



HAL
open science

MODÉLISATION DES PHÉNOMÈNES INDUITS PAR UNE INJECTION FORTEMENT LOCALISÉE D'ÉNERGIE DANS UN LIQUIDE

Frédéric Aitken

► **To cite this version:**

Frédéric Aitken. MODÉLISATION DES PHÉNOMÈNES INDUITS PAR UNE INJECTION FORTEMENT LOCALISÉE D'ÉNERGIE DANS UN LIQUIDE . Physique [physics]. Institut National Polytechnique Grenoble (INPG), 1998. Français. NNT: . tel-01680177

HAL Id: tel-01680177

<https://hal.science/tel-01680177>

Submitted on 10 Jan 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THESE

pour obtenir le grade de

DOCTEUR de l'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE GRENOBLE

(Arrêté ministériel du 30 mars 1992)

Spécialité: énergétique physique

présentée et soutenue publiquement

par

AITKEN Frédéric

(ingénieur ENSICA)

le mardi 21 avril 1998.

MODÉLISATION DES PHÉNOMÈNES INDUITS PAR UNE INJECTION FORTEMENT LOCALISÉE D'ÉNERGIE DANS UN LIQUIDE

Directeur de thèse: M. A. DENAT

Codirecteur de thèse: M. J.M. MICHEL

JURY

M. J.B. ROBERT,

Président

M. W. LAUTERBORN,

Rapporteur

M. M. AUTRIC,

Rapporteur

M. F.M.J. McCLUSKEY

Mme A.P. ALLONCLE

AVANT-PROPOS

L'idée de ce sujet de thèse est le fruit un peu du hasard ; en effet, je suis arrivé au L.E.M.D. (Laboratoire d'Electrostatique et de Matériaux Diélectriques) pour faire mon projet de fin d'étude ENSICA, sous la direction de *P. Atten* et *B. Malraison*, à propos de la dynamique chaotique d'une bulle de gaz soumise à un champ de pression acoustique : le système dynamique obtenu à partir de l'équation de *Herring modifiée* (voir annexe D) est un système de codimension 4, qui pour un liquide donné se réduit à un système de codimension 2. Fixant un peu au hasard ces paramètres pour étudier les diverses solutions, je me suis demandé un jour : et si on pouvait se rapprocher d'un cas concret ! Ayant été, pendant ce stage, vaguement présenté à "une manip qui fait des bulles", *F. McCluskey* et *A. Denat* m'ont fourni des enregistrements de la **dynamique des bulles** observé dans cette expérience et ils m'ont demandé de voir si je pouvais les reproduire numériquement. En fixant tous les paramètres, les conditions initiales et aux limites comme on voulait, on arrivait à obtenir un peu tout ce que l'on voulait. Il est donc apparu évident qu'il fallait essayer de trouver les conditions initiales et aux limites qui correspondent aux expériences de **préclaquage électrique**. Fouillant un peu la bibliographie sur le sujet et celui très proche du claquage laser, je n'ai pas pu trouver quelque chose d'intéressant qui me donne les **conditions initiales** que je cherchais pour la bulle. Alors, à l'occasion d'un DEA fait pendant mon service militaire, je me suis lancé dans une modélisation naïve et rapide du processus artificiel de génération d'une bulle de gaz par claquage électrique, car ce que je voulais étudier c'était toujours la dynamique de la bulle. Ce premier essai de modélisation donnant des résultats très prometteurs, *F. McCluskey* et *A. Denat* m'invitèrent à poursuivre et à développer ce sujet en thèse. De plus, la modélisation du processus de dépôt d'énergie rapide et localisé dans un liquide présente un intérêt primordial pour la compréhension des mécanismes prédisruptifs et disruptifs (arc électrique) dans ce milieu. C'est également un sujet relativement

vierge dans la mesure où aucune analyse de ces processus n'a pu être trouvée dans la littérature. Abandonnant alors provisoirement l'étude de la dynamique des bulles, c'est donc le résultat de mes recherches sur **la modélisation du processus de préclaquage d'un liquide diélectrique en champ électrique intense** que je présente ici. C'est un sujet qui requiert des connaissances dans des domaines aussi variés que : la physique des hautes pressions, les détonations en milieu liquide, la physique des liquides, le claquage laser, etc.

En vue de faciliter la lecture et la compréhension de la modélisation, le découpage des chapitres de la thèse suit à peu près la chronologie des événements observés lors d'un processus de préclaquage, soit :

- ◆ déclenchement d'une avalanche électronique,
- ◆ suivi de la formation d'un plasma froid avec émission de lumière,
- ◆ puis émission d'une onde de choc dans le milieu,
- ◆ et enfin :
 - dans un **liquide**, formation d'une cavité "gazeuse" qui grossit puis diminue, éventuellement plusieurs fois, avant de disparaître.
 - dans un **solide**, formation d'une cavité "gazeuse" qui persiste [Ashkinadze et al.-1966-Sov. Phys. JTP, Vol. 23(5), pp. 788-797].
 - dans un **gaz**, expansion et disparition du plasma.

Nous nous intéresserons ici exclusivement au cas des milieux **liquides**, car ceux-ci sont utilisés comme isolant dans l'industrie électrotechnique. Leur rôle fondamental étant alors de se substituer à l'air ou tout autre gaz afin d'éliminer les décharges partielles susceptibles de se produire.

Nous avons choisi de mettre les références bibliographiques (classées par ordre alphabétique) à la fin de chaque chapitre, car certains sont relativement indépendants des autres, par conséquent ils forment une entité autosuffisante. Mais l'inconvénient de ce choix de présentation est que les références importantes sont répétées dans tous les chapitres et deviennent donc redondantes.

Nous avons également choisi de distinguer les *courbes*, qui sont la représentation d'équations mathématiques et les *figures*, qui ne sont que des représentations schématiques.

Le chapitre 1 sert de chapitre d'introduction. On y présente le processus de préclaquage et de claquage électrique ainsi que le scénario qui sert de fil conducteur pour décrire et modéliser la formation d'une bulle dans le sillage d'une onde de choc. Chaque phase du scénario est étudiée et développée dans les chapitres suivants.

Le chapitre 2 est consacré à l'étude de la compressibilité des liquides. L'équation d'état qui est généralement utilisée pour étudier les liquides en compression est dénommée "*équation de Tait*". C'est une équation qui fait intervenir deux paramètres (n et B) qui ont été déterminés essentiellement dans le cas de l'eau ; de plus c'est une équation limitée à une gamme particulière de pression (quelques kilobars). Dans notre cas, la diversité des liquides que l'on peut étudier est relativement grande, il est donc important de bien comprendre les propriétés et le domaine de validité de cette équation. La compressibilité entraîne qu'une pression appliquée dans une région localisée du fluide sera transmise aux autres points du fluide par une onde de vitesse finie. Pour la compréhension du processus de claquage, il est donc également important de comprendre la propagation de ces ondes.

Dans le chapitre 3, nous nous intéressons essentiellement aux propriétés du plasma à travers sa température maximum T_{m0} et sa pression maximum P_{m0} . L'analyse de la variation d'énergie interne d'une particule fluide soumise à une source volumique de puissance permet d'établir l'équation de bilan énergétique. Le plasma ne dure que le temps d'injection τ_i de l'énergie W_i ; ainsi en supposant que la distribution de température $T(r)$ et de pression $P(r)$ est **gaussienne** dans le plasma, de volume \mathcal{V}_0 , on en déduit les propriétés cherchées.

Connaissant maintenant l'état du volume \mathcal{V}_0 à la fin du temps d'injection τ_i , on examine dans le chapitre 4, la relaxation de celui-ci en observant la redistribution

de l'énergie injectée W_i , pour en déduire les caractéristiques de l'onde de choc émise dans le liquide.

Enfin le chapitre 5 dresse les limites et les contraintes de la modélisation développée dans les chapitres précédents, notamment en examinant les différents temps caractéristiques. On y trouve également les conditions initiales tant recherchées de la bulle ainsi que les résultats que l'on peut attendre de ce modèle énergétique.

REMERCIEMENTS

Ce travail a été effectué au sein du laboratoire d'Electrostatique et de Matériaux Diélectriques (CNRS/UJF) de Grenoble, sous la direction de Monsieur André DENAT et la codirection de Monsieur Jean-Marie MICHEL. Qu'ils reçoivent ici l'assurance de ma sincère et amicale reconnaissance pour l'aide et les précieux conseils qu'ils m'ont prodigués durant la réalisation de cette étude.

Je remercie très vivement Monsieur Jean-Bernard ROBERT, Professeur à l'Ecole Normale Supérieure de Lyon, qui a accepté de présider le jury d'examen malgré une bonne fièvre. Je lui suis également très reconnaissant d'avoir bien voulu nous recevoir pour discuter de ce sujet de thèse.

J'exprime ma sincère reconnaissance à Monsieur Werner LAUTERBORN, Professeur à l'Université de Physique de Göttingen en Allemagne, et à Monsieur Michel AUTRIC, Directeur du laboratoire L.P.3 de l'IRPHE de Marseille, qui m'ont fait l'honneur de bien vouloir examiner ce travail. Je les remercie également pour l'accueil chaleureux que nous avons toujours reçu à chaque visite de notre part.

Je remercie vivement Madame Anne-Patricia ALLONCLE, Chargée de recherche au CNRS dans le laboratoire L.P.3 de l'IRPHE de Marseille, pour sa gentillesse et son dévouement pour ce sujet de recherche. C'est un réel plaisir de collaborer avec elle.

Je tiens à remercier Monsieur Franck McCLUSKEY, Professeur à l'Université de Brighton en Angleterre, pour l'intérêt porté à ce travail et pour les encouragements qu'il m'a prodigués tout au long de sa réalisation. Je souhaite également le remercier pour toutes les discussions très enrichissantes que nous avons eues.

Je tiens également à remercier Monsieur Pierre ATTEN, Directeur de recherche au laboratoire, qui a bien voulu relire ce manuscrit et avec qui j'ai toujours eu des discussions très instructives qui m'ont aidé dans l'interprétation des résultats de cette étude. Je regrette seulement que nous n'en ayions pas eu plus souvent!

Je remercie vivement Monsieur Fathi JOMNI, expérimentateur de talent, avec qui j'ai eu beaucoup de plaisir à travailler.

J'exprime ma sincère reconnaissance à Messieurs G. LAULIER, J.P. ROUX, F. MONTANVERT et M. HILAIRE pour les nombreux services qu'ils m'ont rendus, pour leur gentillesse et leur grande disponibilité.

Enfin, je remercie tous les membres du laboratoire pour l'accueil qu'ils m'ont réservé et les services qu'ils m'ont rendus.

NOMENCLATURE

B	Constante de l'équation de <i>Tait modifiée</i>	[Pa]
c	Célérité du son (<i>Eulérienne</i>): $c^2 \equiv (\partial P / \partial \rho)_s = -V^2 (\partial P / \partial V)_s$	[m/s]
C_p, C_v	Chaleurs massiques à pression et volume constants	[J/(kg.K)]
D	Diffusion thermique: $D = \lambda / \rho C_p$	[m ² /s]
e	Energie interne par unité de masse	[J/kg]
E	Densité d'énergie: $E = \rho e$	[J/m ³]
\mathcal{E}	Energie totale : $\mathcal{E} = E + \rho \bar{v}^2 / 2$	[J/m ³]
h	Enthalpie statique par unité de masse: $h = e + PV$	[J/kg]
J	Source surfacique de puissance	[W/m ²]
K_T, K_S	Compressibilité isotherme et adiabatique	[Pa ⁻¹]
L	Longueur caractéristique	[m]
L_v	Chaleur latente de vaporisation	[J/mol]
m	Masse	[kg]
P	Pression	[Pa]
P_c	Pression critique	[Pa]
P_v	Pression de vapeur saturante	[Pa]
r	Distance radiale	[m]
r_0	Rayon du plasma	[m]
R_m	Rayon maximum atteint par la bulle	[m]
S	Entropie par unité de masse	[J/(kg.K)]
t	Temps	[s]
T	Température	K ou °C
T_b	Température d'ébullition	K ou °C
T_c	Température critique	K ou °C
u	Composante radiale de la vitesse	[m/s]
U_c	Vitesse radiale de l'onde de choc	[m/s]
v_1, v_2, v_3	Composantes du vecteur vitesse \bar{v}	[m/s]

V	Volume spécifique : $V = 1/\rho = v/m$	$[m^3/kg]$
	Tension (chapitre 1)	$[V]$
v	Volume	$[m^3]$
\bar{v}	Volume molaire	$[m^3/mol]$
W_i	Energie totale injectée	$[J]$
x_1, x_2, x_3	Coordonnées cartésiennes	$[m]$

CARACTERES GRECS

α	Tension superficielle	$[N/m]$
β	Coefficient de dilatation thermique	$[K^{-1}]$
γ	Exposant adiabatique : $\gamma \equiv VP^{-1}(\partial^2 e / \partial V^2)_S$	sans unité
γ_0	Rapport des chaleurs massiques: $\gamma_0 = C_p/C_v$	sans unité
κ	Module d'élasticité en volume	$[Pa]$
λ	Conductivité thermique	$[W/(m.K)]$
μ	Viscosité dynamique	$[kg/(m.s)]$
ν	Viscosité cinématique : $\nu = \mu/\rho$	$[m^2/s]$
χ	Viscosité volumique	$[kg/(m.s)]$
η_d	Rendement	sans unité
ρ	Masse volumique	$[kg/m^3]$
σ	Ecart-type de la distribution Gaussienne	$[m]$
σ_L	Ecart-type minimum admissible	$[m]$
τ_i	Temps d'injection de l'énergie	$[s]$
Γ	Coefficient de Grüneisen: $\Gamma \equiv VT^{-1}(\partial P / \partial S)_V$	sans unité
ψ	Source volumique de puissance	$[W/m^3]$

INDICES

g	Gaz
∞	Condition à l'infini
0	Condition initiale

OPERATEURS

·	Dérivée première par rapport au temps
Δ	Différence
	Discriminant (chapitre 5, §II)
$\langle f(t) \rangle$	Moyenne de la fonction $f(t)$: $\langle f(t) \rangle = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(t) dt$

CONSTANTES DES GAZ PARFAITS

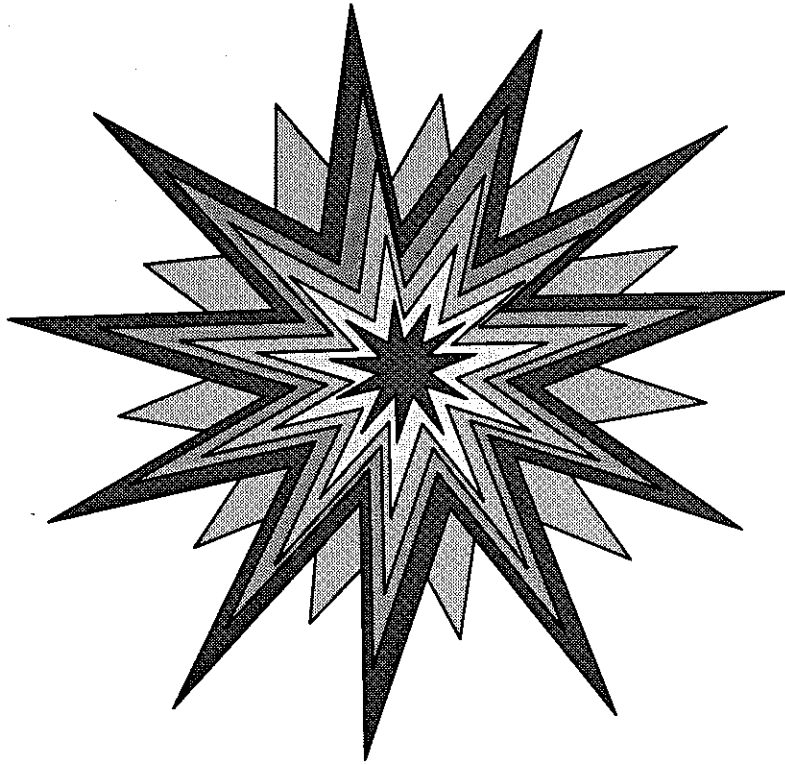
$\mathfrak{R} = 8,314$	[J/(mol.K)]
$\mathfrak{R}_g = 287$	[J/(kg.K)]

NOMBRES SANS DIMENSION

M	Nombre de Mach ($q = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2}$)	$M = q/c$
Pe	Nombre de Péclet	$Pe = qL/D$
Re	Nombre de Reynolds	$Re = qL\rho/\mu$
Z	Facteur de compressibilité	$Z = P\tilde{v}/\mathfrak{R}T$
Z_{m0}	Pente dans le diagramme P-T	$Z_{m0} = \Gamma C_v / \mathfrak{R}_g$

CHAPITRE 1

CLAQUAGE ET PRECLAQUAGE



Sommaire

I. DEFINITION	15
II. DISPOSITIFS D'ETUDE	16
III. INTERETS DE L'ETUDE	19
IV. DESCRIPTION DU PRECLAQUAGE ELECTRIQUE	20
<i>A) Choix de la configuration pointe-plan</i>	20
<i>B) Courant limité par charge d'espace</i>	21
<i>C) Les liquides étudiés</i>	22
<i>D) Techniques expérimentales de visualisation</i>	23
1) Montage de type ombroscopique.....	24
2) Technique optique strioscopique.....	24
V. SCENARIO POUR LA FORMATION DE LA BULLE	25
<i>A) Propagation du choc</i>	28
<i>B) Oscillations de la bulle</i>	29
VI. BIBLIOGRAPHIE	29

CLAQUAGE ET PRECLAQUAGE

I. DEFINITION

Quoi de plus impressionnant que la foudre qui tombe non loin de l'endroit où vous vous trouvez. Quoi de plus fascinant que les éclairs qui déchirent l'atmosphère en un bruit étourdissant. Nous avons tous pu remarquer que ceux-ci peuvent se produire entre deux nuages ou entre un nuage et le sol, et que ce flash lumineux est toujours associé à une onde sonore qui arrive plus ou moins longtemps après l'éclair, suivant la distance à l'orage. Physiquement, un éclair est un arc électrique qui relie deux conducteurs de potentiels différents ; l'expansion brutale de la colonne d'air entourant l'éclair génère une onde de pression qui peut se propager à plusieurs kilomètres.

Dans les liquides isolants soumis à une différence de potentiel suffisante, des phénomènes similaires peuvent se produire [Felici-1987]. Mais contrairement aux gaz, l'interprétation des phénomènes de décharge est rendue extrêmement difficile du fait de la grande complexité et de la diversité des mécanismes mis en jeu, par exemple : l'importance fondamentale de la structure chimique du liquide, des substances étrangères qu'il peut contenir, des interfaces liquide/solide ou liquide/gaz, également la méconnaissance des processus électroniques dans un milieu dense et désordonné, etc.

D'après la définition de Tobazéon [1986] :

*"On désigne alors par **claquage**, l'ultime étape d'un processus qui se manifeste par l'établissement d'un arc entre deux conducteurs".*

Les conséquences sont plus ou moins catastrophiques, en tout cas la plupart des défaillances du matériel électrique sont dues au claquage des isolations. Depuis un peu plus de trente cinq ans, il a été mis en évidence l'intervention d'une phase gazeuse dans le processus de claquage [Hakim et al.-1961] ; ainsi, avant le claquage proprement dit où l'arc électrique se développe, il existe une période de **préclaquage**, comprenant elle-même deux phases :

- ◆ une phase de génération pendant laquelle se créent les circonstances favorables à l'apparition de l'étape suivante ;
- ◆ une phase de propagation de la perturbation précédemment créée [Gourmay-1994].

La séparation en deux phases peut sembler parfois arbitraire mais nous nous intéresserons ici uniquement à la **phase de génération**, caractérisée par l'émission d'une onde de choc et l'apparition d'une cavité "gazeuse".

Plusieurs mécanismes ont été suggérés afin de rendre compte de la formation éventuelle de telles bulles, puis de la déformation et de la stabilité de ces bulles dans le champ électrique [Garton et al.-1964]. Deux mécanismes ont été principalement envisagés: d'une part **la cavitation** qui se produit quand la pression en un point du liquide s'abaisse au-dessous de la pression de vapeur saturante $P_v(T_\infty)$; d'autre part **l'ébullition** locale que peut produire la dissipation d'énergie associée à de fortes densités locales de courant. Mais cavitation et ébullition se produisent très difficilement, et de façon "explosive" dans des liquides très "propres". Cela se comprend assez bien puisqu'une concentration considérable d'énergie est nécessaire en principe pour vaincre les forces d'attraction moléculaires. Nous montrerons dans la suite que le mécanisme de préclaquage ne nécessite pas en fait de passer par un équilibre liquide/vapeur pour se produire.

II. DISPOSITIFS D'ETUDE

Des études antérieures [Denat et al.-1988, Kattan et al.-1989] ont montré que le dispositif électrique le mieux adapté pour l'étude de ces mécanismes est la

géométrie pointe/plan des électrodes, lorsque la pointe est en polarité négative¹ (pointe = cathode) ; dans ce cas, on obtient un régime d'impulsions de courant très régulier en fréquence (quelques centaines de Hertz) et en amplitude. Ce régime d'impulsions brèves (quelques nanosecondes) s'explique par un mécanisme d'avalanche électronique (en phase liquide) dans la zone de champ intense près de la pointe [Haidara et al.-1991], celui-ci étant corrélé à une émission de lumière de même durée [Bonifaci et al.-1991], le tout conduisant à la formation d'un plasma froid hors équilibre.

Un autre dispositif expérimental qui permet d'obtenir une avalanche électronique de même nature est le **claquage optique/laser** [Felix et al.-1971, Fujimoto et al.-1985] qui est la conséquence de l'absorption des photons émis par une source laser de grande intensité dont la longueur d'onde est transparente pour le liquide considéré. C'est un phénomène qui dépend pour beaucoup des impuretés [Butenin et al.-1972] dans le liquide et de la largeur à mi-hauteur des impulsions laser. C'est une expérience qui permet d'avoir également une bonne reproductibilité des événements.

Ces deux mécanismes ont la particularité d'être des phénomènes à seuil : en effet le régime d'impulsions de courant ne se produit qu'à partir d'une tension minimale V_s , qui dépend essentiellement du rayon de courbure r_p de l'électrode pointe, et l'effet du rayonnement électromagnétique ne se produit qu'à partir d'une intensité minimale, qui dépend beaucoup de l'optique de focalisation. Bien que ces deux phénomènes présentent de nombreuses similitudes, ils diffèrent néanmoins sur les valeurs quantitatives de l'énergie injectée : en effet les énergies mises en jeu dans le cas du claquage optique sont de l'ordre du millijoule alors que dans le cas du préclaquage électrique elles sont plutôt de l'ordre du nanojoule; on a par conséquent les rayons maxima des bulles qui sont respectivement de l'ordre de plusieurs centaines de microns et de quelques microns seulement. L'étude en parallèle de ces deux expériences permet donc de balayer une grande gamme d'énergie. Nous avons

¹ En polarité positive, les phénomènes sont beaucoup plus erratiques et aléatoires, ce qui rend difficile les expérimentations, faute de reproductibilité.

récapitulé les divers ordres de grandeurs relatifs à ces deux expériences dans le tableau ci-dessous.

	<i>Energie W_i</i>	<i>Volume % concerné par la décharge</i>	<i>Temps d'injection τ_i</i>	<i>Rayon maximum de la bulle R_m</i>
Préclaquage électrique	~ nJ	~ $(\mu\text{m})^3$	~ ns	< 10 μm
Claquage optique	~ mJ	~ 1000 $(\mu\text{m})^3$	~ 100ns	quelques 100 μm

Tableau 1-1: récapitulatif des différents ordres de grandeurs pour les deux types de claquage.

Enfin un troisième mécanisme s'apparente aux deux premiers, bien que la méthode d'injection d'énergie soit très différent : c'est la **détonation par charge explosive** [Cole-1965, Holt-1977]. L'énergie est due à une réaction chimique (où l'explosif solide est transformé en produits gazeux) entretenue par une onde de choc ; lorsque celle-ci se détache de la zone réactive, on observe les mêmes phénomènes que dans les deux cas précédents.

L'expérience réalisée au laboratoire est celle du préclaquage électrique dont la géométrie est relativement bien représentée par la symétrie sphérique ; par conséquent la modélisation a été essentiellement développée pour ce type d'expérience mais nous avons essayé, autant que possible, de l'adapter au cas du claquage laser qui présente plutôt une géométrie de révolution suivant un axe, du fait de l'absorption du rayonnement dans la direction incidente du faisceau laser. Nous avons également essayé de montrer les différences et les points communs avec le modèle de détonation.

III. INTERETS DE L'ETUDE

Nous avons vu que les trois mécanismes d'injection ont en commun l'émission d'une onde de choc et la formation d'une cavité gazeuse. Nous sommes donc en présence de deux phénomènes hydrodynamiques différents qui peuvent être utilisés et exploités de manière différente.

Tout d'abord l'étude de la propagation de l'onde de choc nous renseigne sur l'équation d'état du milieu. Ensuite la génération d'une cavité qui s'identifie à celle créée par cavitation, permet d'étudier ce phénomène à travers la dynamique d'une bulle isolée.

Maintenant, si on cherche les applications de ce genre d'étude, l'éventail des possibilités concernant les trois mécanismes d'injection d'énergie présentés précédemment, est relativement grand.

Tout d'abord, la compréhension des mécanismes de préclaquage électrique peut permettre de développer de nouveaux liquides diélectriques ayant de meilleures performances pour l'industrie électrotechnique.

Ensuite, le claquage laser étant une méthode non intrusive, il est de plus en plus souvent utilisé en médecine dans des domaines tels que l'ophtalmologie et la destruction de caillots. Il est donc très important de maîtriser l'influence des divers paramètres afin d'éviter des dommages indésirables sur les tissus biologiques environnants [Vogel et al.-1996].

Enfin, le mécanisme de détonation par charge explosive a une application militaire évidente qui est la recherche du maximum d'efficacité des mines sous-marines.

On peut également trouver des similitudes avec l'astrophysique et la formation des nébuleuses planétaires: en effet, derrière une onde de choc radiative, le vent circumstellaire gazeux condense en poussière, ce qui correspond à une transition de phase dans un milieu hors équilibre.

IV. DESCRIPTION DU PRECLAQUAGE ELECTRIQUE

L'objectif de ce paragraphe est de rappeler les résultats importants, nécessaires à la compréhension de la modélisation.

A) Choix de la configuration pointe-plan

L'intérêt de la configuration pointe-plan est double. Premièrement, elle permet de générer des champs électriques très intenses au niveau de la pointe (plusieurs MV/cm) pour des tensions modérées (quelques kV). Deuxièmement, étant donné que la région de champ intense est localisée près de la pointe, le lieu de génération des porteurs de charge est limité au voisinage de la pointe. Le risque de claquage est moindre.

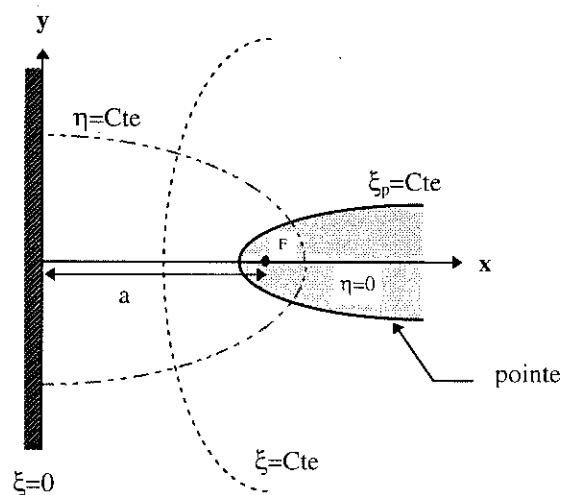


Fig. 1-1 : configuration pointe-plan.

Pour décrire les propriétés électrostatiques associées à cette configuration géométrique des électrodes, on utilise généralement l'approximation dite "hyperboloïde-plan" [Coelho et al.-1971] : les lignes équipotentielles sont supposées hyperboliques et les lignes de courant associées, des demi-ellipses de même foyer F (voir Fig. 1-1), telles que le pavage orthogonal du plan soit obtenu à l'aide de la transformation suivante :

$$\begin{cases} x = a \sin(\xi) \cosh(\eta) \\ y = a \cos(\xi) \sinh(\eta) \\ 0 \leq \xi \leq \pi/2 \text{ et } 0 \leq \eta < \infty \end{cases} \quad (1-1).$$

La pointe², qui est une ligne équipotentielle, est définie par $\xi_p = Cte$. En l'absence de charge d'espace et pour une pointe fine, c'est-à-dire pour $\xi_p \approx \pi/2$, l'expression du champ électrique E_p sur la pointe est donnée par l'approximation suivante :

$$E_p = \frac{2V}{r_p \operatorname{Ln} \left(\frac{4a}{r_p} \right)} \quad (1-2),$$

où V représente la tension appliquée, r_p le rayon de courbure de la pointe et " a " la distance inter-électrode ($a \gg r_p \sim \mu\text{m}$). Cette expression permet de déterminer le champ électrique maximum sur la pointe lorsque la tension seuil V_s est atteinte; si E_p^s est le champ de génération sur la pointe, on constate alors que V_s est essentiellement une fonction proportionnelle au rayon de courbure de la pointe r_p , variation qui a été observée expérimentalement; en effet il n'a pas été observé de variation significative de V_s en fonction de la distance inter-électrode pour $0,5 \leq a \leq 3\text{mm}$.

B) Courant limité par charge d'espace

Lorsqu'on applique une tension progressivement croissante entre les deux électrodes, on observe une tension seuil V_s pour laquelle le courant moyen I_m saute de plusieurs décades (voir Fig. 1-2). Pour $V > V_s$, les charges injectées ne s'écoulent plus assez vite et le courant moyen I_m devient **contrôlé par la charge d'espace** [Sibillot et al.-1974] : dans ce cas le courant I_m est proportionnel à $(V - V_0)^2$,

² Elle a pour équation : $\left(\frac{x}{a \cos \xi_p} \right)^2 - \left(\frac{y}{a \sin \xi_p} \right)^2 = 1$.

où $V_0 \neq V_s$ correspond à l'ordonnée à l'origine de la droite obtenue dans un diagramme $(V, \sqrt{I_m})$. Dans ce régime de courant, si on regarde maintenant le courant instantané $I(t)$, on s'aperçoit que celui-ci est constitué d'impulsions très brèves ($< 4\text{ns}$) et très régulières en fréquence (pour un r_p donné, celle-ci croît linéairement avec le courant moyen I_m) et l'énergie injectée W_i par impulsion de courant est déterminée, telle que : $W_i = Q_i V_s$, où Q_i correspond à la charge injectée (de l'ordre de quelques pC).

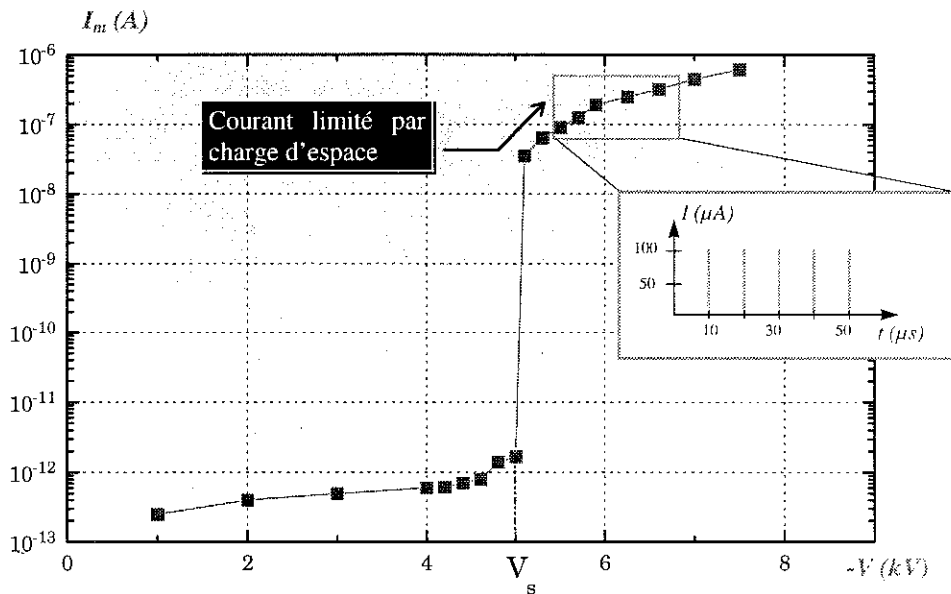


Fig. 1-2: caractéristique courant-tension dans le cyclohexane ($r_p=2\mu\text{m}$).

D'un essai à l'autre, cette tension V_s augmente progressivement à cause de l'érosion de la pointe qui fait croître son rayon de courbure.

C) Les liquides étudiés

Les liquides qui ont été étudiés sont les **hydrocarbures aliphatiques saturés**, tels que le cyclohexane, le n-pentane ou encore le n-décane. Ce sont des liquides modèles simples, de structure chimique similaire à ceux utilisés dans l'industrie électrotechnique (par exemple l'huile minérale). Plus récemment, des études dans les **hydrocarbures aromatiques**, tels que le monobenzyltoluène (BT01), ont été réalisées [Jomni-1997] car ces hydrocarbures présentent des

propriétés particulièrement intéressantes pour leur utilisation dans les condensateurs de puissance : faibles potentiels d'ionisation et forte capacité à absorber l'hydrogène dans les décharges partielles. Ces fluides, dont les viscosités peuvent être très élevées, trouvent également une application concernant l'étude de la cavitation dans les fluides biologiques (bien que non-Newtonien) qui affichent des viscosités allant jusqu'à 50mPl [Allen et al.-1997].

Les technologies modernes font de plus en plus appel aux **fluides cryogéniques** qui servent comme fluides réfrigérants et comme fluides isolants (isolation des supraconducteurs). Des fluides comme l'argon liquide et l'azote liquide ont pu être étudiés au laboratoire. Il faut noter que dans ces liquides, les impulsions de courant sont généralement beaucoup plus longues que dans les hydrocarbures : de l'ordre de dizaines de ns dans l'azote et des μ s dans l'argon.

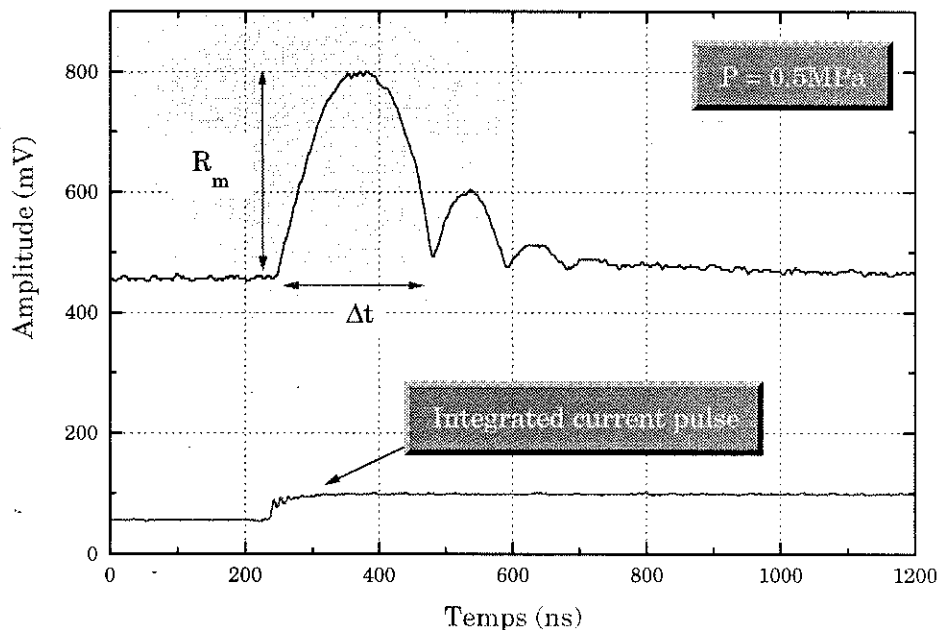
Tous ces liquides sont purifiés avant leur utilisation, afin d'éliminer toutes traces d'eau, d'oxygène, de gaz dissous et de particules solides. Ils sont ensuite placés dans une cellule de mesure pressurisable jusqu'à 10MPa, c'est-à-dire à une pression hydrostatique P_{∞} très largement supérieure à la pression critique P_c des liquides étudiés.

D) Techniques expérimentales de visualisation

Pour l'analyse spatio-temporelle des phénomènes hydrodynamiques, deux sortes de mesures sont effectuées : des mesures électriques, qui permettent d'analyser l'énergie injectée dans le liquide, et des mesures optiques à l'aide d'un laser Hélium-Néon (5mW, $\lambda=632,8\text{nm}$), qui permettent d'étudier les ondes de choc ainsi que la dynamique des bulles. Compte tenu du temps caractéristique des phénomènes physiques (ns) et des dimensions caractéristiques (μm), deux techniques optiques ont été essentiellement utilisées : une technique optique ombroscopique, pour l'étude de la dynamique de la bulle, et une technique strioscopique, pour la caractérisation des ondes de choc.

1) Montage de type ombroscopique

C'est un montage réalisé pour l'étude de la dynamique de la bulle ; son principe consiste à enregistrer sur une photodiode les variations d'intensité lumineuse ΔI transmises par le faisceau laser focalisé (tache focale de l'ordre de 30 à 80 μm suivant les expériences) près de la pointe : ces variations sont proportionnelles à la surface de la bulle interceptée, telle que $\Delta I \propto R^2$ (voir Courbe 1-1).

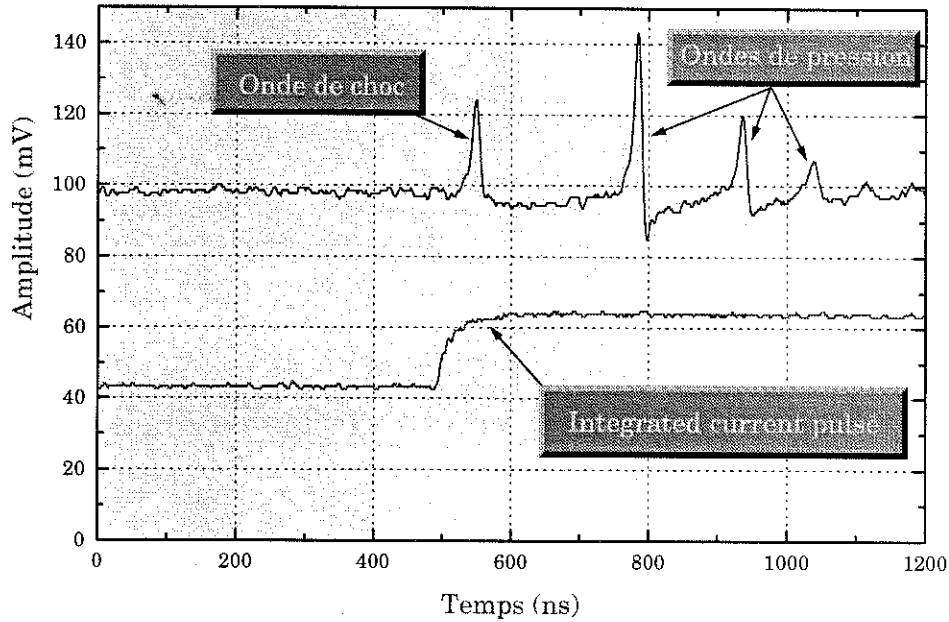


Courbe 1-1: signal de la photodiode obtenu dans le cyclohexane ($W_i=7,2\text{nJ}$).

2) Technique optique strioscopique

Ce montage consiste à intercepter essentiellement une partie des rayons lumineux qui sont déviés dans la cellule lors du changement d'indice de réfraction du milieu, lié au passage d'une onde de choc ou de pression (voir Courbe 1-2); la déflexion des rayons lumineux ainsi engendrée provoque une modulation de l'intensité de lumière arrivant sur la photodiode : le signal $S(t)$ obtenu est alors proportionnel à la variation de pression, tel que [Sullivan et al.-1984] :

$$S(t) \propto \left| \frac{\partial P(r, t)}{\partial t} \right| \quad (1-3).$$



Courbe 1-2: signal de la photodiode obtenu par le montage strioscopique dans le n-pentane ($W_i=28\text{nJ}$). Les ondes de pression sont dues aux implosions successives de la bulle.

V. SCENARIO POUR LA FORMATION DE LA BULLE

L'analyse des résultats expérimentaux (préclaquage électrique et claquage optique) et surtout de la chronologie des événements, nous a permis de proposer le scénario suivant conduisant à la formation d'une phase gazeuse, de rayon r_{c0} ;

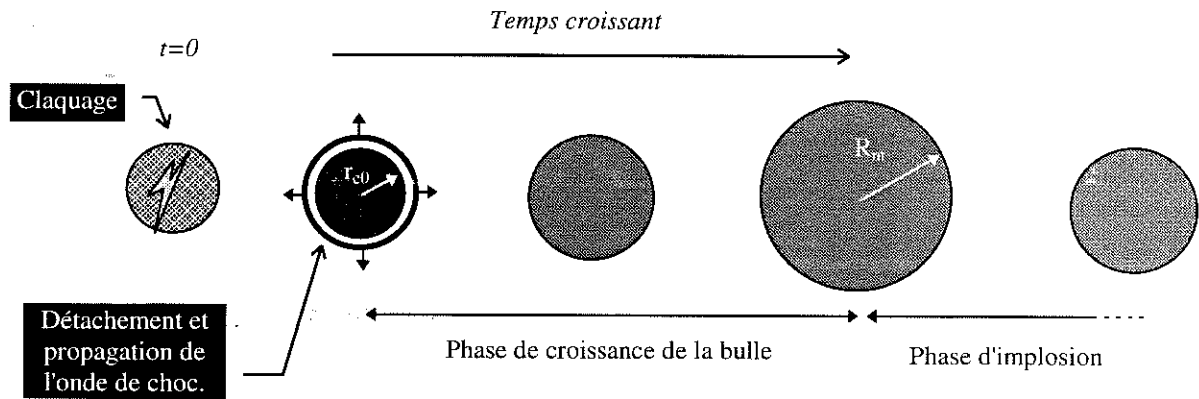
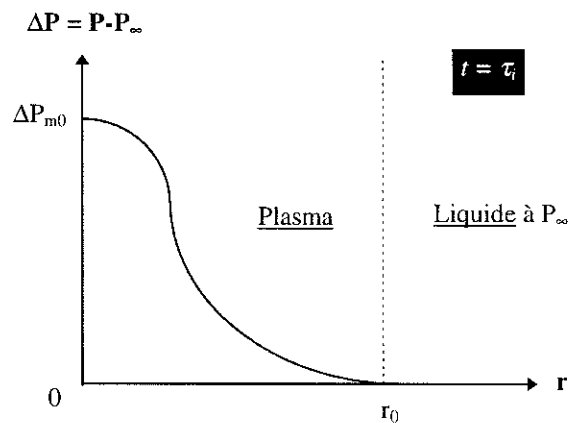


Fig. 1-3: description du processus de claquage.

Le mécanisme illustré sur la Fig. 1-3 est un mécanisme essentiellement contrôlé par la pression, que l'on peut synthétiser de la manière suivante :

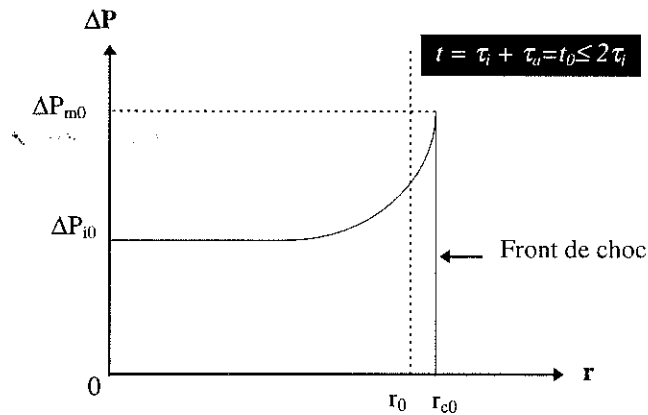
◆ 1^{ère} phase : l'avalanche électronique conduit à la génération d'un plasma froid (zone ionisée) hors équilibre, de volume \mathcal{V}_0 , pendant un temps d'injection τ_i . Typiquement dans le cas du préclaquage électrique τ_i correspond à la durée de l'impulsion de courant, de l'ordre de 4 à 5ns, durée identique à celle de l'impulsion de lumière. A cet instant τ_i , la distribution de la pression est supposée gaussienne dans le volume \mathcal{V}_0 qui n'est plus considéré comme un plasma.



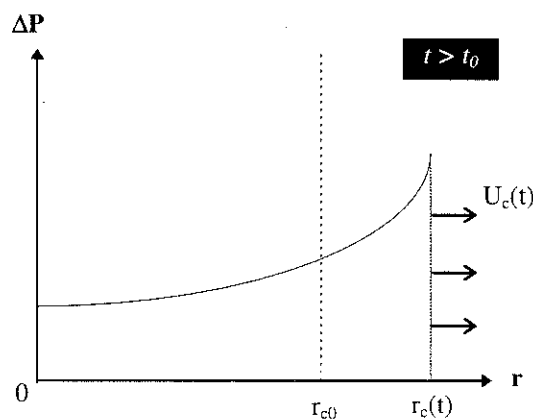
◆ 2^{ème} phase : ensuite la redistribution³ de la pression dans le volume \mathcal{V}_0 conduit à la formation d'une onde de choc de rayon $r_{c0} > r_0$ du fait de l'expansion⁴ de la

³ Les perturbations de pression engendrées en chaque point r avec une vitesse du son $c(P)$ se rattrapent pour former le front de choc.

région occupée par le plasma pendant ce temps. Ce processus dure un temps τ_a , temps mis par une petite perturbation de pression pour parcourir la distance r_{c0} ; quel que soit le type de claquage τ_a est du même ordre de grandeur que τ_i :



- ◆ 3^{ème} phase : l'onde de choc ainsi formée se détache ensuite du volume chauffé et comprimé à la vitesse U_c ; celle-ci est suivie d'un faisceau de détente, qui a pour conséquences de diminuer la pression et la température dans le volume \mathcal{V}_ω :



- ◆ 4^{ème} phase : enfin dans le sillage de l'onde de choc, on a la formation d'une bulle (on peut définir une interface qui représente un équilibre entre le volume \mathcal{V}_ω

⁴ L'écoulement radial d'un fluide parfait est décrit par l'équation de *Navier-Stokes* suivante:

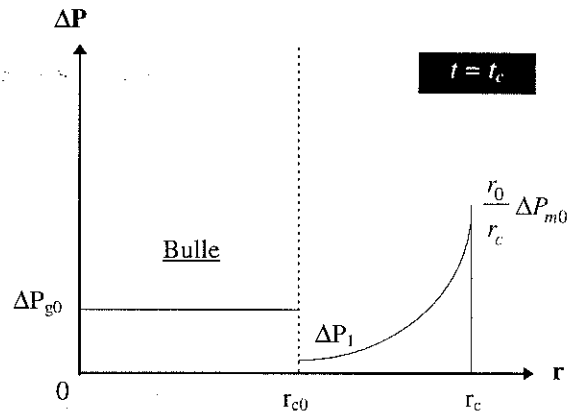
$$\frac{du}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r}$$

Celle-ci nous permet de déduire l'ordre de grandeur de la vitesse u engendrée par un gradient de

pression, telle que: $u \sim \frac{1}{\rho_\infty} \frac{\Delta P}{\Delta r} \Delta t$. Typiquement dans le cas du préclaquage électrique: $\Delta P \approx 1 \text{ kbar}$,

$\Delta r \approx 1 \mu\text{m}$ et $\Delta t \approx 1 \text{ ns}$ d'où $u \approx 100 \text{ ms}$. On en déduit que pendant Δt , $r_{c0} - r_0 \approx 0,1 \mu\text{m}$; par conséquent l'expansion du volume \mathcal{V}_ω est ici totalement négligeable.

et le liquide environnant) au temps t_c , dans laquelle la pression est supposée uniforme, de valeur ΔP_{g0} avec $P_{g0} > P_v(T_\infty)$. Du fait de la compression exercée par l'onde de choc sur le liquide, la pression à l'interface coté liquide est égale à $P_1 > P_\infty$:



C'est ce scénario que nous allons développer et mettre en équations dans les chapitres suivants; l'objectif étant de déterminer l'ordre de grandeur des différents paramètres. La phase 1 est traitée dans le chapitre 3, les phases 2 et 3 sont traitées dans le chapitre 4 et enfin la phase 4 est traitée dans le chapitre 5.

REMARQUE

Les phases 2, 3 et 4 de ce scénario sont couramment admises dans les modèles de détonation [Fargere-1991].

A) Propagation du choc

Le front de choc se propage radialement à partir de $r=r_{c0}$. L'onde de choc épouse initialement la géométrie du plasma qui n'est pas forcément tout à fait sphérique (cela dépend du mode d'injection) puis au cours de sa propagation, elle dissipe son énergie dans le milieu, ce qui a pour conséquences :

- ⇒ une diminution de son amplitude, d'abord plus rapide que celle en $1/r$ prévue pour les petites perturbations de pression, mais qui tend ensuite vers cette loi de décroissance à grande distance de la source;
- ⇒ un élargissement du profil de l'onde;
- ⇒ un freinage important qui ramène sa vitesse U_c à une valeur proche de la vitesse du son c_∞ ;

Il en résulte que l'onde de choc se transforme assez rapidement, du fait des non-linéarités présentes, en une onde acoustique qui voyage donc à la vitesse du son dans le milieu [Alloncle et al.-1993]. Typiquement pour un claquage laser de quelques millijoules, la décroissance en $1/r$ est observée pour $r > 200 \mu\text{m}$. Mais dans le cas du préclaquage électrique, du fait de la technique expérimentale utilisée on observe très difficilement sa phase supersonique de propagation; en effet le diamètre minimal de la tâche focale que l'on peut obtenir est relativement important (supérieur à $30 \mu\text{m}$). Toutefois cette tendance a pu être observée pour $r < 40 \mu\text{m}$ dans le cyclohexane et le n-pentane [Jomni-1997].

B) Oscillations de la bulle

Parallèlement à la propagation de l'onde de choc, il y a formation de la bulle dans son sillage. Celle-ci, formée de "gaz" à la pression $P_{g0} > P_{\infty}$, subit une rapide expansion jusqu'à son rayon maximum R_m . L'étude de l'expansion de la bulle est un problème en réalité complexe du fait de la présence de l'onde de choc qui comprime et met en mouvement le liquide derrière elle.

En ce qui concerne la phase d'implosion qui lui fait suite, sa dynamique dépend pour beaucoup des caractéristiques du liquide (viscosité,...) et de l'énergie injectée. La bulle perd une partie de son énergie sous la forme d'une émission d'une onde de pression à la fin de chaque phase d'implosion, lorsque son volume est minimal. Cette onde peut également être observée par le montage strioscopique (voir Courbe 1-2).

Globalement la durée de vie de la bulle est de quelques centaines de nanosecondes dans le cas du préclaquage électrique et quelques centaines de microsecondes dans le cas du claquage laser.

VI. BIBLIOGRAPHIE

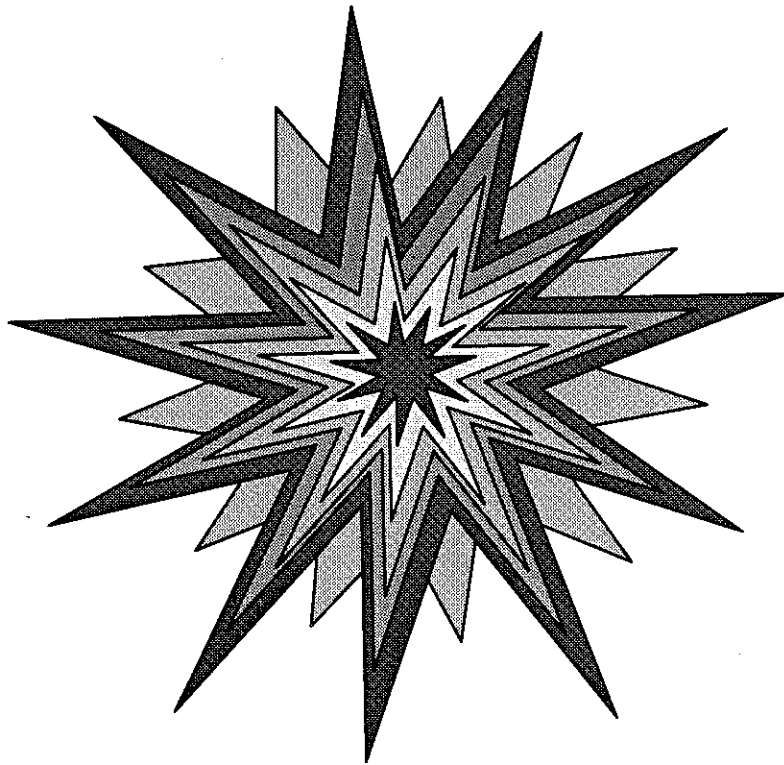
ALLEN J.S., ROY R.A. & CHURCH C.C. -1997- On the Rôle of Shear Viscosity in Mediating Inertial Cavitation from Short-Pulse, Megahertz-Frequency

- Ultrasound. *IEEE Trans. Ultras., Ferroelect., Freq. Control.*, **Vol. 44(4)**, pp. 743-751.
- ALLONCLE A.P., DUFRESNE D. & AUTRIC M. -1993- Characterisation of pressure waves in liquids using an interferometric method. *IUTAM Symp. On Bubble Dynamics and Interface Phenomena, Birmingham, UK*.
- BONIFACI N. & DENAT A. -1991- Spectral Analysis of Light Emitted by Prebreakdown Phenomena in Non-polar Liquids and Gases. *IEEE Trans. Elect. Insul.*, **Vol. 26(4)**, pp. 610-614.
- BUTENIN A.V. & KOGAN B.Ya. -1972- Mechanism of optical breakdown in transparent dielectrics. *Sov. J. Quant. Electr.*, **Vol. 1(5)**, pp. 561-562.
- COELHO R. & DEBEAU J. -1971- Properties of the tip-plane configuration. *J. Phys. D : Appl. Phys.*, **Vol. 4**, pp.1266-1280.
- COLE R.H. -1965- Underwater Explosions. *Dover Publications, New York*.
- DENAT A., GOSSE J.P. & GOSSE B. -1988- Electrical Conduction of Purified Cyclohexane in a Divergent Electric Field. *IEEE Trans. Elect. Insul.*, **Vol. 23(4)**, pp. 545-554.
- FARGERÉ N. -1991- Contribution à l'étude des effets liés à l'interaction d'une onde de choc sphérique subaquatique sur l'interface liquide-air. *Thèse de l'Université de Poitiers*.
- FELICI N.J. -1987- Liquides et gaz : les mécanismes de claquage sont-ils comparables ? *Revue Phys. Appl.*, **Vol. 22**, pp. 191-195.
- FELIX M.P. & ELLIS A.T. -1971- Laser-Induced Liquid Breakdown-a Step-By-Step Account. *Appl. Phys. Lett.*, **Vol. 19(11)**, pp. 484-486.
- FUJIMOTO J.G., LIN W.Z., IPPEN E.P., PULIAFITO C.A. & STEINERT R.F. -1985- Time-Resolved Studies of Nd :Yag Laser-Induced Breakdown. *Invest. Ophthalmol. Vis. Sci.*, **Vol. 26**, pp. 1771-1777.
- GARTON C.G. & KRASUCKI Z. -1964- Bubbles in insulating liquids: stability in an electric field. *Proc. Roy. Soc. A*, **Vol. 280**, pp. 211-226.
- GOURNAY P. -1994- Génération et propagation des streamers positifs dans quelques hydrocarbures. *Thèse de l'INPG, spécialité: génie électrique*.
- Haidara M. & DENAT A. -1991- Electron Multiplication in Liquid Cyclohexane and Propane. *IEEE Trans. Elect. Insul.*, **Vol. 26(4)**, pp. 592-597.

- HAKIM S.S. & HIGHAM J.B. -1961- A Phenomenon in n-Hexane prior to its Electric Breakdown. *Nature*, **Vol. 189**, p. 996.
- HOLT M. -1977- Underwater explosions. *Ann. Rev. Fluid. Mech.*, **Vol. 9**, pp.187-214.
- JOMNI F. -1997- Etude des phénomènes hydrodynamiques engendrés dans les liquides diélectriques par un champ électrique très intense. *Thèse de l'Université Joseph Fourier - Grenoble I*.
- KATTAN R., DENAT A. & LESAIN O. -1989- Generation, growth and collapse of vapor bubbles in hydrocarbon liquids under a high divergent electric field. *J. Appl. Phys.*, **Vol. 66(9)**, pp. 4062-4066.
- SIBILLOT P. & COELHO R. -1974- Prebreakdown events in liquid nitrogen. *Le Journal de Physique*, **Vol. 35**, pp. 141-148.
- SULLIVAN B. & TAM A.C. -1984- Profile of laser-produced acoustic pulse in a liquid. *J. Acoust. Soc. Am.*, **Vol. 75(2)**, pp. 437-441.
- TOBAZEON R. -1986- Liquides diélectriques, préclaquage et claquage. *Techniques de l'ingénieur D-226*.
- VOGEL A., ENGELHARDT R., BEHNLE U. & PARLITZ U. -1996- Minimization of cavitation effects in pulsed laser ablation illustrated on laser angioplasty. *Appl. Phys. B*, **Vol. 62**, pp. 173-182.

CHAPITRE 2

LA COMPRESSIBILITE DES LIQUIDES



Sommaire

I. GENERALITES	35
A) Coefficients de compressibilité	36
B) Compressibilité du fluide en mouvement	37
C) L'équation d'état P-V-T	39
D) Propriétés de transport macroscopiques	45
1) La viscosité	46
2) La conductivité thermique	47
3) La diffusion	47
II. L'EQUATION DE TAIT MODIFIEE	47
A) Propriétés thermodynamiques	48
B) Application aux ondes de choc normales.....	53
1) Onde de choc entretenue	55
2) Onde de choc dégénérée.....	57
III. BIBLIOGRAPHIE	61

LA COMPRESSIBILITE DES LIQUIDES

"Il apparaît que l'eau a la remarquable propriété d'être plus compressible en hiver qu'en été ; ce qui est contraire à ce que j'ai observé avec l'esprit-de-vin et l'huile d'olive."

J. Canton-1764.

I. GENERALITES

La compressibilité est une propriété générale de la matière, définie comme la propriété que possèdent tous les corps de pouvoir se réduire à moindre volume par l'effet de la pression et dont on peut relever les quelques caractéristiques générales suivantes:

- ◆ la compressibilité du fluide entraîne en chaque point des variations de la masse volumique ρ qui sont fonction de la pression P , de la vitesse \bar{v} et de la température T ; ainsi par l'intermédiaire de P et ρ , la compressibilité intervient dans toutes les caractéristiques du mouvement, ce qui entraîne:
 - ⇒ un couplage plus fort entre les équations;
 - ⇒ un accroissement de la non-linéarité des équations;
- ◆ Elle assure la **propagation d'ondes de pression** (détente ou compression) dans tout le milieu fluide (fluide au repos ou en mouvement); en particulier, les petites perturbations (isentropiques) se propagent à la célérité du son c [Landau et al.- T.6-1989];
- ◆ Par rapport à l'écoulement incompressible, un certain nombre de phénomènes nouveaux sont mis en évidence [Shapiro A.H.-1953] tels que, par exemple: les ondes de choc, le phénomène d'interaction entre couches limites et ondes de choc, le phénomène d'échauffement cinétique lié à l'existence d'une couche limite thermique...

A) Coefficients de compressibilité

Comme un liquide ne peut supporter une contrainte de cisaillement statique, il en résulte donc que le seul module que l'on puisse définir pour un liquide est son **module d'élasticité en volume** κ . Considérons un volume V de liquide que l'on soumet à une pression hydrostatique ΔP ; le volume devient égal à $V-\Delta V$ et la déformation en volume est: $-\Delta V/V$; le *module d'élasticité en volume* est alors par définition:

$$\kappa \equiv \lim_{\Delta P \rightarrow 0} \left(-V \frac{\Delta P}{\Delta V} \right) = -V \frac{dP}{dV} \quad (2-1).$$

Pour le distinguer d'autres grandeurs similaires, il porte aussi le nom de "**module tangent en volume**" (voir §I-C). La valeur du module κ dépend de la vitesse à laquelle se produisent les variations de pression. Si la pression est appliquée lentement, le liquide restera à une température constante et dans ces conditions on aura un *module isotherme* κ_T . En revanche si les variations de pression sont si rapides qu'il ne peut pratiquement pas se produire d'échange de chaleur alors on aura un *module adiabatique* κ_s [Temperlay H.N.V. & Trevena D.H.-1980].

Les **compressibilités isotherme K_T et adiabatique K_s** sont définies respectivement comme l'inverse du module isotherme et adiabatique:

$$K_T \equiv -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_T \quad \text{et} \quad K_s \equiv -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_s \quad (2-2).$$

Les relations thermodynamiques [Streett W.B. dans Spain I.L. & Paauwe J.-1977] nous montrent que la compressibilité adiabatique est reliée à la célérité du son c par la relation:

$$K_s = 1/\rho c^2 \quad (2-3),$$

et que la compressibilité isotherme peut être déduite de la compressibilité adiabatique et des autres coefficients thermoélastiques à l'aide de l'égalité suivante:

$$K_T = K_S + \frac{\beta^2 VT}{C_p} \quad (2-4),$$

où β est le coefficient de dilatation thermique.

B) Compressibilité du fluide en mouvement

Pour évaluer l'effet de la compressibilité au cours du mouvement d'un fluide, il faut étudier ce que devient le volume V de toute particule fluide lorsqu'on suit cette dernière dans son mouvement. Par unité de temps, le volume de la particule varie de dV/dt . Or l'équation de continuité nous dit que la vitesse de dilatation ou de compression cubique s'écrit: $\frac{1}{V} \frac{dV}{dt} = \text{div}(\vec{v})$. Ainsi pour négliger l'effet de la compressibilité, il s'agit de savoir si dans l'équation de continuité on peut négliger $\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt}$ devant $\text{div}(\vec{v})$. Si U_c et L sont respectivement une vitesse caractéristique et une longueur caractéristique, pour qu'il soit possible d'écrire $\text{div}(\vec{v}) = 0$ comme équation de continuité, il faut donc que:

$$\frac{L}{U_c} \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} \ll 1.$$

Ce terme doit être évalué à l'aide des équations de quantité de mouvement (QDM) et d'énergie. Examinons le cas particulier où le fluide est *parfait en évolution adiabatique* ($dS/dt = 0$); dans ce cas l'équation de l'énergie se réduit à:

$$\frac{dP}{dt} = c^2 \frac{d\rho}{dt},$$

où c est la célérité du son. En multipliant l'équation de QDM par la vitesse \vec{v} , celle-ci s'écrit:

$$\vec{v} \cdot \text{grad}(P) = \rho \vec{v} \cdot \vec{g} - \rho \vec{v} \cdot (\vec{v} \cdot \text{grad}(\vec{v})) - \rho \vec{v} \frac{\partial \vec{v}}{\partial t},$$

où $\rho \bar{g}$ représente les forces extérieures exercées sur le fluide, si bien que:

$$\frac{L}{U_c} \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} = \frac{L}{U_c} \left[\underbrace{\frac{1}{\rho c^2} \frac{\partial P}{\partial t}}_{(1)} - \underbrace{\frac{1}{2c^2} \frac{\partial \bar{v}^2}{\partial t}}_{(2)} - \underbrace{\frac{1}{c^2} \bar{v} \cdot (\bar{v} \cdot \text{grad}(\bar{v}))}_{(3)} + \underbrace{\frac{\bar{v} \cdot \bar{g}}{c^2}}_{(4)} \right].$$

Pour pouvoir faire l'hypothèse d'incompressibilité, il suffit que les valeurs caractéristiques des 4 termes sans dimension figurant au second membre soient négligeables. Pour obtenir ces nombres adimensionnels nous allons introduire les grandeurs caractéristiques¹ supplémentaires suivantes: g_c (force massique), ρ_c , c_c (célérité du son) et f (fréquence); dans ce cas une valeur caractéristique pour la pression P_c est $\rho_c U_c L f$. On en déduit alors que:

- le terme (4) a pour valeur caractéristique: $\frac{\rho_c g_c L}{P_c} = \frac{L}{H_c}$ avec $H_c = \frac{P_c}{\rho_c g_c}$; ce

terme ne sera pas négligeable si L est du même ordre de grandeur que H_c ;

- le terme (3) a une valeur caractéristique proportionnelle à M^2 ; il n'est donc négligeable que si la vitesse U_c est petite devant c_c ;

- le terme (2) comme le terme (1) ont pour valeur caractéristique fM^2 ; ces deux termes ne seront donc importants que s'il y a des effets instationnaires significatifs, c'est-à-dire si f est grand.

En conclusion, on ne peut jamais négliger les effets de compressibilité dans l'équation de continuité si le nombre de Mach n'est pas petit. Mais même si le nombre de Mach est petit, il y a au moins deux autres cas où l'on doit tenir compte de ces effets:

- ♦ *celui des écoulements géophysiques (L peut être du même ordre de grandeur que H_c) [Pedlosky J.-1979];*
- ♦ *celui de l'acoustique [Lamb H.-1932].*

¹ Les variables principales du système d'équations s'écrivent ici:

$$x_i = L \bar{x}_i, \quad ft = \bar{t}, \quad \rho = \rho_c \bar{\rho}, \quad v_i = U_c \bar{v}_i, \quad P = P_c \bar{P} = \frac{\rho_c c_c^2}{\gamma} \bar{P} \quad \text{où} \quad c_c^2 = \gamma \frac{P_c}{\rho_c}.$$

Il existe donc au moins trois méthodes pour produire une variation de masse volumique dans un écoulement, mais il y a encore quelques décennies en arrière, la physique des hautes pressions était liée à l'étude en conditions statiques de la compressibilité de la matière ; la façon dont le volume varie avec la pression est d'importance capitale pour déterminer la solution à un grand nombre de problèmes, en géophysique, en astrophysique, en génie électrique et dans bien d'autres branches de la physique, car elle conduit aux données PVT et donc à l'équation d'état.

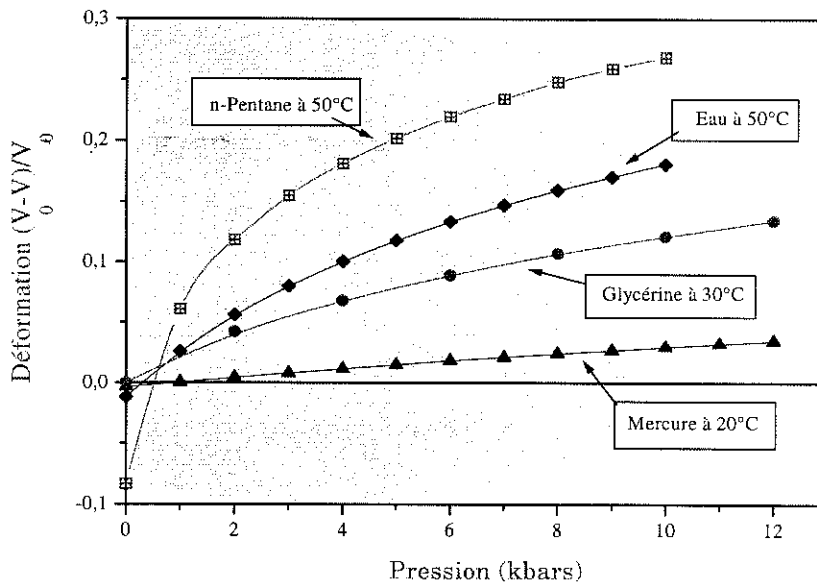
C) L'équation d'état P-V-T

La grande difficulté de l'étude de l'état liquide provient du fait qu'on ne peut pas définir de modèle idéal comme celui des gaz parfaits ou des solides harmoniques, mais on sait qu'un fluide peut être complètement déterminé thermodynamiquement lorsqu'on connaît sa relation P-V-T ainsi que le coefficient $C_p(T)$ le long de lignes qui ne sont pas des isothermes. Aujourd'hui beaucoup d'équations d'état ont été obtenues mais aucune d'elles n'est entièrement satisfaisante [Streett W.B. dans Spain I.L. & Paauwe J.-1977]. On sait que l'équation d'état est reliée intimement aux forces entre les molécules mais la théorie moléculaire des fluides denses n'ayant pas encore réussi à décrire les résultats expérimentaux avec une précision suffisante et sous une forme pratique, l'emploi d'équations empiriques reste d'actualité. Dans ce qui suit nous parlerons uniquement des liquides purs.

Les expériences de *Bridgman*² [1958] sur la compressibilité d'une cinquantaine de liquides jusqu'à une pression de 12kbars (1kbar=100MPa) montrent un comportement uniforme remarquable pour beaucoup de liquides le long d'isothermes (voir Courbe 2-1); ainsi la plupart des liquides contractent leur volume initial de 20% (l'eau) à 30% (le n-pentane) sauf la glycérine qui perd seulement 13%

² Bridgman (Percy Williams): physicien américain né à Cambridge (Massachusetts) en 1882 et mort à Randolph en 1961. Il a obtenu le prix Nobel de physique en 1946 pour ses travaux de recherche sur les hautes pressions.

de son volume initial et le mercure qui laisse apparaître un comportement très peu compressible: moins de 4% à 10kbars.



Courbe 2-1: données expérimentales de *Bridgman [1958]*. V_0 correspond au volume à $P_0 = 25$ bars et à 0°C .

On constate alors, pour la plupart des liquides, que les variations de compressibilité sont monotones et que celles-ci présentent une courbure générale relativement petite. *Hayward [1967]* en a conclu que l'on pouvait réaliser principalement trois niveaux d'approximation de la courbe $(V_0 - V)/V_0 = f(P)$, soit:

- ♦ pour la première centaine de bars, la courbe peut-être assimilée à une droite et la loi de comportement du liquide peut être approchée par la loi de *Hooke*³ ce qui nécessite une seule constante pour décrire ses propriétés de compressibilité: cette constante est égale au module d'élasticité en volume et elle correspond à la pente

³ Pour un milieu élastique *isotrope*, le module d'élasticité peut être relié au module *d'Young* E et au coefficient de *Poisson* ν par la relation suivante: $\kappa = \frac{E}{3(1-2\nu)}$ (voir annexe A). Pour un liquide

Newtonien $E = 0$ et $\nu = 1/2$ mais κ reste un nombre fini.

de la droite que l'on appellera $\kappa_0^{-1} \equiv (\kappa_T^{-1})_{p=P_0}$, où P_0 correspond à une pression de référence;

- ◆ jusqu'à environ un kilobar, la courbure de la courbe de compression ne peut plus être totalement négligée, mais elle peut être correctement approchée par une courbe quadratique passant par l'origine. Maintenant deux constantes sont nécessaires pour décrire la loi de comportement du liquide (cette plage correspond au cadre de notre étude);
- ◆ au-delà de quelques kilobars, la courbure n'est plus du tout négligeable et pourra être approchée par une loi cubique qui nécessite la connaissance de trois constantes.

En pratique, pour un grand nombre de liquides, et même de solides [Anderson O.L.-1966], deux constantes suffisent à décrire les équations de compressibilité jusqu'à plusieurs kilobars. Dans cette optique une grande variété d'équations empiriques ont été proposées [Macdonald J.R.-1969]; les trois plus fréquentes rencontrées dans la littérature sont:

- l'équation linéaire du *module tangent en volume*:

$$\kappa_T \equiv \frac{1}{K_T} = \kappa_0 + \eta_1 \phi \quad (2-5),$$

où $\phi \equiv P - P_0$. L'équation obtenue après intégration est dénommée *équation de Murnaghan* et s'écrit:

$$\frac{V}{V_0} = (1 + \eta_1 \kappa_0^{-1} \phi)^{-1/\eta_1} \quad (2-6),$$

dans laquelle V_0 est un volume de référence tel que: $V_0 \equiv V(P_0)$. On définit $z \equiv \kappa_0^{-1} \phi$ et on note V_m la valeur limite de V lorsque $z \rightarrow \infty$; on en déduit immédiatement ici que $V_m = 0$.

- l'équation linéaire du **module sécant** qui correspond à la valeur moyenne de l'intégrale de κ_T entre $(0, T)$ et (ϕ, T) :

$$\bar{\kappa}_T \equiv \frac{V_0 \phi}{V_0 - V} = \kappa_0 + \eta_2 \phi \quad (2-7).$$

Cette équation est reliée au module tangent par une équation du second degré [Hayward A.T.J.-1971] telle que:

$$\kappa_T = \frac{\bar{\kappa}_T (\bar{\kappa}_T - \phi)}{\kappa_0} = \kappa_0 [1 + (2\eta_2 - 1)z + \eta_2 (\eta_2 - 1)z^2].$$

Ces deux modules seront équivalents au premier ordre du développement limité en z si $\eta_2 = \frac{1}{2}(\eta_1 + 1)$; dans ces conditions l'équation (2-7) peut s'écrire:

$$\phi = \kappa_0 w \left[1 - \frac{1}{2}(\eta_1 - 1)w \right]^{-1} \quad (2-8),$$

où $w \equiv (V_0 - V)/V$; pour cette équation la valeur limite devient: $\frac{V_m}{V_0} = \frac{\eta_1 - 1}{\eta_1 + 1}$.

- l'équation linéaire du **module mixte**, introduite pour la première fois par *Tammann* [1907]:

$$\tilde{\kappa}_T \equiv -V_0 \left(\frac{\partial P}{\partial V} \right)_T = \kappa_0 + \eta_3 \phi = \frac{V_0}{V} \kappa_T \quad (2-9).$$

L'équation non-linéaire obtenue après intégration et que l'on rencontre fréquemment sous le nom usurpé **d'équation de Tait**, s'écrit:

$$\frac{V}{V_0} = 1 - \eta_3^{-1} \text{Ln}(1 + \eta_3 \kappa_0^{-1} \phi) \quad (2-10).$$

Le module $\tilde{\kappa}_T$ et le module tangent seront équivalents au premier ordre du développement limité⁴ en z si $\eta_3 = \eta_1 + 1$.

⁴ Soit $\kappa_T = \kappa_0 (1 + \eta_3 z) \frac{V}{V_0} = \kappa_0 (1 + \eta_3 z) [1 - \eta_3^{-1} \text{Ln}(1 + \eta_3 z)] = \kappa_0 (1 + (\eta_3 - 1)z - \eta_3 z^2 + O(z^3))$.

On peut observer que ces trois équations coïncident à $p = 0$ puisqu'elles ont toutes la même valeur κ_0 mais qu'elles divergent lorsque la pression augmente puisqu'elles

ont toutes une pente différente $\eta \equiv \left(\frac{\partial \kappa}{\partial p} \right)_T$, évaluée à $p = 0$, et qui dépend de la

température de l'essai. Ces trois équations ont une précision équivalente mais celle qui est la plus fréquemment utilisée est l'équation du module mixte (2-9); néanmoins cette équation présente un vilain défaut: lorsque $z \rightarrow \infty$, V tend vers une valeur négative. Des valeurs numériques des deux constantes relatives à cette équation, pour différents liquides, sont disponibles dans *Les Techniques de l'Ingénieur* par B. Le Neindre. En utilisant les données expérimentales de Bridgman [1935] sur l'eau⁵ et de Cutler et al. [1958] sur plusieurs hydrocarbures, Macdonald [1966] a obtenu que: $3 < (\eta_1 \text{ ou } \eta_3) < 13$.

Le comportement caractéristique de quelques coefficients thermoélastiques et de certaines grandeurs thermodynamiques de l'argon liquide ($T_c \approx 151\text{K}$ et $P_c \approx 48\text{bars}$) est illustré sur les Courbe 2-2(a) à (d).

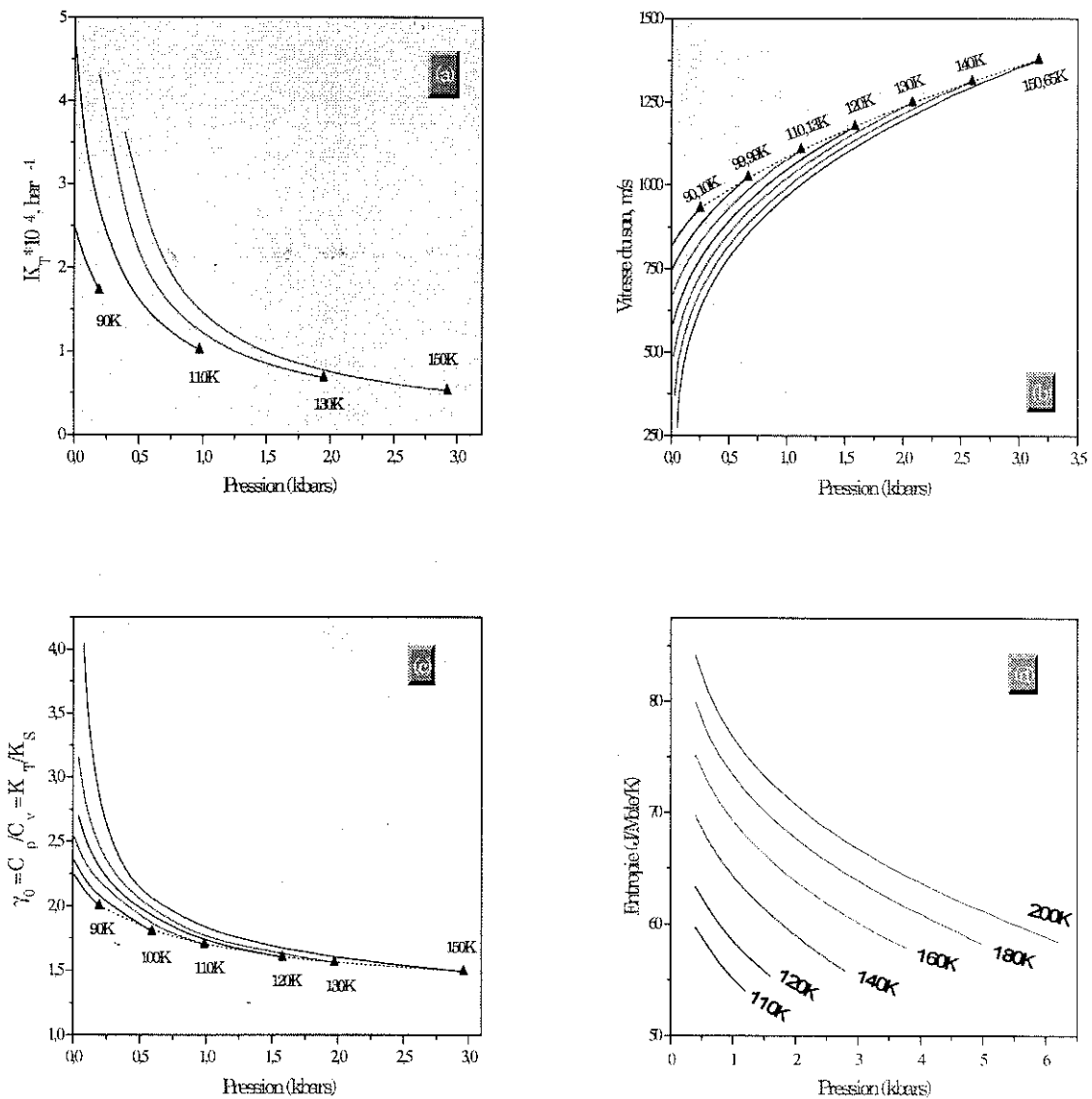
⁵ Enormément de données expérimentales existent sur l'eau car c'est un des liquides qui a été le plus étudié du fait de sa présence naturelle en grande quantité sur la Terre. De nombreuses références existent sur le sujet; en voici quelques unes supplémentaires:

KELL G.S. & WHALLEY E. -1965- The PVT Properties of Water. *Phil. Trans. Roy. Soc. A*, Vol. 258, pp. 565-614.

RICE M.H. & WALSH J.M. -1957- Equation of State of Water to 250 Kilobars. *J. Chem. Phys.*, Vol. 26(4), pp. 824-830.

Il faut savoir que l'eau présente en général un comportement anormal par rapport à la plupart des fluides, pour des températures comprises entre 0 et 50°C et des pressions inférieures à 1kbar; voir la discussion à ce sujet dans:

GIBSON R.E. & LOEFFLER O.H. -1941- Pressure-Volume-Temperatures Relations in Solutions. V. The Energy-Volume Coefficients of Carbon Tetrachloride, Water and Ethylene Glycol. *J. Am. Chem. Soc.*, Vol. 63, pp.898-906.



Courbe 2-2: les effets de la pression dans l'argon liquide, le long d'isothermes, sur: (a) la compressibilité isotherme [Streett W.B.-1974]; (b) la vitesse du son [Streett et al.-1974]; (c) le rapport des chaleurs spécifiques [Streett W.B.-1974]; (d) l'entropie massique [Crawford et al.-1969]. La courbe en pointillé correspond à la courbe de fusion.

Sur la Courbe 2-2(d), on constate que l'augmentation de pression entraîne une augmentation de l'ordre au niveau moléculaire puisque l'entropie décroît et sur la Courbe 2-2(a), on constate que les variations de compressibilité sont plus importantes aux faibles pressions qu'aux pressions élevées. L'explication couramment admise a été énoncée par *Bridgman* [1958] puis elle a été reprise par

Cutler et al. [1958] pour interpréter la disparition des effets de structures, sur plusieurs hydrocarbures, avec l'augmentation de la pression:

"A basse pression, la majeure partie de la compressibilité provient du rapprochement des molécules, réduisant ainsi la rotation libre autour des liaisons C—C. Lorsqu'on approche les hautes pressions cette source de compressibilité facile disparaît progressivement et la compressibilité résultante est probablement déterminée largement par les forces répulsives intermoléculaires. Comme dans les composés étudiés les seuls atomes sont l'hydrogène et le carbone, il n'est pas surprenant que les compressibilités finales s'approchent de la même valeur pour tous les composés étudiés."
[traduction].

Ils ont, entre autres, montré que l'augmentation de la longueur de la chaîne carbonée ou la cyclisation de celle-ci diminue la déformation et donc la compressibilité.

Enfin, on constate que la compressibilité des liquides augmente avec la température, ce à quoi on pouvait s'attendre puisque dès que la température augmente, les collisions entre molécules deviennent plus violentes et, comme les molécules ne sont pas complètement rigides, leur volume effectif diminue.

D) Propriétés de transport macroscopiques

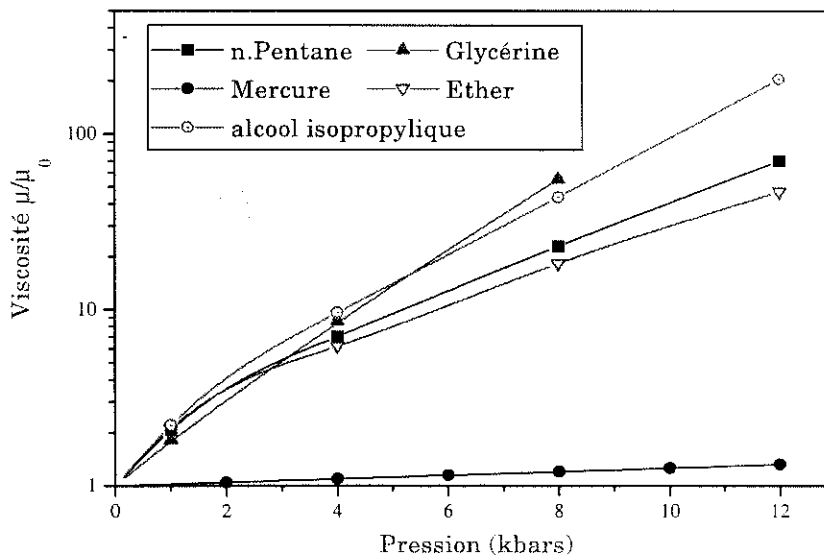
Les propriétés de transport sont des propriétés reliées au mouvement des atomes ou des molécules. Lorsqu'un fluide est hors équilibre du fait de la présence d'un gradient de vitesse moyenne des particules, des phénomènes de transfert d'énergie, de QDM et de masse se produisent; ceux-ci sont gouvernés respectivement par le coefficient de conductivité thermique λ , de viscosité μ et de diffusion D .

La mécanique statistique a montré que les propriétés de transport sont beaucoup plus sensibles que les propriétés d'équilibre à la forme du potentiel d'interaction moléculaire [Hansen et al.-1986]. Par conséquent la prédiction des coefficients de

transport dans les fluides denses par les méthodes théoriques restent beaucoup moins précises que celles utilisées pour les propriétés d'équilibre.

1) La viscosité

Encore une fois, les études les plus complètes ont été réalisées par *Bridgman [1958]* qui a montré, pour la quarantaine de liquides étudiés, que celle-ci augmente avec la pression mais que les taux de croissance pouvaient être très différents d'un liquide à l'autre (voir Courbe 2-3): sur une plage de 0 à 12kbars (1,2GPa), la viscosité varie de moins d'un facteur 2 pour le mercure et presque d'un facteur 80 pour le n-pentane. On constate également que les courbes sont concaves par rapport à l'axe des pressions et que la courbure est d'autant plus importante que la pression est faible; ainsi aux pressions approximativement supérieures à 2kbars, le logarithme de la viscosité pourra être approché par une droite. De façon générale, *Bridgman [1958]* en a conclu que les effets de pression sur la viscosité étaient d'autant plus importants que les substances étaient constituées de molécules "complexes".



Courbe 2-3: évolution de la viscosité en fonction de la pression sur l'isotherme 30°C où μ_0 correspond à la viscosité à 1bar. Mesures de *Brigman [1958]*.

2) *La conductivité thermique*

L'effet de la pression entraîne, pour la plupart des liquides, un accroissement de la conductivité thermique d'un facteur 2 à 3 sur une plage de 10kbars et la vitesse de croissance diminue avec l'augmentation de la pression. Des valeurs numériques sont disponibles dans *Les Techniques de l'Ingénieur* par B. Le Neindre.

3) *La diffusion*

Dans les fluides denses, la diffusion peut être reliée à la viscosité par la théorie de *Stokes-Einstein* [Hansen et al.-1986-Chap. 7] qui donne le coefficient de diffusion pour une molécule de diamètre σ dans un milieu de viscosité μ comme étant:

$$D = k_B T / C \pi \sigma \mu \quad (2-11),$$

où k_B est la constante de *Boltzmann* et C est un facteur numérique compris entre 3 et 6. Pour les molécules monoatomiques et les petites molécules polyatomiques σ peut être considéré comme constant, ce qui entraîne que la diffusion varie de façon inversement proportionnelle à la viscosité.

II. L'EQUATION DE TAIT MODIFIEE

L'équation de compressibilité originale proposée par *Tait*⁶ en 1888 ne correspond pas du tout à celle à laquelle son nom est attaché aujourd'hui. En effet, l'équation proposée par *Tait* correspondait à l'équation linéaire du *module sécant*, exprimée sous la forme inverse de l'équation (2-7). On pourra trouver une discussion à ce sujet dans *Hayward* [1967] et dans *Dymond et al.* [1988].

⁶ *Tait* (Peter Guthrie): mathématicien et physicien écossais né à Palkeith en 1831 et mort à Edimbourg en 1901.

L'étude statique de la compressibilité étant limitée à quelque 100kbars, il a été suggéré, après la seconde guerre mondiale, que des méthodes dynamiques, basées sur l'utilisation des ondes de choc, permettraient d'atteindre de plus hautes pressions. Après étude des explosions sous-marines et en particulier des ondes de choc émises, *J.G. Kirkwood [Cole-1965]* a suggéré que l'équation d'état la plus appropriée pour décrire les hautes pressions (≥ 1 kbar), s'écrit sous la forme:

$$K_s = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_S = \frac{1}{n[P + B(S)]} \quad (2-12),$$

où $B(S)$ est une fonction de l'entropie seulement et n peut être approximativement pris pour une constante. Pour éviter toute confusion, l'équation (2-12) sera dénommée par la suite "**équation de Tait modifiée**", dénomination déjà introduite par *Richardson et al. [1947]*.

REMARQUE

La dépendance de n avec la température peut être introduite en utilisant la technique de Rackett adaptée à l'équation de Tait modifiée, qui consiste à remplacer n par $\bar{n} = n \ln \left(Z_{Ra}^{[1+(1-T_r)^{2/n}]} \right)$, où Z_{Ra} est le coefficient de compressibilité de Rackett et $T_r = T/T_c$ [Reid et al.-1987].

A) Propriétés thermodynamiques

La connaissance des propriétés thermodynamiques d'un milieu est nécessaire pour décrire les processus hydrodynamiques qui s'y produisent. Il est généralement admis que la fonction $B(S)$ varie lentement et peut donc être assimilée à une constante B_0 . Mais par exemple une onde de choc constitue une source d'entropie appréciable qui peut conduire à une variation significative de B . Nous allons maintenant évaluer les conséquences d'une telle hypothèse. L'intégration de l'équation (2-12), nous livre l'équation d'état **complète** suivante:

$$f(P, V, S) = P(V, S) + B(S) - [P_0 + B(S)] \left(\frac{V_0}{V} \right)^n = 0 \quad (2-13),$$

où $V_0 = V(P_0, S)$ et que l'on peut réécrire sous une forme simplifiée qui rappelle la loi adiabatique des gaz parfaits, telle que:

$$[P + B(S)]V^n = F(S) \quad \text{avec} \quad F(S) = [P_0 + B(S)]V_0^n.$$

Cette équation doit vérifier les inégalités standards de la thermodynamique qui sont: $\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_S < 0$ et $\left(\frac{\partial P}{\partial S}\right)_V > 0$; ces deux inégalités entraînent que:

$$(i) \quad n > 0 \text{ et } B'(S) > 0,$$

ainsi B est une fonction monotone croissante de l'entropie. On en déduit aisément que les adiabatiques de *Poisson* (courbes à $S=Cte$) définies par cette équation vérifient les deux conditions asymptotiques nécessaires pour l'unicité de la solution au problème de *Riemann* [Menikoff et al.-1989], soit:

$$(ii) \quad P(V, S) \rightarrow \infty \text{ quand } V \rightarrow 0^+ \text{ et } (iii) \quad P(V, S) + B(S) \rightarrow 0 \text{ quand } V \rightarrow +\infty.$$

La condition (iii) signifie, qu'en termes de forces intermoléculaires, lorsqu'on éloigne indéfiniment les molécules les unes des autres, elles subissent une force de traction égale à $-B$ (si $B > 0$)! Cette condition a été interprétée de différentes manières, en particulier par *Cook et Rogers* [1963], comme la densité d'énergie de cohésion du milieu au zéro absolu de température. En remarquant également que l'équation (2-13) est similaire à l'équation (2-6) de *Murnaghan* dans laquelle $\eta_1 = n$ et en première approximation⁷ $\kappa_0 = nB$, *Macdonald* [1966] en a déduit que la seule interprétation que l'on puisse faire c'est l'existence du lien entre B et κ_0 telle que : $B \approx \kappa_0/n$. Par définition $P(V, S) = -(\partial e / \partial V)_S$, ce qui nous permet d'en déduire par intégration de l'équation (2-13) l'expression de l'énergie interne, soit:

$$e(S, V) - e_0(S) = - \int_{V_0}^V (PdV)_{S=Cte} = \frac{[P_0 + B(S)]V_0}{n-1} \left[\left(\frac{V_0}{V} \right)^{n-1} - 1 \right] + B(S)V_0 \left[\frac{V}{V_0} - 1 \right] \quad (2-14).$$

Cette expression a été également obtenue par *Zel'Dovich et al. [1966-Vol.II, p.711]* lorsque $P_0=0$; si on admet que $P_0 = 0$ alors en réarrangeant cette équation, on retrouve la relation obtenue par *Hirschfelder et al. [1954, p.262]*, telle que :

$$e(P, S) - e(0, S) = \frac{PV}{n-1} - \frac{n}{n-1} B(S)[V(0, S) - V],$$

qui permet de mieux comprendre la signification des deux termes qui apparaissent dans l'équation (2-14); le premier terme correspond classiquement au travail des forces extérieures de pression tandis que le second exprime une correction due à la variation de volume $[V_0 - V]$. On vérifie aisément que sur une adiabatique de *Poisson*, on a :

$$\frac{e(V)}{P+B} \approx V_0 \left(\frac{V}{V_0} \right)^n \left[\frac{e_0}{e_1} - 1 \right] + V \left(\frac{V}{V_0} \right)^n + \frac{V}{n-1} \left[1 - \left(\frac{V}{V_0} \right)^{n-1} \right] \rightarrow 0 \text{ quand } V \rightarrow 0,$$

avec $e_1(S) = [P_0 + B(S)]V_0$; cette relation est une conséquence directe de la condition (ii). La relation (2-14) doit encore vérifier les conditions asymptotiques suivantes :

$$(iv) \lim_{S \rightarrow +\infty} e(V, S) = +\infty \text{ et } (v) \lim_{S \rightarrow +\infty} P(V, S) = +\infty,$$

ce qui sera réalisé si $B(S) \rightarrow \infty$ avec $e_0(S)$ fini ou infini. Maintenant, on peut calculer les coefficients adimensionnels qui caractérisent le comportement des isentropiques, soit :

⁷ D'après (2-13), le long d'une isentropique: $\left(\frac{V}{V_0} \right)^{-n} = \left(1 + \frac{P}{B} \right) \left(1 + \frac{P_0}{B} \right)^{-1} = 1 + B^{-1}(P - P_0) + O(B^{-2})$.

- ◆ l'exposant adiabatique: $\gamma = \frac{1}{PK_s} = n \left[1 + \frac{B(S)}{P} \right] \geq 0$, qui mesure la pente des adiabatiques dans le plan $\text{Ln}(P)$ - $\text{Ln}(V)$;
- ◆ le coefficient de *Grüneisen*: $\Gamma = -\frac{V}{T} \frac{\partial^2 e}{\partial S \partial V} = B'(S) \frac{V}{T} \left[\left(\frac{V_0}{V} \right)^n - 1 \right]$, qui mesure l'écart qui sépare deux adiabatiques dans le plan $\text{Ln}(P)$ - $\text{Ln}(V)$. $B'(S)$ correspond à la dérivée de la fonction $B(S)$;
- ◆ la dérivée fondamentale: $\mathcal{G} = \frac{1}{2} \frac{V^2}{\gamma P} \left(\frac{\partial^2 P}{\partial V^2} \right)_S = \frac{1}{2} (n+1) > 0$, qui mesure la concavité⁸ des adiabatiques dans le plan P - V ; pour $3 < n \leq 13$, on a $2 < \mathcal{G} \leq 7$ [Thompson-1971].

Dans toutes mes investigations, je n'ai pu trouver d'expression de la fonction $B(S)$. Nous allons maintenant essayer de trouver une expression simple de cette fonction. En admettant que le coefficient de *Grüneisen* Γ reste constant et égal à sa valeur d'équilibre $\Gamma_0 = \Gamma(V_0)$, c'est-à-dire $T/T_0 = (V/V_0)^{-\Gamma_0}$, et que $P_0 \ll B$, alors on obtient une expression simple de la fonction $B(S)$ telle que⁹ :

$$B(S) \approx B_0 \exp \left[\Gamma_0 \int \frac{T}{PV} dS \right].$$

où B_0 est une constante à déterminer. Dans le cas des compressions *faibles* (par exemple, les ondes de choc de faible intensité), on admet que $T/PV \approx 1/Z_0 \hat{\mathcal{Z}}$ où Z_0 est la facteur de compressibilité dans les conditions initiales, ce qui nous donne:

$$B(S) = B_0 \exp \left[\Gamma_0 (S - S_0) / Z_0 \hat{\mathcal{Z}} \right] \quad (2-15),$$

⁸ On remarque ici que n joue le rôle du γ_0 dans le cas du gaz parfait en évolution polytropique.

⁹ Lorsqu'on fait l'hypothèse du gaz parfait en évolution polytropique telle que $P = f(\rho, S) = A(S)\rho^\gamma$, on obtient une expression similaire à $B(S)$ pour le coefficient $A(S)$ [Courant et al.-1948, p.6].

où $\hat{\mathcal{R}}$ est la constante des gaz parfaits \mathcal{R} exprimée en J/kg/K et la constante B_0 peut être déterminée à partir de l'expression de la **célérité du son** qui s'écrit:

$$c^2 = \gamma P V = n \frac{P + B(S)}{\rho} \quad (2-16).$$

Ainsi, à pression faible, on en déduit que $nB_0 \approx c_0^2/V_0$ et donc que la vitesse de propagation des petites perturbations ne dépend pas, contrairement aux gaz, de la température ; celle-ci est déterminée par les propriétés élastiques du milieu. On vérifie bien que la relation (2-15) satisfait aux conditions (i) et (iv) et en la combinant avec la relation (2-13) on obtient une équation d'état complète qui permet d'étudier les liquides soumis à une onde de choc, tout en gardant à l'esprit qu'elle ne sera pas trop fautive tant que P reste plus petit que B . Il ne nous reste plus qu'à déterminer la dernière équation d'état $S(T, V)$ obtenue à partir de la définition de la température, soit :

$$T = \left(\frac{\partial e}{\partial S} \right)_V = B'(S) V_0 \left\{ \frac{e'_0(S)}{B'(S) V_0} - 1 + \frac{V}{V_0} + \frac{1}{n-1} \left[\left(\frac{V_0}{V} \right)^{n-1} - 1 \right] \right\} > 0.$$

En admettant que $e'_0(S)/B'(S)V_0 = Cte = A$ puis en injectant la relation (2-15) dans cette équation, on obtient :

$$S(T, V) - S_0 = \hat{\mathcal{R}} \frac{Z_0}{\Gamma_0} \ln \left[\frac{T}{T_0} \left\{ A - \frac{n}{n-1} + \frac{V}{V_0} + \frac{1}{n-1} \left(\frac{V_0}{V} \right)^{n-1} \right\}^{-1} \right] \quad (2-17),$$

avec $T_0 = \Gamma_0 B_0 V_0 / Z_0 \hat{\mathcal{R}}$. Les équations (2-13), (2-14) et (2-17) déterminent complètement l'état du fluide mais malgré tout on peut remarquer que cette

dernière équation ne vérifie pas la troisième loi¹⁰ de la thermodynamique; celle-ci peut être alors satisfaite si on effectue le changement de variable suivant :

$$\tilde{S} = y(S) = \frac{1}{2} \left[S + \sqrt{S^2 + S_0^2} \right] \quad \text{et} \quad \tilde{T} = T/y'(S),$$

ce qui impose une contrainte sur S_0 [Menikoff et al.-1989].

Examinons maintenant le cas particulier où $B(S)=B_0=Cste$. La relation (2-13) devient une relation de **barotropie d'un fluide en évolution polytropique**, ce qui signifie que pour un fluide *parfait* en équilibre thermodynamique, sans apport de chaleur ni de rayonnement, l'équation d'énergie peut être remplacée par l'équation $f(P, V)=0$. Des relations précédentes, on en déduit¹¹ donc que :

$$e(S, V) = e^{(1)}(S) + e^{(2)}(V) \quad \text{et} \quad \Gamma = 0,$$

ce qui entraîne:

$$C_p = C_v, \quad K_S = K_T, \quad \beta = 0 \quad \text{et} \quad T = e^{(1)}(S)'$$

Dans le cas de l'eau, les valeurs couramment admises sont $B_0 \approx 320MPa$ et $n \approx 7$; on pourra trouver des valeurs de n et B_0 pour quelques hydrocarbures dans Jomni et al. [1996].

B) Application aux ondes de choc normales

On suppose maintenant le fluide *parfait*, sans source de chaleur extérieure et soumis à aucune force de volume; les irréversibilités étant nulles, l'écoulement est **adiabatique**. Sur les surfaces de discontinuités (ondes de choc), des conditions aux limites doivent être satisfaites: ce sont les relations de *Hugoniot*-

¹⁰ Le théorème de *Nernst* nous dit que l'isotherme $T = 0$ coïncide avec l'adiabatique $S = 0$ [Landau et al.-1967-tome 5, p. 84].

¹¹ La réciproque est également vraie.

Rankine, qui s'écrivent pour une discontinuité se propageant à la vitesse U_c par rapport à un référentiel fixe telles que :

$$\begin{cases} \text{continuité : } -U_c \Delta \rho + \Delta(\rho u) = 0, \\ \text{QDM : } -U_c \Delta(\rho u) + \Delta(\rho u^2 + P) = 0, \\ \text{énergie : } -U_c \Delta \left(\rho \frac{u^2}{2} + \rho e \right) + \Delta \left[u \left(\rho \frac{u^2}{2} + \rho e + P \right) \right] = 0, \end{cases}$$

où u représente la vitesse absolue des particules fluide et $\Delta A = A_+ - A_-$ sachant que A_{\pm} correspond à la valeur de A de part et d'autre de la discontinuité. Maintenant, si on connaît l'état initial du fluide, défini par $(V_0, e_0, u_0 = 0)$, on peut en déduire à l'aide des relations précédentes l'état final, défini par (V_1, e_1, u_1) , qui résulte de la traversée d'une onde de choc (voir Fig. 2-1), soit [Cole-1965]:

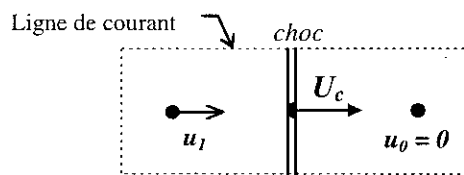


Fig. 2-1: surface de contrôle autour d'un choc droit.

$$\begin{cases} U_c = \frac{\rho_1}{\rho_1 - \rho_0} u_1 & (2-18), \\ P_1 - P_0 = \rho_0 U_c u_1 & (2-19), \\ h_1 + \frac{1}{2} (U_c - u_1)^2 = h_0 + \frac{1}{2} U_c^2 & (2-20), \end{cases}$$

auxquelles il faut associer les équations d'état du fluide $h(S,V)$ et $S(P,V)$. En amont de l'onde de choc, on admet que l'écoulement est **isentropique** tel que $S = S_0 = Cte$ partout mais en aval la variation d'entropie sera fonction du caractère entretenu ou non de l'onde de choc.

REMARQUE

Lorsque dans l'équation d'état (2-13) $B=Cte$, la relation (2-20) peut s'écrire, en remplaçant h par $e+PV$, sous la forme :

$$\left[e_1^{(1)} - e_0^{(1)} \right] = - \left[\frac{1}{2} (U_c - u_1)^2 - \frac{1}{2} U_c^2 + e_1^{(2)} - e_0^{(2)} + P_1 V_1 - P_0 V_0 \right].$$

Le membre de droite est déterminé par les deux premières relations (2-18) et (2-19), ainsi l'énergie $e^{(1)}$ peut être calculée ; cette énergie est interprétée comme l'énergie transformée en chaleur. Cette

remarque s'applique également aux ondes de choc de faible intensité pour lesquelles $\frac{P_1 - P_0}{P_0}$ est petit [Courant et al.-1948].

L'hypothèse $B=Cte$ pour la gamme de pression qui nous intéresse (quelques kilobars) a été généralement admise par Zel'dovich et al. [1966-Vol.II, p.711].

1) Onde de choc entretenue

On entend par onde de choc entretenue, une onde de choc qui n'évolue pas au cours du temps; par conséquent celle-ci à une vitesse constante U_c . Ceci signifie que l'écoulement devant le front de choc peut être considéré comme *permanent*. Comme on s'intéresse aux écoulements unidimensionnels en symétrie sphérique, l'écoulement derrière l'onde de choc est lui aussi *isentropique* tel que $S = S_1 = Cte$. Dans ces conditions, l'enthalpie h d'une particule fluide est déterminée par:

$$dh = \frac{dP}{\rho} = c^2(\rho) \frac{d\rho}{\rho} \quad (2-21).$$

La connaissance de l'enthalpie associée aux équations (2-18) à (2-20), permet de déduire le saut de toutes les grandeurs thermodynamiques à travers une surface de discontinuité.

En admettant que l'équation d'état du fluide est déterminée par la relation (2-13), on obtient à partir de l'équation (2-21), la primitive suivante:

$$h = \frac{n}{n-1} \frac{P + B(S)}{\rho} = \frac{c^2}{n-1} \quad (2-22).$$

Cette équation est identique à celle obtenue pour les gaz parfaits en évolution adiabatique [Zel'dovich et al.-1966-Vol.I] à ceci près qu'ici n joue le rôle de γ et qu'il faut remplacer P par $\bar{P} = P + B(S)$. Cette équation prise avec B constant et couplée aux équations (2-18) à (2-21) permet d'obtenir le saut de pression, tel que:

$$\boxed{\frac{\bar{P}_1}{\bar{P}_0} = 1 + \frac{2n}{n+1} (M_c^2 - 1)} \quad (2-23),$$

où $M_c = U_c/c_0$, ainsi que le rapport de condensation:

$$\boxed{\bar{k} = \frac{\rho_1}{\rho_0} = \frac{(n+1)M_c^2}{(n-1)M_c^2 + 2}} \quad (2-24).$$

De même que dans le cas des gaz parfaits, on note que le rapport de condensation maximum s'écrit: $\bar{k}_m = \frac{n+1}{n-1}$ lorsque $M_c \rightarrow \infty$. Cette formulation a été notamment utilisée par *Vogel et al. [1996]* dans le cas du claquage laser ainsi que par *Chan et al. [1968]* pour la modélisation des explosions à la surface de l'océan.

Mais une autre approche fondée sur l'équation de *Tait modifiée* a été proposée par *Ridah [1988]*; celle-ci suppose toujours que B est constant, avec $B = \rho_0 c_0^2/n$, mais que le saut de QDM est régi par l'équation de *Tait modifiée* tel que:

$$\bar{P}_1 - \bar{P}_0 = \rho_0 U_c u_1 = B \left[\left(\frac{\rho_1}{\rho_0} \right)^n - 1 \right].$$

Cette équation couplée à l'équation (2-18) permet d'obtenir une équation non-linéaire liant le rapport de condensation $k = \rho_1/\rho_0$ au nombre de *Mach* de l'onde de choc M_c telle que:

$$\boxed{k^{n+1} - k[1 + nM_c^2] + nM_c^2 = 0} \quad (2-25).$$

Connaissant M_c , on peut en déduire par itérations la valeur k solution de (2-25) puis les vitesses suivantes:

$$\left\{ \begin{array}{l} u_1 = \sqrt{\frac{\bar{P}_0}{\rho_0} (k^n - 1) \frac{k-1}{k}} \\ U_c = \sqrt{\frac{\bar{P}_0}{\rho_0} (k^n - 1) \frac{k}{k-1}} \end{array} \right. \quad (2-26).$$

Les approximations de cette formulation sont très discutables car d'une part elle donne un résultat indépendant de l'équation de conservation de l'énergie (2-20), et d'autre part pour $k=1$, M_c est indéfini et lorsque $M_c \rightarrow \infty$, $k \rightarrow \infty$.

2) Onde de choc dégénérée

On appelle une onde de choc dégénérée, toute onde de choc qui est suffisamment affectée par les processus dissipatifs (viscosité...) lors de sa propagation pour se transformer en une onde sonore à une distance r_t qui dépend de l'importance relative des effets non-linéaires et des effets dissipatifs [Naugol'Nykh-1973]. Ces ondes de choc sont obtenues dans les phénomènes de type explosif tels que la détonation, le claquage électrique ou encore le claquage laser. Dans ce cas là, l'écoulement derrière l'onde de choc n'est plus isentropique puisque son intensité évolue avec le temps, telle que $\partial S/\partial t \neq 0$; la thermodynamique nous dit alors que la variation d'enthalpie est la somme de deux termes, telle que:

$$\Delta h = \Delta h_T + \Delta h_p \quad \text{avec} \quad \Delta h_T = \int_{P_0}^{P_1} \frac{dP}{\rho(P, S)} \quad \text{et} \quad \Delta h_p = \int_{S_0}^{S_1} T(P_0, S) dS = \int_{T_0}^{T_1} C_p(P_0, T) dT.$$

Le deuxième terme représente l'énergie dissipée à travers le choc; or à travers une onde de choc faible¹², on sait que le saut d'entropie est d'ordre trois en fonction du saut de pression ou de volume spécifique, tel que :

¹² L'intensité d'une onde dans un gaz est mesurée par le rapport des pressions P_1/P_0 à travers le choc. La densité limite ρ_1/ρ_0 est approchée lorsque ce rapport est de quelques dizaines à une centaine ; dans ces conditions la vitesse de l'onde de choc est très grande devant la vitesse du son c_0 . Si le gaz est initialement à la pression atmosphérique, cette onde de choc est considérée comme forte. En revanche, dans un liquide ou un solide, une onde de choc dont l'intensité est de quelques

$$T_0 \Delta S = \frac{1}{12} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial P^2} \right)_S (\Delta P)^3 + O(\Delta P^4) = c_0^2 \frac{n+1}{12} \left(\frac{\Delta P}{\rho_0 c_0^2} \right)^3 + O(\Pi^4),$$

où $\Pi = \Delta P / (\rho_0 c_0^2)$; cette équation représente la valeur moyenne de l'intégrale d'entropie et d'après la relation (2-19), on en déduit que: $\Pi = \frac{U_c}{c_0} \frac{u_1}{c_0} \approx \frac{u_1}{c_0}$. Sur ces

bases là, *J.G. Kirkwood et H.A. Bethe [Cole-1965]* ont calculé, sur le domaine d'intégration, le saut d'enthalpie, soit $\Delta h_T = \int_{\rho_0}^{\rho_1} \frac{dP}{\rho(P, S)}$, ainsi que la fonction de

Riemann, qui est par définition:

$$w = \int_{\rho_0}^{\rho_1} \frac{dP}{\rho c} = \int_{\rho_0}^{\rho_1} c \frac{d\rho}{\rho} = \int_{\rho_0}^{\rho_1} \sqrt{-\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_S} dP = \int_{V_0}^{V_1} \sqrt{-\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_S} dV.$$

En utilisant comme équation d'état l'équation de *Tait modifiée* avec *B constant*, on obtient:

$$\Delta h_T = h_1 - h_0 = c_0 w \left[1 + \frac{n-1}{4c_0} w \right] \quad (2-27).$$

Pour une onde de choc en symétrie sphérique, les équations caractéristiques¹³ nous disent que pour une distance suffisamment grande¹⁴ $w \approx u_1$ et comme $u_1/c_0 < 1$, on néglige le terme Δh_p (d'ordre 3 en ΔP) par rapport au terme Δh_T . En introduisant

centaines de kilobars est considérée comme faible. Une telle onde est peu différente d'une onde acoustique car sa vitesse est proche de la vitesse du son et la déformation du milieu est de quelques dizaines de pour-cent.

¹³ Le long des caractéristiques C_{\pm} définies par $\frac{dr}{dt} = u \pm c$, on a: $du \pm dw = \mp 2 \frac{uc}{r} dt$.

¹⁴ Le même résultat a été obtenu par *Zel'dovich et al. [1966-Vol.II, p.718]* par simplification de la fonction de *Riemann*, telle que :

$$w \approx \sqrt{-\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_{S_0}} \Delta P \approx \frac{\Delta P}{\rho_0 c_0} \approx u_1$$

cette équation dans l'équation de conservation de l'énergie (2-20), on obtient une équation reliant la vitesse de l'onde de choc à la vitesse des particules à l'aval, telle que :

$$M_c = \frac{U_c}{c_0} \approx 1 + \frac{\mathcal{G}_0}{2} \Pi \quad \text{d'où} \quad U_c = c_0 \left[1 + \frac{n+1}{4c_0} u_1 \right] \quad (2-28).$$

Si on souhaite améliorer la précision de ce calcul, on pourra toujours utiliser le développement en série $M_c^2 = \sum_{i=0}^{\infty} a_i (\Gamma_0, \mathcal{G}_0) \Pi^i$ proposé par *Thompson [1983]*; par exemple, pour décrire les explosions sous-marines *Fargere [1991, p.70]* a utilisé une équation du second degré du type: $U_c = c_0 + a_1 u_1 + a_2 u_1^2$, où a_1 et a_2 sont des constantes déterminées par l'équation d'état. On pourra trouver également une expression complète du terme Δh_p dans *Richardson et al. [1947]*.

Maintenant, en couplant l'équation (2-28) avec les équations (2-18) et (2-19), on obtient l'expression du saut de pression, telle que :

$$\frac{\bar{P}_1}{\bar{P}_0} = 1 + \frac{4n}{n+1} M_c (M_c - 1) \quad (2-29),$$

ainsi que le rapport de condensation:

$$k = \frac{\rho_1}{\rho_0} = \frac{(n+1)M_c}{(n-3)M_c + 4} \quad (2-30).$$

Le rapport de condensation maximum, obtenue lorsque $M_c \rightarrow \infty$, s'écrit ici:

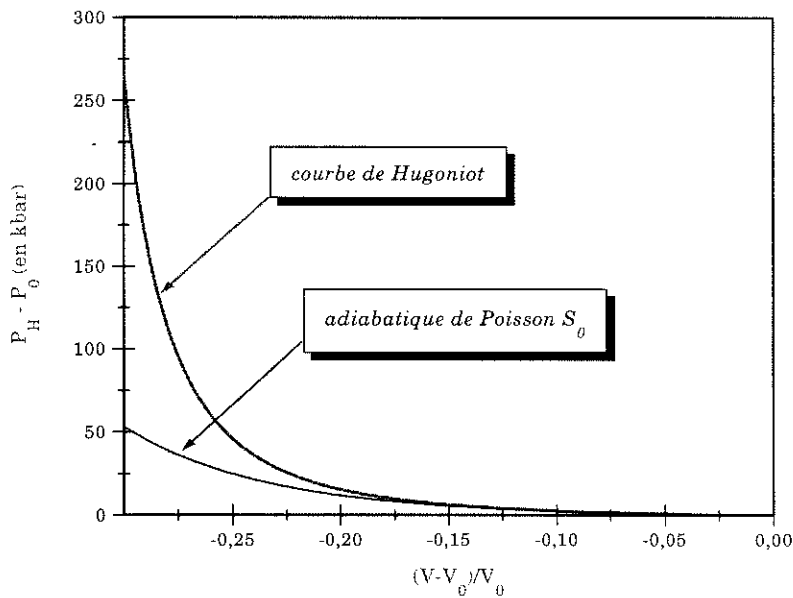
$k_m = \frac{n+1}{n-3}$. On note que ce rapport est plus grand que celui obtenu pour les ondes de choc entretenues à partir de la relation (2-24) et qu'il nécessite $n > 3$ (ceci est conforme aux résultats obtenus par *Macdonald J.R. [1966]*). A partir de la relation (2-28), qui relie la vitesse du front de choc à la vitesse des particules liquides

derrière celui-ci, et des relations de *Hugoniot-Rankine* (2-18) et (2-19), on peut obtenir l'expression analytique de la courbe de *Hugoniot*¹⁵ $P_H(V, V_0, P_0)$, soit :

$$P_H - P_0 = \frac{c_0^2(V_0 - V)}{\left[V_0 - \frac{n+1}{4}(V_0 - V) \right]^2} \quad (2-31).$$

Pour les ondes de choc de très forte intensité, on retrouve bien la limite $V_0/V = k_m$ lorsque $P_H \rightarrow \infty$. Comme exemple, nous avons représenté sur la Courbe 2-4 l'isentropique $S=S_0$ définie par l'équation (2-13) et la courbe de *Hugoniot* pour le cyclohexane ; dans ce cas la valeur limite de la déformation est égale à :

$$\lim_{P_H \rightarrow \infty} \frac{(V - V_0)}{V_0} = -\frac{4}{n+1} \approx -0,34. \text{ On remarque que pour les faibles compressions ces deux courbes sont presque confondues par conséquent on pourra assimiler la courbe de } Hugoniot \text{ à l'isentropique } S_0.$$



Courbe 2-4 : courbes de compression pour le cyclohexane :
 $V_0=(1/780)m^3/kg, n=10,7$ et $B(S_0)=1200bars$.

¹⁵ L'adiabatique de *Hugoniot* représente l'ensemble des états finals possibles solution de la relation

III. BIBLIOGRAPHIE

- ANDERSON O.L. -1966- The use of Ultrasonic Measurements under Modest Pressure to Estimate Compression at High Pressure. *J. Phys. Chem. Solids*, **Vol. 27**, pp. 547-565.
- BRIDGMAN P.W. -1935- The Pressure-Volume-Temperature Relations of the Liquid, and the Phase Diagram of Heavy Water. *J. Chem. Phys.*, **Vol. 3(10)**, pp. 597-605.
- BRIDGMAN P.W. -1958- The Physics of High Pressure. *Ed. G. Bell and Sons, London.*
- CHAN B.C., HOLT M. & WELSH R.L. -1968- Explosions due to Pressurized Spheres at the Ocean Surface. *Phys. Fluids*, **Vol. 11(4)**, pp. 714-722.
- COLE R.H. -1965- Underwater Explosions. *Dover Publications, New York.*
- COOK M.A. & ROGERS L.A. -1963- Compressibility of Solids and Liquids at High Pressures. *J. Appl. Phys.*, **Vol. 34(8)**, pp. 2330-2336.
- COURANT R. & FRIEDRICHS K.O. -1948- Supersonic Flow and Shock Waves. *Appl. Math. Sciences*, **Vol. 21**, Springer-Verlag.
- CRAWFORD R.K. & DANIELS W.B. -1969- Equation-of-State in Compressed Argon. *J. Chem. Phys.*, **Vol. 50(8)**, pp. 3171-3183.
- CUTLER W.G., McMIKLE R.H., WEBB W. & SCHIESSLER R.W. -1958- Study of the Compressions of Several High Molecular Weight Hydrocarbons. *J. Chem. Phys.*, **Vol. 29(4)**, pp. 727-740.
- DYMOND J.H. & MALHOTRA R. -1988- The Tait Equation: 100 Years On. *Int. J. Thermophys.*, **Vol. 9(6)**, pp. 941-951.
- FARGERÉ N. -1991- Contribution à l'étude des effets liés à l'interaction d'une onde de choc sphérique subaquatique sur l'interface liquide-air. *Thèse de l'Université de Poitiers.*
- HANSEN J.P. & McDONALD I.R. -1986- Theory of Simple Liquids. *Academic Press, London.*
-

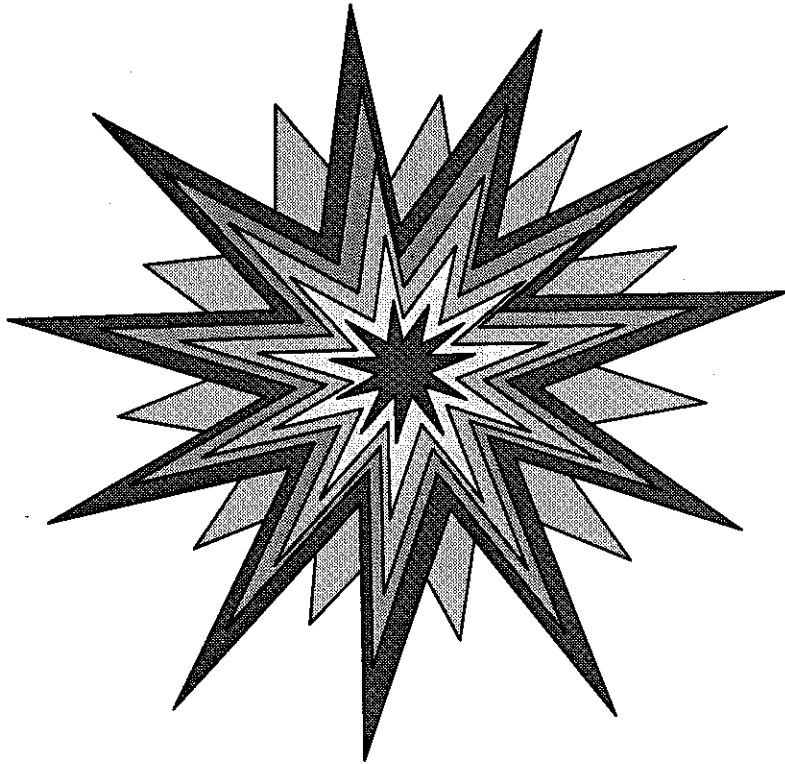
de Hugoniot à travers un seul choc, pour un état initial donné.

- HAYWARD A.T.J. -1967- Compressibility equations for liquids: a comparative study. *Brit. J. Appl. Phys.*, **Vol. 18**, pp. 965-977.
- HAYWARD A.T.J. -1971- How to measure the isothermal compressibility of liquids accurately. *J. Phys. D*, **Vol. 4**, pp. 938-950.
- HIRSCHFELDER J.O., CURTISS C.F. & BIRD R.B. -1954- Molecular Theory of Gases and Liquids. *John Wiley & Sons, New York*.
- JOMNI F., DENAT A. & AITKEN F. -1996- Pressure Waves and Bubble Generation in Non-Polar Liquids Initiated by a High Divergent Electric Field. *Conf. Record ICDL'96, Roma*, pp. 247-250.
- LAMB H. -1932- Hydrodynamics. *Cambridge University Press*.
- LANDAU L. & LIFCHITZ E. -1967- Physique statistique. **Tome 5**, *Physique théorique, Editions Mir, Moscou*.
- LANDAU L. & LIFCHITZ E. -1989- Mécanique des fluides. **Tome 6**, *Physique théorique, Ed. librairie du globe, Editions Mir*.
- LE NEINDRE B. Effets des hautes et très hautes pressions. *Les Techniques de l'Ingénieur*, **Vol. K 484a**.
- MACDONALD J.R. -1966- Some Simple Isothermal Equations of State. *Rev. Mod. Phys.*, **Vol. 38(4)**, pp. 669-679.
- MACDONALD J.R. -1969- Review of Some Experimental and Analytical Equations of State. *Rev. Mod. Phys.*, **Vol. 41(2)**, pp. 316-349.
- MENIKOFF R. & PLOHR B.J. -1989- The Riemann problem for fluid flow of real materials. *Rev. Mod. Phys.*, **Vol. 61(1)**, pp. 75-130.
- NAUGOL'NYKH K.A. -1973- Transition of a Shock Wave into a Sound Wave. *Soviet Physics-Acoustics*, **Vol. 18(4)**, pp. 475-477.
- PEDLOSKY J. -1979- Geophysical fluid dynamics. *Springer-Verlag New York Inc*.
- REID R.C., PRAUSNITZ J.M. & POLING B.E. -1987- The Properties of Gases and Liquids. *McGraw-Hill Book Company, 4^{ème} édition*.
- RICHARDSON J.M., ARONS A.B. & HALVERSON R.R. -1947- Hydrodynamic Properties of Sea Water at the Front of a Shock Wave. *J. Chem. Phys.*, **Vol. 15(11)**, pp. 785-794.
- RIDAH S. -1988- Shock waves in water. *J. Appl. Phys.*, **Vol. 64(1)**, pp. 152-158.

- SHAPIRO A.H. -1954- The Dynamics and Thermodynamics of Compressible Fluid Flow. *The Ronald Press Company, New York, Vol. I & II.*
- SPAIN I.L. & PAAUWE J. -1977- High Pressure Technology. *Marcel Dekker Inc., New York and Basel, Vol. I.*
- STREETT W.B. & CONSTANTINO M.S. -1974- Measurements of the Velocity of Sound in Liquid Argon from 90 to 160K and Pressure to 3400Atm. *Physica 75, pp. 283-296.*
- STREETT W.B. -1974- Thermodynamic Properties of Liquid Argon at High Pressures, Calculated from PVT and Sound-Velocity Data. *Physica 76, pp. 59-72.*
- TAMMANN G. -1907- On the Relation Between the Internal Forces and the Properties of Solutions. *Ed. Leopold Voss, Hamburg, p.38.*
- TEMPERLAY H.N.V. & TREVENA D.H. -1980- Les liquides et leurs propriétés. *Ed. Technique & Documentation. Traduction de J.CI. LENGREND.*
- THOMPSON P.A. -1971- A Fundamental Derivative in Gasdynamics. *Phys. Fluids, Vol. 14(9), pp. 1843-1849.*
- THOMPSON P.A. -1983- Shock-wave series for real fluids. *Phys. Fluids, Vol. 26(12), pp. 3471-3474.*
- VOGEL A., BUSCH S. & PARLITZ U. -1996- Shock wave emission and cavitation bubble generation by picosecond and nanosecond optical breakdown in water. *J. Acoust. Soc. Am, Vol. 100(1), pp. 148-165.*
- ZEL'DOVICH Y.B. & RAIZER Y.P. -1966- Physics of Shock Waves and High Temperature Hydrodynamic Phenomena. *Academic Press, New York and London, Vol. I & II.*

CHAPITRE 3

INJECTION D'ENERGIE DANS UN LIQUIDE



Sommaire

I. LA VARIATION D'ENERGIE INTERNE.....	67
II. L'EQUATION D'ETAT.....	72
III. DESCRIPTION DE L'INJECTION.....	74
<i>A) Transformations élémentaires</i>	<i>74</i>
<i>B) Propagation du front d'énergie.....</i>	<i>75</i>
<i>C) Changement de phase.....</i>	<i>82</i>
IV. DISTRIBUTION DE PRESSION ET DE TEMPERATURE	86
V. CYCLE THERMODYNAMIQUE	90
<i>A) Evaluation de P_{g0}.....</i>	<i>92</i>
<i>B) Evaluation de T_{g0}.....</i>	<i>94</i>
VI. CONCLUSION	95
VII. BIBLIOGRAPHIE.....	96

INJECTION D'ÉNERGIE DANS UN LIQUIDE

"Le système commandé par explosif peut être considéré comme un moteur, se différenciant des moteurs plus conventionnels en ce sens que les parties du cycle sont déformées et que celui-ci n'est pas répété."

W.C. Davis-1995.

I. LA VARIATION D'ÉNERGIE INTERNE

On cherche ici à déterminer l'influence d'une avalanche électronique, dans un liquide, sur les grandeurs thermodynamiques; cette avalanche est assimilée à une source volumique¹ de puissance de rayon r telle que $\psi(r,t) = \dot{W}_s(r,t) / \left(\frac{4}{3} \pi r^3 \right)$, dont la variation temporelle $\dot{W}_s(t)$ est représentée schématiquement sur la Fig. 3-1; une variation très similaire de la courbe $\dot{W}_s(t)$, c'est-à-dire avec une croissance linéaire

¹ Raizer [1966] a adopté pour sa modélisation du claquage laser dans les gaz, non pas une source volumique, mais une source surfacique $J(r,t) = \frac{\dot{W}_{\max}}{\pi r^2} f(t)$, car il a supposé que l'absorption des photons se faisait uniquement là où le degré d'ionisation est maximum, c'est à dire dans une couche mince non transparente dont l'épaisseur est de l'ordre de grandeur du libre parcours moyen l_v des photons. Nous avons préféré choisir une source volumique car d'une part le paramètre déterminant pour déclencher l'avalanche c'est la densité d'énergie et non pas le flux d'énergie, et d'autre part les électrons secondaires produits par les choc ionisants se déplacent dans toutes les directions par rapport à la trajectoire des électrons germes qui les produisent. Enfin, dans tout le volume où se produit l'avalanche, on forme des états excités (80 à 90% de l'énergie électrique injectée produit des états excités électroniquement) qui après relaxation conduisent à un milieu où la température et la pression sont beaucoup plus élevées que dans le fluide environnant.

de la puissance telle que $\dot{W}_s(t) = Cte.t$ jusqu'à \dot{W}_{max} , a été adoptée par Raizer [1966] pour la modélisation du claquage optique dans les gaz.

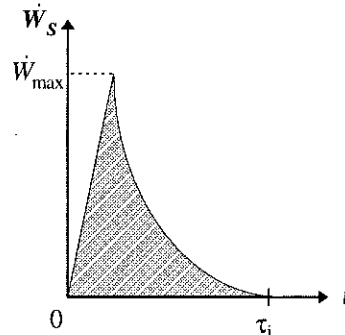
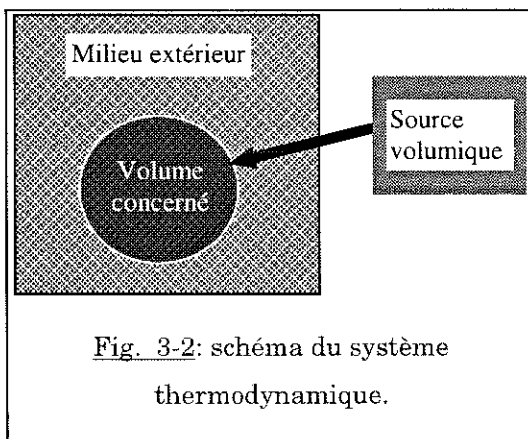


Fig. 3-1 : représentation schématique de la variation temporelle de la source volumique de puissance. L'aire hachurée correspond à l'énergie injectée par la source pendant τ_i .

Considérons un élément de liquide (description *Lagrangienne*), de *volume unité* (volume de contrôle) situé dans les conditions initiales $(P_\infty, V_\infty, e_\infty)$, identiques à celles du milieu extérieur (voir Fig. 3-2). Maintenant, on soumet celui-ci à une injection d'énergie \mathcal{W}_i pendant un temps τ_i , ce qui a pour conséquence d'augmenter l'énergie totale depuis la valeur $\mathcal{E}_\infty = E_\infty$ ($\bar{v} = 0$ à $t=0$) jusqu'à la valeur \mathcal{E} ; celle-ci peut se réduire ici à la densité d'énergie $E = \rho e$ (on néglige la vitesse de déplacement), telle que :

$$\mathcal{W}_i = \int_0^{\tau_i} \frac{\partial E}{\partial t} dt \quad (3-1),$$



où e est l'énergie interne par unité de masse. Pour pouvoir alors connaître la variation, au sein de l'unité de volume, des grandeurs thermodynamiques comme la température T et la pression P , il faut exprimer la densité d'énergie E en fonction de celles-ci. Pour un

fluide composé d'un seul constituant, la dérivée temporelle de la loi constitutive $E = E(T, P)$ s'écrit:

$$\frac{\partial E}{\partial t} = \frac{\partial(\rho e)}{\partial t} = \left(\frac{\partial E}{\partial T}\right)_P \frac{\partial T}{\partial t} + \left(\frac{\partial E}{\partial P}\right)_T \frac{\partial P}{\partial t} \quad (3-2).$$

Les variables T et P sont les deux grandeurs représentatives de la transformation effectuée ici. Si on avait choisi S et ρ comme variables indépendantes, on aurait obtenu l'équation plus connue, dite de *Gibbs* (voir annexe B).

A l'aide de la définition de l'énergie interne² en l'absence de réaction chimique et de phénomènes électromagnétiques, on peut exprimer les deux dérivées partielles de l'énergie en fonction des coefficients thermoélastiques [Batchelor-1970], ce qui nous donne pour un processus réversible :

$$\begin{cases} \left(\frac{\partial E}{\partial T}\right)_P = \frac{T}{V} \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_P + h \left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_P = \frac{C_p}{V} - \beta \frac{h}{V} \\ \left(\frac{\partial E}{\partial P}\right)_T = \frac{T}{V} \left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_T + h \left(\frac{\partial \rho}{\partial P}\right)_T = -\frac{T}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P + K_T \frac{h}{V} \end{cases}$$

où β représente le coefficient de dilatation thermique et K_T le coefficient de compressibilité isotherme. Afin de tenir compte à la fois de la compression du liquide et de la forte augmentation de son énergie interne pendant l'injection, nous allons utiliser comme équation d'état du liquide, une équation *incomplète* (voir annexe H) de la forme suivante (voir discussion §II) :

$$P(V, e) - P_\infty = B \left[\left(\frac{V_\infty}{V} \right)^\Gamma - 1 \right] + \frac{\Gamma}{V} (e - e_\infty) \quad (3-3),$$

où Γ représente le coefficient de *Grüneisen*; Cette équation correspond au développement de *Taylor*, tronqué au premier ordre, de l'énergie interne à partir de la définition du coefficient de *Grüneisen* $\Gamma = V \left(\frac{\partial P}{\partial e} \right)_V$ et de l'équation de *Tait modifiée*.

² La différence d'énergie interne entre deux états voisins s'écrit: $de = \delta Q - PdV$ où δQ représente la quantité de chaleur mise en jeu; pour un processus réversible $\delta Q = TdS$.

REMARQUES

- Les équations d'état incomplètes sont largement utilisées dans les modèles de détonation, car elles peuvent être calibrées à partir de mesures expérimentales qui ne donnent aucune information sur la température ou l'entropie [Davis et al.-1995].
- Toutes les variables E, P, T , etc. sont des grandeurs définies à l'équilibre thermodynamique or pendant le temps d'injection τ , cet équilibre n'existe pas!

On montre³ alors avec cette équation d'état que le terme $(\beta h/V)\Delta T$ peut être négligé en première approximation devant le terme $(K_T h/V)\Delta P$; de plus on admet que $C_p/C_v = K_T/K_S = \gamma_0 = Cte$. Ces hypothèses signifient que β n'est pas nul, puisque $C_p - C_v = T \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P \neq 0$, mais qu'il est tout simplement petit devant K_T . En utilisant l'expression $h \approx \epsilon TS + PV$ dans $(\partial E/\partial P)_T$, on obtient une nouvelle relation, telle que:

$$\left(\frac{\partial E}{\partial P} \right)_T \approx -\frac{T}{V} \left[\left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P + \epsilon \frac{S}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_T \right] + \gamma_0 K_S P,$$

où ϵ est un coefficient de proportionnalité. On remarque que les deux termes dans le crochet ci-dessus sont de l'ordre de grandeur de S/P , par conséquent nous allons les remplacer simplement par un terme de la forme $-(\partial S/\partial P)$. On injecte maintenant ces expressions dans la relation (3-2) puis dans la relation (3-1) et on admet que la

³ Comparons les deux derniers termes des deux dérivées partielles de l'énergie, soit: $\frac{-\beta \Delta T}{K_T \Delta P}$. Par

définition $\beta/K_T = \Gamma C_v/V$ et pour simplifier si on admet dans l'équation (3-3) que $e = C_v T$

(approximation du gaz polytropique) alors on obtient que $\frac{-\beta \Delta T}{K_T \Delta P} = \frac{B}{\Delta P} \left[\left(\frac{V_\infty}{V} \right)^n - 1 \right] - 1$. On en

déduit que ce rapport est plus petit que 1 lorsque $\rho/\rho_\infty < (1 + 2 \Delta P/B)^{1/n} \approx 1 + 2 \Delta P/nB$; or typiquement en fin d'injection P est du même ordre de grandeur que B , ce qui signifie que cette approximation sera valable tant que $\rho/\rho_\infty < (n+2)/n$. Pour $n > 3$, on remarque que ce rapport est approximativement égal à \bar{k}_m (voir chapitre 2).

transformation s'effectue de telle sorte que $\frac{T}{V} \left(\frac{\partial S}{\partial P} \right) \frac{\partial P}{\partial t} \equiv \frac{T}{V} \frac{\partial S}{\partial t} > 0$; en effet ici, dans cette transformation $S(T,P)$ est essentiellement une fonction de P car d'après l'équation d'état (3-3), T est essentiellement une fonction de P ($\partial S/\partial T \neq 0$ car la transformation n'est pas adiabatique). On en déduit ainsi que:

$$W_i \equiv \int_0^{\tau_i} \gamma_0 \rho C_V \frac{\partial T}{\partial t} dt + \int_0^{\tau_i} \rho T \frac{\partial S}{\partial t} dt + \int_0^{\tau_i} \gamma_0 K_S P \frac{\partial P}{\partial t} dt .$$

Par définition $K_S P = \gamma^{-1}$, d'où l'énergie totale injectée W_i dans le volume \mathcal{V}_0 s'écrit:

$$W_i \equiv \int_0^{\mathcal{V}_0} \gamma_0 \left[\int_0^{\tau_i} \rho C_V \frac{\partial T}{\partial t} dt \right] d\mathcal{V} + \int_0^{\mathcal{V}_0} \left[\int_0^{\tau_i} \rho T \frac{\partial S}{\partial t} dt \right] d\mathcal{V} + \int_0^{\mathcal{V}_0} \gamma_0 \left[\int_0^{\tau_i} \gamma^{-1} \frac{\partial P}{\partial t} dt \right] d\mathcal{V} ,$$

Si le temps d'injection est tel que γ^{-1} et ρC_V peuvent être remplacés par leurs valeurs moyennes $\langle \gamma^{-1} \rangle$ et $\langle \rho C_V \rangle$, la variation d'énergie spécifique dans le volume \mathcal{V}_0 liée à une injection d'énergie W_i pendant un temps τ_i s'écrit:

$$W_i \equiv \int_0^{\mathcal{V}_0} \gamma_0 \langle \rho C_V \rangle \Delta T d\mathcal{V} + \int_0^{\mathcal{V}_0} \left[\int_0^{\tau_i} \rho T \frac{\partial S}{\partial t} dt \right] + \int_0^{\mathcal{V}_0} \gamma_0 \langle \gamma^{-1} \rangle \Delta P d\mathcal{V} \quad (3-4),$$

où $\Delta T = T - T_\infty$ et $\Delta P = P - P_\infty$. L'approximation $\langle \rho C_V \rangle$ sera justifiée à posteriori au chapitre 5. L'énergie interne étant une fonction d'état, l'expression de chacune de ces intégrales dépend du chemin suivi.

Donc la répartition d'énergie dans un volume \mathcal{V}_0 est la somme de trois termes que nous pouvons regrouper sous la forme dite **d'énergie thermique**:

$$E_T = \underbrace{\int_0^{\mathcal{V}_0} \gamma_0 \langle \rho C_V \rangle \Delta T d\mathcal{V}}_{=E_{in}} + \underbrace{\int_0^{\mathcal{V}_0} \left[\int_0^{\tau_i} \rho T \frac{\partial S}{\partial t} dt \right]}_{=E_S} \quad (3-5),$$

qui permet d'élever la température depuis T_∞ jusqu'à une valeur $T(r)$, et sous la forme dite **d'énergie mécanique**:

$$E_p = \int_0^{r_0} \gamma_0 \langle \gamma^{-1} \rangle \Delta P dr \quad (3-6),$$

qui permet d'augmenter la pression depuis P_∞ jusqu'à une valeur $P(r)$.

II. L'EQUATION D'ETAT

Nous avons introduit au paragraphe précédent une équation d'état développée à partir de la définition du coefficient de *Grüneisen*⁴ et de l'équation de *Tait modifiée* ; voyons maintenant plus précisément ce qui a déterminé notre choix.

On sait que pour les milieux denses lorsque l'augmentation de température est accompagnée d'une forte compression, les forces répulsives entre les atomes augmentent rapidement et génèrent des pressions très grandes qui rendent inapplicable la relation des gaz⁵ parfaits, mais d'autres équations d'état faisant intervenir plusieurs coefficients empiriques ont été développées pour rendre compte du comportement des caractéristiques P-V-T [*Hirshfelder et al.-1954*] ; les plus sophistiquées font intervenir jusqu'à seize coefficients empiriques [*Stephenson-1975*]. Pour certains milieux que nous avons étudiés, il existe peu (ou pas) de données sur les caractéristiques P-V-T, il nous faut donc une équation d'état qui contienne le moins possible de coefficients tout en sachant qu'il faut qu'on puisse les déterminer expérimentalement. On a vu au chapitre précédent que l'équation de *Tait modifiée* traduisait correctement le comportement des liquides en compression ;

⁴ *Arp [1975]* a montré que les grandeurs thermodynamiques C_V , K_S , Γ et c sont faiblement divergentes quand on approche le point critique tandis que les grandeurs C_P , K_T et β sont fortement divergentes; ainsi pour une équation d'état, il est plus intéressant d'utiliser les quatre premiers paramètres.

⁵ La pression dans un gaz est essentiellement d'origine thermique car elle est reliée au transfert de quantité de mouvement entre les particules qui participent au mouvement thermique et celle-ci est toujours proportionnelle à la température.

sachant qu'expérimentalement on est capable de déterminer les deux constantes n et B en observant la vitesse des ondes de choc (voir annexe E) et que les deux dérivées importantes qui montrent une grande sensibilité aux propriétés moléculaires sont l'exposant adiabatique $\gamma(T)$ et le coefficient de *Grüneisen* $\Gamma(T)$ [Brown-1992], on en déduit que la relation la plus intéressante pour le phénomène de préclaquage est de la forme de l'équation (3-3). L'inconvénient majeur de cette équation est qu'elle se présente sous la forme incomplète $P=P(V,e)$, ce qui ne permet pas de remonter à une équation d'état complète $e=e(V,S)$ et donc à la valeur de l'entropie S sur chaque isentropique. *Zel'dovich et al.* [1966-Vol.II, p.697] ont montré, d'une façon générale pour la matière condensée dont les atomes/molécules effectuent de petites vibrations autour de leurs positions d'équilibre, c'est-à-dire dont l'énergie vibrationnelle (de l'ordre de $k_B T$ par atome, où k_B est la constante de *Boltzmann*) est plus petite que la hauteur de la barrière de potentiel, que la pression et l'énergie interne peuvent être représentées par la somme de deux composantes, telles que :

$$\begin{cases} P = P_m(V) + P_T & (3-3a) \\ e = e_m(V) + e_T & (3-3b), \end{cases}$$

avec $e_m(V) = -\int_V P_m(V) dV$, $P_T = \Gamma(V) \frac{e_T}{V}$ et où $P_m(V)$ est la pression due à l'élasticité du fluide et $P_T(V,T)$ est la pression thermique due au mouvement thermique des atomes/molécules. Ces deux équations sont encore appelées équations de *Mie-Grüneisen*. Par rapport à l'équation (3-3), on déduit ici que $P_m(V)$ est égal à l'équation de *Tait modifiée* ; quant à l'énergie thermique, si la température est inférieure grosso modo à 10000K, on admet qu'elle est convenablement représentée par : $e_T = C_v(T - T_\infty)$.

On peut remarquer également que l'équation (3-3) est très similaire à l'équation d'état dite PMV [Parsafar et al.-1994], développée pour les solides en compression et utilisée dans la modélisation des détonations [Brown et al.-1995] ainsi que dans les modèles d'optoacoustique avec vaporisation du liquide [Feiock et al.-1972]. On peut s'inspirer de l'équation PMV pour la dépendance de B et Γ vis-à-vis de la

température mais pour une description qualitative des phénomènes on pourra les considérer comme constants : respectivement B_0 et Γ_0 ; dans ces conditions, sur une isentropique la relation entre la température et le volume est donnée par :

$\frac{T}{T_\infty} = \left(\frac{V_\infty}{V}\right)^{\Gamma_0}$, et sur cette même isentropique la relation entre la pression et le volume s'écrit :

$$\frac{P - P_m(V)}{P_{T_\infty}} = \left(\frac{V_\infty}{V}\right)^{\Gamma_0+1},$$

où $P_{T_\infty} = \Gamma_0 C_V T_\infty / V_\infty \approx \Gamma_0 B_0$ (voir chapitre 2, §II-A). On constate alors que pour une faible variation de volume, l'isentropique $P(V)$ suit la courbe de compressibilité $P_m(V)$ avec un décalage quasi constant en distance, et que l'isotherme d'équation $[P - P_m(V)]/P_{T_\infty} = V_\infty/V$ ne se distingue pratiquement pas de l'isentropique.

III. DESCRIPTION DE L'INJECTION

Comme l'injection ne se fait pas instantanément mais pendant un temps fini τ_i , la question qu'on se pose s'énonce de la manière suivante: quel est le chemin réellement suivi dans le plan P(T) par chaque point r contenu dans le volume \mathcal{V}_0 pendant la durée d'injection ($0 < t < \tau_i$) ?

Pour commencer, supposons que la pression et la température atteignent une valeur maximum, respectivement P_{m0} et T_{m0} au point défini par $r=0$, à la fin de l'injection. Nous allons alors examiner les diverses possibilités permettant d'atteindre un tel état.

A) Transformations élémentaires

Le chemin qui vient immédiatement à l'esprit pour relier l'état (P_∞, T_∞) à l'état (P_{m0}, T_{m0}) est de faire subir au système les transformations classiques de la thermodynamique, soit : un échauffement isobare A_0A_1 suivi d'une compression

isotherme A_1A_2 comme nous l'avons représenté sur la Fig. 3-3 (le chemin $A_0A_3A_2$ est équivalent). Mais dans le cas du claquage, on a tendance à penser que lorsque la température augmente, la pression fait de même et donc que la transformation n'est pas aussi académique. A l'opposé, le chemin le plus direct est celui qui permet de passer de l'état A_0 à l'état A_2 tel que $P=kT$ où k est une constante. Le chemin effectivement parcouru est quelque part entre ces deux transformations mais de laquelle se rapproche-t-il le plus ?

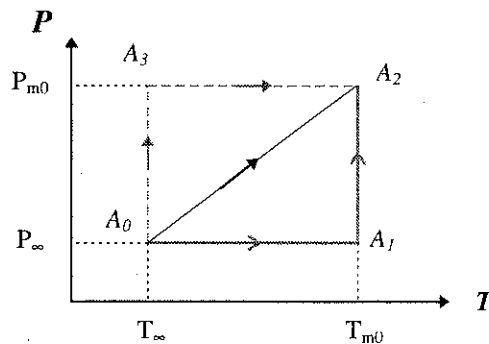


Fig. 3-3 : transformations thermodynamiques pour le point $r = 0$.

B) Propagation du front d'énergie

Lors d'un claquage optique, on observe de manière générale pendant τ_i l'expansion du volume chauffé et ionisé dans la direction incidente du faisceau laser. Pour expliquer les diverses vitesses de propagation du front d'ionisation, observées dans le cas particulier du claquage optique dans les gaz, Raizer [1966] a proposé trois mécanismes différents pour la propagation de ce front qu'il nomme "onde d'absorption":

I- Le premier de ces mécanismes n'est pas d'origine hydrodynamique ; il considère que la vitesse de l'onde de claquage U_a est déterminée par la vitesse de développement de l'avalanche électronique, telle que : $U_a \propto \frac{r_0}{t_c} \propto \left(\frac{\dot{W}_{\max}}{\Delta t_s} \right)^{1/2}$, où t_c correspond au temps du déclenchement du claquage mesuré à partir du début de l'impulsion de lumière et Δt_s correspond à la largeur à mi-hauteur de l'impulsion.

2- Pour le second mécanisme, il suppose que le gaz chauffé dans la zone de focalisation génère une onde de choc qui, entretenue par l'impulsion de lumière, chauffe et ionise le gaz derrière elle. Ce mécanisme est très similaire à la détonation par charge explosive, par conséquent la vitesse de l'onde de détonation U_a est donnée par la condition de *Chapman-Jouguet*, telle que :

$$U_a = \left[2(\gamma_0^2 - 1) \frac{J}{\rho_\infty} \right]^{1/3}.$$

3- Enfin, dans le troisième mécanisme, il suppose que le gaz ionisé dans le front de l'onde absorbe le rayonnement thermique émis par la région très chaude du gaz derrière celui-ci. Il en déduit que la vitesse est approximativement la même que pour le mode de détonation.

Finalement *Raizer* admet que le phénomène réel est plus complexe et que les mécanismes précédents peuvent s'enchaîner pendant l'impulsion de lumière. Dans le cas du phénomène de préclaquage électrique, la dimension et le temps caractéristiques ($\sim 10^{-10}$ s) de formation du plasma ne permettent pas d'observer la vitesse U_a et donc de trancher entre l'un ou l'autre de ces mécanismes ; cependant l'émission de lumière est toujours relativement faible (quelques photons), ce qui permet de supposer que le troisième mécanisme peut être éliminé [*Kattan et al.-1991*].

On considère ici que l'on forme à $t = t_e < \tau_i$ un plasma, dense et non homogène, de diamètre 2ε . Ce volume absorbe alors l'énergie W_i pendant le temps τ_i ce qui a pour conséquence de mettre en mouvement dans la direction radiale le milieu ionisé. En suivant l'idée de *Raizer*, nous allons regarder comment ce front d'onde (c'est-à-dire une petite perturbation) se propage dans le liquide; ainsi pendant l'injection on suppose que les équations de *Navier-Stokes* sont applicables. On néglige la conduction par rayonnement, par conséquent on suppose le fluide *parfait* (modèle d'*Euler*) et *compressible*, ce qui nous donne, en symétrie **sphérique**, les trois équations suivantes:

♦ l'équation de conservation de la masse: $\frac{dm}{dt} = \frac{\partial m}{\partial t} + u \frac{\partial m}{\partial r} = 0 \quad (3-7),$

où $m(r,t)$ représente la masse d'une particule sphérique de rayon r ;

◆ l'équation de Quantité De Mouvement (QDM) : $\rho \frac{du}{dt} = -\frac{\partial P}{\partial r}$ (3-8),

où $\rho(r,t)$ est la masse volumique définie par : $\rho = \frac{1}{4\pi r^2} \frac{\partial m}{\partial r}$;

◆ l'équation d'énergie : $\rho \gamma_0 C_v \frac{dT}{dt} - T\beta \frac{dP}{dt} = \psi(r,t)$ (3-9),

où $\psi(r,t)$ est une source volumique de puissance que l'on peut supposer de la

forme $\psi(r,t) = \dot{W}_s(r,t) / \left(\frac{4}{3} \pi r_0^3 \right)$ dont l'énergie est $W_s = \int_0^{\tau_i} \dot{W}_s dt$;

A ces trois équations nous allons associer l'équation d'état (3-3) telle que $\Gamma\rho = Cte = \Gamma_0\rho_\infty$, car Γ varie peu avec la température (voir chapitre 2, §II-A) mais il dépend essentiellement de la densité [Parsafar et al.-1994].

Enfin les conditions initiales à $t = t_\varepsilon < \tau_i$ sont: $u=0$, $P=P_\infty$, $\rho=\rho_\infty$, $T=T_\infty$ et

$m = M(\varepsilon) = \frac{4}{3} \pi \varepsilon^3 \rho_\infty$. Si aucune simplification n'est faite, ce système est composé de

trois équations non-linéaires aux dérivées partielles et d'une équation d'état pour quatre inconnues qui sont fonction du rayon r et du temps t . L'exposant adiabatique γ étant positif, les équations précédentes sont strictement hyperboliques et donc ce système peut se résoudre numériquement par la méthode des caractéristiques. Or ce que l'on cherche ici c'est obtenir une description qualitative du comportement des quatre inconnues pour des temps courts, ce qui peut être obtenu avec la théorie linéaire bien que celle-ci soit inadéquate par certains aspects (par exemple $T_{m0} \gg T_\infty$). Pour décrire les effets non-linéaires de la propagation de petites perturbations, on pourra toujours remplacer les caractéristiques linéaires par les caractéristiques exactes [Lighthill-1949].

Soit $m = M(\varepsilon) + \chi(r,t)$; en ne retenant que les termes linéaires dans (3-7), on déduit que :

$$\begin{cases} u = -\frac{1}{4\pi r^2 \rho_\infty} \frac{\partial \chi}{\partial t}, \\ \rho = \rho_\infty + \frac{1}{4\pi r^2} \frac{\partial \chi}{\partial r}. \end{cases}$$

Maintenant on remplace le gradient de pression dans l'équation (3-8) par son expression en fonction de l'équation d'état puis on la linéarise, ce qui revient à dire que les accélérations sont grandes mais que les vitesses sont petites de sorte que $\frac{d\bar{v}}{dt} \approx \frac{\partial \bar{v}}{\partial t}$; on obtient alors l'équation suivante:

$$\frac{\partial^2 \chi}{\partial t^2} = c_0^2 \left[\frac{\partial^2 \chi}{\partial r^2} - \frac{2}{r} \frac{\partial \chi}{\partial r} - 4\pi r^2 \frac{\Gamma_0 C_V \rho_\infty}{c_0^2} \frac{\partial T}{\partial r} \right] \quad \text{avec} \quad c_0^2 = \frac{nB}{\rho_\infty} \quad (3-10).$$

Dans cette équation, si on annule le gradient de température on retrouve l'équation des ondes sonores en symétrie sphérique. Pour obtenir l'expression du gradient de température, on linéarise l'équation de la chaleur avec $T = T_\infty + \theta(r, t)$; à partir de l'équation d'état, on obtient d'abord le coefficient de dilatation thermique, soit :

$$\beta \equiv -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p = \left(\frac{\rho_\infty}{\rho} \right)^n \frac{C_V \Gamma_0}{c_0^2};$$

on en déduit ensuite l'expression suivante de l'équation de la chaleur:

$$\rho_\infty \gamma_0 C_V \frac{\partial \theta}{\partial t} - \frac{C_V \Gamma_0}{c_0^2} T_\infty \frac{\partial P}{\partial t} = \psi,$$

qui après élimination de $\partial P / \partial t$ donne:

$$\Lambda_0 \theta = \frac{1}{\rho_\infty C_V \Gamma_0} \int_{t_0}^t \psi dt' + \frac{1}{4\pi r^2} \frac{\partial \chi}{\partial r} \quad \text{avec} \quad \Lambda_0 = \frac{\gamma_0}{\Gamma_0} - \frac{T_\infty \Gamma_0 C_V}{c_0^2}.$$

En tenant compte de cette dernière équation, la relation (3-10) devient :

$$\frac{\partial^2 \chi}{\partial t^2} = c_0^2 \left[\left(1 - \frac{\Gamma_0 C_V \rho_\infty}{\Lambda_0 c_0^2} \right) \frac{\partial^2 \chi}{\partial r^2} - \frac{2}{r} \left(1 - \frac{\Gamma_0 C_V \rho_\infty}{\Lambda_0 c_0^2} \right) \frac{\partial \chi}{\partial r} - \frac{4\pi r^2}{c_0^2} \Lambda_0^{-1} \int_{t_0}^t \frac{\partial \psi}{\partial r} dt' \right].$$

On effectue ensuite le changement de variable $\eta(r) = r/c_0$ puis une homothétie sur

le temps telle que $\tau = t \sqrt{1 - \frac{\Gamma_0 C_V \rho_\infty}{\Lambda_0 c_0^2}}$ et on pose $\varphi(r, t) = \Lambda_0^{-1} \int_{t_e}^t \frac{\partial \psi}{\partial r} dt'$, ce qui nous

donne finalement l'équation de transmission suivante:

$$\frac{\partial^2 \chi}{\partial \tau^2} = \frac{\partial^2 \chi}{\partial \eta^2} - \frac{2}{\eta} \frac{\partial \chi}{\partial \eta} - 4\pi \eta^2 c_0 \tilde{\varphi}(\eta, \tau) \quad (3-11).$$

REMARQUE

Par exemple dans le cas du claquage laser *Vogel et al. [1996]* ont choisi une source volumique

$\dot{W}_s(r, t) = Cte * \sin^2\left(\pi \frac{t}{\tau_i}\right)$ ce qui signifie que $\varphi = 0$ et donc que l'équation (3-11) se réduit à

l'équation des ondes sonores en symétrie sphérique.

En admettant que $\tilde{\varphi} = \varphi_1(\eta)H(\tau)$, on cherche alors une solution à variables séparées telle que $\chi = L(\eta)H(\tau)$, d'où :

$$\frac{H''}{H} = \omega^2 = \frac{L''}{L} - \frac{2}{\eta} \frac{L'}{L} - 4\pi \eta^2 c_0 \frac{\varphi_1}{L} \quad \text{avec } \omega = Cte.$$

On en déduit avec les conditions initiales que $\omega \propto \tau_i^{-1}$ et donc en première approximation que $H(\tau) \propto \tau/\tau_i$, ce qui signifie que la source volumique délivre une puissance constante pendant le temps d'injection (égale à la valeur moyenne de la courbe représentée sur la Fig. 3-1) et que la température $\theta(\eta, \tau) \propto \tau/\tau_i$. Maintenant pour déterminer $L(\eta)$ il faut se donner $\varphi_1(\eta)$; si on imagine que la puissance délivrée est plus importante au centre que sur les bords de la sphère alors la solution la plus simple consiste à choisir $\eta^2 \varphi_1(\eta) = -\mu_1^2 = Cte$ (c'est-à-dire φ_1 admet une singularité pour $\eta=0$) avec $\mu_1 > 0$ puisque $\frac{\partial \psi}{\partial \eta} \propto \varphi_1(\eta)H'(\tau)$ et dans ce cas la solution générale pour $L(\eta)$ s'écrit :

$$L(\eta) - 4\pi c_0 \left(\frac{\mu_1}{\omega} \right)^2 = \eta^{3/2} \left\{ I_{3/2}(\omega\eta) + K_{3/2}(\omega\eta) \right\},$$

où $I_\nu(z)$ et $K_\nu(z)$ représentent les fonctions de *Bessel* modifiées. Pour ce choix de la fonction $\tilde{\varphi}(\eta, \tau)$ la solution générale pour $\chi(\eta, \tau)$ s'écrit donc :

$$\chi(\eta, \tau) - 4\pi c_0 \left(\frac{\mu_1}{\omega} \right)^2 H(\tau) = \eta^{3/2} \left\{ I_{3/2}(\omega\eta) + K_{3/2}(\omega\eta) \right\} H(\tau) \quad (3-12).$$

Une autre solution simple intéressante pour φ_I peut être obtenue en choisissant $\eta^2 \varphi_1(\eta) = -\mu_1^2 L(\eta)$; la solution générale pour $\chi(\eta, \tau)$ devient alors :

$$\chi(\eta, \tau) = \eta^{3/2} \left\{ I_{3/2}(\sqrt{\omega^2 - \mu_1^2} \eta) + K_{3/2}(\sqrt{\omega^2 - \mu_1^2} \eta) \right\} H(\tau) \quad (3-13).$$

Dans le membre de droite des deux solutions (3-12) et (3-13), le second terme dans la parenthèse représente une onde progressive s'éloignant de $\eta=0$ sur la caractéristique $t - \eta = \text{constante}$ tandis que le premier terme représente une onde progressive se dirigeant vers $\eta=0$ sur une caractéristique $t + \eta = \text{constante}$ accompagnée d'une onde réfléchie sur l'autre ensemble de caractéristiques. Ces solutions sont voisines de celles obtenues par *Whitham [1953]* pour l'expansion d'une sphère de gaz polytropique avec un gradient de vitesse du son. Lorsque les caractéristiques se coupent et donc que l'onde de choc s'est formée, il est possible d'obtenir, à partir des équations (3-3a), (3-3b) et de l'équation de *Hugoniot* $2\Delta e = (P + P_\infty)(V_\infty - V)$, l'expression de l'adiabatique de *Hugoniot* $P_H(V, V_\infty, P_\infty)$, décrivant l'ensemble des états finals qui peuvent être atteints derrière l'onde de choc. On suppose que l'onde de choc est suffisamment faible pour que $\Gamma \approx \Gamma_0$, mais suffisamment forte pour pouvoir négliger l'énergie initiale e_∞ du milieu non perturbé, ce qui nous donne :

$$P_H = \frac{(\tilde{k} - 1)P_m(V) - 2e_m(V)/V}{\tilde{k} - V_0/V}, \text{ avec } \tilde{k} = \frac{2}{\Gamma_0} + 1 \quad (3-14).$$

Pour les ondes de choc de très forte intensité, on trouve que $\lim_{P_H \rightarrow \infty} \frac{V_0}{V} = \tilde{k}$; ainsi lorsque $P_H \rightarrow \infty$, le terme prépondérant est la pression thermique, puisque $P_T = P_H - P_m \rightarrow \infty$ tandis que $P_m(V) \rightarrow Cte$, et l'équation d'état devient similaire à celle des gaz parfaits. En revanche, pour les ondes de choc de faible intensité (<100kbar), c'est la pression élastique P_m qui joue le rôle dominant.

Les deux solutions (3-12) et (3-13) nous montrent que l'évolution de la température peut s'écrire sous la forme :

$$T(r, t) - T_\infty \approx g(r) \frac{t}{\tau_i} \quad (3-15),$$

où $g(r)$ est une fonction déterminée par les conditions aux limites. De l'équation d'état, on déduit que ρ/ρ_∞ reste voisin de 1 car les termes $(P - P_\infty)$ et $\Gamma_0 \rho_\infty C_V (T - T_\infty)$ sont du même ordre de grandeur⁶; par conséquent la variation de la pression peut s'écrire, en première approximation, sous la forme :

$$P(r, t) - P_\infty \approx kg(r) \frac{t}{\tau_i} \quad (3-16).$$

Les relations (3-15) et (3-16) représentent une droite paramétrée dans le plan P(T). On peut donc en conclure que le chemin parcouru pendant l'injection d'énergie est proche du chemin le plus direct A_0A_2 (voir Fig. 3-3), ce qui signifie que **la masse volumique est quasi-uniforme (de l'ordre de ρ_∞) dans le plasma à la fin de l'injection ce qui fait qu'on admettra partout dans la suite que $r_0=r_{c0}$** . C'est un résultat conforme à ce qui a été obtenu dans l'annexe E.

⁶ On a vu au §I que $\rho/\rho_\infty < \bar{k}_m$. Si on admet ici que $\tilde{k} = k_m$, on en déduit alors que : $\Gamma_0 = (n - 3)/2$, ce qui donne pour $3 < n \leq 13$, une valeur de Γ_0 , telle que $0 < \Gamma_0 \leq 5$.

REMARQUE

Les solutions précédentes sont également très similaires à celles de l'optoacoustique, puisque les équations utilisées sont (3-7), (3-8) et (3-9) dans lesquelles on remplace les dérivées totales d/dt par les dérivées partielles $\partial/\partial t$. La différence vient de l'équation d'état qui est supposée barotropique dans le cas de l'optoacoustique. Ainsi l'équation obtenue, par exemple pour la pression, s'écrit: $\frac{\partial^2 P}{\partial t^2} - c_0^2 \nabla^2 P = \frac{\partial \psi}{\partial t}$ [Longaker et al.-1969]. Les solutions de cette équation dépendent fortement des conditions aux limites [Hu-1968]. On peut trouver les mêmes équations en assimilant le liquide à un solide élastique dont la contrainte radiale s'écrit $\sigma_{rr} = \kappa \varepsilon_{rr} - \kappa \beta \theta(r, t)$ où κ représente le module d'élasticité en volume, β le coefficient linéaire de dilatation thermique, ε_{rr} la composante radiale du tenseur des déformations $\underline{\underline{\varepsilon}}$ et θ la variation de température. Toutefois cette approximation n'est valable que si le diamètre du volume chauffé est plus petit que la longueur d'onde élastique $\lambda = c_0/f$ avec $c_0 = \sqrt{\kappa/\rho}$ [Gournay-1966].

C) Changement de phase

Compte tenu de ces résultats, on imagine mal comment une *vaporisation* du liquide au sens thermodynamique ordinaire peut s'effectuer. Dans le cas du claquage laser, *Bunkin et al. [1993]* en ont d'ailleurs émis l'idée:

"[...] le coefficient d'absorption linéaire est si petit qu'il ne se produit qu'un très faible chauffage du milieu à l'intérieur du faisceau laser pendant l'impulsion; ceci ne peut donc pas entraîner une transition de phase du liquide [...]"
[traduction].

A cela, on peut ajouter les deux raisons principales suivantes:

- ♦ d'une part, l'injection d'énergie se fait sans palier à $T=Cte$, ce qui rend obsolète le terme d'énergie de vaporisation $E_v=NL_v(T)$ puisqu'on ne croise jamais, dans le plan $P(T)$, la courbe de pression de vapeur;



♦ d'autre part, le terme de chaleur latente $L_v(T_b)$, où T_b est la température d'ébullition à P_∞ , devient nul⁷ lorsque $P_\infty = P_c$ et n'a plus aucun sens au-delà. Or expérimentalement on n'observe pas de discontinuité sur les phénomènes lorsque P_∞ devient supérieure à P_c (voir Fig. 3-4), ce qui signifie qu'il n'y a aucune raison pour que le terme d'augmentation d'entropie disparaisse.

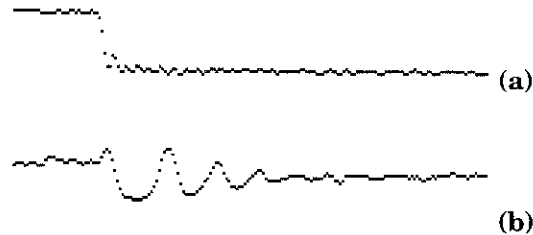


Fig. 3-4: (a) courant intégré; (b) signal de la photodiode correspondant à la dynamique d'une bulle dans le cyclohexane à 10MPa ($W_i=11\text{nJ}$; résultat F. Jomni).

La **chaleur latente de vaporisation** est une propriété thermodynamique qui s'applique aux fluides en équilibre lorsqu'on effectue une transition de phase d'ordre un au sens d'*Ehrenfest* or ici ce n'est pas le cas, mais malgré tout un changement de phase peut se produire car l'énergie injectée W_i est au moins du même ordre de grandeur que l'énergie de cohésion⁸ des molécules $NL_v(T_\infty)$: on peut donc avoir une "vaporisation" partielle ou totale du liquide contenu dans \mathcal{V}_0 . Le mot "vaporisation" ne doit pas être pris dans le sens d'un changement de phase thermodynamique ordinaire: équilibre liquide/vapeur. En effet, un milieu dense peut être appelé "liquide" ou "gaz" uniquement dans le sens où cette distinction dépend de la relation

⁷ La chaleur latente de vaporisation est une fonction indépendante de la complexité des molécules mais elle dépend de la température réduite $T_r=T/T_c$, telle que: $L_v = \mathfrak{R}T_c f(T_r)$, où $f(T_r)$ est une fonction monotone décroissante qui est nulle au point critique [Reid et al.-1987].

⁸ Par exemple, pour du cyclohexane à $T_\infty=298\text{K}$ et $P_\infty=1\text{MPa}$, le nombre de mole (calculé à l'aide du facteur de compressibilité Z [Reid et al.-1987,p.29]) dans le volume $\mathcal{V}_0 = 4\pi r_0^3/3$, avec $r_0=1,5\mu\text{m}$, est $N=15,2 \cdot 10^{-14}\text{mol}$ (~91 milliards d'atomes) et $L_v(T_\infty)=30\text{kJ/mol}$ d'où $E_v=4,5\text{nJ}$, à comparer avec $W_i=2\text{nJ}$.

entre l'énergie cinétique du mouvement thermique et l'énergie potentielle d'interaction.

Reprenons maintenant le terme d'entropie et intégrons par parties, d'où :

$$E_s = \int_0^{\tau_0} \left[\int_0^{\tau_i} \rho T \frac{\partial S}{\partial t} dt \right] d\mathcal{V} = \underbrace{\int_0^{\tau_0} [\rho(\tau_i) T(\tau_i) S(\tau_i) - \rho_\infty T_\infty S_\infty] d\mathcal{V}}_{\text{intégrale 1}} - \underbrace{\int_0^{\tau_0} \left[\int_0^{\tau_i} \Delta S \frac{\partial(\rho T)}{\partial t} dt \right] d\mathcal{V}}_{\text{intégrale 2}},$$

où $\Delta S = S - S_\infty$. Du fait de l'utilisation d'une équation d'état incomplète, il n'est pas possible de connaître la relation $S(T, P)$ par conséquent de calculer l'intégrale 1. On admettra simplement que celle-ci est proportionnelle à l'intégrale 2, telle que :

$$E_s \cong (\xi - 1) \int_0^{\tau_0} \left[\int_0^{\tau_i} \frac{\partial(\rho T)}{\partial t} \Delta S dt \right] d\mathcal{V}, \quad \xi \in \mathbb{R}^+ - [0, 1].$$

Nous allons voir maintenant que cette intégrale est plus facile à déterminer. Nous avons montré dans les paragraphes précédents que la masse volumique évolue peu pendant le temps d'injection, d'où $\frac{\partial(\rho T)}{\partial t} \approx \rho \frac{\partial T}{\partial t}$; en utilisant l'équation d'état ainsi que l'équation de la chaleur linéarisée, on déduit :

$$\rho \frac{\partial T}{\partial t} \approx \frac{\psi}{C_v \Gamma_0} \Lambda_0^{-1}.$$

On verra au chapitre suivant (§IV) que $C_v \Gamma_0 \approx \mathfrak{R}_g$ est une bonne approximation, de ce fait le terme prépondérant dans Λ_0 c'est le terme γ_0 / Γ_0 lorsque $T_\infty < T_c$. Ainsi l'énergie correspondant à une variation d'entropie ΔS s'écrit :

$$E_s = (\xi - 1) \int_0^{\tau_0} \left[\int_0^{\tau_i} \frac{\Delta S}{C_v} \frac{\psi}{\gamma_0} dt \right] d\mathcal{V}.$$

L'ordre de grandeur de la valeur ξ a été déterminé dans l'annexe F; il est telle que $(\xi-1)\approx 1$. Par définition $\Delta S/C_v = \Delta T/T_c = 1 - T_r$, et $\int_0^{t_i} \psi dt = W_i/\gamma_0$, ce qui nous donne finalement pour l'énergie E_S l'expression suivante :

$$E_S = \frac{1 - T_r}{\gamma_0} W_i \quad (3-17),$$

où $T_r = T_\infty/T_c$. Tout d'abord, on remarque que ce terme est toujours présent quelle que soit la pression appliquée sur le liquide et qu'il devient nul lorsque la température T_∞ est égale à la température critique ; ensuite pour une température donnée T_∞ , ce terme sera du même ordre de grandeur pour une famille de liquides: par exemple pour les hydrocarbures à 298K, $E_S \approx 30\%$ de W_i avec $\gamma_0 = 1,4$.

REMARQUES

- Ce terme d'énergie correspond à une forme de chaleur latente de vaporisation déguisée. Dans les relations d'enthalpie de vaporisation proposées par Reid et al. [1987], ceci revient à figer les termes correspondants au point normal d'ébullition. Mais on considère ici que l'entropie et le volume restent continus pendant le changement de phase, ce qui signifie que celui-ci est au moins du second ordre.
- Lorsque $T_\infty \sim T_c$, tous les termes sont du même ordre de grandeur, par conséquent on ne peut plus faire toutes les approximations précédentes.

Donc l'équation pour le bilan énergétique s'écrit simplement:

$$W_i = E_{in} + E_S + E_P = E_T + E_P \quad (3-18),$$

où E_S est donné maintenant par la relation (3-17). Les relations obtenues au §I pour E_{in} et E_P restent inchangées.

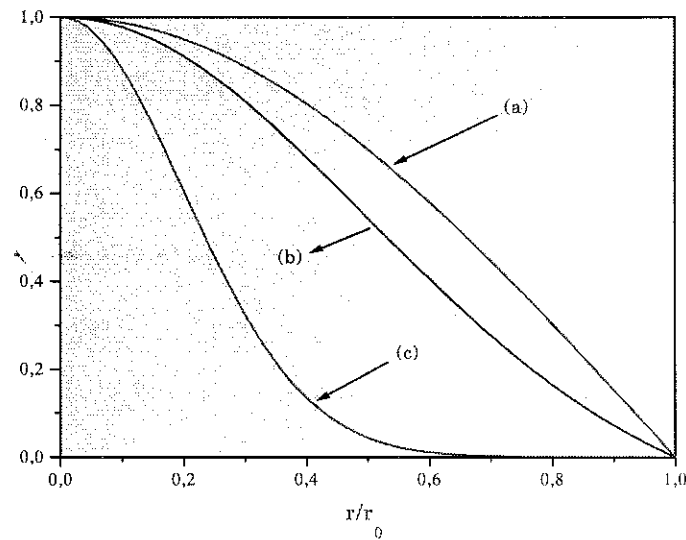
IV. DISTRIBUTION DE PRESSION ET DE TEMPERATURE

Comme on regarde l'expansion du plasma initial, les ondes réfléchies doivent être éliminées des solutions (3-12) ou (3-13) ce qui rend le choix de la combinaison des termes du membre de droite délicate [Whitham-1953]. Ensuite, la température caractéristique étant celle du point critique, cela signifie que le volume \mathcal{V}_0 est dans un état non homogène; pour simplifier les calculs, le liquide est supposé dans l'état initial (P_∞ , T_∞) pour $r > r_0$ et pour $r \in [0, r_0]$, on fait l'hypothèse d'une distribution radiale de pression et de température à la fin de l'injection, telle que:

$$g_\sigma(r) = \frac{P(r) - P_\infty}{P_{m0} - P_\infty} = \frac{T(r) - T_\infty}{T_{m0} - T_\infty} = \frac{e^{-r^2/2\sigma^2} - e^{-r_0^2/2\sigma^2}}{1 - e^{-r_0^2/2\sigma^2}} \quad (3-19),$$

où σ représente l'écart-type (voir Courbe 3-1), identique pour la distribution de pression et de température. Cette distribution présuppose que le volume, en fin d'injection, a une **géométrie sphérique**. Dans le cas du claquage laser et pendant la phase d'injection l'hypothèse de sphéricité du développement du plasma peut être mise en défaut du fait de l'absorption du rayonnement dans la direction privilégiée du faisceau laser ; ainsi le plasma à la fin du temps d'injection a une forme oblongue dont l'axe de révolution coïncide avec la direction incidente du laser [Vogel et al.-1994].





Courbe 3-1: représente la fonction g_σ pour: (a) $\sigma/r_0 = 100\%$; (b) $\sigma/r_0 = 50\%$;
 (c) $\sigma/r_0 = 20\%$.

Avec cette représentation nous en déduisons que le point défini par $r = 0$ passe de l'état (P_∞, T_∞) à l'état (P_{m0}, T_{m0}) très supérieur⁹ aux conditions critiques (P_c, T_c) lorsque l'injection d'énergie a eu lieu. Mais pour visualiser l'état de chaque point r dans le volume \mathcal{V}_0 , nous allons utiliser un mode de représentation plus intéressant qui est le diagramme d'état dans le plan P-T; compte tenu des hypothèses, l'état du fluide (dans le volume \mathcal{V}_0) suivant un rayon se traduit alors par une droite dont la pente est donnée par (voir Fig. 3-5):

$$\tan_0 = \frac{P_{m0} - P_\infty}{T_{m0} - T_\infty} \quad (3-20).$$

L'interprétation physique de l'équation (3-20) se comprend mieux si on écrit celle-ci sous la forme adimensionnelle suivante: $Z_{m0} = \frac{\tan_0}{\rho_\infty \mathcal{R}_g}$. Ce paramètre Z_{m0} est alors à rapprocher du facteur de compressibilité Z : comme celui-ci, $Z_{m0}=1$ si la

⁹ On montrera dans le chapitre 5 que $P_{m0} \sim 1\text{kbar}$ et $T_{m0} \sim 2000\text{K}$. Des valeurs de P_c et T_c sont données dans l'annexe E.

transformation est effectuée dans un gaz parfait; maintenant en utilisant l'équation d'état (3-3) on déduit immédiatement qu'ici: $Z_{m0} = \frac{\Gamma C_v}{\mathfrak{R}_g} > 1$.

On constate sur la Fig. 3-5 que le volume \mathcal{V}_0 sera toujours supposé dans un état tel que l'on passe continûment du liquide pour $r \geq r_0$ dans les conditions (P_∞, T_∞) à un "gaz hypercritique" dans les conditions (P_{m0}, T_{m0}) pour $r = 0$.

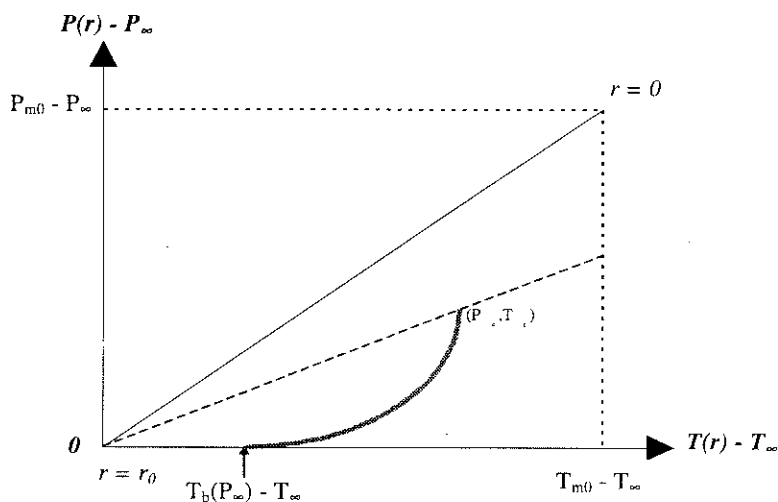


Fig. 3-5 : diagramme d'état du volume \mathcal{V}_0 pour une distribution gaussienne de pression et de température. $T_b(P_\infty)$ représente la température d'ébullition à P_∞ .

Ceci nous montre que le mécanisme de génération d'un volume r_0^3 hors équilibre lors d'un processus de préclaquage par avalanche électronique est différent de celui généré lors d'une détonation par une charge explosive (dans ce cas r_0 est le rayon de l'explosif solide); en effet, contrairement à la détonation où une onde de choc, qui initie les réactions chimiques, se propage dans le milieu environnant, ici la surface frontière est une surface de discontinuité faible [Landau et al.-T6-1989, p.508] puisque, du fait de la distribution $g_\sigma(r)$, les grandeurs thermodynamiques (P , T etc.) sont continues alors que leurs dérivées normales à cette frontière ne le sont pas. En revanche, lorsque la phase d'injection d'énergie est terminée, tous ces mécanismes dissipent leur énergie de la même façon : émission d'une onde de choc dans le liquide puis formation d'une cavité gazeuse dont l'interface, si sa masse et sa



tension superficielle sont négligeables, se traite comme une discontinuité tangentielle (l'évolution de la surface r_0 est récapitulée dans le Tableau 3-1).

	Détonation par charge explosive.	Préclaquage par avalanche électronique.
Pour $0 < t < \tau_1$	Discontinuité de contact	Discontinuité faible
Pour $t \approx \tau_1 + \tau_a = t_0$	Onde de choc	
Pour $t_0 < t < t_c$	frontière sans vitesse propre: $\dot{r}_0 \approx 0$	
Pour $t \geq t_c$	Discontinuité tangentielle	

Tableau 3-1 : évolution de la nature de la surface r_0 en fonction du temps. t_c = temps de formation de la bulle.

Les approximations faites pour le calcul de E_s ne seront valables que si le temps

caractéristique de transition de phase $\tau_{Tp} = \frac{L}{\sqrt{\frac{NL_v}{\rho_\infty L^3}}} \rightarrow \infty$ (L = longueur

caractéristique) c'est-à-dire $NL_v \rightarrow 0$, ce qui implique l'existence d'une pente minimale dans le plan P-T lorsque $P_\infty < P_c$ (voir Fig. 3-5), tel que :

$$\tan_L = \frac{P_c - P_\infty}{T_c - T_\infty} \quad (3-21).$$

La relation (3-19) permet donc de calculer E_{in} et E_p mais ceci fait l'objet du prochain chapitre.

V. CYCLE THERMODYNAMIQUE

En admettant que le point $r = 0$ effectue le chemin A_0A_2 dans le plan P(T) (voir Fig. 3-3), on peut décrire approximativement quel est le *cycle thermodynamique* réalisé par ce point pendant toute la durée du processus de préclaquage (voir Fig.

3-6) : après **l'injection** d'énergie qui conduit à l'état (P_{m0}, T_{m0}) , on observe, pour $t > \tau_i$, l'émission d'une onde de choc que l'on peut assimiler pour le volume \mathcal{V}_0 à une **détente irréversible** (voir annexe C) puis la formation d'une bulle de gaz qui rebondit plusieurs fois sur elle-même avant de disparaître et que l'on peut assimiler en première approximation à une série de **détentes et de compressions adiabatiques** jusqu'au retour au point initial (P_∞, T_∞) . Mais pour revenir à l'état initial, cela signifie que l'exposant adiabatique γ évolue depuis la valeur γ_0 à sa valeur dans le liquide à (P_∞, T_∞) ; par conséquent γ augmente à chaque cycle expansion/implosion ce qui se traduit par une pente de plus en plus faible des adiabatiques.

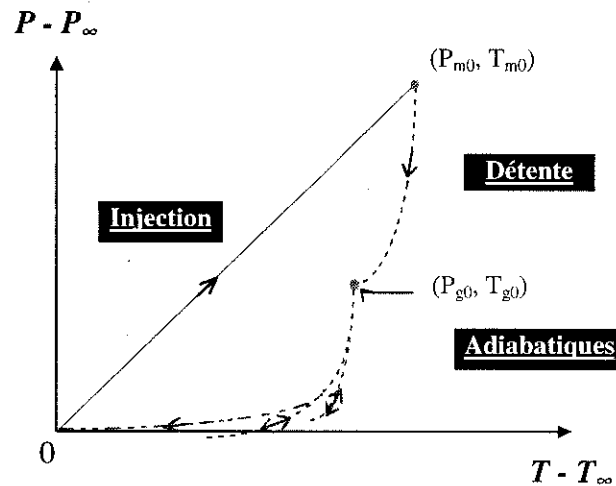


Fig. 3-6 : cycle irréversible effectué par le point $r = 0$. Les flèches indiquent le sens de parcours du cycle.

Cette transformation étant cyclique cela signifie que *la variation totale d'entropie est nulle*. Cette transformation peut être considérée comme irréversible si la source de chaleur ne participe à aucun échange énergétique autre que l'échange de chaleur avec le système étudié, ce qui signifie que dans cette configuration c'est la détente irréversible qui rend la chaleur fournie au système telle que la variation d'entropie correspondant aux échanges extérieurs se calcule à partir de:

$$\Delta S_e = \oint \frac{\delta Q}{T_s} < 0,$$

où T_s est la température de la source volumique d'énergie. Ce système est bien comparable à un moteur thermique à ceci près que le cycle n'est pas répété. Pour encore mieux cerner l'enchaînement des événements nous avons tracé ceux-ci sur la ligne du temps ci-dessous.

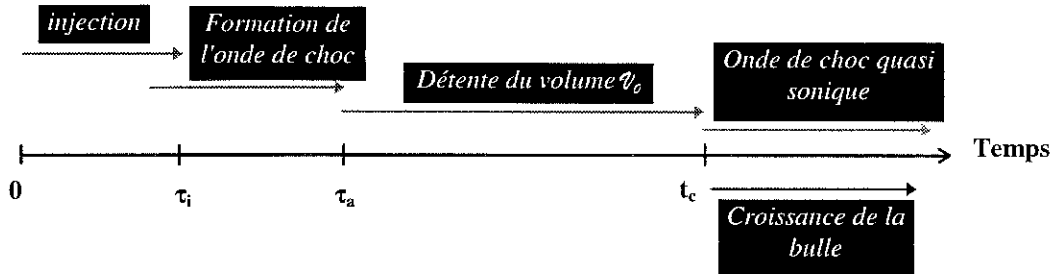


Fig. 3-7: ligne du temps.

Nous venons de voir sur la Fig. 3-6 que l'émission de l'onde de choc dans le liquide a pour effet de diminuer à la fois la pression et la température dans le volume \mathcal{V}_0 ; par conséquent une partie de la chaleur fournie initialement au volume \mathcal{V}_0 est transmise dans le liquide, ce qui conduit à la répartition de température dessinée sur la Fig. 3-8.

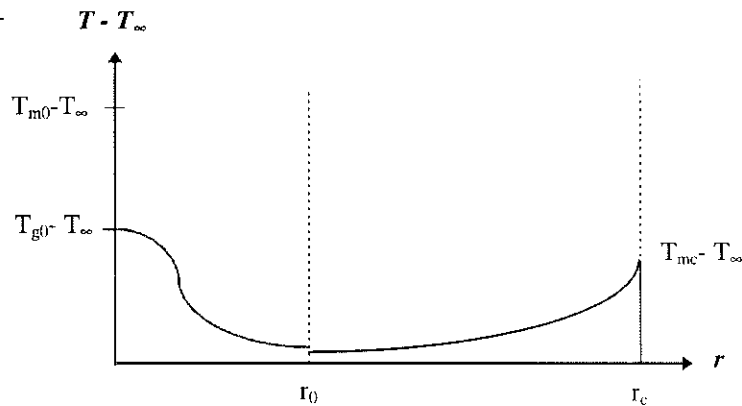
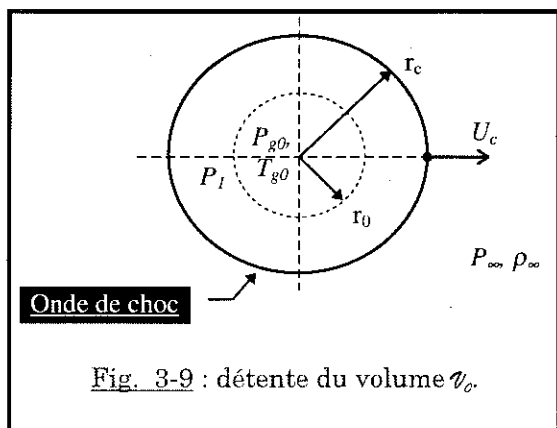


Fig. 3-8: distribution de la température au temps t_c .

La température T_{mc} est déterminée par les propriétés de la courbe de Hugoniot. La température T_{g0} est donc liée aux propriétés de compression du choc, propriétés que l'on utilise d'abord pour déterminer la pression P_{g0} .

A) Evaluation de P_{g0}

L'onde de choc comprime le liquide derrière elle, puisque $\mathcal{G} > 0$, mais du fait de sa géométrie sphérique, elle détend¹⁰ le volume \mathcal{V}_0 . Soit P_1 la pression derrière l'onde de choc ; celle-ci est reliée à P_∞ par l'intermédiaire des relations de *Hugoniot-Rankine* (voir chapitre 2), telle que : $P_1 - P_\infty = \rho_\infty U_c u_p$, où u_p représente la vitesse des particules derrière l'onde de choc. On suppose que l'impulsion de l'onde de choc transmise au liquide devient négligeable lorsque $U_c \approx c_\infty$ ($u_p/c_\infty \ll 1$), alors l'onde de choc se trouve à la position $r_c > r_0$ au temps t_c (voir Fig. 3-9) ; dans ce cas, on peut négliger les termes $O(u_p^2)$, d'où :



$$u_p(r_0) = \frac{P_1 - P_\infty}{\rho_\infty c_\infty} \cong \frac{r_0}{r_c} \frac{P_{m0} - P_\infty}{\rho_\infty c_\infty} \quad (3-22).$$

Soit u_m la vitesse moyenne des particules dans le volume \mathcal{V}_0 , qui évolue depuis la valeur zéro jusqu'à la valeur U_0 , et ρ_m la masse volumique moyenne du volume \mathcal{V}_0 , qui évolue depuis la valeur ρ_∞ jusqu'à la valeur $\rho_g < \rho_\infty$, du fait de la compression produite par l'onde de choc sur le liquide; la conservation de la matière pour la surface r_0 pendant l'intervalle de temps $t(c_\infty, r_c) - t(U_c, r_0) = t_c - t_0$ s'écrit alors en première approximation:

$$\rho_\infty u_p = \langle \rho_m u_m \rangle \cong \left(\frac{\rho_\infty + \rho_g}{2} \right) \frac{U_0}{2},$$

or $(\rho_\infty + \rho_g)/2 \approx \rho_c$ [Rowlinson-1959] d'où on en déduit que la vitesse initiale de l'interface de la bulle est :

¹⁰ Cet effet a été montré dans l'article d'Aitken et al. [1996].

$$U_0 = \frac{P_1 - P_\infty}{\frac{1}{2} \rho_c c_\infty} \quad (3-23).$$

On admet maintenant que la bulle, de volume \mathcal{V}_0 , se forme avec une pression interne uniforme¹¹ P_{g0} . La conservation de la QDM à l'interface, nous donne alors la relation entre P_1 et P_{g0} , telle que (voir annexe D):

$$P_1 = P_{g0} - \frac{2\alpha}{r_0} - 4\mu \frac{U_0}{r_0} \quad (3-24),$$

où α représente la tension superficielle de l'interface, terme que l'on négligera systématiquement par la suite. On en déduit finalement l'expression reliant la pression initiale dans la bulle P_{g0} avec la vitesse initiale de l'interface U_0 , telle que :

$$U_0 \cong \left[\frac{1}{1 + \frac{4\mu}{\rho_\infty c_\infty r_0}} \right] \frac{P_{g0} - P_\infty}{\frac{1}{2} \rho_c c_\infty} \quad (3-25).$$

Donc si on connaît U_0 , on peut calculer P_{g0} et inversement. La relation (3-23) ne donne qu'un ordre de grandeur car le problème est en réalité plus compliqué que cela : les perturbations de pressions émises se réfléchissent sur deux surfaces isobares (l'onde de choc et le point central $r=0$), ce qui donne lieu à des interactions non-linéaires complexes.

¹¹ La condition d'uniformité implique que $r_0/\lambda_G \ll 1$, où λ_G correspond à la longueur d'onde caractéristique des perturbations de pression dans la bulle. *Prosperetti et al. [1988]* ont montré que $R/\lambda_G \approx (1/2\pi)\sqrt{\rho_g/\rho_\infty}$; on sait qu'au maximum $\rho_g = \rho_c$, or $\rho_c/\rho_\infty = 1/3$ ce qui donne au maximum $R/\lambda_G \leq 10^{-1}$. Donc l'hypothèse d'uniformité semble raisonnable.

REMARQUES

- Pour une vitesse U_0 donnée, on constate que $P_{g0}-P_\infty$ évolue de manière proportionnelle avec la viscosité du liquide μ , ce qui signifie que plus le liquide est visqueux et plus la détente est difficile à faire pour une même énergie injectée.
- Lorsque $4\mu/\rho_\infty c_\infty r_0 \ll 1$, on retrouve l'expression de U_0 donnée par Aitken et al. [1996]. Ce terme n'est plus négligeable devant 1 lorsque $r_0 \leq r_{0c} = \frac{4\mu}{\rho_\infty c_\infty}$. Par exemple, dans le cyclohexane où $\mu=10^{-3}\text{Pl}$ cela donne $r_{0c}\sim 4\text{nm}$, or typiquement $r_0\sim 1\mu\text{m}$, par conséquent ici ce terme sera toujours négligeable.
- La relation (3-23) montre que la vitesse de l'interface est plus grande que la vitesse des particules ; c'est également ce qui est déduit des observations expérimentales dans le cas du claquage laser [Vogel et al.-1994].

B) Evaluation de T_{g0}

Maintenant, pour déterminer complètement le point du cycle thermodynamique, il faut déterminer la température T_{g0} qui représente la température maximale dans la bulle. La détente que l'on considère ici, concerne donc le point $r=0$ qui passe de la température T_{m0} à T_{g0} et de la pression P_{m0} à P_{g0} . Dans l'annexe C, nous avons montré qu'une détente irréversible d'un gaz parfait était comparable à une détente adiabatique. Mais dans notre cas, la détente se produit dans un liquide et non pas dans un gaz ; or un liquide est un milieu moins compressible et plus dense qu'un gaz, par conséquent la détente sera moins importante que celle calculée avec la relation (C-1). La manière la plus simple pour tenir compte de cet effet consiste à introduire le paramètre η_d appelé rendement de la détente, tel que :

$$T_{g0} = T_{m0} \left(\frac{P_{g0}}{P_{m0}} \right)^{\frac{\gamma_0-1}{\gamma_0} \eta_d} \quad (3-26).$$

Lorsque $\eta_d = 1$, on peut dire que la détente est maximale et donc que T_{g0} représente la valeur minimale que l'on peut obtenir par ce processus (mais T_{g0} correspond à la température maximale dans le volume \mathcal{V}_0). La difficulté réside maintenant dans la détermination de η_d qui est une fonction de plusieurs grandeurs, telles que: la

viscosité, la vitesse de l'écoulement, de la différence de température etc. Mais la grandeur qui représente le mieux l'écart au gaz parfait, c'est le facteur de compressibilité Z ($Z=1$ pour un gaz parfait [Reid et al.-1987]) ; on a vu que l'état du volume \mathcal{V}_0 est bien représenté en moyenne par la température critique, d'où on propose la relation suivante pour évaluer le rendement de la détente:

$$\eta_d = 1 - Z_c, \text{ où } Z_c = \frac{P_c \tilde{\mathcal{V}}_c}{\mathcal{R}T_c} \quad (3-27).$$

Pour les hydrocarbures, on a approximativement $Z_c \approx 0,267$ d'où le rendement de la détente donne : $\eta_d \approx 73,3\%$. La relation (3-26) donne la température maximale dans la bulle, mais cette relation n'exclut pas l'hypothèse d'un gradient thermique dans la bulle.

Nous venons de montrer que, du fait de la formation de la bulle, toute la chaleur emmagasinée n'est pas rendue lors du processus de détente mais une certaine quantité de chaleur doit être également rendue par la bulle au milieu extérieur; celle-ci n'a donc pas un comportement entièrement adiabatique !

VI. CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons obtenue l'équation (3-18) du bilan énergétique correspondant à un phénomène prédisruptif; on a ainsi montré que l'énergie injectée localement dans un liquide peut se décomposer suivant la somme de deux termes E_T et E_P qui représentent respectivement l'aspect thermique et mécanique du problème. Ce bilan a été déterminé à l'aide d'une équation d'état développée à partir du coefficient de *Grüneisen* et de l'équation de *Tait modifiée*. Ceci a permis également d'obtenir une description qualitative du phénomène de préclaquage, conduisant ainsi à l'élaboration du cycle thermodynamique effectué par une telle transformation, en supposant que l'état du plasma initial peut être correctement décrit par une distribution radiale de pression et de température sous la forme d'une gaussienne tronquée. Nous avons montré que les paramètres moyens du

plasma sont $(P \approx \Gamma_0 \rho_\infty C_v (T_c - T_\infty) + P_\infty = \tan_0 (T_c - T_\infty) + P_\infty, T_c, \rho_\infty)$; ce point se trouve quelque part sur la droite joignant le point (P_∞, T_∞) au point (P_{m0}, T_{m0}) dans le diagramme P-T.

En dehors des termes énergétiques (au nombre de 4), les paramètres du problème sont maintenant : $\sigma, P_{m0}, T_{m0}, Z_{m0}, r_c, U_0, P_{g0}, T_{g0}, t_c$ et η_d (10 inconnues supplémentaires). Donc au total nous avons introduit 14 inconnues pour 9 équations.

VII. BIBLIOGRAPHIE

- AITKEN F., McCLUSKEY F.M.J. & DENAT A. -1996- An energy model for artificially generated bubbles in liquids. *J. Fluid. Mech.*, **Vol. 327**, pp. 373-392.
- ARP V. -1975- Thermodynamics of single-phase one-dimensional flow. *Cryogenics*, **Vol. 15**, pp. 285-289.
- BATCHELOR G.K. -1970- An Introduction to Fluid Dynamics. *Cambridge University Press*.
- BROWN W.B. -1992- Analytical representation of the adiabatic equation for detonation products based on statistical mechanics and intermolecular forces. *Phil. Trans. R. Soc. Lond. A*, **Vol. 339**, pp. 345-353.
- BROWN W.B., FENG Z. & BRAITHWAITE M. -1995- Williamsburg Equation of State for Modelling Non-Ideal Detonation. *J. de Phys. IV, Colloque C4*, **Vol. 5**, pp. 209-214.
- BUNKIN N.F. & BUNKIN F.V. -1993- The New Concepts in the Optical Breakdown of Transparent Liquids. *Laser Physics*, **Vol. 3(1)**, pp.63-78.
- DAVIS W.C. & FAUQUIGNON C. -1995- Classical Theory of Detonation. *Journal de Physique IV, Colloque C4, supplément au Journal de Physique III*, pp. 3-21.
- FEIOCK F.D. & GOODWIN L.K. -1972- Calculation of laser-induced stresses in water. *J. Appl. Phys.*, **Vol. 43(12)**, pp. 5061-5064.
- GOURNAY L.S. -1966- Conversion of Electromagnetic to Acoustic Energy by Surface Heating. *J. Acoust. Soc. Am.*, **Vol. 40(6)**, pp. 1322-1330.
- HIRSCHFELDER J.O., CURTISS C.F. & BIRD R.B. -1954- Molecular Theory of Gases and Liquids. *John Wiley & Sons, New York*.

- HU C. -1968- Spherical Model of an Acoustical Wave Generated by Rapid Laser Heating in a Liquid. *J. Acoust. Soc. Am.*, **Vol.46(3)**, pp. 728-736.
- KATTAN R., DENAT A. & BONIFACI N. -1991- Formation of Vapor Bubbles in Non-polar Liquids Initiated by Current Pulses. *IEEE Trans. Elect. Ins.*, **Vol. 26(4)**, pp. 656-662.
- LANDAU L. & LIFCHITZ E. -1989- Mécanique des fluides. *Physique théorique, Tome 6*, éd. Librairie du globe, éditions MIR.
- LIGHTHILL L.J. -1949- A Technique for Rendering Approximate Solutions to Physical Problems Uniformly Valid. *Phil. Mag., Ser. 7*, **Vol. 40(311)**, pp. 1179-1201.
- LONGAKER P.R. & LITVAK M.M. -1969- Perturbation of the Refractive Index of Absorbing Media by a Pulsed Laser Beam. *J. Appl. Phys.*, **Vol. 40(10)**, pp. 4033-4041.
- PARSAFAR G. & MASON E.A. -1994- Universal equation of state for compressed solids. *Phys. Rev. B*, **Vol. 49(5)**, pp. 3049-3060.
- PROSPERETTI A., CRUM L.A. & COMMANDER K.W. -1988- Nonlinear bubble Dynamics. *J. Acoust. Soc. Am.*, **Vol. 83(2)**, pp. 502-514.
- RAIZER Yu.P. -1966- Breakdown and Heating of Gases under the Influence of a Laser Beam. *Sov. Phys. Usp.*, **Vol. 8(5)**, pp. 650-673.
- REID R.C., PRAUSNITZ J.M. & POLING B.E. -1987- The Properties of Gases & Liquids. *McGraw-Hill Book Company*, 4^{ème} édition.
- ROWLINSON J.S. -1959- Liquids and Liquids Mixtures. *Butterworths Publications, London*.
- STEPHENSON J. -1975- A Study of Fluid Argon via the Constant Volume Specific Heat, the Isothermal Compressibility, and the Speed of Sound and their Extremum Properties along Isotherms. *Can. J. Phys.*, **Vol. 53**, pp. 1367-1384.
- VOGEL A., BUSCH S., JUNGNICHEL K. & BIRNGRUBER R. -1994- Mechanisms of Intraocular Photodisruption With Picosecond and Nanosecond Laser Pulses. *Lasers in Surgery and Medicine*, **Vol. 15**, pp. 32-43.
- VOGEL A. & BUSCH S. -1994- Time-resolved measurements of Shock-wave emission and cavitation-bubble generation in intraocular laser surgery with

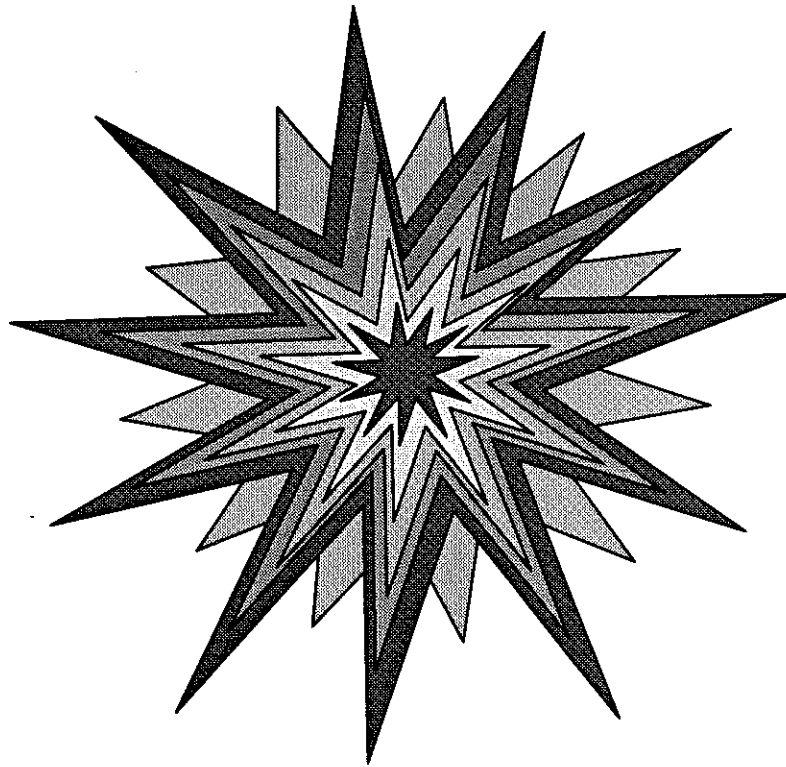
ps- and ns-pulses. *J.R. Blake et al. (eds.), Bubble Dynamics and Interface Phenomena, pp. 105-117.*

WHITHAM G.B. -1953- The Propagation of Weak Spherical Shocks in Stars. *Comm. Pure and Appl. Math., Vol. 6, pp. 397-414.*

ZEL'DOVICH Y.B. & RAIZER Y.P. -1966- Physics of Shock Waves and High Temperature Hydrodynamic Phenomena. *Academic Press, New York and London, Vol. II.*

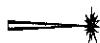
CHAPITRE 4

REPARTITION DE L'ENERGIE INJECTEE



Sommaire

I. INTRODUCTION	101
II. LE MODELE DE LYAMSHEV-NAUGOL'NYKH (LN)	102
III. LE MODELE DE KATTAN-DENAT (KD)	104
IV. DISTRIBUTION DE L'ENERGIE INJECTEE	106
A) Bilan d'énergie thermique	107
B) Bilan d'énergie mécanique	108
C) Propriétés de l'onde de choc	109
V. CONCLUSION	113
VI. BIBLIOGRAPHIE	114



REPARTITION DE L'ENERGIE INJECTEE

"L'excitation, la propagation et l'évolution d'ondes de compression sont décrits par des modèles très simples fondés sur les observations expérimentales et les idées développées dans la théorie des explosions sous-marines et des décharges par impulsions électriques."

L.M. Lyamshev-1981.

I. INTRODUCTION

Considérons un corps ne se trouvant pas en équilibre avec le milieu extérieur. Si le système est thermo-isolé, le corps ne peut qu'échanger avec le milieu de la chaleur et du travail. Supposons maintenant que le corps est abandonné à lui-même, c'est-à-dire qu'aucun travail ne lui est fourni, alors des processus irréversibles spontanés se produisent dans ce corps et l'amèneront à l'équilibre. La thermodynamique nous enseigne que pour des processus irréversibles l'équilibre (stable ou métastable) est atteint lorsque l'entropie est maximale ou encore lorsque l'énergie libre est minimale [Landau et al.-T.5-1967]. Les modèles de détonation utilisent largement ces concepts pour résoudre le problème d'équilibre chimique lors d'une explosion [Freeman et al.-1991]. Dans le cas du claquage laser ou du préclaquage électrique, ce problème d'optimisation est difficile à résoudre car on n'a aucune idée des conditions initiales (constituants?). Pour contourner cette difficulté, nous allons utiliser les observations expérimentales. Après l'injection d'énergie, tous les processus décrits ci-dessus sont caractérisés par l'observation d'une onde de choc suivie par une série d'impulsions de pression dues aux oscillations d'une bulle de gaz. Ainsi l'énergie emmagasinée dans le volume \mathcal{V}_0 est rendue graduellement au liquide mais pas uniquement; celle-ci est aussi dissipée continuellement, généralement dans une moindre mesure, sous d'autres formes telles que: la dissipation visqueuse ou encore par conduction entre le gaz dans la bulle et le

liquide. Les expériences de claquage laser [Teslenko¹-1977, Vogel et al.-1988] ont montré que typiquement 80% de l'énergie injectée est transformée en énergie thermique et le reste en énergie mécanique, sous la forme d'une émission d'une onde de choc (10 à 20% de W_i) et la formation d'une bulle de vapeur (moins de 5% de W_i).

Dans la littérature, en dehors de la théorie de la détonation [Landau et al.-T.6-1989], on trouve principalement deux modèles intéressants qui représentent chacun les deux types de claquage. Uniquement par respect de l'ordre chronologique, je vais présenter en premier le modèle LN développé pour le claquage laser puis le modèle KD développé pour le phénomène de préclaquage électrique.

II. LE MODELE DE LYAMSHEV-NAUGOL'NYKH (LN)

C'est un modèle qui a été développé pour étudier la génération d'ondes de pression par claquage optique et dont je vais rappeler ici les grandes lignes [Lyamshev et al.-1981]. Ce modèle suppose que l'énergie absorbée par rayonnement laser induit la formation d'une bulle sphérique qui contient un plasma homogène. Cette bulle en grossissant exerce du travail sur le liquide environnant. Mais l'énergie injectée sert également à accroître l'énergie interne du volume considéré (dont la masse augmente) de manière à vérifier le premier principe de la thermodynamique, tel que :

$$\frac{de}{dt} = \frac{dW}{dt} - P \frac{d\psi}{dt} \quad (4-1),$$

où $\psi = (4/3)\pi R^3$ représente le volume de la cavité contenant le plasma et le premier terme de droite représente la variation d'énergie injectée par le pulse laser pendant

¹ D'après Vogel et al. [1988], les résultats de Teslenko semblent surestimés, ce qui est "probablement dû à une surestimation de la durée du pulse laser [...]".



le temps dt . Pour calculer l'énergie interne du plasma, celui-ci est considéré comme un gaz parfait en évolution adiabatique tel que $Pv^\gamma = A = Cte$, ce qui donne :

$$e = \int -Pdv = -A \int \frac{dv}{v^\gamma} = \frac{Pv}{\gamma - 1} \quad (4-2),$$

où γ représente l'exposant adiabatique du plasma. *Lyamshev & Naugol'nykh* étaient intéressés essentiellement par la valeur maximum P_{m0} du pic de pression de l'onde de choc ; pour cela ils admettent que le plasma atteint le rayon R_0 à la fin du processus d'absorption de l'énergie de l'impulsion laser dont la durée est τ_i , puis ils appliquent le théorème de *Bernoulli* au plasma tel que $P_{m0} \gg P_\infty$, d'où la relation :

$$P_{m0} = \rho_\infty U^2 = \rho_\infty \frac{R_0^2}{\tau_i^2} \quad (4-3),$$

dans laquelle ρ_∞ représente la masse volumique du liquide. Ils supposent de plus que si l'intensité de l'impulsion laser est largement supérieure au seuil de claquage optique, l'énergie du pulse W est identique à l'énergie totale injectée W_i . En utilisant les relations (4-1) à (4-3), on déduit une expression pour R_0 telle que :

$$R_0^5 = \frac{3(\gamma - 1)}{4\pi\rho_\infty} \tau_i^2 W_i \quad (4-4),$$

ou encore l'expression reliant le maximum de pression à l'énergie injectée, soit :

$$P_{m0} = \rho_\infty^{3/5} \left[\frac{3(\gamma - 1)}{4\pi} \right]^{3/5} \tau_i^{-6/5} W_i^{2/5} \quad (4-5).$$

La relation (4-5) est en réalité connue depuis longtemps car elle est similaire à la solution du problème de l'explosion forte dans un gaz (onde de souffle) obtenue par *Sedov [1977]*. Des expériences plus récentes de claquage laser mettent en défaut ce modèle : en effet l'amplitude de pression est trouvée proportionnelle à $J^{2/3}$ (J

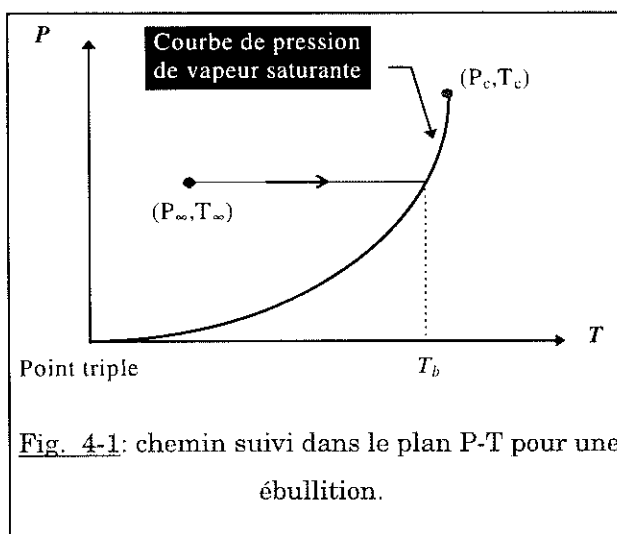
représentant l'intensité du laser, onde de détonation), ce qui ne correspond pas à $W_i^{2/5}$ [Giovaneschi-Testud-1987]. Outre ces observations expérimentales, on peut encore noter certains points faibles du modèle LN comme :

- ⊗ l'approximation adiabatique qui n'est valable que si le système ne reçoit du travail que des forces de pression ce qui n'est pas le cas ici, ainsi l'énergie injectée est convertie uniquement en énergie mécanique ce qui conduit, entre autre, à une surestimation de l'énergie transportée par l'onde de choc; cette approximation est valable uniquement pour les ondes de choc de très fortes intensités, ce qui n'est pas le cas ici;
- ⊗ l'incohérence liée à l'application du théorème de *Bernoulli* pour un fluide incompressible à une onde de choc qui n'a d'existence même que par la compressibilité des fluides, ce qui a pour effet d'augmenter encore la valeur de la pression de l'onde de choc ; la relation dans le cas de l'explosion puissante est :

$$P_{m0} = \frac{2}{\gamma + 1} \rho_{\infty} U^2 \text{ [Landau et al.-T.6-1989, p.569].}$$

III. LE MODELE DE KATTAN-DENAT (KD)

C'est un modèle qui a été développé presque dix ans plus tard que le modèle LN pour étudier les expériences de préclaquage électrique [Kattan-1990]. Les résultats expérimentaux décrits dans le chapitre 1 et surtout le fait que la bulle



disparaisse après quelques rebonds avant que l'impulsion de courant suivante n'ait eu lieu, ont conduit *Kattan & Denat* à supposer que la bulle ne contient pas de gaz permanent et donc que celle-ci n'est constituée que de vapeur ; par conséquent, le seul mécanisme qu'ils ont retenu pour la formation de cette bulle est l'ébullition spontanée (voir Fig. 4-1). Ainsi l'énergie injectée est entièrement



utilisée pour l'échauffement du liquide jusqu'à la température d'ébullition T_b correspondant à la pression appliquée P_∞ , à la seule condition que $P_\infty < P_c$. Dans ces conditions, la quantité d'énergie nécessaire pour vaporiser une mole du liquide est donnée par :

$$W_{eb} = L_v(T_b) + \int_{T_\infty}^{T_b} C_P(T) dT \quad (4-6),$$

où $L_v(T_b)$ est la chaleur latente de vaporisation à P_∞ et C_P est la capacité calorifique du liquide. Or l'énergie injectée est W_i , ce qui a pour conséquence de générer N moles de vapeur telles que : $N = W_i/W_{eb}$. Afin de relier l'énergie injectée au rayon maximum R_m atteint par la bulle, ils admettent de plus que la pression de vapeur à l'intérieur de la bulle pour $R=R_m$ est égale à la pression extérieure² P_∞ appliquée sur le liquide et que la vapeur se comporte comme un gaz parfait:

$$N = \frac{P_\infty V_m}{\mathfrak{R} T_b}, \text{ avec } V_m = \frac{4}{3} \pi R_m^3 \quad (4-7),$$

où V_m est le volume de vapeur généré et $\mathfrak{R}=8,314\text{J.K}^{-1}$ est la constante des gaz parfaits. On en déduit alors la relation permettant de déterminer le rayon maximum de la bulle en fonction de l'énergie injectée :

$$R_m = A \left(\frac{W_i}{P_\infty} \right)^{1/3}, \text{ avec } A = \left[\frac{\mathfrak{R} T_b}{\frac{4}{3} \pi W_{eb}} \right]^{1/3} \quad (4-8).$$

Cette relation était connue depuis longtemps dans le cas du claquage laser mais le coefficient A était considéré comme une constante déterminée empiriquement [Buzukov et al.-1971]. De même dans le cas des explosions sous-marines, une relation

² Il est évident que lorsque $R=R_m$ la pression dans la bulle est plus faible que P_∞ , mais les résultats expérimentaux montrent que la pression P_∞ est atteinte lorsque $R=0,7R_m$, ce qui justifie plus ou moins cette hypothèse.

similaire avait été déterminée expérimentalement : l'énergie W_i était remplacée par la masse de l'explosif et le coefficient A était considéré également comme une constante déterminée empiriquement pour chaque type d'explosif [Arons et al.-1948]. Le modèle KD possède donc un double intérêt puisqu'il permet de retrouver théoriquement une loi observée expérimentalement et surtout il donne un "visage" au coefficient A ; celui-ci peut être calculé à partir des caractéristiques du liquide et de la pression appliquée P_{∞} . Cependant des expériences plus récentes montrent certaines inadaptations de ce modèle, en particulier :

- ⊗ la température maximum est limitée à T_b , or on observe une émission de lumière lors de la formation du plasma, qui entraîne une température macroscopique beaucoup plus élevée que T_b [Nur et al.-1996] ;
- ⊗ on observe toujours et de manière continue les mêmes mécanismes, que l'on applique sur le liquide une pression inférieure ou supérieure à sa pression critique [Jomni-1997] ; dans ce dernier cas le coefficient A n'est plus défini puisque l'intégrale dans la relation (4-6) n'est plus calculable ;
- ⊗ lorsqu'on compare l'équation (4-6) avec l'expression (4-4) du chapitre précédent, on constate que le modèle KD ne tient pas compte du terme d'énergie mécanique puisque toute possibilité de cavitation a été exclue ; or dans certains liquides, des expériences montrent un écart important entre la théorie et les observations ce qui signifie que ce terme n'est pas systématiquement négligeable [McCluskey et al.-1996].

IV. DISTRIBUTION DE L'ENERGIE INJECTEE

Les deux modèles précédents sont intéressants car ils font intervenir indépendamment l'un des deux aspects du problème : l'aspect mécanique par le modèle LN et l'aspect thermique par le modèle KD. Le modèle que nous allons donc développer dans ce paragraphe, sur les bases de l'équation (3-18), tient compte de ces deux aspects.



A) Bilan d'énergie thermique

On a vu au chapitre 3 que l'énergie thermique E_T est la somme de l'énergie E_s et de l'énergie calorifique E_{in} . L'énergie correspondant à l'augmentation d'entropie est calculée en utilisant la relation (3-17). Maintenant l'énergie calorifique est donnée par l'intégrale suivante :

$$E_{in} = \int_0^{\gamma_0} \gamma_0 \langle \rho C_V \rangle \Delta T d\gamma,$$

dans laquelle on doit déterminer au préalable la valeur moyenne de ρC_V . Une expression de C_V peut être obtenue en intégrant l'égalité thermodynamique

$$\left(\frac{\partial C_V}{\partial V} \right)_T = T \left(\frac{\partial^2 P}{\partial T^2} \right)_V \text{ le long d'une isotherme}^3, \text{ telle que pour une phase homogène on}$$

a :

$$C_V(\rho, T) = C_V(0, T) - \int_0^\rho \frac{T}{\rho^2} \left(\frac{\partial^2 P}{\partial T^2} \right)_\rho d\rho = C_V^0(T) + T \int_\infty^V \left(\frac{\partial^2 P}{\partial T^2} \right)_V dV ;$$

dans cette relation la valeur adoptée pour $C_V(0, T) = C_V^0$ est celle du gaz parfait⁴, soit : $C_V^0 = \mathfrak{R}_g / \Gamma_0$, avec $\mathfrak{R}_g = 287 \text{ J.kg}^{-1}\text{K}^{-1}$. Pour évaluer le terme intégrale, nous utilisons l'équation d'état (3-3) : celle-ci nous montre immédiatement qu'en première approximation $(\partial P / \partial T)_V = \beta / K_T = Cte$ et donc $(\partial^2 P / \partial T^2)_V = 0$ ce qui signifie qu'on se trouve sur un maximum ou un minimum du C_V . Or le point d'inflexion des isochores se produit lorsque $\rho \approx \rho_c$ [Stephenson-1975] ; ainsi la valeur moyenne que nous cherchons est :

³ Une expression complète, en fonction de V et T , du C_V pour les liquides a été obtenue par *Harrison et al.* [1957] à partir de l'équation de *Murnaghan* (voir chapitre 2).

⁴ Pour un liquide, à mesure que la température s'élève, depuis la température de fusion, le produit ρC_V décroît et semble tendre vers la valeur caractéristique des gaz monoatomiques à température critique [Fleury et al.-1959] ; la valeur que nous adopterons ici est celle pour un gaz polytropique avec $\gamma_0 \rightarrow 5/3$ d'où $\Gamma_0 \rightarrow 2/3$.

$$\langle \rho C_V \rangle = \frac{\mathfrak{R}_g \rho_c}{\Gamma_0} \quad (4-9).$$

Concernant le C_V , une approximation identique a été faite par *Cook [1947]*. En utilisant l'équation d'état de *Kistiakowsky-Wilson* il a montré que le terme intégrale introduisait une erreur inférieure à 1% dans le cas de la détonation.

En admettant que la distribution de température est de la forme d'une gaussienne tronquée $g_\sigma(r)$, on déduit aisément l'expression de l'énergie calorifique, soit :

$$E_{in} = 4\pi \rho_c \gamma_0 C_V^0 (T_{m0} - T_\infty) \int_0^{r_0} g_\sigma(r) r^2 dr \quad (4-10).$$

Si on connaît E_T , on peut alors déterminer la température maximum T_{m0} . Mais pour connaître E_T il faut au préalable déterminer E_p .

B) Bilan d'énergie mécanique

L'énergie mécanique disponible E_p correspond au travail des forces de pression. En admettant que $\gamma_0 \langle \gamma^{-1} \rangle = Cte$ et que la distribution de pression est égale à $g_\sigma(r)$ alors on obtient une expression de E_p semblable à celle obtenue par *Aitken et al. [1996]*, soit:

$$E_p = \frac{4\pi}{3} r_0^3 (P_{m0} - P_\infty) \frac{3(\sigma/r_0)^3 \sqrt{\pi/2} Q(3/2, r_0^2/2\sigma^2) - \exp(-r_0^2/2\sigma^2)}{1 - \exp(-r_0^2/2\sigma^2)} \gamma_0 \langle \gamma^{-1} \rangle \quad (4-11),$$

où $Q(a, x) \equiv \frac{1}{\Gamma(a)} \int_0^x e^{-t} t^{a-1} dt$ représente la fonction gamma incomplète. Ainsi pour connaître E_p il faut déterminer le maximum de pression P_{m0} , mais pour obtenir celui-ci il faut introduire une nouvelle équation. Pour ce faire nous allons reprendre l'approche de *Teslenko [1977]* pour le claquage laser, qui consiste à décomposer l'énergie mécanique suivant la somme de deux termes, telle que :

$$E_p = k_0 W_i = E_{sw} + E_b \quad (4-12),$$

où k_0 est le coefficient représentant l'énergie convertie en énergie mécanique, encore dénommé *rendement hydraulique de la décharge*; E_{sw} représente l'énergie emportée par l'onde de choc et E_b représente l'énergie convertie en mouvement du liquide par la bulle. A l'aide du scénario décrit dans le chapitre 1, on sait que P_{m0} correspond également à la pression maximum de l'onde de choc ainsi pour déterminer sa valeur il faut trouver l'expression de E_{sw} .

C) Propriétés de l'onde de choc

Contrairement aux explosions atomiques qui peuvent être relativement bien décrites par la solution autosemblable des explosions puissantes [Taylor-1950], les observations expérimentales dans le cas du claquage indiquent que les ondes de choc ont un comportement qui les rapproche plutôt des ondes sonores en symétrie sphérique et de ce fait nous allons utiliser l'approche théorique de Arons *et al.* [1948] : ils associent les équations de Hugoniot-Rankine (voir chapitre 2, équations 18 à 20) au travail effectué par une onde sonore divergente pour déplacer une surface sphérique de rayon r_c , soit $4\pi r_c^2 \int_0^{t_1} \Delta P u dt$; ceci donne l'expression suivante:

$$E_{sw} = \frac{4\pi r_c^2}{\rho_\infty} \left\{ \int_0^{t_1} \frac{(\Delta P)^2}{U_c - \frac{\Delta P}{\rho_\infty U_c}} dt + \frac{1}{r_c} \int_0^{t_1} \left[\Delta P \int_0^{t_1} \Delta P dt \right] dt \right\},$$

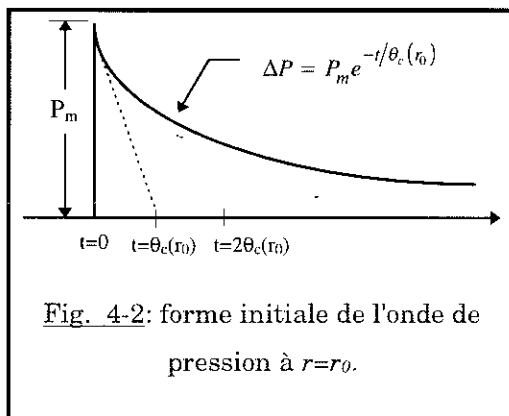
avec $\Delta P = P - P_\infty$, U_c la vitesse de l'onde de choc et t_1 est une borne arbitraire d'intégration. Le premier terme dans la parenthèse représente l'énergie rayonnée acoustiquement de manière irréversible tandis que le second terme (dénommée "afterflow" par Cole [1965]) représente l'énergie stockée réversiblement derrière l'onde de choc mais ce dernier terme devient rapidement négligeable devant le premier, ainsi:

"la densité du flux d'énergie est estimée par le premier terme seulement. Ce terme en lui-même n'est pas exact, puisqu'il est obtenu à partir de l'approximation acoustique." [traduction de Cole-1965].

Maintenant en exprimant la vitesse U_c de l'onde de choc à l'aide de la relation (2-28), telle que $u_1 = \Delta P / \rho_\infty c_\infty$, on obtient en ne gardant que les termes du premier ordre, l'expression suivante:

$$E_{sw} = \frac{4\pi r_c^2}{\rho_\infty c_\infty} \int_0^{t_1} (\Delta P)^2 \left[1 - \left(\frac{n+1}{4} - 1 \right) \frac{\Delta P}{\rho_\infty c_\infty^2} \right] dt \quad (4-13).$$

Cette approximation n'est cependant valable que pour les chocs faibles; dans le cas contraire il faut garder U_c et non pas le remplacer par c_∞ comme l'ont fait *Vogel et al.* [1996]. Le terme en $(\Delta P)^3$ n'introduit ici qu'une correction de quelques pour-cent dans la gamme de pression qui nous intéresse, ce qui nous conduit à le négliger.



Pour déterminer E_{sw} il est utile de trouver une représentation moyenne de la variation de pression ΔP en fonction du paramètre $P_m \theta$; expérimentalement *Cole et al.* [1947] ont observé que la pression dans l'onde de choc décroît en un point r de l'espace presque exponentiellement en fonction du temps (voir Fig. 4-2) jusqu'à ce que la pression atteigne le tiers de sa valeur initiale P_m ,

telle que : $\Delta P(t) = P_m \exp(-t/\theta_c)$, où θ_c correspond à la constante de temps qui est une fonction de r . Si l'onde de choc se comportait comme une onde sonore sphérique (à énergie constante), son amplitude P_m devrait diminuer en $1/r$. Mais *DuMond et al.* [1946] et indépendamment *Brinkley et al.* [1947] ont montré que les mécanismes dissipatifs (viscosité et conductivité thermique) et l'augmentation du volume contenant l'énergie entraînent un amortissement plus rapide de l'amplitude ainsi qu'un accroissement de la largeur θ_c de l'onde de choc tels que:

$$\Delta P(r) \propto \frac{1}{r\sqrt{\ln(r)}} \quad \text{et} \quad \theta_c(r) \propto \sqrt{\ln(r)}.$$

Ces résultats théoriques ont été par la suite validés par Cole [1965, p.140] dans le cas des explosions sous-marines. Donc la solution complète pour les ondes de choc de faible amplitude est, pour $r_{sw} > r_0$ [Rogers-1977] :

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta P(r_{sw}, t) = (P_{m0} - P_{\infty}) \frac{r_0}{r_{sw} \sqrt{\ln(r_{sw}/r_0)}} \exp\left[-(t - t_{sw})/\theta_c(r_{sw})\right] \\ \theta_c(r_{sw}) \equiv \left(P \frac{1}{dP/dt}\right)_{t=t_{sw}} = \theta_c(r_0) \sqrt{1 + 2 \frac{r_0}{l_0} \ln\left(\frac{r_{sw}}{r_0}\right)} \quad \text{avec} \quad l_0 = \rho_{\infty} c_{\infty}^3 \theta_c(r_0) / P_{\infty} \end{array} \right. \quad (4-14),$$

où t_{sw} correspond à l'arrivée de l'onde de choc à la position r_{sw} , r_0 correspond à la position initiale de l'onde de choc et l_0 est une dimension caractéristique qui dépend des propriétés du liquide. La forme exponentielle de la décroissance de l'amplitude en fonction du temps n'est valable que pour $(t-t_{sw})$ égale à quelques θ_c puisque pour les ondes sonores sphériques divergentes l'amplitude de pression doit devenir négative pour assurer une impulsion de pression nulle [Landau et al.-T.6-1989] ; mais Cole [1965] a montré que 95% de l'énergie initiale était dissipée à $6,7\theta_c$, ainsi en prenant $t_1 = \infty$, $r_{sw}=r_0$ et $\theta_c(r_0) \cong 4r_0/c_{\infty}$ pour calculer l'intégrale (4-13), on obtient l'expression d'Aitken et al. [1996] :

$$E_{sw} = 8\pi r_0^3 \frac{(P_{m0} - P_{\infty})^2}{\rho_{\infty} c_{\infty}^2} \quad (4-15).$$

Maintenant à partir des équations (4-11), (4-12) et (4-15) on déduit que la pression maximum dans le plasma initial P_{m0} qui est celle de l'onde de choc au moment de sa formation est solution d'une équation du second degré, telle que:

$$P_{m0} - P_{\infty} = \frac{1}{2} \left(\bar{b} + \sqrt{\bar{b}^2 - 4\bar{c}} \right) = \frac{\bar{b}}{2} \left[1 + \sqrt{1 - 4 \frac{\bar{c}}{\bar{b}^2}} \right]$$

$$\text{avec } \begin{cases} \bar{b} = \frac{\rho_{\infty} c_{\infty}^2}{6} \frac{3\sqrt{\pi/2} (\sigma/r_0)^3 Q(3/2, r_0^2/2\sigma^2) - \exp(-r_0^2/2\sigma^2)}{1 - \exp(-r_0^2/2\sigma^2)} \gamma_0 \langle \gamma^{-1} \rangle \geq 0 \\ \bar{c} = \frac{\rho_{\infty} c_{\infty}^2}{8\pi r_0^3} E_b \geq 0 \end{cases} \quad (4-16).$$

Ainsi pour calculer $(P_{m0} - P_{\infty})$, il faut connaître les valeurs de $\gamma_0 \langle \gamma^{-1} \rangle$, E_b et σ . *Menikoff et al. [1989]* ont montré que la vitesse du son dans un milieu diphasique est toujours plus faible que dans une phase pure; ceci nous indique simplement que $\gamma_0 \langle \gamma^{-1} \rangle \geq 1$. L'évaluation de ce terme étant assez difficile, nous admettrons dans la suite que $\gamma_0 \langle \gamma^{-1} \rangle = 1$. La détermination des valeurs de E_b et σ sera faite au chapitre suivant, mais en admettant que l'on connaisse celles-ci, on peut alors aisément déduire du maximum d'amplitude de la pression, le maximum de température dans le plasma initial, tel que:

$$T_{m0} - T_{\infty} = \frac{E_T - E_S}{E_P} \frac{\Gamma_0}{\gamma_0 \mathfrak{R}_g \rho_c} (P_{m0} - P_{\infty}) \quad (4-17).$$

L'onde de choc dissipe rapidement son énergie en mettant le liquide derrière elle en mouvement. Ce qui nous intéresse alors ce sont ses caractéristiques, exprimées par les relations (4-14), lorsque l'interface de la bulle se forme; dans ce cas l'onde de choc se trouve à la position r_c au temps t_c . Soit P_1 la pression derrière l'onde de choc et $M_c = U_c/c_{\infty}$ le nombre de *Mach* de l'onde de choc par rapport au fluide non perturbé; la relation liant P_1 et M_c est donnée par l'expression (2-29), d'où M_c vérifie l'équation du second degré suivante :

$$M_c^2 - M_c - \frac{n+1}{4n} \frac{P_1 - P_{\infty}}{P_{\infty} + B} = 0,$$



dont la solution est : $M_c = \frac{1}{2} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{n+1}{n} \frac{P_1 - P_\infty}{P_\infty + B}} \right)$; or d'après Aitken et al. [1996], M_c

a pour expression : $M_c \cong 1 + \frac{n+1}{4} \frac{r_0}{r_c} \frac{P_{m0} - P_\infty}{\rho_\infty c_\infty^2}$. En éliminant M_c entre ces deux

dernières équations, on en déduit la position r_c de l'onde de choc, telle que :

$$\frac{r_c}{r_0} \cong \frac{n+1}{2} \frac{P_{m0} - P_\infty}{\rho_\infty c_\infty^2} \left[\sqrt{1 + \frac{n+1}{n} \frac{P_1 - P_\infty}{P_\infty + B}} - 1 \right]^{-1} \quad (4-18).$$

Cette relation peut encore être simplifiée dans le cas où $(P_1 - P_\infty) < (P_\infty + B)$, ce qui est généralement le cas lors du phénomène de préclaquage électrique ; on obtient alors :

$$\frac{r_c}{r_0} \cong n \frac{P_{m0} - P_\infty}{P_1 - P_\infty} \frac{P_\infty + B}{\rho_\infty c_\infty^2} \quad (4-19).$$

La relation liant P_1 et P_{g0} est donnée par l'expression (3-22).

REMARQUES

- Une erreur s'est glissée dans l'article d'Aitken et al. [1996] : il faut corriger la relation (41) par la relation (4-19) ci-dessus.
- On a vu que M_c est une fonction de $1/r_c$, ce qui signifie que $P_1 - P_\infty$ est une fonction de $1/r_c^2$. Cette variation a été observée par Doukas et al. [1991] dans le cas du claquage laser.

V. CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons déterminé l'expression des termes énergétiques intervenant dans l'équation de bilan (3-18). Nous avons également calculé toutes les caractéristiques de l'onde de choc au temps t_c , ce qui permet de remonter aux conditions externes de l'écoulement lorsque la bulle se forme. En se fondant sur les observations expérimentales et sur la connaissance de E_b et σ , on est maintenant capable de calculer toutes les grandeurs du problème ; on détermine notamment les caractéristiques du plasma initial dans l'ordre suivant : $P_{m0} - P_\infty$, E_{sw} , E_P , E_T ,

$T_{m0} - T_{\infty}$ et E_{in} . Au total, nous avons donc maintenant 16 inconnues (14 précédentes + E_b et E_{sw}) pour 12 équations.

VI. BIBLIOGRAPHIE

- AITKEN F., McCLUSKEY F.M.J. & DENAT A. -1996- An energy model for artificially generated bubbles in liquids. *J. Fluid. Mech.*, **Vol. 327**, pp. 373-392.
- ARONS A.B. & YENNIE D.R. -1948- Energy Partition in Underwater Explosion Phenomena. *Rev. Mod. Phys.*, **Vol. 20(3)**, pp. 519-536.
- BRINKLEY, S.R. & KIRKWOOD J.G. -1947- Theory of the Propagation of Shock Waves. *Phys. Rev.*, **Vol. 71(9)**, pp. 606-611.
- BUZUKOV A.A. & TESLENKO V.S. -1971- Sonoluminescence following focusing of laser radiation into a liquid. *Soviet. Phys. JETP Letters*, **Vol. 14**, pp. 189-191.
- COLE R.H. & COLES J.S. -1947- Propagation of Spherical Shock Waves in Water. *Phys. Rev.*, **Vol. 71**, pp. 128-129.
- COLE R.H. -1965- Underwater Explosions. *Dover Publications, New York*.
- COOK M.A. -1947- An Equation of State for Gases at Extremely High Pressures and Temperatures from the Hydrodynamic Theory of Detonation. *J. Chem. Phys.*, **Vol. 15(7)**, pp. 518-524.
- DOUKAS A.G., ZWEIG A.D., FRISOLI J.K., BIRNGRUBER R. & DEUTSCH T.F. -1991- Non-Invasive Determination of Shock Wave Pressure Generated by Optical Breakdown. *Appl. Phys. B*, **Vol. 53**, pp. 237-245.
- DuMOND J.W.M., COHEN E.R., PANOFSKY W.K.H. & DEEDS E. -1946- A Determination of the Wave Forms and Laws of Propagation and Dissipation of Ballistic Shock Waves. *J. Acoust. Soc. Am.*, **Vol. 18(1)**, pp. 97-118.
- FLEURY P. & MATHIEU J.P. -1959- Chaleur, thermodynamique, états de la matière. *Editions Eyrolles, 2^{ème} édition*.
- FREEMAN T.L., GLADWELL I., BRAITHWAITE M., BYERS BROWN W., LYNCH P.M. & BARKER I.B. -1991- Modular software for modelling the ideal detonation of explosives. *Math. Engng. Ind.*, **Vol. 3(2)**, pp. 97-109.



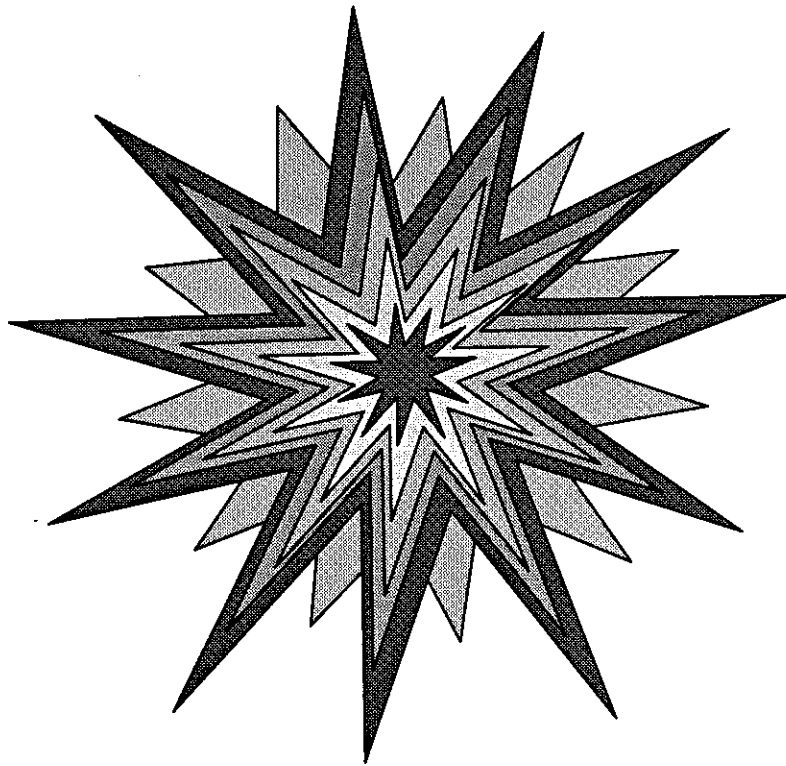
- GIOVANNESCHI-TESTUD P. -1987- Contribution à l'étude de la cavitation à bulles isolées initiées par un rayonnement laser de grande intensité. *Thèse de l'Université d'Aix-Marseille II*.
- HARRISON D. & MOELWYN-HUGHES E.A. -1957- The heat capacities of certain liquids. *Proc. Roy. Soc. (London)*, **Vol. A239**, pp.230-246.
- JOMNI F. -1997- Etude des phénomènes hydrodynamiques engendrés dans les liquides diélectriques par un champ électrique très intense. *Thèse de l'Université Joseph Fourier-Grenoble I*.
- KATTAN R. -1990- Etude de la formation et de la dynamique de bulles dans les hydrocarbures liquides générées par les impulsions de courant en champ électrique intense. *Thèse de l'Université Joseph Fourier-Grenoble I*.
- LANDAU L. & LIFCHITZ E. -1967- Physique statistique. *Physique théorique, Tome 5, éditions Mir, Moscou*.
- LANDAU L. & LIFCHITZ E. -1989- Mécanique des fluides. *Physique théorique, Tome 6, éd. librairie du globe, éditions Mir*.
- LYAMSHEV L.M. & NAUGOL'NYKH K.A. -1981- Optical generation of sound : nonlinear effects (review). *Sov. Phys. Acoust.*, **Vol. 27(5)**, pp. 357-371.
- McCLUSKEY F.M.J. & DENAT A. -1996- The behavior of small bubbles generated by electrical current impulses over a wide range of applied pressures. *J. Appl. Phys.*, **Vol. 80(4)**, pp. 2049-2059.
- MENIKOFF R. & PLOHR B.J. -1989- The Riemann problem for fluid flow of real materials. *Rev. Mod. Phys.*, **Vol. 61(1)**, pp. 75-130.
- NUR M., HERNANDEZ-AVILA J.L., BONIFACI N., DENAT A. & BELEVTSSEV A.A. -1996- Spectroscopic Investigation of Corona Discharges in Liquid and High Density Gaseous Nitrogen. *Proceed. 12th ICDL (IEEE 96CH35981), Roma*, pp. 238-242.
- ROGERS P.H. -1977- Weak-shock solution for underwater explosive shock waves. *J. Acoust. Soc. Am.*, **Vol. 62(6)**, pp. 1412-1419.
- SEDOV L. -1977- Similitude et dimensions en mécanique. *Editions Mir*.
- STEPHENSON J. -1975- A Study of Fluid Argon via the Constant Volume Specific Heat, the Isothermal Compressibility, and the Speed of Sound and their Extremum Properties along Isotherms. *Can. J. Phys.*, **Vol. 53**, pp. 1367-1384.

- TAYLOR Sir G. -1950- The formation of a blast wave by a very intense explosion. *Proc. Roy. Soc. A*, **Vol. 201**, pp.159-186.
- TESLENKO V.S. -1977- Investigation of photoacoustic and photohydrodynamic parameters of laser breakdown in liquids. *Sov. J. Quantum Electron.*, **Vol. 7(8)**, pp. 981-984.
- VOGEL A. & LAUTERBORN W. -1988- Acoustic transient generation by laser-produced cavitation bubbles near solid boundaries. *J. Acoust. Soc. Am.*, **Vol. 84(2)**, pp. 719-731.
- VOGEL A., BUSCH S. & PARLITZ U. -1996- Shock wave emission and cavitation bubble generation by picosecond and nanosecond optical breakdown in water. *J. Acoust. Soc. Am.*, **Vol. 100(1)**, pp. 148-165.



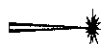
CHAPITRE 5

LIMITES ET RESULTATS DU MODELE ENERGETIQUE



Sommaire

I. CARACTERISTIQUES DE LA BULLE.....	119
<i>A) Conditions initiales</i>	<i>120</i>
<i>B) Rayon maximum</i>	<i>121</i>
<i>C) Evaluation du temps t_c.....</i>	<i>123</i>
II. DOMAINES DE VALIDITE DU MODELE.....	124
<i>A) Ecart-type limite.....</i>	<i>124</i>
1) Préclaquage électrique.....	127
2) Claquage laser	127
<i>B) Temps caractéristiques.....</i>	<i>129</i>
III. L'ECART-TYPE REEL.....	136
IV. EN RESUME	138
V. RESULTATS ET DISCUSSION.....	139
VI. CONCLUSION	147
VII. BIBLIOGRAPHIE.....	148



LIMITES ET RESULTATS DU MODELE ENERGETIQUE

"Il arrive qu'un problème de mécanique ne soit pas toujours résoluble à l'aide de raisonnements et de calculs mathématiques. Dans nombre de cas des difficultés mathématiques insurmontables rendent ces problèmes insolubles. [...] La théorie de la similitude et de la dimension permet de faire cette analyse théorique préalable d'ordre qualitatif et de choisir l'ensemble de paramètres de définition adimensionnés."

L. Sedov-1977.

I. CARACTERISTIQUES DE LA BULLE

Dans les chapitres précédents, on a vu que les équations étaient fondées sur la connaissance de l'énergie mécanique de la bulle E_b . Celle-ci peut être approchée expérimentalement en calculant l'énergie potentielle du rayon maximum R_m , mais cette énergie ne représente qu'une partie de l'énergie mécanique initiale de la bulle, qui s'écrit :

$$E_b = E_{cb} + E_{pb},$$

où E_{cb} et $E_{pb} = \int -P_e dV$ représentent respectivement l'énergie cinétique et l'énergie potentielle¹. Du fait des mécanismes dissipatifs qui agissent sur la bulle, tels que la

¹ Pour une transformation irréversible, P_e est égale à la pression extérieure. Ici

$E_{pb}(R) = \frac{4}{3} \pi R^3 P_\infty + E_{gb}(R)$, où pour une évolution adiabatique du gaz, telle que :

$$P \left(\frac{V}{m_b} \right)^\gamma = A = Cte, \text{ l'énergie interne du gaz s'écrit :}$$



compressibilité ou la viscosité du liquide, ce système n'est pas conservatif et par conséquent E_b évolue au cours du temps. Mais pour résoudre le problème de la dynamique de la bulle, il faut au préalable connaître les conditions initiales R_0 et U_0 , où U_0 représente la vitesse initiale de l'interface.

A) Conditions initiales

Les valeurs du rayon initial R_0 dépendent du mode d'injection de l'énergie : celles-ci sont données au §II-A-1 et §II-A-2. Dans les premiers instants d'expansion de l'interface, *Watson et al. [1988]* ont montré que le terme prépondérant correspond à l'énergie cinétique dont l'expression, pour un liquide incompressible (donc en l'absence d'onde de choc), a été donnée par *Rayleigh [1917]*:

$$E_{cb} = 2\pi\rho_\infty r_0^3 U_0^2,$$

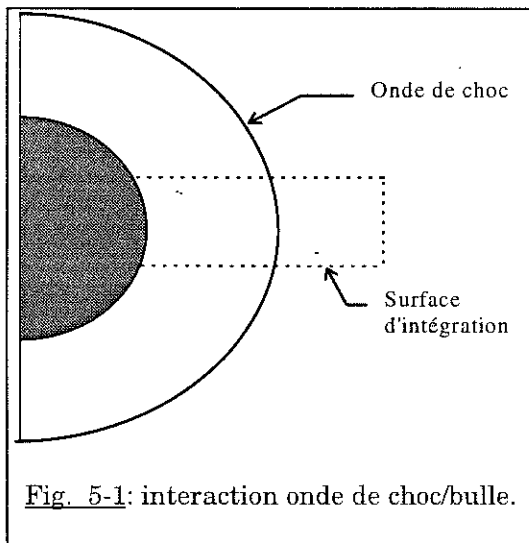


Fig. 5-1: interaction onde de choc/bulle.

où U_0 correspond à la vitesse initiale de l'interface. Cette équation n'est valable que si le domaine liquide ne comporte pas de sources de QDM. Or l'onde de choc en est une (voir [Fig. 5-1](#)), le bilan d'énergie pour la bulle à l'instant initial s'écrit donc en tenant compte de l'interaction avec l'onde de choc:

$$E_b \approx 2\pi r_0^3 \rho_\infty (U_0 - u_p)^2 \cong 2\pi r_0^3 \rho_\infty U_0^2 \left(1 - 2 \frac{u_p}{U_0}\right);$$

$$E_{gb}(R) = \int_{\psi(R)}^{\infty} P d\psi = \frac{P_\infty \psi(R)}{\gamma_0 - 1} = \frac{Am_b}{\gamma_0 - 1} \left(\frac{m_b}{\psi(R)}\right)^{\gamma_0 - 1},$$

où m_b est la masse de gaz. Cette expression

montre que E_{gb} décroît rapidement lorsque le volume augmente et donc il devient rapidement négligeable devant les autres termes ; ainsi

"le fait que l'énergie interne est relativement peu importante sur la majeure partie de la phase d'expansion, on suggère, en première approximation, de la négliger entièrement" [traduction de Cole-1965, pp. 274-275].

or u_p est relié à U_0 par les relations (3-22) et (3-23); en admettant de plus que $\rho_\infty \cong 3\rho_c$ [Reid et al.-1987], on obtient l'expression de la vitesse initiale U_0 , telle que :

$$U_0^2 \approx \frac{E_b}{4\pi\rho_c r_0^3} \quad (5-1).$$

A partir de la relation (5-1), on peut donc calculer U_0 puis en déduire P_{g0} et T_{g0} . Mais la valeur la mieux déterminée expérimentalement est R_m . Par conséquent si on souhaite comparer le modèle aux résultats expérimentaux il faut être capable d'estimer ce rayon maximum.

B) Rayon maximum

Pour une pression hydrostatique P_∞ et un rayon initial R_0 donnés, l'amplitude du rayon maximum R_m va dépendre de la valeur de la viscosité du liquide. L'énergie mécanique dissipée dans tout le domaine fluide \mathcal{D} par unité de temps s'écrit sous la forme très générale suivante [Landau et al.-T.6-1989] :

$$\dot{E}_d = -\int_{\mathcal{D}} \sigma'_{ij} \frac{\partial v_i}{\partial x_k} dV = -\frac{1}{2} \int_{\mathcal{D}} \sigma'_{ij} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_k} + \frac{\partial v_k}{\partial x_i} \right) dV \quad (5-2),$$

où σ'_{ij} est la composante (i,j) du tenseur $\underline{\underline{\sigma'}}$, qui correspond à la partie déviatoire du tenseur des contraintes obéissant à la loi de *Newton*, telle que :

$$\sigma'_{ij} = \mu \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_k} + \frac{\partial v_k}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ik} \frac{\partial v_l}{\partial x_l} \right) + \chi \delta_{ik} \frac{\partial v_l}{\partial x_l},$$

avec δ_{ik} correspondant au symbole de *Kronecker* et χ symbolisant la viscosité de dilatation reliant les deux coefficients de *Lamé* μ et η : $\chi = \eta + \frac{2}{3}\mu$. Si le fluide est considéré comme incompressible, la relation (5-2) s'écrit simplement :



$$\dot{E}_d = -\frac{1}{2}\mu \int_{\mathcal{D}} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_k} + \frac{\partial v_k}{\partial x_i} \right)^2 dV.$$

L'intégrale pour un mouvement radial sur tout le domaine liquide $\mathcal{D} \in [R, \infty[$ a été calculée par *Poritsky* [1952] qui trouve que l'énergie perdue par dissipation visqueuse et par unité de temps, est :

$$\boxed{\dot{E}_d = 16\pi\mu R U^2} \quad (5-3),$$

où $R(t)$ est la position de l'interface de la bulle à l'instant t et $U(t)$ la vitesse absolue de cette interface. En calculant l'énergie cinétique de l'écoulement sur ce même domaine fluide \mathcal{D} et en posant $R/t = U$, on peut déterminer le nombre de *Reynolds critique* $\mathcal{R}_c = \frac{\rho R U}{\mu} = 8$ marquant la transition d'un régime dynamique contrôlé par

les effets inertiels ($\mathcal{R}_e > 8$) d'un régime dynamique contrôlé par les effets visqueux ($\mathcal{R}_e < 8$). Une analyse plus poussée, faite par *Poritsky* et *Shu* en 1952 puis par *Zababakhin* en 1960 sur l'équation de *Rayleigh-Plesset* (voir annexe D) sans terme de tension superficielle, a montré l'existence d'un nombre de *Reynolds critique*

$\mathcal{R}_c = \frac{R_m}{v} \sqrt{\frac{P_\infty}{\rho_\infty}} \approx 8,4$ séparant deux classes de solutions : pour $\mathcal{R}_e > \mathcal{R}_c$ une bulle de

vapeur implode en un temps fini tandis que pour $\mathcal{R}_e < \mathcal{R}_c$ celle-ci implode avec un temps infini. Alors si $\mathcal{R}_e > \mathcal{R}_c$, on peut raisonnablement supposer que l'énergie totale de la bulle se conserve pendant la phase d'expansion c'est-à-dire pour $R = R_m$, on a

$E_b \approx E_{pb}(R_m) = \frac{4}{3}\pi R_m^3 P_\infty$. Maintenant si $\mathcal{R}_e < \mathcal{R}_c$, l'énergie de la bulle pour $R = R_m$ est

plus petite que E_b puisque $\frac{dE_b}{dt} = \dot{E}_d < 0$ ainsi $E_b > E_{pb}(R_m) = E_{pbm}$; toutefois *Poritsky*

[1952] a montré que les effets visqueux influencent essentiellement la dynamique de la phase d'implosion de la bulle. Donc, si \mathcal{R}_e ne s'éloigne pas trop de \mathcal{R}_c lorsque $\mathcal{R}_e < \mathcal{R}_c$, on déterminera le rayon maximum de la bulle à partir de l'énergie totale E_b , tel que :

$$R_m = \sqrt[3]{\frac{3}{4\pi} \left(\frac{E_{pbm}}{P_\infty} \right)^{1/3}} \quad \text{avec } E_{pbm} \approx E_b \quad (5-4).$$

Dans le cas contraire où $Re \ll Re_c$, la relation (5-4) n'est plus représentative de la valeur de R_m ; dans ce cas il faut résoudre complètement l'équation de la dynamique. La valeur de R_m obtenue avec la relation (5-4) représente une borne supérieure du rayon maximum de la bulle.

REMARQUES

- Sachant expérimentalement que $E_{pbm} \propto W_i$ et que E_{pbm} est indépendant de P_∞ [Jomni-1997], la relation (5-4) nous redonne bien alors la proportionnalité observée dans la relation (4-8). Ceci implique également que E_b est quasi-indépendant de P_∞ .
- Watson et al. [1988] ont obtenu un nombre de Reynolds critique 30% trop faible à cause d'une erreur sur le calcul de l'énergie mécanique dissipée : en effet, ils ont utilisé la relation (5-2) telle quelle pour une géométrie sphérique avec $\partial v / \partial r = 2R^2 U / r^3$ alors que celle-ci est exprimée pour des coordonnées cartésiennes.

C) Evaluation du temps t_c

On cherche ici à évaluer le temps que met la bulle pour se former à partir de l'instant t_0 où l'onde de choc se détache du plasma initial. Au chapitre précédent, nous avons obtenu la position r_c de l'onde de choc correspondant au temps t_c ; pour pouvoir alors déterminer ce temps, il suffit de connaître les variations de la vitesse $U_c(r, t)$ qui est:

$$U_c = \frac{dr}{dt}.$$

Or $U_c(r) = c_\infty \left[1 + \frac{n+1}{4} \frac{P_{m0} - P_\infty}{\rho_\infty c_\infty^2} \frac{r_0}{r} \right]$; par intégration de l'expression ci-dessus, on

obtient le temps de formation de la bulle, soit :

$$t_c - t_0 = \frac{r_c - r_0}{c_\infty} - \frac{n+1}{4} \frac{P_{m0} - P_\infty}{\rho_\infty c_\infty^2} \frac{r_0}{c_\infty} \ln \left(\frac{r_c}{r_0} \right) \quad (5-5).$$



On en déduit bien que $t_c - t_0$ est plus petit que le temps mis par une onde acoustique pour parcourir la même distance. La relation (5-5) est très similaire à l'équation caractéristique obtenue par *Whitham [1950]* dans la région derrière l'onde de choc.



Par exemple, pour du cyclohexane avec $W_i = 2 \text{ nJ}$ et $r_0 = 1,5 \mu\text{m}$, on a $r_c = 6,2 \mu\text{m}$ et $P_{m0} - P_\infty = 61,29 \text{ MPa}$ d'où on en déduit que le temps qui s'est écoulé entre le moment où l'onde de choc se détache du plasma initial et le moment où la bulle se forme est: $t_c - t_0 = 3,4 \text{ ns}$.
Expérimentalement, on observe bien un retard non mesurable (inférieur à quelques ns) entre la détection de l'onde de choc et le début de la croissance de la bulle.

II. DOMAINES DE VALIDITE DU MODELE

Dans les précédents chapitres, nous avons développé un modèle qui fait appel à un certain nombre d'hypothèses simplificatrices, ce qui entraîne forcément des limites et des contraintes sur l'emploi de celui-ci.

A) Ecart-type limite

Tout d'abord on a vu au chapitre précédent que l'amplitude maximale de l'onde de choc est solution d'une équation du second degré, telle que :

$$\begin{aligned} P_{m0} - P_\infty &= \frac{\bar{b} + \sqrt{\Delta}}{2} \\ \text{où } \Delta &= \bar{b}^2 - 4\bar{c} \end{aligned} \quad (5-6).$$

Cette équation n'admet de solution que si $\Delta \geq 0$. Ceci entraîne donc l'existence d'une valeur minimale de l'écart-type σ pour que le modèle admette l'existence d'une onde de choc (pour E_b fixé); nous notons alors σ_L l'écart-type limite solution de l'équation $\Delta = 0$. Au vu des coefficients \bar{b} et \bar{c} , nous pouvons déduire de (5-6) que :

$$\sigma_L = f(E_b, r_0, c_\infty, \rho_\infty) \quad (5-7).$$



Expérimentalement il a été montré, aussi bien dans le cas du préclaquage électrique que du claquage laser [Vogel et al.-1994], que $E_b \propto W_i$ ainsi l'équation (5-7) s'écrit encore :

$$\sigma_L = f(W_i, r_0, c_\infty, \rho_\infty) \quad (5-8).$$

Maintenant, en appliquant le théorème de *Vashy-Buckingham* à cette dernière équation, on obtient une relation entre deux nombres adimensionnels, telle que :

$$\frac{\sigma_L}{r_0} = f_1 \left(\frac{W_i}{\rho_\infty c_\infty^2 r_0^3} \right) \quad (5-9).$$

REMARQUE

Si on suppose que l'équation d'état du liquide est donnée par l'équation de Tait modifiée et, de plus, si P_∞ est petit devant B alors l'équation (5-9) s'écrit: $\frac{\sigma_L}{r_0} \approx f_1 \left(\frac{W_i}{nBr_0^3} \right)$.

Regardons de plus près le membre de droite de l'équation (5-9); celui-ci étant un nombre adimensionnel, on peut en déduire que ce terme est constitué du rapport de deux vitesses qui sont : la vitesse du son c_∞ et $u_{W_i}^2 = \frac{W_i}{\rho_\infty r_0^3}$; ce dernier terme correspond à la vitesse d'une particule qui aurait une énergie cinétique W_i et une masse $\rho_\infty r_0^3$. On peut ainsi définir le nombre de *Mach* suivant: $M_W = u_{W_i} / c_\infty$. Maintenant, la plus simple des fonctions f_1 que l'on puisse trouver est la proportionnalité avec un coefficient égal à un, ce qui nous donne finalement la relation :

$$\frac{\sigma_L}{r_0} = M_W^2 \quad (5-10).$$

On en conclut que si on connaît les caractéristiques du liquide c_∞ et ρ_∞ , l'énergie injectée W_i et le rayon initial r_0 du plasma, on peut calculer cet écart-type limite et par conséquent déterminer l'énergie initiale de l'interface de la bulle en inversant l'équation (5-7), telle que:



$$E_b = \frac{\pi}{18} \rho_\infty c_\infty^2 r_0^3 G^2(M_w)$$

$$\text{où } G(M_w) = \frac{3\sqrt{\frac{\pi}{2}} M_w^6 Q\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2M_w^4}\right) - e^{-1/2M_w^4}}{1 - e^{-1/2M_w^4}} \quad (5-11),$$

où $Q(a, x)$ représente la fonction Gamma incomplète.

En supposant que W_i/r_0^3 est indépendant de la pression statique appliquée sur le liquide et que celui-ci obéit à l'équation de *Tait modifiée*, nous pouvons dès maintenant en déduire les variations de σ_L et de E_b en fonction de P_∞ . Réécrivons tout d'abord l'équation (5-10), en faisant apparaître le pression statique P_∞ , soit:

$$\frac{\sigma_L}{r_0} = \frac{W_i}{r_0^3} \frac{1}{n(P_\infty + B)}.$$

On en déduit immédiatement qu'il faut distinguer les deux cas suivants:

- ◆ $P_\infty \ll B$, alors σ_L/r_0 est quasiment constant; de même E_b est quasi-indépendant de la pression statique appliquée.
- ◆ $P_\infty \gg B$, alors σ_L/r_0 varie comme P_∞^{-1} et E_b comme P_∞^{-2} . Ainsi lorsque $P_\infty \rightarrow \infty$, on a $\sigma_L/r_0 \rightarrow 0$ et $E_b \rightarrow 0$; dans ce cas le milieu devient infiniment rigide (incompressible).

Ceci nous montre que la pression critique n'est pas une limitation en soi et que le rapport σ_L/r_0 peut encore être regardé comme le rapport de la densité d'énergie W_i/r_0^3 , qui est équivalente à une variation de pression ΔP_w , avec le module d'élasticité en volume à P_∞ , soit κ_{s_∞} . Ainsi σ_L/r_0 est équivalent à la déformation du liquide $\Delta V/V$ que l'on obtiendrait sous une pression ΔP_w à température constante.

REMARQUE

Dans le cas des hautes pressions, c'est-à-dire généralement pour $P_\infty \gg B$, la loi de variation de la compressibilité avec la pression n'est plus linéaire mais quadratique, ce qui a pour effet d'accroître la décroissance de σ_L/r_0 et donc de E_b puisque $\rho_\infty c_\infty^2 = a_0 + a_1 P_\infty + a_2 P_\infty^2$ où a_0 , a_1 et a_2 sont des constantes.



Pour effectuer les applications numériques, il convient de distinguer les deux types de claquage : électrique et laser.

1) Préclaquage électrique

Dans ce cas particulier, on sait que pour la plupart des liquides² $r_0 \approx r_p$, où r_p correspond au rayon de courbure de la pointe. Pour une pression fixée P_∞ , la relation (5-11) nous montre que $\frac{E_b}{r_0^3} \propto G^2(M_w) = f\left(\frac{W_i}{r_0^3}\right)$; ceci nous indique que si $E_b \propto W_i$ (relation qui est observée dans les expériences) alors r_0^3 n'est pas proportionnel à W_i mais r_0 est une fonction plus complexe de W_i .

	CYCLOHEXANE	N-DECANE	N-PENTANE
W_i (nJ)	2	0,35	0,37
r_p (µm)	1,5	0,8	1,1
σ_L/r_p (%)	45,43	59,35	45,83
E_b/W_i (%)	1,83	2,39	1,86

Tableau 5-1 : calculs effectués pour $P_\infty = 0,1$ MPa.

Les valeurs de E_b obtenues dans le Tableau 5-1 sont très proches de celles utilisées dans l'article d'Aitken et al. [1996] pour ces liquides dans les mêmes conditions.

2) Claquage laser

Du fait de l'expansion importante du plasma par rapport au rayon de la tâche focale dans la direction incidente du faisceau laser, il faut tenir compte de deux longueurs caractéristiques : la limite d'expansion du plasma l_{max} (qui est celle associée avec l'injection d'énergie) et le diamètre d_0 du plasma dans la direction transversale (qui est deux fois l'ordre de grandeur du rayon de la tâche

² Dans le cas de l'argon liquide, r_0 est plutôt de l'ordre de quelques r_p .

focale); Or l'analyse dimensionnelle du §II-A ne fait intervenir qu'une seule longueur caractéristique r_0 . On peut alors étendre la relation (5-9) de la manière suivante :

$$\frac{\sigma_L}{l_{\max}} \left(\frac{d_0}{l_{\max}} \right)^j = \frac{W_i}{l_{\max}^3 \rho_{\infty} c_{\infty}^2} \propto \frac{\sigma_L}{r_0},$$

où j est un nombre réel déterminé par la géométrie du volume du plasma et r_0 est la dimension équivalente pour un plasma sphérique. Pour déterminer j , imaginons simplement que le plasma a la forme d'un ellipsoïde de révolution d'axe l_{\max} alors $r_0 = \frac{1}{2} \sqrt[3]{d_0^2 l_{\max}}$ d'où en prenant le coefficient de proportionnalité égal à $1/2$ on trouve $j = -2/3$; on en déduit ainsi que pour le claquage laser, l'écart-type limite rapporté à la dimension équivalente s'écrit :

$$\boxed{\frac{\sigma_L}{r_0} = 2 \frac{W_i}{l_{\max}^3 \rho_{\infty} c_{\infty}^2} \quad \text{avec} \quad r_0 = l_{\max} \left(\frac{d_0}{l_{\max}} \right)^{2/3}} \quad (5-12).$$

En réalité, la géométrie du plasma initial est plus complexe; par conséquent le coefficient de proportionnalité est légèrement différent de $1/2$ mais cette relation a pour but simplement de nous donner un ordre de grandeur. Pour que cette relation soit compatible avec la relation (5-11), il faut remplacer dans celle-ci r_0^3 par $l_{\max}^3/2$.

	W_i (mJ)	d_0 (μm)	l_{\max} (μm)	σ_L/r_0 (%)	E_b/W_i (%)
EAU	1,8	50	140	58,3	2,3

Tableau 5-2 : calculs effectués pour $P_{\infty} = 0,1\text{MPa}$.

Expérimentalement, la valeur déterminée par *Givanneschi-Testud* [1987] à partir de l'énergie potentielle calculée pour le rayon maximum de la bulle est $E_b/W_i = 2,9\%$. Toutefois la principale difficulté dans le cas du claquage laser consiste à déterminer exactement W_i .

B) Temps caractéristiques

Nous venons de voir que l'existence d'une onde de choc, liée à la formation d'une bulle de vapeur, est gouvernée par la valeur de l'écart-type σ tel que $\sigma \geq \sigma_L$.

Regardons maintenant quels sont les phénomènes physiques qui déterminent l'évolution d'un claquage électrique ou optique jusqu'à la formation de la bulle. Nous allons définir les temps caractéristiques associés à chacun des phénomènes ; soit L une longueur caractéristique, telle que :

❶ le temps acoustique: $\tau_a = \frac{L}{c_\infty}$, durée nécessaire pour qu'une perturbation de pression parcoure la distance L ;

❷ le temps d'injection de l'énergie: $\tau_i = \frac{L}{u_{W_i}}$ avec $u_{W_i}^2 = \frac{W_i}{\rho_\infty L^3}$;

❸ le temps de diffusion thermique: $\tau_D = \frac{L^2}{D}$, durée nécessaire pour que l'influence de la conduction thermique puisse se faire sentir ;

❹ le temps caractéristique de la viscosité: $\tau_\mu = \frac{L^2}{\nu} = \frac{L^2 \rho_\infty}{\mu}$, durée nécessaire pour que l'influence de la viscosité puisse se faire sentir.

❺ le temps caractéristique de la tension superficielle: $\tau_s = \sqrt{\frac{\rho_\infty L^3}{2\alpha}}$, durée nécessaire pour que les effets de la tension superficielle puissent intervenir.

Comme on néglige la conduction thermique ainsi que l'effet de la viscosité, on en déduit qu'il faut que:

$$\tau_i < \tau_D \text{ et } \tau_i < \tau_\mu,$$

ce que l'on vérifie aisément avec l'application numérique suivante :



- claquage électrique dans le cyclohexane avec $L \approx r_p$: $\tau_D \sim \tau_\mu \sim 10^{-5} \text{ s}$, $\tau_s \sim 10^{-7} \text{ s}$ et $\tau_i \sim 1 \text{ ns}$ pour $W_i \sim 1 \text{ nJ}$;
- claquage optique dans l'eau avec $L \approx l_{max}$: $\tau_D \sim \tau_\mu \sim 10^{-1} \text{ s}$, $\tau_s \sim 10^{-4} \text{ s}$ et $\tau_i \sim 10^{-7} \text{ s}$ pour $W_i \sim 1 \text{ mJ}$.

On constate avec cette application numérique que la tension superficielle est un phénomène qui intervient plus tôt que les mécanismes de diffusion, mais reste cependant négligeable par rapport au temps d'injection, ainsi:

$$\tau_i < \tau_s < \tau_\mu \sim \tau_D \quad (5-13).$$

On déduit de (5-13) que le nombre de *Reynolds* construit sur l'énergie injectée :

$$\mathcal{R}e_{w_i} = \frac{u_{w_i} L}{\nu} > 1; \text{ de même pour le nombre de } \mathcal{P}e_{w_i} = \frac{u_{w_i} L}{D} > 1. \text{ Ces deux nombres}$$

sans dimension nous montrent bien que le mécanisme d'advection (ou de convection) est prédominant sur le mécanisme de transfert par diffusion.

Pour que l'on ait formation d'une onde de choc à la fin de l'injection d'énergie, il faut que la vitesse radiale du front d'onde énergétique (ou de l'onde d'absorption décrite au chapitre 3, §III-B) soit en moyenne plus petite (ou du même ordre de grandeur) que la vitesse des perturbations de pression, ainsi à l'instant $t \leq \tau_i$ on doit vérifier:

$$0 \leq u_w^2 = \frac{W(t)}{\rho \frac{4}{3} \pi r(t)^3} \leq c^2 = \frac{nB}{\rho} \left(\frac{\rho}{\rho_\infty} \right)^n - \Gamma_0^2 C_V T_\infty \quad (5-14),$$

où $r(t)$ détermine la position du front d'énergie au cours du temps et $c^2(\rho)$ est déterminé à partir de l'équation d'état (3-3). L'énergie totale injectée est déterminée alors par: $W_i = \langle W(t) \rangle$. On a vu au chapitre 3 que $\rho/\rho_\infty \approx 1$; alors l'intégrale de l'équation (5-14) pendant la durée d'injection s'écrit :

$$0 \leq W_i \tau_i \leq nB \left(1 - \frac{\rho_\infty \Gamma_0^2 C_V T_\infty}{nB} \right) \frac{\pi}{3} \int_0^{\tau_i} 4r(t)^3 dt,$$

expression dans laquelle les ordres de grandeur³ nous montrent que $(\rho_\infty \Gamma_0^2 C_V T_\infty) / nB \ll 1$. Pour pouvoir intégrer le membre de droite de cette inégalité nous allons exprimer r en fonction du temps t à travers le changement de variable suivant:

$$t = \tau_i - \frac{r}{c_\infty} \quad \text{d'où} \quad dt = -dr/c_\infty,$$

ce qui nous donne après intégration l'inégalité suivante: $\frac{W_i}{nB} \leq \frac{\pi}{3} c_\infty^3 \tau_i^3$. Maintenant, on se souvient que la vitesse du son c_∞ est reliée au temps acoustique τ_a , ce qui nous permet d'écrire:

$$\frac{W_i}{nB r_0^3} \approx \frac{\sigma_L}{r_0} \leq \frac{\pi}{3} \left(\frac{\tau_i}{\tau_a} \right)^3.$$

En utilisant les définitions de τ_i et de τ_a , et sachant que $\pi/3 \approx 1$, on arrive à la conclusion suivante :

$$\tau_i \geq \tau_a \quad \text{ou bien} \quad \frac{\sigma_L}{r_0} \leq 1 \quad \text{ou encore} \quad M_w \leq 1 \quad (5-15),$$

pour que le phénomène de préclaquage que nous observons puisse se produire.



- claquage électrique: $\tau_a \sim \tau_i \sim 1\text{ns}$ pour $W_i \sim 1\text{nJ}$.
- claquage optique: $\tau_a \sim \tau_i \sim 100\text{ns}$ pour $W_i \sim 1\text{mJ}$.

On constate que le temps pour effectuer le changement de phase τ_i est du même ordre de grandeur que le temps caractéristique de l'écoulement τ_a , ce qui signifie bien que le volume \mathcal{V}_0 est hors équilibre thermodynamique pendant le temps d'injection.

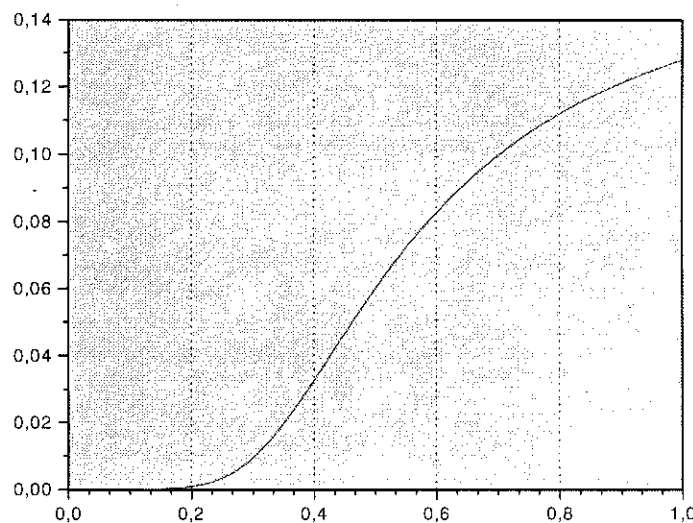
³ Par exemple dans le cyclohexane à 298K, ce terme est de l'ordre de 0,05.

On pouvait deviner ce résultat, puisque la déformation maximale que l'on peut obtenir en compression est égale à 100% et du fait de l'analogie élastique du rapport σ_L/r_0 , on en déduit immédiatement la limite $\sigma_L/r_0 \leq 1$.

REMARQUES

- La relation (5-14) est équivalente au **critère de Lax** ($|u_w| < c$) pour les ondes de choc. L'égalité $|u_w| = c$ est également permise puisqu'au début de la propagation de l'onde de choc ($t \leq \tau_0$), le milieu est très inhomogène derrière le front, ce qui autorise la vitesse de Jouguet.
- On constate que l'expression de la vitesse u_w , diffère de celle de Jouguet par le terme η ; ceci provient de l'hypothèse $\gamma_0 \langle \gamma^{-1} \rangle = Cte$.

Connaissant maintenant les limites du rapport σ_L/r_0 , on peut tracer la fonction G^2 définie dans la relation (5-11) : voir Courbe 5-1. Cette courbe nous montre que E_b est très sensible à la valeur du rapport σ_L/r_0 dès que celui-ci dépasse la valeur 0,2.



Courbe 5-1: représente la fonction $G^2(\sigma_L/r_0)$.

Des études expérimentales faites dans le benzyltoluène avec $W_i \approx 0,13 \text{ nJ}$ et $r_0 \approx 1 \mu\text{m}$ correspondent à un $\sigma_L/r_0 \approx 0,13$; la dynamique de la bulle observée montre alors un seul cycle expansion/implosion [McCluskey et al.-1996], contrairement à ce que l'on



observe généralement dans le cyclohexane (voir Fig. 5-2). Par ailleurs, une étude plus poussée faite par F. Jomni [1997] a montré l'existence de deux régimes dynamiques en fonction de l'énergie injectée, ce qui justifie l'existence d'un critère : en dessous d'une certaine énergie, les bulles ne rebondissent plus ou plutôt on devrait dire en dessous d'une certaine valeur de σ_L/r_0 .

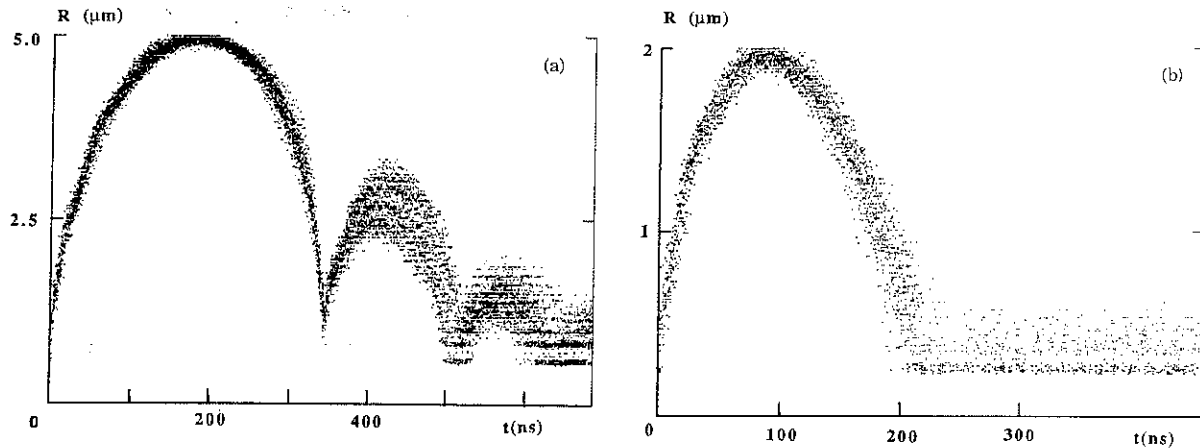


Fig. 5-2: évolution du rayon de la bulle en fonction du temps pour une série de 30 événements: (a) dans le cyclohexane ($P_\infty=0,5MPa$, $W_i=8nJ$); (b) dans le BT01 ($P_\infty=0,4MPa$, $W_i=0,3nJ$).

En effet, les expériences précédentes de préclaquage électrique dans le benzyltoluène réalisées pour des énergies $0,3nJ \leq W_i \leq 0,6nJ$ ont montré l'apparition des premiers rebonds de la bulle pour $W_i \approx 0,6nJ$, ce qui correspond à $\sigma_L/r_0 \approx 0,4$ avec $r_0 \approx 1,5\mu m$. Dans ce même liquide, des expériences de claquage optique n'ont montré que des dynamiques de bulle avec rebonds, ce qui n'est pas étonnant puisque pour ces expériences $\sigma_L/r_0 = 0,5$ ($W_i \approx 255\mu J$, $l_{max} \approx 100\mu m$). On propose donc le critère suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\sigma_L}{r_0} \leq 0,2 \rightarrow \text{dynamique de la bulle sans rebond;} \\ \frac{\sigma_L}{r_0} > 0,2 \rightarrow \text{dynamique de la bulle avec rebonds;} \end{array} \right. \quad (5-16).$$

Lorsque $\sigma_L/r_0 \leq 0,2$, la Courbe 5-1 nous montre que $E_b \approx 0$ ce qui implique d'une part que l'amplitude maximum de l'onde de pression émise est solution d'une équation

linéaire, telle que $P_{m0} - P_{\infty} \propto E_p \propto W_i$ (comme dans le cas de l'optoacoustique avec vaporisation [Sigrist et al.-1978]) et d'autre part que dans l'équation (5-4) on ne peut plus faire l'approximation $E_{pbm}=E_b$. Dans ce cas, l'expansion de la bulle est due essentiellement à l'énergie thermique injectée E_{in} puisqu'ici $P_{g0} \approx P_{\infty}$ et $U_0 \approx 0$, ce qui signifie bien que la vitesse d'interface liée à la phase d'expansion de la bulle est principalement d'origine thermique. Le fait qu'on n'observe pour la bulle qu'un seul cycle expansion/implosion, signifie que les termes qui font "ressort" dans l'équation de la dynamique deviennent totalement négligeables (au moins pendant la phase d'implosion); or la linéarisation de l'équation de *Rayleigh-Plesset* [Plesset et al.-1977] montre que c'est la présence du gaz qui tient principalement ce rôle (la tension superficielle intervient également mais elle est ici négligée), d'où l'équation (5-4) du bilan d'énergie pour la bulle est remplacée maintenant (en négligeant la conduction thermique et la viscosité) par :

$$\left(E_{pbm} = \frac{4}{3} \pi R_m^3 P_{\infty} \right) \approx \left(E_{inb} = \frac{\gamma_0}{\gamma_0 - 1} \mathfrak{R}_g \rho_b \Delta T_b \mathcal{V}_0 \right) \text{ car } C_v = \frac{\mathfrak{R}_g}{\gamma_0 - 1} \quad (5-17),$$

avec ρ_b correspondant à la masse volumique dans la bulle et $\Delta T_b = T_b - T_{\infty}$ à l'écart de température. Comme $E_{inb} \propto W_i$, on en déduit immédiatement que le rayon maximum de la bulle vérifie toujours : $R_m \propto (W_i/P_{\infty})^{1/3}$; ce résultat a bien été observé expérimentalement par *F. Jomni* [1997]. Maintenant pour calculer R_m , la difficulté consiste à évaluer l'écart de température ΔT_b ainsi que la masse volumique ρ_b . On sait qu'une valeur maximum de la masse volumique est donnée par ρ_c et si on connaît la valeur de E_{inb} , on peut donc calculer la valeur minimum de ΔT_b , telle que :

$$\Delta T_{b \text{ min}} = \frac{\gamma_0 - 1}{\gamma_0 \mathfrak{R}_g} \frac{E_{inb}}{\rho_c \mathcal{V}_0}.$$

A partir des résultats expérimentaux de *F. Jomni* [1997] dans le benzyltoluène (BT01, $P_{\infty}=0,4\text{MPa}$ et $W_i=0,3\text{nJ}$), on peut obtenir avec la relation (5-17) un ordre de



grandeur de ΔT_b et de E_{inb} : $r_0 \approx 0,5 \mu m$, $R_m = 1,8 \mu m$, $Re \approx Re_c$ et $\rho_c \approx 329 kg/m^3$ d'où $\Delta T_{b \min} = 55,7^\circ C$ et $E_{inb}/W_i = 3,2\%$, résultat qui semble raisonnable.

REMARQUE

Si $Re \ll Re_c$, il faudra bien entendu tenir compte de la dissipation visqueuse dans l'équation (5-17).

On peut en déduire maintenant la cartographie de la dynamique d'une bulle correspondant à une impulsion d'énergie : sur la Fig. 5-3, le quadrant le plus fréquemment observé, aussi bien en claquage électrique que laser, est le "a" du fait de sa grande plage d'existence ; le quadrant "b" ne semble pas avoir été encore observé car cela nécessite d'injecter peu d'énergie dans un grand volume, or en claquage électrique l'énergie W_i n'est pas indépendante du rayon de courbure $r_p \approx r_0$ de l'électrode pointe, ce qui laisse peu de degrés de liberté ; en revanche cette dépendance facilite l'observation, très récente en claquage électrique, du quadrant "c", mais celui-ci n'a pas été encore observé en claquage laser ; enfin, dans le quadrant "d", si on se réfère aux travaux de *Watson et al. [1991]*, on devrait observer un jet de liquide chaud, ce qui diffère totalement des mécanismes précédents. Très récemment, des expériences dans l'argon liquide avec des injections d'énergie de durée importante (de 10 à 1000 μs) ont montré l'existence d'un jet de liquide chaud corrélé à ce dépôt.

Maintenant, si au lieu d'une impulsion d'énergie on injectait celle-ci continûment, on observerait probablement le diagramme temporel de *Watson et al. [1991, Fig.17]*.

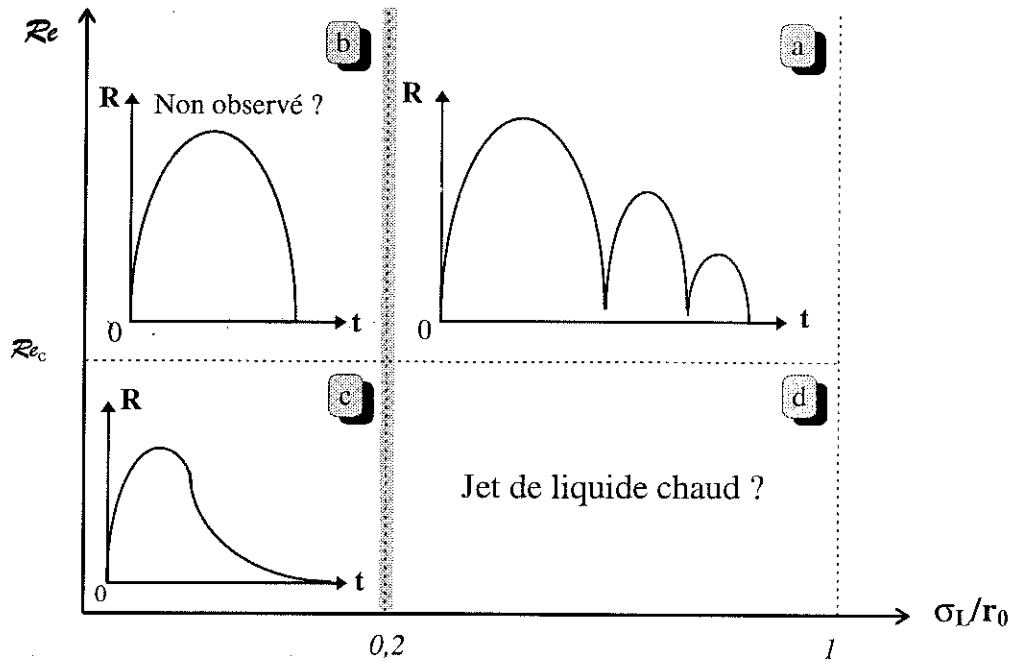


Fig. 5-3: cartographie de la dynamique d'une bulle liée à une impulsion d'énergie.

$R(t)$ représente le rayon de la bulle en fonction du temps.

III. L'ECART-TYPE REEL

A ce stade du problème, il ne reste plus qu'à déterminer l'écart-type réel σ de la distribution $g_\sigma(r)$ de pression et de température. On a vu au §II-A) que l'écart-type limite σ_L correspondait à la variation de volume lorsqu'on soumettait le milieu à une contrainte de pression pour une température constante; or en réalité l'injection d'énergie soumet également le milieu à une contrainte thermique. En élasticité linéaire, la loi de *Hooke* (voir annexe A) nous donne une relation entre la déformation du matériau, ici $\frac{\Delta V}{V} = \frac{\sigma}{r_0}$, et les contraintes mécaniques et thermiques appliquées, telles que :

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta P}{\kappa_\infty} + \beta \Delta T.$$

Or ΔT est relié à ΔP par l'équation d'état; si on admet que l'équation d'état est représentée par l'équation (3-3) alors:

$$\beta\Delta T = \frac{\Delta P}{\kappa_\infty} - \frac{B}{\kappa_\infty} \left[\left(\frac{\rho}{\rho_\infty} \right)^n - 1 \right],$$

d'où

$$\frac{\sigma}{r_0} = 2 \frac{\Delta P}{\kappa_\infty} + \frac{B}{\kappa_\infty} \left[1 - \left(\frac{\rho}{\rho_\infty} \right)^n \right].$$

Au chapitre 2, on a vu que pour une onde de choc entretenue le rapport de condensation est au maximum \bar{k}_m ; or celui-ci reste toujours plus petit que 2 pour $3 < n \leq 13$, ce qui nous permet d'approcher $1 - \left(\frac{\rho}{\rho_\infty} \right)^n$ par $1 - n \frac{\rho}{\rho_\infty}$. De plus en fin d'injection $\Delta P \sim B$, ce qui nous donne donc:

$$\frac{\sigma}{r_0} \approx 3 \frac{\Delta P}{\kappa_\infty} - \frac{\rho}{\rho_\infty}.$$

Le moyen le plus simple pour relier le rapport de condensation à la contrainte appliquée ΔP est de supposer que $\frac{\rho}{\rho_\infty} = \bar{k}_m \frac{\Delta P}{\kappa_\infty}$; ceci nous permet finalement d'obtenir l'ordre de grandeur de l'écart-type réel σ à partir de l'écart-type limite, qui par définition est $\frac{\sigma_L}{r_0} = \frac{W_i/r_0^3}{\kappa_\infty}$, tel que:

$$\frac{\sigma}{r_0} = k \frac{\sigma_L}{r_0} \quad \text{où} \quad k = 2 \frac{n-2}{n-1} > 0, \quad \forall n \geq 3 \quad (5-18).$$

Quelques valeurs numériques de k sont données dans le Tableau 5-3.

REMARQUE

Compte tenu des hypothèses faites, le coefficient de proportionnalité k doit dépendre, en toute rigueur, aussi de l'énergie injectée W_i .

	cyclohexane	n-decane	n-pentane	hexadecane	eau
k	1,79	1,77	1,83	1,84	1,67

Tableau 5-3 : valeurs numériques de k pour 5 liquides.

Ainsi maintenant, toutes les variables et tous les paramètres introduits jusqu'ici peuvent être calculés à partir de la connaissance des propriétés du liquide (n , B , P_∞ , T_∞ ...) et des caractéristiques du dispositif d'injection d'énergie (W_i , r_0).

IV. EN RESUME

Le modèle énergétique que nous venons de développer est fondé sur l'équation d'état du liquide dite de *Tait modifiée*, équation qui n'est valable que pour des pressions inférieures à quelques kilobars. C'est par conséquent un modèle essentiellement développé pour le phénomène de préclaquage électrique mais dans une certaine mesure, une extension a été faite au cas du claquage optique.

Au total, pour résoudre le problème fixé, nous avons introduit les 18 inconnues (16 précédentes + σ_L et R_m) suivantes : E_P , E_T , E_S , E_{in} , E_{sw} , E_b , P_{m0} , T_{m0} , P_{g0} , T_{g0} , σ , σ_L , Z_{m0} , U_0 , R_m , r_c , t_c et η_d , reliées entre elles par 18 équations. Les équations importantes de ce modèle théorique sont celles encadrées dans les divers chapitres. Du fait des hypothèses faites, nous avons montré que le modèle énergétique admettait des contraintes d'emploi, définies par les paramètres suivants :

$$\diamond 0,2 < \frac{\sigma_L}{r_0} \leq 1 ;$$

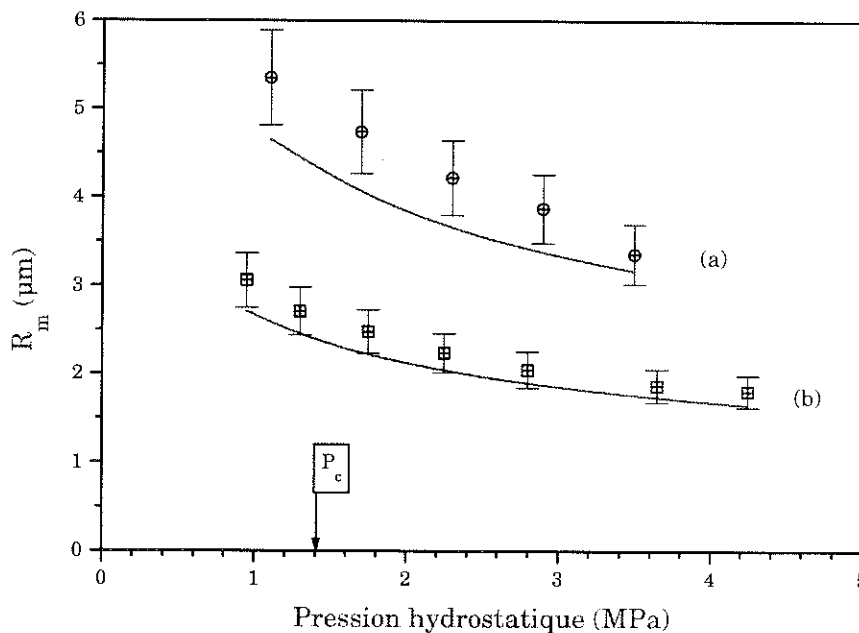
$$\diamond \tan_0 \geq \tan_L .$$

Dans le cas où $\sigma_L/r_0 \leq 0,2$, nous avons tout de même pu obtenir une description qualitative des phénomènes.

V. RESULTATS ET DISCUSSION

La plupart des résultats et des équations obtenus ont déjà été discutés tout au long des chapitres.

Une manière simple de comparer le modèle aux résultats expérimentaux est de tracer les courbes $R_m(P_\infty)$; l'observation de bulles au delà de la pression critique P_c , constitue un bon test pour notre modélisation. Nous présentons à ce sujet une comparaison des résultats, expérimentaux et théoriques, obtenus dans l'hexadécane (voir Courbe 5-2) qui est un liquide trois fois plus visqueux que le cyclohexane (voir annexe E); on constate toujours une différence plus grande entre les points expérimentaux et la courbe théorique pour les basses pressions: ceci vient du fait que les fluctuations d'énergie sont toujours plus importantes dans cette zone, par conséquent il est plus difficile de les compenser. Sinon, on constate un bon accord entre le modèle et les expériences.



Courbe 5-2: $R_m(P_\infty)$ dans l'hexadécane: (a) $W_i=19nJ$, $r_0=2,5\mu m$; (b) $W_i=3,3nJ$, $r_0=1,4\mu m$.

Nous présentons également une courbe $R_m(P_\infty)$ dans l'argon liquide car dans ce fluide cryogénique les impulsions de courant sont très longues: chaque impulsion de

courant dure pendant pratiquement toute la durée de vie de la bulle (voir Fig. 5-4), ce qui montre bien que c'est la densité de puissance qui contrôle le phénomène et non pas seulement l'énergie.

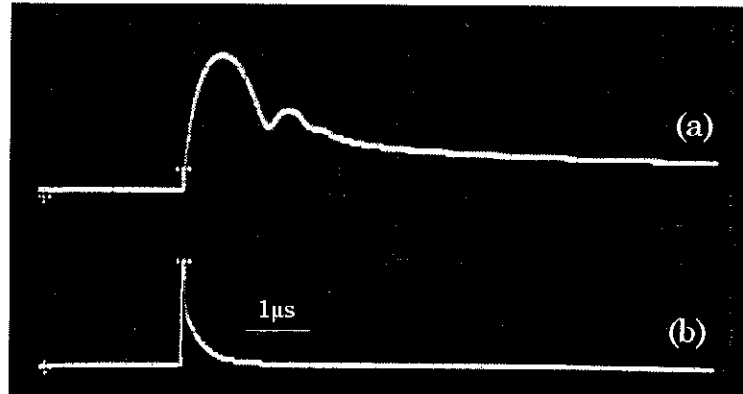
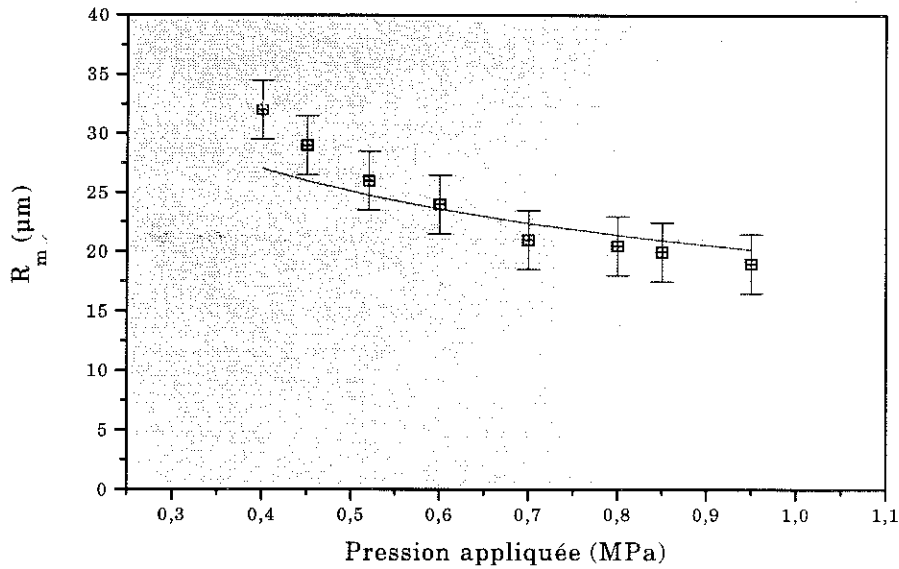


Fig. 5-4: oscillogramme du signal: (a) de la photodiode; (b) de l'impulsion de courant. ($P_{\infty}=1MPa$, $W_i=7\mu J$).

L'énergie que l'on détermine expérimentalement est alors bien supérieure à celle utile pour créer la cavité. Pour la Courbe 5-3, l'énergie déposée par impulsion est de $7\mu J$ environ alors que celle calculée par ce modèle théorique est de $1,8\mu J$ seulement; dans ces conditions on obtient un bon accord entre le modèle et les résultats expérimentaux mais ceci est dû évidemment à un choix particulier de la valeur de W_i .





Courbe 5-3: $R_m(P_\infty)$ dans l'argon liquide ($W_i=1,8\mu\text{J}$, $r_0=16\mu\text{m}=3r_p$).

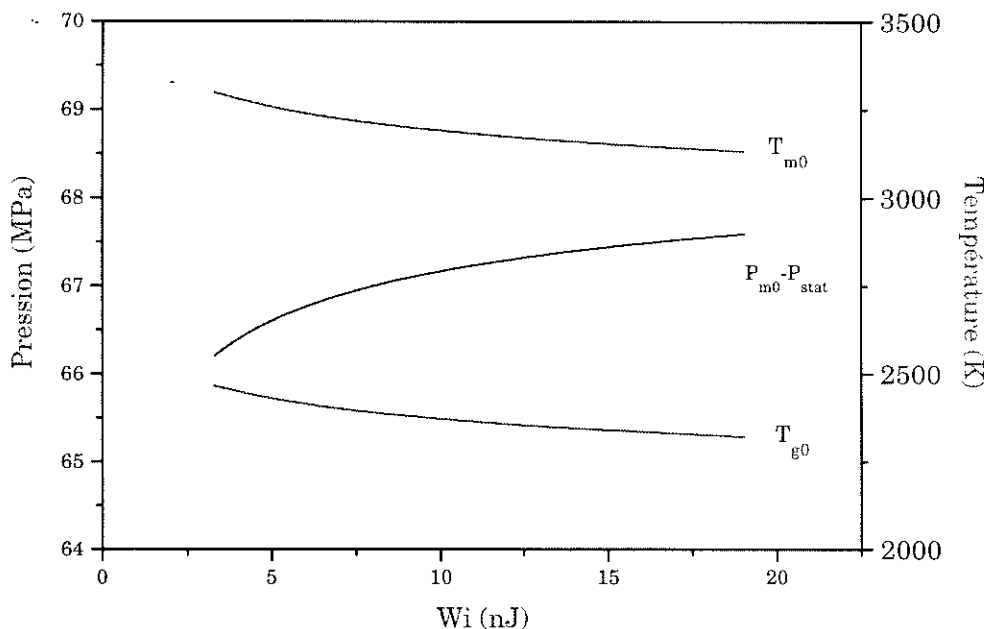
Ainsi que nous l'avons vu dans le chapitre 1, on peut observer aussi certaines caractéristiques de l'onde de choc émise, en particulier son amplitude; les résultats expérimentaux concernant celle-ci ont été présentés et commentés dans la thèse de *Jomni [1997]*; il a été notamment montré que le modèle énergétique permettait de comprendre le comportement des ondes de choc/pression émises dans le liquide. Sachant que l'amplitude maximale de l'onde de choc correspond également à la pression maximale dans le plasma, nous présentons sur la Courbe 5-4 les caractéristiques de pression et de températures calculées pour le plasma: on observe bien que la pression est de la forme $P_{m0} - P_\infty = a_1\sqrt{W_i} + a_2$ (où a_1 et a_2 sont deux constantes) ainsi que l'effet produit par la détente sur la température qui diminue presque de 1000K entre T_{m0} et T_{g0} . D'autre part, l'étude des régimes de décharge couronne dans l'argon liquide a été effectuée par *M. Nur*. La température dans la décharge a été déduite de l'élargissement des raies (4s-4p) de l'argon par l'effet de la densité: dans une décharge couronne, où le nombre n_{ex} d'atomes excités et ionisés est très faible ($n_{ex}/N_{total} < 10^{-4}$) un atome émetteur (c'est-à-dire excité électroniquement) est essentiellement perturbé par les atomes voisins qui sont dans l'état fondamental. Cette perturbation va dépendre de la densité des atomes et donc

de leur température thermodynamique T_{pl} dans le plasma; dans l'argon liquide, la température T_{pl} varie de 300 à 800K suivant les expériences (ceci dépend de T_∞ , P_∞ et du courant moyen I_m). La température T_{m0} calculée à partir du modèle est, dans les mêmes conditions, de 608K, ce qui correspond au bon ordre de grandeur!

A partir du calcul de la température T_{m0} , on peut justifier l'hypothèse faite au chapitre 3 qui consiste à remplacer ρC_V par $\langle \rho C_V \rangle$. En effet, dans les liquides pour une gamme limitée de température $C_V^0(T)$ peut être représenté simplement par la relation suivante:

$$C_V^0(T) = C_V^0(T_c) \left(\frac{T}{T_c} \right)^n \quad (5-19),$$

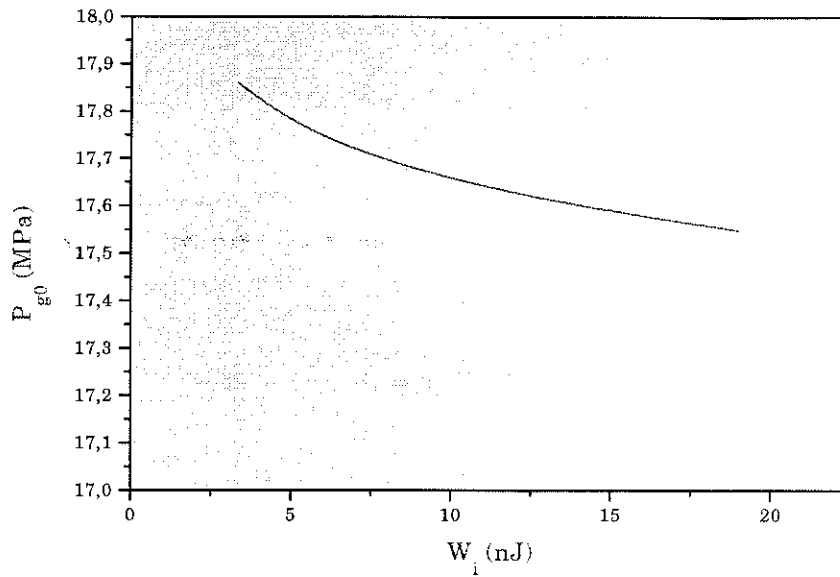
où l'exposant $n \approx 0,75$ pour les hydrocarbures. Pour l'hexadecane, on en déduit qu'au maximum $C_V^0(T_{m0}) = \left(\frac{T_{m0}}{T_\infty} \right)^n C_V^0(T_\infty) \approx \left(\frac{3200}{300} \right)^{0,75} C_V^0(T_\infty) = 5,9 C_V^0(T_\infty)$. On peut donc en conclure que la valeur moyenne $\langle \rho C_V \rangle$ est représentative de l'ordre de grandeur de ρC_V .



Courbe 5-4: variation de la pression et de la température maximum dans le volume V_0 ainsi que de la température initiale du gaz dans la bulle en fonction de l'énergie injectée, dans l'hexadecane ($P_\infty = P_{stat} = 1,1 \text{ MPa}$; $\sigma = 141\%$ de r_0).

Nous avons tracé à part la variation de la pression initiale du gaz dans la bulle P_{g0} afin de pouvoir observer sa variation relativement petite en fonction de l'énergie injectée (voir Courbe 5-5); ceci nous montre que la détente est d'autant plus importante que l'énergie injectée est grande et les valeurs numériques nous indiquent que la détente diminue la pression maximale dans le plasma P_{m0} d'en moyenne un facteur 4. On en conclut dans ce cas que plus la bulle est grosse initialement, plus la pression initiale à l'intérieur est petite et donc plus la bulle pourra imploser violemment, c'est-à-dire avec un rayon minimum R_{min} petit⁴; d'où l'onde de pression émise à la fin de la première implosion de la bulle pourra être d'autant plus intense; c'est effectivement ce qui a été observé par *Isselin et al. [1997]* dans le cas du claquage optique, où ils montrent que $P_{max} - P_{\infty} \propto R_m$. L'équation de *Rayleigh-Plesset* (voir annexe D) montre également que $P_{max} - P_{\infty} \propto \left(\frac{R_m}{R_{min}}\right)^3$ pour une transformation *isotherme* du gaz. On observe expérimentalement que l'amplitude de pression émise à la fin de la première implosion de la bulle est à peu près proportionnelle à la racine carrée de l'énergie injectée, ce qui signifie que pour une telle transformation R_{min} doit varier de sorte que: $R_{min}^3 \propto \sqrt{W_i}$, mais malheureusement nous ne disposons pas de résultats expérimentaux à ce sujet.

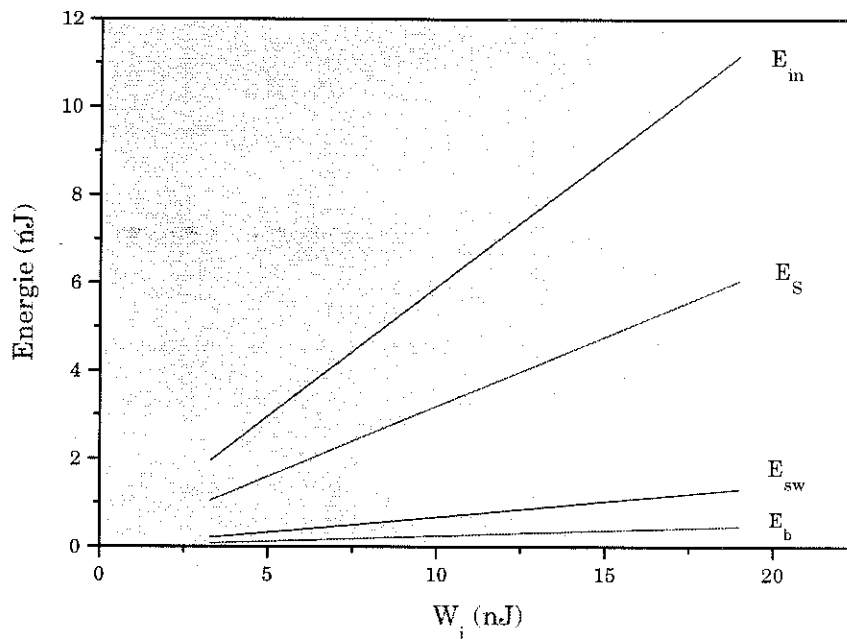
⁴ Expérimentalement, *F. Jomni [1997, p.152]* a trouvé que le rapport R_{min}/R_m augmente lorsque P_{∞} augmente.



Courbe 5-5: variation de la pression initiale du gaz dans la bulle en fonction de l'énergie injectée dans l'hexadecane ($P_{\infty}=1,1MPa$).

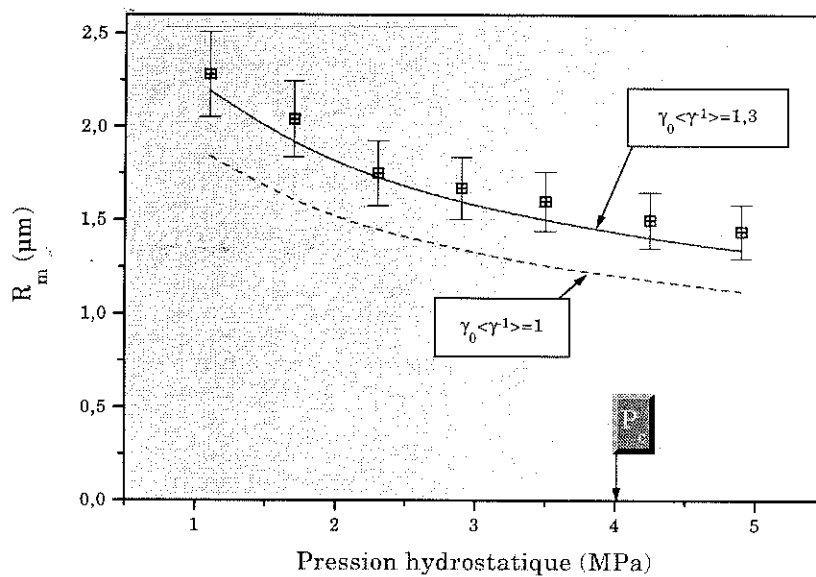
Pour effectuer ces simulations numériques nous avons imposé que $E_b \propto W_i$, relation observée aussi bien en préclaquage électrique [Kattan-1990] qu'en claquage optique [Giovanneschi-Testud-1987]. Nous présentons alors sur la Courbe 5-6 les variations obtenues pour les autres termes énergétiques de l'équation de bilan (3-18); on observe immédiatement que $E_{sw} \propto W_i$, résultat qui a déjà été déduit des observations expérimentales dans le cas du claquage laser [Vogel et al.-1988]. On constate également que $E_{in} \propto W_i$, résultat aisément prévisible puisque le modèle suppose également que $E_s \propto W_i$.





Courbe 5-6: évolution des différents termes énergétiques en fonction de l'énergie injectée dans l'hexadecane ($P_\infty=1,1\text{MPa}$; $\sigma=141\%$ de r_0).

Maintenant, nous allons regarder l'influence du terme $\gamma_0 \langle \gamma^{-1} \rangle$, par exemple dans le cas du cyclohexane. Sur la **Courbe 5-7**, on s'aperçoit que la courbe avec $\gamma_0 \langle \gamma^{-1} \rangle = 1$ est nettement en dessous des points expérimentaux, en revanche la courbe avec $\gamma_0 \langle \gamma^{-1} \rangle = 1,3$ reproduit bien les résultats expérimentaux. Avec cette dernière valeur, nous avons également correctement reproduit les résultats expérimentaux obtenus par différents auteurs, dans le cyclohexane pour des valeurs très différentes de l'énergie injectée. On constate que la valeur $\gamma_0 \langle \gamma^{-1} \rangle = 1$ est satisfaisante pour décrire les résultats dans l'hexadecane, ce qui semble bien indiquer que ce terme est lié à la nature du liquide et non pas aux conditions expérimentales. Ceci nous montre qu'une étude plus approfondie du terme $\gamma_0 \langle \gamma^{-1} \rangle$ serait souhaitable.



Courbe 5-7: $R_m(P_\infty)$ dans le cyclohexane pour deux valeurs du terme $\gamma_0 \langle \gamma^1 \rangle$
 ($W_i=1,28nJ$ et $r_0=1\mu m$).

Pour finir, nous présentons dans le Tableau 5-4 ci-dessous quelques valeurs numériques obtenues dans différents liquides.

$P_\infty=1MPa$	CYCLOHEXANE	HEXADECANE	ARGON
	$T_\infty=298K$	$T_\infty=298K$	$T_\infty=85K$
W_i (nJ)	1,2	3,3	1800
r_0 (μm)	1	1,4	16
$P_{m0}-P_\infty$ (MPa)	75,96	66,12	47,55
T_{m0} (K)	2320,5	3298,3	608,3
U_0 (m/s)	119,4	94,7	34,6
P_{g0} (MPa)	22,25	17,75	8,74
r_c (μm)	3,57	5,52	98,19

Tableau 5-4: quelques valeurs numériques obtenues avec ce modèle.

REMARQUE

Des valeurs comparables de U_0 ont été déterminées dans le cyclohexane à partir des observations expérimentales de la dynamique de la bulle [Jomni-1997, p. 124].

VI. CONCLUSION

Les résultats analysés ont été obtenus dans le cas du phénomène de préclaquage électrique, qui correspond à l'expérience développée au laboratoire. Avec cette expérience, on est capable de mesurer R_m , U_c , t_0 et d'estimer T_{m0} . Le modèle permet d'obtenir ces paramètres et il montre que nous obtenons les bons ordres de grandeur. En dehors de ces quelques grandeurs, il est possible expérimentalement d'obtenir les variations de certaines grandeurs en fonction d'un certain nombre de paramètres, tels que: $P_{m0}-P_{\infty}=f(W_i, P_{\infty}, r_c)$, $R_m(P_{\infty})$ et $E_b(W_i, P_{\infty})$. Nous avons montré que le modèle est capable de reproduire ces variations (voir par exemple Fig. 5-5), ce qui permet de justifier en grande partie les hypothèses faites pour ce type de claquage.

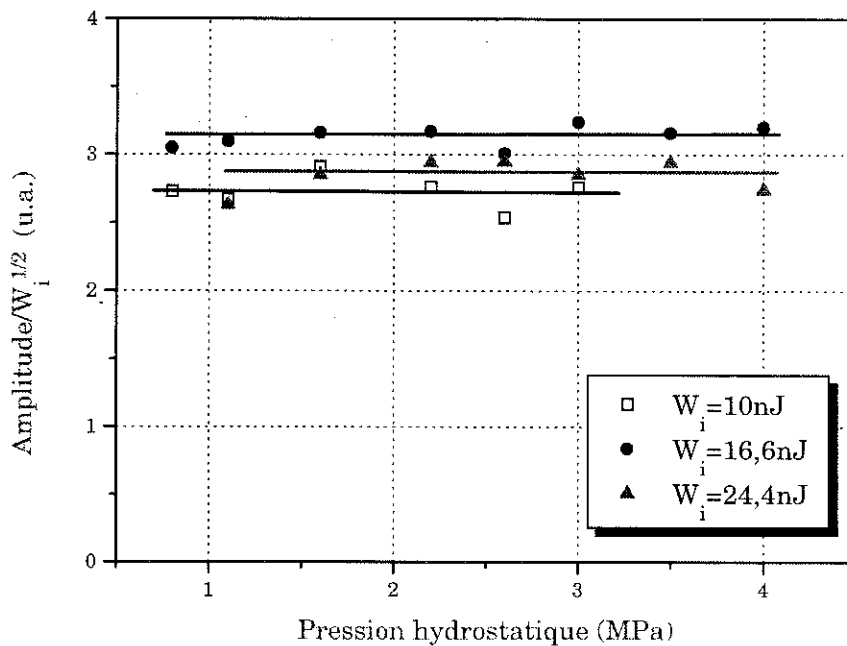


Fig. 5-5: rapport de l'amplitude de l'onde de choc, normalisée par rapport à $W_i^{1/2}$, en fonction de la pression appliquée P_{∞} dans le n-pentane pour trois énergies déposées différentes.

Enfin expérimentalement, on observe la dynamique de la bulle: son évolution est déterminée par deux nombres sans dimension: $\mathcal{R}e$ et σ_L/r_0 . Nous avons alors

développé un critère théorique qui permet de prévoir quelle va être la dynamique de la bulle suivant la valeur de ces deux nombres.

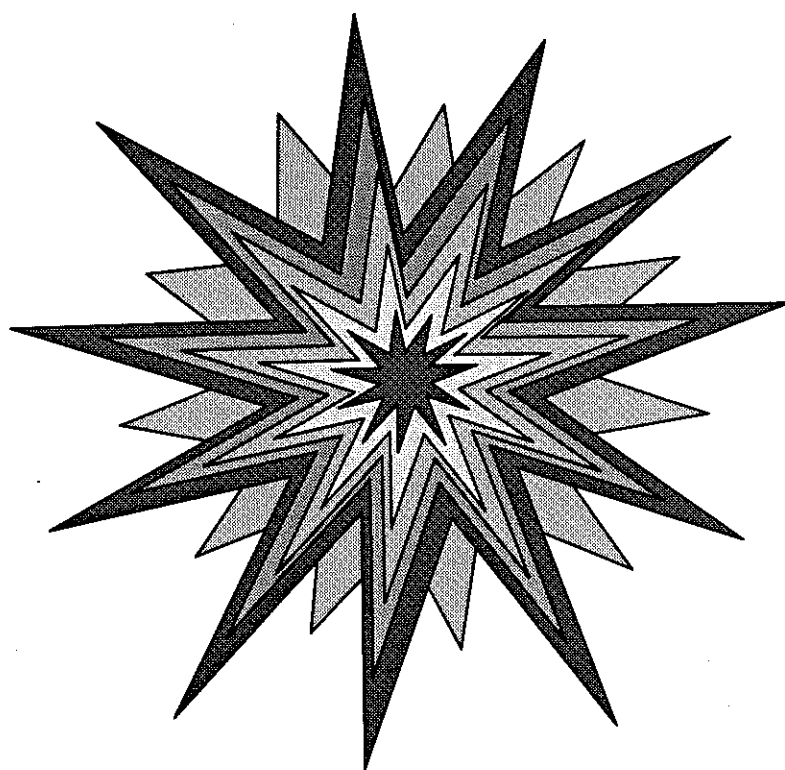
VII. BIBLIOGRAPHIE

- AITKEN F., McCLUSKEY F.M.J. & DENAT A. -1996- An energy model for artificially generated bubbles in liquids. *J. Fluid. Mech.*, **Vol. 327**, pp. 373-392.
- COLE R.H. -1965- Underwater Explosions. *Dover Publications, New York*.
- GIOVANNESCHI-TESTUD P. -1987- Contribution à l'étude de la cavitation à bulles isolées initiées par un rayonnement laser de grande intensité. *Thèse de l'Université d'Aix-Marseille II*.
- ISSELIN J.-C., ALLONCLE A.-P., DUFRESNE D. & AUTRIC M. -1997- Comportement d'une bulle de cavitation à proximité d'une paroi solide. *La Houille Blanche*, **N°6**, pp. 29-33.
- JOMNI F. -1997- Etude des phénomènes hydrodynamiques engendrés dans les liquides diélectriques par un champ électrique très intense. *Thèse de l'Université Joseph Fourier-Grenoble I*.
- KATTAN R. -1990- Etude de la formation et de la dynamique de bulles dans les hydrocarbures liquides générées par les impulsions de courant en champ électrique intense. *Thèse de l'Université Joseph Fourier-Grenoble I*.
- LANDAU L. & LIFCHITZ E. -1989- Mécanique des fluides. *Physique théorique, Tome 6*, éd. librairie du globe, éditions Mir.
- McCLUSKEY F.M.J. & DENAT A. -1996- The behavior of small bubbles generated by electrical current impulses over a wide range of applied pressures. *J. Appl. Phys.*, **Vol. 80(4)**, pp.2049-2059.
- PLESSET M.S. & PROSPERETTI A. -1977- Bubble Dynamics and Cavitation. *Ann. Rev. Fluid. Mech.*, **Vol. 9**, pp. 145-185.
- PORITSKY H. -1952- The Collapse or Growth of a Spherical Bubble or Cavity in a Viscous Fluid. *Proc. First U.S. Nat. Cong. Appl. Mech. edited by E. Sternberg*.
- RAYLEIGH, Lord -1917- On the Pressure developed in a Liquid during the Collapse of a Spherical Cavity. *Phil. Mag. S. 6*, **Vol. 34(200)**, pp. 94-98.



- REID R.C., PRAUSNITZ J.M. & POLING B.E. -1987- The Properties of Gases & Liquids. *McGraw-Hill Book Company*, 4^{ème} édition.
- SHU S.S. -1952- Note on the Collapse of a spherical Cavity in a Viscous Incompressible Fluid. *Proc. First U.S. Nat. Cong. Appl. Mech.* edited by E. Sternberg.
- SIGRIST M.W. & KNEUBUHL F.K. -1978- Laser-generated stress waves in liquids. *J. Acoust. Soc. Am.*, **Vol. 64(6)**, pp. 1652-1663.
- VOGEL A. & LAUTERBORN W. -1988- Acoustic transient generation by laser-produced cavitation bubbles near solid boundaries. *J. Acoust. Soc. Am.*, **Vol. 84(2)**, pp. 719-731.
- VOGEL A., BUSCH S., JUNGNICHEL K. & BIRNGRUBER R. -1994- Mechanisms of Intraocular Photodisruption With Picosecond and Nanosecond Laser Pulses. *Laser in Surgery and Medicine*, **Vol. 15**, pp. 32-43.
- WATSON P.K. & CHADBAND W.G. -1988- The dynamics of Pre-Breakdown Cavities in Viscous Silicone Fluids in Negative Point-Plane Gaps. *IEEE Trans. Elect. Insulation*, **Vol. 23(4)**, pp. 729-738.
- WATSON P.K., CHADBAND W.G. & SADEGHZADEH-ARAGHI M. -1991- The Rôle of Electrostatique and Hydrodynamique Forces in the Negative-point Breakdown of Liquid Dielectrics. *IEEE Trans. Elect. Ins.*, **Vol. 26(4)**, pp. 543-559.
- WHITHAM G.B. -1950- The propagation of spherical blast. *Proc. Roy. Soc. A*, **Vol. 203**, pp. 571-581.
- ZABABAKHIN E.I. -1960- The Collapse of Bubbles in a Viscous Liquid. *Appl. Math. Mech.*, **Vol. 24**, pp. 1714-1717.

CONCLUSION



CONCLUSION

"L'imagination est plus importante que la connaissance".

A. Einstein.

La motivation de ce travail a consisté à trouver un modèle qui permette d'une part d'obtenir l'ordre de grandeur des paramètres les plus importants intervenant dans le processus de préclaquage électrique et d'autre part d'être capable de reproduire les variations de certaines grandeurs observées expérimentalement.

La modélisation du processus de préclaquage électrique dans un liquide diélectrique est extrêmement difficile du fait notamment du caractère hors équilibre thermodynamique de ce phénomène et de la relative méconnaissance des équations d'état du liquide soumis à de fortes variations de pression et de température. Malgré tout, des modélisations ont été développées afin de rendre compte des résultats expérimentaux observés dans divers domaines, tels que le claquage laser et les explosions sous-marines; différents auteurs ont apporté la plupart des pièces du puzzle qui ont été utilisées dans le modèle que nous avons développé et présenté dans les chapitres précédents. Mais pour obtenir une description complète du processus de préclaquage, il a fallu trouver les pièces manquantes du puzzle.

Le principal obstacle vers cette description complète consiste à comprendre sous quelle forme d'énergie une transition de phase hors équilibre s'effectue. Le bilan d'énergie ainsi obtenu fait intervenir des moyennes temporelles qu'il faut évaluer; ceci conduit à la formulation d'une équation du second degré pour l'amplitude maximale de la pression dans le plasma initial P_{m0} d'où l'apparition de contraintes sur le modèle pour que celui-ci admette une solution. Toutes les pièces du puzzle sont alors réunies pour sa construction. Finalement les estimations numériques montrent un accord satisfaisant avec les résultats expérimentaux; cependant la modélisation donne accès à plus de grandeurs que celles mesurées actuellement.

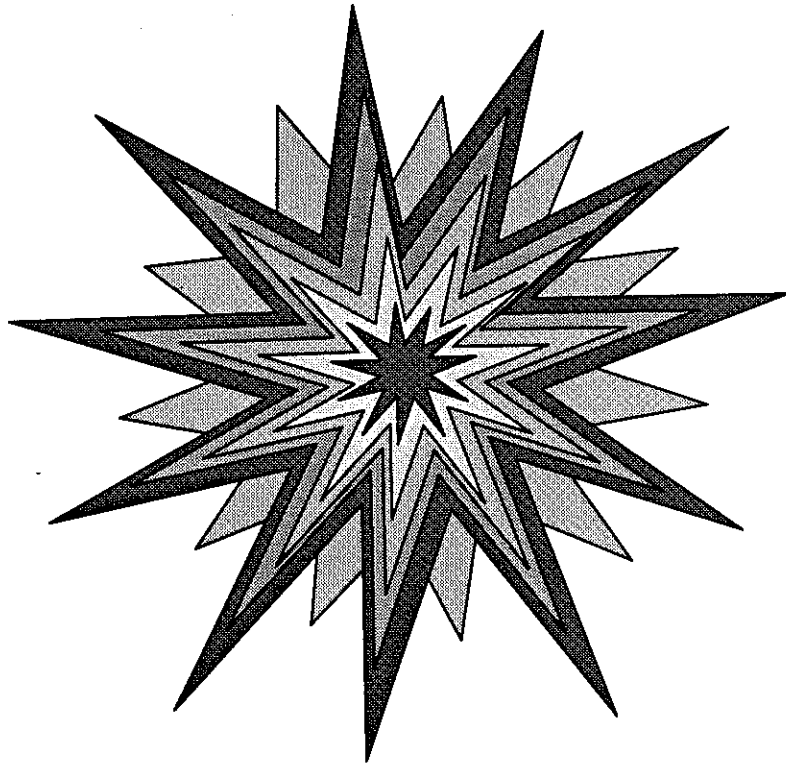
Indépendamment de la mesure de nouvelles quantités, il serait intéressant d'observer ce qui se passe lorsque la pression hydrostatique P_{∞} devient comparable

avec le coefficient de *Tait B* (voir annexe E); en effet, on s'attend avec la modélisation à trouver de nouvelles variations, par exemple de P_{m0} en fonction de P_{∞} . Une autre étude expérimentale intéressante consisterait à explorer les diverses zones du diagramme de la Fig. 5-1 et à en étudier les frontières qui les délimitent; ceci permettrait certainement de mieux comprendre comment modéliser les phénomènes lorsque $\sigma_L/r_0 \leq 0,2$. Enfin, sachant maintenant déterminer les conditions initiales de la bulle et les caractéristiques de l'onde de choc correspondante, il reste à modéliser l'interaction de celle-ci sur la dynamique de la bulle.

Le modèle que nous venons de développer est limité aux ondes de choc de faible intensité, mais des expériences récentes de claquage laser ont permis d'observer des ondes de choc de forte intensité (plusieurs milliers de MPa); dans ce cas on ne peut plus faire toutes les approximations que nous avons effectuées, en particulier l'hypothèse $\gamma_0 \langle \gamma^{-1} \rangle = Cte \approx 1$ n'est probablement plus valable. Il serait donc intéressant d'adapter le modèle à ces nouvelles observations.



ANNEXES



Annexe A: RELATIONS DE HOOKE

La loi de comportement d'un milieu *élastique linéaire* et *isotrope* relie le tenseur des contraintes $\underline{\underline{\sigma}}$ au tenseur des déformations $\underline{\underline{\varepsilon}}$, telle que:

$$\sigma_{ij} = \lambda(\text{trace } \underline{\underline{\varepsilon}})\delta_{ij} + 2\mu\varepsilon_{ij} \quad (\text{A-1}),$$

où δ_{ij} représente le symbole de *Kronecker* et λ et μ sont les deux coefficients de *Lamé*. Ces relations ne sont généralement pas utilisées directement sous la forme précédente, mais on pose souvent:

$$\frac{1}{E} = \frac{\lambda + \mu}{\mu(3\lambda + 2\mu)} \quad \text{et} \quad \nu = \frac{\lambda}{2(\lambda + \mu)},$$

ou encore en inversant:

$$\mu = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad \text{et} \quad \lambda = \frac{E\nu}{(1 - 2\nu)(1 + \nu)}.$$

E est appelé le *module d'Young* et il a la dimension d'une contrainte, et ν est appelé le *coefficient de Poisson* mais il est sans dimension. Ces coefficients transforment les équations (A-1) en:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1 + \nu}{E}\sigma_{ij} - \frac{\nu}{E}(\text{trace } \underline{\underline{\sigma}})\delta_{ij} \quad (\text{A-2}),$$

qui représentent la forme la plus usitée des *relations de Hooke*.

Maintenant si s_{ij} sont les composantes du déviateur des contraintes, nous aurons par définition:

$$\sigma_{ij} = s_{ij} + \sigma_m \delta_{ij} \quad \text{où} \quad \sigma_m = \frac{1}{3} \text{trace } \underline{\underline{\sigma}} \quad \text{et} \quad \text{trace } \underline{\underline{s}} = 0;$$

de même si e_{ij} représentent les composantes du déviateur des déformations, on a:

$$\varepsilon_{ij} = e_{ij} + \frac{1}{3} (\text{trace } \underline{\underline{\varepsilon}}) \delta_{ij} \quad \text{avec} \quad \text{trace } \underline{\underline{e}} = 0.$$

En reportant cette décomposition dans la relation de *Hooke*, on obtient alors:

$$s_{ij} = 2\mu e_{ij} \quad \text{et} \quad \sigma_m = \frac{3\lambda + 2\mu}{3} \text{trace } \underline{\underline{\varepsilon}};$$

or pour un milieu isotrope $\sigma_m = -p$, où p représente la pression exercée sur le matériaux, et il existe un **théorème** qui nous dit que:

dans le cas des petites déformations 3D, la variation relative de volume locale est égale au premier invariant du tenseur des déformations I_1 ou encore à la divergence du vecteur déplacement \bar{u} : $\frac{\Delta V}{V} = I_1 = \text{trace } \underline{\underline{\varepsilon}} = \text{div}(\bar{u})$.

On en déduit alors la variation relative du volume locale, telle que:

$$p = - \left(\lambda + \frac{2}{3} \mu \right) \frac{\Delta V}{V} \quad (\text{A-3}).$$

On pose généralement $3\kappa = 3\lambda + 2\mu = \frac{E}{1-2\nu}$, et κ est appelé le **module de compressibilité**. Ainsi pour des matériaux isotropes, les relations de comportement en élasticité linéaire font donc intervenir deux constantes (λ, μ) ou (κ, μ) ou (E, ν) .

Annexe B: EQUATION DE GIBBS

En admettant que les deux variables indépendantes sont S et ρ , la loi constitutive de l'énergie interne s'écrit pour un fluide composé d'un seul constituant:

$$e = e(S, \rho).$$

En prenant la dérivée Lagrangienne de cette expression, il vient:

$$\frac{de}{dt} = \left(\frac{\partial e}{\partial S} \right)_\rho \frac{dS}{dt} + \left(\frac{\partial e}{\partial \rho} \right)_S \frac{d\rho}{dt} \quad (\text{B-1}).$$

Or par définition, nous avons:

$$T \equiv \left(\frac{\partial e}{\partial S} \right)_\rho \quad \text{et} \quad P \equiv \rho^2 \left(\frac{\partial e}{\partial \rho} \right)_S.$$

La relation (B-1) s'écrit donc:

$$\frac{de}{dt} = T \frac{dS}{dt} + \frac{P}{\rho^2} \frac{d\rho}{dt} \quad (\text{B-2}),$$

ou encore

$$\boxed{\frac{de}{dt} = T \frac{dS}{dt} + P \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{\rho} \right)} \quad (\text{B-3}).$$

Ces deux dernières relations sont connues sous le nom d'équations de *Gibbs*. Elles permettent de relier les variations de l'énergie interne aux variations de l'entropie au cours du temps.

Annexe C: DETENTE IRREVERSIBLE

On considère un récipient sphérique de volume \mathcal{V}_0 , fermé par un robinet R, qui contient un milieu gazeux dans l'état P_1, T_1 . Les parois du récipient sont supposées adiabatiques et la pression à l'extérieure est égale à P_0 . On négligera la vitesse d'écoulement du gaz.

Soit \tilde{e} l'énergie interne molaire ; l'énergie des N moles de gaz est donc $\tilde{E} = N\tilde{e}$. Lorsque dN moles s'échappent du récipient, la variation d'énergie interne est :

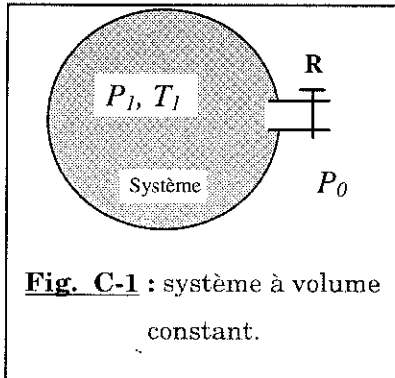


Fig. C-1 : système à volume constant.

$$d\tilde{E} = N d\tilde{e} + \tilde{e} dN ;$$

or l'enthalpie molaire est : $\tilde{h} = \tilde{e} + P\tilde{v} = \tilde{e} + \mathfrak{R}T$.
Maintenant, si on applique le premier principe de la thermodynamique, on obtient :

$$d\tilde{E} = \tilde{h} dN = (\tilde{e} + \mathfrak{R}T) dN ;$$

on en déduit alors que : $N d\tilde{e} = \mathfrak{R}T dN$, or $d\tilde{e} = \tilde{C}_v dT$ d'où $\frac{dN}{N} = \frac{d\tilde{e}}{\mathfrak{R}T} = \frac{\tilde{C}_v}{\mathfrak{R}} \frac{dT}{T}$.

L'intégration entre l'état initial 1 et l'état final 2, donne :

$$\ln\left(\frac{N_2}{N_1}\right) = \frac{\tilde{C}_v}{\mathfrak{R}} \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{1}{\gamma_0 - 1}} \quad \text{car} \quad \tilde{C}_v = \frac{\mathfrak{R}}{\gamma_0 - 1}.$$

Or à l'état initial, le nombre de moles de gaz est $N_1 = \frac{P_1 \mathcal{V}_0}{\mathfrak{R}T_1}$ et, à l'état final, le

nombre de moles de gaz est $N_2 = \frac{P_0 \mathcal{V}_0}{\mathfrak{R}T_2}$ (car $P_2 = P_0$) ; on en déduit ainsi que :

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{P_0}{P_1} \frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{1}{\gamma_0 - 1}}.$$

Finalement, on a :

$$T_2 = T_1 \left(\frac{P_0}{P_1} \right)^{\frac{\gamma_0 - 1}{\gamma_0}} \quad (\text{C-1}).$$

On obtient le même résultat que si la transformation était adiabatique réversible.

Annexe D: EQUATION DE RAYLEIGH- PLESSET

On désigne actuellement par *équation de Rayleigh-Plesset*, l'équation suivante:

$$R\ddot{R}^2 + \frac{3}{2}\dot{R}^3 = \frac{P_b(R) - P_v(t)}{\rho_\infty} \quad (\text{D-1}),$$

avec $P_b(R) = P_v + P_g(R) - \frac{2\alpha}{R} - \frac{4\mu}{R}\dot{R}$

où $\dot{R} = dR/dt = U$ représente la vitesse de l'interface, $P_b(R)$ désigne la pression à l'interface du côté liquide, P_v la pression de vapeur et P_g la pression partielle du gaz permanent. Cette équation traduit la dynamique d'une bulle sphérique (on néglige tout champ de force extérieur, par exemple la gravité), plongée dans un liquide newtonien et incompressible, de volume infini et de masse volumique ρ_∞ . Son nom lui a, semble-t-il, été donné par *Chahine*¹ en 1974 mais l'équation (D-1) sous sa forme complète est connue depuis 1952. Son appellation restera d'ailleurs encore un peu hésitante puisqu'en 1976, *Lauterborn*² proposera de la nommer "équation RPNNP", pour *Rayleigh-Plesset-Noltingk-Neppiras-Poritsky*, et *Plesset & Prosperetti*³ en 1977 la nommeront "équation de Rayleigh généralisée". Cette équation et ses solutions ont été largement étudiées par la suite et on pourra

¹ CHAHINE G. -1974- Etude asymptotique et expérimentale des oscillations et du "collapse" des bulles de cavitation. *Thèse de l'Université de Paris VI*.

² LAUTERBORN W. -1976- Numerical investigation of nonlinear oscillations of gas bubbles in liquids. *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 59(2), pp.283-293.

³ PLESSET M.S. & PROSPERETTI A. -1977- Bubble Dynamics and Cavitation. *Ann. Rev. Fluid. Mech.*, Vol. 9, pp. 145-185.

trouver une étude détaillée intéressante dans le livre sur la cavitation de *Franc et al*⁴. Nous n'allons donc pas reproduire ici une étude similaire, mais nous allons détailler rapidement la genèse de cette équation et les solutions importantes qui ont été obtenues.



1917: la première formulation de cette équation est généralement attribuée à *Lord Rayleigh*⁵ (John William Strutt/1842-1919); il cherche alors à résoudre un problème posé par *Besant*⁶ en **1859**: quelle est la pression à l'intérieur d'un fluide résultant de son annihilation (implosion d'une bulle vide)?

Rayleigh obtient à partir de la conservation de l'énergie pour une bulle vide ($P_B=0$ et $P_\infty=Cte$), l'expression de la vitesse de l'interface, telle que:

$$U^2 = \frac{2P_\infty}{\rho_\infty} \left[\left(\frac{R}{R_m} \right)^3 - 1 \right] \quad (D-2).$$

Dans ce cas l'expression (C-2) s'intègre et on obtient le temps que met l'interface pour passer de son rayon maximum R_m à la valeur zéro; ce temps est habituellement appelé *temps de Rayleigh* et il s'écrit:

$$t_R \cong 0,915 R_m \sqrt{\frac{\rho_\infty}{P_\infty}} \quad (D-3).$$

Rayleigh constate que $U \rightarrow \infty$ lorsque $R \rightarrow 0$, ce qui est impossible. Il suppose alors qu'il doit exister du gaz permanent dans la bulle, dont

⁴ FRANC J.P. et al. -1995- La cavitation. *Collection Grenoble Sciences, Presses Universitaires de Grenoble*.

⁵ RAYLEIGH, LORD -1917- On the pressure developed in a liquid during the Collapse of a Spherical Cavity. *Phil. Mag. S. 6, Vol. 34(200), pp. 94-98*.

⁶ BESANT W. -1859- Hydrostatics and Hydrodynamics. *Cambridge University Press, England*.

l'évolution est isotherme, telle que: $P_B = P_g = P_{g0} \left(\frac{R_m}{R} \right)^3$. Il en déduit une nouvelle expression pour la vitesse, soit:

$$U^2 = \frac{2 P_\infty}{3 \rho_\infty} \left[\left(\frac{R_m}{R} \right)^3 - 1 \right] - 2 \frac{P_{g0}}{\rho_\infty} \left(\frac{R_m}{R} \right)^3 \operatorname{Ln} \left(\frac{R_m}{R} \right) \quad (\text{D-4}).$$


Il ne peut intégrer cette nouvelle expression, mais il montre dans ce cas que la bulle doit osciller entre deux positions dont la première est R_m . En revanche l'intégration de l'équation de quantité de mouvement lui a permis d'obtenir l'expression de la pression P en un point quelconque r du liquide lorsque l'interface est à la position R , soit:

$$\frac{P}{P_\infty} - 1 = \frac{R}{3r} \left\{ \left(\frac{R_m}{R} \right)^3 - 4 \right\} - \frac{R^4}{3r^4} \left\{ \left(\frac{R_m}{R} \right)^3 - 1 \right\} \quad (\text{D-5}).$$

Il montre que cette expression admet un maximum pour

$$\frac{r^3}{R^3} = 4 \frac{1 - \left(\frac{R}{R_m} \right)^3}{1 - 4 \left(\frac{R}{R_m} \right)^3}, \text{ qui a pour valeur:}$$

$$\frac{P_{\max}}{P_\infty} = 1 + \frac{1}{4^{4/3}} \frac{\left[1 - 4 \left(\frac{R}{R_m} \right)^3 \right]^{4/3}}{\left(\frac{R}{R_m} \right)^3 \left[1 - \left(\frac{R}{R_m} \right)^3 \right]^{1/3}} \quad (\text{D-6}).$$

 **1923:** on trouve un peu plus tard *Lamb*⁷ qui reprend l'approche de *Rayleigh* pour l'appliquer aux explosions sous-marines. Au lieu d'un comportement isotherme du gaz, il adopte un comportement

⁷ LAMB H. -1923- The Early Stages of a Submarine Explosion. *Phil. Mag. S. 6, Vol. 45(266)*, pp. 257-265.

adiabatique, tel que: $P_B - P_\infty = P_g = P_\infty \left(\frac{R_0}{R} \right)^{3\gamma_0}$. Il en déduit l'expression de la vitesse d'interface pour la phase d'expansion, soit:

$$U^2 = \frac{2}{3(\gamma_0 - 1)} \frac{P_\infty}{\rho_\infty} \left\{ \left(\frac{R_0}{R} \right)^3 - \left(\frac{R_0}{R} \right)^{3\gamma_0} \right\} \quad (\text{D-7}),$$

où R_0 est le rayon initial de la bulle. Dans le cas particulier où $\gamma_0 = 4/3$, l'équation (D-7) peut s'intégrer, ce qui nous donne un nouveau *temps de Rayleigh* pour la phase d'expansion, tel que:

$$t_R = R_0 \sqrt{\frac{\rho_\infty}{P_\infty}} \sqrt{2z} \left(1 + \frac{2}{3}z + \frac{1}{5}z^2 \right) \quad (\text{D-8}),$$

où $\frac{R}{R_0} = 1 + z$

Le maximum de la vitesse U dans ce cas est obtenu pour $R_m/R_0 = 4/3$. De plus *Lamb* essaye d'évaluer les termes de compressibilité du liquide à partir de l'équation d'onde en symétrie sphérique dans laquelle il utilise l'expression du potentiel des vitesses pour un fluide incompressible. Il en déduit que ces termes sont négligeables lorsqu'on s'approche de l'interface!



1933: *Minnaert*⁸, en s'intéressant au bruit de la pluie qui tombe dans un liquide, réalise la première linéarisation de l'équation de *Rayleigh-Plesset*; il suppose que la bulle contient du gaz en évolution

adiabatique avec $P_B - P_\infty = P_g = P_\infty \left(\frac{R_e}{R} \right)^{3\gamma_0}$ et que celle-ci oscille autour

⁸ MINNAERT M. -1933- On Musical Air-Bubbles and the Sounds of Running Water. *Phil. Mag.*, Vol. 16, pp. 235-248.

de son rayon d'équilibre R_e , défini tel que: $R = R_e + a \sin(\Omega_0 t)$. Il en déduit ainsi l'expression de la pulsation propre de la bulle, soit:

$$\Omega_0 = \frac{1}{R_e} \sqrt{\frac{3\gamma_0 P_\infty}{\rho_\infty}} \quad (\text{D-9}).$$

Il montre alors que pour les bulles qu'il produit (entre 3 et 6mm de diamètre) leur fréquence de pulsation se situe bien dans la région audible.



1941: *Herring* est le premier à prendre en compte la compressibilité du liquide; Il ajoute le terme ci-dessous au membre de droite dans la première équation de (D-1):

$$\frac{1}{Rc_\infty} \frac{d}{dt} \left[R^2 \left(\frac{dR}{dt} \right)^2 \right] = 2 \frac{U}{c_\infty} \dot{R}^2 + 2 \frac{U}{c_\infty} R\ddot{R} \quad (\text{D-10}).$$

Cette équation porte alors naturellement le nom "d'équation de *Herring*", mais nous n'en reparlerons plus ici puisqu'elle ne nous concerne pas.



1942: *Beeching*⁹ en étudiant le problème de l'érosion de cavitation, se trouve contraint dans une discussion avec Mr. *Bottomley* de développer sa modélisation de la dynamique d'une bulle de vapeur; il introduit pour cela le terme de tension superficielle puis à partir de l'équation de conservation de l'énergie, il en déduit la vitesse d'interface pour la phase d'implosion, telle que:

⁹ BEECHING R. -1942- Resistance to Cavitation Erosion. *Trans. Instn. Engrs. Shipb. Scot.*, Vol. 85, pp. 210-276.

$$U^2 = \frac{2}{3}(P_\infty - P_v)\left(\frac{R_m}{R}\right)^3 + \frac{2\alpha}{R}\left(\frac{R_m}{R}\right)^2 \quad (\text{D-11}).$$

A partir de son analyse, il en conclut que l'implosion d'une bulle de vapeur produit des contraintes de pression plus importantes qu'une bulle remplie de gaz permanent et donc que l'érosion sera plus importante avec une bulle de vapeur.



1949: *Plesset*¹⁰ introduit la forme générale de la première relation (D-1) sous sa forme actuelle. En analysant les résultats expérimentaux obtenus par *Knapp & Hollander*¹¹ à propos de la cavitation produite sur une ogive, il introduit un champ de pression non permanent à l'infini $P_\infty(t)$; il réalise son analyse en considérant que la bulle est composée uniquement de vapeur, telle que: $P_B = P_v - \frac{2\alpha}{R}$. Il en conclut que le comportement d'une bulle de cavitation peut être relativement bien approché par son modèle.



1950: *Noltingk & Neppiras*¹² en étudiant la cavitation par ultrasons, ont introduit un champ de pression acoustique à l'infini, tel que: $P_\infty(t) = P_A - P_0 \sin(\omega t)$; ils considèrent également que la bulle contient du gaz permanent en évolution isotherme, tel que:

$$P_B = P_e \left(\frac{R_e}{R}\right)^3 - \frac{2\alpha}{R},$$

¹⁰ PLESSET M.S. -1949- The Dynamics of Cavitation Bubbles. *J. Appl. Mech.*, **Vol. 16**, pp. 277-282.

¹¹ KNAPP R.T. & HOLLANDER A. -1948- Laboratory Investigations of the Mechanism of Cavitation. *Trans. ASME*, **Vol. 70**, pp. 419-435.

¹² NOLTING B.E. & NEPPIRAS E.A. -1950- Cavitation produced by Ultrasonis. *Proc. Phys. Soc. Lond.* **B63**, pp. 674-685

où P_e est la pression du gaz à l'équilibre qui est écrite sous la forme:

$$P_e = P_A + \frac{2\alpha}{R_e} \quad (\text{D-12}),$$

ce qui permet une nouvelle formulation de la deuxième équation de (D-1).



1952: Enfin *Poritsky*¹³ montre que les contraintes visqueuses n'interviennent que dans l'équation de conservation de la quantité de mouvement normale à l'interface. Il étudie la dynamique d'une bulle de vapeur soumise à la viscosité du liquide et il montre qu'il existe une valeur du paramètre adimensionnel

$$C = \frac{4\mu}{R_m \sqrt{\rho_\infty (P_\infty - P_v)}} \cong 0,48 \text{ pour laquelle la bulle met un temps}$$

infini pour se résorber; en y ajoutant le terme de tension superficielle, celui-ci devient fini.

L'équation de *Rayleigh-Plesset* est intéressante car elle permet d'obtenir de nombreux résultats qualitatifs et utiles sur la dynamique d'une bulle sphérique. En particulier l'expression de cette équation pour une bulle soumise à un champ de pression acoustique, tel que: $P_\infty(t) = P_0 + P_a [\cos(\omega t) - 1]$, s'écrit de manière générale:

$$\rho_\infty \left[R\ddot{R} + \frac{3}{2} \dot{R}^2 \right] + 4 \frac{\mu}{R} \dot{R} = (P_0 - P_v) \left[\left(\frac{R_e}{R} \right)^{3\gamma_0} - 1 \right] + P_a [1 - \cos(\omega t)] + \frac{2\alpha}{R_e} \left[\left(\frac{R_e}{R} \right)^{3\gamma_0} - \frac{R_e}{R} \right].$$

Cette équation réécrite sous forme adimensionnelle, en reportant les longueurs au rayon initial R_e et les temps à un temps de référence T à priori inconnu, devient:

¹³ PORITSKY H. -1952- The Collapse or Growth of a Spherical Bubble or Cavity in a Viscous Fluid. *Proc. First U.S. Nat. Cong. Appl. Mech. (ASME)*, edited by E. Sternberg, New York, pp. 813-821.

$$x\ddot{x} + \frac{3}{2}\dot{x}^2 + \mathcal{R}e^{-1}\frac{\dot{x}}{x} = Th\left[\left(\frac{1}{x^{3\gamma_0}} - 1\right) + \mathcal{P}(1 - \cos(\Omega\tau))\right] + We\left(\frac{1}{x^{3\gamma_0}} - \frac{1}{x}\right) \quad (D-13),$$

où $x = R/R_e$, $\tau = t/T$ et $\mathcal{P} = P_a/(P_0 - P_v)$; ceci permet de faire apparaître les quatre nombres caractéristiques sans dimension liés à cette équation:

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathcal{R}e = \frac{R_e^2}{4\nu T} \\ Th = \frac{P_0 - P_v}{\rho_\infty R_e^2} T^2 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} We = \frac{2\alpha T^2}{\rho_\infty R_e^3} \\ \Omega = \omega T \end{array} \right. \quad (D-14),$$

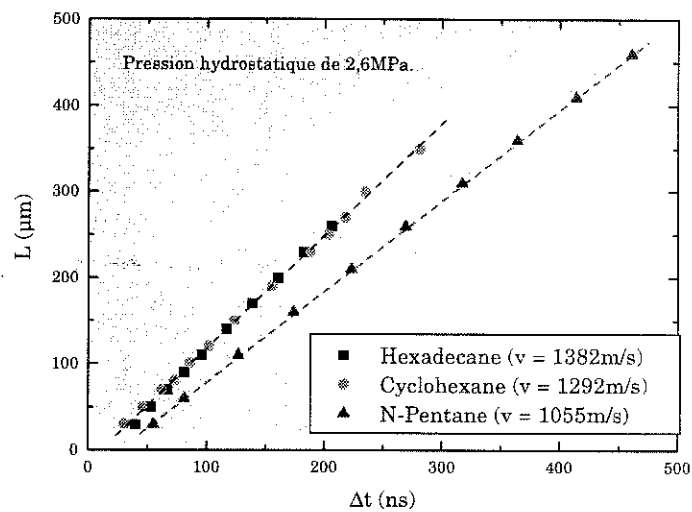
$\mathcal{R}e$ représentant le nombre de *Reynolds*, Th le nombre de *Thoma*, We le nombre de *Weber* et Ω la pulsation adimensionnelle du champ de pression. Ces nombres permettent de déterminer quels sont les phénomènes physiques qui gouvernent la dynamique de la bulle à différents stades de son évolution; ceci permet de définir le temps caractéristique T en posant qu'un de ces nombres est égal à 1, c'est-à-dire que le phénomène qu'il représente est du même ordre de grandeur que les effets inertiels. Le paramètre sans dimension C introduit par *Poritsky* est obtenu en considérant $Th=1$, c'est-à-dire que le temps caractéristique est $T = R_e \sqrt{\rho_\infty / (P_0 - P_v)}$; en introduisant cette expression dans le nombre de *Reynolds* on obtient $C = \mathcal{R}e^{-1}$.

Annexe E: PROPRIETES DE QUELQUES LIQUIDES

	CYCLOHEXANE	HEXADECANE	BT01	ARGON
P_c (MPa)	4,04	1,41	2,72	4,87
T_c (K)	554	722	783	150,8
ρ (kg/m ³)	780	775	988	1396
μ à 20°C (mPa)	1,02	3,34	3,99	0,28 (à 85K)
C_p à 25°C (J/mol.K)	185,2	501,6	278	44,74 (à 85K)
n	10,7	13,62	-	11,54
B (MPa)	121,8	105,5	-	83

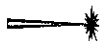
Les valeurs de ρ , μ et C_p sont calculées ici pour une pression de 0,1MPa.

Les valeurs de n et B ont été déterminées en analysant la vitesse de propagation des ondes de pression émises dans le liquide; en effet, si on se place suffisamment loin de la pointe, ces ondes ont une propagation quasi-acoustique, c'est-à-dire avec une vitesse constante égale à peu de choses près à la vitesse du son dans le liquide (voir Courbe E-1).



Courbe E-1: vitesse de propagation de l'onde de choc dans différents liquides (résultats *F. Jomni*).

L'étude des ondes de pression n'a pas été faite dans le BT01, ce qui justifie le manque de valeurs numériques pour n et B dans ce liquide; compte tenu des autres liquides et du fait que le BT01 est un monobenzyltoluene, on peut supposer sans faire une trop grande erreur que $n \approx 10$ et $B \approx 100 \text{MPa}$.



Annexe F: EXPRESSION DE E_S

Dans le chapitre 3 au §III-C, nous avons obtenu en intégrant par parties, l'expression de E_S sous la forme suivante:

$$E_S = \text{Intégrale1} + \text{Intégrale2}.$$

Nous réécrivons cette équation pour une masse unité, ce qui nous donne:

$$\frac{d\tilde{E}_S}{dt} = T \frac{dS}{dt} = \frac{d}{dt}(TS) - S \frac{dT}{dt},$$

soit encore:

$$d\tilde{E}_S = d(TS) - SdT \quad (\text{F-1}).$$

Pendant l'injection d'énergie nous avons vu que la masse volumique ne varie pratiquement pas, ce qui signifie en première approximation que: $dF \approx -SdT$, où $F(T,V)$ représente l'énergie libre du système. Ainsi la relation (F-1) s'écrit en première approximation:

$$d\tilde{E}_S \approx d(TS) + dF \quad (\text{F-2}).$$

Nous avons ensuite fait l'hypothèse que l'intégrale1 est proportionnelle à l'intégrale2, ce qui se traduit ici par:

$$d(TS) = -AdF \quad (\text{F-3}),$$

où A est la constante de proportionnalité. Or $F(V,T)$ est dans notre cas essentiellement une fonction de T , d'où la relation différentielle (F-3) s'écrit:

$$\frac{\partial}{\partial T} \left[T \left(\frac{\partial F}{\partial T} \right)_v \right] = - \left(\frac{\partial F}{\partial T} \right)_v - T \left(\frac{\partial^2 F}{\partial T^2} \right)_v \approx -A \left(\frac{\partial F}{\partial T} \right)_v.$$

Ne connaissant pas l'expression de $F(V,T)$, nous pouvons simplement dire que

$-\left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_v = S$ est du même ordre de grandeur que $-T\left(\frac{\partial^2 F}{\partial T^2}\right)_v = T\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_v$, ce qui

conduit à:

$$\boxed{A \approx 2 \quad \text{et} \quad d\tilde{E}_s \cong -dF} \quad (\text{F-4}).$$

Pour toute transformation irréversible dans laquelle $PdV \neq 0$, $dF < 0$ ce qui correspond bien au fait que $d\tilde{E}_s > 0$.

Annexe G: LES EQUATIONS D'ETAT INCOMPLETES

Pour décrire le système d'équations de conservation (masse, QDM, énergie), une équation constitutive est nécessaire. Dans notre modélisation, on néglige la viscosité, la conductivité thermique et la conduction par radiation, par conséquent une équation de la forme $P=P(V,e)$ est suffisante; une telle relation est appelée une **équation d'état incomplète**.

Une équation d'état *complète* $e=e(V,S)$ détermine l'équation d'état *incomplète* en résolvant $S=S(V,e)$ (car $T=(\partial e/\partial S)_V > 0$) et en substituant S dans $P(V,S)$. Mais une équation d'état incomplète ne détermine pas une équation d'état complète.

Les dérivées¹⁴ le long d'une isentropique sont bien définies par une équation d'état *incomplète* puisque celles-ci s'écrivent:

$$\frac{\partial}{\partial V}\Big|_S = \frac{\partial(\cdot,S)}{\partial(V,S)} = \frac{\partial(\cdot,S)}{\partial(V,e)} \frac{\partial(V,e)}{\partial(V,S)} = \left\{ \frac{\partial}{\partial V}\Big|_e - \frac{\partial}{\partial e}\Big|_V \left(\frac{\partial e}{\partial S} \right)_V \left(\frac{\partial S}{\partial V} \right)_e \right\} = \frac{\partial}{\partial V}\Big|_e - P \frac{\partial}{\partial e}\Big|_V,$$

et

$$\frac{1}{T} \frac{\partial}{\partial S}\Big|_V = \frac{\partial(S,V)}{\partial(e,V)} \frac{\partial(\cdot,V)}{\partial(S,V)} = \frac{\partial}{\partial e}\Big|_V;$$

en conséquence, les coefficients adimensionnels suivants peuvent être déterminés:

¹⁴ On appelle *Jacobien* $\partial(u,v)/\partial(x,y)$ le déterminant de la matrice

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial u}{\partial y} \\ \frac{\partial v}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial y} \end{bmatrix}.$$

$$\left\{ \gamma = -\frac{V}{P} \left[\left(\frac{\partial P}{\partial V} \right)_e - P \left(\frac{\partial P}{\partial e} \right)_v \right] \right. \quad (\text{G-1}),$$







$$\left. \Gamma = V \left(\frac{\partial P}{\partial e} \right)_v \right. \quad (\text{G-2}),$$











$$\left. \mathcal{G} = \frac{1}{2} \frac{V^2}{\gamma P} \frac{\partial}{\partial V} \left(\frac{\partial P}{\partial V} \right)_s = \frac{1}{2} \left\{ \gamma + 1 - \frac{V}{\gamma} \left(\frac{\partial \gamma}{\partial V} \right)_s \right\} = \frac{1}{2} \left\{ \gamma + 1 - \frac{V}{\gamma} \left[\left(\frac{\partial \gamma}{\partial V} \right)_e - P \left(\frac{\partial \gamma}{\partial e} \right)_v \right] \right\} \quad (\text{G-3}).$$

Maintenant, il est demandé à l'équation d'état incomplète de définir un exposant adiabatique γ positif, afin de vérifier la condition de stabilité thermodynamique. L'équation d'état incomplète détermine la différentielle $TdS=de+PdV$, de ce fait la fonction d'entropie est obtenue en trouvant le facteur d'intégration $1/T$ pour la différentielle $de+PdV$. Cependant, un tel facteur d'intégration n'est pas unique, il existe donc plusieurs fonctions d'état complètes correspondants à une fonction d'état incomplète donnée. En d'autres mots, une équation d'état incomplète détermine les isentropiques à travers l'équation différentielle $de = -PdV$, mais elle ne permet pas de trouver la valeur de S qui correspond à l'isentropique. D'un autre côté, l'équation d'état complète qu'elle détermine doit être conforme aux contraintes thermodynamiques ($T \geq 0$, $S=0$ quand $T=0$ et $S(V,e)$ est une fonction concave), mais il se peut qu'il existe aucun choix du facteur d'intégration conduisant à une telle équation.

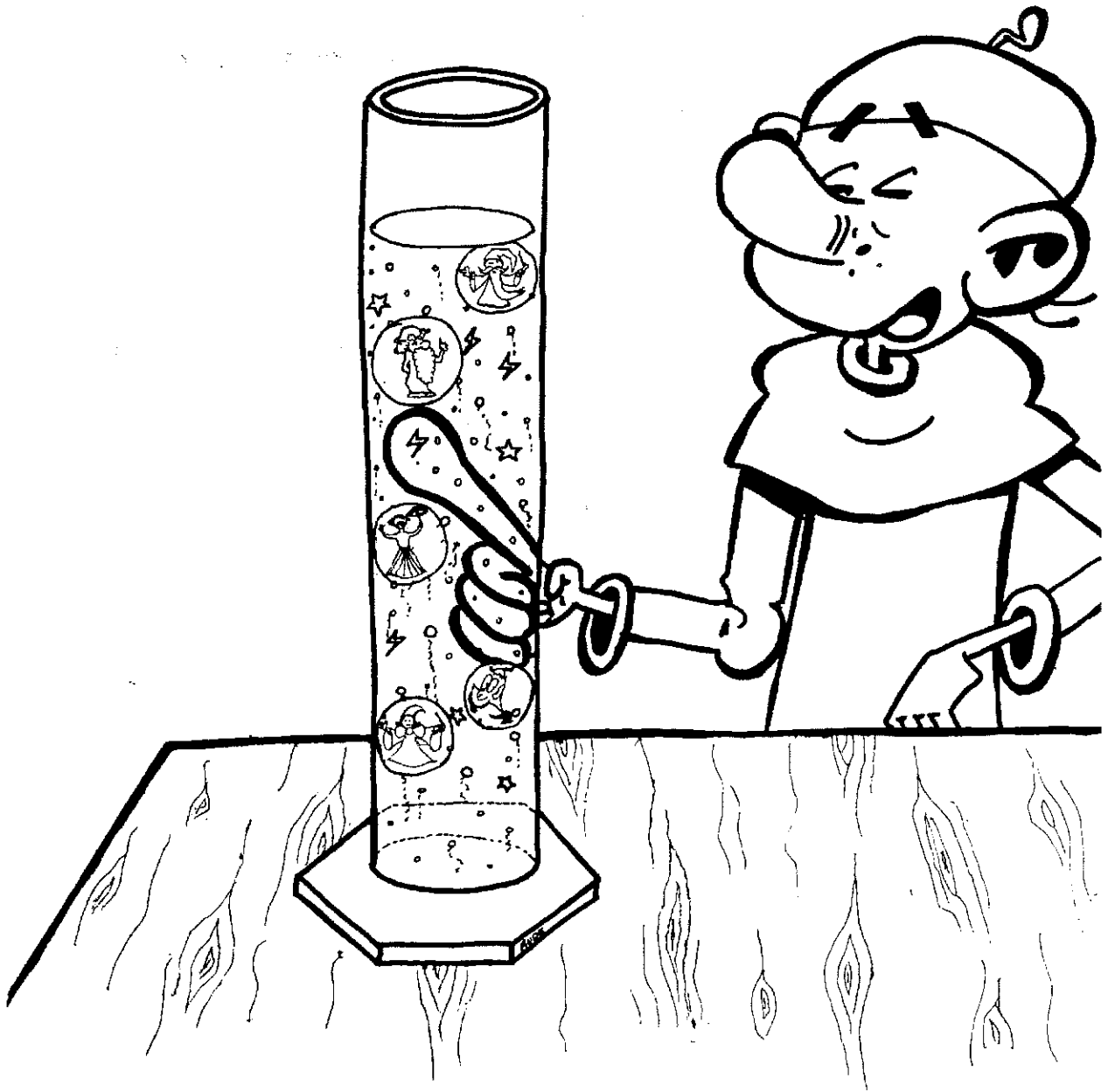


TABLE DES MATIERES

 AVANT-PROPOS	3
 REMERCIEMENTS	7
 NOMENCLATURE	9
 CHAPITRE 1: CLAQUAGE ET PRECLAQUAGE	13
<hr/>	
I- DEFINITION	15
II- DISPOSITIF D'ETUDE	16
III- INTERETS DE L'ETUDE	19
IV- DESCRIPTION DU PRECLAQUAGE ELECTRIQUE	20
V- SCENARIO POUR LA FORMATION DE LA BULLE	25
VI- BIBLIOGRAPHIE	29
 CHAPITRE 2: LA COMPRESSIBILITE DES LIQUIDES	33
<hr/>	
I- GENERALITES	35
II- L'EQUATION DE TAIT MODIFIEE	47
III- BIBLIOGRAPHIE	61
 CHAPITRE 3: INJECTION D'ENERGIE DANS UN LIQUIDE	65
<hr/>	
I- LA VARIATION D'ENERGIE INTERNE	67
II- L'EQUATION D'ETAT	72
III- DESCRIPTION DE L'INJECTION	74
IV- DISTRIBUTION DE PRESSION ET DE TEMPERATURE	86
V- CYCLE THERMODYNAMIQUE	90
VI- CONCLUSION	95
VII- BIBLIOGRAPHIE	96

 CHAPITRE 4: REPARTITION DE L'ENERGIE INJECTEE	99
<hr/>	
<i>I- INTRODUCTION</i>	<i>101</i>
<i>II- LE MODELE DE LYAMSHEV-NAUGOL'NYKH (LN)</i>	<i>102</i>
<i>III- LE MODELE DE KATTAN-DENAT (KD)</i>	<i>104</i>
<i>IV- DISTRIBUTION DE L'ENERGIE INJECTEE</i>	<i>106</i>
<i>V- CONCLUSION</i>	<i>113</i>
<i>VI- BIBLIOGRAPHIE</i>	<i>114</i>
 CHAPITRE 5: LIMITES ET RESULTATS DU MODELE ENERGETIQUE	117
<hr/>	
<i>I- CARACTERISTIQUE DE LA BULLE</i>	<i>119</i>
<i>II- DOMAINES DE VALIDITE DU MODELE</i>	<i>124</i>
<i>III- L'ECART-TYPE REEL</i>	<i>136</i>
<i>IV- EN RESUME</i>	<i>138</i>
<i>V- RESULTATS ET DISCUSSION</i>	<i>139</i>
<i>VI- CONCLUSION</i>	<i>147</i>
<i>VII- BIBLIOGRAPHIE</i>	<i>148</i>
 CONCLUSION	153
<hr/>	
 ANNEXE A: RELATIONS DE HOOKE	157
 ANNEXE B: EQUATION DE GIBBS	159
 ANNEXE C: DETENTE IRREVERSIBLE	161
 ANNEXE D: EQUATION DE RAYLEIGH-PLESSET	163
 ANNEXE E: PROPRIETES DE QUELQUES LIQUIDES	171
 ANNEXE F: EXPRESSION DE E_s	173
 ANNEXE G: LES EQUATIONS D'ETAT INCOMPLETES	175





RESUME:

Ce travail présente une étude théorique des phénomènes prédisruptifs dans les liquides, menant à la formation d'une bulle de gaz. En effet, lorsqu'un liquide diélectrique est soumis à un champ électrique suffisamment intense (quelques MV/cm), on observe expérimentalement les événements dans l'ordre chronologique suivant: déclenchement d'une avalanche électronique suivi de la formation d'un plasma froid avec émission de lumière, puis émission d'une onde de choc et enfin formation d'une cavité gazeuse; cette bulle est observée quelle que soit la pression hydrostatique P_{∞} appliquée sur le liquide, P_{∞} étant inférieure ou supérieure à la pression critique.

La modélisation que nous avons donc développée consiste à remplacer l'avalanche électronique par une énergie électrique injectée W_i . Le bilan d'énergie effectué pour le plasma de volume \mathcal{V}_0 , qui est un système thermodynamique hors équilibre, a permis de mettre en évidence un nouveau terme de transition de phase, différent du terme de chaleur latente de vaporisation. En considérant ensuite une distribution gaussienne de pression et de température dans \mathcal{V}_0 , on en déduit l'expression de toutes les grandeurs caractéristiques du plasma, de l'onde de choc et de la bulle. Le modèle ainsi développé requiert seulement la connaissance des caractéristiques du liquide, de l'énergie injectée W_i et du volume \mathcal{V}_0 .

La confrontation du modèle avec les grandeurs observables dans les expériences de préclaquage électrique et de claquage laser a montré un accord satisfaisant; notamment, on arrive à prévoir le régime dynamique de la bulle (avec ou sans rebonds).

ABSTRACT:

This work is a theoretical study of certain predisruptive phenomena in liquids which lead to the formation of a gas bubble. The series of events experimentally observed to occur when a dielectric liquid is stressed by enough electric field (some kV/cm) is as follows: an electron avalanche occurs in the liquid with the consequent formation of a cold plasma. This plasma emits light. A shock wave is then seen to form and propagate outwards with a gaseous cavity growing in its wake. This bubble appears for all values of the applied hydrostatic pressure P_{∞} , including those above the critical pressure.

In the model developed here the electron avalanche is replaced by the equivalent electrical energy injected into the system, W_i . Close examination of this non-equilibrium thermodynamic system has led to the formulation of a new phase transition term separate from the usual latent heat of vaporisation. Assuming Gaussian distributions for both temperature and pressure within the plasma volume \mathcal{V}_0 , expressions are extracted for all the characteristic parameters of the plasma, the shock wave and the bubble. The model only requires information on the nature of the liquid, the injected energy and the plasma volume.

Comparison of the model results with observed values taken from both electrical prebreakdown and laser breakdown experiments shows good agreement. In particular, the dynamic regime of the bubble can be predicted, i.e. with or without rebounds.

MOTS-CLES:

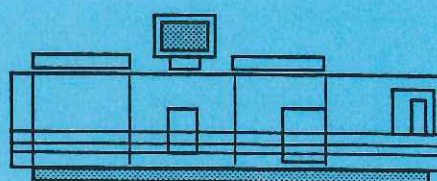
Liquides
Cavitation
Transfert d'énergie

Préclaquage
Claquage laser
Compressibilité

Onde de choc
Transition de phase



Grenoble, juin 1998



Imprimé sur "Xerox 5090",
au Service Reprographie du CNRS de Grenoble.

