



# **Modélisation numérique discrète de la croissance racinaire dans un sol : relation force-forme**

Mahmoud Fakihi

## **► To cite this version:**

Mahmoud Fakihi. Modélisation numérique discrète de la croissance racinaire dans un sol : relation force-forme. Sciences de l'ingénieur [physics]. Montpellier II, 2016. Français. ⟨NNT : ⟩. ⟨tel-01531534⟩

**HAL Id: tel-01531534**

**<https://hal.science/tel-01531534v1>**

Submitted on 1 Jun 2017

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



HAL Authorization

# THÈSE

Pour obtenir le grade de  
**Docteur**

Délivré par **l'Université Montpellier**

Préparée au sein de l'école doctorale **I2S**  
Et de l'unité de recherche **UMR AMAP, CIRAD**  
**LMGC – UMR CNRS**

Spécialité : **Mécanique, Génie Mécanique, Génie Civil**

Présentée par **Mahmoud Fakh**

**Modélisation numérique discrète de la  
croissance racinaire dans un sol : relation  
force-forme**

Soutenue le 19 Décembre 2016 devant le jury composé de

M. Pierre Breul	Prof.	Université Blaise Pascal	Rapporteur
Mme. Evelyne Kolb	MCF HDR	UPMC Paris	Rapporteur
Mme. Valérie Lègué	Prof.	Université Blaise Pascal	Président
M. Jean-Yves Delenne	DR INRA	IATE, Montpellier SupAgro	Encadrant
M. Farhang Radjai	DR CNRS	LMGC, Université de Montpellier	Directeur
M. Thierry Fourcaud	DR CIRAD	AMAP, CIRAD Montpellier	Directeur





---

# REMERCIEMENTS

---

*Soyons reconnaissants aux personnes qui nous donnent  
du bonheur ; elles sont les charmants jardiniers  
par qui nos âmes sont fleuries*

**Marcel Proust**

Le seul moyen de se délivrer d'une tentation, c'est d'y céder paraît-il ! Alors j'y cède en disant en grand Merci aux personnes qui ont cru en moi et qui m'ont permis d'arriver au bout de cette thèse.

En premier lieu, je tiens à remercier mon directeur de thèse, monsieur Farhang Radjai, pour la confiance qu'il m'a accordée en acceptant d'encadrer ce travail doctoral, pour ses multiples conseils et pour toutes les heures qu'il a consacrées à diriger cette recherche. J'aimerais également lui dire à quel point j'ai apprécié sa grande disponibilité et son respect sans faille des délais serrés de relecture des documents que je lui ai adressés. Enfin, j'ai été extrêmement sensible à ses qualités humaines d'écoute et de compréhension tout au long de ce travail doctoral. Je tiens à exprimer aussi mes plus vifs remerciements à mon directeur de thèse, Thierry Fourcaud qui fut pour moi un directeur de thèse attentif et disponible malgré ses nombreuses charges. Sa compétence, sa rigueur scientifique et sa clairvoyance m'ont beaucoup appris. Il a toujours été là pour me soutenir et me conseiller au cours de l'élaboration de cette thèse ; et enfin mon encadrant Jean-Yves Delenne, qui a fait une grande assistance technique et scientifique dans la réalisation de ces travaux. Je lui adresse mes plus vifs remerciements pour son soutien et sa présence tout au long des trois années de thèse.

Je sais infiniment gré à monsieur Pierre Breul de s'être rendu disponible pour la soutenance et d'avoir accepté la fonction de rapporteur. De même, je suis particulièrement reconnaissante à Madame Evelyn Kolb de l'intérêt qu'elle a manifesté à l'égard de cette recherche en s'engageant à être rapporteur Madame Valérie légué Laurent m'a fait l'honneur d'être examinateur et présidente de jury de ma thèse, Elle a prit le temps de m'écouter et de discuter avec moi. Ses remarques m'ont permis d'envisager mon travail sous un autre angle. Pour tout cela je la remercie.

Au cours de ces années j'ai fait parti de l'équipe AMAP du laboratoire Cirad au sein du Project RoSoM, Les discussions que j'ai pu avoir durant les réunions du projet ou en dehors



avec Monsieur Glyn bengough, Lionel Dupuy, Alain Audebert, Christophe Jordan, Hervé Rey, Madame Evelyne Kolb, et Audrey Dardou m'ont beaucoup apporté. Je remercie donc tous les membres du projet RoSoM.

Durant ma thèse j'ai aussi effectué de nombreux enseignements à IUT de Nîmes et je remercie de nouveau Julien Averseng et Saeidi Nezamabadi pour leur aide.

Ayant mon bureau au sein du LMGC, je remercie tous les personnes spécialement les membre de l'équipe PPMD, qui m'ont entouré et m'ont conseillé, ainsi que tous les thésards pour m'avoir supporté tous les jours depuis plusieurs années : Cécile Batier, Lhasan Amarsid , Thi-Lo Vu, David Cantor, Kajetan Wojtacki, Fatima Zahra EL Korchi et Paul Schuhmacher. Ils m'ont beaucoup aidé et sont devenus des amis à qui je souhaite tout le courage qu'ils m'ont apporté.

Je remercie toutes les personnes avec qui j'ai partagé ces années de thèse : Hussein Awada, Mohamad El Ahmad, Walid El Khoury, Rosy Irani, Diana EL Khoury, Mohammad Awada, Hussein fneich, Elie Rachid, et Georges Kozah pour leurs supports moraux et logistiques, leurs soutiens, et les beaux moments.

Heureusement que mes parents, mes soeurs et mes amis sont la pour me changer les idées. Ils ont tous cru en moi et ouf! maintenant j'y suis! J'adresse donc toute mon affection à ma famille, et en particulier à mon père et ma mère. Malgré mon éloignement depuis de (trop) nombreuses années, leur intelligence, leur confiance, leur tendresse, leur amour me portent et me guident tous les jours. Merci pour avoir fait de moi ce que je suis aujourd'hui.

Enfin, les mots les plus simples étant les plus forts, j'adresse mille mercis pour ma soeur Lolwa Haidar qui a su me soutenir, me supporter et m'encourager pendant toute la durée de ma thèse et plus particulièrement durant les derniers mois de rédaction qui n'ont pas toujours été des plus agréables. Merci pour ton amour qui m'a été essentiel durant ces années, pour ton sacrifice et de m'avoir attendue avec tant de patience. Cette thèse et moi te devons beaucoup. Merci!!

J'en oublie certainement encore et je m'en excuse.

*Je dédie cette thèse à mon amour...*



---

# RÉSUMÉ

---

Les racines des plantes jouent un rôle important dans la croissance et le développement des plantes, et il est bien connu que les interactions mécaniques entre une croissance racinaire et le sol environnant peuvent avoir un impact majeur sur la croissance des racines et par conséquent sur la production de biomasse végétale. Ces interactions mécaniques sont l'un des nombreux facteurs qui peuvent expliquer la variabilité de l'architecture des racines, y compris les facteurs génétiques, environnementaux et l'instabilité du développement. Mais ce facteur a souvent été sous-estimé. Nous supposons que la structure hétérogène du sol à l'échelle des grains, démontrée par la large répartition des forces des contacts entre les grains, peut influencer d'une manière significative la forme des trajectoires de croissance des racines. Ce travail de thèse vise à déterminer comment les grains dans les sols granulaires se réorganisent sous l'action de la croissance des racines, et en retour, comment les forces résultantes agissant sur les apex des racines modifient leur développement, y compris la cinématique de leurs trajectoires. En modélisant la croissance racinaire dans un milieu granulaire par un modèle numérique 2D en utilisant la méthode des éléments discrets (DEM).

Des études paramétriques ont été réalisées afin (i) d'estimer l'influence de la structure granulaire (distribution de grains de diamètre, la cohésion, la fraction volumique ...) et les propriétés mécaniques des racines (la rigidité à la flexion) sur le signal de force axiale agissant sur la pointe de la racine, et sur les trajectoires et (ii) de définir les lois physiques générales qui peuvent être utilisées en outre pour analyser des données expérimentales. Les courbes de distribution des forces axiales calculées normalisées par leurs moyennes au cours d'une période donnée de la croissance, sont caractérisées par une loi de puissance décroissante pour les forces en dessous de la force moyenne, et une décroissance exponentielle pour les forces plus grandes que de la force moyenne, reflétant ainsi la large répartition des forces à l'intérieur d'un matériau granulaire. Une analyse de l'écart-type des déformations locales des trajectoires des racines, met en valeur deux régimes de croissance racinaire en fonction la rigidité de la racine. Une première régime lorsque le sol contrôle les déformations des racines, et une deuxième lorsque la racine est trop rigide, et se déplace plus les grains environnants durant la croissance. Une relation force-forme est déduite à la fin, montre une corrélation entre l'écart-type des redirections de la racine, la force moyenne exercée par le sol sur l'apex et valeur force maximale de cette force pour une rigidité infinie.

---

# ABSTRACT

---

Plant roots play an important role in the growth and development of plants, and it is well known that the mechanical interactions between a growing root and the surrounding soil can have a major impact on root growth and consequently on plant biomass production. These mechanical interactions are one of numerous factors that explain the variability of root architecture, including genetics, environment and developmental instability. But this factor has often been under-estimated. I hypothesize that the heterogeneous structure of soil at the particle scale, demonstrated by the broad distribution of forces, can significantly influence root growth trajectories. This thesis aims at determining how grains in granular soils are reorganized under the action of growing roots, and in return how the resulting forces acting on root tips modify their development, including the kinematics of their trajectories, in order to develop a general biophysical law of root-soil mechanical interactions.

Parametric studies were carried out in order to (i) estimate the influence of granular structure (grain diameter distribution, cohesion, volume fraction) and root mechanical properties (root bending stiffness) on the axial force signal acting on the root tip, and on the root trajectories and (ii) define general physical laws that can be used further to analyze experimental data. The distribution curves of computed root tip-grain forces normalized by the mean force during a given period of growth were characterized by a decreasing power law for forces below the mean force, and an exponential fall-off for forces above the mean force, thus reflecting the broad distribution of forces inside the granular material. An analysis of the standard deviation of the local deformations of root trajectories resulted in two different regimes with regard root stiffness. In the first regime, soil controlled the root deformation and in the second, the root trajectory was straighter and displaced more significantly the surrounding grains during growth. A force-shape relationship is deducted at the end, shows a correlation between the standard deviation of the re-directions of the root, and the average force exerted by the ground on the apex and maximum strength value of this force for an infinite root stiffness.

---

# TABLE DES MATIÈRES

---

<b>1</b>	<b>Introduction générale</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Le système racinaire et les milieux granulaires</b>	<b>5</b>
2.1	Introduction . . . . .	6
2.2	Le système racinaire . . . . .	7
2.2.1	Croissance racinaire, fonctionnement, diversité des types et anatomie . . .	7
2.2.2	Classification et fonctionnement des racines . . . . .	13
2.3	Interactions sol-racines . . . . .	17
2.3.1	L'hétérogénéité de l'eau et des nutriments du sol dans le temps et l'espace .	18
2.3.2	L'hétérogénéité des contraintes du sol . . . . .	19
2.3.3	Le mouvement des particules autour d'une racine . . . . .	21
2.4	Modèles racinaires . . . . .	21
2.4.1	Modèles de croissance racinaire . . . . .	22
2.4.2	Ancrage racinaire des arbres . . . . .	22
2.4.3	Renforcement du sol par inclusion racinaire . . . . .	24
2.4.4	Stabilité des pentes . . . . .	24
2.5	Sols granulaires . . . . .	25
2.5.1	Les interactions de contact . . . . .	25
2.5.2	Le comportement macroscopique . . . . .	27
2.5.3	La texture granulaire et transmission des contraintes . . . . .	30
2.6	Conclusion . . . . .	33
<b>3</b>	<b>Modélisation numérique</b>	<b>35</b>
3.1	Introduction . . . . .	36
3.2	Méthode des Elements Discrets . . . . .	36
3.2.1	Principe de l'algorithme . . . . .	37
3.2.2	Etapes d'un calcul DEM . . . . .	37

3.2.3	Paramétrisation des grains et cinématique . . . . .	38
3.3	Modélisation des interactions locales . . . . .	39
3.3.1	Modèle de contact sans frottement . . . . .	40
3.3.2	Lois de frottement . . . . .	42
3.3.3	Lois de cohésion . . . . .	44
3.3.4	Améliorations possibles de la modélisation du sol granulaire . . . . .	47
3.4	Mise en oeuvre de l'algorithme et optimisation . . . . .	49
3.4.1	Détection des contacts et listes de voisinage . . . . .	52
3.4.2	Choix du pas de temps et de l'amortissement des grains . . . . .	54
3.4.3	Conditions aux limites . . . . .	56
3.4.4	Plateforme et implémentation . . . . .	57
3.4.5	Exemple de préparation d'échantillons granulaire . . . . .	57
3.5	Modèle de croissance de racines . . . . .	58
3.5.1	Géométrie des éléments racinaires . . . . .	58
3.5.2	Association d'éléments . . . . .	59
3.5.3	Résistance à la flexion . . . . .	60
3.5.4	Cinétique de croissance . . . . .	60
3.5.5	Mémoire de forme de la racine . . . . .	61
3.5.6	Interaction sol-racine . . . . .	62
3.5.6.1	Vitesses relatives au contact . . . . .	63
3.5.7	Introduction d'interstices entre grains . . . . .	65
3.5.8	Exemple numérique . . . . .	66
3.6	Conclusion . . . . .	67
<b>4</b>	<b>Forces exercées sur une racine en croissance</b>	<b>70</b>
4.1	Introduction . . . . .	71
4.2	Les distributions des forces . . . . .	72
4.3	Les forces moyennes exercées sur la racine . . . . .	75
4.3.1	Effet du gap . . . . .	76
4.3.2	Effet de la taille moyenne des grains . . . . .	78
4.4	Effet de la compacité . . . . .	81
4.5	Effet de la cohésion du milieu granulaire . . . . .	85
4.6	Effets collectifs . . . . .	90
4.7	Conclusions . . . . .	95

<b>5</b>	<b>Trajectoires des racines</b>	<b>96</b>
5.1	Introduction . . . . .	97
5.2	Caractérisation des trajectoires des racines . . . . .	98
5.3	Etude du mouvement horizontal de la racine . . . . .	99
5.4	La tortuosité des racines . . . . .	102
5.5	Statistique des re-directions locales de la racine . . . . .	106
5.6	Relation force-forme pour la racine . . . . .	114
5.7	Conclusion . . . . .	115
<b>6</b>	<b>Conclusion générale</b>	<b>118</b>





## INTRODUCTION GÉNÉRALE

---

*« Chaque bonne réalisation, grande ou petite, connaît ses périodes de corvée et de triomphe ; un début, un combat et une victoire »*

---

Mahatma Gandhi

Le système racinaire des plantes possède plusieurs fonctions essentielles pour le développement et la croissance, notamment l'absorption des nutriments et de l'eau, l'ancrage et la reproduction végétative [Lynch \(2007\)](#). Sa croissance et son organisation spatiale conditionnent le volume et l'intensité de l'exploration du sol par la plante. Il est connu depuis longtemps que la résistance du sol à la pénétration (appelée également impédance) est une composante majeure qui peut affecter la croissance racinaire et le rendement des plantes. Depuis les années 90, Bengough et ses collaborateurs ont travaillé d'une manière significative sur la réponse de la croissance des racines, à l'impédance du sol à travers des expériences et analyses quantitatives ([Bengough and Mullins \(1991\)](#); [BENGOUGH and MULLINS \(1990\)](#); [C. Gordon \(1992\)](#); [Bengough and Young \(1993\)](#); [A. G. Bengough \(1994, 1997\)](#); [Bengough et al. \(2006\)](#)). La plupart de ces études ont été réalisées à l'échelle de la racine, avec une attention particulière aux propriétés physiques de l'interface entre l'apex de la racine et le sol (l'apex de la racine est son extrémité où les cellules s'y divisent, s'allongent et assurent sa croissance en longueur), et l'influence de la croissance secondaire sur la répartition des contraintes en amont de la racine [Bengough and Kirby. \(1999\)](#). Des articles plus récents discutent l'intérêt de considérer la mécanique des sols en plus d'autres facteurs environnementaux afin de mieux comprendre l'architecture des racines et son développement ([Bengough et al. \(2011\)](#); [De Smet et al. \(2012\)](#); [C. Becel \(2012\)](#)).

L'une des principales raisons invoquées pour justifier l'investissement dans ces recherches est d'améliorer la productivité des cultures. [Forde \(2009\)](#) affirme que la variabilité phénotypique de l'architecture des racines est partiellement expliquée par le génotype et l'environnement. Il avance alors l'hypothèse qu'une grande partie de cette variabilité est liée à l'instabilité du développement des méristèmes, une conséquence de la stochasticité au niveau cellulaire. Il suggère en outre que cette composante "aléatoire" (ou bruit) du développement des racines est bonne pour la plante, car elle facilite l'accès aux ressources dans les sols hétérogènes. Une autre hypothèse de travail est que dans un sol granulaire la structure et l'organisation des grains sont également impliqués dans la variabilité des formes racinaires observées dans la nature. Ce lien déterministe entre la croissance des racines et le mouvement relatif des grains peut être quantifié en utilisant des méthodes et des outils fournis par la physique des milieux granulaires.

Il existe des modèles et des théories qui décrivent la physique des particules, dérivées du domaine de la mécanique des sols. Ces théories sont généralement complexes parce que les lois de comportement, c.à.d la relation entre les déformations et les contraintes, dans les sols peuvent varier beaucoup d'un sol à un autre et en fonction de son état physique (température, teneur en eau, compactage). L'approche la plus commune pour calculer les champs des contraintes et des déformations dans un sol soumis à des charges mécaniques est d'incorporer des lois de comportement dans les équations continues de la mécanique et de résoudre ces équations en utilisant une méthode d'éléments finis (FEM). Ces approches numériques ont été utilisées pour quantifier l'ancrage de la racine des arbres ([L. Dupuy \(2007, 2005a,b\)](#); [T. Fourcaud \(2008\)](#)). Mais en l'absence d'une rhéologie unifiée du comportement des milieux granulaires et étant données les interactions des racines avec le sol à l'échelle des grains, ces modèles conti-

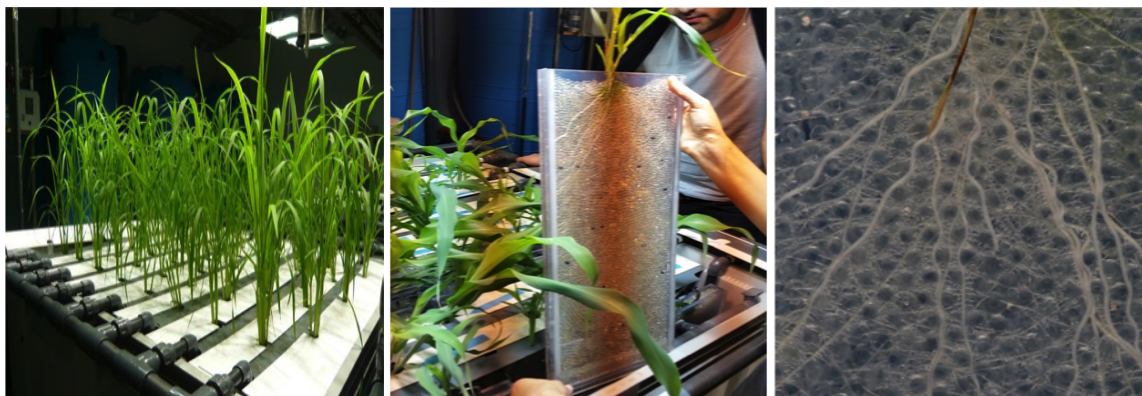


FIGURE 1.1 – Expériences de croissance de racines de riz dans le Rhizoscope : les plantes sont placées dans des boîtes en plexiglas (les Rhizobox") contenant des couches de billes de verre de différentes dimensions. Les plantes poussent dans une solution hydroponique et tous les paramètres environnementaux sont fixes et contrôlés. La croissance des racines et le mouvement des billes de verre sont suivis et analysés par étapes en utilisant des scanners et des outils informatiques dédiés [Ahmadi et al. \(2014\)](#).

nus ne peuvent pas rendre compte des mécanismes à l'origine de l'architecture des racines et de leur variabilité.

En outre, il existe des modèles, nommés FSPM (Functional Structural Plant Model [Fourcaud et al. \(2008\)](#)), qui décrivent la croissance des plantes et leur développement, et qui intègrent des nombreux facteurs biologiques et environnementaux affectant la production et l'allocation de la biomasse. Cependant, ces modèles pour les racines ne prennent pas en compte (ou seulement partiellement) la résistance du sol à la pénétration. Dans certains cas, l'état mécanique du sol est représenté comme un paramètre d'entrée (impédance) et la rétroaction entre la racine et le sol n'est donc pas explicitement calculée [C. Becel \(2012\)](#).

La méthode des éléments discrets (DEM) constitue une approche alternative basée sur la description du mouvement des particules sous l'effet de leurs interactions mutuelles et les forces externes qui agissent sur elles [Radjai and Dubois \(2011\)](#). En utilisant la DEM on peut calculer les chaînes des forces entre les grains [Radjai et al. \(1996\)](#), la relation entre l'état et l'anisotropie mécanique de la texture et les corrélations de longues distances entre les mouvements des particules [Radjai and Roux \(2002\)](#) avec un champ des contraintes élevées localisées dans le milieu ou à l'interface avec une structure. Cette méthode possède également en principe le potentiel nécessaire pour modéliser une racine comme un élément ou comme un assemblage d'éléments avec des propriétés mécaniques (souplesse, frottement...) qui assimilent celles d'une racine.

Dans ce contexte, l'objectif des travaux présentés dans ce mémoire est d'utiliser le cadre de l'approche DEM pour modéliser un système racine-sol en vue de son application pour analyser la croissance d'une racine dans un milieu granulaire. Il s'agit dans un premier temps de développer des outils de simulation numérique adaptés en ce focalisant sur la composante mécanique, en particulier sur le calcul de la force axiale exercée sur la racine pendant sa croissance,

avec la possibilité d'ajouter ultérieurement des composantes biologiques pour accroître le réalisme des simulations. Des études paramétriques ont été réalisées afin de quantifier les forces exercées par le milieu granulaire sur la racine et les trajectoires racinaires en fonction des paramètres mécaniques du sol et de la racine. Il s'agira aussi de faire le lien entre les forces et les trajectoires afin de pouvoir estimer les forces perçues par les apex racinaires à partir des caractéristiques statistiques des trajectoires observées.

Les développements et analyses présentées constituent une contribution au projet RoSoM – Influence of root-soil mechanical interaction on the variability of root architecture – (2013-2017, AAP OpenScience d'Agropolis Fondation, ID 1202-073, sur les fonds du Labex Agro : ANR-10- LABX-001-01). Ce projet vise plus généralement à modéliser et simuler les rétroactions mécaniques entre des racines poussant dans un réseau de billes de verre (Ballotini) et le mouvement relatif des billes dans ce réseau, en se basant sur des expériences menées sur la plateforme Rhizoscope du CIRAD à Montpellier ([Ahmadi et al. \(2014\)](#)). Dans le cadre du projet RoSoM, l'influence du sol sur le taux d'élongation des racine et leur croissance en diamètre est étudiée par des expériences effectuées à l'échelle de la racine individuelle. Ces expériences sont réalisées au James Hutton Institut (Dundee, Royaume-Uni) ([Dupuy et al. \(2010\)](#)) et ESPCI (Paris), et complétées par des expériences mises en place dans le Rhizoscope du Cirad à Montpellier ([Ahmadi et al. \(2014\)](#)). L'effet des contraintes exercées par le milieu granulaire sur la réorientation de la racine et la probabilité de ramification sont quantifiés par des analyses croisées entre les données architecturales fournies par le Rhizoscope et des simulations DEM de la croissance des racines.

In fine, nous espérons montrer, dans le cadre du projet RoSoM et sur la base d'un modèle numérique simple, qu'une partie de la variabilité phénotypique du système racinaire peut être expliquée par les chaînes des forces qui apparaissent dans le milieu granulaire durant la croissance des racines, en complément des facteurs environnementaux (accès aux nutriments et à l'eau) et du bruit aléatoire associé au développement à l'échelle cellulaire cités par [Forde \(2009\)](#).

Ce manuscrit est divisé en 6 chapitres. Dans le chapitre II, nous fournissons les bases bibliographiques pour la compréhension du fonctionnement et de la croissance du système racinaire des plantes, et nous exposons les différents modèles de croissance et de biomécanique du système racines-sol. Le chapitre III présente une description technique de la modélisation des grains en utilisant la méthode de dynamique moléculaire. On présente aussi les aspects techniques de modélisation numérique de la croissance des racines implémentés en DEM. Ensuite, dans le chapitre IV, nous présentons une étude paramétrique permettant de caractériser les forces exercées par le matériau granulaire sur l'apex racinaire. Le chapitre V expose une méthode d'analyse des trajectoires de racines et quantifie l'impact des paramètres de sol et des propriétés mécaniques des racines sur leur tortuosité. Dans ce chapitre, on s'intéresse aussi à la relation force-forme. Enfin, des conclusions et perspectives de ce travail sont proposées dans le chapitre VI.

# LE SYSTÈME RACINAIRE ET LES MILIEUX GRANULAIRES

---

*« Le succès, c'est se promener d'échecs en  
échecs tout en restant motivé »*

---

Winston Churchill

## Sommaire

---

2.1 Introduction . . . . .	6
2.2 Le système racinaire . . . . .	7
2.3 Interactions sol-racines . . . . .	17
2.4 Modèles racinaires . . . . .	21
2.5 Sols granulaires . . . . .	25
2.6 Conclusion . . . . .	33

---

## 2.1 Introduction

Comprendre les mécanismes biophysiques d'interactions entre les racines et le sol est d'un grand intérêt pour les scientifiques s'attachant à comprendre les relation structure-fonctions chez les plantes. L'importance de la croissance des racines pour maintenir le rendement des cultures est d'un intérêt croissant pour les phytogénéticiens [Gewin \(2010\)](#). La résistance mécanique du sol, en plus d'autres facteurs, peut limiter la croissance racinaire. D'autre part, la croissance des racines peut modifier la distribution des grains et donc la structure du sol. Le sol quant à lui doit avoir une résistance mécanique suffisante qui permette l'ancrage des plantes, mais aussi un système de pores qui favorise la circulation de l'eau et de l'oxygène et l'accès aux nutriments.

Dans la première partie de ce chapitre, nous présentons l'état de l'art sur les racines des plantes, leur fonctionnement, leur anatomie, leur diversité architecturale, ainsi qu'aux différents modèles numériques existants pour les décrire. Nous focalisons sur l'importance des interactions mécaniques sol-racines pour la croissance des plantes qui est la problématique abordée dans cette thèse. Nous présentons les mécanismes de croissance d'une racine dans un sol du point de vue biologique, en particulier les différents facteurs du sol qui peuvent les influencer.

Dans une deuxième partie de ce chapitre nous allons décrire la diversité granulométrique et les différents régimes des milieux granulaires. En effet, nous nous intéressons dans cette étude à la croissance des racines dans des sols assimilés à des milieux granulaires. Pendant longtemps l'étude de la matière divisée en grains est restée la prérogative des ingénieurs et des géologues, plus de trois siècles après les travaux fondateurs de Coulomb sur la stabilité des talus. Les matériaux granulaires constituent un vaste champ de recherche qui couvre des domaines scientifiques aussi variés que la physique de la matière molle, la mécanique des sols, les procédés agro-alimentaires et de nombreux processus géologiques. Depuis des années, l'étude des milieux granulaires a évolué dans le domaine de la physique, en se croisant avec la physique statique, la mécanique et avec l'étude des milieux désordonnés. C'est le couplage entre les études expérimentales dans les laboratoires sur des matériaux modèles, et les simulations numériques ainsi que les approches théoriques issues d'autres domaines de la physique, qui a contribué à enrichir et renouveler notre compréhension des matériaux granulaires.

Enfin nous présentons les différentes méthodes de modélisation utilisées pour l'étude de la physique des milieux granulaires. Nous nous attarderons sur l'approche discrète qui sera utilisée dans la suite de ce travail, et nous justifierons les choix faits dans cette thèse. Cette présentation permettra de mieux comprendre de fournir des éléments de base retenus dans la modélisation numérique.

## 2.2 Le système racinaire

Les plantes sont capables de répondre à une grande variété de stimuli externes, donnant lieu à des réactions activement contrôlées en relation avec des gradients comme la lumière, la gravité, les ressources en éléments nutritifs et l'eau. Ces réponses, essentielles à la vie de la plante, comprennent le phototropisme, le gravitropisme, le thigmotropisme, le chemotropisme, et l'hydrotropisme. Elles sont liées à l'environnement local et modulent le développement pour donner lieu à un phénotype (CA et al. (2005); Hopkins WG (1995); JW (1990); Firn et al. (1980); Schrank (1950)). Le système racinaire est la partie souterraine du corps de la plante alors que la tige et les autres parties sont aériennes. Il se caractérise par un système ramifié s'étalant en profondeur dans le sol, une manifestation du géotropisme Phillips and Galtier (2005). Il a un rôle essentiel dans l'absorption et le transport des substances nutritives et de l'eau dans la plante, mais aussi pour assurer son ancrage mécanique. Dans cette partie on s'intéresse à présenter la croissance de ces racines, leur fonctionnement, leur anatomie ainsi que leur diversité.

### 2.2.1 Croissance racinaire, fonctionnement, diversité des types et anatomie

Les racines primaires sont générées par le méristème apical, un méristème qui est formé au cours de l'embryogenèse. La racine primaire va ensuite ramifier pour générer des racines latérales (le branchement). Ces racines secondaires peuvent de la même manière ramifier pour donner naissance à d'autres racines latérales, ce qui représente une ramification de deuxième niveau; Figure 2.1. Certaines espèces de plantes peuvent également générer d'autres racines primaires appelées racines adventives, partant de la tige aérienne de la plante. Ces racines sont facilement observables jusqu'à ce qu'elles atteignent le sol. Leur origine cellulaire, leurs mécanismes de contrôle et leur formation restent cachés et sont beaucoup moins connus que ceux qui régissent la croissance des racines secondaires souterraines Barlow (1986).

On distingue quatre zones le long de la racine qui sont en partant de son extrémité libre (Figure 2.1) : 1) la coiffe, enveloppe protectrice des cellules du méristème; 2) la zone méristématique, siège de la division cellulaire; 3) la zone d'élongation, qui est la zone de croissance longitudinale permettant à la racine de pénétrer profondément dans le sol. Elle se situe à une distance de 2 à 12 mm de l'apex Bengough et al. (2006); 4) la zone de maturation, portant les poils absorbants, dans laquelle les cellules sont différenciées pour développer des fonctions spécifiques.

#### Le méristème

Pour bien comprendre le mécanisme de croissance de la racine, il faut comprendre l'anatomie des différentes couches racinaires. La structure radiale des racines peut être considérée



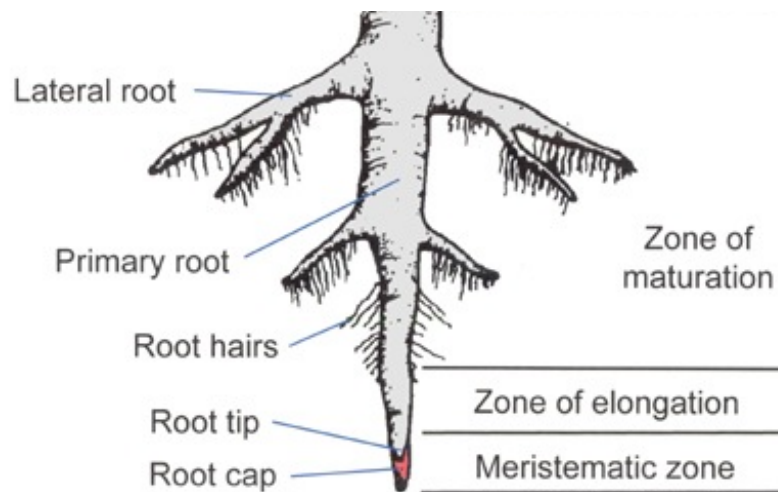


FIGURE 2.1 – Structure racinaire

comme un ensemble de cylindres concentriques. Les quatre couches extérieures : l'épiderme, le cortex, l'endoderme et le péricycle, entourent un tissu vasculaire au milieu de la racine ; voir Figure 2.2(a). L'épiderme extérieur est composé par deux types de cellules, celles qui forment les poils absorbants ("RH : root hairs") (Figure 2.1) et celles qui ne le font pas ("NH : non-hair cells"). À l'intérieur de l'épiderme, les couches du cortex et de l'endoderme sont chacune composées d'un seul type cellulaire. Le péricycle est constitué de cellules qui peuvent déclencher la formation de nouvelles racines latérales. Toutes les cellules du péricycle semblent être capables d'une initiation des racines latérales, mais dans les conditions normales seules les cellules du péricycle le plus proche des pôles de xylèmes internes remplissent cette fonction. Au centre de la racine se trouve le tissu vasculaire constitué du xylème qui conduit la sève brute des racines au feuillage, et le phloem qui transporte la sève élaborée (sucres) du feuillage aux cellules de la plante.

Les nouvelles cellules de la racine en croissance sont produites au niveau de la zone méristématique, la zone de division ; voir Figure 2.3. Quatre ensembles d'initiation (l'équivalent aux cellules-souches animales) sont situés autour de l'ensemble des cellules non divisibles qui forment le centre de repos ("Quiescent Center") ; Figure 2.2(b). Après chaque division cellulaire initiale, une cellule fille est déconnectée de ce centre de repos et se différencie. Le méristème est protégé du sol par plusieurs couches de cellules à l'extrémité de la racine qui forment la coiffe ("root cap"). La partie latérale de la coiffe est générée à partir du même ensemble de cellules-souches que l'épiderme ; Figure 2.2(b) 2.3). La partie distale de la coiffe ("la columella") a son propre ensemble de cellules d'initiation comme le tissu vasculaire. Les cellules-souches restantes donnent lieu à la fois au cortex et à l'endoderme ; Figure 2.2(b). Comme les cellules ne se déplacent pas les une par rapport aux autres, la division cellulaire forme des colonnes de



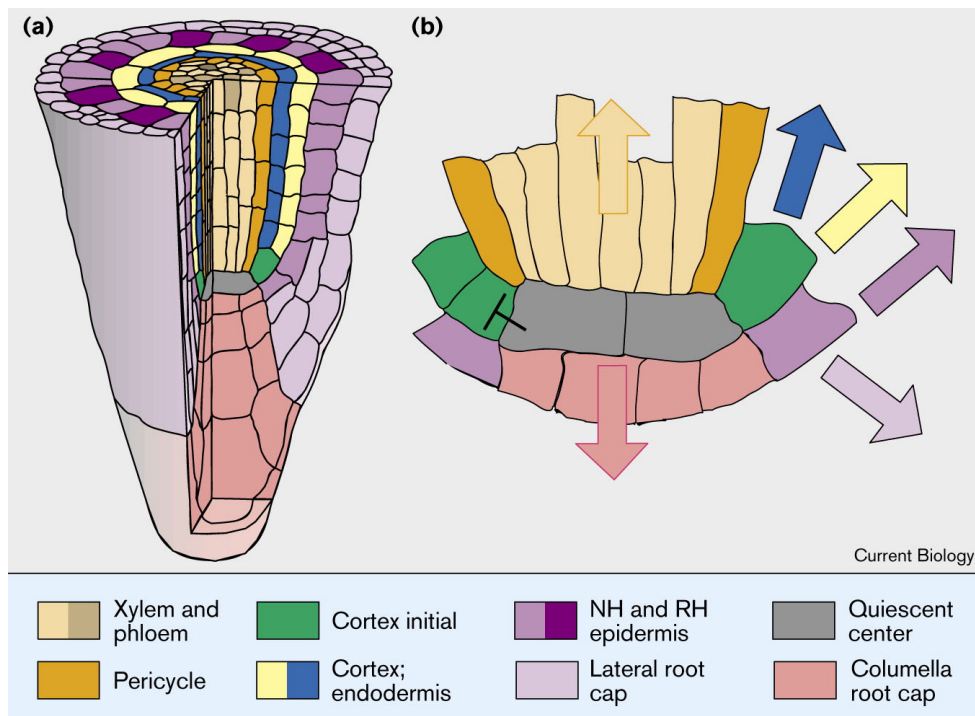


FIGURE 2.2 – L'ordre des cellules dans le méristème de la racine. (A) Les types des cellules. (B) Les cellules souches (initiales) et leur direction de la division cellulaire [Benfey and Scheres](#).

cellules ; Figure 2.2(a). La relation spatiale des cellules dans une colonne reflète leur âge. Les cellules les plus jeunes sont près de la tête de la racine, les cellules les plus âgées sont plus élevées dans la racine. Par conséquent, tous les stades de développement sont présents dans toutes les racines et l'anatomie reflète l'ontogénèse ([Dolan et al. \(1998\)](#); [Helariutta et al. \(2000\)](#); [Lee and Schiefelbein \(1999\)](#); [Sabatini et al. \(1999\)](#); [Steinmann et al. \(1999\)](#)).

## La coiffe

Les cellules de la coiffe de la racine ont diverses fonctions ; Figure 2.3. Leur rôle principal est de protéger le méristème apical de l'abrasion par les particules du sol [Iijima et al. \(2003\)](#). Bengough et al. ([Bengough et al. \(2006\)](#)) ont suggéré que la coiffe est importante dans la détermination de l'interaction mécanique entre la racine et le sol. Ils ont rapporté que la contrainte maximale rencontrée par les racines se produit à proximité de l'apex de la coiffe racinaire, et que la coiffe racinaire influence le champ de déformation du sol et les interactions de friction entre les racines et le sol. La coiffe peut aider le passage des racines en neutralisant la résistance imposée par le sol environnant [IJIMA et al. \(2004\)](#).

Les cellules de la coiffe sont aussi capables de se muer pour réduire la résistance de friction à l'interface sol-racine (Figure 2.5) [Bengough and McKenzie \(1997\)](#). La coiffe influence la rhizosphère par sa direction de croissance en réponse à des gradients de propriétés du sol et de la

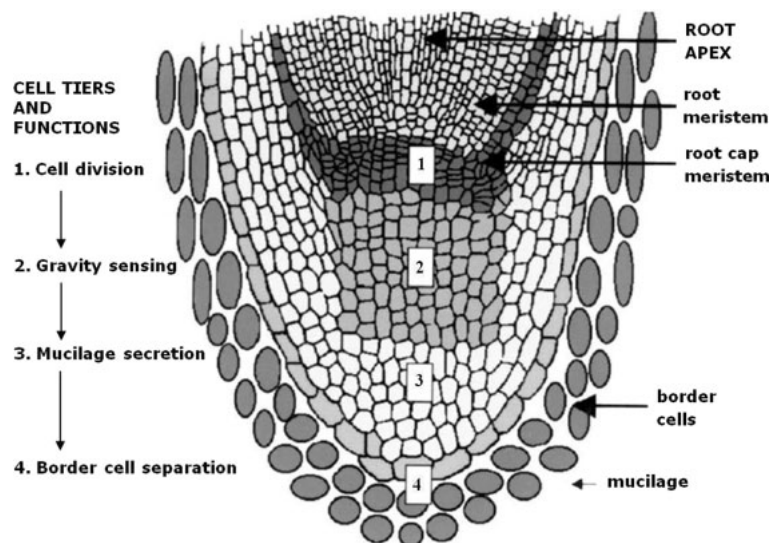


FIGURE 2.3 – La structure et le développement de la coiffe racinaire Hawes et al. (2003). Comme la division cellulaire se produit dans le méristème de la coiffe racinaire, les rangées cellulaires sont déplacées vers la périphérie de la calotte. Dans la région de columella, ces cellules présentent des morphologies distinctes reflétant leurs fonctions spécialisées. Comme chaque niveau est déplacé, les fonctions précédentes des cellules s'arrêtent et des nouvelles fonctions sont initiées dans les cellules qui se différencient progressivement. Le temps nécessaire pour remplacer l'ensemble de la coiffe par un nouvel ensemble de plages de cellules varie de 24 h à 7 jours, selon les conditions de croissance PW. (1975); CLOWES (1976, 1980).

gravité. Grâce à la libération d'exsudats, la coiffe peut également moduler son environnement local et favoriser la pénétration de la racine dans le sol Hawes et al. (2003). Ce phénomène a été mis en évidence par Iijima et al. (Iijima et al. (2003)). Ces auteurs ont montré que l'enlèvement de la coiffe des racines réduit l'allongement des racines du maïs par moitié, en modifiant la résistance du sol à la pénétration. Ceci s'explique en partie par la suppression des cellules sécrétant du mucilage (Figure 2.3), substance jouant un rôle de lubrifiant et favorisant ainsi la pénétration de la racine dans le sol BENGOUGH and MULLINS (1990). Cette ablation de la coiffe inhibe également les réponses tropiques à la gravité et d'autres stimuli environnementaux, même lorsque le méristème racinaire et la région d'allongement restent intacts. Le méristème racinaire est capable de synthétiser une nouvelle coiffe lorsque celle-ci a été enlevée. Cette régénération d'une nouvelle coiffe se produit à partir d'une population des cellules-souches dans le centre de repos (Quiescent centre). Dans les expériences dans lesquelles à la fois la coiffe de la racine et le centre de repos sont éliminés, une nouvelle coiffe se forme, mais seulement après la création d'un nouveau centre de repos Feldman (1976); Jiang and Feldman (2003).

## La ramification

L'architecture du système racinaire est un facteur déterminant de l'efficacité d'utilisation des éléments nutritifs et de l'eau chez la plante. A l'échelle macroscopique l'architecture dé-

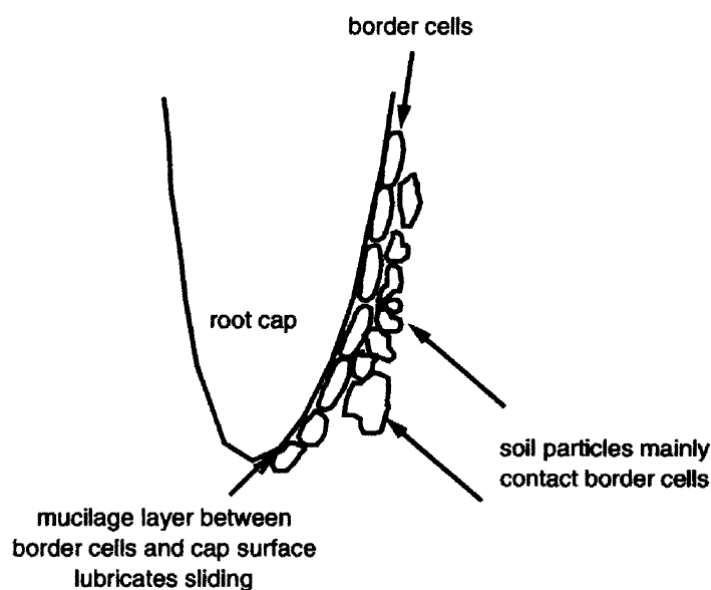


FIGURE 2.4 – Un modèle décrivant le rôle des cellules du bord de la coiffe de la racine à la pénétration dans le sol compacté. Ces cellules forment une couche sacrificielle qui glisse sur la surface de la coiffe, lubrifié par mucilage intercellulaire Hawes et al. (2003).

pend de l'organisation de la racine primaire et des branches dérivées lorsqu'elles sont présentes, chez les racines monocotylédones et les dicotylédones (Hochholdinger et al. (2004a); De Smet et al. (2006); Hochholdinger and Zimmermann (2008); Peret et al. (2009); Coudert et al. (2010)). Les architectures globales des racines dicotylédones, comme l'*Arabidopsis thaliana*, et des racines monocotylédones, telles que le maïs et le riz, diffèrent. Le développement des racines latérales est un processus traçables le long de la racine primaire, et les différentes étapes du développement peuvent être retracées le long de l'axe longitudinal. La ramification se produit grâce à la formation de nouveaux méristèmes à partir d'un nombre limité de cellules de l'endoderme à l'intérieur de la racine primaire De Smet et al. (2006). Cette ramification permet de mieux explorer l'environnement par la racine. Les premières racines latérales visibles semblent se situer à une certaine distance du méristème, dans la partie adulte de la racine en amont des poils racinaires Casimiro et al. (2001). Cependant, des études menées sur le modèle *Arabidopsis thaliana* ont montré que les cellules fondatrices (les cellules de l'endoderme qui initieront le primordia) peuvent également se diviser en deçà dans la zone de différenciation Dubrovsky et al. (2000); Beeckman et al. (2001).

Un autre aspect intéressant de la formation des racines latérales est que seul un nombre limité des cellules pérycyles devient spécifié comme des cellules fondatrices dans un ordre spatial bien défini. Bien que les éléments impliqués dans la spécification des cellules fondatrices soient loin d'être clarifiés, l'initiation des racines latérales est clairement sensible à un mécanisme de contrôle endogène. Les racines latérales sont régulièrement espacées le long de la racine primaire et soigneusement disposées sur des rangées longitudinales selon la construction vasculaire interne Charlton (1996). Une fois que ces cellules sont spécifiées et activées, elles

subissent des séries de divisions cellulaires orientées, ce qui donne lieu à un "primordium" de racine latérale qui va croître à travers le cortex de la racine primaire. Plusieurs stades de développement auront lieu, avec une différenciation des différents types des cellules qui semble commencer dès les premières étapes [Malamy and Benfey \(1997\)](#). Enfin, le primordium atteint la surface de la racine, pénètre dans l'épiderme, et commence sa vie dans l'environnement du sol. Au moment de son apparition, une structure hautement organisée avec des cellules différenciées peut être observée, avec l'établissement d'un méristème entièrement fonctionnel. En raison de l'origine endogène des racines latérales, l'étude de leur formation a été une problématique et beaucoup des questions restent sans réponses.

### La croissance en diamètre

Le développement des racines a deux composantes : axiale et radiale, correspondant à l'allongement et l'augmentation en diamètre respectivement. La croissance axiale est un facteur majeur de la production de la biomasse car elle détermine le volume de sol qui peut être exploré et exploité par la plante [Kolb et al. \(2012\)](#). Lorsque l'allongement des racines est gêné par un obstacle physique [Atwell \(1993\)](#), il a été observé que les racines adaptent systématiquement leur morphologie, c.à.d elles augmentent leur diamètre à l'arrière de l'apex [Bengough and McKenzie \(1997\)](#). D'après [Abdalla et al. \(1969\)](#) cet épaississement radial est un moyen de réduire la résistance à l'allongement axial en affectant la distribution des contraintes mécaniques (force par unité de surface) dans l'environnement proche de la racine. Depuis des dizaines d'années, cette hypothèse était basée sur un modèle de sol élastique continu (sol non structuré) et n'a pas encore été prouvée mais largement acceptée [Materechera et al. \(1992a\)](#). Elle est soutenue par une étude récente sur le déplacement des vers de terre dans un environnement boueux [Dorgan et al. \(2005, 2007\)](#). Si la contrainte mécanique exercée sur la coiffe de la racine ne peut pas être libérée ou diminuer par l'augmentation du diamètre, la racine peut s'adapter en changeant sa direction de croissance [Dexter \(1986\)](#), ou en développant des racines secondaires (la ramification) [TSEGAYE and MULLINS \(1994\)](#). Elle peut également stopper son développement. [Croser et al. \(2000\)](#) ont rapporté que les cellules corticales des racines qui poussent dans les sols compactés étaient plus courtes et plus larges que chez les racines cultivées dans les sols lâches. [Materechera et al. \(1991\)](#) concluent que le diamètre des racines de jeunes plantes cultivées dans les sols tassés augmente d'un facteur de deux en raison de l'augmentation de la taille des cellules corticales et parfois de la présence de couches cellulaires supplémentaires [Bengough \(2003\)](#).

Contrairement à la croissance axiale, les expériences sur la croissance radiale ne sont abordées que dans quelques papiers. Certaines études ont mis l'accent sur les conséquences de la croissance radiale sur la compaction du sol autour de la racine [Bruand et al. \(1996\)](#). Des articles ont montré que cette croissance en diamètre peut faire décroître la force axiale exercée sur l'apex de la racine, mais ces études considèrent des sols continus et des racines relativement rigides [Bengough \(2003\)](#). Mais dans la réalité, les sols sont souvent hétérogènes et parfois plus

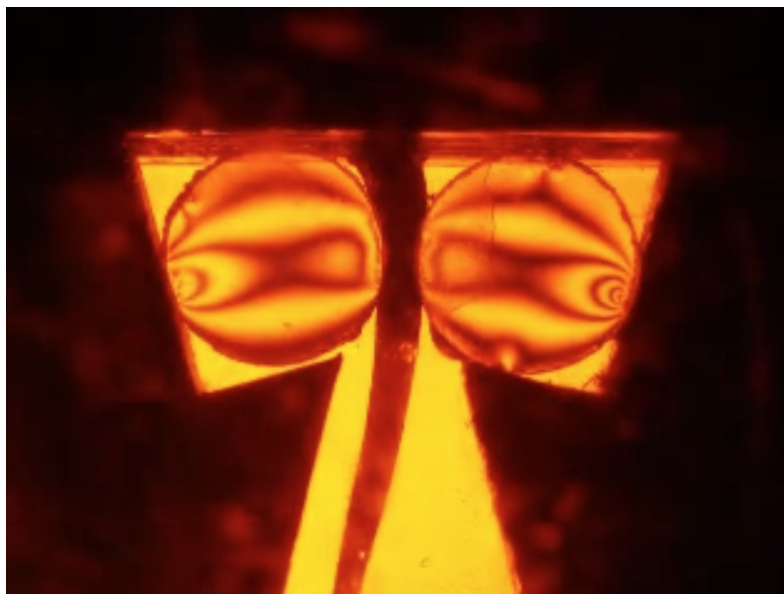


FIGURE 2.5 – La croissance d’une racine de pois chiches ( $\phi 1\text{ mm}$ ) entre 2 disques photoélastiques placés entre des polariseurs circulaires Kolb et al. (2012).

rigides que les racines elles-mêmes, avec des pores des diamètres comparables au diamètre racinaire Kolb et al. (2012) (cette relation sera expliquée dans la section 2.3.2).

### 2.2.2 Classification et fonctionnement des racines

Une caractérisation appropriée de la diversité des systèmes racinaires est essentielle pour divers usages, telles que l’amélioration des cultures, la prévision des changements dans la répartition des espèces sous l’effet du changement global. Pour caractériser cette diversité, une classification des systèmes racinaires est nécessaire Bodner et al. (2013). Comme on peut le voir sur la figure 2.6, les racines ont des architectures complexes qui peuvent être caractérisées par leur indice de deflection (la tendance de la racine à fléchir durant la croissance), leur indice de géotropisme (la réponse de la racine à la gravité) et leur densité de branchement. Mais cette classification reste toujours globale alors que l’on a souvent besoin de critères spécifiques pour classer cette diversité racinaire. Le facteur majeur dans la classification est l’architecture racinaire qui détermine la capacité d’exploration du sol par la plante, et par conséquent sa capacité d’absorption des éléments nutritifs et l’utilisation de l’eau, comme déjà expliqué plus haut (Hochholdinger et al. (2004a); De Smet et al. (2006)).

L’architecture globale des racines de dicotylédones, telles que l’*Arabidopsis thaliana*, et des monocotylédones telles que le maïs et le riz est différente. La dépendance au système embryonnaire dérivé d’une racine primaire et ses racines latérales sont une caractéristique typique des dicotylédones. Les espèces de dicotylédones pérennes (racines pivotantes) par exemple *Brassica*, ont généralement un système racinaire largement similaire à *Arabidopsis* en matière de développement et de mise en place morphologique, et en terme de longueur de cycles de



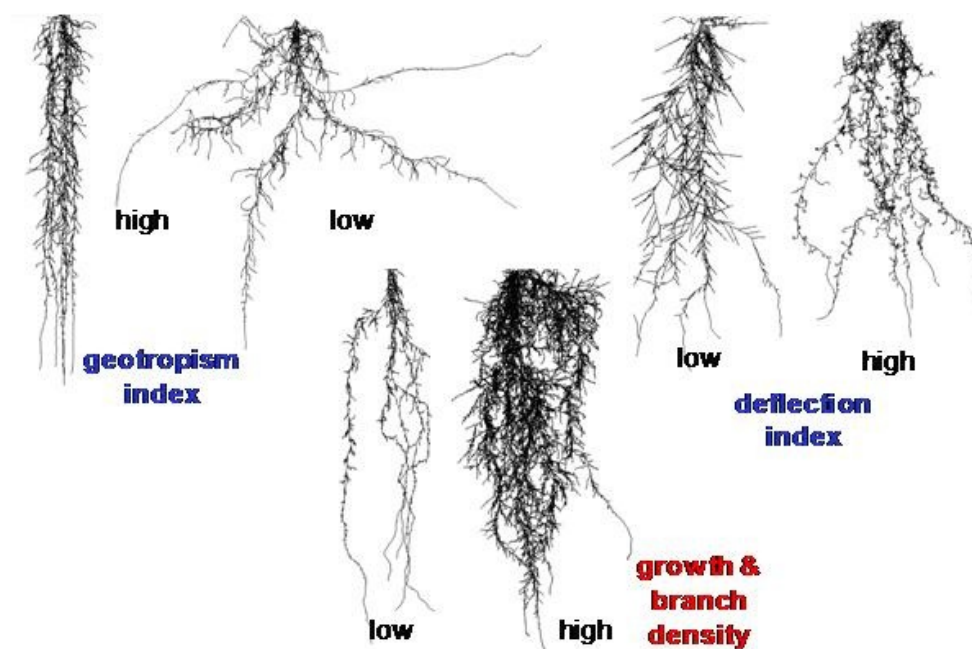


FIGURE 2.6 – Diversité racinaire

vie résultant généralement dans un système racinaire plus large et plus dense [De Smet et al. \(2012\)](#). Dans le maïs et le riz, le système racinaire post-embryonnaire possède de nombreux types différents de ramifications (système racinaire fibreux) ; [Figure 2.7](#). A l'échelle microscopique, cette architecture comprend des poils racinaires qui augmentent sa surface [Gilroy and Jones \(2000\)](#); [Tominaga-Wada et al. \(2011\)](#). La plupart des livres botaniques ne vont pas au-delà de cette distinction très générale entre développement des racines pivotantes et systèmes de racines fibreuses, en se concentrant plus sur des adaptations morphologiques spécialisées (par exemple, haustéries, racines de stockage) qui se produisent chez certaines espèces.

[FITTER \(1987\)](#) propose un indice topologique comme mesure de la diversité fonctionnelle dans l'acquisition des ressources par les différentes espèces. Une autre approche est proposée par [Zobel and Waisel \(2010\)](#) basée sur l'origine du développement des racines, et basé sur la distinction entre systèmes racinaires primaires, secondaires et tertiaires. Le système primaire contient la racine mère et les racines latérales qui en sont issues. Le système secondaire correspond aux racines courtes, tandis que le système tertiaire correspond aux racines de diamètre inférieur à 0.6 mm. [Zobel and Waisel \(2010\)](#) et [Hochholdinger et al. \(2004b\)](#) ont démontré le contrôle génétique distinct de ces types de racines. Une autre classification des systèmes racinaires, basée sur leur forme géométrique, a été proposé par [Kutschera L. \(1997\)](#). Elle est basée sur une observation vaste in situ de systèmes racinaires excavés de plus de 1100 espèces. Elle distingue 11 types fondamentaux d'enracinement, du cordal (croissance verticale dominante avec peu d'extension latérale) au discordal (surface dominante à proximité de l'extension latérale). Une classification des espèces ligneuses, combinant les attributs morphologiques et fonc-

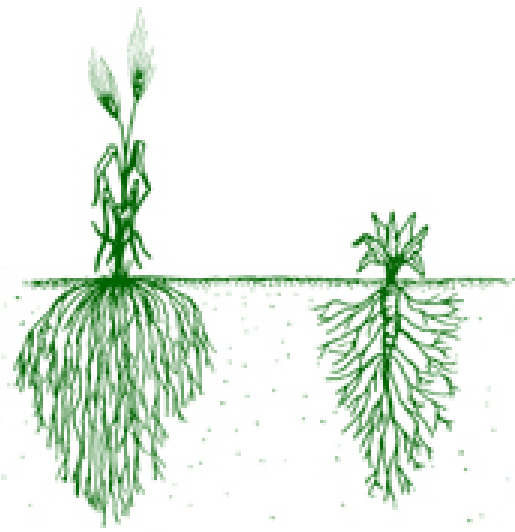


FIGURE 2.7 – Types des racines - Gauche : système racinaire fibreux du maïs. Droite : racines pivotantes " Taproot " de la carotte.

tionnels, a été présentée par [Wahid \(2000\)](#) qui a défini sept classes correspondant à différentes stratégies de recherche de nutriments par les racines.

Ces systèmes de classification des systèmes racinaires diffèrent beaucoup dans les traits qu'ils utilisent, et le degré de caractérisation de la diversité végétale taxinomique [Bodner et al. \(2013\)](#). Les classifications fonctionnelles ont été utilisées en écologie végétale pour définir des groupes d'espèces ayant des caractéristiques biologiques partagées qui se rapportent directement à la fonction plutôt que la phylogénie ([Lavorel et al. \(1997\)](#)). [Westoby M. \(1997\)](#). Cette idée de classifications fonctionnelle apparaît particulièrement utile pour les systèmes racinaires. [Bodner et al. \(2013\)](#) montre cependant les limites liées à l'utilisation d'un trait fonctionnel unique pour comparer les systèmes racinaires et propose une nouvelle approche utilisant des statistiques multivariées ; Figure 2.9.

Le système racinaire remplit diverses fonctions qui sont essentielles à la croissance et au développement des plantes :

- **Ancrage et soutien** : le système racinaire ancre la plante dans le sol et l'ensemble sol-racines fournit donc un support physique performant. Il a été observé qu'un séquoia " Redwood " ( un gymnosperme) d'environ 100 mètres de hauteur, a résisté au chablis pendant près de mille ans grâce à des millions de racines individuelles et fibreuses, même si la profondeur d'enracinement était de seulement 5 mètres. En général, les systèmes racinaires à pivots permettent un ancrage plus efficace, en particulier dans les sols sableux [T. Fourcaud \(2008\)](#), ce qui rend les arbres plus résistants aux tempêtes. Depuis quelques années, il a été développés des modèles biomécaniques et des techniques de mesure 3D qui permettent d'étudier ces effets numériquement [T. Fourcaud \(2008\)](#); [L. Dupuy \(2007\)](#).
- **L'absorption et la conduction** : le système racinaire de la plante absorbe l'eau, l'oxygène et

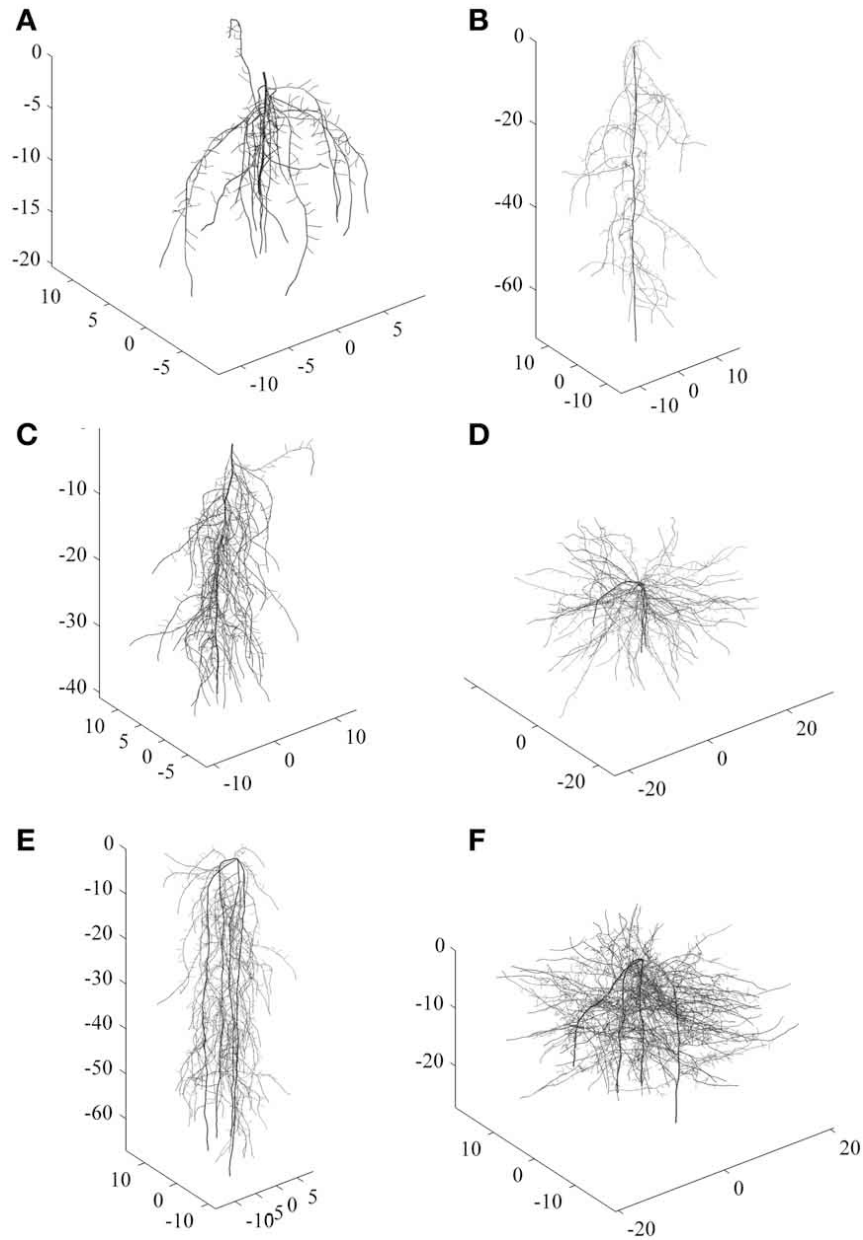


FIGURE 2.8 – Des exemples des systèmes racinaires simulés. (A-C) sont des systèmes racinaires pivotantes (un axe d'ordre zéro) et qui se différencient dans la distribution des racines verticale et l'intensité de ramification, (D-F) sont les racines des naissances courtes (quatre axes d'ordre zéro) avec une différence dans la répartition verticale et l'intensité de ramification. (A) et (B) sont des systèmes "herring-bone", tandis que (D) et (F) sont des systèmes typiques dichotomiques [Bodner et al. \(2013\)](#).



les nutriments du sol en solution minérale, principalement à travers les poils racinaires. Les nutriments inorganiques en solution sont ensuite transportés dans la plante par la racine. Les plantes avec un système racinaire fibreux sont plus efficaces dans l'absorption des sources qui sont peu profondes. Les plantes du désert appelées phréatophytes comme le prosopis, ont des racines qui cherchent des réserves d'eau souterraines permanentes. Ces plantes servent d'indicateurs pour trouver de l'eau, ce qui permet ensuite le creusement de puits pour la culture [FW \(1963\)](#). Des modèles numériques ont été développés pour trouver des idéotypes de systèmes racinaires maximisant l'absorption de l'eau pour un volume et une configuration de branchement arbitraire [Biondini \(2008\)](#). D'autres modèles numériques font le couplage entre le transport de l'eau dans le système racinaire et le transfert de l'eau dans le sol, avec les mêmes niveaux de détails. Ces modèles reposent sur la représentation d'un milieu continu sol-plante dans lequel l'écoulement de l'eau est piloté par les gradients de potentiel hydrique [Doussan et al. \(2006\)](#).

- Stockage : les racines constituent aussi des organes de stockage de l'eau et des hydrates de carbone, particulièrement les racines gonflées des carottes, la patate douce et l'igname haricot. Les racines fibreuses stockent généralement moins d'amidon que les racines pivotantes. Certaines racines sont capables de stocker des grandes quantités d'eau ; les racines pivotantes de certaines plantes désertiques peuvent par exemple stocker plus de 70 kg d'eau [MOORE R \(2003\)](#).
- La photosynthèse : certaines racines sont capables d'effectuer la photosynthèse, comme dans les orchidées épiphytes et les racines aériennes des palétuviers.
- Aération : les plantes qui poussent dans l'eau stagnante ou d'autres lieux aquatiques ont des racines modifiées appelées pneumatophores permettant le transport de l'oxygène dans la plante.
- Reproduction : le système racinaire de la plante est aussi un moyen naturel de perpétuer une espèce. Chez la prêle par exemple, des ramifications clonales issues des racines horizontales sont fréquemment observées autour du tronc. De même, de nouvelles plantes émergent des racines tubéreuses après les récoltes de patates douces. En règle générale, les plantes avec un système racinaire fibreux sont plus faciles à transplanter que celles avec des racines pivotantes [Bareja \(2011\)](#).

## 2.3 Interactions sol-racines

Lorsque les réserves d'éléments nutritifs, d'eau et de minéraux sont adéquates, la croissance des cultures est déterminée par la quantité du rayonnement solaire interceptée au cours de la saison. Les facteurs liés au sol tels que la sécheresse, la disponibilité des nutriments, la salinité, l'impédance mécanique ou les agents pathogènes infectant la racine sont un obstacle majeur à

la productivité agricole dans de nombreuses régions du monde [BINGHAM \(2001\)](#). Les relations entre la racine et le sol sont rétroactives, les contraintes limitant la croissance des racines provenant souvent de la variabilité dans la disponibilité des ressources (l'eau et les éléments nutritifs) et les propriétés physicochimiques dans le sol [Doussan et al. \(2009\)](#), tandis que la présence de racines affecte la structure du sol environnant [Vollsnes et al. \(2010\)](#).

### 2.3.1 L'hétérogénéité de l'eau et des nutriments du sol dans le temps et l'espace

La disponibilité des ressources hydrominérales est variable aux échelles spatiales allant de quelques millimètres [Parry et al. \(2000\)](#), quelques centimètres (gradient d'O<sub>2</sub>, disponibilité de l'eau, pH, statut des éléments nutritifs [Lynch \(1995\)](#)), jusqu'à plusieurs mètres. Cette variabilité dans la disponibilité des ressources peut-être reliée par exemple aux variations de la texture du sol [Robinson \(1990\)](#), la topographie, le climat, la végétation, ou la gestion des sols. Les activités souterraines du sol peuvent créer des zones localisées de sol lâche fertile, se distinguant des horizons pauvres du sol. Les ressources hétérogènes peuvent persister dans le temps de quelques jours à plusieurs années. Par exemple, un relâchement de minéralisation peut se produire pendant quelques jours provoquant des fuites de nitrate dans les horizons de sol les plus profonds, tandis que le phosphate peut rester immobile dans un petit volume de sol pour des années [Lynch \(1995\)](#).

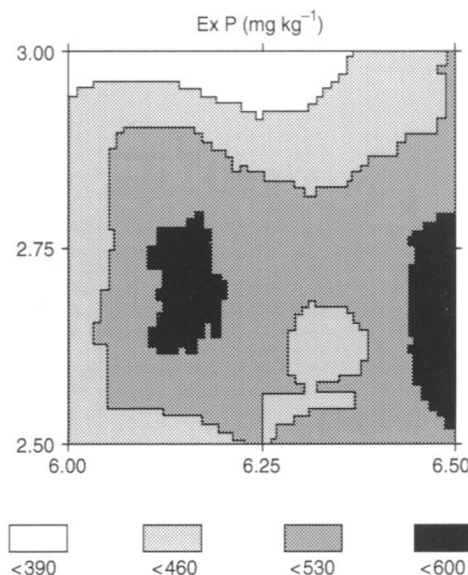


FIGURE 2.9 – La répartition spatiale de phosphate dans une couche superficielle d'un sol de 0,5 × 0,5 m (l'échelle de concentration de phosphate est de mg.kg<sup>-1</sup> [R. B. Jackson \(1993\)](#)).

Des exemples de variation de la disponibilité des nutriments sous les conditions naturelles du sol, à l'échelle de la racine, sont donnés par [R. B. Jackson \(1993\)](#) et [Robinson \(1997\)](#). Ces

auteurs ont étudié la distribution des nutriments minéraux (phosphate extractible, nitrate et ammonium) dans des sols (dominés par "Artemisia tridentata") dans des parcelles de  $0,5 \times 0,5$  m de dimensions. Le phosphate présentait une forte variabilité spatiale avec des zones concentrées et des zones moins concentrées, et il présentait une forte corrélation avec d'autres variables telles que le taux de matière organique du sol, le potassium, le nitrate. Tandis que la variabilité spatiale du nitrate était dépendante du temps ; les endroits avec les plus fortes concentrations initiales présentaient les valeurs les plus élevées avec le temps (et inversement), mais cette corrélation diminue et finalement disparaît après 2-3 mois dans les conditions particulières agricoles et climatiques de ces études.

Cette hétérogénéité des ressources entraîne une réaction de la plante. Certains ions sont relativement mobiles (tels que le nitrate) et peuvent se déplacer sur une certaine distance (quelques centimètres) vers les racines. D'autres nutriments (par exemple le phosphate) diffusent beaucoup plus lentement et leur absorption par la plante nécessite que les racines explore un grand volume de sol Jungk (2002). Pour les espèces à croissance rapide (comme les cultures annuelles), cela implique une exploration continue de nouveaux domaines de sol où les éléments nutritifs restent disponibles Lynch and Brown (2001).

Les conditions physico-chimiques des sols peuvent affecter leur exploration par les racines. En ce qui concerne les nutriments, les conditions défavorables varient dans le temps et l'espace, et les racines doivent élaborer des stratégies pour s'adapter ou éviter de telles conditions Claude Doussan (2003). La température du sol a également une grande importance pour la colonisation du sol par les racines. Les gradients de température avec la profondeur du sol existent tout au long de l'année, et la plus haute gamme de variation de température se situe dans les couches de surface Cooper (1973).

### 2.3.2 L'hétérogénéité des contraintes du sol

L'une des limitations physiques les plus communes à l'exploration du sol par les racines est la présence de zones de haute résistance mécanique Hoad et al. (2001). Ces zones peuvent apparaître par compactage, mais des sols à densité apparente élevée peuvent aussi se former naturellement Smith (2007)). La diminution de la teneur en eau a également une influence notable Bengough (1997). Il est difficile de séparer l'effet du compactage sur la croissance des racines de celui de l'humidité du sol, les capacités d'absorption de l'eau étant réduite dans les sols compactés Tracy et al. (2011). Whalley et al. (2008) affirme que la résistance mécanique (ou l'impédance) du sol peut limiter la productivité des cultures indépendamment de son état hydrique, et constitue donc un facteur important de stress abiotique pour le rendement des plantes. De ce fait, plusieurs chercheurs s'y sont intéressés lors des dix dernières années. Bien que des protocoles expérimentaux sophistiqués sont maintenant disponibles pour mesurer la résistance à l'extension de la racine à travers le sol, la méthode la plus couramment utilisée

reste le pénétromètre, en supposant que la composante de force axiale est prépondérante pour limiter la croissance.

L'influence de l'impédance mécanique sur la croissance racinaire peut-être estimée expérimentalement. [Passioura \(2002\)](#) rapporte que l'élongation des racines diminue considérablement lorsque la résistance du sol atteint 1 MPa, et s'arrête entièrement à 5 MPa. Par exemple, certaines espèces telles que les pois chiches peuvent supporter une contrainte maximale entre 0,5 et 1,2 MPa [Eavis et al. \(1969\)](#). [Bengough et al. \(2006\)](#) ont montré par ailleurs qu'une période de 2-5 jours est nécessaire pour que les racines qui ont été soumises à une impédance mécanique élevée reviennent à un taux de croissance normal une fois retournées dans une horizon de sol non compacté. Le taux d'allongement diminue dans le sol compacté en raison de la diminution du flux des cellules (la vitesse à laquelle de nouvelles cellules sont formées) et de la longueur finale des cellules. La zone d'élongation est d'autre part plus courte chez les racines poussant dans un sol résistant [Bengough \(2003\)](#). Les différences entre espèces dans leur capacité à pénétrer dans les sols compactés peuvent être attribuées à la variation du diamètre de la racine et à leur tendance à dévier ou contourner les obstacles. La croissance en diamètre peut donc être considérée comme une réponse des racines à l'augmentation de la contrainte mécanique du sol, comme déjà discuté plus haut (section 2.2.1) 2.1.

Soil	Density /g cm <sup>-3</sup>	Penetration resistance /MPa	Root diameter /mm <sup>a</sup>
Sandy loam	1.4	0.67	1.0
	1.5	1.03	1.4
	1.6	2.02	1.6
Clay loam	1.3	0.74	1.0
	1.4	1.05	1.1
	1.5	1.52	1.2

<sup>a</sup>Approximate root diameter 6 mm behind the tip. These are the root diameters used in the numerical simulations.

TABEAU 2.1 – Relation entre la densité du sol, résistance à la pénétration et le diamètre moyen de la racine [Kirby and Bengough \(2002\)](#).

La porosité du sol est un facteur important pour le développement des racines. [Smith \(2007\)](#) suggère que la taille minimum des pores à travers lesquels les racines peuvent pénétrer est de 10 µm, et qu'il existe des espèces comportant des racines de diamètre inférieur. Si la structure des pores continus de taille appropriée n'est pas présente, l'extrémité de la racine doit exercer une force suffisante pour déplacer les particules de sol et créer un passage. La présence de macropores dans le sol a une grande influence sur la régulation des taux d'allongement des racines [Bengough \(2012\)](#). Dans un sol solide, les macro-pores entre 60 µm et 300 µm peuvent jouer un rôle important et favoriser l'allongement de la pointe de la racine ([Ehlers et al. \(1983\)](#); [Materechera et al. \(1992b\)](#); [MacKenzie et al. \(2009\)](#)). [Poot and Lambers \(2008\)](#) ont trouvé des

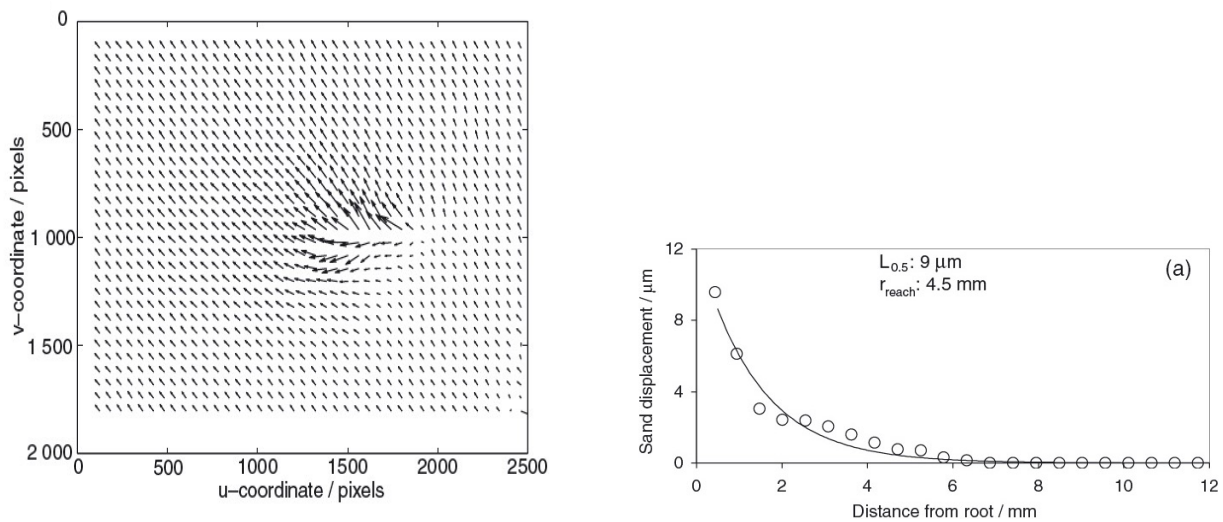


FIGURE 2.10 – Les déplacements dans une boîte de sable induits par la croissance d’une racine Vollsnes et al. (2010).

espèces endémiques rares avec des systèmes racinaires capables d’explorer une grande surface à la limite sol-roches en s’introduisant par les fissures , favorisant ainsi l’accession aux eaux profondes.

### 2.3.3 Le mouvement des particules autour d’une racine

La croissance en volume d’une racine induit une réorganisation des particules de sol, et modifie localement sa compacité, sa densité et sa porosité, ainsi que son état de contraintes. Des expériences en laboratoire permettent d’observer ces effets et de les quantifier à partir d’analyse d’images. Ces expériences permettent de développer et valider des modèles physiques d’interactions racine-sol. On peut ainsi mettre en évidence les changements de la texture d’un milieu granulaire lors de la croissance de racines. Vollsnes et al. (2010) ont étudié les déplacements de grains de sable le long des racines durant leur croissance ; voir Figure 2.10.

## 2.4 Modèles racinaires

Un modèle de croissance de racines doit intégrer de nombreux processus et facteurs biologiques et environnementaux. Dans cette partie, après avoir rapidement passé en revue les différents modèles de représentation et de croissance de systèmes racinaires, on présente essentiellement les modèles d’interaction mécanique racines-sols et leurs applications.

### 2.4.1 Modèles de croissance racinaire

La variabilité de l'architecture des racines est souvent liée à la disponibilité des ressources dans le sol et a des implications importantes en écologie et en agronomie. La plupart des modèles de représentation et de croissance de racines sont des modèles dits d'architecture. Ils sont de type discret et sont basés sur une représentation topologique de la structure ramifiée. La plupart prennent en compte la variabilité "observée" des architectures racinaires qui résulte de la variabilité des ressources dans le sol, mais ne sont pas basés sur une modélisation explicite des processus fonctionnels sous-jacents (Ho et al. (2004); Jourdan and Rey (1997); Pagès et al. (1989); Doussan et al. (1998); de Dorlodot et al. (2007)).

Les modèles considérant à la fois l'architecture des racines et les processus fonctionnels, par exemple d'acquisition des ressources du sol, sont appelés modèles structure-fonctions, ou en Anglais Functional Structural Plant Models (FSPM) (Fourcaud et al. (2008)) et sont implémentés dans des plateformes de simulation dédiées (Perez et al. (2016); Courbaud et al. (2015); Alloing-Séguier et al. (2016); Nock et al. (2016), site internet : <http://amapstudio.cirad.fr>). Les simulations issues de ces modèles sont en mesure de fournir la distribution spatiale des racines dans des conditions de plantation, par exemple pour estimer la distribution de leur biomasse. Il existe cependant d'autres modèles plus adaptés pour déterminer ces sorties à l'échelle individuelle, mais aussi plus largement à l'échelle de la parcelle. Ces modèles sont basés sur des fonctions de densité de racines dont l'évolution spatio-temporelle est décrite sous forme d'équations de dérivées partielles (L. Dupuy (2007); Bonneu et al. (2012)). Ces formalismes mathématiques continus intègrent cependant des informations sur l'architecture et le développement des racines qui peuvent être utilisées à différentes échelles spatiales. Les équations utilisées dans ces modèles restent relativement génériques et permettent de simuler différentes architectures de racines et stratégies de croissance. Ils peuvent être résolus efficacement en utilisant des méthodes numériques adaptées. Néanmoins, tous ces modèles ignorent les interactions mécaniques explicites entre les racines et le sol.

### 2.4.2 Ancrage racinaire des arbres

Les tempêtes récurrentes qui ont sévi en Europe ces dernières décennies ont mis à terre de nombreux arbres dans les parcs et les forêts, générant parfois des pertes humaines et ayant des conséquences économiques considérables. Suite à ces événements, les chercheurs se sont attachés à mieux comprendre les processus de casse et de déracinement chez les arbres afin de minimiser les risques. Certaines études ont reposé sur le développement de modèles mécaniques, en particulier pour la problématique de l'ancrage racinaire. Ces modèles, dits de biomécanique de la stabilité des arbres, prennent en compte la structure racinaire de façon plus ou moins explicite et réaliste, les conditions de sol, les propriétés des matériaux sol et racines, et les conditions de chargement (forces de trainées appliquées sur les houppiers des arbres) (2.11).



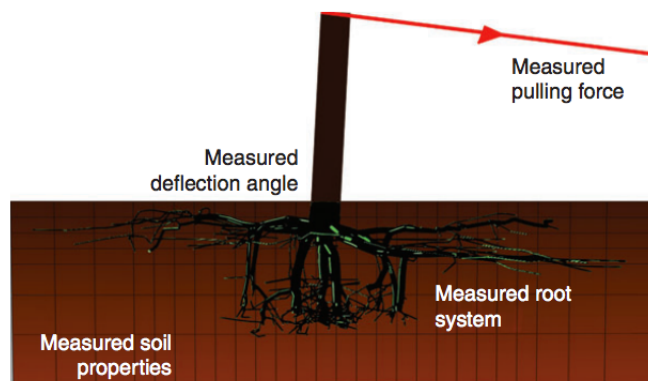


FIGURE 2.11 – Modèle d’ancrage de l’architecture d’un système racinaire et des propriétés mesurées du sol pour les simulations de traction d’arbres (Yang et al. (2014)).

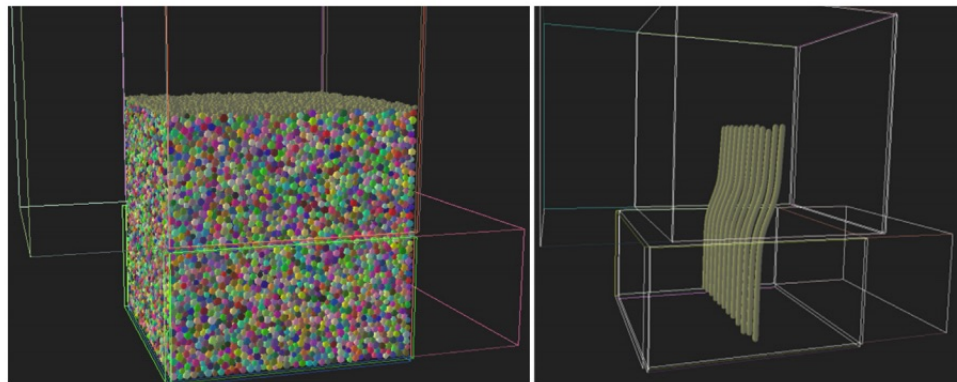


FIGURE 2.12 – Exemple d’un échantillon de sol numérique généré et cisailé en contenant des tubes racinaires (Bourrier et al. (2013)).

La méthode de modélisation utilisée est basée sur la méthode des éléments finis (FEM), où on modélise les racines sous forme de poutres plongées dans un modèle du sol continu en 2D (T. Fourcaud (2008); Moore and Maguire (2008)) et en 3D (L. Dupuy (2007); Yang et al. (2014)). Tous ces codes FEM présentent des caractéristiques similaires, ces sont des programmes qui résolvent un problème d’ancrage non linéaire, un comportement non linéaire des racines et du sol (élastique et quasi fragile pour les racines ; élastique et plastique pour le sol) ; ces conditions de non-linéarité peuvent être liées à des transformations géométriques dans le cas des grands déplacements ou des grandes déformations. Dans ces codes de calcul la notion de croissance racinaire n’est pas introduite, et la description des propriétés mécaniques des racines est basée sur des paramètres théoriques (éléments poutres). Les interactions mécaniques racines-sol sont basées sur le calcul des déplacements des noeuds du maillage des racines et du sol, sans considérer en général explicitement les interfaces racine-sol, et les propriétés mécaniques du sol sont basées sur des valeurs théoriques en considérant le milieu comme homogène.

### 2.4.3 Renforcement du sol par inclusion racinaire

D'autres modèles numériques ont été développés pour quantifier la contribution d'inclusions racinaires sur la résistance au cisaillement du sol, en utilisant la méthode des éléments finis [Mickovski et al. \(2011\)](#) ou la méthode des éléments discrets [Bourrier et al. \(2013\)](#). Les racines contribuent à une augmentation de la résistance au cisaillement du sol par une combinaison de facteurs matériels et hydrologiques. Des essais de cisaillement direct de blocs de sol ont été réalisés expérimentalement ([van Beek et al. \(2005\)](#); [Loades et al. \(2010\)](#)) pour étudier le cisaillement d'un sol en présence de racines. Ces études ont montré que les sols contenant des racines avec une gamme d'orientation variable développent des zones de cisaillement plus larges et peuvent mobiliser lentement les racines en traction, même dans le cas de grands déplacements. Les modèles éléments finis développés pour reproduire ces essais considèrent les racines comme des éléments fibres ayant des propriétés physiques et matérielles connues dans un sol considéré comme un milieu continu. Le but de ces modèles est de qualifier et de quantifier l'effet de la densité de racines, leur distribution spatiale et leurs propriétés mécaniques sur la résistance au cisaillement du sol, afin de déterminer un facteur de renforcement du sol appelé cohésion additionnelle, et utilisé dans les modèles de stabilité de pentes. L'implémentation de ces modèles par la MEF ne prend pas en compte la modélisation de la surface d'interaction entre les racines le sol et/ou l'apparition de fissures dans le sol pendant la traction de la racine. En revanche, les modèles d'inclusion considérant le sol comme un ensemble granulaire (modèles éléments discrets) et donc classiquement comme un assemblage de sphères (figure 2.12) permettent de simuler ces phénomènes. Dans ces modèles les racines sont des cylindres flexibles connectés pour former une architecture racinaire. La croissance des racines n'est prise en compte dans aucune de ces modélisations, qui ne prennent pas non plus en considération l'architecture racinaire, et donc la connexion topologique entre les racines individuelles.

### 2.4.4 Stabilité des pentes

La présence de racines fines se traduit par une augmentation de la résistance au cisaillement ou de la cohésion apparente du sol (voir section précédente). Ce renforcement est dû à la mobilisation de la résistance mécanique des racines en tension et à la résistance au cisaillement de l'interface sol-racine, et est pris en compte sous la forme d'une cohésion additionnelle du sol. Ce facteur de renforcement a été estimé, de façon théorique ou expérimentalement, pour de nombreuses espèces végétales et est utilisé pour calculer numériquement le facteur de sécurité des pentes vis à vis des glissements de terrain de faible profondeur. Ces modèles de stabilité considèrent la variation spatiale du renforcement du sol par les racines à l'échelle des pentes ([Ji et al. \(2012\)](#); [Mao et al. \(2012\)](#)). Les caractéristiques des racines comme la morphologie, le diamètre, le nombre des racines ou le ratio de la surface radiale des racines par unité de surface de sol, ainsi que la résistance à la tension de la racine sont donc des paramètres utilisés en amont



pour calculer la cohésion additionnelle introduite ensuite dans les simulations de stabilité de pentes. Ces modèles existent en 2D et 3D. Les plus avancés utilisent la méthode des éléments finis pour calculer le coefficient de sécurité (FOS - défini comme le rapport entre les forces de résistance et les forces motrices sur une pente). Mais ces modèles mécaniques ne prennent pas en compte la croissance racinaire ni la variation de l'architecture racinaire dans le sol, ni les variations hydrologiques dans les différentes couches de sol qui peuvent affecter le calcul du FOS.

## 2.5 Sols granulaires

Le caractère granulaire des sols constitue un facteur essentiel pour la croissance des racines. Un sol granulaire possède des hétérogénéités intrinsèques liées au désordre des positions des grains et de leur réseaux de contact. Les racines "voient" les grains mais la résistance qu'elles rencontrent reflète l'arrangement des grains et leurs interactions. Nous allons brièvement décrire dans la suite de cette section certaines propriétés qui caractérisent ces interactions et l'arrangement des grains (ou la texture granulaire).

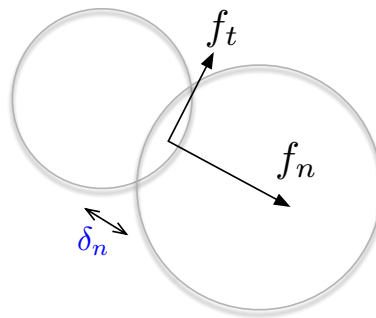


FIGURE 2.13 – Contact entre deux grains. Représentation de la déflexion normale et des forces normale et tangentielle.

### 2.5.1 Les interactions de contact

Les grains interagissent essentiellement par des forces de contact. Le contact non-cohésif entre deux grains solides présente un caractère "unilatéral" en ce sens qu'une force de répulsion élastique est mobilisée pour résister à l'interpénétration lorsque deux grains sont poussés l'un vers l'autre mais ils peuvent se séparer l'un de l'autre sans aucune résistance. La force de répulsion mobilisée dépend du comportement mécanique (élastique, plastique ou visqueux) des grains. Par exemple, pour deux sphères lisses élastiques la déflexion élastique  $\delta_n$  au contact

est reliée à la force normale  $f_n$  par une loi non-linéaire :

$$f_n = \frac{\sqrt{2}}{3} \frac{E}{1-\nu^2} R^{1/2} \delta_n^{3/2} \quad (2.1)$$

où  $R^{-1} = R_1^{-1} + R_2^{-1}$  est le rayon réduit des deux sphères de rayons  $R_1$  et  $R_2$ , et  $E$  et  $\nu$  sont respectivement le module de Young et le coefficient de Poisson ; voir figure 2.13. Le caractère non-linéaire de la loi de Hertz est une conséquence de la courbure de l'interface. La relation 2.1 peut être mise sous la forme :

$$f_n = k_n \delta_n \quad (2.2)$$

où  $k_n$  est la raideur de contact qui dépend de la déflexion :

$$k_n = \frac{E}{1-\nu^2} \frac{\sqrt{d}}{3} \delta_n^{1/2} \quad (2.3)$$

où  $d$  est le diamètre du grain.

Les contact sont également le siège des forces de frottement sec. D'après la loi classique de frottement (loi de frottement e Coulomb), la force de frottement s'oppose au déplacement relatif entre deux corps au contact, elle est proportionnelle à la force normale et indépendante de l'aire de contact :

$$f_t = -\mu_s f_n \operatorname{sgn}(\vec{v}_t) \quad (2.4)$$

où  $\vec{v}_t$  est la vitesse de glissement et  $\mu_s$  est le coefficient de frottement. Le coefficient de frottement est plus grand dans l'état statique que pendant le glissement. La loi de Coulomb est une conséquence de la déformation plastique des aspérités dans la zone de contact **Bowden and Tabor (1950)**. La valeur du coefficient de frottement est donc liée à la fois au seuil plastique et à la distribution de ces aspérités.

La force de frottement (2.4) représente la force seuil atteinte pendant le glissement. La loi de Coulomb ne dit rien sur la valeur de cette force lorsque le déplacement relatif tangentiell est nul. Dans ce cas, la force de frottement est juste mobilisée pour équilibrer les autres forces agissant sur les deux grains. Mais, cette mobilisation du frottement implique une déflexion élastique tangentielle  $\delta_t$  entre les deux grains dans la zone de contact qui peut être décrite par une loi élastique linéaire :

$$f_t = k_t \delta_t \quad (2.5)$$

où

$$k_t \simeq \alpha k_n \quad \text{avec} \quad \alpha = 2 \frac{1-\nu}{2-\nu} \quad (2.6)$$

où le glissement se déclenche lorsque cette force atteint sa valeur limite  $\mu f_n$  en valeur absolue **Agnolin and Roux (2007a)**.

Les grains peuvent également présenter une résistance à la traction en présence des ponts capillaires ou d'un liant solide. Ces forces d'attraction ont souvent une courte portée et présentent un seuil  $-f_c$ , où le signe négatif (avec  $f_c > 0$ ) signifie que la force est en traction (**Prechawuttipong (2001)**; **Radjai and Dubois (2011)**). L'ordre de grandeur de cette force pour les

ponts capillaires est  $2\pi\gamma R$ , où  $\gamma$  est la tension de surface du liquide. La force de frottement est alors modifiée en ajoutant la force d'adhésion à la force normale :

$$f_t = \mu_s(f_n + f_c) \quad (2.7)$$

La valeur maximale de  $f_n$  en traction étant  $-f_c$ , la somme  $f_n + f_c$  est définie positive et le signe de  $f_t$  est toujours fourni par celui de la vitesse relative. On note que cette écriture constitue une simple extrapolation linéaire de la loi de Coulomb et la force de frottement est contrôlée en fait par l'aire réelle de contact en présence de la force d'adhésion.

## 2.5.2 Le comportement macroscopique

Suivant le taux de déformation et/ou les contraintes de confinement exercées sur un milieu granulaire, celui-ci peut se trouver dans divers états de déformation. Dans la limite des faibles taux de cisaillement et des fortes pressions de confinement, le matériau granulaire présente une compacité  $v$  (le rapport du volume occupé par les grains sur le volume total) élevée et un caractère "solide" décrit par un comportement élastoplastique. Pour des taux de cisaillement élevés, le matériau granulaire présente une compacité faible et un caractère "fluide" avec des propriétés non-newtoniennes [Jaeger et al. \(1996\)](#). Les liens entre ces deux groupes de propriétés (solide et fluide) ont été élucidés durant les intenses recherches depuis trente ans sur les milieux granulaires ([Agnolin and Roux \(2007c\)](#); [Andreotti et al. \(2011\)](#); [da Cruz et al. \(2005\)](#); [GDR-MiDi \(2004\)](#)).

Pour étudier le comportement mécanique dans le régime quasi-statique, on soumet un échantillon granulaire soit à une compaction lente pour l'étude de la compressibilité du matériau, soit à un cisaillement lent pour l'étude de la résistance au cisaillement. Dans ce dernier cas, l'échantillon est confiné par une contrainte extérieure [Hicher \(2000\)](#). La réponse mécanique est analysée à l'aide des invariants des tenseurs de déformation  $\epsilon_{\alpha\beta}$  et de contrainte  $\sigma_{\alpha\beta}$ . Pour fixer les idées, considérons le cisaillement d'un matériau granulaire dans la direction  $x$  par l'application d'un taux de cisaillement  $\dot{\epsilon}_{zx}$  avec une contrainte de confinement  $\sigma_{zz}$  appliquée dans la direction  $z$  (figure 2.14). Pour simplifier l'analyse, les déformations d'allongement suivant les directions  $x$  et  $y$  sont considérées nulles :  $\dot{\epsilon}_{yy} = \dot{\epsilon}_{xx} = 0$  et la boîte est fixe en  $O$  (cisaillement plan). Dans ces conditions, le système peut être analysé dans le plan  $xz$ . Sous l'effet du cisaillement  $\dot{\epsilon}_{zx}$ , la contrainte  $\sigma_{zx}$  et le volume  $V$  de l'échantillon évoluent avec la déformation de cisaillement cumulée  $\epsilon_{zx} = \int_0^t \dot{\epsilon}_{zx} dt$ ; figure 2.15.

Pour une rigidité relative  $\kappa$  élevée, une faible partie de la déformation est élastique. Les modules d'élasticité peuvent être mesurés à partir du début de la courbe de variation de  $V$  et de  $\sigma_{zx}$  en fonction de  $\epsilon_{zx}$ . D'après la loi de Hertz, la raideur  $k_n$  au contact dépend de la force normale. À l'échelle macroscopique, cet effet se traduit par un module élastique  $E$  qui, pour un système assez dense, doit augmenter avec la pression moyenne comme  $p^{1/3}$ , où  $p$  est la pression de

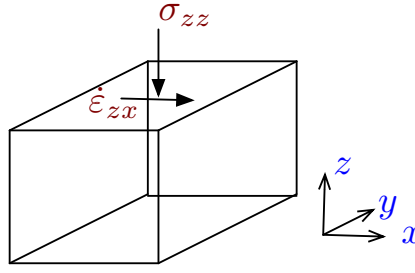


FIGURE 2.14 – Cisaillement plan.

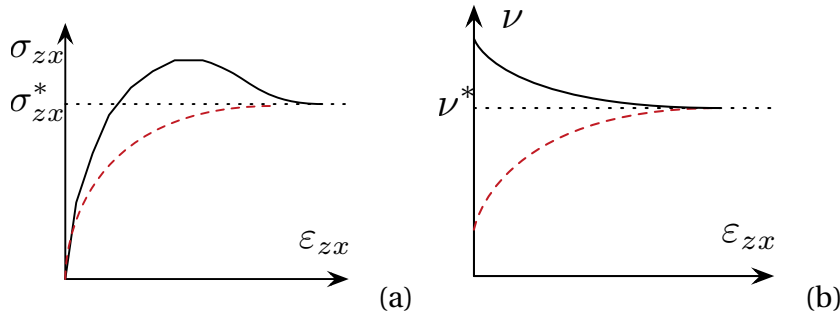


FIGURE 2.15 – Comportement d'un milieu granulaire dense (ligne continue) et lâche (traits). Variation (a) de la contrainte de cisaillement  $\sigma_{zx}$  et (b) de la compacité  $\nu$  en fonction de la déformation de cisaillement cumulée  $\varepsilon_{zx}$ .

confinement. Pour la plupart de matériaux, le domaine élastique correspond à de très faibles déformations. L'évolution du réseau de contacts avec la pression de confinement conduit à une évolution des modules d'élasticité qui diffèrent de la loi en  $p^{1/3}$  [Agnolin and Roux \(2007a\)](#).

Au-delà de la limite élastique, la déformation devient irréversible et s'accompagne de réarrangements importants des particules. Les glissements les unes par rapport aux autres entraînent une dissipation d'énergie par frottement. Les simulations par la méthode en éléments discrets (DEM) montrent que le frottement n'est mobilisé qu'au niveau d'une faible fraction des contacts (inférieure à 10%), portant des forces normales très faibles [Radjai et al. \(1998\)](#). Durant cette déformation plastique, la microstructure évolue et devient de plus en plus anisotrope. Par conséquent, la résistance au cisaillement augmente. Si le matériau est initialement lâche, avec une compacité  $\nu_0$  inférieure à une compacité critique  $\nu^*$ ,  $\sigma_{zx}$  tend asymptotiquement vers une valeur constante  $\sigma_{zx}^*$ . Si le matériau est dense avec  $\nu_0 > \nu^*$ , alors  $\sigma_{zx}$  passe par un pic avant de diminuer vers la même valeur stationnaire  $\sigma_{zx}^*$  que dans le cas lâche. Par ailleurs, dans le cas dense, la compacité  $\nu$  diminue et tend vers  $\nu^*$  tandis que dans le cas lâche, elle augmente pour tendre également vers  $\nu^*$ .

Les valeurs stationnaires  $\sigma_{zx}^*$  et  $\nu^*$  dépendent de la contrainte de confinement  $\sigma_{zz}$ . Les ex-

périences montrent que cette dépendance peut être exprimée sous la forme suivante :

$$\sigma_{zx}^* = \sigma_{zz} \tan \varphi^* \quad (2.8)$$

$$v^* = v^*(\sigma_{zz}^r) + C \ln(\sigma_{zz}/\sigma_{zz}^r) \quad (2.9)$$

où  $\sigma_{zz}^r$  est une contrainte de référence,  $C$  représente la compressibilité du matériau et  $\varphi^*$  est l'angle de *frottement interne* du matériau. Une propriété essentielle des milieux granulaires est le fait que  $\varphi^*$  est à la fois indépendant de la compacité initiale  $v_0$  et de la contrainte de confinement  $\sigma_{zz}$ , et constitue ainsi une propriété du matériau. La relation linéaire entre la contrainte de cisaillement et la contrainte de confinement signifie simplement que l'échelle des contraintes internes est imposée par la contrainte de confinement appliquée. Ceci reflète le fait que la loi de frottement ne comporte aucune échelle de contrainte particulière. Lorsque le matériau comporte une échelle de contrainte interne due à la cohésion des contacts, elle peut être directement prise en compte sous la forme d'un paramètre de cohésion macroscopique  $c$  :

$$\sigma_{zx}^* = \sigma_{zz} \tan \varphi^* + c \quad (2.10)$$

Ce paramètre décrit une résistance au cisaillement qui est indépendante de la contrainte de confinement.

Les éléments décrits brièvement plus haut constituent les principaux ingrédients de la *théorie des états critiques* Wood (1990). L'état quasi-statique stationnaire avec son angle de frottement interne  $\varphi$  est souvent appelé *état critique*. Cet état est indépendant de l'état initial, est atteint lorsque le matériau est cisailé suffisamment longtemps pour lui faire "perdre la mémoire" de l'état initial. Pour de nombreux matériaux granulaires à particules peu déformables, l'influence de l'élasticité des particules sur la compacité est négligeable devant celle des réarrangements de telle sorte que la dépendance logarithmique de  $v^*$  par rapport à la contrainte de confinement peut être négligée et, en pratique, l'état critique peut être également caractérisé par sa compacité  $v^*$ . Les expériences et simulations numériques donnent  $v^* \simeq 0.58$  pour un assemblage des particules sphériques de même taille (Azéma et al. (2009); GDR-MiDi (2004)). Cette valeur est bien inférieure à celle d'un assemblage compact aléatoire (random close packing) avec  $v \simeq 0.64$ .

Par rapport à l'état critique, on distingue deux transitoires : 1) le durcissement (hardening) qui correspond à la montée de  $\sigma_{zx}$  avec la déformation, 2) l'adoucissement (softening) qui correspond à la réduction de  $\sigma_{zx}$  après un pic de contrainte. En normalisant les contraintes par la contrainte de confinement, on peut décrire ces transitoires par l'évolution de  $\tan \varphi = \sigma_{zx}/\sigma_{zz}$ . L'angle  $\varphi$  caractérise l'angle de frottement interne pour un état donné du matériau. Pour un matériau préparé par compression isotrope, elle a une valeur initialement nulle. Sa valeur au pic  $\varphi^+$  (pour  $v_0 > v^*$ ) augmente avec  $v_0$ .

La relation (2.10) écrite dans la configuration de cisaillement est une loi de frottement pour les contraintes exercées sur le plan  $xy$  (perpendiculaire à l'axe  $z$ ). Par rapport à ce plan,  $\sigma_{zz}$  est

la contrainte normale et  $\sigma_{zx}$  est la contrainte tangente suivant la direction  $x$  de l'écoulement. Etant donné que l'état critique est un état sans mémoire dont les propriétés reflètent les caractéristiques des particules, la même relation doit se vérifier sur tous les plans orientés dans différentes directions d'espace  $\vec{n}$  :

$$\sigma_t^*(\vec{n}) = \tan \varphi^* \sigma_n(\vec{n}) + c \quad (2.11)$$

où  $\sigma_t^*$  et  $\sigma_n$  sont respectivement la contrainte tangente et la contrainte normale sur le plan  $\vec{n}$  dans l'état critique. Cette relation exprime le critère de Coulomb.

De la même manière que la contrainte de cisaillement est proportionnelle à la contrainte de confinement, la déformation d'allongement  $\dot{\epsilon}_{zz}$  suivant  $z$  dans l'état quasi-statique est induite par la déformation de cisaillement  $\dot{\epsilon}_{zx}$  et donc la grandeur utile est leur rapport :

$$\tan \psi = -\frac{\dot{\epsilon}_{zz}}{\dot{\epsilon}_{zx}} \quad (2.12)$$

où  $\psi$  est l'angle de *dilatance de Reynolds*. Rappelons que dans les milieux granulaires, il est commun de compter positivement les contraintes compressives et les contractions. Une expansion suivant  $z$  est donc négative et le signe négatif dans la définition de  $\psi$  permet de caractériser une dilatation par un angle positif. Un angle négatif correspond à une contraction ou "dilatance négative". L'angle  $\psi$  a une valeur positive dans un matériau granulaire initialement dense et tend avec le cisaillement vers zéro dans l'état critique. Il a une valeur négative dans un matériau lâche, mais tend également vers zéro dans l'état critique. De la même manière que l'angle de frottement interne caractérise la surface de charge dans un milieu granulaire, l'angle de dilatance définit la règle d'écoulement, c'est à dire la direction de la déformation plastique.

Le modèle de Mohr-Coulomb, en tant que modèle macroscopique, s'applique à un milieu homogène. Mais très souvent l'orientation du plan de glissement est assimilée à une bande de localisation des déformations. En effet, lorsque l'on soumet un échantillon granulaire au cisaillement (souvent en géométrie triaxiale), le cisaillement se concentre dans une bande de faible largeur (une dizaine de diamètres) de telle sorte que, après une faible déformation, le matériau semble se scinder en deux blocs rigides qui glissent l'un par rapport à l'autre (Bardet and Proubet (1991); Fazekas et al. (2007); Herrmann et al. (1995); Vermeer (1990)). Pour la même raison, le matériau ne se dilate que dans la zone de localisation et donc les déformations mesurées à l'échelle macroscopique ne sont plus objectives. Ce phénomène de localisation est associé à l'instabilité du matériau au pic de contrainte, c'est à dire dans le cas des matériaux initialement denses et donc avec une dilatance positive.

### 2.5.3 La texture granulaire et transmission des contraintes

Le comportement macroscopique brièvement décrit dans les paragraphes précédents résulte des interactions des grains à travers le réseau des contacts. Ce réseau est désordonné avec

une connectivité caractérisée en moyenne par le nombre de coordination  $Z$ , nombre moyens de voisins de contacts par grain. Comme pour la compacité  $v$ , la valeur de  $Z$  dépend du processus de préparation ou de l'histoire des déformations subies par un matériau granulaire. Mais dans l'état critique  $Z$  prend une valeur qui dépend peu de l'état initial. Une propriété majeure du réseau des contacts et son anisotropie générique. Même en partant d'une distribution uniforme des orientations des normales de contact  $\vec{n}$ , le cisaillement conduit à des orientations privilégiées des contacts. En particulier, des contacts sont créés dans la direction de compression et détruits dans la direction d'extension.

Cette anisotropie de texture peut être caractérisée par plusieurs descripteurs dont le plus important est le tenseur de fabrique (Fabric tensor) défini à partir des vecteurs  $\vec{n}$  par produit tensoriel :

$$\mathbf{F} = \langle \vec{n} \otimes \vec{n} \rangle \quad (2.13)$$

La direction principale majeure de ce tenseur fournit la direction privilégiée des conatcts. L'anisotropie du réseau des contacts est donnée par le déviateur de ce tenseur. En 2D, elle simplement donnée par

$$a_c = 2(F_1 - F_2) \quad (2.14)$$

où  $F_1$  et  $F_2$  sont les valeurs propres de  $\mathbf{F}$ .

L'anisotropie de la texture induit à son tour une anisotropie  $a_f$  des forces qui peut être analysée en considérant la valeur moyenne  $\langle \vec{f} \rangle(\vec{n})$  de la force en fonction de l'orientation  $\vec{n}$  des contacts. Il a été montré que la résistance des milieux granulaires au cisaillement résulte essentiellement des anisotropie de contact et de force.

Le désordre granulaire conduit à une distribution très hétérogène des forces de contact. Cette anisotropie peut être observée à l'aide des images photoélastiques. Les simulations permettent de calculer directement les forces de contact et de les visualiser comme on peut en voir un exemple sur la figure 2.16. On observe des contacts qui portent une force beaucoup plus grande que la force moyenne alors qu'un grand nombre de contacts portent une très faible force. La figure 2.17 montre la densité de probabilité des forces obtenues par la prise d'empreinte des forces aux contacts entre un milieu granulaires les parois d'une boîte Mueth et al. (1998). Le nombre de forces supérieures à la force moyenne décroît exponentiellement avec la force. Les forces inférieures à la force moyenne présentent une distribution pratiquement uniforme. Le nombre de forces ne diminue pas lorsque la force tend vers zéro. Il est donc possible de diviser le réseau des contacts en un réseau faible, composé des forces inférieures à la force moyenne, et un réseau fort, composé des forces supérieures à la force moyenne. Cette partition des contacts selon leurs forces peut être mise sur une base solide en considérant les anisotropies des contacts et des forces. Il apparaît alors que les contraintes déviatoriques sont principalement transmises par le réseau fort qui contient près de 40% de contacts.



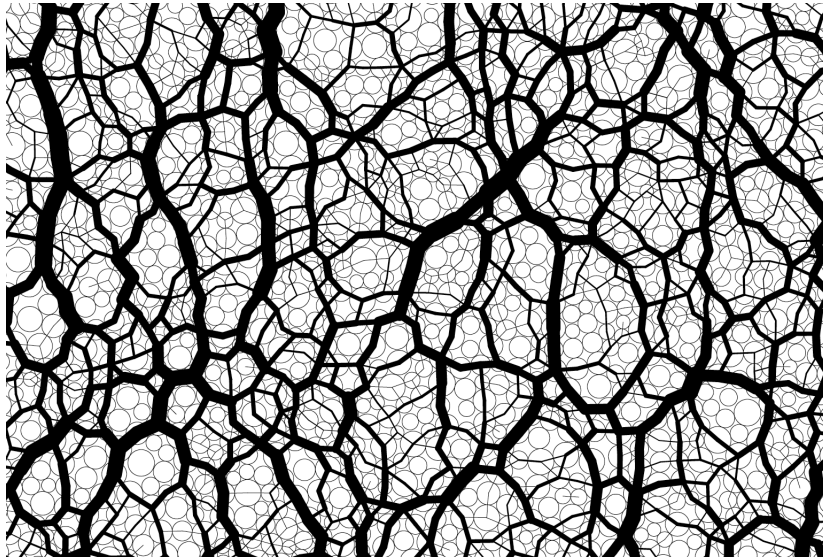


FIGURE 2.16 – Les chaînes de force dans un milieu granulaire. L'épaisseur des traits est proportionnelle à la force normale aux contacts entre particules.

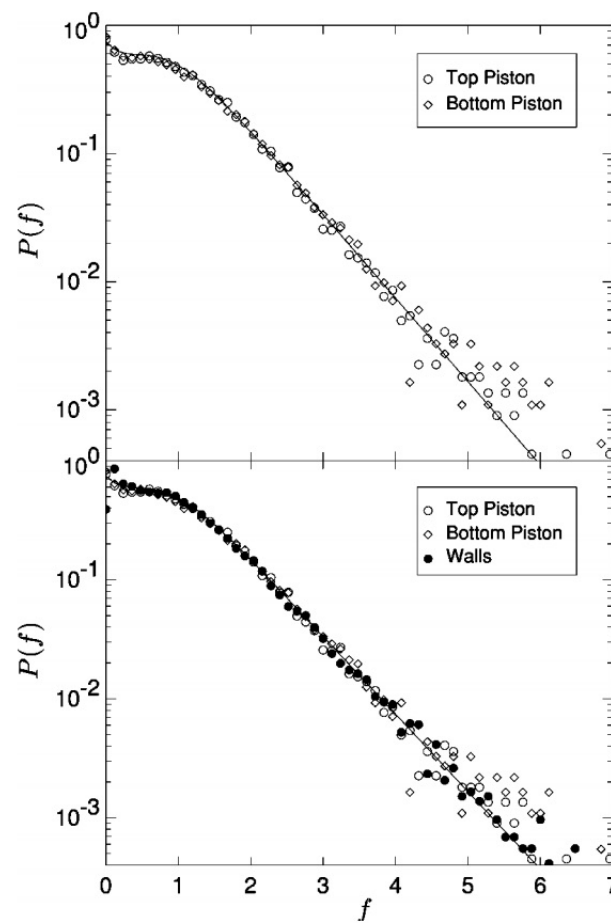


FIGURE 2.17 – La densité de probabilité des forces normales dans un milieu granulaire obtenue par la technique de prise d'empreinte par papier carboné (Mueth et al. (1998)).



## 2.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté, dans un premier temps, les principaux aspects biologiques de la croissance racinaire en distinguant la croissance en longueur, radiale, le branchement ainsi que les différentes parties de la structure racinaire (spécifiquement la zone de croissance). Nous avons vu d'autre part la classification et les types des racines et leurs fonctionnement. Cette synthèse bibliographique sur les racines nous permet de fournir les éléments de base nécessaires à leur modélisation numérique dans le cadre de cette thèse. Nous avons ensuite présenté les différents modèles mécaniques du système sol-racines. On a vu que ces modèles ne prennent pas en compte la croissance des racines et son effet à long terme sur les propriétés du sol et de l'interface sol-racines.

Nous avons ensuite présenté certains aspects des sols granulaires. Les avons passé brièvement en revue le comportement macroscopique et les interactions entre grains. A travers cette description on peut voir que la réponse mécanique des sols granulaires dépend crucialement de leur état induit par l'histoire des déformations et qu'il existe un seul état, appelé "état critique", qui ne dépend que de la nature du matériau granulaire. Nous avons ensuite discuté de la texture granulaire et de la transmission des contraintes. La distribution hétérogène des forces est particulièrement importante pour les interactions entre une racine et un milieu granulaires. ces hétérogénéités sont intrinsèques aux milieux granulaires. Dans le cas des sols cohésifs, les grains peuvent se trouver dans des configurations encore plus variées, avec des pores de tailles variées et des distributions plus larges des forces. De même, la polydispersité de taille contribue à rendre la texture granulaire encore plus hétérogène.

Nous allons revisiter les interactions entre grains au chapitre suivant consacré à la modélisation numérique. Les études réalisées dans le cadre de cette thèse seront limitées aux interactions entre une racine et un matériau granulaire avec son hétérogénéité intrinsèque. Nous considérons uniquement les interactions mécaniques et sans rétroaction du sol sur la croissance de la racine de manière à pouvoir quantifier les interactions sol-racines dans un espace paramétrique limité. Nous allons ainsi nous concentrer sur la flexibilité de la racine, d'une part, et sur les tailles des grains, la compacité et la cohésion, d'autre part.



# MODÉLISATION NUMÉRIQUE

---

*« Si vous voulez trouver les secrets de  
l'univers, pensez en termes de fréquences,  
d'énergies et de vibrations »*

---

Nikola Tesla

## Sommaire

---

3.1 Introduction . . . . .	36
3.2 Méthode des Elements Discrets . . . . .	36
3.3 Modélisation des interactions locales . . . . .	39
3.4 Mise en oeuvre de l'algorithme et optimisation . . . . .	49
3.5 Modèle de croissance de racines . . . . .	58
3.6 Conclusion . . . . .	67

---

### 3.1 Introduction

Nous avons pu voir dans le chapitre précédent que différents paramètres modifient la façon dont la racine explore son environnement en cours de croissance. Ces paramètres jouent un rôle important sur la vitesse de croissance élongationnelle et radiale, l'apparition de branchements, et de manière plus macroscopique l'architecture racinaire... Dans notre étude, une hypothèse de base sera que la microstructure d'un sol granulaire ainsi que les forces appliquées au niveau de la coiffe racinaire ont une incidence majeure sur la variabilité des racines.

Ce chapitre essentiellement méthodologique décrit la modélisation et la simulation du sol et des racines à partir de la méthode des Elements Discrets ou Dynamique Moléculaire [Allen and Tildesley \(1987\)](#). Comme on a pu l'évoquer dans le chapitre précédent, cette méthode consiste à simuler la trajectoire d'une collection de particules (ou grains) ainsi que leurs interactions telles que contact, frottement, collisions... Elle a été initialement introduite dans le contexte de la modélisation à l'échelle des interactions entre molécules, puis elle a été adaptée par [Cundall and Strack \(1979\)](#) pour les milieux athermiques, c'est à dire pour lesquels les effets liés au contact et au frottement prédominent sur ceux liés au mouvement brownien.

La deuxième section décrit succinctement le principe général de la méthode ainsi que les étapes du calcul. On précise également la façon dont on décrit la cinématique du milieu granulaire. Dans la troisième section on présente quelques modèles d'interactions locales permettant de rendre compte du contact, frottement et de la cohésion. La section suivante traite des techniques de mise en oeuvre de l'algorithme ainsi que son optimisation. Cette section se termine par un exemple de simulation pour la réalisation d'un échantillon de sol granulaire. Enfin, la cinquième section est le coeur de ce chapitre. Elle présente en détail le modèle racine en éléments discrets développé au cours de cette thèse ainsi qu'un premier exemple de croissance dans un matériau granulaire.

### 3.2 Méthode des Elements Discrets

La méthode des Elements Discrets (DEM) ou dynamique moléculaire [Allen and Tildesley \(1987\)](#) consiste à simuler la trajectoire d'une collection de particules (ou grains) ainsi que leurs interactions telles que contact, frottement, collisions... Elle est à la fois simple, souple et générale. Cette méthode initialement introduite dans le contexte de la modélisation à l'échelle de interactions entre molécules a été adaptée par [Cundall and Strack \(1979\)](#) pour les milieux athermiques, c'est à dire pour lesquels les effets liés au contact et au frottement prédominent sur ceux liés au mouvement brownien.

### 3.2.1 Principe de l'algorithme

L'algorithme de la DEM s'appuie sur les hypothèses suivantes :

- les particules sont rigides
- les particules sont autorisées à s'interpénétrer, c'est à dire se chevaucher faiblement au niveau des points de contact
- l'interpénétration est liée aux forces de contact par des lois de comportement continues (ou régulières)
- les conditions de glissement entre les particules sont données par la loi de Mohr Coulomb régularisée

Dans ce document on ne considèrera que la modélisation de systèmes bidimensionnels. L'extension au cas 3D ne pose pas de problème fondamental mais n'a pas été abordé dans cette thèse car il conduirait à des temps calculs beaucoup plus longs. Dans ces conditions à chaque pas de temps  $\Delta t$  les déplacements des grains peuvent être obtenus par intégration des équations de Newton pour chaque grain  $i$  :

$$m_i \frac{d^2 x_i}{dt^2} = \sum_j F_{ji} \cdot \vec{x} \quad (3.1)$$

$$m_i \frac{d^2 y_i}{dt^2} = \sum_j F_{ji} \cdot \vec{y} - m g \quad (3.2)$$

$$J_i \frac{d^2 \theta_i}{dt^2} = \sum_j R_j F_{ji} \cdot \vec{r}_{ji} + M_{ji} \quad (3.3)$$

Avec  $m_i$  la masse du grain  $i$ ,  $J_i$  son moment d'inertie,  $(x_i, y_i, \theta_i)$  ses coordonnées et son angle de rotation par rapport à  $\vec{x}$ ,  $g$  l'accélération de la pesanteur. Les nouvelles positions des grains seraient obtenues directement si ils ne se gênaient pas mutuellement. Les effets des interactions telles que contact, frottement, liaisons capillaires ou cimentaires sont évalués à chaque pas de temps et interviennent à travers  $F_{ij}$  et les moments  $M_{ji}$ . On notera que ces derniers doivent intégrer également les interactions avec les bords du domaine et avec les éléments racinaires.

### 3.2.2 Etapes d'un calcul DEM

Trois étapes principales interviennent dans la mise en oeuvre d'études numériques en Eléments Discrets [Frenkel and Smit \(1996\)](#) :

- Un **pré-traitement** qui consiste à spécifier l'ensemble des paramètres nécessaires à l'initiation de la simulation. Cet état initial joue un rôle très important dans la qualité des

simulations effectuées. On doit préciser par exemple la géométrie des grains (2D ou 3D) et leur organisation spatiale au temps  $t = 0$  en donnant leurs coordonnées individuelles. On spécifie les caractéristiques physiques de l'échantillon (masses des grains, loi de cohésion et critère de rupture, lois de contact et de frottement...) ainsi que les conditions aux limites du domaine et les efforts ou déplacements extérieurs appliqués.

- Le **calcul** est ensuite exécuté en appliquant à chaque pas de temps  $dt$  deux étapes. 1) le calcul des efforts en fonction des déplacements des grains obtenus au temps précédent. Ces déplacements sont déterminés à partir des grandeurs cinématiques (position, vitesse et accélération). 2) la mise à jour des grandeurs cinématiques en intégrant les équations de la dynamique (eq. 3.3) par un schéma aux différences finies. Pour cela, on utilise les efforts calculés à l'étape précédente ainsi que les valeurs des grandeurs cinématiques calculées au pas de temps précédent.
- Enfin, l'étape de **post-traitement** consiste à extraire à partir des informations issues du calcul précédent des grandeurs numériques spatiales ou temporelles, graphiques, films de l'évolution du système...

### 3.2.3 Paramétrisation des grains et cinématique

Dans un souci de simplicité on présente la description du système en ne considérant dans un premier temps que des disques. On note le référentiel global  $(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  d'origine  $O$  et de base orthonormée  $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  (figure 3.1). Pour un disque  $i$ , on note  $C_i$  son centre,  $R_i$  son rayon,  $m_i$  sa masse. Le repère  $(\vec{x}_i, \vec{y}_i, \vec{z})$  est attaché au grain  $i$  au point  $C_i$  donné par  $\overrightarrow{OC_i} = \vec{r}_i$ . A l'instant initial, on suppose que les vecteurs de base sont confondus avec ceux du repère global. La rotation du grain  $i$  par rapport au référentiel macroscopique est repérée par l'angle  $\theta_i$  ( $\theta_i = \widehat{(\vec{x}, \vec{x}_i)}$ ). La vitesse d'un point  $P$  est notée  $\vec{v}(P) = \frac{d}{dt} \overrightarrow{OP}$ . Les vitesses des grains sont notées  $\vec{v}_i = \vec{v}(C_i) = \frac{d\vec{r}_i}{dt}$ , leur vitesse angulaire  $\omega_i = \frac{d}{dt} \theta_i$ .

Le repère "d'interaction"  $(\vec{n}_{ij}, \vec{t}_{ij}, \vec{z})$  est défini, pour deux grains  $i$  et  $j$ , par :

$$\vec{n}_{ij} = -\frac{\vec{r}_{ij}}{\|\vec{r}_{ij}\|} \quad (3.4)$$

$$\vec{t}_{ij} = \vec{z} \wedge \vec{n}_{ij} \quad (3.5)$$

Avec  $\vec{r}_{ij} = \overrightarrow{C_i C_j}$ . Par souci de simplicité, on notera quand il n'y aura pas d'ambiguïté  $\vec{n}_{ij} = \vec{n}$  et  $\vec{t}_{ij} = \vec{t}$ .

La distance normale qui sépare deux grains  $i$  et  $j$  est notée  $\delta_{n_{ij}}$  ( $\delta_n$  quand il n'y a pas d'ambiguïté). Elle est définie géométriquement par :

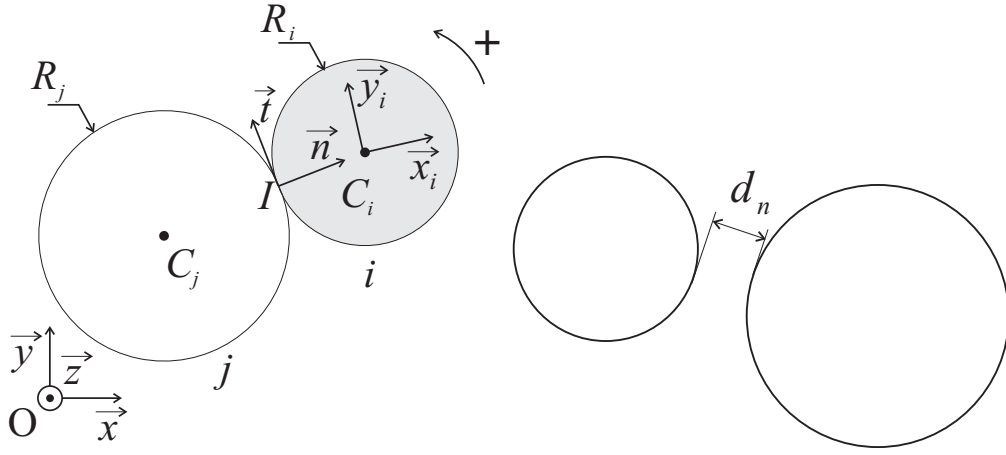


FIGURE 3.1 – Notations utilisées

$$\delta_n = \|\vec{r}_{ij}\| - (R_i + R_j) \quad (3.6)$$

Si les deux grains s'interpénètrent  $\delta_n < 0$ , si ils sont exactement au contact  $\delta_n = 0$  et dans le cas où ils ne se touchent pas  $\delta_n > 0$ . La détermination de l'effort normal résultant est basée sur le calcul de la distance normale  $\delta_n$ .

Enfin pour décrire la cinématique des grains on note la vitesse  $\vec{v}(I_i)$  d'un point matériel  $I_i$  appartenant au bord du disque  $i$ . Le champ de vitesse associé à ce corps rigide est alors donné par :

$$\vec{v}(I_i) = \vec{v}_i + \overrightarrow{I_i C_i} \wedge \omega_i \vec{z} \quad (3.7)$$

Les composantes normale et tangentielle de la vitesse relative du point  $I_i$  par rapport au point  $I_j$  s'écrivent :

$$\dot{\delta}_n = (\vec{v}(I_i) - \vec{v}(I_j)) \cdot \vec{n} = (\vec{v}_i - \vec{v}_j) \cdot \vec{n} \quad (3.8)$$

$$\dot{\delta}_t = (\vec{v}(I_i) - \vec{v}(I_j)) \cdot \vec{t} = (\vec{v}_i - \vec{v}_j) \cdot \vec{t} - (R_i \omega_i + R_j \omega_j) \quad (3.9)$$

où  $\dot{\delta}_n$  est la vitesse normale de rapprochement des grains et  $\dot{\delta}_t$  est la vitesse de glissement d'un grain par rapport à l'autre.

### 3.3 Modélisation des interactions locales

Dans cette section on décrit le principe de modélisation des interactions dans le contexte des éléments discrets et on donne quelques modèles adaptés à la prise en compte du contact,

du frottement et de la cohésion capillaire et cimentaire.

### 3.3.1 Modèle de contact sans frottement

De manière générale l'interaction de contact peut être décrite à partir d'une composante normale, tangente et un moment. En l'absence de frottement seule la force normale persiste. Le contact entre particules peut se formaliser de la manière suivante. Si deux grains se touchent ( $\delta_n < 0$ ) la force de répulsion est positive. Dans le cas contraire cette force est nulle. Cette loi, appelée "*conditions de Signorini*" est qualifiée de non régulière car elle décrit le comportement de grains parfaitement rigides mais ne permet pas de déterminer à elle seule la force de contact. En effet celle-ci dépend des autres grains et de l'histoire du chargement<sup>1</sup>. Dans le cadre de la DEM on considère que les grains sont légèrement déformables au niveau des contacts. Ceci permet de résoudre le problème de l'indetermination de la force et rend la loi régulière.

On décompose en général la composante normale de la loi de contact en trois contributions principales :

$$F_n = F_n^e + F_n^d + F_n^c \quad (3.10)$$

Où  $F_n^e$  est la force de répulsion traduisant l'élasticité du contact,  $F_n^d$  est une force de viscosité qui amorti la restitution d'énergie lors des chocs,  $F_n^c$  est la contribution des forces de cohésion (si elles existent). Il faut noter que cette dissipation d'énergie au contact est une caractéristique intrinsèque des matériaux granulaires et doit être prise en compte dans les modèles. Enfin, bien que généralement associée à une perte d'énergie cinétique des grains il est possible, en prenant en compte des variables traduisant l'histoire de la déformation, d'intégrer la plasticité du contact.

### Loi de Hertz

La loi de Hertz ([Hertz \(1882\)](#); [Brilliantov et al. \(1996\)](#)) permet de modéliser les interactions élastiques entre deux sphères (ou entre deux disques en 2D) [Johnson \(1985\)](#). Cette loi non linéaire relie la force de contact et la déformation élastique et suppose que la zone déformée reste de faible extension.

Celle-ci s'exprime sous la forme :

$$F_n^e = \frac{E\sqrt{2a}}{3(1-\nu^2)} \delta_n^{\frac{3}{2}} \quad (3.11)$$

où  $E$  est le module de Young des grains,  $\nu$  est leur coefficient de Poisson.

---

1. On peut noter que la méthode de Dynamique des Contacts ([Moreau \(2000\)](#); [Jean \(1999\)](#); [Radjai \(1998\)](#)) est capable de résoudre ce problème grâce à une résolution implicite.



La loi de Hertz est couramment utilisée lorsque le contact a une influence significative sur le comportement du matériau, par exemple quand on s'intéresse aux propriétés acoustiques (Tournat et al. (2004a,b)) ou à la rigidité globale d'empilements quasi-statiques fortement confinés (Agnolin and Roux (2007b)). A titre d'illustration, la figure 3.2a montre pour des grains photo-élastiques la localisation des contraintes au niveau du contact. La figure 3.2b illustre ce que serait la déflexion au contact si les grains étaient réellement déformables et le chevauchement équivalent  $\delta_n$  considéré dans le calcul. L'illustration du chevauchement dans cette dernière figure, est exagérée. Il va sans dire que pour pouvoir considérer dans les calculs que les grains sont rigides l'interpénétration doit être faible devant le rayon des grains. Un bon compromis est donc nécessaire entre les forces de confinement appliquées au système et la rigidité des contacts. On verra par la suite que ce choix n'est pas forcément aisé dans la mesure où une augmentation de la rigidité des grains conduit à la diminution du pas de temps.

## Loi élastique linéaire

Pour des matériaux faiblement confinés, il est classique d'utiliser une approximation linéaire du contact. Dans ce type de modélisation on suppose que le contact se comporte comme un ressort dont l'élongation évolue en fonction de  $-\delta_n$  lors que  $\delta_n < 0$  :

$$F_n^e = \begin{cases} -K_n \delta_n & \text{si } \delta_n < 0 \\ 0, & \text{si } \delta_n \geq 0 \end{cases} \quad (3.12)$$

Où  $K_n$  est la constante de raideur normale.

Cette relation décrit la force élastique de contact à la distance normale par une relation fonctionnelle est appelée *conditions de Signorini régularisées* (figure 3.3a). C'est cette approche qui sera utilisée dans la suite du mémoire.

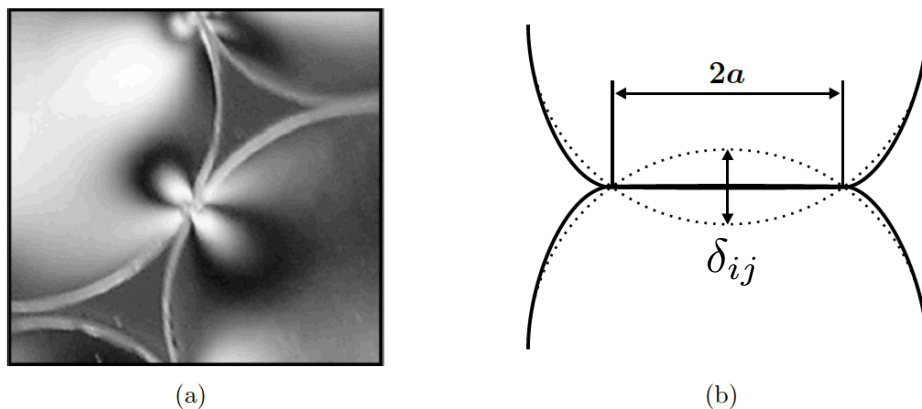


FIGURE 3.2 – (a) Vue photo-élastique des contraintes dans un disque comprimé; (b) Schématisation de l'interpénétration Richefeu (2006).

Le terme dissipatif  $F_n^d$  peut être calculé par la formule suivante :

$$F_n^d = \begin{cases} -2\alpha_n \sqrt{mK_n} \dot{\delta}_n & \text{si } \dot{\delta}_n < 0 \\ 0, & \text{si } \dot{\delta}_n \geq 0 \end{cases} \quad (3.13)$$

Où  $m = (m_i m_j) / (m_i + m_j)$  est la masse relative des deux grains  $i$  et  $j$ ,  $\alpha_n$  est la constante de dissipation visqueuse entre 0 and 1 (on notera que  $\sqrt{mK_n}$  est une valeur critique d'amortissement qui sera précisée dans la section 3.4.2 ci-dessous).

Le dernier terme  $F_n^c$  dans l'équation 3.10 est la force de cohésion. Cette force attractive fait l'objet de modélisations spécifiques que l'on doit adapter aux différents phénomènes physiques à l'origine des liaisons au niveau du contact. Quelques modèles seront précisés ci-dessous (section 3.3.3).

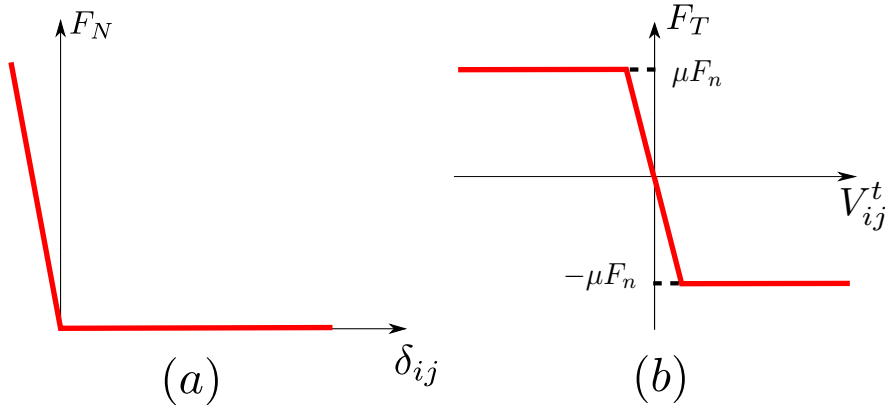


FIGURE 3.3 – (a) Loi de contact linéaire ; (b) loi de Coulomb régularisée

### 3.3.2 Lois de frottement

Lors d'une collision non frontale entre deux disques sans cohésion, la force normale d'interaction est positive, mais ce contact induit une force tangentielle qui dépend des propriétés de surface des corps impliquées (rugosité, humidité, cohésion...). Les grains étant solides, il est a priori raisonnable de modéliser les forces entre grains par la loi de Coulomb. Si les grains ne glissent pas l'un par rapport à l'autre, la valeur de la force tangente  $F_t$  est inférieure ou égale à un seuil de glissement  $\mu F_n$  proportionnel à la force normale de contact ;  $\mu$  est le coefficient de frottement statique (frottement de Coulomb). Ce seuil de glissement représente l'amplitude maximale que peut avoir la force tangente due au frottement.

Dans le cas sans cohésion, une des façons les plus simple de modéliser le frottement est de considérer comme variable cinématique la vitesse relative tangente entre les grains  $\dot{\delta}_t$  :

$$\begin{cases} \vec{F}_t = -\mu F_n \operatorname{sgn}(\dot{\delta}_t) & \text{si } |\dot{\delta}_t| > 0 \\ \|\vec{F}_t\| < \mu F_n & \text{si } \dot{\delta}_t = 0 \end{cases} \quad (3.14)$$

Comme pour le contact, il existe des valeurs  $\dot{\delta}_t$  pour lesquelles la force est indéterminée. C'est le cas par exemple, pour  $F_t < \mu F_n$  ou nous savons uniquement que la norme de  $F_t$  est comprise entre 0 et  $\mu F_n$  [Djouwe Meffeja \(2012\)](#). Pour éviter ce problème qui conduirait à des instabilités numérique il est classique de régulariser la loi de Coulomb (voir figure 3.3b) en introduisant un coefficient de régularisation tangentiel  $K_t$  qui a la dimension d'une viscosité (Figure 3.3) :

$$\vec{F}_t = -\min(K_t |\dot{\delta}_t|, \mu F_n) \operatorname{sgn}(\dot{\delta}_t)$$

En présence de cohésion, la force  $F_n$  peut être négative. En notant  $F_{coh}$  le terme qui correspond à la contribution des forces attractives on obtient une loi de Coulomb modifiée (Figure 3.4) :

$$\vec{F}_t = -\min(K_t |\dot{\delta}_t|, \mu(F_n + F_{coh})) \operatorname{sgn}(\dot{\delta}_t)$$

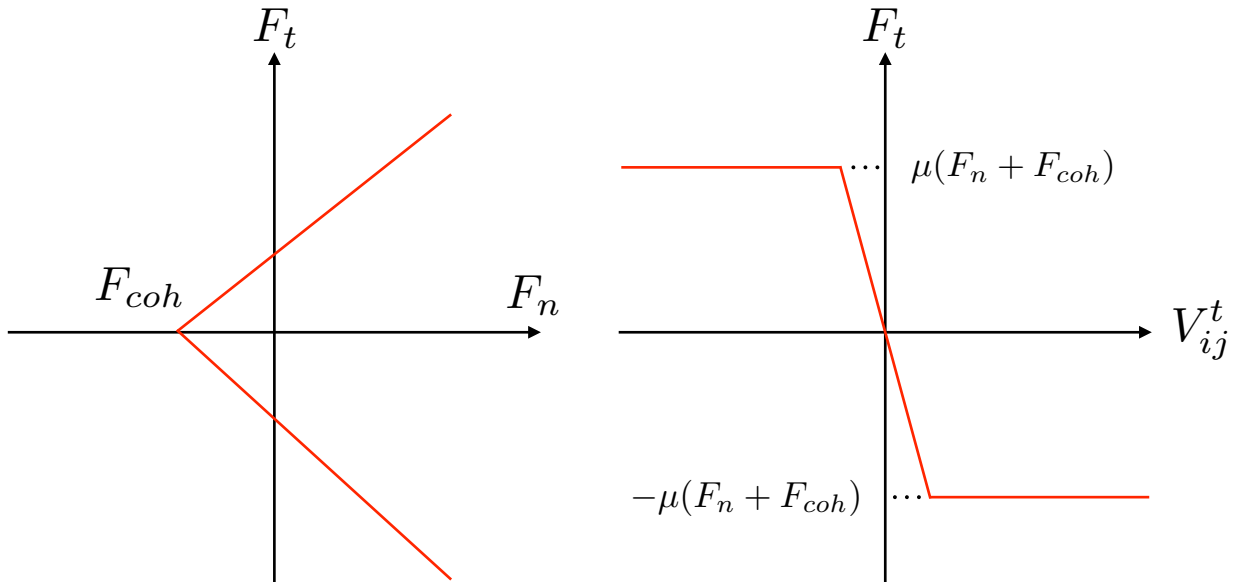


FIGURE 3.4 – (Loi de frottement de Coulomb avec Cohésion)

On peut noter que bien que largement utilisée dans la modélisation des systèmes dynamiques, la régularisation effectuée dans la loi de cohésion peu poser problème pour les sys-

tèmes statiques où la vitesse de glissement entre grains est faible. En effet elle peut conduire à des forces tangentielles nulles ce qui est contraire à l'expérience.

Il est possible de régulariser la loi de Coulomb non pas par un amortisseur visqueux mais par un ressort (éventuellement amorti) qui s'oppose au déplacement tangentiel. La force tangentielle de régularisation est alors donnée par :

$$F_t = -K_t \delta_t - \gamma_t \dot{\delta}_t \quad (3.15)$$

Où  $\gamma_t$  est une constante d'amortissement et  $\delta_t$  est la déformation tangentielle au niveau du contact.

### 3.3.3 Lois de cohésion

Des forces de cohésions se manifestent souvent dans les matériaux granulaires fins et jouent un rôle majeur dans la résistance mécanique de ces milieux. Ces forces peuvent avoir différentes natures physiques. Il peut s'agir par exemple de forces de van der Waals, électrostatiques, capillaires ou de ponts cimentaires créant des liaisons solides. Dans cette section on présente quelques modèles de lois de cohésion pouvant être utile pour notre étude.

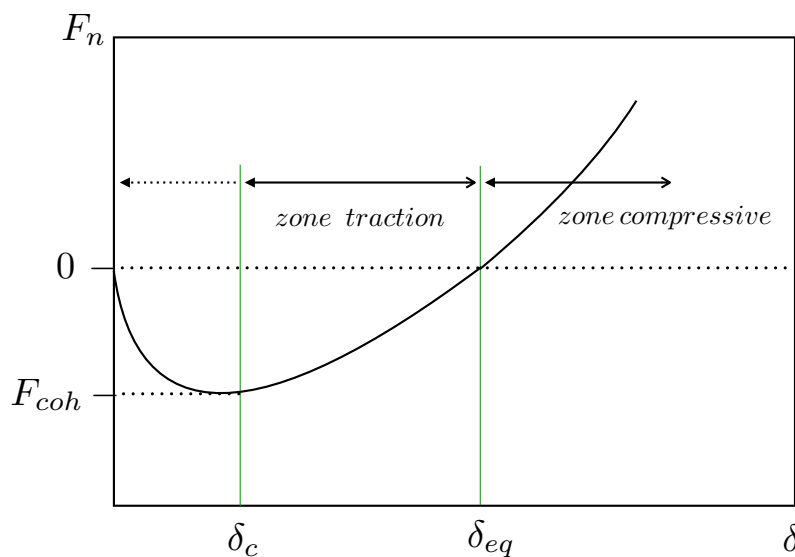


FIGURE 3.5 – Evolution de la force normale en fonction de l'interpénétration  $\delta$  entre deux particules.

### Modèle de JKR

Un modèle de cohésion facile à mettre en oeuvre consiste à ajouter une force d'adhésion entre les particules. Ceci peut s'avérer utile pour tenir compte d'interactions électrostatiques

par exemple. Il s'agit d'une implémentation simplifiée du modèle JKR largement utilisé en mécanique du contact (Johnson (1985)). L'adhésion se traduit par une résistance à la séparation des particules dans la direction normale. Cette force d'adhésion est proportionnelle à largeur  $2a$  de recouvrement (Figure 3.2), c.à.d à  $\sqrt{R\delta_n}$ , où  $R$  est le rayon réduit des deux particule de rayon  $R_1$  et  $R_2$  ( $R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ ), et  $\delta_n$  est le chevauchement entre ces deux particules déterminé par la formule :

$$F_{coh} = -\gamma\sqrt{R\delta_n} \quad (3.16)$$

avec  $\gamma$  l'énergie d'adhésion surfacique (ou linéique en 2D). La position d'équilibre  $\delta_{eq}$  entre deux particules en contact, c.à.d sans effort extérieur appliqué et correspond à un effort d'interaction nul, est donné par :  $\delta_{eq} = R\gamma^2/K_n^2$ . De part de d'autre de cette valeur, le contact peut se développer des efforts de traction pour des valeur de  $\delta$  plus petit que  $\delta_{eq}$ , ou des efforts de compression pour des valeur de  $\delta$  plus grand que  $\delta_{eq}$  (Figure 3.5). Il est également intéressant de caractériser la force minimale dans la liaison, qui correspond à un effort critique de liaison, dans les conditions quasi-statique cet effort est égale à :

$$F_{coh} = -\frac{R\gamma^2}{4K_n} \quad (3.17)$$

Cette force est atteinte pour une interpénétration  $\delta_c : R\gamma^2/4k_n^2$ . Par conséquent le contact entre les particules peut supporter une force de traction lorsque la valeur de l'interpénétration  $\delta$  est entre  $]\delta_c, \delta_{eq}[$ . La rupture de liaison est obtenue pour  $\delta = \delta_c$  sous l'effet d'une force appliquée équivalente à  $F_{coh}$ .

## Cohesion capillaire

La cohésion capillaire joue un rôle important dans les sols non saturé. Outre le renforcement des propriétés mécaniques elle intervient dans des phénomènes naturels d'agglomération et de formation d'agrégats. Pour les faibles teneurs en eau l'eau se localise au niveau des contacts entre grain produisant des ponts liquides de faible extension et générant interactions binaires.

La force capillaire dépend à la fois de paramètres physiques tels que l'angle de mouillage et la tension superficielle, et de paramètres de configuration ou de composition tels que la granularité, l'arrangement et la teneur en eau. Elle se présente comme une fonction décroissante de la distance interparticule. Dans le cas de matériaux monodisperses (grains de même taille), plusieurs auteurs ont étudié la relation entre la force capillaire et la géométrie du pont liquide (Haines (2009); Fisher (2009)).

La géométrie du pont liquide, décrite par l'équation de Laplace-Young, est plutôt complexe.

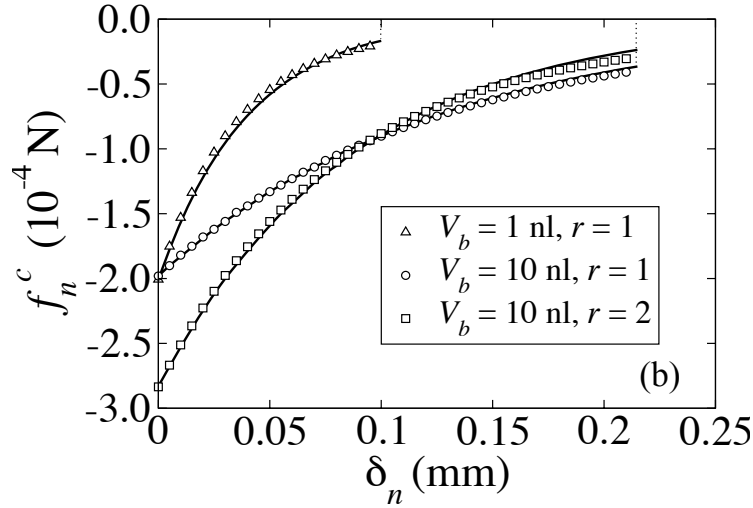


FIGURE 3.6 – Force capillaire entre deux particules en fonction de  $\delta_n$ . Le calcul est effectué pour trois valeurs du volume du pont et du rayon réduit  $r$  (trait plein) et comparé à l'intégration de l'équation de Laplace-Young (points).

La plupart des études utilisent l'approximation toroïdale qui suppose une interface liquide-air de courbure circulaire. En utilisant cette approximation, une expression de la force capillaire en fonction de la distance interparticule a été proposée par Israelachvili [Israelachvili \(1992\)](#). Une très bonne approximation du profil du pont liquide peut être déterminée par la résolution numérique de l'équation de Laplace-Young ([Lian et al. \(1993\)](#); [Mikami et al. \(1998\)](#)). Néanmoins

Une relation simplifiée adaptée à la simulation DEM a été proposée par [Richefeu et al. \(2006, 2007\)](#) :

$$F = \begin{cases} -\kappa\sqrt{R_1 R_2} & \text{pour } D < 0 \\ -\kappa\sqrt{R_1 R_2}e^{-D/\lambda} & \text{pour } 0 \leq D \leq D_{rupture} \\ 0 & \text{pour } D > D_{rupture} \end{cases} \quad (3.18)$$

où le préfacteur  $\kappa$  est donné par  $\kappa = 2\pi\sigma \cos \theta$  ([Willett et al. \(2000\)](#); [Bocquet et al. \(2002\)](#); [Fournier et al. \(2005\)](#)), et  $\lambda = \lambda(V, R_1, R_2)$  exprime une échelle de longueur qui gouverne la décroissance exponentielle de la force capillaire en fonction de la distance normale ([Richefeu et al. \(2007\)](#)). Cette nouvelle expression explicite donne également une excellente approximation de la force capillaire obtenue par intégration de l'équation de Laplace-Young (figure 3.6).

## Cohesion cimentaire

La prise en compte d'un liant solide entre les grains est importante pour de nombreux problèmes. Le béton, certaines roches cimentées telles que les grès ou les roses des sables, l'albumen de blé (constitué de granules d'amidon liées entre elles par une matrice protéique)... sont des exemples de matériaux granulaires cimentés. Dans les sols naturels la précipitation de solutés ou la présence de certaines bactéries peut conduire à une cimentation des grains entre eux.

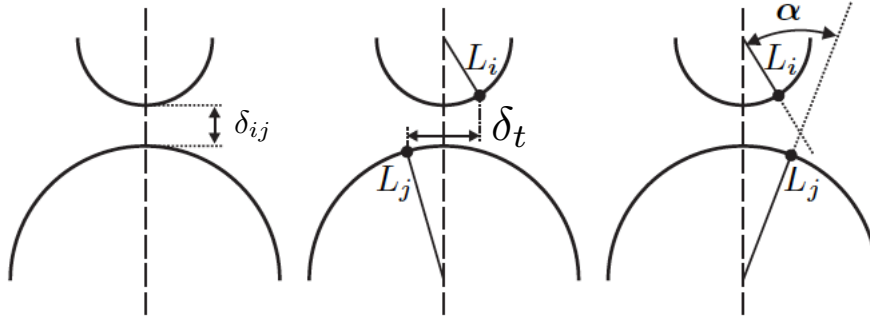


FIGURE 3.7 – Degrés de liberté d'un joint solide. Les points  $L_i$  et  $L_j$  sont des points matériels dont les positions (initialement confondues) sont suivies au cours du temps [Richefeu \(2006\)](#).

Un modèle de cohésion solide (ou cimentaire) consiste à introduire des liens cohésifs attachés aux deux grains en contacts [Delenne \(2002\)](#). Le comportement du joint solide ainsi créé peut être découpé en trois degrés de liberté : une distance normale  $\delta_{ij}$  suivant la direction normale d'interaction, une distance tangentielle  $\delta_t$  dans la direction perpendiculaire (Figure 3.1), et une rotation  $\alpha$  d'axe normal sur le plan des grains en 2D (Figure 3.7). Ces actions mécaniques correspondent respectivement à la force normale  $F_n$ , la force tangentielle  $F_t$  et au moment  $M_\alpha$  (la rotation du grain autour de son centre). Un comportement élastique linéaire fragile est attribué au joint pour la traction-compression, le cisaillement et le clivage (solicitation en rotation) avec des raideurs pour chaque action.

Dans le cas de la cohésion solide, le comportement en compression est analogue à celui du contact linéaire mais la raideur normale prend en compte à la fois la résistance en compression du grain et de celle du joint. Le caractère fragile d'un joint solide est établi en définissant les seuils de rupture pour chacune de ces trois actions sollicitations respectivement de traction, de cisaillement et de clivage. Un critère de rupture a été proposé par [Delenne et al. \(2004\)](#). Il s'agit d'une surface de charge limite de type paraboloïde définie à partir des seuils de rupture (Figure 3.8) :

$$\zeta(F_n, F_t, M_\alpha) = \left( \frac{F_t}{F_t^{rupt}} \right)^2 + \left( \frac{M_\alpha}{M_\alpha^{rupt}} \right)^2 + \frac{F_n}{F_n^{rupt}} + 1 \quad (3.19)$$

La rupture intervient lorsque le point de l'état de sollicitation de la liaison cohésive se trouve sur la surface limite de rupture, c.à.d lorsque  $\zeta = 0$ .

### 3.3.4 Améliorations possibles de la modélisation du sol granulaire

Comme on le verra par la suite l'objectif de cette thèse est de préciser le comportement de racines aux propriétés mécaniques très contrastées croissant dans des milieux granulaires frottant ou cohésifs et avec des états initiaux lâches ou denses. Ces études paramétriques nécessi-

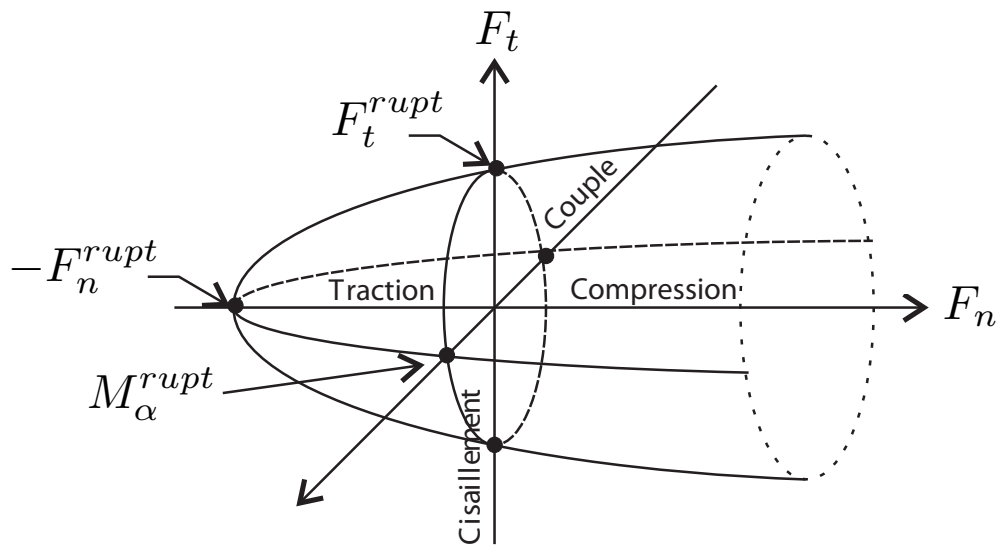


FIGURE 3.8 – Surface limite de rupture d'un joint solide [Delenne et al. \(2004\)](#).

tant un très grand nombre de simulations nous nous sommes limité à des modèles simples pour limiter les temps de calcul. On peut noter que l'utilité d'un modèle dépend du problème étudié. Chaque élément de complexité qui peut être introduit dans le modèle a un coût en terme de temps de calcul, de programmation et en d'interprétation des résultats. Avant de complexifier un modèle, il faut s'assurer que les ajouts ont une utilité pour sa résolution.

Il est tout de même intéressant de préciser quelques éléments qui pourront être pris en compte dans le futur.

### Simulations 3D

Des simulations 3D ne posent pas de difficultés théoriques et ont largement développées dans par le passé. Néanmoins il ne faut pas négliger le coût en terme de temps de calcul. Ce coût à plusieurs origines : 1) pour des sphères le nombre de degrés de liberté à considérer est de 6 au lieu de 3 en 2D ; 2) Une boîte remplie d'environ  $100 \times 100$  grains en contiendra un million en 3D ; le pas de temps dépend de la masse des grains qui est à même diamètre et densité plus petite en 3D qu'en 2D. Le passage au 3D nécessitera l'accès à des ressources de calcul importantes et dans ce contexte le développement de codes de calcul parallèles pourrait être un atout non négligeable.

### Grains non-sphériques

La forme des particules joue un rôle important dans le comportement des matériaux granulaires. Plusieurs études ont été réalisées dans la littérature pour tenir compte de formes plus



complexes que la sphère ou le disque.

Il est possible par exemple d'utiliser une agrégation de particules sphérique [Lu and McDowell \(2006\)](#) qui peut être obtenue en ajoutant des liaisons cimentaires qui peuvent casser telles que celles présentées à la section 3.3.3. Une autre façon de procéder est de considérer un agrégat rigide [Mutze \(2006\)](#). Dans ce cas la force totale sur l'agrégat est directement la résultante des forces sur toutes les particules.

D'autres méthodes consistent à traiter directement les formes complexes des grains. Les grains sont souvent des polygones ([Kun and Herrmann \(1999\)](#); [Pöschel and Schwager \(2005\)](#); [Karrech et al. \(2008\)](#)). Les contacts entre ces polygones peuvent se faire suivant différents scénarios, donc l'implémentation de ces modèles est difficile. Par exemple, il peut y avoir des contacts entre pointe et face, entre deux surfaces ou même entre deux pointes. Pour éviter ces problèmes de modélisation, certains modèles utilisent des objets qui sont les sommes de Minkowski d'un polygone avec un cercle [Alonso-Marroquín \(2008\)](#), en traçant le périmètre du polygone avec un cercle, les coins des polygones sont donc arrondis. En utilisant ce principe, les contacts deviennent des contacts cercle-cercle ou cercle-plan.

### 3.4 Mise en oeuvre de l'algorithme et optimisation

Pour obtenir la cinématique du milieu granulaire, on utilise des algorithmes d'intégration qui consistent à calculer les valeurs au temps  $t + \Delta t$  des

$$\text{positions } \vec{\mathcal{X}}_i = \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \\ \theta_i \end{pmatrix} \text{ vitesses } \vec{\mathcal{V}}_i = \begin{pmatrix} \dot{x}_i \\ \dot{y}_i \\ \dot{\theta}_i \end{pmatrix} \text{ et accélérations } \vec{\mathcal{A}}_i = \begin{pmatrix} \ddot{x}_i \\ \ddot{y}_i \\ \ddot{\theta}_i \end{pmatrix}$$

à partir des positions, des vitesses et des accélérations, au temps  $t$ .

Les équations de la dynamique sont celles données à la section 3.2 equations 3.3. Les schémas numériques classiquement utilisés pour les méthodes de type DEM sont des schémas aux différences finis explicites. Si l'on suppose une régularité suffisante des grandeurs cinématiques, il est possible d'écrire les développements de Taylor :

$$\begin{aligned} \vec{\mathcal{X}}_i(t + \Delta t) &= \vec{\mathcal{X}}_i(t) + \Delta t \vec{\mathcal{V}}_i(t) + \frac{1}{2} \Delta t^2 \vec{\mathcal{A}}_i(t) + \frac{1}{6} \Delta t^3 \vec{\mathcal{B}}_i(t) + \dots \\ \vec{\mathcal{V}}_i(t + \Delta t) &= \vec{\mathcal{V}}_i(t) + \Delta t \vec{\mathcal{A}}_i(t) + \frac{1}{2} \Delta t^2 \vec{\mathcal{B}}_i(t) + \dots \\ \vec{\mathcal{A}}_i(t + \Delta t) &= \vec{\mathcal{A}}_i(t) + \Delta t \vec{\mathcal{B}}_i(t) + \dots \\ \vec{\mathcal{B}}_i(t + \Delta t) &= \vec{\mathcal{B}}_i(t) + \dots \end{aligned} \tag{3.20}$$

où  $\vec{\mathcal{B}}_i(t)$  est la dérivée troisième du vecteur position.

Parmi les schémas d'intégration, il est possible de distinguer deux types d'approches. 1) Les approches d'intégration "indirectes" qui font intervenir une étape de prédiction des variables cinématiques, puis une étape de correction. 2) Les approches "directes" où les variables cinématiques déterminées directement.

Dans la suite on présente quelques schémas d'intégration classiques. On pourra trouver de plus d'informations à ce sujet dans [Allen and Tildesley \(1989\)](#); [Caillerie et al. \(2001\)](#).

**L'algorithme de prédiction-correction de Gear** [Allen and Tildesley \(1989\)](#) est un schéma d'intégration "indirect" dont les étapes sont décrites ci-dessous :

1. Connaissant les variables cinématiques  $\vec{\mathcal{X}}_i, \vec{\mathcal{V}}_i, \vec{\mathcal{A}}_i, \vec{\mathcal{B}}_i$  au temps  $t$ , les équations 3.20 fournissent une estimation de ces variables au temps  $t + \Delta t$ .
2. Les efforts sont calculés à partir de cette estimation. Les relations 3.3 permettent d'obtenir les nouvelles accélérations  $\vec{\mathcal{A}}_i^c(t + \Delta t)$  qui sont des accélérations "corrigées" par rapport aux estimations précédentes.
3. L'erreur sur l'accélération est donnée par :

$$\Delta \vec{\mathcal{A}}_i(t + \Delta t) = \vec{\mathcal{A}}_i^c(t + \Delta t) - \vec{\mathcal{A}}_i(t + \Delta t) \quad (3.21)$$

A partir de là et en utilisant les valeurs prédites par 3.20, on obtient de nouvelles valeurs corrigées des variables cinématiques :

$$\begin{aligned} \vec{\mathcal{X}}_i^c(t + \Delta t) &= \vec{\mathcal{X}}_i(t + \Delta t) + c_0 \Delta \vec{\mathcal{A}}_i(t + \Delta t) \\ \vec{\mathcal{V}}_i^c(t + \Delta t) &= \vec{\mathcal{V}}_i(t + \Delta t) + c_1 \Delta \vec{\mathcal{A}}_i(t + \Delta t) \\ \vec{\mathcal{A}}_i^c(t + \Delta t) &= \vec{\mathcal{A}}_i(t + \Delta t) + c_2 \Delta \vec{\mathcal{A}}_i(t + \Delta t) \\ \vec{\mathcal{B}}_i^c(t + \Delta t) &= \vec{\mathcal{B}}_i(t + \Delta t) + c_3 \Delta \vec{\mathcal{A}}_i(t + \Delta t) \end{aligned} \quad (3.22)$$

Pour optimiser la convergence les coefficients  $c_0, c_1, c_2, c_3$  doivent être ajustés. Les valeurs initialement proposées par Gear sont disponibles dans [Allen and Tildesley \(1989\)](#). Il est possible d'améliorer la précision en répétant les étapes 2 et 3 autant de fois que nécessaire mais il est souvent plus efficace de baisser légèrement le pas de temps et de ne faire qu'une itération. Une alternative est d'augmenter le nombre de dérivations de la variable  $\vec{\mathcal{X}}$  prises en compte par l'algorithme. Cependant ceci nécessite des étapes de calcul plus longues et une consommation de mémoire plus importante. On peut noter que ce dernier point est plus important qu'il n'y paraît au premier abord. En effet, le calcul peut être largement optimisé si il peut s'effectuer en mémoire cache du processeur. Or cette mémoire d'accès très rapide reste assez limitée (environ 8Mo sur un Intel Core i7 récent).

Les schémas d'intégration "directs" donnent accès aux variables cinématiques au pas de temps suivant  $t + \Delta t$  en une seule étape ; on en donne deux exemples.

L'algorithme de Verlet est selon Allen and Tildesley (1989) un des plus utilisés. En additionnant :

$$\vec{\mathcal{X}}_i(t + \Delta t) = \vec{\mathcal{X}}_i(t) + \Delta t \vec{\mathcal{V}}_i(t) + \frac{1}{2} \Delta t^2 \vec{\mathcal{A}}_i(t) + \frac{1}{6} \Delta t^3 \vec{\mathcal{B}}_i(t) + \vec{o}(\Delta t^4) \quad (3.23)$$

et

$$\vec{\mathcal{X}}_i(t - \Delta t) = \vec{\mathcal{X}}_i(t) - \Delta t \vec{\mathcal{V}}_i(t) + \frac{1}{2} \Delta t^2 \vec{\mathcal{A}}_i(t) - \frac{1}{6} \Delta t^3 \vec{\mathcal{B}}_i(t) + \vec{o}(\Delta t^4) \quad (3.24)$$

les vitesses sont éliminées et on obtient une équation donnant les nouvelles positions :

$$\vec{\mathcal{X}}_i(t + \Delta t) = 2\vec{\mathcal{X}}_i(t) - \vec{\mathcal{X}}_i(t - \Delta t) + \Delta t^2 \vec{\mathcal{A}}_i(t) + \vec{o}(\Delta t^4) \quad (3.25)$$

La vitesse peut être obtenue par :

$$\vec{\mathcal{V}}_i(t) = \frac{\vec{\mathcal{X}}_i(t + \Delta t) - \vec{\mathcal{X}}_i(t - \Delta t)}{2\Delta t} + \vec{o}(\Delta t^2) \quad (3.26)$$

Les efforts sont calculés et l'accélération au temps  $t + \Delta t$  est donnée par le principe fondamental de la dynamique (équations 3.3).

Le calcul des vitesses est relativement "grossier" puisque l'erreur est d'ordre 2. De plus, des erreurs d'arrondi, sont dues au fait que dans l'équation 3.25, on additionne un terme d'ordre 2 à la différence de deux termes d'ordre 0. L'algorithme nécessite de stocker les variables cinématiques du pas de temps précédent ; soit pour un cas bidimensionnel  $9 \times N$  valeurs.

L'algorithme velocity Verlet minimise les erreurs d'arrondi et fait un traitement "plus correct" de la vitesse. Les nouvelles positions sont calculées en utilisant l'équation :

$$\vec{\mathcal{X}}_i(t + \Delta t) = \vec{\mathcal{X}}_i(t) + \Delta t \vec{\mathcal{V}}_i(t) + \frac{1}{2} \Delta t^2 \vec{\mathcal{A}}_i(t) + \vec{o}(\Delta t^3) \quad (3.27)$$

Les vitesses sont calculées à un pas de temps intermédiaire :

$$\vec{\mathcal{V}}_i\left(t + \frac{1}{2}\Delta t\right) = \vec{\mathcal{V}}_i(t) + \frac{1}{2} \Delta t \vec{\mathcal{A}}_i(t) + \vec{o}(\Delta t^2) \quad (3.28)$$

Avec 3.27 et 3.28, il est alors possible d'obtenir les valeurs des efforts en utilisant les lois de cohésion, de contact et de frottement. Les  $\vec{\mathcal{A}}_i(t + \Delta t)$  sont données en utilisant les valeurs de ces efforts ainsi que les équations 3.3. Le calcul des vitesses est réajusté en utilisant :

$$\vec{v}_i(t + \Delta t) = \vec{v}_i\left(t + \frac{1}{2}\Delta t\right) + \frac{1}{2}\Delta t \vec{a}_i(t + \Delta t) + \vec{o}(\Delta t^2) \quad (3.29)$$

Finalement, on a globalement pour la vitesse,

$$\vec{v}_i(t + \Delta t) = \vec{v}_i(t) + \frac{1}{2}\Delta t \left( \vec{a}_i(t) + \vec{a}_i(t + \Delta t) \right) \quad (3.30)$$

Dans cette thèse, on utilisera l'algorithme velocity Verlet qui a l'avantage d'être facile à programmer et qui consomme peu de mémoire et de temps de calcul.

### 3.4.1 Detection des contacts et listes de voisinage

Dans la méthode DEM la partie la plus coûteuse en temps de calcul est le calcul des interactions. Pour calculer l'ensemble des forces agissant sur  $N$  particules on doit déterminer au préalable quels sont les grains en contact. L'idée la plus simple est d'examiner tous les  $N(N-1)/2$  paires de grains possibles en calculant les distances qui les séparent. Cette méthode de calcul simple nécessite un temps de calcul particulièrement long, proportionnel à  $N^2$ ; notamment avec les pas de temps usuels de la DEM qui sont de l'ordre de  $10^{-5}$  s à  $10^{-7}$  s.

Pour réduire ce temps de calcul plusieurs méthodes d'optimisation ont été proposées dans la littérature [Frenkel and Smit \(1996\)](#); [Allen and Tildesley \(1987\)](#). On expose ici quelques unes de ces techniques de détection des contacts.

#### Halo et liste de Verlet

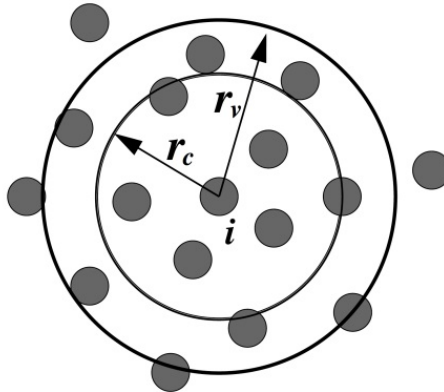


FIGURE 3.9 – Liste de Verlet : La particule est en contact avec les particules à distance de  $r_v$

En partant de la constatation, que sur une durée suffisamment courte, les corps n'interagissent qu'avec leurs voisins les plus proches, on note qu'il est inutile de calculer les forces d'interactions, a priori nulles, avec des corps trop éloignés. Il est donc possible à établir pour chaque particule  $i$  une liste  $L_i$  de particules "proches" qui contient les candidats potentiels à être en contact (voir la Figure 3.9). Cette liste est composée de toutes les particules qui sont à une distance inférieure à  $r_v$  de la particule  $i$ . Cette liste appelée liste de Verlet est reconstruite tous les  $N_{update}$  pas de temps. Le déplacement cumulé des grains peut être également prise en compte de sorte que la distance parcourue sur  $N_{update}$  pas de temps reste inférieure à  $r_v$ . On notera tout de même que bien que plus rapide que l'approche directe d'écrite plus haut la mise à jour périodique de la liste de Verlet reste, pour  $N$  grand, très consommatrice en temps, ce qui peut limiter fortement son intérêt.

## Triangulation dynamique

Une technique basée sur une triangulation adaptative des centres des grains a été développée par D. Muller Müller (1996). Cette méthode est basée sur l'utilisation d'une triangulation de Delaunay pondérée et permet de définir facilement la distance inter-grains sur le réseau et donc un voisinage. Elle a été comparée avec la technique du halo par Müller (1996) et permet un gain de vitesse de calcul d'environ 5 fois par rapport à la méthode de Verlet. Par contre, son inconvénient majeur est qu'elle reste relativement complexe à programmer notamment dans le cas tridimensionnel.

## Méthode des Cellules

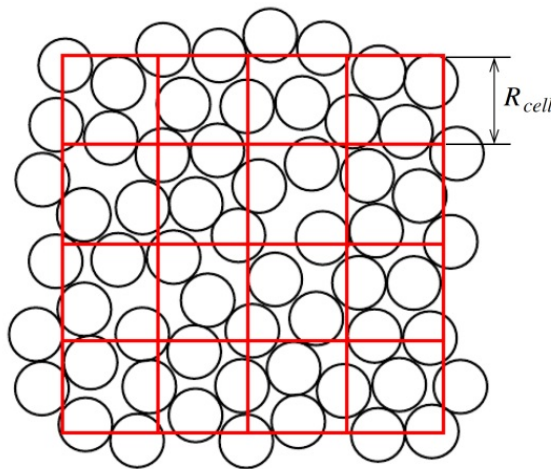


FIGURE 3.10 – Illustration de la méthode des cellules. L'espace est divisée en cellules de côté  $R_{cell}$ .

La méthode des cellules consiste à diviser l'espace en un maillage carré de côté  $R_{cell}$  (Figure 3.10). Pour chaque cases ou cellules on associe une liste constituée de des numéros (ou

identifiants) des grains dont le centre est contenu dans la cellule. Lorsque l'on cherche les voisins d'une particule, on identifie d'abord la cellule qui la contient. L'ensemble de particules voisines potentiellement en contact sera alors constitué de toutes les grains qui sont dans la cellule considéré mais aussi de l'ensemble des grains inclus dans les 8 cellules adjacentes.

Un avantage de cette méthode est que les grains sont classés dans les cellules en fonction de leur coordonnées ; cette étape étant très rapide contrairement à la méthode de Verlet qui utilise la norme euclidienne pour constituer un voisinage.

Par contre dans la méthode des cellules  $R_{cell}$  doit être choisi supérieur à la taille du plus gros grains. Cette dépendance est le défaut majeur de cette approche qui devient difficilement gérable pour les granulométries étalées. En pratique il faudra trouver un compromis entre le temps de réactualisation des listes de voisins et le nombre de grains à prendre en compte dans le voisinage de chaque grain (lié à  $R_{cell}$ ). Dans nos calcul nous sommes basés sur cette méthode et nous avons choisi de prendre  $R_{cell} = 4R_{max}$  où  $R_{max}$  est le rayon du plus grand grains.

### 3.4.2 Choix du pas de temps et de l'amortissement des grains

La modélisation de la force normale (dans le cas sans cohésion) été présentée plus haut. Pour le modèle simple de contact linéaire élastique, l'évolution de l'interpénétration au cours d'un choc frontal entre deux particules est régi par l'équation d'un oscillateur harmonique amorti de masse  $m_{ij}$  de raideur  $K_n$  et de viscosité  $\gamma_n$ .

#### Pas de temps critique

L'équation du mouvement se met sous la forme d'une équation différentielle linéaire du second ordre à coefficients constants :

$$m_{ij} \frac{d^2 \delta_n}{dt^2} + \gamma_n \frac{d\delta_n}{dt} + K_n \delta_n = 0 \quad (3.31)$$

Où  $m = (m_i m_j) / (m_i + m_j)$  est la masse relative des deux grains  $i$  et  $j$ .

Si  $\gamma_n < \gamma_{ncr} = 2\sqrt{m_{ij}K_n}$  la solution pour cette équation avec les conditions initiales  $\delta_n = 0$  et  $\dot{\delta}_n = 0$  à  $t = 0$  est :

$$\delta_n = V_0 \frac{t_{coll}}{\pi} \exp\left(-\frac{\gamma_n}{2m_{ij}} t\right) \sin\left(\frac{\pi}{t_{coll}} t\right) \quad (3.32)$$

Où  $t_n^{coll}$  est la durée pendant laquelle les grains restent en contact :

$$t_n^{coll} = \pi \sqrt{\frac{m_{ij}}{K_n}} \left(1 - \frac{\gamma_n^2}{4m_{ij}K_n}\right)^{-\frac{1}{2}} \quad (3.33)$$

Le coefficient de restitution normale est alors donné par :

$$e_n = \frac{|\dot{\delta} t_n^{coll}|}{V_0} = \exp(-2 \frac{\gamma_n}{2m_{ij}} t_n^{coll}) \quad (3.34)$$

L'équation 3.13 donne une information sur le pas de temps. La durée de contact  $\Delta t_{critique}$ , obtenue à partir de  $\delta_n(t_0 + \Delta t_{critique}) = 0$ , vaut :

$$\Delta t_{critique} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{K_n}{m} - (\frac{v}{m})^2}} \quad (3.35)$$

Pour bien résoudre temporellement le phénomène de choc il faudra prendre un pas de temps suffisamment faible devant  $\Delta t_{critique}$ . Pour obtenir un ordre de grandeur on utilise souvent la formule simplifiée (Cundall (1974)) :

$$\Delta t_{critique} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K_n}} \quad (3.36)$$

obtenue dans le cas ou il y a pas d'amortissement. Une gestion plus fine du pas de temps peut être trouvée dans Zhang and Whiten (2001). Dans nos travaux le pas de temps a été évalué en basant sur : relation précédente et les paramètres les plus défavorables du système.

## Viscosité critique

Pour amortir les contacts dans un milieux granulaire seules les solutions de l'équation 3.31 donnant lieu à un régime sous-amorti sont valable. Cette condition est remplie si la viscosité  $\nu$  de l'amortisseur reste strictement inférieure à

$$\nu_{critique} = 2\sqrt{mK_n} \quad (3.37)$$

On peut noter qu'une viscosité supérieure  $\nu_{critique}$  conduirait au rebond d'un grain en un temps infini et que le cas d'une viscosité nulle ne dissiperait pas d'énergie. Il est donc très important pour la stabilité du calcul d'avoir une valeur d'amortissement bien définie. Dans la pratique il est classique de choisir cette valeur

Pour des raisons de simplicité dans le calcul de la force normale on utilise la relation  $\nu = \alpha_n \nu_{critique}$  où  $\alpha_n$  est compris entre 0 et 1 (équation 3.13). Pour nos calculs on a pris  $\alpha \simeq 0,8$

### 3.4.3 Conditions aux limites

Un problème récurrent avec la modélisation en éléments discrets est la difficulté à prendre en compte un grand nombre de grains. En effet, le nombre de grains qu'il est possible d'utiliser dans une simulation est très inférieur à celui que peut contenir un échantillon de sol dans un essai de laboratoire. Afin d'améliorer l'efficacité des calculs DEM, il est possible d'utiliser des frontières périodiques (Figure 3.11). Dans ce cas une particule qui atteint un bord périodique sera dupliquée au niveau du bord opposé.

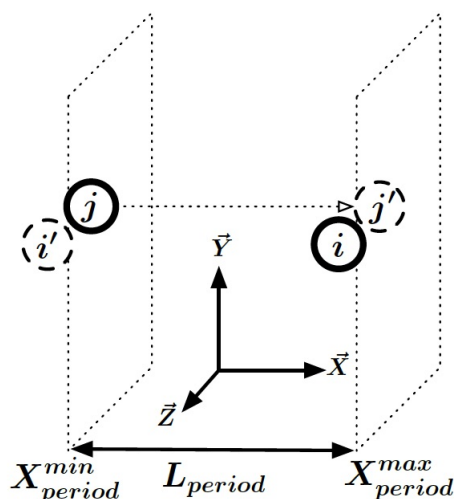


FIGURE 3.11 – Frontières périodiques Richefeu (2006).

Pour un système bidimensionnel avec une dimension périodique, le mouvement peut être vu comme si il avait lieu à la surface d'un cylindre. Dans le cas de deux dimensions périodiques le mouvement peut être considéré ayant lieu à la surface d'un tore. Ces conditions aux limites ont l'avantage de limiter les effets de bords d'un système même si ils ne sont pas totalement effacés.

Dans les simulations présentées dans cette thèse ces conditions aux limites périodiques n'ont pas été utilisées. On s'est attaché dans un premier temps à se rapprocher au maximum d'expériences réalisées au Rhizoscope du Cirad (Figure 1.1) dans des boîtes fermées. La taille des boîtes était choisie par les expérimentateurs dans une taille suffisante pour une croissance racinaire d'une telle espèce choisie. L'implémentation des conditions aux limites périodiques reste une perspective intéressante qui pourrait permettre de préciser le comportement de racines proches ou loin d'une paroi.



### 3.4.4 Plateforme et implémentation

Un code DEM complet spécifiquement adapté à la simulation de la croissance de racines dans un milieu granulaire à été développé dans cette thèse. Ce code fonctionne sous un environnement UNIX. Les environnements UNIX sont connus pour leur qualité et bénéficient d'un nombre important d'outils de programmation. L'ensemble du code est réalisé en C/C++ qui à l'avantage de bénéficier de compilateurs très efficaces et fourni des implémentations bien standardisées disponibles sur tous les systèmes de calcul intensif.

Plusieurs modules d'entrée-sortie ont été également réalisés. Ceux-ci permettent de à faciliter les étapes de pré-traitement et de post-traitement. Enfin la production d'images ou d'animations de la croissance de la racine dans le sol granulaire est réalisée grâce à Paraview ([www.paraview.org](http://www.paraview.org)) en utilisant un format d'entrée de type vtk .

### 3.4.5 Exemple de préparation d'échantillons granulaire

Le comportement mécanique des matériaux granulaires dépend des contraintes géométriques, liées aux tailles et aux formes des particules mais aussi aux exclusions stériques entre grains. Plusieurs méthodes d'assemblage existent dans la littérature. Elles permettent de réaliser des configurations proches de l'équilibre mécanique mais aussi de contrôler les propriétés de texture d'échantillons granulaires. On cherche par exemple à préparer des échantillons avec une compacité ciblée. De même, la connectivité moyenne des particules (le nombre de coordination) et l'anisotropie du réseau des contacts sont des caractéristiques topologiques importantes qui déterminent la réponse mécanique d'un empilement à l'ordre le plus bas et peuvent être ajustées à l'aide des règles d'assemblage et des paramètres de contrôle associés.

Dans cette thèse les échantillons sont obtenus après une étape préalable de dépôts sous gravité. Cette étape est décrite dans la suite de cette section.

## Pré-traitement

Avant de générer les particules et de les déposer dans une boîte, nous avons besoin de choisir leurs diamètres. Ce choix est fait par l'intermédiaire d'une loi de distribution de diamètres. Nos échantillons numériques sont composés de  $N$  disques avec des diamètres répartis uniformément par fraction volumique entre un rayon minimum ( $r_{min}$ ) et un rayon maximum ( $r_{max}$ ) (Voivret et al. (2007)). Ces coupures dans le diamètre des grains sont nécessaires pour éviter d'éventuels cas de grains ayant une taille très éloignées de la moyenne ( $r_{moy}$ ). Les grains sont ensuite inclus dans une boîte et répartis sur une grille triangulaire (Figure 3.12). A  $t = 0$  on simule leur dépôt sous gravité Combe (2001) jusqu'à l'obtention d'un échantillon stable. i

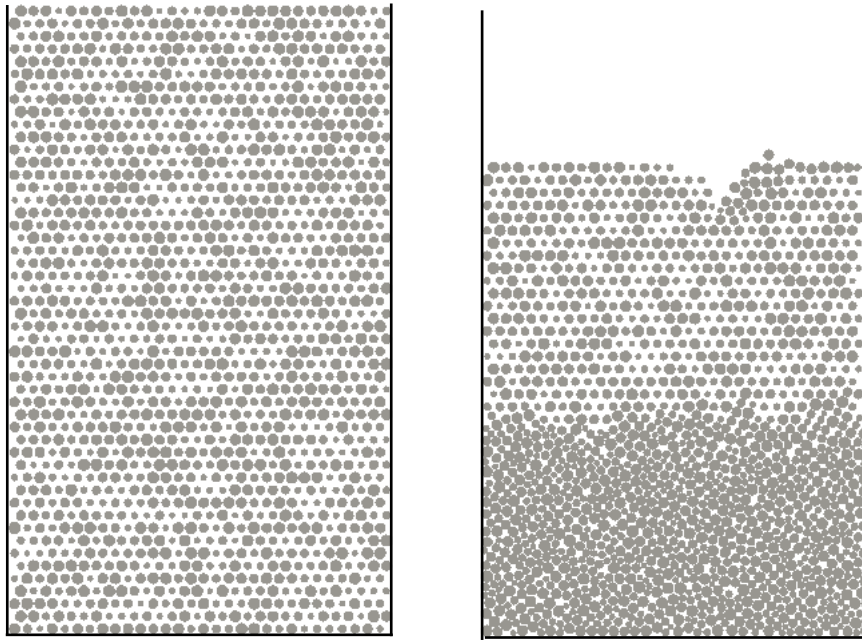


FIGURE 3.12 – Réalisation d'un échantillon par sédimentation.

Bien que le frottement entre grains modifie légèrement la compacité de l'échantillon obtenu, un état lâche est difficile à atteindre sans activer la cohésion. On présentera dans la suite de cette thèse une méthode permettant d'obtenir des compacités beaucoup plus faibles à partir d'échantillons déjà déposés. Cette méthode consiste à retirer progressivement quelques grains au hasard dans l'échantillon. La suppression de ces grains conduit à des réarrangements localisés produisant des petits mouvements qui ne déstabilisent pas l'échantillon dans son ensemble.

## 3.5 Modèle de croissance de racines

Dans cette section on présente le modèle de croissance racinaire développé. Ce modèle basé sur une description en éléments discrets a été implémenté dans le code DEM présenté précédemment. L'avantage majeur est de pouvoir étudier, dans un cadre unifié le couplage entre la mécanique du milieu granulaire et celui de la croissance de la racine.

### 3.5.1 Géométrie des éléments racinaires

Le modèle de racine développé dans cette thèse consiste à décrire la racine comme une succession d'éléments individuels articulés entre eux. Nous utilisons une géométrie de type sphéroligne qui correspond à la forme que l'on obtient en balayant un disque de rayon  $R_g$  le long d'un segment  $H_1H_2$  de longueur  $l_g$ . Comme le montre la figure 3.13 cette forme correspond

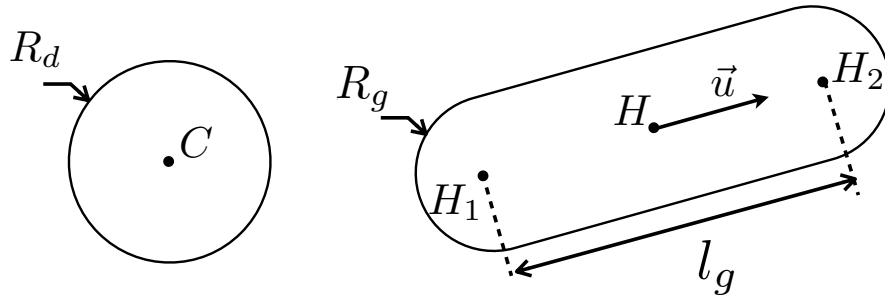


FIGURE 3.13 – Éléments discrets utilisés dans la simulation : grain de sol (à gauche) ; élément de racine (à droite)

à l'association d'un rectangle de longueur  $l_g$  et de deux demi-disques de taille  $2R_g$  formant des capuchons arrondis aux extrémités du rectangle. Pour des raisons de symétrie le centre d'inertie de l'élément noté  $H$  se trouve à mi-distance entre  $H_1$  et  $H_2$ . Un vecteur unitaire  $\vec{u} = \frac{\overrightarrow{H_1 H_2}}{l_g}$  est associé à l'élément. Il permet de donner une orientation à l'élément.

### 3.5.2 Association d'éléments

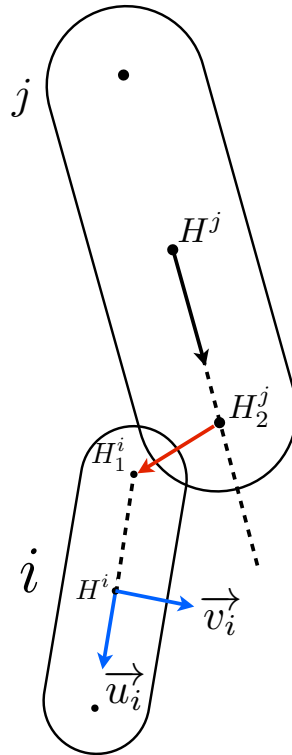


FIGURE 3.14 – Connection entre 2 éléments de racine.

Pour composer une racine les éléments sont associés et articulés par des liens pivot. Ces liaisons sont assurées par des ressorts de rappel particulier, qui maintiennent la liaison des

particules entre elles. La figure 3.14 illustre cette liaison pour deux éléments racinaire  $i$  et  $j$  dont le déplacement relatif a été très exagéré. On définit la force de rappel  $f$  de la manière suivante :

$$\vec{f} = K_r \left( \frac{\overrightarrow{H_2^i H_1^j} \cdot \vec{u}_i}{\overrightarrow{H_2^i H_1^j} \cdot \vec{v}_i} \right) \quad (3.38)$$

$(\vec{u}_i, \vec{v}_i)$  est un repère local associé à l'élément où  $\vec{v} = \begin{pmatrix} -y_u \\ x_u \end{pmatrix}$

Dans les simulations la valeur de  $K_r$  doit être choisie suffisamment élevée pour que les déformations au niveau des liaisons restent négligeables.

### 3.5.3 Résistance à la flexion

Pour conférer à la racine une résistance mécanique il est nécessaire d'introduire une résistance à flexion entre les éléments. Considérons l'apex de la racine et l'élément précédent qui le soutient (figure 3.15). La relation suivante donne le moment de flexion :

$$M = K_b \alpha_{ij} \quad (3.39)$$

où  $\alpha_{ij} = \langle \widehat{\vec{u}_i, \vec{u}_j} \rangle = \theta_i - \theta_j$  décrit l'angle de rotation entre les deux éléments  $i$  et  $j$  et  $\theta_i$  et  $\theta_j$  sont respectivement les angles de rotation de  $i$  et de  $j$  par rapport au vecteur de base. La résistance à la rotation est donné par le coefficient  $K_b$ .

### 3.5.4 Cinétique de croissance

La procédure de croissance d'une racine comporte plusieurs étapes :

- A l'extrémité inférieure d'un élément  $j$  déjà existant on crée un nouvel élément  $i$  de longueur  $l_g$  nulle. Dans cet état initial l'élément est un disque centré sur le point  $H_2$  de l'élément précédent (ici  $H_2^j$ ).
- La cinétique de croissance de l'élément est ensuite activée et la longueur  $l$  augmente de 0 à  $l_g$  selon la relation  $l = \tau \Delta t$  où  $\tau$  est la vitesse de croissance de l'élément et  $\Delta t$  le pas de temps.
- Une fois que  $l_g$  est atteint, la croissance de l'élément  $i$  est arrêtée et on enregistre la valeur de  $\alpha_{ij}(t)$  que l'on note  $\alpha_{ij}^0$ . De cette manière il sera possible de conserver l'orientation des éléments racinaires au cours de leur création.

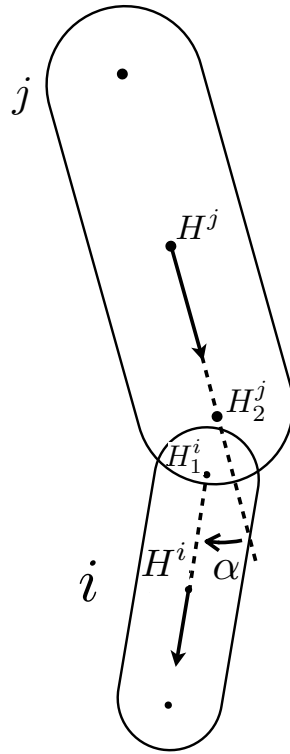


FIGURE 3.15 – La géométrie des éléments de la racine.

Bien qu'il soit envisageable d'affecter n'importe quelle cinétique de croissance aux éléments nous avons choisi dans un premier temps des valeurs de  $\tau$  constantes. De même par souci de simplicité la longueur finale de chaque élément sera constante dans chaque simulation. En d'autre terme une racine constituée est formée uniquement d'éléments de même taille  $l_g$ . Cette taille caractéristique apparait comme un paramètre gérant la résolution numérique de la racine. Elle fera l'objet d'une étude de sensibilité dans les prochains chapitres.

### 3.5.5 Mémoire de forme de la racine

L'équation 3.39 définie plus haut permet de transmettre un moment de flexion lorsque la racine est défléchie par le sol. Si cette relation, basée uniquement sur l'élasticité, était utilisée pour toute la racine celle-ci ne pourrait pas conserver sa forme. Par exemple, si l'on décidait de retirer les grains de sols la racine retrouverait une position d'équilibre rectiligne dans laquelle tous les  $\alpha_{ij}$  seraient nuls.

Pour palier ce problème la relation 3.39 est modifiée et tient compte de la valeur  $\alpha_{ij}^0$  définie précédemment :

$$M_{ij} = K_b^\infty \cdot (\alpha_{ij} - \alpha_{ij}^0) \quad (3.40)$$

$\alpha_{ij}^0$  est un paramètre d'histoire qui permet d'introduire une plasticité de la racine et  $K_b^\infty$  est la raideur de la liaison une fois "rigidifiée".

Cette rigidification correspond au “remodelage” des plantes boisées qui résulte d’un changement dans les propriétés internes des matériaux [Guillon et al. \(2012\)](#). Une valeur élevée de  $K_b^\infty$  traduira une racine plus rigide et moins déformable. Dans la suite on a choisi de prendre  $K_b^\infty = 1000 \cdot K_b$  où  $K_b$  est la raideur de l’apex définie plus haut.

Dans les études qui suivent la relation [3.40](#) est appliquée au niveau de toutes les liaisons entre éléments racinaire sauf le dernière ; c’est à dire celle où est connecté l’apex ; qui est décrite par l’équation [3.39](#).

### 3.5.6 Interaction sol-racine

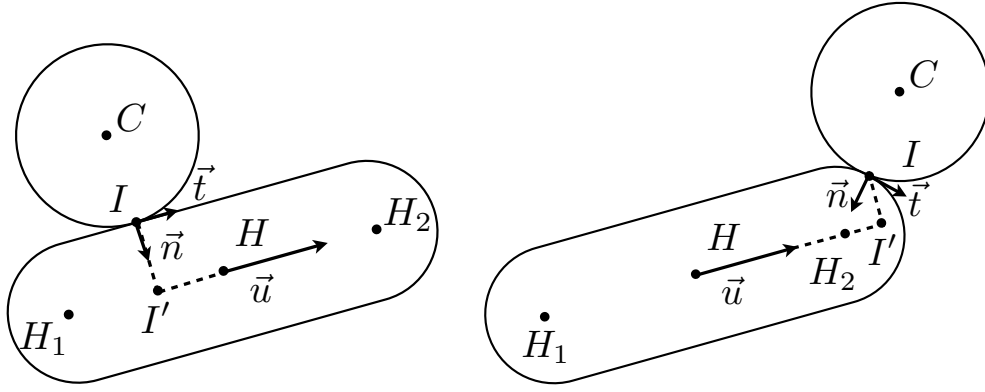


FIGURE 3.16 – Contact entre un grain et un élément racinaire au niveau d’un point I.

Le principe de calcul des forces entre grains et éléments racinaires est analogue à celui du calcul des efforts entre grains. Dans le cas de la racine on considère les interactions possibles avec chaque élément racinaire pris indépendamment. Les calculs ci-dessous présentent les différents cas possibles de contact pour un élément de racine noté  $p$  et un grain (figure [3.16](#)).

#### Types de contacts

En utilisant le vecteur  $\vec{u}$  on peut calculer les distances entre le centre O du repère utilisé et les points  $H_1$  et  $H_2$  associés à l’élément considéré :

$$\overrightarrow{OH_1} = \overrightarrow{OH} - \frac{l}{2} \vec{u}$$

$$\overrightarrow{OH_2} = \overrightarrow{OH} + \frac{l}{2} \vec{u}$$

On note  $a$  la projection du vecteur  $\overrightarrow{HC}$  sur  $\vec{u}$  et  $b$  la projection de  $\overrightarrow{HC}$  sur  $\vec{v}$  et  $\delta_n$  la distance normale entre le grain de centre C et  $p$ . Trois cas se présentent en fonction des valeurs de  $a$  :

1. Contact avec le demi-disque de gauche ( $a < -\frac{l}{2}$ )

$$\overrightarrow{HH_1} = -\frac{l}{2} \vec{u}$$

$$\vec{IH} = \frac{l}{2} \vec{u} + R_p \vec{n}$$

$$\delta_n = \|\overrightarrow{CH_1}\| - R_p - R_g \text{ avec } \overrightarrow{CH_1} = \overrightarrow{CO} + \overrightarrow{OH} + \overrightarrow{HH_1}$$

2. Contact avec la partie centrale ( $-\frac{l}{2} < a < \frac{l}{2}$ )

$$\vec{IH} = -a \vec{u} + -R_p \vec{n}$$

$$\delta_n = |b| - R_p - R_g$$

3. Contact avec le demi-disque de droite ( $a > \frac{l}{2}$ )

$$\overrightarrow{HH_2} = \frac{l}{2} \vec{u}$$

$$\vec{IH} = \frac{l}{2} + R_p \vec{n}$$

$$\delta_n = \|\overrightarrow{CH_2}\| - R_p - R_g$$

Avec :

- Pour les cas 1 et 3 :  $\vec{n} = \frac{\overrightarrow{CH_2}}{\|\overrightarrow{CH_2}\|}$
- Pour le cas 2 :  $\vec{n} = -\vec{v}$  si  $b > 0$  et  $\vec{n} = \vec{v}$  si non

$$\text{et } \vec{t} = \vec{z} \wedge \vec{n} = \begin{pmatrix} -n_y \\ n_x \end{pmatrix} \text{ et } \vec{v} = \vec{z} \wedge \vec{u}.$$

### 3.5.6.1 Vitesses relatives au contact

Pour A et B appartenant au même corps rigide, la vitesse relative de A par rapport à B est donnée par  $\vec{V}_A = \vec{V}_B + \vec{AB} \wedge \vec{\omega}$  avec  $\vec{\omega}$  la vitesse de rotation. La vitesse relative entre l'élément de racine  $p$  et le grain  $g$  au niveau du point de contact I est obtenue à partir de :

$$\overrightarrow{V_{I(g/p)}} = \overrightarrow{V_{I \in g}} - \overrightarrow{V_{I \in p}} = \overrightarrow{V_C} + \vec{IC} \wedge \vec{\omega}_g - (\overrightarrow{V_H} + \vec{IH} \wedge \vec{\omega}_p)$$

En projetant sur le repère  $(\vec{n}, \vec{t})$  on obtient pour les différents cas précédemment décrits :

1.  $a < -\frac{l}{2}$

$$\overrightarrow{V_{I(g/p)}} \cdot \vec{n} = (\vec{V}_C - \vec{V}_H) \cdot \vec{n} + 0 + \dot{\theta}_p \frac{l}{2} \vec{v} \cdot \vec{n}$$

$$\overrightarrow{V_{I(g/p)}} \cdot \vec{t} = (\vec{V}_C - \vec{V}_H) \cdot \vec{t} + 0 + R_g \dot{\theta}_g + R_p \dot{\theta}_p + 0$$

2.  $-\frac{l}{2} < a < \frac{l}{2}$

$$\overrightarrow{V_{I(g/p)}} \cdot \vec{n} = (\vec{V}_C - \vec{V}_H) \cdot \vec{n} + 0 - \dot{\theta}_p a \vec{v} \cdot \vec{n}$$

$$\overrightarrow{V_{I(g/p)}} \cdot \vec{t} = (\vec{V}_C - \vec{V}_H) \cdot \vec{t} + 0 + R_g \dot{\theta}_g + R_p \dot{\theta}_p + 0$$

3.  $a > \frac{l}{2}$

$$\overrightarrow{V_{I(g/p)}} \cdot \vec{n} = (\vec{V}_C - \vec{V}_H) \cdot \vec{n} + 0 - \dot{\theta}_p \frac{\ell}{2} \vec{v} \cdot \vec{n}$$

$$\overrightarrow{V_{I(g/p)}} \cdot \vec{t} = (\vec{V}_C - \vec{V}_H) \cdot \vec{t} + R_g \dot{\theta}_g + R_p \dot{\theta}_p + 0$$

## Composante normale du contact

Pour le contact entre les grains et la racine on utilise un modèle de contact linéaire élastique tel que décrit à la section 3.3.1 :

$$F_n^e = \begin{cases} -K_n^* \delta_n & \text{si } \delta_n < 0 \\ 0, & \text{si } \delta_n \geq 0 \end{cases} \quad (3.41)$$

Où  $K_n^*$  est la constante de raideur régissant l'interaction de contact normal entre les grains et la racine. Dans la suite pour simplifier on a choisi  $K_n^* = K_n$ .

Le terme de dissipation est également calculé sur le même principe que celui présenté à la section 3.3.1. Il est basé sur les vitesses normales définies à la section précédente :

$$F_n^d = \begin{cases} -2\alpha_n \sqrt{m^* K_n^*} \overrightarrow{V_{I(g/p)}} \cdot \vec{n} & \text{si } \overrightarrow{V_{I(g/p)}} \cdot \vec{n} < 0 \\ 0, & \text{si } \overrightarrow{V_{I(g/p)}} \cdot \vec{n} \geq 0 \end{cases} \quad (3.42)$$

Où  $m^*$  est une masse réduite calculée par  $m^* = \frac{m_g m_p}{m_g + m_p}$  et  $\alpha_n$  est la constante de dissipation visqueuse définie précédemment (section 3.3.1).



## Frottement

Le calcul du frottement entre grain et racine est basé sur le même principe que le frottement grain-grain. On utilise la loi de Coulomb régularisée (voir section 3.3.2). En utilisant la vitesse tangentielle calculée dans la section précédente on obtient :

$$\vec{F}_t = -\min\left(K_t^* |\vec{V}_{I(g/p)} \cdot \vec{t}|, \mu^* F_n\right) \text{sgn}(\vec{V}_{I(g/p)} \cdot \vec{t})$$

Où  $\mu^*$  est le coefficient de frottement grain racine. Ici aussi pour simplifier on prend dans les simulations  $\mu^* = \mu$ .

## Calcul des moments

Les éléments racinaires étant allongés il est nécessaire de tenir compte, en plus du moment du au frottement, d'un moment liés à la la composante normale des forces. On considère un grain  $g$  transmettant une force  $R$  au niveau d'un contact  $I$  avec un élément racinaire  $p$  (voir figure 3.16).

$$\vec{M}_H = \vec{M}_I + \vec{HI} \wedge \vec{R} \quad (3.43)$$

Si l'on suppose que le moment de contact  $\vec{M}_I = 0$ , on obtient  $\vec{M}_H$  :

$$\vec{M}_H = \vec{HI} \wedge \vec{R} = x_{\vec{HI}} f_y - y_{\vec{HI}} f_x \quad (3.44)$$

Finalement on détermine les moments dus aux liaisons pivot articulant les éléments racinaires :

$$K_b(\alpha - \alpha_0) \quad (3.45)$$

### 3.5.7 Introduction d'interstices entre grains

Une difficulté spécifique de la modélisation en 2D est que, contrairement au cas 3D, l'espace poral est fermé. En effet dans le cas tridimensionnel un ensemble de trois grains sphériques par exemple laissera toujours un interstice dans lequel la racine pourra s'insinuer. Pour palier ce problème nous introduisons un paramètre permettant de laisser libre un espace entre les grains. Celui-ci sera appelé gap dans la suite du document (figure 3.17).

D'un point de vue numérique nous avons associé deux rayons différents pour chaque grain : 1) un grand rayon  $R_p$  qui correspond à la taille du grain réel et qui est utilisé pour déterminer les contacts grain-grain ; 2) un rayon plus petit  $R'_p$  qui permet d'envisager un gap artificiel entre les grains adjacents et qui est utilisé dans le calcul des interactions racine-grains (figure 3.17).

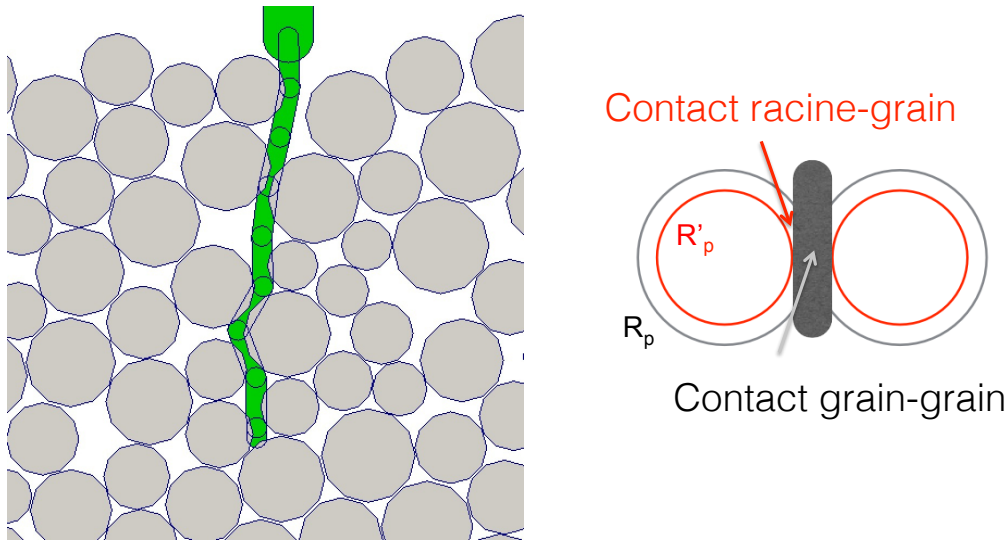


FIGURE 3.17 – Illustration représentant le gap entre deux grains adjacents et simulation numérique montrant le passage d'une racine au niveau de constrictions entre grains.

### 3.5.8 Exemple numérique

Dans cette section on présent un premier exemple de croissance de racine dans un échantillon granulaire. Les paramètres à fixer sont :

1. Pas de temps  $\Delta t$ .
2. Caractéristiques des grains
  - (a) Raideur normale  $K_n$
  - (b) Paramètre de dissipation normale au contact  $\alpha_n$
  - (c) Paramètre de régularisation visqueuse  $K_t$  ou élastique  $\gamma_t$  du frottement.
  - (d) Distribution des diamètres
  - (e) Coefficient de frottement entre les grains ( $\mu$ ).
3. Caractéristiques des éléments racinaires :
  - (a) La longueur maximale  $l_g$  d'un élément.
  - (b) Le rayon de la racine  $R_g$ .
  - (c) La vitesse de croissance  $G$ .
  - (d) Résistance à la flexion de l'apex de la racine  $K_b$
  - (e) Temps de croissance caractéristique  $t_g$ .

(f) Le temps de rigidification

#### 4. Taille du gap entre grains

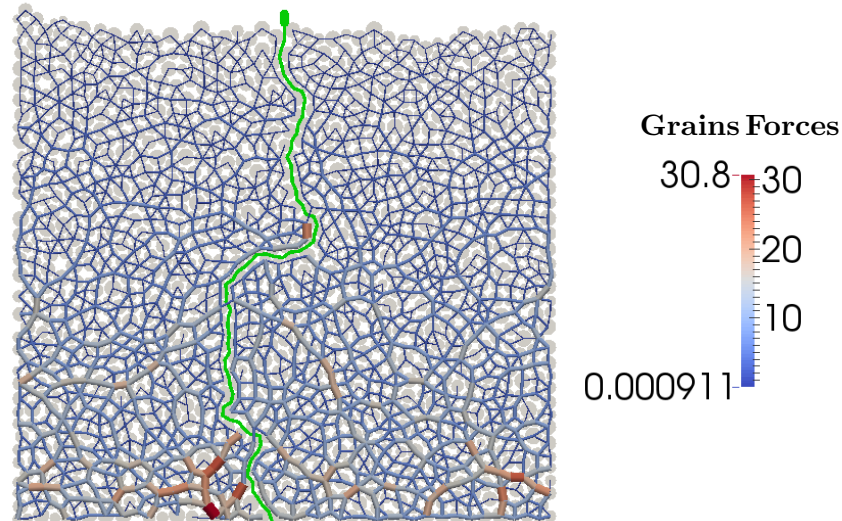


FIGURE 3.18 – Simulation de la croissance d’une racine unique : visualisation de la forme de la racine finale et les chaînes de forces entre grains

La figure 3.18 montre la forme finale de la racine après environ 5 millions de pas de simulation pour une valeur du pas de temps  $\Delta t = 10^{-6}$  s. Sur cette figure, les chaînes de force entre les grains sont représentées par des segments dont la largeur dépend de l’intensité de la force de contact. L’échantillon de sol est constitué d’environ 1500 grains avec des diamètres suivant une déformation uniforme par faction volumique et distribués entre 1 et 2mm. L’épaisseur de la racine est choisie constante égale à 0,4mm avec un paramètre  $M = 1,54$  et une largeur de domaine d’environ de 12 cm de coté. Les raideurs de contact  $K_n = 10^6$  et  $K_t = 500$  et celle de la racine  $K_b = 1$  Nm.

Sur cette figure on constate que la racine ne prend pas forcément un chemin rectiligne et doit modifier sa trajectoire pour se frayer un chemin entre les grains. On note aussi que la racine perturbe les chaînes de forces qui ont tendance à être distribuées de façon moins homogènes proche de celle-ci.

## 3.6 Conclusion

Dans ce chapitre essentiellement méthodologique on a présenté les bases du calcul en élément discrets avec une approche DEM de type Dynamique Moléculaire. Quelques éléments de description du contact et du frottement ont été rappelés ainsi que les principaux algorithmes

d'intégration des équations de la dynamique utilisées en DEM. Un code DEM 2D permettant de simuler le comportement mécanique d'échantillons granulaires a été mis en oeuvre. Ce code a été optimisé pour pouvoir être utilisé de façon efficace dans des études paramétriques. Un modèle général de racine a été développé et implémenté dans le code de calcul. Ce modèle original a été décrit en détail ainsi que l'ensemble de ses paramètres permettant de rendre compte des propriétés mécaniques de la racine, sa vitesse de croissance et son remodelage au cours du temps. En outre un paramètre permettant de gérer la porosité au niveau des constriction entre grain pallie le problème des pores occlus dans les milieux granulaires 2D. Ce paramètre important sera étudié plus en détail dans les chapitres qui suivent.



# FORCES EXERCÉES SUR UNE RACINE EN CROISSANCE

---

*« L'imagination est plus importante que la  
connaissance »*

---

Albert Einstein

## Sommaire

---

4.1	Introduction . . . . .	71
4.2	Les distributions des forces . . . . .	72
4.3	Les forces moyennes exercées sur la racine . . . . .	75
4.4	Effet de la compacité . . . . .	81
4.5	Effet de la cohésion du milieu granulaire . . . . .	85
4.6	Effets collectifs . . . . .	90
4.7	Conclusions . . . . .	95

---

## 4.1 Introduction

Il est bien connu que les interactions mécaniques entre une racine au cours de sa croissance et le sol environnant peuvent avoir un impact majeur sur les formes des racines dans le sol, ce qui affecte l'accès aux nutriments et à l'eau et par conséquent la production de biomasse végétale (Valentine et al. (2012); Bengough (2012)). Ces interactions mécaniques constituent un facteur qui peut expliquer la variabilité de l'architecture des racines. D'autres facteurs sont génétiques, environnementaux ou liés à l'instabilité du développement Forde (2009). Malgré leur implication dans le développement des racines, les interactions mécaniques ont été trop longtemps sous-estimés ou réduits à un facteur d'impédance mécanique du sol, ce qui court-circuite les processus physiques réels et complexes qui interviennent durant la croissance à l'échelle des grains et de la racine.

Beaucoup de travaux de recherche ont été effectués à l'échelle d'une seule racine ou à l'échelle du système racinaire afin de quantifier les forces en jeu lors de la croissance des racines. Ces travaux ont considérablement élargi les connaissances sur la croissance de la racine en réponse à la résistance mécanique du sol à travers de nombreuses expériences et des analyses quantitatives (BENGOUGH and MULLINS (1990); Bengough and Mullins (1991); C. Gordon (1992)). Une attention particulière a été accordée à l'estimation des contraintes mécaniques développées à la pointe de la racine Bengough and Kirby. (1999). D'autres études ont confirmé l'importance de ce signal mécanique, en plus d'autres facteurs environnementaux, sur l'architecture de la racine et son développement (Bengough et al. (2011); De Smet et al. (2012); C. Becel (2012); Tardieu (1994)).

La compacité du sol a été soulignée comme un facteur clé qui détermine les forces maximales appliquées sur le système racinaire. Certaines espèces de plantes ont une résistance maximale (par exemple la contrainte de pois chiche est entre 0,5 et 1,2 MPa) pour lesquelles les racines s'arrêtent de croître Eavis et al. (1969). Vollsnes et al. (2010) ont quantifié également l'effet de la croissance des racines sur la réorganisation de la structure du sol par traitement d'image.

Ce chapitre vise à déterminer les forces résultantes de la réorganisation des grains dans les sols granulaires pendant la croissance des racines. Nous allons étudier l'influence des paramètres liés aux racines et au sol sur ces forces. Pour cette étude, le signal de force axiale agissant sur la pointe de la racine est analysé dans le temps et dans l'espace pour sa valeur moyenne mais aussi pour sa variabilité. Nous allons voir que ces études suggèrent une dépendance "universelle" de la force moyenne par rapport à la rigidité de la racine.

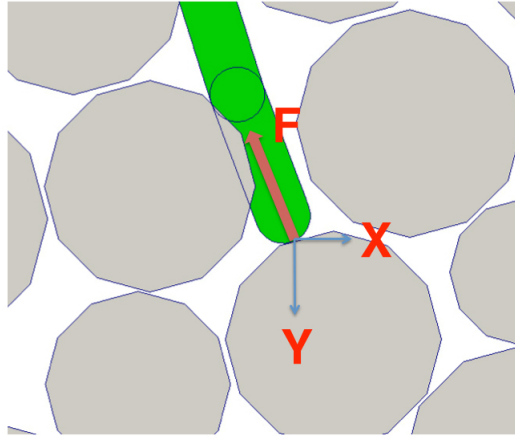


FIGURE 4.1 – Schéma pour la force axiale  $F$  exercée par les grains sur la pointe de la racine.

## 4.2 Les distributions des forces

Durant la croissance, on peut enregistrer les positions  $X$  et  $Y$  de la pointe de la racine qui définissent sa trajectoire, ainsi que la force axiale venant du contact entre la pointe de la racine et les grains voisins ; voir Figure 4.1. Cette force est projetée sur le vecteur directionnel de ce dernier élément à chaque pas de temps et constitue la force axiale exercée sur le cap de la racine durant sa croissance dans notre modèle. La figure 4.2 montre un exemple d'un signal de force pour  $K_b = 1$  Nm et  $M = 1.54$  (le rapport entre le diamètre du gap et le diamètre de la racine) dans un échantillon de 1500 grains. La force est normalisée par le poids moyen d'un seul grain ( $\langle m \rangle g$ ), et le temps est normalisé par le temps de croissance  $t_g$ . Ce dernier est défini comme le temps nécessaire pour que la racine traverse une distance égale au diamètre moyen d'un grain. Etant donnée la vitesse de croissance  $V_g$ , ce temps est donné par  $t_g = d_{moyen}/V_g$ .

On voit que la force comporte de grandes fluctuations entre des valeurs très élevées et des valeurs très faibles, ainsi que des périodes de valeur pratiquement nulle. Les valeurs non-nulles correspondent aux instants où la coiffe est en contact avec des grains tandis que les valeurs nulles correspondent à un passage dans les pores entre les grains. La force augmente légèrement avec la profondeur durant la croissance racinaire, mais cette augmentation reste négligeable devant les grandes fluctuations des forces. La Figure 4.2 montre aussi un exemple de l'évolution des positions  $X$  et  $Y$  de la racine en fonction du temps. La valeur de la rigidité angulaire de la racine  $K_b$  est élevée dans cet exemple, et pour cette raison les variations de  $X$  sont faibles alors qu'une évolution linéaire de  $Y$  est observée. Une étude détaillée des trajectoires sera présentée dans le chapitre suivant.

Pour caractériser la force axiale et étudier les effets des paramètres du modèle, nous procédons à une étude statistique en considérant la densité de probabilité (Probability Density Function ou PDF) des forces. Cette étude a été réalisée en utilisant deux valeurs de  $M$  et en faisant varier la rigidité  $K_b$ . Le paramètre de gap a été fixé à  $M = 1,54$  et  $M = 0,86$  qui correspondent



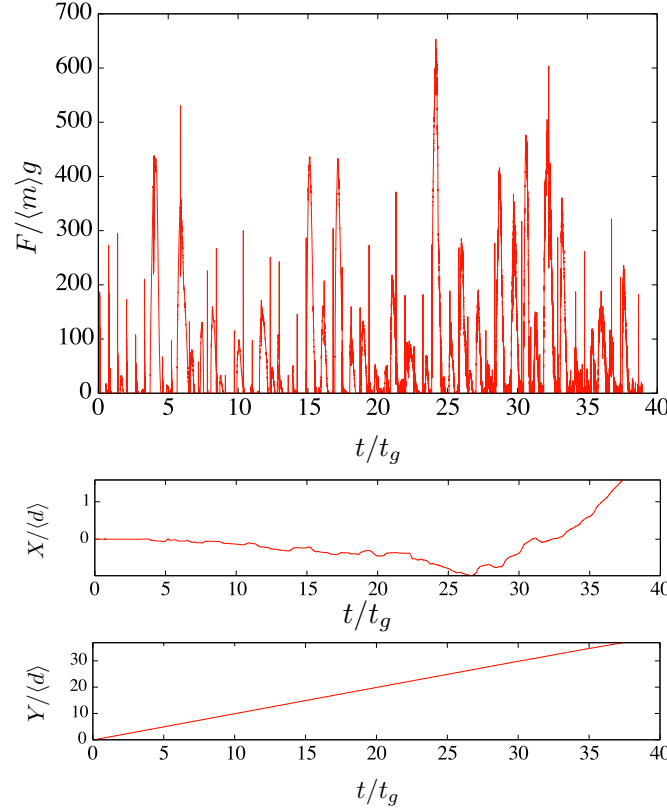


FIGURE 4.2 – Un exemple de l'évolution de la force et des positions X et Y de la point d'une racine en fonction du temps pour  $K_b = 1 \text{ Nm}$  et  $M = 1,54$ .

respectivement à un diamètre de la racine plus grand que la largeur de gap entre les grains et à un diamètre plus petit. La figure 4.3 montre la densité de probabilité des forces pour une valeur croissante de  $K_b$ . On observe une distribution large avec une densité de probabilité qui diminue lorsque la force  $F$  augmente. Les distributions sont assez similaires pour différentes valeurs de  $K_b$ .

La figure 4.4 montre les mêmes distributions pour les force normalisées par leur valeur moyenne  $\langle F \rangle$  en échelles log-log et linéaire-log. Les barres d'erreur représentent les écart-types pour chaque valeur de  $F$  sur 5 simulations indépendantes en modifiant le point de départ de la racine dans chaque simulation. Les forces inférieures à la force moyenne sont caractérisées par une distribution en loi de puissance décroissante :

$$P(F) \propto F^{-\alpha_f} \quad (4.1)$$

avec  $\alpha_f \simeq 0,5$ . Pour les forces supérieures à la force moyenne la distribution suit une loi exponentielle décroissante :

$$P(F) \propto e^{-\beta_f F / \langle F \rangle} \quad (4.2)$$

avec  $\beta_f \simeq 0,85$ .

Cette forme de la densité de probabilité des forces exercées sur la racine par les grains est assez similaire à la distribution des forces de contact entre grains, comme observées dans mi-

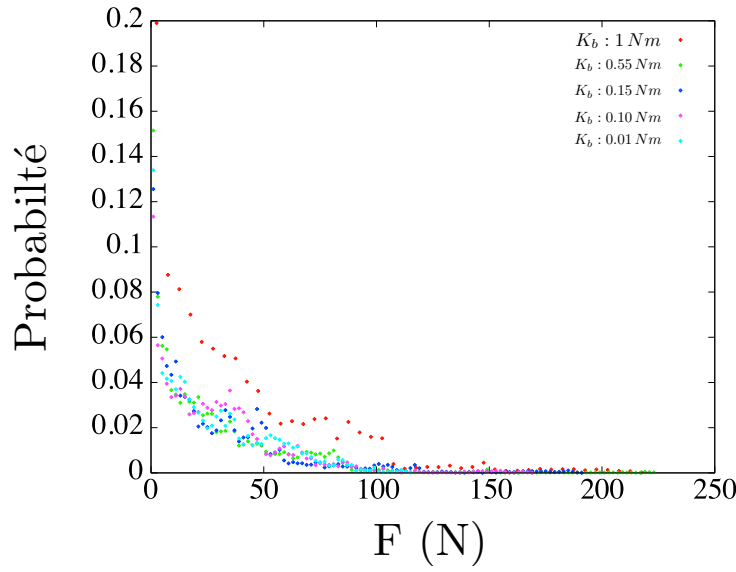


FIGURE 4.3 – Les densités de probabilité des forces pour différentes valeurs de la rigidité angulaire de la racine.

lieux granulaires en général. Même si les exposants  $\alpha_f$  et  $\beta_f$  sont différents de ceux pour les forces entre grains, cette similarité des distributions indique que la racine sonde les forces au sein du milieu granulaire dans l'intimité des grains et de leurs contacts. L'indépendance de ces distributions par rapport à la rigidité angulaire des racines est cohérente avec cette hypothèse.

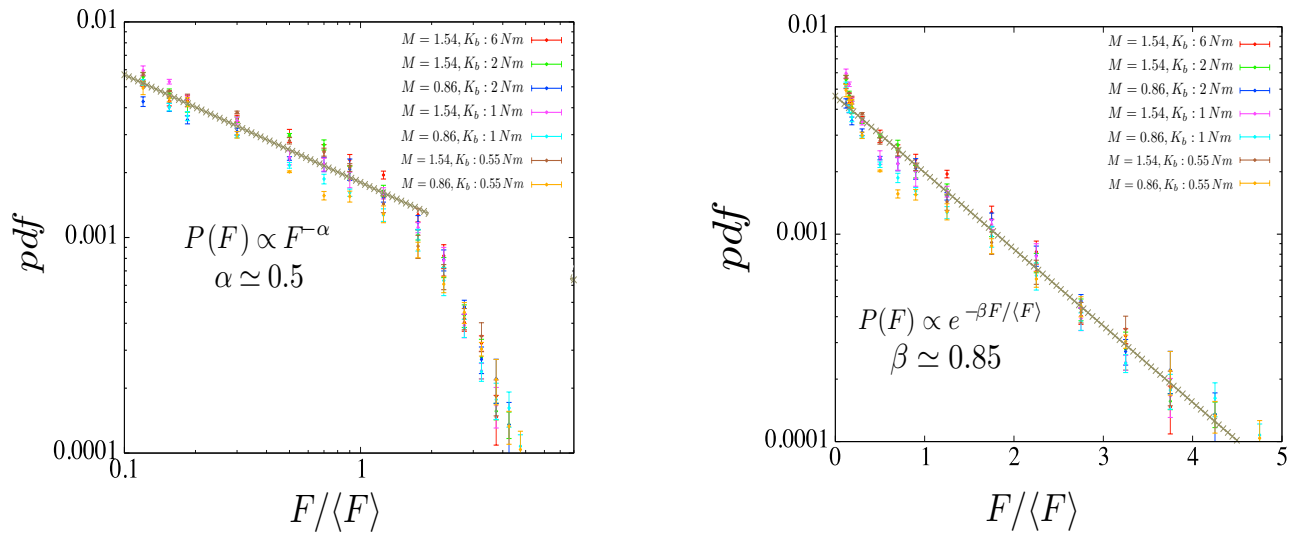


FIGURE 4.4 – Les densités de probabilité des forces normalisées par leur valeur moyenne en échelles log-log et linéaire-log.

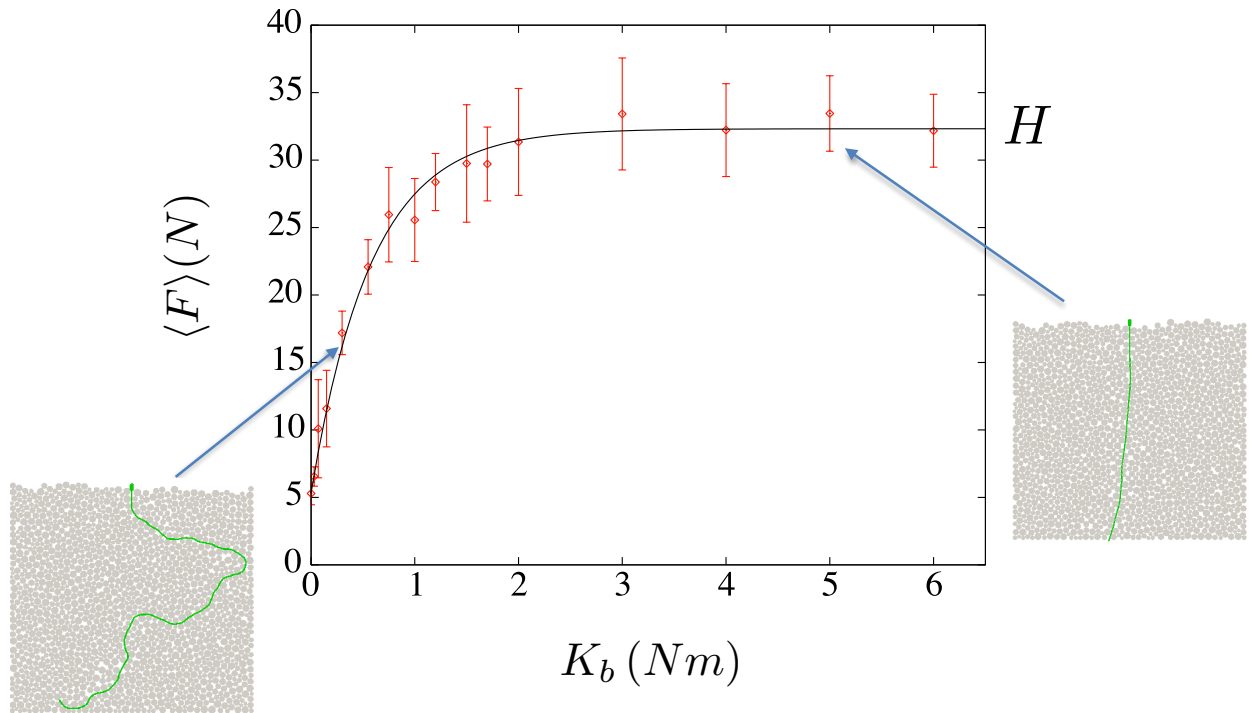


FIGURE 4.5 – La force moyenne subie par la racine en fonction de la rigidité angulaire de l’apex de la racine.

### 4.3 Les forces moyennes exercées sur la racine

Les forces pour chaque ensemble de paramètre sont caractérisées par leur distribution de probabilité et leur valeur moyenne  $\langle F \rangle$ . Pour chaque valeur de la rigidité angulaire  $K_b$ , nous avons réalisé 5 simulations indépendantes en changeant pour chaque simulation le point de départ de la racine. Nous avons ainsi obtenu les courbes d’évolution de  $\langle F \rangle$  avec des barres d’erreur données par l’écart-type des forces sur les 5 simulations.

La Figure 4.5 montre  $\langle F \rangle$  en fonction de  $K_b$ . La courbe peut être bien ajustée par une augmentation exponentielle de la force moyenne avec  $K_b$  :

$$\langle F \rangle = a(1 - e^{-\beta K_b}) + a_0 \quad (4.3)$$

où  $a_0$  est une valeur résiduelle non nulle de la force pour des rigidités faibles,  $a$  est un préfacteur et  $\beta$  un exposant. La force moyenne tend asymptotiquement vers une force maximale constante  $H$  pour les grandes valeurs de la rigidité angulaire. Cette valeur représente la résistance du milieu à la pénétration d’une barre rigide. La valeur constante de  $H$  indique ainsi que la rigidité de la racine est suffisamment élevée pour permettre à la racine de croître verticalement en délogant les grains qui se trouvent sur son chemin. Pour les valeurs faibles de  $K_b$ , au contraire, la racine ne peut pas déloger les grains et suit par conséquent l’espace des pores pour croître. La force exercée  $a_0$  sur la racine dans ce régime résulte des “collisions” de la racine avec les grains. La racine change sa trajectoire immédiatement après chaque collision sans pouvoir provoquer

un réarrangement des grains.

Comme la force  $a_0$  résulte des collisions de la racine avec les grains, elle ne dépend pratiquement pas de  $K_b$ , mais elle présente une valeur faible (de l'ordre de 0,1H). Nous pouvons ainsi utiliser la valeur de H pour re-paramétriser l'équation (4.3) :

$$\langle F \rangle = H - ae^{-\beta K_b} \quad (4.4)$$

La force maximale H dépend des propriétés mécaniques du matériau granulaire telles que la distribution des tailles des grains, les tailles des gaps, la compacité et la cohésion. La relation (4.3) permet de prédire la force moyenne exercée sur la coiffe de la racine durant sa croissance à partir de la connaissance de la rigidité de la racine et de la résistance H du sol à la pénétration d'un objet rigide. Plusieurs paramètres étant impliqués dans ce comportement mécanique du système racine-grains, nous avons réalisé une analyse de sensibilité afin de quantifier les rôles des différents paramètres sur cette loi. Dans cette étude paramétrique, nous allons faire séparément varier la valeur de chaque paramètre. Nous cherchons surtout une normalisation de la rigidité  $K_b$  et de la force F de manière à pouvoir exprimer leur relation sous une forme générale prenant en compte l'effet de tous les paramètres.

### 4.3.1 Effet du gap

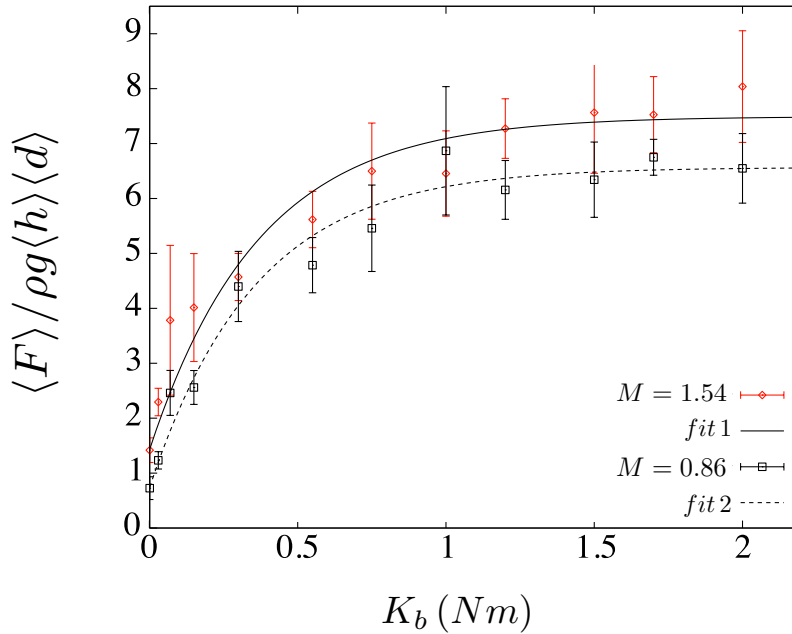


FIGURE 4.6 – La force moyenne normalisée pour deux valeurs différentes de gap ; fit 1 :  $H = 7.49$ ,  $a = 6.07$ ,  $\beta = 2.71$  ; fit 2 :  $H = 6.56$ ,  $a = 5.84$ ,  $\beta = 2.80$ .

Le premier paramètre important pour la croissance de la racine est le rapport M entre le diamètre de la racine et le diamètre des gaps entre les grains en contact. Une série de simula-

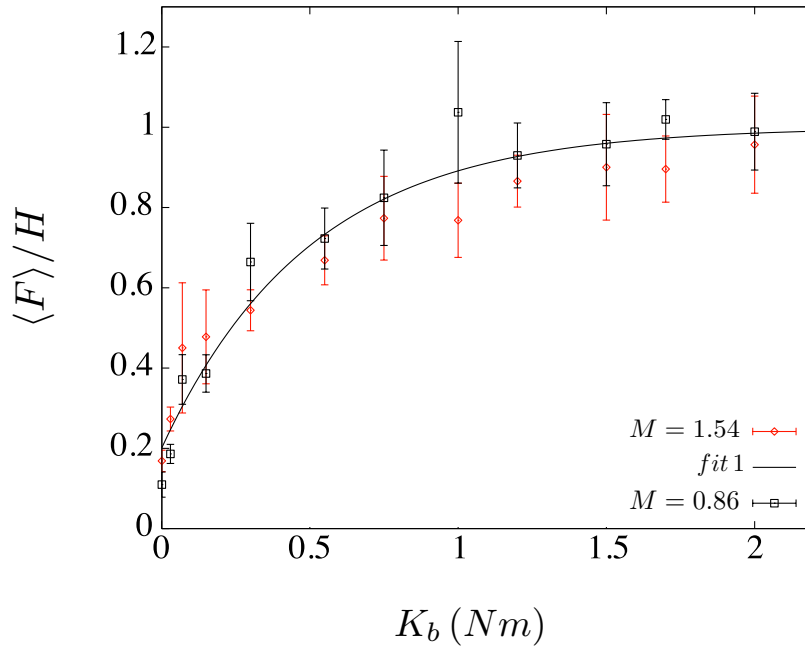


FIGURE 4.7 – La force moyenne normalisée en fonction de la rigidité angulaire de la racine ; fit :  $a' = 0.75$ ,  $\beta = 0.0022$ .

tions a été réalisée avec un diamètre de gap inférieur au diamètre de la racine ( $M = 0.86$ ). C'est une série de 80 simulations pour 16 valeurs différentes de  $K_b$  qui varient entre 0.001 Nm et 2 Nm avec le même principe de cinq simulations pour chaque valeur de  $K_b$  en faisant varier de point de départ de la racine. L'échantillon est constitué de 1500 grains avec une distribution des diamètres entre 2 et 4 mm et un diamètre moyen des grains de 3.1 mm. La distribution des diamètres est uniforme par fractions volumiques des grains. En d'autres termes, toutes les classes granulométriques ont le même volume.

Une deuxième série de 80 simulations a été réalisée avec une valeur de  $M = 1.54$  qui correspond à un diamètre de la racine supérieur à celui de gap entre les grains. En changeant la valeur de  $M$ , la valeur de  $H$  (force moyenne maximale subie par la pointe de la racine) change, comme nous pouvons le voir sur la Figure 4.6. La force moyenne maximale  $H$  est plus grande pour  $M = 1.54$ . Cette augmentation de  $H$  résulte naturellement du fait que la racine dans ce cas ne peut passer entre les grains sans réarrangements des grains. Le gap joue dans ce modèle le même rôle que les pores. La figure 4.6 montre que dans tous les cas, la variation de la force moyenne en fonction de  $K_b$  suit bien une loi exponentielle.

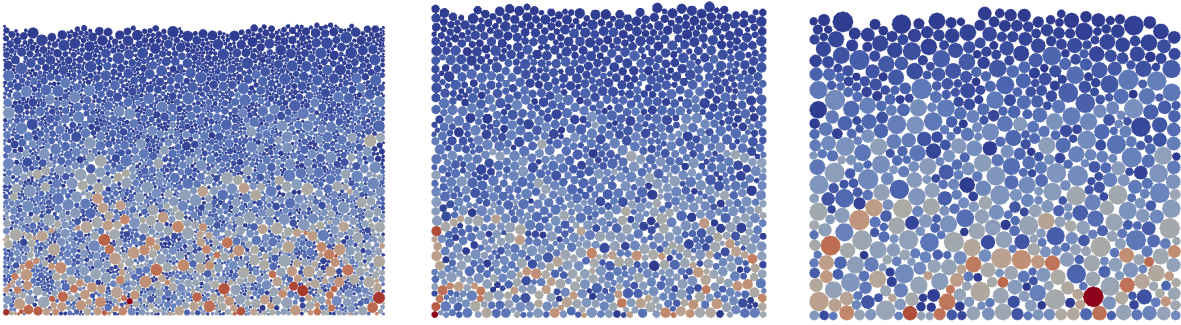
La force mesurée peut être normalisée par le poids moyen des grains. De même,  $K_b$  peut être normalisée par un moment caractéristique du milieu. Mais la force  $H$  apparaît ici comme une force qui caractérise le sol et donc peut être considérée comme un bon candidat pour la prise en compte des caractéristiques du sol dans un seul paramètre. Avec cette normalisation, la relation  $\langle F \rangle / H(K_b)$  devrait donc être indépendante du gap qui constitue une propriété du sol. En effet, la figure 4.7 montre que, aux fluctuations près, les deux courbes pour les deux valeurs

du gap tendent à se superposer lorsque la force est normalisée par H. L'équation (4.4) peut donc s'écrire sous la forme :

$$\frac{\langle F \rangle}{H} = 1 - a' e^{-\beta K_b} \quad (4.5)$$

avec  $a' = a/H$ .

### 4.3.2 Effet de la taille moyenne des grains



$$\langle d \rangle = 1.6 \text{ mm}$$

$$\langle d \rangle = 3.1 \text{ mm}$$

$$\langle d \rangle = 4.2 \text{ mm}$$

$$d_{max}/d_{min} = 5$$

$$d_{max}/d_{min} = 2$$

$$d_{max}/d_{min} = 2.5$$

FIGURE 4.8 – Trois échantillons des grains avec trois valeurs du diamètre moyen.

La texture d'un milieu granulaire est contrôlée par plusieurs paramètres mécaniques. La distribution des diamètres est probablement le paramètre plus important pour la texture. Outre la diamètre moyen  $\langle d \rangle$ , l'étalement granulométrique défini comme le rapport  $\lambda = d_{max}/d_{min}$  entre le diamètre maximal  $d_{max}$  et le diamètre minimum  $d_{min}$ , détermine dans une large mesure l'organisation des particules dans l'espace. Pour les simulations de la section précédente, le diamètre moyen  $\langle d \rangle$  était égal à 3,1 mm pour 1500 grains avec des valeurs de diamètres compris entre 2 et 4 mm. Le but de l'étude dans cette section est d'étudier l'effet de la taille des grains tout en maintenant un étalement suffisant pour éviter les effets pathologiques de mise en ordre dans un assemblage 2D de grains de même taille.

On a donc préparé deux autres échantillons de grains avec des diamètres moyens de 1.6 et 4.2 mm comme présentés sur la Figure 4.8. Les paramètres du matériau granulaire sont les mêmes. On a diminué  $d_{min}$  pour le premier échantillon à 1 mm avec une augmentation du nombre des grains (2000 grains) pour maintenir le même volume que l'échantillon précédent de  $\langle d \rangle = 3.1$  mm, ce qui conduit à un diamètre moyen égal à 1.6 mm. Pour le troisième échantillon nous avons diminué le nombre de grains (1000 grains) mais avec une augmentation du diamètre maximal des grains pour obtenir un échantillon de diamètre moyen égale à 4.2 mm. On a répété les mêmes séries de simulations que pour l'échantillon de  $\langle d \rangle = 3.1$  mm avec les mêmes valeurs de  $K_b$ .

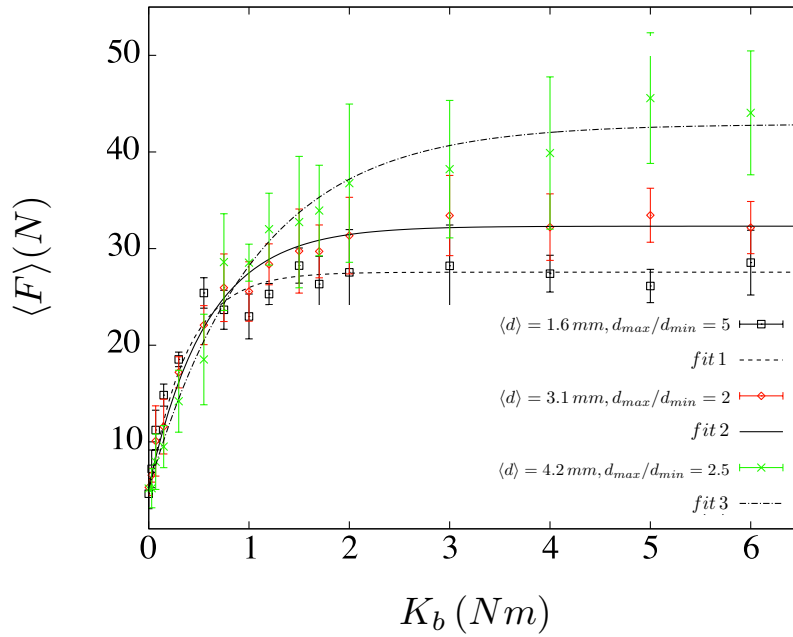


FIGURE 4.9 – La force moyenne exercée par le matériau granulaire sur la racine en fonction de sa rigidité angulaire pour trois échantillons de distributions de tailles différentes; fit 1 :  $H = 27.21$ ,  $a = 22.92$ ,  $\beta = 2.67$ ; fit 2 :  $H = 32.31$ ,  $a = 27.02$ ,  $\beta = 1.72$ ; fit 3 :  $H = 42.87$ ,  $a = 37.71$ ,  $\beta = 0.94$ .

La Figure 4.9 montre que la force augmente exponentiellement avec  $K_b$ , mais avec des valeurs de  $H$  différentes. Les courbes partent avec la même valeur initiale de la force pour  $K_b = 0.001 \text{ Nm}$ . C'est probablement lié au fait qu'on a le même gap entre les grains dans les trois échantillons. En effet, le changement du diamètre du gap dans la section précédente avait légèrement modifié la valeur de la force pour  $K_b = 0.001 \text{ Nm}$ . La valeur maximale de la force moyenne exercée par le sol sur la pointe de la racine augmente avec le diamètre moyen des grains.

La force asymptotique atteinte pour la grande rigidité de la racine peut être utilisée pour normaliser les forces. Mais cette normalisation ne conduit pas à une bonne mise à l'échelle des données : bien que  $\langle F \rangle / H$  tend vers 1, la courbure initiale est différente pour chacun des trois échantillons. Il est donc nécessaire de normaliser également  $K_b$ . Cette rigidité a la dimension d'une force multipliée par une longueur. Nous avons deux longueurs caractéristiques : 1) la longueur de l'apex  $l_g$  et 2) la taille moyenne des grains  $\langle d \rangle$ . Nous avons aussi deux forces caractéristiques : 1) le poids moyen  $\langle m \rangle g$  des grains et 2) la force  $H$ . Pour vérifier l'influence de  $l_g$ , nous avons réalisé une série de simulations en changeant  $l_g$  de 2 mm (valeur utilisée dans toutes les autres simulations) à 1 mm pour  $\langle d \rangle = 3.1 \text{ mm}$ . La Figure 4.11 montre que cette modification affecte peu la courbe de la force en fonction de  $K_b$ . La valeur de  $H$  ne dépend donc pas de cette caractéristique mécanique de la racine dans la limite où la rigidité de la racine est élevée.

Il semble ainsi que le bon paramètre pour la normalisation de  $K_b$  est  $H \langle d \rangle$ . La figure 4.10 montre les forces normalisées par  $H$  en fonction de  $K_b$  normalisée par  $H \langle d \rangle$ . Cette fois on voit

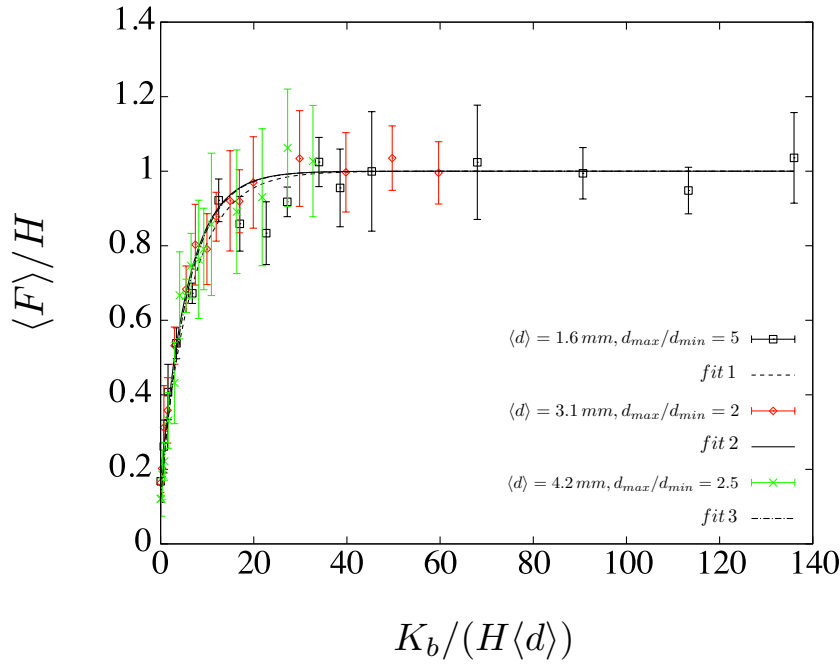


FIGURE 4.10 – La force en fonction de la rigidité angulaire de la racine pour trois distributions différentes de tailles des particules ; fit 1 :  $a' = 0.83$ ,  $\beta' = 0.15$  ; fit 2 :  $a' = 0.83$ ,  $\beta' = 0.17$  ; fit 3 :  $a' = 0.87$ ,  $\beta' = 0.17$ .

que les courbes pour différentes valeurs de  $\langle d \rangle$  se superposent très bien. Cette mise à l'échelle indique que la racine ne peut déloger les grains que si sa résistance à la flexion est supérieure à  $H\langle d \rangle/\beta$ . Si  $F_0$  est la force résiduelle pour des rigidités faibles de l'apex, alors l'équation (4.4) peut être mise sous la forme suivante :

$$\frac{\langle F \rangle}{H} = 1 - a' e^{-\beta' K_b / (H \langle d \rangle)} = 1 - \left(1 - \frac{F_0}{H}\right) e^{-\beta' K_b / (H \langle d \rangle)} \quad (4.6)$$

Remarquons que le comportement observé n'est pas directement corrélé avec l'étalement  $\lambda$ . Malgré les différences d'étalement du matériau entre les trois séries de simulations, c'est le diamètre moyen qui semble déterminer la dépendance de la force par rapport à la rigidité de la racine plutôt que l'étalement. Ceci n'est pas surprenant dans la mesure où la force moyenne supportée par les particules pour la même contrainte moyenne (la même profondeur) est proportionnelle à  $\langle d \rangle$ . C'est en moyenne la force que "voit" la racine pendant sa progression.



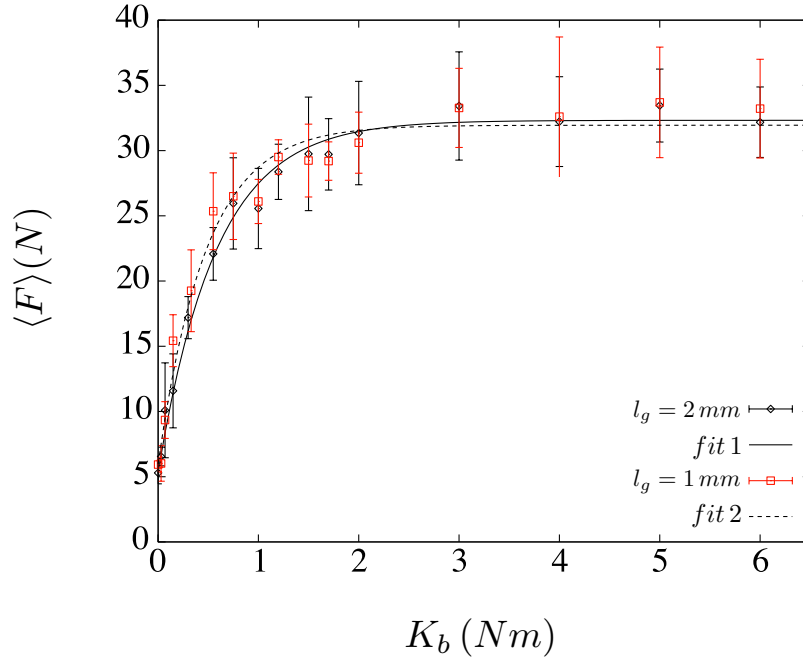


FIGURE 4.11 – La force moyenne en fonction de la rigidité angulaire de la racine pour deux valeurs différentes de la longueur de l’apex  $l_g$ ; fit 1 :  $H = 32.31$ ,  $a = 27.02$ ,  $\beta = 1.72$ ; fit 2 :  $H = 31.94$ ,  $a = 26.01$ ,  $\beta = 2.08$ .

## 4.4 Effet de la compacité

La compacité est clairement un paramètre important pour le comportement des sols. Pour les racines, on peut penser que la variation de la porosité doit jouer sur la facilité avec laquelle une racine progresse dans le sol. Dans cette section, nous allons considérer des milieux granulaires préparés avec des compacités différentes et examiner la croissance des racines.

Pour préparer ces échantillons de compacités différentes à partir d’un échantillon initialement dense, nous avons utilisé la méthode de suppression de grains. On part d’un échantillon de 2000 grains et on élimine des grains en laissant l’échantillon relaxer vers l’équilibre sur un certain nombre de pas après la suppression de chaque grain. Le processus de relaxation de l’échantillon est non-linéaire. La suppression d’un grain crée un déséquilibre local et donc un réarrangement de grains. Mais ce réarrangement n’est pas nécessairement local. Par conséquent, la compacité diminue mais elle ré-augmente après chaque relaxation. Le frottement entre grains et l’état initial dense conduisent à une diminution progressive de la compacité jusqu’à ce qu’un équilibre statistique est atteint entre les phases de diminution et d’augmentation de compacité. Le critère d’équilibre est choisi en fonction des vitesses des grains et de manière à rendre le processus numériquement efficace. Ainsi, on procède à la suppression d’un nouveau grain chaque fois que la vitesse moyenne des grains dans l’échantillon atteint  $10^{-1} \sqrt{g \langle d \rangle}$  (le temps de chute d’un grain d’une distance égale à son diamètre), où  $\langle d \rangle$  est le diamètre moyen des grains. La figure 4.12 montre la diminution de la compacité de l’échantillon en fonction du

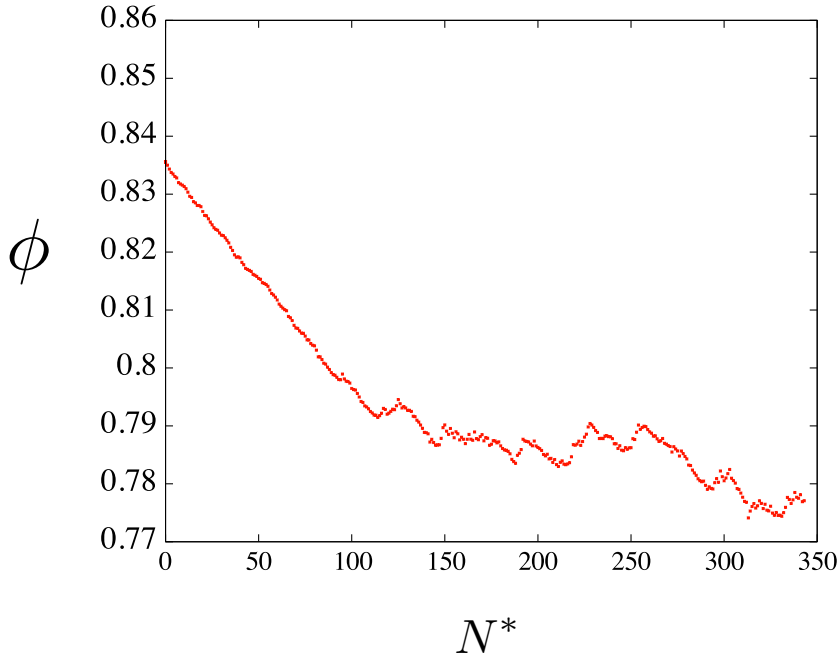


FIGURE 4.12 – La variation de la compacité  $\phi$  en fonction du nombre de grains éliminés.

nombre des grains supprimés. En supprimant approximativement 350 grains, la compacité de l'échantillon diminue de 0.83 à 0.78 comme une valeur limite de la compacité minimale.

Nous avons choisi trois échantillons de compacités de 0.77, 0.8 et 0.83, représentés sur la figure 4.13. La compacité est homogène dans chaque échantillon, en divisant chaque échantillon en 8 couches. La figure 4.14 montre la force moyenne en fonction de la rigidité angulaire pour ces échantillons. On voit que la force asymptotique  $H$  augmente considérablement lorsque la compacité augmente. La figure 4.15 montre que, aux fluctuations près, les courbes se superposent bien après la normalisation de  $\langle F \rangle$  par  $H$  et la normalisation de  $K_b$  par  $H\langle d \rangle$ . Ceci confirme que le paramètre  $H$  prend bien en compte aussi la compacité et permet de déterminer la force pour toutes les valeurs de  $K_b$ .

Un exemple des champs des vitesses des grains est représenté sur la figure 4.16. Les mouvements des grains sont beaucoup plus localisés autour de la pointe de la racine dans le cas de l'échantillon le plus lâche et plus ordonnés dans le cas des échantillons denses. En d'autres termes, la croissance de la racine mobilise plus de grains dans un système dense, ce qui explique la valeur plus élevée de la force nécessaire pour l'avancement de la racine.

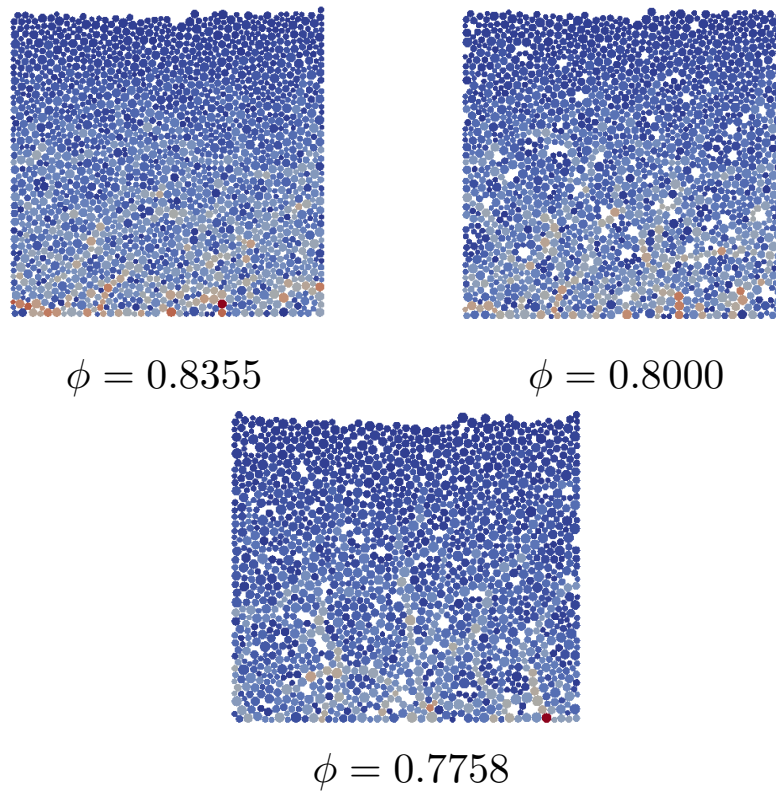


FIGURE 4.13 – Des échantillons des grains avec des compacités différentes

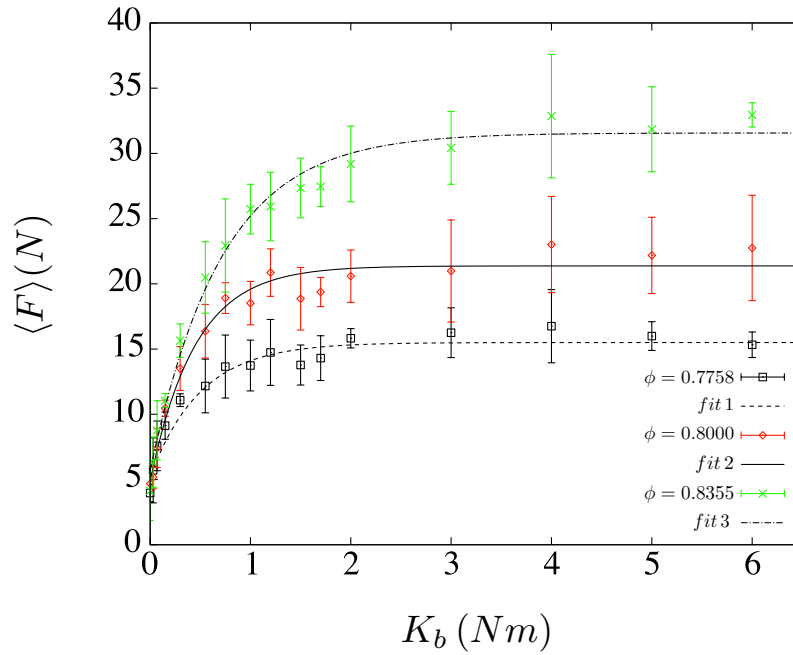


FIGURE 4.14 – La force moyenne en fonction de la rigidité angulaire de la racine pour des échantillons de compacités différentes ; fit 1 :  $H = 15.49$ ,  $a = 10.30$ ,  $\beta = 2$  ; fit 2 :  $H = 21.36$ ,  $a = 16.48$ ,  $\beta = 2.22$  ; fit 3 :  $H = 31.56$ ,  $a = 25.92$ ,  $\beta = 5.64$ .

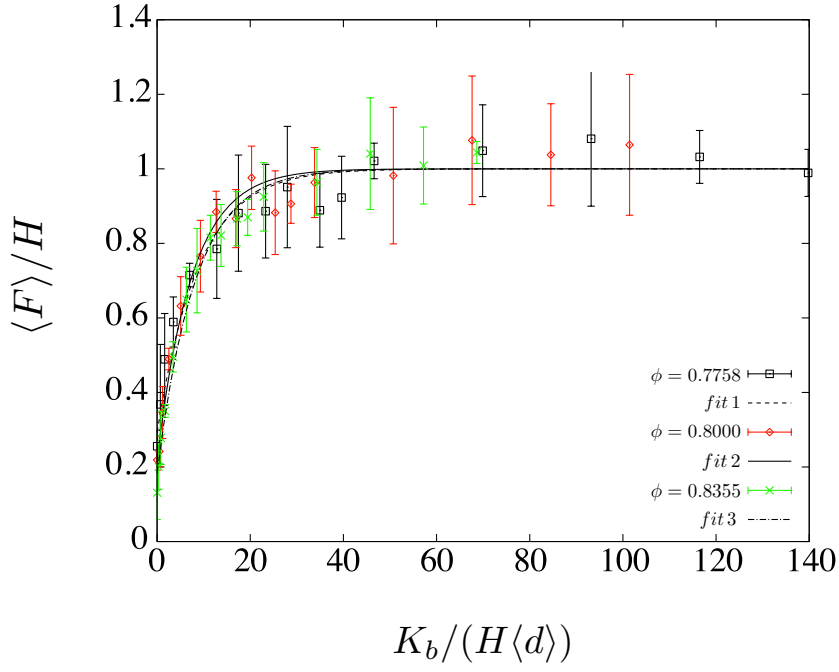


FIGURE 4.15 – La force moyenne normalisée en fonction de la rigidité angulaire normalisée de la racine pour des échantillons de compacités différentes ; fit 1 :  $a' = 0.7$ ,  $\beta' = 0.11$  ; fit 2 :  $a' = 0.78$ ,  $\beta' = 0.13$  ; fit 3 :  $a' = 0.82$ ,  $\beta' = 0.12$ .

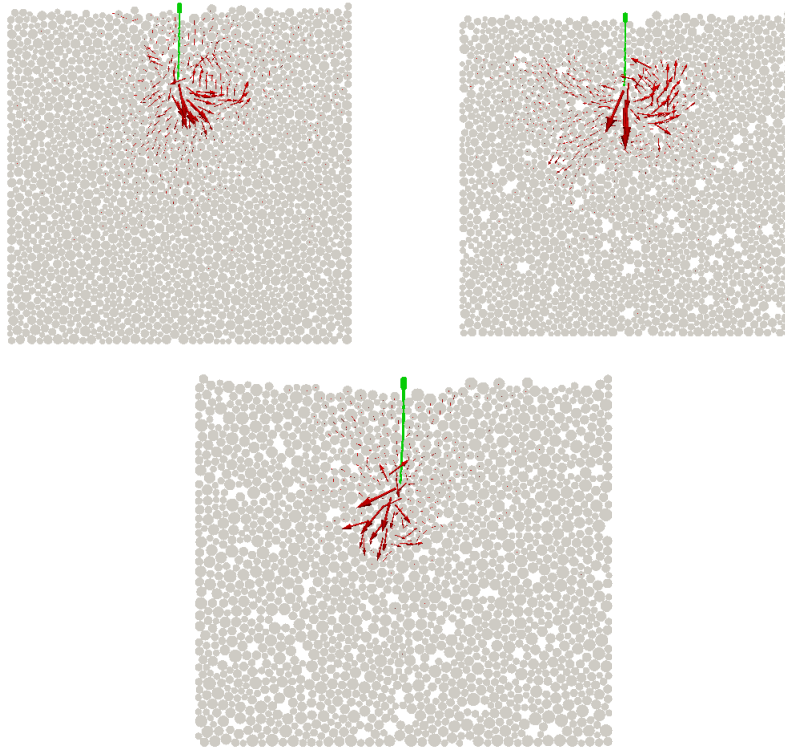


FIGURE 4.16 – Les champs de vitesses des grains pendant une croissance racinaire pour les trois échantillons de compacités différentes ( $\rho_c = 0.83$ ,  $0.8$  et  $0.77$ , respectivement).

## 4.5 Effet de la cohésion du milieu granulaire

Nous considérons à présent les matériaux granulaires cohésifs. En présence de la cohésion, la racine devra surmonter une composante cohérente supplémentaire de la force intergranulaire. Ces forces de cohésion pourraient être très importantes par rapport aux forces de friction. L'effet de la cohésion du sol peut être autorisé dans l'étude de la croissance des racines des plantes en le considérant comme influençant le module de déformation du sol élastique. C'est à dire la cohésion a un influence majeur sur la force de liaison entre les grains, et donc sur la flexibilité du mouvement des grains. C'est cependant difficile d'isoler l'effet de la cohésion car elle affecte aussi la compacité. Par ailleurs, les corrélations des forces et les mouvements corrélés des grains sont plus importants en présence des forces de cohésion, ce qui peut renforcer les effets de taille finie de nos échantillons confinés. Pour éviter ces effets, nous allons donc considérer essentiellement des faibles cohésions et essayer également de quantifier l'influence des paramètres de confinement sur les résultats obtenus.

La force de cohésion introduite dans le code numérique est une force d'adhésion  $F_{coh}$  qui agit aux contacts entre grains, comme on en a déjà discuté dans le modèle JKR de la section 3.3.3. Cette force constitue une résistance à la séparation entre deux grains. Elle affecte aussi la force de frottement maximale  $F_t = \mu(F_n + F_{coh})$  qui constitue le seuil de glissement entre deux grains. Pour maintenir le même niveau de compacité, la cohésion est activée après la préparation des échantillons sans cohésion. Tous les échantillons considérés dans cette partie présentent donc la même texture et la même compacité initiales.

Considérons d'abord l'échantillon étudié dans la section 4.3.1. C'est un échantillon de 1500 grains avec une distribution de diamètres des grains entre 2 et 4 mm et un diamètre moyen  $\langle d \rangle = 3.1$  mm et un diamètre de la racine plus grand que le gap entre les grains ( $M = 1.54$ ). Nous allons ajouter une force de cohésion faible  $F_{coh} = 2\langle m \rangle g = 0.38$  N, soit deux fois le poids moyen des grains. La figure 4.17 montre la force moyenne axiale sur la pointe de la racine en fonction de la rigidité angulaire de l'apex  $K_b$  pour les cas sans et avec la force cohésive. On voit que la force de cohésion ajoutée n'a pas eu d'effet notable sur les valeurs des forces. Ceci montre que l'ordre de grandeur de la force devrait être bien plus important que le poids des grains pour affecter la résistance du matériau.

Les figures 4.18 et 4.19 montrent la force moyenne en fonction de la rigidité de l'apex pour une autre série de simulations avec  $F_{coh} = 25\langle m \rangle g$  et en faisant varier  $K_b$ . Cette fois, toutes les valeurs de la force et notamment la valeur de  $H$  sont supérieures à celles de l'échantillon non-cohésif pour toutes les valeurs de  $K_b$ . Néanmoins, il est remarquable que les deux séries de données coïncident très bien lorsque les forces et les valeurs de  $K_b$  sont normalisées par  $H$  et  $H\langle d \rangle$ , respectivement. Ce résultat montre encore une fois que  $H$  prend bien en compte la texture et les forces internes du sol. On constate aussi la plus grande variabilité des valeurs moyennes des forces dans le cas du matériau le plus cohésif.

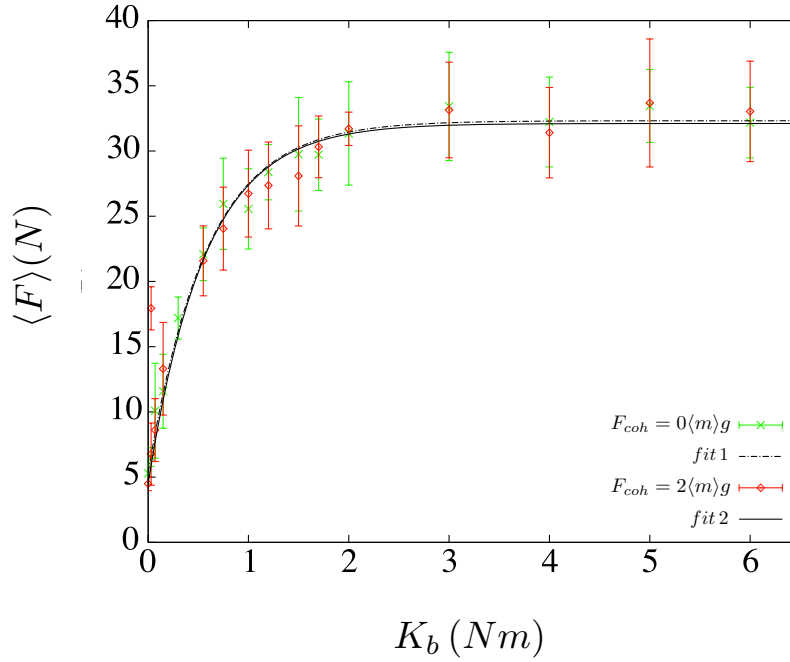


FIGURE 4.17 – La force moyenne en fonction de la rigidité angulaire de la racine pour deux échantillons : sans cohésion et avec une force de cohésion ; fit 1 :  $H = 32.31$ ,  $a = 27.02$ ,  $\beta = 1.72$  ; fit 2 :  $H = 32.2$ ,  $a = 27.61$ ,  $\beta = 1.76$ .

Pour évaluer un peu mieux les effets de la taille de l'échantillon sur les forces moyennes, nous avons préparé trois échantillons de 700, 3000 et 6000 grains ; voir figure 4.20. Comme pour l'échantillon de 1500, ces échantillons ont été préparés dans un état non-cohésif avant activer la cohésion entre grains avec une force de cohésion de  $25 \langle m \rangle g$ . La compacité initiale est donc la même pour ces échantillons. Trois séries de simulations ont été réalisées avec ces trois nouveaux échantillons, mais seulement avec des valeurs élevées de  $K_b$  ( $K_b \geq 3 \text{ Nm}$ ). La figure 4.21 montre qu'en comparant les valeurs de la force moyenne avec les forces dans l'échantillon de 1500 grains, on observe une légère augmentation de la force moyenne avec la taille du système. Cette augmentation peut être attribuée au niveau plus élevée de la contrainte dans les parties basses des échantillons proportionnellement à leur profondeur sachant que les 10 couches les plus profondes de grains ne sont jamais considérées. Pour les profondeurs importantes, il est nécessaire de retrancher le gradient des forces pour avoir une analyse statistique correcte. Typiquement, dans toutes les études présentées jusqu'ici ce gradient était négligeable. Mais d'une manière générale, la force moyenne et sa dépendance par rapport à la rigidité de la racine n'a de sens qu'à une profondeur donnée. La figure 4.22 montre la force moyenne pour quelques valeurs élevées de  $K_b$  pour la même profondeur dans les 4 échantillons. Cette fois, aux fluctuations près, les niveaux sont pratiquement similaires.

Le frottement des grains avec les parois aussi peut avoir un effet sur les forces mobilisées au sein de l'échantillon. Dans les études précédentes le frottement avec les parois était posé égal à zéro. La figure 4.23 montre les valeurs de  $H$  (obtenues pour une valeur élevée de  $K_b$ ), sans et avec frottement avec les parois pour l'échantillons de 700 grains. On n'observe pratiquement aucune

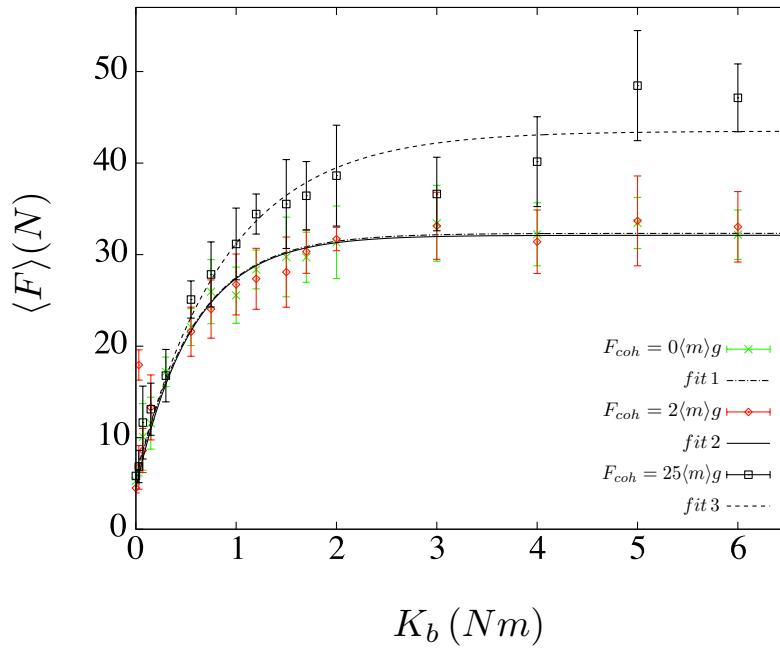


FIGURE 4.18 – La force moyenne en fonction de la rigidité angulaire pour trois échantillons : le premier est sans cohésion, le deuxième avec une force de cohésion égale à  $2\langle m \rangle g$  et le troisième avec une force de cohésion égale à  $25\langle m \rangle g$ ; fit 1 :  $H = 32.31$ ,  $a = 27.02$ ,  $\beta = 1.72$ ; fit 2 :  $H = 32.2$ ,  $a = 27.61$ ,  $\beta = 1.76$ ; fit 3 :  $H = 42.59$ ,  $a = 36.77$ ,  $\beta = 1.19$ .

différence entre les valeurs de  $H$  même pour ce petit échantillon. Ce résultat indique que cette taille de l'échantillon est suffisante pour permettre aux forces au centre de l'échantillon (où se trouve le point de départ de la racine) d'être peu influencées par le frottement au niveau des parois. Néanmoins, pour des valeurs plus faibles de  $K_b$  la racine peut s'éloigner du centre pendant son développement et se rapprocher des parois latérales. Les effets des parois et du frottement ne sont donc pas totalement négligeables.



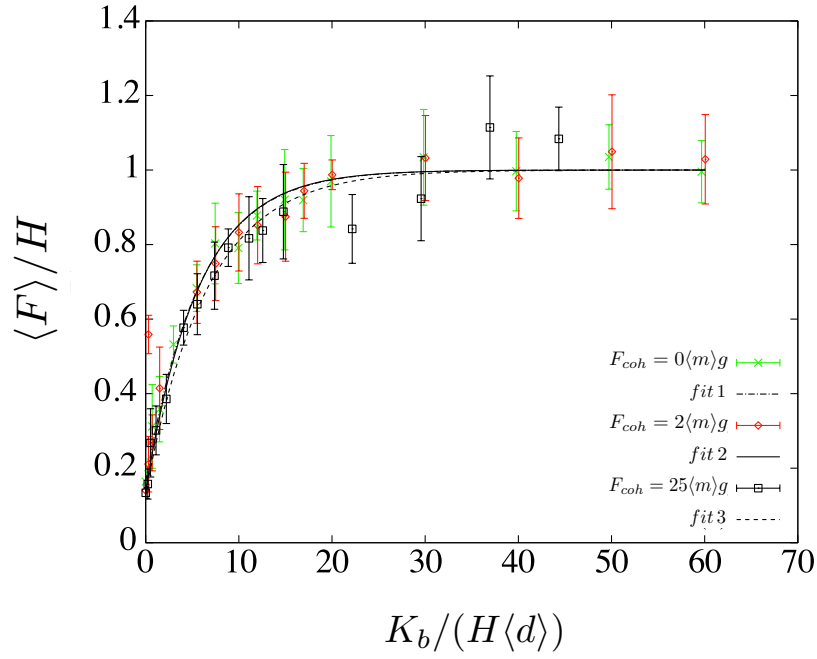


FIGURE 4.19 – La force moyenne normalisée en fonction de la rigidité normalisée pour trois échantillons : le premier est sans cohésion, le deuxième avec une force de cohésion égale à  $2\langle m \rangle g$ , et le troisième avec une force de cohésion égale à  $25\langle m \rangle g$ ; fit 1 :  $\alpha' = 0.83$ ,  $\beta' = 0.17$ ; fit 2 :  $\alpha' = 0.85$ ,  $\beta' = 0.17$ ; fit 3 :  $\alpha' = 0.86$ ,  $\beta' = 0.15$ .

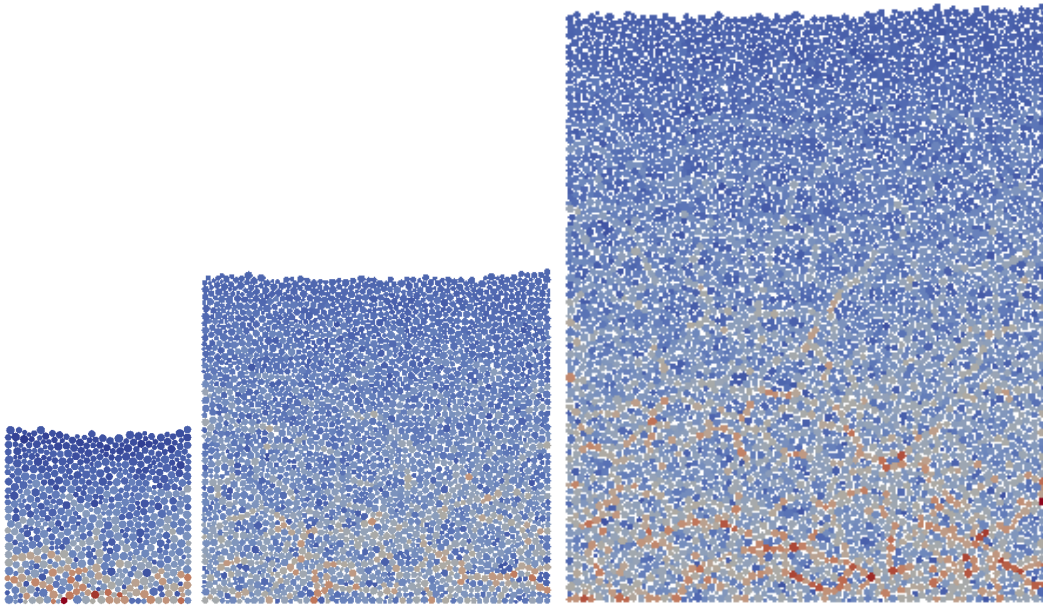


FIGURE 4.20 – Trois échantillons de 700, 3000 et 6000 grains.



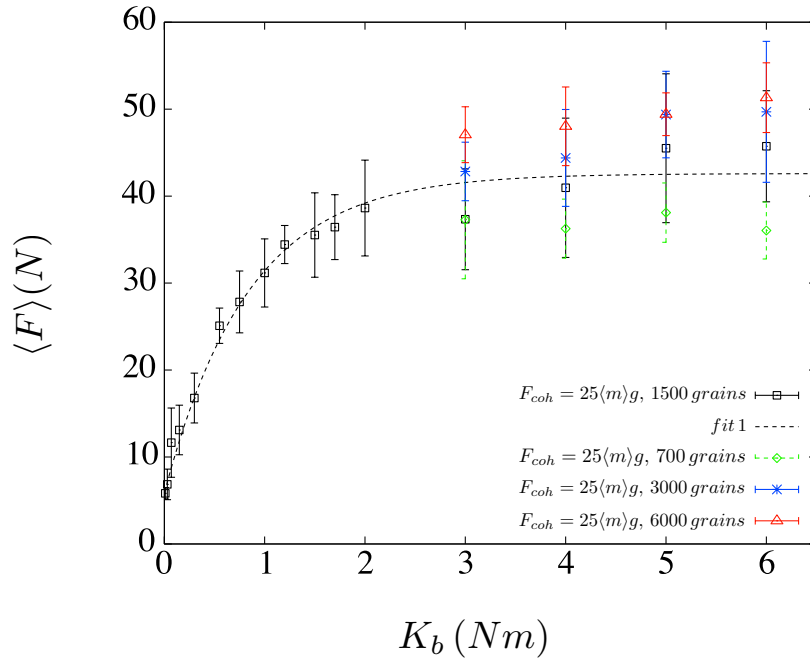


FIGURE 4.21 – La force moyenne en fonction de la rigidité de la racine pour quatre échantillons cohésifs de 700,1500, 3000 et 6000 grains, en ignorant les dix couches les plus profondes de grains ; fit 1 :  $H = 42.59$ ,  $a = 36.77$ ,  $\beta = 1.19$ .

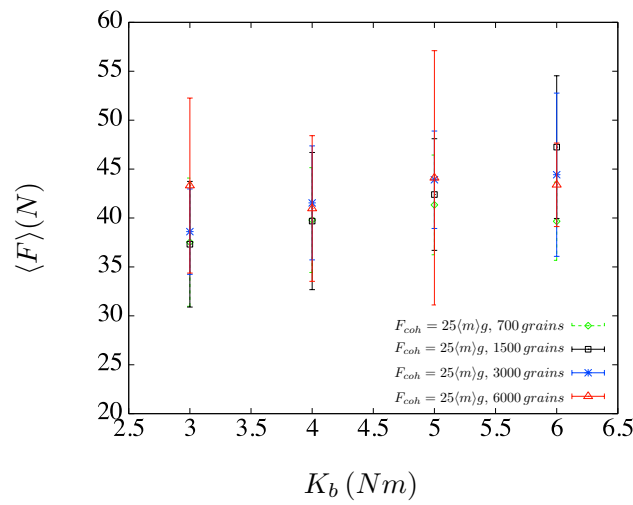


FIGURE 4.22 – La force moyenne en fonction de la rigidité de la racine pour quatre échantillons cohésifs de 700,1500, 3000 et 6000 grains à la même profondeur dans les échantillons.

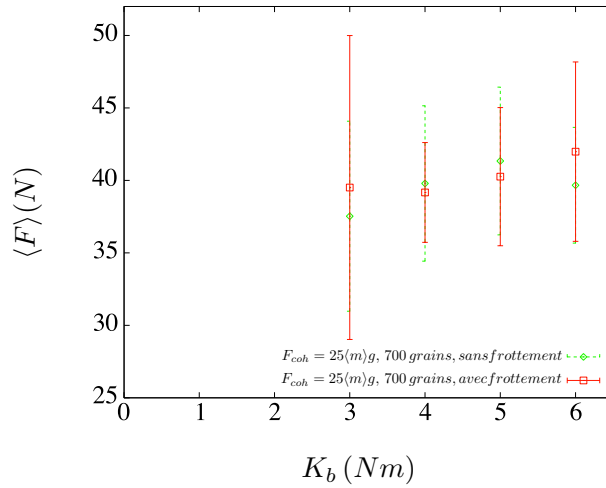


FIGURE 4.23 – La force moyenne en fonction de la rigidité de la racine pour deux échantillons cohésives de 700 grains avec et sans frottement entre les grains et les parois.

## 4.6 Effets collectifs

On a vu les effets de différents paramètres sur le signal de la force axiale que subie la racine pendant sa croissance. Les hétérogénéités du matériau dans un sol peuvent être beaucoup plus importantes que celles dans les assemblages que nous avons examinés. En particulier, un sol cohésif peut comporter des pores ou des inclusions rigides de grandes tailles par rapport à la taille des grains. L'activité des organismes vivants dans le sol peut ainsi modifier de façon significative la structure granulaire d'un sol cohésif. Par exemple, suite à la mort et la décomposition des racines, il se forme un réseau des canaux qui peuvent favoriser la colonisation des sols par des nouvelles racines (Ehlers et al. (1983); Materechera et al. (1992b); MacKenzie et al. (2009)). Ces aspects demandent des études dédiées, mais nous allons brièvement illustrer ici ces effets en examinant la croissance de racines en parallèle et la croissance d'une racine dans un canal.

Les plantes se caractérisent par un système des ramifications racinaires complexes. On suppose que la présence de plusieurs racines, assez proche les unes des autres, implique un "effet de groupe" qui peut avoir un impact significatif sur la réorganisation locale des grains (induisant des phénomènes de voûte par exemple) et en retour sur les forces subies par chaque racine au cours de sa croissance. Nous considérons ici la croissance de deux racines en parallèle comme illustré sur la Figure 4.24. La distance entre les deux racines est définie en fonction du diamètre moyen des grains de l'échantillon. Dans cette simulation, la distance initiale entre les deux racines est égale à 2 diamètres moyens. La rigidité des deux racines est choisie d'être

suffisamment élevée afin d'obtenir des trajectoires similaires.

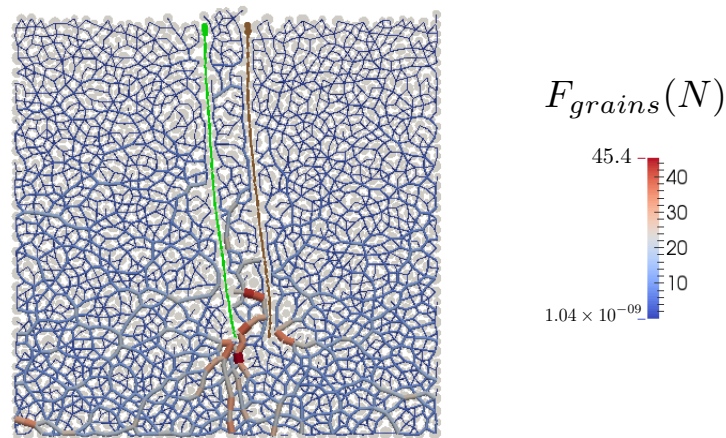


FIGURE 4.24 – La croissance simultanée de deux racines ; Les largeurs des lignes et leurs couleurs représentent les grandeurs de la force entre grains.

La Figure 4.25 montre l'évolution de la force à la pointe de la racine pour les deux racines en fonction du temps pour  $K_b = 2 \text{ Nm}$ , le diamètre de la racine de 0,4 mm et  $M = 1,54$ . Les deux séries de forces sont relativement corrélées même si des différences apparentes sont observées. Cette corrélation reflète la croissance simultanée des deux racines. Le caractère 2D des simulations aussi contribue aux corrélations. Les grains coincés entre les deux racines sont ainsi complètement isolés du reste du matériau et donc ils empêchent les deux racines de se rapprocher l'une de l'autre. Ce type d'effets pathologiques en dimension 2 nous ont dissuadé de continuer l'analyse des effets de groupe en attendant de développer les simulations en dimension 3.

Pour voir l'effet d'un canal existant sur la croissance des racines, nous avons réalisé des simulations en deux étapes. La première étape consistait à faire croître une première racine (racine 1) dans l'échantillon. Ensuite, nous avons supprimé la racine précédente et simulé la croissance d'une seconde racine (racine 2) dont le point de départ a été légèrement déplacé de la première racine supprimée. Techniquement, la première racine a été maintenue en place afin d'éviter l'effondrement des grains dans le canal formé. Cependant le contact numérique entre la racine 1 et la racine 2 a été désactivé pour rendre la racine 1 "invisible" pour la racine 2.

La rigidité angulaire  $K_b$  de la première racine morte a été prise suffisamment élevée ( $K_b = 2 \text{ N m}$ ) pour avoir une trajectoire presque verticale, et la rigidité de la seconde racine a été prise petite ( $K_b = 0.01 \text{ Nm}$ ) afin d'accroître sa flexibilité. La figure 4.26(a) montre que, dès que la seconde racine atteint le canal, il l'emprunte et continue de le suivre. En regardant le signal des forces présenté sur la figure 4.26(b), nous observons que la force est presque nulle lorsque la racine entre dans le canal mais prend périodiquement des valeurs élevées lorsque la racine se dévie et entre en contact avec les parois du canal. Ces valeurs sont néanmoins plus petites que les valeurs maximales de la croissance d'une racine dans un milieu granulaire. Cet exemple montre l'importance de la porosité du sol pour la croissance des racines.

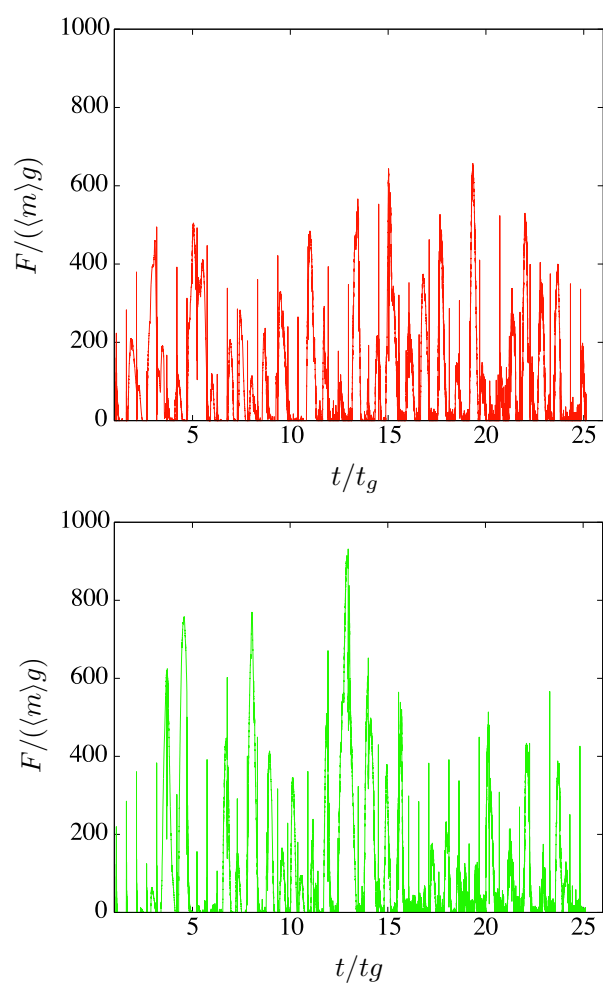
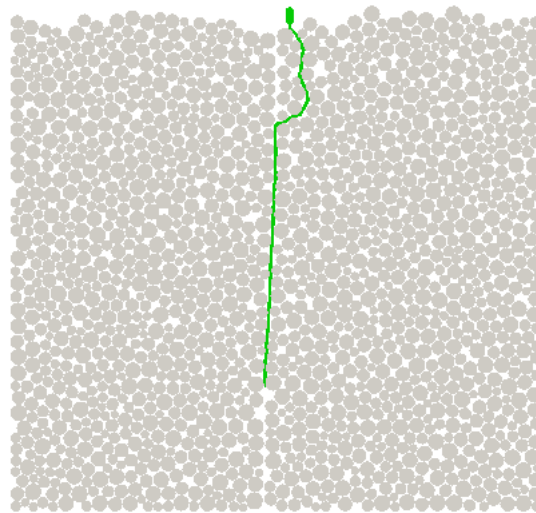
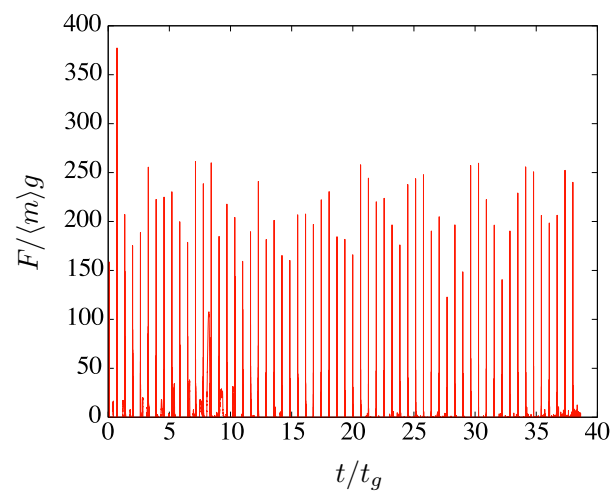


FIGURE 4.25 – Les forces exercées sur les pointes de deux racines en progression dans un matériau granulaire.



(a)



(b)

FIGURE 4.26 – (a) La croissance de la racine à l'intérieur d'un canal laissé par une racine ; (b) La force à la pointe de la racine en fonction du temps.

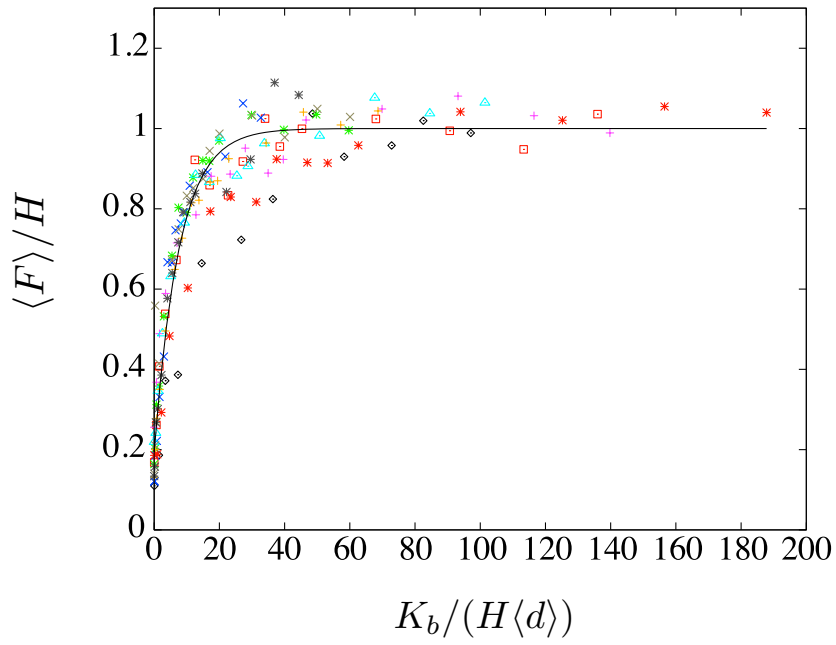


FIGURE 4.27 – La force moyenne normalisée en fonction de la rigidité angulaire normalisée de la racine pour toutes les simulations réalisées avec toutes les valeurs des paramètres étudiés; fit :  $a' = 0.81$ ,  $\beta' = 0.13$  et  $F_0 = 0.1$ .

## 4.7 Conclusions

Plusieurs paramètres étant impliqués dans le comportement mécanique du système racine-grains, nous avons réalisé une étude paramétrique afin de quantifier leur influence sur les forces perçues par la pointe de la racine lors de la croissance des racines dans les milieux granulaires. La répartition de la force normalisée montre une distribution de ces forces principalement à l'échelle du grain. Nous avons montré que cette distribution a la même forme fonctionnelle pour toutes les rigidités de la racine. Cette distribution est caractérisée par une loi de puissance décroissante pour les forces en dessous de la force moyenne, et une fonction décroissante exponentielle pour les forces supérieures à la force moyenne. Cela reflète la distribution hétérogène bien connue des forces à l'intérieur des matériaux granulaires.

La force moyenne  $\langle F \rangle$  calculée pour une période de croissance donnée est un facteur important qui varie en fonction des paramètres du matériau et de la racine, telles que la rigidité angulaire de la racine  $K_b$  et la porosité du sol. Nous avons montré que la force moyenne augmente exponentiellement avec la rigidité angulaire jusqu'à une limite  $H$ . Cette limite varie en faisant varier les caractéristiques du sol tels que la distribution des diamètres des grains et le diamètre du gap entre elles, la compacité du sol. ... mais il ne change pas en changeant les caractéristiques mécaniques de la racine ( $l_g$  la taille des éléments racinaires). Cette limite est la force maximale exercée sur la racine durant sa croissance et elle dépend ainsi du matériau.

Un résultat intéressant des études paramétriques réalisées est la mise à l'échelle de la dépendance de la force moyenne  $\langle F \rangle$  par rapport à  $K_b$ . En effet, nous avons montré qu'en changeant les paramètres, il est possible de faire superposer les données sur la même forme exponentielle en normalisant  $\langle F \rangle$  par  $H$  et  $K_b$  par  $H\langle d \rangle$ . Cette mise à l'échelle est d'autant plus remarquable qu'elle conduit, aux fluctuations près, à une relation unique pour tous les paramètres examinés comme on peut le voir sur la figure 4.27 et ajustée bien par l'équation (4.6) avec  $\beta' \simeq 0.13$  et  $F_0 \simeq 0.1$ . On note que les barres d'erreur n'ont pas été représentées sur cette courbe mais les fluctuations observées sont du même ordre de grandeur que les fluctuations observées pour chaque ensemble de paramètres pour cinq simulations indépendantes en modifiant le point de départ de la racine. Etant donnée cette forme générale, les effets des paramètres sont complètement absorbés dans les valeurs de  $H$  et de  $\langle d \rangle$ .

Cette loi de force/rigidité est utile pour fournir des indicateurs de mécano-perception et d'étudier la réponse biomécanique passive ou active (acclimatation, tropismes) de la croissance des racines qui peut affecter la forme de la racine, l'allongement et le taux d'expansion radiale et/ou la densité de ramification. Dans le chapitre suivant, nous allons étudier certains descripteurs de la forme de la racine numérique et chercher leurs liens avec la force exercée par le milieu sur la racine.

## TRAJECTOIRES DES RACINES

---

*« Avoue donc que ce qui répand la lumière  
de la vérité sur les objets de la  
connaissance et confère au sujet qui  
connaît le pouvoir de connaître, c'est  
l'idée du bien »*

---

Platon

### Sommaire

---

5.1	Introduction . . . . .	97
5.2	Caractérisation des trajectoires des racines . . . . .	98
5.3	Etude du mouvement horizontal de la racine . . . . .	99
5.4	La tortuosité des racines . . . . .	102
5.5	Statistique des re-directions locales de la racine . . . . .	106
5.6	Relation force-forme pour la racine . . . . .	114
5.7	Conclusion . . . . .	115

---



## 5.1 Introduction

Le terme "architecture" en référence à des objets biologiques désigne généralement la configuration spatiale de certains assemblages complexes de sous-unités, avec l'implication que la configuration toute ensemble a une certaine signification fonctionnelle. Le terme "architecture racinaire" a été utilisé dans différents contextes pour représenter des aspects distincts de la forme du système racinaire. L'architecture racinaire se réfère à la configuration spatiale du système racinaire, à savoir le déploiement géométrique explicite des axes de la racine. L'architecture des racines est généralement assez complexe. Les systèmes racinaires montrent une variation architecturale considérable entre les espèces, entre les génotypes d'une espèce donnée, et même dans les différentes parties d'un système racinaire unique. La diversité et la plasticité de l'architecture des racines sont en même temps un enjeu méthodologique de taille et un aspect intrigant de la morphologie fonctionnelle des plantes.

Dans ce chapitre, on va étudier les trajectoires des racines dans le but d'identifier des paramètres qui les quantifient. Nous allons aussi nous intéresser à la relation entre ces trajectoires, qui constituent la forme de la racine, et la force moyennes exercée par le sol sur la pointe de la racine.

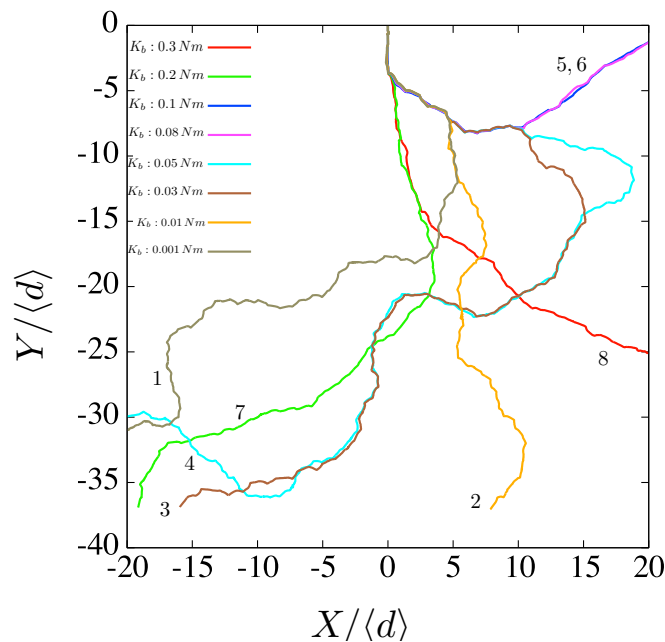


FIGURE 5.1 – Des exemples de trajectoires de racines pour les valeurs faibles de rigidité en flexion de l'apex de la racine  $K_b$ . Les nombres correspondent aux valeurs de  $K_b$  dans l'ordre croissant : 0.001, 0.01, 0.03, 0.05, 0.08, 0.1, 0.2, et 0.3 Nm.

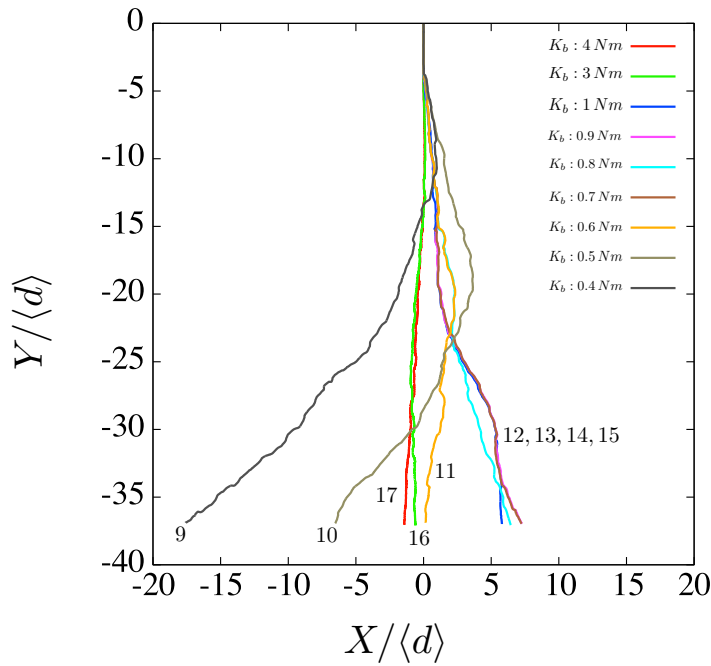


FIGURE 5.2 – Des exemples de trajectoires de racines pour les valeurs élevées de rigidité en flexion de l’apex de la racine  $K_b$ . Les nombres correspondent aux valeurs de  $K_b$  dans l’ordre croissant : 0.5, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1, 3 et 4 Nm. Les distances sont normalisées par le diamètre moyen des grains  $\langle d \rangle$ .

## 5.2 Caractérisation des trajectoires des racines

Les figures 5.1 & 5.2 montrent plusieurs exemples des trajectoires des racines (positions successives de la pointe de la racine), pour différentes valeurs de la rigidité en flexion  $K_b$  (de l’apex), pour des croissances racinaires dans un même échantillon des grains et en partant du même point de départ à la surface supérieure de l’échantillon. Ces trajectoires sont obtenues en traçant les coordonnées  $X$  et  $Y$  de la pointe de la racine à chaque pas de temps (figure 4.1). Ces valeurs sont normalisées par le diamètre moyen d’un grain  $\langle d \rangle$ . A très haute valeur de la rigidité ( $K_b > 2$  Nm), la racine pousse verticalement en délogeant les particules sur son chemin, elle est rigide et très peu déformable. Par conséquent, dans cette limite, la racine se comporte comme un pénétrmètre qui aurait été enfoncé verticalement dans le matériau granulaire, de sorte que la force moyenne exercée sur la pointe  $\langle F \rangle$  est égale à sa valeur maximale  $H$ , qui dépend des caractéristiques du sol (chapitre 4). Pour des valeurs plus faibles de  $K_b$ , des excursions horizontales et verticales plus grandes sont observées dans les trajectoires de la racine, et la racine devient de plus en plus “bruitée”. Notons que les plus grands écarts horizontaux sont dans une distance près de 10 diamètres  $\langle d \rangle$  des parois latérales (non représentées sur les figures 5.1 & 5.2).

Comme dans les études des forces, une étude statistique est nécessaire pour la caractérisation de ces trajectoires. La plupart de racines poussent vers le bas avec une direction initiale

imposée vers le bas sauf certaines (les racines 5 & 6 pour  $K_b = 0.08 \text{ Nm}$  et  $K_b = 0.01 \text{ Nm}$  sur la figure 5.1). Nous allons dans un premier temps calculer les déviations finales des racines (la valeur de  $X/Y$  de la dernière position de la pointe de la racine), ainsi que les moyennes des valeurs de  $X$  pour cinq simulations pour chaque valeur de  $K_b$ . En effet, la position  $X$  de la racine peut prendre avec la même probabilité des valeurs positive (vers la droite) ou négative (vers la gauche) de telle sorte que sa valeur moyenne est 0 (par rapport à la position de départ). La valeur de  $X$  est donc l'écart du mouvement de la racine par rapport à la direction moyenne. Ce sont ces écarts qui nous intéressent. Une autre mesure globale de la forme des racines est fournie par la tortuosité. Sa valeur reflète naturellement la forme plus ou moins bruitée de la racine. Une autre méthode pour caractériser la forme de la trajectoire de la racine consiste à quantifier ses re-directions locales à l'échelle d'un grain. Les distributions de ces déviations angulaires reflètent les interactions de la racine avec les grains. Si la racine est suffisamment rigide pour pouvoir déplacer les grains sur sa trajectoire rectiligne, alors c'est la rigidité qui domine. Autrement, les déplacements de la racine suivent le réseau des pores. Ce sont ces idées relativement intuitives que nous allons essayer de quantifier plus bas.

### 5.3 Etude du mouvement horizontal de la racine

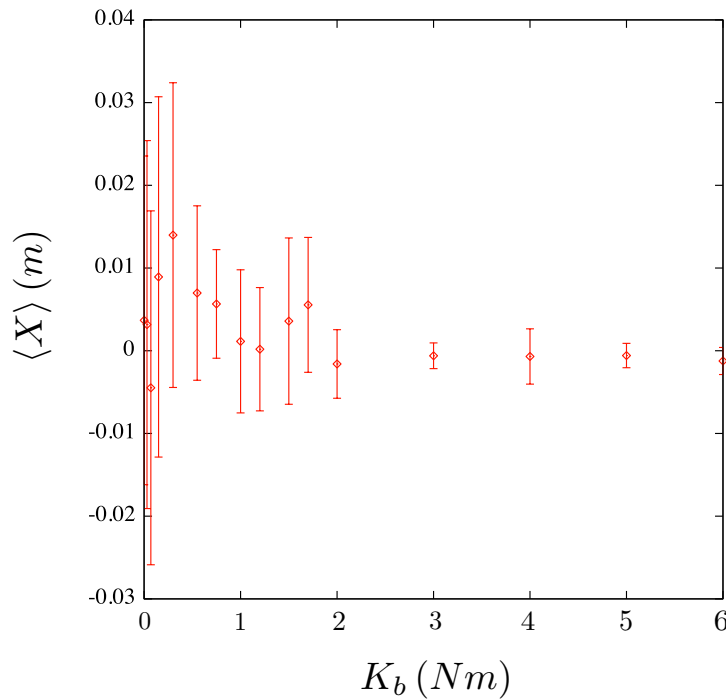


FIGURE 5.3 – Les valeurs moyennes de la position  $X$  de l'extrémité de la racine en fonction de la rigidité de l'apex.

Pour étudier les trajectoires des racines, on considère les différentes séries des simulations de chapitre 4, pour les différentes valeurs des paramètres testés. Dans la section 4.2, on a simulé une

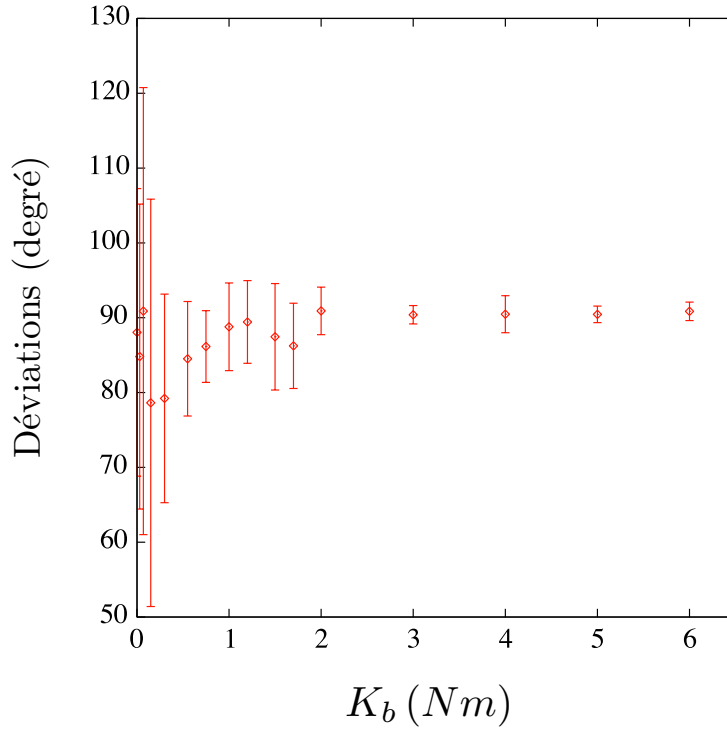


FIGURE 5.4 – Les valeurs moyennes de la déviation moyenne de la racine par rapport à la direction horizontale en degrés en fonction de la rigidité l’apex.

série de croissances racinaires dans un échantillon de 1500 grains pour différentes valeurs de  $K_b$  et pour  $M = 1.54$  (le rapport entre le diamètre du gap intergrain et le diamètre de la racine). Les figures 5.1 & 5.2 montrent des exemples des trajectoires obtenues (une trajectoire pour chaque valeur de  $K_b$ ), mais comme dans les chapitres précédents, pour chaque valeur de  $K_b$  on dispose de cinq simulations différentes en changeant le point de départ.

On calcule les valeurs moyennes des positions finales en  $X$  pour les cinq simulations pour chaque valeur de  $K_b$  comme on les voit sur la figure 5.3. Les barres d’erreur représentent l’écart-type calculé sur les cinq simulations. Ces positions finales moyennes de  $X$  montrent bien que la valeur moyenne de  $X$  fluctue autour de zéro même si la position finale est différente de zéro pour chacune des cinq simulations. On peut remarquer une forte dispersion jusqu’à  $K_b = 1$  Nm, mais pour les valeurs plus élevées on observe une stabilisation de la valeur moyenne  $\langle X \rangle$  autour de  $X = 0$ .

Une autre manière de quantifier ces déviations consiste à calculer la déviation de l’angle  $\tan^{-1}(X/Y)$  des positions finales. La figure 5.4 montre la valeur moyenne de cet angle et son écart-type. On observe un angle moyen de  $90^\circ$  de l’axe horizontal. Ces deux calculs indiquent que la position  $X$  de l’extrémité de la racine est très petite devant les valeurs de la position verticale  $Y$  mais avec une variabilité (fluctuations mesurées par la distance quadratique moyenne) qui diminue lorsque le paramètre de raideur  $K_b$  augmente.

Pour voir cette variabilité au cours de la croissance, nous avons tracé sur les figures 5.5 &

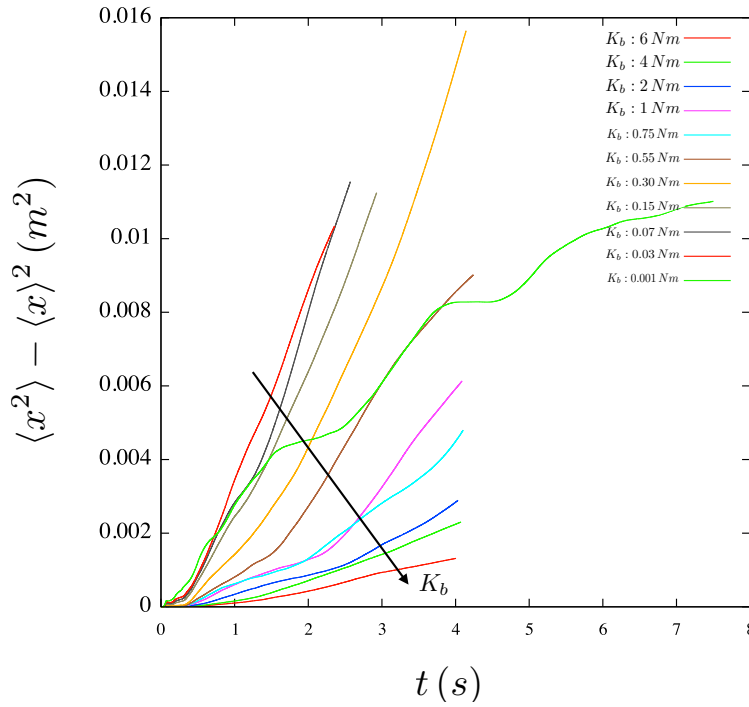


FIGURE 5.5 – La variance des positions  $x$  de l'extrémité de la racine en fonction du temps.

5.6 la variance  $\Delta x^2$  de la distance horizontale (en  $X$ ) parcourue par la racine en fonction du temps. On y observe une variation lente au début, suivie d'une phase d'augmentation plus rapide que linéaire. La variation est d'autant plus rapide que  $K_b$  est petite. Ce comportement rappelle celui d'un mouvement diffusif. Mais la statistique n'est pas suffisante pour déterminer avec confiance les valeurs des exposants et la diffusivité. Pour une diffusion normale, nous avons :

$$\Delta x^2 = \langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2 = D t \quad (5.1)$$

$D$  est la diffusivité. Pour les grandes valeurs de  $K_b$  la diffusivité observée n'est pas significative car elle correspond à de faibles déviations autour de la valeur moyenne. Pour les faibles valeurs de  $K_b$ , la diffusion semble être plus rapide qu'une diffusion "normale", avec une distance quadratique  $\Delta x^2 \propto t^\alpha$  et un exposant  $\alpha$  supérieur à 1.

Le mouvement diffusif de la racine est de nature cinématique et il reflète le désordre de l'empilement. En ce sens, la direction vertical est analogue à l'axe du temps dans un problème de diffusion thermique et la position horizontale représente la déviation par rapport à la position moyenne, qui reste, du fait de la symétrie gauche-droite de l'échantillon égale à la position initiale. Pour les faibles valeurs de  $K_b$ , cette excursion de la racine dans la direction  $x$  est une conséquence directe de la texture du sol tandis que pour les grandes valeurs de  $K_b$  elle est beaucoup moins aléatoire dans la mesure où cette rigidité ne permet pas à la racine de répercuter la variabilité de la configuration des grains.

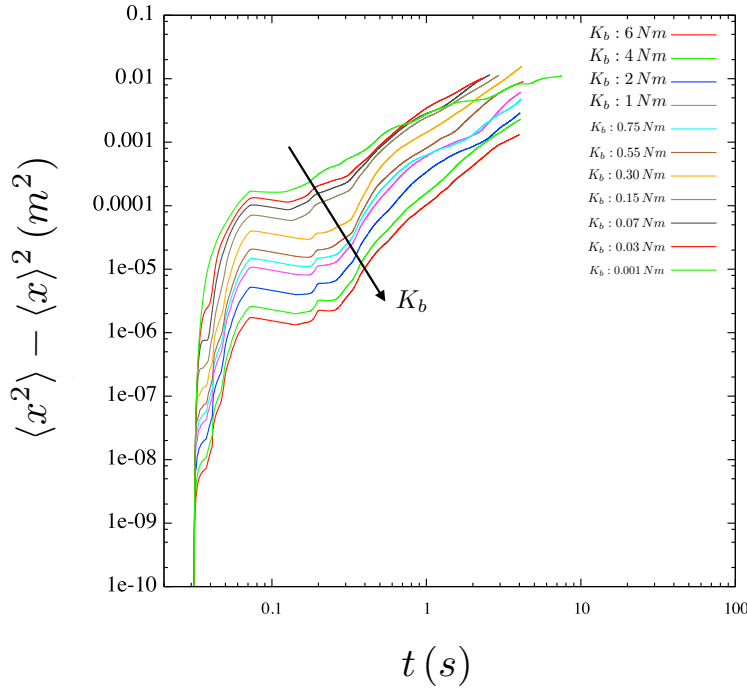


FIGURE 5.6 – La variance des positions  $x$  de l'extrémité de la racine en fonction du temps en échelle log-log.

## 5.4 La tortuosité des racines

Un autre descripteur intéressant des racines est leur tortuosité. Dans cette section, nous allons étudier la tortuosité de nos racines numériques et l'influence des paramètres du matériau sur sa valeur.

Nous allons d'abord considérer la tortuosité pour la série des simulations de la partie 4.3.1 avec  $M = 1.54$ . Ces simulations constituent un cas typique de la croissance racinaire numérique sans cohésion du sol et le diamètre de la racine est plus grand que le diamètre du gap. Plus précisément, on calcule ici la tortuosité globale  $\tau$  de la racine, c'est à dire le rapport entre la longueur réelle  $L_r$  de la racine et la distance  $L$  entre le point de départ la pointe à la fin de la simulation :

$$\tau = \frac{L_r}{L} \quad (5.2)$$

La figure 5.7 montre  $\tau$  en fonction de la rigidité angulaire de l'apex. Les barres d'erreur représentent l'écart-type pour cinq simulations indépendantes (en changeant le point de départ pour chaque simulation). Comme attendu, pour les faibles valeurs de  $K_b$  la tortuosité a une valeur élevée, de l'ordre de 1.3. Cette valeur est proche de la tortuosité des fissures dans un empilement 2D Affes (2012). Elle diminue ensuite rapidement lorsque  $K_b$  augmente et tend vers 1 comme pour une barre élastique.

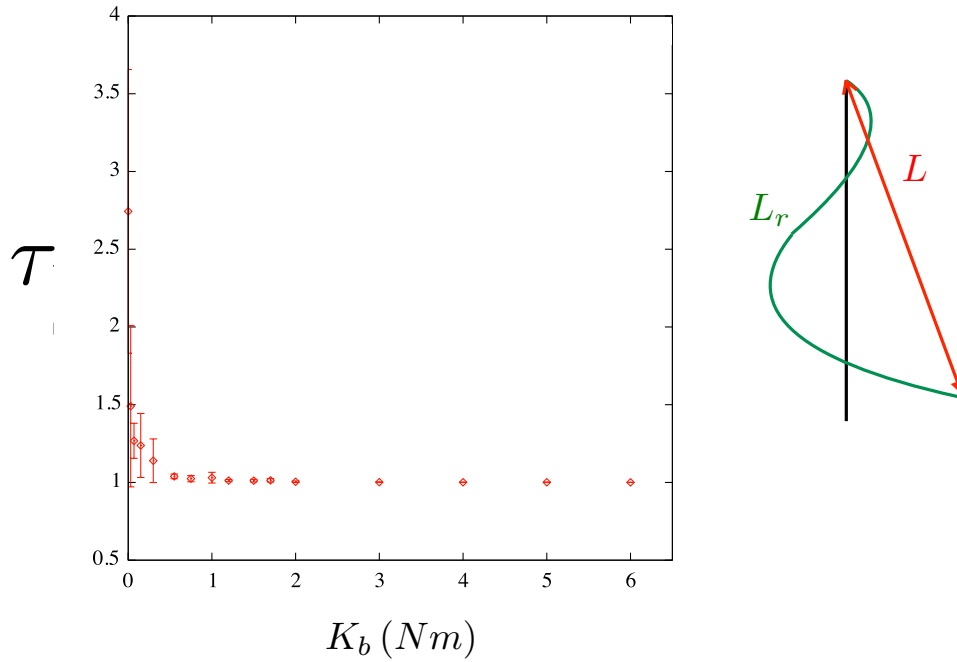


FIGURE 5.7 – La variation de la tortuosité finale de la racine en fonction de la variation de la rigidité de l'apex  $K_b$ .

Il faut remarquer que la tortuosité varie pendant la croissance de la racine. Il suffit de calculer la tortuosité en utilisant le même principe mais à chaque pas de temps de tous les trajectoires. La figure 5.8 montre pour les cinq simulations d'une valeur élevée de  $K_b$ . La tortuosité reste globalement proche de 1, mais commence à augmenter vers la fin lorsque la racine s'approche des parois. La figure 5.9 montre la variation de la tortuosité pour une valeur plus faible de  $K_b$ . Ici aussi, sa valeur est proche de 1 sur une distance de  $5\langle d \rangle$ . Ensuite, elle augmente et se stabilise à une valeur pratiquement constante. Il semble donc que la tortuosité est bien définie pour une longueur de l'ordre de  $20\langle d \rangle$ .

Pour préciser l'effet de l'échelle de longueur, on peut calculer la tortuosité partielle définie comme la tortuosité pour des segments  $\Delta L$  de la racine. La valeur moyenne sur tous les segments de la racine donne alors une mesure de la tortuosité à l'échelle  $\Delta L$ . Les figures 5.10 et 5.11 montrent la valeur de  $\tau$  calculée par cette méthode en fonction de  $\Delta L/\langle d \rangle$ . On voit que dans le cas rigide, la tortuosité ne dépend pratiquement pas de l'échelle alors que dans le cas souple elle diminue, par un effet d'intégration des petites re-directions de la racine, et tend vers une valeur constante pour  $\Delta L \simeq 15\langle d \rangle$ . Ce résultat confirme la stabilisation de la tortuosité pour une distance de l'ordre de  $20\langle d \rangle$  sur la figure 5.9. La différence entre les deux valeurs peut être liée au choix de l'origine (mobile pour la tortuosité partielle et fixe pour la tortuosité globale). Ce point nous conduit à l'étude des re-directions locales dans la suite de ce chapitre.

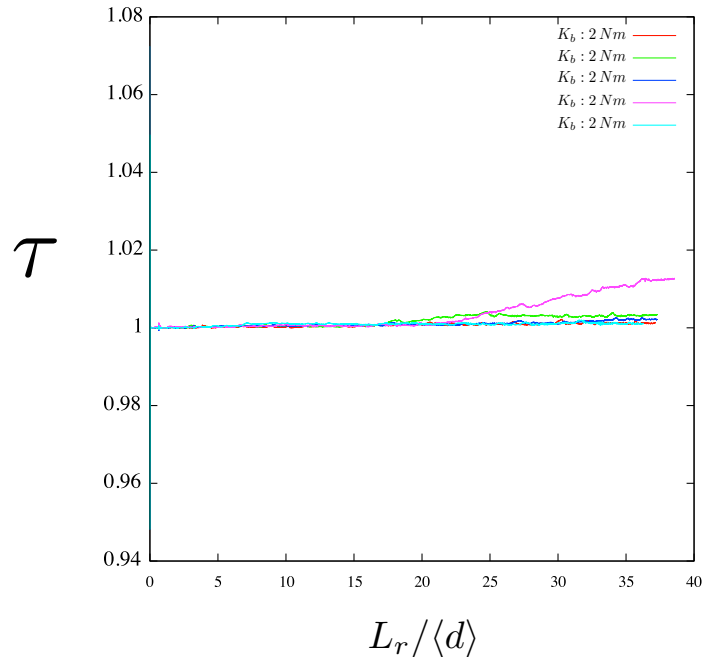


FIGURE 5.8 – La tortuosité en fonction de la distance parcourue par la racine normalisée par le diamètre moyen des grains pour une valeur élevée de  $K_b$ .

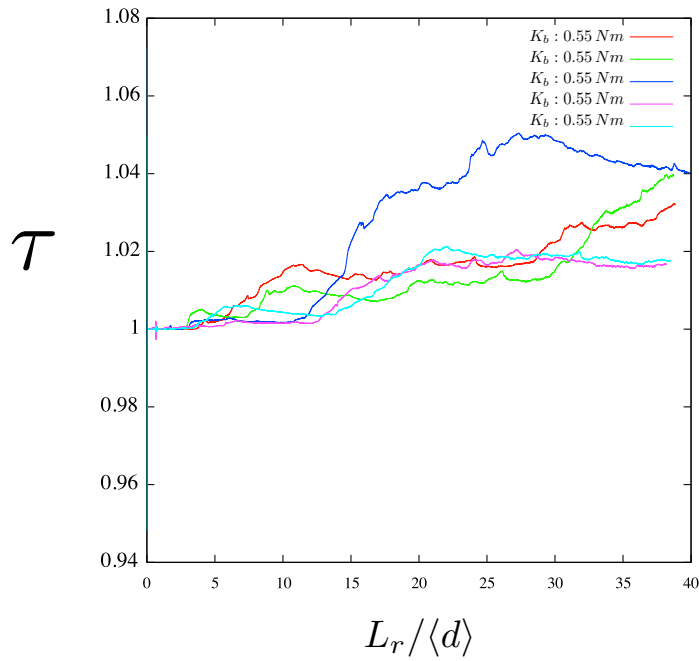


FIGURE 5.9 – La tortuosité en fonction de la distance parcourue normalisée par le diamètre moyen des grains pour une valeur intermédiaire de  $K_b$ .



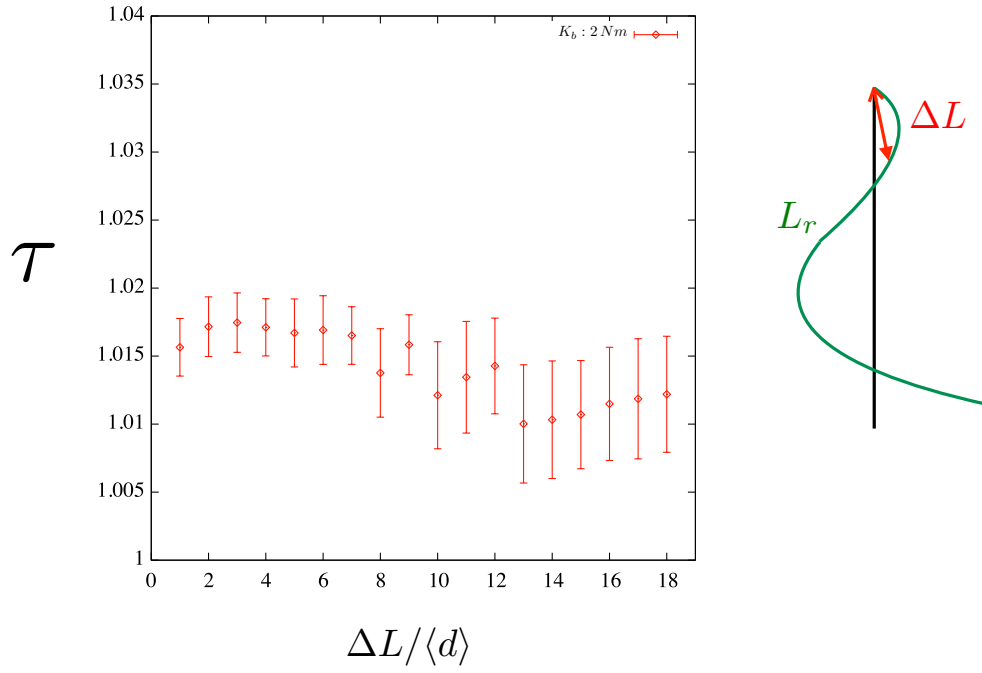


FIGURE 5.10 – La tortuosité partielle en fonction de l'échelle  $\Delta L$  pour une valeur élevée de la rigidité angulaire de l'apex  $K_b$ .

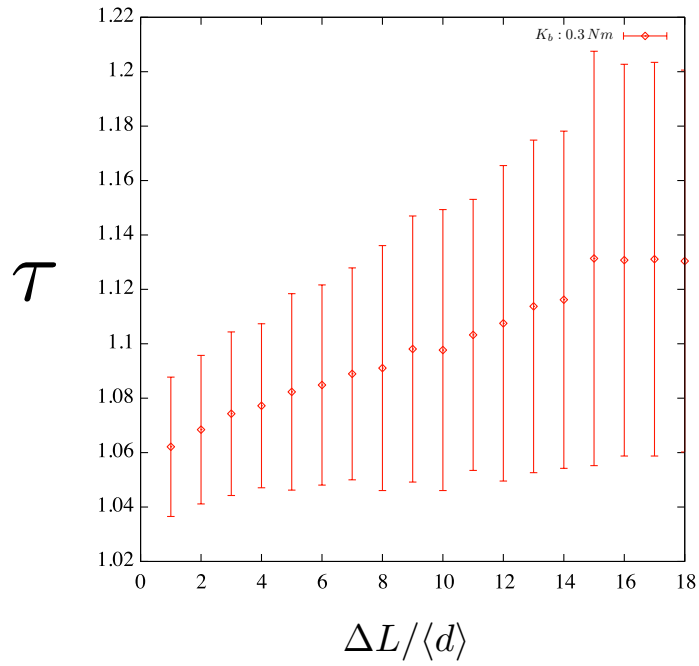


FIGURE 5.11 – La tortuosité partielle en fonction de l'échelle  $\Delta L$  pour une valeur intermédiaire de la rigidité angulaire de l'apex  $K_b$ .

## 5.5 Statistique des re-directions locales de la racine

La forme globale de la racine, que nous avons considérée plus haut, représente une déviation cumulée dans le temps. Or, les déviations locales suivent de plus près la texture du milieu granulaire. La racine, du fait de sa rigidité, suit un mouvement rectiligne dans un pore. Elle ne change sa trajectoire que si elle rencontre la surface d'une particule ou si sa rigidité ne lui permet pas de déloger la particule. Par conséquent, la longueur sur laquelle les re-directions de la racine sont significatives est le diamètre d'une particule. Nous allons donc quantifier ces re-directions et évaluer l'effet des paramètres tel que le ratio  $M$  (diamètre de gap/diamètre de la racine), la texture liée aux tailles des grains, la compacité et la cohésion du sol. Outre la rigidité  $K_b$ , un autre paramètre qui peut intervenir est le diamètre moyen des grain  $\langle d \rangle$ .

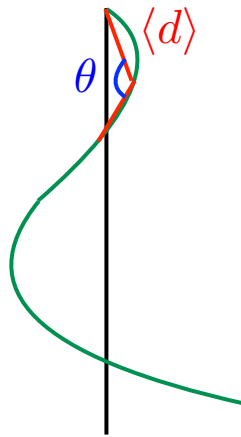


FIGURE 5.12 – Illustration de calcul des re-directions locales de la racine.

On considère ici les mêmes séries de simulations présentées dans la section 4.3.1 où on avait étudié la croissance racinaire dans un échantillon de 1500 grains pour deux valeurs de  $M$  (0.86 et 1.54). L'échantillon et donc la texture granulaire sont similaires dans les deux séries de simulations. Seul le ratio  $M$  est différent. Pour  $M = 0.86$  le diamètre de la racine est plus petit que le diamètre de gap alors que pour  $M = 1.54$  le diamètre de la racine est plus grand que le diamètre du gap. Pour caractériser la forme de la racine, on analyse les re-directions de la racine pour des déplacements sur une distance égale au diamètre moyen des grains  $\langle d \rangle$ . En d'autres termes, on détermine la variation  $\theta$  de l'orientation de la racine pour des segments de longueur égale à  $\langle d \rangle$  comme illustré sur la figure 5.12. Dans cette étude  $\langle d \rangle = 3.1$  mm. L'écart-type  $S$  des ces angles caractérise en moyenne la re-direction de racine.

La figure 5.13 montre l'histogramme des re-directions pour différentes valeurs de la rigidité angulaire  $K_b$ . On voit que pour des valeurs élevées de  $K_b$ , les histogrammes des valeurs de  $\theta$  présentent un aspect très piqué autour de zéro avec une faible valeur de l'écart-type  $S$ , comme attendu du fait des faibles déviations de la racine. En contraste, pour les faibles valeurs de  $K_b$  la

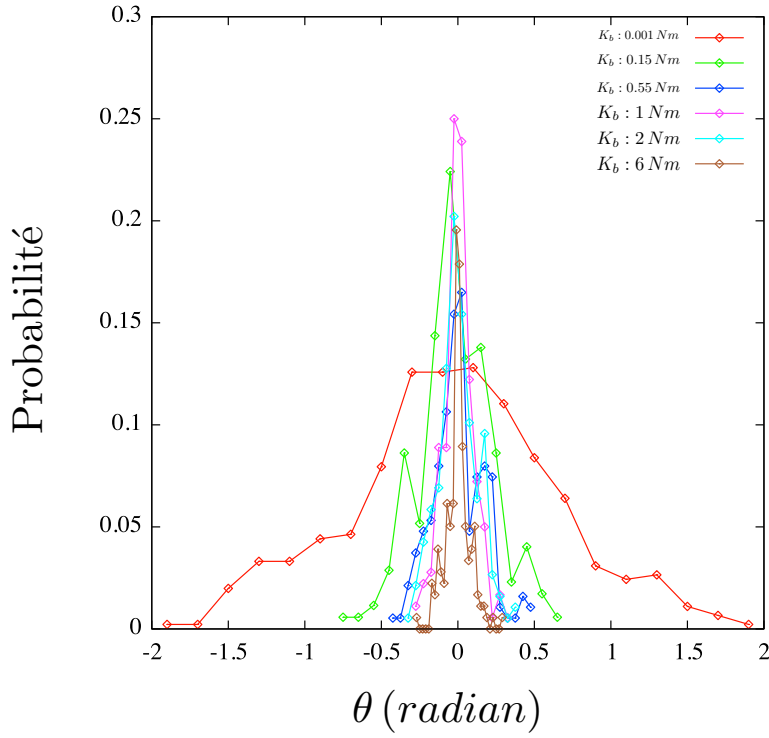


FIGURE 5.13 – Histogramme de la distribution de probabilité des valeurs des re-directions locales de la racine pour différents valeurs de rigidité angulaire  $K_b$ .

distribution est large mais toujours centré sur  $\theta = 0$ .

La figure 5.14 montre la variation de l'écart type  $S$  des angles de re-direction en fonction de  $K_b$  pour les deux valeurs du paramètre  $M$ . Pour les valeurs les plus faibles de rigidité,  $S$  prend une valeur aussi élevée que 0.7 radians, ce qui correspond à un angle de re-direction de 40 degrés. Mais il diminue assez rapidement lorsque  $K_b$  augmente. Pour les valeurs plus élevées de  $K_b$ ,  $S$  continue à diminuer mais beaucoup plus lentement. On observe une tendance asymptotique de  $S$  vers 0.1 radian alors qu'on s'attend à ce que  $S$  tende vers zéro lorsque la rigidité est infinie (comme pour une tige enfoncée dans un sol). La valeur résiduelle de 0.1 correspond à un angle de  $\approx 6$  degrés. Ces re-directions résultent des mouvements élastiques de la racine dans son ensemble (la partie rigidifiée de la racine). Plus la racine est longue, et plus le moment des forces de réaction exercées en particulier sur la pointe de la racine sont élevées, ce qui entraîne une rotation de la racine dans son ensemble. Pour supprimer ces mouvements, il aurait fallu multiplier la rigidité angulaire dans la phase rigidifiée par un facteur plus grand que 1000.

La figure 5.15 montre les mêmes données en échelle log-log. Cette figure met en évidence deux régimes de croissance bien distincts. Dans le premier régime,  $S$  diminue par une loi de puissance en fonction de  $K_b$  :

$$S \propto K_b^{-\gamma} \quad (5.3)$$

La valeur de l'exposant  $\gamma$  est  $\approx 0.16$  pour  $M = 0.86$  et  $\approx 0.21$  pour  $M = 1.54$ . Ceci indique que la diminution de  $S$  avec  $K_b$  est légèrement plus rapide lorsque la distance de gap est supérieure au

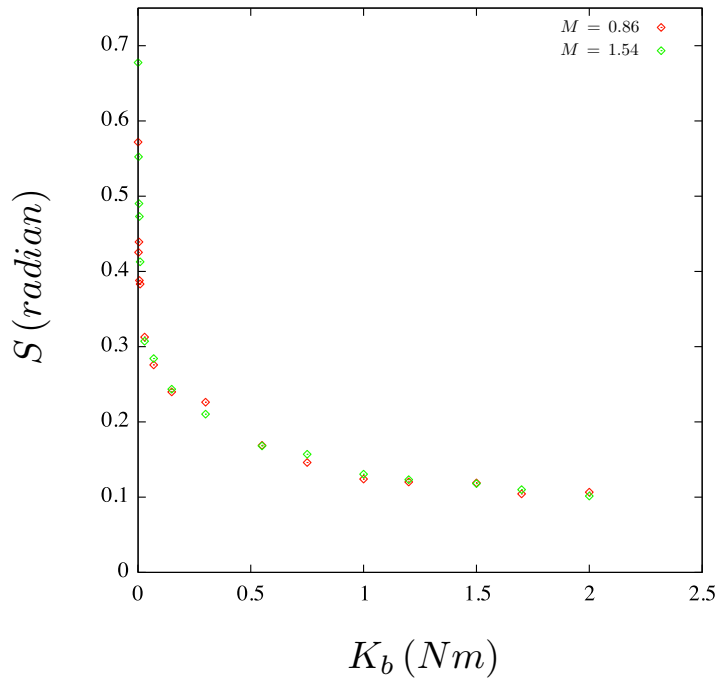


FIGURE 5.14 – Evolution de l'écart type des des re-directions  $\theta$  de la racine en fonction de la rigidité angulaire  $K_b$  pour deux valeurs du paramètre  $M$ .

diamètre de la racine, ce qui paraît physiquement plausible dans la mesure où la racine peut se développer avec moins de re-direction lorsque le gap est plus grand. Dans le deuxième régime,  $S$  diminue plus rapidement avec  $K_b$  que dans le premier régime. Ceci peut être compris comme une conséquence du fait que la racine est suffisamment rigide pour pouvoir déplacer les grains et donc avancer avec moins de re-direction.

Une valeur caractéristique  $K_b^*$  de la rigidité angulaire de l'apex sépare ces deux régimes. Pour  $K_b < K_b^*$ , la racine explore essentiellement l'espace poral sur une longueur de  $l_g = 2\text{ mm}$ , qui est celle de l'apex dans nos simulations avec une résistance à la flexion qui est 1000 fois plus faible que celle des éléments rigidifiés de la racine. Pour  $K_b > K_b^*$ , la racine ne suit plus passivement l'espace des pores mais elle peut exercer une force suffisante pour déloger les grains. La racine peut déloger un grain sans se plier si la rigidité angulaire de son apex est supérieure au moment de la force maximale exercée par les grains sur l'élément racinaire. Cette force maximale est précisément donnée par  $H$ , la valeur asymptotique de la force  $F$  subie par la racine. La condition nécessaire pour que la racine puisse déloger les grains est donc donnée par  $K_b > H\langle d \rangle$ , où  $\langle d \rangle$  est le diamètre moyen des grains de l'échantillon. On peut ainsi identifier la valeur caractéristique de  $K_b$  avec  $H\langle d \rangle$  :

$$K_b^* = H\langle d \rangle \quad (5.4)$$

Avec nos données numériques pour  $H$  et  $\langle d \rangle$ , on trouve une valeur  $K_b^* \simeq 0.1\text{ Nm}$ , ce qui est en accord avec la valeur observée (figure 5.15). Nous verrons plus bas le lien entre cette rigidité de transition entre les deux régimes de croissance et les courbes de la force  $F$  subies par la racine en fonction de  $K_b$  étudiées dans les chapitres précédents.

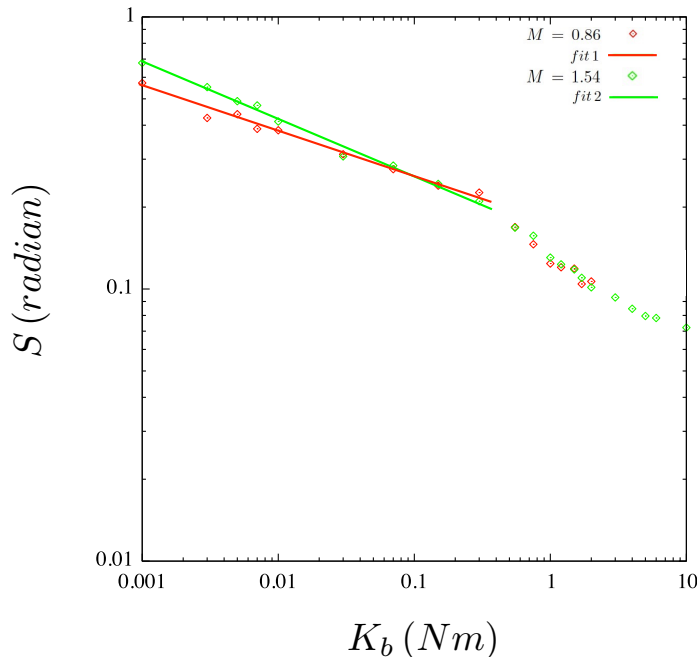


FIGURE 5.15 – Evolution de l'écart type  $S$  des valeurs de  $\theta$  en échelle log-log pour deux valeurs du paramètre  $M$ . Les deux droites sont des ajustements linéaires (correspondant à des lois de puissance) dans le domaine des faibles valeurs de  $K_b$ .

Nous avons vu que  $S$  peut prendre des valeurs élevées (de l'ordre de 0.7) dans le premier régime. Comme ce régime est dominé par la morphologie de l'espace des pores, l'angle de re-direction  $\theta$  à l'échelle de la longueur d'un diamètre de grain est essentiellement celui entre deux gaps successifs comme illustré sur la figure 5.16. Pour un assemblage triangulaire en 2D cet angle est de  $\pi/3 \approx 1$  rad. Cette valeur constitue donc une borne supérieure pour la re-direction. Des valeurs encore plus élevées sont possibles si la re-direction a lieu sur une longueur de deux diamètres de grains. La diminution de  $S$  lorsque  $K_b$  augmente résulte donc des réarrangements locaux des grains induits par la progression de la racine. L'amplitude de ces réarrangements augmente lentement avec  $K_b$  tant que  $K_b < K_b^*$ . Mais au-delà de cette valeur, elle devient prépondérante.

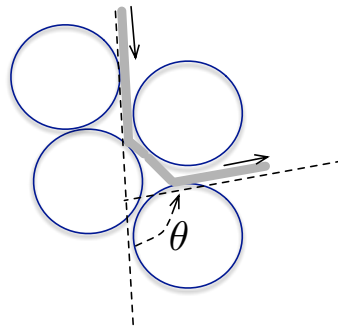


FIGURE 5.16 – Schéma de l'effet de l'espace des pores sur la re-direction  $\theta$  d'une racine.

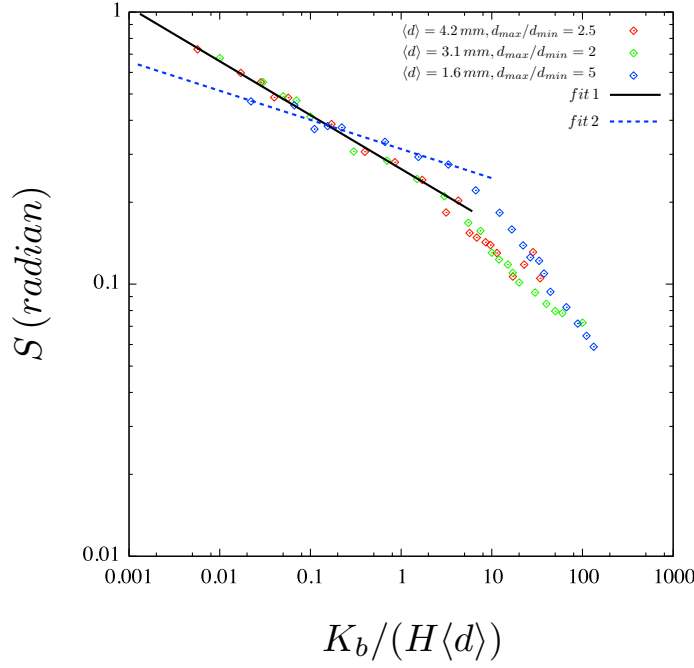


FIGURE 5.17 – L'écart type  $S$  des re-directions en fonction de la rigidité normalisée de l'apex pour trois échantillons avec des distributions granulométriques différentes.

La figure 5.17 montre  $S$  en fonction de  $K_b$  normalisée par  $H\langle d \rangle$  pour les simulations présentées dans la section 4.3.2. Dans ces trois simulations la distribution des tailles de grains est uniforme par fractions volumiques des grains mais le rapport  $d_{max}/d_{min}$  change. On observe le même comportement que précédemment. Les valeurs de  $S$  sont confondues pour  $K_b > H\langle d \rangle$ , mais  $S$  est plus faible pour la granulométrie plus étalée ( $d_{max}/d_{min} = 5$ ). Ce résultat est plausible dans la mesure où pour une granulométrie étalée les re-directions sont plus faciles. De ce point de vue, en offrant plus de possibilités aux racines, une granulométrie étalée joue le même rôle que des gaps élargis.

Pour étudier l'effet de la compacité du matériau granulaire ( $\phi$ ) sur  $S$ , on considère les trois séries des simulations de la section 4.4. Les figures 5.18 & 5.19 montrent que le comportement est identique dans les trois échantillons de compacités différentes mais pour chaque valeur de  $K_b$  la valeur de  $S$  augmente avec la compacité. Ceci est aussi cohérent avec le fait que les degrés de liberté de la racine sont réduits lorsque la compacité augmente. Remarquons aussi que l'exposant de la loi de puissance dans la limite de précision de ces mesures est pratiquement à pratiquement la même valeur  $\gamma \simeq 0.13$  dans les trois cas.

Nous avons, enfin, considéré l'influence de la longueur de l'apex  $l_g$  sur la valeur de  $S$ . La figure 5.20 montre la variation de  $S$  pour deux valeurs de  $l_g$ . Le premier régime est identique dans les deux cas car les re-directions de la racine sont déterminées uniquement par la géométrie de l'empilement. Mais on observe que  $S$  plus élevé dans le deuxième régime pour une longueur plus courte de l'apex. Dans ce régime, la racine est capable de déloger les grains et par conséquent les re-directions sont contrôlées en grande partie par les propriétés de la ra-

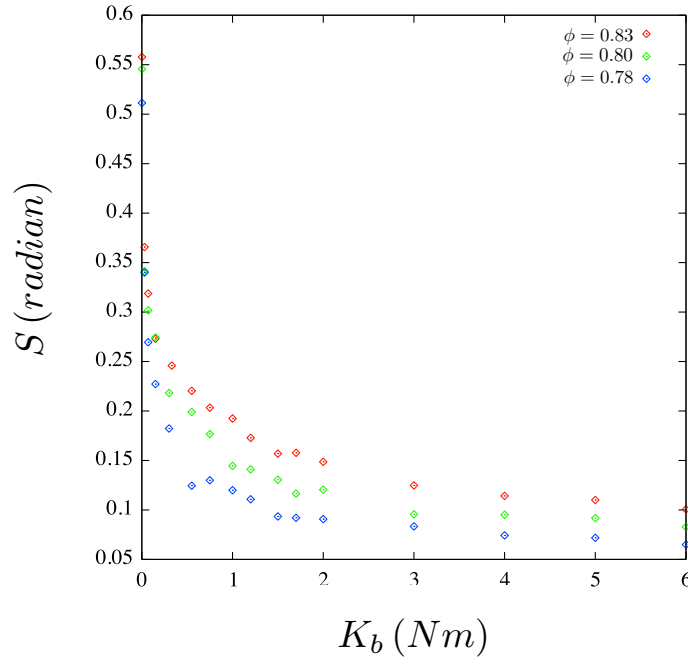


FIGURE 5.18 – L'écart type  $S$  des re-directions en fonction de la rigidité angulaire de l'apex pour trois échantillons des grains de compacités différentes.

cine. Ces re-directions sont plus nombreux pour une longueur plus courte, ce qui augmente les déviations locales de la trajectoire de la racine. Il faut aussi noter que, comme on l'a vu précédemment, la force maximale  $H$  sur l'apex ne dépend pas de  $l_g$ .

Comme pour les forces normalisées  $\langle F \rangle / H$  dans le chapitre précédent, nous allons à présent considérer l'ensemble de données avec une normalisation appropriée des paramètres. En ce qui concerne  $S$ , il est possible de le normaliser par sa valeur maximale  $S_{max}$  qui varie légèrement en fonction des paramètres. Mais en traçant les données en fonction de  $S/S_{max}$ , il apparait que les points de données pour différents paramètres se dispersent partiellement. Nous avons donc choisi de normaliser  $S$  par la valeur constante de  $\pi/3$  qui, comme discuté plus haut, correspond à une re-direction moyenne dans un système 2D de particules de même taille avant un arrangement triangulaire. On pose ainsi

$$S' = \frac{3S}{\pi} \quad (5.5)$$

En ce qui concerne  $K_b$ , nous allons, comme avant, la normaliser par  $H\langle d \rangle$ .

La figure 5.21 montre la re-direction normalisée  $S'$  en fonction de la rigidité angulaire normalisée en échelle log-log pour l'ensemble de données analysées précédemment. On voit que tous les points pour le domaine  $K_b < 20H\langle d \rangle$  qui nous intéresse (le domaine pour lequel  $S'$  et la force  $F$  varient significativement) sont bien alignés sur une droite qui représente une loi de puissance :

$$S' = a \left( \frac{K_b}{H\langle d \rangle} \right)^{-\gamma} \quad (5.6)$$

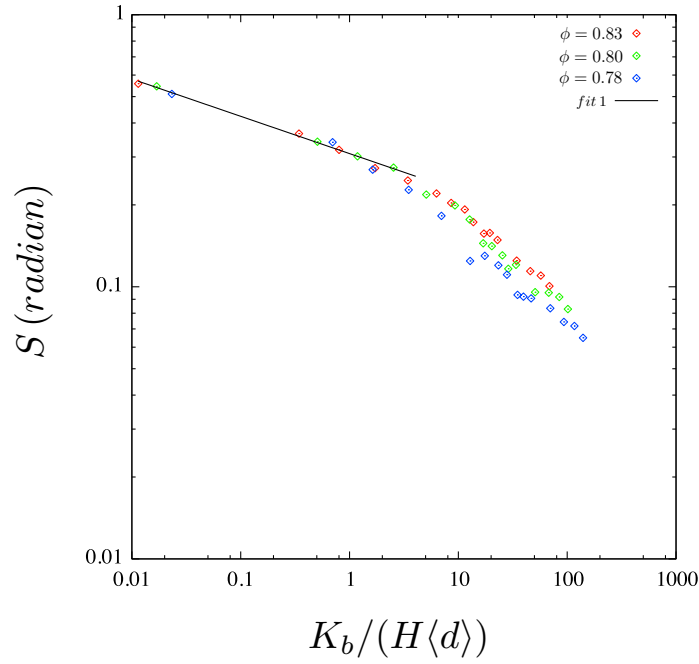


FIGURE 5.19 – L'écart type  $S$  des re-directions en fonction de la rigidité angulaire de l'apex en échelle log-log pour trois échantillons des grains de compacités différentes.

avec  $\gamma \simeq 0,2$ . Cette mise à l'échelle de données n'efface naturellement pas des variations que nous avons vu pour certaines valeurs des paramètres. Mais ces variations relatives sont faibles sur ce graphe qui fait apparaître une tendance très bien définie de l'ensemble de données et établit une relation entre la flexibilité de la racine et sa forme.



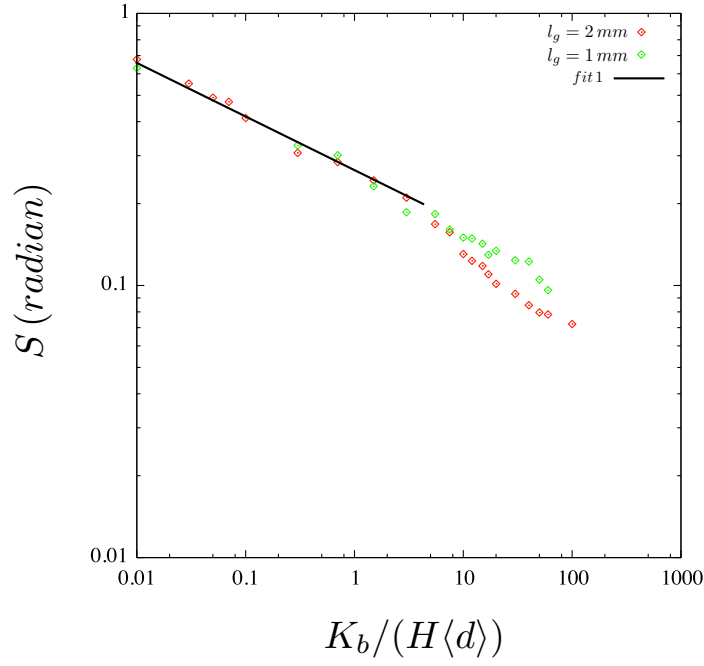


FIGURE 5.20 – L'écart type  $S$  des re-directions en fonction de la rigidité angulaire de l'apex en échelle log-log pour deux tailles de l'élément racinaire  $l_g$  différents.

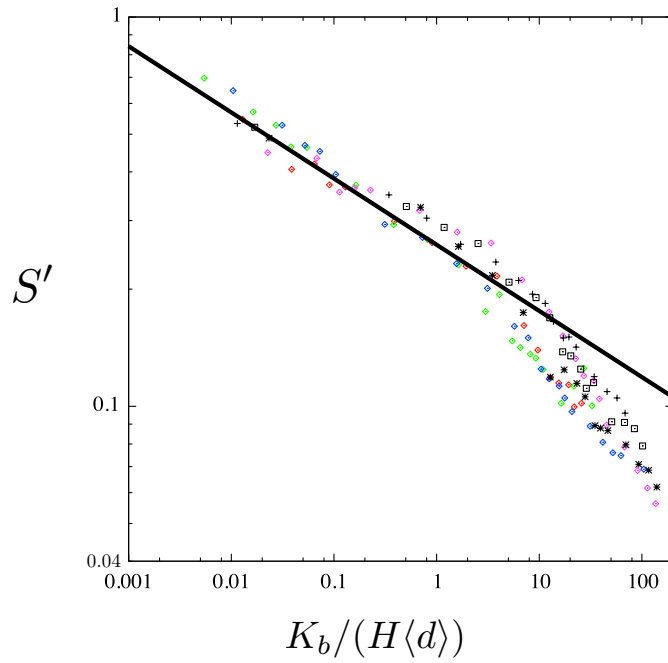


FIGURE 5.21 – Paramètre de forme  $S' = 3S/\pi$  en fonction de la rigidité  $K_b$  normalisée par  $H\langle d \rangle$ , pour différentes valeurs de  $M$ , trois échantillons différents de granulométries différentes et trois échantillons des grains de compacités différentes ; la droite représente un ajustement par une loi de puissance d'exposant  $-\gamma \simeq -0.2$ ).

## 5.6 Relation force-forme pour la racine

Dans ce chapitre et les chapitres précédents, nous avons étudié d'une part la force exercée par le sol sur une racine et, d'autre part, la morphologie de la racine en fonction des caractéristiques de la racine et du sol. Comme la morphologie de la racine reflète sa dynamique de croissance en interaction avec le sol, il faut s'attendre à une corrélation forte entre la force et la forme des racines.

En partant des équations (5.6) et (4.6), qui décrivent respectivement la dépendance de  $S'$  et de  $\langle F \rangle$  par rapport à la rigidité angulaire  $K_b$ , on obtient la relation suivante en éliminant le paramètre  $K_b$  entre les deux équations :

$$\frac{\langle F \rangle}{H} = 1 - \left(1 - \frac{F_0}{H}\right) e^{-\frac{\beta'}{a} S'^{-1/\gamma}} \quad (5.7)$$

C'est une relation entre  $S'$ , qui décrit la *forme* de la racine, et  $\langle F \rangle$  qui est la force moyenne subie par la racine. Cette expression peut être simplifiée en remarquant que  $F_0/H$  est petit et nous sommes principalement intéressés par la phase de variation rapide de la force où la fonction exponentielle peut être remplacée par une droite, ce qui revient à développer la fonction ci-dessus à l'ordre 2 :

$$\frac{\langle F \rangle - F_0}{H} \simeq \frac{\beta'}{a} S'^{-\alpha'} \quad (5.8)$$

avec  $\alpha' = 1/\gamma$ .

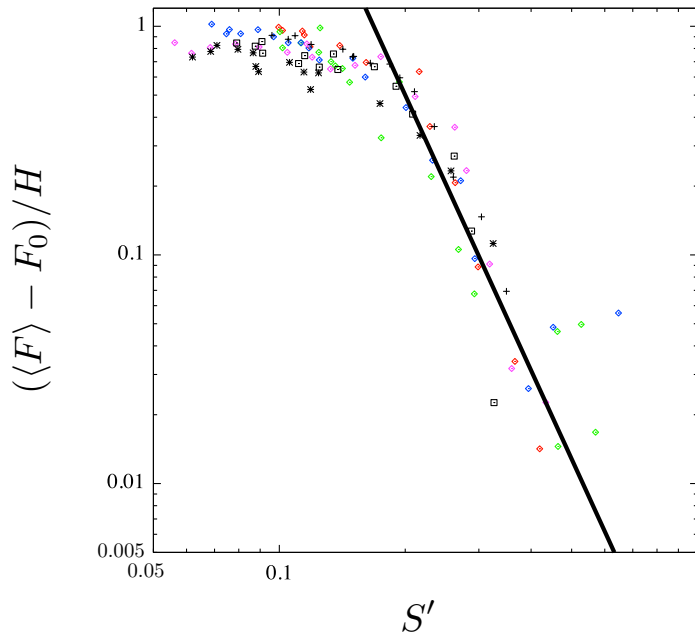


FIGURE 5.22 – La force  $\langle F \rangle - F_0$  normalisée par  $H$  en fonction du paramètre de forme  $S'$  pour trois échantillons différents de granulométries différentes, trois échantillons des grains de compacités différentes et deux valeurs de gap différentes. La droite est un ajustement par une loi de puissance ( $-\alpha' \simeq -4$ ).

La figure 5.22 montre la force  $\langle F \rangle - F_0$  normalisée par la valeur de la force maximale  $H$  en fonction de  $S'$  pour des granulométries, compacités et gaps différents. On observe trois régimes. Les faibles valeurs de  $S'$  correspondent aux racines rigides. Dans ce régime,  $S'$  n'est pas significatif et  $\langle F \rangle \simeq H$ . On peut donc théoriquement réduire les points de données dans ce régime à un seul point avec  $S' = 0$  et  $\langle F \rangle = H$ . Le troisième régime est le régime de faibles valeurs de rigidité de la racine dominé par les pores. Dans ce régime, la force est faible et fluctuante. Sa valeur ne représente pas une grandeur significative pour la croissance de la racine. On peut donc aussi réduire l'ensemble de ces points en un seul point avec  $S' \simeq 0,4$  radian et  $\langle F \rangle = F_0$ . Entre ces deux limites, on observe un régime en loi de puissance avec l'exposant  $-\alpha' \simeq -4$ . Cet exposant est bien approximativement l'inverse de  $\gamma$ , comme prédit par l'équation (5.8). Cet exposant ne dépend pas de  $K_b$  et il dépend faiblement des paramètres du sol. Mais ces dépendances sont faibles devant les fluctuations.

La relation *force-forme* représente une loi très générale qui peut permettre d'estimer la force exercée sur la racine à partir de la connaissance de sa forme. Néanmoins, cette relation décrit la croissance d'une seule racine. En pratique, la forme des racines est déterminée par les ramifications des racines. Par ailleurs, la forme des racines peut également dépendre de la rétro-action du sol sur la croissance (variation du taux, l'arrêt de la croissance ...) qui n'ont pas été pris en compte dans la modélisation considérée. Malgré ces insuffisances et le fait que les simulations ont été réalisées dans une géométrie 2D, les propriétés mécaniques du modèle utilisé constituent un point de départ ou un cadre de description théorique qui peuvent suggérer des expériences et des mesures nouvelles pour la description de l'architecture des racines.

## 5.7 Conclusion

Dans ce chapitre, on a présenté une étude systématique des trajectoires des racines issues des simulations numériques. Cette étude a montré l'influence de la texture du sol et des propriétés de la racine aussi bien sur les mesures globales telles que la tortuosité que sur les mesures locales telle que la statistique des re-directions de la racine. Selon l'écart-type de ces re-directions les simulations ont permis de mettre en évidence deux régimes : Pour les valeurs de la rigidité inférieures à une rigidité caractéristique, les re-directions sont contrôlées par la texture et la variabilité du sol et elles présentent des valeurs élevées tandis que dans le régime des rigidités supérieures à la rigidité caractéristique les re-directions sont réduites du fait de réarrangements des grains sous l'effet de la croissance. La rigidité caractéristique séparant ces deux régimes est la valeur de la force maximale qui s'exerce sur la racine multipliée par le diamètre moyen des grains. Cette mise à l'échelle avait été précédemment utilisée pour analyser les forces moyennes exercées par le matériau granulaire sur la racine. L'influence des paramètres du matériau apparaît par une augmentation ou une diminution de ces re-directions entre ces deux régimes.

Nous nous sommes intéressés aussi au lien entre les études cinématiques de ce chapitre et les études des forces dans les chapitres précédents. Nous avons ainsi mis en évidence une corrélation importante entre l'écart-type des re-directions de la racine, la force moyenne exercée par le sol sur l'apex et valeur force maximale de cette force pour une rigidité infinie. Cette relation *force-forme* pour la racine indique que la forme en termes des ondulations et des changements de direction de la racine reflète la force moyenne subie par la racine. Ces ondulations sont d'autant plus importantes que les forces sont plus faibles.



## CONCLUSION GÉNÉRALE

---

*« Si vous comprenez tout, vous devez être  
mal informé »*

---

Un proverbe japonais

Les travaux de thèse présentés dans ce mémoire ont pour objectif de proposer un modèle numérique pour la croissance d'une racine dans un milieu granulaire et l'appliquer pour l'étude de l'influence du caractère granulaire du milieu, avec ses hétérogénéités intrinsèques, sur les forces exercées un matériau granulaire sur une racine et ses trajectoires au cours de sa croissance.

Nous avons utilisé la méthode d'éléments discrets (DEM) pour cette modélisation en 2D. Le modèle numérique développé comporte une représentation de la racine par un élément élastique dont la longueur augmente avec un taux de croissance imposé. La rigidité angulaire de cet élément est plus faible à son extrémité sur une longueur de l'ordre de deux diamètres moyens de grains. Cet élément représente l'apex de la racine qui au cours de sa croissance interagit avec les grains du sol. Nous avons réalisé un grand nombre de simulations en faisant varier les paramètres associés avec la racine (rigidité, longueur de l'apex, épaisseur) et avec le sol granulaire (compacité, polydispersité de taille, distance entre grains, cohésion). Les interactions entre la racine et les grains sont de nature mécanique et le modèle ne prend pas en compte la rétroaction du sol sur le taux de croissance ou sur d'autres propriétés des racines.

Nos études ont porté d'abord sur la force exercée par le sol sur la racine au cours de sa croissance. Nous avons montré les grandes fluctuations de cette force avec une distribution qui ressemble à celle des forces entre grains (exponentielle décroissante pour les forces supérieures à la force moyenne et en loi de puissance pour les faibles forces), ce qui indique que la racine pendant sa croissance sonde bien les hétérogénéités des forces au sein du milieu granulaire. Nous avons aussi montré que la force moyenne pendant la croissance augmente exponentiellement avec la rigidité angulaire des racines et tend asymptotiquement vers une valeur constante qui correspond à la résistance du sol à la pénétration d'une tige très rigide. Cette force maximale reflète les paramètres du sols et c'est pourquoi nous l'avons utilisé pour normaliser les forces. Nous avons montré que la normalisation de la force par la force maximale et la normalisation de la rigidité angulaire de la racine par une rigidité caractéristique égale au produit de la taille moyenne des grains et la force maximale, permet de faire collapser toutes les courbes sur une courbe maitresse qui peut être bien approximée par une croissance exponentielle de la force moyenne en fonction de la rigidité.

Nous nous sommes ensuite intéressés aux trajectoires des racines issues des simulations numériques. Cette étude a permis d'analyser l'influence de la texture du sol et des propriétés de la racine sur la tortuosité et la statistique des re-directions de la racine. Deux régimes ont été mis en évidence : Pour les valeurs de la rigidité inférieures à la rigidité caractéristique, les re-directions reflètent la texture et en partie la variabilité du sol, et elles présentent des valeurs élevées tandis que dans le régime des rigidités supérieures à la rigidité caractéristique les re-directions sont plus faibles en raison des réarrangements des grains induits par la croissance. Nous avons aussi montré que l'écart-type des re-directions dépend peu de la variabilité du sol et reflète essentiellement la flexibilité angulaire de la racine sous la forme d'une loi de puissance.

Nous avons ensuite relié cet l'écart-type, qui représente la *forme* de la racine à la *force* moyenne exercée par le sol sur l'apex et la valeur de la force maximale (pour une rigidité infinie de la racine). Cette relation *force-forme* pour la racine présente un aspect robuste sous forme d'une loi de puissance avec un exposant qui dépend très peu des caractéristiques du sol.

Les résultats et analyses présentés dans ce mémoire montrent clairement qu'un modèle numérique de couplage sol-racine à l'échelle des grains est un outil puissant pour l'étude de la croissance racinaire. Les comportements mis en évidence et quantifiés au cours de cette thèse ne sont pas triviaux et ouvrent la voie à de vastes perspectives. Il est en particulier possible de prendre en compte explicitement dans le modèle la variation de la vitesse de croissance de la racine en fonction de la force mécanique exercée par le sol sur la racine. Un autre aspect traitable concerne la ramification des racines. Néanmoins la topologie d'un assemblage de racines en deux dimensions est pathologique et il sera préalablement nécessaire de développer une version 3D du modèle même si les études paramétriques de sorte que nous avons mis en place en 2D demandent des ressources de calcul nettement plus importantes.

Il est aussi souhaitable de comparer directement les simulations (par exemple la caractérisation de la forme "bruitée" de la racine) avec des mesures expérimentales. De telles mesure devront permettre d'évaluer la capacité du modèle à estimer les forces et les déformations à partir des mesures simples de pénétrométrie permettant de calibrer le modèle. Ce travail de thèse pose les bases d'une approche numérique discrète pour la croissance racinaires, et beaucoup d'extensions et d'améliorations sont encore envisageables.





---

## BIBLIOGRAPHIE

---

- H. E. Elangwe A. G. Bengough, C. J. Mackenzie. Biophysics of the growth responses of pea roots to changes in penetration resistance. *Plant and Soil*, 167 :135–141, November 1994.
- J. Pritchard A. G. Bengough, C. Croser. A biophysical analysis of root growth under mechanical stress. *Plant and Soil*, (189 :155-164), 1997.
- A.M. Abdalla, D.R.P. Hettiaratchi, and A.R. Reece. The mechanics of root growth in granular media. *Journal of Agricultural Engineering Research*, 14(3) :236 – 248, 1969. ISSN 0021-8634. doi : [http://dx.doi.org/10.1016/0021-8634\(69\)90126-7](http://dx.doi.org/10.1016/0021-8634(69)90126-7). URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0021863469901267>.
- Rafik Affes. *Relations microstructure-fissuration-perméabilité dans les milieux granulaires cimentés*. PhD thesis, 2012. URL <http://www.theses.fr/2012MON20066>. 2012MON20066.
- I. Agnolin and J.-N. Roux. Internal states of model isotropic granular packings. iii. elastic properties. *Phys. Rev. E*, 76 :061304, 2007a.
- Ivana Agnolin and Jean-Noël Roux. Internal states of model isotropic granular packings. iii. elastic properties. *Phys. Rev. E*, 76 :061304, Dec 2007b. doi : 10.1103/PhysRevE.76.061304. URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevE.76.061304>.
- Ivana Agnolin and Jean-Noël Roux. Internal states of model isotropic granular packings. i. assembling process, geometry, and contact networks. *Phys. Rev. E*, 76 :061302, 2007c.
- Nourollah Ahmadi, Alain Audebert, MalcolmJ Bennett, Anthony Bishopp, AntonioCosta de Oliveira, Brigitte Courtois, Abdala Diedhiou, Anne Diévert, Pascal Gantet, Alain Ghesquière, Emmanuel Guiderdoni, Amelia Henry, Yoshiaki Inukai, Leon Kochian, Laurent Laplaze, Mikael Lucas, DoanTrung Luu, Baboucarr Manneh, Xiaorong Mo, Raveendran Muthurajan, Christophe Périn, Adam Price, Sabariappan Robin, Hervé Sentenac, Bassirou Sine, Yusaku Uga, AnneAliénor Véry, Matthias Wissuwa, Ping Wu, and Jian Xu. The roots of future rice harvests. *Rice*, 7(1) :29, 2014. ISSN 1939-8425. doi : 10.1186/s12284-014-0029-y. URL <http://dx.doi.org/10.1186/s12284-014-0029-y>.
- M.P. Allen and D.J. Tildesley. *Computer simulation of liquids*. Oxford science publications. Clarendon Press, 1987. ISBN 9780198553755. URL <https://books.google.fr/books?id=ibURAQAAIAAJ>.

- M.P. Allen and D.J. Tildesley. *Computer Simulation of Liquids*. Oxford Science Publ. Clarendon Press, 1989. ISBN 9780198556459. URL <https://books.google.fr/books?id=032VXB9e5P4C>.
- Léanie Alloing-Séguier, Camille Martinand-Mari, Jean-François Barczy, and Fabrice Lihoreau. Linking 2d observations to 3d modeling of enamel microstructure –a new integrative framework applied to hippopotamoidea evolutionary history. *Journal of Mammalian Evolution*, pages 1–11, 2016. doi : 10.1007/s10914-016-9331-3. URL <http://dx.doi.org/10.1007/s10914-016-9331-3>.
- F. Alonso-Marroquín. Spheropolygons : A new method to simulate conservative and dissipative interactions between 2d complex-shaped rigid bodies. *EPL (Europhysics Letters)*, 83(1) : 14001, 2008. URL <http://stacks.iop.org/0295-5075/83/i=1/a=14001>.
- B. Andreotti, Y. Forterre, and O. Pouliquen. *Les milieux granulaires*. CNRS, EDP Sciences, 2011.
- B.J. Atwell. The impact of the environment on roots and root systems response of roots to mechanical impedance. *Environmental and Experimental Botany*, 33(1) :27 – 40, 1993. ISSN 0098-8472. doi : [http://dx.doi.org/10.1016/0098-8472\(93\)90053-I](http://dx.doi.org/10.1016/0098-8472(93)90053-I). URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/009884729390053I>.
- E. Azéma, G. Saussine, and F. Radjai. Quasistatic rheology, force transmission and fabric properties of a packing of irregular polyhedral particles. *Mechanics of Materials*, 41 :729–741, 2009.
- J. P. Bardet and J. Proubet. A numerical investigation of the structure of persistent shear bands in granular media. *Geotechnique*, 41(4) :599–613, 1991.
- Ben G. Bareja. Classifications of agricultural crops. *cropsreview.com*, 2011.
- Peter W. Barlow. *New Root Formation in Plants and Cuttings*, chapter Adventitious roots of whole plants : their forms, functions, and evolution, pages 67–110. Springer Netherlands, Dordrecht, 1986. ISBN 978-94-009-4358-2. doi : 10.1007/978-94-009-4358-2\_3. URL [http://dx.doi.org/10.1007/978-94-009-4358-2\\_3](http://dx.doi.org/10.1007/978-94-009-4358-2_3).
- T Beeckman, S Burssens, and D Inze. The peri-cell-cycle in arabidopsis. *J Exp Bot*, 52(Spec Issue) :403–411, Mar 2001. ISSN 0022-0957 (Print) ; 0022-0957 (Linking).
- Philip N Benfey and Ben Scheres. Root development. *Current Biology*, 10(22) :R813–R815, 2016/03/30 . doi : 10.1016/S0960-9822(00)00814-9. URL [http://dx.doi.org/10.1016/S0960-9822\(00\)00814-9](http://dx.doi.org/10.1016/S0960-9822(00)00814-9).
- Bengough. Modelling rooting depth and soil strength in a drying soil profile. *J Theor Biol*, 186 (3) :327–338, Jun 1997. ISSN 1095-8541 (Electronic) ; 0022-5193 (Linking).

- A. Bengough and C. Mullins. Penetrometer resistance, root penetration resistance and root elongation rate in two sandy loam soils. *Plant and Soil*, (131 :59-66), 1991.
- A. G. Bengough. *Root Ecology*, chapter Root Growth and Function in Relation to Soil Structure, Composition, and Strength, pages 151–171. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, 2003. ISBN 978-3-662-09784-7. doi : 10.1007/978-3-662-09784-7\_6. URL [http://dx.doi.org/10.1007/978-3-662-09784-7\\_6](http://dx.doi.org/10.1007/978-3-662-09784-7_6).
- A. G. Bengough and J. M. Kirby. Tribology of the root cap in maize (*zea mays*) and peas (*pisum sativum*). *New Phytologist*, (142 :421-425), 1999.
- A. G. BENGOUGH and C. E. MULLINS. Mechanical impedance to root growth : a review of experimental techniques and root growth responses. *Journal of Soil Science*, 41(3) :341–358, 1990. ISSN 1365-2389. doi : 10.1111/j.1365-2389.1990.tb00070.x. URL <http://dx.doi.org/10.1111/j.1365-2389.1990.tb00070.x>.
- A. G. Bengough and I. M. Young. Root elongation of seedlings peas through layered soil of different penetration resistance. *Plant and Soil*, (131 :59-66), 1993.
- A. Glyn Bengough. Root elongation is restricted by axial but not by radial pressures : so what happens in field soil? *Plant and Soil*, 360(1) :15–18, 2012. ISSN 1573-5036. doi : 10.1007/s11104-012-1428-8. URL <http://dx.doi.org/10.1007/s11104-012-1428-8>.
- A. Glyn Bengough, M. Fraser Bransby, Joachim Hans, Stephen J. McKenna, Tim J. Roberts, and Tracy A. Valentine. Root responses to soil physical conditions ; growth dynamics from field to cell. journal of experimental botany. *Journal of Experimental Botany*, 57 :437–447, 2006.
- A. Glyn Bengough, B. M. McKenzie, P. D. Hallett, and T. A. Valentine. Root elongation, water stress, and mechanical impedance : a review of limiting stresses and beneficial root tip traits. *Journal of Experimental Botany*, 62(1) :59–68, 2011. doi : 10.1093/jxb/erq350. URL <http://jxb.oxfordjournals.org/content/62/1/59.abstract>.
- A.G. Bengough and B.M. McKenzie. Sloughing of root cap cells decreases the frictional resistance to maize (*zea mays* l.) root growth. *Journal of Experimental Botany*, 48(4) :885–893, 1997. doi : 10.1093/jxb/48.4.885. URL <http://jxb.oxfordjournals.org/content/48/4/885.abstract>.
- I J BINGHAM. soil-root-canopy interactions. *Annals of Applied Biology*, 138(2) :243–251, 2001. ISSN 1744-7348. doi : 10.1111/j.1744-7348.2001.tb00108.x. URL <http://dx.doi.org/10.1111/j.1744-7348.2001.tb00108.x>.
- Mario Biondini. Allometric scaling laws for water uptake by plant roots, 2008.
- Lydéric Bocquet, Élisabeth Charlaix, and Frédéric Restagno. Physics of humid granular media. *Comptes Rendus Physique*, 3(2) :207 – 215, 2002. ISSN 1631-0705. doi : [http://dx.doi.org/10.1016/S1631-0705\(02\)00001-0](http://dx.doi.org/10.1016/S1631-0705(02)00001-0).

1016/S1631-0705(02)01312-9. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1631070502013129>.

Gernot Bodner, Daniel Leitner, Alireza Nakhforoosh, Monika Sobotik, Karl Moder, and Hans-Peter Kaul. A statistical approach to root system classification. *Frontiers in Plant Science*, 4 (292), 2013. ISSN 1664-462X. doi : 10.3389/fpls.2013.00292. URL [http://www.frontiersin.org/functional\\_plant\\_ecology/10.3389/fpls.2013.00292/abstract](http://www.frontiersin.org/functional_plant_ecology/10.3389/fpls.2013.00292/abstract).

Adrien Bonneu, Yves Dumont, Hervé Rey, Christophe Jourdan, and Thierry Fourcaud. A minimal continuous model for simulating growth and development of plant root systems. *Plant and Soil*, 354(1) :211–227, 2012. ISSN 1573-5036. doi : 10.1007/s11104-011-1057-7. URL <http://dx.doi.org/10.1007/s11104-011-1057-7>.

Franck Bourrier, François Kneib, Bruno Chareyre, and Thierry Fourcaud. Discrete modeling of granular soils reinforcement by plant roots. *Ecological Engineering*, 61, Part C :646 – 657, 2013. ISSN 0925-8574. doi : <http://dx.doi.org/10.1016/j.ecoleng.2013.05.002>. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0925857413001936>. Soil Bio- and Eco-Engineering : The Use of Vegetation to Improve Slope Stability.

F. P. Bowden and D. Tabor. *The Friction and Lubrication of Solids - Part I*. Clarendon Press, Oxford, 1950.

Nikolai V. Brilliantov, Frank Spahn, Jan-Martin Hertzsch, and Thorsten Pöschel. Model for collisions in granular gases. *Phys. Rev. E*, 53 :5382–5392, May 1996. doi : 10.1103/PhysRevE.53.5382. URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevE.53.5382>.

Ary Bruand, Isabelle Cousin, Bernard Nicoullaud, Odile Duval, and Jean Claude Bégon. Backscattered electron scanning images of soil porosity for analyzing soil compaction around roots. 60, 1996. doi : 10.2136/sssaj1996.03615995006000030031x. URL <http://dx.doi.org/10.2136/sssaj1996.03615995006000030031x>.

L. Pages C. Becel, G. Vercambre. Soil penetration resistance, a suitable soil property to account for variations in root elongation and branching. *Plant and Soil*, (353 :169-180), 2012.

M. Young C. Gordon, G. Bengough. Nondestructive analysis of root-growth in porous-media. *Plant Cell and Environment*, 15 :123–128, 1992.

Esmon CA, Pedmale UV, and Liscum E. Plant tropisms : providing the power of movement to a sessile organism, 2005.

D. Caillerie, B. Cambou, M. Jean, J. Lanier, and F. Radjai. *Micromécanique des matériaux granulaires*. Hermès science publications, 2001.

I Casimiro, A Marchant, R P Bhalerao, T Beeckman, S Dhooge, R Swarup, N Graham, D Inze, G Sandberg, P J Casero, and M Bennett. Auxin transport promotes arabidopsis lateral root initiation. *Plant Cell*, 13(4) :843–852, Apr 2001. ISSN 1040-4651 (Print) ; 1040-4651 (Linking).

- W.A. Charlton. *Lateral root initiation. In Plant Roots : The Hidden Half, 2nd ed.* New York : Marcel Dekker, 1996.
- Alain Pierret Claude Doussan, Loïc Pagès. Soil exploration and resource acquisition by plant roots : An architectural and modelling point of view. *Agronomie*, pages 583–600, 2003.
- F. A. L. CLOWES. Cell production by root caps. *New Phytologist*, 77(2) :399–407, 1976. ISSN 1469-8137. doi : 10.1111/j.1469-8137.1976.tb01529.x. URL <http://dx.doi.org/10.1111/j.1469-8137.1976.tb01529.x>.
- F. A. L. CLOWES. Mitosis in the root cap of zea mays. *New Phytologist*, 85(1) :79–87, 1980. ISSN 1469-8137. doi : 10.1111/j.1469-8137.1980.tb04450.x. URL <http://dx.doi.org/10.1111/j.1469-8137.1980.tb04450.x>.
- GaeÍRÍL Combe. *Origines géométriques du comportement quasi-statique des assemblages granulaires denses : étude par simulations numériques.* PhD thesis, 2001. URL <http://www.theses.fr/2001ENPC0015>. 2001ENPC0015.
- A.J. Cooper. Root temperature and plant growth. a review, research review no. 4, commonwealth bureau of horticulture root temperature and plant growth. a review, research review no. 4, commonwealth bureau of horticulture root temperature and plant growth. a review, research review no. 4, commonwealth bureau of horticulture and plantation crops. *Commonwealth agricultural bureaux, Slough, UK*, 1973.
- Yoan Coudert, Christophe Perin, Brigitte Courtois, Ngan Giang Khong, and Pascal Gantet. Genetic control of root development in rice, the model cereal. *Trends Plant Sci*, 15(4) :219–226, Apr 2010. ISSN 1878-4372 (Electronic) ; 1360-1385 (Linking). doi : 10.1016/j.tplants.2010.01.008.
- B. Courbaud, V. Lafond, G. Lagarrigues, G. Vieilledent, T. Cordonnier, F. Jabot, and F. de Coligny. Applying ecological model evaluation : Lessons learned with the forest dynamics model samsara2. *Ecological Modelling*, 314 :1 – 14, 2015. ISSN 0304-3800. doi : <http://dx.doi.org/10.1016/j.ecolmodel.2015.06.039>. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0304380015002884>.
- Clare Croser, A. Glyn Bengough, and Jeremy Pritchard. The effect of mechanical impedance on root growth in pea (*pisum sativum*). ii. cell expansion and wall rheology during recovery. *Physiologia Plantarum*, 109(2) :150–159, 2000. ISSN 1399-3054. doi : 10.1034/j.1399-3054.2000.100207.x. URL <http://dx.doi.org/10.1034/j.1399-3054.2000.100207.x>.
- P. A. Cundall and O. D. L. Strack. A discrete numerical model for granular assemblies. *Géotechnique*, 29(1) :47–65, 1979. doi : 10.1680/geot.1979.29.1.47. URL <http://dx.doi.org/10.1680/geot.1979.29.1.47>.

- P.A. Cundall. *Rational Design of Tunnel Supports : A Computer Model for Rock Mass Behavior Using Interactive Graphics for the Input and Output of Geometrical Data : Final Report*. AD/A-001 602. Missouri River Division, Corps of Engineers, 1974. URL <https://books.google.fr/books?id=MqiXpwAACAAJ>.
- Frédéric da Cruz, Sacha Emam, Michaël Prochnow, Jean N. Roux, and François Chevoir. Rheo-physics of dense granular materials : Discrete simulation of plane shear flows. *Physical Review E*, 72(2) :021309+, August 2005. URL <http://dx.doi.org/10.1103/physreve.72.021309>.
- Sophie de Dorlodot, Brian Forster, Loïc Pagès, Adam Price, Roberto Tuberosa, and Xavier Draye. Root system architecture : opportunities and constraints for genetic improvement of crops. *Trends in plant science*, 12(10) :474–481, 2007.
- Ive De Smet, Steffen Vanneste, Dirk Inze, and Tom Beeckman. Lateral root initiation or the birth of a new meristem. *Plant Mol Biol*, 60(6) :871–887, Apr 2006. ISSN 0167-4412 (Print) ; 0167-4412 (Linking). doi : 10.1007/s11103-005-4547-2.
- Ive De Smet, Philip J. White, A. Glyn Bengough, Lionel Dupuy, Boris Parizot, Ilda Casimiro, Renze Heidstra, Marta Laskowski, Marc Lepetit, Frank Hochholdinger, Xavier Draye, Hanma Zhang, Martin R. Broadley, Benjamin Péret, John P. Hammond, Hidehiro Fukaki, Sacha Mooney, Jonathan P. Lynch, Phillipe Nacry, Ulrich Schurr, Laurent Laplaze, Philip Benfey, Tom Beeckman, and Malcolm Bennett. Analyzing lateral root development : How to move forward. *Plant Cell*, 24 :15–20, 2012.
- Jean-Yves Delenne. *Granular media with solid behaviour - Modelling, experimental analysis of the*. Theses, Université Montpellier II - Sciences et Techniques du Languedoc, December 2002. URL <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00007302>.
- Jean-Yves Delenne, Moulay Saïd El Youssoufi, Fabien Cherblanc, and Jean-Claude Béné. Mechanical behaviour and failure of cohesive granular materials. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 28(15) :1577–1594, 2004. ISSN 1096-9853. doi : 10.1002/nag.401. URL <http://dx.doi.org/10.1002/nag.401>.
- A. R. Dexter. Model experiments on the behaviour of roots at the interface between a tilled seed-bed and a compacted sub-soil. *Plant and Soil*, 95(1) :135–147, 1986. ISSN 1573-5036. doi : 10.1007/BF02378859. URL <http://dx.doi.org/10.1007/BF02378859>.
- Merline Flore Djouwe Meffeja. *Simulation et modélisation de milieux granulaire confinés*. PhD thesis, 2012. URL <http://www.theses.fr/2012REN1S005>. 2012REN1S005.
- L Dolan, P Linstead, C Kidner, K Boudonck, X F Cao, and F Berger. Cell fate in plants. lessons from the arabidopsis root. *Symp Soc Exp Biol*, 51 :11–17, 1998. ISSN 0081-1386 (Print) ; 0081-1386 (Linking).



- Kelly M. Dorgan, Peter A. Jumars, Bruce Johnson, B. P. Boudreau, and Eric Landis. Burrowing mechanics : Burrow extension by crack propagation. *Nature*, 433(7025) :475–475, 02 2005. URL <http://dx.doi.org/10.1038/433475a>.
- Kelly M Dorgan, Sanjay R Arwade, and Peter A Jumars. Burrowing in marine muds by crack propagation : kinematics and forces. *J Exp Biol*, 210(Pt 23) :4198–4212, Dec 2007. ISSN 0022-0949 (Print) ; 0022-0949 (Linking). doi : 10.1242/jeb.010371.
- Claude Doussan, Loïc Pagès, and Gilles Vercambre. Modelling of the hydraulic architecture of root systems : an integrated approach to water absorption—model description. *Annals of botany*, 81(2) :213–223, 1998.
- Claude Doussan, Alain Pierret, Emmanuelle Garrigues, and Loïc Pagès. Water uptake by plant roots : li – modelling of water transfer in the soil root-system with explicit account of flow within the root system – comparison with experiments. *Plant and Soil*, 283(1) :99–117, 2006. ISSN 1573-5036. doi : 10.1007/s11104-004-7904-z. URL <http://dx.doi.org/10.1007/s11104-004-7904-z>.
- Claude Doussan, Loïc Pagès, and Alain Pierret. *Sustainable Agriculture*, chapter Soil Exploration and Resource Acquisition by Plant Roots : An Architectural and Modelling Point of View, pages 583–600. Springer Netherlands, Dordrecht, 2009. ISBN 978-90-481-2666-8. doi : 10.1007/978-90-481-2666-8\_36. URL [http://dx.doi.org/10.1007/978-90-481-2666-8\\_36](http://dx.doi.org/10.1007/978-90-481-2666-8_36).
- J G Dubrovsky, P W Doerner, A Colon-Carmona, and T L Rost. Pericycle cell proliferation and lateral root initiation in arabidopsis. *Plant Physiol*, 124(4) :1648–1657, Dec 2000. ISSN 0032-0889 (Print) ; 0032-0889 (Linking).
- Lionel Dupuy, Peter J Gregory, and A Glyn Bengough. Root growth models : towards a new generation of continuous approaches. *J Exp Bot*, 61(8) :2131–2143, May 2010. ISSN 1460-2431 (Electronic) ; 0022-0957 (Linking). doi : 10.1093/jxb/erp389.
- B. W. Eavis, L. F. Ratliff, and H. M. Taylor. Use of a dead-load technique to determine axial root growth pressure1. *Agronomy Journal*, 61(4), 1969. URL <http://dx.doi.org/10.2134/agronj1969.00021962006100040048x>.
- CL Ehlers, SJ Henriksen, M Wang, J Rivier, W Vale, and FE Bloom. Corticotropin releasing factor produces increases in brain excitability and convulsive seizures in rats. *Brain research*, 278 (1-2) :332—336, November 1983. ISSN 0006-8993. doi : 10.1016/0006-8993(83)90266-4. URL [http://dx.doi.org/10.1016/0006-8993\(83\)90266-4](http://dx.doi.org/10.1016/0006-8993(83)90266-4).
- S. Fazekas, J. Török, and J. Kertész. Critical packing in granular shear bands. *Phys Rev E Stat Nonlin Soft Matter Phys*, 75(1 Pt 1) :011302, Jan 2007.
- L J Feldman. The de novo origin of the quiescent center regenerating root apices of zea mays. *Planta*, 128(3) :207–212, Jan 1976. ISSN 0032-0935 (Print) ; 0032-0935 (Linking). doi : 10.1007/BF00393230.



- R D Firn, , and J Digby. *The Establishment of Tropic Curvatures in Plants*, volume 31. 1980. doi : 10.1146/annurev.pp.31.060180.001023. URL <http://dx.doi.org/10.1146/annurev.pp.31.060180.001023>.
- R. A. Fisher. On the capillary forces in an ideal soil; correction of formulae given by w. b. haines. *The Journal of Agricultural Science*, 16(3) :492–505, 03 2009. doi : 10.1017/S0021859600007838. URL <https://www.cambridge.org/core/article/on-the-capillary-forces-in-an-ideal-soil-correction-of-formulae-given-by-w-b-haines/25F9721C5B86BDC0360ED1E49AA3D417>.
- A. H. FITTER. An architectural approach to the comparative ecology of plant root systems. *New Phytologist*, 106 :61–77, 1987. ISSN 1469-8137. doi : 10.1111/j.1469-8137.1987.tb04683.x. URL <http://dx.doi.org/10.1111/j.1469-8137.1987.tb04683.x>.
- B. Forde. Is it good noise? the role of developmental instability in the shaping of a root system. *Journal of Experimental Botany*, 60 :3989–4002, 2009.
- Thierry Fourcaud, Xiaopeng Zhang, Alexia Stokes, Hans Lambers, and Christian Körner. Plant growth modelling and applications : The increasing importance of plant architecture in growth models. *Annals of Botany*, 101(8) :1053–1063, 05 2008. doi : 10.1093/aob/mcn050. URL <http://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC2710283/>.
- Z Fournier, D Geromichalos, S Herminghaus, M M Kohonen, F Mugele, M Scheel, M Schulz, B Schulz, Ch Schier, R Seemann, and A Skudelny. Mechanical properties of wet granular materials. *Journal of Physics : Condensed Matter*, 17(9) :S477, 2005. URL <http://stacks.iop.org/0953-8984/17/i=9/a=013>.
- Daan Frenkel and Berend Smit, editors. *Understanding Molecular Simulation : From Algorithms to Applications*. Academic Press, Inc., Orlando, FL, USA, 1st edition, 1996. ISBN 0122673700.
- Went FW. *THE EDITORS OF LIFE*, volume p. 73-98. The Plants. NY : Time Incorporated, 1963.
- GDR-MiDi. On dense granular flows. *Eur. Phys. J. E*, 14 :341–365, 2004.
- Virginia Gewin. Food : An underground revolution. *Nature*, 466(7306) :552–553, Jul 2010. ISSN 1476-4687 (Electronic) ; 0028-0836 (Linking). doi : 10.1038/466552a.
- Simon Gilroy and David L Jones. Through form to function : root hair development and nutrient uptake. *Trends in Plant Science*, 5(2) :56 – 60, 2000. ISSN 1360-1385. doi : [http://dx.doi.org/10.1016/S1360-1385\(99\)01551-4](http://dx.doi.org/10.1016/S1360-1385(99)01551-4). URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1360138599015514>.
- Laurent Guillon, Maher El Mecherki, Stephan Altenburger, Peter L Graumann, and Isabelle J Schalk. High cellular organization of pyoverdine biosynthesis in *pseudomonas aeruginosa* : clustering of pvda at the old cell pole. *Environmental microbiology*, 14(8) :1982–1994, 2012.

- William B. Haines. Studies in the physical properties of soils : li. a note on the cohesion developed by capillary forces in an ideal soil. *The Journal of Agricultural Science*, 15(4) :529–535, 03 2009. doi : 10.1017/S0021859600082460. URL <https://www.cambridge.org/core/article/studies-in-the-physical-properties-of-soils-ii-a-note-on-the-cohesion-developed-by-F1825C9960B6406B1F4CAD556CE4150F>.
- Martha C. Hawes, Glyn Bengough, Gladys Cassab, and Georgina Ponce. Root caps and rhizosphere. *Journal of Plant Growth Regulation*, 21(4) :352–367, 2003. ISSN 1435-8107. doi : 10.1007/s00344-002-0035-y. URL <http://dx.doi.org/10.1007/s00344-002-0035-y>.
- Y Helariutta, H Fukaki, J Wysocka-Diller, K Nakajima, J Jung, G Sena, M T Hauser, and P N Benfey. The short-root gene controls radial patterning of the arabidopsis root through radial signaling. *Cell*, 101(5) :555–567, May 2000. ISSN 0092-8674 (Print) ; 0092-8674 (Linking).
- H. J. Herrmann, A.N.B. Poliakov, and H. J. Tillemans. Simulating shear bands in granular solids. In *Non Linear Phenomena in Materials Science III*, volume 42-43, pages 195–203, Zug, 1995. Scitec Publ.
- Heinrich Hertz. Ueber die berührung fester elastischer körper. *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, 92, 1882.
- P.-Y. Hicher. Experimental behaviour of granular materials. In B. Cambou, editor, *Behaviour of Granular Materials*, pages 1–98, Wien, 2000. Springer.
- Melissa D. Ho, Bryan C. McCannon, and Jonathan P. Lynch. Optimization modeling of plant root architecture for water and phosphorus acquisition. *Journal of Theoretical Biology*, 226 (3) :331 – 340, 2004. ISSN 0022-5193. doi : <http://dx.doi.org/10.1016/j.jtbi.2003.09.011>. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022519303003539>.
- S.P. Hoad, G. Russell, M.E. Lucas, and I.J. Bingham. The management of wheat, barley, and oat root systems. volume 74 of *Advances in Agronomy*, pages 193 – 246. Academic Press, 2001. doi : [http://dx.doi.org/10.1016/S0065-2113\(01\)74034-5](http://dx.doi.org/10.1016/S0065-2113(01)74034-5). URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0065211301740345>.
- Frank Hochholdinger and Roman Zimmermann. Conserved and diverse mechanisms in root development. *Curr Opin Plant Biol*, 11(1) :70–74, Feb 2008. ISSN 1369-5266 (Print) ; 1369-5266 (Linking). doi : 10.1016/j.pbi.2007.10.002.
- Frank Hochholdinger, Woong June Park, Michaela Sauer, and Katrin Woll. From weeds to crops : genetic analysis of root development in cereals. *Trends Plant Sci*, 9(1) :42–48, Jan 2004a. ISSN 1360-1385 (Print) ; 1360-1385 (Linking). doi : 10.1016/j.tplants.2003.11.003.
- Frank Hochholdinger, Katrin Woll, Michaela Sauer, and Diana Dembinsky. Genetic dissection of root formation in maize (zea mays) reveals root-type specific developmental programmes.

- Ann Bot*, 93(4) :359–368, Apr 2004b. ISSN 0305-7364 (Print) ; 0305-7364 (Linking). doi : 10.1093/aob/mch056.
- Hüner NPA Hopkins WG. *Introduction to Plant Physiology*. Wiley, New York, 1995.
- Morio Iijima, Toshifumi Higuchi, Peter W. Barlow, and A. Glyn Bengough. Root cap removal increases root penetration resistance in maize (zea mays l.). *Journal of Experimental Botany*, 54(390) :2105–2109, 2003. doi : 10.1093/jxb/erg226. URL <http://jxb.oxfordjournals.org/content/54/390/2105.abstract>.
- MORIO IJIMA, TOSHIFUMI HIGUCHI, and PETER W. BARLOW. Contribution of root cap mucilage and presence of an intact root cap in maize (zea mays) to the reduction of soil mechanical impedance. *Annals of Botany*, 94(3) :473–477, 2004. doi : 10.1093/aob/mch166. URL <http://aob.oxfordjournals.org/content/94/3/473.abstract>.
- Jacob N. Israelachvili. *Intermolecular and surface forces*. Academic Press, London, 1992. ISBN 0123751810 9780123751812.
- H. M. Jaeger, S. R. Nagel, and R. P. Behringer. The physics of granular materials. *Physics Today*, 49(4) :32–38, 1996.
- M. Jean. The non-smooth contact dynamics method. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 177(3–4) :235 – 257, 1999. ISSN 0045-7825. doi : [http://dx.doi.org/10.1016/S0045-7825\(98\)00383-1](http://dx.doi.org/10.1016/S0045-7825(98)00383-1). URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0045782598003831>.
- Jinnan Ji, Nomessi Kokutse, Marie Genet, Thierry Fourcaud, and Zhiqiang Zhang. Effect of spatial variation of tree root characteristics on slope stability. a case study on black locust (robinia pseudoacacia) and arborvitae (platycladus orientalis) stands on the loess plateau, china. *CATENA*, 92 :139–154, 5 2012. doi : <http://dx.doi.org/10.1016/j.catena.2011.12.008>. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0341816211002438>.
- Keni Jiang and Lewis J. Feldman. Root meristem establishment and maintenance : The role of auxin. *Journal of Plant Growth Regulation*, 21(4) :432–440, 2003. ISSN 1435-8107. doi : 10.1007/s00344-002-0037-9. URL <http://dx.doi.org/10.1007/s00344-002-0037-9>.
- K. L. Johnson. *Contact Mechanics*. Cambridge University Press, Cambridg, 1985.
- Christophe Jourdan and Hervé Rey. Modelling and simulation of the architecture and development of the oil-palm (elaeis guineensis jacq.) root system. *Plant and Soil*, 190(2) :235–246, 1997. ISSN 1573-5036. doi : 10.1023/A:1004270014678. URL <http://dx.doi.org/10.1023/A:1004270014678>.
- AlbrechtO Jungk. *Dynamics of Nutrient Movement at the Soil?Root Interface*, pages 587–616. CRC Press, 2016/04/05 2002. ISBN 978-0-8247-0631-9. doi : doi:10.1201/9780203909423.ch35. URL <http://dx.doi.org/10.1201/9780203909423.ch35>.

- Hart JW. *Plant Tropisms : And Other Growth Movements*. Springer, New York, 1990.
- A. Karrech, Denis Duhamel, Guy Bonnet, François Chevoir, Jean-Noël Roux, J. Canou, and J.-C. Dupla. A discrete element study of settlement in vibrated granular layers : role of contact loss and acceleration. *Granular Matter*, 10(5) :369–375, August 2008. doi : 10.1007/s10035-008-0101-7. URL <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00273816>.
- J.M. Kirby and A.G. Bengough. Influence of soil strength on root growth : experiments and analysis using a critical-state model. *European Journal of Soil Science*, 53(1) :119–127, 2002. ISSN 1365-2389. doi : 10.1046/j.1365-2389.2002.00429.x. URL <http://dx.doi.org/10.1046/j.1365-2389.2002.00429.x>.
- Evelyn Kolb, Christian Hartmann, and Patricia Genet. Radial force development during root growth measured by photoelasticity. *Plant and Soil*, 360(1) :19–35, 2012. ISSN 1573-5036. doi : 10.1007/s11104-012-1316-2. URL <http://dx.doi.org/10.1007/s11104-012-1316-2>.
- Ferenc Kun and Hans J. Herrmann. Transition from damage to fragmentation in collision of solids. *Phys. Rev. E*, 59 :2623–2632, Mar 1999. doi : 10.1103/PhysRevE.59.2623. URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevE.59.2623>.
- Sobotik M. Kutschera L., Lichtenegger E. *Bewurzelung von Pflanzen in Verschiedenen Lebensräumen.*, volume Stapfia 49, Guttentberg;. Linz : Land Oberösterreich, 1997.
- A. Stokes L. Dupuy, T. Fourcaud. A numerical investigation into factors affecting the anchorage of roots in tension. *European Journal of Soil Science*, 56 :319–327, 2005a.
- A. Stokes L. Dupuy, T. Fourcaud. A numerical investigation into the influence of soil type and root architecture on tree anchorage. *Plant and Soil*, 278 :119–134, 2005b.
- A. Stokes L. Dupuy, T. Fourcaud. A generic 3d finite element model of tree anchorage integrating soil mechanics and real root system architecture. *American Journal of Botany*, 94 :1506–1514, 2007.
- S. Lavorel, S. McIntyre, J. Landsberg, and T.D.A. Forbes. Plant functional classifications : from general groups to specific groups based on response to disturbance. *Trends in Ecology and Evolution*, 12(12) :474 – 478, 1997. ISSN 0169-5347. doi : [http://dx.doi.org/10.1016/S0169-5347\(97\)01219-6](http://dx.doi.org/10.1016/S0169-5347(97)01219-6). URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0169534797012196>.
- M M Lee and J Schiefelbein. Werewolf, a myb-related protein in arabidopsis, is a position-dependent regulator of epidermal cell patterning. *Cell*, 99(5) :473–483, Nov 1999. ISSN 0092-8674 (Print) ; 0092-8674 (Linking).
- Guoping Lian, Colin Thornton, and Michael J. Adams. A theoretical study of the liquid bridge forces between two rigid spherical bodies. *Journal of Colloid and Interface Science*, 161(1) :

- 138 – 147, 1993. ISSN 0021-9797. doi : <http://dx.doi.org/10.1006/jcis.1993.1452>. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0021979783714529>.
- K.W. Loades, A.G. Bengough, M.F. Bransby, and P.D. Hallett. Planting density influence on fibrous root reinforcement of soils. *Ecological Engineering*, 36(3) :276 – 284, 2010. ISSN 0925-8574. doi : <http://dx.doi.org/10.1016/j.ecoleng.2009.02.005>. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0925857409001050>. Special Issue : Vegetation and Slope Stability.
- M. Lu and G. R. McDowell. The importance of modelling ballast particle shape in the discrete element method. *Granular Matter*, 9(1) :69–80, 2006. ISSN 1434-7636. doi : 10.1007/s10035-006-0021-3. URL <http://dx.doi.org/10.1007/s10035-006-0021-3>.
- J. Lynch. Root architecture and plant productivity. *Plant Physiology*, 109(1) :7–13, 1995. doi : 10.1104/pp.109.1.7. URL <http://www.plantphysiol.org/content/109/1/7.short>.
- J. P. Lynch. Turner review no. 14 roots of the second green revolution. *Australian Journal of Botany*, 55(5) :493–512, 2007. URL <http://dx.doi.org/10.1071/BT06118>.
- Jonathan P. Lynch and Kathleen M. Brown. Topsoil foraging – an architectural adaptation of plants to low phosphorus availability. *Plant and Soil*, 237(2) :225–237, 2001. ISSN 1573-5036. doi : 10.1023/A:1013324727040. URL <http://dx.doi.org/10.1023/A:1013324727040>.
- Darryl I. MacKenzie, James D. Nichols, Mark E. Seamans, and R. J. Gutiérrez. Modeling species occurrence dynamics with multiple states and imperfect detection. *Ecology*, 90(3) :823–835, 2015/06/29 2009. doi : 10.1890/08-0141.1. URL <http://dx.doi.org/10.1890/08-0141.1>.
- J E Malamy and P N Benfey. Organization and cell differentiation in lateral roots of arabidopsis thaliana. *Development*, 124(1) :33–44, Jan 1997. ISSN 0950-1991 (Print) ; 0950-1991 (Linking).
- Zhun Mao, Laurent Saint-André, Marie Genet, François-Xavier Mine, Christophe Jourdan, Hervé Rey, Benoît Courbaud, and Alexia Stokes. Engineering ecological protection against landslides in diverse mountain forests : Choosing cohesion models. *Ecological Engineering*, 45 :55 – 69, 2012. ISSN 0925-8574. doi : <http://dx.doi.org/10.1016/j.ecoleng.2011.03.026>. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0925857411001224>. Ecological Engineering–Its Development, Applications and Challenges.
- S. A. Materechera, A. R. Dexter, and A. M. Alston. Penetration of very strong soils by seedling roots of different plant species. *Plant and Soil*, 135(1) :31–41, 1991. ISSN 1573-5036. doi : 10.1007/BF00014776. URL <http://dx.doi.org/10.1007/BF00014776>.
- S. A. Materechera, A. R. Dexter, and A. M. Alston. Formation of aggregates by plant roots in homogenised soils. *Plant and Soil*, 142(1) :69–79, 1992a. ISSN 1573-5036. doi : 10.1007/BF00010176. URL <http://dx.doi.org/10.1007/BF00010176>.

- S.A. Materechera, A.M. Alston, J.M. Kirby, and A.R. Dexter. Influence of root diameter on the penetration of seminal roots into a compacted subsoil. *Plant and Soil*, 144(2) :297–303, 1992b. ISSN 0032-079X. doi : 10.1007/BF00012888. URL <http://dx.doi.org/10.1007/BF00012888>.
- Slobodan B. Mickovski, Alexia Stokes, Rens van Beek, Murielle Ghestem, and Thierry Fourcaud. Simulation of direct shear tests on rooted and non-rooted soil using finite element analysis. *Ecological Engineering*, 37(10) :1523 – 1532, 2011. ISSN 0925-8574. doi : <http://dx.doi.org/10.1016/j.ecoleng.2011.06.001>. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0925857411001790>.
- Takafumi Mikami, Hidehiro Kamiya, and Masayuki Horio. Numerical simulation of cohesive powder behavior in a fluidized bed. *Chemical Engineering Science*, 53(10) :1927 – 1940, 1998. ISSN 0009-2509. doi : [http://dx.doi.org/10.1016/S0009-2509\(97\)00325-4](http://dx.doi.org/10.1016/S0009-2509(97)00325-4). URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0009250997003254>.
- John R. Moore and Douglas A. Maguire. Simulating the dynamic behavior of douglas-fir trees under applied loads by the finite element method. *Tree Physiology*, 28(1) :75–83, 2008. doi : 10.1093/treephys/28.1.75. URL <http://treephys.oxfordjournals.org/content/28/1/75.abstract>.
- VODOPICH DS MOORE R, CLARK WD. *Botany. 2nd ed. Boston. Massachusetts* : McGraw-Hill. 919 p., 2003.
- Jean Jacques Moreau. Contact et frottement en dynamique des systèmes de corps rigides. *Revue Européenne des Éléments*, 9(1-3) :9–28, 2000. doi : 10.1080/12506559.2000.10511427. URL <http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/12506559.2000.10511427>.
- Daniel M. Mueth, Heinrich M. Jaeger, and Sidney R. Nagel. Force distribution in a granular medium. *Phys. Rev. E*, 57 :3164–3169, Mar 1998. doi : 10.1103/PhysRevE.57.3164. URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevE.57.3164>.
- D. Müller. *Techniques informatiques efficaces pour la simulation de milieux granulaires par des méthodes d'éléments distincts*. PhD thesis, École polytechnique fédérale de Lausanne, 1996.
- Ulrich Mutze. Rigidly connected overlapping spherical particles : a versatile grain model. *Granular Matter*, 8(3) :185–194, 2006. ISSN 1434-7636. doi : 10.1007/s10035-006-0011-5. URL <http://dx.doi.org/10.1007/s10035-006-0011-5>.
- Charles A. Nock, Bastien Lecigne, Olivier Taugourdeau, David F. Greene, Jean Dauzat, Sylvain Delagrangé, and Christian Messier. Linking ice accretion and crown structure : towards a model of the effect of freezing rain on tree canopies. *Annals of Botany*, 2016. doi : 10.1093/aob/mcw059. URL <http://aob.oxfordjournals.org/content/early/2016/04/23/aob.mcw059.abstract>.



- Loïc Pagès, Marie-Odile Jordan, and Didier Picard. A simulation model of the three-dimensional architecture of the maize root system. *Plant and Soil*, 119(1) :147–154, 1989.
- S. Parry, P. Renault, J. Chadœuf, C. Chenu, and R. Lensi. Particulate organic matter as a source of variation in denitrification in clods of soil. *European Journal of Soil Science*, 51(2) :271–281, 2000. ISSN 1365-2389. doi : 10.1046/j.1365-2389.2000.00298.x. URL <http://dx.doi.org/10.1046/j.1365-2389.2000.00298.x>.
- J. B. Passioura. Soil conditions and plant growth. *Plant, Cell and Environment*, 25(2) :311–318, 2002. ISSN 1365-3040. doi : 10.1046/j.0016-8025.2001.00802.x. URL <http://dx.doi.org/10.1046/j.0016-8025.2001.00802.x>.
- Benjamin Peret, Bert De Rybel, Ilda Casimiro, Eva Benkova, Ranjan Swarup, Laurent Laplace, Tom Beeckman, and Malcolm J Bennett. Arabidopsis lateral root development : an emerging story. *Trends Plant Sci*, 14(7) :399–408, Jul 2009. ISSN 1878-4372 (Electronic); 1360-1385 (Linking). doi : 10.1016/j.tplants.2009.05.002.
- Raphaël P.A. Perez, Benoît Pallas, Gilles Le Moguédec, Hervé Rey, Sébastien Griffon, Jean-Pierre Caliman, Evelyne Costes, and Jean Dauzat. Integrating mixed-effect models into an architectural plant model to simulate inter- and intra-progeny variability : a case study on oil palm (*elaeis guineensis* jacq.). *Journal of Experimental Botany*, 2016. doi : 10.1093/jxb/erw203. URL <http://jxb.oxfordjournals.org/content/early/2016/06/13/jxb.erw203.abstract>.
- Tom L. Phillips and Jean Galtier. Evolutionary and ecological perspectives of late paleozoic ferns : Part i. zygopteridales. *Review of Palaeobotany and Palynology*, 135(3–4) :165 – 203, 2005. ISSN 0034-6667. doi : <http://dx.doi.org/10.1016/j.revpalbo.2005.03.006>. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0034666705000345>.
- Pieter Poot and Hans Lambers. Shallow-soil endemics : adaptive advantages and constraints of a specialized root-system morphology. *New Phytol*, 178(2) :371–381, 2008. ISSN 1469-8137 (Electronic); 0028-646X (Linking). doi : 10.1111/j.1469-8137.2007.02370.x.
- T. Pöschel and T. *Computational Granular Dynamics : Models and Algorithms*. Springer, 2005. URL <https://books.google.fr/books?id=4jHUX-7Qw-UC>.
- I. Preechawuttipong. *Modélisation du comportement mécanique de matériaux granulaires cohésifs*. PhD thesis, Université Montpellier II, 2001.
- Barlow PW. *The root cap*. In : Torrey JG, Clarkson DT, editors. *The development and function of roots*. London Academic Press, p 21–54., 1975.
- M. M. Caldwell R. B. Jackson. Geostatistical patterns in soil heterogeneity around individual perennial plants. *J. Ecol.* 81, pages 683–692, 1993.

- F. Radjai and F. Dubois, editors. *Discrete element modeling of granular materials*. Wiley, 2011.
- F. Radjai, D. E. Wolf, M. Jean, and J.-J. Moreau. Bimodal character of stress transmission in granular packings. *Phys. Rev. Lett.*, 80 :61–64, 1998.
- Farhang Radjai. *Physics of Dry Granular Media*, chapter Multicontact Dynamics, pages 305–312. Springer Netherlands, Dordrecht, 1998. ISBN 978-94-017-2653-5. doi : 10.1007/978-94-017-2653-5\_21. URL [http://dx.doi.org/10.1007/978-94-017-2653-5\\_21](http://dx.doi.org/10.1007/978-94-017-2653-5_21).
- Farhang Radjai and Stéphane Roux. Turbulentlike fluctuations in quasistatic flow of granular media. *Phys. Rev. Lett.*, 89 :064302, Jul 2002. doi : 10.1103/PhysRevLett.89.064302. URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.89.064302>.
- Farhang Radjai, Michel Jean, Jean-Jacques Moreau, and Stéphane Roux. Force distributions in dense two-dimensional granular systems. *Phys. Rev. Lett.*, 77 :274–277, Jul 1996. doi : 10.1103/PhysRevLett.77.274. URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.77.274>.
- V. Richefeu. *Approche par elements discrets 3D du comportement de materiaux granulaires cohesifs Approche par elements discrets 3D du comportement de materiaux granulaires cohesif faiblement constraints*. Mechanical, mechanical engineering, civil engineering, Montpellier university 2, 2006.
- V. Richefeu, F. Radjai, and M. S. El Youssoufi. Stress transmission in wet granular materials. *The European Physical Journal E*, 21(4) :359, 2007. ISSN 1292-895X. doi : 10.1140/epje/i2006-10077-1. URL <http://dx.doi.org/10.1140/epje/i2006-10077-1>.
- Vincent Richefeu, Moulay Saïd El Youssoufi, and Farhang Radjaï. Shear strength properties of wet granular materials. *Phys. Rev. E*, 73 :051304, May 2006. doi : 10.1103/PhysRevE.73.051304. URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevE.73.051304>.
- David Robinson. Phosphorus availability and cortical senescence in cereal roots. *Journal of Theoretical Biology*, 145(2) :257 – 265, 1990. ISSN 0022-5193. doi : [http://dx.doi.org/10.1016/S0022-5193\(05\)80130-4](http://dx.doi.org/10.1016/S0022-5193(05)80130-4). URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022519305801304>.
- David Robinson. *Plant Roots - From Cells to Systems : Proceedings of the 14th Long Ashton International Symposium Plant Roots — From Cells to Systems, held in Bristol, U.K., 13–15 September 1995*, chapter Variation, co-ordination and compensation in root systems in relation to soil variability, pages 57–66. Springer Netherlands, Dordrecht, 1997. ISBN 978-94-011-5696-7. doi : 10.1007/978-94-011-5696-7\_6. URL [http://dx.doi.org/10.1007/978-94-011-5696-7\\_6](http://dx.doi.org/10.1007/978-94-011-5696-7_6).
- S Sabatini, D Beis, H Wolkenfelt, J Murfett, T Guilfoyle, J Malamy, P Benfey, O Leyser, N Bechtold, P Weisbeek, and B Scheres. An auxin-dependent distal organizer of pattern and polarity in the arabidopsis root. *Cell*, 99(5) :463–472, Nov 1999. ISSN 0092-8674 (Print) ; 0092-8674 (Linking).



- A. R. Schrank. Plant tropisms. *Annual Review of Plant Physiology*, 1(1) :59–74, 1950. doi : 10.1146/annurev.pp.01.060150.000423. URL <http://dx.doi.org/10.1146/annurev.pp.01.060150.000423>.
- F Andrew Smith. Plant roots. growth, activity and interaction with soils. *Annals of Botany*, 100 (1) :151–152, 07 2007. doi : 10.1093/aob/mcm099. URL <http://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC2735306/>.
- T Steinmann, N Geldner, M Grebe, S Mangold, C L Jackson, S Paris, L Galweiler, K Palme, and G Jurgens. Coordinated polar localization of auxin efflux carrier pin1 by gnom arf gef. *Science*, 286(5438) :316–318, Oct 1999. ISSN 0036-8075 (Print) ; 0036-8075 (Linking).
- A. Stokes T. Fourcaud, J. Ji. Understanding the impact of root morphology on overturning mechanisms : a modelling approach. *Annals of Botany*, 101 :1267–1280, 2008.
- François Tardieu. Soil tillage for crop production and protection of the environment growth and functioning of roots and of root systems subjected to soil compaction. towards a system with multiple signalling? *Soil and Tillage Research*, 30(2) :217 – 243, 1994. ISSN 0167-1987. doi : [http://dx.doi.org/10.1016/0167-1987\(94\)90006-X](http://dx.doi.org/10.1016/0167-1987(94)90006-X). URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/016719879490006X>.
- Rumi Tominaga-Wada, Tetsuya Ishida, and Takuji Wada. New insights into the mechanism of development of arabidopsis root hairs and trichomes. *Int Rev Cell Mol Biol*, 286 :67–106, 2011. ISSN 1937-6448 (Print). doi : 10.1016/B978-0-12-385859-7.00002-1.
- V. Tournat, V. E. Gusev, V. Yu. Zaitsev, and B. Castagnède. Acoustic second-harmonic generation with shear to longitudinal mode conversion in granular media. *EPL (Europhysics Letters)*, 66 (6) :798, 2004a. URL <http://stacks.iop.org/0295-5075/66/i=6/a=798>.
- V. Tournat, V. Zaitsev, V. Gusev, V. Nazarov, P. Béquin, and B. Castagnède. Probing weak forces in granular media through nonlinear dynamic dilatancy : Clapping contacts and polarization anisotropy. *Phys. Rev. Lett.*, 92 :085502, Feb 2004b. doi : 10.1103/PhysRevLett.92.085502. URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.92.085502>.
- Saoirse R Tracy, Colin R Black, Jeremy A Roberts, and Sacha J Mooney. Soil compaction : a review of past and present techniques for investigating effects on root growth. *J Sci Food Agric*, 91(9) :1528–1537, Jul 2011. ISSN 1097-0010 (Electronic) ; 0022-5142 (Linking). doi : 10.1002/jsfa.4424.
- TEZERA TSEGAYE and C. E. MULLINS. Effect of mechanical impedance on root growth and morphology of two varieties of pea (*pisum sativum* l.). *New Phytologist*, 126(4) :707–713, 1994. ISSN 1469-8137. doi : 10.1111/j.1469-8137.1994.tb02965.x. URL <http://dx.doi.org/10.1111/j.1469-8137.1994.tb02965.x>.

- Tracy A. Valentine, Paul D. Hallett, Kirsty Binnie, Mark W. Young, Geoffrey R. Squire, Cathy Hawes, and A. Glyn Bengough. Soil strength and macropore volume limit root elongation rates in many uk agricultural soils. *Annals of Botany*, 110(2) :259–270, 2012. doi : 10.1093/aob/mcs118. URL <http://aob.oxfordjournals.org/content/110/2/259.abstract>.
- L. P. H. van Beek, J. Wint, L. H. Cammeraat, and J. P. Edwards. Observation and simulation of root reinforcement on abandoned mediterranean slopes. *Plant and Soil*, 278(1) :55–74, 2005. ISSN 1573-5036. doi : 10.1007/s11104-005-7247-4. URL <http://dx.doi.org/10.1007/s11104-005-7247-4>.
- P. A. Vermeer. The orientation of shear bands in biaxial tests. *Géotechnique*, 40 :223, 1990.
- C. Voivret, F. Radjaï, J.-Y. Delenne, and M. S. El Youssoufi. Space-filling properties of polydisperse granular media. *Phys. Rev. E*, 76 :021301, Aug 2007. doi : 10.1103/PhysRevE.76.021301. URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevE.76.021301>.
- A. V. Vollsnes, C. M. Futsaether, and A. G. Bengough. Quantifying rhizosphere particle movement around mutant maize roots using time-lapse imaging and particle image velocimetry. *European Journal of Soil Science*, 61(6) :926–939, 2010. ISSN 1365-2389. doi : 10.1111/j.1365-2389.2010.01297.x. URL <http://dx.doi.org/10.1111/j.1365-2389.2010.01297.x>.
- P. A. Wahid. A system of classification of woody perennials based on their root activity patterns. *Agroforestry Systems*, 49(2) :123–130, 2000. ISSN 1572-9680. doi : 10.1023/A:1006309927504. URL <http://dx.doi.org/10.1023/A:1006309927504>.
- Leishman M. Westoby M. *Categorizing plant species into functional types, in Plant Functional Types. Their Relevance to Ecosystem Properties and Global Change*. (Cambridge : International Geosphere-Biosphere Programme Book Series, University Press ; ), 104–121, 1997.
- W. Richard Whalley, Chris W. Watts, Andrew S. Gregory, Sacha J. Mooney, Lawrence J. Clark, and Andrew P. Whitmore. The effect of soil strength on the yield of wheat. *Plant and Soil*, 306 (1) :237–247, 2008. ISSN 1573-5036. doi : 10.1007/s11104-008-9577-5. URL <http://dx.doi.org/10.1007/s11104-008-9577-5>.
- Christopher D. Willett, Michael J. Adams, Simon A. Johnson, and Jonathan P. K. Seville. Capillary bridges between two spherical bodies. *Langmuir*, 16(24) :9396–9405, 11 2000. doi : 10.1021/la000657y. URL <http://dx.doi.org/10.1021/la000657y>.
- D.M. Wood. *Soil behaviour and critical state soil mechanics*. Cambridge University Press, Cambridge, England, 1990.
- Ming Yang, Pauline Défossez, Frédéric Danjon, and Thierry Fourcaud. Tree stability under wind : simulating uprooting with root breakage using a finite element method. *Annals of Botany*, 114(4) :695–709, 2014. doi : 10.1093/aob/mcu122. URL <http://aob.oxfordjournals.org/content/114/4/695.abstract>.

- D. Zhang and W.J. Whiten. Step size control for efficient discrete element simulation. *Minerals Engineering*, 14(10) :1341 – 1346, 2001. ISSN 0892-6875. doi : [http://dx.doi.org/10.1016/S0892-6875\(01\)00148-0](http://dx.doi.org/10.1016/S0892-6875(01)00148-0). URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0892687501001480>.
- R. W. Zobel and Y. Waisel. A plant root system architectural taxonomy : A framework for root nomenclature. *Plant Biosystems - An International Journal Dealing with all Aspects of Plant Biology*, 144(2) :507–512, 2010. doi : 10.1080/11263501003764483. URL <http://dx.doi.org/10.1080/11263501003764483>.