



HAL
open science

Approches discrètes pour l'analyse d'images

Nicolas Passat

► **To cite this version:**

Nicolas Passat. Approches discrètes pour l'analyse d'images. Traitement des images [eess.IV]. Université de Strasbourg, 2011. <tel-01695449>

HAL Id: tel-01695449

<https://hal.science/tel-01695449v1>

Submitted on 29 Jan 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire HAL, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



HAL Authorization

MÉMOIRE

présenté à

l'Université de Strasbourg - École Doctorale n°269 (MSII)
Laboratoire des Sciences de l'Image, de l'Informatique et de la Télédétection
UMR 7005 CNRS/UdS

par

M. Nicolas PASSAT

en vue d'obtenir le diplôme d'

HABILITATION À DIRIGER DES RECHERCHES
DISCIPLINE : INFORMATIQUE

APPROCHES DISCRÈTES POUR L'ANALYSE D'IMAGES

soutenue publiquement le 18 octobre 2011
devant le jury composé de

M. Christian RONSE, Garant Scientifique,
Professeur des Universités, Université de Strasbourg

Mme Isabelle BLOCH, Rapportrice,
Professeur, École Nationale Supérieure des Télécommunications, Paris

M. Jacques-Olivier LACHAUD, Rapporteur,
Professeur des Universités, Université de Savoie

M. Grégoire MALANDAIN, Rapporteur,
Directeur de Recherche, INRIA, Sophia Antipolis

M. Jean SERRA, Examineur,
Professeur Émérite, École Supérieure d'Ingénieurs en Électronique et Électrotechnique, Paris

M. Pierre SOILLE, Examineur,
Principal Research Scientist, Joint Research Centre, European Commission, Ispra (Italie)

Pour mon fils.

Remerciements

Je tiens, en premier lieu, à remercier chaleureusement les membres du jury de m'avoir fait l'honneur d'accepter d'évaluer mes travaux.

En second lieu, je tiens à remercier tous les collègues et doctorants avec qui j'ai eu l'occasion de travailler (ou que j'ai simplement croisés au hasard d'une conférence ou d'une pause-café). Leur contact a été, et continue d'être, des plus enrichissants tant scientifiquement qu'humainement.

Enfin, merci à toutes celles et ceux qui m'ont soutenu (et supporté) quotidiennement tout au long de ces dernières années.

Table des matières

I	Préliminaires	1
1	Introduction	3
1.1	Contexte	3
1.2	Structure du manuscrit	4
2	Résumé des travaux	5
2.1	Chronologie	5
2.2	Démarche scientifique	6
2.3	Description thématique et contextuelle	8
2.4	Organisation de la description scientifique	10
3	Fondements : imagerie discrète	13
3.1	Image(s)	13
3.2	Notations	14
3.3	Imagerie discrète	15
3.4	Topologie discrète	16
3.5	Morphologie mathématique	18
II	Principaux travaux	19
4	Topologies continues et discrètes	21
4.1	Topologies : $\mathbb{Z}^n, \mathbb{F}^n, \mathbb{R}^n$	21
4.2	Transformations homotopiques et recalage d'images	25
4.3	Notion d'ensemble simple	27
4.4	Quelques caractérisations d'ensembles simples minimaux	29
5	Arbres de coupes et segmentation	33
5.1	Segmentation interactive par arbres de coupes	33
5.2	Hyperarbres de coupes : une extension à la connexité multi-échelle	35
6	Analyse d'images satellitaires	39
6.1	Segmentation par arbres de partitionnement binaire	40
6.2	Segmentation et classification hiérarchiques multi-résolutions	42
7	Analyse d'images médicales	45
7.1	Segmentation d'images angiographiques	45
7.2	Autres modalités d'images et structures anatomiques	48
III	Discussion	51
8	Bilan	53
8.1	Principaux résultats	53
8.2	Bilan des contributions	54

9 Perspectives	55
9.1 Quelques axes de recherche	55
9.2 Conclusion	57
IV Annexes	59
A Projets et collaborations	61
B Responsabilités scientifiques	63
C Responsabilités administratives	65
D Responsabilités et activités pédagogiques	67
E Encadrement doctoral	69
F Publications	71

Première partie

Préliminaires

Chapitre 1

Introduction

Le présent manuscrit est destiné à obtenir le diplôme d'Habilitation à Diriger des Recherches, délivré par l'Université de Strasbourg, dans la discipline Informatique. Il décrit des activités de recherche consécutives à l'obtention d'une thèse de Doctorat en Informatique, en septembre 2005. Ces activités portent essentiellement sur des approches discrètes pour l'analyse d'images, notamment en topologie discrète et morphologie mathématique, d'un point de vue théorique et méthodologique, mais également dans le cadre d'applications, en particulier en imageries médicale et satellitaire.

1.1 Contexte

Les activités considérées dans ce manuscrit débutent en octobre 2005, à la suite d'une thèse de Doctorat en Informatique soutenue à l'ULP¹, et réalisée au sein de deux laboratoires strasbourgeois : le LSIIT² et le LNV³.

Sur les six années de la période allant d'octobre 2005 à septembre 2011, la première période (octobre 2005–août 2006) a été consacrée à des recherches post-doctorales, notamment à Marne-la-Vallée, au sein de l'équipe A2SI⁴ de l'IGM⁵, dirigée par Gilles Bertrand.

La seconde période (septembre 2006–septembre 2011) a été consacrée à l'occupation d'un poste de Maître de Conférences en Informatique, rattaché à l'UFR Mathématique-Informatique de l'UdS¹, et au LSIIT, la recherche y ayant été menée dans le cadre de l'équipe MIV⁶, dirigée par Ernest Hirsch.

Cette équipe est constituée d'une trentaine de membres, dont environ une moitié de personnels permanents (essentiellement Professeurs et Maîtres de Conférences, majoritairement rattachés à l'UFR Mathématique-Informatique de l'UdS ou à l'ENSPS⁷). Elle est fédérée autour de problématiques de traitement et d'analyse d'images, et recouvre un large spectre thématique, tant d'un point de vue méthodologique (analyse statistique, géométrie discrète, morphologie mathématique) qu'applicatif (imagerie médicale, astronomie, métrologie, etc.).

Ce contexte riche, caractérisé par la présence de deux communautés différentes au sein de la même équipe (un tiers d'enseignants-chercheurs relevant de la 27^e section du CNU, pour deux tiers relevant de la 61^e section) m'a permis de développer des activités de recherche basées sur des compétences acquises lors de mes expériences doctorale (traitement d'images médicales, morphologie mathématique) et post-doctorale (topologie discrète), tout en étendant progressivement le spectre de ces activités.

Cette extension a notamment été favorisée par la présence, au sein du LSIIT, d'autres équipes de recherche

1. Université Louis-Pasteur (ou Université Strasbourg 1), devenue Université de Strasbourg (UdS) par la fusion des trois Universités strasbourgeoises, en janvier 2009.

2. Laboratoire des Sciences de l'Image, de l'Informatique et de la Télédétection, UMR 7005 CNRS/ULP, désormais UMR 7005 CNRS/UdS.

3. Laboratoire de Neuroimagerie in Vivo, UMR 7004 CNRS/ULP, correspondant désormais au LINC, Laboratoire d'Imagerie et Neurosciences Cognitives, UMR 7237 CNRS/UdS.

4. Algorithmique et Architecture des Systèmes Informatiques, désormais A3SI, Algorithmes, Architectures, Analyse et Synthèse d'Images.

5. Institut Gaspard-Monge UMR 8049 CNRS/Université de Marne-la-Vallée, désormais LIGM, Laboratoire d'Informatique Gaspard-Monge, UMR 8049 CNRS/Université Paris-Est.

6. Modèles, Image et Vision.

7. École Nationale Supérieure de Physique de Strasbourg.

traitant de problématiques liées à l'image (notamment les équipes BFO⁸ et IGG⁹). Elle l'a aussi été par l'existence de programmes mobilisateurs inter-laboratoires (par exemple, le programme IRMC¹⁰, coordonné par Michel de Mathelin) et par la mise en place et/ou la pérennisation de collaborations avec des laboratoires strasbourgeois (LINC, IRMA¹¹, LIVE¹²) ou situés sur d'autres sites universitaires (LIGM-A3SI, LORIA¹³, LMR¹⁴). Les travaux de recherche issus de ces collaborations ont, en particulier, été rendus possibles par le dynamisme et l'enthousiasme de nombreux collègues.

1.2 Structure du manuscrit

Ce manuscrit se compose de dix chapitres regroupés en trois parties. Outre le présent chapitre, la partie I contient deux chapitres. Le chapitre 2 synthétise les travaux menés, d'un point de vue chronologique, logistique et en termes de démarche scientifique. Le chapitre 3 présente brièvement les principales thématiques considérées dans le cadre des travaux présentés, à savoir l'imagerie discrète, la topologie discrète, et la morphologie mathématique. Il fournit également un ensemble de définitions et notions de bases permettant de rendre ce manuscrit globalement auto-inclus.

La partie II présente, d'un point de vue factuel, des résultats issus de travaux de recherche réalisés ou encadrés. Ces résultats sont répartis en cinq chapitres. Les deux premiers chapitres traitent essentiellement de topologie. Ainsi, le chapitre 4 étudie les liens entre les topologies continues et discrètes, tandis que le chapitre 4.2 s'intéresse à des notions liées aux transformations homotopiques. Le chapitre 5, traitant de morphologie mathématique, considère des approches par filtrage connexe pour la segmentation. Les deux derniers chapitres traitent de recherches plus applicatives. Ainsi, le chapitre 6 établit des liens entre techniques de segmentation et de classification dans le cadre de l'analyse d'images de télédétection. Le chapitre 7 considère quant à lui la problématique de l'analyse d'images médicales. Afin de permettre une mise en relation aisée entre les travaux décrits et les publications correspondantes, ces dernières sont citées, au cas par cas, en notes de bas de page (cette remarque est également valable pour les chapitres 2 et 9).

La partie III, composée de deux chapitres, vient conclure ce manuscrit. Le chapitre 8 dresse un bilan des travaux réalisés. Le chapitre 9 décrit des perspectives de recherche envisagées.

Des annexes, fournies en partie IV, complètent le manuscrit. Elles répertorient les projets de recherche subventionnés et les principales collaborations scientifiques (annexe A), les responsabilités scientifiques (annexe B), administratives (annexe C) et pédagogiques (annexe D) assumées, la liste des encadrements doctoraux réalisés (annexe E), ainsi que la liste des publications produites (annexe F).

8. Bioinformatique Théorique, Fouille de Données et Optimisation Stochastique, anciennement FDBT, Fouille de Données et Bioinformatique Théorique.

9. Informatique Géométrique et Graphique.

10. Imagerie et Robotique Médicale et Chirurgicale.

11. Institut de Recherche en Mathématique Avancée, UMR 7501 CNRS/UdS.

12. Laboratoire Image, Ville et Environnement, EA 4382 UdS, ERL 7230 CNRS.

13. Laboratoire Lorrain de Recherche en Informatique et ses Applications, UMR 7503 CNRS/INRIA/Universités Nancy 1 & 2/Institut National Polytechnique de Lorraine.

14. Laboratoire de Mathématiques de Reims, EA 4535 Université de Reims.

Chapitre 2

Résumé des travaux

Ce chapitre esquisse un panorama des travaux de recherche réalisés entre octobre 2005 et décembre 2010. Contrairement à la description, factuelle, des résultats obtenus durant la période 2006–2010, proposée en partie II, le but est ici de décrire des éléments plus contextuels, notamment relatifs à l’enchaînement chronologique des travaux, aux encadrements, et aux collaborations mises en place, ainsi que les choix et orientations scientifiques adoptés. Les travaux de recherche réalisés à partir de janvier 2011 sont, quant à eux, évoqués au chapitre 9.

2.1 Chronologie

Cette section décrit, de manière linéaire, les principaux événements en termes de recherche scientifique, entre les soutenance de thèses de Doctorat et d’Habilitation à Diriger des Recherches.

Année universitaire 2005/2006 Titulaire d’un poste d’Attaché Temporaire d’Enseignement et de Recherche à mi-temps à l’ULP, je réalise un séjour de recherche dans l’équipe A2SI de l’IGM, à Marne-la-Vallée. Cette période marque le début de deux collaborations pérennes, avec Michel Couprie, en topologie discrète, et avec Benoît Naegel, en morphologie mathématique. Elle correspond également à l’amorce d’activités de recherche théorique, mes travaux doctoraux ayant été, pour leur part, de nature essentiellement applicative.

Année universitaire 2006/2007 Titulaire d’un poste de Maître de Conférences en Informatique à l’ULP, je réintègre le LSIIT et l’équipe MIV. Le profil de recherche associé à ce poste étant essentiellement orienté vers l’analyse d’images médicales, je reprends (en parallèle de travaux engagés en topologie discrète et morphologie mathématique) mes activités de doctorat en analyse d’images angiographiques, *via* une collaboration sur la thèse de Bessem Bouraoui, dirigée par Christian Ronse et Joseph Baruthio. J’étends par ailleurs mes activités en analyse d’images médicales, par l’amorce d’une collaboration au sein de l’équipe MIV avec Vincent Noblet et Sylvain Faisan, sur des problématiques de déformation d’images par recalage. Je reprends également contact avec le LINC, en travaillant notamment sur la segmentation des tissus cérébraux, dans le cadre du stage de Master de Sanae Miri.

Année universitaire 2007/2008 J’entame une collaboration pérenne avec Hugues Talbot, *via* une participation aux travaux de thèse d’Olena Tankyevych, sur des problématiques de morphologie mathématique et de traitement d’images angiographiques. Dans le cadre d’activités déjà en cours, j’encadre les stages de Master de Loïc Mazo (topologie discrète), Benoît Caldairou (morphologie mathématique et traitement d’images angiographiques) et Loïc Willmann (détection de changements en imagerie cérébrale). Ce dernier stage me permet notamment d’initier une collaboration avec François Rousseau. Cette année marque également les prises de contact avec Pierre Gançarski (équipe FDBT du LSIIT), dans l’objectif de collaborer sur des problématiques de fouille de données en imagerie de télédétection, et avec Olivier Génévaux (équipe IGG du LSIIT) et Stéphanie Salmon (IRMA), dans l’objectif de collaborer sur des problématiques de simulation de flux sanguins dans des modèles vasculaires.

Année universitaire 2008/2009 J’entame l’encadrement de deux thèses de Doctorat. La première, réalisée par Loïc Mazo, porte sur un sujet de ma proposition (topologie discrète) et est dirigée en co-tutelle LSIIT/LIGM-A3SI par Christian Ronse et Michel Couprie. La seconde, réalisée par Benoît Caldairou et portant sur un sujet

proposé par François Rousseau, est aussi encadrée par ce dernier, et dirigée par Christian Heinrich. Durant cette année, j'encadre également les stages de Master d'Alice Dufour (traitement d'images médicales), Anne-Sophie Puthon (traitement d'images) et Camille Kurtz (analyse d'images de télédétection). Ce dernier stage concrétise le début d'une collaboration pérenne avec Pierre Gançarski, et l'ouverture à de nouveaux champs méthodologique (classification) et applicatif (imagerie satellitaire).

Année universitaire 2009/2010 J'entame l'encadrement de deux autres thèses de Doctorat. La première, réalisée par Alice Dufour, porte sur un sujet de ma proposition (analyse d'images médicales) et est dirigée en co-tutelle LSIT/LINC par Christian Ronse et Joseph Baruthio. La seconde, réalisée par Camille Kurtz, porte sur un sujet proposé par Pierre Gançarski et moi-même (morphologie mathématique et classification appliquées à la télédétection), et est dirigée par celui-ci. Durant cette année, j'encadre également le stage de Céline Caldini (simulation de fluides), qui concrétise une activité de recherche effective sur les problématiques de simulation de flux sanguins, en collaboration avec Olivier Génévaux et Stéphanie Salmon. Cette amorce est confortée par l'obtention, dans les mois suivants, d'un Projet Exploratoire Pluridisciplinaire (PEPS) INS2I. Enfin, deux participations à des projets ANR viennent asseoir, pour la première, mes activités de recherche théorique et méthodologique en morphologie mathématique et topologie discrète, et pour la seconde, mes activités de recherche en analyse d'images de télédétection.

Année universitaire 2010/2011 Cette dernière année universitaire marque un ralentissement de mes activités de recherche, d'une part du fait de la prise en charge, à partir de mai 2010, d'un Master, et d'autre part du fait de la préparation de l'Habilitation à Diriger des Recherches. L'essentiel des activités de recherche de cette année porte notamment sur le suivi des quatre thèses encore en cours, le montage de projets ainsi que l'établissement de nouvelles collaborations. Des détails sur les activités durant cette période sont fournis en partie III.

2.2 Démarche scientifique

Les activités de recherche sont souvent guidées, ou tout du moins orientées, par des éléments non totalement maîtrisables (contraintes financières, politiques scientifiques, compétences locales, etc.). Dans la mesure du possible, une démarche scientifique guidée par les quelques lignes directrices décrites ci-après, a néanmoins été adoptée.

Recherche personnelle, encadrement doctoral

L'un des principaux objectifs a consisté à établir un équilibre raisonnable entre recherche personnelle et encadrement doctoral. Le terme « recherche personnelle » désigne ici une recherche n'impliquant pas (et, *a fortiori*, ne reposant pas sur) des doctorants ou des stagiaires. Cette recherche a visé des activités de moyenne et longue durées, sur des sujets souvent « risqués » (c'est-à-dire sans réelle garantie de résultat), difficilement traitables à l'échelle d'une thèse de Doctorat. La liberté scientifique autorisée par de telles activités (en particulier non nécessairement soumises à des contraintes financières) a parfois permis de dégager des axes de recherche originaux, susceptibles de servir de fil conducteur à des travaux d'encadrement doctoral. Cette recherche a essentiellement porté sur des activités théoriques et méthodologiques en morphologie mathématique et en topologie discrète. Dans la suite de ce manuscrit, elle est divisée en « travaux propres » et « travaux collaboratifs ». Les travaux propres caractérisent les activités personnellement initiées, tandis que les travaux collaboratifs caractérisent celles menées sous la conduite d'un collaborateur. Les travaux propres se sont essentiellement déroulés en collaboration avec Benoît Naegel (arbres de coupes) et Michel Couprie (ensembles simples). Les travaux collaboratifs se sont essentiellement déroulés en partenariat avec Sylvain Faisan et Vincent Noblet (déformation d'images par recalage) et Benoît Naegel et Christian Ronse (transformée en tout-ou-rien à niveaux de gris).

Le terme « encadrement doctoral » regroupe évidemment les encadrements de thèse de Doctorat et de stages de Master. Par abus de langage, y sont également incluses les collaborations sur des travaux de doctorants, hors d'un contexte d'encadrement. Hormis quelques exceptions (travaux de Loïc Mazo et de Hoai Diem Phuc Ngo), les activités d'encadrement doctoral ont porté sur des problématiques de recherche applicative, et parfois méthodologique, généralement en analyse et traitement d'images médicales ou de télédétection. Outre les collaborations sur trois thèses de doctorat (Bessem Bouraoui, Olena Tankyevych et Hoai Diem Phuc Ngo), quatre thèses de Doctorat (Loïc Mazo, Benoît Caldairou, Camille Kurtz et Alice Dufour) et dix stages de Master ont été (ou sont encore actuellement) encadrés.

La répartition entre recherche personnelle et encadrement doctoral a, logiquement, évolué durant la période 2005/2011. Presque exclusive jusqu'en 2007, la recherche personnelle a progressivement diminué jusqu'en 2010, au profit d'activités d'encadrement, dans un premier temps majoritairement de stages de Master, puis de thèses de Doctorat. Cette répartition s'est finalement stabilisée, avec pour objectif de conserver désormais une activité de recherche personnelle significative, nécessaire à la préservation et à la mise à jour des compétences dans les domaines de recherche considérés.

Théorie, méthodologie, applications

Un second équilibre, cette fois entre activités théoriques, méthodologiques et applicatives, a également été recherché. Les travaux réalisés durant ma thèse de Doctorat ayant été de nature essentiellement applicative, la période immédiatement consécutive a été consacrée au développement d'activités théoriques en topologie discrète et, dans une moindre mesure, en morphologie mathématique. Par le biais d'encadrements et de collaborations, les trois types de recherches ont ensuite évolué progressivement pour aboutir à une répartition actuellement globalement équilibrée.

Bien que les recherches théorique et applicative présentent des spécificités assez différentes, voire antagonistes, leur cohabitation (éventuellement interfacée par des éléments de recherche méthodologique) semble souhaitable, à défaut d'être aisée. La forte sollicitation applicative, notamment induite par des collaborations pluridisciplinaires risquant, en permanence, de provoquer un glissement de la recherche vers l'ingénierie, le maintien d'une activité de recherche théorique et méthodologique active tend à favoriser la poursuite du développement d'applications réellement originales. À titre d'exemple, la mise à profit de travaux en filtrage connexe et en déformation par recalage d'images, dans le cadre d'applications en imagerie médicale, illustrent notamment cette philosophie (voir la description de ces travaux en partie II).

Si une recherche applicative tire avantageusement parti d'une recherche théorique solide, la réciproque est également vraie. Il est possible de mener une recherche théorique fructueuse indépendamment de toute considération applicative. Il est même certainement souhaitable qu'au moins une partie de la recherche théorique se fasse ainsi « en aveugle », afin d'assurer la découverte de nouvelles pistes de recherche méthodologique et applicative, non biaisées par des objectifs à court terme et potentiellement étroits. Il est néanmoins également crucial qu'une autre partie de cette recherche théorique soit non forcément guidée, mais au moins induite, par des considérations applicatives, afin d'éviter d'aboutir à des domaines de recherche sclérosés par leur déconnexion de toute réalité, tant scientifique que technologique. L'essentiel des travaux théoriques décrits dans ce manuscrit a ainsi été mené dans cet esprit, par exemple pour tenter de lever des verrous méthodologiques, ou bien encore pour valider des approches méthodologiques ou applicatives existantes.

Ouverture, pluridisciplinarité

Des collaborations avec des Laboratoires d'Informatique actifs dans les domaines de l'imagerie discrète ont été établies, principalement avec le LORIA (Benoît Naegel) et le LIGM (Michel Couprie, Hugues Talbot, Yukiko Kenmochi). Néanmoins, les dimensions relativement restreintes de la communauté liée à l'imagerie discrète, par rapport à celle plus généralement liée à l'analyse d'images, ainsi qu'aux communautés « utilisatrices » d'images, argumentent en faveur d'une ouverture de l'imagerie discrète vers toutes ces dernières.

Au sein même du LSIT, des collaborations ont ainsi été initiées, d'une part, avec des chercheurs de l'équipe MIV (Sylvain Faisan, Vincent Noblet, François Rousseau) travaillant sur des thématiques « non discrètes » et, d'autre part, avec des membres d'autres équipes (Olivier Gènevaux, IGG ; Pierre Gañçarski, BFO), permettant en particulier une ouverture vers des problématiques de classification, d'optimisation, ou encore de simulation.

Sur la base (ou en marge) de ces collaborations intra-laboratoire, des contacts ont été établis avec des chercheurs de communautés diverses : Mathématiques (Stéphanie Salmon, LMR ; Marcela Szopos, IRMA), Géographie (Anne Puissant, LIVE), Physique (Daniel Gounot, LINC), Médecine (Mariano Musacchio, Hôpital de Colmar). Cette volonté d'ouverture pluridisciplinaire s'est notamment traduite par un investissement dans le montage de projets de recherche pluridisciplinaire.

Au demeurant, cette ouverture s'est également manifestée en termes d'activités d'enseignement, par la réalisation de cours d'Informatique, voire de Mathématiques, auprès de plusieurs composantes, notamment en Sciences de la Vie, Physique, Chimie, Économie et Gestion, Géographie et Aménagement, etc. Sur un plan géographique, elle s'est enfin traduite par la mise en place de relations avec des Universités et Écoles extra-régionales, notamment dans le cadre du recrutement de stagiaires. Cinq stagiaires de Master et plusieurs stagiaires ingénieurs ont ainsi été recrutés dans des Universités et Écoles de Lyon, Grenoble, Saint-Étienne, Reims, etc.

2.3 Description thématique et contextuelle

Dans cette section, une description des travaux menés est proposée. Divisée sur la base de critères thématiques, elle est essentiellement relative au contexte des travaux (cadre, motivations, collaborations, projets, encadrements).

Morphologie mathématique

Dans le cadre de mes travaux de thèse de Doctorat, dédiés à l'analyse d'images angiographiques, les thèmes de morphologie mathématique considérés (ligne de partage des eaux, transformée en tout-ou-rien à niveaux de gris) avaient été abordés sous un angle essentiellement applicatif.

À la fin de l'année 2005, dans l'optique de traiter de tels thèmes sous un angle plus théorique, j'ai collaboré avec Christian Ronse et Benoît Naegel (sur la proposition de ce dernier) à des travaux d'unification des différents concepts de transformée en tout-ou-rien à niveaux de gris. L'objectif était notamment de faire le bilan des formulations proposées dans la littérature, et de démontrer leur interprétabilité en tant que déclinaisons d'une seule et unique formulation.

Après une interruption d'un an, en 2006, cette première collaboration avec Benoît Naegel (alors en poste à l'École d'Ingénieurs de Genève) s'est poursuivie en morphologie mathématique, mais cette fois sur le thème du filtrage connexe, et plus spécifiquement sur celui des arbres de coupes. Dans un premier temps, l'objectif a visé à développer une méthode de segmentation semi-automatique basée sur des attributs vectoriels. Des résultats encourageants obtenus en 2007 dans le cas des images 2D, nous ont ainsi amenés à prolonger les développements méthodologiques dans le cas, plus complexe, des images 3D, où un recours à des techniques multi-résolution et d'apprentissage devenait impératif afin de gérer tant la dimension des données que leur complexité sémantique. Ces travaux ont été menés en 2008, dans le cadre du stage de Master de Benoît Caldirou. Les approches automatiques ayant démontré certaines limites à ce stade, la problématique de la segmentation interactive a alors été considérée à partir de 2009, aboutissant, en 2010, à la proposition d'une méthode de segmentation interactive à base d'exemples et, en 2011, à une extension de cette méthode, par le biais d'une structure de données hybride (hyperarbres de coupes) fusionnant plusieurs arbres de coupes dans un schéma de connexité multi-échelle.

Topologie discrète

En 2003, durant les premiers développements relatifs à mes travaux de thèse de Doctorat, des expérimentations sur les méthodes de squelettisation homotopique ont mis en évidence l'existence d'« artefacts » topologiques dans les résultats obtenus. Il s'est avéré que l'existence de tels artefacts était, en particulier, potentiellement inhérente à l'utilisation de la notion de point simple.

Par manque de temps, cette problématique, non directement liée à mon sujet de thèse, était restée en sommeil. En 2006, ayant accepté la proposition d'un séjour de recherche dans l'équipe A2SI de l'IGM, j'ai eu la possibilité de m'intéresser de nouveau à cette question. La notion seule de point simple s'avérant algorithmiquement insuffisante dans le cadre des transformations homotopiques, je me suis donc intéressé, avec Michel Couprie et avec le soutien de Gilles Bertrand, à une notion plus générale d'ensemble simple. Cette thématique, qui m'a amené à considérer des modèles de topologie discrète plus riches que la seule topologie digitale, et notamment les complexes cubiques abstraits, a abouti, en 2006, à de premiers travaux sur les paires simples minimales. Revenu à Strasbourg en 2007, j'ai pendant quelques temps continué à travailler seul sur le thème des ensembles simples. En 2008, ayant obtenu quelques résultats probants, j'ai relancé la collaboration sur ce sujet avec Michel Couprie, notamment sur la question des ensembles simples dans les complexes de dimension 2. Parallèlement, j'ai encadré le stage de Master de Loïc Mazo, sur un point précis de cette problématique.

Ce stage s'étant particulièrement bien déroulé, j'ai proposé à Loïc Mazo de poursuivre des travaux en topologie dans le cadre d'une thèse de Doctorat. Le sujet des ensembles simples ayant déjà été assez substantiellement traité, je l'ai invité à se pencher sur deux problématiques importantes qui m'avaient semblé peu considérées jusqu'alors, à savoir les liens entre notions de topologies continue et discrète/digitale, d'une part, et la topologie dans les images non binaires, d'autre part. Cette thèse s'intégrant dans un partenariat établi entre Strasbourg et Marne-la-Vallée, a été placée sous la direction de Christian Ronse et Michel Couprie, me permettant de continuer ma collaboration avec ce dernier. Les premiers résultats de ces travaux de thèse, en l'occurrence ceux relatifs aux liens continus/discrets sont décrits dans ce manuscrit. Les seconds travaux, encore en cours au moment de sa rédaction seront évoqués au chapitre 9.

Ces thématiques en topologie, tout comme celles relatives à la morphologie mathématique, sont actuellement intégrées dans un projet ANR porté par le LSIIT, initié sous sa première forme en 2009 et lancé fin 2010.

Approches hybrides (discrètes et non discrètes)

Les travaux évoqués précédemment se caractérisent par leur aspect majoritairement théorique, ainsi que par leur orientation purement discrète (morphologique ou topologique). Plusieurs autres travaux ont, pour leur part, eu pour objectif de croiser ces approches discrètes avec d'autres concepts méthodologiques de traitement et d'analyse d'images.

Les premiers travaux de ce type ont été initiés en 2007, avec Sylvain Faisan et Vincent Noblet. Constatant que les méthodes de recalage (notamment non rigide) d'images 3D visaient à générer des champs de déformation continus préservant la topologie sur les supports des images considérées, mais que cette préservation topologique était ensuite perdue lors de l'application de ces champs sur des images digitales, des travaux méthodologiques ont été menés afin de permettre une meilleure synergie entre ces deux types de topologies dans les problématiques de recalage. Les résultats obtenus, qui ont fourni une méthode de déformation efficace, sont d'autant plus intéressants que cette problématique, alliant notamment optimisation et topologie digitale, reste quasi inexplorée. Ce sujet, laissé en sommeil depuis quelques années, est actuellement repris sous un angle différent et par le biais de nouvelles collaborations, discutées au chapitre 9.

En morphologie mathématique, une seconde collaboration a été établie en 2008, à l'initiative d'Hugues Talbot. Dans le cadre de la thèse de Doctorat d'Olena Tankyevych, l'objectif a notamment consisté à associer des approches d'analyse différentielle et de morphologie mathématique afin de traiter de manière efficace les problématiques de filtrage et de reconnexion de vaisseaux dans les images angiographiques 3D. Si les approches différentielles avaient déjà été couplées à de nombreuses autres techniques, leur interfaçage avec la morphologie mathématique a constitué une nouveauté, d'autant plus fructueuse qu'elle a requis l'implication de concepts de morphologie spatialement variante, généralement assez peu considérés malgré leur potentiel.

Enfin, également à partir de 2008, plusieurs travaux ont été initiés afin de faire collaborer des approches à base de classification avec des techniques de morphologie mathématique ou de topologie discrète. Parmi ces travaux, les plus aboutis à ce jour sont ceux réalisés en collaboration avec Pierre Gançarski, notamment dans le cadre du stage de Master puis de la thèse de Doctorat de Camille Kurtz. Le but y a été de mettre en relation des méthodes de segmentation, notamment par des approches de filtrage connexe, et des méthodes de classification, dans des objectifs divers tels que la discrimination sémantique de segments ou encore la reproduction de profils de segmentation dans des classes données. Ces travaux ont mis en évidence la forte complémentarité de ces approches, en particulier dans le cadre de techniques visant à traiter des images à divers niveaux de résolution. Dans une moindre mesure, et par le biais d'autres travaux, les approches par classification ont aussi été interfacées avec des approches topologiques. Ainsi, en collaboration avec François Rousseau, et dans le cadre de la thèse de Doctorat de Benoît Caldaïrou, l'utilisation de modèles topologiques évoluant sous la contrainte de mécanismes de classification, a permis de tirer parti d'informations de natures différentes, radiométriques ou structurelles, naturellement interprétables en termes d'attache aux données et de régularisation. Ces travaux, liés à la classification, se sont intégrés, pour les premiers, dans le cadre d'un projet ANR initié sous sa première forme en 2010 et lancé en 2011, et pour les seconds, dans le cadre d'un projet européen porté par le LSIT, déjà en cours au moment de la collaboration.

Applications à l'imagerie

Durant mes travaux de thèse de Doctorat, les seules applications considérées avaient porté sur l'imagerie angiographique 3D. Afin de capitaliser cette expérience acquise, une implication presque continue a été conservée dans ce domaine. Ainsi, entre 2006 et 2009, j'ai collaboré aux travaux de thèse de Doctorat de Bessem Bouraoui, m'intéressant alors aux données cardiovasculaires. Par ailleurs, entre 2007 et 2010, un retour sur l'angiographie cérébrale a été réalisé, *via* les travaux de stage de Master de Benoît Caldaïrou et les travaux de thèse de Doctorat d'Olena Tankyevych, m'amenant notamment à développer une collaboration avec le service de neuroradiologie de l'Hôpital de Colmar. Dans le prolongement de ces travaux, la thèse de Doctorat d'Alice Dufour, débutée en 2009 s'est également intéressée à l'imagerie angiographique cérébrale, non plus seulement sur des problématiques de segmentation, mais également de génération de modèles vasculaires, reprenant un sujet resté en sommeil depuis la fin de ma thèse de Doctorat, en 2005. Des détails supplémentaires sur ce thème sont fournis au chapitre 9.

À partir de 2007, un élargissement à des types d'imageries médicales plus variés a néanmoins été engagé. Le principal investissement a été réalisé en imagerie cérébrale (morphologique). Après avoir considéré, en 2007, des problématiques de segmentation d'IRM cérébrales dans le cadre du stage de Master de Sanae Miri, puis, en 2008, de suivi d'évolution de tumeurs cérébrales dans des données IRM multimodales, dans le cadre du stage de Master de Loïc Willmann, la collaboration engagée avec François Rousseau m'a amené à considérer la segmentation d'images d'IRM cérébrales fœtales. De manière plus marginale, d'autres types d'imageries médicales, voire

biomédicales, ont également été considérés, notamment l'imagerie crânienne en scanner X, avec Sylvain Faisan et Vincent Noblet, ou l'imagerie dermatologique, avec Benoît Naegel.

Une ouverture à d'autres formes d'imageries a par ailleurs été amorcée à partir de 2009. La plus notable a été réalisée en imagerie satellitaire, dans le cadre d'une collaboration avec l'équipe FDBT et Pierre Gançarski, par le biais des travaux de stage de Master et de thèse de Doctorat de Camille Kurtz. Ces travaux, initialement dédiés à l'analyse des milieux urbains, sont actuellement en phase d'extension à d'autres champs thématiques, notamment relatifs à l'érosion des sols. Au demeurant, plusieurs nouveaux types d'imageries sont actuellement à l'étude (imagerie biologique, imagerie thermique, etc.).

2.4 Organisation de la description scientifique (partie II)

La partie II de ce manuscrit décrit les principaux résultats relatifs aux travaux réalisés entre janvier 2006 et décembre 2010. La description qui en est faite est relativement condensée (30 pages, résumant 5 années de recherche à mi-temps). Ce choix vise à permettre, par une lecture rapide et essentiellement dédiée à des lecteurs déjà familiers des domaines traités, de disposer d'une vision d'ensemble des travaux et des thématiques considérés. Dans cette optique, les éléments d'état de l'art sont réduits aux principales références permettant le positionnement des travaux dans leur contexte. De la même manière, les justifications des choix et orientations considérés sont généralement restreints. Les preuves (pour les parties théoriques) et expérimentations/validations (pour les parties applicatives) ont également été omises. On notera enfin que les conclusions et perspectives des travaux décrits en partie II sont reportées aux chapitres 8 et 9 de la partie III.

Répartition des travaux décrits dans la partie II

Les chapitres 4 à 7 portent sur les principaux travaux réalisés durant la période considérée. Ils s'organisent suivant un découpage thématique, traitant (à quelques exceptions près) des travaux théoriques (topologie discrète), puis méthodologiques (morphologie mathématique), et enfin applicatifs (analyse d'images). Si un ordre chronologique est parfois localement respecté au sein des chapitres, la chronologie globale ne l'est pas à l'échelle de la partie. La répartition des travaux décrits dans chaque chapitre est la suivante.

- Chapitre 4
 - Thèse de Doctorat de Loïc Mazo (première partie : 2008–2010) : section 4.1, pages 21–24.
 - Travaux collaboratifs, avec Sylvain Faisan et Vincent Noblet (2007–2008) : section 4.2, pages 25–26.
- Chapitre 4.2
 - Travaux propres, avec Michel Couprie, Gilles Bertrand et Loïc Mazo (2008–2010) : section 4.3, pages 27–29.
 - Stage de Master de Loïc Mazo (2008) : section 4.4, pages 30–31.
 - Travaux propres, avec Michel Couprie et Gilles Bertrand (2006) : section 4.4, pages 31–32.
- Chapitre 5
 - Travaux propres, avec Benoît Naegel (2008–2010) : pages 33–38.
- Chapitre 6
 - Stage de Master (2009) et thèse de Doctorat de Camille Kurtz (première partie : 2009–2010) : pages 39–44.
- Chapitre 7
 - Thèse de Doctorat de Bessem Bouraoui (2006–2009) : section 7.1, pages 45–46.
 - Thèse de Doctorat d'Olena Tankyevych (2007–2010) : section 7.1, pages 46–47.
 - Thèse de Doctorat d'Alice Dufour (première partie : 2009–2010) : section 7.1, pages 47–48.
 - Travaux collaboratifs, avec Sylvain Faisan et Vincent Noblet (2007–2008) : section 7.2, pages 48–49.
 - Thèse de Doctorat de Benoît Caldaïrou (2008–2010) : section 7.2, pages 49–50.

Travaux non décrits

Les travaux réalisés avant 2006 ne sont pas décrits, ces travaux correspondant soit à la période d'études doctorales (avant octobre 2005), soit à une période immédiatement consécutive à l'obtention du Doctorat (octobre à décembre 2005). Les travaux réalisés durant cette période sont les suivants.

- Travaux de DEA¹⁵ (2002).
- Travaux de Doctorat^{16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24} (2002–2005).
- Stage de Master de Dini Chillet²⁵ (2004).
- Travaux collaboratifs (liés aux travaux de thèse), avec Benoît Naegel et Christian Ronse^{26, 27, 28} (2005).
- Travaux collaboratifs (non liés aux travaux de thèse), avec Benoît Naegel et Christian Ronse²⁹ (2005).

Par ailleurs, certains travaux réalisés durant la période 2006–2010, mais de moindre importance, sont évoqués en partie II sans être significativement décrits. Ces travaux sont les suivants.

- Stage de Master de Sanae Miri (2007) : page 50.
- Stage de Master de Benoît Caldaïrou (2008) : page 48.

Enfin, les travaux énumérés ci-après ne sont pas considérés, n’ayant pas fourni de résultats directement exploitables.

- Stage de Master de Loïc Willmann (2008).
- Stage de Master d’Anne-Sophie Puthon (2009).

Travaux non décrits dans la partie II mais discutés dans la partie III

Finalement, les travaux récents, réalisés en 2011 ou insuffisamment avancés à la fin de l’année 2010, sont discutés en tant que perspectives de recherche dans le chapitre 9 de la partie III. Ces travaux sont les suivants.

- Stage de Master d’Alice Dufour (2009).
- Travaux propres, avec Benoît Naegel (2009–2011).
- Thèse de Doctorat de Loïc Mazo (seconde partie : 2010–2011).
- Thèse de Doctorat de Hoai Diem Phuc Ngo (première partie : 2010–2011).
- Stage de Master de Céline Caldini (2010).
- Stage de Master d’Olivia Miraucourt (2011).

15. D. Boltcheva *et al.* Automatic anatomical segmentation of the liver by separation planes. *Medical Imaging: Visualization, Image-Guided Procedures, and Display 2006*. SPIE Proceedings, Vol. 6141, pp. 298–309.

16. N. Passat *et al.* Atlas-based method for segmentation of cerebral vascular trees from phase-contrast magnetic resonance angiography. *Medical Imaging: Image Processing 2004*. SPIE Proceedings, Vol. 5370, pp. 420–431.

17. N. Passat *et al.* Automatic parameterization of grey-level hit-or-miss operators for brain vessel segmentation. *ICASSP 2005*. Vol. 2, pp. 737–740.

18. N. Passat *et al.* Using watershed and multimodal data for vessel segmentation: Application to the superior sagittal sinus. *ISMM 2005. Computational Imaging and Vision*, Vol. 30, pp. 419–428.

19. N. Passat *et al.* Cerebral vascular atlas generation for anatomical knowledge modeling and segmentation purpose. *CVPR 2005*. Vol. 2, pp. 331–337.

20. N. Passat *et al.* Using multimodal MR data for segmentation and topology recovery of the cerebral superficial venous tree. *ISVC 2005. LNCS*, Vol. 3804, pp. 60–67.

21. N. Passat *et al.* Region-growing segmentation of brain vessels: An atlas-based automatic approach. *Journal of Magnetic Resonance Imaging*, 21(6):715–725 (2005).

22. N. Passat *et al.* Magnetic resonance angiography: From anatomical knowledge modeling to vessel segmentation. *Medical Image Analysis*, 10(2):259–274 (2006).

23. N. Passat *et al.* Watershed and multimodal data for vessel segmentation: Application to the superior sagittal sinus. *Image and Vision Computing*, 25(4):512–521 (2007).

24. N. Passat. Mon cerveau ce réseau. Voir l’invisible (J.-P. Gex/ECRIN, Eds.), pp. 114–115. Omniscience, 2007.

25. D. Chillet *et al.* Thickness estimation of discrete tree-like tubular objects: Application to vessel quantification. *SCIA 2005. LNCS*, Vol. 3540, pp. 263–271

26. B. Naegel *et al.* Grey-level hit-or-miss transforms–Part II: Application to angiographic image processing. *Pattern Recognition*, 40(2):648–658 (2007).

27. B. Naegel *et al.* Segmentation d’images angiographiques 3D. *Morphologie mathématique 2 : estimation, choix et mise en œuvre* (H. Talbot, L. Najman, Eds.), Ch. 9, pp. 199–206. Hermès, 2010.

28. B. Naegel *et al.* 3D angiographic image segmentation. *Mathematical morphology: from theory to applications* (L. Najman, H. Talbot, Eds.), Ch. 15, pp. 375–383. ISTE/J. Wiley & Sons, 2010.

29. B. Naegel *et al.* Grey-level hit-or-miss transforms–Part I: Unified theory. *Pattern Recognition*, 40(2):635–647 (2007).

Chapitre 3

Fondements : imagerie discrète

L'objectif de ce chapitre est double. Il vise, d'une part, à placer les travaux décrits dans leur contexte scientifique, à savoir celui de l'imagerie en général et de l'imagerie discrète en particulier. À ce titre, des descriptions des domaines considérés (imagerie discrète, topologie discrète et morphologie mathématique) sont proposées. Ces descriptions sont brèves, le but n'étant pas de réécrire ce qui a déjà été proposé dans plusieurs ouvrages et articles d'état de l'art. Elles sont, pour les mêmes raisons, partielles, se restreignant notamment aux concepts requis pour une bonne compréhension du manuscrit. Sur un plan plus technique, ce chapitre vise, d'autre part, à définir les différentes notations utilisées dans la partie II, ainsi que quelques définitions et propriétés de base sur lesquelles s'appuient les travaux qui y sont présentés.

3.1 Image(s)

La notion d'image est polysémique à différents titres. D'un point de vue physique, une image traduit la représentation spatiale d'une grandeur donnée (l'intensité d'un rayonnement électromagnétique, d'une onde mécanique, etc.). En théorie, une telle image peut être infinie, tant en ce qui concerne son support, c'est-à-dire l'espace sur lequel elle s'appuie, que sur ses valeurs, c'est-à-dire l'espace sur lequel la grandeur physique est considérée. Toujours en théorie, son support et son espace de valeurs peuvent également être continus. Plus prosaïquement, une telle image s'interpréterait, par exemple, assez naturellement comme une fonction $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^k$ pour des valeurs n et k adéquates. En pratique, une image (telle que nous la concevons généralement) existe non pas en tant que telle, mais au travers de mécanismes de perception, que ces mécanismes soient biologiques ou artificiels. Dans les faits, l'image n'est alors plus la « réalité », mais ce que nous percevons de celle-ci. Cette image devient en particulier finie, les mécanismes de perception l'étant également. Elle devient aussi discrète. Cette perte de la continuité, notamment spatiale, est inhérente au nombre fini de capteurs impliqués dans les mécanismes d'acquisition. Par ailleurs, lorsque les capteurs considérés sont artificiels, l'image devient souvent digitale, au sens où elle s'organise spatialement suivant un schéma de structuration cartésien. L'image que nous assimilons initialement à $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^k$ s'apparente alors désormais à $f : \mathbb{Z}^n \rightarrow \mathbb{Z}^k$, ou plus précisément $f : E \rightarrow V$ où $E \subset \mathbb{Z}^n$ et $V \subset \mathbb{Z}^k$.

D'un point de vue cognitif, l'image cesse d'être un objet physique pour devenir une interprétation de la réalité (qui n'a, au demeurant, plus nécessairement besoin de s'appuyer sur une réalité physique sous-jacente). L'image se compose alors d'éléments de différents niveaux sémantiques : formes, objets, scènes, etc. C'est à l'interface entre ces points de vue physique et cognitif que se positionne la notion d'analyse d'images. Dans le domaine du vivant, et en particulier chez l'homme, le système psychovisuel assure ce travail visant à associer une sémantique à des images perçues. Les mécanismes d'une telle activité sont complexes, mais reposent néanmoins sur un certain nombre de tâches notamment relatives à la délimitation d'objets homogènes (segmentation), à la caractérisation de formes (morphologie), à l'estimation de mesures sur ces dernières (géométrie) ou encore à leur caractérisation structurelle (topologie).

À l'instar du système psychovisuel humain, la branche de l'Informatique traitant de l'analyse d'images vise ainsi à établir des liens entre une image au sens physique du terme et la charge sémantique qui lui est associée. Si les applications de l'analyse d'images sont nombreuses, les défis sont pour leur part multiples. Tout comme les images perçues par le vivant, les images traitées informatiquement sont finies et discrètes. Elles sont au demeurant souvent digitales, s'exprimant, sur une grille cartésienne, sous la forme $f : E \rightarrow V$ énoncée précédemment. Malgré cette nature discrète, la réalité sous-jacente qu'elles expriment est continue (à l'échelle où elles peuvent

être considérées). Là où l'homme établit inconsciemment des passerelles mentales entre les images discrètes qu'il génère et la représentation continue qu'il en établit et sur laquelle il raisonne en général, notamment en termes de géométrie, de topologie, etc., l'Informatique se trouve dans l'obligation d'explicitier ce passage entre deux modèles, et surtout de développer des concepts manipulables dans un paradigme discret, mais néanmoins cohérents dans un paradigme continu, et en particulier compatibles avec les concepts qui y sont d'ores et déjà établis. C'est à ce stade que les approches discrètes de l'analyse d'images (topologie discrète, morphologie mathématique, géométrie discrète) révèlent notamment leur sens et leur intérêt.

3.2 Notations

Cette section introduit quelques notations d'ordre général employées dans la suite du manuscrit et notamment en partie II.

Ensembles Les notations usuelles sur les ensembles sont utilisées. Le symbole \subseteq (resp. \subset) traduit l'inclusion au sens large (resp. au sens strict). Le cardinal d'un ensemble X est noté $|X|$; l'ensemble de ses parties est noté 2^X .

Les symboles \mathbb{N} , \mathbb{Z} et \mathbb{R} représentent les entiers naturels, les entiers relatifs et les réels (le symbole \mathbb{F} sera également employé pour les complexes cubiques abstraits). Une distinction est réalisée entre les intervalles continus (sur \mathbb{R}), notés sous la forme $[\cdot, \cdot]$, et les intervalles discrets (sur \mathbb{N} , \mathbb{Z}), notés sous la forme $[[\cdot, \cdot]]$. Le symbole $\widetilde{\cdot}$ établit une mise en relation entre un ensemble discret et son « analogue » continu : pour $X \subseteq \mathbb{Z}^n$ et $\widetilde{X} \subseteq \mathbb{R}^n$ on a $X = \widetilde{X} \cap \mathbb{Z}^n$.

Par abus de langage, le terme « distance » est souvent employé dans une acception plus large que ne l'impose sa définition classique sur un ensemble. Ainsi la propriété d'inégalité triangulaire est, entre autres, généralement omise. Par ailleurs, des distances sont aussi définies sur des couples d'ensembles hétérogènes.

Relations Les principales relations considérées sont les relations d'ordre et d'équivalence.

Étant donnée une relation d'équivalence \sim sur un ensemble X , la classe d'équivalence d'un élément $x \in X$ est notée $[x]_{\sim}$ ou simplement $[x]$ en l'absence d'ambiguïté.

Un ensemble X muni d'une relation d'ordre \leq est dit totalement (resp. partiellement) ordonné si \leq est une relation totale (resp. partielle). De multiples symboles sont utilisés pour représenter des relations d'ordres : \leq , \subseteq , \preceq , etc. Les symboles associés non munis d'une barre inférieure : $<$, \subset , $<$, \sqsubset , etc., traduisent alors les relations d'ordre strict associées. Si Y est un sous-ensemble d'un ensemble ordonné X , le terme $\bigvee Y$ ($\bigwedge Y$) traduit la borne supérieure (resp. inférieure) de Y (dans le cas où $Y = \{x, y\}$, on note aussi $x \vee y$ (resp. $x \wedge y$)). Le terme Y^\uparrow (resp. Y^\downarrow) correspond à l'ensemble des majorants (resp. des minorants) de Y . Le terme $\min Y$ (resp. $\max Y$) correspond, lorsqu'il existe, au minimum (resp. au maximum) de Y .

Fonctions Une fonction f d'un ensemble X dans un ensemble Y est notée $f : X \rightarrow Y$. L'ensemble de telles fonctions est noté Y^X . La restriction de $f : X \rightarrow Y$ à une partie $X' \subseteq X$ de son support est notée $f|_{X'}$. L'image réciproque d'un sous-ensemble $Y' \subseteq Y$ par f , c'est-à-dire $\{x \in X \mid f(x) \in Y'\}$ est notée $f^{-1}(Y')$. En l'absence d'ambiguïté, la notation f^{-1} peut aussi être employée pour la fonction inverse d'une bijection f . La fonction identité sur X est notée Id_X .

Images Dans la plupart des cas, une définition fonctionnelle est adoptée pour décrire la notion d'image. Une image I définie sur un espace E et à valeurs dans V est alors une fonction $I : E \rightarrow V$.

En particulier, une image binaire se définit comme $I : E \rightarrow \{0, 1\}$. Dans ce cas, une notation ensembliste est néanmoins parfois adoptée. L'image I est alors assimilée à l'ensemble $I^{-1}(\{1\}) \subseteq E$. La partie $I^{-1}(\{1\}) \subseteq E$ (resp. $I^{-1}(\{0\}) \subseteq E$) est appelée objet (resp. fond) de l'image I .

Si l'ensemble V est (ou peut être) totalement ordonné, on dit que l'image est à niveaux de gris (dans le cas contraire, on parlera d'image multivaluée ou d'image de labels). Dans le cas d'images à niveaux de gris, V est généralement (assimilable à) un intervalle sur \mathbb{Z} , que l'on notera parfois $V = [[\perp, \top]]$. Un tel intervalle peut éventuellement être enrichi (pour des raisons techniques) d'un élément supplémentaire $-\infty$.

Si E est fini, on parlera généralement d'image discrète. Si de plus, $E \subseteq \mathbb{Z}^n$ ou bien si E est structuré sur \mathbb{Z}^n , on parlera d'image digitale. Par abus de langage, et dans la mesure où la partie II s'intéresse essentiellement au cas digital, les termes « digital » et « discret » seront parfois utilisés pour discerner \mathbb{Z}^n de \mathbb{R}^n .

Plusieurs notions usuelles, liées aux images et à leur traitement (segmentation, classification, histogramme, etc.), ne sont pas formellement (re)définies ici. De manière générale, ces notions seront exprimées sous une forme fonctionnelle.

3.3 Imagerie discrète

L'acquisition d'une image *via* une série de capteurs aboutit à une discrétisation de l'espace sur lequel est définie cette image. Concrètement, des capteurs répartis sur un ensemble (fini) de positions E d'un espace (borné) $X \subset \mathbb{R}^n$ ($n \geq 1$) génèrent une image discrète $I : E \rightarrow V$. Deux politiques sont alors possibles. La première consiste à reconstruire une image continue $I' : X \rightarrow V$, par exemple grâce à des mécanismes d'interpolation ou de convolution. La seconde consiste à demeurer dans l'espace discret E , reportant ainsi au plus tard possible les approximations induites par une telle reconstruction.

Dans ce second cas, deux approches sont également envisageables. La première consiste à raisonner directement dans E , notamment en le structurant, par exemple sous forme d'un graphe qui définit alors les liens de proximité géométrique entre ses différents points. La seconde consiste à interpréter E dans \mathbb{R}^n , notamment en associant à chaque point $x \in E$ le sous-ensemble $v(x) \subseteq X$ dont x est censé être spatialement représentatif. On parle de maillage dans le premier cas et de pavage dans le second.

Cette dualité maillage/pavage est directement assimilable à la dualité Delaunay/Voronoi. Dans le cas où l'ensemble E n'est pas régulièrement distribué, le pavage induit est une partition de l'espace elle-même irrégulière, aboutissant (hors cas particuliers) à des concepts de maillages (*meshes*) triangulaires en dimension 2, ou tétraédriques en dimension 3, dont les applications sont multiples hors du seul cadre de l'analyse d'images, par exemple en modélisation géométrique ou en calcul scientifique.

Dans le cas où E est régulièrement distribué, le pavage induit aboutit à une partition de l'espace elle-même régulière. Dans la nature, de tels schémas d'organisation apparaissent parfois : pavages hexagonaux, configurations cristallines, etc. Parmi ces schémas, celui de maillage/pavage cubique(s) est l'un des moins fréquents dans la nature, mais néanmoins le plus employé par l'homme, notamment pour l'acquisition, le stockage et le traitement des images. Sa fréquente utilisation se justifie, très pragmatiquement, par le mode de représentation mentale de l'espace que nous adoptons, qui répond à un schéma orthonormé.

Nous nous intéressons dans la suite de ce chapitre (et plus généralement dans la suite de ce manuscrit), à de telles représentations des images, qui reposent directement (ou se structurent sur) \mathbb{Z}^n . Par abus de langage, les images directement définies sur \mathbb{Z}^n seront généralement qualifiées de digitales, tandis que celles structurées sur \mathbb{Z}^n , notamment dans le cadre de complexes cubiques, seront qualifiées de discrètes. La suite de cette section se focalise sur ces deux types d'images sur lesquelles portent les travaux décrits en partie II. Un certain nombre de notions présentées ci-après (et de nombreuses autres, omises car non directement utiles ici) sont accessibles dans plusieurs ouvrages de référence, parmi lesquels [75, 40].

Images digitales (\mathbb{Z}^n) Une notion de proximité géométrique peut être définie sur \mathbb{Z}^n ($n \geq 1$) par la donnée d'une relation \sim irréflexive et symétrique, dite d'adjacence, sur \mathbb{Z}^n . Si $x, y \in \mathbb{Z}^n$ vérifient $x \sim y$, on dit notamment que x et y sont adjacents. Le voisinage d'un point x est alors, en particulier, constitué de tous les points qui lui sont adjacents. La relation \sim est généralement définie par la distance choisie sur \mathbb{Z}^n . Dans le cas de la distance d_1 (resp. d_∞) induite par la norme L_1 (resp. L_∞), la relation \sim vérifiant $x \sim y \Leftrightarrow d_1(x, y) = 1$ (resp. $d_\infty(x, y) = 1$) est dite relation de $2n$ -adjacence (resp. $(3^n - 1)$ -adjacence). Elle correspond aux relations de 4-adjacence (resp. 8-adjacence) dans \mathbb{Z}^2 , de 6-adjacence (resp. 26-adjacence) dans \mathbb{Z}^3 , etc. Entre ces deux adjacences « extrêmes » quant au nombre de voisins qu'elles autorisent, des adjacences intermédiaires viennent s'insérer, notamment la 18-adjacence dans \mathbb{Z}^3 .

Le couple (\mathbb{Z}^n, \sim) forme ainsi un maillage (interprétable en tant que graphe non orienté) qu'il est possible d'utiliser comme support pour une image, que l'on qualifie alors de digitale. Un élément de ce support est généralement appelé un point. Dans le pavage associé à ce maillage, chaque point $x = (x_i)_{i=1}^n \in \mathbb{Z}^n$ est alors associé au sous-ensemble de \mathbb{R}^n correspondant à sa cellule de Voronoi, c'est-à-dire l'ensemble $\prod_{i=1}^n [x_i - 1/2, x_i + 1/2]$. Ces cellules de Voronoi sont appelées pixels, voxels, ou (n) -xels, suivant la valeur de n . Cette interprétation « continue » de \mathbb{Z}^n induit certaines problématiques (notamment topologiques) à la frontière entre les pixels, qui forment une couverture de \mathbb{R}^n mais pas une partition. Cette nécessité d'étudier attentivement les zones « inter-pixels » a mené à la proposition de plusieurs modèles discrets dont les complexes cubiques (abstraites) [81].

Complexes cubiques (\mathbb{F}^n) Soit les ensembles $\mathbb{F}_0^1 = \{\{x\} \mid x \in \mathbb{Z}\}$ et $\mathbb{F}_1^1 = \{\{x, x+1\} \mid x \in \mathbb{Z}\}$. Un sous-ensemble f de \mathbb{Z}^n défini comme le produit cartésien de m éléments de \mathbb{F}_1^1 et $n-m$ éléments de \mathbb{F}_0^1 est appelé une (m -)face de \mathbb{Z}^n . La dimension de f , notée $\dim(f)$, est alors égale à m . Pour tout $k \in \llbracket 0, n \rrbracket$, on note \mathbb{F}_k^n l'ensemble des k -faces de \mathbb{Z}^n . L'ensemble de toutes les faces de \mathbb{Z}^n est noté \mathbb{F}^n . Pour tout $f \in \mathbb{F}^n$, on note $\widehat{f} = \{g \in \mathbb{F}^n \mid g \subseteq f\}$ et $\widehat{f}^* = \widehat{f} \setminus \{f\}$ (en particulier, on a $\widehat{f} = f^\perp$ dans l'ensemble partiellement ordonné $(\mathbb{F}^n, \subseteq)$). Pour tout $F \subseteq \mathbb{F}^n$, la fermeture de F est définie par $F^- = \bigcup_{f \in F} \widehat{f}$.

Un ensemble $F \subseteq \mathbb{F}^n$ est une (m -)cellule s'il existe une (m -)face $f \in F$ telle que $F = \widehat{f}$. Cet ensemble F est, plus généralement, un complexe (cubique) si $F = F^-$ (on notera que le complémentaire d'un complexe n'est pas un complexe, en général). Tout sous-ensemble G d'un complexe F qui est aussi un complexe est un sous-complexe de F , et l'on écrit alors $G \leq F$. Une face $f \in F \subseteq \mathbb{F}^n$ est une facette de F s'il n'existe aucune face $g \in F$ telle que $f \in \widehat{g}^*$. On note F^+ l'ensemble des facettes de F . Si G est un sous-complexe d'un complexe F , et $G^+ \subseteq F^+$, on dit que G est un sous-complexe principal de F , et l'on note alors $G \sqsubseteq F$. La dimension de $F \subseteq \mathbb{F}^n$ est définie par $\dim(F) = \max\{\dim(f) \mid f \in F\}$. On dit qu'un complexe F est pur si pour tout $f \in F^+$, on a $\dim(f) = \dim(F)$.

Analogies digital/discret/continu De prime abord, l'analogie entre le modèle digital (\mathbb{Z}^n) et celui des complexes cubiques (\mathbb{F}^n) semble assez intuitif, dans la mesure où un n -xel associé à un point $x = (x_i)_{i=1}^n \in \mathbb{Z}^n$ entre assez immédiatement en correspondance (à une translation par $(1/2)_{i=1}^n$ près) avec la n -face $\check{x} = \prod_{i=1}^n \{x_i, x_i + 1\}$, ou plus généralement avec la n -cellule $\widehat{\check{x}}$ de \mathbb{F}^n . La gestion de la notion d'adjacence dans le cadre de cette analogie, et toutes les conséquences topologiques qu'elle induit, est néanmoins moins triviale qu'elle ne l'apparaît. Là où l'adjacence est explicitement modélisée par la relation \sim dans \mathbb{Z}^n , elle est plus intrinsèquement et plus implicitement liée au modèle complexe dans \mathbb{F}^n . À titre d'exemple, la définition explicite des espaces inter-pixels génère deux niveaux de lecture (faces et cellules) dans ce modèle, dont la transposition dans \mathbb{Z}^n n'est pas immédiate.

Une seconde analogie [95] entre complexes cubiques abstraits (\mathbb{F}^n) et une notion, moins combinatoire, de complexes cubiques en tant que partition de \mathbb{R}^n [78] est à noter. En particulier il suffit, pour obtenir cette analogie, de remplacer les définitions de \mathbb{F}_0^1 et \mathbb{F}_1^1 par des définitions alternatives $\mathbb{R}_0^1 = \mathbb{F}_0^1 = \{\{x, x\} \mid x \in \mathbb{Z}\}$ et $\mathbb{R}_1^1 = \{]x, x+1[\mid x \in \mathbb{Z}\}$. Néanmoins, là encore, des subtilités peuvent apparaître. À titre d'exemple, la relation d'inclusion entre les faces de \mathbb{F}^n est perdue dans ce modèle continu, où toutes les faces induites (formant une union d'ouverts partitionnant l'espace \mathbb{R}^n) sont toutes non comparables deux à deux pour l'inclusion. La figure 3.1 illustre ces trois modèles et leurs analogies.

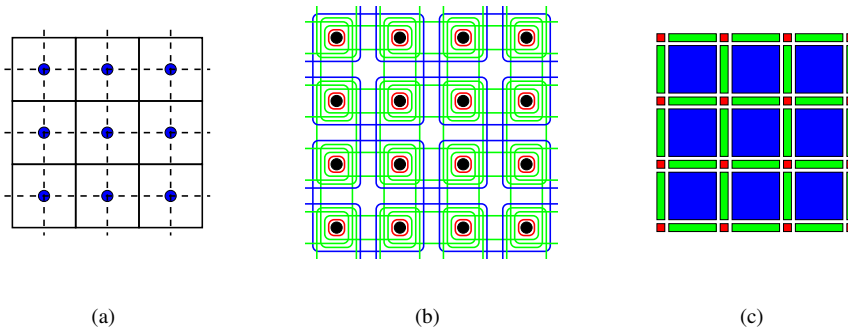


FIGURE 3.1 – Analogies entre trois modèles d'images, illustrée sur une partie de \mathbb{Z}^2 . (a,b) Les disques représentent des points de \mathbb{Z}^2 . (a) Image digitale (\mathbb{Z}^2) : maillage en traits pointillés, pavage en traits continus. (b) Complexe cubique abstrait (\mathbb{F}^2) : les cadres de couleur traduisent les différentes faces. (c) Complexe cubique continu (\mathbb{R}^2) : les faces sont des ouverts du plan euclidien. (a,b,c) Les couleurs traduisent la dimension des éléments modélisés : rouge (0), vert (1), bleu (2). On remarque notamment dans (a) la non expression des éléments (inter-pixels) de dimensions 0 et 1.

3.4 Topologie discrète

La topologie dans les espaces discrets, notamment dans le cadre de l'analyse d'images, a fait l'objet de nombreux travaux de la part de la communauté informatique à partir des années 60 [125, 54], faisant suite aux travaux pionniers d'Alexandroff [5], en mathématiques, à la fin des années 30. Ces travaux ont essentiellement porté sur

des questions (pragmatiques) liées au concept d'adjacence et aux notions qui en dérivent (chemins/arcs, connexité, etc.), menant en particulier à des concepts de haut niveau tels que la notion d'homotopie ou de groupe fondamental, et au développement d'applications (squelettisation, segmentation, déformation) préservant ou modifiant sous contrôle des invariants topologiques tels que le type d'homotopie, dans des images digitales (et les espaces topologiques qui leurs sont associés), ou bien encore au développement d'applications permettant l'étude de tels invariants (par exemple les groupes d'homologie [109], sujet non considéré dans ce manuscrit). Dans ce cadre, plusieurs modèles topologiques ont été développés, parmi lesquels la topologie digitale [80], les complexes cubiques abstraits [81] (globalement équivalents au modèle de topologie proposé par Khalimsky [73]), ou bien encore les ordres [18]. (Ces modèles sont souvent proches, parfois équivalents.)

L'objectif n'est pas ici d'établir un état de l'art exhaustif de ces modèles, ni de leur mise en relation avec des travaux menés parallèlement par la communauté mathématique [95, 150, 12, 83]. Les notions introduites (topologie digitale et topologie dans les complexes cubiques) sont ainsi essentiellement destinées à fournir les éléments nécessaires à la compréhension des travaux en topologie décrits en partie II, et notamment les chapitres 4 et 4.2. Les notions classiques de topologie parfois considérées dans ces chapitres (opérations : rétraction par déformation (forte), homotopie, etc. ; invariants topologiques : caractéristique d'Euler (χ), type d'homotopie, etc.), non décrites ci-après sont accessibles dans tout ouvrage de référence en topologie algébrique, par exemple [149, 93]. D'autres notions (chemin, groupe fondamental, etc.) sont (re)définies dans ces chapitres, au moment de leur discussion.

Topologie digitale La topologie digitale [80] repose sur la donnée d'une relation d'adjacence (\sim) sur \mathbb{Z}^n . Étant donnée une image digitale (binaire) $X \subseteq \mathbb{Z}^n$, la relation d'équivalence sur X induite par l'existence de chemins dans X , formés de points successivement adjacents, mène à la notion de connexité et aux concepts qui en dérivent : composantes connexes, tunnels, cavités, etc., liés aux différents groupes d'homologie de X . La définition de tels chemins digitaux dérive de l'adjacence choisie. Pour une k -adjacence sur \mathbb{Z}^n , on parle alors de k -chemin, de composantes k -connexes, etc. L'existence de paradoxes topologiques liés au théorème de Jordan-Brouwer (et directement induits par la structure régulière de \mathbb{Z}^n) mène en particulier à poser des hypothèses restrictives sur les choix de couples d'adjacences (k, \bar{k}) pour l'objet et le fond de l'image [125, 54, 124].

Malgré une apparente dissociation relativement aux espaces topologiques tels qu'ils sont généralement entendus (il n'y a en particulier ni ouvert ni fermé en topologie digitale), des concepts de haut niveau, supposés cohérents avec leurs analogues en topologie algébrique, ont été proposés. C'est notamment le cas pour la notion de groupe fondamental (digital) [76]. Dans le même contexte, la question de la préservation du type d'homotopie a également été considérée, *via* la définition d'une notion de point (k -)simple, dont le retrait de (resp. l'ajout à) un objet considéré en k -adjacence, est censé ne pas altérer ses propriétés topologiques (et notamment son type d'homotopie). De nombreuses caractérisations des points simples ont ainsi été proposées [80, 21, 56, 44] (la notion de point simple ayant même été étendue à des cadres plus généraux, tels que celui des maillages tétraédriques [26]).

Topologie dans les complexes cubiques Soit $F \subseteq \mathbb{F}^n$. Une suite de faces de F successivement adjacentes deux à deux (c'est-à-dire comparables au sens de la relation d'inclusion) est un chemin (ou un arc) dans F (cette définition, directement liée à la topologie sur les ensembles partiellement ordonnés, est reprise dans le chapitre 4). L'ensemble F est connexe s'il existe des chemins dans F entre toutes ses faces. Une composante connexe G de F est un sous-ensemble de F connexe et maximal pour cette propriété. On note $C[F]$ l'ensemble des composantes connexes de F . (De manière plus générale, la notion de composante connexe, que l'on retrouve également en topologie digitale, ainsi qu'en morphologie mathématique, s'appuie sur des notations homogènes dans tous les chapitres ; en particulier, la notation $C[.]$, éventuellement suffixée, définit l'ensemble des composantes connexes d'un ensemble/d'une image binaire.)

La gestion des espaces inter-pixels, dans les complexes cubiques, amène à définir des notions inexistantes en topologie digitale, notamment relatives aux « frontières » entre deux parties d'un objet. Ainsi, étant donné un complexe $F \leq \mathbb{F}^n$ et un sous-complexe G de F , le détachement de G du complexe F , noté $F \otimes G$ et défini par $F \otimes G = (F^+ \setminus G^+)^-$ (c'est-à-dire le complexe généré par la différence $F \setminus G$), partage avec G une « frontière » de dimension (au plus) $n - 1$, appelée attachement de G à F et définie par $Att(G, F) = G \cap (F \otimes G)$.

Au même titre que la topologie digitale s'appuie sur la notion de point simple pour gérer les transformations « topologiquement invariantes », les complexes s'appuient sur une notion (plus souple) de collapsus, qui consiste à retrancher itérativement d'un complexe F une paire de faces, dite libre, dont l'une (face de bord) est l'unique face de F incluant strictement l'autre (face libre). On note $F \searrow G$ pour signaler qu'une séquence de collapsus mène du complexe F au complexe G (qui possède, en particulier, le même type d'homotopie que F).

3.5 Morphologie mathématique

Spécialité fondée dans les années 60 par Matheron et Serra, la morphologie mathématique propose une théorie non linéaire de l'analyse d'images. De multiples ouvrages de référence ont, depuis lors, été proposés [136, 137, 68, 145, 105], regroupant les principaux concepts impliqués ou développés en morphologie mathématique, dont seulement une partie (minime) est présentée ci-après.

Si sa genèse a été motivée par des considérations relativement pratiques, la morphologie mathématique repose sur des fondements abstraits extrêmement solides, notamment liés à la théorie des treillis. Cette abstraction, et la généralité qu'elle implique, a permis son extension progressive, à partir du cas des images binaires, à celui des images à niveaux de gris, puis à des cadres plus larges, tels que les images multivaluées [7, 9, 6], ou encore les ensembles flous [25]. Naturellement adaptés au cas des images digitales, les principaux concepts de morphologie mathématique ont également été étendus à d'autres espaces : (hyper)graphes [159, 24], complexes [50], etc.

À la base, la morphologie mathématique repose sur deux opérations (duales) : l'érosion (notée ε) et la dilatation (notée δ), formant une adjonction (ε, δ) entre deux treillis complets. À partir de ces deux opérations, généralement « paramétrées » par un élément structurant, modélisant des informations géométriques liées au traitement à réaliser, il est possible de construire des opérations de complexité croissante : ouverture (définie par $\gamma = \delta\varepsilon$) et fermeture (définie par $\varphi = \varepsilon\delta$), présentant des propriétés souhaitables en traitement d'images (idempotence, (anti-)extensivité, croissance, etc.), puis d'autres opérations : gradient morphologique, transformée en tout-ou-rien, etc., pour enfin aboutir à des paradigmes de haut niveau, notamment utilisables dans le cadre de procédures de segmentation : ligne de partage des eaux [160, 45], filtrage connexe [130], etc., présentant en particulier des correspondances avec des méthodes relevant d'autres branches de l'analyse d'images [43]. Le paragraphe suivant s'intéresse plus particulièrement à des concepts de filtrage connexe, et notamment aux approches par arbres de coupes, qui ont fait l'objet d'un investissement plus spécifique dans le cadre des travaux présentés en partie II.

Filtrage connexe et arbres de coupes Les méthodes de filtrage connexe visent à traiter une image sans que ce traitement ne fasse apparaître de nouveaux contours dans celle-ci, en s'appuyant notamment sur ses zones plates et éventuellement sur des critères de connexité entre ces dernières [146]. Pour ce faire, les approches envisageables sont multiples et reposent souvent sur des structures de données hiérarchiques : arbres de coupes (voir ci-après et le chapitre 5), arbres de partitionnement binaire [128] (voir également le chapitre 6), arbres de formes [97], lignes de partage des eaux hiérarchiques [104], etc.

Dans ce cadre, les arbres de coupes fournissent une décomposition des images à niveaux de gris qui permet, outre une représentation synthétique de celles-ci (se prêtant à des applications variées : compression [129], classification [155], visualisation [163], etc.), de les traiter à des fins de filtrage ou de segmentation. Étant donnée une image à niveaux de gris $I : E \rightarrow V = \llbracket \perp, \top \rrbracket$ (avec E connexe et fini), l'arbre de coupes de I est défini sur la base du diagramme de Hasse de l'ensemble des composantes connexes générées par tous les seuillages successifs de I et partiellement ordonnées par la relation d'inclusion. Plus formellement, en notant $\lambda_v : V^E \rightarrow 2^E$ la fonction de seuillage à la valeur $v \in V$, l'arbre de coupes de I est le triplet $\mathfrak{T} = (\mathcal{N}, \mathcal{E}, \mathcal{R})$ défini par

$$\begin{cases} \mathcal{N} = \bigcup_{v \in V} C[\lambda_v(I)] \\ \mathcal{E} = \{(X, Y) \in \mathcal{N} \times \mathcal{N} \mid (Y \subset X) \wedge (\forall Z \in \mathcal{N}, Y \subseteq Z \subset X \Rightarrow Y = Z)\} \\ \mathcal{R} = \bigvee_{\subseteq} \mathcal{N} = \lambda_{\perp}(I) = E \end{cases} \quad (3.1)$$

La terminologie propre aux arbres (racine, nœuds, feuilles, père, fils, etc.) est utilisée pour les arbres de coupes (de même que pour les arbres de partitionnement binaire).

L'image I s'exprimant comme la borne supérieure (ici le maximum) d'une série de fonctions élémentaires

$$I = \bigvee_{v \in V} C_{\lambda_v(I), v} = \bigvee_{v \in V} \bigvee_{X \in C[\lambda_v(I)]} C_{X, v} \quad (3.2)$$

où $C_{X, v} : E \rightarrow V$ est la fonction cylindre vérifiant $C_{X, v} = v$ (resp. \perp) si $x \in X$ (resp. si $x \notin X$), le recours aux arbres de coupes permet de réaliser le filtrage ($I_f : E \rightarrow V$, ci-après) ou la segmentation ($I_s \subseteq E$, ci-après) de I par la sélection d'un sous-ensemble de nœuds $\mathcal{N}' \subseteq \mathcal{N}$ sur la base de critères *ad hoc*

$$I_f = \bigvee_{\substack{X \in \mathcal{N}' \\ \forall X \in C[\lambda_v(I)]}} C_{X, v} \quad \text{et} \quad I_s = \bigcup_{X \in \mathcal{N}'} X \quad (3.3)$$

aboutissant à un mode opératoire relativement simple et algorithmiquement efficace.

Deuxième partie

Principaux travaux

Chapitre 4

Topologies continues et discrètes

LA nature des données considérées en analyse d'images induit une dualité entre la topologie « continue », intrinsèquement liée aux objets de notre environnement (c'est-à-dire dans \mathbb{R}^3 , ou plus généralement dans \mathbb{R}^n au regard de l'ajout ou de la perte de dimensions : aspects temporels, vision 2D, etc.), et leur topologie « discrète » ou « digitale » (c'est-à-dire structurée sur \mathbb{Z}^n), liée aux mécanismes d'acquisition lors de la visualisation de ces objets.

La mise en relation de ces deux types de topologies est importante si l'on souhaite disposer de moyens d'étude de la topologie d'un objet *via* sa représentation dans une image. Ceci est notamment le cas dans des cadres méthodologiques multiples (segmentation, correction topologique [4], squelettisation/réduction [116, 20], déformation, transport d'atlas [15]), et pour des applications variées.

Cette mise en relation est néanmoins loin d'être triviale. Elle passe tout d'abord par l'établissement d'une mise en équivalence entre les principales notions définies en topologie continue et leurs « analogues » digitaux, afin de garantir la cohérence entre les observations et manipulations faites dans une image discrète, et celles induites dans l'espace continu sous-jacent. Des contributions sur ce point sont décrites en section 4.1.

Elle passe également par la proposition de solutions permettant d'interfacer efficacement (et correctement) des méthodologies digitales (liées à, ou structurées sur, \mathbb{Z}^n) avec des méthodologies continues (liées à \mathbb{R}^n , ou éventuellement à des modèles affines par morceaux : complexes simpliciaux, maillages, etc.). Quelques (rares) contributions existent relativement à ces thèmes, notamment dans le cadre des modèles déformables [67], ou du recalage d'images [14]. Une contribution, liée à ces deux thèmes est proposée en section 4.2.

4.1 Topologies : \mathbb{Z}^n , \mathbb{F}^n , \mathbb{R}^n

Comme il a été mentionné au chapitre 3, une image digitale (binaire) λ sur \mathbb{Z}^n peut être vue comme une fonction $\lambda : \mathbb{Z}^n \rightarrow \{0, 1\}$. Les notions d'objet et de fond se ramènent alors respectivement aux ensembles $\lambda^{-1}(\{1\})$ et $\lambda^{-1}(\{0\})$. De manière similaire, une image complexe μ sur \mathbb{F}^n peut être vue comme une fonction $\mu : \mathbb{F}^n \rightarrow \{0, 1\}$. Le complexe correspondant et son complémentaire se ramènent alors respectivement aux ensembles $\mu^{-1}(\{1\})$ et $\mu^{-1}(\{0\})$.

Images régulières

Nous nous intéressons, dans un premier temps, à la mise en relation^{30, 31} des images sur \mathbb{Z}^n et \mathbb{F}^n . Ces deux espaces étant d'une richesse structurelle différente, toute image sur \mathbb{F}^n ne peut être mise en relation avec une image sur \mathbb{Z}^n (munie d'adjacences pour l'objet et le fond). Nous nous restreignons ainsi aux images sur \mathbb{F}^n dont la construction est régie par des règles déterministes (et adéquates) de définition des valeurs des faces par rapport aux valeurs des faces de dimensions supérieures. De telles images, illustrées en figure 4.1, sont dites régulières.

Définition 4.1 Soit $\varepsilon : \llbracket 1, n \rrbracket \rightarrow \{-1, 1\}$ une fonction, appelée fonction de connexité. Une image $\mu : \mathbb{F}^n \rightarrow \{0, 1\}$ est une image ε -régulière (ou, simplement, une image régulière) si pour tout $m \in \llbracket 1, n \rrbracket$ et pour tout $f \in \mathbb{F}_{m-1}^n$, on a, récursivement

$$\mu(f) = \begin{cases} \bigwedge_{\{a,b\} \in \text{opp}(f)} \mu(a) \vee \mu(b) & \text{si } \varepsilon(m) = 1 \\ \bigvee_{\{a,b\} \in \text{opp}(f)} \mu(a) \wedge \mu(b) & \text{si } \varepsilon(m) = -1 \end{cases}$$

30. L. Mazo *et al.* A unified topological framework for digital imaging. DGCI 2011. LNCS, Vol. 6607, pp. 163–174.

31. L. Mazo *et al.* Digital imaging : A unified topological framework. Journal of Mathematical Imaging and Vision, à paraître.

où $\text{opp}(f)$ est l'ensemble des doublets de faces $\{g, h\}$ tels que $\dim(g) = \dim(h) = \dim(f) + 1$, $f = g \cap h$ et $g^\uparrow \cap h^\uparrow = \emptyset$, c'est-à-dire l'ensemble des doublets de faces « opposées » relativement à f .

Pour chaque fonction de connexité ε , on définit une fonction $\zeta_\varepsilon : \{0, 1\}^{\mathbb{Z}^n} \rightarrow \{0, 1\}^{\mathbb{F}^n}$ qui associe à toute image digitale λ , une unique image ε -régulière $\zeta_\varepsilon(\lambda)$ telle que, pour tout $a \in \mathbb{Z}^n$, on ait $\zeta_\varepsilon(\lambda)(\check{a}) = \lambda(a)$. Cette fonction ζ_ε est une bijection entre l'ensemble des images digitales $\{0, 1\}^{\mathbb{Z}^n}$ et le sous-ensemble des images ε -régulières de $\{0, 1\}^{\mathbb{F}^n}$.

Par ailleurs, par le choix de ε , il est possible de modéliser dans \mathbb{F}^n des adjacences choisies sur \mathbb{Z}^n , comme illustré en figure 4.2. En particulier, les paires d'adjacences usuelles de \mathbb{Z}^n peuvent être correctement (et simplement) modélisées, comme illustré en figures 4.3 et 4.4. La table 4.1 décrit les liens entre les paires d'adjacences les plus usuelles et les fonctions de connexités (ces liens sont justifiés dans la suite du chapitre).

\mathbb{Z}^n	$n = 2$		$n = 3$				$n \geq 4$ (et $n \in \mathbb{N}^*$)	
(k, \bar{k})	(4, 8)	(8, 4)	(6, 26)	(6, 18)	(18, 6)	(26, 6)	$(2n, 3^n - 1)$	$(3^n - 1, 2n)$
ε	$\varepsilon(1) = -1$ $\varepsilon(2) = -1$	$\varepsilon(1) = 1$ $\varepsilon(2) = 1$	$\varepsilon(1) = -1$ $\varepsilon(2) = -1$ $\varepsilon(3) = -1$	$\varepsilon(1) = -1$ $\varepsilon(2) = 1$ $\varepsilon(3) = -1$	$\varepsilon(1) = 1$ $\varepsilon(2) = -1$ $\varepsilon(3) = 1$	$\varepsilon(1) = 1$ $\varepsilon(2) = 1$ $\varepsilon(3) = 1$	$\varepsilon(1) = -1$ $\varepsilon(2) = -1$...	$\varepsilon(1) = 1$ $\varepsilon(2) = 1$...

TABLE 4.1 – Correspondances entre les paires d'adjacences usuelles dans \mathbb{Z}^n et les fonctions de connexité. Première ligne : dimension de l'espace \mathbb{Z}^n . Deuxième ligne : paires d'adjacences pour l'objet (k) et le fond (\bar{k}). Troisième ligne : fonction de connexité $\varepsilon : \llbracket 1, n \rrbracket \rightarrow \{-1, 1\}$.

Les définitions de ε et ζ_ε induisent les propriétés de dualité généralement considérées sur \mathbb{Z}^n via le choix de couples d'adjacences pour l'objet et le fond. Soit $\theta : \mathbb{E} \rightarrow \{0, 1\}$ (avec $\mathbb{E} = \mathbb{Z}^n$ ou \mathbb{F}^n). On définit l'image négative $-\theta : \mathbb{E} \rightarrow \{0, 1\}$ de θ par $-\theta(x) = 1 - \theta(x)$, pour tout $x \in \mathbb{E}$. Soit $\mu : \mathbb{F}^n \rightarrow \{0, 1\}$ une image ε -régulière. On définit l'image $-\mu : \mathbb{F}^n \rightarrow \{0, 1\}$ par (i) $(-\mu)(f) = \mu(f)$ pour tout $f \in \mathbb{F}_n^n$ et (ii) μ est $(-\varepsilon)$ -régulière.

Proposition 4.2 Soit $\mu : \mathbb{F}^n \rightarrow \{0, 1\}$ une image ε -régulière. Alors $-\mu$ est une image $(-\varepsilon)$ -régulière. Par ailleurs, on a $\neg(-\mu) = -(\neg\mu)$ (voir le diagramme commutatif ci-dessous, à gauche).

Proposition 4.3 Soit $\lambda : \mathbb{Z}^n \rightarrow \{0, 1\}$ une image digitale. Soit $\varepsilon : \llbracket 1, n \rrbracket \rightarrow \{-1, 1\}$ une fonction de connexité. Alors on a $\neg(\zeta_\varepsilon(\lambda)) = \zeta_{-\varepsilon}(\neg\lambda)$ (voir le diagramme commutatif ci-dessous, à droite).

$$\begin{array}{ccc}
 \mu & \xrightarrow{\neg} & \neg\mu \\
 \downarrow & & \downarrow \\
 \neg\mu & \xrightarrow{\neg} & -(\neg\mu)
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{ccc}
 \lambda & \xrightarrow{\neg} & \neg\lambda \\
 \zeta_\varepsilon \downarrow & & \downarrow \zeta_{-\varepsilon} \\
 \zeta_\varepsilon(\lambda) & \xrightarrow{\neg} & \zeta_{-\varepsilon}(\neg\lambda)
 \end{array}$$

Ainsi, pour une fonction de connexité donnée ε (et une paire d'adjacences associée (k, \bar{k})), toutes les propriétés valides pour $\lambda^{-1}(\{1\})$ et $\mu^{-1}(\{1\})$ le sont aussi pour $\lambda^{-1}(\{0\})$ et $\mu^{-1}(\{0\})$, pour la fonction de connexité opposée $-\varepsilon$ (et la paire d'adjacences associée (\bar{k}, k)). Plus prosaïquement, les notions d'objet et de fond peuvent être interverties sans perte de généralité, à condition d'échanger également les paires d'adjacences en conséquence.

Chemins et composantes connexes dans \mathbb{Z}^n et \mathbb{F}^n

Nous nous intéressons maintenant à la manière dont ζ_ε se comporte relativement aux notions classiques de chemin dans \mathbb{Z}^n et \mathbb{F}^n , ainsi qu'aux conséquences sur les notions de composantes connexes dans ces deux espaces.

Définition 4.4 Soit k une adjacence sur \mathbb{Z}^n et $\gamma = (p_i)_{i=0}^r$ ($r \geq 0$) un k -chemin dans \mathbb{Z}^n (tel que $p_i \neq p_{i-1}$ pour tout $i \in \llbracket 1, r \rrbracket$). On définit l'arc $\zeta(\gamma)$ dans \mathbb{F}^n par $\zeta(\gamma) = (q_j)_{j=0}^{2r}$ avec $q_j = \check{p}_{\frac{j}{2}}$ si j est pair et $q_j = q_{j-1} \cap q_{j+1}$ sinon, pour tout $j \in \llbracket 0, 2r \rrbracket$.

La proposition suivante établit que ζ associe à un chemin dans l'objet (resp. le fond) d'une image digitale λ , un arc dans l'objet (resp. le fond) de l'image complexe $\zeta_\varepsilon(\lambda)$ sous la condition que ε soit bien choisie.

Proposition 4.5 Soit (k, \bar{k}) une paire d'adjacences sur \mathbb{Z}^n . Soit ε une fonction de connexité associée à (k, \bar{k}) . Soit $\lambda : \mathbb{Z}^n \rightarrow \{0, 1\}$ une image dans \mathbb{Z}^n et $\mu = \zeta_\varepsilon(\lambda)$ l'image correspondante dans \mathbb{F}^n . Soit $v = 1$ (resp. $v = 0$). Soit $\gamma = (p_i)_{i=0}^r$ ($r \geq 0$) un k -chemin (resp. un \bar{k} -chemin) dans $\lambda^{-1}(\{v\})$. Alors, $\zeta(\gamma)$ est un arc dans $\mu^{-1}(\{v\})$.

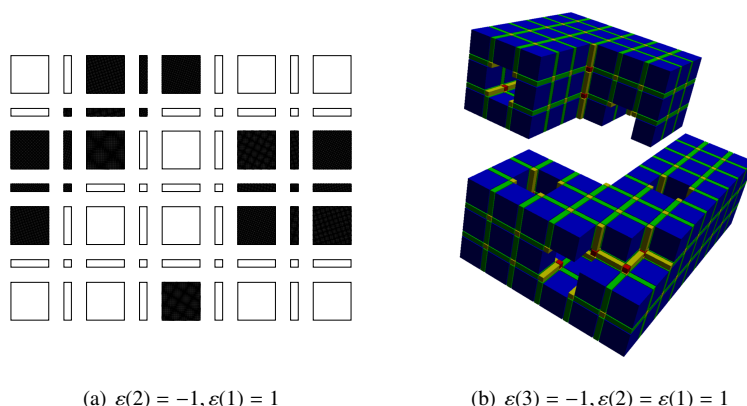


FIGURE 4.1 – Deux images (ε -régulières, sur \mathbb{F}^2 (a) et sur \mathbb{F}^3 (b)). Dans \mathbb{F}^2 , les faces noires (resp. blanches) ont la valeur 1 (resp. 0). Dans \mathbb{F}^3 , seules les faces de valeur 1 sont représentées. Leur couleur code alors leur dimension : rouge (0), jaune (1), vert (2) et bleu (3). Ces conventions restent valables dans les figures 4.2–4.4.

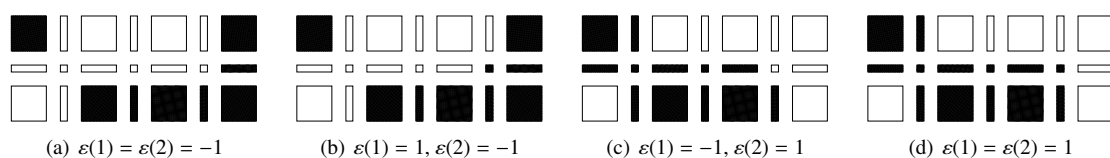


FIGURE 4.2 – Quatre images $\zeta_\varepsilon(\lambda) : \mathbb{F}^2 \rightarrow \{0, 1\}$, pour des images digitales $\lambda : \mathbb{Z}^2 \rightarrow \{0, 1\}$ et des fonctions de connexité ε données.

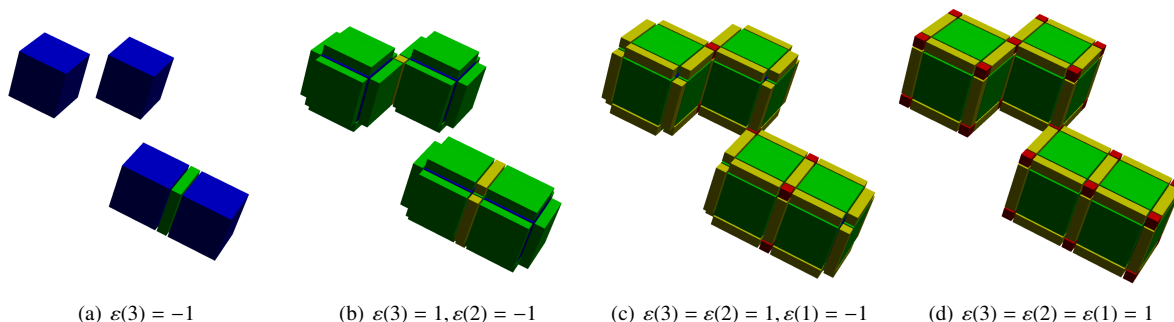


FIGURE 4.3 – Quatre images $\zeta_\varepsilon(\lambda) : \mathbb{F}^3 \rightarrow \{0, 1\}$ pour une même image digitale $\lambda : \mathbb{Z}^3 \rightarrow \{0, 1\}$ et des fonctions de connexité ε données. Pour (a), on obtient la 6-adjacence dans \mathbb{Z}^3 . Pour (b), on obtient la 18-adjacence dans \mathbb{Z}^3 . Pour (c,d), on obtient la 26-adjacence dans \mathbb{Z}^3 .

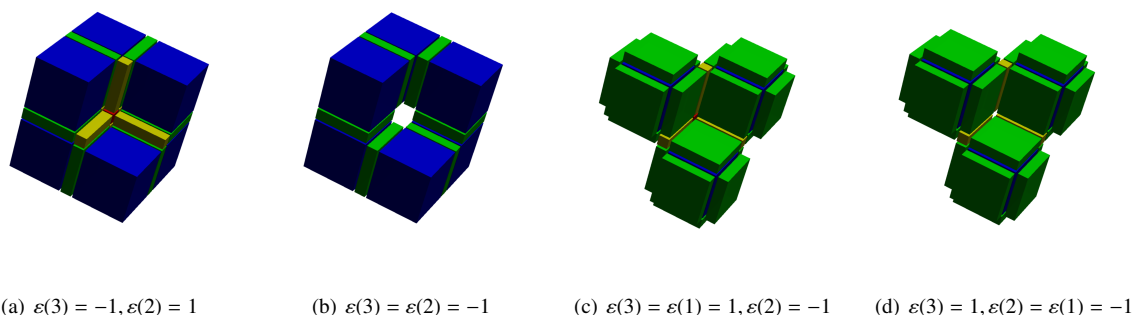


FIGURE 4.4 – (a,b) Un tore, construit à partir de six 3-faces, illustre comment les deux types de 6-adjacences peuvent être obtenus. Deux 3-faces du fond intersectent les six 3-faces du tore. Ces deux faces sont 26-adjacentes. Néanmoins, dans (a), elles ne sont pas « en contact » dans le fond tandis qu'elles le sont effectivement dans (b). Ainsi, dans (a) (resp. dans (b)), on modélise une relation de (6, 18)-adjacence (resp. de (6, 26)-adjacence). (c,d) Un objet, construit à partir de trois 3-faces, est considéré avec deux fonctions de connexité qui pourraient, *a priori*, être utilisées pour modéliser la 18-adjacence. Dans (c), on observe une 0-face entre les trois 3-faces. C'est le comportement attendu dans la mesure où le fond doit être considéré en 6-adjacence. Dans (d), il existe un tunnel à la place de cette 0-face, ce qui est incorrect en 18-adjacence.

La principale conséquence de cette proposition est que les composantes connexes de l'objet (resp. du fond) associées à une image $\lambda : \mathbb{Z}^n \rightarrow \{0, 1\}$ sont incluses dans celles de l'objet (resp. du fond) associées à l'image régulière $\mu = \zeta_\varepsilon(\lambda)$, la fonction ε étant choisie au regard de la paire d'adjacences considérée dans \mathbb{Z}^n . Le théorème suivant renforce ce résultat, puisqu'il met en bijection ces différents ensembles de composantes connexes.

Théorème 4.6 *Soit (k, \bar{k}) une paire d'adjacences dans \mathbb{Z}^n . Soit ε la fonction de connexité associée à (k, \bar{k}) . Soit $\lambda : \mathbb{Z}^n \rightarrow \{0, 1\}$ une image digitale et $\zeta_\varepsilon(\lambda) = \mu : \mathbb{F}^n \rightarrow \{0, 1\}$ son image complexe correspondante. Soit $v \in \{0, 1\}$. Alors la fonction ζ_ε induit une bijection entre les composantes connexes de $\lambda^{-1}(\{v\})$ et celles de $\mu^{-1}(\{v\})$.*

Groupes fondamentaux

Nous nous intéressons enfin à la notion de groupe fondamental. Dans un premier temps, nous établissons l'équivalence³² entre le groupe fondamental d'une image dans un espace tel que \mathbb{F}^n , interprétable comme un ensemble partiellement ordonné (au sens de la relation d'inclusion), pour la topologie d'Alexandroff, et le groupe induit par ses chemins finis (généralement considérés en topologie digitale).

Groupe fondamental Soit X un espace topologique. Un chemin p sur X est une fonction continue $p : [0, 1] \rightarrow X$. Deux chemins p, q sur X sont dits équivalents si leurs extrémités sont égales et si p peut être continuellement déformé sur q . Cette relation est une relation d'équivalence, et on note $[p]$ la classe d'équivalence d'un chemin p . Si p, q sont deux chemins sur X tels que $p(1) = q(0)$, il est possible de définir le produit $p \cdot q$ correspondant à la concaténation de p et q . Ce produit est bien défini sur les classes d'équivalence par $[p] \cdot [q] = [p \cdot q]$. Une boucle en $x \in X$ est un chemin sur X qui débute et finit en x . L'ensemble $\pi(X, x)$ des classes d'équivalence des boucles en x est un groupe pour ce produit. Ce groupe est appelé groupe fondamental de X (de point de base x).

Chemins finis (arcs) dans les ensembles partiellement ordonnés Soit X un ensemble partiellement ordonné. Deux points $x, y \in X$ sont adjacents s'ils sont comparables dans X . Une suite $(z_i)_{i=0}^r$ ($r \geq 0$) d'éléments de X est un arc sur X (de z_0 à z_r) si pour tout $i \in \llbracket 1, r \rrbracket$, z_{i-1} et z_i sont distincts et adjacents. Un arc $\chi = (x_i)_{i=0}^r$ ($r \geq 2$) est une extension élémentaire (dans X) d'un arc χ' s'il existe $j \in \llbracket 1, r-1 \rrbracket$, tel que $\chi' = (x_i)_{i=0, i \neq j}^r$ ou $(x_{j-1} = x_{j+1}$ et $\chi' = (x_i)_{i=0, i \neq j-1, i \neq j}^r$). Un arc χ est une déformation (dans X) d'un arc χ' s'il existe une suite $(\chi_i)_{i=0}^s$ ($s \geq 0$) d'arcs dans X tels que $\chi_0 = \chi, \chi_s = \chi'$ et pour tout $i \in \llbracket 1, s \rrbracket$, χ_i est une extension élémentaire de χ_{i-1} ou *vice versa*. « Est une déformation » est une relation d'équivalence sur l'ensemble des arcs sur X , de $x \in X$ à x . Le produit de deux arcs $(x_i)_{i=0}^r$ et $(y_i)_{i=0}^s$ est défini par $(x_i)_{i=0}^r \cdot (y_i)_{i=0}^s = (x_0, \dots, x_r, y_1, \dots, y_s)$ si $x_r = y_0$. Ce produit s'étend aux classes d'équivalences sur les arcs. L'ensemble de ses classes d'équivalences, noté $\rho(X, x)$, est un groupe pour ce produit.

Théorème 4.7 *Soit X un ensemble partiellement ordonné. Soit $x \in X$. Le groupe fondamental $\pi(X, x)$ est isomorphe au groupe $\rho(X, x)$.*

Dans un second temps, nous établissons que la notion de groupe fondamental définie sur \mathbb{F}^n , grâce à l'équivalence précédente, est également équivalente à la notion de groupe fondamental digital définie pour \mathbb{Z}^n .

Groupe fondamental digital sur \mathbb{Z}^n Soit $n \in \{2, 3\}$ et $X \subseteq \mathbb{Z}^n$. La définition de produit pour les chemins digitaux est immédiate. En revanche, la définition d'équivalence entre chemins digitaux l'est sensiblement moins. Deux chemins dans X ayant les mêmes extrémités sont dits directement équivalents (dans X) s'ils diffèrent seulement dans un cube 2×2 de \mathbb{Z}^n à condition que, si $n = 3$ et la paire d'adjacence est $(6, 26)$, le cube ne contienne pas deux points diamétralement opposés dans X . Deux chemins p_0, p_t ($t \geq 0$) dans X ayant les mêmes extrémités sont dits équivalents (dans X) s'il existe une suite $(p_i)_{i=0}^t$ de chemins dans X tels que pour tout $i \in \llbracket 1, t \rrbracket$, p_i est directement équivalent à p_{i-1} dans X . Ces analogues digitaux des notions de chemins, concaténation, produits et équivalence mènent à une notion de groupe fondamental digital de point de base $x \in X$ [76], noté $\pi_D(X, x)$.

Théorème 4.8 *Soit (k, \bar{k}) une paire d'adjacences sur \mathbb{Z}^n . Soit ε une fonction de connexité associée à (k, \bar{k}) . Soit $\lambda : \mathbb{Z}^n \rightarrow \{0, 1\}$ une image digitale et $\mu = \zeta_\varepsilon(\lambda)$ son image complexe correspondante. Soit $v \in \{0, 1\}$. Pour tout $a \in \lambda^{-1}(\{v\})$, $\pi_D(\lambda^{-1}(\{x\}), a)$ est isomorphe à $\rho(\mu^{-1}(x), \check{a})$, puis à $\pi(\mu^{-1}(\{x\}), \check{a})$.*

32. L. Mazo *et al.* Paths, homotopy and reduction in digital images. Acta Applicandae Mathematicae, 113(2):167–193 (2011).

4.2 Transformations homotopiques et recalage d'images

Le recalage d'images vise à générer des champs de déformation modélisant les variations géométriques entre deux images de même contenu sémantique. Si les images sont définies sur un support $E \subset \mathbb{Z}^n$, ces champs de déformation sont, pour leur part, généralement des fonctions $h : \tilde{E} \rightarrow \tilde{E}$ où $\tilde{E} \subset \mathbb{R}^n$ est le support continu associé à E . De tels champs peuvent être appliqués afin de déformer des images (*image warping*), par exemple dans le cadre de segmentations par transport d'atlas [49]. La préservation de la topologie du support (continu) des images par h devient alors une contrainte importante [69], puisqu'elle garantit la préservation de la structure des objets visualisés.

Étant donné une image discrète $I : E \rightarrow V$ et un champ de déformation $h : \tilde{E} \rightarrow \tilde{E}$, l'objectif est alors de calculer l'image déformée $I_d : E \rightarrow V$ définie, pour tout $x \in E$ par $I_d(x) = (I \circ h)(x)$. Le principal problème réside dans le fait qu'en règle générale, on a $h(x) \notin E$, et que $I \circ h$ est donc mal définie. Des techniques d'interpolation sont alors employées afin de déterminer les valeurs de I_d . Si plusieurs propositions ont été faites pour les images à niveaux de gris [85], aucune attention particulière n'a été portée aux images binaires. Les quelques techniques d'interpolation pouvant s'appliquer (par exemple, par plus proches voisins) ne garantissent notamment pas la préservation topologique discrète, et notamment celle du type d'homotopie, comme illustré en figure 4.5(a,b,d,e).

Deux approches sont possibles pour déformer une image binaire I à partir de h , de telle sorte que I_d soit topologiquement équivalente à (c'est-à-dire, ait le même type d'homotopie que) I . La première consiste à calculer I_d par une technique d'interpolation, et à corriger sa topologie *a posteriori*. Néanmoins, si cette correction est envisageable pour des objets présentant une topologie non complexe [4, 66], elle constitue un problème ouvert en dimension 3 dans le cas général. La seconde approche consiste à préserver les propriétés topologiques de l'image durant tout le processus de déformation. L'idée est ainsi de partir de $I_d = I$ puis de tenter de faire converger I_d vers $I \circ h$ par une transformation homotopique. Ce paradigme a été souvent utilisé en segmentation d'images 3D [92, 67, 15]. Il est généralement basé sur le retrait et/ou l'ajout de points simples dont la correction de l'interprétation continue est effectivement acquise. La méthode proposée^{33, 34}, dont un résultat est illustré en figure 4.5(a,c,d,f), s'appuie sur cette approche. Une application en est proposée au chapitre 7 (page 48), où elle est comparée à la seule autre stratégie [14] répandant, à ce jour, à ce problème.

Formulation du problème

Le problème à résoudre peut être formulé dans un schéma d'optimisation. Celui-ci requiert la définition d'une fonction de coût, dont le minimum doit être atteint lorsque I_d est le plus proche possible de $I \circ h$, et d'une stratégie qui permette de converger vers ce minimum, et ce sans altération de topologie. Il vise ainsi à résoudre l'équation

$$I_d = \arg \min_{J \sim I} \{d(J, I, h)\} \quad (4.1)$$

où $d(J, I, h)$ est une distance entre J et $I \circ h$, tandis que \sim représente l'équivalence (en termes de type d'homotopie) entre images binaires sur E . Comme il a déjà été mentionné, $I \circ h$ n'est pas correctement définie sur E . Des techniques d'interpolation sont donc requises pour évaluer l'image continue $\tilde{I} : \tilde{E} \rightarrow \{0, 1\}$ associée à I . Cette image \tilde{I} (définissable en regard de ce qui a été écrit ci-avant) permet de définir $\tilde{I} \circ h : \tilde{E} \rightarrow \{0, 1\}$, et donc de poser $I \circ h$ comme égal à $(\tilde{I} \circ h)_I$. En conséquence, $d(J, I, h)$ est donc, en fait, une distance entre J et $\tilde{I} \circ h$.

Fonction de coût

Soit $J : E \rightarrow \{0, 1\}$ une image vérifiant $J \sim I$. Il existe, en particulier, une bijection $\phi : C[I^{-1}(\{\star\})] \rightarrow C[J^{-1}(\{\star\})]$ (resp. $\tilde{\phi} : C[\tilde{I}^{-1}(\{\star\})] \rightarrow C[\tilde{J}^{-1}(\{\star\})]$) ($\star \in \{0, 1\}$) entre les composantes connexes (objet et fond) de I (resp. \tilde{I}) et celles de J (resp. \tilde{J}) ([95] et théorème 4.6). Soit $x \in \tilde{E}$ tel que $\tilde{J}(x) = 1$. Une distance point-à-ensemble $\delta_{\tilde{J}}$ entre $h(x)$ et \tilde{I} peut être définie comme

$$\delta_{\tilde{J}}(h(x), \tilde{I}) = \min_{y \in \tilde{\phi}^{-1}(x) \mid x \in X} \|y - h(x)\| \quad (4.2)$$

où $\|\cdot\|$ est une norme sur \mathbb{R}^n (ici, \mathbb{R}^3). Elle représente la distance entre $h(x)$ et la composante connexe de \tilde{I} associée à la composante connexe de \tilde{J} contenant x . En particulier, si x and $h(x)$ appartiennent à des composantes connexes

33. N. Passat *et al.* Topology-preservation in 3-D image deformation and registration: Methodology and medical applications. CTIC 2008.

34. S. Faisan *et al.* Topology-preserving warping of binary images according to one-to-one mappings. IEEE Transactions on Image Processing, 20(8):2135–2145 (2011).

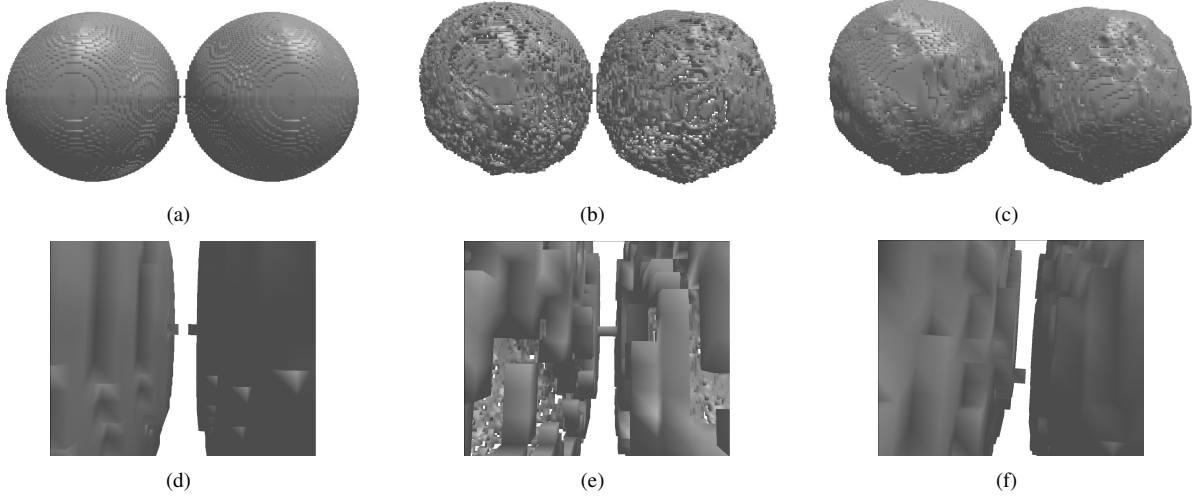


FIGURE 4.5 – (a) Une image digitale binaire I définie sur \mathbb{Z}^3 composée de deux sphères creuses de bord « mince », en 26-adjacence. (b) La déformation I_d de I par un champ de déformation préservant la topologie continue, avec une politique d'interpolation par plus proches voisins. (c) La déformation I_d de I par le même champ de déformation, avec l'approche proposée. (d–f) Zoom des images (a–c) sur la zone de voisinage entre les deux sphères. (b,e) La topologie est affectée par rapport à (a,d) : connexion des deux sphères déformées, présence de multiples tunnels et connexion des zones de fond formant l'« intérieur » et l'« extérieur » des sphères creuses. (c,f) La topologie est préservée par rapport à (a,d).

de \tilde{T} et \tilde{J} en relation par $\tilde{\phi}$, on a alors $\delta_{\tilde{J}}(h(x), \tilde{T}) = 0$. À partir de cette distance point-à-ensemble, il est possible de dériver une distance ensemble-à-ensemble d entre \tilde{T} et l'image de \tilde{J} , relativement à h

$$d(\tilde{J}, \tilde{T}, h) = \int_{x \in \tilde{E}} \delta_{\tilde{J}}(h(x), \tilde{T}) dx \approx \sum_{x \in E} \delta_{\tilde{J}}(h(x), \tilde{T}) \quad (4.3)$$

Cette distance ne correspond pas exactement à la distance entre $\tilde{T} \circ h$ et \tilde{J} , mais à la distance entre \tilde{T} et $\tilde{J} \circ h^{-1}$. Ce choix est motivé par le fait que le calcul de $\delta_{\tilde{J}}$ est alors réalisé à partir d'une carte de distance dans \tilde{T} qui, n'évoluant pas au cours de processus, n'impose qu'un seul et unique calcul préalable pour chaque composante connexe.

Optimisation et gestion topologique

Afin de contraindre J (puis I_d) à rester topologiquement équivalent à I , J est initialisé à I , puis modifié par ajouts et retraites de points simples. Modifier la valeur d'un point simple dans J impose de déterminer la nouvelle composante connexe à laquelle il appartient, afin de (re)calculer la fonction de coût, ce qui se fait de manière non-ambiguë, puisqu'un point simple est adjacent à deux composantes connexes (objet et fond) de l'image.

La valeur d'un point simple dans J est modifiée si cela permet de réduire la fonction de coût. Pour le savoir, il est suffisant de calculer, pour chaque point simple $x \in E$, le gain g induit par cette modification

$$g(x, J, \tilde{T}, h) = d(\tilde{J}, \tilde{T}, h) - d(\tilde{J}', \tilde{T}, h) = \delta_{\tilde{J}}(h(x), \tilde{T}) - \delta_{\tilde{J}'}(h(x), \tilde{T}) \quad (4.4)$$

où J' est l'image obtenue à partir de J par modification de x . Ce gain restant constant pour tout point (simple) lors du passage de J à J' (hormis pour x), il est seulement nécessaire de calculer les gains des éventuels nouveaux points simples dans le 26-voisinage de x .

Ce processus de modification de points simples (par valeurs décroissantes de gain) est ainsi itéré afin de minimiser la distance d décrite en équation (4.3), jusqu'à convergence vers une image I_d topologiquement équivalente, et (autant que possible) géométriquement similaire, à l'image déformée continue $\tilde{T} \circ h$. Afin d'éviter la convergence sur des minima locaux, qui pourrait se produire dans les cas de larges champs de déformations, il est possible de réaliser la transformation de manière incrémentale, en considérant $k + 1$ champs de déformation intermédiaires $h^{(i)}$ ($i \in \llbracket 0, k \rrbracket$), calculés à partir de h et tels que

$$\begin{cases} h^{(0)} = Id_{\tilde{E}} \text{ et } h^{(k)} = h \\ \forall i \in \llbracket 0, k - 1 \rrbracket, \forall x \in E, \|h^{(i+1)}(x) - h^{(i)}(x)\| < \varepsilon \end{cases} \quad (4.5)$$

pour un pas $\varepsilon > 0$ donné, menant à de petits déplacements, par exemple pour $k \geq \max_{x \in E} \{\|h(x) - x\|/\varepsilon\}$.

chapterEnsembles simples

COMME il a été mentionné dans le chapitre 4, des algorithmes de transformation préservant la topologie d'objets digitaux dans \mathbb{Z}^n (\mathbb{Z}^2 ou \mathbb{Z}^3 , voire \mathbb{Z}^4) peuvent être assez simplement mis en œuvre grâce à la notion de point simple [80, 21, 44], qui fournit des conditions suffisantes (mais non toujours nécessaires³⁵) à la préservation du type d'homotopie. Dans ce contexte, une attention particulière a été portée aux transformations monotones, et notamment décroissantes, généralement réalisées par retrait itératif (plus rarement parallèle) de points simples.

Un objet digital Y , obtenu à partir de $X \subset \mathbb{Z}^n$ par retrait itératif de points (successivement) simples jusqu'à stabilité, est appelé un noyau homotopique de X . Une propriété de minimalité est alors satisfaite, au sens où Y ne contient plus de point simple. Néanmoins, une propriété plus forte pourrait être demandée : Y pourrait devoir ne plus inclure strictement d'objet Z qui puisse être obtenu par l'équivalent (dans un modèle complexe ou continu) d'une rétraction par déformation (éventuellement forte, et alors décroissante au sens ensembliste du terme) de Y .

Dans \mathbb{Z}^n , un hypercube X est toujours réductible à un point seul. Il a été prouvé [124] que dans \mathbb{Z}^2 , tout squelette homotopique d'un objet X connexe et sans trou est aussi égal à un point seul. Néanmoins, en dimension $n \geq 3$, cette propriété n'est plus vérifiée. Si X est un cube dans \mathbb{Z}^3 , il devient notamment possible de construire un noyau homotopique de X qui ne soit pas réduit à un point. Des exemples classiques sont les maisons de Bing [23] et les bonnets d'âne [168]. Si l'apparition de tels objets peut sembler hautement improbable lors du traitement d'images réelles (notamment au regard de leur complexité structurelle), il existe des objets sensiblement plus simples mais présentant toutefois des propriétés similaires³⁶. De tels objets, baptisés « grumeaux », sont illustrés en figure 4.6.

Il convient de distinguer deux types de grumeaux. Ceux tels que les maisons de Bing constituent des culs-de-sac topologiques dans les espaces continus (\mathbb{R}^n) (et, *a fortiori*, dans \mathbb{F}^n et \mathbb{Z}^n), au sens où il est nécessaire, pour les réduire à un sous-ensemble strict ayant le même type d'homotopie, de passer par une opération de rétraction par déformation (non forte) qui implique une non monotonie de la transformation réalisée. D'un point de vue algorithmique, cette non monotonie ne garantit ni la terminaison du processus, ni l'obtention d'un résultat satisfaisant.

En revanche des grumeaux tels que ceux de la figure 4.6 sont des culs-de-sac topologiques dans les espaces digitaux (\mathbb{Z}^n), dans la mesure où plus aucun point simple n'est disponible, mais pas dans \mathbb{F}^n ni, *a fortiori*, dans \mathbb{R}^n . En effet, dans la mesure où les complexes cubiques proposent un cadre structurel plus riche que \mathbb{Z}^n , les possibilités

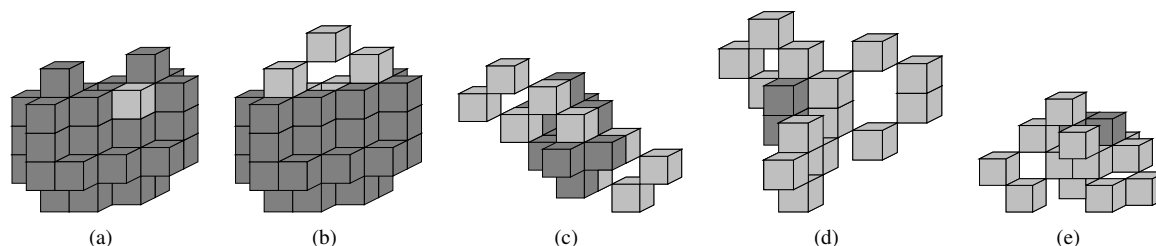


FIGURE 4.6 – Des exemples de grumeaux (considérés en 26-adjacence dans \mathbb{Z}^3) de diverses topologies (une composante connexe, pas de cavité, et de (a) à (e) : 0, 1, 2, 3 et 4 tunnels). En gris clair, des sous-ensembles ayant le même type d'homotopie (pouvant être atteints par une rétraction par déformation forte dans un cadre discret ou continu).

de transformations sur ces espaces autorisent la suppression de points de \mathbb{Z}^n en plusieurs étapes. De telles opérations de réduction, dites de collapsus, permettent d'aboutir à la définition d'objets complexes, appelés ensembles simples, qui généralisent la notion de point simple à des ensembles qui ne sont plus nécessairement des singletons.

Par opposition à des travaux permettant de considérer des ensembles simples formés de points successivement [119, 88, 77, 59] ou parallèlement [17] simples, nous nous intéressons aux ensembles simples formés uniquement de points non simples, et en particulier aux ensembles simples minimaux, qui n'incluent pas strictement d'autre ensemble simple. On notera que de tels ensembles simples ne sont pas forcément susceptibles de résoudre l'intégralité des problèmes algorithmiques posés par les grumeaux, et en particulier ceux de la première catégorie.

4.3 Notion d'ensemble simple

L'étude des ensembles simples présente un intérêt, non seulement d'un point de vue théorique mais aussi pratique. En effet, la connaissance fine et, *a fortiori*, la caractérisation de tels ensembles peuvent permettre le

35. G. Bertrand *et al.* A note on 3-D simple points and simple-equivalence. Information Processing Letters, 109(13):700–704 (2009).

36. N. Passat *et al.* Topological monsters in \mathbb{Z}^3 : A non-exhaustive bestiary. ISMM 2007. Vol. 2, pp. 11–12.

développement d'algorithmes de réduction efficaces, susceptibles en particulier d'améliorer les résultats d'algorithmes basés sur la seule notion de point simple. On suppose, dans la suite de ce chapitre, que $n \geq 1$, et que $F \leq \mathbb{F}^n$ est un complexe cubique.

Définition 4.9 Soit $G \leq F$. On dit que G est simple pour F (ou est un ensemble simple de F) si $F \searrow F \otimes G$. Si $|G^+| = 1$ on dit également que G est une cellule simple pour F .

La notion d'attache mène alors à une caractérisation locale des ensembles simples.

Proposition 4.10 ([19]) Soit $G \leq F$. Le complexe G est simple pour F si et seulement si $G \searrow \text{Att}(G, F)$.

Par ailleurs, la propriété suivante implique que, d'un point de vue algorithmique, l'étude des ensembles simples d'un complexe F peut être restreinte aux sous-complexes principaux de F .

Propriété 4.11 Soit $G \leq F$ un ensemble simple pour F . Soit $H \leq G$ le sous-complexe maximal (pour \leq) de G vérifiant $H \sqsubseteq F$. Alors H est un ensemble simple pour F et $F \otimes H = F \otimes G$.

Ensembles simples minimaux

Les ensembles simples minimaux^{37, 38} constituent une sous-famille des ensembles simples.

Définition 4.12 Soit $G \leq F$ un ensemble simple de F . On dit que G est un ensemble simple minimal de F si G est minimal (relativement à \leq) pour cette propriété, c'est-à-dire si pour tout $H \leq G$, H est simple pour F implique $H = G$.

En particulier, les ensembles simples minimaux sont des sous-complexes principaux.

Propriété 4.13 Soit $G \leq F$ un ensemble simple minimal pour F . Alors on a $G \sqsubseteq F$.

Au regard de cette propriété, les ensembles simples d'un complexe F peuvent donc être implicitement considérés comme appartenant aux sous-complexes principaux de F . De plus, si G est simple pour $F \neq \emptyset$, on a $F \otimes G \neq \emptyset$, c'est-à-dire $G^+ \subset F^+$, puis $G < F$. En conséquence, il est possible de ne considérer que les ensembles simples G de F vérifiant $(\emptyset \sqsubset)G \sqsubseteq F$.

La notion d'ensemble simple minimal est utile dans la mesure où (i) l'existence d'un ensemble simple implique l'existence d'au moins un ensemble simple minimal et (ii), par définition, un ensemble simple minimal est plus facile à caractériser qu'un ensemble simple. En particulier, on peut espérer que dans certains cas (dépendant, par exemple, de la valeur de la dimension n de l'espace ou de la dimension des (sous-)complexes considérés), l'étude des ensembles simples minimaux soit suffisante pour gérer les ensembles simples d'un complexe, et donc la question des grumeaux au sens de la seconde catégorie décrite en début de chapitre.

Points simples et ensembles simples minimaux

Si un objet $X \subset \mathbb{Z}^n$ ($n = 2$ ou 3), vu en $(3^n - 1)$ -adjacence, est représenté dans le cadre des complexes cubiques \mathbb{F}^n , la notion de cellule se ramène à la notion classique de point simple. En particulier, la caractérisation suivante qui en est faite est équivalente aux caractérisations existantes des points simples pour \mathbb{Z}^2 et \mathbb{Z}^3 .

Théorème 4.14 (d'après [78]) Soit $G \sqsubseteq F$ ($|G^+| = 1$) une cellule principale de F telle que $\dim(G) = 2$ ou 3 . Alors G est une cellule simple pour F si et seulement si $|C[\text{Att}(G, F)]| = 1$ et $\chi(\text{Att}(G, F)) = 1$.

Dans les années 80, une notion de forte suppressibilité (*strong deletability*) a été introduite [118] dans \mathbb{Z}^2 . Cette notion, qui étendait la notion de point simple, repose sur la préservation des composantes connexes de l'objet et du fond, et s'avère équivalente, dans \mathbb{Z}^2 , à la notion d'ensemble simple (cette équivalence ne s'étendant pas à \mathbb{Z}^3). Plusieurs propriétés entre ensembles fortement supprimables et points simples aboutissent au résultat suivant.

Théorème 4.15 (d'après [118], lemmes 3.1, 3.2, et proposition 3.3) Soit $X \subset \mathbb{Z}^2$. Soit $\emptyset \subset S \subset X$. Si S est fortement supprimable de X , alors :

37. N. Passat *et al.* Minimal simple sets: A new concept for topology-preserving transformations. CTIC 2008.

38. N. Passat *et al.* An introduction to simple sets. Pattern Recognition Letters, 30(15):1366–1377 (2009).

- il existe $x \in S$ tel que x est un point simple pour X ;
- pour tout $x \in S$ simple pour X , $S \setminus \{x\}$ est fortement supprimable pour $X \setminus \{x\}$.

Un ensemble fortement supprimable (ou simple) dans \mathbb{Z}^2 peut donc être supprimé par retrait itératif de points simples, dans un ordre arbitraire. Il découle de cette propriété que tout ensemble simple minimal dans \mathbb{Z}^2 est un (singleton formé d'un) point simple. Des extensions de ces résultats au cas des complexes cubiques (incluant notamment le cas digital) définis dans les pseudo-variétés de dimension 2 (incluant \mathbb{Z}^2) ont été proposées^{39, 40}.

Définition 4.16 ([149]) Soit $M \subseteq \mathbb{F}_2^n$, tel que $\dim(M) = 2$. On dit que M est une pseudo-variété (de dimension 2) si (i) M est pur, (ii) pour tout $f \in M$, on a $\widehat{f} \subseteq M$, (iii) pour toute paire de 2-faces (f, g) de M , il existe un chemin formé de 1- et 2-faces, de f à g dans M , et (iv) toute 1-face de M est incluse dans exactement deux 2-faces de M .

Proposition 4.17 Soit $M \subseteq \mathbb{F}_2^n$ une pseudo-variété. Soit $S \sqsubseteq F \sqsubseteq M$ tel que S est un ensemble simple minimal pour F . Alors S est une cellule (simple), de dimension 1 ou 2.

Théorème 4.18 Soit $M \subseteq \mathbb{F}_2^n$ une pseudo-variété. Si $S \sqsubseteq F \sqsubseteq M$ est un ensemble simple minimal pour F , alors :

- il existe une cellule G de S (et de F) simple pour F ;
- pour toute cellule G de S simple pour F , $S \otimes G$ est un ensemble simple pour $F \otimes G$.

La figure 4.7 illustre ainsi la convergence (garantie) d'un complexe (figure 4.7(b)) défini sur une pseudo-variété (figure 4.7(a)) sur un noyau homotopique ne présentant plus aucun ensemble simple (figure 4.7(c)).

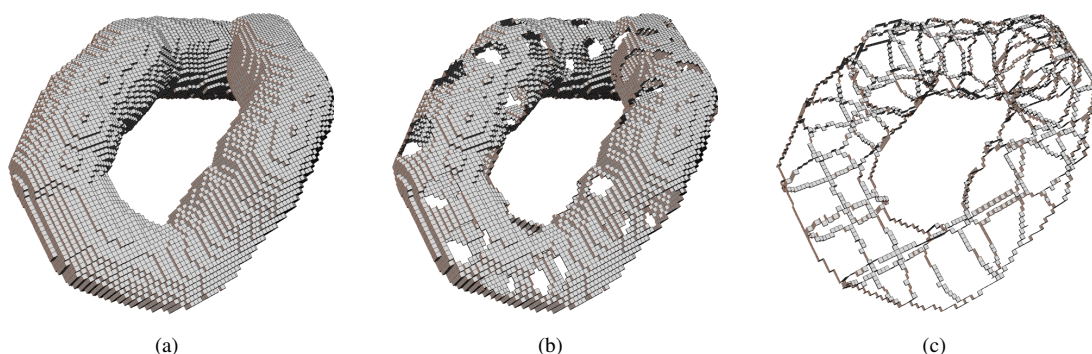


FIGURE 4.7 – (a) Une pseudo-variété M de dimension 2 (tore creux). (b) Un complexe $F \sqsubseteq M$. (c) Un noyau homotopique de F obtenu en retranchant de manière gloutonne des cellules simples de F .

4.4 Quelques caractérisations d'ensembles simples minimaux

Dans le cas des plus faibles dimensions (de l'espace considéré ou de l'objet), les notions d'ensemble simple minimal et de point/cellule simple sont identifiables, et tout ensemble simple est décomposable, de manière gloutonne, en une série de tels ensembles simples.

Proposition 4.19 Soit $G \sqsubseteq F$ un ensemble simple pour F . Si $n \leq 2$ ou $\dim(G) \leq 1$, alors il existe $H \sqsubseteq G$ tel que H est une cellule simple pour F , et pour toute telle cellule H , $G \otimes H$ est un ensemble simple pour $F \otimes H$.

Ce résultat n'est néanmoins plus valable dès que $n \geq 3$ et $\dim(G) \geq 2$, requérant ainsi une étude attentive de la notion d'ensemble simple sous ces hypothèses.

39. N. Passat *et al.* Topology-preserving thinning in 2-D pseudomanifolds. DGCI 2009. LNCS, Vol. 5810, pp. 218–229.

40. N. Passat *et al.* Topological properties of thinning in 2-D pseudomanifolds. Journal of Mathematical Imaging and Vision, 37(1):27–39 (2010).

Ensembles simples de dimension 2 dans les espaces de dimension n

Les cellules simples de dimension 2 existent dans \mathbb{F}^n ($n \geq 3$) et constituent évidemment des ensembles simples minimaux. Nous ne nous intéressons pas à ces objets « triviaux », dont la caractérisation est déjà établie, mais aux autres ensembles simples minimaux⁴¹ de dimension 2. De manière implicite, on considère, dans la suite de cette section, qu'un ensemble simple minimal G est non singulier, c'est-à-dire que $|G^+| \geq 2$. Un tel exemple d'ensemble simple minimal, ainsi que son détachement par collapsus, sont illustrés en figure 4.8.

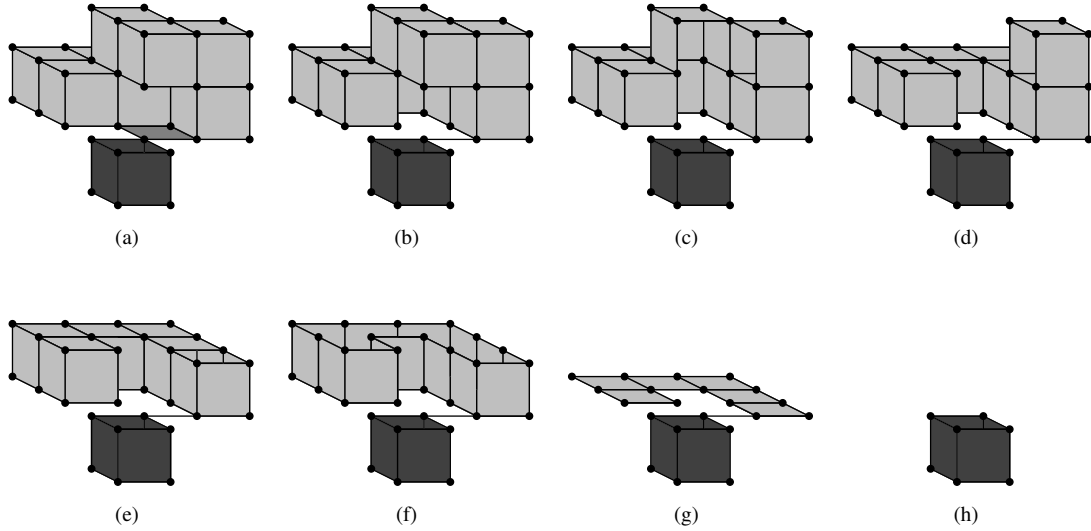


FIGURE 4.8 – (a) Un complexe cubique $F \leq \mathbb{F}^3$ (pur) de dimension 2, incluant un ensemble simple minimal G qui n'est pas une cellule (en gris moyen et gris clair). On constate de manière évidente qu'aucune cellule de G n'est simple dans F . (b–h) Un extrait de la séquence de collapsus illustrant la simplicité de G .

Le théorème suivant fournit une caractérisation locale de tels ensembles.

Théorème 4.20 *Soit $G \sqsubset F$ un sous-complexe principal de F tel que $\dim(G) = 2$. Alors G est un ensemble simple minimal de F si et seulement si les quatre conditions suivantes sont vérifiées*

$$|C[Att(G, F)]| = 1 \quad (4.6)$$

$$\exists! f \in G^+, \widehat{f}^* \neq Att(\widehat{f}, F) \quad (4.7)$$

$$\exists! f \in G^+, \widehat{f}^* \cap Att(G, F) \neq \emptyset \quad (4.8)$$

$$\exists f \in G, (\dim(f) = 0) \wedge (G \searrow \widehat{f}) \quad (4.9)$$

La condition (4.6) impose la connexité de l'attache de G à F . La condition (4.7) indique que G possède exactement une face de bord dans F . La condition (4.8) indique qu'il existe exactement une facette de G qui inclut des faces de son attache à F . Enfin, la condition (4.9) traduit la contractilité de G .

Cette caractérisation induit un procédé algorithmique détectant les faces qui permettent d'amorcer les séquences de collapsus aboutissant au détachement possible d'un ensemble simple minimal (conditions (4.6)–(4.8)), puis vérifiant de manière gloutonne, pour chacune de ces faces d'amorce potentielles, si un tel ensemble simple minimal existe. En conséquence, cette caractérisation mène à la proposition suivante.

Proposition 4.21 *Soit $F \leq \mathbb{F}^n$. Tous les ensembles simples minimaux de dimension 2 présents dans F peuvent être détectés (et donc supprimés) en temps linéaire $O(|F^+|)$ relativement au nombre de facettes de F .*

Le théorème suivant garantit finalement que tout ensemble simple de dimension inférieure ou égale à 2 peut être supprimé par détachement itératif d'ensembles simples minimaux. Cette propriété est indépendante de l'ordre des détachements effectués. Elle conduit ainsi à des algorithmes de réduction gloutons.

41. L. Mazo *et al.* On 2-dimensional simple sets in n -dimensional cubic grids. *Discrete & Computational Geometry*, 43(4):893–913 (2010).

Théorème 4.22 Soit $F \leq \mathbb{F}^n$. Soit $G \sqsubset F$ un ensemble simple pour F tel que $\dim(G) \leq 2$. Si G n'est pas un ensemble simple minimal, alors :

- (i) $\exists H \sqsubset G$ tel que H est un ensemble simple minimal pour F ;
- (ii) $\forall H \sqsubset G$ tel que H est un ensemble minimal pour F , $G \otimes H$ est un ensemble simple pour $F \otimes H$.

Ce théorème étend la proposition 4.19, ainsi que le théorème 4.18. Il ne peut néanmoins être généralisé à $\dim(G) \geq 3$. En particulier, la condition (ii) est fautive, comme illustré en début de chapitre.

Paires simples minimales de dimension 3

L'étude des ensembles simples en dimension 3 est un problème dont la difficulté a été longtemps sous-estimée. Ainsi, en 1990, la conjecture suivante avait été énoncée dans le cas de \mathbb{Z}^3 .

Conjecture 4.23 ([79]) Soit $X' \subseteq X$ des sous-ensembles finis de \mathbb{Z}^3 tels que $X \searrow X'$. Alors il existe des ensembles X_1, X_2, \dots, X_n avec $X_1 = X$, $X_n = X'$ et pour $0 < i < n$, $X_{i+1} = X_i \setminus \{x_i\}$ où x_i est un point simple pour X_i .

Moins formellement, il était donc supposé que si l'analogie continue d'un objet digital pouvait collapser sur l'analogie continue de l'un de ses sous-ensembles, alors cette déformation (en fait une rétraction par déformation forte) pouvait s'interpréter comme le retrait itératif de points successivement simples.

Des contre-exemples tels que ceux de la figure 4.6 contredisent cette assertion, justifiant l'étude des ensembles simples en dimension 3. En effet, de multiples applications s'appuyant sur des opérations de réduction homotopique (souvent basées sur les seuls points simples) il convient de minimiser la probabilité d'apparition de grumeaux.

Pragmatiquement, il a été choisi de s'intéresser en premier lieu aux ensembles simples minimaux formés de deux points dans \mathbb{Z}^3 , qui sont, par définition, tous deux non simples. De tels ensembles simples minimaux ont été baptisés paires simples minimales. Cette étude^{42, 43} a été menée dans l'hypothèse de la 26-adjacence pour les objets considérés dans \mathbb{Z}^3 , cette adjacence permettant de faire un lien immédiat avec les complexes cubiques (purs) de dimension 3 dans \mathbb{F}^3 . La définition des paires simples minimales, illustrée en figure 4.9, est alors la suivante.

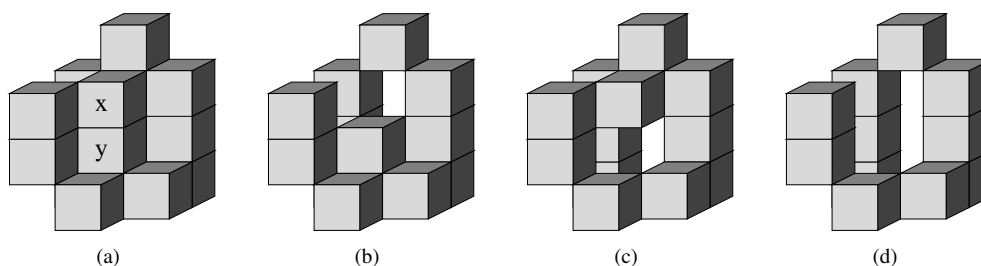


FIGURE 4.9 – (a) Une paire simple minimale (formée des points x et y) et son voisinage immédiat dans un objet de \mathbb{Z}^3 considéré en 26-adjacence (cette configuration apparaît dans la figure 4.6(a,b)). On constate que le seul retrait de x (b) (resp. de y) (c) aboutit à une altération de la topologie de l'objet, en l'occurrence, l'apparition d'un tunnel. En revanche, la suppression conjointe de x et y n'altère pas la topologie de l'objet, et s'interprète comme une rétraction par déformation forte dans l'analogie continue (et une séquence de collapsus dans le modèle complexe).

Définition 4.24 Soit $F \sqsubset \mathbb{F}^3$ un complexe pur de dimension 3. Soit $G \sqsubset F$ un sous-complexe principal (donc également pur et de dimension 3), tel que $|G^+| = 2$. On dit que G est une paire simple minimale pour F si G est un ensemble simple minimal pour F .

Le théorème suivant fournit une caractérisation des paires simples minimales.

Théorème 4.25 Soit $F \sqsubset \mathbb{F}^3$ un complexe pur de dimension 3. Soit $G \sqsubset F$ un sous-complexe principal (donc également pur et de dimension 3), tel que $|G^+| = 2$. Soit $\{g_1, g_2\} = G^+$. Alors G est une paire simple minimale pour

42. N. Passat et al. Minimal simple pairs in the cubic grid. DGCI 2008. LNCS, Vol. 4992, pp. 165–176.

43. N. Passat et al. Minimal simple pairs in the 3-D cubic grid. Journal of Mathematical Imaging and Vision, 32(3):239–249 (2008).

F si et seulement si les quatre conditions suivantes sont vérifiées

$$\dim(\widehat{g}_1 \cap \widehat{g}_2) = 2 \quad (4.10)$$

$$\forall i \in \{1, 2\}, \chi(\text{Att}(\widehat{g}_i, F)) \leq 0 \quad (4.11)$$

$$|C[\text{Att}(G, F)]| = 1 \quad (4.12)$$

$$\chi(\text{Att}(G, F)) = 1 \quad (4.13)$$

Toutes ces conditions étant purement locales à G , nous aboutissons à la proposition suivante.

Proposition 4.26 *Dans un objet $X \subset \mathbb{Z}^3$, une paire simple minimale peut être caractérisée en temps constant $O(1)$, et toutes les paires simples minimales peuvent donc être caractérisées en temps linéaire $O(|X|)$ relativement à la taille de l'objet.*

En conséquence, il est possible de proposer un algorithme de réduction homotopique basé sur le retrait de points simples et (lorsque plus aucun point simple n'est temporairement disponible) de paires simples minimales. Un tel algorithme présente donc la même complexité algorithmique (linéaire) qu'un algorithme standard par retrait de points simples. Il a par ailleurs été expérimentalement observé qu'un tel algorithme apporte une réelle plus-value en termes de minimalité des squelettes ou noyaux homotopiques calculés.

Ces résultats sur les paires simples minimales, bien que présentés dans le cadre des complexes cubiques de dimension 3, portent en fait sur un sous-ensemble de ces complexes assimilable à \mathbb{Z}^3 muni, pour ses objets, de la 26-adjacence. L'étude des paires simples minimales de dimension 3 peut néanmoins être enrichie de quelques résultats.

Tout d'abord, et de manière évidente au regard des résultats précédents, une paire simple minimale dans \mathbb{F}^n , c'est-à-dire un ensemble simple minimal à exactement deux facettes, est nécessairement de dimension supérieure ou égale à 3 (imposant donc $n \geq 3$). Au demeurant, on a les propriétés suivantes.

Propriété 4.27 *Soit $F \leq \mathbb{F}^n$ ($n \geq 3$). Soit $G \sqsubset F$ une paire simple minimale de F , de dimension 3. Alors G est pure.*

Toutefois, cette propriété de pureté est uniquement propre aux paires simples minimales de dimension 3 (et, de manière triviale, aux cellules simples de dimension quelconque).

Propriété 4.28 *Soit $F \leq \mathbb{F}^n$ ($n \geq 1$). Soit $G \sqsubset F$ un ensemble simple minimal pour F . Si $|G^+| \geq 3$ ou $\dim(G) \geq 4$, alors G n'est plus nécessairement pur.*

Enfin, dans le cas des paires simples minimales de dimension 3, on peut constater que la caractérisation proposée dans le théorème 4.25, et qui se restreint au cas assimilables à \mathbb{Z}^3 , se généralise sans grande difficulté. On a alors la caractérisation suivante des paires simples minimales de dimension 3 dans les espaces de dimension $n \geq 3$.

Proposition 4.29 *Soit $n \geq 3$. Soit $F \leq \mathbb{F}^n$ un complexe non nécessairement pur. Soit $G \sqsubset F$ tel que $|G^+| = 2$ and $\dim(G) = 3$. Soit $\{g_1, g_2\} = G^+$. Alors G est une paire simple minimale pour F si et seulement si les quatre conditions (4.10)–(4.13) sont vérifiées.*

Si ce résultat clôt l'étude des paires simples minimales de dimension 3, la question des ensembles simples de dimension 3 (et, *a fortiori*, de dimensions supérieures) reste ouverte. Cette étude est d'autant plus difficile à mener [91] que de tels ensembles simples minimaux peuvent être de cardinalité arbitrairement grande.

Chapitre 5

Arbres de coupes et segmentation

LA notion d'arbre de coupes, définie au chapitre 3, est particulièrement bien adaptée au développement de méthodes de traitement et d'analyse d'images à niveaux de gris basées sur des hypothèses *a priori* relatives à la topologie (connexité) et à l'intensité spécifique (extrema locaux) de certaines structures d'intérêt.

Au regard de ces propriétés, et grâce à des avancées méthodologiques liées à la gestion d'éléments de connaissance complexes [155], les arbres de coupes ont été impliqués dans la conception de multiples techniques de filtrage et de segmentation d'images [129, 71, 52, 102]. Toutes ces méthodes ont été conçues pour tirer parti de l'utilisation d'éléments d'information (attributs), définis en fonction d'hypothèses liées au contexte applicatif, et stockés en chaque nœud de l'arbre, aboutissant à des outils automatiques et/ou paramétriques.

De nombreux travaux sur les arbres de coupes se sont attachés à permettre leur calcul de manière efficace [34, 129, 103, 164]. En particulier, le calcul des arbres de coupes en temps quasi-linéaire constitue une condition favorable au développement de méthodes de segmentation interactive, sous l'hypothèse que les opérations réalisées sur les images *via* leur arbre de coupes présentent elles-mêmes une faible complexité algorithmique.

La segmentation interactive est, au demeurant, un domaine de recherche actuellement en plein essor [96]. Ce dynamisme se justifie, entre autres, par la difficulté d'aboutir effectivement à des méthodes automatiques, et l'importance de mettre à profit les compétences thématiques des utilisateurs. Plusieurs manières d'introduire de l'interaction sont envisageables, suivant les méthodologies considérées (modèles déformables [72, 140], *live-wires/intelligent scissors* [13, 99], ligne de partage des eaux [160, 45], croissance de régions [1], graph-cuts [31], méthodes à base d'arbres [128], etc.). Parmi les stratégies envisagées, nombreuses sont celles qui requièrent le positionnement de marqueurs ou la donnée d'un modèle initial (approximatif) de segmentation.

Il est ici proposé de s'appuyer sur le raffinement d'une segmentation initiale, supposée proche du résultat souhaité. Par opposition à l'utilisation classique qui en est généralement faite, les arbres de coupes sont utilisés afin de tirer avantage de la décomposition de l'image qu'ils procurent. La méthodologie présentée est évidemment dédiée à la segmentation de structures présentant des intensités (localement) extrémales dans les images.

5.1 Segmentation interactive par arbres de coupes

Un utilisateur réalisant une segmentation d'image, d'une manière inexacte mais rapide, obtiendra généralement différents types de résultats : sous-segmentation et/ou sur-segmentation, menant à la génération de faux-positifs et/ou de faux négatifs. Il est alors souhaitable de pouvoir corriger, de la manière la plus simple et rapide possible, ces erreurs afin d'obtenir un résultat de segmentation correct.

Pour ce faire, il est proposé^{44, 45} de considérer l'arbre de coupes de l'image à segmenter, et plus précisément de trouver la « meilleure » segmentation induite par cet arbre de coupes, au regard de la segmentation initiale fournie par l'utilisateur. Une telle segmentation peut notamment être considérée d'un point de vue quantitatif, en proposant une solution qui minimise la quantité de faux positifs/négatifs par rapport à la segmentation initiale.

Considérons une image à niveaux de gris $I : E \rightarrow V$, son arbre de coupes $\mathfrak{T} = (\mathcal{N}, \mathcal{E}, \mathcal{R})$, ainsi que la segmentation initiale $M \subseteq E$ fournie par un utilisateur. On note Q l'ensemble des objets binaires qui peuvent être générés (par union des composantes connexes formant les nœuds) à partir de \mathcal{N} .

44. N. Passat *et al.* Selection of relevant nodes from component-trees in linear time. DGCI 2011. LNCS, Vol. 6607, pp. 453–464.

45. N. Passat *et al.* Interactive segmentation based on component-trees. Pattern Recognition, 44(10–11):2539–2554 (2011).

Formulation du problème

Le problème peut se formuler comme la recherche d'un sous-ensemble de nœuds $\widehat{\mathcal{N}} \subseteq \mathcal{N}$ induisant un objet binaire qui soit le plus proche possible de M . Cette notion de proximité implique la définition d'une mesure sur 2^E , visant à quantifier les faux positifs et faux négatifs. Une telle mesure peut se définir comme

$$\left| \begin{array}{l} d^\alpha : 2^E \times 2^E \rightarrow \mathbb{R}^+ \\ (X, Y) \mapsto \alpha \cdot |X \setminus Y| + (1 - \alpha) \cdot |Y \setminus X| \end{array} \right. \quad (5.1)$$

où le paramètre $\alpha \in [0, 1]$ permet de pondérer l'importance des erreurs de faux positifs et faux négatifs, respectivement. On aboutit alors au problème de minimisation visant à déterminer l'ensemble $\widehat{\mathcal{N}}$ défini par

$$\widehat{\mathcal{N}} = \arg \min_{N' \in 2^{\mathcal{N}}} \left\{ d^\alpha \left(\bigcup_{N \in N'} N, M \right) \right\} \quad (5.2)$$

L'objectif est donc de trouver le meilleur compromis (en fonction de $\alpha \in [0, 1]$) entre les faux positifs et faux négatifs relatifs à M . La proposition ci-après fournit une fonction qui permet de calculer une solution à ce problème, et ce en temps linéaire.

Proposition 5.1 Soit $< \in \{<, \leq\}$. Soit $\mathcal{F}^\alpha : \mathcal{N} \rightarrow 2^{\mathcal{N}}$ et $c^\alpha : \mathcal{N} \rightarrow \mathbb{R}^+$ les fonctions récursivement définies, pour tout $N \in \mathcal{N}$, par

$$(\mathcal{F}^\alpha(N), c^\alpha(N)) = \begin{cases} (\{N\}, \alpha \cdot n(N, M)) & \text{si } \alpha \cdot n(N, M) < (1 - \alpha) \cdot p^*(N, M) + \sum_{N' \in \text{ch}(N)} c^\alpha(N') \\ (\bigcup_{N' \in \text{ch}(N)} \mathcal{F}^\alpha(N'), (1 - \alpha) \cdot p^*(N, M) + \sum_{N' \in \text{ch}(N)} c^\alpha(N')) & \text{sinon} \end{cases} \quad (5.3)$$

où $\text{ch}(N)$ est l'ensemble des nœuds fils de N , $p^*(N, M) = |(N \setminus \bigcup_{N' \in \text{ch}(N)} N') \cap M|$ et $n(N, M) = |N \setminus M|$. Soit $M^\alpha = \bigcup_{N \in \mathcal{F}^\alpha(E)} N$. On a alors

$$d^\alpha(M^\alpha, M) = c^\alpha(E) = \min_{N' \in 2^{\mathcal{N}}} \left\{ d^\alpha \left(\bigcup_{N \in N'} N, M \right) \right\} \quad (5.4)$$

et en particulier $\widehat{\mathcal{N}} = \mathcal{F}^\alpha(E)$.

Proposition 5.2 L'ensemble $\mathcal{F}^\alpha(E)$, et donc M^α , peuvent être calculés avec une complexité algorithmique (en temps) $O(\max\{|\mathcal{N}|, |E|\})$, c'est-à-dire linéaire par rapport au nombre de nœuds de l'arbre ou de la taille de l'image.

L'ensemble de nœuds $\mathcal{F}^\alpha(E)$, et son image binaire associées M^α , ne sont pas nécessairement uniques. Néanmoins, le choix de $<$ dans la proposition 5.1 permet de briser cet indéterminisme en favorisant la plus petite ($<$) ou la plus grande (\leq) solution parmi toutes celles possibles.

Algorithmique

Cette étude fournit, par la formule (5.3), un procédé algorithmique qui permet de résoudre le problème posé pour un α donné. Il peut être utilisé de manière naïve afin de fournir des résultats de segmentation pour $k > 1$ valeurs distinctes de α . L'algorithme obtenu présente alors une complexité $O(k \cdot \max\{|\mathcal{N}|, |E|\})$, l'algorithme de base devant être exécuté k fois. Au demeurant, l'utilisateur doit alors examiner les k résultats binaires indépendamment, afin de choisir le plus satisfaisant. L'étude de ces k résultats binaires est néanmoins facilitée par une propriété de décroissance des résultats par rapport à la valeur de α . Cette propriété est notamment héritée de la propriété de décroissance de l'opération de seuillage.

Proposition 5.3 Soit $\alpha_1 < \alpha_2 \in [0, 1]$. On a alors $M^{\alpha_2} \subseteq M^{\alpha_1}$.

La première conséquence de cette propriété est la possibilité de stocker k résultats distincts pour k valeurs croissantes $0 \leq \alpha_1 < \alpha_2 < \dots < \alpha_{k-1} < \alpha_k \leq 1$ en une seule image à niveaux de gris $S_k : E \rightarrow \llbracket 1, k \rrbracket$ définie, de manière similaire à l'équation (3.3) (chapitre 3) par

$$S_k = \bigvee_{i=1}^k C_{M^{\alpha_i}, i} \quad (5.5)$$

Ainsi, le choix interactif du meilleur résultat peut être réalisé (en temps réel) par un simple seuillage de S_k .

La seconde conséquence est la possibilité d'optimiser le calcul des k solutions M^{α_i} . En effet, si pour $\alpha \in [0, 1]$, un nœud N appartient à $\mathcal{F}^\alpha(E)$, on peut garantir que pour tout $\alpha^- < \alpha$ (resp. $\alpha^+ > \alpha$), N sera nécessairement inclus dans une composante connexe de M^{α^-} (resp. N inclura toutes les composantes connexes de M^{α^+} qu'il intersecte). Ceci aboutit à deux stratégies pour calculer k solutions M^{α_i} avec $0 \leq \alpha_1 < \alpha_2 < \dots < \alpha_{k-1} < \alpha_k \leq 1$:

1. une stratégie d'élagage, où les ensembles $\mathcal{F}^{\alpha_i}(E)$ sont calculés de $i = k$ à 1 : une fois que $\mathcal{F}^{\alpha_i}(E)$ a été déterminé, tous les nœuds descendant d'un nœud de $\mathcal{F}^{\alpha_i}(E)$ ne sont plus considérés par la suite ;
2. une stratégie « diviser pour régner », où les ensembles $\mathcal{F}^{\alpha_i}(E)$ sont calculés de $i = 1$ à k : une fois que $\mathcal{F}^{\alpha_i}(E)$ a été calculé, seuls les arbres de coupes associés à chaque sous-image induite par une composante connexe de M^{α_i} (c'est-à-dire chaque nœud de $\mathcal{F}^{\alpha_i}(E)$) sont conservés.

5.2 Hyperarbres de coupes : une extension à la connexité multi-échelle

La méthode de segmentation proposée précédemment fournit des résultats relatifs à une connexité donnée (généralement induite par une adjacence usuelle sur \mathbb{Z}^n). Si l'on souhaite prendre en compte simultanément d'autres types de connexités, et en particulier des connexités par masques [107], il convient alors d'enrichir le schéma méthodologique. Pour ce faire, nous introduisons une nouvelle structure de données, les hyperarbres de coupes ⁴⁶, qui regroupent plusieurs arbres de coupes d'une même image, à différents niveaux de connexité, et modélisent la décomposition de chaque nœud d'un arbre de coupes dans son arbre voisin.

Connexité de seconde génération et connexité par masques

Dans \mathbb{Z}^n , les connexités couramment employées pour définir l'arbre de coupes d'une image, sont celles induites par les notions de $2n$ - et $(3^n - 1)$ -adjacences, dont la justification continue (c'est-à-dire dans \mathbb{R}^n) a été discutée dans le chapitre 4. Une alternative (morphologique) à cette définition a toutefois été proposée, avec la notion de connexité de seconde génération [121, 138], qui a abouti en particulier à définir le concept de connexité multi-échelle [32, 33]. Dans ce cadre des connexités de seconde génération, la notion de connexité par masques a notamment été introduite [107]. Dans le cas binaire, et en se restreignant aux masques qui sont des sur-ensembles ou des sous-ensembles d'un objet donné, on obtient l'adaptation suivante de la connexité par masques.

Définition 5.4 (d'après [107]) Soit $X \subseteq E$. Soit $\omega(X) \subseteq E$ un masque de X . Les composantes ω -connexes de X , notées $C_\omega[X]$, sont composées :

- dans le cas où $\omega(X) \subseteq X$:
 - des composantes connexes de $\omega(X)$; et
 - des singletons $\{x\}$ pour tout $x \in X \setminus \omega(X)$;
- dans le cas où $\omega(X) \supseteq X$:
 - des ensembles $X \cap Y$ pour toute composante connexe Y de $\omega(X)$.

Pour une image $I : E \rightarrow V$, considérons les masques extensifs/anti-extensifs $\Omega_\star(I) : E \rightarrow V$. On appelle composantes Ω_\star -connexes de I , et on note \mathcal{N}_\star , l'ensemble de toutes les composantes ω_\star -connexes de $\lambda_\nu(I)$ induites par les masques binaires $\omega_\star(\lambda_\nu(I)) = \lambda_\nu(\Omega_\star(I))$, pour tout $\nu \in V$.

Nous considérons, en particulier, les familles de masques $\{\Omega_i(I)\}_{i=t}^u$ ($t \leq 0 \leq u$) telles que (i) $\Omega_t(I) = C_{E,\perp}$, (ii) $\Omega_0(I) = I$, (iii) $\Omega_u(I) = C_{E,\top}$, et (iv) $\Omega_i(I) < \Omega_j(I)$ pour tous $t \leq i < j \leq u$. Un exemple de famille $\{\Omega_i(I)\}_{i=-2}^2$ est illustré en figure 5.1. La connexité par masques, définie précédemment, permet de générer de telles familles (néanmoins, sans perte de généralité, ce qui suit reste valide pour toute famille de masques satisfaisant les propriétés (i)–(iv) ci-dessus, et notamment celles induites par d'autres connexités).

Des exemples typiques vérifiant ces propriétés sont les familles de masques induites par des érosions/dilatations (resp. ouvertures/fermetures), pour un élément structurant contenant $0_{\mathbb{Z}^n}$

$$\dots < \varepsilon^k(I) < \dots < \varepsilon(I) < I < \delta(I) < \dots < \delta^k(I) < \dots \quad (5.6)$$

$$\dots < (\delta^k \circ \varepsilon^k)(I) < \dots < (\delta \circ \varepsilon)(I) < I < (\varepsilon \circ \delta)(I) < \dots < (\varepsilon^k \circ \delta^k)(I) < \dots \quad (5.7)$$

Il est bien sûr possible de construire les arbres de coupes de I induits par ses composantes Ω_\star -connexes (ces arbres seront appelés Ω_\star -arbres de coupes). Tout nœud $N \in \mathcal{N}_i$ d'un Ω_i -arbre de coupes de I est alors partitionné en un (ou plusieurs) nœud(s) de son Ω_{i-1} -arbre de coupes.

46. N. Passat *et al.* Component-hypertrees for image segmentation. ISMM 2011. LNCS, Vol. 6671, pp. 284–295.

Hyperarbres de coupes

Sans perte de généralité, on modifie la définition des arbres de coupes (chapitre 3, page 18) comme suit. Une image I est considérée comme définie de \mathbb{Z}^n dans V (mais toujours avec $E = I^{-1}(V \setminus \{-\infty\})$ connexe et fini). On associe à I un masque $\Omega_\star(I) : \mathbb{Z}^n \rightarrow V$ extensif ou anti-extensif. Sous ces conditions, les composantes Ω_\star -connexes de I permettent de générer un Ω_\star -arbre de coupes de I présentant les particularités suivantes : (i) $\mathbb{Z}^n \in \mathcal{N}_\star$ et (ii) $\mathcal{R} = \sup(\mathcal{N}_\star, \subseteq) = \lambda_{-\infty}(I) = \mathbb{Z}^n$.

Définition 5.5 Soit $I \in V^{\mathbb{Z}^n}$. Soit $\{\Omega_i(I)\}_{i=t}^u$ ($t \leq 0 \leq u$) un ensemble de masques de I . L'hyperarbre de coupes de I (induit par cet ensemble de masques) est le triplet $\mathfrak{H} = (\mathcal{H}, \mathcal{L}_\downarrow, \mathcal{L}_\rightarrow)$ tel que :

- (i) \mathcal{H} est le multi-ensemble défini par $\mathcal{H} = \bigcup_{i=t}^u \mathcal{N}_i$;
- (ii) $\forall i \in \llbracket t, u \rrbracket$, le sous-graphe de $(\mathcal{H}, \mathcal{L}_\downarrow)$ induit par le sous-ensemble de nœuds $\mathcal{N}_i \subseteq \mathcal{H}$ est le Ω_i -arbre de coupes de I ;
- (iii) $\forall v \in V$, le sous-graphe de $(\mathcal{H}, \mathcal{L}_\rightarrow)$ induit par le sous-ensemble de nœuds $\mathcal{S}_v = \bigcup_{i \in \llbracket t, u \rrbracket} \mathcal{C}_{\omega_i}[\lambda_v(I)] \subseteq \mathcal{H}$ est le diagramme de Hasse du multi-ensemble partiellement ordonné $(\mathcal{S}_v, \subseteq)$. Ce sous-graphe est, en particulier, un arbre de partitionnement n -aire.

Dans la condition (i), \mathcal{H} est un multi-ensemble car plusieurs nœuds de \mathcal{H} , qui sont en fait le même sous-ensemble de \mathbb{Z}^n , peuvent correspondre à des composantes Ω_\star -connexes d' Ω_\star -arbres de coupes distincts. Par ailleurs, dans la condition (iii), on considère que $X \subset Y$ lorsque $X \in \mathcal{N}_i$ et $Y \in \mathcal{N}_j$ sont le même sous-ensemble de \mathbb{Z}^n , et $i < j$. L'hyperarbre de coupes relatif à la figure 5.1 est illustré en figure 5.2.

Un nœud $N \in \mathcal{N}_i$ peut avoir plusieurs décompositions (distinctes) dans \mathcal{N}_{i-1} . En particulier, un nœud N qui est une composante Ω_i -connexe de $\lambda_v(I)$ pour tout $v \in \llbracket v^-, v^+ \rrbracket \subseteq V$ peut avoir jusqu'à $v^+ - v^- + 1$ décompositions dans \mathcal{N}_{i-1} , pour les mêmes niveaux de gris. Les nœuds de ces différentes décompositions forment alors un ensemble de sous-arbres de l' Ω_{i-1} -arbre de coupes de I (voir la figure 5.2 pour un nœud ayant deux décompositions distinctes (en rouge et en vert), et un nœud ayant la même décomposition à deux niveaux de gris distincts (en magenta)).

Simplification

Soit $N_i \in \mathcal{N}_i$ et $N_{i-1} \in \mathcal{N}_{i-1}$ des nœuds correspondant au même sous-ensemble de \mathbb{Z}^n , et tels que les sous-arbres des Ω_i - et Ω_{i-1} -arbres de coupes de racine N_i et N_{i-1} sont identiques. D'après la proposition 5.1, on a $\mathcal{F}^\alpha(N_i) = \mathcal{F}^\alpha(N_{i-1})$. Ainsi, plusieurs Ω_\star -arbres de coupes successifs peuvent partager leurs « parties inférieures » semblables. Par opposition, un nœud qui apparaît dans deux Ω_\star -arbres de coupes successifs doit être représenté dans chacun d'entre eux si ses sous-arbres diffèrent, comme illustré en jaune dans la figure 5.3.

Lorsqu'un nœud possède plusieurs décompositions, on constate que, d'un point de vue algorithmique, une seule d'entre elles est nécessaire et suffisante. En particulier, il convient de conserver la décomposition qui fournit la partition la plus fine de ce nœud, c'est-à-dire celle composée des nœuds à la valeur de seuillage v^+ .

Sur la base de ces considérations, un hyperarbre de coupes peut être simplifié pour ne contenir que les nœuds présentant un intérêt algorithmique (voir les figures 5.2 et 5.3).

Il est à noter que la version simplifiée d'un hyperarbre de coupes conserve ses deux principales spécificités : (i) le sous-graphe de $(\mathcal{H}, \mathcal{L}_\downarrow)$ induit par le sous-ensemble de nœuds \mathcal{N}_\star est l' Ω_\star -arbre de coupes de I , et (ii) le sous-graphe de $(\mathcal{H}, \mathcal{L}_\rightarrow)$ induit par le sous-ensemble de nœuds \mathcal{S}_v correspondant aux composantes Ω_\star -connexes obtenues à la valeur de seuillage v , fournit (de manière déterministe) une décomposition hiérarchique de $\lambda_v(I)$ en composantes Ω_i -connexes (pour des valeurs décroissantes de i).

Segmentation

Réaliser une segmentation de la manière décrite en section 5.1 consiste à résoudre l'équation (5.2), c'est-à-dire à calculer $\mathcal{F}^\alpha(\mathbb{Z}^n)$ pour tous les Ω_\star -arbres de coupes de I , afin de permettre à l'utilisateur de réaliser un « seuillage de connexité » pour choisir le résultat le plus satisfaisant pour un α donné. Au lieu de traiter tous ces Ω_\star -arbres de coupes indépendamment, il peut être pertinent de calculer \mathcal{F}^α d'une manière globale sur l'hyperarbre de coupes, afin de factoriser au mieux les calculs redondants.

Soit $N \in \mathcal{H}$. Soit $d(N)$ l'ensemble des nœuds D tel que $(N, D) \in \mathcal{L}_\rightarrow$. Soit $d_\bullet(N) = \{D \in d(N) \mid \mathcal{F}^\alpha(D) = \{D\}\}$ et $d_\circ(N) = d(N) \setminus d_\bullet(N)$. On définit

$$\begin{aligned} \delta^+(N) &= \alpha.n(N, M) - (1 - \alpha).p^*(N, M) - \sum_{N' \in ch(N)} c^\alpha(N') \\ \delta^-(N) &= c^\alpha(N) - \sum_{D \in d(N)} c^\alpha(D) \end{aligned} \tag{5.8}$$

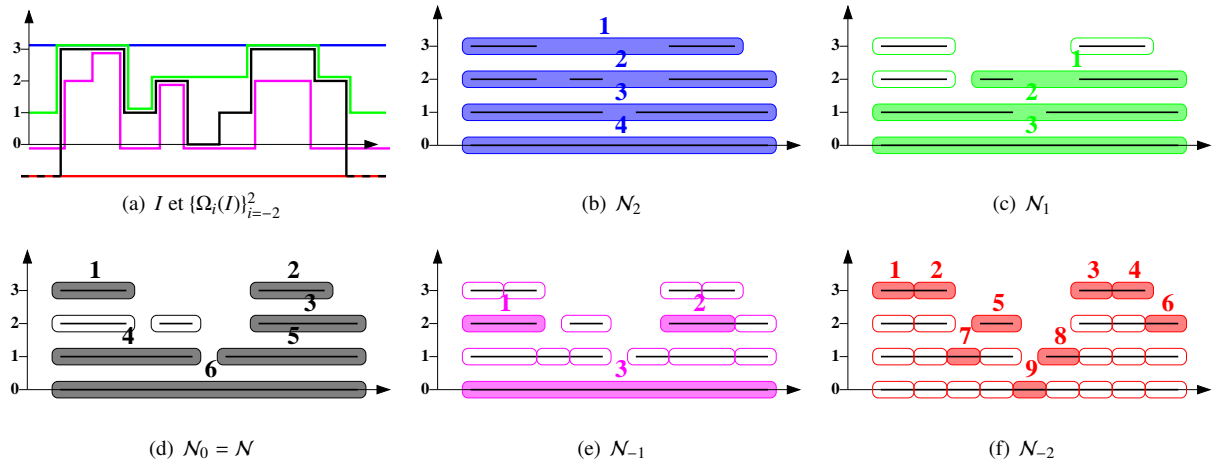


FIGURE 5.1 – Une image (1D) $I : \mathbb{Z} \rightarrow \llbracket 0, 3 \rrbracket \cup \{-\infty\}$ et une famille $\{\Omega_i(I)\}_{i=-2}^2$ de masques de I . (a) $\Omega_2(I) = C_{E,3}$ (en bleu) ; $\Omega_1(I)$ (en vert) ; $\Omega_0(I) = I$ (en noir) ; $\Omega_{-1}(I)$ (en magenta) ; $\Omega_{-2}(I) = C_{E,-\infty}$ (en rouge). (b–f) Ensembles \mathcal{N}_* . Lignes noires : composantes connexes de I ; lignes noires dans les cartouches de couleur (vides ou pleins) : composantes Ω_* -connexes de I (de (b) à (f) : composantes Ω_2 - à Ω_{-2} -connexes).

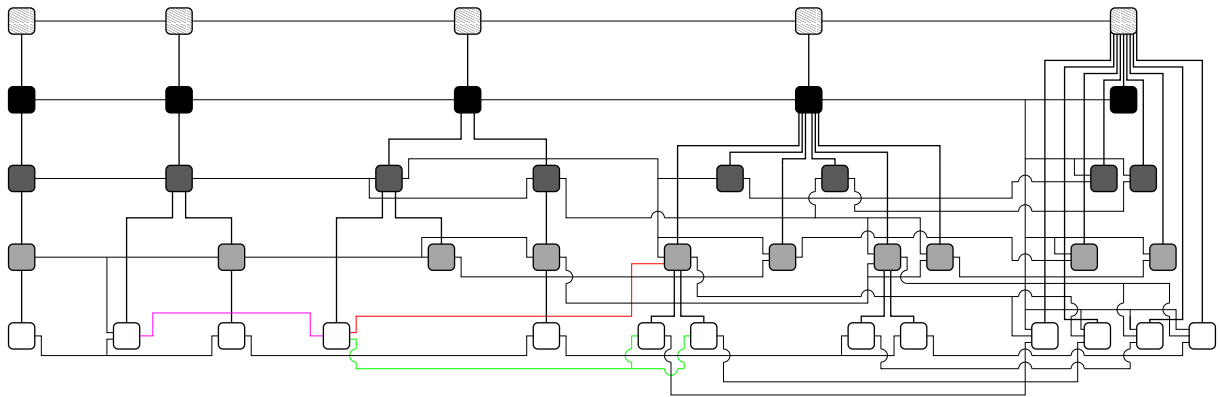


FIGURE 5.2 – Hyperarbre de coupes relatif à la figure 5.1. Les nœuds de \mathcal{H} sont représentés par des carrés de couleur (de noir (0) à blanc (3), plus blanc hachuré pour $-\infty$). Les lignes épaisses (globalement verticales) représentent les arcs de \mathcal{L}_\downarrow (qui définissent les Ω_* -arbres de coupes). De la gauche vers la droite, on observe les Ω_i -arbres de coupes pour i de 2 à -2 . Les lignes fines (globalement horizontales) représentent les arcs de \mathcal{L}_\rightarrow (qui définissent les arbres de partitionnement n -aire induits par la relation d’inclusion entre les nœuds). Les lignes de couleur correspondent à des cas de décompositions multiples de nœuds.

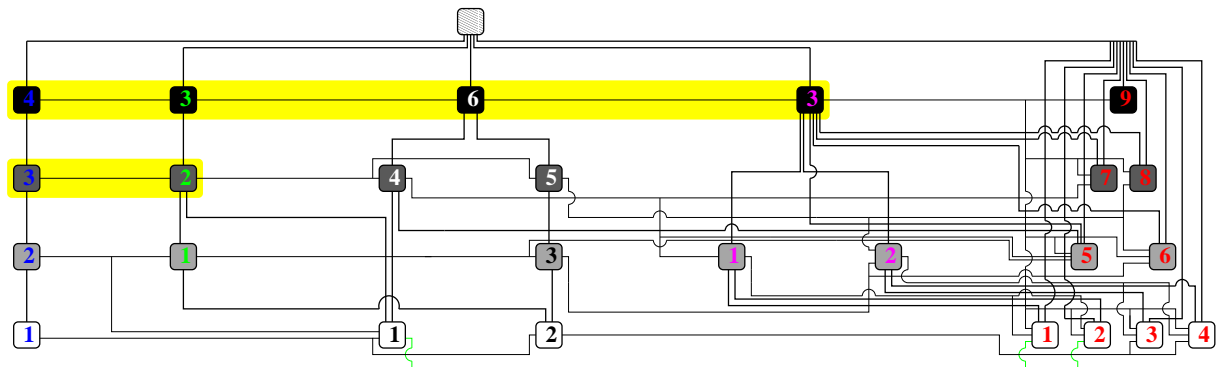


FIGURE 5.3 – Hyperarbre de coupes simplifié (obtenu à partir de l’hyperarbre de coupes de la figure 5.2). Les nœuds numérotés correspondent aux composantes Ω_* -connexes de la figure 5.1. La couleur des numéros indique à quel ensemble \mathcal{N}_* le nœud se réfère. Les cartouches jaunes signalent des nœuds correspondant à des sous-ensembles identiques de \mathbb{Z}^n qui ne peuvent toutefois pas être fusionnés.

Propriété 5.6 Supposons que $d(N) = \emptyset$ (c'est-à-dire $N = \{x\}$ ($x \in E$) est un singleton). Si $x \in M$, alors on a $\mathcal{F}^\alpha(N) = \{N\}$ et $\delta^+(N) = \alpha - 1$. Si $x \notin M$, alors on a $\mathcal{F}^\alpha(N) = \emptyset$ et $\delta^+(N) = \alpha$. Dans tous les cas, on a $\delta^-(N) = 0$.

Propriété 5.7 Supposons que $d(N) \neq \emptyset$. Alors l'inégalité de l'équation (5.3) est équivalente à l'inégalité suivante

$$\sum_{D \in d(N)} \delta^+(D) < \sum_{N' \in ch(N)} \delta^-(N') \quad (5.9)$$

Propriété 5.8 Supposons que $d(N) \neq \emptyset$. Si l'équation (5.9) est vraie, on a alors $\mathcal{F}^\alpha(N) = \{N\}$ et $\delta^-(N) = \sum_{D \in d(N)} \delta^+(D)$. Si l'équation (5.9) est fautive, on a alors $\mathcal{F}^\alpha(N) = \bigcup_{N' \in ch(N)} \mathcal{F}^\alpha(N')$ et $\delta^-(N) = \sum_{N' \in ch(N)} \delta^-(N') - \sum_{D \in d(N)} \delta^+(D)$. Dans tous les cas, on a $\delta^+(N) = \sum_{D \in d(N)} \delta^+(D) - \sum_{N' \in ch(N)} \delta^-(N')$.

Par les propriétés (5.6)–(5.8), on obtient un procédé algorithmique (récursif) de calcul de \mathcal{F}^α dans l'hyperarbre de coupes, qui requiert uniquement le stockage de valeurs de δ^- et δ^+ et le calcul d'une comparaison (au plus) et quelques additions à chaque nœud. La simplification de l'hyperarbre de coupes induit ainsi une baisse du coût algorithmique de calcul d'une segmentation, par comparaison avec une approche naïve traitant indépendamment chaque arbre de coupes. Des optimisations supplémentaires peuvent néanmoins être proposées.

Propriété 5.9 Lorsque $\sum_{D \in d(N)} \delta^+(D) < 0$, on a $\mathcal{F}^\alpha(N) = \{N\}$.

Il est alors possible d'éviter de calculer \mathcal{F}^α , δ^- et δ^+ pour tous les nœuds $N' \in ch(N)$ et leurs sous-arbres respectifs. Néanmoins, il est parfois nécessaire de calculer ultérieurement δ^- et δ^+ pour certains de ces nœuds non traités, en raison de la (possible) non-croissance de M^α relativement à la croissance des masques.

Par ailleurs, la proposition 5.3 implique qu'il existe, pour chaque nœud N , une valeur critique α_c telle que N est inclus dans le résultat de la segmentation si et seulement si $\alpha < \alpha_c$. En conséquence, lorsqu'un nœud N est inclus (resp. n'est pas inclus) dans un résultat de segmentation pour une valeur α donnée, on sait que $\alpha_c \in [\alpha, 1]$ (resp. $\alpha_c \in [0, \alpha]$). À chaque nouvelle segmentation de l'image, l'encadrement $[\alpha_c^-, \alpha_c^+] \subseteq [0, 1]$ de α_c en chaque nœud peut alors être affiné. En particulier, ceci peut permettre d'éviter tout calcul explicite en plusieurs nœuds, en testant seulement (dans les cas favorables) si $\alpha < \alpha_c^-$ ou $\alpha \not< \alpha_c^+$. À titre d'illustration, quelques résultats de segmentation sont proposés en figure 5.4, dans le cas de lettres issues de documents anciens.

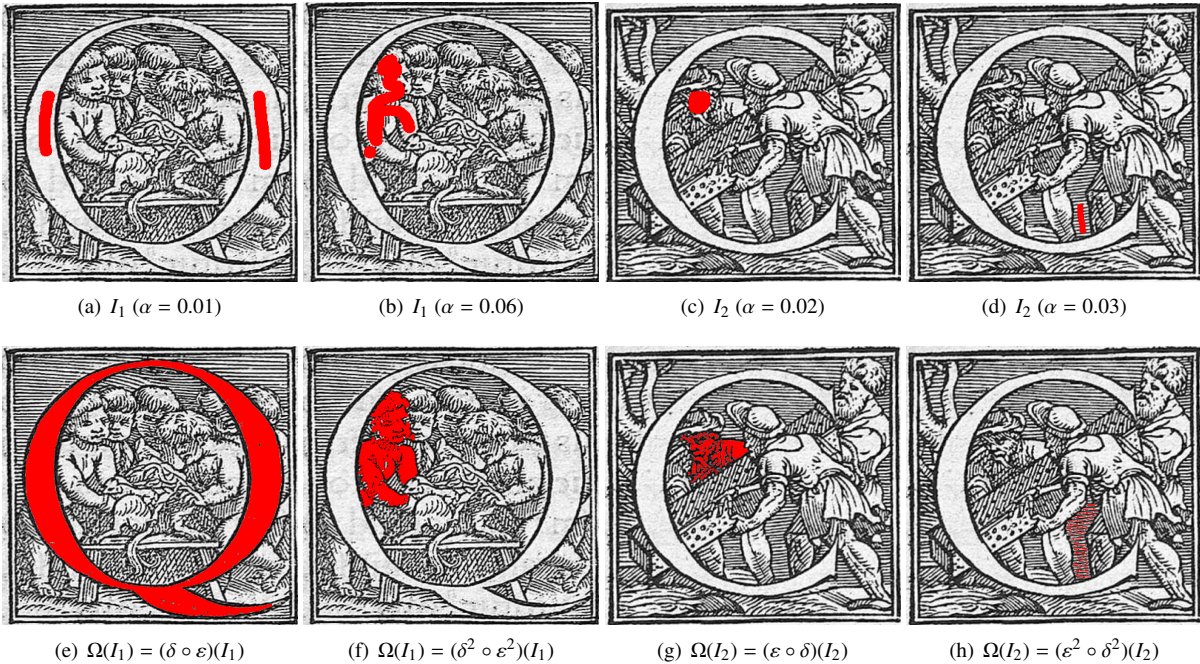


FIGURE 5.4 – Segmentation d'images de lettres (© Centre d'Études Supérieures de la Renaissance). Première ligne : deux images à niveaux de gris I_1 (a,b) et I_2 (c,d) munies d'une pré-segmentation (en rouge). Seconde ligne : segmentations obtenues pour un masque anti-extensif (e,f) (resp. extensif (g,h)), pour une valeur de α choisie par l'utilisateur. L'élément structurant considéré pour les opérations est une croix 3×3 .

Chapitre 6

Analyse d'images satellitaires

Dans le domaine de l'observation de la Terre, l'apparition de capteurs de résolution submétrique [53] a abouti à la production d'images optiques de (très) haute résolution spatiale ((V)HSR), induisant une capacité accrue d'analyse des milieux urbains. Par opposition aux images de résolutions inférieures (moyenne résolution, MSR), les objets simples (maisons, routes, etc.) ou complexes (quartiers, blocs, etc.) ne sont plus radiométriquement homogènes dans de telles images, mais sont en revanche souvent (sémantiquement) structurés de manière hiérarchique.

Ces propriétés des images (V)HSR génèrent de nouvelles problématiques. D'une part, leur taille et leur complexité rendent une analyse visuelle difficile. D'autre part, les techniques existantes, conçues pour répondre à des hypothèses d'homogénéité radiométrique [10] s'avèrent ici inadaptées. Au regard de l'importance d'analyser les images (V)HSR [115] en complément des images de résolutions inférieures, il est donc pertinent de mettre en place de nouvelles stratégies de segmentation et de classification. Au demeurant, la disponibilité de plusieurs résolutions spatiales peut permettre l'extraction de structures hiérarchiquement organisées, notamment lorsque les données fournissent des informations complémentaires dans des bandes radiométriques différentes (voir figure 6.1).

Les travaux présentés dans ce chapitre, dédiés à l'analyse d'images satellitaires en milieu urbain, se positionnent dans ce contexte. Ils visent à utiliser l'intégralité de l'information contenue dans les données disponibles aux différentes résolutions, par opposition à des approches par fusion [161], et à autoriser une analyse (segmentation et classification) hiérarchique multi-résolution [57] des scènes visualisées. Afin d'atteindre ces objectifs de la manière la moins coûteuse possible pour l'utilisateur, mais en s'appuyant néanmoins sur son expertise, la stratégie adoptée s'appuie, d'une part, sur une approche descendante (de la résolution la plus basse à la plus haute) [152, 61], et d'autre part, sur des techniques de segmentation par arbres de partitionnement binaire [158], contribuant ainsi à l'état de l'art de la morphologie mathématique en analyse d'images de télédétection [110, 148, 3, 147].

La section 6.1 décrit tout d'abord une technique de segmentation permettant d'automatiser autant que possible la segmentation d'ensembles d'images mono-résolutions de sémantiques et de contenus radiométriques homogènes, par l'utilisation d'exemples fournis par l'utilisateur. La section 6.2 décrit un schéma méthodologique plus général, mettant en collaboration cette première méthode ainsi qu'une seconde méthode de classification multi-résolution orientée objet, et permettant de réaliser une analyse hiérarchique de scènes urbaines visualisées par le biais de données multi-résolutions (MSR, HSR et VHSR) et multi-spectrales.

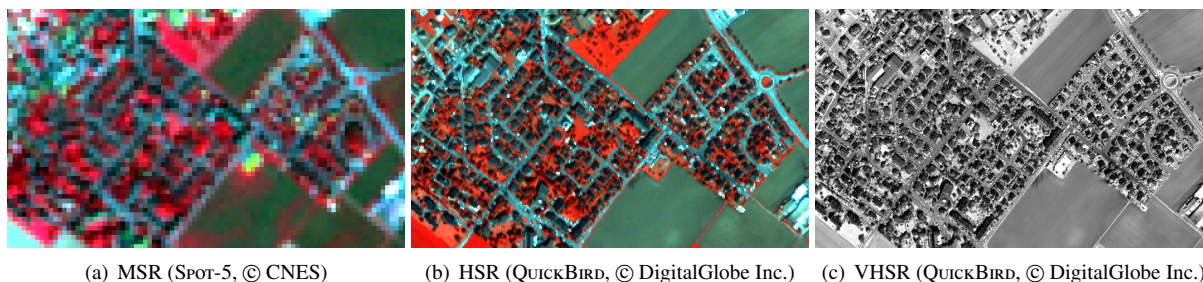


FIGURE 6.1 – Images satellitaires d'une même zone urbaine à différents niveaux de résolution spatiale, et dans différentes bandes spectrales. (a) Résolution spatiale moyenne (20m), 4 bandes. (b) Haute résolution spatiale (5m), 4 bandes. (c) Très haute résolution spatiale (1m), 1 bande.

6.1 Segmentation par arbres de partitionnement binaire

L'objectif est ici de permettre à un utilisateur d'analyser un ensemble de $k \geq 2$ images $\{I_j : E_j \rightarrow V\}_{j=1}^k$ (ou, de manière équivalente, un ensemble de k parties d'une même image) de mêmes résolution, contenu radiométrique et contenu sémantique. Par opposition à d'autres stratégies visant à extraire automatiquement une segmentation à partir d'une hiérarchie de partitions [3], il est proposé d'apprendre le comportement de l'utilisateur sur la base d'un exemple⁴⁷. Pour ce faire, l'une des k images est interactivement segmentée à partir de son arbre de partitionnement binaire. Cet exemple est ensuite assimilé par la méthode, *via* des mécanismes de classification, puis reproduit afin de générer $k - 1$ segmentations par le biais des arbres de partitionnement binaire des $k - 1$ autres images.

Génération d'arbres de partitionnement binaire

Un arbre de partitionnement binaire [128] d'une image $I : E \rightarrow V$ fournit une représentation hiérarchique de régions de E structurées par le contenu de I .

Définition 6.1 (d'après [128]) *Soit $I : E \rightarrow V$ une image. Un arbre de partitionnement binaire de I est un couple (\mathcal{N}, φ) tel que $\mathcal{N} \subseteq 2^E$ est un ensemble de parties de E vérifiant $E \in \mathcal{N}$, et $\varphi : \mathcal{N} \setminus \{E\} \rightarrow \mathcal{N}$ est une fonction telle que pour tout $N \in \mathcal{N} \setminus \{E\}$, l'ensemble $\varphi^{-1}(\{N\}) = \{N_1, N_2\}$ forme une partition (binaire) de N .*

Comme pour les arbres de coupes, les éléments de \mathcal{N} sont appelés nœuds de l'arbre, le nœud E en étant la racine. La fonction φ modélise la relation de parenté entre ces nœuds. Chaque nœud, à l'exception des feuilles (c'est-à-dire $\mathcal{N} \setminus \varphi(\mathcal{N} \setminus \{E\})$), possède en particulier deux fils. Chaque sous-ensemble de nœuds $C \subseteq \mathcal{N}$ tel que C est une partition de E est appelé une coupe. Toute coupe est, en particulier, une segmentation de I (voir la figure 6.2).

Les arbres de partitionnement binaire se construisent de manière ascendante (des feuilles vers la racine). À partir d'une partition initiale (par exemple, les singletons de E , ou plus généralement, les zones plates de I), les nœuds de \mathcal{N} sont successivement obtenus par fusion de couples de nœuds (adjacents) déjà définis.

Par opposition aux arbres de coupes, dont le processus de définition est déterministe au regard de l'ordre (total) sur V , la combinatoire des arbres de partitionnement binaire est très élevée, φ ne répondant qu'à de faibles contraintes. Afin de déterminer le « meilleur » arbre de partitionnement binaire, parmi de multiples possibilités, il convient notamment de définir un modèle de région (indiquant comment les régions sont caractérisées), et un critère de fusion (définissant la similarité entre des régions voisines, et ainsi leur ordre de fusion)⁴⁸.

Modèle de région Dans le cadre applicatif proposé, si un modèle radiométrique [58] est suffisant pour traiter les régions de petite taille, des informations géométriques, plus structurantes, s'avèrent nécessaires pour les régions plus larges. Afin d'induire aussi peu de biais sémantique que possible dans le processus (dans le but de laisser les connaissances de haut niveau de l'expert s'exprimer), les informations géométriques (de bas niveau) considérées ici sont l'aire et l'élongation des régions (justifiées par une application à l'imagerie des milieux urbains et par une forme de minimalité sémantique). Étant donnée une image $I : E \rightarrow V$, éventuellement multi-spectrale (c'est-à-dire $V = \prod_{b=1}^s V_b$, avec $s \geq 2$ et $V_b \subseteq \mathbb{Z}$ pour tout $b \in \llbracket 1, s \rrbracket$), un nœud $R_i \in \mathcal{N}$ est ainsi modélisé par un couple de valeurs

$$\begin{cases} M_r(R_i) = \langle (v_b^-(R_i), v_b^+(R_i)) \rangle_{b=1}^s \\ M_g(R_i) = (e(R_i), a(R_i)) \end{cases} \quad (6.1)$$

où $v_b^*(.)$ fournit les valeurs extrêmes de la b -ième des s bandes spectrales de I , tandis que $e(.)$ et $a(.)$ correspondent respectivement aux valeurs d'élongation et d'aire.

Critère de fusion À chaque étape de la construction de l'arbre, il convient de déterminer la paire de régions adjacentes (R_i, R_j) la plus similaire, minimisant l'augmentation des intervalles d'intensité (pour chaque bande spectrale) et ayant des propriétés d'élongation et d'aire les plus faibles possibles (afin de préserver une structuration par les éléments linéaires et d'éviter les phénomènes d'absorption par les larges zones). Ces contraintes mènent à des critères de fusion pouvant prendre la forme suivante

$$\begin{cases} O_r(R_i, R_j) = \frac{1}{s} \sum_{b=1}^s \frac{\max\{v_b^+(R_i), v_b^+(R_j)\} - \min\{v_b^-(R_i), v_b^-(R_j)\}}{v_b^+(E) - v_b^-(E)} \\ O_g(R_i, R_j) = \frac{1}{2}(e(R_i \cup R_j) + a(R_i \cup R_j)) \end{cases} \quad (6.2)$$

47. C. Kurtz *et al.* Extraction of complex patterns from multiresolution remote sensing images: A hierarchical top-down methodology. Pattern Recognition, 45(2):685–706 (2012).

48. C. Kurtz *et al.* Hierarchical segmentation of multiresolution remote sensing images. ISMM 2011. LNCS, Vol. 6671, pp. 343–354.

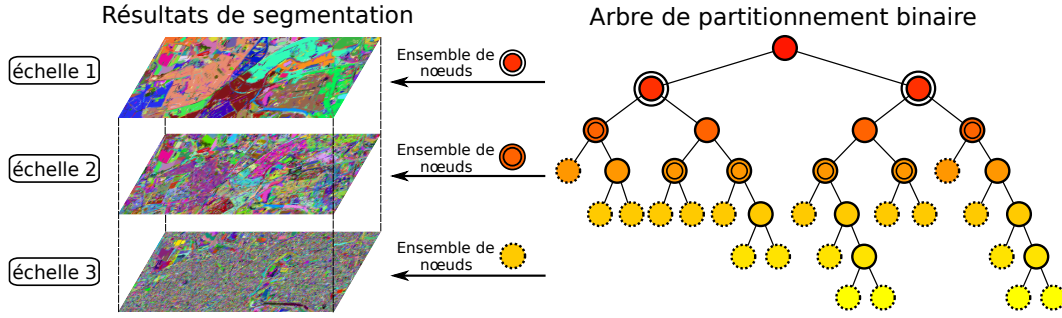


FIGURE 6.2 – Exemple d’arbre de partitionnement binaire (le nombre de nœuds est réduit, pour des raisons de lisibilité). Les nœuds de \mathcal{N} sont représentés par des disques de couleur. La fonction φ est modélisée par les couples d’arcs (liant deux nœuds N_1, N_2 à leur père $\varphi(N_1) = \varphi(N_2)$). Les couleurs (de jaune à rouge) symbolisent la diminution de $O_r(\cdot, \cdot)$. Trois partitions de E associées à des coupes de l’arbre sont visualisées.

La mesure de similarité entre deux nœuds/régions adjacent(e)s R_i et R_j peut alors s’exprimer très simplement par

$$O(R_i, R_j) = \alpha \cdot O_r(R_i, R_j) + (1 - \alpha) \cdot O_g(R_i, R_j) \quad (6.3)$$

avec $\alpha \in [0, 1]$. En pratique, plus un nœud est proche de la racine (qui fusionne toutes les zones), moins le terme radiométrique $O_r(\cdot, \cdot)$ s’avère pertinent. Ainsi, le poids α peut être défini comme une fonction décroissante suivant la valeur de $O_r(\cdot, \cdot)$. En particulier, une formulation gaussienne, contrôlable en termes de comportement asymptotique et de valeur critique ($\alpha = 1 - \alpha$), fournit un comportement satisfaisant pour $O(\cdot, \cdot)$.

Exemple de coupe et apprentissage par classification

Afin de pouvoir reproduire le comportement de l’utilisateur, celui-ci doit segmenter interactivement l’une des k images considérées, par le choix d’une coupe dans son arbre de partitionnement binaire. Afin de reproduire au mieux cet exemple dans les $k - 1$ autres images/arbres, il est nécessaire d’apprendre cet exemple.

Soit $C \subseteq \mathcal{N}$ la coupe interactivement définie dans l’arbre de partitionnement binaire de l’image $I_1 : E_1 \rightarrow V$. Nous nous intéressons plus particulièrement au sous-ensemble $C_{\bar{e}} \subseteq C$ de nœuds correspondant aux régions de faible élongation (aisément caractérisable par une classification binaire par *K-Means* [89] sur l’attribut $e(\cdot)$).

Afin d’extraire les éléments les plus significatifs caractérisant $C_{\bar{e}}$, une classification est réalisée sur les régions de $C_{\bar{e}}$. Elle repose, pour chaque région $R \in C_{\bar{e}}$, sur l’histogramme d’intensité $\mathcal{H}_{I_{1R}} : V \rightarrow \mathbb{N}$, ainsi que sur une distance permettant de comparer de tels objets [111]. Elle aboutit à la définition d’un ensemble de u classes $\{K_i\}_{i=1}^u$ (dont le nombre est défini par l’utilisateur), associé à un ensemble de u centroïdes $\{\mathcal{H}_i\}_{i=1}^u$, représentant chacun l’histogramme moyen de la classe K_i correspondante.

Reproduction automatique de coupes

L’exemple de segmentation de I_1 est totalement modélisé par ces u centroïdes, qui peuvent alors être utilisés pour réaliser automatiquement la segmentation des images restantes. Pour ce faire, il convient, pour chacune de ces $k - 1$ images I_j ($j \in \llbracket 2, k \rrbracket$), de déterminer une coupe C_j de son arbre de partitionnement binaire, en minimisant une mesure entre l’ensemble de centroïdes $\{\mathcal{H}_i\}_{i=1}^u$ et l’ensemble de nœuds C_j (ou, plus précisément, l’ensemble des histogrammes $\{\mathcal{H}_{I_{jN}}\}_{N \in C_j}$ associé à C_j). Une mesure de dispersion $\zeta(C_j)$, par rapport à $\{\mathcal{H}_i\}_{i=1}^u$, peut se définir comme

$$\zeta(C_j) = \sum_{i=1}^u \frac{|\cup_{N \in C_j^i} N|}{|\cup_{N \in C_j} N|} \cdot d(\overline{\mathcal{H}_{i,j}}, \mathcal{H}_i) \quad \text{avec} \quad \forall i \in \llbracket 1, u \rrbracket, \overline{\mathcal{H}_{i,j}} = \sum_{N \in C_j^i} \frac{|N|}{|\cup_{N' \in C_j^i} N'|} \cdot \mathcal{H}_{I_{jN}} \quad (6.4)$$

où d est une distance entre histogrammes et $C_j^i \subseteq C_j$ est l’ensemble des nœuds dont l’histogramme est plus proche du centroïde \mathcal{H}_i que des $u - 1$ autres.

De manière similaire à la stratégie développée au chapitre 5 (définition 5.1, page 34) sur les arbres de coupes, la propriété de séparabilité induite par la mesure adoptée permet de mettre en place une stratégie de recherche en temps linéaire sur le nombre de nœuds, afin de déterminer la meilleure coupe $C_j \subseteq \mathcal{N}$ parmi les nœuds de l’arbre

de partitionnement binaire de I_j . Une telle coupe se définit comme $C_j = \mathcal{F}(E)$ où $\mathcal{F} : \mathcal{N} \rightarrow 2^{\mathcal{N}}$ est récursivement définie par

$$\mathcal{F}(N) = \begin{cases} \{N\} & \text{si } N \notin \varphi(\mathcal{N} \setminus \{E\}) \text{ ou } \zeta(\{N\}) \leq \sum_{N' \in \varphi^{-1}(\{N\})} \zeta(\mathcal{F}(N')) \\ \bigcup_{N' \in \varphi^{-1}(\{N\})} \mathcal{F}(N') & \text{sinon} \end{cases} \quad (6.5)$$

6.2 Segmentation et classification hiérarchiques multi-résolutions

Nous nous intéressons maintenant à la problématique, plus complexe, de l'analyse (segmentation et classification) de scènes observées par le biais d'images de différentes résolutions et bandes spectrales. Comme indiqué en début de chapitre, l'objectif est notamment de développer une approche descendante^{48, 49}, des images de plus basses résolutions, jusqu'à celles de plus hautes résolutions (notamment (V)HSR).

La méthodologie présentée prend en entrée un ensemble $\{I_t : E_t \rightarrow V_t\}_{t=1}^n$ de $n \geq 2$ images ($n = 3$, dans le cas où les résolutions habituelles, MSR, HSR, et VHSR, illustrées en figures 6.1 et 6.4, sont disponibles) d'une même scène urbaine, à des résolutions croissantes, et possiblement à partir de plusieurs capteurs (et donc dans différentes bandes spectrales). Elle fournit en sortie un ensemble $\{I_{S,t}\}_{t=1}^n$ d'images segmentées et classifiées (une par résolution considérée), hiérarchiquement organisées, permettant ainsi différentes échelles d'interprétation.

Algorithmiquement parlant, la méthodologie se divise en n étapes successives (et similaires), chaque étape étant dédiée à l'analyse d'une image I_t parmi les n fournies (depuis l'image I_1 , de plus basse résolution, jusqu'à l'image I_n , de plus haute résolution). À la t^{e} étape, où l'image I_t est considérée, il est alors supposé que les images I_i ($i \in \llbracket 1, t-1 \rrbracket$) ont déjà été traitées. Chaque étape repose sur (i) la segmentation de l'image courante par l'approche mono-résolution décrite en section 6.1, et (ii) un processus de classification multi-résolution⁵⁰ décrit ci-après. Une représentation schématique de la méthodologie est proposée en figure 6.3. Un exemple de résultat obtenu sur un jeu de trois images (MSR, HSR et VHSR), visualisées en figure 6.4, est illustré en figure 6.5(b,d,f) et mis en perspective de vérités-terrains correspondantes, fournies en figure 6.5(a,c,e).

Segmentation

Soit $t \in \llbracket 1, n \rrbracket$. On suppose que, lors de la $(t-1)^{\text{e}}$ étape, l'image I_{t-1} a été traitée, et en particulier, qu'une classification Ω_{t-1} en ω_{t-1} classes de cette image, utilisable pour I_t , est disponible (sans perte de généralité, pour $t = 1$, on considère une seule classe ($\omega_0 = 1$), dont la sémantique est celle de l'image complète). À titre d'exemple, dans la figure 6.3 (2^e étape), une classification en trois classes (bleue, verte et jaune), issue de I_1 et utilisable pour I_2 , est disponible. Ces classes permettent de partitionner I_t en ω_{t-1} familles (éventuellement supposées sémantiques), correspondant au niveau de détail de la résolution (plus faible) de I_{t-1} , comme illustré en figure 6.3 (⊙). Ce nombre de classes ω_{t-1} doit, en particulier, être défini par l'utilisateur, en fonction du nombre des différents éléments sémantiques qu'il souhaite extraire (et affiner) à partir de l'image I_{t-1} .

Chaque classe i parmi ces ω_{t-1} classes peut alors être décomposée en nouvelles (sous-)classes correspondant cette fois au niveau de détail de l'image I_t . Pour ce faire, il est nécessaire de segmenter la sous-image $I_{t|K_i}$ de l'image I_t , définie sur l'ensemble $K_i \subseteq E_t$ correspondant à cette i -ième classe, comme illustré en figure 6.3 (⊙). Cette segmentation de $I_{t|K_i} : K_i \rightarrow V_t$ est réalisée grâce à l'approche mono-résolution décrite section 6.1. En effet, K_i peut être partitionné en plusieurs régions (composantes connexes), induisant des sous-images de $I_{t|K_i}$ de mêmes résolutions, contenu radiométrique et contenu sémantique, qui répondent donc aux hypothèses requises. Toujours à titre d'exemple, dans la figure 6.3, la classe jaune (resp. verte, resp. bleue) induit deux (resp. quatre, resp. une) composante(s) connexe(s), et autant de sous-images. L'utilisateur réalise alors la segmentation de l'une de ces sous-images, puis cet exemple de segmentation est automatiquement reproduit dans toutes les autres. L'image $I_{S,t}$, obtenue par union des ω_{t-1} sous-images segmentées correspondant aux ω_{t-1} classes, constitue la sortie de l'étape t (ainsi qu'une sortie partielle de la méthodologie globale).

Classification multi-résolution orientée objet

À chaque étape $t \in \llbracket 1, n-1 \rrbracket$ de la méthodologie proposée, une classification tirant parti des deux images I_t et I_{t+1} , de résolutions successives, est réalisée afin d'obtenir Ω_t . Cette approche se justifie par le constat que l'utilisa-

49. C. Kurtz *et al.* An interactive approach for extraction of urban patterns from multi-source images. URBAN 2011 (in JURSE 2011). pp. 321–324.

50. C. Kurtz *et al.* Multiresolution region-based clustering for urban analysis. International Journal of Remote Sensing, 31(22):5941–5973 (2010).

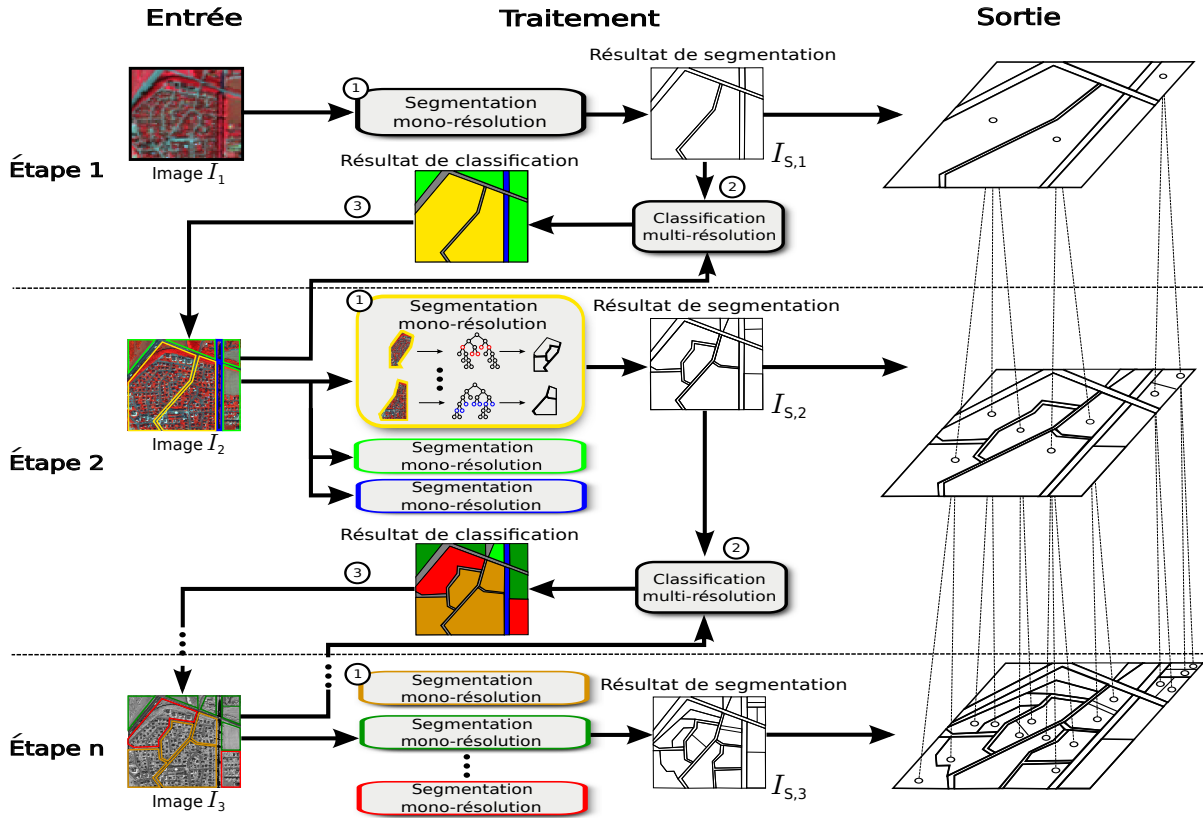


FIGURE 6.3 – Processus de segmentation et classification hiérarchiques multi-résolutions. La méthodologie se décompose en n étapes, chaque étape visant à traiter l’une des n images fournies en entrée, en considérant des résolutions croissantes (de l’image I_1 , de plus basse résolution, à l’image I_n , de plus haute résolution). À chaque étape $t \in \llbracket 1, n \rrbracket$, l’image I_t est segmentée « partie par partie » par le biais de la méthode de segmentation mono-résolution exposée en section 6.1 (①). Chacune de ces parties correspond à une sous-image de I_t induite par une classe sémantique donnée (③) issue de la classification multi-résolution (②) de I_{t-1} (utilisant aussi des informations tirées de I_t).

tion de plusieurs images de résolutions différentes induit généralement une plus-value en termes de classification.

Les méthodes basées sur la fusion d’information [161] s’avérant limitées dans ce contexte [70], des approches alternatives ont été proposées. Dans [162], une solution vise à réaliser une première classification de deux images de résolutions différentes, puis à construire des régions liées à ces deux classifications (chaque région dans une image étant caractérisée par sa décomposition en classes dans l’autre image), et enfin à classifier ces dernières en fonction de ces décompositions. La méthode décrite ci-après est une extension orientée objet [16] de cette approche (initialement limitée [143] par sa stratégie orientée pixel).

Cette extension prend en entrée deux images $I_t : E_t \rightarrow V_t$ et $I_{t+1} : E_{t+1} \rightarrow V_{t+1}$, ainsi qu’une segmentation $I_{S,t} : E_t \rightarrow \llbracket 1, S \rrbracket$ de I_t (où chaque valeur de $\llbracket 1, S \rrbracket$ correspond à un segment) interprétable comme une partition de E_t . Le principe consiste à fusionner les informations fournies (i) par l’analyse des régions de « basse » résolution de $I_{S,t}$, et (ii) par une classification de l’image de « haute » résolution I_{t+1} , issue d’une classification sur les valeurs radiométriques des pixels. L’objectif est alors d’obtenir une classification des segments de $I_{S,t}$ (et donc des régions de I_t) suivant leur composition en termes de classes de I_{t+1} .

Soit $I_{C,t+1} : E_{t+1} \rightarrow \llbracket 1, C \rrbracket$ une classification de I_{t+1} en C classes, induite par les valeurs radiométriques de I_{t+1} . Pour tout segment $R \subseteq E_t$ de $I_{S,t}$, c’est-à-dire, pour tout $R \in \{I_{S,t}^{-1}(\{v\})\}_{v=1}^S$, l’histogramme de composition de R relativement à $I_{C,t+1}$ est alors calculé. Cet histogramme se définit comme $\mathcal{H}_R : \llbracket 1, C \rrbracket \rightarrow \mathbb{N}$, où pour toute classe $c \in \llbracket 1, C \rrbracket$, la valeur (normalisée) $\mathcal{H}_R(c)$ correspond au nombre de points x de R (où plus exactement au nombre de points du plongement de R dans E_{t+1}) tels que $I_{C,t+1}(x) = c$.

La classification de ces S segments, dans l’espace des histogrammes de composition ainsi définis, aboutit à une classification de I_t sur la base des contenus de I_t (par le biais de sa segmentation) et de I_{t+1} (par le biais de sa classification radiométrique). Ces segments classifiés peuvent, en particulier, être alors plongés dans l’image I_{t+1} , afin de fournir la décomposition utilisée à l’étape $t + 1$ de la méthodologie développée.

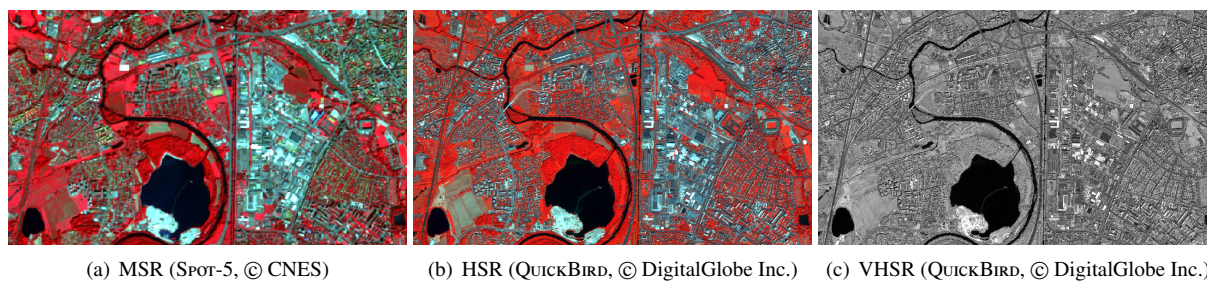


FIGURE 6.4 – Trois images d'une zone de Strasbourg ($4\,748\text{m} \times 2\,793\text{m}$) à différentes résolutions et dans différentes bandes spectrales. (a) Image multi-spectrale MSR SPOT-5 (1 pixel = $10\text{m} \times 10\text{m}$). (b) Image multi-spectrale HSR QUICKBIRD (1 pixel = $2\text{m} \times 2\text{m}$). (c) Image panchromatique VHSR QUICKBIRD (1 pixel = $60\text{cm} \times 60\text{cm}$).

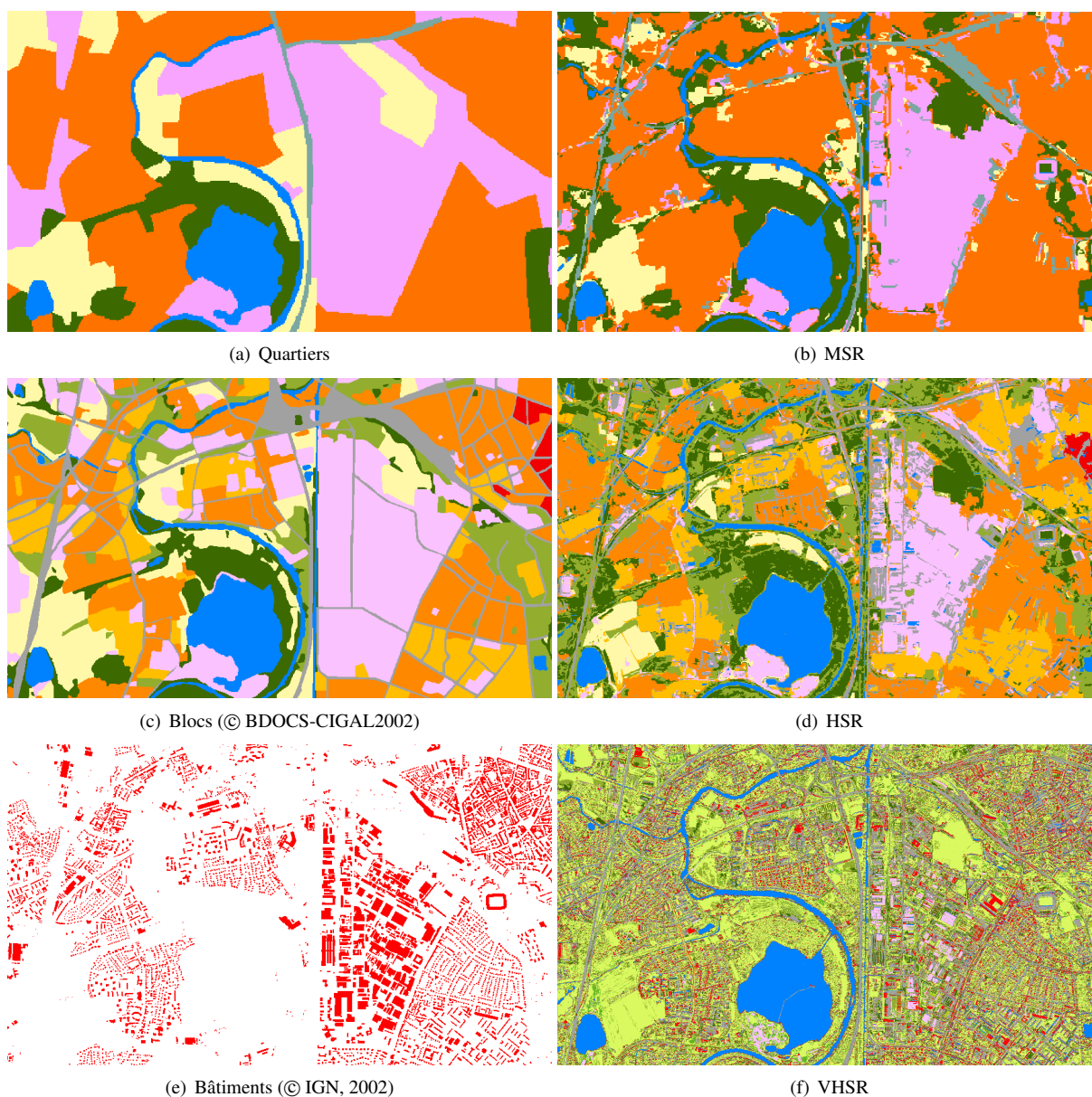


FIGURE 6.5 – Méthodologie multi-résolution appliquée à la figure 6.4. (a,c,e) Vérités-terrains correspondant aux images (a,b,c) de la figure 6.4. (a) 6 classes (niveau « quartiers ») : quartiers urbains d'habitation (orange), quartiers urbains mixtes (rose), eau (bleu), routes (gris), surfaces agricoles (jaune), végétation (vert). (c) 9 classes (niveau « blocs ») : blocs urbains, habitat collectif (orange clair), blocs urbains, habitat individuel (orange foncé), blocs industriels (rose), eau (bleu), routes (gris), surfaces agricoles (jaune), végétation urbaine (vert clair), forêt (vert foncé). (e) 1 classe (niveau « objets », vérité-terrain partielle) : bâtiments (rouge). (b,d,f) Résultats obtenus. (b) MSR, niveau « quartier ». (d) HSR, niveau « bloc ». (f) VHSR, niveau « objet ».

Chapitre 7

Analyse d'images médicales

L'analyse d'images médicales est un domaine de recherche en pleine expansion depuis vingt ans. Cet engouement est dû à la conjonction (*i*) de facteurs technologiques (progrès des techniques d'acquisition, en termes de résolution, de dimension, de qualité, mais également dans les modalités proposées), (*ii*) de facteurs sociétaux (lutte contre les maladies graves, augmentation de l'espérance de vie, traitement des pathologies inhérentes aux pays développés) et (*iii*) de facteurs économiques (développement du marché de la santé, apparition d'outils logiciels et robotiques dans le milieu clinique), tous ces facteurs n'étant évidemment pas eux-mêmes sans liens.

Dans ce contexte favorable, la recherche en analyse d'images médicales a vu se former des communautés fédérées par des axes variés (reconstruction, recalage, segmentation, modélisation, etc.). Elle fournit désormais un vaste champ applicatif à de nombreux domaines méthodologiques. Les approches discrètes de l'analyse d'images sont impliquées dans cette entreprise [90, 112]. L'utilisation de la morphologie mathématique a notamment permis le développement de méthodes de segmentation, parfois basées sur des outils élémentaires [167, 51], mais s'appuyant le plus souvent sur des techniques plus élaborées : ligne de partage des eaux [100, 46], transformée en tout-ou-rien à niveaux de gris [108, 101], filtrage connexe [165, 52], ou approches floues [42, 98], par exemple.

Ce chapitre décrit plusieurs méthodes d'analyse d'images médicales développées pour l'imagerie angiographique ainsi que pour quelques autres modalités. La plupart de ces méthodes traitent de segmentation, notamment sur la base de concepts de morphologie mathématique. D'autres types d'applications (filtrage, recalage) et de bases méthodologiques (topologie, classification) sont néanmoins aussi évoqués. Certains des travaux présentés sont des applications plus ou moins directes de méthodologies présentées dans des chapitres précédents (notamment les chapitres 4 et 5). D'autres sont issus de méthodologies résumées brièvement au cas par cas.

7.1 Segmentation d'images angiographiques

La segmentation des structures vasculaires 3D est une tâche particulièrement difficile à réaliser. Cette difficulté est inhérente à la faible quantité d'information contenue dans les images et à la fréquente faiblesse de leur rapport signal sur bruit. De plus, les propriétés anatomiques des vaisseaux sont hautement variables [36], *a fortiori* en présence de pathologies telles qu'anévrismes, sténoses, calcifications ou malformations artério-veineuses.

Il existe de nombreuses modalités d'imagerie angiographique (IRM, scanner X, etc.), généralement adaptées à la visualisation de structures spécifiques (artères coronaires, carotides, réseaux hépatiques, cérébraux, etc.). Le choix d'une méthode de segmentation est ainsi souvent lié au type d'image, aux vaisseaux étudiés et à l'objectif clinique. Plusieurs états de l'art dédiés à ce sujet⁵¹ [86] mettent en évidence le large spectre méthodologique considéré pour traiter cette problématique. Les méthodes présentées ci-après contribuent à la partie de cet état de l'art s'appuyant sur les concepts de morphologie mathématique, parfois couplés avec d'autres approches.

Segmentation cardiovasculaire : transformée et tout-ou-rien à niveaux de gris

La segmentation des artères coronaires est susceptible d'améliorer l'analyse des pathologies cardiovasculaires (par une étude directe, ou s'appuyant sur des modèles anatomiques [37]). Les premières expérimentations [74] ont

51. O. Tankyevych *et al.* Angiographic image analysis. Medical Image Processing: Techniques and Applications (G. Dougherty, Ed.). Ch. 6, pp. 115–144. Springer, 2011.

été réalisées dans les années 80, sur des angiographies 2D par rayons X. L'effort s'est ensuite porté sur des reconstructions 3D à partir de données 2D+ t rotationnelles [27] ou d'angiographies biplanaires [131]. La tomographie par rayons X a finalement permis le développement de méthodes de segmentation des artères coronaires à partir de données 3D. En raison de leur portée applicative, de telles méthodes suscitent un intérêt grandissant. Néanmoins, presque aucun développement basé sur des concepts de morphologie mathématique n'avait encore été proposé.

Sur la base de précédents travaux en segmentation des structures vasculaires hépatiques [101] et cérébrales [108] à base de transformée en tout-ou-rien à niveaux de gris [120, 145], il a ainsi été envisagé de développer une méthode de segmentation des artères coronaires à partir de scanner X 3D de résolution submillimétrique.

Dans sa version initiale^{52, 53}, cette méthode se décompose en trois étapes principales : (i) la détection de la zone cardiaque (bornée par les poumons et le diaphragme), (ii) la détection du segment de l'aorte à partir duquel naissent les deux artères coronaires, et (iii) la segmentation de ces deux artères et de leurs branches. Les deux premières étapes sont réalisées dans un espace sous-résolu, permettant d'une part de réduire le coût calculatoire, et d'autre part d'améliorer la robustesse aux hautes fréquences de l'image, inutiles à ce stade du traitement.

La méthode visant à être automatique, elle requiert l'utilisation de connaissances *a priori* relatives aux structures vasculaires et à leur environnement morphologique. Dans l'étape (i), la stratégie cherche à détecter la région d'intérêt par application d'un opérateur de transformée en tout-ou-rien utilisant des éléments structurants en adéquation avec les propriétés géométriques et densitométriques du cœur et des poumons (formes et contrastes prévisibles). Dans les étapes (ii), (iii), elle réalise une segmentation par croissance de région guidée par une transformée en tout-ou-rien dont les éléments structurants épousent la forme des vaisseaux et de leur voisinage.

L'utilisation d'une nouvelle transformée en tout-ou-rien à niveaux de gris (transformée floue), notamment dans les étapes (ii) et (iii), a permis d'aboutir à une seconde version de cette méthode^{54, 55}, plus performante en termes de robustesse au bruit. Quelques résultats, obtenus grâce à cette méthode, sont illustrés en figure 7.1.

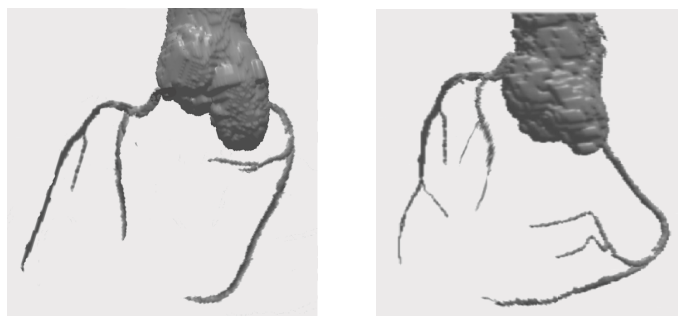


FIGURE 7.1 – Segmentations d'un segment d'aorte, et des artères coronaires, à partir d'images de scanner X (injectées) de résolution 0.6mm.

Filtrage cérébrovasculaire : approche morpho-hessienne

Le filtrage des images angiographiques a souvent été considéré *via* l'analyse de leurs dérivées secondes, les valeurs propres de la matrice hessienne pouvant être combinées afin de caractériser de telles structures [132, 82]. Une alternative à ces approches linéaires est proposée par la morphologie mathématique spatialement variante [136, 29, 30, 157]. Les algorithmes basés sur ce concept sont susceptibles de réduire le bruit, voire de reconnecter les vaisseaux de petite taille, malgré les chutes de signal, en tirant avantage de la connaissance locale de leur forme.

La proposition d'une stratégie « morpho-hessienne » vise à s'appuyer simultanément sur la robustesse de la détection des orientations par analyse hessienne et sur l'efficacité algorithmique des opérations de reconnexion (fermeture) des structures linéaires de faibles taille et intensité. Il a ainsi été démontré⁵⁶ que les opérations de dilatation et d'érosion spatialement variantes peuvent être calculées en temps quasi-linéaire.

52. B. Bouraoui *et al.* Gray-level hit-or-miss transform based region-growing for automatic segmentation of 3D coronary arteries. ISMM 2007. Vol. 2, pp. 23–24.

53. B. Bouraoui *et al.* Fully automatic 3D segmentation of coronary arteries based on mathematical morphology. ISBI 2008. pp. 1059–1062.

54. B. Bouraoui *et al.* Blur grey-level hit-or-miss transform for fully automatic 3D segmentation of coronary arteries. ISMM 2009. pp. 37–40.

55. B. Bouraoui *et al.* 3D segmentation of coronary arteries based on advanced Mathematical Morphology techniques. Computerized Medical Imaging and Graphics, 34(5):377–387 (2010).

56. O. Tankyevych *et al.* Spatially variant morpho-Hessian filter: efficient implementation and application. ISMM 2009. LNCS, Vol. 5720, pp. 137–148.

Proposition 7.1 Soit $I : E \rightarrow V$ une image, $B : E \rightarrow 2^E$ une fonction structurante (associant à chaque point $x \in E$ un élément structurant donné), et $\check{B} : E \rightarrow 2^E$ la transposée de B , définie, pour tout $x \in E$, par $\check{B}(x) = \{y \in E \mid x \in B(y)\}$. La dilatation spatialement variante de I par B , et son érosion adjointe, définies par

$$\begin{aligned}\delta_B(I)(x) &= \bigvee_{p \in \check{B}(x)} I(p) \\ \varepsilon_B(I)(x) &= \bigwedge_{p \in B(x)} I(p)\end{aligned}\tag{7.1}$$

sont toutes deux calculables en $O(|E| \cdot \max_{x \in E} \{|B(x)|\})$.

Sur cette base, une méthode de filtrage morpho-hessien a été proposée⁵⁷ pour la reconnexion des petits vaisseaux. Cette méthode, automatique mais paramétrée par quelques éléments (notamment l'espace d'échelles de l'analyse hessienne), prend en entrée une image angiographique $I : E \rightarrow V$, et fournit en sortie son image filtrée $\varphi_B(I) = (\varepsilon_B \circ \delta_B)(I)$, fermée au sens de l'équation (7.1). Elle se décompose en trois étapes principales : (i) le calcul de la matrice hessienne de I à différentes échelles, et en chaque point $x \in E$, induisant une image d'orientations $\omega : E \rightarrow \mathbb{R}^3$, (ii) une régularisation et une densification de ω en une image $\omega_d : E \rightarrow \mathbb{R}^3$, propageant les orientations « fiables » localisées aux centres supposés des vaisseaux, dans leur voisinage, et (iii) le calcul, en chaque $x \in E$, d'un élément structurant induit par l'orientation $\omega_d(x)$, aboutissant à une fonction structurante et sa transposée $B, \check{B} : E \rightarrow 2^E$, et au calcul de la fermeture spatialement variante $\varphi_B(I)$ définie par ces fonctions.

Il est à noter que cette méthode vise à fournir un résultat non pas visuellement satisfaisant, mais plus aisément exploitable (grâce à de meilleures propriétés connectives) par des méthodes de segmentation susceptibles de le prendre en entrée. En particulier, dans la mesure où $\varphi_B(I) \geq I$, il est évident que l'image filtrée présentera généralement un aspect plus bruité que l'image initiale.

Segmentation cérébrovasculaire : arbres de coupes

L'utilisation des arbres de coupes pour la segmentation de structures filiformes 3D (notamment vasculaires) a été considérée dès le début des années 2000 [165, 107]. Comme cela a déjà été évoqué dans le chapitre 5, la segmentation à base d'arbres de coupes requiert généralement la sélection de nœuds relativement à des attributs discriminants. Dans le cas des vaisseaux, la définition d'attributs pertinents est un problème complexe, *a fortiori* dans le cas des structures cérébrovasculaires, dont la variabilité est importante au sein même d'une image donnée.

Dans un premier temps, ces considérations ont mené à développer des approches de segmentation s'appuyant, d'une part, sur des attributs vectoriels [154], porteurs de sémantiques complexes, et d'autre part, sur un processus d'apprentissage fondé sur des exemples fournis par l'utilisateur. Cette approche visait à augmenter le potentiel de représentation des éléments de connaissance liés aux structures d'intérêt, et à permettre une sélection précise de ces structures au sein de l'espace de paramètres ainsi généré. Des travaux préliminaires réalisés dans un cadre applicatif différent⁵⁸ ont permis de valider la pertinence de ce type de stratégie dans le cas d'images 2D. L'application d'une telle stratégie dans le cas d'images angiographiques 3D, plus complexes, plus volumineuses et contenant des objets présentant des propriétés plus hétérogènes, a imposé le développement d'une méthode plus sophistiquée^{59, 60}. Cet enrichissement a, en particulier, consisté en (i) une approche multi-résolution, visant à décomposer et analyser une image en sous-volumes de différentes tailles, et (ii) l'utilisation d'attributs plus nombreux, menant à un espace de paramètres large, et requérant donc l'usage de techniques de classification automatiques [156].

Dans un second temps, il a été envisagé de s'abstraire de l'utilisation des attributs, tout en préservant l'emploi d'exemples. Cette stratégie s'est appuyée sur les développements méthodologiques décrits en section 5.1. Toutefois, la nature tridimensionnelle des images rendant difficile la fourniture d'une pré-segmentation manuelle, cette dernière a pris la forme d'un exemple de segmentation relatif à une autre image. La méthode de segmentation proposée⁶¹, prend ainsi en entrée une image angiographique $I : E \rightarrow V$, une image exemple $I_{ex} : E \rightarrow V$ de même nature, pour laquelle une segmentation $M_{ex} \subseteq E$ est disponible, et fournit en sortie une segmentation $S \subseteq E$ de I . Elle se décompose en deux étapes essentielles : (i) le recalage de l'exemple de segmentation M_{ex} sur I , par application d'un champ de déformation $D : E \rightarrow E$, obtenu par un recalage mettant en correspondance I_{ex} et I , et (ii) la segmentation interactive de I , telle que présentée en section 5.1, et où $D(M_{ex})$ joue le rôle de M .

57. O. Tankyevych *et al.* Direction-adaptive grey-level morphology. Application to 3D vascular brain imaging. ICIP 2009. pp. 2261–2264.

58. B. Naegel *et al.* Segmentation using vector-attribute filters: Methodology and application to dermatological imaging. ISMM 2007. Vol. 1, pp. 239–250.

59. B. Caldairou *et al.* Segmentation of complex images based on component-trees: Methodological tools. ISMM 2009. LNCS, Vol. 5720, pp. 171–180.

60. B. Caldairou *et al.* Attribute-filtering and knowledge extraction for vessel segmentation. ISVC 2010. LNCS, Vol. 6453, pp. 13–22.

61. A. Dufour *et al.* Interactive 3D brain vessel segmentation from an example. ISBI 2011. pp. 1121–1124.

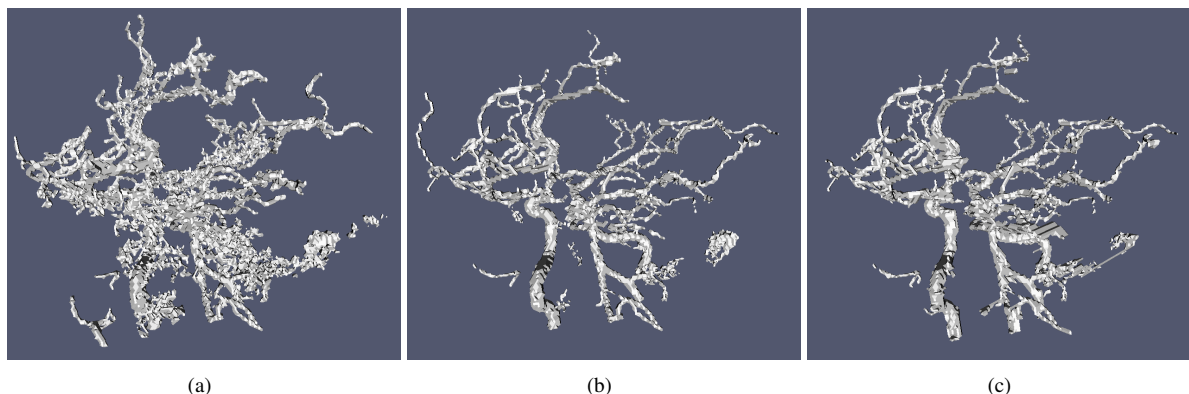


FIGURE 7.2 – Segmentation des structures artérielles à partir d'une image angiographique 3D pour différentes connexités. (a) 6-connexité. (b) 26-connexité. (c) Connexité par masque, induite par un filtrage morpho-hessien. Visualisations surfacique 3D.

Une telle méthode permet de réaliser une segmentation sélective, en ne choisissant comme exemple qu'un sous-ensemble des vaisseaux dans l'image (par exemple, les artères, dans la figure 7.2). Par ailleurs, elle s'interface naturellement avec la méthode de filtrage précédente, une version filtrée de I fournissant un masque extensif dans le cadre d'un calcul d'arbre de coupes pour la connexité induite, comme évoqué en section 5.2.

7.2 Autres modalités d'images et structures anatomiques

Segmentation crânienne par transport d'atlas

Si la segmentation du volume intracrânien reste un domaine de recherche récurrent [51, 127], la segmentation des os crâniens, à partir de données IRM [117], ou plus fréquemment de données de scanner X est, pour sa part, assez peu considérée, malgré des applications dans les domaines maxillo-facial ou cranio-facial [151].

La complexité géométrique, et surtout topologique, des structures crâniennes tend à justifier l'utilisation de techniques de segmentation à base d'exemples. Des travaux préliminaires⁶² ont ainsi visé à segmenter le crâne dans des images de scanner X en utilisant comme modèle initial la segmentation (géométriquement et topologiquement correcte) d'une image exemple, puis en alternant des phases de recalage et de segmentation mutuellement guidées, dans un processus multi-résolution. L'utilisation de résolutions croissantes favorise la convergence géométrique, mais s'avère problématique du point de vue de la topologie, qui doit être recouverte dans les étapes finales. Une telle correction, aisée dans les cas topologiquement simples [66, 135], est notamment irréaliste dans les cas complexes.

Au regard de ces considérations, cette stratégie a donc été délaissée au profit de la technique de transport d'atlas par déformation homotopique développée en section 4.2.

Celle-ci est dépendante de la qualité du recalage réalisé, mais garantit la correction topologique du résultat, relativement à modèle initial choisi. Un modèle topologique crânien, illustré en figure 7.3, a donc été créé. Ce

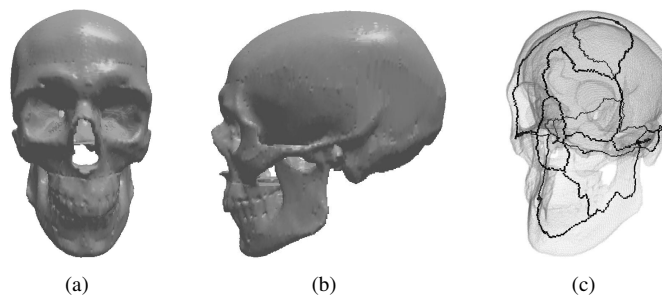


FIGURE 7.3 – (a,b) Modèle géométrique et topologique du crâne. (c) En noir : un squelette (noyau homotopique) de ce modèle.

62. S. Faisan *et al.* Segmentation of head bones in 3-D CT images from an example. ISBI 2008. pp. 81–84.

modèle, obtenu par segmentation et correction topologique interactive [4], fournit une représentation géométrique et topologique d'un sous-ensemble des structures osseuses du crâne. Il est formé d'une composante connexe (la mâchoire inférieure n'étant pas considérée comme dissociée du reste du crâne) sans cavité et de dix tunnels (*foramen magnum*, arches zygomatiques, etc.).

Bien qu'une convergence correcte ne soit pas assurée, cette méthode⁶³ a permis de segmenter de manière fiable plusieurs images, comme illustré en figure 7.4.

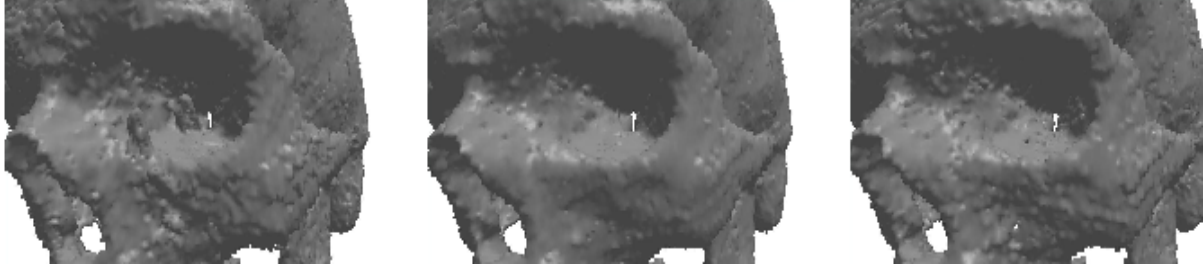


FIGURE 7.4 – Segmentations des structures crâniennes à partir de données 3D de scanner X. À gauche : méthode décrite dans [14]. On constate la présence de deux artefacts au niveau de l'orbite gauche. Au centre : méthode proposée. À droite : interpolation par plus proches voisins. On constate la présence d'un tunnel sous la pommette gauche. Visualisations surfacique 3D (résultats non maillés, ni lissés).

Segmentation cérébrale : approche statistique

L'analyse des structures cérébrales, indispensable dans de nombreuses applications médicales, passe généralement par la segmentation préalable de tissus et/ou éléments anatomiques, à partir de données IRM. Une littérature vaste, et aux déclinaisons multiples, est consacrée à cette problématique : (i) extraction de structures spécifiques (cortex [62], *sulci* [166], structures sous-corticales [133]), (ii) partition en structures anatomiques [38], ou (iii) en tissus [94], notamment matières grise et blanche et liquide céphalo-rachidien. Ces dernières approches peuvent être classées suivant des critères méthodologiques. Nous nous focalisons ici sur les méthodes de classification à base de *Fuzzy C-Means* (FCM) [22], dont la base méthodologique a déjà été enrichie de plusieurs manières, notamment par l'emploi de régularisations spatiales [113], de contraintes topologiques [15], ou de corrections de biais [2].

Étant donné une image $I : E \rightarrow V$, un vecteur $(u_k(x))_{k=1}^c \in [0, 1]^c$ des taux d'appartenance de chaque point $x \in E$ à chacune des $c \geq 2$ classes considérées, un vecteur $(v_k)_{k=1}^c \in V^c$ des c centroïdes relatifs à ces c classes, la définition (de base) de l'énergie minimisée (sur $(u_k(x))_{k=1}^c$ et $(v_k)_{k=1}^c$) dans le cadre d'un algorithme de FCM est

$$\mathcal{E} = \sum_{x \in E} \sum_{k=1}^c u_k^q(x) \cdot \|I(x) - v_k\|_2^2 \quad (7.2)$$

où $\|\cdot\|_2$ est la norme euclidienne sur V , et où le paramètre q contrôle la « dureté » de la segmentation.

Sur la base de cette définition, il a été proposé⁶⁴ de s'appuyer sur un schéma non local [35] afin d'améliorer la robustesse des FCM au bruit et biais, par la prise en compte des structures et textures répétitives au sein d'une même image. Dans ce contexte, deux termes, d'attache aux données (\mathcal{E}_{data}) et de régularisation (\mathcal{E}_{reg}), tous deux non locaux ont été définis. Ces termes aboutissent à une nouvelle définition d'énergie

$$\mathcal{E}_{nl} = \mathcal{E}_{data} + \mathcal{E}_{reg} = \sum_{x \in E} \sum_{k=1}^c \sum_{y \in N_x} w(x, y) \cdot u_k^q(x) \cdot \|I(x) - v_k(y)\|_2^2 + \frac{\beta}{2} \sum_{x \in E} \sum_{k=1}^c u_k^q(x) \sum_{y \in N_x} w(x, y) \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq k}}^c u_l^q(y) \quad (7.3)$$

où $N_x \subseteq E$ est un voisinage de x , $w(x, y)$ est un poids exprimant la corrélation entre deux sous-images locales (*patches* [35]) centrées respectivement en x et y , $v_k(y)$ est la valeur du centroïde de la classe k en y (supposée variante, par opposition au terme v_k de l'équation (7.2)), et $\beta > 0$ contrôle la pondération entre \mathcal{E}_{data} et \mathcal{E}_{reg} . Cette formulation a été comparée⁶⁵ à des versions classique (équation (7.2)) et régularisée [113], sur les bases d'images BrainWeb [39] et *Internet Brain Segmentation Repository*. Les résultats sont partiellement illustrés en figure 7.5.

63. S. Faisan *et al.* Topology preserving warping of binary images: Application to atlas-based skull segmentation. MICCAI 2008. LNCS, Vol. 5241, pp. 211–218.

64. B. Caldairou *et al.* A non-local fuzzy segmentation method: Application to brain MRI. CAIP 2009. LNCS, Vol. 5702, pp. 606–613.

65. B. Caldairou *et al.* A non-local fuzzy segmentation method: Application to brain MRI. Pattern Recognition, 44(9):1916–1927 (2011).

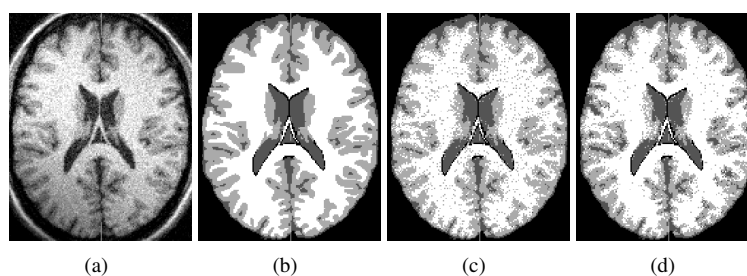


FIGURE 7.5 – Segmentation par FCM d'une image 3D issue de la base BrainWeb (IRM T1, coupe axiale, 9% de bruit ricien, 20% de biais). (a) Image originale. (b) Vérité-terrain. (c) Segmentation par FCM régularisé [113]. (d) Segmentation par l'approche proposée.

Segmentation du cortex chez le fœtus : approche statistique et topologique

L'étude *in utero* des structures cérébrales fœtales à partir de données IRM est un domaine de recherche récent, et crucial pour la compréhension des mécanismes de maturation cérébrale [126]. Bien que la segmentation constitue, comme chez l'adulte, un prérequis indispensable, peu d'approches ont été proposées chez le fœtus [8, 64].

S'appuyant d'une part sur les travaux précédemment décrits^{64,65}, et d'autre part sur une étude des modèles topologiques en segmentation^{66,67}, une méthode hybride de segmentation du cortex chez le fœtus a ainsi été proposée. Elle vise notamment à s'abstraire de l'utilisation d'un atlas complexe, en laissant un modèle topologique (géométriquement simple) évoluer sous contraintes, dans un esprit similaire aux techniques proposées dans [92, 41, 15].

Une IRM cérébrale de fœtus présente certaines spécificités par rapport à une IRM d'adulte. En particulier, les distributions d'intensités des matières blanche et grise ne sont pas directement séparables. L'utilisation d'un modèle, évoluant sur la base de l'intensité des structures, mais interdisant certaines transformations par le biais de contraintes topologiques, semble donc justifié dans ce contexte. Le recours à des transformations à base de points simples s'étant avéré trop contraignant pour garantir une convergence du processus, des contraintes topologiques moins fortes ont été considérées. Contrairement à [134], où il est proposé de relaxer la contrainte de fusion ou de scission de composantes connexes, il est ici proposé de ne préserver que les composantes connexes, en relaxant les contraintes sur les tunnels, favorisant ainsi la préservation et l'évolution d'un modèle en couches successives.

La méthode finalement obtenue^{68,69} se décompose en deux étapes : (i) une classification du volume intracrânien en trois classes (liquide céphalo-rachidien périphérique, matières grise et blanche, liquide céphalo-rachidien interne) basée sur un modèle topologique en couches successives, cette classification fournissant, entre autres, une estimation de la frontière entre les deux premières classes (surface corticale), et (ii) une seconde classification dans cette zone d'intérêt, en trois classes plus fines (liquide céphalo-rachidien périphérique, matière grise, matière blanche), sur la base d'un modèle topologique similaire. Des résultats sont illustrés en figure 7.6.

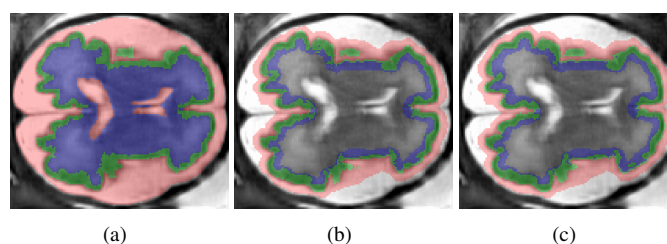


FIGURE 7.6 – Segmentation corticale d'un images 3D fœtales (IRM T1, coupe axiale). (a) Image originale et vérité-terrain, en transparence (liquide céphalo-rachidien périphérique en rose, matière grise en vert, matière blanche et liquide céphalo-rachidien interne en bleu). (b) Segmentation (modèle topologique et FCM régularisé [113]). (c) Segmentation (modèle topologique et FCM régularisé non local).

66. S. Miri *et al.* Topologically-based segmentation of brain structures from T1 MRI. ISMM 2007. Vol. 2, pp. 33–34.

67. S. Miri *et al.* Topology-preserving discrete deformable model: Application to multi-segmentation of brain MRI. ICISP 2008. LNCS, Vol. 5099, pp. 67–75.

68. B. Caldaïrou *et al.* Segmentation of the cortex in fetal MRI using a topological model. ISBI 2011. pp. 2045–2048.

69. B. Caldaïrou *et al.* Cortex segmentation in reconstructed fetal MRI by using structural constraints. CAIP 2011, LNCS, Vol. 6854, pp. 503–511.

Troisième partie

Discussion

Chapitre 8

Bilan

Ce chapitre résume les principaux résultats relatifs aux travaux menés jusqu'en 2010, et leurs perspectives immédiates. Plus généralement, il dresse un bilan en termes de contributions à l'état de l'art en imagerie discrète. Les objectifs à plus long terme sont évoqués dans le chapitre suivant.

8.1 Principaux résultats

Résultats théoriques

Transformée en tout-ou-rien à niveaux de gris Chronologiquement, le premier résultat théorique obtenu a été l'unification des définitions des transformées en tout-ou-rien à niveaux de gris proposées dans la littérature [120, 144, 11]. Ce résultat collaboratif non décrit en partie II, dans la mesure où il a été obtenu immédiatement après les travaux de thèse, présente néanmoins suffisamment d'intérêt pour être cité ici. En effet, outre une unification des définitions, il propose une extension de celles-ci, par le biais d'une formulation générale. Les travaux relatifs à ce sujet sont actuellement clos.

Liens entre topologies continues et discrètes Les principaux liens entre les concepts de topologies continues (notamment dans \mathbb{R}^n), discrètes et digitales (dans les espaces cubiques et dans \mathbb{Z}^n), ont été établis, en particulier jusqu'aux notions de groupes fondamentaux. Ces résultats fournissent, d'une part, une mise en relation entre les modèles digitaux et complexes, explicitant les liens entre ces modèles et valident, d'autre part, la pertinence des approches et concepts digitaux définis initialement sur des fondements essentiellement intuitifs. Les travaux relatifs à ce sujet (section 4.1) sont, *a priori*, clos.

Ensembles simples (minimaux) La notion d'ensemble simple (minimal) a permis d'étendre la notion classique de point simple, dans le cadre général des complexes cubiques. Une étude complète a été menée pour les ensembles simples minimaux de dimension 2, montrant leur « équivalence » avec les points simples dans les espaces de dimension 2, et les caractérisant dans les espaces de dimension $n \geq 3$. Outre une caractérisation des paires simples minimales de dimension 3, le problème reste ouvert pour les ensembles simples de dimension $k \geq 3$ dans les espaces de dimension $n \geq k$. Il est en particulier peu probable de pouvoir aboutir à des caractérisations dans tous les cas. Les travaux relatifs à ce sujet (chapitre 4.2) se poursuivent.

Résultats méthodologiques

Déformations homotopiques d'images binaires Une méthode a été proposée pour interpréter, dans le domaine digital, des déformations préservant la topologie continue, afin notamment d'aboutir à des outils de transformation homotopique qui puissent être guidés par des champs de déformation issus de procédures de recalage d'images. Cette méthode est, avec [14], l'une des deux premières proposées sur ce thème dans la littérature. Les travaux relatifs à ce sujet (section 4.2) vont se poursuivre, d'une part par la prise en compte d'images non plus seulement binaires, mais aussi grâce à une étude, en amont, des liens entre déformations d'images continues et digitales. Ces éléments de perspectives sont repris au chapitre 9.

Segmentation par arbres de coupes Une méthode de segmentation interactive par filtrage connexe a été proposée. S'appuyant sur une structure de données à base d'arbres de coupes localement structurés sous forme d'arbres de partitionnement suivant une hiérarchie de connexités, elle permet de calculer un résultat dépendant d'une tolérance en termes d'erreur sur un plan quantitatif (faux positifs, faux négatifs), et qualitatif (connexité de second ordre), relativement à un exemple de pré-segmentation. Les travaux relatifs à ce sujet (chapitre 5) vont se poursuivre. Dans un premier temps, les liens avec d'autres approches de segmentation hiérarchique vont être étudiés, notamment afin d'évaluer dans quelle mesure ces travaux sont susceptibles de s'unifier avec d'autres travaux existants [63, 139]. Par ailleurs, des extensions à l'imagerie multivaluée sont envisagées, notamment grâce à des travaux en cours sur l'extension des arbres de coupes aux ordres partiels. Ce dernier élément de perspective est repris au chapitre 9.

Résultats applicatifs

Analyse d'images de télédétection Une méthode multi-résolution de segmentation et de classification a été développée pour l'analyse d'images de télédétection en milieu urbain. Cette méthode s'appuie sur une collaboration entre approches par filtrage connexe (notamment par l'usage d'arbres de partitionnement binaire) et approches de classification. Les travaux relatifs à ce sujet (chapitre 6) se poursuivent. En particulier le cadre applicatif, actuellement extrêmement restreint, semble pouvoir être (partiellement) levé afin d'aboutir à une méthodologie plus générique d'analyse d'images multi-résolutions. Par ailleurs, les travaux collaboratifs entre segmentation/classification et morphologie mathématique/apprentissage, se poursuivent dans le cadre de l'analyse d'images de télédétection.

Analyse d'images médicales Plusieurs applications ont été développées pour la segmentation d'images médicales. En particulier, ont été proposées : quatre méthodes de segmentation angiographique, tirant parti de travaux en morphologie mathématique (transformée en tout-ou-rien à niveaux de gris, arbres de coupes, approche morphohessienne) ; trois méthodes de segmentation cérébrale, notamment en imagerie fœtale, tirant parti de travaux en classification (*Fuzzy C-means*) et/ou en topologie ; deux méthodes de segmentation crânienne basées sur des concepts de recalage et de déformation d'images, et enfin une méthode de segmentation dermatologique par arbres de coupes. Les travaux relatifs à ce sujet (chapitre 7) sont (dans l'immédiat) clos en ce qui concerne les imageries crânienne, dermatologique et cérébrale. Ils se poursuivent actuellement en imagerie angiographique, notamment par un glissement thématique vers la génération et l'utilisation de modèles vasculaires. Cet élément de perspective est repris au chapitre 9.

8.2 Bilan des contributions

Les travaux réalisés ont visé à trouver un équilibre, mais également une synergie, entre théorie, méthodologie et applications. Plusieurs travaux théoriques et méthodologiques ont été intégrés, ou sont actuellement en cours d'intégration, dans des applications concrètes. Réciproquement, la plupart des travaux théoriques considérés ont été initialement identifiés et motivés par des travaux applicatifs mettant en évidence des lacunes ou des verrous théoriques ou méthodologiques.

Sur un plan purement théorique, des résultats d'unification de concepts ont été proposés (transformée en tout-ou-rien à niveaux de gris), tandis que d'autres résultats visaient à étendre certains concepts et résultats existants (ensembles simples minimaux).

Enfin, une ouverture des approches discrètes à des domaines connexes a été menée. La recherche de liens entre images discrètes et continues a été envisagée non seulement d'un point de vue théorique, notamment par la recherche des liens structurels (topologies continues et discrètes), mais aussi sur un plan plus clairement méthodologique, par le développement de méthodes s'appuyant sur des approches discrètes (morphologie mathématique, topologie) ainsi que d'approches relevant d'autres domaines (optimisation, analyse différentielle, classification).

Les perspectives de recherches, décrites dans le prochain chapitre, s'inscrivent notamment dans la lignée de ces résultats et de leur philosophie.

Chapitre 9

Perspectives

Ce chapitre clôt le manuscrit par une discussion relative aux différentes perspectives de recherche. Quelques axes de recherche, susceptibles de prendre de l'ampleur à court terme, sont ainsi abordés. Ces axes sont notamment relatifs à des travaux souvent initiés (ou ayant pris leur essor) en 2010–2011, et donc non évoqués en partie II. Une description plus générale, et moins détaillée, des principales orientations scientifiques à moyen et long termes est enfin proposée en guise de conclusion.

9.1 Quelques axes de recherche

Imagerie multivaluée

Les travaux réalisés jusqu'à présent, et décrits ci-avant, ont essentiellement porté sur des images binaires, dans le cas de la topologie, ou à niveaux de gris, dans le cas de la morphologie mathématique et des applications médicales. (Seuls les travaux relatifs aux applications en imagerie satellitaire ont porté sur des images multispectrales, sans que cette spécificité ne soit significativement prise en compte.) La problématique des images multivaluées est néanmoins progressivement apparue, et ce dès 2007. Par abus de langage, le terme multivalué désigne ici les images prenant leurs valeurs dans des espaces partiellement ordonnés. Cette notion recouvre donc les images à valeurs dans un espace de couleurs, mais également les images de labels (organisés hiérarchiquement ou non), et de manière plus générale, tous types d'images qui ne soient pas assimilables à des images à niveaux de gris.

Les premiers travaux engagés sur ce sujet ont fait l'objet du stage de Master de Sanae Miri, en 2007. Ils ont porté sur l'utilisation d'images à valeurs dans un espace de $k \geq 3$ labels (non ordonnés) pour la segmentation, par transformation homotopique, d'images en k classes d'intérêt. Ces premiers travaux ont notamment mis en évidence le manque de consistance des (rares) approches existantes, reposant sur des fondements partiels [84], non totalement satisfaisants [14] et/ou susceptibles d'aboutir à des résultats incomplets [15], voire incohérents [114]. Ces considérations ont motivé la réalisation de travaux théoriques, dans le cadre de la seconde partie de la thèse de Doctorat de Loïc Mazo (à partir de 2010), sur la topologie dans les images de labels. Ils visent à permettre la gestion correcte et la préservation des propriétés topologiques des objets relatifs aux labels d'une image discrète, mais aussi de tout objet induit par n'importe quelle union de ces labels. Ces travaux, contemporains d'autres contributions relatives à ce sujet (labels dans les *well-composed sets* [142] ou dans les cartes combinatoires [47]) sont notamment susceptibles de pouvoir unifier les approches proposées dans ces dernières.

Les premières perspectives de ces travaux sont applicatives. En effet, l'obtention d'une théorie correcte de la topologie dans les images de labels, mais également de procédés algorithmiques permettant la déformation de telles images sans altération topologique, permet d'envisager le développement de méthodes efficaces de transformation d'images, notamment dans un schéma de modèles déformables [15, 48] en lien avec les travaux présentés en section 4.2. Sur un plan plus théorique, des liens pourraient être établis entre ces travaux, relatifs aux labels dans un cadre topologique, et d'autres travaux récents, également relatifs aux labels mais cette fois en morphologie mathématique [122, 123], par exemple dans le but de développer des approches croisées de topologie et morphologie.

Les seconds travaux engagés en imagerie multivaluée l'ont été en morphologie mathématique, en 2009, dans le cadre de la collaboration menée avec Benoît Naegel sur les arbres de coupes. Après une étude préliminaire portant sur l'usage des arbres de coupes dans les images multivaluées, et expérimentant notamment les différentes

approches classiques permettant de s'appuyer, pour ce faire, sur l'utilisation d'images à niveaux de gris⁷⁰, il a été proposé d'envisager une approche alternative. Partant du principe qu'une image ne devait pas nécessairement se plier aux contraintes induites par une structure de données, des travaux sur une extension de la notion d'arbre de coupes au cas des images à valeurs dans les ensembles partiellement ordonnés, ont été engagés. Ces travaux, qui ont abouti à des premiers résultats concluants⁷¹, ont été mis en sommeil (par manque de temps) durant deux années. Ils seront repris dans un futur proche.

Géométries discrète et continue

L'imagerie discrète repose essentiellement sur trois thématiques : la morphologie mathématique, la topologie discrète et la géométrie discrète. Si les deux premières ont déjà été abordées dans le cadre des activités de recherche réalisées, la géométrie discrète était, pour sa part, restée quasi inconsiderée jusqu'à présent. Ainsi, à l'exception de quelques travaux, extrêmement applicatifs et reposant sur des approches essentiellement heuristiques (stage de DEA, en 2002 ; stage de Master de Dini Chillet, en 2004), aucun thème de recherche en géométrie discrète n'avait encore été exploré.

Les travaux collaboratifs menés avec Sylvain Faisan et Vincent Noblet en 2006–2007 ont, indirectement, contribué à initier de telles activités de recherche en géométrie discrète. En effet, ces travaux, portant notamment sur le recalage non rigide d'images et leur déformation, ont mis en lumière la faiblesse méthodologique relative à la phase de discrétisation (association d'une valeur à chaque point de \mathbb{Z}^n , notamment par le choix d'une politique d'interpolation), lors de l'application d'un champ de déformation continu sur une image discrète, en particulier dans les procédures de segmentation par transport d'atlas impliquant la déformation d'images binaires.

Cette faiblesse méthodologique, vérifiée dans le cas des déformations non rigides, l'est également dans le cas des déformations rigides, c'est-à-dire celles impliquant uniquement des translations et des rotations. En particulier, les effets de bord indésirables induits par les modèles impliqués dans les procédures d'interpolation par plus proches voisins, s'expriment tant en termes de géométrie (points de \mathbb{Z}^n non pris en compte dans l'image avant déformation, ou omis dans l'image après déformation), que de topologie (apparition de cavités et tunnels, scissions ou fusions de composantes connexes, etc.).

Par le biais d'une nouvelle collaboration initiée avec Yukiko Kenmochi (LIGM-A3SI) dans le cadre de la thèse de Doctorat de Hoai Diem Phuc Ngo, débutée en 2010 et prenant la suite de précédents travaux dédiés pour leur part aux seules rotations discrètes [153], une étude théorique des transformations rigides a ainsi été entamée. Débutant par le cas de \mathbb{Z}^2 , elle porte dans un premier temps sur la génération d'une structure de données combinatoire modélisant, de manière exacte, les résultats de l'ensemble des transformations rigides calculables sur un sous-ensemble fini de \mathbb{Z}^2 , correspondant au support d'une image discrète. Ces premiers résultats fournissent une base de travail, d'une part, pour l'analyse des incohérences géométriques et topologiques induites par de telles transformations et, d'autre part, pour leur éventuelle correction, notamment dans le cadre de méthodes de post-traitements impliquant des modèles de super-résolution. À terme, ces travaux pourraient permettre, par la modélisation locale de transformations non rigides par des transformations rigides, de proposer des solutions aux problèmes de convergence inhérents aux actuelles méthodes de transformations d'images basées sur des champs de déformations tels que ceux considérés en section 4.2 ou dans [14]. Ces travaux, en cours au moins jusqu'en 2013, initient un investissement dans les problématiques relevant de la géométrie discrète, en particulier dans ses liens avec les approches continues.

Imagerie angiographique

L'analyse d'images angiographiques constitue, depuis 2002, une activité de recherche récurrente, ayant déjà donné lieu à plusieurs encadrements doctoraux. Dans ce cadre, le principal thème traité a porté sur la segmentation des structures vasculaires 3D. Fort de l'expertise acquise dans ce domaine, une extension à d'autres problématiques relatives aux données angiographiques a été engagée.

La première extension concerne les modèles vasculaires. Reprenant des travaux laissés en sommeil depuis 2005, la seconde partie de la thèse d'Alice Dufour (à partir de 2010) s'est orientée vers la génération de tels modèles. L'objectif n'est plus seulement de générer des atlas porteurs d'informations probabilistes, mais également de les enrichir par des informations relationnelles [87] et structurelles [65]. Les modèles et atlas vasculaires, dont la génération, encore rare, commence néanmoins à susciter un intérêt [141], sont en effet susceptibles d'aboutir à

70. B. Naegel *et al.* Component-trees and multivalued images: A comparative study. ISMM 2009. LNCS, Vol. 5720, pp. 261–271.

71. N. Passat *et al.* An extension of component-trees to partial orders. ICIP 2009. pp. 3981–3984.

des applications jusqu'à présent non envisagées. À titre d'exemple, lors des travaux de stage de Master d'Alice Dufour, l'utilisation d'un atlas artériel cérébral avait permis d'émettre l'hypothèse d'une capacité accrue de filtrage des artefacts physiologiques présents en IRM fonctionnelle [55].

Si la génération de modèles vasculaires (notamment cérébraux) fiables d'un point de vue structurel peut permettre d'envisager des débouchés applicatifs tels que l'étiquetage des réseaux vasculaires cérébraux (à l'image des procédures existant déjà pour les réseaux cardiovasculaires [37]), par exemple dans le cadre de la recherche et du traitement des malformations artério-veineuses, une approche plus complète, incluant des modèles géométriques, est également souhaitable. En effet, la disponibilité de modèles géométriques et topologiques vasculaires complexes, et la capacité à les générer de manière aussi automatique que possible (par opposition à des modes de génération plus manuels [106]) est un prérequis indispensable au développement de recherches relatives à la simulation (réaliste) de flux sanguins, qui constituent la seconde extension de ces travaux en imagerie angiographique. Les travaux de stage de Master d'Olivia Miraucourt (2011), sur le post-traitement de données angiographiques segmentées, traduisent un effort en ce sens.

La simulation de flux sanguins, dans des modèles vasculaires complexes et anatomiquement corrects, est une problématique qui requiert des savoir-faire multiples, tant en traitement d'images (segmentation) qu'en modélisation géométrique (génération de maillages 2D et 3D) et en simulation (analyse numérique, mécanique des fluides). Initiée par les travaux de stage de Master de Céline Caldini (2010) visant à établir des bases saines relatives aux problématiques de simulation de flux sanguins, une collaboration a ainsi été engagée avec Olivier Génévaux (équipe IGG du LSIT), Marcela Szopos (IRMA) et Stéphanie Salmon (LMR). S'appuyant sur des compétences pluridisciplinaires [108, 28, 60], l'objectif principal consiste à mettre en place une chaîne de traitements menant de l'acquisition de données angiographiques jusqu'à la simulation de flux sanguins, dans l'optique de mettre à disposition de la communauté scientifique des modèles vasculaires 3D et 4D et des données angiographiques simulées. Cet axe de recherche, soutenu en 2011–2012 par un Projet Exploratoire Pluridisciplinaire, vise à faire l'objet d'un projet de plus grande envergure à l'horizon 2013.

9.2 Conclusion

Après dix années consacrées, outre des activités d'enseignement et d'administration, à la recherche en Informatique (DEA, 2001–2002 ; Doctorat, 2002–2005 ; Post-Doctorat, 2005–2006 ; emploi de Maître de Conférences, 2006–2011), notamment en analyse d'images, les différents champs thématiques relatifs aux approches discrètes ont été abordés (topologie discrète, morphologie mathématique), ou sont en passe de l'être (géométrie discrète).

Au sein de ces trois champs thématiques, tous les sujets n'ont évidemment pas été considérés. Quelques uns d'entre eux le seront certainement au gré des opportunités qui pourront se présenter. De manière plus certaine, l'étude des mises en relation possibles entre ces approches (notamment les relations entre topologie et géométrie discrètes, et entre topologie discrète et morphologie mathématique) fait partie des principaux projets à moyen terme, dans une optique d'« unification » des approches discrètes, encore parfois relativement cloisonnées les unes par rapport aux autres. Dans un cadre plus large, l'étude des liens entre les approches discrètes et les notions continues sous-jacentes fait également partie des principaux projets envisagés, à plus long terme.

Si l'analyse d'images, dans une acception large, demeurera probablement le principal thème de recherche considéré dans le futur, les approches discrètes n'auront pas nécessairement vocation à constituer son unique angle d'étude. Des ouvertures ont d'ores et déjà été engagées auprès de plusieurs autres communautés au sein des disciplines de l'Informatique et de l'Image, en particulier en modélisation géométrique, fouille de données et classification, approches statistiques, etc. D'autres communautés, notamment en Mathématiques Appliquées et en Robotique, dont la conception de l'analyse d'images peut différer, tant d'un point de vue méthodologique que dans ses finalités, sont également susceptibles d'offrir des perspectives de recherche prometteuses.

Cet élargissement thématique en analyse d'images, visant notamment à établir des passerelles au sein de la pluralité des approches existantes, se réalisera nécessairement par le biais d'une conception pluridisciplinaire des recherches réalisées, qu'elles soient théoriques ou applicatives. Cette pluridisciplinarité, relative aux communautés travaillant directement sur l'image (physiciens, mathématiciens, informaticiens) et à celles travaillant grâce à elles (roboticiens, médecins, biologistes, géographes, thermiciens, etc.) fait d'ores et déjà l'objet d'un investissement amené à se poursuivre et s'intensifier, notamment dans le cadre du développement de projets de recherche et de collaborations, tant au niveau national qu'international.

Quatrième partie

Annexes

Annexe A

Projets et collaborations

Cette annexe liste les projets de recherche subventionnés, ainsi que les principales collaborations et participations à des programmes de recherche.

Participation à des projets de recherche subventionnés

ERC - European Research Council

En tant que membre associé (non participation au montage), participation à la réalisation du projet :

- 207667 : « FBrain », *computational anatomy of fetal brain*.
Programme *Starting Grants*, 2008–2012.
Porteur du projet : François Rousseau (LSIIT).
Laboratoires impliqués :
 - LSIIT (Strasbourg),
 - BICG (Washington, Seattle).

ANR - Agence Nationale de la Recherche

Participation au montage et à la réalisation (taux de participation entre crochets) des projets :

- [30%] ANR-10-BLAN-0205 : « KIDICO⁷² », intégration des connaissances pour la convolution discrète, la segmentation et la reconstruction d'informations dans les images digitales.
Programme Blanc, 2010–2014.
Porteur du projet : Mohamed Tajine (LSIIT).
Laboratoires impliqués :
 - ISIT (Clermont-Ferrand),
 - LAMA (Chambéry),
 - LIAFA (Paris),
 - LIGM (Paris),
 - LIMOS (Clermont-Ferrand),
 - LIRIS (Lyon),
 - LIRMM (Montpellier),
 - LORIA (Nancy),
 - LSIIT (Strasbourg).
- [20%] ANR-10-COSI-012-03 : « FOSTER⁷³ », fouille de données spatio-temporelles : application à la compréhension et à la surveillance de l'érosion.
Programme COSINUS, 2011–2013.
Porteur du projet : Nazha Selmaoui-Folcher (PPME).
Laboratoires impliqués :

72. <http://kidico.u-strasbg.fr>

73. <http://foster.univ-nc.nc>

- LIRIS (Lyon),
- LISTIC (Annecy),
- LSIIT (Strasbourg),
- PPME (Nouvelle Calédonie).

PEPS - Projets Exploratoires Pluridisciplinaires

Participation au montage et à la réalisation du projet :

- « *Towards a virtual cerebral angiography* », simulation numérique d'écoulements sanguins à partir de données réelles : vers une angiographie cérébrale virtuelle.
Programme INS2I, 2011–2012.
Porteur du projet : Nicolas Passat (LSIIT).
Laboratoires impliqués :
 - LMR (Reims),
 - IRMA (Strasbourg),
 - LSIIT (Strasbourg).

Participation à des programmes de recherche

Participation à des programmes de recherche à vocation médicale (taux de participation entre crochets) :

- Programme de recherche multi-laboratoires « IRMC⁷⁴ » : imagerie et robotique médicale et chirurgicale (depuis 2004).
Laboratoires impliqués (Strasbourg) :
 - IMFS,
 - InESS,
 - IRCAD,
 - LINC,
 - LSIIT,
 - LSP.

[50%] Institut Hospitalo-Universitaire (IHU) « MIX-Surg⁷⁵ » : institut de chirurgie mini-invasive guidée par l'image (depuis 2011).

- Institutions impliquées :
- Université de Strasbourg,
 - INSERM,
 - INRIA,
 - CHU de Strasbourg.

Principales collaborations inter-laboratoires

Collaborations régulières avec des chercheurs des laboratoires et structures universitaires suivant(e)s :

- LIGM-A3SI, Paris (Michel Couprie, Hugues Talbot, Yukiko Kenmochi, Gilles Bertrand) : topologie discrète, géométrie discrète, traitement et analyse d'images médicales.
- École d'Ingénieurs de Genève (2006–2007), puis LORIA, Nancy (2007–2011) (Benoît Naegel) : morphologie mathématique.
- IRMA, Strasbourg (Marcela Szopos), et LMR, Reims (Stéphanie Salmon) : simulation de fluides.
- LINC, Strasbourg (Jean-Paul Armspach, Joseph Baruthio, Daniel Gounot) : traitement et analyse d'images médicales.
- LIVE, Strasbourg (Anne Puissant) : analyse d'images de télédétection.
- Hôpital Louis-Pasteur, Colmar (Mariano Musacchio) : analyse d'images médicales.

74. <http://lsiit-cnrs.unistra.fr/irmc>

75. http://media.enseignementsup-recherche.gouv.fr/file/Fiches_IHU/42/1/JET-MIX-Surg_172421.pdf

Annexe B

Responsabilités scientifiques

Cette annexe liste les principales responsabilités scientifiques et participations à la vie scientifique depuis 2006, liées notamment aux communautés : morphologie mathématique, géométrie discrète et traitement/analyse d'images.

Participation à l'organisation d'événements nationaux

- Groupe de travail en Géométrie Discrète⁷⁶ du GDR IM (LSIIT, Illkirch-Graffenstaden, 3 décembre 2010).
- Action de formation nationale (ANGD) « Traitement d'images médicales : du voxel aux atlas numériques⁷⁷ » (LSIIT, Illkirch-Graffenstaden, 2–6 juin 2008).

Séminaires et groupes de travail

En tant que conférencier invité :

- Workshop DGCV 2010 : « Digital Geometry and Computer Vision⁷⁸ », (ESIEE, Noisy-le-Grand, 23–24 septembre 2010).
- Journée thématique des GDR ISIS et STIC-Santé « Segmentation de structures anatomiques avec intégration d'*a priori* géométrique⁷⁹ », (ENST, Paris, 14 mai 2007).

En tant que conférencier :

- Groupe de travail en Géométrie Discrète⁸⁰ du GDR IM, (LORIA, Saint-Dié-des-Vosges, 9 novembre 2007).

Évaluation de projets de recherche

Participation aux évaluations dans le cadre des appels à projets de l'ANR :

- Programme Blanc (comité SIMI3), 2011.

Relectures en revues internationales

En tant que relecteur régulier :

- Pattern Recognition Letters - Elsevier (depuis 2008).
- Journal of Mathematical Imaging and Vision - Springer (depuis 2007).
- Pattern Recognition - Elsevier (depuis 2006).

76. <https://lsiit-cnrs.unistra.fr/gdrim-geodis>

77. <http://lsiit-miv.u-strasbg.fr/ecoleTIM>

78. <http://igm.univ-mlv.fr/~kenmochi/dgcv2010>

79. <http://bib.gdr-isis.org/2475>

80. <http://www.loria.fr/equipes/adage/gdrim>

En tant que relecteur occasionnel :

- IEEE Transactions on Medical Imaging - IEEE.
- Medical Image Analysis - Elsevier.
- Theoretical Computer Science - Elsevier.
- Acta Applicandae Mathematicae - Springer.
- NeuroInformatics - Springer.
- Journal of Computer Science and Technology - Springer.
- International Journal of Remote Sensing - Taylor & Francis.
- American Journal of Physiology - American Physiological Society.

Participation à des comités et relectures en conférences

Participation à des comités scientifiques ou de programme, dans des workshops internationaux et conférences internationales :

- CTIC 2012, 4th International Workshop on Computational Topology in Image Context.
- ISMM 2011, 10th International Symposium on Mathematical Morphology.
- CTIC 2010, 3rd International Workshop on Computational Topology in Image Context.
- ISMM 2009, 9th International Symposium on Mathematical Morphology.
- CTIC 2009, 2nd International Workshop on Computational Topology in Image Context.
- CTIC 2008, 1st Workshop on Computational Topology in Image Context.

Relectures en conférences internationales :

- CAIP 2011, 14th International Conference on Computer Analysis of Images and Patterns.
- MICCAI 2011, 14th International Conference on Medical Image Computing and Computer Assisted Intervention.
- DGCI 2011, 16th International Conference on Discrete Geometry for Computer Imagery.
- ICPR 2010, 20th International Conference on Pattern Recognition.
- ACCV 2009, 9th Asian Conference of Computer Vision.
- MICCAI 2008, 11th International Conference on Medical Image Computing and Computer Assisted Intervention.
- ISMM 2007, 8th International Symposium on Mathematical Morphology.
- ISVC 2005, 1st International Symposium on Visual Computing.

Annexe C

Responsabilités administratives

Cette annexe liste les principales responsabilités administratives assumées au sein de l'UFR Mathématique-Informatique de l'Université de Strasbourg, et du LSIIT, depuis 2008.

Responsabilité de Master

Depuis 2010 : co-responsable (Master 1 et Master 2) de la spécialité « Ingénierie du Logiciel et des Connaissances⁸¹ » du Master de Sciences, Technologie, Santé, mention Informatique. Cette spécialité, qui regroupe au total entre quarante et cinquante étudiants, présente la particularité de se dérouler en alternance et en apprentissage, nécessitant notamment une forte collaboration avec le milieu industriel et le CFAU-Alsace.

Comités d'experts et de sélection

Comité d'experts

Depuis 2010 : membre élu du comité d'experts scientifiques en 27^e section du CNU (collège B, 9 membres), de l'Université de Strasbourg. À ce titre, participation aux recrutements des ATER en Informatique de l'Université de Strasbourg, en 2010 et 2011.

Comités de sélection

En tant que membre du comité d'experts, participation au comité de sélection pour le recrutement du poste de Maître de Conférences :

- MCF-0673021V-1872 (Université de Strasbourg, 2011), profil « analyse d'images ou bio-informatique ».

En tant que membre extérieur, participation au comité de sélection pour le recrutement du poste de Maître de Conférences :

- MCF-0772502B-374 (Université de Marne-la-Vallée, 2010), profil « informatique théorique et application ».

Conseils

Conseil de Laboratoire

Depuis 2009 : membre élu du Conseil de Laboratoire du LSIIT (collège B, 5 membres).

Conseil d'UFR

Depuis 2010 : en tant que responsable de filière, membre invité au Conseil de l'UFR Mathématique-Informatique.

81. <http://master-informatique.unistra.fr/ilc>

Départements Informatique

Département Informatique Enseignement

De 2008 à 2010 : membre du Bureau du Département Informatique Enseignement (4 membres, assistant le directeur de Département).

Département Informatique Recherche

Depuis 2011 : membre du Conseil du Département Informatique Recherche du LSIIT (collège B, 8 membres).

Annexe D

Responsabilités et activités pédagogiques

Cette annexe liste les principales responsabilités et activités pédagogiques assumées, notamment au sein de l'UFR Mathématique-Informatique de l'Université de Strasbourg, depuis 2002.

Enseignements

Depuis 2002 : environ 1500 heures de service d'enseignement (équivalent TD), dont un quart en cours magistraux, dans diverses composantes universitaires et non universitaires de Strasbourg (synthèse fournie dans la table D.1) :

- Université Strasbourg 1 et Université Strasbourg 3 (puis Université de Strasbourg) :
 - UFR Mathématique-Informatique (composante de rattachement).
 - UFR de Sciences Physiques.
 - UFR de Chimie.
 - Faculté des Sciences de la Vie.
 - Faculté des Sciences Économiques et de Gestion.
 - Faculté de Géographie et d'Aménagement.
 - IUT Louis-Pasteur.
 - IUT Robert-Schuman.
- Institut National des Sciences Appliquées (INSA) de Strasbourg.
- Conservatoire National des Arts et Métiers (CNAM) Alsace.

Discipline	Sous-discipline	Volume horaire (éq. TD)				
		L1	L2	L3	M1	M2
Informatique	Algorithmique	–	60	–	–	–
	Structures de données / spécification	–	300		–	–
	Programmation impérative	–	140			–
	Programmation orientée objet	–	–	90	–	–
	Programmation fonctionnelle	80		–	–	–
	Programmation scientifique	–	120	–	–	–
	Architecture / système	–	170	–	–	–
	Génie logiciel	–	–	30		–
	Traitement d'images	–	–	–	130	
Mathématiques	Graphes	–	130	–	–	–
	Logique	–	–	70	–	–
	Algèbre, analyse, statistiques	80		–	–	–
Suivi pédagogique	Méthodologie	40	–	–	–	–
	Jurys de stages	–	–	–	40	
	Tutorat en entreprise	–	–	–	80	

TABLE D.1 – Récapitulatif des enseignements (volumes horaires arrondis).

Encadrements de stages et projets

Depuis 2006 : encadrement de 12 stages et 11 projets en informatique :

- Stages :
 - École d'ingénieurs (ENSIMAG, IMERIR), 2^e année : 2 stages (3 mois).
 - École d'ingénieurs (Télécom Saint-Étienne), 1^{re} année : 1 stage (1 mois).
 - Master 1 Mathématiques : 2 stages (2 mois).
 - Médecine, 5^e année : 7 stages (1 mois à mi-temps).
- Projets :
 - Master 2 Informatique : 4 projets (150 heures).
 - Master 1 Informatique : 7 projets (150 heures).

Relations Université-Industrie

Dans le cadre du développement des relations entre l'UFR Mathématique-Informatique et le milieu industriel informatique alsacien, correspondance (depuis 2008) avec le consortium Rhénatic⁸² (Pôle de Compétences TIC Grand Est), et coordination de l'organisation d'événements :

- Pan-European Informix Tech Day⁸³ (16 janvier 2009).
- 5th European Developer Forum⁸⁴ (08 octobre 2009).

Autres activités

Participation à des actions ponctuelles au long de l'année universitaire :

- « Journées des Universités » de Strasbourg.
- « Rencontres Masters » de l'Université de Strasbourg.
- « Journées Portes Ouvertes » de l'UFR Mathématique-Informatique.
- « Nuits de l'Informatique ».
- Présentations des formations universitaires (visites dans les lycées d'Alsace).
- Jurys de semestres et de diplômes.
- Jurys de soutenances de Master.
- Présidence de jury de Baccalauréat.

82. <http://www.rhenatic.eu/>

83. <http://www-01.ibm.com/software/data/informix>

84. <http://www.developerforum.eu>

Annexe E

Encadrement doctoral

Cette annexe liste les activités d'encadrement doctoral (thèses de Doctorat et stages de Master 2), ainsi que les collaborations aux travaux de doctorants. Les taux d'encadrement sont indiqués entre crochets.

Thèses de Doctorat

Encadrements

- [60%] Segmentation et modélisation des structures vasculaires cérébrales en imagerie médicale 3D (2009–2012).
 - Doctorante : Alice Dufour.
 - Cursus : Doctorat en Informatique (UdS, Strasbourg).
 - Direction : Christian Ronse (LSIIT-MIV) [10%], Joseph Baruthio (LINC-IIIV) [30%].
 - Financement : allocation CNRS (50%), Région Alsace (50%).
- [60%] Extraction de connaissances hiérarchisées à partir d'ensembles d'images multi-résolution : Application à la télédétection (2009–2012).
 - Doctorant : Camille Kurtz.
 - Cursus : Doctorat en Informatique (UdS, Strasbourg).
 - Direction : Pierre Gançarski (LSIIT-BFO) [40%].
 - Financement : allocation ministérielle.
- [50%] Déformations homotopiques dans les images digitales n -aires (2008–2011).
 - Doctorant : Loïc Mazo.
 - Cursus : Doctorat en Informatique (UdS, Strasbourg).
 - Direction : Christian Ronse (LSIIT-MIV) [20%], Michel Couprie (LIGM-A3SI) [30%].
 - Financement : doctorant salarié (professeur agrégé).
- [40%] Contributions à la segmentation des structures cérébrales en IRM fœtale (2008–2011).
 - Doctorant : Benoît Caldaïrou.
 - Cursus : Doctorat en Informatique (UdS, Strasbourg).
 - Direction : Christian Heinrich (LSIIT-MIV) [10%].
 - Co-encadrement : François Rousseau (LSIIT-MIV) [50%].
 - Financement : projet ERC, *via* allocation CNRS.

Collaborations à des travaux de doctorants

- Transformations rigides discrètes (2010–2013).
 - Doctorante : Hoai Diem Phuc Ngo.
 - Cursus : Doctorat en Informatique (Université Paris-Est).
 - Direction : Michel Couprie (LIGM-A3SI).
 - Encadrement : Yukiko Kenmochi (LIGM-A3SI), Hugues Talbot (LIGM-A3SI).
 - Financement : allocation ministérielle.
- Filtering of thin objects. Applications to vascular image analysis (2006–2010).

- Doctorante : Olena Tankyevych.
- Cursus : Doctorat en Informatique (Université Paris-Est).
- Direction : Gilles Bertrand (LIGM-A3SI).
- Encadrement : Hugues Talbot (LIGM-A3SI).
- Financement : allocation CNRS.
- Segmentation automatique de l'arbre coronarien à partir d'images angiographiques 3D+t de scanner (2005–2009).
 - Doctorant : Bessem Bouraoui.
 - Cursus : Doctorat en Informatique (Université de Strasbourg).
 - Direction : Christian Ronse (LSIIT-MIV), Joseph Baruthio (LINC-IIV).
 - Financement : allocation ministérielle.

Stages de Master 2

Master 2 « Informatique » (Université de Strasbourg)

- [50%] Impact de la segmentation sur la classification multirésolution d'images de télédétection (2009).
 - Stagiaire : Camille Kurtz.
 - Co-encadrement : Pierre Gançarski (LSIIT-FDBT).
- [100%] Ensembles simples minimaux dans les grilles cubiques n -D : étude des ensembles de dimension 2 (2008).
 - Stagiaire : Loïc Mazo.

Master 2 « Images, Sciences et Technologies de l'Information » (Université de Strasbourg)

- [50%] Étude de l'évolution des tumeurs cérébrales en IRM (2008).
 - Stagiaire : Loïc Willmann.
 - Co-encadrement : François Rousseau (LSIIT-MIV).
- [100%] Segmentation des structures cérébrales en IRM : intégration de contraintes topologiques (2007).
 - Stagiaire : Sanae Miri.

Master 2 « Image, Vision, Signal » (Université de Saint-Étienne)

- [50%] Filtrage des artéfacts d'écoulement vasculaire en IRMf (2009).
 - Stagiaire : Alice Dufour.
 - Co-encadrement : Daniel Gounot (LINC-IIV).
- [33%] Modèles déformables discrets : méthodologie et application à la segmentation d'IRM cérébrales (2009).
 - Stagiaire : Anne-Sophie Puthon.
 - Co-encadrement : François Rousseau (LSIIT-MIV), Benoît Naegel (LORIA-QGAR).
- [50%] Arbre des composantes connexes : méthodologie et application à la segmentation d'images médicales (2008).
 - Stagiaire : Benoît Caldaïrou.
 - Co-encadrement : Benoît Naegel (LORIA-QGAR).
- [33%] Calcul d'épaisseur pour les objets discrets tubulaires : application aux réseaux vasculaires cérébraux (2004).
 - Stagiaire : Dini Chillet.
 - Co-encadrement : Marie-Andrée Jacob-Da Col (LSIIT-MIV), Joseph Baruthio (LNV-TIM).

Master 2 « Calcul Scientifique et Sécurité Informatique » (Université de Strasbourg)

- [25%] Étude de simulations numériques d'écoulements sanguins cérébraux (2010).
 - Stagiaire : Céline Caldini.
 - Co-encadrement : Stéphanie Salmon (IRMA), Marcela Szopos (IRMA), Olivier Gènevaux (LSIIT-IGG).

Master 2 « Modélisation Mathématique » (Université de Reims)

- [33%] Correction topologique interactive des structures vasculaires 3D (2011).
 - Stagiaire : Olivia Miraucourt.
 - Co-encadrement : Hugues Talbot (LIGM-A3SI), Stéphanie Salmon (LMR).

Annexe F

Publications

Cette annexe liste les publications issues des travaux relatifs à la période d'études doctorales (avant 2006) et des travaux postérieurs (2006–2011). Les publications de la première catégorie apparaissent en caractères italiques, celles de la seconde, en caractères droits. Lorsque la publication porte sur les travaux d'un étudiant de Master 2 ou d'un doctorant, le nom de celui-ci est souligné.

Chapitres de livres et contributions dans des ouvrages

- O. Tankyevych, H. Talbot, N. Passat, M. Musacchio, M. Lagneau. Angiographic image analysis. *Medical Image Processing: Techniques and Applications* (G. Dougherty, Ed.). Ch. 6, pp. 115–144. Springer, 2011.
- *B. Naegel, N. Passat, C. Ronse. 3D angiographic image segmentation. Mathematical morphology: from theory to applications* (L. Najman, H. Talbot, Eds.). Ch. 15, pp. 375–383. ISTE/J. Wiley & Sons, 2010.
- *B. Naegel, N. Passat, C. Ronse. Segmentation d'images angiographiques 3D. Morphologie mathématique 2 : estimation, choix et mise en œuvre* (H. Talbot, L. Najman, Eds.). Ch. 9, pp. 199–206. Hermès, 2010.
- *N. Passat. Mon cerveau ce réseau. Voir l'invisible* (J.-P. Gex / ECRIN, Eds.). pp. 114–115. Omniscience, 2007. (Article de vulgarisation.)

Articles en revues internationales

- L. Mazo, N. Passat, M. Couprie, C. Ronse. Digital imaging: A unified topological framework. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, à paraître.
- C. Kurtz, N. Passat, P. Gançarski, A. Puissant. Extraction of complex patterns from multiresolution remote sensing images: A hierarchical top-down methodology. *Pattern Recognition*, 45(2):685–706 (2012).
- N. Passat, B. Naegel, F. Rousseau, M. Koob, J.-L. Dietemann. Interactive segmentation based on component-trees. *Pattern Recognition*, 44(10–11):2539–2554 (2011).
- B. Caldairou, N. Passat, P. Habas, C. Studholme, F. Rousseau. A non-local fuzzy segmentation method: Application to brain MRI. *Pattern Recognition*, 44(9):1916–1927 (2011).
- S. Faisan, N. Passat, V. Noblet, R. Chabrier, C. Meyer. Topology-preserving warping of binary images according to one-to-one mappings. *IEEE Transactions on Image Processing*, 20(8):2135–2145 (2011).
- L. Mazo, N. Passat, M. Couprie, C. Ronse. Paths, homotopy and reduction in digital images. *Acta Applicandae Mathematicae*, 113(2):167–193 (2011).
- C. Kurtz, N. Passat, P. Gançarski, A. Puissant. Multiresolution region-based clustering for urban analysis. *International Journal of Remote Sensing*, 31(22):5941–5973 (2010).
- B. Bouraoui, C. Ronse, J. Baruthio, N. Passat, P. Germain. 3D segmentation of coronary arteries based on advanced mathematical morphology techniques. *Computerized Medical Imaging and Graphics*, 34(5):377–387 (2010).
- L. Mazo, N. Passat. On 2-dimensional simple sets in n -dimensional cubic grids. *Discrete & Computational Geometry*, 43(4):893–913 (2010).

- N. Passat, M. Couprie, L. Mazo, G. Bertrand. Topological properties of thinning in 2-D pseudomanifolds. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, 37(1):27–39 (2010).
- N. Passat, L. Mazo. An introduction to simple sets. *Pattern Recognition Letters*, 30(15):1366–1377 (2009).
- G. Bertrand, M. Couprie, N. Passat. A note on 3-D simple points and simple-equivalence. *Information Processing Letters*, 109(13):700–704 (2009).
- N. Passat, M. Couprie, G. Bertrand. Minimal simple pairs in the 3-D cubic grid. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, 32(3):239–249 (2008).
- B. Naegel, N. Passat, C. Ronse. Grey-level hit-or-miss transforms—Part I: Unified theory. *Pattern Recognition*, 40(2):635–647 (2007).
- B. Naegel, N. Passat, C. Ronse. *Grey-level hit-or-miss transforms—Part II: Application to angiographic image processing*. *Pattern Recognition*, 40(2):648–658 (2007).
- N. Passat, C. Ronse, J. Baruthio, J.-P. Armspach, J. Foucher. *Watershed and multimodal data for vessel segmentation: Application to the superior sagittal sinus*. *Image and Vision Computing*, 25(4):512–521 (2007).
- N. Passat, C. Ronse, J. Baruthio, J.-P. Armspach, C. Maillot. *Magnetic resonance angiography: From anatomical knowledge modeling to vessel segmentation*. *Medical Image Analysis*, 10(2):259–274 (2006).
- N. Passat, C. Ronse, J. Baruthio, J.-P. Armspach, C. Maillot, C. Jahn. *Region-growing segmentation of brain vessels: An atlas-based automatic approach*. *Journal of Magnetic Resonance Imaging*, 21(6):715–725 (2005).

Articles dans des actes de conférences internationales (avec ISBN)

- B. Caldaïrou, N. Passat, P. Habas, C. Studholme, M. Koob, J.-L. Dietemann, F. Rousseau. *Cortex segmentation in reconstructed fetal MRI by using structural constraints*. CAIP 2011, 14th International Conference on Computer Analysis of Images and Patterns. Lecture Notes in Computer Science, Vol. 6854, pp. 503–511 (Springer). (Poster.)
- C. Kurtz, N. Passat, A. Puissant, P. Gañçarski. *Hierarchical segmentation of multiresolution remote sensing images*. ISMM 2011, 10th International Symposium on Mathematical Morphology. Lecture Notes in Computer Science, Vol. 6671, pp. 343–354 (Springer). (Présentation orale.)
- N. Passat, B. Naegel. *Component-hypertrees for image segmentation*. ISMM 2011, 10th International Symposium on Mathematical Morphology. Lecture Notes in Computer Science, Vol. 6671, pp. 284–295 (Springer). (Présentation orale.)
- C. Kurtz, A. Puissant, N. Passat, P. Gañçarski. *An interactive approach for extraction of urban patterns from multisource images*. URBAN 2011, 6th Joint Workshop on Remote Sensing and Data Fusion over Urban Areas (in JURSE 2011, Joint Urban Remote Sensing Event). pp. 321–324 (IEEE Geoscience and Remote Sensing Society). (Poster.)
- N. Passat, B. Naegel. *Selection of relevant nodes from component-trees in linear time*. DGCI 2011, 16th International Conference on Discrete Geometry for Computer Imagery. Lecture Notes in Computer Science, Vol. 6607, pp. 453–464 (Springer). (Poster.)
- L. Mazo, N. Passat, M. Couprie, C. Ronse. *A unified topological framework for digital imaging*. DGCI 2011, 16th International Conference on Discrete Geometry for Computer Imagery. Lecture Notes in Computer Science, Vol. 6607, pp. 163–174 (Springer). (Présentation orale.)
- B. Caldaïrou, N. Passat, P. Habas, C. Studholme, M. Koob, J.-L. Dietemann, F. Rousseau. *Segmentation of the cortex in fetal MRI using a topological model*. ISBI 2011, 8th International Symposium on Biomedical Imaging: From Nano to Macro. pp. 2045–2048 (IEEE Signal Processing Society). (Poster.)
- A. Dufour, N. Passat, B. Naegel, J. Baruthio. *Interactive 3D brain vessel segmentation from an example*. ISBI 2011, 8th International Symposium on Biomedical Imaging: From Nano to Macro. pp. 1121–1124 (IEEE Signal Processing Society). (Présentation orale.)
- B. Caldaïrou, N. Passat, B. Naegel. *Attribute-filtering and knowledge extraction for vessel segmentation*. ISVC 2010, 6th International Symposium on Visual Computing. Lecture Notes in Computer Science, Vol. 6453, pp. 13–22 (Springer). (Présentation orale.)

- N. Passat, B. Naegel. An extension of component-trees to partial orders. ICIP 2009, 16th International Conference on Image Processing. pp. 3981–3984 (IEEE Signal Processing Society). (Poster.)
- O. Tankyevych, H. Talbot, P. Dokládál, N. Passat. Direction-adaptive grey-level morphology. Application to 3D vascular brain imaging. ICIP 2009, 16th International Conference on Image Processing. pp. 2261–2264 (IEEE Signal Processing Society). (Poster.)
- N. Passat, M. Couprie, L. Mazo, G. Bertrand. Topology-preserving thinning in 2-D pseudomanifolds. DGCI 2009, 15th International Conference on Discrete Geometry for Computer Imagery. Lecture Notes in Computer Science, Vol. 5810, pp. 218–229 (Springer). (Présentation orale.)
- B. Caldaïrou, F. Rousseau, N. Passat, P. Habas, C. Studholme, C. Heinrich. A non-local fuzzy segmentation method: Application to brain MRI. CAIP 2009, 13th International Conference on Computer Analysis of Images and Patterns. Lecture Notes in Computer Science, Vol. 5702, pp. 606–613 (Springer). (Présentation orale.)
- B. Naegel, N. Passat. Component-trees and multivalued images: A comparative study. ISMM 2009, 9th International Symposium on Mathematical Morphology. Lecture Notes in Computer Science, Vol. 5720, pp. 261–271 (Springer). (Présentation orale.)
- B. Caldaïrou, B. Naegel, N. Passat. Segmentation of complex images based on component-trees: Methodological tools. ISMM 2009, 9th International Symposium on Mathematical Morphology. Lecture Notes in Computer Science, Vol. 5720, pp. 171–180 (Springer). (Présentation orale.)
- O. Tankyevych, H. Talbot, P. Dokládál, N. Passat. Spatially variant morpho-Hessian filter: efficient implementation and application. ISMM 2009, 9th International Symposium on Mathematical Morphology. Lecture Notes in Computer Science, Vol. 5720, pp. 137–148 (Springer). (Présentation orale.)
- S. Faisan, N. Passat, V. Noblet, R. Chabrier, C. Meyer. Topology preserving warping of binary images: Application to atlas-based skull segmentation. MICCAI 2008, 11th International Conference on Medical Image Computing and Computer Assisted Intervention. Lecture Notes in Computer Science, Vol. 5241, pp. 211–218 (Springer). (Poster.)
- S. Miri, N. Passat, J.-P. Armspach. Topology-preserving discrete deformable model: Application to multi-segmentation of brain MRI. ICISP 2008, 3rd International Conference on Image and Signal Processing. Lecture Notes in Computer Science, Vol. 5099, pp. 67–75 (Springer). (Présentation orale.)
- B. Bouraoui, C. Ronse, J. Baruthio, N. Passat, P. Germain. Fully automatic 3D segmentation of coronary arteries based on mathematical morphology. ISBI 2008, 5th International Symposium on Biomedical Imaging: From Nano to Macro. pp. 1059–1062 (IEEE Signal Processing Society). (Présentation orale.)
- S. Faisan, N. Passat, V. Noblet, R. Chabrier, J.-P. Armspach, C. Meyer. Segmentation of head bones in 3-D CT images from an example. ISBI 2008, 5th International Symposium on Biomedical Imaging: From Nano to Macro. pp. 81–84 (IEEE Signal Processing Society). (Poster.)
- N. Passat, M. Couprie, G. Bertrand. Minimal simple pairs in the cubic grid. DGCI 2008, 14th International Conference on Discrete Geometry for Computer Imagery. Lecture Notes in Computer Science, Vol. 4992, pp. 165–176 (Springer). (Poster.)
- B. Naegel, N. Passat, N. Boch, M. Kocher. Segmentation using vector-attribute filters: Methodology and application to dermatological imaging. ISMM 2007, 8th International Symposium on Mathematical Morphology. Vol. 1, pp. 239–250 (INPE). (Présentation orale.)
- D. Boltcheva, N. Passat, V. Agnus, M.-A. Jacob-Da Col, C. Ronse, L. Soler. Automatic anatomical segmentation of the liver by separation planes. *Medical Imaging: Visualization, Image-Guided Procedures, and Display 2006. SPIE Proceedings*, Vol. 6141, pp. 298–309 (SPIE). (Présentation orale.)
- N. Passat, C. Ronse, J. Baruthio, J.-P. Armspach, M. Bosc, J. Foucher. Using multimodal MR data for segmentation and topology recovery of the cerebral superficial venous tree. ISVC 2005, 1st International Symposium on Visual Computing. Lecture Notes in Computer Science, Vol. 3804, pp. 60–67 (Springer). (Présentation orale.)
- N. Passat, C. Ronse, J. Baruthio, J.-P. Armspach, C. Maillot. Cerebral vascular atlas generation for anatomical knowledge modeling and segmentation purpose. CVPR 2005, 23rd International Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Vol. 2, pp. 331–337 (IEEE Computer Society). (Poster.)

- D. Chillet, N. Passat, M.-A. Jacob-Da Col, J. Baruthio. Thickness estimation of discrete tree-like tubular objects: Application to vessel quantification. SCIA 2005, 14th Scandinavian Conference in Image Analysis. Lecture Notes in Computer Science, Vol. 3540, pp. 263–271 (Springer). (Présentation orale.)
- N. Passat, C. Ronse, J. Baruthio, J.-P. Armpach, J. Foucher. Using watershed and multimodal data for vessel segmentation: Application to the superior sagittal sinus. ISMM 2005, 7th International Symposium on Mathematical Morphology. Computational Imaging and Vision, Vol. 30, pp. 419–428 (Springer). (Présentation orale.)
- N. Passat, C. Ronse, J. Baruthio, J.-P. Armpach. Automatic parameterization of grey-level hit-or-miss operators for brain vessel segmentation. ICASSP 2005, 30th International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing. Vol. 2, pp. 737–740 (IEEE Signal Processing Society). (Poster.)
- N. Passat, C. Ronse, J. Baruthio, J.-P. Armpach, C. Maillot, C. Jahn. Atlas-based method for segmentation of cerebral vascular trees from phase-contrast magnetic resonance angiography. Medical Imaging: Image Processing 2004. SPIE Proceedings, Vol. 5370, pp. 420–431 (SPIE). (Présentation orale.)

Articles dans des actes de conférences internationales ou workshops internationaux (sans ISBN)

- A. Dufour, O. Tankyevych, H. Talbot, C. Ronse, J. Baruthio, N. Passat. A statistical arteriovenous cerebral atlas. MICCAI-CVII 2011, 3rd MICCAI Workshop on Computing and Visualization for (Intra)Vascular Imaging. (Présentation orale.)
- B. Bouraoui, C. Ronse, J. Baruthio, N. Passat, P. Germain. Blur grey-level hit-or-miss transform for fully automatic 3D segmentation of coronary arteries. ISMM 2009, 9th International Symposium on Mathematical Morphology. pp. 37–40. (Poster.)
- N. Passat, S. Faisan, V. Noblet. Topology-preservation in 3-D image deformation and registration: Methodology and medical applications. CTIC 2008, 1st Workshop on Computational Topology in Image Context. (Présentation orale.)
- N. Passat, M. Couprie, L. Mazo, G. Bertrand. Minimal simple sets: A new concept for topology-preserving transformations. CTIC 2008, 1st Workshop on Computational Topology in Image Context. (Présentation orale.)
- S. Miri, N. Passat, J.-P. Armpach. Topologically-based segmentation of brain structures from T1 MRI. ISMM 2007, 8th International Symposium on Mathematical Morphology. Vol. 2, pp. 33–34 (INPE). (Poster.)
- B. Bouraoui, C. Ronse, J. Baruthio, N. Passat, P. Germain. Gray-level hit-or-miss transform based region-growing for automatic segmentation of 3D coronary arteries. ISMM 2007, 8th International Symposium on Mathematical Morphology. Vol. 2, pp. 23–24 (INPE). (Poster.)
- N. Passat, M. Couprie, G. Bertrand. Topological monsters in \mathbb{Z}^3 : A non-exhaustive bestiary. ISMM 2007, 8th International Symposium on Mathematical Morphology. Vol. 2, pp. 11–12 (INPE). (Poster.)

Bibliographie

- [1] R. Adams and L. Bischof. Seeded region growing. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 16(6):641–647, 1994.
- [2] M. N. Ahmed, S. M. Yamany, N. Mohamed, A. A. Farag, and T. Moriarty. A modified Fuzzy C-Means algorithm for bias field estimation and segmentation of MRI data. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 21(3):993–999, 2002.
- [3] H. G. Akcay and S. Aksoy. Automatic detection of geospatial objects using multiple hierarchical segmentations. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 46(7):2097–2111, 2008.
- [4] Z. Aktouf, G. Bertrand, and L. Perroton. A three-dimensional holes closing algorithm. *Pattern Recognition Letters*, 23(5):523–531, 2002.
- [5] P. Alexandroff. Diskrete Räume. *Rec. Math. [Mat. Sbornik] N.S.*, pages 501–519, 1937.
- [6] J. Angulo. Geometric algebra colour image representations and derived total orderings for morphological operators—Part I: Colour quaternions. *Journal of Visual Communication and Image Representation*, 21(1):33–48, 2010.
- [7] J. Angulo and J. Serra. Modelling and segmentation of colour images in polar representations. *Image and Vision Computing*, 25(4):475–495, 2007.
- [8] J. Anquez, E. D. Angelini, and I. Bloch. Automatic segmentation of head structures on fetal MRI. In *ISBI 2009*, pages 109–112, 2009.
- [9] E. Aptoula and S. Lefèvre. A comparative study on multivariate mathematical morphology. *Pattern Recognition*, 40(11):2914–2929, 2007.
- [10] M. Baatz, C. Hoffmann, and G. Willhauck. Progressing from object-based to object-oriented image analysis. In *Object-Based Image Analysis*, Lecture Notes in Geoinformation and Cartography, chapter 1.2, pages 29–42. Springer, 2008.
- [11] C. Barat, C. Ducottet, and M. Jourlin. Virtual double-sided image probing: A unifying framework for non-linear grayscale pattern matching. *Pattern Recognition*, 43(10):3433–3447, 2010.
- [12] J. A. Barmak and E. G. Minian. Minimal finite models. *Journal of Homotopy and Related Structures*, 2(1):127–140, 2007.
- [13] W. A. Barrett and E. N. Mortensen. Interactive live-wire boundary extraction. *Medical Image Analysis*, 1(4):331–341, 1997.
- [14] P.-L. Bazin, L. M. Ellingsen, and D. L. Pham. Digital homeomorphisms in deformable registration. In *IPMI 2007*, volume 4584 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 211–222. Springer, 2007.
- [15] P.-L. Bazin and D. L. Pham. Topology-preserving tissue classification of magnetic resonance brain images. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 26(4):487–496, 2007.
- [16] U. C. Benz, P. Hofmann, G. Willhauck, I. Lingenfelder, and M. Heynen. Multi-resolution, object-oriented fuzzy analysis of remote sensing data for GIS-ready information. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, 58(3–4):239–258, 2004.
- [17] G. Bertrand. On P -simple points. *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences. Série Mathématiques*, 1(321):1077–1084, 1995.
- [18] G. Bertrand. New notions for discrete topology. In *DGCI 1999*, volume 1568 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 218–228. Springer, 1999.

- [19] G. Bertrand. On critical kernels. *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences, Série Mathématiques*, 1(345):363–367, 2007.
- [20] G. Bertrand and M. Couprie. On parallel thinning algorithms: Minimal non-simple sets, P-simple points and critical kernels. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, 35(1):23–35, 2009.
- [21] G. Bertrand and G. Malandain. A new characterization of three-dimensional simple points. *Pattern Recognition Letters*, 15(2):169–175, 1994.
- [22] J. C. Bezdek. *Pattern Recognition with Fuzzy Objective Function Algorithms*. Kluwer Academic Publishers, 1981.
- [23] R. H. Bing. Some aspects of the topology of 3-manifolds related to the Poincaré conjecture. *Lectures on Modern Mathematics II*, pages 93–128, 1964.
- [24] I. Bloch and A. Bretto. Mathematical morphology on hypergraphs: Preliminary definitions and results. In *DGCI 2011*, volume 6607 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 429–440. Springer, 2011.
- [25] I. Bloch and H. Maître. Fuzzy mathematical morphologies: A comparative study. *Pattern Recognition*, 28(9):1341–1387, 1995.
- [26] I. Bloch, J. Pescatore, and L. Garnero. A new characterization of simple elements in a tetrahedral mesh. *Graphical Models*, 67(4):260–284, 2005.
- [27] C. Blondel, G. Malandain, R. Vaillant, and N. Ayache. Reconstruction of coronary arteries from a single rotational X-ray projection sequence. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 25(5):653–663, 2006.
- [28] J.-D. Boissonnat, R. Chaine, P. Frey, G. Malandain, S. Salmon, E. Saltel, and M. Thiriet. From arteriographies to computational flow in saccular aneurisms: The INRIA experience. *Medical Image Analysis*, 9(2):133–143, 2005.
- [29] N. Bouaynaya, M. Charif-Chefchaoui, and D. Schonfeld. Theoretical foundations of spatially-variant mathematical morphology—Part I: Binary images. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 30(5):823–836, 2008.
- [30] N. Bouaynaya and D. Schonfeld. Theoretical foundations of spatially-variant mathematical morphology—Part II: Gray-level images. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 30(5):837–850, 2008.
- [31] Y. Boykov and M. Jolly. Interactive graph cuts for optimal boundary & region segmentation of objects in N-D images. In *ICCV 2001*, volume 1, pages 105–112, 2001.
- [32] U. Braga-Neto and J. Goutsias. A multiscale approach to connectivity. *Computer Vision and Image Understanding*, 89(1):70–107, 2003.
- [33] U. Braga-Neto and J. Goutsias. Object-based image analysis using multiscale connectivity. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 27(6):892–907, 2005.
- [34] E. J. Breen and R. Jones. Attribute openings, thinnings, and granulometries. *Computer Vision and Image Understanding*, 64(3):377–389, 1996.
- [35] A. Buades, B. Coll, and J. M. Morel. A review of image denoising algorithms, with a new one. *Multiscale Modeling & Simulation*, 4(2):490–530, 2005.
- [36] E. Bullitt, K. E. Muller, I. Jung, W. Lin, and S. Aylward. Analyzing attributes of vessel populations. *Medical Image Analysis*, 9(1):39–49, 2005.
- [37] C. Chalopin, G. Finet, and I. E. Magnin. Modeling the 3D coronary tree for labeling purposes. *Medical Image Analysis*, 5(4):301–315, 2001.
- [38] C. Ciofolo and C. Barillot. Atlas-based segmentation of 3D cerebral structures with competitive level sets and fuzzy control. *Medical Image Analysis*, 13(3):456–470, 2009.
- [39] C. A. Cocosco, V. Kollokian, R. K.-S. Kwan, and A. C. Evans. BrainWeb: Online interface to a 3D MRI simulated brain database. In *HBM'97, Proceedings*, volume 5(4 Pt 2) of *NeuroImage*, page S425, 1997.
- [40] D. Coeurjolly, A. Montanvert, and J.-M. Chassery, editors. *Géométrie Discrète et Images Numériques*. Hermès/Lavoisier, 2007.
- [41] Y. Cointepas, I. Bloch, and L. Garnero. A cellular model for multi-objects multi-dimensional homotopic deformations. *Pattern Recognition*, 34(9):1785–1798, 2001.

- [42] O. Colliot, O. Camara, and I. Bloch. Integration of fuzzy spatial relations in deformable models - Application to brain MRI segmentation. *Pattern Recognition*, 39(8):1401–1414, 2006.
- [43] C. Couprie, L. J. Grady, L. Najman, and H. Talbot. Power watershed: A unifying graph-based optimization framework. *IEEE Transactions on Pattern Analysis Machine Intelligence*, 33(7):1384–1399, 2011.
- [44] M. Couprie and G. Bertrand. New characterizations of simple points in 2D, 3D and 4D discrete spaces. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 31(4):637–648, 2009.
- [45] J. Cousty, G. Bertrand, L. Najman, and M. Couprie. Watershed cuts: Thinnings, shortest path forests, and topological watersheds. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 32(5):925–939, 2010.
- [46] J. Cousty, L. Najman, M. Couprie, S. Clément-Guinaudeau, T. Goissen, and J. Garot. Segmentation of 4D cardiac MRI: Automated method based on spatio-temporal watershed cuts. *Image and Vision Computing*, 28(8):1229–1243, 2010.
- [47] G. Damiand. Topological model for 3D image representation: Definition and incremental extraction algorithm. *Computer Vision and Image Understanding*, 109(3):260–289, 2008.
- [48] G. Damiand, A. Dupas, and J.-O. Lachaud. Fully deformable 3D digital partition model with topological control. *Pattern Recognition Letters*, 32(9):1374–1383, 2011.
- [49] B. M. Dawant, S. L. Hartmann, J.-P. Thirion, F. Maes, D. Vandermeulen, and P. Demaerel. Automatic 3-D segmentation of internal structures of the head in MR images using a combination of similarity and free-form deformations: Part I, methodology and validation on normal subjects. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 18(10):902–916, 1999.
- [50] F. Dias, J. Cousty, and L. Najman. Some morphological operators on simplicial complex spaces. In *DGCI 2011*, volume 6607 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 441–452. Springer, 2011.
- [51] B. Dogdas, D. W. Shattuck, and R. M. Leahy. Segmentation of skull and scalp in 3-D human MRI using mathematical morphology. *Human Brain Mapping*, 26(4):273–285, 2005.
- [52] P. Dokládal, I. Bloch, M. Couprie, D. Ruijters, R. Urtasun, and L. Garnero. Topologically controlled segmentation of 3D magnetic resonance images of the head by using morphological operators. *Pattern Recognition*, 36(10):2463–2478, 2003.
- [53] D. N. M. Donoghue. Remote sensing: Sensors and applications. *Progress in Physical Geography*, 24(3):407–414, 2000.
- [54] O. Duda, P. E. Hart, and J. H. Munson. Graphical data processing research study and experimental investigation. Technical Report AD650926, Stanford Research Institute, 1967.
- [55] T. Fekete, D. B. Omer, S. Naaman, and A. Grinvald. Removal of spatial biological artifacts in functional maps by local similarity minimization. *Journal of Neuroscience Methods*, 178(1):31–39, 2009.
- [56] S. Fourey and R. Malgouyres. A concise characterization of 3D simple points. *Discrete Applied Mathematics*, 125(1):59–80, 2003.
- [57] R. Gaetano, G. Scarpa, and G. Poggi. Hierarchical texture-based segmentation of multiresolution remote-sensing images. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 47(7):2129–2141, 2009.
- [58] L. Garrido, P. Salembier, and D. Garcia. Extensive operators in partition lattices for image sequence analysis. *Signal Processing*, 66(2):157–180, 1998.
- [59] C. J. Gau and T. Y. Kong. Minimal non-simple sets in 4D binary pictures. *Graphical Models*, 65(1–3):112–130, 2003.
- [60] O. Gènevaux. *Simulation de liquides à l'aide des équations de Navier-Stokes, et visualisation, à destination de l'infographie*. PhD thesis, Université Strasbourg 1, 2006.
- [61] R. Goffe, L. Brun, and G. Damiand. Tiled top-down combinatorial pyramids for large images representation. *International Journal of Imaging Systems and Technology*, 21(1):28–36, 2011.
- [62] R. Goldenberg, R. Kimmel, E. Rivlin, and M. Rudzsky. Cortex segmentation: A fast variational geometric approach. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 21(2):1544–1551, 2002.
- [63] L. Guigues, J.-P. Cocquerez, and H. Le Men. Scale-sets image analysis. *International Journal of Computer Vision*, 68(3):289–317, 2006.

- [64] P. A. Habas, K. Kim, F. Rousseau, O. A. Glenn, A. J. Barkovich, and C. Studholme. Atlas-based segmentation of developing tissues in the human brain with quantitative validation in young fetuses. *Human Brain Mapping*, 31(9):1348–1358, 2010.
- [65] P. Hall. On the addition and comparison of graphs labeled with stochastic variables: Learnable anatomical catalogs. *Journal of Combinatorial Optimization*, 5(1):43–58, 2004.
- [66] X. Han, C. Xu, U. Braga-Neto, and J. L. Prince. Topology correction in brain cortex segmentation using a multiscale, graph-based algorithm. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 21(2):109–121, 2002.
- [67] X. Han, C. Xu, and J. L. Prince. A topology preserving level set method for geometric deformable models. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 25(6):755–768, 2003.
- [68] H. J. A. M. Heijmans. *Morphological Image Operators*. Academic Press, 1994.
- [69] M. Holden. A review of geometric transformations for nonrigid body registration. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 27(1):111–128, 2008.
- [70] G. Hughes. On the mean accuracy of statistical pattern recognizers. *IEEE Transactions on Information Theory*, 14(1):55–63, 1968.
- [71] R. Jones. Connected filtering and segmentation using component trees. *Computer Vision and Image Understanding*, 75(3):215–228, 1999.
- [72] M. Kass, A. Witkin, and D. Terzopoulos. Snakes: Active contour models. *International Journal of Computer Vision*, 1(4):321–331, 1988.
- [73] E. Khalimsky, R. Kopperman, and P. R. Meyer. Computer graphics and connected topologies on finite ordered sets. *Topology and its Applications*, 36(1):1–17, 1990.
- [74] K. Kitamura, J. M. Tobis, and J. Sklansky. Estimating the 3D skeletons and transverse areas of coronary arteries from biplane angiograms. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 7(3):173–187, 1988.
- [75] R. Klette and A. Rosenfeld. *Digital Geometry*. Morgan Kaufmann, 2004.
- [76] T. Y. Kong. A digital fundamental group. *Computers and Graphics*, 13(2):159–166, 1989.
- [77] T. Y. Kong. On topology preservation in 2-D and 3-D thinning. *International Journal of Pattern Recognition and Artificial Intelligence*, 9(5):813–844, 1995.
- [78] T. Y. Kong. Topology-preserving deletion of 1's from 2-, 3- and 4-dimensional binary images. In *DGCI 1997*, volume 1347 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 3–18. Springer, 1997.
- [79] T. Y. Kong, R. Litherland, and A. Rosenfeld. Problems in the topology of binary digital images. In J. van Mill and G. M. Reed, editors, *Open Problems in Topology*, chapter 23, pages 377–385. Elsevier, 1990.
- [80] T. Y. Kong and A. Rosenfeld. Digital topology: Introduction and survey. *Computer Vision, Graphics, and Image Processing*, 48(3):357–393, 1989.
- [81] V. A. Kovalevsky. Finite topology as applied to image analysis. *Computer Vision, Graphics and Image Processing*, 46(2):141–161, 1989.
- [82] K. Krissian, G. Malandain, N. Ayache, R. Vaillant, and Y. Troussel. Model-based detection of tubular structures in 3D images. *Computer Vision and Image Understanding*, 80(2):130–171, 2000.
- [83] M. Kukiela. On homotopy types of Alexandroff spaces. *Order*, 27(1):9–21, 2010.
- [84] L. J. Latecki. 3D well-composed pictures. *Graphical Models and Image Processing*, 59(3):164–172, 1997.
- [85] T. M. Lehmann, C. Gonner, and K. Spitzer. Survey: Interpolation methods in medical image processing. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 18(11):1049–1075, 1999.
- [86] D. Lesage, E. D. Angelini, I. Bloch, and G. Funka-Lea. A review of 3D vessel lumen segmentation techniques: Models, features and extraction schemes. *Medical Image Analysis*, 13(6):819–845, 2009.
- [87] C. Lorenz and J. von Berg. A comprehensive shape model of the heart. *Medical Image Analysis*, 10(4):657–670, 2006.
- [88] C. M. Ma. On topology preservation in 3D thinning. *Computer Vision, Graphics and Image Processing*, 59(3):328–339, 1994.
- [89] J. MacQueen. Some methods for classification and analysis of multivariate observations. In *Proceedings of the Fifth Berkeley Symposium on Mathematics Statistics and Probability*, volume 1, pages 281–297. University of California Press, 1967.

- [90] G. Malandain. Applications de la géométrie discrète en imagerie médicale. In D. Coeurjolly, A. Montanvert, and J.-M. Chassery, editors, *Géométrie discrète et images numériques*, chapter 19, pages 371–380. Hermès/Lavoisier, 2007.
- [91] R. Malgouyres and A. R. Francés. Determining whether a simplicial 3-complex collapses to a 1-complex is NP-complete. In *DGCI 2008*, volume 4992 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 177–188. Springer, 2008.
- [92] J.-F. Mangin, V. Frouin, I. Bloch, J. Régis, and J. López-Krahe. From 3D magnetic resonance images to structural representations of the cortex topography using topology preserving deformations. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, 5(4):297–318, 1995.
- [93] C. R. F. Maunder. *Algebraic Topology*. Dover, 1996.
- [94] A. Mayer and H. Greenspan. An adaptive mean-shift framework for MRI brain segmentation. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 28(8):1238–1250, 2009.
- [95] M. C. McCord. Singular homology groups and homotopy groups of finite topological spaces. *Duke Math. J.*, 33(3):465–474, 1966.
- [96] K. McGuinness and N. E. O’Connor. A comparative evaluation of interactive segmentation algorithms. *Pattern Recognition*, 43(2):434–444, 2010.
- [97] P. Monasse and F. Guichard. Scale-space from a level lines tree. *Journal of Visual Communication and Image Representation*, 11(2):224–236, 2000.
- [98] A. Moreno, C. M. Takemura, O. Colliot, O. Camara, and I. Bloch. Using anatomical knowledge expressed as fuzzy constraints to segment the heart in CT images. *Pattern Recognition*, 41(8):2525–2540, 2008.
- [99] E. N. Mortensen and W. A. Barrett. Interactive segmentation with intelligent scissors. *Graphical Models and Image Processing*, 60(5):349–384, 1998.
- [100] B. Naegel. Using mathematical morphology for the anatomical labeling of vertebrae from 3D CT-scan images. *Computerized Medical Imaging and Graphics*, 31(3):141–156, 2007.
- [101] B. Naegel, C. Ronse, and L. Soler. Using grey-scale hit-or-miss transform for segmenting the portal network of the liver. In *ISMM 2005*, volume 30 of *Computational Imaging and Vision*, pages 429–440. Springer SBM, 2005.
- [102] B. Naegel and L. Wendling. A document binarization method based on connected operators. *Pattern Recognition Letters*, 31(11):1251–1259, 2010.
- [103] L. Najman and M. Couprie. Building the component tree in quasi-linear time. *IEEE Transactions on Image Processing*, 15(11):3531–3539, 2006.
- [104] L. Najman and M. Schmitt. Geodesic saliency of watershed contours and hierarchical segmentation. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 18(12):1163–1173, 1996.
- [105] L. Najman and H. Talbot, editors. *Mathematical Morphology: From Theory to Applications*. ISTE/J. Wiley & Sons, 2010.
- [106] W. Nowinski, I. Volkau, Y. Marchenko, A. Thirunavuukarasuu, T. Ng, and V. Runge. A 3D model of human cerebrovasculature derived from 3T magnetic resonance angiography. *NeuroInformatics*, 7(1):23–36, 2009.
- [107] G. K. Ouzounis and M. H. F. Wilkinson. Mask-based second-generation connectivity and attribute filters. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 29(6):990–1004, 2007.
- [108] N. Passat. *Contribution à la segmentation des réseaux vasculaires cérébraux obtenus en IRM. Intégration de connaissance anatomique pour le guidage d’outils de morphologie mathématique*. PhD thesis, Université Strasbourg 1, 2005.
- [109] S. Peltier, S. Alayrangues, L. Fuchs, , and J.-O. Lachaud. Computation of homology groups and generators. *Computers and Graphics*, 30(1):62–69, 2006.
- [110] M. Pesaresi and J. A. Benediktsson. A new approach for the morphological segmentation of high-resolution satellite imagery. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 39(2):309–320, 2001.
- [111] F. Petitjean, A. Ketterlin, and P. Gañçarski. A global averaging method for Dynamic Time Warping, with applications to clustering. *Pattern Recognition*, 44(3):678–693, 2011.
- [112] D. Pham, P.-L. Bazin, and J. Prince. Digital topology in brain imaging. *IEEE Signal Processing Magazine*, 27(4):51–59, 2010.

- [113] D. L. Pham. Spatial models for fuzzy clustering. *Computer Vision and Image Understanding*, 84(2):285–297, 2001.
- [114] F. Poupon, J.-F. Mangin, D. Hasboun, C. Poupon, I. E. Magnin, and V. Frouin. Multi-object deformable templates dedicated to the segmentation of brain deep structures. In *MICCAI 1998*, volume 1496 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 1134–1143. Springer, 1998.
- [115] A. Puissant and C. Weber. The utility of Very High Spatial Resolution images to identify urban objects. *Geocarto International*, 17(1):33–44, 2002.
- [116] V. Ranwez and P. Soille. Order independent homotopic thinning for binary and grey tone anchored skeletons. *Pattern Recognition Letters*, 23(6):687–702, 2002.
- [117] H. Rifai, I. Bloch, S. Hutchinson, J. Wiart, and L. Garnero. Segmentation of the skull in MRI volumes using deformable model and taking the partial volume effect into account. *Medical Image Analysis*, 4(3):219–233, 2000.
- [118] C. Ronse. A topological characterization of thinning. *Theoretical Computer Science*, 43(1):31–41, 1986.
- [119] C. Ronse. Minimal test patterns for connectivity preservation in parallel thinning algorithms for binary digital images. *Discrete Applied Mathematics*, 21(1):67–79, 1988.
- [120] C. Ronse. A lattice-theoretical morphological view on template extraction in images. *Journal of Visual Communication and Image Representation*, 7(3):273–295, 1996.
- [121] C. Ronse. Set-theoretical algebraic approaches to connectivity in continuous or digital spaces. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, 8(1):41–58, 1998.
- [122] C. Ronse and V. Agnus. Morphology on label images: Flat-type operators and connections. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, 22(2):283–307, 2005.
- [123] C. Ronse and V. Agnus. Geodesy on label images, and applications to video sequence processing. *Journal of Visual Communication and Image Representation*, 19(6):392–408, 2008.
- [124] A. Rosenfeld. Connectivity in digital pictures. *Journal of the Association for Computer Machinery*, 17(1):146–160, 1970.
- [125] A. Rosenfeld and J. L. Pfaltz. Sequential operations in digital picture processing. *Journal of the Association for Computer Machinery*, 13(4):471–494, 1966.
- [126] M. Rutherford, S. Jiang, J. Allsop, L. Perkins, L. Srinivasan, T. Hayat, S. Kumar, and J. Hajnal. MR imaging methods for assessing fetal brain development. *Developmental Neurobiology*, 68(6):700–711, 2008.
- [127] S. A. Sadananthan, W. Zheng, M. W. L. Chee, and V. Zagorodnov. Skull stripping using graph cuts. *NeuroImage*, 49(1):225–239, 2010.
- [128] P. Salembier and L. Garrido. Binary partition tree as an efficient representation for image processing, segmentation and information retrieval. *IEEE Transactions on Image Processing*, 9(4):561–576, 2000.
- [129] P. Salembier, A. Oliveras, and L. Garrido. Anti-extensive connected operators for image and sequence processing. *IEEE Transactions on Image Processing*, 7(4):555–570, 1998.
- [130] P. Salembier and M. H. F. Wilkinson. Connected operators: A review of region-based morphological image processing techniques. *IEEE Signal Processing Magazine*, 26(6):136–157, 2009.
- [131] L. Sarry and J.-Y. Boire. Three-dimensional tracking of coronary arteries from biplane angiographic sequences using parametrically deformable models. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 20(12):1341–1351, 2001.
- [132] Y. Sato, S. Nakajima, N. Shiraga, H. Atsumi, S. Yoshida, T. Koller, G. Gerig, and R. Kikinis. Three-dimensional multi-scale line filter for segmentation and visualization of curvilinear structures in medical images. *Medical Image Analysis*, 2(2):143–168, 1998.
- [133] B. Scherrer, F. Forbes, C. Garbay, and M. Dojat. Distributed local MRF models for tissue and structure brain segmentation. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 28(8):1278–1295, 2009.
- [134] F. Ségonne. Active contours under topology control - Genus preserving level sets. *International Journal of Computer Vision*, 79(2):107–117, 2008.
- [135] F. Ségonne, J. Pacheco, and B. Fischl. Geometrically accurate topology-correction of cortical surfaces using nonseparating loops. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 26(4):518–529, 2007.

- [136] J. Serra. *Image Analysis and Mathematical Morphology*. Academic Press, 1982.
- [137] J. Serra, editor. *Image Analysis and Mathematical Morphology. Volume 2 : Theoretical Advances*. Academic Press, 1988.
- [138] J. Serra. Connectivity on complete lattices. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, 9(3):231–251, 1998.
- [139] J. Serra. Hierarchies and optima. In *DGCI 2011*, volume 6607 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 35–46. Springer, 2011.
- [140] J. Sethian. *Level Set Methods and Fast Marching Methods: Evolving Interfaces in Computational Geometry, Fluid Mechanics, Computer Vision, and Materials Science*. Cambridge University Press, 1999.
- [141] R. Shahzad, M. Schaap, T. van Walsum, S. Klien, A. C. Weustink, L. J. van Vliet, and W. J. Niessen. A patient-specific coronary density estimate. In *ISBI*, pages 9–12. IEEE, 2010.
- [142] M. Siqueira, L. J. Latecki, N. Tustison, J. Gallier, and J. Gee. Topological repairing of 3D digital images. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, 30(3):249–274, 2008.
- [143] A. Smeulders, M. Worring, S. Santini, A. Gupta, and R. Jain. Content-based image retrieval at the end of the early years. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 22(12):1349–1380, 2000.
- [144] P. Soille. Advances in the analysis of topographic features on discrete images. In *DGCI 2002*, volume 2301 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 175–186. Springer, 2002.
- [145] P. Soille. *Morphological Image Analysis*. Springer-Verlag, 2nd edition, 2003.
- [146] P. Soille. Constrained connectivity for hierarchical image partitioning and simplification. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 30(7):1132–1145, 2008.
- [147] P. Soille. Constrained connectivity for the processing of very-high-resolution satellite images. *International Journal of Remote Sensing*, 31(22):5879–5893, 2010.
- [148] P. Soille and M. Pesaresi. Advances in mathematical morphology applied to geoscience and remote sensing. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 40(9):2042–2055, 2002.
- [149] E. H. Spanier. *Algebraic Topology*. Springer, 1994.
- [150] R. E. Stong. Finite topological spaces. *Trans. Am. Math. Soc.*, 123(25):325–340, 1966.
- [151] G. Subsol, J.-P. Thirion, and N. Ayache. A scheme for automatically building 3D morphometric anatomical atlases: Application to a skull atlas. *Medical Image Analysis*, 2(1):37–60, 1998.
- [152] W. Sun, V. Heidt, P. Gong, and G. Xu. Information fusion for rural land-use classification with high-resolution satellite imagery. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 41(4):883–890, 2003.
- [153] Y. Thibault, A. Sugimoto, and Y. Kenmochi. 3D discrete rotations using hinge angles. *Theoretical Computer Science*, 412(15):1378–1391, 2011.
- [154] E. R. Urbach, N. J. Boersma, and M. H. F. Wilkinson. Vector attribute filters. In *ISMM 2005*, volume 30 of *Computational Imaging and Vision*, pages 95–104. Springer SBM, 2005.
- [155] E. R. Urbach, J. B. T. M. Roerdink, and M. H. F. Wilkinson. Connected shape-size pattern spectra for rotation and scale-invariant classification of gray-scale images. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 29(2):272–285, 2007.
- [156] V. Vapnik. *Statistical Learning Theory*. Wiley-Interscience, 1998.
- [157] R. Verdú Monedero, J. Angulo, and J. Serra. Anisotropic morphological filters with spatially-variant structuring elements based on image-dependent gradient fields. *IEEE Transactions on Image Processing*, 20(1):200–212, 2011.
- [158] V. Vilaplana, F. Marques, and P. Salembier. Binary partition trees for object detection. *IEEE Transactions on Image Processing*, 17(11):2201–2216, 2008.
- [159] L. Vincent. Graphs and mathematical morphology. *Signal Processing*, 16(4):365–388, 1989.
- [160] L. Vincent and P. Soille. Watersheds in digital spaces: An efficient algorithm based on immersion simulations. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 13(6):583–598, 1991.
- [161] Z. Wang, D. Ziou, C. Armenakis, D. Li, and Q. Li. A comparative analysis of image fusion methods. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 43(6):1391–1402, 2005.

- [162] C. Wemmert, A. Puissant, G. Forestier, and P. Gañarski. Multiresolution remote sensing image clustering. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 6(3):533–537, 2009.
- [163] M. A. Westenberg, J. B. T. M. Roerdink, and M. H. F. Wilkinson. Volumetric attribute filtering and interactive visualization using the max-tree representation. *IEEE Transactions on Image Processing*, 16(12):2943–2952, 2007.
- [164] M. H. F. Wilkinson, H. Gao, W. H. Hesselink, J.-E. Jonker, and A. Meijster. Concurrent computation of attribute filters on shared memory parallel machines. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 30(10):1800–1813, 2008.
- [165] M. H. F. Wilkinson and M. A. Westenberg. Shape preserving filament enhancement filtering. In *MICCAI 2001*, volume 2208 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 770–777. Springer, 2001.
- [166] F. Yang and F. Kruggel. Automatic segmentation of human brain sulci. *Medical Image Analysis*, 12(4):442–451, 2008.
- [167] F. Zana and J.-C. Klein. Segmentation of vessel-like patterns using mathematical morphology and curvature evaluation. *IEEE Transactions on Image Processing*, 10(7):1010–1019, 2001.
- [168] E. C. Zeeman. On the dunce hat. *Topology*, 2 :341–358, 1964.