de propriétés de matériaux.

Cependant, la mesure polarimétrique est délicate dans le cas d'échantillons de faible réflectance, ou aux lieux de faible intensité des champs de speckle. Par ailleurs, les propriétés dynamiques de l'échantillon peuvent être mesurées par une analyse de contraste du speckle qu'il diffuse. Ainsi, il est possible d'imager les variations temporelles de paramètres (par exemple de structure, pression ou composition) ayant lieux sous la surface d'un échantillon.

Les travaux présentés dans cette thèse portent sur l'étude polarimétrique de speckle statique pour la caractérisation de matériaux, puis en dernière partie une étude de speckle dynamique pour la détection de la microvascularisation du mélanome.

Afin de réaliser l'étude du speckle statique, une nouvelle méthode d'analyse polarimétrique est proposée, appelée SOPAFP (State Of Polarization Analysis by Full Projection on the Poincaré space). Cette méthode est basée sur la régression non linéaire du signal d'intensité détecté au cours de nombreuses projections polarimétriques du champ à analyser. L'intérêt de cette mesure est démontré pour la caractérisation polarimétrique en champs de speckle, notamment aux lieux de faible intensité. Les variations de polarisation des champs produits par différents régimes de diffusion sont caractérisées. Une étude est réalisée concernant les "vortex optiques", se formant aux lieux d'interférences destructives en champs de speckle, et dont la manifestation vectorielle est appelée singularité de polarisation. L'étude de ces singularités est d'intérêt pour des applications comme la compression d'information, les télécommunications, la métrologie ou la recherche instrumentale en astrophysique.

L'influence de divers paramètres sur la mesure polarimétrique a été étudiée, notamment les phénomènes de dépolarisation des champs dus au mode d'observation. Une nouvelle méthode d'analyse basée sur l'étude statistique de la phase polarimétrique est proposée, permettant de dissocier les contributions expérimentales des contributions intrinsèques à l'échantillon pour la mesure de dépolarisation, notamment concernant les échantillons de faible réflectance. La réponse polarimétrique d'échantillons de référence (Spectralons), souvent utilisés pour la calibration d'instruments optiques, a été étudiée.

Par comparaison avec les mesures expérimentales, un modèle de simulation de speckle subjectifs polarisés a été validé, pour différents régimes de diffusion, par l'introduction d'une décorrélation partielle entre les composantes orthogonales du champ électromagnétique. Le modèle a été utilisé pour étudier la dépolarisation spatiale. L'intensité dépolarisée par dépolarisation spatiale a été caractérisée en fonction des variations spatiales d'états de polarisation, et une limite de résolution pour la mesure de biréfringence, menant à une décorrélation des champs impliqués, est mise en évidence. Ensuite, par modélisation de singularités de polarisation, une nouvelle classification de vortex polarimétriques basée sur 6 morphologies élémentaires est proposée.

Finalement, une méthode de mesure par contraste de speckle dynamique polarisé a été optimisée pour l'application à la détection de la microvascularisation du mélanome. L'angiogenèse tumorale ayant lieu lors de la croissance de mélanomes murins a été étudiée, ainsi que la régression de la microvascularisation après traitement des tumeurs par électrochimiothérapie. Le potentiel de la technique pour la détection de la microvascularisation du mélanome humain, sans contact ni marqueur, reste à être caractérisé pour une utilisation en imagerie biomédicale.

**Mots-clés :** POLARIMETRIE ; IMAGERIE ACTIVE LASER ; IMAGERIE BIOMEDICALE ; SPECKLE

### Static speckle polarimetric imaging for material study, and dynamic for the detection of tumoral micro-vascularization

When an electromagnetic wave is scattered by a rough surface, a speckle field is formed, which characteristics are depending on the surface properties. Polarimetry of speckle fields leads to new variables for the characterization of material properties.

However, polarimetric measurement is challenging in the case of low reflectance samples, or at the places of low intensity in speckle fields. Besides, dynamical properties of samples can be measured by an analysis of the speckle patterns which are produced. Thus, it allows to image the temporal variations of samples parameters (structure, pressure, composition, ...) below the sample surface.

The framework of this thesis is about polarimetric imaging of static speckle for material characterizations, and dynamical speckle analysis for melanoma detection.

In order to perform the static speckle study, a new polarimetric measurement method is proposed, called SOPAFP (State Of Polarization Analysis by Full Projection on the Poincaré space). This method is based on the non linear regression of the intensity recorded during multiples polarimetric projections of the field to be analysed. Its polarimetric accuracy is demonstrated for the characterization of speckle fields, especially at places of low intensity. The optical vortices are studied, which form at places destructive interferences in speckle fields, and and which the vectorial counterpart is named polarization singularity. Studying these singularities is of interest for many applications, as data compression, telecommunication, metrology or intrumental research in astrophysics.

The impact of various parameters on polarimetric measurement is studied, as the depolarization effects due to fields imaging. A new analysis method based on statistics of the polarimetric phase is proposed, which allows to separate the experimental effects from the intrinsic part produced by the sample. The polarimetric characterization of standard samples (Spectralons) is performed.

By comparison with experimental measurements, a simulation method is validated, for various scattering regimes. The model is used to study the spatial depolarization. The dependancy of the depolarized intensity is characterized in function of the polarization map, which gives informations on polarimetric states variations at a sub pixel scale. Then, a new classification of polarization singularities is proposed, based on 6 elementary morphologies.

Finally, a method based on dynamical speckle contrast imaging is optimised for melanoma detection. The growing of microvascularization during murine melanoma developement is monitored, as well as its regression after a treatment by electrochemotherapy. The method potential for human melanoma detection has still to be characterized, for biomedical application.

**Keywords :** POLARIMETRY ; ACTIVE LASER IMAGING ; BIOMEDICAL IMAGING ; SPECKLE