



HAL
open science

Effet d'une Irradiation Micro-onde sur la Réponse Électronique de Tri-Jonctions Josephson : Mise en Évidence de Modes de Quartets Cohérents

Jean Eudes Duvauchelle

► **To cite this version:**

Jean Eudes Duvauchelle. Effet d'une Irradiation Micro-onde sur la Réponse Électronique de Tri-Jonctions Josephson : Mise en Évidence de Modes de Quartets Cohérents. Systèmes mésoscopiques et effet Hall quantique [cond-mat.mes-hall]. Grenoble 1 UGA - Université Grenoble Alpe, 2015. Français. NNT: . tel-01572433

HAL Id: tel-01572433

<https://hal.science/tel-01572433>

Submitted on 7 Aug 2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Effet d'une Irradiation Micro-onde sur la Réponse Électronique de Tri-Jonctions Josephson : Mise en Évidence de Modes de Quartets Cohérents

Jean-Eudes Duvauchelle

Sous la direction de François Lefloch



Le 18 décembre 2015



THÈSE

Pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE GRENOBLE

Spécialité : **Physique de la matière condensée et du rayonnement**

Arrêté ministériel : 7 août 2006

Présentée par

Jean-Eudes DUVAUCHELLE

Thèse dirigée par **François LEFLOCH**
et codirigée par **Hervé COURTOIS**

préparée au sein du **Service de Physique Statistique, Magnétisme et Supraconductivité (SPSMS)** au CEA Grenoble
et de l'**École Doctorale de Physique, Grenoble**

Effet d'une Irradiation Micro-onde sur la Réponse Électronique de Tri-Jonctions Josephson : Mise en Évidence de Modes de Quartets Cohérents

Thèse soutenue publiquement le **18 décembre 2015**,
devant le jury composé de :

Prof. Julia MEYER

CEA-Grenoble, SPSMS, Examinatrice

Dr. Sophie GUÉRON

Laboratoire de Physique des Solides CNRS , Rapportrice

Dr. Thibault JONCKHEERE

Centre de Physique Théorique CNRS, Rapporteur

Dr. Marcelo GOFFMAN

CEA-Saclay, IRAMIS/SPEC, Examinateur

Dr. François LEFLOCH

CEA Grenoble, SPSMS, Directeur de thèse

Dr. Hervé COURTOIS

CNRS Grenoble, I. Néel, Co-Directeur de thèse





Table des matières

1	Remerciements	5
2	Introduction	9
2.1	Contexte et motivation	9
3	Transport dans les hétérostructures à deux terminaux	11
3.1	L'interface supraconducteur-métal normal	11
3.1.1	Réflexion d'Andreev	11
3.1.2	Effet de proximité et longueurs caractéristiques	13
3.1.3	Le rôle de l'interface	15
3.2	Jonction Josephson	17
3.2.1	Les jonctions Josephson à lien faible	17
3.2.2	Les jonctions Josephson diffusives longues	19
3.2.3	Caractéristique courant-tension à température nulle : le modèle R(C)SJ	25
3.2.4	Caractéristique courant-tension à température finie : la solution d'Am- begaokar	28
3.2.5	Effet d'une micro-onde sur une jonction Josephson	30
3.2.6	Les interférences quantiques	35
4	Transport dans les hétérostructures à trois terminaux	39
4.1	Mécanismes de synchronisation de deux jonctions Josephson	39
4.1.1	Modèle RSJ de deux jonctions couplées par une impédance extérieure .	39
4.1.2	Synchronisation par couplage des courants de quasi-particules	41
4.2	Structure à un terminal supraconducteur et deux électrodes métalliques	42
4.2.1	Reflexion d'Andreev croisée	42
4.2.2	Le co-franchissement tunnel élastique	43
4.2.3	Le séparateur de paires de Cooper	44
4.3	Structure à trois électrodes supraconductrices	45
4.3.1	Réflexions d'Andreev multiples incohérentes (IMAR) à trois terminaux	45
4.3.2	Synchronisation par couplage des paires d'Andreev	46
4.3.3	Marches de Shapiro induites par la présence d'un troisième supracon- ducteur	51
4.3.4	RSJ tri-jonction	54
5	Dispositif expérimental	59
5.1	Introduction	59
5.2	Diagramme de phase ${}^3\text{He}/{}^4\text{He}$	59
5.3	Réfrigérateur à dilution	60
5.4	Circuits expérimentaux	61

5.4.1	Tri-jonction Josephson	61
5.4.2	Circuit de mesure à basse température	62
5.4.3	Circuit de mesure à l'étage $4K$	67
5.4.4	Ligne micro-onde	71
5.4.5	Circuits de mesure à température ambiante	72
5.5	Optimisations de la mesure	74
6	Resultats experimentaux à trois terminaux	77
6.1	Fabrication	77
6.2	Géométrie en forme de T	80
6.2.1	Caractéristiques de l'échantillon	80
6.2.2	Résultats sans micro-onde	81
6.2.3	Application d'une micro-onde	92
6.3	Géométrie en forme de Y	102
6.3.1	Caractéristiques de l'échantillon	102
6.3.2	Cartographies des résistances différentielles	103
6.3.3	Analyse d'une anomalie Josephson à deux terminaux en fonction de la température et de la tension	105
6.4	Conclusion	109
7	SQUIDS en Silicium	111
7.1	Fabrication	111
7.2	Résultats expérimentaux	112
7.3	Conclusion	114
8	Conclusion et perspectives	115
8.1	Conclusion	115
	Bibliographie	117
	Table des figures	i
	Liste des tableaux	ix

Chapitre 1

Remerciements

Alors que je prends la plume pour ces remerciements, les souvenirs de ces trois années s'entrechoquent et s'entremêlent me rendant ainsi la tâche difficile. Je me rends compte, ô combien, trois années peuvent paraître longues et courtes pour l'esprit. Le temps, mystère de l'univers, coule et nous fait oublier les moments tristes, difficiles, joyeux et heureux. Cependant, je souhaiterais, en quelques lignes, mettre l'emphase sur le réel contenu de cette thèse. En effet, derrière les lignes de ce bout de papier, qu'on appelle manuscrit de thèse, se cache de nombreuses émotions et interactions humaines ; et c'est peut-être cela la quintessence d'un tel ouvrage. Non point que faire avancer la compréhension de la nature ne soit pas important mais on aurait tort de penser que le travail fourni ne fût le fait que d'un magicien solitaire perdu dans sa tour d'ivoire frappée par les flots d'une tempête. Oui, l'homme a soif de connaissance, de conquête, de pouvoir et d'argent mais l'homme demeure homme et la solitude dans sa quête ne peut que le nuire. L'histoire non écrite tiendrait plus de l'équipage d'un navire voguant sur les flots traversant orages, grisailles, famines et mers bonaces pour percer les énigmes qui par-delà l'océan auront peut-être une réponse.

Je tiens donc à remercier le capitaine François Lefloch de m'avoir permis d'arriver à bon port. Bien qu'on peut se méfier d'un commandant breton celui-ci a bon cœur et ses qualités sont indénombrables. Un grand merci pour ton accueil chaleureux au sein du laboratoire, pour ton aide et tes encouragements.

Je suis infiniment gré à Hervé Courtois d'avoir accepté d'avoir été mon co-directeur de thèse et les discussions que j'ai eu avec lui. Il cache un formidable puits de savoir sur les jonctions diffusives sous son chapeau.

Je souhaiterais exprimer ma gratitude à Sophie Géron d'avoir accepté d'être rapportrice de ma thèse. Je la remercie également de m'avoir « torturé » pendant deux heures au téléphone. Cela a été un véritable plaisir de converser avec elle.

Thibault Jonckheere m'a fait l'honneur d'être rapporteur de ma thèse, il a pris le temps de m'écouter et de discuter avec moi. Pour tout cela je le remercie.

Je remercie également Marcelo Goffman et Julia Meyer qui m'ont fait le plaisir de participer à mon jury de thèse.

Régis Mélin tu n'es jamais à court d'idée et c'est toujours agréable de parler avec toi.

Merci beaucoup à Denis Feinberg d'avoir toujours été là pour porter une oreille bienveillante et faire le pont (toujours tremblant) entre les théories et les expériences.

Francesca Chiodi, j'ai passé d'agréables moments avec toi. Je suis enchanté de t'avoir rencontré et je te souhaite tout le bonheur du monde !

Claude, bien critique pour toujours allez plus loin dans la recherche.

Xavier, tu as toujours des remarques pertinentes et c'était un plaisir de te côtoyer !

Jean-Pascal, toujours convivial et prêt à signer les documents même après le dernier moment !

Marc Sanquer, un vrai marin qui sabre les cryostats !

Andreas, merci de m'avoir permis de faire mes premières marques dans le laboratoire.

Max, j'ai toujours pris grand plaisir à te prendre ton matériel ! Merci beaucoup pour ses trois années, tu es vraiment sympathique ! Ne te fais pas griller une deuxième fois par contre !

Frédéric, j'ai vraiment apprécié toutes les discussions qu'on a eu. Tu es quelqu'un de formidable et je suis ravi de t'avoir rencontré.

Anais, j'espère que tout se passera bien pour toi et pour ta thèse. Je fais confiance au « vieux » pour cela !

Salah, pour toi j'espère le mieux dans ce monde ainsi que pour ta thèse. Tu ronchannes toujours un peu derrière ton bureau mais tu es super chouette !

Andrea, demande à Max des conseils pour arrêter de te faire piquer du matériel ! Tu es vraiment un super italien ! Un Bacio !

Bravo à Toaï pour ton enfant, j'imagine que tout se passera bien pour ta défense de thèse. Je te remercie pour m'avoir fait découvrir l'infusion d'artichaut.

Prince Mounir, tu es bien un des rares être à comprendre la geekitude. Je tiens à te remercier pour les discussions et les commérages qu'on a eu ! Bien entendu, mon plan de te tuer au ski est toujours d'actualité !!

Pour toi Paul, je souhaite que tu trouves la tranquillité d'esprit et le bonheur pour cette vie. Je te remercie d'avoir été mon collègue de bureau et de m'avoir fait découvrir la musique de la Bolivie !

Matthieu, j'ai beaucoup aimé parler avec toi et, bien entendu, faire marronner le prince. Je remercie tout spécialement Jean-Michel et Iulian pour leurs aides incroyables sur tout ce qui touche la cryogénie ainsi que pour leurs personnalités.

Je dois aussi remercier Christophe Marcenat et Vincent Renard pour les moments à parler des expériences.

Romain Maurand, mention spéciale à toi pour l'aide que tu m'as apporté ! Merci beaucoup !

Merci à Silvano et son sourire qui ne s'efface jamais !

Je remercie Frédéric Polletti, Pierre Payet-Burin et Frédéric Gustavo pour les discussions qu'on a eu ainsi que leurs aides.

Louis, cela a été un plaisir de faire ta connaissance.

Je remercie Eduardo et Scheilla ; ils sont la personnification de la force tranquille.

Jean-Luc, j'ai rien fait ! Mais ça ne saurait tarder ! Merci d'avoir été là pour me surveiller !

Bien entendu, je dois aussi remercier Vladimir et la bande pour les nombreuses soirées jeux de société !

Je souhaite remercier Alexandre Artaud et je lui souhaite de réussir sa thèse autant que le concours qu'il a gagné haut la main.

Gaël, j'ai beaucoup apprécié les discussions avec toi sur n'importe quel sujet. Ta capacité d'abstraction est légendaire !

Beilun Wu, j'ai bien rigolé avec toi et j'espère que tout se passera bien pour ton avenir !

Je remercie la communauté Python qui, de par les nombreux forums de discussions, m'ont permis d'analyser mes données et de fabriquer mes propres logiciels. J'ai beaucoup appris en programmation grâce à eux.

Je souhaite tout le bonheur à Alexander Grimm et je te remercie de m'avoir fait découvrir la musique du pulse tube durant mes années de thèse.

Un grand merci général pour les membres du feu SPSMS groupe théorique et IMAPEC ainsi qu'à toute l'équipe de Silvano !

Je tiens aussi à remercier Klaus Hasselbach pour avoir été avec moi durant mon stage en master et qui m'a toujours bien conseillé!

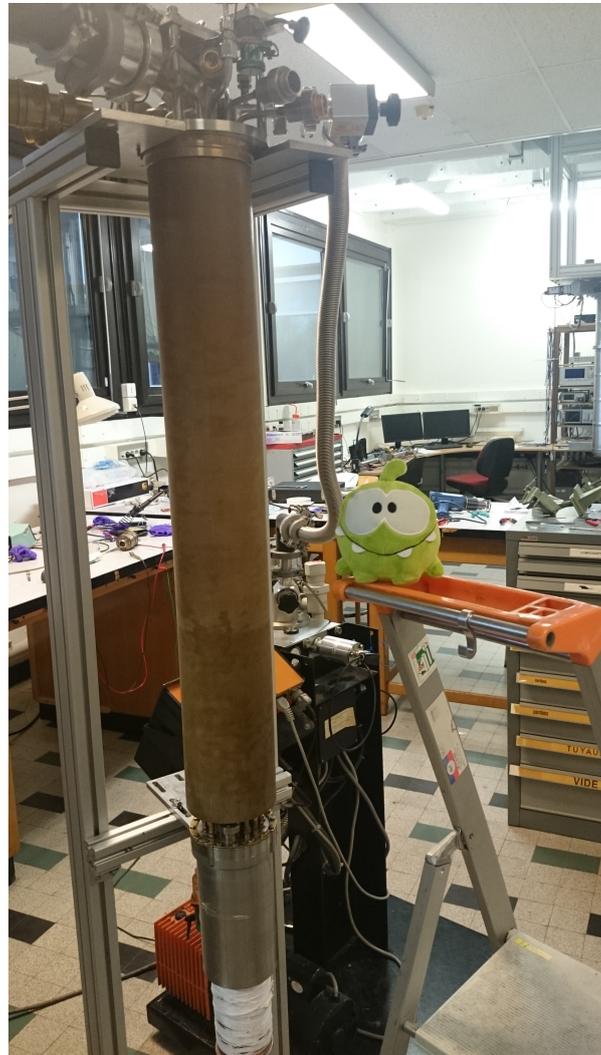
Je remercie Mini-Miam et Miam-Miam pour avoir été là dans les heures les plus sombres du laboratoire; c'est-à-dire à deux heures le dimanche matin.

Camille Feraud et Laurent Cetinsoy, deux super potes qui se sont décarcassés pour venir à ma défense de thèse. C'est vraiment chouette de vous avoir les gars!

Heureusement que ma famille a été là pour m'aider tout au long de ma thèse. Ils ont tous cru en moi! Merci à vous tous, Maman, Papa, François, Romain, Ángel, Luisa Elena, Françoise, Luc, Daniel,...

Mes derniers remerciements vont à Alexandra, sans toi tout cela aurait été bien dur. Tu as toujours été là pour moi et qu'importe ce que je pourrais écrire cela sonnerait incomplet. Si les océans étaient faits d'encre, il n'y en aurait pas suffisamment pour te remercier. Enfin, un bécot est plus simple et plus fort!

Et le dernier mot geek de la fin : It's Adventure Time!





Chapitre 2

Introduction

2.1 Contexte et motivation

À l'origine le paradoxe EPR [1], ou paradoxe d'Einstein-Podolsky-Rosen, était une expérience de pensée censée violer les inégalités de Heisenberg et, par conséquent, démontrer le caractère incomplet de la mécanique quantique par la présence de variables cachées. Plus que l'indéterminisme, c'est le concept de non-localité de la physique quantique qui est en jeu dans cette expérience. La mécanique quantique stipule que deux particules intriquées ne peuvent être considérées comme deux systèmes indépendants, et ce quel que soit l'éloignement physique. Ainsi, une mesure sur l'une est valable pour l'autre : les résultats des deux systèmes sont corrélés. Cela mène à un paradoxe : l'influence sur l'un des systèmes se déplace plus vite que la lumière. Une façon de résoudre ce paradoxe est de postuler qu'il existe des variables cachées à ces deux particules. Imaginons une paire de chaussettes. Il existe, alors, une corrélation entre les deux chaussettes puisque si l'on transporte l'une d'elle à l'autre bout de l'univers il est possible de connaître sa couleur en mesurant la première. La couleur est, ici, la variable cachée locale de la paire établie au moment où la paire était réunie.

En 1964, John Bell a réussi à proposer une expérience pouvant être mise en application et permettant de faire la distinction entre une théorie locale avec des variables cachées et la mécanique quantique [2]. Les fameuses inégalités de Bell sont des relations quantitatives que doivent vérifier deux systèmes qui respectent totalement la notion de localité. L'expérience expérimentale décisive fût menée en 1980 par Alain Aspect [3], en étant le plus proche possible du schéma utilisé par Bell, au moyen de paires de photons intriqués. Ces expériences ont confirmé la violation des inégalités de Bell, affirmant ainsi la réalité de la non-localité quantique. La difficulté de réaliser ces expériences en électronique réside dans le fait que les électrons sont immergés dans un état macroscopique, la mer de Fermi, empêchant la génération et la séparation de paires d'électrons à la demande. Cependant, les paires de Cooper, dans les supraconducteurs, réunissent les propriétés d'une source d'électrons intriqués. La séparation des électrons des paires de Cooper est la clé pour réaliser des expériences EPR. En 1962, Josephson prédit qu'un courant de paires de Cooper doit exister entre deux supraconducteurs séparés par une fine barrière isolante à tension nulle [4]. En outre, un courant alternatif est généré lorsqu'une tension est imposée à travers la jonction. Ces propriétés de la jonction Josephson furent confirmées expérimentalement et elles sont connues aujourd'hui sous les noms d'effets Josephson. Des études ultérieures ont montré l'existence de ces effets dans d'autres types de structures où deux supraconducteurs sont connectés par un lien faible (métal normal, ferromagnétique, etc.). Dans une jonction Josephson dont le lien est un métal normal, le transport électronique est assuré par le mécanisme de la réflexion d'Andreev. C'est

un processus de transfert de charge par lequel une paire de Cooper est transformée en une paire d'électrons, dont les spins sont corrélés, appelée paire d'Andreev

En 1995, on a remarqué que les électrons, composant la paire d'Andreev, pouvaient être spatialement séparés en choisissant une structure géométrique appropriée [5]. Ce processus, appelée réflexion d'Andreev croisée, intervient dans une structure à trois terminaux, dont deux sont en métal, situés à des distances inférieures à la longueur de cohérence des paires de Cooper. Ainsi, le mécanisme de réflexion d'Andreev croisée donne la possibilité de séparer les électrons d'une paire de Cooper. La réalisation d'une source EPR électronique ouvre la porte à l'exploration de l'information quantique dans la matière condensée (cryptographie quantique, ordinateur quantique, etc.). La réflexion d'Andreev croisée a d'abord été étudiée expérimentalement par Beckmann et al.[6] à l'aide de matériaux ferromagnétiques. De nombreuses expériences ont mis en évidence ce processus dans d'autres structures du même type.

L'approche de notre projet consiste à étudier un système à trois terminaux supraconducteurs connectés par une jonction métallique, formant ainsi une tri-jonction Josephson. De nouvelles structures, dans cette nano-structure hybride, apparaissent dans la conductance différentielle lorsque deux terminaux sont polarisés par des potentiels opposés l'un par rapport à l'autre. Ces anomalies correspondent à des phénomènes de transport de paires de Cooper corrélées et sont consistantes avec la prédiction des Quartets formés par la séparation simultanée de deux paires de Cooper d'un réservoir supraconducteur vers les deux autres électrodes.

Dans le but d'étudier la cohérence quantique de ces structures et la relation courant-phase, j'ai irradié la tri-jonction à l'aide d'une micro-onde à très basse température. Des résonances Shapiro apparaissent dans les résistances différentielles de la tri-jonction. Mon étude révèle que les anomalies de type Quartet présentent aussi des résonances Shapiro. Ce résultat démontre que le phénomène de Quartet est un mécanisme quantique cohérent confirmant la séparation cohérente de deux paires de Cooper à longue portée.

Chapitre 3

Transport dans les hétérostructures à deux terminaux

Of particular interest is the question if the location of contact between two superconductors becomes superconducting. (Einstein : 1926) [7]

3.1 L'interface supraconducteur-métal normal

Le voisinage de l'interface entre un supraconducteur et un métal normal est encore un sujet chaud dans la physique de la supraconductivité. Les expériences, permises avec le développement des techniques de nano-fabrication, menées dans les années 1990 sur de telles hétérostructures ont permis de mieux comprendre les connexions entre la réflexion d'Andreev et l'effet de proximité[8]. En 2004, Klapwijk écrit que l'effet de proximité restait encore un phénomène mal compris [9]. Dans ce chapitre, j'introduirai un rapide résumé des principaux phénomènes ayant lieu à l'interface d'un métal et d'un supraconducteur.

3.1.1 Réflexion d'Andreev

Dans un supraconducteur, le gap est une bande d'énergie interdite pour les excitations électroniques. Ainsi, pour des jonctions SN, où N est un métal normal et S un supraconducteur, les processus de transfert d'excitations électroniques simples du premier ordre ne sont donc pas possibles tant que l'énergie de ces excitations est inférieure au gap supraconducteur.

Dans le cadre d'excitations électroniques inférieures au gap pour un jonction S/N, les processus de transfert du premier ordre ne sont dès lors plus possible.

En 1965, Andreev a amené une description d'un processus de transport du second ordre entre un supraconducteur et un métal[10]. Près de l'interface, un électron s'apparie avec un autre électron du supraconducteur pour former une paire de Cooper dans le supraconducteur, laissant alors une vacance dans le métal. Autrement dit, un électron incident de vecteur d'onde k_e , de spin \uparrow et d'énergie $+\epsilon$ par rapport à l'énergie de Fermi, dans le métal est rétro-réfléchi en un trou de vecteur d'onde opposé $k_h = -k_e$, de spin \downarrow et d'énergie $-\epsilon$ par rapport à l'énergie de Fermi, générant une paire de Cooper dans le supraconducteur ; c'est la réflexion d'Andreev. La fig. 3.1 représente ce mécanisme. Le processus inverse est possible, une paire de Cooper absorbe un trou du métal et y génère un électron.

Le mécanisme de la réflexion d'Andreev s'accompagne d'une différence de phase ϕ_s induite par le supraconducteur entre l'électron incident et le trou rétro-réfléchi.

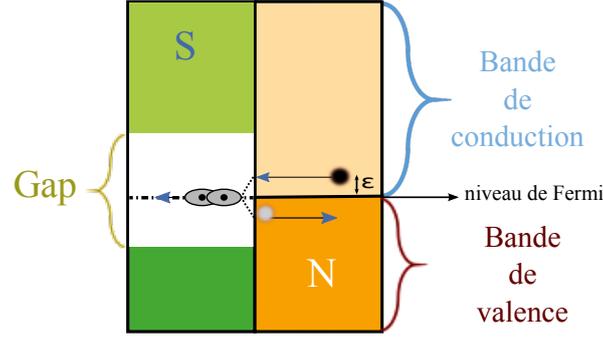


Figure 3.1 – Réflexion d’Andreev dans l’espace des énergies. Un électron est rétro-réfléchi en un trou ; créant une paire de Cooper dans le supraconducteur.

Lorsque l’électron incident possède une énergie différente de celle de l’énergie de Fermi E_F du métal, deux termes supplémentaires s’ajoutent au déphasage du trou par rapport à l’électron.

1. Le premier terme provient d’un déphasage dépendant de l’énergie de l’électron incident : $\Delta\phi_\epsilon = -\arccos(\frac{\Delta\epsilon}{\Delta_o})$. Avec Δ_o le gap du supraconducteur.
2. Le second est un déphasage lié aux différences de vecteurs d’onde entre l’électron incident et le trou. Lorsque l’électron incident possède une énergie ϵ par rapport à l’énergie de Fermi du métal, les trajectoires de l’électron et du trou rétro-réfléchi entraînent un déphasage $\Delta\phi_p$

Le mécanisme de la réflexion d’Andreev schématisé par la Fig.3.2 illustre ce déphasage lié à la propagation.

La différence d’énergie entre l’électron incident et le trou rétro-réfléchi est reliée par les vecteurs d’ondes de ces quasi-particules :

$$\Delta\epsilon = \epsilon_e - \epsilon_h = \frac{\hbar^2 k_e^2}{2m} - \frac{\hbar^2 k_h^2}{2m} \quad (3.1)$$

Le mécanisme d’Andreev est une rétro-réflexion parfaite pour des électrons incidents à l’énergie de Fermi. Lorsque l’énergie de l’électron incident est au-dessus de l’énergie de Fermi, on a alors :

$$\begin{cases} k_e = k_F + \delta k/2 \\ k_h = -k_F + \delta k/2 \end{cases} \quad (3.2)$$

On obtient donc :

$$k_h^2 = (-k_e + \delta k)^2 \approx k_e^2 - 2k_e \delta k \quad (3.3)$$

En injectant 3.3 dans l’équation 3.1 et en approximant $k_e \approx k_F$ nous obtenons alors :

$$\Delta\epsilon \approx \hbar \frac{\hbar k_F \delta k}{m} \quad (3.4)$$

La vitesse de Fermi v_F et le vecteur d’onde de Fermi k_F sont reliés par la relation suivante :

$$\hbar k_F = m v_F \quad (3.5)$$

Ainsi, en incorporant la relation 3.5 dans l’équation 3.4, on trouve l’équivalence suivante :

$$\Delta\epsilon \approx \hbar v_F \delta k \quad (3.6)$$

Cette relation signifie que pour toute différence d'énergie $\Delta\epsilon$ entre l'électron incident et le trou rétro-réfléchi, le mécanisme d'Andreev induit une différence de vecteur d'onde entre ces deux quasi-particules :

$$\delta k = \frac{\Delta\epsilon}{\hbar v_F} \quad (3.7)$$

Le déphasage induit par propagation $\Delta\phi_p$ sur une longueur effective \mathcal{L} dépend de cette différence de vecteur d'onde :

$$\Delta\phi_p = \delta k \mathcal{L} \quad (3.8)$$

On exprime le déphasage lié par la propagation avec la différence d'énergie entre les quasi-particules en utilisant les relations 3.7 et 3.8. Dans le cas d'une jonction balistique, la distance L entre les quasi-particules et l'interface est égale à la longueur réelle parcourue par les quasi-particules \mathcal{L} , on a alors :

$$\Delta\phi_p = \frac{\Delta\epsilon}{\hbar v_F} L \quad (3.9)$$

Dans le cas diffusif, la longueur effective parcourue dépend de la constante de diffusion dans le métal D_N par la relation : $\mathcal{L} = v_F \frac{L^2}{D_N}$. Le déphasage lié à la propagation devient :

$$\Delta\phi_p = \frac{\Delta\epsilon}{\hbar D_N} L^2 \quad (3.10)$$

Ce déphasage lié à la propagation est représenté dans l'espace réel sur la Fig.3.2.

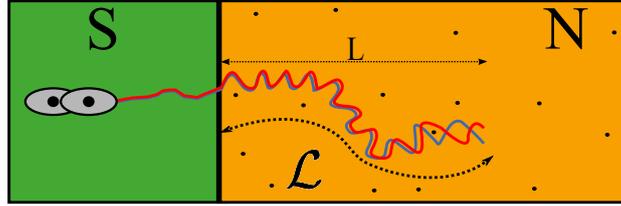


Figure 3.2 – *Modèle simplifié de la réflexion d'Andreev dans l'espace réel. Comme l'électron et le trou n'ont pas la même énergie, ils n'ont pas non plus le même vecteur d'onde ; leurs trajectoires se déphasent au fur et à mesure de leur propagation dans le métal.*

La différence de phase entre l'électron incident et le trou rétro-réfléchi est donc constituée de deux contributions : une partie induite par la réflexion d'Andreev et une partie due à la propagation, qui dépend des propriétés du matériau (diffusif, balistique). Le déphasage total dans une jonction balistique est alors :

$$\Phi = \phi_s - \arccos\left(\frac{\Delta\epsilon}{\Delta_o}\right) + \frac{\Delta\epsilon L}{\hbar v_f} \quad (3.11)$$

avec Δ_o , le gap du supraconducteur. Les conséquences de la réflexion d'Andreev dans les caractéristiques courant-tensions d'une jonction SN ont été étudiées en détail dans le modèle BTK[11], sur lequel nous reviendrons plus tard.

3.1.2 Effet de proximité et longueurs caractéristiques

1. Les paramètres D_N et D_S sont respectivement les constantes de diffusion du métal et celle du supraconducteur.

Dans le cas du traitement de la réflexion d'Andreev, nous avons supposé, à tort, que la fonction d'onde supraconductrice s'annule brusquement à l'interface. La proximité d'un supraconducteur avec un métal normal change, localement, les propriétés électroniques des deux matériaux. Ainsi, le gap du supraconducteur est localement affaibli et les corrélations supraconductrices pénètrent dans le métal normal, qui devient alors supraconducteur sur une faible épaisseur.

Les paires de Cooper ne sont donc pas détruites brusquement à l'interface et pénètrent dans le métal sur la longueur de cohérence des paires de Cooper dans le métal normal $\xi_N = \sqrt{\hbar D_N / \Delta^1}$. Inversement, les quasi-particules pénètrent, elles-aussi, dans le supraconducteur sur une distance $\xi_S = \sqrt{\hbar D_S / \Delta^1}$. Les deux cas sont présentés sur la Fig. 3.3.

Ces effets sont nommés respectivement **effet de proximité** et **effet de proximité inverse**. La réflexion d'Andreev est la clé de voûte de ce processus en permettant des corrélations sur des échelles mésoscopiques ([8]-[9]).

La paire de Cooper injectée dans la partie normale correspond à l'état d'une paire d'électrons intriqués que l'on appelle une paire d'Andreev. Ces deux entités restent cohérentes sur une certaine longueur, où la phase de l'électron incident est liée à la phase du trou réfléchi. C'est par cette cohérence en phase que la paire d'Andreev est capable de propager des corrélations supraconductrices dans le métal normal où il n'existe aucune interaction attractive entre les électrons.

La distance pour laquelle les paires d'Andreev restent cohérentes définit la longueur de cohérence des paires d'Andreev L_ϵ . Pour définir un critère, nous cherchons lorsque le déphasage induit par la propagation $\Delta\phi_p$ est égal à 2π . La longueur L_ϵ correspondante à $\Delta\phi_p = 2\pi$ est appelée longueur de cohérence des paires d'Andreev.

Dans le cas d'un métal balistique, cette longueur spectrale de cohérence vaut :

$$L_\epsilon = \frac{\hbar v_F}{\Delta\epsilon} \quad (3.12)$$

Dans le cas d'un métal diffusif, de constante de diffusion D_N , la longueur de propagation correspondante est donnée par :

$$L_\epsilon = \sqrt{\frac{\hbar D_N}{\Delta\epsilon}} \quad (3.13)$$

Lorsqu'on applique une tension V entre le métal et le supraconducteur, on a alors $\Delta\epsilon = eV$. Ainsi, la cohérence en phase, des paires d'Andreev, diminue avec le potentiel appliqué entre le supraconducteur et le métal. Pour les faibles tensions, cette longueur caractéristique diverge et la cohérence en phase d'une paire d'Andreev est conservée sur une longueur infinie. En pratique, cette longueur de cohérence se heurte à d'autres facteurs limitatifs. À température finie, l'écart entre les niveaux énergétiques n'est défini, au mieux, qu'à $k_B T$. En substituant $\Delta\epsilon$ par $2\pi k_B T$, dans l'équation (3.13), on obtient la longueur thermique L_T de la cohérence en phase des paires d'Andreev en fonction de la température :

$$L_T = \sqrt{\frac{\hbar D_N}{k_B T}} \quad (3.14)$$

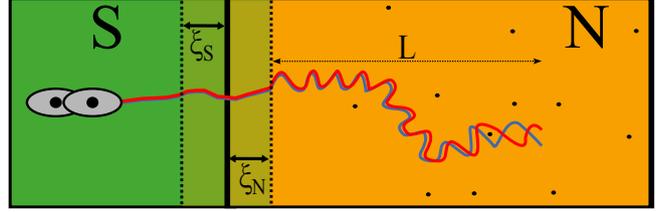


Figure 3.3 – Les fonctions d'ondes supraconductrices pénètrent en réalité dans le métal sur une longueur ξ_N .

De même, en utilisant l'équation (3.13), nous pouvons connaître le maximum d'énergie, appelé énergie de Thouless E_{Th} , où une paire d'Andreev reste cohérente pour une longueur L_{Th} donnée :

$$E_{Th} = \frac{\hbar D_N}{L_{Th}^2} \quad (3.15)$$

Enfin, la longueur de cohérence des paires d'Andreev ne peut pas dépasser l'ultime limite : la longueur de cohérence de phase électronique L_ϕ . Cette longueur est habituellement la distance moyenne entre deux collisions électron-électron ou électron-phonon.

Récapitulatif des longueurs caractéristiques

Symbole	Description	Système balistique	Système diffusif
l_{ee}, l_{ph}	distance moyenne entre deux collisions électron-électron ou électron-phonon		
l_ϕ	Longueur de cohérence de phase	$\min(l_{ee}, l_{ph})$	$\min(l_{ee}, l_{ph})$
L_T	Longueur thermique de cohérence des paires d'Andreev	$\frac{\hbar v_F}{k_B T}$	$\sqrt{\frac{\hbar D_N}{k_B T}}$
L_ϵ	Longueur spectrale de cohérence des paires d'Andreev	$\frac{\hbar v_F}{\Delta \epsilon}$	$\sqrt{\frac{\hbar D_N}{\Delta \epsilon}}$
ξ_N	Longueur de pénétration des paires de Cooper dans le métal	$\frac{\hbar v_F}{\Delta_o}$	$\sqrt{\frac{\hbar D_N}{\Delta_o}}$
ξ_S	Longueur de l'effet de proximité inverse	$\frac{\hbar v_F}{\Delta_o}$	$\sqrt{\frac{\hbar D_S}{\Delta_o}}$

3.1.3 Le rôle de l'interface

La réflexion d'Andreev n'est pas le seul mécanisme pour une particule incidente à l'interface. En tout quatre processus sont possibles au voisinage de l'interface :

- A- **Réflexion d'Andreev** : rétro-réflexion d'un électron en un trou
- B- **Réflexion spéculaire** : rétro-réflexion d'un électron en un électron
- C- **Transmission ordinaire** : Transfert d'un électron en une quasi-particule de type électron
- D- **Transmission d'Andreev** : Transfert d'un électron en une quasi-particule de type trou

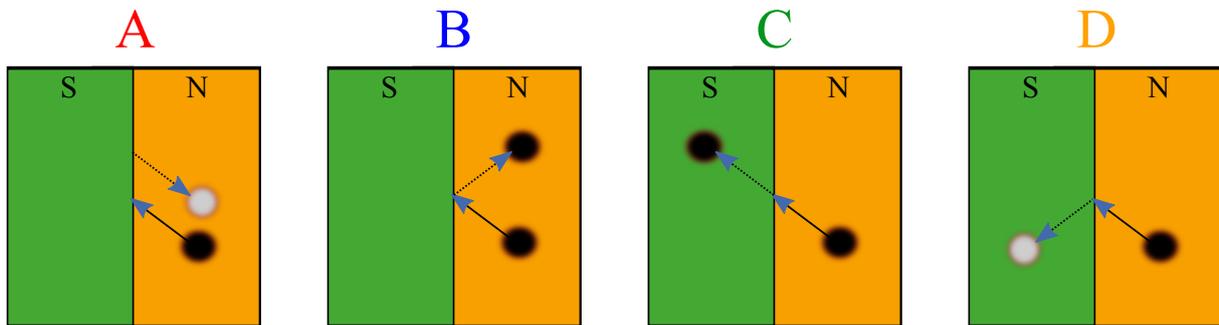


Figure 3.4 – Schéma des différents processus de transports au voisinage de l'interface métal supraconducteur.

La nature de l'interface SIN est déterminante sur l'amplitude de chacun de ces processus concurrentiels. En 1981, Blonder, Tinkham et Klapwijk ont généralisé le modèle d'Andreev[11] dans le cas d'une jonction SIN mono-canal, quelle que soit la hauteur de la barrière exprimée sous forme d'un potentiel U répulsif ($Z = \frac{U}{\hbar v_F}$). La transparence T de la barrière est exprimée simplement avec le paramètre Z :

$$T = \frac{1}{1 + Z^2} \quad (3.16)$$

Lorsque Z est nul, la barrière est totalement transparente correspondant à une interface SN parfaite. Et lorsque $Z \gg 1$ cela correspond à la limite tunnel d'une interface SIN.

Ainsi, à mesure que la hauteur de la barrière diminue, la probabilité de réflexion d'Andreev **A** augmente. Évidemment, la probabilité de transmission ordinaire **C** décroît au profit de la probabilité de réflexion ordinaire **B** dans le cas où l'énergie de la particule est inférieure au gap $\epsilon < \Delta$. La probabilité de transmission d'Andreev **D** reste faible dans toutes les configurations, à l'exception des énergies proches du gap Δ .

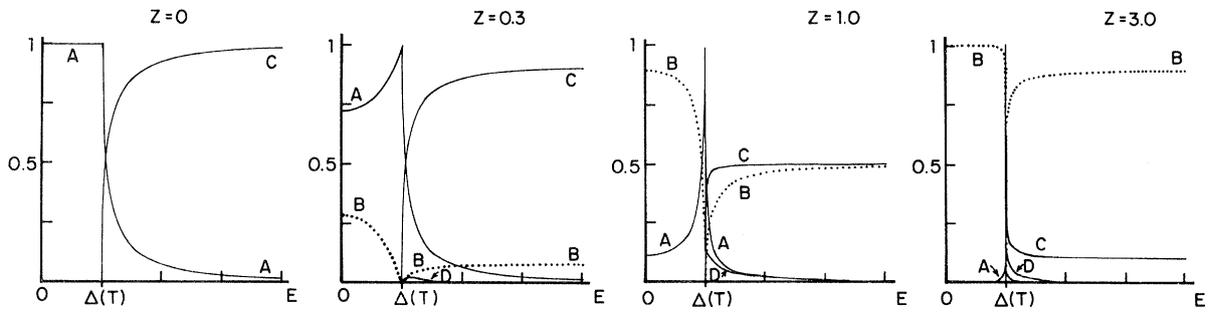


Figure 3.5 – Graphes des différentes probabilités de processus de transport au voisinage d'une interface SIN en fonction de la hauteur Z de la barrière et de l'énergie de la particule incidente (D'après [11]).

Ces probabilités sont liées ensemble par la relation $A + B + C + D = 1$ traduisant la conservation des probabilités des mécanismes pouvant avoir lieu à l'interface entre un supraconducteur et un métal. La transmission d'Andreev **D** et la transmission ordinaire **C**, dans le cas de faibles tensions, sont faibles par rapport aux deux autres processus. Ainsi, on peut montrer[11] que le courant total d'une jonction S/I/N peut se formuler comme suit :

$$I_{NS} = I_{NN} \int_{-\infty}^{+\infty} [1 + A(\epsilon, Z) - B(\epsilon, Z)][f(\epsilon - eV) - f(\epsilon)]d\epsilon \quad (3.17)$$

avec f la fonction de distribution de Fermi-Dirac, et I_{NN} le courant lorsque les deux côtés sont dans un état normal. La quantité $[1 + A(\epsilon, Z) - B(\epsilon, Z)]$, dans l'équation 3.17, représente le coefficient de transmission du courant électrique. Il révèle la compétition entre la réflexion spéculaire, contribuant négativement au courant, et la réflexion d'Andreev, contribuant positivement au courant en transférant une paire de Cooper depuis un électron incident.

Le modèle BTK, même réduit à un système mono-canal balistique, permet d'expliquer de nombreux résultats expérimentaux dans les jonctions faibles avec comme seul paramètre la transparence. C'est un outil très puissant mais qui repose sur de nombreuses simplifications. Cependant, des extensions au modèle BTK ont permis depuis, d'élargir le modèle à des cas plus compliqués comme les systèmes diffusifs[9].

3.2 Jonction Josephson

L'apparition d'un courant continu de paires de Cooper, à tension nulle, entre deux électrodes supraconductrices séparées par une barrière tunnel, est l'effet inattendu prédit par Josephson en 1962 dans son célèbre article[4]. Inattendu par le fait qu'on ne pensait pas les paires de Cooper susceptibles de traverser une barrière tunnel. Josephson montra le rôle que joue la différence de phases des deux supraconducteurs dans le mécanisme tunnel des paires de Cooper. Il en déduisit deux effets remarquables : d'une part un courant de paires de Cooper apparaît en l'absence d'une tension électrique et d'une autre part un courant alternatif est généré par la jonction lorsque celle-ci est polarisée par une tension non nulle.

En effet, la fonction d'onde macroscopique subit, aux bornes de la jonction, une différence de phase $\Phi = \phi_2 - \phi_1$. Ainsi, le courant de paires de Cooper traversant la barrière s'écrit selon la première relation de Josephson (**l'effet Josephson DC**) :

$$I_s = I_c \cdot \sin(\Phi) \quad (3.18)$$

avec I_c le courant maximum de paires de Cooper pouvant traverser la jonction, c'est le courant critique.

Lorsque la jonction est polarisée en tension, un courant AC est généré par la jonction Josephson. Autrement dit, une différence de potentiel entraîne des oscillations du courant supraconducteur selon la seconde relation de Josephson (**l'effet Josephson AC**)

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{2eV}{\hbar} \quad (3.19)$$

En résumé, une jonction Josephson agit comme un convertisseur tension-fréquence.

A l'origine, ces effets ont été prédits sur des jonctions tunnel où le mécanisme de transport est causé par l'effet tunnel des paires de Cooper à travers la barrière isolante. Très vite, ces effets ont été observés sur d'autres structures comme les jonctions à lien faible[12] et les ponts de Dayem[13]. Nous ne présenterons ici qu'un très rapide récapitulatif des notions essentielles dans les jonctions Josephson. Un travail plus exhaustif, sur les jonctions Josephson, est présenté par Likharev[14].

3.2.1 Les jonctions Josephson à lien faible

On définit par lien faible entre deux électrodes supraconductrices, une jonction conductrice dont le courant critique est très faible comparé à celui des électrodes. La Fig.3.6 illustre les structures les plus communes. Une classification simplifiée des jonctions faibles se base sur la comparaison de la longueur effective L_{eff} entre les deux électrodes par rapport à la longueur de cohérence des paires de Cooper dans le métal ξ_N . Ainsi, une jonction faible est dite courte lorsque $L_{eff} \ll \xi_N$ et, est dite longue dans le cas contraire $L_{eff} \gg \xi_N$.

De plus, la comparaison du libre parcours moyen l_{moy} , dans la partie conductrice, avec la longueur effective, classe la jonction comme étant diffusive ($l_{moy} \ll L_{eff}$) ou balistique ($l_{moy} \gg L_{eff}$). L'étude de cette thèse ne porte que sur les jonctions diffusives longues, cependant, pour des raisons de simplicité, certains points théoriques seront présentés suivant différents angles de vue (balistiques, diffusives, etc).

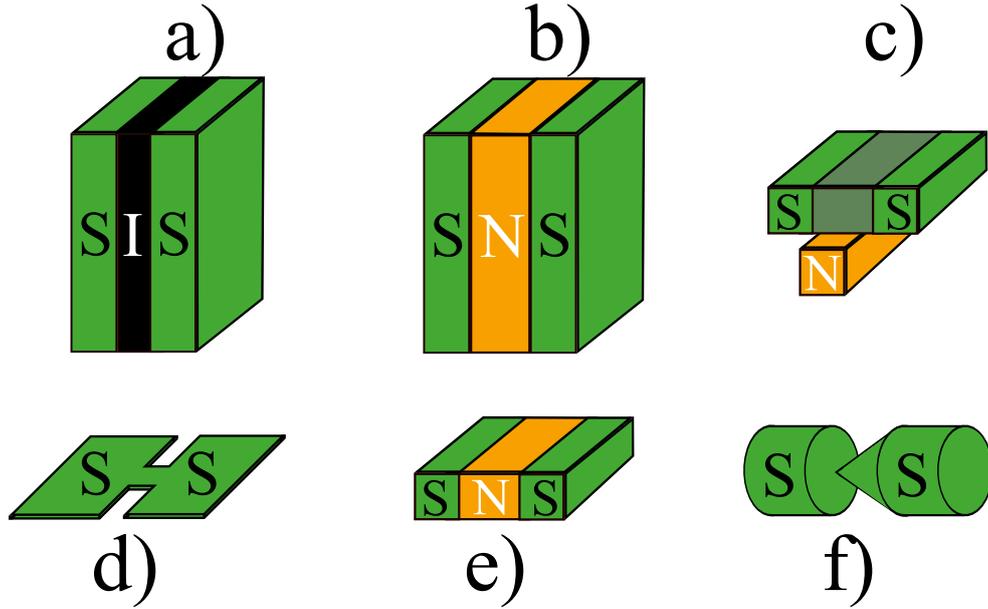


Figure 3.6 – Différentes types de jonction Josephson. (a)- jonction tunnel. Toutes les autres sont des jonctions faibles. (b)- sandwich; (c)- pont par effet de proximité; (d)- pont de Dayem; (e)- pont métallique; (f)- contact atomique

L'effet Josephson DC Une façon d'introduire simplement l'effet Josephson DC, suivant la démonstration de Aslamazov et Larkin[15] dans le cas d'une jonction diffuse courte, est de voir ce phénomène comme la manifestation de l'interférence des fonctions d'onde des paires de Cooper des deux électrodes 1 et 2.

Lorsque la température T est au voisinage de la température critique T_c , le paramètre d'ordre supraconducteur Δ est faible en tout point de la structure par rapport à $k_B T_c$. Les équations de Ginzburg-Landau sans champ magnétique peuvent alors être appliquées ([16]-[17]) :

$$\begin{cases} \xi_N^2 \nabla^2 \Delta + (\pm 1 - \frac{|\Delta|^2}{\Delta_0^2}) \Delta = 0 \\ J_s = C_j \text{Im}[\Delta^* \nabla \Delta] \end{cases} \quad (3.20)$$

Avec Δ_0 , le paramètre d'ordre supraconducteur à température nulle, et $C_j = \frac{e\hbar}{m}$ avec m la masse d'une paire de Cooper.

Dans le cas d'une jonction courte $L_{eff} \ll \xi_N$ l'équation (3.20) devient :

$$\nabla^2 \Delta = 0 \quad (3.21)$$

En effet, le terme $(\pm 1 - \frac{|\Delta|^2}{\Delta_0^2}) \Delta$ n'est pas plus grand que Δ , tandis que l'autre terme est de l'ordre de $\Delta(\epsilon_N/L)^2$.

Ainsi, le système est réduit à une simple équation linéaire de Laplace. Nous imposons, sur le paramètre d'ordre à l'intérieur de la jonction, les limites suivantes :

$$\Delta = \begin{cases} \Delta_1 \exp(i\Psi_1), & \text{à l'électrode 1} \\ \Delta_2 \exp(i\Psi_2), & \text{à l'électrode 2} \end{cases} \quad (3.22)$$

Aslamazov et Larkin[15] ont montré que la seule solution à ce problème s'exprime ainsi :

$$\Delta = \Delta_1 \exp(i\Psi_1) f + \Delta_2 \exp(i\Psi_2) (1 - f) \quad (3.23)$$

avec f une fonction qui satisfait les conditions aux limites telles que :

$$\begin{cases} \nabla^2 f = 0 \\ \frac{\delta f}{\delta n}|_S = 0 \\ f = \begin{cases} 1, & \text{à l'électrode 1} \\ 0, & \text{à l'électrode 2} \end{cases} \end{cases} \quad (3.24)$$

avec $\frac{\delta f}{\delta n}|_S = 0$ la condition de bord de la partie du métal sans contact avec le supraconducteur. Alors en substituant l'équation (3.23) dans les équations (3.21)-(3.22) et utilisant les conditions de bord, nous obtenons le super-courant en tout point x du métal $j_S(r)$:

$$j_S(x) = C(x) \nabla f(x) \Delta_1 \Delta_2 \sin(\phi) \quad (3.25)$$

D'après l'équation (3.25), le courant en chaque point du circuit est proportionnel à $\sin(\phi)$ alors le courant total traversant la jonction est donc proportionnel à $\sin(\phi)$. Ainsi, nous avons retrouvé, dans le cas d'une jonction diffusive courte, le résultat de l'effet Josephson DC depuis les équations de Ginzburg-Landau.

3.2.2 Les jonctions Josephson diffusives longues

Dans le cas d'une jonction Josephson diffusive longue ($L_{eff} \gg \xi_N$ et $L_{eff} \gg l_{moy}$), les résultats des observations sur ces structures ont montré qu'il peut y avoir une déviation considérable avec l'effet Josephson idéal. Dans une telle configuration, les fonctions d'ondes ne se recouvrent plus et un nouveau phénomène lié aux paires d'Andreev est à l'origine du transport dans ces jonctions.

3.2.2.1 Régime Statique - États liés d'Andreev

Dans cette section, la jonction Josephson est en régime statique, c'est à dire que la chute de potentiel à travers la jonction est nulle. Comme nous l'avons montré dans la partie 3.1.1, le transfert microscopique des charges à une interface supraconductrice est assuré par le mécanisme de réflexion d'Andreev. Dans le cas d'une jonction longue diffusive, ce mécanisme assure le transport des paires de Cooper d'une électrode supraconductrice à une autre. Les expériences montrent que les effets Josephson perdurent dans ce cas-là mais peuvent s'éloigner des phénomènes idéalisés présenté dans la section 3.2.

Afin d'expliquer le processus de transport, nous devons prendre en considération le confinement spatial et énergétique des paires d'Andreev dans la partie métallique créé par la succession de réflexions d'Andreev.

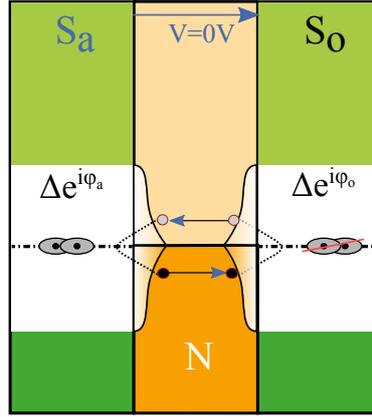


Figure 3.7 – Schéma décrivant le transport supraconducteur à travers une jonction faible type SNS. Un électron est réfléchi sous forme de trou à l'interface de gauche ; le trou est ensuite rétro-réfléchi en électron à l'interface de droite. Le résultat est le transfert d'une paire de Cooper de droite à gauche par réflexions d'Andreev successives.

La mécanique quantique (plus précisément l'équation de Schrödinger) nous enseigne que toute particule confinée dans un puit quantique voit son énergie quantifiée, et par conséquent cela entraîne l'apparition de niveaux d'énergies discrets dans le puit quantique.

Afin de rendre plus claire la Fig. 3.7, décrivons le processus de transfert d'une paire de Cooper d'une électrode supraconductrice vers l'autre électrode.

Considérons un électron, dont l'énergie est inférieure au gap supraconducteur, dans la nano-structure métallique séparant les deux supraconducteurs. Comme nous l'avons vu dans la section 3.1.1, chaque fois qu'un électron est au voisinage d'une électrode supraconducteur celui-ci est rétro-réfléchi sous forme de trou, générant une paire de Cooper dans le réservoir supraconducteur ; c'est la réflexion d'Andreev. Le trou suit alors le chemin inverse et sera ensuite reconverti sous forme d'un électron. Ainsi, s'enchaîne une course énergétique de la quasi-particule pour s'échapper de la nano-structure. Ces réflexions d'Andreev successives entraînent le transfert de paires de Cooper d'une électrode à une autre de la jonction. Cependant, nous avons vu dans la section 3.1.1 que l'électron et le trou forme une paire de quasi-particule cohérente en phase jusqu'à une certaine longueur et énergie. Ainsi, de ce confinement spatial et énergétique émerge des états résonnant dans la nano-structure : ce sont **les états liés d'Andreev**.

En effet, lorsque la différence de phase entre le trou et l'électron accumulée durant le mécanisme de transfert d'une paire de Cooper est un multiple entier de 2π alors le mécanisme de deux réflexions d'Andreev successifs devient cohérent ; deux états symétriques par rapport à l'énergie de Fermi sont alors formés (voir Fig.3.8a).

Approche théorique des états liés d'Andreev. En limite diffusive, le calcul fait intervenir les équations d'Usadel [18]. Ce sont des équations de diffusion donnant une description mathématique des corrélations supraconductrices dans un métal diffusif. Dans le cas présent, nous nous bornerons à la limite balistique d'une jonction courte mono-canal afin d'en alléger le calcul sans en enlever l'intérêt. Ainsi, en reprenant l'équation 3.11, un état lié d'Andreev est formé entre les deux électrodes supraconductrices pour une énergie $E < \Delta$ quand :

$$\Phi = \Phi_1 - \Phi_2 = \Phi_s - 2 \cdot \arccos\left(\frac{\Delta\epsilon}{\Delta_o}\right) = \pm n \cdot 2\pi \quad (3.26)$$

Par conséquent, un canal de conductance i à l'énergie E_{\pm}^i est formé :

$$E_{\pm}^i = \Delta \epsilon_{\pm}^i = \Delta_o \cos\left(\frac{\Phi}{2} + n\pi\right) = \pm \Delta_o \cos\left(\frac{\Phi}{2}\right) \quad (3.27)$$

Dans le cadre plus réaliste d'un canal i avec une transmission finie T_i , les énergies deviennent alors $E_{\pm}^i = \pm \Delta_o \sqrt{1 - T_i \sin^2(\Phi/2)}$ ([19]). Ces deux états liés d'Andreev porte le courant dans le canal i dans des directions opposées :

$$I_i^{\pm}(\phi, T_i) = \frac{2e}{\hbar} \frac{\delta E_{\pm}^i(\Phi, T_i)}{\delta \Phi} \quad (3.28)$$

Le courant net du mono-canal est alors le résultats des déséquilibres de la population des deux états liés d'Andreev. Les états liés d'Andreev sont occupés selon une fonction de distribution thermique. Cette distribution entraîne un courant net non nul à travers la jonction. Pour une jonction balistique de N canaux de transparence T_i , il suffit alors de sommer 3.28 sur l'ensemble des canaux :

$$I(\Phi) = \sum_n I_n^{\pm} = \frac{e \Delta_o N}{\hbar} \sum_i \frac{T_i \cdot \sin(\Phi)}{\sqrt{1 - T_i \sin^2(\frac{\Phi}{2})}} \quad (3.29)$$

Le courant est donc une fonction périodique impaire par rapport à différence de phase et nulle lorsque celle-ci est nulle. Pour la limite tunnel $T_p \ll 1$, le super-courant devient alors $I_c = I_c \sin(\phi)$, avec le courant critique :

$$I_c = \frac{e \Delta_o}{\hbar} \sum_i T_i = \frac{\pi \Delta_o}{2e} G_N \quad (3.30)$$

avec G_N est la conductance de la jonction à l'état normal.

Un traitement plus approfondi sur la relation courant-phase dans les jonctions Josephson se trouve dans un article de Golubov[20]. Pour des jonctions Josephson diffusives longues, l'espacement entre les niveaux des états liés d'Andreev devient si faible que ces états forment alors un spectre d'énergie continu (voir la Fig. 3.8a).

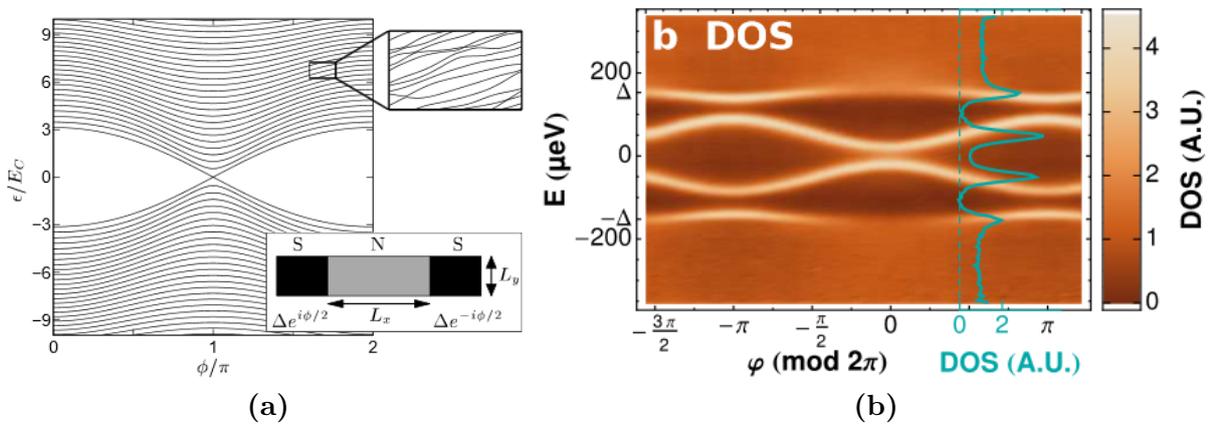


Figure 3.8 – *a)* Simulation des énergies des états liés d'Andreev dans une jonction SNS diffuseuse par rapport à la différence de phase des électrodes supraconductrices[21] *b)* Résultats expérimentaux d'une spectroscopie des états liés d'Andreev dans une jonction Josephson à base de nano-tube de carbone[22].

3.2.2.2 Régime Dynamique

Lorsqu'une tension non nulle est appliquée à travers une jonction supraconductrice, la différence de phase entre les deux terminaux supraconducteurs est alors fonction du temps, $\phi = \frac{2eVt}{h}$. La jonction Josephson réagit à l'application d'une tension en générant un courant AC oscillant à la fréquence de Josephson ω_J qui dépend de la tension appliquée à la jonction :

$$\omega_J(V) = \frac{2eV}{h} \approx 484 \text{ MHz}/\mu\text{V} \quad (3.31)$$

Dans un cas simple où la tension est faible par rapport au gap supraconducteur, $eV \ll \Delta$, l'origine du courant AC est l'oscillation des états liés d'Andreev.

Réflexions d'Andreev Multiples(MAR). Les caractéristiques courant-tension (I-V) des jonctions Josephson ont été sources de nombreuses investigations. D'après la théorie de la jonction tunnel proposée par Josephson[4], la contribution du courant continu par les paires de Cooper n'existe qu'à tension nulle. Cependant, des anomalies dans la caractéristique courant-tension et dans la résistance différentielle ont été très vite remarquées. Les premières anomalies furent observées par Taylor et Burstein[23] dans la caractéristique I-V d'une jonction Josephson lorsque la chute de potentiel à travers celle-ci équivalait à Δ/e . On remarqua rapidement que cette anomalie existait en réalité pour tous les sous-multiples, c'est à dire $2\Delta/(n \cdot e)$ (avec n un entier relatif). Une présentation de ce phénomène est présentée sur la Fig.3.9. Ces anomalies ont alors reçu la dénomination de **structures sous-harmoniques au gap** (SGS).

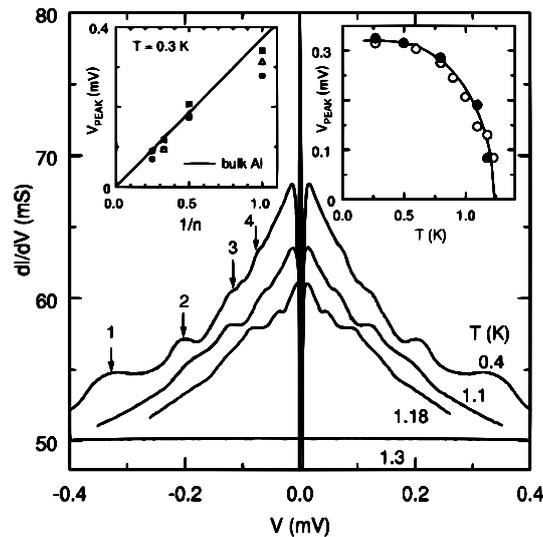


Figure 3.9 – Structures sous-harmonique au gap révélées par la conductance différentielle d'une jonction diffusives[24]. Les tensions où les anomalies apparaissent sont reliées au double du gap par une fraction d'entier.

La première approche théorique a été proposée par Schrieffer[25]. L'idée était que si deux électrons franchissent simultanément la jonction par effet tunnel le mécanisme demeure énergétiquement possible entraînant une contribution au courant continu lorsque la tension est exactement Δ/e . Une anomalie présente pour une tension $2\Delta/(n \cdot e)$ est alors le résultat d'un effet tunnel à n quasi-particules franchissant simultanément la barrière isolante. Cette théorie a permis d'expliquer l'origine des structures sous-harmoniques au gap dans le cadre des jonctions tunnels. Cependant, la théorie excluait les jonctions à lien faible pour lesquels le transport n'est plus assuré par cet effet tunnel.

L'explication de la structure sous-harmonique au gap dans ces structures a été introduit par Tinkham, Blonder et Klapwijk[26]. Une quasi-particule subit une cascade de réflexion d'Andreev aux interfaces acquérant successivement une énergie eV pour éventuellement obtenir une énergie supérieur au gap. Ce processus est connu sous le nom de **réflexions d'Andreev multiples (MAR)**.

Présentation du mécanisme

On considère ici une jonction balistique courte de longueur L et soumise à une polarisation en tension $eV \leq 2\Delta$. Cette structure est illustrée sur la Fig.3.10. Dans le processus de réflexion d'Andreev multiple, un électron incident avec une énergie ϵ par rapport à l'énergie de Fermi subit au moins $n - 1$ réflexions d'Andreev pour finalement atteindre un état vide à une énergie $\epsilon + neV$. Dans ces multiples réflexions d'Andreev, $2ne$ paires de Cooper et 1 quasi-particule sont transférées avec une probabilité qui dépend de la qualité des interfaces entre le métal et les électrodes supraconductrices. Prenons l'exemple de la Fig.3.11 avec une jonction polarisée à une tension $V = 2\Delta/3e$. Le passage à une tension de polarisation légèrement plus faible $V = 2\Delta/3e - \epsilon$ entraîne le transfert d'une paire de Cooper supplémentaire. On a donc une rupture de pente (courbe jaune) dans la caractéristique courant-tension de la jonction traduisant la discontinuité de la densité d'état.

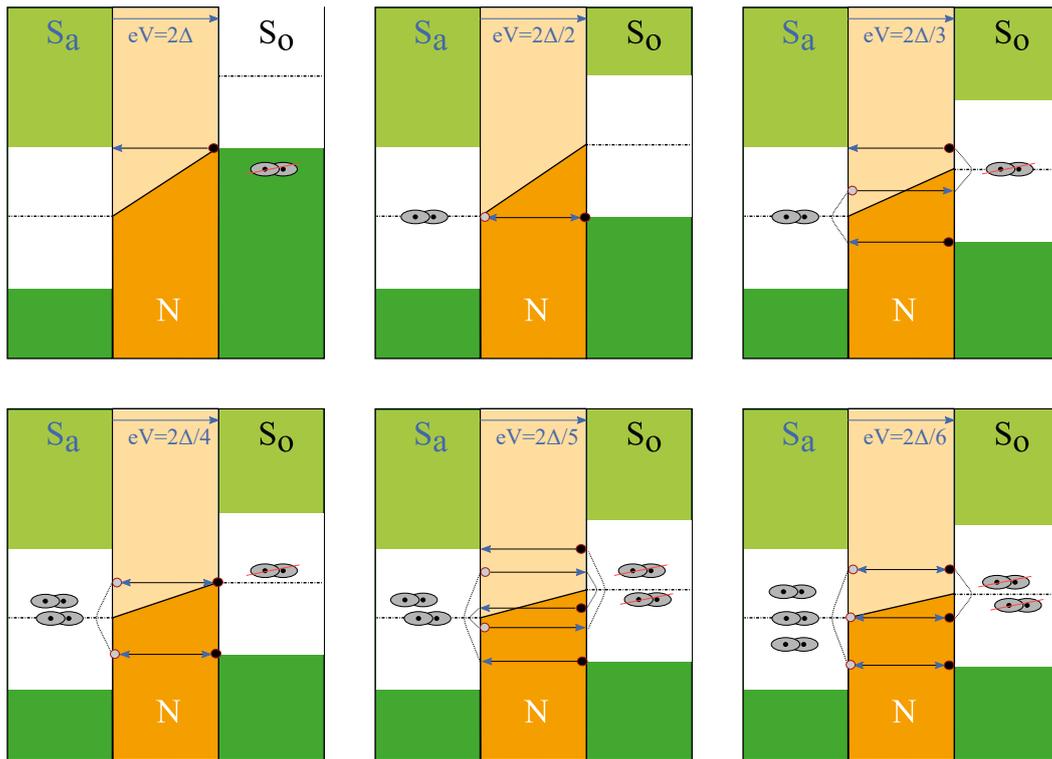


Figure 3.10 – Illustration du mécanisme de réflexions d'Andreev multiples. A chaque traversée de la jonction, la quasi-particule accumule une énergie eV jusqu'à obtenir l'énergie nécessaire pour franchir le gap.

Le mécanisme des réflexions multiples d'Andreev est l'un des principaux processus responsable du transport pour des tensions inférieures au gap dans les jonctions Josephson. Il est à l'origine des structures sous-harmoniques au gap de la Fig.3.9.

Cependant, comme nous l'avons vu dans la section 3.1.2 les paires d'Andreev ne sont plus cohérentes au-delà des longueurs et des énergies caractéristiques du système. Plusieurs

facteurs sont à prendre en compte :

Influence de la transparence des interfaces : En pratique, la transparence des interfaces joue un rôle clé dans ce mécanisme car si la probabilité d'une réflexion d'Andreev est de P alors la probabilité pour une réflexion d'Andreev multiple est alors de P^n . La probabilité d'une réflexion d'Andreev multiple d'ordre élevé est donc faible. Ainsi, plus la transparence des interfaces est grande plus l'amplitude du courant lié aux MARs augmente.

Transport cohérent et incohérent. Le mécanisme des MAR est un processus cohérent en phase lorsque la quasi-particule initiale et celle qui atteint une énergie supérieure au gap sont toujours cohérentes en phase. L'énergie de Thouless est alors le paramètre clé du mécanisme.

Lorsque l'énergie de Thouless est supérieure au gap ($E_{th} > \Delta$), le mécanisme des MAR est alors entièrement cohérent. C'est le cas des jonctions courtes.

Au contraire, si l'énergie de Thouless est inférieure au gap, c'est le cas des jonctions longues, le mécanisme, dans son intégralité, est alors incohérent.

Rôle des chocs inélastiques. Indépendamment de la tension appliquée, la cohérence du processus des MARs est limitée par le temps de cohérence des quasi-particules τ_ϕ . En effet, les quasi-particules restent confinées dans la structure métallique tant que leurs énergies est inférieures au gap, c'est-à-dire le temps de subir $n - 1$ réflexions d'Andreev. Si le temps de confinement est supérieur à τ_ϕ alors la conservation de l'énergie, pour le mécanisme des MAR, est perdue par des chocs inélastiques durant le trajet des quasi-particules dans le métal. Il n'y a alors plus de rupture de pente dans la caractéristique courant-tension. Les structures sous-harmoniques au gap ne sont alors plus observées.

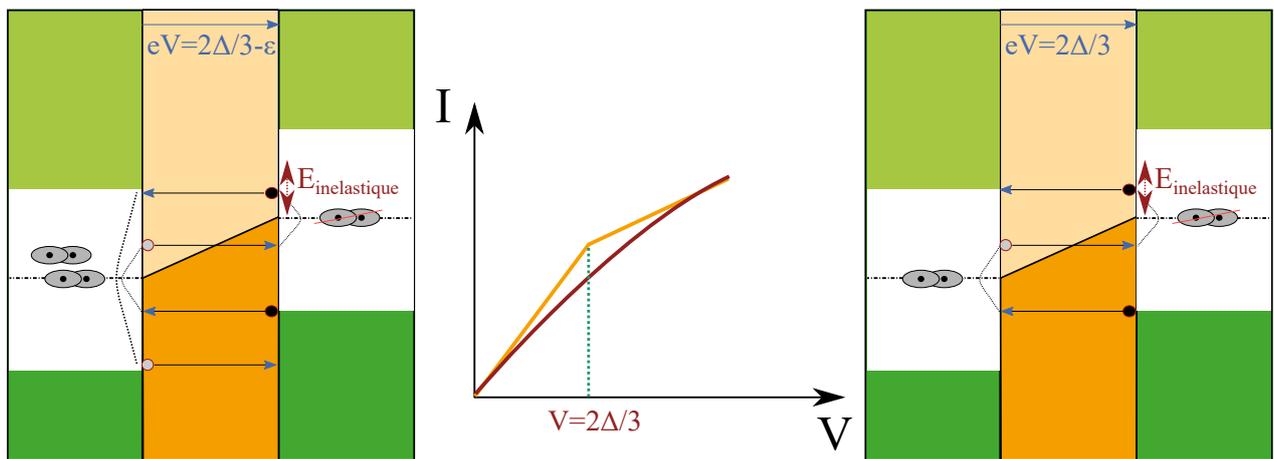


Figure 3.11 – Illustration du mécanisme de réflexion multiples d'Andreev sur la caractéristique courant-tension pour des tensions proches de $V = 2\Delta/3e$ en l'absence et en présence des chocs inélastiques.

3.2.2.3 Courant critique en fonction de la température

Dans une jonction Josephson diffusive longue, la relation courant-phase s'éloigne du cas idéal et ne suit plus une loi purement sinusoïdale. Une forme plus générale de l'effet Josephson

DC peut s'écrire ainsi :

$$I_s = \sum_n [I_n \sin(n\psi) + J_n \cos(n\psi)] \quad (3.32)$$

avec ψ , la différence de phase entre les deux terminaux supraconducteur. Lorsque la symétrie par renversement du sens du temps est maintenue les coefficients J_n disparaissent.

Solution analytique à basse température. Il n'est actuellement pas possible d'obtenir une équation analytique du courant critique pour les basses températures dans une jonction Josephson diffusive longue. Une approche numérique a été étudiée par Wilhelm [27] autour d'un algorithme de résolution des équations d'Usadel. Wilhelm a alors obtenu une loi mathématique décrivant, avec une bonne précision, la dépendance en température du courant critique sous la condition que $k_B T \leq 2.5 E_{Th}$:

$$eR_N I_c(T) = E_{Th} \cdot b \left[1 - 1.3 \exp\left(\frac{-b E_{Th}}{3.2 k_B T}\right) \right] \quad (3.33)$$

avec $b = \frac{eR_N I_c(T=0)}{E_{Th}}$

Solution analytique à haute température. Dans la limite des hautes température, c'est à dire lorsque l'énergie thermique est supérieure à l'énergie de Thouless $k_B T \gg E_{Th}$, les influences mutuelles des deux électrodes supraconductrices deviennent faibles. Cela se traduit par une amplitude du courant des paires de Cooper amoindrie au centre de la jonction. Les équations d'Usadel [18] deviennent linéarisables et le courant critique s'écrit comme la somme des différentes contributions élémentaires associées à chacune des fréquences de Matsubara ω_n [28] :

$$eR_N I_c = 64\pi k_B T \sum_{n=0}^{+\infty} \sqrt{\frac{2\omega_n}{E_{Th}}} \frac{\Delta_o^2 \exp\left(\sqrt{\frac{2\omega_n}{E_{Th}}}\right)}{[\omega_n + \Omega_n + \sqrt{2(\Omega_o^2 + \omega_n \Omega_n)}]^2} \quad (3.34)$$

Avec $\omega_n = \pi k_B T (2n + 1)$, la fréquence de Matsubara à l'ordre n et $\Omega_n = \sqrt{\Delta_o^2 + \omega_n^2}$

3.2.3 Caractéristique courant-tension à température nulle : le modèle R(C)SJ

Le modèle de la Jonction Shuntée par une Résistance et une Capacité (RCSJ) est l'un des plus simple pour décrire les régimes statique et dynamique des jonctions Josephson tunnel [29].

L'idée est de considérer la jonction Josephson tunnel comme étant constituée de trois canaux de conduction en parallèle. Un courant de conduction de quasi-particules $I_N = V/R_n$ à travers la barrière diélectrique, qui agit comme une résistance R . Un autre courant de quasi-particules $I_C = C \cdot dV/dt$ existe par accumulation de charge des deux côtés de la barrière, agissant comme une capacité. Enfin, le dernier est le canal du courant de paires de Cooper I_J modélisé par une jonction Josephson idéale. Ainsi décomposée, nous pouvons traduire la jonction Josephson par son équivalent électrique (voir Fig.3.12).

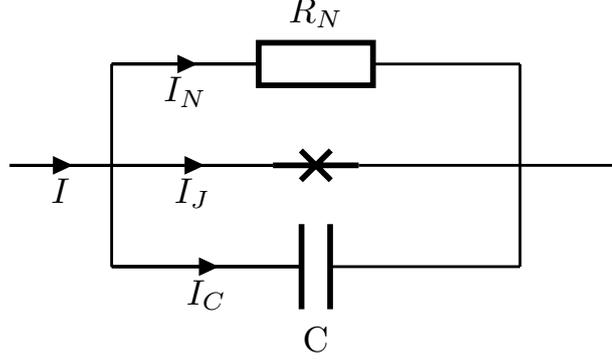


Figure 3.12 – Schéma du modèle RCSJ; la jonction Josephson est représentée comme la juxtaposition d'une résistance, d'une capacitance et d'une jonction Josephson idéalisée.

En considérant les conventions du schéma de la Fig.3.12 on applique la loi des nœuds, on obtient alors la relation suivante :

$$I = I_R + I_C + I_J \quad (3.35)$$

On injecte la première relation de Josephson $I_J = I_c \sin(\phi)$ dans l'équation précédente :

$$I = \frac{V}{R_N} + C \frac{dV}{dt} + I_c \sin(\Phi) \quad (3.36)$$

Dans les jonctions diffusives étudiées dans cette thèse, la capacité C est négligeable en regard des autres termes. En effet, la fabrication par la technique d'évaporation par le masque d'ombrage permet d'éviter toute oxydation de la séparation entre les deux terminaux supraconducteurs. Nous supposons la capacité comme étant nulle. Nous obtenons, alors, le modèle de la Jonction Shuntée par une Résistance(RSJ) :

$$I = \frac{V}{R_N} + I_c \sin(\Phi) \quad (3.37)$$

Pour une tension non nulle, la différence de phase Φ est linéaire en fonction du temps d'après la seconde relation de Josephson ($\dot{\Phi} = 2eV/\hbar$). En intégrant $\dot{\Phi}$, on obtient alors :

$$\phi = \frac{2eVt}{\hbar} + \Phi_0 \quad (3.38)$$

On injecte 3.38 dans l'équation 3.37 :

$$I = \frac{V}{R_N} + I_c \sin\left(\frac{2eVt}{\hbar} + \Phi_0\right) \quad (3.39)$$

On peut ré-écrire la relation précédente avec la phase :

$$I = \frac{1}{R} \frac{\hbar}{2e} \cdot \frac{d\Phi}{dt} + I_c \sin(\Phi) \quad (3.40)$$

Lorsque $I \leq I_c$, la tension aux bornes de la jonction est alors nulle et par conséquent la différence de phase n'est plus fonction du temps. Nous obtenons alors, sous cette condition, l'équation du régime statique :

$$\Phi = \arcsin\left(\frac{I}{I_c}\right) \quad (3.41)$$

Quand $I \geq I_c$ la phase évolue au cours du temps et une tension apparaît à travers la jonction. Réécrivons alors l'équation 3.40 comme suit :

$$\frac{\hbar}{2eR_N} \frac{d\Phi}{I - I_c \sin(\Phi)} = dt \quad (3.42)$$

On définit t_0 , le temps que prend la phase pour augmenter de 2π . Alors en intégrant l'équation entre 0 et t_0 nous obtenons :

$$t_0 = \frac{\hbar}{2eR_N} \frac{2\pi}{\sqrt{I^2 - I_c^2}} \quad (3.43)$$

Prenons la moyenne de la tension $\langle V \rangle$ pendant cette période de temps :

$$\langle V \rangle = \frac{1}{t_0} \int_0^{t_0} V dt \quad (3.44)$$

On injecte alors la deuxième relation de Josephson $V = \frac{\hbar}{2e} \dot{\Phi}$:

$$\langle V \rangle = \frac{\hbar}{2et_0} \int_0^{t_0} \frac{d\Phi}{dt} dt = \frac{2\pi\hbar}{2e} \frac{1}{t_0} \quad (3.45)$$

On insère alors l'équation 3.43 dans 3.45, la relation courant-tension prend la forme :

$$\langle V \rangle = R_N \sqrt{I^2 - I_c^2} \quad (3.46)$$

Ainsi, lorsque $I \geq I_c$, dans une jonction Josephson SNS, le transport du courant est alors assuré par le mécanisme des MARs. Une caractéristique courant-tension typique pour le modèle RSJ est illustrée sur la Fig. 3.13. La jonction transite de l'état normal à l'état supraconducteur lorsque le courant qui la traverse est égal au courant critique $I = I_c$. La transition d'une résistance nulle à la résistance normale de la jonction est particulièrement remarquable dans la résistance différentielle, comme illustré sur la Fig. 3.13.

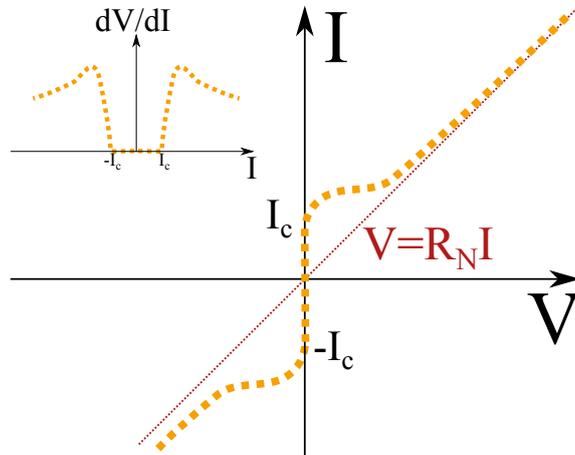


Figure 3.13 – Illustration d'une caractéristique courant-tension obtenue avec le modèle RSJ; en-dessous de I_c , la jonction est dans un état de résistance nulle. Lorsque $I = I_c$, la jonction transite à l'état normal. La réponse dans la résistance différentielle dV/dI est donnée dans l'insert.

3.2.4 Caractéristique courant-tension à température finie : la solution d'Ambegaokar

Le modèle RCSJ décrit précédemment n'est valide qu'à température nulle. Ambegaokar et Halperin [30] ont présenté un calcul prenant en compte les fluctuations de courant dues à la température dans l'effet Josephson DC. Le calcul se présente comme une analogie entre le modèle RCSJ et le mouvement brownien d'une particule soumise à un potentiel non linéaire. Les équations décrivant le mouvement de la particule sont :

$$\begin{cases} \frac{d\Phi}{dt} = \frac{\rho}{M} \\ \frac{d\rho}{dt} = -\frac{dU}{d\Phi} - \eta\rho + L(t) \end{cases} \quad (3.47)$$

La position de la particule Φ correspond à la différence de phase Φ de la jonction Josephson. La masse de la particule M est donnée par $M = (\hbar/2e)^2 C$, avec C la capacitance de la jonction. Le moment de la particule p correspond, dans le modèle RCSJ, à $p = (\hbar C/2e)V$, avec V la tension à travers la jonction. Le facteur d'amortissement η correspond à $\eta = (RC)^{-1}$, avec R la résistance de la jonction. $L(t)$ est une force décrivant un bruit blanc thermique provenant des fluctuations de courants $L(t) = (\hbar/2e)\tilde{L}(t)$. Enfin, le potentiel d'énergie $U(\Phi)$ décrit la relation $U(\Phi) = -\frac{1}{2}\gamma k_B T(x\Phi + \cos(\Phi))$, avec T la température, $\gamma = \hbar I_c(T)/(ek_B T)$ et $x = I/I_c(T)$. I est le courant de polarisation de la jonction et $I_1(T)$ est le super-courant maximum à la température T . Si on réinjecte ces termes dans le couple d'équations 3.47 alors on obtient le modèle RCSJ avec un bruit blanc thermique :

$$\begin{cases} \frac{d\Phi}{dt} = \frac{2eV}{\hbar} \\ \frac{CdV}{dt} = I - I_c(T)\sin(\Phi) - \frac{V}{R} + L(t) \end{cases} \quad (3.48)$$

Dans le régime aperiodique, c'est à dire $RC[2eI_c/(\hbar C)]^{1/2} \ll 1$ et par conséquent le modèle RSJ, Ambegaokar et Halperin ont résolu une équation Smoluchowski¹ à l'état d'équilibre et ont obtenu la tension normalisée $v = \langle V \rangle / (I_c R)$:

$$v(x, \gamma) = \frac{4\pi}{\gamma} \left[\frac{1}{e^{\pi\gamma x} - 1} \left(\int_0^{2\pi} f(\Phi) d\Phi \right) \left(\int_0^{2\pi} \frac{1}{f(\Phi)} d\Phi \right) + \int_0^{2\pi} f(\Phi) \left(\int_{\Phi}^{2\pi} \frac{1}{f(\Phi^o)} d\Phi^o \right) d\Phi \right]^{-1} \quad (3.49)$$

avec $f(\Phi)$ un facteur de Boltzmann donné par la relation suivante :

$$f(\Phi) = \exp\left[-\frac{U(\Phi)}{k_B T}\right] \quad (3.50)$$

L'équation 3.49 se résout facilement en réinjectant le facteur de Boltzmann $f(\Phi)$ et en utilisant la représentation en séries suivante :

$$e^{\pm(\gamma/2)\cos(\Phi)} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} I_k\left(\pm\frac{\gamma}{2}\right) \cos(k\Phi) \quad (3.51)$$

1. Le nom entier est l'équation de coagulation de Smoluchowski. C'est une équation introduite par Marian Smoluchowski en 1916 décrivant des phénomènes de coalescence, de fragmentation, la coagulation sanguine et aussi la jonction Josephson !

avec I_k , la fonction de Bessel modifiée à l'ordre réel k .

On obtient alors l'équation réduite :

$$v(x, \gamma) = \frac{1}{\gamma^2 x} \left[\sum_{k=-\infty}^{+\infty} (-1)^k \frac{I_k^2\left(\frac{\gamma}{2}\right)}{\gamma^2 x^2 + 4k^2} \right]^{-1} \quad (3.52)$$

Il suffit alors de restreindre la somme à $k \in (-100, 100)$ et nous avons alors une très bonne approximation de $v(x, \gamma)$. On calcule la contribution du courant supraconducteur avec la relation :

$$\frac{I_s}{I_c} = I - \frac{V}{RI_c} \quad (3.53)$$

Les comportements de v , $\frac{dv}{dx}$ et $\frac{I_s}{I_c}$ pour différentes valeurs de γ ($\approx T^{-1}$) sont présentés sur la Fig.3.14. On note la parfaite symétrie par rapport à $I/I_c = 0$ pour le cas de la résistance différentielle.

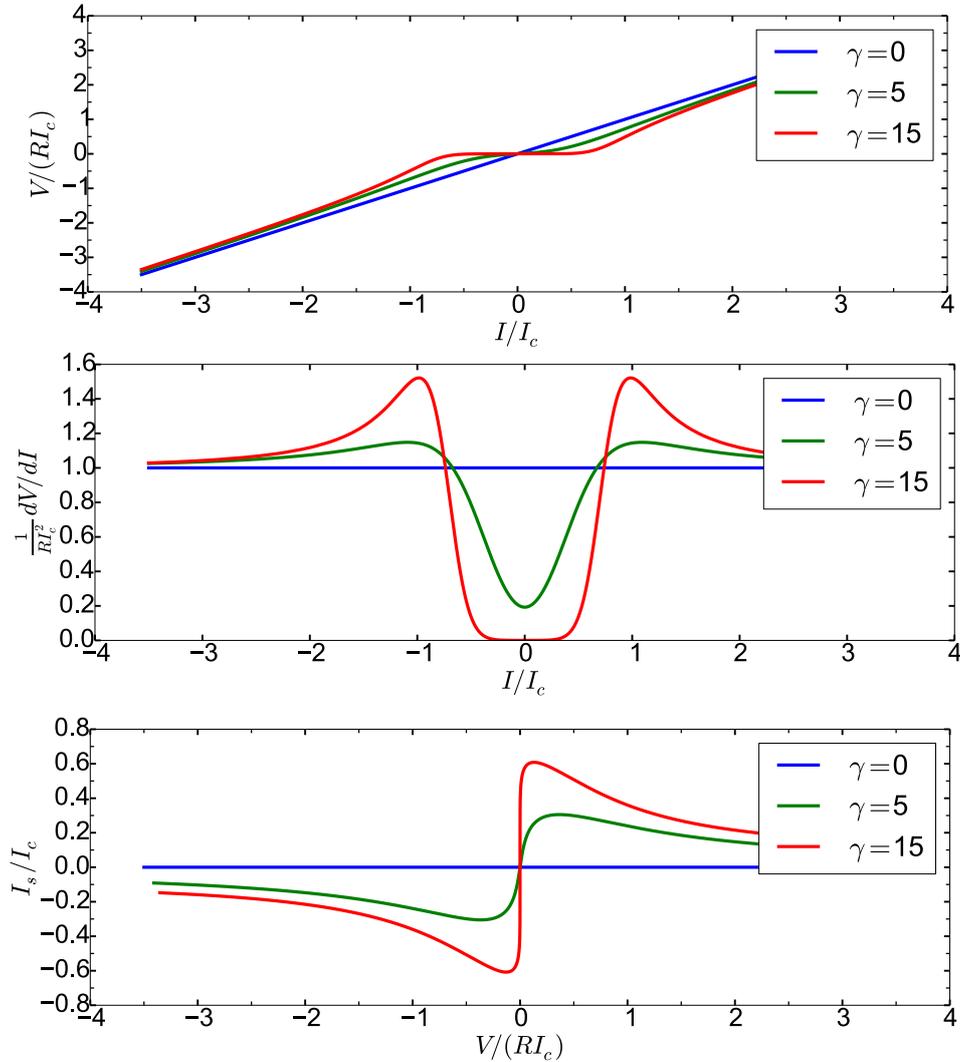


Figure 3.14 – En haut, la caractéristique courant-tension, obtenue par la solution d’Ambegaokar, d’une jonction Josephson, polarisée en courant, pour différentes valeurs de γ . Au milieu, la résistance différentielle. En bas, le super-courant calculé d’après le modèle explicité dans le texte.

3.2.5 Effet d'une micro-onde sur une jonction Josephson

Lorsque une jonction Josephson est irradiée par une radiation de fréquence ω_{RF} , le courant de paires de Cooper traversant la jonction tend à se synchroniser avec cette micro-onde. Cette synchronisation apparaît, dans la caractéristique courant-tension de la jonction Josephson, par l'apparition de marches en tension pour des multiples entiers de $V = \frac{\hbar}{2e}\omega_{RF}$. Ces marches sont appelées **marches de Shapiro**. Cette relation tension-fréquence a été observée comme indépendante de toutes conditions expérimentales (température, courant de polarisation, matériaux des jonctions)[31].

Nous allons ici étudier le cas d'une jonction Josephson idéale polarisée en tension et irradiée par une tension d'amplitude V_{RF} et de pulsation ω_{RF} dans le cadre du modèle RSJ. La tension aux bornes de la jonction Josephson s'écrit alors comme suit :

$$V = V_o + V_{RF}\cos(\omega_{RF}t) \quad (3.54)$$

avec V_o la tension continue appliquée à la jonction. En intégrant la seconde relation de Josephson on obtient :

$$\Phi = \Phi_o + \frac{2e}{\hbar}V_o t + \frac{2e}{\hbar}\frac{V_{RF}}{\omega_{RF}}\sin(\omega_{RF}t) \quad (3.55)$$

avec ϕ_o une constante d'intégration correspondant à la différence des phases à l'origine des deux terminaux supraconducteurs. Nous insérons 3.55 dans la première relation de Josephson, le courant de paires de Cooper I_s suit alors l'équation suivante :

$$I_s = I_c \sin(\Phi) = I_c \text{Im}[\exp(i(\Phi_o + \frac{2e}{\hbar}V_o t + \frac{2e}{\hbar\omega_{RF}}V_{RF}\sin(\omega_{RF}t)))] \quad (3.56)$$

$$= I_c \text{Im}[\exp(i\Phi_o) \cdot \exp(i\frac{2e}{\hbar}V_o t) \cdot \exp(i\frac{2e}{\hbar\omega_{RF}}V_{RF}\sin(\omega_{RF}t))] \quad (3.57)$$

Or tout terme de la forme $\exp(iz\sin(\alpha))$ peut s'écrire comme une somme de fonctions de Bessel :

$$\exp(iz\sin(\alpha)) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} (-1)^k J_k(z)\exp(-ik\alpha) \quad (3.58)$$

On définit les termes suivant afin de simplifier le calcul $z = \frac{2eV_{RF}}{\hbar\omega_{RF}}$, $\alpha = \omega_{RF}t$ et $\omega_j = \frac{2e}{\hbar}$. En utilisant la relation 3.58 dans 3.57 on obtient :

$$I_s = I_c \text{Im}[\exp(i\Phi_o) \cdot \exp(i\omega_j V_o t) \cdot \sum_{k=-\infty}^{+\infty} (-1)^k J_k(z)\exp(-ik\alpha)] \quad (3.59)$$

$$= I_c \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \text{Im}[(-1)^k J_k(z)\exp(i(\Phi_o + \omega_j V_o t - k\alpha))] \quad (3.60)$$

$$= I_c \sum_{k=-\infty}^{+\infty} (-1)^k J_k(z)\sin(\Phi_o + \omega_j V_o t - k\alpha) \quad (3.61)$$

En réinjectant les expressions de ω_j , z et α défini précédemment dans 3.61, nous obtenons le courant I_s sous la forme :

$$I_s = I_c \sum_{k=-\infty}^{\infty} (-1)^k J_k(\frac{2eV_{RF}}{\hbar\omega_{RF}})\sin(\Phi_o + [\frac{2e}{\hbar}V_o - k\omega_{RF}]t) \quad (3.62)$$

Dans la plupart des cas le courant I_s ne contribue pas au courant continu ($\langle I_s \rangle = 0$) excepté pour des valeurs spécifiques de la tension de polarisation V_o :

$$V_o = k \frac{\hbar}{2e} \omega_{RF}, \quad k \in \mathbb{Z} \quad (3.63)$$

Pour ces valeurs de tension de polarisation, il apparaît une contribution au courant continu ayant pour origine le courant de paires de Cooper. Le courant traversant la jonction devient alors :

$$I_k = I_N + I_S = \frac{V_0}{R_N} + (-1)^k I_c J_k \left(\frac{2eV_{RF}}{\hbar\omega_{RF}} \right) \sin(\Phi_0) \quad (3.64)$$

Si le potentiel V_0 est très proche de $k \frac{\hbar}{2e} \omega_{RF}$ (avec $k \in \mathbb{Z}$) alors le courant oscille légèrement avec une amplitude maximale donnée par l'équation 3.64 avec $\phi_0 = \frac{\pi}{2}$, c'est à dire $I_N + I_c J_k \left(\frac{2eV_{RF}}{\hbar\omega_{RF}} \right)$.

L'application d'une radiation micro-onde sur la jonction Josephson se traduit par des anomalies prenant la forme d'un escalier dans la caractéristique courant-tension de la jonction (voir Fig.3.15).

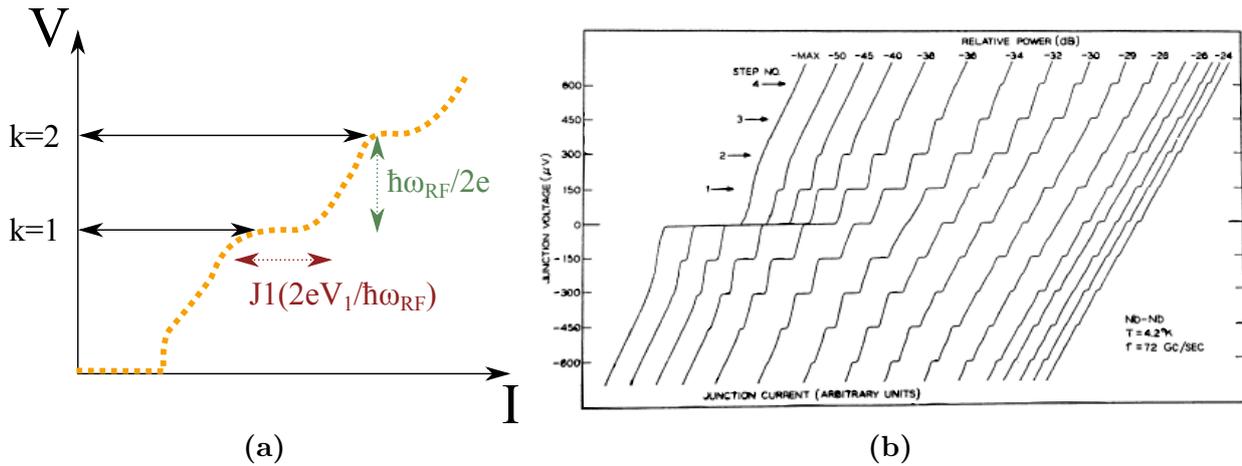


Figure 3.15 – Illustration et mesure expérimentale[32] de la caractéristique courant-tension pour une jonction Josephson polarisée en courant sous irradiation micro-onde.

Dans le cadre d'une jonction Josephson polarisée en courant, la résolution du problème ne peut que se faire numériquement. Cependant, les marches de Shapiro suivent la même description qu'une jonction polarisée en tension.

Marches de Shapiro dans les jonctions tunnel L'effet d'une micro-onde sur une jonction Josephson a été proposé dans l'article de Josephson[4] comme une approche expérimentale pour révéler le courant AC généré par la jonction. La première expérience fût réalisée dans une jonction tunnel composée de deux électrodes supraconductrices en aluminium séparées par une mince barrière d'oxyde, par Shapiro en 1963[33].

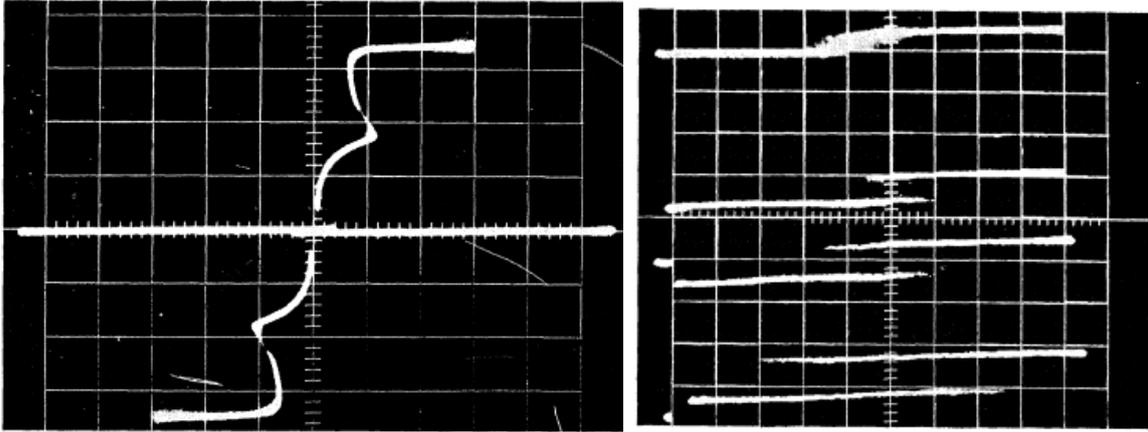


Figure 3.16 – À gauche, caractéristique courant-tension obtenue pour une jonction Josephson tunnel sans irradiation micro-onde. À droite, caractéristique courant-tension de la même jonction Josephson avec une irradiation micro-onde. La figure de droite est un agrandissement de la zone proche de l'origine $(I, V) = (0, 0)$. Reproduit depuis [33].

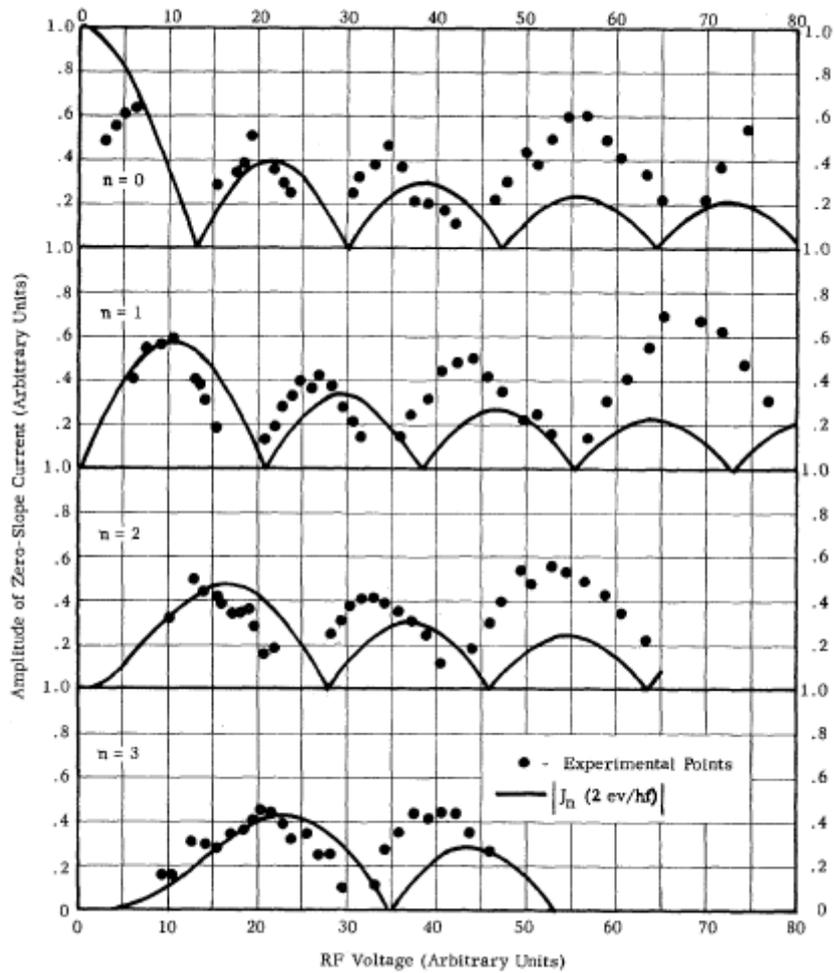


Figure 3.17 – Amplitudes des marches de Shapiro en fonction de la puissance RF injectée. Reproduit depuis [33].

Marches de Shapiro dans les jonctions à contact atomique. Des expériences de Shapiro ont été menées dans des jonctions Josephson à contact atomique[34] dans le but de tester la prédiction de la relation courant phase dans une jonction avec un seul canal de conduction de transmission τ . Ainsi, dans les jonctions Josephson à contact atomique, le super-courant doit être porté par deux états liés d'Andreev E_+ et E_- portant des courants I_+ et I_- opposés. La relation courant-phase doit donc suivre la relation suivante :

$$I_{\pm}(\Phi, \tau) = \frac{1}{\phi_0} \frac{\delta E_{\pm}}{\delta \Phi} = \mp \frac{e\Delta}{2\hbar} \frac{\tau \sin(\Phi)}{\sqrt{1 - \tau \sin(\Phi/2)^2}} \quad (3.65)$$

L'équation précédente montre, voir la Fig.3.18, que lorsque la transmission du canal est proche de 1, la relation courant-phase de la jonction Josephson dévie du cas idéal. L'apparition de marches Shapiro fractionnaires dans la caractéristique courant-tension, voir Fig.3.19, dans ces systèmes est une signature claire d'une relation courant-phase non sinusoïdale,

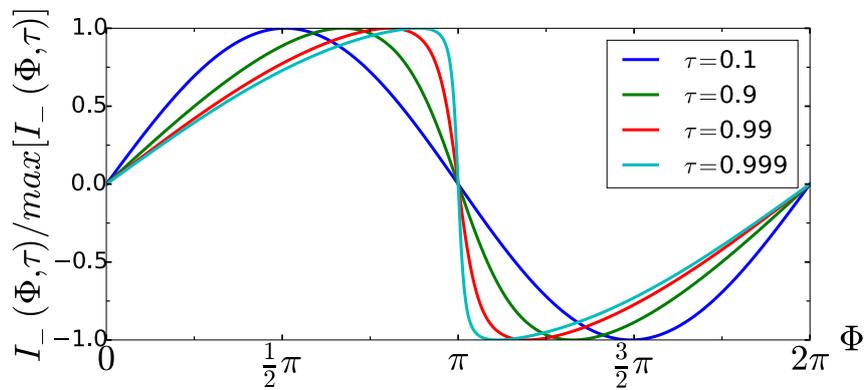


Figure 3.18 – Relation courant-phase attendue dans une jonction Josephson à contact atomique pour différentes transparences.

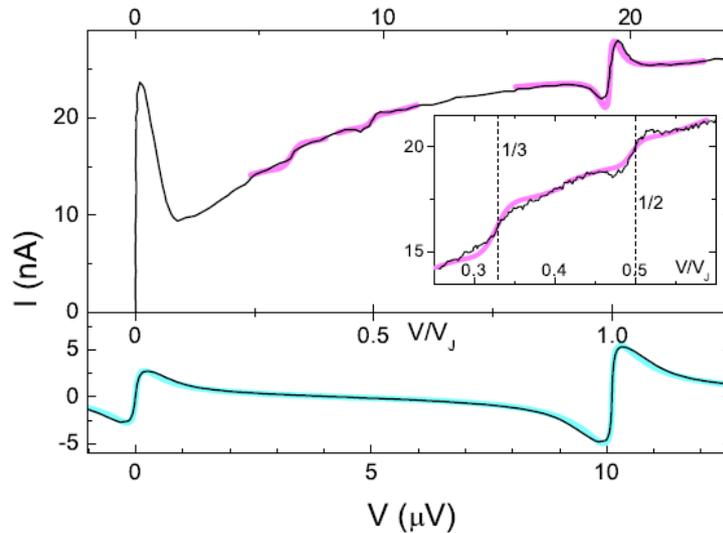


Figure 3.19 – Caractéristiques courant-tension pour deux différentes jonctions Josephson à contact atomique sous irradiation micro-onde de 4.892 GHz. L'axe du milieu correspond à la tension normalisée par la tension de Josephson $V_J = 2e/\hbar\omega_{RF}$. Les lignes colorées correspondent aux prédictions attendues pour ces jonctions. Des marches de Shapiro fractionnaires sont mises en évidence dans l'insert. Reproduit depuis [34].

Marches de Shapiro dans les jonctions Josephson à isolant topologique. Les marches de Shapiro ont été aussi observées, voir Fig.3.20 dans des jonctions à isolants topologique[35], dont les électrodes supraconductrices sont en Nb et la jonction en Bi_2Te_3 , démontrant ainsi la présence d'un super-courant dans ces systèmes.

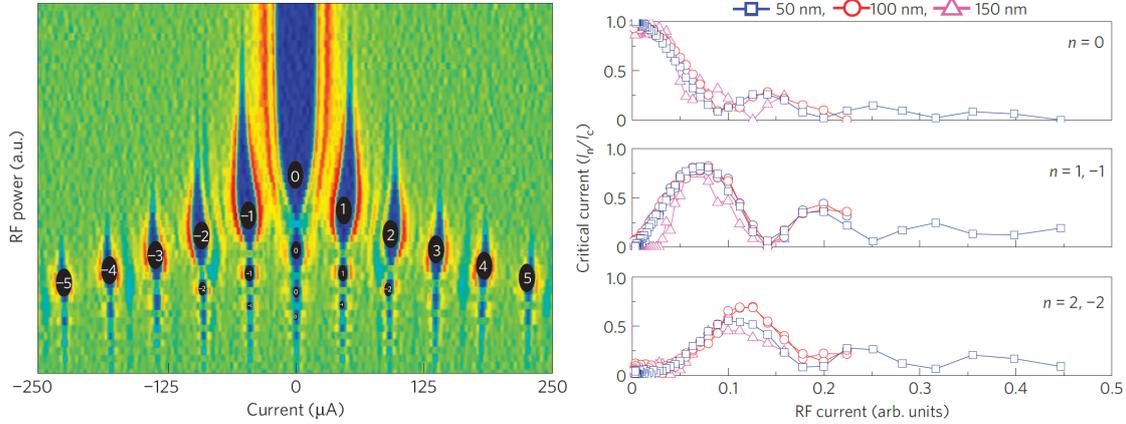


Figure 3.20 – À gauche, résistance différentielle, d'une jonction Josephson en Nb – Bi_2Te_3 – Nb sous irradiation micro-onde de 10GHz, tracée sur une échelle de couleur en fonction du courant de polarisation et la puissance de l'excitation micro-onde. À droite, dépendance en puissance du courant critique normalisé et des premières marches de Shapiro. Reproduit depuis [35].

Marches de Shapiro dans les jonctions Josephson ferromagnétiques. La description de la relation courant-phase avec une seule harmonique est normalement adéquate pour la description des propriétés des jonctions Josephson. Cependant, dans le cas d'une jonction SFS ou SIFS montre lors de la transition $0 - \pi$ que la première harmonique disparaît pour ne laisser place à la seconde harmonique, avec une amplitude négative I_{c2} . Ainsi, la relation courant-phase pour ce type de jonction s'écrit :

$$I_s(\Phi) = I_{c1} \sin(\Phi) + I_{c2} \sin(2\Phi) \quad (3.66)$$

Les expériences de Shapiro, en permettant de sonder la relation courant-phase, permet ainsi de révéler cette seconde harmonique en révélant des marches demi-entières, voir Fig.3.21.

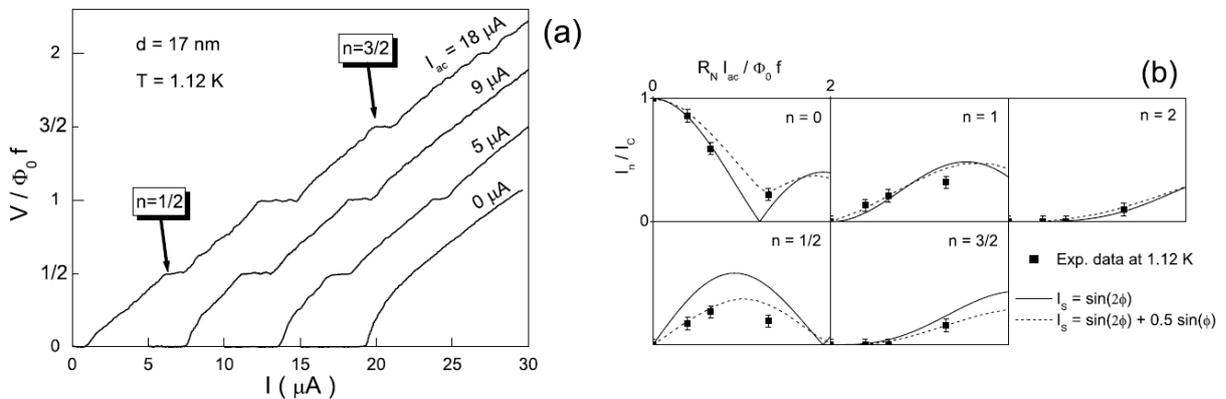


Figure 3.21 – Marche de Shapiro dans la caractéristique courant-tension d'une jonction Josephson ferromagnétique de 17 nm de long en Nb-CuNI-Nb sous irradiation micro-onde de 800 kHz. Des marches demi-entières apparaissent. Reproduit depuis [36].

Marches de Shapiro demi-entières. Les marches de Shapiro fractionnaires, c'est à dire lorsque k dans la relation 3.63 n'est plus un entier, ont été observées dans différents types de jonctions. L'origine précise de ces marches fractionnaires n'a pas encore été élucidée et plusieurs mécanismes ont été proposés pour les expliquer.

Les marches de Shapiro demi-entières peuvent correspondre à la contribution de la seconde harmonique $I_c \sin(2\phi)$. Physiquement, $I_c \sin(2\phi)$ correspond au transfert de deux paires de Cooper simultanément.

Cependant, il a été montré que pour des jonctions Josephson SNS propres des marches de Shapiro demi-entières peuvent provenir d'un mécanisme de blocage de phase des quasi-particules ([27] et [37]). Cet effet hors équilibre ne peut être distingué d'un terme $I_c \sin(2\phi)$. Une synchronisation entre le courant de paires de Cooper et l'écoulement des vortex[38] mais aussi des effets hors équilibres [21] peuvent aussi conduire à l'apparition de ces marches fractionnaires.

Dans le cas des jonctions ferromagnétiques, l'observation des marches de Shapiro demi-entières dans une fenêtre de température très réduite autour de la température de transition de la jonction 0 à la jonction π n'est pas une signature claire de cette relation courant-phase[39].

3.2.6 Les interférences quantiques

3.2.6.1 Quantification du flux magnétique à travers une boucle supraconductrice

Considérons une boucle supraconductrice à une température inférieure à T_c . La fonction d'onde d'un supraconducteur est la même en tout point de l'anneau : la différence de phase Φ autour d'une boucle fermée doit être un multiple entier de 2π :

$$\Phi = 2n\pi \quad (3.67)$$

L'effet Aharonov–Bohm magnétique¹ implique que cette différence de phase soit proportionnelle au flux magnétique ϕ traversant l'anneau. Ainsi, nous avons :

$$\Phi = \frac{2e}{\hbar}\phi = \frac{2\pi\phi}{\phi_0} \quad (3.68)$$

Avec $\phi_0 = \frac{2e}{\hbar}$ le quantum de flux. En utilisant les deux précédentes équations, nous obtenons la quantification du flux magnétique à travers la boucle supraconductrice :

$$\phi = n\phi_0 \quad (3.69)$$

3.2.6.2 Principe de fonctionnement d'un SQUID continu

Les SQUIDs (Superconducting Quantum Interference Devices) sont des magnétomètres supraconducteurs constitués d'un anneau supraconducteur interrompu par une jonction Josephson (SQUID radiofréquence) ou par deux jonctions Josephson (SQUID continu), illustrée par la Fig.3.22. Comme nous n'utilisons dans cette thèse que des SQUIDs continus, une présentation simplifiée en sera faite ici.

1. Le quantum de flux dans une boucle supraconducteur a été, en fait, prédit par F. London en 1948 depuis un modèle phénoménologique.

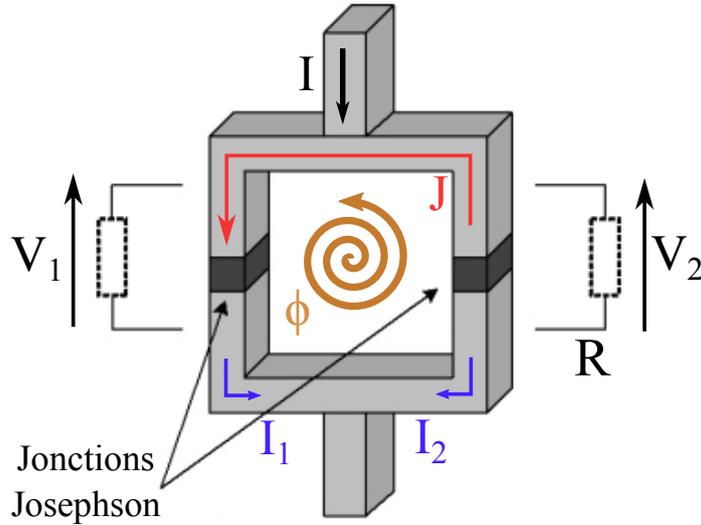


Figure 3.22 – Schéma d'un SQUID continu, constitué de deux jonctions Josephson identiques, soumis à un flux magnétique ϕ et polarisée par un courant I

Afin de donner une première explication du fonctionnement, considérons que le SQUID est soumis à un flux magnétique $\phi_B = n\phi_0$. La quantification du flux à travers l'anneau est donc respectée et permet de prédire sous ces conditions qu'il n'existe pas de courant permanent circulant autour de l'anneau ; le courant de polarisation I se répartit donc de part et d'autre de la boucle de façon équilibré. Maintenant si ϕ_B devient différent de $n\phi_0$, alors un courant permanent J circule autour de la boucle pour limiter l'augmentation de flux subie par le supraconducteur ; renforçant le courant d'une jonction au détriment de la seconde.

Les équations du modèle RSJ pour un anneau supraconducteur comprenant deux jonctions Josephson identiques de résistance R et de courant critique I_c et en suivant les conventions de la Fig.3.22, nous donne le couple de relation suivant :

$$\begin{cases} I_1 = \frac{I}{2} - J = I_c \sin(\Phi_1) + \frac{\hbar \dot{\Phi}_1}{2Re} \\ I_2 = \frac{I}{2} + J = I_c \sin(\Phi_2) + \frac{\hbar \dot{\Phi}_2}{2Re} \end{cases} \quad (3.70)$$

Le terme $\dot{\Phi}_1$ ($\dot{\Phi}_2$) est, d'après la seconde relation de Josephson, fonction de la tensions V_1 (V_2). Ces tensions V_1 et V_2 possèdent des contributions hautes fréquences. Pour simplifier le calcul, nous nous occuperons que de la solution statique. Nous supprimons, ainsi, les termes $\dot{\Phi}_1$ et $\dot{\Phi}_2$. On obtient donc la relation entre le courant I et les différences de phases Φ_1 et Φ_2 :

$$I = I_c (\sin(\Phi_2) + \sin(\Phi_1)) = I_c \sin\left(\frac{\Phi_2 + \Phi_1}{2}\right) \cos\left(\frac{\Phi_2 - \Phi_1}{2}\right) \quad (3.71)$$

Le flux magnétique d'écrantage ϕ_J s'exprime avec L l'inductance de la boucle supraconductrice : $\phi_J = LJ$. Le flux ϕ est alors obtenu en prenant la différence entre le flux appliqué ϕ_a et le flux d'écrantage :

$$\phi = \phi_a - \phi_J = \phi_a - LJ \quad (3.72)$$

On suppose que l'inductance de la boucle supraconductrice est négligeable et on obtient alors $\phi = \phi_a$. Ainsi, en réinjectant cette expression dans l'équation 3.68 on obtient le résultat suivant :

$$\Phi_1 - \Phi_2 = \frac{2\pi\phi}{\phi_0} = \frac{2\pi\phi_a}{\phi_0} \quad (3.73)$$

La relation avec le courant I et les différences de phases Φ_1 et Φ_2 s'exprime alors :

$$I = 2I_o \sin\left(\frac{\Phi_2 + \Phi_1}{2}\right) \cos\left(\frac{\pi\phi_a}{\phi_0}\right) \quad (3.74)$$

Le maximum de courant I_c^{squid} du SQUID est alors obtenu pour $\sin\left(\frac{\Phi_2 + \Phi_1}{2}\right) = \pm 1$.

$$I_c^{squid} = 2I_c \left| \cos\left(\frac{\pi\phi_a}{\phi_0}\right) \right| \quad (3.75)$$

Dans le cas des courants identiques et une faible inductance, le courant critique est modulé entre $2I_o$ et 0.

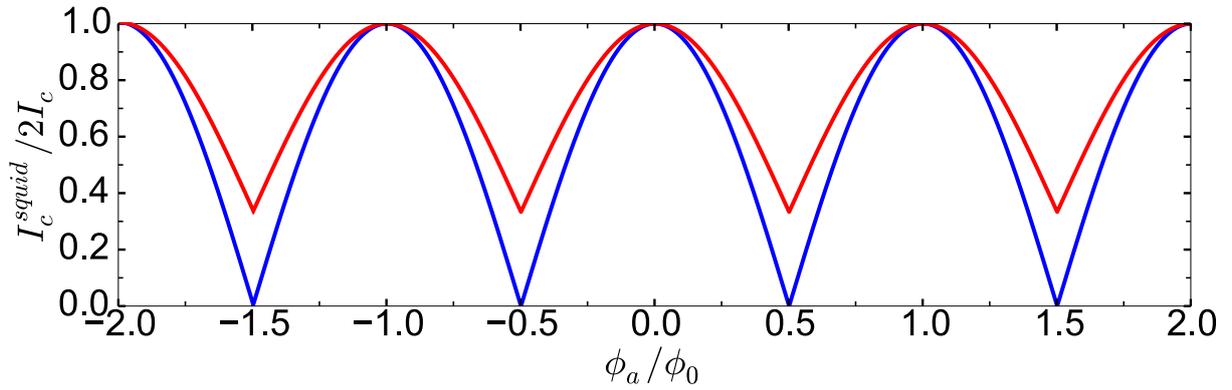


Figure 3.23 – Courant critique d'un SQUID DC en fonction du flux appliqué. La courbe bleue est un cas idéal explicité dans le texte et la courbe rouge décrit le comportement d'un SQUID DC dont l'écrantage ϕ_J n'est plus négligeable.

Chapitre 4

Transport dans les hétérostructures à trois terminaux

4.1 Mécanismes de synchronisation de deux jonctions Josephson

En 1665, Christian Huygens a observé un fait étrange : les mouvements de pendules d'une horloge dans une même pièce deviennent synchrones au bout d'un certain temps et cela quelle que soit leur position de départ. Ce phénomène longtemps mystérieux a donné lieu à travers les âges à de nombreuses théories plus ou moins obscures, notamment la synchronisation de l'être et du cosmos. Néanmoins, dans l'expérience de Huygens ses fameuses pendules sont synchronisées en opposition de phase ce qui semble indiquer d'après ces mêmes théories que l'être est en anti-phase avec l'univers. Loin des textes Vêda et d'un point de vue profane, cette synchronisation s'explique par le fait que chaque mouvement des pendules entraîne soit un léger souffle d'air ou soit des vibrations devenant ainsi le médium de l'interaction entre les pendules. Au bout d'un certain temps les pendules finissent synchronisées en opposition de phase.

Il faut noter que le célèbre physicien hollandais pensait déjà que ce phénomène résultait des « imperceptibles mouvements de l'ensemble de l'horloge ».

Dans le cas des jonctions Josephson ; chaque jonction d'un réseau peut être vu comme une des pendules de l'horloge. Ainsi, des processus de synchronisation en phase et en tension ([40]-[41]-[42]-[43]), apparaissent lorsque des jonctions Josephson sont mises en réseau. Par exemple, nous avons déjà étudié le SQUID DC dans la section 3.2.6.2, qui provient de la mise en parallèle de deux jonctions Josephson[44]. Les réseaux en série de SQUIDs sont couramment utilisés pour augmenter l'amplitude des effets jusqu'à un niveau détectable par une instrumentation classique ([45]-[46]).

4.1.1 Modèle RSJ de deux jonctions couplées par une impédance extérieure

Nous reprenons, dans cette partie, le modèle RSJ développé par Nerenberg[47]. Le circuit électronique, schématisé sur la Fig.4.1 est composé d'une paire de jonctions Josephson avec des courants critiques I_{c1} et I_{c2} , des différences de phases Φ_1 et Φ_2 et des résistances R_1 et R_2 . Le système est shunté par une impédance R_s . Nous supposons que les relations courant-phases des deux jonctions soient bien sinusoïdales.

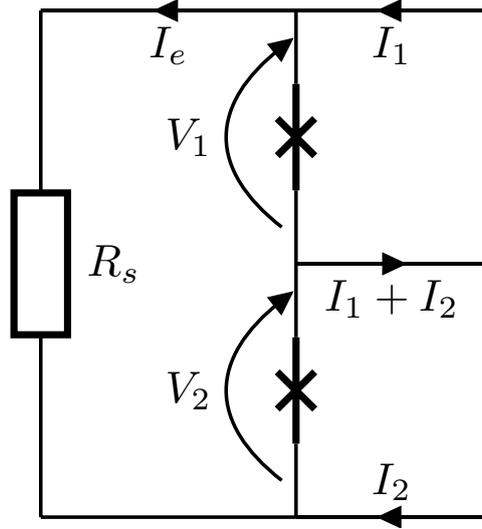


Figure 4.1 – Représentation schématique d'un circuit comportant deux jonctions Josephson couplées par une résistance de shunt R_s .

En appliquant les lois de Kirchoff[48] on obtient le couple d'équation suivant :

$$\begin{cases} \frac{d\Phi_1}{dt} = \frac{2e}{\hbar} R_1 \left[\frac{R_2 + R_s}{R_1 + R_2 + R_s} (I_1 - I_{c1} \sin(\Phi_1)) + \frac{R_2}{R_1 + R_2 + R_s} (I_2 - I_{c2} \sin(\Phi_2)) \right] \\ \frac{d\Phi_2}{dt} = \frac{2e}{\hbar} R_2 \left[\frac{R_1 + R_s}{R_1 + R_2 + R_s} (I_2 - I_{c2} \sin(\Phi_2)) + \frac{R_1}{R_1 + R_2 + R_s} (I_1 - I_{c1} \sin(\Phi_1)) \right] \end{cases} \quad (4.1)$$

Le modèle de Nerenberg[47] est retrouvé en considérant que la réactance de R_s est nulle. Une approche par un calcul des perturbations pour résoudre le problème de deux jonctions Josephson couplées montre qu'il peut exister des phénomènes de synchronisations des tensions V_1 et V_2 dans ces systèmes. On retrouve le même résultat avec une simulation directe des équations, voir Fig.4.2. Un traitement avec des fluctuations thermiques a été fait par Ambegaokar[49]. Une synthèse des modèles sur les jonctions en réseau a été proposée par Likharev et Dai ([50]-[51]).

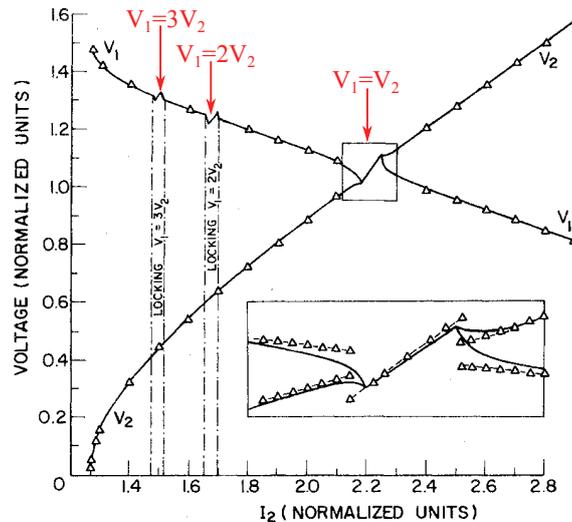


Figure 4.2 – Comparaison des caractéristiques courant-tensions, normalisées, des deux jonctions Josephson. Les synchronisations en tensions sont marquées par une flèche rouge. L'insert est un agrandissement de la zone entourée. Reproduit depuis [47]

4.1.2 Synchronisation par couplage des courants de quasi-particules

Dans une jonction Josephson polarisée en courant, l'oscillation du super-courant implique un contre-courant de même fréquence porté par les quasi-particules. Ces quasi-particules diffusent alors vers les électrodes supraconductrices sur une longueur de propagation λ_q , appelée la longueur de déséquilibre de charge, voir Fig.4.3. Si deux jonctions Josephson sont situées à une distance de l'ordre de λ_q , les courants de quasi-particules des deux jonctions vont interagir entre eux et possiblement résulter à la situation où les phases des jonctions sont synchronisées. Pour des jonctions Josephson à base d'aluminium et de cuivre, une longueur de déséquilibre de charge de l'ordre de $5\mu\text{m}$ a été observée [52].

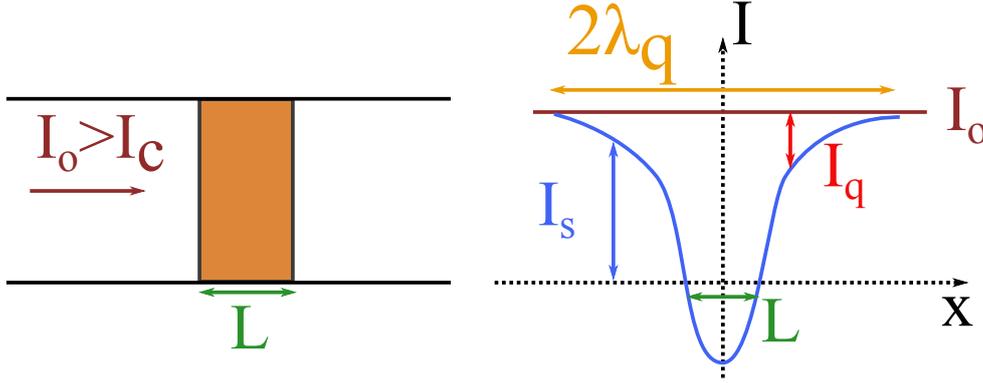


Figure 4.3 – À gauche, illustration d'une jonction Josephson à lien faible de longueur L traversée par un courant $I_o > I_c$. À droite, comme le courant traversant la jonction est imposé, un courant de quasi-particules I_q de même fréquence que le super-courant I_s est injecté sur une longueur λ_q .

Schématiquement, les quasi-particules générées par une des jonctions pénètrent dans l'autre jonction, générant un courant de quasi-particules I_q ce qui conduit à la génération d'un super-courant de même amplitude et de même fréquence mais de direction opposée.

Nous introduirons la démarche de Jullie[53] afin d'expliquer ce phénomène. Ainsi, nous utiliserons le modèle RSJ, présentée dans la section 3.37, avec deux jonctions Josephson, avec des courants critiques I_{c1} et I_{c2} et des phases Φ_1 et Φ_2 , en série en introduisant le nouveau terme de courant I_{q1} (I_{q2}) correspondant aux quasi-particules générées par la jonction 1 et injectées dans la jonction 2. Nous obtenons, alors, le couple d'équations :

$$\begin{cases} \frac{d\Phi_1}{dt} = \frac{2e}{\hbar} R_1^* (I_1 - I_{c1} \sin(\Phi_1) + I_{q2}) \\ \frac{d\Phi_2}{dt} = \frac{2e}{\hbar} R_2^* (I_2 - I_{c2} \sin(\Phi_2) + I_{q1}) \end{cases} \quad (4.2)$$

avec R_1^* et R_2^* les résistances des deux jonctions. Les deux jonctions sont polarisées en courant. Les quasi-particules I_{q1}^{tot} et I_{q2}^{tot} générées par les jonctions 1 et 2 sont données par :

$$\begin{cases} I_{q1}^{tot} = I_1 - I_{c1} \sin(\Phi_1) + I_{q2} \\ I_{q2}^{tot} = I_2 - I_{c2} \sin(\Phi_2) + I_{q1} \end{cases} \quad (4.3)$$

On note α_1 (α_2), la fraction du courant I_{q2}^{tot} (I_{q1}^{tot}) injectée en dans la jonction 1. On a alors les relations suivantes :

$$\begin{cases} I_{q1} = \alpha_2 I_{q2}^{tot} = \alpha_2 (I_2 - I_{c2} \sin(\Phi_2) + I_{q1}) \\ I_{q2} = \alpha_1 I_{q1}^{tot} = \alpha_1 (I_1 - I_{c1} \sin(\Phi_1) + I_{q2}) \end{cases} \quad (4.4)$$

En substituant les expressions de I_{q1} et I_{q2} et les injectant dans 4.3 en supposant des couplages suffisamment faibles alors :

$$\begin{cases} \frac{d\Phi_1}{dt} = \frac{2e}{\hbar} R_1 [I_1 - I_{c1} \sin(\Phi_1) + \alpha_1 (I_2 - I_{c2} \sin(\Phi_2))] \\ \frac{d\Phi_2}{dt} = \frac{2e}{\hbar} R_2 [I_2 - I_{c2} \sin(\Phi_2) + \alpha_2 (I_1 - I_{c1} \sin(\Phi_1))] \end{cases} \quad (4.5)$$

Nous retrouvons le couple d'équations obtenue avec le modèle de Nerenberg 4.1 en substituant $\alpha_1 = \frac{R_2}{R_s + R_2}$, $\alpha_2 = \frac{R_1}{R_s + R_1}$, $R_1^* = \frac{R_1(R_2 + R_s)}{R_1 + R_2 + R_s}$ et $R_2^* = \frac{R_2(R_1 + R_s)}{R_1 + R_2 + R_s}$. Ce modèle est équivalent à un système de deux jonctions Josephson shuntées par une résistance R_s , présenté sur la Fig.4.1. Les facteurs α_1 et α_2 dépendent de la longueur de déséquilibre de charge α_q . Ainsi, α_q est analogue à la résistance R_s du modèle de Nerenberg[47]. Des phénomènes de synchronisation des tensions sont donc attendues dans ces systèmes.

Dans les expériences menées par Jillic [53], une synchronisation des tensions est visible pour $V_1 = V_2$, voir Fig.4.4, ainsi que pour $2V_1 = V_2$ et $3V_1 = V_2$. Ces phénomènes sont présents sur une faible fenêtre de température. En dessous de $T/T_c = 0.90$, avec T_c la température critique de la jonction, le couplage entre les jonctions s'atténue très rapidement. La synchronisation existe encore pour des tensions de l'ordre de $70\mu V$ mais elle est fortement réduite à partir de $35\mu V$. Des marches de Shapiro ont été observées jusqu'à $200\mu V$ dans ces échantillons.

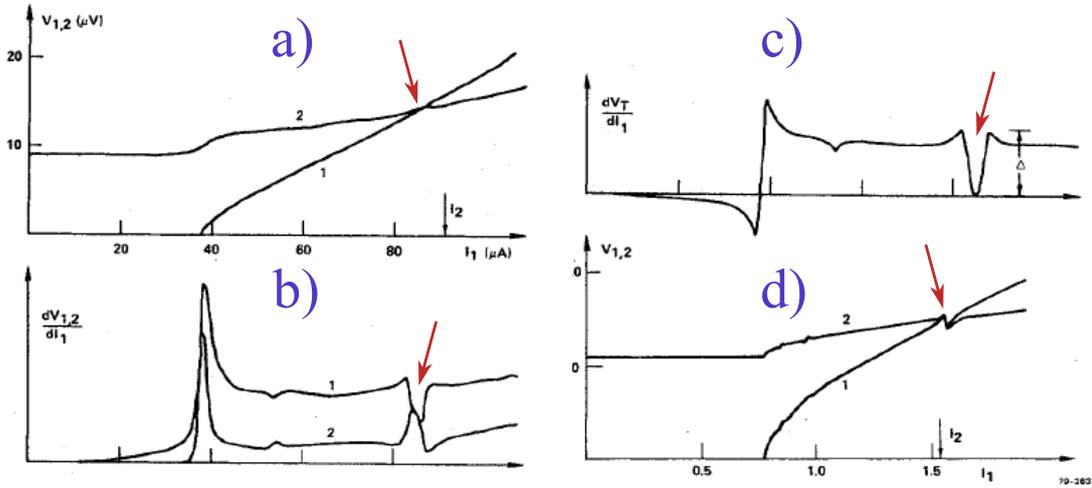


Figure 4.4 – Courbes expérimentales obtenues pour un dispositif similaire à la Fig. 4.1 avec des polarisations en courant opposées. Les flèches en rouge indiquent la position de la synchronisation. **a)** Caractéristiques courant-tension pour les deux jonctions Josephson. **b)** Résistances différentielles **c)** Résistance différentielle totale $\frac{dV_1}{dI_1} - \frac{dV_2}{dI_2}$; nulle lorsque les deux jonctions sont synchronisées en tension. **d)** Simulation numérique obtenue avec les caractéristiques de l'expérience. Reproduit depuis [47] et [53].

4.2 Structure à un terminal supraconducteur et deux électrodes métalliques

4.2.1 Reflexion d'Andreev croisée

Nous avons discuté, dans la section 3.1.1, de la réflexion d'Andreev comme d'un processus cohérent convertissant une paire d'Andreev en une paire de Cooper (ou l'inverse) à l'interface

entre un métal et un supraconducteur. De plus, nous avons vu, dans la section 3.1.2 que les paires de Cooper pénètrent dans le métal sur une distance de l'ordre de la longueur de cohérence ξ_N . Il est alors possible pour un électron pénétrant le supraconducteur en une position X d'être rétro-réfléchi sous forme de trou à une position X+L avec $L < \xi_N$. Cette non-localité manifeste un comportement surprenant lorsque un terminal supraconducteur est connecté à deux électrodes métalliques N_1 et N_2 séparées d'une distance L inférieur à la longueur de cohérence des paires de Cooper $L < \xi_N$. En effet, l'électron et le trou peuvent être spatialement séparés dans chacune des deux électrodes métalliques. Ce processus, cohérent en phase, est connu sous le nom de **réflexion d'Andreev croisée (CAR)**[5].

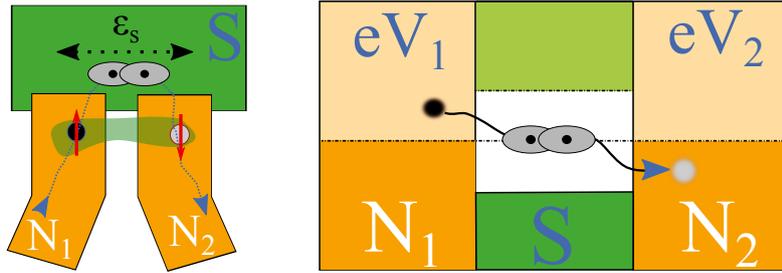


Figure 4.5 – Illustration du mécanisme de réflexion d'Andreev croisée entre un terminal supraconducteur et deux électrodes métalliques ; un électron incident en N_1 est rétro-réfléchi en un trou en N_2 générant une paire de Cooper dans le supraconducteur.

Ainsi, comme l'illustre la Fig. 4.5 un électron incident de spin \uparrow provenant de l'électrode métallique N_1 peut être rétro-réfléchi sous forme de trou avec un spin \downarrow dans l'électrode N_2 générant une paire de Cooper dans le terminal supraconducteur.

4.2.2 Le co-franchissement tunnel élastique

Dans ces structures, un autre mécanisme est en compétition avec la réflexion d'Andreev croisée qui peut être vu comme l'ajout de la non-localité dans la réflexion spéculaire, présentée avec le modèle BTK de la section 3.1.3. Ce mécanisme est illustré par la Fig.4.7. Un électron, ou un trou, passe du métal N_1 au métal N_2 (et vice-versa) par l'intermédiaire d'un état virtuel dans le supraconducteur, sans perte d'énergie ni de spin. En analogie avec le processus de franchissement tunnel élastique, ce mécanisme a été nommé **co-franchissement tunnel élastique**[54].

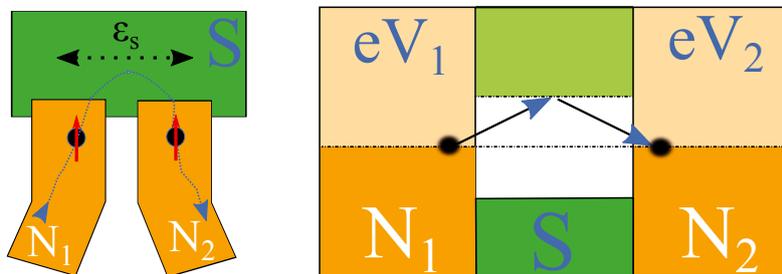


Figure 4.6 – Illustration du mécanisme de co-franchissement tunnel élastique entre un terminal supraconducteur et deux électrodes métalliques ; un électron incident en N_1 est transmis en un électron de même spin en N_2 .

La longueur L entre les deux métaux N_1 et N_2 est la clé de ce mécanisme. En effet, le passage par un état virtuel avec un déficit énergétique Δ dans le supraconducteur devrait

réduire la probabilité que ce processus ait lieu. Cependant, si on assume que l'électron, ou le trou, se propage jusqu'au second métal à la vitesse de Fermi v_F , selon un parcours balistique ($\xi_N = \frac{\hbar v_F}{\Delta}$), alors la durée du processus est donnée par $\tau = \frac{L}{v_F}$. On peut alors traduire la restriction $L < \xi_N$ comme une inégalité $\tau < \frac{\hbar}{\Delta}$ signifiant que le principe d'incertitude permet la création d'un état d'énergie virtuel sur un temps $\frac{\hbar}{\Delta}$ [55].

4.2.3 Le séparateur de paires de Cooper

Nous venons de voir dans la section précédente que le processus de réflexion d'Andreev croisée permet la création de paires d'électrons, intriqués en spin, spatialement séparées. Ce mécanisme permettrait, ainsi, de créer une source d'électrons intriqués ouvrant la voie à des expériences d'intrication non-locale dans le cadre de la physique du solide comme cela a été fait en optique[3].

Cependant, il est difficile, dans les jonctions NSN, d'augmenter la probabilité du processus de CAR par rapport aux phénomènes de transport local et du co-franchissement tunnel élastique. Plusieurs tentatives ont été faites afin d'augmenter cette probabilité en utilisant les interactions électron-électron ([56]-[57]), le filtrage de spin au moyen de contacts ferromagnétiques[58]. Une efficacité proche de 100% a été rapportée à partir de puits quantiques[59].

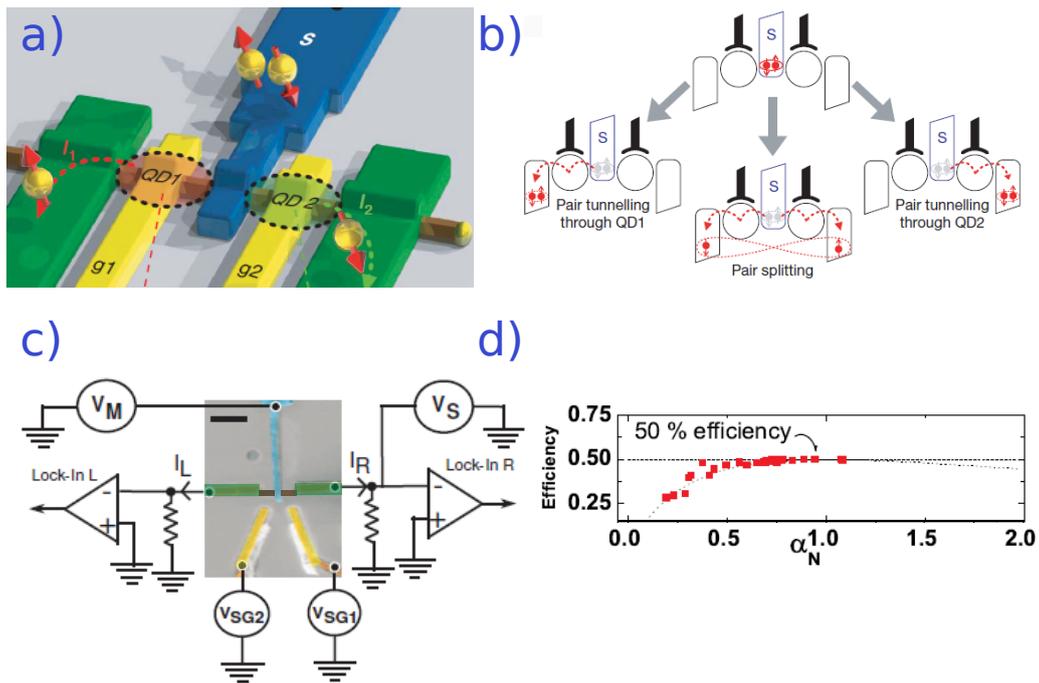


Figure 4.7 – **a)**- Illustration du principe d'un dispositif de séparateur de paires de Cooper d'un nano-fil (en marron) séparées en deux puits quantiques, contactés par deux grilles (en jaune), par un supraconducteur (en bleu). Une paire de Cooper se sépare en deux électrons dans les deux différentes électrodes métalliques. Comme la paire de Cooper est un objet naturellement intriqué, le processus de séparation peut générer des électrons spatialement séparés et dont les spins sont intriqués. **b)**- Les trois différents mécanismes de transport possibles dans un séparateur de paires de Cooper à base de puits quantiques. **c)**- Image obtenue par microscopie à balayage électronique d'un échantillon similaire à l'illustration avec un nanotube de carbone. **d)**- Efficacité du processus de séparation des paires de Cooper en fonction de la dissymétrie des courants I_L et I_R dans l'état résistif. a) et b) reproduit depuis [60]. c) et d) reproduit depuis [61].

4.3 Structure à trois électrodes supraconductrices

L'ajout d'un terminal supraconducteur à une jonction Josephson formant ainsi une tri-jonction Josephson apporte un renouveau dans ce domaine. En effet, les jonctions Josephson à multiples terminaux supraconducteurs connaît un regain d'intérêt grâce à de nouvelles propositions de mécanismes inhérents à ces structures ainsi qu'à l'amélioration des techniques de fabrication. Ainsi, un processus de création de Quartets non-local a été proposé théoriquement ([62], [63]) et étudié expérimentalement dans une tri-jonction Josephson diffusive ([64]). Des réflexions d'Andreev multiples incohérentes à trois terminaux sont aussi prédits dans ces hétéro-structures [65]. Les structures à multiples terminaux avec les électrodes supraconductrices sont le cœur même de cette thèse.

4.3.1 Réflexions d'Andreev multiples incohérentes (IMAR) à trois terminaux

Pour une jonction Josephson, nous avons vu dans la section 3.2.2.2 que le mécanisme de réflexions d'Andreev multiples peut donner lieu aux structures sous-harmoniques au gap dans la caractéristique courant-tension aux tensions $eV = \frac{2\Delta}{n}$, avec n un entier. Ces structures peuvent être présentes dans le cas d'une tri-jonction Josephson. En effet, Houzet et Samuelsson ([65]) ont étudié théoriquement le transport de charge du point de vue des réflexions d'Andreev pour une tri-jonction Josephson hybride avec des potentiels indépendamment imposés, telle que présentée sur la Fig.4.8. Dans une telle structure, les réflexions d'Andreev multiples devraient donner lieu à des structures sous-harmoniques au gap plus complexes que dans le cas d'une simple jonction. Ainsi, des anomalies devraient apparaître dans la caractéristique courant-tension lorsque les potentiels sont fixés selon les relations suivantes :

$$\begin{cases} pV_{12} + qV_{13} = \frac{2\Delta}{e} \\ pV_{12} + qV_{13} = 0 \end{cases} \quad (4.6)$$

avec p et q deux entiers relatifs, $V_{ij} = V_i - V_j$ la chute de potentiel entre les terminaux i et j (avec $(i, j) \in (1, 2, 3)$).

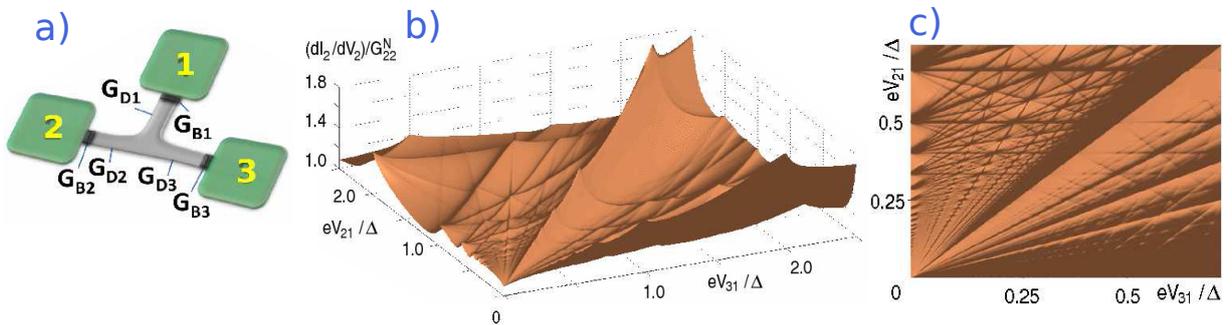


Figure 4.8 – *a)*- Géométrie de la tri-jonction. *b)*- Réflexions d'Andreev multiples à trois terminaux dans le régime incohérent révélées par la conductance différentielle en fonction des tensions V_{21} et V_{31} normalisée par le gap Δ . *c)*- Conductance différentielle dans la région des basses tensions de (a). Les lignes horizontales et verticales correspondent à des processus de réflexions d'Andreev multiples à deux terminaux. Reproduit depuis [65].

Si l'un des paramètres p et q est nul, on retrouve les structures sous harmoniques au gap

correspondants à deux terminaux supraconducteurs :

$$\begin{cases} pV_{12} = \frac{2\Delta}{e} \\ qV_{13} = \frac{2\Delta}{e} \end{cases} \quad (4.7)$$

Dans le cas où les deux paramètres p et q sont non nuls, les réflexions d'Andreev entre les trois terminaux supraconducteurs donnent lieu à des structures sous harmoniques au gap (voir Fig.4.8). Comme dans le cas des réflexions d'Andreev multiples d'une jonction Josephson, la quasi-particule reste confinée dans la région métallique tant que son énergie est inférieure au gap d'une des trois électrodes supraconductrices.

4.3.2 Synchronisation par couplage des paires d'Andreev

4.3.2.1 Jonction diffusive courte

En 2011, Freyn et al. ont proposé [62] deux nouveaux modes de transport pouvant avoir lieu dans des structures comportant un terminal supraconducteur central (S_o) connecté à deux électrodes supraconducteurs (S_a et S_b) par le biais de deux régions métalliques distinctes (N_a et N_b) de faible largeur par rapport à la longueur de cohérence des paires de Cooper (voir Fig.4.9). Les jonctions $S_a N_a S_o$ et $S_o N_b S_b$ sont polarisées respectivement par les tensions V_a et V_b .

La présence des deux régions métalliques de part et d'autre du terminal S_o rend possible les processus de réflexion d'Andreev croisée et de co-franchissement tunnel élastique. Ces mécanismes ouvrent alors la voie à de nouveaux phénomènes cohérents entre les jonctions $S_o N_a S_a$ et $S_o N_b S_b$. Ces nouveaux processus ont été appelés, en analogie avec les mécanismes élémentaires responsables aux phénomènes, double co-franchissements tunnels élastiques (dEC) et double réflexions d'Andreev croisées (dCAR).

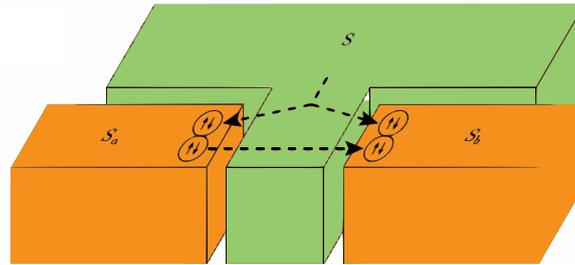


Figure 4.9 – Représentation schématique de la structure à trois réservoirs supraconducteurs S_a , S_b et S_o séparés par deux régions métalliques N_a et N_b (non représentés ici). Les deux nouveaux mécanismes de transports y sont représentés. Reproduit depuis [62].

Le mécanisme de double co-franchissements tunnels élastiques

Afin d'expliquer ce processus, illustré sur la Fig.4.10, imaginons un électron e_1 pris dans la région métallique N_a avec une énergie $+\epsilon$ par rapport à l'énergie de Fermi. Cet électron se propage vers l'électrode S_a et acquiert alors une énergie supplémentaire $+eV_a$. À l'interface avec S_a , celui-ci se réfléchit en un trou d'énergie $-eV_a - \epsilon$ par rapport à l'énergie de Fermi, générant une paire de Cooper dans S_a . Le trou se propage alors dans le métal N_a vers l'électrode S_o . Celui-ci acquiert durant son trajet une énergie supplémentaire $-eV_a$ jusqu'à l'électrode S_o . Le trou d'énergie $-2eV_a - \epsilon$ par rapport à l'énergie de Fermi traverse alors S_o par effet tunnel

sans gain ou perte d'énergie passant alors de la région métallique N_a à la région N_b . Celui-ci se propage jusqu'à l'électrode S_b accumulant une énergie $+eV_b$. À l'interface avec S_b , le trou d'énergie $-2eV_a + eV_b - \epsilon$ par rapport à l'énergie de Fermi est réfléchi sous forme d'électron par réflexion d'Andreev, détruisant une paire de Cooper en S_b . L'électron se propage alors vers l'électrode S_o . À l'interface avec S_o , l'électron a acquis une énergie $2eV_a - 2eV_b + \epsilon$.

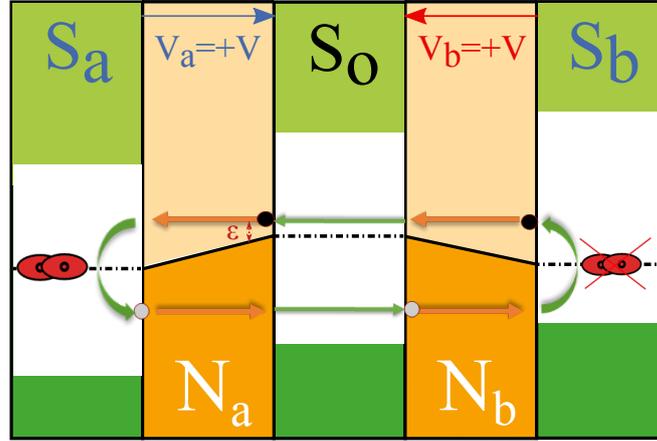


Figure 4.10 – Représentation schématisée dans l'espace des énergies d'un mécanisme de double co-franchissements tunnels élastiques. Lorsque les jonctions sont polarisées par la même tension un phénomène intéressant entraîne le transport d'une paire de Cooper d'un terminal vers un autre terminal spatialement séparé par un réservoir supraconducteur S_o

Si l'électron franchit l'électrode S_o par effet tunnel élastique, si le déphasage, lié à la propagation des quasi-particules dans le métal normal, est suffisamment faible et si les tensions sont choisies telles que $V_a = V_b$ alors l'électron initial e_1 et final e_2 possèdent la même énergie et le mécanisme est cohérent en phase.

En effet, le déphasage lié à la propagation, pour une jonction longue diffusive, est donné à la section 3.10 et dépend de l'énergie de Thouless : $\Delta\phi_p = \frac{\Delta\epsilon}{\hbar D_N} L^2 = 2\pi \frac{\Delta\epsilon}{E_{th}}$. Par conséquent, pour le processus de dEC on obtient :

$$\Delta\phi_p = 2\pi \frac{2eV_a - 2eV_b}{E_{th}} \quad (4.8)$$

Le déphasage est donc nul si $V_a = V_b$. Maintenant, si $V_a \approx V_b$ alors le mécanisme est toujours cohérent en phase tant que $\Delta\epsilon = 2eV_a - 2eV_b < E_{th}$.

Au final, il y a eu transfert d'une paire de Cooper de l'électrode S_a vers le terminal S_b . Ce processus s'apparente à un état lié d'Andreev entre S_a et S_b . Le mécanisme de double co-franchissements tunnels élastiques (dEC) repose sur deux co-franchissements tunnels élastiques et deux réflexions d'Andreev.

Le mécanisme de double réflexion d'Andreev croisée

Afin d'expliquer plus clairement le mécanisme, celui-ci est illustré par la Fig.4.11. Ainsi, un électron e_1 pris dans la région métallique N_a avec une énergie $+\epsilon$ par rapport à l'énergie de Fermi. Cette électron se propage vers l'électrode S_a et acquiert alors une énergie $+eV_a$. À l'interface avec S_a , celui-ci se réfléchit en un trou d'énergie $-eV_a - \epsilon$ par rapport à l'énergie de Fermi, générant une paire de Cooper dans S_a . Le trou se propage alors dans le métal N_a vers l'électrode S_o . Celui-ci acquiert durant son trajet une énergie $-eV_a$ jusqu'à l'électrode S_o . Le trou d'énergie $-2eV_a - \epsilon$ par rapport à l'énergie de Fermi est alors réfléchi par réflexion

d'Andreev croisée en un électron d'énergie $2eV_a + \epsilon$ par rapport à l'énergie de Fermi dans le métal N_b , détruisant une paire de Cooper en S_o . Celui-ci se propage jusqu'à l'électrode S_b accumulant une énergie $+eV_b$. À l'interface avec S_b , l'électron alors réfléchi par réflexion d'Andreev en un trou d'énergie $-2eV_a - eV_b - \epsilon$ par rapport à l'énergie de Fermi, générant une paire de Cooper en S_b . Le trou se propage alors vers S_o et à l'interface avec celui-ci le trou est alors réfléchi par réflexion d'Andreev croisée en un électron e_2 d'énergie $+2eV_a + 2eV_b + \epsilon$ par rapport à l'énergie de Fermi dans le métal N_a , détruisant une paire de Cooper en S_o .

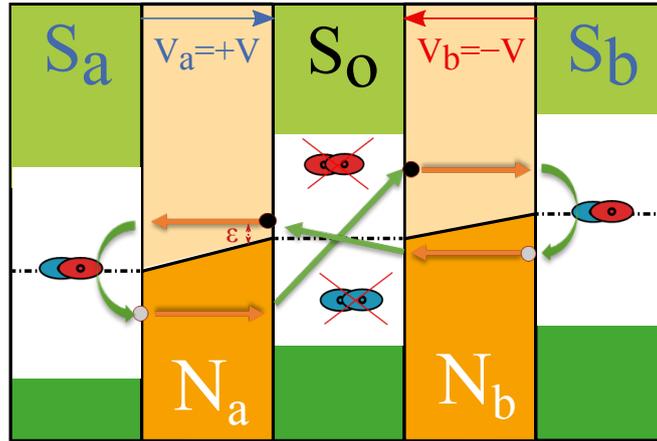


Figure 4.11 – Représentation schématique dans l'espace des énergies d'un mécanisme de double réflexions d'Andreev croisées. Lorsque les jonctions sont polarisées en opposition de tension, un effet Josephson DC apparaît hors équilibre : deux paires de Cooper du terminal S_o sont transférées de façon cohérente vers les deux autres terminaux

Par le même principe que le mécanisme de double co-franchissements tunnels élastiques, l'électron initial e_1 et final e_2 possèdent la même énergie et sont cohérents entre eux si le déphasage est faible et les tensions sont telles que $V_a = -V_b$. Durant ce mécanisme, il y a eu transfert de deux paires de Cooper de l'électrode S_o vers les électrodes S_a et S_b . De surcroît, ce transfert oblige la séparation des électrons des paires de Cooper issus de S_o . En effet, ce n'est pas une paire de Cooper qui est transféré dans S_a et l'autre dans S_b mais un électron de chaque paire est transféré en S_a et S_b . Le processus s'apparente lui aussi à un état lié d'Andreev, à trois terminaux, avec toutefois une tension non nulle entre l'électrode S_a et S_b .

Cette fois, pour le mécanisme de dCAR on obtient le déphasage lié à la propagation suivant :

$$\Delta\phi_p = 2\pi \frac{2eV_a + 2eV_b}{E_{th}} \quad (4.9)$$

Le déphasage est donc nul si $V_a = -V_b$. Lorsque $V_a \approx -V_b$ alors le mécanisme est toujours cohérent en phase tant que $\Delta\epsilon = 2eV_a + 2eV_b < E_{th}$. Le mécanisme de double réflexions d'Andreev(dCAR) croisées repose sur deux réflexions d'Andreev croisées et deux réflexions d'Andreev.

Le mécanisme de dCAR possède une particularité intéressante : la séparation cohérente de deux paires de Cooper avec un échange de quasi-particules entre elles d'une électrode vers deux autres électrodes supraconductrices. Ce phénomène permet la création de deux paires intriquées entre elles, que nous appelons Quartet non-local.

4.3.2.2 Jonction diffusive longue

A. Pfeffer a étudié expérimentalement ([64]) une nano-structure (présentée sur la Fig.4.12a) constituée de trois terminaux supraconducteurs en aluminium connectés par une région métallique diffusive en cuivre. La distance entre deux terminaux est inférieure à la longueur de cohérence en phase $L_\phi \approx 1.2\mu\text{m}$ et l'énergie de Thouless $E_{Th} \approx 6\mu\text{eV}$ est faible par rapport au gap de l'aluminium $\Delta \approx 170\mu\text{eV}$. La jonction entre S_a (respectivement S_b) et S_o est polarisée en tension ; la chute de potentiel aux bornes de la jonction est nommé V_a (respectivement V_b). La mesure des courants I_a et I_b est obtenue grâce à un montage basé sur des amplificateurs de courant fonctionnant à partir de SQUIDS.

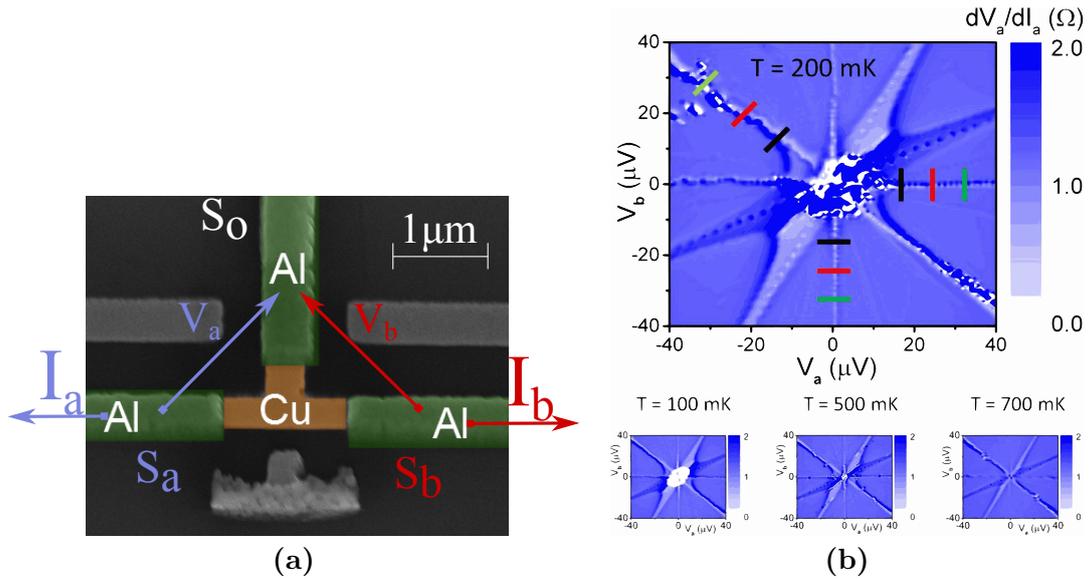


Figure 4.12 – (a)-Image obtenue par microscopie à balayage électronique d'une tri-jonction Josephson (b)-Cartographie de la résistance différentielle de la jonction $S_a|N|S_o$ obtenue pour différentes température en fonction des tensions V_a et V_b . Reproduit depuis [64].

La cartographie de la résistance différentielle de la jonction S_aNS_o (voir Fig.4.12b) révèle 5 anomalies pour différentes tensions :

$$\begin{cases} V_a = 0 \\ V_b = 0 \\ V_a + V_b = 0 \\ V_a - 2V_b = 0 \\ 2V_a - V_b = 0 \end{cases} \quad (4.10)$$

L'anomalie à $V_a = 0$ (respectivement à $V_b = 0$) correspond à l'effet Josephson DC de la jonction S_aNS_o (respectivement S_bNS_o). Ce sont des phénomènes à deux terminaux. Suivant l'idée d'une synchronisation par les paires d'Andreev dans une jonction diffusive courte, l'origine des autres anomalies a été estimée provenir d'un mécanisme de Quartet non-local.

Le mécanisme de Quartet non-local par réflexions d'Andreev multiples

Le mécanisme de Quartet non local dans une telle structure, illustré par la Fig.4.13, est basé sur le modèle de Freyn (voir 4.3.2.1). Cette représentation semble similaire mais diffère par le fait que les régions métalliques N_a et N_b sont ici connectées.

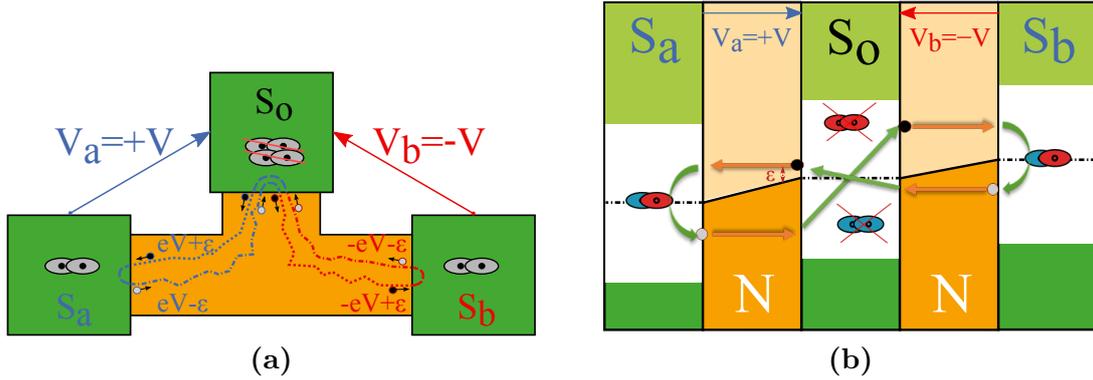


Figure 4.13 – (a) Schéma du mécanisme de Quartet non local dans l'espace réel (b) Schéma du mécanisme de Quartet non local dans l'espace des énergies.

Si les tensions sont choisies telles que $V_a + V_b = 0$, alors l'électron initial e_1 et l'électron final e_2 sont de même énergie et peuvent être cohérents entre eux si le déphasage lié à la propagation est faible. Nous retrouvons le processus de Quartet non local entraînant un effet Josephson DC. Lorsque $V_a + V_b = 0$, l'anomalie dans la caractéristique courant-tension est alors appelée Q_o . Par un simple raisonnement de symétrie, le même mécanisme existe pour les électrodes S_a et S_b . Deux paires de Cooper peuvent être aussi transférées de l'électrode S_a vers les terminaux S_o et S_b . La condition au niveau des tensions sera alors $2V_a - V_b = 0$ (Q_a). Pour l'électrode S_b , la condition est $V_a - 2V_b = 0$ (Q_b).

Discussion sur la pertinence du modèle

Les anomalies Quartets ont été observées dans la résistance différentielle pour des températures jusqu'à $0.6 \cdot T_c$ et des tensions supérieures jusqu'à huit fois l'énergie de Thouless. À ces énergies, le courant Josephson AC est supposé très fortement réduit. Un mécanisme de synchronisation par couplage des courants de quasi-particules ou des courants Josephson AC, reposant sur l'amplitude des courants Josephson AC, ne peut alors expliquer un tel comportement. Pour confirmer cette hypothèse, A. Pfeffer a étudié une structure similaire où la région métallique est scindée en deux (voir l'image MEB de la Fig.4.14). L'image de la résistance différentielle donnée sur la Fig.4.14 en fonction des tensions V_a et V_b dénote l'absence des anomalies de type Quartet.

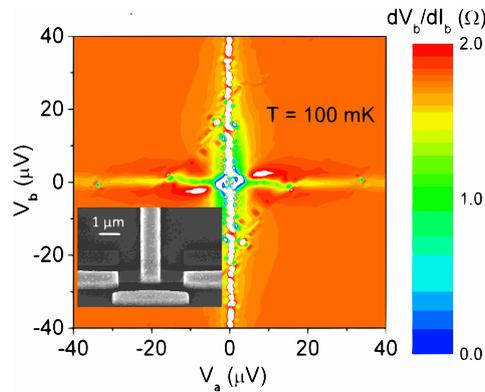


Figure 4.14 – Image obtenue par microscopie à balayage électronique d'une tri-jonction Josephson longue diffusive basé sur le modèle de Freyn. La cartographie de la résistance différentielle de la jonction S_bNS_o à 100mK en fonction des tensions V_a et V_b ne révèle plus les anomalies de type Quartet. Reproduit depuis [64].

Un phénomène de synchronisation par le circuit extérieur est alors écarté comme le démontre cette expérience. Cela s'explique par le fait que le circuit expérimental est composé de plusieurs éléments et notamment des inductances des SQUIDS qui donnent une impédance interne Z_s très élevée.

Les expériences menées par A. Pfeiffer démontrent ainsi l'existence d'anomalies liées à un phénomène incluant les trois terminaux sans pour autant pouvoir conclure sur la nature microscopique de ce phénomène.

4.3.3 Marches de Shapiro induites par la présence d'un troisième supraconducteur

En 2007, Cuevas a étudié la présence de marches de Shapiro dans le cas d'une structure à trois terminaux [66]. L'idée est de rajouter à une jonction diffusive, avec des interfaces totalement transparentes, un troisième terminal S_p isolant/supraconducteur au centre du métal afin de créer des effets d'interférences entre les courants Josephson AC générés entre l'électrode de gauche S_l et l'électrode S_p d'une part et ceux générés entre l'électrode de droite S_r et le terminal S_p d'une autre part. La représentation schématique de la tri-jonction étudiée est présentée sur la Fig.4.15.

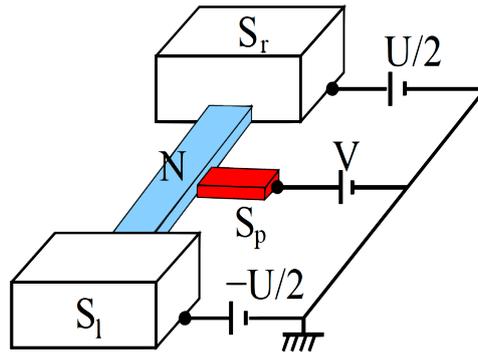


Figure 4.15 – Illustration de la structure étudiée. Une région métallique N relie les électrodes supraconductrices S_l et S_r , polarisées en tension avec respectivement $-U/2$ et $U/2$. Un troisième terminal supraconducteur, polarisé avec une tension V , est connecté au métal N à une position arbitraire. Reproduit de [66].

Au total, trois courants Josephson sont générés dans ce type de structure :

- Un courant de fréquence $\frac{2e}{\hbar}U$ généré par la jonction S_lNS_r
- Un courant de fréquence $\frac{2e}{\hbar}(V - U/2)$ généré par la jonction S_lNIS_p
- Un courant de fréquence $\frac{2e}{\hbar}(V + U/2)$ généré par la jonction S_rNIS_p

On remarque alors que si le potentiel du terminal S_p vaut $V = \pm U/2$ alors la fréquence d'un des courants Josephson est égale à la fréquence du courant Josephson AC de la jonction S_lNS_r ; c'est le même principe que lorsque on applique une onde micro-onde à travers une jonction Josephson. Le courant total traversant la jonction peut alors s'exprimer selon la forme :

$$I(V) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \sum_{n=-1}^1 I_n^m(V) \exp[i(n\phi + \frac{e}{\hbar}(2nV + mU)t)] \quad (4.11)$$

avec ϕ , la différence de phase entre S_l et S_r .

Le courant DC d'après l'équation 4.11 est la somme de deux contributions. La première est le courant de fond $I_B = I_0^0$ qui contribue pour toute tension V . La seconde n'apparaît que lorsque $V = \frac{mU}{2}$, avec m un nombre entier impair. Ainsi, des résonances de type Shapiro apparaît à chaque fois que le potentiel V est un multiple impair de $U/2$. Pour une telle tension, la contribution au courant DC est alors :

$$I_{Shapiro}(\phi) = \sum_{m>0} (I_1^{-m} \exp^{i\phi} + I_{-1}^m \exp^{-i\phi}) \quad (4.12)$$

D'après l'approche théorique de Cuevas, les amplitudes des différentes anomalies changent radicalement suivant différents paramètres de la tri-jonction.

La tension joue un rôle crucial dans l'amplitude (voir les Fig.4.16 et 4.17) des anomalies. Une anomalie à la tension $V = \pm m \frac{U}{2}$ (m un entier impair) implique un transfert cohérent de $n = m + (|m| + 1)/2$ paires de Cooper et par conséquent au moins n réflexions d'Andreev multiples cohérentes. Pour les anomalies à $V = \pm \frac{U}{2}$ l'amplitude maximum est atteint pour une tension environ de $eU = 2\Delta$ puis décroît lentement avec la tension. Dans le cas des anomalies d'ordre supérieur celles-ci disparaissent rapidement lorsque $eU > 2\Delta$ et le maximum d'amplitude n'est pas toujours situé proche de $eU = 2\Delta$.

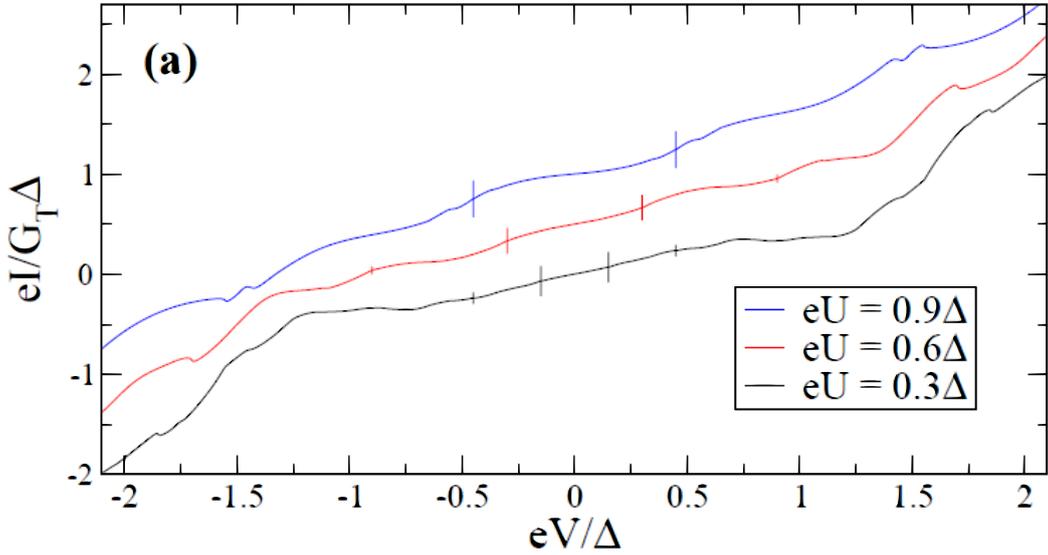


Figure 4.16 – Courants continus obtenus à température nulle pour différentes valeurs de polarisation U . Le terminal S_o est situé à mi-chemin entre les deux autres réservoirs supraconducteurs. Reproduit depuis [66].

Les amplitudes des résonances décroissent aussi avec la longueur L de la jonction lorsque celle-ci est plus grande que la longueur de cohérence des paires de Cooper dans le métal ($L \gg \xi_N$). Ainsi, d'après la Fig.4.17 lorsque $L > 5\xi_N$ les amplitudes s'effondrent et les anomalies ne sont clairement plus visibles.

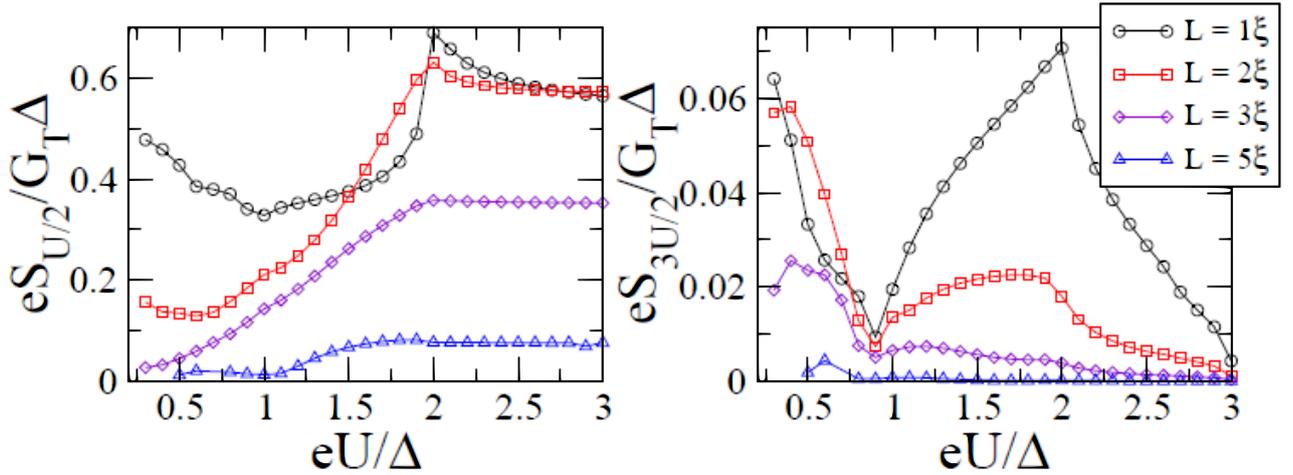


Figure 4.17 – Évolution de l'amplitude des deux premières anomalies en fonction du potentiel U positif lorsque le terminal S_o se situe à même distance des deux autres terminaux supraconducteur. Chaque couleur représente une longueur différente de la jonction S_lNS_r . Reproduit depuis [66].

Les amplitudes dépendent aussi de la position du terminal supraconducteur S_o par rapport aux deux autres électrodes. Ainsi, les amplitudes des anomalies $V = \frac{U}{2}$ décroît avec la distance. Pour les anomalies d'ordre supérieure $V = n\frac{U}{2}$ ($n = 3, 5, \dots$) on observe un ou deux maximum suivant les longueurs de l'ordre de ξ_N , les anomalies sont nulles lorsque l'électrode S_o est quasiment au contact avec un des terminal supraconducteur.

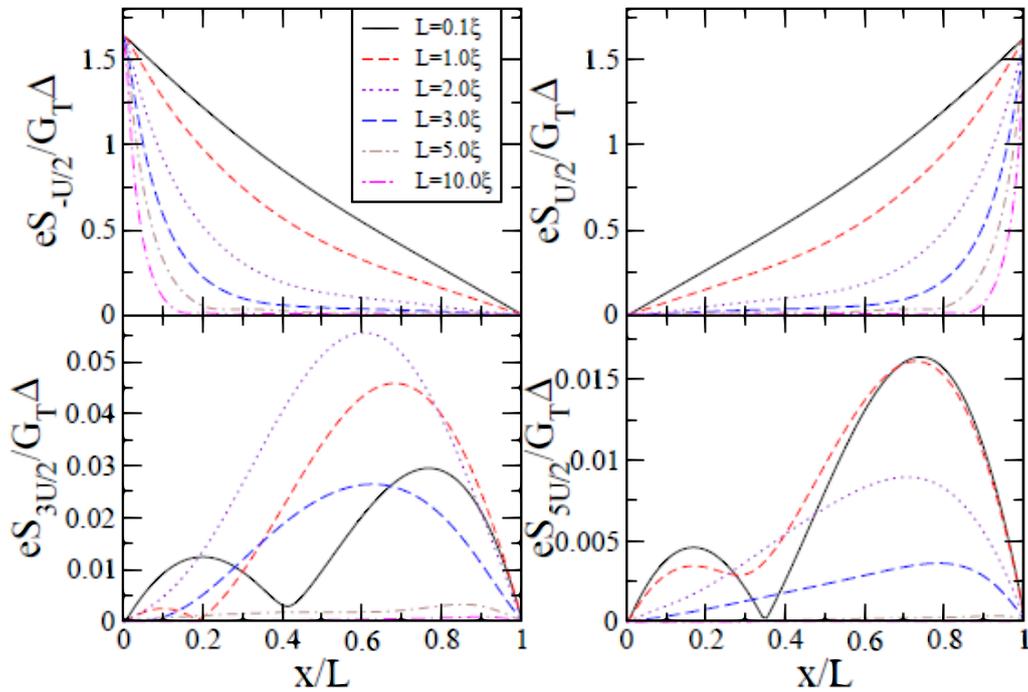


Figure 4.18 – Amplitude des anomalies à température nulle en fonction de la position du terminal S_o et de différentes longueurs entre les terminaux S_a et S_b . Reproduit depuis [66].

On remarquera que l'anomalie $V = \frac{U}{2}$ ($V = -\frac{U}{2}$) correspond à une chute de potentiel nulle

à travers la jonction formée l'électrode S_lNS_p (S_rNS_p). Ainsi, il est normal d'obtenir une décroissance monotone avec l'éloignement du terminal S_p par rapport à l'électrode concernée, le maximum étant atteint lorsque S_p est quasiment au contact avec le second terminal.

Pour les anomalies d'ordres supérieurs, je propose de changer les notations des tensions de façon à obtenir celle de la section 4.3.2.2. Ainsi, on choisit les tensions $V_a = V + U/2$ et $V_b = V - U/2$. V_a (V_b) correspond à la chute de potentiel entre l'électrode S_a (S_b) et le terminal S_o . Avec ces notations, on s'aperçoit très vite que l'anomalie $V = 3U/2$ (respectivement $V = -3U/2$) correspond à $V_a - 2V_b = 0$ (respectivement $2V_a - V_b = 0$), c'est à dire l'anomalie associée au Quartet Q_a (respectivement Q_b) du mécanisme de Quartet. Dans le cas de $V = 3U/2$ (c'est à dire Q_a), l'amplitude de anomalie (voir Fig.4.18) est maximum pour une position plus proche de S_b que de S_a . Il est intéressant de noter que dans le cadre du mécanisme du Quartet Q_a , l'électrode S_a joue le rôle du terminal central. Cette particularité montre que ces effets sont liés à un phénomène à trois terminaux au contraire des anomalies $V = \pm \frac{U}{2}$. Il en est de même pour les anomalies $V = \pm \frac{5U}{2}$ et d'ordre supérieurs.

4.3.4 RSJ tri-junction

Une approche basée sur le modèle RSJ a été développée. Elle consiste à considérer la géométrie à trois terminaux supraconducteurs dans une configuration en étoile. La représentation schématique du circuit est décrite sur la Fig.4.19. Elle correspond assez précisément à la situation expérimentale décrite dans le chapitre suivant. Des résistances R_{ref} , R_1 et R_2 sont de faibles valeurs comparées aux résistances R de la tri-jonction et permettent une polarisation en tension.

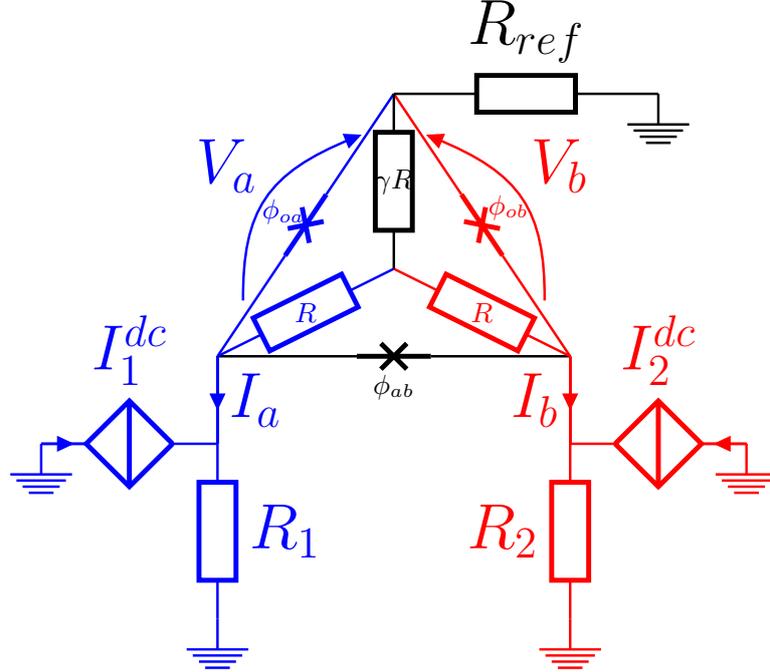


Figure 4.19 – Représentation circuit d'une tri-jonction Joephson

En utilisant les conventions de courants et de signe de la Fig.4.19, on applique les lois de Kirchoff[48] :

$$\begin{cases} I_a = I_a^N + I_a^S = I_a^N + I_c \sin(\Phi_a) - \beta I_c \sin(\Phi_{ab}) \\ I_b = I_b^N + I_b^S = I_b^N + I_c \sin(\Phi_b) + \beta I_c \sin(\Phi_{ab}) \end{cases} \quad (4.13)$$

Avec $\Phi_a = \phi_a - \phi_o$, $\Phi_b = \phi_b - \phi_o$ et $\Phi_{ab} = \phi_b - \phi_a$. I_c le courant critique de chaque jonction. Le paramètre $0 < \beta < 1$ désigne le couplage entre le terminal S_a et S_b .

Les tensions à travers ces jonctions sont dues aux courants traversant les éléments résistifs :

$$\begin{cases} V_a = \frac{\hbar \dot{\Phi}_a}{2e} = R(\gamma + 1)I_a^N + \gamma R I_b^N \\ V_b = \frac{\hbar \dot{\Phi}_b}{2e} = R(\gamma + 1)I_b^N + \gamma R I_a^N \end{cases} \quad (4.14)$$

On peut donc exprimer I_a^N et I_b^N comme des combinaisons linéaires de V_a et V_b en reprenant l'équation 4.14 :

$$\begin{cases} I_a^N = \frac{1}{R(1 + 2\gamma)} [(1 + \gamma)V_a - \gamma V_b] \\ I_b^N = \frac{1}{R(1 + 2\gamma)} [-\gamma V_a + (1 + \gamma)V_b] \end{cases} \quad (4.15)$$

Maintenant, intéressons-nous à l'environnement extérieur pour obtenir un nouveau système d'équations :

$$\begin{cases} V_a = -R_{ref}(I_a + I_b) - R_1(I_1^{dc} + I_a) \\ V_b = -R_{ref}(I_a + I_b) - R_2(I_2^{dc} + I_b) \end{cases} \quad (4.16)$$

En injectant les équations 4.13 obtenues pour I_a et I_b nous avons alors :

$$\begin{cases} V_a = -R_a I_1^{dc} - (R_{ref} + R_1)(I_a^N + I_a^S) - R_{ref}(I_b^N + I_b^S) \\ V_b = -R_b I_2^{dc} - (R_{ref} + R_2)(I_b^N + I_b^S) - R_{ref}(I_a^N + I_a^S) \end{cases} \quad (4.17)$$

Pour simplifier le problème, nous définissons alors les tensions V_α et V_β comme suit :

$$\begin{cases} V_\alpha = -R_1 I_1^{dc} - (R_{ref} + R_1)(I_a^S) - R_{ref}(I_b^S) \\ V_\beta = -R_2 I_2^{dc} - (R_{ref} + R_2)(I_b^S) - R_{ref}(I_a^S) \end{cases} \quad (4.18)$$

En utilisant les expressions des courants de quasi-particules I_a^N et I_b^N de l'équation 4.15 dans le système 4.17 :

$$\begin{cases} V_a = V_\alpha - \frac{1}{R(1 + 2\gamma)} [(R_{ref} + R_1)((1 + \gamma)V_a - \gamma V_b) + R_{ref}(-\gamma V_a + (1 + \gamma)V_b)] \\ V_b = V_\beta - \frac{1}{R(1 + 2\gamma)} [(R_{ref} + R_2)((1 + \gamma)V_b - \gamma V_a) + R_{ref}(-\gamma V_b + (1 + \gamma)V_a)] \end{cases} \quad (4.19)$$

On obtient alors un système d'équation pour V_a et V_b :

$$\begin{cases} V_a [R(1 + 2\gamma) + R_{ref} + (1 + \gamma)R_1] + V_b [R_{ref} - \gamma R_1] = V_\alpha (R(1 + 2\gamma)) \\ V_a [R_{ref} - \gamma R_2] + V_b [R(1 + 2\gamma) + R_{ref} + (1 + \gamma)R_2] = V_\beta (R(1 + 2\gamma)) \end{cases} \quad (4.20)$$

On peut alors écrire le système d'équation 4.20 sous forme matricielle :

$$\begin{pmatrix} M11 & M12 \\ M21 & M22 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_a \\ V_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} W_a \\ W_b \end{pmatrix} \quad (4.21)$$

avec

$$\begin{cases} W_a = V_\alpha(R(1 + 2\gamma)) \\ W_b = V_\beta(R(1 + 2\gamma)) \\ M11 = R(1 + 2\gamma) + R_{ref} + (1 + \gamma)R_1 \\ M12 = R_{ref} - \gamma R_1 \\ M21 = R_{ref} - \gamma R_2 \\ M22 = R(1 + 2\gamma) + R_{ref} + (1 + \gamma)R_2 \end{cases} \quad (4.22)$$

L'inversion d'une matrice 2×2 étant relativement aisée nous obtenons alors :

$$\begin{pmatrix} V_a \\ V_b \end{pmatrix} = \frac{1}{M11 \cdot M22 - M12 \cdot M21} \begin{pmatrix} M22 & -M12 \\ -M21 & M11 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_a \\ W_b \end{pmatrix} \quad (4.23)$$

Enfin, en utilisant la seconde relation de Josephson, nous obtenons :

$$\begin{pmatrix} \dot{\Phi}_a \\ \dot{\Phi}_b \end{pmatrix} = \frac{2e}{\hbar} \frac{1}{M11 \cdot M22 - M12 \cdot M21} \begin{pmatrix} M22 & -M12 \\ -M21 & M11 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_a \\ W_b \end{pmatrix} \quad (4.24)$$

Les termes de Quartets, ou autres phénomènes à ordre supérieurs, peuvent être ajoutés directement dans les relations des courants supraconducteurs I_a^S et I_b^S :

$$\begin{cases} I_a^S = I_c \sin(\Phi_a) - \beta I_c \sin(\Phi_{ab}) + I_q \sin(\Phi_a + \Phi_b) + \dots \\ I_b^S = I_c \sin(\Phi_b) + \beta I_c \sin(\Phi_{ab}) + I_q \sin(\Phi_a + \Phi_b) + \dots \end{cases} \quad (4.25)$$

avec I_q le courant maximal de Quartet dans la jonction Josephson. Cependant, il n'est pas nécessaire d'insérer le terme de Quartet dans la relation courant-phase pour obtenir le terme en $\sin(\phi_a + \phi_b)$. En effet, supposons que $R_{ref} = R_1 = R_2 = \rho R$, avec ρ un nombre réel, et $\beta = 0$. Alors, en résolvant le système 4.23 nous obtenons pour V_a :

$$V_a = \alpha [A_o I_1^{dc} + B_o I_2^{dc} + I_c^a \sin(\phi_a) + I_c^b \sin(\phi_b)] \quad (4.26)$$

avec $A_o = -(\rho(2 + \gamma) + (1 + 2\gamma))$, $B_o = \rho(1 - \gamma)$, $I_c^a = -I_c(3\rho(1 + \gamma) + 3(1 + 2\gamma))$, $I_c^b = -I_c(1 + 2\gamma + 3\rho\gamma)$ et $\alpha = \frac{\rho R}{(1 + \rho)(1 + 2\gamma + 3\rho)}$.

On reconnaît le modèle RSJ couplé à deux micro-ondes de fréquences $\frac{2e}{\hbar} < V_a >$ et $\frac{2e}{\hbar} < V_b >$. On s'attend donc à voir, dans les caractéristiques courant-tensions des deux jonctions, des marches Shapiro lorsque :

$$V_a = nV_a + mV_b; \quad (n, m) \in \mathbb{Z}^2 \quad (4.27)$$

Suivant les valeurs de n et de m on retrouve alors les lignes Quartet. Dans le cas de Q_o ($m = n - 1$, $V_a = -V_b = V$), on retrouve alors l'amplitude I_q du courant de Quartet (en supposant que $I_s^a = I_c \sin(\phi_a)$) :

$$I_q = -I_c \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n\left(\frac{\alpha I_c^a}{V}\right) J_{n-1}\left(\frac{-\alpha I_c^b}{V}\right) \quad (4.28)$$

Il suffit de calculer les 20 premiers termes et on choisira les valeurs des paramètres suivant : $R = 1.0\Omega$, $\rho = 0.1$ et $I_c = 30\mu A$. Le résultat de la simulation est donné sur la Fig. 4.20.

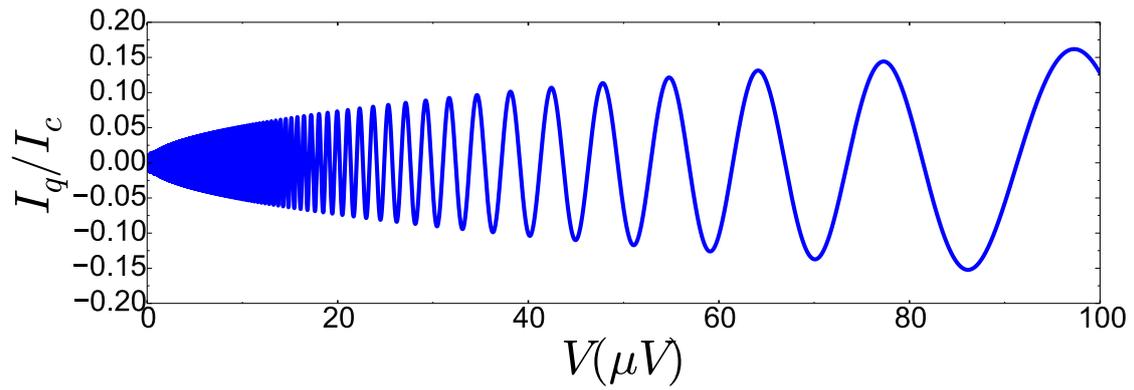


Figure 4.20 – Amplitude de courant de Quartet, calculée à partir de 4.28, par rapport au courant critique en fonction de la tension $V = V_a = -V_b$. Les paramètres choisis sont explicités dans le texte.

On constate que pour $\beta = 0$, il devrait exister un courant de Quartet. Cependant, ce n'est pas le cas, voir Fig. 4.14. Ce résultat à partir du modèle RSJ est peu vraisemblable.



Chapitre 5

Dispositif expérimental

The edifice of science not only requires material, but also a plan. Without the material, the plan alone is but a castle in the air a mere possibility; whilst the material without a plan is but useless matter. (Mendeleïev)

5.1 Introduction

Dans ce chapitre je vais présenter le dispositif expérimental qui a permis de refroidir les échantillons afin d'attendre des températures bien en-dessous de la température critique de l'aluminium ($T_c = 1.2K$). J'introduirai aussi les circuits électroniques qui ont pour objectif de mesurer les résistances différentielles des échantillons. Une introduction à l'utilisation des SQUIDS comme ampèremètre est aussi présentée.

5.2 Diagramme de phase ${}^3\text{He}/{}^4\text{He}$

Le diagramme de phase ${}^3\text{He}/{}^4\text{He}$ (voir Fig.5.1) présente de riches propriétés. L'une d'elle est la super-fluidité; état de la matière dans lequel celle-ci se comporte comme un fluide dépourvu de toute viscosité. On distingue le point tri-critique séparant les trois phases possibles du mélange ${}^3\text{He}/{}^4\text{He}$: une phase superfluide, une phase normale et la zone diphasique. Le point tri-critique se situe à une température de $0.87K$ pour une concentration en ${}^3\text{He}$ d'environ 70%.

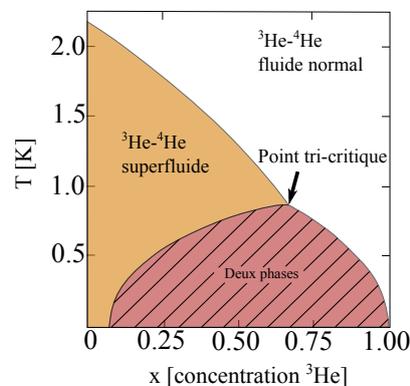


Figure 5.1 – Diagramme de phase du mélange ${}^3\text{He}/{}^4\text{He}$ à la pression de vapeur saturante.

Dans le cas d'un mélange uniquement composé d' ${}^4\text{He}$, la transition de phase se situe en

dessous de la température critique de $2.17K$, appelé le point lambda (λ). Dans le cas d'un mélange ${}^3He/{}^4He$, le diagramme montre bien que l'on a aussi une phase superfluïde pour des températures en-dessous du point λ . La température de transition dépend alors de la concentration d' 3He par rapport à l' 4He . Pour des concentrations en 3He supérieures à 6% il existe une température pour laquelle le mélange se sépare en deux phases distinctes : une phase riche en 3He surnage sur une phase pauvre en 3He , ou phase diluée. Dans cette phase diluée les atomes d' 3He se comportent comme un gaz : la pression correspondante est appelée pression osmotique. Le transfert d'un atome d' 3He de la phase riche « liquide » à la phase diluée « gazeuse » suit le même principe qu'une évaporation et s'accompagne d'une absorption d'énergie de la phase riche par la phase diluée.

Ces propriétés du mélange ${}^3He/{}^4He$ sont la base d'un système à refroidissement que l'on appelle réfrigérateur à dilution ${}^3He/{}^4He$.

5.3 Réfrigérateur à dilution

La réfrigération par dilution ${}^3He/{}^4He$ est un moyen efficace pour obtenir des températures cryogéniques inférieures à $100mK$. La pièce principale d'un réfrigérateur à dilution est la partie froide du circuit à ${}^3He/{}^4He$, illustrée par la Fig.5.2a. Cette partie du système à dilution est immergée dans un cryostat à bain d' 4He . Il consiste essentiellement en trois sous-systèmes : le bouilleur, l'échangeur thermique et la chambre de mélange. La façon dont ces pièces sont agencées est illustrée par la Fig.5.2b.

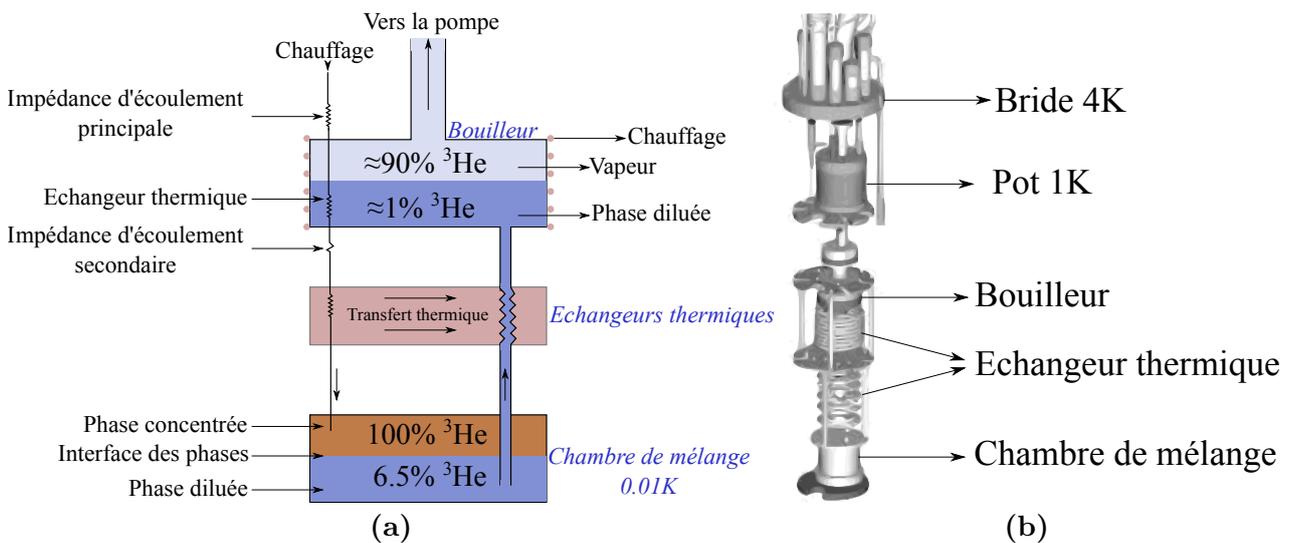


Figure 5.2 – (a) Schéma de la partie froide d'un circuit à ${}^3He/{}^4He$ dans un réfrigérateur à dilution. (b) Concept d'un réfrigérateur à dilution commercial.

La circulation du mélange ${}^3He/{}^4He$ est réalisée en pompant le bouilleur, chauffé aux alentours de $800mK$ afin d'augmenter le débit. La pression de vapeur saturante est élevée pour l' 3He par rapport à l' 4He , ainsi l' 3He est évaporé préférentiellement à l' 4He du bouilleur. C'est donc principalement l' 3He qui est pompé dans le processus. La concentration de l' 3He dans la phase diluée dans le bouilleur ne représente alors plus que 1% du volume total. Une fois pompé, l' 3He est réinjecté dans le cryostat par un capillaire et est ensuite pré-refroidi au niveau du pot 1K, où un bain 4He est pompé pour obtenir une température d'environ $1.4K$. La pression de l' 3He est maintenue suffisamment haute, par l'impédance d'écoulement principale,

avant d'arriver dans le bouilleur pour que la condensation puisse avoir lieu. Après le bouilleur, la température de ^3He est réduite par son parcours le long des échangeurs thermiques. Finalement, ^3He pénètre dans la chambre de mélange. ^3He et ^4He se mélangent alors donnant lieu à la zone diphasique présentée dans la section précédente 5.2. En chassant les vapeurs ^3He on force les molécules d' ^3He contenues dans le liquide d' $^3\text{He}/^4\text{He}$ à s'évaporer ce qui a pour conséquence de retirer de l'énergie à la phase liquide d' $^3\text{He}/^4\text{He}$, provoquant ainsi son refroidissement. En pompant le bouilleur, on crée alors un gradient de concentration en ^3He depuis la chambre de mélange vers le bouilleur. La pression osmotique provoque, alors, le transfert de ^3He vers le bouilleur, conduisant au refroidissement de la chambre de mélange. Avec cette méthode, la meilleure température obtenue est de 1.5mK [67].

Le réfrigérateur à dilution utilisé durant cette thèse m'a permis d'atteindre des températures de l'ordre de 30mK .

5.4 Circuits expérimentaux

Le schéma électronique de mesure comporte 3 niveaux distincts. Le premier est le circuit expérimental près de l'échantillon situé dans la zone de température la plus faible. Le second niveau correspond aux SQUIDS utilisés comme amplificateurs de courant positionnés au-dessus de la bride 4K , c'est à dire dans le bain d' ^4He . Enfin le troisième étage du schéma est situé à température ambiante où se rassemblent tous les instruments de mesures ainsi que les générateurs de tension DC et AC.

Dans cette section, nous exposerons les différents circuits ainsi que le principe d'amplification du courant par le biais de SQUIDS.

5.4.1 Tri-jonction Josephson

Une tri-jonction Josephson, présentée sur la Fig.5.3, est constituée de trois terminaux supraconducteurs (en aluminium) reliés par un bout de métal (en cuivre). On définit la tension $V_a(V_b)$ comme la chute de potentiel entre le terminal central S_0 et $S_a(S_b)$. Le courant $I_a(I_b)$ est le courant sortant par l'électrode $S_a(S_b)$. Ces définitions sont représentées sur la Fig.5.3.

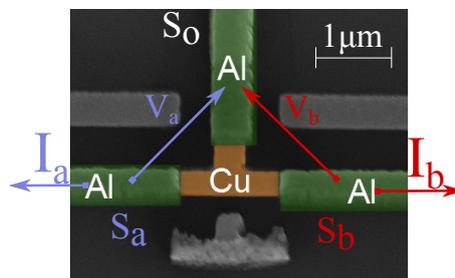


Figure 5.3 – Image par microscopie à balayage électronique d'une tri-jonction Josephson.

Dans le cas d'une jonction Josephson, si le courant la traversant est inférieur à une certaine valeur de courant I_c , appelé courant critique, la jonction est alors dans un état de résistance nulle. Il en est de même pour une tri-jonction. Ainsi, lorsque $|I_a| > I_c$ ou $|I_b| > I_c$ alors la tri-jonction passe à l'état normal et exhibe une résistance R_N .

5.4.2 Circuit de mesure à basse température

Nous décrivons, dans cette section, le circuit le plus proche de l'échantillon. Le dispositif expérimental est fabriqué pour fonctionner avec des échantillons de faibles résistances (de l'ordre de 1Ω). Les connexions entre les différents éléments sont réalisées à partir de fils supraconducteurs. Pour les connexions vers les SQUIDS (situés sur la bride $4K$), les fils sont un alliage de Niobium-Titane, supraconducteur en-dessous d'environ $10K$. Le choix de fils supraconducteurs est justifié par le fait que nous voulons éviter le maximum de résistances parasites. En effet, pour contrôler l'environnement de l'échantillon, il est nécessaire de connaître le mieux possible toutes les résistances du circuit de mesure.

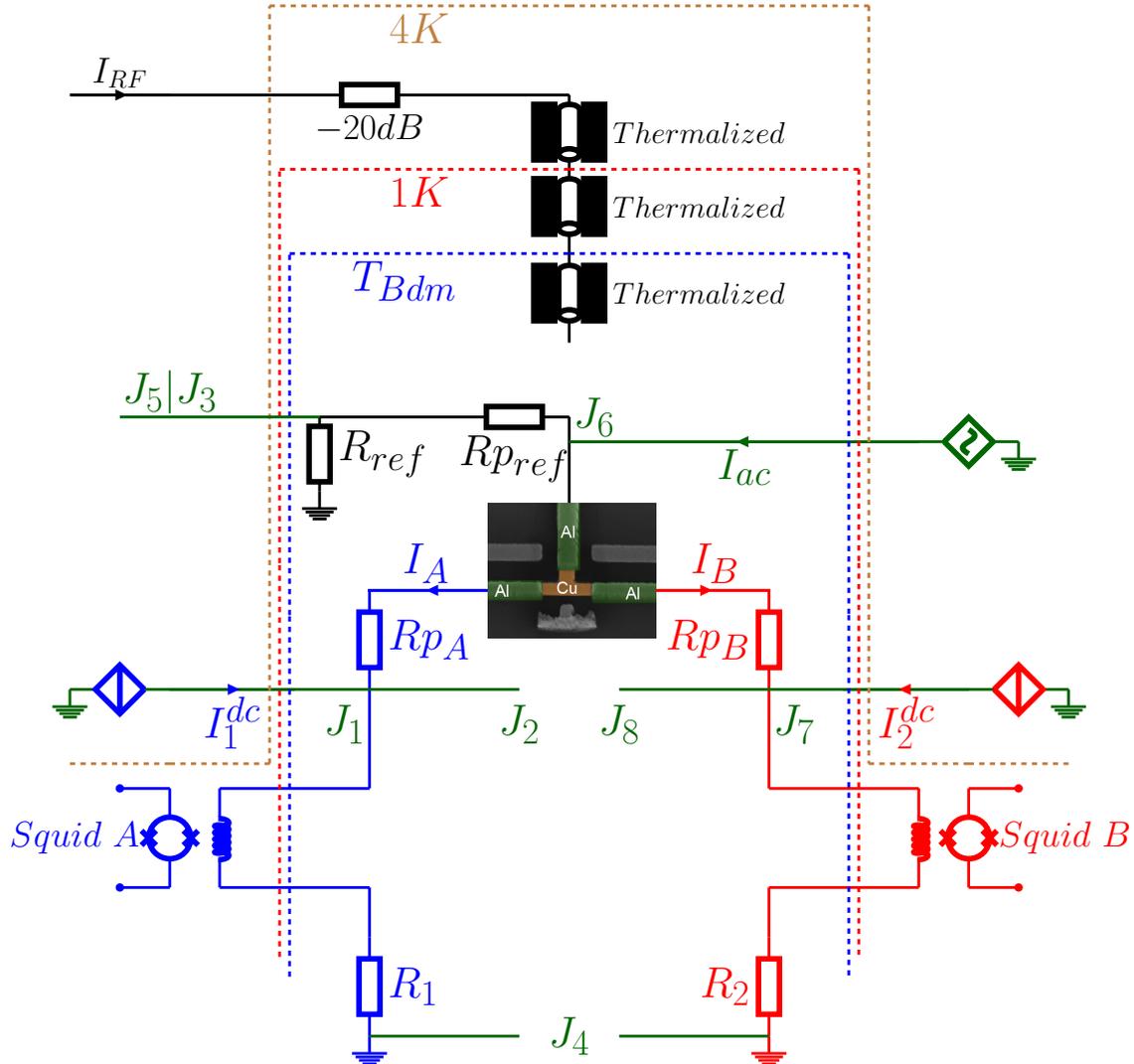


Figure 5.4 – Circuit électronique du niveau de la chambre de mélange jusqu'à l'étage $4K$. La couleur bleue correspond à la partie du circuit connectée au terminal S_a de la tri-jonction et la couleur rouge correspond à celle de l'électrode S_b . Les références J_i correspondent aux numéros des connecteurs Jeagger situés à l'extérieur du cryostat. Le rôle et les valeurs des résistances sont explicités dans le texte.

La résistance de l'échantillon à l'état normal est à peu près 1Ω . Afin de polariser en tension l'échantillon avec des générateurs de courants continus I_1^{dc} et I_2^{dc} , des résistances R_1 , R_2 et R_{ref} sont connectées à chaque terminal supraconducteur de l'échantillon. Celles-ci sont choisies avec des valeurs de résistances plus faibles que R_N , la résistance de l'échantillon à l'état normal.

Nous avons choisi pour l'ensemble des résistances une valeur de 0.1Ω soit approximativement $\frac{1}{10}R_N$. En utilisant les conventions du schéma électronique et en considérant les résistances parasites R_{p_a} , R_{p_b} et $R_{p_{ref}}$, indiquées sur le schéma de la Fig.5.4, nulles, nous obtenons alors le couple d'équation suivant :

$$\begin{cases} V_a = -R_1 I_1^{dc} + I_a(R_{ref} + R_1) + I_b R_{ref} \\ V_b = -R_2 I_2^{dc} + I_a R_{ref} + I_b(R_{ref} + R_2) \end{cases} \quad (5.1)$$

avec $V_a(V_b)$ la tension entre l'électrode $S_a(S_b)$ et S_o . Comme $R_N \gg (R_1, R_2, R_{ref})$ alors les courants I_a et I_b sont faibles devant I_1^{dc} et I_2^{dc} . Le système d'équation 5.1 se simplifie alors :

$$\begin{cases} V_a \approx -R_1 I_1^{dc} \\ V_b \approx -R_2 I_2^{dc} \end{cases} \quad (5.2)$$

Ainsi, pour obtenir la cartographie en tension de la tri-jonction Josephson il suffit de fixer un des générateurs de courants continus, par exemple I_1^{dc} , puis de balayer la plage de la tension V_b voulue, avec l'autre générateur I_2^{dc} . Ensuite, on réitère le processus en incrémentant la valeur de I_1^{dc} de façon à balayer l'intégralité de la plage de la tension V_a voulue. Ce processus est illustré par la Fig.5.5.

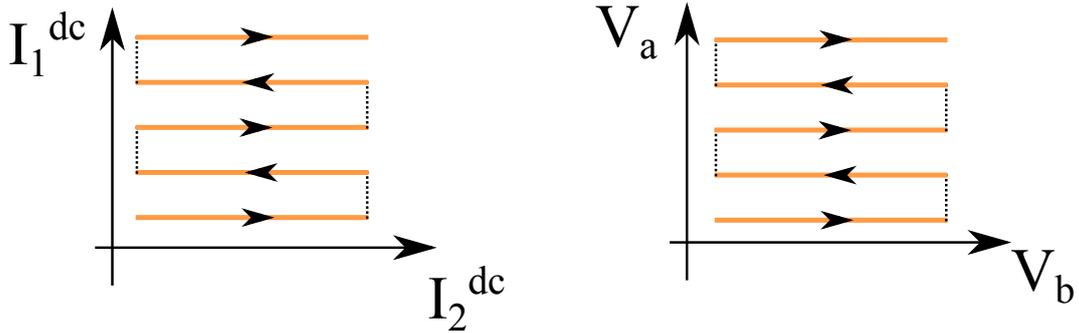


Figure 5.5 – Illustration du balayage des tensions afin de caractériser l'échantillon. L'imposition des courants continus I_1^{dc} et I_2^{dc} est équivalent à imposer les tensions V_a et V_b .

En pratique, les tensions désirées vont de $-120\mu V$ à $120\mu V$ pour V_a et V_b . Les incréments typiques des courants sont de $8\mu A$ pour I_1^{dc} et $2\mu A$ pour I_2^{dc} . Les résistances R_1 et R_2 étant de l'ordre de 0.1Ω , les incréments de courants correspondent alors à des pas en tension d'environ $800nV$ pour V_a et $200nV$ pour V_b . Au total, cela représente à peu près 360000 points de mesure.

Afin de pouvoir mesurer directement les résistances différentielles de la tri-jonction Josephson, un courant AC est injecté par le terminal central en J_6 et les courants AC δI_a et δI_b sont mesurés par des détections synchrones, après amplification par les SQUIDS. Un câble RF est positionné au-dessus de l'échantillon permettant un rayonnement micro-onde. Celui-ci est thermalisé aux différents étages de la dilution et un atténuateur de $-20dB$ est localisé à la bride $4K$ pour limiter le bruit thermique.

5.4.2.1 Étude de l'environnement électronique

Les valeurs mesurées typiques pour les résistances sont : $R_1 = 0.090\Omega$, $R_2 = 0.091\Omega$, $R_{ref} = 0.0885\Omega$. Les faibles valeurs de ces résistances sont nécessaires pour obtenir une polarisation en tension. Cela implique qu'il faut également connaître toutes les résistances parasites du

ystème. En effet, celles-ci sont souvent du même ordre de grandeur et peuvent changées à chaque nouvelle expérience (mauvaises soudures, mauvais contacts, etc.). Les valeurs mesurées de ces résistances sont souvent : $Rp_a = 0.05\Omega$, $Rp_b = 0.05\Omega$ et $Rp_{ref} = 0.10\Omega$.

Pour pouvoir mesurer les différentes résistances du circuit électronique, une procédure a été mise en place. À $T = 4K$, Rp_{ref} peut être mesurée en injectant I_{ac} en J6. Avant tout, Il est nécessaire de définir la résistance équivalente des deux circuits en parallèle (bleu et rouge sur la Fig. 5.4) :

$$R_{eq} = \frac{(R_1 + Rp_a + R_N)(R_2 + Rp_b + R_N)}{R_1 + Rp_a + R_N + R_2 + Rp_b + R_N} \quad (5.3)$$

avec R_N la résistance de la tri-jonction pour $|I_{a,b}| > I_c$. Nous définissons aussi δI_a^{J6} et δI_b^{J6} (δI_a^{J5} et δI_b^{J5}) comme les courants AC mesurés par les SQUID A et B lorsque le courant I_{ac} est injecté en J_6 (J_5). En appliquant les lois de Kirchhoff[48], nous obtenons :

$$\delta I_a^{J6} + \delta I_b^{J6} = \frac{R_{ref} + rp_{ref}}{R_{eq} + R_{ref} + rp_{ref}} \cdot I_{ac} \quad (5.4)$$

$$\delta I_a^{J5} + \delta I_b^{J5} = \frac{R_{ref}}{R_{eq} + R_{ref} + rp_{ref}} \cdot I_{ac} \quad (5.5)$$

Ensuite, en divisant l'équation 5.4 par l'équation 5.5 nous avons alors la relation :

$$\frac{Rp_{ref}}{R_{ref}} + 1 = \frac{\delta I_a^{J6} + \delta I_b^{J6}}{\delta I_a^{J5} + \delta I_b^{J5}} \quad (5.6)$$

Connaissant la valeur de R_{ref} , nous pouvons alors obtenir rp_{ref} par la relation :

$$Rp_{ref} = R_{ref} \left(\frac{\delta I_a^{J5} + \delta I_b^{J5}}{\delta I_a^{J5} + \delta I_b^{J5} + \delta I_a^{J6} + \delta I_b^{J6}} \right) \quad (5.7)$$

D'après toutes les expériences menées jusqu'à ce jour sur ce dispositif expérimental, la valeur de R_{ref} est la moins susceptible de changer et sa valeur est 0.088Ω ($\pm 0.001\Omega$). Pour obtenir R_1 , R_2 , Rp_a et Rp_b , il faut que la résistance de l'échantillon soit nulle pour l'éliminer des équations. Pour cela il faut descendre en dessous de $0.8K$, la jonction est alors à l'état de résistance nulle. Ainsi, la résistance équivalente R_{eq} pour cette état est égale à :

$$R_{eq}^{supraconducteur} = \frac{(R_1 + rp_a)(R_2 + Rp_b)}{R_1 + Rp_a + R_2 + Rp_b} \quad (5.8)$$

Nous recherchons maintenant une relation entre $R_1 + Rp_a$ et $R_2 + Rp_b$. En injectant I_{ac} en J6 toujours sans courant continu nous obtenons alors :

$$\begin{cases} \delta I_a^{J6} = \frac{R_2 + Rp_b}{R_1 + Rp_a + R_2 + Rp_b} \cdot (\delta I_a^{J6} + \delta I_b^{J6}) \\ \delta I_b^{J6} = \frac{R_1 + Rp_a}{R_1 + Rp_a + R_2 + Rp_b} \cdot (\delta I_a^{J6} + \delta I_b^{J6}) \end{cases} \quad (5.9)$$

On obtient, donc, la relation suivante :

$$\frac{R_1 + Rp_a}{R_2 + Rp_b} = \frac{\delta I_b^{J6}}{\delta I_a^{J6}} = \alpha \quad (5.10)$$

Si on injecte le courant AC en J1, alors de la même façon que précédemment :

$$\delta I_b^{J1} = \frac{R_{ref} + Rp_{ref}}{R_2 + Rp_b + R_{ref} + Rp_{ref}} \cdot (I_{ac} - \delta I_a^{J1}) \quad (5.11)$$

Comme on connaît déjà les valeurs de R_{ref} et rp_{ref} alors on obtient directement $R_2 + rp_b$:

$$R_2 + Rp_b = \frac{I_{ac} - \delta I_b^{J1} - \delta I_a^{J1}}{\delta I_b^{J1}} \cdot (R_{ref} + Rp_{ref}) \quad (5.12)$$

Et d'après l'équation 5.10 on a, alors, une relation entre R_1 et Rp_a :

$$R_1 + Rp_a = \frac{\delta I_b^{J6}}{\delta I_a^{J6}} \cdot (R_2 + Rp_b) \quad (5.13)$$

De plus, les mesures par les SQUIDS nous permettent d'obtenir directement les courants continus traversant R_1 et R_2 . En mesurant les tensions aux bornes de R_1 et R_2 nous en déduisons, tout naturellement, les résistances R_1 et R_2 . Enfin, grâce aux relations 5.13 et 5.12 les résistances parasites Rp_a et Rp_b peuvent être alors obtenues.

5.4.2.2 Mesure des résistances différentielles

Les variables qui nous intéressent sont les résistances différentielles situées entre le terminal central de la tri-jonction et les deux autres électrodes supraconductrices :

$$\begin{cases} R_{diff}^A = \frac{\delta V_a}{\delta I_a} \\ R_{diff}^B = \frac{\delta V_b}{\delta I_b} \end{cases} \quad (5.14)$$

Notre dispositif expérimental nous permet d'accéder à δI_a et δI_b avec une précision de l'ordre du dixième de nA . Nous allons utiliser les lois de Kirchhoff[48] pour déduire δV_a et δV_b en fonction des variables et des paramètres mesurés. On se positionnera dans le schéma électronique décrit sur la Fig. 5.4 avec le courant I_{ac} injecté par le terminal central en $J6$. Les courants DC sont, quant à eux, injectés par les autres électrodes de la tri-jonction. On s'aperçoit que δV_a peut s'exprimer en fonction de la chute de potentiel aux bornes de la résistance R_{ref} et celle de résistance R_1 :

$$\delta V_a = \delta V_{R_{ref}} - \delta V_{R_1} \quad (5.15)$$

Or le courant différentiel traversant R_1 est δI_a et celui traversant R_{ref} est $I_{ac} - \delta I_a - \delta I_b$. Ainsi, on obtient le système d'équation suivant :

$$\begin{cases} \delta V_{R_{ref}} = R_{ref}(I_{ac} - \delta I_a - \delta I_b) \\ \delta V_{R_1} = R_1 \delta I_a \end{cases} \quad (5.16)$$

On injecte alors les relations du système 5.16 dans 5.15 et nous obtenons alors δV_a :

$$\delta V_a = R_{ref}(I_{ac} - \delta I_a - \delta I_b) - R_1 \delta I_a \quad (5.17)$$

De la même manière, nous obtenons pour δV_b :

$$\delta V_b = R_{ref}(I_{ac} - \delta I_a - \delta I_b) - R_2 \delta I_b \quad (5.18)$$

Pour finir, on injecte les relations 5.17 et 5.18 dans le système 5.14 :

$$\begin{cases} R_{diff}^A = \frac{R_{ref}(I_{ac} - \delta I_a - \delta I_b) - R_1 \delta I_a}{\delta I_a} \\ R_{diff}^B = \frac{R_{ref}(I_{ac} - \delta I_a - \delta I_b) - R_2 \delta I_b}{\delta I_b} \end{cases} \quad (5.19)$$

Nous avons accès aux paramètres (R_{ref}, R_a et R_b) et notre système nous permet de mesurer les variables δI_a et δI_b . La mesure des résistances différentielles est donc possible avec un tel dispositif expérimental et celles-ci se déduisent directement des mesures de courant après amplification par les SQUIDS. L'amplification des SQUIDS permet d'accéder à la mesure des courants pour des échantillons de faible impédance avec une bonne précision, c'est à dire une incertitude relative de l'ordre de 0.1%.

5.4.2.3 Mesure des tensions V_a et V_b

Comme nous l'avons vu, les tensions V_a et V_b sont imposées indirectement par des générateurs de courant continus. Cependant, pour un grand nombre d'échantillons les relations $V_a \approx -R_1 I_1^{dc}$ et $V_b \approx -R_2 I_2^{dc}$ sont trop simplifiées. Pour accéder aux tensions V_a et V_b , il faut, alors, les mesurer. Pour cela, il existe trois méthodes :

1. La première consiste à mesurer directement, à l'aide de nano-voltmètres, les chutes de potentiel entre $J_6 - J_1$ et $J_6 - J_7$. Malheureusement, cela s'accompagne du bruit inhérent à ce type de mesure. De surcroît, les résistances parasites R_{p_a} et R_{p_b} ne sont pas anodines et doivent être prises en compte.
2. La seconde est de mesurer les courants I_a et I_b à l'aide des SQUIDS puis de calculer V_a et V_b à partir du système d'équation 5.1. La précision des SQUIDS pour mesurer les courants étant de l'ordre de $0.1nA$ cette démarche permet de connaître les tensions avec une très bonne précision par rapport à la première méthode. Cependant, la technique de mesure des SQUIDS ne peuvent pas suivre des brusques variations de courant, provoquées par exemple par la transition de l'état supraconducteur à l'état normal de l'échantillon. La Fig.5.6 illustre ce problème.

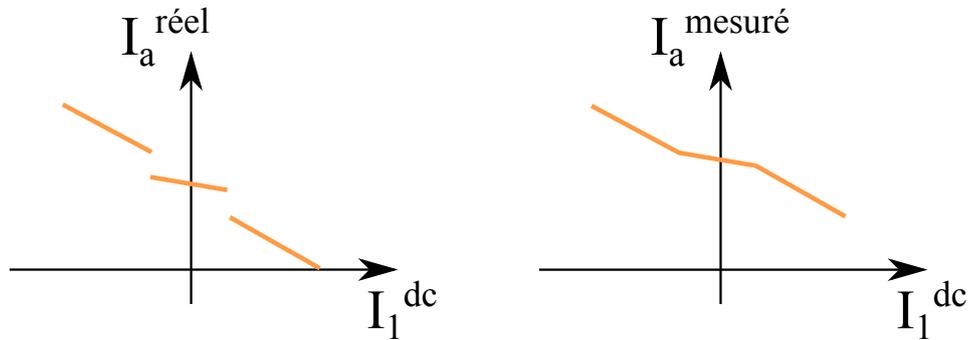


Figure 5.6 – Illustration du courant réel traversant une jonction (à gauche) et le courant mesuré par les SQUIDS (à droite). Les sauts en courant liés au passage à l'état résistif de l'échantillon ne sont pas pris en compte par les SQUIDS.

On ne connaît donc pas les courants I_a et I_b de manière absolue mais on a une bonne mesure de leurs variations relatives. Pour pallier à ce problème, on peut mesurer les tensions par la première méthode puis de les utiliser pour ajuster avec les valeurs des tensions obtenues par la seconde méthode.

3. Enfin, on peut accéder à V_a et V_b en intégrant numériquement R_{diff}^A et R_{diff}^B par rapport à δI_a et δI_b . Nous n'avons donc pas besoin de mesurer I_a et I_b , ce qui est un gain de temps appréciable. Comme avec la méthode précédente les tensions ne sont alors connues qu'à une constante près (la constante d'intégration) et nous devons tout de même mesurer V_a et V_b directement.

Dans tous les cas, nous devons mesurer V_a et V_b et le temps de mesure pour un point dans cette opération est d'environ $500ms$. Le coût total pour récupérer les tensions est donc de $50h$.

5.4.3 Circuit de mesure à l'étage $4K$

Dans le bain d' 4He au-dessus de la bride $4K$, les deux SQUIDs A et B en niobium agissent comme des pico-Ampèremètre. Dans cette section, nous étudierons leur fonctionnement.

5.4.3.1 Fonctionnement des SQUIDs comme pico-Ampèremètre

Comme nous l'avons vu dans 3.2.6.2 un SQUID consiste en une boucle supraconductrice dans laquelle au moins une jonction Josephson y est insérée. Lorsqu'une seule jonction est présente on parle d'un SQUID à couplage radiofréquence (RF) et lorsqu'il y a deux jonctions similaires c'est un SQUID à polarisation en courant continu (DC). Le SQUID DC présente une meilleure performance en bruit et c'est pour cela que nous utilisons ce type de SQUID dans notre expérience. Nous ne discuterons que des SQUIDs DC par la suite.

Le principe de fonctionnement d'un SQUID repose sur le fait qu'un flux ϕ_a à travers une boucle est quantifié, et toute déviation à cette quantification induit un courant d'écrantage I_{screen} dans le SQUID. Autrement dit, si le flux ϕ_a appliqué au SQUID est différent de $n\phi_0$, avec n un entier et ϕ_0 le quantum de flux, alors un courant d'écrantage permanent I_{screen} circule dans la boucle du SQUID pour maintenir le flux total dans boucle de SQUID à un nombre entier de ϕ_0 . Ainsi, I_{screen} trouvera son maximum pour un demi-entier de flux $(n + \frac{1}{2})\phi_0$ traversant la boucle et un minimum pour un $n\phi_0$, voir Fig.5.7. Ainsi, en faisant varier le flux à travers le système, la caractéristique courant-tension du SQUID va osciller entre ces deux extrêmes.

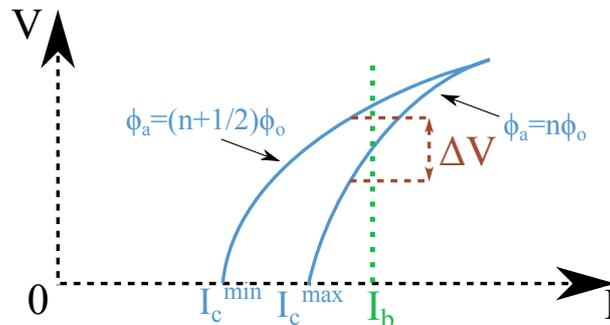


Figure 5.7 – Illustration des caractéristiques courant-tensions extrêmes d'un SQUID continu obtenues pour un flux appliqué égal à $n\phi_0$ et $(n + \frac{1}{2})\phi_0$.

En polarisant le SQUID par un courant I_b , appelé courant de polarisation, très légèrement au-dessus du courant critique du système, la moindre variation de flux traversant le SQUID entrainera une réponse en tension de la part de celui-ci. Par ce principe, nous pouvons obtenir une relation sinusoïdale de la tension par rapport au flux appliqué au SQUID : c'est la caractéristique tension-flux de la Fig.5.20. Cette tension sera ensuite amplifiée puis mesurée par un circuit électronique. Pour cela, il faut choisir un point de fonctionnement W que l'on choisit dans la partie linéaire de la caractéristique tension-flux, c'est à dire à $(n + 1/4)\phi_0$. Expérimentalement, pour se positionner sur ce point $(n + 1/4)\phi_0$ il suffit de mesurer la dérivée de la caractéristique tension-flux sur une plage d'environ ϕ_0 et de se positionner au maximum.

En effet, lorsque le flux appliqué à travers le SQUID est de $(n + 1/4)\phi_0$ alors la pente α (en V/ϕ_0) est maximum comme figuré sur la Fig.5.8.

A cette endroit précis, nous obtiendrons une réponse linéaire en tension pour une petite variation de flux $\delta\phi_a$:

$$\delta V_S = \alpha \delta\phi_a \quad (5.20)$$

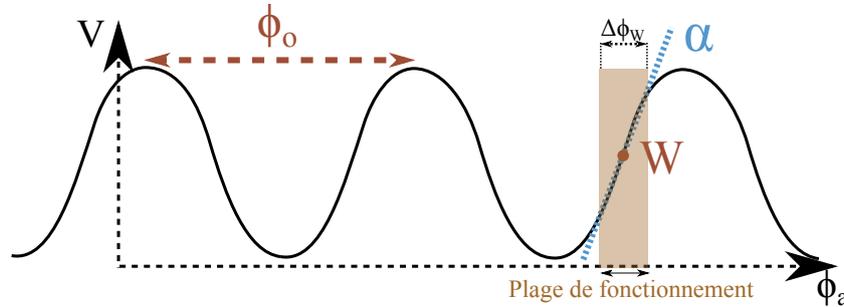


Figure 5.8 – Caractéristique tension-flux d'un magnétomètre à SQUID polarisé légèrement au-dessus du courant critique. $\delta\phi_W$ est la plage de fonctionnement du SQUID dans son régime linéaire. α , la pente du régime linéaire, donne une idée des performances du SQUID. Plus la pente est élevée plus grande sera la sensibilité au flux appliqué

Ce régime linéaire n'est cependant possible que dans une petite plage de flux $\delta\phi_W$ entre les deux extremums $(n + 1/2)\phi_0$ et $n\phi_0$. Afin d'agrandir la plage de fonctionnement, un circuit de contre-réaction, que nous détaillerons par la suite, doit être ajouté au système.

Nous venons de montrer comment à partir d'une mesure de la chute de potentiel aux bornes du SQUID nous pouvons obtenir la variation de flux pénétrant celui-ci. Nous avons là, un superbe magnétomètre. Pour transformer un magnétomètre à SQUID en ampèremètre de haute sensibilité il faut tout simplement que l'anneau du SQUID soit couplée magnétiquement à une bobine d'inductance L via une inductance mutuelle M . En effet, nous savons, grâce aux travaux de Faraday, que le courant I traversant l'inductance génère un flux ϕ_a/M dans le circuit du SQUID :

$$\phi_a = MI \quad (5.21)$$

Nous obtenons alors la relation entre la variation du courant traversant l'inductance et la variation de tension mesurée aux bornes du SQUID en combinant 5.20 et 5.21 :

$$\delta I = \frac{\delta V_S}{\alpha M} \quad (5.22)$$

Pour finir, l'équation 5.22 souligne l'importance de se positionner sur une partie linéaire où la variation de pente α est négligeable afin de ne pas fausser la mesure. Notre système à base de SQUID fonctionne sur le même principe avec une inductance d'entrée d'environ $2\mu H$, une mutuelle d'inductance d'environ $0.200\mu A/\phi_0$ et avec un circuit de contre-réaction à verrouillage de flux.

5.4.3.2 Système de contre-réaction à verrouillage de flux

La méthode consiste à maintenir le flux traversant la boucle du SQUID, constant, en générant un contre-flux nécessaire pour revenir au point de fonctionnement initial. Cette compensation du flux est assurée par un système appelé boucle à verrouillage de flux. Pour cela, le circuit du magnétomètre est doté d'une seconde inductance, appelée bobine de contre-réaction, qui sera utilisée afin de générer le contre-flux. Ce système existe avec une lecture

directe de la tension du SQUID (Direct-coupled FLL circuit) cependant cette technique entraîne l'utilisation d'un amplificateur bruyant.

Afin d'éviter ce type de problème, la modulation du flux est la technique couramment utilisée. Elle consiste à générer un flux AC à travers l'inductance de contre-réaction en ajoutant un courant I_{mod} , appelé courant de modulation, de faible amplitude par rapport à ϕ_0 . Le signal résultant est ensuite détecté par une détection synchrone puis intégré pour reconstituer la tension continue aux bornes du SQUID. Cette technique présente l'intérêt de pouvoir utiliser un amplificateur différentiel à faible bruit mais rajoute une complexité dans le circuit électronique (voir Fig.5.9) par la nécessité de posséder une détection synchrone avec une référence à f_M . Le signal AC utilisé est un signal carré de fréquence $f_{ref} = 500kHz$ d'amplitude $\phi_0/2$.

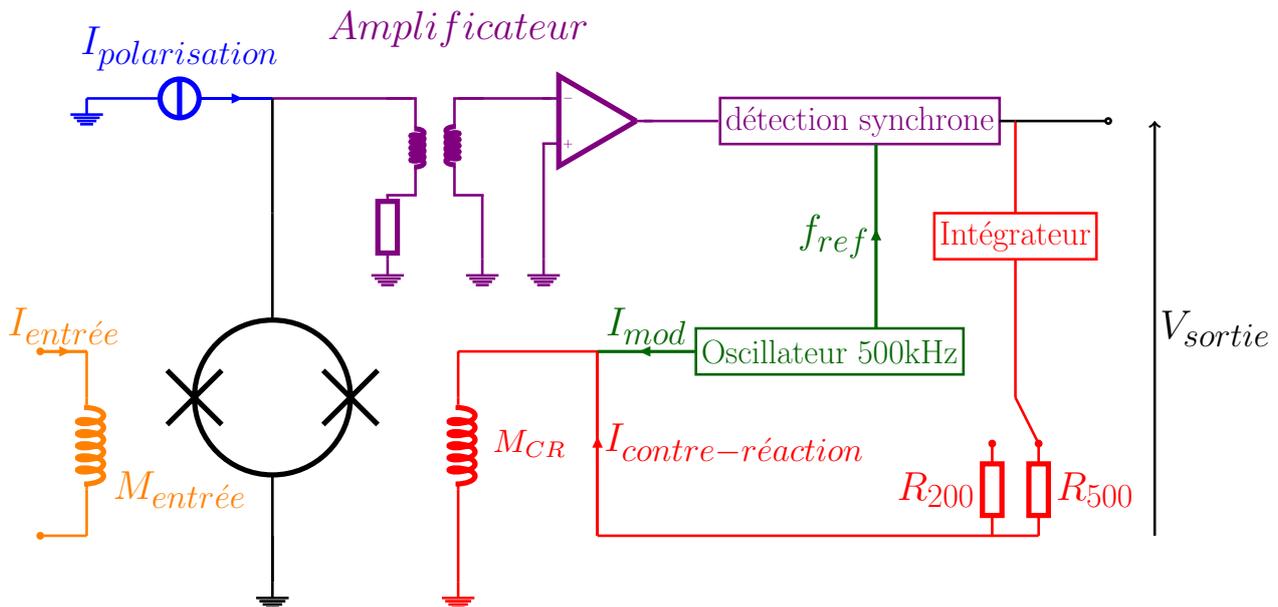


Figure 5.9 – Schéma du circuit de contre-réaction à verrouillage de flux pour un SQUID DC. La modulation de l'oscillateur opère à une fréquence f_m .

Pour expliquer plus facilement le principe du système de contre-réaction, nous allons utiliser un courant sinusoïdal de fréquence f_{ref} comme courant de modulation. Supposons que le flux appliqué au SQUID est tel que $\phi_a = n\phi_0$, alors le point de fonctionnement du SQUID se situera dans la partie quadratique de la caractéristique tension-flux du magnétomètre. La tension résultante du flux à travers le SQUID suit donc la relation suivante :

$$V_{SQUID} = \phi_a^2 \quad (5.23)$$

La réponse en tension à tout flux sinusoïdal dans la partie quadratique de la caractéristique tension-flux sera alors une tension au double de la fréquence du flux appliqué. La tension de sortie de la détection synchrone sera donc nulle lorsque le flux $\phi_a = n\phi_0$. Cela est tout aussi vrai lorsque $\phi_a = (n + 1/2)\phi_0$.

En revanche, lorsque le flux appliqué est égal à $(n + \frac{1}{4})\phi_0$, le point de fonctionnement se situe alors au centre de la partie linéaire. La réponse en tension par le SQUID sera donc une tension de même fréquence que le flux appliqué. La tension de sortie de la détection synchrone sera alors maximale lorsque le flux $(n + \frac{1}{4})\phi_0$. Au contraire, si on diminue le flux de jusqu'à $(n - \frac{1}{4})\phi_0$, la sortie sera alors négative et minimale (voir Fig.5.10).

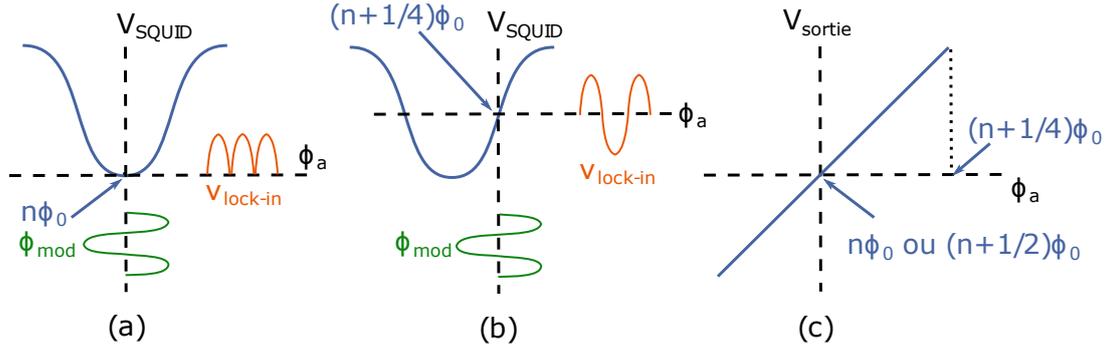


Figure 5.10 – Schéma de la modulation en flux montrant les différentes tensions pour un SQUID DC. **a)**- $\phi_a = n\phi_0$; **b)**- $\phi_a = (n + \frac{1}{4})\phi_0$; **c)**- La tension lue à la sortie du circuit par rapport au flux.

Après intégration, le signal provenant de la détection synchrone est intégré puis couplé par une résistance à la bobine de contre-réaction de telle sorte que la tension lue par la détection synchrone soit nulle. Le point de fonctionnement du système de contre-réaction à verrouillage de flux se situe donc sur un extremum de la caractéristique tension-flux du SQUID.

Cependant, nous avons vu dans la partie précédente que le SQUID doit fonctionner dans le régime linéaire de la caractéristique tension-flux afin que l'équation reliant la tension au courant traversant l'inductance d'entrée soit la même en tout point de la plage de fonctionnement du SQUID. Pour cela, la modulation utilisée est en fait un signal carré avec une amplitude $\frac{\phi_0}{4}$. Le principe de ce type de modulation est exposé sur la Fig.5.11.

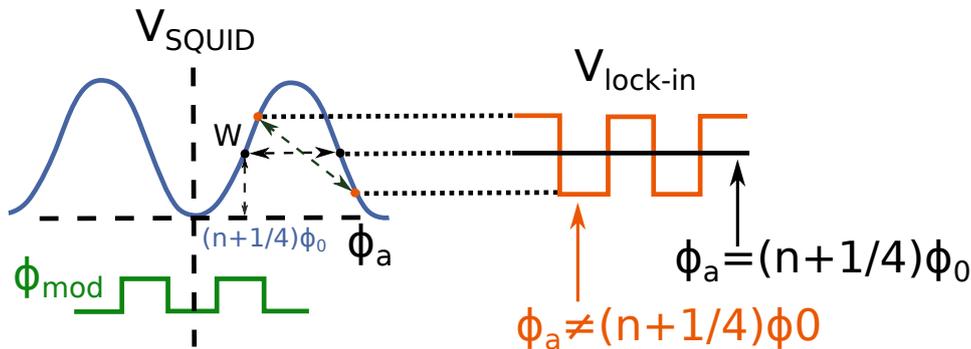


Figure 5.11 – Schéma de la modulation en flux à l'aide d'un signal de référence carré. Tout flux différent de $\phi_a = (n + \frac{1}{4})\phi_0$ entraîne une tension non-nulle aux bornes de la détection synchrone.

La modulation utilisée doit générer à travers l'inductance de contre-réaction un flux d'amplitude $\phi_0/2$. En effet, comme présenté sur la Fig.5.11 avec un tel signal de référence la sortie de la détection synchrone est nulle lorsque le flux d'entrée se situe au point de fonctionnement $(n - \frac{1}{4})\phi_0$. Tout flux positif $\delta\phi_1 > 0$ conduit à une réponse opposée en phase par rapport au flux de modulation. Dans le cas d'un flux négatif $\delta\phi_1 < 0$, la tension résultante sera alors en phase avec le flux de modulation. La tension de sortie de la détection synchrone est alors intégrée puis couplée via une résistance vers l'inductance de contre-réaction. Le système est alors verrouillé au point de fonctionnement W, c'est à dire au milieu du régime linéaire $(n - \frac{1}{4})\phi_0$.

Pour toute variation du flux excédant $\phi_0/4$, l'électronique de contre-réaction doit être suffisamment rapide pour maintenir le signal au point de fonctionnement ; c'est ce que l'on appelle le « slew rate ». Toute perturbation fréquentielle supérieure à $f_{slewrates}/10$ provoque l'instabilité du point de fonctionnement. Le système ne peut alors plus fonctionner correctement rendant la lecture du courant dans l'inductance d'entrée des SQUIDS impossible. Pour

cela, les SQUIDS sont protégés contre un grand nombre de perturbations extérieures tel que les vibrations, les champs magnétiques et les courants hautes fréquences. En général, ces sauts n'apparaissent que très rarement dans les expériences. Dans notre expérience, le « slew rate » est donné par la fréquence $f_{slewrates} = 50kHz$. Ainsi, la fréquence des courants mesurés par le système ne peut excéder $5kHz$.

Lorsque le flux à compenser devient trop important, la tension à la sortie de l'électronique à SQUID atteint la limite de $4V$. Il convient alors d'annuler le courant de contre-réaction. Le SQUID se stabilise alors dans une autre position de la caractéristique $V(\phi)$ et la mesure peut reprendre. On comprend alors que nous ne pouvons obtenir une mesure absolue avec les SQUIDS.

Nos SQUIDS ont été délivrés par le fabricant TRISTAN technologies et leurs caractéristiques sont assurées par la même compagnie. L'électronique du circuit de contre-réaction à verrouillage de flux provient aussi de la même compagnie ; il comprend l'intégralité des circuits extérieurs et se nomme IMC-303 IMAG Multichannel SQUID controller. Cette électronique peut contrôler indépendamment jusqu'à 3 SQUIDS dont les caractéristiques principales sont fournies par TRISTAN technologies et présenté dans le tableau 5.1.

SQUID		1	2	3
Courant de polarisation	μA	24	25.03	25.65
Gain SQUID	mV/ϕ_0	1.084	0.948	0.653
SQUID magnification	mV	0.25	0.256	0.181
Inductance mutuelle de la bobine de contre-réaction avec le SQUID	$\mu A/\phi_0$	1.51	1.50	1.60
Inductance mutuelle de la bobine d'entrée avec le SQUID	$\mu A/\phi_0$	0.194	0.186	0.189
Inductance de la bobine d'entrée	μH	1.96	1.89	1.85
Limite de courant	μA	>16	>22	>22
bruit de scintillation	Hz	<0.325	<0.3	<0.2
No Load	$\mu\phi_0/\sqrt{Hz}$	3.15	2.85	2.54
Load	$\mu\phi_0/\sqrt{Hz}$	3.62	3.67	2.32

Table 5.1 – Propriétés des trois SQUIDS utilisés pour les expériences fournies par TRISTAN electronics.

5.4.4 Ligne micro-onde

La ligne micro-onde de $300K$ à $4K$ est constituée d'un câble coaxial rigide en inox caractérisé par des pertes faibles pour la gamme de fréquence entre $1GHz$ et $20GHz$ ainsi que par une impédance caractéristique de 50Ω . Au niveau de la bride $4K$, un atténuateur de $20dB$ a été ajouté afin de minimiser l'impact du bruit thermique fourni par la ligne.

À partir de la bride $4K$, la ligne micro-onde est constituée d'un câble coaxial souple thermalisé aux différents étages du cryostat au moyen d'un serrage par une fine plaque de cuivre.

Enfin, au niveau de la chambre de mélange, le câble est dénudé et est approximativement situé à $5mm$ de l'échantillon. Celui-ci irradie la micro-onde, générée par une source RF, sur l'échantillon. Cette technique est facile dans sa mise en œuvre mais a pour inconvénient que l'on ne sait pas qu'elle est la puissance irradiée reçue par l'échantillon. Ainsi, seules quelques fréquences (typiquement à $8GHz$ et $15GHz$) sont susceptibles de provoquer une réponse de

l'échantillon.

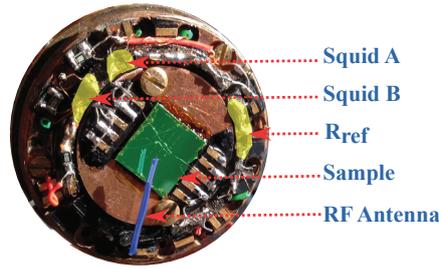


Figure 5.12 – Photo du porte échantillon du cryostat.

5.4.5 Circuits de mesure à température ambiante

Dans notre système de mesure, les tensions et les résistances différentielles sont mesurées séparément et avec des circuits de mesures différents. En effet, les amplificateurs différentiels, utilisés dans les mesures de tensions, sont particulièrement bruyants pour les picoampèremètres que sont les SQUIDS. Nous présenterons brièvement dans cette section les deux circuits de mesure extérieurs. Pour la totalité des circuits, les appareils électroniques utilisés ont été les suivants :

- 2 Détections synchrones SR830
- 2 Voltmètres Agilent 34410A
- 2 Voltmètres Keithley 2000
- 2 Sources de tension Yokogawa 7651
- 1 Source de signal RF Anritsu MG3693C
- 1 contrôleur de SQUID IMC-303 iMAG multichannel

5.4.5.1 Circuit extérieur de mesure de la résistance différentielle

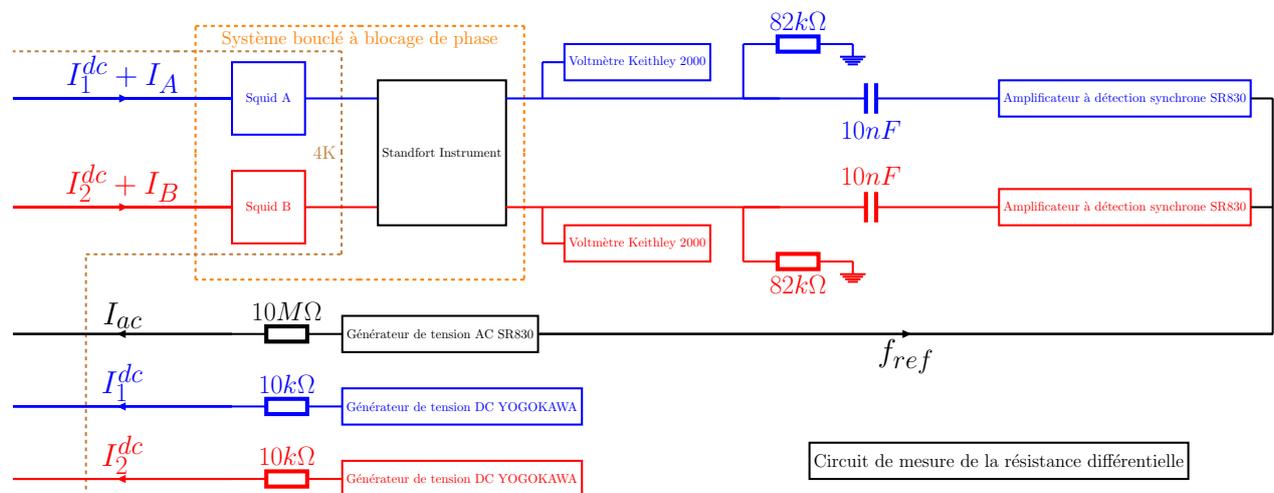


Figure 5.13 – Circuit électronique utilisée lors de la mesure de la résistance différentielle. Le paramètre k est le gain d'amplification du courant obtenue après passage dans la chaîne d'amplification à SQUID.

Les courants en entrée des SQUIDS sont convertis en tensions sur la sortie de l'instrumentation des SQUIDS. Le circuit extérieur pour mesurer la résistance différentielle consiste à mesurer les contributions DC de ces tensions de sortie par des voltmètres Keithley 2000 et de mesurer les contributions AC avec les détections synchrones SR830. Les voltmètres Keithley 2000 sont configurés avec un temps d'intégration « medium » (c'est à dire de $20ms$). Les détections synchrones sont, quant à elles, configurées avec un temps d'intégration de $30ms$ en mode de couplage AC (c'est à dire qu'on utilise le passe-haut interne avec une fréquence de coupure de $0.16Hz$). Le nombre d'intégration pour un point de mesure est de 7 fois le temps d'intégration afin de diminuer le bruit mesuré (configuration sur les détections synchrones d'une pente du filtre passe-bas de $12dB/oct$). Le temps d'intégration total est alors de $210ms$; c'est le temps nécessaire pour que les détections synchrones mesurent correctement un point de mesure.

En plus, j'ai ajouté un passe-haut à l'entrée de chaque détection synchrone avec une fréquence de coupure d'environ $194Hz$ et une constante de temps aux alentours de $0.82ms$. Le but de cette manœuvre sera discuté dans la section 5.5.

Les générateurs de tension DC utilisés sont de la marque YOKOGAWA. Le générateur de tension AC utilisé est interne à une détection synchrone SR830. Les tensions générées sont converties en courant par l'ajout d'une résistance de $10k\Omega$ pour les tensions continues et avec une résistance $10M\Omega$ pour la tension AC.

La vitesse de mesure dans ce type de configuration est d'environ 3.63 points de mesure par seconde.

5.4.5.2 Circuit extérieur de mesure des tensions

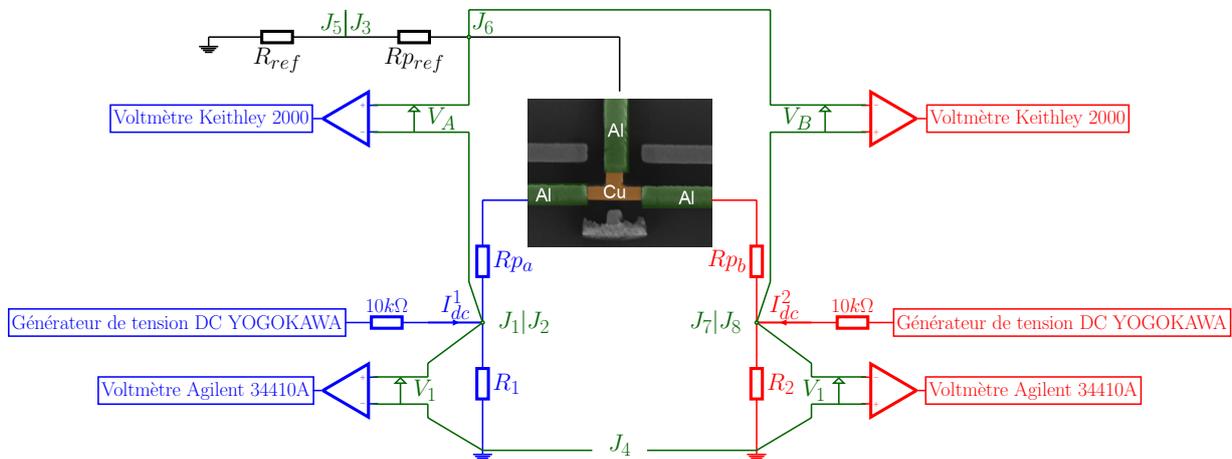


Figure 5.14 – Circuit électronique utilisé lors de la mesure des tensions V_A, V_B, V_1, V_2 .

La mesure des tensions est complémentaire à celle des résistances différentielles. Pour cela, nous utilisons un autre circuit de mesure, schématisé sur la Fig.5.14. Pour mesurer les tensions V_A et V_B , les voltmètres Keithley 2000 sont utilisés dans leur configuration de mode d'intégration "medium" (soit une mesure toute les $20ms$).

Afin de mesurer les tensions aux bornes des résistances R_1 et R_2 , nous utilisons deux voltmètres Agilent 34410A car ils sont plus versatiles que les Keithley 2000. En effet, les Agilent ont largement plus d'options de configuration que les Keithley 2000. Ainsi, les Agilent 34410A ne sont pas configurés dans le mode "NPLC" comme les Keithley mais dans le mode "Aperture" avec une période d'intégration de $90ms$. Dans ce mode, le gain de temps est aux

alentours de $150ms$ par point de mesure ce qui représente une diminution de $15h$ sur le temps d'acquisition total.

La vitesse de mesure dans ce type de configuration est à peu près de 2 points de mesure par seconde.

5.5 Optimisations de la mesure

Toute expérience en laboratoire repose sur un trilemme : on veut acquérir un nombre de points M_{total} , avec un bruit acceptable, sur une durée de temps maximale T_{max} . Nous pouvons alors déduire trois paramètres :

- Le temps de mesure pour obtenir les résultats pour un point
- Le bruit de la mesure, caractérisé ici par l'écart-type
- Le nombre de points total pour une expérience

Dans le cas de cette thèse, le nombre de points total est d'environ 360000 points par expérience. Le but est donc d'augmenter la vitesse de mesure pour obtenir ce nombre de point en l'espace de un ou deux jours sans pour autant que cela affecte le bruit, voire en le diminuant.

Avant les modifications que j'ai opérées sur le dispositif expérimental, la vitesse de mesure était alors de $0.4point/s$ et le principal goulot d'étranglement dans le processus de mesure provenait du temps de stabilisation, environ $2.4s$, des détections synchrones. Avec une telle vitesse, une expérience de $24h$ correspondait alors à 35000 points de mesure. Pour obtenir un graphique 2D typique le temps total estimé était alors de 7 jours.

Origines du ralentissement : Afin de comprendre l'origine du temps de stabilisation des détections synchrones un petit rappel est nécessaire : une détection synchrone permet d'extraire des signaux AC de faible amplitude par multiplication du signal par un signal de fréquence proche de celle à détecter. Dans l'expérience, les SQUIDS amplifient sans distinction le courant AC et DC les traversant. Ainsi, les incréments des courants DC sont amplifiés et réinjectés vers les détections synchrones. Or on sait qu'une marche de courant DC se comporte comme un grand nombre de signaux sinusoïdale superposés ; expliquant alors la perte de signal pour la détection synchrone, illustré sur la Fig.5.15.

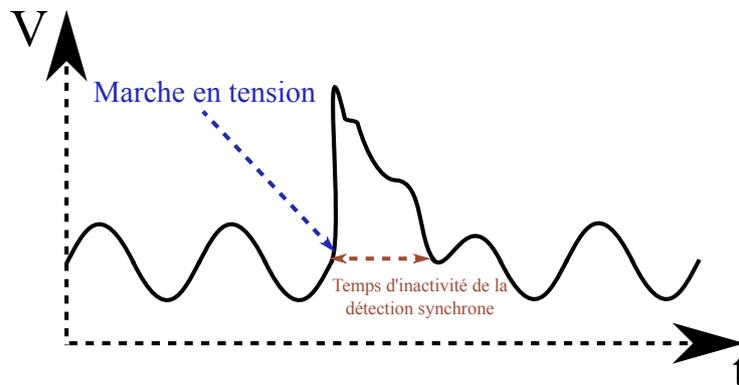


Figure 5.15 – Illustration de l'impact d'une marche de tension lors de la lecture de la tension AC par une détection synchrone.

La remise à zéro du flux DC à travers le SQUID entraîne, elle-aussi, un temps d'attente, noté T_{reset} . Cette remise à zéro provoque une marche de tension pour les détections synchrones

les rendant alors incapable de fonctionner pendant le temps de stabilisation du signal. Cette ré-initialisation est provoqué lorsque la tension de sortie des SQUIDS dépasse un certain seuil, ce qui est environ le cas tous les 1 à 4 points de mesures suivant les gains des SQUIDS. Ce cas de figure est illustré sur la Fig.5.16.

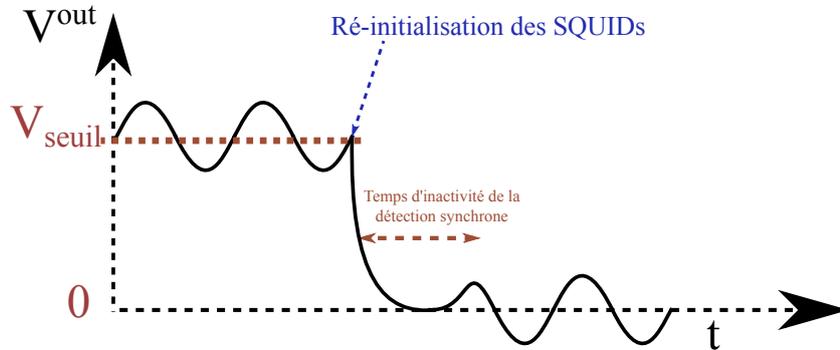


Figure 5.16 – Illustration de l'impact d'une ré-initialisation des SQUID sur une détection synchrone.

Les différents paramètres ajustables : Dans le cadre de nos expériences les paramètres qui ont un impact sur les temps de mesure et sur le bruit sont les suivants :

- Le temps d'intégration des détections synchrones T_{int}
- La fréquence du courant AC injectés et mesurés f_{AC}
- La pente du filtre passe-bas interne aux détections synchrones $Slope$ (en dB/Oct)
- Le temps d'intégration des voltmètres T_{volt}
- Le temps d'attente de stabilisation T_{stab}
- Le temps d'attente après ré-initialisation des SQUIDS T_{reset}
- L'ajout d'un passe-haut en entrée de chaque détections synchrones

Les solutions envisagées : Afin de palier au problème de remise à zéros du flux DC, nous avons envisagé un montage tel que le courant DC ne passe pas par les SQUIDS. Ceci peut être obtenues par le circuit schématisé sur la Fig.5.17.

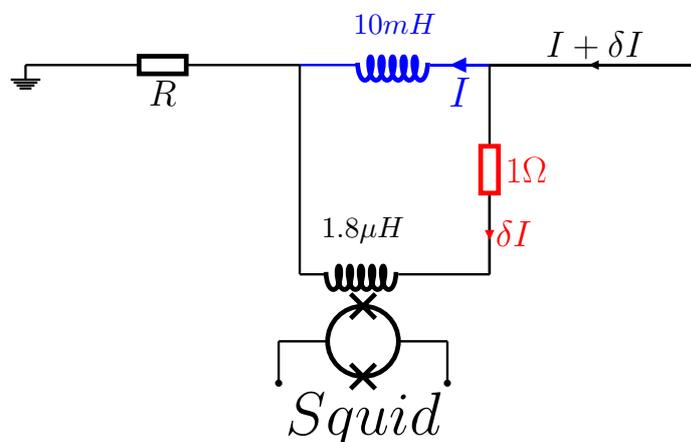


Figure 5.17 – Illustration d'un système de coupure de courant DC dans le circuit électronique

Cependant, cette solution possède les désavantages de modifier le schéma électronique et d'adjoindre une source de bruit dans le circuit de mesure à froid. Cette première solution a été mise de côté après quelques tentatives infructueuses.

La seconde solution a été de mettre un filtre passe-haut à l'entrée des détections synchrones. Ces passe-hauts ont été fabriqués pour obtenir une fréquence de coupure d'environ $190Hz$ tout en ayant une réponse inférieure à $1ms$. La fréquence du signal sinusoïdale a été alors augmentée passant de $77Hz$ à $1132Hz$ (les fréquences sont choisies telles qu'elles ne sont pas des harmoniques entières du $50Hz$). Cette seconde solution présente le double avantage de ne pas modifier le circuit de mesure à froid et de ne pas rajouter de source de bruit à côté de l'échantillon. C'est cette seconde solution qui a été utilisée durant les mesures de ma thèse.

Les résultats des optimisations : Pour améliorer un dispositif de mesure, il est important de connaître le temps d'acquisition minimale que l'on peut atteindre lorsque tous les temps d'attentes sont fixés à zéros, c'est l'optimisation idéale. Le temps de mesure dans le cas d'une optimisation idéale représente le temps incompressible lié aux appareils et systèmes de communication (GPIB) utilisés, que l'on note le temps optimal T_{opt} . Pour les appareils utilisés, figurant dans le schéma de circuit 5.13, nous obtenons alors $T_{opt} = 175ms/point$

Une expérience dans le cadre de cette étude représente environ 360 000 points de mesure. Le temps total minimum pour une expérience est alors d'environ $17h$. Le temps total avec l'ancienne configuration était d'environ $168h$ pour le même nombre de points.

La nouvelle configuration avec le filtre passe-haut précédemment cité a permis d'obtenir une vitesse de mesure de :

$$T_{mes} = 273ms/point \quad (5.24)$$

Ainsi le temps total de mesure avec la nouvelle configuration permet d'obtenir ces 360 000 points en $27h$. Ainsi, le choix des paramètres des appareils utilisés lors des expériences (en particulier pour le circuit de mesure des résistances différentielles) permet de transformer un escargot en un Lance Armstrong dopé sur une étape du tour de France.

Chapitre 6

Resultats expérimentaux à trois terminaux

En premier lieu, le processus de fabrication d'échantillons sera introduite dans ce chapitre. Ensuite, une analyse d'un échantillon en forme de T, similaire à celui présenté sur la Fig.4.12a, est proposée. Ainsi, les formes et l'amplitudes des résonances seront étudiées sans application de micro-onde. Ensuite, nous apporterons des analyses supplémentaires par des expériences d'irradiation micro-onde (Shapiro) sur le même échantillon. Dans un second temps, l'étude des effets à deux terminaux en fonction de la tension et de la température sera introduite pour un échantillon à trois électrodes supraconductrices mais avec une forme en Y.

6.1 Fabrication

Les échantillons ont été fabriqués par la technique d'évaporation par masque d'ombrage. Une partie des échantillons a été faite par Hervé Courtois à l'institut Néel et une autre partie par François Lefloch au CEA. Toutes les tri-jonctions sont composées d'Aluminium (Al) et de Cuivre (Cu) d'une pureté supérieure ou égale à 99.99%. L'Aluminium est utilisé pour les électrodes supraconductrices et le Cuivre pour la jonction métallique. Deux géométries différentes des tri-jonctions ont été étudiées ; une géométrie en forme de T et une géométrie en forme de Y. La longueur du métal entre deux terminaux supraconducteurs varie entre $1\mu m$ à $1.3\mu m$ excédant la longueur de cohérence des paires de Cooper dans le Cuivre $\xi_N = 200nm$. La constante de diffusion dans le Cuivre est estimée à environ $D = 0.01m^2/s$ et la longueur de cohérence de phase L_ϕ est de l'ordre de $1 - 2\mu m$ à $100mK$.

La première étape de fabrication consiste à déposer une bi-couche de résine PMMA/MAA sur un substrat en silicium (voir Fig. 6.3a). Dans un second temps, la structure du masque est préparée par lithographie électronique. Comme la résine de MMA est plus sensible au faisceau électronique que la résine de PMMA, une gorge est formée dans la MMA. Après développement, la résine exposée est alors supprimée. Si le processus est correctement préparé, une gorge est creusée dans la MMA, ouvrant une zone sur le substrat en silicium couvert par une couche de PMMA suspendue (voir Fig.6.3c).

Dès lors, on peut commencer à fabriquer l'échantillon en déposant le Cuivre puis l'Aluminium par évaporation. En utilisant différents angles (voir Fig. 6.3d et .6.3e), on peut évaporer in situ ces deux matériaux permettant alors d'éviter l'oxydation en surface du Cuivre et de l'Aluminium. Cette technique du masque d'ombrage permet d'obtenir de très bonne interface entre l'Aluminium et le Cuivre avec comme contrepartie d'imposer des restrictions en terme de taille et d'épaisseur pour l'échantillon.

Si le processus se déroule correctement nous pouvons alors obtenir différentes géométries à 3 terminaux en forme de T ou de Y (voir Fig6.1). Cependant, si l'angle d'exposition est insuffisant l'ombre en Aluminium de la jonction métallique en Cuivre est alors connectée formant ainsi une jonction avec quatre électrodes en Aluminium reliées par un bout de Cuivre (voir Fig6.2).

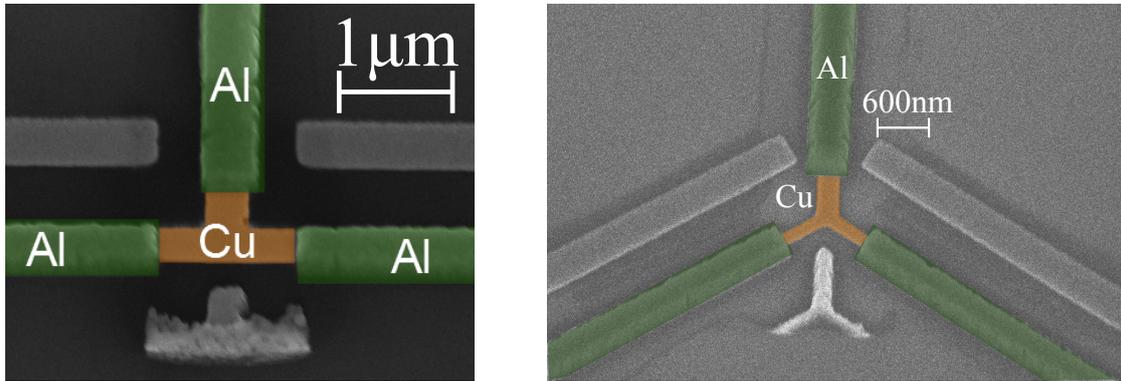


Figure 6.1 – Géométrie à trois terminaux supraconducteurs en Aluminium (en vert) joints par une structure métallique en Cuivre (en orange). La structure métallique est soit en forme de T (à gauche) soit en forme de Y (à droite).

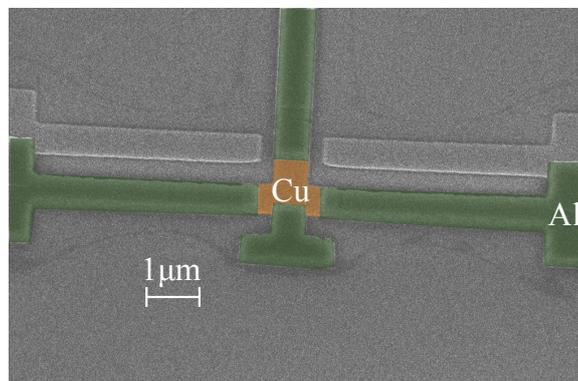


Figure 6.2 – Géométrie à quatre terminaux supraconducteurs en Aluminium (en vert) joints par une structure métallique en Cuivre (en orange) en forme de T. Le quatrième terminal supraconducteur n'a pas de potentiel électrique définie

Pour nos échantillons, 50nm de Cuivre sont évaporés avec un angle d'environ -40° . Après un changement d'angle à 40° , 250nm d'Aluminium sont évaporées. Les résidus de résine du masque sont ensuite enlevés par une technique de décollage dans un bain d'acétone.

Les plots de contacts en TiAu sont ensuite fabriqués afin de faciliter les connexions de l'échantillon avec le porte-échantillon. Cette partie de la fabrication est assurée par lithographie optique suivie d'une évaporation de TiAu.

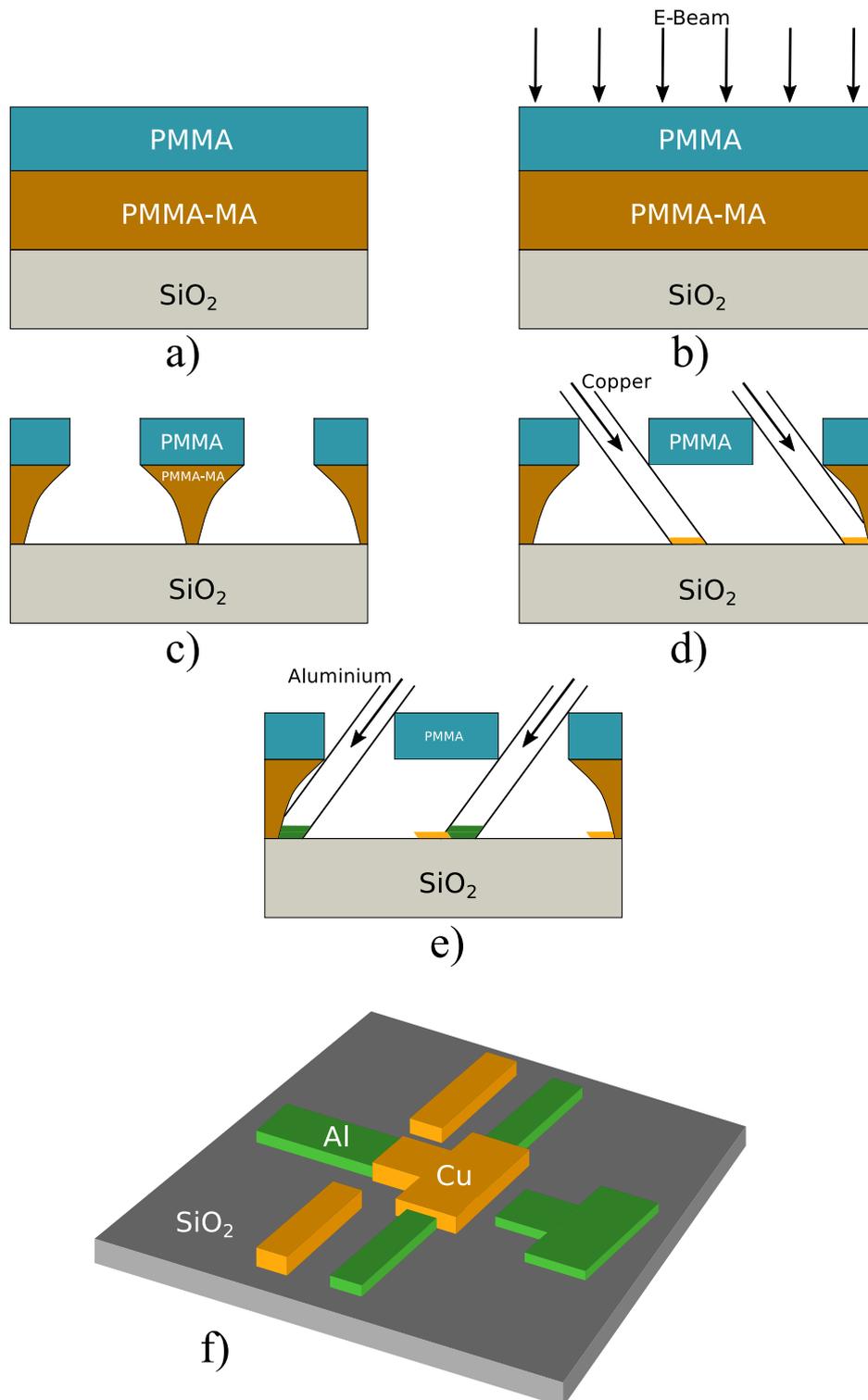


Figure 6.3 – *Processus de fabrication d'une tri-jonction. a)-* Déposition d'une double couche de résine PMMA-MA et PMMA sur une couche de SiO_2 . *b)-* Exposition du masque par lithographie électronique de la résine. *c)-* La résine restante forme un masque par le fait que la PMMA/MA est plus sensible que la PMMA. *d)-* Déposition avec un angle du Cuivre. *e)-* Évaporation de l'Aluminium. *(f)-* Résultat final du processus par la technique d'évaporation par masque d'ombrage.

6.2 Géométrie en forme de T

Des échantillons en forme de T ont déjà été étudiés[64] et restent des références pour de nouvelles expériences sur des structures diffusives à trois terminaux supraconducteurs. Les améliorations apportées au dispositif expérimental, décrites dans le chapitre 5, ont permis d'accroître la résolution des graphiques des données mesurées. En conséquence, les anomalies ont pu être détaillées pour les différents paramètres du système : tensions et puissance RF injectée. Une analyse complète des lignes Josephson DC à deux terminaux en fonction de la température est proposée pour la géométrie en forme de Y.

6.2.1 Caractéristiques de l'échantillon

6.2.1.1 Environnement électronique

Pour cet échantillon, contrairement au circuit usuel des résistances d'environ 1Ω ont été rajoutées en série avec les résistances R_1 et R_2 . Cette tentative avait pour but de réduire le bruit inhérent à une mesure directe de V_a et V_b par les voltmètres au détriment de la polarisation en tension de l'échantillon.

Comme indiqué dans la section 5.4.2.2, pour obtenir les résistances différentielles R_{diff}^A et R_{diff}^B il est nécessaire de connaître l'environnement électronique de l'échantillon. Les résistances dans le cadre de l'expérience sur une géométrie en T ont été mesurées : $R_1 = 1.082, R_2 = 1.086, R_{ref} = 0.09, R_{p_a} = 0.10, R_{p_b} = 0.30$ et $R_{p_{ref}} = 0.15$.

Le courant I_{ac} est injecté directement par le terminal central avec une amplitude de $1600nA$ et une fréquence de $1.127kHz$.

6.2.1.2 Courant critique

En dessous d'une température d'environ $1K$ les terminaux en Aluminium passe à l'état de résistance nulle. À plus basse température ($\approx 600mK$), l'ensemble de la structure passe dans un état de résistance nulle par effet de proximité. On suppose que chaque jonction possède le même courant critique, ainsi $I_c^a = I_c^b = I_c/2$. Malheureusement, l'étude en température pour cet échantillon n'a pas été exhaustive et seules trois températures différentes ont été obtenues :

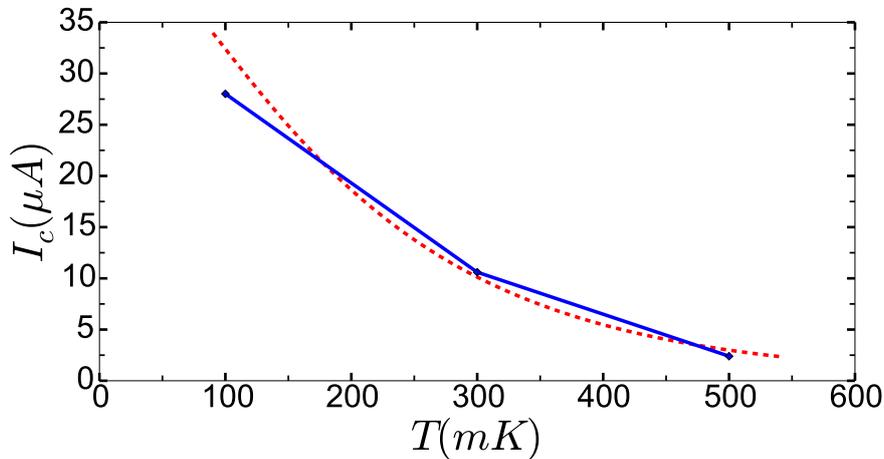


Figure 6.4 – Courant critique I_c en fonction de la température.

Afin d'ajuster la courbe expérimentales et l'équation du courant critique à haute température pour une jonction diffusive longue, présentée à la section 3.2.2.3, les paramètres choisis sont $E_{th} = 5.9\mu\text{eV}$, $R_N = 1.25\Omega$ et $\Delta = 180\mu\text{eV}$. Ce sont les valeurs attendues pour une telle géométrie.

6.2.2 Résultats sans micro-onde

Comme je l'ai déjà annoncé précédemment, des résultats ont déjà été obtenus avec une géométrie en T[64] apportant des informations sur la nature des anomalies sous le gap. Afin de mener des expériences de Shapiro sur ce type d'échantillon il est important de retrouver les résultats précédemment obtenus sans l'utilisation de micro-onde.

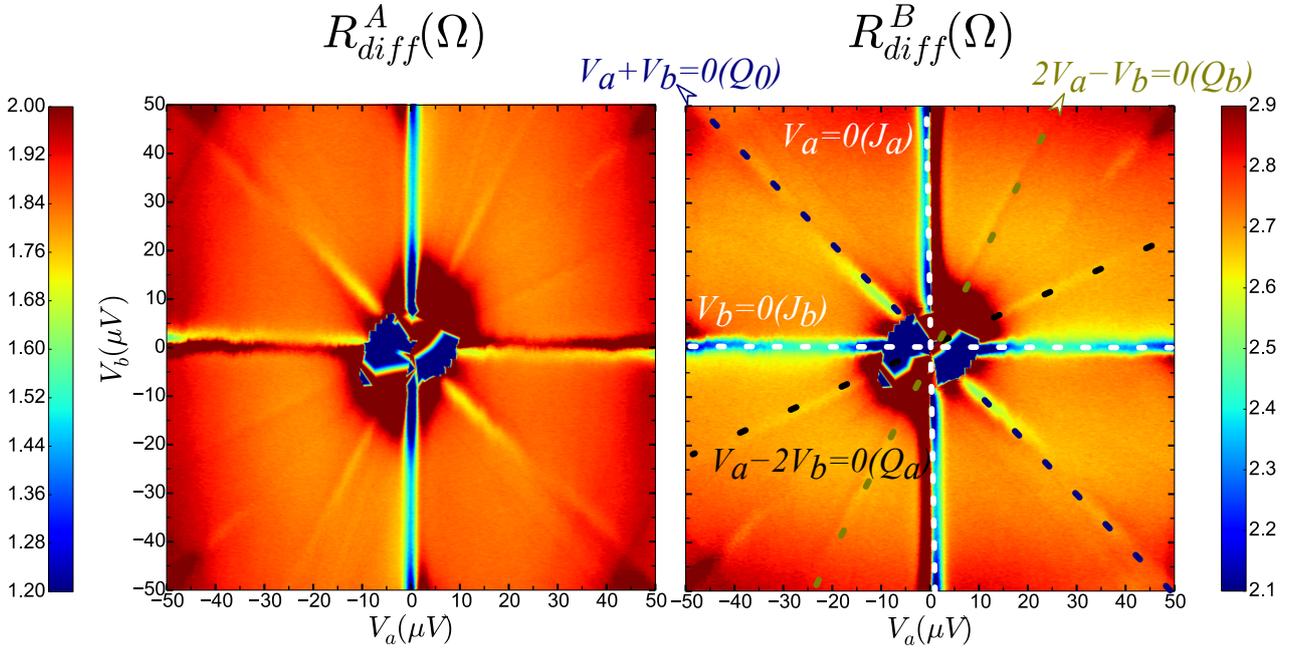


Figure 6.5 – Cartographie des résistances différentielles R_{diff}^A et R_{diff}^B de l'échantillon obtenues en fonction de V_a et V_b obtenue à 100mK. On observe les lignes Josephson à $V_a = 0$ (notée J_a) et à $V_b = 0$ (notée J_b). Des structures additionnelles de type Quartet apparaissent à $V_a + V_b = 0$ (notée Q_o), $2V_a - V_b = 0$ (notée Q_b) et $V_a - 2V_b = 0$ (notée Q_a).

Les images pour les différentes résistances différentielles sont similaires à celles déjà obtenues démontrant ainsi la reproductibilité des résultats. Les effets Josephson DC à 2 terminaux sont clairement apparents à $V_a = 0$ et $V_b = 0$. Les anomalies de type Quartets sont elles aussi présentes. Cependant, l'intensité des anomalies Q_o , Q_b et Q_a sont fortement réduites par rapport à l'échantillon de A. Pfeffer. Une cause possible de cet affaiblissement est le changement du bâti d'évaporation dont le Cuivre et l'Aluminium sont de qualités moindres. Cela a pu favoriser une diminution de la transparence des interfaces diminuant ainsi le mécanisme de Quartet. Comme il est suspecté que le mécanisme de Quartet est favorisé par une polarisation en tension, un autre facteur aggravant est la présence des résistances de 1Ω au lieu de 0.1Ω réduisant une telle polarisation.

6.2.2.1 Détermination du paramètre de dissymétrie γ

Rappelons le couple d'équations 4.14 obtenu dans le modèle RSJ à 3 terminaux introduit dans la section 4.19 :

$$\begin{cases} V_a = -R(\gamma + 1)I_a^N - \gamma RI_b^N \approx -R(\gamma + 1)I_a - \gamma RI_b \\ V_b = -R(\gamma + 1)I_b^N - \gamma RI_a^N \approx -R(\gamma + 1)I_b - \gamma RI_a \end{cases} \quad (6.1)$$

Le paramètre γ correspond au facteur de dissymétrie de la jonction métallique vers S_o . Ainsi lorsque $V_a = 0$ ou $V_b = 0$ nous obtenons les relations en courants pour J_a et J_b :

$$\begin{cases} \frac{\gamma + 1}{\gamma} I_a + I_b = 0; & (J_a) \\ I_a + \frac{\gamma + 1}{\gamma} I_b = 0; & (J_b) \end{cases} \quad (6.2)$$

La position des anomalies dans les cartographies des résistances différentielles en fonction des courants I_a et I_b nous permet ainsi d'accéder directement à γ . Afin de connaître I_a et I_b , nous avons utilisé la première méthode décrite à la section 5.4.2.3 en mesurant les tensions aux bornes des résistances R_1 et R_2 à 100mK. Le résultat pour R_{diff}^A est présentée sur la Fig. 6.6.

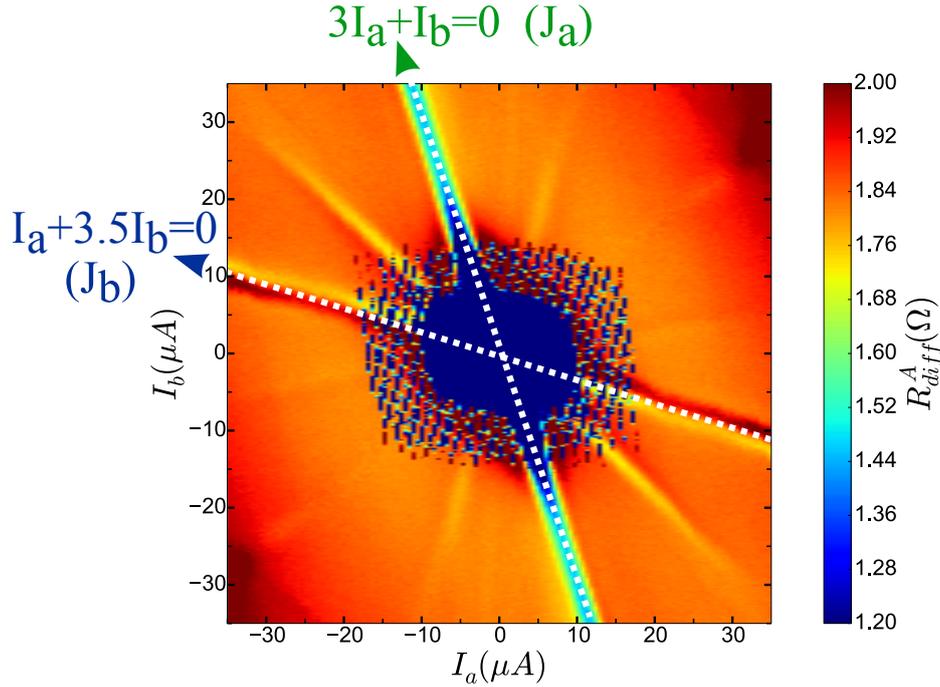


Figure 6.6 – Image de la résistance différentielle R_{diff}^A obtenue à 100mK en fonction des courant I_a et I_b .

On constate que J_a (J_b) suit approximativement la relation $3I_a + I_b = 0$ ($I_a + 3.5I_b = 0$). Ainsi, nous obtenons $\frac{\gamma + 1}{\gamma} \approx 3$ dans un cas et $\frac{\gamma + 1}{\gamma} \approx 3.5$ dans l'autre cas, et par conséquent :

$$0.4 < \gamma < 0.5 \quad (6.3)$$

Cette valeur est cohérente avec la géométrie de notre échantillon en T, voir Fig. 6.1.

6.2.2.2 Suppression numérique de la contribution des courants MAR

Les améliorations apportées au dispositif expérimental ont permis d'augmenter la précision des résultats. Le nombre de points est, alors, suffisant pour permettre l'application d'un filtre médian afin de supprimer le fond dont l'origine provient des courants MAR. Le fond n'est pas un simple décalage de la résistance différentielle et sa valeur dépend des tensions V_a et V_b . Le filtre médian permet d'éliminer les détails d'une image; dans notre cas les différentes anomalies. L'application de ce filtre sur la Fig. 6.7a ne laisse que les contributions des courants MAR, voir Fig. 6.7b. La différence entre la Fig. 6.7a et la Fig. 6.7b révèle les anomalies en supprimant le fond, voir Fig. 6.7c.

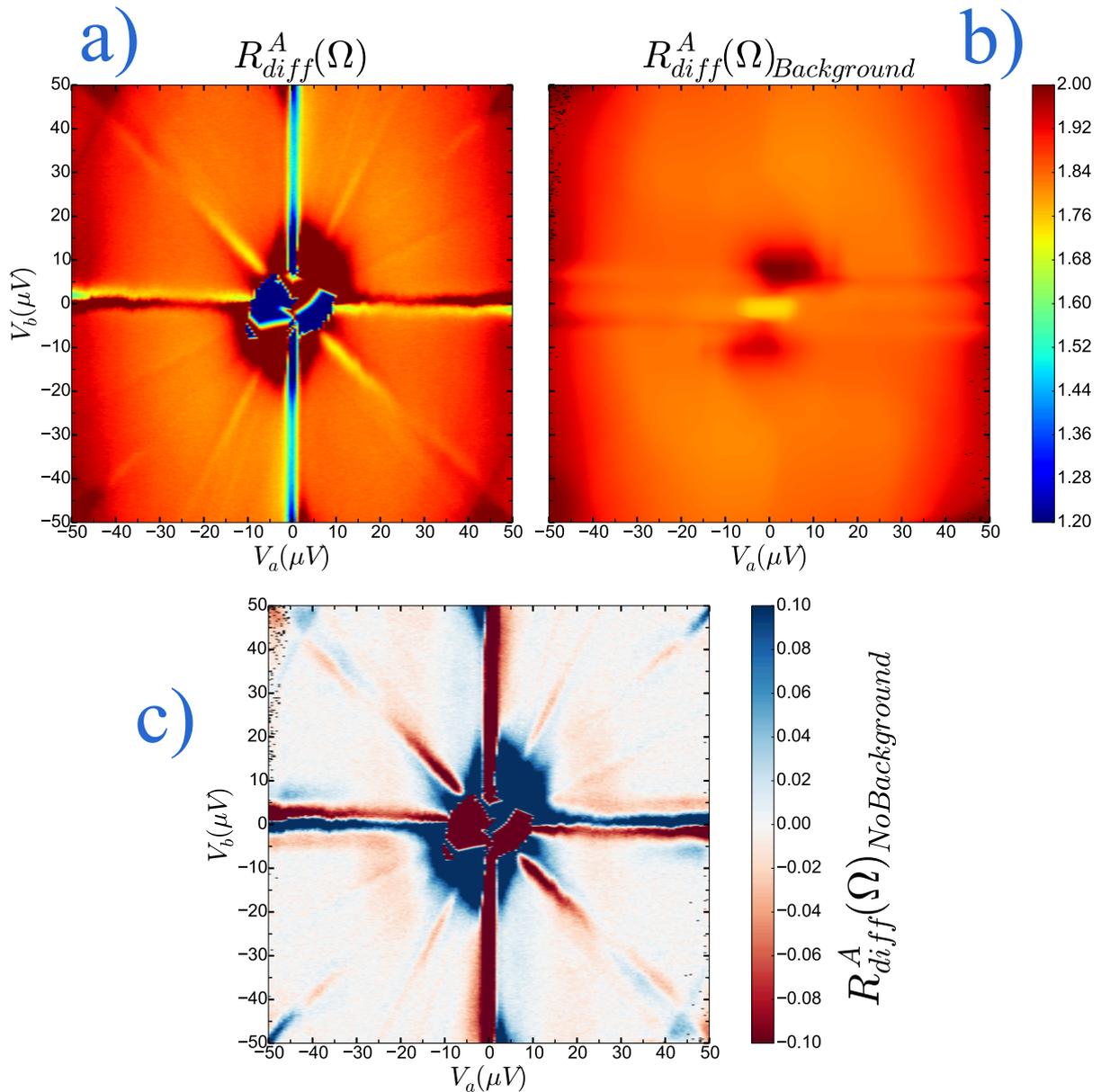


Figure 6.7 – a)- Image de la résistance différentielle R_{diff}^A obtenue à 100mK en fonction des tensions V_a et V_b . b)- Image de la résistance différentielle R_{diff}^A obtenue par application du filtre médian. c)- Soustraction de l'image (a) par (b), représentant la contribution des différentes résonances Josephson.

1. Utilisez la fonction `medfilt2D` de `scipy` plutôt que `medfilt`, vous gagnerez de précieuses heures de sommeil.

L'application du filtre médian permet ainsi d'éliminer la contribution des courants MAR. La pertinence de ce filtre est démontrée par les figures 6.7 et 6.8. En dehors de la zone centrale de l'image, c'est à dire pour V_a et V_b compris entre $\pm 15\mu V$, le filtre élimine efficacement la contribution des courants MAR ne laissant alors que les autres contributions.

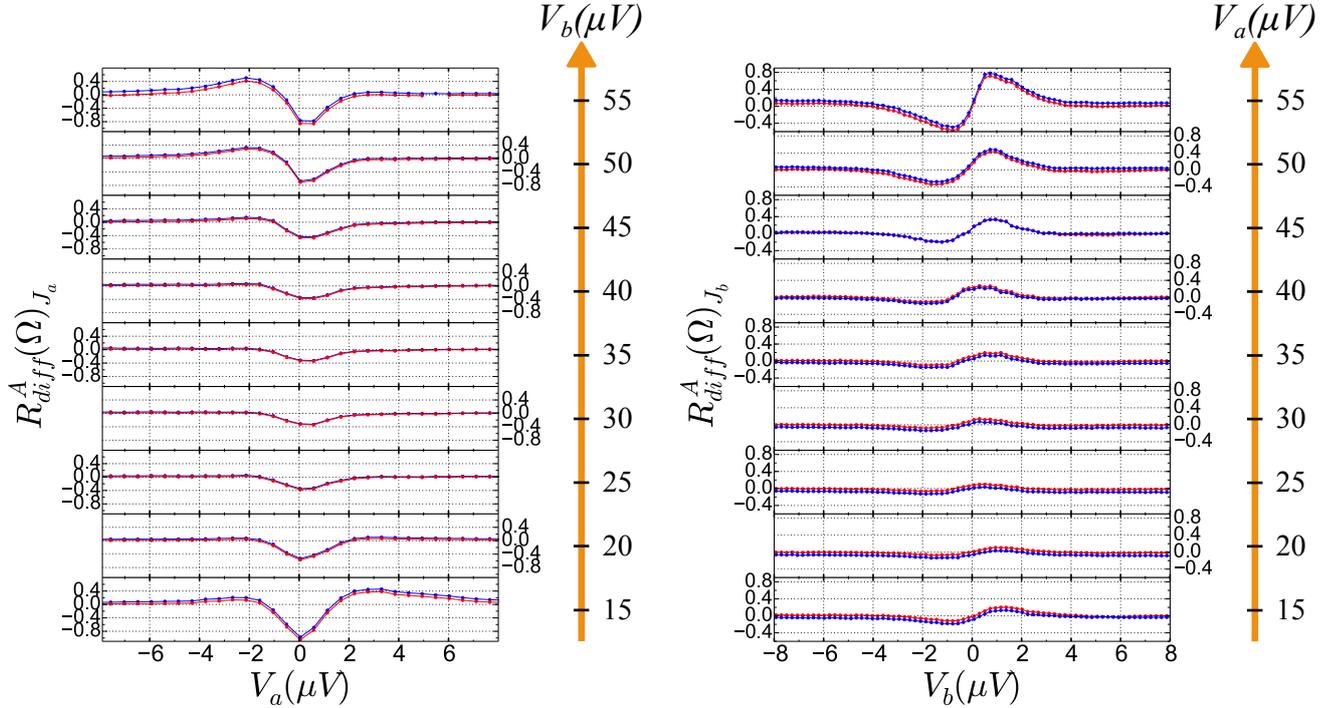


Figure 6.8 – Comparaison des formes des anomalies J_a (à gauche) et J_b (à droite) vue à travers R_{diff}^A obtenues par l'application du filtre médian (en rouge) par rapport à celles directement obtenues (en bleue) dont on a enlevé une valeur fixe pour comparer.

On constate sur la Fig.6.8 que la forme et l'amplitude des anomalies ne sont pas altérées par cette méthode. En supprimant la contribution des courants MAR, cette approche numérique nous permet d'étudier facilement chaque anomalie. En effet, les amplitudes des anomalies sont souvent faibles par rapport aux fonds rendant difficile l'analyse. C'est pourquoi, nous utiliserons cette méthode afin d'extraire les différentes anomalies. L'image obtenue par l'application du filtre, Fig.6.7b, sera appelée l'image filtrée et celle obtenue après suppression de l'image filtrée, Fig.6.7c sera nommée l'image des résonances.

6.2.2.3 Les effets Josephson DC à deux terminaux

Dans cette section, nous allons nous intéresser aux résonances Josephson à deux terminaux J_a et J_b .

Forme des anomalies - Symétrie et anti-symétrie. Les formes diffèrent selon que l'on regarde la résistance différentielle R_{diff}^A ou R_{diff}^B . L'anomalie J_a présente un extremum (un minimum) lorsque l'on la regarde R_{diff}^A . Au contraire, pour R_{diff}^B , J_a présente deux extremums (un minimum et un maximum). Le comportement de l'anomalie J_b est exactement le contraire; R_{diff}^A révèle deux extremums et R_{diff}^B n'en présente qu'un seul. Cette constatation était attendue par rapport à la conception symétrique de l'échantillon. Ainsi, toute observation faite sur J_a est transposable à J_b en échangeant le terme R_{diff}^A par R_{diff}^B .

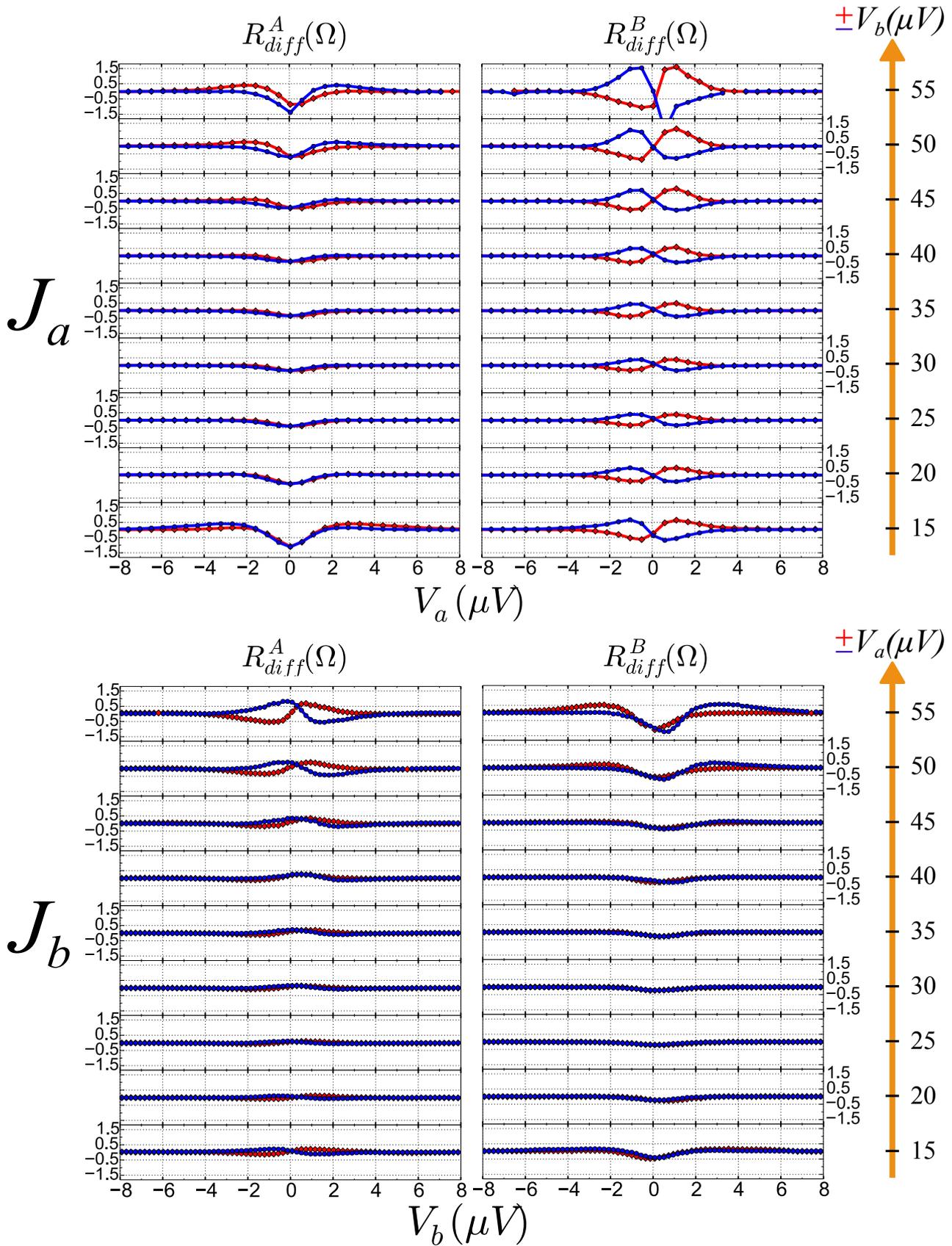


Figure 6.9 – Résistances différentielles R_{diff}^A et R_{diff}^B pour les anomalies J_a (en haut) et J_b (en bas) obtenues à 100mK après suppression de la contribution des courants MAR pour différentes valeurs de tensions V_a (pour J_b) ou V_b (pour J_a) positives (en rouge) et négatives (en bleu).

L'anomalie J_a au travers des résistances différentielles R_{diff}^A et R_{diff}^B présentées sur la Fig.6.9 montre différentes symétries :

- Une symétrie centrale par rapport au point $(V_a, V_b) \in (0, 0)$
- Deux symétries axiales par rapport à la droite $V_a = 0$ et $V_b = 0$ pour R_{diff}^A (pour $|V_b| < 50\mu V$)
- Deux anti-symétries axiales par rapport à la droite $V_a = 0$ et $V_b = 0$ pour R_{diff}^B

Les symétries axiales pour J_a ne sont plus vérifiées lorsque la tension $|V_b|$ est supérieure à $50\mu V$; une dissymétrie apparaît avec une contribution supplémentaire quand V_a et V_b sont de signes opposés. Il en est de même pour J_b .

Si l'on rajoute un terme ne dépendant pas de ϕ_a , par exemple I_b , dans les équations du modèle d'Ambegaokar introduit dans 3.37, on ne fait que décaler la Josephson J_a ($I_a + I_b = 0$ au lieu de $I_a = 0$). Reprenons les équations du modèle d'Ambegaokar et ajoutons-y un terme supplémentaire I_b , ne dépendant pas de ϕ_a :

$$\begin{cases} \frac{V_a}{R} = I_a + I_b - I_c \sin(\phi_a) + L(t) \\ \frac{d\phi_a}{dt} = \frac{2e}{h} V_a \end{cases} \quad (6.4)$$

Il est donc clair que I_b ne fait que déplacer l'anomalie, voir Fig. 6.10.

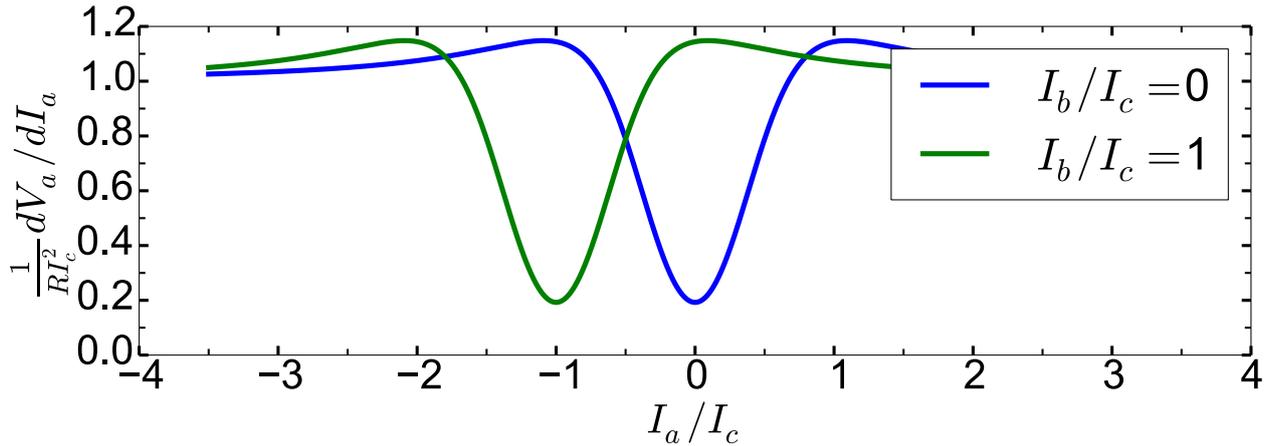


Figure 6.10 – Résistances différentielles normalisées calculées à partir de l'analogie du modèle d'Ambegaokar avec le couple d'équations 6.4 pour deux valeurs de I_b différentes.

Ces dissymétries sont des signatures de termes dépendant à la fois de ϕ_a et de ϕ_b , et par conséquent de V_a et V_b . L'analogie mécanique pour une tri-jonction Josephson serait le mouvement Brownien de deux particules couplées dans deux potentiels non linéaires.

La dissymétrie présente dans la forme des anomalies à deux terminaux proviendrait alors directement du couplage entre les différents terminaux supraconducteurs composant la tri-jonction.

Amplitudes des anomalies en fonction des tensions. Avant de commencer l'analyse des amplitudes des anomalies en fonction des tensions, il est important de se doter de définitions des amplitudes des anomalies. Celles-ci sont définies ainsi :

$$\begin{cases} Z_{Anomalie}^A(\Omega) = \max(R_{diff}^A(Anomalie)) - \min(R_{diff}^A(Anomalie)) \\ Z_{Anomalie}^B(\Omega) = \max(R_{diff}^B(Anomalie)) - \min(R_{diff}^B(Anomalie)) \end{cases} \quad (6.5)$$

Ces définitions sont illustrées sur la Fig. 6.11. Cependant, nous perdons l'information d'une éventuelle inversion de la forme de l'anomalie puisque celle-ci sont toujours positives. La facilité de mise en œuvre de ces relations pour les analyses est la principale raison de leur utilisation pour la suite de ce manuscrit.

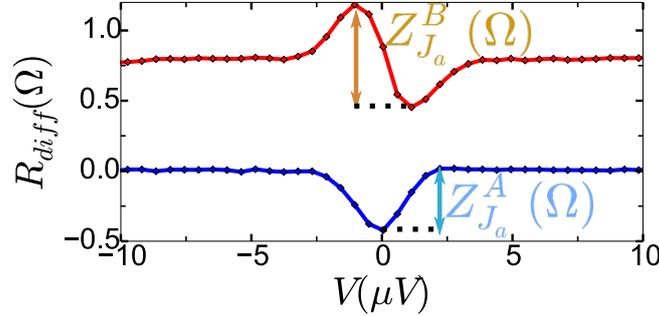


Figure 6.11 – Illustration des définitions de $Z_{Anomalie}^A$ et $Z_{Anomalie}^B$ dans deux cas différents en J_a .

En dehors de la zone centrale (proche de V_a et V_b nulles) des cartographies de résistances différentielles, par exemple voir Fig. 6.5, l'échantillon est dans un état de résistance non nulle. En effet, loin de cette zone les amplitudes des résistances différentielle R_{diff}^A et R_{diff}^B ne sont pas nulles même lorsque $V_a = 0$ ou $V_b = 0$. L'origine de cet effet provient du degré de liberté supérieur que confère une tri-jonction Josephson, à trois terminaux, par rapport à une simple jonction, à deux terminaux, en permettant d'ouvrir le canal de quasi-particules indépendamment du canal des paires de Cooper. Par exemple, lorsque $V_a = 0$ et $V_b \neq 0$, il y a un courant continu de paires entre le terminal S_o et S_a coexistant avec un courant de quasi-particules entre S_b et S_a ainsi qu'entre S_b et S_o .

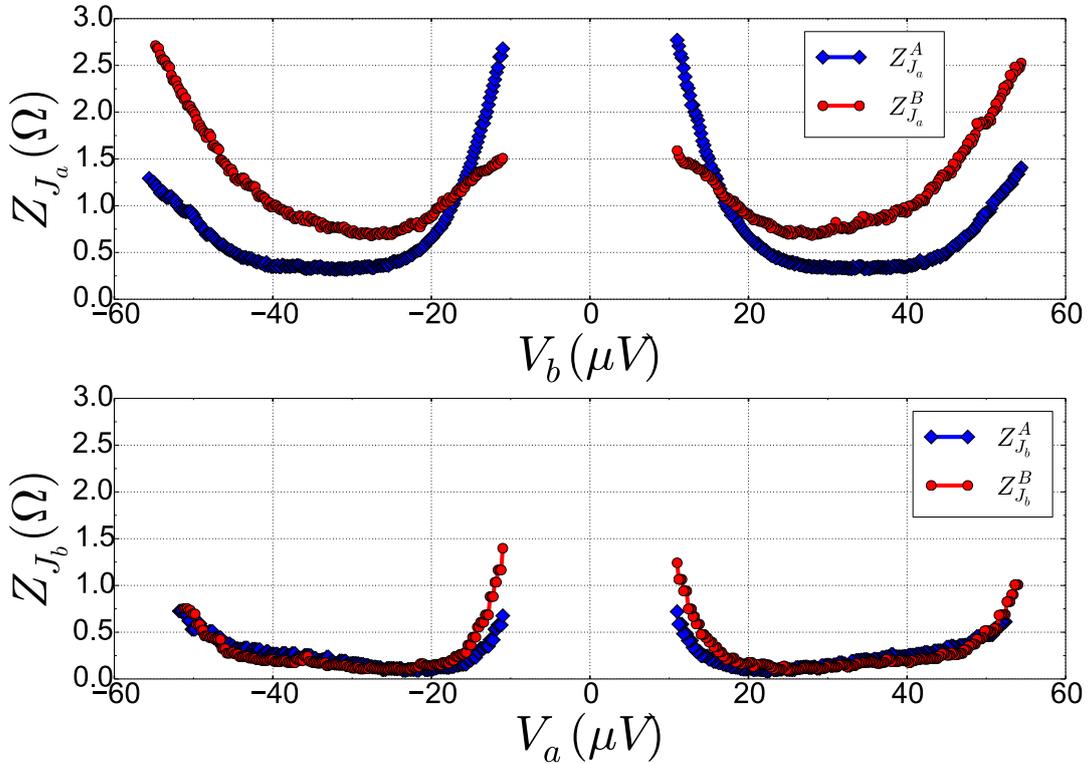


Figure 6.12 – Amplitudes, données par les définitions 6.5, des anomalies J_a et J_b en fonction de la tension V_a ou V_b vue à travers les résistances différentielles R_{diff}^A et R_{diff}^B pour une température de 100mK.

Contrairement à la précédente étude [64], les amplitudes des anomalies Josephson à deux terminaux J_a et J_b présentées sur la Fig. 6.12 ne sont pas constantes en fonction des tensions. En réalité, les comportements de J_a et J_b ne sont pas monotones et nous verrons dans l'analyse d'une géométrie en forme de Y que l'augmentation de l'amplitude de J_a et J_b au environ de $\pm 50\mu V$ peut être attribuée, éventuellement, à la présence de structures sous-harmoniques au gap dans la tri-jonction.

6.2.2.4 Les effets Josephson DC à trois terminaux

Les effets Josephson DC à trois terminaux étant très faibles en amplitude, nous nous intéresserons seulement à l'étude de Q_o .

Forme de Q_o . Pour cette étude, nous allons tracer R_{diff}^A et R_{diff}^B en fonction de $\frac{V_a+V_b}{2}$ pour différentes valeurs de $\frac{V_a-V_b}{2}$. Cela revient à faire des coupes de l'anomalie Q_o le long de cette résonance. La forme de Q_o , présentée sur la Fig. 6.13, ne présente qu'une seule symétrie centrale par rapport au point $(V_a, V_b) \in (0, 0)$. Contrairement aux effets Josephson J_a et J_b , on observe pour cette anomalie une asymétrie à faible tension. Cet effet ne se voit pas sur les graphiques à deux dimensions de la Fig. 6.5.

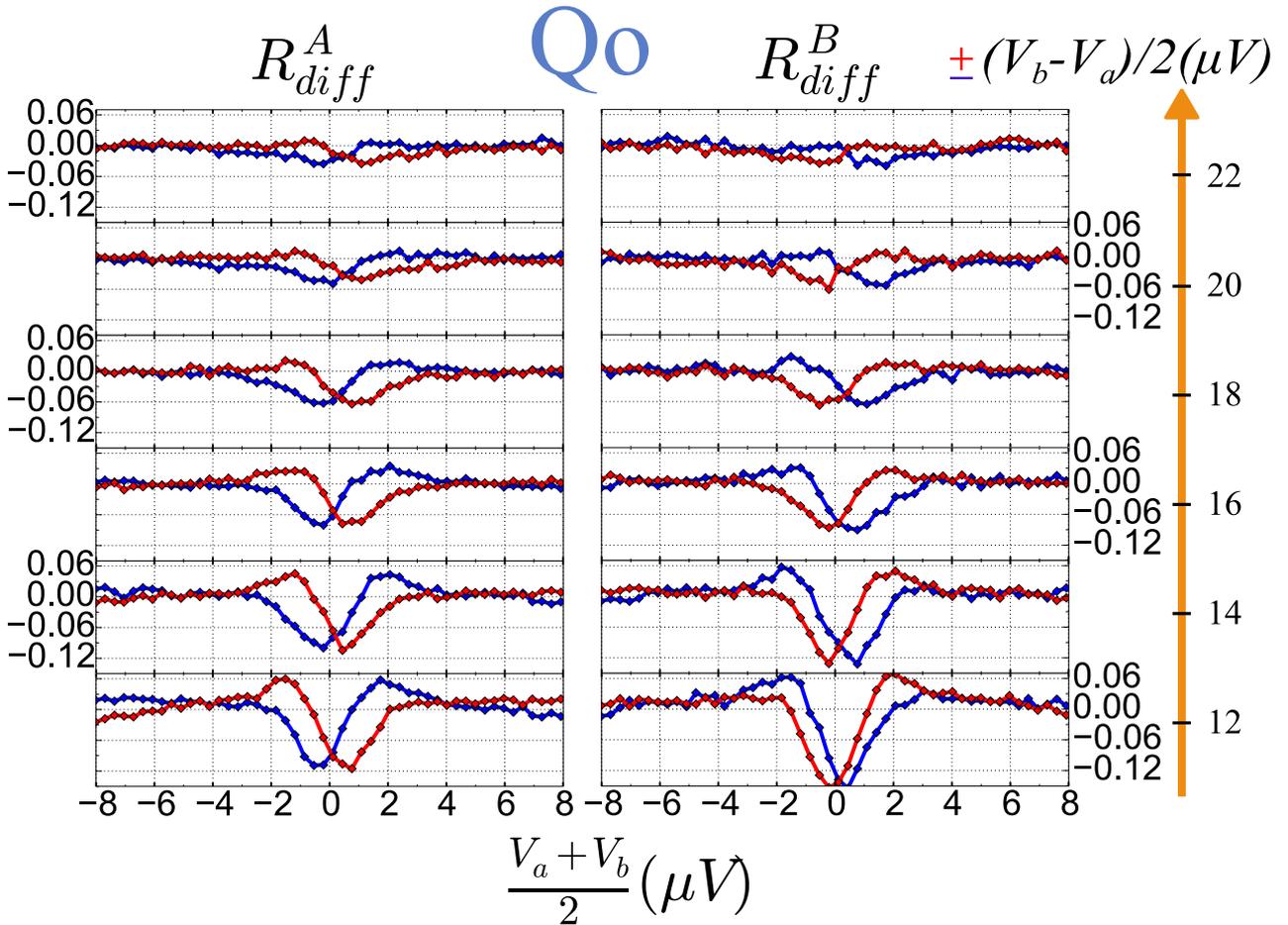


Figure 6.13 – Résistances différentielles R_{diff}^A et R_{diff}^B pour l'anomalie Q_o obtenues à 100mK après suppression de la contribution des courants MAR pour différentes valeurs de tensions $\frac{V_a-V_b}{2}$ positives (en rouge) et négatives (en bleu).

En effet, on remarque que la forme de Q_o pour R_{diff}^A lorsque $V_a + V_b > 0$ ($V_a + V_b < 0$) correspond à celle de R_{diff}^B lorsque $V_a + V_b < 0$ ($V_a + V_b > 0$). Par exemple, sur la Fig. 6.5 à $\frac{V_a+V_b}{2} = 15\mu V$ (en rouge) le minimum pour R_{diff}^A se situe à $\frac{V_a+V_b}{2} > 0$ alors que ce minimum est observé pour R_{diff}^B à $\frac{V_a+V_b}{2} < 0$.

Cette asymétrie s'explique par le fait que Q_o est un mécanisme impliquant les trois terminaux : R_{diff}^A et R_{diff}^B ne permettent pas de rendre compte de l'anomalie Q_o comme une résonance Josephson DC. Une méthode, déjà précisée par A. Pfeffer, est obtenue en considérant les deux jonctions R_{diff}^A et R_{diff}^B en parallèle :

$$R_{diff}^{AB} = \frac{R_{diff}^A R_{diff}^B}{R_{diff}^A + R_{diff}^B} \quad (6.6)$$

Une autre manière de corriger cette asymétrie est d'utiliser le modèle RSJ à trois terminaux de la section 4.3.4. On se positionne proche à des tensions proches $V_a + V_b = 0$ avec V_a et V_b non nulles. Ainsi les termes $\sin(\Phi_a)$ et $\sin(\Phi_b)$ sont, en prenant la moyenne par rapport aux temps, nuls. On injecte alors le terme additionnel de Quartet $I_Q \sin(\Phi_a + \Phi_b)$. On obtient alors les équations suivantes :

$$\begin{cases} V_a = -R(\gamma + 1)(I_a - I_Q \sin(\Phi_a + \Phi_b)) - \gamma R(I_b - I_Q \sin(\Phi_a + \Phi_b)) \\ V_b = -R(\gamma + 1)(I_b - I_Q \sin(\Phi_a + \Phi_b)) - \gamma R(I_a - I_Q \sin(\Phi_a + \Phi_b)) \end{cases} \quad (6.7)$$

$$\begin{cases} \frac{d\phi_a}{dt} = \frac{2e}{\hbar} V_a \\ \frac{d\phi_b}{dt} = \frac{2e}{\hbar} V_b \end{cases} \quad (6.8)$$

Si l'on réduit 6.7 et 6.8 afin d'obtenir $V_a + V_b$ et $\Phi_a + \Phi_b$, on obtient alors :

$$\begin{cases} -\frac{V_a + V_b}{R(2\gamma + 1)} = (I_a + I_b) - 2I_Q \sin(\Phi_a + \Phi_b) \\ \frac{d(\Phi_a + \Phi_b)}{dt} = \frac{2e}{\hbar} (V_a + V_b) \end{cases} \quad (6.9)$$

On reconnaît alors l'analogie avec le modèle RSJ d'une simple jonction Josephson 3.37. Ainsi, si l'on suppose ce terme additionnel de Quartet $I_Q \sin(\Phi_a + \Phi_b)$, la tri-jonction se réduit alors en une simple jonction Josephson avec un potentiel $V_a + V_b$ et une différence de phase $\Phi_a + \Phi_b$. La résistance différentielle pour Q_o devient alors :

$$R_{diff}^{Q_o} = \frac{\delta(V_a + V_b)}{\delta(I_a + I_b)} = \frac{\delta V_a + \delta V_b}{\delta I_a + \delta I_b} \quad (6.10)$$

Et ainsi, l'anomalie Q_o devient symétrique à travers $R_{diff}^{Q_o}$ par rapport à $V_a + V_b = 0$.

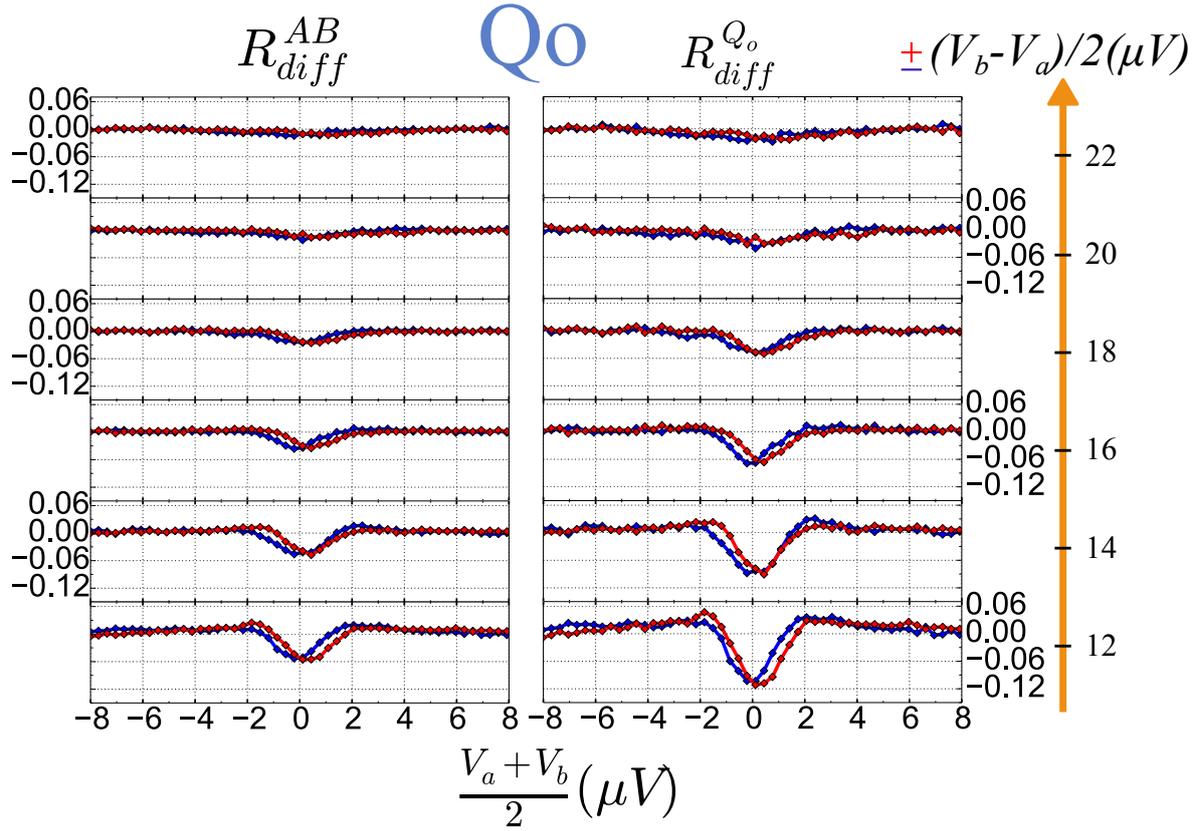


Figure 6.14 – Résistances différentielles R_{diff}^{AB} et $R_{diff}^{Q_o}$ pour l'anomalie Q_o obtenues à 100mK après suppression de la contribution des courants MAR pour différentes valeurs de tensions $\frac{V_a-V_b}{2}$ positives (en rouge) et négatives (en bleu).

Amplitudes des anomalies en fonction des tensions. La Fig. 6.15 montre les amplitudes de la résonance Q_o , $R_{Q_o}^A$ et $R_{Q_o}^B$, en fonction de $\frac{V_b-V_a}{2}$, c'est à dire le long de l'anomalie.

On constate une décroissance rapide des amplitudes de Q_o contrairement aux anomalies Josephson. Ainsi, on observe la disparition de l'anomalie à partir de $|\frac{V_b-V_a}{2}| > 25\mu V$ suivie de sa réapparition aux environs de $|\frac{V_b-V_a}{2}| > 30\mu V$.

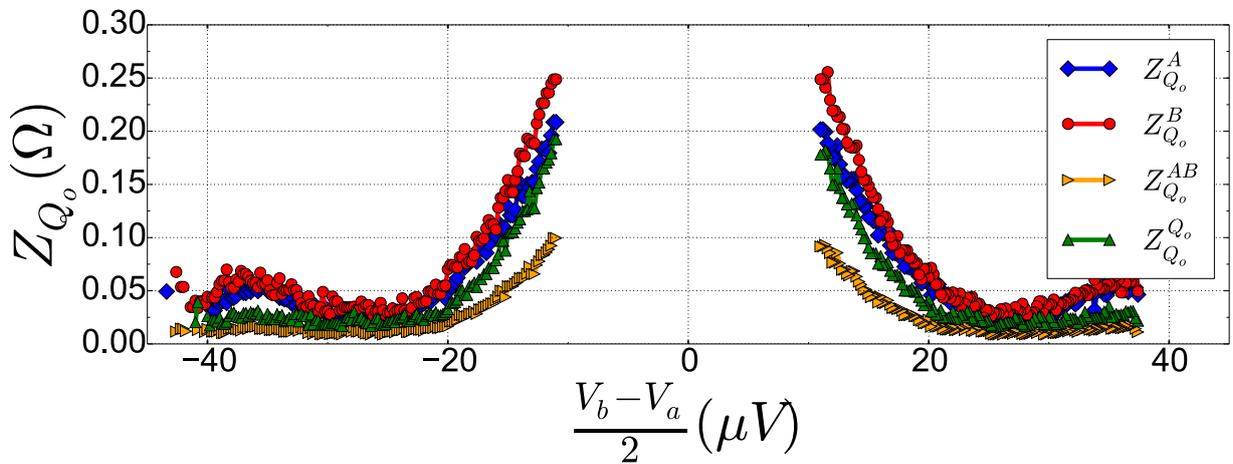


Figure 6.15 – Amplitudes de l'anomalie Q_o selon les différentes façons d'exprimer la résistance différentielle.

Remarquablement, les amplitudes de l'anomalie Q_o en fonction de la tension $\frac{V_b - V_a}{2}$ sont très similaires, excepté $Z_{Q_o}^{AB}$. Cette propriété est un indice en faveur du mécanisme de Quartet comme origine de Q_o . En effet, ce processus implique un transfert de charge symétrique du terminal central vers les deux autres électrodes supraconductrices. L'augmentation du courant à $V_a + V_b = 0$ de part et d'autre de la tri-jonction devrait donc être similaire. Par conséquent, les amplitudes des résistances différentielles d'une ligne de Quartet doivent être similaires même si la tri-jonction n'est pas elle-même symétrique.

Les cartographie des résistances différentielles $R_{diff}^{Q_o}$ et $R_{diff}^{Q_b}$ sont présentées sur la Fig. 6.16.

On a choisi la définition pour $R_{diff}^{Q_b}$ en partant du même principe que $R_{diff}^{Q_o}$ mais suivant la ligne $V_b - 2V_a = 0$. Ainsi on a $R_{diff}^{Q_b} = (\delta V_b - 2\delta V_a)/(\delta I_a - 2\delta I_b)$. On constate que les ligne d'anomalies Q_o et Q_a pour $R_{diff}^{Q_b}$ sont dissymétriques alors que Q_o est symétrique pour $R_{diff}^{Q_o}$. Au vue de l'amplitude des anomalies Quartet il est difficile d'estimer si l'anomalie Q_b est symétrique pour $R_{diff}^{Q_b}$ et dissymétrique pour $R_{diff}^{Q_o}$. Une étude plus approfondie sur échantillon présentant des lignes de Quartet plus robustes permettrait de trancher.

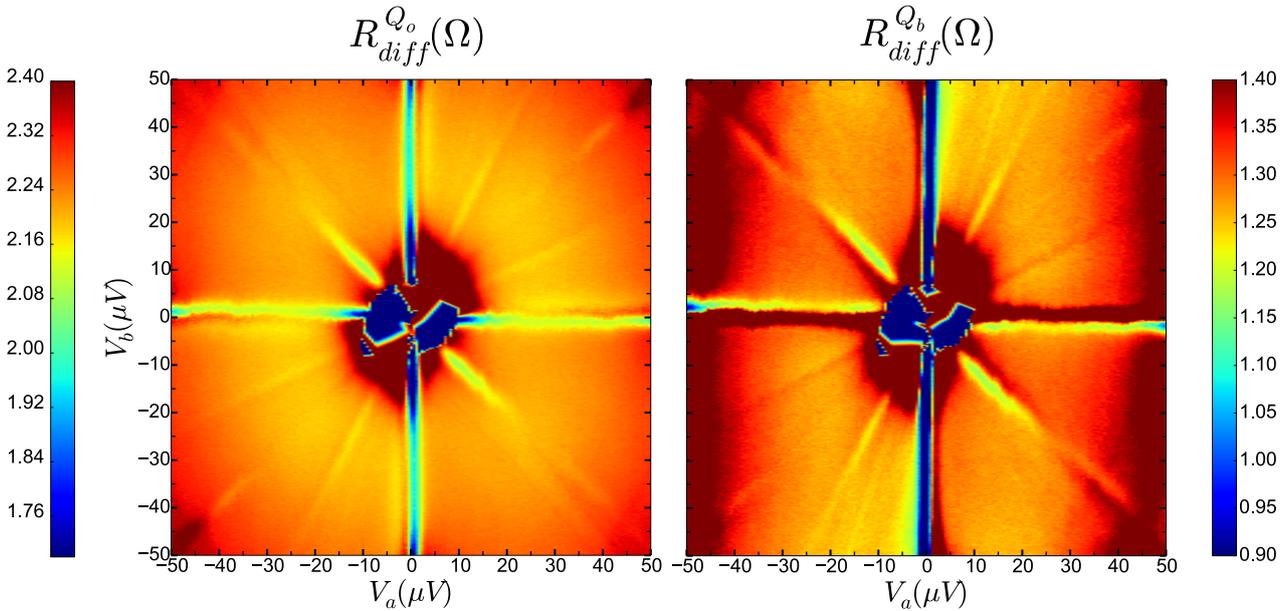


Figure 6.16 – Cartographie des résistances différentielles $R_{diff}^{Q_o}$ et $R_{diff}^{Q_b}$ de l'échantillon obtenues en fonction de V_a et V_b obtenue à 100mK.

L'amplitude de Q_o est à peu près 10 plus faible que les amplitudes des résonances J_a et J_b . Rappelons que le processus de Quartet implique quatre réflexions d'Andreev dont au moins deux réflexions d'Andreev croisées, ce qui donne une probabilité P^4 avec P la probabilité d'une réflexion d'Andreev.

On peut estimer que l'amplitude d'un processus Quartet est au mieux au carré plus faible qu'une Josephson DC de probabilité P^2 . Un rapide calcul de proportionnalité entre les deux amplitudes nous donne alors une probabilité de la réflexion d'Andreev de 0.1, ce qui nous donne à peu près une hauteur de barrière $Z = 1.0$ dans le modèle BTK, voir Fig. Fig.3.5. La transparence de nos interfaces pour cet échantillon semble donc être de l'ordre de 0.5. Ce qui semble cohérent avec la technique de fabrication.

6.2.3 Application d'une micro-onde

Afin d'obtenir plus d'informations à propos des anomalies Quartet, des expériences de type Shapiro ont été menées sur une tri-jonction Josephson. Cette technique permet ainsi d'obtenir des renseignements sur la relation courant-phase propre à chaque anomalie.

Dans ce but, nous avons irradié l'échantillon via l'antenne précédemment installée sur le dispositif expérimental. Nous avons travaillé avec une gamme de fréquence comprise entre $1GHz$ et $15GHz$.

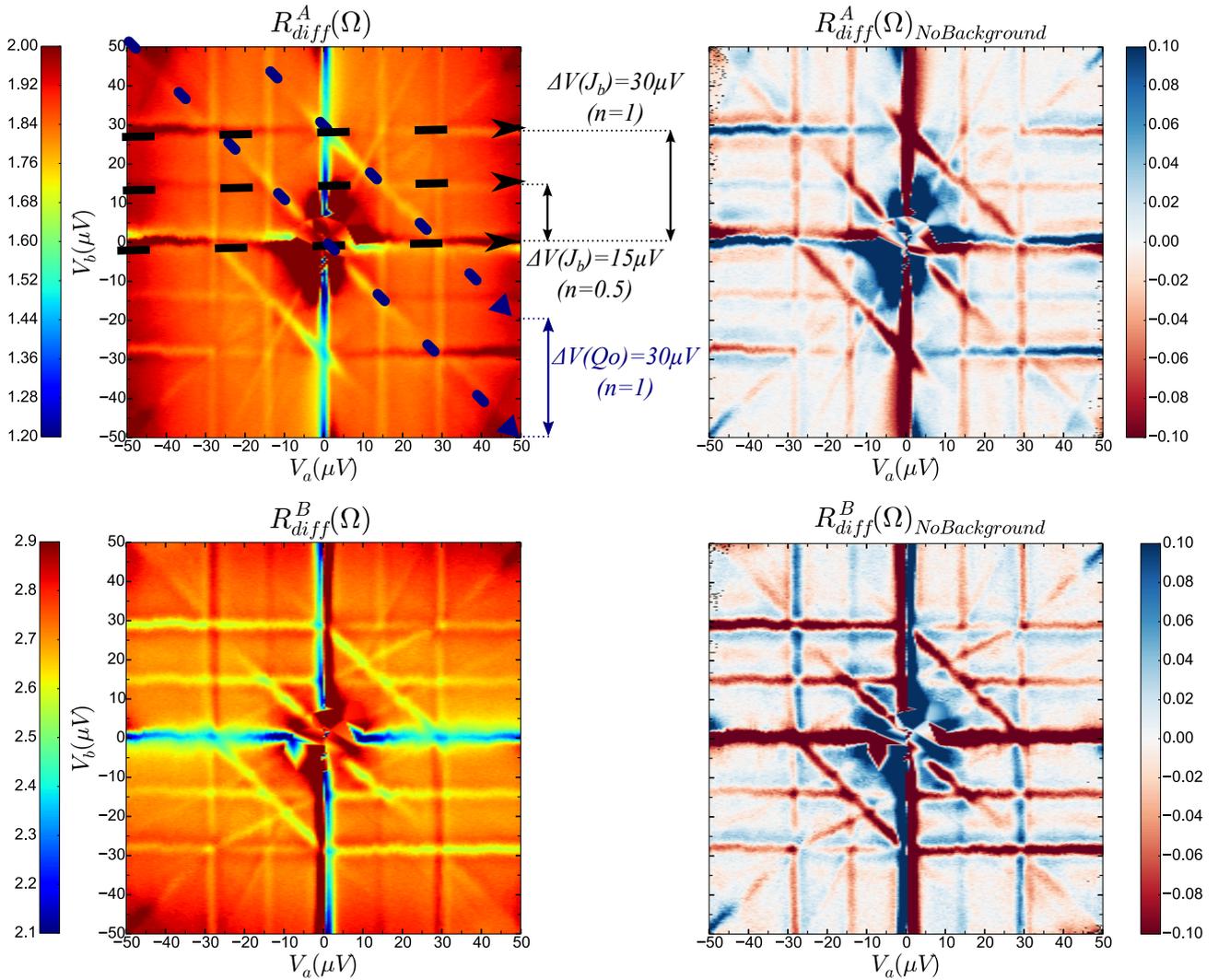


Figure 6.17 – Cartographies des résistances différentielles R_{diff}^A et R_{diff}^B de l'échantillon obtenues en fonction de V_a et V_b obtenue à $100mK$ sous irradiation micro-onde de fréquence $14.2GHz$ et de puissance $14dBm$.

La figure 6.17 montre les résistances différentielles R_{diff}^A et R_{diff}^B obtenues à $100mK$ en fonction de V_a et V_b avec une irradiation micro-onde de $14dBm$ à $14.2GHz$. Ces résultats sont obtenus avec le même échantillon que précédemment. On retrouve les anomalies J_a , J_b et Q_o de la Fig. 6.5. De plus, on observe des lignes additionnelles horizontales, verticales et obliques

selon les relations suivantes :

$$\begin{cases} V_a \approx \pm 15\mu V; & J_a^{\pm 1/2} \\ V_a \approx \pm 30\mu V; & J_a^{\pm 1} \\ V_b \approx \pm 15\mu V; & J_b^{\pm 1/2} \\ V_b \approx \pm 30\mu V; & J_b^{\pm 1} \\ V_a + V_b \approx \pm 30\mu V; & Q_o^{\pm 1} \end{cases} \quad (6.11)$$

En tenant compte de la fréquence d'irradiation, on peut s'apercevoir que ces lignes verticales et horizontales apparaissent pour V_a (ou V_b) = $\pm \frac{1}{2} \frac{\hbar}{2e} \omega_{RF}$ et V_a (ou V_b) = $\pm \frac{\hbar}{2e} \omega_{RF}$. Nous nommerons donc les anomalies selon la notation de la relation 6.11.

On observe donc des lignes Shapiro demi-entières et entières comme déjà observées dans les jonctions SNS diffusives, balistiques, ferromagnétiques et à contact atomiques, voir section 3.2.5. Dans un système à trois terminaux supraconducteurs les marches de Shapiro apparaissent sous formes de lignes. La présence des lignes demi-entières verticales et horizontales peut s'interpréter, dans notre cas, comme les comportements non parfaitement sinusoïdaux des relations courant-phases avec des termes en $\sin(2\phi_a)$ et $\sin(2\phi_b)$. Ces termes peuvent se comprendre comme le transfert cohérent de deux paires de Cooper d'une électrode à une autre.

La résonance Q_o apparaît pour des tensions $V_a + V_b = \frac{\hbar}{2e} \omega_{rf}$. Par analogie avec les lignes demi-entières, les résonances $Q_o^{\pm 1}$ s'interprètent comme le transfert cohérent de deux paires de Cooper ; le terme $2V_a$ est remplacé par $V_a + V_b$.

De façon générale, les lignes Shapiro suivent toutes la relation suivante :

$$pV_a + qV_b = \frac{\hbar}{2e} \omega_{RF}; \quad (p, q) \in \mathbb{Z} + \frac{1}{2} \quad (6.12)$$

Cependant, selon [65] (introduit dans la section 4.3.1) des mécanismes de MAR incohérents peuvent faire apparaître une résonance DC à $V_a + V_b = 0$. Si le mécanisme à l'origine de Q_o est un processus de MAR incohérent alors l'irradiation micro-onde ne devrait donc avoir aucun effet. Le résultat des expériences Shapiro permet d'écarter définitivement l'origine de ces anomalies par un processus de réflexions d'Andreev multiples incohérents.

6.2.3.1 Marche de Shapiro à 3 terminaux-Théorie

Nous allons ici étudier le cas d'une tri-jonction Josephson idéale polarisée en tension DC et irradiée par une tension AC d'amplitude V_{RF} et de pulsation ω_{RF} dans le cadre du modèle RSJ à trois terminaux proposé dans la section 3.2.5.

Comme nous avons vu dans la section précédente que le mécanisme de Quartet est le processus à l'origine de Q_o nous pouvons donc ajouter les termes supplémentaires liés aux Quartets aux super-courants I_a^S et I_b^S :

$$\begin{cases} I_a^S = I_c \sin(\phi_a) - \beta I_c \sin(\phi_{ab}) + I_q^o \sin(\phi_a + \phi_b) + I_q^a \sin(2\phi_b - \phi_a) - I_q^b \sin(2\phi_a - \phi_b) \\ I_b^S = I_c \sin(\phi_b) + \beta I_c \sin(\phi_{ab}) + I_q^o \sin(\phi_a + \phi_b) - I_q^a \sin(2\phi_b - \phi_a) + I_q^b \sin(2\phi_a - \phi_b) \end{cases} \quad (6.13)$$

On peut donc écrire le système d'équations précédentes comme une superposition d'oscillations $I_{c(n,m)} \sin(n\phi_a + m\phi_b)$ avec n et m des nombres entiers naturels, et $I_{c(n,m)}$ l'amplitude de

l'oscillation :

$$\begin{cases} I_a^S = \sum_{n,m} I_{c(n,m)}^a \sin(n\phi_a + m\phi_b) \\ I_b^S = \sum_{n,m} I_{c(n,m)}^b \sin(n\phi_a + m\phi_b) \end{cases} \quad (6.14)$$

Ainsi, en reprenant le système précédent 6.13, on obtient alors $I_{c(1,0)}^a = I_c$, $I_{c(1,-11)}^a = -\beta I_c$ et $I_{c(1,1)}^a = I_q$. Enfin, la deuxième relation de Josephson nous donne les relations, entre les différences de phase ϕ_a et ϕ_b et les tensions V_a et V_b , suivantes :

$$\begin{cases} \phi_a = \phi_a^0 + \frac{2e}{\hbar} V_a t + \frac{2e}{\hbar} V_{RF} \sin(\omega_{RF} t) \\ \phi_b = \phi_b^0 + \frac{2e}{\hbar} V_b t + \frac{2e}{\hbar} V_{RF} \sin(\omega_{RF} t) \end{cases} \quad (6.15)$$

Considérons le système d'équation suivant :

$$\begin{cases} I^S = I_c \sin(\phi) \\ \phi = \phi^0 + \frac{2e}{\hbar} V_o t + \frac{2e}{\hbar} V_{RF} \sin(\omega_{RF} t) \end{cases} \quad (6.16)$$

Comme nous avons vus dans la section 3.37, ce système d'équation donne la relation avec le super-courant I_s et la tension RF suivante :

$$I^S = I_c \sum_{k=-\infty}^{\infty} (-1)^k J_k\left(\frac{2eV_{RF}}{\hbar\omega_{RF}}\right) \sin(\phi^0 + [\frac{2e}{\hbar} V_o - k\omega_{RF}]t) \quad (6.17)$$

On se dote de la définition suivante :

$$F_k = (-1)^k J_k\left(\frac{2eV_{RF}}{\hbar\omega_{RF}}\right) \quad (6.18)$$

En utilisant le même principe de résolution pour arriver au résultat de l'équation 6.17, nous obtenons le couple de d'équations suivant :

$$\begin{cases} I_a^S = \sum_{n,m} I_{c(n,m)}^a \left[\sum_{k=-\infty}^{\infty} F_k \sin(n\phi_a^0 + m\phi_b^0 + [\frac{2e}{\hbar}(nV_a + mV_b) - k\omega_{RF}]t) \right] \\ I_b^S = \sum_{n,m} I_{c(n,m)}^b \left[\sum_{k=-\infty}^{\infty} F_k \sin(n\phi_a^0 + m\phi_b^0 + [\frac{2e}{\hbar}(nV_a + mV_b) - k\omega_{RF}]t) \right] \end{cases} \quad (6.19)$$

Le résultat de la section 3.2.5 traitant d'une jonction Josephson sous irradiation micro-onde est obtenu lorsque tous les termes $I_{c(n,m)}^a$ sont nuls sauf $I_{c(1,0)}^a = I_c$. Nous retrouvons le résultat expérimental de la section précédente, des lignes Shapiro apparaissent lorsque les tensions V_a et V_b vérifie la relation :

$$nV_a + mV_b = \frac{\hbar}{2e} \omega_{RF} \quad (n, m) \in \mathbb{Z}^2 \quad (6.20)$$

6.2.3.2 Influence de la fréquence

L'utilisation d'une antenne pour irradier une micro-onde n'est pas optimale pour mesurer l'influence de la fréquence. En effet, la puissance que reçoit l'échantillon dépend de la fréquence. On remarque que seules quelques fréquences entre $1GHz$ et $20GHz$ montrent une résonance avec notre échantillon. Nous avons pu étudier trois fréquences différentes $8GHz$, $9.2GHz$ et $14.2GHz$.

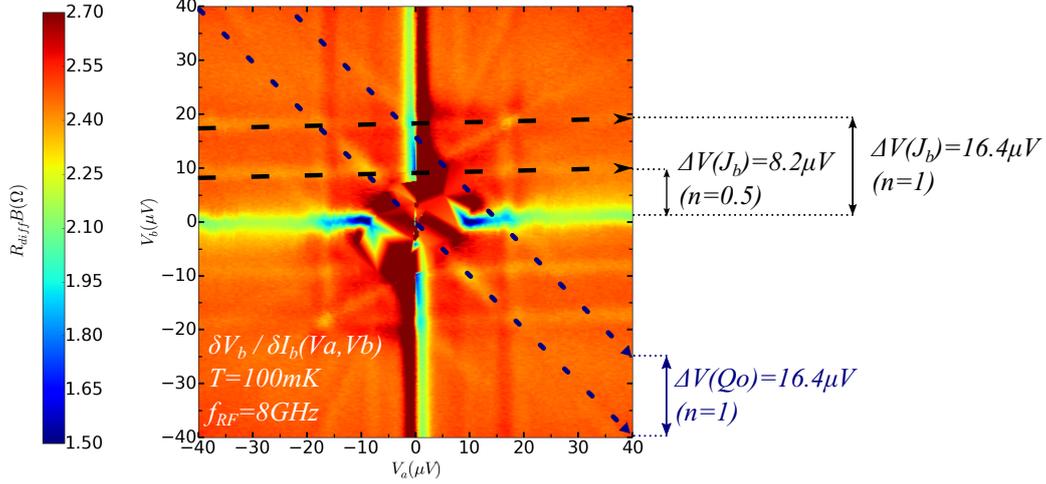


Figure 6.18 – Cartographie de la résistance différentielle R_{diff}^A en fonction des tensions V_a et V_b obtenue à $100mK$ avec une irradiation micro-onde de fréquence $8GHz$ et de puissance $17dBm$.

Les données de la fréquence à $8GHz$ présentées sur la Fig.6.18 montrent des lignes Shapiro demi-entières et entières pour les effets Josephson DC à deux terminaux et seulement entières pour les lignes de Quartets. Le résultat est donc le même que pour la fréquence à $14.2GHz$ introduit sur la Fig6.17. On constate sur la Fig. 6.19 que les positions des lignes Shapiro suivent bien la relation $nV_a + mV_b = \frac{\hbar}{2e}\omega_{RF}$ avec $(n, m) \in \mathbb{Z}^2$.

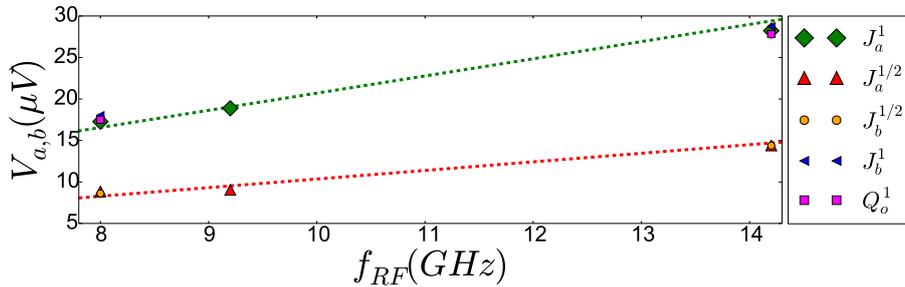


Figure 6.19 – Position en tension des différentes lignes Shapiro verticales et horizontales en fonction de la fréquence de la micro-onde. La position de Q_0^1 est mesuré à $V_a = 0$. Les lignes pointillées représentent les positions attendues des lignes Shapiro.

Les résonances Shapiro de la fréquence à $8GHz$ et $9.2GHz$ présentent de faibles amplitudes en comparaison de la fréquence à $14.2GHz$. De plus, l'écartement des lignes Shapiro facilite l'analyse de leurs comportements. Pour la suite de ce manuscrit, la fréquence de la micro-onde à $14.2GHz$ a été choisie pour analyser les anomalies.

6.2.3.3 Amplitudes des lignes Shapiro

Les anomalies J_a , J_b et Q_o conservent les symétries déjà présentées dans la section précédente. Nous allons donc nous intéresser aux lignes Shapiro J_a^n , J_b^n dans cette section. D'après les graphiques présentés sur la Fig.6.20, on constate que toutes les lignes Shapiro conservent la symétrie centrale par rapport au point $(V_a, V_b) \in (0, 0)$. De plus, les lignes Shapiro J_b^n sont de plus forte amplitude que les lignes J_a^n .

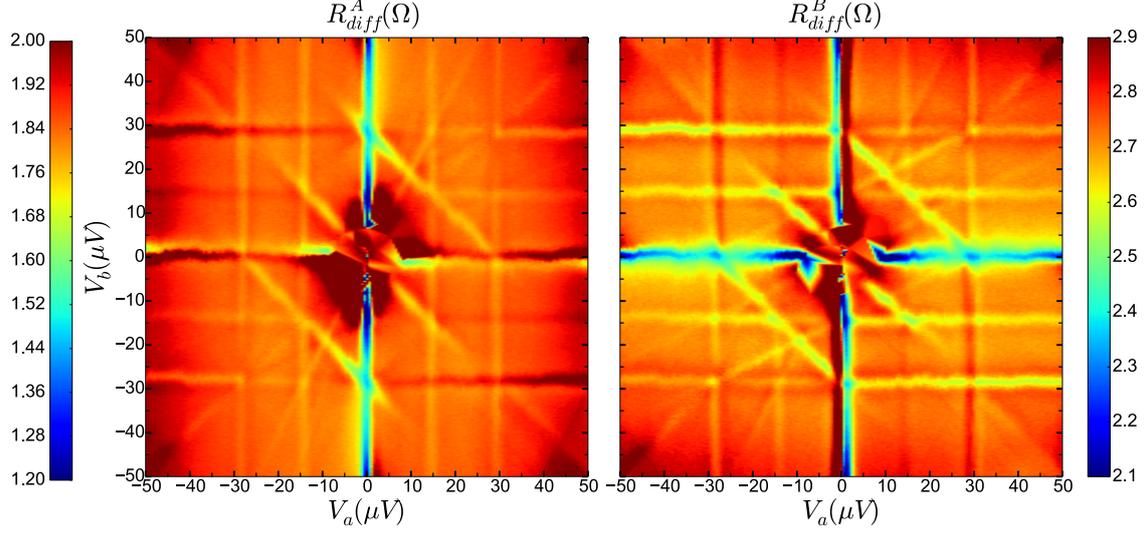


Figure 6.20 – Cartographies des résistances différentielles R_{diff}^A et R_{diff}^B en fonction de V_a et V_b obtenues à 100mK avec une irradiation micro-onde de fréquence 14.2GHz et de puissance 14dBm.

Cependant, contrairement aux lignes Josephson, on observe que l'amplitude des lignes Shapiro dépend du quadrant considéré. Par exemple, la ligne Shapiro J_b^1 (à $V_b = +30\mu V$) présente une dissymétrie remarquable sur le graphique de la résistance différentielle R_{diff}^B 6.20. En effet, l'amplitude de J_b^1 est plus importante en R_{diff}^B et présente même une contribution positive à la résistance différentielle en R_{diff}^A lorsque V_a et V_b sont de signes opposés. Il en est de même pour J_b^1 .

Dans le cas des lignes Shapiro J_a^n , c'est l'inverse. L'amplitude est plus importante en R_{diff}^A et présente une contribution positive à la résistance différentielle en R_{diff}^B lorsque V_a et V_b sont du même signe. Ce cas de figure se visualise très bien sur la Fig. 6.21.

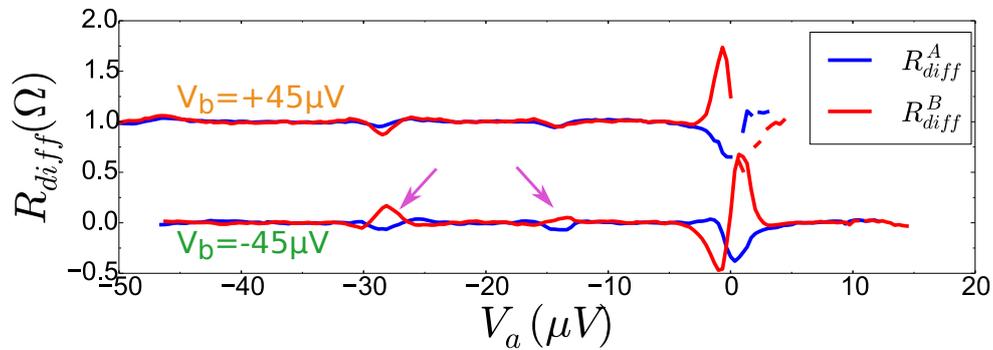


Figure 6.21 – Résistances différentielles filtrées de R_{diff}^A et R_{diff}^B à $V_b = \pm 45\mu V$ obtenues à 100mK avec une micro-onde de fréquence 14.2GHz et de puissance 18dBm. La ligne à $V_b = +45\mu V$ a été volontairement décalée de 1Ω.

6.2.3.4 Influence de la puissance injectée

Comme nous l'avons vu dans la section 3.2.5, l'amplitude en courant d'une marche de Shapiro en fonction de la puissance micro-onde suit une fonction de Bessel. Malheureusement, nous n'avons pas facilement accès aux courants avec notre dispositif expérimental. Cependant, on peut suivre la valeur absolue de l'amplitude de la résistance différentielle d'une anomalie en fonction de la puissance micro-onde. Cette amplitude devrait suivre elle aussi une fonction de Bessel.

Pour cela, nous avons enregistré une cartographie des résistances différentielles R_{diff}^A et R_{diff}^B pour des puissances RF fixées entre $4dBm$ et $18dBm$ avec un pas de $2dBm$. Afin d'accélérer l'acquisition des données, V_a ne balaye que de $-60\mu V$ à $+15\mu V$.

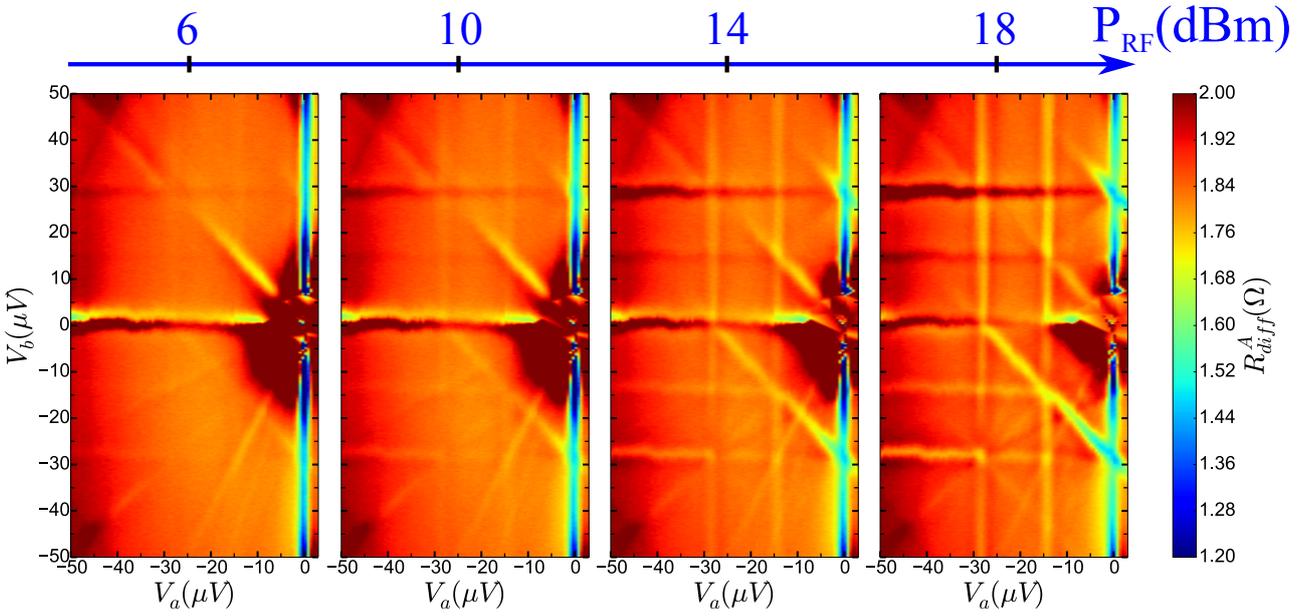


Figure 6.22 – Cartographie de la résistance différentielle R_{diff}^A en fonction des tensions V_a et V_b de l'échantillon sous irradiation d'une micro-onde de $14.2GHz$ pour différentes puissances.

Comme nous l'avons étudiées précédemment, les amplitudes des lignes Shapiro dépendent du quadrant. Il n'est donc pas possible d'étudier une ligne Shapiro en fonction de la puissance RF injectée dans son ensemble. Cependant, nous pouvons toujours l'étudier pour des tensions V_a et V_b fixées. Une approche pour étudier la relation avec la puissance RF injectée est de positionner l'étude loin des intersections avec les autres anomalies. Par exemple, la ligne Shapiro entière ($n = -1$) de J_{oa} est coupée par les anomalies pour des tensions V_b à $\pm 30\mu V$, $\pm 15\mu V$ et $0\mu V$. Les amplitudes des lignes Shapiro aux environs de ces intersections sont susceptibles d'être erronées par la présence des autres lignes.

Ainsi, pour les lignes Shapiro de type J_{oa} l'étude de l'influence de la puissance RF sera faite pour des tensions $|V_b| > 40\mu V$. Enfin, pour éviter les corruptions par les lignes de Quartets, l'étude ne sera réalisée que pour les tensions $V_b > 40\mu V$. Pour les lignes J_{ob} , l'étude sera réalisée pour des tensions $V_a < -40\mu V$.

Nous ne connaissons pas la valeur de la tension RF injectée pour ajuster nos courbes. Pour cela, nous introduisons un paramètre α tel que $V_{RF} = \alpha P_{RF}$ et nous supposons que α dépend des tensions V_a et V_b (l'environnement électronique étant modifié suivant les valeurs des tensions). Ainsi, il nous suffira de trouver le coefficient α pour trouver la valeur de V_{RF} .

Nous utiliserons donc les équations suivantes pour ajuster les courbes mesurées :

$$\begin{cases} Z_{J^0(a,b)}^{A,B} = J_0\left(\frac{2e\alpha P_{RF}}{\hbar\omega_{RF}}\right) \\ Z_{J^n(a,b)}^{A,B} = J_1\left(\frac{2e\alpha P_{RF}}{\hbar\omega_{RF}}\right) \end{cases} \quad (6.21)$$

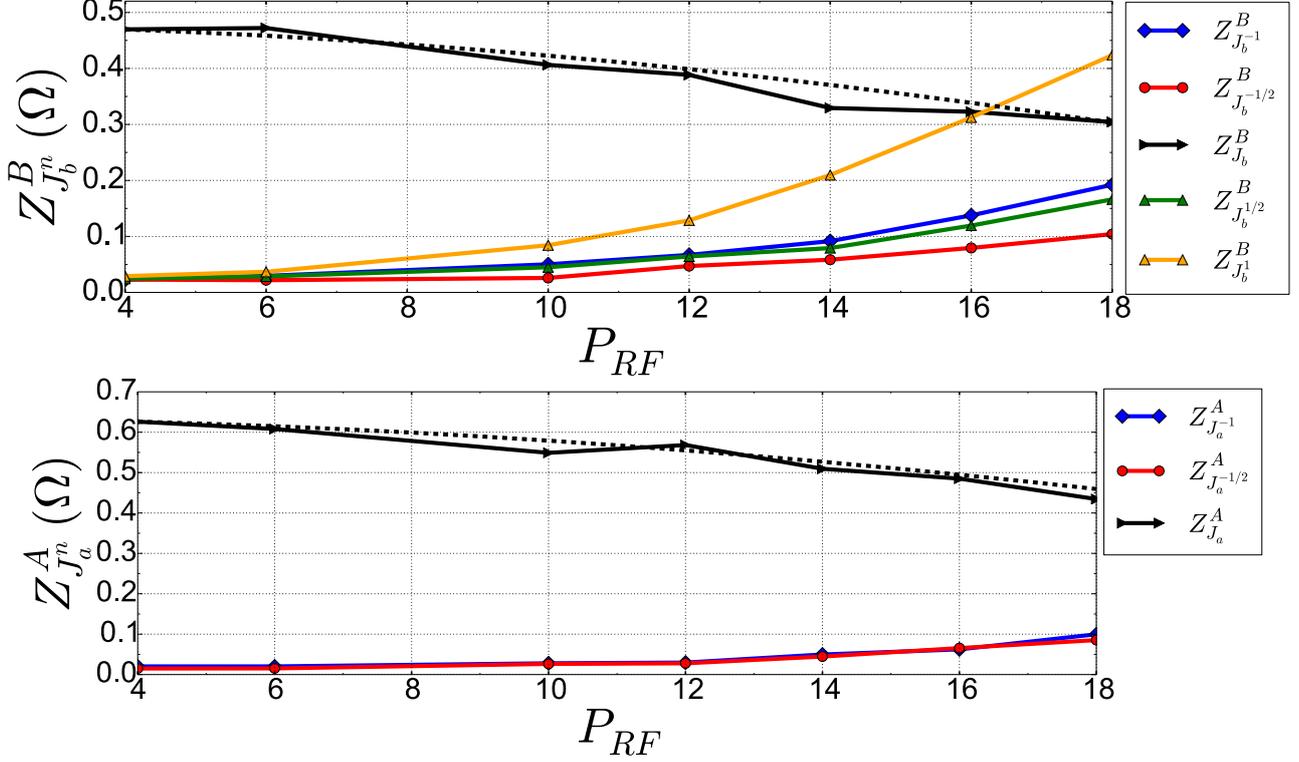


Figure 6.23 – En haut, valeurs absolues des amplitudes des lignes Shapiro J_a en fonction de la puissance RF. En bas, valeurs absolues des amplitudes des lignes Shapiro J_b en fonction de la puissance RF.

On constate sur la Fig. 6.23 que les lignes Shapiro augmentent avec la puissance de la micro-onde. Cependant, on remarque que les courbes des lignes Shapiro sont concaves or les premiers ordres des fonctions de Bessel sont convexes avec la tension RF. Ainsi, les lignes Shapiro dévient par rapport à la théorie.

Néanmoins, pour les effets Josephson J_a et J_b l'ajustage par rapport à $J_0\left(\frac{2e}{\hbar} \frac{\alpha P_{RF}}{\omega_{RF}}\right)$ donne le même coefficient $\alpha = 1.4\mu A^{-1}$ avec un bon résultat dans les deux cas, lignes pointillées noires sur la Fig. 6.23. Cela correspond à une micro-onde de tension RF maximum $V_{RF}^{max} = 25.2\mu V$, confirmant l'hypothèse une micro-onde de faible amplitude par rapport au gap $\Delta \approx 180\mu eV$.

6.2.3.5 Influence de la température

Nous avons mesuré les cartographies des résistances différentielles R_{diff}^A et R_{diff}^B avec une micro-onde de $14.2GHz$ et une puissance de $18dBm$ pour trois températures différentes $100mK$, $300mK$ et $500mK$. Les résultats, filtrés ou non, pour R_{diff}^A sont montrés sur la Fig. 6.24.

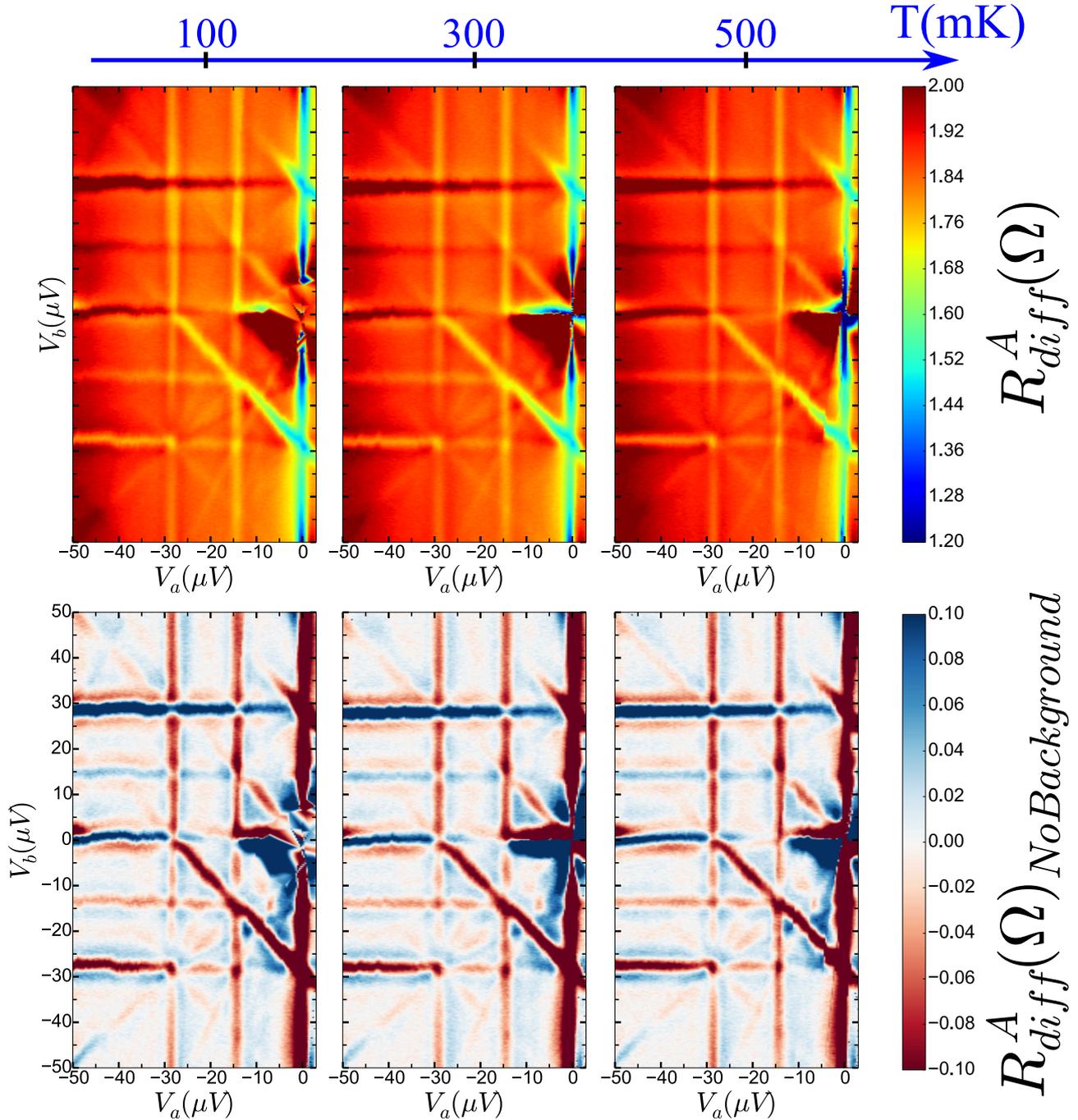


Figure 6.24 – En haut, cartographies de la résistance différentielle R_{diff}^A en fonction des tensions V_a et V_b de l'échantillon sous irradiation de $14.2GHz$ et de $18dBm$ pour différentes températures. En bas, images obtenues à partir des cartographies précédentes après application d'un filtre médian.

On constate que les lignes Shapiro entières et demi-entières sont présentent sur une large gamme de température. Contrairement aux expériences Shapiro dans les jonctions SFS, voir la

section 3.2.5, les lignes Shapiro demi-entières sont, ici, robustes en température. On remarque une légère augmentation de l'amplitude des courants MAR sur les figures de la résistances différentielles avec le contraste déviant vers le rouge foncé, voir sur la Fig. 6.24. Le filtre médian permet de supprimer cette contribution des courants MAR et on constate sur les images filtrées de la Fig. 6.24 que les résonances ne semblent pas modifiées par la température.

Les courants MAR En premier lieu, nous allons nous intéresser à l'influence de la température sur les courants MAR. Nous nous concentrerons sur l'étude de la résistance R_{diff}^A . Le filtre médian extrait ces contributions de la cartographie comme nous l'avons montré précédemment (Fig. 6.7). Une image des contributions MAR à $500mK$ est donnée à gauche sur la Fig. 6.25. La Fig. 6.25 expose deux autres images. Celle du milieu correspond à la soustraction de la cartographie des contributions MAR à $500mK$ par celle à $300mK$. Enfin, celle de droite correspond à la soustraction de la cartographie des courants MAR à $300mK$ par celle à $100mK$. En dehors de la zone à V_a et V_b nulles, on constate que l'augmentation de l'amplitude des courants MAR avec la température est indépendante des tensions V_a et V_b dans la gamme de tensions mesurée (les déviations proviennent de l'effet du filtre médian).

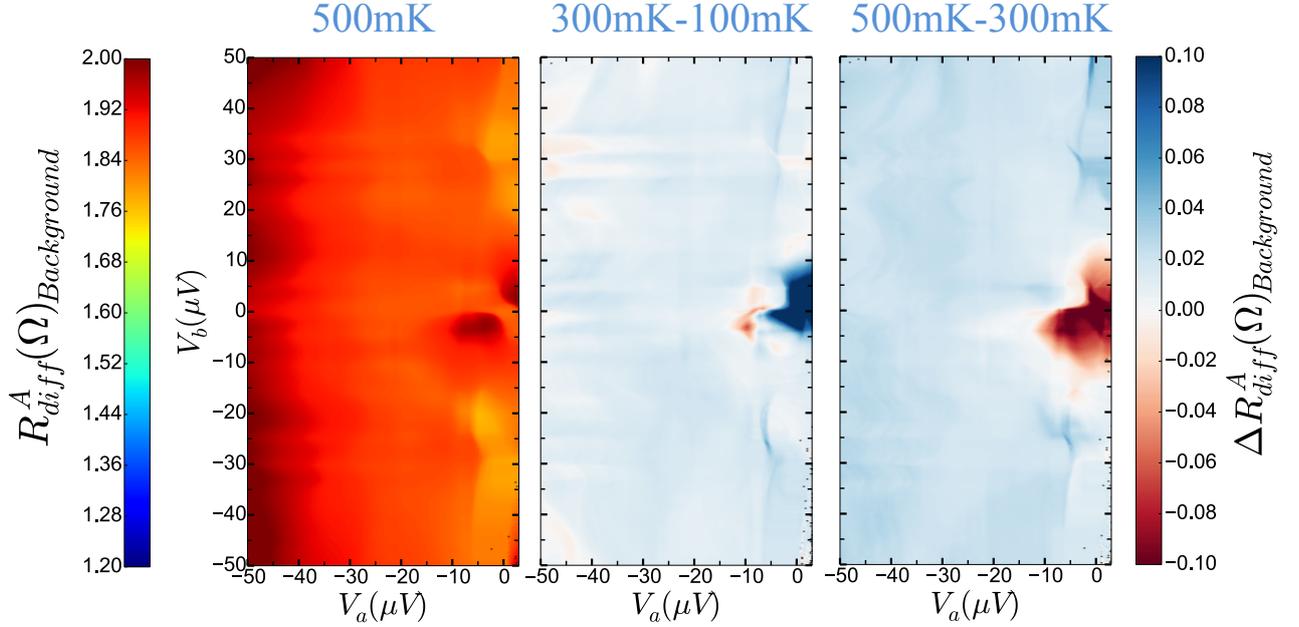


Figure 6.25 – À gauche, image filtrée de la cartographie de la résistance différentielle R_{diff}^A à $500mK$ en fonction des tensions V_a et V_b de l'échantillon sous irradiation de $14.2GHz$ et de $18dBm$ correspondant aux contributions des courants MAR. Au milieu, image filtrée de la différence de la cartographie de R_{diff}^A à $300mK$ par celle à $100mK$. À droite, image filtrée de la différence de la cartographie de R_{diff}^A à $500mK$ par celle à $300mK$.

Ainsi, on mesure une augmentation pour R_{diff}^A de 0.014Ω de l'amplitude des MAR à $300mK$ par rapport à $100mK$ et de 0.020Ω entre $500mK$ et $300mK$.

Les structures Josephson et Quartet En ce qui concerne les résonances dans les cartographies présentées sur la Fig.6.24, nous réitérons le schéma de l'analyse des MAR, faites précédemment. La Fig. 6.26 donne les résultats de la différence des images des anomalies de R_{diff}^A et R_{diff}^B à $500mK$ par rapport à celles à $100mK$ en fonction des tensions V_a et V_b .

500mK-100mK

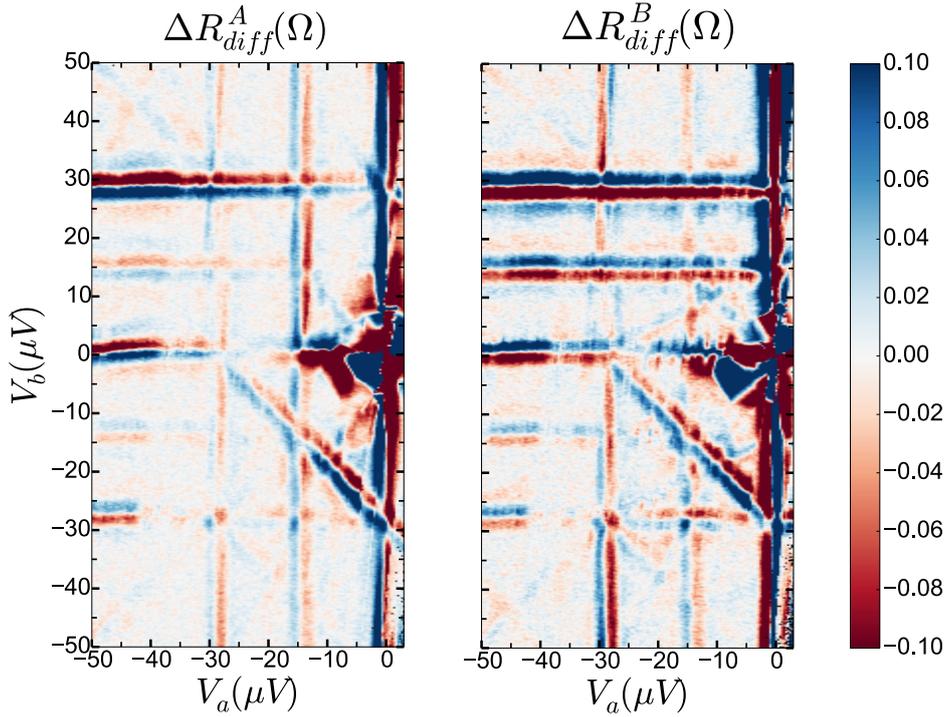


Figure 6.26 – À gauche, différence entre les images filtrées de la cartographie de R_{diff}^A obtenue à 500mK par celle à 100mK. À droite, différence entre les images filtrées de la cartographie de R_{diff}^B obtenue à 500mK par celle à 100mK.

Les images de la Fig. 6.26 montrent des effets surprenants de la température sur les résonances. En premier lieu, on constate que l'influence de la température sur les anomalies dépend des tensions V_a et V_b . Par exemple, l'effet de la température pour R_{diff}^A augmente l'amplitude J_b^1 lorsque $V_b < 30\mu V$ et la diminue lorsque $V_b > 30\mu V$. Pour R_{diff}^B c'est le contraire. Cependant, on remarque que cette inversion entre R_{diff}^A et R_{diff}^B dépend du quadrant considéré. Par exemple, nous venons d'énoncer le fait qu'il y a une anti-symétrie entre R_{diff}^A et R_{diff}^B pour l'anomalie J_b^1 mais pour la résonance J_b^{-1} , à $V_b \approx -30\mu V$ sur la Fig. 6.26, cela n'est pas le cas. En effet, la température agit de la même manière pour R_{diff}^A et R_{diff}^B sur l'amplitude de J_b^{-1} .

Les lignes Shapiro de type J_b^n sont donc anti-symétriques entre R_{diff}^A et R_{diff}^B lorsque V_a et V_b sont de signes opposés. Et elles sont symétriques entre R_{diff}^A et R_{diff}^B lorsque V_a et V_b sont du même signe.

Les lignes Shapiro de type J_a^m , quant à elles, sont anti-symétriques entre R_{diff}^A et R_{diff}^B lorsque V_a et V_b sont du même signe. Et elles sont symétriques entre R_{diff}^A et R_{diff}^B lorsque V_a et V_b sont de signes opposés.

Enfin, pour les lignes Shapiro du Quartet Q_o^n , on observe le même comportement indépendamment du quadrant considéré.

6.3 Géométrie en forme de Y

6.3.1 Caractéristiques de l'échantillon

6.3.1.1 Environnement électronique

Les résistances mesurées du système pour l'échantillon en Y sont les suivantes : $R_1 = 0.098$, $R_2 = 0.10$, $R_{ref} = 0.09$, $R_{p_a} = 2.86$, $R_{p_b} = 1.91$ et $R_{p_{ref}} = 0.06$. Les valeurs des résistances parasites R_{p_a} et R_{p_b} sont à peu près 20 fois plus élevées que l'échantillon précédent, voir section 6.2.1.1. Les résistances parasites sont du même ordre de grandeur, un candidat potentiel serait, donc, de mauvaises interfaces entre l'Aluminium et le Cuivre ou entre les contacts des plots en $TiAu$ et les électrodes d'Aluminium. La résistance mesurée de l'échantillon est $R_N \approx 5\Omega$, ce qui est compatible avec la géométrie de l'échantillon dont la jonction métallique est plus étroite que celle de la géométrie en T, voir Fig. 6.1. Enfin, le courant I_{ac} est injecté directement par le terminal central avec une amplitude de $1\mu A$ et une fréquence de $1.127kHz$.

6.3.1.2 Courant critique

Comme l'échantillon précédent, en-dessous de $800mK$ la tri-jonction passe à l'état de résistance nulle. Cependant, le courant critique est beaucoup plus faible. $I_c \approx 0.9\mu A$ à $100mK$ contre $30\mu A$ pour l'échantillon en T. Cela est surprenant car R_N n'est pas beaucoup plus élevée que pour l'échantillon en T.

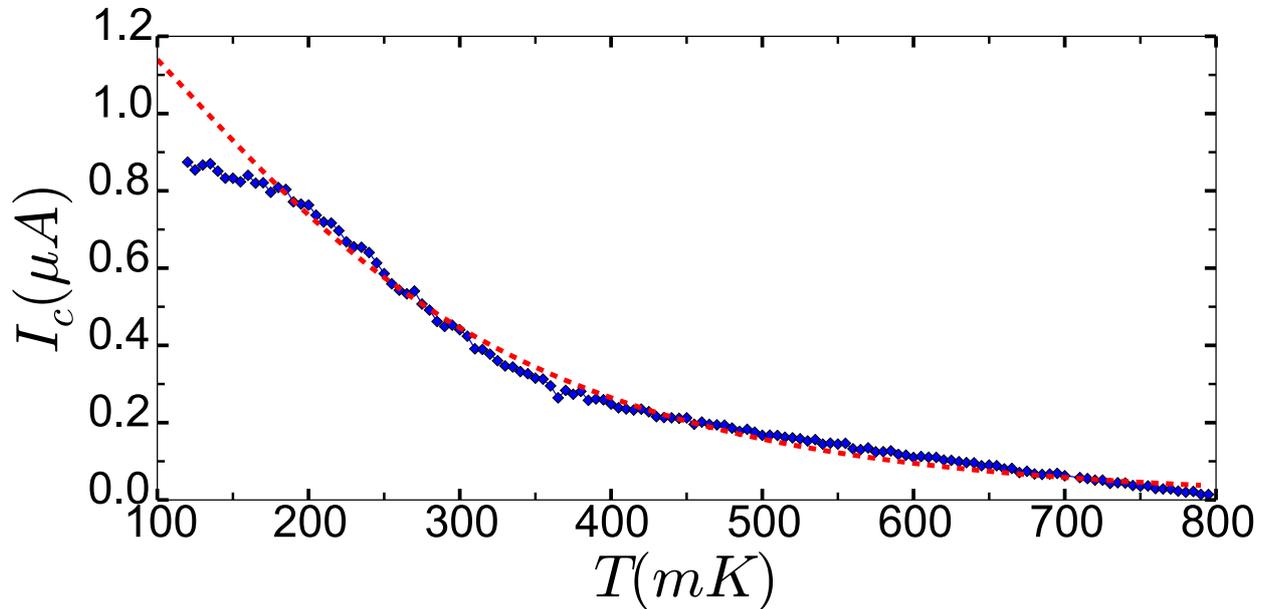


Figure 6.27 – Courant critique en fonction de la température pour l'échantillon en Y.

L'ajustement de la courbe expérimentale par l'équation 3.34 du courant critique dans la limite des hautes températures, pour une jonction diffusive longue donne une résistance d'ajustage de l'échantillon dix fois plus importante que prévue $R_N^{fit} \approx 47\Omega$.

Cependant, les autres paramètres d'ajustements restent correctes par rapport à ce qu'on attendait avec $E_{th} \approx 7.4\mu eV$ et $\Delta = 186\mu eV$.

6.3.2 Cartographies des résistances différentielles

Nous avons mesuré R_{diff}^A et R_{diff}^B , en injectant par l'électrode central de l'échantillon un faible courant AC d'amplitude $1\mu A$ et de fréquence $1.127kHz$, pour des tensions V_a et V_b variant de $-100\mu V$ à $+100\mu V$ avec des pas respectifs de $0.8\mu V$ et $0.2\mu V$ à une température de $100mK$.

Les cartographies des résistances différentielles R_{diff}^A et R_{diff}^B en fonction des tensions V_a et V_b , voir Fig.6.28, montrent les mêmes structures Q_o , J_a et J_b que la géométrie en T. Cependant, contrairement à l'échantillon en T les lignes de Quartet Q_a , Q_b et la Josephson J_{ab} n'apparaissent pas dans les résistances différentielles. De plus, la ligne de Quartet Q_o semble bien trop large en tension par rapport aux lignes Josephson.

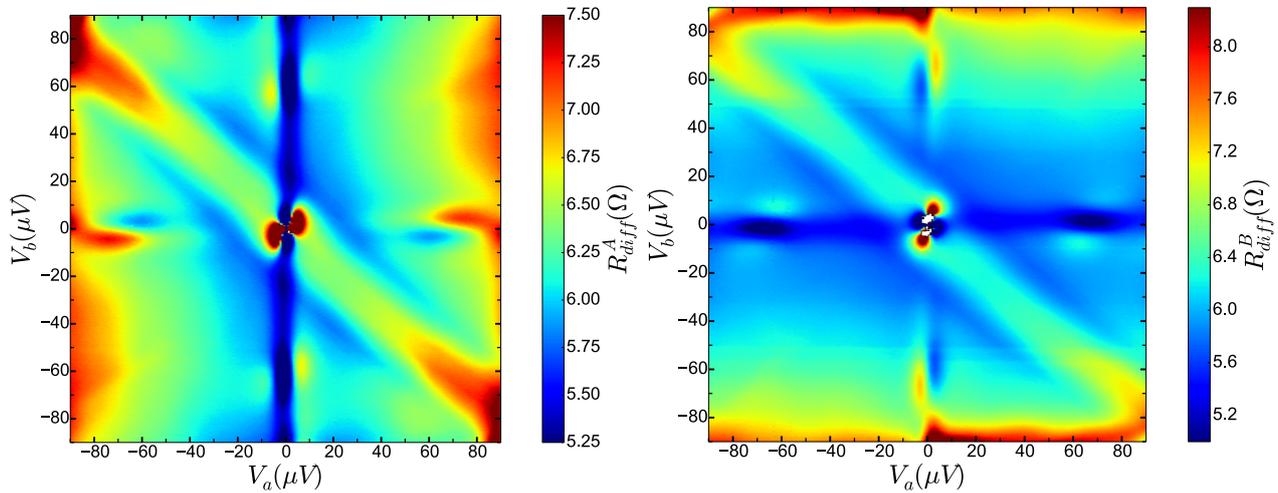


Figure 6.28 – Cartographies des résistances différentielles R_{diff}^A (à gauche) et R_{diff}^B (à droite) en fonction des tensions V_a et V_b à $100mK$. On constate que la contribution des courants MAR est suffisamment important pour camoufler les anomalies.

La géométrie de l'échantillon peut expliquer ces absences. En effet, au vu de l'image obtenue par microscopie à balayage électronique de l'échantillon Y sur la Fig.6.1, la connexion métallique entre S_a et S_b est bien plus résistive que les connexions métalliques entre S_o et S_a et entre S_o et S_b . On sait, d'après la théorie du mécanisme de Quartet présentée à la section 4.3.2.2, que les résonances Q_a , Q_b et J_{ab} impliquent directement la connexion entre S_a et S_b , on peut donc penser que les probabilités de ces mécanismes, et par conséquent leurs amplitudes, soient fortement diminuées par rapport à l'échantillon en T.

L'application d'une micro-onde de fréquence $17.5GHz$ et de puissance $18dBm$ sur cet échantillon révèle des lignes Shapiro pour les effets Josephson J_a et J_b . Des lignes verticales et horizontales entières et demi-entières sont présentes dans les résistances différentielles R_{diff}^A et R_{diff}^B , voir Fig.6.29 et Fig.6.30.

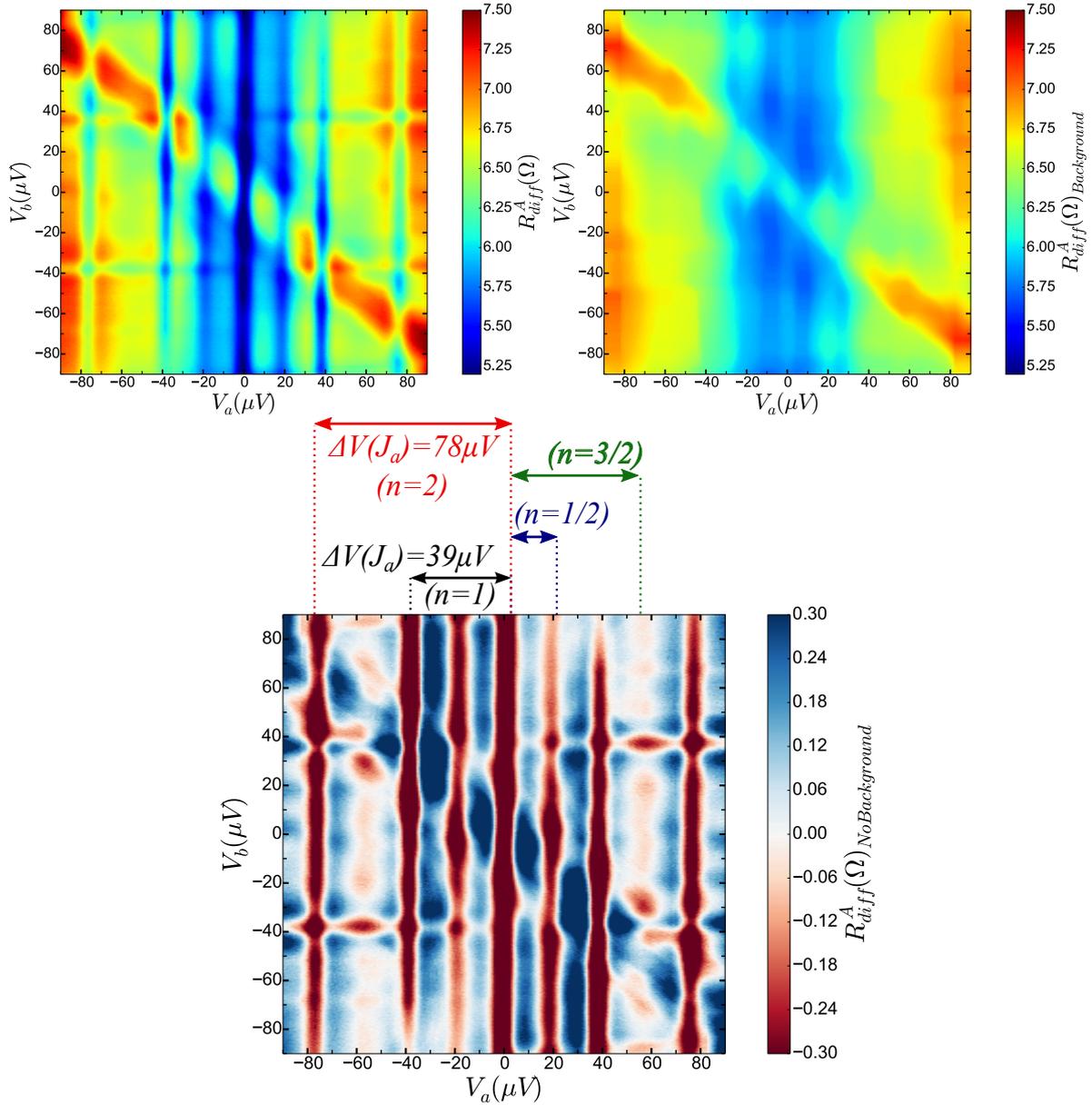


Figure 6.29 – En haut à gauche, l’image de la résistance différentielle R_{diff}^A en fonction des tensions V_a et V_b à 100mK sous irradiation micro-onde de fréquence 17.5GHz. En haut à droite, l’image correspond au filtrage de l’image précédente au moyen d’un filtre médian correspondant à la contribution des courants MAR en R_{diff}^A . En bas, image obtenue en soustrayant la contribution des courants MAR en R_{diff}^A à l’image de la résistances différentielle R_{diff}^A .

Cependant, on constate l’absence de lignes Shapiro diagonales correspondant à l’anomalie Q_o . L’expérience Shapiro révèle ainsi la non cohérence de cette structure ; il semble donc que l’origine de cette ligne à $V_a + V_b = 0$ pour cet échantillon ne soit pas un mécanisme de Quartet.

L’origine de cette ligne pour cet échantillon n’est pas connue cependant cela souligne l’importance de l’expérience Shapiro afin de clarifier l’origine de l’anomalie en $V_a + V_b = 0$ dans les tri-jonctions. Ainsi, dans le cas de l’échantillon en T, l’origine de la résonance Q_o en $V_a + V_b = 0$ est clairement un processus cohérent. Une possibilité pour l’échantillon en Y est que l’anomalie en $V_a + V_b = 0$ est un mécanisme de IMAR à trois terminaux passant par l’origine que l’on a introduit dans la section 4.3.1. Au final, on peut donc dire que seuls les effets Josephson à deux terminaux J_a et J_b sont présents pour cet échantillon en Y.

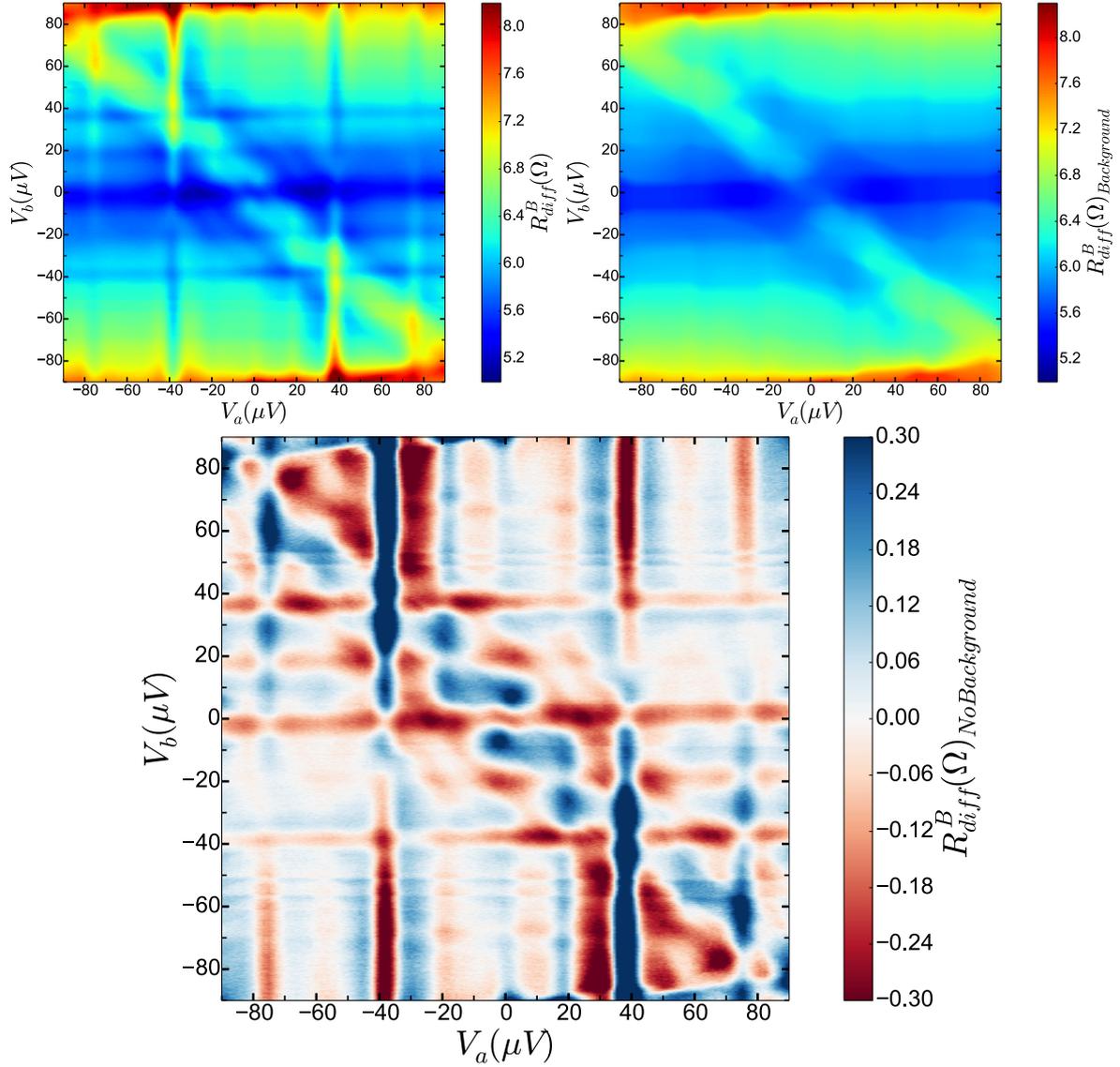


Figure 6.30 – En haut à gauche, l'image de la résistance différentielle R_{diff}^B en fonction des tensions V_a et V_b à $100mK$ sous irradiation micro-onde de fréquence $17.5GHz$. En haut à droite, l'image correspond au filtrage de l'image précédente au moyen d'un filtre médian correspondant à la contribution des courants MAR en R_{diff}^B . En bas, image obtenue en soustrayant la contribution des courants MAR en R_{diff}^B à l'image de la résistances différentielle R_{diff}^B .

6.3.3 Analyse d'une anomalie Josephson à deux terminaux en fonction de la température et de la tension

Nous allons utiliser la polarisation en tension de l'échantillon en Y pour analyser en détail l'effet de la température et de la tension V_b sur l'anomalie J_a . En effet, le courant injecté I_{dc}^2 ne fait ici que varier la tension V_b car la quasi-totalité du courant traverse R_2 .

Pour cela, on se positionne en $V_a = 0$ c'est à dire à I_{dc}^1 nul, et on fait varier V_b de $-150\mu V$ à $+150\mu V$ avec un pas de $0.05\mu V$ et la température T de $100mK$ à $900mK$ avec un pas de $10mK$. Le courant $I_{ac} = 1000nA$ est injecté par le terminal central. On ne mesure donc pas l'amplitude de l'anomalie J_a comme défini pour l'échantillon précédent mais bien la valeur de R_{diff}^A et R_{diff}^B en $V_a = 0$ pour différentes valeurs de tension V_b et de température T . La cartographie de la résistance différentielle R_{diff}^A en fonction de la tension V_b et de la

température est introduite par la Fig.6.31. En ce qui concerne R_{diff}^B , elle est présentée en fin de section, voir Fig.6.35.

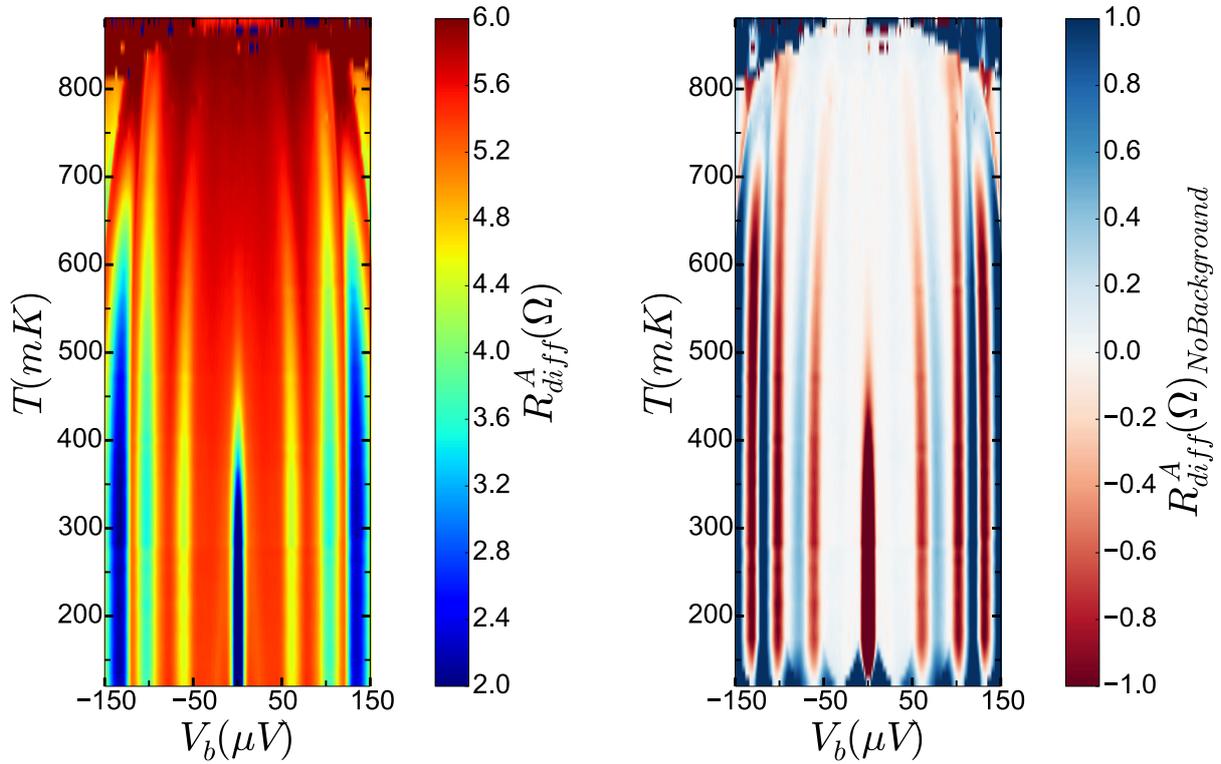


Figure 6.31 – Résistance différentielle R_{diff}^A le long de la Josephson J_a , c'est à dire à $V_a = 0\mu V$, en fonction de la tension V_b et de la température. L'image de gauche correspond aux valeurs mesurées de la résistance différentielle et l'image de droite correspond à celle de gauche après soustraction du fond par la méthode du filtre médian. Des structures à tension V_b non nulle apparaissent clairement pouvant correspondre à des anomalies IMAR.

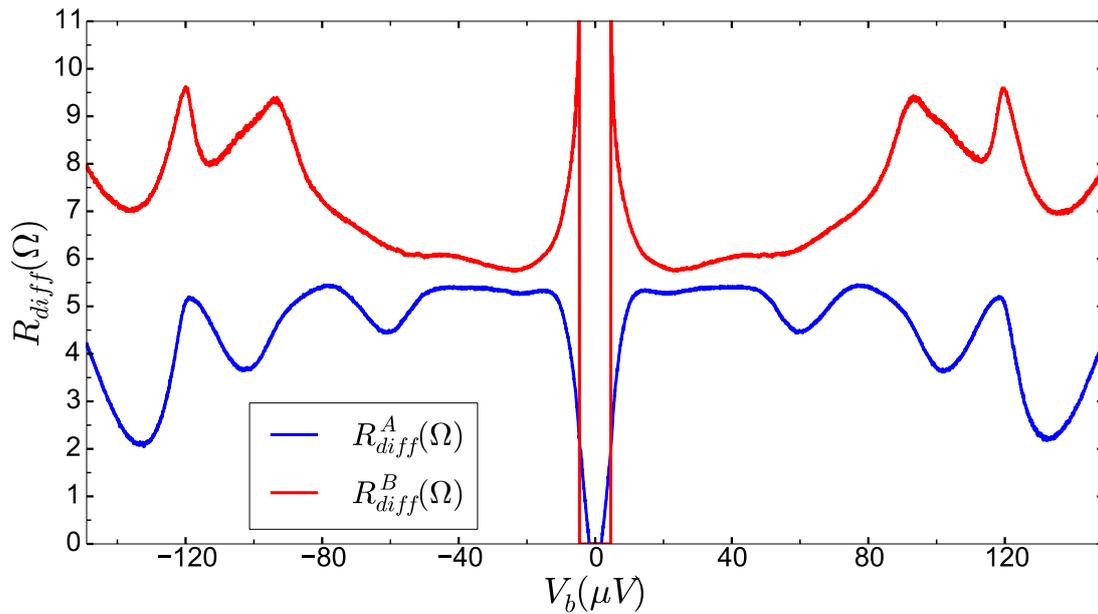


Figure 6.32 – Résistances différentielles R_{diff}^A et R_{diff}^B à 150mK le long de la Josephson J_a , c'est à dire à $V_a = 0\mu V$, en fonction de la tension V_b .

De prime abord, on constate sur la Fig.6.32 des résonances le long de la Josephson J_a dans les résistances différentielles R_{diff}^A et R_{diff}^B ; plus précisément à $V_b = \pm 60\mu$, $V_b = \pm 110\mu$ et $V_b = \pm 140\mu$ pour une température de $150mK$. La Fig.6.31 montre que ces structures semblent dépendre de la température comme le gap supraconducteur. Ces anomalies semblent correspondre à des structures sous harmoniques au gap à trois terminaux. Le mécanisme responsable serait donc les réflexions multiples d'Andreev incohérentes. Cependant, comme nous l'avons vu dans la section 4.3.1, ces structures sous-harmoniques au gap devraient apparaître comme des lignes à :

$$\begin{cases} pV_a + qV_b = \frac{2\Delta}{e} \\ pV_a + qV_b = 0 \end{cases} \quad (6.22)$$

Nous constatons que ces lignes n'apparaissent pas dans les cartographies des résistances différentielles. Ces absences peuvent s'expliquer par la faible amplitude des lignes MAR, invisible en dehors de leurs intersections à $V_a = 0\mu V$. En effet, pour cette tension V_a un nombre important de lignes MAR se croisent et contribuent chacune indépendamment aux courants à la tension V_b suivante :

$$nV_b = \frac{2\Delta}{e} \quad (6.23)$$

Ainsi, on peut tenter de donner une explication de ces anomalies comme un point d'intersection des structures sous-harmoniques au gap.

La relation entre V_b et le gap Δ donnée par l'équation 6.23 doit donc nous donner une information sur la pertinence de cette explication. En effet, la position en V_b des anomalies devrait suivre la même relation que le gap Δ en fonction de la température. Le gap à la température nulle $\Delta(0)$ est calculé à partir de la relation suivante :

$$\Delta(0) = 1.764k_bT_c \quad (6.24)$$

avec k_b la constante de Boltzmann et T_c la température critique de l'Aluminium soit $1200mK$. Sa valeur est alors $\Delta(0) = 183\mu eV$.

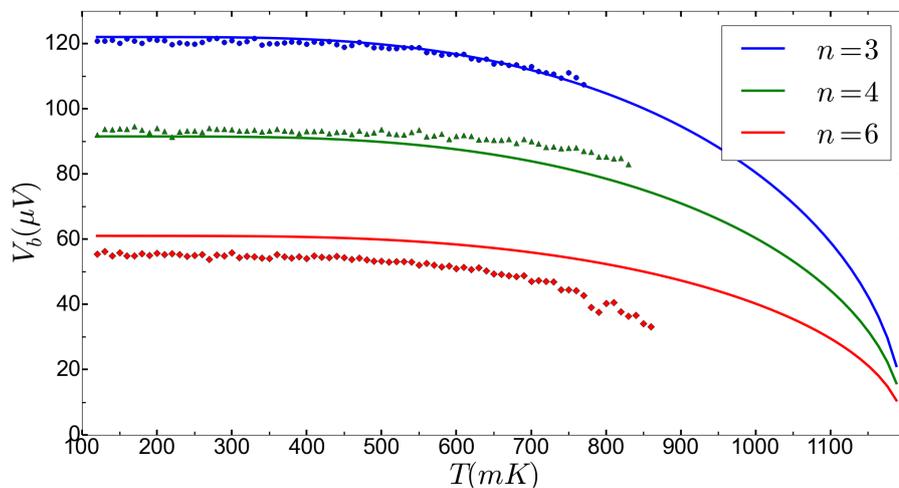


Figure 6.33 – Evolution en fonction de la température du minimum de la tension V_b pour les trois différentes anomalies présentes pour la résistance différentielle R_{diff}^A .

La Fig.6.33 montre que les anomalies semblent bien suivre la même relation que le gap avec la température. Une étude plus précise a été menée à $100mK$ aux environs de $V_b = 60\mu V$ afin d'identifier des lignes de MAR proche de ces anomalies. On a ainsi fait varier V_a de $-12.25\mu V$ à $12.25\mu V$ avec un pas de $0.1\mu V$ et V_b de $47.5\mu V$ à $72.5\mu V$ avec un pas de $0.02\mu V$. Cela correspond à un zoom autour de l'anomalie J_a dans le plan (V_a, V_b) . Le résultat en R_{diff}^A présenté sur la Fig.6.34 ne révèle pas de lignes MAR traversant J_a à $60\mu V$.

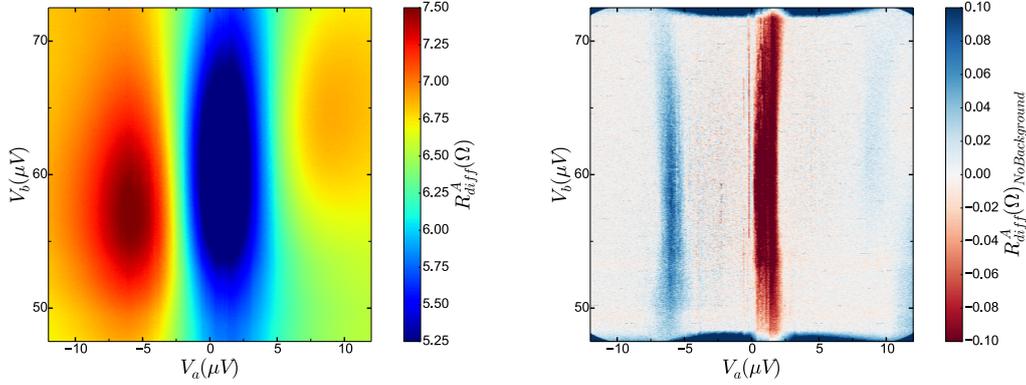


Figure 6.34 – À gauche, image de la résistance différentielle R_{diff}^A de l'échantillon aux environs de $V_b = 60\mu V$ et autour de la Josephson J_a . À droite, filtrage de l'image précédente par au moyen d'un filtre médian.

Néanmoins, au vu des informations que nous disposons on peut estimer que le mécanisme IMAR soit le processus à l'origine de ces structures le long de J_a . Il en est de même pour la résonance J_b .

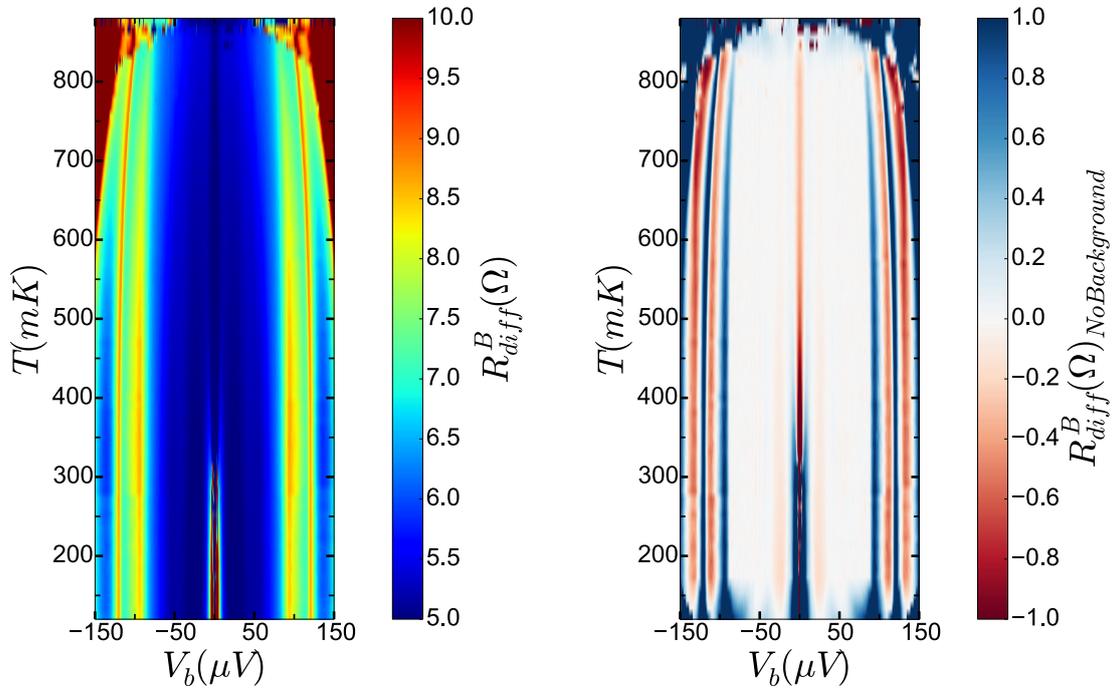


Figure 6.35 – Résistance différentielle R_{diff}^B de l'échantillon le long de la Josephson J_a , c'est à dire à $V_a = 0\mu V$, en fonction de la tension V_b et de la température. L'image de gauche correspond aux valeurs mesurées de la résistance différentielle et l'image de droite correspond à celle de gauche après soustraction du fond par la méthode du filtre médian.

6.4 Conclusion

En conclusion, nous avons pu retrouver et approfondir les résultats obtenus précédemment sur une géométrie en T [64]. Nous avons pu, aussi, déterminer expérimentalement la valeur γ pour la géométrie en T à partir des cartographies des résistances différentielles. Le résultat principal de la thèse est l'observation des lignes Shapiro dans les structures à trois terminaux supraconducteurs. Nous avons montré que les lignes Shapiro suivent les relations attendues avec le modèle RSJ à 3 terminaux. L'étude en température, en tension et en puissance RF injectée a mis en évidence des effets inattendus sur les anomalies observées dans les résistances différentielles.

Enfin, l'étude de l'échantillon en Y a montré des structures dans les résistances différentielles que l'on suspecte d'avoir pour origine un mécanisme de réflexions d'Andreev multiples incohérents à trois terminaux.

L'ensemble des résultats est dans la logique du scénario des Quartets, avec le transport cohérent de deux paires de Cooper.

Chapitre 7

SQUIDS en Silicium

Dans cette section, nous présentons les mesures réalisées durant la thèse sur les premiers SQUIDS fabriqués entièrement en Silicium. Le Silicium représente un matériau très intéressant pour l'ingénierie électronique à très basse température par le fait de la maturité des technologies l'utilisant [68]. Une façon de rendre le Silicium supraconducteur par dopage d'atomes de Bore a été découvert en 2006 [69], permettant d'ouvrir la voie aux premiers systèmes supraconducteurs en Silicium. Cela a donné lieu à une publication [70] sur un SQUID en Silicium, dont nous présenterons certains résultats dans cette section.

7.1 Fabrication

Les SQUIDS, présentés sur la Fig. Fig. 7.1 d, sont composés de deux jonctions Josephson constituées par des ponts de Dayem à partir d'une couche supraconductrice en Silicium. Cette couche a été obtenue en dopant massivement le Silicium avec des atomes de Bore en utilisant la technique de dopage laser par immersion de gaz.

De prime abord, un wafer en Silicium est immergé dans une atmosphère de BCl_3 , voir la Fig.7.1a. Un laser pulsé est ensuite dirigé sur une portion de ce wafer. Durant un pulse du laser, le Silicium fond sur une épaisseur qui dépend de la densité énergétique du laser. La Fig.7.1b illustre ce mécanisme. Pendant la fusion, les atomes de Bore pénètrent alors à l'intérieur de la couche fondue pendant que les atomes de chlore sont rejetés. A la fin du pulse laser, les atomes de Bore sont ainsi incorporés dans les sites de substitutions, voir Fig.7.1c. La couche de Silicium supraconducteur que nous avons utilisée dans le cas de notre étude a été faite à partir de 200 pulses laser et un temps de fusion de $47ns$. Dans ces conditions, nous avons obtenu une couche de $80nm$ d'épaisseur avec une dose de $2.4 \cdot 10^{16}cm^{-2}$, correspondant à une concentration de 5% d'atomes de Bore.

Enfin, la fabrication des SQUIDS a été faite à partir d'une lithographie électronique définissant ainsi la géométrie. Un masque d'aluminium de $20nm$ est ensuite déposé par lift-off. Au final, un processus de gravure ionique supprime environ $100nm$ de Silicium non protégé par la couche d'aluminium.

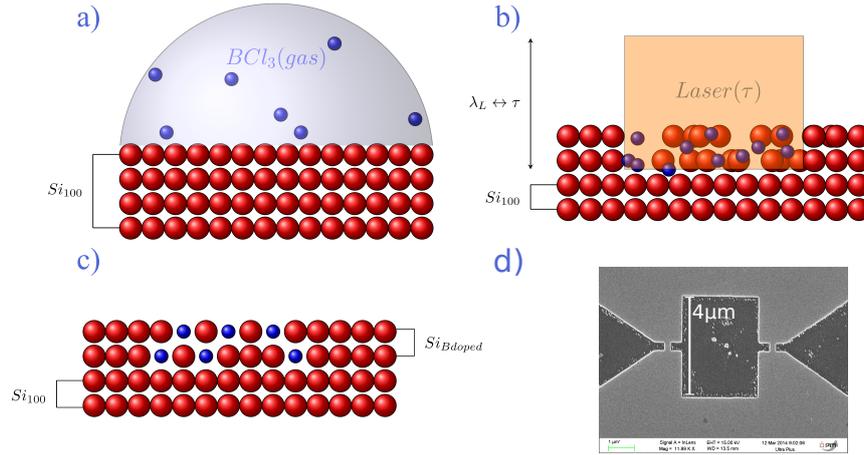


Figure 7.1 – Illustration du principe du dopage du Silicium par laser. **a)**- Le wafer de Silicium est immergé dans une atmosphère de BCl_3 . **b)**- Un laser pulsé fond localement le Silicium (en rouge) sur une épaisseur dépendant de la durée et de la puissance du laser. **c)**- Les atomes de Bore (en bleus) sont incorporés dans les sites de substitutions **d)**- Image obtenue par microscopie à balayage électronique d'un SQUID en Silicium.

7.2 Résultats expérimentaux

7.2.0.1 Caractérisation d'un SQUID

On constate sur la Fig. 7.2 que la transition de l'échantillon vers l'état de résistance nulle apparaît à $T_c = 280mK$; ce qui correspond à ce qu'on attendait pour une telle couche de Si : B. La résistance de l'échantillon dans l'état normal est de 314Ω .

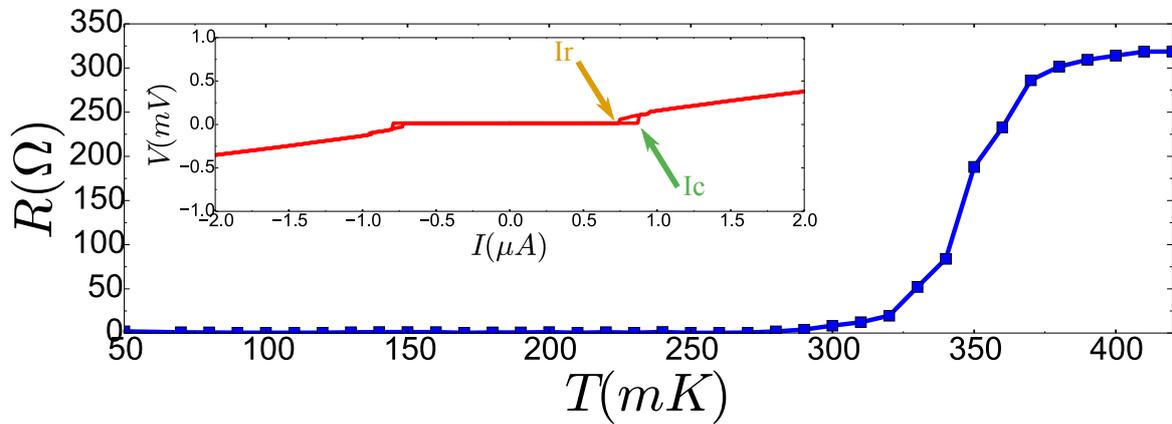


Figure 7.2 – Évolution de la résistance de l'échantillon en fonction de la température. La caractéristique courant-tension à $100mK$ est donnée dans l'insert.

Néanmoins, on constate sur l'insert de la Fig. 7.2 que lorsque $I > I_c$, la pente de la caractéristique courant-tension de la jonction correspond à une résistance d'environ 314Ω . La résistivité au carré pour un tel échantillon est environ $\rho \approx 100\mu\Omega.cm$. On s'attend à une résistance du micro-pont de 18.5Ω . Ce résultat signifie que la structure entière de la jonction passe à l'état résistif lorsque $I > I_c$.

Nous avons mesuré le courant critique d'une jonction composant le SQUID pour différentes températures variant de $100mK$ à $300mK$. Nous avons estimé que le courant critique d'une jonction $I_{c,wl}$ est relié au courant critique par la relation $I_{c,wl} = I_c/2$. Les résultats de la mesure

du courant critique $I_{c,wl}$ sont présentés par des diamants bleus sur la Fig.7.3. On constate que le courant critique de chaque jonction est d'environ de quelque dixième de μA .

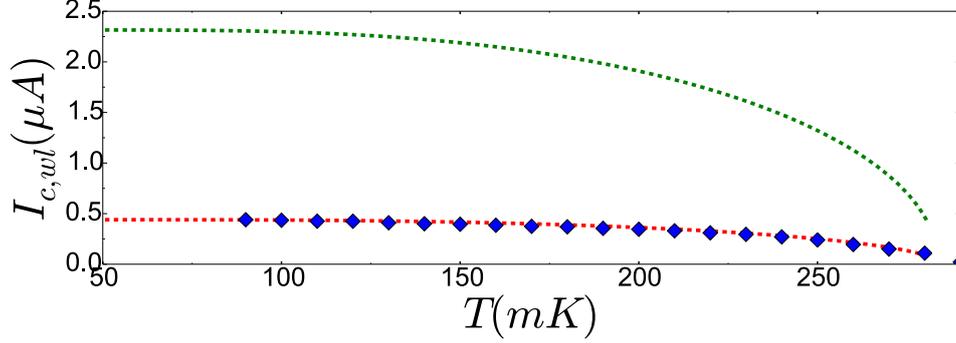


Figure 7.3 – Dépendance en température du courant critique mesuré (diamants bleus). La courbe rouge correspond aux valeurs théoriques attendues avec la relation $0.19\Delta/(R_N e)$. La courbe verte correspond à celles avec la relation $\Delta/(R_N e)$.

Enfin, nous avons estimé le produit $R_N I_{c,wl}$ avec R_N la résistance à l'état normal d'une des jonction composant le SQUID et $I_{c,wl}$ son courant critique. Comme nous venons de le voir la résistance normale est estimée à 18.6Ω . Le gap supraconducteur à température nulle est, quant à lui, estimé par la relation :

$$\Delta_o = 1.764k_b T_c \approx 43.2\mu eV \quad (7.1)$$

On cherchera à trouver une relation entre $R_N I_c$ et le gap Δ comme suit

$$R_N I_{c,wl}(T) = \alpha \frac{\Delta}{e} \quad (7.2)$$

avec α un coefficient permettant d'ajuster au mieux le rapport entre $R_N I_c$ et le gap Δ . Comme $R_N I_{c,wl}^{0K} = \alpha \frac{\Delta_o}{e}$ nous obtenons la relation suivante :

$$I_{c,wl}(T) = I_{c,wl}^{0K} \frac{\Delta}{\Delta_o} \quad (7.3)$$

Nous trouvons une erreur d'un ordre de grandeur avec la valeur estimée pour $\alpha = 1$ et $R_N = 18.6\Omega$ (courbe en verte sur la Fig.7.3). La valeur extrapolée par les mesures de $I_{c,wl}^{0K} = 0.47\mu A$ donne un résultat très convenable (courbe en rouge sur la Fig.7.3). On peut donc estimer $\alpha \approx 0.19$ avec $I_{c,wl}^{0K} 0.47\mu A$ et $R_N = 18.6\Omega$.

La Fig. 7.4 montre la dépendance du courant critique en fonction du champ magnétique appliqué perpendiculairement à l'échantillon pour diverses températures. Chacune de ces courbes ont été obtenues en augmentant le champ magnétique de $-3G$ à $+3G$ avec un pas de $0.07G$.

Les résultats montrent, sans ambiguïté, l'oscillation régulière du courant critique en fonction du champ magnétique avec une période de $1.2G$. Cela correspond à un quantum de flux dans une surface de $17\mu m^2$, correspondant approximativement à la surface de la boucle du SQUID ($\approx 14\mu m^2$). L'amplitude des oscillations est environ 13% par rapport au courant critique maximum. La modulation en flux décroît avec l'augmentation de la température et disparaît à l'approche de la température critique.

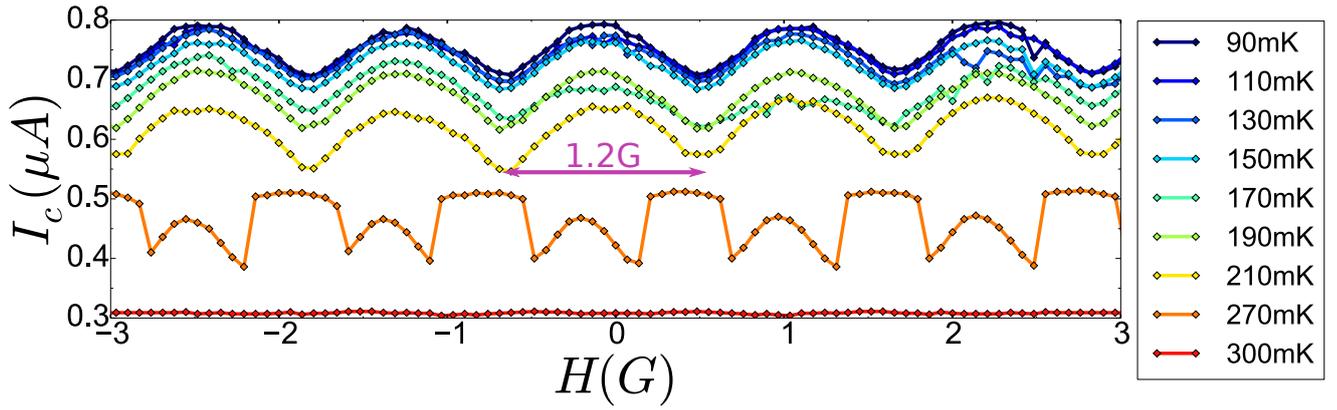


Figure 7.4 – Évolution du courant critique mesuré en fonction du champ magnétique appliqué pour des températures de 90mK à 300mK.

7.3 Conclusion

Nous avons mesuré la réponse d'un SQUID continu entièrement fait en Silicium en fonction du champ magnétique. Nous avons observé les oscillations du courant critique en fonction du champ magnétique appliquée confirmant ainsi la présence de deux jonctions Josephson dans la boucle de $17\mu\text{m}^2$.

Ces résultats ont été confirmés ultérieurement, par Anaïs Francheteau, sur des échantillons de même nature que ceux mesurés précédemment. Pour l'échantillon de la publication [70], une simulation des équations de Ginzburg-Landau a été faite à partir d'un code développé par Hasselbach et al. [71] pour retrouver l'évolution du courant critique en fonction de la température et du champ magnétique.

Chapitre 8

Conclusion et perspectives

8.1 Conclusion

Dans ce projet de recherche, nous avons étudié des systèmes composés de trois électrodes supraconductrices (Al) connectées par un métal normal (Cu), constituant ainsi une tri-jonction Josephson diffuse. Les améliorations apportées au dispositif expérimental permet, maintenant, une analyse quantitative à partir des résistances différentielles. La mise en place du système d'irradiation RF nous octroi un degré de liberté supérieur pour explorer les échantillons. Les précédents résultats sur les structures en forme de T ont été retrouvés et approfondis. L'analyse de la forme et de l'amplitude des anomalies, en fonction des tensions, a montré des effets correspondants à des relations courant-phase non-sinusoidales. En outre, une analyse approfondie a été faite, afin d'expérimenter la cohérence quantique des structures présente dans les résistances différentielles, au moyen d'une micro-onde. On a, alors, montré l'existence de lignes de Shapiro apparaissant lorsque les fréquences des courants AC Josephson générées est équivalente à la fréquence de la micro-onde. La dépendance en fréquence des lignes Shapiro a été observée comme identique aux traditionnelles marches de Shapiro dans les jonctions Josephson. L'étude révèle que les anomalies de type Quartet présentent aussi des résonances Shapiro en concordance avec l'extension, proposée dans cette thèse, du modèle RSJ d'une tri-jonction sous irradiation micro-onde. On a constaté que l'influence de la puissance de micro-onde et de la température est non triviale dans les structures à 3 terminaux. Ainsi, ces résultats démontrent que le phénomène de Quartet est un mécanisme quantique cohérent confirmant le scénario de la séparation spatiale cohérente en phase de deux paires de Cooper à longue portée. J'ai proposé quelques pistes de réflexions sur l'amplitude et la symétrie des anomalies observés qui devront être approfondies.

Une autre géométrie en forme de Y a été considérée. Une analyse en tension et en température d'une ligne Josephson à deux terminaux a montré des structures dont le comportement en température est similaire au gap. Des effets liés aux réflexions d'Andreev multiples sont suspectés comme origine de ces anomalies. On a montré à partir des expériences Shapiro que les structures de type Quartet y sont inexistantes. La raison de leurs absences provient probablement de la faible amplitude du courant critique ($I_c < 1\mu A$). Un défaut de fabrication au niveau des interfaces entre l'aluminium et le cuivre est suspecté.

Enfin, on a montré les résultats du premier SQUID entièrement fait en Silicium ouvrant, ainsi, la voie à de futures électroniques supraconductrices à très basses températures.

Il me semble important de remarquer que les tri-jonctions Josephson ne peuvent se voir comme un simple réseau triangulaire de jonctions Josephson mais constitue un tout nouveau dispositif à étudier dans le domaine de la supraconductivité. La raison sur laquelle je me base

est que le mode de Quartet s'apparente à un état lié d'Andreev à tensions non nulles. Dans la perspective de développer le dispositif actuel, les possibles voies d'exploitation sont :

- Des résultats préliminaires, voir Fig. 8.1, sur un échantillon à 4 terminaux supraconducteurs montrent des effets surprenants dans les résistances différentielles. Malheureusement, le système est alors difficile à comprendre par le fait qu'une des électrodes ne soit pas connectée. Néanmoins, les cartographiques des résistances différentielles semblent montrer l'existence d'ordres supérieures au-delà du Quartet (Sextet, quintet, Octet, etc.). Une étude sur les systèmes diffusifs à plus de trois électrodes supraconductrices pourrait amener à des phénomènes intéressants pour l'information quantique.
- Jusqu'à maintenant, les structures de Quartet n'ont été révélées que dans les tri-jonctions Josephson diffusives. Une évolution intéressante serait de changer le métal normal par un système de plots quantiques. La difficulté réside dans la technique de fabrication afin d'obtenir des interfaces suffisamment transparentes. Un dispositif entièrement en Silicium (métal normal et supraconducteur) est envisagé. De surcroît, le Silicium permettrait d'obtenir facilement des géométries à plus de trois terminaux supraconducteurs.
- Dans les échantillons mesurés la phase des réservoirs supraconducteurs est considérée classiquement. Il pourrait être intéressant de concevoir des nouvelles géométries où la phase devrait être traitée quantiquement.

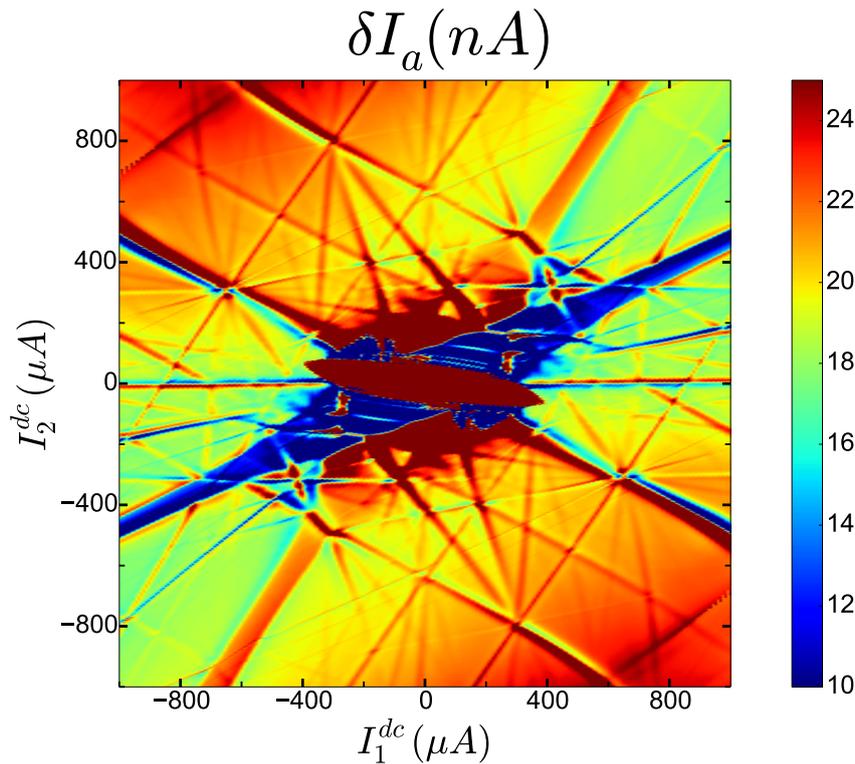


Figure 8.1 – Cartographie du courant AC mesuré par le SQUID A obtenue à 100mK en fonction des courants I_1^{dc} et I_2^{dc} , pour un échantillon à 4 terminaux supraconducteurs sous irradiation micro-onde de fréquence 10.28GHz et de puissance 18dBm.

Bibliographie

- [1] A. Einstein, B. Podolsky, and N. Rosen. Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete? Phys. Rev., 47 :777–780, 1935.
- [2] J. S. Bell et al. On the Einstein-Podolsky-Rosen paradox. Phys., 1 :195–200, 1964.
- [3] A. Aspect, J. Dalibard, and G. Roger. Experimental test of bell’s inequalities using time-varying analyzers. Phys. Rev. Lett., 49 :1804–1807, 1982.
- [4] B. D. Josephson. Possible new effects in superconductive tunnelling. Phys. Lett., 1 :251–253, 1962.
- [5] J. M. Byers and M. E. Flatté. Probing spatial correlations with nanoscale two-contact tunneling. Phys. Rev. Lett., 74 :306–309, 1995.
- [6] D. Beckmann, H. B. Weber, and H. v. Löhneysen. Evidence for crossed Andreev reflection in superconductor-ferromagnet hybrid structures. Phys. Rev. Lett., 93 :197003, 2004.
- [7] R. P. Huebener and H. Lubbig. A Focus of Discoveries. World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd, 2008.
- [8] B. Pannetier and H. Courtois. Andreev reflection and proximity effect. J. Low Temp. Phys., 118 :599–615, 2000.
- [9] T. M. Klapwijk. Proximity effect from an Andreev perspective. J. Supercond., 17 :593–611, 2004.
- [10] A. F. Andreev. Thermal conductivity of the intermediate state of superconductors. II. Sov. Phys. JETP, 20 :1490, 1965.
- [11] G. E. Blonder, M. Tinkham, and T. M. Klapwijk. Transition from metallic to tunneling regimes in superconducting microconstrictions : Excess current, charge imbalance, and supercurrent conversion. Phys. Rev. B, 25 :4515–4532, 1982.
- [12] J. E. Zimmerman and A. H. Silver. Quantum effects in type II superconductors. Phys. Lett., 10 :47–48, 1964.
- [13] P. W. Anderson and A. H. Dayem. Radio-frequency effects in superconducting thin film bridges. Phys. Rev. Lett., 13 :195–197, 1964.
- [14] K. K. Likharev. Dynamics of Josephson Junctions and Circuits. Gordon and Breach Publishers, 1986.
- [15] L. Aslamazov, A. Larkin, Y. Ovchinnikov, and Z. Fiz. Josephson effect in superconductors separated by a normal metal. Sov. Phys. JETP, 28 :171, 1969.
- [16] P. G. De Gennes. Self-consistent calculation of the Josephson current. Phys. Lett., 5 :22–24, 1963.
- [17] M. Tinkham. Introduction to superconductivity. Courier Corporation, 2012.
- [18] K. D. Usadel. Generalized diffusion equation for superconducting alloys. Phys. Rev. Lett., 25 :507–509, 1970.

-
- [19] M. F. Goffman, R. Cron, A. Levy Yeyati, P. Joyez, M. H. Devoret, D. Esteve, and C. Urbina. Supercurrent in atomic point contacts and Andreev states. Phys. Rev. Lett., 85 :170–173, 2000.
- [20] A. A. Golubov, M. Yu. Kupriyanov, and E. Il'ichev. The current-phase relation in Josephson junctions. Rev. Mod. Phys., 76 :411–469, 2004.
- [21] N. Argaman. Nonequilibrium Josephson-like effects in wide mesoscopic SNS junctions. Superlattice Microst., 25 :861–875, 1999.
- [22] J.-D. Pillet, C. H. L. Quay, P. Morfin, C. Bena, A. L. Yeyati, and P. Joyez. Andreev bound states in supercurrent-carrying carbon nanotubes revealed. Nature Phys., 6 :965–969, 2010.
- [23] B. N. Taylor and E. Burstein. Excess currents in electron tunneling between superconductors. Phys. Rev. Lett., 10 :14–17, 1963.
- [24] T. Hoss, C. Strunk, T. Nussbaumer, R. Huber, U. Staufer, and C. Schönenberger. Multiple Andreev reflection and giant excess noise in diffusive superconductor/normal-metal/superconductor junctions. Phys. Rev. B, 62 :4079–4085, 2000.
- [25] J. R. Schrieffer, D. J. Scalapino, and J. W. Wilkins. Effective tunneling density of states in superconductors. Phys. Rev. Lett., 10 :336–339, 1963.
- [26] T. M. Klapwijk, G. E. Blonder, and M. Tinkham. Explanation of subharmonic energy gap structure in superconducting contacts. Physica B+C, 109 :1657–1664, 1982.
- [27] P. Dubos, H. Courtois, B. Pannetier, F. K. Wilhelm, A. D. Zaikin, and G. Schön. Josephson critical current in a long mesoscopic S-N-S junction. Phys. Rev. B, 63 :064502, 2001.
- [28] P. Dubos. Transport électronique dans les nanojonctions supraconducteur - métal normal - supraconducteur. PhD thesis, Université Joseph-Fourier - Grenoble I, 2000.
- [29] D. E. McCumber. Effect of AC impedance on DC voltage-current characteristics of superconductor weak-link junctions. J. Appl. Phys., 39 :3113–3118, 1968.
- [30] V. Ambegaokar and B. I. Halperin. Voltage due to thermal noise in the DC Josephson effect. Phys. Rev. Lett., 22 :1364–1366, 1969.
- [31] J.-S. Tsai, A. K. Jain, and J. E. Lukens. High-precision test of the universality of the Josephson voltage-frequency relation. Phys. Rev. Lett., 51 :316–319, 1983.
- [32] C. C. Grimes and S. Shapiro. Millimeter-wave mixing with Josephson junctions. Phys. Rev., 169 :397–406, 1968.
- [33] S. Shapiro. Josephson currents in superconducting tunneling : The effect of microwaves and other observations. Phys. Rev. Lett., 11 :80–82, 1963.
- [34] M. Chauvin, P. vom Stein, H. Pothier, P. Joyez, M. E. Huber, D. Esteve, and C. Urbina. Superconducting atomic contacts under microwave irradiation. Phys. Rev. Lett., 97 :067006, 2006.
- [35] M. Veldhorst, M. Snelder, M. Hoek, T. Gang, V. K. Guduru, X. L. Wang, U. Zeitler, W. G. van der Wiel, A. A. Golubov, H. Hilgenkamp, and A. Brinkman. Josephson supercurrent through a topological insulator surface state. Nature Mater., 11 :417–421, 2012.
- [36] H. Sellier, C. Baraduc, F. Lefloch, and R. Calemczuk. Half-integer Shapiro steps at the $0-\pi$ crossover of a ferromagnetic Josephson junction. Phys. Rev. Lett., 92 :257005, 2004.

-
- [37] K. W. Lehnert, N. Argaman, H.-R. Blank, K. C. Wong, S. J. Allen, E. L. Hu, and H. Kroemer. Nonequilibrium AC Josephson effect in mesoscopic Nb-InAs-Nb junctions. Phys. Rev. Lett., 82 :1265–1268, 1999.
- [38] J. Clarke. Experimental comparison of the Josephson voltage-frequency relation in different superconductors. Phys. Rev. Lett., 21 :1566–1569, 1968.
- [39] S. M. Frolov, D. J. Van Harlingen, V. V. Bolginov, V. A. Oboznov, and V. V. Ryzanov. Josephson interferometry and Shapiro step measurements of superconductor-ferromagnet-superconductor $0-\pi$ junctions. Phys. Rev. B, 74 :020503, 2006.
- [40] J. B. Hansen and P. E. Lindelof. Static and dynamic interactions between Josephson junctions. Rev. Mod. Phys., 56 :431–459, 1984.
- [41] P. E. Lindelof. Superconducting microbridges exhibiting Josephson properties. Rep. Prog. Phys., 44 :949, 1981.
- [42] A. K. Jain, K. K. Likharev, J. E. Lukens, and J. E. Sauvageau. Mutual phase-locking in Josephson junction arrays. Phys. Rep., 109 :309–426, 1984.
- [43] D. W. Jillie, J. E. Lukens, Y. H. Kao, and G. J. Dolan. Observation of voltage locking and other interactions in coupled microbridge Josephson junctions. Phys. Lett. A, 55 :381–382, 1976.
- [44] J. Clarke, W. M. Goubau, and M. B. Ketchen. Tunnel junction DC SQUID : Fabrication, operation, and performance. J. Low Temp. Phys., 25 :99–144, 1976.
- [45] R. P. Welty and J. M. Martinis. A series array of DC SQUIDs. IEEE Trans. Magn., 27 :2924–2926, 1991.
- [46] M. E. Huber, P. A. Neil, R. G. Benson, D. A. Burns, A. F. Corey, C. S. Flynn, Y. Kitaygorodskaya, O. Massihzadeh, John M. Martinis, and G. C. Hilton. DC SQUID series array amplifiers with 120 MHz bandwidth. IEEE Trans. Appl. Supercond, 11 :1251–1256, 2001.
- [47] M. A. H. Nerenberg, J. A. Blackburn, and D. W. Jillie. Voltage locking and other interactions in coupled superconducting weak links. I. theory. Phys. Rev. B, 21 :118–124, 1980.
- [48] G. Kirchhoff. On a deduction of Ohm’s laws, in connexion with the theory of electrostatics. The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science, 37 :463–468, 1850.
- [49] V. Ambegaokar and M. R. Arai. Thermal fluctuations and the phase locking of two nearby Josephson junctions. Appl. Phys. Lett., 39 :763–765, 1981.
- [50] K. K. Likharev, L. S. Kuzmin, and G. A. Ovsyannikov. Mutual phase locking in multi-junction Josephson arrays. IEEE Trans. Magn., 17 :111–114, 1981.
- [51] Y.-D. Dai and Y. H. Kao. Voltage locking between superconducting weak links via impedance coupling. J. Appl. Phys., 52 :4135–4144, 1981.
- [52] T. E. Golikova, M. J. Wolf, D. Beckmann, I. E. Batov, I. V. Bobkova, A. M. Bobkov, and V. V. Ryzanov. Nonlocal supercurrent in mesoscopic multiterminal Josephson junction in the low-temperature limit. Phys. Rev. B, 89 :104507, 2014.
- [53] D. W. Jillie, M. A. H. Nerenberg, and J. A. Blackburn. Voltage locking and other interactions in coupled superconducting weak links. II. experiment. Phys. Rev. B, 21 :125–131, 1980.

-
- [54] D. V. Averin and Yu. V. Nazarov. Single-electron charging of a superconducting island. Phys. Rev. Lett., 69 :1993–1996, 1992.
- [55] G. Falci, D. Feinberg, and F. W. J. Hekking. Correlated tunneling into a superconductor in a multiprobe hybrid structure. Europhys. Lett., 54 :255, 2001.
- [56] C. Bena, S. Vishveshwara, L. Balents, and M. Fisher. Quantum entanglement in carbon nanotubes. Phys. Rev. Lett., 89 :037901, 2002.
- [57] M. Choi, C. Bruder, and D. Loss. Spin-dependent Josephson current through double quantum dots and measurement of entangled electron states. Phys. Rev. B, 62 :13569–13572, 2000.
- [58] G. Deutscher and D. Feinberg. Coupling superconducting-ferromagnetic point contacts by Andreev reflections. Appl. Phys. Lett., 76 :487–489, 2000.
- [59] J. Schindele, A. Baumgartner, and C. Schönenberger. Near-unity Cooper pair splitting efficiency. Phys. Rev. Lett., 109 :157002, 2012.
- [60] L. Hofstetter, S. Csonka, J. Nygard, and C. Schonenberger. Cooper pair splitter realized in a two-quantum-dot y-junction. Nature, 461 :960–963, 2009.
- [61] L. G. Herrmann, F. Portier, P. Roche, A. L. Yeyati, T. Kontos, and C. Strunk. Carbon nanotubes as Cooper-pair beam splitters. Phys. Rev. Lett., 104 :026801, 2010.
- [62] A. Freyn, B. Douçot, D. Feinberg, and R. Mélin. Production of nonlocal quartets and phase-sensitive entanglement in a superconducting beam splitter. Phys. Rev. Lett., 106 :257005, 2011.
- [63] R. Mélin, D. Feinberg, H. Courtois, C. Padurariu, A. Pfeffer, J.-E. Duvauchelle, F. Lefloch, T. Jonckheere, J. Rech, T. Martin, et al. DC Josephson transport by quartets and other Andreev resonances in superconducting bijunctions. J. Phys. Conf. Ser., 568 :052006, 2014.
- [64] A. H. Pfeffer, J.-E. Duvauchelle, H. Courtois, R. Mélin, D. Feinberg, and F. Lefloch. Subgap structure in the conductance of a three-terminal Josephson junction. Phys. Rev. B, 90 :075401, 2014.
- [65] M. Houzet and P. Samuelsson. Multiple Andreev reflections in hybrid multiterminal junctions. Phys. Rev. B, 82 :060517, 2010.
- [66] J. C. Cuevas and H. Pothier. Voltage-induced Shapiro steps in a superconducting multiterminal structure. Phys. Rev. B, 75 :174513, 2007.
- [67] D. J. Cousins, S. N. Fisher, A. M. Guénault, R. P. Haley, I. E. Miller, G. R. Pickett, G. N. Plenderleith, P. Skyba, P. Y. A. Thibault, and M. G. Ward. An advanced dilution refrigerator designed for the new lancaster microKelvin facility. J. Low Temp. Phys., 114 :547–570, 1999.
- [68] Y.-P. Shim and C. Tahan. Bottom-up superconducting and Josephson junction devices inside a group-iv semiconductor. Nat. Commun., 5 :–, 2014.
- [69] E. Bustarret, C. Marcenat, P. Achatz, J. Kacmarcik, F. Levy, A. Huxley, L. Ortega, E. Bourgeois, X. Blase, D. Debarre, and J. Boulmer. Superconductivity in doped cubic silicon. Nature, 444 :465–468, 2006.
- [70] J.-E. Duvauchelle, A. Francheteau, C. Marcenat, F. Chiodi, D. Debarre, K. Hasselbach, J. R. Kirtley, and F. Lefloch. Silicon superconducting quantum interference device. Appl. Phys. Lett., 107 :–, 2015.
- [71] K. Hasselbach, C. Veauvy, and D. Mailly. MicroSQUID magnetometry and magnetic imaging. Physica C: Supercond., 332 :140–147, 2000.

Table des figures

3.1	Réflexion d'Andreev dans l'espace des énergies. Un électron est rétro-réfléchi en un trou ; créant une paire de Cooper dans le supraconducteur.	12
3.2	Modèle simplifié de la réflexion d'Andreev dans l'espace réel. Comme l'électron et le trou n'ont pas la même énergie, ils n'ont pas non plus le même vecteur d'onde ; leurs trajectoires se déphasent au fur et à mesure de leur propagation dans le métal.	13
3.3	Les fonctions d'ondes supraconductrices pénètrent en réalité dans le métal sur une longueur ξ_N	14
3.4	Schéma des différents processus de transports au voisinage de l'interface métal supraconducteur.	15
3.5	Graphes des différentes probabilités de processus de transport au voisinage d'une interface SIN en fonction de la hauteur Z de la barrière et de l'énergie de la particule incidente (D'après [11]).	16
3.6	Différentes types de jonction Josephson. (a) - jonction tunnel. Toutes les autres sont des jonctions faibles. (b) - sandwich ; (c) - pont par effet de proximité ; (d) - pont de Dayem ; (e) - pont métallique ; (f) - contact atomique	18
3.7	Schéma décrivant le transport supraconducteur à travers une jonction faible type SNS. Un électron est réfléchi sous forme de trou à l'interface de gauche ; le trou est ensuite rétro-réfléchi en électron à l'interface de droite. Le résultat est le transfert d'une paire de Cooper de droite à gauche par réflexions d'Andreev successives.	20
3.8	a) Simulation des énergies des états liés d'Andreev dans une jonction SNS diffusive par rapport à la différence de phase des électrodes supraconductrices[21] (b) Résultats expérimentaux d'une spectroscopie des états liés d'Andreev dans une jonction Josephson à base de nano-tube de carbone[22].	21
3.9	Structures sous-harmonique au gap révélées par la conductance différentielle d'une jonction diffusive[24]. Les tensions où les anomalies apparaissent sont reliées au double du gap par une fraction d'entier.	22
3.10	Illustration du mécanisme de réflexions d'Andreev multiples. A chaque traversée de la jonction, la quasi-particule accumule une énergie eV jusqu'à obtenir l'énergie nécessaire pour franchir le gap.	23
3.11	Illustration du mécanisme de réflexion multiples d'Andreev sur la caractéristique courant-tension pour des tensions proches de $V = 2\Delta/3e$ en l'absence et en présence des chocs inélastiques.	24
3.12	Schéma du modèle RCSJ ; la jonction Josephson est représentée comme la juxtaposition d'une résistance, d'une capacitance et d'une jonction Josephson idéalisée.	26

3.13	Illustration d'une caractéristique courant-tension obtenue avec le modèle RSJ ; en-dessous de I_c , la jonction est dans un état de résistance nulle. Lorsque $I = I_c$, la jonction transite à l'état normal. La réponse dans la résistance différentielle dV/dI est donnée dans l'insert.	27
3.14	En haut, la caractéristique courant-tension, obtenue par la solution d'Ambegao-kar, d'une jonction Josephson, polarisée en courant, pour différentes valeurs de γ . Au milieu, la résistance différentielle. En bas, le super-courant calculé d'après le modèle explicité dans le texte.	29
3.15	Illustration et mesure expérimentale[32] de la caractéristique courant-tension pour une jonction Josephson polarisée en courant sous irradiation micro-onde.	31
3.16	À gauche, caractéristique courant-tension obtenue pour une jonction Josephson tunnel sans irradiation micro-onde. À droite, caractéristique courant-tension de la même jonction Josephson avec une irradiation micro-onde. La figure de droite est un agrandissement de la zone proche de l'origine $(I, V) = (0, 0)$. Reproduit depuis [33].	32
3.17	Amplitudes des marches de Shapiro en fonction de la puissance RF injectée. Reproduit depuis [33].	32
3.18	Relation courant-phase attendue dans une jonction Josephson à contact atomique pour différentes transparences.	33
3.19	Caractéristiques courant-tension pour deux différentes jonctions Josephson à contact atomique sous irradiation micro-onde de 4.892 GHz. L'axe du milieu correspond à la tension normalisée par la tension de Josephson $V_J = 2e/h\omega_{RF}$. Les lignes colorées correspondent aux prédictions attendues pour ces jonctions. Des marches de Shapiro fractionnaires sont mises en évidence dans l'insert. Reproduit depuis [34].	33
3.20	À gauche, résistance différentielle, d'une jonction Josephson en $Nb - Bi_2Te_3 - Nb$ sous irradiation micro-onde de 10GHz, tracée sur une échelle de couleur en fonction du courant de polarisation et la puissance de l'excitation micro-onde. À droite, dépendance en puissance du courant critique normalisé et des premières marches de Shapiro. Reproduit depuis [35].	34
3.21	Marche de Shapiro dans la caractéristique courant-tension d'une jonction Josephson ferromagnétique de 17 nm de long en Nb-CuNI-Nb sous irradiation micro-onde de 800 kHz. Des marches demi-entières apparaissent. Reproduit depuis [36].	34
3.22	Schéma d'un SQUID continu, constitué de deux jonctions Josephson identiques, soumis à un flux magnétique ϕ et polarisée par un courant I	36
3.23	Courant critique d'un SQUID DC en fonction du flux appliqué. La courbe bleue est un cas idéal explicité dans le texte et la courbe rouge décrit le comportement d'un SQUID DC dont l'écrantage ϕ_J n'est plus négligeable.	37
4.1	Représentation schématique d'un circuit comportant deux jonctions Josephson couplées par une résistance de shunt R_s	40
4.2	Comparaison des caractéristiques courant-tensions, normalisées, des deux jonctions Josephson. Les synchronisations en tensions sont marquées par une flèche rouge. L'insert est un agrandissement de la zone entourée. Reproduit depuis [47]	40

4.3	À gauche, illustration d'une jonction Josephson à lien faible de longueur L traversée par un courant $I_o > I_c$. À droite, comme le courant traversant la jonction est imposé, un courant de quasi-particules I_q de même fréquence que le super-courant I_s est injecté sur une longueur λ_q	41
4.4	Courbes expérimentales obtenues pour un dispositif similaire à la Fig. 4.1 avec des polarisations en courant opposées. Les flèches en rouge indiquent la position de la synchronisation. a) Caractéristiques courant-tension pour les deux jonctions Josephson. b) Résistances différentielles c) Résistance différentielle totale $\frac{dV_1}{dI_1} - \frac{dV_2}{dI_2}$; nulle lorsque les deux jonctions sont synchronisées en tension. d) Simulation numérique obtenue avec les caractéristiques de l'expérience. Reproduit depuis [47] et [53].	42
4.5	Illustration du mécanisme de réflexion d'Andreev croisée entre un terminal supraconducteur et deux électrodes métalliques; un électron incident en N_1 est rétro-réfléchi en un trou en N_2 générant une paire de Cooper dans le supraconducteur.	43
4.6	Illustration du mécanisme de co-franchissement tunnel élastique entre un terminal supraconducteur et deux électrodes métalliques; un électron incident en N_1 est transmis en un électron de même spin en N_2	43
4.7	a) - Illustration du principe d'un dispositif de séparateur de paires de Cooper d'un nano-fil (en marron) séparées en deux puits quantiques, contactés par deux grilles (en jaune), par un supraconducteur (en bleu). Une paire de Cooper se sépare en deux électrons dans les deux différentes électrodes métalliques. Comme la paire de Cooper est un objet naturellement intriqué, le processus de séparation peut générer des électrons spatialement séparés et dont les spins sont intriqués. b) - Les trois différents mécanismes de transport possibles dans un séparateur de paires de Cooper à base de puits quantiques. c) - Image obtenue par microscopie à balayage électronique d'un échantillon similaire à l'illustration avec un nanotube de carbone. d) - Efficacité du processus de séparation des paires de Cooper en fonction de la dissymétrie des courants I_L et I_R dans l'état résistif. a) et b) reproduit depuis [60]. c) et d) reproduit depuis [61].	44
4.8	a) - Géométrie de la tri-jonction. b) - Réflexions d'Andreev multiples à trois terminaux dans le régime incohérent révélées par la conductance différentielle en fonction des tensions V_{21} et V_{31} normalisée par le gap Δ . c) - Conductance différentielle dans la région des basses tensions de (a). Les lignes horizontales et verticales correspondent à des processus de réflexions d'Andreev multiples à deux terminaux. Reproduit depuis [65].	45
4.9	Représentation schématique de la structure à trois réservoirs supraconducteurs S_a , S_b et S_o séparés par deux régions métalliques N_a et N_b (non représentés ici). Les deux nouveaux mécanismes de transports y sont représentés. Reproduit depuis [62].	46
4.10	Représentation schématique dans l'espace des énergies d'un mécanisme de double co-franchissements tunnels élastiques. Lorsque les jonctions sont polarisées par la même tension un phénomène intéressant entraîne le transport d'une paire de Cooper d'un terminal vers un autre terminal spatialement séparé par un réservoir supraconducteur S_o	47

4.11	Représentation schématique dans l'espace des énergies d'un mécanisme de double réflexions d'Andreev croisées. Lorsque les jonctions sont polarisées en opposition de tension, un effet Josephson DC apparaît hors équilibre : deux paires de Cooper du terminal S_o sont transférées de façon cohérente vers les deux autres terminaux	48
4.12	(a) -Image obtenue par microscopie à balayage électronique d'une tri-jonction Josephson (b) -Cartographie de la résistance différentielle de la jonction $S_a N S_o$ obtenue pour différentes température en fonction des tensions V_a et V_b . Reproduit depuis [64].	49
4.13	(a) Schéma du mécanisme de Quartet non local dans l'espace réel (b) Schéma du mécanisme de Quartet non local dans l'espace des énergies.	50
4.14	Image obtenue par microscopie à balayage électronique d'une tri-jonction Josephson longue diffusive basé sur le modèle de Freyn. La cartographie de la résistance différentielle de la jonction S_bNS_o à $100mK$ en fonction des tensions V_a et V_b ne révèle plus les anomalies de type Quartet. Reproduit depuis [64].	50
4.15	Illustration de la structure étudiée. Une région métallique N relie les électrodes supraconductrices S_l et S_r , polarisées en tension avec respectivement $-U/2$ et $U/2$. Un troisième terminal supraconducteur, polarisé avec une tension V , est connecté au métal N à une position arbitraire. Reproduit de [66].	51
4.16	Courants continus obtenus à température nulle pour différentes valeurs de polarisation U . Le terminal S_o est situé à mi-chemin entre les deux autres réservoirs supraconducteurs. Reproduit depuis [66].	52
4.17	Évolution de l'amplitude des deux premières anomalies en fonction du potentiel U positif lorsque le terminal S_o se situe à même distance des deux autres terminaux supraconducteur. Chaque couleur représente une longueur différente de la jonction S_lNS_r . Reproduit depuis [66].	53
4.18	Amplitude des anomalies à température nulle en fonction de la position du terminal S_o et de différentes longueurs entre les terminaux S_a et S_b . Reproduit depuis [66].	53
4.19	Représentation circuit d'une tri-jonction Josephson	54
4.20	Amplitude de courant de Quartet, calculée à partir de 4.28, par rapport au courant critique en fonction de la tension $V = V_a = -V_b$. Les paramètres choisis sont explicités dans le texte.	57
5.1	Diagramme de phase du mélange ${}^3He/{}^4He$ à la pression de vapeur saturante.	59
5.2	a) Schéma de la partie froide d'un cricuit à ${}^3He/{}^4He$ dans un réfrigérateur à dilution. (b) Concept d'un réfrigérateur à dilution commercial.	60
5.3	Image par microscopie à balayage électronique d'une tri-jonction Josephson.	61
5.4	Circuit électronique du niveau de la chambre de mélange jusqu'à l'étage $4K$. La couleur bleue correspond à la partie du circuit connectée au terminal S_a de la tri-jonction et la couleur rouge correspond à celle de l'électrode S_b . Les références J_i correspondent aux numéros des connecteurs Jeagger situés à l'extérieur du cryostat. Le rôle et les valeurs des résistances sont explicités dans le texte.	62
5.5	Illustration du balayage des tensions afin de caractériser l'échantillon. L'imposition des courants continus I_1^{dc} et I_2^{dc} est équivalent à imposer les tensions V_a et V_b	63

5.6	Illustration du courant réel traversant une jonction (à gauche) et le courant mesuré par les SQUIDS(à droite). Les sauts en courant liés au passage à l'état résistif de l'échantillon ne sont pas pris en compte par les SQUIDS.	66
5.7	Illustration des caractéristiques courant-tensions extrêmes d'un SQUID continu obtenues pour un flux appliqué égal à $n\phi_0$ et $(n + \frac{1}{2})\phi_0$	67
5.8	Caractéristique tension-flux d'un magnétomètre à SQUID polarisé légèrement au-dessus du courant critique. $\delta\phi_W$ est la plage de fonctionnement du SQUID dans son régime linéaire. α , la pente du régime linéaire, donne une idée des performances du SQUID. Plus la pente est élevée plus grande sera la sensibilité au flux appliqué	68
5.9	Schéma du cricuit de contre-réaction à verrouillage de flux pour un SQUID DC. La modulation de l'oscillateur opère à une fréquence f_m	69
5.10	Schéma de la modulation en flux montrant les différentes tensions pour un SQUID DC. a) - $\phi_a = n\phi_0$; b) - $\phi_a = (n + \frac{1}{4})\phi_0$; c) -La tension lue à la sortie du circuit par rapport au flux.	70
5.11	Schéma de la modulation en flux à l'aide d'un signal de référence carré. Tout flux différent de $\phi_a = (n + \frac{1}{4})\phi_0$ entraîne une tension non-nulle aux bornes de la détection synchrone.	70
5.12	Photo du porte échantillon du cryostat.	72
5.13	Circuit électronique utilisée lors de la mesure de la résistance différentielle. Le paramètre k est le gain d'amplification du courant obtenue après passage dans la chaine d'amplification à SQUID.	72
5.14	Circuit électronique utilisé lors de la mesure des tensions V_A, V_B, V_1, V_2	73
5.15	Illustration de l'impact d'une marche de tension lors de la lecture de la tension AC par une détection synchrone.	74
5.16	Illustration de l'impact d'une ré-initialisation des SQUID sur une détection synchrone.	75
5.17	Illustration d'un système de coupure de courant DC dans le circuit électronique	75
6.1	Géométrie à trois terminaux supraconducteurs en Aluminium (en vert) joints par une structure métallique en Cuivre (en orange). La structure métallique est soit en forme de T (à gauche) soit en forme de Y (à droite).	78
6.2	Géométrie à quatre terminaux supraconducteurs en Aluminium (en vert) joints par une structure métallique en Cuivre (en orange) en forme de T. Le quatrième terminal supraconducteur n'a pas de potentiel électrique définie	78
6.3	Processus de fabrication d'une tri-jonction. a) - Dépôt d'une double couche de résine PMMA-MA et PMMA sur une couche de SiO_2 . b) - Exposition du masque par lithographie électronique de la résine. c) - La résine restante forme un masque par le fait que la PMMA/MA est plus sensible que la PMMA. d) - Dépôt avec un angle du Cuivre. e) - Évaporation de l'Aluminium. (f) - Résultat final du processus par la technique d'évaporation par masque d'ombrage.	79
6.4	Courant critique I_c en fonction de la température.	80
6.5	Cartographie des résistances différentielles R_{diff}^A et R_{diff}^B de l'échantillon obtenues en fonction de V_a et V_b obtenue à $100mK$. On observe les lignes Josephson à $V_a = 0$ (notée J_a) et à $V_b = 0$ (notée J_b). Des structures additionnelles de type Quartet apparaissent à $V_a + V_b = 0$ (notée Q_o), $2V_a - V_b = 0$ (notée Q_b) et $V_a - 2V_b = 0$ (notée Q_a).	81

6.6	Image de la résistance différentielle R_{diff}^A obtenue à $100mK$ en fonction des courant I_a et I_b	82
6.7	a) - Image de la résistance différentielle R_{diff}^A obtenue à $100mK$ en fonction des tensions V_a et V_b . b) - Image de la résistance différentielle R_{diff}^A obtenue par application du filtre médian. c) - Soustraction de l'image (a) par (b), représentant la contribution des différentes résonances Josephson.	83
6.8	Comparaison des formes des anomalies J_a (à gauche) et J_b (à droite) vue à travers R_{diff}^A obtenues par l'application du filtre médian (en rouge) par rapport à celles directement obtenues (en bleue) dont on a enlevé une valeur fixe pour comparer.	84
6.9	Résistances différentielles R_{diff}^A et R_{diff}^B pour les anomalies J_a (en haut) et J_b (en bas) obtenues à $100mK$ après suppression de la contribution des courants MAR pour différentes valeurs de tensions V_a (pour J_b) ou V_b (pour J_a) positives (en rouge) et négatives(en bleu).	85
6.10	Résistances différentielles normalisées calculées à partir de l'analogie du modèle d'Ambegaokar avec le couple d'équations 6.4 pour deux valeurs de I_b différentes.	86
6.11	Illustration des définitions de $Z_{Anomalie}^A$ et $Z_{Anomalie}^B$ dans deux cas différents en J_a	87
6.12	Amplitudes, données par les définitions 6.5, des anomalies J_a et J_b en fonction de la tension V_a ou V_b vue à travers les résistances différentielles R_{diff}^A et R_{diff}^B pour une température de $100mK$	87
6.13	Résistances différentielles R_{diff}^A et R_{diff}^B pour l'anomalie Q_o obtenues à $100mK$ après suppression de la contribution des courants MAR pour différentes valeurs de tensions $\frac{V_a-V_b}{2}$ positives (en rouge) et négatives(en bleu).	88
6.14	Résistances différentielles R_{diff}^{AB} et $R_{diff}^{Q_o}$ pour l'anomalie Q_o obtenues à $100mK$ après suppression de la contribution des courants MAR pour différentes valeurs de tensions $\frac{V_a-V_b}{2}$ positives (en rouge) et négatives(en bleu).	90
6.15	Amplitudes de l'anomalie Q_o selon les différentes façons d'exprimer la résistance différentielle.	90
6.16	Cartographie des résistances différentielles $R_{diff}^{Q_o}$ et $R_{diff}^{Q_b}$ de l'échantillon obtenues en fonction de V_a et V_b obtenue à $100mK$	91
6.17	Cartographies des résistances différentielles R_{diff}^A et R_{diff}^B de l'échantillon obtenues en fonction de V_a et V_b obtenue à $100mK$ sous irradiation micro-onde de fréquence 14.2GHz et de puissance 14dBm.	92
6.18	Cartographie de la résistance différentielle R_{diff}^A en fonction des tensions V_a et V_b obtenue à $100mK$ avec une irradiation micro-onde de fréquence 8GHz et de puissance 17dBm.	95
6.19	Position en tension des différentes lignes Shapiro verticales et horizontales en fonction de la fréquence de la micro-onde. La position de Q_o^1 est mesuré à $V_a = 0$. Les lignes pointillées représentent les positions attendues des lignes Shapiro.	95
6.20	Cartographies des résistances différentielles R_{diff}^A et R_{diff}^B en fonction de V_a et V_b obtenues à $100mK$ avec une irradiation micro-onde de fréquence 14.2GHz et de puissance 14dBm.	96
6.21	Résistances différentielles filtrées de R_{diff}^A et R_{diff}^B à $V_b = \pm 45\mu V$ obtenues à $100mK$ avec une micro-onde de fréquence 14.2GHz et de puissance 18dBm. La ligne à $V_b = +45\mu V$ a été volontairement décalée de 1Ω	96

6.22	Cartographie de la résistance différentielle R_{diff}^A en fonction des tensions V_a et V_b de l'échantillon sous irradiation d'une micro-onde de $14.2GHz$ pour différentes puissances.	97
6.23	En haut, valeurs absolues des amplitudes des lignes Shapiro J_a en fonction de la puissance RF. En bas, valeurs absolues des amplitudes des lignes Shapiro J_b en fonction de la puissance RF.	98
6.24	En haut, cartographies de la résistance différentielle R_{diff}^A en fonction des tensions V_a et V_b de l'échantillon sous irradiation de $14.2GHz$ et de $18dBm$ pour différentes températures. En bas, images obtenues à partir des cartographies précédentes après application d'un filtre médian.	99
6.25	À gauche, image filtrée de la cartographie de la résistance différentielle R_{diff}^A à $500mK$ en fonction des tensions V_a et V_b de l'échantillon sous irradiation de $14.2GHz$ et de $18dBm$ correspondant aux contributions des courants MAR. Au milieu, image filtrée de la différence de la cartographie de R_{diff}^A à $300mK$ par celle à $100mK$. À droite, image filtrée de la différence de la cartographie de R_{diff}^A à $500mK$ par celle à $300mK$	100
6.26	À gauche, différence entre les images filtrées de la cartographie de R_{diff}^A obtenue à $500mK$ par celle à $100mK$. À droite, différence entre les images filtrées de la cartographie de R_{diff}^B obtenue à $500mK$ par celle à $100mK$	101
6.27	Courant critique en fonction de la température pour l'échantillon en Y.	102
6.28	Cartographies des résistances différentielles R_{diff}^A (à gauche) et R_{diff}^B (à droite) en fonction des tensions V_a et V_b à $100mK$. On constate que la contribution des courants MAR est suffisamment important pour camoufler les anomalies.	103
6.29	En haut à gauche, l'image de la résistance différentielle R_{diff}^A en fonction des tensions V_a et V_b à $100mK$ sous irradiation micro-onde de fréquence $17.5GHz$. En haut à droite, l'image correspond au filtrage de l'image précédente au moyen d'un filtre médian correspondant à la contribution des courants MAR en R_{diff}^A . En bas, image obtenue en soustrayant la contribution des courants MAR en R_{diff}^A à l'image de la résistances différentielle R_{diff}^A	104
6.30	En haut à gauche, l'image de la résistance différentielle R_{diff}^B en fonction des tensions V_a et V_b à $100mK$ sous irradiation micro-onde de fréquence $17.5GHz$. En haut à droite, l'image correspond au filtrage de l'image précédente au moyen d'un filtre médian correspondant à la contribution des courants MAR en R_{diff}^B . En bas, image obtenue en soustrayant la contribution des courants MAR en R_{diff}^B à l'image de la résistances différentielle R_{diff}^B	105
6.31	Résistance différentielle R_{diff}^A le long de la Josephson J_a , c'est à dire à $V_a = 0\mu V$, en fonction de la tension V_b et de la température. L'image de gauche correspond aux valeurs mesurées de la résistance différentielle et l'image de droite correspond à celle de gauche après soustraction du fond par la méthode du filtre médian. Des structures à tension V_b non nulle apparaissent clairement pouvant correspondre à des anomalies IMAR.	106
6.32	Résistances différentielles R_{diff}^A et R_{diff}^B à $150mK$ le long de la Josephson J_a , c'est à dire à $V_a = 0\mu V$, en fonction de la tension V_b	106
6.33	Evolution en fonction de la température du minimum de la tension V_b pour les trois différentes anomalies présentes pour la résistance différentielle R_{diff}^A	107

6.34	À gauche, image de la résistance différentielle R_{diff}^A de l'échantillon aux environs de $V_b = 60\mu V$ et autour de la Josephson J_a . À droite, filtrage de l'image précédente par au moyen d'un filtre médian.	108
6.35	Résistance différentielle R_{diff}^B de l'échantillon le long de la Josephson J_a , c'est à dire à $V_a = 0\mu V$, en fonction de la tension V_b et de la température. L'image de gauche correspond aux valeurs mesurées de la résistance différentielle et l'image de droite correspond à celle de gauche après soustraction du fond par la méthode du filtre médian.	108
7.1	Illustration du principe du dopage du Silicium par laser. a) - Le wafer de Silicium est immergé dans une atmosphère de BCl_3 . b) - Un laser pulsé fond localement le Silicium (en rouge) sur une épaisseur dépendant de la durée et de la puissance du laser. c) - Les atomes de Bore (en bleus) sont incorporés dans les sites de substitutions d) - Image obtenue par microscopie à balayage électronique d'un SQUID en Silicium.	112
7.2	Évolution de la résistance de l'échantillon en fonction de la température. La caractéristique courant-tension à 100mK est donnée dans l'insert.	112
7.3	Dépendance en température du courant critique mesuré (diamants bleus). La courbe rouge correspond aux valeurs théoriques attendues avec la relation $0.19\Delta/(R_{Ne})$. La courbe verte correspond à celles avec la relation $\Delta/(R_{Ne})$	113
7.4	Évolution du courant critique mesuré en fonction du champ magnétique appliqué pour des températures de 90mK à 300mK.	114
8.1	Cartographie du courant AC mesuré par le SQUID A obtenue à 100mK en fonction des courants I_1^{dc} et I_2^{dc} , pour un échantillon à 4 terminaux supraconducteurs sous irradiation micro-onde de fréquence 10.28GHz et de puissance 18dBm.	116

Liste des tableaux

5.1	Propriétés des trois SQUIDs utilisés pour les expériences fournies par TRISTAN electronics.	71
-----	---	----

Résumé de la thèse en français :

J'ai étudié un système dans lequel 3 électrodes supraconductrices en aluminium sont connectées par un métal normal en cuivre constituant ainsi une tri-jonction Josephson. Des nouvelles structures apparaissent dans la conductance différentielle correspondant à un phénomène de séparation de deux paires de Cooper d'une électrode supraconductrice vers les deux autres électrodes, c'est le mécanisme de Quartet. Dans le but d'expérimenter la cohérence quantique de ce mécanisme, j'ai irradié la tri-jonction à l'aide d'une micro-onde à très basse température. Le résultat de mon travail montre que l'origine des structures de type Quartet est un mécanisme cohérent, confirmant le modèle théorique impliquant la séparation des paires de Cooper.

Résumé de la thèse en Anglais :

I investigated a device where three superconducting (Al) electrodes are connected by a sub-micron normal metal (Cu) composing a Josephson three-junction. New sub-gap features appear in the differential conductance which correspond to correlated motion of Cooper pairs and are consistent with the prediction of quartets formed by the simultaneous splitting of two Cooper pairs from one of the superconducting reservoirs and the emission of two phase correlated Cooper pairs in the two other electrodes. In order to probe the quantum coherence of such mechanism, I irradiated the structure with a microwave down to very low temperature. My study reveals that the Quartet feature also shows Shapiro-like resonance. This result demonstrates that the Quartet feature is a true quantum mechanism and confirms the Quartet scenario that implies the coherent splitting of two Cooper pairs.

