



HAL
open science

Milieus granulaires à composition réaliste - Rhéologie et structure interne

Emilien Azéma

► **To cite this version:**

Emilien Azéma. Milieus granulaires à composition réaliste - Rhéologie et structure interne. Mécanique des matériaux [physics.class-ph]. Université de Montpellier, 2016. tel-01633520

HAL Id: tel-01633520

<https://hal.science/tel-01633520>

Submitted on 13 Nov 2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITÉ DE MONTPELLIER

Habilitation à Diriger des Recherches

Milieux granulaires à composition réaliste - Rhéologie et structure interne -

par

Émilien AZÉMA

Spécialité : Mécanique, Génie Mécanique et Génie civil.
Ecole doctorale : Informations, Structures, Systèmes.

Soutenue le 28/10/2016 devant la commission d'examen composée par :

Bernardo CAICEDO	Professeur	Université de Los Andes de Bogotá
Frédéric DONZÉ	Professeur	Université de Grenoble-Alpes
Djimédo KONDO	Professeur	Université Pierre et Marie Curie
Olivier POULIQUEN	Directeur de Recherche CNRS	Université Aix-Marseille
Patrick RICHARD	Directeur de Recherche IFSTTAR	Site de Nantes
Farhang RADJAI	Directeur de Recherche CNRS	Université de Montpellier

Table des matières

Introduction	1
I. Synthèse administrative	1
1. Curriculum Vitae	3
1.1. Situation actuelle, Expériences & Formation	4
1.2. Activités pédagogiques	5
1.2.1. Enseignements	5
1.2.2. Responsabilités	7
1.3. Activités en recherche	9
1.3.1. Production scientifique	10
1.3.2. Encadrement de Masters et de Thèses	10
1.3.3. Responsabilité/participation à de projets	11
1.3.4. Résumé des partenariats académiques	13
2. Références personnelles	15
II. Synthèse Scientifique	21
3. Matériaux Granulaires : cadre général et outils d'analyses	23
3.1. Introduction	24
3.2. Comportement macroscopique	25
3.2.1. Frottement de Coulomb	25
3.2.2. Frottement interne	25

3.2.3.	Etat critique	25
3.2.4.	Régime inertiel	27
3.3.	Micromécanique et changement d'échelle	28
3.3.1.	Connectivité et forces	29
3.3.2.	Représentation harmonique 3D de la microstructure	30
3.3.3.	Origine micro-mécanique de la résistance macroscopique	32
3.4.	Conclusions et problématiques	34
4.	Effet de la forme des particules sur la rhéologie quasi-statique	37
4.1.	Introduction	38
4.1.1.	Génération des formes	39
4.1.2.	Génération des empilements	44
4.2.	Comportement macroscopique	45
4.2.1.	Effet de la forme des grains	46
4.2.2.	Effet de la polydispersité	48
4.3.	Analyse Micromécanique	49
4.3.1.	Particules anguleuses et types de contacts	49
4.3.2.	Particules allongées/aplaties et ordre nématique	51
4.3.3.	Particules non-convexes et enchevêtrement	56
4.3.4.	Polydispersité et transition géométrique	59
4.4.	Paramètre générique de forme	60
4.4.1.	Critère d'éloignement par rapport à la sphere	61
4.4.2.	Forme et frottement de roulement	62
4.5.	Conclusions	64
5.	Matériaux granulaires fragmentables	67
5.1.	Introduction	68
5.2.	Méthode de Séparation Cellulaire (SCM)	69
5.2.1.	Essai oedométrique et confrontation expérimentale	71
5.2.2.	Enrichissements nécessaires	73
5.3.	Méthode de Cellules Collées (BCM)	74
5.3.1.	Essais Brésiliens	75
5.4.	Essais bi-axiaux et retour sur la rhéologie en quasi-statique...	76
5.4.1.	Comportement macroscopique	77
5.4.2.	Analyse micro-structurale	77
5.5.	Conclusions	81
6.	Conclusion	85
	Perspectives en recherches	100
	Annexes : sélection de 5 articles	100
	Bibliographie	141

Avant Propos

« **D**E très grandes quantités de matériaux granulaires sont utilisées par l’Homme au quotidien : fabrication du béton, matériaux de construction (remblais, voie de chemin de fer), les sols, produits agro-alimentaires (blé, maïs, riz . . .), les poudres métalliques, etc De plus, les matériaux granulaires présentent des comportements complexes inhérents à leur nature divisée. On peut citer par exemple les phénomènes de ségrégations granulaires, d’avalanches, de jamming, de formations de voûtes... L’importance de la matière en grains dans notre vie quotidienne, et les propriétés souvent surprenantes qui y sont associées, expliquent l’abondante littérature qui s’y rapporte et l’intérêt de communautés scientifiques diverses : mécanique et génie civil, physique, géosciences, génie des procédés, agrosociences... permettant ainsi, de nombreuses voies d’investigations telles que l’expérimentation physique, une large variété d’approches théoriques et les simulations numériques permettent aujourd’hui d’aborder la complexité de ces matériaux.

Dans tous les domaines où la matière granulaire est prédominante, l’innovation technologique a été pendant longtemps soutenue par une approche semi-empirique. Or, suite à la dégradation dramatique des ressources naturelles et l’urbanisation accélérée, les communautés scientifiques sont confrontées à de nouveaux défis en termes de développement durable. Ces défis nécessitent de considérer des approches nouvelles basées sur une meilleure compréhension des mécanismes physiques à l’échelle des grains et des interactions entre eux. Dans ce contexte, mes travaux de recherches s’inscrivent plus profondément dans le cadre de la micro-mécanique des matériaux granulaires en écoulement dense ou quasi-statique, à complexité croissante (formes complexes des particules, granulométrie étalée, cohésion entre les particules, particules sécables). Les recherches menées s’appuient sur des concepts et outils d’analyses empruntés à la mécanique des milieux continus et à la physique statistique et sur des simulations numériques “réalistes” en éléments discrets. Comme cela sera montré, en application aux divers matériaux et/ou procédés dans un contexte industriels (ballast avec la SNCF, poudres frittées avec le CEA, les minerais avec Arcelor-Mittal, sols argileux de Colombie), il a été obtenu des modèles de comportement représentatifs conduisant à des recommandations claires et précises à la fois sur le matériau et le procédé en vue d’optimisation.

Ainsi, dans ce mémoire je présente mes activités de recherches et les différents travaux qui s’y rapportent. Ces travaux ont été réalisés en grande partie au sein de l’équipe “Physique et Mécanique des Milieux Granulaires (PMMG)” puis “Physique et Mécanique des Milieux Divisés (PMMD)” du Laboratoire de Mécanique et Génie Civil (LMGC) de l’Université de Montpellier. Mes travaux ont été menés essentiellement en collaboration avec Farhang Radjaï du LMG, mais également avec Jean-Noël Roux du laboratoire Ifsttar et Nicolas Estrada de l’Université de Los Andes de Bogotá. Une partie de mes travaux s’appuie également sur les thèses de Mauricio Botom, Duc-hanh Nguyen et David Cantor. Ces thèses ont été co-encadrées avec Farhang Radjaï et, Nicolas Estrada pour la première, Philippe Sornay (CEA) pour les deux autres.

Comme le veut la coutume, ce mémoire est décomposé en deux parties : une partie synthèse administrative et une partie scientifique. Dans la synthèse administrative, je présente mon par-

cours personnel, un bilan de mon activité scientifique et pédagogique, ainsi qu'un résumé de mes responsabilités administratives et/ou collectives dans chacune de mes deux activités.

La partie synthèse scientifique est quant à elle composée de plusieurs chapitres. Après avoir rappelé le cadre général de mes travaux sur la rhéologie des matériaux granulaires, je présente dans les chapitres suivants ce que j'entends par "Matériaux à composition réaliste". Dans le chapitre 4 nous nous focaliserons sur l'effet de la forme des particules sur la réponse macroscopique et surtout sur la texture granulaire, la transmission des efforts et les origines de la résistance. Des paramètres de forme suffisamment représentatifs et définis à partir de variables simples et continues, seront introduits et permettront d'analyser de manière *systématiques* et *quantitatives* les effets induits par l'angularité, la non-convexité, l'allongement, l'aplatissement et la polydispersité de tailles et de forme des particules sur la rhéologie quasi-statique de grands systèmes granulaires.

Dans le chapitre 5, à ce "réalisme" nous ajouterons la possibilité de fragmenter numériquement les particules lors de la déformation. Dans le cadre de la Dynamique des Contacts, je présenterais deux méthodes, celle dite de "Séparation Cellulaire (SCM)" et celle dite des "Cellules Collées (BCM)". Dans la première, les grains se séparent en deux grains suivant une ligne passant par le centre de la particule en fonction d'un critère de rupture. Numériquement cela se traduit par l'ajout progressif de grains dans la simulation. Dans la deuxième méthode, chaque particule est modélisée comme un agrégat de cellules rigides dont les côtés communs sont des joints collés par une loi cohésive irréversible et frictionnelle. Ces deux méthodes assurent à la fois la conservation du volume pendant la fragmentation des particules et un traitement rigoureux des contraintes unilatérales au niveau des contacts et des contacts intercellulaires pour la deuxième méthode. Ces deux approches nouvelles seront appliquées pour simuler et étudier la rhéologie lors de la compaction uniaxial et bi-axial d'un grand nombre de particules.

Enfin, les principales avancées des travaux menés seront présentées dans un chapitre de conclusions, ainsi qu'un programme de recherche détaillé sur les développements à poursuivre pour appréhender encore plus finement le comportement des matériaux granulaires à composition réaliste.

Première partie .
Synthèse administrative

CHAPITRE 1

Curriculum Vitae

Sommaire

1.1. Situation actuelle, Expériences & Formation	4
1.2. Activités pédagogiques	5
1.2.1. Enseignements	5
1.2.2. Responsabilités	7
1.3. Activités en recherche	9
1.3.1. Production scientifique	10
1.3.2. Encadrement de Masters et de Thèses	10
1.3.3. Responsabilité/participation à de projets	11
1.3.4. Résumé des partenariats académiques	13

1.1. Situation actuelle, Expériences & Formation

Emilien AZÉMA

Né le 03 Aout 1980 en Arles (Bouches-du-Rhone)

Maître de Conférence à l'Université de Montpellier, depuis le 1er Septembre 2008

Enseignement : Faculté des Sciences, Département de Mécanique.

Recherche : Laboratoire de Mécanique et Génie Civil (LMGC), UMR CNRS 5508

Adresse : LMGc, Cc 048.

Université de Montpellier 163 rue Auguste Broussonnet
34090 Montpellier, France.

Tel : (+33) 04-67-14-97-11,

email : emilien.azema@umontpellier.fr

Expériences & Formation

2015-2016 : Délégation CNRS. Lecturer au Department of Mechanics and Engineering de l'Université de Chiangmai (Thaïlande).

Titre : Mélange granulaire, ségrégation de forme et rhéologie. En collaboration avec I. Preechawuttipong.

Juin 2008-Sept. 2008 : Stage post-doctoral de 3 mois au Departamento de Ingeniera Civil y Ambiental de l'Université de Los Andes de Bogotà (Colombie).

Titre : Description et simulation de coulées de sols dérivés de cendres volcaniques dans la périphérie de Manizales (projet Ecos-Nord).

Supervisé par A. Lizcano (Los Andes), A. Taboada (Géosciences Montpellier) et en collaboration avec N. Estrada (Los Andes).

2007-2008 : Stage Post-Doctoral au Laboratoire Central des Ponts et Chaussées (*ex LCPC*, renommé *IFSTTAR*).

Titre : Modélisation numérique d'écoulements de grains polyédriques sur plan incliné.

Supervisé par Y. Descantes, N. Roquet, F. Chevoir et J.-N. Roux.

2004-2007 : Doctorat de Mécanique, Université Montpellier 2, effectué au LMGc.

Titre : Étude numérique de milieux granulaires à grains polyédriques : rhéologie quasi-statique, dynamique vibratoire et application au bourrage du ballast.

Encadrée par F. Radjaï, R. Peyroux et G. Saussine.

Soutenue le 19 Octobre 2007 à l'UM2 (Université ne délivrant plus de mention).

2003-2004 : DEA spécialité Mécanique des Matériaux et des Milieux Complexes, des Structures et des Systèmes, Université Montpellier 2, effectué au LMGc.

Titre : Caractérisation expérimentale et numérique du ballast.

Encadrée par R. Peyroux et G. Saussine.

2001-2003 : Licence et Maitrise de Mathématique (option mécanique). Université Montpellier 2

2001-2003 : DEUG Mathématique et Informatique Appliqués au Sciences. Université Montpellier 2.

1.2. Activités pédagogiques

Les activités qui seront présentées ne retracent que les enseignements effectués depuis mon recrutement à l'université Montpellier 2 en septembre 2008 (Université de Montpellier depuis la fusion des universités en 2015). Les enseignements dispensés durant ma thèse, sous forme de vacations à l'IUT de Nîmes et à la Faculté de Sciences de Montpellier, sont anecdotiques et ne seront pas développés. Ainsi, en tant que Maître de Conférence, les activités pédagogiques représentent une part non-négligeable de mon activité aussi bien en terme d'enseignement effectif (présence devant les étudiants), administratifs, montage et gestion de formations.

1.2.1. Enseignements

Master de Mécanique

- *Milieux divisés et méthodes numériques en M2 (depuis 2015)* : Ce cours est divisé en 3 parties : 1) Physique et Mécanique des milieux granulaires, 2) Introduction à la méthode des éléments discrets et 3) Optimisation numérique et algorithmique. J'interviens sur la première partie et aborde les thèmes suivants : le solide granulaire, comportement quasi-statique, écoulement rapide, micromécanique, transmission des efforts, texture granulaire, anisotropies pour un total de 17h de cours. La partie que j'enseigne est extraite d'un cours bien plus général sur la Physique et la Mécanique des Milieux Granulaires que j'ai eu l'opportunité d'enseigner à plusieurs reprises dans des cours d'été à l'étranger (voir plus bas).
- *Vibrations en M1 (depuis 2009)* : Il s'agit d'un enseignement mutualisé entre la Faculté des Sciences et Polytech'Montpellier. On y aborde les vibrations des systèmes discrets (Modélisation par un système à 1 ou 2 degrés de liberté. Vibrations libres, forcées, avec amortissement. Phénomène de résonance. Systèmes à n degrés de liberté ; modes propres) et les vibrations longitudinales et transversales dans les poutres élastiques (Vibrations libres et vibrations forcées. Modes normaux). Je m'occupe des 24h d'enseignements de Travaux Dirigés.
- *Fluide et transferts thermiques en M1 (depuis 2009)* : Description des fluides incompressibles. Etude de cas classique et applications. Introduction au transfert de chaleur conducteur et convectif en régime stationnaire et transitoire. Je m'occupe des 30h d'enseignements de Travaux Dirigés.

- *Modélisation en éléments finis en MI (depuis 2009)* : Appréhender et connaître les fondements théoriques de la méthode aux éléments finis dans le cas de l'élasticité linéaire. Maîtriser les grands principes de la modélisation par éléments finis en élasticité linéaire et justifier les choix de modélisation réalisés (type d'éléments, conditions limites, modèles de matériau, critères), appliquer une méthodologie de modélisation rigoureuse à un problème concret donné à partir d'un cahier des charges, réaliser une analyse par éléments finis à l'aide d'un logiciel et rédiger un rapport d'étude complet. Je m'occupe des 30h d'enseignements de Travaux Pratiques.

Licence de Mécanique

- *CAO et simulation des systèmes mécaniques (de 2008 à 2010)* : Cette UE permet d'acquérir des compétences dans le domaine de la conception assistée par ordinateur et de la simulation de mécanisme. Concernant la CAO, les aspects mode pièce (conception 3D d'une pièce mécanique), mode assemblage (conception d'un mécanisme), mise en plan de pièces ou de dessins d'ensemble sont abordés. J'étais en charge de 60h d'enseignements de Travaux Pratiques.
- *Dynamique du solide en L2 (de 2009 à 2015)* : On y aborde la cinématique et dynamique du point matériel (rappel), le Principe Fondamental de la Dynamique pour un système matériel, la cinétique et géométrie des masses et les oscillateurs élémentaires et systèmes oscillants à 1 degré de liberté. J'étais en charge de 25h d'enseignements de Travaux Dirigés et de 6h de Travaux Pratiques.
- *Cinématique et statique du solide en L1 (de 2008 à 2010)* : On y aborde la cinématique du solide parfait (paramétrage, composition des mouvements, mouvements plan sur plan), le principe fondamental de la statique (torseurs des efforts extérieurs et des efforts de liaison). J'étais en charge de 25h d'enseignements de Travaux Dirigés.
- *Modélisation et conception des systèmes mécaniques en L1 (de 2008 à 2012)* : On y aborde les liaisons mécaniques, schéma cinématique, l'équilibre et déformée des barres et poutres, la notion d'efforts intérieurs et les assemblages de barres élastiques (treillis). J'étais en charge de 40h d'enseignements de Travaux Dirigés.

A l'international

- *Physique et Mécanique des Milieux Granulaires, Niveau Master* :

Dans ce cours j'introduis les concepts généraux relatifs à la physique et à la mécanique des milieux granulaires, dans son état statique, quasi-statique et dynamique. Nous discutons de la nature multi-échelle de ces matériaux, depuis les interactions au contact entre particules, jusqu'au comportement de la structure en passant par celui d'un volume représentatif (VER). Nous présentons les différents outils statistiques d'analyse ainsi que les modèles de changement d'échelle, d'analyse dimensionnelle, des techniques de moyennages, les concepts d'anisotropie et de transmission de forces. L'influence des propriétés des particules sur la microstructure et le comportement macroscopique est aussi discuté. La partie finale du cours est un atelier

numérique avec un code de simulations de milieux discrets. Les étudiants doivent prendre en main le code de calcul afin de réaliser une étude systématique (simple) et présenter les résultats et analyse sous forme d'un petit séminaire. Ce cours est fortement inspiré du livre édité par B. Andreotti, Y. Forterre et O. Pouliquen [3].

Ce cours a été enseigné dans le cadre des "Modules Libres (Free Elective)" du Master de Mécanique et Génie Civil de l'Université de Los Andes (Bogotá, Colombie) en été 2015¹, et du Master de Mécanique de l'Université de Chiangmai (Thaïlande) durant le second semestre 2016.

Ce cours est également inclus dans le "Master délocalisé/double-diplôme" que j'ai mis en place entre le département de mécanique de la Faculté des Sciences de l'Université de Montpellier et le département de mécanique de la Faculté d'Engineering de l'Université de Chiangmai (voir plus bas).

1.2.2. Responsabilités

Dans cette section je décris tour-à-tour et de manière succincte les responsabilités pédagogiques que j'occupais, ou que j'ai occupées, aussi bien sur de la gestion ponctuelle de module d'enseignement, que sur la gestion/création de formations

Master de Mécanique délocalisé & double diplôme "Master of Engineering" avec l'Université de Chiangmai

Dans le cadre d'une collaboration avec la Faculté d'Engineering de l'Université de Chiangmai (CMU-Thaïlande), par l'intermédiaire du Pr Itthichai Preechawuttipong, et après de longues itérations, nous nous sommes lancé dans la création d'un *Master Délocalisé Double Diplômant* :

- La notion de "Master Délocalisé" ce réfère au fait que les étudiants Thaïlandais suivent à CMU la totalité du cursus de master proposé par la Faculté des Sciences de Montpellier. Ils ont également la possibilité de faire une partie de leur stage de Master en France.
- La notion de "Double Diplôme" ce réfère au fait que les étudiants, Thaïlandais et Français, qui sont inscrits dans les deux établissements obtiennent les deux diplômes, à savoir le diplôme de Master de Mécanique de l'Université de Montpellier, et le diplôme de Master of Engineering de l'Université de Chiangmai. Les étudiants Français doivent alors passer au moins 1 semestre à CMU.

En pratique il a fallu harmoniser nos deux systèmes puisque le système Thaïlandais est un système anglo-saxon articulé en un Bachelor de 4 ans et un Master de 2 ans. A la fin de leur Bachelor les étudiants Thaïlandais possèdent plus de crédits que les étudiants Français 147

1. <https://ingenieria.uniandes.edu.co/escuelaverano/index.php/cursos2014/civil-y-ambiental/22-escuela-de-verano-2015/cursos/150-physics-and-mechanics-of-granular-media>

crédits² contre 108 crédits pour les étudiants Français. En revanche, leur Master, bien que ce faisant sur 2 ans représente un total de 36 crédits contre 72 dans le système Français d'une part, et d'autre part le stage de recherche est mené sur une seule période de (au moins) 8 mois contre deux périodes de (au moins) 4 mois chacune dans le système Français.

Ainsi, en s'appuyant sur la parcours "Modélisation et Simulations en Mécaniques (MSM)", du département de mécanique, la solution qui a été retenue et formalisée dans un accord MoA (ie *Memorandum of Agreement*) est la suivante³ :

1. Les deux universités reconnaissent un certain nombre de crédits comme équivalent. Les crédits réussis seront automatiquement transférés vers l'université partenaire. En outre, l'Université de Montpellier reconnaît un certain nombre de crédits obtenus dans le Bachelor de CMU.
2. Cinq cours seront réalisés à CMU par des enseignant-chercheurs/chercheurs du LMGC. Les cours identifiés sont : "Milieux Granulaires", "Vibrations et Méthodes Variationnelles", "Matériaux Standards Généralisés", "Bio-mécanique et Mécanique du Bois", "Modélisation Mathématiques en Mécaniques".
3. Les étudiants Français doivent passer au minimum 2 cours (6 crédits) et faire (au moins) un des deux stages à CMU.

Les objectifs de ce "Master Délocalisé Double Diplômant" sont multiples. Du côté Français il nous permet de développer une offre de formation attractive au travers d'un diplôme Asiatique, offrir plus d'opportunités aux étudiants (emploi, poursuites d'études à l'étranger, mobilités, ...) et surtout proposer aux étudiants Français un grade de Master of Engineering.

Du côté Asiatique, la délocalisation permet aussi aux étudiants d'accéder à un diplôme reconnu internationalement, à moindre coût, tout en bénéficiant de l'expertise et de la qualité d'enseignements faits au sein de l'Université de Montpellier. De plus, il n'est pas inutile de mentionner que les cours qui seront dispensés à CMU sont des cours portés par les équipes de recherches du LMGC. Cela devrait permettre aux étudiants de continuer en doctorat, en collaboration avec le LMGC, de développer des partenariats internationaux et favoriser la mobilité étudiantes/chercheurs.

Ce Master Délocalisé Double Diplômant, qui débutera dès Septembre 2016, est "viable" à partir de 5 étudiants Thaïlandais et 1 étudiant Français.

Cursus de Master en Ingénierie (CMI)

Le Cursus de Master en Ingénierie (CMI) est une labellisation attribuée par le réseau FIGURE (Formation à l'InGénierie par des Universités de Recherche) regroupant une vingtaine d'universités et qui fait suite à une formation en cinq ans, sélective et renforcée. Cette formation correspondant au modèle international de "Master of Engineering" (voir plus haut), se différencie d'un master classique grâce aux cours ajoutés lors des 5 ans de formation.

2. 3 crédits = 5 ECTS

3. Plus d'infos : http://www.meca.univ-montp2.fr/formations-et-debouches/international_program/

La Faculté des Sciences soutient 6 CMI : Physique, Chimie, Bio-technologies, Mécanique, Informatique et Electronique. Le parcours CMI du département de mécanique a été créé et porté par Hervé Louche en 2011 et s'appuie sur le parcours Modélisation et Simulations en Mécanique (MSM) du département. La promotion 2015-2016 comporte 3 étudiants en L1, 2 étudiants en L2, L3 et M1.

J'ai repris la responsabilité de cette formation dès 2015. Une telle responsabilité ce traduit dans les faits par :

- Expertise des dossiers des étudiants souhaitant intégrer la formation. Comme nous l'avons vu plus haut les effectifs sont faibles, mais le nombre de demande est inversement proportionnel. Pour la rentrée 2015, 35 dossiers ont été expertisés et seulement 2 ont été acceptés.
- Correspondant des étudiants du parcours CMI et lien avec l'administration.
- Participation mensuelle aux réunions du Comité de Pilotage (CoPil) qui regroupe tout les responsables de parcours.
- Participation et rédaction de rapport en vue des évaluations par le Réseau FIGURE.

Autres responsabilités

- *Correspondant Relation International du département de mécanique :*
Expertises des dossiers d'étudiant entrant/sortant pour les différents programmes d'échanges tels que : Erasmus (Europe), Babel (Amérique du Sud), Emerge (Pays de l'Est)... Au total environ 30 dossiers/an à expertiser.
- *Participation à des jurys de Master :*
Environ 10 jurys/an.
- *Responsabilité de module d'enseignement :*
Il s'agit de gérer les emplois du temps, de s'assurer de la bonne réservation des salles, d'organisation les examens, et transmettre les notes à l'administration.
 - Milieux divisés et méthodes numériques.
 - (de 2008 à 2010) CAO et simulation des systèmes mécaniques (Environ 30 étudiants/an)
- *Organisation des TP du module conception des systèmes mécaniques (de 2008 à 2012) :*
Recherche d'enseignant, gestion de l'emploi du temps et reservation des salles pour environ 150 étudiants/an, soit environ 10 groupes.

1.3. Activités en recherche

Dans ce qui suit, je présente un bilan quantitatif de mes activités, en termes de production scientifique, encadrement et collaborations nouées au fil du temps.

1.3.1. Production scientifique

La liste détaillée de mes publications est donnée au Chapitre 2. Je ne présente ici qu'un récapitulatif quantitatif :

- 25 articles parus dans des revues de rang A
- 5 chapitres de livres
- 23 conférences internationales
- 22 conférences nationales, workshop ou séminaires sans actes.
- H-index : 12 (ISI), 15 (Google Scholar)

1.3.2. Encadrement de Masters et de Thèses

Master Recherche

- *Teechalit Binaree (2016)* : Mélange granulaire par forme des particules. Stage réalisé dans le cadre d'une collaboration internationale avec l'Université Chiang mai, co-encadré avec Itthichaï Preechawuttipong.
- *David Cantor (2013)* : Fracturation numérique des matériaux granulaires. Stage réalisé dans le cadre d'une collaboration internationale avec l'Université de Los Andes de Bogotà (Colombie), encadré avec Nicolas Estrada et financée par le projet Ecos Nord N° C12PU01 (voir plus bas). Un article a été publié (A2).
- *Robert Temgoua (2011)* : Variabilité phénotypique des systèmes racinaires : Influence des interactions sol/racines. Stage financé par le Cirad (Centre International sur la Recherche Agronomique pour le Développement). Stage encadré avec Farhang Radjaï et Thierry Fourcaud.
- *Ana-Paulina Aguilar (2010)* : Simulation numérique de sols dérivés de cendres volcaniques. Stage réalisé dans le cadre d'une collaboration internationale avec l'Université de Los Andes de Bogotà (Colombie), encadré avec Nicolas Estrada et financée par le projet Ecos Nord N° C08U01 (voir plus bas).

Thèse

- *David Cantor (Thèse en cours, débutée en 2014)* : Modélisation tri-dimensionnelle de la fracturation des milieux granulaires. Financement CEA.
Encadrement : Farhang Radjaï (Directeur), Emilien Azéma (co-encadrant), Philippe Sornay (Industriel). Publication associées : (As1)
- *Duc-Han Nguyen (2011-2014)* : Microstructure et comportement mécanique des milieux granulaires polydisperses fragmentables. Financement CEA.
Encadrement : Farhang Radjaï (Directeur), Emilien Azéma (co-encadrant), Philippe Sornay (Industriel). Publications associées : (A3),(A4),(A7),(As2).

- *Nicolas Berger (2011-2014)* : Ecoulements des milieux granulaires cohésifs : modélisation, rhéologie, structure, agrégation.
Encadrement : Farhang Radjaï (Directeur), Emilien Azéma (co-encadrant), Jean-François Douce (Industriel). La thèse n'a malheureusement pas pu être soutenue. Un rapport de synthèse à toute fois été rendu. Publication associée : (A1).
- *Mauricio Boton (2008-2012)* : Micromechanics of clay-fluid systems. Thèse de l'Université de Los Andes de Bogotà (Colombie).
Encadrement : Arcesio Lizcano (Directeur Colombien), Farhang Radjai (Directeur Français), Nicolas Estrada (co-encadrant Colombien), Emilien Azéma (co-encadrant Français). Publications associées : (A6) (A11).

Contribution ponctuelle sur des thèses

- *Baptise Saint-Cyr (2008-2011)* : Modélisation des matériaux granulaires cohésifs à particules non-convexes : application à la compaction des poudres d'UO₂. Financement CEA
Encadrement : Farhang Radjai (Directeur), Jean-Yves Delenne (co-encadrant) et Philippe Sornay (Industriel). Ma contribution porte sur l'apport de la modélisation 3D. Publications associées : (A10)
- *Vincent Visseq (2009-2012)* : Dialogue discret-continu en dynamique granulaire via une décomposition de domaine espace-temps.
Encadrement : Pierre Alart (Directeur) et David Dureisseix (co-directeur). Ma contribution porte sur l'analyse physique. Publications associées (A17).

1.3.3. Responsabilité/participation à de projets

Projets académiques internationaux

- *Projet PANACEA (2014)* : Il s'agit d'un financement accordé par l'université de Montpellier pour promouvoir les collaborations entre la France et la Thaïlande. Dans le cadre de ce "mini" projet, le Pr Ittichai Preechawuttipong de l'université de ChiangMaï est venu au LMGC pour un séjour d'un mois afin de se spécialiser sur les méthodes numériques en élément discrets développées au LMGC. Cela fut aussi l'occasion de poser les bases du Master Délocalisé Double Diplômant entre nos deux départements.
- *Projet Ecos-Nord C12PU01 (2011-2014)* : "Etude numérique et expérimentale des processus granulaires environnementaux" France-Colombie, entre le Departamento de Ingeniera Civil y Ambiental de l'Université de Los Andes de Bogotà et le LMGC de l'Université de Montpellier. Responsables Français : Emilien Azéma & Farhang Radjai, responsable Colombien : Nicolas Estrada. Ce projet finance le séjour de deux chercheurs et/ou étudiants par an sur 3 ans. Publications associées : (A2), (A6), (A12).
- *Participation au Projet Ecos-Nord C08U01 (2006-2009)* : "Description et simulation de coulées de sols dérivés de cendres volcaniques dans la périphérie de Manizales" France-Colombie, entre le Departamento de Ingeniera Civil y Ambiental de l'Université de Los

Andes de Bogotà et laboratoire Géoscience de l'Université Montpellier 2. Responsable Français : Alfredo Taboada, responsable Colombien : Arcesio Lizcano. Publication associée : (A18)

Projets Industriels

Arcelor-Mittal :

- 2016-2018 : Contrat de collaboration MIT/LMGC/Arcelor. Multi-scale approach to the agglomeration process. (2 ans d'études).
- 2011-2014 : Contrat de collaboration. Ecoulements des milieux granulaires cohésifs : modélisation, rhéologie, structure, agrégation (1 thèse).

TOTAL :

- 2015 : Contrat de collaboration. Simulation numérique du compactage de blocs de kérogène par la méthode des éléments discrets (5 mois d'études).

CEA-Cadarache :

- 2014-2017 : Contrat de collaboration. Modélisation tri-dimensionnelle de la fracturation des milieux granulaires (1 thèse)
- 2011-2014 : Contrat de collaboration. Microstructure et comportement mécanique des milieux granulaires polydisperses fragmentables (1 thèse).

SNCF :

- 2004-2007 : Thèse de doctorat co-financée par la SNCF sur la modélisation numérique du procédé de bourrage du ballast.

Participation à des comités de lecture

Je suis sollicité régulièrement en tant que reviewer pour différents journaux : Physical Review Letters, Physical Review E, Granular Matter, International Journal of Solid and Structure, International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics. Ce travail représente entre 3 et 4 reviews par an.

Responsabilité en locale

Depuis 2011 :

Membre élu du Conseil de Laboratoire (CL) du LMGC.

Depuis 2012 :

Membre nommé du Pool d'expert (commission de recrutement et de promotion).

1.3.4. Résumé des partenariats académiques

Le travail collaboratif joue une part importante dans le développement de la recherche. Depuis ma prise de fonction, j'ai eu la chance d'échanger avec différents acteurs académiques provenant de domaines divers et variés, aussi bien nationalement qu'internationalement. Certains échanges se sont réalisés sans cadre formel, d'autres ont pu bénéficier de financement.

A l'international

- Avec l'Université de Los Andes de Bogotà en Colombie

Le premier des partenariats que j'ai noué est avec Nicolas Estrada de l'Université de Los Andes de Bogotà. Cette collaboration a débuté très tôt dès 2006, alors même que je n'étais encore qu'en thèse, avec la rencontre de Nicolas Estrada également en train de préparer son Doctorat à Montpellier au laboratoire de Géoscience. Par l'intermédiaire d'Alfredo Taboada j'ai été impliqué dans un premier projet Ecos-Nord par lequel j'ai pu financer un "mini" stage post-doctoral de 3 mois en Colombie. Suite à ce premier séjour, et grâce à nos recrutements respectifs, nous avons pu continuer cette collaboration autour des milieux granulaires. Depuis maintenant 10 ans, nous nous voyons à Bogotà et à Montpellier, quasiment tout les ans pour des séjours entre 2 et 4 semaines ; parfois "hors cadre" (c'est à dire sur des financements propres de nos laboratoires), soit dans un cadre pré-défini tel que le projet Ecos Nord (2011-2014), le co-encadrement de thèse et le cours d'été.

Ainsi, cette riche collaboration scientifique - mais encore plus Humaine -, a donné lieu au total (et pour le moment) à : 5 articles, 6 conférences internationales, le co-encadrement d'1 thèse et de 2 Masters, et la mise en place d'un cours en commun sur les matériaux granulaires.

- Avec l'Université de Chiangmaï (CMU) en Thaïlande

Les premiers contacts ont été pris dès 2011 avec le Pr Itthichai Preechawuttipong. Les premières visites/rencontres ont été hors cadre sur financements propres. Nous avons déposé dès 2012 un premier projet PHC-Siam à l'ambassade de France en Thaïlande qui n'a malheureusement pas été retenu. En 2014, j'ai obtenu un financement de l'Université de Montpellier (Programme PANACEA) qui a permis de financer un séjour d'un mois au Pr. Itthichai Preechawuttipong. Plus généralement, de part son ouverture sur le monde, ses avancées technologiques, son dynamisme, la Thaïlande souhaite élargir ses collaborations internationales et en particulier avec le sud de l'Europe. De là ont émergé plusieurs idées qui, à ce jour, se sont toutes (ou sont en voies de se) concrétisées(er) :

1. poser les bases du Master Délocalisé Double Diplômant entre nos deux départements.
2. définir le cadre d'un séjour scientifique d'une année que j'ai effectué durant ma délégation CNRS (2015-2016),
3. proposer un projet PHC-SIAM de deux ans sur les "mélanges granulaires" et qui sera déposé en 2016.

Au niveau national

A niveau nationale on peut distinguer plusieurs échelles. Tout d'abord à l'échelle très locale de l'équipe PMMD où je travaille essentiellement avec Farhang Radjaï au travers de co-encadrements de thèse, collaboration de projets, ou sur des sujets n'ayant pas de cadre particulier si ce n'est juste la passion pour les milieux granulaires. Egalement avec les membres de l'équipe PMMD et en particulier de manière ponctuelle avec Mathieu Renouf au travers du contrat industriel TOTAL sur la compaction numérique des blocs de Kérogène, ou sur le cours de Milieux Divisés dispensé en Master 2. Egalement avec Frédéric Dubois au travers de la plateforme numérique LMGC90. Bien évidemment, d'un point de vue enseignement j'interagis beaucoup avec d'autres membres du LMGC faisant parti aussi du Département de Mécanique. A l'échelle de l'Université de Montpellier, je collabore essentiellement avec Alfredo Taboada du laboratoire Géoscience en particulier au travers aussi de la collaboration avec l'Université de Los Andes (A18). A l'échelle nationale mon principal collaborateur est Jean-Noel Roux avec qui nous travaillons sur les écoulements granulaires polyédriques et/ou non-frottant (A13)(A5).

Plus généralement, je participe aussi à quelques groupes de recherches tels que :

Depuis 2010 : Membre du réseau MiDi, réseau créé par F. Radjaï et regroupant des chercheurs de divers laboratoires Montpelliérains traitant de "matière divisée" (www.reseau-midi.org).

Depuis 2008 : Membre du Gdr MeGe (3176), "Couplage Multi-physiques et Multi-échelles en mécanique géo-environnementale".

2006 - 2010 : Membre du groupe CéGéo (Changement d'échelle dans les géo-matériaux), sur un financement de type PPF regroupant les laboratoires 3SR (Université Grenoble), LTDS (Ecole Centrale Lyon) et le LMGC. Un article commun a été publié (A14).

Références personnelles

Articles de rang A

— Articles soumis —

- (As1) D. Cantor, E. Azéma, P. Sornay and F. Radjai, “ Three-dimensional bonded-cell model for grain fragmentation”, Soumis à *Computational Particle Mechanics* (2016)
- (As2) D.-H. Nguyen, E. Azéma, F. Radjai and P. Sornay, “ Rheology of granular materials composed of crushable particles”, Soumis à *Physical Review E* (2016)

— Articles Publiés —

- (A1) N. Berger, E. Azéma, J.-F. Douce and F. Radjai, “ Scaling behavior of cohesive granular flow”, *Europhysics Letters* 112 (2015) 64004
- (A2) D. Cantor, N. Estrada and E. Azéma, “Split-Cell method for particle fragmentation”, *Computers and Geomechanics* 67 (2015).
- (A3) D.-H. Nguyen, E. Azéma, F. Radjai and P. Sornay, “Effects of shape/size polydispersity on strength properties of granular materials”, Soumis à *Phys. Rev. E* 91, 022203 (2015).
- (A4) D.-H. Nguyen, E. Azéma, F. Radjai and P. Sornay, “Bonded-cell model for particle fracture”, *Phys. Rev. E*, 91, 022203 (2015).
- (A5) E. Azéma, and F. Radjai and J.-N Roux, “ Internal friction and absence of dilatancy of packings of frictionless polygons”, *Phys. Rev. E* 91, 010202(R) (2015).
- (A6) M. Botom, N. Estrada, E. Azéma, and F. Radjai, “Spontaneous particle alignment and clustering in sheared granular materials composed of platy particles”, *Eur. Phys. J. E.* , 37, 116 (2014).

- (A7) D.-H. Nguyen, E. Azéma, F. Radjai and P. Sornay, “Effect of size polydispersity vs. particle shape in dense granular media”, *Phys. Rev. E*, **90**, 122002 (2014).
- (A8) E. Azéma and F. Radjai, “Internal structure of inertial granular flows”, *Phys. Rev. Letters*, **112**, 078001, (2014).
- (A9) Azéma, F. Radjai and F. Dubois, “Packings of irregular polyhedral particles : strength, structure and effects of angularity”, *Phys. Rev. E*, **87**, 062203 (2013).
- (A10) E. Azéma, F. Radjai, B. Saint-cyr, J.-Y. Delenne and P. Sornay “Rheology of 3D packings of aggregates : microstructure and effects of nonconvexity”, *Phys. Rev. E*, **87**, 052205 (2013)
- (A11) M. Botom, E. Azéma, N. Estrada, F. Radjai and A. Lizcano, “ Quasi-static rheology of granular packings composed of platy clay-like particles”, *Phys. Rev. E*, **87**, 032206 (2013).
- (A12) E. Azéma, N. Estrada, F. Radjai, “Nonlinear effects of particle shape angularity in sheared granular media”, *Phys. Rev. E*, **86**, 041301 (2012).
- (A13) E. Azéma, Y. Descantes, N. Roquet, J.-N Roux and F. Chevoir, “Discrete simulation of dense flows of polyhedral grains down an inclined plan”, *Phys. Rev. E*, **86**, 031303 (2012).
- (A14) CEGEO, B. Saint-Cyr, K. Szarf, C. Voivret, E. Azéma, V. Richefeu, J.-Y. Delenne, G. Combe, C. Nouguier, P. Villard, P. Sornay, M. Chaze, R. Radjaï, “Particle shape dependence in granular media” - CEGEO-shape Group, *Eur. Phys. Letter*, **98**, 44008, (2012).
- (A15) F. Radjai, J.-Y. Delenne, E. Azéma and S. Roux, “ Fabric evolution and accessible geometrical states in granular materials”, *Granular Matter*, (2012), DOI 10.1007/s10035-012-0321-8.
- (A16) E. Azéma, F. Radjaï, “ Force chains and contact network topology in sheread packings of elongated particles”, *Phys. Rev. E*, **85**, 031303 (2012).
- (A17) V. Visseq, A. Martin, D. Iceta, E. Azéma, D. Dureissex and P. Alart, “ Dense granular dynamics analysis by a domain decomposition approach”, *Computational Mechanics*, (2012), doi : 10.1007/s00466-012-0699-5.
- (A18) N. Estrada, E. Azéma, F. Radjaï, A. Taboada, “Identification of rolling resistance as shape parameters in granular systems”, *Phys. Rev. E*, **84**, 011306 (2011).
- (A19) E. Azéma, F. Radjaï, “ Stress-strain behavior and geometrical properties of packings of elongated particles”, *Phys. Rev. E*, **81**, 051304 (2010).
- (A20) E. Azéma, F. Radjaï, G. Saussine, “ Quasistatic rheology, force transmission and fabric properties of a packing of irregular polyhedral particles”, *Mechanics of Materials*, **41**, 729-741, (2009).
- (A21) V. Richefeu, S. El Youssoufi, E. Azéma, F. Radjaï, “ Force distribution in wet and dry powder”, *Powder Technology*, **190**, 258-263 (2009).

- (A22) F. Radjai, E. Azéma, “Shear strength of granular materials”, *Eur. Journal of Civil Engineering*, **13**, N02/2009, 203-218.
- (A23) E. Azéma, F. Radjai, R. Peyroux, V. Richefeu, G. Saussine, “ Short-time dynamics of confined packing of polyhedral grains under horizontal vibrations”, *Eur. Phys. J. E.* , **26**, 327-335 (2008).
- (A24) E. Azéma, F. Radjai, R. Peyroux, G. Saussine, “ Force transmission in a packing of pentagonal particles”, *Phys. Rev. E*, **76**, 011301 (2007).
- (A25) E. Azéma, F. Radjai, R. Peyroux, F. Dubois, G. Saussine, “ Vibrational dynamics of confined granular materials”, *Phys. Rev. E*, **74**, 031302 (2006).

Chapitre de livres

- (BC1) D. Nguyen, E. Azéma, F. Radjai and P. Sornay, “Evolution of particle size distributions in crushable granular media”, pp. 275-280, in *Geomechanics from Micro to Macro*, Edité par Soga et al., 2015 Taylor & Francis Group, London, ISBN 978-1-138-02707-7.
- (BC2) D. Nguyen, E. Azéma, F. Radjai and P. Sornay, “Numerical Modeling of Particle Breaking Process in Granular Materials : Compaction and Evolution of Size Distribution”, pp. 161-167, in *Advances in bifurcation and degradation in geomaterials* (Springer, Dordrecht), édité par K ;-T. Chau and J. Zhao, ISBN 978-3-319-13506-9.
- (BC3) E. Azéma and F. Radjai, “Dense Granular Flows : Structure and Microscopic Origins of Internal Friction”, pp. 347-353, in *Advances in bifurcation and degradation in geomaterials* (Springer, Dordrecht), édité par K ;-T. Chau and J. Zhao, ISBN 978-3-319-13506-9.
- (BC4) E. Azéma et F. Radjai (2011), “Microscopic origins of shear strength in packings composed of elongated particle”, pp. 21-29, in *Advances in bifurcation and degradation in geomaterials* (Springer, Dordrecht), édité par S. Bonelli, C. dascalu et F. Nicot, ISBN 978-94-007-1420-5.
- (BC5) F. Radjai, V. Topin, V. Richefeu, C. Voivret, J.-Y. Delenne, E. Azéma et S. El Yousouf (2010), “Force Transmission in Cohesive Granular Media”, pp. 240-260, in *Mathematical Modeling and Physical Instances of granular Flows* (AIP, Melville), édité par J. D. Goddard, J. T. Jenkins et P. Giovine, ISBN 978-0-7354-0772-5.

Conferences Internationales

- (Ci1) D. Cantor, E. Azéma, P. Sornay, and F. Radjai. Three-dimensional contact dynamics model for crushable grains. *Particles 2015*, Barcelone.
- (Ci2) E. Azéma, D.-H Nguyen, P. Sornay and F. Radjai. Quasi-static rheology of polydisperse packings. *Particles 2015* Barcelone.
- (Ci3) D. Nguyen and E. Azéma and F. Radjai and P. Sornay, “ Evolution of particle size distributions in crushable granular media”, *International Symposium Geomechanics from Micro to Macro IS Cambridge*, 2014.

- (Ci4) E. Azéma and F. Radjai, “Microscopic origins of the friction angle in dense granular flows” in Modelling Granular Media Across Scales (MGMAS) 2014 Montpellier.
- (Ci5) D. Nguyen and E. Azéma and F. Radjai and P. Sornay, “ Particle breaking process in granular media”, International conference on Bifurcation and degradation in geomaterial (IWBDG), 2014, HongKong.
- (Ci6) E. Azéma and F. Radjai, “ Dense granular flows : structures and microscopic origins of friction angle”, International conference on Bifurcation and degradation in geomaterial (IWBDG), 2014, HongKong.
- (Ci7) Gaël Combe, Cécile Nouguier-Lehon, Émilien Azéma, Krzysztof Szarf, Baptiste Saint-Cyr, Marie Chaze, Farhang Radjaï, Pascal Villard, Jean-Yves Delenne, Vincent Richefeu, Philippe Sornay, Charles Voivret “ A benchmark for particle shape dependence”, AIP Conference Proceedings Powder and Grains 2013, 1542, pp. 883-886 (Sydney, Australia).
- (Ci8) M. Botton, E. Azéma, N. Estrada, F. Radjaï and A. Lizcano “Shear strength and microstructure of 3D assemblies of platy particles”, AIP Conference Proceedings Powder and Grains 2013, 1542, pp. 519-522(Sydney, Australia).
- (Ci9) N. Estrada, E. Azéma, F. Radjaï and A. Taboada “Comparison of the effects of rolling resistance and angularity in sheared granular media”, AIP Conference Proceedings Powder and Grains 2013, 1542, pp. 891-894 (Sydney, Australia).
- (Ci10) E. Azéma, N. Estrada and F. Radjaï “Shear strength, force distributions and friction mobilization in sheared packings composed of angular particles”, AIP Conference Proceedings Powder and Grains 2013, 1542, pp. 511-514(Sydney, Australia).
- (Ci11) F. Chevoir, J.-N. Roux, S. Khamseh, P. Rognon, E. Azéma, Y. Descantes, N. Roquet, Influence of shape and cohesion on rheophysics of granular materials, International Congress on Granular Flows 2013, (Cambridge, England).
- (Ci12) E. Azéma and F. Radjai, “Flow structure of granular media ”. Tectonomechanics, Paris 2013.
- (Ci13) D.-H Nguyen, E. Azéma, F. Radjaï and P. Sornay , “Modélisation numérique des milieux granulaires avec fragmentation des particules”, CIGOS (Franco-Vietnamien), Lyon 2013.
- (Ci14) E. Azéma and F. Radjaï “Influence of particle shape on plastic granular flows”, IUTAM Symposium on MOBILE PARTICULATE SYSTEMS : Kinematics, Rheology and Complex Phenomena, Bangalore, India 2012.
- (Ci15) B. Saint-Cyr, E. Azéma, F. Radjaï, J.-Y. Delenne, P. Sornay “Effect of shape non-convexity on behavior on granular media : 3D numerical simulations.” II International Conference on Particle-based Methods - Fundamentals and Applications - Particles 2011 - E. Onate and D.R.J. Owen (Eds) 26 - 28 October, Barcelona, Spain, 2011.
- (Ci16) E. Azéma, F. Dubois, F. Radjaï, “Numerical simulation of granular media composed with irregular polyhedral particles.” II International Conference on Particle-based Methods - Fundamentals and Applications - Particles 2011 - E. Onate and D.R.J. Owen (Eds) 26 - 28 October, Barcelona, Spain, 2011.

- (Ci17) D. Iceta, V. Visseq, E. Azéma, P. Alart, “Influence of domain decomposition method on the solution of a granular referential test” ICCCM 2011
- (Ci18) F. Radjaï, V. Topin, V. Richefeu, C. Voivret, J.-Y. Delenne, E. Azéma, S. El Youssoufi “Force transmission in cohesive granular media”, IUTAM-ISIMM Symposium on mathematical modeling and physical instances of granular flow. 05 May 2010, Volume 1227, p240-259
- (Ci19) E. Azéma, F. Radjaï, R. Peyroux, G. Saussine, “Influence of particle shape on shear stress in granular media”, *Traffic and Granular Flow '07*. p497-505, 2009, 9 pages.
- (Ci20) E. Azéma, F. Radjaï, G. Saussine, “Quasistatic behavior and force transmission in packing of irregular polyhedral particles”, *AIP Conference Proceedings Powder and Grains 2009*, Volume 1145, Page 273-276 (Boulder, USA).
- (Ci21) G. Saussine, R. Pérales, E. Azéma, F. Radjaï, “Compaction of railway ballast during tamping process : a parametric study”, *AIP Conference Proceedings Powder and Grains 2009*, Volume 1145, Page 469-472 (Boulder, USA).
- (Ci22) E. Azéma, F. Radjaï, R. Peyroux, F. Dubois, G. Saussine, “Vibrational dynamics of 3D granular media composed with polyhedral grains”, *Sociedad Colombiana de Geotecnia. (Bogotá, Colombie, 2008)*.
- (Ci23) G. Saussine, E. Azéma, P.E. Gautier, R. Peyroux, F. Radjaï, “Numerical modeling of the tamping operation by Discrete Element Approach ” *World Congress Rail Research 08. (Corée 2008)*, 10 pages.

Conferences Nationales et autres workshop

- (Cn1) E. Azéma, and F. Radjai, “Structuration des écoulements granulaires”. CFM, Bordeaux 2013.
- (Cn2) N. Berger, E. Azéma, F. Radjai and J.-F. Douce, “Ecoulement granulaire cohésif”. CFM, Bordeaux 2013.
- (Cn3) D.-H Nguyen, E. Azéma, F. Radjai and P. Sornay, “Simulation numérique de la fragmentation des particules lors de la compaction des systèmes granulaires ”. CFM, Bordeaux 2013.
- (Cn4) N. Berger, E. Azéma, F. Radjai, J.-F. Douce, “Agglomeration of wet granular material during dense flow”. Alert Workshop, Aussois 2012.
- (Cn5) D-H Nguyen, E. Azéma, F. Radjai, P. Sornay, “Compaction of a granular particle divisible”. Alert Workshop, Aussois 2012.
- (Cn6) N. Berger, E. Azéma, F. Radjai, J.-F. Douce, “Agglomération des matériaux granulaires par forces capillaires”. JMC13, Montpellier 2012.
- (Cn7) D-H Nguyen, E. Azéma, F. Radjai, P. Sornay, “Compaction d’un milieu granulaire à particules sécables”. JMC13, Montpellier 2012.
- (Cn8) E. Azéma, F. Radjaï, “Origines géométriques et mécaniques de la résistance au cisaillement des matériaux granulaires”. Gdr MeGe 2012.

- (Cn9) M. Botton, E. Azéma, F. Radjai and A. Lizcano, “Numerical analysis of the quasi-static behavior of clay by DEM”. Alert Workshop, Aussois 2011
- (Cn10) E. Azéma, N. Estrada, F. Radjaï , “Milieux granulaires composés de grains polyédriques”. Gdr MeGe 2010.
- (Cn11) N. Estrada, E. Azéma, F. Radjaï, A. Taboada , “Identification du frottement de roulement comme un paramètre de forme dans les matériaux granulaires”. Gdr MeGe 2010.
- (Cn12) F. Chevoir, J-N. Roux, E. Azema, Y. Descantes, G. Koval, F. Lahmar, P-E. Peyneau, P. Rognon et N. Roquet , “Rhéologie des matériaux granulaires”, Matériaux. (Nantes 2009).
- (Cn13) E. Azéma, F. Chevoir, J-N. Roux, Y. Descantes, N. Roquet “Écoulement de grains polyédriques sur plan incliné par simulations numériques”, GdrMeGe. (La Rochelle 2009).
- (Cn14) E. Azéma, F. Radjaï, R. Peyroux, G. Saussine, “Transmission des forces dans un milieu composé de grains non sphériques”, Symposium Science et Technologie des Poudres. CdRom (Albi 2007), 6 pages.
- (Cn15) E. Azéma, F. Radjaï, R. Peyroux, G. Saussine, “Dynamique d’un milieu granulaire soumis à des vibrations horizontales”, Congrès Français de Mécanique. (Grenoble 2007), 6 pages.
- (Cn16) E. Azéma, F. Radjaï, R. Peyroux, G. Saussine, “Simulations numériques 2D-3D de milieux granulaires. Grains non sphériques & applications au Ballast”, Doctiss 07 , CdRom (Montpellier), 4 pages.
- (Cn17) E. Azéma, F. Radjaï, R. Peyroux, G. Saussine, “Transmission des forces dans des assemblages de polygones”, GdrMIDI. (Carré le Rouet 2007).
- (Cn18) E. Azéma, F. Radjaï, R. Peyroux, G. Saussine, “Compaction of confined granular materials under horizontal vibration ? Application to ballast”, DYGRAM. (Rennes, 2006)
- (Cn19) E. Azéma, F. Radjaï, R. Peyroux, G. Saussine, “Distributions des efforts dans un milieu granulaire composé de grains non sphériques”, GdrMIDI. (Carré le Rouet 2006).
- (Cn20) E. Azéma, F. Radjaï, R. Peyroux, G. Saussine, “Simulations numériques 3D de milieux granulaires vibrés”, Colloquium Lagrangianum (franco ?italien). (Scilla ? Italie 2006).
- (Cn21) E. Azéma, F. Radjaï, R. Peyroux, G. Saussine, “Compaction d’un milieu granulaire par vibration”, GdrMIDI. (Paris 2006).
- (Cn22) E. Azéma, F. Radjaï, R. Peyroux, G. Saussine, “Simulations numériques du bourrage du ballast ferroviaire”, Colloquium Lagrangianum (franco ?italien). (Montpellier 2006).

Deuxième partie .
Synthèse Scientifique

Matériaux Granulaires : cadre général et outils d'analyses

Sommaire

3.1. Introduction	24
3.2. Comportement macroscopique	25
3.2.1. Frottement de Coulomb	25
3.2.2. Frottement interne	25
3.2.3. Etat critique	25
3.2.4. Régime inertiel	27
3.3. Micromécanique et changement d'échelle	28
3.3.1. Connectivité et forces	29
3.3.2. Représentation harmonique 3D de la microstructure	30
3.3.3. Origine micro-mécanique de la résistance macroscopique	32
3.4. Conclusions et problématiques	34

3.1. Introduction

La matière granulaire n'a jamais réellement constitué un champ disciplinaire indépendant et mobilisé, depuis de nombreuses années, un important effort de recherche dans des disciplines diverses telles que la mécanique des sols [17, 60, 99], la géologie [103, 100], le génie des procédés [12, 66, 86], et la physique de la matière condensée [1]. Les savoir-faire acquis sur les milieux granulaires sont dispersés dans plusieurs domaines en fonction de la nature des grains. Or, quelque soit la nature des grains, ces milieux se caractérisent par des traits génériques tels que leur microstructure discrète et désordonnée, la prédominance des contraintes géométriques et cinématiques et le caractère dissipatif des interactions, qui leur confèrent des propriétés rhéologiques émergentes robustes et très complexes. Une particularité remarquable de la matière en grains est sa capacité à "s'adapter" aux sollicitations extérieures et aux conditions limites en adoptant un comportement proche de celui d'un gaz, d'un liquide ou d'un solide. Néanmoins, la seule donnée du degré de confinement d'un matériau granulaire ne suffit pas pour affirmer la manière dont il se comportera. Il est alors nécessaire de prendre en compte le caractère dynamique ou statique de la sollicitation mécanique appliquée.

L'état du système est alors défini à partir du rapport des forces inertielles induites par le cisaillement et des forces statiques dues à la pression de confinement [23, 59]. Pour un taux de cisaillement $\dot{\epsilon}$, l'ordre de grandeur de la quantité de mouvement échangée entre particules est $m\dot{\epsilon}d$, où m et d sont respectivement la masse et le diamètre moyen. Les échanges de quantité de mouvement ont lieu sur un temps typique de $\dot{\epsilon}^{-1}$. La force impulsienne moyenne définie comme la quantité de mouvement échangée par unité de temps est donnée par $F_d = m\dot{\epsilon}d^2$. Ainsi, on définit un nombre inertiel¹ à partir du rapport de F_d et de la force statique $F_s = pd^{D-1}$:

$$I = \sqrt{\frac{F_d}{F_s}} = \dot{\epsilon} \sqrt{\frac{m}{pd^{D-1}}}, \quad (3.1)$$

avec D la dimension de l'espace. L'état quasi-statique correspond aux faibles valeurs de I . Le milieu est dense et les particules forment des contacts durables entre elles durant la déformation. Les forces entre les particules, dans ce régime, sont d'origines statiques. Les écoulements lents, plastiques où viscoélastiques, relèvent de ce domaine. Dans ce cas, on dira que le milieu granulaire est dans un état *solide*.

Les effets inertiels augmentent avec I et dominent le comportement aux grandes valeurs de I . Les forces entre les particules sont d'origines cinétiques. Les systèmes granulaires vibrés et les écoulements rapides sont concernés par ce type de dynamique. Par exemple, un matériau granulaire peut s'écouler comme un liquide sous l'effet des vibrations ou au delà d'un seuil plastique (avalanche granulaire, glissement de terrain...). Dans ce cas, on dira que le milieu granulaire se comporte comme un *liquide* ou comme un *gaz* suivant le taux d'énergie injectée.

Dans le cas quasi-statique, même pour des faibles valeurs de I , les effets dynamiques sont toujours présents. En raison du désordre et des fluctuations mécaniques, la transition entre deux

1. Remarquons également, que d'un point de vue historique, le nombre inertiel I a été introduit comme étant le rapport du temps de déplacement typique par cisaillement $\dot{\epsilon}^{-1}$ et du temps de relaxation des particules sous l'effet de la pression de confinement $\sqrt{m/pd^{D-1}}$

états d'équilibre successifs au cours d'une déformation quasi-statique est presque toujours dynamique. Mais ces effets interviennent à très courte échelle de temps, et n'apparaissent donc pratiquement pas dans les mesures.

3.2. Comportement macroscopique

3.2.1. Frottement de Coulomb

Les matériaux granulaires non-cohésifs sont des assemblages de particules qui n'interagissent que par contact frottant. Ils peuvent se déformer ou s'écouler sous de faibles gradients de contrainte mais ils présentent aussi un seuil d'écoulement et une résistance au cisaillement. Cette résistance résulte du frottement de Coulomb (ou frottement sec par opposition au frottement visqueux des liquides) entre particules. Le frottement de Coulomb est caractérisé par un coefficient de frottement μ_s tel que la force de frottement f_t ne peut dépasser $\mu_s f_n$, où f_n est la force compressif normale entre deux particules, et sa direction s'oppose au glissement. Le contact reste non-glissant tant que la force f_t est en valeur absolue inférieure à $\mu_s f_n$.

3.2.2. Frottement interne

Comme le contact frottant, un assemblage de particules solides est caractérisé par un coefficient de frottement *interne* μ tel que la contrainte de cisaillement τ ne peut pas dépasser $\mu\sigma$, où σ est la contrainte normale perpendiculaire à la direction d'écoulement. Le coefficient de frottement μ (ou l'angle de frottement interne φ défini par $\mu = \tan \varphi$) résulte du frottement sec entre particules. En effet, comme les particules parfaitement rigides et la loi de frottement de Coulomb ne comportent aucune échelle de force caractéristique, la surface limite de charge est nécessairement décrite en termes des rapports ou des angles dans l'espace des contraintes.

Contrairement au frottement sec entre particules solides, μ est une propriété *collective* de l'assemblage des particules et dépend ainsi de la configuration géométrique. Par exemple, si on prépare un matériau granulaire dans un état lâche par compaction isotrope, il se déforme sans résistance de telle sorte que μ est pratiquement nul. Mais pendant le cisaillement, la microstructure évolue et μ augmente.

3.2.3. Etat critique

L'évolution de μ dépend également de la compacité initiale ν_0 du matériau. Si le matériau est plus dense qu'une valeur spécifique ν_c de la compacité, alors la compacité ν augmente avec la déformation de cisaillement ε_t et l'angle de frottement interne augmente rapidement vers une valeur pic μ_p avant de diminuer vers une valeur dite "critique" μ_c . Dans le cas contraire, c'est à dire si $\nu_0 < \nu_c$, ν et μ augmentent d'une manière monotone respectivement vers ν_c et μ_c ; voir figure 3.1. Quelque soit la configuration initiale, le même état final est atteint. Cet état, appelé *état critique* en mécanique des sols, est caractérisé par la valeur du coefficient de frottement critique μ_c .

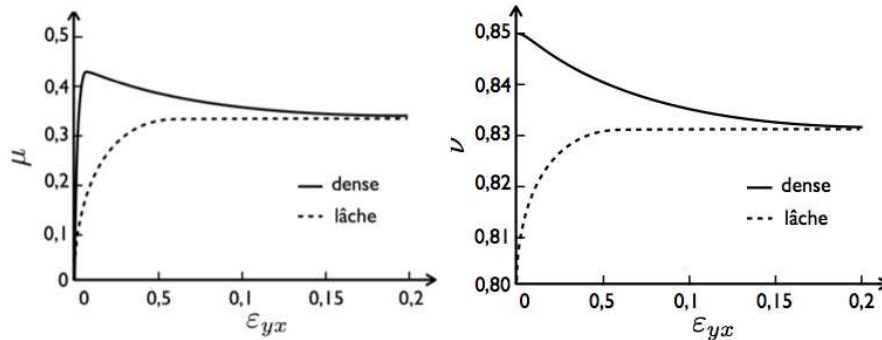


Figure 3.1. – Variation du frottement effectif et de la compacité en fonction de la déformation, pour un matériau initialement dense (trait plein) et initialement lâche (trait hachuré).

Il est souvent supposé que la compacité critique ν_c n'est pas une propriété intrinsèque du matériau et qu'elle dépend aussi de la pression de confinement $p = \text{tr}(\boldsymbol{\sigma})/D$. Cette dépendance est logarithmique et elle peut se mettre sous la forme $\nu_c(p) = C\nu_c(p_0) \ln(1 + p/p_0)$, où C un coefficient de compressibilité et le couple $\{p_0, \nu_c(p_0)\}$ est un état de référence. Même si une dépendance de ce type semble avoir été observée dans le cas des argiles et de certains sables [60], son mécanisme n'est pas clair. En fait, comme pour la surface de charge, il n'y a aucune raison physique pour une dépendance de l'état critique d'un assemblage de particules rigides vis-à-vis de la pression moyenne. En d'autres termes, la compacité ν_c ne devrait dépendre que des rapports des contraintes. La loi logarithmique observée implique ainsi des mécanismes qui impliquent d'une certaine façon des contraintes caractéristiques. C'est par exemple le cas de la fragmentation des particules qui peut entraîner effectivement une variation du volume en fonction de la valeur de la contrainte par rapport à la contrainte de rupture. De même, les matériaux granulaires cohésifs sont caractérisés par une résistance à la traction qui justifie une dépendance de la compacité dans ces matériaux par rapport à la contrainte de confinement.

Les variations de la compacité sont souvent caractérisées par l'angle de dilatance ψ défini par $\tan \psi = -\dot{\epsilon}_n/\dot{\epsilon}_t$, où $\dot{\epsilon}_n$ est le taux de déformation perpendiculairement au plan du cisaillement et $\dot{\epsilon}_t$ est le taux de déformation de cisaillement. Le signe moins est introduit ici en raison du signe positif des contraintes de compression et des déformation de contraction dans le domaine des matériaux granulaires. Il est à noter que, comme dans le cas du frottement interne, l'introduction d'un angle pour la description des déformations sous-entend que le comportement ne dépend pas de l'échelle de temps et seuls les rapports des taux qui comptent physiquement pour la caractérisation du comportement. En d'autres termes, les déformations macroscopiques résultent des déplacements relatifs de particules et les effets dynamiques sont négligeables. Ce caractère *quasi-statique* des déformations est une hypothèse plausible pour les déformations très lentes des sols, par exemple, mais très souvent il est nécessaire d'aller au-delà de cette hypothèse, en séparant soigneusement les déformations dues à l'évolution de la configuration géométrique des déformations liées aux effets inertiels et même des déformations élastiques ou plastiques des particules.

3.2.4. Régime inertiel

Le terme “quasi-statique”, employé pour décrire l’état des déformations faibles et lentes, n’est pas un concept intuitif dans le cas des milieux granulaires car les mouvements des particules sont erratiques et présentent des micro-instabilités [19] qui peuvent contribuer à la résistance au cisaillement avec un caractère Coulombien puisque l’énergie dissipée lors de ces évènements instables et rapides est proportionnelle à la pression de confinement. Lorsque le nombre inertiel I augmente, la fréquence et l’amplitude des évènements instables augmente, ce qui conduit à l’augmentation de la résistance au cisaillement.

Plusieurs études expérimentales et numériques ont permis de décrire cette dépendance du coefficient de frottement interne μ^* par rapport à I dans un écoulement stationnaire et connue aujourd’hui sous le nom de “la rhéologie de $\mu(I)$ ”; figure 3.2 [23, 59]. μ^* augmente progressivement à partir de sa valeur quasi-statique. La limite quasi-statique correspond à $I < 10^{-3}$ sans que cette valeur puisse être associée à une vraie transition de phase entre un régime quasi-statique et un régime dynamique. Pour des valeurs de I inférieures à 10^{-1} , la dépendance est approximativement linéaire.

$$\mu^* = \mu_0^* + k_\mu I, \quad (3.2)$$

avec $\mu_0^* = \tan \theta_0$, où θ_0 est l’angle de repos naturel du matériau, et $k_\mu \simeq 1$ pour un assemblage de disques faiblement polydisperse. Pour des valeurs plus élevées de I ($\simeq 0.3$), μ^* tend vers une valeur constante qui correspond au régime purement collisionnel. Un autre effet inertiel est la diminution de la compacité ν^* avec I du fait de l’agitation croissante des particules. Cette dépendance est également linéaire :

$$\nu^* = \nu_0^* + k_\nu I, \quad (3.3)$$

avec ν_0 la compacité à l’état quasi-statique et $k_\nu \simeq 0.3$ pour un assemblage de disques faiblement polydisperse. La diminution de ν^* lorsque I augmente peut être considérée comme une “dilatance dynamique” induite par les collisions contrairement à la “dilatance géométrique” de Reynolds qui résulte des encombrements stériques.

Les dépendances de μ^* et ν^* avec I s’appliquent à un volume homogène d’un matériau granulaire. Mais, en prenant en compte les conditions aux limites, il est possible de les utiliser pour prédire les contraintes ou les champs de vitesse dans n’importe quelle géométrie. Par exemple, pour un écoulement 2D de particules à surface libre sur un plan incliné, la pression hydrostatique $P(y) = \rho g \cos \theta (H - y)$, avec $\rho = \rho_g \nu$ est la densité volumique de particules et H est l’épaisseur de la couche en écoulement. En négligeant les effets de bord, au socle et à la surface, en supposant que I et ν^* sont constants dans la couche (ce qui est vérifié numériquement), et en posant $\mu^* = \tan \theta \simeq \theta$, $\cos \theta \simeq 1$, on obtient alors la loi suivante :

$$\dot{\gamma} \simeq \frac{\sqrt{\nu g}(\theta - \theta_0)}{bd} \sqrt{H - y}, \quad (3.4)$$

Compte tenu du non glissement au socle, le profil de vitesse s’obtient alors par :

$$v(y) \simeq \frac{2}{3} \frac{\nu g}{bd} (\theta - \theta_0) (H^{\frac{3}{2}} - (H - y)^{\frac{3}{2}}). \quad (3.5)$$

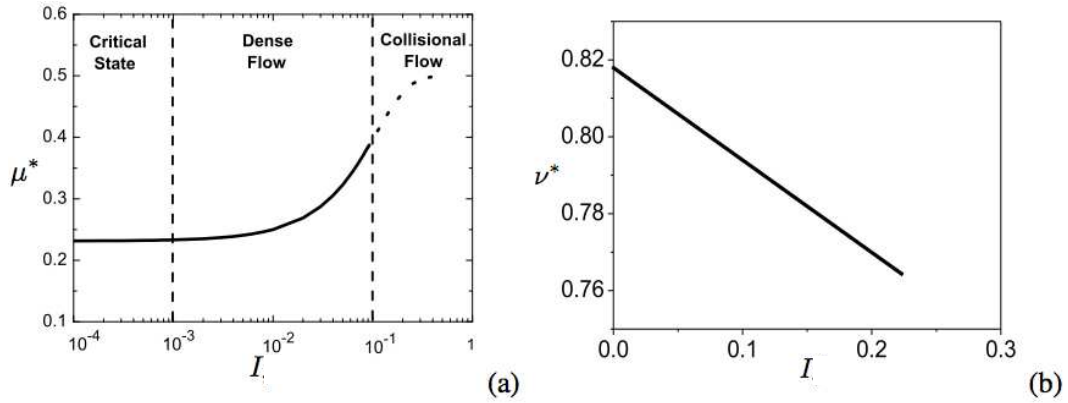


Figure 3.2. – Rhéologie du frottement interne en fonction de I (a). Rhéologie de la compacité en fonction de I (b).

Nous retrouvons de la sorte un profil de type "Bagnold" [9]. Il est important de préciser que cette prédiction n'est toutefois valable que pour des épaisseurs suffisantes (en général 10 diamètres de grains). En deçà le profil de vitesse est plutôt linéaire [95, 23]. La vitesse moyenne est donnée par $V(H, \theta) = (1/H) \int_0^H v(z) dz$, ce qui nous permet d'obtenir la loi d'écoulement suivante :

$$V(H, \theta) \simeq \frac{2}{5} \frac{\sqrt{\nu g}}{bd} (\theta - \theta_0) H^{3/2}, \quad (3.6)$$

Ce profil est en très bon accord avec plusieurs expériences menées dans la configuration de plan incliné [95, 23, 59]

3.3. Micromécanique et changement d'échelle

L'échelle microscopique dans un milieu granulaire est caractérisée par l'organisation des particules et de leurs contacts dans l'espace. Cette microstructure évolue avec les déformations et, comme cela est illustré sur la figure 3.3 pour deux types de matériaux, elle peut prendre des morphologies très variables en termes de connectivité des particules (réseau de contacts) et des orientations des plans de contacts (anisotropie). Sur cette figure les forces sont représentées par un trait joignant le centre des particules en contacts, les points rouges représentent les contacts où la force de frottement est mobilisée, et les particules blanches sont celles ne participant pas au réseau de forces.

Le lien entre ce niveau de description et le comportement macroscopique présenté plus haut, n'est pas aisé à établir dans la mesure où un matériau granulaire est, comme nous pouvons le voir sur cette figure, intrinsèquement amorphe et désordonné. Ce désordre ne concerne pas seulement les positions des particules mais aussi leurs contacts qui, sauf dans le cas d'un gaz granulaire, définissent un réseau dense responsable de la transmission des contraintes. C'est pourquoi, il est nécessaire de caractériser d'abord la microstructure ("la texture") des milieux granulaires et son évolution avec la déformation.

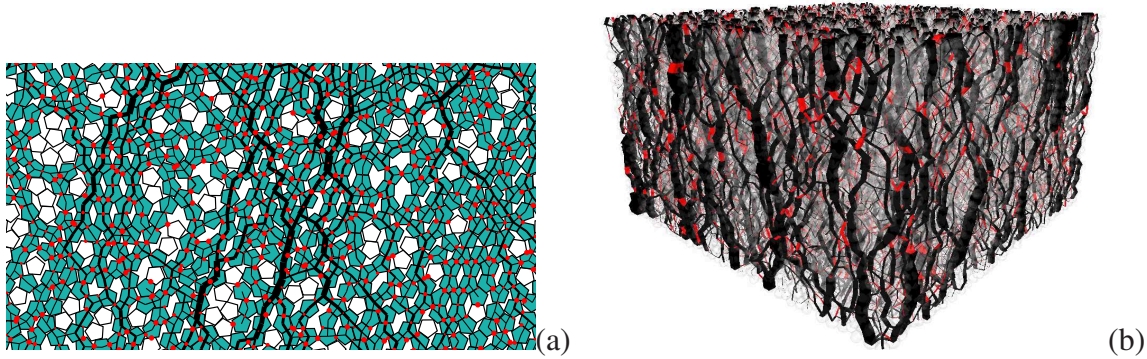


Figure 3.3. – Réseau des forces dans (a) un empilement cisailé de pentagones régulier en 2D (A3) et dans (b) un assemblage 3D de polyèdres (A9). Dans la figure (a) Les particules flottantes (particules ayant 0 ou 1 contact) sont en blanc, les diamètres des cercles rouges sont proportionnels à l'indice de mobilisation à chaque contact c , défini par $|f_t^c|/(\mu f_n^c)$ où f_t et f_n sont respectivement la force tangente et normale. Sur la figure (b) les forces mobilisées en frottement, i.e celles où $|f_t^c| = (\mu f_n^c)$ sont en rouges.

3.3.1. Connectivité et forces

A l'ordre le plus bas, la texture est décrite par des grandeurs scalaires relatives à la connectivité des particules par l'ensemble des contacts *actifs* entre particules. Les contacts actifs sont les contacts où la force est non nulle. Les contacts *inactifs* et les particules frottantes (sans contacts actifs) ne contribuent pas à la transmission des contraintes. Pour les particules pouvant se toucher à plusieurs contacts (comme c'est le cas pour des particules à surface nonconvexe), on distingue deux nombres : 1) le nombre de coordination Z qui définit le nombre moyen des voisins de contact et 2) le nombre de connectivité Z_c qui définit le nombre moyen de contacts par particule (par exemple deux particules non-convexe peuvent se toucher au travers de plusieurs contacts). La connectivité peut être caractérisée d'une manière plus fine en considérant les proportions $P_c(c)$ des particules possédant exactement c voisins de contact. Le nombre de coordination moyen est donné par $Z = \sum_c c P_c(c)$.

La répartition très hétérogène des forces de contact est une autre propriété remarquable des milieux granulaires [24, 79]. Comme on peut voir sur les figures 3.3, le réseau des forces normales comporte un grand nombre de contacts qui ne transmettent qu'une très faible force normale. Par ailleurs, un nombre plus faible de contacts portent des forces beaucoup plus importantes et/ou sont plus ou moins mobilisés en frottement [79]. Ces chaînes mettent ainsi en évidence une échelle de longueur plus grande que la taille des particules. Parmi les propriétés remarquables des milieux granulaires, la transmission des efforts a suscité un intérêt tout particulier durant la dernière décennie. La distribution des efforts a été étudiée expérimentalement mais également numériquement par plusieurs auteurs [50, 76, 20, 65, 53, 64, 11, 4, 57, 96].

La figure 3.4 montre l'allure typique des pdf dans des systèmes granulaires composés de sphères (S2) et de polyèdres (S1) (A20). Dans les deux cas, la distribution des forces supérieures

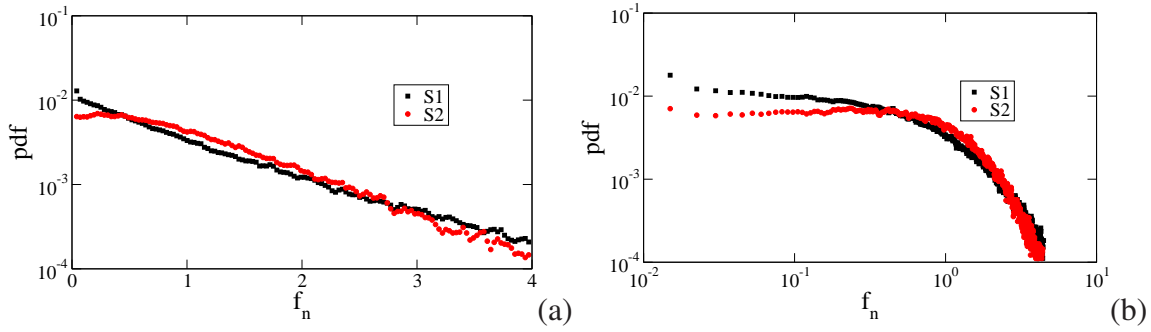


Figure 3.4. – Distributions des forces normales en échelle linéaire (a) et log-linéaire (b) réalisé à partir d'échantillons composés de sphères (S2) et de polyèdres (S1) (A20).

à la force moyenne $\langle f_n \rangle$ est très bien ajustée par une fonction exponentielle décroissante :

$$P(f_n) \propto e^{-\alpha f_n / \langle f_n \rangle}, \quad (3.7)$$

En ce qui concerne les faibles forces ($f_n < \langle f_n \rangle$) pour les sphères, on observe que la distribution ne tend pas vers zéro lorsque f_n tend vers zéro, et il y a un petit pic à une valeur de f_n légèrement inférieure à $\langle f_n \rangle$. C'est un trait caractéristique des distributions telles que cela a été observé expérimentalement et numériquement par les auteurs mentionnés plus haut. Dans le cas des polyèdres, au contraire, on observe un comportement décroissant pour les forces faibles. Dans les deux cas, dans le domaine faible, les distributions peuvent être approchées par une loi puissance :

$$P(f_n) \propto \left[\frac{f_n}{\langle f_n \rangle} \right]^{-\beta}, \quad (3.8)$$

Cette différence au niveau de la distribution des forces entre les deux systèmes résulte de la forme des particules. La forme non sphérique favorise l'effet de voûte et donc entraîne un nombre beaucoup plus important de faible force.

La distribution des efforts permet de définir ce que l'on appelle “ *le réseau fort de contacts* ” et le “ *le réseau faible de contacts* ”. Ces deux réseaux ont des géométries différentes et contribuent de manières complémentaires aux propriétés mécaniques du milieu [79]. Ce point sera en particulier discuté plus amplement dans la Section 4.3.2 du chapitre 4 en prenant l'exemple des particules allongées.

3.3.2. Représentation harmonique 3D de la microstructure

L'étude de la connectivité des particules permet en général de donner un premier bon aperçu de l'organisation géométrique et de la texture granulaire. Cependant, comme nous pouvons le voir sur les figures 3.3, la microstructure granulaire présente des structures anisotropes complexes, présentant certaines directions privilégiées suivant la direction de sollicitation. Cette structure est d'autant plus complexe en 3D que les possibilités d'arrangement des grains sont plus grandes. Dans cette section, on propose d'exprimer cette microstructure en termes d'outils d'analyses simples et intelligibles dans le cas très général du 3D en conditions axi-symétriques.

Une approche classique utilisées par de nombreux auteurs [70, 84] est d'exprimer les vecteurs branches (vecteur joignant le centre de deux particules en contacts) et de forces en fonction de la direction du vecteur normale au contact \mathbf{n} . Pour chaque pair de grains en contact, les vecteurs branches et forces sont projetés dans le repère local au contacts $(\mathbf{n}, \mathbf{t}, \mathbf{s})$, où, en 3D, \mathbf{t} est un vecteur unitaire orthonormal orienté le long de la force tangente, et \mathbf{s} est défini tel que le repère $(\mathbf{n}, \mathbf{t}, \mathbf{s})$ soit une base orthonormale ; voir la figure 3.5(a) :

$$\begin{cases} \boldsymbol{\ell} &= \ell_n \mathbf{n} + \ell_t \mathbf{t} + \ell_s \mathbf{s} \\ \mathbf{f} &= f_n \mathbf{n} + f_t \mathbf{t}, \end{cases} \quad (3.9)$$

avec ℓ_n , ℓ_t et ℓ_s les composantes du vecteur $\boldsymbol{\ell}$, et f_n et f_t les composantes du vecteur \mathbf{f} . Une remarque, seulement pour des sphères/disques, nous avons que $\boldsymbol{\ell} = \ell_n \mathbf{n}$.

Dans le cas où les particules sont non sphériques, une décomposition similaire peut être proposée en terme de "repère de voisins" définie via le *repère du vecteur branche* $(\mathbf{n}', \mathbf{t}', \mathbf{s}')$, où \mathbf{n}' est le vecteur unitaire le long du vecteur joignant le centre des deux particules en contacts 3.5(b). Dans ce cas nous définissons que $\boldsymbol{\ell} = \ell_{n'} \mathbf{n}'$ et $\mathbf{f} = f_{n'} \mathbf{n}' + f_{t'} \mathbf{t}'$, avec \mathbf{n}' le vecteur unitaire intercentre, $(\mathbf{t}', \mathbf{s}')$ telle que la composante de la force le long de \mathbf{s}' soit nulle et $f_{n'}$ et $f_{t'}$ la force radiale et orthoradiale, respectivement. Par construction, les vecteurs de bases sont paramétrés de la manière suivante :

$$\begin{cases} \mathbf{n} &= (\cos \theta, \sin \theta \cos \phi, \sin \theta \sin \phi), \\ \mathbf{t} &= (-\sin \theta, \cos \theta \cos \phi, \cos \theta \sin \phi), \\ \mathbf{s} &= (0, -\sin \phi, \cos \phi), \end{cases} \quad (3.10)$$

avec $\Omega = (\theta, \phi)$ est l'angle solid comme illustré sur la figure 3.5(c).

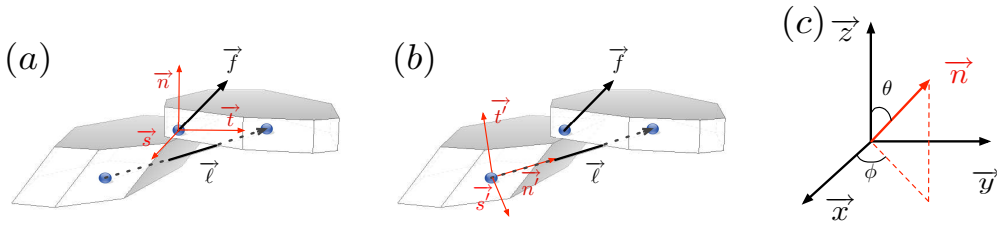


Figure 3.5. – Repère local de contact (a) et Repère de voisins (b) entre deux particules en contacts. (c) Angles azimuthal φ et radial θ .

Soit $\mathcal{S}(\Omega)$ l'ensemble des vecteurs de contacts pointant dans la direction Ω . A partir des simulations numériques nous pouvons calculer les fonctions de densité de probabilité $P_\Omega(\Omega)$ des orientations des contacts, des orientations des forces moyennes $\langle f_n \rangle(\Omega)$, $\langle f_t \rangle(\Omega)$, et des orientations des branches moyennes $\langle \ell_n \rangle(\Omega)$, $\langle \ell_t \rangle(\Omega)$:²

$$\begin{aligned} P_\Omega(\Omega) &= \frac{N_c(\Omega)}{N_c}, & \langle f_n \rangle(\Omega) &= \frac{1}{N_c(\Omega)} \sum_{c \in \mathcal{S}(\Omega)} f_n^c, & \langle f_t \rangle(\Omega) &= \frac{1}{N_c(\Omega)} \sum_{c \in \mathcal{S}(\Omega)} f_t^c, \\ \langle \ell_n \rangle(\Omega) &= \frac{1}{N_c(\Omega)} \sum_{c \in \mathcal{S}(\Omega)} \ell_n^c, & \langle \ell_t \rangle(\Omega) &= \frac{1}{N_c(\Omega)} \sum_{c \in \mathcal{S}(\Omega)} \ell_t^c \end{aligned} \quad (3.11)$$

2. Nous n'étudions par la moyenne angulaire $\langle \ell_s \rangle(\Omega)$ de la composante ℓ_s , puisque nous montrerons plus loin que cette contribution est négligeable sur la réponse macroscopique.

Avec N_c le nombre total de contact, $N_c(\Omega)$ le nombre de contact dans la direction Ω . Dans des conditions axi-symétriques (comme pour un essai tri-axial), ces fonctions sont indépendantes de l'angle azimutal ϕ . La figure 3.6 montre une représentation polaire, dans le plan θ , de ces différentes fonctions dans un empilement de polyèdres à l'état résiduel. Le pic est autour de la direction de compression ($\theta = 0$) pour $P_\theta(\theta)$ et pour $\langle f_n \rangle(\theta)$. Le pic est autour de $\theta = \pi/4$ pour $\langle \ell_t \rangle(\theta)$ et $\langle f_t \rangle(\theta)$. Enfin, nous voyons que la distribution de $\langle \ell_n \rangle(\theta)$ est quasiment isotrope.

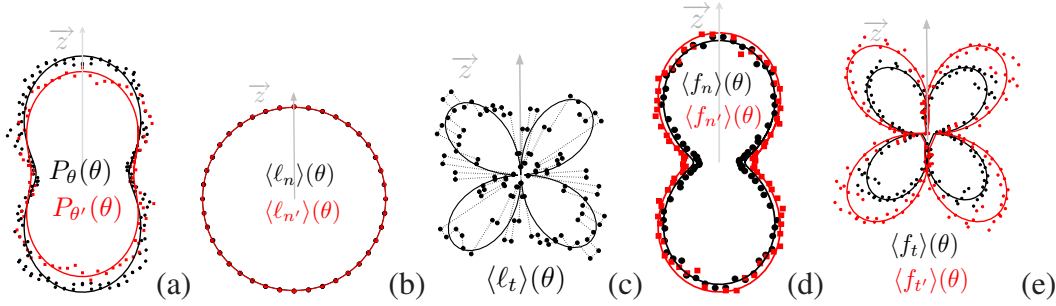


Figure 3.6. – Représentation polaire des fonctions $P_\theta(\theta)$ (a), $\langle \ell_n \rangle(\theta)$ (b), $\langle \ell_t \rangle(\theta)$ (c), $\langle f_n \rangle(\theta)$ (d), et $\langle f_t \rangle(\theta)$ (e) (symbols) et approximation harmonique correspondante (lignes) ici pour un système composé de grains polyédriques (voir plus loin Chap.4).

En 3D, une base orthonormée convenable pour approcher ces distributions est fournie par les harmoniques sphériques à valeurs réelles $Y_m^l(\theta, \phi)$. A l'ordre 2, il y a 9 fonctions de base, mais seules les fonctions compatibles avec les symétries du problème (i.e indépendante avec ϕ et π -periodic en θ) sont admissibles. Les fonctions sont $Y_0^0 = 1$ and $Y_2^0 = 3 \cos^2 \theta - 1$. Ainsi, à cet ordre d'approximation, nous avons [71](A20) :

$$\begin{cases} P_\theta(\theta) &= \frac{1}{4\pi} \{1 + \bar{a}_c [3 \cos^2 \theta - 1]\}, & (a) \\ \langle f_n \rangle(\theta) &= \langle f_n \rangle \{1 + \bar{a}_{f_n} [3 \cos^2 \theta - 1]\}, & (c) \\ \langle f_t \rangle(\theta) &= \langle f_n \rangle \bar{a}_{f_t} \sin 2\theta, & (d) \\ \langle \ell_n \rangle(\theta) &= \langle \ell_n \rangle \{1 + \bar{a}_{l_n} [3 \cos^2 \theta - 1]\}, & (b) \\ \langle \ell_t \rangle(\theta) &= \langle \ell_n \rangle \bar{a}_{l_t} \sin 2\theta, & (e) \end{cases} \quad (3.12)$$

avec $\langle \ell_n \rangle$ et $\langle f_n \rangle$ la longueur normale et force normale moyenne. Les paramètres d'anisotropies sont $(\bar{a}_c, \bar{a}_{l_n}, \bar{a}_{f_n}, \bar{a}_{f_t}, \bar{a}_{l_t}) = (a_c, a_{l_n}, a_{f_n}, a_{f_t}, a_{l_t})$ lorsqu'exprimés dans le repère de contacts et $(a'_c, a'_{l_n}, a'_{f_n}, a'_{f_t}, a'_{l_t})$ lorsqu'exprimés dans le repère intercentre. Les études que nous développerons dans les chapitres suivants, montrent que ces anisotropies varient avec la déformation et constituent des paramètres internes pertinents pour la description de l'état de contrainte. En particulier, la connectivité Z_c ou Z du réseau de contact ou de voisin est intrinsèquement liée à l'anisotropie géométrique, l'anisotropie des forces normales à la transmission des forces, et celle des forces tangentielles à la mobilisation du frottement.

3.3.3. Origine micro-mécanique de la résistance macroscopique

L'angle de frottement interne φ défini plus haut, constitue une grandeur dont les variations et valeurs limites déterminent le comportement *rigide-plastique* d'un matériau granulaire. La for-

mulation générique et objective de ce comportement repose sur la représentation tensorielle des contraintes et des déformations. Le tenseur des contraintes est alors caractérisé par ses valeurs propres σ_1, σ_2 (et σ_3 en 3D) et sa direction principale majeur θ_σ . La contrainte déviatorique est donnée par $q = (\sigma_1 - \sigma_2)/2$ (respectivement, $q = (\sigma_1 - \sigma_3)/3$ en 3D) et la pression moyenne par $p = (\sigma_1 + \sigma_2)/2$ (respectivement, $p = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)/3$ en 3D). Une propriété majeure des milieux granulaires est que toutes les contraintes et les forces au contact varient proportionnellement à p [60]. Ainsi, le comportement peut être décrit par le rapport q/p . Ainsi, d'après le critère de Coulomb, l'angle de frottement interne φ est alors donné directement par $\sin \varphi = q/p$ en configuration de cisaillement 2D et par $3q/(2p + q)$ en 3D dans une configuration tri-axial.

Dans un milieu granulaire il est toujours possible d'évaluer les contraintes dans un volume de contrôle en calculant la densité surfacique (linéique en 2D) de forces exercées par les grains extérieurs sur ceux appartenant au volume de contrôle. Cette évaluation du tenseur de contraintes est d'autant plus juste que le volume de contrôle est grand, mais perd son sens mécanique lorsque le volume de contrôle tend vers le volume d'un grain. Moreau a alors introduit le concept de moment interne [61] défini pour une particule i possédant c contacts par : $M_{\alpha\beta}^i = \sum_{c \in i} f_c^\alpha r_c^\beta$, où f_c^α est la composante α de la force exercée sur i au contact c et r_c^β est la composante β d'un vecteur position du contact c . Ce moment est additif et indépendant de l'origine du vecteur r_i . Ainsi, pour un ensemble de particules contenues dans un volume V , on peut montrer que le tenseur des contraintes de Cauchy est équivalent à la densité volumique de moment tensoriel : [61, 101] :

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{1}{V} \sum_{i \in V} M^i = \frac{1}{V} \sum_{c \in V} f_c^\alpha \ell_c^\beta = n_c \int_{\Omega} f_\alpha \ell_\beta P_{f\ell n}(\mathbf{f}, \boldsymbol{\ell}, \mathbf{n}), \quad (3.13)$$

Cette contrainte moyenne peut être aussi exprimée sous une forme intégrale faisant intervenir l'échelle locale ; expression de droite dans l'équation 3.13, où $P_{f\ell n}$ est la densité de probabilité conjointe des forces, des branches et des normales, n_c la densité de contact dans le volume V et Ω est le domaine d'intégration dans l'espace $\boldsymbol{\ell}, \mathbf{f}$.

En supposant³ que $P_{f\ell n}(\mathbf{f}, \boldsymbol{\ell}, \mathbf{n}) \simeq P_f(\mathbf{f})P_\ell(\boldsymbol{\ell})P_n(\mathbf{n})$, en intégrant par rapport à \mathbf{f} et $\boldsymbol{\ell}$, nous obtenons que :

$$\boldsymbol{\sigma} = n_c \int_{\Omega} \langle f_\alpha \rangle(\mathbf{n}) \langle \ell_\beta \rangle(\mathbf{n}) P_n(\mathbf{n}) d\mathbf{n}, \quad (3.14)$$

Comme nous l'avons vu dans la section antérieure, en configuration 3D tri-axiale, les distributions angulaires des forces, des branches et des normales, se réduisent aux distributions $P_\theta(\theta)$, $\langle f_n \rangle(\theta)$, $\langle f_t \rangle(\theta)$, $\langle \ell_n \rangle(\theta)$ et $\langle \ell_t \rangle(\theta)$. Ainsi, en injectant les développements de Fourier dans l'expression intégrale du tenseur de contrainte et en négligeant les produits croisés des paramètres d'anisotropies, nous pouvons écrire que[84, 71, 8, 7] :

$$\frac{q}{p} \simeq \begin{cases} \frac{2}{5}(a_c + a_{ln} + a_{lt} + a_{fn} + a_{ft}), & \text{dans le repère } (\mathbf{n}, \mathbf{t}, \mathbf{s}) \\ \frac{2}{5}(a'_c + a_{ln'} + a_{fn'} + a_{ft'}), & \text{dans le repère } (\mathbf{n}', \mathbf{t}', \mathbf{s}'). \end{cases} \quad (3.15)$$

En 2D, le facteur $2/5$ est remplacé par $1/2$. Comme nous le verrons aussi plus loin, les analyses à partir des simulations numériques discrètes qui seront présentées dans la suite de ce

3. Ceci revient à considérer que les densités de probabilités ne sont pas corrélées

mémoire, ont permis de mettre en évidence la robustesse de cette approximation harmonique de la microstructure et d'identifier de manière claire et univoque les origines de la résistance au cisaillement de manière quantitative.

3.4. Conclusions et problématiques

Les éléments bibliographiques brièvement présentés dans cette partie permettent de situer mes travaux dans le contexte actuel des études des milieux granulaires. Il faut noter que les concepts et résultats présentés ici ne couvrent que ceux qui sont les plus directement liés à mes travaux. Certains aspects plus spécifiques sur la microstructure seront introduits dans les chapitres concernés.

Les propriétés microstructurales et la transmission des efforts dans un milieu granulaire ont été pour la plupart étudiées dans le cas de particules isométriques (disques ou sphères). L'usage intensif de particules sphériques a été motivé par le fait que la rhéologie d'un milieu granulaire est gouvernée par le comportement collectif des particules, et donc la forme peut être vue comme un paramètre secondaire. En pratique, que ce soit du point de vue expérimental ou des méthodes numériques discrètes, les particules sphériques ou circulaires sont faciles à manipuler et le lien avec l'analyse physique est directe. Néanmoins, grâce à la montée en puissance des ordinateurs et des techniques expérimentales, il existe maintenant un grand champ d'investigation possible, encore presque vierge, sur le comportement des matériaux granulaires composés de grains non sphériques.

En effet, dans de nombreux domaines de recherche ou d'applications industrielles, les particules réelles ne sont jamais si "parfaites". Des particules plates ou allongées existent dans le cas de bio-matériaux où dans le domaine pharmaceutique. Les géomatériaux impliquent souvent des particules angulaires. Il en est de même dans le domaine des poudres où l'on rencontre souvent des particules sous forme de cristalite en forme de polyèdre convexe ou non convexe. D'une manière générale, les particules arrondies permettent d'augmenter la capacité d'écoulement, tandis que la forme angulaire est susceptible d'augmenter la résistance au cisaillement [49, 5, 55, 69, 34, 35, 110, 40]. Dans de nombreuses applications, la forme des particules doit aussi être optimisée de sorte à augmenter les performances [63, 92, 93, 54, 74, 16, 83, 32].

Au même titre que les constituants et la forme des grains, un aspect important est la distribution des tailles de grains. Dans les matériaux granulaires naturels ou industriels, les grains ne sont que rarement de la même taille, on parle alors de polydispersité des tailles. Cette caractéristique constitutive joue un grand rôle dans le comportement mécanique des matériaux granulaires au sens où la présence de différents ordres de grandeurs de taille de grains change radicalement l'arrangement des particules. Le comportement macroscopique étant dépendant du réseau de contacts qui s'établit entre les grains, on comprend qu'une modification de l'arrangement modifie également les caractéristiques, autant locales que macroscopiques. Malgré ce constat intuitif, bien peu de travaux se sont intéressés à la polydispersité en tant que problématique d'une étude mécanique [38, 39, 113]. De plus ces travaux se sont souvent limités à des distributions de tailles simples comme des distributions binaires ou ternaires, ou encore

seulement à des disques [112, 111].

La forme des particules affecte la compacité et le caractère dilatant des matériaux granulaires. Un effet non trivial, mis en évidence récemment par des expériences et des simulations numériques sur des empilements d'ellipses, est que la compacité est une fonction non monotone du rapport d'aspect [28, 58, 27]. La compacité augmente, passe par un maximum, puis décroît comme l'inverse du rapport d'aspect [72, 87, 118]. De même, l'angularité représente une propriété des particules polygonales ou polyédriques. Un résultat de base est que l'angularité augmente la résistance au cisaillement [90, 56, 68, 69, 35], mais ce n'est que très récemment que des études systématiques ont été rapportées sur des empilements monodisperses denses de polyèdres de Platon [104, 105, 97, 10]. Dans ce cas, la compacité est également une fonction non monotone du nombre de faces.

A une échelle plus petite, l'effet de la forme et de la taille des particules peut être mesurée sur la texture locale induite par chaque particules. Par exemple, les systèmes isotropes denses d'ellipses ou de polyèdres non frottants à l'équilibre sont sous-contraint [28, 27, 44, 98]. Pour les ellipses ce comportement a été attribué à la présence d'états mous (floppy modes) alors que pour les tétraèdres il résulterait des différents niveaux de contraintes en fonction des types de contacts. En général, les particules allongées tendent à développer un ordre orientationnel local affectant la transmission des efforts et le comportement frictionnel [120, 41, 115, 13]. Cet "ordre nematic" apparait bien que, différemment des fluides, les particules n'interagissent que par frottement.

Ainsi, la combinaison d'une approche discrète (DEM) avec une analyse multi-échelle ouvre de nouvelles perspectives vastes et substantielles étant donné la multitude de morphologies possibles des particules. Par exemple, la prise en compte de l'anisotropie du réseau de contact dans un modèle constitutif et sa calibration par des simulations numériques DEM donnent un cadre prédictif qui pourrait être appliqué aux structures civiles soumises aux sollicitations complexes. La modélisation des *matériaux granulaires à composition réaliste* nécessite d'élargir les capacités du modèle en prenant en compte des éléments tels que :

1. la forme arbitraire des particules,
2. les interactions complexes (cohésion, capillaires, etc...)
3. la fracturation des particules,
4. les changements dans la granulométrie,
5. l'évolution des quatre éléments précédents aux regards des conditions aux limites et des sollicitations mécaniques.

Ces éléments sont rarement capturés par les techniques de simulation les plus courantes. Ainsi, afin d'obtenir une image claire et précise du comportement complexe des matériaux granulaires réels, il est primordial de comprendre et quantifier chacun des effets mentionnés plus haut. Néanmoins, cela n'est pas une tâche facile et c'est la raison pour laquelle des études systématiques sur ces sujets sont rares. Une des difficultés, est qu'il est difficile de contrôler précisément la forme et le changement de forme des particules dans les expériences. De même, prendre en compte la forme dans les méthodes numériques discrètes induit des difficultés techniques, à la

fois du point de vue géométrique que calculatoire comme par exemple la détection du contact avec des formes arbitraires.

Les principales méthodes en éléments discrets peuvent être classées en deux grandes familles : 1) les approches *Non Smooth* basées sur la mécanique non régulière qui prennent en compte les chocs sans interpénétration des grains ; 2) les approches *Smooth* autorisant l'interpénétration des grains. Les méthodes de type "Smooth" (régulière) sont basées sur l'approche Molecular Dynamics (MD) qui consiste à intégrer les interpénétrations à la description des lois de contact en considérant qu'une déformation locale des grains est possible (contact déformable et particules rigides). Ces approches sont utilisées pour l'étude de liquides, de cristaux, ou encore de macro-molécules à l'échelle des atomes. Cundall et Strack ont étendu cette approche au cas de corps solides par l'adjonction de lois de contact et de frottement [22, 82].

Les approches de type "Non Smooth" (non régulière) sont basées sur l'hypothèse de rigidité des contacts (contacts indéformables ; corps rigide ou déformable). Une non-régularité apparaît alors dans le traitement du contact et du frottement et dans l'évolution des vitesses au cours d'une collision entre deux particules. Ainsi, toute interpénétration pouvant apparaître avec une approche de type non-régulière est considérée comme une "violation", et est donc indésirable. Parmi les méthodes de type "Non Smooth", on peut citer la méthode Event Driven (ED) qui ne gère qu'une seule interaction à la fois avec une discrétisation irrégulière du temps. Elle est réservée à la simulation de gaz ou de systèmes de corps articulés. Pour les systèmes de corps où plusieurs interactions interviennent simultanément (systèmes denses), la méthode Contact Dynamics (CD), ou Non Smooth Contact Dynamics (NSCD) initiée par Moreau [61, 42, 62, 77] est mieux adaptée.

L'étude du comportement d'un échantillon de granulats soumis à diverses sollicitations, nécessite la prise en compte de plusieurs milliers de grains. Le système à étudier sera le plus souvent compact, le nombre de contacts pouvant être important. L'approche CD permet d'employer des pas de temps plus grands, et surtout la prise en compte de l'unilatéralité au contact se fait sans approximation. Il est important de préciser aussi qu'un avantage majeur de la méthode CD par rapport aux autres méthodes DEM est de ne pas impliquer un modèle de contact. C'est d'autant plus crucial que les contacts entre particules de formes quelconques sont différents des contacts entre sphères utilisés souvent comme modèle de base. En particulier, les contacts face-face en 3D et côté-côté en 2D impliquent respectivement au moins 3 et 2 contraintes unilatérales. Chaque contact côté-côté doit donc être décrit comme composé de deux points de contact [92]. En CD, il suffira de fixer les points et d'appliquer l'algorithme tandis qu'en MD une loi de force spécifique est nécessaire.

Pour ces raisons, dans mon travail de recherche nous avons privilégié cette méthode qui a été développée dans les codes de calcul **LMGC90** par F. Dubois et M. Jean [42, 92, 80] et **GDM-TK** développé par V. Richefeu, F. Radjai et J.-Y. Delenne. L'idée générale de la méthode, les équations et leurs résolutions sont accessibles dans les diverses références suivantes [42, 92, 80, 75]. Nous avons toutefois aussi utilisé ponctuellement la méthode MD sur des études spécifiques.

Effet de la forme des particules sur la rhéologie quasi-statique

Sommaire

4.1. Introduction	38
4.1.1. Génération des formes	39
4.1.2. Génération des empilements	44
4.2. Comportement macroscopique	45
4.2.1. Effet de la forme des grains	46
4.2.2. Effet de la polydispersité	48
4.3. Analyse Micromécanique	49
4.3.1. Particules anguleuses et types de contacts	49
4.3.2. Particules allongées/aplaties et ordre nématique	51
4.3.3. Particules non-convexes et enchevêtrement	56
4.3.4. Polydispersité et transition géométrique	59
4.4. Paramètre générique de forme	60
4.4.1. Critère d'éloignement par rapport à la sphere	61
4.4.2. Forme et frottement de roulement	62
4.5. Conclusions	64

4.1. Introduction

Comment la forme des particules affecte le comportement des matériaux granulaires est un très vaste sujet qui commence à peine à être abordé. Les premières études numériques détaillées de la rhéologie des assemblages de grains non-sphériques ont été réalisées lors de ma thèse (A24)(A20) avec le ballast, simplifié en polyèdre irrégulier, comme matériau de référence de la SNCF ; voir la figure 4.1(a). Ces matériaux exhibent une résistance au cisaillement bien supérieure aux assemblages de sphères. Les simulations ont été menées avec près de 20 000 pentagones en 2D et 40 000 polyèdres en 3D. Nous avons montré que l’origine de cette résistance élevée est la formation des contacts face/face qui induit une anisotropie plus importante des forces.

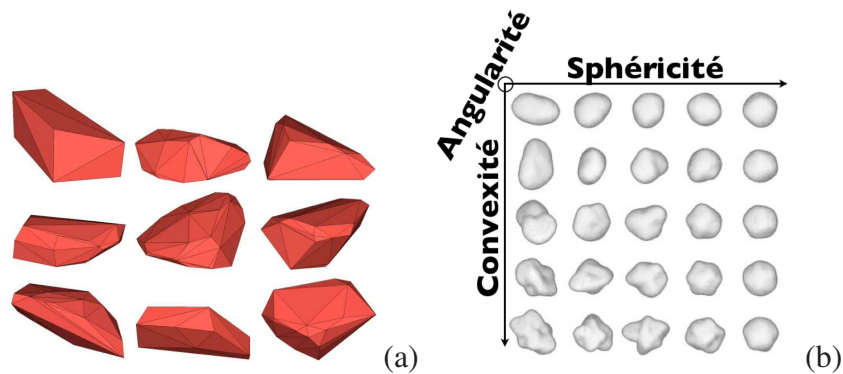


Figure 4.1. – (a) Exemple non exhaustif de grains de ballast facettés tirés aléatoirement dans la bibliothèque de grains appartenant à la SNCF. (b) Diagramme 3D des formes de grains d’après Santamarina [91].

Pour tenir compte de la forme des particules dans la description du comportement ou de la microstructure des milieux granulaires, de nombreux paramètres morphologiques peuvent être introduits. Dans le cas de particules polygonales régulières en 2D, le seul paramètre de forme est le nombre de côtés (en plus du diamètre). En revanche, dans le cas de particules polygonales irrégulières en plus du nombre de côtés, il est nécessaire de rendre compte de la position des sommets dans un repère attaché à chaque particule. En mécanique des sols, l’angularité et/ou la “rondeur” des particules sont des paramètres classiquement utilisés pour décrire la forme des particules [60]. En ce qui concerne la transmission des forces, au moins trois paramètres sont susceptibles d’influencer le comportement :

- l’anisotropie des particules (anisométrie) laquelle contribue à l’anisotropie générale de la transmission des efforts [71, 14, 13],
- la “facettisation” des particules qui influence le type de contacts et qui permet de former des structures en colonnes plus rigides que dans le cas des disques ou des sphères,
- l’enchevêtrement, résultant du caractère non-convexe des grains, affectant le comportement via différents mécanismes tels que le remplissage de vide à priori inaccessible, blocage des rotations, un très grand nombre de contacts possible entre seulement deux particules.

Ainsi, les formes de grains sont très diverses. Les premiers travaux portant sur la caractérisation de la forme des particules ne sont pas récents. En effet, des auteurs tels que Wadell en 1932 ; Krumbein et Pettijohn en 1938 et 1957 ou encore Lees en 1964 sont les premiers à avoir développé des méthodes de caractérisation de la forme des particules [114, 48]. Ces méthodes étaient avant tout dédiées à la caractérisation de particules dans le domaine de la sédimentologie. Aujourd'hui les besoins de caractérisation de la morphologie des systèmes granulaires touchent de nombreux domaines (industrie céramique, génie civil. . .). Sans rentrer dans les détails des techniques de classification, les particules peuvent être regroupées en trois grandes catégories suivant leur nature *anguleuse*, *non-convexe* ou *allongée/aplatie* (appelée aussi sphéricité) ; voir le diagramme 4.1(b). Le rôle précurseur des travaux que nous avons mené a été d'étudier de manière - systématique - l'effet isolé de chaque paramètre, sur le comportement quasi-statique et la texture. Dans cette section nous considérons donc des représentants de chaque type de forme.

4.1.1. Génération des formes

Polygones et polyèdres

L'angularité représente basiquement une propriété des particules polygonales ou polyédriques. Afin d'étudier de manière systématique l'effet de l'angularité des particules il est alors primordial de bien contrôler la forme des polygones et polyèdres qui seront générés. Deux études conjointes et systématiques ont été menées, la première en 2D en collaboration avec N. Estrada et F. Radjaï à base de polygones réguliers (A12) dans le cadre d'un premier projet Ecos-Nord France-Colombie, et la deuxième en 3D avec F. Radjaï et F. Dubois à base de polyèdres irréguliers (A9).

Partant de grains polygonaux ou polyédriques, l'angularité d'un grain peut être décrite très simplement par l'angle au centre défini par l'intersection des deux normales aux côtés (faces en 3D) adjacentes. Pour simplifier l'étude, dans un premier temps nous avons considéré que des grains réguliers en 2D. Dans ce cas, l'angularité est directement donnée par $\alpha = 2\pi/n_s$, avec n_s le nombre de côté. En 3D, un polyèdre est dit régulier s'il est constitué de faces toutes identiques et régulières, et que tous ses sommets sont identiques (i.e qu'il y a un même nombre d'côtés qui convergent à chaque sommet). Ils sont au nombre de neuf, dont cinq sont convexes et étaient connus de Platon. On appelle parfois polyèdres réguliers uniquement les solides de Platon. Pour cette raison, et pour des soucis de généralités nous avons choisi de générer des polyèdres irréguliers. Dans ce cas, les grains polyédriques sont construits suivant une procédure stricte.

Premièrement un ensemble de n_v sommets est généré aléatoirement sur la sphère unité. L'enveloppe convexe des points est générée en associant trois sommets à une face. Cette condition implique que le nombre de face n_f est donné par $n_f = 2n_v - 4$. Deuxièmement, comme cela est illustré sur la figure 4.2, les longueurs L_p , l_p et h_p des axes principaux sont calculés. Le rapport d'aspect est donné par L_p/h_p and l_p/h_p . Afin d'éliminer l'effet d'allongement des particules, nous imposons que les rapports L_p/h_p et l_p/h_p ne doivent pas dépasser 0.9. Ceci peut être aussi évaluer via le paramètre de *sphéricité* \mathcal{S} , introduit par Waddell [114], défini par le rapport entre

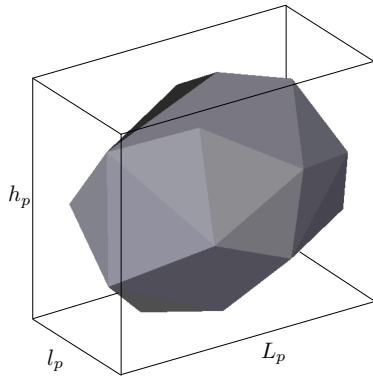


Figure 4.2. – Définition du rapport d'aspect.

Samples	n_f	$\langle \alpha \rangle$	$\langle L_p/h_p \rangle$	$\langle l_p/h_p \rangle$
S1	Spheres	0	1	1
S2	596	0.135	0.98	0.95
S3	176	0.248	0.97	0.94
S4	96	0.339	0.96	0.94
S5	46	0.496	0.93	0.95
S6	30	0.631	0.93	0.94
S7	20	0.772	0.93	0.91
S8	8	1.181	0.92	0.92

Tableau 4.3. – Propriétés géométriques des assemblages 3D générés (voir la section plus bas).

la surface de la sphère ayant le même volume que le polyèdre sur la surface du polyèdre. Numériquement cela signifie que nous générons aléatoirement des sommets jusqu'à ce que toutes ces conditions soient satisfaites. L'angularité du système granulaire est donnée par la moyenne des angularités des particules. Le tableau 4.3 résume l'ensemble des propriétés des systèmes granulaires anguleux construits, et dont la procédure de construction sera décrite plus bas. La figure 4.4 montre deux images d'une portion des échantillons de polyèdres construits via cette méthode.

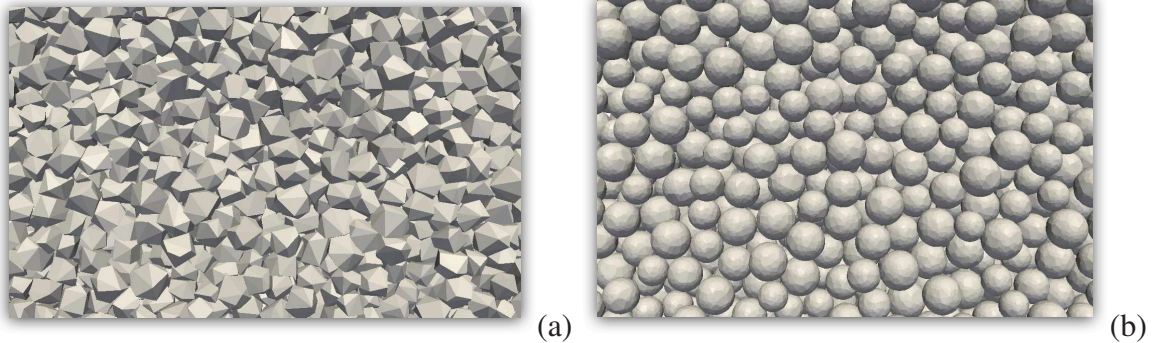


Figure 4.4. – Image d'une portion des systèmes granulaires générés en 3D pour des polyèdres de a) 20 faces, b) 596 faces à la fin de la compression isotrope (voir Sec. 4.1.2 pour le mode de construction des échantillons).

Particules allongées et aplaties

L'effet de la forme anisotrope des particules a été systématiquement analysée en 2D en collaboration avec F. Radjai en considérant une forme simple de rectangle à bouts arrondis ("Rounded-cap-Rectangle" RCR) (A19)(A16). Les études ont été généralisée au cas 3D des particules aplaties dans le cadre de la thèse de Mauricio Botton en collaboration avec N. Estrada, dans la perspective d'une étude plus large sur la modélisation des matériaux argileux(A11)(A6).

En 2D, les particules RCR sont construites comme un cluster composé d'un rectangle et de deux disques placés à chacune des deux extrémités ; Figure 4.5(a). En 3D nous avons utilisé des sphéropolyèdres pour représenter les particules aplaties ; Figure 4.5(b). Dans ce cas, chaque particule est composée d'un parallélépipède entouré par quatre cylindres et aux extrémités sont positionnées quatre sphères pour fermer l'objet.

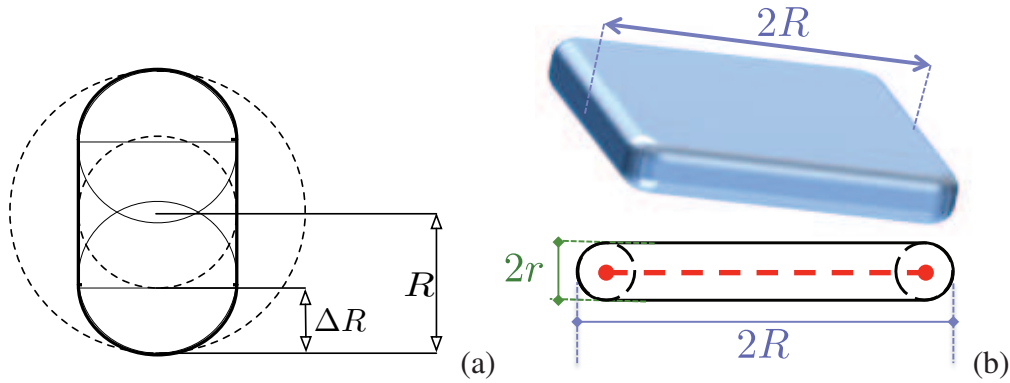


Figure 4.5. – Représentation de la forme d'une particule RCR (a) et d'une particule aplatie construite comme un sphéro-polyèdre (b).

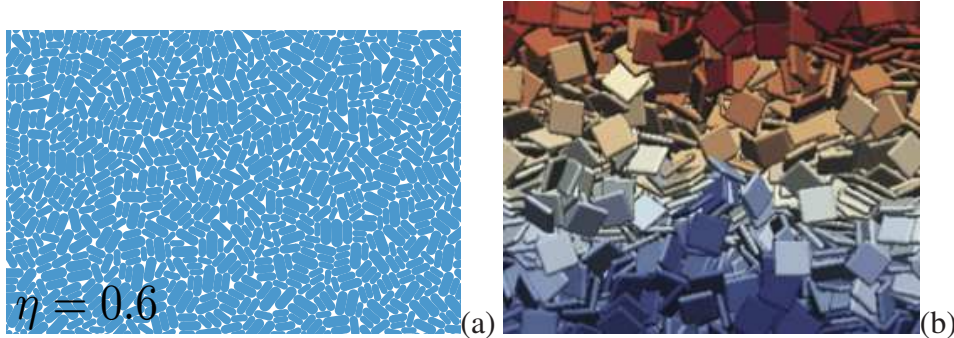


Figure 4.6. – Image d'une portion des systèmes granulaires générés en 2D pour a) $\eta = 0.6$ et b) en 3D pour $\eta = 0.7$, à la fin de la compression isotrope (voir Sec. 4.1.2 pour le mode de construction des échantillons).

L'allongement où la platitude peuvent être quantifié(e) simplement via le paramètre η défini de la manière suivante :

$$\eta = \frac{R - r}{R} = \frac{\Delta R}{R}, \quad (4.1)$$

avec R et r sont les rayons des disques/sphères circonscrites et inscrites dans les particules. Par construction, ce rapport varie entre 0 pour un disque/sphère et 1 pour une ligne/plan infini. Le rapport η est relié au rapport d'aspect λ de la particule simplement par $\eta = 1 - 1/\lambda$. La figure 4.6 montre différentes images des échantillons préparés. Le mode de construction des échantillons sera présenté plus en détail dans la section suivante. Dans les études qui seront présentées plus bas, η est varié de 0 à 0.7 de 0.1 en 0.1.

Particules Non-convexes

Dans le cadre d'une collaboration avec le CEA (thèse de Baptiste Saint Cyr), dont l'un des matériaux d'étude est la poudre radioactive d'UO₂ (agrégats rigides composés de cristallites en forme d'ovoïde), nous avons étudiés, en 3D, l'effet de la non-convexité des particules (A10).

Dans cette étude, le choix de la forme non-convexe doit répondre à plusieurs critères comme 1) traduire la forme dendritique des particules d'UO₂, 2) permettre de changer facilement le degré de non-convexité, 3) éviter toute confusion avec les autres paramètres mentionnés plus hauts tels que l'angularité ou l'anisométrie et 4) permettre des simulations peut couteuse en temps. Pour toutes ces raisons, nous avons opté pour un agrégat rigide composé de 4 sphères disposées symétriquement avec une symétrie rotationnelle d'ordre 4 et un degré de recouvrement variable ; voir la figure 4.7(a).

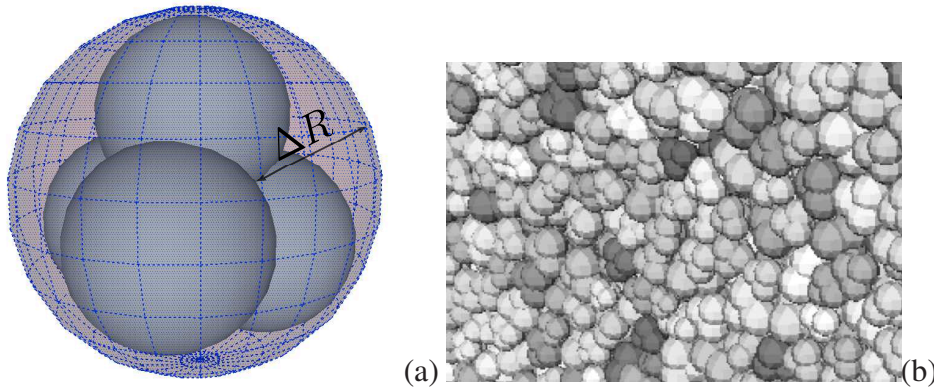


Figure 4.7. – (a) Représentation de la forme non-convexe des agrégats simulés et (b) zoom sur une partie des échantillons construits (voir Sec. 4.1.2 pour le mode de construction des échantillons).

Un agrégat de 3 sphères est également un agrégat non convexe, mais la forme ainsi obtenue présente aussi une élongation et un aspect aplatie. Enfin, cette forme est une simple extension de sphères et ne présente donc aucune difficulté numérique particulière. Cette forme peut être caractérisée simplement par le paramètre $\lambda = l/2r$ ou l est la distance entre le centre de deux sphères et r le rayon d'une sphère. Ce paramètre varie de 0 (sphère) à $\sqrt{3}/2$ ce qui correspond à un agrégat où trois sphères coplanaires s'intersectent en un point unique. Le rayon circonscrit à cet agrégat est donné par $R = r(1 + \lambda\sqrt{3/2})$. Plus généralement, nous pouvons également utiliser le paramètre $\eta = \Delta R/R$ introduit plus haut, ou cette fois ci $\Delta R = R - R'$ avec R' le rayon de la sphère inscrite. Dans ce contexte, ΔR peut être vue comme un paramètre quantifiant la concavité de l'agrégat. La figure 4.6 montre un zoom sur un échantillon préparé avec $\eta = 0.6$. Dans les études qui seront présentées plus bas, η est varié de 0 à 0.7 de 0.1 en 0.1.

La polydispersité

En des termes très généraux, la polydispersité signifie "plusieurs sources de dispersion" et est souvent résumée à la seule distribution des tailles dans le cas des milieux granulaires. Mais il existe bien évidemment plusieurs autres sources telles que la forme ou la densité des grains.

Ainsi, toujours dans le cadre d'une collaboration avec le CEA de Cadarache (Thèse de Duc-Hanh Nguyen) nous nous sommes intéressé également à la tenue mécanique d'assemblages granulaires polydisperses (A7)(A3).

Dans ce contexte, les pastilles d'UO2 sont construites à partir d'agrégats solides obtenus par frittage des poudres d'UO2 (compaction des poudres suivie d'un traitement thermique). Sous l'effet de la contrainte de mise en forme, l'augmentation de la compacité est alors consécutive à des réarrangements à l'échelle locale, et à des fragmentations induisant des changements pouvant être conséquent sur la granulométrie et les formes des particules.

Le but de ce travail est précisément de mettre en évidence le rôle spécifique de la polydispersité sur la texture et sur le comportement mécanique des matériaux granulaires. Pour les études qui seront présentées plus loin, nous avons considéré un matériau granulaire composé de particules pentagonales. Ces particules sont caractérisées par deux paramètres : 1) leur degré d'irrégularité, qui constitue un paramètre de polydispersité de forme, et 2) l'étalement granulométrique, qui définit la polydispersité de taille. Le caractère fragmentable des grains sera considéré dans le Chapitre 5 de ce mémoire.

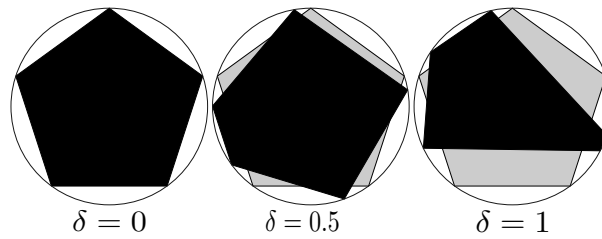


Figure 4.8. – Exemple de pentagone régulier $\delta = 0$ transformé en pentagones irréguliers pour $\delta = 0, 5$ et $\delta = 1$.

A partir d'un polygone régulier, chaque sommet peut être repéré par l'angle $\theta^i = \theta_0 + k^i 2\pi/n$, où θ_0 est la position du sommet de référence, n est le nombre de sommets et $k \in [0, n - 1]$. Un polygone régulier sera transformé en polygone irrégulier en introduisant une perturbation sur la position de chaque sommet de la manière suivante :

$$\theta^i = \theta_0 + k^i \frac{2\pi}{n} \pm \delta \frac{\pi}{n} I[0, 1], \quad (4.2)$$

où δ est un paramètre qui peut varier dans l'intervalle $[0, 1]$ et $I[0, 1]$ est un nombre aléatoire entre 0 et 1. Ce paramètre reflète le degré d'irrégularité du polygone, ou de manière plus général le paramètre de "polydispersité de forme". En d'autres termes, les sommets des polygones irréguliers s'écartent des positions angulaires des sommets du polygone régulier d'un angle aléatoire entre 0 and $\delta\pi/n$. Dans ce travail, le pentagone sera utilisé comme polygone régulier de référence. La figure 4.8(b,c) montre deux pentagones irréguliers obtenus à partir du pentagone régulier.

La taille d'une particule pentagonale est définie par le diamètre d du disque circonscrit. Dans ce qui suit, nous définissons l'étalement s de la distribution en taille des particules par [112] :

$$s = \frac{d_{max} - d_{min}}{d_{max} + d_{min}} \quad (4.3)$$

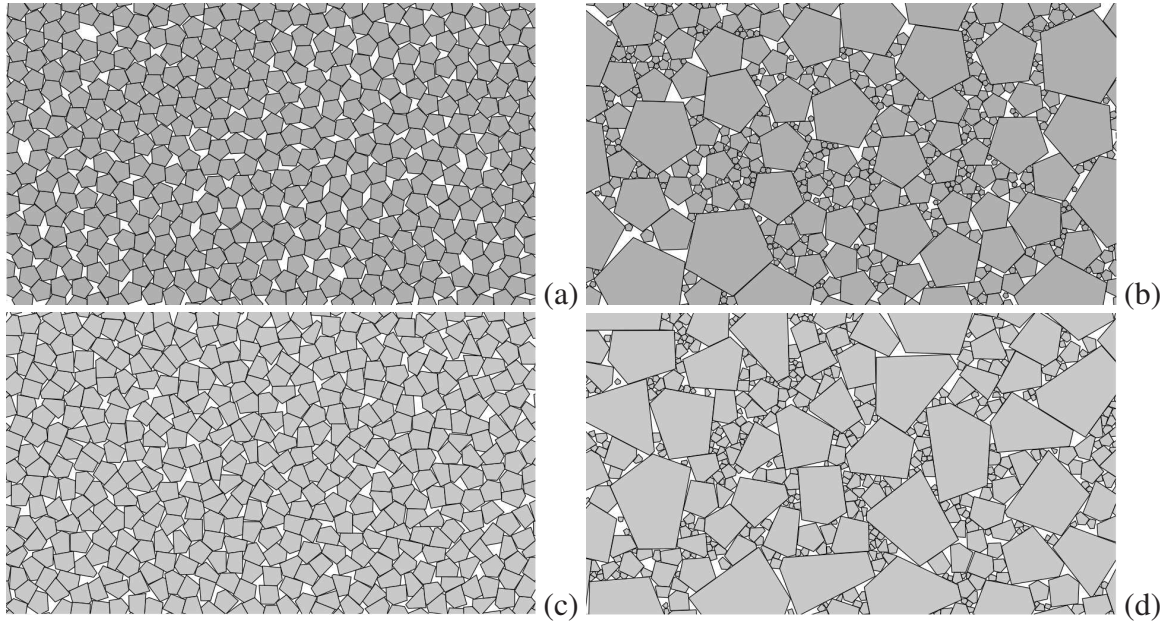


Figure 4.9. – Zoom sur une partie des échantillons construits (voir Sec. 4.1.2 pour le mode de construction des échantillons), ici pour $(s; \delta) = (0, 01; 0)(a)$, $(s; \delta) = (0, 9; 0)(b)$, $(s; \delta) = (0, 01; 1)(c)$ and $(s; \delta) = (0, 9; 1)(d)$

Le cas $s = 0$ correspond à un système monodisperse, et $s = 1$ correspond à une polydispersité “infinie”. Dans nos études, s varie systématiquement dans l’intervalle $[0; 0, 9]$. Des vues rapprochées des échantillons construits sont présentées pour $s = \{0, 01; 0, 9\}$ et $\delta = \{0; 1\}$ sur la figure 4.9 (voir Sec. 4.1.2 pour le mode de construction des échantillons).

4.1.2. Génération des empilements

Tout les systèmes qui seront préparés par la suite, le sont suivant un protocole identique. Un système dense de disques ou de sphères est d’abord construit en déposant les particules suivant des considérations géométriques simples afin d’optimiser la densité initiale (et donc minimiser les vides) [103]. Les disques/sphères sont positionné(e)s séquentiellement à l’intérieur d’une boîte, en cherchant la position qui minimise leur énergie potentielle. De telle sorte, en 2D une nouvelle particule sera portée par 2 particules et par 3 particules en 3D. Pour les particules non-sphériques, les mêmes systèmes sont utilisés avec chaque disques/sphères servant de disques/sphères circonscrit(e)s aux particules non-sphériques. Ces dernières sont inscrites avec le paramètre de forme (α, η, \dots) correspondant et une orientation aléatoire dans l’espace. Sauf mention contraire (voir Sec. 4.2.2), le diamètre des disques/sphères circonscrit(e)s varie dans l’intervalle $[d_{min}, 2d_{min}]$ (i.e $s \sim 0.3$) avec une distribution homogène en volume.

Pour obtenir un empilement dense et unique (isostatique) aussi connu sous le nom de “Random Close Packing” (RCR), les échantillons préparés sont ensuite soumis à une compaction isotrope sous un effort constant de σ_0 dans toutes les directions, le coefficient de frottement μ_s entre particules et le coefficient de frottement μ_w avec les parois sont pris égaux à zéro. La

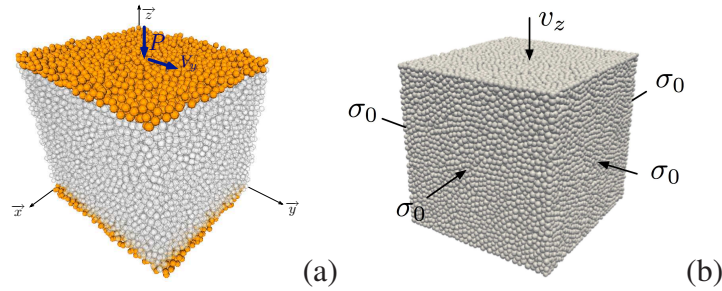


Figure 4.10. – (a) Essai de cisaillement simple en 3D et b) essai de test Tri-axial en 3D (les parois ne sont pas montrées).

condition de parois lisses, i.e $\mu_s = 0$, minimise également les hétérogénéités aux bords induites par des effets de frottement. La gravité est fixée à 0 pour toutes les simulations afin d'éviter les gradients de forces dans les échantillons. Des images des empilements denses ainsi construits ont été montrés dans la section antérieure. Dans les campagnes d'essais numériques, 13 000 polygones en 2D et 40 000 polyèdres en 3D ont été utilisés comme représentant de particules anguleuses, 13 000 RCR (i.e 39 000 particules) et 10 000 particules comme représentant de particules anisométriques, et 12 000 agrégats (i.e 48 000 sphères) pour simuler des particules non-convexes.

Les échantillons isotropes ainsi préparés sont alors soumis soit à 1) une compression bi/tri-axiales en imposant une vitesse v_z constante sur la paroi supérieure et une pression de confinement σ_0 constante sur les parois latérales ; Figure 4.10(a), soit à 2) un cisaillement simple ; Figure 4.10(b). Dans ce dernier cas, les murs latéraux sont supprimés, des conditions périodiques suivant l'axe x ou bi-périodiques en 3D suivant les axes x et y sont appliquées, les grains en contacts avec les plans supérieurs et inférieurs sont "collés" entre eux, une pression σ_0 verticale et une vitesse v_y horizontales sont appliquées sur la paroi supérieure. Puisque nous nous intéressons au comportement quasi-statique, dans nos simulations la valeur du nombre inertiel I est toujours inférieur à 10^{-3} .

4.2. Comportement macroscopique

On se propose ici d'analyser et de comparer l'évolution macroscopique des matériaux simulés. Les deux grandeurs macroscopiques qui nous intéressent, sont la compacité et la résistance au cisaillement. La figure 4.11(a) montre les variations typiques du déviateur de contrainte q/p en fonction de la déformation volumique ε_q , ici dans le cas où les particules sont non-convexes. La déformation volumique est donnée par $\varepsilon_q = \varepsilon_1 - \varepsilon_3$, avec $\varepsilon_1 = \int_{h_0}^h dH'/H$, $\varepsilon_3 = \int_{L_0}^L dL'/L$ et H_0 , L_0 , l_0 les dimensions initiales de la boîte. Les systèmes étant initialement préparés isotropiquement, $q/p = 0$ pour $\varepsilon_q = 0$. Comme nous l'avons vu dans le chapitre 3, la courbe contrainte-déformation du matériau augmente jusqu'à une valeur seuil, décroît et se stabilise autour d'une valeur critique [60]. Cette valeur critique augmente ici avec le paramètre de non-convexité η .

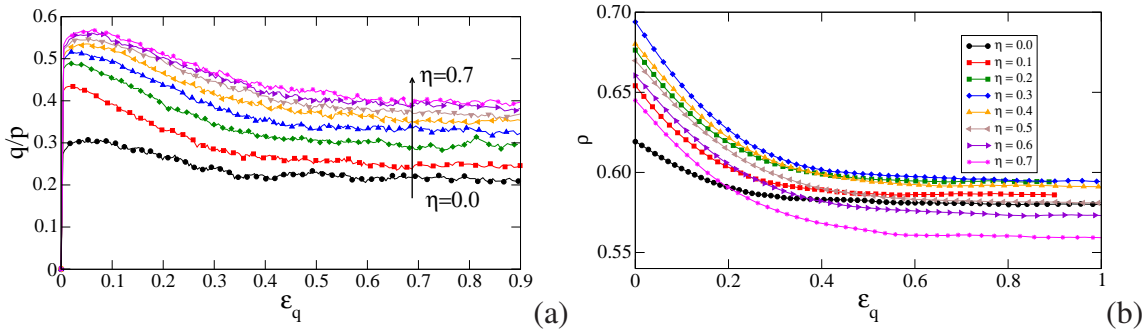


Figure 4.11. – Evolution du déviateur de contrainte normalisé q/p (a) et de la compacité ρ (b) en fonction de la déformation cumulée ε_q pour différentes valeurs du paramètre η dans le cas où les particules sont non-convexes.

De la même manière, la figure 4.11(b) montre la variation de la compacité ρ en fonction de ε_q . Toujours à cause de la compression isotrope initiale, les systèmes se dilatent dès le début d’une valeur caractéristique ρ^0 vers une valeur constante ρ^* dans l’état critique. Les systèmes se dilatent presque de manière homogène avec la déformation tant que $\varepsilon_q \leq 0.3$. Au-delà des bandes de cisaillement se forment concentrant l’essentiel de la dilatation. La compacité critique est atteinte vers $\varepsilon_q \sim 0.5$. Pour nos particules rigides, la compacité résiduelle ρ^* est indépendante de la pression de confinement et peut être considérée comme une propriété intrinsèque du matériau, c’est-à-dire reflétant une propriété de la forme des particules et du frottement.

Ainsi, l’objectif dans ce qui suit est de mettre en évidence de manière systématique l’influence des paramètres de formes et de taille des particules sur la résistance au cisaillement et la compacité critique/initiale.

4.2.1. Effet de la forme des grains

La figure 4.12 montre la variation du déviateur de contrainte normalisé q/p moyenné dans l’état critique, en fonction de l’angularité (a), du degré de non-convexité (b) et de l’aplatissement (c) des particules pour des simulations 3D. Noter que les matériaux anguleux et non-convexes ont été soumis à un essai tri-axial (i.e. $\sin \varphi = 3q/(2p+q)$) et les matériaux aplatis à un cisaillement plan (i.e. $\sin \varphi = q/p$). Nous constatons que la résistance au cisaillement augmente au fur et à mesure que la forme s’éloigne de celle d’une sphère. Cette augmentation est quasi-linéaire dans le cas des particules aplaties ou non-convexes, mais de manière plus surprenante, q/p augmente rapidement puis sature aux grandes valeurs d’angularité. Il est à ce titre remarquable que, pour le cas des grains anguleux, une faible variation de la forme implique une augmentation rapide de la résistance, alors que pour des angularités très grandes (et donc des formes très éloignées les unes des autres) la résistance soit quasi-identique d’une angularité à l’autre.

De manière heuristique, l’augmentation de la résistance peut être comprise par le fait que les particules peuvent interagir par plusieurs contact en même temps (tels que face-face dans le cas des polyèdres) et donc le nombre de contrainte cinématique augmente même pour une forme très peu éloignée de celle d’une sphère comme c’est le cas avec les polyèdres ayant 596 faces.

Ce point sera discuté plus en détail dans la section 4.3 au regard des caractéristiques de chaque forme de particules.

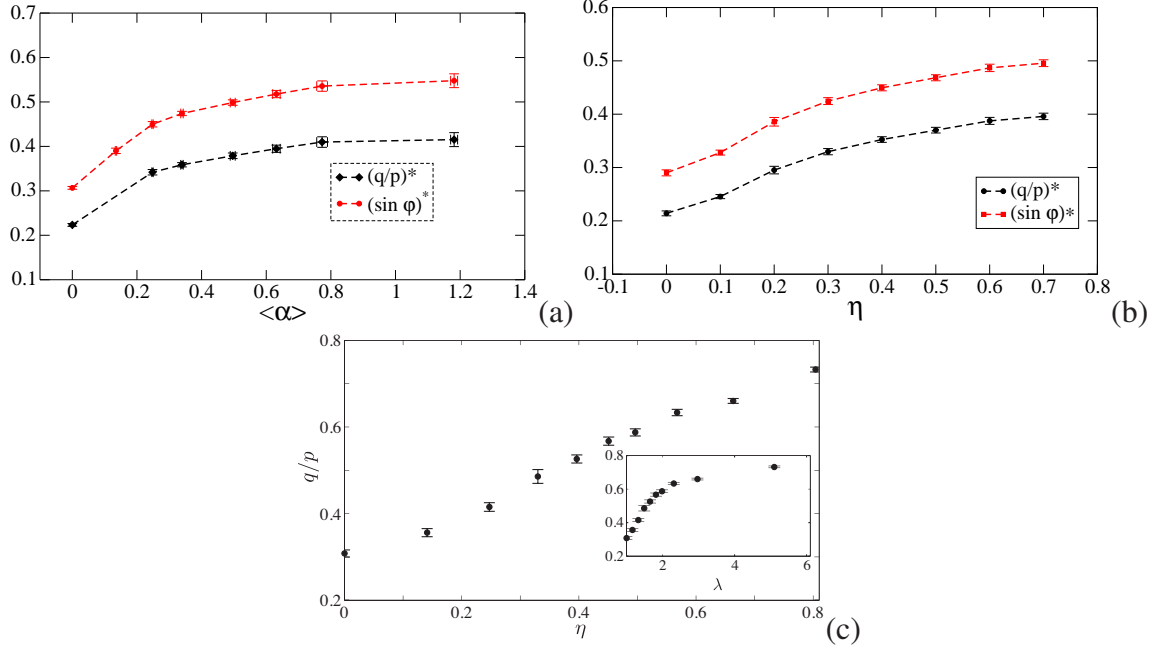


Figure 4.12. – Variation du déviateur de contrainte normalisé q/p et de l’angle de frottement macroscopique $\sin \varphi$, moyennés dans l’état critique, en fonction de l’angularité (a), du degré de non-convexité (b) et de l’aplatissement (c) des particules. L’inset de la figure (c) montre la variation de q/p en fonction du rapport d’aspect λ des particules aplaties. Notez également que dans le cas (c), $\sin \varphi = q/p$ puisque dans ce cas il s’agit de simulations 3D en cisaillement plan.

La figure 4.13 montre la variation de la compacité à l’état isotrope (ν_0) et à l’état résiduel (ν^*) moyennée dans l’état critique, en fonction de l’angularité (a), du degré de non-convexité (b) et de l’aplatissement (c) des particules. Noter que ν_0 n’a pas été calculée dans le cas 3D des particules aplaties. Mais des résultats 2D, avec des particules RCR montrent des tendances similaires. Un résultat des plus surprenant est la variation non-monotone de la compacité avec tous les paramètres de formes dans l’état isotrope, mais également dans l’état résiduel, excepté pour les particules anguleuses ou dans ce cas la compacité décroît avec l’angularité. Excepté donc pour le cas anguleux dans l’état résiduel, la compacité augmente depuis la valeur obtenue pour un empilement de sphères jusqu’à un maximum, puis décroît jusqu’à des valeurs qui peuvent être inférieures à celles d’un empilement de sphères.

Comme cela a été mentionné dans l’introduction de ce rapport (Chap. 3, Sec. 3.4) la variation non-monotone de la compacité à surtout était observée et étudiée dans le cas des particules allongées [28, 58, 27, 72, 87, 118]. Nous pouvons voir que cette observation se généralise facilement à plusieurs autres types de formes de particules. Cette variation non-monotonique illustre parfaitement la complexité de la texture granulaire induite par la forme des particules. De manière intuitive cette augmentation peut être comprise par le fait que des particules non-sphériques peuvent remplir des pores inaccessibles avec des particules parfaitement sphériques,

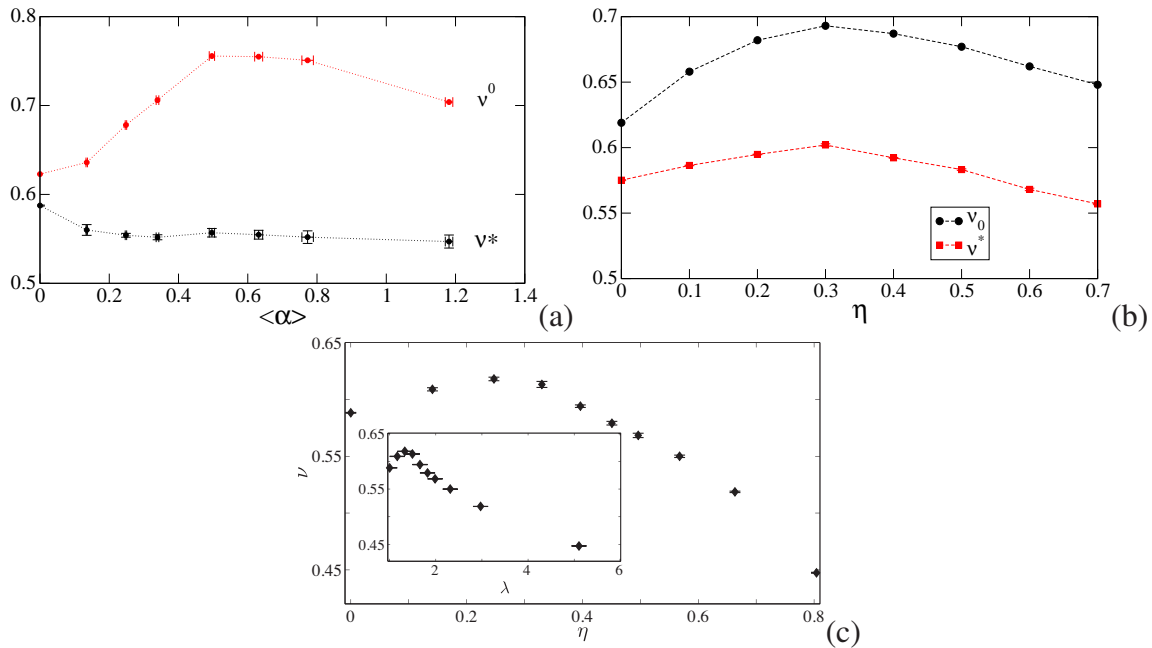


Figure 4.13. – Variation de la compacité à l'état isotrope (v_0) et à l'état résiduel (v^*) moyennée dans l'état critique, en fonction de l'angularité (a), du degré de non-convexité (b) et de l'aplatissement (c) des particules. Noter que v_0 n'a pas été calculée dans le cas 3D. Mais des résultats 2D montre des tendances similaires (A19). L'inset de la figure (c) montre la variation de v^* en fonction du rapport d'aspect λ des particules aplaties.

comme c'est le cas avec des particules angulaires dont les pointes peuvent se "faufiler" entre les particules. Mais ce mécanisme n'est clairement pas à l'oeuvre aux plus grandes valeurs des paramètres de formes.

Un autre fait remarquable est que la compacité suit une évolution opposée à celle de la résistance quand nous augmentons la valeurs des paramètres de formes. Ceci semble assez contre-intuitif car il est souvent admis le contraire, à savoir que la résistance augmente lorsque la compacité augmente.

4.2.2. Effet de la polydispersité

Les figures 4.14 montre respectivement les valeurs moyennes de $\sin \varphi^*$ et de ρ^* en fonction de s et δ . Tout d'abord, nous pouvons voir qu'indépendamment de δ , la résistance au cisaillement à l'état critique est constante avec s . Ce résultat généralise donc aux grains anguleux un résultat précédent obtenu uniquement pour des disques [111]. Mais il est surprenant que la résistance au cisaillement décroît linéairement au fur et à mesure que le degré d'irrégularité des grains augmente. Par exemple, $\sin \varphi$ varie de 0,50 à 0,46 pour $s = 0,01$ et δ allant de 0 à 1. Ce résultat est assez inattendu car, même si l'angularité moyenne (i.e la moyenne des angles extérieurs) de chaque grain ne varie pas avec δ , l'anisométrie géométrique des particules varie. Or, comme cela a été montré plus haut, la résistance au cisaillement augmente avec l'augmentation du

rapport d'aspect des particules. En revanche, sur la figure 4.14(b) nous voyons que la compacité augmente avec à la fois s et δ . En d'autres termes, les systèmes les plus denses ont une résistance identique aux systèmes les plus lâches. Ce comportement ce révèle être une fois de plus contre-intuitif car il est souvent admis que la résistance au cisaillement augmente avec la compacité, ce qui n'est pas le cas ici.

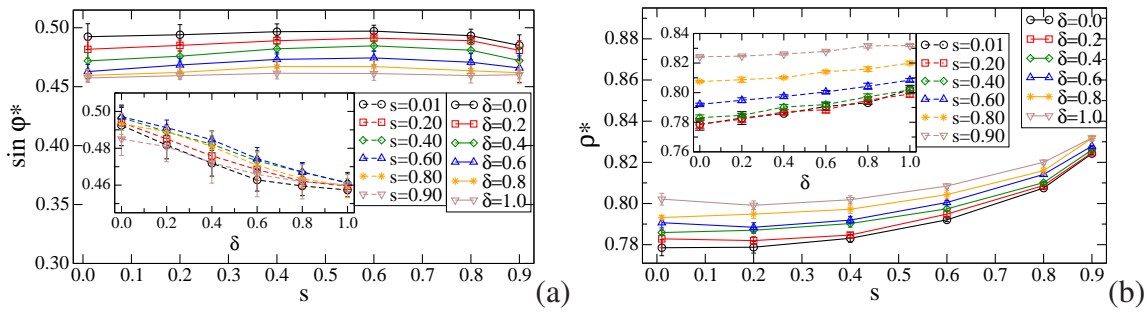


Figure 4.14. – Déviateur de contrainte $\sin \varphi^*$ (a) et compacité ρ^* (b) moyennés dans l'état résiduel en fonction de s et en fonction de δ (inset).

Ainsi, afin de comprendre les origines de ces comportements quelque peu paradoxaux identifiés jusqu'à présent, on va s'intéresser à la microstructure granulaire en terme de la connectivité des particules, l'anisotropie du réseau de force et de contact et de la transmission des efforts induites par les différentes formes de grains.

4.3. Analyse Micromécanique

Comme nous l'avons vu dans le Chapitre 3, le comportement macroscopique trouve son origine dans les arrangements microscopiques de la structure granulaire. En particulier, pour un assemblage de grains indéformables, la texture granulaire est fondamentalement dictée par la géométrie des grains (forme, granulométrie) ainsi que par les états d'équilibres des forces. Dans cette section, nous utilisons certains des descripteurs introduits dans le Chapitre 3 pour quantifier l'effet induit par les spécificités portées par chaque type de forme sur la microstructure, et leur connection avec la résistance macroscopique. L'idée générale ici n'est pas de donner une description exhaustive mais plus de mettre en lumière un résultat ponctuel important pour chaque forme de particule.

4.3.1. Particules anguleuses et types de contacts

Une caractéristique distinctive d'un assemblage de grains polyédriques est la présence de contacts complexes entre les particules tels que les contacts face-face, face-pointe, face-côté et côté-côté. La figure 4.15 montre les chaînes de forces, à l'état critique, dans le système S5 composé de polyèdres comportant 46 faces. Sur cette image, les chaînes de forces portées par des contacts côté-côté (ee) sont en verts, face-pointe (fv) en rouges, face-côté (fe) en bleus et face-face (ff) en jaunes. Hormis l'aspect clairement anisotrope du réseau de contacts et

de forces, nous constatons également une organisation complexe des types de contacts dans ces chaînes de forces : les forces les plus fortes semblent être portées majoritairement par les contacts ff et fe et occasionnellement par les contacts ee et fv ce qui va conditionner les orientations moyennes des contacts et la transmission des efforts.

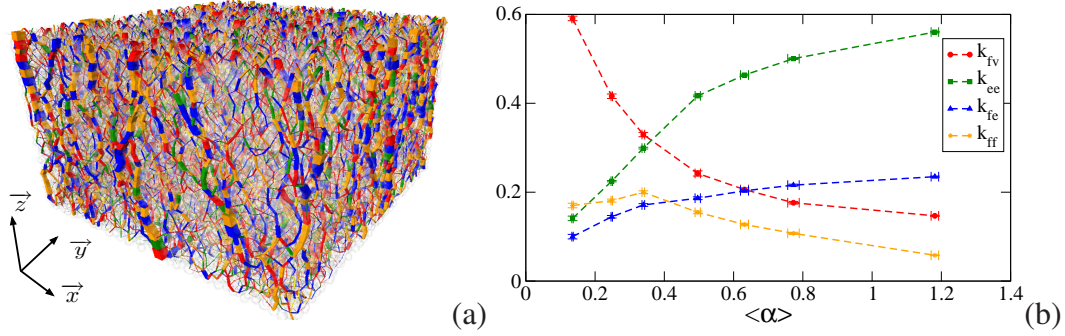


Figure 4.15. – (a) Image du réseau de force normal dans le système S5 de polyèdres (voir Tab.4.3) à l'état critique. Les lignes sont proportionnelles à la force de contact. Les contacts côté-côté (ee) sont en verts, face-pointe (fv) en rouges, face-côté (fe) en bleus et face-face (ff) en jaunes. (b) Proportion des contacts fv , fe , ff et ee moyennés dans l'état critique en fonction de l'angularité

La figure 4.15(b) montre la variation des différents types de contacts moyennés dans l'état critique en fonction de l'angularité. Nous pouvons voir que la proportion des contacts fv décroît rapidement avec α de 0.6 à 0.18 au bénéfice des contacts ee et fe . La proportion de contacts ff augmente aussi jusqu'à 0.2 pour une angularité de 0.4, mais au delà décroît jusqu'à être inférieur à 0.1. Ainsi, avec l'angularité la topologie du réseau de contact varie énormément ce qui suggère que l'augmentation de la résistance semble être liée de manière plus fondamentale à la nature du réseau de contact plutôt qu'avec la compacité du matériau laquelle décroît dans l'état résiduel.

La figure 4.16 montre les variations des anisotropies d'orientations moyennes des contacts et des vecteurs branches, respectivement a_c , a'_c (a) et les variations des anisotropies des forces normales et tangentées, respectivement a_{fn} , a_{ft} , et radiales et orthoradiales $a_{fn'}$ et $a_{ft'}$, moyennées dans l'état critique et en fonction de l'angularité des particules. Notez que les anisotropies d'orientations des longueurs des branches normales est tangentées (a_{ln} , a_{lt} , a'_{ln}) ne sont pas représentées car proches de 0 en absence de polydispersité.

Nous pouvons voir que a_c augmente avec $\langle\alpha\rangle$ jusqu'à un maximum, et décroît à partir de $\langle\alpha\rangle > 0.6$. De même, a'_c suit une évolution similaire mais décroît pour $\langle\alpha\rangle > 0.2$. La décroissance de ces deux anisotropies est liée à l'augmentation de la connectivité et du nombre de voisin autour de chaque particules. Les particules les plus anguleuses, pouvant créer des contacts "profond" entre voisins lesquels sont inaccessibles aux particules les plus rondes ; voir Fig. 4.15(b). Cela induit donc une plus grande dispersion des contacts et des branches.

L'augmentation de a_{fn} et $a_{fn'}$ montre que les chaînes de forces les plus fortes se transmettent le long de la contrainte principale et donc, la force moyenne normale/radiale augmente. Cependant, a_{fn} et $a_{fn'}$ augmentent plus lentement aux larges angularités, alors que a_c et a'_c diminuent. Cela montre que la contrainte principale est supportée par moins de contacts mais des forces

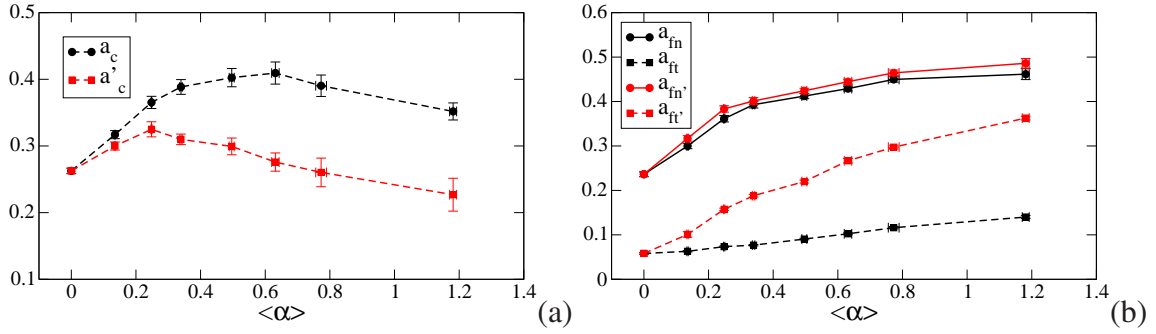


Figure 4.16. – Variations de l’anisotropie des contacts a_c et des vecteurs branches a'_c en fonction de l’angularité $\langle \alpha \rangle$ et moyennées dans l’état résiduel (a) et variations des anisotropies forces normales tangentes (a_{fn} , a_{ft}) et radiale et orthoradiale (repère intercentre) (a'_{fn} , $a'_{ft'}$), en fonction de l’angularité $\langle \alpha \rangle$ et moyennées dans l’état résiduel. Les anisotropies d’orientation des longueurs des branches normales est tangentes (a_{ℓ_n} , a_{ℓ_t} , a'_{ℓ_n}) ne sont pas représentées car proches de 0 en absence de polydispersité.

plus fortes. Pour ces niveaux d’angularités, même s’ils sont en faible nombre, les contacts ff et fe rentrent en jeu pour porter les forces les plus fortes.

L’augmentation rapide de a_{ft} et $a_{ft'}$ est attribuée au fait que la rotation des particules est fortement réduite en présence de faces de plus en plus grandes et d’un plus grand nombre de contacts/voisins. Ainsi, les particules ont tendance à glisser les unes sur les autres plutôt qu’à rouler. La loi de friction sec implique $|f_{\bar{t}}| < \bar{\mu} f_{\bar{n}}$ avec $\bar{\mu} = \mu$ dans le repère de contact et $\bar{\mu} = (f_{n'}/f_n)\sqrt{(1 + \mu^2) - (f_n/f_{n'})^2}$ dans le repère de voisin. Ainsi, le rapport $\bar{I}_c = |f_{\bar{t}}|/(\bar{\mu} f_{\bar{n}})$ peut être utilisé comme *indice de mobilisation au contact* c . A l’échelle du système nous définissons l’indice moyen de mobilisation du frottement et nous avons que $I_{\bar{\mu}} = \langle |f_{\bar{t}}| \rangle / \langle \bar{\mu} f_{\bar{n}} \rangle = \frac{5}{2\bar{\mu}} a_{\bar{t}}$.

Ainsi, en accord avec l’Equation 3.15, nous pouvons conclure que, exprimée dans le repère de contact, l’augmentation de la résistance macroscopique est due à l’augmentation des anisotropies de contacts et de forces, alors que la saturation est une conséquence de la chute rapide de l’anisotropie des contacts compensée par l’augmentation de l’anisotropie frictionnelle. Exprimée dans le repère de voisins, la variation de la résistance macroscopique suit celle de l’anisotropie des forces radiale. En d’autres termes, la perte de l’anisotropie d’orientation des branches est complètement compensée par l’augmentation de l’anisotropie frictionnelle.

4.3.2. Particules allongées/aplaties et ordre nématique

- Orientation des particules, clustering et anisotropies

La caractéristique principale des particules présentant une anisométrie (i.e. allongées ou aplaties) et leur degré de liberté orientationnel. L’orientation d’une particule allongée/aplatie peut être représentée par un vecteur unitaire \mathbf{m} comme illustré par la Figure 4.17(a). Nous choisissons le vecteur unitaire attaché à la face la plus grande. La distribution des orientations des particules est représentée par la densité de probabilité $P_m(\Omega)$ dont le vecteur \mathbf{m} pointe dans la direction $\Omega = (\theta, \phi)$, avec Ω l’angle solide, θ l’angle radial (i.e. l’angle entre \mathbf{m} et sa projection suivant

z) et ϕ l'angle azimutal (i.e. l'angle entre \mathbf{m} et sa projection sur le plan xy); figure 4.17(b).

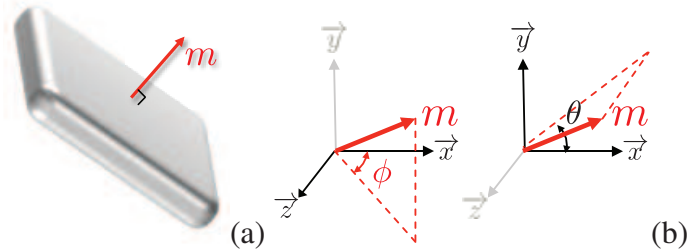


Figure 4.17. – (a) Définition du vecteur \mathbf{m} (perpendiculaire à la face la plus grande) d'orientation d'une particule, b) Définitions des angles azimutal et radial du vecteur \mathbf{m} dans le système de référence.

Nous montrons ici les résultats extraits de simulations 3D en cisaillement plan. Les insets de la figure 4.18 montrent quelques distributions $P(\mathbf{m})$ dans une coupe transversale. Comme cela a déjà été observé pour d'autres types de distributions (voir Chap. 3), la forme de la distribution est simple, présentant un seul pic signifiant qu'une majorité de particules s'orientent le long d'une certaine direction privilégiée. Ainsi, grâce à la symétrie plane, nous pouvons analyser les anisotropies d'orientations de manière plus rigoureuse en restreignant les distributions à la seule distribution $P(\theta)$, laquelle peut être approchée de manière simple par le développement de Fourier suivant :

$$P(\theta) \simeq 1/\pi[1 + a_m \cos 2(\theta - \theta_m)], \quad (4.4)$$

avec a_m l'anisotropie d'orientation des particules et θ_m la direction principale de $P(\theta)$.

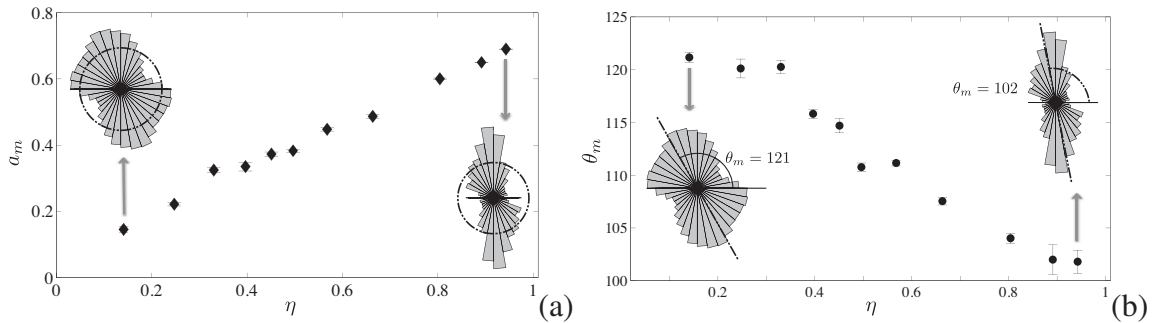


Figure 4.18. – Variation de l'anisotropie d'orientation a_m et de l'orientation principale θ_m , moyennées dans l'état stationnaire, en fonction de η .

Les figures 4.18(a) et (b) montrent la variation de a_m et θ_m en fonction de η . Nous constatons que a_m augmente fortement avec η confirmant de fait que les particules les plus aplaties s'alignent en plus grand nombre le long de la direction θ_m . De même, nous constatons que θ_m augmente graduellement avec η d'une direction proche de celle de la direction principale de la contrainte (i.e., 135°) à une direction quasi verticale (i.e., 90°). Le fait qu'un nombre croissant de particules alignent leurs faces le long d'une direction préférentielle est la signature d'une caractéristique majeur de tels matériaux, à savoir l'agrégation des particules en colonnes rigides.

La figure 4.19 montre les colonnes rigides de particules en contacts face-face en 3D (a), mais également dans le cas de simulations 2D (b) où les grains considérés sont des rectangles à bouts arrondis (RCR). De telles structures sont bien évidemment plus simple à observer en 2D. Il est tout à fait remarquable que les grains s'agglomèrent de la sorte même en absence de cohésion locale. Nous n'en discutons pas ici, mais ces structures peuvent être quantifiées plus rigoureusement via une analyse plus fine de l'évolution du nombre de contact face-face en fonction de η et du désordre spatial local, lequel est capturé par la fonction $g(r)$ de distribution radiale des positions des centres des particules¹.

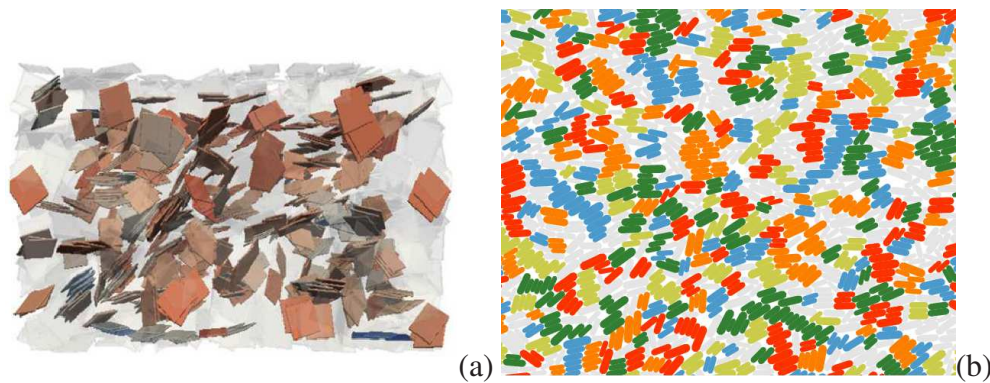


Figure 4.19. – Illustration des colonnes rigides composées de plusieurs grains en contacts face-face, (a) en 3D avec des colonnes composées de 4 particules et (b) en 2D avec des particules allongées où les clusters sont représentés par différentes couleurs (vert, orange, pourpre et rouge cardinal).

Les colonnes rigides ainsi mises en évidence, même lorsque la forme s'éloigne faiblement de celle d'une sphère, favorisent de fait l'émergence de structures fortement anisotropes conduisant à l'augmentation de la résistance globale du matériau telle qu'observée sur la figure 4.12(c). Plus précisément, l'augmentation linéaire de q/p avec η résulte à la fois de l'augmentation de 1) l'anisotropie géométrique des contacts (corrélée à l'orientation et à l'agrégation des particules) et de 2) l'anisotropie des forces frictionnelles (puisque la stabilité de telles structures exige une activation importante des forces tangentielles). Nous montrons sur la figure 4.20, en 2D pour des raisons de commodités, le réseau de chaînes de forces dans un système composés de particules faiblement allongées ($\eta = 0.2$) et fortement allongées ($\eta = 0.7$). On observe une forte hétérogénéité et anisotropie très marquée des forces normales. Pour $\eta = 0.7$, les chaînes de forces se présentent avec un aspect en zig-zag comportant essentiellement des contacts face-face. Par rapport à ce système, le système à $\eta = 0.2$ paraît moins anisotrope et plus homogène. De même, nous constatons qu'un plus grand nombre de contacts sont mobilisés en frottement ce qui se traduit par l'augmentation rapide de l'anisotropie frictionnelle avec η .

1. Comme cela sera discuté dans les *Perspectives de Recherches au Chapitre 6* une meilleure compréhension des matériaux argileux (donc composés de plaquettes) passe par une meilleure description de ce phénomène d'agrégation au regard des paramètres de forme mais surtout en lien avec d'autres paramètres comme l'effet du frottement local et la présence de forces à distances complexes.

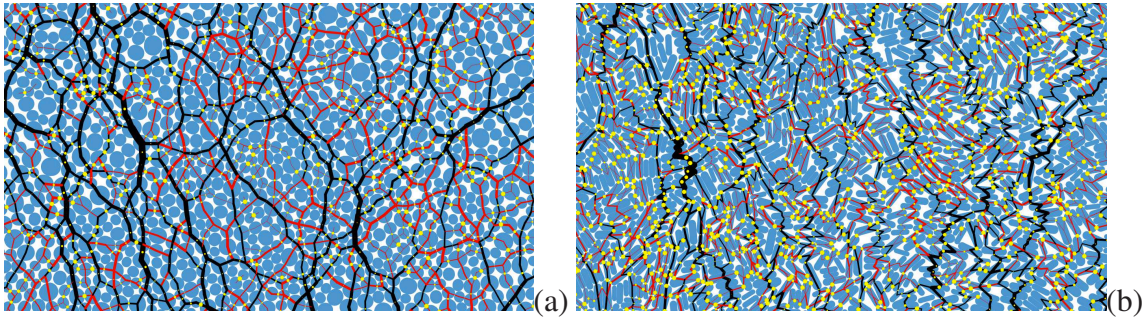


Figure 4.20. – Image montrant le réseau de forces normales en 2D pour $\eta = 0.2$ (a) et $\eta = 0.7$. Le réseau fort est en noir et le réseau faible en rouge (voir discussion à la section suivante). Le diamètre des disques jaunes est proportionnel à l'indice I_c (voir Sous-Sec 4.3.1).

- Réseau fort et réseau faible

Comme nous l'avons mentionné dans le Chapitre 3, la forte inhomogénéité des forces de contact est une particularité bien connue des milieux granulaires. Comme nous l'avons vu sur la figure 4.20, celle-ci est encore plus inhomogène en présence de grains non-sphériques. La fonction de probabilité de densité (pdf) des forces normales normalisées par la force moyenne $\langle f_n \rangle$ est montrée sur la figure 4.21 pour toutes les valeurs d'allongement η simulées (les données sont cumulées sur un grand nombre d'états dans l'état stationnaire). Comme cela est classiquement observé, le nombre de forces supérieures à la force moyenne décroît exponentiellement alors que le nombre de forces inférieures à la force moyenne varie en lois de puissance (voir Chap. 3). L'inset de ces figures montrent les paramètres $\alpha(\eta)$ et $\beta(\eta)$ permettant de fitter au mieux les distributions. Nous constatons que α décroît avec l'augmentation de η impliquant que l'inhomogénéité des forces devient de plus en plus forte avec l'allongement. De même, β décroît montrant que le nombre de contacts portant des forces faibles augmente. En d'autres termes, le nombre de forces forte décroît, mais des forces de plus en plus fortes sont portées mettant ainsi en évidence un effet d'arche plus marqué.

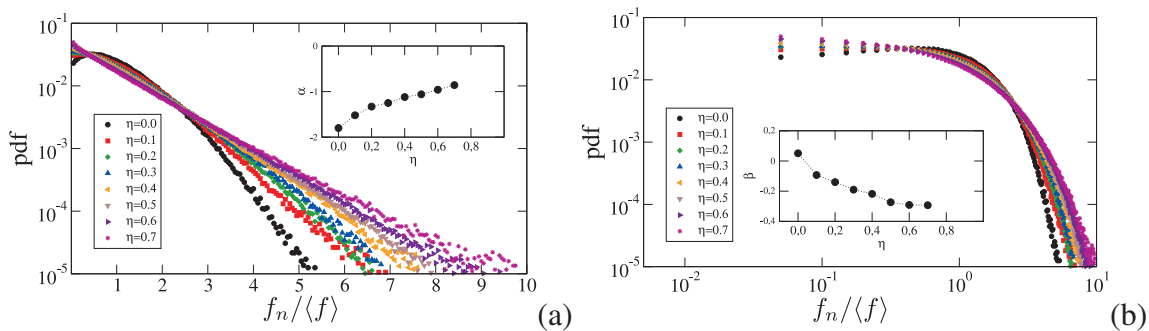


Figure 4.21. – Pdf des forces normales normalisées par la force moyenne $\langle f_n \rangle$ en représentation log-linéaire (a) et log-log (b) pour différentes valeurs d'allongements η .

L'organisation fine des forces de contacts dans les milieux granulaires, impliquant chaînes d'effort, réseaux fort et faible, se fait en considérant le sous-réseau de contacts constitué unique-

ment de contacts portant une force inférieure à $\xi \langle f_n \rangle$, appelé “ ξ -réseau” [79]. Lorsque ξ varie de 0 à ∞ , ce réseau s’élargit des forces les plus faibles vers tout le réseau de force en passant par la force moyenne. Le comportement de ξ -réseau (anisotropie, déviateur des contraintes, etc...) en fonction ξ , permet de rendre compte de la corrélation qui existe entre les forces et la texture. Ici, nous appliquons cette approche à nos systèmes 2D de particules RCR dans l’état stationnaire pour le calcul du rapport $q(\xi)/p$ défini comme le déviateur de contrainte partiel $q(\xi)$ du ξ -réseau normalisé par la pression moyenne totale p , mais également pour le calcul des anisotropies partielles $a(\xi)$, $a_{ln}(\xi)$, $a_{lt}(\xi)$, $a_{fn}(\xi)$ et $a_{ft}(\xi)$ définies comme étant les anisotropies du ξ -réseau. Notez que la direction principale majeure des distributions angulaires peut à priori changer d’un sous-ensemble à un autre, il est nécessaire d’introduire le facteur de phase en multipliant chaque anisotropies par $\cos 2(\theta_\alpha(\xi) - \theta_\sigma)$, ou $\theta_\alpha(\xi) = \{\theta_c(\xi), \theta_{ln}(\xi), \theta_{lt}(\xi), \theta_{fn}(\xi), \theta_{ft}(\xi)\}$, et θ_σ est la direction principale du tenseur de contrainte.

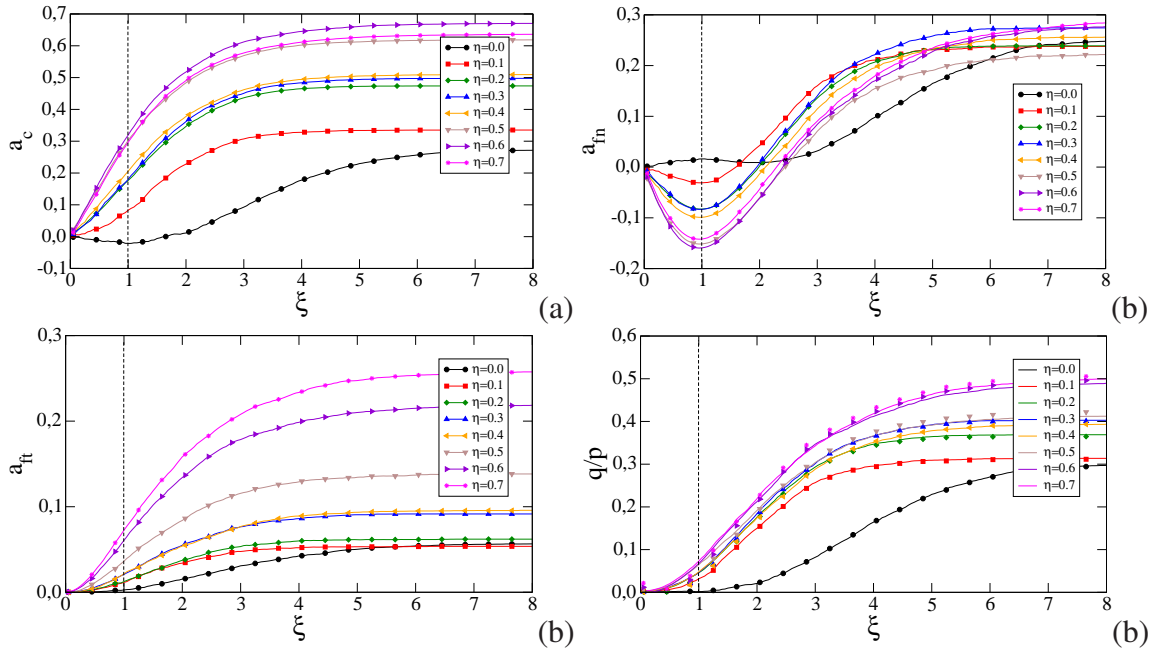


Figure 4.22. – Anisotropies partielles des contacts (a), des forces normales (b) et tangentielles (c) et résistance macroscopique partielle (d), en fonction du seuil ξ , dans l’état stationnaire, et pour tous les allongements. L’anisotropie partielle des branches n’est pas représentée. Les points sur la figure (c) sont donnés par l’approximation harmonique (Eq. 3.15).

La figure 4.22 montre les anisotropies et déviateur de contraintes partiels en fonction du seuil ξ pour différentes valeurs d’allongement. Pour les disques ($\eta = 0$), l’anisotropie des contacts faibles est négative et celle des forces est positive. Une valeur négative implique que les contacts faibles sont orientés perpendiculairement à la direction principale de contrainte. Il s’agit d’un résultat classique obtenu également en 3D. En revanche, de manière bien plus surprenante, l’anisotropie des forces normales est de plus en plus négative dans le réseau faible au fur et à mesure que l’allongement augmente, alors que l’anisotropie des contacts est de plus en plus positive. Ainsi, une différence fondamentale avec un système de disques est que dans un système

composés de particules allongées, les forces faibles sont essentiellement portées par un petit nombre de contacts orientés perpendiculairement à la direction des contraintes principales alors qu'elles sont parallèles dans un système de disques. De même, nous constatons que l'anisotropie des forces tangentes augmente également rapidement dans le réseau faible avec η confirmant de fait que le réseau faible est de plus en plus mobilisé.

Ainsi, un résultat de base de ces études est que le réseau de forces faibles lequel est "passif" dans un système de disque au sens où il ne transmet aucun effort, devient largement actif ($q(\xi < 1)/p > 0$) en transmettant les forces tout comme le réseau de forces fortes via une compétition subtile entre chacune des anisotropies. Des résultats similaires ont été mis en évidence par Estrada et al. [31] via des simulations numériques de disques et en augmentant de manière systématique ce qu'il est commun d'appeler le *frottement de roulement*. Comme nous le verrons plus loin (Sous-Section 4.4.2), l'effet du frottement de roulement peut, dans une certaine mesure, mimer l'effet de forme des particules. Ainsi la nature "active" du réseau de force faible est une propriété fondamentale des empilements de grains non-sphériques.

4.3.3. Particules non-convexes et enchevêtrement

Tout comme le cas des particules anguleuses, un des principaux effets de la non-convexité est de permettre plusieurs points de contacts entre les agrégats. Comme cela est illustré sur la figure 4.23, pour le modèle d'agrégat que nous avons choisi, sept situations peuvent se produire entre deux particules non-convexes : 1) des contacts "simple" (s), 2) des contacts "double-simple" (ds) définis par deux contacts simples entre deux paires de sphères de chaque agrégat, 3) des contacts "double" (d) définis comme deux contacts entre une sphère d'un agrégat et deux sphères d'un autre agrégat, 4) des contacts "triple" (t) définis comme une combinaison de contacts simple et double, ou encore une sphère d'un agrégat et trois sphères d'un autre agrégat, 5) des contacts "quadruple" (q) définis comme une combinaison de contacts doubles.

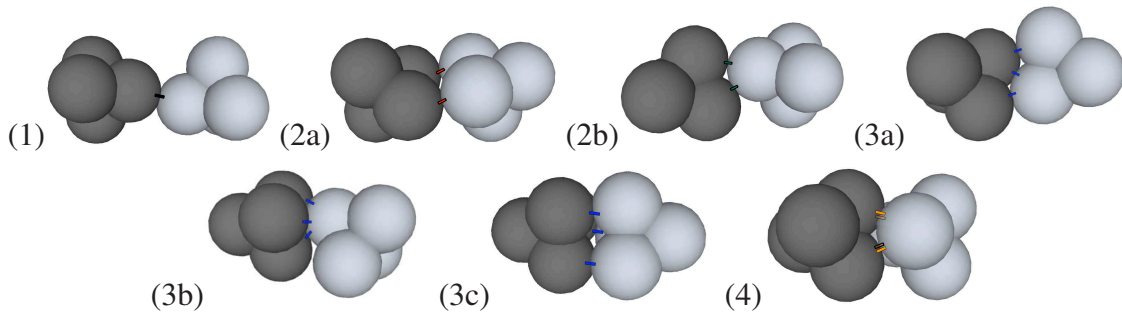


FIGURE 4.23. – Configuration possible des contacts entre deux particules non-convexe : (1) "simple" (s), (2a) "double-simple" (ds), (2b) "double" (d), (3a, 3b, 3c) "triple" (t) et (4) "quadruple" (q) contacts.

Ainsi, nous pouvons distinguer le nombre de voisins Z du nombre de connectivité Z_c . Par construction, nous avons :

$$\frac{Z_c}{Z} = k_s + 2(k_{ds} + k_d) + 3k_t + 4k_q \quad (4.5)$$

avec k_s , k_{ds} , k_d , k_t et k_q les proportions des contacts s , ds , d , t and q contacts. Noter que pour des sphères nous avons que $Z = Z_c$. La figure 4.24 montre Z et Z_c à l'état isotrope (exposant 0) et résiduel (exposant *). Nous constatons que Z_c^0 saute de 6 pour les sphères à $\simeq 12$ pour $\eta > 0$. Ce brusque saut est en accord avec le caractère isostatique des systèmes préparés à frottement nul [85]. Dans l'état résiduel, Z_c^* est plus faible que dans l'état isotrope, mais augmente avec η . Ainsi, l'effet de la non-convexité se traduit par une augmentation des contacts multiples pour un nombre de voisin relativement constant et donc aux grandes valeurs de η , les systèmes sont plus laches mais mieux connectés.

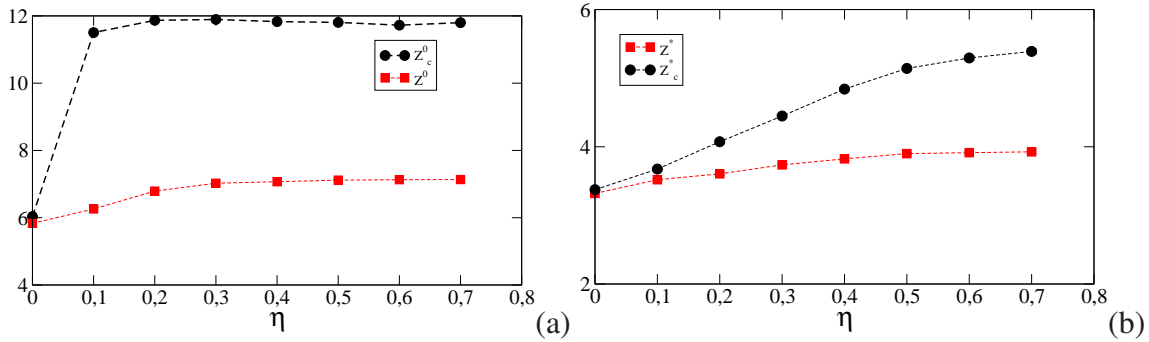


Figure 4.24. – Nombre de coordination Z et de connectivité Z_c à l'état isotrope (a) et moyenné dans l'état résiduel (b) en fonction de η

Plus précisément, la figure 4.25(a) montre la proportion de chaque type de contacts, moyennés dans l'état résiduel, en fonction de η . La proportion des contacts s décroît avec η au bénéfice essentiellement des contacts doubles. La proportion des autres contacts augmente aussi mais dans une moindre mesure. L'augmentation des contacts multiples favorisent de fait l'enchevêtrement entre les particules et contribuent d'une part à la diminution de la compacité aux grandes valeurs de η , mais également à l'augmentation de la résistance. En effet, en ce rappelant que le tenseur de contrainte, tel qu'introduit dans le Chap. 3, est une somme sur tout les contacts, il est facile d'isoler la contribution de chaque type de contact en le décomposant de la manière suivante :

$$\sigma = \sigma_s + \sigma_{ds} + \sigma_d + \sigma_t + \sigma_q, \quad (4.6)$$

avec σ_s , σ_{ds} , σ_d , σ_t et σ_q les contraintes portées par chaque types de contacts. Les déviateurs de contraintes correspondant q_s , q_{ds} , q_d , q_t et q_q , moyennés dans l'état critiques et normalisés par la pression p , peuvent alors être calculés et sont montrés sur la figure 4.25(b) en fonction de η . Il est remarquable que la contrainte portée par les contacts simples reste relativement constante avec η alors que, comme nous l'avons vu, k_s diminue avec η de 1 à 0.65. Ainsi, l'augmentation de q/p est essentiellement due à l'augmentation de q_d et dans une moindre mesure aux autres contacts. De ce point de vue, l'augmentation du nombre de contacts enchevêtrés est clairement à l'origine de l'augmentation de la résistance avec η .

Plus profondément, les contacts enchevêtrés vont modifier la manière dont se transmettent les forces et se mobilise le frottement. La figure 4.26(b) montre les variations de l'anisotropie des contacts, des forces normales et des forces tangentés, moyennées dans l'état résiduel, en

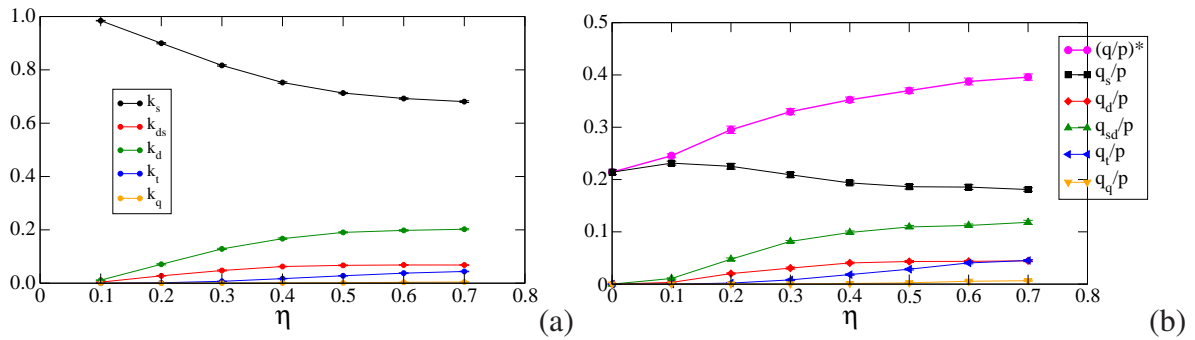


Figure 4.25. – Proportion de chaque type de contacts (a) déviateurs de contrainte portés par chaque type de contact (b), moyenné dans l'état résiduel, en fonction de η .

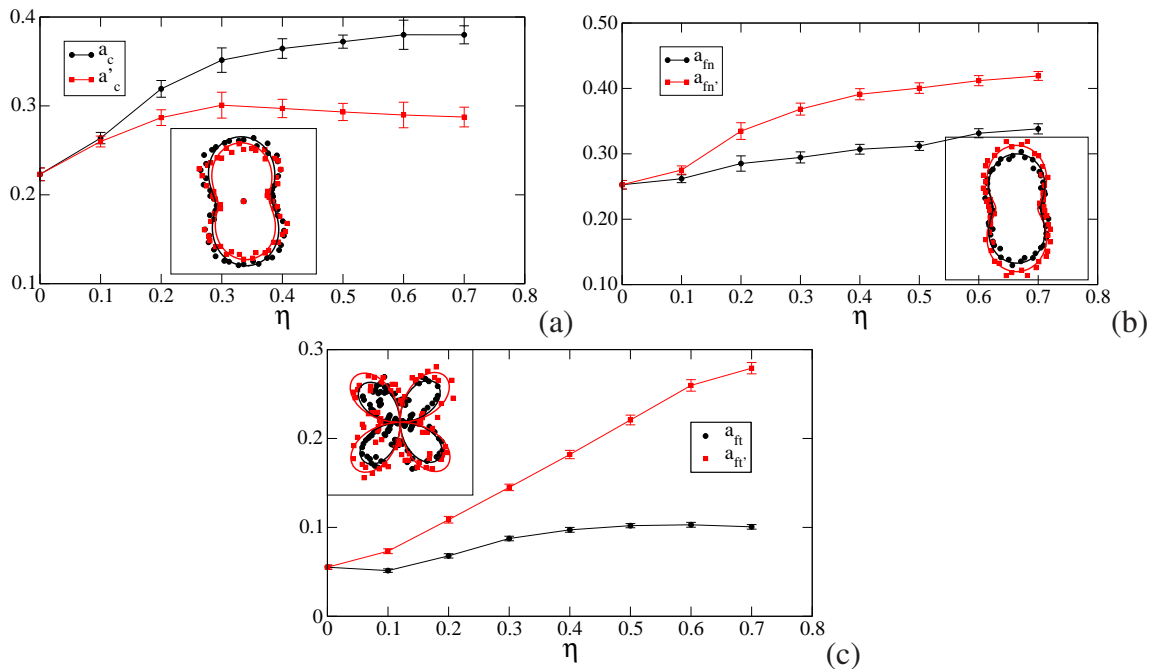


Figure 4.26. – Proportion de chaque type de contacts (a) et anisotropie des contacts et des branches (b) en fonction de η et moyennées dans l'état critique. L'inset de la figure (b) montre la distribution angulaire des orientations des contacts et des branches pour $\eta = 0.3$.

fonction de η , et exprimées soit dans le repères de voisins (rouge) soit dans le repère de contacts (noir). Les insets montrent les distributions angulaires respectivement pour $\eta = 0.4$. a'_c et a_c augmentent avec η , mais a'_c sature à partir de $\eta = 0.4$ alors que a_c continue d'augmenter mais beaucoup moins vite. D'une part, la saturation de a'_c est compatible avec la saturation de Z . D'autre part, l'augmentation lente de a_c pour $\eta > 0.4$ est attribuée à la présence des contacts de plus en plus enchevêtrés avec un même nombre de voisin (puisque Z est constant). a'_n et a_n augmentent avec η impliquant que des forces de plus en plus fortes sont transmises le long de la contrainte principale. La stabilité de ces forces est assurée par une forte mobilisation du

frottement qui se traduit par une augmentation de l'anisotropie frictionnelle quelque soit le repère considéré.

Ainsi, en accord avec l'équation 3.15, l'augmentation de la résistance au cisaillement avec η résulte de l'augmentation de toutes les anisotropies et que, pour de fort niveau de non-convexité, l'anisotropie des forces et de frottement dominant en comparaison à l'anisotropie géométrique.

4.3.4. Polydispersité et transition géométrique

A l'échelle locale, il est clair que l'augmentation de l'étalement granulométrique s et/ou de l'irrégularité des particules δ permet un meilleur remplissage d'espace par, dans un cas, l'insertion des petites particules dans les pores que forment les plus grosses, et dans un second cas, par la possibilité qu'ont les grains les plus irréguliers à se "faufiler" entre les particules, comme cela s'observe sur la Figure 4.27.

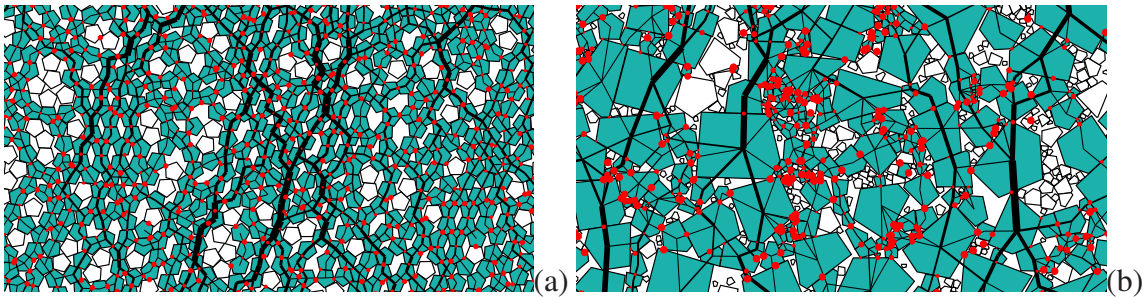


Figure 4.27. – Réseau de contacts et de forces pour $(s, \delta) = (0, 01; 0)$ (a) et $(s, \delta) = (0, 9; 1)$ (d). Les particules flottantes (particules ayant 0 ou 1 contact) sont en blanc, les forces sont représentées par l'épaisseur des segments reliant les centres des particules en contact. Les diamètres des cercles rouges sont proportionnelles à $|f_t^c|/(\mu f_n^c)$ aux contacts.

De manière plus quantitative, la figure 4.28(a) montre la proportion des particules flottantes P_f en fonction de s pour toutes les valeurs de δ . On voit que P_f augmente rapidement avec s de 0,15 à 0,60 sans pour autant être influencée par δ , ainsi près de la moitié des particules sont flottantes pour les plus grandes valeurs de s . Autrement dit, seulement la moitié des particules participent au réseau de force alors que ces systèmes sont les plus denses. De plus, l'inset de la figure 4.28(a) montre que, contrairement à P_f , Z reste presque constant lorsque s varie mais augmente avec δ . En effet, l'augmentation de δ implique que les particules ont des sommets plus pointus lesquels sont plus à même de s'introduire dans les vides entre les autres particules et former des contacts inaccessibles aux faibles valeurs de δ . Cela induit donc une plus grande dispersion des contacts, et donc de fait l'anisotropie des contacts diminue avec δ .

Pour aller plus loin dans cette description, on trace sur la figure 4.28(b) le nombre de coordination $\langle Z \rangle(d_r)$ dans chaque classe des particules en fonction du diamètre réduit $d_r = (d - d_{min})/(d_{max} - d_{min})$. On voit que, quelque soit s et δ , $Z(d_r)$ varie linéairement avec d_r et a une pente qui augmente rapidement avec s , et dans une moindre mesure avec δ . Cette relation linéaire implique que les plus petites particules ont un faible nombre de contacts et sont donc plus susceptibles d'être exclues du réseau de contact. En revanche, les particules les

plus grosses sont les plus connectées ce qui conduit à une plus grande diversification des configurations topologiques ; voir les images de la Fig.4.27. La conséquence majeure est donc une diminution de l'anisotropie des contacts au bénéfice d'une augmentation de l'anisotropie des longueurs intercentres.

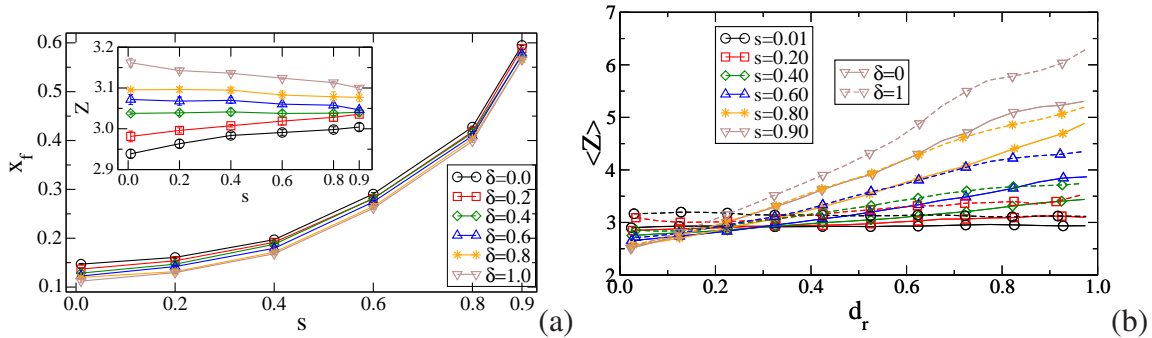


Figure 4.28. – (a) Proportion P_f des particules flottantes et nombre de coordination Z (inset) en fonction de s pour toutes les valeurs de δ . (b) Nombre de coordination moyen $\langle Z \rangle(d_r)$ par classe de particules en fonction du diamètre réduit d_r

De plus, et sans rentrer dans les détails ici, une étude approfondie sur les corrélations possibles entre forces et longueurs intercentres a montré que les forces normales les plus fortes sont portées par les branches les plus longues (et donc les particules les plus grosses) induisant de fait une augmentation de l'anisotropie des forces. En revanche, les branches les plus courtes (et donc les particules les plus petites) portent les contacts les plus mobilisés en frottement. Ceci est assez bien illustré aussi sur la figure 4.27. Ces forces étant faibles, l'anisotropie des forces tangente reste indépendante de la polydispersité.

Ainsi, de toutes ces analyses, il ressort deux résultats majeurs :

1. La non variation de la résistance au cisaillement avec s est expliquée par la décroissance de l'anisotropie géométrique, compensée par l'augmentation de l'anisotropie des forces et des branches.
2. La décroissance de la résistance au cisaillement lorsque δ augmente est expliquée par la décroissance de l'anisotropie géométrique.

4.4. Paramètre générique de forme

De l'ensemble des travaux présentés jusqu'à présent, il ressort au moins 2 caractéristiques importantes de l'effet de la forme des particules sur le comportement : 1) la résistance au cisaillement augmente, alors que la compacité varie de manière non-monotone au fur et à mesure que la forme "s'éloigne" de celle d'une sphère et, 2) à l'échelle locale, les glissements entre particules non-sphériques prévalent face au roulement. Ces deux résultats semblent surtout indépendant des spécificités locales des grains faisant passer l'angularité, l'allongement ou la non-convexité pour des paramètres locaux d'ordre supérieur. Cela suggère alors l'existence de

paramètres plus généraux (d'ordre inférieur) permettant de rendre compte du comportement de grains non-sphériques.

4.4.1. Critère d'éloignement par rapport à la sphere

Le caractère générique du paramètre η a inspiré une étude collaborative sur l'influence de la forme des particules sur la rhéologie des matériaux granulaires au sein du réseau CEGEO (Changement d'Echelle dans les GEOMatériaux) regroupant plusieurs laboratoires (A14). Dans cette étude, ce paramètre perd sa définition spécifique comme paramètre de non-convexité ou d'allongement tel que nous l'avons présenté dans nos études, pour devenir un paramètre caractérisant toute déviation par rapport à une forme circulaire ; Fig. 4.29(a). Pour chaque valeur de η plusieurs formes ont été introduites et les propriétés de leurs assemblages étudiées. Les différentes formes simulées sont présentées sur la Figure 4.29(b).

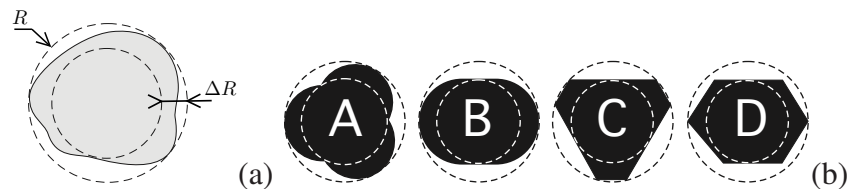


Figure 4.29. – (a) Définition générale du paramètre η . (b) Différentes formes de particules simulées par le groupe CEGEO pouvant être caractérisées par le même paramètre η .

La forme A correspond à un agrégat de trois cercles. Cette forme a été étudiée à la fois par la méthode de dynamique des contacts dans le cadre de la thèse de B. Saint-Cyr [88] et par la méthode de dynamique moléculaire par G. Combe et K. Szarf [102] du laboratoire 3S-R de Grenoble. La forme B représente les particules RCR. La forme C est un hexagone régulier tronqué avec trois côtés astreints à toucher le cercle inscrit et tous les sommets astreints à rester sur le cercle circonscrit. Il faut remarquer que cette forme n'est pas définie pour toutes les valeurs de η . La valeur la plus petite de η pour laquelle cette forme est définie, est 0,13. Cette forme a été simulée par G. Combe [102] en utilisant la méthode de dynamique moléculaire. La forme D est un hexagone allongé irrégulier avec seulement deux côtés astreints à toucher le cercle inscrit et deux sommets astreints à appartenir au cercle circonscrit. Cette forme a fait l'objet de simulations par la méthode de dynamique des contacts par C. Nouguier [67] du laboratoire LTDS de l'école Centrale de Lyon.

Chaque participant a réalisé une simulation de cisaillement biaxiale avec des disques ($\eta = 0$) et d'autres simulations avec η variant jusqu'à 0,5. La figure 4.30(a et b) représente la contrainte déviatorique q^*/p normalisée par la contrainte moyenne et la compacité ρ_{iso} dans l'état critique en fonction de η . Dans la gamme des valeurs étudiées de η et pour toutes les formes, nous notons les deux choses suivantes :

1. q^*/p augmente linéairement avec η . Le taux de variation est le même pour toutes les formes et les données coïncident pour les formes A et B, d'une part, et pour les formes C et D, d'autre part. Il faut noter que le caractère commun des formes C et D est leur

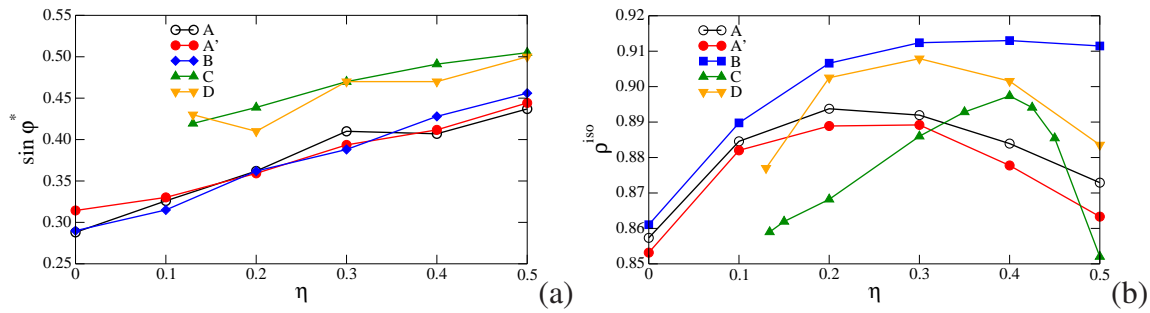


Figure 4.30. – (a) La contrainte déviatorique normalisée q^*/p dans l'état cisailé en fonction du paramètre η . (b) Compacité à l'état isotrope en fonction de η .

angularité et ces formes présentent pour cette raison une résistance au cisaillement plus importante à une valeur donnée de η .

2. On observe la même dépendance non-monotone pour la compacité. C'est un résultat d'autant plus intéressant qu'il souligne que ce comportement non-monotone est une propriété générique des matériaux granulaires.

Ainsi, cette étude comparative suggère que le paramètre η représente un bon candidat comme paramètre de forme à l'ordre le plus bas en lien avec le comportement mécanique des empilements.

4.4.2. Forme et frottement de roulement

Tout en utilisant des particules sphériques, un "artifice" numérique qui peut être utilisé pour obtenir des valeurs réalistes de résistance ou de compacité dans les simulations numériques, est de restreindre les rotations relatives entre grains qui se touchent. La question qui se pose alors est de savoir dans quelle mesure l'introduction d'un coefficient de frottement de roulement permet de rendre compte de la forme des grains.

Dans le cadre d'un premier projet Ecos-Nord France-Colombie, nous avons montré, via un critère énergétique, que l'ajout d'une résistance au roulement avec les particules de forme sphérique peut avoir le même effet (sur le frottement interne du milieu, par exemple) qu'une forme non-sphérique des particules sans résistance au roulement (A18). Numériquement, l'ajout d'un coefficient de frottement de roulement est possible si l'on suppose qu'un contact peut transmettre un moment M ne dépassant pas une valeur limite $M_{max} = \mu_r \ell f_n$, avec ℓ la longueur du vecteur branche entre les deux particules en contacts. La rotation entre deux grains devient possible uniquement si $M = M_{max}$ [30, 31].

Ainsi, l'effet du frottement de roulement et de la forme des grains peut être comparé par leur capacité à bloquer les rotations. Pour cela, on considère une particule (disque avec frottement de roulement ou polygone) qui roule sur un plan horizontal avec une force N exercée en son centre de masse et dont on bloque le glissement; figure 4.31(a). La figure 4.31(b) montre la force tangente nécessaire pour faire tourner la particule en fonction de l'angle de rotation θ .

Le travail nécessaire pour déplacer la particule sur une distance égale à son périmètre est

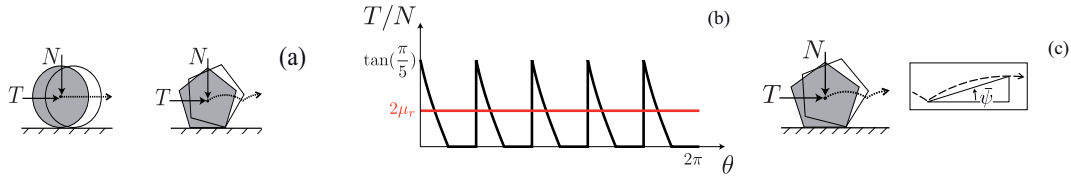


Figure 4.31. – (a) Représentation du plan de roulement. (b) Force horizontale T nécessaire pour faire rouler un grain sur une distance égale à son périmètre. (c) Trajectoire du centre de masse et angle de dilataance locale $\bar{\psi}$.

alors donné par $W_d = 4\pi\mu_r R_d N$, pour un disque avec du frottement de roulement (avec R_d son diamètre), et part $W_p = n_s(1 - \cos(\pi/n_s))R_p N$ pour un pentagone (avec R_p le diamètre du disque circonscrit). En supposant que les deux travaux sont identiques, i.e. $W_d = W_p$, ainsi que les deux rayons, nous pouvons écrire cette relation simple entre μ_r et n_s :

$$\mu_r = (1/4) \tan \bar{\psi}, \quad (4.7)$$

avec $\bar{\psi} = \pi/(2n_s)$ l'angle de dilataance moyen du centre de masse du polygone (voir Fig.4.31(c))

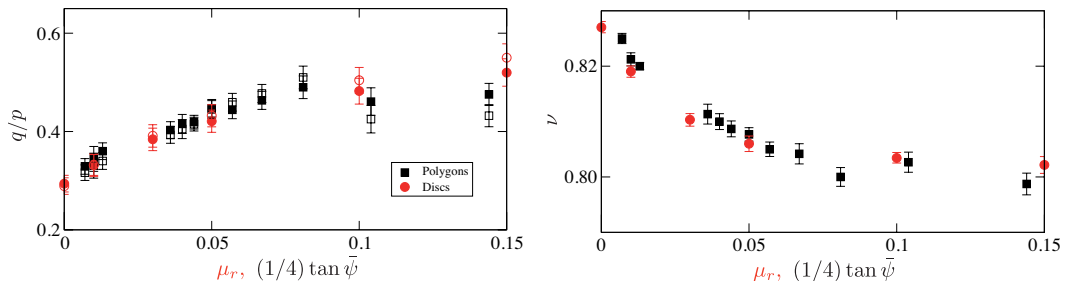


Figure 4.32. – La résistance au cisaillement q/p et la compacité critique ν de deux systèmes composés respectivement de disques interagissant par un coefficient de frottement de roulement μ_r (en plus d'un frottement de glissement) et de polygones réguliers avec un nombre croissant du nombre de côtés. Les symboles vides sur la figure (a) montre aussi l'approximation harmonique de la résistance.

La figure 4.32 montre la variation de q/p et de ν en fonction de μ_r pour les disques et de $(1/4) \tan \bar{\psi}$, dans l'état critique de grands systèmes cisailés. De manière remarquable, les résistances et les compacités se collent sur une même courbe, croissante et décroissante respectivement, avec μ_r et $(1/4) \tan \bar{\psi}$. En d'autres termes, d'un point de vue macroscopique, un système composé de pentagones ayant un nombre de sommet n_s est équivalent à un système composé de disques ayant un frottement de roulement μ_r suivant l'équation 4.7. Nous ne le détaillons pas plus ici, mais comme nous pouvons aussi le voir sur la figure 4.32(a), les courbes issues de l'approximation de q/p par la somme des anisotropies du réseau de contacts et de force (symboles blancs) se collent également parfaitement aux courbes maitresses illustrant de fait que les microstructures sont identiques.

4.5. Conclusions

Dans ce chapitre nous nous sommes intéressés à la rhéologie quasi-statique et à la microstructure des matériaux granulaires composés de particules “réalistes”. La forme des particules est un paramètre majeur affectant les propriétés de résistance, d’écoulement mais aussi la microstructure des matériaux granulaires. Grâce à des techniques nouvelles de simulations, et aussi grâce à la montée en puissance des ordinateurs, des matériaux granulaires plus “réalistes” commencent à peine à être étudiés. Une observation très générale est que la forme des particules permet donc d’augmenter la résistance macroscopique.

Mais jusqu’à présent, les études *systématiques* et *quantitatives* sur l’effet de forme des particules sont toujours restées très “vagues” principalement à cause de deux difficultés majeures : 1) la forme doit être définie de manière convenable dans le but de générer des formes via des variables simples et continues, 2) les particules non sphériques induisent des corrélations fortes dans l’espace. De grands systèmes doivent être générés afin d’éviter les conditions de bords.

Dans ce travail, l’angularité a été représentée par des particules polyédriques, la non-convexité par des agrégats de sphères collées, l’allongement et l’aplatissement par des rectangles et parallélépipèdes à bouts arrondies, la granulométrie par un paramètre d’étalement et l’irrégularité par un paramètre de désordre sur les sommets d’un polygone initialement régulier.

Plusieurs résultats importants ont été mis en évidence :

- l’existence d’au moins deux paramètres généraux que sont η (décrivant seulement comment la forme dévie de celle d’une sphère) et μ_r (réstriction au roulement pour des systèmes de sphères), et qui permettent de contrôler - dans une large mesure - le comportement macroscopique des matériaux composés de grains non-sphériques. En ce sens, l’angularité, la non-convexité, l’allongement et l’aplatissement peuvent être vu comme des paramètres d’ordres supérieurs.
- De manière surprenante nous trouvons une relation non-linéaire entre la résistance et la compacité au fur et à mesure que la forme s’éloigne de celle d’une sphère, de sorte que les systèmes les plus résistants ne sont pas forcément les plus denses.
- La résistance au cisaillement est la conséquence de la mobilisation du frottement induit par 1) les contacts face-face pour les particules anguleuses, 2) l’enchevêtrement des grains pour les particules non-convexes et 3) l’alignement des particules en colonnes rigides pour les particules allongées/aplaties.
- La non variation de la résistance au cisaillement avec la polydispersité de taille s’explique par le fait que les plus grosses particules sont de plus en plus connectées, ce qui induit une dispersion des contacts et une augmentation des longueurs de branches et des forces supportées par les grosses particules.

Plus largement, les travaux présentés ici ouvrent la voie à au moins trois perspectives à court et moyen terme : 1) élargir les études aux écoulements granulaires en variant systématiquement le nombre inertiel en plus du paramètre de forme, 2) considérer l’effet combiné des paramètres de formes pour un régime d’écoulement donné et, 3) considérer l’effet combiné de la forme et

du frottement. Tout ces points seront repris plus amplement dans le Chapitre 6 *Perspectives de Recherches*.

Matériaux granulaires fragmentables

Sommaire

5.1. Introduction	68
5.2. Méthode de Séparation Cellulaire (SCM)	69
5.2.1. Essai oedométrique et confrontation expérimentale	71
5.2.2. Enrichissements nécessaires	73
5.3. Méthode de Cellules Collées (BCM)	74
5.3.1. Essais Brésiliens	75
5.4. Essais bi-axiaux et retour sur la rhéologie en quasi-statique...	76
5.4.1. Comportement macroscopique	77
5.4.2. Analyse micro-structurale	77
5.5. Conclusions	81

5.1. Introduction

Les différences en taille et forme de grains que nous observons dans les matériaux granulaires réels sont souvent le résultat de processus conduisant à la fracturation des grains tels que les écoulements granulaires ou encore certains procédés industriels dont notamment la compaction des poudres. La réduction de taille des particules peut être alors un phénomène indésirable ou incontrôlable. Mais la fragmentation des particules est aussi très souvent l’objectif d’opérations telles que le broyage des matières minérales ou végétales. Comme nous avons pu le voir dans le chapitre précédent, les méthodes de simulations par éléments discrets, développées depuis trois décennies, ont maintenant suffisamment mûri pour être considérées comme un outil d’analyse privilégié pour l’étude de milieux dont la structure interne évolue, en particulier par la formation progressive de fragments.

Pour modéliser un milieu granulaire fragmentable dans le cadre de la DEM, nous pouvons citer au moins deux méthodes des plus répandues : 1) l’approche qui consiste à considérer chaque grain comme un agrégat de plusieurs grains sphériques liés ensemble par des forces de cohésion [43, 25, 81, 109, 46, 119, 18, 2], et 2) l’approche dites du “remplacement” qui consiste à remplacer une sphère par un ensemble de sphères plus petites suivant un certain critère [6, 15, 51, 52, 108]. Même si ces deux méthodes représentent une simplification du matériau et du processus de fragmentation, elles ont permis d’étudier et de mettre en évidence de nombreuses propriétés remarquables telles que les différents modes de ruptures, la dépendance de la contrainte de traction au diamètre, l’effet de la pression de confinement pour la première méthode, ou encore l’effet de la variation de la granulométrie sur le comportement pour la deuxième méthode.

Mais, un défaut important de ces deux approches, est la perte de volume pendant la fragmentation. En effet, que ce soit un agrégat de grains sphériques (qui comporte des pores) ou un remplacement par des sphères plus petites, la fragmentation va conduire inévitablement à une perte de volume. Cette perte peut aller jusqu’à 20% en 2D et 40% en 3D. Pour palier ce problème, plus récemment Addette et Galindo-Torres [35, 36] ont remplacé des agrégats de sphères par des agrégats de polygones liés entre eux par des ressorts. Les grains sont donc divisés en cellules à l’aide d’une tessellation de Voronoï et les interfaces entre cellules sont traitées comme des plans de rupture potentielle. Dans cette approche, que nous allons appeler Bonded-Cell Model (BCM) ou - Méthode de Cellules Liées - lors de la fragmentation les cellules sont traitées comme des objets rigides collés entre eux via une force cohésive à seuil.

Ainsi, fort de ces constats deux approches ont été développées pour prendre en compte la fragmentation des grains dans les simulations numériques :

- Nous avons développé la BCM couplée à la Dynamique des Contacts. La méthode CD permet une meilleure gestion des interfaces et surtout la gestion d’un très grand nombre de cellules pour chaque particule. Dans ce cas, chaque particule est modélisée comme un agrégat de cellules rigides dont les côtés communs sont des joints collés par une loi cohésive et frictionnelle. Ce développement a été réalisé en 2D dans la thèse de Duc-Hanh

Nguyen et se poursuit actuellement en 3D avec la thèse David Cantor (Collaboration CEA-Cadarache).

- Un modèle plus général à la méthode dites de remplacement a été introduit : la Méthode de Séparation Cellulaire (SCM pour Split-Cell Method). Dans ce modèle, les polygones se séparent en plusieurs petits polygones selon un critère de rupture dépendant des contraintes dans les grains et identifié expérimentalement. Ce modèle peut être vue comme une extension du modèle de Tsoungui et Al. [108]. Ces développements ont été initiés dans le cadre du Master de David Cantor (Projet Ecos-Nord France-Colombie) en collaboration avec N. Estrada.

L'approche BCM a été employée pour étudier 1) la fracturation de particules de forme circulaire (essai Brésilien) (A4), ainsi que la rhéologie de grands systèmes granulaires à grains fragmentables (As2). L'approche SCM a fait l'objet de moins de développement mais des confrontations expérimentales ont permis de valider cette approche dans une large mesure (A2).

5.2. Méthode de Séparation Cellulaire (SCM)

Dans cette méthode, la fragmentation consiste à séparer (et non remplacer) en deux (ou plus) une particule satisfaisant un critère de rupture donné ; voir Figure 5.1. Cette approche n'est pas limitée par la forme des grains ou des fragments, la masse est conservée durant le processus de fragmentation, et nous n'introduisons pas d'échelles de longueurs dans le système. De plus, cette méthode est très efficace numériquement puisque les grains sont introduit progressivement dans la simulation, limitant de fait le nombre initiale de particule.

Critère et mode de rupture

Le critère de rupture détermine les conditions de contraintes pour lesquels le grain se casse. Dans ces travaux, nous avons considéré que la fragmentation se produit lorsque la contrainte nette en traction dépasse la contrainte critique du matériau : $\sigma_{t_{net}} \geq \sigma_{crit}$. Autrement dit, nous ignorons les autres modes de ruptures tels que les ruptures induites par cisaillement ou flexion. Cette contrainte donne lieu dans un premier temps à une amorce de fissure qui se propage par la suite le long de la direction principale majeure conduisant ainsi à la fragmentation. Dans notre modèle, nous imposerons alors que la séparation se produit le long d'une ligne passant par le centre de masse de la particule et orienté le long de la direction principale des contraintes. Ce choix est motivé par des raisons de simplification, mais également appuyé par de nombreuses observations expérimentales montrant que ce mode de rupture semble être un mode dominant [29, 89].

Estimation de la contrainte de cisaillement

Le calcul des contraintes à l'intérieur d'un grain soumis à un ensemble de forces réparties de façon aléatoire n'est pas facile à évaluer analytiquement. Dans le cas très particulier d'une particule circulaire chargée verticalement en compression, ou horizontalement en traction par

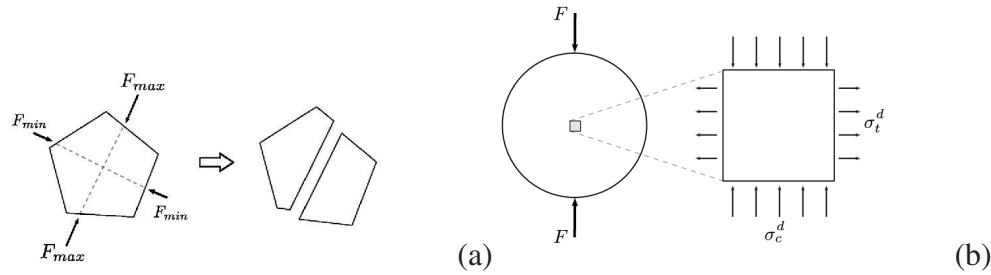


Figure 5.1. – (a) Représentation schématique de la méthode SCM. (b) Représentation schématique de la contrainte au centre d’une particule circulaire chargée diamétralement.

une force F , les contraintes de traction et de compression s’écrivent simplement par $\sigma_t^d = F/\pi R$ et $\sigma_c^d = -3F/\pi R$, avec l’exposant d référant au cas des disques. En considérant maintenant plusieurs sollicitations aléatoires qui se résument en un chargement “en croix” (voir Fig.5.1), Tsoungui et al. [108] ont montré alors que la contrainte de traction “nette” devient $\sigma_{t_{net}}^d = (F_{max} - 3F_{min})/\pi R$. Cette dernière expression se vérifie bien pour des particules circulaires, mais aucune formulation analytique générale n’existe pour des grains non-circulaires et des “corrections” doivent être introduites.

Des tests en Eléments Finis ont été menés avec un matériau linéaire élastique, module d’Young de 21GPa et un coefficient de Poissons de 0.3. Des grains polygonaux réguliers ou non, d’aire apparente unité et de différents rapport d’aspect ont été chargés diamétralement. Comme cela peut se voir sur la figure 5.2, en moyenne la contrainte maximale de tension est proche du centre du grain et sa direction est perpendiculaire à celle de la charge imposée. De même, la direction de la contrainte de compression est la même que celle du chargement.

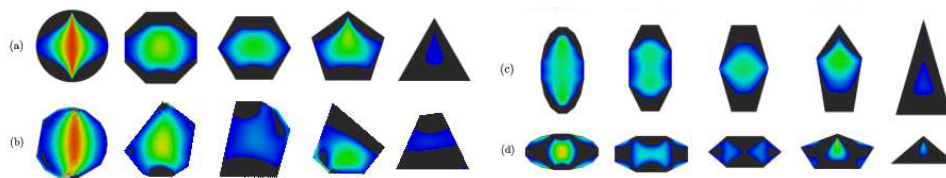


Figure 5.2. – Distribution des contraintes de traction pour des grains réguliers (a), irréguliers (b), allongés verticalement (c) et allongés horizontalement et chargés diamétralement avec une charge unité.

La figure 5.3 montre les contraintes en traction et en compression en fonction du paramètre sans dimension \bar{l}/w , avec \bar{l} la longueur moyenne des cotés chargés verticalement et w la largeur de la particule (inset de la figure 5.3(a)). $\bar{l}/w = 0$ correspond à une forme circulaire, et $\bar{l}/w = 1$ équivaut à un carré. Les deux contraintes diminuent avec \bar{l}/w de 0.6 pour σ_t et 2 pour σ_c (i.e. les valeurs théoriques obtenues pour des disques) jusqu’à environ 0 et 1, respectivement (i.e. les valeurs théoriques pour un carré). Ainsi, à partir des contraintes obtenues pour les disques, une manière simple d’extrapoler au cas générale les valeurs de contraintes en traction σ_t et

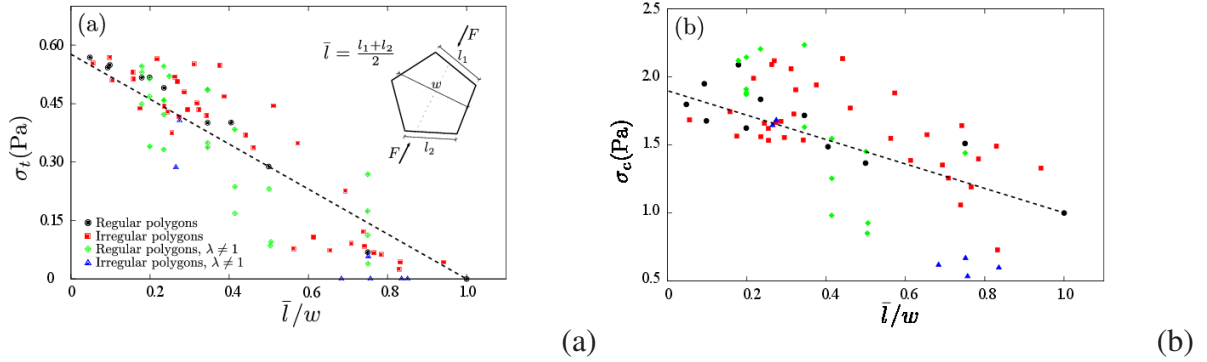


Figure 5.3. – (a) Contrainte maximale en traction et (b) en compression au centre, en fonction du paramètre sans dimension \bar{l}/w (voir inset de la figure (a)).

compression σ_c , est de simplement approcher les données par une droite :

$$\sigma_t = \sigma_t^d \left(1 - \frac{\bar{l}}{w}\right), \text{ et } \sigma_c = \sigma_c^d \left(1 - \frac{\bar{l}}{w}\right) + \frac{\bar{l}F}{w^2 t}, \quad (5.1)$$

Ainsi, en superposant les deux contraintes, nous obtenons une forme générale de la contrainte nette en traction

$$\sigma_{t_{net}} = \frac{F_{\max}}{\pi t R} \left(1 - \frac{\bar{l}_{\max}}{w_{\max}}\right) - \frac{3F_{\min}}{\pi t R} \left(1 - \frac{\bar{l}_{\min}}{w_{\min}}\right) + \frac{\bar{l}_{\min} F_{\min}}{w_{\min}^2 t}, \quad (5.2)$$

La dispersion des données autour de la ligne dessinée sur la figure 5.3 montre que la prédiction de contrainte au centre d'une particule de forme arbitraire est loin d'être trivial. Une manière de réduire cette dispersion serait certainement de classer les particules en sous groupes de particules ayant des propriétés similaires.

5.2.1. Essai oedométrique et confrontation expérimentale

Afin de tester le model proposé, des expériences réelles et numériques ont été menées. D'abord plusieurs essais bresiliens ont été réalisés afin d'identifier le critère de rupture du matériau que nous utiliserons, puis des tests oedométriques avec des systèmes granulaires composés par plusieurs polygones ont été réalisés.

Le matériau utilisé dans les expériences est une poudre de plâtre qui, une fois mélangée à l'eau, a été placée dans des moules et séchée dans une étuve à 110°C pendant 24 heures. Un total de douze particules circulaires ont été construites, puis écrasées diamétralement. Ces particules ont une épaisseur de 6 mm et un diamètre qui varie entre 1 et 3 cm. La figure 5.4 montre les photographies correspondantes des particules avant et après le test de compression diamétrale. La fracture à lieu, en moyenne, verticalement (ie, le long de la direction de la charge), en raison des contraintes de traction horizontale. De ces expériences, nous avons déduit que le critère de rupture est de $\sigma_{crit} = 800kPa$.

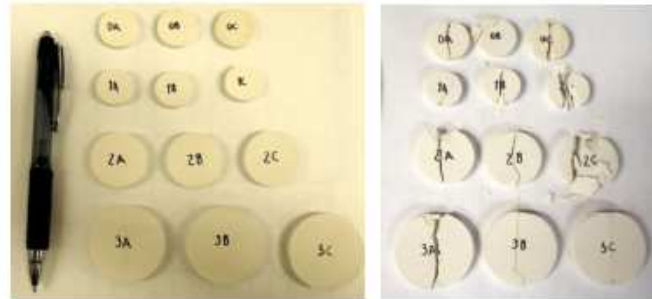


Figure 5.4. – Photos des disques de plâtres avant et après compression verticale.

A partir du matériau décrit plus haut, nous avons construit un ensemble de polygones réguliers de diamètre variant entre 1 et 3 cm et d'épaisseur 6 mm. Quatre systèmes désordonnés de 15 particules ont été ainsi construit dans une boîte en Pléxiglas ; figure 5.5(a), et reproduit numériquement à l'identique ; figure 5.5(b). Chaque système a été ensuite chargé dans les mêmes conditions, en imposant une vitesse constante de 1mm/s du plateau supérieur.

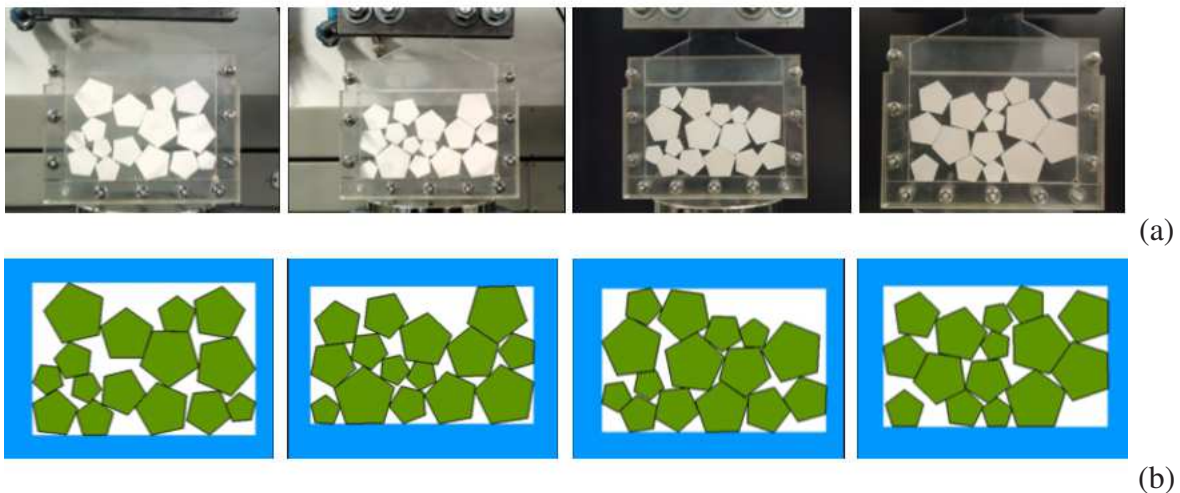


Figure 5.5. – Systèmes expérimentaux et numériques construits.

La figure 5.6 montre une comparaison entre les essais numériques et expérimentaux pour le premier échantillon testé. Une inspection visuelle met en évidence que, même si les systèmes considérés sont petits (i.e. avec un faible nombre de particules), la correspondance entre l'expérience et la simulation est bonne en terme de grains qui se cassent et de la direction des fissures. La figure (b) montre également que la correspondance est aussi très bonne concernant la courbe de distribution granulométrique à la fin de l'essai. Les résultats présentés ici le sont pour le premier système construit, mais des résultats similaires ont été obtenus pour tout les

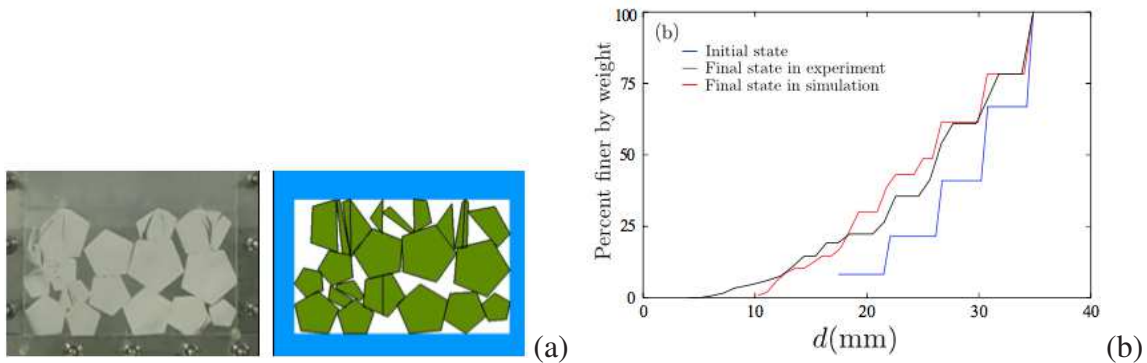


Figure 5.6. – Comparaison expérience-simulation pour l'un des 4 essais simulés. (a) images des échantillons et (b) courbe de distribution des tailles à la fin de la compression verticale

autres systèmes.

5.2.2. Enrichissements nécessaires

La figure 5.7 présente quatre clichés du premier échantillon à quatre niveaux de contrainte. On observe les fissures et fragments engendrés par la compression. Les fissures apparaissent dans différentes parties de l'assemblage. Ces fissures semblent être initiées au niveau des contacts entre particules, souvent aux contacts sommet/face et ne se propagent pas aux autres particules. Elles tendent plutôt à rester confinées à l'intérieur des particules endommagées et peuvent même conduire à l'éclatement de quelques particules tandis qu'en même temps une proportion des particules restent intactes ou ne sont que superficiellement endommagées.

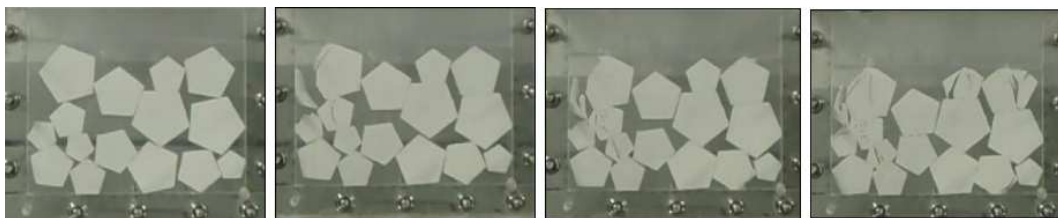


Figure 5.7. – Evolution de la fragmentation en fonction de l'augmentation de la charge verticale.

Le modèle tel qu'introduit dans le cadre du Master de David Cantor ne permet pas encore de rendre compte de tout ce processus de fragmentation, même si - dans une large mesure - les états finaux coïncident avec les simulations numériques. Les pistes d'enrichissement du modèle sont les suivantes :

1. séparer les particules à partir d'un contact ou la force dépasserait une certaine valeur. La particule serait alors divisée le long du vecteur force, ce qui permettrait de créer des petits fragments, tels que nous les observons expérimentalement.
2. faire dépendre le nombre de morceau créé de l'intensité des forces appliquées et éventuellement du diamètre des particules tel que cela est suggéré par les travaux de Weibull

[116, 37]. Cela permettrait de reproduire le phénomène de pulvérisation observé.

5.3. Méthode de Cellules Collées (BCM)

Comme illustré sur la figure 5.8, l'idée principale du modèle est de diviser chaque particule en n_v cellules selon une tessellation de Voronoï. Chaque cellule représente une sous-particule rigide. Par construction, une particule de surface S possède un nombre de cellules $n_v = S/(d_0^2)$, où d_0 est la taille moyenne d'une cellule. n_v points sont donc distribués aléatoirement sur la surface de la particule avec une distance imposée ℓ entre les points supérieures à la distance minimale $\ell_{min} = \lambda d_0$; voir Fig.5.8(a). Le paramètre λ représente le degré de régularité du maillage. Pour $\lambda = 1$, la surface est maillée par des carrées de côté d_0 . Ainsi, pour avoir des cellules à 5 côtés ou plus, il est nécessaire de réduire le paramètre λ . Les figures 5.8 (b) et (c) montrent deux exemples d'un disque maillé avec $\lambda = 0$ (très irrégulier) et $\lambda = 0.8$ (régulier).

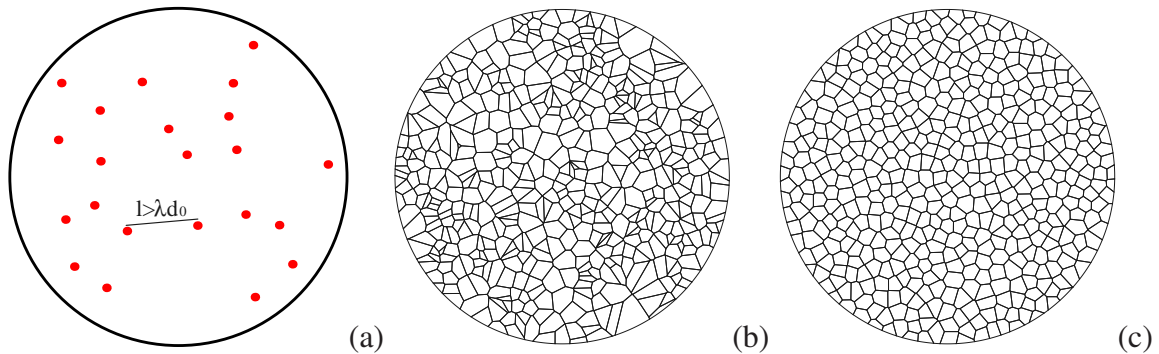


FIGURE 5.8. – Définition du degré de régularité du maillage λ (a) et deux exemples de la tessellation pour $\lambda = 0$ (b) et $\lambda = 0,8$ (c).

Dans ces travaux nous avons choisi que les cellules de chaque particule interagissent au travers de contacts cohésifs et frottants de type Coulomb le long de leurs côtés communs afin de limiter le nombre de paramètres indépendants¹. Au moins deux forces répulsives le long des contacts côté-côté sont nécessaires pour éviter toute interpénétration. Un contact côté-côté peut s'ouvrir au niveau de l'un des deux points par le pivotement autour de l'autre point. Il peut également s'ouvrir simultanément aux deux points de contact. Ainsi, l'adhésion normale f_c entre deux cellules dépend linéairement de la longueur L du côté.

Comme un contact est représenté par deux points, le seuil en traction est donné par $f_c = \sigma_c L/2$ où σ_c est la contrainte cohésive interne du matériau. Un contact côté-côté peut ainsi perdre sa cohésion si la force normale $f_n = -\sigma_c L/2$ est atteinte à au moins l'un des deux points de contact. Au contraire, si aucune des deux forces f_{1n} et f_{2n} n'atteint cette valeur critique, les cellules restent collées, la force totale continue d'augmenter jusqu'à ce que la force normale totale $f_{1n} + f_{2n} = -2f_c = -L\sigma_c$. Cette situation est cependant très rare puisque la plupart du

1. Ce choix n'est évidemment pas unique et l'effet du critère locale pour la décohéssion peut être le sujet d'une étude ultérieure

temps les particules sont soumises à des moments tels que le moment total $(f_{1n} - f_{2n})L \neq 0$. Un contact côté-côté s'ouvre donc presque toujours lorsque le seuil $f_n = -f_c$ est atteint à l'un des deux points de contact.

La résistance au cisaillement le long d'un contact côté-côté est donnée par $\tau_c = \mu_s \sigma_c$, où μ_s est le coefficient du frottement interne. Un contact côté-côté peut donc perdre sa cohésion lorsque la force tangentielle totale $f_{1t} + f_{2t}$ atteint le seuil de glissement $\mu_s(f_{1n} + f_{2n} + 2f_c)$. Lorsque la cohésion entre deux cellules est perdue le long d'un contact côté-côté, ces deux cellules interagissent alors uniquement via la loi de frottement. Autrement dit, la perte de cohésion est irréversible.

5.3.1. Essais Brésiliens

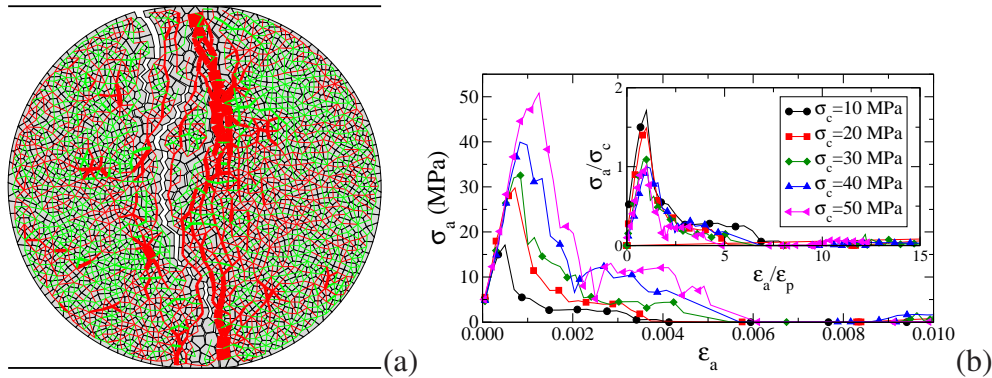


FIGURE 5.9. – (a) Particule circulaire soumise à une compression diamétrale (essai Brésilien). Les lignes rouges et vertes représentent les contacts en compression et en traction, respectivement. (b) Evolution de la contrainte verticale σ_a en fonction de la déformation axiale ϵ_{yy} pour différentes valeurs de la cohésion interne σ_c . L'encadré montre la contrainte axiale normalisée par σ_c . Les paramètres sont $\mu_s = 0,3$, $\lambda = 0,8$ et $n_v = 50$.

La figure 5.9(a) montre une image instantanée de la particule au début de la fissuration ainsi que les forces en traction et en compression entre des cellules lors d'un essai brésilien. La fissure principale est verticale et correspond en moyenne à une fracture en mode I comme nous l'avons observé dans les expériences plus haut. Cependant, l'aspect en zigzag de la fissure principale, reflète le maillage grossier de la particule, ce qui indique que les forces de frottement entre les cellules doivent jouer un rôle important. Nous observons également des fissures secondaires et des petits fragments détachés de la particule.

La figure 5.9(b) montre la contrainte axiale σ_a en fonction de la déformation axiale ϵ_a pour différentes valeurs de la contrainte de cohésion interne σ_c , avec $\sigma_a = \langle \sigma_{yy} \rangle = 2F/(\pi d)$, où d est le diamètre de la particule et F la force axiale exercée sur la particule sera calculée directement via la définition du tenseur de contrainte introduit au Chapitre 3. La contrainte horizontale moyenne $\langle \sigma_{xx} \rangle$ est nulle. Ici, les paramètres sont $\mu_s = 0,3$, $\lambda = 0,8$ et $n_v = 50$. On voit que les courbes contrainte-déformation sont similaires, avec la contrainte qui augmente rapidement, puis après un déplacement faible, chute brusquement, ce qui correspond à l'apparition de la

fracture. Le pic de contrainte σ_p correspond à la résistance à la compression de la particule. Comme nous pouvons le voir dans l'inset de la figure 5.9(b), sauf pour les plus faibles valeurs de cohésion, la contrainte se met à l'échelle avec σ_c . Le fait que σ_p/σ_c soit plus élevé pour les petites valeurs de la cohésion implique que la résistance à la compression pour une cohésion faible est plutôt déterminée par la rugosité de l'interface et la mobilisation des forces de frottement entre cellules.

Pour tester l'effet des paramètres σ_c , μ_s , λ et n_v , des polygones de 1024 côtés, dont l'enveloppe est très proche de celle d'un disque, ont été diamétralement écrasés. Nous avons montré que :

1. la résistance à la rupture augmente avec μ_s de $0,4\sigma_c$ à $1,2\sigma_c$ quand μ_s augmente de 0 à 1.
2. la variabilité de la résistance à la rupture diminue avec l'augmentation de λ .
3. Nous observons que la résistance à la rupture décroît comme une loi de puissance avec le nombre de cellules, $\sigma_p \propto \sigma_c n_v^{-b}$ avec $b \simeq 0.24$.

Ces observations montrent clairement que la rupture des matériaux composés de cellules est dépendant de l'échelle alors que l'irrégularité du maillage semble être un paramètre d'ordre supérieur.

5.4. Essais bi-axiaux et retour sur la rhéologie en quasi-statique...

La méthode BCM a été employée pour simuler des essais de compressions oedométrique et bi-axial. Je ne présente ici que les résultats ayant trait à la compression bi-axiale. Comme dans le Chapitre 4, nous allons nous intéresser à la résistance macroscopique et l'évolution microstructurale en fonction entre autre de la cohésion interne des particules. Contrairement à la compaction uniaxiale, où la déformation est conditionnée par la fragmentation des particules, les particules au cours de la compression biaxiale peuvent continuer à se réarranger sans rupture.

Des assemblages denses de 1000 particules sont créés selon la procédure décrite dans le chapitre 4, figure 5.10(a). Les particules sont des pentagones réguliers et la distribution des tailles est uniforme par fraction volumique avec un étalement $s = 0,5$. En utilisant l'approche BCM, ces particules sont ensuite discrétisées en 44249 cellules de Voronoi de même taille ; figure 5.10(b). Nous fixons la cohésion interne σ_c pour chaque simulation.

Puis, ces assemblages sont soumis à un chargement biaxial en imposant une contrainte de confinement constante $\sigma_{xx} = 1$ MPa sur la paroi de droite et une vitesse verticale constant $v_y < 0$ sur la paroi supérieure selon la même procédure que celle décrite dans le chapitre 4. Le coefficient de frottement entre particules est égal à 0,3 tandis que le frottement entre les particules et les parois est maintenu égal à 0. Les essais sont réalisés avec cinq valeurs différentes de cohésion interne $\sigma_c = 1, 2, 5, 10$ et 20 MPa. L'effet de la cohésion interne se mesure par rapport à la contrainte de confinement σ_{xx} . On définit donc le paramètre sans dimension

$$C_e = \frac{\sigma_c}{\sigma_{xx}} \quad (5.3)$$

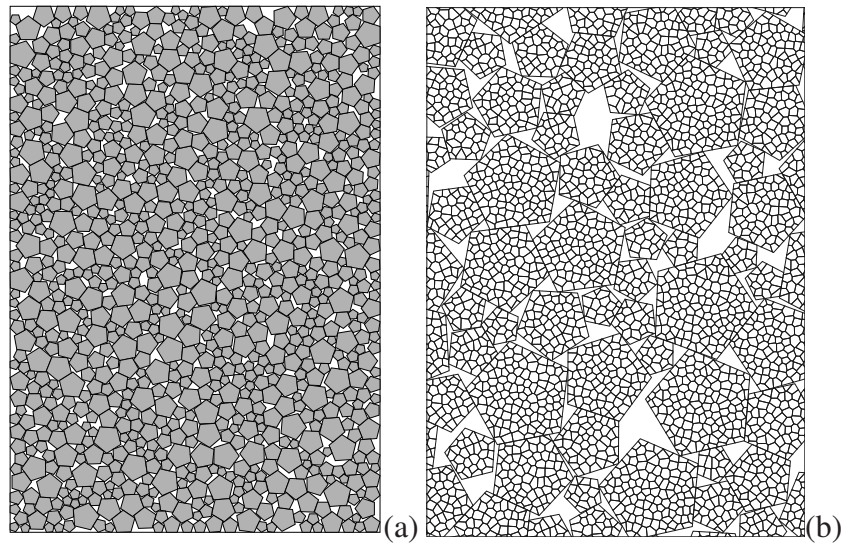


FIGURE 5.10. – Assemblage des particules au début de la compression biaxiale (a) ; (Zoom) Discrétisation de chaque particule en plusieurs cellules par tessellation de Voronoi (b).

qui constitue une “cohésion effective” qui, comme nous allons voir, détermine le taux de fragmentation des particules avec ses valeurs $C_e = 1, 2, 5, 10$ et 20 .

5.4.1. Comportement macroscopique

Les figures 5.11(a) et (b) présentent les évolutions de la contrainte déviatorique normalisée q/p et de la déformation volumique ε_p en fonction de la déformation de cisaillement ε_q pour les différentes valeurs de la cohésion effective C_e . On voit que pour les valeurs élevées de C_e , le matériau est dilatatant. q/p augmente jusqu’à un pic puis se relaxe pour atteindre une valeur constante dans l’état critique. Pour les valeurs plus faibles de C_e , le matériau est contractant. q/p évolue vers la même valeur critique sans passer par un pic. La contrainte au pic augmente avec C_e et les valeurs de la contrainte à l’état critique sont identiques pour toutes les valeurs de C_e . Les réarrangements des particules induisent généralement une dilatation puisque nos échantillons sont initialement très denses, mais, aux faibles valeurs de C_e , cette dilatation est contre-balancée ici par la fragmentation des particules qui tendent à faire augmenter la compacité et le nombre de contact entre particules.

5.4.2. Analyse micro-structurale

La figure 5.12 montre quelques clichés des assemblages au cours du cisaillement pour $C_e = 5$. On voit que des ruptures de particules ont lieu au début du cisaillement dans tout le volume, mais se localisent rapidement dans des bandes de cisaillement. Un zoom sur la bande de localisation est présentée pour $\varepsilon_q = 0,4$ sur la figure 5.12(e). On observe sur cette figure les fragments et les fissures dans les particules. Même si les échantillons numériques sont différents de ceux expérimentaux présentés dans la Section 5.2, nous notons de nombreuses similitudes. Comme

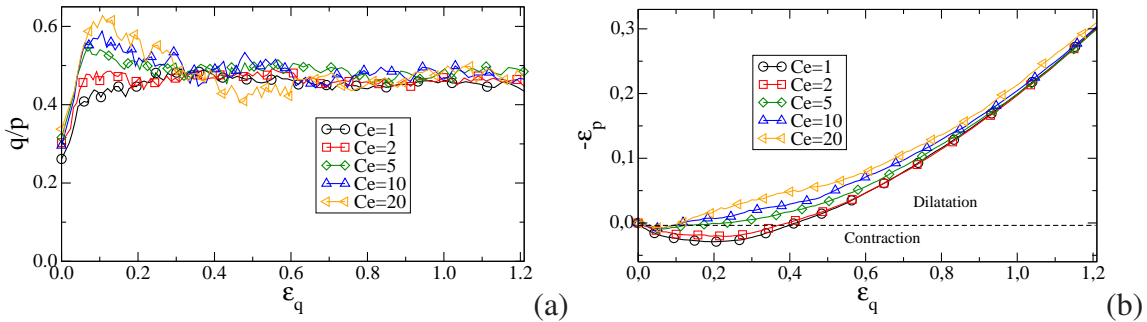


FIGURE 5.11. – Evolution du déviateur de contrainte normalisé q/p (a) et de la déformation volumique ε_p (b) en fonction de la déformation de cisaillement ε_q pour différentes valeurs de la cohésion effective C_e .

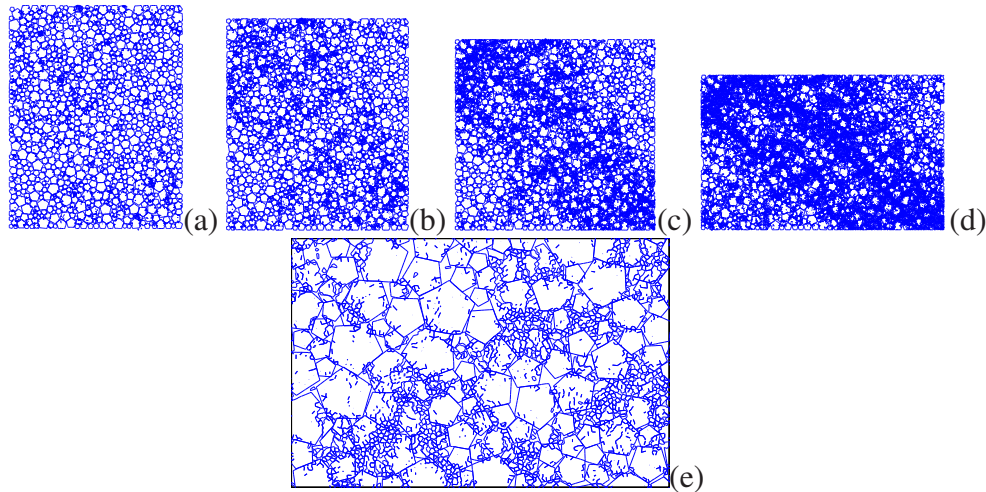


FIGURE 5.12. – Images des assemblages au cours du cisaillement (a) $\varepsilon_q = 0, 1$, (b) $\varepsilon_q = 0, 2$, (c) $\varepsilon_q = 0, 4$, (d) $\varepsilon_q = 0, 8$. Ici pour la cohésion effective $C_e = 5$. La figure (e) montre un Zoom sur la bande du cisaillement pour $\varepsilon_q = 0, 4$

le fait que les fissures apparaissent bien dans différentes parties de l'assemblage et sont initiées souvent au niveau des contacts sommet/face. Les fissures ne se propagent pas aux autres particules. Certaines particules éclatent alors que d'autres sont superficiellement endommagées. En d'autres termes, très souvent la fragmentation d'une particule au sein de l'assemblage l'affaiblit et accélère sa fragmentation sous l'action des charges locales.

Anisotropies du réseau de contacts et de forces

L'évolution des anisotropies et de $\sin \varphi^*$ avec l'approximation additive (Voir Eq. 3.15) à l'état critique, sont montrés sur la figure 5.13(a). Aux grandes valeurs de C_e toutes les anisotropies sont constantes, en revanche aux faibles valeurs la décroissance de a_c (qui s'explique par une augmentation de la connectivité due à la fragmentation) est en partie compensée par l'augmen-

tation de a_n (et donc des forces transmises). En revanche, l'anisotropie des forces tangentes ne varie presque pas avec C_e . Ainsi, le fait que $\sin \varphi^*$ soit quasi-invariant avec C_e s'explique par la compensation entre l'anisotropie géométrique et de force.

En revanche, la résistance au cisaillement au pic $\sin \varphi^{pic}$ augmente fortement avec C_e comme on peut le voir sur la figure 5.13(d). On voit aussi sur la figure 5.13(c) que $\sin \varphi^{pic}$ augmente principalement en lien avec les anisotropies des forces normales a_{fn} et tangentielles a_{ft} , lesquelles augmentent avec C_e . Ces analyses sur les évolutions des anisotropies expliquent aussi l'effet de la résistance des particules sur la comportement dilatant des matériaux fragmentables comme on l'a vu sur la figure 5.11(b).

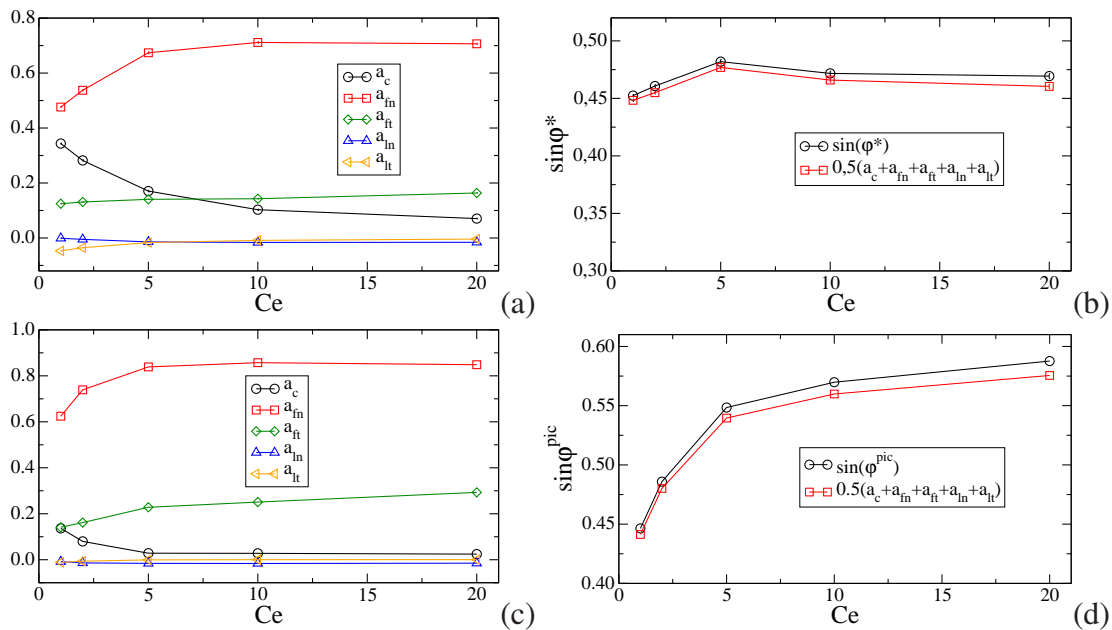


FIGURE 5.13. – $\sin \phi^*$ et l'approximation additive donnée par l'équation (5.13) (traits hachurés) à l'état critique (b) et au pic (d) et des valeurs moyennes des anisotropies à l'état critique (a) et au pic (c) en fonction de la cohésion effective C_e .

Evolution des tailles et des formes des particules

Nous avons vu que la fragmentation des particules pendant la compression biaxiale se localise dans des bandes. Mais ces bandes évoluent avec une fraction croissante de particules fragmentées. La figure 5.14 montre la fraction volumique cumulée (CVF) des fragments pour toutes les valeurs de C_e à partir d'une distribution initialement uniforme par fractions volumiques. Nous observons une variation de la courbure de la distribution cumulée sur un intervalle de tailles qui reste la même du début jusqu'à la fin de la compression. On voit qu'il y a un nombre fini de fragments de taille égale à la taille des cellules, qui constituent des fragments irréductibles, contrairement au modèle dans lequel aucune limite inférieure n'est imposée sur les tailles des particules. La distribution des tailles des fragments les plus petits est donc influencée par cette limite. D'autre part, la gamme des grandes tailles garde une signature de la distribution de taille

initiale. Le nombre de petits fragments et notamment ceux qui ont une taille de l'ordre de la taille des cellules irréductibles augmente et la courbure de la distribution devient convexe ce qui suggère que la fragmentation des particules continue indéfiniment en compression biaxiale en raison du réarrangement continu des particules.

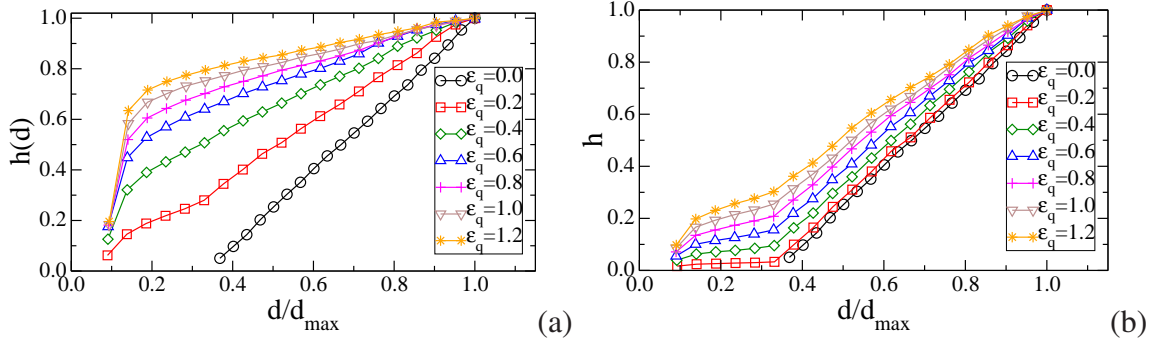


FIGURE 5.14. – Evolution de la distribution volumique cumulée pendant la déformation biaxiale pour $C_e = 1$ (a) et $C_e = 20$ (b).

La distribution étant uniforme par fraction volumique, dans tous les cas elle prend rapidement une forme simple avec trois parties bien distinctes : 1) linéaire avec une pente β élevée pour $d/d_{max} \geq 0,3$, 2) linéaire avec une pente plus faible pour $0,1 \leq d/d_{max} \leq 0,3$ et 3) une population de particules avec une taille de l'ordre de la taille des cellules soit pour $d/d_{max} \leq 0,1$. L'existence de deux régimes linéaires avec des pentes distinctes reflète la mémoire de la distribution initiale des tailles, d'une part, et la perte de la mémoire des tailles initiales pour les particules issues de plusieurs étapes de fragmentation, d'autre part.

La figure 5.15(a) présente les proportions des particules divisées en N_f fragments pendant la compression biaxiale. On voit que la grande majorité des particules se scindent en deux fragments. Néanmoins, une proportion non-négligeables de particules se scindent en plus de fragments, et ceci d'autant plus que C_e est plus élevée. En d'autres termes, les particules avec une cohésion plus importante tendent davantage à se fragmenter en plusieurs fragments que les particules à cohésion faible. Ceci peut s'expliquer par le fait que la fragmentation des particules à cohésion interne élevée implique des forces plus grandes et donc un comportement plus fragile et plus instable au moment de la fragmentation.

La figure 5.15(b) montre la distribution des volumes relatifs V_{petit}/V_{grand} des deux fragments petit et grand des particules qui sont divisées en deux. Il y a plus de fragments de petite taille pour les particules à cohésion plus élevée. La distribution diverge aux faibles valeurs de ce rapport, ce qui indique que la division en deux fragments concerne très souvent le détachement des petits fragments. Ceci relativise l'importance du processus de division en deux fragments. Ces particules sont donc érodées davantage à leurs surfaces lorsque les forces sont faibles et ont tendance à se fragmenter en plusieurs particules lorsqu'elles subissent des chaînes de force fortes. Par ailleurs, quelle que soit la cohésion, mis à part les fragments les plus petits, toutes les tailles des fragments engendrés sont équiprobables.

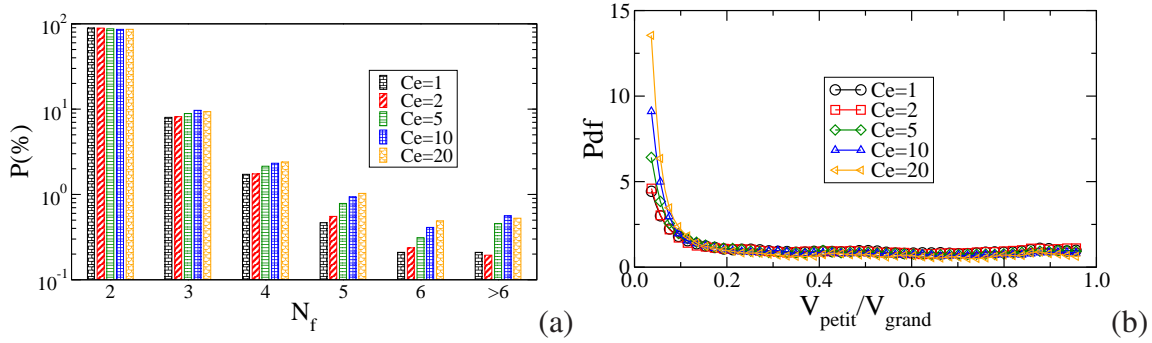


FIGURE 5.15. – (a) Les proportions des particules divisées en N_f fragments pour différentes valeurs de la cohésion ; (b) La proportion des rapports de taille entre les deux fragments lors des divisions en deux fragments.

La figure 5.16(a) présente l'évolution du rapport d'aspect moyen des fragments $\langle \alpha \rangle$ en fonction de la déformation de cisaillement ε_q pour différentes valeur de C_e . Le rapport d'aspect initial est le même et très proche de 1, mais il augmente avec la déformation d'autant plus vite que la cohésion est plus faible. Pour les particules les moins cohésives, il se rapproche de 1,5. Pour un niveau de cohésion plus important, on observe une croissance continue du rapport d'aspect moyen sans que la valeur de 1,5 soit atteinte. Les densités de probabilité des valeurs de α sont présentées sur la figure 5.16(b). Les valeurs de α les plus proches de 1 correspondent aux particules les moins divisées et elles sont plus nombreuses lorsque la cohésion est plus grande même à la fin de la compression biaxiale. Le cas le moins cohésif présente un pic pour $\alpha \simeq 1,4$.

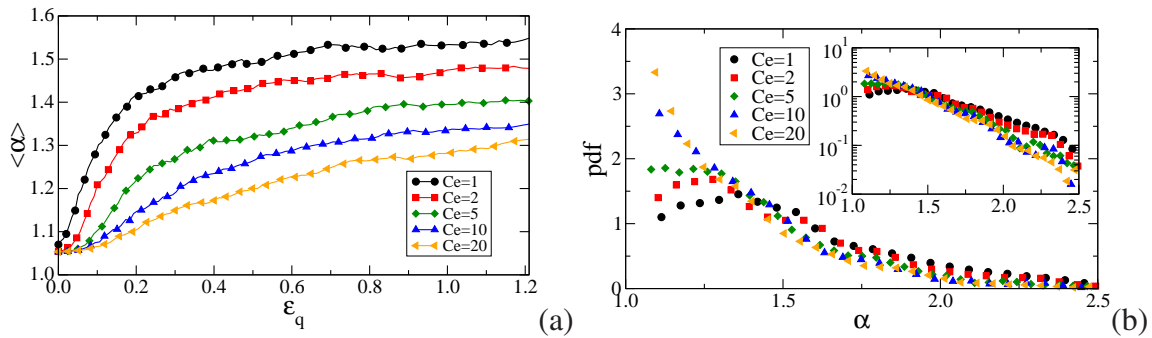


FIGURE 5.16. – (a) Les proportions des particules divisées en N_f fragments pour différentes valeurs de la cohésion ; (b) La proportion des rapports de taille entre les deux fragments lors des divisions en deux fragments.

5.5. Conclusions

Toujours dans une quête de compréhension de phénomènes de plus en plus réalistes, dans ce chapitre nous avons voulu introduire dans nos simulations numériques la possible fragmentation des particules lors de sollicitations extérieures. Pour cela, nous avons d'abord introduit

deux modèles permettant de tenir compte de la fragmentation des grains dans les simulations numériques discrètes : la Méthode de Séparation Cellulaire (SCM) et la Méthode de Cellules Liées (BCM). La première méthode consiste à séparer en deux une particule vérifiant un certain critère, alors que la seconde consiste à représenter une particule par un ensemble de cellules liées entre elles par l'action de forces cohésives le long de leur côtés communs. Ces deux approches assurent à la fois la conservation du volume et un traitement rigoureux des contraintes unilatérales au niveau des contacts entre particules, et intercellulaires dans la seconde méthode.

Par ces deux méthodes, nous avons analysé la fragmentation des particules au cours d'une compression uniaxiale (oedométrique), et comparé les résultats à des essais en laboratoire. La méthode SCM reproduit dans une large mesure les essais expérimentaux en termes de grains cassés, direction des fissures et courbe granulométrique en fin d'essai. Cependant, les essais expérimentaux montrent que la fragmentation des particules est fortement hétérogène : certaines particules sont pulvérisées alors que d'autres sont légèrement endommagées, phénomènes que la méthode SCM ne rend pas encore bien compte, et qui au contraire sont bien captés par la méthode BCM. Ainsi, le processus de fragmentation des particules a lieu par des phases alternées de chargement sans fragmentation et de fragmentation rapide.

Nous avons également mené une étude paramétrique détaillée de la compression diamétrale d'une particule en variant systématiquement les paramètres de la méthode BCM, ce qui nous a permis de mettre en évidence plusieurs effets : 1) la résistance à la rupture se met à l'échelle avec le seuil de cohésion entre cellules et augmente avec le frottement inter-cellulaire, 2) la dispersion statistique des données décroît avec l'irrégularité du maillage et 3) la résistance à la rupture décroît avec le nombre d'éléments du maillage. Tout ces éléments permettront à termes d'enrichir le critère de rupture à introduire dans la SCM.

Nous avons revisité la rhéologie en quasi-satique via la méthode BCM. Nous avons vu que la cohésion interne des particules affecte principalement le taux de fragmentation des particules. Nous avons observé la localisation des déformations et des fragmentations dans des bandes de cisaillement. La polydispersité étant plus importante dans ces bandes, contrairement aux bandes de dilataance habituellement observées, ces bandes sont plus compactes et de ce fait ressemblent aux bandes de compaction. Un effet majeur de la fragmentation des particules est d'atténuer, voire annuler, la dilataance. Dans ce cas, la courbe déformation-contrainte ne passe plus par un pic de contrainte et on observe plutôt une évolution progressive vers un pseudo-état critique. Nous avons montré que l'angle de frottement interne s'exprime bien en fonction des anisotropies de contact et des forces. L'anisotropie des forces augmente alors que celle des orientations des contacts diminue en fonction de la cohésion interne des particules. Ces deux effets se compensent de telle sorte que l'angle de frottement interne dans l'état critique est presque indépendant de la cohésion interne.

Nos données numériques montrent que la distribution granulométrique résulte de la distribution initiale pour les plus grosses particules et de la distribution selon une loi de puissance dans la gamme des tailles intermédiaires où la mémoire de la distribution initiale est perdue par fragmentations successives. Pour les cohésions les plus faibles, la distribution est largement

dominée par l'effet de la taille irréductible des plus petits fragments. Pour cette raison, les distributions de tailles des fragments pour les cohésions les plus faibles ne sont pas fiables par rapport à un matériau réel où les particules fines peuvent en principe continuer à se fragmenter et l'étalement granulométrique peut évoluer. Nous avons également mis en évidence une évolution du rapport d'aspect des fragments vers une même valeur proche de 1.4.

Plus largement, les travaux présentés ici ouvrent la voie à plusieurs perspectives à court et moyen terme : 1) comme nous le mentionnions plus haut, l'enrichissement de la méthode SCM me semble être une piste intéressante, 2) Il serait alors intéressant de généraliser ce genre d'étude aux écoulements rapides, où les effets inertiels sont non-négligeables, 3) et bien évidemment l'extension au cas tri-dimensionnel qui à d'ailleurs commencé dans le cadre de la thèse de David Cantor.

Conclusion

L'objet de ce mémoire a été de présenter, à travers trois chapitres, un bilan de mes travaux de recherche qui portent sur Rhéologie et la Structure Interne des Milieux Granulaires à Composition Réaliste. Ces travaux, à caractère principalement numérique et théorique, visent à mettre en place des outils et des méthodologies systématiques destinées à l'étude multi-échelle (des interactions, aux formes, à la texture et au VER) de ces matériaux.

Dans le premier chapitre, j'ai présenté l'état de l'art de manière très générale afin de situer mes travaux de recherches dans le contexte actuel de la modélisation et de la rhéologie des matériaux granulaires. Un message important est que, grâce d'une part à la montée en puissance des ordinateurs et des techniques expérimentales, mais aussi est surtout depuis plus de 20 ans d'études sur les matériaux modèles, il existe maintenant un grand champs d'investigation - encore presque vierge - sur le comportement des matériaux granulaires composés de grains non sphériques et plus généralement à structure évolutive. Nous avons identifié le fait qu'une modélisation réaliste doit idéalement prendre en compte 1) la forme arbitraire des particules, 2) les interactions complexes (cohésion, capillaires, etc...), 3) la fracturation des particules, 4) les changements dans la granulométrie et 5) l'évolution des quatre éléments précédents aux regards des conditions aux limites et des sollicitations mécaniques. Tout ces éléments sont des éléments de complexités majeurs des matériaux granulaires dans la nature et dans les applications industrielles, mais sont rarement capturés par les techniques de simulations les plus courants. Qui plus est, les études systématiques sur ces sujets sont rares du fait qu'il soit difficile de contrôler précisément la forme et le changement de forme des particules, en particulier dans les expériences.

En introduisant des paramètres de forme suffisamment représentatifs et définis à partir de variables simples et continues, dans le chapitre 4, j'ai présenté un grand nombre d'études *systématiques* et *quantitatives* sur l'effet de l'angularité, la non-convexité, l'allongement, l'aplatisse-

ment et la polydispersité de tailles et de forme des particules sur la rhéologie en quasi-statique de grands systèmes granulaires. L'angularité a été représentée par des particules polyédriques, la non-convexité par des agrégats de sphères collées, l'allongement et l'aplatissement par des rectangles et parallélépipèdes à bouts arrondies, la polydispersité de taille et de forme par un paramètre d'étalement et de désordre sur les sommets d'un polygone initialement régulier.

Un résultat de base de toutes ces études, est une dépendance non-linéaire entre la résistance et la compacité au fur et à mesure que la forme s'éloigne de celle d'une sphère, de sorte que les systèmes les plus résistants ne sont pas forcément les plus denses. Jusqu'à encore très récemment, il était admis que la résistance au cisaillement trouvait son origine dans la structure géométrique anisotrope du réseau de contact. Or, par une analyse multi-échelle basée sur une décomposition harmonique du tenseur de contrainte, on montre que l'anisotropie géométrique devient marginale en comparaison des anisotropies mécaniques induites par la transmission des forces normales et de la mobilisation du frottement. Ainsi, parfois même par des compensations subtiles, la résistance au cisaillement est la conséquence des forces mobilisées et transmises par les contacts face-face pour les particules anguleuses, de l'enchevêtrement des grains pour les particules non-convexes et de l'alignement des particules en colonnes rigides pour les particules allongées/aplaties. Un autre résultat important est la non variation de la résistance au cisaillement avec la polydispersité qui s'explique également par les compensations entre anisotropies.

Enfin, nous avons montré que, dans une large mesure, les formes de particules peuvent être approchées par au moins deux paramètres d'ordre généraux décrivant 1) comment la forme dévie par rapport à une forme circulaire, et/ou 2) comment les particules tournent autour de leur point de contact. Un message important qu'il en ressort et qu'une "forme moyenne" est clairement un paramètre insuffisant pour la modélisation des matériaux granulaires alors qu'au contraire, comme l'étalement granulométrique n'a que peu d'effet sur l'angle de frottement interne, les particules peuvent être représentées par leur "taille moyenne".

Enfin, considérant que dans les matériaux granulaires réels la polydispersité des particules en taille et les formes si variées sont souvent une conséquence de la fracturation des particules, dans le chapitre 5, nous avons entrepris la lourde tâche de considérer la fragmentation possible des particules dans les modélisations numériques discrètes. Dans le cadre de la Dynamique des Contacts, nous avons introduits deux méthodes, celle dite de Séparation Cellulaire (SCM) et celle dite des Cellules Collées (BCM). Dans la première, les grains se séparent en deux grains suivant une ligne passant par le centre de la particule en fonction d'un critère de rupture. Numériquement cela se traduit par l'ajout progressif de grains dans la simulation. Dans la deuxième méthode, chaque particule est modélisée comme un agrégat de cellules rigides dont les côtés communs sont des joints collés par une loi cohésive irréversible et frictionnelle. Ces deux méthodes assurent à la fois la conservation du volume pendant la fragmentation des particules et un traitement rigoureux des contraintes unilatérales au niveau des contacts, et des contacts intercellulaires dans la deuxième méthode. Ces deux approches nouvelles nous ont permis de mener plusieurs études systématiques riches sur la fragmentation (1) d'une particule et (2) d'un assemblage de particules.

La BCM a été utilisée pour des études systématiques de la compression diamétrale d'une seule particule. Nous avons montré que la résistance à la rupture se met à l'échelle avec le seuil

de cohésion entre cellules et augmente avec le frottement inter-cellulaire. Nous avons mis aussi en évidence l'effet des paramètres de discrétisation sur la fissure. La SCM a été utilisée pour étudier la compression uniaxiale d'un matériau granulaire composé de particules de forme polygonale. Les essais numériques ont été confrontés à des essais en laboratoire. L'augmentation de la contrainte axiale par petits incréments conduit à la compaction du matériau granulaire d'abord par des réarrangements et puis essentiellement par la fragmentation des particules. Expérimentalement nous observons que la fragmentation des particules est hétérogène avec une population des particules pulvérisées et des particules intacts. Ces dernières sont entourées de petits fragments et donc soumises à des contraintes déviatoriques faibles. Numériquement, la BCM reproduit parfaitement ces observations. Au contraire, bien que le modèle de rupture introduit actuellement dans la SCM permette de reproduire dans une large mesure les essais expérimentaux (grains cassés, direction des fissures et courbe granulométrique identiques en fin d'essai), les phénomènes de pulvérisation et/ou de fragmentation multiple ne sont pas pris en compte. Les essais de compression diamétrale à partir de la BCM doivent nous permettre à terme d'enrichir le critère de rupture.

Enfin, par la BCM, nous avons étudié la fragmentation des particules par cisaillement au cours d'une compression biaxiale. La fragmentation des particules dans cette géométrie est une conséquence des réarrangements et des contraintes déviatoriques locales liées à la distribution très hétérogène des forces au sein du matériau. Un effet important de la fragmentation des particules est de compenser l'effet de la dilatance. La courbe déformation-contrainte ne passe plus par un pic. Nous avons montré que l'angle de frottement interne s'exprime bien en fonction des anisotropies de contact et des forces. L'anisotropie des forces augmente alors que celle des orientations des contacts diminue en fonction de la cohésion interne des particules. Ces deux effets se compensent de telle sorte que l'angle de frottement interne dans l'état critique est presque indépendant de la cohésion interne.

Perspectives en recherches

“LE bilan des travaux réalisés est suffisamment riche pour alimenter un projet vaste et ambitieux. Ces travaux ont démontré la viabilité d’une approche numérique discrète pour reproduire les comportements émergents des milieux granulaires et leur applicabilité à l’étude des phénomènes complexes par la prise en compte des éléments réalistes d’interaction et de composition. Dans la continuation, la modélisation et la simulation numérique vont représenter la chaire du projet et, la modélisation multi-échelle, la micro-mécanique et l’homogénéisation l’ossature.

Ainsi, partant du travail déjà réalisé et du travail en cours sur la rhéologie et la micro-mécanique des matériaux divisés à compositions réalistes et évolutives, l’objectif est de poser les bases d’un programme de recherche inédit et innovant. Les travaux à court terme (accessibles avec les outils théoriques et numériques actuels) permettront de conserver l’avance acquise sur l’expertise et le domaine de la modélisation numérique discrète et les thématiques associées. A moyen terme, il conviendra d’introduire encore plus de réalisme dans les simulations et donc des développements numériques dédiés seront spécifiés dans la suite. A plus long terme, il semble essentiel d’étendre le cadre de la micro-mécanique en partant non plus de grandeurs microscopiques moyennées (“description macroscopique de la microstructure”) comme c’est classiquement le cas actuellement, mais au contraire en partant des grains et de leur environnement (structures locales). Ainsi, dans ce qui suit je présente l’ensemble de ces perspectives et les collaborations envisagées.

6.1. Modèles de plus en plus réalistes

Partant du travail déjà réalisé et du travail en cours, il s’agit maintenant de considérer des effets combinés des éléments de complexité dans un cadre plus large et encore plus réaliste tout en mettant l’accent sur l’échelle des particules et des interactions locales.

6.1.1. Sur la forme

Comment la forme des particules affecte le comportement des matériaux granulaires est un très vaste sujet qui commence à peine à être abordé. Comme nous l'avons vu, les formes des particules peuvent être classées en trois principales catégories suivant leur nature anguleuse, non-convexe ou allongée/aplatie (appelée aussi sphéricité). Le rôle précurseur des travaux que nous avons mené a été d'étudier de manière systématique l'effet isolé de chaque paramètre sur le comportement quasi-statique.

Ces études doivent se poursuivre, en particulier au cas des particules non-convexes dont le comportement est encore très peu étudié. Par exemple, les particules en forme de "U" ou de "+" favorisent encore plus les enchevêtrements de sorte à former de grand blocs solides et cela en absence total de force cohésives [33]. L'existence de tels blocs rigides en l'absence de cohésion locale illustre ce que l'on nome *une cohésion géométrique*, c'est à dire l'existence d'une cohésion induite uniquement par la géométrie des particules. La compréhension physique de la cohésion géométrique en est à ses débuts, et les simulations numériques discrètes doivent nous permettent de comprendre la façon dont les particules se réarrangent suite à une perturbation, quels seraient les mécanismes qui conduiraient à l'effondrement total et en particulier la corrélation entre mouvement des particules et frottement local [26, 106]. L'intérêt majeur de ce genre d'étude est d'aller vers la définition de nouveaux matériaux rigides, mais poreux et léger.

A cela s'ajoute au moins trois perspectives à court et moyen terme qui se profilent naturellement 1) élargir les études aux écoulements granulaires en variant systématiquement le nombre inertiel en plus du paramètre de forme, 2) considérer l'effet combiné des paramètres de formes, et plus généralement 3), les mélanges granulaires pour un régime d'écoulement donné.

Le régime d'écoulement

La généralisation au régime d'écoulement dense est un enjeu important et fait l'objet de nombreuses recherches car il préfigure des situations géophysiques d'éboulement, ou encore, en industrie ou en génie civil, il constitue un moyen simple de transport des matières premières. Comme cela a été rapidement décrit dans le chapitre introductif (Chap. 3), l'état d'un système granulaire ce défini à partir du rapport des forces inertielles induites par le cisaillement et des forces statiques dues à la pression de confinement [23, 59], au travers du nombre sans dimension $I = \dot{\epsilon} \sqrt{m/(pd^{D-1})}$, ou m et d sont respectivement la masse et la taille moyenne d'une particule, p la pression appliquée, D la dimension de l'espace et $\dot{\gamma}$ le taux de cisaillement. L'état quasi-statique correspondant aux faibles valeurs de I et celui d'écoulement dense aux valeurs plus élevées.

Ce n'est que très récemment, dans le cadre du post-doctorat que j'ai effectué au Laboratoire Central des Ponts et Chaussées que l'écoulement de grains de forme pinacoides (polyèdres en forme de double pyramide) et la loi de frottement $\mu^*(I)$ ont été systématiquement décrits (A13) et comparés à un système de sphères. Ces résultats ont révélé la possible existence d'une zone morte de non écoulement dépendant de la rugosité du plan et qui, de fait, translate la courbe de sorte que les faibles valeurs de I soient inaccessibles à la géométrie du plan incliné.

De même, ce n'est que très récemment que nous avons montré que la décomposition harmo-

nique du frottement, en sommes d'anisotropies (Eq. 3.15), se généralise aux écoulements rapides (A8), et pour la première fois nous avons montré que l'augmentation de μ^* avec I résulte exclusivement de l'augmentation de a_c . Ainsi, renforcé par une dynamique rapide, les mécanismes locaux sont à mettre en évidence lors d'un écoulement de grains non sphériques à la fois systématiquement en fonction de I , mais aussi de manière combiné entre I et les paramètres de formes.

Ces études systématiques sont un challenge en soit puisqu'il ne s'agit pas non seulement d'un très grand nombre de simulations, mais également de simulations très longues puisque pour chaque couple de paramètre un état stationnaire doit être obtenu sur une déformation "suffisamment" large pour être représentative. Pour toutes ces raisons, et à ma connaissance, l'effet de forme des particules sur la rhéologie des écoulements granulaire n'a jamais été étudiée de manière systématique.

Effets combinés : forme vs frottement & Interactions à distance

Nous avons pu voir dans les travaux réalisés jusqu'à maintenant que, quelque soit le mécanisme, la mobilisation du frottement (et l'anisotropie qui en découle) est la clé de l'augmentation de la résistance au cisaillement. De même, en présence de cohésion (capillaire par exemple), il est prévisible que les conditions d'équilibres soient localement modifiées par des couples de forces, en traction et compression, dues aux contacts multiples entre deux particules non sphériques, conduisant de fait à une augmentation de la résistance.

A ma connaissance, très peu d'études numériques ont été menées sur l'effet combiné du frottement ou de la cohésion avec la forme des particules. La description systématique des phénomènes microscopique en lien avec la réponse macroscopique reste encore à découvrir. En particulier, à l'instar de l'angle de frottement macroscopique dans le cas sec, en généralisant la formulation harmonique de la microstructure aux écoulements cohésifs, il sera alors possible d'exprimer la cohésion macroscopique de Coulomb comme une somme de contributions de paramètres microscopiques (anisotropies) et d'étudier systématiquement l'effet de la cohésion sur cette microstructure. A court terme, l'effet du frottement dans un premier temps, puis de la cohésion dans un second temps, sera abordé en présence de particules aplaties comme un modèle simpliste de matériaux argileux. Ces études seront menées dans le prolongement des travaux déjà entrepris avec N. Estrada. En ce sens, les argiles représentent un matériau d'étude fascinant puisque les particules présentent une anisométrie très prononcée, alors même que le matériau en lui même exhibe une résistance très faible. A moyen terme, il conviendra d'étendre la loi d'interaction pour y incorporer des interactions colloïdales (électrostatiques et doubles-couches). A ce titre, la figure 6.1 montre la loi d'interaction (en bleu) entre deux plaquettes d'argile résultant de la combinaison des forces de contacts (en vert), des forces de Van der Waals (en rouge) et des forces de répulsions électrostatique (en noir) qui pourra être implémentée.

6.1.2. Mélange granulaire

Contrairement aux liquides dont on connaît bien l'aptitude à constituer des ensembles miscibles, les matériaux granulaires secs présentent, de manière quasi générale, une grande résis-

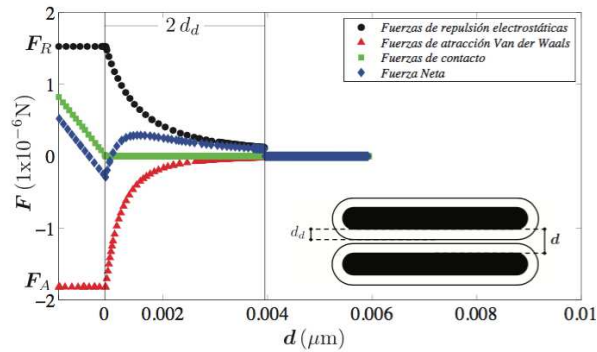


Figure 6.1. – Force d’interaction entre deux particules d’argiles parallèles en bleue, comme une somme de plusieurs contributions (autres couleurs)

tance aux mélanges homogènes. Deux matériaux granulaires différents par la masse spécifique, par la forme ou par la dimension, voire par les paramètres micromécaniques (coefficients de restitution élastique et de friction) de leurs composants, présentent une tendance marquée à la ségrégation. Cette ségrégation, qui constitue une propriété fondamentale (mais souvent gênante) des matériaux granulaires, se traduit, lorsqu’un mélange est soumis à un écoulement, une vibration ou un cisaillement, par une “démixtion” plus ou moins complète du matériau. Autrement dit, un mélange de matériaux granulaires, soumis à des sollicitations diverses, présente une tendance marquée à s’auto-organiser de manière à reconstituer localement des ensembles de particules identiques entre elles. Ce phénomène est bien connu des industriels qui doivent jouer de ruses pour obtenir un mélange homogène (en agro-alimentaire lors de l’emballage des céréales de tailles apparentes différentes, effet connu sous le nom de “Brazil-nut effect” ; dans le génie civil lors de la réalisation d’éléments en béton).

Dans le cas de matériaux composés de grains de plusieurs tailles, différents mécanismes ont été mis en évidence : percolation des petites particules sous les grosses [117, 83], mouvements de convections [45, 47], ou encore “tamisage cinétique” pour les écoulements [94, 73]. Mais, que ce soit par vibration ou par écoulement, le phénomène de ségrégation a été essentiellement - voire même exclusivement - abordé sous l’angle de la différence de taille des particules et pour des particules sphériques.

Un projet PHC-SIAM entre le LMGC et le department of Engineering de l’Université de Chiangmaï, dont les contours sont déjà bien tracés, concerne l’étude de la rhéologie des “boues granulaires” dans un contexte énergétique. L’Université de Chiangmai, développe des recherches et techniques innovantes de production de biogaz via le développement de nouveaux types de bio-réacteurs. Un institut nommé Energy-Research-Development¹ a spécialement été créé en 2007, pour concentrer les moyens et savoir-faire. Actuellement plus de 1000 fermes à méthanisation ont été construites par ERDI à travers la Thaïlande. L’aspect essentiel du succès de ces bioréacteurs est l’utilisation d’une biomasse active qui s’agglomère naturellement en grains formant ainsi une “boue granulaire”. Les résidus de la méthanisation sont des granulés stables,

1. ERDI-CMU <http://www.erdicmu.ac.th/index.php>

désodorisés, débarrassés en majeure partie des germes pathogènes et surtout réutilisables pour fertiliser les sols.

Toujours dans un contexte énergétique, un projet ANR vient juste d'être déposé dont le thème principal est la métallurgie des poudres et plus particulièrement des poudres d'uranium pour l'utilisation en réacteurs nucléaires. Les poudres d'uranium sont mélangées à celles d'aluminium et l'homogénéisation du mélange doit se conformer aux règlements de sécurité inhérentes aux réacteurs de recherche nucléaires. Ainsi, afin d'éviter toute fusion locale en raison de points chauds, l'homogénéité d'uranium doit être inférieure à une certaine valeur, en fonction de la conception du réacteur. Ce projet est porté par le Laboratoire Interdisciplinaire Carnot de Bourgogne (ICB), en collaboration avec AREVA-NP, l'Institut Max von Laue-Paul Langevin et le LMGC.

Que ce soit le mélange (sec) des boues granulaires ou des poudres d'uranium et d'aluminium, ces matériaux présentent a) un fort étalement granulométrique entre 0.5mm et 2mm pour le premier et entre $20\mu m$ et $80\mu m$ pour le second, b) des formes complexes, c) des densités variables et d) des interactions physico-chimiques complexes. L'optimisation et surtout la rationalisation des procédés industriels mentionnés plus haut, passe par la définition de ce qu'est un "bon mélange", et pose le challenge scientifique de proposer une modélisation réaliste en vue d'analyser de manière systématique l'effet de chacun des paramètres de (a) à (d) mentionnés plus haut sur la rhéologie.

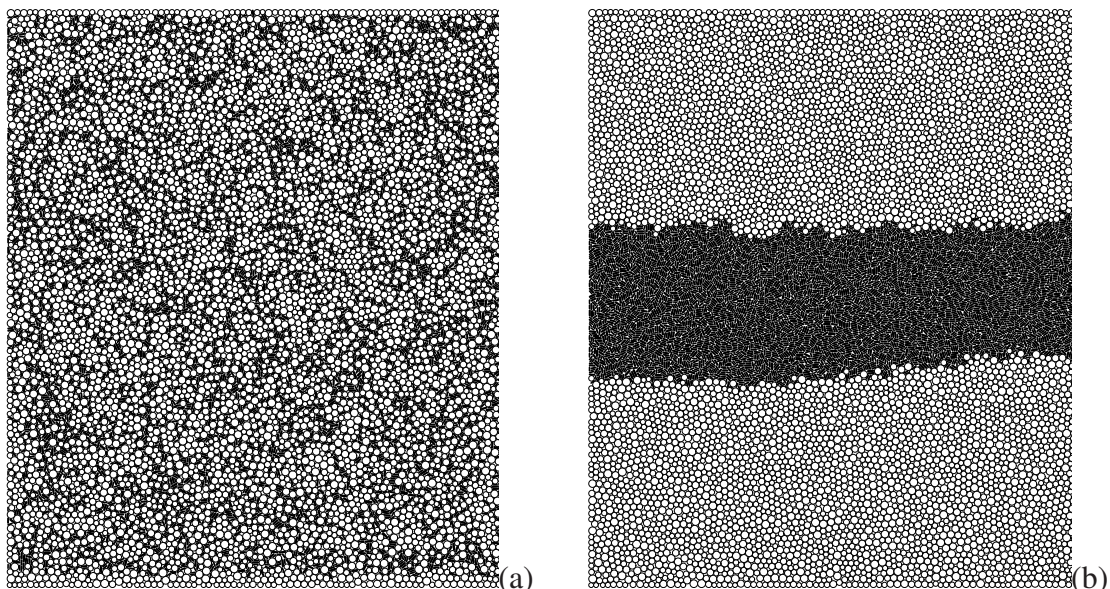


Figure 6.2. – Image de 2 échantillons construits par 50% de disques et de particules allongées, pour un mélange homogène (a), et (b) complètement ségrégué.

Une approche numérique basée sur la méthode des éléments discrets (DEM) semble tout à fait adaptée pour répondre à ce challenge. Numériquement, la forme des particules sera représentées

soit par des grains polygonaux ou soit par des clusters de disques, suivant les caractéristiques angulaires/non-convexe/allongées qui seront identifiées. L'aspect mélange interviendra aussi à une échelle plus basse, c'est-à-dire au niveau des contacts via l'introduction de modèles spécifiques alliant des modélisations multi-physiques de types potentiels chimiques, forces électrostatiques, ou forces cohésives (toujours à identifier).

Deux types d'échantillons denses : 1) homogènes et 2) stratifiés (ou déjà ségrégués) seront construits. Un exemple est montré sur la figure 6.2 ou l'on peut voir les premiers échantillons construits composés par 50% de particules allongées et disques et pour différents degrés de ségrégation. Les systèmes ainsi construits seront soumis à un cisaillement quasi-statique. En présence d'une faible dynamique on ne s'attend pas à ce que le phénomène de ségrégation se produise. Une telle étude nous permettra de mettre en évidence :

- l'effet de la caractéristique du mélange (i.e l'effet de la forme, la densité des particules, mélange de grains secs et cohésifs, variabilité dans les potentiels chimiques, etc ?),
- l'effet de la nature du mélange (mélange homogène vs mélange stratifié) sur la rhéologie

Cependant, afin d'avoir une compréhension claire des phénomènes, au moins deux paramètres de contrôles devront être introduits (en plus des paramètres de formes) : 1) le pourcentage d'une espèce par rapport à une autre, et 2) plus compliqué à définir, est le degré d'inhomogénéité du mélange. Une deuxième partie du travail consistera à solliciter dynamiquement (i.e en écoulement rapide ou en vibration) des systèmes granulaires, composés de particules de caractéristiques différentes. Ces études permettront d'étudier précisément la cinétique de mélange en fonction de la composition et à terme, de donner un sens à ce que l'on nomme "la qualité du mélange".

6.1.3. Matériaux à structure évolutive

L'objectif général est de considérer des matériaux dont la structure interne évolue lors de la déformation. Comme nous l'avons déjà vu, parmi les causes possibles conduisant à un changement de structure, il y a la fragmentation. A cela, nous pouvons aussi ajouter la possible déformation des particules.

Sur la fragmentation...

Ainsi, dans un premier temps l'une des perspectives consistera à enrichir le modèle de fragmentation à introduire dans la SCM. La force de la méthode SCM est qu'elle ne demande que de faibles ressources informatiques, en comparaison de la BCM, puisque les grains sont introduits progressivement dans les simulations. Au contraire, la force de la BCM est qu'elle repose sur des paramètres simples et, comme nous l'avons vu, la discrétisation en cellules plus petites rend parfaitement compte des phénomènes observés. Ainsi, en s'appuyant sur des essais expérimentaux, mais également sur des simulations numériques avec la BCM, les pistes d'enrichissement du modèle sont les suivantes : 1) comment séparer les particules à partir d'un contact ou la force dépasserait une certaine valeur ? La particule serait alors divisée le long du vecteur force sans

forcément passer par le centre, ce qui permettrait de créer des petits fragments, tels que nous les observons expérimentalement et 2) comment faire dépendre le nombre des morceaux créés de l'intensité des forces appliquées, et éventuellement du diamètre des particules tel que cela est suggéré par les travaux de Weibull [116] ? L'extension au cas 3D de ces deux méthodes est également une perspective majeure puisque dans ce cas, et contrairement au cas 2D, les pores sont connectés et donc cela favorise la migration des petits morceaux au travers de tout l'échantillon.

Le développement du modèle SCM-3D est envisagé dans le cadre d'un nouveau projet Ecos-Nord (France-Colombie) en cours de rédaction. Le modèle BCM-3D, quant à lui, est en cours de développement dans le cadre de la thèse de David Cantor en collaboration avec le CEA de Cadarache (voir la Figure 6.3)

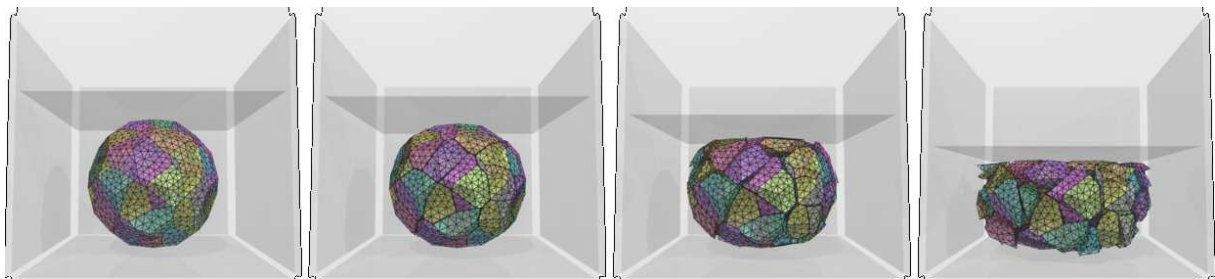


Figure 6.3. – Image de la fragmentation progressive d'une particule 3D composées de 75 faces

Matériaux mous, cellulaires et alvéolaires

En revenant aux expériences réelles, s'il n'y pas de plastification interne avant la rupture, la particule subit d'abord une déformation élastique. Or, que ce soit avec la BCM ou avec la SCM, et plus généralement dans le cadre de la Dynamique de Contacts, les particules sont parfaitement rigides et il n'y aucune déformation élastique. Ainsi, en se remémorant les expériences numériques d'écrasement d'une particule menées avec la BCM au Chapitre 5, et bien que je ne l'ai pas mentionné explicitement, comme l'essai est piloté en vitesse la pente initiale que nous observons sur la figure 5.9(b), montrant la contrainte axiale σ_a en fonction de la déformation axiale ε_a , représente donc une faible interpénétration numérique entre les cellules avant la rupture et est donc un artefact numérique.

Ainsi, et de manière bien plus générale, se pose alors la question de l'effet de la déformabilité des particules sur le comportement d'un assemblage granulaire. Par exemple, avant de se fragmenter, les grains se déforment élastiquement et donc, de la capacité à se déformer va dépendre la compaction et à terme la fragmentation. Le caractère plus ou moins déformable ou "mou" des particules peut être appréhendé numériquement par le couplage entre la DEM et la FEM. Un tel couplage a été d'ores et déjà implémenté dans le code de calcul LMGC90.

Sur la figure 6.4(a), je montre un test préliminaire d'écrasement d'un mélange de quelques particules rigides et déformables. Ici les grains peuvent être considérés comme mous en comparaison aux grains rigides puisque le module d'Young utilisé est de $2.5 \cdot 10^5$. Nous pouvons voir sur cette simple image comment les grains se déforment conduisant ainsi à une rapide augmentation

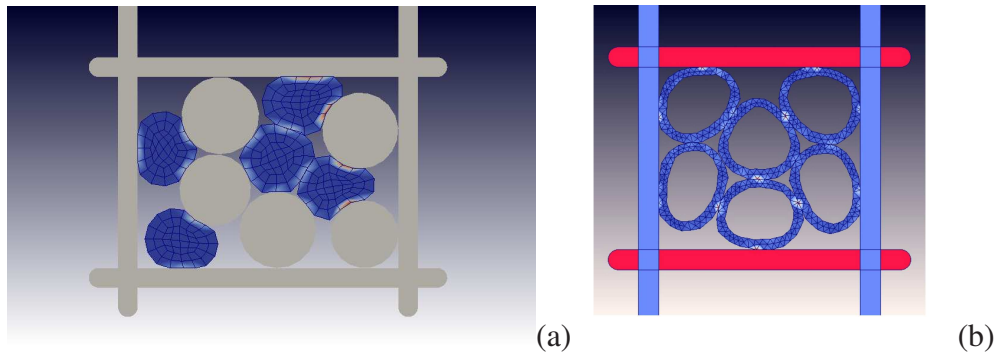


Figure 6.4. – (a) Compression vertical d'un mélange constitué de grains rigides et de grains déformables. (b) Compression vertical de quelques alvéoles maillées en triangles. Ici le module d'Young est fixé à $2.5 \cdot 10^5$ et un coefficient de poisson de 0.4. Le niveau de couleur représente les forces intérieures.

de la compacité vers des valeurs inaccessibles lorsque les grains sont tous rigides. De même, plus haut dans ce projet de recherche, j'évoquais comme "un modèle simpliste" la représentation des matériaux argileux comme construits à base de grains anisotropes (allongés/aplatis) faiblement frottant et interagissant via des actions à distance. Mais, une caractéristique majeure d'une grande majorité d'argiles est que leurs particules sont composées de feuillet flexibles permettant de large déformation. Dans ce cas, la réorganisation du matériau ou plus généralement sa mobilité sous l'action d'un chargement extérieur n'est induit que par la capacité qu'ont les particules à se déformer. Par exemple, nous savons que dans le cas de particules rigide, la compacité varie de manière non monotone avec l'allongement, et en particulier qu'elle décroît aux plus grands allongements. Il est alors intéressant, entre autres choses, de re-visiter ces résultats au vu de la déformation de ce type de particules.

Plus généralement, les grains mous représentent l'archétype de milieux cellulaires à différentes échelles. Cette thématique est nouvelle au sein de l'équipe PMMD, et plus particulièrement au niveau du LMGC et se concrétise au travers d'un groupe de travail transverse aux équipes sur la "Modélisation des Milieux Cellulaires (M2Cell)" porté et animé par S. Nezamanabi. Ces milieux, tels que les mousses solides ou liquides, tissus biologiques et autres "bulles" et milieux alvéolaires en "nid d'abeille", intéressent actuellement plusieurs équipes du laboratoire et demandent souvent de développer des modélisations novatrices. De nombreuses approches ont d'ores et déjà été développées par le groupe M2Cell, telles que celles basées sur les méthodes d'homogénéisation, l'analogie cytosquelette - tensegrité ou, plus récemment, la méthode des points matériels (MPM) couplée à la Dynamique des Contacts par S. Nezamanabi pour rendre compte de la déformabilité des particules.

L'une des caractéristiques communes à tout ces matériaux est l'existence d'une membrane plus ou moins souple. Un exemple bien connu est le cas du polystyrène expansé, mais également à une échelle plus basse, le cas des globules rouges ou des résultats récents ont montré que leur rhéologie dépend des propriétés visco-élastiques de la membrane de l'hématie [21]. Ainsi, les approches couplées de type FEM-DEM permettent maintenant d'approcher le com-

portement de ces matériaux depuis l'échelle de la cellule. A ce titre, la figure 6.4(b) montre d'autres tests préliminaires d'écrasement d'alvéoles cellulaires. Nous pouvons voir comment les alvéoles se déforment et se "faufilent" entre les vides conduisant à une meilleure connectivité entre elles. Ainsi, le degré de déformation et la mobilité d'une cellule sera fonction des forces extérieures qui agissent sur la membrane, de ses propriétés intrinsèques (élastique, visco-élastique, plastique,...) mais également des interactions de contacts (frottant, lubrifié, cohésif). Tout ces paramètres seront donc à prendre en compte et seront testés.

Ainsi, et au delà des considérations et précautions numériques à prendre, l'objectif est d'appréhender la rhéologie des matériaux mous, cellulaires et alvéolaires. A l'échelle microscopique il conviendra de suivre les évolutions de forme, d'orientation des particules ainsi que la connectivité entre particules lesquelles sont susceptibles de varier drastiquement suivant le caractère plus ou moins mou des grains. De plus, comme conséquence de l'anisotropie induite lors d'un chargement, la résistance au cisaillement, la déformation des particules (et même la fracturation) dépendent de la direction principale de contrainte. A plus long terme, nous explorerons cet effet en variant la direction principale des contraintes par rapport à la direction privilégiée de la texture. En effet, sous un chargement cyclique la texture évolue vers des états particuliers qui sont, dans le cas de particules rigides, paradoxalement plus denses mais moins connectés. Ces états ainsi que leur évolution, en fonction de la déformation et ou fragmentation des particules, restent à ce jour très mal compris.

6.2. Homogénéisation statistique et structures locales

Actuellement il n'existe aucun modèle phénoménologique satisfaisant permettant de décrire la rhéologie quasi-statique d'un milieu granulaire prenant en compte l'anisotropie et les variations de volume [78, 107]. De même, de nombreux travaux sur la micromécanique des systèmes granulaire depuis 20 ans montrent qu'une modélisation réaliste prenant en compte les mécanismes locaux implique la caractérisation fine de la microstructure. Une telle modélisation devrait, entre autres, permettre de calculer les grandeurs macroscopiques associées à l'état critique (dilatance, déviateur de contrainte, pression...) sur la base uniquement des particules et de leurs interactions et de permettre de calculer l'évolution du système en termes des variables internes telles que, la coordinance et l'anisotropie [85, 107].

Ainsi, en restant dans une perspective similaire, c'est-à-dire garder l'accent sur l'échelle des particules et des interactions, je voudrai citer ici un objectif plus ou moins lointain qui me tient à coeur. L'idée est de descendre de l'état macroscopique apparemment désordonnée vers une description statistique du milieu en termes d'états ou structures (qui pourraient être) localement ordonnées tout en réalisant la nature non séparée de ces deux descriptions. A terme, l'objectif est d'établir une modélisation prédictive du comportement non-linéaire des matériaux granulaires via des mécanismes locaux liés aux exclusions stériques et aux équilibres locaux (à l'échelle des grains et de leurs environnements).

Méthodologie

La tenue mécanique d'un milieu granulaire est régie par des interactions de contact. Les réseaux de contacts (géométrique) et celui des forces (mécanique), qui sont responsables de la transmission des contraintes, évoluent lentement pendant une déformation quasi-statique. En ce sens, la caractérisation de la texture et des forces en termes les plus élémentaires d'environnements locaux, c'est-à-dire à l'échelle d'une particule et de ces voisins, est une étape cruciale dans le but de relier le comportement macroscopique à l'échelle des particules. Comme cela est illustré sur la figure 6.5, à cette échelle les exclusions stériques (domaines interdits dans l'espace des orientations représenté par l'angle $\delta\theta$) et les conditions d'équilibres locaux sont les paramètres les plus basiques du comportement plastique des matériaux granulaires. La figure 6.5 montre une structure locale composée de 3 particules (la particule i est entourée par 2 autres particules), dont la forme dépendra de la position de la particule k par rapport à la particule j et dont l'orientation dans le plan sera donnée par l'orientation du segment joignant le centre des particules i et j . En 2D, pour le cas mono-disperse, le nombre de coordination d'une particule ne peut excéder 6. On s'attend alors à pouvoir identifier les structures locales en classe dénombrable. Ainsi, de manière purement géométrique, toutes les structures locales d'un matériau granulaire seront caractérisées par un nombre de coordination local z^i , par une distribution multi-contact à z^{i-1} angles et un angle de référence θ_i . D'un point de vue mécanique, cette description géométrique sera enrichie via des distributions multi-contacts des moyennes des forces normales et tangentielles équilibrant la particule i

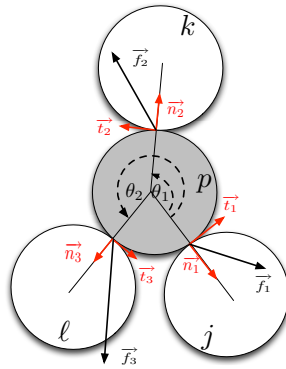


Figure 6.5. – Environnement local d'une particule à 3 contacts

Résultats attendus et perspectives

A l'énoncé de la définition d'une structure locale, on se rend vite compte que l'ensemble des paramètres d'une seule structure locale est déjà très grand. Lorsque ramené à l'échelle de l'échantillon granulaire, cette description devient vite trop riche pour être exploitable. De plus, contrairement à l'échelle macroscopique où les distributions angulaires sont facilement développables en série de Fourier, à l'échelle locale les distributions multi-contact sont clairement non-continues. Partant de ce constat, de même que les réseaux de contacts et de forces sont

décrits à l'échelle macroscopique par "seulement" deux tenseurs, il conviendra de voir dans quelle mesure toutes les informations structurelle et mécanique à l'échelle d'une structure locale peuvent être condensées sous forme tensorielle. De ces tenseurs locaux nous pourrions alors extraire les directions et valeurs principales. Appuyé par des simulations numériques discrètes, les distributions (PDF) de ces valeurs doivent nous permettre de caractériser de manière bien plus riche qu'actuellement la microstructure granulaire. A terme, nous espérons faire le lien entre les tenseurs de fabrique locaux et le tenseur de fabrique global. Une fois ce premier pont réalisé, nous pourrions alors formuler l'anisotropie géométrique globale comme une conséquence de l'organisation du matériau en structures locales (un certain ordre apparaîtra-t-il ?). Le même effort devra être mené sur les tenseurs de forces locaux et le tenseur de force global de sorte à identifier le rôle des structures locales dans 1) la composition des chaînes de forces et 2) la mobilisation du frottement. Une fois ces étapes franchies, l'origine de l'angle de frottement macroscopique découlera naturellement de la nature et de l'organisation des structures locales. Cette formulation sera alors inédite, et nous pourrions identifier, par exemple, le rôle de chaque classe de structures locales sur le frottement macroscopique.

Durant la déformation, les structures locales vont se déformer et, très certainement, changer de classe (c'est-à-dire gagner ou perdre des contacts). Les simulations numériques doivent nous permettre dans un premier temps de comprendre comment ces structures se transforment. A terme, il conviendra de décrire rigoureusement cette perte/gain de contact avec les déformations de sorte à obtenir un modèle de comportement sur les structures locales. Par homogénéisation des tenseurs locaux il devrait être possible d'établir un modèle de comportement pour la déformation plastique des matériaux granulaires.

6.3. Conclusion

Pour synthétiser, je dirai que mon objectif est de rapprocher l'espace de problème scientifique (matériaux à texture granulaire réaliste) de l'espace de solutions numériques fondées sur une analyse mécanique des phénomènes locaux à l'échelle des particules et des interactions. En ce sens, la simulation numérique constitue l'outil privilégié pour obtenir des informations difficilement accessibles expérimentalement et s'apparente tout à la fois à de l'expérimentation numérique et à de la modélisation théorique. Ainsi, un intérêt majeur de ce projet est de fournir un cadre pluridisciplinaire favorisant les échanges entre les différentes spécialités et a potentiellement l'ambition de créer une dynamique autour d'un thème fédérateur réunissant plusieurs domaines de compétence.

Pour conclure, je voudrais dire quelques mots sur l'état d'esprit général qui anime et qui a animé mon travail jusqu'à maintenant, et plus globalement, qui anime mon approche scientifique. Décrire, comprendre et modéliser un phénomène s'explique naturellement par le fait que le phénomène en question présente un intérêt pratique potentiel ou avéré, ou alors - plus simplement - parce qu'il chatouille notre curiosité ou - juste - parce qu'il est amusant. Je me situe exactement au point de rencontre de ces trois motivations tout en perpétuant et développant les collaborations nationales et internationales qui jalonnent mon projet de recherche.

Annexes :

sélection de 5 articles

Bibliographie

- [1] Z. Adamczyk, M. Adamczyk, and T.-V. De ven. Resistance coefficient of a solid sphere approaching plane and curved boundaries. *J. Colloid Interface Science*, 96(1) :204–213, 1983. [3.1](#)
- [2] K A Alshibli, M B Cil, and A M Druckrey. Micro-scale experiments 3D fracture behavior of sand at the particle level : Experimental versus numerical modeling. In K Soga, editor, *Geomechanics from Micro to Macro*. Taylor and Francis Group, London U.K., 2015. [5.1](#)
- [3] B. Andreotti, Y. Forterre, and O. Pouliquen. *Granular media : between fluid and solid*. Cambridge University press, 2013. [1.2.1](#)
- [4] S. Antony. Evolution of force distribution in three-dimensional granular media. *Physical Review E*, 63(1) :011302, dec 2000. [3.3.1](#)
- [5] S. Antony and M. Kuhn. Influence of particle shape on granular contact signatures and shear strength : new insights from simulations. *International Journal of Solids and Structures*, 41(21) :5863–5870, oct 2004. [3.4](#)
- [6] J.-A. Astrom and H J Herrmann. Fragmentation of grains in a two-dimensional packing. *European Physical Journal B*, 554 :551–554, 1998. [5.1](#)
- [7] E. Azéma and F. Radjaï. Stress-strain behavior and geometrical properties of packings of elongated particles. *Physical Review E*, 81(5) :051304, may 2010. [3.3.3](#)
- [8] E. Azéma, F. Radjai, and G. Saussine. Quasistatic rheology, force transmission and fabric properties of a packing of irregular polyhedral particles. *Mechanics of Materials*, 41(6) :729–741, jun 2009. [3.3.3](#)
- [9] R.-A. Bagnold. Experiment in a gravity free dispersion of a large solid sphere in a newtonian fluid under shear. *Proc. Roy. Acad. London A*, 225, 1954. [3.2.4](#)
- [10] J. Baker and A. Kudrolli. Maximum and minimum stable random packings of Platonic solids. *Physical Review E*, 82(6) :061304, dec 2010. [3.4](#)
- [11] S. Bardenhagen, J. Brackbill, and D. Sulsky. Numerical study of stress distribution in sheared granular material in two dimensions. *Physical Review E*, 62(3) :3882–3890, sep 2000. [3.3.1](#)
- [12] G.-C. Barker and A. Metha. Transient phenomena, self-diffusion, orientational effects in vibrated powders. *Physical Review E*, 47(1) :185, 1993. [3.1](#)
- [13] T. Börzsönyi and R. Stannarius. Granular materials composed of shape-anisotropic grains. *Soft*

- Matter*, 9(31) :7401, 2013. 3.4, 4.1
- [14] T. Börzsönyi, B. Szabó, S. Wegner, K. Harth, J. Török, A. Somfai, T. Bien, and R. Stannarius. Shear-induced alignment and dynamics of elongated granular particles. *Physical Review E*, 86(5) :051304, nov 2012. 4.1
- [15] V Buchholtz and J A Freund. Molecular dynamics of comminution in ball mills. *European Physical Journal B*, 182 :169–182, 2000. 5.1
- [16] J.-F. Camenen, Y. Descantes, and P. Richard. Effect of confinement on dense packings of rigid frictionless spheres and polyhedra. *Physical Review E*, 86(6) :061317, dec 2012. 3.4
- [17] B. Chevalier, G. Combe, and P. Villard. Experimental and discrete element modeling studies of the trapdoor problem : influence of the macro-mechanical frictional parameters. *Acta Geotechnica*, 7(1) :15–39, jan 2012. 3.1
- [18] M O Ciantia, M Arroyo, J Butlanska, and A Gens. DEM modelling of a double-porosity crushable granular material. In K Soga, editor, *Geomechanics from Micro to Macro*, pages 269–274. Taylor and Francis Group, London U.K., 2015. 5.1
- [19] G. Combe and J.-N. Roux. Srain versus stress in a model granular material : a devil’s straicase. *Physical Review Letters*, 85(17) :3628–3631, 2000. 3.2.4
- [20] S. Coppersmith, C. Liu, S. Majumdar, O. Narayan, and T.-A. Witten. Model for force fluctuations in bead packs. *Physical Review E*, 53(5) :4673–4685, may 1996. 3.3.1
- [21] G. Couarraze, J.-L. Grossiord, and Huang N. *Initiation a la Rhéologie*. Tec et Doc, Lavoisier, 4e edition edition, 2014. 6.1.3
- [22] P.-A. Cundall and O.-D.-L. Strack. Discrete Numerical Model for Granular Assemblies. *Geotechniques*, 29(1) :47–65, 1979. 3.4
- [23] F. Da Cruz. *Ecoulement de grains secs : frottement et blocage*. PhD thesis, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 2004. 3.1, 3.2.4, 3.2.4, 6.1.1
- [24] P. Dantu. Etude statistique des forces intergranulaires dans un milieu pulvérulent. *Geotechniques*, 18, 1968. 3.3.1
- [25] J.-Y. Delenne, M.S. El Youssoufi, F. Cherblanc, and J.-C. Bénéet. Mechanical behaviour and failure of cohesive granular materials. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 28(15) :1577–1594, dec 2004. 5.1
- [26] K. Desmond and Scott V. Franklin. Jamming of three-dimensional prolate granular materials. *Physical Review E - Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics*, 73(3) :1–5, 2006. 6.1.1
- [27] A. Donev, R. Connelly, F.-H. Stillinger, and S. Torquato. Underconstrained jammed packings of nonspherical hard particles : Ellipses and ellipsoids. *Physical Review E*, 75(5) :051304, may 2007. 3.4, 4.2.1
- [28] A. Donev, F.-H. Stillinger, P. Chaikin, and S. Torquato. Unusually Dense Crystal Packings of Ellipsoids. *Physical Review Letters*, 92(25) :255506, jun 2004. 3.4, 4.2.1
- [29] J.-T. Engelder. Cataclasis and the generation of Fault Gouge. *Geological Society of America Bulletin*, 85 :1515, 1974. 5.2
- [30] N. Estrada. *Etude numérique du cisaillement des géomatériaux granulaires cohésifs*. PhD thesis, Université de Montpellier, 2008. 4.4.2
- [31] N. Estrada, A. Taboada, and F. Radjai. Shear strength and force transmission in granular media with rolling resistance. *Physical Review E*, 78(2) :021301, aug 2008. 4.3.2, 4.4.2
- [32] J.-F. Ferrellec and G.-R. McDowell. A method to model realistic particle shape and inertia in DEM. *Granular Matter*, 12(5) :459–467, sep 2010. 3.4
- [33] Scott V. Franklin. Geometric cohesion in granular materials. *Physics Today*, 65(9) :70, 2012.

6.1.1

- [34] S. Galindo-Torres, F. Alonso-Marroquín, Y. Wang, D.-M. Pedroso, and J. Muñoz Castaño. Molecular dynamics simulation of complex particles in three dimensions and the study of friction due to nonconvexity. *Physical Review E*, 79(6) :060301, jun 2009. 3.4
- [35] S. Galindo-Torres and D.-M. Pedroso. Molecular dynamics simulations of complex-shaped particles using Voronoi-based spheropolyhedra. *Physical Review E*, 81(6) :061303, jun 2010. 3.4, 5.1
- [36] S. Galindo-Torres, D.-M. Pedroso, D.-J. Williams, and L. Li. Breaking processes in three-dimensional bonded granular materials with general shapes. *Computer Physics Communications*, 183(2) :266–277, feb 2012. 5.1
- [37] X. Gao, R.H. Dodds, R.L. Tregoning, J.A. Joyce, and R.E. Link. A Weibull stress model to predict cleavage fracture in plates containing surface cracks. *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*, 22(481-494), 1999. 2
- [38] A. Gervois and D. Bideau. Some geometrical properties of two dimensional hard disk packings. In *Disorder and Granular Media*. Elsevier, bideau, d edition, 1993. 3.4
- [39] H.-J. Herrmann, R. Mahmoodi Baram, and M. Wackenhut. Searching for the perfect packing. *Physica A : Statistical Mechanics and its Applications*, 330(1) :77, 2003. 3.4
- [40] R.-C. Hidalgo, I. Zuriguel, D. Maza, and I. Pagonabarraga. Role of Particle Shape on the Stress Propagation in Granular Packings. *Physical Review Letters*, 103(11) :118001, sep 2009. 3.4
- [41] R.-C. Hidalgo, I. Zuriguel, D. Maza, and I. Pagonabarraga. Granular packings of elongated faceted particles deposited under gravity. *Journal of Statistical Mechanics : Theory and Experiment*, 2010(06) :P06025, jun 2010. 3.4
- [42] M. Jean. The non smooth contact dynamics method. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 177 :235–257, 1999. 3.4
- [43] R.-P. Jensen, M Plesha, T. Edil, P. Bosscher, and N.-B. Kahla. DEM Simulation of particle Damage in Granular Media. *Int. J. Geomech.*, 1 :21–39, 2001. 5.1
- [44] Y. Jiao and S. Torquato. Maximally random jammed packings of Platonic solids : Hyperuniform long-range correlations and isostaticity. *Physical Review E*, 84(4) :041309, oct 2011. 3.4
- [45] R. Jullien, P. Meakin, and A. Pavloitch. Three dimensional model for particle size segregation by shaking. *Physical Review Letters*, 69 :640–643, 1992. 6.1.2
- [46] N Kikkawa, K Itoh, T Mizutani, T Hori, and Y Toyosawa. Blasting of cemented granular material and discrete element simulation of the process. In K Soga, editor, *Geomechanics from Micro to Macro*. Taylor and Francis Group, London U.K., 2015. 5.1
- [47] James B. Knight, H. M. Jaeger, and Sidney R. Nagel. Vibration-induced size separation in granular media : The convection connection. *Physical Review Letters*, 70(24) :3728–3731, 1993. 6.1.2
- [48] W.C. Krumbrein and F.J. Pettijohn. *Manual of sedimentary petrography*. Cambridge University Press 1991, sepm class edition, 1938. 4.1
- [49] N.-P. Kruyt. Contact forces in anisotropic frictional granular materials. *International Journal of Solids and Structures*, 40(13-14) :3537–3556, jun 2003. 3.4
- [50] C.-H. Liu, S.-R. Nagel, D.-A. Schecter, S. Coppersmith, S. Majumdar, O. Narayan, and T.-A. Witten. Force fluctuations in a bead packs. *Science*, 269 :513, 1995. 3.3.1
- [51] S. Lobo-Guerrero and L. E. Vallejo. DEM analysis of crushing around driven piles in granular materials. *Géotechnique*, 55(8) :617–623, oct 2005. 5.1
- [52] S. Lobo-Guerrero and L.-E. Vallejo. Influence of pile shape and pile interaction on the crushable behavior of granular materials around driven piles : DEM analyses. *Granular Matter*, 9 :241–250,

2007. 5.1
- [53] G. Lovol, K. Jorgen, and E.-G. Flekkoy. Force measurements on static granular materials. *Physical Review E*, 60(5) :5872–5878, 1999. 3.3.1
- [54] M. Lu and G.-R. McDowell. The importance of modelling ballast particle shape in the discrete element method. *Granular Matter*, 9(1-2) :69–80, jul 2006. 3.4
- [55] H. Magoariec, A. Danescu, and B. Cambou. Nonlocal orientational distribution of contact forces in granular samples containing elongated particles. *Acta Geotechnica*, 3(1) :49–60, feb 2008. 3.4
- [56] K. Mair, K.-M. Frye, and C. Marone. Influence of grain characteristics on the friction of granular shear zones. *Journal of Geophysical Research*, 107, 2002. 3.4
- [57] S. Majumdar and R.-P. Behringer. Contact force measurements and stress-induced anisotropy in granular materials. *Nature*, 435(7045) :1079–82, jun 2005. 3.3.1
- [58] W. Man, A. Donev, F.-H. Stillinger, M. Sullivan, W. Russel, D. Heeger, S. Inati, S. Torquato, and P. Chaikin. Experiments on Random Packings of Ellipsoids. *Physical Review Letters*, 94(19) :198001, may 2005. 3.4, 4.2.1
- [59] G D R Midi. On dense granular flows. *The European physical journal. E, Soft matter*, 14(4) :341–65, aug 2004. 3.1, 3.2.4, 3.2.4, 6.1.1
- [60] J.K. Mitchell and K. Soga. *Fundamentals of Soil behavior*. John Wiley, 2005. 3.1, 3.2.3, 3.3.3, 4.1, 4.2
- [61] J.-J. Moreau. Some numerical methods in multibody dynamics : application to granular. *European Journal of Mechanics - A/Solids*, 13 :93–114, 1994. 3.3.3, 3.4
- [62] J.-J. Moreau. An introduction to unilateral dynamics. In M. Fremont and F. Maceri, editors, *Novel approaches in civil engineering*, pages 1–46. Springer-Verlag, 2004. 3.4
- [63] J.G.D. Morgan and E. Markland. The effect of vibration on ballast beds. *Geotechniques*, 31(3) :367–386, 1981. 3.4
- [64] D. Mueth, G.-F. Debregeas, and G. Karczmar. Signatures of granular microstructure in dense shear flows. *Nature*, 406 :385–389, 2000. 3.3.1
- [65] D. Mueth, H. Jaeger, and S.-R. Nagel. Force distribution in a granular medium. *Physical Review E*, 57(3) :3164–3169, mar 1998. 3.3.1
- [66] R. Nedderman. *Statics and kinematics of granular media*. Cambridge University press, 1992. 3.1
- [67] C. Noguier-Lehon. Effect of the grain elongation on the behaviour of granular materials in biaxial compression. *Comptes Rendus Mécanique*, 338(10-11) :587–595, oct 2010. 4.4.1
- [68] C. Noguier-Lehon, B. Cambou, and E. Vincens. Influence of particle shape and angularity on the behaviour of granular materials : a numerical analysis. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 27(14) :1207–1226, dec 2003. 3.4
- [69] C. Noguier-Lehon, E. Vincens, and B. Cambou. Structural changes in granular materials : The case of irregular polygonal particles. *International Journal of Solids and Structures*, 42(24-25) :6356–6375, dec 2005. 3.4
- [70] M. Oda, J. Koshini, and S. Nemat-Nasser. Some experimental based fundamental results on the mechanical behavior of granular media. *Geotechniques*, 30 :479–495, 1980. 3.3.2
- [71] H. Ouadfel and L. Rothenburg. “Stress force fabric’ relationship for assemblies of ellipsoids. *Mechanics of Materials*, 33(4) :201–221, apr 2001. 3.3.2, 3.3.3, 4.1
- [72] A.-P. Philipse. The Random Contact Equation and Its Implications for (Colloidal) Rods in Packings, Suspensions, and Anisotropic Powders. *Langmuir*, 12(24) :5971–5971, jan 1996. 3.4, 4.2.1
- [73] O. Pouliquen, J. Delour, and S. B. Savage. Fingering in granular flows. *Nature*, 386 :816–818,

1997. [6.1.2](#)
- [74] J.-C. Quezada, P. Breul, G. Saussine, and F. Radjai. Stability, deformation, and variability of granular fills composed of polyhedral particles. *Physical Review E*, 86(3) :031308, sep 2012. [3.4](#)
- [75] F. Radjaï and F. Dubois. *Modélisation numérique discrète des matériaux granulaires*. Hermès - Lavoisier, 2010. [3.4](#)
- [76] F. Radjai, M. Jean, J.-J. Moreau, and S. Roux. Force Distributions in Dense Two-Dimensional Granular Systems. *Physical Review Letters*, 77(2) :274–277, jul 1996. [3.3.1](#)
- [77] F. Radjai and V. Richefeu. Contact dynamics as a nonsmooth discrete element method. *Mechanics of Materials*, 41(6) :715–728, jun 2009. [3.4](#)
- [78] F. Radjaï, H. Troadec, and S. Roux. Key features of granular plasticity. In Y. Antony, S. Joseph and Hoyle, W. and Ding, editor, *Granular Materials : Fundamentals and Applications*. The Royal Society of Chemistry, Cambridge, 2004. [6.2](#)
- [79] F. Radjai, D.-E. Wolf, M. Jean, and J.-J. Moreau. Bimodal Character of Stress Transmission in Granular Packings. *Physical Review Letters*, 80(1) :61–64, 1998. [3.3.1](#), [3.3.1](#), [4.3.2](#)
- [80] M. Renouf. *Optimisation numérique et calcul parallèle pour l'étude de milieux divisés bi- et tridimensionnels*. PhD thesis, Montpellier2, 2004. [3.4](#)
- [81] M. Renouf, B. Gezahengn, M. Abbas, and F. Bourgeois. Impact of numerical models on fragmentation process. In *PG2013 - Proceeding of the 7th international conference on Micromechanics of Granular Media*, Sidney, Australia, 2013. [5.1](#)
- [82] V. Richefeu, F. Radjaï, and M.S. El Youssoufi. Stress transmission in wet granular materials. *The European physical journal. E, Soft matter*, 21(4) :359–69, dec 2006. [3.4](#)
- [83] S.-J. Roskilly, E.-A. Colbourn, O. Alli, D. Williams, K.-A. Paul, E.-H. Welfare, and P.-A. Trusty. Investigating the effect of shape on particle segregation using a Monte Carlo simulation. *Powder Technology*, 203(2) :211–222, 2010. [3.4](#), [6.1.2](#)
- [84] L. Rothenburg and R.-J. Bathurst. Analytical study of induces anisotropy in idealized granular media. *Geotechniques*, 39 :601–614, 1989. [3.3.2](#), [3.3.3](#)
- [85] J.-N. Roux. Geometric origin of mechanical properties of granular materials $\hat{\cdot}$. *Physical Review E*, 61(6) :6802–6836, 2000. [4.3.3](#), [6.2](#)
- [86] T. Ruiz, E. Rondet, M. Delalonde, and J.-P. Desfours. Hydro-textural and consistency surface states of humid granular media. *Powder Technology*, 208 :409–416, 2011. [3.1](#)
- [87] S. Sacanna, L. Rossi, A. Wouterse, and A.-P. Philipse. Observation of a shape-dependent density maximum in random packings and glasses of colloidal silica ellipsoids. *Journal of Physics : Condensed Matter*, 19(37) :376108, sep 2007. [3.4](#), [4.2.1](#)
- [88] B. Saint-Cyr. *Modélisation des matériaux granulaires cohésifs à particules non-convexes : Application à la compaction des poudres d'UO₂*. PhD thesis, Université de Montpellier, 2011. [4.4.1](#)
- [89] C. Sammis, G. King, and R. Biegel. The kinematics of gouge deformation. *Pure and applied geophysics*, 125(5) :777–812, 1987. [5.2](#)
- [90] J.-C. Santamarina and G. Cascante. Effect of surface roughness on wave propagation parameters. *Geotechniques*, 48 :129–137, 1998. [3.4](#)
- [91] J.-C. Santamarina, G. Tech, and G.-C Cho. Soil behaviour : The role of particle shape. In *Skempton Conference*, pages 1–14, London U.K., 2004. [4.1](#)
- [92] G. Saussine. *Contribution à la modélisation de granulats tridimensionnels*. PhD thesis, Montpellier 2, 2004. [3.4](#), [3.4](#)
- [93] G. Saussine, C. Cholet, P.E. Gautier, F. Dubois, C. Bohatier, and J.-J. Moreau. Modelling ballast

- behaviour under dynamic loading. Part 1 : A 2D polygonal discrete element method approach. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 195(19-22) :2841–2859, apr 2006. [3.4](#)
- [94] S. B. Savage and K.-K. Lun. Particle size segregation in inclined chute flow of dry cohesionless granular solid. *J. Fluids Mech.*, 189 :311–335, 1988. [6.1.2](#)
- [95] L. Silbert, D. Ertas, G. Grest, T. Halsey, D. Levine, and S. Plimpton. Granular flow down an inclined plane : Bagnold scaling and rheology. *Physical Review E*, 64(5) :051302, oct 2001. [3.2.4](#), [3.2.4](#)
- [96] L. Silbert, G. Grest, and J. Landry. Statistics of the contact network in frictional and frictionless granular packings. *Physical Review E*, 66(6) :061303, dec 2002. [3.3.1](#)
- [97] K.-C. Smith, M. Alam, and T.-S. Fisher. Athermal jamming of soft frictionless Platonic solids. *Physical Review E*, 82(5) :051304, nov 2010. [3.4](#)
- [98] K.-C. Smith, T.-S. Fisher, and M. Alam. Isostaticity of constraints in amorphous jammed systems of soft frictionless Platonic solids. *Physical Review E*, 84(3) :030301, sep 2011. [3.4](#)
- [99] K. Soga and S. Yimsiri. Micromechanics based stress strain behaviour of soils at small strains. *Géotechnique*, 50(5) :559–571, jan 2000. [3.1](#)
- [100] L. Staron and E. Lajeunesse. Understanding how volume affects the mobility of dry debris flows. *Geophysical Research Letters*, 36(12), 2009. [3.1](#)
- [101] L. Staron, F. Radjai, and J.-P. Vilotte. Multi-scale analysis of the stress state in a granular slope in transition to failure. *The European physical journal. E, Soft matter*, 18(3) :311–20, nov 2005. [3.3.3](#)
- [102] K Szarf, G Combe, and P Villard. Polygons vs . clumps of discs : A numerical study of the influence of grain shape on the mechanical behaviour of granular materials. *Powder Technology*, 208(2) :279–288, 2011. [4.4.1](#)
- [103] A. Taboada, J.-K. Chang, F. Radjai, and F. Bouchette. Rheology, force transmission, and shear instabilities in frictional granular media from biaxial numerical test using the contact dynamic method. *Journal of Geophysical Research*, 110 :1–24, 2005. [3.1](#), [4.1.2](#)
- [104] S. Torquato and Y. Jiao. Dense packings of polyhedra : Platonic and Archimedean solids. *Physical Review E*, 80 :1–21, 2009. [3.4](#)
- [105] S. Torquato and F.-H. Stillinger. Jammed hard-particle packings : From Kepler to Bernal and beyond. *Reviews of Modern Physics*, 82(3) :2633–2672, sep 2010. [3.4](#)
- [106] M Trepanier and Scott V Franklin. Column collapse of granular rods. *Physical Review E*, 82(July) :1–5, 2010. [6.1.1](#)
- [107] H. Troadec, F. Radjai, S. Roux, and J. Charmet. Model for granular texture with steric exclusion. *Physical Review E*, 66(4) :041305, oct 2002. [6.2](#)
- [108] O. Tsoungui, D Vallet, and J.-C. Charmet. materials. *Powder Technology*, 105 :190–198, 1999. [5.1](#), [5.2](#)
- [109] T. Ueda, T. Matsushima, and Y. Yamada. DEM simulation on the one-dimensional compression behavior of various shaped crushable granular materials. *Granular Matter*, 15(5) :675–684, may 2013. [5.1](#)
- [110] N. Vandewalle, G. Lumay, O. Gerasimov, and F. Ludewig. The influence of grain shape, friction and cohesion on granular compaction dynamics. *The European physical journal. E, Soft matter*, 22(3) :241–8, mar 2007. [3.4](#)
- [111] C. Voivret. *Texture et comportement des matériaux granulaires à grande polydispersité par*. PhD thesis, Université de Montpellier, 2009. [3.4](#), [4.2.2](#)

- [112] C. Voivret, F. Radjaï, J.-Y. Delenne, and M.S. El Youssoufi. Space-filling properties of polydisperse granular media. *Physical Review E*, 76(August) :1–12, 2007. 3.4, 4.1.1
- [113] M. Wackenhut, S. McNamara, and H. Herrmann. Shearing behavior of polydisperse media. *European Physical Journal E*, 17 :237–246, 2005. 3.4
- [114] H Waddel. Volume, shape and roundness of rock particles. *J. Geol.*, 40 :443–451, 1932. 4.1, 4.1.1
- [115] S. Wegner, T. Börzsönyi, T. Bien, G. Rose, and R. Stannarius. Alignment and dynamics of elongated cylinders under shear. *Soft Matter*, 8(42) :10950, 2012. 3.4
- [116] W. Weibull. A Statistical Distribution Function of wide Applicability. *Journal of applied mechanics*, 1951. 2, 6.1.3
- [117] J. C. Williams. The mixing of dry powder. *Powder Technology*, 2 :13–20, 1968. 6.1.2
- [118] A. Wouterse, S. Luding, and A.-P. Philipse. On contact numbers in random rod packings. *Granular Matter*, 11(February) :169–177, 2009. 3.4, 4.2.1
- [119] W. Zhou, L. Yang, G. Ma, X. Chang, Y. Cheng, and D. Li. Macro-micro responses of crushable granular materials in simulated true triaxial tests. *Granular Matter*, 2015. 5.1
- [120] I. Zuriguel, T. Mullin, and J. Rotter. Effect of Particle Shape on the Stress Dip Under a Sandpile. *Physical Review Letters*, 98(2) :028001, jan 2007. 3.4