



**HAL**  
open science

# Comportement magnéto-mécanique des matériaux magnétiques

Olivier Hubert

► **To cite this version:**

Olivier Hubert. Comportement magnéto-mécanique des matériaux magnétiques. Mécanique des matériaux [physics.class-ph]. UPMC - Université Paris 6 Pierre et Marie Curie, 2008. tel-01530743

**HAL Id: tel-01530743**

**<https://hal.science/tel-01530743>**

Submitted on 31 May 2017

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**HABILITATION A DIRIGER DES RECHERCHES  
DE L'UNIVERSITE PIERRE ET MARIE CURIE**

Spécialité :  
**MÉCANIQUE - GÉNIE MÉCANIQUE - GÉNIE CIVIL**

Présentée à l'École Normale Supérieure de Cachan  
par

Olivier HUBERT

Intitulée :

**Comportement magnéto-mécanique des matériaux magnétiques**

Soutenue le 26 mars 2008 devant le jury composé de :

GÉRARD A. MAUGIN	Président
FAUSTO FIORILLO	Rapporteur
ETIENNE PATOOR	Rapporteur
ANDRÉ PINEAU	Rapporteur
RENÉ BILLARDON	Examineur
FRÉDÉRIC BOUILLAULT	Examineur
PIERRE GILORMINI	Examineur

---

Laboratoire de Mécanique et Technologie  
ENS Cachan/CNRS/UPMC/PRES Universud Paris  
61, avenue du Président Wilson, 94235 CACHAN Cedex (France)



A Nacéra et Noé.  
A mes parents, ma famille, mes amis.



# Table des matières

<b>1</b>	<b>Avant-propos</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Introduction au comportement magnéto-mécanique</b>	<b>3</b>
2.1	Cadre de l'étude . . . . .	3
2.2	Aspects macroscopiques . . . . .	3
2.2.1	Comportement mécanique . . . . .	3
2.2.2	Comportement magnétique . . . . .	4
2.2.3	Phénomènes de couplage magnéto-mécanique . . . . .	5
2.2.4	Influence de la déformation plastique sur le comportement magnétique . . . . .	6
2.3	Aspects microscopiques . . . . .	7
2.3.1	Comportement mécanique . . . . .	7
2.3.2	Comportement magnétique . . . . .	7
2.3.3	Comportement magnéto-élastique . . . . .	10
2.3.4	Influence de la plasticité sur le comportement magnétique . . . . .	11
<b>3</b>	<b>Mesure du comportement magnéto-élastique</b>	<b>12</b>
3.1	Notion de comportement macroscopique anhystérétique (Jiles, 1995) . . . . .	12
3.2	Matériaux . . . . .	13
3.2.1	Les alliages fer-silicium . . . . .	13
3.2.2	Les alliages fer-cobalt . . . . .	14
3.2.3	Les aciers . . . . .	15
3.2.4	Les ferrites . . . . .	15
3.3	Mesures magnéto-mécaniques sous contrainte uniaxiale . . . . .	16
3.3.1	Banc de mesure . . . . .	16
3.3.2	Mesure du comportement magnétique . . . . .	17
3.3.3	Mesure du comportement magnétostrictif . . . . .	18
3.3.4	Quelques résultats expérimentaux . . . . .	20
3.4	Mesures magnéto-mécaniques sous contrainte biaxiale . . . . .	21
3.4.1	Procédure expérimentale . . . . .	22
3.4.2	Résultats expérimentaux . . . . .	23
<b>4</b>	<b>Modélisation multiéchelle du comportement magnéto-élastique</b>	<b>25</b>
4.1	Préambule: principe de modélisation . . . . .	25
4.2	Modélisation multiéchelle . . . . .	25
4.2.1	Energie d'un domaine magnétique . . . . .	25
4.2.2	Modèle microscopique (Daniel, 2008) . . . . .	26
4.2.3	Localisations et homogénéisations des champs magnéto-mécaniques . . . . .	27
4.2.4	Comparaisons essais/modèle . . . . .	30
4.3	Facteurs d'anisotropies et intégration à la modélisation multiéchelle . . . . .	32
4.3.1	Effet de surface . . . . .	32
4.3.2	Définition de l'état initial: autres mécanismes . . . . .	36
<b>5</b>	<b>Mesure et modélisation multiéchelle de l'influence de la plasticité sur le comportement magnéto-élastique</b>	<b>38</b>
5.1	Caractérisation de l'état mécanique plastifié . . . . .	38
5.1.1	Caractérisation macroscopique . . . . .	38
5.1.2	Caractérisation microscopique . . . . .	39
5.2	Effet de la plasticité sur le comportement magnéto-mécanique . . . . .	40
5.3	Modélisation de l'influence de la plasticité sur le comportement magnéto-mécanique . . . . .	43
5.3.1	Modélisation micro-mécanique de la plasticité . . . . .	43

5.3.2	Application: déformation plastique du Fe-3%Si NO . . . . .	45
5.4	Conclusion . . . . .	47
<b>6</b>	<b>Perspectives générales: modélisation des phénomènes dissipatifs et contrôle</b>	<b>48</b>
6.1	Contrôle de l'état thermo-mécano-métallurgique des matériaux . . . . .	48
6.1.1	Modélisation de l'influence de la plasticité . . . . .	48
6.1.2	Mesure des contraintes au cours d'un choc . . . . .	49
6.1.3	Modélisation simplifiée du comportement magnéto-mécanique d'un polycristal	49
6.2	Introduction à la modélisation des phénomènes dynamiques . . . . .	51
6.2.1	Quelques mises en évidence expérimentales . . . . .	51
6.2.2	Modélisation des phénomènes dynamiques . . . . .	51
6.2.3	Application à la prédiction des pertes d'énergie dans les machines . . . . .	52

# Table des figures

2.1	Effet des contraintes sur l'aimantation d'un acier bas-carbone (0,18wt%) (Lolloz, 2006). . . . .	6
2.2	Illustration de l'effet $\Delta E$ - acier bas carbone (Daniel & Hubert, 2008). . . . .	6
2.3	Mise en évidence des domaines magnétiques; figures de Bitter (Hug, 1995; Hubert & Schäfer, 1998). . . . .	8
2.4	Evolution des domaines magnétiques dans un monocristal 2D. . . . .	9
2.5	Corrélation entre structure en domaines magnétiques et aimantation macroscopique. . . . .	10
2.6	Principe du processus de magnétostriction dans un monocristal - matériau à magnétostriction "négative". . . . .	10
3.1	Comportement magnétique (a) et magnétostrictif (b) du fer silicium (Fe-3%Si non orienté) - première aimantation (resp. magnétostriction) - cycle d'hystérésis magnétique (resp. magnétostrictif) - courbe anhystérétique magnétique (resp. magnétostrictive) (Hubert, 2003). . . . .	12
3.2	Caractérisation du Fe-3%Si NO (mesure EBSD - UTC). . . . .	14
3.3	Caractérisation du Fe-3%Si GO (mesure EBSD - UTC). . . . .	14
3.4	Caractérisation du FeCo-2%V (mesure EBSD - UTC). . . . .	15
3.5	Structure cristalline de l'acier Fe-0,18%C. . . . .	15
3.6	Caractérisation du ferrite Ni-Zn (mesure EBSD - LPCES). . . . .	16
3.7	Banc de mesure magnétique uniaxial. . . . .	17
3.8	Procédures expérimentales spécifiques. . . . .	18
3.9	Comportement magnétostrictif anhystérétique du ferrite Ni-Zn à contrainte nulle. . . . .	20
3.10	Evolution du comportement magnéto-mécanique en fonction de l'orientation de la mesure - Fe-3%Si NO. . . . .	21
3.11	Evolution du comportement magnéto-mécanique d'un acier bas carbone sous chargement mécanique uniaxial. . . . .	21
3.12	Système de mesure magnétique sous chargement mécanique biaxial. . . . .	22
3.13	Evolution du comportement anhystérétique M(H) lors des essais uniaxiaux. . . . .	24
3.14	Evolution du comportement anhystérétique M(H) lors des essais biaxiaux. . . . .	24
3.15	Evolution de la susceptibilité normalisée sécante $\chi_n$ dans le plan des contraintes. . . . .	24
4.1	Evolution des coefficients élastiques suivant différentes directions du plan de tôle - Fe-3%Si NO - Expérience (points) et modèle. . . . .	31
4.2	Comparaisons essais-modèle multiéchelle pour le ferrite Ni-Zn. . . . .	31
4.3	Evolution de la susceptibilité normalisée sécante modèle $\chi_n^{mod}$ dans le plan des contraintes - modèle multiéchelle. . . . .	32
4.4	Comportement magnétostrictif du Fe-3%Si NO en fonction de l'orientation. . . . .	32
4.5	Mesure du comportement anhystérétique du Fe-3%Si GO, sens DL (trait plein) et DT (pointillés). . . . .	33
4.6	Résultats du modèle multiéchelle dans sa configuration "milieu infini". . . . .	34
4.7	Comparaisons modèle-essais, avec énergie de surface - Fe-3%Si GO, sens DL (trait plein) et DT (pointillés). . . . .	35
4.8	Comportement magnétostrictif du Fe-3% Si NO suivant DL et DT. . . . .	37
5.1	Comportement mécanique en traction du Fe-3%Si NO; tracé simultané du taux de consolidation $d\sigma/d\epsilon_p$ . . . . .	39
5.2	Partition de l'érouissage en traction du Fe-3%Si NO: évolutions respectives de $\sigma_{eff}$ et $X_{11}$ . . . . .	39
5.3	Microstructures du Fe-3%Si NO plastifié. . . . .	40
5.4	Influence de la plasticité sur le comportement magnétique du Fe-3%Si NO. . . . .	41

5.5	Influence de la plasticité sur le comportement magnétique du Fe-3%Si NO. . . . .	42
5.6	Influence de la microplasticité sur le comportement anhystérétique du Fe-3%Si NO.	42
5.7	Evolution du champ coercitif en fonction de l'écroissage cinématique - Fe-3%Si NO.	43
5.8	Données expérimentales et simulation du comportement en traction du Fe-3%Si NO.	46
5.9	Distribution des contraintes résiduelles après une charge-décharge de 370MPa en traction suivant DL - Résultats de calcul - Fe-3%Si NO. . . . .	46
5.10	Modélisation des comportements magnétique et magnétostrictif du Fe-3% Si NO après déformation plastique correspondant à un chargement mécanique de 370MPa en traction suivant DL. . . . .	47
6.1	Essai aux barres d'Hopkinson. . . . .	49
6.2	Modèle simplifié du comportement du matériau. . . . .	50
6.3	Illustrations du comportement hystérétique $M(H,\sigma)$ pour l'acier bas carbone (Hubert & Rizzo, 2008). . . . .	52

# Notations

$\vec{H}$	Champ magnétique.
$\vec{M}$	Aimantation.
$\vec{B}$	Induction magnétique.
$\Sigma, \sigma$	Tenseur des contraintes.
$\mathbf{E}, \epsilon$	Tenseur des déformations.
$\mathbf{E}^e, \epsilon^e$	Tenseur des déformations élastiques.
$\mathbf{E}^\mu, \epsilon^\mu$	Tenseur des déformations de magnétostriction.
$\mathbf{E}^T, \epsilon^T$	Tenseur des déformations thermiques.
$\mathbf{E}^p, \epsilon^p$	Tenseur des déformations plastiques.
$\sigma_e$	Limite d'élasticité.
$R$	Ecrouissage isotrope.
$\sigma_{\text{eff}}$	Contrainte effective.
$\mathbb{X}$	Ecrouissage cinématique.
$\chi$	Susceptibilité magnétique.
$\mu$	Perméabilité magnétique.
$\chi_0$	Susceptibilité du milieu équivalent.
$\chi_m$	Susceptibilité sécante.
$\mathbb{C}$	Tenseur des modules.
$\mathbb{C}_e$	Tenseur des modules élastiques.
$\mathbb{C}_0$	Tenseur des modules du milieu équivalent.
$\mathbb{C}_{AC}$	Estimation autocohérente pour le tenseur des modules.
$\mathbb{S}^E$	Tenseur d'Eshelby.
$\mathbb{C}^*$	Tenseur d'influence de Hill.
$\mathbb{A}$	Tenseur de localisation des déformations.
$\mathbb{B}$	Tenseur de concentration de contraintes.
$\mathbf{I}$	Identité d'ordre 2.
$\mathbf{O}$	Tenseur nul d'ordre 2.
$\mathbb{I}$	Identité d'ordre 4.
$M$	désigne le milieu.
$I$	désigne l'inclusion.
$g$	désigne le grain.
$\alpha$	désigne le domaine.

## Notations propres au domaine magnétique

$f_\alpha$	Fraction volumique de la famille de domaines $\alpha$ .
$\vec{\gamma}^\alpha$	Direction de l'aimantation.
$\theta_\alpha \phi_\alpha$	Angles définissant la direction de l'aimantation.
$\epsilon_\alpha^\mu$	Tenseur des déformations de magnétostriction.
$W^\alpha$	Energie libre.
$W_E^\alpha$	Energie d'échange.
$W_K^\alpha$	Energie d'anisotropie magnétocristalline.
$W_H^\alpha$	Energie magnétostatique.
$W_\sigma^\alpha$	Energie élastique.

## Abréviations

NO	Tôles à grains non orientés.
GO	Tôles à grains orientés.
DL	Direction du laminage.
DT	Direction transverse.
FDO	Fonction de distribution des orientations cristallographiques.
EBSD	Electron Backscatter Diffraction.
MEB	Microscope électronique à balayage.
CND	Contrôle non destructif.
<i>fem</i>	Force électromotrice.
LMT	Laboratoire de mécanique et technologie, Cachan (94).
LGEP	Laboratoire de génie électrique de Paris, Gif-sur-Yvette (91)
UTC	Université de Technologie de Compiègne (60).
LPCES	Laboratoire de Physico-Chimie de l'Etat Solide, Orsay (91).

---

# Chapitre 1

## Avant-propos

Notre époque est caractérisée par une utilisation de plus en plus intensive de l'électronique et des actionneurs électromagnétiques dans des domaines d'application extrêmement vastes: les machines électriques touchent ainsi aussi bien à la production d'énergie électrique, à sa transformation qu'à la mise en mouvement d'objets ou d'individus. La quantité et la diversité de ces applications, associées à une importance grandissante des contraintes énergétiques, expliquent l'intérêt suscité par la mise au point de systèmes à haute performance, passant nécessairement par l'élaboration de modèles toujours plus prédictifs.

Dans un moteur électrique en fonctionnement, une partie de l'énergie électrique n'est pas transformée en énergie mécanique. Lors de ce transfert, une part de cette déperdition est liée au comportement du matériau ferromagnétique soumis à un champ magnétique variable. L'optimisation du rendement des machines électriques prend une place importante dans le cas des machines embarquées, dans le domaine aéronautique et de plus en plus dans le domaine automobile. Ces machines sont caractérisées par des vitesses de rotation plus élevées de manière à développer des couples plus forts, ainsi qu'une déperdition accrue associée aux courants de Foucault.

Pour tenter d'apporter quelques réponses sur les points évoqués, il semble naturel (entre autres démarches), de s'intéresser aux matériaux utilisés dans la fabrication de ces machines afin d'optimiser leurs propriétés vis à vis des critères précités. Dans l'état actuel des connaissances, les voies d'optimisation envisageables et les potentialités d'innovation concernent principalement les propriétés de couplage, magnéto-thermique ou magnéto-mécanique, et les procédés de fabrication qui permettent d'optimiser ces propriétés.

La problématique de cette étude porte sur deux points du comportement des matériaux magnétiques. Le premier est l'effet d'une sollicitation mécanique sur le comportement magnétique: on cherche à en identifier les effets, afin d'optimiser les caractéristiques du matériau ou la géométrie de la pièce. Le second point est l'étude de la déformation de magnétostriction: on souhaite être capable de la quantifier en fonction des sollicitations extérieures. L'étude présentée ici concerne donc le couplage magnéto-mécanique. L'objectif consiste à établir des modèles capables de simuler le couplage dans toute sa complexité.

Les difficultés associées à la résolution de ce problème sont de plusieurs natures.

Il s'agit tout d'abord d'un problème multi-physique. Outre les difficultés liées au recoupement de champs disciplinaires habituellement distincts, l'introduction d'un couplage complexifie nécessairement le problème. Une autre difficulté est associée aux conditions aux limites des problèmes étudiés. Ainsi, dans le cas des couplages magnéto-mécaniques, les limites du problème mécanique sont en général définies par les limites du solide étudié, alors que l'équilibre magnétique se fait sur tout l'espace. Le concept de milieu infini est d'un usage plus délicat dans le cadre du magnétisme. Il s'agit ensuite d'un problème anisotrope. Les comportements mécanique et magnétique anisotropes à l'échelle du cristal conduisent à des effets anisotropes macroscopiques compte tenu des textures liées au mode d'élaboration. Il s'agit également d'un problème non-linéaire. La réponse magnétique d'un matériau est en effet fortement non-linéaire en fonction du champ magnétique appliqué. La prise en compte de la plasticité passe par une modélisation à caractère non linéaire également. Il s'agit enfin d'un problème multi-échelle. On verra que le couplage magnéto-mécanique est fondamentalement un mécanisme d'incompatibilité, qui fait intervenir au moins deux échelles. Par ailleurs, la modélisation des mécanismes passe par une description à l'échelle où le mécanisme physique décrit intervient.

Ce document est l'aboutissement d'environ une dizaine d'années de recherches dont huit passées au LMT-Cachan. Il tente de réaliser une synthèse de différents travaux propres et études de Master et Thèses que j'ai eu à encadrer portant sur les couplages magnéto-mécaniques.

Ce document se découpe en cinq chapitres. Le premier présente le cadre de l'étude ainsi qu'une brève description du comportement magnéto-élastique, d'un point de vue macroscopique et microscopique. Le deuxième concerne les mises en évidence expérimentales des phénomènes de couplage magnéto-mécanique. Essais mécaniques uniaxiaux et multiaxiaux sont détaillés. Le troisième est consacré à la description de la modélisation magnéto-élastique couplée qui fait intervenir trois échelles : celle du domaine magnétique, celle du monocristal, et celle du polycristal. Les comparaisons modèle-essais mettent en évidence certaines faiblesses du modèle qui requièrent la prise en compte d'effets d'anisotropies macroscopiques. Dans le quatrième, nous apportons les principaux éléments utiles à la modélisation de l'influence de la plasticité sur le comportement magnéto-mécanique à l'aide de la démarche multiéchelle. Le dernier chapitre est consacré à présenter les principales perspectives de travaux associés aux couplages magnéto-mécaniques : elles concernent les applications CND et la modélisation de l'hystérésis magnétique en vue de l'optimisation des procédés de fabrication.

---

# Chapitre 2

## Introduction au comportement magnéto-mécanique

Ce chapitre vise à introduire, outre les rappels nécessaires en électromagnétisme appliqué aux matériaux, les phénomènes de couplages magnéto-mécaniques. On s'intéresse successivement à l'influence d'un chargement de type magnétique ou mécanique (contrainte appliquée), ou d'un chargement plastique (déformation plastique imposée). Les mécanismes sont discutés d'un point de vue macroscopique puis microscopique.

### 2.1 Cadre de l'étude

L'objet de ce document est le comportement magnéto-mécanique des matériaux magnétiques. Nous nous limitons aux matériaux ferro et ferri-magnétiques, c'est à dire les matériaux capables de s'aimanter en présence d'un champ magnétique. Cela restreint donc a priori le champ de l'étude à certains matériaux contenant du fer, du nickel, du cobalt et/ou leurs oxydes, ou à certaines terres rares. Dans la suite du document, nous utiliserons par abus de langage le terme générique "matériau magnétique" pour désigner un matériau qui a la propriété de s'aimanter. Parmi ces matériaux, notre attention se porte plus particulièrement sur les matériaux cristallins. Cela exclut a priori les matériaux magnétiques amorphes ou semi-cristallins, même si certaines extensions peuvent être envisagées. Ce document présente des outils expérimentaux et numériques génériques. Des exemples sont pris parmi les travaux réalisés au LMT-Cachan. Les matériaux utilisés vont des alliages de fer (fer-silicium, acier, fer-cobalt) aux oxydes de fer (ferrite nickel-zinc) sous forme massive ou tôle.

Les sollicitations magnétiques envisagées se limitent au cadre du comportement anhystérique<sup>1</sup> même si l'influence de la fréquence d'excitation est discutée dans le cadre des perspectives. Les sollicitations mécaniques envisagées sont des états uniaxiaux ou multiaxiaux. L'hypothèse de petites perturbations est employée dans le cadre des sollicitations magnétiques ou quand l'état de contrainte envisagé conduit vraisemblablement à une contrainte équivalente inférieure à la limite d'élasticité. Une partie de ce document traite par ailleurs de l'influence des déformations plastiques.

La notion de volume élémentaire représentatif (VER) définit l'échelle macroscopique. Ce volume doit être suffisamment grand pour que son comportement corresponde au comportement du matériau dans son ensemble (tel qu'il peut être mesuré par exemple). Dans le cas d'un polycristal, la taille du VER est ainsi directement reliée au nombre de grains considérés. Ce nombre dépend des propriétés de chaque monocristal et du degré d'anisotropie du polycristal formé; il est limité en pratique par les temps de calcul. Les résultats présentés dans ce document décrivent le plus souvent un polycristal anisotrope, constitué de monocristaux le plus souvent anisotropes également. Bien qu'on cherche à établir un comportement moyen, on montre que les conditions limites doivent dans certaines conditions être prises en compte.

Les figures de ce chapitre sont tirées de mesures réalisées au LMT-Cachan dans le cadre de travaux auxquels j'ai participé ou que j'ai encadrés.

### 2.2 Aspects macroscopiques

#### 2.2.1 Comportement mécanique

Lorsqu'on applique une contrainte sur un matériau, il se déforme. Les grandeurs utilisées pour décrire l'état mécanique sont le tenseur des contraintes  $\Sigma$  et le tenseur des déformations  $\mathbf{E}$ . La loi de comportement qui relie ces deux variables d'état peut s'écrire sous la forme:

$$\Sigma = \mathbb{C}_m : \mathbf{E} \quad (2.1)$$

Dans le cadre de l'élasticité linéaire, le tenseur d'ordre 4  $\mathbb{C}_m$  est noté tenseur d'élasticité  $\mathbb{C}$ . Chacun de ses termes est constant. Il s'agit de la loi de Hooke, qui constitue un modèle de comportement<sup>2</sup>; le nombre de constantes indépendantes est corrélé aux symétries de la matière (François,

---

1. La définition du comportement anhystérique sera explicitée au paragraphe 3.1.

2. Bien que modèle et phénoménologie sont intimement liés dans le cadre de l'élasticité linéaire, il s'agit bien d'un modèle.

1991). Un comportement élastique isotrope utilise par exemple deux constantes (i.e. le module d'Young et le coefficient de Poisson). Dans ce travail, nous nous situons généralement dans le cadre de l'élasticité linéaire, étant donnés les chargements mécaniques et magnétiques envisagés.

Lorsque la contrainte dépasse la limite d'élasticité du matériau considéré, La relation 2.1 devient non-linéaire. Des lois de comportement mécanique plus élaborées deviennent nécessaires (voir par exemple Lemaitre (1985)). On partitionne ainsi généralement la déformation totale en déformation élastique et plastique:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}^e + \mathbf{E}^p \quad (2.2)$$

Contrainte et déformation élastique restent liées par le tenseur d'élasticité du milieu:

$$\mathbf{E}^e = \mathbb{C}^{-1} : \boldsymbol{\Sigma} \quad (2.3)$$

La variation de la contrainte avec la déformation plastique caractérise l'écroutissage du matériau. Celui-ci peut être de différentes natures et est décrit par des lois de comportement  $\boldsymbol{\Sigma}(\mathbf{E}^p)$  plus ou moins complexes en fonction des mécanismes qu'on souhaite décrire. On retrouvera dans le chapitre 5 de ce mémoire certains développements associés.

### 2.2.2 Comportement magnétique

Quand on soumet un matériau magnétique à un champ magnétique, il s'aimante. Les grandeurs utilisées pour décrire l'état magnétique sont le champ magnétique  $\vec{H}$ , l'induction magnétique  $\vec{B}$  et l'aimantation  $\vec{M}$ . Ces trois grandeurs sont reliées par la relation (2.4):

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}) \quad (2.4)$$

où  $\mu_0$  désigne la perméabilité du vide:  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  H/m.

La relation de comportement peut donc s'exprimer comme la relation entre le champ magnétique et l'induction:

$$\vec{B} = \boldsymbol{\mu} \vec{H} \quad (2.5)$$

ou de façon équivalente par la relation:

$$\vec{M} = \boldsymbol{\chi} \vec{H} \quad (2.6)$$

$\boldsymbol{\mu}$  et  $\boldsymbol{\chi}$  sont les tenseurs de perméabilité et de susceptibilité du milieu. Ces tenseurs sont reliés par la relation :

$$\boldsymbol{\mu} = \mu_0 (\mathbf{I} + \boldsymbol{\chi}) \quad (2.7)$$

où  $\mathbf{I}$  figure la matrice identité.

$\vec{M}$  et  $\vec{B}$  sont en général des fonctions non-linéaires du champ. Il existe en effet une valeur maximale pour l'aimantation, notée aimantation à saturation  $M_s$ . Son intensité dépend uniquement de la composition du matériau et de nature des phases qui le compose. D'autre part, l'évolution de l'aimantation avec le champ est fondamentalement irréversible<sup>3</sup>, traduisant un mécanisme dissipatif par essence. La définition de  $\boldsymbol{\mu}$  ou  $\boldsymbol{\chi}$  est donc complexe, et dépend non seulement de  $\vec{H}$ , mais également de sa vitesse et de l'histoire du chargement. A la différence du comportement mécanique, les niveaux de champ étudiés impliquent la nécessité de prendre en compte cette non-linéarité. On peut en revanche s'affranchir de la description irréversible quand on considère seulement le comportement anhystérétique du matériau susceptible d'être mesuré (Cf. paragraphe 3.1).

Parmi les modèles macroscopiques disponibles, il convient de distinguer les modèles thermodynamiques, les modèles d'hystérésis, ou encore les fonctions polynomiales. Nous ne discutons pas ici des modèles de pertes d'énergie. Les modèles thermodynamiques utilisent habituellement une séparation formelle entre mécanismes réversibles non dissipatifs (souvent associées à des fonctions de Langevin) et mécanismes dissipatifs associés à des équations différentielles du premier ou deuxième ordre. Parmi ces modèles on note en particulier celui de Jiles-Atherton-Sablik (Jiles & Atherton, 1984; Jiles, 1992). Il est utilisé par de nombreux auteurs et a été étendu ces dernières années au comportement en fréquence (introduction des courants de Foucault)(Jiles, 1994), au couplage magnéto-élastique (Sablik, 1987; Sablik & Jiles, 1993) et à la plasticité (Sablik, 2001, 2004). Une

3. Une variation alternative du champ crée un hystérésis quelque soit l'amplitude du champ considérée.

variante de cette catégorie de modèle a été développé au LMT-Cachan par Gourdin (1997) et Barbier (1998). L'écriture du potentiel thermodynamique permet d'accéder à un modèle d'aimantation (et de magnétostriction) macroscopique élémentaire (Gourdin, 1998) capable de décrire les microcycles (Ossart, 2003). On comptabilise également dans la même esprit les travaux récents de Azoum (2004). Le modèle historique de Preisach (1935) rentre dans la catégorie des modèles d'hystérésis (Bernard & Ossart, 2004). Il fait intervenir des fonctions en série dont le sens physique des paramètres reste discutable. Ce modèle a connu de nombreux développements. Parmi les modèles polynomiaux, on citera de manière non exhaustive les modèles de Fröhlich ou encore de Rayleigh représentatifs de mécanismes intervenants à des niveaux de champ bien définis (Bozorth, 1951). Ces modèles peuvent difficilement rendre compte des phénomènes de couplage.

### 2.2.3 Phénomènes de couplage magnéto-mécanique

Les phénomènes de couplage magnéto-mécanique ont deux manifestations principales : la déformation de magnétostriction (dite de Joule (1847)) et l'effet des contraintes sur l'aimantation. L'effet des contraintes sur la déformation de magnétostriction est également une caractéristique de ce couplage.

#### Déformation de magnétostriction

Quand un matériau ferromagnétique est soumis à un champ magnétique, il se déforme. Cette déformation est associée à deux phénomènes distincts :

- Les forces d'origine magnétique, associées aux gradients d'aimantation, provoquent une déformation purement élastique. Ces forces apparaissent sur les surfaces libres et en volume (Maugin, 1988). Elles sont directement reliées à la géométrie de l'échantillon d'où leur nom d'"effet de forme", et s'ajoutent à la déformation de magnétostriction (Du Trémolet de Lacheisserie, 2002; Hirsinger & Billardon, 2002). Les formulations à ce sujet ne font néanmoins pas l'unanimité (Hirsinger, 1994; Galopin, 2006) et conduisent à des résultats parfois contradictoires. La déformation due aux forces d'origine magnétique est le résultat d'un couplage global n'impliquant pas le comportement du matériau. L'hypothèse des petites perturbations est vérifiée puisque le niveau général des contraintes associées aux forces magnétiques est faible (quelques MPa).
- Une déformation "spontanée", intrinsèque au matériau apparaît également (déformation de Joule). Cette déformation dépend de l'état magnétique local du matériau (Du Trémolet de Lacheisserie, 2002; Cullity, 1972). Déformation et aimantation peuvent être reliés par une loi de comportement.

Ce deuxième phénomène est appelé magnétostriction. On notera cette déformation sous la forme tensorielle  $\mathbf{E}^\mu$ . Le comportement magnétostrictif  $\mathbf{E}^\mu(\vec{H})$ , comme le comportement magnétique est fortement non-linéaire. Cette non-linéarité est associée à l'existence d'une déformation maximale, appelée déformation à saturation (valeur scalaire notée usuellement  $\lambda_s$ ). Les principales caractéristiques de la magnétostriction sont son signe ( $\lambda_s$  peut être positif ou négatif), son amplitude ( $\lambda_s$  varie typiquement en fonction des nuances de 0 à environ  $10^{-3}$  (Claeyssen, 1997)) et que cette déformation s'effectue à volume constant ( $tr(\mathbf{E}^\mu) = 0$ ) (Du Trémolet de Lacheisserie, 1993, 2002). On observe néanmoins une déformation volumique à champ élevé pour certaines nuances amorphes ou nanocristallines (Vlasak, 2000).

#### Effet d'une contrainte sur le comportement magnétique

L'application d'une contrainte modifie considérablement le comportement magnétique. Bozorth (1951) a rassemblé un grand nombre d'informations expérimentales à ce sujet. Il prend pour exemple les comportements du Permalloy 68 (68%Ni-Fe) et du nickel: dans le cas du nickel, une contrainte de compression uniaxiale de -70 MPa multiplie par deux la perméabilité initiale; une traction uniaxiale de même amplitude la divise par 10. Traction et compression ont un effet inverse dans le cas du permalloy-68.

Le comportement du fer est plus complexe (figure 2.1): une contrainte de traction entraîne une augmentation de la perméabilité pour des champs magnétiques faibles, mais une chute pour des niveaux de champ magnétique plus élevés. Ce phénomène est appelé "effet Villari" ou "renversement de Villari" (Villari reversal). Une contrainte de compression conduit en revanche généralement à une chute de la perméabilité. Dans tous les cas, l'influence sur le comportement magnétique de l'application d'une contrainte n'est pas symétrique en traction et compression. Ce mécanisme a pu depuis être mis en évidence sur de nombreux matériaux (Shirkoohi & Moses, 1990; Cullity, 1972; Gourdin, 1997; Delage, 1997), sous forme de monocristaux ou polycristaux texturés ou non (Matsumura & Fukuda, 1990; Kashiwaya, 1992).

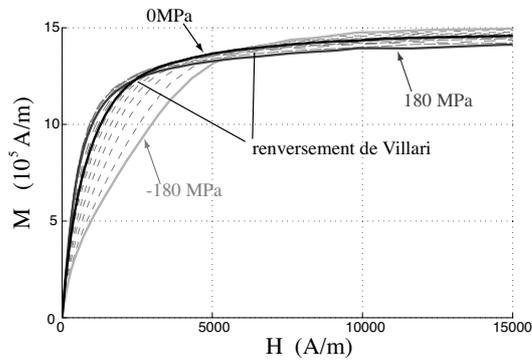


Figure 2.1 – Effet des contraintes sur l'aimantation d'un acier bas-carbone (0,18wt%) (Lolloz, 2006).

Dès les premières observations, on s'est aperçu que l'influence de la contrainte dépend du signe du produit "magnétostriction à saturation multiplié par la contrainte" et de l'ordre d'application du champ et de la contrainte. Cette vision scalaire est nécessairement limitée mais elle est à la base des principaux modèles couplés rencontrés dans la littérature. Le modèle de Jiles-Atherton-Sablik a ainsi été étendu de manière à rendre compte de l'effet des contraintes élastiques sur la courbe anhystérique par le biais du terme de magnétostriction (Sablik & Jiles, 1993; Pitman, 1990). L'effet des contraintes et le comportement magnétostrictif dérivent ainsi de l'écriture de l'énergie libre de Gibbs. Les modèles couplés développés au LMT-Cachan il y a une dizaine d'années et au LGEP plus récemment utilisent une écriture thermodynamique proche (Barbier, 1998; Azoum, 2004).

#### Effet de la contrainte sur la magnétostriction

La déformation de magnétostriction d'un matériau magnétique est fonction de l'état de contrainte mécanique auquel il est soumis. Bozorth (1951) et Cullity (1972) rapportent un certain nombre d'observations expérimentales allant dans ce sens. Cette sensibilité à l'état de contrainte permet également d'expliquer l'effet  $\Delta E$ , qui correspond à une apparente perte de linéarité du comportement élastique des échantillons magnétiques désaimantés aux faibles contraintes (Carr, 1969; Daniel & Hubert, 2008). La figure 2.2 montre l'évolution de la déformation de magnétostriction longitudinale d'un barreau d'acier en fonction de la contrainte axiale. Quand la contrainte appliquée devient suffisamment élevée, la déformation de magnétostriction tend à "saturer"<sup>4</sup>.

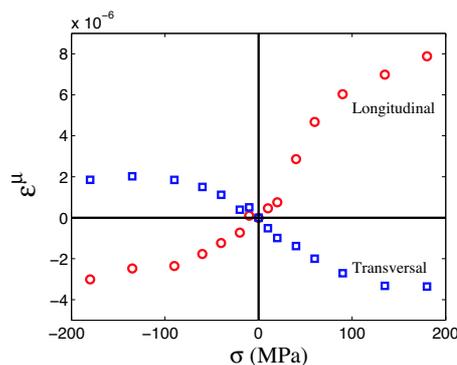


Figure 2.2 – Illustration de l'effet  $\Delta E$  - acier bas carbone (Daniel & Hubert, 2008).

### 2.2.4 Influence de la déformation plastique sur le comportement magnétique

L'apparition de plasticité conduit à une dégradation encore plus nette des propriétés magnétiques (Bozorth, 1951; Degauque, 1985; Hug, 1993; Hubert, 1998). L'étude de l'influence de la déformation plastique a fait l'objet de nombreux travaux expérimentaux et de quelques tentatives de modélisation. R.Bozorth est le premier à présenter des résultats expérimentaux obtenus sur des

4. Ces résultats sont en accord avec ceux de Yamasaki (1996).

alliages Fe-Ni, du fer et du nickel (Bozorth, 1951). Il observe que le comportement magnétique se dégrade de façon importante, dès les premiers stades de la déformation plastique. Les mesures réalisées en conservant l'effort mécanique conduisent à une dégradation moins importante pour les matériaux à magnétostriction positive, plus importante pour les matériaux à magnétostriction négative. L'influence de la déformation plastique a depuis été étudiée par de nombreux auteurs. Notons les travaux de Neurath (1956), de Hou (1994), ou plus récemment Makar & Tanner (1998, 2000) et Landgraf (2002). Tous observent une influence majeure des premiers stades de la plasticité. Cette influence fortement non linéaire de la plasticité est interprétée par Hug (1997) et Hubert & Hug (1995) comme un effet des contraintes internes (voir aussi (Hubert, 1999; Hug, 2002)).

Côté modélisation, on citera les travaux de Spuznar (1984) qui a proposé un modèle dérivé du modèle de Jiles tenant compte de la déformation plastique. La plupart des autres modèles sont essentiellement des modèles paramétrés en déformation plastique (Hubert & Hug, 1995; Ossart, 2000; Sablik, 2004). Ces modèles sont difficilement utilisables car valables pour un matériau et dans des conditions expérimentales données.

## 2.3 Aspects microscopiques

### 2.3.1 Comportement mécanique

Dans le cas des propriétés mécaniques, il est possible de définir des zones du matériau où l'hétérogénéité des propriétés mécaniques est beaucoup plus faible que pour le matériau dans son ensemble. Il s'agit par exemple des grains dans un polycristal. Dans ces zones, la relation de comportement est supposée uniforme et peut s'écrire:

$$\boldsymbol{\sigma}_g = \mathbb{C}_g : \boldsymbol{\epsilon}_g \quad (2.8)$$

En raison des orientations cristallographiques variables d'un grain à l'autre du polycristal, le tenseur  $\mathbb{C}_g$  est différent d'un grain à l'autre dans le repère macroscopique.

Dans le cadre de l'élasticité linéaire, les coefficients du tenseur  $\mathbb{C}_g$  sont constants. Les monocristaux que nous étudions ont une structure cristallographique de type cubique (centré ou à faces centrées). Cette symétrie conduit à trois constantes indépendantes ( $C_{44}$ ,  $C_{11}$  et  $C_{12}$  en notation de Voigt). On note  $a$  le paramètre d'anisotropie, tel que  $a = C_{44}/(C_{11} - C_{12})$ . L'isotropie est obtenue pour  $a = 2$ . Un degré d'anisotropie important conduit à des mécanismes d'incompatibilités de grain à grain accrus.

A l'échelle du groupement d'atomes soumis à une contrainte  $\boldsymbol{\sigma}$ , l'énergie élastique s'écrit:

$$W = W_\sigma = \frac{1}{2} \boldsymbol{\sigma} : \mathbb{C}_g^{-1} : \boldsymbol{\sigma} \quad (2.9)$$

Seul ce terme intervient dans le potentiel thermodynamique. La déformation élastique est le résultat de la dérivée de l'énergie élastique par rapport à la contrainte:

$$\boldsymbol{\epsilon}^e = \frac{dW}{d\boldsymbol{\sigma}} = \mathbb{C}_g^{-1} : \boldsymbol{\sigma} \quad (2.10)$$

Ces relations sont triviales et la résolution immédiate compte tenu du caractère linéaire de ce comportement et de l'unique terme énergétique.

La plasticité cristalline rentre dans le cadre du comportement mécanique local non-linéaire: déformation plastique  $\boldsymbol{\epsilon}^p$  et contrainte sont liées par une loi de comportement. Il peut s'agir d'une loi de comportement dérivée d'une relation macroscopique ou encore d'une loi faisant intervenir le caractère discret de la déformation (glissement des plans cristallographiques denses). On utilise généralement des relations basées sur la loi de Schmid définissant l'activation d'un système fonction de l'intensité de la scission résolue sur ce système (François, 1991). Cet aspect est développé en cinquième partie du document.

### 2.3.2 Comportement magnétique

L'observation microscopique d'un matériau magnétique permet de mettre en évidence l'existence de "domaines magnétiques" (Chikazumi, 1997; Hubert & Schäfer, 1998) (ou domaines de Weiss) au sein desquels l'aimantation est uniforme et dirigée (en règle générale) selon un des axes de facile aimantation du cristal considéré. La figure 2.3 montre la structure en domaines typique qu'il est possible d'observer en surface d'un fer-silicium à grains-orientés (a) et d'un fer-silicium à grains non orientés (b) (les matériaux sont définis au paragraphe 3.2.1).

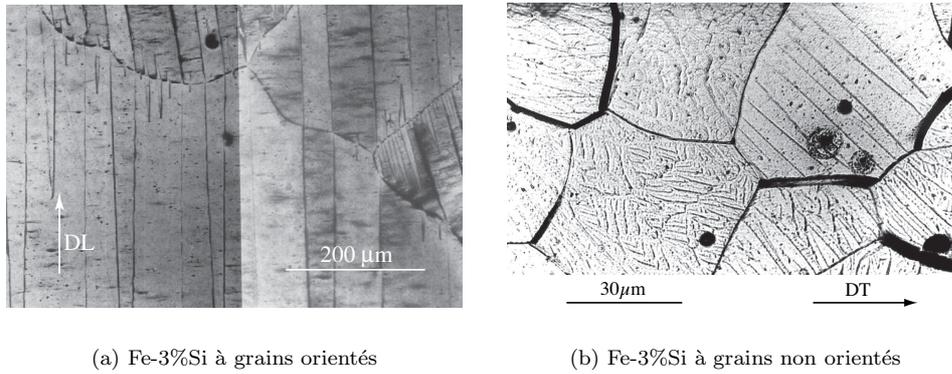


Figure 2.3 – Mise en évidence des domaines magnétiques; figures de Bitter (Hug, 1995; Hubert & Schäfer, 1998).

Chacun des domaines présente une aimantation uniforme, de norme  $M_s$  (aimantation à saturation), caractéristique du matériau. D'un domaine à l'autre, la norme de l'aimantation ne varie pas, seule sa direction change. Les zones de transition entre deux domaines où la direction de l'aimantation varie progressivement sont appelées parois magnétiques; l'épaisseur d'une paroi magnétique réalise un équilibre entre l'énergie d'échange  $W_E$  et l'énergie d'anisotropie  $W_K$  (voir plus bas). Dans les matériaux "usuels" du génie électrique à base de fer, l'épaisseur d'une paroi est généralement comprise entre 10 et 100nm; ceci tend à supposer l'existence de plusieurs domaines dans chaque grain du matériau et donc une séparation d'échelle raisonnable.

A l'échelle du groupement d'atomes, l'état d'équilibre magnétique décrit ci-dessus peut s'expliquer par la compétition de différents termes énergétiques. L'énergie libre s'écrit ainsi (Hubert & Schäfer, 1998):

$$W = W_E + W_K + W_H \quad (2.11)$$

- $W_E$  désigne l'énergie d'échange.
- $W_K$  désigne l'énergie d'anisotropie magnétocristalline.
- $W_H$  désigne l'énergie magnétostatique.

#### Énergie d'échange

L'énergie d'échange correspond à l'effet de couplage ferromagnétique entre atomes voisins qui tend à rendre uniforme l'aimantation. Elle s'écrit:

$$W_E = A \left( \text{grad} \vec{\gamma} \right)^2 \quad (2.12)$$

où  $A$  est la constante d'échange, caractéristique du matériau, et  $\vec{\gamma}$  un vecteur unitaire dans la direction de l'aimantation:

$$\vec{M} = M_s \vec{\gamma} = M_s {}^t[\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3], \quad \text{avec } \gamma_1^2 + \gamma_2^2 + \gamma_3^2 = 1 \quad (2.13)$$

L'énergie d'échange est minimale quand les variations spatiales de la direction de l'aimantation sont faibles.

#### Énergie d'anisotropie magnétocristalline

L'énergie d'anisotropie magnétocristalline tend à aligner l'aimantation suivant certaines directions cristallographiques particulières dites directions de facile aimantation. La nature de ces directions faciles est principalement liée aux symétries du cristal. Dans le cas d'un matériau à structure cristallographique cubique, l'énergie d'anisotropie magnétocristalline peut s'écrire (Hubert & Schäfer, 1998):

$$W_K = K_1(\gamma_1^2\gamma_2^2 + \gamma_2^2\gamma_3^2 + \gamma_3^2\gamma_1^2) + K_2(\gamma_1^2\gamma_2^2\gamma_3^2) \quad (2.14)$$

où  $K_1$  et  $K_2$  désignent les constantes d'anisotropie magnétocristalline, caractéristiques du matériau. Dans le cas du ferrite nickel-zinc ou du nickel pur, de structure cubique à faces centrées, les directions faciles sont les directions  $\langle 111 \rangle$  ( $K_1 < 0$ ). Dans le cas des alliages à base de fer, l'aimantation s'aligne sur un axe  $\langle 100 \rangle$  du cristal ( $K_1 > 0$ ).

L'énergie magnétocristalline est minimale quand  $\vec{\gamma}$  est aligné avec un axe de facile aimantation.

### Énergie magnétostatique

L'énergie magnétostatique se divise habituellement en deux contributions (Gersdorf, 1960).

L'énergie associée au champ magnétique appliqué  $\vec{H}$ , ou énergie de Zeeman s'écrit:

$$W_z = -\mu_0 \vec{H} \cdot \vec{M} \quad (2.15)$$

Ce terme énergétique tend à aligner la direction de l'aimantation avec celle du champ appliqué. Il est minimum quand l'aimantation est parallèle à  $\vec{H}$  et de même sens.

Par ailleurs, les variations spatiales d'aimantation provoquent un champ dit démagnétisant  $\vec{H}^d$ , généralement opposé à l'aimantation, auquel est associée une énergie qui s'écrit:

$$W_d = -\mu_0 \vec{H}^d \cdot \vec{M} \quad (2.16)$$

L'énergie magnétostatique s'écrit donc:

$$W_H = -\mu_0 \vec{H} \cdot \vec{M} - \mu_0 \vec{H}^d \cdot \vec{M} = -\mu_0 \vec{H}^{\text{eff}} \cdot \vec{M} \quad (2.17)$$

avec:

$$\vec{H}^{\text{eff}} = \vec{H} + \vec{H}^d \quad (2.18)$$

*NB1:* le montage expérimental que nous utilisons comprend des culasses de refermeture de flux qui réduisent en théorie le champ démagnétisant à zéro à l'échelle de l'éprouvette. Le champ effectif vaut alors le champ appliqué déduit dans notre cas du courant via le théorème d'Ampère.

*NB2:* cette distinction entre champ appliqué et champ effectif trouve néanmoins un intérêt pour nous en particulier si on souhaite prendre en compte l'hétérogénéité de la distribution des champs locaux dûe, par exemple, aux désorientations cristallines entre les grains. Le champ local (champ effectif) ne vaut ainsi généralement pas le champ appliqué; en revanche la moyenne des champs locaux est égale au champ appliqué:  $\langle \vec{H}^{\text{eff}} \rangle = \vec{H}$ .

### Aimantation microscopique

En l'absence de champ magnétique, l'aimantation s'aligne spontanément suivant les directions de facile aimantation. L'existence de plusieurs directions faciles, liées à la forme de l'énergie d'anisotropie  $W_K$ , explique la formation de structures en domaines. Lorsqu'on applique un champ magnétique, deux mécanismes d'aimantation distincts apparaissent: l'équilibre magnétique est modifié par mouvement des parois, c'est à dire par changement de taille des domaines, et par rotation de l'aimantation à l'intérieur des domaines (voir figure 2.4). Dans le cas des matériaux à anisotropie magnétocristalline élevée, le mouvement des parois est prédominant pour les champs faibles et la rotation de l'aimantation apparaît pour des champs magnétiques plus intenses.

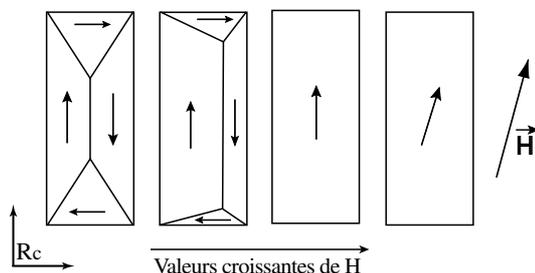


Figure 2.4 – Evolution des domaines magnétiques dans un monocristal 2D.

Il est possible de mettre schématiquement en parallèle les mécanismes locaux de mouvement de parois et de rotation avec le processus d'aimantation vu à l'échelle macroscopique. C'est ce qu'illustre la figure 2.5 dans le cas des matériaux à forte anisotropie magnétocristalline.

Pour ce type de matériau, le début de la courbe d'aimantation, approximativement linéaire, est principalement dominé par des mécanismes de mouvement de parois. Le "coude" de la courbe d'aimantation annonce le début de la rotation de l'aimantation dans les domaines. A champ encore plus élevé, l'aimantation tourne en direction du champ appliqué. Sa valeur tend vers la limite théorique représentée par l'aimantation à saturation  $M_s$ .

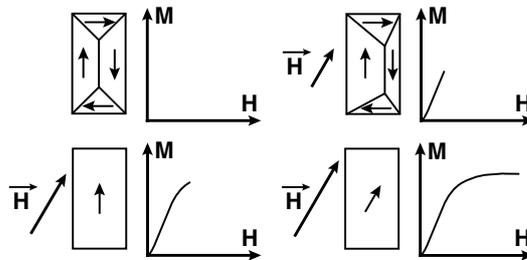


Figure 2.5 – Corrélation entre structure en domaines magnétiques et aimantation macroscopique.

### 2.3.3 Comportement magnéto-élastique

Localement, la déformation  $\epsilon$  est la somme de deux déformations: la déformation élastique  $\epsilon^e$  d'origine mécanique et la déformation de magnétostriction  $\epsilon^\mu$  (équation 2.19). La contrainte est associée linéairement à la déformation élastique via la loi de Hooke locale.  $\epsilon^\mu$  désigne la déformation de magnétostriction "libre", c'est à dire la déformation de magnétostriction qu'on observerait si le matériau pouvait se déformer librement. En réalité, des incompatibilités de déformation apparaissent en raison de l'hétérogénéité du matériau et du caractère généralement non compatible de  $\epsilon^\mu$ . L'énergie élastique (équation 2.9) devenant fonction de la déformation de magnétostriction, elle permet de traduire les effets couplés entre phénomènes magnétiques et mécaniques.

$$\epsilon = \epsilon^e + \epsilon^\mu \quad (2.19)$$

Dans le cas d'un matériau à symétrie cubique, trois paramètres suffisent à décrire la déformation de magnétostriction. En admettant de plus l'hypothèse de déformation isochore (Du Trémolet de Lacheisserie, 1993), on réduit à deux le nombre de ces paramètres. Ainsi, la déformation de magnétostriction s'écrit (dans le repère cristallographique  $RC$  ( $[100], [010], [001]$ )):

$$\epsilon^\mu = \frac{3}{2} \begin{pmatrix} \lambda_{100}(\gamma_1^2 - \frac{1}{3}) & \lambda_{111}\gamma_1\gamma_2 & \lambda_{111}\gamma_1\gamma_3 \\ \lambda_{111}\gamma_1\gamma_2 & \lambda_{100}(\gamma_2^2 - \frac{1}{3}) & \lambda_{111}\gamma_2\gamma_3 \\ \lambda_{111}\gamma_1\gamma_3 & \lambda_{111}\gamma_2\gamma_3 & \lambda_{100}(\gamma_3^2 - \frac{1}{3}) \end{pmatrix}_{RC} \quad (2.20)$$

où  $\lambda_{100}$  et  $\lambda_{111}$  désignent les deux constantes magnétostrictives,  $\lambda_{100}$  (resp.  $\lambda_{111}$ ) étant égal à la déformation de magnétostriction mesurée dans la direction  $\langle 100 \rangle$  (resp.  $\langle 111 \rangle$ ) d'un monocristal lorsqu'il est aimanté à saturation suivant cette direction.

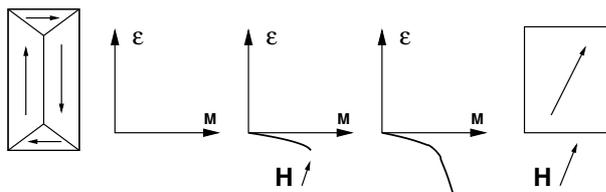


Figure 2.6 – Principe du processus de magnétostriction dans un monocristal - matériau à magnétostriction "négative".

Il est possible de faire un parallèle entre comportement microscopique et macroscopique en ce qui concerne la magnétostriction. Pour ce faire, il convient de considérer un matériau à constante magnéto-cristalline  $K_1$  élevée (existence d'une structure en domaines). La déformation libre  $\epsilon^l$  d'un domaine dans le repère de son aimantation est donnée par le tenseur (2.21) (cas particulier du tenseur 2.20). A supposer que la structure en domaines est initialement répartie de manière isotrope, la déformation moyenne  $\bar{\epsilon}$  en absence de tout chargement vaut  $\mathbf{0}$ . Supposons maintenant qu'un champ soit appliqué. Le volume du domaine le mieux orienté va augmenter entraînant une déformation macroscopique qui doit nécessairement tendre vers la déformation libre du domaine considéré ( $\bar{\epsilon} \simeq \epsilon^l$ ). Nous considérons dans l'exemple de la figure 2.6 un matériau à magnétostriction négative: l'effet macroscopique est une contraction dans la direction d'application du champ. Ce mécanisme se poursuit jusqu'à ce que la rotation intervienne entraînant une modification du tenseur des déformations. On atteint la déformation de magnétostriction à saturation  $\bar{\epsilon}^s$ , donnée par le tenseur (2.22).

$$\epsilon^l = \begin{pmatrix} \lambda_0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\lambda_0}{2} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{\lambda_0}{2} \end{pmatrix} \quad (2.21)$$

En résumé, au départ,  $\bar{\epsilon} = \mathbf{0}$ , à champ croissant sans rotation  $\bar{\epsilon} = \epsilon^l$ , puis avec rotation  $\bar{\epsilon} = \epsilon^s$ :

$$\bar{\epsilon}^s = \begin{pmatrix} \lambda_s & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\lambda_s}{2} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{\lambda_s}{2} \end{pmatrix} \quad (2.22)$$

### 2.3.4 Influence de la plasticité sur le comportement magnétique

Les premières interprétations théoriques des phénomènes associés à la déformation plastique sont dues à Seeger (1964). Il explique la dégradation du comportement magnétique inhérente à la plasticité en terme d'interactions entre les contraintes internes associées aux défauts cristallins et les parois de Bloch. Cette théorie a été échaufaudée à partir de mesures de perméabilité initiale et du champ coercitif de monocristaux déformés. Elle a depuis lors été corroborée par de nombreux travaux expérimentaux. On peut citer ensuite les travaux de Tiitto (1976) qui relie le taux de déformation plastique à l'amplitude maximale du bruit de Barkhausen<sup>5</sup>. Il constate une augmentation de l'amplitude du bruit avec la déformation plastique. Il attribue cette augmentation aux dislocations et à leur arrangement, qui génèrent d'importants gradients de contraintes dans la matrice. La discontinuité du déplacement des parois est accentuée ce qui engendre un bruit de Barkhausen plus important. Ainsi selon de nombreux auteurs, l'influence de la plasticité sur le comportement magnétique semble être contrôlée par la densité et la configuration des dislocations dans le matériau. Pendant les premiers stades de la déformation, l'interaction dislocations mobiles / parois domine. A plus forte déformation, les parois sont ancrées sur les amas puis les murs de dislocations de forte densité (Degauque, 1985). Des travaux sur du fer-silicium datant d'une dizaine d'années ont montré que la densité de dislocations augmentait presque linéairement avec la déformation plastique, alors que le comportement se dégradait parallèlement de manière fortement non linéaire (Hubert, 1998). Il semble que l'effet de la plasticité puisse s'expliquer par des effets de contraintes internes, d'abord intergranulaires, puis intragranulaire à mesure que le taux de déformation augmente (Hubert, 1999). La cinquième partie reprend cette idée comme base de construction d'un modèle magnéto-plastique.

---

5. Le bruit Barkhausen correspond à la *fem* mesurée aux bornes d'une bobine soumise aux variations brutales de flux magnétique suite au phénomène d'ancrage et de désancrage des parois magnétiques des défauts cristallins.

## Chapitre 3

### Mesure du comportement magnéto-élastique

L'objectif de ce chapitre est de présenter un aperçu des résultats expérimentaux de mesures du comportement magnéto-élastique obtenues ces dernières années. Notre objectif premier a été d'accéder au comportement du VER en régime statique: nous avons ainsi cherché à mesurer les comportements mécanique, magnétique et magnétostrictif de matériaux soumis à différents chargements magnétiques et/ou mécaniques. Ces essais ont été réalisés à l'aide d'éprouvettes parallélépipédiques pour les essais uniaxiaux et éprouvettes en croix pour les essais biaxiaux.

#### 3.1 Notion de comportement macroscopique anhystérique (Jiles, 1995)

Le comportement magnétique macroscopique des matériaux magnétiques est fondamentalement irréversible. Cette irréversibilité est liée au phénomène d'annihilation et réapparition des parois des domaines magnétiques, au phénomène d'accrochage et de décrochage des parois sur les défauts cristallins et aux courants de Foucault à différentes échelles.

Le matériau initialement désaimanté s'aimante suivant la courbe dite de première aimantation. Aux champs très faibles (domaine de Rayleigh), le mécanisme d'aimantation correspond à un mouvement "réversible" des parois<sup>1</sup>. Le déplacement d'ensemble des parois intervient ensuite, concomitant avec la rotation<sup>2</sup> des moments magnétiques qui intervient aux champs élevés. Ces mécanismes correspondent grossièrement à des points d'inflexion sur la courbe de première aimantation. Si l'on diminue l'intensité du champ, le matériau se désaimante suivant un autre chemin formant un cycle d'hystérésis.

Imaginons une sollicitation quasi-statique et un matériau idéal dont la configuration d'équilibre serait atteinte en dépassant les obstacles énergétiques. La courbe d'aimantation d'un tel matériau, non linéaire mais réversible, est appelée courbe anhystérique. La figure 3.1 (a) illustre les trois mécanismes décrits ci-dessus.

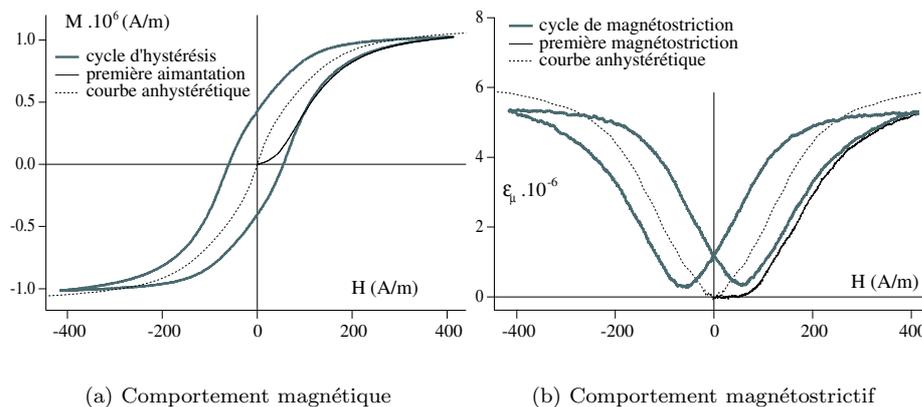


Figure 3.1 – *Comportement magnétique (a) et magnétostrictif (b) du fer silicium (Fe-3%Si non orienté) - première aimantation (resp. magnétostriction) - cycle d'hystérésis magnétique (resp. magnétostrictif) - courbe anhystérique magnétique (resp. magnétostrictive) (Hubert, 2003).*

Le comportement magnétostrictif est fondamentalement réversible à l'échelle microscopique (voir paragraphe 2.2.3). A l'échelle macroscopique, il apparaît hystérique. Il est possible de définir

1. Ce mécanisme explique également la formation des cycles dits mineurs obtenus en faisant légèrement varier l'intensité du champ magnétique autour d'une valeur fixée.

2. Cette description reste néanmoins schématique puisque l'apparition des rotations dépend en toute rigueur de la valeur des constantes magnéto-cristallines du matériau - elle n'est valable que pour une norme de la constante  $K_1$  élevée - à titre d'exemple, si  $K_1=0$ , les domaines n'existent pas et la rotation est un mécanisme instantané.

de la même façon un comportement anhystérétique qui décrira l'équilibre du matériau idéal sans effet de la vitesse de sollicitation. La figure 3.1 (b) montre la courbe de première magnétostriction, le cycle d'hystérésis magnétostrictif ainsi que la courbe anhystérétique magnétostrictive mesurés sur du fer-silicium (Fe-3%Si à grains non orientés - Hubert (2003)). Le trajet décrit par les courbes anhystérétiques (magnétique et magnétostrictive) n'est pas possible à suivre en continu dans la pratique, parce qu'il supposerait l'absence complète de phénomènes dissipatifs. Il est cependant possible d'en faire une acquisition expérimentale point par point.

Le travail présenté dans ce mémoire traite de la modélisation quasi-statique du comportement magnéto-mécanique. On se limite donc à l'étude du comportement anhystérétique, c'est à dire réversible non dissipatif.

## 3.2 Matériaux

La mesure du comportement magnéto-mécanique a été réalisée sur différents types de matériaux et éprouvettes. Les matériaux du génie électrique sont livrés sous forme de tôle. Il s'agit des alliages de fer-silicium et fer-cobalt: les essais réalisés sont des essais uniaxiaux de traction. Le fer-cobalt a également été soumis à des essais biaxiaux en traction/compression. Les matériaux massifs testés sont un acier bas-carbone et un ferrite nickel-zinc. Ils ont l'avantage de posséder une structure cristallographique relativement isotrope et de ne pas (ou peu) être soumis à des effets de bord compte tenu de leur épaisseur.

### 3.2.1 Les alliages fer-silicium

Les alliages de fer-silicium sont les alliages les plus employés pour la fabrication de tôles dédiées à la construction de machines électriques. Leur succès est lié aux propriétés particulières qu'un ajout de silicium confère à un acier doux (Littmann, 1971). Les techniques modernes d'élaboration permettent en outre de piloter précisément la taille des grains, et de développer des textures adaptées au flux unidirectionnel (tôles à grains orientés - dites GO - (Shilling & Houze, 1974)) ou multidirectionnel (tôles à grains non-orientés - dites NO). L'addition de silicium apporte quatre modifications essentielles du comportement du fer:

- La résistivité croît linéairement avec l'apport en silicium pour un pourcentage compris entre 0% et 7% (en masse). Elle entraîne une diminution de l'intensité des courants de Foucault et des pertes d'énergie dynamiques.
- La constante d'anisotropie magnétocristalline  $K_1$  diminue linéairement en fonction de la concentration en silicium. Cette baisse entraîne une diminution de l'énergie d'anisotropie, de l'énergie associée aux parois et par conséquent une réduction des pertes par hystérésis.
- La principale conséquence négative de l'apport de silicium est la diminution de l'aimantation à saturation  $M_s$  (liée à la diminution du nombre d'atomes ferromagnétiques par unité de volume).
- La modification de la magnétostriction avec l'ajout de silicium n'est pas linéaire et dépend de la direction du champ dans le cristal.  $\lambda_{100}$  augmente d'abord jusqu'à environ 3% de silicium puis diminue jusqu'à s'annuler pour des compositions supérieures à 6%. On montre également que  $\lambda_{111}$  augmente jusqu'à devenir positif pour un pourcentage de silicium supérieur à 4,5%.

On trouve dans Bozorth (1951) un éventail d'autres conséquences. La plupart des données physiques des matériaux que nous sommes amenés à étudier sont ainsi généralement disponibles dans la littérature. Seules les constantes d'élasticité sont difficiles à obtenir. Nous avons dû développer quelques procédures d'identification inverse de ces constantes dans le cadre des thèses de Daniel (2003) et Vieille (2007).

#### Le fer-silicium NO

On utilise les alliages fer-silicium NO principalement dans les machines tournantes. Ils possèdent généralement une structure à petits grains équiaxes dont la taille réalise un compromis entre pertes d'énergie magnétique et isotropie de la tôle. La mise en forme finale est assurée par un laminage à froid suivi d'un recuit de recristallisation. Les essais présentés dans ce document ont été réalisés sur un Fe-3%Si. L'observation du matériau au microscope optique - après attaque chimique - permet de révéler sa structure en grains (figure 3.2(a)). Ces grains sont - en première approximation - équiaxes, et leur diamètre moyen vaut environ 70  $\mu m$ . Des mesures EBSD (electron back-scattered diffraction) ont également été effectuées pour avoir accès, à travers un fichier de distribution des orientations cristallographiques, aux données de texture (voir figure 3.2(b)). Ces mesures font apparaître une légère texture  $\langle 1\bar{1}0 \rangle \{111\}$ .

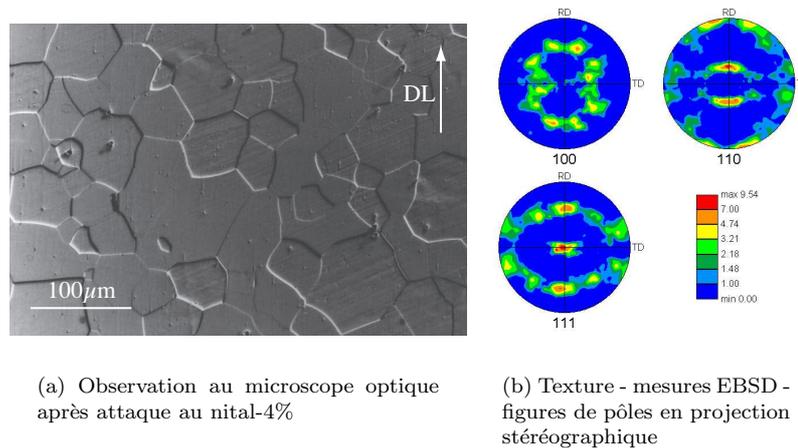


Figure 3.2 – Caractérisation du Fe-3%Si NO (mesure EBSD - UTC).

### Le fer-silicium GO

Les tôles de fer-silicium GO sont produites avec une teneur en silicium d'environ 3%. Le procédé de fabrication employé comprend une succession de laminages à chaud puis à froid entrecoupés de traitements thermiques adaptés. Le traitement final consiste en une recristallisation secondaire qui provoque une croissance préférentielle des grains orientés selon la texture  $\langle 001 \rangle \{110\}$  ou texture de GOSS<sup>3</sup> (Böttcher, 1992). Cette texture conduit à une structure en domaines magnétiques particulièrement simple conduisant à d'excellentes propriétés magnétiques dans la direction du laminage (DL). Le Fe-3%Si GO dont nous disposons est une tôle de 0,3mm d'épaisseur (nuance Hi-B). La taille de grain de ce matériau est très importante atteignant 40mm. (figure 3.3a). La figure 3.3b montre une figure de pôle (Surface d'analyse d'environ 25cm<sup>2</sup>). On constate une proportion faible de grains désorientés.

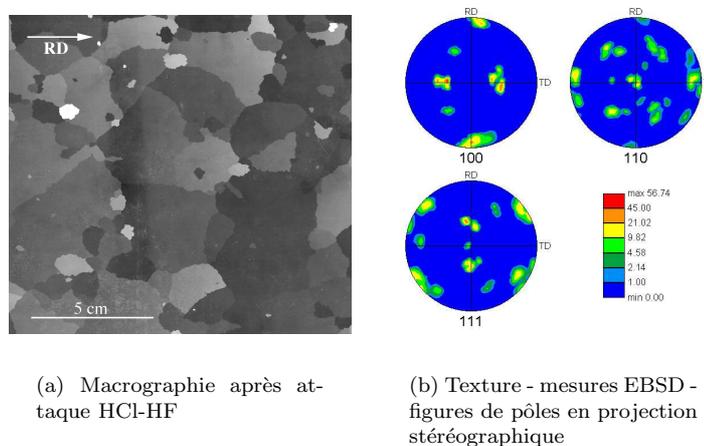


Figure 3.3 – Caractérisation du Fe-3%Si GO (mesure EBSD - UTC).

### 3.2.2 Les alliages fer-cobalt

Il existe différentes nuances correspondant à différents taux de cobalt (typiquement de 18% à 50%). L'alliage étudié contient 49% de cobalt, 49% de fer et 2% de vanadium<sup>4</sup>. Il s'agit d'un alliage à haute valeur ajoutée produit par Imphy Alloys. Le principal intérêt d'un ajout de cobalt est d'augmenter substantiellement la valeur de l'aimantation à saturation (comparé à un fer pur):  $M_s = 1,91 \cdot 10^6$  A/m. Cette valeur élevée conduit à des performances couple/poids particulièrement adaptées aux applications aéronautiques. Il est livré sous forme de tôle laminée d'épaisseur 0,5 mm. La figure 3.4 montre la structure granulaire du matériau ainsi qu'une texture mesurée par EBSD.

3. GOSS pour Grain-Oriented Silicon Steel.

4. Le vanadium a un rôle comparable au silicium dans les alliages fer-silicium.

La structure cristalline est monophasée (ferrite  $\alpha$  cubique centrée) et les grains sont équiaxes. Leur taille moyenne est de  $15\mu\text{m}$ . Les tôles sont fortement texturées (plans  $\{111\}$  et  $\{100\}$ , direction de laminage parallèle à  $\langle 110 \rangle$ ). Les constantes d'anisotropie magnétocristalline de ce type de matériau sont néanmoins faibles ( $K_1 < 100\text{J}\cdot\text{m}^{-3}$ ) ce qui devrait conduire à un comportement magnétique relativement isotrope malgré la texture. A noter que la magnétostriction de ce type de matériau est fortement positive ( $\lambda_s=75\cdot 10^{-6}$ ), ce qui fait de ce matériau un excellent candidat pour l'étude de l'influence des contraintes sur le comportement magnéto-mécanique.

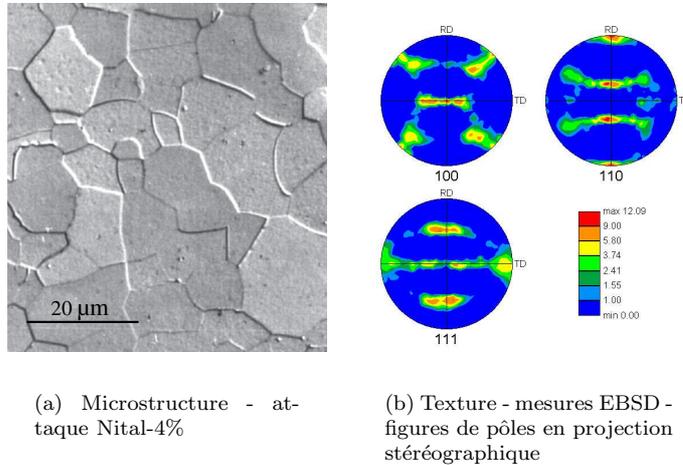


Figure 3.4 – Caractérisation du  $\text{FeCo-2\%V}$  (mesure EBSD - UTC).

### 3.2.3 Les aciers

Un certain nombre d'expérimentations ont été menées sur des barreaux d'acier. Outre les mesures "classiques" magnéto-mécaniques, ce barreau nous permis de mettre en évidence dans une étude récente l'influence de la fréquence d'excitation mécanique sur la réponse magnétique (i.e. piezomagnétisme dynamique). Il s'agit d'un acier à 0,18% de carbone en masse, tréfilé et recuit. La figure 3.5 révèle une structure en grains équiaxes biphasée (ferrite-cémentite). La cémentite amagnétique se retrouve essentiellement dans la perlite (en sombre sur la micrographie). Ce matériau étant constitué à plus 98% de ferrite pauvre en carbone, on peut le considérer en première approximation comme du fer pur. La transition eutectoïde assure par ailleurs à notre structure une distribution isotrope des orientations cristallines. On considéra donc ce matériau comme un matériau "modèle", possédant les caractéristiques du fer pur à 98% ( $M_s=1,61\cdot 10^6$  A/m,  $\lambda_{100}=21\cdot 10^{-6}$ ,  $\lambda_{111}=-21\cdot 10^{-6}$ ,  $K_1=48\cdot 10^3$  J.m $^{-3}$ ,  $K_2=1,5\cdot 10^3$  J.m $^{-3}$ ) et théoriquement isotrope.

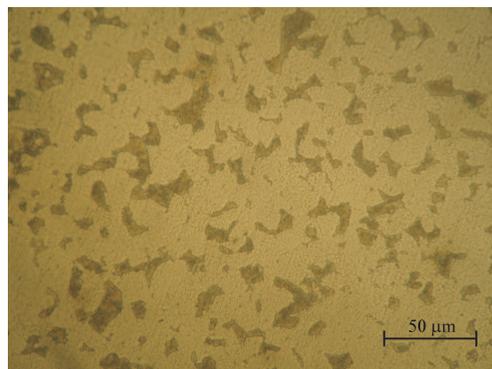


Figure 3.5 – Structure cristalline de l'acier  $\text{Fe-0,18\%C}$ .

### 3.2.4 Les ferrites

Le ferrite étudié est un ferrite nickel-zinc doux. Il est de la famille des ferrites spinels  $\text{Fe}_3\text{O}_4$  à structure cristallographique cubique à faces centrées (Pascard, 1998). Il s'agit de la combinaison de

l'oxyde de fer  $\text{Fe}_2\text{O}_3$  avec un oxyde métallique MO, où M correspond à un mélange  $\text{Ni}_{0,48}\text{Zn}_{0,52}$ . Les matériaux ferrimagnétiques sont constitués de deux familles d'atomes aux moments magnétiques différents et opposés; ils présentent donc une aimantation spontanée non nulle proche de l'ordre ferromagnétique. On retrouve ainsi une structuration en domaines magnétiques. Le cycle d'hystérésis est généralement de petite dimension et insensible à la fréquence (jusqu'à plusieurs dizaine de kHz) compte tenu de la résistivité élevée de ce type de matériau. L'aimantation à saturation est relativement basse à cause de la nature ferrimagnétique du ferrite ( $M_s=3,8.10^5\text{A/m}$ ). Les coefficients d'anisotropie magnétocristalline du ferrite sont négatifs ( $K_1 = -1700\text{J/m}^3$ ;  $K_2 = -5\text{J/m}^3$ ). Le matériau a en conséquence huit directions de facile aimantation suivant les diagonales du réseau cubique (directions  $\langle 111 \rangle$ ). Les coefficients de magnétostriction du ferrite nickel-zinc sont:  $\lambda_{100} = -26.10^{-6}$  et  $\lambda_{111} = -4,5.10^{-6}$ , autrement dit le ferrite se contracte quelque soit la direction d'excitation magnétique.

De nature fragile, une rupture du matériau permet de facilement visualiser la structure granulaire (figure 3.6a): la taille moyenne des grains est d'environ  $10\mu\text{m}$ ; on constate la présence de porosités dans le matériau, témoins de son procédé de fabrication par frittage à chaud. Ce procédé conduit généralement à une répartition isotrope des grains. La cristallographie des grains étant par ailleurs indépendante de leur forme, la texture cristallographique du ferrite est donc a priori isotrope. Une mesure EBSD permet de confirmer cette hypothèse (figure 3.6b): les contrastes sont faibles voire nuls.

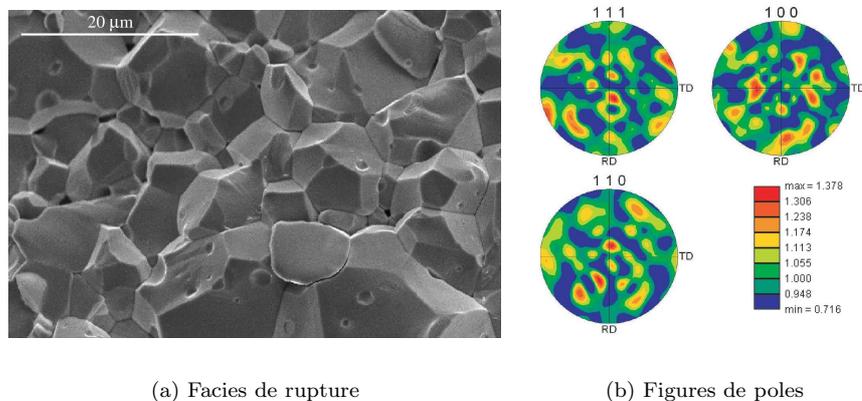


Figure 3.6 – Caractérisation du ferrite Ni-Zn (mesure EBSD - LPCES).

### 3.3 Mesures magnéto-mécaniques sous contrainte uniaxiale

Nous présentons ici les principales procédures expérimentales utilisées. A noter que des essais de traction classiques viennent compléter la connaissance du comportement mécanique des différents matériaux (essentiellement en élasticité).

#### 3.3.1 Banc de mesure

Un banc de mesure non standard, développé par Gourdin (1997) dans le cadre de ses travaux de thèse a été employé afin de caractériser le comportement magnétique. Un schéma du dispositif est présenté sur la figure 3.7a<sup>5</sup>.

Ce banc est conçu de manière à accueillir des éprouvettes parallélépipédiques équipées sur chaque face de jauges de déformation non magnétorésistives mesurant les déformations longitudinales et transversales (deux des trois termes du tenseur des déformations). Le dispositif de mesure magnétique peut être amarré sur le bâti d'une machine de traction électro-hydraulique MTS. Cette solution est bien adaptée à la mesure du comportement de l'acier: il s'agit d'un barreau cylindrique de 10mm de diamètre. Elle présente certains défauts pour les autres matériaux: la céramique a par exemple un comportement mécanique de type fragile. Le chargement mécanique doit donc se faire sans choc ni concentration de contrainte excessive. Par ailleurs, les mesures de magnétostriction demandent une application de la contrainte très stable, donc un pilotage en effort sans vibration (en particulier pour les faibles épaisseurs). Pour ces deux raisons, nous avons adopté le principe d'une machine de traction par masses pesantes (figure 3.7b) avec têtes d'amarrages articulées et

5. Le lecteur trouvera le cas échéant un éventail de dispositifs expérimentaux dans l'ouvrage de Fiorillo (2004).

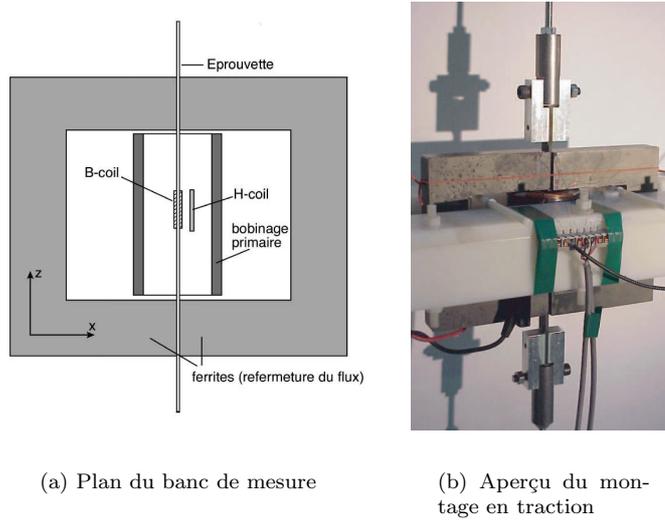


Figure 3.7 – Banc de mesure magnétique uniaxiale.

collées à l'échantillon (voir aussi (Daniel, 2003; Hubert & al., 2005)). L'application de la charge se fait par l'intermédiaire d'un câble. Ces techniques (éprouvette serrée dans les mors ou articulée à un câble) ne sont pas envisageables en compression: le principal risque est le flambage, qui, soit entraîne la ruine immédiate de l'éprouvette (matériau fragile), soit conduit à une instabilité plastique. La solution envisagée est l'utilisation d'une structure sandwich afin d'augmenter le moment quadratique de l'éprouvette. La structure sandwich adoptée est constituée de deux éprouvettes accolées à une âme centrale évidée en laiton (matériau amagnétique) (Vieille, 2007). L'inhomogénéité des contraintes à l'interface éprouvette laiton est estimée suffisamment faible pour être négligée (Cerri, 2004). La longueur de l'éprouvette est le résultat d'un compromis entre un encombrement minimal à respecter dû au système de mesures magnétiques et élancement minimal pour minimiser les risques de flambage. Une interface en polymère thermodurcissable entre les mors de la machine et les faces de l'éprouvette permet de mieux répartir la pression de serrage.

### 3.3.2 Mesure du comportement magnétique

Le dispositif de mesures magnétiques doit permettre de réaliser des mesures de courbes anhystériques. L'éprouvette est placée entre deux "U" en ferrite qui permettent de refermer le flux magnétique. Le champ d'excitation est obtenu à l'aide d'une bobine d'excitation (ou bobinage primaire) formée de  $N$  spires et parcourue par un courant d'intensité  $I$ . Le champ magnétique est calibré par une H-coil; on montre qu'il est en première approximation proportionnel au courant (théorème d'Ampère 3.1).

$$H \approx \frac{N \cdot I}{L_{equiv.}} \quad (3.1)$$

$L_{equiv}$  est une longueur équivalente approximativement égale à longueur d'échantillon entre culasses. La mesure du flux magnétique dans l'éprouvette se fait à l'aide d'une bobine de mesure de flux ou B-Coil. Le flux est estimé par intégration de la tension induite  $V_{mes}$  aux bornes de la bobine, formée de  $n$  spires. La connaissance du flux magnétique permet de déterminer l'induction  $\vec{B}$  dans la tôle, puis l'aimantation  $\vec{M}$ :

$$\|\vec{M}\| = \left| \frac{-1}{\mu_0 n S} \int V_{mes} dt \right| - \|\vec{H}\| \left( \frac{S_{bob}}{S} \right) \quad (3.2)$$

$S_{bob}$  est la surface de la bobine;  $S$  celle de l'échantillon. Ces deux surfaces sont approximativement égales quand on utilise le montage en mode traction. En mode compression, les spires sont bobinées autour de l'ensemble {éprouvette - âme en laiton - éprouvette}. La correction de surface est indispensable.

Pour les mesures anhystériques, il est nécessaire d'effectuer des cycles autour de la valeur de champ à laquelle on souhaite connaître l'aimantation (et les déformations) pour être certain d'obtenir le comportement à l'équilibre (figure 3.8a). Le fait de cycler permet de décrocher les parois magnétiques des défauts et d'amener l'ensemble de la microstructure magnétique vers un

état d'équilibre stable à énergie minimale. La courbe anhystérétique se construit ainsi point par point après cyclage autour de chacune des valeurs de champ désirées et le matériau subit une désaimantation entre deux points de mesure afin d'éliminer toute influence de l'histoire dans la mesure.

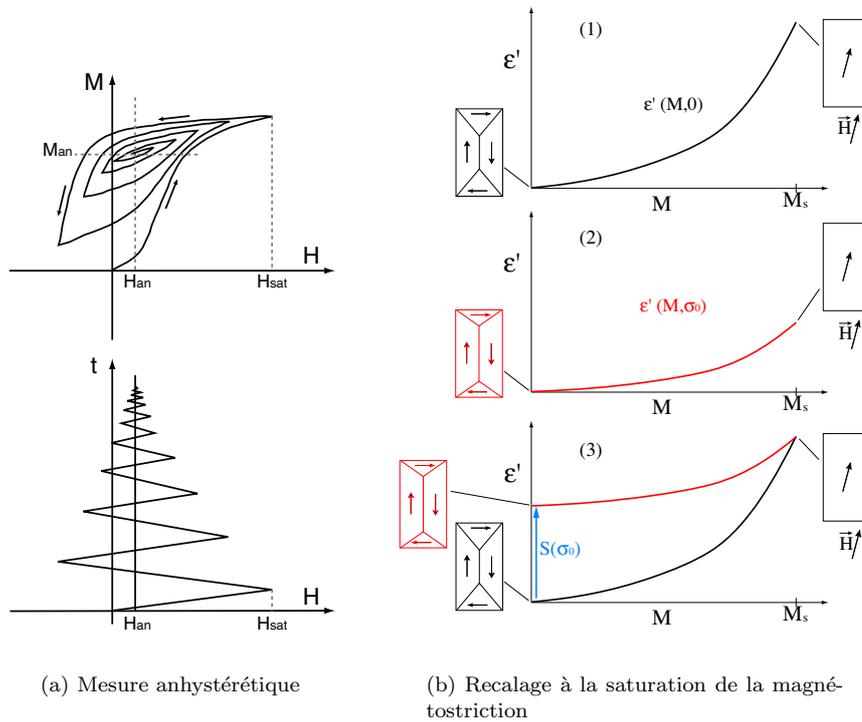


Figure 3.8 – Procédures expérimentales spécifiques.

### 3.3.3 Mesure du comportement magnétostrictif

#### Principes de mesure

Mesurer les déformations de magnétostriction sous contrainte est délicat pour diverses raisons: les déformations de magnétostriction sont parfois très faibles ( $\approx 10^{-6}$ ). Il est donc nécessaire d'appliquer un effort extrêmement stable et d'éviter au maximum les variations de température pendant l'essai, les déformations élastiques issues des vibrations et celles d'origine thermique pouvant être du même ordre de grandeur que la magnétostriction. Le principe des masses pesantes permet de réduire le bruit de mesure (effort strictement constant). Les essais de compression sont réalisés à l'aide d'une machine hydraulique: l'effort appliqué n'est jamais parfaitement stable et la fluctuation de déformation élastique associée engendre parfois une importante dérive des mesures. L'estimation des déformations de magnétostriction est alors délicate, d'autant plus que la magnétostriction dépend non-linéairement du niveau de contrainte. A noter que le moyennage des signaux intrinsèques à la procédure de mesure anhystérétique permet de diminuer considérablement cet effet. Nous procédons également à un filtrage (butterworth de second ordre) à 10Hz.

La procédure expérimentale est la suivante: nous imposons tout d'abord le chargement mécanique. Le matériau est ensuite désaimanté. Ces étapes conduisent à une déformation initiale non nulle (majoritairement élastique) qu'il convient d'initialiser à zéro avant la procédure anhystérétique en tant que telle, de manière à conserver une sensibilité de mesure des déformations élevée. Ceci conduit à ce que, quelque soit le niveau de contrainte appliquée, la déformation mesurée est "artificiellement" nulle à aimantation nulle<sup>6</sup>. Seules les variations de magnétostriction sont ainsi mesurées.

#### Recalage des mesures à la saturation et effet $\Delta E$

La figure 3.8b illustre le propos. Considérons une mesure de magnétostriction  $\epsilon'$  sans et avec contrainte appliquée  $\sigma_0$  (schémas (1) et (2)). La structure en domaines schématisée en 2D sur la figure est différente. En faisant l'hypothèse que sous fort champ magnétique appliqué ( $M = M_s$ ),

6. Nous éliminons de ce fait la composante élastique de la déformation mais également la déformation de magnétostriction à aimantation nulle, autrement dit la déformation associée à l'effet  $\Delta E$ .

la déformation de magnétostriction a atteint sa valeur de saturation quelle que soit la contrainte appliquée, la valeur à saturation devient valeur de référence vers laquelle doivent nécessairement tendre toutes les courbes (structure en domaines identique). On procède alors à un recalage  $S(\sigma_0)$  courbe par courbe (3). Ceci nous permet d'accéder à la réponse magnétostrictive "vraie". Le recalage pratiqué a une conséquence intéressante: il correspond intrinsèquement à la déformation de magnétostriction à champ nul, c'est à dire la déformation de magnétostriction induite uniquement par le chargement mécanique. L'évolution de cette valeur de recalage en fonction de la contrainte  $S(\sigma)$  est ainsi représentative de l'effet  $\Delta E$  (ou  $\epsilon^\mu(\sigma)$ ) pour un matériau donné (Daniel & Hubert, 2008).

#### Correction de l'effet des forces

Nous avons vu paragraphe 2.2.3 que la déformation "magnétique" a deux origines possibles: l'effet des forces magnétiques et la magnétostriction. Il convient d'évaluer la déformation associée aux efforts magnétiques, afin de la retrancher des mesures effectuées. Dans ce but, le dispositif expérimental a été modélisé par une méthode des éléments finis sous CASTEM<sup>®</sup>. Ce travail a été réalisé dans le cadre de la thèse de Daniel (2003). Un calcul magnétique est tout d'abord effectué (Hirsinger, 1994; Buvat, 2000). Pour chaque valeur du champ extérieur, l'aimantation dans l'éprouvette est déterminée localement en chaque point du maillage (loi de comportement anhystérique isotrope non-linéaire découplée des contraintes). Le calcul des forces est réalisé a posteriori. Les formulations ne font cependant pas l'unanimité. Dans la formulation proposée par Eringen et Maugin (Maugin (1988), Eringen & Maugin (1990), Hirsinger (1994), Daniel & al. (2003)), les efforts d'origine magnétique sont séparés en deux catégories :

- Les forces de volume sont associées à un gradient de l'induction  $\vec{B}$  dans l'échantillon. Leur expression est donnée par la relation (3.3).

$$\vec{f}_v^\mu = {}^T(\text{grad}\vec{B}).\vec{M} \quad (3.3)$$

- Les forces de surface sont associées à la brutale transition de la valeur de l'aimantation entre l'échantillon et l'air environnant (où l'aimantation est nulle). On les écrit :

$$\vec{f}_s^\mu = \left[ -\vec{B} \otimes \vec{M} + \frac{\vec{B} \otimes \vec{B}}{\mu_0} - \left( \frac{\vec{B}^2}{2\mu_0} - \vec{M} \cdot \vec{B} \right) \mathbf{I} \right] \cdot \vec{n} \quad (3.4)$$

$\vec{n}$  est un vecteur unitaire qui décrit la normale à la surface de l'échantillon. Les efforts obtenus à l'étape précédente sont introduits comme efforts nodaux dans le maillage du dispositif expérimental.

Il apparaît après calcul que ces efforts sont quasiment uniformes dans la zone de mesure. On constate d'autre part que le tenseur des contraintes associé aux efforts d'origine magnétique est décrit en première approximation par:

$$\Sigma^f \simeq -\frac{1}{2}\mu_0\|\vec{M}\|^2\mathbf{I} \quad (3.5)$$

La déformation de magnétostriction est déduite des mesures effectuées par simple soustraction :

$$\mathbf{E}^\mu = \mathbf{E}_{\text{mes}} - \mathbf{C}^{-1} : \Sigma^f \quad (3.6)$$

L'amplitude des contraintes obtenues est faible, de l'ordre de 1MPa. Ceci conduit à une correction des déformations modérée.

D'autres auteurs préconisent l'utilisation du principe des puissances virtuelles pour le calcul des forces magnétiques (Hirsinger, 1994; Vandeveld, 2002). Cette formulation ne fait intervenir aucune force de volume. Une récente tentative de modélisation magnéto-statique par éléments finis du banc magnétique en utilisant cette formulation conduit à des valeurs extrêmement faibles ( $\approx 10^{-11}$ ) des déformations associées aux forces magnétiques (Galopin, 2006). La correction de la mesure ne semble donc pas nécessaire de ce point de vue.

Finalement, un travail expérimental, basé sur des éprouvettes en fer-silicium (mesures de déformations à l'aide du même banc) a permis de construire une expression analytique de la déformation élastique associée aux forces d'origine magnétique (Hubert, 2008). L'idée est qu'au delà d'une certaine contrainte, la magnétostriction devrait "saturer", autrement dit rester constante sur une gamme de champ correspondant au mécanisme de déplacement de paroi. Toute variation de déformation dans ce domaine doit être logiquement attribuée à une déformation élastique associée aux forces d'origine magnétique. La déformation a pu être évaluée (longitudinale et transversale). Elle est équivalente à celle qu'on obtient sous l'effet d'une compression uniaxiale dans l'axe de

l'éprouvette: aucune des formulations décrites ci-dessus ne parvient à ce résultat (la cause est probablement à chercher dans une formulation erronée des conditions limites). Du tenseur des contraintes, on déduit un torseur équivalent qui est au premier ordre intrinsèque au montage et ne dépend pas du matériau "magnétique". Nous pouvons montrer néanmoins que la correction de l'effet de force n'est indispensable, ni pour une interprétation adéquate des résultats, ni pour une comparaison avec les résultats du modèle multiéchelle. Cette correction n'est donc pas appliquée aux résultats présentés dans ce document.

### 3.3.4 Quelques résultats expérimentaux

La plupart des résultats obtenus à l'aide du banc ces dernières années ont fait l'objet de publications dans des revues ou des conférences. On trouvera sans difficulté les références de ces papiers dans la liste bibliographique annexée à ce document. Nous nous contentons ici de reprendre quelques résultats significatifs accompagnés d'un commentaire minimal. La correction de l'effet des forces n'est pas appliquée aux résultats ci-après.

#### Magnétostriction des matériaux isotropes (Daniel, 2007; Vieille, 2007)

La figure 3.9 montre l'évolution de la déformation longitudinale et transversale en fonction de l'aimantation pour le ferrite Ni-Zn sans contrainte appliquée. Ces mesures confirment la valeur négative de la magnétostriction (longitudinale). La déformation transversale est positive et son amplitude vaut approximativement la moitié de la déformation longitudinale (ce résultat est en accord avec la texture isotrope du matériau et l'hypothèse de conservation du volume (Du Trémolet de Lacheisserie, 1993)). L'évolution de la déformation avec l'aimantation est non-linéaire mais monotone.

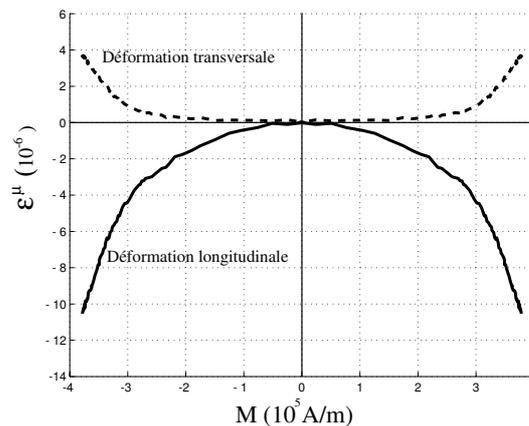


Figure 3.9 – Comportement magnétostrictif anhystérétique du ferrite Ni-Zn à contrainte nulle.

#### Effet de texture sur le comportement magnéto-mécanique (Hubert, 2003; Daniel & al., 2003)

Les figures 3.10a et 3.10b montrent l'évolution du comportement magnétique et de la magnétostriction longitudinale en fonction de l'orientation de la mesure dans le plan d'une tôle du Fe-3%Si NO sans contrainte appliquée. Ces mesures mettent en évidence une forte anisotropie du comportement magnétique pour les faibles valeurs de champ ( $H < 300$  A/m). Cette anisotropie est moins sensible à plus haut champ: l'écart relatif entre les valeurs de l'aimantation obtenues suivant différentes directions de la tôle ne dépasse pas 10%. La première chose qui apparaît figure 3.10b est la très forte anisotropie du comportement magnétostrictif, beaucoup plus forte que celle du comportement magnétique (ou mécanique). Les déformations (parallèlement au champ magnétique appliqué) les plus grandes sont mesurées pour des champs magnétiques dont la direction est proche de la direction transverse, et les plus faibles pour des champs suivant une direction proche de la direction du laminage. Les écarts relatifs, pour une valeur de champ magnétique fixé, peuvent atteindre plus de 60%.

#### Effet des contraintes sur le comportement magnétique et magnétostrictif (Lolloz, 2006; Hubert & Rizzo, 2008)

Nous présentons des mesures anhystérétiques de comportement magnéto-mécanique de l'acier bas carbone soumis à un état de contrainte uniaxial  $\sigma$ . Le comportement  $M(H, \sigma)$  est tracé figure 3.11a. Le comportement magnétostrictif longitudinal  $\epsilon^\mu(H, \sigma)$  est tracé figure 3.11b (représentation 3D). Les résultats obtenus sont classiques pour un acier à faible taux de carbone: A bas champ, la compression conduit à une forte dégradation du comportement magnétique, la traction

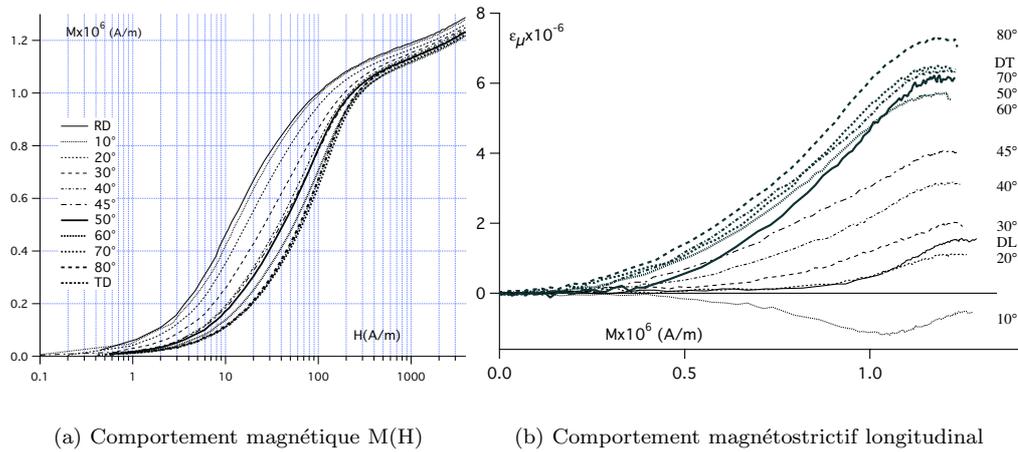


Figure 3.10 – Evolution du comportement magnéto-mécanique en fonction de l'orientation de la mesure - Fe-3%Si NO.

améliore sensiblement le comportement. L'effet s'inverse progressivement à champ plus fort: il s'agit du renversement de Villari. L'allure de la magnétostriction est là encore relativement classique à contrainte nulle ( $\max(\epsilon^\mu) < 10 \cdot 10^{-6}$ ). La compression conduit à une nette augmentation de l'amplitude de magnétostriction (magnétostriction longitudinale négative à champ nul). La traction provoque au contraire une diminution de l'amplitude jusqu'à la saturation mécanique. On peut déduire facilement du comportement magnétostrictif l'effet  $\Delta E$  (Cf. figure 2.2) (Daniel & Hubert, 2008).

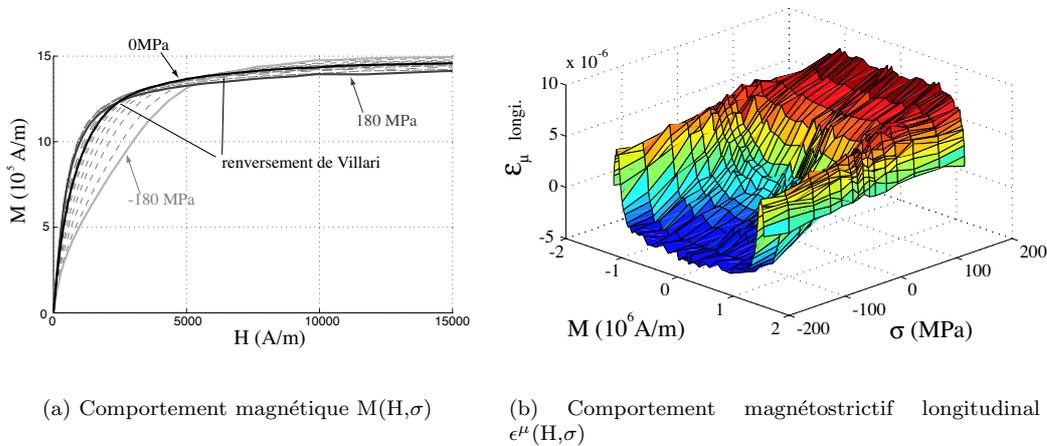


Figure 3.11 – Evolution du comportement magnéto-mécanique d'un acier bas carbone sous charge-mécanique uniaxiale.

### 3.4 Mesures magnéto-mécaniques sous contrainte biaxiale

La construction de modèles multiaxiaux à partir de considérations énergétiques nécessite habituellement d'identifier les paramètres à partir d'essais simples (par exemple uniaxiaux), puis de valider le modèle à partir d'essais plus complexes tels que les essais multiaxiaux. Les essais mécaniques biaxiaux consistent généralement en des essais de traction/torsion, de pression interne, et / ou de traction/traction (le long de deux axes orthogonaux). Le format "tôle" étant sans nul doute le format le plus populaire pour les matériaux magnétiques constitutifs des machines électriques, seule le dernier essai est adapté à l'étude du comportement magnétique sous sollicitation mécanique biaxiale. On trouve à ce sujet dans la littérature un certain nombre de travaux de différents auteurs (Langman, 1990; Kashiwaya, 1991; Sablik, 1994) et plus récemment (Maurel, 2003); mais chacun des systèmes proposés présente des défauts notamment en ce qui concerne l'homogénéité de l'état

de contrainte dans le zone de mesure<sup>7</sup>. Un travail précédent au LMT-Cachan de Maurel (2002) a donné des résultats intéressants mais essentiellement qualitatifs (utilisation d'une éprouvette à cinq couches et de mesures magnétiques indirectes). L'essai est réalisé sur la machine électrohydraulique triaxiale ASTREE. Nous proposons une nouvelle géométrie autorisant une mesure directe des grandeurs magnétiques et assurant une meilleure homogénéité de l'état de contrainte (Hubert & al., 2005; Hubert, 2007).

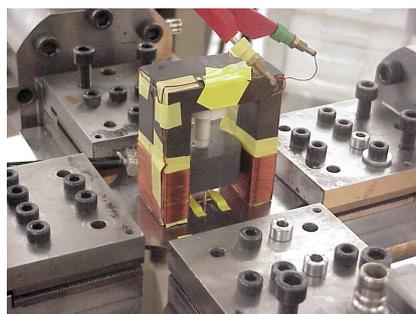
### 3.4.1 Procédure expérimentale

#### Définition de l'éprouvette

L'éprouvette est un bicouche en forme de croix (figure 3.12a): il s'agit d'un assemblage collé d'une tôle magnétique (FeCo-2V% pour l'exemple traité) et d'une âme de 2mm d'épaisseur en acier inoxydable amagnétique<sup>8</sup>. L'éprouvette est placée horizontalement dans la machine hydraulique (figure 3.12b).



(a) Eprouvette bi-couche



(b) Système d'excitation et montage de l'éprouvette

Figure 3.12 – *Système de mesure magnétique sous chargement mécanique biaxial.*

Le champ magnétique est généré grâce à un bobinage primaire enroulé sur une culasse ferri-magnétique en "U" posée sur la surface supérieure de l'éprouvette (figure 3.12b). Le tenseur des contraintes recherché est un tenseur des contraintes planes diagonal (3.7) dans le repère de l'échantillon (RE). L'état plan est assuré par la faible épaisseur de l'échantillon. L'état de contrainte est néanmoins fonction de la position  $(x,y)$  du point d'observation et du chargement mécanique  $F_1$  et  $F_2$  le long des deux axes de sollicitation. On doit ainsi évaluer au préalable les termes d'une matrice de couplage entre efforts et contraintes (3.8). Les paramètres de cette matrice ont été calculés à l'aide d'une modélisation par éléments finis (CASTEM<sup>®</sup>). Ces valeurs ont pu être vérifiées en cours d'essais à partir de la mesure des déformations. Les coefficients  $\alpha_{ij}$  dépendent de la géométrie de l'éprouvette, du module d'Young et du coefficient de Poisson du matériau. Compte tenu de la symétrie géométrique de l'éprouvette, seuls deux des paramètres sont indépendants: on observe ainsi que  $\alpha_{11} = \alpha_{22}$  et  $\alpha_{12} = \alpha_{21}$ . Nous trouvons  $\alpha_{11} = 83,28.10^{-4} \text{mm}^{-2}$  et  $\alpha_{12} = 5,53.10^{-4} \text{mm}^{-2}$ . La modélisation EF a permis par ailleurs de vérifier les limites de flambage de l'éprouvette ainsi que l'homogénéité du champ de contraintes dans la zone de mesure magnétique; un calcul EF magnéto-statique 3D (ANSYS<sup>®</sup>) a permis également de vérifier l'homogénéité des grandeurs magnétiques<sup>9</sup>. La zone magnéto-mécanique homogène correspond environ à un disque de 30mm de diamètre.

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}_{RE} \quad (3.7)$$

$$\begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \end{pmatrix} \quad (3.8)$$

7. C'est le cas par exemple pour le système de flexion huit points de Langman (1990).

8. Dans une première approche, il avait été envisagé de réaliser une structure sandwich constituée de deux tôles de matériau magnétique collées de part et d'autre de l'âme. Ceci assure en théorie une meilleure symétrie et donne accès à une seconde fenêtre de mesure (de déformation par exemple). Cependant il est apparu que la seconde tôle attirait une partie du flux magnétique, suffisante pour perturber la mesure de l'induction dans la première tôle. La deuxième tôle a été supprimée. Les calculs mécaniques ont été par conséquent repris et validés pour la nouvelle structure.

9. Nous invitons le lecteur à se reporter aux références (Hubert & al., 2005; Hubert, 2007) pour trouver des informations complémentaires à propos du montage, sa géométrie, sa validation (mécanique et magnétique).

### Définition des capteurs

Une attention toute particulière a été prise pour la mesure des quantités magnéto-mécaniques dans le but d'obtenir des résultats quantitatifs: l'aimantation et le champ magnétique sont mesurés grâce à une double H-coil et un capteur B-pointes. La déformation est mesurée grâce à des jauges collées sur la surface inférieure, couplées à une mesure de champ par corrélation d'images (Hild, 2002). L'état de contrainte est calculé à partir de la mesure des forces dans les quatre vérins en action couplée à la simulation EF (l'état de contrainte peut également être déduit en première approximation de la mesure des déformations en régime élastique).

La mesure de la force électromotrice ( $fem$ )  $U(t)$  du capteur B-pointes est la mesure la plus délicate: l'amplitude de la  $fem$  est de quelques microvolts et est fortement tributaire de la qualité de contact entre les pointes et la surface (Delage, 1997). Cette mesure est également sensible au champ magnétique dans l'air: la demi boucle formée par fils extérieurs peut créer une tension qui s'ajoute à la mesure (Loisos & Moses, 2001). Un amplificateur de tension permet de réaliser une intégration du signal dans de bonnes conditions. L'équation 3.9 fournit la relation entre la  $fem$  et l'induction magnétique ( $e$ : épaisseur de la tôle;  $L$ : écartement des pointes). Les mesures sont ensuite calibrées (Hubert & al., 2005): le comportement du matériau à l'état déchargé doit correspondre au comportement standard du matériau (mesuré par exemple à l'aide du banc uniaxial).

$$B(t) = -\frac{2}{L.e} \cdot \int U(t).dt \quad (3.9)$$

### Procédure expérimentale

La procédure expérimentale consiste à appliquer d'abord le chargement mécanique ( $\sigma_1, \sigma_2$ ). Les mesures magnétiques sont alors effectués après désaimantation: on mesure le comportement hystérétique basse fréquence (1Hz) et la courbe anhystérétique (les fluctuations de la pression dans les vérins ne nous permettent pas de procéder à une mesure précise de la magnétostriction: le bruit élastique est du même ordre de grandeur que la déformation de magnétostriction). La procédure anhystérétique est en tout point équivalente à celle utilisé en uniaxial. Les résultats présentés dans ce document sont limités au comportement anhystérétique mesuré le long de la direction du laminage d'une tôle de FeCo-2%V; cette direction correspond à la direction de la contrainte  $\sigma_1$ .

## 3.4.2 Résultats expérimentaux

Le comportement magnétique a été mesuré pour 17 états de contrainte ( $\sigma_1, \sigma_2$ ) différents, l'amplitude des contraintes variant entre +60 et -60MPa. On peut formellement regrouper ces essais par nature d'essai: les essais uniaxiaux "classiques" ( $\sigma_1 \neq 0, \sigma_2 = 0$ ), les essais uniaxiaux "orthogonaux" ( $\sigma_1 = 0, \sigma_2 \neq 0$ ), les essais "équibiaxiaux" ( $\sigma_1 = \sigma_2$ ), et les essais de "cisaillement" ( $\sigma_1 = -\sigma_2$ ).

### Essais uniaxiaux

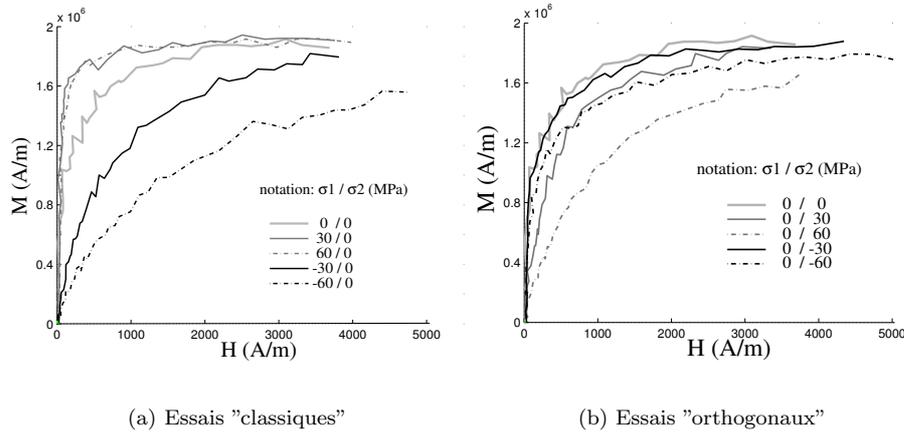
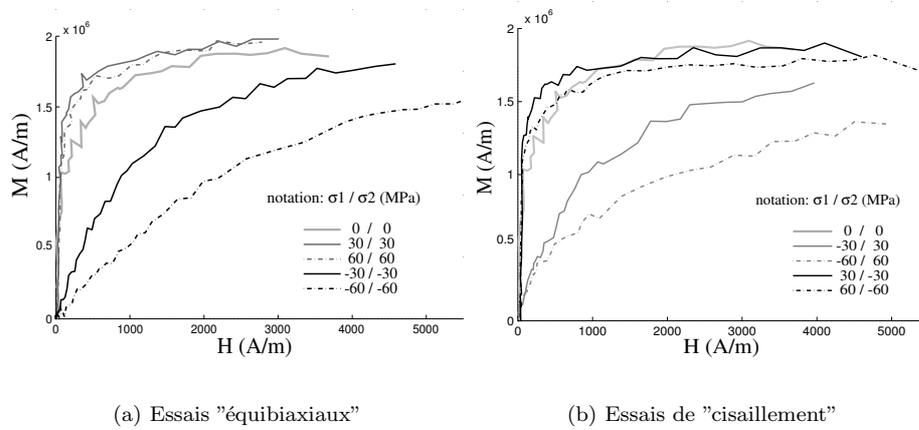
La figure 3.13a montre l'évolution du comportement anhystérétique  $M(H)$  lors des essais uniaxiaux "classiques". Les résultats sont en bon accord avec ceux obtenus à l'aide du montage uniaxial pour le même matériau (faible amélioration du comportement magnétique sous contrainte de traction, fort effet inverse de la compression). La figure 3.13b montre l'évolution du comportement anhystérétique lors des essais uniaxiaux "orthogonaux". Nous observons que l'effet des contraintes est globalement plus faible. Le signe de la contrainte n'a pas d'importance: la susceptibilité magnétique est détériorée quelle que soit la situation. Une contrainte de traction semble conduire à une dégradation légèrement plus forte.

### Essais équibiaxiaux et essais de cisaillement

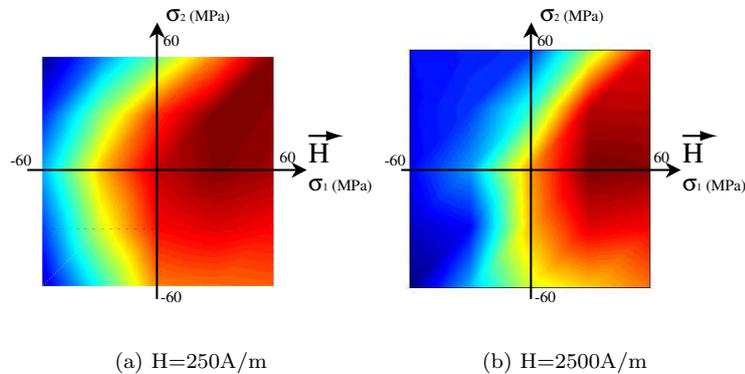
Les figures 3.14a et 3.14b montrent l'évolution du comportement anhystérétique  $M(H)$  lors des essais "équibiaxiaux" et de "cisaillement". Les comportements observés sont assez proches de ceux obtenus lors des essais uniaxiaux "classiques". L'essai de traction équibiaxial a relativement peu d'effet sur le comportement quelque soit le niveau de contrainte. L'équibicompression provoque au contraire une dégradation très importante du comportement. Les susceptibilités les plus faibles sont obtenues lors des essais de "cisaillement" quand la contrainte suivant l'axe de mesure magnétique ( $\sigma_1$ ) est négative (par exemple avec  $\sigma_1 = -60$  MPa et  $\sigma_2 = +60$ MPa). Quand la contrainte suivant l'axe de mesure magnétique est positive, l'effet de dégradation du comportement est fortement réduit.

### Commentaires

Le principal enseignement de ces résultats expérimentaux est qu'il existe un effet majeur du niveau de contrainte le long de l'axe d'excitation (et de mesure) magnétique; cet effet est particulièrement mis en évidence lorsque la contrainte le long de l'axe orthogonal est négative. On visualise facilement


 Figure 3.13 – Evolution du comportement anhystérique  $M(H)$  lors des essais uniaxiaux.

 Figure 3.14 – Evolution du comportement anhystérique  $M(H)$  lors des essais biaxiaux.

cet effet lorsqu'on trace l'évolution de la susceptibilité normalisée sécante  $\chi_n$  dans le plan des contraintes  $(\sigma_1, \sigma_2)$ <sup>10</sup>. Les figures 3.15a et 3.15b montrent un exemple de champ de valeurs  $\chi_n$  pour  $H=250\text{A/m}$ , et  $H=2500\text{A/m}$  respectivement. Ces courbes sont en accord avec les observations déjà faites. On constate par ailleurs que le niveau de champ magnétique n'est pas un facteur déterminant, et que la susceptibilité la plus basse correspond à la situation de cisaillement où la contrainte colinéaire au flux magnétique est négative.


 Figure 3.15 – Evolution de la susceptibilité normalisée sécante  $\chi_n$  dans le plan des contraintes.

10. La susceptibilité normalisée sécante est définie par  $\chi_n = \chi(\sigma_1, \sigma_2) / \chi(0, 0)$  pour une valeur donnée du champ magnétique

---

# Chapitre 4

## Modélisation multiéchelle du comportement magnéto-élastique

La modélisation multi-échelle s'appuie sur trois échelles différentes et leurs relations de passages associées. On s'intéresse d'abord aux domaines. Un changement d'échelle permet ensuite de définir le comportement à l'échelle du monocristal (ou du grain). Un deuxième changement d'échelle permet de définir le comportement d'un VER. La notion de facteurs d'anisotropie macroscopique est abordée.

### 4.1 Préambule: principe de modélisation

L'énergie totale d'un volume  $V$  s'écrit, si on tient compte des différentes sources d'énergie potentielle, selon:

$$W = \frac{1}{V} \int_V (W_E + W_K + W_H + W_\sigma) dV \quad (4.1)$$

La résolution d'un problème de magnéto-élasticité devrait consister en la minimisation de cette énergie pour un échantillon considéré. La difficulté majeure est la détermination des hétérogénéités en particulier associées à la structure en domaines. Les calculs de micromagnétisme consistent précisément à réaliser ce type de résolution. Les calculs sont souvent très lourds et se font dans la pratique plus facilement en 2D qu'en 3D. La voie alternative proposée, qui est l'objet des travaux de thèse successifs de Buiron (2000), de Daniel (2003) et de Vieille (2007), consiste à utiliser des techniques d'homogénéisation. L'un des objectifs de l'homogénéisation consiste, à partir d'hypothèses sur la microstructure et de lois de comportement locales, à définir le milieu homogène équivalent (MHE), c'est à dire les tenseurs qui relient la contrainte  $\Sigma$  et la déformation  $\mathbf{E}$  macroscopiques d'une part, le champ  $\vec{H}$  et l'aimantation  $\vec{M}$  macroscopiques d'autre part.

Toute grandeur macroscopique  $X$  est définie en faisant la moyenne sur le volume de la grandeur locale  $x_I$  tel que :

$$X = \frac{1}{V} \int_V x_I dV = \langle x_I \rangle \quad (4.2)$$

L'indice  $I$  désigne une inclusion. Il peut s'agir d'un grain, ou d'un domaine, ou encore de tout autre élément de volume dont la taille est très inférieure au volume  $V$ .

L'objectif est d'adopter des hypothèses simplificatrices qui permettent d'accéder rapidement à une estimation du comportement magnéto-mécanique macroscopique. Différentes échelles peuvent être choisies pour la modélisation de ce comportement magnéto-élastique. La première échelle est celle de l'atome ou du groupement d'atomes. A cette échelle, on peut de façon rigoureuse faire une hypothèse d'homogénéité des grandeurs magnétiques et mécaniques. Une autre échelle d'étude possible est l'échelle des domaines magnétiques, zones où l'aimantation peut raisonnablement être considérée comme homogène. L'échelle suivante est celle de la phase mécanique, zone où on peut considérer que les propriétés élastiques sont homogènes. Cette échelle est celle du monocristal, ou d'un grain dans un polycristal. Vient ensuite l'échelle du VER. La zone d'étude est alors suffisamment grande pour que le comportement du VER soit représentatif du comportement du matériau.

### 4.2 Modélisation multiéchelle

#### 4.2.1 Energie d'un domaine magnétique

Le domaine magnétique, noté  $\alpha$ , est une zone où l'aimantation est supposée uniforme (4.3). La direction  $\vec{\gamma}^\alpha$  et la norme  $M_s$  de l'aimantation suffisent à définir l'état magnétique du domaine. On peut donc définir des modèles plus simples, tirant parti de cette uniformité de l'aimantation. Le modèle présenté ci-après, inspiré du modèle des phases de Néel (1944), reprend les travaux de thèse de Buiron (2000), de Daniel (2003) et de Vieille (2007).

$$\vec{M}_\alpha = M_s \vec{\gamma}^\alpha = M_s {}^t[\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3], \quad \text{avec } \gamma_1^2 + \gamma_2^2 + \gamma_3^2 = 1 \quad (4.3)$$

Dans un domaine, les variations d'aimantation sont inexistantes; l'énergie d'échange est nulle et n'intervient donc pas dans la définition de l'état d'équilibre. L'aimantation étant uniforme dans le domaine, l'énergie d'anisotropie magnétocristalline l'est aussi, et l'intégration sur le volume devient aisée. Aucune modification n'est apportée à la définition donnée par la relation (2.14). L'énergie d'anisotropie magnétocristalline s'écrit:

$$W_K^\alpha = K_1(\gamma_1^2\gamma_2^2 + \gamma_2^2\gamma_3^2 + \gamma_3^2\gamma_1^2) + K_2(\gamma_1^2\gamma_2^2\gamma_3^2) \quad (4.4)$$

Afin de simplifier la définition de l'énergie magnétostatique, on introduit une hypothèse forte: le champ démagnétisant dans un domaine est considéré uniforme et parallèle (de sens opposé) à l'aimantation. L'expression de l'énergie de champ démagnétisant est donnée par la relation 4.5. Ce terme est indépendant de la direction de l'aimantation. Il ne participe pas à l'équilibre énergétique du domaine. Par ailleurs, le champ magnétique est également supposé uniforme dans le domaine: l'équation 4.6 est donc la nouvelle expression de l'énergie magnétostatique.  $\vec{H}_\alpha$  est le champ magnétique appliqué au domaine.

$$W_d^\alpha = -\frac{1}{2}k\vec{M}_\alpha^2 = \text{Constante} \quad (4.5)$$

$$W_H^\alpha = -\mu_0\vec{M}_\alpha \cdot \vec{H}_\alpha \quad (4.6)$$

Un domaine est une sous-structure d'une zone dont les propriétés élastiques sont homogènes (en l'occurrence un monocristal ou un grain). La déformation de magnétostriction est également homogène dans le domaine. L'énergie élastique (équation 4.7) est une fonction de la contrainte appliquée au domaine, notée  $\sigma_\alpha$ . Exprimer le couplage magnéto-élastique revient à faire apparaître la déformation de magnétostriction  $\epsilon_\alpha^\mu$  dans l'expression de l'énergie. Pour ce faire, des hypothèses de localisation et d'uniformité des champs mécaniques sont nécessaires. C'est l'objet du paragraphe 4.2.3.

$$W_\sigma^\alpha = \frac{1}{2}(\sigma_\alpha : \mathbb{C}_\alpha^{-1} : \sigma_\alpha) \quad (4.7)$$

L'énergie libre totale d'un domaine magnétique, définie par la relation (4.1), est maintenant donnée par l'équation (4.8):

$$W^\alpha = -\mu_0\vec{M}_\alpha \cdot \vec{H}_\alpha + \frac{1}{2}(\sigma_\alpha : \mathbb{C}_\alpha^{-1} : \sigma_\alpha) + K_1(\gamma_1^2\gamma_2^2 + \gamma_2^2\gamma_3^2 + \gamma_3^2\gamma_1^2) + K_2(\gamma_1^2\gamma_2^2\gamma_3^2) \quad (4.8)$$

## 4.2.2 Modèle microscopique<sup>1</sup> (Daniel, 2008)

Il suffit de connaître la direction  $\vec{\gamma}_\alpha$  de l'aimantation  $\vec{M}_\alpha$  pour décrire l'état magnétique d'un domaine. Cette direction est définie dans le repère cristallographique par deux angles  $\theta_\alpha$  et  $\delta_\alpha$ . Il suffit alors de connaître la distribution des domaines pour connaître l'état magnétique d'un grain. Une solution de modélisation consiste en la définition d'une loi de changement d'échelle phénoménologique, qui permette de définir le comportement du monocristal simplement à partir du comportement des domaines qui le constituent et d'une (ou deux) variable scalaire d'ajustement.

Compte tenu de l'énergie magnétocristalline, il est possible de diviser le cristal en un nombre fini de familles de domaines magnétiques notés  $\alpha$  (domaines et familles de domaines se trouvent confondus). Ce nombre correspond au nombre de minima de l'énergie magnétocristalline. A chaque famille, on peut faire correspondre une fraction volumique qui est fonction de l'énergie potentielle de la famille considérée. Le raisonnement adopté est de considérer qu'à l'échelle du grain, l'équilibre anhystérétique correspond à un minimum énergétique déterminé en combinant une formulation explicite (4.9) basée sur une fonction de Boltzmann pour calculer les fractions volumiques  $f_\alpha$  des familles de domaines (4.9), et la minimisation de l'énergie totale (4.8) pour calculer l'orientation de l'aimantation des domaines (4.10) (Buiron, 2001). L'écriture proposée de  $f_\alpha$  n'est fonction que du paramètre ajustable  $A_s$ . Celui-ci peut être identifié à partir des courbes d'aimantation à champ faible. On montre en effet que  $A_s = 3\chi_0/(\mu_0 \cdot M_s^2)$ ,  $\chi_0$  représentant la susceptibilité initiale du matériau Daniel (2003).

1. Il ne s'agit pas du seul modèle couplé basé sur des quantités microscopiques disponible dans la littérature. On peut citer à titre d'exemple les modèles de Armstrong (2000) et de Hauser (2004). Chacun possède ses domaines d'applications et ses limitations: le modèle de Armstrong (2000) décrit essentiellement les rotations; celui de Hauser (2004) est isotrope par construction et uniaxial par nécessité.

$$f_\alpha = \frac{\exp(-A_s \cdot W^\alpha)}{\sum_\alpha \exp(-A_s \cdot W^\alpha)} \quad (4.9)$$

$$W^\alpha(\theta_\alpha, \phi_\alpha) = \min(W^\alpha), \quad \theta_\alpha \in [0, \pi], \quad \phi_\alpha \in [0, 2\pi] \quad (4.10)$$

Le principal défaut du fonctionnement à un seul paramètre est que les variations d'énergie dues à une contrainte ou un champ ont une influence "identique" sur le comportement modélisé. Il serait tentant de doubler ce paramètre afin de rendre compte de sensibilités différentes à un état de contrainte ou un champ. Deux alternatives sont possibles: considérer un paramètre différent d'une énergie à l'autre, ou utiliser deux paramètres différents mais affectant l'ensemble des énergies. Le premier choix se justifie dans une vision simplifiée où l'énergie magnéto-cristalline est négligeable (Lollioz, 2006). Le deuxième choix semble plus général. Il a pu être employé par Vieille (2007). On se reportera à cette référence pour plus de détails.

Le travail consiste maintenant à déterminer les champs locaux magnétique et mécanique connaissant les champs appliqués macroscopiques. Cette étape cruciale rentre dans le cadre général de l'homogénéisation analytique.

### 4.2.3 Localisations et homogénéisations des champs magnéto-mécaniques

Considérons une inclusion  $I$  dans un milieu homogène équivalent  $M$ . Les chargements mécanique et magnétique du milieu sont notés  $\boldsymbol{\sigma}_M$  et  $\vec{H}_M$ , les réponses macroscopiques sont notées  $\boldsymbol{\epsilon}_M$  et  $\vec{M}_M$ ; Les chargements mécanique et magnétique de l'inclusion sont notés  $\boldsymbol{\sigma}_I$  et  $\vec{H}_I$ , les réponses de l'inclusion sont notées  $\boldsymbol{\epsilon}_I$  et  $\vec{M}_I$ .

#### Localisation et homogénéisation des champs mécaniques

La localisation mécanique consiste à postuler une fonction  $g$  telle que:

$$\boldsymbol{\sigma}_I = g(\boldsymbol{\sigma}_M, \vec{H}_M) \quad (4.11)$$

On détermine cette fonction à partir d'une approche auto-cohérente. Chaque inclusion est considérée incluse dans un milieu homogène de référence équivalent à l'ensemble des inclusions. La relation (4.12) de Hill (1965) permet d'accéder à la contrainte locale  $\boldsymbol{\sigma}_I$  en fonction de la contrainte appliquée  $\boldsymbol{\sigma}_M$  et de la différence des déformations totales macroscopique  $\boldsymbol{\epsilon}_M$  et de l'inclusion  $\boldsymbol{\epsilon}_I$ .  $\mathbb{C}^*$  est le tenseur d'influence de Hill défini par la relation (4.13), où  $\mathbb{C}_0$  représente le tenseur d'élasticité du milieu infini équivalent et  $\mathbb{S}^E$  le tenseur d'Eshelby ( $\mathbb{I}$  est le tenseur identité).

$$\boldsymbol{\sigma}_I = \boldsymbol{\sigma}_M + \mathbb{C}^* : (\boldsymbol{\epsilon}_M - \boldsymbol{\epsilon}_I) \quad (4.12)$$

$$\mathbb{C}^* = \mathbb{C}_0 : (\mathbb{S}^{E-1} - \mathbb{I}) \quad (4.13)$$

Le modèle auto-cohérent consiste à considérer chaque phase du matériau comme une hétérogénéité élastique dans ce milieu et à confondre milieu de référence et milieu équivalent pour le calcul du tenseur d'influence de Hill<sup>2</sup>:

$$\mathbb{C}_0 = \mathbb{C}_M \quad (4.14)$$

$\mathbb{C}_M$  est le tenseur d'élasticité du milieu. On montre (François, 1991; Daniel, 2003) que ce tenseur doit vérifier la relation autocohérente (4.15), où  $\mathbb{C}_I$  est le tenseur d'élasticité de l'inclusion et  $\langle \dots \rangle$  représente une moyenne sur l'ensemble des inclusions.

$$\mathbb{C}_M = \langle \mathbb{C}_I : (\mathbb{C}_I + \mathbb{C}^*)^{-1} : (\mathbb{C}_M + \mathbb{C}^*) \rangle \quad (4.15)$$

Cette équation permet une évaluation itérative du tenseur d'élasticité du milieu. On définit également le tenseur de localisation des déformations  $\mathbb{A}_I$  (4.16), ainsi que le tenseur de concentration de contrainte  $\mathbb{B}_I$  (4.17).

$$\mathbb{A}_I = (\mathbb{C}_I + \mathbb{C}^*)^{-1} : (\mathbb{C}_M + \mathbb{C}^*) \quad (4.16)$$

$$\mathbb{B}_I = \mathbb{C}_I : \mathbb{A}_I : \mathbb{C}_M^{-1} \quad (4.17)$$

---

<sup>2</sup> La définition du milieu équivalent n'est pas unique: d'autres définitions permettent ainsi d'accéder à des bornes du comportement (Daniel, 2004).

L'équation (4.12) peut être décomposée de manière à y intégrer les déformations de magnétostriction de l'inclusion  $\epsilon^\mu_I$  et du milieu  $\epsilon^\mu_M$ . Il suffit de décomposer les déformations totales (équations (4.18) et (4.19)) puis d'introduire les lois de comportement élastique micro et macro (Cf. équation 2.8). On obtient alors l'équation de localisation des contraintes (4.20). La contrainte dans l'inclusion devient la somme de la contrainte appliquée au milieu localisée, avec la contrainte d'incompatibilité de magnétostriction. La relation est implicite puisque la déformation de magnétostriction du milieu dépend de la contrainte. Les quelques règles d'homogénéisation concernent la contrainte (4.21), puis les déformations totale (4.22) et de magnétostriction (4.23).

$$\epsilon_I = \epsilon^e_I + \epsilon^\mu_I \quad (4.18)$$

$$\epsilon_M = \epsilon^e_M + \epsilon^\mu_M \quad (4.19)$$

$$\sigma_I = \mathbb{B}_I : \sigma_M + \mathbb{C}^* : (\mathbb{I} + \mathbb{C}^* : \mathbb{C}_I^{-1})^{-1} : (\epsilon^\mu_M - \epsilon^\mu_I) \quad (4.20)$$

$$\sigma_M = \langle \sigma_I \rangle \quad (4.21)$$

$$\epsilon_M = \langle \epsilon_I \rangle \quad (4.22)$$

$$\epsilon^\mu_M = \langle {}^T \mathbb{B}_I : \epsilon^\mu_I \rangle \quad (4.23)$$

Nous pouvons appliquer ces règles successivement au passage du domaine magnétique au grain, puis du grain au polycristal. Pour le premier passage (domaine  $\Rightarrow$  grain), l'inclusion et le milieu ont un même tenseur d'élasticité ( $\mathbb{C}_\alpha = \mathbb{C}_g = \mathbb{C}_M = \mathbb{C}_I$ ), la contrainte par domaine se simplifie selon :

$$\sigma_\alpha = \sigma_g + \mathbb{C}^g : (\mathbb{I} - \mathbb{S}_\alpha^E) : (\epsilon^\mu_g - \epsilon^\mu_\alpha) \quad (4.24)$$

Le calcul du tenseur d'Eschelby  $\mathbb{S}_\alpha^E$  pose un problème important puisque la forme supposée de l'inclusion dépend en toute rigueur de l'état magnétique (évolution de la taille et morphologie des domaines en fonction du niveau de champ). Le calcul du tenseur d'Eschelby n'est alors possible que pour des situations limites: contrainte homogène ou déformation homogène. La condition de contrainte homogène correspond à la situation où le tenseur d'Eschelby vaut l'identité. La conséquence est l'absence d'effets d'incompatibilité. Le couplage magnéto-élastique n'apparaît strictement pas; cette condition n'est donc pas acceptable. La condition de déformation homogène se traduit par un tenseur d'Eschelby nul. Cette condition fait bien apparaître le couplage mais amplifie les effets d'incompatibilité. Nous conservons cette condition à défaut de pouvoir écrire plus proprement le tenseur d'Eschelby. Le tenseur de magnétostriction du monocristal est alors obtenu en réalisant une moyenne des magnétostrictions de chacun des domaines (4.25).

$$\epsilon^\mu_g = \langle \epsilon^\mu_\alpha \rangle = \sum_\alpha f_\alpha \epsilon^\mu_\alpha \quad (4.25)$$

On peut à ce moment écrire une expression simplifiée de l'énergie élastique de chaque domaine (équation (4.26)), fonction de la contrainte appliquée au grain et de la déformation de magnétostriction du domaine considéré:

$$W_\sigma^\alpha = K(\sigma_g, \epsilon_g^\mu) - \sigma_g : \epsilon_\alpha^\mu + L(\epsilon_\alpha^\mu) \quad (4.26)$$

$$\text{avec } K(\sigma_g, \epsilon_g^\mu) = \frac{1}{2} (\sigma_g : \mathbb{C}_g^{-1} : \sigma_g) + \sigma_g : \epsilon_g^\mu + \frac{1}{2} (\epsilon_g^\mu : \mathbb{C}_g : \epsilon_g^\mu) \quad (4.27)$$

$$\text{et } L(\epsilon_\alpha^\mu) = \frac{1}{2} (\epsilon_\alpha^\mu : \mathbb{C}_\alpha : (\epsilon_\alpha^\mu - 2 \langle \epsilon_\alpha^\mu \rangle)) \quad (4.28)$$

$K(\sigma_g, \epsilon_g^\mu)$  est uniforme dans tout le grain. Ce terme n'intervient donc pas dans les déséquilibres énergétiques entre domaines.  $L(\epsilon_\alpha^\mu)$  est négligeable quand la contrainte appliquée est supérieure à la contrainte d'incompatibilité de déformation de magnétostriction. La part de couplage magnéto-élastique se réduit donc au produit  $-\sigma_g : \epsilon_\alpha^\mu$ .

Le calcul du tenseur d'Eschelby est beaucoup plus aisé lorsqu'on cherche à passer du grain au polycristal. La relation de Hill donne:

$$\sigma_g = \mathbb{B}_g : \Sigma + \mathbb{C}_g^{acc} : (\mathbf{E}^\mu - \epsilon_g^\mu) \quad (4.29)$$

$$\text{avec } \mathbb{C}_g^{acc} = \mathbb{C}^* : (\mathbb{I} + \mathbb{C}^* : \mathbb{C}_g^{-1})^{-1} \quad (4.30)$$

$$\text{et } \mathbb{C}^* = \mathbb{C}_{AC} : (\mathbb{S}_g^{E-1} - \mathbb{I}) \quad (4.31)$$

$\mathbb{C}^{acc}$  est le tenseur d'accommodation des déformations de magnétostriction.  $\mathbb{C}_{AC}$  désigne le tenseur d'élasticité autocohérent, solution de l'équation 4.15 et en théorie équivalent à  $\mathbb{C}$ . Les règles suivantes s'appliquent pour la détermination des contraintes (4.32) et déformations de magnétostriction macroscopiques (4.33):

$$\Sigma = \langle \sigma_g \rangle \quad (4.32)$$

$$\mathbf{E}^\mu = \langle {}^t\mathbb{B}_g : \epsilon_g^\mu \rangle \quad (4.33)$$

#### Localisation et homogénéisation des champs magnétiques

La localisation magnétique consiste à calculer la fonction  $h$  telle que :

$$\vec{H}_I = h(\Sigma, \vec{H}_M) \quad (4.34)$$

L'expression des champs magnétiques locaux, fonctions des expressions macroscopiques n'est pas un problème nouveau en électromagnétisme. On effectue usuellement le passage micro-macro à l'aide de l'expression du champ démagnétisant (4.35) tel que:

$$\vec{H}_I = \vec{H}_M + \vec{H}_I^d(\Sigma, \vec{H}_M, \vec{H}_I) \quad (4.35)$$

Comme le rôle d'une inclusion peut être joué successivement par le domaine ou le grain, le sens et donc l'expression du champ démagnétisant peut différer considérablement d'une expression à l'autre. Sa détermination passe par un certain nombre d'hypothèses. Nous supposons une inclusion sphérique dont le comportement magnétique est linéaire et obéit à la relation de comportement (4.36). Cette inclusion est plongée dans un milieu homogène équivalent à l'ensemble des inclusions dont le comportement magnétique est également linéaire et obéit à la relation de comportement (4.37).

$$\vec{M}_I = \chi_I \cdot \vec{H}_I \quad (4.36)$$

$$\vec{M}_M = \chi_M \cdot \vec{H}_M \quad (4.37)$$

A ces hypothèses s'ajoutent la prise en compte des relations de continuité normale de l'induction et tangentielle du champ, associé à l'expression d'un potentiel scalaire duquel le champ magnétique dérive. Si on considère d'autre part les milieux isotropes, le champ dans une inclusion est alors donné par la relation (4.38) (Daniel, 2004, 2008).

$$\vec{H}_I = \vec{H}_M + \frac{1}{3 + 2\chi_0} (\vec{M}_M - \vec{M}_I) \quad \text{signifiant que} \quad \vec{H}_I^d = \frac{1}{3 + 2\chi_0} (\vec{M}_M - \vec{M}_I) \quad (4.38)$$

$\chi_0$  est la susceptibilité du milieu équivalent. Elle peut prendre différentes valeurs en fonction des hypothèses faites sur ce milieu. Nous nous plaçons dans l'hypothèse où le milieu équivalent correspond au comportement effectif du milieu (modélisation autocohérente). Ceci correspond à  $\chi_0 = \chi_M$ . Les relations d'homogénéisation sont très simples:

$$\vec{M}_M = \langle \vec{M}_I \rangle \quad (4.39)$$

$$\vec{H}_M = \langle \vec{H}_I \rangle \quad (4.40)$$

En appliquant ces relations, combinées aux équations de comportement (4.36) et (4.37), et à l'équation de localisation (4.38), on peut définir le comportement effectif comme solution de l'équation autocohérente (4.41):

$$\chi_M = \langle \chi_I \frac{3 + 3\chi_M}{3 + \chi_I + 2\chi_M} \rangle \quad (4.41)$$

Nous choisissons d'étendre cette définition au cas non-linéaire en utilisant pour  $\chi_0$  une estimation de la susceptibilité sécante du polycristal ( $\chi_m = \|\vec{M}_M\|/\|\vec{H}_M\|$ ). Nous pouvons appliquer les règles de localisation et d'homogénéisation successivement au passage du domaine magnétique au

grain, puis du grain au polycristal. La difficulté reste néanmoins de vérifier que les hypothèses prises ont toujours un sens. Pour le premier passage (domaine  $\Rightarrow$  grain), les hypothèses d'isotropie et de forme sphérique des domaines n'ont pas de sens. A défaut de proposer une loi alternative, nous préférons nous placer dans les conditions de champ homogène (4.42). La valeur de l'aimantation par grain est une estimation fournie par le modèle (4.43).

$$\vec{H}_\alpha = \vec{H}_g \quad (4.42)$$

$$\vec{M}_g = \langle \vec{M}_\alpha \rangle = \sum_\alpha f_\alpha \vec{M}_\alpha \quad (4.43)$$

Le deuxième passage (grain  $\Rightarrow$  polycristal) est plus régulier. L'hypothèse d'inclusion sphérique est acceptable. L'équation (4.44) fournit le champ dans un grain fonction du champ macroscopique et des aimantations. Les équations (4.45) et (4.46) donnent les règles d'homogénéisation.

$$\vec{H}_g = \vec{H} + \frac{1}{3 + 2\chi_m} (\vec{M} - \vec{M}_g) \quad (4.44)$$

$$\vec{H} = \langle \vec{H}_g \rangle \quad (4.45)$$

$$\vec{M} = \langle \vec{M}_g \rangle \quad (4.46)$$

Compte tenu des simplifications réalisées suite aux hypothèses retenues de localisation et d'homogénéisation, la définition de l'énergie libre totale d'un domaine magnétique, est maintenant donnée par l'équation (4.47) :

$$W^\alpha = -\mu_0 \vec{M}_\alpha \cdot \vec{H}_g - \sigma_g : \epsilon_\alpha^\mu + K_1(\gamma_1^2 \gamma_2^2 + \gamma_2^2 \gamma_3^2 + \gamma_3^2 \gamma_1^2) + K_2(\gamma_1^2 \gamma_2^2 \gamma_3^2) \quad (4.47)$$

#### 4.2.4 Comparaisons essais/modèle

On établit dans ce paragraphe les résultats numériques qui permettent de confronter le modèle multi-échelle à l'expérience. Les données utilisées sont les données de texture issues des mesures EBSD (ou un pavage sphérique régulier de 546 orientations pour les matériaux isotropes- Daniel (2008)), les constantes physiques propres au matériaux testés (tirés de la littérature<sup>3</sup>), la constante  $A_s$  identifiée à partir d'une mesure de susceptibilité initiale.

On trouvera dans les références bibliographiques associées à ce travail un grand nombre de comparaisons essais-modèles. Nous ne reprenons ici que quelques résultats significatifs.

La figure 4.1 montre une comparaison entre essai et simulation multiéchelle de la variation du module d'Young et du coefficient de Poisson du Fe-3%Si NO en fonction de l'orientation de prélèvement de l'échantillon<sup>4</sup>. Les valeurs obtenues pour les coefficients élastiques concordent entre expérience et calcul. L'anisotropie élastique du matériau est correctement décrite par le modèle autocohérent utilisé. Les valeurs obtenues pour le module d'Young par le calcul autocohérent surestiment d'environ 5% les données expérimentales. L'anisotropie du comportement magnétique est également bien décrite par le modèle multiéchelle.

La figure 4.2a montre une comparaison entre essai et simulation multiéchelle du comportement magnétique du ferrite Ni-Zn soumis à une contrainte uniaxiale. Essais et simulations sont en bon accord. Il en va de même en ce qui concerne les comportements magnétostrictifs longitudinaux (figure 4.2b), transversaux (figure 4.2c) et l'effet  $\Delta E$  (figure 4.2d) (Daniel, 2007).

La figure 4.3 montre les résultats de la simulation multiéchelle du comportement du fer-cobalt soumis à un état de contrainte biaxial. Il s'agit d'une représentation en susceptibilité normée sécante  $\chi_n^{mod}$ , comparable avec la susceptibilité normée sécante expérimentale tracée figure 3.15 (mêmes amplitudes de contrainte, même champs). On observe là encore qu'essais et simulations sont en bon accord (Hubert, 2007).

Notons que certaines comparaisons essais-modèle ne donnent pas d'aussi bons résultats: les figures 4.4a et 4.4b permettent de comparer essais et modèle pour le comportement magnétostrictif longitudinal du Fe-3%Si NO mesuré dans les sens DL et DT. La forte anisotropie est mal restituée par le modèle; le sens de variation est même inversé. On s'aperçoit que la qualité de la modélisation dépend en particulier du format dans lequel le matériau est livré (le format "massif" pose beaucoup moins de problèmes), du couplage entre texture et anisotropie du comportement monocristallin (le Fe-Co-2%V est très texturé mais peu anisotrope, le Fe-3%Si NO est peu texturé mais anisotrope) et du comportement qu'on souhaite modéliser (les comportements couplés - magnétostriction, effet

3. Certaines procédures ont dû être mise en place de manière à évaluer des données manquantes telles que les constantes d'élasticité des monocristaux (Daniel, 2003; Vieille, 2007).

4. En ce qui concerne le modèle, Il s'agit d'un simple post-traitement du tenseur d'élasticité autocohérent.

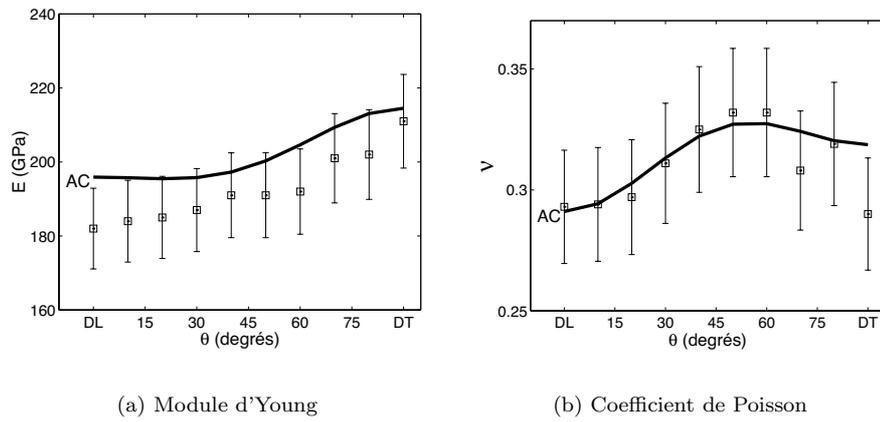


Figure 4.1 – Evolution des coefficients élastiques suivant différentes directions du plan de tôle - Fe-3%Si NO - Expérience (points) et modèle.

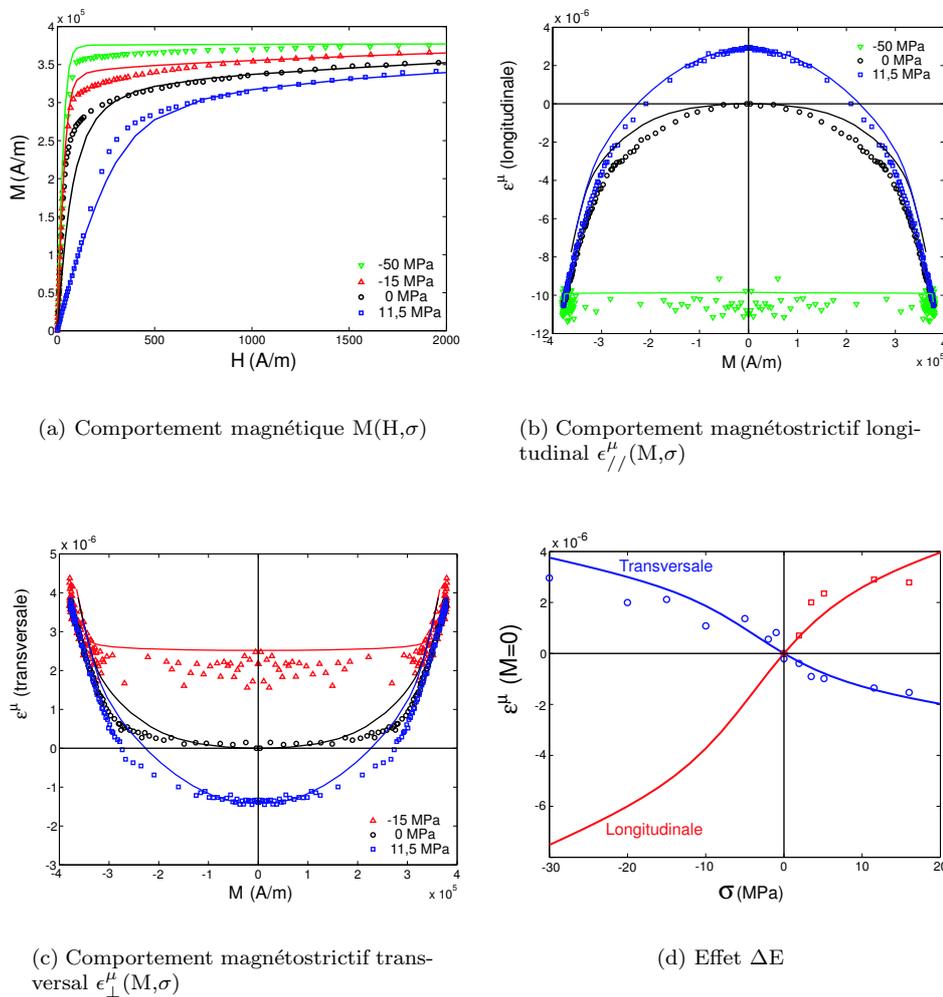


Figure 4.2 – Comparisons essais-modèle multiéchelle pour la ferrite Ni-Zn.

$\Delta E$ - sont beaucoup plus difficiles à modéliser que les comportements découplés). On s'aperçoit que derrière chaque difficulté se cache le concept d'état initial de la microstructure (magnétique), piloté par un ou plusieurs facteurs d'anisotropie macroscopiques, liés à la forme et/ou au procédé de fabrication du matériau. Nous proposons à ce sujet quelques éléments de discussion dans la partie suivante.

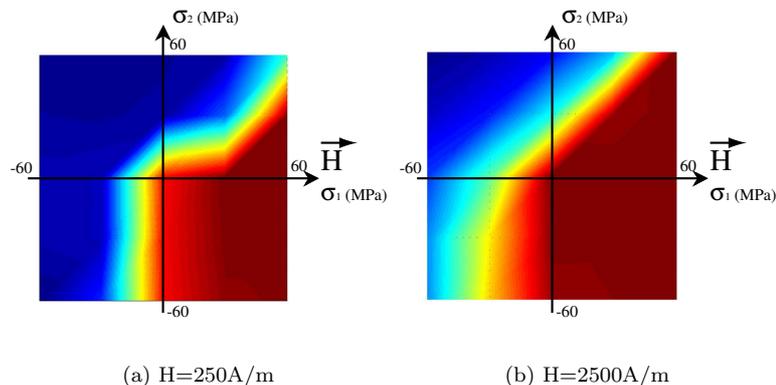


Figure 4.3 – Evolution de la susceptibilité normalisée sécante modèle  $\chi_n^{mod}$  dans le plan des contraintes - modèle multiéchelle.

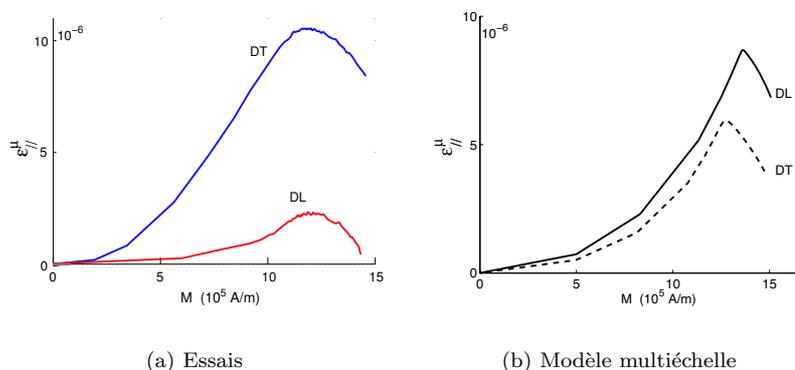


Figure 4.4 – Comportement magnétostrictif du Fe-3%Si NO en fonction de l'orientation.

### 4.3 Facteurs d'anisotropies et intégration à la modélisation multiéchelle

Le modèle est construit de telle sorte que l'anisotropie macroscopique prédite résulte de la combinaison de l'anisotropie monocristalline et de la texture cristallographique. Ces éléments suffisent pour décrire correctement l'anisotropie des comportements magnétique et mécanique. Ils sont insuffisants pour expliquer les effets d'anisotropie de magnétostriction. Dans cette partie, nous tentons d'identifier d'autres sources potentielles d'anisotropie, principalement d'origine macroscopique.

#### 4.3.1 Effet de surface

Une fois le comportement du VER caractérisé, la dernière échelle à atteindre est celle de la structure. A cette échelle, la géométrie des pièces prend une place fondamentale dans la résolution des équations d'équilibre. Ainsi, les surfaces libres d'une tôle créent un effet "macroscopique" qui ne peut être décrit par le modèle dans sa forme actuelle compte tenu de l'hypothèse majeure de milieu infini. Prendre en compte des conditions limites de ce type est loin d'être simple. Une méthode consiste à tout d'abord identifier la nature de l'effet de structure, afin d'introduire ensuite une formulation admissible directement dans la loi de comportement (à l'échelle des domaines).

On note  $\phi$  la taille de grain moyenne d'un polycristal, et  $e$  l'épaisseur de la tôle considérée, le rapport  $(e/\phi)$  définit le nombre moyen de grains dans l'épaisseur de la tôle. Plus ce nombre est faible, plus la surface libre jouera un rôle. Le Fe-3%Si GO à grains centimétriques est un excellent candidat pour mettre en évidence ce type de phénomène<sup>5</sup>. Il suffit d'ailleurs d'observer la distribution en domaines magnétiques de la figure 2.3a: on se rend compte immédiatement que cette distribution ne correspond pas à des fractions volumiques de 1/6 par famille de domaines prévue

5. On reprend ici les principaux résultats d'une publication en cours d'expertise (Hubert & Daniel, 2008). Notons qu'un banc de mesures spécifique a dû être développé pour le besoin.

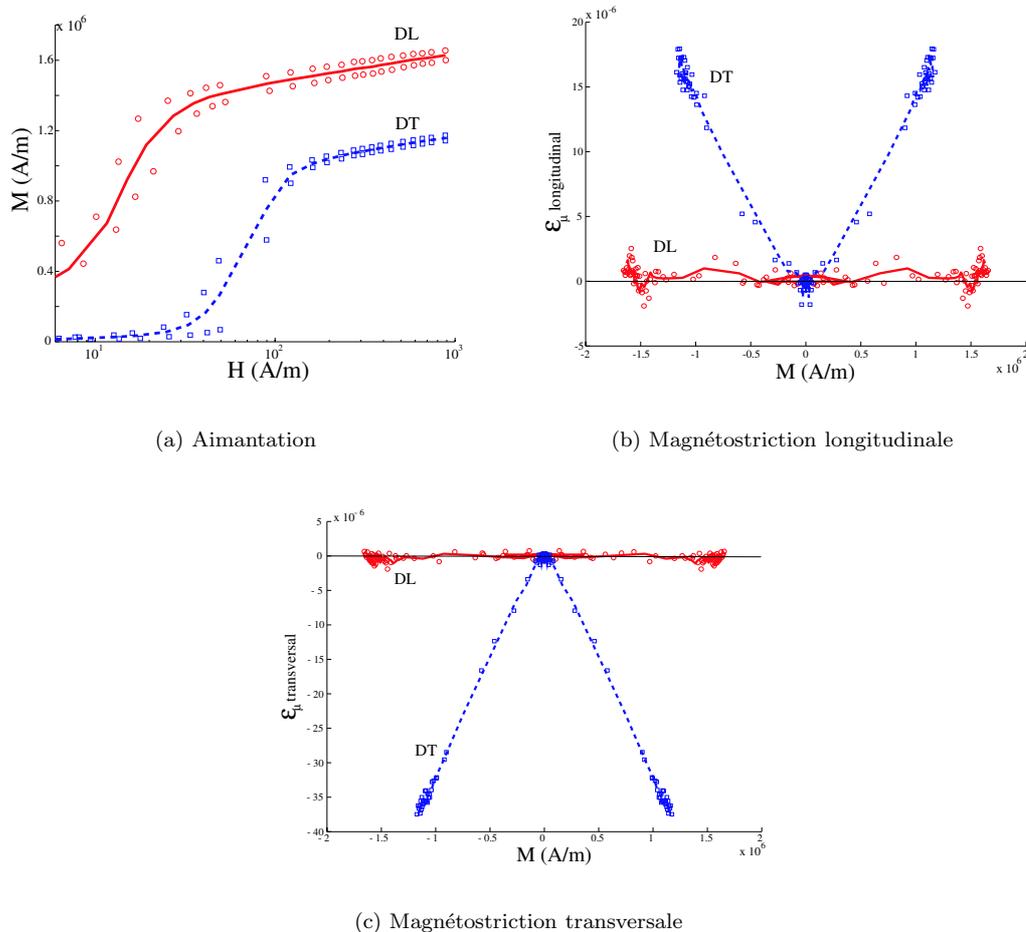


Figure 4.5 – Mesure du comportement anhystérétique du Fe-3%Si GO, sens DL (trait plein) et DT (pointillés).

par le modèle pour ce matériau<sup>6</sup>.

#### Observations expérimentales et confrontations au modèle

La figure 4.5a montre les courbes d'aimantation anhystérétiques du matériau dans la direction du laminage et dans la direction transversale. Les échelles du VER et du grain sont proches: ceci explique la dispersion représentée par les points autour des courbes moyennes. L'anisotropie est fortement marquée, particulièrement à bas champ. Les mesures de magnétostriction anhystérétique longitudinale sont reportées figure 4.5b; les mesures transversales figure 4.5c. En raison de la très faible amplitude de la déformation, de la sensibilité de la magnétostriction aux contraintes, et de la grande taille des grains, plusieurs mesures ont été effectuées sur différents échantillons. La magnétostriction est très fortement anisotrope puisque son amplitude le long de DL est proche de zéro. Elle atteint  $18.10^{-6}$  pour DT transversal et  $-37.10^{-6}$  pour DT longitudinal<sup>7</sup>.

Les résultats expérimentaux obtenus sont en très bon accord avec ceux de la littérature en ce qui concerne les courbes d'aimantation et la magnétostriction longitudinale (on peut citer à titre d'exemple les travaux de Ban (1996) et de Ushigami (2003)). Peu de résultats sont disponibles concernant le comportement magnétostrictif lorsque le champ est appliqué le long de DT: nous ne trouvons que les observations du Sheiko (1996) dont les résultats sont en bonne conformité avec les nôtres.

Les figures 4.6a et 4.6b montrent les résultats du modèle multiéchelle concernant les courbes d'aimantation et la magnétostriction le long de DL<sup>8</sup>. On constate un écart important avec l'expérience. Ces résultats sont néanmoins en très bon accord avec ceux de la littérature qui rapportent le com-

6. On dénombre plusieurs tentatives de modélisations spécifiques du comportement du Fe-3%Si GO. Citons à titre d'exemple les travaux de (Fiorillo, 2002).

7. On explique assez bien ces résultats d'un point de vue théorique, voir (Hubert & Daniel, 2008).

8. On utilise pour ce calcul le fichier d'orientations correspondant à la mesure EBSD de la figure 3.3b et les constantes mécaniques et magnétiques du fer à 3% de silicium.

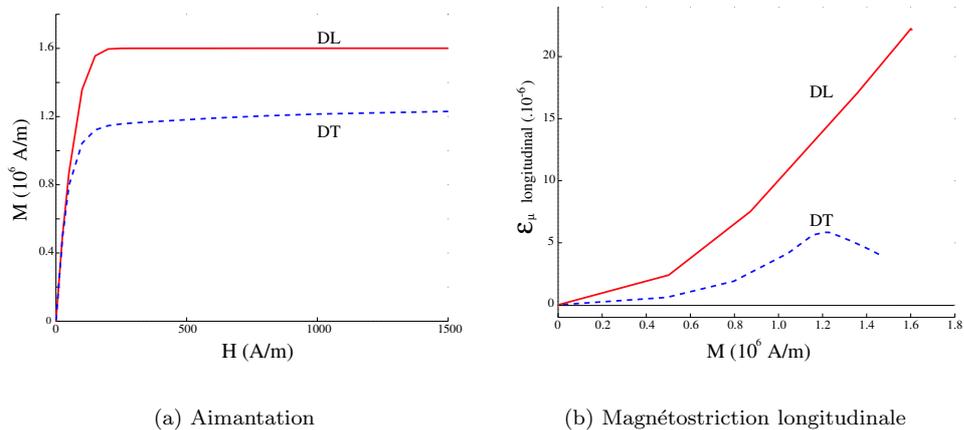


Figure 4.6 – Résultats du modèle multiéchelle dans sa configuration "milieu infini".

portement de monocristaux de Fe-3%Si (Cullity, 1972)<sup>9</sup>. L'hypothèse de milieu infini conduit en effet à une valeur identique de l'énergie de chaque domaine en l'absence d'un chargement extérieur. Dans chaque grain, les fractions volumiques sont donc approximativement identiques et égales à 1/6: on modélise le comportement d'un monocristal et non celui d'un Fe-3%Si GO.

#### Implantation d'un effet de surface démagnétisant

La texture de GOSS idéale définit deux familles de domaines appartenant au plan de tôle et quatre familles orientées à 45° au dessus ou en dessous du plan de tôle. Ces quatre familles sont associées à une aimantation émergente dans un milieu amagnétique (l'air). Cette configuration génère un champ démagnétisant qui tend à s'opposer à ces aimantations<sup>10</sup>(Du Trémolet de Lacheisserie, 2002; Squire, 1996). Nous proposons de prendre en compte cet effet en ajoutant un terme d'énergie de surface (équation 4.48) à l'énergie potentielle d'un domaine (équation 4.8).

$$W_S^\alpha = N_s(\vec{\gamma}^\alpha \cdot \vec{e}_3)^2 \quad (4.48)$$

$\vec{e}_3$  indique la normale au plan de tôle (repère macroscopique  $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$  tel que  $\vec{e}_1//DL$  et  $\vec{e}_2//DT$ );  $N_s$  est un facteur qui définit le niveau maximal de l'énergie de surface. Cette énergie agit comme un terme d'anisotropie macroscopique uniaxiale. Il est possible de généraliser aux trois axes<sup>11</sup>. On obtient:

$$W_S^\alpha = C({}^t\vec{\gamma}^\alpha \cdot \mathbf{N} \cdot \vec{\gamma}^\alpha) \quad (4.49)$$

Où  $\mathbf{N}$  est une matrice d'anisotropie a-dimensionnelle, et  $C$  une constante ( $J \cdot m^{-3}$ ). Cette matrice est diagonale dans le repère macroscopique. Notons que l'anisotropie de forme a été examinée par de nombreux auteurs (Bozorth, 1951; Cullity, 1972; Chikazumi, 1997). Les termes de la matrice peuvent ainsi être calculés analytiquement si certaines hypothèses sont faites sur le comportement (supposé la plupart du temps linéaire), sur les aimantations environnantes (supposées la plupart du temps nulles) et sur la forme (supposée la plupart du temps ellipsoïdale). Il est possible de trouver dans Gersdorf (1960) un cadre pour l'évaluation de  $\mathbf{N}$ . Nous proposons de définir les termes  $N_{ii}$  de la manière la plus simple:  $N_{ii} = \bar{\phi}_g/L_i$ , où  $\bar{\phi}_g$  est la taille moyenne des grains, et  $L_i$  la dimension caractéristique de l'éprouvette dans la direction  $\vec{e}_i$ .

On peut par ailleurs faire apparaître formellement l'énergie de surface dans l'expression de l'énergie magnétostatique. Nous devons d'abord considérer que l'hypothèse d'homogénéité du champ ( $\vec{H}_\alpha = \vec{H}_g$ ) n'est plus valable. Ainsi, la matrice d'anisotropie peut être introduite dans l'expression de localisation du champ (4.50).  $C_0$  est une constante adimensionnelle. On simplifie l'expression en considérant que le champ par domaine ne dépend pas de l'aimantation du grain (4.50). Cela revient à considérer que l'aimantation à l'échelle du grain est négligeable devant l'aimantation d'un domaine. Il s'agit là d'une hypothèse forte, valable théoriquement à champ (par grain) nul ou suffisamment faible. La nouvelle définition du champ magnétique local conduit à une nouvelle

9. Cette différence entre le comportement dans les mêmes directions du GO et du monocristal a déjà été notée par Weiser (2000).

10. un tel phénomène peut affecter les domaines principaux lorsque ceux-ci présentent une légère désorientation par rapport au plan; il donne naissance aux figures en lancettes ou sapin (Hubert & Schäfer, 1998; Ushigami, 2003; Hug, 1995).

11. le terme démagnétisant suivant l'axe  $\vec{e}_3$  est bien évidemment dominant.

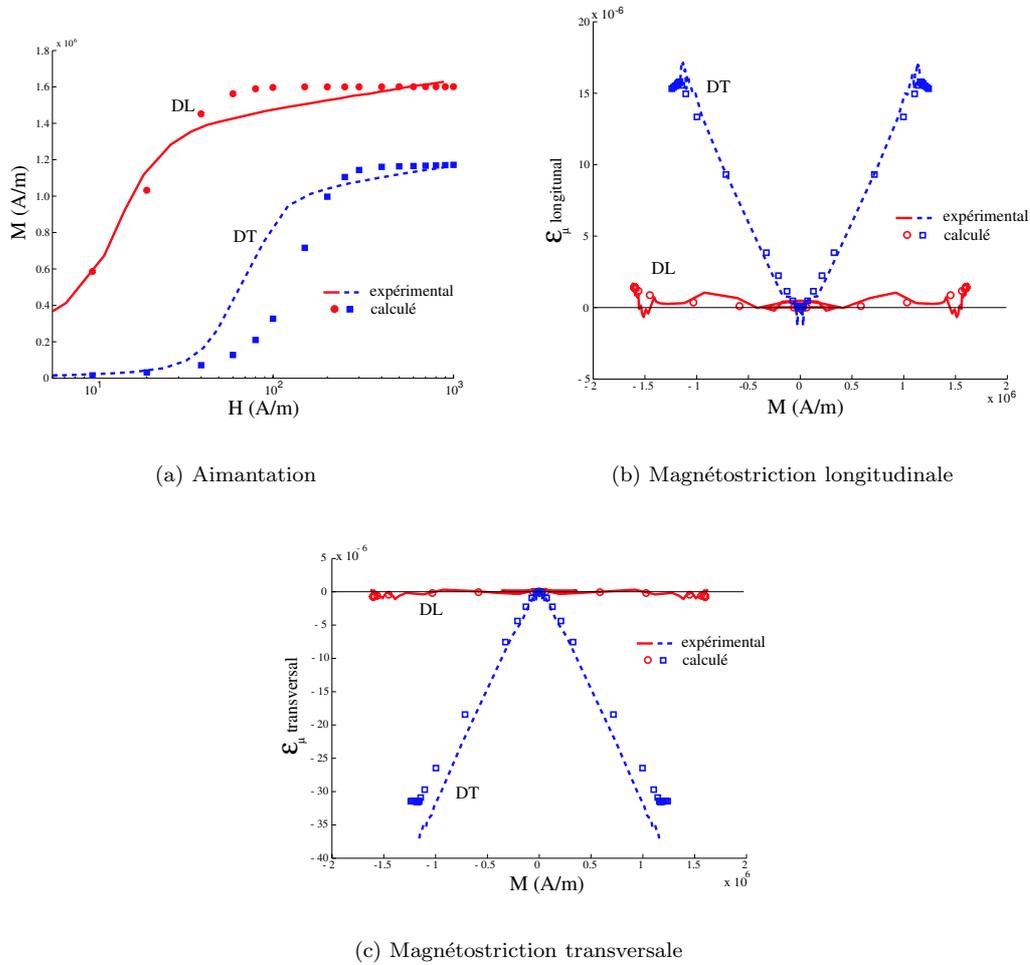


Figure 4.7 – Comparaisons modèle-essais, avec énergie de surface - Fe-3%Si GO, sens DL (trait plein) et DT (pointillés).

définition de l'énergie magnétostatique où l'énergie de surface apparaît naturellement (4.51). La constante  $C$  dans l'équation (4.49) est égale à  $\mu_0 C_0 M_\alpha^2 \approx \mu_0 C_0 M_s^2$ .

$$\vec{H}_\alpha = \vec{H}_g + C_0 \mathbf{N}(\vec{M}_g - \vec{M}_\alpha) \approx \vec{H}_g - C_0 \mathbf{N} \cdot \vec{M}_\alpha \quad (4.50)$$

$$W_H^{\alpha'} = -\mu_0 \vec{H}_\alpha \cdot \vec{M}_\alpha = -\mu_0 \vec{H}_g \cdot \vec{M}_\alpha + \mu_0 C_0 (\mathbf{N} \cdot \vec{M}_\alpha) \cdot \vec{M}_\alpha = W_H^\alpha + W_S^\alpha \quad (4.51)$$

Les figures 4.7a, 4.7b et 4.7c montrent des comparaisons entre les essais et le modèle dans sa nouvelle configuration<sup>12</sup>. On observe un bon accord général: en ce qui concerne l'aimantation, l'effet de surface permet de modéliser beaucoup plus fidèlement la susceptibilité initiale; l'influence de l'effet de surface sur la magnétostriction se traduit par une complète inversion des comportements suivant DL et DT; la modélisation restitue parfaitement le comportement longitudinal. L'écart entre modèle et expérience est plus élevé pour le comportement DT dans le sens transversal<sup>13</sup>.

L'effet de surface s'applique en théorie à toutes les tôles, quelque soit la taille de grain. Son influence diminue quand la taille de grain diminue; l'effet dépend, a priori, également de la "profondeur" du grain considéré dans la tôle. La référence (Daniel & al., 2004) rapporte ainsi la conséquence de l'effet de surface sur le Fe-3%Si NO: la modélisation de l'anisotropie magnétostrictive n'est que peu modifiée comparé au modèle standard (Cf. paragraphe 4.2.4 et figure 4.4) compte tenu d'un

12. Pour le Fe-3%Si GO, on estime la valeur de  $N_s$  à environ  $400 \text{ J} \cdot \text{m}^{-3}$ . On trouvera dans Hubert & Daniel (2008) l'ensemble des autres données numériques ayant servi aux calculs.

13. On constate ainsi que le résultat expérimental viole les valeurs à la saturation théoriques. Cette observation semble prouver que les constantes magnétostrictives que nous avons utilisées, et en particulier  $\lambda_{100}$ , sont peut être surestimées. Ceci peut être dû à une légère différence de composition entre le Fe-3%Si GO utilisé pour les expériences et les Fe-3%Si de la littérature.

facteur  $\bar{\phi}_g/L_i$  faible, et l'accord avec le comportement expérimental toujours médiocre<sup>14</sup>. La tendance est cependant la bonne. Ceci signifie que la "quantité" de domaines orientés suivant DL est probablement plus importante que suivant les autres directions pour ce matériau.

### 4.3.2 Définition de l'état initial: autres mécanismes

Les autres mécanismes intervenant dans la définition de l'état initial sont intimement liés au procédé de fabrication des matériaux. Comme on l'a vu, le modèle multiéchelle permet de rendre compte fidèlement du comportement des matériaux massifs. Seul le format tôle, associé aux étapes de laminage et de recuit semble réellement affecté: il s'agit de voir d'une part, par quel biais ce procédé peut induire une distribution différente des fractions volumiques, et d'autre part, comment le prendre en compte efficacement dans le modèle. Les mécanismes que nous proposons d'observer sont des mécanismes associés au traitement thermique<sup>15</sup>.

#### Contraintes résiduelles d'origine thermique

Une contrainte est susceptible de modifier la configuration magnétique à l'état désaimanté, même dans le cas où aucune sollicitation macroscopique n'est appliquée: il suffit d'observer la règle de localisation de la contrainte d'un milieu équivalent  $M$  à une inclusion  $I$  donnée par l'équation (4.12).  $\sigma_I$  peut exister même pour  $\sigma_M = \mathbf{0}$ . Cela dépend du tenseur d'influence de Hill et des déformations potentiellement incompatibles contenues dans l'expression des déformations totales.

La contrainte peut d'abord avoir une origine purement thermique: considérons une refroidissement d'amplitude  $\Delta T^\circ\text{C}$  (correspondant par exemple au refroidissement d'un matériau après recuit) d'un matériau texturé et initialement sans contrainte (à la température de recuit), la déformation libre d'un grain vaut  $\epsilon_g^T = -\zeta\Delta T\mathbf{I}$  ( $\zeta$ : coefficient de dilatation thermique - supposée isotrope). On note  $\mathbf{E}^T$  la déformation thermique macroscopique. On estime la contrainte par grain de manière analogue à la formulation magnéto-mécanique, c'est à dire:

$$\sigma_g = \mathbb{B}_g : \Sigma + \mathbb{C}_g^{acc} : (\mathbf{E}^T - \epsilon_g^T) \quad (4.52)$$

avec  $\Sigma = \mathbf{0}$ . La déformation macroscopique doit vérifier:  $\mathbf{E}^T = \langle {}^t\mathbb{B}_g : \epsilon_g^T \rangle$ . La texture combinée à la nature anisotrope (cubique) du comportement élastique de chaque grain implique que  $\mathbb{B}_g$  est différent du tenseur d'identité: cela signifie que  $\mathbf{E}^T \neq \epsilon_g^T$  et que  $\sigma_g$  est a priori différent de  $\mathbf{0}$ . Appliqué au Fe-3%Si NO recuit à 800°C, on montre que l'amplitude des contraintes est faible (de l'ordre de 0,1MPa), trop faible pour avoir une influence sensible sur le comportement magnétostrictif.

Un autre mécanisme d'origine thermique peut être identifié: lorsqu'on laisse refroidir un matériau après un traitement thermique, les moments magnétiques s'organisent à partir de la température de Curie. Les domaines se forment. La déformation de magnétostriction d'un domaine est par nature incompatible ( $tr(\epsilon_\alpha^\mu) = 0$ ), elle génère donc un état de contrainte, donnée par l'équation 4.53. Pour un fer-silicium, l'intensité de la contrainte est de l'ordre de 5MPa. Cette valeur n'est pas négligeable. Compte tenu de la symétrie cubique d'un grain, la contrainte est théoriquement la même quelque soit le domaine considéré. L'énergie élastique est donc identique dans tous les domaines d'un grain. Cette absence de déséquilibre conduit à une distribution équiprobable des domaines (à 1/6 pour le fer-silicium). La déformation de magnétostriction moyenne par grain est en conséquence nulle, tout comme la déformation de magnétostriction macroscopique. Le comportement magnétostrictif n'est donc pas modifié.

$$\sigma_\alpha = -\mathbb{C}_g : \epsilon_\alpha^\mu \quad (4.53)$$

On ne retrouve pas dans la pratique une telle structure. La distribution initiale de domaines s'effectuant à haute température, ce sont les mécanismes considérés habituellement de second ordre qui sont amenés à piloter la distribution. L'effet de surface (supérieure, inférieure et latérale gauche et droite) combiné à la texture cristallographique favorise la nucléation de domaines orientés dans

14. A noter que cette étude a été l'occasion de mettre en évidence une légère évolution de texture entre la surface et le coeur du matériau. Une telle évolution de texture est due à des gradients de déformation plastique au cours de la mise en forme par laminage à froid (skin-pass) avant recuit de recristallisation. On peut évaluer l'influence d'un tel gradient sur le comportement magnéto-mécanique en construisant une fonction d'orientation équivalente et en l'introduisant dans le modèle multiéchelle. Les résultats obtenus font apparaître une influence assez faible de ce gradient quelque soit la propriété observée (y compris la magnétostriction). Un tel effet reste néanmoins à prendre en compte, en particulier dans la manière dont la fonction d'orientation représentative du matériau doit être construite.

15. L'importance de l'état initial a été souligné entre autres par Cullity (1972) et plus récemment dans un ouvrage collectif traitant des applications du magnétisme (Ishikawa & Miura, 1991). Les auteurs soulignent ainsi l'importance de l'"histoire du matériau" dans toute sa complexité et l'extrême sensibilité de la magnétostriction.

la direction du laminage (Hubert, 2003); on peut imaginer que cette configuration se propage de voisins en voisins jusqu'au coeur du matériau, grâce à des mécanismes coopératifs de grains à grains dont les forces motrices sont les effets de voisinage démagnétisants combinés aux contraintes intergranulaires<sup>16</sup>.

Description de l'anisotropie de distribution des domaines : mise en place d'une énergie de configuration

La détermination analytique de l'état initial à partir des mécanismes identifiés ci-dessus n'est pas envisageable actuellement. Nous disposons cependant d'informations concernant la forme "admissible" de cet état initial à travers les mesures magnéto-mécaniques réalisées: on sait que l'état initial est constitué d'une fraction volumique plus importante de domaines orientés suivant la direction du laminage, respectant  $\sum f_\alpha = 1$  et  $\langle f_\alpha \vec{M}_\alpha \rangle = \vec{0}$ . Pour obtenir un tel état admissible, nous devons mettre en place une énergie de configuration à l'image de l'énergie de surface. Cette énergie doit intervenir directement dans l'expression du potentiel de chaque domaine (équation 4.8). L'équation 4.54 donne la forme choisie. Il s'agit d'une énergie d'anisotropie uniaxiale d'axe (DL).

$$W_C^\alpha = -K_c \cdot {}^t\vec{\gamma}^\alpha \cdot \mathbf{Q} \cdot \vec{\gamma}^\alpha \quad (4.54)$$

La matrice de configuration  $\mathbf{Q}$  a-dimensionnelle est choisie la plus simple possible:  $\mathbf{Q} = \vec{e}_1 \otimes \vec{e}_1$ . La constante  $K_c$  indique la valeur maximale de l'énergie de configuration. Pour le Fe-3%Si NO, cette valeur est identifiée à  $280\text{J}\cdot\text{m}^{-3}$ <sup>17</sup>. Les figures 4.8a et 4.8b permettent de comparer essais et modèle pour le comportement magnétostrictif du Fe-3%Si NO. On constate un bon accord, aussi bien pour les mesures longitudinales que transversales. L'énergie de configuration a conduit à une inversion de l'ordre des déformations suivant DL et DT.

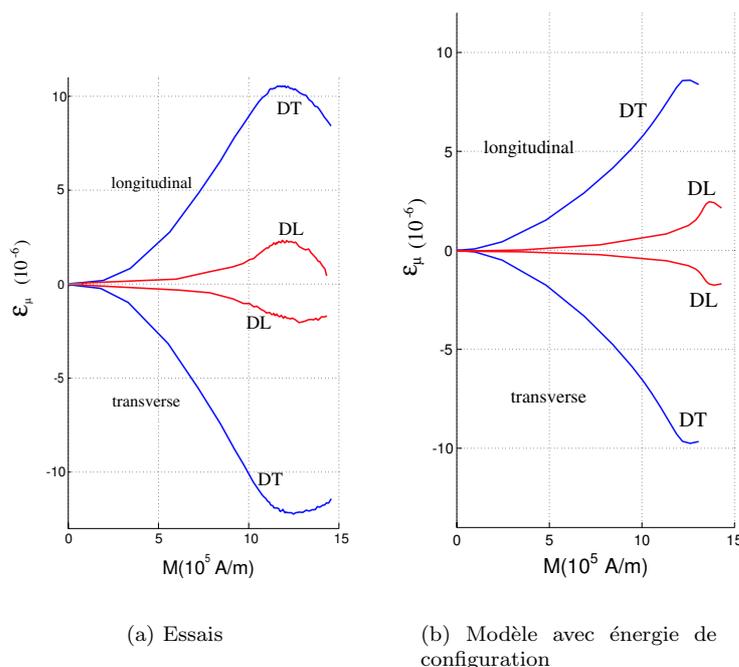


Figure 4.8 – Comportement magnétostrictif du Fe-3% Si NO suivant DL et DT.

L'état initial est un paramètre essentiel dans la description de l'anisotropie du comportement magnéto-élastique. Sa détermination analytique est un objectif loin d'être atteint même si on parvient à contourner la difficulté grâce à des artifices de modélisation tels que l'énergie de configuration. Notons finalement que l'utilisation de ce terme énergétique interdit celui de l'énergie de surface, sous peine de comptabiliser deux fois le même phénomène. On remarque ainsi que l'utilisation de l'énergie de configuration pour le Fe-3%Si GO conduit au même résultat qu'avec l'énergie de surface en utilisant la valeur de  $K_c$  identifiée sur le Fe-3%Si NO.

16. Quand les fractions volumiques ne valent plus 1/6,  $e_g^\mu \neq \mathbf{0} \neq \mathbf{E}^\mu$ . Une contrainte résiduelle apparaît. Elle pousse les autres grains à adopter la même configuration en domaine; d'où un effet coopératif macroscopique.

17. Cette valeur correspond approximativement à un champ magnétique de 140A/m ou à une contrainte de traction de 8MPa (suivant DL). On retrouve un ordre de grandeur proche de la contrainte d'incompatibilité d'un domaine magnétique dans un milieu rigide.

## Chapitre 5

# Mesure et modélisation multiéchelle de l'influence de la plasticité sur le comportement magnéto-élastique

L'ensemble des sollicitations mécaniques subies par un matériau magnétique est susceptible de modifier sa microstructure et par conséquent son état initial au sens du modèle multiéchelle magnéto-mécanique. La déformation plastique entre dans ce cadre. Son effet sur les propriétés magnétiques est un phénomène maintenant assez bien connu (Bozorth, 1951). Il a fait l'objet de nombreuses études, ayant pour motivation la recherche de l'impact, des découpes lors de la mise en forme finale (Hribernik, 1982; Matsumura & Fukuda, 1990; Hubert & Hug, 1995; Ossart, 2000) ou lors d'un refendage (Schmidt, 1976) des tôles de machines électriques, du laminage à froid type skin-pass (Hou, 1994; Küpferling, 2007), ou encore de l'enroulement de tôles sur rouleaux de faible rayon de courbure (Hubert & al., 2005). La plupart des travaux utilisent des échantillons prélevés ou plastifiés par traction uniaxiale pour les mesures sur VER. Les matériaux rencontrés sont très divers même si la grande majorité des études porte sur les alliages de fer-silicium.

L'étude expérimentale de l'influence de la plasticité sur le comportement magnétique a constitué mon travail de thèse de doctorat. La recherche d'une modélisation adéquate est un travail beaucoup plus récent qui ponctue cette thèse d'habilitation. La méthode retenue est adaptée pour l'instant aux faibles niveaux de déformation plastique: on introduit dans le modèle multiéchelle un champ de contraintes résiduelles représentatif de l'état plastifié. Aucune modification du modèle n'est requise. L'estimation des contraintes résiduelles de type intergranulaires se fait par l'intermédiaire d'un modèle de plasticité microcristalline.

### 5.1 Caractérisation de l'état mécanique plastifié

Les résultats présentés dans cette partie concernent majoritairement le comportement du Fe-3%Si NO dont la déformation plastique est obtenue par traction. On trouve dans la littérature des résultats comparables pour les aciers, les alliages FeCo, le Fe-3%Si GO ou encore le Nickel. La plasticité est également obtenue par traction uniaxiale.

#### 5.1.1 Caractérisation macroscopique

##### Essai de traction uniaxiale

La figure 5.1 présente le comportement mécanique en traction du Fe-3%Si NO dans le sens DL ( $\dot{\epsilon}=1,33.10^{-3}s^{-1}$ ). Ce comportement est typique d'un alliage de fer à bas taux de carbone. Il est caractérisé par une limite supérieure d'élasticité  $\sigma_e$  suivie d'un bref décrochement de contrainte d'amplitude plus ou moins prononcée en fonction des vitesses de sollicitation et caractéristique d'une instabilité plastique. L'instabilité est reproductible et ne s'accompagne pas de palier. Ces éléments plaident en faveur d'un phénomène macroscopiquement homogène, comme cela a depuis été confirmé à l'aide de mesures de champs. Le durcissement d'écrouissage se poursuit jusqu'à la contrainte maximale  $\sigma_{max}$ .

L'évolution de la contrainte en fonction de la déformation s'effectue en trois stades correspondant approximativement à des transitions de pente du comportement  $d\sigma/d\epsilon_p$ . Le premier stade correspond à une augmentation rapide de  $d\sigma/d\epsilon_p$  peu après le décrochement. Le deuxième stade apparaît autour de  $\epsilon_p = 0,02/0,03$ ,  $d\sigma/d\epsilon_p$  diminue linéairement. Une transition dans les mécanismes de déformation plastique s'opère aux alentours de  $\epsilon_p = 0,08$ , qui correspond au début du troisième stade,  $d\sigma/d\epsilon_p$  diminue alors de manière plus modérée jusqu'à la striction (autour de  $\epsilon_p=0,2$ ).

##### Identification de l'écrouissage cinématique

On partitionne généralement l'écrouissage d'un matériau en trois contributions (équation 5.1): la limite d'élasticité  $\sigma_e$  décrivant la surface de charge initiale du matériau, l'écrouissage isotrope,

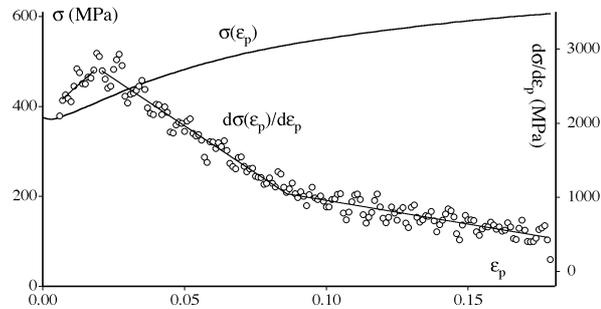


Figure 5.1 – Comportement mécanique en traction du Fe-3%Si NO; tracé simultané du taux de consolidation  $d\sigma/d\varepsilon_p$ .

caractérisé par la variable scalaire  $R$  et représentatif du gonflement de la surface de charge du matériau (on nomme "contrainte effective"  $\sigma_{\text{eff}}$  la somme de  $R$  et  $\sigma_e$ ; l'écroissage cinématique, caractérisé par la variable tensorielle  $\mathbf{X}$ , est représentatif du déplacement de la surface de charge du matériau dans l'espace des contraintes en cours d'essai (Lemaitre, 1985; François, 1991). On corrèle généralement la variable d'écroissage cinématique à l'intensité des contraintes internes<sup>1</sup> (François, 1991; Hubert, 1998; Feaugas, 1999).

$$\boldsymbol{\sigma} = (\sigma_e + R)\mathbf{I} + \mathbf{X} = \sigma_{\text{eff}}\mathbf{I} + \mathbf{X} \quad (5.1)$$

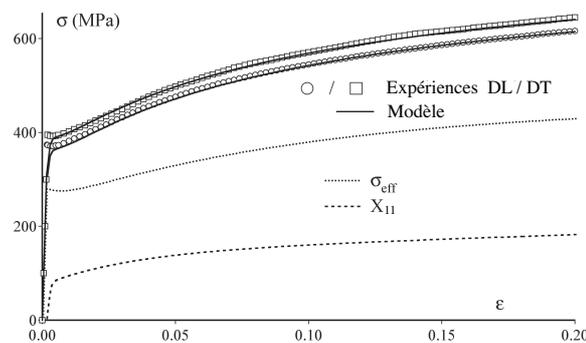


Figure 5.2 – Partition de l'écroissage en traction du Fe-3%Si NO: évolutions respectives de  $\sigma_{\text{eff}}$  et  $X_{11}$ .

La figure 5.2 montre l'évolution de  $\sigma_{\text{eff}}$  et  $X_{11}$  ( $\vec{e}_1$  est la direction de traction // DL) en fonction de la déformation plastique lors de l'essai de traction. Le début de la déformation plastique s'accompagne d'une augmentation très rapide des contraintes internes. L'écroissage cinématique atteint environ 100MPa dès  $\varepsilon_p = 0,005$ . Il continue ensuite à croître beaucoup plus modérément<sup>2</sup>. Ce résultat a été depuis confirmé par Iordache (2003), sur le même matériau. Un mécanisme similaire intervient pour le fer-cobalt (Hug, 2000; Iordache, 2004).

### 5.1.2 Caractérisation microscopique

Les observations micrographiques et microstructurales nous permettent d'identifier les mécanismes qui sont à l'origine de l'apparition et de l'évolution des contraintes internes.

Les premiers stades de la déformation plastique correspondent à une plasticité localisée de certains grains. Elle se caractérise par l'apparition de nombreuses et fines lignes de glissement parallèles (voir figure 5.3a). Cette plasticité est initialement pilotée par le mouvement des segments non-vis des dislocations (Mughrabi, 1976) particulièrement sensible à la présence de solutés, qui augmentent la force de friction de réseau (Nabarro, 1967). Le décrochement de contrainte est dû à la baisse de la limite d'écoulement des grains quand les dislocations s'échappent des atmosphères

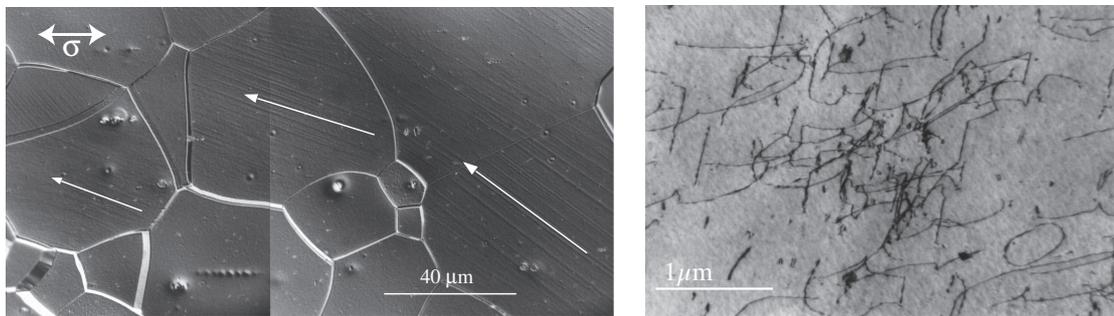
1. Cette mesure requiert la réalisation d'essais alternés. Nous avons utilisé un alliage plus épais de Fe-3%Si (épaisseur de 3mm). Il a été élaboré de manière à être mécaniquement comparable au Fe-3%Si de 0,5mm d'épais. Ce matériau est ensuite sollicité en traction-compression. La deuxième technique utilisée est un essai de flexion pure (Arnold, 2005). Les résultats obtenus sont comparables.

2. Ce comportement a pu être modélisé à l'aide du modèle de Lemaitre-Chaboche (Hubert, 1999).

de Cottrell (Cottrell, 1949; Keh & Weissmann, 1963). La contrainte nécessaire à leur déplacement devient beaucoup plus faible (Carrington & Mc Lean, 1965; Ku & Johnston, 1965). Sur les différentes observations réalisées à  $\epsilon_p = 0,005$ , la densité de dislocations semble homogène dans chaque grain, mais les densités peuvent être très différentes d'un grain à l'autre. Cette plasticité hétérogène associée à la chute de la friction de réseau accroît fortement les incompatibilités mécaniques sources d'importantes contraintes internes intergranulaires (Hubert & al., 1998; Hubert, 1999).

La densité des dislocations augmente ensuite rapidement en relation avec l'activation du glissement multiple à partir de  $\epsilon_p = 0,03$  à  $0,04$  (transition du premier au deuxième stade), les lignes de glissement sont beaucoup plus difficilement visibles. Le glissement multiple favorise une relaxation progressive des contraintes internes intergranulaires (Feaugas, 1999). Parallèlement, les premiers amas de dislocations se forment, répartis dans la matrice. La figure 5.3b montre la formation d'un amas dès  $\epsilon_p = 0,028$ . Cette structure hétérogène est révélatrice de l'apparition de contraintes internes intragranulaires. Jusqu'à  $\epsilon_p = 0,08$  environ, la densité de dislocations dans les amas augmente alors que la matrice s'appauvrit progressivement.

Le début du troisième stade correspond à la formation des premiers murs qui se densifient peu à peu. A la striction, les dislocations sont essentiellement concentrées dans les parois des murs. L'espace inter-parois contient une quantité beaucoup plus faible de dislocations mobiles. Cette structure génère d'importantes contraintes internes intragranulaires (Mughrabi, 1983).



(a) Lignes de glissements -  $\epsilon_p=0,005$

(b) Amas de dislocations vis -  $\epsilon_p=0,028$

Figure 5.3 – Microstructures du Fe-3%Si NO plastifié.

Les étapes que nous venons d'évoquer ont pu être observées lors de la plasticité de nombreux matériaux, aussi bien de symétrie cubique centrée (fer, fer-silicium, acier, fer-cobalt) que cubique à faces centrées (nickel, cuivre, acier inoxydable austénitique). Le mécanisme de localisation progressive des contraintes internes de l'intergranulaire à l'intragranulaire est un mécanisme assez général (Sevillano, 1993).

## 5.2 Effet de la plasticité sur le comportement magnéto-mécanique

La déformation plastique engendre une forte dégradation de l'ensemble des propriétés magnétiques des alliages ferromagnétiques<sup>3</sup> (Neurath, 1956; Hug, 1997; Landgraf, 2002). Peu de résultats sont disponibles en ce qui concerne l'influence de la plasticité sur le comportement magnétostrictif: les seuls travaux publiés à ce sujet sont ceux de Makar & Tanner (1998, 2000) et les nôtres (Hubert & Daniel, 2006)<sup>4</sup>. Cette partie mêle des résultats obtenus il y a plusieurs années avec des résultats plus récents. Les plus anciens traitent du comportement magnétique associé à des niveaux de plasticité de faible à large. Les plus récents se concentrent sur l'évolution comportement magnéto-mécanique aux faibles et très faibles niveaux de déformation plastique.

### Résultats précédents

Nous étudions l'influence de la déformation plastique sur le comportement magnétique du Fe-3%Si NO. Quatre niveaux de déformation plastique correspondant aux transitions du comportement mécanique sont testés:  $\epsilon_p = \{0,005; 0,036; 0,098; 0,185\}$ .

Les éprouvettes sont déformées dans le sens du laminage (DL) ou dans le sens transverse (DT). L'état de contraintes internes associé à la plasticité est anisotrope compte tenu du mode de

3. Les matériaux ferrimagnétiques ne rentrent pas dans ce cadre étant fragiles et donc ne plastifiant pas par définition.

4. On notera aussi un élément de discussion dans (Cullity, 1972).

déformation plastique. Le comportement magnétique du matériau peut de ce fait potentiellement devenir anisotrope. La mesure du comportement magnétique est alors réalisée parallèlement (//) ou perpendiculairement ( $\perp$ ) à l'axe de traction grâce à un banc spécialement conçu pour cette application (Hubert, 1998). On parle de mesures croisées.

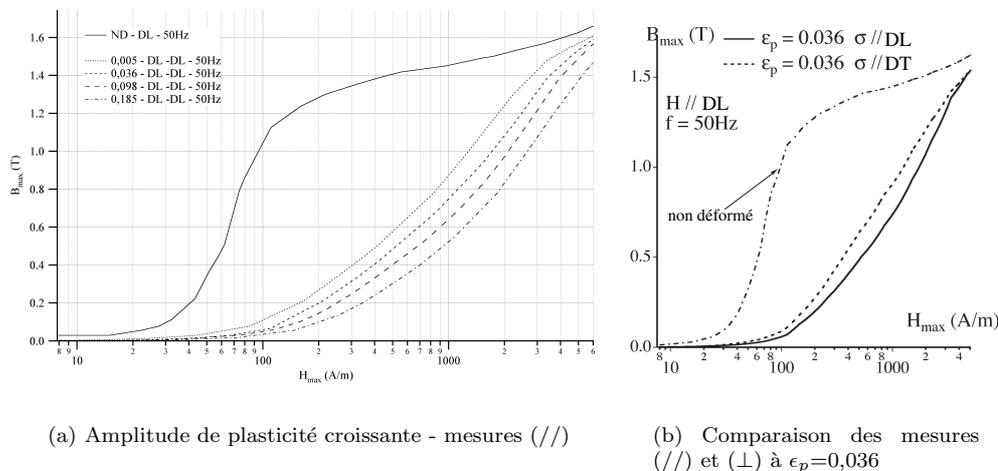


Figure 5.4 – Influence de la plasticité sur le comportement magnétique du Fe-3%Si NO.

La figure 5.4a montre les courbes d'aimantation obtenues pour les quatre niveaux de plasticité: la déformation plastique dégrade systématiquement le comportement magnétique: La perméabilité magnétique chute, entraînant un aplatissement des courbes. La modification du comportement est extrêmement importante dès le début de la déformation plastique: la perméabilité relative maximale passe de 8500 à 1000 pour  $\epsilon_p = 0,005$ , traduisant un phénomène fortement non linéaire. Quand on réalise les mesures magnétiques perpendiculairement à la sollicitation mécanique, le matériau se comporte comme s'il avait subi une déformation plastique inférieure à la déformation réellement appliquée. La dégradation magnétique générale est moins importante (figure 5.4b pour  $\epsilon_p = 0,036$ ). Ceci définit l'anisotropie magnéto-plastique (Hubert, 1999; Hug, 2002), déjà observé par Krause & Cullity (1968) pour le Nickel. Notons que ces effets (dégradation générale non-linéaire et anisotropie) sont généralement moins prononcés quand la mesure magnétique est réalisée dans le sens DT.

#### Mesure de l'influence de la microplasticité sur les comportements magnétique et magnétostrictif

Les résultats présentés ont été obtenus au LMT-Cachan sur un Fe-3%Si NO issu des mêmes lots que les éprouvettes utilisées dans l'étude précédente. Nous nous focalisons sur les faibles taux de déformation plastique. Il s'agit de pouvoir étudier dans un premier temps un état mécanique "simple" où les contraintes internes sont d'origine essentiellement intergranulaire.

Les premiers essais mécaniques et magnétiques ont été effectués le long de la direction du laminage (DL) (Hubert, 2005). Les essais de traction uniaxiale ont été réalisés à température ambiante et à vitesse de déformation constante ( $\dot{\epsilon}=1.10^{-4}s^{-1}$ ). Les échantillons numérotés de 1 à 8 ont été déformés en dessous et au dessus de la limite d'élasticité macroscopique (figure 5.5a). La figure 5.5b montre le comportement anhystérétique magnétique associé (mesures à l'état mécanique déchargé). Ces résultats confirment l'effet fortement non-linéaire de la plasticité sur le comportement magnétique. Les premiers effets se font sentir *en dessous* de la limite d'élasticité macroscopique, dans un domaine correspondant à la microplasticité.

Des essais complémentaires de microplasticité ont été réalisés dans les sens DL et DT (le tableau 5.1 donne le détail des caractéristiques des éprouvettes)(Hubert & Daniel, 2006). Des mesures d'aimantation et de magnétostriction anhystérétiques ont été réalisées.

Tableau 5.1 – Taux de déformation plastique des échantillons par direction.

$\epsilon_p$ - DL(%)	0.003	0.005	0.021	0.090	0.160
$\epsilon_p$ - DT(%)	0.002	0.004	0.017	0.075	0.145

La figure 5.6a montre l'évolution du comportement magnétique en fonction de la déformation plastique (le trait plein indique l'état non déformé). On observe à nouveau la dégradation non linéaire du comportement (effet particulièrement sensible aux champs faibles et moyens). Notons

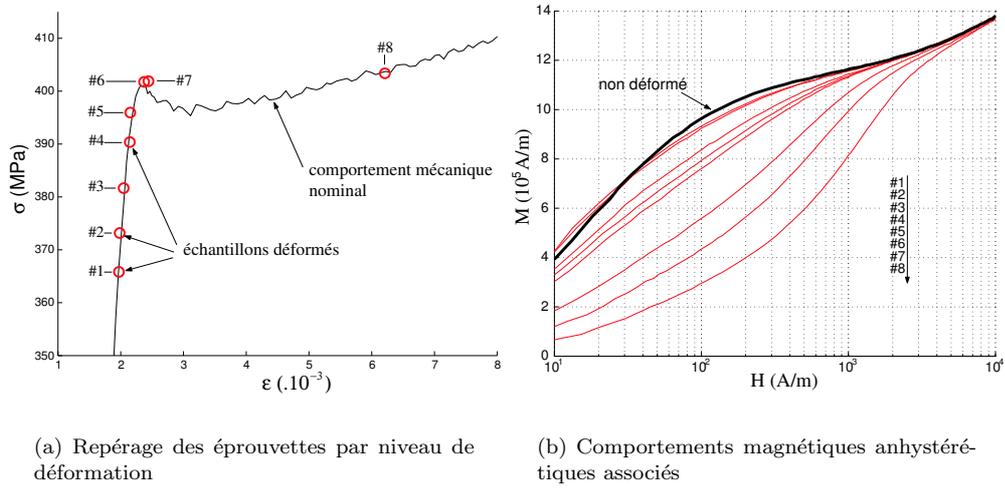


Figure 5.5 – Influence de la plasticité sur le comportement magnétique du Fe-3%Si NO.

que les deux premiers niveaux de déformation conduisent à une amélioration préalable du comportement, en particulier dans le sens DT pour  $H < 100$  A/m. La figure 5.6b montre les résultats expérimentaux obtenus pour magnétostriction.

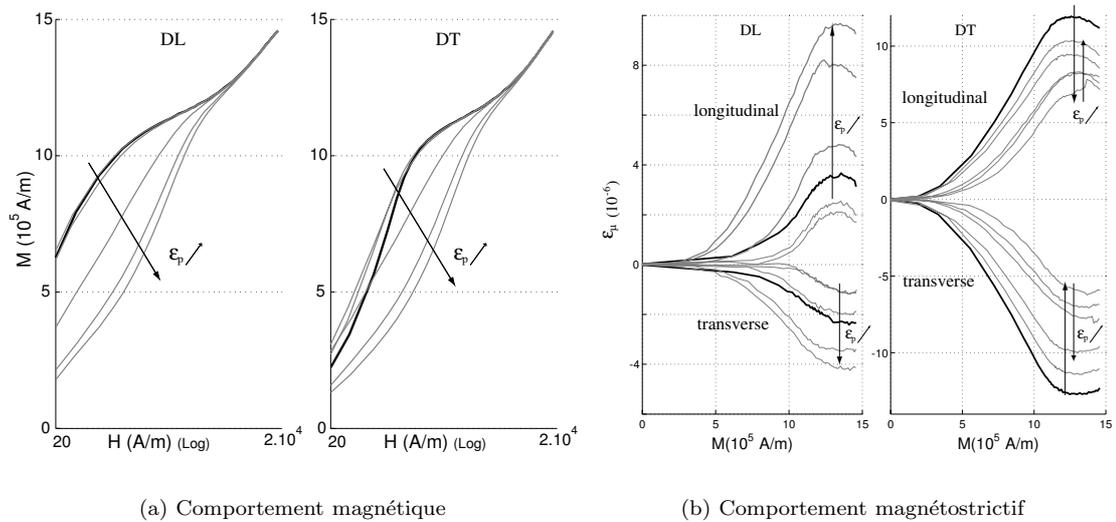


Figure 5.6 – Influence de la microplasticité sur le comportement anhystérique du Fe-3%Si NO.

Plusieurs points sont remarquables: le comportement initial du matériau est fortement anisotrope ( $\epsilon_{\mu}^{max}(DL - long.) = 3.5 \cdot 10^{-6}$  et  $\epsilon_{\mu}^{max}(DT - long.) = 12 \cdot 10^{-6}$ ); ce résultat est en accord avec des mesures précédentes réalisées (Cf. figure 4.8). Aux faibles niveaux de déformation plastique, l'évolution des comportements magnétostrictifs suivant DL et DT est opposée: Augmentation de l'amplitude de magnétostriction pour DL, diminution pour DT. Une homogénéisation globale de la magnétostriction semble être la conséquence principale des très faibles déformations plastiques. A déformation plus importante, l'évolution des comportements redevient cohérente entre DL et DT: l'amplitude de la magnétostriction augmente. Des observations similaires ont été rapportées par Makar & Tanner (1998, 2000) et Cullity (1972). Ce dernier constate que la déformation plastique a un effet sur la magnétostriction comparable à une compression macroscopique. Nous aboutissons au même résultat, une fois le transitoire associé à la réorganisation brutale de la structure magnétique passé.

## 5.3 Modélisation de l'influence de la plasticité sur le comportement magnéto-mécanique

Les premières interprétations théoriques des phénomènes associés à la déformation plastique sont dues à Seeger (1964) et Kronmüller (1973). Ils expliquent la dégradation du comportement magnétique reliée à la plasticité en terme d'interactions entre les contraintes internes associées aux défauts cristallins et les parois de Bloch. Depuis, beaucoup d'auteurs ont cherché à corréliser la dégradation du comportement magnétique à la densité de dislocations (Qureshi & Chaudhary, 1970) pour l'exploiter par exemple dans des modèles macroscopiques (Spuznar, 1984; Sablik, 2001). Nombreux sont ceux qui soulignent l'importance du rôle des faibles déformations plastiques qui dégradent fortement le comportement magnétique du métal (Hubert & Hug, 1995; Landgraf, 2000; Sablik, 2004). L'augmentation de la densité de dislocations ne suit malheureusement que très rarement une telle évolution: la densité des dislocations augmente plutôt de manière linéaire (Hug, 1993, 1997; Hubert, 1998); cela ne semble donc pas être la variable la plus pertinente, au même titre que le niveau de déformation plastique (Landgraf, 2002). D'autres auteurs se sont intéressés à la configuration des dislocations (Astié, 1982; Degauque, 1985) et ont discuté de leur résultats plus en terme d'écroutissage ( $\Delta\sigma$ ) que de déformation plastique. Hug (1993) est le premier à évoquer un lien entre l'écroutissage cinématique et la dégradation du comportement magnétique. Mon travail de thèse de doctorat a permis de compléter ces observations par des mesures quantitatives et la mise en évidence d'anisotropies induites comparables à des effets de contrainte appliquée.

On a vu dans le paragraphe précédent que la déformation plastique s'accompagne de la génération de contraintes internes correspondant à la variable d'écroutissage cinématique  $X_{11}$ . Son évolution fortement non-linéaire avec la déformation plastique est à mettre en parallèle avec l'évolution du comportement magnétique: la figure 5.7 montre par exemple que le champ coercitif  $H_c$ <sup>5</sup> varie quasi-linéairement avec  $X_{11}$ .

Cette information s'ajoute au fait que la plasticité agit de manière "similaire" à une contrainte appliquée sur le comportement magnétostrictif. Il semble de fait possible d'interpréter et de modéliser l'effet de la plasticité comme un effet de contrainte, de type contrainte résiduelle, dont la longueur d'onde dépend du niveau de plasticité atteint, et qui agirait sur l'équilibre de la structure en domaines magnétiques.

Nous cherchons dans un premier temps à calculer un état de contrainte représentatif de l'état plastifié<sup>6</sup>. Cet état mécanique doit être introduit comme état initial dans le modèle multiéchelle. Etant donné que les contraintes sont introduites à l'échelle granulaire, seule la gamme des déformations correspondant aux contraintes internes intergranulaires semble pour le moment descriptible (typiquement  $\epsilon_p < 0,01$ ).

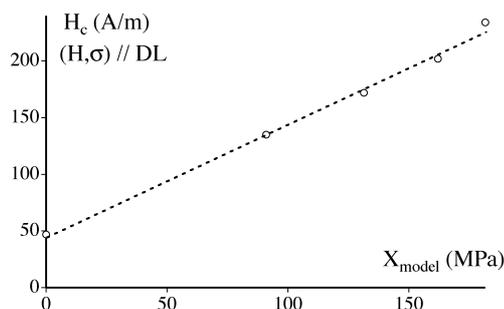


Figure 5.7 – Evolution du champ coercitif en fonction de l'écroutissage cinématique - Fe-3%Si NO.

### 5.3.1 Modélisation micro-mécanique de la plasticité

La première étape consiste à simuler le comportement élasto-plastique d'un agrégat polycristallin. La plasticité est modélisée par une approche micro-macro autocohérente suivant la méthode proposée initialement par Kröner (1961) et Hill (1965), c'est à dire en traitant la déformation plastique comme une déformation libre dans un milieu élastique isotrope. La méthode est bien adaptée pour les faibles à très faibles déformations plastiques. Nous l'étendons au cas d'un milieu élastique

5. Le champ coercitif  $H_c$  est le champ qui correspond au point d'aimantation nulle d'un cycle d'hystérésis majeur mesuré à basse fréquence (typiquement 0,1Hz).

6. Il s'agit d'un état de contrainte résiduelle, vérifiant  $\langle \sigma_g \rangle = \mathbf{0}$ .

anisotrope. On peut de plus réaliser une correction de rigidité de la matrice par l'introduction du facteur d'adaptation élastoplastique proposé par Berveiller & Zaoui (1978).

Les données d'entrée sont un VER (c'est à dire un ensemble de directions cristallographiques représentatives du matériau) associé à un comportement mécanique élasto-plastique de monocristal, et un chargement mécanique macroscopique  $\Sigma$ . Les données de sortie sont les déformations plastiques macroscopique  $\mathbf{E}^p$  et microscopique  $\epsilon_g^p$ .

On calcule de façon préliminaire les coefficients élastiques du polycristal (méthode autocohérente - Cf équation 4.15). Ils définissent le tenseur d'élasticité macroscopique  $\mathbb{C}_{AC}$ . Ce tenseur est considéré comme constant, c'est à dire qu'on ne prend en compte la rotation du réseau cristallin (supposée négligeable<sup>7</sup>).

#### Localisation de la contrainte macroscopique et adaptation élasto-plastique

On effectue la localisation de la contrainte macroscopique en utilisant un schéma autocohérent anisotrope équivalent à celui utiliser pour traiter l'incompatibilité de magnétostriction. La contrainte locale  $\sigma_g$  est exprimée dans le repère cristallographique d'après la relation 5.2 de Hill (1965). La partition (5.3) des déformations totales en déformations élastiques et déformations plastiques conduit à la relation 5.4.

$$\sigma_g = \Sigma + \mathbb{C}^* : (\mathbf{E} - \epsilon_g) \quad (5.2)$$

$$\begin{cases} \mathbf{E} &= \mathbf{E}^e + \mathbf{E}^p &= \mathbb{C}_{\text{eff}}^{-1} : \Sigma + \mathbf{E}^p \\ \epsilon_g &= \epsilon_g^e + \epsilon_g^p &= \mathbb{C}_g^{-1} : \sigma_g + \epsilon_g^p \end{cases} \quad (5.3)$$

$$\sigma_g = (\mathbb{I} + \mathbb{C}^* \mathbb{C}_g^{-1})^{-1} (\mathbb{I} + \mathbb{C}^* \mathbb{C}_{\text{eff}}^{-1}) : \Sigma + (\mathbb{I} + \mathbb{C}^* \mathbb{C}_g^{-1})^{-1} \mathbb{C}^* : (\mathbf{E}^p - \epsilon_g^p) \quad (5.4)$$

$$\sigma_g = \mathbb{B}_g : \Sigma + \mathbb{C}_g^{\text{acc}} : (\mathbf{E}^p - \epsilon_g^p) \quad (5.5)$$

L'équation 5.4 devient l'équation 5.5 en utilisant les notations vues au paragraphe 4.2.3.  $\mathbb{C}_g^{\text{acc}}$  est par définition un tenseur d'accommodation de nature élastique. Notons que déformations plastiques macroscopiques et microscopiques sont liées par la relation:

$$\mathbf{E}^p = \langle {}^T \mathbb{B}_g : \epsilon_g^p \rangle \quad (5.6)$$

Si on se limite au cas de l'élasticité isotrope, la relation (5.5) se simplifie sous la forme classique (5.7), où  $\mu$  désigne le module de cisaillement du matériau.  $\beta$  s'exprime en fonction du coefficient de Poisson  $\nu$  (équation 5.8).

$$\sigma_g = \Sigma + 2\mu(1 - \beta) (\mathbf{E}^p - \epsilon_g^p) \quad (5.7)$$

$$\beta = \frac{2(4 - 5\nu)}{15(1 - \nu)} \quad (5.8)$$

Dans notre approche, l'accommodation du matériau à la déformation plastique est purement élastique, ce qui limite sa validité au cas où peu de grains sont plastifiés. Il est cependant possible "d'assouplir" la réaction de la matrice par l'utilisation d'un module sécant ou tangent pour les modules d'élasticité du milieu effectif. Ceci revient à introduire un facteur d'accommodation  $\delta$  dans l'équation 5.5. On obtient l'équation 5.9. Le paramètre d'accommodation plastique  $\delta$  a été introduit par Berveiller & Zaoui (1978) dans le cadre de la plasticité isotrope. Nous l'étendons au cadre anisotrope<sup>8</sup>.  $\delta$  est défini par la relation 5.10 où  $E_{eq}^p$  et  $\Sigma_{eq}$  désignent la déformation plastique et la contrainte équivalentes au sens de Von Mises (équations 5.11 et 5.12). L'équation qui définit la contrainte locale est implicite puisque  $\mathbf{E}^p$  y figure. Le calcul est donc itératif.

$$\sigma_g = \mathbb{B}_g : \Sigma + \delta \mathbb{C}_g^{\text{acc}} : (\mathbf{E}^p - \epsilon_g^p) \quad (5.9)$$

$$\delta = \frac{1}{1 + \frac{3}{2} \mu \frac{E_{eq}^p}{\Sigma_{eq}}} \quad (5.10)$$

7. Prendre en compte l'évolution de la texture du matériau ne pose pas de difficulté majeure mais cela conduit à des temps de calcul beaucoup plus long pour un résultat identique. On peut se reporter le cas échéant aux travaux de Bacroix (1986) et Gilormini (1989).

8. Comme nous conservons dans cette description l'anisotropie élastique initiale, le modèle permet de prédire, entre autres, l'anisotropie de limite d'élasticité.

$$\Sigma_{eq} = \sqrt{\frac{3}{2}} \mathbf{S} : \mathbf{S} \quad \text{avec} \quad \mathbf{S} = \Sigma - \frac{\text{tr}(\Sigma)}{3} \mathbf{I} \quad (5.11)$$

$$E_{eq}^p = \sqrt{\frac{2}{3}} \mathbf{E}^p : \mathbf{E}^p \quad (5.12)$$

#### Loi de comportement microscopique

La résolution du problème précédent requiert l'utilisation d'une relation univoque entre la contrainte et la déformation plastique à l'échelle du grain. On détermine, pour chaque système de glissement  $s$ , la cission  $\tau_s$  associée (loi de Schmid):

$$\tau_s = \boldsymbol{\sigma}_g : \mathbf{M}_s \quad (5.13)$$

$\mathbf{M}_s$  désigne le tenseur d'orientation du glissement dans le plan de normale  $\vec{n}_s$  et de direction  $\vec{t}_s$  (colinéaire au vecteur de Burgers):

$$\mathbf{M}_s = \vec{t}_s \otimes \vec{n}_s \quad (5.14)$$

L'équation 5.15 correspond à la loi de comportement générale. Elle permet de relier la cission résolue  $\tau_s$  associée au  $s^{ieme}$  système de glissement, au glissement plastique  $\gamma_r^p$  du  $r^{ieme}$  système de glissement.  $\tau_y$  désigne la limite d'élasticité locale (friction de réseau);  $H_{rs}$  est la matrice d'écrouissage qui permet de rendre compte des interactions entre plusieurs systèmes de glissement (François, 1991).

$$\Delta\tau_s = \tau_s - \tau_y = \sum (H_{rs} \cdot \gamma_r^p) \quad (5.15)$$

Nous obtenons le glissement plastique en inversant la loi de comportement:  $\gamma_r^p = \sum (H_{rs}^{-1} \cdot |\tau_s - \tau_y|)$ . "|\cdot|" désigne la partie positive de  $(\tau_s - \tau_y)$ . Le tenseur de déformation plastique est ensuite reconstruit à l'échelle du grain (équation 5.16). La déformation plastique macroscopique  $\mathbf{E}^p$  et la nouvelle contrainte locale  $\boldsymbol{\sigma}_g$  sont finalement calculées. Le calcul est itéré jusqu'à stabilité de l'ensemble des grandeurs mécaniques (méthode de Newton-Raphson relaxée). On peut simuler de cette façon une courbe d'écrouissage macroscopique en conservant l'ensemble des informations microscopiques de chaque pas de calcul.

$$\boldsymbol{\epsilon}_g^p = \sum \left( \frac{1}{2} (\mathbf{M}_r + {}^t \mathbf{M}_r) \cdot \gamma_r^p \right) \quad (5.16)$$

#### Définition et calcul des contraintes résiduelles

Pour calculer la contrainte résiduelle dans un grain, il suffit simplement, une fois la simulation du chargement réalisée, d'imposer  $\Sigma = \mathbf{O}$  dans la relation (5.9). Cela suppose que la décharge soit purement élastique (cette condition est vérifiée a posteriori). La contrainte résiduelle  $\boldsymbol{\sigma}_g'$  après décharge dans chaque grain vaut alors:

$$\boldsymbol{\sigma}_g' = \delta \mathbb{C}_g^{acc} : (\mathbf{E}^p - \boldsymbol{\epsilon}_g^p) \quad (5.17)$$

On obtient ainsi un champ de contraintes résiduelles associé à la plasticité d'un matériau qu'il est possible d'introduire dans le modèle multi-échelle, afin de déterminer son comportement magnéto-mécanique. Cette démarche a été appliquée au Fe-3%Si NO.

### 5.3.2 Application: déformation plastique du Fe-3%Si NO

#### Paramètres du modèle plastique et comportement mécanique

Le comportement plastique du monocristal de fer-silicium, de structure cubique centré, est défini par 12 systèmes de glissement<sup>9</sup> (plans {110} et directions <111>). On définit un comportement plastique très simple en choisissant une matrice  $H_{rs}$  (12x12) diagonale. Aucune interaction entre les différents systèmes de glissement activés n'est donc prise en compte. Ceci ne semble raisonnable que pour les petites déformations plastiques, où on ne retrouve effectivement qu'un seul système activé par grain. On utilise  $H_{rs}(i,i) = 120\text{MPa}$  pour tous les systèmes. La limite d'élasticité microscopique  $\tau_y$  est considérée différente d'un grain à l'autre de manière à tenir compte de l'hétérogénéité de taille de grain.  $\tau_y$  est calculé en utilisant la loi de Hall-Petch (équation 5.18) combinée à une distribution de taille de grains expérimentale (figure 5.8a).  $d$  indique la taille du grain considérée;  $\tau_0$  and  $k$  sont des constantes identifiées à partir d'essais de traction réalisés sur du Fe-3%Si GO ( $\tau_0=130\text{MPa}$ ,

9. 24 en comptabilisant les sens et non les directions.

$k=0,332\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$ ). Le fichier d'orientations est celui utilisé pour les calculs magnétiques précédents. Il contient 396 éléments.

La figure 5.8b montre le résultat du modèle de plasticité simulant un essai de traction dans le sens DL (direction  $\vec{e}_1$ ). Les résultats expérimentaux sont également tracés. Bien que le modèle choisi ne permette pas de simuler le décrochement de contrainte initial, l'accord entre expérience et modèle est satisfaisant. L'état mécanique correspondant à un chargement de  $\Sigma_{11}=370\text{MPa}$  est retenu pour illustrer le calcul des contraintes résiduelles: à ce niveau de contrainte, environ 50% des grains sont plastifiés. On a ajouté sur la figure un nuage de points correspondant à la caractéristique ( $\sigma_{e_q}^p(\epsilon_{e_q}^p)$ ) de chacun des grains. La figure 5.9 donne ensuite la distribution des contraintes résiduelles de chaque grain à l'état déchargé (repère macroscopique): on constate que les grains déformés sont grossièrement "sous compression"; les grains non déformés sont "sous traction".

$$\tau_y = \tau_0 + \frac{k}{\sqrt{d}} \quad (5.18)$$

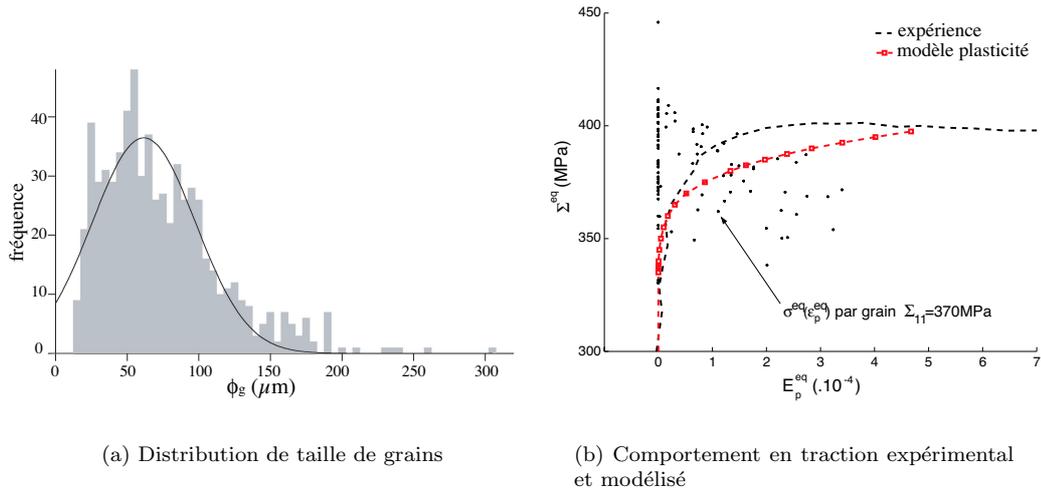


Figure 5.8 – Données expérimentales et simulation du comportement en traction du Fe-3%Si NO.

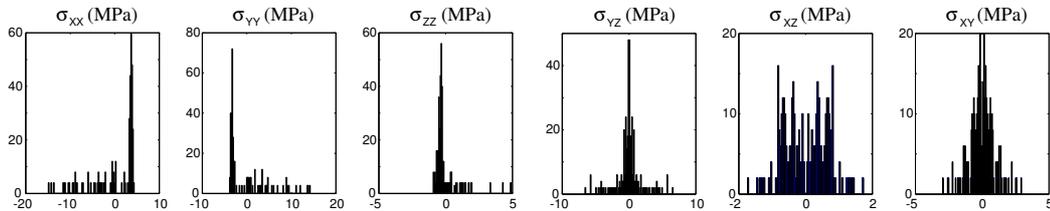


Figure 5.9 – Distribution des contraintes résiduelles après une charge-décharge de 370MPa en traction suivant DL - Résultats de calcul - Fe-3%Si NO.

#### Simulation multiéchelle des comportements magnétiques et magnétostrictifs

La simulation de l'essai de traction permet de générer des champs de contraintes résiduelles. Ces champs sont introduits comme chargement mécanique préalable à la simulation multiéchelle du comportement magnéto-mécanique. On obtient les comportements magnétiques et magnétostrictifs dans les directions DL et DT à niveaux de plasticité croissants. Il est également possible de "simuler" une mesure croisée afin d'observer l'anisotropie magnéto-plastique.

La figure 5.10a montre une simulation de l'évolution du comportement magnétique à plasticité croissante (tractions simulées dans les sens DL et DT, mesures magnétiques parallèles). L'anisotropie initiale et la dégradation brutale du comportement sont bien décrits. Une simulation de mesure croisée (traction suivant DL et mesure suivant DT - non présenté ici, voir (Hubert, 2005)) montre que la mesure dans la direction DL est la plus fortement affectée par l'état de contraintes résiduelles. Aux faibles champs magnétiques, on obtient même une susceptibilité plus forte dans la direction DT que dans la direction DL. Ce résultat est en accord avec l'expérience. Le modèle multiéchelle permet donc de retrouver l'anisotropie magnéto-plastique.

La figure 5.10b montre la simulation des comportements magnétostrictifs longitudinaux et transversaux dans les sens DL et DT après déformation dans les mêmes directions. La forte ani-

sotropie initiale est bien modélisée, même si les amplitudes sont globalement plus faibles que dans l'expérience. Le modèle multiéchelle permet de simuler correctement l'influence de la déformation plastique dans le sens DL. La simulation de l'essai dans le sens DT est en partie conforme à l'expérience, puisque le comportement est globalement inchangé: on ne parvient cependant pas à modéliser la diminution de l'amplitude aux très petites déformations plastiques.

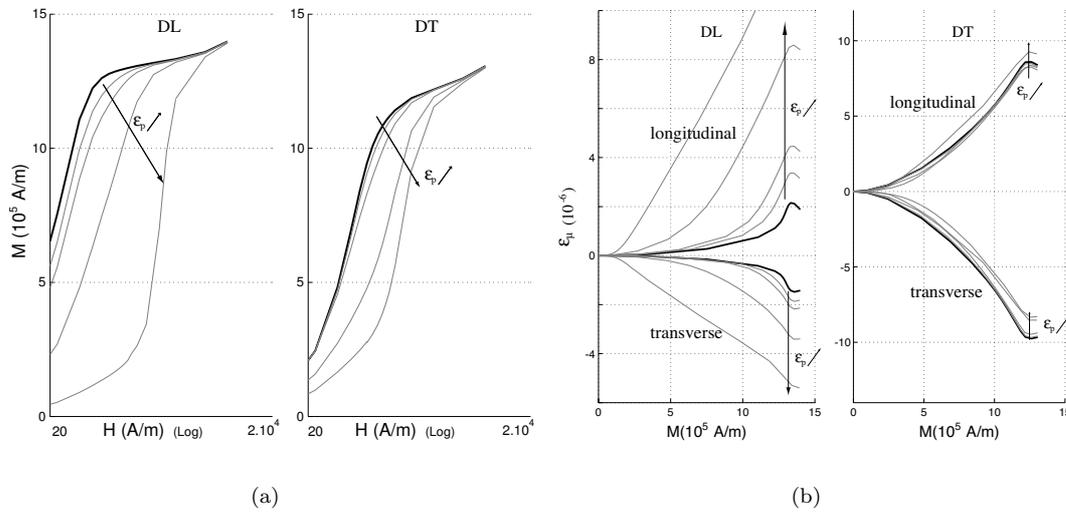


Figure 5.10 – Modélisation des comportements magnétique et magnétostrictif du Fe-3% Si NO après déformation plastique correspondant à un chargement mécanique de 370MPa en traction suivant DL.

## 5.4 Conclusion

La modélisation par une approche micro-macro des effets de la plasticité sur le comportement magnétique fournit des résultats en accord qualitatif avec les observations expérimentales sur matériaux légèrement plastifiés. L'extension de la démarche à des niveaux de déformation plastique plus élevés est un problème plus délicat: il suppose d'identifier d'une part les termes de la matrice d'écroissage monocristalline, et de savoir tenir compte d'autre part de localisation intragranulaire des contraintes internes.

## Chapitre 6

# Perspectives générales: modélisation des phénomènes dissipatifs et contrôle

Les objectifs scientifiques que je me fixe pour les quatre années à venir se situent naturellement dans la sphère des couplages magnéto-mécaniques. L'état actuel des recherches doit permettre en particulier une meilleure application des techniques et outils numériques développés à la résolution de problématiques concrètes. Les perspectives d'application sont d'une part, le contrôle non destructif, et d'autre part la modélisation des pertes d'énergie en vue de l'optimisation des matériaux et de leurs procédés de fabrication.

### 6.1 Contrôle de l'état thermo-mécano-métallurgique des matériaux

Le contrôle non destructif des matériaux et des structures implique la plupart du temps la mesure d'une grandeur physique en relation avec les modifications d'une ou de plusieurs propriétés du matériau. Parmi les méthodes de contrôle non destructif, les méthodes magnétiques sont fréquemment employées dans les industries de transformation du fer et de ses alliages. Ces méthodes sont généralement basées sur les variations d'impédance d'une bobine dues aux courants de Foucault circulant dans la pièce à contrôler. Il s'agit de méthodes macroscopiques dont la limitation majeure à une utilisation plus systématique est la difficulté d'extraire des informations quantitatives. Les interactions mises en évidence entre la microstructure et la modélisation multiéchelle laissent entrevoir la possibilité de proposer un certain nombre de méthodes inverses en vue de déterminer un état thermo-métallurgico-mécanique à partir de la mesure d'une grandeur magnétique. Cet objectif requiert par ailleurs un modèle d'identification à la fois simple et fiable.

#### 6.1.1 Modélisation de l'influence de la plasticité

L'approche proposée dans le chapitre précédent se limite encore au cas où les déformations plastiques sont de faible amplitude et le chargement monotone. Les contraintes résiduelles générées sont alors essentiellement intergranulaires, et s'intègrent simplement dans le calcul magnéto-élastique. Les phénomènes mis en jeu dans le cas de déformations plastiques plus importantes sont plus complexes. Ils introduisent en particulier de fortes hétérogénéités intraphases, liées à la distribution hétérogène des dislocations, dont il est nécessaire de tenir compte. Si une approche par les contraintes résiduelles semble toujours possible, elle doit faire intervenir les contraintes résiduelles intragranulaires.

Deux attitudes sont alors possibles: la première consiste à poursuivre vers une description encore plus précise de la microstructure. Il est vrai qu'au même titre que les domaines constituent un sous-ensemble des grains, les hétérogénéités intragranulaires de la microstructure mécanique constituent un sous-ensemble de la structure en domaines magnétiques (telle que nous l'envisageons jusqu'à présent - c'est à dire sous forme d'une famille associée à une fraction volumique). Cette voie conduit nécessairement à une remise à plat du modèle; elle nécessite en particulier une meilleure description de la structure en domaines. Une définition plus précise de la configuration en domaines permettrait en outre d'adopter une démarche moins phénoménologique dans la définition du comportement du monocristal (comportements magnétique ou magnétostrictif). On peut également imaginer une approche plus phénoménologique qui ferait dépendre la configuration d'équilibre de paramètres tels que la densité de dislocations et leur structuration. La deuxième voie consiste à définir un état de contrainte intergranulaire équivalent aux contraintes résiduelles intragranulaires, ce qui permet de conserver intacte la modélisation magnéto-mécanique a posteriori. Cette voie conduit à introduire une phénoménologie supplémentaire à l'échelle du grain, avec probablement l'introduction d'une variable d'écrouissage cinématique locale, ou une dichotomie en fractions volumiques de phases "dures" et phases "molles" telle qu'elle a pu être proposée par Mughrabi (1983).

Quelque soit la voie empruntée, il semble de toute manière difficile d'utiliser la modélisation multiéchelle dans sa forme actuelle pour réaliser une identification inverse d'un état mécanique à

partir d'une mesure magnétique. Cet objectif requiert la construction d'une modélisation simplifiée "facilement" inversable.

### 6.1.2 Mesure des contraintes au cours d'un choc

La mesure des contraintes lors d'un choc constitue une perspective d'étude qui entre également dans le cadre des applications CND des couplages magnéto-mécaniques.

La barre d'Hopkinson est maintenant un outil incontournable des laboratoires d'essais pour déterminer le comportement mécanique des matériaux à hautes vitesses de déformation (Zhao, 2003). L'impact est assuré par un projectile lancé à grande vitesse (généralement de  $100 \text{ m.s}^{-1}$ ) contre une barre incidente (figure 6.1.2). L'échantillon, placé entre la barre incidente et une barre de transmission, est alors écrasé. Les mesures sont fournies par des jauges collées sur les barres. Elles permettent de mesurer la valeur nominale de la contrainte dans l'échantillon et la vitesse de propagation des ondes. Lors des essais à très haute vitesse, les expériences sont souvent destructrices pour les jauges. La mesure par jauge donne par ailleurs une information uniquement de surface et moyennée sur sa longueur.

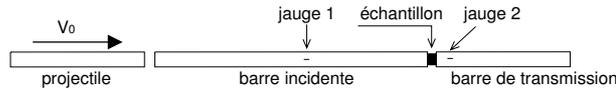


Figure 6.1 – Essai aux barres d'Hopkinson.

On peut utiliser de manière alternative un simple bobinage ( $n=1$  à 10 spires) placé autour d'une barre d'Hopkinson préalablement aimantée. Le passage de l'onde de compression à travers la bobine produit une force électromotrice  $V(t)$ . Ce signal est l'expression d'une variation de l'aimantation  $M$  suivant la loi de Lenz (équation 6.1), où  $S$  désigne la section de la barre. On constate qu'un signal apparaît quand la variation de contrainte est rapide, et si et seulement si la variation  $dM/d\sigma$  existe. Cette quantité est une expression du couplage magnéto-élastique. La contrainte peut donc être en théorie estimée à partir de l'intégration temporelle du signal  $V(t)$  (équation 6.2), modulo la connaissance du comportement couplé  $M(\sigma)$ . Cette donnée est une sortie potentielle du modèle multiéchelle.

$$V(t) = -nS\mu_0 \frac{dM}{dt} = -nS\mu_0 \frac{dM}{d\sigma} \frac{d\sigma}{dt} \quad (6.1)$$

$$\sigma(t) = -\frac{1}{nS\mu_0} \int V(t) \left( \frac{dM}{d\sigma} \right)^{-1} dt \quad (6.2)$$

Quelques travaux ont été entrepris récemment en ce sens (Lolloioz, 2006; Hubert & Rizzo, 2008). L'approche se cantonne pour l'instant au comportement anhystérétique, ce qui limite très fortement l'applicabilité d'une telle technique. Les travaux de recherches en cours consistent d'une part à prendre en compte les mécanismes dissipatifs intrinsèques à la variation d'aimantation (Hubert & Rizzo, 2008) (cet aspect est en relation directe avec l'action de recherche développé dans le paragraphe 6.2), et d'autre part à développer une modélisation simplifiée qui permet une identification rapide de la contrainte.

### 6.1.3 Modélisation simplifiée du comportement magnéto-mécanique d'un polycristal

La modélisation proposée consiste à considérer que le comportement d'un polycristal peut être représenté par le comportement, nécessairement plus simple, d'un monocristal soumis à un champ magnétique et/ou à un état de contrainte désorientés. Le but de la modélisation est d'obtenir une relation mathématique, à fondements physiques, entre l'aimantation, la contrainte et le champ, de manière à pouvoir, le cas échéant inverser cette relation afin de pouvoir déduire un état de contrainte à l'aide d'une mesure d'aimantation. Les données expérimentales a priori disponibles sont les mesures  $\vec{M}(\vec{H}, \Sigma)$  et  $\mathbf{E}^\mu(\vec{H}, \Sigma)$ . La mise en place de la modélisation requiert un raisonnement basé sur le modèle multiéchelle. Nous traitons dans ce qui suit le cas particulier du fer, mais une extension à d'autres symétries est tout à fait envisageable.

#### Raisonnement sur un cristal, extension au volume

Compte tenu de l'énergie magnétocristalline du fer, il est possible de diviser le cristal en 6 familles de domaines magnétiques notés  $\alpha$ . Le raisonnement habituel dans le cadre du modèle multiéchelle

est de considérer qu'à l'échelle du grain, l'équilibre anhystérétique correspond à un minimum énergétique. La formulation explicite 4.9 permet le calcul des fractions volumiques  $f_\alpha$  des familles de domaines; la minimisation de l'énergie totale donne l'orientation de l'aimantation des domaines (4.10). Le comportement élastique étant homogène à l'intérieur d'un monocristal, la déformation de magnétostriction moyenne d'un grain (4.25) est égale à la moyenne des déformations de magnétostriction de chacun des domaines  $\alpha$ . On réalise la même opération pour l'aimantation (4.43).

Considérons un monocristal constitué de 6 domaines  $i = [1..6]$  (figure 6.2a) soumis à un champ et un état de contrainte uniaxial. L'axe de contrainte et la direction du champ sont supposés colinéaires et appartenant à un des plans de symétrie du cristal. On note  $\phi$  l'angle entre la direction du champ et la direction du domaine le plus favorablement orienté (il s'agit du domaine (1) pour l'exemple traité -  $\phi < \pi/4$ ).

On se place par ailleurs dans la configuration où la constante d'anisotropie est suffisamment grande pour que le mécanisme de rotation (sous champ ou sous contrainte) n'intervienne que lorsque le mécanisme de mouvement de paroi (sous champ ou sous contrainte) est pratiquement achevé. Les constantes physiques du fer vont en ce sens<sup>1</sup>. La principale conséquence est un découplage des mécanismes ce qui conduit à la construction d'une loi de comportement analytique. En effet, à faible champ (ou contrainte), la résolution de l'équation 4.10 est inutile ce qui signifie que l'aimantation et la déformation sont complètement déterminés par les fractions volumiques. A l'approche de la saturation, seul le domaine (1) (et éventuellement son opposé si on considère une saturation mécanique) existe ce qui signifie que l'aimantation et la déformation sont complètement déterminés par l'orientation du domaine (1), issue de la minimisation de l'équation 4.10. La situation est suffisamment simple pour obtenir une résolution analytique de cette minimisation. On note  $\beta$  l'angle instantané de rotation de l'aimantation du domaine (1). Notons que nous utilisons les hypothèses classiques d'homogénéité du champ et de la déformation.

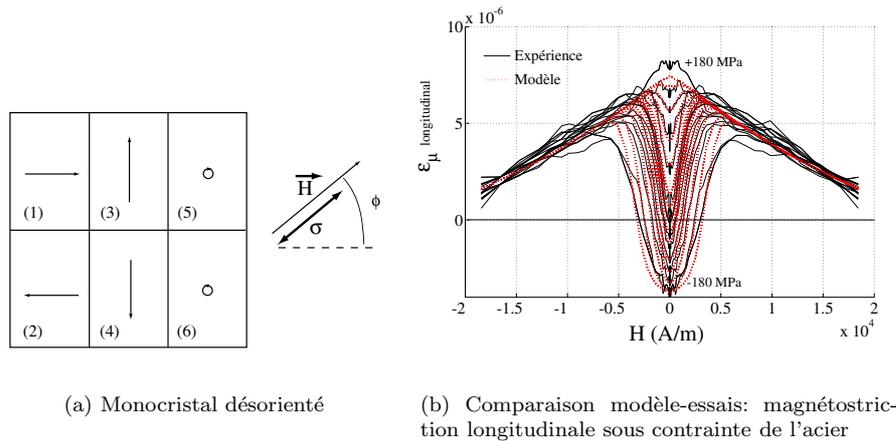


Figure 6.2 – *Modèle simplifié du comportement du matériau.*

### Quelques résultats

Après quelques calculs et simplifications (détaillés dans (Lollioz, 2006)), on obtient par exemple pour la déformation de magnétostriction longitudinale (parallèle au champ appliqué):

$$\epsilon_{//}^{\mu} = \epsilon_0 \cdot \frac{2 \cosh(A_s \cdot \mu_0 H M_0) \cdot \exp(A_s \cdot \sigma \epsilon_0) - 2 \cdot \exp(-\frac{1}{2} A_s \cdot \sigma \epsilon_0)}{2 \cosh(A_s \cdot \mu_0 H M_0) \cdot \exp(A_s \cdot \sigma \epsilon_0) + 4 \cdot \exp(-\frac{1}{2} A_s \cdot \sigma \epsilon_0)} \quad (6.3)$$

où  $M_0$  et  $\epsilon_0$  correspondent respectivement à la valeur de l'aimantation et de la magnétostriction du domaine (1) dans la direction d'application du champ et de la contrainte (équations 6.4 et 6.5)

$$M_0 = M_s \cos(\phi - \beta) \quad (6.4)$$

$$\epsilon_0 = \frac{3}{2} (\lambda_{100} (\cos^2 \phi (\cos^2 \beta - \frac{1}{3})) + 2 \lambda_{111} \cos \phi \cdot \sin \phi \cdot \cos \beta \cdot \sin \beta + \lambda_{100} (\sin^2 \phi (\sin^2 \beta - \frac{1}{3}))) \quad (6.5)$$

1. Le champ nécessaire pour équilibrer l'anisotropie magnéto-cristalline est de l'ordre de  $H_a = K_1/(\mu_0 M_s)$  soit environ 20000A/m pour le fer. La contrainte nécessaire à équilibrer l'anisotropie magnéto-cristalline est de l'ordre de  $\sigma_a = K_1/(\lambda_s)$  soit environ 2000MPa.

L'angle  $\phi$  correspond à la désorientation initiale. Une manière simple de l'estimer est d'utiliser les mesures de déformation sous contrainte en absence de champ appliqué (effet  $\Delta E$ ). On note  $\lambda_0$  la valeur de déformation à la saturation mécanique. Le modèle prédit que  $\epsilon_{11}^\mu$  doit tendre vers  $\lambda_0$  quand la contrainte  $\sigma$  devient grande.  $\lambda_0$  se comporte ainsi comme un paramètre ajustable du modèle au même titre que  $A_s$ . Le lien entre  $\lambda_0$  et l'angle  $\phi$  de désorientation initial est donné par la relation suivante:

$$\phi = \arccos\left(\sqrt{\frac{1}{3}\left(\frac{2\lambda_0}{\lambda_{100}} + 1\right)}\right) \quad (6.6)$$

L'angle  $\beta$  est l'angle instantané de rotation de l'aimantation du domaine (1). L'angle  $\beta$  doit tendre vers l'angle  $\phi$ . Le calcul reliant  $\beta$  à  $\phi$  requiert l'utilisation de l'énergie d'anisotropie magnéto-cristalline. Cet angle correspond en effet à l'angle qui minimise l'énergie totale du domaine privilégié. Dans le cas où le chargement prépondérant est le chargement magnétique, on obtient après minimisation et linéarisation (hypothèse des petits angles) :

$$\beta = \frac{\phi \frac{\mu_0 H M_s}{K_1}}{2 + \frac{\mu_0 H M_s}{K_1}} \quad (6.7)$$

La figure 6.2b illustre la capacité de ce modèle (à deux paramètres ajustables) à prédire le comportement magnétostrictif longitudinal sous contrainte de l'acier.

Les travaux sur le modèle simplifié n'en sont qu'à leurs débuts. On a montré récemment qu'il est possible de prendre en compte des chargements multiaxiaux avec découplage entre repères du champ et des contraintes (Hubert, 2007). Le modèle pourrait également s'appliquer dans le cadre de la plasticité (cela constitue un des objectifs de la thèse débutante de S. Lazreg), de manière à pouvoir réaliser des identifications inverses précises et rapides.

## 6.2 Introduction à la modélisation des phénomènes dynamiques

On a vu que le modèle multiéchelle permet de rendre compte des effets d'anisotropie liés à la texture. Il rend ainsi possible la comparaison de différentes textures vis à vis des propriétés magnéto-élastiques. On peut alors envisager d'optimiser certains paramètres du procédé de fabrication des tôles, afin d'obtenir des textures conduisant à un comportement magnétique voulu. Néanmoins, le modèle multiéchelle actuel est limité à une description réversible du comportement magnéto-mécanique. Cette limitation le prive pour l'instant de la description des phénomènes de pertes magnétiques, donnée essentielle pour le dimensionnement des machines électriques notamment (Brissonneau, 1997). L'intégration dans la modélisation des mécanismes responsables de l'hystérésis magnétique est un travail débutant, objet d'une collaboration entre le LMT-Cachan et le LGEP (co-encadrement de la thèse de K.J.Rizzo). Voici quelques éléments de réflexion.

### 6.2.1 Quelques mises en évidence expérimentales

Les figures suivantes illustrent la problématique générale de la dissipation. L'hystérésis apparaît lorsqu'on cycle un matériau en champ (6.3a) ou en contrainte (6.3b). Sa forme dépend du niveau statique de contrainte ou de champ appliqué au matériau. Nous souhaitons mettre en place un modèle capable de rendre compte de ces phénomènes. Nous nous limitons dans un premier temps à la description des dissipations associées à la microstructure; cela correspond grossièrement aux pertes par hystérésis et pertes par excès. Les pertes par courant de Foucault sont intimement liées à la structure du circuit magnétique; elles peuvent être traitées a posteriori (Ossart, 2003).

### 6.2.2 Modélisation des phénomènes dynamiques

Deux modèles d'hystérésis sont très majoritairement employés dans l'industrie et abondamment discutés dans la littérature; il s'agit des modèles de Preisach (1935) et de Jiles & Atherton (1984). La description de chacun des modèles et des multiples extensions dont ils ont fait l'objet dépasse le cadre de ce chapitre. Notons simplement que ces deux modèles, bien qu'ayant une assise relativement physique, sont essentiellement phénoménologiques. Le lien entre leurs paramètres de construction et les variables physiques est parfois ténu (fonction de distribution de Preisach; densité de défauts ou coefficient démagnétisant du modèle de Jiles). Ces modèles ne rendent pas intrinsèquement compte des effets de texture. Le calcul des déformations de magnétostriction et la prise en compte de l'effet des contraintes se font a posteriori ou à l'aide d'écritures thermodynamiques

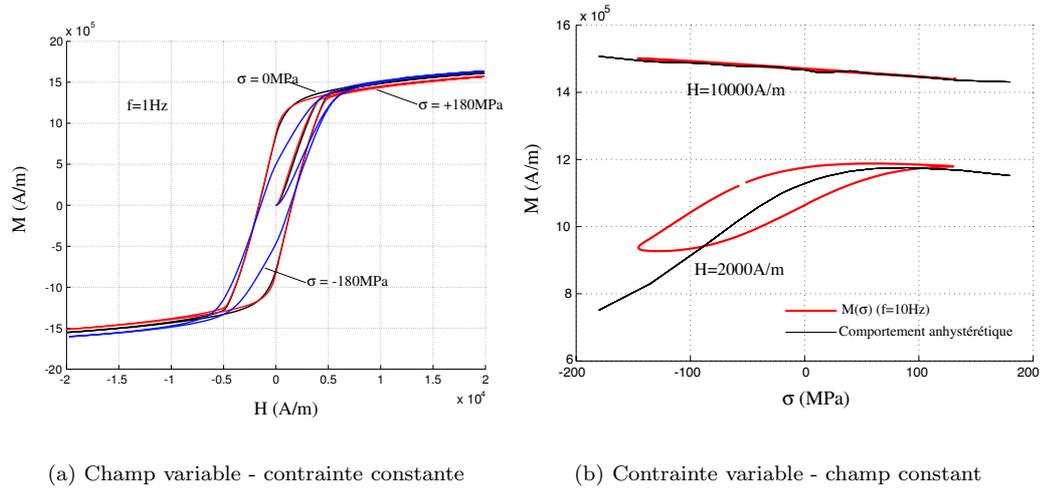


Figure 6.3 – Illustrations du comportement hystérétique  $M(H, \sigma)$  pour l'acier bas carbone (Hubert & Rizzo, 2008).

couplées de manière faible aux modèles. Ces modèles sont par ailleurs uniaxiaux; l'extension au multiaxial passe par la notion de contrainte équivalente très délicate à manipuler (Hubert, 2007).

Notre objectif est d'implémenter une description des phénomènes dissipatifs au modèle multi-échelle, c'est à dire à l'échelle des domaines. L'idée générale est de raisonner famille de domaine par famille de domaine en considérant que toute variation de fraction volumique  $f_\alpha$  s'accompagne d'une dissipation. On envisage en particulier d'introduire une formulation dissipative instantanée type micro-courants de Foucault (voir par exemple les travaux de Buznikov (2005) et la thèse de Vieille (2007)) pour traiter à la fois les mécanismes temporels (pertes par excès) ou intemporels (pertes statiques). Sollicitations dynamiques mécaniques et magnétiques seront traitées de manière équivalente. L'équation suivante permet de visualiser la part de chacun des termes sur la variation de fraction volumique<sup>2</sup>.

$$\frac{\partial f_\alpha}{\partial t} = \frac{\partial f_\alpha}{\partial \sigma} \cdot \left( k_\sigma + \frac{\partial \sigma}{\partial t} \right) + \frac{\partial f_\alpha}{\partial H} \cdot \left( k_H + \frac{\partial H}{\partial t} \right) \quad (6.8)$$

$k_\sigma$  et  $k_H$  sont des constantes associés aux mécanismes intemporels de la dissipation lors de sollicitations mécaniques ou magnétiques. Les dissipations acoustiques propres au phénomène d'annihilation et de création de parois (notion introduite en particulier par Guyot & Cagan (1991)) devront également être prises en compte pour traiter les approches à la saturation.

### 6.2.3 Application à la prédiction des pertes d'énergie dans les machines

La mise en place d'outils efficace de prévision des pertes d'énergie associée à des méthodes expérimentales d'identification et de validation ouvre la voie à une véritable optimisation des procédés pour l'élaboration de matériaux les mieux adaptés aux conditions d'emploi. En effet, l'augmentation du niveau de performance requis des matériaux magnétiques constitutifs des machines électriques et actionneurs se traduit par des besoins accrus de miniaturisation en vue de l'allègement des systèmes. Cette miniaturisation est souvent associée à une vitesse plus élevée des dispositifs tournants et, par conséquent à une intensité plus élevée des contraintes à caractère multiaxial (forces centrifuges). La recherche de matériaux optimaux exige l'utilisation des modèles magnétiques avancés, capables de prendre en compte la microstructure du matériau et les phénomènes magnéto-mécaniques couplés. Le développement de cette thématique supposera un partenariat fort avec des équipes de métallurgistes pour l'élaboration de matériaux modèles et des industriels des aciers électriques.

2. Il ne s'agit pas d'une dérivée partielle classique du fait de l'existence des constantes  $k_\sigma$  et  $k_H$ . Cette forme s'apparente grossièrement à une dérivée particulaire.

# Bibliographie

- W.D. Armstrong, "The non-linear deformation of magnetically dilute magnetostrictive particulate composites", *Materials Science and Engineering A*, 285, (2000) p13.
- G. Arnold, "Identification de lois de comportement pour la simulation de procédés de mise en forme à froid", Thèse de doctorat, ENS-Cachan, (2005).
- B. Astié, J. Degauque, J.L. Porteseil and R. Vergne, "Predictions of the random potential energy models of domain wall motion: an experimental investigation on high-purity iron", *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 28, (1982) p149.
- K. Azoum, M. Besbes and F. Bouillault, "3D FEM of magnetostriction phenomena using coupled constitutive laws", *International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics*, 19, (2004) p367.
- B. Bacroix, J.J. Jonas, F. Montheillet and A. Skalli, "Grain reorientation during the plastic deformation of f.c.c. metals", *Acta Metallurgica*, 34, (1986) p937.
- G. Ban and F. Janosi, "Measuring system and evaluation method of DC and AC magnetostriction behaviour to investigate 3.2% SiFe GO electrical steels", *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 160, (1996) p167.
- Y. Bernard and F. Ossart, "Comparison between two models of magnetic hysteresis accounting for stress", *International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics*, 19, (2004) p551.
- M. Berveiller, A. Zaoui, "An extension of the self-consistent scheme to plastically-flowing polycrystals", *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 26, (1978) p325.
- A. Böttcher, T. Gerber and K. Lücke, "Determination of microtexture of initial stages of secondary recrystallization in Fe-3wt-% Si by etch pitting", *Materials Science and Technology*, 8, (1992) p16.
- R.M. Bozorth, "Ferromagnetism", ed. D. Van Nostrand Company, N.Y. 1951.
- P. Brissonneau, "Magnétisme et matériaux magnétiques pour l'électrotechnique", ed. Hermes, Paris 1997.
- N. Buiron, "Modélisation multiéchelle du comportement magnéto-élastique couplé des matériaux ferromagnétiques doux", thèse de doctorat, ENS-Cachan, (2000).
- N. Buiron, L. Hirsinger and R. Billardon, "Influence of the texture of soft magnetic materials on their magneto-elastic behaviour", *Journal de Physique IV*, 11, (2001) p373.
- C. Buvat, "Etude de l'anisotropie et de l'hétérogénéité des comportements magnétique et mécanique d'un alliage de fer-silicium à grains orientés", thèse de doctorat, ENS-Cachan (2000).
- N.A. Buznikov, A.S. Antonov, C.G. Kim, C.O. Kim, A.A. Rakhmanov and S.S. Yoon, "The effect of domain-walls motion on second harmonic amplitude of magnetoinductive response in Co-based amorphous wires", *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 285, (2005) p101.
- W.J. Carr In: A.E. Berkowitz and E. Kneller, Editors, "Magnetism and metallurgy", Academic Press, N.Y. (1969) p45.
- W.E. Carrington and D. Mclean, "Slip nuclei in Silicon-Iron", *Acta Metallurgica*, 13, (1965) p493.
- O. Cerri, "Comportement magnéto-mécanique d'une ferrite NiZn - Aspects expérimentaux et numériques", Mémoire de Master 2, Université Paris VI (2004).
- S. Chikazumi, "Physics of ferromagnetism", ed. Oxford Un. Press (2<sup>nd</sup> edition), London 1997.
- F. Claeysen, N. Lhermet, R. Le Letty and P. Bouchilloux, "Actuators, transducers and motors based on giant magnetostrictive materials", *Journal of Alloys and Compounds*, 258, (1997) p61.
- A.H. Cottrell et B.A. Bilby, "Dislocation Theory of Yielding and Strain Ageing of Iron", *Proceedings of Physic Society*, A62, (1949) p49.
- B.D. Cullity, "Introduction to magnetic materials", ed. Addison-Wesley, N.Y. 1972.
- L. Daniel, "Modélisation multi-échelle du comportement magnéto-mécanique des matériaux ferromagnétiques texturés", Thèse de doctorat, ENS-Cachan, (2003).

- L. Daniel, O. Hubert, F. Ossart and R. Billardon, "Experimental analysis and multiscale modelling of the anisotropic mechanical and magnetostrictive behaviours of electrical steels", *Journal de Physique IV*, 105, (2003) p247.
- L. Daniel, O. Hubert and R. Billardon, "Multiscale modelling of the magnetostrictive behaviour of electrical steels - demagnetising surface effect and texture gradient", *International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics*, 19 (1-4), (2004) p293.
- L. Daniel, O. Hubert and R. Billardon, "Homogenisation of magneto-elastic behaviour: from the grain to the macro scale", *Computational and Applied Mathematics*, 23, (2004) p285.
- L. Daniel, B. Vieille and O. Hubert, "Multiscale strategy for the determination of magneto-elastic behaviour: Discussion and application to Ni-Zn ferrites", *International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics*, 25, (2007) p31.
- L. Daniel, O. Hubert, N. Buiron and R. Billardon, "Reversible magneto-elastic behavior: A multiscale approach", *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 56, (2008) p1018.
- L. Daniel and O. Hubert, "An analytical model for the  $\Delta E$  effect in magnetic materials", *EPJ- AP* (2008) soumis.
- J. Degauque, "Les pertes d'énergie dans les ferromagnétiques métalliques doux: origine physique"; *Mémoires et Etudes Scientifiques de la Revue de Métallurgie*, 1, (1985) p5.
- M. Delage, "Contribution à l'étude du comportement magnéto-mécanique des tôles fer-silicium à grains non orientés", Thèse de doctorat, Paris VI (1997).
- E. Du Trémolet de Lacheisserie, "Magnetism - Fundamentals, Materials and Applications", ed. Springer, N.Y. 2002.
- E. Du Trémolet de Lacheisserie, "Magnetostriction, Theory and Applications of Magnetoelasticity", CRC Press, Boca Raton, 1993.
- A.C. Eringen and G.A. Maugin, "Electrodynamics of continua - I: Foundations and solid media", Springer Verlag, N.Y. 1990.
- X. Feaugas, "On the origin of the tensile flow stress in the stainless steel AISI 316L at 300 K: back stress and effective stress", *Acta Materialia*, 47, (1999) p3617.
- F. Fiorillo, C. Appino, C. Beatrice and F. Garsia, "Magnetization process under generically directed field in GO Fe-(3 wt%)Si laminations", *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 242-245, (2002) p.257.
- F. Fiorillo, "Characterization and Measurement of Magnetic Materials", ed. Elsevier Academic press, Amsterdam 2004.
- D. François, A. Pineau et A. Zaoui, "Comportement mécanique des matériaux - Elasticité et plasticité", ed. Hermes, Paris 1991.
- N. Galopin, K. Azoum, M. Besbes, L. Daniel, O. Hubert, F. Alves et F. Bouillault, "Caractérisation et modélisation des déformations induites par les forces magnétiques et par la magnétostriction", *Revue Internationale du Génie Electrique*, 9, (2006) p499.
- R. Gersdorf, "Uniform and non-uniform form effect in magnetostriction", *Physica*, 26, (1960) p553.
- P. Gilormini, "The theory of rate sensitive pencil glide - application to rolling textures", *Acta Metallurgica*, 37, (1989) p2093.
- C. Gourdin, "Identification et modélisation du comportement électromagnétoélastique de structures ferromagnétiques", Thèse de doctorat, Paris VI, (1997).
- C. Gourdin, L. Hirsinger and R. Billardon, "Finite element implementation of an internal variable magneto-elastic hysteresis model", *International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics*, IOS Press, (1998) p625.
- C. Gourdin, L. Hirsinger, G. Barbier and R. Billardon, "Experimental identification of the coupling between the anhysteretic magnetic and magnetostrictive behaviours", *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 177-181, (1998) p201.
- M. Guyot and V. Cagan, "The acoustic emission along the hysteresis loop of various ferro and ferrimagnets", *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 101, (1991) p256.
- H. Hauser, "Energetic model of ferromagnetic hysteresis: isotropic magnetization", *Journal of Applied Physics*, 74, (2004) p2753.
- F. Hild, B. Raka, M. Baudequin, S. Roux and F. Cantelaube, "Multi-scale displacement field measurements of compressed mineral wool sample by digital image correlation", *Applied Optics*, 41, (2002) p6815.
- R. Hill, "Continuum micro-mechanics of elastoplastic polycrystals", *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 13, (1965) p89.
- L. Hirsinger and R. Billardon, "Magnetostriction and so-called form effect", *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 140, (2002) p2199.

- L. Hirsinger, "Etude des déformations magnéto-élastiques dans les matériaux ferromagnétiques doux. Application à l'étude des déformations d'une structure de machine électrique", thèse de doctorat, Paris VI, (1994).
- C.K. Hou, S. Lee, "Effect of rolling strain on the loss separation and permeability of laminations steel", IEEE Transactions on Magnetics, 30, (1994) p212.
- B. Hribernik, "Influence of cutting strains on the magnetic anisotropy of fully processed silicon steel", Journal of Magnetism and Magnetic Materials, 26, (1982) p72.
- A. Hubert and R. Schäfer, "Magnetic domains", ed. Springer, Berlin 1998.
- O. Hubert and E. Hug, "Influence of plastic strain on the non-oriented 3% Silicon-Iron magnetic behaviour. Application to a manufacturing test by punching", Materials Science and Technology, 11, (1995) p482.
- O. Hubert, E. Hug, I. Guillot and M. Clavel, "Effect of internal stresses and dislocation features on the magnetic properties of soft ferromagnetic materials", Journal de Physique IV, 8, (1998) p515.
- O. Hubert, "Influence des contraintes internes et de la structure des dislocations sur les couplages magnéto-mécaniques dans les alliages Fe-3%Si à grains non orientés", thèse de doctorat, UTC, (1998).
- O. Hubert, M. Clavel, I. Guillot and E. Hug, "Magnetism and internal stresses: concept of magnetoplastic anisotropy", Journal de Physique IV, 9, (1999) p207.
- O. Hubert, L. Daniel and R. Billardon, "Experimental analysis of the magnetoelastic anisotropy of a non-oriented silicon iron alloy", Journal of Magnetism and Magnetic Materials, 254-255, (2003) p352.
- O. Hubert, "Experimental analysis of the magnetoelastic anisotropy of a non-oriented silicon iron alloy", proceedings of the 15th Soft Magnetic Materials conference, Bilbao (2003).
- O. Hubert, N. Jendly and L. Daniel, "Modelling of the influence of micro-plasticity on the magnetic behaviour of ferromagnetic polycrystals through a multiscale approach", Steel Research International, 76, (2005) p440.
- O. Hubert, M. Chaabane, J. Jumel and V. Maurel, "A new experimental set-up for the characterisation of magneto-mechanical behaviour of materials submitted to biaxial Stresses. Application to FeCo alloys", Przegląd Elektrotechniczny, R81, (2005) p19.
- O. Hubert, L. Daniel and R. Billardon, "Magneto-elastic multiscale approach for the modelling of multiaxial stress state and plasticity - experimental and numerical aspects", Przegląd Elektrotechniczny, R81, (2005) p82.
- O. Hubert and L. Daniel, "Effect of plastic straining on magnetostriction of ferromagnetic polycrystals - experiments and multiscale modeling", Journal of Magnetism and Magnetic Materials, 304, (2006) p489.
- O. Hubert, "Influence of biaxial stresses on the magnetic behaviour of an iron-cobalt sheet - Experiments and modelling", Przegląd Elektrotechniczny, R.83, (2007) p70.
- O. Hubert and K.J. Rizzo, "Anhysteretic and dynamic piezomagnetic behavior of a low carbon steel", Journal of Magnetism and Magnetic Materials, (2008), accepté, à paraître.
- O. Hubert and L. Daniel, "Multiscale modeling of the magneto-mechanical behavior of Grain Oriented Silicon Steels", Journal of Magnetism and Magnetic Materials, 320, (2008) p1412.
- O. Hubert, "Experimental identification of the form-effect thanks to a magnetomechanical measurement set-up", International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics, (2008), à soumettre.
- E. Hug, "Etude des dégradations des propriétés magnétiques d'alliages Fe-3%Si avec les déformations plastiques. Application à la mise en œuvre des tôles utilisées dans la conception des moteurs électriques", thèse de doctorat, UTC, (1993).
- E. Hug, "Evolution of the magnetic domain structure of oriented 3% SiFe sheets with plastic strains", Journal of Material Sciences, 30, (1995) p4417.
- E. Hug, O. Hubert and M. Clavel, "Influence of the plastic anisotropy on the magnetic properties of a nonoriented 3% silicon iron", Journal of Applied Physics, 8, (1996) p4571.
- E. Hug, O. Hubert and M. Clavel, "Some aspects of the magnetomechanical coupling in the strengthening of non oriented and grain oriented 3% SiFe alloys", IEEE Transactions on Magnetics, 1, (1997) p763.
- E. Hug, O. Hubert and I. Guillot, "Effect of the strengthening on the magnetic behaviour of ordered intermetallic 2%V-CoFe alloys", Journal of Magnetism and Magnetic Materials, 215-216, (2000) p197.

- E. Hug, O. Hubert and P. Van Houtte, "Effect of internal stresses on the magnetic properties of non-oriented 3wt.%SiFe and (Fe,Co)- 2wt.%V-alloys", *Materials Science and Engineering A*, A322, (2002) p193.
- V.E. Iordache, "Suivi de l'état de contraintes, appliquées et internes, des alliages ferromagnétiques doux par mesures de leurs propriétés magnétiques", thèse de doctorat, UTC (2003).
- V. E. Iordache, F. Ossart and E. Hug, "Magnetic characterisation of elastically and plastically tensile strained non-oriented Fe-3.2%Si steel", *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 254-255, (2003) p57.
- Y. Ishikawa and N. Miura (Eds), "Physics and engineering applications of magnetism", p170, "magnetostriction and magneto-elastic energy", ed. Springer-Verlag, 1991
- D.C. Jiles and D.L. Atherton, "Theory of ferromagnetic hysteresis", *Journal of Applied Physics*, 55, (1984) p2115.
- D.C. Jiles, J.B. Thoelke and M.K. Devine, "Numerical determination of hysteresis parameters for the modeling of magnetic properties using the theory of ferromagnetic hysteresis", *IEEE Transactions on Magnetics*, 28, (1992) p27.
- D.C. Jiles, "Modelling the effects of eddy current losses on frequency dependent hysteresis in electrically conducting media", *IEEE Transactions on Magnetics*, 30, (1994) p4326.
- D.C. Jiles, "Introduction to magnetism and magnetic materials", ed. Chapman and Hall, London 1995.
- T.L. Johnston, A.S. Tetelman and A.J. McEvily Jr., "On lattice effects and strength of alloys", dans "High strength materials", Chap. 9, proceedings 2nd Berkeley Int. Materials Conf. 1964, editeur V. Zackay, ed. J. Wiley & sons Inc., N.Y., (1965) p363.
- J.P. Joule, "On the effects of magnetism upon the dimensions of iron and steel bars", *Philosophical Magazine*, 30, (1847) p76.
- K. Kashiwaya, "Fundamentals of nondestructive measurement of biaxial stress in steel utilizing magnetoelastic effect under low magnetic field", *Japan Journal of Applied Physics*, 30, (1991) p2932.
- K. Kashiwaya, "Magnetoelastic effect of 3,25%Si-Fe single crystal under low magnetic field", *Japan Journal of Applied Physics*, 31, 1992, p.237
- A.S. Keh and S. Weissmann, "Deformation substructure in Body-centered cubic metals", dans "Electron microscopy and strength of crystals" ed. Gareth Thomas, Jack Washburn, Interscience Publishers, N.Y., chap. 5, (1963) p.231
- R.F. Krause and B.D. Cullity, "Formation of Uniaxial Magnetic Anisotropy in Nickel by Plastic deformation", *Journal of Applied Physics*, 39, (1968) p5532.
- E. Kröner, "Plastischer Verformung des Vielkristalls", *Acta Metallurgica*, 9, (1961) p155.
- H. Kronmüller, "Microstructure and micromagnetism", *Conf. on Magn. & Magn. Mat.*, AIP Conf. Proc., 10, (1973) p1006.
- M. Küpferling, C. Appino, V. Basso, G. Bertotti, F. Fiorillo and P. Meilland, "Magnetic hysteresis in plastically deformed low-carbon steel laminations", *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 316, (2007) p854.
- F.J.G. Landgraf, M. Emura, K. Ito and P.S.G. Carvalho, "Effect of plastic deformation on the magnetic properties of non-oriented electrical steels", *Journal of magnetism and magnetic materials*, 215-216, (2000) p94.
- F. J. G. Landgraf and M. Emura, "Losses and permeability improvement by stress relieving fully processed electrical steels with previous small deformations", *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 242-245, (2002) p152.
- R.A. Langman, "Magnetic properties of mild steel under conditions of biaxial stress", *IEEE Transactions on Magnetics*, 26, (1990) p1243.
- J. Lemaitre et J.L. Chaboche, "Mécanique des matériaux solides", ed. Dunod, Paris 1985.
- M.F. Littmann, "Iron and silicon iron", *IEEE Transactions on Magnetics*, 7, (1971) p48.
- G. Loisos and A.J. Moses, "Critical evaluation and limitations of localised flux density measurement in electrical steels", *IEEE Transactions on Magnetics*, 37, (2001) p2755.
- L. Lolloz, S. Pattofatto and O. Hubert, "Application of piezo-magnetism for the measurement of stress during an impact", *Journal of Electrical Engineering*, 57, (2006), p15.
- J.M. Makar and B.K. Tanner, "The in situ measurement of the effect of plastic deformation on the magnetic properties of steel - Part I - Hysteresis loops and magnetostriction", *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 184, (1998) p193.

- J.M. Makar and B.K. Tanner, "The effect of plastic deformation and residual stress on the permeability and magnetostriction of steels", *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 222, (2000) p291.
- G.A. Maugin, "Continuum Mechanics of Electromagnetic Solids", Elsevier, 1988.
- V. Maurel, F. Ossart, Y. Marco, and R. Billardon, "Setup to test biaxial stress effect on magneto-mechanic coupling", *Journal of Applied Physics*, 93, (2003) p7115.
- V. Maurel, "Influence de l'état mécanique multiaxial induit par la découpe sur les propriétés d'usage des tôles magnétiques", thèse de doctorat, ENS-Cachan (2002).
- K. Matsumura and B. Fukuda, "Recent developments of non-oriented electrical steel sheets", *IEEE Transactions on Magnetics*, 5, (1984) p1533.
- H. Mughrabi, K. Herz and X. Stark, "The effect of strain-rate on the cyclic deformation properties of  $\alpha$ -Iron single crystals", *Acta Metallurgica*, 24, (1976) p659.
- H. Mughrabi, "Dislocation wall and cell structures and long-range internal stresses in deformed metal crystals", *Acta Metallurgica*, 9, (1983) p1367.
- F.R.N. Nabarro: "Theory of dislocations"; Dover publications inc., N.Y., 1967.
- L. Néel, "Les lois de l'aimantation et de la subdivision en domaines élémentaires d'un monocristal de fer", *Journal de Physique des Radiations*, 5, (1944) p241.
- P.W. Neurath, "Effect of plastic and elastic stresses on the losses and the domain configurations of grain-oriented 3%Si-Fe", *Journal of Metals Transactions AIME*, 206, (1956) p1319.
- F. Ossart, E. Hug, O. Hubert, C. Buvat and R. Billardon, "Effect of punching on electrical steels: Experimental and numerical coupled analysis", *IEEE Transactions on Magnetics*, 36, (2000) p3137.
- F. Ossart, O. Hubert and R. Billardon, "A new internal variables scalar hysteresis model respecting the wiping-out property", *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 254-255, (2003) p170.
- H. Pascard, "Matériaux ferrimagnétiques", ed. Cours de l'école polytechnique, Palaiseau 1998.
- K.C. Pitman, "The influence of Stress on ferromagnetic hysteresis", *IEEE Transactions on Magnetics*, 26, (1990) p1978.
- F. Preisach, "Über die magnetische nachwirkung", *Zeitung Physik*, 94, (1935) p277.
- A.H. Qureshi and L.N. Chaudhary, "Influence of plastic deformation on coercive field and initial susceptibility of Fe-3,25%Si alloys", *Journal of Applied Physics*, 41, (1970) p1042.
- L. Sheiko, A. Moroshkin and S. Gaiduk, "The characteristic properties of magnetization processes of 3% Si-Fe sheets in transformer cores", *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 157-158, (1996) p457.
- M.J. Sablik, H. Kwun, G.L. Burkhardt and D.C. Jiles, "Model for the effect of tensile and compressive stress on ferromagnetic hysteresis", *Journal of Applied Physics*, 61, (1987) p3799.
- M.J. Sablik and D.C. Jiles, "Coupled magneto-elastic theory of magnetic and magnetostrictive hysteresis", *IEEE Transactions on Magnetics*, 29, (1993) p2113.
- M.J. Sablik, L.A. Riley, G.L. Burkhardt, H. Kwun, P.Y. Cannell, K.T. Watts and R.A. Langman, "Micromagnetic model for the influence of biaxial stress on hysteretic magnetic properties", *Journal of Applied Physics*, 75, (1994) p5673.
- M.J. Sablik, "Modeling the effect of grain size and dislocation density on hysteretic magnetic properties in steels", *Journal of Applied Physics*, 89, (2001) p5610.
- M.J. Sablik, T. Yonamine and F.J.G. Landgraf, "Modeling Plastic Deformation Effects on Hysteresis Loops with the Same Maximum Flux Density in Steels." *IEEE Transactions on Magnetics*, 40, (2004) p3219.
- K.H. Schmidt, "Influence of punching on the magnetic properties of electric steel with 1% silicon", *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 2, (1976) p136.
- A. Seeger, H. Kronmüller, H. Rieger and H. Trauble, "Effect of lattice defects on the magnetization curve of ferromagnets", *Journal of Applied Physics*, 35, (1964) p740.
- J. G. Sevillano, "Flow stress and work hardening"; dans "Materials Science and Technology - vol. 6 - Plastic deformation and fracture of materials", Volume ed. H. Mughrabi, chap. 2, Weinheim; New-York; Basel; Cambridge: VCH, (1993) p19.
- J.W. Shilling and G.L. Houze Jr., "Magnetic properties and domain structure in grain-oriented 3% Si-Fe"; *IEEE Transactions on Magnetics*, 10, (1974) p195.
- G.H. Shirkoohi and A.J. Moses, "Effects of stress on iron loss and apparent power in low silicon non-oriented electrical steel", *Anales de Fisica - B*, 86, (1990) p265.
- B. Szpunar and J.A. Szpunar, "Influence of stresses on the hysteresis curve in constructional steel", *IEEE Transactions on Magnetics*, 20, (1984) p1882.

- P.T. Squire, S.N. Hogsdon and H. Hauser, "Domain processes in grain-oriented silicon steel studied by means of  $\Delta E$  effect", *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 157-158, (1996) p527.
- S.I. Tiitto, "Influence of elastic and plastic strain on the magnetization process in Fe-3,5%Si", *IEEE Transactions on Magnetics*, 12, (1976) p855.
- Y. Ushigami, M. Mizokami, M. Fujikura, T. Kubota, H. Fujii and K. Murakami, "Recent development of low-loss grain-oriented silicon steel", *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 254-255, (2003) p307.
- L. Vandeveld and J.A.A. Melkebeek, "Modeling of magnetoelastic material", *IEEE Transactions on Magnetics*, 38, (2002) p993.
- B. Vieille, "Modélisation de l'effet des contraintes sur le comportement magnétique des ferrites", Thèse de doctorat, ENS-Cachan, (2007).
- G. Vlasák, Z. Kaczkowski and P. Duhaj, "Magnetostriction of the Fe<sub>73.5</sub>Cu<sub>1</sub>Ta<sub>2</sub>Nb<sub>1</sub>Si<sub>13.5</sub>B<sub>9</sub> alloy", *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 215-216, (2000) p476.
- B. Weiser, H. Pfützner and J. Anger, "Relevance of magnetostriction and forces for the generation of audible noise of transformer cores", *IEEE Transactions on Magnetics*, 36, (2000) p3759.
- T. Yamasaki, S. Yamamoto and M. Hirao, "Effect of applied stresses on magnetostriction of low carbon steel", *NDT&E Int.*, 29, (1996) p263.
- H. Zhao, "Material behaviour characterisation using SHPB techniques, tests and simulations", *Computers & Structures*, 81, (2003) p1301.



## Résumé

La problématique de cette étude porte sur deux aspects du comportement des matériaux magnétiques. Le premier est l'effet d'une sollicitation mécanique sur le comportement magnétique. Le second est l'étude de la déformation des matériaux soumis à un champ. Ces deux phénomènes sont caractéristiques du couplage magnéto-mécanique. L'objectif consiste à établir des modèles capables de simuler le couplage dans toute sa complexité, de manière à améliorer les procédés et les matériaux, et, in fine, le rendement des machines électriques.

Ce document est l'aboutissement d'environ une dizaine d'années de recherches dont huit passées au LMT-Cachan. Il tente de réaliser une synthèse de différents travaux propres et études de Master et Thèses que j'ai eu à encadrer portant sur les couplages magnéto-mécaniques.

Ce document se découpe en cinq chapitres. Le premier présente le cadre de l'étude ainsi qu'une brève description du comportement magnéto-élastique, d'un point de vue macroscopique et microscopique. Le deuxième concerne les mises en évidence expérimentales des phénomènes de couplage magnéto-mécanique. Les matériaux, les méthodes de mesure magnétique et magnétostrictive, ainsi que les essais mécaniques uniaxiaux et multiaxiaux sont détaillés. Le troisième chapitre est consacré à la description de la modélisation magnéto-élastique couplée qui fait intervenir trois échelles : celle du domaine magnétique, celle du monocristal, et celle du polycristal. Les comparaisons modèle-essais donnent des résultats satisfaisants en ce qui concerne les matériaux massifs. Pour le format tôle, les comparaisons mettent en évidence certaines faiblesses du modèle qui requièrent la prise en compte d'effets d'anisotropies macroscopiques, et en particulier la mise en place d'une configuration initiale. Dans le quatrième chapitre, nous apportons les principaux éléments utiles à la modélisation de l'influence de la plasticité sur le comportement magnéto-mécanique à l'aide de la démarche multiéchelle : la plasticité est introduite via un état de contraintes résiduelles admissible, déterminé à partir d'un modèle de plasticité microcristalline. Le dernier chapitre est consacré à présenter les principales perspectives de travaux associés aux couplages magnéto-mécaniques : elles concernent les applications CND et la modélisation de l'hystérésis magnétique en vue de l'optimisation des procédés de fabrication.

**Mots-clés :** couplage magnéto-mécanique, magnétostriction, plasticité microcristalline, modélisation multiéchelle, sollicitations multiaxiales, contrôle non destructif.

## Summary

The issue of this study focuses on two points in the behaviour of magnetic materials. The first is the effect of mechanical stress on the magnetic behaviour. The second point is the study of deformation of materials submitted to a magnetic field. These two phenomena are characteristic of the magneto-mechanical coupling. The goal is to develop models able to simulate the coupling in all its complexity, in order to improve processes and materials, and, finally, the performance of electrical machines.

It is the result of about a decade of research including eight spent in LMT-Cachan. It is trying to achieve a synthesis of different own studies, Master and PhD Theses that I had to be framed on the magneto-mechanical couplings.

This document is divided into five chapters. The first is describing the frame of this study together with a brief description of the magneto-elastic behaviour, from a macroscopic to a microscopic point of view. The second concerns experimental aspects: materials, methods for measuring magnetic and magnetostrictive behaviours, and mechanical uniaxial and multiaxial testings are detailed. The third chapter is devoted to the description of the modelling of the magneto-elastic behaviour. It is involving three scales: the domain, the single crystal, and the polycrystal scales. Comparisons between modelling and experimental results provide positive outcomes regarding massive materials. For the sheet format, comparisons highlight some weaknesses in the model that require the consideration of anisotropies macroscopic effects, in particular the establishment of an initial configuration. In the fourth chapter, we provide the key elements useful for modelling the influence of plasticity on the magneto-mechanical behaviour using the multi-scale model: plasticity is introduced through a state of residual stress state determined from a microcrystalline plasticity model. The final chapter is devoted to presenting the main prospects for works associated with magnetomechanical couplings: they concern the NDT applications and modelling of the magnetic losses for the optimization of manufacturing processes.

**Keywords:** magneto-mechanical coupling, magnetostriction, microcrystalline plasticity, multiscale modelling, multiaxial loading, non destructive evaluation