



**HAL**  
open science

# Modélisation des écoulements cavitants dans les inducteurs de turbopompes : prise en compte des effets thermodynamiques

Julien Rolland

► **To cite this version:**

Julien Rolland. Modélisation des écoulements cavitants dans les inducteurs de turbopompes : prise en compte des effets thermodynamiques. Mécanique des fluides [physics.class-ph]. INP Grenoble, 2008. Français. NNT: . tel-01680237

**HAL Id: tel-01680237**

**<https://hal.science/tel-01680237>**

Submitted on 10 Jan 2018

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.





# Sommaire

<b>NOMENCLATURE</b>	<b>7</b>
<b>INTRODUCTION</b>	<b>10</b>
<b>CHAPITRE I : GENERALITES ; CONTEXTE DE L'ETUDE</b>	<b>12</b>
<u>I/ Les enjeux du spatial</u>	<u>12</u>
I. A/ La propulsion cryogénique	13
I. B/ La turbopompe hydrogène	14
I. C/ L'inducteur	15
<u>II/ Fonctionnement général des turbomachines ; paramètres et variables spécifiques</u>	<u>16</u>
<u>III/ La cavitation</u>	<u>18</u>
III. A/ Germes de cavitation	19
III. B/ Les types de cavitation	19
III. C/ Les effets néfastes de la cavitation sur les machines hydrauliques	21
III. C. 1/ Chute de performance, blocage de débit	22
III. C. 2/ Instabilités et efforts radiaux	22
III. D/ Paramètres de cavitation	24
<u>IV/ L'effet thermodynamique dans les phénomènes de cavitation</u>	<u>25</u>
IV. A/ Cavitation isotherme et retard thermique à la cavitation	25
IV. B/ La cavitation dans les fluides thermosensibles	26
IV. B. 1/ Phénomène physique	26
IV. B. 2/ Contexte et applications autres que le secteur spatial	28
IV. B. 3/ Etudes préalables liées au phénomène de cavitation avec effets thermodynamiques dans les turbopompes spatiales	28
<b>CHAPITRES II : MODELISATION DES ECOULEMENTS DIPHASIQUES GAZ-LIQUIDE</b>	<b>30</b>
<u>I/ Présentation des écoulements diphasiques gaz-liquide dans les conduites</u>	<u>30</u>
<u>II/ Le déséquilibre entre les phases</u>	<u>31</u>
II. A/ Le déséquilibre dynamique	31
II. B/ Le déséquilibre thermique	33
<u>III/ Les équations locales instantanées diphasiques</u>	<u>34</u>
III. A/ Les équations locales dans chaque phase	35
III. B/ Les relations de saut aux interfaces	35
<u>IV/ Méthodes de résolution autorisant la diffusion numérique des interfaces</u>	<u>36</u>
IV. A/ Les équations locales moyennées dans le temps	38
IV. B/ Le modèle bi-fluide	39
IV. C/ Le modèle mono-fluide	40
IV. D/ La fermeture du problème	40
IV. E/ Prise en compte de la tension superficielle	41
IV. F/ Le modèle de diffusion	42
IV. G/ Modèle multiphase à sept équations	43

<u>V/ Les équations d'état</u>	<u>46</u>
V. A/ <i>Fluide incompressible/indilatable</i>	47
V. B/ <i>Gaz parfait</i>	47
V. C/ <i>L'équation de van der Waals</i>	48
V. D/ <i>Loi des gaz raides, ou stiffened gas</i>	49
V. E/ <i>Loi de type Mie-Grüneisen</i>	49
V. F/ <i>L'équation de Benedict-Webb-Rubin</i>	49
V. G/ <i>Interpolation de tables thermodynamiques</i>	49
<u>VI/ Les méthodes de résolution directe</u>	<u>50</u>
VI. A/ <i>Les approches lagrangiennes ou semi-lagrangiennes</i>	50
VI. A. 1/ <i>Front tracking "lagrangien"</i>	51
VI. A. 2/ <i>Modèle mixte front-tracking/VOF</i>	51
VI. A. 3/ <i>Méthode MAC (Marker And Cell)</i>	52
VI. B/ <i>Les approches eulériennes</i>	53
VI. B. 1/ <i>Level-set</i>	53
VI. B. 2/ <i>Volume Of Fluid</i>	54
VI. B. 3/ <i>Modèle à interfaces diffuses ou méthode du champ de phase</i>	55
<u>VII/ Conclusion</u>	<u>56</u>

### **CHAPITRE III : LA MODELISATION DE LA CAVITATION** **58**

<u>I/ Les modèles analytiques</u>	<u>58</u>
I. A/ <i>Les modèles globaux</i>	58
I. B/ <i>Les modèles avec découplage thermique/hydraulique</i>	59
I. C/ <i>Synthèse des modèles analytiques</i>	63
<u>II/ Modèle numérique avec écoulement externe</u>	<u>63</u>
<u>III/ Les modèles diphasiques sans équation de l'énergie</u>	<u>64</u>
III. A/ <i>Modèles type loi d'état du mélange : le modèle barotrope</i>	64
III. A. 1/ <i>Modélisation de la vitesse du son</i>	65
III. A. 2/ <i>La loi barotrope isentropique</i>	65
III. A. 3/ <i>La loi barotrope sinusoïdale</i>	66
III. B/ <i>Modèles dits "transport du taux de vide"</i>	66
III. B. 1/ <i>L'évolution du modèle entre 1998 et 2001 aux Etats-Unis</i>	67
III. B. 2/ <i>La modélisation du terme source par l'équation simplifiée de Rayleigh-Plesset</i>	69
III. B. 2. a/ <i>Le code CAVKA</i>	69
III. B. 2. b/ <i>Les codes commerciaux FLUENT et ACE+</i>	69
III. B. 2. c/ <i>Le code commercial CFX Ansys</i>	70
III. C/ <i>Le modèles bi-fluide du code FIRE (AVL)</i>	71
<u>IV/ Les modèles diphasiques avec prise en compte des effets thermodynamiques</u>	<u>72</u>
IV. A/ <i>Approche loi d'état du mélange ; lois barotropes, modèles à l'équilibre HEM et modèles avec déséquilibres</i>	72
IV. A. 1/ <i>Lois barotropes</i>	72
IV. A. 2/ <i>Les modèles HEM, HRM, CEV</i>	74
IV. B/ <i>Modèles dits "transport du taux de vide"</i>	77
IV. C/ <i>Les modèles bi-fluide</i>	80

<b>V/ Synthèse</b>	<b>82</b>
<i>V. A/ Avantages et inconvénients des modèles utilisant l'équation d'état du mélange ou l'approche équilibre</i>	82
<i>V. B/ Avantages et inconvénients des modèles utilisant l'équation de continuité supplémentaire dits "transport de taux de vide", avec un terme source de type empirique</i>	83
<i>V. C/ Avantages et inconvénients des modèles utilisant l'équation de Rayleigh-Plesset pour représenter le transfert de masse</i>	84
<i>V. D/ Conclusion</i>	84

## **CHAPITRE IV :**

### **PRESENTATION DU CODE FINE<sup>TM</sup>/TURBO ET APPLICATION DU MODELE CAVITANT BAROTROPE EN EAU FROIDE**

**90**

<b>I/ Description générale de l'environnement Fine<sup>TM</sup>/Turbo</b>	<b>90</b>
<b>II/ Description du solveur EURANUS</b>	<b>91</b>
<i>II. A/ Discrétisation spatiale</i>	91
II. A. 1/ Calcul des flux visqueux	92
II. A. 2/ Calcul des flux convectifs	92
<i>II. B/ Discrétisation temporelle</i>	93
II. B. 1/ Schéma de Runge-Kutta à quatre pas	94
II. B. 2/ Critère de stabilité, nombre de CFL	94
II. B. 3/ Pseudo pas de temps local	94
II. B. 4/ Méthode du pas de temps dual	95
<i>II. C/ Le préconditionnement à bas nombre de Mach</i>	96
<i>II. D/ Les modèles de turbulence</i>	98
II. D. 1/ Modèles à une équation supplémentaire	99
II. D. 2/ Modèles à deux équations supplémentaires	100
II. D. 3/ Lois de paroi	100
<b>III/ Le module cavitant en eau froide</b>	<b>102</b>
<i>III. A/ Résolution numérique</i>	102
III. A. 1/ Préconditionnement et algorithme de résolution	102
III. A. 2/ Modification de la dissipation artificielle	104
III. A. 3/ Vitesse du son	104
<i>III. B/ Calculs 2D stationnaires : Venturi 4°</i>	105
III. B. 1/ Définition de la géométrie et du maillage	106
III. B. 2/ Evaluation de la taille de la poche	106
III. B. 3/ Résultats expérimentaux	107
III. B. 4/ Comparaisons calculs/essais ; influence d'Amin	108
III. B. 4. a/ Résultats globaux	108
III. B. 4. b/ Résultats locaux	109
<i>III. C/ Analyse de l'influence de la forme de la loi barotrope</i>	112

**CHAPITRE V :**  
**PRISE EN COMPTE DES EFFETS THERMODYNAMIQUES**  
**BASEE SUR UNE LOI D'ETAT DU MELANGE** **116**

<u>I/ Présentation du modèle</u>	<u>117</u>
I. A/ L'équation de conservation de l'énergie totale du mélange	117
I. B/ Lois d'état pour chaque phase	118
I. C/ Loi d'état du mélange	119
I. D/ Vitesse du son	122
I. E/ Résolution numérique	127
<u>II/ Calculs de validation 2D stationnaires : Venturi 4° au réfrigérant R114</u>	<u>132</u>
II. A/ Présentation des deux géométries et des résultats expérimentaux	132
II. B/ Comparaisons calcul/essais pour la géométrie plafond plat	136
II. B. 1/ Taux de vide local dans la poche	136
II. B. 2/ Température au puits 1	138
II. B. 3/ Pression au plancher	138
II. C/ Comparaisons calcul/essais pour la géométrie plafond ondulé	139
II. C. 1/ Lois L ( $\sigma$ )	139
II. C. 2/ Champ de taux de vide et de température dans la poche	143
II. C. 3/ Température en paroi	144
II. C. 4/ Pression en paroi	146
II. C. 5/ Influence de la vitesse d'entrée sur le refroidissement	149
II. D/ Synthèse des calculs au R114 dans les deux configurations de la géométrie venturi 4°	150
<u>III/ Calculs 3D roue centrifuge</u>	<u>151</u>
III. A/ Définition des fluides	152
III. B/ Performances globales	153
III. C/ Analyse de la charge sur l'aubage	156
III. D/ Analyse des poches ; influence de l'effet thermodynamique sur les écoulements internes	157
<u>IV/ Analyse et critiques des résultats</u>	<u>163</u>
IV. A/ Seconde moitié de la poche et zone de fermeture ; jet rentrant	163
IV. B/ Rapport entre la largeur de la loi barotrope et l'effet thermodynamique	164
IV. C/ Analyse et comparaisons des résultats 2D (V4) et 3D (SHF)	166
IV. D/ Conclusion des premières validations qualitatives	171

**CHAPITRE VI :**  
**CALCULS EN GEOMETRIE D'INDUCTEUR EN HYDROGENE** **172**

<u>I/ Analyse et incertitudes des résultats expérimentaux</u>	<u>173</u>
<u>II/ Présentation générale des calculs en LH2</u>	<u>176</u>
II. A/ Le maillage de l'inducteur	176
II. B/ Les chutes de performance ; données d'essais	177
II. C/ Paramètres numériques testés	179
<u>III/ Performances en régime non cavitant</u>	<u>182</u>
III. A/ Mesure de la pression en sortie	184
III. B/ Analyse de la recirculation	186
III. C/ Influence d'IVELSY de la vitesse de référence et de la température de référence sur les performances globales	187

<i>III. D/ Echauffement sur la paroi</i>	189
<b>IV/ Performances en régime cavitant</b>	<b>193</b>
<i>IV. A/ Présentation des calculs cavitants réalisés</i>	193
<i>IV. B/ Comparaisons calculs/essais de la chute de performance ; analyse globale</i>	194
<i>IV. C/ Analyse des poches de cavitation et des écoulements internes</i>	196
<i>IV. D/ Etude de l'influence des paramètres physiques</i>	205
IV. D. 1/ Influence du coefficient de débit	206
IV. D. 2/ Influence de la température de référence	207
<i>IV. E/ Etude de l'influence des paramètres numériques</i>	208
IV. E. 1/ Influence du modèle de prise en compte des effets thermodynamiques et de la valeur des capacités calorifiques	208
IV. E. 2/ Influence de la largeur de la loi barotrope ; paramètre Amin	210
IV. E. 3/ Influence de la définition du référentiel de la vitesse ; paramètre Ivetsy	211
IV. E. 4/ Influence du traitement de la turbulence dans la zone diphasique ; paramètre Itucav	212
<b>V/ Synthèse</b>	<b>214</b>
<b>CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES</b>	<b>215</b>
<b>REFERENCES</b>	<b>219</b>
<b>ANNEXES</b>	<b>236</b>

## Liste des annexes

<b><u>Annexe 1 :</u></b>	<b><u>236</u></b>
Paramètres calculs pour différents fluides	
<b><u>Annexe 2 :</u></b>	<b><u>237</u></b>
Calcul de la décomposition du pas de temps	
<b><u>Annexe 3 :</u></b>	<b><u>239</u></b>
Tables thermodynamiques du LH2 de 17K à 25K, dp/dT	
<b><u>Annexe 4 :</u></b>	<b><u>241</u></b>
Paramètres expert pour les calculs Fine <sup>TM</sup> /Turbo	
<b><u>Annexe 5 :</u></b>	<b><u>242</u></b>
Références essais inducteurs NASA	
<b><u>Annexe 6 :</u></b>	<b><u>244</u></b>
Implémentation de la dépendance de la variable dp/dT à la température	
<b><u>Annexe 7 :</u></b>	<b><u>248</u></b>
Résumés des articles publiés	
<b><u>Annexe 8 :</u></b>	<b><u>251</u></b>
Traitement de la pression dans l'équation de conservation de l'énergie du mélange	
<b><u>Annexe 9 :</u></b>	<b><u>252</u></b>
Modèles cavitants basés sur l'équation de Rayleigh-Plesset	
<b><u>Annexe 10 :</u></b>	<b><u>255</u></b>
Critères de convergence des calculs 2D, fixes, et 3D, en géométrie tournante	
<b><u>Annexe 11 :</u></b>	<b><u>258</u></b>
Calculs inducteur Nasa à 25 000 tour/min	

## Nomenclature

a	Diffusivité thermique $a = \frac{\lambda}{\rho C_p}$	(m <sup>2</sup> .s <sup>-1</sup> )
C	Couple disponible sur les aubes	(N.m)
c	Célérité du son $c = \sqrt{\left. \frac{\partial p}{\partial \rho} \right _s}$	(m.s <sup>-1</sup> )
c	Capacité calorifique massique	(J.kg <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> )
c <sub>p</sub>	Capacité calorifique massique à pression constante	(J.kg <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> )
c <sub>v</sub>	Capacité calorifique massique à volume constant	(J.kg <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> )
e	Energie interne massique	(J.kg <sup>-1</sup> )
E	Energie totale massique	(J.kg <sup>-1</sup> )
h	Enthalpie massique $h=e+p/\rho$	(J.kg <sup>-1</sup> )
h	Coefficient de transfert de chaleur par convection	(W.m <sup>-2</sup> .K <sup>-1</sup> )
k	Energie cinétique turbulente	(m <sup>2</sup> .s <sup>-2</sup> )
	$k = \frac{1}{2}(u'^2 + v'^2 + w'^2)$	
L	Chaleur latente de vaporisation	(J.kg <sup>-1</sup> )
L	Echelle de longueur	(m)
NPSH	Net Positive Suction Head $NPSH = \frac{p_{ref} - p_v}{\rho g}$	(m)
p <sub>s</sub>	Pression statique	(Pa)
p <sub>T</sub>	Pression totale	(Pa)
q	Flux de chaleur surfacique	(W.m <sup>-2</sup> )
Q	Débit volumique	(m <sup>3</sup> .s <sup>-1</sup> )
R	Constante des gaz parfaits R=8.3145	(J.mol <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> )
t	Temps	(s)
T	Température	(K)
T	Tenseur des contraintes surfaciques	(Pa)
u	Vecteur vitesse	(m.s <sup>-1</sup> )
v	Volume	(m <sup>3</sup> )
x	Fraction massique ou titre thermodynamique	(-)
α	Taux de vide : $\alpha = \frac{V_v}{V} = \frac{(\rho - \rho_L)}{(\rho_v - \rho_L)}$	(-)
α	Paramètre relatif au préconditionnement	(-)
α	Coefficient de dilatation isobare	(K <sup>-1</sup> )
β	Paramètre relatif au préconditionnement	(-)
γ	rapport des capacités calorifiques, $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$	(-)
ε	Taux de dissipation turbulente $\varepsilon = \frac{k^{3/2}}{L}$	(m <sup>2</sup> .s <sup>-3</sup> )
λ	Conductivité thermique	(W.m <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> )
μ	Viscosité dynamique	(kg.m <sup>-1</sup> .s <sup>-1</sup> )

$\nu$	Viscosité cinématique $\nu = \mu/\rho$	$(\text{m}^2.\text{s}^{-1})$
$\rho$	Masse volumique	$(\text{kg}.\text{m}^{-3})$
$\sigma$	Tension superficielle	$(\text{N}.\text{m}^{-1})$
$\tau$	Tenseur des contraintes visqueuses	(Pa)
$\phi$	Flux thermique surfacique	$(\text{W}.\text{m}^{-2})$
$\omega$	Vitesse angulaire	$(\text{rad}.\text{s}^{-1})$

## Indices

c	valeur associée à la cavité
L	valeur associée à la phase liquide
m	valeur associée au mélange
ref	valeur de référence
sat	grandeur à saturation
t	grandeur turbulente
V	valeur associée à la phase vapeur
vap	grandeur associée à la vaporisation

## Nombres adimensionnels

$B = \frac{V_V}{V_L} = \frac{\Delta T}{\Delta T_{car}} = \frac{\rho_L C_{pL}}{\rho_V L} \Delta T$	Facteur B de Stepanoff
$Cp = \frac{p - p_{ref}}{\frac{1}{2} \rho_{ref} U_{ref}^2}$	Coefficient de pression
$Ec = \frac{U_{ref}^2}{L(T_{ref})} = \frac{U_{ref}^2}{\Delta T c_p}$	Nombre d'Eckert
$M = \frac{U_{ref}}{c}$	Nombre de Mach
$Nu = \frac{hL}{\lambda}$	Nombre de Nusselt
$Pe = \frac{U_{ref} L}{a}$	Nombre de Péclet
$Pr = \frac{\nu}{a}$	Nombre de Prandtl
$Re_L = \frac{\rho U_{ref} L}{\mu} = \frac{U_{ref} L}{\nu}$	Nombre de Reynolds
$Re_T = \frac{k^2}{\epsilon \nu}$	Nombre de Reynolds turbulent
$S = \frac{Lf}{U_{ref}}$	Nombre de Strouhal
$We = \frac{\rho U_{ref}^2 L}{\sigma}$	Nombre de Weber

$\eta = \frac{(p_{T_{sortie}} - p_{T_{entrée}})Q}{\omega C}$	Rendement hydraulique
$\sigma = \frac{p_{ref} - p_{vap}}{\frac{1}{2} \rho_{ref} U_{ref}^2}$	Paramètre de cavitation
$\tau = \frac{p_s^{entrée} - p_V(T_{ref})}{\rho_L (r_{carter} \omega)^2}$	Paramètre de cavitation
$\phi = \frac{U_{entrée}}{r_{carter} \omega}$	Coefficient de débit
$\psi = \frac{p_{T_{sortie}} - p_{T_{entrée}}}{\rho_L (r_{carter} \omega)^2}$	Coefficient de surpression

### Abréviations :

CEV	Constant Enthalpy Vaporization
CIAM	Calcul d'Interface Affiné par Morceaux
CNES	Centre National d'Etudes Spatiales
CREMHyG	Centre de Recherche et d'Essais de Machines Hydrauliques de Grenoble
ESA	European Space Agency
EURANUS	EUROpean Aerodynamic Numerical Simulation
FKA	Agence Spatiale Fédérale Russe
HEM	Homogeneous Equilibrium Model
HRM	Homogeneous Relaxed Model
JAXA	Japan Aerospace Exploration Agency
LEGI	Laboratoire des Ecoulements Géophysiques et Industriels
LH2	Hydrogène liquide
LOx	Oxygène liquide
NASA	National Aeronautics and Space Administration
PECLET	Plate forme d'Essais de Cavitation pour Liquide à Effet Thermodynamique
PLIC	Piecewise Linear Interface Connection (= CIAM)
SEP	Société Européenne de Propulsion
SLIC	Simple Line Interface Calculation
SNECMA	Société Nationale d'Etude et de Construction des Moteurs d'Avion
TPH	Turbopompe Hydrogène
TPO	Turbopompe Oxygène
VGv	Veine Grande Vitesse
VTF	Veine Test Forane (veine eau froide)



# Introduction

Dans le domaine spatial, les travaux de recherche s'orientent vers une diminution du poids du lanceur, afin de pouvoir augmenter celui de la charge utile. C'est dans ce contexte qu'apparaissent les contraintes de cavitation dans les circuits hydrauliques du système de propulsion. Afin de diminuer la pression dans les réservoirs d'ergol, et donc de diminuer l'épaisseur des parois, il devient capital de connaître les limites de fonctionnement de la turbopompe alimentant la chambre de combustion. C'est en augmentant la vitesse de rotation que la taille des composants peut être diminuée pour une performance équivalente ce qui augmente inévitablement les zones de basse pression sur les aubages de la pompe. Il devient alors nécessaire de comprendre et de maîtriser les phénomènes de cavitation qui apparaissent dans ces zones.

C'est pour atteindre ce but que le Centre National d'Etudes Spatiales et la division moteurs-spatiaux de Snecma ont financé des études à la fois expérimentales au CREMHyG et numériques au LEGI, sur la cavitation dans les inducteurs. Ces études ont été réalisées selon les trois grandes thématiques de recherche suivantes : compréhension de l'écoulement cavitant, analyse et modélisation de l'effet thermodynamique, instabilités de cavitation. Deux approches de la cavitation ont été suivies, soit 3D en machines tournantes, soit 2D sur des profils types hydrofoil ou venturi.

La présente thèse s'inscrit dans ce contexte en cherchant à modéliser les phénomènes de cavitation qui apparaissent dans les turbopompes en fluides cryogéniques. Elle est dans le prolongement d'études numériques préalables menées par l'équipe Turbomachines et Cavitation du LEGI, sur la modélisation de la cavitation en eau froide [Coutier, 2001] [Pouffary, 2004]. Le but de ce projet, conduit depuis dix ans, est de développer pour le Cnes et la Snecma un outil numérique prédictif de la chute de performance cavitante des inducteurs. Un modèle cavitant basé sur une approche homogène des écoulements diphasiques et utilisant une loi barotrope [Delannoy et Kueny, 2000] a initialement été implémenté dans le code Fine<sup>TM</sup>/Turbo, développé par Numeca Int. Cette modélisation permet de prédire la chute de performance des inducteurs en eau froide de manière satisfaisante [Pouffary et al., 2005] [Gonzalo et al., 2006].

Dans le cas d'un fluide cryogénique, il devient nécessaire de prendre en compte les effets thermodynamiques dus aux changements de phase. La chaleur nécessaire à la vaporisation du fluide n'est plus négligeable comme en eau froide et elle est prise au liquide, ce qui crée un refroidissement local. Les propriétés thermodynamiques du fluide sont alors modifiées localement, en particulier la pression de vaporisation. Cela entraîne un changement du comportement cavitant global de la machine et notamment un retard à la cavitation qui modifie les courbes de chute de performance. C'est ce phénomène que nous avons représenté par l'implémentation d'un nouveau modèle cavitant dans le code Fine<sup>TM</sup>/Turbo.

Le mémoire est organisé selon six chapitres :

En préambule, nous présentons les enjeux du spatial, le fonctionnement global du système propulsif des fusées et plus spécifiquement la turbopompe qui alimente la chambre de combustion en hydrogène liquide. Nous détaillons ensuite les phénomènes de cavitation et plus précisément les phénomènes de changement de phase avec effets thermodynamiques.

Le deuxième chapitre détaille différentes approches existantes pour modéliser les écoulements diphasiques. Nous présentons les équations de la mécanique des fluides en milieu diphasique ainsi que la caractérisation des différentes phases d'un fluide par des lois d'état.

Le troisième chapitre aborde la modélisation de la cavitation, à partir des premiers modèles analytiques, jusqu'aux modèles numériques les plus élaborés.

Le quatrième chapitre est consacré à la présentation du code de calcul. Nous détaillons principalement le solveur EURANUS et le schéma numérique utilisé spécifiquement pour les calculs cavitants. Les modèles de turbulence disponibles dans le code sont détaillés ainsi que l'algorithme de résolution en régime cavitant, avec le modèle barotrope dans sa version actuelle. Ce chapitre se termine par une comparaison des calculs réalisés en eau froide dans la géométrie du venturi 4° avec des données d'essais [Rolland et al., 2006].

Le chapitre cinq présente le nouveau modèle cavitant avec prise en compte des effets thermodynamiques que nous avons implémenté dans Fine<sup>TM</sup>/Turbo. Nous détaillons premièrement le modèle et la nouvelle résolution numérique. La seconde partie est consacrée aux calculs de validations. Les premiers concernent une géométrie de venturi 2D, stationnaire, avec un fluide thermosensible, le fréon R114. Un test de faisabilité en géométrie 3D de turbomachine a ensuite été réalisé dans une roue de pompe centrifuge avec de l'eau froide à laquelle nous avons rajouté une thermosensibilité artificielle.

Enfin le sixième chapitre présente les calculs réalisés dans un inducteur en hydrogène liquide. La machine a été premièrement analysée en régime non cavitant. Nous avons ensuite obtenu des chutes de performance pour différents points de fonctionnement (débits et températures de référence). Les phénomènes de cavitation pour un fluide cryogénique sont analysés et l'influence sur le comportement de la machine est présentée.

# Chapitre I

## Généralités ; contexte de l'étude

Nous présentons dans ce chapitre les enjeux du secteur spatial qui ont conduit à ces travaux. Nous énonçons premièrement quelques notions sur la propulsion cryogénique et plus particulièrement concernant la partie aspiration de la turbopompe hydrogène sur laquelle se cadre notre étude. Nous expliquons pourquoi de nombreuses études sont menées afin de mieux comprendre et de maîtriser les phénomènes de cavitation dans ce type de géométrie. Une présentation générale de l'étude des turbomachines permet ensuite de définir les paramètres utilisés pour caractériser les écoulements dans les machines tournantes. Les phénomènes de cavitation sont ensuite détaillés ainsi que leurs causes d'apparition. Une analyse sera ensuite présentée sur les effets thermodynamiques dus au changement de phase. Nous donnons de plus un inventaire des conséquences dues à la prise en compte de la température dans un écoulement cavitant par rapport à un écoulement isotherme, en les reliant à notre problématique concernant l'étude des écoulements cavitants dans les inducteurs des moteurs spatiaux. Nous introduisons finalement notre étude dans le contexte des travaux menés antérieurement par l'équipe Turbomachines et Cavitation du Legi, en partenariat avec le Cnes et la Snecma et plus généralement dans le cadre internationale des recherches menés sur ces applications.

### I/ Les enjeux du spatial

Les travaux réalisés lors de cette thèse ont pour but de développer un outil numérique capable de modéliser la cavitation dans les turbopompes des moteurs de fusées, en prenant en compte les effets thermodynamiques, ceci pour en améliorer les performances.



*Figure I. 1 : Décollage d'ArianeV (source Snecma)*

Afin de pouvoir augmenter la charge utile d'un lanceur, l'évolution des technologies dans le secteur spatial se dirige vers une diminution de la masse du lanceur en particulier des réservoirs. En abaissant la pression de ces derniers, il est en effet possible de rendre plus fine l'épaisseur des parois et donc de diminuer la masse du lanceur de manière significative.

En ordre de grandeur, une diminution de la pression dans les réservoirs de 0.2 bar permet de gagner 200 kg sur le lanceur. A raison de 30 000 euros le kilogramme cela entraîne un gain de l'ordre de six millions d'euros par lanceur. Comme nous allons le voir par la suite, cet ordre de grandeur d'écart de pression correspond à celui que l'on peut espérer gagner à l'admission de la pompe, en modélisant la cavitation pour un fluide cryogénique par rapport à la cavitation en eau froide. C'est la prédiction et l'étude de cet écart que nous exposons dans ce mémoire de thèse. En plus de la performance pure de la pompe, la modélisation et la compréhension des régimes d'instabilités qui apparaissent dans ces géométries est un deuxième objectif qui à terme permettra de caractériser le comportement cavitant global de la machine pour un fluide cryogénique.

Nous présenterons par la suite les moteurs cryotechniques, et plus particulièrement la turbopompe hydrogène. Nous détaillerons ensuite l'inducteur, machine tournante sur laquelle se consacre notre étude. Les problèmes de chute de performance et d'instabilités seront enfin abordés.

### I. A/ La propulsion cryogénique

Quatre organismes seulement dans le monde possèdent et maîtrisent la propulsion cryotechnique, qui consiste à faire réagir de l'hydrogène et de l'oxygène, ces deux ergols se trouvant à une température de l'ordre respectivement de 20 K et 80 K : la NASA (USA), la JAXA (Japon), la FKA (Russie) et enfin le CNES (France) par le regroupement européen de l'ESA. Nous présentons sur la figure 2 les trois moteurs actuels développés par la division moteurs spatiaux de Snecma. Le moteur Vulcain dans sa deuxième version, se situe sur le premier étage de la fusée Ariane V. Avec l'aide des deux boosters à poudre situés de part et d'autre du lanceur (figure 1), ils réalisent la poussée initiale qui permet l'arrachement à l'attraction terrestre. La version 2 se reconnaît sur la figure 2 par le tore situé à mi-hauteur de la tuyère qui réinjecte les gaz chauds du générateur de gaz (présenté sur la figure 3) à l'intérieur de la tuyère. La tuyère de ce moteur a une hauteur de l'ordre de plusieurs mètres. HM7B et Vinci sont des moteurs destinés au deuxième étage du lanceur Ariane. Le premier, de conception plus ancienne, est toujours utilisé en raison de sa grande fiabilité. Le moteur Vinci, qui est en phase de qualification, a pour but de le remplacer dans les années à venir. Une des principales avancées technologiques se situe dans la tuyère rétractable, ce qui diminue nettement son encombrement.



Figure I. 2 : La gamme de moteurs cryogéniques Snecma (source Snecma)

Nous détaillons maintenant le fonctionnement global d'un moteur cryotechnique (figure 3). Pour atteindre les conditions de pression et de débit, les ergols sont acheminés via deux turbopompes, qui sont alimentées par un générateur de gaz. Les produits de la combustion sont alors expulsés par la tuyère, créant une partie de la poussée nécessaire à l'arrachement du lanceur au sol terrestre.

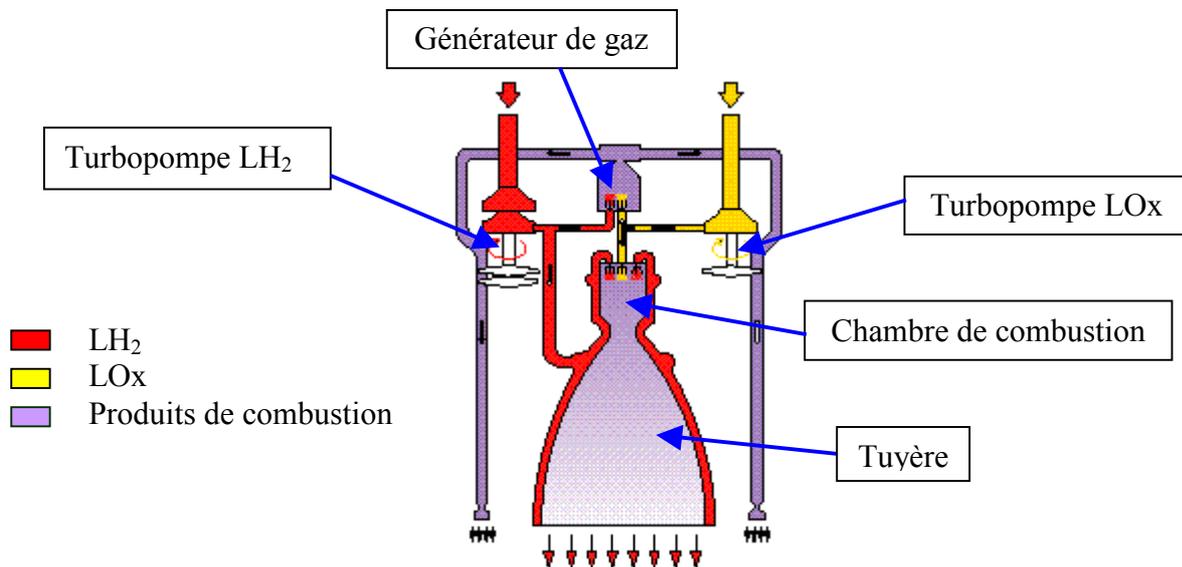


Figure I. 3 : Schéma du moteur Vulcain

### I. B/ La turbopompe hydrogène

La turbopompe permet d'alimenter la chambre de combustion en ergol au débit et à la pression nécessaires. Elle fonctionne grâce à une partie turbine, qui fournit l'énergie à l'arbre tournant, relié aux étages de la partie pompe (figure 4). La turbine est alimentée en gaz chauds qui proviennent du générateur de gaz, sorte de mini chambre de combustion.

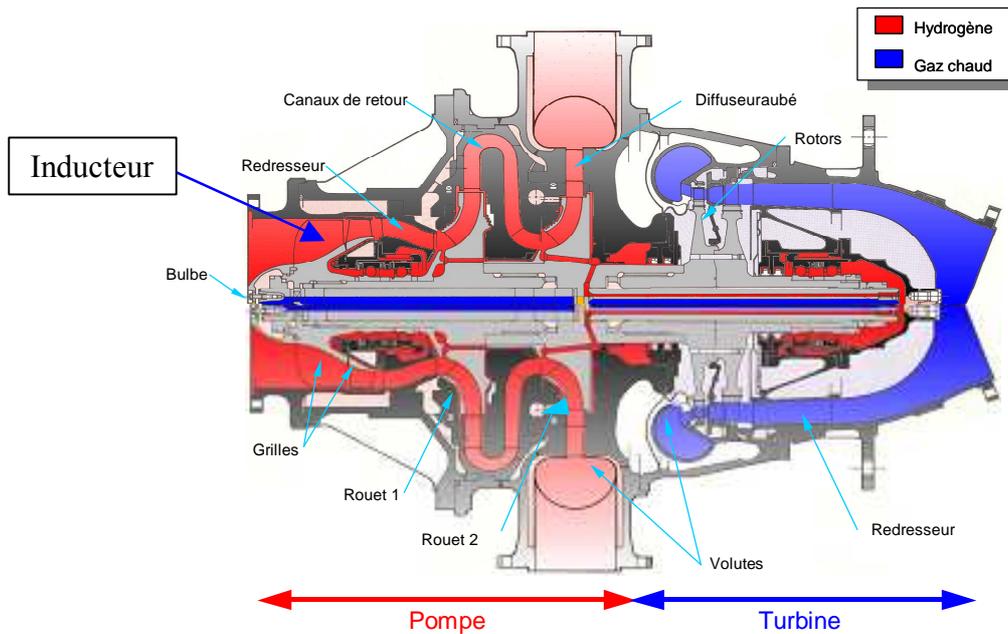


Figure I. 4 : la turbopompe hydrogène

La partie aspiration de la turbopompe hydrogène se décompose en deux parties :

Un rouet axial (vis) appelé inducteur est accouplé avec un rouet centrifuge qui réalise l'essentiel de l'augmentation de pression. L'inducteur a pour but principal d'assurer un NPSH (Net Positive Suction Head) suffisant à l'entrée des étages centrifuges afin que ces derniers fonctionnent dans un régime optimal. Il est donc susceptible de subir l'apparition de la cavitation, du fait de zones de dépressions sur les aubes induites par la grande vitesse de rotation des turbopompes spatiales.

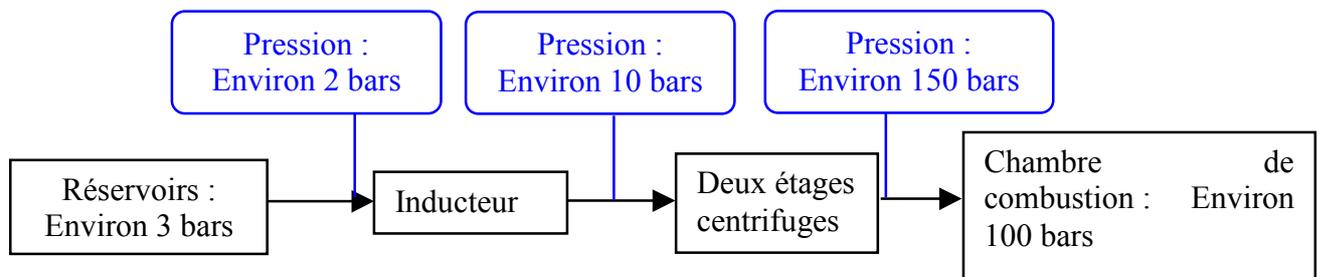
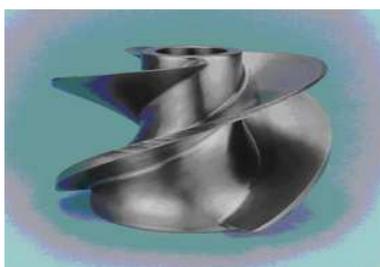


Figure I. 5 : Evolution de la pression de l'ergol LH<sub>2</sub>

Nous donnons sur la figure 5 un ordre de grandeur des différents niveaux de pression depuis les réservoirs jusqu'à la chambre de combustion.

### I. C/ L'inducteur

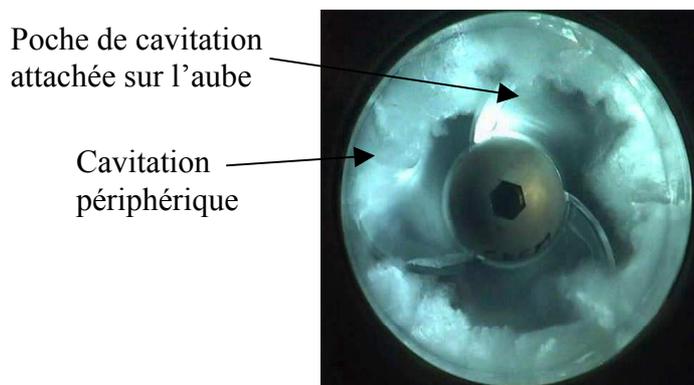
Le plus en amont du système d'aspiration se trouve l'inducteur qui permet la première augmentation de pression en sortie des réservoirs. Sur la figure 6, nous présentons l'inducteur CREM1, qui a été dessiné et testé par le CREMHyG pour le compte du CNES [Rebattet et al., 2001]. Il est actuellement utilisé au sein de l'équipe pour des calculs cavitants en eau froide [Gonzalo et al., 2006].



*Figure I. 6 : Inducteur CREM1*

Il est généralement composé de trois ou quatre pales. Son débit nominal est inférieur à son débit d'adaptation (incidence nulle) afin d'éviter complètement la cavitation à l'intrados, qui aurait des conséquences dramatiques sur la performance de la machine.

A titre d'illustration, nous montrons sur la figure 7 un test de cavitation en eau froide mené au CREMHyG sur l'inducteur CREM1.



*Figure I. 7 : Inducteur CREM1*

Nous exposons maintenant quelques notions d'écoulement en turbomachine afin d'aider la compréhension de l'étude réalisée dans un inducteur, qui sera présentée au chapitre VI.

## II/ Fonctionnement général des turbomachines ; paramètres et variables spécifiques

Nous allons rappeler quelques notions sur les turbomachines, nécessaires à la compréhension des calculs présentés par la suite. On utilisera pour cela la géométrie de l'inducteur CREM 1.

Une pompe est destinée à fournir de l'énergie hydraulique à un fluide, sous forme soit d'énergie potentielle de hauteur, de pression ou encore d'énergie cinétique. Elle est constituée d'une partie centrale, le moyeu sur lequel sont fixées des aubes. Le tout est situé dans une chambre créée par des parois fixes, le carter. Entre la fin de l'aube et le carter existe un petit interstice, qu'on appelle le jeu. Le moyeu peut avoir, comme c'est le cas sur l'inducteur CREM 1, un rayon variable. Pour étudier ces géométries tournantes on utilise principalement la vue méridienne et la vue aubes à aubes. La vue méridienne, représentée sur la figure 8, consiste à moyenner les grandeurs selon la direction azimutale  $\theta$ . Cette vue méridienne est

très utilisée en conception, car on accède à la répartition de l'écoulement selon sa distance à l'axe.

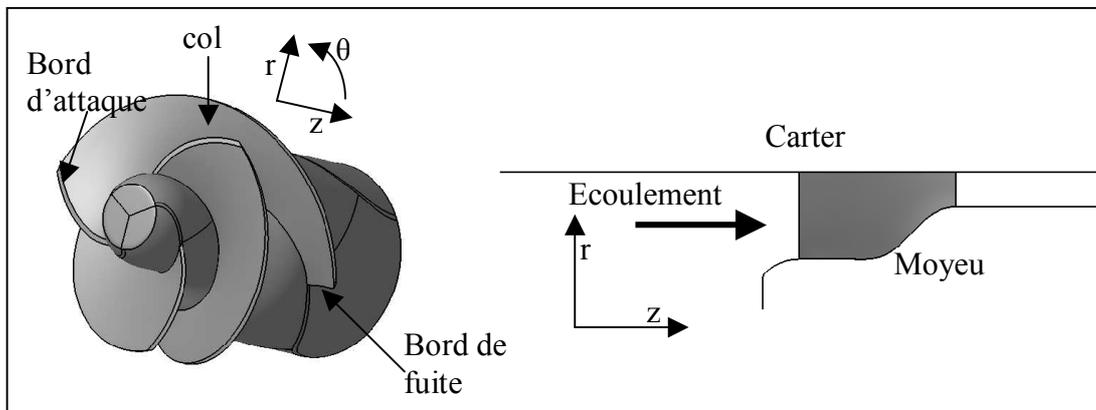


Figure I. 8 : Vue 3D et vue méridienne de l'inducteur CREM 1

La vue aubes à aubes consiste à couper l'écoulement selon une distance fixe au moyeu. En dépliant ensuite cette surface sur un plan on obtient, comme sur la figure 9, une vue en fonction de  $z$  et  $r\theta$ . On lui préfère parfois une vue aubes à aubes à rayon constant. On obtient alors une vue en fonction de  $z$  et de  $\theta$  pour un rayon donné.

Sur la figure 8, nous avons représenté certaines parties de l'inducteur que nous utiliserons dans notre analyse d'écoulement :

Le bord d'attaque et le bord de fuite sont respectivement les arêtes amont et aval des aubes, en contact avec le fluide. On définira un canal comme la zone d'écoulement entre deux aubes. Le col représente la zone amont du canal, là où deux aubes commencent à se recouvrir.

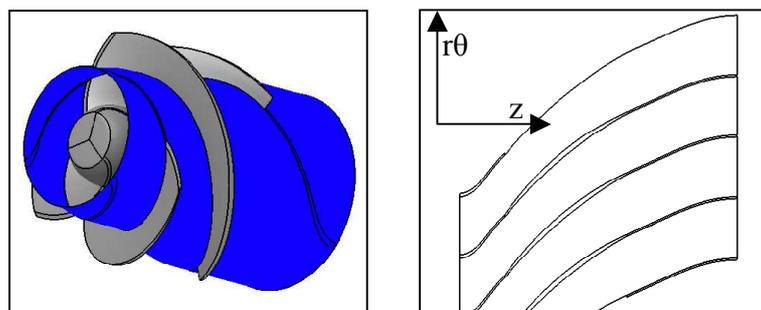


Figure I. 9 : Vue 3D et vue aubes à aubes de l'inducteur CREM 1

Du fait du caractère tournant de certains éléments, on peut étudier le champ de vitesse selon un repère absolu (fixe) ou relatif (tournant). Pour obtenir la vitesse relative  $W$ , il suffit de retrancher à la vitesse absolue  $C$ , la composante d'entraînement  $U$ . On obtient ainsi le triangle des vitesses comme sur la figure 10, très utile dans la compréhension et la conception des machines tournantes. Le vecteur  $C_m$  représente la vitesse débitante de la machine.

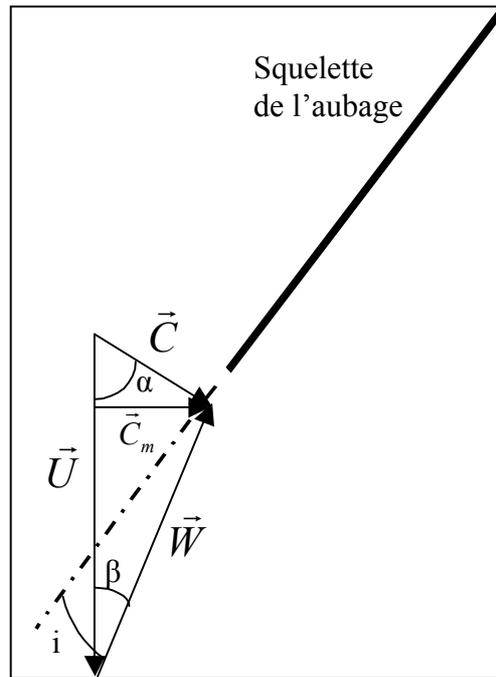


Figure I. 10 : Triangle des vitesses au bord d'attaque d'une pompe ; vue aubes à aubes

De façon très général, afin de pouvoir comparer une pompe à une autre, ainsi que d'utiliser les règles de similitude entre un modèle réduit et une roue de taille réelle, on utilise les coefficients adimensionnels de Rateau, respectivement manométrique, de débit et de puissance :

$$\mu = \frac{gH}{\omega^2 r^2}$$

$$\delta = \frac{Q}{\omega r^3}$$

$$\tau = \frac{P}{\rho \omega^3 r^5}$$

Par la suite, nous n'utiliserons pas cette nomenclature, lui préférant celle plus courante pour l'étude des inducteurs, équivalente aux coefficients manométrique et de débits :

$$\psi = \frac{\Delta p_t}{\rho \omega^2 r^2}$$

$$\varphi = \frac{V_{inlet}}{\omega r}$$

où  $\Delta p_t$  représente la différence de pression totale entre l'entrée et la sortie de la machine,  $\omega$  la vitesse de rotation, et  $r$  le rayon carter.  $V_{inlet}$  représente la vitesse débitante.

### III/ La cavitation

Les phénomènes de cavitation jouent un rôle important dans la conception et le dimensionnement des machines hydrauliques. Ils apparaissent au sein d'un écoulement liquide lorsque la pression localement diminue et passe en dessous de la pression de saturation ou pression de vaporisation. On pourra noter une différence entre ces deux appellations :

La pression de saturation est donnée par les tables thermodynamiques. Elle correspond à une valeur unique pour chaque température, qui représente l'état d'équilibre thermodynamique entre la phase vapeur et liquide d'un fluide.

La pression de vaporisation est la pression à laquelle apparaissent les premières structures de vapeur dans un écoulement liquide. Cette pression peut être différente de la pression de saturation. On peut par exemple observer une avance à la cavitation si la quantité de germes est très importante. La pression de vaporisation est alors plus élevée que la valeur à saturation. Plus couramment, on peut observer un retard à la vaporisation si cette pression est inférieure à la valeur à saturation. Le fluide sous forme liquide dit dans un état métastable peut alors se trouver à une pression inférieure à la pression de saturation.

Ce phénomène a déjà été observé dans la nature dans le cas d'une transition de phase liquide-solide. On raconte que pendant l'hiver 1942, pour échapper à un feu de forêt, un troupeau de chevaux s'est précipité dans le lac Ladoga en ex-URSS. Malgré une température de l'air de -30°C, l'eau était encore à l'état liquide. En quelques secondes les pauvres animaux ont été pris dans les glaces après une solidification quasi-instantanée de la totalité du lac. Ce phénomène très brutal trouve son explication par la présence de cristaux de glace dans les poils des chevaux. L'eau métastable aurait changé de phase par l'apport de ces germes de solidification.

### III. A/ Germes de cavitation

Dans tout changement de phase, une amorce est nécessaire. Cela suppose la présence d'inclusions au sein du liquide, de gaz dissous ou aussi de substances solides microscopiques. La concentration en germe est un paramètre non négligeable. En effet, dans un liquide pur, la vaporisation nécessite une pression encore plus faible que la pression de saturation, du fait de l'existence de la tension interfaciale responsable d'une barrière énergétique. Grâce à la présence des germes, il existe déjà une interface et il n'est donc pas nécessaire d'apporter une énergie supplémentaire pour sa création. Le terme "nucleus" est préféré en ébullition à celui de "germe".

### III. B/ Les types de cavitation

On peut différencier trois grands types de régime de cavitation dans les machines hydrauliques [Franc et al., 1995] :

**La cavitation par bulles isolées.** Elle provient du grossissement des germes de cavitation contenus dans le liquide lorsque ces derniers se trouvent dans une zone de basse pression. Ces bulles implosent ensuite lorsque la pression remonte.

**La cavitation par poches attachées.** Elle se développe généralement sur l'extrados des aubages d'une machine, ou sur les pales des hélices en propulsion marine. La structure interne de la poche reste mal définie. Mais il a été toutefois vérifié que sa composition est souvent très hétérogène et variable [Stutz, 1996]. Sous certaines conditions au niveau de la géométrie et du régime de cavitation, on peut observer des instationnarités qui sont caractérisées par des lâchers cycliques de vapeur dus au phénomène de jet rentrant [Franc et al., 1995]. On peut observer ce phénomène sur la figure 11. Ces photos ont été prises lors d'essais dans le venturi 8° qui a été tracé de manière à obtenir des comportements typiques d'auto-oscillation de cavitation [Fortes et al., 2006]. L'écoulement cavitant se présente sous la forme d'une poche

attachée à la paroi, dont la partie aval fluctue selon des lâchers de vapeur périodiques. Le détachement de ces structures est causé par un jet rentrant, qui remonte l'écoulement le long du plancher de la veine d'essais.

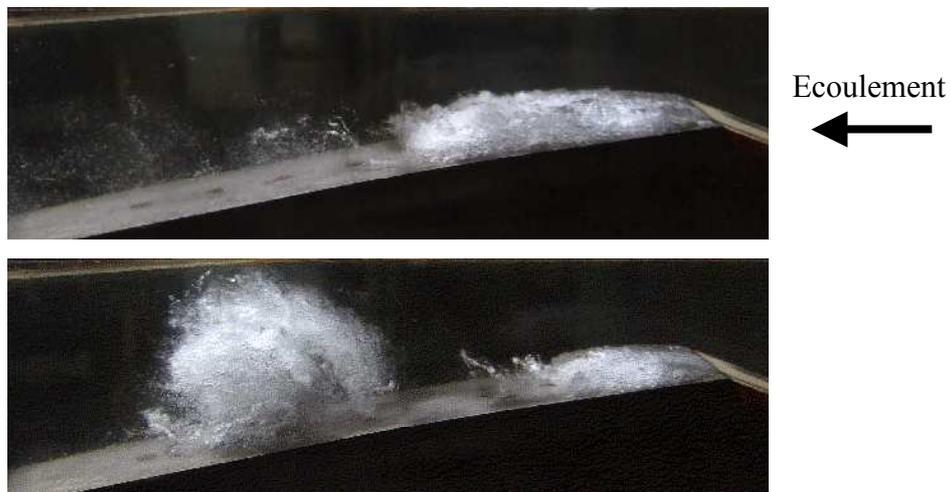


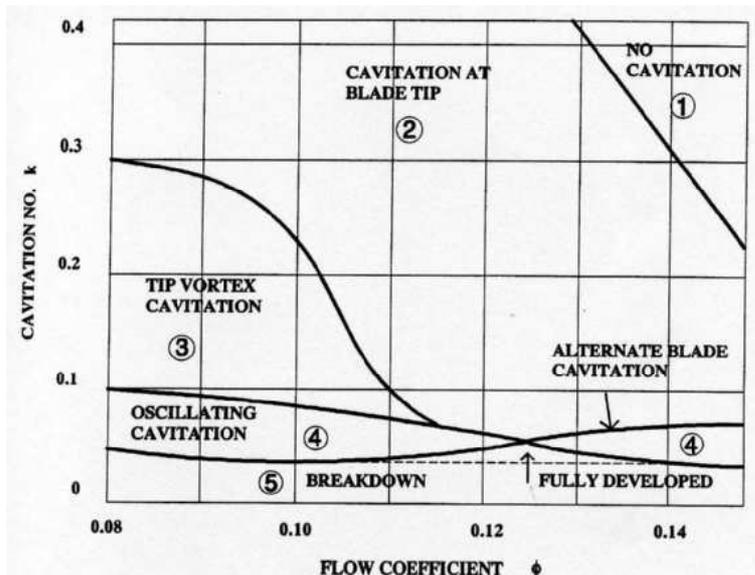
Figure I. 11 : Poche de cavitation instationnaire, Venturi 8°, Photo S. Barre

**La cavitation par filaments tourbillonnaires.** Ce phénomène peu détaillé dans la littérature résulte de la dépression engendrée par une forte vorticité. Elle s'observe dans les tourbillons d'extrémité de pales (figure 12), dans les zones de fort cisaillement (sillage, jet noyé).



Figure I. 12 : Cavitation de tourbillon [Arndt, 2006]

Plus spécifiquement aux inducteurs, on peut tracer une cartographie (figure 13) représentant les types de cavitation que l'on observe dans ces géométries (quatre pales), en fonction du nombre de cavitation et du coefficient de débit [Acosta, 1958].



- |   |
|---|
| <p>1 : région sans cavitation</p> <p>2 : cavitation de bout de pale, stable</p> <p>3 : cavitation de tourbillon d'extrémité de pale</p> <p>4 : instabilités de cavitation : régime alterné et tournant</p> <p>5 : cavitation complètement développé</p> |
|---|

Figure I. 13 : Carte de cavitation ; types de cavitation d'un inducteur à 4 pales en fonction du coefficient de débit  $\Phi$  et du nombre de cavitation  $k$  [Acosta, 1958]

### III. C/ Les effets néfastes de la cavitation sur les machines hydrauliques

La cavitation est un paramètre limitant pour la conception et le dimensionnement des machines hydrauliques. En effet elle a pour conséquence :

- ✓ Une altération des performances de la machine due à une variation de l'incidence des pales dans le cas de poches attachées, pouvant aller jusqu'au blocage du débit.
- ✓ Des efforts parasites se développant du fait des instabilités de cavitation qui peuvent conduire à l'endommagement de la machine.
- ✓ Des vibrations néfastes au bon fonctionnement de la machine, pouvant interférer avec l'ambiance vibratoire du système. De plus dans certains cas, le bruit engendré par l'implosion des bulles peut être un facteur limitant en particulier dans les applications militaires.
- ✓ Une érosion des parois provoquée par l'implosion des structures de vapeur qui induit des pics d'énergie très destructeurs à long terme. Sur la figure 14, on peut visualiser les dommages dus à la cavitation sur un gouvernail de bateau. L'hélice de propulsion placée en amont cavite et des structures de vapeur sont lâchées et viennent imploser sur le gouvernail ce qui à long terme l'érode.



Figure I. 14 : Erosion de cavitation sur un gouvernail de bateau [Friesch, 2006]

### III. C. 1/ Chute de performance, blocage de débit

Le développement de la cavitation entraîne une baisse de la performance de la machine du fait notamment de la modification du coefficient de pression sur l'extrados de l'aube par la présence de la poche comme le montre la figure 15. Cela conduit à une modification de l'écoulement et si la poche devient trop importante, cela aboutit au blocage du débit, c'est-à-dire que les canaux entre les aubes sont obstrués par des bouchons de vapeur.

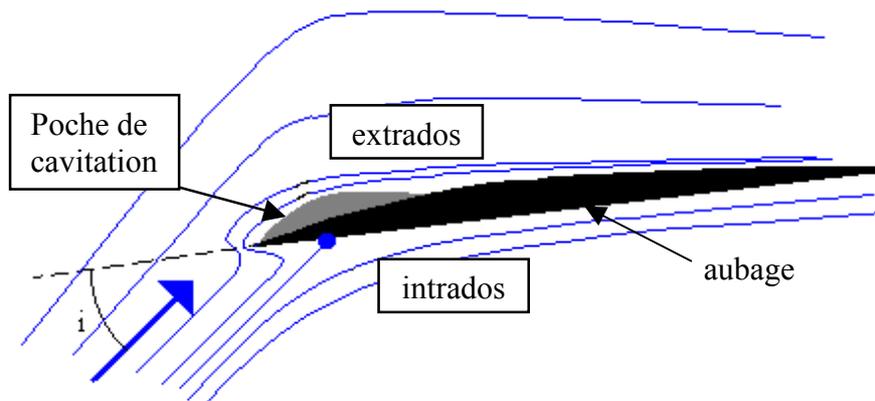


Figure I. 15 : Incidence et cavitation

On observe sur la figure 15 un développement d'une poche de cavitation attachée sur l'extrados des aubes qui interagit avec les lignes de courant.

### III. C. 2/ Instabilités et efforts radiaux

Une seconde conséquence néfaste de la cavitation est l'apparition d'instabilités au niveau du fonctionnement de la pompe. On pourra distinguer les instabilités de système où les fluctuations de débit, de pression, vont interagir avec d'autres éléments du système hydraulique et les instabilités de machine qui sont localisées dans l'inducteur. Ce sont ces dernières que nous détaillons par la suite.

On distingue sur la figure 16 plusieurs types d'instabilités de cavitation qui se développent au fur et à mesure que le nombre de cavitation diminue (droite vers la gauche) pour un inducteur

à quatre pales [De Bernardi, 1996]. Des études similaires ont été menées par le même auteur pour un inducteur à trois pales.

Sur le premier point représenté, les phénomènes de cavitation sont stables, on observe des poches de même longueur sur les quatre pales.

Au point deux apparaît une nouvelle configuration, stable et symétrique, avec une alternance courte-longue au niveau de la longueur de la poche. C'est le régime alterné.

On observe ensuite sur le point trois une configuration instable et dissymétrique. On note la présence d'une petite poche et de trois grandes, la petite poche évoluant d'aube en aube à une fréquence de rotation supérieure à la fréquence de l'inducteur. Ce régime est appelé régime tournant supersynchrone.

Au point quatre, on peut observer cette fois deux configurations différentes : soit une configuration avec des poches de même taille, stables, soit une configuration avec trois grandes poches et une petite. C'est la configuration tournante. Le changement entre les configurations est dans ce cas chaotique.

Les poches recouvrent ensuite au point cinq les pales jusqu'au niveau du col ce qui fait chuter alors la performance de la machine.

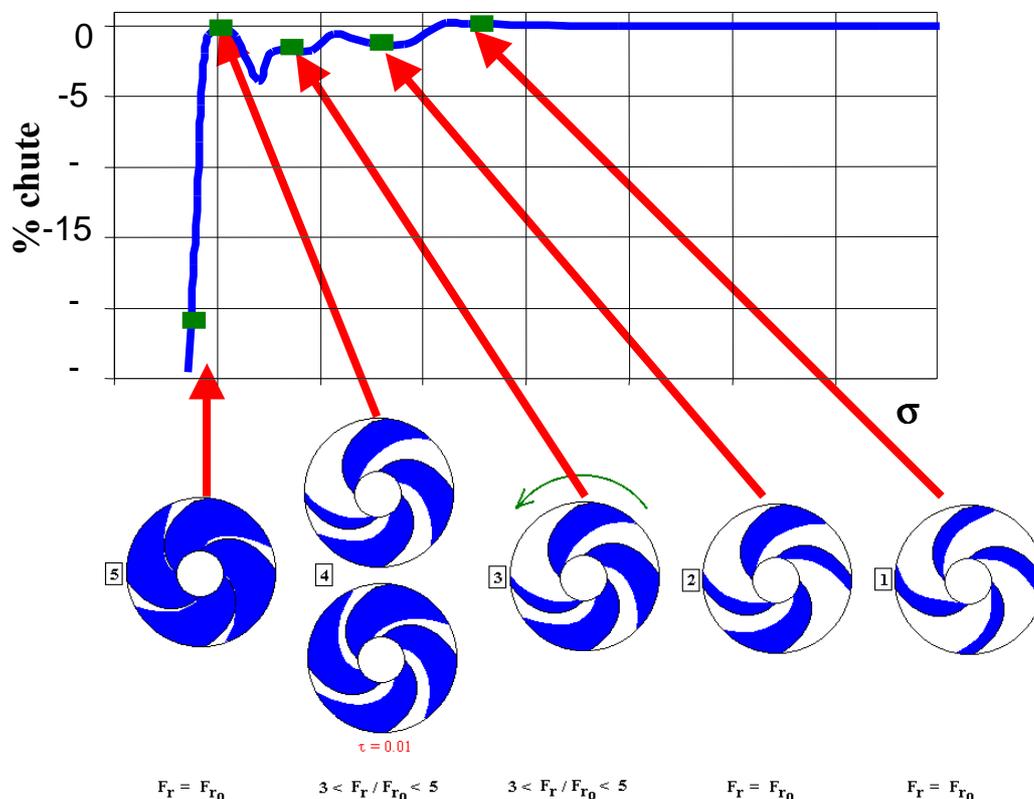


Figure I. 16 : Chute de performance et instabilités [De Bernardi, 1996]

Ces instabilités de cavitation ont deux principaux effets néfastes :

- ✓ Elles créent des fluctuations de pression à l'amont et à l'aval de l'inducteur ce qui peut perturber le bon fonctionnement de la turbopompe.
- ✓ Elles créent des charges radiales qui provoquent une détérioration des paliers pouvant aller jusqu'à la destruction de la turbopompe.

### III. D/ Paramètres de cavitation

Le nombre de Thoma est habituellement utilisé en cavitation. Il représente la différence entre la pression de référence d'un écoulement et la pression de vaporisation à une température de référence, adimensionnée par une pression dynamique.

$$\sigma_v = \frac{p_{ref} - p_{vap}(T_{ref})}{\frac{1}{2} \rho_{ref} U_{ref}^2}$$

Appelé aussi nombre de cavitation, c'est un paramètre adimensionnel qui permet de caractériser le développement de la cavitation. Ainsi plus ce paramètre est petit, plus la cavitation est importante. Il a été introduit dans les années 20, par Thoma et Leroux.

Plus couramment pour les turbomachines, on trouve le NPSH (Net Positive Suction Head), ou encore le paramètre de cavitation,  $\tau$ , caractérisant aussi le niveau de pression d'admission.

$$NPSH = \frac{p_t - p_v}{\rho g}$$

$$\tau = \frac{p_t - p_v}{\rho \omega^2 r^2}$$

On pourra identifier sur la figure 17 plusieurs valeurs remarquables pour le fonctionnement d'une turbomachine [Avellan, 1995].

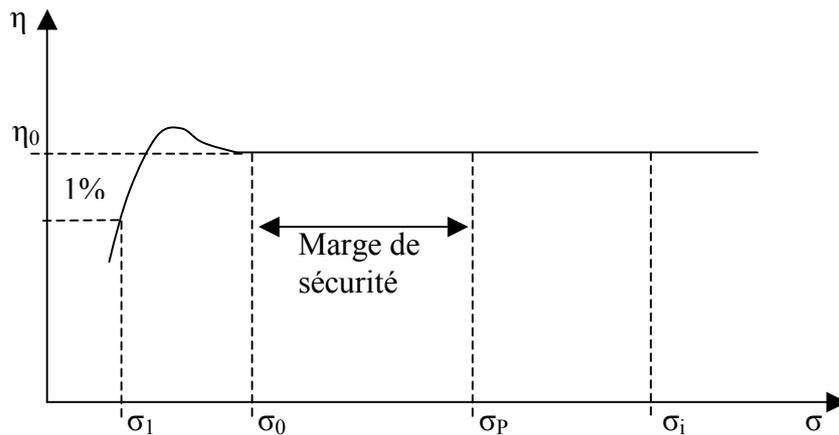


Figure I. 17 : Valeurs remarquables du nombre de Thoma [Avellan, 1995]

Tout d'abord on note le  $\sigma_i$  qui signale les premières apparitions de cavitation, le  $\sigma_p$  qui représente le point de fonctionnement, le  $\sigma_0$  qui représente la valeur limite avant la perturbation des performances, et enfin  $\sigma_1$  le point où l'on atteint 1% de chute sur le rendement hydraulique.

#### IV/ L'effet thermodynamique dans les phénomènes de cavitation

Nous présentons dans ce chapitre premièrement le phénomène de cavitation sans échanges de chaleur. Nous montrons ensuite l'influence possible de la température dans ces changements de phase et les conséquences. Nous verrons ensuite dans quels contextes ces phénomènes apparaissent. Enfin plus particulièrement pour l'analyse des turbopompes, nous placerons notre étude parmi celles réalisées au préalable au sein de notre équipe, ainsi que plus généralement dans le monde.

##### IV. A/ Cavitation isotherme et retard thermique à la cavitation

A partir de la phase liquide, deux chemins thermodynamiques simples peuvent être suivis pour effectuer le changement de phase liquide-vapeur. Soit en apportant de la chaleur, à pression constante, c'est l'ébullition, soit en baissant la pression à température constante, c'est la cavitation isotherme. Cette hypothèse négligeant les échanges thermiques au sein du fluide est valable seulement si la quantité de chaleur nécessaire à la formation de la vapeur est petite, ce qui on le verra plus tard n'est pas tout le temps le cas.

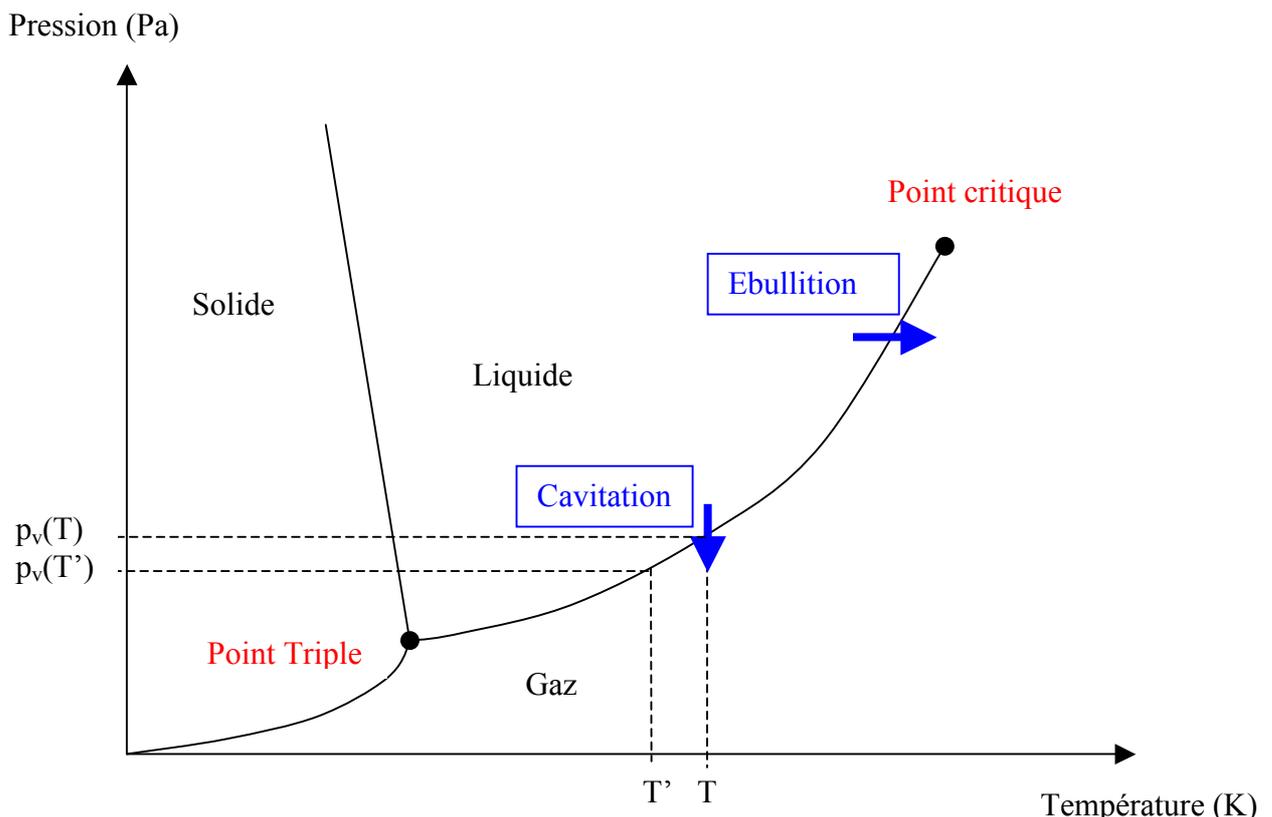


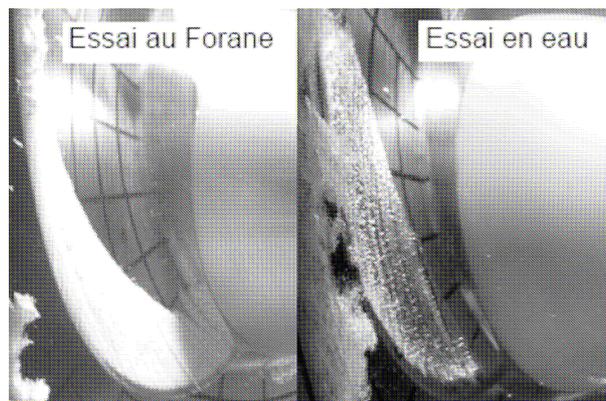
Figure I. 18 : Diagramme de phase

Si par contre l'énergie nécessaire au changement de phase est non négligeable, la vaporisation du fluide va entraîner un refroidissement local à la température  $T'$ . On appelle ce phénomène le retard thermique à la cavitation. Les échanges thermiques ne sont pas instantanés et l'énergie ne peut donc pas être fournie immédiatement.

A cela ce rajoute aussi le fait que ce refroidissement va entraîner une diminution de la pression de saturation et donc une diminution de la cavitation. Le comportement cavitant entre un fluide dit thermosensible et un fluide non-thermosensible sera alors différent. C'est ce qu'on appelle l'effet thermodynamique dans les phénomènes de cavitation.

#### IV. B/ La cavitation dans les fluides thermosensibles

Un fluide est thermosensible lorsque l'effet thermodynamique n'est pas négligeable en cavitation. A titre d'illustration, nous représentons sur la figure 19 la cavitation par poche attachée dans un inducteur pour le forane R114, et pour l'eau.



*Figure I. 19 : Cavitation par poche attachée en géométrie d'inducteur (source Legi/Cremhyg)*

#### IV. B. 1/ Phénomène physique

L'effet thermodynamique se caractérise de manière général par une diminution du phénomène de vaporisation. Il a un effet positif dans la prédiction du phénomène dans les turbomachines. En effet s'il est déterminé correctement, il permet de diminuer les marges de sécurité sur le fonctionnement en particulier dans les inducteurs. La figure 20 illustre ce décalage en représentant l'écart  $\Delta\tau$  entre la chute de performance d'un inducteur entre l'eau froide et le R114, pour un point de fonctionnement donné.

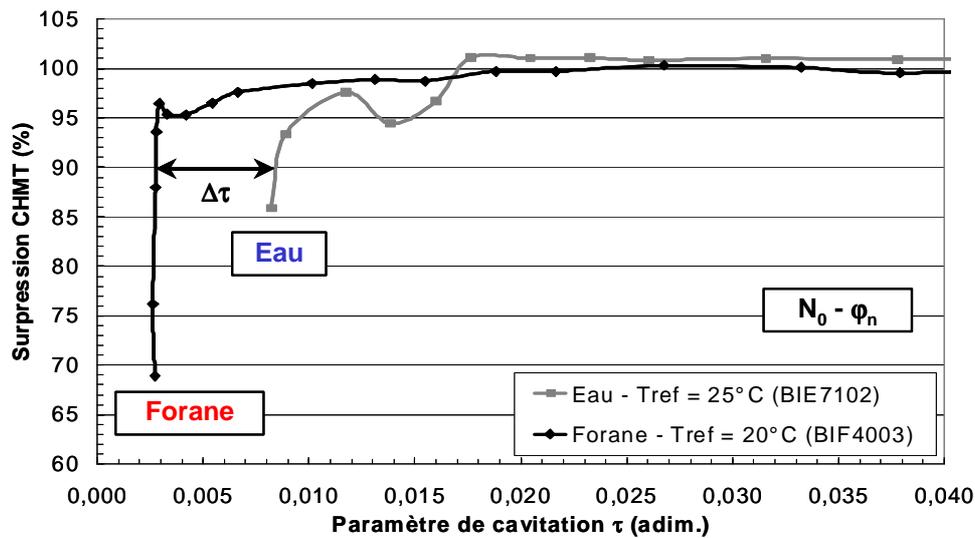


Figure I. 20 : Comparaison de la chute de performance d'un inducteur au même point de fonctionnement entre de l'eau et du R114 [Boitel, 2006]

Le retard à la cavitation provient du fait que lors du changement de phase liquide-vapeur, une certaine quantité d'énergie (la chaleur latente) est nécessaire au processus (processus endothermique). Cette énergie est prélevée au liquide sous forme de chaleur. On peut remarquer que cette énergie ne peut pas être prise à la vapeur du fait que le rapport  $\frac{\rho_V c_{pV}}{\rho_L c_{pL}}$  est très petit. On observe donc une diminution locale de la température. Et dans le cas de fluide cryogénique où le point de fonctionnement est proche du point critique, une légère diminution de la température conduit tout de même à une diminution significative de la pression de vaporisation, ce qui n'est pas le cas de l'eau froide. Ainsi le phénomène de vaporisation est ralenti.

Le tableau 1 ci-dessous compare les grandeurs thermodynamiques pour l'eau froide, le réfrigérant R114 ( $C_2Cl_2F_4$ ) et le LH2.

Fluides	eau froide	Forane, R114	LH2
Température (K)	293	293	22
Pression (Pa)	2318	181100	163140
$\rho_L$ (kg/m <sup>3</sup> )	998	1470	68.5
$\rho_V$ (kg/m <sup>3</sup> )	0.017	13.5	2.2
$\rho_L / \rho_V$	58170	109	33
$C_{pL}$ (J/kg/K)	4184.5	984	10875
L (kJ/kg)	2453.91	130.04	435.44
$\Delta T_{char}$	0.01	1.22	1.2
dp/dT (Pa/K)	144	6060	42143

Tableau I. 1 : Tables thermodynamiques à saturation pour trois fluides (NIST)

Pour savoir si un fluide est thermosensible, i.e. si les effets thermodynamiques ne sont pas négligeables, deux paramètres sont étudiés :

Tout d'abord l'écart de température caractéristique,  $\Delta T_{car} = \frac{\rho_v L}{\rho_L C p_L}$

Il est obtenu en fonction du flux de chaleur nécessaire à la vaporisation,  $\rho_v L$ , où  $L$  est la chaleur latente. Cette chaleur est fournie par le liquide ce qui le refroidit ;  $\rho_L C p_L \Delta T_{car}$ . On a donc,  $\rho_v L = \rho_L C p_L \Delta T_{car}$ . Ainsi il est possible de comparer ce refroidissement caractéristique entre plusieurs fluides. A volume de vapeur égale, l'eau liquide se refroidit environ cent fois moins que les fluides thermosensibles présentés.

Le deuxième point est la pente de la courbe  $p_v=f(T)$ . En effet les fluides thermosensibles présentent une très forte dépendance de la pression de saturation à la température. Ainsi un refroidissement local modifie considérablement la pression et donc le comportement dynamique de la cavitation. Pour l'eau froide cette dépendance est plus faible.

Ainsi pour le LH2, à la température de 22 K, une variation de 5% de la température entraîne une variation de 28% de la pression de saturation, ceci dû au fait que les conditions thermodynamiques sont proches du point critique.

#### IV. B. 2/ Contexte et applications autres que le secteur spatial

Les phénomènes de cavitation avec effets thermodynamiques apparaissent dans un grand nombre de systèmes hydrauliques. On observe ces problèmes dans les zones de dépression créées par certains composants des circuits comme les vannes, les injecteurs, les pompes, venturis, diaphragmes, pour des fluides thermosensibles... Dans le domaine nucléaire, les circuits hydrauliques contiennent de l'eau chaude qui a un caractère thermosensible. Plus récemment, afin d'améliorer les cycles thermodynamiques, le liquide caloporteur peut être remplacé par du sodium liquide qui est aussi thermosensible. Un grand nombre d'études est aussi menée sur la cavitation dans les injecteurs des moteurs diesel [Dumont, 2004] qui est aussi un fluide thermosensible. Dans la littérature, il est toutefois difficile de trouver de la documentation à ce sujet. Enfin l'avenir prometteur convenu à la cryogénie par les hautes qualités énergétiques de l'hydrogène, fait que les effets néfastes de la cavitation dans les systèmes de distribution cryogénique seront une problématique de plus en plus importante.

#### IV. B. 3/ Etudes préalables liées au phénomène de cavitation avec effets thermodynamiques dans les turbopompes spatiales

De nombreuses études sur les phénomènes de cavitation avec effets thermodynamiques dans les turbopompes spatiales ont été menées au sein de l'équipe Turbomachines et Cavitation du Legi depuis une vingtaine d'années, en collaboration avec le Cnes et la Snecma. Sur la partie numérique, N. Charles lors de sa thèse [Charles, 1994] a implémenté un modèle basé sur l'équilibre thermodynamique dans le code IZ. Ce code 2D a été développé initialement par [Delannoy, 1989] au Legi pour le compte du Cnes, afin de modéliser la cavitation sur des géométries de type hydrofoil et venturi. En parallèle, un grand nombre d'essais a été réalisé dans la boucle PECLLET, au CREMHyG. Ces travaux concernent principalement des mesures de lois "Nombre de cavitation en fonction de la longueur de la poche", mesures de pression et de température en paroi pour des poches de cavitation stationnaire, 2D [Merle, 1992]. Des mesures de taux de vide et de vitesses, intrusives dans les poches, par sonde optique ont aussi

été réalisées ce qui a permis à l'époque d'obtenir des informations sur la composition de la poche [Stutz, 1996]. Il a pu être noté notamment que les poches en fluide thermosensible étaient constituées d'un mélange de vapeur et de liquide et non pas de vapeur pure. Enfin plus récemment, des mesures embarquées sur l'aubage d'un inducteur ont permis de connaître le refroidissement local pour plusieurs positions, d'un inducteur fonctionnant au R114 [Boitel, 2007]. Couplée à ces mesures de température, une nouvelle instrumentation à récemment été employée pour obtenir des valeurs de taux de vide dans les poches sur la même géométrie d'inducteur [Hassan, 2005]. Il s'agit de mesures non intrusives réalisées au moyen de radiographies par rayons X. Cette méthode a permis de comparer les volumes de vapeur entre les poches de cavitation en eau froide et au R114.

Sur le plan international, des études numériques et expérimentales ont été menées, principalement par les américains et les japonais. Les premiers travaux seraient ceux de [Stahl et Stepanoff, 1956], sur le B-facteur. Nous présentons les modèles numériques utilisés à ce jour dans le chapitre III. Concernant les essais, un grand nombre d'inducteur ont été testés par la Nasa pendant les années soixante-dix. Certains de ces travaux sont de nos jours en libre accès sur leur site Internet [Moore et Meng, 1970]. L'annexe 5 rappelle un certain nombre de ces ouvrages que nous avons utilisés par la suite pour valider notre modèle. Plus récemment, on peut citer les travaux italiens sur une boucle d'essais à l'eau chaude [Cervone et al., 2006] pour des géométries d'hydrofoils, 2D, ainsi que les travaux japonais [Yoshida et al., 2005] sur un inducteur dans une boucle à l'azote liquide. On pourra se référer à l'article de l'équipe de W. Shyy pour un état de l'art de la modélisation de la cavitation pour des fluides cryogéniques [Utturkar et al., 2005]. Nous présenterons plus en détail les principaux modèles utilisés en cavitation avec et sans effets thermodynamiques au chapitre III. A ce jour, des calculs en régime cavitant, avec effets thermodynamiques, en géométrie turbomachines, sont très peu référencés. A notre connaissance, seule une équipe américaine travaillant avec la Nasa a publié ce genre de résultats en hydrogène liquide [Hosangadi et al., 2006].

Notre étude des phénomènes de cavitation pour des fluides cryogéniques dans les turbopompes spatiales s'insèrent dans une logique de travaux menés au sein de l'équipe Turbomachines et Cavitation du Legi. Elle a pour but de poursuivre les avancées réalisées sur la modélisation et la compréhension de la cavitation et d'apporter ainsi une analyse supplémentaire au savoir-faire de l'équipe sur ces phénomènes. Elle s'intègre selon la thématique de recherche sur la cavitation avec effets thermodynamiques dans les turbomachines et devra rejoindre à terme, l'autre thématique importante qui est l'étude des instabilités de cavitation.

Sur le plan industriel, ce travail de thèse a permis de développer pour le Cnes et la Snecma un outil numérique d'aide à la conception des turbopompes. L'implémentation d'un nouveau modèle diphasique a été réalisés dans le code de calcul Fine<sup>TM</sup>/Turbo développé par Numeca Int. En simulant la chute de performance d'un inducteur en fluide cryogénique, l'utilisation de la CFD permet ainsi d'apporter une analyse supplémentaire afin de faciliter le design des turbomachines.

# Chapitres II

## Modélisation des écoulements

### diphasiques gaz-liquide

Il existe une multitude d'écoulements diphasiques que se soit en géophysique (avalanches, nuages en météorologie, transport sédimentaire, houle océanique, aération de milieux aquatiques naturels) ou dans le domaine industriel (traitement de l'eau, sédimentation, nucléaire, atomisation de jet, génie des procédés, génie chimique...). Ces écoulements diffèrent selon le nombre et le type de phases en présence (solide, liquide, gaz), sur la prédominance ou pas de certaines phases, ainsi que sur la réactivité des phases (changement de phase). Nous nous intéressons dans ce chapitre seulement au cas des écoulements diphasiques gaz-liquide, dans lequel s'insère la problématique de nos travaux de recherche.

Les différentes topologies des écoulements gaz-liquide dans les conduites seront premièrement exposées. Après avoir étudié les phénomènes de déséquilibre entre les phases, nous présenterons ensuite les équations locales et instantanées de la mécanique des fluides et de la thermique d'un écoulement diphasique. C'est sur ces équations que sont construites les méthodes de simulation numérique actuelles. On présentera ensuite les équations locales moyennées sur un intervalle de temps. Elles permettent la résolution des écoulements tridimensionnelles diphasiques dans les codes numériques commerciaux de CFD. Il faut noter que ces équations ne forment pas un système fermé. En effet de même qu'en écoulement monophasique turbulent, l'opérateur de moyenne au sens de Reynolds fait apparaître des inconnues supplémentaires qu'il faut alors modéliser, ces modélisations étant fortement dépendantes du type de régime d'écoulement (bulles, bouchons, à phases séparées...). Nous étudierons enfin la modélisation diphasique directe appelée aussi à diffusion nulle ou quasi nulle, i.e. qui résout l'interface entre les phases. Nous verrons les différentes approches possibles dans ce cas. Ce chapitre sera terminé par une synthèse de toutes ces approches qui nous permettra d'argumenter notre choix pour simuler les phénomènes de cavitation dans les inducteurs.

#### I/ Présentation des écoulements diphasiques gaz-liquide dans les conduites

On peut rencontrer différentes topologies d'écoulements diphasiques de type gaz-liquide dans les conduites. Ces différents régimes ont grandement été étudiés pour leur application au domaine du génie nucléaire [Ishii, 1975], [Delhaye et al., 1981], [Lemonnier, 2002]. En effet afin de réaliser la conception des circuits hydrauliques et de prévenir les accidents de type crise d'ébullition, il est nécessaire de comprendre et de maîtriser les phénomènes thermohydrauliques qui apparaissent dans les conduites.

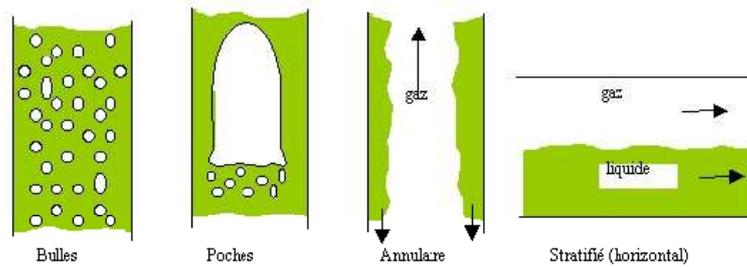


Figure II. 1 : Régimes d'écoulement gaz liquide  
(phase continue : liquide) [Aloui, 2002]

Sur la figure 1, on peut distinguer quatre configurations principales d'écoulements dans le cas où le liquide représente la phase continue : les écoulements à bulles dispersées, les écoulements dits de bouchon, annulaires et stratifiés. Ils peuvent apparaître de différentes manières selon le rapport des masses volumiques, de débits, de vitesses entre les phases. Dans le cas de l'ébullition, l'apport de chaleur par les parois influencera aussi la configuration de l'écoulement.

Nous présentons maintenant la notion de déséquilibre entre les phases, qui sera utile par la suite pour différencier les approches utilisées pour modéliser ces écoulements.

## II/ Le déséquilibre entre les phases

Dans les écoulements diphasiques, les phénomènes physiques étant dynamiques, l'état d'équilibre entre les phases n'est pas toujours une évidence. Comme nous l'avons déjà présenté au chapitre précédent, l'état métastable d'un fluide peut entraîner des écarts aux conditions de saturation. Cet état métastable peut être localement et temporairement stable comme dans le cas du lac Ladoga ou lié au caractère dynamique d'un écoulement. Un retard au changement de phase peut par exemple créer un déséquilibre thermodynamique.

Le déséquilibre thermodynamique représente à la fois le déséquilibre mécanique (pression, vitesse) et le déséquilibre thermique (température) que nous allons présenter séparément.

### II. A/ Le déséquilibre dynamique

Le déséquilibre mécanique se caractérise par une vitesse de glissement entre les phases. Ce déséquilibre est schématisé ci-dessous dans le cas d'un écoulement à bulles dans une conduite (figure 2), où les bulles sont plutôt éloignées de la paroi.

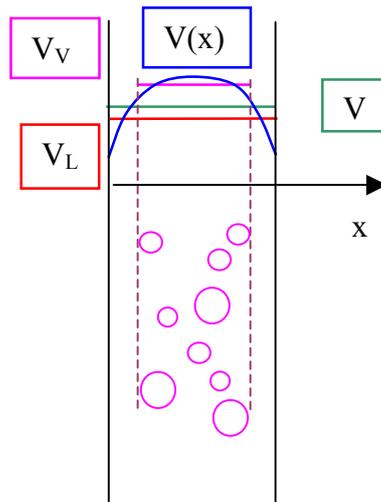


Figure II. 2 : Le déséquilibre mécanique

$V(x)$  est le profil de vitesse dans la conduite.

$\bar{V}$  est la vitesse moyenne dans la conduite.

$\bar{V}_V$  est la vitesse moyenne de la phase vapeur.

$\bar{V}_L$  est la vitesse moyenne de la phase liquide.

Les vitesses vérifient la relation [Ishii , 1975] :

$$\bar{\rho}\bar{V} = \rho_L\bar{V}_L + \rho_V\bar{V}_V$$

On observe sur la figure 2 que les vitesses moyennées pour chaque phase  $\bar{V}_L$  et  $\bar{V}_V$  sont différentes.

#### Remarque :

Il faut signaler que la notion de déséquilibre est à prendre au sens moyenné sur chaque phase. Ce déséquilibre n'est pas local à l'interface.

En effet, en faisant l'hypothèse qu'il n'y a pas de production d'entropie à l'interface, on obtient l'égalité des vitesses tangentielles, de la température de chaque phase ainsi que des potentiels chimiques à l'interface. On pourra se référer à [Ishii, 1975] pour la démonstration.

Il nous paraît donc très important de ne pas confondre la notion de déséquilibre entre les phases, et celle de déséquilibre local à l'interface. L'anglais semble faire cette différence dans le cas du déséquilibre des vitesses : "drift velocity" : différence des vitesses moyennes et "no slip condition" : condition de frottement à l'interface (local).

A titre d'exemple, on peut considérer le cas très classique d'un écoulement le long d'une paroi que l'on peut voir comme un écoulement diphasique solide-liquide. Nous comparons l'exemple où le fluide est visqueux et celui où il est non-visqueux. Dans les deux cas nous avons une différence de vitesse moyenne entre les deux phases (le solide a une vitesse nulle, le liquide une vitesse moyenne), "drift velocity". La différence se fait du point de vue local : dans le cas visqueux, il y a adhérence à la paroi (no slip condition), les vitesses du solide et du liquide sont égales localement alors que dans le cas non visqueux, nous avons un glissement à la paroi (différence locale entre la vitesse du liquide et celle du solide).

## II. B/ Le déséquilibre thermique

Le déséquilibre thermique se caractérise par une différence de température entre les phases. On prend l'exemple de l'ébullition dans un écoulement ascendant, avec un flux de chaleur constant à la paroi. A un certain moment, la nucléation hétérogène apparaît sur la paroi (figure 3).

$T_{\text{moyen}}$  est la température moyenne dans une section,  $T_p$  celle de la paroi, et  $T_v$  et  $T_L$  sont respectivement les températures des phases vapeur et liquide.

En A, l'écoulement est liquide, la température moyenne est celle du liquide, inférieure à la température de saturation.

En B, l'ébullition nucléée apparaît. Elle est dite sous-saturée car le liquide n'est pas à saturation, des bulles de vapeur se forment seulement à la paroi.

Enfin en C, l'ébullition est entièrement développée, des bulles se forment au sein même du liquide, qui est à saturation.

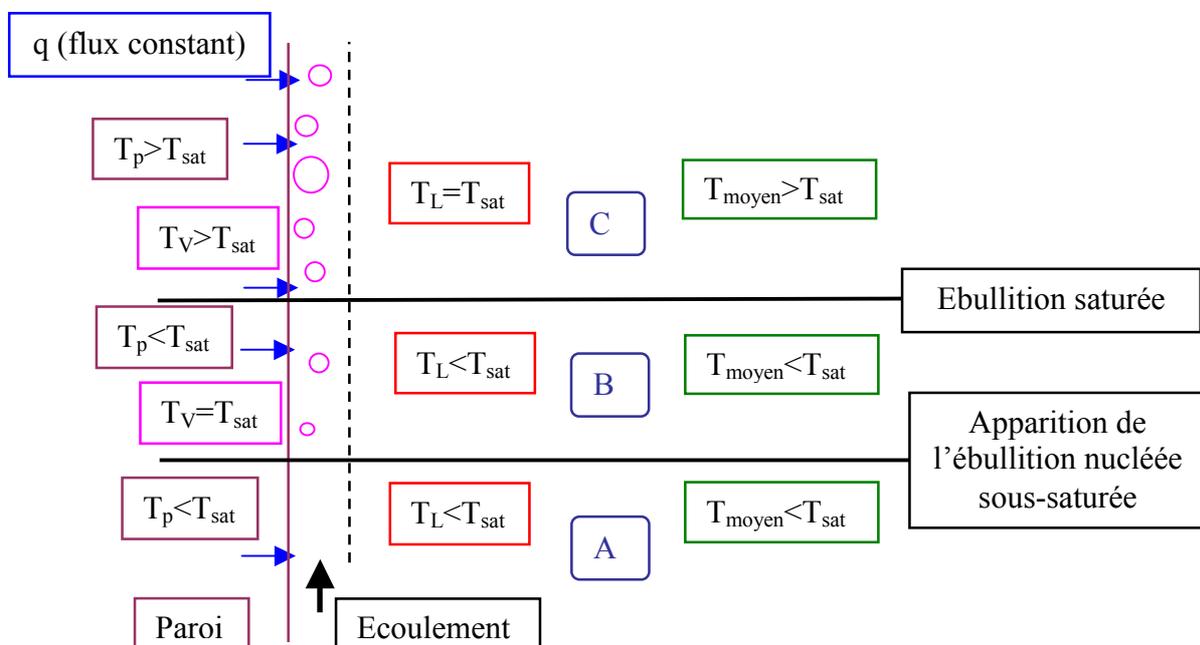


Figure II. 3 : Le déséquilibre thermique

La figure 3 met en évidence le fait qu'il y a une perte d'information lorsque la température moyenne est utilisée, dans le sens où on ne différencie pas la température des deux phases. Cela est particulièrement visible lorsque les deux phases ne sont pas à l'équilibre thermique, et plus généralement thermodynamique. Dans le cas C par exemple, en modélisant la température de l'écoulement par la température moyenne dans la section, on ne tient pas compte que le liquide est à la température de saturation.

### III/ Les équations locales instantanées diphasiques

Les équations locales instantanées sont basées sur le principe de conservation sur un volume matériel élémentaire contenant une interface, considérée comme une surface de discontinuité des différentes variables (figure 4).

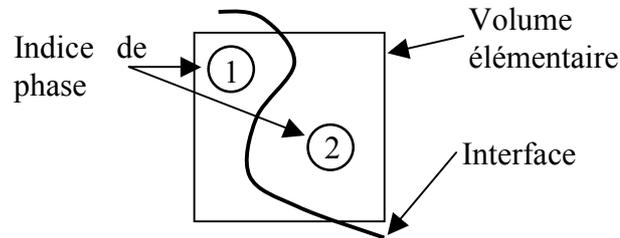


Figure II. 4 : Volume élémentaire contenant une interface

Par application de la règle de Leibnitz et du théorème de Gauss, on obtient le système d'équations suivant où  $k$  représente l'indice de phase ;  $k=1,2$  [Delhaye et al., 1981], [Lemonnier, 2002] :

Equations locales dans chaque phase  $k$  :

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho_k \Psi_k + \nabla \cdot (\rho_k \Psi_k \mathbf{u}_k) = \rho_k \phi_k - \nabla \cdot \overline{\overline{\mathbf{J}}}_k$$

Equations locales de condition de saut :

$$\sum_{k=1,2} (\dot{m}_k \Psi_k + n_k \cdot \overline{\overline{\mathbf{J}}}_k + \phi_i) = 0$$

$\dot{m}_k$  est le débit massique entre les deux phases par unité de surface, lié au changement de phase.

Bilan	$\Psi_k$	$\overline{\overline{\mathbf{J}}}_k$	$\phi_k$	$\phi_i$
Masse	1			
Q de mouvement	$\mathbf{u}_k$	$-\overline{\overline{\mathbf{T}}}_k$	$\mathbf{F}_k$	
Energie totale massique	$e_k + \frac{1}{2} \mathbf{u}_k^2$	$\mathbf{q}_k - \overline{\overline{\mathbf{T}}}_k \cdot \mathbf{u}_k$	$\mathbf{F}_k \cdot \mathbf{u}_k$	
Entropie massique	$s_k$	$\frac{\mathbf{q}_k}{T_k}$	$\frac{\Delta_k}{\rho_k}$	$\Delta_i$

Tableau II. 1 : Bilan des équations

$\mathbf{n}_k$  est le vecteur normal extérieur à l'interface.

$\mathbf{F}$  représente le vecteur des efforts volumiques (gravité, négligée par la suite) et  $\overline{\overline{\mathbf{T}}}$  les efforts surfaciques (pression, viscosité, tension de surface, négligée par la suite dans un premier temps).

$\overline{\overline{T}}$  est donc le tenseur des contraintes  $\overline{\overline{T}} = -p\overline{\overline{I}} + \overline{\overline{\tau}}$ , avec  $-p\overline{\overline{I}}$  la partie pression hydrostatique ( $\overline{\overline{I}}$  tenseur identité), et  $\overline{\overline{\tau}}$  la partie visqueuse. Pour un fluide newtonien en régime laminaire, on a :

$$\overline{\overline{\tau}}_k = \mu_k [(\nabla \mathbf{u})^t + \nabla \mathbf{u}] - \frac{2}{3} \mu_k (\nabla \cdot \mathbf{u}) \overline{\overline{I}}$$

où  $\mu_k$  est la viscosité dynamique de chaque phase.

$e_k$  et  $\mathbf{q}_k$  sont respectivement l'énergie interne massique et le flux de chaleur de la phase k.

On peut noter les sources d'entropie dans les deux phases, représentés par  $\Delta_k$  qui modélise les irréversibilités dues à la viscosité, mais aussi au niveau de l'interface ( $\Delta_i$ ) due notamment au changement de phase.

### III. A/ Les équations locales dans chaque phase

Nous explicitons maintenant les équations locales obtenues pour chaque phase à l'aide du tableau 1.

Equation de continuité :

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho_k + \nabla \cdot (\rho_k \mathbf{u}_k) = 0$$

Equation du mouvement :

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho_k \mathbf{u}_k + \nabla \cdot (\rho_k \mathbf{u}_k \otimes \mathbf{u}_k) = -\nabla p + \nabla \cdot \overline{\overline{\tau}}_k + \rho_k \mathbf{F}_k$$

Equation de l'énergie totale :

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho_k (e_k + \frac{1}{2} u_k^2) + \nabla \cdot (\rho_k (e_k + \frac{1}{2} u_k^2) \mathbf{u}_k) = \nabla \cdot (\overline{\overline{T}}_k \cdot \mathbf{u}_k) + \rho_k \mathbf{F}_k \cdot \mathbf{u}_k - \nabla \cdot \mathbf{q}_k$$

Equation de l'entropie :

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho_k s_k + \nabla \cdot (\rho_k s_k \mathbf{u}_k) + \nabla \cdot \frac{\mathbf{q}_k}{T_k} = \Delta_k \geq 0$$

### III. B/ Les relations de saut aux interfaces

En plus des équations locales précédentes, on écrit d'après le tableau 1 les relations de saut suivantes dites primaires.

➤ Masse :

$$\dot{m}_1 + \dot{m}_2 = 0$$

En introduisant la densité de flux de masse à l'interface :

$$\dot{m}_k = \rho_k (\mathbf{u}_k - \mathbf{u}_{Ai}) \cdot \mathbf{n}_k$$

où intervient la vitesse  $\mathbf{u}_{Ai}$  de l'interface, le saut de vitesse normale s'écrit :

$$(\mathbf{u}_2 - \mathbf{u}_1) \cdot \mathbf{n}_1 = \dot{m}_1 \left( \frac{1}{\rho_2} - \frac{1}{\rho_1} \right)$$

Dans le cas particulier sans changement de phase, on obtient la relation suivante :

$$\mathbf{u}_1 \cdot \mathbf{n}_1 = \mathbf{u}_2 \cdot \mathbf{n}_1 = \mathbf{u}_{Ai} \cdot \mathbf{n}_1$$

qui indique que la vitesse normale à l'interface dans chaque phase et la vitesse de l'interface sont toutes égales. C'est ce qu'on appelle parfois la condition cinématique [Lemmonier, 2002].

➤ Quantité de mouvement :

En négligeant la tension superficielle,

$$\dot{m}_1 \mathbf{u}_1 + \dot{m}_2 \mathbf{u}_2 - \mathbf{n}_1 \cdot \overline{\overline{T}}_1 - \mathbf{n}_2 \cdot \overline{\overline{T}}_2 = 0$$

soit, en prenant en compte la décomposition du tenseur des contraintes ainsi que le bilan de masse :

$$\dot{m}_1 (\mathbf{u}_1 - \mathbf{u}_2) + (p_1 - p_2) \mathbf{n}_1 - \mathbf{n}_1 \cdot (\overline{\overline{\tau}}_1 - \overline{\overline{\tau}}_2) = 0$$

Dans le cas visqueux, on obtient l'égalité suivante qui représente la condition de non glissement entre les deux phases :

$$\mathbf{u}_{t1} = \mathbf{u}_{t2}$$

où les vitesses tangentielles à l'interface sont égales.

➤ Bilan d'énergie totale :

$$\dot{m}_1 \left( e_1 + \frac{1}{2} u_1^2 \right) + \dot{m}_2 \left( e_2 + \frac{1}{2} u_2^2 \right) + \mathbf{q}_1 \cdot \mathbf{n}_1 + \mathbf{q}_2 \cdot \mathbf{n}_2 - (\mathbf{n}_1 \cdot \overline{\overline{T}}_1) \cdot \mathbf{u}_1 - (\mathbf{n}_2 \cdot \overline{\overline{T}}_2) \cdot \mathbf{u}_2 = 0$$

➤ Inégalité entropique :

La relation de saut d'entropie donne :

$$-\dot{m}_1 s_1 - \dot{m}_2 s_2 - \frac{1}{T_1} \mathbf{q}_1 \cdot \mathbf{n}_1 - \frac{1}{T_2} \mathbf{q}_2 \cdot \mathbf{n}_2 = \Delta_i \geq 0$$

A partir de l'inégalité d'entropie on peut obtenir une condition limite thermique sur l'interface [Ishii, 1975]. En partant de l'hypothèse que la production d'entropie est nulle, on obtient la relation suivante :

$$T_{i1} = T_{i2} = T_i$$

Par la suite nous omettrons l'équation de l'entropie afin de simplifier l'écriture des équations.

A partir de ces équations locales instantanées, un grand nombre de modèles a été construit que l'on peut classer selon deux approches différentes : les méthodes autorisant la diffusion numérique de l'interface et les méthodes dites directes. Les premières, basées sur les formulations multiphasiques ont une approche très similaire à l'approche statistique utilisée pour modéliser la turbulence. La seconde comprend les méthodes lagrangiennes, semi-lagrangiennes et eulériennes de traitement des interfaces.

#### IV/ Méthodes de résolution autorisant la diffusion numérique des interfaces

En mécanique continue, pour l'étude d'un écoulement monophasique, il est établi que la formulation des modèles est basée sur les lois de conservation de masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie. Il semble naturelle de suivre les mêmes concepts pour la modélisation des écoulements diphasiques. Cependant la présence d'interfaces entraîne de sérieuses difficultés pour la formulation mathématique du problème, de la même manière que pour les ondes de choc en monophasique. Notamment l'utilisation des opérateurs de dérivée et d'intégrale doit respecter certaines conditions sur les variables traitées. On pourra se référer à [Ishii, 1975] pour plus de détails sur ces analyses. On peut synthétiser ce paragraphe en soulignant le fait que selon la configuration de l'écoulement diphasique, différents opérateurs

de moyenne sont disponibles, représentant une modélisation physique et une approche du phénomène différente.

On peut classer les opérateurs de moyenne en milieu continu selon deux grandes familles :

- Moyenne eulérienne

Fonction :  $f=f(t,x)$

Moyenne temporelle :  $\frac{1}{\Delta t} \int_{\Delta t} f(t,x) dt$

Moyenne spatiale (volume) :  $\frac{1}{\Delta V} \int_{\Delta V} f(t,x) dV$

- Moyenne Lagrangienne

Fonction :  $f=f(t,X)$  ;  $X=X(t,x)$

Moyenne temporelle :  $\frac{1}{\Delta t} \int_{\Delta t} f(t,X) dt$

L'analogie avec un flot de voiture est généralement utilisée pour expliquer la différence entre les concepts eulérien et lagrangien. La moyenne temporelle lagrangienne consiste à étudier la vitesse moyenne d'un véhicule sur un intervalle de temps. La moyenne temporelle eulérienne consiste à étudier la vitesse moyenne des véhicules en un point sur un intervalle de temps. Enfin la moyenne spatiale eulérienne consiste à étudier la vitesse moyenne des véhicules sur un intervalle de l'espace.

Afin de ne pas alourdir ce paragraphe, nous ne détaillerons pas plus ces opérateurs. On pourra se référer à tout ouvrage de mécanique des milieux continus pour plus d'informations [Duvaut, 1990], [Coirier, 2001]. Nous détaillons seulement leurs applications plus particulièrement à l'étude des écoulements diphasiques.

La moyenne lagrangienne est directement liée à l'approche lagrangienne de la mécanique par l'utilisation de la coordonnée des particules  $X$  au lieu de la coordonnée spatiale  $x$  de la description eulérienne. Cette méthode reste rarement utilisée en diphasique pour ses difficultés à traiter les phénomènes de diffusion et de changement de phase. Toutefois du fait d'une description plus rigoureuse de la dynamique de particule dans un milieu continu, elle est particulièrement bien adaptée à l'étude des écoulements à bulles dispersées, ou de l'étude par l'équation de Rayleigh-Plesset de la croissance d'une bulle [Carrier, 1958], [Zuber, 1964].

On trouve plus communément l'approche eulérienne dans l'étude des écoulements diphasiques, car elle permet d'obtenir des informations pertinentes pour les problèmes d'ingénierie telles que les coefficients de traînée et de portance, le flux de chaleur, sur une géométrie quelconque. En suivant la méthode eulérienne, les deux types de moyenne, temporelle et spatiale ont été largement utilisés en faisant l'hypothèse que le mélange diphasique était quasi-continu.

La moyenne spatiale a été principalement utilisée dans le domaine du génie nucléaire. Elle a permis le développement de code 1D d'analyse de sûreté des réacteurs nucléaires en moyennant les équations sur la section d'une conduite [Lemonnier, 2002]. On pourra trouver une étude plus générale de cette approche dans [Bird et al., 1960], [Delhaye, 1968].

De manière similaire à l'utilisation très courante de l'approche RANS pour les écoulements monophasiques turbulents, la moyenne temporelle est très utilisée pour les écoulements diphasiques particulièrement s'ils sont turbulents. En effet les phénomènes de transport étant fortement dépendant des fluctuations locales des variables, il est plus facile dans ce cas de lier

les lois d'état et de comportement nécessaires à la fermeture du problème avec des mesures expérimentales [Ishii, 1975]. On pourra se référer aux travaux de [Panton, 1968] et de [Vernier et Delhaye, 1968] pour cette approche.

On pourra trouver une étude plus complète sur les différents systèmes d'équation obtenus selon l'opérateur de moyenne utilisé dans [Ishii, 1975] ou encore [Vernier et Delhaye, 1968].

#### IV. A/ Les équations locales moyennées dans le temps

En régime turbulent monophasique, on utilise l'approche moyennée (RANS) qui traite statistiquement les équations de Navier-Stokes instantanées. Pour un écoulement stationnaire, la moyenne d'ensemble des équations (moyenne obtenue sur un grand nombre de réalisations) peut être remplacée par une moyenne temporelle (hypothèse d'ergodicité).

Le problème se pose à l'identique pour traiter les équations locales instantanées diphasiques.

En effet la localisation de l'interface n'étant pas connue dans le temps et dans l'espace, les équations instantanées présentées au paragraphe III ne peuvent être résolues. De façon analogue à un écoulement monophasique turbulent, on moyenne donc les équations en décomposant chaque variable en une partie moyenne et une partie fluctuante.

L'opérateur de moyenne temporelle des équations instantanées fait apparaître le taux de présence  $\alpha$ , défini par,

$$\alpha = \frac{T_k}{T}$$

qui représente le temps  $T_k$  de présence de la phase  $k$ , par rapport à une durée  $T$ .

Après discrétisation spatiale du domaine de calcul, le taux de présence devient moyenné sur chaque maille et il s'exprime alors comme la fraction volumique,

$$\alpha = \frac{V_k}{V}$$

où  $V_k$  est le volume de la phase  $k$  dans une maille de volume  $V$ .

On présentera les deux approches de base utilisées dans l'étude des écoulements diphasiques :

- Le modèle bi-fluide qui comprend le système des équations de Navier-Stokes moyennées pour chaque phase.
- Le modèle mono-fluide qui représente les équations de Navier-Stokes moyennées écrites pour un mélange.

Le modèle bi-fluide a pour avantage de pouvoir mettre en évidence les termes de transfert de masse, de quantité de mouvement et d'énergie entre les phases. Il peut donc plus aisément représenter les déséquilibres entre les phases (déséquilibre de la pression, de la vitesse, de la température). Il contient par contre beaucoup de termes à modéliser, qui sont en général fonction du type d'écoulement diphasique (à bulles, bouchons, poches...).

Le modèle mono-fluide traite un fluide mélange. Bien que d'une manière moins explicite que pour le modèle bi-fluide, il est possible de représenter les déséquilibres entre les phases par des lois d'état caractérisant ces déséquilibres. On pourra par exemple calculer deux températures  $T_L$  (phase liquide) et  $T_V$  (phase vapeur) en utilisant des lois thermiques (de type  $T_k = f(\rho_k, \epsilon_k)$ ) différentes pour chaque phase, à partir d'une énergie de mélange.

Le système d'équations diphasiques est présenté dans le cas d'un écoulement laminaire. En ce qui concerne la modélisation de la turbulence, en raison des grandes difficultés dues

notamment à l'interaction turbulence/interfaces, il est utilisé généralement pour les écoulements diphasiques réactifs, comme en RANS monophasique, l'approximation de Boussinesq [Alajbegovic et al., 2001] [Mimouni et al., 2006]. Toutefois, on pourra se référer à [Sagaut, 2003] ainsi que [Toutant, 2006] pour des applications de la Simulation des Grandes Echelles (LES en anglais) à des écoulements diphasiques. Il semble important de rappeler les difficultés de mise en œuvre de cette approche déjà en monophasique, très coûteuse en temps de calcul et utilisée à l'heure actuelle que dans des géométries simplifiées.

#### IV. B/ Le modèle bi-fluide

Il s'agit d'écrire les équations de Navier-Stokes pour les phases en présence. On prendra le cas de deux phases,  $k$  étant l'indice de phase,  $k=1, 2$ . On obtient les six équations de conservation suivantes :

$$\frac{\partial \alpha_k \rho_k}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha_k \rho_k \mathbf{u}_k) = \Gamma_k$$

$$\frac{\partial \alpha_k \rho_k \mathbf{u}_k}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha_k \rho_k \mathbf{u}_k \otimes \mathbf{u}_k) = -\nabla (\alpha_k p_k) + \nabla \cdot (\alpha_k \bar{\boldsymbol{\tau}}_k) + \alpha_k \rho_k \mathbf{F}_k + \mathbf{M}_k$$

$$\frac{\partial \alpha_k \rho_k E_k}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha_k \rho_k E_k \mathbf{u}_k) = -\nabla \cdot [\alpha_k \mathbf{q}_k] - \nabla \cdot [p \mathbf{u}_k] + \nabla \cdot [\bar{\boldsymbol{\tau}}_k \cdot \mathbf{u}_k] + \alpha_k \rho_k \mathbf{F}_k \cdot \mathbf{u}_k + Q_k$$

$E = e + \frac{1}{2} u^2$  est l'énergie totale massique.

$\Gamma_k$ ,  $\mathbf{M}_k$ ,  $Q_k$  sont les termes sources relatifs aux transferts de masse, de quantité de mouvement et d'énergie entre les phases. Ils représentent les effets interfaciaux et doivent être modélisés.

$$\mathbf{M}_k = \mathbf{M}_k^\Gamma + p_{kl} \nabla \alpha_k + \mathbf{F}_k^d$$

Le terme  $\mathbf{M}_k^\Gamma$  représente le transfert de quantité de mouvement dû au transfert de masse.

$\mathbf{F}_k^d$  correspond à la force de frottement interfaciale s'exerçant sur la phase  $k$ .  $p_{kl}$  est la pression dans la phase  $k$  à l'interface.

$$Q_k = H_k^\Gamma - p_{kl} \frac{\partial \alpha_k}{\partial t} + \mathbf{F}_k^d \cdot \mathbf{u}_{kl} + Q_{kl}$$

$H_k^\Gamma = L \Gamma_k$  représente le transfert d'énergie dû au transfert de masse, où  $L$  est la chaleur latente de changement de phase.  $Q_{kl}$  correspond au transfert de chaleur interfacial.  $\mathbf{u}_{kl}$  est le vecteur vitesse dans la phase  $k$  à l'interface.

De plus

$$\sum_{k=1}^2 \mathbf{M}_k = \mathbf{M}_m = 0$$

$$\sum_{k=1}^2 Q_k = Q_m = 0$$

Il faut noter que ces deux termes, bien que généralement pris égaux à zéro, ne le sont pas forcément. En effet due à la variation de la courbure de l'interface, la quantité de mouvement et l'énergie fournies par une phase ne sont pas égales à celles reçues par l'autre.

#### IV. C/ Le modèle mono-fluide

Ce modèle, appelé aussi approche homogène des écoulements diphasiques, consiste à écrire les équations de Navier-Stokes moyennées pour un fluide "mélange". Les échanges et les déséquilibres entre phases ne sont alors plus directement modélisés, mais il est possible de les représenter dans la fermeture du système. En effet l'utilisation de lois d'état différentes pour chaque phase entraînera un décalage des grandeurs physiques des phases.

Une grandeur physique de mélange est définie par une pondération par le taux de vide entre les valeurs de cette grandeur pour chaque phase. Pour la pondération des grandeurs extensives, on utilisera la masse volumique.

$$\rho_m = \alpha \rho_v + (1-\alpha)\rho_L$$
$$e_m = \frac{1}{\rho_m}(\alpha \rho_v e_v + (1-\alpha)\rho_L e_L)$$

Les équations de conservation sont les suivantes pour un fluide homogène, en supposant que les deux phases ont une vitesse identique (on néglige le terme de traîné entre les phases) :

$$\frac{\partial \rho_m}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_m \mathbf{u}_m) = 0$$
$$\frac{\partial \rho_m \mathbf{u}_m}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_m \mathbf{u}_m \otimes \mathbf{u}_m) = -\nabla(p_m) + \nabla \cdot (\bar{\boldsymbol{\tau}}_m) + \rho_m \mathbf{F}_m$$
$$\frac{\partial \rho_m E_m}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_m E_m \mathbf{u}_m) = -\nabla \cdot [\mathbf{q}_m] - \nabla \cdot [p \mathbf{u}_m] + \nabla \cdot [\bar{\boldsymbol{\tau}}_m \cdot \mathbf{u}_m] + \rho_m \mathbf{F}_m \cdot \mathbf{u}_m$$

On peut remarquer que l'énergie nécessaire au changement de phase, appelée chaleur latente, n'apparaît pas explicitement dans l'équation de conservation de l'énergie. En effet ce terme est implicite pour le mélange. L'énergie du mélange contient à la fois celle du liquide et celle de la vapeur. Lorsqu'il y a vaporisation, le liquide fournit la chaleur latente fois la masse vaporisée à la vapeur. Mais l'énergie du mélange n'a pas variée.

#### IV. D/ La fermeture du problème

Les modèles présentés précédemment peuvent représenter, à différents niveaux de complexité, un écoulement diphasique, avec changement de phase et déséquilibres entre les phases. Mais dans les deux cas, il est indispensable de fermer le système, cette fermeture étant fortement dépendante du type d'écoulement modélisé.

##### **Modélisation des termes sources**

Dans le cas où une ou plusieurs équations sont écrites pour une phase, des termes sources sont nécessaires pour représenter les transferts entre les phases. Sous certaines hypothèses, ces transferts sont négligeables. L'originalité de chaque modèle apparaît dans la modélisation de ces termes sources. Suivant la complexité du modèle, ils peuvent être dépendants de la topologie de l'interface si celle-ci est caractérisée, ainsi que des variables du système telles que la pression, la vitesse, la température, les temps caractéristiques de changement de phase...

### Loi d'état

La fermeture du système passe par le choix d'une loi d'état, pour chaque phase. Les types de loi utilisés dans la littérature seront détaillés au paragraphe V.

#### IV. E/ Prise en compte de la tension superficielle

Dans les paragraphes précédents, nous avons négligé les phénomènes de tension superficielle. Appelée aussi énergie d'interface ou énergie de surface, c'est une force qui apparaît à la surface de séparation entre deux milieux. Sur la figure 5, on peut voir une aiguille qui repose sur la surface d'un liquide, la tension superficielle s'opposant au poids de l'aiguille en équilibre.



Figure II. 5 : Illustration de la tension superficielle [Wick, 1999]

Dans le cas d'une bulle sphérique de rayon  $R$ , on peut démontrer que la tension de surface impose une différence de pression de part et d'autre de l'interface par la relation :

$$p_1 - p_2 = \frac{4\sigma}{R}$$

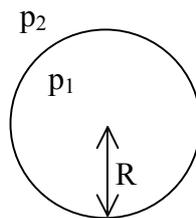


Figure II. 6 : Différence de pression pour une bulle sphérique

La pression à l'intérieur de la bulle est donc d'autant plus grande que le rayon est faible.

La formulation mathématique de cette force de surface n'est pas triviale comme nous allons le voir. En tenant compte des tensions de surface, la relation de saut de quantité de mouvement du paragraphe III. B, à l'interface s'écrit :

$$\dot{m}_1 \mathbf{u}_1 + \dot{m}_2 \mathbf{u}_2 - \mathbf{n}_1 \cdot \overline{\overline{T}}_1 - \mathbf{n}_2 \cdot \overline{\overline{T}}_2 = -\nabla_s \sigma + \mathbf{n} \sigma \nabla_s \cdot \mathbf{n}$$

$\nabla_s$  et  $\nabla_{s\cdot}$  sont respectivement les opérateurs de gradient et de divergence surfaciques, et  $\mathbf{n}$  la normale à la surface.

Lorsque l'opération de moyenne est effectuée il devient plus difficile de représenter ces termes. En effet ils sont tout d'abord uniquement circonscrits à la zone très proche de l'interface qu'il faut donc localiser. Mais il ne suffit pas de localiser l'interface, il faut aussi pouvoir la représenter, car sa courbure influence directement les tensions superficielles. Ainsi elles deviennent nulles lorsque l'interface est plane.

$$We = \frac{\rho U^2 L}{\sigma}$$

Fluide	Eau	R114	LH2
Température (Réf) (K)	293	293	22
Tension superficielle (N/m)	0.073	0.011	0.002
$U_{ref}$ (m/s)	10	15	200
Nombre de Weber	150	3000	$10^5$

Tableau II 1 : Nombre de Weber caractéristiques pour trois fluides

Par la suite dans notre étude nous négligerons les phénomènes de tension superficielle. Les variations de pressions dues à la dynamique de l'écoulement sont beaucoup plus importantes, comme nous le montre le nombre de Weber (nous avons pris comme longueur de référence de la taille des structures diphasiques 0.1 mm).

#### IV. F/ Le modèle de diffusion

Nous présentons dans ce paragraphe le modèle de diffusion [Ishii, 1975] qui est fondé sur l'approche mono-fluide présenté au paragraphe IV. C/. Il est à la base de l'approche dite "transport de taux de vide", couramment utilisée en cavitation comme nous le verrons au chapitre III. Ce modèle consiste à résoudre les trois équations de conservation pour le mélange, plus une équation de conservation de la masse pour une phase. Par sa formulation, il se place donc en intermédiaire entre l'approche complètement mono-fluide et l'approche bi-fluide. Ainsi le transfert de masse est directement modélisé et les échanges de quantité de mouvement et d'énergie sont obtenus par des lois constitutives [Ishii, 1975]. Il permet avec un nombre réduit d'équations d'obtenir des informations à partir des propriétés du mélange. Dans sa forme la plus générale, en prenant en compte les tensions superficielles, la différence de vitesse entre les deux phases, le transfert de masse, il contient vingt-sept variables, et donc autant d'équations.

La forme du système des équations de conservations à résoudre est :

$$\frac{\partial \rho_m}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_m \mathbf{u}_m) = 0$$

$$\frac{\partial \alpha_1 \rho_1}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha_1 \rho_1 \mathbf{u}_1) = \Gamma_1 - \nabla \cdot (\alpha_1 \rho_1 \mathbf{u}_{1m})$$

$$\frac{\partial \rho_m \mathbf{u}_m}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_m \mathbf{u}_m \otimes \mathbf{u}_m) = -\nabla (p_m) + \nabla \cdot (\bar{\bar{\tau}}_m - \sum_k \alpha_k \rho_k \mathbf{u}_{km} \otimes \mathbf{u}_{km}) + \rho_m \mathbf{F}_m + \mathbf{M}_m$$

$$\frac{\partial \rho_m E_m}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_m E_m \mathbf{u}_m) = -\nabla \cdot [\mathbf{q}_m] - \nabla \cdot [p \mathbf{u}_m] + \Phi_m^\mu + \Phi_m^E + \Phi_m^\sigma + \rho_m \mathbf{F}_m \cdot \mathbf{u}_m - \nabla \cdot \left[ \sum_k \alpha_k \rho_k E_k \mathbf{u}_{km} \right]$$

Dans ce système d'équation apparaît la *vitesse de diffusion* qui est donnée par la relation :

$$\mathbf{u}_{km} = \frac{\rho_k \mathbf{u}_k}{\rho_m} - \mathbf{u}_m$$

Dans l'équation de conservation de quantité de mouvement, le dernier terme à droite représente les effets de tension de surface et doit être modélisé. Dans l'équation de conservation de l'énergie, on retrouve le travail des forces visqueuses :

$$\Phi_m^\mu = \nabla \cdot \left[ \sum_k \alpha_k \overline{\boldsymbol{\tau}_k} \cdot \mathbf{u}_k \right]$$

ainsi que la variation d'énergie due au changement de phase et aux efforts de traînée entre les phases :

$$\Phi_m^E = \sum_k \left[ \Gamma_k \frac{\mathbf{u}_k^2}{2} + (\alpha_k \nabla p_k - \mathbf{M}_k^d) \cdot \mathbf{u}_{km} \right]$$

Le terme  $\Phi_m^\sigma$  est relatif au travail des tensions de surface.

A ces quatre équations de conservation s'ajoutent donc vingt-trois lois constitutives fermant le problème représentant l'état thermodynamique de chaque phase (lois d'état), les lois thermiques, l'axiome de continuité ( $\alpha_1 = 1 - \alpha_2$ ), le transfert de masse, le travail des efforts mécaniques entre les phases dans l'équation de l'énergie, les lois de comportements modélisant le tenseur des contraintes...

Bien entendu c'est sous une forme simplifiée que ce modèle est utilisé. En écrivant les équations sous forme adimensionnelle, des nombres sans dimension (Reynolds, Froude, Peclet, Eckert...) permettent selon le phénomène représenté de diminuer le nombre de variables. On pourra par exemple supprimer les termes de changement de phase, ou dans un autre cas négliger les tensions superficielles, ou encore supprimer les effets dus à la différence de vitesse entre les deux phases...

#### IV. G/ Modèle multiphase à sept équations

Ce modèle est basé sur le modèle à sept équations de type Baer-Nunziato [Baer et Nunziato, 1986], qui utilise l'équation de transport de la fraction volumique  $\alpha_1$  pour fermer le modèle bi-fluide à six équations [Saurel et Abgrall, 1999]. Il a été initialement proposé sans transfert de masse. Les travaux de thèse de Le Métayer [Le Métayer, 2003] ont consisté à introduire par la suite un terme de changement de phase. Il permet de résoudre des problèmes complexes comme les écoulements à trois vitesses.

Le système de sept équations de Baer-Nunziato sans changement de phase s'écrit :

Conservation de la masse (2 équations) :

$$\frac{\partial \alpha_k \rho_k}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha_k \rho_k \mathbf{u}_k) = 0$$

Conservation de la quantité de mouvement (2 équations) :

$$\frac{\partial \alpha_k \rho_k \mathbf{u}_k}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha_k \rho_k \mathbf{u}_k \otimes \mathbf{u}_k) = -\nabla (\alpha_k p_k) + \nabla \cdot (\alpha_k \overline{\boldsymbol{\tau}_k}) + \alpha_k \rho_k \mathbf{F}_k + \mathbf{F}_k^d + p_l \nabla \alpha_k$$

Conservation de l'énergie (2 équations) :

$$\frac{\partial \alpha_k \rho_k E_k}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha_k \rho_k E_k \mathbf{u}_k)$$

$$= -\nabla \cdot [\alpha_k \mathbf{q}_k] - \nabla \cdot [p_k \mathbf{u}_k] + \nabla \cdot [\bar{\boldsymbol{\tau}}_k \cdot \mathbf{u}_k] + p_I \mathbf{u}_I \cdot \nabla \alpha_k + \mu p_I (p_k - p_{k'}) + \alpha_k \rho_k \mathbf{F}_k \cdot \mathbf{u}_k + \mathbf{F}_k^d \cdot \mathbf{u}_I + Q_{kl}$$

Equation sur la fraction volumique (1) :

$$\frac{\partial \alpha_1}{\partial t} + \mathbf{u}_I \cdot \nabla \alpha_1 = -\mu (p_1 - p_2)$$

$k=1,2$  est l'indice de phase. L'indice I représente l'interface. Les six équations de conservations sont celles présentées au paragraphe IV. B/ avec les mêmes notations. Le terme  $\mu(p_1 - p_2)$  qui représente la production de fraction volumique  $\alpha_1$ , est égal à la différence des pressions phasiques multiplié par un coefficient  $\mu$  qui contrôle la vitesse à laquelle les deux phases atteignent l'équilibre des pressions. Cette expression entraîne des termes  $\mu p_I (p_k - p_{k'})$  dus au travail de la pression interfaciale dans les équations de conservation de l'énergie. Pour fermer le système, le modèle original propose de représenter la pression de l'interface  $p_I$  par la pression de la phase la plus compressible, et la vitesse de l'interface  $\mathbf{u}_I$  par la vitesse de la phase la moins compressible. Par la suite, [Saurel et Abgrall, 1999] modélise la pression d'interface par une pression de mélange :

$$p_I = \sum_{k=1}^2 \alpha_k p_k$$

L'étude réalisée par Le Métayer consiste, après résolution d'un problème de Riemannn inerte i.e. sans changement de phase, à prendre en compte un terme de transfert de masse par les relations de Rankine-Hugoniot à travers le front. Différents modèles sont proposés. Le plus complexe traite trois vitesses, une pour chaque phase, plus celle du front. Plus de détails sur ce modèle sont disponibles dans les références [Saurel et Abgrall, 1999] [Saurel et Le Métayer, 2001] [Le Métayer, 2003] [Abgrall et Saurel, 2003] [Murrone, 2003].

Ces modèles ont été utilisés et validés sur des écoulements en tubes à choc, 1D, non visqueux (figure 7). Des applications à des écoulements cavitants ayant été réalisées, nous présenterons plus en détail le système d'équations résolues ainsi que sa fermeture dans le chapitre III dédié à la modélisation de la cavitation.

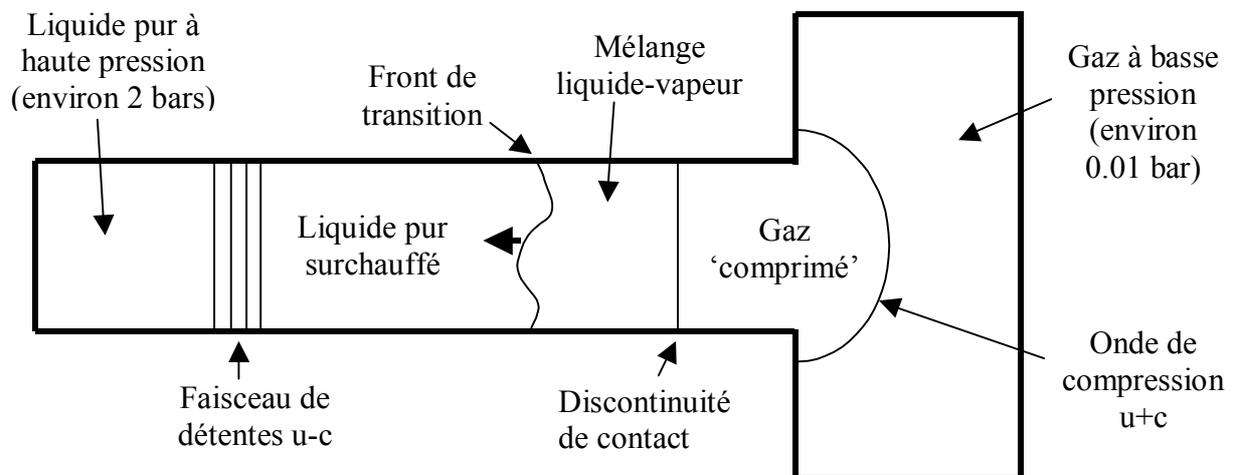
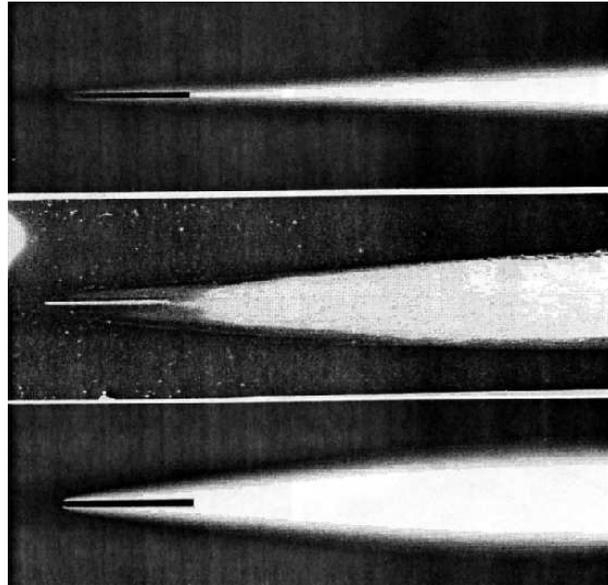


Figure II 7 : Connexion d'un liquide avec une chambre basse pression d'après [Le Métayer, 2003]

Nous présentons deux applications de ces modèles pour des phénomènes de cavitation. Le cas de la supercavitation autour d'un projectile à grande vitesse (figure 8) et celui d'un injecteur Diesel (figure 9).

Sur la figure 8, sont comparés le taux de vide pour les deux calculs (inerte et réactif) aux mesures expérimentales réalisées par [Schaffar et al., 2003]. Les zones blanches représentent un taux de vide élevé.



*Figure II 8 : Simulation d'un écoulement cavitant à grande vitesse autour d'un projectile, modèle inerte (haut), réactif (bas) et expérience (milieu), [Le Métayer, 2003]*

La figure 9 montre des résultats obtenus sur une géométrie d'injecteur diesel [Le Métayer et al., 2004]. Ces calculs instationnaires, réalisés avec du dodécane présentent des fronts de changement de phase au niveau des discontinuités initiales. De la vapeur est initialement créée puis convectée vers la chambre de combustion.

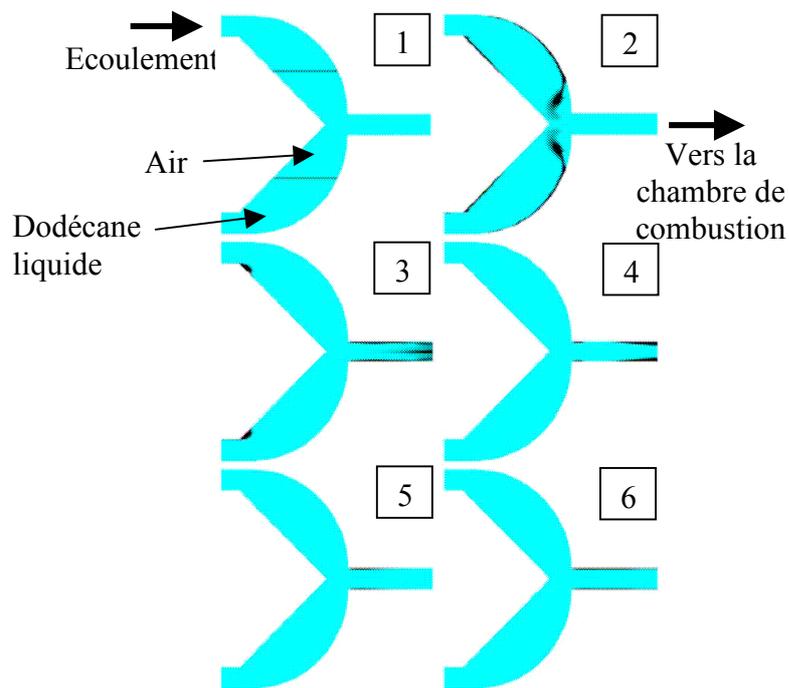


Figure II 9 : Evolution temporelle du taux de vide (noir) dans un injecteur Diesel, écoulement réactif [Le Métayer et al., 2005]

Lorsque les calculs sont dits inertes, cela signifie qu'il n'y a pas de termes de transfert de masse dans les équations de continuité de chaque phase. Le taux de vide que l'on aperçoit est dû à la dilatation de la phase vapeur, qui est toujours présente dans le calcul sous forme dissoute, dans les zones de basse pression. Les calculs sont instationnaires, compressibles, non-visqueux.

#### V/ Les équations d'état

En thermodynamique, deux variables d'état suffisent à représenter l'état thermodynamique d'un fluide, parmi les cinq suivantes :

- Energie interne
- Entropie
- Volume massique (inverse de la masse volumique)
- Pression
- Température

La loi d'état permet de relier entre elles trois de ces variables. Les principales relations existantes dans la littérature sont :

- Fluide incompressible
- Gaz parfait
- Van der Waals
- De type Mie-Grüneisen
- Gaz raide ou Stiffened gas ou loi de Tammann

- Loi de Tait

Nous présentons dans ce paragraphe ces lois mathématiques en montrant quelles hypothèses sont nécessaires pour leur application.

### V. A/ Fluide incompressible/indilatable

Cette hypothèse conduit à une loi d'état très simplifiée :

$$\rho = \rho_0$$

et  $C_p = C_v = C$  qui sont respectivement la capacité calorifique massique à pression constante et la capacité calorifique massique à volume constant. Cette égalité conduit à la relation suivante entre l'énergie interne et la température :

$$de = CdT$$

Cette hypothèse a pour conséquence de découpler les équations de conservation de masse et de quantité de mouvement avec l'équation de conservation de l'énergie. En effet la température n'apparaît plus dans les deux premières, elle n'a alors plus d'influence sur les autres grandeurs physiques.

Il est possible dans le cas d'un écoulement faiblement compressible de prendre en compte la compressibilité d'un fluide par la relation :

$$\Delta p = c^2 \Delta \rho$$

Cette formulation simple reste proche de la loi de Tait pour la gamme de pression de l'ordre du bar [Knapp et al., 1970].

Loi de Tait :  $\frac{\rho}{\rho_{ref}} = n \sqrt{\frac{p + p_0}{p_{ref} + p_0}}$  où  $\rho_{ref}$  et  $p_{ref}$  sont une masse volumique et une pression de

référence. Dans le cas de l'eau,  $p_0 = 3 \cdot 10^8$  et  $n = 7$  [Knapp et al., 1970].

C'est cette formulation qu'utilisent [Venkateswaran et al., 2002] ou [Pouffary, 2003] pour prendre en compte la compressibilité dans les phases pures, pour la modélisation de la cavitation. La vitesse du son 'c' est une donnée pour chacune des phases.

### V. B/ Gaz parfait

Cette loi d'état permet de modéliser un grand nombre de gaz avec une bonne approximation. Elle est largement utilisée en aérodynamique.

$$pV = nRT$$

avec  $R=8.314 \text{ J/(K.kg)}$

Elle s'écrit aussi sous la forme:

$$p = \rho rT$$

où dans le cas de l'air,  $r=R/M=c_p-c_v=287 \text{ USI}$

Une simplification de la loi de type Mie-Grüneisen présentée au paragraphe V. E/ conduit aussi à la formulation équivalente suivante :

$$p(\rho, e) = (\gamma - 1) \rho e$$

où  $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$  est le rapport des chaleurs spécifiques.

Avec la loi de Joule :  $\Delta e = c_v \Delta T$  où  $C_v$  est constant.

En variables conservatives, on a :

$$p = (\gamma - 1) \left[ \rho E - \frac{(\rho u)^2}{2\rho} \right]$$

Les deux paramètres servant à caler cette loi sont en général  $\gamma$  et  $c_p$ .

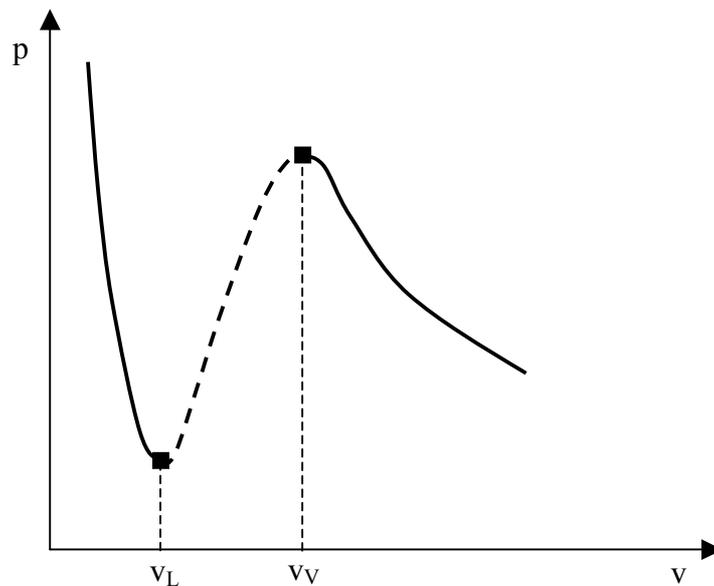
Il existe également la loi des gaz semi parfaits, qui définit  $C_p$  et  $C_v$  non plus comme des constantes, mais à l'aide de lois polynomiales, en fonction de la température.

### V. C/ L'équation de van der Waals

Elle a été proposée en 1873. Elle contient deux constantes  $a$  et  $b$  calées sur le comportement du fluide au point critique. Elle représente l'une des premières lois d'état pour les gaz réels. Afin d'améliorer la loi des gaz parfaits, elle prend en compte les forces d'attraction intermoléculaires ainsi que le volume occupé par les molécules.

$$\left( p + \frac{a}{v^2} \right) (v - b) = rT$$

où  $v$  est le volumique massique,  $r$  la constante universelle des gaz parfait divisée par la masse molaire et  $a$  et  $b$  deux paramètres caractérisant le fluide considéré.



*Figure II. 10 : Zone de stabilité thermodynamique d'un fluide de van der Waals [Jamet, 2003]*

Elle est valable en phase liquide, en phase vapeur, mais pas dans la zone de transition où elle est instable thermodynamiquement comme le montre la figure 10  $\left( \frac{\partial p}{\partial v} > 0 \right)$ .

#### V. D/ Loi des gaz raides, ou stiffened gas

$$p(\rho, e) = (\gamma - 1)\rho(e - q) - \mathcal{P}_\infty$$

La loi est détaillée dans [Harlow et Amsden, 1971] [Le Métayer, 2003]. Elle est valable pour un grand nombre de fluides, et est même parfois utilisée pour des solides. Elle est calée pour chaque fluide par les constantes  $\gamma$  et  $p_\infty$  ( $q=0$ ). En présence de changement de phase, le paramètre  $q$  est non nul, et est appelé “énergie de formation”.

Le terme  $(\gamma - 1)\rho(e - q)$  représente l’effet répulsif intermoléculaire. Le terme  $-\mathcal{P}_\infty$  représente l’attraction moléculaire, responsable de la cohésion des liquides ou des solides. Ce terme est nul pour la loi d’état des gaz parfaits.

Il faut tout de même souligner le fait que la capacité calorifique est prise constante dans l’approximation des gaz raides [Le Métayer, 2003]. De la même manière que pour la loi des gaz parfaits, une loi des gaz semi-raides permet de définir  $C_v$  et  $C_p$  par des lois polynomiales, en fonction de la température.

#### V. E/ Loi de type Mie-Grüneisen

La loi est détaillée dans [Shyue, 2001] et s’écrit :

$$p(\rho, e) = p_\infty(\rho) + \Gamma(\rho)\rho[e - e_{ref}(\rho)]$$

où  $\Gamma = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial e} \Big|_\rho$  est le coefficient de Grüneisen et  $p_\infty(\rho)$  est donné en fonction du fluide.

A partir de la loi de Mie-Grüneisen, en supposant les variations de masse volumique faibles, on obtient la loi d’état des gaz raides. Pour des évolutions isentropiques, cela devient la loi de Tait. Autre cas particulier : si  $p_\infty$  est nul, alors on obtient la loi des gaz parfaits (sans faire l’hypothèse d’isentropie) [Kuszla, 1999].

#### V. F/ L’équation de Benedict-Webb-Rubin

Pour s’approcher le plus possible de la représentation des gaz réels, il existe des lois d’état de forme encore plus complexe comme l’équation de Redlich-Kwong-Soave ou aussi l’équation de Benedict-Webb-Rubin [Benedict et al., 1940].

La loi de Benedict-Webb-Rubin s’écrit :

$$p = RTd + d^2(RT(B + bd) - (A + ad - a\alpha d^4)) - \frac{1}{T^2}(C - cd(1 + \gamma d^2)\exp(-\gamma d^2))$$

Avec,  $p$  la pression,  $R$  la constante des gaz parfaits,  $T$  la température,  $d$  la densité molaire, et  $a, b, c, A, B, C, \alpha, \gamma$  des paramètres empiriques. Cette loi est par exemple utilisée pour représenter les réfrigérants. Elle sert à caractériser l’hydrogène dans la formulation “condensable fluid” dans le code Fine<sup>TM</sup>/Turbo.

#### V. G/ Interpolation de tables thermodynamiques

Enfin dans le cas de certains fluides aux propriétés thermodynamiques complexes, il est possible d’établir des lois d’état basées sur l’interpolation des tables thermodynamiques. C’est le cas de la formulation “condensable fluid” disponible dans le code Fine<sup>TM</sup>/Turbo. Elle peut

être utile dans le cas d'un fluide monophasique trop complexe pour être traité de manière correcte par les approximations classiques de gaz parfait, gaz raide, fluide incompressible... Cette formulation s'avère aussi avantageuse dans les cas proches des conditions de saturation.

Nous présentons dans le paragraphe suivant une approche parallèle aux méthodes moyennées : les méthodes de résolution directe des écoulements diphasiques. Dans un certain nombre d'exemples d'écoulements diphasiques, l'approche moyennée est limitée. En effet dans les cas où l'interface joue un rôle prépondérant dans la dynamique de l'écoulement (houle, écoulement stratifié, comportement d'une bulle...) les méthodes moyennées sont insuffisantes : si elles sont employées avec des schémas numériques d'ordre insuffisant, la discontinuité d'interface est diffusée. Si l'ordre est trop élevé, des problèmes d'oscillations numériques autour de l'interface apparaissent.

## VI/ Les méthodes de résolution directe

Dans le cas où l'on souhaite résoudre toutes les échelles spatiales et temporelles des écoulements diphasiques, les méthodes dites de résolutions directes sont préférées aux méthodes moyennées. Ce sont des méthodes qui tout en résolvant les équations de Navier-Stokes, reconstruisent les interfaces et décrivent leur propagation.

Il existe différents moyens de représenter l'évolution spatio-temporelle d'une interface :

- Front tracking (Lagrangien)
- Level set (Eulérien)
- Volume Of Fluid (Eulérien)
- Interfaces diffuses

Cette présentation n'a pas la prétention d'être exhaustive mais juste d'exposer les principales méthodes d'étude des interfaces. Il faut aussi noter que le changement de phase est un phénomène difficile à prendre en compte dans ces méthodes, car il fait alors apparaître plusieurs vitesses au niveau de l'interface (vitesses des phases plus vitesse de l'interface).

On peut remarquer aussi que les appellations de suivi d'interface et de capture d'interface sont parfois confondus. Les méthodes de suivi d'interface considèrent cette topologie comme des entités géométriques de l'écoulement et cherchent à la décrire explicitement par des courbes (VOF, MAC, Level Set) ou par le maillage (Front tracking lagrangien). Les méthodes dites de capture d'interface [Saurel et Le Métayer, 2001] s'apparentent plus aux méthodes de capture de chocs et de discontinuités de contact en dynamique des gaz.

On pourra aussi utiliser les définitions suivantes pour différencier les méthodes de suivi d'interface et de capture d'interface : les premières méthodes suivent le mouvement de l'interface ; la répartition des phases dans l'espace est alors déduite. Dans les méthodes de capture d'interface, à partir de la position des phases, on déduit celle de l'interface [Appert, 1994].

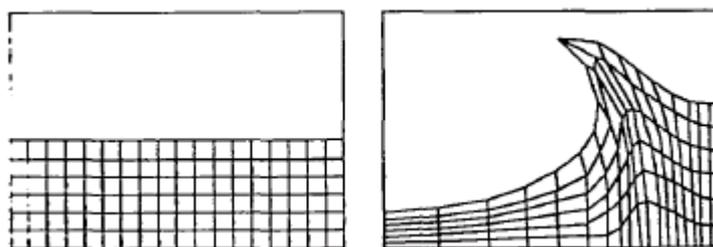
### VI. A/ Les approches lagrangiennes ou semi-lagrangiennes

Nous présentons initialement les méthodes dites lagrangiennes ou semi-lagrangienne. Ces dernières sont aussi appelées ALE pour *Arbitrary Lagrangian-Eulerian*.

### VI. A. 1/ Front tracking “lagrangien”

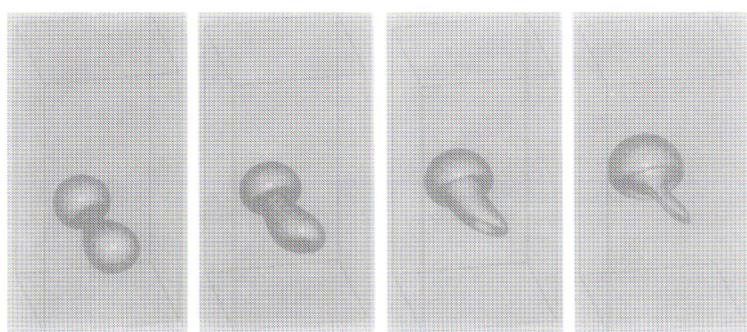
(Méthode lagrangienne ou semi-lagrangienne)

Ce type de modèles utilise un maillage mobile, qui se déforme selon l’interface, à chaque itération. Ils sont peu utilisés pour des mélanges diphasiques car des problèmes de reconstruction de maillage apparaissent lorsque les interfaces se rencontrent. Il est très difficile de gérer le fractionnement et le fusionnement des bulles par exemple, ainsi que les grosses déformation de l’interface. Par contre il est beaucoup plus adapté aux modélisations des écoulements à surface libre comme de la houle par exemple. La figure 11 montre un exemple d’un calcul d’une vague créée par le ballottement dans un réservoir. La frontière du maillage représente la surface libre. On perçoit immédiatement les problèmes qui apparaissent si l’interface est trop déformée, ou si plusieurs structures diphasiques se présentent.



*Figure II 11 : Déformation d’un maillage lagrangien représentant la vague créée par le ballottement dans un réservoir. [Harlow et Amsden, 1971]*

Sur la figure 12, nous montrons les avantages des méthodes semi-lagrangiennes par rapport aux précédentes. La figure présente un calcul de coalescence de deux bulles. Ces méthodes utilisent un maillage fixe sur lequel sont résolues les équations de la mécanique des fluides, plus un maillage mobile représentant l’interface. Le fractionnement ou la fusion de plusieurs structures est ici rendu possible grâce à des traitements spécifiques au maillage mobile, notamment à la possibilité de créer ou de détruire des nœuds.

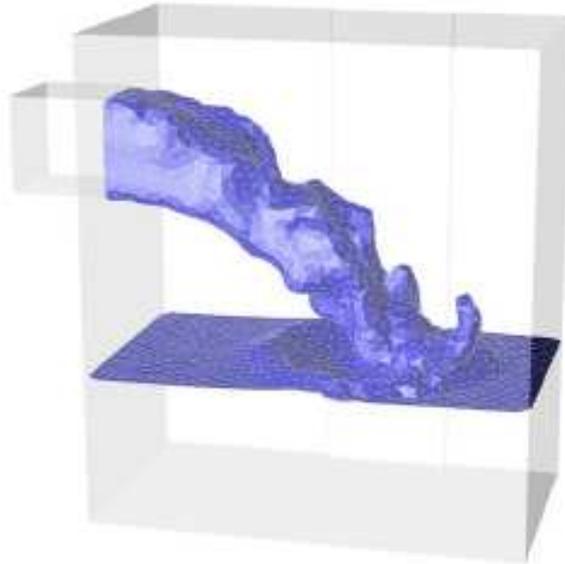


*Figure II 12 : Coalescence de deux bulles [Unverdi et Tryggvason, 1992]*

### VI. A. 2/ Modèle mixte front-tracking/VOF

Nous présentons des travaux réalisés avec le code Trio-U, logiciel développé au LMDL (CEA Grenoble) pour des applications principalement liées au domaine du nucléaire [Mathieu,

2004]. Cette méthode mixte utilise les avantages de chacune des méthodes front-tracking, VOF et Level-set, que nous présentons par la suite dans les méthodes eulériennes. La subtilité de ce modèle réside dans son utilisation des méthodes VOF et Level-set pour améliorer l'algorithme de reconstruction de l'interface de la méthode front-tracking.

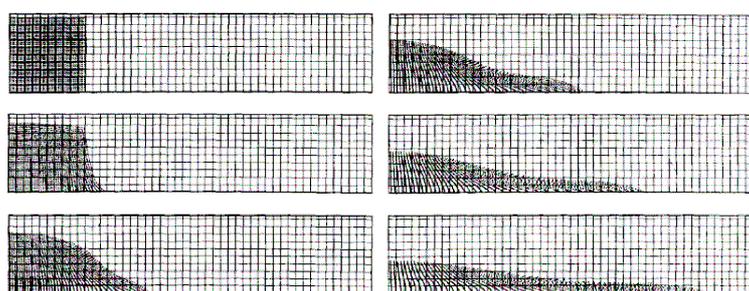


*Figure II 13 : Remplissage d'un réservoir [Mathieu, 2004]*

La figure 13 représente une simulation numérique d'un remplissage d'un réservoir.

#### VI. A. 3/ Méthode MAC (Marker And Cell)

Cette méthode consiste à ensemençer le domaine de calcul avec des marqueurs qui sont advectés de manière lagrangienne [Harlow, Welch, 1965]. Ils sont placés plus particulièrement dans les zones où se trouve l'interface, et ils sont régulièrement redistribués afin d'éviter un agglutinement dans les zones mortes de l'écoulement.



*Figure II 14 : Rupture d'une digue [Harlow, Welch, 1965]*

Sur la figure 14 on présente un écoulement correspondant à la rupture d'une digue. Les marqueurs correspondent à la phase liquide, sur un maillage fixe.

## VI. B/ Les approches eulériennes

Dans les approches eulériennes, il existe principalement les méthodes VOF et Level-set. Ces méthodes consistent à localiser les interfaces à l'aide d'une fonction caractéristique. Comme nous allons le voir par la suite, ces deux méthodes sont très similaires. La seule différence réside justement dans cette fonction caractéristique dont la variable principale représente :

- La distance à l'interface.
- La fraction de volume occupée par la phase caractéristique.

Avec les approches eulériennes, il n'existe plus qu'un seul maillage, fixe. Cela permet ainsi de simplifier l'algorithme du code, par rapport aux méthodes lagrangiennes.

### VI. B. 1/ Level-set

Cette méthode a été introduite initialement par [Dervieux et Thomasset, 1981]. Elle utilise la fonction  $F$  pour définir quelle phase est en présence dans une maille. Cette fonction est définie par :

$F=0$  à l'interface.

$F<0$  dans une phase.

$F>0$  dans l'autre phase.

Le signe de  $F$  détermine donc la phase présente localement, et l'iso-contour  $F=0$  localise l'interface. La valeur de  $F$  donne la distance à l'interface.

L'équation d'advection résolue est :

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla F = 0$$

Cette méthode est couramment utilisée dans les problèmes d'écoulements à surface libre. Elle reste par contre peu employée pour décrire des écoulements diphasiques dispersés. De plus, à notre connaissance, il n'existe pas de méthode level-set modélisant les écoulements diphasiques avec changements de phase (ce qui ferait apparaître une vitesse d'interface  $u_I$ ). A titre d'exemple nous présentons sur la figure 15 des résultats obtenus avec une récente formulation conservative de level-set [Olsson et al., 2007]. Il s'agit de l'oscillation d'une goutte de Cobalt liquide dans l'air. Initialement (a) le Cobalt est sous forme solide, rectangulaire (avec deux hémisphères). Pour ce phénomène, les tensions de surface jouent un rôle prépondérant.

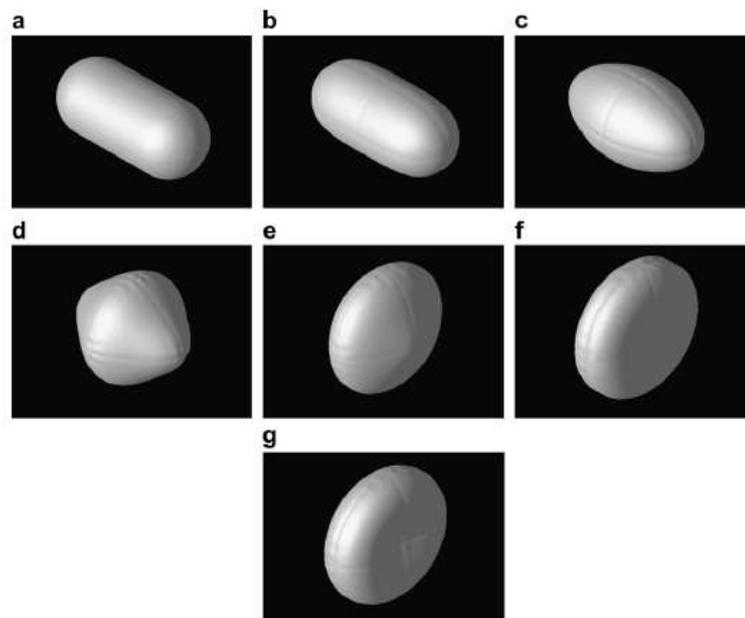


Figure II 15 : Oscillation d'une goutte de Cobalt liquide dans l'air,  
a : t=0 à g : t=0.6 [Olsson et al., 2007]

## VI. B. 2/ Volume Of Fluid

Le modèle VOF a été originellement proposé par [Hirt et Nichols, 1979]. Cette appellation a parfois été abusivement utilisée pour des modèles de type “transport de taux de vide” en cavitation. On pourra se référer à [Sauer et Schnerr, 2000b] où la séparation entre les deux notions est clairement expliquée.

Cette méthode introduit la fonction  $F$  qui prend des valeurs comprises entre 0 et 1 pour une maille traversée par l'interface. Comme pour les méthodes level-set, l'équation d'advection résolue est :

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla F = 0$$

A partir de cette localisation spatiale, l'interface doit alors être établie. Plusieurs méthodes existent pour la reconstruire.

La plus simple est la reconstruction par la méthode SLIC (Simple Line Interface Calculation), qui reconstitue l'interface par des segments de droite alignés sur le maillage [Noh et Woodward, 1976].

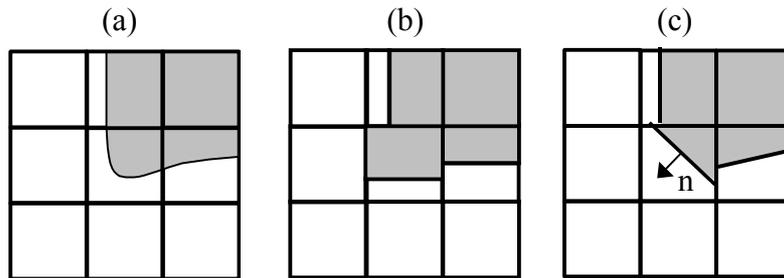


Figure II. 16 : Interface réelle (a), reconstruction SLIC (b), et reconstruction CIAM (c)

Une méthode plus complexe, appelée CIAM (Calcul d'Interface Affiné par Morceaux) ou PLIC (Piecewise Linear Interface Construction) reconstruit cette fois l'interface par des morceaux de droite qui ne sont plus alignés sur le maillage. Cette méthode calcule d'abord une approximation de la normale à l'interface. Il est nécessaire ensuite de lisser le résultat obtenu.

A partir de la méthode SLIC, Hirt [Hirt et Nichols, 1979] représente l'écoulement visqueux, en 2D, dû à la rupture d'une digue. Sur la figure 17 sont représentés les vecteurs vitesses et la surface libre, pour quatre temps successifs.

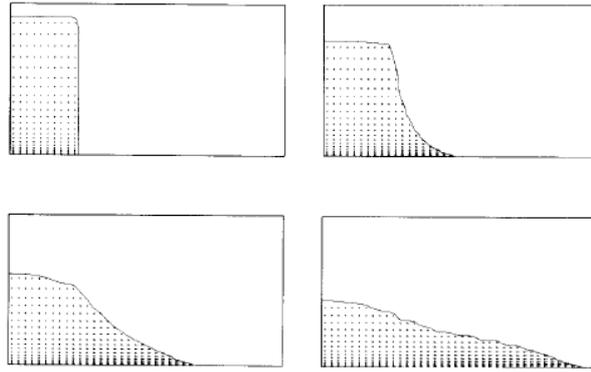


Figure II 17 : Vecteurs vitesse et représentation de la surface libre dans le cas d'une rupture de digue [Hirt et Nichols, 1979]

Le modèle VOF a été utilisé pour modéliser la cavitation dans les injecteurs Diesel [Marcer, 1998]. C'est à notre connaissance l'une des seules applications de modèle diphasique direct pour la cavitation.

### VI. B. 3/ Modèle à interfaces diffuses ou méthode du champ de phase

Cette méthode a été développée par [Jamet et al., 2001], [Jamet et al., 2004] dans le cadre de l'étude de l'ébullition nucléée. Elle est aussi appelée méthode du second gradient. Les méthodes à interfaces diffuses considèrent l'interface comme une zone volumique de transition caractérisée par un modèle thermodynamique. Ce modèle repose sur un paramètre d'ordre, grandeur caractéristique des phases en équilibre, le plus pertinent étant la masse volumique du fluide car elle subit un fort gradient à l'interface.

Ces méthodes résolvent ainsi un unique système d'équation pour tout le champ de calcul en évitant ainsi une étude fastidieuse du mouvement de l'interface.

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho \mathbf{u} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \otimes \mathbf{u}) = -\nabla p + \nabla \cdot \bar{\bar{\tau}} - \nabla \cdot (\lambda \nabla \rho \otimes \nabla \rho)$$

$$\rho c_v \left( \frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla T \right) = \nabla \cdot (k \nabla T) + \bar{\bar{\tau}} : \nabla \mathbf{u} - \rho T \left( \frac{\partial s}{\partial \rho} \right)_T \frac{d\rho}{dt}$$

Le tenseur des contraintes  $(\lambda \nabla \rho \otimes \nabla \rho)$  est représentatif de la force de tension interfaciale. Il représente l'étalement de cette force dans la zone volumique de transition modélisant l'interface. L'équation sur la température est équivalente à l'équation de conservation de l'énergie. Il apparaît les termes classiques instationnaire, de convection, de conduction et source dû aux effets visqueux plus un terme proportionnel à la dérivée convective de la masse volumique. Ce terme représente l'étalement des échanges thermiques dus au changement de phase, dans la zone volumique de transition de phase. En effet la chaleur latente peut être définie par :

$$L = T_{sat} (s_v - s_L)$$

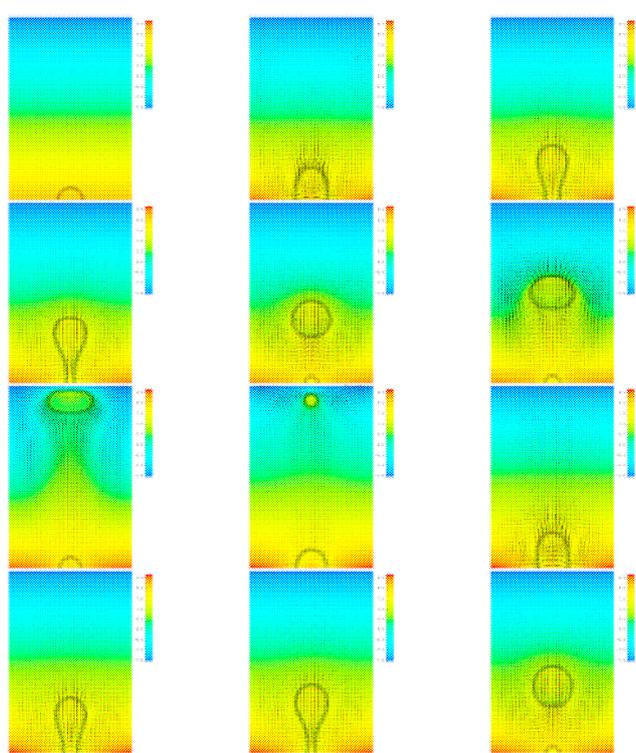
Où  $T_{sat}$  est la température de saturation, et  $s_v$  et  $s_L$  respectivement les entropies massiques des phases vapeur et liquide. C'est à partir du modèle de van der Waals de la capillarité, qui décrit

thermodynamiquement les interfaces liquide-vapeur [Rowlinson et Widom, 1982] en les considérant comme un milieu continu, que le système est fermé.

Ce modèle est donc consistant du point de vue thermodynamique. Par contre pour l'adapter à une résolution numérique, il est nécessaire d'épaissir l'interface pour qu'elle puisse être capturée par le maillage.

Du fait de l'épaississement artificiel de l'interface, il devient problématique de confier à la masse volumique et donc à la pression à la fois le rôle de paramètre d'ordre et son rôle classique au sein même des phases. [Jamet et al., 2004] propose un nouveau paramètre d'ordre, entièrement numérique afin d'éviter ce problème.

Sur la figure 18, nous présentons des résultats obtenus avec cette méthode représentant la formation et l'ascension d'une bulle de vapeur par le chauffage de la paroi inférieure. L'écoulement est à faible vitesse, visqueux, 2D, gravitaire et laminaire.



*Figure II 18 : Simulation de l'ébullition nucléée, le champ de couleur représente la température [Jamet et al., 2004]*

## VII/ Conclusion

Nous avons présenté au début de ce chapitre les équations locales instantanées d'un écoulement diphasique. Ces équations comprennent les équations de conservation dans chaque phase, plus les relations de saut à l'interface. Sur la base de ces équations, deux orientations ont été suivies pour développer les modèles numériques. Les problèmes viennent du fait que, similairement à un écoulement monophasique turbulent, de multiples échelles spatiales et temporelles sont présentes dans les écoulement diphasiques. Nous avons présenté premièrement l'approche moyennée (mono-fluide, bi-fluide) (que l'on peut relier en analogie à l'approche RANS en monophasique turbulent). Cette approche fait apparaître de nombreux termes à modéliser. La deuxième famille de méthode présentée consiste à empêcher

l'interface de se diffuser (Front-tracking, VOF, Level-set, second gradient). Dans le cas de la méthode du second gradient, l'interface est diffusée volontairement mais de manière restreinte. On peut donc la classer dans les méthodes à diffusion nulle ou quasi-nulle. Ces méthodes sont dites de résolution directe (relier à l'approche DNS en monophasique turbulent). Elles consistent à représenter l'interface comme une discontinuité qui est alors traitée en tant que telle dans la modélisation numérique. A l'aide du tableau 2, on peut apprécier les qualités de chacune des deux approches, selon l'échelle spatiale des structures diphasiques. Nous séparons les cas où l'échelle caractéristique des structures diphasiques  $L$ , est supérieure ou inférieure à l'échelle caractéristique de résolution spatiale, i.e. la taille des mailles  $\Delta x$ .

Echelles spatiales	Méthode	Modèles
$\Delta x > L$	Approche moyennée	Homogène, bi-fluide
$\Delta x < L$	Méthodes à diffusion nulle ou quasi-nulle	Front-tracking, VOF, Level-set, second gradient

*Tableau II. 2 : Méthodes numériques selon la taille des structures diphasiques d'après [Dumont, 2004]*

Dans le cas de notre étude de la cavitation, les poches attachées de vapeur contiennent un grand nombre de structures diphasiques ayant des échelles spatiales différentes. En effet B. Stutz [Stutz, 1996] a montré que les poches sont composés d'un mélange liquide-vapeur, dont la taille des bulles se situe entre quelques microns et plusieurs millimètres. Le grand nombre de structures diphasiques présentes dans la poche, avec un spectre spatial très large, ne nous permet donc pas d'utiliser une approche de résolution directe. De plus les écoulements dans les turbomachines sont turbulents ce qui pose le problème de la modélisation de la turbulence dans les méthodes de résolution directe. Après avoir étudié les avantages et les inconvénients des deux approches, nous nous tournons donc vers une approche moyennée. Comme le montre par la suite le chapitre III, la grande majorité des modèles représentant les phénomènes de cavitation, utilise l'approche moyennée. Nous proposons donc de synthétiser cette approche en classant les modèles moyennés selon trois familles :

1<sup>ère</sup> classe : les modèles bi-fluide, résolvant le système de Navier-Stokes pour chaque phase, soit six équations de conservation. Il est alors nécessaire de modéliser les termes sources de transfert de masse, de quantité de mouvement et d'énergie ce qui a l'avantage de pouvoir représenter explicitement les déséquilibres entre phases.

2<sup>ème</sup> classe : les modèles mono-fluide, résolvant le système de Navier-Stokes pour une seule phase mélange. Ce système s'écrit de la même manière que pour un fluide monophasique, sans termes sources supplémentaires. Les déséquilibres entre phases peuvent être pris en compte au moyen des lois constitutives mais ils sont moins explicites que pour un modèle bi-fluide.

3<sup>ème</sup> classe : Les modèles hybrides, résolvant le système de Navier-Stokes pour le mélange plus une ou deux équations pour une phase. Ils se placent en intermédiaire entre les deux premières classes. En effet le but ici est de garder la simplicité des modèles mono-fluide, tout en représentant certains transferts entre phases, le choix du dédoublement d'une équation dépendant du phénomène prépondérant (transfert de masse, déséquilibre des vitesses, déséquilibre des températures).

# Chapitre III

## La modélisation de la cavitation

Nous présentons dans ce chapitre une revue des différents modèles physiques rencontrés dans la littérature décrivant les phénomènes de cavitation. Avant l'apparition de la CFD et des récents codes de calcul, différentes méthodes analytiques ont ainsi été utilisées que nous présentons au paragraphe I. L'étape suivante a été franchie en résolvant les équations de la mécanique des fluides pour l'écoulement externe de la poche, celle-ci étant caractérisée par une marche imperméable au fluide. Les méthodes plus récentes et plus élaborées consistent maintenant à modéliser l'écoulement diphasique complet. De même que l'on peut classer les modèles de turbulence suivant le nombre d'équations résolues, on peut classer les modèles diphasiques selon leur nombre d'équations. Du fait du contexte de notre étude, nous classerons ces modèles diphasiques en fonction de leur capacité à prendre en compte les effets thermodynamiques, i.e. selon la présence d'une équation d'énergie.

Si nous souhaitons rendre complète la liste des approches utilisées pour simuler les écoulements cavitants, il faut noter aussi les travaux basés sur la méthode des singularités [Knapp, 1970]. Cette méthode est utilisée actuellement principalement pour des calculs cavitants sur des hélices marines [Lee et Kinnas, 2006].

Nous donnerons quelques notions globales sur l'approche Bubble Two-phase Flow (BTF), dite aussi *bubble tracking*. Cette méthode consiste à résoudre l'équation de Rayleigh-Plesset à laquelle des termes modélisant les interactions entre les bulles peuvent être ajoutés [Ito et Nagashima, 2000]. Plus récemment, [Tani et Nagashima, 2002] ont présenté des calculs prenant en compte les effets thermodynamiques avec cette approche. La bibliographie concernant ces derniers travaux étant très réduite, nous présenterons les équations et les applications traitées en annexe 9.

### I/ Les modèles analytiques

Il existe de nombreux modèles cavitants, analytiques, prenant en compte les effets thermodynamiques, depuis 1956 [Stahl et Stepanoff, 1956] jusqu'à nos jours. On les présentera en suivant l'ordre chronologique.

#### I. A/ Les modèles globaux

Ces modèles sont les prémices des études des effets thermodynamiques. En effet en 1956, Stahl et Stepanoff présentent la méthode du B-facteur.

$$B = \frac{V_V}{V_L}$$

Ce paramètre représente le rapport du volume de vapeur produite au volume de liquide qui fournit la chaleur nécessaire à la vaporisation. Plus ce facteur B est grand, plus les effets thermodynamiques sont importants. Il est déterminé par analyse dimensionnelle ainsi que par corrélation des résultats expérimentaux existants. Les premières études sur les effets thermodynamiques consistaient à évaluer le facteur B par des corrélations à partir de données

expérimentales de référence, et de connaître la diminution de température due au changement de phase par :

$$\Delta T = B \frac{\rho_V}{\rho_L} \frac{L}{Cp_L} = B \Delta T_{char}$$

Cette méthode permettait d'obtenir un ordre de grandeur du refroidissement, mais il était difficile de quantifier réellement l'effet thermodynamique.

On peut citer les travaux de [Moore et Ruggeri, 1968] ainsi que [Hord, 1974] qui ont calculé le facteur B en fonction de la géométrie, de l'écoulement et du fluide, à partir d'un essai de référence (qui leur donne  $B_{ref}$ ). Des résultats sur l'azote, l'hydrogène, le fréon R114, ont été obtenus en particulier sur des ogives.

Corrélation de Moore & Ruggeri :

$$B = B_{ref} \left( \frac{a_{ref}}{a} \right)^1 \left( \frac{U_\infty}{U_{\infty ref}} \right)^{0.8} \left( \frac{D}{D_{ref}} \right)^{0.2} \left( \frac{L_c/D}{L_c/D_{ref}} \right)^{0.3}$$

Dans cette expression,  $a$  correspond à la diffusivité thermique,  $U_\infty$  la vitesse de référence de l'écoulement,  $D$  une longueur caractéristique et  $L_c$  la longueur de la poche.

### I. B/ Les modèles avec découplage thermique/hydraulique

Dans ce chapitre, nous présentons des modèles qui découplent le problème hydraulique du problème thermique. Tout d'abord des hypothèses sont faites afin de connaître le débit de vapeur. Ensuite une étude thermique est réalisée sur la poche de cavitation. Dans les deux approches présentées ci-dessous, l'hypothèse affirmant que la poche est constituée de vapeur pure, à saturation, est nécessaire. La chaleur nécessaire au changement de phase est donc supposée fournie par le liquide environnant la poche.

#### **La méthode de l'entraînement**

C'est une méthode semi-empirique permettant la détermination de la température à l'interface d'une cavité de vapeur basée sur l'hypothèse que le débit de vapeur à produire est égal à celui d'air nécessaire pour entretenir une cavité ventilée de même dimension. Le débit est obtenu par similitude avec les essais de poches ventilées. Elle a été proposée initialement par [Holl et al., 1975] et plus récemment utilisée par [Fruman et Beuzelin, 1990].

Le début de l'analyse est identique pour les deux études [Holl et al., 1975] [Fruman et Beuzelin, 1990]. Il consiste à dire que le flux de chaleur nécessaire à la vaporisation est égal au flux de chaleur apporté par l'écoulement liquide sur la poche constituée de vapeur pure. Les méthodes diffèrent sur le calcul du flux thermique. [Holl et al., 1975] utilisent des valeurs des nombres adimensionnels ( $Pe$ ,  $Nu...$ ) pour des écoulements déjà connus alors que [Fruman et Beuzelin, 1990] modélisent l'interface par une plaque plane rugueuse sans gradient de pression au travers de laquelle s'établit un flux de chaleur égal à celui nécessaire pour produire la vapeur.

Le flux d'énergie nécessaire à la vaporisation est :

$$\dot{q}_V = L \dot{m}_V$$

où  $L$  est la chaleur latente, et  $\dot{m}_V$  le débit massique de vapeur, défini par :

$$\dot{m}_v = \rho_v U_v A_v$$

$A_v$  représente la surface débitante de vapeur dans la poche. Cette approche analytique ne permettant pas de connaître la vitesse  $U_v$  de la vapeur dans la poche, le débit massique est donc exprimé par un coefficient de débit qui s'écrit :

$$C_Q = \frac{\dot{m}_v}{\rho_v U_{ref} b_c e_c}$$

On retrouve dans cette expression la vitesse de référence  $U_{ref}$  ainsi que  $b_c$  et  $e_c$  qui sont des paramètres géométriques de la poche, représentatifs de la surface  $A_v$  :  $b_c$  représente son envergure et  $e_c$  son épaisseur caractéristique (maximale).

L'énergie consommée par le changement de phase est apportée par la couche de liquide en contact avec la cavité. Ce flux convectif à l'interface liquide-vapeur s'exprime de la manière suivante :

$$\dot{q}_{conv} = h L_c b_c (T_{ref} - T_c)$$

Dans cette expression,  $h$  représente le coefficient de transfert thermique convectif,  $L_c$  et  $b_c$  sont respectivement la longueur et l'envergure de la poche (caractéristique de la surface d'échange liquide-vapeur) et  $\Delta T = (T_{ref} - T_c)$  correspond au refroidissement dans la poche.

En égalisant les flux on obtient donc :

$$\Delta T = \frac{C_Q e_c}{h L_c} L \rho_v U_{ref}$$

En introduisant les nombres adimensionnels suivants, i.e. respectivement le coefficient de surface, le nombre de Nusselt et le nombre de Peclet :

$$C_A = \frac{L_c}{e_c} ; \quad Nu = \frac{h L_c}{\lambda_L} ; \quad Pe = Re Pr = \frac{U_{ref} L_c}{a_L}$$

On obtient la relation sous la forme :

$$\Delta T = \frac{C_Q Pe \rho_v L}{C_A Nu \rho_L Cp_L}$$

avec  $Cp_L$  la capacité calorifique du liquide et  $L$  la chaleur latente.

Par cette méthode, [Holl et al., 1975] proposent une modélisation du facteur B, sous la forme :

$$B = \frac{C_Q Pe}{C_A Nu}$$

Ainsi en utilisant des valeurs empiriques des paramètres  $C_Q$  et  $C_A$  et les grandeurs thermodynamiques du fluide modélisé, il est possible de déterminer analytiquement le refroidissement global  $\Delta T$ . Ils obtiennent avec cette méthode une très bonne corrélation avec des essais en eau chaude et en fréon R113 pour des ogives. Ils mettent cependant en évidence une forte influence de la géométrie ce qui les entraîne à utiliser une formule plus général du facteur B de type :

$$B = C_Q C_A^a Re^b Nu^c Pr^d$$

et d'ajuster les coefficients a, b, c et d en fonction des essais.

### Les modèles avec calcul de l'écoulement interne

A partir de la méthode précédente de [Holl et al., 1975], [Kato, 1984] par un calcul 2D de l'écoulement, obtient une formulation analytique des différents paramètres caractéristiques du

facteur B. Cette méthode analytique permet d'écrire le bilan thermique à l'interface, en calculant cette fois le gradient normal de température ainsi que le débit de vaporisation, contrairement aux méthodes précédentes.

Afin de caractériser la couche limite thermique dans le liquide à l'interface, on considère une colonne de liquide semi-infinie, suivie de manière lagrangienne. Les transferts thermiques sont supposés être régis par une diffusivité thermique  $a_L$ . La distribution de la température dans le liquide perpendiculairement à l'écoulement principal vérifie l'équation de la chaleur :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a_L \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \text{ où } a_L \text{ est la diffusivité thermique dans le liquide.}$$

En ce qui concerne la température dans la cavité, on utilise le changement de variable  $x=U_c(x)t$  afin de passer de la répartition spatiale  $T_c(x)$  à la loi de variation temporelle  $T_c(t)$ .  $U_c(x)$  représente la vitesse de référence dans la cavité. Elle est variable suivant  $x$  et représentée par la vitesse du liquide à l'interface. La condition initiale  $T(y,t=0)=T_\infty$  et la condition limite  $T(y=0,t)=T_c(t)$  permettent finalement de résoudre cette équation de la chaleur dans le liquide. On obtient donc une solution pour  $T(y,t)$  dans le liquide, l'interface de la poche étant une condition aux limites.

A partir de la solution de l'équation thermique dans le liquide, en utilisant la formule du flux thermique :

$$\varphi(x) = \lambda_L \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0} = \rho_L C p_L a_L \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0} ,$$

on obtient la formule suivante décrivant le flux thermique le long de la cavité :

$$\varphi(x) = \rho_L C p_L \sqrt{a_L U_c} \left[ \frac{T_\infty - T_c(0)}{\sqrt{\pi x}} - \int_{\xi=0}^x \frac{dT_c}{d\xi} \frac{1}{\sqrt{\pi(x-\xi)}} d\xi \right]$$

Le bilan thermique à l'interface s'écrit :

$$L \rho_V U(x) dx = \varphi(x) dx$$

avec  $L$  la chaleur latente de vaporisation, et  $U(x)$  la vitesse de vaporisation.

En introduisant le facteur B de Stepanov,

$$B(x) = \frac{T_\infty - T_c(x)}{\frac{\rho_V L}{\rho_L C p_L}}$$

On obtient donc une valeur pour la vitesse de vaporisation :

$$U(x) = \sqrt{a_L U_c} \left[ \frac{B(0)}{\sqrt{\pi x}} - \int_{\xi=0}^x \frac{dB}{d\xi} \frac{1}{\sqrt{\pi(x-\xi)}} d\xi \right]$$

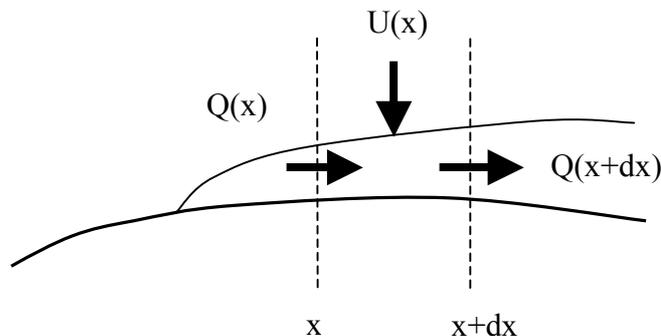


Figure III. 1 : Débit de vapeur dans une poche de vapeur pure

On calcule alors le débit de vapeur pour une tranche de cavité de longueur unitaire  $dx$  :

$$\frac{dQ}{dx} = U(x)$$

En utilisant le coefficient de débit défini par :

$$C_Q(x) = \frac{Q(x)}{L_c U_{ref}} \text{ et } \bar{x} = \frac{x}{L_c}$$

$L_c$  étant la longueur de la cavité. On obtient finalement sous forme adimensionnelle la relation suivante donnant l'évolution selon  $x$  du coefficient de débit  $C_Q$  :

$$\boxed{\frac{dC_Q}{d\bar{x}} = \frac{U(\bar{x})}{U_{ref}} = \sqrt{\frac{a_L U_c}{\pi L_c U_{ref}^2}} \left[ \frac{B(0)}{\sqrt{\bar{x}}} - \int_{\bar{\xi}=0}^{\bar{x}} \frac{dB}{d\bar{\xi}} \frac{1}{\sqrt{\bar{x}-\bar{\xi}}} d\bar{\xi} \right]}$$

Ainsi en connaissant la distribution de température  $B(\bar{x})$  le long de la cavité on peut évaluer le débit de vapeur dans la poche.

#### Remarques :

Le terme sous forme intégrale peut être simplifié si l'on néglige les variations de  $B$  selon  $x$ , i.e. les variations spatiales de  $T$  selon l'écoulement principal.

De plus les échanges thermiques par simple diffusion thermique selon  $a_L$  sont de faible intensité. La méthode de [Kato, 1984] consiste alors à augmenter ces échanges en faisant l'hypothèse qu'ils proviennent principalement d'une agitation tourbillonnaire représentée par la diffusion turbulente  $a_{Lt}$ .

$$\frac{dC_Q}{d\bar{x}} = \frac{U(\bar{x})}{U_{ref}} = \sqrt{\frac{a_{Lt} U_c}{\pi L_c U_{ref}^2}} \left[ \frac{B(0)}{\sqrt{\bar{x}}} - \int_{\bar{\xi}=0}^{\bar{x}} \frac{dB}{d\bar{\xi}} \frac{1}{\sqrt{\bar{x}-\bar{\xi}}} d\bar{\xi} \right]$$

En s'intéressant à l'effet thermodynamique maximal dans la cavité, c'est-à-dire à la zone la plus en amont, on obtient en intégrant la relation précédente une formulation globale du facteur  $B$ ,

$$B \approx C_Q U_{ref}^{1/2} L_c^{1/2} a_{Lt}^{-1/2}$$

Cette relation peut alors se mettre sous la forme de l'expression du facteur  $B$  de [Holl et al., 1975] :

$$B \approx C_Q \frac{\rho_L C_{pL} U_{ref}}{h_K} = C_Q \frac{Pe}{Nu_K}$$

Dans cette expression le nombre de Nusselt est obtenu à l'aide d'un coefficient d'échange convectif  $h_K$  équivalent, défini par la relation [Boitel, 2006] :

$$h_K^2 \approx \frac{a_{Lt} U_{ref} \rho_L^2 C_{pL}^2}{L_c}$$

## I. C/ Synthèse des modèles analytiques

On pourra se référer à [Boitel, 2006] pour une étude plus détaillée des modèles analytiques prenant en compte les effets thermodynamiques en cavitation. On peut tout de même résumer les différentes approches des effets thermodynamiques par des modèles analytiques sur le diagramme suivant (figure 2) :

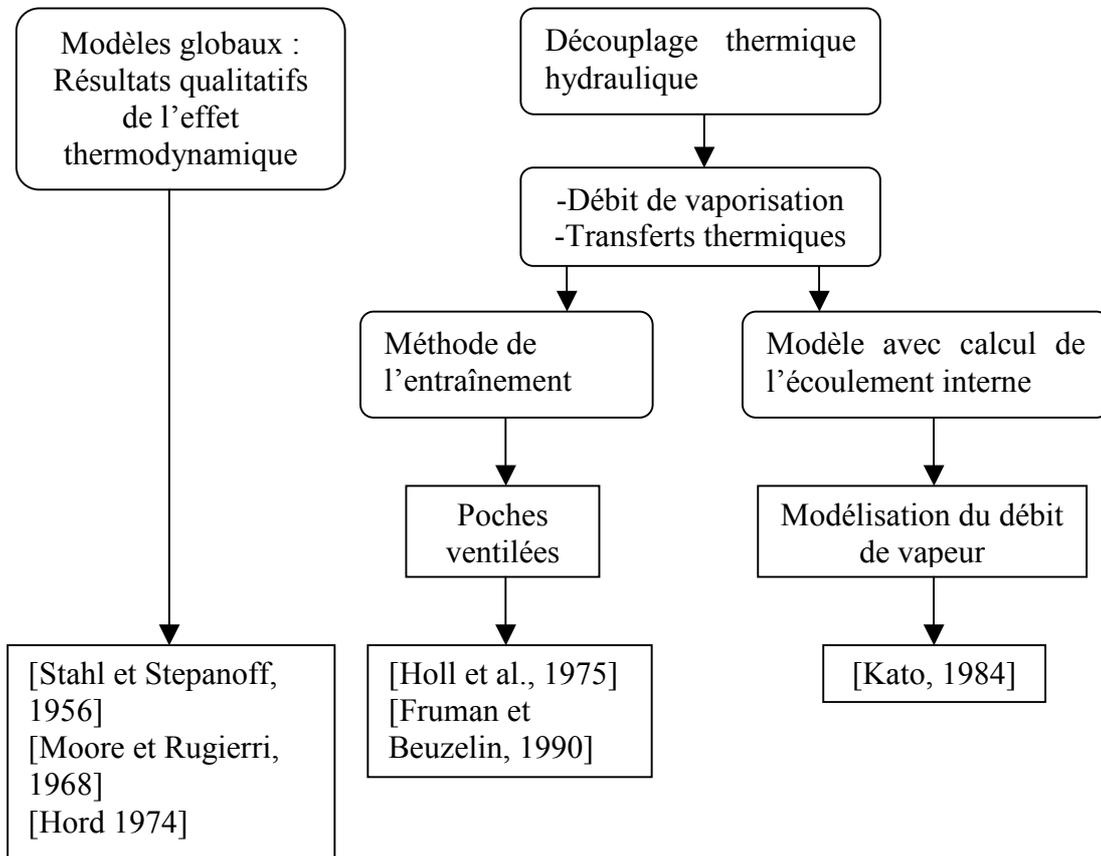


Figure III. 2 : Synthèse des modèles analytiques

Ces modèles analytiques ont permis de classer les fluides selon leur caractère thermosensible. De plus ils ont permis d'évaluer les ordres de grandeur du refroidissement  $\Delta T$  dû à la vaporisation.

Dans l'objectif de mieux décrire les écoulements cavitants des points de vue globaux et locaux, des modèles numériques ont par la suite été développés. Avec l'augmentation de la puissance de calcul, ces méthodes ont la capacité de nos jours, de modéliser les écoulements cavitants, turbulents, instationnaires, dans les géométries de turbomachines.

On étudie dans les chapitres suivants les différents modèles physiques cavitants utilisés en CFD, avec et sans prise en compte des effets thermodynamiques.

## II/ Modèle numérique avec écoulement externe

Les modèles externes ne résolvent pas l'écoulement au sein de la poche. La poche est considérée comme une zone de vapeur pure, et sa surface est donc une condition limite du calcul de l'écoulement du liquide [Desphande et al, 1997].

Le modèle de M. Desphande consiste à résoudre le système d'équations d'Euler, incompressible, pour la phase liquide. Seul l'écoulement externe à la poche est résolu. La discrétisation spatiale se fait par un maillage mobile comme le montre la figure 3. Une analyse sur les échanges thermiques sur la poche permet de déterminer la condition limite pour l'équation de l'énergie.

[Tokumasu et al., 2003] ont par la suite introduit dans ce modèle les effets visqueux en résolvant le système des équations de Navier-Stokes pour la phase liquide incompressible.

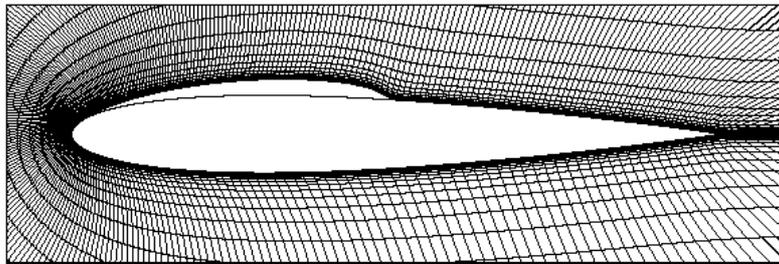


Figure III. 3 : Déformation du maillage [Tokumasu et al., 2003]

Nous présenterons dans les paragraphes suivants les modèles diphasiques résolvant aussi l'écoulement interne de la poche. L'hypothèse faite précédemment sur la poche contenant de la vapeur pure n'est plus nécessaire. La totalité du champ de l'écoulement est résolue et la poche est caractérisée par une zone de faible densité, contenant un mélange liquide-vapeur.

### III/ Les modèles diphasiques sans équation de l'énergie

Afin de modéliser les phénomènes de cavitation en eau froide, ou plus généralement pour un fluide non-thermosensible, on peut découpler les phénomènes dynamiques et thermiques. Dans ce but, un grand nombre de modèles a été développé.

La méthode principalement utilisée consiste à résoudre le système constitué par les équations de conservation de la masse et de la quantité de mouvement pour le mélange, plus une équation de continuité pour une des deux phases. Cette classe de modèle, en intermédiaire entre les approches mono-fluide et bi-fluide, permet de modéliser le changement de phase à l'aide d'un terme source de transfert de masse, tout en calculant seulement un champ de vitesse ce qui permet de diminuer le nombre d'équations.

Une autre approche consiste à résoudre les équations de conservation de masse et de quantité de mouvement pour le mélange, le système étant fermé par une loi d'état décrivant la densité du fluide en fonction de la pression  $\rho=f(p)$ . Plusieurs formes de loi d'état sont alors possibles pour décrire la transition liquide-vapeur.

Enfin il est possible de représenter les écoulements cavitants sans effets thermodynamiques par l'approche bi-fluide en résolvant le système de quatre équations de conservation dans chaque phase de masse et de quantité de mouvement.

#### III. A/ Modèles type loi d'état du mélange : le modèle barotrope

Il existe dans la littérature plusieurs types de fermeture différents pour raccorder les deux phases à l'aide d'une loi barotrope : le raccord sinusoïdal [Delannoy et Kueny, 1990], le raccord polynomial (polynôme du 5<sup>ème</sup> ordre) [Song, 2002], ou encore l'intégration de la

vitesse du son modélisée dans le mélange [Schmidt, 1997], [Moreau, 2004]. On pourra noter aussi une différence selon si la loi est centrée ou pas sur la pression de vapeur. Le modèle proposé par [Rapposelli et D'Agostino, 2003] est aussi basé sur le calcul de l'intégrale de la vitesse du son dans le mélange pour obtenir une relation entre la masse volumique et la pression. Plus récemment, [Sinibaldi, 2006] utilise cette loi pour étudier les phénomènes de cavitation en eau froide dans une géométrie d'inducteur.

### III. A. 1/ Modélisation de la vitesse du son

La modélisation de la vitesse du son selon [Jakobsen, 1964] est donnée pour un mélange homogène en négligeant les transferts de masse et de chaleur. L'évolution est donc supposée isentropique dans chaque phase. Les vitesses du son dans chaque phase sont supposées constantes.

$$\frac{1}{c^2} = \frac{1}{c_V^2} \left( \alpha^2 + \alpha(1-\alpha) \frac{\rho_L}{\rho_V} \right) + \frac{1}{c_L^2} \left( (1-\alpha)^2 + \alpha(1-\alpha) \frac{\rho_V}{\rho_L} \right)$$

On retrouve cette modélisation plus communément sous la forme équivalente suivante, introduite par [Wallis, 1969].

$$\frac{1}{c^2} = (\alpha \rho_V + (1-\alpha) \rho_L) \left[ \frac{\alpha}{\rho_V c_V^2} + \frac{1-\alpha}{\rho_L c_L^2} \right]$$

A partir de l'intégration de cette vitesse du son dans le mélange, [Schmidt, 1997] propose une loi barotrope de la forme :

$$p = p_{sat} + \frac{\rho_V c_V^2 \rho_L c_L^2 (\rho_V - \rho_L)}{\rho_V^2 c_V^2 - \rho_L^2 c_L^2} \ln \left[ \frac{\rho_V c_V^2 (\rho_L + \alpha (\rho_V - \rho_L))}{\rho_L (\rho_V c_V^2 - \alpha (\rho_V c_V^2 - \rho_L c_L^2))} \right]$$

Cette expression est reprise dans [Moreau et al., 2004], [Dumont, 2004] pour simuler la cavitation du diesel dans les injecteurs de moteurs à pistons.

### III. A. 2/ La loi barotrope isentropique

Dans le but de simuler les phénomènes de cavitation qui apparaissent lors d'une explosion sous-marine, [Liu et al., 2004] propose un modèle barotrope en supposant les phases vapeur et liquide compressibles et isentropiques dans le mélange. A partir des équations d'état pour chaque phase (loi de Tait pour le liquide, isentropique pour la vapeur), la loi barotrope dans le mélange s'écrit :

$$\rho = \frac{k \rho_V^{vap} + \rho_L^{vap}}{\left( \frac{\bar{p}}{\bar{p}_{cav}} \right)^{-1/N} + k \left( \frac{p}{p_{cav}} \right)^{-1/\gamma}}$$

$\bar{p} = p + B - A$  et  $\bar{p}_{cav} = p_{cav} + B - A$ , où B, A et N sont les paramètres de la loi de Tait pour la phase liquide, avec pour valeurs respectives  $3.31 \cdot 10^8$  Pa,  $10^5$  Pa et 7.15.  $\gamma$  est le rapport des capacités calorifiques de la vapeur.  $\rho_V^{vap}$  et  $\rho_L^{vap}$  sont respectivement les masses volumiques de la vapeur et du liquide à la pression  $p_{cav}$ . Le paramètre k nécessite un traitement itératif supplémentaire pour obtenir sa valeur qui reste faible pour l'application illustrée :

$$0 < k \leq \frac{\rho - \rho_L^{vap}}{\rho_V^{vap} - \rho}$$

### III. A. 3/ La loi barotrope sinusoïdale

Le modèle barotrope existant dans Fine<sup>TM</sup>/Turbo a été développé par les thèses successives de [Coutier, 2001] et de [Pouffary, 2004]. Il a été initialement proposé par [Delannoy et Kueny, 1990] et implémenté dans le code Iz. Il consiste à résoudre le système d'équations RANS pour un mélange homogène, sans résoudre l'équation de l'énergie. La fermeture du système se fait à l'aide de la loi barotrope, qui relie la pression à la masse volumique par une loi en sinus (figure 4) :

$$\rho = \frac{\rho_L + \rho_V}{2} + \frac{\rho_L - \rho_V}{2} \sin\left(\frac{p - p_V}{c_{\min}^2} \frac{2}{\rho_L - \rho_V}\right)$$

$c_{\min}$  représente la vitesse du son minimale dans le mélange. C'est un paramètre fixé par l'utilisateur sous le nom de paramètre AMIN, qui vérifie la relation suivante :

$$AMIN^2 = c_{\min}^2 \frac{\rho_L - \rho_V}{2}$$

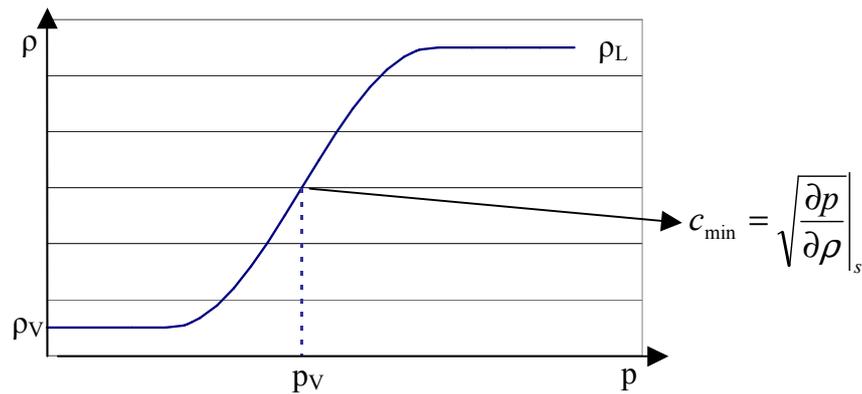


Figure III. 4 : Loi barotrope en sinus

De plus la compressibilité de chaque phase peut être prise en compte dans les phases pures par la relation suivante, où la vitesse du son est constante :

$$\Delta p = c_k^2 \Delta \rho_k$$

Les valeurs par défaut étant celles de l'eau à 20°C,  $c_L=1480$  m/s et  $c_V=400$  m/s.

### III. B/ Modèles dits “transport du taux de vide”

Ces modèles appliqués à la cavitation en eau froide résolvent les équations de conservation de la masse et de la quantité de mouvement pour le mélange plus une équation de continuité pour une phase, usuellement la vapeur. On présentera dans le paragraphe IV. B ces mêmes modèles avec prise en compte des effets thermodynamiques.

#### Remarque :

La modélisation de la cavitation par une équation de conservation de masse pour une phase supplémentaire est parfois abusivement dénommée par l'appellation VOF, dû à la forme du

système d'équations similaire (équation du traceur VOF et équation de continuité pour une phase). Il faut toutefois noter que ces modèles sont foncièrement différents. Un modèle dit transport de taux de vide ne traite pas explicitement les interfaces comme dans l'approche VOF présenté au chapitre II. Le problème est, comme avec l'approche barotrope, posé pour un fluide mélange homogène.

L'équation de conservation de la masse pour la phase vapeur abusivement appelée "transport de taux de vide", est la suivante :

$$\frac{\partial \alpha \rho_V}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha \rho_V \mathbf{u}) = S$$

La mise en place de l'équation de continuité pour une phase introduit un terme source qui modélise les phénomènes de vaporisation et de condensation. Il existe une multitude de modélisation de ce terme, on relèvera ici les formulation les plus courantes et les plus récentes. Ce terme source est le paramètre de calage de ces modèles.

### III. B. 1/ L'évolution du modèle entre 1998 et 2001 aux Etats-Unis

Un des premiers modèles utilisant l'équation de conservation de la masse pour la phase vapeur afin de représenter la cavitation est celui de [Merkle et al., 1998].

La masse volumique du mélange est définie par,

$$\rho = x_V \rho_V + x_L \rho_L$$

où  $x_V$  et  $x_L$  sont respectivement les fractions massiques de la phase vapeur et de la phase liquide.

$$\alpha \rho_V = x_V \rho$$

L'équation résolue pour la phase vapeur est,

$$\frac{\partial x_V}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla x_V = -\frac{x_V}{\tau_V} = \frac{x_L}{\tau_L}$$

où le terme source est défini par,

$$\frac{1}{\tau_V} = \begin{cases} 0 & \text{quand } p < p_V \\ \frac{1}{k \tau_{ref}} \left| \frac{p - p_V}{q} \right| & \text{quand } p > p_V \end{cases} \text{ et } \tau_L \text{ étant défini de la même façon pour la condensation.}$$

$\tau_{ref} = \frac{L_{ref}}{U_{ref}}$  est le temps caractéristique de l'écoulement,  $k$  une constante,  $k \approx 10^{-3}$ .

Le paramètre  $q$  n'est pas précisé dans l'article [Merkle et al., 1998] mais semble être la pression dynamique de référence  $q = \frac{1}{2} \rho U_{ref}^2$ .

On peut noter que ces calculs sont laminaires, et que le terme source, construit de manière empirique est de forme assez simple.

A partir de cette approche de la cavitation, les modèles suivants ont consisté à modéliser la turbulence et à représenter plus finement les transferts de masse. Parmi les travaux les plus avancés, on peut citer le modèle de [Kunz et al., 2000] qui consiste à subdiviser le terme source en un terme lié à la vaporisation, et un autre lié à la condensation.

$$\frac{\partial \alpha_L}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha_L \mathbf{u}) = (\dot{m}^+ + \dot{m}^-)$$

Ce modèle est repris dans le code Iz [Reboud et al., 2003], avec une analyse des valeurs des constantes.

Les termes sources ont pour expression :

$$\dot{m}^- = \frac{C_{dest} \rho_V \alpha_L \text{Min}(0, p - p_V)}{\rho_L (\rho_L U_{ref}^2 / 2) t_\infty}$$

$$\dot{m}^+ = \frac{C_{prod} \rho_V \alpha_L^2 (1 - \alpha_L)}{\rho_L t_\infty}$$

où  $t_\infty$  est un temps de relaxation, et les constantes  $C_{dest}$  et  $C_{prod}$ , des paramètres à caler.

En partant de ce modèle, [Senocak et Shyy, 2001] tentent d'éliminer ces constantes. Ils ont pour cela, l'idée d'introduire la vitesse normale à l'interface. Ce pose alors le problème de localiser l'interface. Cette difficulté est franchie par le calcul du gradient de masse volumique. Ils obtiennent ainsi une interface, fictive bien entendu car il n'y a aucun traitement de cette interface, par opposition aux modèles de suivi d'interface (figure 5).

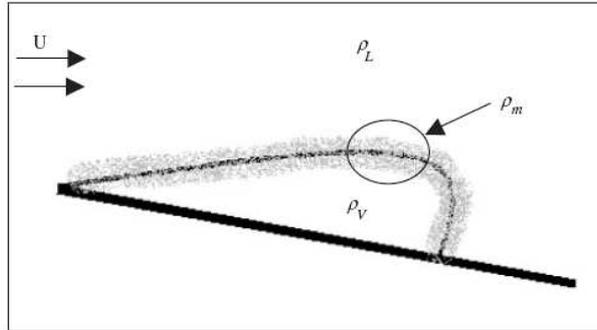


Figure III. 5 : Représentation d'un poche de vapeur avec l'approche homogène [Senocak et Shyy, 2004]

Les termes sources de transfert de masse sont alors :

$$\dot{m}^- = \frac{\rho_V \alpha_L \text{Min}(0, p - p_V)}{\rho_V (U_{V,n} - U_{I,n})^2 (\rho_L - \rho_V) t_\infty}$$

$$\dot{m}^+ = \frac{(1 - \alpha_L) \text{Max}(0, p - p_V)}{(U_{V,n} - U_{I,n})^2 (\rho_L - \rho_V) t_\infty}$$

$$U_{V,n} = \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} \text{ avec } \mathbf{n} = \frac{\nabla \alpha_L}{|\nabla \alpha_L|}$$

Pour un calcul stationnaire, la composante normale de la vitesse de l'interface,  $U_{I,n}$  est égale à zéro. Ce modèle appelé Sharp Interfacial Dynamics Model (IDM) a ensuite été modifié pour prendre en compte les effets thermodynamiques [Utturkar et al., 2005]. Cette nouvelle modélisation dénommée Mushy Interfacial Dynamics Model est présentée au paragraphe IV. B/.

### III. B. 2/ La modélisation du terme source par l'équation simplifiée de Rayleigh-Plesset

Ces modèles contrairement à l'approche bubble tracking ne résolvent pas l'équation complète de Rayleigh-Plesset [Brennen, 1995] qui s'écrit :

$$R \frac{d^2 R}{dt^2} + \frac{3}{2} \left( \frac{dR}{dt} \right)^2 = \frac{1}{\rho} \left( p_v + p_g - p_\infty(t) - \frac{2\sigma}{R} - \frac{4\mu}{R} \frac{dR}{dt} \right)$$

Cette équation représente l'évolution d'une bulle sphérique dans un milieu liquide. R est le rayon de la bulle,  $p_v$  la pression de saturation,  $p_g$  la pression des gaz dissous, les deux derniers termes représentant respectivement les tensions de surface et les effets visqueux. Dans les modèles que nous présentons dans ce paragraphe, cette équation est à la base de la modélisation du terme source de transfert de masse.

#### III. B. 2. a/ Le code CAVKA

Le code CAVKA (CAVitation Karlsruhe) a été développé à l'Université de Karlsruhe par [Sauer, 2000]. Il modélise la cavitation par une équation sur le taux de vide de type :

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha \mathbf{u}) = S$$

où le terme source S est obtenu à partir d'un nombre de germes, d'un rayon caractéristique de ces germes, et de la variation de ce rayon selon l'équation simplifiée de Rayleigh-Plesset.

$$S = \frac{n_0 4\pi R^2}{1 + n_0 \frac{4}{3} \pi R^3} \frac{dR}{dt}$$

$n_0$  représente la concentration de bulles par unité de volume de liquide pur (par défaut  $10^8$ ), et le terme de variation de rayon est exprimé par :

$$\frac{dR}{dt} = \pm \sqrt{\frac{2}{3} \frac{|p - p_v|}{\rho_1}}$$

Cette expression du terme source de transfert de masse est obtenue à partir de la relation entre le taux de vide et les bulles :

$$\alpha = \frac{V_v}{V_{cell}} = \frac{N_B \left( \frac{4}{3} \pi R^3 \right)}{V_v + V_L} = \frac{n_0 \left( \frac{4}{3} \pi R^3 \right)}{1 + n_0 \frac{4}{3} \pi R^3}$$

où  $N_B$  représente le nombre total de bulles dans une cellule et  $V_{cell}$  le volume d'une cellule. On pourra se référer à [Sansone, 2007] pour une application de ce modèle à l'étude des écoulements turbulents instationnaires dans les hydroliennes de type Darrieus, ainsi qu'à [Schnerr et al., 2006] qui comparent les résultats obtenus avec le code CAVKA à un autre code (CATUM) pour un écoulement non-visqueux instationnaire sur des hydrofoils 2D.

#### III. B. 2. b/ Les codes commerciaux FLUENT et ACE+

Le code commercial Fluent contient un module cavitant dont le modèle abusivement appelé VOF résout l'équation de conservation de la phase vapeur [Dular et al., 2005].

La masse volumique du mélange est définie par :

$$\frac{1}{\rho_m} = \frac{1}{\rho_L}(1-x_v) + \frac{1}{\rho_v}x_v$$

Avec  $x$  le titre thermodynamique aussi appelé fraction massique,

$$\alpha\rho_v = x_v\rho$$

En plus de résoudre les équations de continuité, et de conservation de la quantité de mouvement pour le mélange, le changement de phase est géré par l'équation de conservation de la phase vapeur,

$$\frac{\partial x_v \rho_m}{\partial t} + \nabla \cdot (x_v \rho_m \mathbf{u}) = Re - Rc$$

Re et Rc sont respectivement les termes sources de vaporisation et de condensation,

$$\begin{cases} Re = C_e \frac{\sqrt{k}}{\sigma} \rho_L \rho_v \sqrt{\frac{2}{3} \frac{p_v - p}{\rho_L} (1 - x_v - x_g)} & \text{si } p < p_v \\ Rc = C_c \frac{\sqrt{k}}{\sigma} \rho_L \rho_L \sqrt{\frac{2}{3} \frac{p_v - p}{\rho_L} x_g} & \text{si } p > p_v \end{cases}$$

Ce et Cc sont des constantes empiriques, k est l'énergie cinétique locale,  $\sigma$  la tension de surface, et  $x_g$  la fraction massique des gaz dissous. D'après [Singhal et al., 2002],  $C_e=0.02$  et  $C_c=0.01$ .

#### Remarque :

Il faut noter qu'un modèle VOF existe réellement dans ce code, mais dans ce cas l'équation supplémentaire résolue pour le taux de vide ne contient pas de termes sources, i.e. il n'y a pas de changement de phase.

Equation VOF :

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \mathbf{u} \nabla (\alpha) = 0$$

Equation de conservation de la phase vapeur ; modèle cavitant:

$$\frac{\partial x_v \rho_m}{\partial t} + \nabla \cdot (x_v \rho_m \mathbf{u}) = Re - Rc$$

### III. B. 2. c/ Le code commercial CFX Ansys

Le code commercial CFX contient aussi un modèle dit "transport de taux de vide" [El Oudghiri, 2003], [Ait Bouziad et al., 2003] [Mejri et al., 2006]. Le mélange est défini par :

$$\rho_m = \alpha_v \rho_v + \alpha_L \rho_L$$

L'équation de conservation de la masse pour la phase vapeur est résolue :

$$\frac{\partial \alpha \rho_v}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha \rho_v \mathbf{u}) = S$$

La forme du terme source est basée sur l'équation de Rayleigh-Plesset simplifiée :

$$\frac{dR}{dt} = \sqrt{\frac{2}{3} \frac{p_v - p}{\rho_L}}$$

Il s'écrit :

$$S = \begin{cases} S_V = F_V N_V \rho_V 4\pi R_B^2 \sqrt{\frac{2}{3} \frac{|p_V - p|}{\rho_L}} & \text{si } p < p_V \\ S_L = F_C N_C \rho_V 4\pi R_B^2 \sqrt{\frac{2}{3} \frac{|p_V - p|}{\rho_L}} & \text{si } p > p_V \end{cases}$$

$N_V$  et  $N_C$  représentent le nombre de bulles, différent selon le phénomène physique (vaporisation ou condensation) modélisé.

$$N_V = (1 - \alpha) \frac{3\alpha_d}{4\pi R_B^3}$$

$$N_C = \frac{3\alpha}{4\pi R_B^3}$$

$F_V$  et  $F_C$  sont des constantes empiriques et représentent la différence des échelles de temps entre les phénomènes de vaporisation et de condensation :  $F_V=50$  et  $F_C=0.01$

Enfin  $R_B$  est le rayon initial des bulles, et  $x_d$  est le titre thermodynamique des gaz incondensables :  $R_B=10^{-6}$ m et  $x_d=10^{-5}$  par défaut.

### III. C/ Le modèles bi-fluide du code FIRE (AVL)

Ce modèle bi-fluide a été appliqué initialement à la cavitation en eau froide dans des venturis 2D et 3D [Grogger et Alajbegovic, 1998]. Il a plus récemment été appliqué à des phénomènes de cavitation pour des écoulements triphasiques (liquide, vapeur, air) turbulents de diesel dans une géométrie d'injecteur (3D) [Alajbegovic et al., 2001]. Ce modèle est basé sur la résolution des équations de conservation de masse et de quantité de mouvement pour chaque phase (4 équations en diphasique, 6 en triphasique). Il a l'avantage de modéliser les interactions de quantité de mouvement entre les phases.

Le système résolu dans le cas diphasique est le suivant ( $k = L, V$ ) :

$$\frac{\partial \alpha_k \rho_k}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha_k \rho_k \mathbf{u}_k) = \Gamma_k$$

$$\frac{\partial \alpha_k \rho_k \mathbf{u}_k}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha_k \rho_k \mathbf{u}_k \otimes \mathbf{u}_k) = -\alpha_k \nabla p + \nabla \cdot (\alpha_k \bar{\boldsymbol{\tau}}_k) + \mathbf{F}_k^d + \mathbf{u}_k \Gamma_k$$

Le terme source de transfert de masse est donné à partir de l'étude de la variation du rayon d'une bulle, par l'équation de Rayleigh-Plesset simplifiée :

$$\Gamma_L = \rho_L N 4\pi R^2 \frac{\partial R}{\partial t} = -\Gamma_V \quad (\text{phase 1 : vapeur, phase 2 : liquide})$$

Le rayon  $R$  est défini de la façon suivante en fonction du taux de vide  $\alpha$ ,

$$R = \frac{1}{2} \left( \frac{6\alpha}{N\pi} \right)^{1/3}$$

et  $N$  représente la densité de bulle et vaut :

$$N = \begin{cases} N_0 & \text{pour } \alpha \leq 0.5 \\ 2(N_0 - 1)(1 - \alpha) & \text{pour } \alpha > 0.5 \end{cases}$$

où  $N_0$  est le nombre de bulle initial et a pour valeur  $10^{12}$ . La variation de rayon est modélisée comme pour les codes précédemment présentés :

$$\frac{\partial R}{\partial t} = \pm \sqrt{\frac{2}{3} \frac{|p - p_v|}{\rho_L}}$$

Le terme source de transfert de quantité de mouvement est basé sur la force de traînée d'une sphère à laquelle s'ajoute un terme de dispersion turbulente :

$$\mathbf{F}_L^d = c_{TD} \rho_L k_L \nabla \alpha + c_D \rho_L \frac{|\mathbf{u}_{rel}| \mathbf{u}_{rel}}{2} A = -\mathbf{F}_V^d, \text{ avec } \mathbf{u}_{rel} = \mathbf{u}_2 - \mathbf{u}_1$$

A représente la surface apparente d'une bulle sphérique.  $C_{TD}$  est le coefficient de dispersion turbulente et  $k$  est l'énergie cinétique turbulente. Le coefficient de traînée  $c_D$  est donné par les relations :

$$\text{Re}_p < 1000 : c_D = 24/\text{Re}(1 + 0.15\text{Re}^{0.687})$$

$$\text{Re}_p > 1000 : c_D = 0.44$$

$\text{Re}$  et  $\text{Re}_p$  sont respectivement le nombre de Reynolds relatif à l'écoulement et le nombre de Reynolds relatif aux bulles. A notre connaissance, c'est l'un des premiers modèles de cavitation qui a modélisé le glissement entre les phases en cavitation. L'évolution de ce modèle par la résolution des équations de conservation de l'énergie ne semble à ce jour pas encore été réalisée.

#### IV/ Les modèles diphasiques avec prise en compte des effets thermodynamiques

Nous présentons maintenant les différents modèles cavitants prenant en compte les effets thermodynamiques. Par rapport au paragraphe précédent, ces modèles résolvent en plus une équation sur l'énergie, couplée avec la dynamique grâce à la température qui apparaît dans les lois d'état ainsi que les termes sources de transfert entre les phases.

##### IV. A/ Approche loi d'état du mélange ; lois barotropes, modèles à l'équilibre HEM et modèles avec déséquilibres

Cette approche consiste à résoudre le système de trois équations de conservation pour un fluide mélange, le système étant fermé par une loi d'état du mélange. Nous présentons premièrement deux modèles barotropes qui utilisent une loi d'état du type  $\rho = f(p)$  modifiée pour prendre en compte les effets de température. Une revue des principales méthodes basées sur l'équilibre thermodynamiques entre les deux phases est ensuite exposée ainsi que les extensions proposées pour représenter les déséquilibres de pression et/ou de température.

##### IV. A. 1/ Lois barotropes

[Cooper, 1967] propose une vitesse du son valable pour les faibles taux de vide basée sur l'étude de l'effet thermique en cavitation. Il suppose un changement de phase réversible dans un volume de contrôle adiabatique, la chaleur étant apportée par le liquide supposé à l'équilibre thermique (il suit la courbe de saturation). La vitesse du son dans le mélange est alors définie par :

$$c = \frac{\sqrt{\rho_v \Delta p_c}}{\alpha \rho_v + (1 - \alpha) \rho_L}$$

où  $\Delta p_c$  représente la variation de pression due à l'effet thermique du changement de phase. A partir de cette loi, il développe un modèle de cavitation barotrope prenant en compte les effets thermodynamiques.

Un modèle basé sur une loi barotrope a aussi été proposé par [Rapposelli et D'Agostino, 2003]. En utilisant une analyse thermique sur une bulle comme sur la figure 6 [Brennen, 1995], on peut obtenir une relation entre la vitesse du son dans un mélange diphasique et la température [Rapposelli et D'Agostino, 2003]. A partir de là, il est donc possible en intégrant cette célérité, de retrouver une loi entre la masse volumique et la pression. C'est cette méthode qui est utilisée par cette équipe italienne pour modéliser la cavitation avec effet thermodynamique. Ils présentent des résultats sur un hydrofoil avec un calcul Euler.

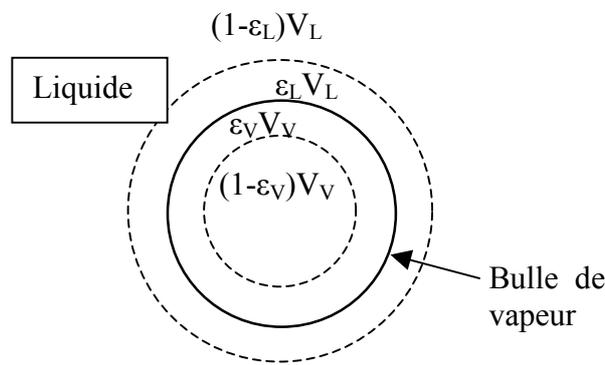


Figure III. 6 : Schéma représentant les volumes de vapeur et de liquide à l'équilibre thermique pour une bulle de vapeur, d'après [Rapposelli et d'Agostino, 2001]

La vitesse du son vérifie la relation :

$$\frac{1}{\rho c^2} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial p} \cong \frac{1-\alpha}{p} \left[ (1-\varepsilon_L) \frac{p}{\rho_L c_L^2} + \varepsilon_L g^* \left( \frac{p_c}{p} \right)^\eta \right] + \frac{\alpha}{\gamma_V p}$$

Dans cette expression,  $\varepsilon_L$  représente la fraction de liquide participant aux échanges de chaleur avec la vapeur :

$$\varepsilon_L = \frac{\alpha}{1-\alpha} \left[ \left( 1 + \frac{\delta_T}{R} \right)^3 - 1 \right] \text{ où } \frac{\delta_T}{R} \text{ est un paramètre de contrôle obtenu à partir de calage du}$$

modèle sur des résultats expérimentaux.

Les autres paramètres sont les suivants :

$$\gamma_V = \frac{C_{p_V}}{C_{v_V}}$$

Pour l'eau froide :

$$g^* = 1.67 ; \quad \eta = 0.73 ; \quad p_c = 221.29 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

Pour l'azote :

$$g^* = 1.3 ; \quad \eta = 0.69 ; \quad p_c = 3.4 \cdot 10^6 \text{ Pa}$$

Des calculs sont présentés pour un écoulement non-visqueux 2D sur un hydrofoil pour de l'eau froide (20°C) et de l'eau chaude thermosensible (110°C). On observe une différence du

profil de pression sur l'extrados entre les deux calculs due à l'effet thermodynamique (figure 7).

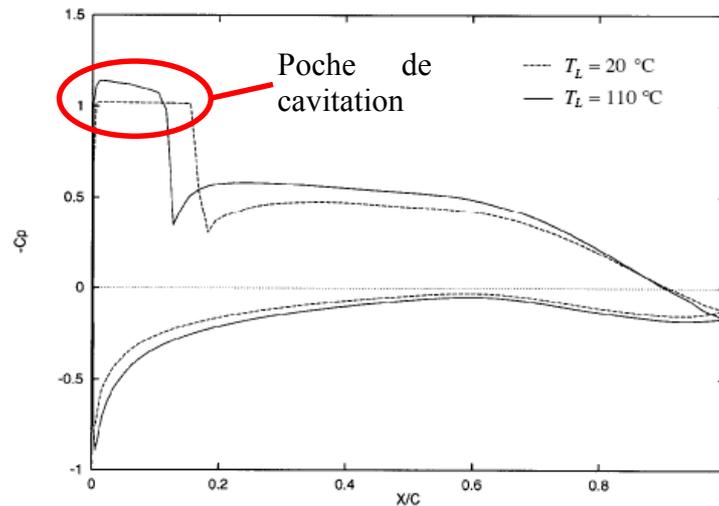


Figure III. 7 : Comparaison des profils de pression calculés, sur un hydrofoil entre l'eau froide et l'eau chaude, à  $\sigma_{amont}$  donné [Rapposelli et D'Agostino, 2003]

Nous soulignons le fait que nous disposons que d'une seule référence sur ce modèle, ce qui ne nous permet pas d'établir sa complète compréhension. Il semblerait que la loi  $\rho=f(p)$  soit paramétrée par les grandeurs thermodynamiques du fluide étudié, mais nous n'avons pas pu établir précisément l'influence du champ de température sur cette loi. L'analyse thermique sur une bulle se conclue par l'utilisation d'un paramètre global,  $\frac{\delta_T}{R}$ , qui ne fait donc pas intervenir la température locale.

#### IV. A. 2/ Les modèles HEM, HRM, CEV

Un grand nombre de modèles existants qui prennent en compte les effets thermodynamiques est basé sur l'approche Homogeneous Equilibrium Model [Charles, 1994] [Ventikos et Tzabiras, 1995], [Saurel et al., 1999], [Barberon et Helluy, 2005], [Clerc, 2000]. Cela consiste à résoudre les lois de conservation pour le mélange et de fermer le système par une loi d'état du mélange obtenue à partir des équations d'état de chaque phase, pondérées par le taux de vide. Sa forme générale peut s'écrire :

$$\rho_m(T, p) = \alpha \rho_v(T_v, p_v) + (1 - \alpha) \rho_L(T_L, p_L)$$

On peut aussi obtenir une relation du type :

$$\alpha = \frac{\rho h_m - \rho_L h_{Lsat}}{\rho_v h_{v sat} - \rho_L h_{Lsat}}$$

[Clerc, 2000] propose de définir le titre thermodynamique en fonction de l'enthalpie, connaissant les enthalpies de saturation pour chaque phase. Cette relation s'écrit :

$$x = \frac{h_m - h_{Lsat}}{h_{v sat} - h_{Lsat}}$$

On représente sur la figure 8 les différents états de la matière, et les relations entre l'enthalpie de mélange et les enthalpies de saturations, à la pression de saturation.

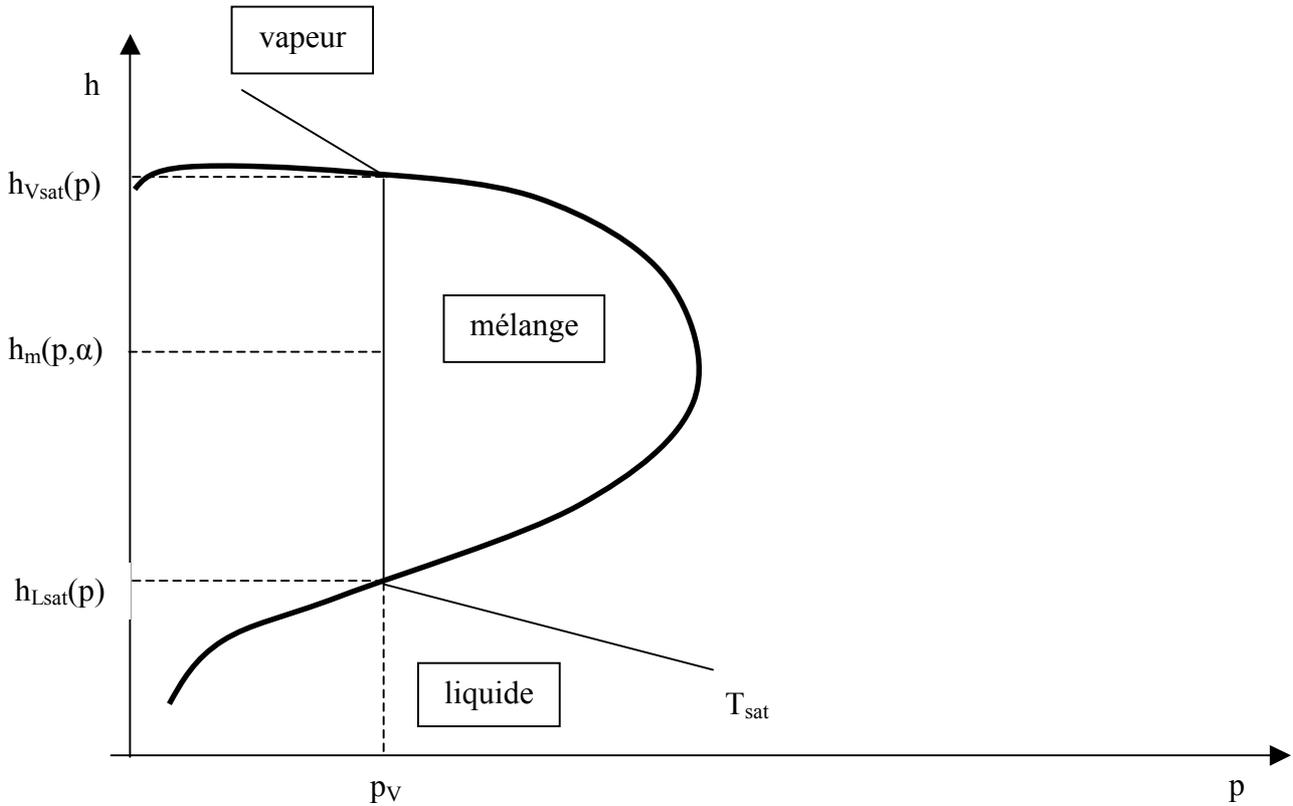


Figure III. 8 : Diagramme de phase enthalpie-pression ; équilibre thermodynamique

Différentes lois d'état pour caractériser les phases ont été utilisées. [Charles, 1994] définit chaque phase comme incompressible et [Ventikos et Tzabiras, 1995] utilisent les tables thermodynamiques.

Pour des écoulements compressibles, [Saurel et al., 1999] utilise la loi de Tait pour le liquide et la loi des gaz parfaits pour la vapeur, pour calculer la pression dans chaque phase. Le mélange est supposé à la pression de saturation. Les masses volumiques de chaque phase à la saturation sont données par des fonctions polynomiales de la température et la masse volumique du mélange est définie par :

$$\rho = \alpha \rho_{v\text{sat}}(T) + (1 - \alpha) \rho_{L\text{sat}}(T)$$

L'inconvénient de l'approche HEM est qu'elle définit le changement de phase comme instantané. Les phénomènes cinétiques du changement de phase ne sont pas pris en compte. Les résultats de [Charles, 1994] montrent bien une cohérence en venturi 2D de ce modèle pour des faibles vitesses d'écoulements ( $\cong 10$  m/s), mais pas pour des vitesses élevées ( $\cong 40$  m/s).

A forte vitesse, les gradients de pression sont plus élevés, pour autant, une particule liquide ne devient pas vapeur immédiatement, elle se retrouve dans un équilibre métastable, où sa pression est inférieure à la pression de saturation. Il y a un retard au changement de phase. C'est ce qu'on appelle la transition de phase. Seuls les modèles avec déséquilibres peuvent représenter ce phénomène.

A partir des modèles HEM a été dérivé le modèle HRM pour Homogeneous Relaxation Model qui consiste à représenter cette fois un déséquilibre thermodynamique. Il a été proposé initialement par [Bilicki et Kestin, 1990]. Les déséquilibres entre les phases sont caractérisés à l'aide d'une équation supplémentaire. Ce modèle consiste à décrire les zones diphasiques comme un mélange de vapeur à saturation et de liquide métastable, le retour à l'équilibre de la phase liquide étant fonction d'un temps de relaxation, d'où le nom HRM. Il a été utilisé pour simuler les phénomènes d'ébullition [Downar-Zapolski et al., 1996], [Lemonnier, 2003]. A notre connaissance, il n'existe à ce jour pas d'application à des calculs en régime cavitant.

Le modèle CEV pour Constant Enthalpy Vaporisation, développé dans le code CFX, consiste à modéliser le fluide comme isenthalpique lors des processus de vaporisation/condensation. Les deux phases sont supposées à l'équilibre thermodynamique. Le processus de vaporisation peut être décrit de la façon suivante, en suivant une ligne de courant passant de la zone liquide pure à la zone diphasique (figure 9) :

- Détente monophasique du liquide jusqu'à la pression de saturation ; 1-3.
- Formation de vapeur à une pression inférieure à la pression de saturation; 3-2.

Le taux de vide est donc obtenu par la relation identique aux modèles présentés précédemment :

$$x_L = \frac{h_V(p) - h}{h_V(p) - h_L(p)} \quad \text{et} \quad \rho_m = \frac{1}{\frac{1}{\rho_V} + x_L \left( \frac{1}{\rho_L} - \frac{1}{\rho_V} \right)}$$

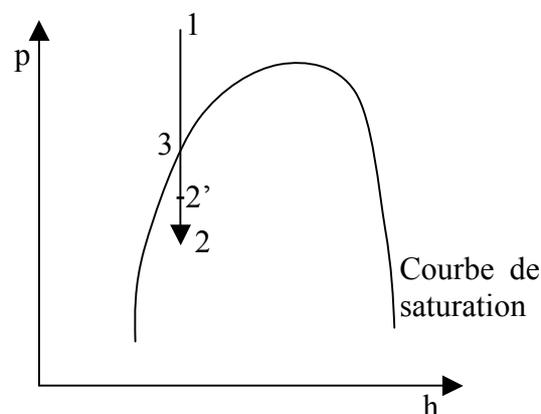


Figure III. 9 : Processus de vaporisation/condensation à enthalpie constante le long d'une ligne de courant [El Oudghiri, 2003]

Afin de prendre en compte les déséquilibre entre les phases, sans équations supplémentaires, un paramètre  $k_s$  est introduit. Ce paramètre permet de façon arbitraire de calculer le taux de vide à partir de grandeurs thermodynamiques non plus à la pression de saturation mais à une pression plus faible (1-2' sur la figure 9).

$$k_s = \frac{1 - x_{L\text{désé}}}{1 - x_L}$$

La masse volumique du mélange est alors donnée par la relation :

$$\rho_m = \frac{1}{\frac{1}{\rho_V} + x_{Ldésé} \left( \frac{1}{\rho_L} - \frac{1}{\rho_V} \right)}$$

Le modèle CEV permet donc de prendre en compte un certain déséquilibre entre les phases tout en résolvant seulement trois équations de conservation. Toutefois certains auteurs relèvent des problèmes de convergence avec cette approche notamment pour les faibles nombres de cavitation [Sloteman et al., 2004], [Ait Bouziad et al., 2002].

#### IV. B/ Modèles dits “transport du taux de vide”

A partir du modèle sans effets thermodynamiques implémenté dans le code CAVKA et présenté au paragraphe III. B. 2. a/, un modèle de prise en compte des effets thermodynamiques a été proposé par les mêmes auteurs [Sauer et Schnerr, 2000]. Ils proposent de coupler les grandeurs thermodynamiques de chaque phase et notamment la pression de vaporisation présente dans le terme source de transfert de masse, à la température, provenant de la résolution de l'équation de conservation de l'énergie pour le mélange. Des calculs instationnaires en eau chaude sont présentés dans une tuyère 2D.

Dans le modèle proposé par [Saito et al., 2003], l'équation de continuité pour la phase vapeur est utilisée:

$$\frac{\partial \alpha \rho_V}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha \rho_V \mathbf{u}) = \dot{m}$$

Le système est fermé par la modélisation du terme source ainsi que par une loi d'état du mélange.

Pour représenter l'état thermodynamique de la phase liquide, la loi de Tamman est utilisée :

$$p + p_c = \rho_L K (T + T_c)$$

L'utilisation des paramètres  $p_c$ ,  $K$ ,  $T_c$ , est une autre formulation mais équivalente de la loi des gaz raides paramétrée par “ $q$ ,  $p_\infty$  et  $\gamma$ ” dans le chapitre II sur les lois d'état.

La phase vapeur est représentée par un gaz parfait :

$$p = \rho_V r T$$

La loi d'état pour un mélange homogène liquide-vapeur est donnée par la pondération par le titre thermodynamique des lois d'état de chaque phase (respectivement loi de Tamman pour le liquide et loi des gaz parfaits pour la vapeur) :

$$\frac{1}{\rho} = \frac{1}{\rho_L} (1-x) + \frac{1}{\rho_V} x$$

Soit :

$$\rho = \frac{p(p + p_c)}{K(1-x)p(T + T_c) + rx(p + p_c)T}$$

La pression de vaporisation est donnée par une formule empirique, fonction de la température. Le terme source de transfert de masse est proportionnel à la différence de pression  $p_v - p$ , ainsi qu'à l'inverse de la racine carrée de la température de saturation.

$$\dot{m} = \begin{cases} \dot{m}^+ & \text{si } p < p_v^* \\ \dot{m}^- & \text{si } p \geq p_v^* \end{cases}$$

$$\dot{m}^+ = C_e A \alpha (1 - \alpha) \frac{\rho_L}{\rho_V} \frac{p_V^* - p}{\sqrt{2\pi R T_S}}$$

$$\dot{m}^- = C_c A \alpha (1 - \alpha) \frac{p_V^* - p}{\sqrt{2\pi R T_S}}$$

$T_S$  est la température de saturation.

$$A = C_a \alpha (1 - \alpha)$$

$A$  est un paramètre qui représente la taille de la surface d'échange entre les deux phases.

La pression de vapeur est donnée par la formule empirique suivante pour l'eau froide :

$$p_V^* = 22.13 \times 10^6 \exp\left\{\left(1 - \frac{647.31}{T}\right) \left(7.21379 + (1.152 \times 10^{-5} - 4.787 \times 10^{-9} T)(T - 483.16)^2\right)\right\}$$

Les paramètres  $C_{a,c,e}$  sont des constantes empiriques.

Bien que ce modèle résolve l'équation de conservation de l'énergie, les applications présentées concernent des écoulements cavitants en eau froide.

Le modèle de [Hosangadi et Ahuja, 2005] utilise un terme source basé sur celui de [Merkle et al., 1998]. Ces travaux sont développés dans le code CRUNCH. A notre connaissance ils sont les seuls à ce jour à avoir calculé la chute de performance d'un inducteur en fluide cryogénique. Ils utilisent l'équation suivante :

$$\frac{\partial \rho_V \alpha}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_V \alpha \mathbf{u}) = m_t$$

$m_t$  est le terme source de transfert de masse :

$$m_t = \dot{m}^- \alpha \rho_V + \dot{m}^+ (1 - \alpha) \rho_L$$

avec :

$$\dot{m}^- = \begin{bmatrix} 0 & p < p_V \\ \frac{1}{\tau_V} \frac{U_{ref}}{L_{ref}} \left[ \frac{p - p_V}{\frac{1}{2} \rho_L U_{ref}^2} \right] & p > p_V \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \dot{m}^+ = \begin{bmatrix} 0 & p > p_V \\ \frac{1}{\tau_L} \frac{U_{ref}}{L_{ref}} \left[ \frac{p - p_V}{\frac{1}{2} \rho_L U_{ref}^2} \right] & p < p_V \end{bmatrix}$$

$\tau_V$  et  $\tau_L$  sont respectivement les constantes de temps de vaporisation et de condensation égales à une valeur identique, 0.01s. Les propriétés thermodynamiques de chaque phase sont calculées à partir des tables de données NIST.

Sur la figure 10, sont représentés la chute de performance de l'inducteur calculée (CRUNCH), comparée à des résultats d'essais de la NASA, en hydrogène, ainsi que le champ de taux de vide sur l'extrados de l'aube pour un point de fonctionnement donné ( $\phi=0.072$ ,  $T_{ref} = 20.55K$ ,  $\omega = 20000$  rpm). Le paramètre  $N_{SS}$  donne le niveau de cavitation (équivalent donc au NPSH ou encore au nombre de cavitation  $\sigma$ ).

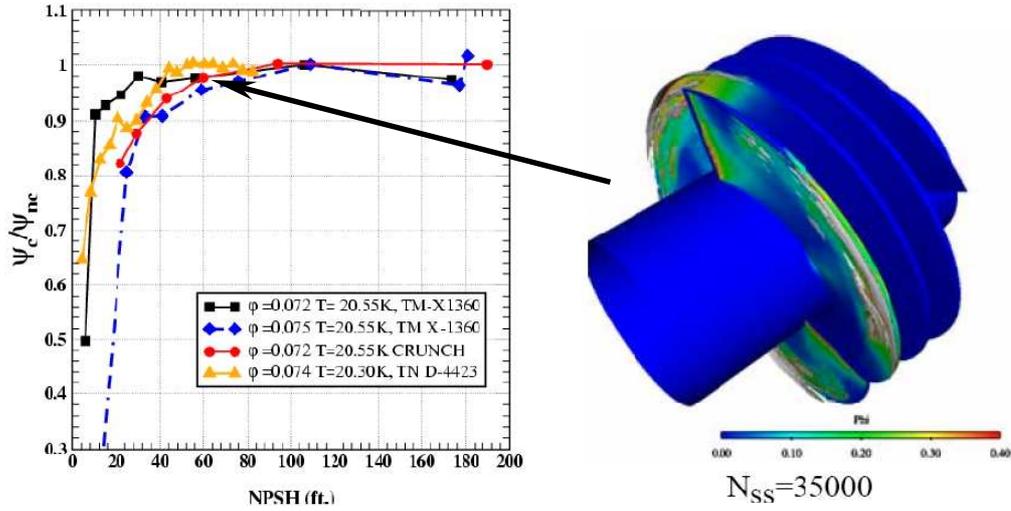


Figure III. 10 : Chute de performance en hydrogène (calcul : CRUNCH) et champ de taux de vide sur l'extrados de l'inducteur ( $\phi=0.072$ ,  $T_{ref} = 20.55K$ ), [Hosangadi et al., 2006]

On peut voir sur la figure 10 que la chute de performance calculée est décalée par rapport aux résultats expérimentaux, d'une dizaine de pieds environ sur le NPSH (carré noir : expérimental, rond rouge : calcul).

A partir du modèle Sharp IDM, présenté au paragraphe III. B. 1/ de ce chapitre, [Utturkar et al., 2005] ont implémenté la prise en compte des effets thermodynamiques. Le modèle originel sans effets thermodynamiques utilise les relations de saut d'une interface liquide-vapeur pour construire le terme source de transfert de masse. Cette méthode est justifiée par les auteurs par le fait que les poches de cavitation en eau froide contiennent un taux de vide important (figure 5). En partant de l'analyse de [Hord, 1973] sur la composition des poches de cavitation en fluide cryogénique, qui décrit les zones de vapeur comme une zone de mélange ayant un taux de vide plus faible, un modèle utilisant cette fois les relations de saut entre le liquide et le mélange est formulé.

Le terme source de transfert de masse se met alors sous la forme :

$$\dot{m}^- = \frac{\rho_L \alpha_L \text{Min}(0, p - p_V)}{\rho_i (U_{m,n} - U_{l,n})^2 (\rho_L - \rho_V) t_\infty}$$

$$\dot{m}^+ = \frac{\rho_L (1 - \alpha_L) \text{Max}(0, p - p_V)}{\rho_j (U_{m,n} - U_{l,n})^2 (\rho_L - \rho_V) t_\infty}$$

si  $\alpha_L \geq 0.99$   $\rho_i = \rho_m$  et  $\rho_j = \rho_m$

si  $\alpha_L < 0.99$   $\rho_i = \rho_V$  et  $\rho_j = \rho_L$

Ce modèle reste valide pour les écoulements cavitants en eau froide. De même que pour le modèle sharp IDM,

$$U_{m,n} = \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} \text{ avec } \mathbf{n} = \frac{\nabla \alpha_L}{|\nabla \alpha_L|}$$

et pour un calcul stationnaire, la composante normale de la vitesse de l'interface,  $U_{I,n}$  est égale à zéro.

Des calculs sont présentés pour analyser les effets thermodynamiques pour un écoulement d'azote autour d'une ogive, 2D, turbulent. Les profils de pression en paroi dans la poche montrent un bon comportement qualitatif du modèle, et le taux de vide dans les poches est nettement diminué en comparaison des calculs en eau froide.

#### IV. C/ Les modèles bi-fluide

[Saurel et Le Métayer, 2001] proposent un modèle multiphasique basé sur cinq équations par phase, dont la formulation très générale permet de traiter différentes applications (matériaux compressibles, écoulements homogènes liquide-gaz, évolution de chocs, cavitation). Cette approche est basée sur le modèle de [Baer et Nunziato, 1986] présenté au paragraphe IV. G/ du chapitre II.

Le système d'équation s'écrit pour chaque phase  $k$  :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \alpha_k \rho_k}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha_k \rho_k \mathbf{u}_k) &= m_k \\ \frac{\partial \alpha_k \rho_k \mathbf{u}_k}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha_k \rho_k \mathbf{u}_k \otimes \mathbf{u}_k) &= -\nabla (\alpha_k p_k) + m_k \mathbf{u}_I + \mathbf{F}_k^d + p_I \nabla \alpha_k \\ \frac{\partial \alpha_k \rho_k E_k}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha_k \rho_k E_k \mathbf{u}_k) &= -\nabla \cdot [p_k \mathbf{u}_k] + p_I \mathbf{u}_I \cdot \nabla \alpha_k + m_k E_{kl} - \mu p_I (p_k - p_{k'}) + \mathbf{F}_k^d \cdot \mathbf{u}_I + Q_{kl} \\ \frac{\partial \alpha_k}{\partial t} + \mathbf{u}_I \cdot \nabla \alpha_k &= \mu (p_k - p_{k'}) + \frac{m_k}{\rho_X} \\ \frac{\partial N_k}{\partial t} + \nabla \cdot (N_k \mathbf{u}_k) &= \dot{N}_k \end{aligned}$$

avec les relations de saut suivantes :

$$\begin{aligned} \sum_k m_k &= 0 \\ \sum_k m_k \mathbf{u}_I + \mathbf{F}_k^d + p_I \nabla \alpha_k &= 0 \\ \sum_k p_I \mathbf{u}_I \cdot \nabla \alpha_k + m_k E_{kl} - \mu p_I (p_k - p_{k'}) + \mathbf{F}_k^d \cdot \mathbf{u}_I + Q_{kl} &= 0 \end{aligned}$$

On reconnaît les trois équations de conservation de masse, quantité de mouvement et énergie, auxquelles s'ajoutent une équation de transport de la fraction volumique de la phase  $k$ ,  $\alpha_k$ , ainsi qu'une équation du nombre  $N_k$  d'entités de la phase  $k$  (ex : nombre de bulles pour un écoulement diphasique liquide-gaz majoritairement liquide). Ainsi le terme source  $\dot{N}_k$  de cette équation représente les phénomènes de coalescence et de fractionnement.

Ce système d'équation fait apparaître la vitesse d'interface, définie par :

$$\mathbf{u}_I = \frac{\sum_k \alpha_k \rho_k \mathbf{u}_k}{\sum_k \alpha_k \rho_k}$$

ainsi que la pression de l'interface :

$$p_I = \sum_k \alpha_k \left( p_k + \rho_k (\mathbf{u}_I - \mathbf{u}_k)^2 \right)$$

Le terme de transfert de quantité de mouvement dû aux forces de traînée entre les phases est modélisé par un terme de relaxation de la vitesse :

$$\mathbf{F}_k^d = \lambda_k (\mathbf{u}_k - \mathbf{u}_{k'})$$

Pour un écoulement à deux phases, les auteurs proposent le terme de transfert de masse suivant, obtenu à partir des relations de saut à l'interface :

$$m_1 = \frac{-(Q_{1I} + Q_{2I})}{(E_{1I} - E_{2I})}$$

Le transfert d'énergie à l'interface est modélisé par des corrélations empiriques du nombre de Nusselt,

$$Q_{kl} = h_k (T_{kl} - T_k) A_{ech}$$

où  $A_{ech}$  est la surface caractéristique des échanges interfaciaux. Pour des entités sphériques (bulles, gouttes) on obtient :

$$A_{ech} = N_1 4\pi R^2$$

et avec la définition du coefficient d'échange suivante :

$$h_V = \frac{\lambda_V Nu}{2R}$$

le nombre de Nusselt étant défini à partir du nombre de Reynolds et du nombre de Prandtl :

$$Nu = 2 + 0.6 Re^{0.5} Pr^{0.33}$$

Les termes  $\mu(p_k - p_{k'})$  et  $\mu p_I (p_k - p_{k'})$  sont des termes de relaxation et caractérisent le retour à l'équilibre entre les pressions de chaque phase, contrôlé par la valeur de  $\mu$ .

De plus le transfert de masse fait apparaître un terme supplémentaire,  $\frac{m_k}{\rho_X}$ , dans l'équation de

transport de la fraction volumique, où  $\rho_X$  représente la masse volumique de la phase la moins compressible. Ce terme est dû au découplage entre la résolution numérique du transfert de masse et de la propagation acoustique.

Des applications pour des écoulements cavitants, 2D, non visqueux, où les deux phases sont compressibles sont exposées. Bien que ces calculs soient présentés sans le terme de transfert de masse, nous nous sommes intéressés à cette approche pour la formulation des termes sources, ainsi que pour la description des déséquilibres thermodynamiques grâce aux termes de relaxation. En effet nous avons envisagé plusieurs approches pour la modélisation de la cavitation avec effets thermodynamiques. La modélisation des termes de transfert entre les phases est un des enjeux majeurs de ces applications, ainsi que la représentation des déséquilibres entre les phases.

[Mimouni et al., 2006] présentent des calculs de cavitation réalisés avec le code NEPTUNE développé originellement par EDF et le CEA pour l'étude des écoulements diphasiques en ébullition. NEPTUNE utilise une approche bi-fluide et permet de simuler un grand nombre de configurations d'écoulement : phase gazeuse ou liquide avec des particules solides, phase liquide et sa vapeur, ainsi que différentes topologies d'écoulement : phases dispersées, écoulements avec une phase continue...

Le terme de transfert de masse est donné par la relation suivante, obtenue à partir des relations de saut à l'interface :

$$\Gamma_L = -\Gamma_V = \frac{q_{LI} + q_{VI}}{h_{VI} - h_{LI}} A_I$$

$q_{kl}$  représente le flux de chaleur interfacial dans la phase  $k$ ,  $h_{kl}$  l'enthalpie de la phase  $k$  à l'interface et  $A_I = 6\alpha/d$  la surface caractéristique des échanges ( $\alpha$  est le taux de vide et  $d$  le diamètre moyen des bulles pris égal à 0.1 mm).

Les enthalpies de chaque phase à l'interface sont supposées à saturation. Le flux de chaleur interfacial est modélisé de la façon suivante :

$$q_{kl} = c_{kl} (T_{sat}(p) - T_k)$$

Avec les capacités calorifiques suivantes :

$$c_{Ll} = \frac{Nu_L \lambda_L}{d} \text{ et } c_{Vl} = \frac{\alpha \rho_V C_{pV}}{\Delta t}$$

Le nombre de Nusselt du liquide est modélisé par :

$$Nu_L = 2 + 0.6 Re^{1/2} Pr_L^{1/3}$$

avec  $Re$  le nombre de Reynolds basé sur le rayon d'une bulle, et  $Pr$  le nombre de Prandtl du liquide :

$$Re = \frac{|U_V - U_L| d}{\nu_L} \text{ et } Pr_L = \frac{\nu_L}{a_L}$$

Dans ces équations,  $\lambda_L$  est la conductivité thermique du liquide,  $C_{pV}$  la capacité calorifique de la vapeur à pression constante,  $\Delta t$  le pas de temps itératif,  $\nu_L$  la viscosité cinématique du liquide et  $a_L$  la diffusivité thermique du liquide.

Le transfert de quantité de mouvement est basé sur un terme dû au transfert de masse, et un terme de traînée. Des résultats sont présentés pour un écoulement 3D d'eau froide à travers un diaphragme. Ces calculs sont comparés aux données d'essais du cas test dénommé SUPER MOBY DICK. Ces travaux sont très intéressants dans le sens où ils mettent en évidence les similarités entre les phénomènes de cavitation et d'ébullition. Ils permettent notamment d'apporter une nouvelle modélisation des transferts interfaciaux pour la cavitation basée sur ceux de l'ébullition.

## V/ Synthèse

Afin de justifier notre choix pour l'implémentation d'un modèle de prise en compte des effets thermodynamiques, nous présentons les avantages et les inconvénients des trois approches générales suivantes : la fermeture du système par une loi d'état du mélange, par une équation de continuité supplémentaire avec un terme source de type empirique ou basé sur l'équation de Rayleigh-Plesset.

### V. A/ Avantages et inconvénients des modèles utilisant l'équation d'état du mélange ou l'approche équilibre

#### **Avantages :**

L'approche homogène des écoulements diphasiques avec une fermeture du problème par une loi d'état du mélange ou par un modèle à l'équilibre permet d'utiliser une formulation simple des équations comme pour une modélisation monophasique. Le système des équations de Navier-Stokes est résolu pour un fluide mélange, avec ou sans l'équation de l'énergie, et la fermeture se fait par une loi d'état. La différence avec un problème monophasique est d'ordre numérique et réside dans le fait que le solveur doit à la fois être capable de traiter des zones incompressibles (phase pure) et compressibles (mélange). De plus avec cette approche il est

possible de prendre en compte les déséquilibres thermodynamiques entre les phases à partir du moment où le mélange n'est plus caractérisé par les grandeurs à saturation.

### Inconvénients :

Cette méthode peut parfois souffrir d'une modélisation physique insuffisante. La relation explicite et unique entre les variables d'état peut être un handicap dans certains cas. Ainsi pour un couple de pression et de température donné, il n'est pas forcément avéré que dans la réalité il corresponde une unique masse volumique d'un mélange.

De plus s'il y a déséquilibre, il n'est pas toujours évident de le contrôler ni de le justifier. Pour exemple, le modèle CEV, ou encore la loi barotrope représente un certain déséquilibre dans le sens où la pression n'est pas égale à la pression de saturation dans toute la poche. Mais cet écart est donné à partir d'un paramètre arbitraire ( $k_s$  dans le premier cas,  $A_{min}$  pour la loi barotrope sinusoïdale) et il ne fait notamment pas de différence entre le retard à la vaporisation et le retard à la condensation.

Pour illustrer ce problème, nous traçons sur la figure 11 la pression en fonction de la masse volumique pour de l'eau à 20°C. Le graphe de gauche est en échelle log pour pouvoir représenter la courbe de saturation (noir). La courbe bleu représente la loi barotrope sinusoïdale avec  $A_{min} 20$ , la courbe rouge  $A_{min} 50$  ce qui correspond respectivement à une vitesse du son minimale dans le mélange de 0.89 m/s et de 2.25 m/s.

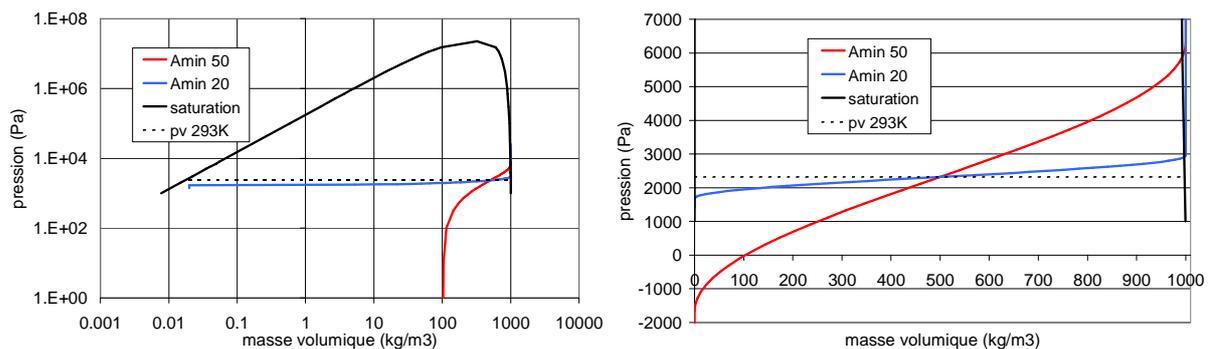


Figure III. 11 : Loi barotrope et courbe de saturation, eau 20°C

On s'aperçoit que pour des taux de vide supérieurs à 90%, la pression absolue devient négative pour  $A_{min} 50$ . La vitesse du son minimale de 2.25 m/s qui d'après [Pouffary, 2004] est une bonne approximation de la célérité minimale dans le mélange conduit donc à des pressions non-physiques pour des taux de vide élevés. Il faut tout de même rappeler que ce problème n'est pas gênant pour des applications de calculs de prédiction de la performance de turbomachine, les pressions relatives étant très importantes.

### V. B/ Avantages et inconvénients des modèles utilisant l'équation de continuité supplémentaire dits "transport de taux de vide", avec un terme source de type empirique

#### Avantages :

Grâce à la résolution d'une loi de conservation supplémentaire, ces modèles en intermédiaire entre une approche mono-fluide et bi-fluide, permettent de modéliser le changement de phase à l'aide d'un terme source de transfert de masse. Ce terme peut ainsi être calibré en fonction de l'intensité des échanges et notamment une différence peut être faite entre la vaporisation et

la condensation. Il est ainsi plus facile, à partir de données d'essais, de paramétrer les échanges de masse entre les phases.

#### **Inconvénients :**

Il faut noter tout de même que la résolution d'une équation de conservation supplémentaire nécessite un temps de calcul plus important. De plus, les termes sources proviennent d'une formulation empirique avec des coefficients à caler qui n'ont pas toujours de justifications physiques. Ainsi on pourra trouver dans certains cas un terme source de destruction plus grand, qui d'après les auteurs se justifie par le fait que le changement de phase de condensation est plus rapide ce qui n'est pas argumenté. Différents facteurs interviennent dans la définition du temps de retard au changement de phase, notamment l'échelon de pression soumis au fluide, la nature du fluide, la quantité de germes en présence, l'agitation turbulente... Dans le cas de l'ébullition, des études centrées sur le changement de phase ont permis de définir pour certaines configurations d'écoulement données ce temps caractéristique [Berne, 1983].

#### V. C/ Avantages et inconvénients des modèles utilisant l'équation de Rayleigh-Plesset pour représenter le transfert de masse

##### **Avantages :**

Les modèles dont le terme source est basé sur l'équation de Rayleigh-Plesset ont l'avantage d'avoir une justification plus physique de ce terme de transfert de masse car il est basé sur l'équation de croissance d'une bulle et non plus sur une relation empirique.

##### **Inconvénients :**

Ces modèles ont les lacunes suivantes :

- Pas de fractionnement ni de coalescence, c'est-à-dire que le nombre de bulles  $N$  reste constant dans l'écoulement.
- Si ce nombre de bulles est variable, il est nécessaire d'utiliser une loi de transport supplémentaire pour l'obtenir dans chaque maille.
- La conservation de la forme sphérique implique que l'on néglige les interactions entre bulles. Ceci est vrai pour des taux de vide faible.

En général, l'évolution du rayon est supposée lente afin de négliger les dérivées secondes de l'équation de Rayleigh-Plesset.

Finalement la justification plus physique du transfert de masse n'est plus tout à fait valide car les hypothèses faites conduisent à des termes de transfert de masse très proches de ceux obtenus par une loi empirique.

#### V. D/ Conclusion

Pour conclure sur les modèles dits à "transport de taux de vide", on peut distinguer les différents termes sources selon deux principales caractéristiques : la forme de la relation avec la pression, linéaire avec  $p_v - p$  ou proportionnelle à la racine  $\sqrt{p_v - p}$  (Rayleigh-Plesset), et de la prise en compte du couplage de la pression de vaporisation à la température ( $p_v = p_v(T)$ ).

Nous présentons dans le tableau 1 une revue non exhaustive des principaux modèles numériques développés pour la simulation des écoulements cavitants. Ces modèles sont classés selon leur approche des écoulements diphasiques, les lois de fermeture du système, le schéma numérique employé ainsi que le type d'écoulement et enfin les écoulements simulés. On pourra se référer au lexique faisant suite pour les abréviations utilisées dans le tableau.

Modèle de cavitation	Modèles de fermeture du système	Algorithme numérique	Type d'écoulement	Auteurs
Loi barotrope sinusoidale <i>Fine/Turbo</i>	$\rho = \frac{\rho_L + \rho_V}{2} + \frac{\rho_L - \rho_V}{2} \sin\left(\frac{p - p_V}{c_{\min}^2} \frac{2}{\rho_L - \rho_V}\right)$	Compressibilité artificielle 3D N.S. turbulence: k-ε	Inducteur	[Gonzalo et al., 2006]
Loi barotrope sinusoidale <i>Iz</i>	$\rho = \frac{\rho_L + \rho_V}{2} + \frac{\rho_L - \rho_V}{2} \sin\left(\frac{p - p_V}{c_{\min}^2} \frac{2}{\rho_L - \rho_V}\right)$	“Pressure based” 2D N.S. turbulence: k-ε	Hydrofoil Venturi	[Coutier et al., 2003] [Fortes et al., 2006]
Loi barotrope polynomiale	$p = \sum_{i=0}^5 a_i \rho^2$	Compressible 3D N.S. turbulence : modèle SGS	Hydrofoil	[Song, 2002]
Loi barotrope à partir de la vitesse du son	$p = p_{sat} + \frac{\rho_V c_V^2 \rho_L c_L^2 (\rho_V - \rho_L)}{\rho_V^2 c_V^2 - \rho_L^2 c_L^2}$ $\ln\left[\frac{\rho_V c_V^2 (\rho_L + \alpha(\rho_V - \rho_L))}{\rho_L (\rho_V c_V^2 - \alpha(\rho_V c_V^2 - \rho_L c_L^2))}\right]$	Compressible 2D N.S.	Injecteur	[Schmidt, 1997]
Loi barotrope à partir de la vitesse du son, <i>CAVIF</i>	$p = p_{sat} + \frac{\rho_V c_V^2 \rho_L c_L^2 (\rho_V - \rho_L)}{\rho_V^2 c_V^2 - \rho_L^2 c_L^2}$ $\ln\left[\frac{\rho_V c_V^2 (\rho_L + \alpha(\rho_V - \rho_L))}{\rho_L (\rho_V c_V^2 - \alpha(\rho_V c_V^2 - \rho_L c_L^2))}\right]$	Compressible 2D-3D N.S.	Atomisation de jet cavitant de diesel	[Moreau et al., 2004], [Dumont, 2004]
Loi barotrope à partir des lois isentropiques pour chaque phase	$\rho = \frac{k\rho_V^{vap} + \rho_L^{vap}}{\left(\frac{\bar{p}}{\bar{p}_{cav}}\right)^{-1/\gamma} + k\left(\frac{p}{p_{cav}}\right)^{-1/\gamma}}$	Compressible 1D 2D Euler	Explosion sous-marine	[Liu et al., 2004]
TTV	$\rho = x_V \rho_V + x_L \rho_L$ $-\frac{x_V}{\tau_V} = \begin{cases} 0 & \text{when } p < p_V \\ \frac{1}{k\tau_{ref}} \left  \frac{p - p_V}{q} \right  & \text{when } p > p_V \end{cases}$	Compressibilité artificielle 2D Euler	Hydrofoil	[Merkle et al., 1998]
TTV	$\dot{m}^- = \frac{C_{dest} \rho_V \alpha_L \text{Min}(0, p - p_V)}{\rho_L (\rho_L U_{ref}^2 / 2) t_\infty}$ $\dot{m}^+ = \frac{C_{prod} \rho_V \alpha_L^2 (1 - \alpha_L)}{\rho_L t_\infty}$	Compressibilité artificielle 3D N.S. turbulence: k-ε	Ogive	[Kunz et al., 2000]
TTV, <i>Iz</i>	$\dot{m}^- = \frac{C_{dest} \rho_V \alpha_L \text{Min}(0, p - p_V)}{\rho_L (\rho_L U_{ref}^2 / 2) t_\infty}$ $\dot{m}^+ = \frac{C_{prod} \rho_V \alpha_L^2 (1 - \alpha_L)}{\rho_L t_\infty}$	“Pressure based” 2D N.S. turbulence: k-ε	Venturi	[Fortes et al., 2006]

TTV, IDM	$\dot{m}^- = \frac{\rho_V \alpha_L \text{Min}(0, p - p_V)}{\rho_V (U_{V,n} - U_{L,n})^2 (\rho_L - \rho_V) t_\infty}$ $\dot{m}^+ = \frac{(1 - \alpha_L) \text{Max}(0, p - p_V)}{(U_{V,n} - U_{L,n})^2 (\rho_L - \rho_V) t_\infty}$	“Pressure based” 3D N.S. turbulence: k-ε	Airfoil, Venturi, Ogive	[Senocak et Shyy, 2004]
TTV, CAVKA	$\frac{dR}{dt} = \pm \sqrt{\frac{2  p - p_V }{3 \rho_1}}$	“Pressure based” 2D N.S. turbulence : k-ω	Hydrofoil	[Sauer, 2000]
TTV, CFX	$S = \begin{cases} S_V = F_V N_V \rho_V 4\pi R_B^2 \sqrt{\frac{2  p_V - p }{3 \rho_L}} & \text{when } p < p_V \\ S_L = F_C N_C \rho_V 4\pi R_B^2 \sqrt{\frac{2  p_V - p }{3 \rho_L}} & \text{when } p > p_V \end{cases}$	“Pressure based” 3D N.S. turbulence: k-ε	Hydrofoil, Inducteur	[Ait Bouziad et al., 2003]
TTV, FLUENT, ACE+	$\frac{1}{\rho_m} = \frac{1}{\rho_L} (1 - x_V) + \frac{1}{\rho_V} x_V$ $\begin{cases} \text{Re} = C_e \frac{\sqrt{k}}{\gamma} \rho_L \rho_V \sqrt{\frac{2  p_V - p }{3 \rho_L} (1 - x_V - x_g)} & \text{when } p < p_V \\ \text{Re} = C_c \frac{\sqrt{k}}{\gamma} \rho_L \rho_L \sqrt{\frac{2  p_V - p }{3 \rho_L} x_g} & \text{when } p > p_V \end{cases}$	“Pressure based” 3D N.S. turbulence: k-ε	Hydrofoil	[Dular et al., 2005]
Bi-fluide, FIRE	$\Gamma_L = \rho_L N 4\pi R^2 \sqrt{\frac{2  p - p_V }{3 \rho_1}} = -\Gamma_V$ $\mathbf{F}_L^d = c_{TD} \rho_L k_L \nabla \alpha + c_D \rho_L \frac{ \mathbf{u}_{rel}  \mathbf{u}_{rel}}{2} A = -\mathbf{F}_V^d$	“Pressure based” 3D N.S. turbulence: k-ε	Injecteur	[Alajbegovic et al., 2001]
<b>AVEC EFFETS THERMODYNAMIQUES</b>				
Ecoulement externe	Flux à l'interface = condition limite du calcul liquide	Compressibilité artificielle 2D N.S.	Hydrofoil	[Desphande et al., 1997]
Equation Rayleigh-Plesset	$R \frac{D^2 R}{Dt^2} + \frac{3}{2} \left( \frac{DR}{Dt} \right)^2 = \frac{p_{sat} - p}{\rho_L}$	Méthode TCUP 2D Euler	Hydrofoil	[Tani et Nagashima, 2002]
Loi de mélange	$\frac{1}{\rho c^2} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial p} \equiv \frac{1 - \alpha}{p} \left[ (1 - \varepsilon_L) \frac{p}{\rho_L c_L^2} + \varepsilon_L g^* \left( \frac{p_c}{p} \right)^n \right] + \frac{\alpha}{\gamma_V p}$	“Pressure based” 2D Euler	Hydrofoil	[Raposelli et D'Agostino, 2003]
Loi de mélange, équilibre, Iz	Phases incompressibles	“Pressure based” 2D N.S. turbulence: k-ε	Venturi	[Charles, 1994]
Loi de mélange, équilibre	Tables thermodynamiques	“Pressure based” 2D N.S.	Airfoil	[Ventikos et Tzabiras, 1995]
Loi de mélange, équilibre	Loi de Tait (liquide) et loi des gaz parfaits (vapeur)	Compressible 2D Euler	Projectile hypervélocé	[Saurel et al., 1999]
Loi de mélange, équilibre	$x = \frac{h_m - h_{Lsat}}{h_{Vsat} - h_{Lsat}}$	Compressibilité artificielle 2D Euler	Tuyère	[Clerc, 2000]

Loi de mélange	Maximisation de l'entropie	Compressible 2D Euler	Projectile hypervélocé	[Barberon et Helluy, 2005]
TTV	$\frac{dR}{dt} = \sqrt{\frac{2 p_V(T) - p}{3 \rho_L}}$	“Pressure based” 2D N.S.	Tuyère Hydrofoil	[Sauer et Schnerr, 2000]
TTV	$\dot{m}^+ = C_e A \alpha (1 - \alpha) \frac{\rho_L p_V^*(T) - p}{\rho_V \sqrt{2\pi R T_S}}$ $\dot{m}^- = C_c A \alpha (1 - \alpha) \frac{p_V^*(T) - p}{\sqrt{2\pi R T_S}}$	Compressible 2D N.S. turbulence: B-L	Hydrofoil	[Saito et al., 2003]
TTV, IDM	$\dot{m}^- = \frac{\rho_L \alpha_L \text{Min}(0, p - p_V)}{\rho_i (U_{m,n} - U_{l,n})^2 (\rho_L - \rho_V) t_\infty}$ $\dot{m}^+ = \frac{\rho_L (1 - \alpha_L) \text{Max}(0, p - p_V)}{\rho_j (U_{m,n} - U_{l,n})^2 (\rho_L - \rho_V) t_\infty}$	“Pressure based” 3D N.S. turbulence: k-ε	Ogive	[Utturkar et al., 2005b]
TTV, CRUNCH	$\dot{m}^- = \begin{cases} 0 & p < p_V \\ \frac{1}{\tau_V} \frac{U_{ref}}{L_{ref}} \left[ \frac{p - p_V}{\frac{1}{2} \rho_L U_{ref}^2} \right] & p > p_V \end{cases}$ $\dot{m}^+ = \begin{cases} 0 & p > p_V \\ \frac{1}{\tau_L} \frac{U_{ref}}{L_{ref}} \left[ \frac{p - p_V}{\frac{1}{2} \rho_L U_{ref}^2} \right] & p < p_V \end{cases}$	Compressibilité artificielle 3D N.S. turbulence: k-ε	Ogive, Inducteur	[Hosangadi et Ahuja, 2006]
Bi-fluide	Cinq équations par phase ; Modélisation des termes sources de transfert entre les phases	Compressible 2D Euler	Tube à choc, Projectile hypervélocé	[Saurel et Le Métayer, 2001]
Bi-fluide, NEPTUNE	Modélisation des termes sources de transfert entre les phases	“Pressure based” 3D N.S. turbulence: k-ε	Diaphragme	[Mimouni et al., 2006]

Tableau III. 1 : Tableau de synthèse des modèles cavitants

Lexique du tableau 1 :

**TTV** : Transport de taux de vide

**IDM** : Interfacial Dynamics Model

**Pressure based** : Méthode itérative de correction-prédiction de pression entre les équations de continuité et de quantité de mouvement sur des grilles décalées ou non décalées (méthode incompressible) : Méthode SIMPLE et ses variantes PISO, SIMPLEC...

**Compressibilité artificielle** : modification de l'équation de continuité par un terme fictif de dérivée temporelle de la pression. Cela permet d'introduire une dimension hyperbolique au système elliptique à la base, et de générer ainsi des ondes acoustiques de vitesse finie. Cette méthode a initialement été introduite par [Chorin, 1967] :

$$\frac{1}{\beta} \frac{\partial p}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{u}) = 0$$

On pourra se référer à plusieurs livres sur les méthodes numériques pour plus de détails sur ces méthodes de nos jours couramment utilisées pour les écoulements à faible nombre de Mach [Hirsch, 1987], [Blasek, 2001].

**TCUP** : Méthode itérative basée sur la température. Cette méthode décompose la résolution numérique en une phase convective, diffusive et acoustique. Plus de détails sur cette méthode sont disponibles dans [Himeno et al., 2004].

**N.S.** : Navier Stokes (calculs visqueux)

# Chapitre IV

## Présentation du code Fine<sup>TM</sup>/Turbo et application du modèle cavitant barotrope en eau froide

Nous décrivons dans ce chapitre le code de calcul Fine<sup>TM</sup>/Turbo, logiciel de CFD développé par Numeca Int et qui a servi de support pour les développements numériques effectués dans le cadre de cette thèse. Nous présenterons premièrement l'environnement général de l'outil de calcul comprenant le mailleur IGG, le solveur EURANUS et l'outil de post-traitement CFVIEW. Ensuite une description plus précise du solveur sera présentée et nous terminerons ce chapitre par le modèle cavitant en eau froide, développé par [Coutier, 2001] et [Pouffary, 2004] sur lequel une partie de nos travaux se sont reposés, ainsi que des calculs sur une géométrie de venturi, réalisés pour tester l'influence de certains paramètres de ce modèle.

### I/ Description générale de l'environnement Fine<sup>TM</sup>/Turbo

Le code de calcul est composé de trois entités principales qui sont, le mailleur (IGG), le solveur (EURANUS) et un outil de post-traitement (CFVIEW). Un module du mailleur (AUTOGRID) est spécialement dédié aux turbomachines. Il permet de générer des maillages à partir de l'extrapolation d'un maillage 2D aubes à aubes, paramétré par l'évolution du rayon du moyeu au carter et par les surfaces intrados et extrados des aubes. Tous les maillages sont structurés et multi-blocs. Un exemple des vues utilisées pour générer le maillage est donné sur la figure 1.

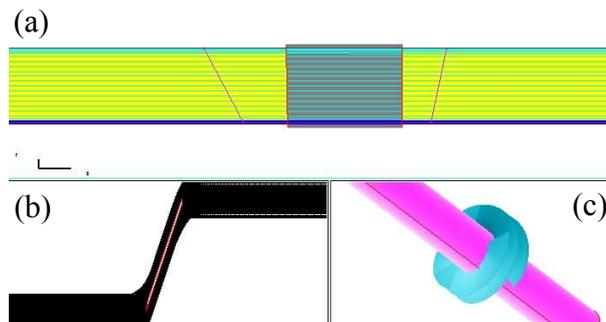


Figure IV. 1 : Vues méridienne (a), aube à aube (b) et 3D (c) du maillage d'un inducteur

Concernant le post-traitement, le code écrit automatiquement pour chaque calcul un fichier .mf qui contient les valeurs d'entrée et de sortie (pression, masse volumique, vitesse, température) ainsi que les résultats globaux (couple, rendement) pour les turbomachines. De plus l'outil CFVIEW est particulièrement adapté aux turbomachines et permet de visualiser les grandeurs physiques dans différents plans (cartésien, méridien, aube à aube...) comme on peut le voir sur la figure 2.

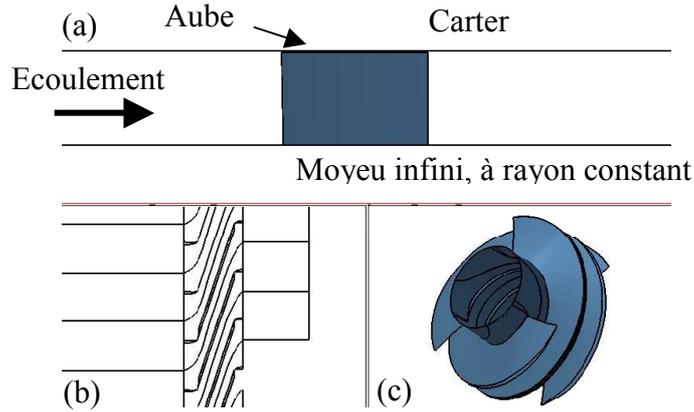


Figure IV. 2 : Vues méridienne, aube à aube et 3D d'un inducteur

## II/ Description du solveur EURANUS

Nous décrivons dans cette partie le solveur Euranus utilisé dans Fine<sup>TM</sup>/Turbo qui est un solveur compressible utilisant un algorithme time marching (méthode pseudo-instationnaire). Les discrétisations spatiale et temporelle sont explicitées, ainsi que les modèles de turbulence utilisés. Concernant la discrétisation temporelle, après avoir défini la notion de résidu, nous exposons le schéma explicite de Runge-Kutta. Nous présentons ensuite l'avantage d'utiliser un pseudo pas de temps local dans le cas d'un calcul stationnaire. Nous introduisons finalement la méthode du pas de temps dual (dual time stepping) qui permet de diminuer le temps CPU pour un calcul instationnaire en résolvant à chaque pas de temps physique un calcul stationnaire. Nous détaillons à la fin de ce paragraphe le préconditionnement à bas nombre de Mach utilisé pour les calculs incompressibles.

### II. A/ Discrétisation spatiale

La méthode des volumes finis consiste à intégrer les équations de Navier-Stokes moyennées, dans le repère relatif, sur une cellule de volume  $\Omega$ , de surface  $\Sigma$ . Le théorème de Gauss-Ostrogradski nous donne :

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \mathbf{w} d\Omega + \oint_{\Sigma} \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} d\Sigma = \int_{\Omega} \mathbf{S} d\Omega$$

$\mathbf{w}$  désigne le vecteur des variables conservatives,

$$\mathbf{w} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho \mathbf{u} \\ \rho E \end{pmatrix}$$

Le flux  $\mathbf{F}$  peut être décomposé en une partie convective et une partie diffusive,

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_c - \mathbf{F}_{vis}$$

Avec,

$$\mathbf{F}_c = \begin{pmatrix} \rho \mathbf{u} \\ \rho(\mathbf{u} \otimes \mathbf{u}) + p \mathbf{I} \\ \rho E \mathbf{u} + p \mathbf{u} \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \mathbf{F}_{vis} = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau \\ \tau \mathbf{u} - \mathbf{q} \end{pmatrix}$$

et  $\mathbf{S}$  représente le vecteur terme source. Dans le cas des machines tournantes, ce terme contient les forces de Coriolis et centrifuge.

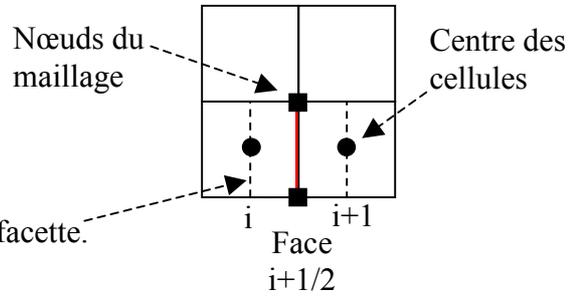
$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} 0 \\ -\rho[2\boldsymbol{\omega} \wedge \mathbf{u} + (\boldsymbol{\omega} \wedge (\boldsymbol{\omega} \wedge \mathbf{r}))] \\ \rho \mathbf{u} \nabla (0.5\omega^2 r^2) \end{pmatrix}$$

avec  $\boldsymbol{\omega}$  la vitesse angulaire du repère relatif par rapport au repère fixe. Le signe  $\otimes$  représente le produit tensoriel, le signe  $\wedge$  le produit vectoriel.

### II. A. 1/ Calcul des flux visqueux

Le calcul des gradients sur chaque face des cellules est nécessaire au calcul des flux visqueux qui sont déterminés par un schéma centré. En appliquant le théorème de Gauss-Ostrogradski pour une variable générique  $\Phi$  à un volume de contrôle contenant la facette,

$$\nabla \Phi = \frac{1}{\Omega} \iiint_{\Omega} \nabla \Phi d\Omega = \frac{1}{\Omega} \iint_{\Sigma} \Phi d\Sigma$$



Volume de contrôle  $\Omega$  de surface  $\Sigma$ , contenant la facette.

### II. A. 2/ Calcul des flux convectifs

Avec un schéma centré, la densité de flux sur une facette est égale à la demi-somme des densités de flux évaluées au centre des cellules adjacentes. L'utilisation d'un tel schéma entraîne une erreur de troncature d'ordre deux en espace.

$$[\mathbf{F}_c(\mathbf{w}) \cdot \mathbf{n}]_{i+1/2} = \mathbf{F}_c \left( \frac{\mathbf{w}_i + \mathbf{w}_{i+1}}{2} \right) \cdot \mathbf{n} - d_{i+1/2}$$

Le schéma centré est instable, il est alors nécessaire de le stabiliser à l'aide d'une dissipation artificielle,  $d_{i+1/2}$ .

La formulation de Jameson [Jameson et al., 1981] définit ce terme par,

$$d_{i+1/2} = \varepsilon_{i+1/2}^{[2]} (\mathbf{w}_{i+1} - \mathbf{w}_i) - \varepsilon_{i+1/2}^{[4]} (\mathbf{w}_{i+2} - 3\mathbf{w}_{i+1} + 3\mathbf{w}_i - \mathbf{w}_{i-1})$$

Le premier terme, de différence première en variable conservative, sert à capter correctement les zones à fort gradient de l'écoulement, comme une onde de choc. Le deuxième terme, d'ordre trois en variable conservative, ont pour but d'amortir les instabilités numériques engendrées par la non-linéarité du terme de convection<sup>1</sup>.

<sup>1</sup> Remarque :

On trouve plus communément dans la littérature [Jameson, 1981], [Blazek, 2001] la formulation de la dissipation en flux et non pas en densité de flux, qui est alors d'ordre 2 et 4.

Les coefficients  $\varepsilon$  ont pour valeurs,

$$\varepsilon_{i+\frac{1}{2}}^{[2]} = \frac{1}{2} \kappa^{[2]} \tilde{\lambda}_{i+\frac{1}{2}} \max(v_{i-1}, v_i, v_{i+1}, v_{i+2})$$

$$\varepsilon_{i+\frac{1}{2}}^{[4]} = \max\left(0, \frac{1}{2} \kappa^{[4]} \tilde{\lambda}_{i+\frac{1}{2}} - \varepsilon_{i+\frac{1}{2}}^{[2]}\right)$$

Le coefficient  $v_i$  est un activateur proportionnel au gradient de pression.

$$v_i = \left| \frac{p_{i+1} - 2p_i + p_{i-1}}{p_{i+1} + 2p_i + p_{i-1}} \right|$$

Les coefficients  $\kappa^{[2]}$  et  $\kappa^{[4]}$  sont des paramètres utilisateurs dont les valeurs par défaut sont respectivement 1.0 et 0.1.

La variable  $\tilde{\lambda}$  est égale au rayon spectral de la matrice jacobienne des flux convectifs, par direction, multiplié par la surface, et corrigé d'une fonction introduite par Martinelli et Jameson (1987) dont l'intérêt est d'ajouter de la dissipation dans les directions où le maillage est étiré.

$$\tilde{\lambda}_{i+\frac{1}{2}} = \max\left(\lambda_{i+\frac{1}{2}}, \lambda_{i+\frac{1}{2}}^{1-\sigma} \lambda_{j+\frac{1}{2}}^{\sigma}, \lambda_{i+\frac{1}{2}}^{1-\sigma} \lambda_{k+\frac{1}{2}}^{\sigma}\right)$$

où  $\sigma$  a pour valeur par défaut 0.5.

$\lambda_{i+\frac{1}{2}}, \lambda_{j+\frac{1}{2}}, \lambda_{k+\frac{1}{2}}$  sont respectivement les valeurs moyennées sur la facette des rayons spectraux dans les directions I, J, K.

$$\lambda_{i+\frac{1}{2}} = \left| \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} \Sigma_i + c \sqrt{\Sigma_{ii}^2 + \Sigma_{ij}^2 + \Sigma_{ik}^2} \right|_{i+\frac{1}{2}}$$

$\mathbf{n} \Sigma_i$  est le vecteur surface normal de la surface i, de composantes  $\Sigma_{ii}, \Sigma_{ij}, \Sigma_{ik}$ .

## II. B/ Discrétisation temporelle

Le système discrétisé peut s'écrire sous la forme :

$$\frac{\partial \mathbf{w}}{\partial t} = -\frac{1}{\Omega} \left[ \sum_{l=i,j,k} \Delta F_l \mathbf{n} \Sigma_l \right] = -\frac{1}{\Omega} \mathbf{R}(\mathbf{w})$$

$\mathbf{R}(\mathbf{w})$  est appelé par définition le résidu de la modélisation. Il est égal à la somme des bilans de flux numérique par directions. Il contient les contributions convectives, visqueuses et celles dues au terme source respectivement  $\mathbf{R}_c(\mathbf{w})$ ,  $\mathbf{R}_{vis}(\mathbf{w})$  et  $\mathbf{R}_s(\mathbf{w})$ . L'intégration temporelle se fait grâce à un schéma explicite de Runge-Kutta à quatre pas.

## II. B. 1/ Schéma de Runge-Kutta à quatre pas

Le schéma s'écrit :

$$\mathbf{w}^k = \mathbf{w}^n - \alpha_k \frac{\Delta t}{\Omega} \mathbf{R}(\mathbf{w}^{k-1}) \text{ pour } k=1 \text{ à } 4,$$

$$\mathbf{w}^{n+1} = \mathbf{w}^{(4)}$$

Dans le but de diminuer le coût en temps de calcul, seule la partie convective des flux suit les quatre pas Runge-Kutta.

Ainsi,

$$\mathbf{w}^k = \mathbf{w}^n - \alpha_k \frac{\Delta t}{\Omega} (\mathbf{R}_c(\mathbf{w}^{k-1}) - \mathbf{R}_{vis}(\mathbf{w}^n) - \mathbf{R}_s(\mathbf{w}^n)) \text{ pour } k=1 \text{ à } 4,$$

$\Delta t$  est le pas de temps entre deux itérations. Les paramètres par défaut sont :

$$\alpha_1 = 0.125, \alpha_2 = 0.306, \alpha_3 = 0.587, \alpha_4 = 1$$

## II. B. 2/ Critères de stabilité, nombre de CFL

Les calculs avec un schéma explicite en temps sont limités par une condition de stabilité avec un critère de type CFL (Courant-Friedrichs-Lewy). De manière générale, ce critère impose pour la convection que la distance parcourue par une perturbation lors d'un pas de temps soit inférieure à la distance entre deux points du maillage. Cette condition s'exprime par :

$$u \frac{\Delta t}{\Delta x} \leq 1 \text{ où } u \text{ est la vitesse de convection, } \Delta t \text{ le pas de temps, } \Delta x \text{ la taille de maille.}$$

Pour les équations de Navier-Stokes il n'est pas possible de déterminer ce nombre CFL par une analyse de stabilité du schéma. On utilise une valeur inférieure à la valeur théorique qui est  $2\sqrt{2}$ , obtenue sur un système linéaire discrétisé avec les schémas de Jameson et Runge-Kutta (4).

Nous venons de présenter le critère de stabilité convectif. Lorsqu'on utilise un pas de temps local exposé au paragraphe suivant, il est nécessaire de respecter aussi le critère de stabilité diffusif, qui est déterminé à partir de l'étude de stabilité d'une équation linéaire de diffusion monodimensionnelle discrétisée avec un schéma centré.

## II. B. 3/ Pseudo pas de temps local

Afin d'accélérer la convergence des calculs vers une solution stationnaire, le pas de temps est défini localement. Le pas de temps  $\Delta t$  devient un pas de temps itératif local  $\Delta \tau$  défini pour chaque maille. Il est déterminé par la moyenne harmonique entre un pas de temps convectif et un pas de temps visqueux.

$$\left( \frac{\Delta \tau}{\Omega} \right) = \frac{\left( \frac{\Delta \tau}{\Omega} \right)_{vis} \left( \frac{\Delta \tau}{\Omega} \right)_{conv}}{\left( \frac{\Delta \tau}{\Omega} \right)_{vis} + \left( \frac{\Delta \tau}{\Omega} \right)_{conv}}$$

Pas de temps convectif :

$$\left(\frac{\Delta\tau}{\Omega}\right)_{conv} = \frac{CFL}{\lambda_i + \lambda_j + \lambda_k}$$

Pas de temps visqueux :

$$\left(\frac{\Delta\tau}{\Omega}\right)_{vis} = \frac{CFL \Omega \rho}{8\mu \left\{ |\Sigma_i|^2 + |\Sigma_j|^2 + |\Sigma_k|^2 + 2 \left[ |\mathbf{n}\Sigma_i \cdot \mathbf{n}\Sigma_j| + |\mathbf{n}\Sigma_i \cdot \mathbf{n}\Sigma_k| + |\mathbf{n}\Sigma_k \cdot \mathbf{n}\Sigma_j| \right] \right\}}$$

Où  $\mu$  est la somme des viscosités laminaire et turbulente et CFL un paramètre utilisateur.

Lorsque l'on adopte un pas de temps global basé sur le critère de CFL le plus sévère sur l'ensemble du maillage, on peut réaliser un calcul instationnaire. Une autre méthode dite du pas de temps dual, plus performante pour réaliser des calculs instationnaires, consiste à différencier le pas de temps numérique du pas de temps physique.

#### II. B. 4/ Méthode du pas de temps dual

La méthode du pas de temps dual fait apparaître à la fois un pas de temps physique  $\Delta t$  et un pseudo pas de temps numérique  $\Delta\tau$ . Les équations à résoudre sont alors en instationnaire :

$$\frac{\partial}{\partial\tau} \iiint_{\Omega} \mathbf{w} d\Omega + \frac{\partial}{\partial t} \iiint_{\Omega} \mathbf{w} d\Omega + \iint_{\Sigma} \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} d\Sigma = \iiint_{\Omega} \mathbf{S} d\Omega$$

Cette méthode implicite en temps et introduite par [Jameson, 1991] à l'avantage de pouvoir utiliser en instationnaire les techniques d'accélération de la convergence telles que le multigrille [Jameson, 1983], le pas de temps local et le lissage implicite des résidus. A convergence en temps dual, le terme en pseudo pas de temps s'annule et les équations instationnaires classiques sont vérifiées. La méthode consiste à résoudre à chaque pas de temps physique, un calcul stationnaire dont la solution est obtenue par itérations sur le pseudo pas de temps.

L'équation discrétisée à l'instant  $(n+1)\Delta t$  est de la forme :

$$\left(\frac{\partial\mathbf{w}}{\partial\tau}\right)^{n+1} = -\frac{1}{\Omega} \mathbf{R}_{dual}(\mathbf{w}^{n+1})$$

où le résidu dual est défini de la manière suivante :

$$\mathbf{R}_{dual}(\mathbf{w}^{n+1}) = \mathbf{R}(\mathbf{w}^{n+1}) + \frac{1.5\mathbf{w}^{n+1} - 2\mathbf{w}^n + 0.5\mathbf{w}^{n-1}}{\Delta t} \Omega$$

La dérivée en temps physique est discrétisée à l'ordre deux.

Le terme  $\frac{1.5\mathbf{w}^{n+1}}{\Delta t} \Omega$  est traité de manière implicite à partir du développement de Taylor :

$$\mathbf{w}^{n+1} = \mathbf{w}^n + \left(\frac{\partial\mathbf{w}}{\partial\tau}\right)^n \Delta\tau$$

En intégrant l'équation ci-dessus dans la définition du résidu dual, le pseudo pas de temps prend alors l'expression suivante :

$$\Delta \tau_{\text{mod}} = \frac{\Delta \tau}{1 + 1.5 \frac{\Delta \tau}{\Delta t}}$$

Cette méthode instationnaire a été utilisé par [Pouffary et al., 2005b] avec le code Fine<sup>TM</sup>/Turbo pour analyser les instabilités de cavitation dans une grille d'aubes (calculs 2D). On pourra aussi citer les travaux de [Arnone et al., 2004] pour des applications de calculs d'instabilités de turbomachines avec le code TRAF (calculs 3D non cavitants dans une turbine). A l'heure actuelle nous n'avons pas encore réalisé de calculs cavitants instationnaires avec effets thermodynamiques. La prédiction des instabilités de cavitation dans un inducteur pour un fluide cryogénique reste cependant un objectif à venir ce qui fera très probablement appel à la méthode du pas de temps dual.

## II. C/ Le préconditionnement à bas nombre de Mach

Lorsque l'on cherche à réaliser un calcul stationnaire par une approche avec un pseudo-pas de temps comme expliqué précédemment et que le nombre de Mach est faible dans certaines régions, l'état stationnaire est plus long à obtenir car il faut faire voyager dans le domaine de calcul à la fois des ondes acoustiques très rapides (pas de temps très petit en explicite) et des ondes matérielles très lentes (exigeant un nombre important d'itérations).

Le préconditionnement des équations permet de recentrer les valeurs propres autour de  $u$ , en résolvant le système suivant,

$$\int_{\Omega} \Gamma^{-1} \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t} d\Omega + \int_{\Sigma} \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} d\Sigma = \int_{\Omega} \mathbf{S} d\Omega$$

Il faut noter que le préconditionnement est réalisé au prix d'une modification du terme inertiel ce qui le rend incompatible avec l'utilisation du pas de temps global pour un calcul instationnaire, dans sa formulation exposée ici. Cependant pour un calcul stationnaire, à convergence, les termes inertiels s'annule et les équations stationnaires sont respectées.

Le préconditionnement dans Euranus a été développé par [Hakimi, 1997] et utilise les matrices suivantes :

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} P_g \\ \mathbf{u} \\ E_g \end{pmatrix}$$

Le vecteur  $\mathbf{P}$  correspond à un nouveau jeu de variables, non conservatives, et  $\Gamma^{-1}$  est appelée matrice de préconditionnement.

$$\bar{\Gamma} = \begin{pmatrix} \beta^2 & 0 & 0 \\ -(1+\alpha)\frac{\mathbf{u}}{\rho} & \frac{1}{\rho} & 0 \\ -\frac{\alpha\mathbf{u}^2 + E_g}{\rho} & 0 & \frac{1}{\rho} \end{pmatrix} \quad \bar{\Gamma}^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\beta^2} & 0 & 0 \\ \frac{(1+\alpha)\mathbf{u}}{\beta^2} & \rho & 0 \\ \frac{\alpha\mathbf{u}^2 + E_g}{\beta^2} & 0 & \rho \end{pmatrix}$$

$p_g = p - p_{ref}$  est la pression de jauge et permet de limiter les erreurs d'arrondi par rapport à l'utilisation de la pression absolue.

De même  $E_g = c(T - T_0) + \frac{\mathbf{u}^2}{2}$  est l'énergie totale de jauge. Elle est utilisée à la place de l'énergie absolue pour augmenter la précision de l'incrément de la température [Hakimi, 1997].

Du fait du préconditionnement, on obtient de nouvelles valeurs propres de la matrice jacobienne des flux convectifs :

$$\mathbf{u} \cdot \mathbf{n} \text{ et } \frac{1}{2} \left[ \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} (1 - \alpha) \pm \sqrt{(\mathbf{u} \cdot \mathbf{n} (1 - \alpha))^2 + 4\mathbf{n}^2 \beta^2} \right]$$

Les deux paramètres du préconditionnement sont  $\alpha$  (compris entre  $-1$  et  $1$  afin d'assurer la stabilité) et  $\beta$ .

Le paramètre  $\beta$  dépend de la vitesse de référence de l'écoulement et est défini par :

$$\beta^2 = \beta_0 U_{ref}^2 \text{ où } \beta_0 \text{ est un paramètre utilisateur et a pour valeur par défaut } 3.$$

Le paramètre  $\alpha$  est égal à  $-1$ , afin de maximiser le rayon spectral et donc la dissipation artificielle.

En prenant  $\alpha$  égal à  $-1$ , les matrices deviennent :

$$\bar{\Gamma}_1 = \begin{pmatrix} \beta^2 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\rho} & 0 \\ \frac{\mathbf{u}^2 - E_g}{\rho} & 0 & \frac{1}{\rho} \end{pmatrix} \quad \bar{\Gamma}_1^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\beta^2} & 0 & 0 \\ 0 & \rho & 0 \\ -\frac{\mathbf{u}^2 + E_g}{\beta^2} & 0 & \rho \end{pmatrix}$$

Le rayon spectral de la matrice jacobienne des flux convectifs est alors :  $\lambda_{max} = \left| u + \sqrt{u^2 + \beta^2} \right|$

#### Remarque :

Afin d'assurer une formulation conservative, il est nécessaire de calculer le terme de dissipation artificielle basé sur les différences d'ordre un et trois des variables conservatives ( $\mathbf{w}$ ). Pour dépréconditionner le jeu de variables primitives ( $\mathbf{P}$ ) sur les faces, on utilise la matrice suivante :

$$\overline{\overline{\Gamma}}_2^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\beta^2} & 0 & 0 \\ \frac{\mathbf{u}}{\beta^2} & \rho & 0 \\ \frac{\mathbf{u}^2 + E_g}{\beta^2} & 0 & \rho \end{pmatrix}$$

Le paramètre  $\alpha$  a dans ce cas deux valeurs différentes. Pour le terme relatif à l'équation de quantité de mouvement, le paramètre  $\alpha$  est pris égal à 0. Par contre il est égal à 1 pour le terme relatif à l'équation de l'énergie. Nous avons choisi lors de nos développements numériques de ne pas modifier cette écriture initialement présente dans les sources du code.

Finalement, en préconditionnant le système, le résidu de l'intégration temporelle du paragraphe II. B/ de ce chapitre devient :

$$\mathbf{R}_{préco} = \overline{\overline{\Gamma}}_1 \mathbf{R}_{cC} - \overline{\overline{\Gamma}}_1 \mathbf{R}_d - \overline{\overline{\Gamma}}_1 \mathbf{R}_{vis} - \overline{\overline{\Gamma}}_1 \mathbf{R}_s$$

où la matrice  $\overline{\overline{\Gamma}}_1$  a été explicitée ci-dessus, et  $\mathbf{R}_{cC}$ ,  $\mathbf{R}_d$ ,  $\mathbf{R}_{vis}$  et  $\mathbf{R}_s$  représentent respectivement les parties convective (purement centrée), dissipative, visqueuse et due au terme source.

## II. D/ Les modèles de turbulence

Différentes approches permettent de modéliser le champ turbulent d'un écoulement :

- La simulation numérique directe (DNS)
- La L.E.S. ou Large Eddy Simulation
- La simulation de type spectrale
- L'approche de type fermeture en un point (approche statistique)

L'approche la plus classique en CFD est la méthode statistique. Elle est basée sur une décomposition temporelle dite de Reynolds des variables en une partie moyenne et une partie fluctuante,

$$u_i = \bar{u}_i + u'_i$$

Dans le cas d'un écoulement compressible, afin d'éliminer des termes supplémentaires à modéliser, la moyenne pondérée par la masse volumique, appelée moyenne de Favre [Favre, 1965], est utilisée :

$$u_i = \tilde{u}_i + u''_i = \frac{\rho u_i}{\rho} + u''_i$$

L'hypothèse de Boussinesq introduite en 1877, consiste à assimiler les contraintes turbulentes à des contraintes visqueuses, par l'introduction d'une viscosité turbulente  $\mu_t$ .

Dans le cas de l'approche statistique, plusieurs degrés de complexité sont possibles pour fermer le problème en fonction du nombre d'équations supplémentaires résolues pour les grandeurs turbulentes.

Nous détaillerons les deux modèles utilisés lors des calculs cavitants, le modèle de Spalart-Allmaras [Spalart et Allmaras, 1992], [Spalart et Allmaras, 1994] et le modèle k- $\epsilon$  de Yang-Shih [Yang et Shih, 1993] avec lois de parois étendues [Hakimi et al., 2000], bien que seul ce

dernier ait été validé par Numeca Int pour la cavitation. Mais pour des besoins de comparaison, il nous a été parfois nécessaire d'utiliser le modèle SA.

	Haut-Re	Haut-Re + Loi de paroi	Bas-Re
<b>Modèle de Turbulence</b>	Standard k-e	Yang-Shih k-e + Loi de paroi	Spalart-Allmaras Launder-Sharma k-e Yang-Shih k-e, Chien k-e.
<b>Type d'écoulement</b>	2D, Faible gradient de pression, Cicle de calculs rapide.	3D, fort gradient de pression, courbure modérée, écoulements avec décollement	3D, fort gradient de pression, courbure modérée à haute, écoulements avec décollement

Tableau IV. 1 : Modèles de turbulence recommandés par Numeca Int pour différents types d'écoulement [Fine<sup>TM</sup>/Turbo, 2003]

#### II. D. 1/ Modèles à une équation supplémentaire

Le modèle de turbulence introduit par [Spalart et Allmaras, 1992] [Spalart et Allmaras, 1994] consiste à résoudre une équation de transport pour la viscosité turbulente. Elle est basée sur une forme "convection=production+diffusion" pour les écoulements libres, à laquelle sont ajoutés des termes correctifs afin de prendre en compte la région logarithmique ainsi que la faible turbulence en proche paroi. Ce modèle utilise une équation de transport pour la quantité  $\tilde{\nu}$  qui est confondue avec  $\nu_t$  loin des parois.

$$\frac{\partial \rho \tilde{\nu}}{\partial t} + \nabla \cdot [\mathbf{u} \rho \tilde{\nu} - \frac{1}{\sigma} (\mu + \rho \tilde{\nu}) \nabla \tilde{\nu}] = c_{b1} (1 - f_{i2}) \tilde{S} \rho \tilde{\nu} + \frac{c_{b2}}{\sigma} \nabla \rho \tilde{\nu} \cdot \nabla \tilde{\nu} - \left( c_{w1} f_w - \frac{c_{b1}}{\kappa^2} f_{i2} \right) \rho \frac{\tilde{\nu}^2}{d^2}$$

Avec :

$$\nu_t = \tilde{\nu} f_{v1} \quad f_{v1} = \frac{\chi^3}{\chi^3 + c_{v1}^3} \quad \chi = \frac{\rho \tilde{\nu}}{\mu} \quad \tilde{S} = |\nabla \wedge \mathbf{u}| + \frac{\tilde{\nu}}{\kappa^2 d^2} f_{v2}$$

$$f_{v2} = 1 - \frac{\chi}{1 + \chi f_{v1}} \quad f_{i2} = c_{i3} \exp(-c_{i4} \chi^2) \quad f_w = g \left( \frac{1 + c_{w3}^6}{g^6 + c_{w3}^6} \right)^{\frac{1}{6}}$$

$$g = r + c_{w2} (r^6 - r) \quad r = \frac{\tilde{\nu}}{\tilde{S} \kappa^2 d^2}$$

Les constantes ont pour valeurs :

$$\begin{array}{ccccc} c_{b1}=0.1355 & c_{b2}=0.622 & \sigma = \frac{2}{3} & \kappa=0.41 & c_{w1} = \frac{c_{b1}}{\kappa^2} + \frac{1+c_{b2}}{\sigma} \\ c_{w2}=0.3 & c_{w3}=2 & c_{v1}=7.1 & c_{i3}=1.1 & c_{i4}=2 \end{array}$$

## II. D. 2/ Modèles à deux équations supplémentaires

Le modèle k-ε consiste à résoudre deux équations de conservations supplémentaires, pour l'énergie cinétique turbulente k, et pour le taux de dissipation turbulente ε. La formulation k-ε de Yang-Shih s'écrit :

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \nabla \cdot [\rho k \mathbf{u} - (\mu + \mu_T) \nabla k] = P_k - \rho \varepsilon$$

$$\frac{\partial \rho \varepsilon}{\partial t} + \nabla \cdot \left[ \rho \varepsilon \mathbf{u} - \left( \mu + \frac{\mu_T}{\sigma_\varepsilon} \right) \nabla \varepsilon \right] = \frac{1}{T} (c_{\varepsilon_1} P_k - \rho c_{\varepsilon_2} \varepsilon) + E$$

Le terme  $P_k$  de production est défini par le produit tensoriel doublement contracté :

$$P_k = -\overline{\rho \mathbf{u}' \otimes \mathbf{u}'} : \nabla \mathbf{u}$$

Le tenseur de Reynolds suit l'hypothèse de Boussinesq :

$$-\overline{\rho \mathbf{u}' \otimes \mathbf{u}'} = \mu_T \left( [(\nabla \mathbf{u})' + \nabla \mathbf{u}] - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \mathbf{u}) \bar{\mathbf{I}} \right) - \frac{2}{3} k \bar{\mathbf{I}}$$

La viscosité turbulente est définie par :

$$\mu_T = \rho C_\mu f_\mu k T$$

Avec les constantes définies par :

$$\sigma_\varepsilon = 1.3 \quad T = \frac{k}{\varepsilon} + \left( \frac{\nu}{\varepsilon} \right)^{0.5} \quad c_{\varepsilon_1} = 1.44 \quad c_{\varepsilon_2} = 1.92$$

$$E = \nu \mu_T (\nabla \cdot \boldsymbol{\tau})^2 \quad C_\mu = 0.09 \quad f_\mu = \left[ 1 - e^{-(Ax^a + Bx^b + Cx^c)} \right]^d$$

Avec,  $A=1.5 e^{-4}$ ,  $a=1$ ,  $B=5 e^{-7}$ ,  $b=3$ ,  $C=e^{-10}$ ,  $c=5$ ,  $d=0.5$ ,  $x=Re_y$

Dans EURANUS, les équations de k et ε sont résolus à l'aide d'un schéma décentré amont d'ordre 1.

## II. D. 3/ Lois de paroi

En écoulement turbulent, du fait de forts gradients dans la région interne de la couche limite turbulente, de vitesse, de température et des grandeurs turbulentes, il est nécessaire d'utiliser un maillage très raffiné en paroi.

On peut distinguer trois zones principales dans la couche limite turbulente comme on le montre figure 3 :

La sous couche visqueuse, pour  $y^+ < 5$ , où la vitesse  $u^+$  suit un profil linéaire,  $u^+ = y^+$ .

La zone de turbulence développée, pour  $y^+ > 30$  et  $y/\delta < 0.2$ , où la vitesse suit une loi logarithmique,  $u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln y^+ + C$ , avec  $\delta$  l'épaisseur de la couche limite,  $\kappa$  la constante de Von

Karman ( $\kappa=0.41$ ) et  $C \sim 5.2$ .

La zone tampon, pour  $5 < y^+ < 40$  qui raccorde les deux zones précédentes.

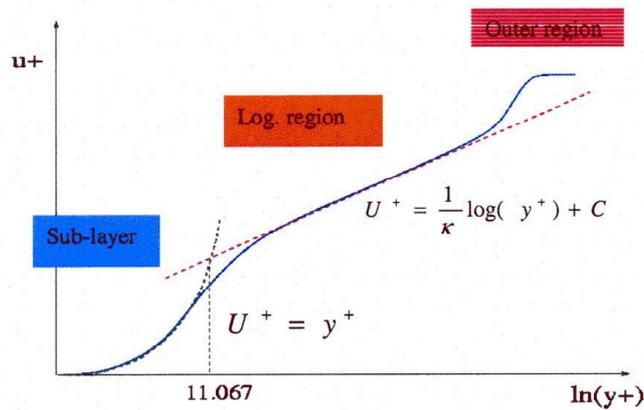


Figure IV. 3 : Profil de vitesse  $u^+ = f(y^+)$  dans la couche limite turbulente

Cette loi “universelle” appelée loi de paroi est indépendante des conditions de développement de la couche limite. Elle est valide sous les hypothèses d’un écoulement 2D, incompressible, stationnaire [Cousteix, 1989]. Nous acceptons son prolongement à un calcul 3D cavitant.

	Haut Re + lois de paroi:	Bas-Re :
Modèles de Turbulence	Yang-Shih k-e + Loi de paroi étendue	Baldwin-Lomax, Spalart- Allmaras, Launder-Sharma k-e, Yang-Shih k-e, Chien k-e.
$y_i^+$	1-100	0.1-10

Tableau IV. 2 : Valeur de  $y^+$  recommandée pour différents modèles de turbulence

### III/ Le module cavitant en eau froide

Le module cavitant en eau froide a été initialement développé par [Coutier, 2001] et [Pouffary, 2004]. Bien que le modèle physique reste inchangé, la résolution numérique a été modifiée ensuite par Numeca Int dans le but d'améliorer la robustesse et la stabilité du code. Nous présenterons ces améliorations ainsi que des résultats obtenus avec cette version du solveur. La méthode mise en place dans la version actuelle du code consiste à dépréconditionner localement les équations dans la zone de mélange, compressible. L'algorithme de résolution se trouve alors complexifié car il doit gérer le passage entre les zones incompressible et compressible (préconditionné et dépréconditionné) à l'intérieur d'une même itération.

#### III. A/ Résolution numérique

La nouvelle méthode de résolution pour un calcul cavitant développée par Numeca Int consiste à distinguer nettement la zone incompressible (liquide pure) de la zone compressible (mélange).

##### III. A. 1/ Préconditionnement et algorithme de résolution

Le préconditionnement à bas nombre de Mach utilisé pour les calculs incompressibles a été développé par [Hakimi, 1997]. Les modifications apportées dans le cas d'un calcul cavitant consistent à supprimer ce préconditionnement dans les zones de mélange où la vitesse du son diminue fortement. L'algorithme utilisé tend vers un découplage entre la résolution des zones incompressibles (phases pures) et compressible (mélange).

On peut distinguer quatre cas différents, pour l'incrémentation des variables de l'itération (n) à la suivante (n+1) :

- A/ A l'itération (n), phase pure => (n+1), phase pure
- B/ A l'itération (n), phase pure => (n+1), mélange
- C/ A l'itération (n), mélange => (n+1), mélange
- D/ A l'itération (n), mélange => (n+1), phase pure

Dans ce chapitre,  $\Delta p_{\text{baro}}$  représente la demi-largeur de la zone de transition de la loi barotrope (figure 4). Pour distinguer dans quelle cas on se situe (A, B, C ou D), les tests sont réalisés sur la pression en la comparant aux limites de la zone de mélange de la loi barotrope ( $p_n$  pour l'état initial, et  $p_{n+1}$  pour l'état final de l'itération). Cela signifie qu'en début d'itération, la pression  $p_{n+1}$  est initialement calculée par la relation :

$$p_{n+1} = p_n - RES_p * \Delta \tau$$

Cette valeur étant par la suite écrasée par la valeur calculée selon le cas A, B, C ou D.

Les résidus sont définis de la manière suivante :

$RES_p$  et  $RES_U$  sont les résidus de l'équation de continuité et l'équation de conservation de la quantité de mouvement, preconditionnés.

$RES_\rho$  et  $RES_{\rho U}$  sont les résidus de l'équation de continuité et l'équation de conservation de la quantité de mouvement, dépréconditionnés.

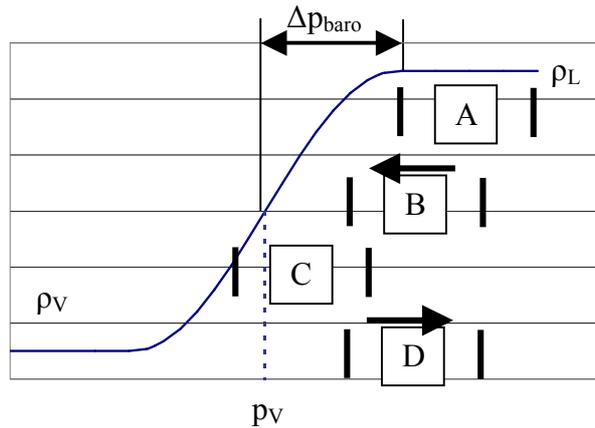


Figure IV. 4 : Largeur de la zone de mélange de la loi barotrope

**A/ A l'itération (n), phase pure => (n+1), phase pure ; incrémentation entièrement préconditionnée**

Calcul de  $p(n+1)$  par l'équation de continuité

$$\Delta p = RES_p * \Delta \tau$$

$$p_{n+1} = p_n - \Delta p$$

Incrémentation de la vitesse par les résidus de la QDM

$$u_{n+1} = u_n - RES_U * \Delta \tau$$

**B/ A l'itération (n), phase pure (ex: liquide) => (n+1), mélange**

Calcul d'une pression intermédiaire par l'équation de continuité préconditionnée

$$\Delta \tilde{p} = RES_p * \Delta \tau$$

$$\tilde{p}_{n+1} = p_n - \Delta \tilde{p}$$

Incrémentation de  $(\rho u)$  par les résidus de la QDM

$$(\rho u)_{n+1} = \rho_n u_n - RES_U * \Delta \tau * \rho_n$$

*Incrémentation dépréconditionnée :*

Calcul de  $\rho$  par l'équation de continuité à partir de la limite de la zone de transition de la loi barotrope

$$\rho_{n+1} = \rho_L + \left( \frac{\tilde{p}_{n+1} - (p_V + \Delta p_{baro})}{\beta^2} \right)$$

Calcul de la pression par la loi barotrope

$$p_{n+1} = p_V + AMIN^2 \cdot \arcsin \left( \left( \rho_{n+1} - \frac{\rho_L + \rho_V}{2} \right) \cdot \frac{2}{\rho_L - \rho_V} \right)$$

**C/ A l'itération (n), mélange => (n+1), mélange ; incrémentation entièrement dépréconditionnée**

Calcul de  $\rho$  par l'équation de continuité

$$\rho_{n+1} = \rho_n - RES_\rho * \Delta \tau$$

Incrémentation de  $(\rho u)$  par résidus de la QDM

$$(\rho u)_{n+1} = (\rho u)_n - RES_{\rho U} * \Delta \tau$$

Calcul de la pression par la loi barotrope

$$p_{n+1} = p_V + AMIN^2 \cdot \arcsin\left(\left(\rho_{n+1} - \frac{\rho_L + \rho_V}{2}\right) \cdot \frac{2}{\rho_L - \rho_V}\right)$$

**D/ A l'itération (n), mélange => (n+1), phase pure (ex: liquide)**

Calcul d'une masse volumique intermédiaire par l'équation de continuité

$$\Delta \tilde{p} = RES_p * \Delta \tau$$

$$\tilde{\rho}_{n+1} = \rho_n - \left(\frac{\Delta \tilde{p}}{\beta^2}\right)$$

Incrémentation préconditionnée à partir de la limite de la zone de transition de la loi barotrope : Calcul de la pression par l'équation de continuité

$$p_{n+1} = p_{vap} + \Delta p_{baro} + (\tilde{\rho}_{n+1} - \rho_L) \cdot \beta^2$$

Incrémentation de ( $\rho u$ ) par les résidus de la QDM

$$(\rho u)_{n+1} = \rho_n u_n - RES_U * \Delta \tau * \rho_n$$

### III. A. 2/ Modification de la dissipation artificielle

De la même manière, la dissipation artificielle a été modifiée par Numeca Int pour prendre en compte cette discontinuité du schéma de résolution entre les zones compressible et incompressible. La dissipation du second ordre, qui s'active pour de forts gradients de pression en incompressible est activée cette fois pour de forts gradients de masse volumique dans la zone de mélange. En se référant au paragraphe II. A. 2/ sur la dissipation artificielle, dans la zone de mélange, on obtient donc :

$$\epsilon_{i+\frac{1}{2}}^{[2]} = \frac{1}{2} \kappa_{cav}^{[2]} \tilde{\lambda}_{i+\frac{1}{2}} \max(v_{i-1}, v_i, v_{i+1}, v_{i+2})$$

Le coefficient  $v_i$  est un activateur proportionnel au gradient de masse volumique.

$$v_i = \left| \frac{\rho_{i+1} - 2\rho_i + \rho_{i-1}}{\rho_{i+1} + 2\rho_i + \rho_{i-1}} \right|$$

Le coefficient  $\kappa_{cav}^{[2]}$  est donc l'équivalent du coefficient  $\kappa^{[2]}$  pour la zone de mélange et vaut par défaut 1 ( $\kappa_{cav}^{[2]} = \kappa^{[2]}$  par défaut).

### III. A. 3/ Vitesse du son

En dérivant la loi barotrope, on obtient la vitesse du son suivante dans le mélange, en faisant l'hypothèse qu'elle est indépendante de l'entropie :

$$c = \sqrt{\frac{dp}{d\rho}} = \frac{2AMIN^2}{\rho_L - \rho_V} \frac{1}{\sqrt{\alpha(1-\alpha)}}$$

On rappelle que AMIN est un paramètre utilisateur, qui a pour expression :

$$AMIN^2 = c_{\min}^2 \frac{\rho_L - \rho_V}{2} \text{ et } \alpha \text{ représente le taux de vide.}$$

Cette vitesse du son tend vers l'infini lorsqu'on tend vers les phases pures ( $\alpha$  tend vers 0 ou 1), comme on peut le voir sur la figure 5.

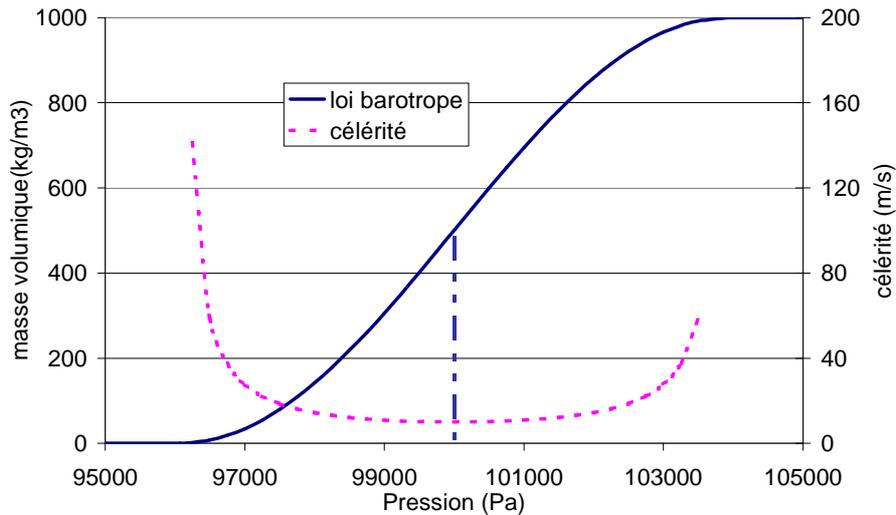


Figure IV. 5 : Loi barotrope et vitesse du son dans le mélange  $A_{min} = 50$

Bien que la résolution numérique ne soit pas préconditionnée dans le mélange, le rayon spectral reste calculé à partir du système préconditionné même dans cette zone. On rappelle que ce rayon spectral est indépendant de la vitesse du son et vaut :

$$\lambda_{\max} = u + \sqrt{u^2 + \beta^2}$$

alors qu'il vaut  $\lambda_{\max} = u + c$  pour un calcul compressible. Nous rappelons que ce rayon spectral affecte le calcul du pas de temps itératif ainsi que la dissipation artificielle.

Le fait de ne pas utiliser une vitesse du son pour la résolution numérique dans la zone de mélange compressible ne posent pas de problème en ce qui concerne la convergence des calculs actuellement. Toutefois il semblerait nécessaire de tester son influence sur la solution obtenue. De plus, en vue de calculs instationnaires, il se peut que la vitesse de propagation des ondes de pression dans les zones de mélange, compressibles, ait une influence non négligeable sur les résultats.

En l'état actuel du code, ce test ne peut pas être envisagé car comme nous venons de le dire, dans la zone de mélange, la vitesse du son tend vers l'infini quand le taux de vide tend vers 0 ou 1. Ces zones sont donc faiblement compressibles et nécessitent donc un traitement de type préconditionnement. Nous proposons à la fin de ce chapitre deux méthodes pour pallier à ce problème et pouvoir ainsi tester l'influence du rayon spectral dans la zone compressible.

### III. B/ Calculs 2D stationnaires : Venturi 4°

Nous présentons dans ce paragraphe des calculs cavitants 2D réalisés avec la géométrie du venturi 4° (figure 6), cas test proposé par [Stutz, 1997] et couramment utilisé pour valider des modèles numériques [Coutier et al., 2005], [Senocak, Shyy, 2001]. Des calculs cavitants en eau froide avec plusieurs valeurs du paramètre AMIN ont ainsi été comparés à des grandeurs globales mais aussi locales obtenues lors de récents essais [Boitel, 2003], [Rolland et al., 2006]. Ces résultats expérimentaux concernent une poche de 80 mm de long. Par tâtonnements successifs, nous avons obtenu pour plusieurs valeurs d'AMIN une poche de longueur similaire, et nous avons pu comparer le nombre de cavitation en entrée du domaine pour chaque calcul avec les données expérimentales. De plus les valeurs de taux de vide et de

vitesse dans la poche ont pu être confrontées pour les cinq puits de mesure utilisés lors des essais. La pression en paroi dans la poche a aussi été analysée.

### III. B. 1/ Définition de la géométrie et du maillage

Nous avons réalisé trois calculs, stationnaires, 2D, pour trois valeurs d'AMIN différentes, pour les mêmes conditions que les essais :

$$U_{\text{entrée}} = 10.8 \text{ m/s}$$

$$L_{\text{ref}} = 253 \text{ mm}$$

$$\rho_L = 1000 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_V = 0.02 \text{ kg/m}^3$$

$$L_{\text{poche}} = 80 \text{ mm}$$

$$Re = 2.75 \cdot 10^6 \text{ (basé sur la longueur de référence)}$$

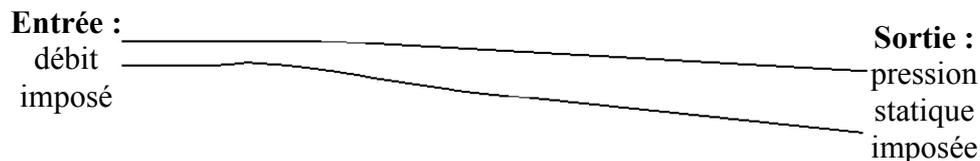


Figure IV. 6 : Géométrie du venturi 4° et les conditions aux limites

Nous avons utilisé le modèle de turbulence k-ε (Yang-Shih) avec loi de paroi étendue. Le maillage contient 172\*56 cellules (figure 7). Les valeurs de  $y^+$  sont comprises entre 18 et 50.

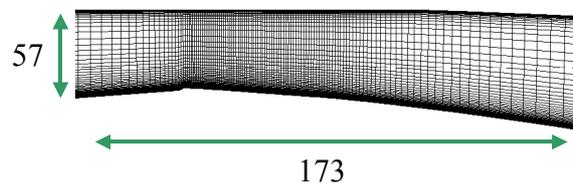


Figure IV. 7 : Zoom du maillage du col du venturi 4°

### III. B. 2/ Evaluation de la taille de la poche

Avec l'approche diphasique homogène utilisée dans Fine<sup>TM</sup>/Turbo pour modéliser les écoulements cavitants, la notion d'interface n'existe pas. Nous devons donc choisir un critère pour la délimiter afin de définir la longueur des poches. Dans les études précédentes, les poches sont soit représentées par une iso-masse volumique de  $900 \text{ kg/m}^3$  soit de  $950 \text{ kg/m}^3$  [Coutier, 2001], [Pouffary, 2004]. Nous avons cherché à améliorer la définition de la longueur de poche, afin d'établir les relations  $L(\sigma_{\text{ref}})$ . Pour cela nous avons tracé le champ du module du gradient de la masse volumique, sur la figure 8, et nous avons délimité son maximum [Charles, 1994]. Nous avons ensuite calculé l'iso-masse volumique qui suivait au mieux cette zone.

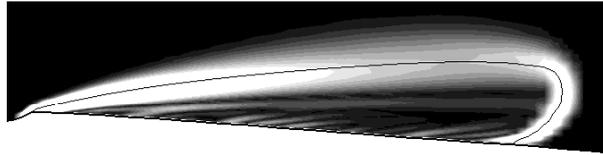


Figure IV. 8 : Champ de la magnitude du gradient de masse volumique ( $0$  à  $10^6$   $\text{kg/m}^4$ )

Cela correspond à une iso-masse volumique de  $700 \text{ kg/m}^3$  pour l'eau froide, soit un taux de vide de 30%. Cependant on peut noter que la zone de fermeture de la poche est le siège de gradients très forts, et ce critère influence donc peu le résultat (tableau 3).

Critère de définition de l'interface ( $\alpha$ )	Iso-masse volumique correspondante ( $\text{kg/m}^3$ )	Longueur de la poche (mm)
5%	950	81.7
10%	900	81.4
20%	800	80.8
30%	700	80.2
40%	600	79.6

Tableau IV 3 : Influence du critère de longueur

Nous avons pu réaliser des comparaisons locales pour 5 puits de mesure (figure 9), qui correspondent à des abscisses (distance au col) de 0.51 cm, 2.09 cm, 3.84 cm, 5.58 cm et 7.39 cm.

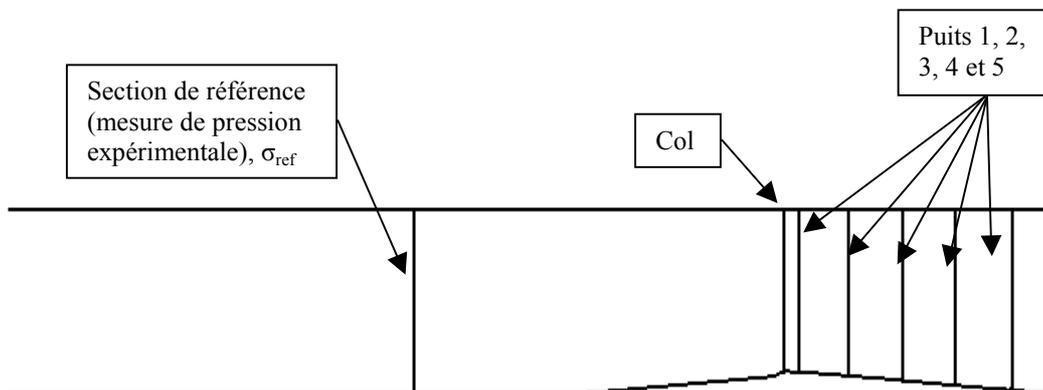


Figure IV. 9 : Représentation de la section de référence, du col et des 5 puits de mesure locale

### III. B. 3/ Résultats expérimentaux

Nous disposons pour analyser nos résultats de calcul, de données d'essais récentes [Boitel, 2003]. Des mesures de taux de vide par bi-sonde optique ainsi que de vitesse locale dans la poche pour un point de fonctionnement donné (Longueur de poche 80 mm,  $\sigma_{ref} = 0.55$ ) ont pu ainsi être comparées.

### III. B. 4/ Comparaisons calculs/essais ; influence d'Amin

Afin de réaliser des comparaisons locales dans la poche, nous avons obtenu une poche de 80 mm ceci pour trois valeurs d'Amin différentes. Le tableau 4 rappelle la relation entre la vitesse du son minimale dans le mélange et le paramètre AMIN.

Amin	20	50	70
$c_{\min}$ (m/s)	0.89	2.24	3.13

Tableau IV. 4 : Relation vitesse du son minimale dans le mélange et AMIN ;  
eau froide,  $\rho_L=1000 \text{ m}^3/\text{s}$ ,  $\rho_V=0.02 \text{ m}^3/\text{s}$

#### III. B. 4. a/ Résultats globaux

Concernant les résultats globaux premièrement, on s'aperçoit qu'à une longueur de poche donnée, au plus la valeur d'AMIN est faible, au plus le nombre de cavitation de référence diminue (tableau 5). Il reste toutefois surestimé par rapport à la valeur expérimentale, même pour une valeur d'AMIN de 20.

On rappelle la définition des nombres de cavitation :

$$\sigma_{ref} = \frac{p_{ref} - p_V(T_{ref})}{\frac{1}{2} \rho_{ref} U_{ref}^2} \text{ et } \sigma_{aval} = \frac{p_{sortie} - p_V(T_{ref})}{\frac{1}{2} \rho_{ref} U_{ref}^2}$$

Amin	20	50	70	exp
$\sigma_{ref}$	0.6	0.64	0.68	0.55
$\sigma_{aval}$	1.24	1.29	1.34	

Tableau IV. 5 : Comparaison de  $\sigma_{ref}$  calculs/expérimental ; Poche de 80mm

Pour des raisons de convergence, nous n'avons pas pu diminuer plus la valeur d'AMIN, mais on peut supposer que la valeur de  $\sigma_{ref}$  expérimentale serait atteinte. La diminution d'Amin a pour effet de faire tendre la loi barotrope vers une marche d'escalier, représentative du modèle à l'équilibre (figure 10). On peut donc penser que, dans le cas de cette géométrie et pour cette vitesse de référence, les déséquilibres ( $p \neq p_{sat}$ ) sont faibles et que du point de vue global, le modèle à l'équilibre donnerait de bons résultats.

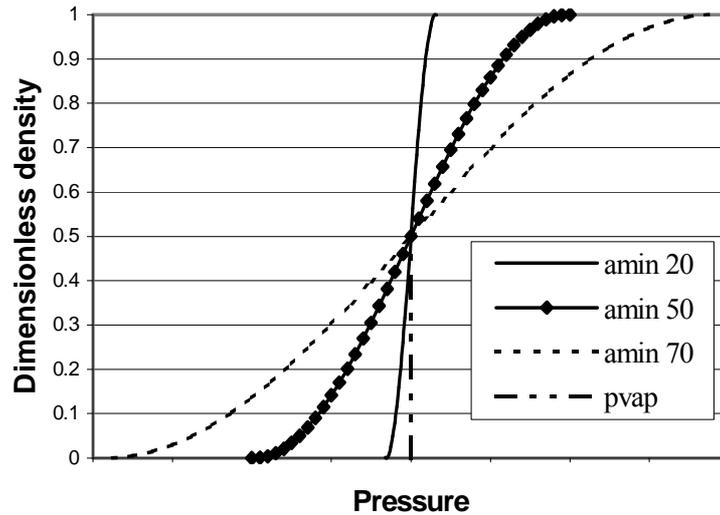


Figure IV. 10 : Amin tend vers 0 équivalent au modèle à l'équilibre

### III. B. 4. b/ Résultats locaux

Nous nous intéressons maintenant aux résultats locaux dans la poche, par l'analyse du taux de vide ainsi que de la composante horizontale  $V_x$  de la vitesse pour les 5 puits de mesure. Sur les figures 11, 12, 13, 14 et 15 sont représentés respectivement à gauche et à droite la vitesse et le taux de vide avec en ordonnée la distance à la paroi.

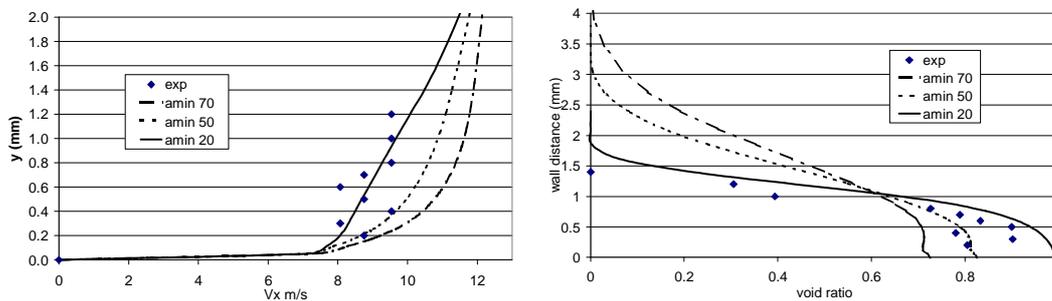


Figure IV. 11 : Vitesse et taux de vide au puits 1

Sur les figures 11 et 12, aux puits 1 et 2, on observe un très bon accord entre le calcul AMIN 20 et les données d'essais. Ces deux puits sont situés très proche du col, ce qui montre que les phénomènes de vaporisation sont très bien représentés. Contrairement aux calculs AMIN 50 et AMIN 70 dont les profils de vitesse sont plus proches d'un profil de couche limite turbulente classique, le calcul AMIN 20, comme les données d'essais, montre une baisse de vitesse dans la poche ( $y < 1$  mm au puits 1 et  $y < 4$  mm au puits 2).

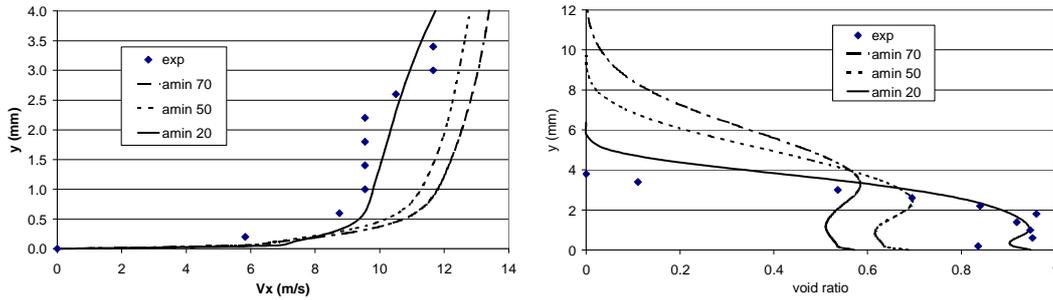


Figure IV. 12 : Vitesse et taux de vide au puits 2

Sur les figures 13, 14 et 15, on observe expérimentalement un phénomène non pris en compte par nos calculs stationnaires : la vitesse  $V_x$  proche paroi est négative ce qui correspond à un jet rentrant. Bien que cette géométrie soit utilisée comme cas test pour la cavitation stationnaire (on pourra trouver dans la littérature des résultats de cavitation instationnaire pour une géométrie similaire, le venturi  $8^\circ$ , [Stutz et Reboud, 1997b], [Stutz et Reboud, 2000], [Fortes-Patella et al., 2006]) la fermeture de la poche est sujette à une forte recirculation qui peut créer quelques lâchers de vapeur mineurs observés expérimentalement [Boitel, 2003]. Du fait de ce jet rentrant, le taux de vide est alors nettement diminué, ce que l'on ne peut pas observer numériquement. Nous obtenons alors avec nos calculs, pour les puits 3, 4 et 5, une surestimation du taux de vide.

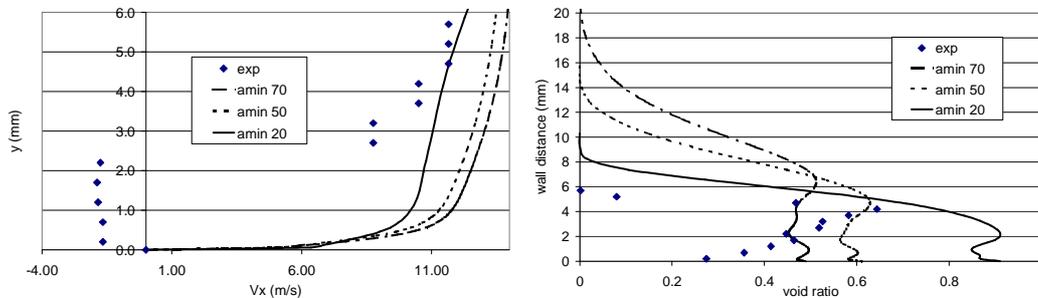


Figure IV. 13 : Vitesse et taux de vide au puits 3

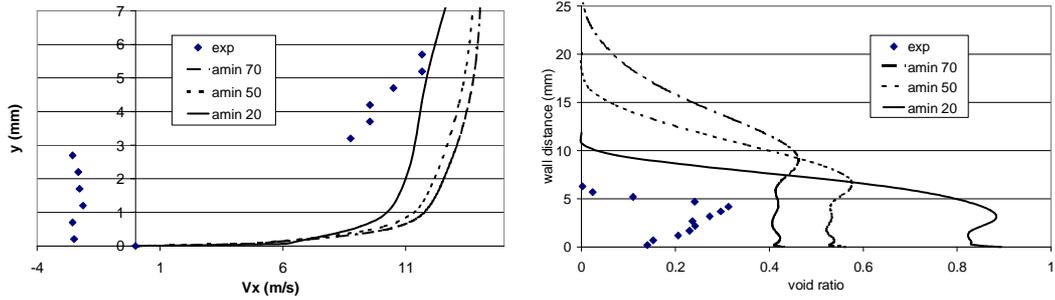


Figure IV. 14 : Vitesse et taux de vide au puits 4

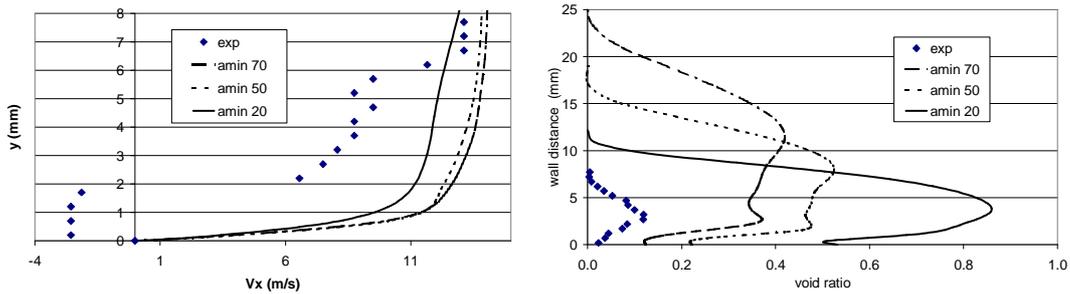


Figure IV. 15 : Vitesse et taux de vide au puits 5

Nous avons vu que les phénomènes instationnaires dans la zone de fermeture de la poche entraînent une mauvaise concordance du taux de vide et de la vitesse entre les résultats numériques et expérimentaux dans cette zone. Cependant, la figure 16 montre que la pression en paroi dans la poche obtenue par le calcul est en bon accord avec les résultats d'essais. En amont de la poche, la pression est très proche de la pression de saturation. Dû au jet rentrant, on observe un phénomène de recompression plus rapide pour les données d'essais. La pression sur le plancher de la veine étant globalement bien prédite numériquement, on gardera dans un premier temps une approche stationnaire pour prédire la chute de performance des inducteurs à partir de calculs cavitants 3D en géométrie réelle.

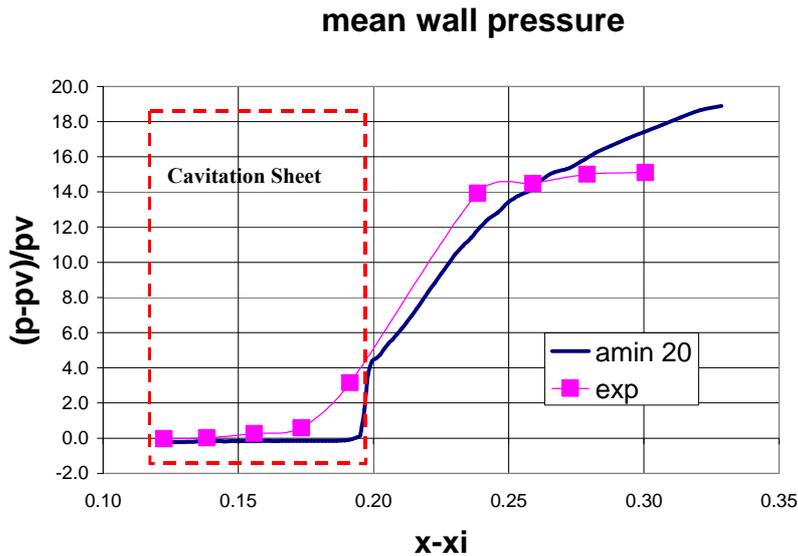


Figure IV. 16 : Comparaison essais-calcul de la pression adimensionnée en paroi  
( $x_i$  : abscisse du col du venturi)

### III. C/ Analyse de l'influence de la forme de la loi barotrope

La loi barotrope a été initialement proposée par [Delannoy et Kueny, 1990] et implémentée dans le code incompressible Iz, développé au Legi pour le compte du Cnes, dont la résolution numérique est basée sur la méthode de prédiction-corréction de pression [Patankar, 1980]. On pourra se référer à [Delannoy, 1989], [Charles, 1994], [Coutier et al., 2005] pour plus d'informations sur l'algorithme de résolution du code Iz. C'est en adéquation avec ce schéma numérique qu'une loi en sinus a été utilisée, qui raccorde les deux phases vapeur et liquide considérées chacune comme incompressible.

Le solveur Euranus utilisé dans Fine<sup>TM</sup>/Turbo est un solveur compressible utilisant un algorithme time marching (méthode pseudo-instationnaire). Pour un calcul incompressible, le préconditionnement à faible nombre de Mach présenté au paragraphe II. C/ de ce chapitre est utilisé. Par la suite, nous avons vu que ce préconditionnement est modifié pour un calcul cavitant ce qui conduit au découplage entre la résolution compressible (dépréconditionnée) des zones de mélange et la résolution incompressible (préconditionnée) des zones de phase pure.

Cependant, le rayon spectral reste calculé d'une unique manière (préconditionnée) dans tout le domaine de calcul. Il semblerait plus rigoureux d'utiliser le rayon spectral obtenu à partir du système non préconditionné en ce qui concerne les zones de mélange, compressibles. Or les limites du mélange, comme nous l'avons vu dans le paragraphe III. A. 3/ sur la vitesse du son, sont très faiblement compressibles. Cela signifie que lorsque le taux de vide est très proches de 0 ou 1, il ne paraît pas possible d'utiliser la célérité dans le mélange pour calculer le rayon spectral.

Nous proposons deux méthodes pour remplacer le rayon spectral basé sur le système préconditionné  $\lambda_{\max} = u + \sqrt{u^2 + \beta^2}$  par celui faisant intervenir la vitesse du son  $\lambda_{\max} = u + c$ .

Pour mieux traiter les zones de mélange, premièrement il serait possible de réaliser un test au cours des itérations sur la vitesse du son locale. Si cette vitesse du son est trop importante par rapport à la vitesse de l'écoulement (nombre de Mach faible) alors elle n'est pas utilisée. Ainsi pour les zones faiblement compressibles en B sur la figure 17, ce test permettrait d'utiliser le rayon spectral basé sur le système préconditionné,  $\lambda_{\max} = u + \sqrt{u^2 + \beta^2}$ . Pour les zones compressibles, en C sur la figure 17, le rayon spectral utilisé serait  $\lambda_{\max} = u + c$ .

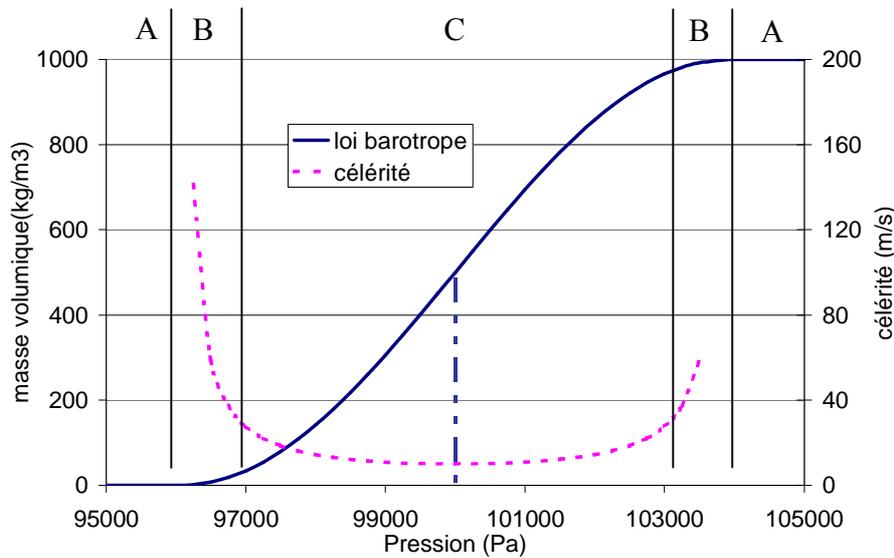


Figure IV. 17 : Différenciation des zones incompressibles (A), faiblement compressibles (B) et compressibles (C) en fonction du taux de vide

Cette méthode permettrait donc tout en conservant la forme sinus de la loi barotrope de traiter les zones compressibles de manière totalement dépréconditionnée, en utilisant la vitesse du son locale et non plus le paramètre  $\beta$  du préconditionnement.

Une autre méthode consisterait à modifier la loi barotrope afin que sa dérivée et donc la célérité du mélange ne soit plus continue avec les phases incompressibles qui ont une célérité infinie. Nous avons proposé de remplacer la loi barotrope en sinus par une droite reliant la vapeur au liquide, avec une vitesse du son constante dans le mélange (figure 18). Il faut noter toutefois que nous n'avons pas dans le test présenté modifié le calcul du rayon spectral. Il est toujours basé sur le système préconditionné. Nous avons seulement voulu connaître les différentes possibilités de loi du mélange possible et notamment si les points de singularité qui apparaissent à la limite du mélange ne posaient pas de sérieux handicap pour la convergence et la robustesse des calculs. Il s'est avéré que la continuité de la dérivée entre la zone mélange et la zone liquide pure n'était pas nécessaire avec l'approche numérique actuelle développée dans Fine<sup>TM</sup>/Turbo.

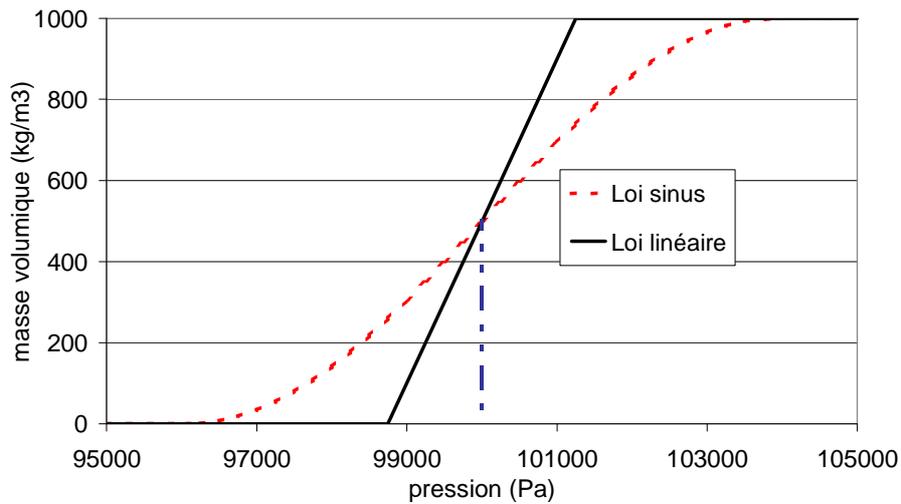


Figure IV. 18 : Lois barotropes : Loi sinus et loi linéaire

Nous avons réalisé des calculs pour comparer les résultats des deux lois. La valeur d'Amin est la même ( $A_{min} = 20$ ), ce qui signifie que la vitesse du son minimale dans le mélange est identique. Elle est constante pour la loi linéaire. Par contre la largeur de la zone de mélange est différente. Elle est égale à  $A_{min}^2 \cdot \pi$  pour la loi sinus et à  $A_{min}^2$  pour la loi linéaire. Les calculs sont comparés pour une même longueur de poche de 80 mm.

A la vue des résultats sur la figure 19, comme on pouvait le prévoir, les différences sont faibles et concernent principalement les deux zones modifiées, i.e. les zones de transition liquide-mélange et mélange-vapeur.

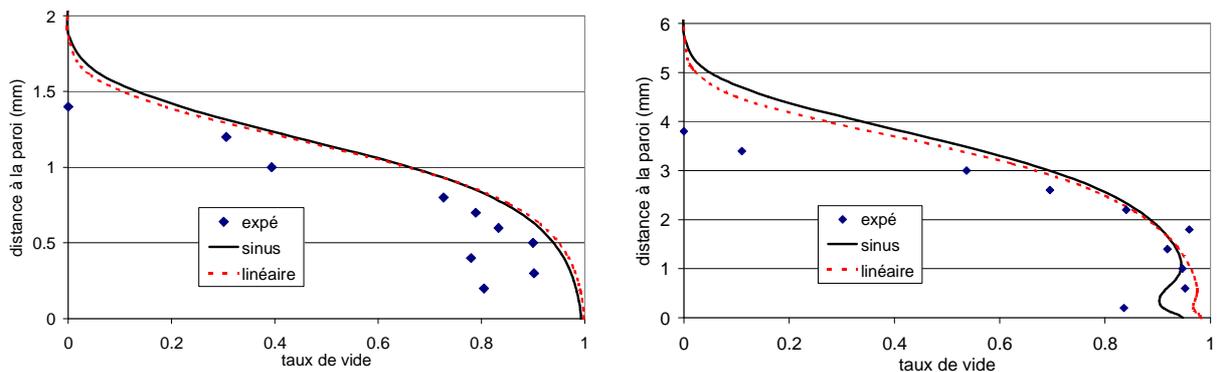


Figure IV. 19 : Taux de vide aux puits 1 et 2 ; comparaison entre loi sinus et loi linéaire,  $A_{min} 20$

On observe ainsi dans le cas du venturi 4° une légère diminution de l'épaisseur de la poche, sur la figure 19. Bien entendu la diminution de la largeur de la zone mélange, par la diminution du paramètre Amin, fait tendre les deux modèles vers le modèle à l'équilibre, où la zone de mélange disparaît pour obtenir une loi d'état en marche d'escalier (modèle numériquement impossible car correspondraient pour la pression de vaporisation tous les taux de vide possible).

Le calcul numérique des fonctions trigonométriques comme le sinus et l'arcsinus coûte un temps CPU non-négligeable au cours d'une itération et de la convergence des résidus. Nous n'avons pas réalisé de test sur les temps de calcul entre la loi barotrope sinus et la loi barotrope linéaire, mais en vue de la réalisation de calculs 3D instationnaires, en géométrie de turbomachines, on peut s'interroger sur la nécessité d'utiliser les fonctions sinus et arcsinus pour définir la loi d'état du mélange.

Après avoir présenté le code de calcul Fine<sup>TM</sup>/Turbo de façon générale, ainsi que le modèle barotrope et des calculs dans le venturi 4° en eau froide, nous exposons au chapitre suivant notre nouveau modèle de prise en compte des effets thermodynamiques ainsi que les calculs qui ont permis de réaliser une première validation.

## Chapitre V

### Prise en compte des effets thermodynamiques basée sur une loi d'état du mélange

La vaporisation est un phénomène endothermique. La transformation du liquide en vapeur consomme de l'énergie, cette énergie étant prélevée principalement au liquide créant un refroidissement local dans la poche constituée de mélange. Dans le cas de la cavitation en eau froide, ce refroidissement est d'une part très faible, et de plus, il influence peu les grandeurs thermodynamiques du fluide. Par contre pour un fluide thermosensible, comme nous l'avons vu au chapitre I, ce refroidissement est plus important et les grandeurs thermodynamiques du fluide varient de manière plus significative aux variations de température, en particulier la pression de vaporisation.

Dans l'objectif de simuler les phénomènes de cavitation qui apparaissent dans les inducteurs des turbopompes spatiales, pour un fluide cryogénique (hydrogène et oxygène), un modèle cavitant prenant en compte les effets thermodynamiques a été implémenté.

Nous présenterons premièrement le modèle proposé ainsi que son implémentation numérique. Nous avons fait le choix de suivre l'algorithme numérique du modèle barotrope, présenté au chapitre IV, en raison de son bon comportement (convergence, stabilité). Nous présentons comment le préconditionnement a été adapté du fait du couplage avec l'équation de conservation de l'énergie.

Suite à cette implémentation, plusieurs calculs de faisabilité et de validation ont été réalisés. Une première étape de validation a été réalisée sur la géométrie 2D du venturi  $4^\circ$ . Nous présentons des résultats sur deux variantes du venturi  $4^\circ$  selon la forme du plafond : plafond plat ou plafond ondulé. Des calculs stationnaires ont permis de comparer plusieurs grandeurs globales (taille de poche, écart entre le nombre de cavitation de référence et celui dans la poche) ainsi que locales (taux de vide dans la poche, pression et température en paroi) avec des résultats expérimentaux obtenus lors d'études précédentes au Legi [Merle, 1992], [Stutz, 1996]. L'influence de la vitesse sur le refroidissement dans la poche a aussi été analysée.

Des calculs en géométries de turbomachines ont ensuite été réalisés. Nous avons initialement mené des calculs de faisabilité sur une géométrie tournante 3D, la roue centrifuge SHF. Pour cela nous avons comparé la chute de performance obtenue pour des calculs en eau froide avec une chute obtenue avec un fluide ayant les mêmes propriétés dynamiques, mais avec une thermosensibilité numérique. L'influence qualitative de l'effet thermodynamique a ainsi été mise en évidence, sur la chute de performance ainsi que sur la modification des écoulements dans la machine.

Nous terminons ce chapitre par une analyse de ces premiers résultats et sur l'influence des paramètres de la loi d'état du mélange retenue.

## I/ Présentation du modèle

La modélisation des effets thermodynamiques basée sur une loi d'état du mélange a été implémentée à partir du modèle barotrope déjà existant. En plus des équations de conservation de la masse et de la quantité de mouvement, l'équation de conservation de l'énergie totale pour le mélange a été implémentée. La température ainsi obtenue a alors permis de coupler ces trois équations à l'aide d'une nouvelle loi d'état de type  $\rho=f(p,T)$ . Nous présentons initialement l'approche suivie pour modéliser l'énergie du mélange puis les modifications relatives à la nouvelle loi d'état. Enfin la résolution numérique, assez complexe du fait du préconditionnement local des équations, est exposée.

### I. A/ L'équation de conservation de l'énergie totale du mélange

Comme nous l'avons vu au chapitre II, l'équation de conservation de l'énergie pour le mélange s'écrit [Ishii, 1975] :

$$\frac{\partial \rho_m E_m}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_m E_m \mathbf{u}) = -\nabla \cdot [\mathbf{q}_m] - \nabla \cdot [p\mathbf{u}] + \nabla \cdot [\bar{\boldsymbol{\tau}}_m \cdot \mathbf{u}] + \rho_m \mathbf{F}_m \cdot \mathbf{u}$$

en négligeant le travail des forces de traînée entre les phases ( $\mathbf{u}_L = \mathbf{u}_V = \mathbf{u}$ ) et les tensions superficielles. La variation de l'énergie due au transfert de masse est introduite par la différence des énergies de référence de chaque phase (i.e. la chaleur latente).

L'énergie totale est définie par :

$$E_m = \frac{u^2}{2} + e_m \text{ et l'énergie interne du mélange par : } e_m = \frac{\alpha \rho_V e_V + (1-\alpha) \rho_L e_L}{\alpha \rho_V + (1-\alpha) \rho_L}$$

soit, pour chaque phase k,

$$e_k = C_{V_k} (T - T_{ref}) + e_{kref}$$

L'énergie de référence de chaque phase est prise à la saturation à la température de référence. L'énergie interne du mélange est donc,

$$e_m = C_{V_m} (T - T_{ref}) + e_{Mref}$$

avec l'énergie de référence du mélange qui représente le saut énergétique entre les deux phases (i.e. la chaleur latente) :

$$e_{Mref} = \frac{\alpha \rho_V e_{Vref} + (1-\alpha) \rho_L e_{Lref}}{\alpha \rho_V + (1-\alpha) \rho_L}$$

et la capacité calorifique à volume constant du mélange définie par :

$$C_{V_m} = \frac{\alpha \rho_V C_{V_V} + (1-\alpha) \rho_L C_{V_L}}{\alpha \rho_V + (1-\alpha) \rho_L}$$

De plus pour représenter les flux thermiques dans le mélange, on modélise la conductivité du mélange par :

$$k_m = \alpha k_V + (1-\alpha) k_L = \alpha \frac{\mu_V C_{p_V}}{\text{Pr}_V} + (1-\alpha) \frac{\mu_L C_{p_L}}{\text{Pr}_L}$$

Et la conductivité turbulente du mélange par :

$$k_m^T = \mu^T \frac{\alpha \rho_V C_{p_V} + (1-\alpha) \rho_L C_{p_L}}{\rho_m \text{Pr}^T}$$

$Pr_k$  représente le nombre de Prandtl de chaque phase et  $Pr^T$  le nombre de Prandtl turbulent

La température est obtenue en fonction des variables du calcul par la formule suivante :

$$T = T_{ref} + \frac{\rho_m E_m - \rho_m e_{Mref} - \frac{1}{2} \rho_m u^2}{\rho_m C_{v_m}}$$

$$\text{Soit, } T = T_{ref} + \frac{\rho_m E_m - \rho_m e_{Mref} - \frac{1}{2} \rho_m u^2}{\alpha \rho_V C_{v_V} + (1 - \alpha) \rho_L C_{v_L}}$$

### I. B/ Lois d'état pour chaque phase

Dans tous les calculs réalisés, nous avons considéré les phases liquide et vapeur comme incompressibles. D'après les nombres de Mach relatifs aux différents calculs présentés en annexe 1, cette hypothèse n'est pas trop forte à propos de la variation de la masse volumique. Toutefois en définissant chaque phase k comme incompressible, on obtient la relation suivante :

$$Cp_k = Cv_k = C_k$$

ce qui par exemple pour le R114 liquide n'est pas vérifié :

$Cp_L = 1000 \text{ J/kg/K}$  et  $Cv_L = 700 \text{ J/kg/K}$  à la saturation à  $30^\circ\text{C}$ .

On peut définir la capacité calorifique massique d'un liquide en équilibre avec sa phase vapeur en partant de la définition de la quantité de chaleur  $\delta Q$  échangée dans une transformation infinitésimal :

$$\delta Q = Cp dT + h dp$$

soit :

$$\delta Q = Cp dT + h \frac{dp_V}{dT} dT$$

avec,

$$h = - \frac{T}{\rho^2} \left. \frac{\partial \rho}{\partial T} \right|_p = - \frac{T\alpha}{\rho}$$

où  $\alpha$  est le coefficient de dilatation isobare :

$$\alpha = - \frac{1}{\rho} \left. \frac{\partial \rho}{\partial T} \right|_p$$

ainsi que de la définition de la capacité calorifique C :

$$\delta Q = CdT$$

On obtient alors la relation suivante :

$$\delta Q = Cp dT + h \frac{dp_V}{dT} dT = CdT$$

Soit :

$$C = Cp + h \frac{dp_V}{dT}$$

En utilisant la relation de Clapeyron :

$$\frac{dp_V}{dT} = \frac{L}{T \left( \frac{1}{\rho_V} - \frac{1}{\rho_L} \right)}, \text{ où } L \text{ est la chaleur latente massique,}$$

on obtient :

$$C_L = Cp_L - \frac{L\alpha_L}{\left( \frac{\rho_L}{\rho_V} - 1 \right)}$$

Soit pour les trois fluides utilisés lors des calculs :

Eau, 293K :  $C_L = 4184 \text{ J/kg/K}$ , et  $Cp_L = 4184 \text{ J/kg/K}$

R114, 293K :  $C_L = 981 \text{ J/kg/K}$ , et  $Cp_L = 984 \text{ J/kg/K}$

Hydrogène, 22K :  $C_L = 10613 \text{ J/kg/K}$ , et  $Cp_L = 10875 \text{ J/kg/K}$

Remarque :

Par défaut nous avons pris a valeur des capacités calorifiques à pression constante, à saturation, dans tous les calculs présentés par la suite.

$$C_k = Cp_k$$

Nous avons réalisé des tests sur cette valeur, conscients qu'elle joue un rôle important dans la prédiction du refroidissement dû au changement de phase. Dans ce cas, la valeur prise est précisée (soit  $C_V$ , soit la moyenne entre  $C_p$  et  $C_V$ ,  $\frac{C_p + C_V}{2}$ ).

### I. C/ Loi d'état du mélange

Le modèle implémenté consiste à adapter localement en fonction de la température la loi sinus du modèle en eau froide présenté précédemment, dans un écoulement. La pression de vaporisation est fonction linéaire de la température, déduite de l'énergie, par la relation suivante :

$$p_V(T) = p_V(T_{ref}) + \frac{dp_V}{dT}(T - T_{ref})$$

Ainsi dans le cas d'un refroidissement local, la pression de vapeur va diminuer et, pour une pression donnée, la masse volumique correspondante sera plus élevée (figure 1). La loi sinus de référence (à la température de référence) est donc translatée horizontalement, sans modification de la pente.

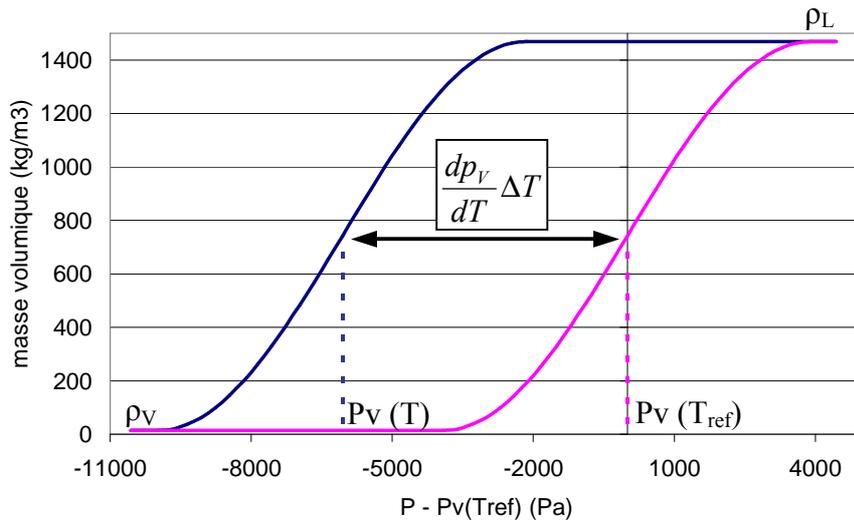


Figure V. 1 : Exemple de décalage de la loi sinus, R114

( $A_{min} = 50$  (soit  $\Delta p_{baro} = 7854 Pa$ ),  $T_{ref} - T = 1K$  soit  $\frac{dp_v}{dT} \Delta T = 6060 Pa$ )

Cette approche a été initialement choisie car elle est numériquement proche du modèle cavitant en eau froide. En couplant les équations de continuité et de conservation de quantité de mouvement à l'équation de conservation de l'énergie via la pression de vaporisation, le système des équations de Navier-Stokes écrit pour le mélange est fermé par une loi d'état du mélange, de type  $\rho(p,T)$ .

Cette loi s'écrit :

$$\rho = \frac{\rho_L + \rho_V}{2} + \frac{\rho_L - \rho_V}{2} \sin \left( \frac{p - \left( p_V(T_{ref}) + \frac{dp_V}{dT} \cdot (T - T_{ref}) \right)}{A_{MIN}^2} \right)$$

Où  $A_{min}$  est le paramètre usuel du modèle barotrope en eau froide et  $\frac{dp_v}{dT}$  est une constante prise à  $T_{ref}$ , fonction du fluide.

Sur la figure 2 nous avons tracé la forme de la loi dans le repère  $(p-p_v, T-T_{ref}, \rho)$

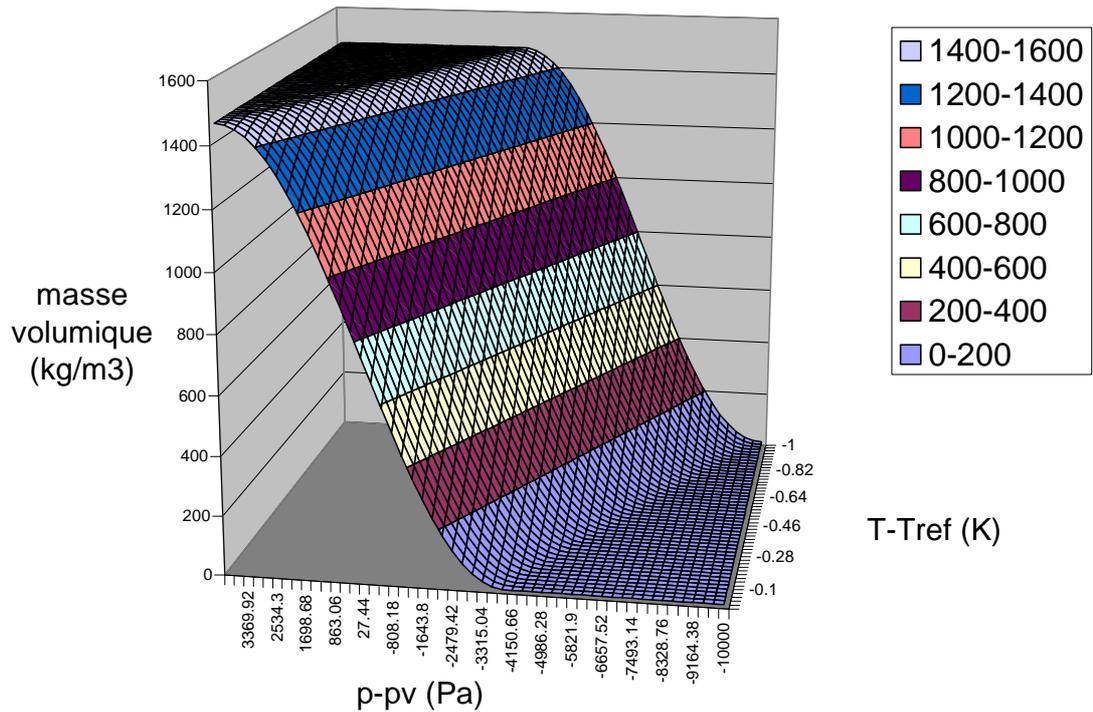


Figure V. 2 : Loi d'état thermodynamique  $\rho(p, T)$  modélisée pour le R114,

$$T_{ref} = 293 \text{ K}, \frac{dp_v}{dT} = 6000 \text{ Pa/K et } Amin = 50$$

Pour le modèle barotrope en eau froide, la diminution de la valeur d'Amin raidit la pente de la loi dans le mélange comme nous l'avons vu au chapitre IV. De la même manière avec la prise en compte de la température, la loi  $\rho(p)$ , pour une température donnée, se raidit en diminuant Amin et ce qui tend vers le modèle à l'équilibre où la densité n'est plus que fonction de la pression de vaporisation elle-même fonction de la température et de l'enthalpie h :  $\rho = f(p_v = g(T), h)$  (figures 3 et 4).

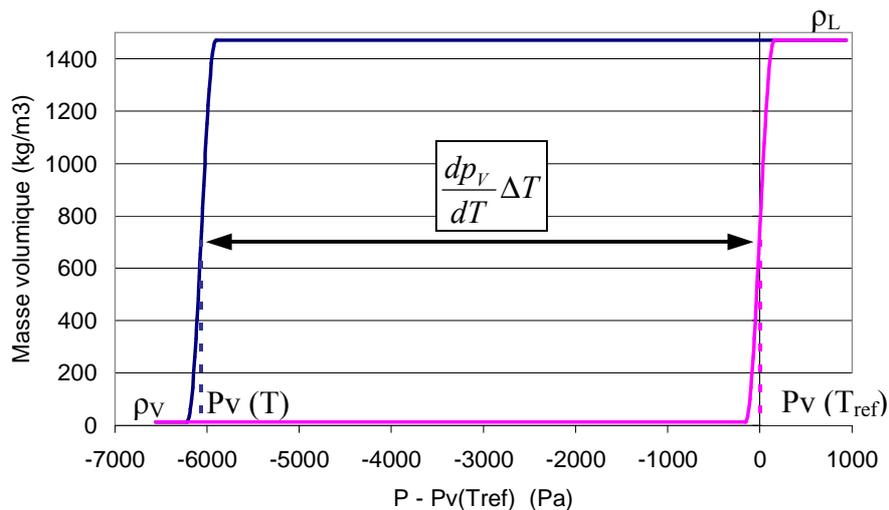


Figure V. 3 : Vers un modèle à l'équilibre

(R114,  $Amin = 10$  (soit  $\Delta p_{baro} = 314 \text{ Pa}$ ),  $T_{ref} - T = 1\text{K}$  soit  $\frac{dp_v}{dT} \Delta T = 6060 \text{ Pa}$ )

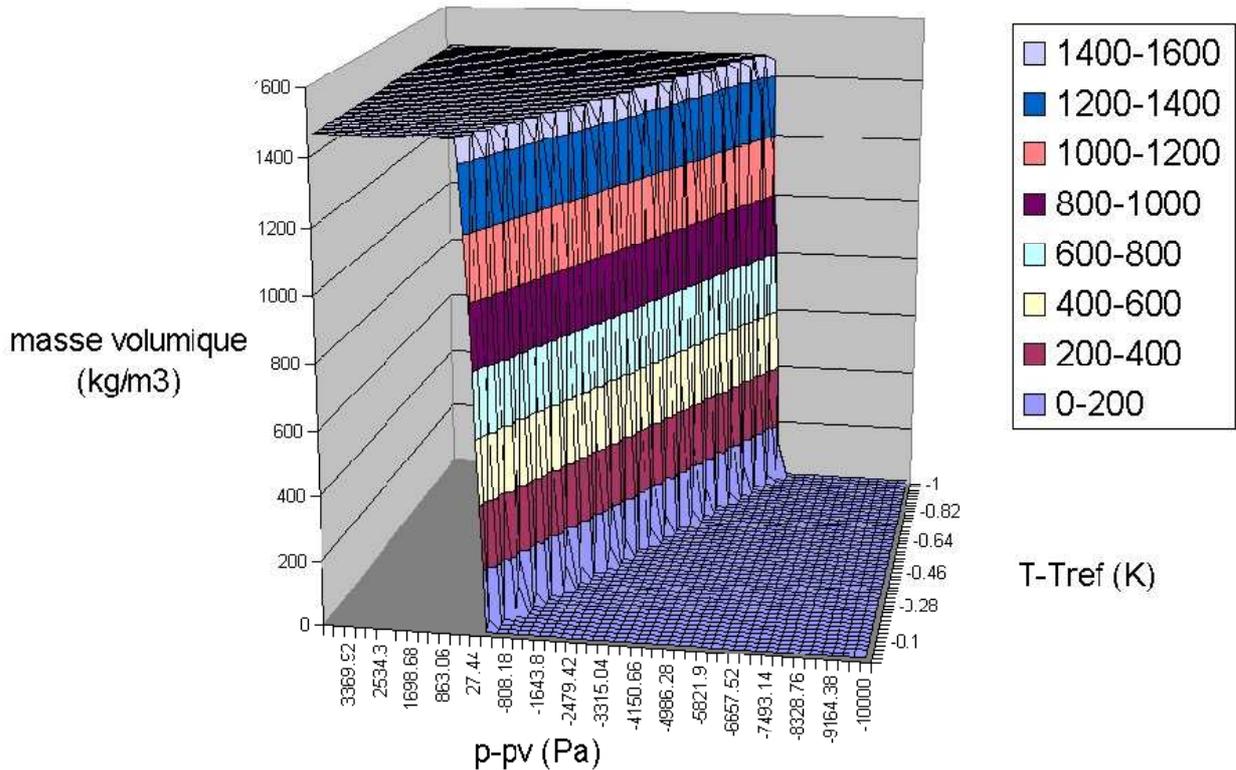


Figure V. 4 : Loi d'état  $\rho(p,T)$  qui tend vers un modèle à l'équilibre, R114

$$(T_{ref} = 293 \text{ K}, \frac{dp_v}{dT} = 6000 \text{ Pa/K et } Amin = 10)$$

### I. D/ Vitesse du son

Nous présentons dans ce paragraphe la vitesse du son correspondant à cette nouvelle loi d'état du mélange. L'introduction du couplage entre les équations de conservation de masse et de quantité de mouvement avec l'équation de conservation de l'énergie, via la loi d'état de type  $\rho(p,T)$  nous permet de définir une entropie et ainsi de pouvoir calculer la vitesse du son selon la définition suivante :

$$c = \sqrt{\left. \frac{\partial p}{\partial \rho} \right|_s}$$

En partant de la relation suivante faisant intervenir l'entropie :

$$Tds = dh - vdp$$

Nous pouvons écrire pour une transformation isentropique :

$$\rho dh = dp$$

Comme,

$$d\rho = \left. \frac{\partial \rho}{\partial p} \right|_T dp + \left. \frac{\partial \rho}{\partial T} \right|_p dT$$

Alors,

$$dT = \frac{1}{\left. \frac{\partial \rho}{\partial T} \right|_p} d\rho - \frac{\left. \frac{\partial \rho}{\partial p} \right|_T}{\left. \frac{\partial \rho}{\partial T} \right|_p} dp$$

On peut exprimer la variation d'enthalpie par :

$$\rho dh = \rho \left. \frac{\partial h}{\partial T} \right|_p dT + \rho \left. \frac{\partial h}{\partial \rho} \right|_T d\rho$$

Soit en utilisant l'expression de dT calculée ci-dessus,

$$\rho dh = \rho \left. \frac{\partial h}{\partial T} \right|_p \left[ \frac{1}{\left. \frac{\partial \rho}{\partial T} \right|_p} d\rho - \frac{\left. \frac{\partial \rho}{\partial p} \right|_T}{\left. \frac{\partial \rho}{\partial T} \right|_p} dp \right] + \rho \left. \frac{\partial h}{\partial \rho} \right|_T d\rho$$

Soit,

$$\rho dh = \left[ \frac{\rho \left. \frac{\partial h}{\partial T} \right|_p}{\left. \frac{\partial \rho}{\partial T} \right|_p} + \rho \left. \frac{\partial h}{\partial \rho} \right|_T \right] d\rho - \left[ \frac{\rho \left. \frac{\partial h}{\partial T} \right|_p \left. \frac{\partial \rho}{\partial p} \right|_T}{\left. \frac{\partial \rho}{\partial T} \right|_p} \right] dp$$

En revenant à la relation isentropique,

$$\rho dh = dp$$

On obtient alors,

$$\left[ \frac{\rho \left. \frac{\partial h}{\partial T} \right|_p}{\left. \frac{\partial \rho}{\partial T} \right|_p} + \rho \left. \frac{\partial h}{\partial \rho} \right|_T \right] d\rho - \left[ 1 + \frac{\rho \left. \frac{\partial h}{\partial T} \right|_p \left. \frac{\partial \rho}{\partial p} \right|_T}{\left. \frac{\partial \rho}{\partial T} \right|_p} \right] dp = 0$$

La vitesse du son est donc définie par la relation :

$$c^2 = \frac{dp}{d\rho} = \frac{\left[ \frac{\left. \frac{\partial h}{\partial T} \right|_p}{\left. \frac{\partial \rho}{\partial T} \right|_p} + \left. \frac{\partial h}{\partial \rho} \right|_T \right]}{\left[ \frac{1}{\rho} + \frac{\left. \frac{\partial h}{\partial T} \right|_p \left. \frac{\partial \rho}{\partial p} \right|_T}{\left. \frac{\partial \rho}{\partial T} \right|_p} \right]}$$

D'après la définition de l'enthalpie de mélange,

$$h_m = C p_m (T - T_{ref}) + h_{mref}$$

ou,

$$h_m = \frac{1}{\rho} \left[ \frac{\rho_L - \rho}{\rho_L - \rho_V} \rho_V h_V + \frac{\rho - \rho_V}{\rho_L - \rho_V} \rho_L h_L + \left( \frac{\rho_L - \rho}{\rho_L - \rho_V} \rho_V C_{p_V} + \frac{\rho - \rho_V}{\rho_L - \rho_V} \rho_L C_{p_L} \right) (T - T_{ref}) \right]$$

et d'après la loi d'état définissant le mélange on obtient pour chaque variation différentielle :

$$\left. \frac{\partial h}{\partial T} \right|_p = C_{p_m} = \frac{\alpha \rho_V C_{p_V} + (1 - \alpha) \rho_L C_{p_L}}{\alpha \rho_V + (1 - \alpha) \rho_L}$$

$$\left. \frac{\partial \rho}{\partial T} \right|_p = - \frac{dp_V}{dT} \cdot \frac{\rho_L - \rho_V}{2AMIN^2} \cos \left( \frac{p - p_{Vref} - \frac{dp_V}{dT} \cdot (T - T_{ref})}{AMIN^2} \right)$$

On peut noter que  $\left. \frac{\partial \rho}{\partial T} \right|_p < 0$ .

$$\left. \frac{\partial h}{\partial T} \right|_T = \frac{1}{\rho} \left[ \frac{\rho_V h_{Vref} - \rho_L h_{Lref}}{\rho_V - \rho_L} + \frac{\rho_V C_{p_V} - \rho_L C_{p_L}}{\rho_V - \rho_L} (T - T_{ref}) - (h_{mref} + C_{p_m} (T - T_{ref})) \right]$$

Avec,

$$h_{mref} = \frac{\alpha \rho_V h_{Vref} + (1 - \alpha) \rho_L h_{Lref}}{\rho}$$

$$\left. \frac{\partial \rho}{\partial p} \right|_T = \frac{\rho_L - \rho_V}{2AMIN^2} \cos \left( \frac{p - p_{Vref} - \frac{dp_V}{dT} \cdot (T - T_{ref})}{AMIN^2} \right)$$

On obtient donc la vitesse du son suivante :

$$c = \sqrt{\left. \frac{\partial p}{\partial \rho} \right|_s} = \sqrt{\frac{\left. \frac{\partial h}{\partial T} \right|_p + C_{p_m}}{\left. \frac{\partial \rho}{\partial T} \right|_p} \cdot \frac{1}{\rho - \frac{C_{p_m}}{dp_V/dT}}}$$

Cette vitesse du son dans le cas de l'eau froide correspond à la vitesse du son isotherme obtenue en dérivant la loi barotrope à une température donnée. Les phénomènes thermiques sont peu importants, on retrouve donc la relation du modèle barotrope en eau froide :

$$AMIN^2 = \frac{\rho_L - \rho_V}{2} c_{Tmin}^2 = \frac{\rho_L - \rho_V}{2} c_{smin}^2$$

où  $c_{Tmin}$  est la vitesse du son isotherme minimale dans le mélange, et  $c_{smin}$  la vitesse du son minimale dans le mélange. On remarque d'après le tableau 1 que pour le R114 et le LH2, le paramètre Amin n'influence que très légèrement la vitesse du son  $c_{smin}$ .

Amin	Eau froide (293 K)			R114 (293 K)		LH2 (22 K)	
	20	50	70	10	50	10	50
$c_{s\min} = \sqrt{\left. \frac{\partial p}{\partial \rho} \right _s}$ (m/s)	0.89	2.24	3.13	4.49	4.85	57.19	57.89
$c_{T\min} = \sqrt{\left. \frac{\partial p}{\partial \rho} \right _T}$ (m/s)	0.89	2.24	3.13	0.37	1.85	1.73	8.67

Tableau V. 1 : Relation entre Amin, la vitesse du son et la vitesse du son isotherme pour  $\alpha=50\%$ ,  $p=p_{Vref}$ ,  $T=T_{ref}$

Remarque :

Dans le modèle cavitant en eau froide, d'après [Pouffary , 2004], la vitesse du son minimale dans le mélange, en supposant qu'elle soit indépendante de l'entropie, est liée au paramètre Amin par la relation :

$$AMIN^2 = \frac{\rho_L - \rho_V}{2} c_{\min}^2$$

La vitesse du son dans un mélange diphasique, stationnaire, sans transfert de masse s'exprime par la relation suivante [Jakobsen, 1964], comme nous l'avons vu au chapitre III :

$$\frac{1}{c^2} = (\alpha \rho_V + (1-\alpha) \rho_L) \left[ \frac{\alpha}{\rho_V c_V^2} + \frac{1-\alpha}{\rho_L c_L^2} \right]$$

Cette relation donne les valeurs suivantes pour la vitesse du son minimale dans le mélange pour l'eau froide (293K), le R114 (293K) et le LH2 à 22K, correspondant à un taux de vide de 50% :

Pour l'eau :  $c_{\min} = 3.49\text{m/s}$  soit Amin =78

Pour le R114 :  $c_{\min} = 22.38\text{m/s}$  soit Amin =604

Pour le LH2 :  $c_{\min} = 123.59\text{m/s}$  soit Amin =713

Ces valeurs d'Amin très importantes pour les fluides thermosensibles ne sont pas envisageables dans les calculs. Une valeur d'Amin de 500 entraîne une largeur de la zone de mélange de presque 8 bars !

La modélisation de la célérité d'après [Jakobsen, 1964] ne semble donc pas appropriée pour estimer la valeur du paramètre Amin caractéristique du modèle retenu.

Sur la figure 5 nous avons tracé la vitesse du son modélisée pour le R114. La célérité dans les phases pures est fixée à la valeur à la saturation à la température de référence. La vitesse du son dans le mélange tend vers l'infini lorsque le taux de vide tend vers 0 ou 1. Sur la figure 5, nous avons limité les valeurs graphiques de la célérité à 600 m/s.

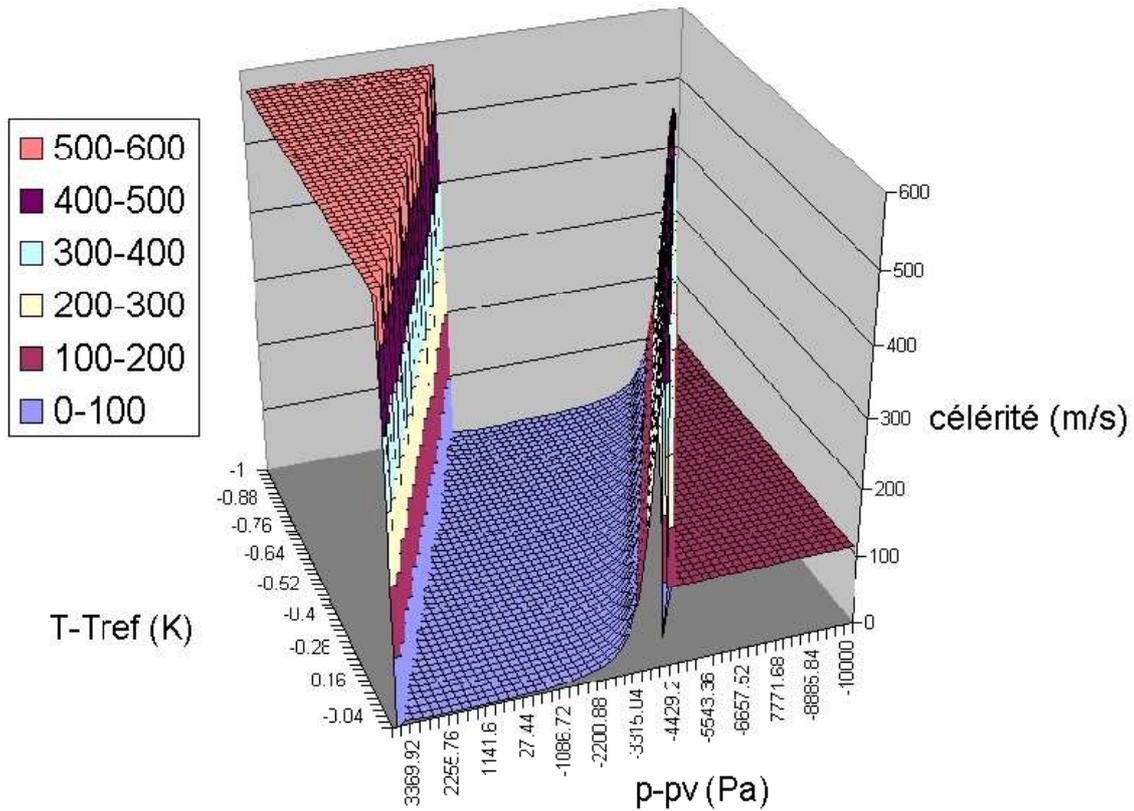


Figure V. 5 : Vitesse du son modélisée pour le R114,  $T_{ref} = 293\text{ K}$ ,  $A_{min} = 50$   
 liquide pur :  $c_L = 570\text{ m/s}$  vapeur pure :  $c_V = 117\text{ m/s}$

Sur la figure 6 la célérité est tracée en fonction du taux de vide pour l'eau, le R114 et le LH2 en fixant la température ( $T = T_{ref}$ ). On s'aperçoit que premièrement, en ayant conservé la forme sinus qui relie la masse volumique à la pression pour une température donnée, la célérité tend vers l'infini lorsque le taux de vide tend vers 0 ou 1.

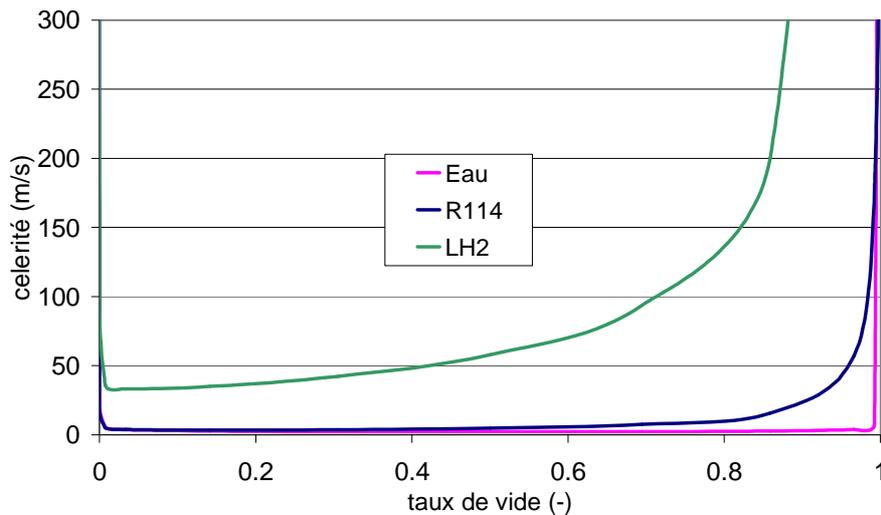


Figure V. 6 : Vitesse du son modélisée pour l'eau ( $T_{ref} = 293\text{ K}$ ), le R114 ( $T_{ref} = 293\text{ K}$ ) et le LH2, ( $T_{ref} = 22\text{ K}$ ),  $A_{min} = 50$  et  $T = T_{ref}$

De plus on peut noter que la vitesse du son, à cause de la prise en compte des effets thermiques, n'est plus symétrique autour du taux de vide 50% comme dans le modèle

barotrope. La notion de vitesse du son minimale dans le mélange n'est plus associée à un taux de vide de 50% comme dans le modèle de Jakobsen ou dans le modèle barotrope en eau froide.

Les vitesses du son dans le mélange sont globalement beaucoup plus faibles que dans les phases pures. Ainsi, le nombre de Mach dans les zones diphasiques sera élevé. On soulève ici un problème d'ordre numérique important : en effet l'algorithme de la résolution numérique des écoulements cavitants doit être adapté pour traiter à la fois des zones incompressibles (liquide pur) et à la fois des zones fortement compressibles (mélange).

En transition avec le paragraphe suivant sur la résolution numérique, on peut rappeler que la vitesse du son calculée dans le mélange n'intervient pas dans la résolution numérique. En effet les valeurs propres utilisées dans tout le domaine sont calculées à partir du système préconditionné :

$$\lambda_{2,3} = u \pm \sqrt{u^2 + \beta^2} \text{ au lieu des valeurs classiques en compressible } \lambda_{2,3} = u \pm c$$

### I. E/ Résolution numérique

Nous avons présenté au paragraphe I. C/ le modèle physique développé pour prendre en compte les effets thermodynamiques. Pour cela nous utilisons une nouvelle loi d'état du mélange, reliant la masse volumique, la pression et la température. Bien que ce modèle soit basé sur l'approche barotrope en eau froide déjà existante dans Fine<sup>TM</sup>/Turbo, des modifications de la résolution numérique ont été apportées.

Afin de suivre la même résolution que le modèle barotrope en eau froide, l'incrémentation dans la zone liquide et dans la zone mélange a été divisée selon une méthode respectivement incompressible et compressible. L'incrémentation et donc chaque pas de temps itératif est décomposé en un pas de temps incompressible (préconditionné dans les zones monophasiques) et/ou un pas de temps compressible (dépréconditionné dans les zones de mélange) selon le cas.

La prise en compte des effets thermodynamiques par la variation de la loi barotrope en fonction de la température a fait apparaître un certain nombre de problèmes pour appliquer ce raisonnement. En effet, pour connaître la limite compressible-incompressible, fixée par la zone de transition de la loi barotrope, il faut connaître la température. Cela nécessite un algorithme un peu plus complexe afin de déterminer la décomposition du pas de temps.

De la même manière que pour l'incrémentation en cavitant sans effets thermodynamiques, on distingue quatre cas différents, pour l'incrémentation des variables de l'itération (n) à la suivante (n+1) :

- A/ A l'itération (n), phase pure => (n+1), phase pure
- B/ A l'itération (n), phase pure => (n+1), mélange
- C/ A l'itération (n), mélange => (n+1), mélange
- D/ A l'itération (n), mélange => (n+1), phase pure

On définit l'indice (n+ε) avec 0<ε<1, qui représente l'incrémentation intermédiaire, se situant à la limite compressible/incompressible. Dans ce chapitre, Δp<sub>baro</sub> représente la demi-largeur de la zone de transition de la loi barotrope à une température donnée.

Pour distinguer dans quelle cas on se situe (A, B, C ou D), les tests sont réalisés sur la pression en la comparant aux limites de la zone de mélange ( $p_n$  pour l'état initial, et  $p_{n+1}$  pour l'état final de l'itération).

La subtilité cette fois vient du fait que ces limites sont maintenant variables, car elles dépendent de la température. Cela signifie qu'en début d'itération, la pression  $p_{n+1}$  est initialement calculée par la relation :

$$p_{n+1} = p_n - RES_p * \Delta \tau$$

Cette valeur étant par la suite écrasée par la valeur calculée selon le cas A, B, C ou D.

Les résidus sont définis de la manière suivante :

$RES_p$ ,  $RES_U$  et  $RES_E$  sont les résidus de l'équation de continuité, de l'équation de conservation de la quantité de mouvement et de l'énergie totale, préconditionnés.

$RES_{\rho}$ ,  $RES_{\rho U}$  et  $RES_{\rho E}$  sont les résidus de l'équation de continuité, de l'équation de conservation de la quantité de mouvement et de l'énergie totale, dépréconditionnés.

La variation de la pression de saturation en fonction de la température est un paramètre utilisateur, égale à une constante :

$$\frac{dp_V}{dT} = DPSADT$$

L'énergie de référence du mélange est définie par la relation :

$$e_{Mref} = \frac{\alpha \rho_V e_{Vref} + (1 - \alpha) \rho_L e_{Lref}}{\alpha \rho_V + (1 - \alpha) \rho_L}$$

### **A/ A l'itération (n), phase pure => (n+1), phase pure ; incrémentation entièrement préconditionnée**

Calcul de  $p(n+1)$  par l'équation de continuité

$$p_{n+1} = p_n - RES_p * \Delta \tau$$

Incrémentation de la vitesse par les résidus de la QDM

$$u_{n+1} = u_n - RES_U * \Delta \tau$$

Incrémentation de l'énergie par les résidus de l'équation de l'énergie

$$E_{n+1} = E_n - RES_E * \Delta \tau$$

Calcul de la température

$$T_{n+1} = T_{ref} + \frac{E_{n+1} - e_{kref} - 0.5u_{n+1}^2}{Cv_k}$$

### **B/ A l'itération (n), phase pure (ex: Liquide)=> (n+1), mélange**

Calcul d'une pression intermédiaire par l'équation de continuité préconditionnée

$$\tilde{p}_{n+1} = p_n - RES_p * \Delta \tau$$

Incrémentation préconditionnée

Incrémentation d'une vitesse intermédiaire par les résidus de la QDM

$$\tilde{u}_{n+1} = u_n - RES_U * \Delta \tau$$

Incrémentation d'une énergie intermédiaire par les résidus de l'équation de l'énergie

$$\tilde{E}_{n+1} = E_n - RES_E * \Delta \tau$$

Calcul de la température intermédiaire

$$\tilde{T}_{n+1} = T_{ref} + \frac{\tilde{E}_{n+1} - e_{Lref} - 0.5\tilde{u}_{n+1}^2}{Cv_L}$$

Calcul de la pression de vaporisation

$$p_V = p_{Vref} - DPSADT * (T_{ref} - \tilde{T}_{n+1})$$

Décomposition du pas de temps : incompressible et compressible

$$\Delta \tau = \Delta \tau_{incomp} + \Delta \tau_{comp}$$

La décomposition du pas de temps est présentée en annexe 2.

*Incrémentation préconditionnée*

Contribution incompressible de l'incrément de la vitesse

$$u_{n+\varepsilon} = u_n - RES_U * \Delta \tau_{incomp}$$

Contribution incompressible de l'incrément de l'énergie

$$E_{n+\varepsilon} = E_n - RES_E * \Delta \tau_{incomp}$$

*Incrémentation dépréconditionnée*

Contribution compressible de l'incrément pu

$$(\rho u)_{n+1} = \rho_L u_{n+\varepsilon} - RES_{\rho U} * \Delta \tau_{comp}$$

Contribution compressible de l'incrément pE

$$(\rho E)_{n+1} = \rho_n E_{n+\varepsilon} - RES_{\rho E} * \Delta \tau_{comp}$$

Contribution compressible de l'incrément de la masse volumique

$$\tilde{\rho}_{n+1} = \rho_L - RES_{\rho} * \Delta \tau_{comp}$$

Calcul du taux de vide intermédiaire

$$\tilde{\alpha}_{n+1} = \frac{\tilde{\rho}_{n+1} - \rho_L}{\rho_V - \rho_L}$$

Calcul d'une nouvelle température

$$T_{n+1} = T_{ref} + \frac{(\rho E)_{n+1} - e_{Mref} - 0.5\tilde{\rho}_{n+1}u_{n+1}^2}{\tilde{\alpha}_{n+1}\rho_V Cv_V + (1 - \tilde{\alpha}_{n+1})\rho_L Cv_L}$$

Calcul de la pression de vaporisation

$$p_V = p_{Vref} - DPSADT * (T_{ref} - T_{n+1})$$

Calcul de la masse volumique à l'itération (n+1) par l'équation de continuité

$$\rho_{n+1} = \rho_L + \left( \frac{\tilde{p}_{n+1} - p_V - \Delta p_{baro}}{\beta^2} \right)$$

Calcul de la pression par la loi barotrope

$$p_{n+1} = p_V + A \min^2 \left( \left( \rho_{n+1} - \frac{\rho_L + \rho_V}{2} \right) \cdot \frac{2}{\rho_L - \rho_V} \right)$$

**C/ A l'itération (n), mélange => (n+1), mélange pure ; incrémentation entièrement dépréconditionnée**

Incrémentation de la masse volumique par l'équation de continuité

$$\rho_{n+1} = \rho_n - RES_\rho * \Delta\tau$$

Incrémentation de ( $\rho u$ ) par les résidus de la QDM

$$(\rho u)_{n+1} = (\rho u)_n - RES_{\rho U} * \Delta\tau$$

Incrémentation de ( $\rho E$ ) par les résidus de l'équation de l'énergie

$$(\rho E)_{n+1} = (\rho E)_n - RES_{\rho E} * \Delta\tau$$

Calcul du taux de vide

$$\alpha_{n+1} = \frac{\rho_{n+1} - \rho_L}{\rho_V - \rho_L}$$

Calcul de la température

$$T_{n+1} = T_{ref} + \frac{(\rho E)_{n+1} - e_{Mref} - 0.5 \rho_{n+1} u_{n+1}^2}{\alpha_{n+1} \rho_V C_{V_V} + (1 - \alpha_{n+1}) \rho_L C_{V_L}}$$

Calcul de la pression de vaporisation

$$p_V = p_{Vref} - DPSADT * (T_{ref} - T_{n+1})$$

Calcul de la pression par la loi barotrope

$$p_{n+1} = p_V + AMIN^2 \cdot \arcsin\left(\left(\rho_{n+1} - \frac{\rho_L + \rho_V}{2}\right) \cdot \frac{2}{\rho_L - \rho_V}\right)$$

### **D/ A l'itération (n), mélange => (n+1), phase pure (ex: Liquide)**

Calcul d'une masse volumique intermédiaire par l'équation de continuité

$$\Delta\tilde{p} = RES_p * \Delta\tau$$

$$\tilde{\rho}_{n+1} = \rho_n - \left(\frac{\Delta\tilde{p}}{\beta^2}\right)$$

Calcul du pas de temps compressible

$$\Delta\tau_{comp} = (\rho_n - \rho_L) \cdot \left(\frac{\beta^2}{RES_p}\right)$$

*Incrémentation dépréconditionnée jusqu'à la limite de la zone de transition de la loi barotrope :*

Contribution compressible de l'incrément de ( $\rho u$ )

$$(\rho u)_{n+\varepsilon} = (\rho u)_n - RES_{\rho U} * \Delta\tau_{comp}$$

Contribution compressible de l'incrément de ( $\rho E$ )

$$(\rho E)_{n+\varepsilon} = (\rho E)_n - RES_{\rho E} * \Delta\tau_{comp}$$

Calcul de la température intermédiaire

$$T_{n+\varepsilon} = T_{ref} + \frac{(\rho E)_{n+\varepsilon} - e_{Mref} - 0.5 \rho_L u_{n+\varepsilon}^2}{\rho_L C_{V_L}}$$

Calcul de la pression de vaporisation

$$p_V = p_{Vref} - DPSADT * (T_{ref} - T_{n+\varepsilon})$$

Calcul du pas de temps incompressible

$$\Delta\tau_{incomp} = \Delta\tau - \Delta\tau_{comp}$$

*Incrémentation préconditionnée à partir de la limite de la zone de transition de la loi barotrope :*

Calcul de la pression par l'équation de continuité

$$p_{n+1} = p_V + \Delta p_{baro} + (\tilde{\rho}_{n+1} - \rho_L) \beta^2$$

Contribution incompressible de l'incrément de la vitesse

$$u_{n+1} = \frac{(\rho u)_{n+\varepsilon}}{\rho_L} - RES_U * \Delta \tau_{incomp}$$

Contribution incompressible de l'incrément de l'énergie

$$E_{n+1} = \frac{(\rho E)_{n+\varepsilon}}{\rho_L} - RES_E * \Delta \tau_{incomp}$$

Calcul de la température

$$T_{n+1} = T_{ref} + \frac{E_{n+1} - e_{Lref} - 0.5u_{n+1}^2}{Cv_L}$$

Après avoir présenté notre modèle, ainsi que son implémentation dans l'algorithme de Fine<sup>TM</sup>/Turbo, nous allons analyser les calculs de validation réalisés.

## II/ Calculs de validation 2D stationnaires : Venturi 4° au réfrigérant R114

Afin de valider le nouveau modèle implémenté, des calculs en géométrie de venturi 4°, 2D ont été effectués. Des comparaisons globales ainsi que locales ont été réalisées avec des mesures expérimentales. Ainsi les critères que nous avons choisis comme représentatifs de l'effet thermodynamique (les lois longueur de poche en fonction du nombre de cavitation, le taux de vide local dans la poche, la température et la pression sur le plancher de la veine) ont pu être analysés.

Nous présentons premièrement les deux variantes du venturi 4° étudiées et les résultats expérimentaux disponibles dans chaque configuration. Les paramètres de calcul sont ensuite exposés et les résultats obtenus sont analysés et comparés aux données d'essais.

### II. A/ Présentation des deux géométries et des résultats expérimentaux

L'analyse expérimentale du comportement cavitant des inducteurs comporte un grand nombre de difficultés principalement dû au fait que la géométrie étudiée est en mouvement rotatif, à des vitesses élevées (plusieurs milliers de tr/min). C'est ainsi qu'a été développé au Cremhyg, pour le compte du Cnes et de la Snecma, différents profils bi-dimensionnels représentant l'écoulement inter-aubes au sein des machines tournantes. Ces profils ont l'avantage d'être beaucoup plus facilement instrumentables qu'un inducteur.

Initialement, un hydrofoil (veine VGV) a fait l'objet de plusieurs études en eau froide [Rousset, 1990]. Mais du fait de l'écoulement de part et d'autre du profil étudié, des difficultés d'instrumentation ont conduit par la suite à utiliser des géométries de venturi, déterminées de façon à reproduire au mieux les gradients de pression existant dans l'inducteur.

Deux types de géométrie ont ainsi été étudiés représentant deux points de fonctionnement d'un inducteur. Le venturi 4° correspondant au régime nominal de la turbomachine et le venturi 8° correspondant à un régime à incidence marquée. Le venturi 8°, qui a un comportement cavitant instationnaire, n'a à ce jour pas été testé pour un fluide thermosensible. Nous ne l'avons donc pas insérer dans notre étude.

Au sujet du venturi 4°, le plafond de la veine d'essais était initialement plat. Par la suite, cette configuration a été remplacée par un plafond ondulé, pour représenter plus finement les gradients de pression de l'inducteur. Finalement, ce détail n'étant pas significatif pour l'étude de la poche se développant sur le plancher de la veine, il a été remplacé par une configuration de plafond plat. On peut voir les deux configurations de plafond sur la figure 6.

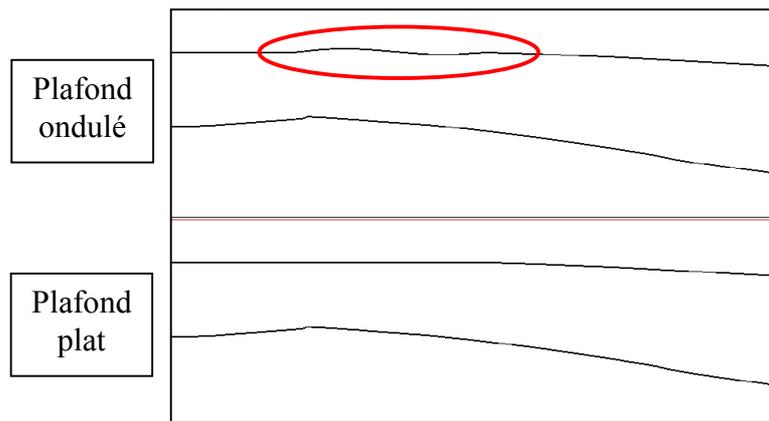


Figure V. 6 : Plafond plat et ondulé du venturi 4°

D'après [Stutz et Reboud, 1994], la seule différence importante entre la configuration plate et ondulée du plafond est un décalage d'environ 0.07 du nombre de cavitation  $\sigma_{ref}$  pour une même longueur de poche, en eau froide. Sur la figure 7 on peut voir de manière plus précise que l'écart du nombre de cavitation entre les deux configurations varie entre 0.03 pour les petites poches et 0.08 pour les plus grandes poches [Pauchet, 1991].

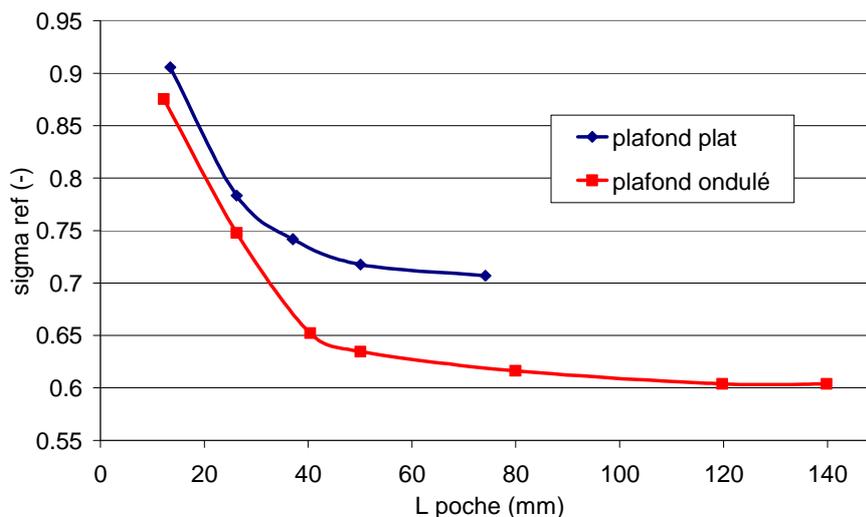


Figure V. 7 : Différences entre le plafond plat et le plafond ondulé sur les lois  $L(\sigma)$  ; essais en eau froide,  $U_{ref} = 16$  m/s [Pauchet, 1991]

Cette écart entre le plafond plat et le plafond ondulé est assez bien prédit par nos calculs, puisque nous trouvons  $\Delta\sigma = 0.1$  entre les deux configurations calculées en eau froide, pour une vitesse de référence de 10.8 m/s, avec  $A_{min} = 20$ , pour une poche de 80 mm (cf. chapitre IV pour le plafond plat).

Nous disposons pour valider notre modélisation des effets thermodynamiques de résultats d'essais sur la géométrie du venturi 4° avec le fluide thermosensible R114 [Merle, 1992], [Stutz, 1996], [Fruman et al., 1999]. Au niveau global, ces résultats montrent un écart entre le nombre de cavitation de référence,  $\sigma_{ref}$ , et celui calculé à partir de la pression de vaporisation dans la poche,  $\sigma_{cav}$  (figure 8).

On rappelle les définitions de  $\sigma_{ref}$  et  $\sigma_{cav}$  :

$$\sigma_{ref} = \frac{p_{ref} - p_V(T_{ref})}{\frac{1}{2} \rho_{ref} U_{ref}^2} \text{ et } \sigma_{cav} = \frac{p_{ref} - p_V(T)}{\frac{1}{2} \rho_{ref} U_{ref}^2}$$

La pression de vaporisation dans la poche est obtenue à partir de la mesure de température au puits 1. La position des puits 1, 2 et 3 est donnée sur la figure 10, qui correspondent aux trois premiers puits en eau froide présentés au paragraphe III. B/ du chapitre IV.

L'écart entre les deux nombres de cavitation est donc caractéristique de l'effet thermodynamique dans la poche, par le refroidissement  $T_{ref}-T$  mesuré :

$$\sigma_{cav} - \sigma_{ref} = \frac{p_{ref} - p_V(T)}{\frac{1}{2} \rho_{ref} U_{ref}^2} - \frac{p_{ref} - p_V(T_{ref})}{\frac{1}{2} \rho_{ref} U_{ref}^2} = \frac{(T_{ref} - T) \frac{dp_V}{dT}}{\frac{1}{2} \rho_{ref} U_{ref}^2}$$

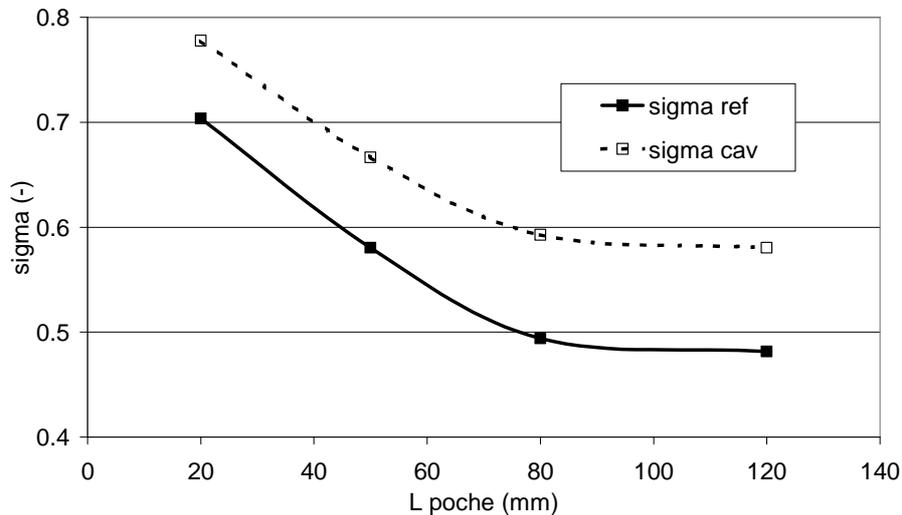


Figure V. 8 : Lois  $L(\sigma)$  expérimentales, R114, plafond ondulé,  $T_{ref}=293$  K,  $U_{ref} = 15$  m/s (campagne d'essais 93) [Rebattet et al., 1993]

Concernant les incertitudes sur ces mesures, l'instrumentation ayant beaucoup évoluée depuis les premières campagnes, la qualité des résultats a été améliorée au cours du temps.

D'après [Pauchet, 1991], les incertitudes données pour la figure 7 sont :

Précision sur la vitesse : +/- 0.08 m/s

Précision sur les  $\sigma$  : +/- 0.01

Pour les essais au R114 de la figure 8, les incertitudes sont les suivantes [Rebattet et al., 1993] :

Erreur sur le  $\sigma$  : comprise entre 0.03 pour les faibles vitesses ( $U_{ref} = 14.4$  m/s) et 0.01 pour les fortes vitesses.

Précision sur la différence  $T_{ref}-T$  : de l'ordre de 0.1°

Erreur sur la longueur de poche : pour une longueur moyenne de 61 mm, les valeurs extrêmes d'un échantillonnage sont de 49 et 72 mm.

Concernant l'influence de la vitesse de référence sur les lois  $L(\sigma)$ , pour les gammes de vitesses que nous utilisons par la suite dans nos calculs pour l'analyse de ces lois, la figure 9 montre qu'il n'y a pas d'influence importante en eau froide.

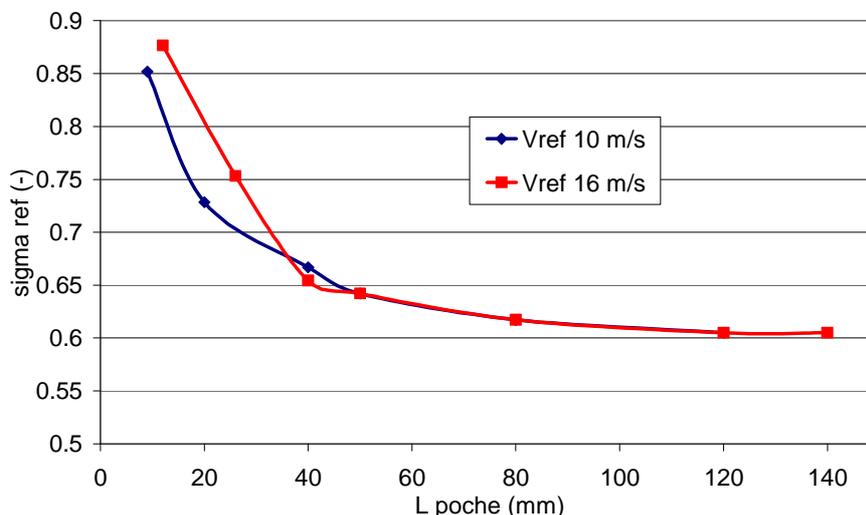


Figure V. 9 : Influence de la vitesse sur les Lois  $L(\sigma)$ , plafond ondulé, eau froide [Pauchet, 1991]

Nous disposons aussi pour valider notre modèle de mesures locales par sonde optique du taux de vide et de la vitesse dans la poche [Stutz, 1996]. Ces mesures concernent les trois premiers puits parmi les cinq utilisés en eau froide (figure 10). La géométrie est celle du venturi  $4^\circ$  avec plafond plat. Il est important de rappeler que d'après les auteurs eux-mêmes, ces mesures locales sont entachées d'une forte incertitude. En effet une analyse a montré que la taille trop importante des pointes de la sonde optique ne permet pas de prendre en compte les petites structures de vapeur ce qui sous-estimerait les taux de vide obtenus.

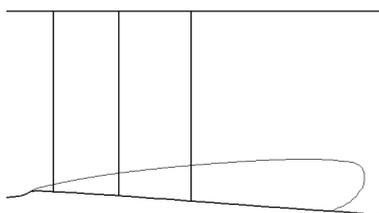


Figure V. 10 : Position des trois puits de mesures locales pour le R114,  $L = 80$  mm

Nous présentons dans la suite de ce chapitre des résultats en configuration plafond plat afin de comparer le taux de vide dans les poches avec les mesures expérimentales de [Stutz, 1996]. De plus, l'analyse de ces calculs nous a permis de valider de manière partielle le bon comportement qualitative du modèle de pris en compte des effets thermodynamiques, au niveau de la température et de la pression en paroi.

Les résultats des calculs dans la configuration plafond ondulé sont ensuite exposés. Nous comparons les lois  $L(\sigma)$  calculées avec les données d'essais pour un point de fonctionnement

fixé ainsi que la température sur le plancher [Merle, 1992]. Nous étudions ensuite l'influence de la vitesse de référence sur le refroidissement au puits 1.

## II. B/ Comparaisons calcul/essais pour la géométrie plafond plat

Nous avons réalisé des calculs, stationnaires, 2D, pour les mêmes conditions que les essais :

$$U_{\text{entrée}} = 14.4 \text{ m/s}$$

$$\rho_L = 1470 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_V = 13.5 \text{ kg/m}^3$$

$$T_{\text{ref}} = 293 \text{ K}$$

$$Re = 1.87 \cdot 10^7$$

Le maillage contient 85\*201 nœuds, et le modèle de turbulence utilisé est le modèle k-ε (Yang-Shih) avec loi de paroi étendue ( $y^+$  compris entre 5 et 90). Les conditions aux limites sont les mêmes que pour les calculs en eau froide (débit imposé en entrée, pression statique imposée en sortie). Les parois sont adiabatiques et on impose la température de référence à l'entrée du calcul.

Nous rappelons que lors des calculs, nous imposons le nombre de cavitation à la sortie du calcul.

$$\sigma_{\text{aval}} = \frac{p_{\text{sortie}} - p_V(T_{\text{ref}})}{0.5 \rho U_{\text{ref}}^2}$$

A partir de cette condition imposée, on obtient un nombre de cavitation de référence et une longueur de poche correspondante.

$$\sigma_{\text{ref}} = \frac{p_{\text{ref}} - p_V(T_{\text{ref}})}{0.5 \rho U_{\text{ref}}^2}$$

Il est ainsi nécessaire de procéder par tâtonnements successifs afin d'obtenir le point de cavitation souhaité, à savoir une poche de 80 mm en ce qui concerne les comparaisons locales du taux de vide.

De la même manière que pour analyser les calculs en eau froide, nous avons dû définir un critère pour mesurer la longueur des poches de cavitation. Nous avons donc tracé le champ du module du gradient de masse volumique, et le maximum correspondant à une iso-densité de  $1200 \text{ kg/m}^3$ , soit un taux de vide de 18%.

### II. B. 1/ Taux de vide local dans la poche

Les mesures locales de taux de vide ont été réalisées pour une poche de 80 mm. Nous avons obtenu par nos calculs des poches de 85 mm environ. On rappelle les conditions de calculs sur le tableau 2.

Amin	70 sans couplage thermodynamique	70	40	10
Longueur (mm)	86	85	84	84
$\sigma_{\text{ref}}$	0.63	0.62	0.60	0.59
$\sigma_{\text{aval}}$ (imposé)	1.27	1.28	1.25	1.25

*Tableau V. 2 : Conditions de calculs*

Nous comparons sur les figures 11, 12 et 13 le taux de vide obtenu respectivement aux puits 1, 2 et 3, pour quatre calculs, avec les données expérimentales. Nous avons souhaité tester dans un premier temps l'influence du paramètre  $A_{min}$  sur ces taux de vide. De plus, nous avons réalisé un calcul au R114, cavitant, mais sans activer notre modèle de prise en compte des effets thermodynamiques.

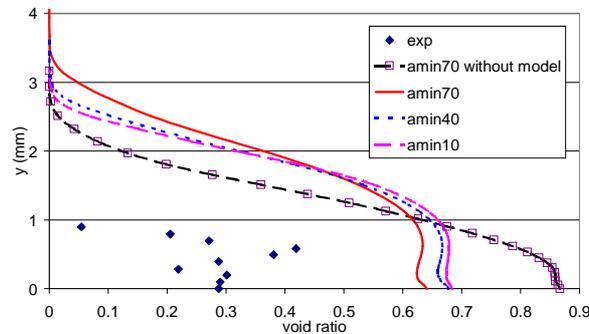


Figure V. 11 : Profil de taux de vide, R114, puits 1

Globalement, les calculs numériques surestiment le taux de vide dans la poche par rapport aux données d'essais (symboles losanges, figures 11, 12 et 13). Sans prise en compte des effets thermodynamiques, le taux de vide est plus élevé dans la poche. En prenant en compte les effets thermodynamiques, la pression de vaporisation étant plus faible, le taux de vide diminue. Mais ce modèle a tendance à augmenter l'épaisseur de la poche, notamment avec une valeur d' $A_{min}$  de 70.

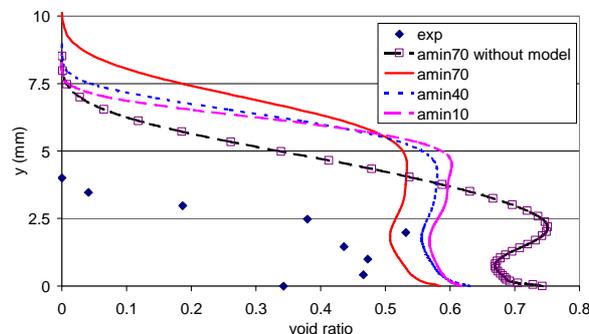


Figure V. 12 : Profil de taux de vide, R114, puits 2

Pour une valeur d' $A_{min}$  plus faible, la pente de la loi barotrope est plus raide. Cela entraîne une augmentation du gradient de masse volumique. Le taux de vide à l'intérieur de la poche est alors plus élevé mais l'épaisseur de la poche, surestimée par le calcul ( $A_{min}$  70), est plus proche des résultats d'essais.

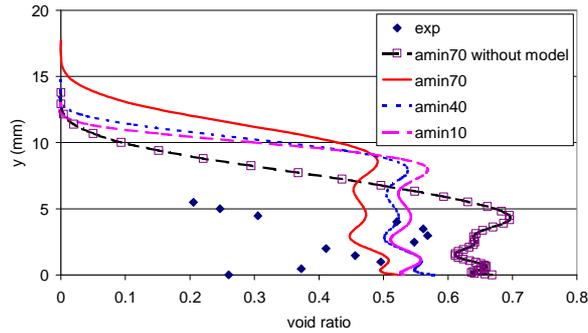


Figure V. 13 : Profil de taux de vide, R114, puits 3

Nous avons pu vérifier sur les trois figures 11, 12 et 13 que notre modèle de prise en compte des effets thermodynamiques diminuait le taux de vide dans la poche. Les taux de vide expérimentaux restent cependant plus faibles que les valeurs calculées.

### II. B. 2/ Température au puits 1

Comme on peut le voir sur la figure 14, le refroidissement au puits 1 est correctement prédit. On obtient un refroidissement en paroi d'environ 2.1 K ce qui correspond à la valeur expérimentale. On remarque que le calcul sans modèle thermodynamique surestime fortement la température, dû à un taux de vide trop important dans la poche.

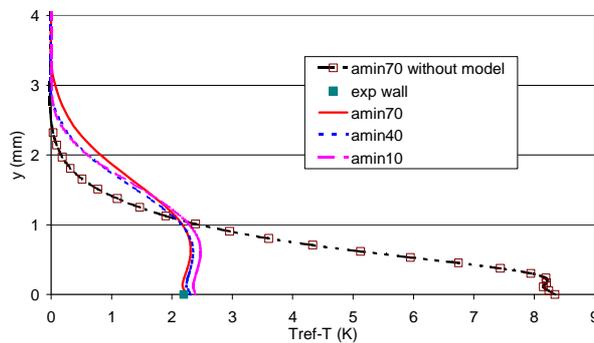


Figure V. 14 : Refroidissement au puits 1, R114

### II. B. 3/ Pression au plancher

Concernant la pression sur le plancher (figure 15), les résultats sont qualitativement corrects. On observe une dépression importante dans la zone amont de la poche due à une pression de vaporisation plus faible. Le calcul cavitant sans modèle de prise en compte des effets thermodynamiques donne une pression dans la poche quasiment constante, proche de la pression de vaporisation de référence. Pour une valeur d'AMIN élevée, la diminution de pression est plus marquée, du fait de l'élargissement de la zone de mélange.

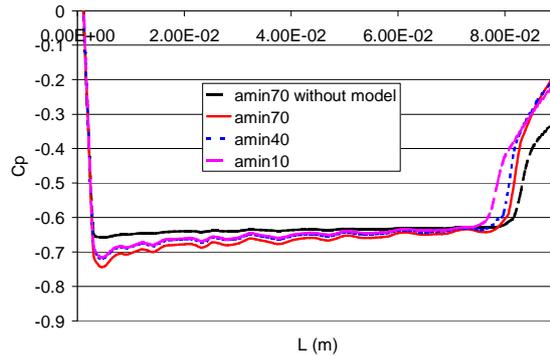


Figure V. 15 : Pression au plancher, R114

En synthèse des calculs réalisés sur cette géométrie, on rappelle les différents points mis en évidence :

Les comparaisons locales du taux de vide et de la température avec les données d'essais sont en relativement bon accord. Sachant que le taux de vide obtenu lors des essais est sous-estimé, cela nous laisse penser que notre modèle de prise en compte des effets thermodynamiques semble assez bien représenter les phénomènes de cavitation pour un fluide thermosensible. La diminution de la pression en paroi à l'amont de la poche est un phénomène déjà observé dans d'autres géométries [Hord, 1974].

## II. C/ Comparaisons calcul/essais pour la géométrie plafond ondulé

Nous présentons dans ce paragraphe des calculs réalisés sur la géométrie en configuration plafond ondulé. Nous avons adapté le maillage de la géométrie plafond plat à cette géométrie en conservant les mêmes caractéristiques (taille de première maille, nombre de nœuds), les deux configurations étant très proches. Le modèle de turbulence utilisé reste le même pour cette deuxième configuration.

Nous comparons premièrement les lois  $L(\sigma_{ref})$  et  $L(\sigma_{cav})$  obtenues au R114 ainsi qu'en eau froide. Nous étudions par la suite le taux de vide et la température dans la poche pour deux valeurs différentes des capacités calorifiques du fluide. Nous comparons ensuite la température et la pression sur le plancher avec les données d'essais de [Merle, 1992]. Enfin nous terminons l'étude du venturi 4° en configuration plafond ondulé par l'influence de la vitesse de référence sur le refroidissement dans la poche.

### II. C. 1/ Lois $L(\sigma)$

Nous avons réalisé des calculs en eau froide et au R114 sur la géométrie configuration ondulée afin d'étudier l'influence de l'effet thermodynamique sur les lois  $L(\sigma)$  et de comparer les résultats de calcul en R114 avec les données d'essais aux conditions de référence identiques [Rebattet et al., 1993].

Sur la figure 16 sont représentés les nombres de cavitation ( $\sigma_{ref}$  et  $\sigma_{cav}$ ) en fonction de la longueur de poche. Nous avons tracé sur cette figure :

- Le point expérimental en eau froide plafond plat décalé [Boitel, 2003] qui correspond au même essai présenté au paragraphe III. B. 4/ du chapitre IV : unique losange noir.
- Les calculs en eau au plafond ondulé : losanges bleus.

- Les résultats expérimentaux au R114 pour le plafond ondulé [Rebattet et al., 1993] : carrés roses. Les carrés pleins représentent  $\sigma_{ref}$ , les carrés vides avec les pointillés  $\sigma_{cav}$ .
- Les calculs en R114 pour le plafond ondulé : triangles rouges. Les triangles pleins représentent  $\sigma_{ref}$ , les triangles vides avec les pointillés  $\sigma_{cav}$ .

Le point expérimental en eau froide correspond à la configuration plafond plat ( $L = 80$  mm,  $\sigma_{ref} = 0.55$ ). Nous avons donc utilisé la figure 7 qui donne l'écart entre les deux configurations pour transcrire ce point pour la configuration ondulée :

$$\sigma_{ref}^{ondulé} = 0.085 * \sigma_{ref}^{plat}$$

Concernant les paramètres des calculs numériques, suite aux calculs en eau froide présentés au chapitre IV, nous avons choisi d'utiliser pour l'eau  $A_{min} = 20$ , cette valeur correspondant le mieux aux données d'essais pour la configuration plafond plat, et pour une vitesse de référence de 10.8 m/s.

Nous avons essayé de respecter une certaine analogie entre la valeur d' $A_{min}$  en eau et celle au R114. La valeur d' $A_{min}$  pour le modèle barotrope en eau froide est relié à la vitesse du son minimale dans le mélange par la relation :

$$AMIN^2 = c_{min}^2 \frac{\rho_L - \rho_V}{2}$$

On peut aussi voir le paramètre  $A_{min}$  comme un certain déséquilibre au niveau des pressions par rapport à la pression de vaporisation. En effet, le paramètre  $AMIN^2 \frac{\pi}{2}$ , relatif à une pression, représente la demi-largeur de la zone de mélange. Ainsi lorsque la valeur d' $A_{min}$  tend vers 0, on retrouve le modèle à l'équilibre où le mélange est caractérisé par l'unique pression de vaporisation  $p_V(T)$ . Nous avons donc choisi comme analogie entre l'eau froide et le R114 de représenter le même écart de pression par rapport à la pression de vaporisation, de manière adimensionnel, i.e. en prenant en compte la variation de la masse volumique et de la vitesse de référence.

Nous avons donc choisi de conserver le paramètre indicateur suivant, pour les deux fluides :

$$\frac{AMIN^2 \frac{\pi}{2}}{\frac{1}{2} \rho U_{ref}^2}$$

La valeur d' $A_{min}$  pour l'eau étant 20, nous avons donc utilisé pour comparer les résultats en eau et au R114 une valeur d' $A_{min}$  de 32 pour le R114.

Pour les calculs présentés dans ce paragraphe, les capacités calorifiques des phases liquide et vapeur sont celles à saturation, à 293 K, à volume constant. Comme nous l'avons expliqué dans le paragraphe I. B/ de ce chapitre, les deux phases sont définies incompressibles.

Dans la relation  $de_k = C_k dT$  pour chaque phase,

$$C_{liq} = C_{v,liq} = 695 \text{ J/kg/K} \text{ et } C_{vap} = C_{v,vap} = 643 \text{ J/kg/K}$$

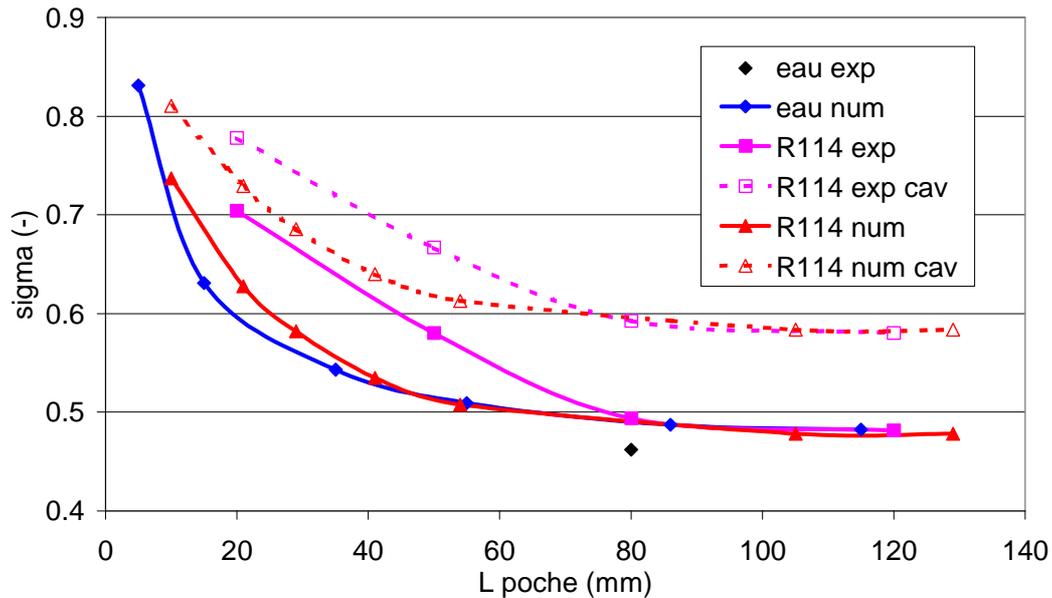


Figure V. 16 : Lois  $L(\sigma_{ref})$  et  $L(\sigma_{cav})$  en eau et au R114 ;  
essais eau : plafond plat décalé,  $U_{ref} = 10.8$  m/s [Boitel, 2003]  
essais R114 :  $T_{ref} = 293$  K,  $U_{ref} = 15$  m/s, plafond ondulé [Rebattet et al., 1993]  
calculs eau : plafond ondulé, Amin 20,  $U_{ref} = 10.8$  m/s  
calculs R114 :  $T_{ref} = 293$  K,  $U_{ref} = 14.4$  m/s, plafond ondulé, Amin 32

Premièrement en comparant les deux lois  $L(\sigma_{ref})$  obtenues par le calcul pour l'eau et le R114, on note qu'elles se superposent assez bien, hormis une légère différence autour de la longueur 25 mm (30% d'écart sur la longueur de poche pour  $\sigma_{ref} = 0.63$ ).

Pour les courbes au R114, le calcul numérique prédit de manière remarquable d'une part la valeur asymptotique  $\sigma_{ref}$  ( $= 0.48$ ) expérimentale, ainsi que l'écart entre  $\sigma_{ref}$  et  $\sigma_{cav}$  qui est représentatif de l'effet thermodynamique au puits 1 ( $\sigma_{cav} - \sigma_{ref} = 0.1$  pour  $L > 70$  mm). Pour les poches inférieures à 60 mm, des écarts sont visibles, que l'on peut attribuer en partie aux incertitudes sur la longueur de poche (ce qui n'influence pas les valeurs pour  $L > 70$  mm, sur le plateau).

On observe donc que les trois lois  $L(\sigma_{ref})$  (eau numérique, R114 numérique et R114 expérimentale) se superposent très bien, pour les poches d'une longueur supérieure à 70 mm (valeur asymptotique du nombre de cavitation).

Sur la comparaison entre les calculs et le point expérimental en eau froide, on observe un écart de 6% ce qui est de l'ordre de grandeur de l'écart calcul/expérimental sur le plafond plat (paragraphe III. B. 4. a/ du chapitre IV) qui est de 8%.

Nous avons voulu tester de plus l'influence sur les lois  $L(\sigma_{ref})$  du nombre de Reynolds entre les calculs en eau froide et en R114 ainsi que l'influence de la capacité calorifique pour le R114. Nous avons donc réalisé une série de calcul en R114 sans activer notre modèle de prise en compte des effets thermodynamiques ainsi que deux séries de calculs avec le modèle thermodynamique, pour deux valeurs différentes des capacités calorifiques du fluide (liquide

et vapeur). On rappelle dans le tableau 3 les capacités calorifiques du R114 à pression et à volume constants, à saturation.

293 K	Liquide	Vapeur
Cp (J/kg/K)	984	706
Cv (J/kg/K)	695	643

Tableau V. 3 : Capacités calorifiques des phases liquide et vapeur du R114, à saturation, à 293 K

D'après la figure 17, on s'aperçoit que le rapport 7 entre les nombres de Reynolds en eau et au R114 n'a pas d'influence sur les lois  $L(\sigma_{ref})$  calculées. Le choix de la capacité calorifique (Cp ou Cv) ne semble pas non plus influencer ces résultats.

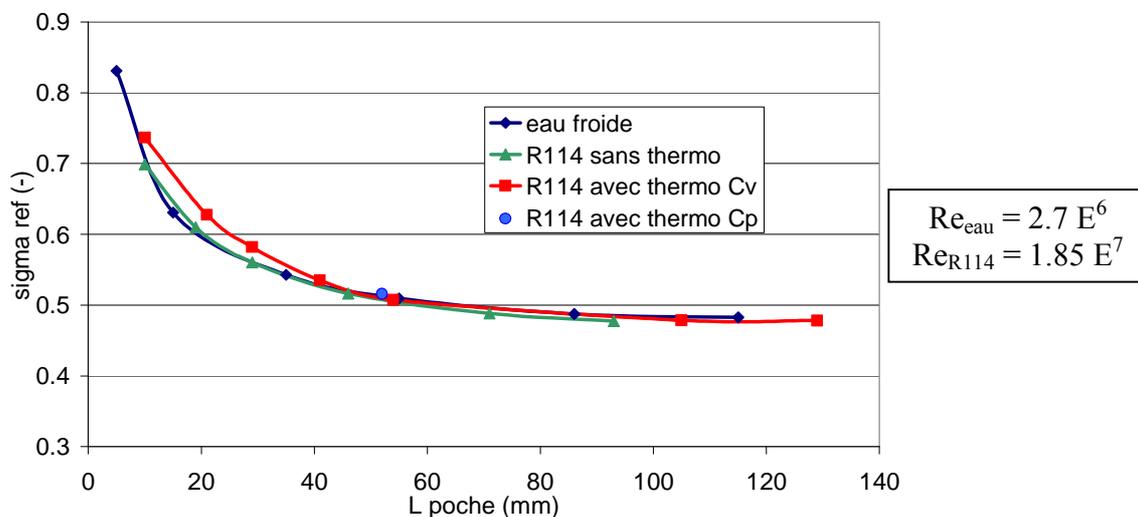


Figure V. 17 : Lois  $L(\sigma_{ref})$  calculées en eau et au R114 ; R114 sans activer le modèle effet thermodynamique et avec le modèle activé (Capacités calorifiques différentes)

On peut synthétiser cette analyse des lois  $L(\sigma_{ref})$  et  $L(\sigma_{cav})$  en eau et au R114 en rappelant les différents points mis en évidence :

- Toutes les lois  $L(\sigma_{ref})$  calculées se superposent ; eau froide, R114 avec le modèle barotrope sans effets thermodynamiques, R114 avec modélisation des effets thermodynamiques avec les deux valeurs des capacités calorifiques testées. Cette superposition est très nette pour les grandes poches. La mesure de la longueur des poches étant un point plus sensible, des différences apparaissent pour les nombres de cavitation plus élevés.
- La comparaison calculs/essais pour le R114 montre une très bonne correspondance des valeurs asymptotiques de  $\sigma_{ref}$  et  $\sigma_{cav}$ .
- Le point expérimental en eau froide se situe très proche de la loi calculée, compte-tenu de l'écart initial entre calculs/essais au plafond plat et de la correction apportée en fonction de la configuration du plafond.

## II. C. 2/ Champ de taux de vide et de température dans la poche

Nous avons vu au paragraphe précédent que la modification des capacités calorifiques n'avait pas d'influence sur le nombre de cavitation en fonction de la longueur de la poche. Nous étudions dans ce paragraphe l'influence local de ce paramètre pour les deux points de calcul les plus proches de la figure 17, dont les caractéristiques sont données tableau 4.

Calculs	A	B
Capacités calorifique (J/kg/K) ; liquide et vapeur	Cp : 984 et 706	Cv : 695 et 643
L <sub>poche</sub> (mm)	52	54
$\sigma_{ref}$	0.52	0.51

Tableau V. 4 : Caractéristiques des calculs A et B

Nous avons représenté sur les figures 18 et 19 le refroidissement  $\Delta T = T_{ref} - T$  et le taux de vide  $\alpha$  pour les deux calculs A et B.

Lorsque Cv est utilisé pour les capacités calorifiques du fluides (calcul B), on observe un refroidissement plus important principalement dans la première moitié de la poche. La capacité du fluide à fournir l'énergie nécessaire au changement de phase étant plus faible, il est donc logique que le refroidissement soit plus important. Dans la seconde moitié de la poche, il y a peu d'influence, le refroidissement est inférieur à 1 K pour les calculs A et B.

Ce point est à noter car il peut justifier le fait qu'on trouve environ la même longueur de poche pour un  $\sigma_{ref}$  donné entre les deux calculs. Cette analyse entre le refroidissement en fin de poche et la longueur de la cavité sera reprise à la fin de ce chapitre.

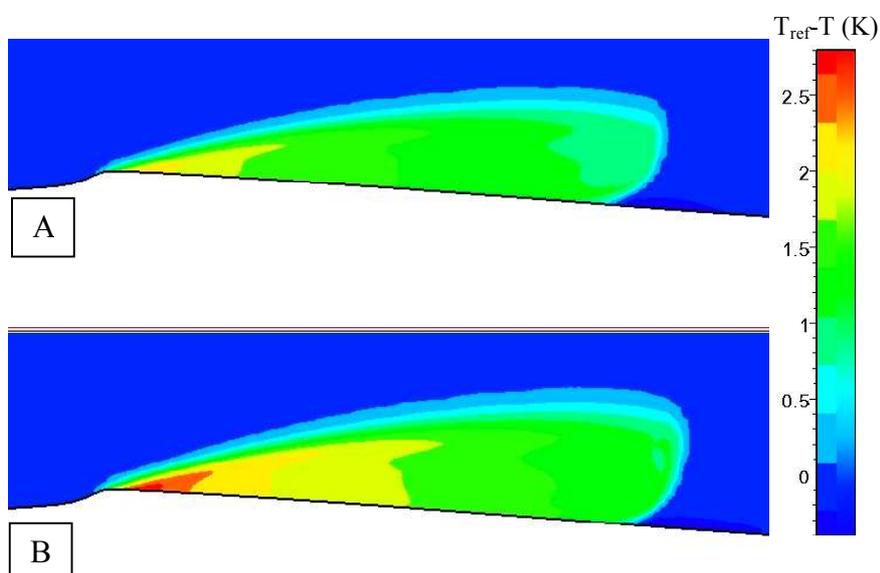


Figure V. 18 : Champ de température adimensionnée,  
 $U_{ref} = 14.4 \text{ m/s}$ ,  $T_{ref} = 293 \text{ K}$ ,  $A_{min} = 32$

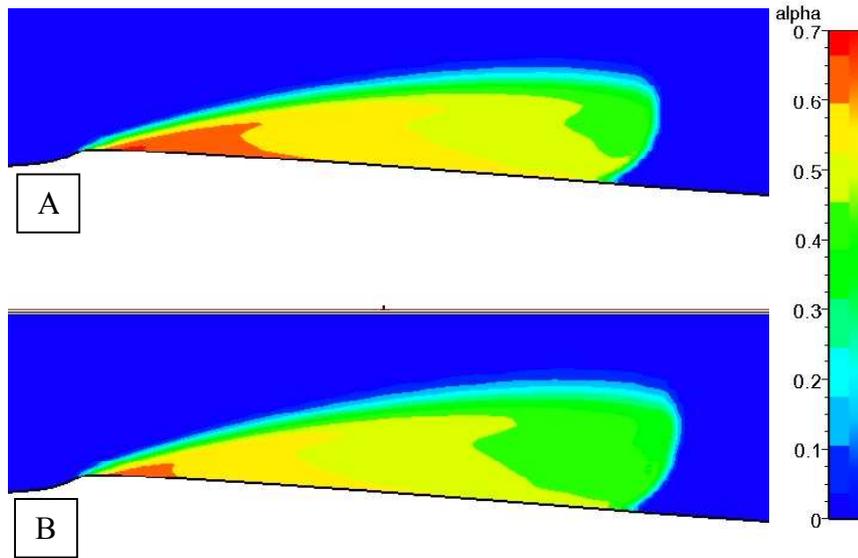


Figure V. 19 : Champ de taux de vide  
 $U_{ref} = 14.4 \text{ m/s}$ ,  $T_{ref} = 293 \text{ K}$ ,  $A_{min} = 32$

Le refroidissement plus important pour le calcul B implique donc un effet thermodynamique plus marqué ce que l'on retrouve sur le champ de taux de vide de la figure 19. Pour le calcul B, le taux de vide est plus faible surtout dans la première moitié de la poche.

### II. C. 3/ Température en paroi

Nous présentons dans ce paragraphe des comparaisons calculs/essais de la température en paroi dans la poche correspondant au régime de fonctionnement suivant :

$U_{ref} = 22 \text{ m/s}$  ;  $T_{ref} = 303 \text{ K}$  [Merle, 1992].

Les résultats expérimentaux sont représentés sur la figure 20 par les points (losanges, carrés et triangles) en fonction de la longueur de la poche. Cette figure présente le refroidissement  $\Delta T = T_{ref} - T$  en fonction de la distance au col adimensionnée par la longueur de la poche.

Les calculs sont réalisées pour les mêmes conditions de référence. La valeur d' $A_{min}$  est fixée à 76. Nous avons fait ce choix en respectant l'analogie imposée par notre nombre adimensionnel caractéristique du déséquilibre de la pression par rapport à un calcul en R114 avec une vitesse de référence de 14.4 m/s et un  $A_{min}$  50.

$$\frac{A_{MIN}^2 \frac{\pi}{2}}{\frac{1}{2} \rho U_{ref}^2}$$

En effet nous avons pris initialement la valeur d' $A_{min}$  de 50 comme référence pour nos calculs en R114. Toutefois comme le montre la figure 14, les variations d' $A_{min}$  entre 10 et 70 n'ont pas d'influence notable sur la température dans la poche au puits 1, pour la géométrie du venturi 4°.

De plus nous avons testé différentes valeurs pour les capacités calorifiques du fluide, pour une poche de 42 mm : soit les capacités calorifiques à pression constante ( $C_p$ ), soit les capacités à volume constant ( $C_v$ ) soit une moyenne des deux ( $C_{pv}$ ) :

$$C_k = \frac{C_p + C_v}{2}$$

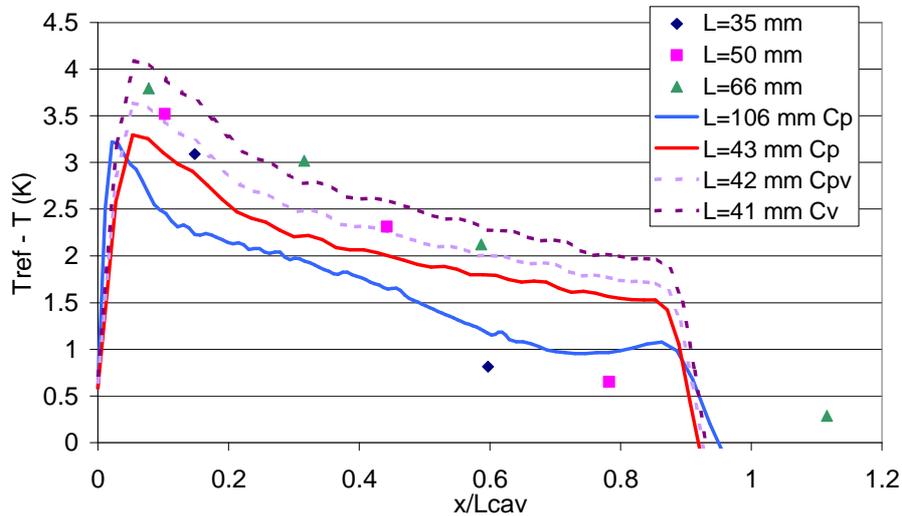


Figure V. 20 : Refroidissement en paroi, R114,  $T_{ref} = 303 \text{ K}$ ,  $U_{ref} = 22 \text{ m/s}$  ;  
points : expérimental [Merle, 1992] ; courbes : calculs,  $A_{min} = 76$

La figure 20 montre que le refroidissement en paroi est maximal à l'amont de la poche, très proche du col. Il diminue ensuite progressivement jusqu'à être quasiment nul à la fin de la poche. Les résultats expérimentaux montrent que le refroidissement est plus important pour les plus grandes poches, la forme du profil restant globalement la même. Sur la figure 16, cette tendance est représentée par nos calculs, du fait que l'écart entre  $\sigma_{ref}$  et  $\sigma_{cav}$  augmente avec l'accroissement de la longueur des poches.

On rappelle que :

$$\sigma_{cav} - \sigma_{ref} = \frac{p_{ref} - p_V(T)}{\frac{1}{2} \rho_{ref} U_{ref}^2} - \frac{p_{ref} - p_V(T_{ref})}{\frac{1}{2} \rho_{ref} U_{ref}^2} = \frac{(T_{ref} - T) dp_V}{\frac{1}{2} \rho_{ref} U_{ref}^2 dT}$$

la température  $T$  étant celle mesurée en paroi au puits 1.

Nous donnons dans le tableau 5 les refroidissements en paroi au puits 1 correspondant aux calculs présentés sur la figure 16.

L (mm)	10	21	29	41	54	105
$\Delta T$ (puits 1) (K)	1.8	2.5	2.6	2.6	2.7	2.7

Tableau V. 5 : Refroidissement en fonction de la longueur de la poche ;  
calcul R114,  $U_{ref} = 14.4 \text{ m/s}$ ,  $T_{ref} = 293 \text{ K}$ ,  $A_{min} = 32$

Ces refroidissements sont globalement plus faibles, car la température de référence est plus petite. Toutefois l'augmentation du refroidissement avec l'augmentation de la taille de la

poche est bien représentée par ces calculs principalement pour des petites poches. Il semblerait ensuite que le refroidissement calculé sature. C'est ce qu'on observe sur la figure 20 ; le refroidissement en amont de poche est le même pour la poche de 106 mm et pour celle de 43 mm.

La diminution du refroidissement tout au long de la poche est bien représentée par nos calculs sauf peut-être en fin de poche, en sachant que la zone de fermeture de la poche reste une zone difficile à simuler correctement, étant le siège d'instationnarités et d'un jet rentrant.

Sur le plan quantitatif, il semblerait que la moyenne des  $C_p$  et  $C_v$  pour chaque phase (pointillés violet  $C_{pv}$  sur la figure 20) représente de la meilleure manière la valeur du refroidissement.

#### II. C. 4/ Pression en paroi

Nous présentons dans ce paragraphe des comparaisons calculs/essais de la pression statique et de la pression de vaporisation en paroi, dans la zone amont de la poche. Les mesures ont été réalisées pour une vitesse de référence de 27 m/s, à une température de référence de 30°C, pour une poche de 120 mm de long.

Les calculs sont réalisés aux mêmes conditions de référence, avec une valeur d' $A_{min}$  de 93. Cette valeur correspond, comme au paragraphe précédent sur la température en paroi, au cas de référence :  $U_{ref} = 14.4$  m/s et  $A_{min} = 50$ .

Nous avons tracé sur la figure 21 la pression statique et la pression de vaporisation pour les trois premiers puits de mesure. La pression de vaporisation est obtenue à partir de la mesure de la température. Deux calculs ont été réalisés avec deux valeurs différentes pour les capacités calorifiques du fluide : la capacité calorifique à pression constante,  $C_p$ , et la moyenne entre celle à pression constante et celle à volume constant ( $cpv$ ).

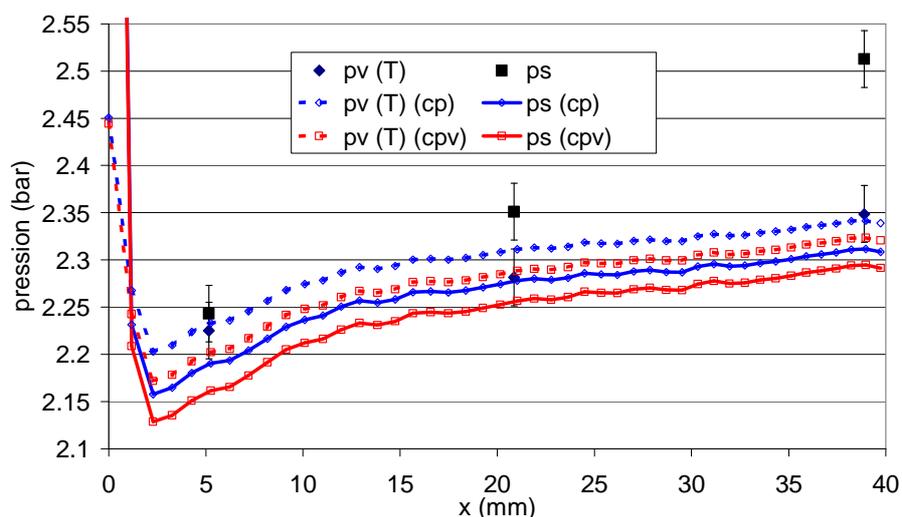


Figure V. 21 : Pression statique et pression de vaporisation en paroi dans la zone amont de la poche, R114,  $U_{ref} = 27$  m/s,  $T_{ref} = 303$  K,  $L = 120$  mm, points : données d'essais [Merle, 1992] ; courbes : calculs,  $A_{min} = 93$

D'après les données d'essais, figure 21, il semblerait que l'équilibre thermodynamique ( $p=p_v(T)$ ) soit atteint en début de poche. Pour le troisième puits, le mélange n'est plus à

saturation ; la pression statique remonte plus rapidement que la pression de vaporisation. D'après [Merle, 1992], trois raisons différentes peuvent expliquer cet écart :

- Tout d'abord il se peut que la divergence entre pression statique et pression de vaporisation provienne d'une réponse dynamique différente des capteurs de pression et de température.
- La deuxième hypothèse est basée sur le fait qu'un jet rentrant est observé pour cette géométrie en eau froide. Il se peut donc que ce jet rentrant soit présent aussi pour les essais en R114, ce qui ferait remonter la pression en paroi jusqu'à la limite atteinte par ce jet rentrant.
- Enfin il se peut aussi que l'équilibre thermodynamique ne soit pas localement vérifié compte tenu de la cinétique de vaporisation limitée.

On peut rajouter à ces différentes hypothèses le fait que cet écart entre la pression statique et la pression de vaporisation dans la poche a été observé en eau froide (figure IV. 16). La pression statique en paroi est égale à la pression de vaporisation dans la zone amont de la poche, elle est par contre supérieure dans la zone aval.

Les résultats des calculs sur la figure 21 montrent une bonne correspondance calculs/essais de la pression de vaporisation, i.e. de la température. Par contre la pression statique à partir du calcul est plus basse que celle obtenue expérimentalement. Cette différence peut s'expliquer par la forme de la loi barotrope utilisée dans le modèle thermodynamique basé sur une loi d'état du mélange. En effet d'après la courbe pleine noire sur la figure 22, la loi barotrope étant centrée sur la pression de vaporisation, on s'aperçoit que pour un taux de vide supérieur à 50% la pression statique est inférieure à la pression de vaporisation  $p_v(T)$ .

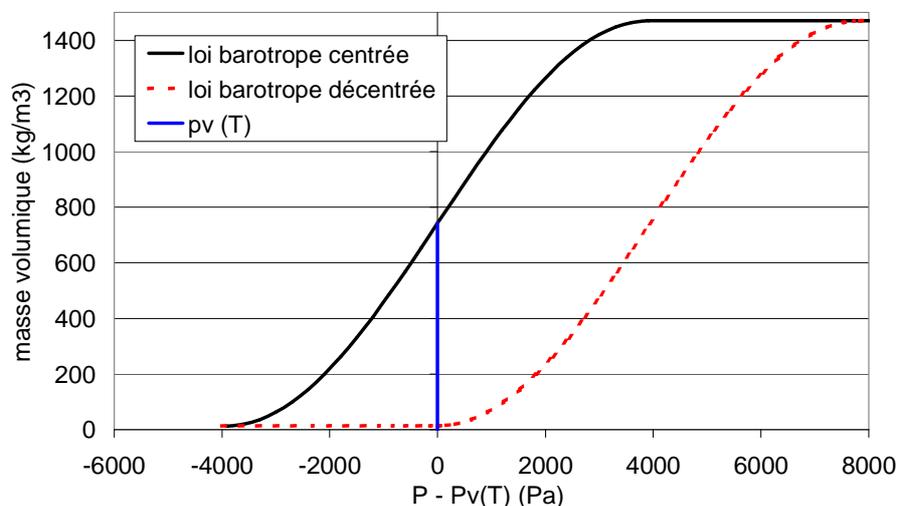


Figure V. 22 : Lois barotropes  $\rho(p)$  centrée et décentrée pour une température donnée ( $A_{min} = 50$ )

Le choix de centrer la loi barotrope à partir de la pression de vaporisation est arbitraire. [Song, 2002] utilise par exemple une loi barotrope de forme polynomiale décentrée, où tout le mélange est caractérisé par une pression supérieure à la pression de saturation ( $p_v$  est la limite inférieure de la zone de mélange). On peut donc imaginer d'utiliser une loi barotrope (qui est fonction de la température dans notre modèle) décentrée représentée par la courbe en pointillés rouge sur la figure 22. Cela revient dans nos calculs à décaler la pression de vaporisation d'une valeur de  $0.5\pi A_{min}^2$ .

Nous avons donc représenté sur la figure 23 les mêmes résultats que sur la figure 21 mais avec cette fois une loi barotrope décentrée (trait plein, orange). On retrouve ainsi une pression dans la poche supérieure à la pression de vaporisation qui correspond maintenant à un taux de vide de 1. Les profils de pression obtenus avec une loi décentrée sont en meilleur accord avec les résultats expérimentaux, la tendance qualitative ( $p_s \geq p_v$ ) étant représentée. Cependant l'augmentation de l'écart entre la pression statique et la pression de vaporisation en fin de poche, observé sur les résultats d'essais, n'est pas représenté par nos calculs. Ce phénomène principalement dû à une forte agitation turbulente et instationnaire (jet rentrant, tourbillons, lâchers de structures de vapeurs), ne peut pas être modéliser par notre approche RANS stationnaire.

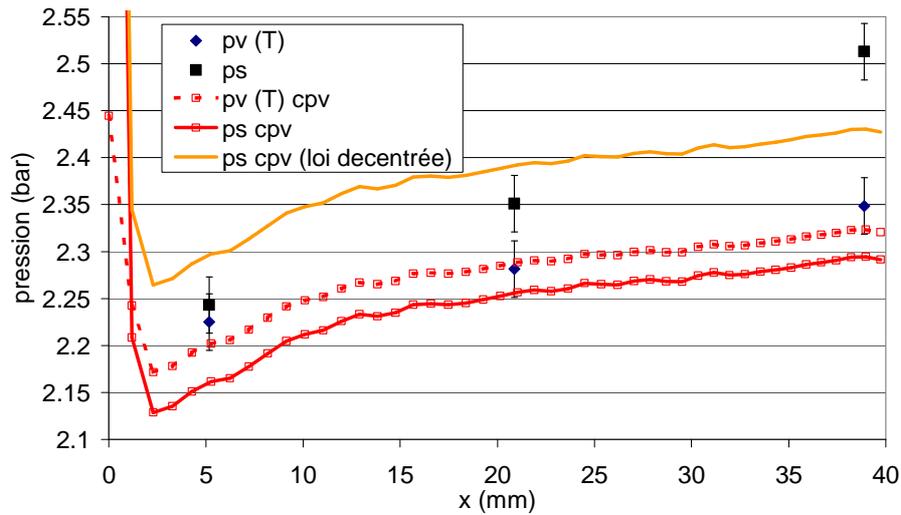


Figure V. 23 : Pression statique et pression de vaporisation en paroi dans la zone amont de la poche, R114,  $U_{ref} = 27 \text{ m/s}$ ,  $T_{ref} = 303 \text{ K}$ ,  $L = 120 \text{ mm}$ , points : expérimental [Merle, 1992] ; courbes : calculs,  $A_{min} = 93$ , loi décentrée

Il faut noter cependant que le décentrage de la loi barotrope entraîne une modification sur les lois  $L(\sigma)$ . En effet cela diminue la pression de vaporisation.

$$\sigma_{ref}^{centré} = \frac{p_{ref} - p_v(T_{ref})}{\frac{1}{2} \rho_{ref} U_{ref}^2} \neq \sigma_{ref}^{décentré} = \frac{p_{ref} - \left( p_v(T_{ref}) - \frac{\pi A_{min}^2}{2} \right)}{\frac{1}{2} \rho_{ref} U_{ref}^2} = \sigma_{ref}^{centré} + \frac{\pi A_{min}^2}{\rho_{ref} U_{ref}^2}$$

Concernant les résultats présentés sur la figure 16, le décentrage de la loi barotrope entraîne une diminution de 0.01 de la valeur de  $\sigma$ , compte tenu des conditions de calcul ( $U_{ref} = 14.4 \text{ m/s}$ ,  $\rho = 1470 \text{ kg/m}^3$  et  $A_{min} = 32$ ).

Il peut donc s'avérer justifié de décentrer la loi barotrope et d'utiliser la limite vapeur-mélange pour définir la pression de vaporisation à une température donnée,  $p_v(T)$ . Le mélange serait alors décrit par une pression statique supérieure à  $p_v(T)$  comme on peut l'observer expérimentalement (en eau figure IV. 16 et au R114 figure V. 21). Cet amélioration plutôt qualitative est à nuancer dans le cas où le paramètre  $A_{min}$  a une faible valeur. En effet dans ce cas l'écart entre la pression statique et la pression de vaporisation est très faible dans le mélange.

## II. C. 5/ Influence de la vitesse d'entrée sur le refroidissement

Nous étudions sur la figure 24 l'influence de la vitesse de référence sur l'effet thermodynamique, caractérisé par le B facteur dont nous rappelons l'expression :

$$B = \frac{\Delta T}{\Delta T_{char}}$$

$\Delta T$  est le refroidissement local mesuré au puits 1.  $\Delta T_{char}$  est le refroidissement caractéristique donné par la formule suivante :

$$\Delta T_{char} = \frac{\rho_V L}{\rho_L C p_L}$$

Nous avons retracé la courbe avec les résultats expérimentaux et ceux numériques obtenus avec le code Iz [Charles, 1994]. Le modèle développé par N. Charles est à l'équilibre et il néglige notamment le travail de pression ainsi que les forces de frottement dans l'équation de l'énergie.

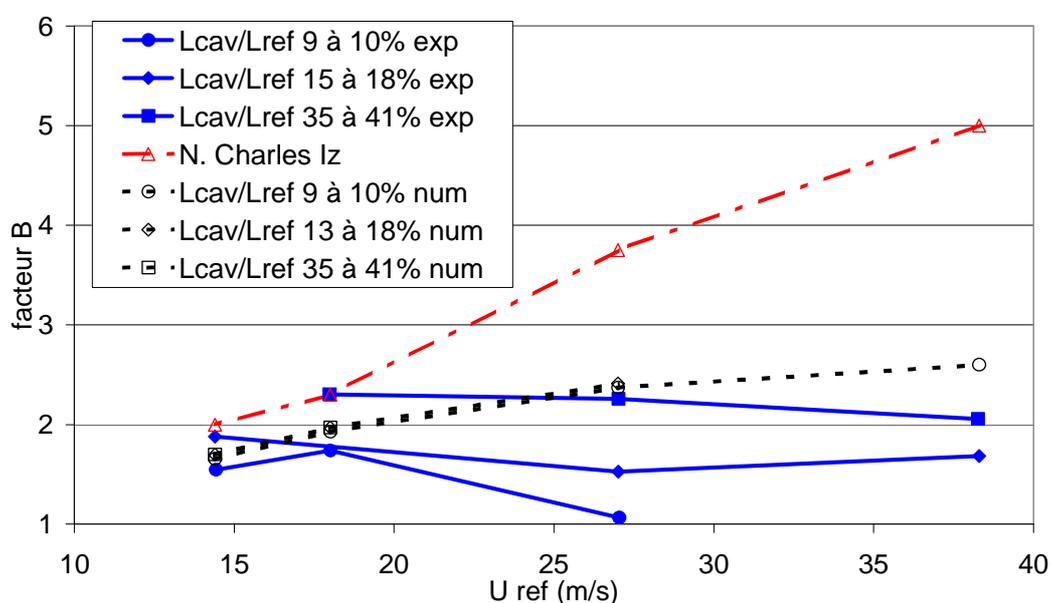


Figure V. 24 : Influence de la vitesse sur le  $\Delta T/\Delta T_{char}$ ,  $T_{ref} = 293 K$

Sur la figure 24, on remarque que, d'après les résultats d'essais (courbes pleines bleues), le refroidissement adimensionnel, i.e. le B facteur, ne varie quasiment pas en fonction de la vitesse de référence, pour la gamme de vitesses testées. De plus le B facteur est d'autant plus important que la poche est grande (ronds : petites poches, carrés : grandes poches).

Le modèle de prise en compte des effets thermodynamiques développé dans le code Iz montre une très bonne prédiction du refroidissement pour les vitesses inférieures à 20 m/s. Par contre l'influence de la longueur de la poche n'est pas modélisée (les courbes sont toutes superposées sur la courbe rouge, triangles). De plus, le refroidissement est très sensible à la vitesse d'entrée et s'accroît lorsque celle-ci augmente. Le B facteur est largement surestimé pour les fortes vitesses.

L'écart observé à l'époque est justifié par le manque de retard à la cavitation de l'approche utilisée (modèle à l'équilibre).

Nous avons réalisé des calculs pour la même configuration avec notre modèle développé dans Fine<sup>TM</sup>/Turbo. Pour les vitesses importantes, nous avons changé la valeur de notre paramètre Amin de manière à conserver le déséquilibre adimensionnel :

$$\frac{AMIN^2 \frac{\pi}{2}}{\frac{1}{2} \rho U_{ref}^2}, \text{ soit les valeurs d'AMIN donnés dans le tableau 6.}$$

Vitesse de référence (m/s)	14.4	18	27	38.3
AMIN	50	62.5	93.75	133

Tableau V. 6 : Valeurs d'AMIN selon la vitesse de référence, R114

Sur la figure 24, on peut noter tout d'abord que l'influence de la longueur de la poche sur le B facteur n'est pas représentée correctement par nos calculs, ce que nous avons déjà observé précédemment ; le refroidissement augmente avec la taille de la poche pour des faibles longueurs, mais se stabilise ensuite (paragraphe II. C. 3/).

Cependant on observe un comportement de notre modèle meilleur que le modèle à l'équilibre pour les grandes vitesses : le refroidissement obtenu avec nos calculs semble peu influencé par la vitesse de référence.

#### II. D/ Synthèse des calculs au R114 dans les deux configurations de la géométrie venturi 4°

Bien que la problématique de cette thèse concerne la prédiction des effets thermodynamiques dans les phénomènes de cavitation dans les inducteurs, nous avons beaucoup utilisé la géométrie du venturi 4° lors de nos travaux. En effet cette géométrie nous a permis de réaliser des calculs répétés pour tester et valider chacune de nos modifications apportées aux sources du solveur EURANUS au cours des développements successifs de notre modèle.

Les nombreux résultats expérimentaux disponibles dans cette géométrie au R114 nous ont permis de réaliser une première validation de notre modèle qui montre des résultats très encourageants en vue de la prédiction des effets thermodynamiques dans les inducteurs fonctionnant avec de l'hydrogène.

De plus, ces calculs nous ont permis de confirmer ou d'affirmer certains résultats sur les phénomènes de cavitation en R114 ainsi que sur les comparaisons eau/R114 que nous pouvons rappeler :

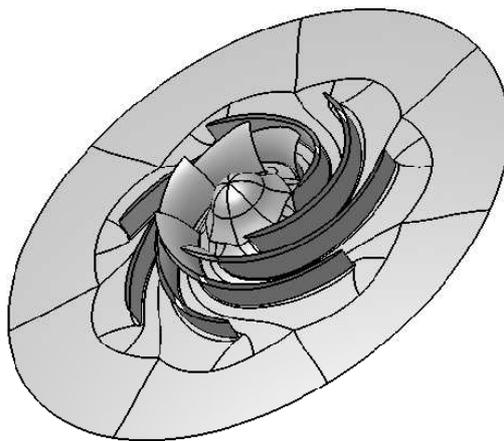
- ✓ Les phénomènes de vaporisation entraînent dans la zone amont de la poche un refroidissement local pour les fluides thermosensibles.
- ✓ Ce refroidissement diminue en paroi le long de la poche et la zone de fermeture à l'extrémité aval est quasiment à la température de référence.
- ✓ On observe donc une pression en début de poche plus faible, due à la diminution de la pression de vaporisation locale,  $p_v(T)$ .
- ✓ La pression statique dans la poche est supérieure ou égale à la pression de vaporisation à la température locale :  $p_s = p_v(T)$  dans la zone amont de la poche,  $p_s > p_v(T)$  plus en aval.

- ✓ La vitesse de référence n'influence quasiment pas le refroidissement au puits 1, pour la gamme de vitesses testées (de 15 à 40 m/s).
- ✓ Le taux de vide dans les poches au R114 est plus faible que dans une poche en eau froide, pour une longueur de poche donnée, à savoir, pour les calculs, 90% en eau et 60% pour le R114 aux puits 1 et 2 (poches de 80 mm).
- ✓ Une poche en R114 et une poche eau froide ont la même longueur, pour un nombre de cavitation de référence donné.

Suite au bon comportement de notre modèle pour une géométrie fixe, 2D, nous avons réalisé par la suite des calculs de faisabilité en géométrie tournante que nous présentons dans le paragraphe suivant.

### III/ Calculs 3D roue centrifuge

Dans le but de tester la faisabilité de notre modèle de prise en compte des effets thermodynamiques, trois calculs de chute de performance ont été réalisés sur la roue SHF. Cette géométrie a été choisie car son comportement cavitant a déjà été caractérisé précédemment [Pouffary, 2004]. Afin de visualiser seulement l'effet thermodynamique, une pseudo eau thermosensible a été créée, ayant le même nombre de Reynolds que l'eau froide.



*Figure V. 25 : Représentation de la roue SHF*

La roue SHF a été l'objet d'études initiales dans le domaine des écoulements partiels commandés par la Section Machines Hydrauliques de la Société Hydrotechnique de France et a été dessinée par la société Neyrpic (figure 25).

Les principales caractéristiques de ce rouet sont :

Diamètre entrée : 200 mm

Diamètre sortie : 330 mm

Nombre d'aubages : 7

Vitesse de rotation : 3000 trs/min

Débit nominal : 0.157 m<sup>3</sup>/s

Cette géométrie faisant partie des cas test de validation du modèle de cavitation de Numeca Int le maillage nous a été fourni (323 449 nœuds, un canal). Les conditions aux limites sont celles utilisées par nos prédécesseurs i.e. débit imposé en entrée et pression statique imposée

en sortie [Pouffary, 2004]. Le modèle de turbulence utilisé est le modèle k-ε (Yang-Shih) avec loi de paroi étendue. En ce qui concerne les conditions aux limites thermiques, les parois sont adiabatiques et nous imposons la température de référence en entrée. Le paramètre Amin vaut 50.

### III. A/ Définition des fluides

Afin d'identifier qualitativement notre modélisation des effets thermodynamiques dans une géométrie de turbomachine, nous avons utilisé une eau numériquement thermosensible. Les paramètres thermodynamiques de la phase liquide ont été inchangés pour conserver le même nombre de Reynolds. Le caractère thermosensible de notre fluide a été créé en jouant sur deux paramètres. Premièrement nous avons augmenté la masse volumique de la vapeur ce qui nous a permis d'augmenter le refroidissement caractéristique,  $\Delta T_{char}$ .

Nous rappelons ici la définition du refroidissement caractéristique :

$$\Delta T_{char} = \frac{\rho_V L}{\rho_L C_{pL}}$$

De plus le paramètre DPSADT a été changé afin que la pression de vaporisation de notre fluide soit plus dépendante au refroidissement créé (tableau 7).

fluide	Eau froide	“eau thermosensible” A	“eau très thermosensible” (B)
$\rho_V$ (kg/m <sup>3</sup> )	0.02	1	10
$\Delta T_{char}$ (K)	0.012	0.59	5.86
DPSADT (Pa/K)	0	5000	8000

Tableau V. 7 : Caractéristiques des fluides utilisés

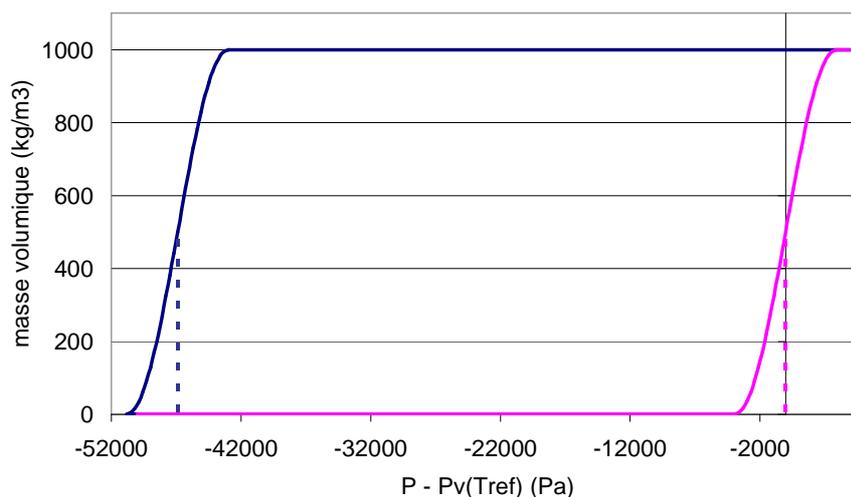


Figure V. 26 : Exemple de décalage de la loi sinus pour le fluide B

(Amin = 50 (soit  $\Delta p_{baro} = 7854$  Pa),  $T_{ref} - T = 5.86$  K soit  $\frac{dp_V}{dT} \Delta T = 46880$  Pa)

En modifiant la masse volumique de la phase vapeur nous avons légèrement modifié le comportement dynamique de l'écoulement. Toutefois le rapport de masse volumique de l'eau entre la phase liquide et vapeur étant de 50000, l'effet de variation de la masse volumique de la vapeur est négligeable pour les valeurs présentées.

### III. B/ Performances globales

De manière qualitative, on remarque que l'effet thermodynamique a retardé la chute de performance. La chute en eau froide est identique à celle obtenue par Numeca Int (Validation du module cavitation, E. Lorrain, 27/03/06) (tableau 8).

Fluide	Eau froide (Essais)	Eau froide (Numeca)	Eau froide	Fluide A	Fluide B
NPSH (m) chute	6.25	6.1	6.11	5.95	4.95

Tableau V. 8 : NPSH de chute

Pour les deux premiers points de la chute, on n'observe pas de différences notables entre les trois 'fluides' (figure 27).

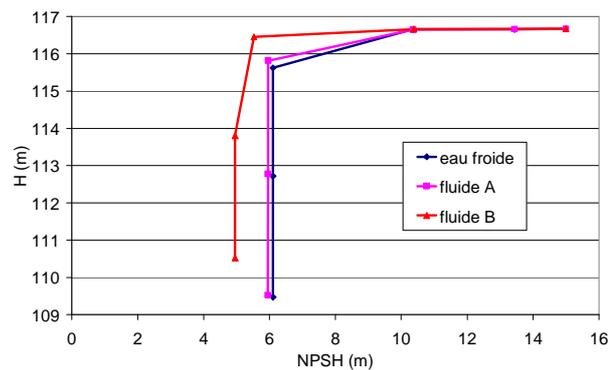


Figure V. 27 : Chute de performance pour trois fluides "différents"

Par la suite nous utiliserons le tableau 9 pour la dénomination des calculs. A titre indicatif la pression statique en sortie est imposée à 1 180 000 Pa.

Fluides calculs	Eau froide			Fluide A			Fluide B		
	Pv relative (bars)	NPSH (m)	% de chute	Pv relative (bars)	NPSH (m)	% de chute	Pv relative (bars)	NPSH (m)	% de chute
1	nc		0	nc		0	nc		0
2	0	13.44	0	0	13.44	0	0.3	10.38	0
3	0.3	10.36	0	0.3	10.36	0.01	0.8	5.53	0.2
4	0.8	6.11	0.8	0.8	5.96	0.7	1.1	4.96	2.5
5	1.1	6.11	3.4	1.1	5.96	3.3	1.4	4.95	5.3
6	1.4	6.11	6.2	1.4	5.96	6.1			

Tableau V. 9 : Points de fonctionnement des calculs

Remarque :

Il est important de rappeler que pour tous les calculs cavitants présentés dans ce mémoire, nous imposons la pression de vaporisation numérique et la pression statique en sortie, c'est-à-dire le nombre de cavitation aval. Avec ces conditions, nous obtenons après calcul un nombre de cavitation d'entrée, et une longueur de poche correspondante. Pour augmenter le niveau de cavitation, il nous suffit donc d'augmenter la pression de vaporisation relative. Cela facilite ainsi les calculs de chute de performance car nous pouvons alors utiliser le calcul non cavitant en condition initiale sans par la suite changer les conditions aux limites (le fait d'utiliser une pression relative dans les calculs nous évite de diminuer la pression amont comme cela est réalisé lors des essais de chute de performance d'une machine).

La conséquence directe de cette méthode de calcul est que nous ne pouvons pas imposer le point de fonctionnement en entrée, ce qui serait souhaitable pour comparer l'écoulement entre les calculs en eau froide et au fluide B. D'après le tableau 9, il n'est pas possible de comparer deux points suffisamment avancés dans la chute, ayant le même NPSH.

Ainsi dans toute l'analyse des écoulements qui suit, bien qu'ils n'aient pas exactement les mêmes conditions de pression d'entrée, nous avons choisi de comparer les points ayant un nombre de cavitation aval identique (ex : 4 pour l'eau froide et 3 pour le fluide B, qui caractérisent l'amorce de la chute de performance).

On remarque que pour le début de la chute de performance en eau froide, ce n'est pas le couple qui chute mais le rendement (figure 28). Par contre ce rendement pour le fluide B ne diminue que plus tardivement, le couple n'ayant que très peu varié.

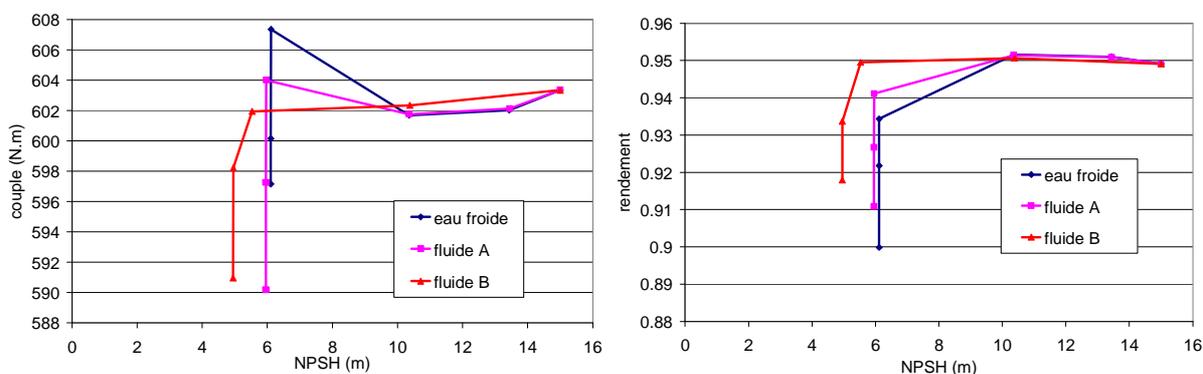


Figure V. 28 : Courbes du couple et du rendement

Le fluide A ayant des résultats globaux très proches de ceux en eau froide, nous comparons, pour les analyses locales des phénomènes de cavitation, seulement l'eau froide au fluide B. Sur les figures 29 et 30, on peut visualiser la forme de la poche pour l'eau froide et le fluide B. Pour les deux fluides on remarque que sur les deux premiers points cavitants, la poche n'est pas encore pleinement développée. Notamment elle n'a pas encore atteint l'entrée du canal. Sur la courbe de chute de performance de la figure 27, cela correspond au plateau où justement la performance est maintenue.

Pour les trois points suivants en eau froide et pour les deux points suivants avec le fluide B, la poche a atteint l'entrée du canal et se développe à l'intérieur de celui-ci. Elle croît de manière plus importante au carter jusqu'à rejoindre l'intrados de l'aubage suivant, ce qui est vérifié par les courbes de charge sur l'aubage (figures 31 et 32). Ce phénomène fait alors chuter la performance de la machine (figure 27).

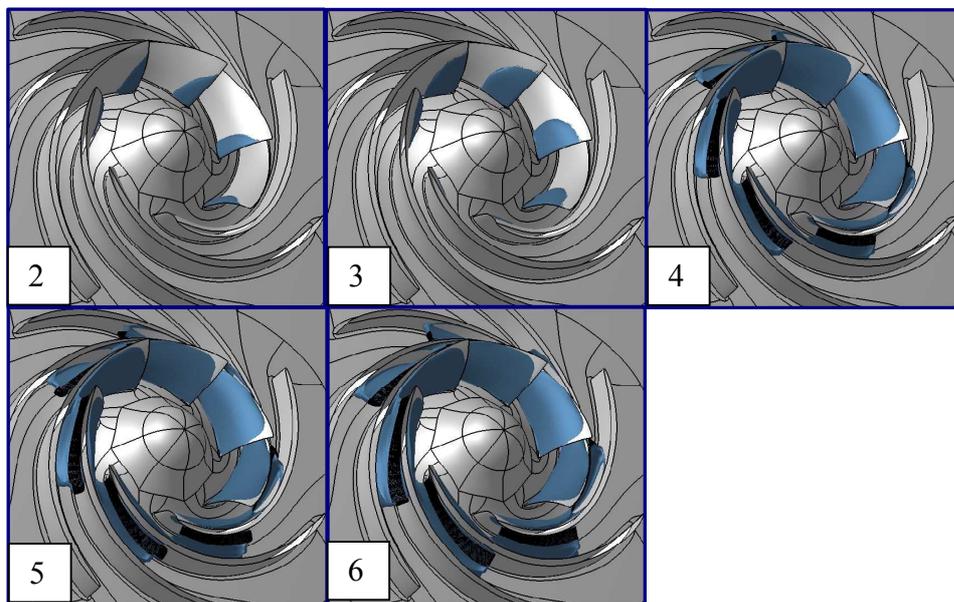


Figure V. 29 : Visualisation de la poche, eau froide ( $\alpha = 10\%$ )

Il faut noter que les surfaces tracées sur les figures 29 et 30 correspondent à une iso-surface de masse volumique de  $900 \text{ kg/m}^3$  ce qui ne nous permet pas de visualiser le taux de vide à l'intérieur des poches. Pour les deux fluides différents, la masse volumique bien que variant, n'a pas d'effet sur la valeur du taux de vide :

$$\alpha = \frac{\rho - \rho_L}{\rho_V - \rho_L}$$

$$\alpha_1 = \frac{900 - 1000}{0.02 - 1000} = 10\%$$

$$\alpha_2 = \frac{900 - 1000}{10 - 1000} = 10.1\%$$

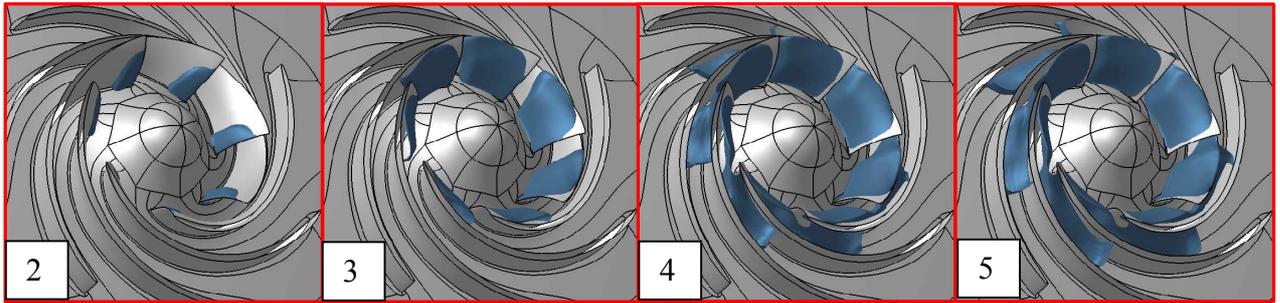


Figure V. 30 : Visualisation de la poche, fluide B ( $\alpha= 10.1\%$ )

### III. C/ Analyse de la charge sur l'aubage

Nous analysons maintenant l'influence de l'effet thermodynamique sur la charge de l'aubage (figure 31 : eau froide, figure 32 : fluide B), en parallèle avec les courbes de couple obtenues (figure 28). Le développement de la cavitation correspond à l'évolution du rouge vers le bleu. Au plus la poche grandit, au moins la charge sur l'aubage est importante, ce qui explique la chute du couple pour les derniers points de la courbe de performance. La partie amont de l'aubage ne travaille presque plus, la pression étant bloquée à la pression de vapeur. Dans la poche, la pression, de l'ordre de la pression de vaporisation, diminue pour le fluide thermosensible, comportement déjà observé pour les calculs venturi 2D, dû à la diminution de la température locale.

Pour les deux points de fonctionnement Pv (ref) de 0.8 bar, la charge sur l'aubage confirme les premières analyses : avec l'effet thermodynamique, la poche est plus courte, et a un taux de vide plus faible ainsi les lignes de courant sont moins déviées, et le contournement de la poche par le liquide moins marqué. Ainsi à l'intrados, on observe une dépression plus faible, la cavitation d'intrados n'apparaissant quasiment pas pour le fluide B à ce point de la chute.

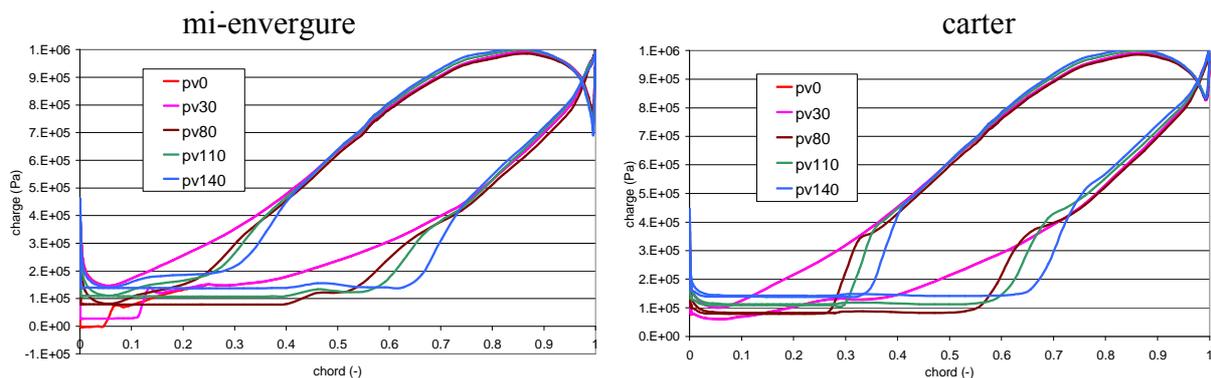


Figure V. 31 : Evolution de la charge mi-envergure et carter ; eau froide

Sur les deux figures 31 et 32, on remarque que le comportement de la deuxième moitié aval de l'aube (la corde comprise entre 50 et 100%) n'est pas influencé par l'effet thermodynamique. Pour les deux points de la chute Pv (ref) de 1.1 bars, les charges sur l'aubage sont très proches, la poche étant légèrement plus courte pour le fluide B.

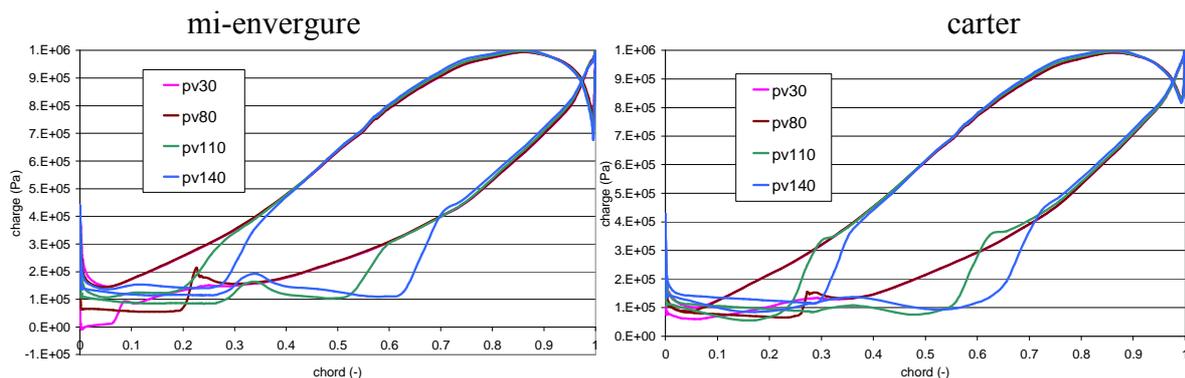


Figure V. 32 : Evolution de la charge mi-envergure et carter ; fluide B

### III. D/ Analyse des poches ; influence de l'effet thermodynamique sur les écoulements internes

Afin de visualiser le taux de vide dans les poches, ainsi que la vitesse méridienne, nous présenterons les résultats selon des plans de coupe orthogonaux à la direction méridienne, à travers le canal. La figure 33 présente les quatre plans de coupe utilisés, situés dans la zone amont du canal inter-aubes, numérotés de I à IV de l'entrée vers la sortie.

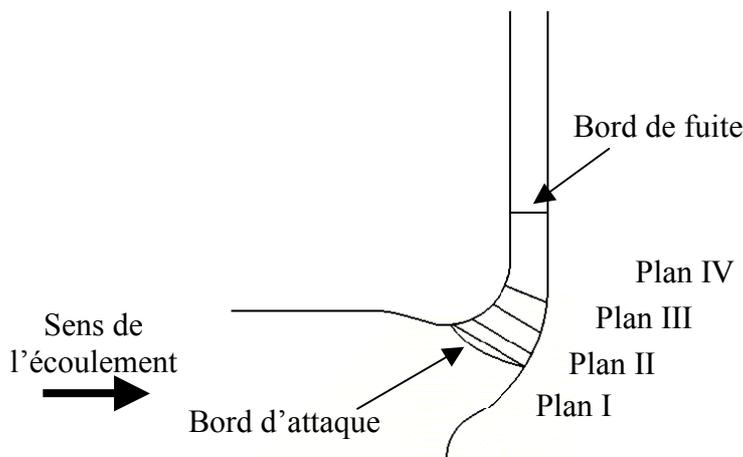


Figure V. 33 : Présentation des quatre plans de coupe du canal inter-aube

Les plans ainsi créés sont représentés comme sur la figure 34 et en coordonnées  $(r, \theta)$  (coté pression et intrados et coté dépression et extrados étant synonymes, on pourra trouver les deux dénominations par la suite).

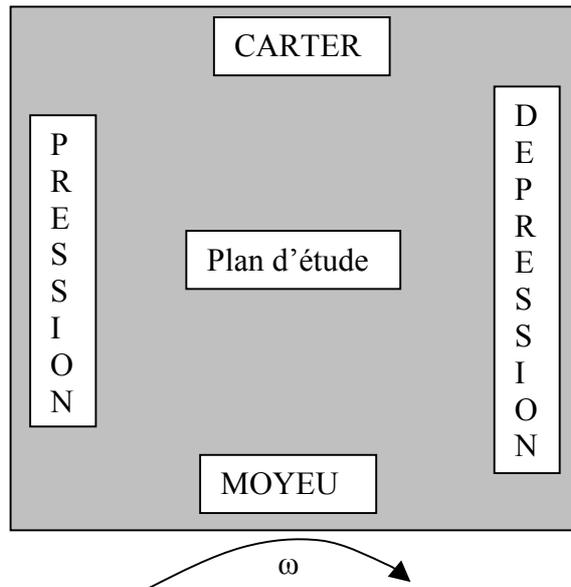


Figure V. 34 : Structure des plans de coupe

Dans un premier temps nous allons analyser la forme de la poche dans le canal. Nous avons représenté figures 35 et 36, le taux de vide sur les quatre plans de coupe pour l'eau froide et le fluide B, pour les points les plus bas de la chute de performance  $p_v(\text{ref})=1.4$  bars.

Sur la partie extradados en amont du canal, la poche est entièrement développée, comme on peut le voir sur les figures 29 et 30, et nous nous intéressons à la partie aval de la poche, à l'intérieur du canal. On remarque que pour les deux fluides, le comportement global de la cavitation est identique : en entrée canal, la poche est centrée à mi-envergure de l'extrados de l'aube. Il apparaît ensuite dans le canal inter-aube une zone de cavitation à l'intrados, limitée au carter qui se joint ensuite à la poche de l'extrados, formant alors une zone de cavitation plus étendue. Sur le plan IV, on observe la fermeture de la poche, qui se situe sur l'extrados proche carter.

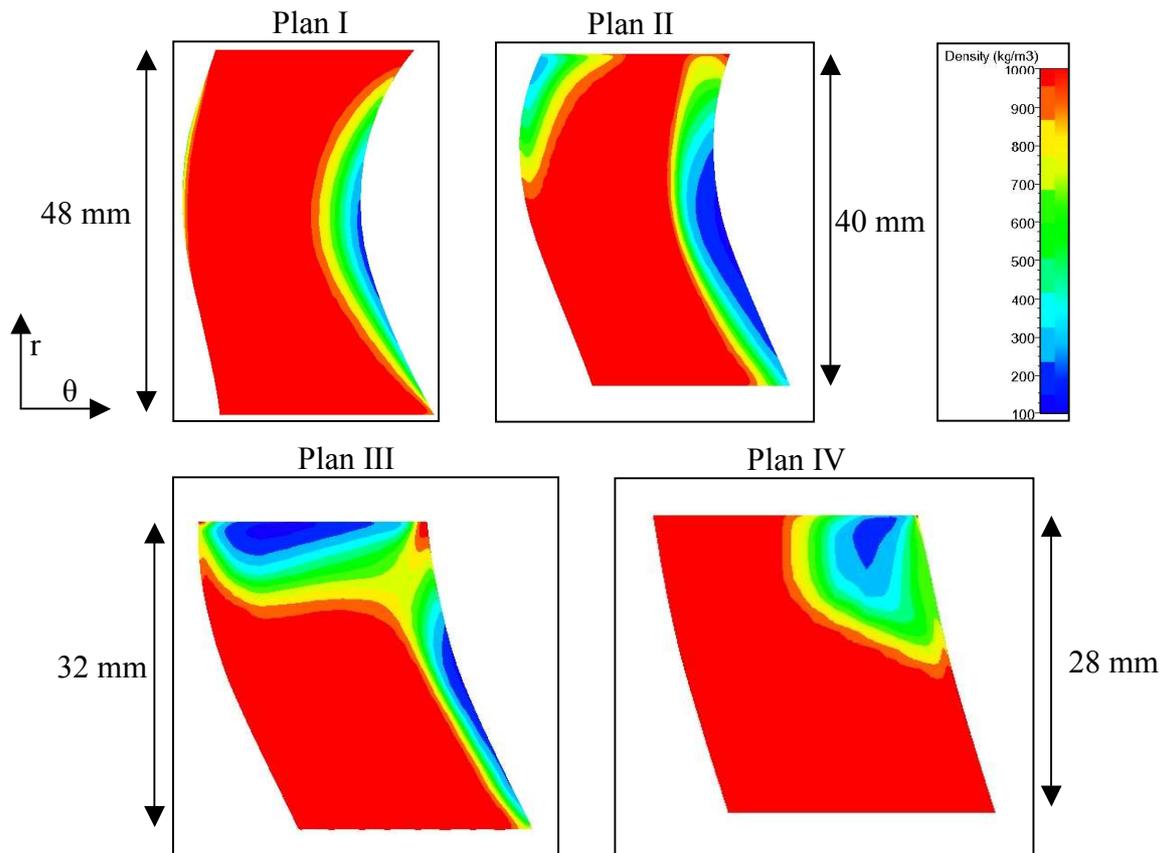


Figure V. 35 : Evolutions du taux de vide, eau froide, calcul 6<sup>(\*)</sup>

Bien que ce comportement soit observé pour les deux fluides, on observe tout de même des différences notables, dues à l'effet thermodynamique sur la forme et la composition de la poche.

Premièrement on remarque que pour le fluide B, les poches sont plus épaisses, phénomène que nous avons déjà observé avec les calculs 2D en venturi.

Deuxièmement le taux de vide dans la poche est très différent entre l'eau et le fluide B. Pour les calculs en eau froide, on atteint dans la poche une masse volumique de l'ordre de 100 kg/m<sup>3</sup> correspondant à un taux de vide de 90% alors que pour les calculs avec effets thermodynamiques, le taux de vide maximal dans la poche atteint seulement 50%.

**(\*) Remarque :**

Nous rappelons à titre indicatif l'échelle sur les quatre plans de la figure 35, car pour mieux visualiser les structures sur tous les plans, nous avons grossi certains plans ce qui pourrait induire en erreur la comparaison entre les quatre plans.

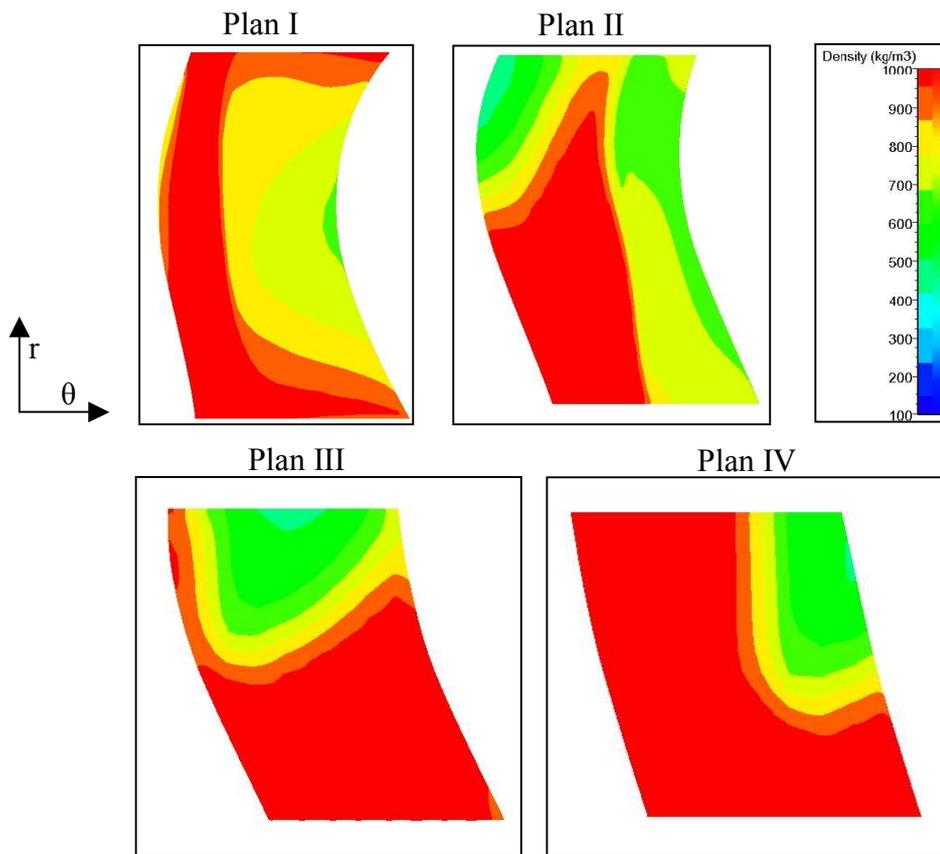


Figure V. 36 : Evolutions du taux de vide, fluide B, calcul 5

Nous analysons ensuite l'influence de l'effet thermodynamique sur la vitesse débitante. Nous comparons la vitesse méridienne pour l'eau froide et le fluide B, pour les deux points de la chute à  $P_v$  (ref) égale à 1.4 bars. Sur la figure 37, pour l'eau froide, la poche très concentrée en vapeur déforme les lignes de courant, et on observe sur les plans III et IV notamment, une accélération du fluide, proche moyeu (rouge).

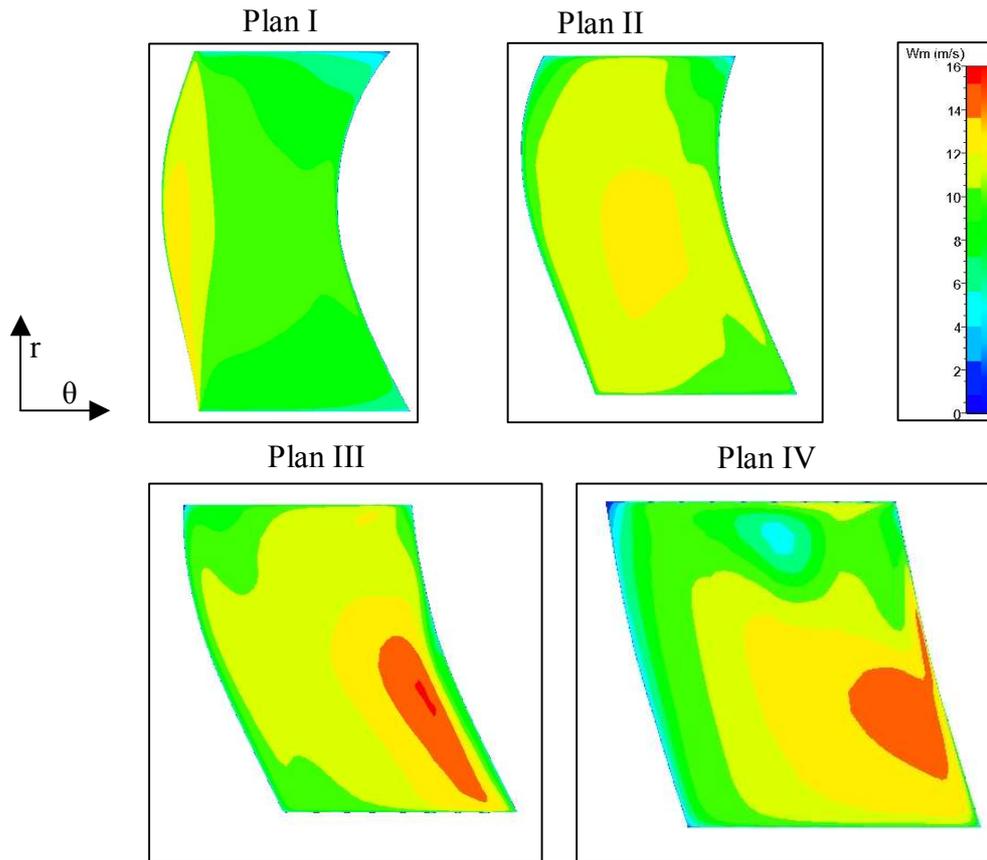


Figure V. 37 : Evolutions de la vitesse méridienne, eau froide, calcul 6

Pour le fluide B, ce phénomène est moins visible (figure 38). La poche contient plus de liquide, et une quantité de masse plus importante passe à travers elle. L'écoulement semble plus homogène et les zones d'accélération visibles en eau froide sont atténuées.

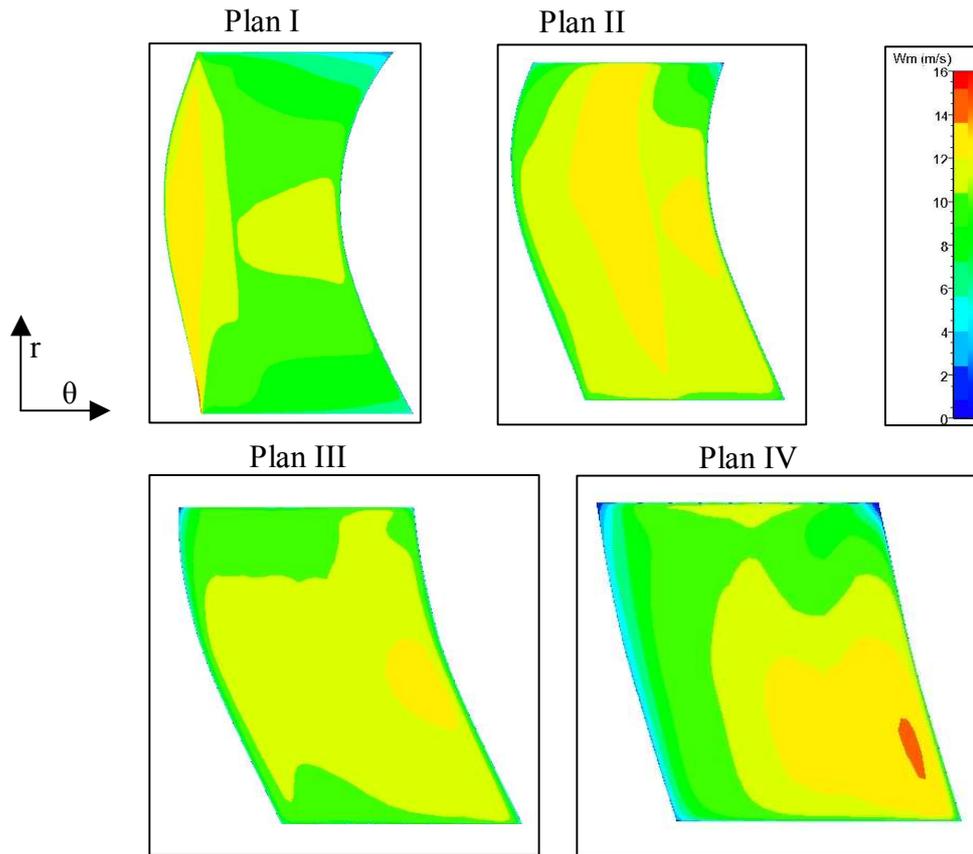


Figure V. 38 : Evolutions de la vitesse méridienne, fluide B, calcul 5

Pour conclure cette analyse qualitative de l'effet thermodynamique sur les poches de cavitation dans les écoulements de turbomachine, il faut souligner le fait que principalement le début de la chute de performance est influencé. En effet les plus grosses différences entre les trois fluides sont observées pour le point Pv (ref) de 0.8 bar. A ce stade, la cavitation est nettement moins développée pour le fluide B, et la performance de la machine maintenue ; la vitesse méridienne est peu influencée par la poche de vapeur celle-ci contenant un faible taux de vide.

#### IV/ Analyse et critiques des résultats

Par des comparaisons entre nos calculs et des résultats expérimentaux nous avons pu réaliser une première validation du modèle de prise en compte des effets thermodynamiques basé sur une loi d'état du mélange. Les résultats pour un calcul 2D stationnaire dans un Venturi avec du R114 sont en bon accord avec les données des essais [Merle, 1992], [Stutz, 1996], [Fruman et al., 1999]. Le taux de vide à l'intérieur de la poche est diminué du fait de la baisse de la pression de saturation corrélée au refroidissement local. Cette pression plus faible est observée sur la paroi du Venturi. Le refroidissement de 2,1 K, obtenu expérimentalement, est aussi correctement prédit par nos calculs.

Concernant les premiers calculs réalisés dans une géométrie tournante, on observe un bon comportement qualitatif de notre modèle dans la roue SHF. La chute de performance est retardée, du fait du changement de la charge sur l'aubage. Pour des conditions de pression d'entrée identiques, la poche avec effets thermodynamiques est plus courte, ce qui est représentatif des phénomènes de cavitation pour des fluides thermosensibles.

Toutefois nous pouvons émettre quelques critiques et remarques sur ces calculs. Concernant les calculs en venturi l'utilisation d'une longueur de poche pour les analyses reste difficile du fait de sa caractérisation. A propos des résultats expérimentaux, nous disposons malheureusement que de mesures locales de taux de vide sur les trois premiers puits parmi les cinq disponibles. La zone de fermeture de la poche reste méconnue. Or d'après les résultats locaux en eau froide, on peut noter que bien que le comportement cavitant global du venturi 4° soit stationnaire, la zone de fermeture de la poche est le siège de recirculations importantes. On observe un jet rentrant qui remonte l'écoulement et peut créer des petits lâchers de structures, phénomène que nous ne pouvons pas capter avec notre approche homogène et stationnaire des écoulements diphasiques. Des calculs instationnaires sont envisagés dans le futur.

Premièrement nous analysons plus précisément la zone de fermeture de la poche. Nous présentons ensuite une étude des ordres de grandeur de notre loi d'état, entre l'effet thermodynamique et le déséquilibre au niveau de la pression. Il s'agit d'étudier l'influence du rapport entre la largeur de la loi barotrope et la variation de la pression de vaporisation en fonction de la température. Enfin la structure des poches du venturi et de la roue SHF sont comparées et nous montrons les différences qui pourraient expliquer le comportement global cavitant observé dans le venturi pour un fluide thermosensible.

#### IV. A/ Seconde moitié de la poche et zone de fermeture ; jet rentrant

Si les taux de vide calculés et mesurés dans la zone amont de la poche (3 premiers puits) sont en assez bon accords pour penser que le phénomène de vaporisation est bien représenté par notre modèle, nous ne disposons malheureusement pas d'informations sur la zone plus en aval. Le caractère instationnaire de la zone de fermeture, observé en eau froide, s'il se produit aussi en R114, peut amener à des différences entre les calculs et les résultats d'essais, concernant la longueur de la poche.

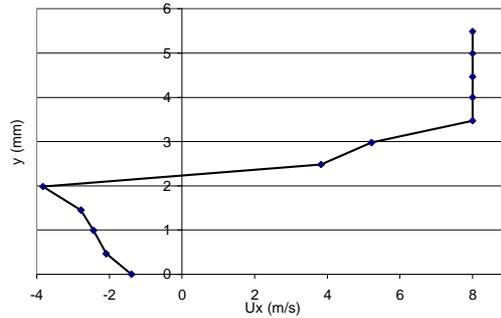


Figure V. 39 : Profil de vitesse puits 3, R114 [Stutz, 1996]

Tout d'abord bien que considéré comme un cas test stationnaire des phénomènes de cavitation, le venturi 4° présente quelques signes d'instationnarités comme nous l'avons détaillé au chapitre précédent en eau froide. Bien que nous n'ayons pas de mesures locales de vitesse, aux puits 4 et 5, le puits 3, au R114, présente un comportement similaire à l'eau froide [Stutz, 1996] comme on peut le voir sur la figure 39. La vitesse  $V_x$ , en proche paroi est négative, représentant le jet rentrant.

#### IV. B/ Rapport entre la largeur de la loi barotrope et l'effet thermodynamique

Les deux paramètres principaux de notre modèle peuvent être reliés tous les deux à des termes de pression. Ces deux paramètres sont  $AMIN$  ( $m/s \cdot (kg/m^3)^{0.5}$ ), qui détermine la largeur de la zone de mélange pour une température donnée et  $DPSADT$  (Pa/K) qui représente la variation de la pression de saturation en fonction de la température. En terme de pression, on obtient les paramètres  $A$  et  $B$  représentés sur la figure 40, avec comme définition :

$A = \pi \cdot AMIN^2$  et  $B = DPSADT \cdot \Delta T$  tous les deux en Pascals.

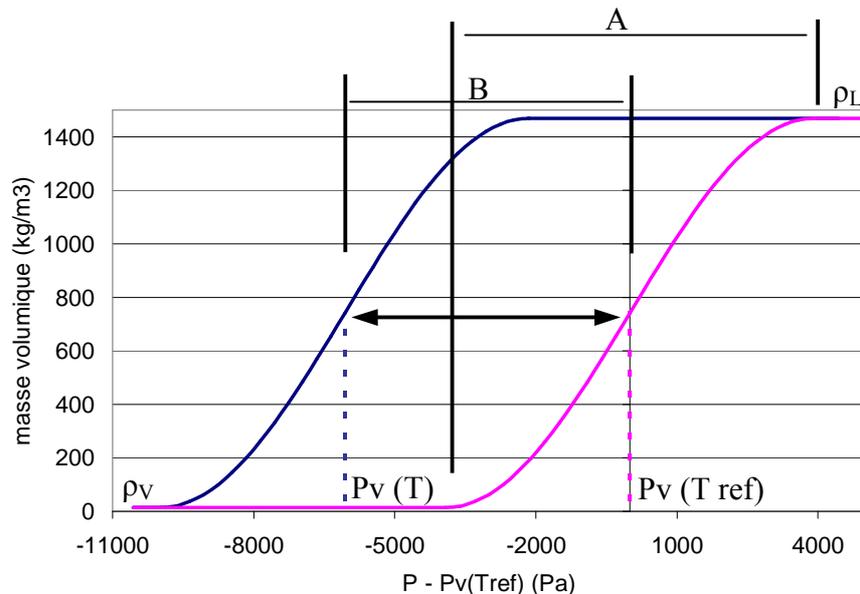


Figure V. 40 : Représentation des paramètres  $A$  et  $B$  ( $A=7854$  Pa,  $B=46880$  Pa)

$$(Amin = 50, T_{ref} - T = 5.86K, \frac{dp_v}{dT} = 8000 Pa)$$

Le paramètre B est défini à partir d'une variation de température  $\Delta T$ , locale, et de DPSADT qui est une grandeur obtenue des tables thermodynamiques, qui dépend de la température de référence et bien entendu du fluide étudié.

Le paramètre A représente la largeur de la zone de mélange, en terme de pression, à une température donnée. On peut le voir comme un certain écart au modèle d'équilibre thermodynamique comme c'est le cas du paramètre  $k_s$  dans le modèle Constant Enthalpy Vaporization (CEV) [El Oudghiri, 2003], présenté dans le chapitre III. En effet dans le cas extrême où AMIN vaut zéro, on retrouve le modèle à l'équilibre, où la pression dans la zone de cavitation est égale à la pression de saturation à la température T. Par contre si AMIN est non nul, on représente un certain déséquilibre dans le sens où la pression, la température, et la masse volumique locales, ne suivent plus les courbes de saturation.

L'inconvénient est que la simplicité de la loi ne nous permet pas de représenter plus finement ce déséquilibre, en sachant bien qu'à ce jour, ce déséquilibre reste fonction de beaucoup de paramètres notamment de la géométrie et est difficilement caractérisable.

On peut ainsi différencier trois cas selon si A et B sont du même ordre de grandeur ou si l'un prédomine sur l'autre. Pour le R114, dans les calculs avec le venturi 4°, pour  $T_{ref} = 20^\circ C$ , on trouve comme ordre de grandeur du paramètre B :

$$B = \frac{dp_v}{dT} (T - T_{ref}) \approx 6000 \times 2 = 12000 \text{ Pa}$$

où 2 K représente le refroidissement calculé.

Le tableau 10 donne les valeurs du paramètre A en fonction d'AMIN.

AMIN	10	50	70
Largeur de la zone de mélange (A) (Pa)	314	7854	15394

Tableau V. 10 : Relation entre AMIN et la largeur de la zone de mélange

Sur la figure 41, nous avons tracé la masse volumique du résultat de trois calculs avec le modèle thermodynamique (AMIN 10, 50 et 70) en fonction de la pression (points), ainsi que les lois barotropes à la température de référence, correspondantes (courbes pleines).

Nous avons de plus rappelé la forme de l'isentropique obtenue en développant la relation suivante, en faisant intervenir notre loi d'état qui relie les variables thermodynamiques :

$$Tds = dh - \frac{dp}{\rho} = 0 \text{ soit } dh = \frac{dp}{\rho}$$

Le développement de ces calculs est identique à celui du calcul de la vitesse du son au paragraphe I. D/ de ce chapitre. En supposant l'écoulement isentropique, nous obtenons la relation suivante entre la masse volumique et la pression :

$$\rho = \frac{a}{1 - \left( \frac{\rho_L + a}{\rho_L} \right) b^c}$$

Avec :

$$a = \frac{\rho_L \rho_V (C_{p_V} - C_{p_L}) - (\rho_L - \rho_V) \frac{dp}{dT}_{sat}}{\rho_L C_{p_L} - \rho_V C_{p_V}}$$

$$b = 1 + \frac{(Cp_V - Cp_L)(p - p_V)}{(h_{Vref} - h_{Lref}) \frac{dp}{dT_{sat}}}$$

$$c = 1 - \frac{(\rho_L - \rho_V) \frac{dp}{dT_{sat}}}{\rho_L \rho_V (Cp_V - Cp_L)}$$

Sur la figure 41, on retrouve une certaine tendance en forme de sinus pour les résultats de calcul avec AMIN 50 et 70 (respectivement points roses et verts). Seul le calcul avec AMIN 10 (points rouges) ne montre pas ces inflexions caractéristiques et suit par contre la courbe isentropique (bleu).

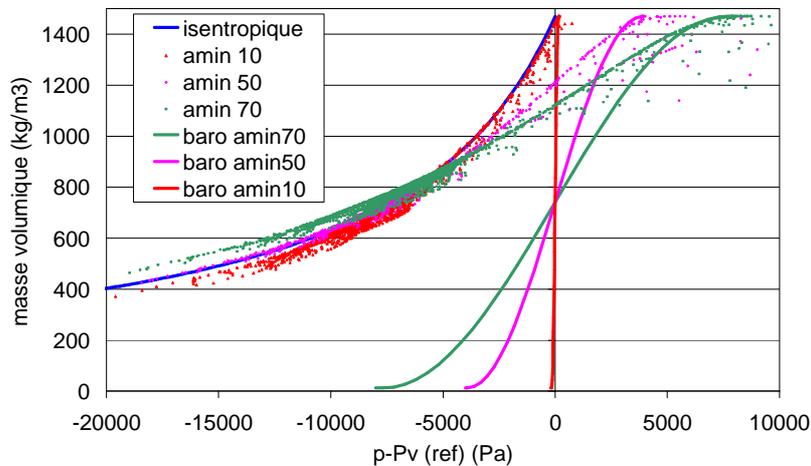


Figure V. 41 : Masse volumique en fonction de la pression ; différences entre la loi d'état du mélange (points) et les lois barotropes  $\rho=f(p)$  à  $T_{ref}$  (traits pleins); influence d'Amin

On remarque que malgré la variation de la pression de vaporisation en fonction de la température, si le paramètre AMIN est important, on retrouve le comportement de la loi sinus dans les résultats. Si par contre l'écart au modèle à l'équilibre thermodynamique est très faible (AMIN 10), la courbe est beaucoup plus proche de la loi isentropique.

Plus généralement, pour les trois valeurs d'AMIN, les courbes tendent globalement vers la relation isentropique pour les taux de vide plus importants ce qui s'explique par le fait que le paramètre B local est dans ce cas plus important que le paramètre A.

On peut noter de plus un point intéressant pour la comparaison V4-SHF du paragraphe suivant. Si le modèle d'effets thermodynamiques ne modifie pas le champ de pression en fermeture de poche, alors la poche aura la même longueur que sans effets thermodynamiques. En effet on observe sur la figure 41 que la limite de transition liquide-mélange se situe aux mêmes pressions pour une valeur d'Amin donnée, avec ou sans modèle thermodynamique.

#### IV. C/ Analyse et comparaisons des résultats 2D (V4) et 3D (SHF)

La prise en compte des effets thermodynamiques dans ce modèle est basée sur la modification de la pression de vaporisation en fonction de la température. Dû au caractère thermosensible du fluide, le mélange se refroidit lors du phénomène de vaporisation. La pression de

vaporisation diminue et donc la vaporisation est atténuée, le nombre de cavitation local,  $\sigma_{cav}$ , étant plus grand. Cependant on remarque d'après nos calculs dans le Venturi 4° et dans la roue SHF une différence entre les deux géométries en ce qui concerne l'influence de l'effet thermodynamique.

En comparant la poche de cavitation en R114 dans le venturi 4° et la poche en fluide thermosensible B dans la roue SHF, nous allons donc essayer de répondre à la question suivante :

*Pourquoi dans la pompe SHF, pour un NPSH d'entrée donné, la poche pour un fluide thermosensible est plus petite que celle en eau froide, alors que dans le venturi 4°, pour un nombre de cavitation d'entrée donné, les poches en eau froide et au forane ont la même longueur ?*

Question que l'on peut aussi formuler d'une autre manière :

*Pourquoi dans la pompe SHF, pour une longueur de poche donnée, le NPSH d'entrée pour un fluide thermosensible est plus petit que celui en eau froide, alors que dans le venturi 4°, pour une longueur de poche donnée, le nombre de cavitation de référence est le même en eau froide et au forane ?*

Pour essayer de répondre à cette question, nous comparons les calculs avec et sans effets thermodynamiques dans le venturi 4° et les calculs avec et sans effets thermodynamiques dans la roue SHF (tableau 11).

Géométrie	Venturi 4°	Venturi 4°	Roue SHF	Roue SHF
Modèle thermodynamique	Sans	Avec	Sans	Avec
$L/L_{ref}$ (-)	0.33	0.33	0.45	0.2
$\sigma_{ref}$ (venturi), NPSH (SHF) (m)	0.63	0.62	6.11	5.53
$\sigma_{aval}$	1.27	1.28	5.5	5.5

Tableau V. 11 : Caractéristiques des calculs comparés, V4-SHF

Nous rappelons qu'en toute rigueur, les calculs dans la roue SHF avec et sans effets thermodynamiques ne sont pas comparables, car pas aux mêmes conditions de pression en entrée. Toutefois nous nous permettons l'analyse suivante car le calcul avec effets thermodynamiques bien qu'à un NPSH plus faible, a une longueur de poche aussi plus faible. On peut donc imaginer que le calcul avec effets thermodynamiques, à un NPSH identique à celui en eau froide, aurait donc une poche encore plus petite. Nous nous permettons donc de comparer ces deux calculs, comme si le NPSH d'entrée était le même. Pour cela nous supposons que le calcul avec effets thermodynamiques aurait pour un NPSH de 6.11 m la même forme de poche que pour le calcul à un NPSH de 5.53 m (elle est de toute évidence plus courte).

Sur la figure 42, nous avons tracé la pression en paroi pour les deux géométries, avec et sans couplage thermodynamique. On remarque que le profil de pression est très influencé par notre modèle dans la roue SHF ce qui est moins le cas dans le venturi.

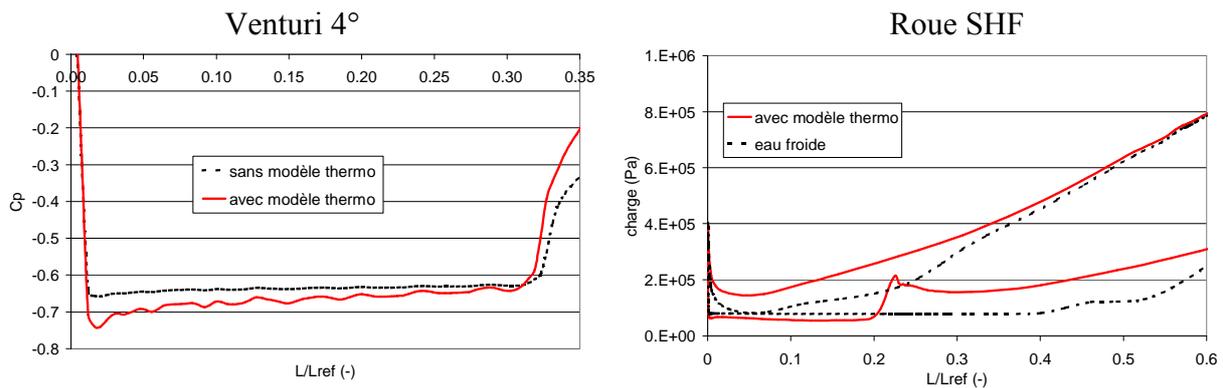


Figure V. 42 : Pression sur le plancher du venturi (gauche) et charge sur l'aubage de la roue SHF (droite), avec et sans modèle d'effet thermodynamique, dans la poche

Dans la roue SHF, la pression est plus faible que la pression de vaporisation de référence, tout au long de la poche pour le calcul avec effets thermodynamiques (trait plein rouge). Ainsi à 20% de la corde, la pression remonte brutalement, alors que sans modèle thermodynamique, la pression dans la poche étant plus importante, elle reste constante jusqu'à 40% de la corde (trait en pointillés noirs). Avec effets thermodynamiques, la poche étant plus courte, on voit aussi que l'intrados est moins influencé, la poche plus petite perturbant moins l'écoulement.

Dans le venturi, on note une diminution importante de la pression dans la zone amont de la poche due à l'effet thermodynamique (trait plein rouge). Mais cette fois on observe une augmentation progressive de la pression, jusqu'à terminer en fin de poche à la pression de vaporisation de référence. Ainsi comme nous l'avons vu sur la figure 41, la zone de transition mélange vers liquide se situe à une pression identique et donc à une abscisse identique dans le cas étudié. Pour un nombre de cavitation de référence identique, la longueur des poches avec et sans effets thermodynamiques est la même.

Ce que nous observons ici est dû au divergent du venturi qui fait remonter la pression progressivement ce qui fait diminuer le taux de vide dans la poche au fur et à mesure que l'on s'éloigne du col.

On observe donc une grande différence au niveau de la pression en paroi entre la poche du venturi et celle de la roue SHF. Sur la figure 43, nous avons tracé à la fois le taux de vide et le refroidissement en paroi pour deux calculs avec effets thermodynamiques, sur les deux géométries venturi et SHF.

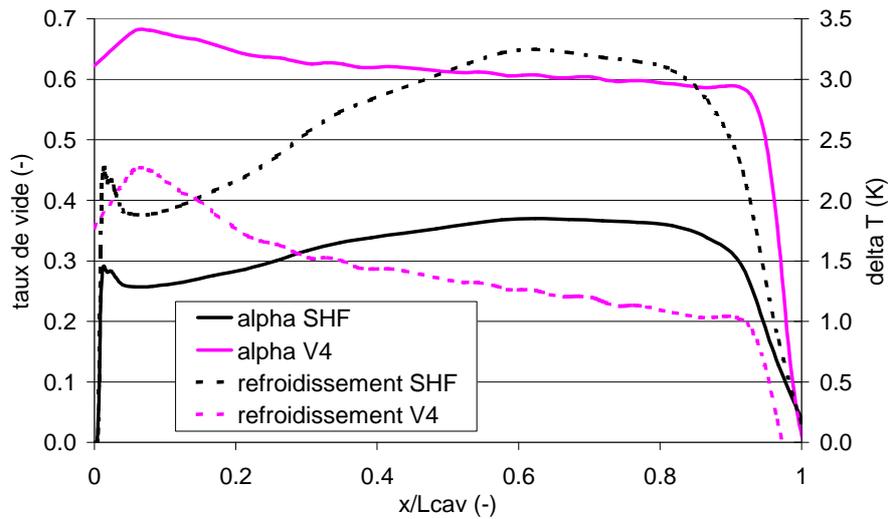


Figure V. 43 : Taux de vide et refroidissement en paroi du Venturi et de la roue SHF en fonction de la distance au col adimensionnée par la longueur de la poche

On s'aperçoit qu'entre l'amont et la fin de la poche du venturi 4°, le  $\Delta T$  a été divisé par deux (pointillés roses) alors qu'à l'inverse il a augmenté dans la roue SHF (pointillés noirs). Le taux de vide suit lui aussi la même tendance (courbes pleines). L'effet thermodynamique est donc plus faible en fermeture de poche dans le venturi et la pression remonte.

Sur la figure 44, nous représentons le coefficient de pression  $C_p$  (trait plein) et la variation de pression ( $dp/dx$  pointillé) pour les calculs non cavitants sur le plancher du venturi et sur l'extrados de la roue SHF.

$$C_p = \frac{p - p_{\text{entrée}}}{0.5 \rho U_{\text{ref}}^2}$$

On observe à nouveau des différences de comportement entre les deux géométries.

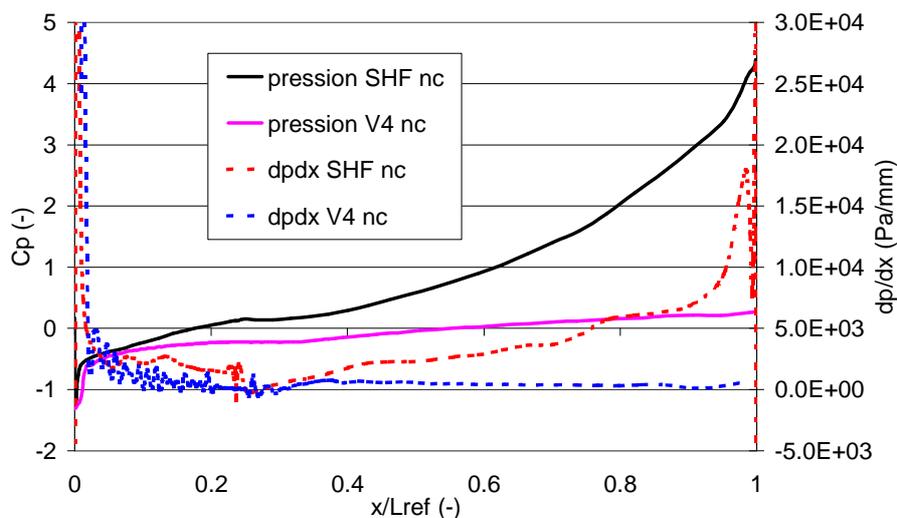


Figure V. 44 : Coefficient de pression et variation de la pression en paroi, V4 et SHF, calculs non cavitants

La pression dans le venturi varie moins que dans la roue SHF, surtout à la fin des profils. En effet on observe une forte augmentation de la pression dans la roue centrifuge, due à l'apport d'énergie hydraulique par la rotation de la machine (trait plein noir). La variation  $dp/dx$  est donc plus faible dans le venturi (pointillés bleus).

Nous analysons maintenant plus précisément le comportement de la pression à l'intérieur de la poche. Sur la figure 45, nous traçons à nouveau la variation de la pression  $dp/dx$  pour les deux géométries ainsi que le nombre de cavitation dans la poche à la pression de vaporisation de référence.

$$\sigma = \frac{p - p_v(T_{ref})}{0.5 \rho U_{ref}^2}$$

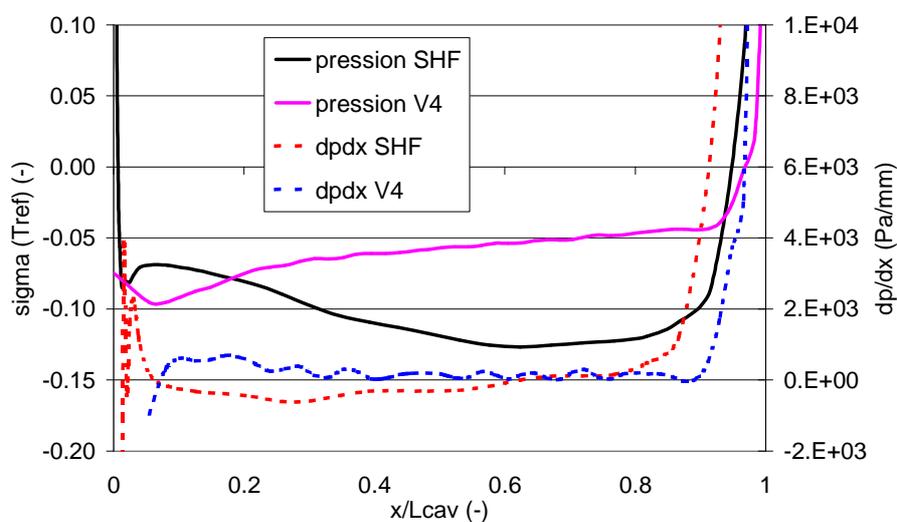


Figure V. 45 : nombre de cavitation dans la poche ( $p_v(T_{ref})$ ) et variation de la pression  $dp/dx$  en paroi, Venturi et roue SHF

Dans la poche on voit que la pression dans le venturi augmente tout le temps,  $dp/dx$  étant supérieur à zéro. La roue SHF montre un comportement contraire avec la pression qui diminue tout au long de la poche. Pour une longueur d'environ 80% de la longueur de la poche, on s'aperçoit que la différence  $p - p_v(T_{ref})$  est beaucoup plus importante dans la roue SHF que dans le venturi  $4^\circ$ .

Pour conclure sur la comparaison entre les poches de cavitation pour un fluide thermosensible entre le venturi et la roue SHF, les figures 42 à 45 montrent que la forme et la structure des poches sont très différentes entre les deux géométries.

Dans le venturi, l'effet thermodynamique est visible principalement dans la zone amont de la poche. Dans la deuxième moitié aval, la pression et la température tendent lentement vers la pression de vaporisation et la température de référence.

A l'inverse dans la roue SHF l'effet thermodynamique prend plus d'ampleur dans la seconde moitié aval de la poche et il est à son maximum dans la zone de fermeture de la poche.

Cette différence de comportement de l'effet thermodynamique pourrait donc répondre à la question posée au début de ce paragraphe. Il se pourrait que ce soit l'effet thermodynamique dans la seconde moitié aval de la poche qui joue un rôle sur la diminution des longueurs de

poche. Toutefois cette hypothèse reste à vérifier bien entendu car elle est juste basée sur l'analyse de nos résultats numériques. Les calculs SHF ont été réalisés avec un fluide *numériquement thermosensible* ce qui ne permet pas de valider son comportement cavitant pour un vrai fluide thermosensible de type R114. Ce paragraphe IV. D/ a seulement pour intention d'expliquer les différences obtenues entre les calculs en venturi et ceux dans la roue SHF.

#### IV. D/ Conclusion des premières validations qualitatives

Pour conclure ce chapitre sur la présentation du modèle de prise en compte des effets thermodynamiques, on peut souligner le fait que cette approche est entièrement originale. Elle est basée sur une loi d'état qui décrit la masse volumique en fonction de la pression et de la température locale à partir d'une loi d'état du mélange. L'implémentation numérique du modèle a été réalisée en accord avec le schéma de résolution déjà existant pour le modèle cavitant barotrope. Elle a toutefois nécessité des modifications significatives afin de prendre en compte le couplage avec l'équation de conservation de l'énergie.

Concernant les calculs de validation du modèle, les résultats sont globalement très encourageants.

Tout d'abord sur le venturi 4° avec la configuration plafond plat, on observe une diminution du taux de vide aux puits 1, 2 et 3 en bon accord qualitatif, en comparaison avec un calcul réalisé sans modèle de prise en compte des effets thermodynamiques. Le refroidissement expérimental au puits 1 de 2.1 K en paroi est très bien prédit par nos calculs.

Concernant la géométrie du venturi 4° en configuration plafond ondulé les résultats des calculs sont en bon accord avec les données expérimentales. Nous obtenons avec les calculs une bonne prédiction des lois  $L(\sigma_{ref})$  et  $L(\sigma_{cav})$  pour le point de fonctionnement étudié. De plus les données expérimentales disponibles en paroi [Merle, 1992], nous ont permis de comparer la pression et la température obtenues par nos calculs. Les valeurs numériques sont de manière générale très proches des résultats d'essais.

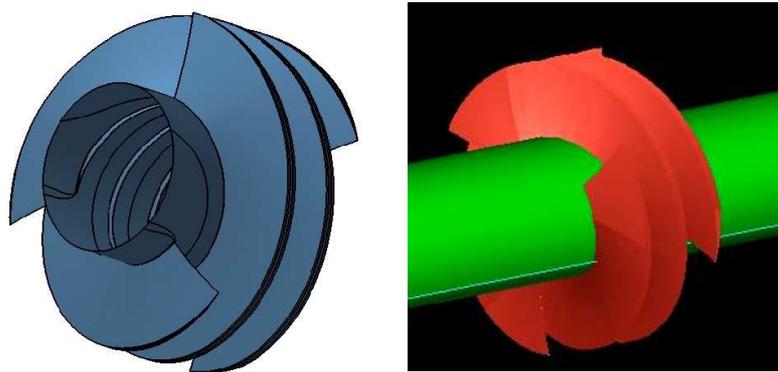
Le passage à des calculs en géométrie tournante, 3D, a été satisfaisant. Sur le plan numérique l'ajout de l'équation de conservation de l'énergie et son couplage au reste du système n'ont pas altéré la convergence et la robustesse du code. Les résultats obtenus ont montré un comportement qualitatif très encourageant du modèle. La chute de performance cavitante de la roue SHF a été retardée pour le fluide thermosensible. Nous avons pu étudier l'influence des effets thermodynamiques sur les poches attachées ainsi que sur les écoulements internes.

Finalement le bon comportement de notre modèle cavitant prenant en compte les effets thermodynamiques sur les géométries présentées dans ce chapitre nous a conduit à étudier l'écoulement cavitant en LH2 dans un inducteur NASA [Kovich, 1972], [Meng et Moore, 1970], [Moore et Meng, 1970], que nous présentons au chapitre VI.

# Chapitre VI

## Calculs en géométrie d'inducteur en hydrogène

Les calculs dans la pompe SHF ont montré une bonne prédiction qualitative de l'effet thermodynamique. Afin de valider notre modèle en géométrie de turbomachine, nous avons réalisé des calculs de la chute de performance d'un inducteur, en LH2, dont nous disposons de résultats d'essais [Meng et Moore, 1970]. C'est un inducteur à trois pales (figure 1), qui a été caractérisé par la Nasa, pour différents débits, à différentes températures de référence, pour deux vitesses de rotation (25 000 tr/min et 30 000 tr/min).



*Figure VI. 1 : L'inducteur NASA*

Les caractéristiques géométriques principales de l'inducteur sont données dans le tableau 1. Les caractéristiques complètes, qui ont servi à la construction de la géométrie CAO calculée, sont disponibles dans [Meng et Moore, 1970].

Angle d'attaque (°)	80.6
Rayon carter (cm)	6.324
Rayon moyeu(cm)	3.147
Longueur (cm)	5.08
Taille du jeu (cm)	0.064
Épaisseur de l'aube, carter (cm)	0.254
Épaisseur de l'aube, moyeu (cm)	0.381
Matériaux	6061-T6 Aluminium

*Tableau VI. 1 : Caractéristiques géométriques de l'inducteur*

Il existe une multitude de variantes d'inducteur testées par la Nasa qui se différencient principalement par l'angle d'attaque (78°, 80.6° et 84°). Nous avons choisi l'inducteur 80.6° car c'est à notre connaissance le seul ayant le bord d'attaque à  $\theta$  constant, et nous ne disposons pas du rayon de courbure pour les autres géométries. De plus, pour l'inducteur 80.6°, trois variantes existent, selon la forme du bord d'attaque (figure 2). Nous avons choisi la variante A, car c'est sur celle-là que nous disposons du plus grand nombre de données expérimentales. Un recensement non exhaustif des différents tests de variantes se trouve en annexe 5.

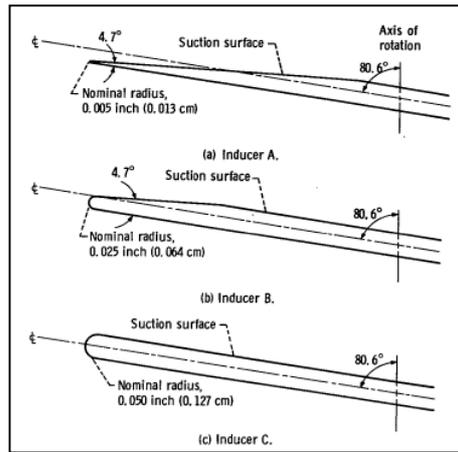


Figure VI. 2 : Détails du bord d'attaque, trois variantes, inducteur 80.6° [Moore et Meng, 1970]

### I/ Analyse et incertitudes des résultats expérimentaux

En analysant tous les rapports disponibles sur cette géométrie, nous avons été confrontés à quelques problèmes, qui peuvent entacher notre étude d'incertitudes.

Tout d'abord dans le rapport [Kovich, 1972], il est noté que suite à des comparaisons entre l'eau et le LH2, l'inducteur chutait plus rapidement en hydrogène, ce qui est contraire à l'effet thermodynamique observé classiquement. Nous avons donc comparé deux points de chute, à l'eau et au LH2 (tableau 2).

Fluide	Eau	LH2
T <sub>REF</sub> (K)	308	20.3
ω (tr/min)	15 000	30 000
φ	0.1	0.099
NPSH <sub>chute</sub> (m)	18	25
τ	1.8 10 <sup>-2</sup>	6.1 10 <sup>-3</sup>

Tableau VI. 2 : Comparaison eau-LH2

Effectivement, en ne prenant pas en compte la vitesse de rotation, i.e. en comparant les NPSH tels que définis dans [Kovich, 1972], [Meng et Moore, 1970], [Moore et Meng, 1970], on ne peut pas confronter les résultats en eau et en hydrogène. On rappelle les définitions de ces deux nombres caractérisant le niveau de pression amont :

$$NPSH = \frac{p_s^{entrée} - p_V(T_{ref})}{\rho_L g}$$

$$\tau = \frac{p_s^{entrée} - p_V(T_{ref})}{\rho_L (r_{carter} \omega)^2}$$

Cependant la chute en LH2 apparaît bien pour un nombre de cavitation τ plus petit. Pour expliquer cet écart concernant la valeur de NPSH, premièrement le fait que la similitude de Reynolds ne soit pas respectée est avancé par les auteurs, deuxièmement les inducteurs ne

sont pas identiques. L'inducteur testé en eau est en acier inoxydable, celui au LH2 est en aluminium, ce qui pourrait entraîner certaines différences concernant la distorsion des aubes [Kovich, 1972].

Sur la figure 3 on peut noter des différences entre les deux inducteurs, testés en eau. De plus, les veines d'essais sont différentes, et le diamètre est très légèrement différent entre les deux machines (0.1mm en moins pour l'inducteur en acier).

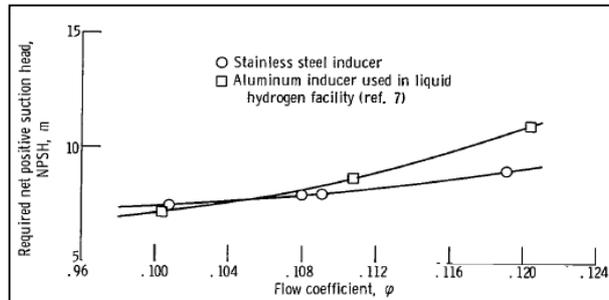


Figure VI. 3 : Comparaison en eau entre l'inducteur testé à l'eau et l'inducteur testé au LH2, [Kovich, 1972] ; NPSH requis en fonction du coefficient de débit

Nous nous sommes ensuite intéressés à la position des capteurs sur la veine d'essais en LH2. Trois capteurs de pression sont nécessaires à la caractérisation de la chute de performance. Pour mesurer le NPSH, la pression statique d'entrée est obtenue de la manière suivante : la pression statique est mesurée au sommet du réservoir. La pression à l'entrée de la conduite est alors calculée en ajoutant la colonne de fluide. Ensuite les pertes de charge dans la conduite sont soustraites, un coefficient de pertes ayant au préalable été calibré avec de l'air.

$$\text{Pertes} = 0.2 \frac{U^2}{2g}$$

On obtient ainsi la pression statique en entrée de l'inducteur.

Pour mesurer la performance de la machine, la pression totale en amont et en aval de l'inducteur est mesurée. Le capteur amont est situé à 26.69 cm au-dessus de l'inducteur, à 0.165 cm de la paroi. Le capteur aval est situé à 2.54 cm en dessous de l'inducteur, à mi-passage, ce qui est très proche de la sortie de l'écoulement de la turbomachine (figure 4). Les composantes radiales et tangentielles de la vitesse en sortie ne sont donc pas nulles comme le montrent les calculs non cavitants au paragraphe III de ce chapitre.

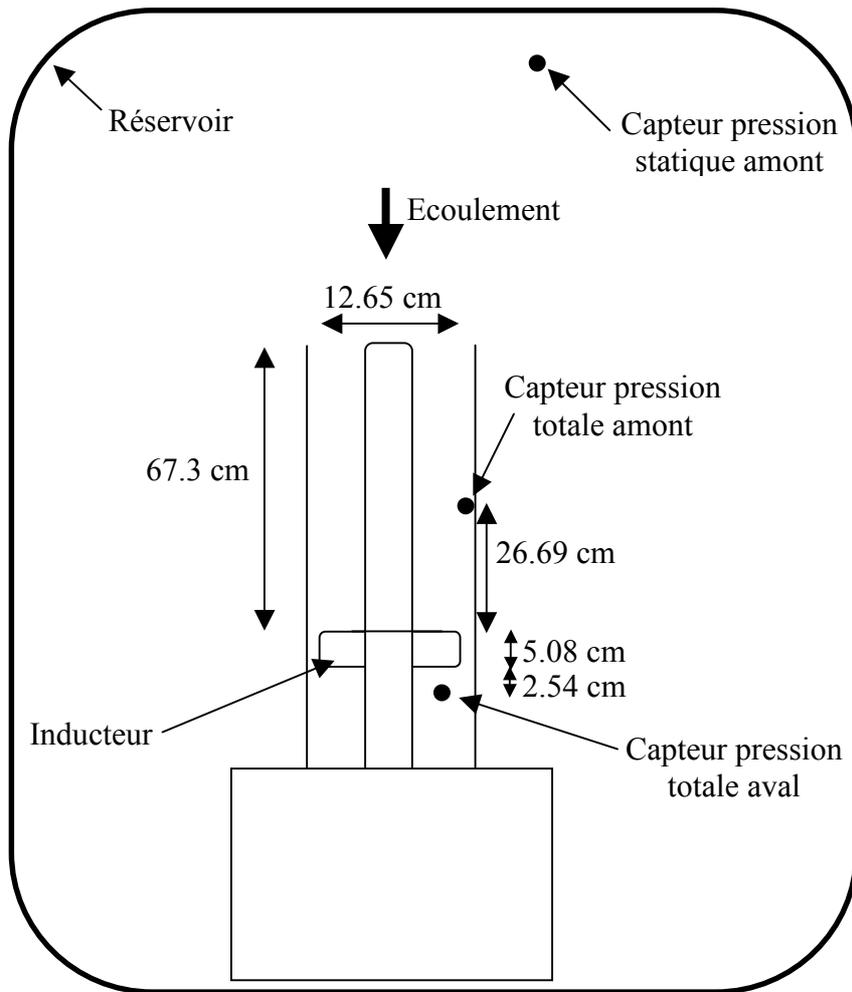


Figure VI. 4 : Schéma des positions des capteurs de pression

La mesure de la pression totale en sortie n'étant pas clairement définie nous avons supposé par la suite que les mesures réalisées ne contenaient que la composante axiale de la vitesse :

$$p_{Taxi} = p_s + \frac{1}{2} \rho_L u_z^2$$

La reconstitution CAO de la géométrie étant délicate à effectuer à partir des données disponibles sur la référence, la géométrie utilisées lors des calculs présente quelques différences avec la géométrie réelle.

Contrairement à la géométrie illustrée qui a un bord d'attaque à  $\theta$  constant, le bord d'attaque de l'inducteur calculé est légèrement incurvé vers l'amont comme le montre la figure 5.

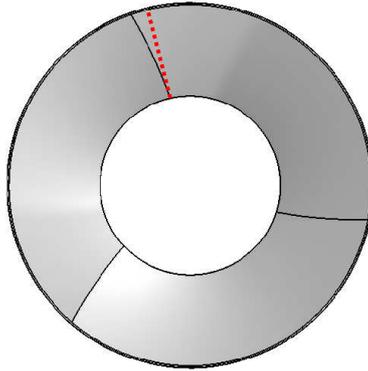


Figure VI. 5 : Vue de face inducteur 80.6°. Courbure du BdA

De plus, la longueur axiale de l'inducteur, d'après [Meng et Moore, 1970], est de 5.08 cm. La géométrie calculée quant à elle fait 4.86 cm de long.

## II/ Présentation générale des calculs en LH2

Nous présentons premièrement le maillage réalisé dans l'inducteur. Les différentes chutes de performance selon les points de fonctionnement sont ensuite détaillées. Enfin nous présentons dans le paragraphe II. C/ les différents paramètres numériques que nous avons testés pour l'étude de cette inducteur.

### II. A/ Le maillage de l'inducteur

La géométrie ainsi que le maillage avec jeu ont été réalisés par la Snecma. Cependant le maillage initial a été déaffiné ce qui a permis de diminuer le nombre de mailles (1 539 045 à 741 845 nœuds pour un canal), tout en conservant une qualité de maillage suffisante. Cette étape a été nécessaire afin de réaliser les calculs souhaités. La figure 6 montre le maillage en C obtenu respectivement au bord d'attaque et au bord de fuite pour le maillage déaffiné.

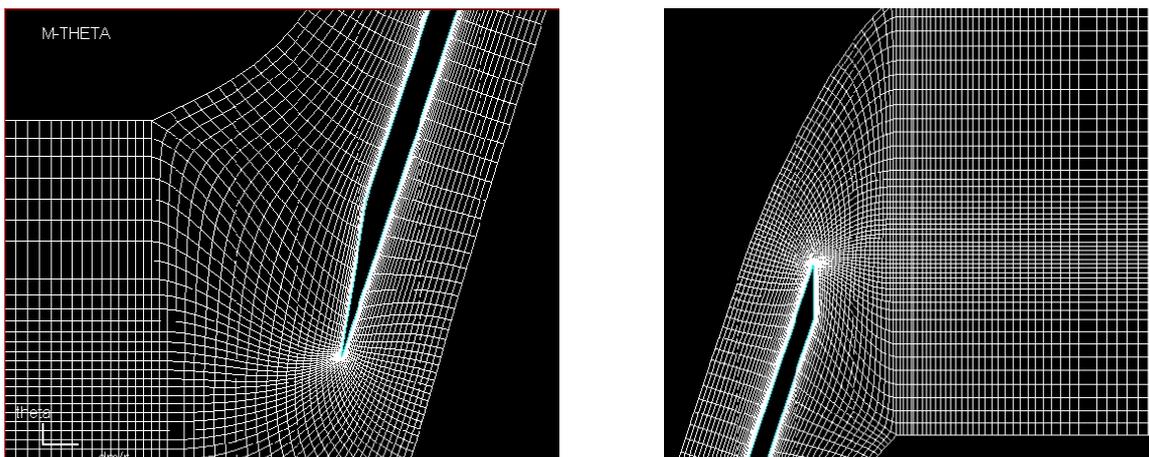


Figure VI. 6 : Maillage du bord d'attaque et du bord de fuite (maillage Legi)

Le domaine de calcul comprend neuf blocs, maillés avec AutoGrid™ 5. Le maillage du canal aube à aube est de type HOH, avec un bloc qui entoure toute une aube (bloc O). L'entrée du

calcul se situe à 25 cm en amont de l'inducteur, et la sortie 15 cm en aval du bord d'attaque de l'inducteur (figure 7).

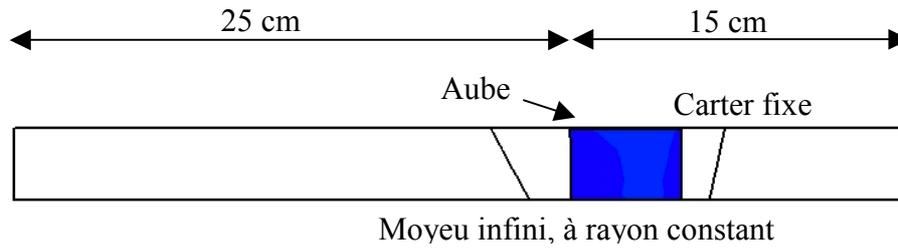


Figure VI. 7 : Domaine de calcul, vue méridienne

Le prolongement amont et aval du moyeu de l'inducteur est fixe. Seuls les aubages et le moyeu représentant l'inducteur, sont en rotation.

Nous utilisons les conditions aux limites usuelles des calculs cavitants, i.e. débit imposé en entrée, pression statique imposée en sortie et parois adiabatiques. A titre indicatif, la pression statique en sortie vaut 5 bars pour tous les calculs présentés dans ce chapitre. Le modèle k-ε de Yang-Shih avec lois de paroi étendues permet de représenter la turbulence. Les valeurs de  $y^+$  sont comprises entre 0.5 et 100 sur presque la totalité des parois, seules deux petites zones intrados, proches du jeu, ont des  $y^+$  compris entre 100 et 160 (figure 8).

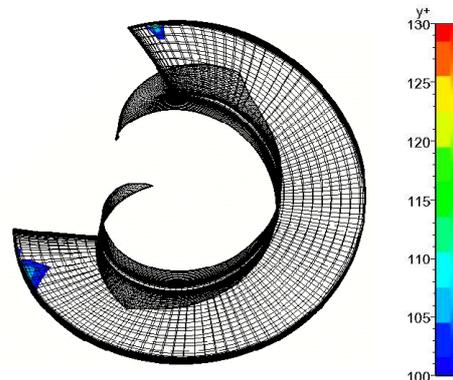


Figure VI. 8 : maillage de l'aube et valeur d' $y^+ > 100$

## II. B/ Les chutes de performance ; données d'essais

Nous avons à notre disposition les mesures de la chute de performance en régime cavitant de l'inducteur pour différents points de fonctionnement. On peut visualiser sur la figure 9 un panel de ces résultats expérimentaux.

On rappelle la définition du coefficient de débit et du coefficient de surpression :

$$\varphi = \frac{U_{\text{entrée}}}{r_{\text{carter}} \omega}$$

$$\psi = \frac{P_{\text{Sortie}} - P_{\text{Entrée}}}{\rho_L (r_{\text{carter}} \omega)^2}$$

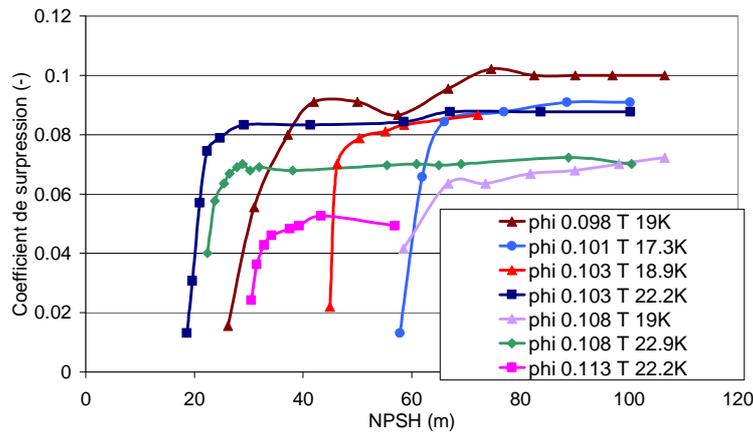


Figure VI. 9 : Chutes de performance inducteur en hydrogène pour différents points de fonctionnement (30000 rpm) [Meng et Moore, 1970]

La figure 9 permet de visualiser l'influence du coefficient de débit  $\phi$  et de la température de référence sur le NPSH de chute.

Ainsi à même débit (triangles rouges et carrés bleus foncés, ou triangles violets et losanges verts), l'augmentation de la température retarde la chute de performance. C'est cohérent avec les propriétés thermodynamiques de l'hydrogène dans le tableau 3 qui montrent que l'effet thermodynamique est plus important pour des températures élevées (plus proches du point critique).

Pour une température donnée, la chute de performance est retardée lorsque le coefficient de débit diminue ( $T_{ref} = 19K$ , triangles violets, marrons et rouges ;  $T_{ref} = 22.2K$ , carrés bleus et roses).

Compte tenu des contraintes de temps de calcul (environ 2 à 3 jours pour un calcul cavitant, soit plusieurs semaines pour une chute complète), nous avons été limités sur le nombre de chutes de performance calculées.

Afin de représenter l'influence du débit, ainsi que l'influence de la température de référence sur l'effet thermodynamique, nous avons choisi par la suite, comme points de fonctionnement à calculer, les trois cas suivants :

$$\phi = 0.108, T_{ref} = 23K$$

$$\phi = 0.098, T_{ref} = 19K$$

$$\phi = 0.098, T_{ref} = 23K$$

On peut noter d'après le tableau 3, que lorsque la température de référence varie de 4K, les propriétés thermodynamiques de l'hydrogène changent de manière significative. Le refroidissement caractéristique de l'effet thermodynamique, présenté au paragraphe IV.B.1/ du chapitre I, est défini par la relation :

$$\Delta T_{car} = \frac{\rho_v L}{\rho_L C p_L}$$

Température (K)	19	23
Pression $p_v$ (Pa)	67960	209320
$\rho_L$ (kg/m <sup>3</sup> )	72.2	67.4
$\rho_v$ (kg/m <sup>3</sup> )	0.94	2.6
L (kJ/kg)	449.9	427.271
$\Delta T_{char}$	0.66	1.41
$dp_v/dT$ (Pa/K)	22282	50023

Tableau VI. 3 : Grandeurs thermodynamiques du LH2 à saturation

On pourra trouver les propriétés thermodynamiques complètes de l'hydrogène à saturation pour ces deux températures en annexes 1 et 3.

## II. C/ Paramètres numériques testés

Afin de valider notre modèle de prise en compte des effets thermodynamiques, nous avons réalisé lors de nos calculs cavitants et non-cavitants des tests sur l'influence de certains paramètres numériques.

Premièrement nous avons pour certains calculs non cavitants modifié la vitesse de référence du préconditionnement. Cette vitesse qui par défaut est la vitesse de référence de l'écoulement ( $U_{ref} = \omega R_{carter}$ ) intervient dans le coefficient  $\beta$  du préconditionnement (paragraphe II. C/ chapitre IV) par la relation suivante :

$$\beta^2 = \beta_0 \cdot U_{ref}^2$$

Pour des raisons de convergence, nous avons dans certains calculs augmenté cette valeur (de 50%). Le coefficient  $\beta$  intervient dans la définition du rayon spectral. En augmentant sa valeur, le pas de temps local est diminué et la dissipation artificielle est plus importante (voir chapitre IV).

Nous avons réalisé une chute de performance pour plusieurs valeurs d' $A_{min}$ , l'unique paramètre de réglage de notre modèle cavitant. Nous avons testé les valeurs 10 et 30, qui correspondent à un écart de pression par rapport à la pression de saturation respectivement de  $\pm 157$  Pa et  $\pm 1414$  Pa, pour une température donnée. Concernant le paramètre  $A$  défini au paragraphe IV.B/ du chapitre V, ( $A = \pi A_{min}^2$ ), cela correspond respectivement à des écarts de pression de 314 Pa et 2828 Pa.

De plus nous avons comparé les calculs avec ou sans destruction de turbulence dans la poche de cavitation. En effet suite à la thèse de [Pouffary, 2004], Numeca Int a apporté des modifications au solveur EURANUS dans le but d'améliorer la convergence et la stabilité du code.

Ainsi le paramètre ITUCAV (par défaut à 1 10) réduit la production turbulente dans la zone de mélange. La première valeur du paramètre ITUCAV permet d'activer la réduction de turbulence (1 : activation, 0 : aucun traitement spécifique de la turbulence). Le deuxième entier correspond à l'exposant du facteur de correction de la production turbulente.

L'équation de conservation de l'énergie cinétique turbulente devient, par défaut :

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \nabla \cdot [\rho k \mathbf{u} - (\mu + \mu_T) \nabla k] = (1 - 2\alpha)^{10} P_k - \rho \varepsilon$$

En mettant le paramètre ITUCAV à 0 0, nous avons la possibilité de laisser la turbulence sans traitement spécifique dans la zone de mélange.

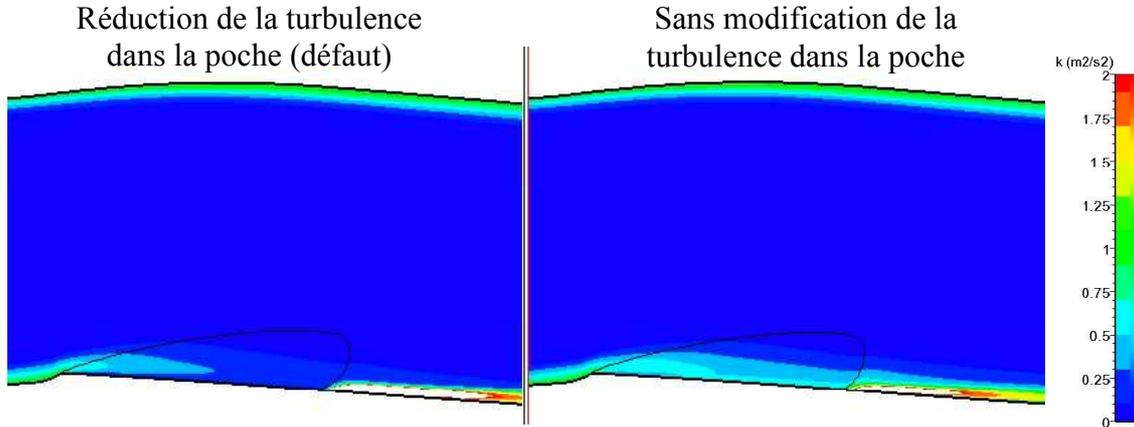


Figure VI. 10 : Champ d'énergie cinétique turbulente ; calculs venturi 4°, avec destruction de la turbulence dans la poche (défaut) et sans (ITUCAV = 0 0)

Nous montrons un exemple de l'influence de ce paramètre dans un calcul 2D du venturi 4° sur la figure 10. Par défaut on observe sur la gauche la diminution de l'énergie cinétique turbulente,  $k$ , dans la zone de mélange (en trait noir est représentée la poche). Sur la figure 10 de droite, la turbulence dans le mélange n'est pas modifiée. Lors de nos calculs dans le venturi 4°, nous n'avons pas noté d'influence notable de ce paramètre sur les résultats présentés aux chapitres IV et V. Nous allons voir par la suite que par contre, la chute de performance de l'inducteur est modifiée selon la valeur du paramètre ITUCAV.

Nous avons aussi testé l'influence du paramètre IVELSY (défaut = 1). Si ce paramètre vaut 1, les équations sont résolues avec la vitesse relative, dans le repère relatif (repère tournant pour une turbomachine). S'il est à zéro, les équations sont résolues avec la vitesse absolue, dans le repère relatif. Cette deuxième méthode est préconisée par Numeca Int et Snecma pour les calculs d'inducteur, dû à la forte courbure de l'écoulement à l'entrée de la machine.

On rappelle le système d'équations pour les deux formulations [Fine/Turbo, 2003], où le vecteur  $\mathbf{c}$  représente la vitesse absolue, le vecteur  $\mathbf{w}$  la vitesse relative et le vecteur  $\mathbf{u}$  la vitesse d'entraînement (chapitre I, figure I. 10).

Formulation en vitesse absolue :

Les équations RANS discrétisées s'écrivent dans le repère relatif tournant :

$$\frac{\partial \mathbf{w}_A}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{F}_{cA} - \mathbf{F}_{visA}) = \mathbf{S}_A$$

$\mathbf{w}_A$  désigne le vecteur des variables conservatives,

$$\mathbf{w}_A = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho \mathbf{c} \\ \rho E_A \end{pmatrix}$$

où l'énergie totale est définie par :

$$E_A = e + \frac{|\mathbf{c}|^2}{2}$$

les flux convectif et visqueux sont :

$$\mathbf{F}_{cA} = \begin{pmatrix} \rho(\mathbf{c}-\mathbf{u}) \\ \rho(\mathbf{c} \otimes (\mathbf{c}-\mathbf{u})) + p\bar{I} \\ \rho E_A(\mathbf{c}-\mathbf{u}) + p\mathbf{c} \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \mathbf{F}_{visA} = \begin{pmatrix} 0 \\ \bar{\tau}_A \\ \bar{\tau}_A \cdot \mathbf{c} - \mathbf{q} \end{pmatrix}$$

et  $\mathbf{S}$  représente le vecteur terme source :

$$\mathbf{S}_A = \begin{pmatrix} 0 \\ -\rho[\boldsymbol{\omega} \wedge \mathbf{c}] \\ 0 \end{pmatrix}$$

avec  $\boldsymbol{\omega}$  la vitesse angulaire du repère relatif par rapport au repère fixe. Le signe  $\otimes$  représente le produit tensoriel, le signe  $\wedge$  le produit vectoriel.

#### Formulation en vitesse relative :

Les équations RANS discrétisées s'écrivent dans le repère relatif tournant :

$$\frac{\partial \mathbf{w}_R}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{F}_{cR} - \mathbf{F}_{visR}) = \mathbf{S}_R$$

$\mathbf{w}_R$  désigne le vecteur des variables conservatives,

$$\mathbf{w}_R = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho \mathbf{w} \\ \rho E_R \end{pmatrix}$$

où l'énergie totale relative est définie par :

$$E_R = e + \frac{|\mathbf{w}|^2}{2}$$

les flux convectif et visqueux sont :

$$\mathbf{F}_{cR} = \begin{pmatrix} \rho \mathbf{w} \\ \rho(\mathbf{w} \otimes \mathbf{w}) + p\bar{I} \\ \rho E_R \mathbf{w} + p\mathbf{w} \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \mathbf{F}_{visR} = \begin{pmatrix} 0 \\ \bar{\tau}_R \\ \bar{\tau}_R \cdot \mathbf{w} - \mathbf{q} \end{pmatrix}$$

et  $\mathbf{S}_R$  représente le vecteur terme source :

$$\mathbf{S}_R = \begin{pmatrix} 0 \\ -\rho[2\boldsymbol{\omega} \wedge \mathbf{w} + (\boldsymbol{\omega} \wedge \mathbf{u})] \\ \rho \mathbf{w} \cdot \nabla (0.5\omega^2 r^2) \end{pmatrix}$$

Enfin comme pour les calculs en R114 dans le venturi 4° présentés au chapitre V, nous avons testé l'influence de la valeur des capacités calorifiques des phases vapeur et liquide. Nous donnons dans le tableau 4 ces différentes valeurs pour l'hydrogène.

T <sub>ref</sub> (K)	19	23
Cp liquide et vapeur (J/kg/K)	8840 11758	11672 13747
Cv liquide et vapeur (J/kg/K)	5404 6527	6064 6766

Tableau VI. 4 : Capacités calorifiques des phases liquide et vapeur de l'hydrogène à saturation

On peut noter que les capacités calorifiques à pression et à volume constants sont très différentes pour les deux phases liquide et vapeur de l'hydrogène.

Une partie des calculs dans l'inducteur ayant été réalisée en parallèle avec les calculs dans le venturi, nous n'avons pu utiliser que partiellement les analyses des calculs 2D pour paramétrer les calculs 3D.

### III/ Performances en régime non cavitant

La performance non cavitante de l'inducteur est tout d'abord analysée. Les calculs sont réalisés à une température de référence de 23K. Sur la figure 11 sont tracés le coefficient de surpression  $\psi$ , le rendement et le couple pour six débits différents.

On rappelle que la surpression est calculée à partir de la pression totale en sortie au niveau du capteur des essais, prenant seulement la vitesse axiale en considération, le rendement étant calculé à partir de cette surpression.

$$\psi = \frac{p_{Taxi} - p_{Tentrée}}{\rho_L (r_{carter} \omega)^2} \quad p_{Taxi} = p_S + \frac{1}{2} \rho_L u_z^2 \quad \eta = \frac{(p_{Taxi} - p_{Tentrée}) Q}{\omega C}$$

La pression totale en entrée correspond à l'intégrale de la pression totale sur la section d'entrée du calcul. L'écoulement en amont de l'inducteur n'étant pas perturbé, cela correspond relativement bien à la pression totale mesurée par le capteur amont lors des essais. En effet l'entrée du domaine de calcul est située à 25 cm de l'inducteur et le capteur à 26,7 cm en amont de l'inducteur. De plus l'écoulement est unidirectionnel ( $u=u_z$ ).

Le rendement hydraulique est calculé à partir du rapport de la puissance reçue par le fluide,  $Q\Delta p$ , et de la puissance fournie par l'arbre en rotation,  $C\omega$ , C étant le couple disponible sur les aubages.

La surpression de la machine est de l'ordre de quelques bars. Cette surpression est très bien prédite par nos calculs, sauf pour les faibles débits où apparaissent notamment des problèmes de convergence. Nous reviendrons sur ce problème dans l'analyse des recirculations présentée au paragraphe III. B/.

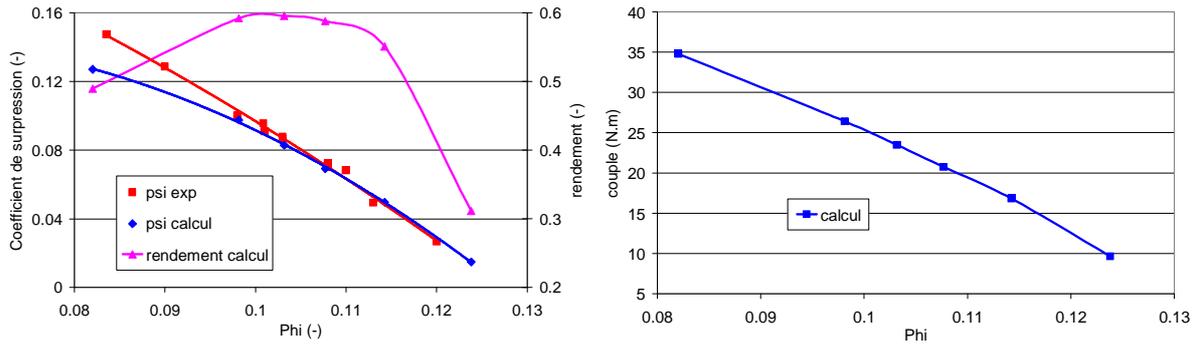


Figure VI. 11 : Evolution de la performance, du rendement et du couple en fonction du débit,  $T_{ref} = 23K$

La courbe de rendement des calculs est caractéristique d'une pompe axiale. A faible débit, le rendement est plus faible, dû aux décollements sur les aubages, l'angle d'incidence du fluide au bord d'attaque étant trop important. Le couple diminue de manière quasi-linéaire avec l'augmentation du débit.

Du fait de la forme du biseau très allongée au bord d'attaque de l'aube de l'inducteur (figure 2), il n'est pas possible de caractériser le débit d'adaptation de la machine à partir de son angle d'attaque. En effet différentes valeurs pour l'angle d'incidence de cet inducteur (figure 12) peuvent correspondre à l'angle d'aubage.

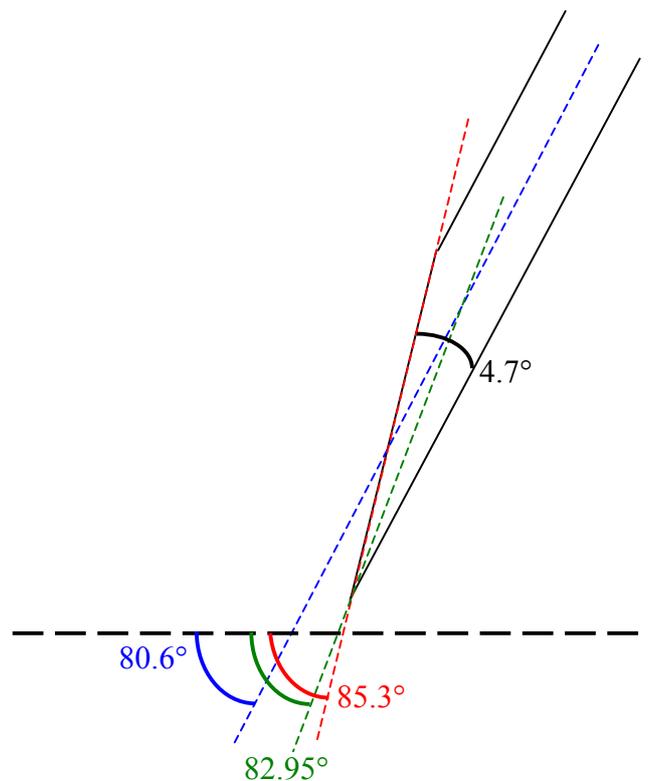


Figure VI. 12 : Angles d'incidence de l'inducteur Nasa

Comme le montre la figure 12, en suivant le squelette de l'aube, l'angle d'incidence est de  $80.6^\circ$  (bleu). Le biseau étant très prononcé, en prenant l'angle fluide exactement au bord

d'attaque, l'angle d'incidence est de 85.3° (rouge). Enfin en choisissant l'angle d'incidence basé sur la médiane de l'angle du biseau on obtient 82.95° (vert).

Angle d'incidence (°)	Coefficient de débit d'adaptation au carter (-)	Vitesse d'entrée d'adaptation (m/s)
80.6	0.165	32.8
80.6+4.7 = 85.3	0.082	16.3
80.6+2.35 = 82.95	0.124	24.6

Tableau VI. 5 : Correspondance entre l'angle d'incidence de l'inducteur et le coefficient de débit d'adaptation

D'après la figure 11, le coefficient de débit d'adaptation qui correspond au meilleur rendement se situe à  $\varphi_{\text{adapt}} = 0.101$ . A ce coefficient de débit d'adaptation coïncident un angle fluide au carter de 84.2°, à mi-envergure de 82.3° et au moyeu de 78.5°. L'angle fluide à mi-envergure de 82.3° correspond assez bien à l'angle d'incidence basé sur la médiane de l'angle du biseau (vert), cette définition de l'incidence étant celle habituellement utilisée par Snecma.

Cela signifie que les deux débits de fonctionnement choisis pour comparer la chute de performance calculée avec les résultats expérimentaux,  $\varphi = 0.098$  et  $\varphi = 0.108$  correspondent respectivement à un régime en sous-débit et en sur-débit, par rapport à ce débit considéré comme étant le débit d'adaptation par la suite.

### III. A/ Mesure de la pression en sortie

Sur la figure 13, nous avons tracé le coefficient de surpression des calculs, obtenu de trois manières différentes, ainsi que la surpression mesurée lors des essais.

En losanges bleus foncés,  $\psi$  est calculé à partir de la différence de l'intégrale de la pression totale entrée-sortie calcul.

Les triangles bleus clairs représentent le  $\psi$  calculé à partir de la différence entrée-sortie calcul de la pression statique intégrée sur les surfaces.

Enfin les ronds verts représentent le coefficient de surpression  $\psi$  calculé à partir de la différence entre l'intégrale de la pression totale en entrée et la pression totale tenant seulement compte de la vitesse axiale, à la position du capteur en aval de l'inducteur schématisée sur la figure 14.

$$p_{\text{Taxi}} = p_s + \frac{1}{2} \rho u_z^2$$

Le moyeu étant infini, les sections d'entrée et de sortie du calcul sont identiques. Il n'y a donc pas de variation de vitesse axiale entre l'entrée et la sortie du calcul. Les différences observées entre les trois calculs de  $\psi$  sont donc dues à des écoulements secondaires importants en sortie comme le montre la figure 15. Ces différences concernent principalement les faibles débits.

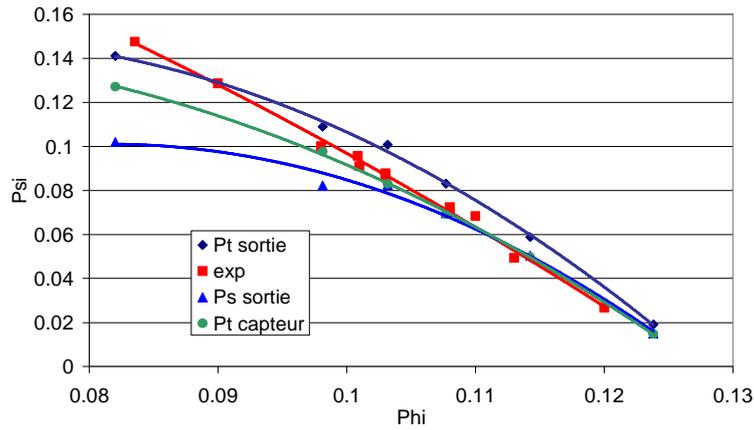


Figure VI. 13 : Comparaison entre les différentes mesures de pression

Les sections d'entrée et de sortie étant identiques et l'écoulement amont étant axisymétrique (condition limite entrée), si l'écoulement en sortie n'était pas perturbé, la différence de pression statique serait égale à la différence de pression totale. L'écart entre la pression statique et la pression totale, schématisées respectivement par les triangles bleus clairs et les losanges bleus foncés signifie donc qu'à faible débit, en sortie calcul, le champ de vitesse n'est pas uniforme et les composantes radiale et tangentielle de la vitesse ne sont pas nulles.

Pour les coefficients de débit compris entre 0.1 et 0.12, la surpression statique est égale à la surpression des essais. La surpression totale est légèrement supérieure due aux composantes radiale et tangentielle de la vitesse :

$$p_T = p_S + \frac{1}{2} \rho (u_r^2 + u_\theta^2 + u_z^2)$$

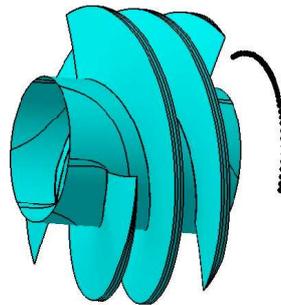


Figure VI. 14 : Position du capteur de pression

Pour les coefficients de débit inférieurs à 0.1, la surpression calculée est plus faible que celle des essais. D'après la figure 15, nous avons pour les deux points de fonctionnement  $\varphi = 0.098$  et  $\varphi = 0.082$  une forte recirculation en aval. Le caractère instable de la zone de mesure de la pression ne nous permet donc pas d'obtenir une bonne précision sur la comparaison calcul-essais pour ces points.

### III. B/ Analyse de la recirculation

Afin de mieux comprendre les différences observées sur la mesure de la pression en aval de l'inducteur, nous étudions sur la figure 15, le champ de vecteur vitesse relative dans une vue méridienne (grandeurs moyennées en  $\theta$ ). La flèche noire indique la position de la mesure de pression des essais.

Lorsque rien n'est précisé, la température de référence est 23K, IVELSY est égal 1, sa valeur par défaut et la vitesse de référence du préconditionnement est la vitesse de référence de l'écoulement soit 200 m/s dans le cas étudié.

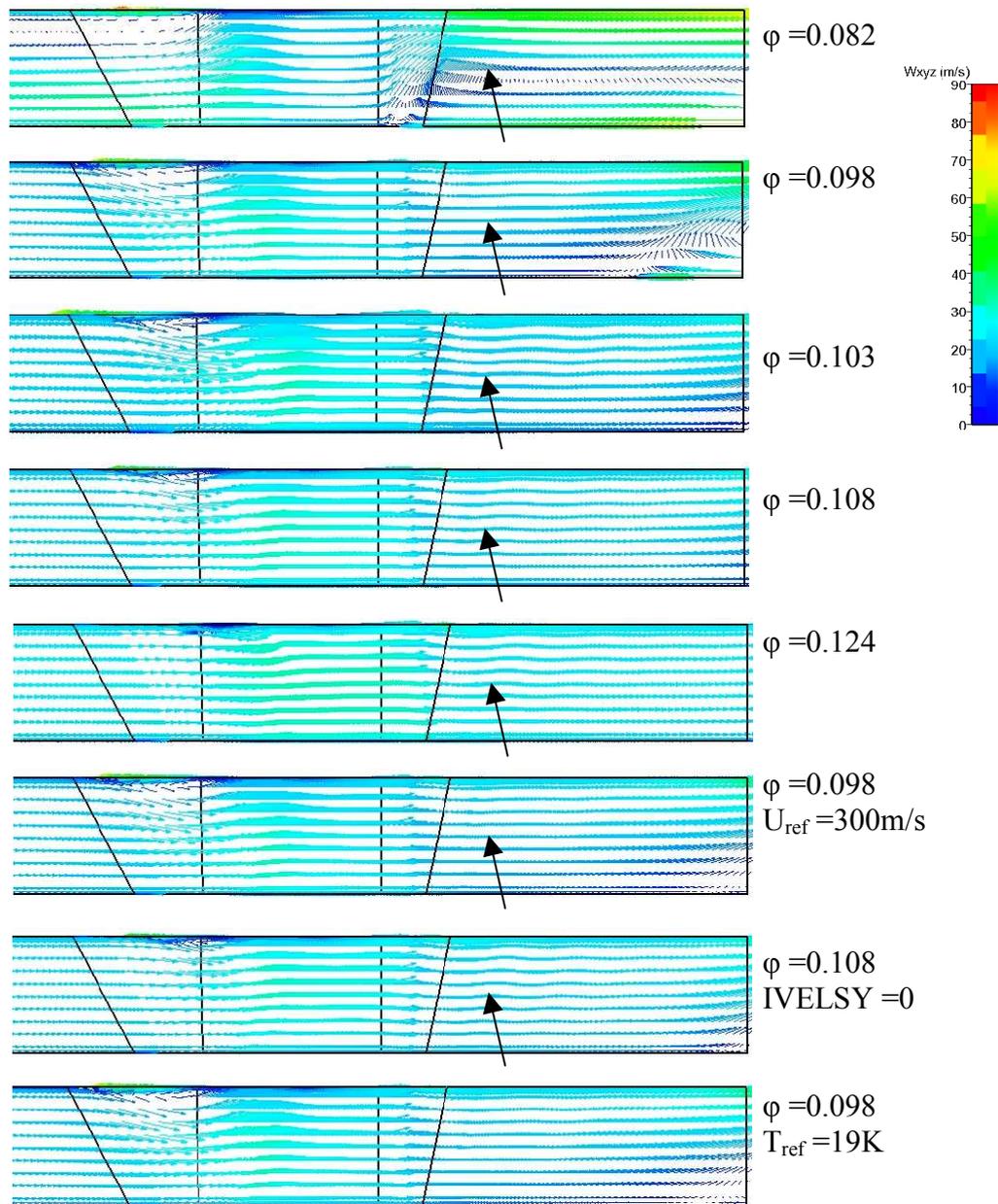


Figure VI. 15 : Vecteur vitesse relative, vue méridienne

Pour tous les débits, on observe, comme dans l'inducteur CREM1 [Gonzalo et al., 2007b], une recirculation en entrée inducteur, au carter. Cette recirculation s'étend plus en amont pour les faibles débits. De plus, on observe aussi une recirculation en sortie de calcul, côté moyen.

A faible débit, cette zone augmente fortement, jusqu'à atteindre le point de mesure de la pression pour  $\phi = 0.082$ .

En augmentant la vitesse de référence du préconditionnement,  $U_{ref}$ , pour le point  $\phi = 0.098$ , nous avons nettement diminué la recirculation aval, ce qui explique pourquoi nous avons une meilleure performance ainsi qu'une meilleure convergence du calcul (la convergence des calculs se trouve en annexe 10).

En diminuant la température de référence, pour  $\phi = 0.098$ , la recirculation aval a aussi diminué. Cela confirme le fait que le point  $\phi = 0.098$ ,  $T_{ref} = 19K$  ait convergé plus rapidement que le point  $\phi = 0.098$ ,  $T_{ref} = 23K$ . Le paramètre IVELSY semble influencer légèrement la recirculation, dans la section de sortie du calcul.

### III. C/ Influence d'IVELSY, de la vitesse de référence et de la température de référence sur les performances globales

Pour les points de fonctionnement  $\phi = 0.098$  et  $\phi = 0.108$ , nous avons réalisé plusieurs calculs, en modifiant la température de référence, la vitesse de référence  $U_{ref}$  du préconditionnement (i.e. le paramètre  $\beta$  du préconditionnement) et le paramètre IVELSY (formulation en vitesse absolue dans le repère relatif si IVELSY = 0, formulation en vitesse relative si IVELSY = 1 (défaut)).

Sur les figures 16 et 17, nous avons tracé le coefficient de surpression  $\psi$  (basé sur la pression totale axiale), le rendement et le couple.

Concernant le changement entre vitesse relative et absolue, la surpression est légèrement augmentée pour IVELSY = 0 (unique losange bleu par rapport aux losanges verts). Le couple n'est quasiment pas modifié mais le rendement plus important (d'environ 1%). Cela pourrait venir du frottement à la paroi et des pertes visqueuses, qui selon la vitesse absolue ou relative, seraient différents notamment à cause de la dissipation artificielle différente selon le cas. Ces différences étant constatées tardivement dans le cadre de cette étude, il serait important dans l'avenir d'analyser de façon plus détaillée les formulations existantes dans Euranus.

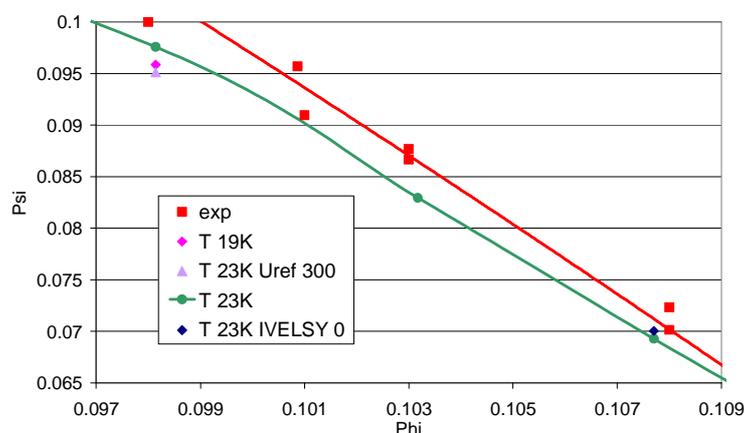


Figure VI. 16 : Influence d'IVELSY, du paramètre  $\beta$  du préconditionnement et de la température de référence sur la surpression

Pour le coefficient de débit 0.098, nous avons réalisé un calcul avec une température de référence de 19K ce qui ne devrait pas en principe modifier la surpression  $\psi$  (la variation du

nombre de Reynolds est négligeable). On observe tout de même sur la figure 16 une légère diminution de la surpression par rapport au calcul à  $T_{ref} = 23K$  (unique losange rose). D'après la figure 15, la recirculation aval est moins intense pour le calcul à  $T_{ref} = 19K$ . Ainsi au niveau du capteur de pression aval, l'écoulement principal est moins dévié par la recirculation, et la vitesse axiale au niveau du capteur est donc plus faible que pour le calcul à  $T_{ref} = 23K$ . La surpression sur la figure 16 est donc légèrement plus basse.

Pour une température de référence de 19K, le LH2 est plus visqueux et plus dense. D'après nos calculs, cette variation des grandeurs dynamiques du fluide entraîne une diminution du rendement de la machine, tout en augmentant le couple. Cela semble cohérent au fait que le rendement hydraulique est en partie lié aux pertes par frottements visqueux dans la machine.

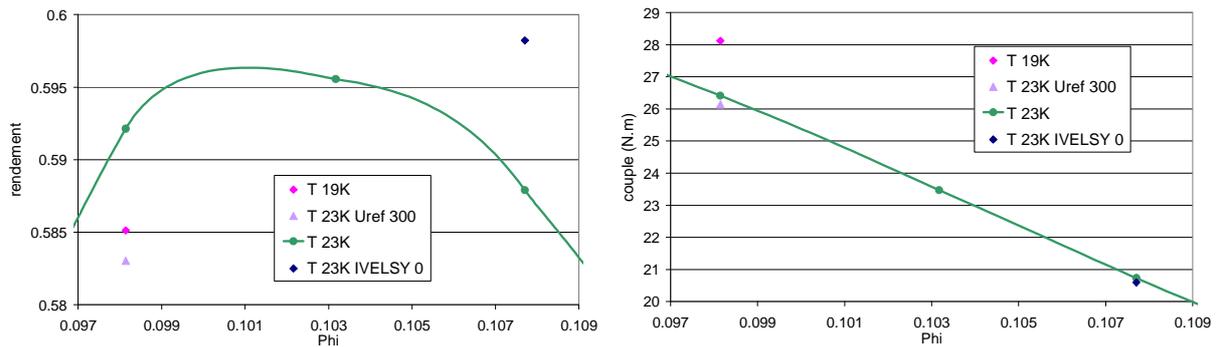


Figure VI. 17 : Influence d'IVELSY, du paramètre  $\beta$  du preconditionnement et de la température de référence sur le rendement et le couple

L'influence de la vitesse de référence du preconditionnement est similaire à la diminution de la température de référence, sur le coefficient de surpression. En effet en augmentant  $U_{ref}$ , nous avons amélioré la convergence, en diminuant la recirculation aval. La pression totale axiale en sortie est alors plus faible, diminuant la surpression. Le couple n'ayant pas été modifié, le rendement est donc moins bon, d'environ 1%.

Pour conclure cette analyse des performances de l'inducteur en régime non cavitant, la surpression prédite par les calculs et celle des essais sont en très bon accord, sauf pour les faibles débits, où le  $\psi$  obtenu par les calculs est plus faible. En supposant que la recirculation aval est plus importante expérimentalement que pour nos calculs RANS, stationnaires, alors le capteur de pression des essais se trouve dans la zone de contournement. La vitesse axiale au niveau du capteur est donc plus élevée ce qui expliquerait pourquoi la surpression expérimentale est plus importante que celle prédite par les calculs, pour les faibles débits. L'écart entre les calculs et les résultats d'essais peut aussi provenir des légères différences du design entre la géométrie calculée et celle illustrée dans l'article [Meng et Moore, 1970].

### III. D/ Echauffement sur la paroi

Les calculs non cavitants réalisés avec le LH2 dans l'inducteur Nasa ont mis en évidence un échauffement sur la paroi non négligeable, phénomène que nous n'avions pas observé dans les géométries précédentes (Venturi 4° et roue SHF).

En comparant le nombre d'Eckert pour les calculs réalisés, sur le tableau 6, on s'aperçoit que les vitesses dans l'inducteur Nasa sont telles que l'échauffement en paroi dû au frottement pariétal n'est pas négligeable.

Géométrie	V4°	V4°	roue SHF entrée	roue SHF sortie	Inducteur Nasa	Inducteur Nasa
Fluide	Eau froide	Forane	Eau froide	Eau froide	LH2	LH2
$T_{ref}$ (K)	293	293	293	293	19	23
$U_{ref}$ (m/s)	10.8	14.4	31.4	51.8	198.7	198.7
$Ec = \frac{U^2}{L}$	$4.7 E^{-5}$	$1.6 E^{-3}$	$4 E^{-4}$	$1.1 E^{-3}$	$8.8 E^{-2}$	$9.2 E^{-2}$

Tableau VI. 6 : Nombres d'Eckert des calculs réalisés (au carter pour les turbomachines)

Le nombre d'Eckert quantifie le rapport entre l'énergie mécanique (énergie cinétique massique) et l'énergie interne qui dans notre cas est représentée par la chaleur latente. On peut noter que pour tous nos calculs, le nombre d'Eckert est inférieur à l'unité voir même négligeable sauf pour l'inducteur Nasa où il est de l'ordre de 0.1.

Sur la figure 18, nous avons tracé la température sur l'aubage, pour le calcul  $\phi = 0.103$ ,  $T_{ref} = 23K$ . On observe un échauffement maximal, au carter de l'ordre de 1K à 1.3K, sur l'extrados. L'échauffement maximal à l'intrados est légèrement plus faible, d'environ 1K à 1.1K.

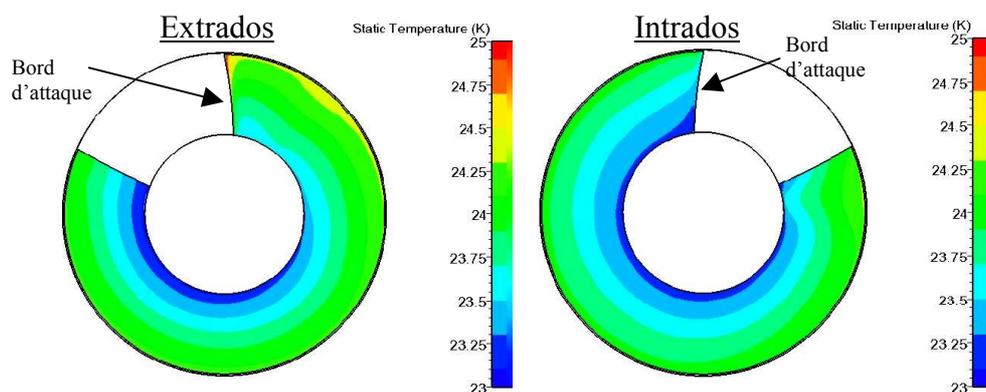


Figure VI. 18 : Température sur l'aubage ;  $\phi = 0.103$ ,  $T_{ref} = 23K$   
 $Ec_{carter} = 0.09$ ,  $Ec_{moyeu} = 0.02$

Afin d'analyser l'influence d'IVELSY, de la vitesse de référence et de la température de référence sur la température en paroi nous avons tracé sur la figure 19 l'échauffement  $T - T_{ref}$  sur l'extrados pour quatre calculs :

- A :  $\phi = 0.108$ ,  $T_{ref} = 23K$ , IVELSY = 0,  $U_{ref} = 200$  m/s
- B :  $\phi = 0.098$ ,  $T_{ref} = 23K$ , IVELSY = 1,  $U_{ref} = 300$  m/s
- C :  $\phi = 0.108$ ,  $T_{ref} = 23K$ , IVELSY = 1,  $U_{ref} = 200$  m/s
- D :  $\phi = 0.098$ ,  $T_{ref} = 19K$ , IVELSY = 1,  $U_{ref} = 200$  m/s

En comparant les points B et C, on remarque que l'échauffement en paroi est très similaire pour ces deux calculs. La vitesse de référence du préconditionnement ne semble donc pas avoir d'influence sur la température en paroi.

En comparant les calculs A et C, on note qu'en utilisant soit la vitesse absolue (IVELSY =0), soit la vitesse relative (IVELSY =1), l'échauffement pariétal n'est pas le même. Sur le calcul A, on observe un échauffement plus faible à mi-envergure, mais plus prononcé au carter proche du bord d'attaque.

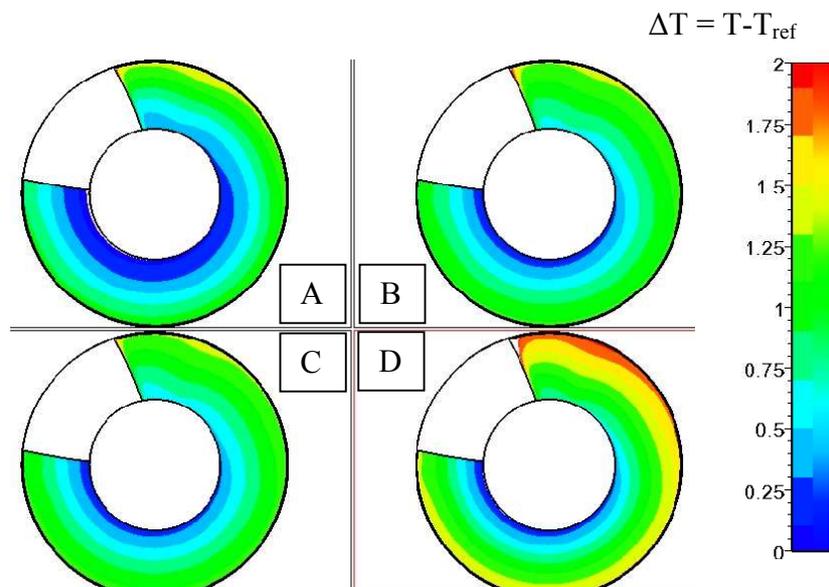


Figure VI. 19 : Echauffement sur l'extrados, calculs non cavitants

A :  $\varphi = 0.108$ ,  $T_{ref} = 23K$ ,  $IVELSY = 0$ ,  $U_{ref} = 200$  m/s

B :  $\varphi = 0.098$ ,  $T_{ref} = 23K$ ,  $IVELSY = 1$ ,  $U_{ref} = 300$  m/s

C :  $\varphi = 0.108$ ,  $T_{ref} = 23K$ ,  $IVELSY = 1$ ,  $U_{ref} = 200$  m/s

D :  $\varphi = 0.098$ ,  $T_{ref} = 19K$ ,  $IVELSY = 1$ ,  $U_{ref} = 200$  m/s

En analysant la figure D, on remarque que l'échauffement est plus important pour le calcul à la température de référence 19K. C'est dû aux caractéristiques thermodynamiques du fluide qui sont différentes entre 23K et 19K. La capacité calorifique du liquide est plus faible à 19K, et donc pour une quantité d'énergie massique reçue sous forme de chaleur, la température sera plus élevée.

Pour conclure cette analyse thermique des calculs non-cavitants, il faut souligner le fait que pour l'inducteur Nasa, le nombre d'Eckert est de l'ordre de 0.09 au carter. On observe donc un échauffement pariétal qui va interférer, nous allons le voir, avec le refroidissement dû à la vaporisation.

Avant d'étudier le régime cavitant de l'inducteur Nasa, en hydrogène, les calculs non-cavitants nous ont permis de mettre en évidence plusieurs points que nous rappelons brièvement.

Tout d'abord le choix de la géométrie calculée parmi les différentes variantes testées par la Nasa a été sujet à discussion. Nous aurions pu par exemple étudier la même configuration d'inducteur que [Hosangadi et al., 2006] ce qui nous aurait permis de comparer nos calculs avec les leurs. Toutefois notre choix s'est porté sur la variante avec un bord d'attaque sans rayon de courbure, car la valeur de ce rayon n'est a priori pas recensée dans les références des essais (la liste de ces références se trouve en annexe 5). A notre connaissance, la géométrie considérée par [Hosangadi et al., 2006] a un bord d'attaque courbé, qui n'est pas représenté dans les calculs.

Hormis ces références assez anciennes de la Nasa, nous n'avons pas connaissance de résultats expérimentaux caractérisant la chute de performance d'un inducteur en hydrogène (on peut citer tout de même les travaux expérimentaux de [Yoshida et al., 2005] qui ont caractérisé la chute de performance expérimentale d'un inducteur en azote).

Nous avons soulevé un certain nombre de problèmes à propos de la définition de la surpression de la turbomachine.

Le capteur de pression aval de type Pitot est situé directement en sortie de l'inducteur. Nous avons fait l'hypothèse que seule la composante axiale de la vitesse était prise en compte dans la définition de la pression totale. La proximité du capteur avec la sortie de l'inducteur ne permet pas, d'après la différence obtenue par nos calculs entre la pression totale et la pression totale axiale de supposer l'écoulement à la sortie de la machine uniquement axiale (il n'y a pas de redresseur à l'aval de l'inducteur).

De plus les calculs non cavitants ont mis en évidence une recirculation en sortie du calcul assez importante pour les faibles débits. Il est possible que cette recirculation soit purement numérique. Elle pourrait être causée en effet par la taille trop réduite du domaine de calcul en aval de l'inducteur. Imposer l'équilibre radial<sup>(\*)</sup> pour la condition aux limites en sortie pourrait améliorer les calculs.

Toutefois on note d'après l'analyse de l'écoulement méridien que cette recirculation peut influencer la zone de mesure de la pression aval, en modifiant la vitesse locale.

Pour des calculs en géométrie 3D de turbomachine, nous avons présenté un certain nombre de paramètres numériques qui peuvent influencer la solution obtenue. L'étude de l'influence d'Amin, d'Ivelsy, d'Itucav est poursuivie dans l'analyse des calculs en régime cavitant.

Les grandeurs thermodynamiques de l'hydrogène à saturation sont de plus fortement dépendantes de la température de référence. Ainsi l'effet thermodynamique dû au changement de phase sera beaucoup plus conséquent pour des températures élevées.

La caractérisation des performances de l'inducteur en régime non-cavitant nous a permis de définir son coefficient de débit d'adaptation, basé sur le rendement maximal. Les deux débits choisis pour étudier la turbomachine en régime cavitant nous permettront par la suite de caractériser l'inducteur en sous-débit et en sur-débit.

---

(\*) La condition d'équilibre radial consiste à imposer la vitesse radiale égale à zéro dans la section de sortie. Cette condition est réalisée en imposant la pression statique pour un rayon donné, la relation suivante permettant ensuite de calculer la pression statique en fonction du rayon,  $p_s(r)$  :

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{u_\theta^2}{r}$$

Enfin l'analyse thermique des calculs non cavitants a mis en évidence un échauffement pariétal non négligeable sur les aubages de la machine, que l'on peut relier à la valeur du nombre d'Eckert de l'écoulement.

Nous allons voir par la suite que le biseau très allongé du bord d'attaque de l'aubage va créer un point d'attache des poches de cavitation au niveau du point d'inflexion, à une distance de plusieurs millimètres du bord d'attaque. L'échauffement pariétal va donc interférer avec le refroidissement dû à la vaporisation du liquide, ce qui, nous allons le voir, va modifier le comportement cavitant de l'inducteur.

La condition aux limites thermique en paroi est adiabatique. En effet les aubes d'inducteur sont suffisamment fines pour supposer que leur inertie thermique est négligeable. Il peut s'avérer utile par la suite de tester l'influence de cette condition aux limites en imposant une température en paroi. Cependant, l'effet thermodynamique influence le comportement cavitant des turbomachines en modifiant les structures diphasiques comme on a pu le voir dans la roue SHF au chapitre V, mais il modifie aussi le couple sur les aubes, par la variation de la température et donc de la pression en paroi. Il nous a donc semblé judicieux, dans une première étape, d'utiliser une condition d'adiabaticité en paroi.

Nous présentons dans le paragraphe suivant les différents calculs cavitants que nous avons réalisés dans cet inducteur, pour un fluide cryogénique.

#### IV/ Performances en régime cavitant

Nous présentons dans ce paragraphe les calculs cavitants qui nous ont permis de caractériser la chute de performance de l'inducteur Nasa pour différents paramètres physiques et numériques.

Nous établissons premièrement la liste complète des calculs réalisés en hydrogène avec la valeur des paramètres significatifs. Nous étudions ensuite la chute de performance pour deux points de fonctionnement, en les comparant aux résultats expérimentaux disponibles. L'analyse de l'écoulement interne, des formes des poches, et du champ de température est présentée pour ces deux points de fonctionnement. L'influence du coefficient de débit et de la température de référence est étudiée dans le paragraphe suivant. Le chapitre VI se termine par la présentation des différents paramètres numériques testés, pouvant influencer les calculs cavitants.

#### IV. A/ Présentation des calculs cavitants réalisés

Calculs	Coefficient de débit $\phi$	Température de référence (K)	Vitesse de rotation (rpm)	Déséquilibre de la loi $\rho(p)$ : AMIN	Expression de la vitesse : IVELSY	Turbulence dans la poche : ITUCAV	Capacités calorifiques liquide et vapeur : CPLREF et CPVREF	$dp_v/dT = f(T)$ : IDPSAD
1	0.108	23	30 000	30	1	1 10	$C_{pL} = 11\ 672$ $C_{pV} = 13\ 747$	0 et 1
2	0.108	23	30 000	10	0	1 10	$C_{pL} = 11\ 672$ $C_{pV} = 13\ 747$	0
3	0.108	23	30 000	10	0	0 0	$C_{pL} = 11\ 672$ $C_{pV} = 13\ 747$	0
4	0.108	23	30 000	10	0	0 0	Sans effet thermo	0
5	0.108	23	30 000	10	0	0 0	$C_{vL} = 6\ 065$ $C_{vV} = 6\ 767$	0
6	0.098	19	30 000	30	1	1 10	$C_{pL} = 8\ 840$ $C_{pV} = 11\ 758$	0
7	0.098	19	30 000	10	1	1 10	$C_{pL} = 8\ 840$ $C_{pV} = 11\ 758$	0
8	0.098	19	30 000	10	1	0 0	$C_{pL} = 8\ 840$ $C_{pV} = 11\ 758$	0
9	0.098	19	30 000	10	0	1 10	$C_{pL} = 8\ 840$ $C_{pV} = 11\ 758$	0
10	0.098	23	30 000	10	0	0 0	$C_{pL} = 11\ 672$ $C_{pV} = 13\ 747$	0
11	0.098	23	30 000	10	1	0 0	$C_{pL} = 11\ 672$ $C_{pV} = 13\ 747$	0
12	0.102	22.2	25 000	5	0	0 0	$C_{vL} = 5\ 963$ $C_{vV} = 6\ 711$	0

Tableau VI. 7 : Liste des chutes de performance calculées

Nous étudions dans ce paragraphe sur l'analyse de l'écoulement cavitant dans l'inducteur, 12 chutes de performance. Le tableau 7 permet de différencier ces 12 séries de calculs, en donnant la valeur des paramètres caractéristiques.

En ce qui concerne les paramètres physiques nous avons étudié les écoulements cavitants pour deux coefficients de débit et deux températures de référence différents. Dans ce paragraphe nous traitons seulement les calculs pour une vitesse de rotation de 30 000 tours/min. La chute de performance à 25 000 tours/min ayant été obtenue très récemment, elle est présentée en annexe 11.

Nous avons de plus testé l'influence de plusieurs paramètres numériques présentés au paragraphe II. C/ de ce chapitre. Un calcul avec la variation de la pression de saturation selon la température,  $dp_v/dT$ , en fonction de la température locale ( $dp_v/dT=f(T)$ ) est présenté en annexe 6.

On rappelle que pour tous les calculs présentés par la suite, la surpression est obtenue à partir de la pression totale en sortie au niveau du capteur des essais, prenant seulement la vitesse axiale en considération, le rendement étant calculé à partir de cette surpression.

$$\psi = \frac{p_{Taxi} - p_{Tentrée}}{\rho_L (r_{carter} \omega)^2} \quad p_{Taxi} = p_s + \frac{1}{2} \rho_L u_z^2 \quad \eta = \frac{(p_{Taxi} - p_{Tentrée}) \cdot Q}{\omega C}$$

#### IV. B/ Comparaisons calculs/essais de la chute de performance ; analyse globale

La chute de performance de l'inducteur a été calculée pour deux points de fonctionnement,  $\phi=0.108$ ,  $T_{réf}=23K$  (calcul 3) et  $\phi=0.098$ ,  $T_{réf}=19K$  (calcul 9). La diminution du coefficient de surpression en fonction du NPSH est tracée sur la figure 20, pour les essais et les calculs. Globalement, les deux chutes de performance sont assez bien reproduites.

Pour le point de fonctionnement  $\phi=0.098$ ,  $T_{réf}=19K$ , nous avons une très bonne concordance entre les essais et les calculs, sur le NPSH de chute (1.5% d'écart entre les calculs et les essais sur la valeur de chute du NPSH). Au niveau des essais, le coefficient de surpression varie beaucoup dans la zone où le NPSH est compris entre 40m et 80m. Ce comportement est caractéristique des instabilités de cavitation qui se développent avant la diminution brutale de la performance. Les calculs réalisés sont stationnaires, ce phénomène n'est donc pas représenté, mais on peut noter que la convergence dans cette zone a été plus difficilement obtenue ce qui peut correspondre à certains régimes instables.

Pour le point  $\phi=0.108$ ,  $T_{réf}=23K$ , la chute est plus brusque, avec une zone d'instabilités moins caractéristique. Le NPSH de chute est moins bien prédit, la performance numérique chutant quelques mètres avant (22% d'écart entre le NPSH de chute calculé et celui des essais).

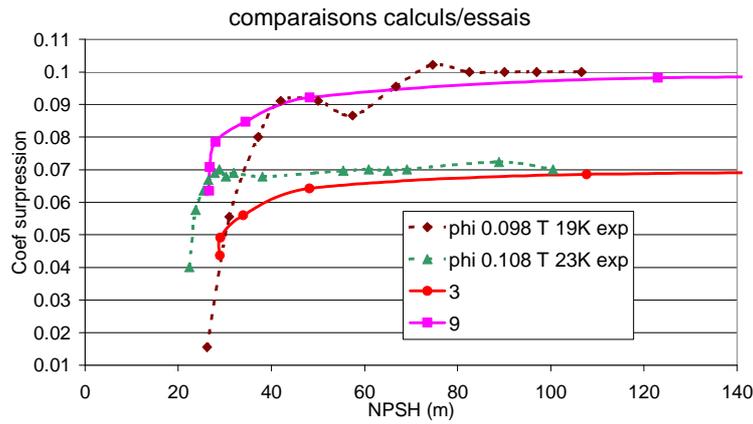


Figure VI. 20 : Comparaisons calculs/essais ; coefficient de surpression

A 23K, les effets thermodynamiques sont plus importants que pour une température de référence de 19K. Ce fort effet thermodynamique est d'après la figure 20 moins bien représenté. Nous allons voir par la suite que cela peut provenir du choix de la valeur de la capacité calorifique. En prenant la capacité calorifique à pression constante pour représenter les phases incompressibles, le refroidissement dans le liquide est sous-estimé. Nous verrons au paragraphe IV. E. 1/ qu'en prenant la capacité calorifique à volume constant, qui est plus faible, la chute de performance est retardée, l'effet thermodynamique étant plus important.

Sur la figure 21, nous avons tracé le couple et le rendement, en fonction du NPSH, pour les deux points de fonctionnement calculés.

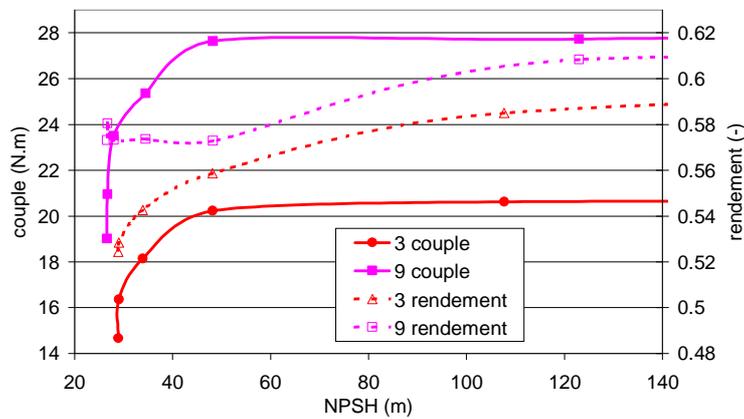


Figure VI. 21 : Couple et rendement calculés

On remarque que la chute de performance de la machine est principalement due à une chute du couple, le rendement diminuant plus légèrement comme le montrent la figure 21 et le tableau 8. Pour le calcul 9 au débit  $\phi = 0.098$ , le rendement diminue au début de la chute, mais tend ensuite vers un plateau jusqu'à la fin de la chute. On verra dans le paragraphe IV. E. 3/ que le paramètre IVELSY est la cause de ce plateau, pour ce débit donné.

Calcul	9	3
Point de fonctionnement	$\varphi = 0.098$ $T_{ref} = 19K$	$\varphi = 0.108$ $T_{ref} = 23K$
Chute du couple	32 %	29 %
Chute du rendement	4 %	12 %

Tableau VI. 8 : Diminution du couple et du rendement calculés ; derniers points de chute

En étudiant la forme des poches, ainsi que la charge sur l'aubage, nous allons maintenant essayer de relier le phénomène de chute de performance à l'écoulement dans l'inducteur.

#### IV. C/ Analyse des poches de cavitation et des écoulements internes

Afin d'analyser la forme des poches ainsi que l'influence de l'effet thermodynamique, nous étudions le champ de masse volumique selon un plan de coupe en vue aube à aube, à mi-envergure. Ce plan est défini selon un rayon constant et présenté sur la figure 22.

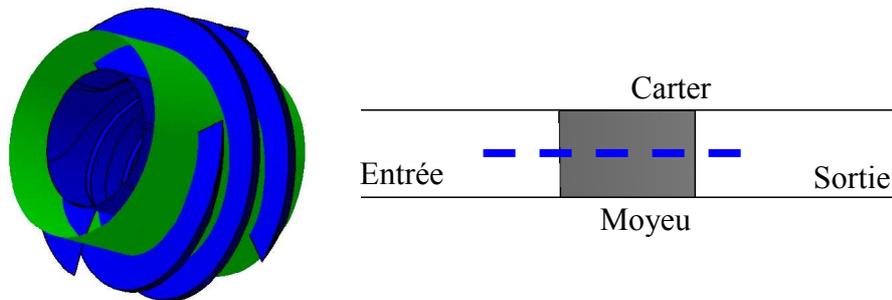


Figure VI. 22 : Plan de coupe des vues aube à aube (mi-envergure)

On pourra se référer aux tableaux 9 et 10 pour la dénomination des différents points de la chute, respectivement pour la série de calcul 9 et 3.

Pv relative (bars)	NPSH (m)	% de chute
1.5	122.9	0
2.2	48.2	6.2
2.5	34.5	13.8
2.7	28	20.1
2.9	26.7	27.9
3.08	26.6	35.4

Tableau VI. 9 : Points de la chute calcul 9 ( $\varphi = 0.098$ ,  $T_{ref} = 19K$ )

Sur les figures 23 et 25, nous avons tracé le taux de vide en vue aube à aube des cinq premiers points de la chute, pour les deux régimes étudiés, ainsi que les charges sur l'aubage à mi-envergure sur les figures 24 et 26. Le trait en pointillés sur les figures 24 et 26 situe la cassure créée par la fin du biseau, au bord d'attaque, sur l'extrados. Nous nous intéressons au point de fonctionnement  $\varphi = 0.098$ ,  $T_{ref} = 19K$  (calcul 9).

On peut noter premièrement que les poches de cavitation sont de forme plutôt fine et allongée. Le développement de la cavitation se fait principalement à l'extrados, mais d'après la charge, sur la figure 24, on note une cavitation d'intrados au bord d'attaque, à partir du deuxième point cavitant ( $p_v = 2.2b$ ). Coté extrados, les poches sont attachées au point anguleux situé à la fin du biseau du bord d'attaque. Le taux de vide est globalement dans la poche inférieur à 55%.

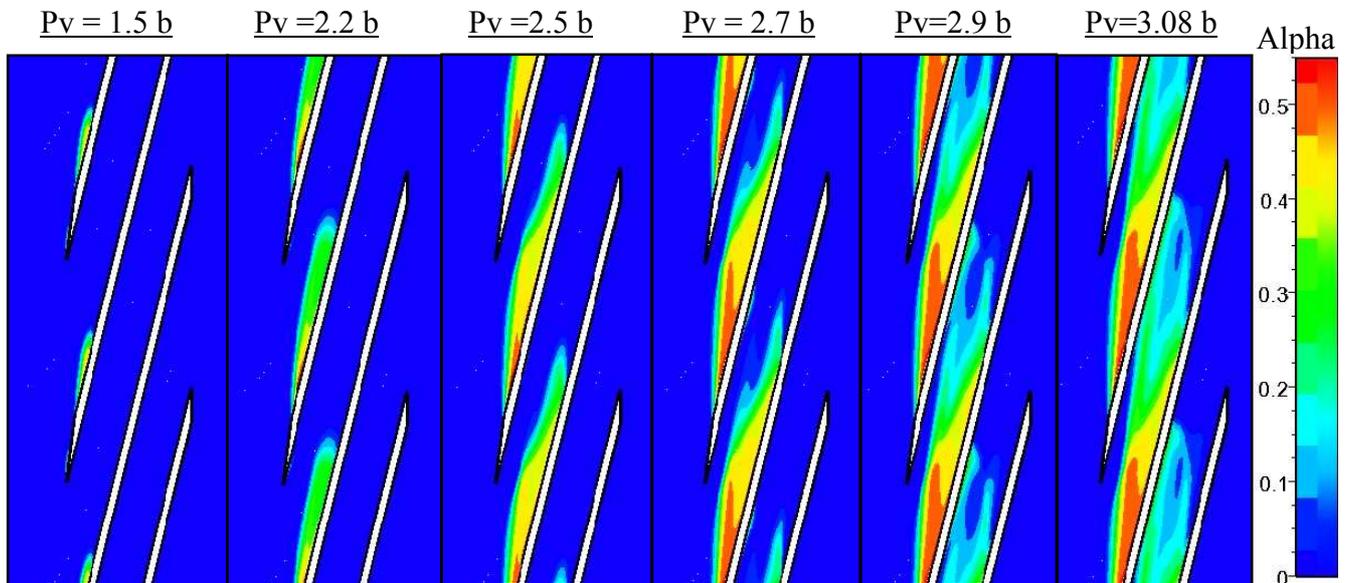


Figure VI. 23 : Vue aube à aube mi-envergure, taux de vide, calcul 9

La chute de la surpression à ce régime de fonctionnement apparaît principalement à partir du troisième point de cavitation. Cette diminution est due en grande partie à la chute du couple. Sur la figure 24, on remarque en effet que la charge sur l'aubage à mi-envergure diminue, dès le troisième point cavitant, particulièrement à cause de la partie intrados qui cavite rapidement.

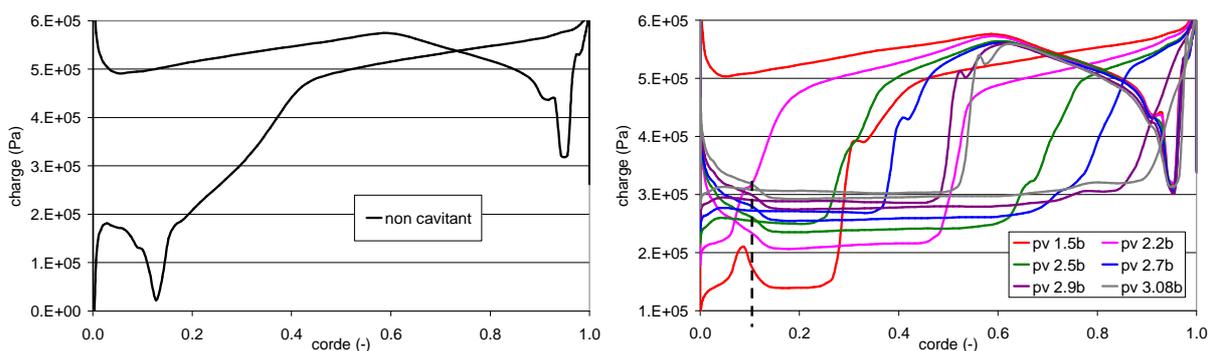


Figure VI. 24 : Charges à mi-envergure, calcul 9 ;  
gauche : non cavitant, droite : cavitant

La chute de performance pour ce point de fonctionnement semble être principalement due au développement de fines poches de cavitation sur les deux cotés de l'aubage faisant chuter le couple de l'inducteur.

Nous allons maintenant analyser le point de fonctionnement  $\varphi = 0.108$ ,  $T_{ref} = 23K$  (calcul 3). Le tableau 10 rappelle les différents points de la chute.

Pv relative (bars)	NPSH (m)	% de chute
2.5	107.7	2.1
3	48.2	8.3
3.3	33.9	20.1
3.5	29	29.8
3.65	28.9	37.6

Tableau VI. 10 : Points de la chute calcul 3 ( $\varphi = 0.108$ ,  $T_{ref} = 23K$ )

D'une part, l'augmentation de débit a pour effet de faire chuter la performance de la machine pour des NPSH plus grands, mais d'autre part, l'effet thermodynamique est plus important à la température de référence de 23K qu'à 19K, ce qui retarde la chute, comme le montrent les résultats expérimentaux sur la figure 9.

Premièrement les poches de vapeur sont plus épaisses, avec un taux de vide globalement plus faible que pour le calcul 9, de l'ordre de 30%, ce qui est caractéristique d'un effet thermodynamique plus important.

De plus la cavitation d'intrados est plus marquée, avec des poches plus visibles. En effet nous rappelons que le débit d'adaptation d'après les calculs non cavitants correspond à un coefficient de débit  $\varphi_{adapt} = 0.101$ . Le point de fonctionnement  $\varphi = 0.098$  est donc en sous-débit, avec une incidence positive, et une cavitation principalement d'extrados. Le point de fonctionnement  $\varphi = 0.108$  est en sur-débit, avec une incidence négative, où une cavitation d'intrados plus importante que pour le calcul 9 apparaît.

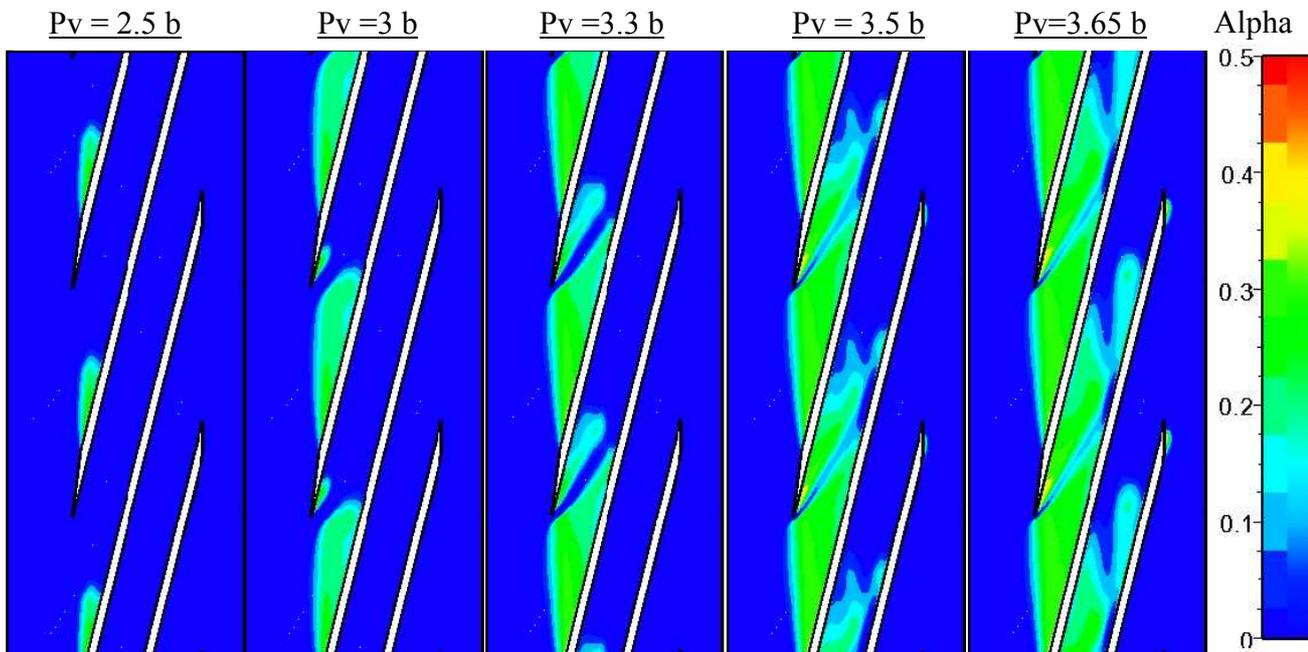


Figure VI. 25 : Vue aube à aube mi-envergure, taux de vide, calcul 3

La chute de performance pour ce point de fonctionnement apparaît principalement lorsque la poche sur l'extrados atteint l'entrée du canal. En effet pour les deux premiers points cavitants, le couple n'a quasiment pas chuté, la cavitation d'intrados étant très limitée en longueur. Ensuite l'inducteur chute rapidement, avec une diminution du couple due au développement des poches intrados et extrados, diminuant la charge sur l'aubage, accompagnée d'une baisse du rendement.

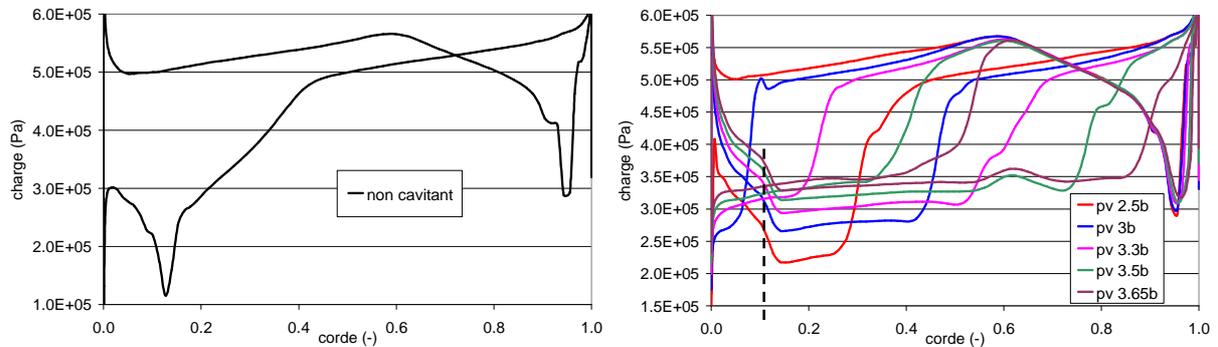


Figure VI. 26 : Charges à mi-envergure, calcul 3  
gauche : non cavitant, droite : cavitant

Pour les deux chutes présentées, aux derniers points cavitants (calcul 9 :  $p_v = 3.08b$  ; calcul 3 :  $p_v = 3.65b$ ), la vapeur a envahi presque dans sa totalité le canal inter-aube. Sur les courbes de charges, figures 24 et 26, seule la deuxième moitié aval de l'aube fournit encore du travail. Les extrémités amont et aval de l'aube fonctionnent même en régime inverse, à cause des biseaux très allongés (on observe sur les figures 25 et 26 une poche de cavitation attachée à l'angle du biseau du bord de fuite à l'intrados).

Nous analysons maintenant le champ thermique pour les calculs à la température de référence 23K. Sur les figures 27 et 28, nous avons tracé la température sur l'extrados et l'intrados pour les cinq points cavitants, globalement comprise entre 22K et 24.5K.

Afin de disposer d'une échelle suffisante pour visualiser les grandes tendances du champ de température sur les aubes, les figures 27 et 28 ne montrent pas les températures les plus extrêmes obtenues très localement. Sur les figures 27 A et 28 A, le trait en pointillés localise la cassure provoquée par le biseau respectivement du bord d'attaque sur l'extrados, et du bord de fuite sur l'intrados.

Concernant la partie extrados de l'aubage, seul le premier calcul cavitant A, présente une poche de cavitation attachée au bord d'attaque, assez petite, dans laquelle on observe un refroidissement de l'ordre de 3K, ainsi qu'une poche plus importante à partir de la fin du biseau. Dans les autres cas, seule une poche est attachée à la ligne anguleuse de la fin du biseau du bord d'attaque.

Comme pour les calculs non cavitants, on observe un échauffement en paroi important dans la zone liquide, de l'ordre de 1K à 1.5K.

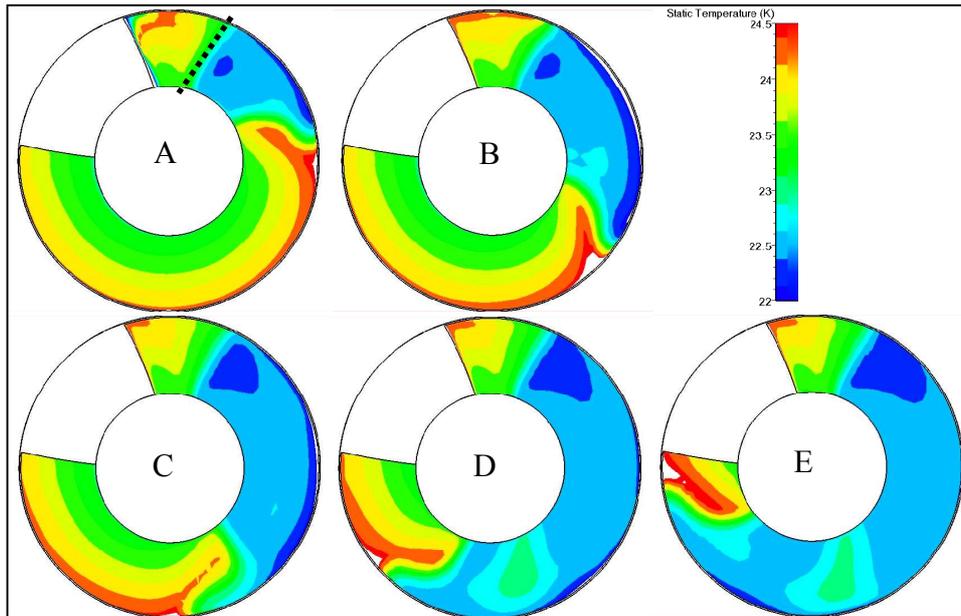


Figure VI. 27 : Champ de température extradors, calcul 3 :  $\varphi = 0.108$ ,  $T_{ref} = 23K$   
 A :  $P_v (ref) 2.5b$       B :  $P_v (ref) 3b$   
 C :  $P_v (ref) 3.3b$       D :  $P_v (ref) 3.5b$   
 E :  $P_v (ref) 3.65b$

Dans la plupart des poches, on observe deux phénomènes qui s'opposent, l'échauffement dû au frottement pariétal et le refroidissement dû à la vaporisation. Ainsi l'écart dans les poches, de la température locale à la température de référence n'est que de 0.5K à 1K. Cela correspond à une variation de pression de saturation de 25 000 à 50 000 pascals, ce que l'on retrouve figure 26 sur la charge de l'aubage où la pression dans la poche est inférieure à la pression de saturation de référence de quelques dizaines de milliers de pascals. On rappelle que :

$$\frac{dp_v}{dT}(23K) = 50023 \text{ Pa/K}$$

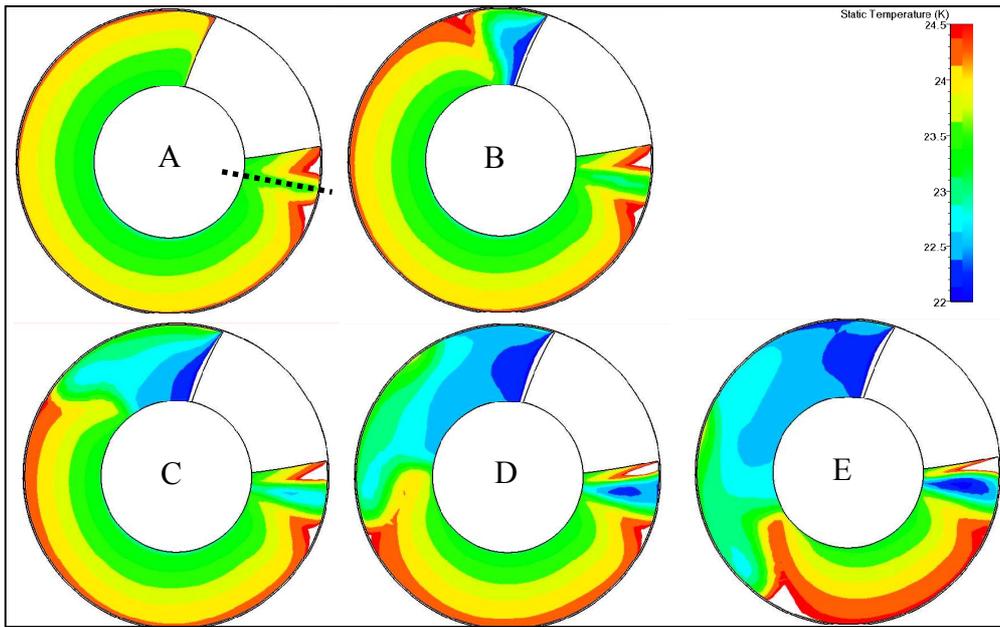


Figure VI. 28 : Champ de température intrados, calcul 3 :  $\phi = 0.108$ ,  $T_{ref} = 23K$   
 A :  $P_v (ref) 2.5b$       B :  $P_v (ref) 3b$   
 C :  $P_v (ref) 3.3b$       D :  $P_v (ref) 3.5b$   
 E :  $P_v (ref) 3.65b$

On peut noter aussi sur la figure 28 (C, D, E), un refroidissement sur l'intrados proche du bord de fuite, dû à une poche de cavitation attachée à la ligne anguleuse du biseau du bord de fuite, observée sur la figure 25 ainsi que sur la charge figure 26.

Nous analysons ensuite l'influence des poches de cavitation sur l'écoulement dans les canaux inter-aubes. Pour cela, nous étudions deux plans de coupe, en entrée et environ au milieu du canal (figure 29). Ces plans sont définis selon un angle  $\theta$  constant.

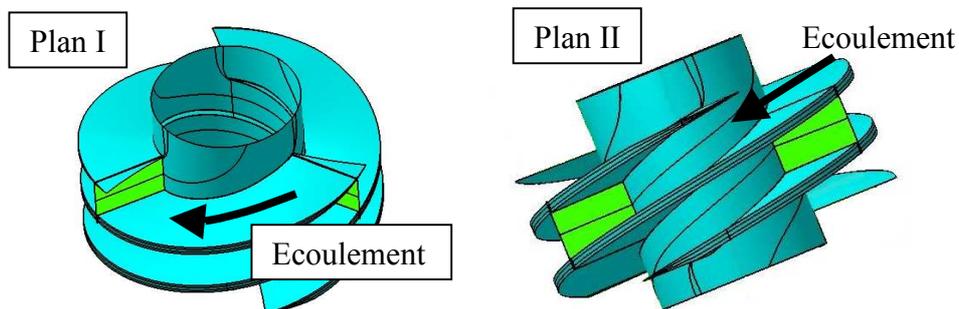


Figure VI. 29 : Localisation des plans de coupe ; entrée canal (I) et mi-canal (II)

On utilise dans l'étude qui suit la convention décrite figure 30, pour représenter les plans I et II.

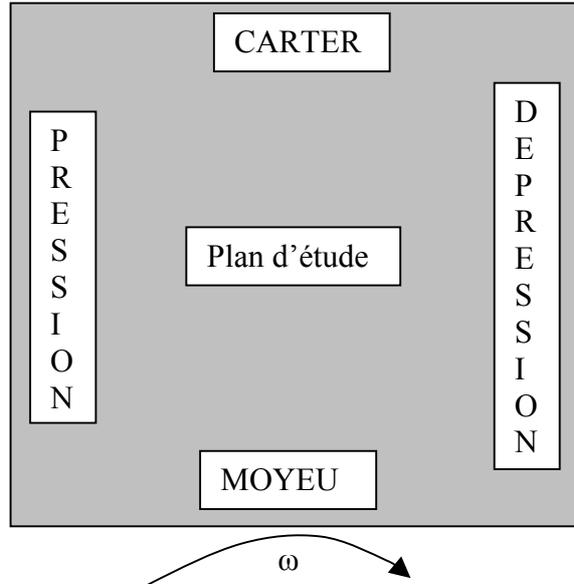


Figure VI. 30 : Structure des plans de coupe (pression=intrados, dépression=extrados)

Sur les figures 31 et 32, nous avons représenté le taux de vide respectivement sur les plan I et II, afin d'analyser l'influence de la poche de vapeur lorsque celle-ci a atteint l'entrée du canal.

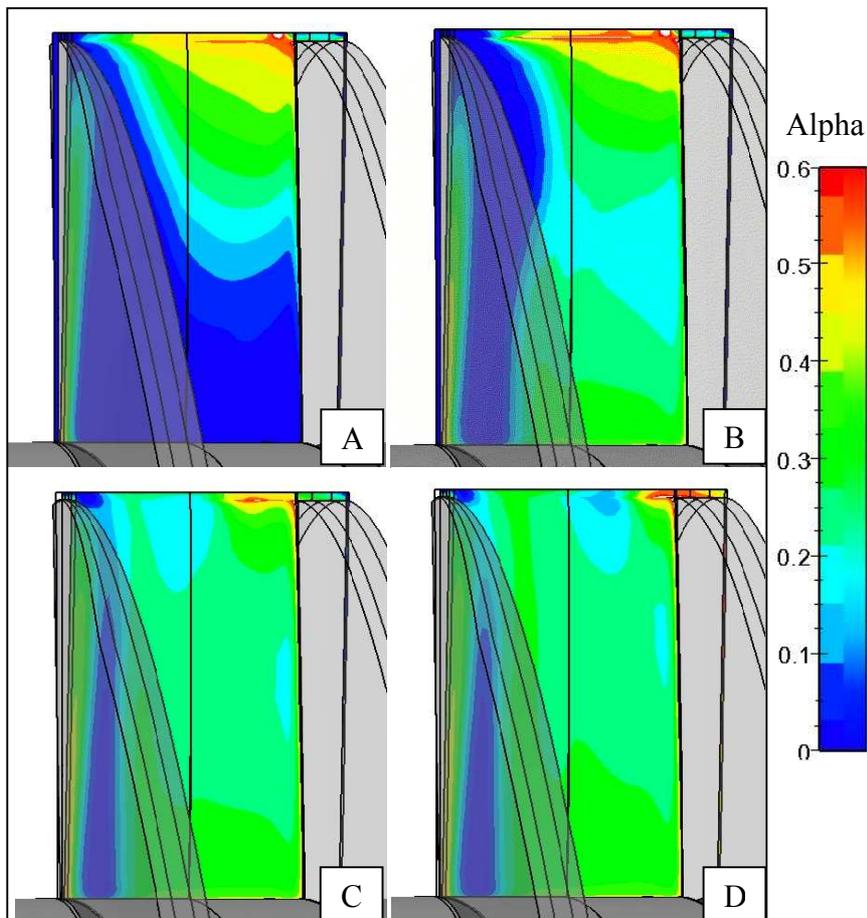


Figure VI. 31 : Taux de vide plan I, calcul 3 :  $\varphi = 0.108$ ,  $T_{ref} = 23K$   
 A :  $P_v$  (ref) 3b, B :  $P_v$  (ref) 3.3b, C :  $P_v$  (ref) 3.5b, D :  $P_v$  (ref) 3.65b

Sur la figure 31 on peut visualiser deux structures de vapeur se développant, une poche assez fine tout le long de l'intrados, et une autre plus épaisse à l'extrados proche carter. Cette dernière s'étend de plus en plus pour finalement laisser qu'un fin espace de liquide pure, visible sur la figure 31 D.

Dans la zone très proche du carter, on remarque certaines discontinuités du champ tracé. Au niveau du maillage, la connexion entre le bloc de l'écoulement principal et le bloc du jeu est non-coïncident ce qui n'est usuellement pas recommandé surtout en cavitation si une poche traverse cette connexion entre deux blocs. La relation entre les deux blocs nécessite donc une interpolation des grandeurs du calcul ce qui peut conduire à des erreurs comme on peut le voir sur la figure 31. Les connexions entre le bloc O, autour de l'aube et les blocs H dans le canal sont par contre coïncidentes.

Seules les poches des deux derniers points cavitants atteignent le deuxième plan, que nous avons représenté sur la figure 32. Sur le plan II, l'écoulement est plus mélangé, on identifie tout de même une zone de taux de vide nul plutôt coté intrados proche carter.

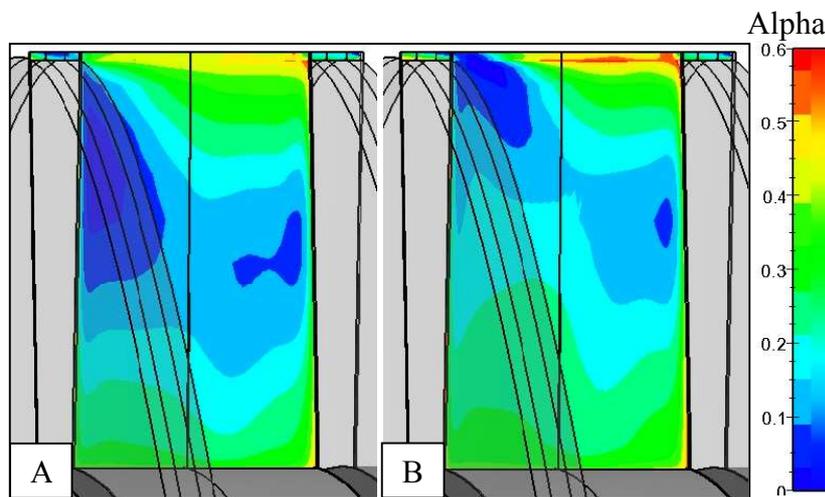


Figure VI. 32 : Taux de vide plan II, calcul 3 :  $\varphi = 0.108$ ,  $T_{ref} = 23K$   
A :  $P_v$  (ref) 3.5b, B :  $P_v$  (ref) 3.65b

D'après toutes les figures représentant le champ de taux de vide dans le canal (figures 23, 25, 31, 32), on s'aperçoit que la notion de poche de vapeur en hydrogène est moins évidente qu'en eau froide au sens de structures bien identifiées et limitées spatialement. Les calculs en hydrogène de [Hosangadi et al., 2006] montrent un comportement similaire avec des structures de vapeur assez éparpillées et moins cohérentes qu'en eau froide.

Nous analysons maintenant l'influence de la cavitation sur la vitesse débitante.

Sur les figures 33 A et 34 A, la vitesse axiale pour le calcul non cavitant est assez homogène, avec une zone de vitesse axiale un peu plus faible proche du carter et au niveau de l'intrados proche du moyeu. Avec le développement de la cavitation, on note une accélération du fluide au centre du canal, ainsi qu'une zone de recirculation avec des vitesses négatives au carter principalement pour les points C et D. Ces deux points ( $p_v = 3b$  et  $p_v = 3.3b$ ) ont des poches dont la zone de fermeture se situe aux environs du col. Il faut rappeler aussi que ces deux points sont situés, sur la chute de performance de la figure 20, un peu avant la diminution

brutale de la surpression, là où se développent les régimes d'instabilités de la machine. En vue de calculs instationnaires, il peut sembler important de relier ces instabilités et la zone de recirculation au carter influencée notamment par la présence du jeu.

Pour les deux points suivants E et F, la cavitation a complètement envahi le canal, et l'on n'observe plus cette recirculation au carter. On identifie très bien la structure de film mince au centre du canal où le liquide pur est accéléré.

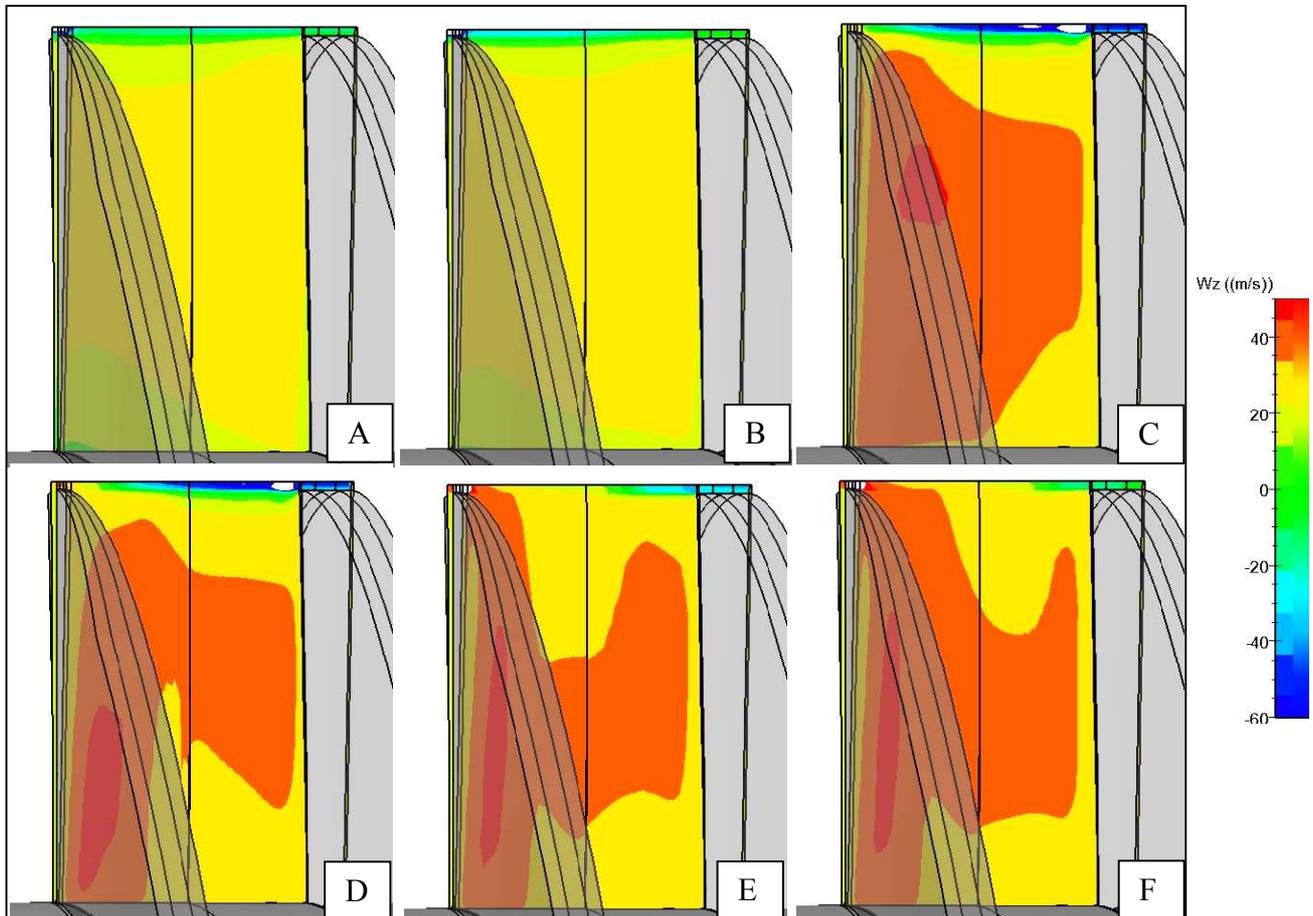


Figure VI. 33 : Vitesse axiale plan I, calcul 3 :  $\varphi = 0.108$ ,  $T_{ref} = 23K$

A : nc, B :  $P_v$  (ref) 2.5b, C :  $P_v$  (ref) 3b,

D :  $P_v$  (ref) 3.3b, E :  $P_v$  (ref) 3.5b, F :  $P_v$  (ref) 3.65b

Au niveau du plan II, l'écoulement est moins perturbé. L'influence de la cavitation est peu marquée, seul les points E et F sont modifiés. Cela signifie que l'écoulement, à égale distance entre l'entrée et la sortie du canal, est influencé par la cavitation seulement si les poches rentrent à l'intérieur du canal. On retrouve une zone accélérée au centre du canal ainsi qu'une zone de vitesse négative au carter.

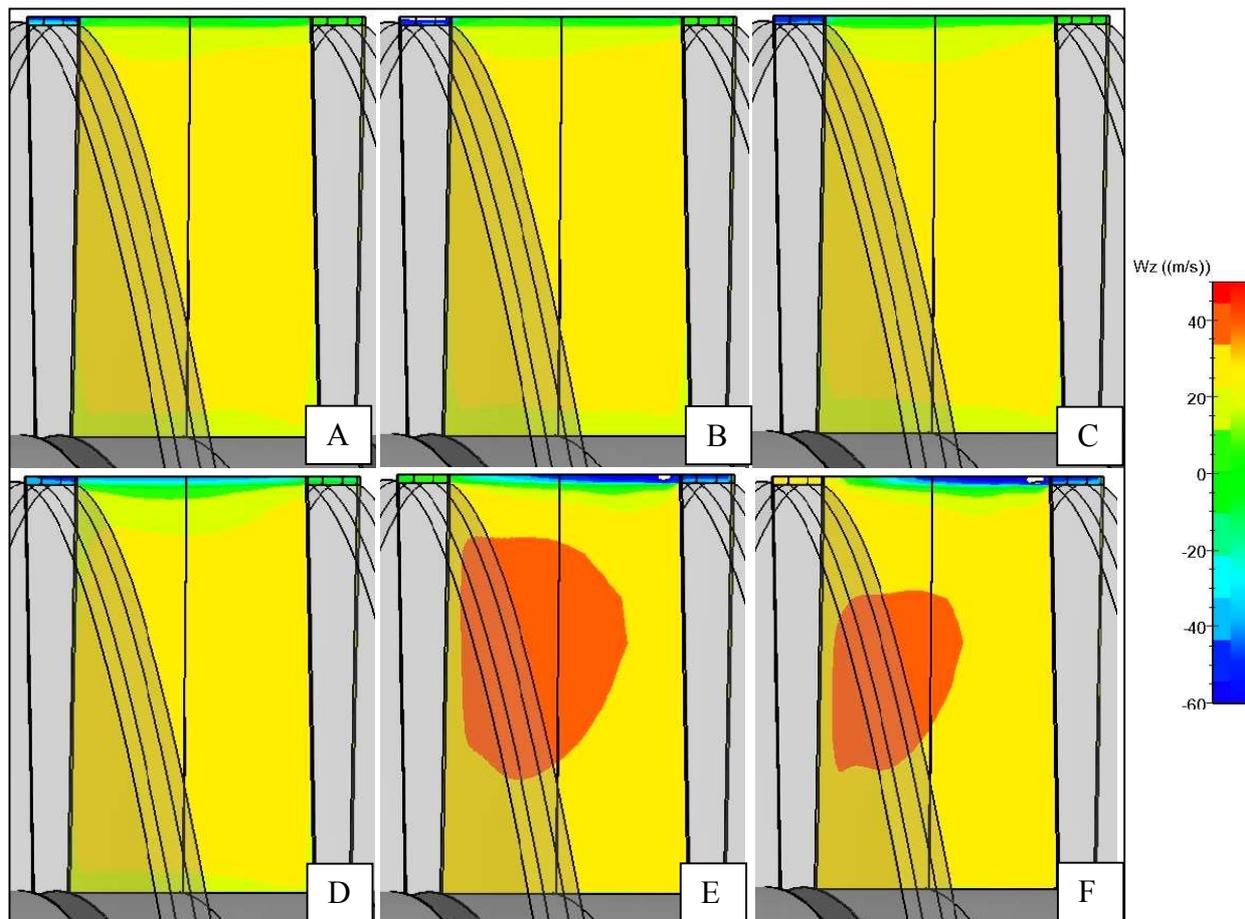


Figure VI. 34 : Vitesse axiale plan II, calcul 3 :  $\varphi = 0.108$ ,  $T_{ref} = 23K$   
 A : nc, B : Pv (ref) 2.5b, C : Pv (ref) 3b,  
 D : Pv (ref) 3.3b, E : Pv (ref) 3.5b, F : Pv (ref) 3.65b

Pour synthétiser cette analyse de l'écoulement dans le canal inter-aube, pour le régime de fonctionnement  $\varphi = 0.108$ ,  $T_{ref} = 23K$  (calcul 3), on peut rappeler les principaux points mis en évidence :

Les structures de cavitation sont assez étendues spatialement, mais avec un taux de vide globalement assez faible en comparaison avec les taux de vide obtenus par des calculs cavitants d'inducteur en eau froide [Gonzalo et al., 2006], de l'ordre de 30%.

En ce qui concerne la vitesse débitante, seules les sections cavitantes sont influencées par les poches. Plus en aval, l'écoulement redevient plus homogène.

#### IV. D/ Etude de l'influence des paramètres physiques

Nous présentons dans ce paragraphe plusieurs calculs qui ont permis de caractériser les influences du débit et de la température de référence sur la chute de performance.

#### IV. D. 1/ Influence du coefficient de débit

Les calculs 3 et 10 ont été réalisés avec les mêmes paramètres numériques, ainsi qu'à une température de référence identique ( $T_{ref}=23K$ ). Seul le coefficient de débit diffère entre les deux calculs (calcul 10 :  $\varphi=0.098$  ; calcul 3 :  $\varphi=0.108$ ).

Sur la figure 35, nous avons tracé la chute de performance obtenue pour ces calculs et nous rappelons la chute expérimentale correspondant au débit du calcul 3.

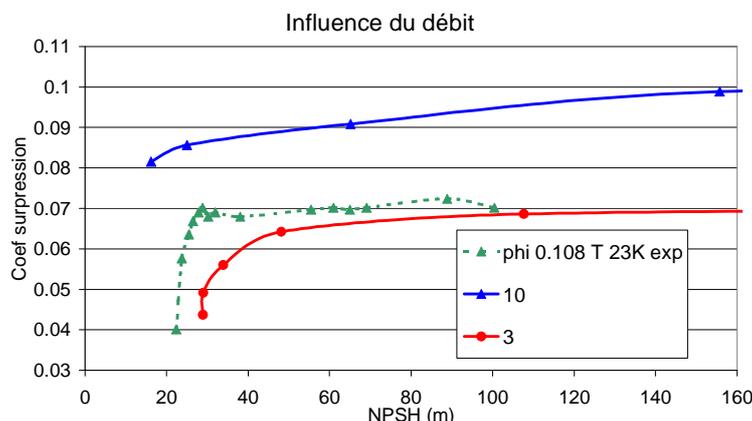


Figure VI. 35 : Coefficient de surpression ;  
calcul 10 :  $\varphi=0.098$  ;  
calcul 3 :  $\varphi=0.108$   
 $T_{ref}=23K$ ,  $AMIN=10$ ,  $IVELSY=0$ ,  $ITUCAV=00$

On note que pour le coefficient de débit plus faible, la chute est retardée, ce qui est un comportement qualitatif en bon accord avec les courbes expérimentales de la figure 9. Au point  $\varphi=0.108$ , le débit est légèrement supérieur au débit d'adaptation, obtenu à partir des calculs non cavitants ( $\varphi_{adapt}=0.101$ ). La cavitation d'intrados est donc plus importante que pour le calcul en sous-débit, ce qui a tendance à faire chuter l'inducteur pour un NPSH plus élevé.

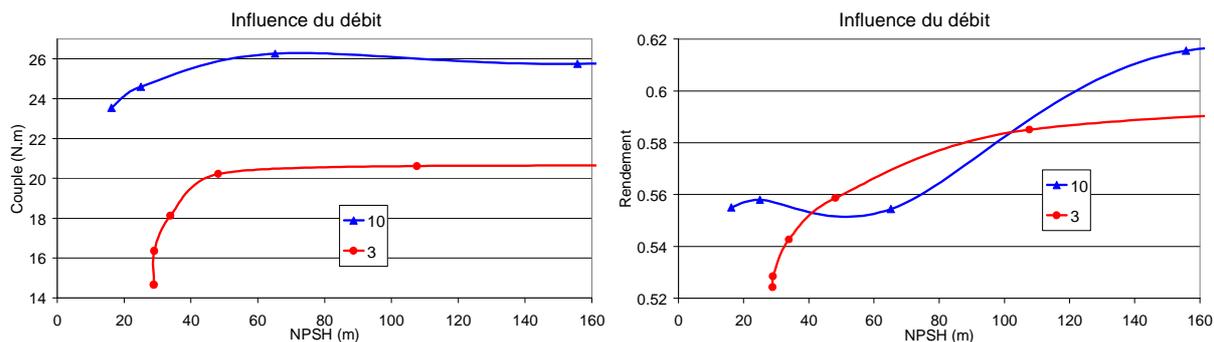


Figure VI. 36 : Couple et rendement ;  
calcul 10 :  $\varphi=0.098$  ;  
calcul 3 :  $\varphi=0.108$  ;  
 $T_{ref}=23K$ ,  $AMIN=10$ ,  $IVELSY=0$ ,  $ITUCAV=00$

Sur la figure 36, le rendement pour le calcul 10 diminue en début de chute, mais tend ensuite vers un plateau. Ce comportement a été obtenu pour tous les calculs à ce débit, avec  $IVELSY=0$ .

#### IV. D. 2/ Influence de la température de référence

L'étude de l'influence de la température a été réalisée pour un coefficient de débit de 0.098. Les courbes de performance pour  $T_{ref}=19K$  et  $T_{ref}=23K$  sont relativement proches. Le NPSH de chute pour la température la plus élevée semble toutefois être plus faible.

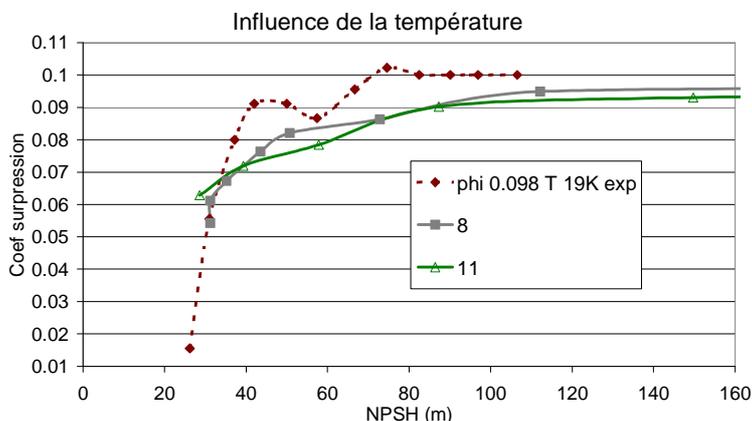


Figure VI. 37 : Coefficient de surpression ;  
calcul 8 :  $T_{ref}=19K$  ;  
calcul 11 :  $T_{ref}=23K$  ;  
 $\varphi = 0.098$ ,  $AMIN = 10$ ,  $IVELSY = 1$ ,  $ITUCAV = 0 0$

Globalement l'effet de température n'est pas significatif dans nos calculs. Il est probable que ce soit lié au choix de la valeur de la capacité calorifique ( $C=C_p$ ) qui atténue les effets thermodynamiques, cette valeur étant trop grande (cf. paragraphe I. B/ du chapitre V).

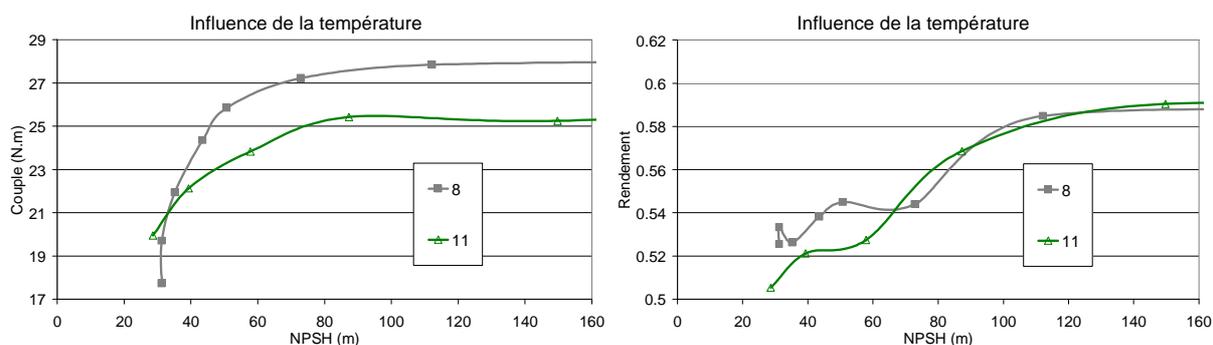


Figure VI. 38 : Couple et rendement ;  
calcul 8 :  $T_{ref}=19K$  ;  
calcul 11 :  $T_{ref}=23K$  ;  
 $\varphi = 0.098$ ,  $AMIN = 10$ ,  $IVELSY = 1$ ,  $ITUCAV = 0 0$

On peut noter sur la figure 38 une variation au niveau du couple entre les deux calculs. Cet écart était déjà constaté sur les calculs non cavitants. Il provient du fait que la masse volumique et la viscosité de l'hydrogène varient entre 19K et 23K.

#### IV. E/ Etude de l'influence des paramètres numériques

Nous présentons dans ce chapitre l'étude de l'influence des paramètres numériques que nous avons testés. Cette première analyse nous permet de tirer les premières conclusions sur la valeur de ces paramètres à utiliser par la suite. Toutefois cette étude reste succincte et elle doit être poursuivie afin de confirmer les différentes influences observées, notamment sur une autre géométrie.

##### IV. E. 1/ Influence du modèle de prise en compte des effets thermodynamiques et de la valeur des capacités calorifiques

Afin de tester l'influence de notre modèle de prise en compte des effets thermodynamiques nous avons réalisé un calcul en hydrogène avec le modèle cavitant barotrope, i.e. sans couplage avec la température (calcul 4). De plus, nous avons aussi testé l'influence de la valeur des capacités calorifiques des phases vapeur et liquide de l'hydrogène.

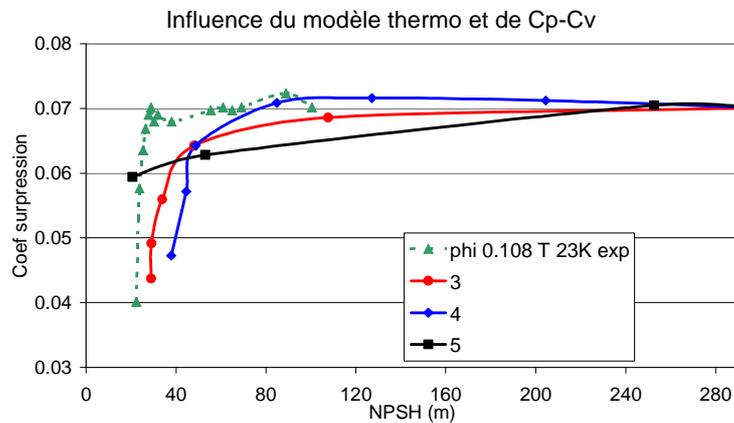


Figure VI. 39 : Coefficient de surpression ;

calcul 3 :  $C_k = Cp_k$  ;

4 : sans modèle thermodynamique ;

calcul 5 :  $C_k = Cv_k$  ;

$\varphi = 0.108$ ,  $T_{ref} = 23K$ ,  $AMIN = 10$ ,  $IVELSY = 0$ ,  $ITUCAV = 0$

Sur la figure 39, le calcul 4 sans modèle thermodynamique montre une chute de performance de l'inducteur pour un NPSH plus grand. L'influence de notre modèle thermodynamique en turbomachine, mise en évidence dans la roue SHF, qui consiste à retarder la chute avec l'effet thermodynamique est donc confirmée pour l'inducteur en hydrogène.

De plus, on peut noter qu'en diminuant la valeur des capacités calorifiques des phases liquide et vapeur de l'hydrogène, par rapport à la capacité calorifique à pression constante, la surpression est maintenue pour un NPSH plus petit (calcul 5). On obtient avec le dernier point de la chute du calcul 5 un écart de 8% avec la valeur expérimentale du NPSH de chute. Toutefois la chute de performance n'est pas tout à fait finie et le NPSH de chute peut être encore plus faible. On rappelle que l'écart entre le NPSH de chute du calcul 3 et celui expérimental est de 22%.

D'après le paragraphe II. C. 3/ du chapitre V, la température en paroi dans le venturi en R114 était la mieux reproduite pour une capacité calorifique pour chaque phase égale à la moyenne entre Cp et Cv. D'après la figure 39, ce choix pourrait aussi permettre d'obtenir par le calcul

la meilleure prédiction de la chute de performance de l'inducteur en hydrogène. En effet le calcul 3 ( $C_k = C_{p_k}$ ) chute trop tôt et le calcul 5 ( $C_k = C_{v_k}$ ) chute trop tard.

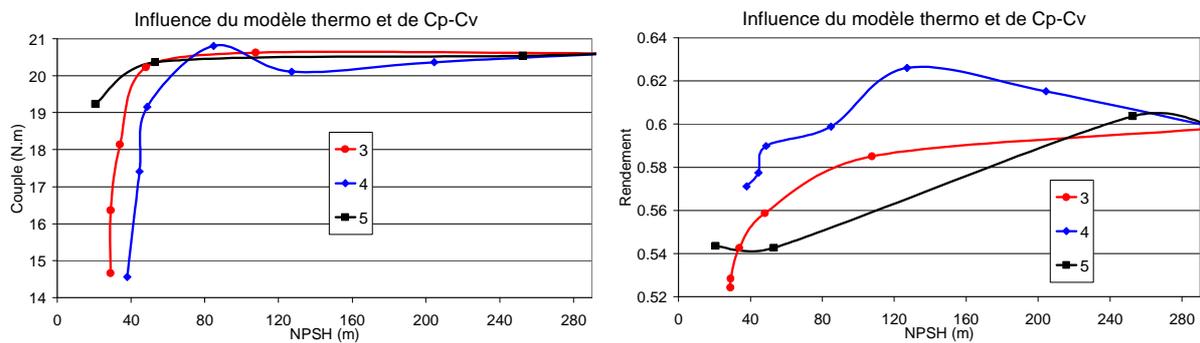


Figure VI. 40 : Couple et rendement ;

calcul 3 :  $C_k = C_{p_k}$  ;

4 : sans modèle thermodynamique ;

calcul 5 :  $C_k = C_{v_k}$  ;

$\varphi = 0.108$ ,  $T_{ref} = 23K$ ,  $AMIN = 10$ ,  $IVELSY = 0$ ,  $ITUCAV = 0$

En analysant les figures 39 et 40, on s'aperçoit que la surpression, le couple et le rendement du calcul 4, sans effets thermodynamiques, ont des tendances similaires aux calculs en eau froide [Pouffary, 2004] : avant la chute de performance brutale, la surpression (figure 39) et le couple (figure 40) augmentent légèrement. Cela proviendrait de la forme fine et allongée des poches, qui pour un niveau de cavitation faible, augmenterait l'incidence de l'écoulement sur les aubes, comme on peut le voir sur la figure 41.

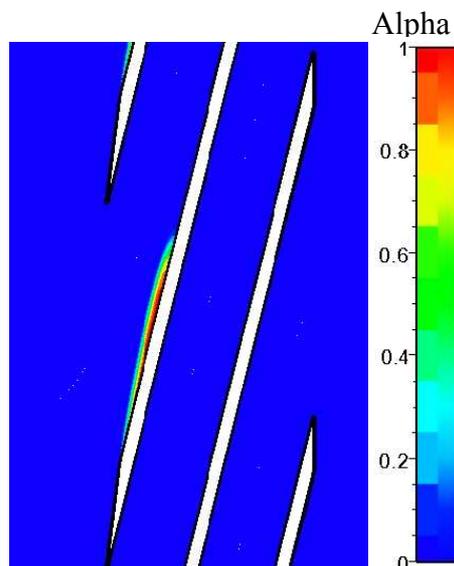


Figure VI. 41 : Vue aube à aube mi-envergure, taux de vide, calcul 4

Il faut souligner le fait que la courbe 5 sur les figures 39 et 40 ne contient pas un grand nombre de points, notamment pour un faible niveau de cavitation. Les segments de droites reliant les points  $NPSH = 253m$  et  $NPSH = 53m$  sont donc trompeurs sur les figures 39 et 40. Concernant le coefficient de surpression sur la figure 39, à priori il n'y a aucune raison que, pour les NPSH compris entre 253m et 53m, la courbe 5 ne suive pas les courbes 3 et 4.

#### IV. E. 2/ Influence de la largeur de la loi barotrope ; paramètre Amin

Nous avons testé deux valeurs d'Amin qui sont assez petites. Si on compare notamment l'écart de pression relatif à Amin (paramètre A du chapitre V), et celui relatif à l'effet thermodynamique (paramètre B) les valeurs d'Amin de 10 et de 30 sont très proches.

On rappelle les expressions de ces paramètres :

$$A = \pi \cdot A_{MIN}^2 \text{ et } B = DPSADT \cdot \Delta T, \text{ tous les deux en Pascals.}$$

Dans le cas de l'inducteur en hydrogène :

A = 314 Pa pour Amin = 10, A = 2827 Pa pour Amin = 30 et B ≈ 20000 Pa.

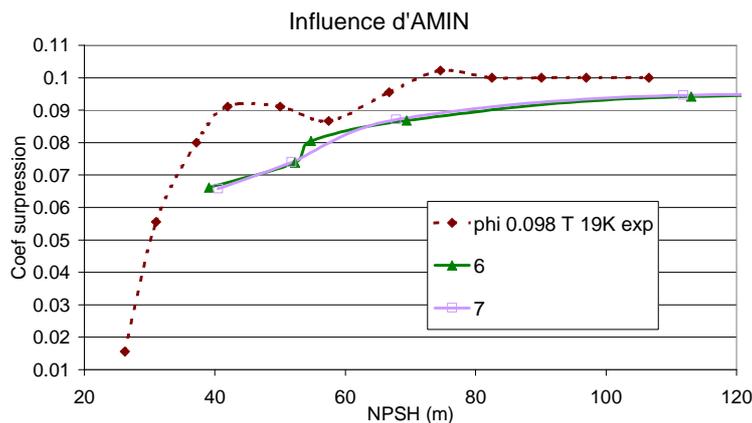


Figure VI. 42 : Coefficient de surpression ;

calcul 6 : Amin = 30

calcul 7 : Amin = 10

$$\varphi = 0.098, T_{ref} = 19K, IVELSY = 1, ITUCAV = 1 \ 10$$

On n'observe sur les figures 42 et 43 aucune influence significative du paramètre Amin, pour les deux valeurs testées. Il semblerait que ce paramètre, important dans le modèle barotrope en eau froide, soit du second ordre face aux variations de pression dues à l'effet thermodynamique.

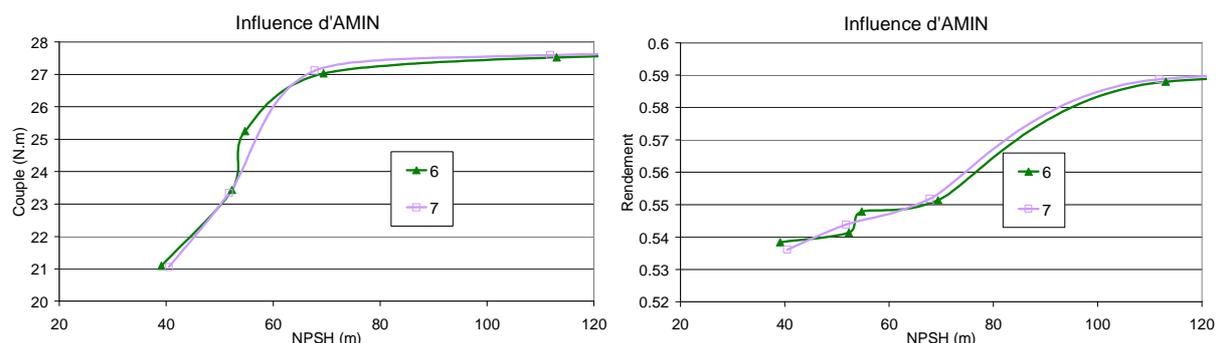


Figure VI. 43 : Couple et rendement

calcul 6 : Amin = 30

calcul 7 : Amin = 10

$$\varphi = 0.098, T_{ref} = 19K, IVELSY = 1, ITUCAV = 1 \ 10$$

Toutefois, d'après des calculs initiaux non présentés dans ce mémoire, nous avons pu mettre en évidence une influence qualitative du paramètre Amin pour un écart de valeur plus significatif (valeurs d'Amin testées : 30 et 70) : en diminuant la valeur d'Amin, on diminue la

valeur du NPSH de chute. Le paramètre B présenté ci-dessus est cependant beaucoup plus important que les différentes valeurs du paramètre A en fonction d'Amin. De plus comme le montre le paragraphe I.D/ du chapitre V, nous pensons que le paramètre Amin doit être pris relativement petit, afin de ne pas "étaler les zones de mélange sur une grande gamme de pression" (une valeur d'Amin de 200 correspond, pour une température donnée, à une variation de pression de plus de 1.2 bars).

#### IV. E. 3/ Influence de la définition du référentiel de la vitesse ; paramètre

##### Ivelsy

Le fait d'utiliser la vitesse relative ou absolue dans le système d'équations, résolu dans le repère relatif influence de manière importante la chute de performance de l'inducteur en hydrogène ce que nous constatons aussi en eau froide.

Sur les figures 44 et 45, en comparant les calculs 7 et 9, et les calculs 10 et 11, on observe des différences importantes sur le coefficient de surpression, mais aussi sur la valeur du NPSH de chute.

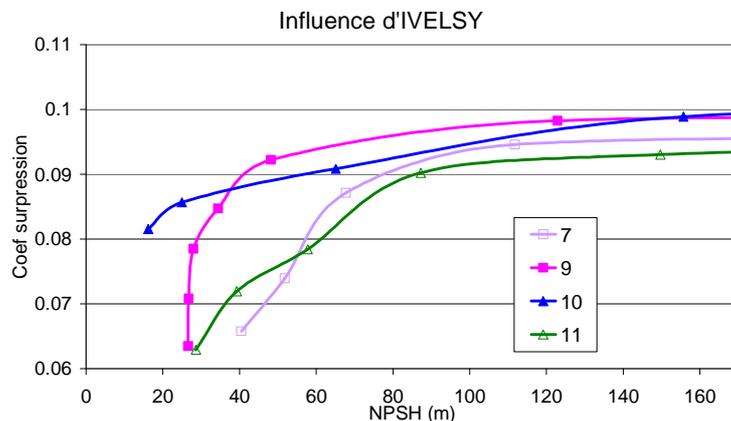


Figure VI. 44 : Coefficient de surpression ;

calcul 7 : IVELSY =1 ;

calcul 9 : IVELSY =0 ;

$\varphi = 0.098$ ,  $T_{ref} = 19K$ ,  $AMIN = 10$ ,  $ITUCAV = 1$  ;

calcul 10: IVELSY =0 ;

calcul 11: IVELSY =1 ;

$\varphi = 0.098$ ,  $T_{ref} = 23K$ ,  $AMIN = 10$ ,  $ITUCAV = 0$  ;

L'écart obtenu pour le NPSH de chute est conséquent entre Ivelsy 0 et 1. Entre les calculs 7 et 9, pour un coefficient de surpression  $\Psi = 0.066$ , i.e. à la fin de la chute, l'écart entre les deux valeurs de NPSH est d'environ 35%. Entre les calculs 10 et 11, pour un coefficient de surpression  $\Psi = 0.082$ , l'écart entre les deux valeurs de NPSH est d'environ 75%. Cet écart est beaucoup plus important car il est calculé en début de chute et l'écart entre les calculs 7 et 9 en fin de chute. Cela vient du fait que la forme de la chute est différente selon la valeur d'IVELSY.

En effet, en laissant le paramètre IVELSY par défaut (1), la chute est moins brutale, ce qui correspond moins aux courbes expérimentales. Cette chute moins brusque est aussi observée figure 45 sur le couple.

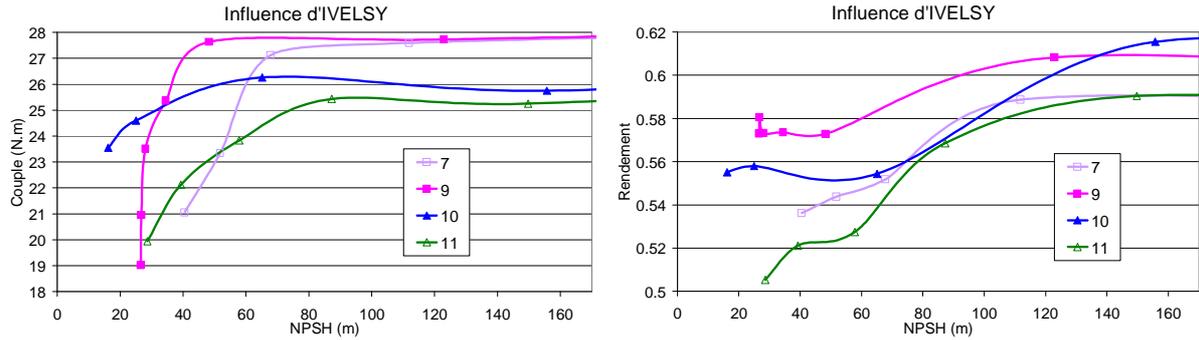


Figure VI. 45 : Couple et rendement ;  
calcul 7 : IVELSY =1 ;  
calcul 9 : IVELSY =0 ;  
 $\varphi =0.098$ ,  $T_{ref}=19K$ ,  $AMIN =10$ ,  $ITUCAV =1$  10 ;  
calcul 10: IVELSY =0 ;  
calcul 11: IVELSY =1 ;  
 $\varphi =0.098$ ,  $T_{ref}=23K$ ,  $AMIN =10$ ,  $ITUCAV =0$  0 ;

Au niveau du rendement, lorsque IVELSY est égal à 0, la valeur recommandée par Numeca et Snecma pour les calculs d'inducteur, le rendement tend vers un plateau qui représente une diminution du rendement d'environ 4%. Nous n'expliquons pas à l'heure actuelle ce comportement du rendement qui n'apparaît pas au débit  $\varphi =0.108$ .

Le paramètre IVELSY a une certaine influence sur les calculs cavitants et non cavitants, avec et sans effets thermodynamiques, qui n'est pas totalement comprise à l'heure actuelle.

#### IV. E. 4/ Influence du traitement de la turbulence dans la zone diphasique ; paramètre Itucav

Lorsque le paramètre ITUCAV est laissé par défaut (1 10), la turbulence dans la poche est détruite. En mettant ce paramètre à 0 0, il n'y a pas de traitement spécifique de la turbulence dans la poche.

La destruction de la turbulence dans la poche a été introduite dans Euranus suite aux calculs instationnaires. En effet dans la configuration du venturi 8°, la viscosité turbulente est diminuée dans la poche afin de représenter, par les calculs, les phénomènes de lâchers de structures de vapeur, caractéristiques de cette géométrie. Cette méthode a été initialement proposée par [Reboud et al., 1998] dans le code Iz et a été utilisée par [Pouffary, 2004] dans Fine<sup>TM</sup>/Turbo. Par la suite, pour des raisons de convergence, elle a été étendue dans Euranus aux calculs stationnaires avec certaines modifications. Dans les versions actuelles du code, le traitement est réalisé par défaut en diminuant le terme de production d'énergie cinétique turbulente (paragraphe II. C/ du chapitre VI).

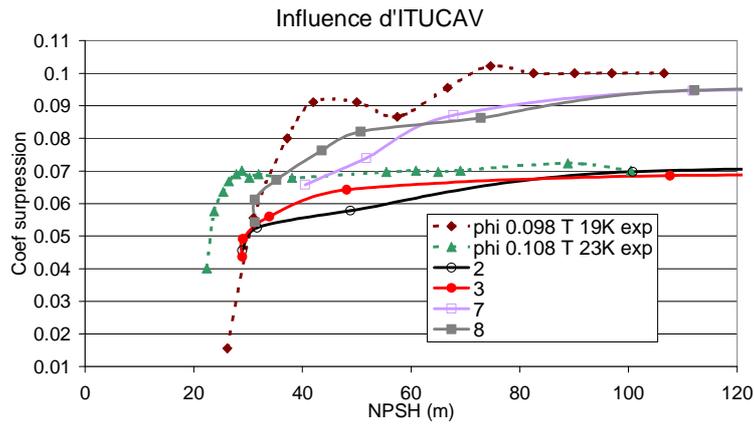


Figure VI. 46 : Coefficient de surpression ;  
calcul 2 : ITUCAV = 1 10 ;  
calcul 3 : ITUCAV = 0 0 ;  
 $\varphi = 0.108$ ,  $T_{ref} = 23K$ ,  $A_{MIN} = 10$ ,  $IVELSY = 0$  ;  
calcul 7 : ITUCAV = 1 10 ;  
calcul 8 : ITUCAV = 0 0 ;  
 $\varphi = 0.098$ ,  $T_{ref} = 19K$ ,  $A_{MIN} = 10$ ,  $IVELSY = 1$  ;

Comme on peut le voir sur les figures 46 et 47, le paramètre ITUCAV n'influence pas la valeur du NPSH de chute. Les différences, par exemple entre les calculs 2 et 3 sont situées au début de la chute.

Nous avons rappelé pourquoi la turbulence dans la poche était initialement diminuée car cela peut expliquer les différences obtenues entre les calculs 2 et 3. En effet on observe que ce paramètre influence tout particulièrement la zone d'instabilités i.e. pour des valeurs de NPSH supérieures au NPSH de chute, zones que l'on peut situer d'après les fortes variations des courbes expérimentales.

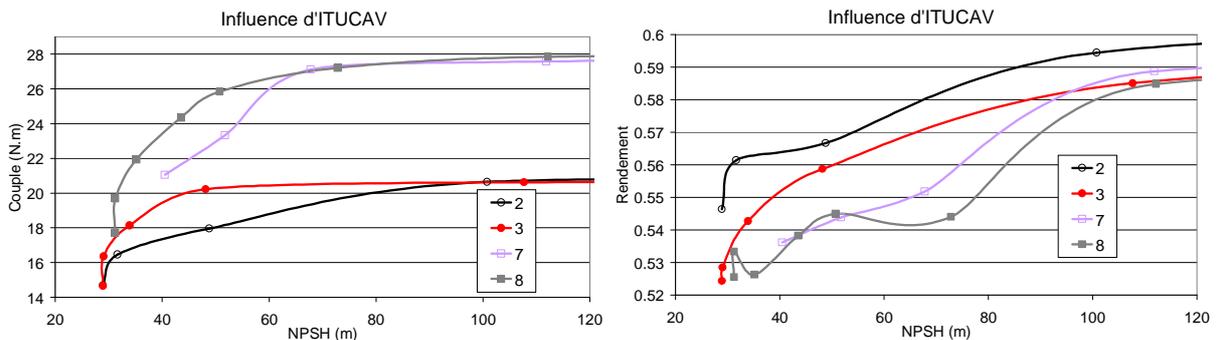


Figure VI. 47 : Couple et rendement ;  
calcul 2 : ITUCAV = 1 10 ;  
calcul 3 : ITUCAV = 0 0 ;  
 $\varphi = 0.108$ ,  $T_{ref} = 23K$ ,  $A_{MIN} = 10$ ,  $IVELSY = 0$  ;  
calcul 7 : ITUCAV = 1 10 ;  
calcul 8 : ITUCAV = 0 0 ;  
 $\varphi = 0.098$ ,  $T_{ref} = 19K$ ,  $A_{MIN} = 10$ ,  $IVELSY = 1$  ;

Les calculs bien que stationnaires semblent donc être influencés dans cette zone d'instabilités (zone plus visible pour  $\varphi = 0.098$ , globalement comprise entre  $NPSH = 40m$  et  $NPSH = 80m$ , d'après les essais).

## V/ Synthèse

Pour conclure sur l'étude de l'écoulement en hydrogène en régime cavitant dans l'inducteur Nasa, les premiers calculs réalisés ont montré une assez bonne prédiction de la chute de performance par rapport aux résultats expérimentaux.

Nous avons de plus mis en évidence l'influence de certains paramètres numériques. Il reste cependant à poursuivre cette analyse afin de mieux comprendre les phénomènes de cavitation en hydrogène. L'étude d'autres géométries est notamment à mener, l'inducteur Nasa ayant quelques caractéristiques qui lui sont propres : sa performance non cavitante est assez faible pour un inducteur, de l'ordre de quelques bars. La forme très allongée du biseau crée un point d'attache des poches de cavitation éloigné du bord d'attaque de l'aube, ce qui modifie la température en paroi à cause de l'échauffement dû aux frottements visqueux.

De plus il est possible que les influences respectives des paramètres testés soient couplées. On ne retrouve pas par exemple la même influence du paramètre IVELSY pour les deux débits testés. L'influence de la capacité calorifique a été mise en évidence tardivement dans notre méthodologie de calcul et il semble important de prendre une valeur inférieure à la capacité calorifique à pression constante.

L'analyse de l'influence de certains paramètres numériques a conduit à un premier choix pour la valeur de ces paramètres. Cette étude doit être poursuivie et confirmée par la suite. D'après les calculs réalisés et le savoir faire préalable du Legi, de la Snecma et de Numeca sur les calculs d'inducteur, nous donnons les recommandations suivantes pour la valeur des paramètres testés :

- ✓ Dû à la forte courbure de l'écoulement à l'entrée de l'inducteur, il est préférable d'utiliser la vitesse définie dans le repère absolu, dans le système RANS résolu dans le repère relatif (IVELSY = 0).
- ✓ Le traitement spécifique de la turbulence qui consiste à la détruire dans la zone diphasique n'est pas nécessaire (ITUCAV = 0 0) pour un calcul stationnaire, mais il peut être intéressant pour des calculs instationnaires en turbomachine.
- ✓ La valeur du paramètre Amin doit être assez faible. Bien que les comparaisons locales dans le venturi au R114 aient montré une influence de ce paramètre, il ne semble par contre pas modifier la chute de performance de l'inducteur en LH2, pour les valeurs testées.
- ✓ La capacité calorifique à pression constante semble trop importante pour représenter chaque phase incompressible du fluide. Il peut s'avérer nécessaire, lorsque l'écart entre Cp et Cv est important, de plutôt choisir une valeur intermédiaire pour représenter la capacité calorifique des phases incompressibles.
- ✓ Pour le LH2, la variation de la pression de saturation est fonction de la température. Il semblerait toutefois que ce phénomène soit du second ordre pour la prédiction de la chute de performance des inducteurs, car seule une petite zone spatiale est concernée par des variations de température suffisamment importantes, comme le montre l'annexe 6.

Cette première analyse reste donc à approfondir afin de pouvoir représenter les écoulements cavitants en hydrogène au sein des géométries de turbomachines.



## Conclusions et perspectives

La prédiction des écoulements cavitants en hydrogène se développant dans les inducteurs des turbopompes des moteurs cryogéniques de fusées est de nos jours un challenge complexe et difficile à relever, qui fait intervenir différents domaines de la mécanique des fluides.

L'écoulement est turbulent, instationnaire, à la fois incompressible dans le liquide et compressible dans les zones diphasiques, avec changements de phase, en présence d'échanges de chaleur, en géométrie tournante.

Les méthodes numériques à mettre en place pour modéliser ces phénomènes doivent donc répondre à un certain nombre de contraintes. Il faut premièrement disposer d'outils de génération de maillages en trois dimensions des géométries tournantes. En ce qui concerne le solveur, il doit être capable de traiter à la fois des zones à faible nombre de Mach (le liquide pur dans l'écoulement est incompressible) ainsi que des zones supersoniques (le nombre de Mach dans les zones diphasiques est de l'ordre de plusieurs unités). Le modèle physique doit de plus pouvoir représenter le plus finement possible la thermo-hydraulique diphasique turbulente, avec transferts de masse.

Afin de développer un modèle diphasique représentant au mieux la physique, nous avons initialement mené une importante recherche bibliographique pour connaître l'état de l'art de la simulation numérique des écoulements diphasiques et plus particulièrement en cavitation. L'analyse des différentes approches utilisées, des hypothèses réalisées ainsi que des applications étudiées nous a conduit ensuite à un premier choix de modélisations envisageables, en fonction de l'écoulement que nous souhaitions représenter et des outils numériques à notre disposition.

La modélisation de la cavitation en eau froide dans le code Fine<sup>TM</sup>/Turbo a été développée par [Coutier, 2001], [Pouffary, 2004]. Ce modèle consiste à résoudre les équations de continuité et de conservation de la quantité de mouvement écrites pour le mélange, le système étant fermé par une loi barotrope qui relie la masse volumique à la pression. La chute de performance d'un inducteur en eau froide obtenue par le calcul est en bon accord avec les résultats expérimentaux [Pouffary, 2004], [Gonzalo et al., 2007b].

Notre travail de recherche a consisté à implémenter un nouveau modèle de cavitation prenant en compte les effets thermodynamiques dus au changement de phase. Ces effets sont négligeables en eau froide, mais modifient de manière importante le comportement cavitant pour les fluides thermosensibles (R114, hydrogène, azote...). L'énergie nécessaire au changement de phase est prise au liquide ce qui crée un refroidissement local dans la poche constituée d'un mélange liquide/vapeur. Pour un fluide thermosensible, ce refroidissement est plus important que pour l'eau froide. De plus, les propriétés thermodynamiques d'un fluide thermosensible varient de manière significative en fonction de la température, notamment la pression de saturation.

Pour modéliser ces phénomènes thermo-hydrauliques, le premier travail de développement numérique a consisté à implémenter l'équation de conservation de l'énergie pour le mélange. Suite au bon comportement numérique du modèle barotrope en ce qui concerne la convergence et la stabilité, en partie grâce à la modification du préconditionnement, nous avons choisi de conserver l'approche loi d'état du mélange pour un écoulement homogène. Nous avons donc utilisé une loi d'état de type  $\rho=f(p,T)$  pour fermer le système des équations de Navier-Stokes écrites pour le mélange. Ce modèle est basé sur la loi sinus utilisée dans le

modèle barotrope, en la couplant au champ de température locale. Afin de conserver la méthode de préconditionnement développée par Numeca Int en eau froide, ce couplage a entraîné certaines modifications dans l'algorithme de résolution, que nous avons présentées au chapitre V.

Il nous a semblé nécessaire de prendre en compte la notion de déséquilibre, en permettant à la pression dans la poche d'être différente de la pression de saturation à une température donnée. En effet, d'un point de vue numérique tout d'abord, en se référant au modèle à l'équilibre développé dans Iz par [Charles, 1994], les résultats obtenus sont moins bons pour des vitesses plus élevées, ce qui serait dû, d'après les auteurs, à un retard au changement de phase non pris en compte par le modèle à l'équilibre. On peut aussi se référer au modèle CEV présenté au chapitre III qui introduit un déséquilibre à l'aide d'un paramètre arbitraire. De plus, d'après les résultats expérimentaux dans le venturi en eau froide (chapitre IV), mais surtout au R114 (chapitre V), les mesures de pression dans la poche montrent un écart entre la pression statique locale et la pression de saturation. Nous pensons donc qu'il est nécessaire de pouvoir calculer dans la poche un écart aux conditions de saturation. Reste bien entendu à connaître ce déséquilibre et à le caractériser. Nous revenons sur ce dernier point dans les perspectives futures.

Afin de valider notre modèle cavitant avec prise en compte des effets thermodynamiques, des calculs 2D ont premièrement été réalisés. Les nombreuses campagnes d'essais menées au Legi et au Cremhyg pour le compte du Cnes et de la Snecma sur la géométrie du venturi 4° au R114 nous ont permis de comparer nos calculs sur l'influence de l'effet thermodynamique [Merle, 1992], [Stutz, 1996]. Nous avons obtenu de très bons accords sur plusieurs grandeurs caractéristiques des phénomènes physiques que nous souhaitons modéliser.

Les comparaisons des lois *nombre de cavitation en fonction de la longueur de la poche*, malgré les incertitudes expérimentales et les problèmes (numériques et expérimentaux) de la définition de la longueur des poches, sont en bon accord. Pour des longueurs de poche importantes, le nombre de cavitation défini par la pression de vaporisation de référence et celui défini à partir de la pression de vaporisation dans la poche sont très bien prédits. L'écart obtenu par les calculs entre ces deux nombres, caractéristique du refroidissement dans la zone amont de la poche, est identique à celui des essais. Les comparaisons locales de la température sont en effet très bonnes. De plus le comportement qualitatif du taux de vide dans la poche ainsi que la pression en paroi sont satisfaisants.

Les premiers calculs de faisabilité réalisés dans une géométrie de turbomachine ont été très encourageants. La géométrie de la roue centrifuge SHF a été choisie car son comportement cavitant en eau froide était déjà connu. Les calculs ont permis de comparer la chute de performance obtenue en eau froide avec celle obtenue pour une eau ayant les mêmes propriétés dynamiques mais numériquement thermosensible, afin d'éviter les effets autres que l'effet thermodynamique (pas d'effets du nombre de Reynolds). La chute de performance pour le fluide thermosensible a été retardée, les poches de vapeur sur l'extrados de l'aube étant plus courtes qu'en eau froide, pour un NPSH donné.

L'analyse de l'écoulement interne a montré que les poches obtenues avec le calcul en fluide thermosensible étaient constituées d'un taux de vide plus faible. Le chargement sur l'aube a été modifié par rapport à la charge en eau froide, avec des pressions dans la poche différentes de la pression de saturation à la température de référence. Cette modification de la charge sur l'aube est due au refroidissement dans la poche, conséquence du changement de phase, ce qui entraîne une diminution locale de la pression de saturation.

Suite à ces premières validations 2D et 3D de notre nouveau modèle cavitant avec effets thermodynamiques, nous avons calculé la chute de performance d'un inducteur en hydrogène. Nous avons choisi une géométrie dont le comportement cavitant en LH2 a été caractérisé expérimentalement par la Nasa pour différents points de fonctionnement.

Les calculs non cavitants ont montré tout d'abord une bonne prédiction de la performance de l'inducteur pour différents coefficients de débit. Nous avons mis en évidence de plus une zone de recirculation en aval pour les faibles débits, qui peut expliquer les légères différences de performances obtenues.

Les calculs non cavitants ont aussi montré un échauffement en paroi en raison d'un nombre d'Eckert non négligeable. Les vitesses importantes dans l'inducteur ne permettent pas de négliger les phénomènes visqueux dans la modélisation thermique, ce qui n'était pas le cas pour les géométries du venturi et de la roue SHF.

Nous avons ensuite calculé plusieurs chutes de performance en testant différents paramètres physiques et numériques.

Les comparaisons numérique/expérimental pour deux coefficients de débit et deux températures de référence différents ont montré une bonne prédiction de la chute de performance par notre modèle. Nous avons pu de plus étudier la forme des poches, la charge sur l'aubage, ainsi que la température dans la poche tout au long de la chute. Cette analyse locale de l'écoulement semble prédire un comportement cavitant en LH2 différent de celui observé en eau froide [Gonzalo et al., 2007b], avec notamment des poches plus épaisses mais avec un taux de vide plus faible. Ce phénomène est en accord avec les résultats numériques de [Hosangadi et al., 2006] obtenus dans un inducteur en LH2.

Le travail de recherche réalisé au cours de cette thèse conduit à plusieurs perspectives qui peuvent être envisagées par la suite.

Concernant la partie modélisation physique, nous avons porté un vif intérêt à deux autres méthodes qui diffèrent de celle implémentée.

Dans le but de développer un modèle qui se placerait en intermédiaire entre une approche homogène avec un système de trois équations de conservation écrites pour le mélange et une approche bi-fluide résolvant six équations de conservation, on peut envisager deux méthodes pour nos applications :

Comme il a déjà été proposé dans la littérature [Sauer et Schnerr, 2000], [Saito et al., 2003], [Hosangadi et al., 2006], il est possible de modéliser la cavitation avec effets thermodynamiques en couplant le système RANS écrit pour le mélange avec une équation de conservation de masse supplémentaire, pour une phase. Il s'agit ensuite de modéliser le terme source de transfert de masse en prenant en compte la température.

Nous proposons aussi un modèle original qui consiste cette fois à ajouter au système RANS écrit pour le mélange une équation de conservation de l'énergie supplémentaire, pour une phase. Cette méthode aurait l'avantage de modéliser à la fois le transfert de masse entre les phases, ainsi que le transfert thermique. Les termes sources à caractériser sont toutefois dans ce cas plus complexes.

Concernant le modèle développé basé sur une loi d'état du mélange, nous avons montré dans les calculs en eau froide que l'utilisation d'une loi linéaire reliant la masse volumique à la pression pour une température donnée à la place de la loi sinus est envisageable. Cela aurait pour avantage de diminuer le temps de calcul, les fonctions sinus et arcsinus étant coûteuses en temps CPU. Plus en relation avec le problème physique à modéliser, à partir de la

caractérisation et de la compréhension des phénomènes de déséquilibre dus au changement de phase, on pourrait définir une loi d'état du mélange pour tenter de les représenter ; de manière temporelle par un retard au changement de phase et de manière stationnaire par un écart aux grandeurs à saturation. Reste à savoir bien entendu si ces déséquilibres peuvent être définis pour un ensemble de géométries, de fluides, d'écoulements...

Du point de vue numérique, plusieurs améliorations de notre modèle peuvent être réalisées. Grâce aux travaux de Numeca Int, l'utilisation du multigrille a été rendue possible pour les calculs cavitants en eau froide. Les principales difficultés rencontrées viennent de l'important rapport entre les masses volumiques du liquide et de la vapeur pour l'eau froide ( $\rho_L / \rho_V \approx 60000$ ). Ce rapport étant beaucoup plus faible en hydrogène ( $\rho_L / \rho_V \approx 25$ ), on peut supposer que l'utilisation du multigrille pour un calcul cavitant avec effets thermodynamiques soit envisageable.

Le modèle n'est à ce jour pas validé en écoulement instationnaire. Il est possible que l'utilisation du pas de temps dual, indispensable pour un calcul préconditionné instationnaire dans Euranus, nécessite quelques mises en conformité en particulier sur l'équation de conservation de l'énergie.

Enfin on pourrait s'affranchir de l'hypothèse d'incompressibilité pour chaque phase en faisant varier leurs grandeurs thermodynamiques ( $\rho_k, \mu_k, C_{p,k}, p_{v,\dots}$ ) en fonction de la température locale (en annexe 6 nous présentons une implémentation permettant de modifier la variation de la pression de vaporisation  $p_v$  en fonction de la température locale).

Finalement on peut envisager plusieurs applications de notre modèle cavitant avec effets thermodynamiques.

A court terme, la caractérisation des instabilités de cavitation des inducteurs en fluide cryogénique par le calcul instationnaire d'une géométrie entière (et non plus d'un seul canal), pourra être menée, ce qui permettra alors de prédire à la fois la chute de performance et les régimes d'instabilités.

A plus long terme, on peut imaginer le couplage du solveur cavitant avec effets thermodynamiques avec des systèmes d'optimisation de tracé de turbomachines de type algorithme génétique, ce qui ferait du calcul numérique un formidable outil d'aide à la conception des turbomachines en fluide cryogénique.

## Références :

**ABGRALL R., SAUREL R. (2003)**

*Discrete equations for physical and numerical compressible multiphase mixtures*  
Journal of Computational Physics, Vol. 186, pp 361-396

**AIT BOUZIAD Y., FARHAT M., AVELLAN F. (2002)**

*Numerical simulation of leading edge cavitation over 2D hydrofoil*  
Proceedings of the XXI<sup>st</sup> IAHR Symposium on Hydraulic Machinery and Systems,  
September 9-12, 2002, Lausanne

**AIT BOUZIAD Y., FARHAT M., GUENNOUN F., KUENY J.L., AVELLAN F., MIYAGAWA K. (2003)**

*Physical modelling and simulation of leading edge cavitation, application to an industrial inducer*  
Fifth International Symposium on Cavitation, Osaka, Japan, November 1-4

**ALAJBEGOVIC A., MEISTER G., GREIF D., BASARA B. (2001)**

*Three phase cavitating flows in high-pressure swirl injectors*  
Experimental thermal and fluid science, Vol. 26, Issue 6-7, pp 677-681

**ALOUÏ F. (2002)**

*Écoulements diphasiques gaz-liquide en conduite*  
Cours de l'université de physique de Nantes

**APPERT C. (1994)**

*Les méthodes de simulation des systèmes fluides avec interfaces*  
Rapport DRET, 27 Décembre 1994

**ARNDT R. E. A., (2006)**

*From Wageningen to Minnesota and back: Perspectives on cavitation research*  
CAV2006, Wageningen, The Netherlands, September 2006.

**ARNONE A., MARCONCINI M., DEL GRECO A. S. (2004)**

*Numerical investigation of three-dimensional clocking effects in a low pressure turbine*  
Journal of Turbomachinery, Vol. 126, pp 375-384

**AVELLAN F. (1995)**

*Cavitation des turbomachines hydrauliques*  
*In La cavitation. Mécanismes physiques et aspects industriels*  
Presses Universitaires de Grenoble

**BALDWIN B., LOMAX H. (1978)**

*Thin layer approximation and algebraic model for separated turbulent flows.*  
In AIAA 78-2587, 16<sup>th</sup> Aerospace Sciences Meeting – Huntsville, Alabama

**BAER M. R., NUNZIATOJ. W. (1986)**

*A two-phase mixture theory for the deflagration-to-detonation transition (DDT) in reactive granular materials*

Int. Journal of Multiphase Flows, Vol. 12, pp 861-889

**BARBERON T., HELLUY P. (2004)**

*Finite volume simulation of cavitating flows*

Computers & Fluids, Vol. 34, pp 832-858

**BENEDICT M., WEBB G. B., RUBIN L. C. (1940)**

*An empirical equation for thermodynamic properties of light hydrocarbons and their mixtures: I Methane, Ethane, Propane and n-Butane*

J. Chem. Phys. Vol. 8, n° 4, pp 334-345

**BERNE P. (1983)**

*Contribution à la modélisation du taux de production de vapeur par autovaporisation dans les écoulements diphasiques en conduite.*

Thèse de doctorat, Ecole Centrale des Arts et Manufactures

**BILICKI Z., KESTIN J. (1990)**

*Physical aspects of the relaxation model in two-phase flow*

Proc. R. Soc. Lond. A 428, pp 379-397

**BILICKI Z., KARDAS D. (1991)**

*Approximation of the thermodynamic properties of superheated water and subcooled steam.*

Internal report IFFM No 185/91, Gdansk, Poland

**BIRD R. B., STEWART W. E., LIGHTFOOT E. N. (1960)**

*Transport Phenomena*

John Wiley and Sons, Inc N.Y.

**BLAZEK J. (2001)**

*Computational fluid dynamics: principles and applications*

Elsevier

**BOITEL G. (2003)**

*Etude expérimentale et numérique des écoulements instationnaires cavitants : Application aux inducteurs des turbopompes spatiales*

Rapport de DEA, Institut National Polytechnique de Grenoble

**BOITEL G. (2007)**

*Effet thermodynamique dans un inducteur cavitant : Mesures embarquées de température*

Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble

**BRENNEN C.E. (1995)**

*Cavitation and Bubble Dynamics*

Oxford University Press, New York

**CARRIER G. F. (1958)**

*Shock waves in dusty gas*  
Journal of Fluid Mechanics Vol. 4, pp 376-382

**CERVONE A., BRAMANTI C., RAPOSELLI E., D'AGOSTINO L. (2005)**

*Cavitation experiments on turbopump inducers and hydrofoils at Alta/Centrospazio :  
Overview and future activities*  
FEDSM 2005 – ASME Fluids Engineering division summer meeting Houston TX  
USA June 2005

**CERVONE A., BRAMANTI C., RAPOSELLI E., D'AGOSTINO L. (2006)**

*Thermal cavitation experiments on a NACA 0015 hydrofoil*  
ASME J. of Fluids Engineering Vol. 128, Issue 2, pp 326-331

**CHARLES N. (1994)**

*Modélisation diphasique d'écoulements cavitants avec effets thermodynamiques*  
Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble

**CHOI D., MERKLE C.L., (1985)**

*Application of Time-iterative schemes to incompressible flow*  
AIAA Journal Vol. 23, N° 10, pp 1518-1524

**CHOI D., MERKLE C.L., (1993)**

*The application of preconditioning in viscous flows*  
Journal of Computational Physics, Vol. 105, pp 207-223

**CHORIN A.J. (1967)**

*A numerical method for solving incompressible viscous flow problems*  
Journal of Computational Physics, Vol. 2, pp. 12-26

**CLERC S. (2000)**

*Numerical simulation of the homogeneous equilibrium model for two-phase flows*  
Journal of Computational Physics, Vol. 161, pp. 354-375

**COCCHI J-P., SAUREL R. (1997)**

*A Riemann problem based method for the resolution of compressible multimaterial  
flows*  
Journal of Computational Physics, Vol. 137, pp 265-298

**COIRIER J. (2001)**

*Mécanique des milieux continus*  
Dunod, 2<sup>ème</sup> édition

**COOPER P (1967)**

*Analysis of single and two-phase flow in turbopump inducers*  
J. Eng. Power, Vol. 89, pp 577-588

**COUSTEIX J. (1989)**

*Turbulence et couche limite*  
CEPADUES-Editions, Collection La Chevêche

**COUTIER-DELGOSHA O. (2001)**

*Modélisation des écoulements cavitants : Etude des comportements instationnaires et application aux turbomachines*

Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble

**COUTIER-DELGOSHA O., REBOUD J.L., DELANNOY Y., (2003)**

*Numerical simulation of the unsteady behaviour of cavitating flows*

International Journal for numerical methods in fluids, Vol. 42, pp 527-548

**COUTIER-DELGOSHA O., FORTES-PATELLA R., REBOUD J.L., HAKIMI N., HIRSCH C. (2005)**

*Numerical simulation of cavitating flow in 2D and 3D inducer geometries*

International Journal for numerical methods in fluids, Vol. 48, pp 135-167

**DE BERNARDI J. (1996)**

*Aspects expérimentaux et théoriques des instabilités de cavitation dans les turbopompes de moteurs fusée*

Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble

**DELANNOY Y. (1989)**

*Modélisation d'écoulements instationnaires et cavitants*

Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble

**DELANNOY Y., KUENY J.L. (1990)**

*Two phase flow approach in unsteady cavitation modelling*

Cavitation and Multiphase Flow Forum, ASME-FED, Vol.98, pp.153-158

**DELANNOY Y., REBOUD J.L. (1993)**

*Heat and mass transfer on a vapor cavity*

Gas-Liquid Flow Symposium. Washington D C.

**DELHAYE J. M. (1968)**

*Equations fondamentales des écoulements diphasiques*

Part 1 et 2 CEA-R-3429

**DELHAYE J. M., GIOT M., RIETHMULLER M. L. (1981)**

*Thermohydraulics of two-phase systems for industrial design and nuclear engineering*

Series in thermal and fluids engineering

**DERVIEUX A., THOMASSET F. (1981)**

*Multifluid incompressible flows by a finite element method*

In Proc. Seventh Intern. Conf. On Num. Methods in fluid dynamics, Stanford, California, pp 158

**DESPHANDE M., FENG J., MERKLE C. L. (1997)**

*Numerical modelling of the thermodynamic effects of cavitation*

Journal of Fluids Engineering, Vol. 119, pp 420-427

- DOWNAR-ZAPOLSKI P., BILICKI Z., BOLLE L., FRANCO J. (1996)**  
*The non-equilibrium relaxation model for one-dimensional flashing liquid flow*  
 Int. J. Multiphase Flow, Vol. 22, Issue 3, pp 473-483
- DULAR M., BACHERT R., STOFFEL B., SIROK B. (2005)**  
*Experimental evaluation of numerical simulation of cavitating flow around hydrofoil*  
 European Journal of Mechanics B/Fluids, Vol. 24, pp 522-538
- DUMONT N. (2004)**  
*Modélisation de l'écoulement diphasique dans les injecteurs Diesel*  
 Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse
- DUVAUT G. (1990)**  
*Mécanique des milieux continus*  
 Masson
- EL OUDGHIRI C. (2003)**  
*Modélisation de la cavitation de bord d'attaque : Simulation numérique par méthode VOF*  
 Projet de fin d'études, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne
- FAVRE A. (1965)**  
*Equations statistiques des gaz turbulents*  
 Comptes Rendus de l'Académie des Sciences 246, 1965.
- FINE™/TURBO (2003)**  
*Numerical mechanics applications*  
 Software package, Ver.4.0-1, Numeca International
- FORTES PATELLA R., BARRE S., REBOUD J.L. (2006)**  
*Experiments and Modelling of Cavitating Flows in Venturi: Part II: Unsteady Cavitation*  
 CAV2006, Wageningen, The Netherlands, September 2006.
- FRANC J. P., AVELLAN F., BELAHADJI B., BILLARD J. Y., BRIANCON-MARJOLLET L., FRECHOU D., FRUMAN D. H., KARIMI A., KUNEY J. L., MICHEL J. M. (1995)**  
*La cavitation. Mécanismes physiques et aspects industriels*  
 Presse Universitaire de Grenoble
- FRANC J. P., RIONDET M. (2002)**  
*Effets thermiques en cavitation, analyse de la campagne d'essais sur inducteur BIF4*  
 Rapport d'analyse
- FRANQUET E. (2006)**  
*Modélisation eulérienne d'écoulements multiphasiques en présence d'ondes de chocs, de détonations et d'interfaces matérielles*  
 Thèse de doctorat, Université de Provence

**FRIESCH J., (2006)**

*Rudder erosion damages caused by cavitation*  
CAV2006, Wageningen, The Netherlands, September 2006.

**FRUMAN D. H., BEUZELIN F. (1992)**

*Effets thermiques dans la cavitation des fluides cryogéniques*  
La houille blanche, n°7/8, pp 557-561

**FRUMAN D. H., REBOUD J.L., STUTZ B. (1999)**

*Estimation of thermal effects in cavitation of thermosensible liquids*  
International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 42, pp 3195-3204

**GONZALO FLORES N., ROLLAND J., GONCALVES E., FORTES PATELLA R.,  
REBATTET C. (2006)**

*Head drop of spatial turbopump inducer*  
CAV2006, Wageningen, The Netherlands, September 2006.

**GONZALO FLORES N., GONCALVES E., FORTES PATELLA R., ROLLAND J.,  
REBATTET C. (2007)**

*Etude numérique d'un inducteur en régime cavitant*  
18ème Congrès Français de Mécanique, Grenoble, 27-31 Août 2007

**GONZALO FLORES N., GONCALVES E., FORTES PATELLA R., ROLLAND J.,  
REBATTET C. (2007b)**

*Head drop of spatial turbopump inducer*  
Journal of Fluid Engineering (soumis)

**GROGGER H., ALAJBEGOVIC A. (1998)**

*Calculation of the cavitating flow in venture geometries using two fluid model*  
ASME Fluids Engineering Division Summer Meeting, June 21-25

**HAAR L., GALLAGHER J.K.S., KELL G.S., (1984)**

*NBS/NRC Steam tables: Thermodynamic and transport properties and computer programs for vapor and liquid state of water in SI units.*  
Hemisphere and McGraw-Hill

**HAKIMI N. (1997)**

*Preconditioning methods for time depend Navier-Stokes equations*  
Ph.D. Thesis, Université Libre de Bruxelles

**HAKIMI N., HIRSCH C., PIERRET S. (2000)**

*Presentation and application of a new extended k-e model with wall functions*  
ECOMAS, Barcelona, September 2000

**HARLOW F., AMSDEN A. A. (1971)**

*Fluid dynamics*  
Monographie LA-4700, Los Alamos National Laboratory, NM

**HARLOW F.H, WELCH J.E. (1965)**

*Numerical calculations of time dependant viscous incompressible flow of fluid with free surface*

Phys. Fluids, Vol. 8, pp 2182-2189

**HASSAN W. (2005)**

*Développement d'une instrumentation et d'une méthode de reconstruction tomographique avec régulation spatio-temporelle pour l'étude expérimentale du volume de vapeur présent au sein des turbopompes des machines spatiales*

Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble

**HIRSCH C., (1987)**

*Numerical computation of internal and external flows, Volume 1: Fundamentals of Numerical Discretization*

Wiley Interscience Series: Numerical Methods in Engineering, JWS, New York

**HIRSCH C., (1990)**

*Numerical computation of internal and external flows, Volume 2: Computational methods for inviscid and viscous flows*

Wiley Interscience Series: Numerical Methods in Engineering, JWS, New York

**HIRT C. W., NICHOLS B.D. (1981)**

*Volume of Fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries*

Journal of Computational Physics, Vol. 39, pp 201-225

**HELLUY P., BARBERON T. (2003)**

*Finite volume simulation of cavitating flows*

Rapport de recherche INRIA n°4824

**HIMENO T., WATANABE T., NONAKA S., NARUO Y., INATANI Y. (2004)**

*Numerical analysis of sloshing and wave breaking in a small vessel by CIP-LSM*

JSME Int. Journal, series B, Vol. 47, n°4, pp 709-715

**HOLL J. W., BILLET M.L., WEIR D. S. (1975)**

*Thermodynamic effects on developed Cavitation*

Journal of Fluids Engineering, pp 507-514

**HORD J. (1974)**

*Cavitation in liquid Cryogenes*

Vol 4, combined correlations for Venturi, Hydrofoil, Ogives and Pumps. NASA CR-2448

**HOSANGADI A., AHUJA V. (2005)**

*Numerical study of cavitation in cryogenic fluids*

ASME Fluids Engineering Divison Summer Meeting and Exhibition, June 2005, Houston

- HOSANGADI A., AHUJA V., UNGEWITTER R.J., (2006)**  
*Numerical study of a flat plate inducer: Comparison of performance in liquid hydrogen and water*  
 CAV2006, Wageningen, The Netherlands, September 2006.
- IBEN U., WRONA F., MUNZ C.D., BECK M. (2002)**  
*Cavitation in hydraulic tools based on thermodynamic properties of liquid and gas*  
 Journal of Fluids Engineering, Vol. 124, pp 1011-1017
- ISHII M. (1975)**  
*Thermo-fluid dynamic theory of two-phase flow*  
 Collection de la direction des études et recherches d'Electricité de France, Eyrolles
- ITO Y., NAGASHIMA T. (2000)**  
*Numerical simulation of sub-cooled liquid  $N_2$  nozzle flow with cavitation*  
 Special Publication of National Aerospace Laboratory SP-46
- JAKOBSEN J.K. (1964)**  
*On the mechanism of head breakdown in cavitating inducers*  
 Journal of basic engineering, Transaction of the ASME, June 1964, pp 291-305
- JAMESON A., SCHMIDT W., TURKEL E. (1981)**  
*Numerical solution of the Euler equations by finite-volume methods using Runge-Kutta time stepping schemes*  
 AIAA Paper 81-1259 June 1981
- JAMESON A. (1983)**  
*Solution of the Euler equations for two dimensional transonic flow by a multigrid method*  
 Applied Mathematics and Computation, Vol. 13, pp 327-355
- JAMESON A. (1991)**  
*Time dependent calculations using multigrid with applications to unsteady flows past airfoils and wings*  
 In AIAA paper 91-1259, 10<sup>th</sup> Computational Fluid Dynamics Conference, Honolulu (HI)
- JAMET D. (2003)**  
*Thermodynamique et transitions de phase*  
 Note du CEA
- JAMET D., LEBAIGUE O., COUTRIS N., DELHAYE J-M. (2001)**  
*The second gradient method for the direct numerical simulation of liquid-vapor flows with phase-change*  
 Journal of Computational Physics, Vol. 169, pp 624-651
- JAMET D., FOUILLET C., RUYER P., KLINGER J. (2004)**  
*Méthodes à interfaces diffuses pour la modélisation des écoulements multiphasiques*  
 Progrès récents des méthodologies de modélisation des écoulements diphasiques, conférence SHF, Lyon, France

**KATO H. (1984)**

*Thermodynamic effect on incipient and developed sheet cavitation*  
International Symposium on cavitation inception. ASME Fluid Engineering Division,  
Vol. 16, pp 127-136, New Orleans

**KNAPP R.T., DAILY J.T., HAMMIT F.G. (1970)**

*Cavitation*  
Mc Graw Hill

**KOVICH G. (1972)**

*Experimental and predicted cavitation performance of 80.6° helical inducer in high-temperature water*  
NASA TN D-6809

**KUENY J.L, REBOUD J.L. DESCLAUX J.**

*Analysis of partial cavitation: Image processing and numerical prediction*  
ASME-FED 116, 55 (1991)

**KUNZ R.F., et al. (2000)**

*A preconditioned Navier-Stokes Method for Two-phase Flows with Application to Cavitation*  
Comput Fluids, Vol. 29, pp 849-875

**KUSZLA P. (1999)**

*Simulation numérique d'écoulements multi-fluides compressibles. Application aux jets d'eau à haute vitesse*  
Thèse de doctorat, Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers, Centre de Paris

**LEE H., KINNAS S. A. (2006)**

*Prediction of cavitating performance of ducted propellers*  
CAV2006, Wageningen, The Netherlands, September 2006.

**LE METAYER O. (2003)**

*Modélisation et résolution de la propagation de fronts perméables. Application aux fronts d'évaporation et de détonation*  
Thèse de doctorat, Université de Provence

**LE METAYER O., MASSONI J., SAUREL R. (2004)**

*Modelling evaporation fronts with reactive Riemann solvers*  
Journal of Computational Physics, Vol. 205, pp 567-610

**LEMONNIER H. (2002)**

*Une introduction aux écoulements diphasiques*  
Cours de l'ENSHMG

**LEMONNIER H. (2003)**

*Description thermodynamique des écoulements diphasiques*  
Saclay, Réunion Neptune-EOS

**LIU T.G., KHOO B.C., XIE W.F. (2004)**

*Isentropic one-fluid modelling of unsteady cavitating flow*  
Journal of Computational Physics, Vol. 201, pp 80-108

**MARCER R. (1998)**

*Simulation des écoulements d'injecteur diesel avec le code eole-projet*  
Technical report, PRINCIPIA

**MASSONI J., SAUREL R., NKONGA B., ABGRALL R. (2001)**

*Propositions de méthodes et modèles eulériens pour les problèmes à interfaces entre fluides compressibles en présence de transfert de chaleur*  
Rapport de recherche INRIA n°4178

**MATHIEU B. (2004)**

*A 3D parallel implementation of the front-tracking method for two-phase flows and moving bodies*  
Progrès récents des méthodologies de modélisation des écoulements diphasiques, conférence SHF, Lyon, France

**MEJRI I., BAKIR F., REY R. (2006)**

*Comparison of computational results obtained from a homogeneous cavitation model with experimental investigations of three inducers*  
Journal of Fluids Engineering, Vol. 128, pp 1308-1323

**MENG P. R., MOORE R. D. (1970)**

*Hydrogen cavitation performance of 80.6° helical inducer mounted in line with stationary centerbody*  
NASA TM X-1935

**MERKLE C. L., FENG J. Z., BUELOW P. E. O. (1998)**

*Computational modeling of the dynamics of sheet cavitation*  
Proceedings of the 3<sup>rd</sup> International Symposium on Cavitation, Grenoble, France, April 7-10

**MERLE L. (1992)**

*Etude expérimentale et modèle physique d'un écoulement cavitant avec effet thermodynamique*  
Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble

**MIMOUNI S., ARCHER A., LAVIEVILLE., BOUCKER M., MECHITOUA N. (2006)**

*Modélisation et simulation des écoulements cavitants par une approche diphasique*  
La houille blanche, n°6, pp 121-128

**MOORE R.D., RUGGERI R.S. (1968)**

*Prediction of thermodynamic effects on developed cavitation based on liquid hydrogen and freon 114 data in scaled venturis*  
NASA TN D-4899

**MOORE R. D., MENG P. R. (1970)**

*Effect of blade leading edge thickness on cavitation performance of 80.6° helical inducer in hydrogen*  
NASA TN D-5855

**MOREAU J.B., SIMONIN O., HABCHI C. (2004)**

*A numerical study of cavitation influence on diesel jet atomisation*  
19<sup>th</sup> Annual Meeting of the Institute for Liquid Atomization and Spray Systems (Europe), Nottingham, 6-8 September 2004

**MURRONE A. (2003)**

*Modèles bi-fluides à six et sept équations pour les écoulements diphasiques à faible nombre de Mach*  
Thèse de doctorat, Université de Provence

**NOH W. F., WOODWARD P. (1976)**

*SLIC (simple line interface calculation)*  
In lecture note in physics, Proc. Seventh Inter. Conf. On Num. Methods in fluid dynamics, p 330-340 A.I. van de Vooren and P. J. Zandbergen

**OLSSON E., KREISS G., ZAHEDI S. (2007)**

*A conservative level set method for two phase flow II*  
Journal Comp. Physics, Vol. 225, pp 785-807

**PANTON R. (1968)**

*Flow properties for the continuum view-point of a non-equilibrium gas-particle mixture*  
J. of Fluid Mechanics, Vol. 31, pp 273-303

**PATANKAR S.V. (1980)**

*Numerical heat transfer and fluid flow*  
Hemisphere publishing corporation, Mc Graw Hill

**PAUCHET A. (1991)**

*Campagne de pression statique moyenne sur le plancher de la veine VTF dans sa configuration avec plafond ondulé*  
*In Analyses expérimentales et modélisations d'écoulements cavitants : écoulements dans la cavité et le long de l'interface*  
Rapport d'avancement, commande SEP n°834205

**POUFFARY B. (2004)**

*Simulation numérique d'écoulements 2D/3D cavitants, stationnaires et instationnaires : Analyse spécifique pour les turbomachines*  
Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble

**POUFFARY B. FORTES-PATELLA R., REBOUD J.L. (2005a)**

*Numerical simulation of 3D cavitating flows : Analysis of cavitation head drop in turbomachinery*  
ASME Fluids Engineering Division Summer Meeting and Exhibition, June 2005, Houston

- POUFFARY B., FORTES-PATELLA R., REBOUD J.L. (2005b)**  
*Numerical analysis of cavitation instabilities in inducer blade cascade*  
 ASME Fluids Engineering Division Summer Meeting and Exhibition, June 2005,  
 Houston
- RAPPOSELLI E., D'AGOSTINO L. (2003)**  
*A barotropic cavitation model with thermodynamic effects*  
 Fifth International Symposium on Cavitation, Osaka, Japan, November 1-4
- REBATTET C., JANSON E., REBOUD J.L., MERLE L. (1993)**  
*Effet thermodynamique sur la cavitation : 2<sup>ème</sup> campagne d'essais sur Venturi*  
 PECCLET  
 Rapport final, 2<sup>ème</sup> partie, Contrat SEP 841609, Juin 93
- REBATTET C., JANSON E., REBOUD J.L., MERLE L. (1993)**  
*Effet thermodynamique sur la cavitation: 2<sup>ème</sup> campagne d'essais sur Venturi*  
 PECCLET  
 Rapport final, 2<sup>ème</sup> partie, Contrat SEP 841609, Juin 1993
- REBATTET C., WEGNER M., MOREL P., BONHOMME C. (2001)**  
*Inducer design that avoids rotating cavitation*  
 AFI conference, Sandai, 2001
- REBOUD J.L., STUTZ B., COUTIER DELGOSHA O., (1998)**  
*Two-phase flow structure of cavitation: experiment and modelling of unsteady effects*  
 Proceedings of the 3<sup>rd</sup> International Symposium on Cavitation, Grenoble, France,  
 April 7-10
- REBOUD J.L., COUTIER DELGOSHA O., FORTES PATELLA R. (2003)**  
*Amélioration du code de calcul IZ*  
 Rapport final
- REBOUD J.L. (1995)**  
*Analyse et modélisation de la cavitation*  
 Memoire technique sur les activités du CREMHyG 1987 1995 Commande SEP  
 n°858666 Septembre 1995
- ROLLAND J., BOITEL G., BARRE S., GONCALVES E., FORTES PATELLA R. (2006)**  
*Experiments and Modelling of Cavitating Flows in Venturi: Part I: Stable Cavitation*  
 CAV2006, Wageningen, The Netherlands, September 2006.
- ROLLAND J., GONCALVES E., FORTES PATELLA R. (2007)**  
*Etude numérique de la cavitation avec effet thermodynamique*  
 18<sup>ème</sup> Congrès Français de Mécanique, Grenoble, 27-31 Août 2007
- ROWLINSON J. S., WIDOM B. (1982)**  
*Molecular theory of capillarity*  
 Clarendon Press, Oxford

**SAGAUT P.(2003)**

*Large Eddy Simulation for incompressible flows*  
Springer Verlag

**SAITO Y., NAKAMORI I., IKOHAGI T. (2003)**

*Numerical analysis of unsteady vaporous cavitating flow around a hydrofoil*  
Fifth International Symposium on Cavitation, Osaka, Japan, November 1-4

**SANSONE E. (2007)**

*Modélisation de la cavitation instationnaire dans les turbines Darrieus*  
Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble

**SAUER J. (2000)**

*Instationar kavitierende stromungen ein neues modell, basierend auf front capturing (VOF) und blasendynamik*  
PhD. Thesis, Universitat Karlsruhe

**SAUER J., SCHNERR G.H. (2000)**

*Unsteady cavitating flow - A new cavitation model based on modified front capturing method and bubble dynamics*  
Proceedings of FEDSM'00 - Fluids Engineering Summer Conference, Boston, June 2000

**SAUREL R., ABGRALL R. (1999)**

*A multiphase Godunov method for compressible multfluid and multiphase flows*  
Journal of Computational Physics, Vol. 150, pp 425-467

**SAUREL R., COCCHI J-P., BUTLER P.B. (1999)**

*Numerical study of cavitation in the wake of a hypervelocity underwater projectile*  
Journal of Propulsion and Power, Vol. 15, n° 4, pp 513-522

**SAUREL R., LE METAYER. (2001)**

*A multiphase model for compressible flows with interfaces, shocks, detonation waves and cavitation*  
Journal of Fluids Mechanics, Vol. 431, pp 239-271

**SCHAFFAR M., REY C., BOEGLIN G. (2003)**

*Résultats des essais de faisabilité de projectiles supercavitants tirés horizontalement dans l'eau*  
Rapport de recherche ISL, R106/2003, Institut Franco-Allemand de recherches de Saint-Louis

**SCHNERR G.H., SCHMIDT S., SEZAL I., THALHAMER M. (2006)**

*Shock and wave dynamics of compressible liquid flows with special emphasis on unsteady load on hydrofoils and on cavitation in injection nozzles*  
CAV2006, Wageningen, The Netherlands, September 2006.

**SCHMIDT D.P. (1997)**

*Cavitation in Diesel fuel injector nozzles*  
PhD thesis, University of Wisconsin-Madison

**SENOCAK I., SHYY W. (2001)**

*Numerical simulation of turbulent flows with sheet cavitation*  
CAV2001, 4<sup>th</sup> international symposium on cavitation, Pasadena, California

**SENOCAK I., SHYY W. (2002)**

*A pressure based method for turbulent cavitating flow computations*  
Journal of Computational Physics, Vol. 176, pp 363-383

**SENOCAK I., SHYY W. (2004)**

*Interfacial dynamics-based modelling of turbulent cavitating flows, part-1: model development and steady-state computations*  
In. J. for Num. Methods in Fluids, Vol. 44, pp 975-995

**SENOCAK I. (2002)**

*Computational methodology for the simulation of turbulent cavitating flows*  
PhD thesis, University of Florida, USA

**SHUEN J.S., CHEN K.H. CHOI Y., (1993)**

*A coupled implicit method for chemical non-equilibrium flows at all speeds*  
Journal of Computational Physics, Vol. 106, pp 306-318

**SHYUE K. (2001)**

*A fluid-mixture type algorithm for compressible multicomponent flow with Mie-Grüneisen equation of state*  
Journal of Computational Physics, Vol. 171, pp 678-707

**SINGHAL A.K., LI H., ATAHVALE M.M., JIANG Y. (2002)**

*Mathematical basis and validation of the full cavitation model*  
Journal of Fluids Engineering, Vol. 124, pp 617-624

**SINIBALDI E., BEUX F., SALVETTI M. V. (2003)**

*A preconditioned implicit Roe's scheme for barotropic flows : towards simulation of cavitation phenomena*  
Rapport de recherche INRIA n°4891 July 21th, 2003

**SINIBALDI E., BEUX F., SALVETTI M. V. (2006)**

*A numerical method for 3D barotropic flows in turbomachinery*  
Flow Turbulence Combustion, Vol. 76, pp 371-381

**SLOTEMAN D.P., ROBERTSON D. A., MARGOLIN L. (2004)**

*Demonstration of cavitation life extension for suction-stage impellers in high energy pumps*  
Proceedings of the twentieth International Pump Users Symposium, Turbomachinery Laboratory, Texas A&M University, College Station Texas pp 103-115

**SONG C. C. S. HE J. (1998)**

*Numerical simulation of cavitating flows by single-phase flow approach*

Proceedings of the 3<sup>rd</sup> International Symposium on Cavitation, Grenoble, France, April 7-10

**SONG C. S. (2002)**

*Current status of CFD for cavitating flows*

9<sup>th</sup> International Symposium on transport phenomena and dynamics of rotating machinery, Honolulu, Hawaiï, February 10-14

**SPALART P. R., ALLMARAS S. R. (1992)**

*A one equation turbulence model for aerodynamic flows*

In AIAA 92-0439, 30<sup>th</sup> Aerospace Sciences Meeting, Reno, Nevada, January 6-9 1992

**SPALART P. R., ALLMARAS S. R. (1994)**

*A one equation turbulence model for aerodynamic flows*

La recherche Aérospatiale, Vol. 1, pp 5-21

**STAHL H.A, STEPANOFF A.J. (1956)**

*Thermodynamic aspects of cavitation in centrifugal pumps*

Transaction ASME Journal of Basic Engineering, Vol. 78, pp 1691-1693

**STEWART H. B., WENDROFF B., 1984**

*Two-phase flow: Models and methods*

Journal of Computational Physics, Vol. 56, pp 363-409

**STUTZ B. (1996)**

*Analyse de la structure diphasique et instationnaire de poches de cavitation*

Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble

**STUTZ B., REBOUD J.L. (1994)**

*Analyse expérimentale et modélisation de la structure diphasique d'une poche de cavitation*

Rapport final Cremhyg, marché n°93/CNES/3047

**STUTZ B., REBOUD J.L. (1997a)**

*Two phase flow structure of sheet cavitation*

Physics of Fluids, Vol. 9, n°12, pp 3678-3686

**STUTZ B., REBOUD J.L. (1997b)**

*Experiments on unsteady cavitation*

Experiments in Fluids, Vol. 22, pp 191-198

**STUTZ B., REBOUD J.L. (2000)**

*Measurements within unsteady cavitation*

Experiments in Fluids, Vol. 29, pp 545-552

**TANI N., NAGASHIMA T. (2002)**

*Numerical analysis of cryogenic cavitating flow on hydrofoil – Comparison between water and cryogenic fluids*

4<sup>th</sup> International Conference on Launcher Technology, Liege, Belgium, December 3-6

**TOKUMASU T., SEKINO Y., KAMIJO K. (2003)**

*A new modelling of sheet cavitation considering the thermodynamic effects*

Fifth International Symposium on Cavitation, Osaka, Japan, November 1-4

**TOMIYAMA A., MAKINO Y., ZUN I., SAKAGUCHI T. (1998)**

*Bubble shape modelling for a 3D two-way bubble tracking method*

In ICMF'98, Lyon, France

**TOUMI I., KUMBARO A., PAILLERE H. (1999)**

*Approximate riemann solvers and flux vector splitting schemes for two-phase flow*

Rapport CEA-R-5849(E)

**TOUTANT A. (2006)**

*Modélisation physique des interactions entre interfaces et turbulence*

Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse

**TURKEL E. (1987)**

*Preconditioning methods for solving the incompressible and low speed compressible equations*

Journal of Computational Physics, Vol. 72, pp 277-298

**UNVERDI S. O., TRYGGVASON G. (1992)**

*A front-tracking method for viscous, incompressible, multi-fluid flows*

Journal of Comp. Phys., Vol. 100, Issue 1, pp 25-37

**UTTURKAR Y., WU J., WANG G., SHYY W. (2005a)**

*Recent progress in modelling of cryogenic cavitation for liquid rocket propulsion*

Progress in Aerospace Sciences, Vol. 41, pp 558-608

**UTTURKAR Y., THAKUR S., SHYY W. (2005b)**

*Computational modeling of thermodynamic effects in cryogenic cavitation*

43rd AIAA Aerospace sciences meeting an exhibit 10-13 Jan 2005, Reno, Nevada

**YANG Z., SHIH T.H. (1993)**

*A  $k-\epsilon$  model for turbulence and transitional boundary layer*

Near-wall Turbulent Flows, R.M.C. So., C.G. Speziale and B.E. Launder (Editors), Elsevier-Science Publishers B. V., pp 165-175

**YOSHIDA Y., KIKUTA K., HASEGAWA S., SHIMAGAKI M., NAKAMURA N., TOKUMASU T. (2005)**

*Thermodynamic effect on a cavitating inducer in liquid nitrogen*

ASME Fluids Engineering Division Summer Meeting and Exhibition, June 2005, Houston

**VENTIKOS Y., TZABIRAS G. (1995)**

*A numerical study of the steady and unsteady cavitation phenomenon around hydrofoils*

International Symposium on Cavitation, May 1995, Deauville, FRANCE

**VENKATESWARAN S., LINDAU J., KUNZ R., MERKLE C. (2002)**

*Computation of multiphase mixture flows with compressibility effects*

Journal of Computational Physics, Vol. 180, pp 54-77

**VERNIER P., DELHAYE J. M. (1968)**

*General two-phase flow equations applied to the thermohydrodynamics of boiling nuclear reactors*

Energie primaire Vol. 4, n°1

**WALLIS G.B. (1969)**

*One-dimensional two-phase flow*

McGraw-Hill

**WICK W. (1999)**

*En Dra Vann*

Libretto forlag

**ZUBER N. (1964)**

*On the dispersed two-phase flow in the laminar flow regime*

Chemical Engineering Science, Vol. 19, pp 897-917





Modélisation des écoulements cavitants dans les inducteurs de turbopompes : prise en compte des effets thermodynamiques

Mots clés en français:

Cavitation, cryogénie, inducteur

Afin d'améliorer les performances des turbopompes des moteurs cryogéniques spatiaux et de mieux comprendre les phénomènes de cavitation qui apparaissent sur leur premier étage d'aspiration, nous avons implémenté un modèle de cavitation prenant en compte les effets thermodynamiques dans le code CFD Fine<sup>TM</sup>/Turbo.

La modélisation des écoulements cavitants des fluides cryogéniques dans une turbomachine est un enjeu de taille du fait des différents problèmes physiques à traiter. L'écoulement est turbulent, instationnaire, à la fois incompressible dans le liquide et compressible dans les zones diphasiques, avec changements de phase, en présence d'échanges de chaleur, en géométrie tournante.

Après une première validation dans une géométrie de venturi de notre modèle basé sur une approche homogène des écoulements diphasiques, la chute de performance en cavitation d'un inducteur en hydrogène a été obtenue, en bon accord avec les résultats expérimentaux.

Modelling of cavitating flows in turbopumps inducers with thermodynamic effects

Mots clés en anglais:

Cavitation, cryogeny, inducer

To increase the performances of the cryogenic rocket engine turbopumps, and to better understand cavitation phenomena which appear in the first stage of the pump, we implemented a cavitation model taking into account thermodynamic effects in the CFD software Fine<sup>TM</sup>/Turbo.

Modelisation of cryogenic cavitating flows in turbomachinery, is an important stake due to different physical problems needed to be addressed. The flow is turbulent, unsteady, both incompressible in the pure liquid and compressible in diphasic area, with phase changes and energy exchanges, in a rotating frame.

After a first validation in a venturi geometry of our model based on an homogeneous approach of multiphase flows, the cavitation head drop of an inducer in hydrogen was obtained, and shows good results in comparison to experimental data.