



HAL
open science

Métrologie de la polarisation de la lumière à l'échelle du grain de speckle: histogrammes du degré de polarisation, dépolarisation spatiale et repolarisation temporelle

Ayman Ghabbach

► To cite this version:

Ayman Ghabbach. Métrologie de la polarisation de la lumière à l'échelle du grain de speckle: histogrammes du degré de polarisation, dépolarisation spatiale et repolarisation temporelle. Optique / photonique. Aix Marseille Université, 2014. Français. NNT: . tel-01524520

HAL Id: tel-01524520

<https://hal.science/tel-01524520>

Submitted on 18 May 2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License



Thèse présentée à Aix-Marseille Université pour obtenir le grade de Docteur en Science
Ecole doctorale : Physique et sciences de la matière
Spécialité : Optique, électromagnétisme et image

Métrologie de la polarisation de la lumière à l'échelle du grain de speckle: *histogrammes du degré de polarisation, dépolariation spatiale et repolarisation temporelle*

Ayman GHABBACH

Institut Fresnel, UMR 7249 CNRS/AMU/ECM
Equipe CONCEPT – Marseille

Soutenue publiquement le
30-Octobre-2014

Membres du jury :

Xavier Orlik (rapporteur)
Bernard Le jeune (rapporteur)
Anne Renault (examineur)
Alain Barthélémy (examineur)
Myriam Zerrad (co-directeur de thèse)
Claude Amra (co-directeur de thèse)

Remerciements

No one who achieves success does so without acknowledging the help of others. The wise and confident acknowledge this help with gratitude.

A. N. Whitehead

Ce travail de doctorat a été réalisé à l'institut Fresnel au sein de l'équipe CONCEPT, dans le cadre du projet TRAMEL financé par l'Agence Nationale de la Recherche, intitulé : « Transition Progressive entre Etats de Polarisation Extrêmes de la Lumière Diffusée ».

Tout d'abord je tiens à remercier chaleureusement mes directeurs de thèse :

- Claude Amra, Directeur de recherche au CNRS
- Myriam Zerrad, Ingénieur de recherches à Aix-Marseille Université

Je les remercie véritablement pour m'avoir confié un sujet aussi passionnant, mais aussi et surtout parce qu'ils m'ont dirigé et encadré durant ces trois années de doctorat. J'ai grandement apprécié d'être au contact de personnes d'une intelligence et d'une efficacité exceptionnelles, tout en faisant preuve par ailleurs d'une grande richesse humaine et morale.

Chacun dans son style, leur association fut d'une grande complémentarité :

- L'expérience, l'analyse théorique, la passion pour la recherche scientifique et la créativité de Claude ont été pour moi d'une aide précieuse pendant ma thèse
- Les nombreuses expertises de Myriam, expérimentale, théorique, numérique et technique, ainsi que sa disponibilité quotidienne et sa façon remarquable de vulgariser les aspects scientifiques, m'ont grandement aidé à mieux comprendre et trouver ensemble les solutions à mes problèmes

Ma gratitude va également à Gabriel Soriano, Maître de Conférences à Aix-Marseille Université, pour sa collaboration sur les aspects numériques, qui a grandement enrichi la compréhension de ces travaux de doctorat.

Je suis, par ailleurs, particulièrement honoré que d'éminents scientifiques aient accepté de participer à l'évaluation de mon travail de doctorat :

- M. Bernard Lejeune, Professeur à l'Université de Bretagne Occidentale et directeur du LSOL et M. Xavier Orlik, Ingénieur à l'ONERA- DOTA habilité à diriger de recherches, ont eu la lourde charge de rapporter sur ce travail; qu'ils en soient ici vivement remerciés

- Mme Anne Renault, directrice de recherche au CNRS et directrice de la Mission pour l'interdisciplinarité, et M. Alain Barthélémy, directeur de recherche au CNRS au laboratoire XLIM à l'université de Limoges, ont également participé de cette évaluation, au titre de membres du jury ; je les en remercie très sincèrement.

Je voudrais également remercier mes chers collègues de bureau avec qui j'ai tissé des liens plus que professionnels : Marie Lécureux, David Lepetiteau, Simona Liukaityte! J'ai été très heureux de partager votre bureau. Merci pour tout le côté social et l'humour qui rend la vie tellement plus légère au quotidien! J'ai apprécié toutes nos discussions.

Je remercie encore mes autres collègues avec qui nous avons partagé des moments bien sympathiques : Marc Fabert, Romain Burla, Alexandre Joerg, Dambé Douiti, Céline Goudieff...

Je tiens également à remercier ceux qui m'ont donné de leur temps pour me faire avancer pendant mes travaux de thèse, et plus particulièrement Xavier Orlik qui m'a encouragé et aidé à comprendre des principes importants pour la partie théorique de ma thèse, sans oublier Sophie Brasselet qui m'a fourni des échantillons spécifiquement « bio ».

Merci à tout le personnel du laboratoire, notamment Nelly Bardet et Claire Guéné pour m'avoir accueilli et pour leur préparation des journées des doctorants, et merci à Evelyne Santacroce pour nos discussions intéressantes et sa gentillesse constante.

Merci à mes amis plus particulièrement Ali Alshehri et à ma famille élargie (mes chers cousins Hadi et Kassem, oncles et tantes..), et surtout merci à mon père qui a toujours été serein, fort et solide à travers les difficultés, et présent dans le besoin...

Merci à ma mère, qui m'a élevé avec un grand amour, jusqu'au bout de ses forces, avec courage, sensibilité et discipline. J'ai une chance immense de les avoir dans ma vie, ainsi que ma sœur qui m'a soutenu avec un grand amour pendant les moments difficiles. Mes derniers remerciements vont à ma chère fiancée qui a cru en moi, qui m'a supporté dans tout ce que j'ai entrepris et son enthousiasme contagieux à l'égard de mes travaux comme de la vie en général.

Enfin, après ce flot de remerciements, je voudrais être certain que mes directeurs de thèse ont été suffisamment remerciés. Claude et Myriam, encore merci.

Table de matière

TABLE DE MATIERE	5
CHAPITRE I - INTRODUCTION	11
I. INTRODUCTION.....	12
CHAPITRE II : POLARISATION DE LA LUMIERE- FONDAMENTAUX, RAPPELS	19
II. POLARISATION DE LA LUMIERE- FONDAMENTAUX, RAPPELS.....	20
1. ORIGINES DE LA POLARISATION : UN PEU D'HISTOIRE	20
2. POLARISATION ELLIPTIQUE	23
3. LES PARAMETRES DE L'ELLIPSE DE POLARISATION	25
4. SPHERE DE POINCARÉ.....	26
5. PARAMETRES DE STOKES.....	27
6. FORMALISME DE JONES.....	29
7. MATRICE DE COHERENCE.....	30
8. DEGRE DE POLARISATION (DOP)	32
CHAPITRE III : METROLOGIE DE LA POLARISATION DANS CHAQUE PIXEL D'UNE CAMERA CCD	35
III. METROLOGIE DE LA POLARISATION DANS CHAQUE PIXEL D'UNE CAMERA CCD.....	36
1. PRINCIPE DE BASE	36
2. UTILISATION DE LA PROCEDURE DES MOINDRES CARRES	37
3. PARAMETRES DE POLARISATION	39
4. APPLICATION AU FAISCEAU INCIDENT SPECULAIRE	40
5. CARTOGRAPHIES D'INTENSITE	42
6. CARTOGRAPHIE DES PREMIERS PARAMETRES	42
7. CARTOGRAPHIE DU DEGRE DE POLARISATION	43

8.	<u>FORME DES COURBES DE POLARISATION</u>	<u>44</u>
9.	<u>SPHERE DE POINCARE.....</u>	<u>44</u>
10.	<u>HISTOGRAMME DU DEGRE DE POLARISATION</u>	<u>45</u>
11.	<u>HISTOGRAMME DE LA FONCTION DISTANCE</u>	<u>47</u>
12.	<u>INFLUENCE DE BIAIS DANS LA MESURE</u>	<u>48</u>
13.	<u>CONCLUSION.....</u>	<u>50</u>
<u>CHAPITRE IV : POLARISATION PAR LE SPECKLE DIFFUSE PAR UNE SURFACE RUGUEUSE</u>		<u>53</u>
IV.	<u>POLARISATION PAR LE SPECKLE DIFFUSE PAR UNE SURFACE RUGUEUSE.....</u>	<u>54</u>
1.	<u>CARTOGRAPHIES D'INTENSITE DU SPECKLE</u>	<u>54</u>
2.	<u>EXTRACTION DES PREMIERS PARAMETRES.....</u>	<u>56</u>
3.	<u>CARTOGRAPHIE DU DEGRE DE POLARISATION</u>	<u>57</u>
4.	<u>ANALYSE DE PIXELS UNIQUES</u>	<u>57</u>
5.	<u>SPHERE DE POINCARE.....</u>	<u>58</u>
6.	<u>HISTOGRAMMES DU DEGRE DE POLARISATION.....</u>	<u>59</u>
7.	<u>HISTOGRAMME DE LA DISTANCE</u>	<u>60</u>
8.	<u>CONCLUSION PARTIELLE (ECHANTILLON DORE).....</u>	<u>60</u>
10.	<u>BILAN ET CONCLUSION</u>	<u>65</u>
<u>CHAPITRE V : LE CAS DES VOLUMES HETEROGENES SOUS ECLAIREMENT POLARISE</u>		<u>71</u>
V.	<u>LE CAS DES VOLUMES HETEROGENES SOUS ECLAIREMENT POLARISE.....</u>	<u>72</u>
1.	<u>CARTOGRAPHIES D'INTENSITE DU SPECKLE</u>	<u>73</u>
2.	<u>EXTRACTION DES PREMIERS PARAMETRES.....</u>	<u>75</u>
3.	<u>CARTOGRAPHIE ET HISTOGRAMME DU DEGRE DE POLARISATION</u>	<u>76</u>

4.	<u>ANALYSE DE PIXELS UNIQUES</u>	<u>77</u>
5.	<u>SPHERE DE POINCARE.....</u>	<u>78</u>
6.	<u>HISTOGRAMME DE LA DISTANCE</u>	<u>79</u>
7.	<u>CONCLUSION PARTIELLE</u>	<u>80</u>
8.	<u>COMPARAISON AVEC D'AUTRES ECHANTILLONS VOLUMIQUES</u>	<u>80</u>
III.	<u>HISTOGRAMMES DE DOP.....</u>	<u>84</u>
9.	<u>CONCLUSION.....</u>	<u>85</u>
<u>CHAPITRE VI : CAS D'UNE LUMIERE INCIDENTE DEPolarISEE</u>		
VI.	<u>CAS D'UNE LUMIERE INCIDENTE DEPolarISEE</u>	<u>90</u>
1.	<u>VALIDATION SUR LE FAISCEAU SPECULAIRE.....</u>	<u>90</u>
	I. CARTOGRAPHIES D'INTENSITE	90
	II. EXTRACTION DU PARAMETRE α	91
	III. DEGRE DE POLARISATION	92
	IV. SPHERE DE POINCARE	92
	V. CONCLUSION PARTIELLE	93
2.	<u>LE CAS DES SURFACES DIFFUSANTES</u>	<u>93</u>
	I. CARTOGRAPHIES D'INTENSITE ET DE DOP POUR LES 3 ECHANTILLONS DE SURFACE	93
	II. SPHERES DE POINCARE POUR LES 3 ECHANTILLONS DE SURFACE	95
	III. HISTOGRAMMES DE DOP POUR LES 3 ECHANTILLONS DE SURFACE	96
	IV. PRECISION DES MESURES	97
	V. CONCLUSION PARTIELLE	97
3.	<u>LE CAS DES VOLUMES</u>	<u>97</u>
	I. CARTOGRAPHIES D'INTENSITE ET DE DOP POUR LES 3 ECHANTILLONS VOLUMIQUES	98
	II. SPHERES DE POINCARE POUR LES 3 ECHANTILLONS VOLUMIQUES	99
	III. HISTOGRAMMES DE DOP POUR LES 3 ECHANTILLONS VOLUMIQUES	100
	IV. PRECISION DES MESURES	101
	V. CONCLUSION PARTIELLE	102
4.	<u>CONCLUSION GENERALE.....</u>	<u>102</u>
<u>CHAPITRE VII : DEPolarISATION SPATIALE MULTI-EHELLE.....</u>		
<u>107</u>		

VII.	<u>DEPOLARISATION SPATIALE MULTI-ECHELLE</u>	<u>108</u>
1.	<u>INTRODUCTION</u>	<u>108</u>
2.	<u>PRINCIPE DE BASE</u>	<u>108</u>
3.	<u>APPLICATION AUX SURFACES.....</u>	<u>110</u>
4.	<u>APPLICATION AUX VOLUMES.....</u>	<u>112</u>
5.	<u>CAS D'UN ECLAIREMENT DEPolarISE</u>	<u>114</u>
	I. CAS DES SURFACES	114
	II. CAS DES VOLUMES	116
6.	<u>CONCLUSION.....</u>	<u>117</u>
	<u>CHAPITRE VIII « BRUIT ET HISTOGRAMMES »</u>	<u>119</u>
VIII.	<u>BRUIT ET HISTOGRAMMES</u>	<u>120</u>
1.	<u>INTRODUCTION.....</u>	<u>120</u>
2.	<u>FONCTION DISTANCE ET PROCEDURE LMS</u>	<u>120</u>
3.	<u>SIMULATION D'HISTOGRAMMES DE DOP « BRUITES » : PRINCIPE.....</u>	<u>121</u>
	I. PRINCIPE	121
	II. CAS DU FAISCEAU DIRECT	123
	III. CAS DES SURFACES	123
	IV. CAS DES VOLUMES	124
4.	<u>CONCLUSION GENERALE.....</u>	<u>125</u>
	<u>CHAPITRE IX : CONCLUSION</u>	<u>129</u>
IX.	<u>CONCLUSION.....</u>	<u>130</u>
X.	<u>ANNEXE</u>	<u>131</u>

Chapitre I - Introduction

I. Introduction

La lumière est un des principaux messages que l'être humain essaye de comprendre et traiter pour étudier son environnement depuis les premiers âges. Il tente ainsi d'analyser les dimensions et la distance des objets en se basant sur des informations fournies par la lumière diffusée par son environnement.

L'œil humain, bien que très performant, n'est pas sensible à la nature vectorielle de la lumière, contrairement aux yeux de certains insectes. Il ne peut ainsi identifier que la longueur d'onde (couleur) ou l'intensité de la lumière.

La polarisation décrit la façon dont le champ électrique évolue en un point de l'espace. La lumière naturelle est dite « dépolarisée » quand son champ électrique suit une trajectoire aléatoire, contrairement à une lumière « polarisée » dont le champ électrique décrit une trajectoire ordonnée et régulière.

Les études sur les phénomènes de polarisation de la lumière ont donc été considérablement développées au cours de ce siècle mais ont fini par perdre de leur importance au profit des informations purement scalaires. Ce n'est qu'à partir de 1960, avec la mise au point du premier laser, que l'exploitation des informations polarimétriques s'est surtout manifestée. L'utilisation des sources cohérentes a ainsi provoqué un regain d'intérêt de la recherche dans ce domaine, et a dû s'accompagner d'une adaptation des formalismes et des méthodologies.

Ces formalismes et méthodologies sont des outils qui sont créés pour modéliser la propagation de l'onde lumineuse à travers des milieux, ou des éléments optiques tels que polariseur, mélange cas général (lame, rotateur) et cas particulier cristaux liquides)... Chacun de ces éléments change l'état de polarisation du faisceau qui le traverse d'une façon particulière. Ainsi la lumière, à la sortie d'un système optique, ou après avoir été diffusée par un milieu complexe, possède une polarisation et une intensité différentes de celles du faisceau incident.

En conséquence, la mesure de la réponse polarimétrique d'un milieu donne accès à de nombreuses informations concernant le milieu. C'est pourquoi l'exploitation de l'information polarimétrique des ondes optiques fait aujourd'hui l'objet d'un intérêt croissant dans de nombreux domaines de recherches (télécommunications, biomédical, biophotonique, astrophysique, éclairage, transport, optique sous-marine....).

Un domaine scientifique particulier, appelé « polarimétrie » ou « ellipsométrie », s'est alors développé afin de mettre au point des appareils de mesure sensibles à la polarisation de la lumière. Ces instruments permettent d'observer, à travers une succession d'éléments polarisants, les transformations engendrées par un milieu. Différentes techniques ont été mises au point pour mesurer les caractéristiques polarimétriques de l'onde et la plupart d'entre elles consistent à déterminer des paramètres de dimension énergétique (paramètres de Stokes), donc directement liés à des grandeurs mesurables.

L'ellipsométrie réalise en fait une interférence entre 2 modes de polarisation de la lumière. Le résultat de cette interférence polarimétrique est piloté par un terme de déphasage polarimétrique, ou phase différentielle. En ce sens l'ellipsométrie est plus simple à mettre en œuvre qu'une expérience d'interférométrie classique, où l'on cherche à mesurer la phase absolue de l'onde optique. Cette technique a été abondamment utilisée sous différentes variantes pour modifier à souhait la polarisation de la lumière (modulateur de polarisation,

polariseur tournant, cellule à cristal liquide...), avec pour application immédiate la détermination des indices de réfraction des matériaux massifs ou en couches minces, diélectriques ou métalliques. Il est à noter qu'une précision relative extrême (10^{-3}) était requise pour la détermination de ces indices, ce qui a placé ces techniques au premier plan de la métrologie optique.

Plus récemment, l'essor des secteurs liés à l'imagerie, notamment dans le domaine satellitaire, spatial ou du biomédical, de la sécurité ou de la biophotonique..., a remis au premier plan les techniques d'imagerie. Parmi celles-ci l'imagerie de polarisation a pris une importance considérable, ce qui a permis de revisiter les phénomènes de polarisation et les techniques associées. D'un point de vue théorique, des théories unifiées sont apparues, mêlant polarisation partielle, cohérence spatiale et temporelle. D'un point de vue expérimental, des méthodes basées sur l'utilisation des matrices de Jones et de Mueller ont été élaborées.

Enfin, le thème de l'imagerie en milieu diffusant a contribué à associer les phénomènes de polarisation et de diffusion lumineuse. Ceci a conduit l'équipe CONCEPT de l'Institut Fresnel, expertes des phénomènes de diffusion lumineuse depuis les années 80, à s'approprier les outils de l'optique statistique pour appréhender sous un angle différent ces mêmes phénomènes, notamment à l'échelle du speckle. L'utilisation de détecteurs matriciels modernes (caméra CCD) a par ailleurs favorisé cette émergence, dans la mesure où l'on collecte désormais des nuages de points (10^6) dans chaque direction de l'espace, en lieu et place d'une mesure angulaire classique sur une photodiode ou un photomultiplicateur. Dans ce contexte, l'équipe a récemment mis en évidence un certain nombre de résultats ou phénomènes originaux, comme la séparation surface/volume, la repolarisation temporelle ou la dépolarisation due aux coefficients de diffusion croisés .

Toutefois la plupart de ces phénomènes ont été majoritairement prédits d'un point de vue théorique, et attendaient une confirmation expérimentale. Celle-ci tardait à venir compte tenu de la difficulté de mesurer avec précision la polarisation à l'échelle d'un grain de speckle, pour une lumière visible. *Nous arrivons ainsi au cœur de notre travail, qui a consisté à élaborer, valider et utiliser un appareillage capable d'extraire le degré et l'état de polarisation de la lumière dans chaque grain de speckle d'une lumière diffusée.*

Ainsi, après un rappel sur les principes généraux et théoriques de la polarisation au chapitre II, le chapitre III est consacré à l'élaboration et la validation de la procédure que nous avons mise en œuvre. Nous avons en effet choisi de développer une ellipsométrie sur chaque grain de speckle, pour différentes raisons :

- cette technique permet d'exploiter toute la richesse de la courbe ellipsométrique, nous conférant ainsi une grande précision (de l'ordre du pour-cent) sur l'état ou le degré de polarisation
- la technique permet également de vérifier l'origine du phénomène physique observé, avant même de l'analyser. Cette vérification est indispensable dans la mesure où les signaux observés sont faibles, et où les phénomènes attendus sont originaux : il n'y avait pas en effet, à notre connaissance, d'étude similaire capable de conforter, d'appuyer ou de vérifier nos résultats.

Nos techniques seront ainsi validées en fin de chapitre III sur le faisceau incident spéculaire, de façon à verrouiller la métrologie en mettant en évidence ses limites et performances.

Une fois la métrologie validée, nous l'utilisons pour examiner les signaux issus de milieux désordonnés. Les outils de l'optique statistique sont au premier plan de ces investigations. Ainsi le chapitre IV est consacré à l'étude des surfaces rugueuses, à forte ou faible diffusion, alors que le chapitre V est focalisé sur les volumes hétérogènes, à faible ou forte absorption. Nous verrons que ces analyses donnent une idée claire et quantitative des « effets mémoire » que l'on peut espérer pour ces milieux désordonnés.

Les mêmes études sont itérées dans le cas d'un éclairage dépolarisé au chapitre VI. Ceci permettra de mesurer pour la première fois les effets de repolarisation temporelle, et de compléter l'analyse de l'effet mémoire.

Enfin, le chapitre VII est à nouveau consacré à la performance du système optique, avec un nouveau focus sur l'influence du bruit de mesure sur les histogrammes des degrés de polarisation. Cette dernière analyse permet de lever les derniers doutes quant à la précision des résultats, et la validité des phénomènes observés.

Référence :

- [1] A. Luis. "Degree of coherence for vectorial electromagnetic fields." *Opt. Express* 11, 1137-1143, 2003.
- [2] A.S.Ostrovsky, G.Martinez-Niconoff, P.Martinez-Vara and M.A. Olvera-Santamaria. "The van Citteret-Zernike theorem for electromagnetic fields." *Opt. Express* 17; 1746-1752, 2009.
- [3] Barakat, R. "Polarization entropy transfer and relative polarization entropy." *Optics Communications* 123, 1996.
- [4] Boulbry, Bruno. *Mise en place d'un polarimètre du Mueller achromatique dans le domaine du visible en régime laser impulsif*. These de doctorat, Brest: Université de Bretagne Occidentale, 2002.
- [5] Brian DeBoo, J. Sasian, and R. Chipman. "Degree of polarization surfaces and maps for analysis of depolarization." *Opt. Express* 12, 4941-4958, 2004.
- [6] Brosseau, C. *Fundamentals of Polarized Light - A Statistical Approach*. New York: Wiley, 1998.
- [7] Collett, Edward. *Field Guide to Polarization*. SPIE, 2005.
- [8] E. Wolf, and L. Mandel. *Optical Coherence and Quantum Optics*. Cambridge University Press, ed., 1995.
- [9] E.Wolf. "Unified theory of coherence and polarization of random electromagnetic beams." *Phys. Lett. A* 312, 263-267, 2003.
- [10]G. Soriano, M. Zerrad, and C. Amra. "Enpolarization and depolarization of light scattered from chromatic complex media." *Opt. Express* 22, 12603-12613, 2014.
- [11]G. Soriano, M. Zerrad, and C. Amra. "Mapping the coherence time of far-field speckle scattered by disordered media." *Opt. Express* 21, 24191-24200, 2013.
- [12]G.Georges. *Ellipsométrie de speckle sur champ diffuse : annulation selective de sources pour l'imagerie en milieu diffusant*. these de Doctorat, Aix-Marseille 3: Université Paul Cézanne, 2007.
- [13]Gilbert, O. *Ellipsométrie sur champ spéculaire et diffuse : théorie et expériences*. these de doctorat, Aix-Marseille 3: Université Paul Cézanne, 2004.
- [14]Goodman, J. W. *Statistical Optics* . Wiley- Interscience, 2000.
- [15]Goodman, J.W. "Some fundamental properties of speckle." *J. Opt. Soc. Am.A*. 66,1145-1150, 1976.
- [16]Goodman,J.W. *Speckle phenomena in Optics : Theory and Applications*. Roberts and Company Publishers, 2006.

- [17]J. Sorrentini, M. Zerrad, and C. Amra. "Statistical signatures of random media and their correlation to polarization properties." *Optics Letters* 34, 2429-2431, 2009.
- [18]J. Sorrentini, M. Zerrad, G. Soriano, and C. Amra. "Enpolarization of light by scattering media." *Optics Express, Vol. 19, Issue 22, pp. 21313-21320* , 2011.
- [19]J. Sorrentini, M.Zerrad and C.Amra. "Statistical signatures of random media and their correlation to polarization propreties." *Opt. Lett.* 34,2429-2431, 2009.
- [20]J.Sorrentini, M.Zerrad and C. Amra. "Statistical signatures of random media: application to selevtice cancellation of scattered light." *Proc. SPIE 7718, 77180D*, 2010.
- [21]Le Roy-Brehonnet F, Le Jeune B, Elies P, Cariou J and Lotrian. "Optical media and target characterization by Mueller matrix decomposition." *Appl. Phys.* 2934–8, 1996.
- [22]M. Born and E.Wolf. *Principles of Optics*. Cambridge University Press, 2006.
- [23]M. Zerrad, G. Soriano, A. Ghabbach, and C. Amra. "Light enpolarization by disordered media under partial polarized illumination: The role of cross-scattering coefficients." *Opt. Express* 21, 2787-2794, 2013.
- [24]M. Zerrad, J. Sorrentini, G. Soriano, and C. Amra. "Gradual loss of polarization in light scattered from rough surfaces: Electromagnetic prediction." *Optics Express* 18, 15832-15843, 2010.
- [25]M.Elias, C. Magnain and J.M. Frigerio. "Contribution of surface state characterization to studies of works of art." *Appl. Opt.* 49, 2151-2160, 2010.
- [26]Michel Lequime, Claude Amra. *De l'optique électromagnétique à l'interférométrie. Edp science 2013*
- [27]O. Gilbert, C.Deumié, and Claude Amra. "Angle-resolved ellipsometry of scattering patterns from arbitrary surfaces and bulks." *Opt. Express.* 13, 2403-2418, 2005.
- [28]O.V. Angelsky, S. G. Hanson, C.Yu. Zenkova, M.P. Gorsky, and N.V. Gorodyns'ka. "On polarization metrology (estimation) of the degree of coherence of optical waves." *Opt. Express* 17, 15623-15634, 2009.
- [29]P. Réfrégier, A. Luis. "Irreversible effects of random unitary transformations on coherence properties of partially polarized electromagnetic fields." *JOSA A, Vol. 25, Issue 11, pp. 2749-2757*, 2008.
- [30]R. Martinez-Herrero and P.M. Mejias. "Relation between degrees of coherence for electromagnetic fields." *Opt. Lett.* 32,1504-1506 , 2007.
- [31]R.M.A .Azzam and N.M. Bashara. *Ellipsometry and Polarized light*. Elsevier New Holland, 1977.
- [32]S.Huard. *Polarization of light*. New York: John Wiley & Sons, 1997.

- [33]S.M. Popoff, G. Lerosey, R Carminati, M. Fink, A.C. Boccara and S. Gigan. "Measuring the Transmission Matrix in Optics : An approach to study and control of light propagation in Disordered Media." *Phys. Rev. Lett.* 104, 100601, 2010.
- [34]Shirai, T. "Some consequences of the van Citteret-Zernike theorem for partially polarized stochastic electromagnetic fields." *Opt. Lett.* 34, 3761-3763, 2009.
- [35]Wolf, E. *Theory of coherence and polarization of light* . Cambridge University Press, ed., 2007.

CHAPITRE II : POLARISATION DE LA LUMIERE- FONDAMENTAUX, RAPPELS

II. POLARISATION DE LA LUMIERE- FONDAMENTAUX, RAPPELS

1. Origines de la polarisation : un peu d'histoire

L'origine de la polarisation de la lumière remonte au 11^{ème} siècle avec Al-Hazen lorsqu'il observe une tour par un petit trou dans une chambre sombre. Sur le mur arrière une image inversée de la tour apparaît, ce qui sera démontré plus tard avec la loi de réflexion définie par Snell, qui consiste à décrire deux points A' et B' générés par A et B respectivement sous la forme de rayons [1] (figure 1).

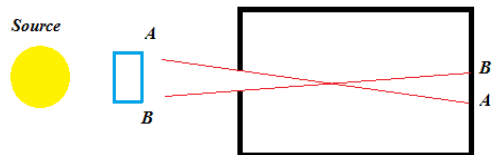


Figure 1. Inversion de l'image après un passage par un trou

En 1670 Bartholinus remarque que la propagation d'un seul rayon incident d'une lumière naturelle dans un cristal de calcite rhomboédrique fournit deux rayons appelés rayon ordinaire (o-ray, n_o) et rayon extraordinaire (e-ray, n_e) (figure 2).

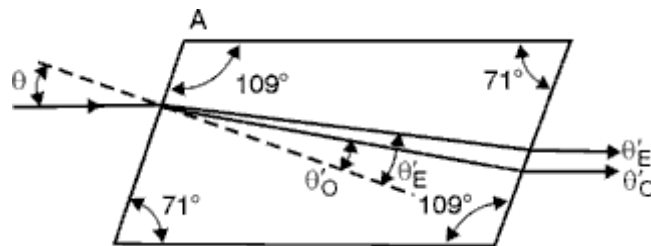


Figure 2. Passage d'un rayon dans un cristal de calcite

Parce que les deux rayons se réfractent selon deux angles différents, le cristal de calcite est dit doublement réfractif, ou biréfringent. Les deux rayons suivent la même loi de réfraction de Snell mais ils sont soumis à deux indices réfringents différents [1].

Plus tard Huygens démontre qu'en pivotant un deuxième cristal, l'intensité du premier rayon atteint son maximum alors que le deuxième rayon disparaît complètement. Une rotation de 90° du cristal fait réapparaître le deuxième rayon et disparaître le premier. Par contre avec une rotation de 45° du cristal, les intensités des deux rayons deviennent égales; les deux rayons sont alors dits polarisés. Par conséquent, un seul rayon d'une lumière naturelle est vu comme composé de deux rayons indépendants et polarisés orthogonalement ; ces 2 polarisations sont référencées comme les états de polarisation s (s-polarization) et p (p-polarization).

En 1808 en utilisant le cristal de calcite Malus découvre que la lumière naturelle incidente devient polarisée quand elle est réfléchiée par une plaque de verre, et que la lumière réfléchiée avec un angle d'incidence de 57° peut s'éteindre quand elle est observée à la sortie d'un

cristal. Il annonce alors que la lumière naturelle est composée des deux états de polarisation s et p qui sont perpendiculaires entre eux (figure 3).

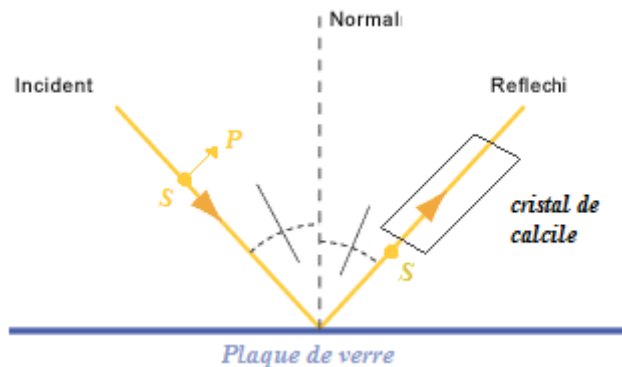


Figure 3. Passage d'un rayon réfléchi par un cristal de calcite

Puisque l'intensité du rayon réfléchi varie entre un maximum et un minimum avec la rotation du cristal, Malus propose que cette amplitude soit représentée par : $A = A_0 \cos \theta$. Cependant pour calculer l'intensité, Malus a mis l'équation de l'amplitude au carré pour obtenir une équation d'intensité sous la forme : $I(\theta) = I_0 \cos^2 \theta$ Avec $I_0 = A_0^2$

Cette dernière équation devient la loi de Malus.

En 1812 Brewster remarque que lorsqu'on envoie un faisceau lumineux sur une plaquette de verre, on observe en général une réflexion partielle. Si le faisceau incident est incliné d'un angle bien défini qui est nommé l'angle de Brewster, la réflexion partielle disparaît, à condition que la lumière soit polarisée dans le plan d'incidence (polarisation p). Dans le cas contraire, le faisceau réfléchi est complètement polarisé [1].

La loi de Snell/Descartes de réfraction entre deux milieux est décrite par :

$$n_1 \sin i = n_2 \sin r$$

Avec i l'angle d'incidence avec la normale, et r l'angle du rayon réfracté avec la normale tel que

$$i + r = 90^\circ$$

et n_1 et n_2 les indices de réfraction des milieux. Pour l'air $n_1 = 1$ et pour le verre $n_2 = n$. Si on combine les deux équations on aura :

$$\tan i = \frac{n_2}{n_1} = n$$

Cette équation est connue par la loi de Brewster.

En 1820 Fresnel propose une théorie de la lumière (Fresnel's wave theory) qui décrit complètement les trois phénomènes majeurs de la lumière : interférence, diffraction, et polarisation. Fresnel et Arago ont montré expérimentalement que le champ optique est composé de deux amplitudes orthogonales dans le plan transversal à la direction de propagation. Ces composantes orthogonales notées $u_1(r,t)$ et $u_2(r,t)$ sont dites des

perturbations optiques, dont on sait qu'elles peuvent être représentées par champ électrique au sein d'une onde électromagnétique.

L'hypothèse de Fresnel consiste à dire que les composantes du champ sont décrites par deux équations connues par les équations d'onde (wave's equations) :

$$\nabla^2 E_x(r,t) = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 E_x(r,t)}{\partial t^2}$$

$$\nabla^2 E_y(r,t) = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 E_y(r,t)}{\partial t^2}$$

où $E_x(r,t)$ et $E_y(r,t)$ sont les composantes de champ optique, r le vecteur rayon mesuré dans un système de coordonnées du point d'origine jusqu'un point dans l'espace, t est le temps, v est la vitesse des ondes, et ∇^2 est l'opérateur Laplacien.

Les solutions des équations d'onde sont :

$$E_x(r,t) = A_x \cos(\omega t - K \cdot r + \delta_x)$$

$$E_y(r,t) = A_y \cos(\omega t - K \cdot r + \delta_y)$$

avec K le vecteur d'onde qui décrit la direction de propagation, r est un point dans le champ, ω la pulsation temporelle et δ un terme de phase [2].

Considérons que le champ se propage selon l'axe z . Les deux équations peuvent donc être écrites comme :

$$E_x(z,t) = A_x \cos(\omega t - Kz + \delta_x)$$

$$E_y(z,t) = A_y \cos(\omega t - Kz + \delta_y)$$

avec $\omega = 2\pi f$ la fréquence angulaire, $k = 2\pi/\lambda$ le nombre d'onde, A_x et A_y sont les maximum d'amplitudes et δ_x et δ_y sont des phases arbitraires.

La propagation des deux ondes peut alors être représentée sous cette forme (figure 4) :

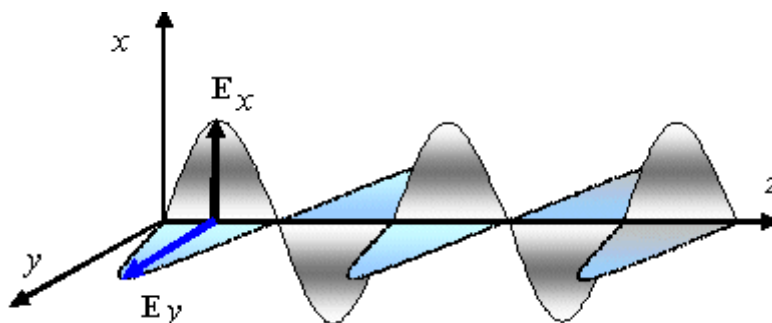


Figure 4. Propagation des composantes de champs selon l'axe Z

On pose la composante E_y est la composante de polarisation p et la composante E_x est la composante de polarisation s.

Jusqu'au début du XIXe siècle, le cristal de calcite fût la seule méthode pour générer de la lumière polarisée [1].

2. Polarisation Elliptique

Selon la théorie de Fresnel $E_x(z,t)$ et $E_y(z,t)$ décrivent des oscillations sinusoïdales dans les plans x-z et y-z respectivement (figure 5) et on peut s'intéresser au lieu de leur extrémité [4] :

$$\begin{aligned} E_x(z,t) &= A_x \cos(\omega t - Kz + \delta_x) \\ E_y(z,t) &= A_y \cos(\omega t - Kz + \delta_y) \end{aligned}$$

Nous pouvons choisir le plan origine ($z=0$) comme un plan d'observation particulier, et définir une origine des temps telle que la composante E_y présente, dans ce plan particulier, une phase nulle à l'instant $t=0$. Le système à deux équations prend alors la forme suivante :

$$\begin{cases} E_x(t) = A_x \cos(\omega t + \delta) \\ E_y(t) = A_y \cos(\omega t) \end{cases}$$

tel que le terme $\delta = \delta_y - \delta_x$ porte le nom de phase différentielle, ou déphasage polarimétrique. Pour éliminer la quantité dépendante du temps de ce système à 2 équations, il suffit pour ce faire de développer le cosinus apparaissant dans la première relation et de réarranger les termes de la manière suivante :

$$\begin{cases} \frac{E_x}{A_x} - \cos \omega t \cos \delta = -\sin \omega t \sin \delta \\ \frac{E_y}{A_y} = \cos \omega t \end{cases}$$

Puis d'élever au carré la première de ces deux relations :

$$\begin{cases} \frac{E_x^2}{A_x^2} - \cos^2 \omega t \cos^2 \delta - 2 \frac{E_x}{A_x} \cos \omega t \cos \delta = -\sin^2 \omega t \sin^2 \delta \\ \frac{E_y}{A_y} = \cos \omega t \end{cases}$$

En reportant la seconde relation dans la première on aura :

$$\frac{E_x^2}{A_x^2} + \frac{E_y^2}{A_y^2} - \frac{2E_x E_y}{A_x A_y} \cos \delta = \sin^2 \delta \quad (2.1)$$

L'équation précédente décrit une ellipse dans une forme non habituelle, dont les axes propres ne sont pas forcément confondus avec ceux du référentiel xOy que nous avons choisi. Cette

ellipse décrit la polarisation de la lumière et l'on l'appelle « ellipse de polarisation » (polarization ellipse) [5] – figure 5.

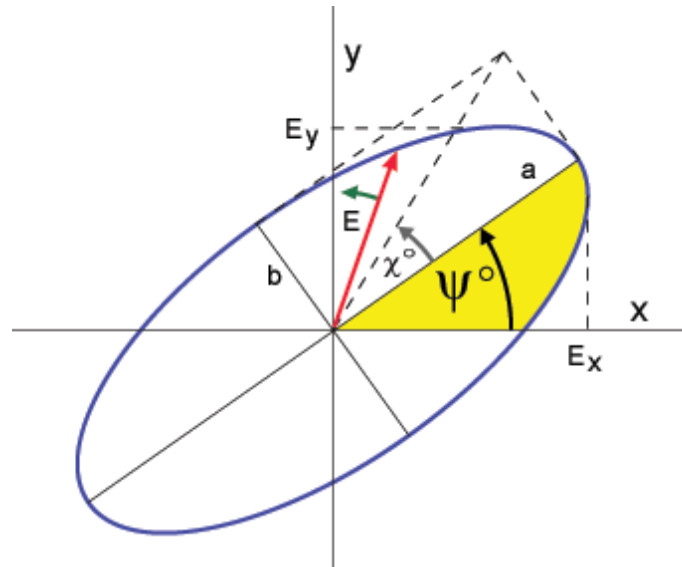


Figure 5. L'ellipse de polarisation

Polarisations droite et gauche :

L'équation (2.1) nous montre que l'extrémité du vecteur champ électrique décrit d'une manière générale une ellipse, mais il nous reste à définir le sens de cette trajectoire (droite ou gauche). Pour définir cette trajectoire, on considère l'angle polaire $\gamma(t)$ défini par :

$$\tan \gamma(t) = \frac{E_y}{E_x} = \frac{A_y \cos \omega t}{A_x \cos(\omega t + \delta)}$$

Ainsi que l'expression de sa dérivée $\frac{\partial \gamma}{\partial t}$:

$$\left[1 + \tan^2 \gamma(t)\right] \frac{\partial \gamma}{\partial t} = \omega \frac{A_y \sin \delta}{A_x \cos^2(\omega t + \delta)}$$

En réarrangeant les termes des deux équations précédentes on aura :

$$\frac{\partial \gamma}{\partial t} = \omega \frac{A_x A_y}{|\vec{E}|^2} \sin \delta$$

Cela signifie que :

- lorsque $\delta \in [0, \pi]$, la vitesse de rotation du vecteur champ électrique est positive et l'ellipse est donc parcourue dans le sens direct (sens inverse des aiguilles d'une montre) et on l'appelle polarisation elliptique gauche.
- lorsque $\delta \in [-\pi, 0]$, la vitesse de rotation du vecteur champ électrique est négative et l'ellipse est donc parcourue dans le sens rétrograde (sens des aiguilles d'une montre) et on l'appelle polarisation elliptique droite.

Pour les cas particuliers :

- Lorsque $\delta = \pm \frac{\pi}{2}$ et $A_x = A_y$ l'équation de l'ellipse prendra la forme suivante :

$$E_x^2 + E_y^2 = A_x^2$$

Qui n'est rien d'autre que celle d'un cercle de rayon A_x ce qu'on appelle polarisation circulaire soit circulaire gauche quand $\delta = -\frac{\pi}{2}$, ou droite quand $\delta = \frac{\pi}{2}$.

- Lorsque $\delta = 0$ dans ce cas $\frac{\partial \gamma}{\partial t} = 0$ et l'équation de l'ellipse devient :

$$\left(\frac{E_x}{A_x} \pm \frac{E_y}{A_y} \right)^2 = 0$$

Ce qui correspond à une droite et on l'appelle polarisation linéaire qui à son tour peut prendre quatre formes particulières :

- 1) Polarisation linéaire verticale tel que $A_y = 0$
- 2) Polarisation linéaire horizontale tel que $A_x = 0$
- 3) Polarisation linéaire 45° tel que $A_x = A_y = A_0$ et $\delta = 0$
- 4) Polarisation linéaire -45° tel que $A_x = A_y = A_0$ et $\delta = \pi$

Ces cas particuliers des états de polarisations (circulaires et linéaires) jouent un rôle très important car ils nous permettent d'appliquer des grandes simplifications dans les calculs de polarisation et en même temps on a le pouvoir de les générer en laboratoires en utilisant des polariseurs linéaires ou circulaires.

3. Les paramètres de l'ellipse de polarisation

Comme nous l'avons indiqué l'équation (2.1) est décrite par (avec 3 paramètres A_x , A_y et δ d'une dont les axes propres ne coïncident pas avec ceux du référentiel du laboratoire xOy). Nous donnons donc dans ce paragraphe les paramètres qui permettent d'identifier les caractéristiques de l'ellipse de polarisation dans leur repère propre.

Après une rotation d'angle α , l'équation (2.1) prend la forme simplifiée suivante :

$$\frac{E_{x'}^2}{a^2} + \frac{E_{y'}^2}{b^2} = 1 \quad (2.2)$$

La relation entre $(E_{x'}, E_{y'})$ et (E_x, E_y) étant définie par :

$$\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x' \\ E_y' \end{pmatrix}$$

Combinée avec (2.2), on obtient :

$$\begin{cases} E_{x'} = a \cos(\omega t + \phi_0) \\ E_{y'} = \pm b \sin(\omega t + \phi_0) \end{cases} \quad (2.3)$$

Les signes \pm représentent les deux sens de rotation sur l'ellipse (le signe + est associé pour une polarisation gauche et le signe - est associé pour une polarisation droite).

En regroupant les 3 équations précédentes (2.1), (2.2) et (2.3) on obtient après de longs développements [14] :

$$\begin{cases} a^2 + b^2 = A_x^2 + A_y^2 \\ \tan 2\alpha = \tan 2\varepsilon \cos \delta \\ \sin 2\beta = \sin 2\varepsilon \sin \delta \end{cases} \quad (2.4)$$

où α est l'azimut du grand axe de l'ellipse, ε est la quantité liée au rapport des modules des deux états de polarisation ($\tan \varepsilon = \frac{A_y}{A_x}$), $\psi = 0$ et β est la quantité liée au rapport des longueurs des deux axes de l'ellipse ($\tan \beta = \frac{b}{a}$).

A ce stade nous pouvons déterminer les paramètres de l'ellipse que décrit, dans le plan d'onde, l'extrémité du vecteur champ électrique en fonction des caractéristiques A_x, A_y et δ de ce champ [14].

4. Sphère de Poincaré

En 1892 Poincaré définit une sphère pour représenter la polarisation de la lumière, aujourd'hui connue comme la sphère de Poincaré [1](figure 6).

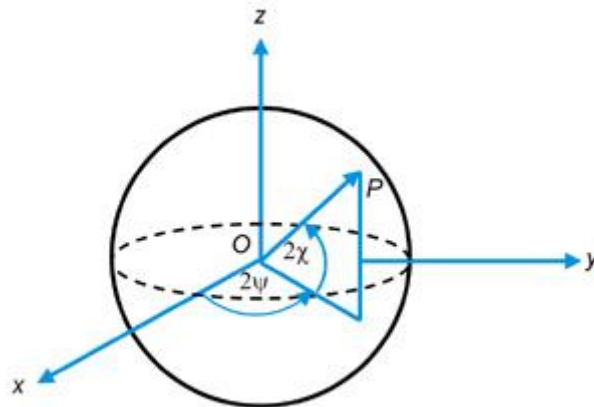


Figure 6. Les paramètres de la sphère Poincaré

Avec x , y et z les axes des coordonnées cartésiennes, ψ et χ sont l'orientation du grand axe de l'ellipse et l'angle d'ellipticité (α et β) (de l'ellipse de polarisation) et P est un point sur la surface de la sphère. On a donc :

$$\begin{cases} x = \cos(2\chi) \cos(2\psi), 0 \leq \psi < \pi \\ y = \cos(2\chi) \sin(2\psi), -\pi/4 < \chi \leq \pi/4 \\ z = \sin(2\chi) \end{cases} \quad (2.5)$$

avec $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ pour une sphère de rayon = 1.

Tous les états de polarisations peuvent être représentés à partir des équations précédentes (2.5) si on définit $(2\psi, 2\chi)$. Les états de polarisations les plus connus (figure 7) sur la sphère sont :

- la polarisation linéaire horizontale (LHP ($0^\circ, 0^\circ$))
- la polarisation linéaire $+45^\circ$ (L+45P ($90^\circ, 0^\circ$))
- la polarisation linéaire verticale (LVP ($180^\circ, 0^\circ$))
- la polarisation linéaire -45° (L-45P ($270^\circ, 0^\circ$))
- la polarisation circulaire droite (RCP ($0^\circ, 90^\circ$))
- la polarisation circulaire gauche (LCP ($0^\circ, -90^\circ$))

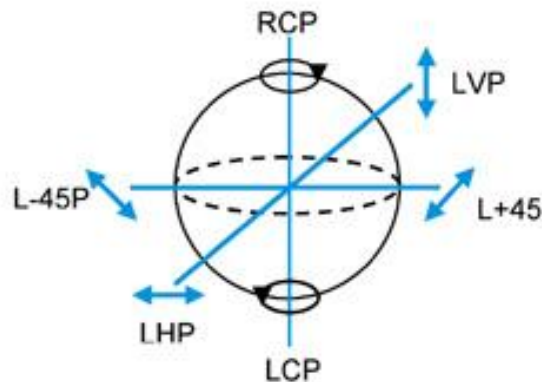


Figure 7. Les états de polarisation sur la sphère Poincaré

Les états de polarisation linéaires sont représentés sur l'équateur, les états de polarisation circulaires sont sur les pôles nord et sud de la sphère respectivement, et les états de polarisation elliptique sont représentés sur ce qui reste de la sphère.

5. Paramètres de Stokes

On utilise souvent le formalisme de Stokes pour décrire un état de polarisation. Celui-ci met en jeu un vecteur de 4 composantes donné par [1]:

$$\begin{cases} S_0 = A_x^2 + A_y^2 \\ S_1 = A_x^2 - A_y^2 \\ S_2 = 2A_x A_y \cos \delta \\ S_3 = 2A_x A_y \sin \delta \end{cases} \quad (2.6)$$

$$\text{Avec :} \quad S_0^2 = S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 \quad (2.7)$$

Les paramètres S_0, S_1, S_2 Et S_3 sont connus comme les paramètres de Stokes.

On montre que ce vecteur peut également s'écrire comme :

$$\begin{cases} S_0 = E_x E_x^* + E_y E_y^* \\ S_1 = E_x E_x^* - E_y E_y^* \\ S_2 = E_x E_y^* + E_x E_y^* \\ S_3 = i(E_x E_y^* - E_x E_y^*) \end{cases} \quad (2.8)$$

Les cas particuliers des états de polarisation les plus connus sont définis avec le vecteur de Stokes comme ceci :

$$\begin{aligned} S_{LHP} &= A_0 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} & S_{LVP} &= A_0 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} & S_{L+45P} &= A_0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \\ S_{L-45P} &= A_0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} & S_{RCP} &= A_0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} & S_{LCP} &= A_0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Avec A_0 l'intensité qui est souvent normalisé à 1. En coordonnées cartésiennes (X, Y, Z) on aura :

$$\begin{aligned} S_{LHP} &= \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} & S_{LVP} &= \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} & S_{L+45P} &= \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \\ S_{L-45P} &= \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} & S_{RCP} &= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} & S_{LCP} &= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

6. Formalisme de Jones

Le formalisme de Jones est classique et pratique pour décrire les états de polarisation à la traversée des systèmes optiques. Il met en jeu une forme matricielle de dimension (2x2) dont les quatre éléments sont complexes [12].

Ainsi le vecteur de Jones est le champ électrique associé à une onde monochromatique [4] :

$$\vec{V} = \begin{bmatrix} A_x e^{i\phi_x} \\ A_y e^{i\phi_y} \end{bmatrix}$$

En introduisant la phase différentielle δ et la quantité ε définis dans le paragraphe (2.3), il peut être ré-écrit sous la forme :

$$\vec{V} = \begin{bmatrix} \cos \varepsilon \\ e^{i\delta} \sin \varepsilon \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

Les cas particuliers des états de polarisation connus sont en conséquence définis comme:

- Pour une polarisation linéaire $\delta = 0$ ou modulo de π :

$$\vec{V} = \begin{bmatrix} \cos \varepsilon \\ \pm \sin \varepsilon \end{bmatrix}$$

Qui sera $\vec{V}_{LHP} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ et $\vec{V}_{LVP} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

- Pour la polarisation circulaire on a $\delta = \pm \frac{\pi}{2}$ et $\varepsilon = \frac{\pi}{4}$:

$$\vec{V}_{RcP} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix} \quad \text{Et} \quad \vec{V}_{LcP} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix}$$

On imagine alors facilement qu'à la traversée de composants optiques linéaires, les matrices de Jones se multiplient comme (figure 9) :

$$\vec{V}_s = [J_n][J_{n-1}] \dots [J_2][J_1] \vec{V}_e$$

Avec $[J_i]$ une matrice 2x2 spécifique du composant (i), et \vec{V}_s le vecteur de Jones à la sortie du système optique et \vec{V}_e le vecteur de Jones à l'entrée du système (figure 8).

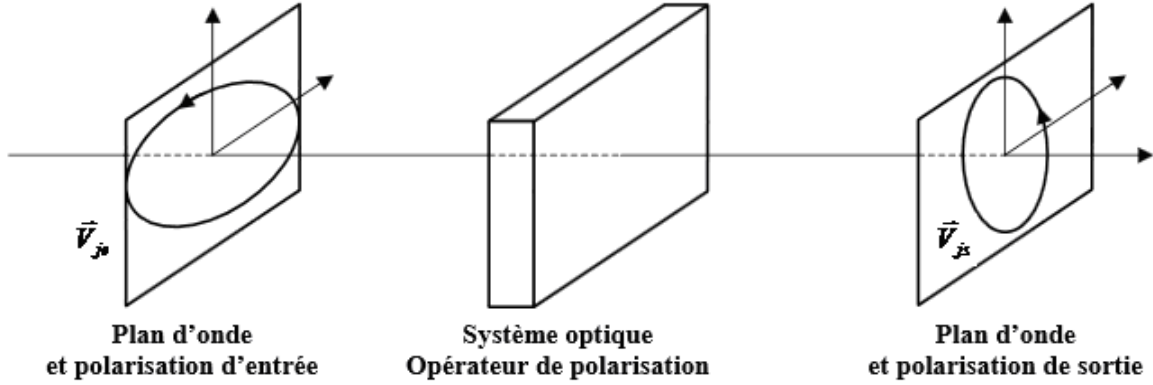


Figure 8. passage d'une onde par un système optique

7. Matrice de cohérence

Jusqu'ici nous avons supposé que la lumière était parfaitement polarisée. En fait les détecteurs optiques sont quadratiques avec une réponse temporelle très lente eu égard aux fréquences du champ électromagnétique. Ceci conduit à remplacer toutes les grandeurs précédentes par une moyenne temporelle sur le temps. Le formalisme en est alors modifié comme nous allons le voir, ce qui permet d'introduire la notion de lumière partiellement polarisée [10].

On définit la matrice de cohérence comme la moyenne temporelle du produit tensoriel d'un vecteur de Jones par son transposé conjugué [14]:

$$[C] = \langle \vec{E} \otimes \vec{E}^+ \rangle_t = \begin{bmatrix} \langle E_x E_x^* \rangle_t & \langle E_x E_y^* \rangle_t \\ \langle E_y E_x^* \rangle_t & \langle E_y E_y^* \rangle_t \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

L'intensité totale est définie par :

$$I = \text{tr}(C) = \langle E_x E_x^* \rangle_t + \langle E_y E_y^* \rangle_t \quad (2.11)$$

On introduit ensuite la cohérence mutuelle comme un coefficient de corrélation entre les champs électriques :

$$\mu = |\mu| e^{i\delta} = \frac{\langle E_x E_y^* \rangle_t}{\sqrt{\langle E_x E_x^* \rangle_t \langle E_y E_y^* \rangle_t}} = \frac{\langle E_x E_y^* \rangle_t}{\sqrt{\langle |E_x|^2 \rangle_t \langle |E_y|^2 \rangle_t}} \quad (2.12)$$

avec $0 \leq |\mu| \leq 1$, et où δ représente la différence de phase entre les champs électriques.

Cas d'une lumière parfaitement polarisée :

Lorsque l'onde est une onde plane purement monochromatique, la matrice de cohérence aura la forme suivante [14] :

$$[C_{pol}] = \begin{bmatrix} |A_x|^2 & A_x A_y^* e^{i\Delta\delta} \\ A_x^* A_y e^{-i\Delta\delta} & |A_y|^2 \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

Avec la propriété: $dét[C_{pol}] = 0$ et $|\mu| = 1$

Cas d'une lumière totalement dépolarisée :

Lorsque l'onde est dépolarisée, les composantes x et y ne sont pas corrélées, et donc $|\mu| = 0$. La matrice de cohérence prend la forme suivante [14]:

$$[C_{dépol}] = \frac{A_0}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

On note que le déterminant de la matrice n'est plus nul, et que la matrice est diagonale.

8. Degré de polarisation (DOP)

Suite à ces 2 cas extrêmes de lumière polarisée et dépolarisée, on peut exprimer le cas général d'une onde partiellement polarisée par la superposition d'une onde parfaitement polarisée et d'une onde totalement dépolarisée telle que [4]:

$$[C] = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{12}^* & C_{22} \end{bmatrix} = [C_{dépol}] + [C_{pol}] = \begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & A \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B & D \\ D^* & C \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

Avec A, B et C les expressions des intensités. On note ici que l'énergie vaut 2A pour la lumière dépolarisée, et B+C pour la lumière polarisée. Le degré de polarisation (DOP) est alors défini comme le rapport de l'énergie polarisée à l'énergie totale, soit :

$$DOP = \frac{(B+C)}{2A+B+C}$$

Compte tenu des propriétés sur les déterminants, on est capable de développer l'équation 2.15 pour montrer que le DOP s'écrit sous la forme suivante :

$$DOP = \frac{I_{pol}}{I_{tot}} = \sqrt{1 - 4 \frac{\det[C]}{(tr[C])^2}} = \sqrt{1 - 4 \frac{C_{11}C_{22}(1 - |\mu|^2)}{(tr[C])^2}} \quad (2.16)$$

On peut aussi l'écrire en fonction du rapport des énergies β tel que $\beta^2 = \frac{\langle |E_x|^2 \rangle_t}{\langle |E_y|^2 \rangle_t}$. On

obtient :

$$DOP = \sqrt{1 - 4 \frac{\beta(1 - |\mu|^2)}{(1 + \beta)^2}} \quad (2.17)$$

Cette expression montre que le DOP vaut 1 pour une lumière polarisée, et 0 pour une lumière dépolarisée.

Référence

- [1] Collett, Edward. *Field Guide to Polarization*. SPIE, 2005.
- [2] Luis. "Degree of coherence for vectorial electromagnetic fields." *Opt. Express* 11, 1137-1143, 2003
- [3] Bicher Haj Ibrahim, Sami Ben Hatit, and Antonello De Martino. "Angle resolved Mueller polarimetry with a high numerical aperture and characterization of transparent biaxial samples." *Appl. Opt.* 48, 5025-5034, 2009.
- [4] Boulbry, Bruno. *Mise en place d'un polarimètre du Mueller achromatique dans le domaine du visible en régime laser impulsif*. These de doctorat, Brest: Université de Bretagne Occidentale, 2002.
- [5] Brosseau, C. *Fundamentals of Polarized Light - A Statistical Approach*. New York: Wiley, 1998
- [6] D.F.V.James. "Change of the polarization of light on propagation in free space." *J.Opt.Soc.Am. A* 11,1641-1643, 1994.
- [7] Debajvoti Upadhyay, Michel Richert, Eric Lacot, Antonello De Martino Xavier Orlik . " Effect of speckle on APSCI method and Mueller Imaging." *Opt. Express* 4553-9, 2011.
- [8] Debajvoti Upadhyay, Sugata Mondal, Eric Lacot, Xavier Orlik. "Full analytical solution of Adapted Polarizaion state contrast imaging." *Opt. Express.* 25188-98, 2011.
- [9] E. Wolf, and L. Mandel. *Optical Coherence and Quantum Optics*. Cambridge University Press, ed., 1995.
- [10]E.Wolf. "Unified theory of coherence and polarization of random electromagnetic beams." *Phys. Lett. A*312, 263-267, 2003.
- [11]H. D. Noble and R. A. Chipman. "Mueller matrix roots algorithm and computational considerations." *Opt. Express* 20, 17-31 , 2012.
- [12]K. Kim, L. Mandel and E. Wolf. "Relationship between Jones and Mueller matrices for random media." *J. Opt. Soc. Am. A*4, 433-437, 1987.
- [13]Le Roy-Brehonnet F, Le Jeune B, Elies P, Cariou J and Lotrian. "Optical media and target characterization by Mueller matrix decomposition." *Appl. Phys.* 2934-8, 1996.
- [14]Michel Lequime, Claude Amra. *De l'optique électromagnétique à l'interférométrie*.
- [15]Noé Ortega-Quijano and José Luis Arce-Diego. "Mueller matrix differential decomposition for direction reversal: application to samples measured in reflection and backscattering." *Opt. Express* 19, 14348-14353, 2011.

Chapitre III : Métrologie de la polarisation dans chaque pixel d'une caméra CCD

III. Métrologie de la polarisation dans chaque pixel d'une caméra CCD

Ce chapitre III est dévolu à la métrologie de la polarisation de la lumière collimatée (faisceau direct à faible divergence) reçue par chaque pixel d'une caméra CCD [1]. Il s'agit d'une étape indispensable avant d'aborder l'étude de la polarisation de speckle (lumière diffuse) émis par un milieu désordonné, qui fera l'objet des chapitres suivants.

On se limite donc ici à l'étude d'un faisceau direct dit « spéculaire », collimaté, quasi-monochromatique et cohérent, et pleinement polarisé. L'étude permet de présenter et valider la procédure de mesure, de garantir l'origine des phénomènes physiques mesurés, et de cibler les performances ou la précision du système polarimétrique.

Au final on disposera d'une référence suffisamment précise pour aborder avec assurance l'étude de la diffusion aux chapitres suivants. En d'autres termes, les résultats de diffusion des chapitres suivants seront analysés eu égard à ceux de ce chapitre III. Cette procédure permettra une meilleure discrimination entre le bruit ou le biais des mesures, la qualité du faisceau incident, et les phénomènes physiques proprement dits.

1. Principe de base

On supposera ici que la lumière incidente est collimatée et quasi-monochromatique. On la représente à l'aide du vecteur complexe $\mathbf{E} = (E_S(t), E_P(t))$ qui est la représentation analytique du champ.

A l'entrée du système d'analyse (3.1), le champ est écrit sous la forme

$$E(t) = E_S(t) + E_P(t) \quad (3.1)$$

avec E_S et E_P les modes orthogonaux de polarisation, qui vibrent dans un plan perpendiculaire à la direction de propagation. Ces 2 composantes suffisent pour décrire le champ puisque la surface d'onde est quasiment plane avec ce faisceau faiblement divergent. Ce champ traverse deux composants optiques qui sont tout d'abord une cellule à cristaux liquide (CCL), puis un analyseur. L'amplitude mesurée à la sortie de l'analyseur et sur l'axe de celui-ci, peut s'écrire comme la grandeur algébrique [3] :

$$E'(t) = \cos \phi E_S(t) e^{j\eta_S} + \sin \phi E_P(t) e^{j\eta_P}$$

avec ϕ l'angle de l'analyseur par rapport à l'axe S, et (η_S, η_P) les déphasages introduits par le déphaseur entre les modes de polarisation. La procédure d'étalonnage du déphaseur ajustable est décrite en annexe A.

A la sortie de l'analyseur, la lumière est mesurée par un détecteur intégrateur quadratique qui fournit une tension constante V proportionnelle à la moyenne temporelle du module carré du signal, soit :

$$V = k \left\{ \cos^2 \phi \langle |E_s(t)|^2 \rangle + \sin^2 \phi \langle |E_p(t)|^2 \rangle + 2 \sin \phi \cos \phi \Re \left[\langle E_s(t) E_p^*(t) e^{i\eta} \rangle \right] \right\} \quad (3.2)$$

avec $\langle \rangle$ la moyenne sur le temps, K le coefficient d'étalonnage du capteur, et $\eta = \eta_s - \eta_p$ le déphasage polarimétrique imposé par le déphaseur.

On introduit alors :

$$\checkmark \text{ le taux de polarisation : } \quad \beta = \sqrt{\frac{\langle |E_p|^2(t) \rangle}{\langle |E_s|^2(t) \rangle}} \quad (3.3.a)$$

$$\checkmark \text{ la cohérence mutuelle : } \quad \mu = \frac{\langle E_s(t) E_p^*(t) \rangle}{\sqrt{\langle |E_s(t)|^2 \rangle \langle |E_p(t)|^2 \rangle}} \quad (3.3.b)$$

pour transformer la relation (3.2) comme:

$$V(\phi, \eta) = k \cos^2 \phi \langle |E_s(t)|^2 \rangle [1 + \beta^2 \tan^2 \phi + 2\beta |\mu| \tan \phi \cos(\delta + \eta)] \quad (3.4)$$

avec $\delta = \text{Arg}(\mu)$ la phase de la cohérence mutuelle. A ce stade l'état de la polarisation est complètement caractérisé par la courbe de polarisation $V(\phi, \eta)$ que l'on peut scanner expérimentalement avec le déphaseur (ϕ) et l'analyseur (η). A priori l'analyse de cette courbe doit permettre l'extraction des trois paramètres inconnus (β , μ , δ) qui décrivent l'ellipse de polarisation, et le degré de polarisation (dop) doit ensuite pouvoir être écrit comme :

$$dop(\beta, |\mu|) = \sqrt{1 - \frac{4\beta(1 - |\mu|^2)}{(1 + \beta)^2}} \quad (3.5)$$

On notera également qu'en plus de ces 3 paramètres, la constante d'étalonnage K n'est pas connue, ainsi que le terme $\langle |E_s(t)|^2 \rangle$.

2. Utilisation de la procédure des moindres carrés

Afin de bénéficier de la totalité de la courbe mesurée $V(\phi, \eta)$ pour extraire les paramètres (β , μ , δ), on utilise la méthode des moindres carrés. Pour cela on commence par réécrire (3.4) comme :

$$V(\phi, \eta) = \gamma(\phi) [1 + \alpha(\phi) \cos(\delta + \eta)] \quad (3.6)$$

$$\text{avec: } \quad \gamma(\phi) = k \cos^2 \phi \langle |E_s(t)|^2 \rangle [1 + \beta^2 \tan^2 \phi] \quad (3.7.a)$$

et:
$$\alpha(\phi) = \frac{2\beta|\mu|\operatorname{tg}\phi}{1 + \beta^2 \operatorname{tg}^2\phi} \quad (3.7.b)$$

avec :
$$|\mu| < 1 \rightarrow |\alpha| < 1$$

A cause de la haute sensibilité du speckle qui sera étudié aux chapitres suivants, tout mouvement mécanique doit être évité. Ainsi dans une première étape on stabilise l'angle de l'analyseur à une valeur fixe (ϕ) et on utilise une cellule à cristaux liquides contrôlable par une tension (v) qui permet de balayer le déphasage $\eta(v)$ de la cellule LCD. La tension (V_k) résultant de la lumière collectée est ainsi enregistrée pour une série de K déphasages polarimétriques η_k comme suit:

$$V_k = V(\phi, \eta_k) = \gamma(\phi)[1 + \alpha(\phi)\cos(\delta + \eta_k)] \quad (3.8)$$

En tenant compte du fait que la phase η_k sera volontairement uniformément distribuée sur $[0, 2\pi]$, le coefficient γ peut être donné par la moyenne sur une période complète de K points de mesure, ce qui permet de l'écrire comme:

$$\gamma(\phi) = \langle V_k \rangle_k = \frac{1}{N} \sum_k V_k \quad (3.9)$$

Ceci nous permet de considérer le signal normalisé:

$$M_k(\phi) = \frac{V_k}{\langle V_k \rangle} = 1 + \alpha(\phi)\cos(\delta + \eta_k) \quad (3.10)$$

A ce stade la courbe suivante N_k est directement accessible à l'expérience:

$$N_k(\phi) = M_k(\phi) - 1 = \alpha(\phi)\cos(\delta + \eta_k) \quad (3.11)$$

Notons maintenant N'_k la valeur mesurée pour estimer N_k , et appliquons la méthode des moindres carrés (LMS) pour minimiser la fonction de mérite F suivante :

$$F(\alpha, \delta) = \frac{1}{N} \sum_k [N'_k - \alpha(\phi)\cos(\delta + \eta_k)]^2 \quad (3.12)$$

La dérivation de cette distance eu égard aux paramètres $\alpha(\phi)$ et δ fournit 2 équations que l'on trouvera en annexe C. Après plusieurs manipulations algébriques, ces 2 équations conduisent à :

$$\alpha = \frac{2}{N} \sqrt{\left[\sum_k N'_k(\phi) \cos \eta_k \right]^2 + \left[\sum_k N'_k(\phi) \sin \eta_k \right]^2} > 0 \quad (3.13)$$

$$-1 < \cos \delta = \frac{2}{\alpha N} \left[\sum_k N'_k(\phi) \cos \eta_k \right] < 1 \quad (3.14)$$

$$-1 < \sin \delta = \frac{2}{\alpha N} \left[\sum_k N'_k(\phi) \sin \eta_k \right] < 1 \quad (3.15)$$

Ainsi l'ensemble des mesures N'_k sur une période complète donne accès, sans recherche itérative, aux paramètres α et δ . On note que cette procédure devra s'appliquer pour chaque pixel de la caméra CCD [1].

3. Paramètres de polarisation

A ce stade l'argument de la cohérence mutuelle (le déphasage δ) est parfaitement déterminé, mais la valeur de α définie par l'équation (3.7-b) ne nous permet pas de séparer les deux paramètres ($\beta, |\mu|$), ce qui est pourtant nécessaire pour le calcul du dop décrit en (3.5). Dans le cas où $\beta = 1$, on sait que $\text{dop} = |\mu|$, mais ceci est un cas particulier alors que devons analyser une lumière de polarisation arbitraire.

Dans ce but une deuxième procédure aux moindres carrés peut être mise en œuvre et requiert de balayer également la courbe V avec l'angle de l'analyseur ϕ , fournissant ainsi une fonction $\alpha(\phi)$. Cette fonction est en fait obtenue en itérant la procédure précédente pour chaque valeur de ϕ . Pour éliminer à nouveau tout mouvement mécanique, un rotateur de polarisation contrôlable par une tension est à disposition ; celui-ci est décrit en annexe B. La relation (3.2) reste toujours valide à condition que ϕ représente désormais l'angle du rotateur.

Lorsque la fonction $\alpha(\phi)$ est mesurée sur les valeurs de η_k pour chaque valeur de ϕ , on obtient Q valeurs mesurées α'_q . La dérivation au sens des moindres carrés nous fournit alors, après manipulations algébriques (voir annexe C) :

$$|\mu| = \frac{\sum_q \alpha'_q u_q(\beta)}{\sum_q u_q^2(\beta)} = f(\beta) \quad (3.16)$$

$$\text{avec } u_q = 2\beta \frac{\text{tg } \phi_q}{1 + \beta^2 \text{tg}^2 \phi_q}$$

Cette équation nous permet de déterminer le module $|\mu|$ de la corrélation en fonction du taux de polarisation β , mais ce dernier reste à connaître. La deuxième dérivation au sens des moindres carrés fournit alors l'équation manquante (annexe C) à savoir :

$$|\mu| = \frac{\sum_q \alpha'_q \text{tg } \phi_q C_q(\beta)}{2\beta \sum_q \frac{\alpha'_q \text{tg}^2 \phi_q C_q(\beta)}{1 + \beta^2 \text{tg}^2 \phi_q}} = g(\beta) \quad (3.17-a)$$

$$\text{avec : } C_q(\beta) = \frac{(1 - \beta^2 \text{tg}^2 \phi_q)}{(1 + \beta^2 \text{tg}^2 \phi_q)^2} \quad (3.17-b)$$

A ce stade les relations (3.16-3.17) doivent permettre de déterminer numériquement les deux paramètres β et μ à l'intersection des fonctions $f(\beta)$ avec $g(\beta)$, d'où l'on pourrait extraire le degré de polarisation.

Toutefois ce balayage supplémentaire sur les valeurs de ϕ augmenterait le temps d'acquisition de quelques minutes à quelques heures, ce qui est prohibitif. Pour rester pragmatique nous avons poursuivi d'une manière différente (voir annexe D), qui ne fait appel qu'à 2 valeurs de l'angle ϕ . La première valeur est $\phi = 0^\circ$ et nous donne:

$$V(\phi = 0) = V_0 = \gamma_0 = k \langle |E_s|^2(t) \rangle \quad (3.18-a)$$

On peut améliorer la précision en moyennant sur η :

$$\langle V_0 \rangle_\eta = \gamma_0 = k \langle |E_s|^2(t) \rangle \quad (3.18-b)$$

La deuxième valeur est $\phi = \pi/4$ et nous donne, après une moyenne sur η :

$$\langle V(\phi = 45^\circ) \rangle_\eta = \langle V_{45} \rangle_\eta = \gamma_{45}(1 + \beta^2) = \frac{1}{2} k \langle |E_s|^2(t) \rangle (1 + \beta^2) \quad (3.19)$$

Les relations (3.18-3.19) fournissent enfin les grandeurs recherchées (β , $|\mu|$) comme :

$$\beta = \sqrt{-1 + 2 \frac{\langle V_{45} \rangle}{\langle V_0 \rangle}} \quad (3.20-a)$$

$$|\mu| = \frac{\alpha_{45}(1 + \beta^2)}{2\beta} \quad (3.20-b)$$

et cette procédure sera à itérer pour chaque pixel de la caméra CCD.

On retiendra donc ici que la détermination des paramètres α et δ bénéficie de toute la richesse de la méthode des moindres carrés (balayage sur toutes les tensions de la LCD), tandis que pour un gain de temps, le taux de polarisation n'est extrait qu'à partir de 2 tensions du rotateur. Les paragraphes suivants vont maintenant permettre de tester les performances de ces procédures. Notons que nous n'avons pas procédé à une étude numérique de la robustesse de la méthode, dans la mesure où un chapitre entier (VI) est consacré à l'influence du bruit ou des biais présents dans le système.

4. Application au faisceau incident spéculaire

Une première étape consiste à valider cette procédure dont il faut analyser la performance en détail. En effet les études de diffusion qui suivront peuvent révéler un certain nombre de phénomènes inattendus, dont les origines ne doivent pas être confondues avec une incertitude de mesure ou un biais dans les méthodes. Il est donc indispensable de disposer d'une véritable

référence, et celle-ci nous est fournie par l'analyse de la polarisation du faisceau incident. Cette investigation nous permettra dans un second temps d'étudier les propriétés des modèles de diffusion par rapport à ceux du faisceau incident.

A noter que l'on supposera ici que les cellules CCL sont déjà étalonnées, le détail de cet étalonnage, bien que crucial, est présenté en annexe A et B.

Ainsi dans ce paragraphe on installe (figure 9) un faisceau d'une source non-polarisée (633nm He-Ne laser, 10mW) qui passe tout d'abord par un polariseur orienté à 45°, ceci fournit une lumière pleinement polarisée linéairement à 45° en émission à l'entrée du système. Le récepteur à la sortie du système est une caméra CCD avec 1024x1024 pixels d'une taille de 13µm chacun.

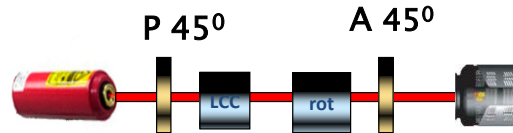


Figure 9 Schéma de base pour une mesure polarimétrique du faisceau incident

Chaque pixel (ij) de la caméra CCD transmet un signal sous forme d'une tension V_{ij} conforme à l'équation (3.6), c'est-à-dire:

$$V_{ij}(\phi, \eta_k) = V_{ijk}(\phi) = \gamma_{ij}(\phi) [1 + \alpha_{ij}(\phi) \cos(\delta_{ij} + \eta_k)] \quad (3.21)$$

avec:

$$\alpha_{ij}(\phi) = \frac{2\beta_{ij} |\mu_{ij}| \operatorname{tg} \phi}{1 + \beta_{ij}^2 \operatorname{tg}^2 \phi} \quad (3.22)$$

et:

$$\gamma_{ij}(\phi) = k \cos^2 \phi \left\langle |E_{s,ij}|^2(t) \right\rangle [1 + \beta_{ij}^2 \operatorname{tg}^2 \phi] \quad (3.23)$$

On notera que chaque mesure de V_{ijk} nécessite un temps d'intégration spécifique Δt_{ijk} . Toutefois la caméra CCD n'offre pas cette possibilité (tous les pixels doivent avoir le même temps d'intégration Δt). En conséquence le temps d'intégration est fixé à chaque valeur de phase η_k pour tous les pixels, ce que l'on écrit : $\Delta t_{ijk} = \Delta t_k$. Une telle limitation n'empêche pas d'atteindre des données de haute qualité, en particulier pour le faisceau direct ; en effet, la géométrie simple (spéculaire) du faisceau direct fait varier les signaux sur tous les pixels ij d'une manière similaire donnée par:

$$V_{ij}(\phi = 45^\circ_k) = k \left\langle |E_{s,ij}|^2 \right\rangle [1 + \cos \eta_k] \quad (3.24)$$

Ceci est classique et résulte du fait que les propriétés de la polarisation du faisceau d'entrée sont censées être uniformes à l'intérieur de la zone du caméra CCD, avec un déphasage polarimétrique nul ($\delta_{ij} = \delta \approx 0$) et un taux de polarisation égal à 1 ($\beta_{ij} = \beta \approx 1$).

Par conséquent, toutes les courbes de pixels $V_{ij}(\eta_k)$ sont quasi-proportionnelles, ce qui permet, pour chaque valeur η_k , de fixer le temps d'intégration à la valeur Δt_k pour tous les pixels ij. La valeur Δt_k est ajustée pour satisfaire la mesure précise du niveau de gris maximal $\max_{ij}(V_{ijk})$ sur les données ij. Dans notre cas le maximum est le centre du faisceau (ij=00)

donc $\max_{ij}(V_{ijk}) = V_{00k}$. Dans ces conditions, tous les pixels qui peuvent être mesurés pour la tension η_k seront aussi mesurés avec précision pour toutes les autres valeurs η_l .

Par ailleurs, étant donné que la dynamique de mesure, pour un temps d'intégration donné Δt_k , est au moins de 3 décades (en l'absence de la lumière parasite), les pixels dont les polarisations seront parfaitement analysées sont ceux ayant un niveau de gris entre $\max(V_{00k})$ et $\max(V_{00k})/1000$. Bien que cette remarque puisse sembler anodine pour le faisceau direct, elle peut jouer un rôle clé dans le cas des phénomènes de diffusion, dont les courbes des pixels ne sont pas nécessairement proportionnelles (notamment dans le cas des échantillons du volume).

5. Cartographies d'intensité

La mesure d'intensité du faisceau direct est donnée en figure 10, avec le rotateur réglé à $\phi = \pi/4$. La figure de gauche est pour le minimum du signal (obtenue à $\eta \approx \pi$) et celle de droite pour le maximum du signal (obtenue à $\eta \approx 0$), ce qui nous permet de vérifier la dynamique de la mesure (> 3 décades) à un temps d'intégration donné, et l'efficacité d'extinction du système (> 3 décades).

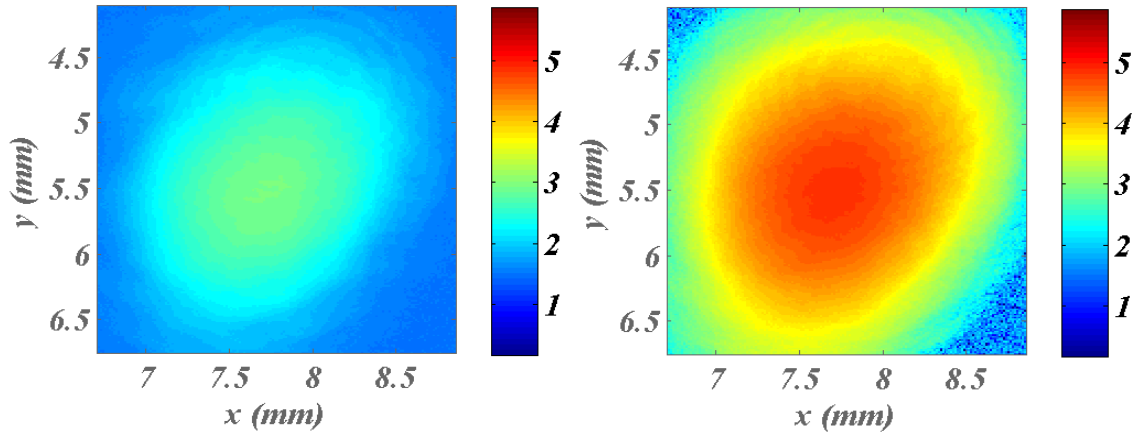


Figure 10. Minimum ($\eta \approx \pi$ -figure de gauche) et maximum ($\eta \approx 0$ - figure de droite) de l'intensité du faisceau direct à la sortie du système, avec un niveau de gris en échelle logarithmique. Les données sont normalisées par rapport au temps d'intégration. Le domaine d'analyse est de 1.5mmx2mm.

6. Cartographie des premiers paramètres

La méthode des moindres carrés est appliquée à toutes les cartographies d'intensité du faisceau incident obtenues avec les tensions V_k du déphaseur, analogues à celles de la figure 2. Le nombre de points de données est limité à $K=20$ valeurs (η_k) de déphasage, afin de réduire le temps d'acquisition du système (moins de 5mn). La figure 11-a présente la cartographie des premiers paramètres δ_{ij} et $\alpha_{45,ij}$ extraits de la mesure à $\phi = 45^\circ$. Comme attendu, ces paramètres restent autour de $\delta \approx 0^\circ$ et $\alpha_{45} \approx 1$, respectivement. Par souci de rigueur, les histogrammes sont également donnés en figure 11-b. Les valeur moyenne et écart-type de δ sont de $0,01\pi$ et 0,19 respectivement. Pour α , la valeur moyenne vaut 0,93 et l'écart-type normé vaut 0,18. On notera que les écarts-type sont malgré tout significatifs, et cela est dû au fait que nous avons considéré toute la zone de la figure 10 (1,5mmx2mm), soit près de 5 décades de variation du signal. Nous verrons plus loin comment sont modifiés les résultats lorsque la zone est réduite ou lorsque l'histogramme est pondéré par le niveau du signal.

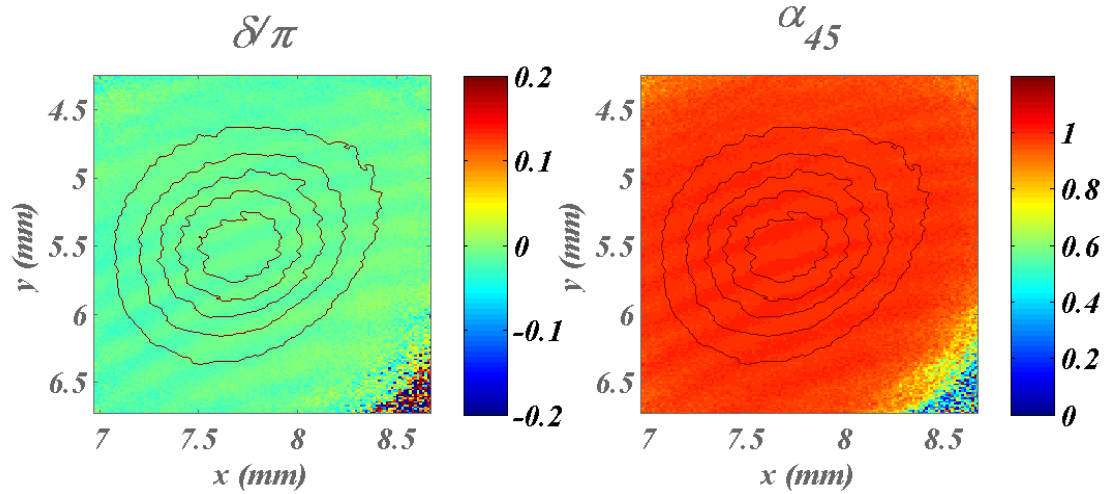


Figure 11.a. Cartographie des premiers paramètres δ et α_{45}

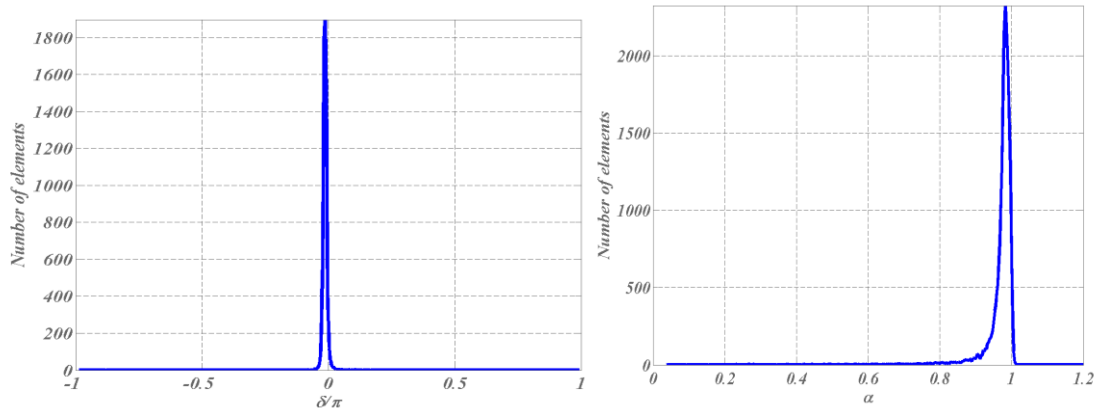


Figure 11-b: Histogrammes des premiers paramètres δ (gauche) et α (droite)

7. Cartographie du degré de polarisation

Le degré de polarisation est ensuite extrait et sa cartographie est tracée en figure 12 (droite) sur la même zone d'investigation. Comme prévu, la valeur de dop est quasi-unitaire ($dop \approx 1$) sur l'ensemble de la région des données disponibles, c'est-à-dire sur une dynamique proche de 3 décades. Pour aller plus loin dans l'analyse de la précision des données, nous avons également tracé sur la figure 12 (gauche) la cartographie de la distance normalisée D_{ij} entre les courbes de données d'intensité V_{ijk} et celles (analytiques) fournies par la méthode d'analyse LMS qui a été appliquée sur chaque pixel:

$$D_{ij} = \frac{\sigma}{m} = \frac{1}{\langle M_{ijk} \rangle_k} \sqrt{\frac{1}{N} \sum_k [M_{ijk} - (1 + \alpha_{ij} \cos(\delta_{ij} + \eta_k))]^2} \quad (3.25-a)$$

$$\Rightarrow D_{ij} \approx \sqrt{\frac{1}{N} \sum_k [N'_{ijk} - \alpha_{ij} \cos(\delta_{ij} + \eta_k)]^2} \quad (3.25-b)$$

Cette distance normalisée permet d'une part, de s'assurer de la forme de la courbe de polarisation pour en garantir l'origine physique, et d'autre part fournit une évaluation de

l'accord obtenu. En figure 12 (gauche), on remarque que la distance est de l'ordre de 10% sur l'ensemble de la région où le dop est proche de 1. A noter également que ce critère définit la zone de validité des mesures.

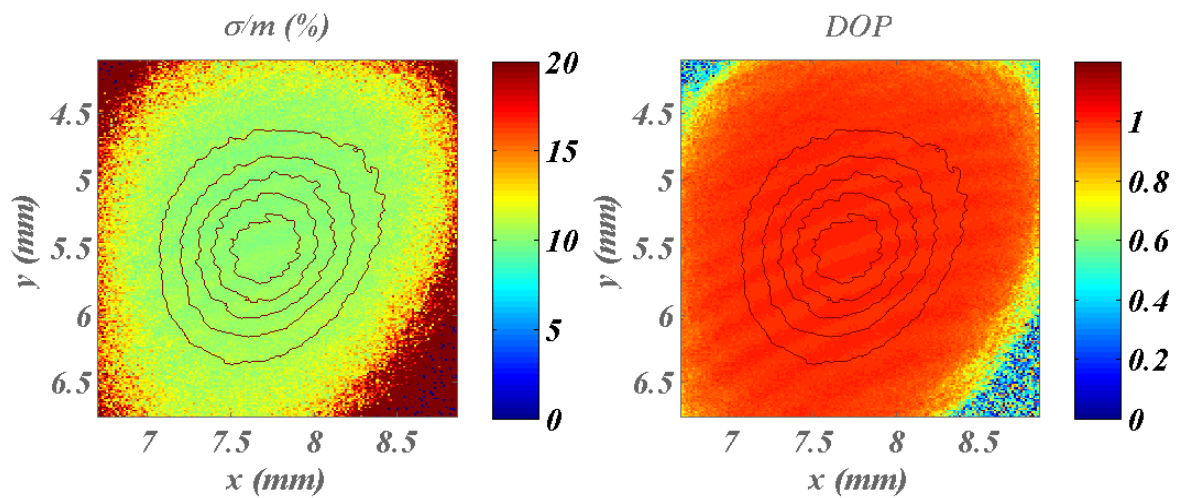


Figure 12 : Cartographie du degré de polarisation (figure de droite) et distance normalisée associée (figure de gauche)

8. Forme des courbes de polarisation

Plus d'informations peuvent encore être obtenues si nous insistons sur la forme des courbes complètes de polarisation pour quelques pixels choisis avec différents niveaux de gris maximum étalés sur 2 décades. Les résultats sont donnés dans la figure 13 où les courbes de polarisation sont représentées en échelle logarithmique. Nous remarquons que la mesure est bien résolue dans tous les cas, avec une bonne dynamique (3 décades).

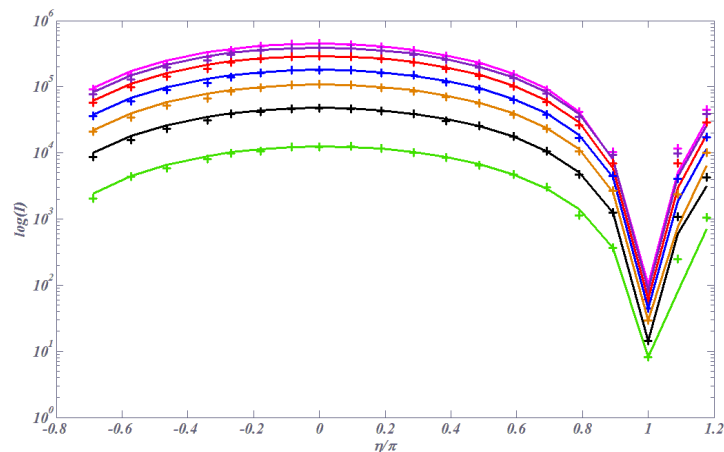


Figure 13 : Courbes de polarisation de quelques pixels choisis avec différents niveaux de gris maximum. Coordonnées logarithmiques

9. Sphère de Poincaré

L'étape suivante consiste à tracer les états de polarisation sur la sphère de Poincaré, pour chaque pixel, ce qui est montré dans la figure 14. La zone d'analyse est de forme carrée, et sur celle-ci le signal varie de 2 décades. Cette région contient environ 10^4 pixels et le "nuage de données" correspondant est tracé sur la sphère. Comme prévu, le nuage est centré autour de l'état de polarisation incident (linéaire à 45°) et les faibles écarts par rapport à cette polarisation peuvent être considérés comme une caractéristique de la performance du système. On note aussi que ces écarts augmentent légèrement avec la diminution des niveaux maximaux de gris, en lien avec la précision des mesures ; pour cette raison, il est prudent d'associer de façon générale, une couleur à chacune des données sur la sphère, afin d'indiquer le niveau de gris maximal (mesuré à $\eta = 0^\circ$) du pixel où l'état de polarisation a été mesuré. Cette procédure sera utile pour analyser les données de diffusion.

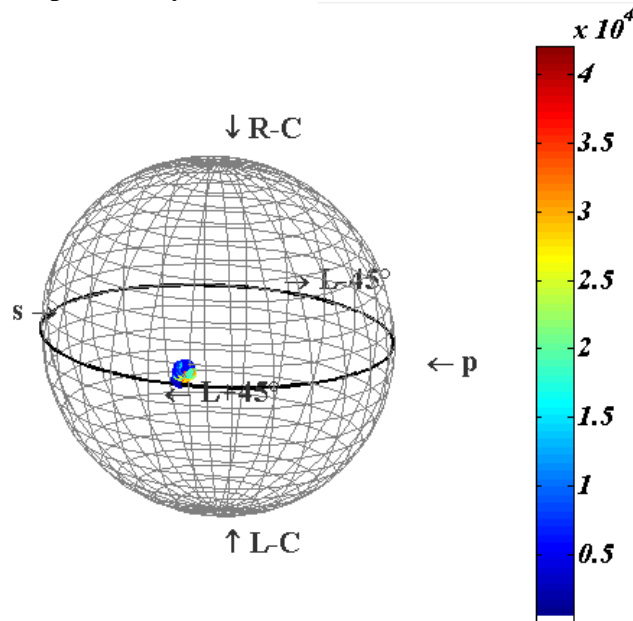


Figure 14 : États de polarisation sur la sphère de Poincaré

10. Histogramme du degré de polarisation

Enfin, les histogrammes du degré de polarisation sont donnés en figure 15 pour résumer la plupart des résultats. On note que le dop moyen (figure du haut) a pour moyenne $\langle \text{dop} \rangle_{ij} \approx 0.94$ et un écart-type normalisé de 0,14 pour toute la zone, ce qui précise quantitativement les performances du système. Une telle performance est en accord avec le fait que la fonction distance est de l'ordre de 10% à l'intérieur de la zone de mesure, comme on a pu le voir.

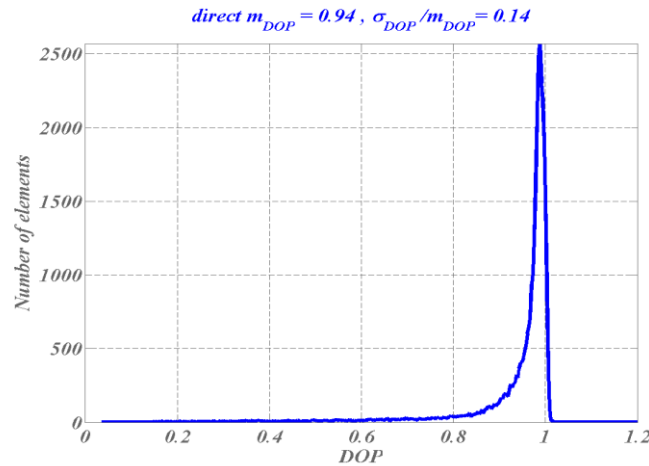


Figure 15 : Histogramme du degré de polarisation mesuré sur toute la zone (2mmx1,5mm)

Si l'on réduit maintenant la zone d'analyse (1,5mmx2mm) à une surface de 0,5mmx0,5mm, où le signal varie d'environ 2 décades, l'écart-type du dop se réduit naturellement, comme illustré en figure 16. Le nouvel écart-type est alors de 0,01, ce qui est très satisfaisant.

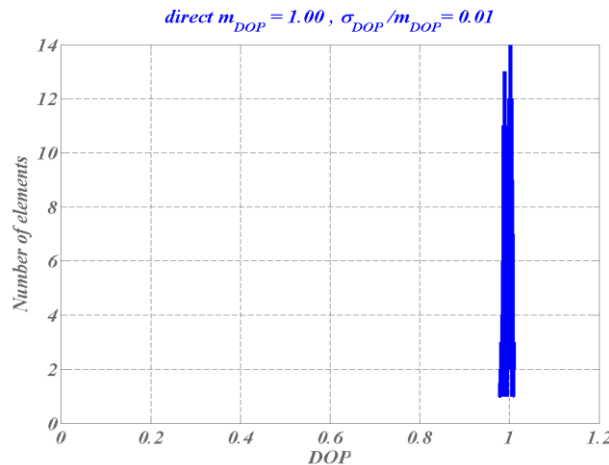


Figure 16 : Histogramme du degré de polarisation mesuré sur une zone plus réduite (0,5mmx0,5mm)

En conséquence, pour s'affranchir de cet effet de zone, ou de niveau de signal, ou de non uniformité de la qualité de la mesure ou de la détection, nous avons introduit la notion de dop « pondéré ». La différence entre les deux dop (pondéré ou pas) peut être résumée comme suit:

- ✓ Le dop (classique) non pondéré conduit à afficher une valeur de dop prise par $N(\text{dop})$ pixels, quel que soit le niveau maximum de gris (g) sur ces pixels.
- ✓ Le dop pondéré tient compte de la variation des niveaux de gris (g_j) à l'intérieur des N points de données précédentes. Avec $N(\text{dop}) = \sum_j N_j(g_j)$, le poids de N_j est modifié comme $N'_j = N_j g_j / \max(g_j)$, conduisant à : $N'(\text{dop}) = \sum_j N'_j = \sum_j N_j g_j / \max(g_j)$.

On notera ici qu'on ne définit pas de valeur de dop pondérée par le niveau de gris, mais que l'on pondère le nombre de points par la distribution des niveaux de gris. Comme attendu, la moyenne du dop pondéré n'est quasiment pas modifiée mais son écart-type est réduit (figure 17).

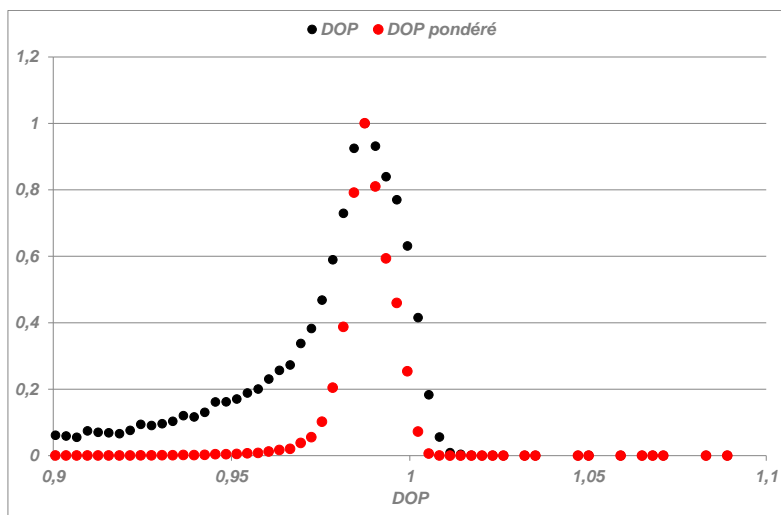


Figure 17 : Influence, sur l'histogramme du dop, de la pondération par les niveaux de gris

D'une façon générale, nous remarquons sur ces figures qu'un léger pourcentage de valeurs de DOP est supérieur à l'unité. Cela n'est pas surprenant puisqu'il s'agit d'estimer par la mesure une grandeur proche de l'unité : les réalisations (les mesures) se situent donc naturellement de part et d'autre de l'unité. En d'autres termes, le bruit à l'entrée du système (sur la mesure de chaque pixel) se retrouve en sortie du même système de mesure, après transformation liée à la procédure de traitement des données. Ce point sera étudié en détail au chapitre 8. Dans l'attente, on peut observer les résultats de la figure 18, où l'on a tracé l'histogramme du dop en fonction du niveau maximum de gris ; on y voit clairement que le dop est unitaire aux forts niveaux de gris.

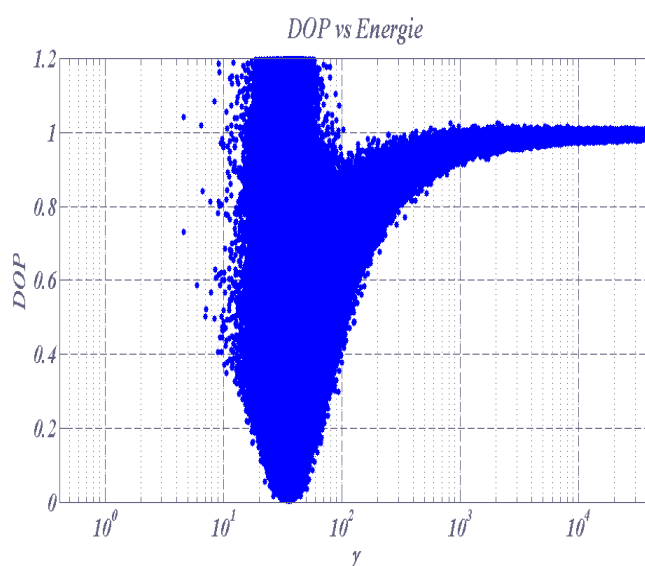


Figure 18 : Histogramme du dop en fonction des niveaux de gris

11. Histogramme de la fonction distance

Pour conclure, nous donnons l'histogramme de la fonction distance F dans la totalité de la zone de la caméra CCD (14mmx14mm), en fonction des niveaux d'énergie. Cette dernière figure 19 donne un aperçu de la région de la validité de la plupart des données. Cette région de validité contient près de 3 décades, dynamique où les courbes de polarisation sont approximées avec une précision meilleure que 10%.

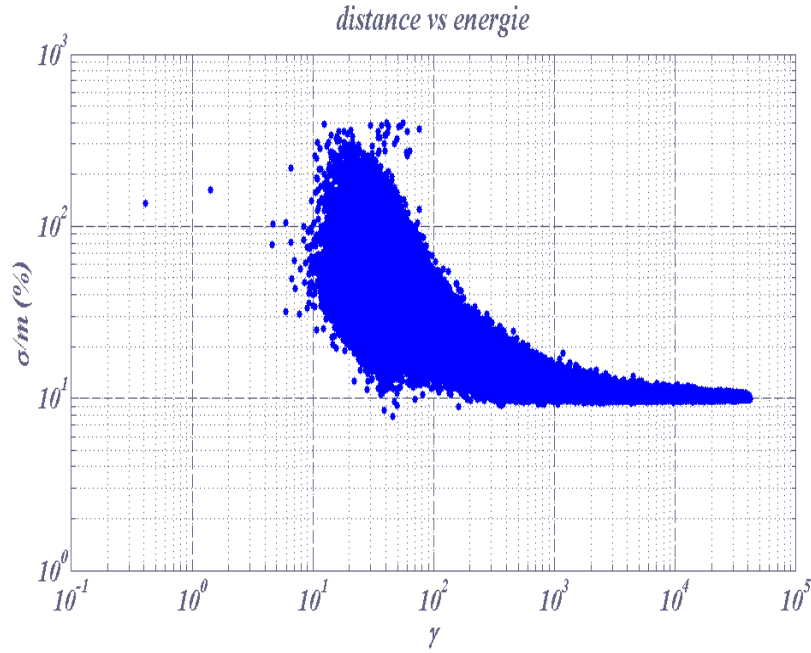


Figure 19 : Evolution de la fonction distance en fonction des niveaux de gris, pour la totalité de la zone d'analyse.

12. Influence de biais dans la mesure

L'influence du bruit de mesure sur les histogrammes sera analysé au chapitre 8. Mais il est aussi important d'analyser, même brièvement, les biais qui peuvent exister sur les mesures. On désignera ici par « biais » une erreur systématique de mesure, comme par exemple un réglage imparfait de l'analyseur à l'entrée ou en sortie (cas du rotateur) du système optique.

Dans le cas de l'analyseur en entrée du système, celui-ci est supposé être réglé à $\psi = 45^\circ$, conduisant ainsi à des modes de polarisation équilibrés en énergie sur chaque axe. Si cet angle n'est pas strictement égal à 45° , les valeurs des énergies sur les axes de polarisation doivent alors être pondérées par $\cos^2\psi$ et $\sin^2\psi$. Dans ce cas, conformément à la relation (3), on mesure un déphasage identique ($\delta' = \delta$) mais un taux de polarisation modifié (en fait ajusté) comme $\beta' = \beta \operatorname{tg}\psi$, avec un impact sur la valeur du paramètre α . Par contre la cohérence mutuelle n'est pas modifiée ($\mu' = \mu = 1$), de sorte que, conformément à la formule (5), le dop n'est pas modifié non plus. Par contre l'état de polarisation sur la sphère de Poincaré est légèrement différent (mais plus juste) de celui prévu pour l'incident.

Supposons maintenant que ce soit l'angle du rotateur ϕ en sortie du système qui soit mal réglé, à savoir : $\phi = \phi_0 + \Delta\phi$ avec $\phi_0 = \pi/4$ et $\Delta\phi \ll 2\pi$. Dans ce cas la procédure LMS conduit à un paramètre α mesuré comme:

$$\alpha_m(\phi) = \frac{2\beta|\mu|\operatorname{tg}\phi}{1 + \beta^2\operatorname{tg}^2\phi} \quad (3.26)$$

La relation (20-b) s'écrit alors comme :

$$|\mu_m| = \frac{\alpha_m(1+\beta^2)}{2\beta} \quad (3.27)$$

Par ailleurs, la relation (3.20-a) est utilisée pour extraire β du rapport des tensions moyennes, mais ce rapport vaut en cas d'erreur :

$$R_m = \frac{\langle V_\phi \rangle}{\langle V_{\Delta\phi} \rangle} = \frac{\cos^2 \phi(1+\beta^2 \operatorname{tg}^2 \phi)}{\cos^2 \Delta\phi(1+\beta^2 \operatorname{tg}^2 \Delta\phi)} \quad (3.28)$$

Le taux de polarisation est alors extrait comme :

$$\beta_m = \sqrt{[-1+2R_m]} \quad (3.29)$$

Ainsi, pour des valeurs données de μ et β , les valeurs mesurées $|\mu_m|$ et β_m pour ces mêmes paramètres sont données par les formules (3.27) et (3.29) en fonction de l'angle ϕ de l'analyseur qui devrait théoriquement être à 45° . Quant à la valeur mesurée pour le dop, elle s'écrit toujours classiquement comme :

$$\operatorname{dop}_m^2 = 1 - \frac{4\beta_m(1-|\mu_m|^2)}{(1+\beta_m)^2} \quad (3.30)$$

Ces résultats pourront être précieux pour analyser d'éventuels artefacts dans le cas de la lumière diffusée aux chapitres suivants. Cependant, dans le cas de ce faisceau direct, on a $\beta \approx |\mu| \approx 1$, de sorte que (3.27-3.29) s'écrivent comme :

$$|\mu_m| = \alpha_m = \sin 2\phi = \cos(2\Delta\phi) \quad \text{avec } \phi = \frac{\pi}{4} + \Delta\phi \quad (3.31)$$

$$\text{Et: } \beta_m = \sqrt{[-1+2R_m]} \quad (3.32)$$

$$\text{Avec : } R_m = \frac{\cos^2 \phi(1+\beta^2 \operatorname{tg}^2 \phi)}{\cos^2 \Delta\phi(1+\beta^2 \operatorname{tg}^2 \Delta\phi)} = 1 \rightarrow \beta_m = 1 \quad (3.33)$$

On obtient finalement pour le faisceau direct :

$$\operatorname{dop} = \cos(2\Delta\phi) \quad (3.34)$$

Ainsi un mauvais réglage du rotateur peut laisser croire que la lumière est dépolarisée. Toutefois dans le cas de la figure 15 avec un dop centré à 0,94, on aurait une erreur d'une dizaine de degrés, ce qui laisse présager d'autres artefacts. On n'ira pas plus loin ici dans

l'étude des biais : signalons simplement qu'une erreur systématique sur η induit la même erreur sur δ .

13. Conclusion

On peut globalement être très satisfait de ces résultats, puisque les degrés de polarisation mesurés sont très voisins de l'unité sur près de 3 décades, avec des écarts de quelques pourcent lorsque l'on utilise une pondération par les niveaux de gris. Par ailleurs l'ensemble des résultats sont concordants, incluant la cartographie des distances, les sphères de Poincaré « colorées », ainsi que les histogrammes ou la forme des courbes de polarisation.

Ces premières données établissent une référence quant à la performance que l'on peut atteindre avec le système et la procédure, référence à partir de laquelle on pourra maintenant s'intéresser à la métrologie de speckle dans la lumière diffusée aux chapitres suivants. On verra en effet comment les histogrammes se déplacent ou s'élargissent selon la nature et l'origine de la diffusion.

Références

- [1] A Ghabbach, M. Zerrad, G. Soriano, and C. Amra. "G.Accurate metrology of polarization curves measured at the speckle size of visible light scattering." *Opt. Express* 22, 14594-14609, 2014.
- [2] Brian DeBoo, J. Sasian, and R. Chipman. "Degree of polarization surfaces and maps for analysis of depolarization." *Opt. Express* 12, 4941-4958, 2004.
- [3] Brosseau, C. *Fundamentals of Polarized Light - A Statistical Approach*. New York: Wiley, 1998
- [4] E. Wolf, and L. Mandel. *Optical Coherence and Quantum Optics*. Cambridge University Press, ed., 1995.
- [5] Elies P, Le Jeune B, Gerligand P Y, Cariou J and Lotrian. "Analysis of the dispersion of speckle polarization on the Poincare sphere." *Appl. Phys.* 30 1285–92, 1997.
- [6] François Goudail and Arnaud Bénéière. "Estimation precision of the degree of linear polarization and of the angle of polarization in the presence of different sources of noise." *Appl. Opt.* 49, 683-693, 2010.
- [7] G. Soriano, M. Zerrad, and C. Amra. "Enpolarization and depolarization of light scattered from chromatic complex media." *Opt. Express* 22, 12603-12613, 2014.
- [8] G. Soriano, M. Zerrad, and C. Amra. "Mapping the coherence time of far-field speckle scattered by disordered media." *Opt. Express* 21, 24191-24200, 2013.
- [9] Gilbert, O. *Ellipsométrie sur champ spéculaire et diffuse : théorie et expériences*. these de doctorat, Aix-Marseille 3: Université Paul Cézanne, 2004
- [10] J. Sorrentini, M. Zerrad and C. Amra. "Statistical signatures of random media: application to selective cancellation of scattered light." *Proc. SPIE* 7718, 77180D, 2010.
- [11] Lucien Pouget, Julien Fade, Cyril Hamel, and Mehdi Alouini. "Polarimetric imaging beyond the speckle grain scale." *Appl. Opt.* 51, 7345-7356, 2012.
- [12] M. Roche, J. Fade and P. Réfrégier. "Parametric estimation of the square degree of polarization from two intensity images degraded by fully developed speckle noise." *J. Opt. Soc. Am. A* 26, 1348-1359, 2009.
- [13] M. Zerrad, G. Soriano, A. Ghabbach, and C. Amra. "Light enpolarization by disordered media under partial polarized illumination: The role of cross-scattering coefficients." *Opt. Express* 21, 2787-2794, 2013.
- [14] Angelsky, S. G. Hanson, C.Yu. Zenkova, M.P. Gorsky, and N.V. Gorodyn'ska. "On polarization metrology (estimation) of the degree of coherence of optical waves." *Opt. Express* 17, 15623-15634, 2009.
- [15] P. Réfrégier, J. Fade and M. Roche. "Estimation precision of the degree of polarization from a single speckle intensity image." *Opt. Lett.* 32, 739-741, 2007.

Chapitre IV : Polarisation par le speckle diffusé par une surface rugueuse

IV. Polarisation par le speckle diffusé par une surface rugueuse

Dans ce chapitre IV nous utilisons la métrologie précédemment décrite et validée en configuration « spéculaire », pour aborder la mesure de la polarisation dans le speckle émis par une surface rugueuse. Le premier échantillon étudié est une surface dorée très rugueuse, qui réémet de façon lambertienne dans tout l'espace la quasi-totalité du flux incident [1]; en d'autres termes, le coefficient de réflexion diffuse normalisé est égal à l'unité. Par ailleurs, le fait que l'échantillon soit métallique nous assure de l'origine de la diffusion (surface plutôt que volume). Les résultats sont concrétisés par des cartographies d'intensité, de dop et de distance, avec les sphères de Poincaré et les histogrammes associés.

On s'intéresse donc à l'analyse de la polarisation de la lumière diffuse collectée par chaque pixel d'une caméra CCD. L'échantillon est éclairé en incidence normale (figure 20), et la caméra est placée en champ lointain (77cm) dans une direction moyenne de 15°. La source est toujours un laser He-Ne que l'on polarise linéairement en entrée à 45° de l'axe x. On note que le speckle est largement résolu, puisque sa taille $\Delta\theta$ vérifie :

$$\Delta\theta \approx \frac{\lambda}{L \cos \theta} \quad (4.1)$$

avec $L = 2\text{mm}$ le diamètre caractéristique de la zone éclairée au niveau de l'échantillon. Ce dernier étant positionné à $D = 77\text{cm}$ de la caméra CCD, l'angle $\Delta\theta$ correspond à une variation d'abscisse sur la caméra de $\Delta x = D \Delta\theta \approx \lambda D/L = 201\mu\text{m}$. La dimension des pixels étant de $13\mu\text{m}$, on voit donc qu'un grain de speckle sera résolu avec 16 points d'échantillonnage, soit avec 256 pixels en termes de surface. Par ailleurs, avec 10^6 pixels sur la caméra, soit 1000 pixels sur une ligne, celle-ci collecte environ 3900 grains sur toute la zone d'étude [2].

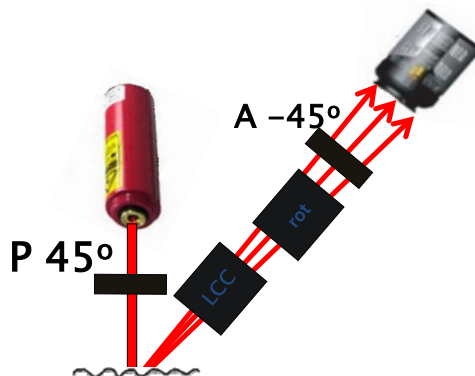


Figure 20. Schéma de base pour l'analyse polarimétrique de la lumière diffusée.

1. Cartographies d'intensité du speckle

De même que pour le faisceau direct, l'intensité du speckle diffusé est présentée en figure 21 pour un angle $\phi = 45^\circ$ du rotateur, pour deux valeurs spécifiques du déphasage ($\eta = 0^\circ$ et $\eta = 90^\circ$). Une photographie de l'échantillon est donnée en figure 22.

La situation est différente de celle du chapitre précédent puisque les grains de speckle sont maintenant répartis de façon aléatoire, ce qui fait varier les niveaux d'énergie d'une façon arbitraire dans la région à analyser. Toutefois, d'une manière similaire au faisceau direct, la mesure montre que les deux valeurs spécifiques η (0° et 90°) fournissent aussi une valeur minimum (figure de gauche) et une valeur maximum (figure de droite) de la moyenne de la texture du speckle. Cela signifie qu'avec une bonne approximation, tous les signaux des pixels varient ensemble et en particulier « s'éteignent » ensemble lorsque le déphasage η est balayé.

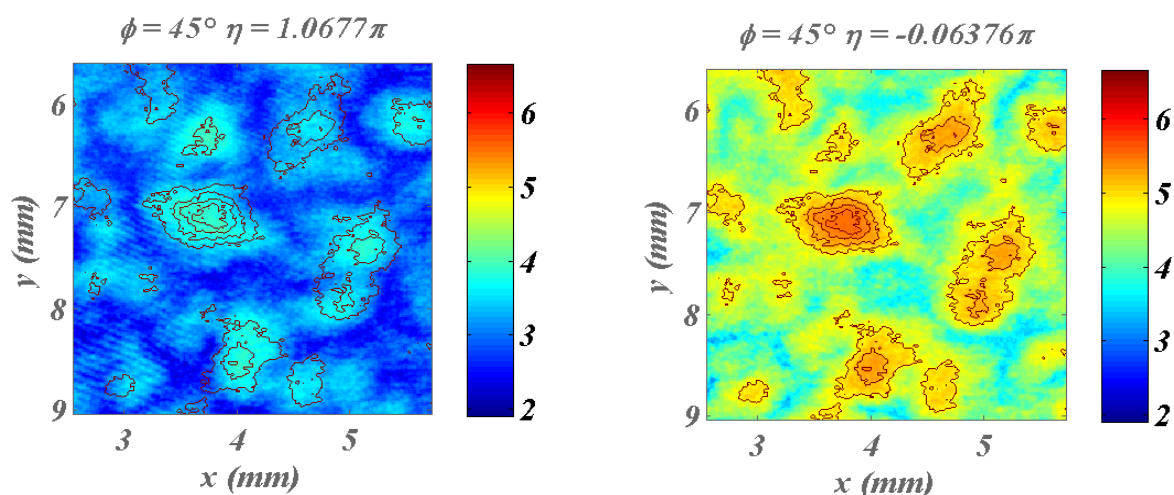


Figure 21 : Minimum ($\eta = \pi$ -figure de gauche) et maximum ($\eta = 0$ -figure de droite) de l'intensité du speckle diffusé à la sortie du système, avec les niveaux de gris en échelle logarithmique. Les données sont normalisées par rapport au temps d'intégration. La zone analysée est de 3mmx3.5mm.



Figure 22 : Photographie de l'échantillon de surface, métallique lambertien

Ces résultats sont en accord avec les résultats théoriques, qui prédisent que le taux de polarisation β , l'argument δ et le module $|\mu|$ de la cohérence mutuelle restent très voisins de ceux du faisceau incident, à savoir $\beta_{ij} \approx 1$, $\delta_{ij} \approx 0^\circ$ et $|\mu_{ij}| \approx 1$, ceci tant que la pente quadratique moyenne de la surface diffusante reste modérée ($< 45^\circ$) et une rugosité de $0.8\mu\text{m}$. Ainsi, toutes les courbes de polarisation des pixels demeurent quasi-proportionnelles pour la surface rugueuse dorée, et prennent la forme :

$$V_{ij}(\phi = 45^\circ, \eta_k) = V_{ijk} = \gamma_{ij} [1 + \alpha_{ij} \cos(\delta_{ij} + \eta_k)] \approx K |E_{s,ij}|^2 [1 + \cos(\eta_k)] \quad (4.2)$$

Les courbes s'annulent simultanément lorsque le retard de phase η est balayé, ce qui permet d'optimiser simplement le temps d'intégration. Ce dernier est à nouveau choisi comme $\Delta t_{ijk} = \Delta t_k$, et optimisé pour la valeur maximale du speckle mesuré à η sur les pixels ij , soit pour $\max_{ij}(V_{ijk})$. On notera que lorsque ce temps d'intégration Δt_k est fixé pour une valeur de déphasage η_k , les signaux sont mesurés au moins sur la dynamique $[\max_{ij}(V_{ijk})/1000, \max_{ij}(V_{ijk})]$, et ceci reste vrai pour chaque valeur η_k . Les valeurs utilisées s'étalent entre 80 ms à 1,5 s.

Par ailleurs on note sur la figure 21 que l'efficacité d'extinction du système, et sa dynamique, sont meilleurs que 3 décades, un résultat similaire à celui du faisceau direct. En conséquence à ce stade on ne note pas de différence quant à la qualité de la métrologie du speckle, eu égard à celle du faisceau spéculaire.

2. Extraction des premiers paramètres

Les paramètres α et δ sont extraits à $\phi = 45^\circ$ à partir de la procédure des moindres carrés décrite au chapitre précédent, et appliquée à la diffusion. Les résultats sont donnés en figure 23. Comme présagé, leurs valeurs restent approximativement autour de $\delta \approx 0^\circ$ et $\alpha \approx 1$ respectivement. Les histogrammes sont donnés en figure 24 avec les moyennes et écarts-type, du même ordre de grandeur que ceux du faisceau incident. On observe globalement que les variations des paramètres sont faibles d'un pixel à l'autre. Celles-ci ne sont pas nécessairement à imputer à la métrologie, car elles sont également prédites par les théories électromagnétiques exactes [10] [11].

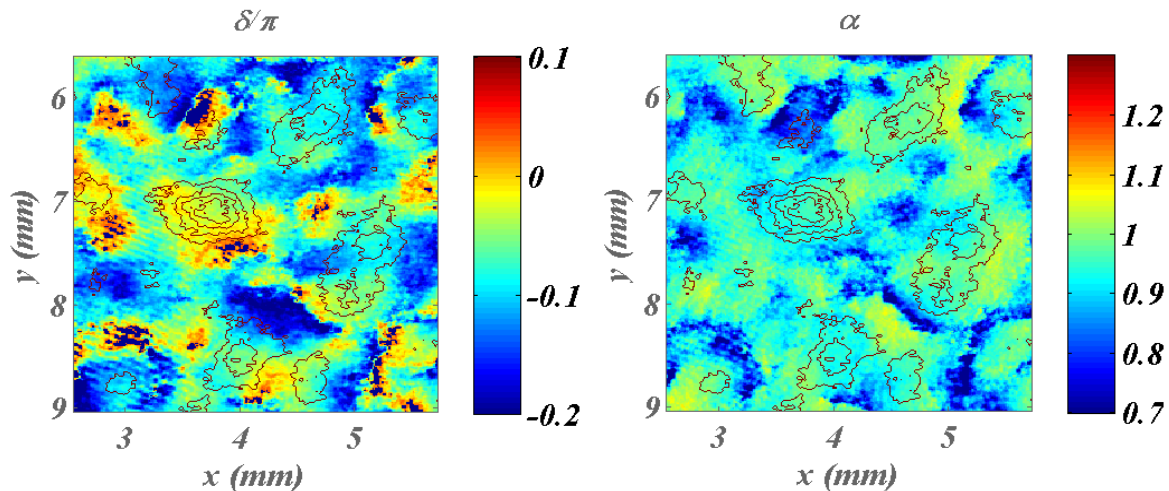


Figure 23. Cartographie des paramètres α et δ pour une diffusion par une surface rugueuse.

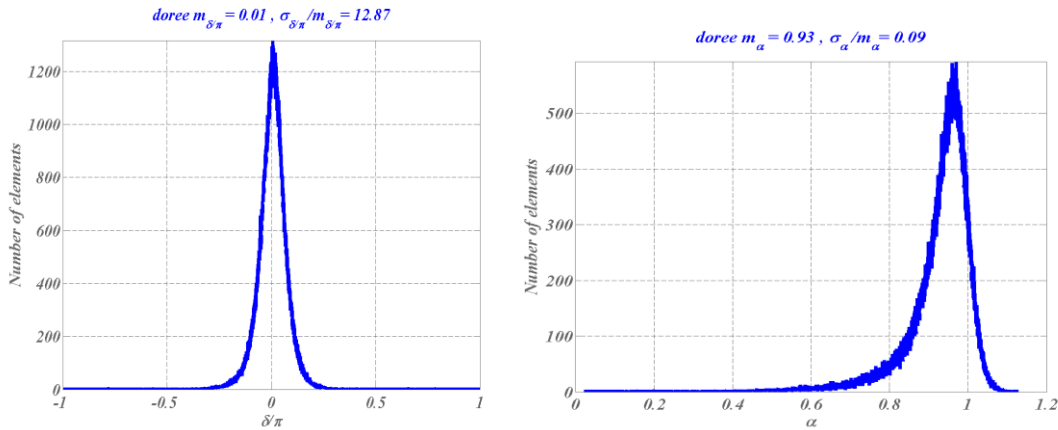


Figure 24 : Histogramme des paramètres α et δ pour une diffusion par la surface dorée

3. Cartographie du degré de polarisation

Le degré de polarisation est extrait comme au chapitre précédent. Les principaux résultats sont présentés en figure 25, où les cartographies de dop sont à droite, et la distance normalisée à gauche. La moyenne du dop est élevée comme attendue, ce qui confirme que le speckle diffusé par une surface rugueuse reste quasi-pleinement polarisé. Les faibles variations sont commentées au paragraphe suivant. On constate par ailleurs que la distance normalisée est du même ordre de grandeur (inférieure à 12%) que celle du faisceau spéculaire, ce qui indique à nouveau une qualité de mesure similaire en spéculaire et en diffus.

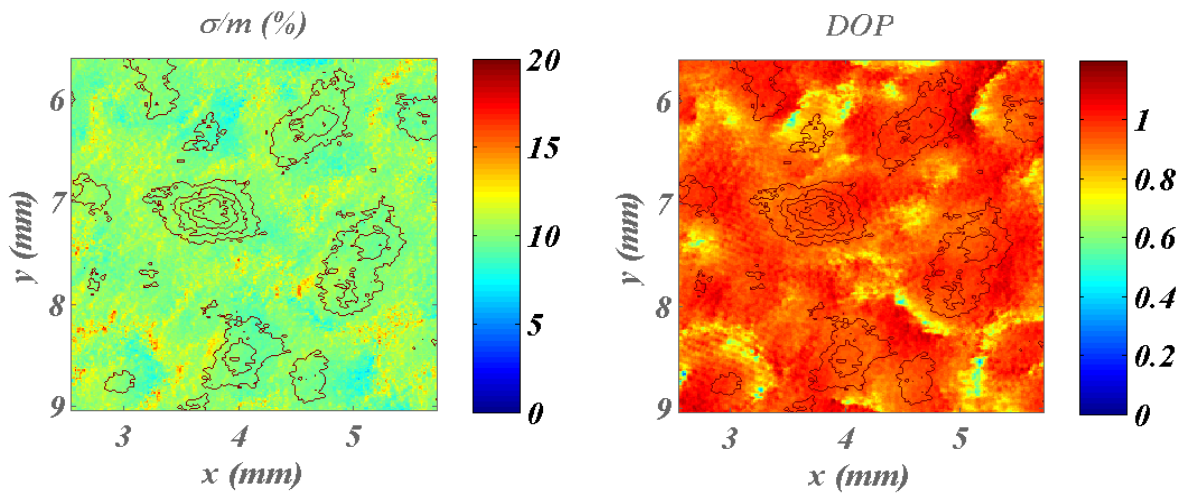


Figure 25. Cartographie du dop (figure de droite) du speckle diffusé par une surface rugueuse, et distance associée (figure de gauche).

4. Analyse de pixels uniques

Il est intéressant d'aborder la question des variations du dop, aussi faibles soient-elles, aux frontières des grains de speckle. Ces légères variations de dop ne sont pas prédites par la théorie électromagnétique des surfaces à faibles pentes, et sont soupçonnées d'être le résultat d'incertitudes de mesures aux faibles niveaux de diffusion. Pour tenter de répondre à cette question, nous avons tracé les courbes de polarisation complètes pour différents pixels le long d'une ligne traversant les frontières d'un grain, comme le montre la figure 26. Nous observons

que la dynamique de mesure reste grande sur ces frontières, quelle que soit la valeur de la distance, ce qui ne permet pas d'incriminer directement le rapport signal sur bruit. A l'inverse on peut toujours imaginer une faiblesse quant aux résultats donnés pas les moindres carrés à ce niveau de précision ; en effet certains points de mesure restent hors de la courbe théorique continue, et ceci pourrait s'améliorer en augmentant le nombre de déphasages η_k (ici égal à $N = 20$). Ceci sera précisé au chapitre 8.

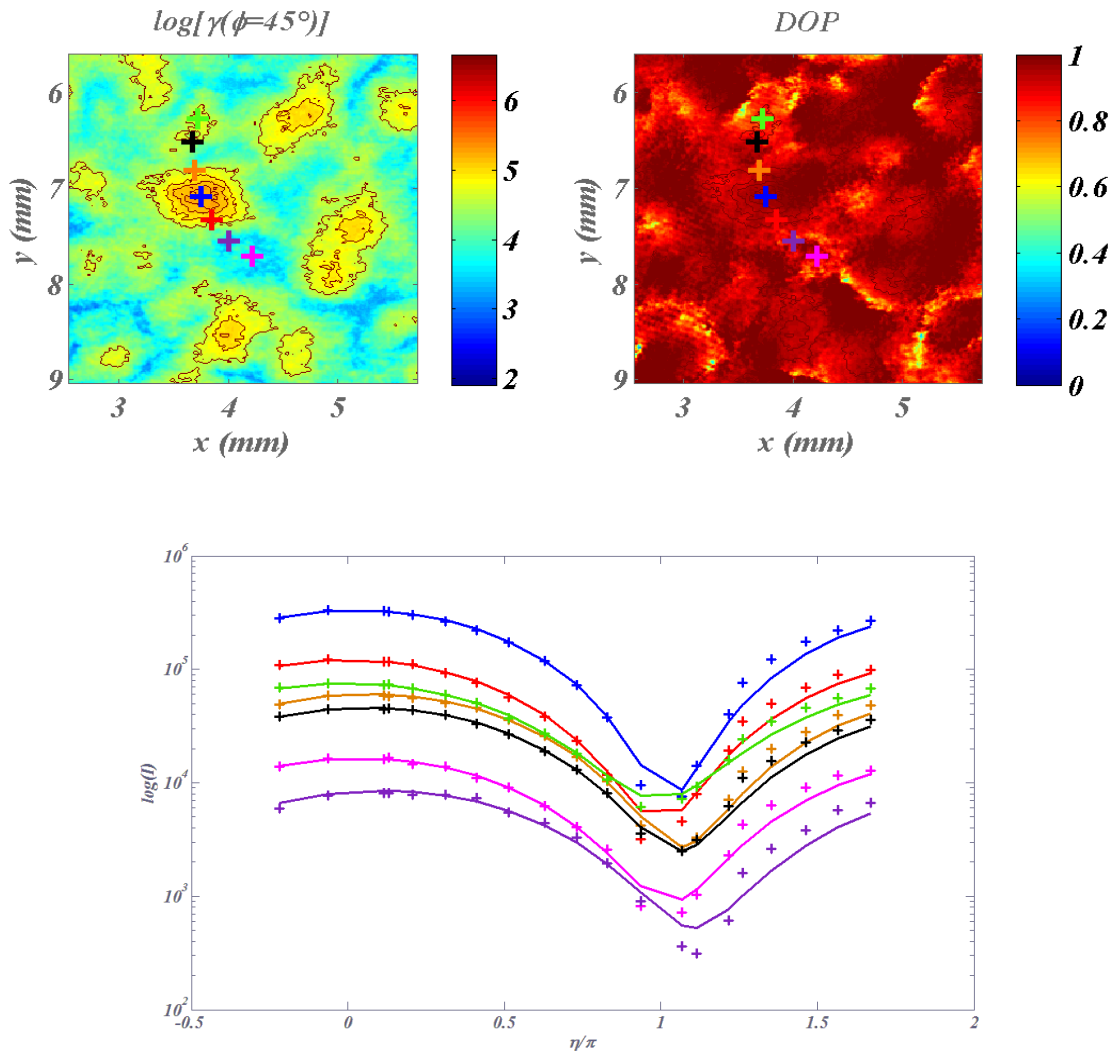


Figure 26 : Courbes de polarisation (figure du bas) mesurées pour les pixels identifiés dans la figure du haut, le long des frontières d'un grain de speckle

5. Sphère de Poincaré

Considérons maintenant les états de polarisation pleinement polarisés sur la sphère de Poincaré (figure 27). Nous avons choisi trois régions différentes au sein de la figure de speckle, et pour chacune d'elles nous avons tracé les "nuages de données" résultants sur la sphère. En comparaison avec les résultats du chapitre précédent, on remarque un plus grand écart à l'état de polarisation incident. On note néanmoins que l'état de polarisation global reste très près de celui de l'incident. Cela rappelle pourquoi tous les grains de speckle disparaissent au même moment quand le retard de phase est balayé avec la matrice LCD, ce qui est en accord avec les prédictions théoriques. En d'autres termes, le speckle de diffusion de surface reste quasi-pleinement polarisé, avec un état moyen proche de l'incident. Enfin, comme

précédemment, le code de couleur sur la sphère est pertinent car il permet d'identifier le niveau de gris du pixel dont l'état de polarisation est tracé. Plus le niveau est élevé, plus l'état de polarisation est proche de l'incident, ce qui laisse penser que la précision diminue malgré tout (de quelques %) avec le niveau du signal.

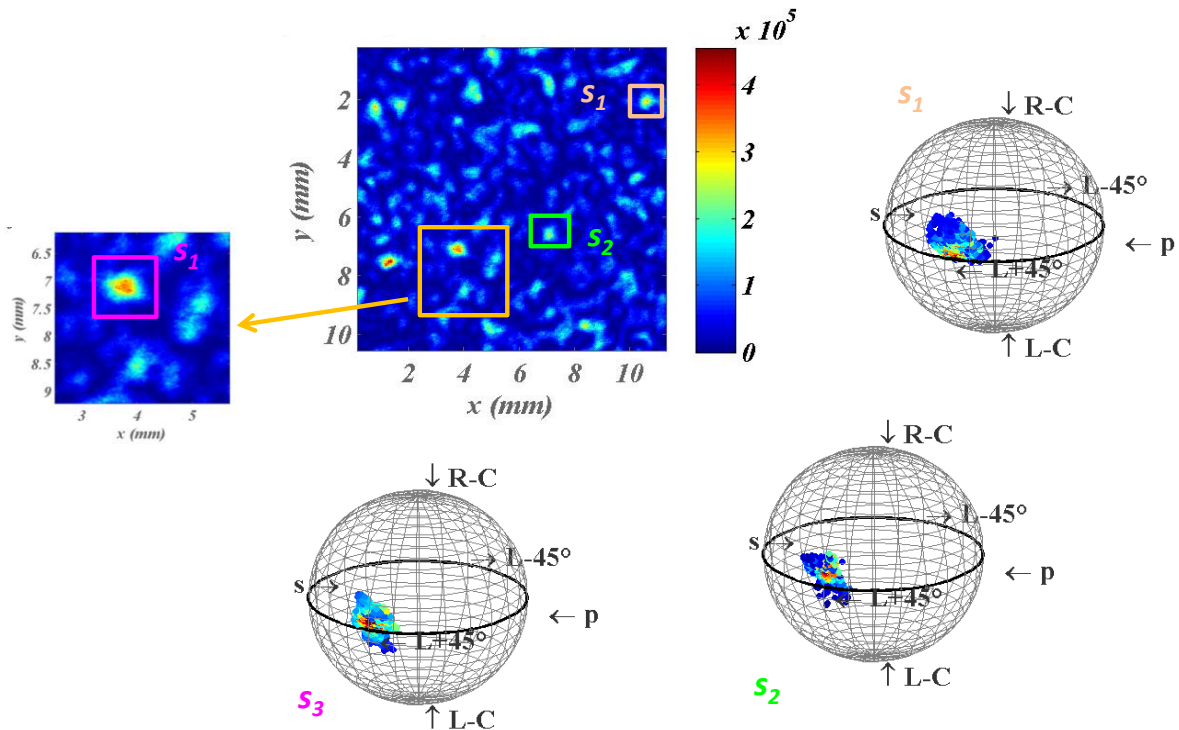
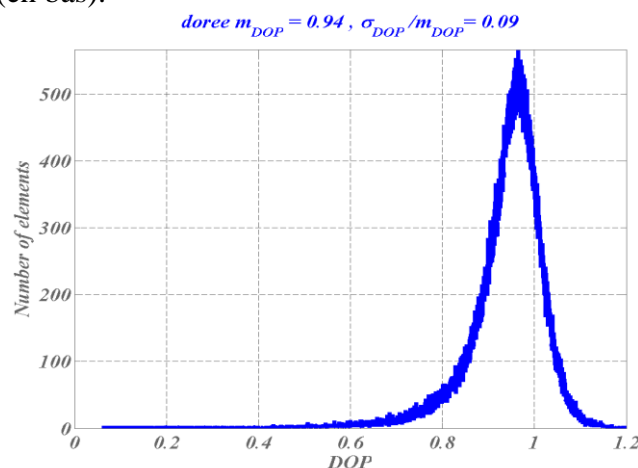


Figure 27 : Etats de polarisation sur la sphère de Poincaré pour 3 régions différentes du speckle

6. Histogrammes du degré de polarisation

Pour chiffrer avec précision l'ensemble de ces résultats, nous utilisons maintenant les histogrammes du degré de polarisation du speckle diffusé. Celui-ci est donné en figure 28 (en haut). Le dop est en moyenne très élevé, avec $\langle \text{dop}_{ij} \rangle_{ij} = 0.94$, et l'écart-type reste faible puisque de 0,08. Ces valeurs sont proches de celles du faisceau incident, de sorte qu'aucune dépolarisation temporelle (locale) significative n'a eu lieu, comme prédit pour la plupart des surfaces. On peut également utiliser, comme au chapitre précédent, une valeur de dop pondérée par les niveaux d'énergie dans le but de réduire l'incertitude de mesure ; celle-ci est donnée en figure 28 (en bas).



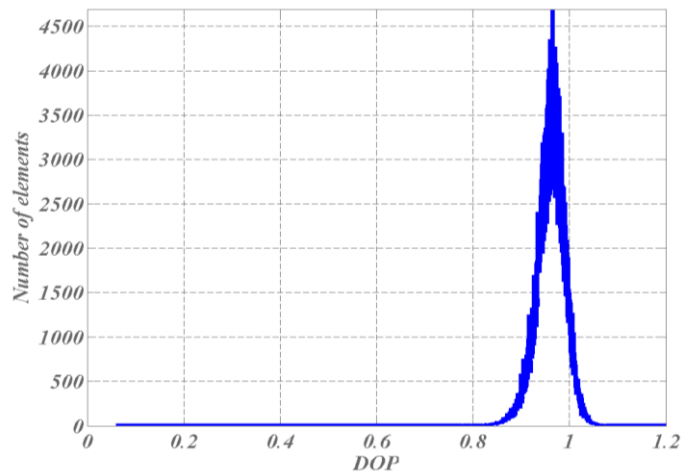


Figure 28 : Histogrammes de dop du speckle diffusé, pondéré (en bas) ou non (en haut) par les niveaux d'énergie

7. Histogramme de la distance

Enfin, nous donnons, pas souci de rigueur, l'histogramme de la distance normalisée en fonction des niveaux de gris en figure 29. On note que la distance reste inférieure à 20% sur trois décades.

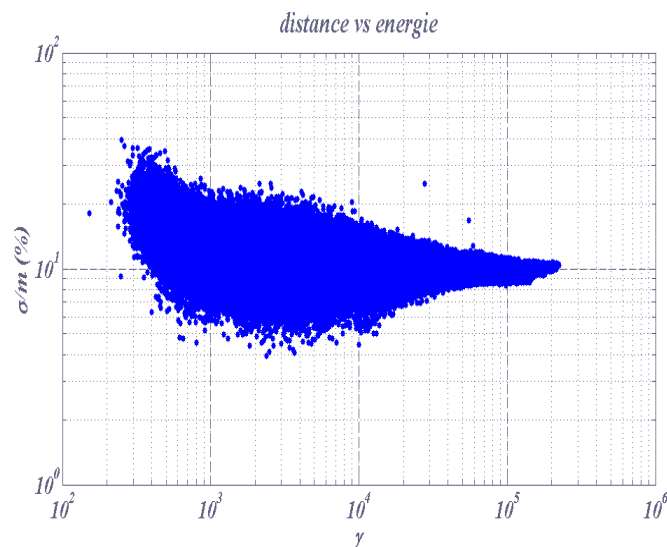


Figure 29 : Histogramme de la distance du speckle diffusé en fonction des niveaux de gris

8. Conclusion partielle (échantillon doré)

Ces résultats montrent que le système de mesure et la procédure définie au chapitre précédent fonctionnent très correctement pour analyser la polarisation du speckle dans la lumière diffusée : les performances sont en effet semblables à celles obtenues pour la lumière directe. Ceci nous a permis de montrer que même pour une surface diffusant totalement la lumière incidente, chaque grain de speckle prend un état de polarisation très proche de l'incident. En d'autres termes, la lumière diffusée reste pleinement polarisée (localement et temporellement), et l'état de polarisation est macroscopiquement conservé.

9. Comparaison avec d'autres échantillons de surface

Après cette validation dans le cas d'une surface métallique très rugueuse, nous pouvons désormais étudier différents échantillons pour en extraire d'éventuelles signatures discriminantes. L'idée la plus immédiate consiste à utiliser 3 échantillons de rugosités très différentes (figure 30) :

- ✓ Le premier est le lambertien doré précédent, qui diffuse la totalité de la lumière incidente avec une rugosité de $0.8\mu\text{m}$
- ✓ Le second est un échantillon douci, avec une diffusion de l'ordre du pour-cent et avec une rugosité de $0.29\mu\text{m}$
- ✓ Le troisième échantillon est poli (qualité moyenne) avec une diffusion de l'ordre de 10^{-4} et une rugosité de 1.8nm

Le premier échantillon, déjà étudié, est le plus rugueux et a déjà montré une faible dispersion eu égard à la polarisation incidente ; on peut donc s'attendre à ce que cette dispersion soit encore plus réduite quand la rugosité diminue, c'est-à-dire pour les 2 autres échantillons douci et poli. Cela dit, l'analyse des nouveaux échantillons permet de tester à nouveau la métrologie dans une gamme de signaux différents.

On notera également que contrairement au premier échantillon qui est métallique, les 2 autres sont dits « noirs » car issus d'un verre noir opaque a priori homogène. Dans le premier cas (Au), la lumière est essentiellement diffusée en réflexion par la rugosité, avec une absorption négligeable. Dans les 2 autres cas (verres noirs), la lumière est majoritairement absorbée dans le volume et faiblement diffusée par la rugosité. A noter que l'absorption résulte ici de la partie imaginaire de l'indice de réfraction du verre noir qui est de l'ordre du pour-cent : la pénétration de la lumière y est donc faible mais cependant bien supérieure au cas métallique. En figure 30-b on trouvera également les résultats des indicatrices de diffusion de ces 3 échantillons.



Figure 30-a : Photographie des 3 échantillons de surface : métallique lambertienne, noire doucie et noire polie (de gauche à droite)

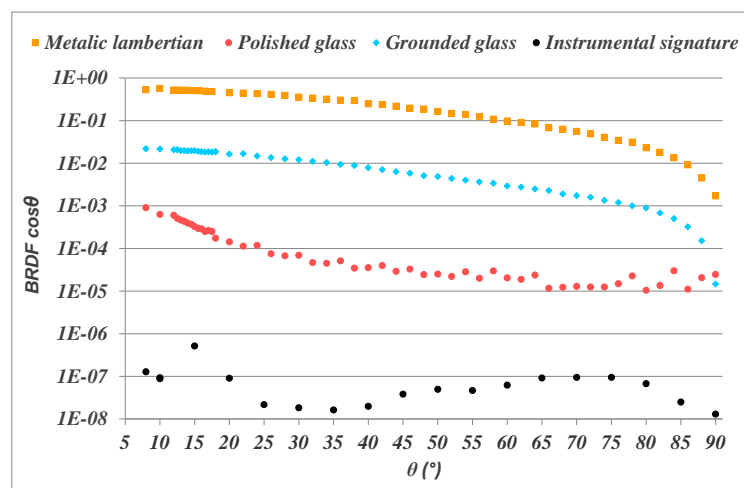


Figure 30-b : Diffusion angulaire mesurée pour les 3 échantillons lambertien, douci et poli

i. Cartographies d'intensité et de DOP

On ne note pas de différence notable quant à la métrologie : le taux d'extinction et la dynamique de mesure restent proches de 3 décades. Les cartographies d'intensité et de DOP sont données ci-dessous pour les échantillons noirs douci (figure 31) et poli (figure 32).

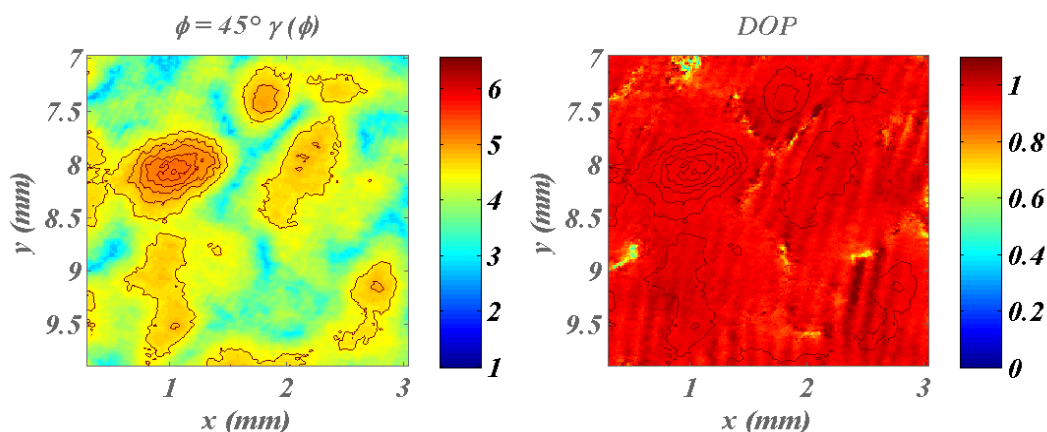


Figure 31 : Cartographies d'intensité et de dop pour l'échantillon noir douci

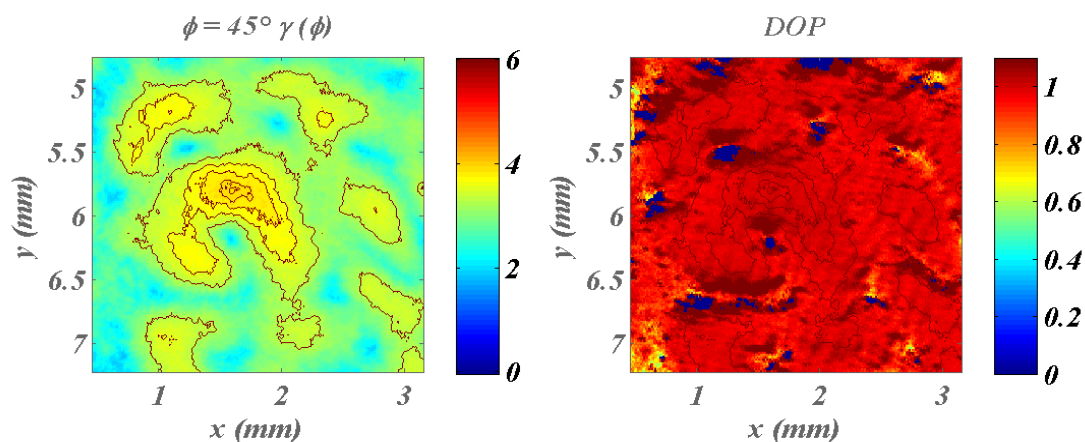


Figure 32 : Cartographies d'intensité et de dop pour l'échantillon noir poli

On remarque cependant, dans le cas de verre poli (figure 32), que les faibles valeurs de dop (en bleu sur la cartographie), bien que très rares, sont obtenues pour des signaux très faibles de la cartographie de gauche. Ceci était moins visible pour les autres échantillons dont la diffusion est au moins 100 fois supérieure à celle de l'échantillon poli. Il apparaît donc ici que la qualité de la mesure décroît aux faibles signaux, malgré l'ajustement du temps d'intégration : on peut en conséquence faire l'hypothèse que c'est la lumière parasite qui est responsable de ces artefacts, à moins qu'il ne s'agisse de la détection limite des pixels CCD à un temps d'intégration donné. Dans ce dernier cas, il est toujours possible d'éliminer ces pixels « défaillants » via un effet de seuillage, mais nous avons préféré conserver des données brutes pour ces études.

ii. Histogrammes des paramètres α et δ

Les paramètres α et δ extraits à $\phi = 45^\circ$ à partir de la procédure des moindres carrés sont donnés sous forme d'histogramme en figures 33 et 34. Là aussi, on ne voit pas de différence notable de comportement eu égard au cas du lambertien doré du début de chapitre. Comme présagé, les valeurs restent approximativement autour de $\delta \approx 0^\circ$ et $\alpha \approx 1$ respectivement.

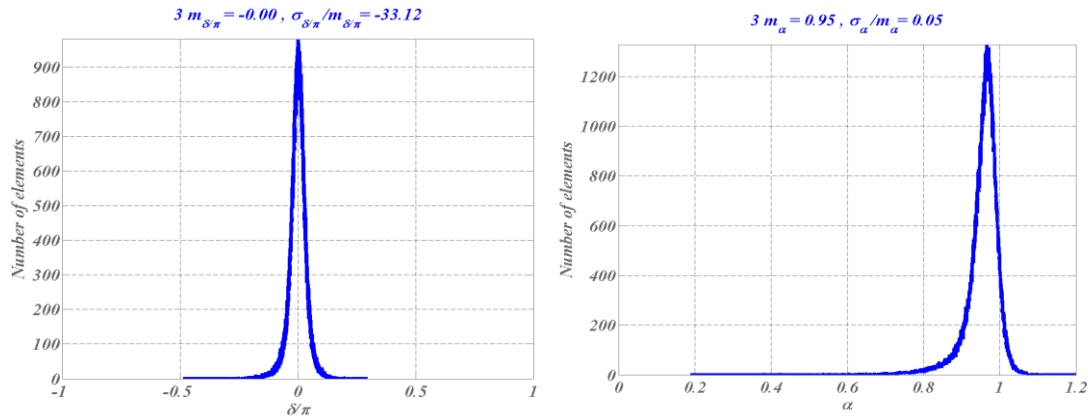


Figure 33 : Histogramme des paramètres δ (gauche) et α (droite) pour l'échantillon doux

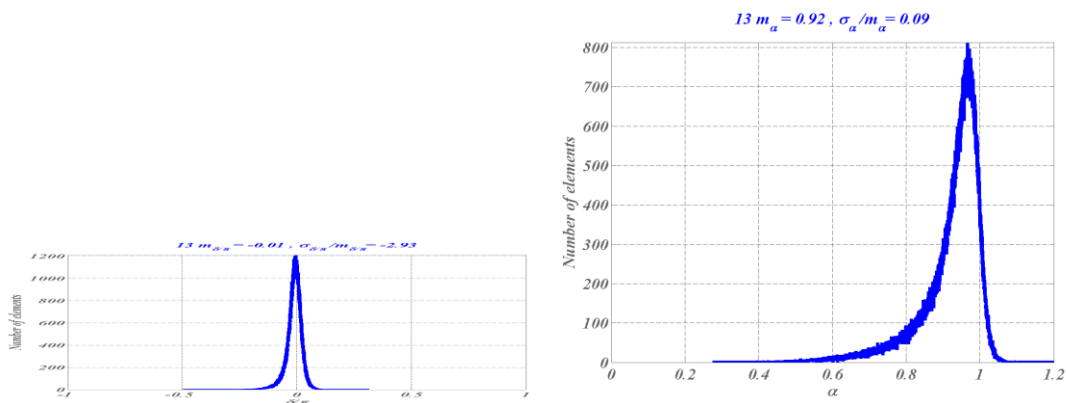


Figure 34 : Histogramme des paramètres δ (gauche) et α (droite) pour l'échantillon poli

iii. Sphères de Poincaré

Les sphères de Poincaré sont données en figure 35 pour les mêmes 2 échantillons. L'écart à la polarisation incidente reste faible.

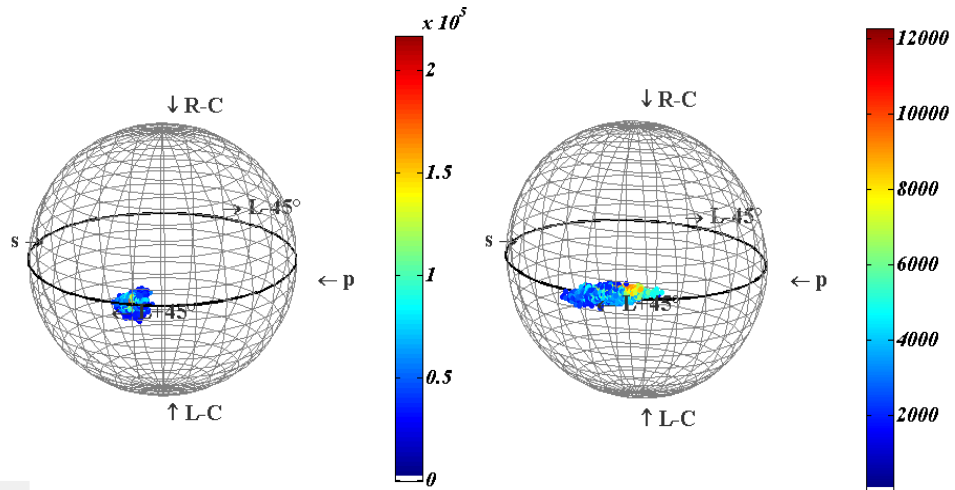


Figure 35 : Sphères de Poincaré pour les échantillons douce (gauche) et poli (droite)

iv. Histogramme des degrés de polarisation

Les histogrammes du degré de polarisation sont présentés en figures 36 et 37 pour les échantillons douce et poli. Ces résultats paraissent à nouveau de très bonne qualité. Une discussion globale est donnée en fin de chapitre.

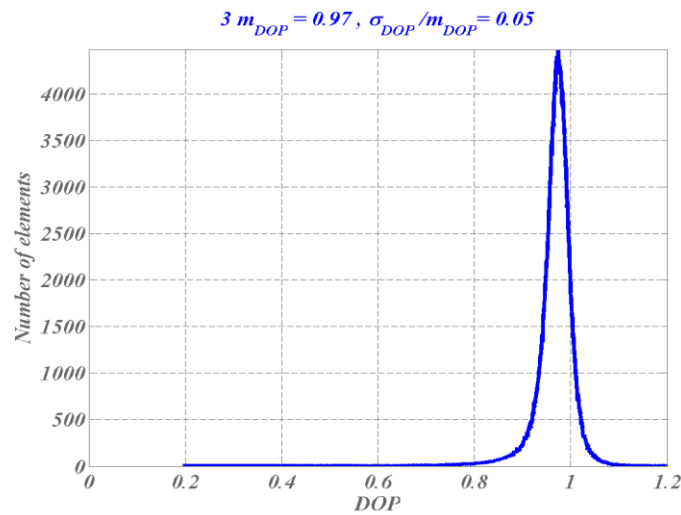


Figure 36 : Histogramme du dop pour l'échantillon douce

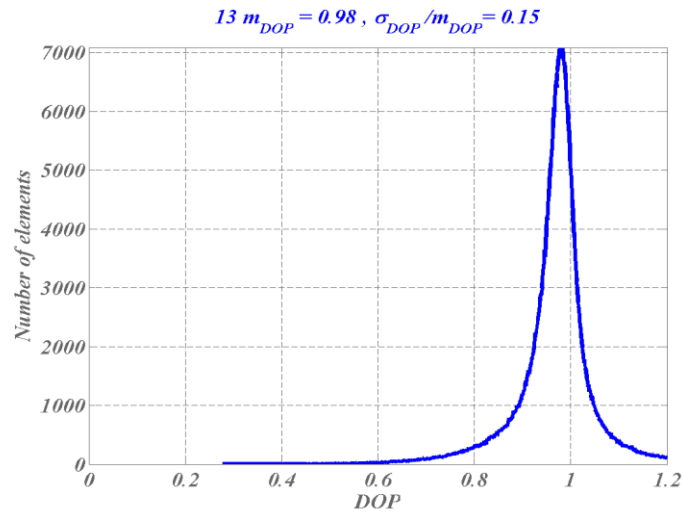


Figure 37 : Histogramme du dop pour l'échantillon poli

10. Bilan et conclusion

A ce stade il est intéressant d'afficher une vision globale en superposant les histogrammes normalisés des degrés de polarisation sur la même courbe, comme cela est fait en figure 38. Sur cette figure sont concernées les 3 surfaces étudiées, mais également le faisceau direct du chapitre précédent qui sert de référence. On note tout d'abord que pour ce faisceau l'histogramme est le plus étroit avec une moyenne la plus proche de l'unité, ce qui est satisfaisant.

Les courbes s'élargissent ensuite avec des valeurs moyennes de dop légèrement inférieures. Comme attendu par les prédictions théoriques, l'échantillon le plus rugueux (lambertien doré) présente l'écart-type le plus large. A l'inverse, on s'attendrait à ce que l'échantillon poli soit le plus étroit, alors qu'il est plus large que l'échantillon douci. En fait il faut rappeler que pour le poli, les niveaux de diffusion sont très bas (en dessous de 10^{-4}) et laissent en conséquence le bruit de mesure perturber le signal. Pour aller plus loin, nous avons à nouveau utilisé le dop pondéré, c'est-à-dire privilégiant les degrés de polarisation obtenus pour de forts signaux. Les résultats sont donnés en figure 39, où l'on voit alors que l'écart entre les échantillons douci et poli est bien réduit.

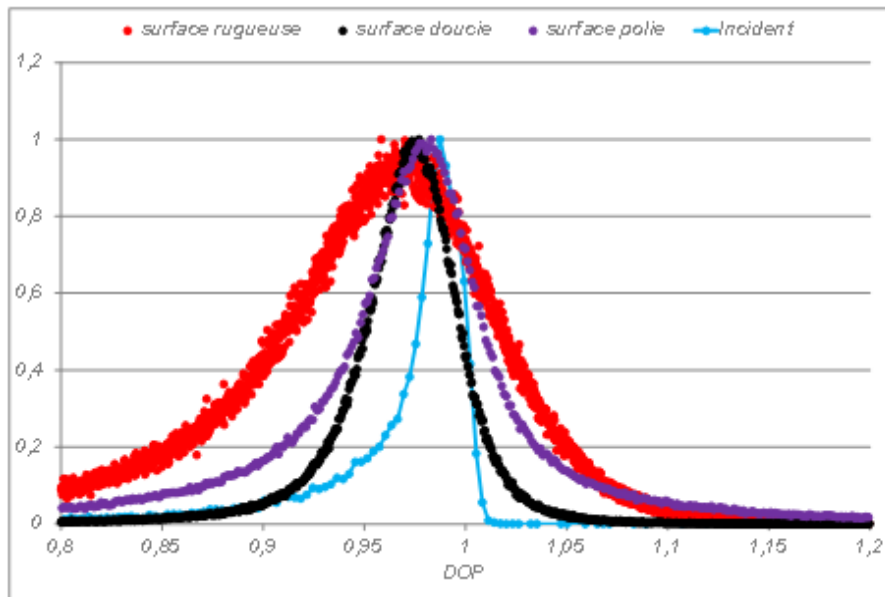


Figure 38 : Histogrammes normalisés des degrés de polarisation pour les 3 surfaces rugueuses, avec en référence celui du faisceau direct

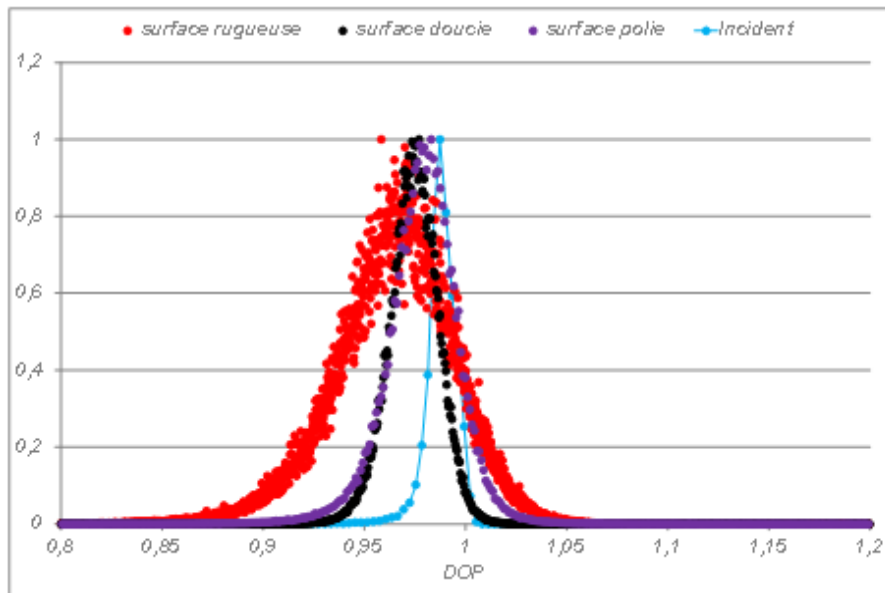


Figure 39 : Même légende que figure 19, mais le dop est pondéré par les niveaux de gris

Il demeurera toujours important d'afficher, parallèlement à ces histogrammes mesurés pour les paramètres de polarisation, d'autres histogrammes caractéristiques de la précision ou de la qualité de la mesure pour tous les échantillons, et ceci dans la zone d'où sont extraits les histogrammes. Dans ce but nous donnons en figure 40 les histogrammes de la fonction distance, qui révèlent une valeur moyenne de l'ordre de 10% pour toutes les mesures réalisées, ce qui est très satisfaisant.

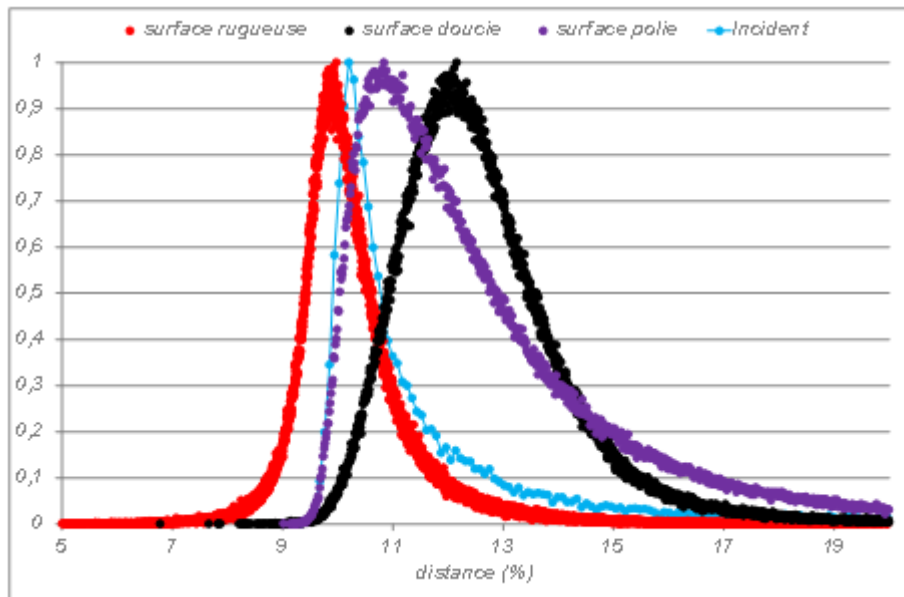


Figure 40 : Histogrammes normalisés des fonctions distance

Nous pouvons clôturer ce chapitre sur le constat que la métrologie fonctionne correctement pour des valeurs arbitraires de rugosité, allant de l'échantillon totalement diffusant jusqu'à l'échantillon poli. Par ailleurs les prédictions théoriques sont largement confirmées, à savoir que la lumière diffusée par ces surfaces reste pleinement polarisée, et que l'état de polarisation reste très près de la polarisation incidente. Forts de ce constat, nous allons maintenant aborder l'étude de la polarisation dans le speckle émis par des volumes diffusants.

Références

- [1] E. Jakeman, and K. D. Ridley. *Modeling Fluctuations in Scattered Waves*. Taylor and Francis Group, ed., 2006.
- [2] A Ghabbach, M. Zerrad, G. Soriano, and C. Amra. "G.Accurate metrology of polarization curves measured at the speckle size of visible light scattering." *Opt. Express* 22, 14594-14609, 2014.
- [3] Brian DeBoo, J. Sasian, and R. Chipman. "Degree of polarization surfaces and maps for analysis of depolarization." *Opt. Express* 12, 4941-4958, 2004.
- [4] C.Amra, C. Deumie and Oliver Gilbert, . "Elimination of polarized light scattered by surface roughness or bulk heterogeneity ." *Opt. Express* 13, 10854-10864 , 2005.
- [5] C. Amra, C. Grezes-Besset, P. Roche and E. Pelletier . "Description of a scattering apparatus : application to the problems of characterization of opaque surfaces." *Appl. Opt.* 28, 2723-2730, 1989.
- [6] C.Amra, Grèzes-Besset and L.Bruel. "Comparison of surface and bulk scattering in optical multilayers." *Appl. Opt.* 32, 5492-5503, 1993.
- [7] C.Cheng, C.Liu, N.Zhang, T. Jia, R.Li and Z.Xu. "Absolute Measurement of roughness and lateral-correlation Length of Random Surfaces by Use of the Simplified Model of Image-Speckle Contrast." *Appl. Opt.* 41, 4148-4156, 2002.
- [8] Elies P, Le Jeune B, Gerligand P Y, Cariou J and Lotrian. "Analysis of the dispersion of speckle polarization on the Poincare sphere." *Appl. Phys.* 30 1285–92, 1997.
- [9] François Goudail and Arnaud Bénéière. "Estimation precision of the degree of linear polarization and of the angle of polarization in the presence of different sources of noise." *Appl. Opt.* 49, 683-693, 2010.
- [10]G. Soriano, M. Zerrad, and C. Amra. "Enpolarization and depolarization of light scattered from chromatic complex media." *Opt. Express* 22, 12603-12613, 2014.
- [11]G. Soriano, M. Zerrad, and C. Amra. "Mapping the coherence time of far-field speckle scattered by disordered media." *Opt. Express* 21, 24191-24200, 2013.
- [12]G.Georges. *Ellipsométrie de speckle sur champ diffuse : annulation selective de sources pour l'imagerie en milieu diffusant*. these de Doctorat, Aix-Marseille 3: Université Paul Cézanne, 2007.
- [13]G.Georges, L. Arnaud, L. Siozade, N. Le Neindre, F. Chazallet, M. Zerrad, C. Deumié, and Claude Amra. " From angle resolved ellipsometry of light scattering to imaging in random media ." *Appl. Opt.* 47, C257-C265, 2008.

- [14]Germer, T.A. "Angular dependence and polarization of out-of-plane optical scattering from particulate contamination, subsurface defects and surface microroughness." *Appl. Opt.* 36,8798-8805, 1997.
- [15]Gilbert, O. *Ellipsométrie sur champ spéculaire et diffuse : théorie et expériences*. these de doctorat, Aix-Marseille 3: Université Paul Cézanne, 2004
- [16]Goodman, J.W. "Some fundamental properties of speckle." *J. Opt. Soc. Am.A.* 66,1145-1150, 1976.
- [17]Goodman,J.W. *Speckle phenomena in Optics : Theory and Applications*. Roberts and Company Publishers, 2006.
- [18]I.M. Vellekoop and A.P. Mosk. "Focusing coherent light through opaque strongly scattering media,." *Opt. Lett.* 32, 2309-2311, 2007.
- [19]J. Broky and A. Dogariu. "Complex degree of mutual polarization in randomly scattered fields." *Optics Express, Vol. 18, Issue 19, pp. 20105-20113*, 2010.
- [20]J. Broky and A. Dogariu. "Correlations of polarization in random electro-magnetic fields." *Opt. Express 19, 15711-15719*, 2011.
- [21]J. Ellis, A. Dogariu, S. Ponomarenko and E. Wolf. "Correlation matrix of a completely polarized, statistically stationary electromagnetic field." *Optics Letters, Vol. 29, No. 13, pp. 1536-1538*, 2004.
- [22]J. Ohtsubo and T. Asakura. "Statistical properties of laser speckle produced in the diffraction field." *Appl. Opt.* 16,1742-1753, 1977.
- [23]J. Ohtsubo and T. Asakura. "Statistical properties of the sum developed speckle patterns." *Opt. Lett.* 1,98-100, 1977.
- [24]J. Sorrentini, M. Zerrad, and C. Amra. "Statistical signatures of random media and their correlation to polarization properties." *Optics Letters 34, 2429-2431*, 2009.
- [25]J. Sorrentini, M. Zerrad, G. Soriano, and C. Amra. "Enpolarization of light by scattering media." *Optics Express, Vol. 19, Issue 22, pp. 21313-21320* , 2011.
- [26]J. Sorrentini, M.Zerrad and C.Amra. "Statistical signatures of random media and their correlation to polarization properties." *Opt. Lett.* 34,2429-2431, 2009.
- [27]J.Li, G.Yao and L.V. Wang. "Degree of polarization in laser speckles from turbid media : Implcations in tissue optics." *J. Biomed. Opt.* 7, 307-312, 2002.
- [28]J.Sorrentini, M.Zerrad and C. Amra. "Statistical signatures of random media: application to selevtice cancellation of scattered light." *Proc. SPIE 7718, 77180D*, 2010.
- [29]J.Tervo, T Setala, A. T. Fribergn . "Degree of coherence of partially polarized light." *Opt. Express 13; 6051-6060*, 2005.

- [30]J.W.Goodman. "Dependance of image speckle contrast on surface roughness." *Opt. Commun.* 14,324-327, 1975.
- [31]L.Arnaud, G.Georges, C.Deumié and C.Amra. "Discrimination of surface and bulk scattering of arbitrary level based on angle-resolved ellipsometry : theoretical analysis." *Opt. Commun.* 281, 1739-1744, 2008.
- [32]L.Arnaud, G.Georges, J.Sorrentini, M.Zerrad, C.Deumié and Claude Amra. "An enhanced contrast to detect bulk objects under arbitrary rough surfaces." *Opt. Express* 17, 5758-5773, 2009.
- [33]M. Zerrad, G. Soriano, A. Ghabbach, and C. Amra. "Light enpolarization by disordered media under partial polarized illumination: The role of cross-scattering coefficients." *Opt. Express* 21, 2787-2794, 2013.
- [34]M. Zerrad, J. Sorrentini, G. Soriano, and C. Amra. "Gradual loss of polarization in light scattered from rough surfaces: Electromagnetic prediction." *Optics Express* 18, 15832-15843, 2010.
- [35]M.Zerrad, J.Sorrentini, G.Soriano and C.Amra. "Electromagnetic prediction of multiscale depolarization." *Proc.SPIE* 7718, 771814-8, 2010.
- [36]N. Destouches, C.Deumié, H.Giovannini and Claude Amra. "Determination of refractive indices of opaque Rough surfaces." *Appl. Opt.* 43, 756-765, 2004.
- . Gilbert, C.Deumié, and Claude Amra. "Angle-resolved ellipsometry of scattering patterns from arbitrary surfaces and bulks." *Opt. Express.* 13, 2403-2418, 2005.
- [37]S. G. Hanson, and H. T. Yura. "Statistics of spatially integrated speckle intensity difference." *J. Opt. Soc. Am. A* 26 (2), 371–375, 2009.
- [38]S.J. Kirkpatrick, D.D. Duncan and E.M. Wells-Gray. "Detrimental effects of speckle-size matching in laser speckle contrast imaging." *Opt. Lett.* 33, 2886-2888, 2008.
- [39]Sprague, R.A. "Surface Roughness Measurement Using White Light Speckle." *Appl. Opt.* 11, 2811-2816, 1972.
- [40]Y.Piederrière, J.Cariou, Y.Guern, B.Lejeune, G.Le Brun and J.Lortrian. "Scattering through fluids: speckle size measurement and Monte Carlo simulations close to and into the multiple scattering." *Opt. Express* 12, 176-188, 2004.

Chapitre V : Le cas des volumes hétérogènes sous éclairement polarisé

V. Le cas des volumes hétérogènes sous éclairage polarisé

Ce chapitre V fait naturellement suite au précédent consacré aux surfaces diffusantes. Il est consacré au cas des volumes hétérogènes ; les hétérogénéités sont par ailleurs ici suffisamment fortes pour qu'aucun rayonnement spéculaire n'ait lieu : le flux incident est totalement diffusé ou absorbé [1].

Comme précédemment, le flux incident est pleinement polarisé temporellement et nous utiliserons les mêmes procédures de mesure que celles utilisées pour les surfaces (figure 41). Un premier objectif va être de comparer les signatures des speckles de volume à ceux des surfaces, et voir si une procédure discriminante peut être établie en conséquence [2].

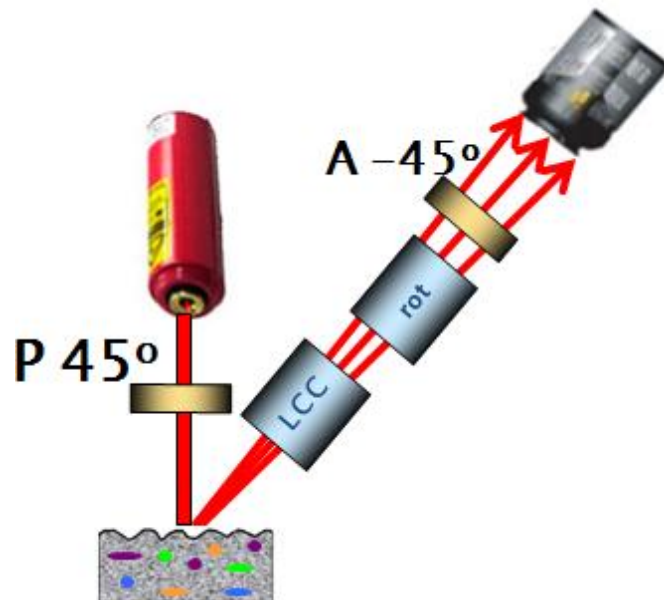


Figure 41. Schéma de base pour l'analyse polarimétrique de la lumière diffusée. Cas des volumes

Le premier échantillon étudié est un étalon lambertien volumique (**figure 42**) ; cela signifie qu'il renvoie, sans absorption, la totalité de la lumière incidente sous forme de flux diffusé, avec une répartition angulaire lambertienne. Il est souvent qualifié de « blanc » compte tenu de ces propriétés. D'autres échantillons seront étudiés en fin de chapitre, et seront dits « gris » ou « noirs » en raison de leurs niveaux d'absorption croissants (ou de diffusion décroissantes).



Figure 42 : Echantillon Lambertien volumique

1. Cartographies d'intensité du speckle

Par souci de rigueur voire de prudence, nous procéderons de façon analogue aux surfaces, pour avancer progressivement et mettre en évidence les différences de comportement lorsqu'elles existent. Ainsi nous commençons par examiner les variations et la dynamique du speckle lorsque la tension du déphaseur est balayée. Les résultats sont illustrés en figure 43.

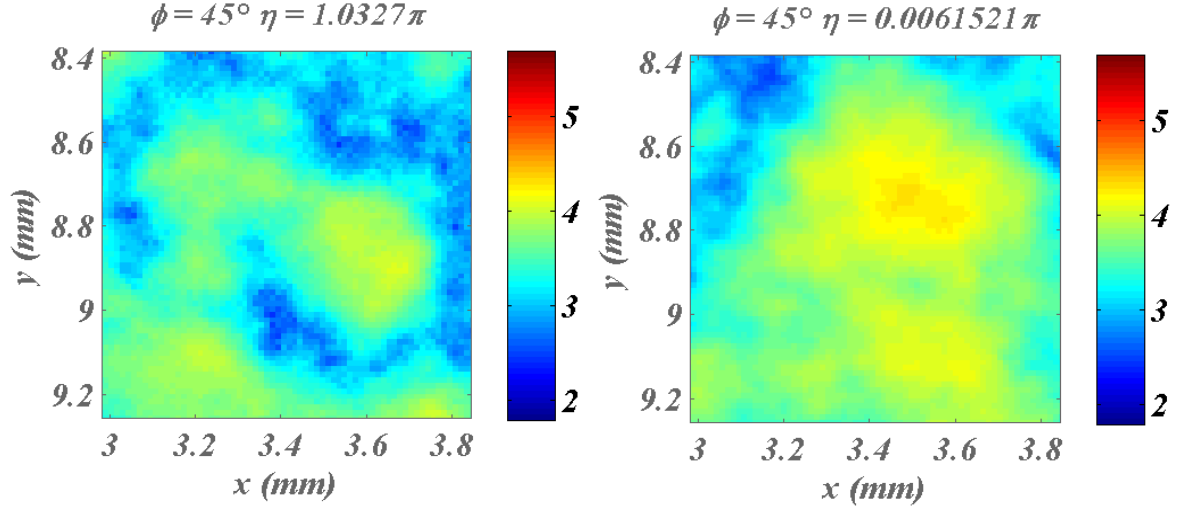


Figure 43 : Intensité de speckle mesuré pour l'échantillon volumique de la figure 2, pour des valeurs spécifiques du déphaseur : $\eta = \pi$ - figure de gauche et $\eta = 0$ - figure de droite. Les niveaux de gris sont en échelle logarithmique. Les données sont normalisées par rapport au temps d'intégration. La zone analysée est de 3mmx2.5mm.

On remarque d'emblée une différence essentielle eu égard au cas des surfaces, pour lesquelles le speckle était minimum et maximum pour tous les pixels lorsque $\eta = \pi$ et $\eta = 0$ respectivement, avec η le déphasage contrôlé par tension. Ce résultat pour les surfaces était dû au fait que toutes les courbes de polarisation des pixels étaient proportionnelles, compte tenu du fait que les premiers paramètres clé (α et δ) variaient peu d'un pixel à l'autre :

$$\alpha_{ij} \approx 1 \text{ et } \delta_{ij} \approx 0 \rightarrow$$

$$V_{ij}(\phi = 45^\circ, \eta_k) = V_{ijk} = \gamma_{ij} [1 + \alpha_{ij} \cos(\delta_{ij} + \eta_k)] \approx K |E_{s,ij}|^2 [1 + \cos(\eta_k)] \quad (5.1)$$

avec, pour rappel:

$$\alpha_{ij}(\phi) = \frac{2\beta_{ij} |\mu_{ij}| \operatorname{tg} \phi}{1 + \beta_{ij}^2 \operatorname{tg}^2 \phi} \text{ et } \gamma_{ij}(\phi) = k \cos^2 \phi \left\langle |E_{s,ij}|^2(t) \right\rangle [1 + \beta_{ij}^2 \operatorname{tg}^2 \phi] \quad (5.2)$$

Dans le cas des volumes, ces paramètres sont indépendants d'un pixel à l'autre et l'approximation précédente ne vaut plus :

$$V_{ij}(\phi = 45^\circ, \eta_k) = V_{ijk} = \gamma_{ij} [1 + \alpha_{ij} \cos(\delta_{ij} + \eta_k)] \quad (5.3)$$

Ainsi dans le cas des volumes, on ne peut pas éteindre simultanément tous les pixels ij pour une même valeur η_k du déphaseur. En d'autres termes, chaque courbe de polarisation $V_{ij}(k)$ varie « librement » d'un pixel à l'autre lorsque le déphasage est modifié.

Temps d'intégration

Cette modification dans la corrélation des speckles change le mode d'ajustement du temps d'intégration. Rappelons que celui-ci doit être le même pour tous les pixels à chaque valeur du déphasage. Pour les surfaces, la courbe variant en

$V_{ijk} \approx K \langle |E_{s,ij}|^2 \rangle [1 + \cos(\eta_k)]$, il suffit de repérer le temps d'intégration Δt_{ref} pour le maximum du signal, soit pour :

$$\max(V_{ijk}) \approx K [1 + \cos(\eta_k)] \max \langle |E_{s,ij}|^2 \rangle \quad (5.4)$$

En conséquence on peut écrire pour les surfaces :

$$\Delta t_{ijk} = \Delta t_k \text{ avec } \Delta t_k = f(\cos \eta_k) \quad (5.5)$$

On sait alors que l'on dispose d'une dynamique d'au moins 3 décades lorsque Δt_k est choisi, ce qui permet de mesurer correctement toute l'image $V_k(ij)$. La mesure est facilitée par le fait que le temps d'intégration varie comme $\cos \eta_k$ pour tous les pixels, ce que l'on pourrait écrire de façon abusive comme :

$$\Delta t_k = f_0(\cos \eta_k) \quad \text{avec } f_0 \text{ une constante.}$$

A noter que dans ce cas des surfaces, les pixels qui sont mesurés pour une valeur de η_k le seront pour toutes les valeurs de η_k ; dit d'une autre façon, la classe de pixels « défaillants » $(mn)_k$ où le signal est trop bas pour être mesuré correctement à une tension k est indépendante de k :

$$(mn)_k = (mn)$$

On peut donc les éliminer si besoin en début de procédure, même si nous préférons conserver des données « brutes » pour ces études.

Dans le cas des volumes, la courbe est en

$$V_{ijk} = \gamma_{ij} [1 + \alpha_{ij} \cos(\delta_{ij} + \eta_k)] \quad (5.6)$$

de sorte qu'à une valeur de η_k donnée, on peut encore régler le temps d'intégration Δt_{ref} pour le maximum $\max(V_{ijk})$ du signal, et disposer alors d'une dynamique de 3 décades sur l'image. Toutefois ce maximum s'écrit cette fois comme :

$$\max_{ij}(V_{ijk}) = \max_{ij}(\gamma_{ij} [1 + \alpha_{ij} \cos(\delta_{ij} + \eta_k)]) \quad (5.7)$$

de sorte que l'on ne connaît pas a priori la variation du temps d'intégration lorsque le déphasage varie. Il faut donc, pour chaque image $V_k(ij)$, rechercher le maximum du signal pour choisir Δt_k . Cependant, les pixels variant arbitrairement, le maximum recherché n'est pas loin d'être sensiblement le même pour toutes les tensions du déphaseur : $\Delta t_{ijk} = \Delta t_k \approx \Delta t$ (8). Il nous faudra malgré tout rester prudent dans l'interprétation des résultats de mesure. Contrairement aux surfaces où la classe de pixels « défailants » (relation (7)) ne variait pas avec la tension v_k , pour les volumes on aura différentes classes de pixels « défailants » quand la tension varie ; il n'est donc pas possible de les identifier ou éliminer a priori. En d'autres termes, le lieu des pixels défailants est constant (indépendant de η) pour les surfaces, mais varie avec le déphasage pour les volumes. Quand on exploite une courbe $V_{ij}(k)$ pour la procédure LMS par exemple, ces pixels peuvent être identifiés ou numérotés comme (ij) pour les surfaces, mais doivent être identifiés comme $i(k)j(k)$ pour les volumes.

2. Extraction des premiers paramètres

Les paramètres α et δ sont extraits pour chaque pixel à $\phi = 45^\circ$ à partir de la procédure des moindres carrés décrite aux précédents chapitres. Les résultats sont donnés en figure 44-45 sous forme de cartographies et d'histogrammes. On note tout d'abord une forte dispersion eu égard aux valeurs mesurées pour les surfaces. La valeur moyenne de α vaut $\langle \alpha_{ij} \rangle = 0,62$, avec un écart-type notable. De façon analogue, le déphasage polarimétrique est distribué entre 0 et 2π . Ces forts écarts par rapport aux résultats obtenus pour les surfaces traduisent à nouveau la décorrélation des speckles lorsque le déphasage varie, ce que nous avons signalé au paragraphe précédent.

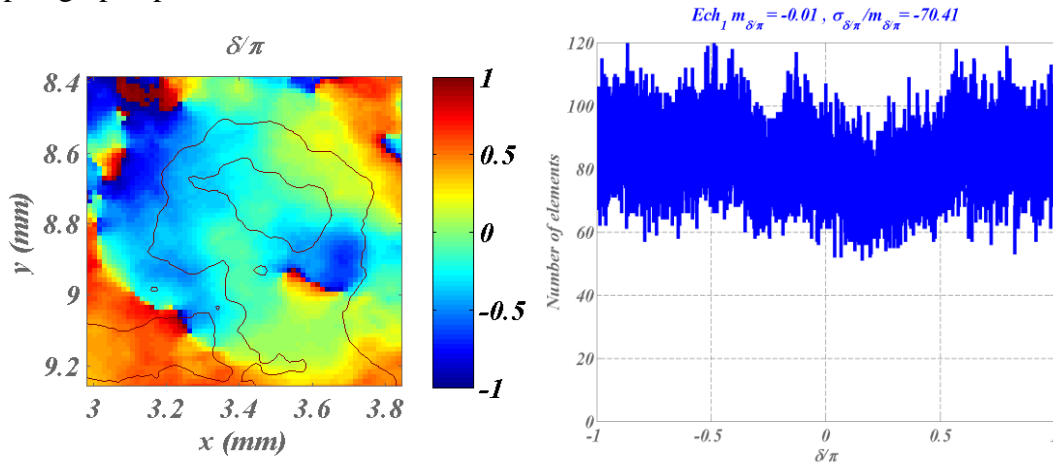


Figure 44 : Cartographie et histogramme du paramètre δ pour la diffusion par le volume lambertien « blanc ».

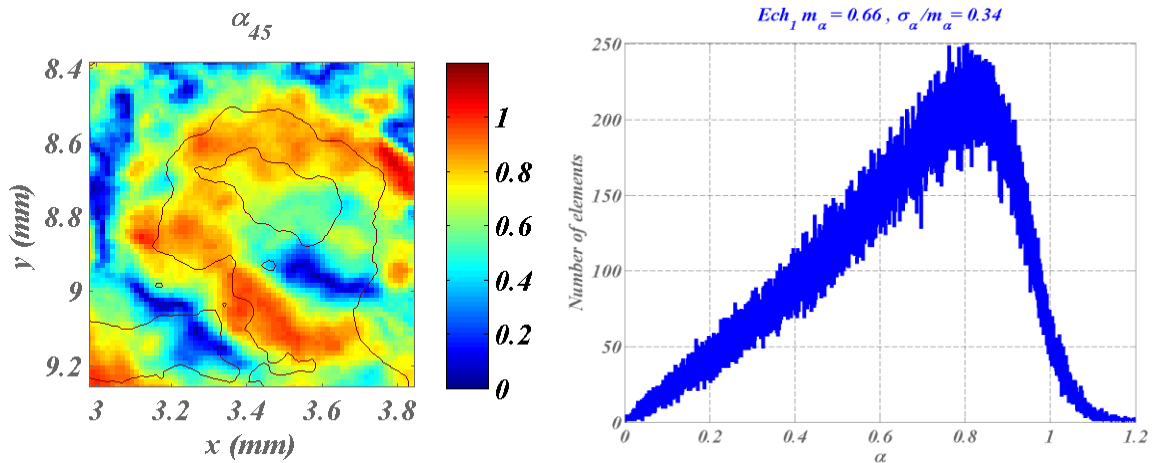


Figure 45 : Cartographie et histogramme du paramètre α pour la diffusion par le volume lambertien « blanc ».

3. Cartographie et histogramme du degré de polarisation

La cartographie du dop est donnée en figure 46, avec la fonction distance associée. On note à nouveau de fortes différences eu égard au cas des surfaces où le dop était voisin de l'unité pour toute la surface étudiée sur la caméra CCD. Les écarts du dop à l'unité sont en effet notables sur l'ensemble de la cartographie du speckle volumique (figure de droite), alors que la qualité des mesures n'est pas réduite pour autant (figure de gauche).

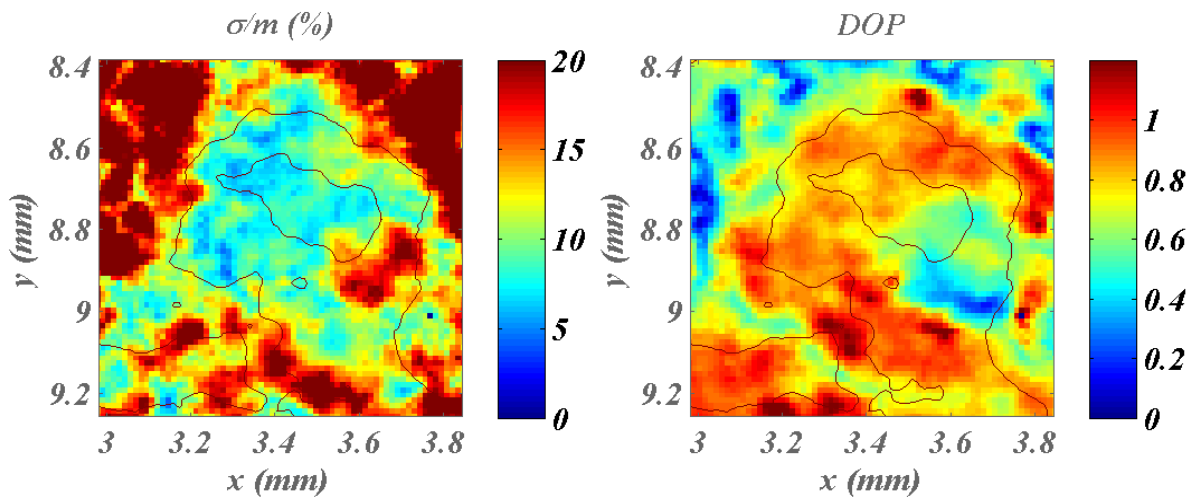


Figure 46 : Cartographie du dop (figure de droite) du speckle diffusé et distance associée (figure de gauche).
Cas du volume lambertien blanc

Pour aller plus loin dans cette analyse des données du dop, nous avons tracé son histogramme en figure 47. Si la valeur moyenne reste au voisinage de l'unité (0,74), elle est malgré tout bien inférieure à celle des surfaces. Et de façon plus sensible, l'écart-type du dop est cette fois bien au-dessus des valeurs surfaciques. La pondération du dop en figure 47 ne change pas ces conclusions.

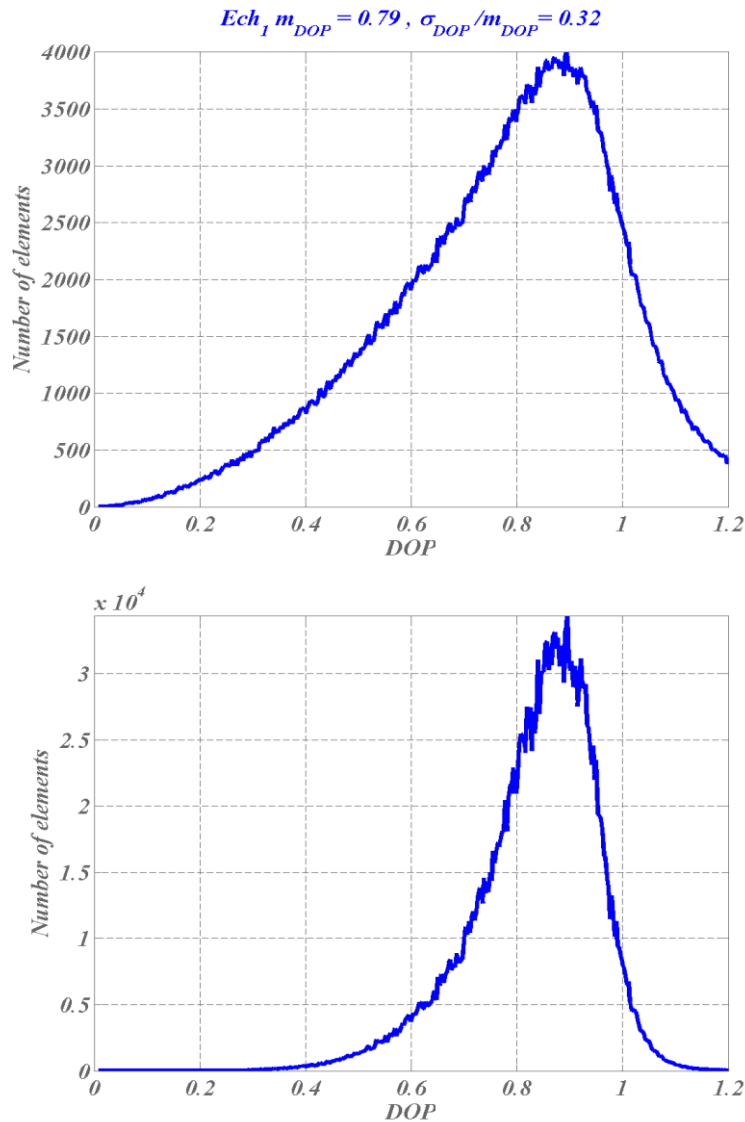


Figure 47 : Histogrammes du dop du speckle diffusé par le volume lambertien, pondéré (en bas) ou non (en haut) par les niveaux d'énergie

La qualité des mesures est précisée au paragraphe suivant, et ne semble pas montrer de difficulté nouvelle. Il est donc important ici de signaler que cet élargissement de l'histogramme du dop s'explique par la réponse spectrale des coefficients de diffusion, qui n'est pas forcément plate sur la largeur de raie du laser, aussi faible soit-elle. Cet effet spectral peut effectivement induire une dépolarisation temporelle qui n'apparaissait pas pour les surfaces, dont la réponse spectrale des coefficients de diffusion est très lente dans la bande passante du laser. Ce point sera ré-abordé au dernier chapitre où des mesures spectrales sont réalisées.

4. Analyse de pixels uniques

Comme pour les surfaces, et plus encore pour les volumes où le temps d'intégration ne s'optimise pas de la même façon, il est important d'observer les courbes complètes de polarisation pour des pixels particuliers avec des niveaux de signal différents, et à la traversée de grains de speckle. Ces courbes sont données en figure 48 et ne font pas apparaître une qualité moindre des mesures, eu égard à celle obtenue pour les surfaces.

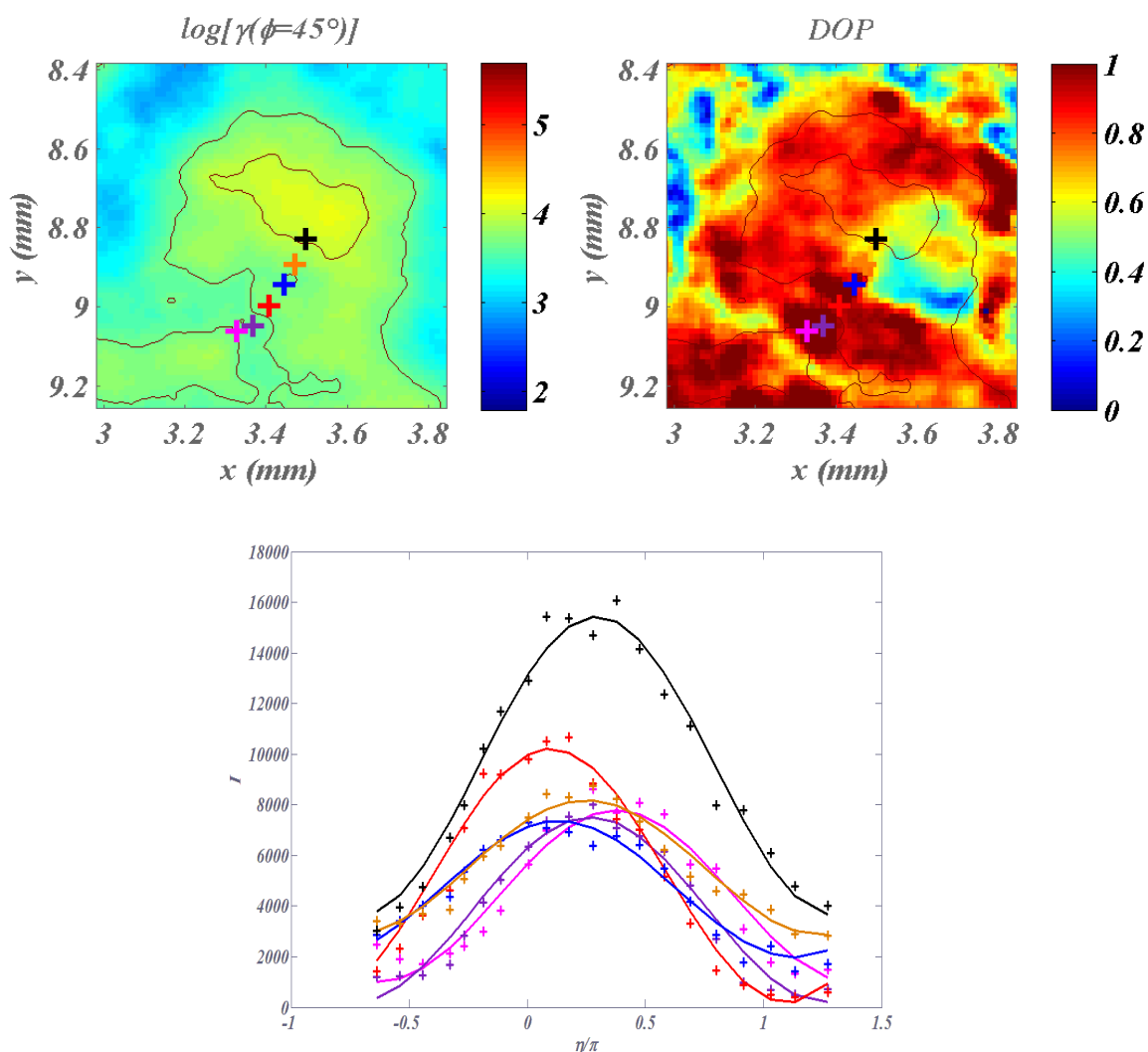


Figure 48 : Courbes de polarisation (figure du bas) mesurées pour les pixels identifiés dans la figure du haut, le long des frontières d'un grain de speckle

5. Sphère de Poincaré

Le comportement est à nouveau différent de celui des surfaces. Les états de polarisation s'étalent en effet nettement sur la sphère de Poincaré, avec une bonne distance à la polarisation du faisceau incident. En d'autres termes, la polarisation n'est plus macroscopiquement conservée. Les résultats sont donnés en figure 49 pour 3 grains de speckle, dont on voit que les polarisations sont très différentes. La sphère serait ainsi totalement couverte pour un grand nombre de grains de speckle.

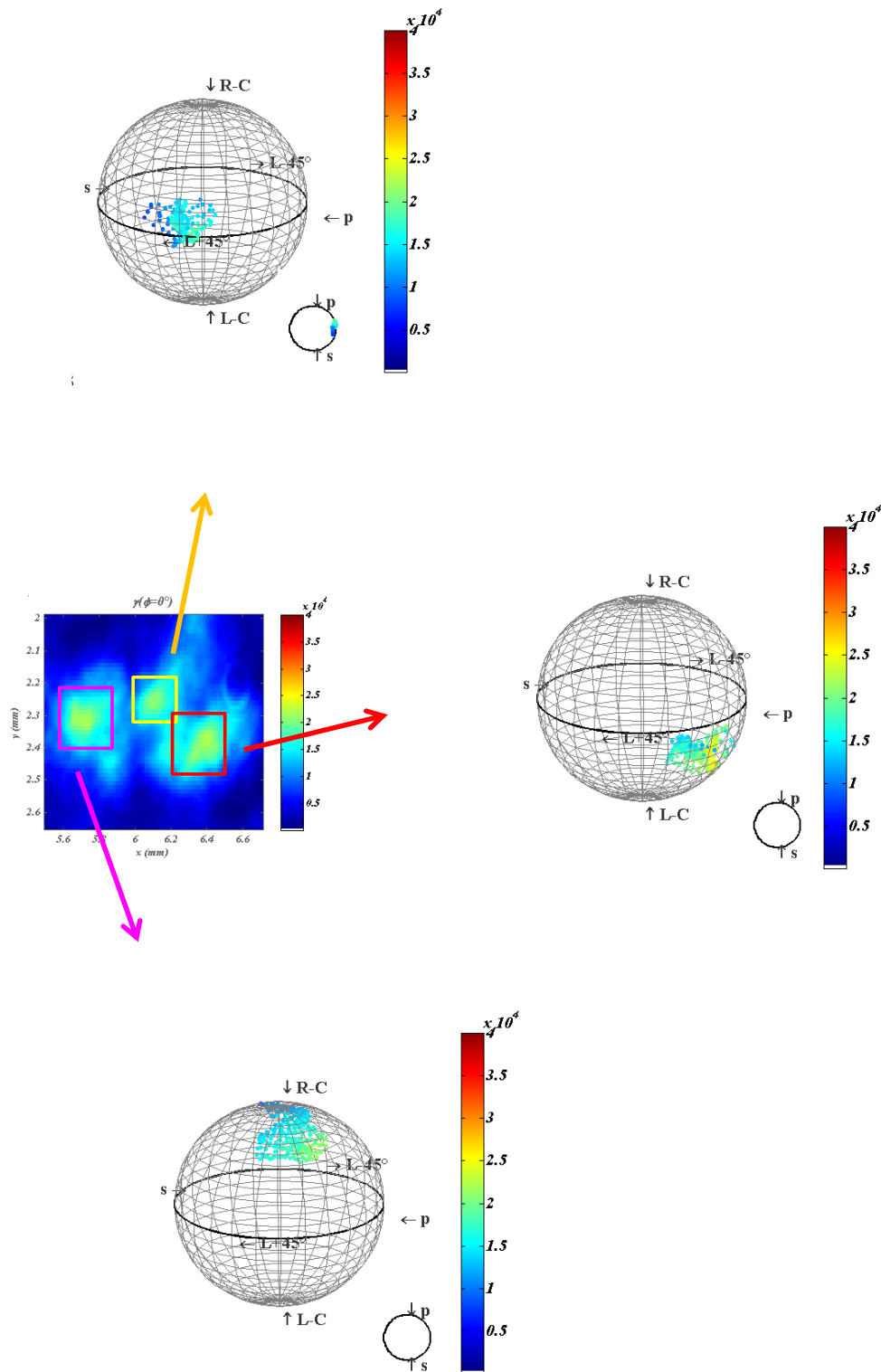


Figure 49 : Etats de polarisation sur la sphère de Poincaré pour 3 grains de speckle. Echantillon lambertien volumique

6. Histogramme de la distance

La figure 50 confirme que la qualité des mesures est analogue à celle obtenue pour les surfaces.

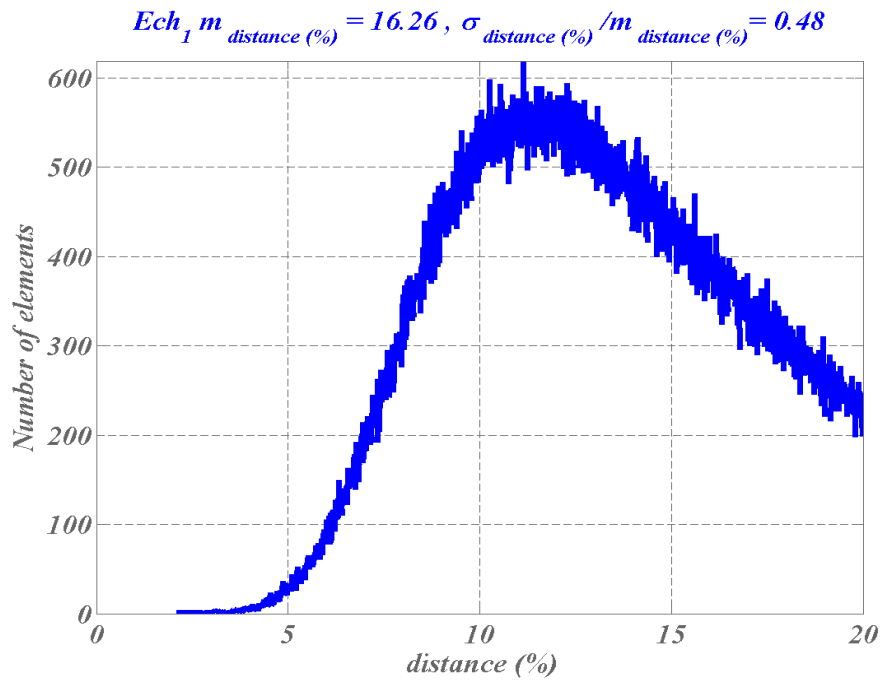


Figure 50 : Histogramme de la fonction distance du speckle- Cas du lambertien banc

7. Conclusion partielle

A ce stade le comportement du volume étudié est très différent de celui observé au chapitre précédent pour les surfaces : étalement des états de polarisation sur la sphère de Poincaré, net élargissement de l'histogramme du dop. On retiendra que pour cet échantillon volumique la polarisation du faisceau incident n'est pas conservée. Toutefois nous allons voir, à l'examen d'autres échantillons volumiques, que ce constat n'est pas identique pour tous les volumes.

8. Comparaison avec d'autres échantillons volumiques

Nous avons vu que la signature volumique pouvait être très différente de celles des surfaces. On peut maintenant se demander si l'on peut introduire une discrimination à l'intérieur d'un lot d'échantillons volumiques. Pour cela nous considérons ici deux échantillons supplémentaires (figure 51), respectivement « gris » et « noirs », ces couleurs indiquant intuitivement des niveaux d'absorption croissant pour ces échantillons. Les indicatrices de diffusion mesurées sont également données en figure 51 pour les 3 échantillons.



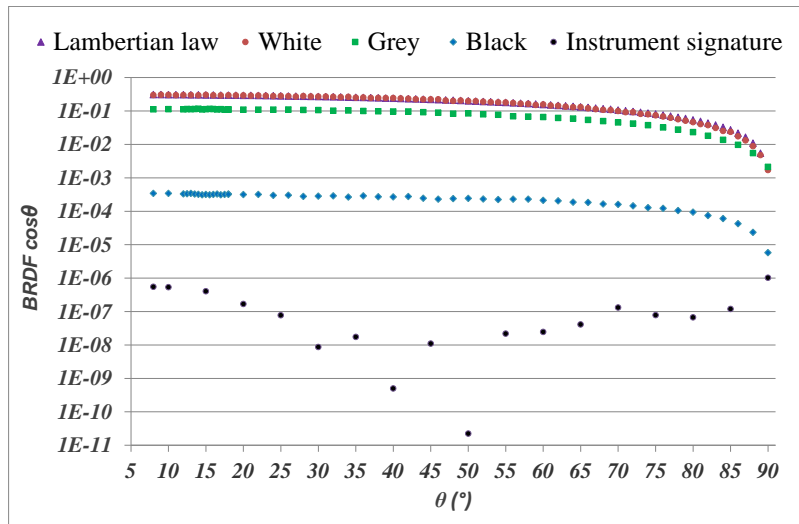


Figure 51 : diffuseurs lambertiens volumiques d'absorption croissantes : blanc, gris et noir (figure du haut), avec leurs indicatrices de diffusion (figure du bas). L'échantillon de gauche a été étudié au paragraphe précédent

i. Cartographies d'intensité et de dop

Les cartographies de dop et de distance associée sont données en figures 52 et 53 pour les échantillons gris et noirs. Ces premières données indiquent déjà, à la lecture des couleurs des cartographies, que le dop moyen est plus élevé que précédemment, et qu'il croît avec le niveau d'absorption. La fonction distance garantit également la qualité des mesures.

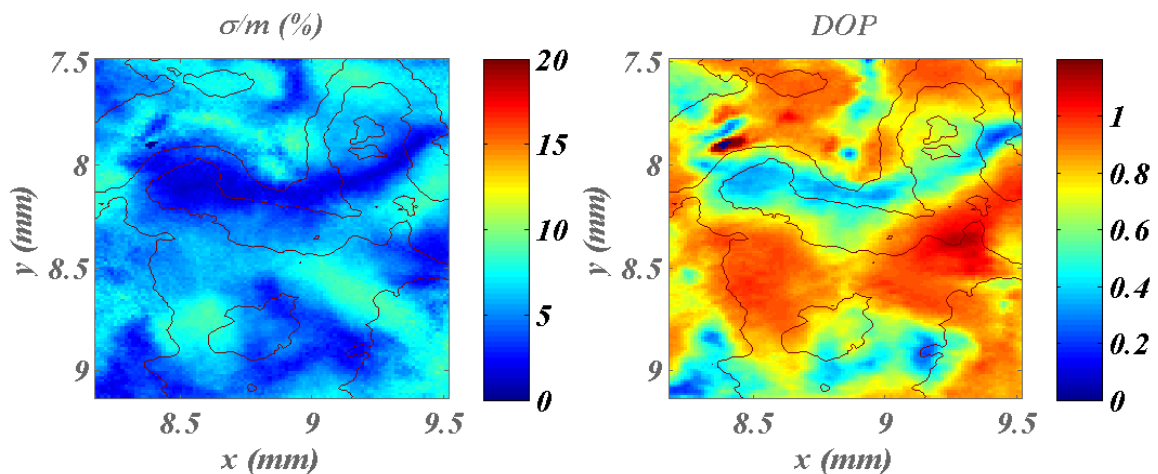


Figure 52 : Cartographie de dop et distance mesurés pour l'échantillon gris

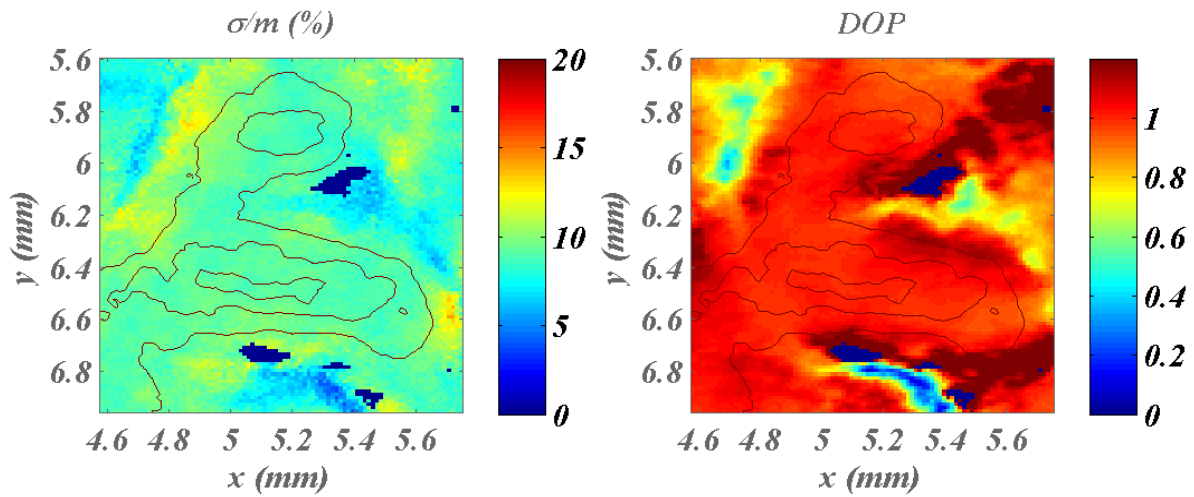


Figure 53 : Cartographie de dop et distance mesurés pour l'échantillon noir

ii. Sphères de Poincaré

L'examen des états de polarisation sur la sphère (figures 54-55) indique que la mémoire de la polarisation incidente est progressivement retrouvée quand l'absorption augmente. On retrouve en effet des résultats similaires à ceux des surfaces du chapitre précédent, notamment pour le volume noir.

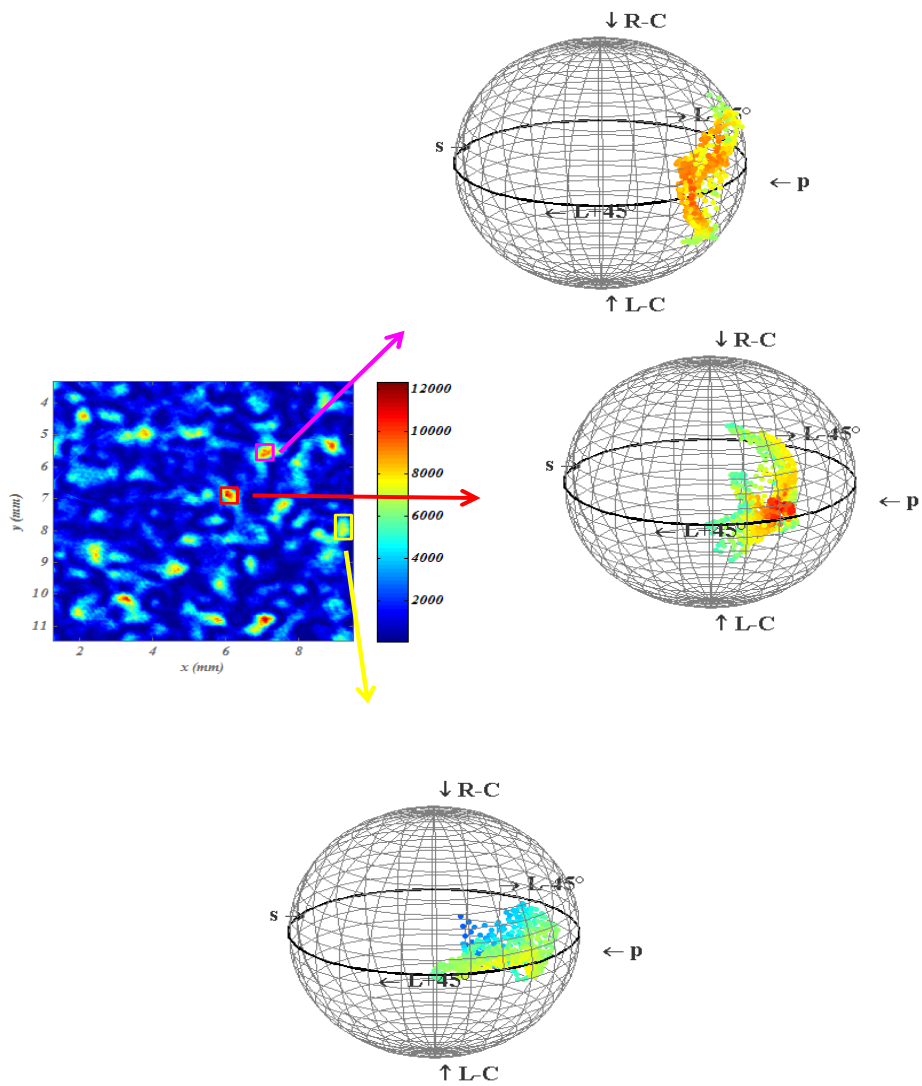


Figure 54 : : *Sphère de Poincaré pour l'échantillon gris*

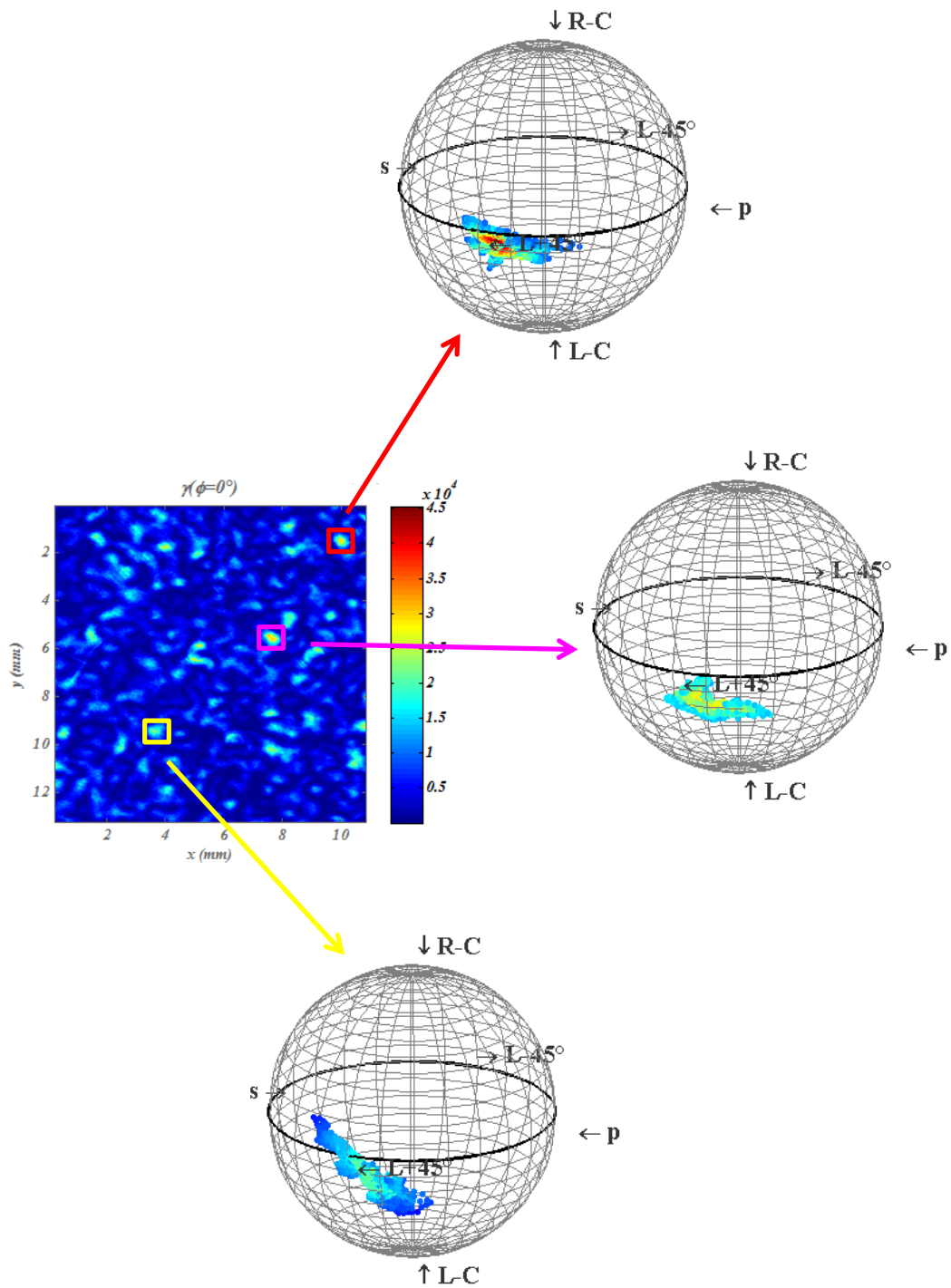


Figure 55 : *Sphère de Poincaré pour l'échantillon noir*

iii. Histogrammes de dop

En figure 56 nous avons superposé les histogrammes du dop pour les 3 échantillons volumiques. De même, on trouve le dop du faisceau incident qui fait office de référence. On

voit donc que les écarts-type des histogrammes se réduisent quand le niveau d'absorption croît (du blanc au gris au noir), ce qui peut être compris comme un amoindrissement des effets de réflexion multiple.

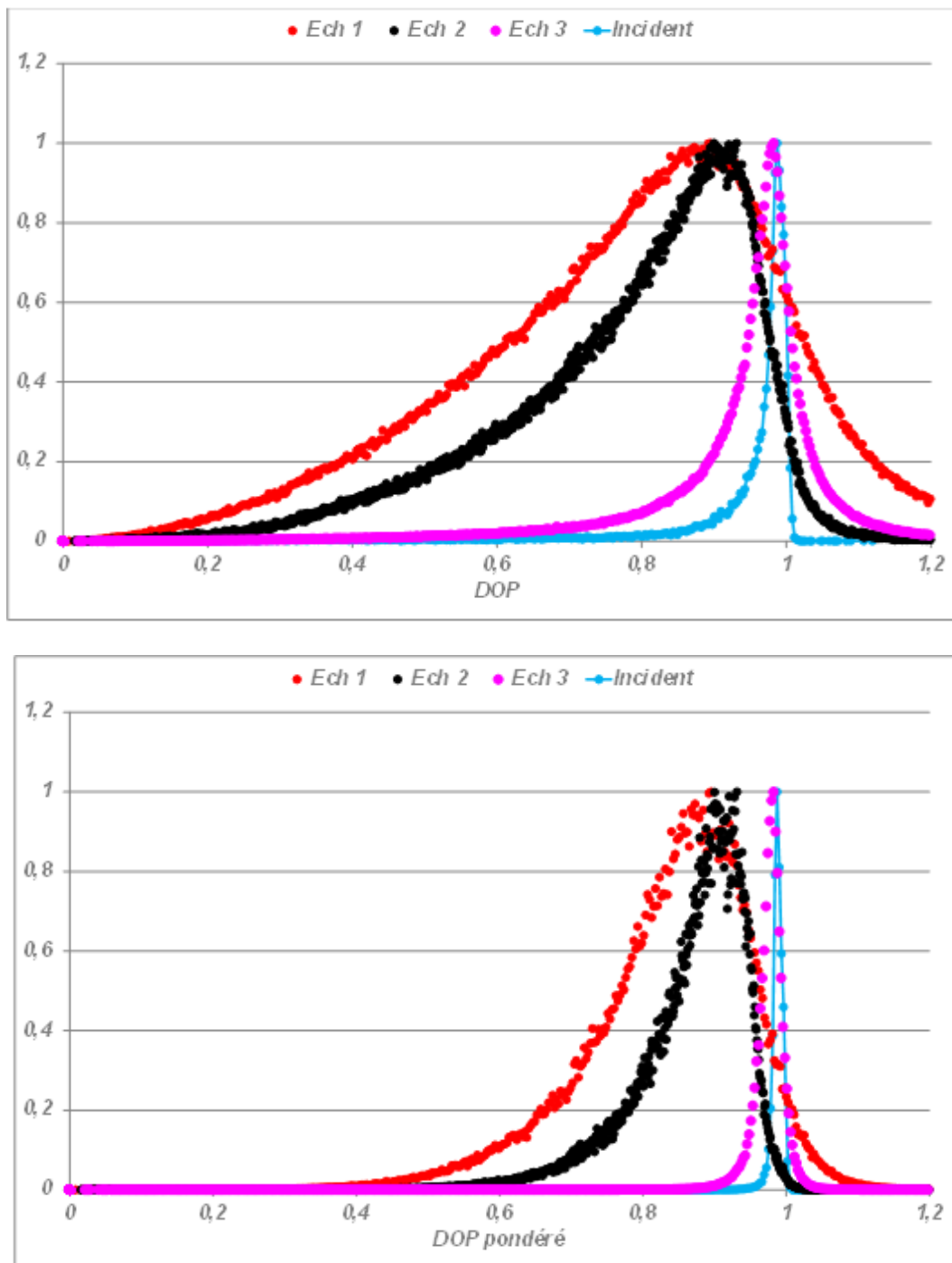


Figure 56 : Histogrammes de dop pour les échantillons volumiques avec différents niveaux d'absorption. Dop pondéré (figure du bas) ou non (figure du haut)

9. Conclusion

La dernière figure montre bien comment le comportement des échantillons volumiques très hétérogènes s'éloigne de celui des surfaces quand les niveaux d'absorption sont faibles. Ces

résultats sont conformes aux prédictions théoriques [3] [8], et peuvent être attribués au poids des réflexions multiples. A l'inverse, les comportements volumiques redeviennent similaires à ceux des surfaces pour les forts niveaux d'absorption qui limitent le poids des réflexions multiples ainsi que le libre parcours moyen. On notera que le processus de dépolarisation du volume blanc doit être attribué aux variations spectrales des coefficients de diffusion dans la bande passante de la source [1].

Référence :

- [1] E. Jakeman, and K. D. Ridley. *Modeling Fluctuations in Scattered Waves*. Taylor and Francis Group, ed., 2006.
- [2] AGhabbach, M. Zerrad, G. Soriano, and C. Amra. "G.Accurate metrology of polarization curves measured at the speckle size of visible light scattering." *Opt. Express* 22, 14594-14609, 2014.
- [3] C. Amra, C. Deumie and Oliver Gilbert, . "Elimination of polarized light scattered by surface roughness or bulk heterogeneity ." *Opt. Express* 13, 10854-10864 , 2005.
- [4] C.Amra, Grèzes-Besset and L.Brueel. "Comparison of surface and bulk scattering in optical multilayers." *Appl. Opt.* 32, 5492-5503, 1993.
- [5] Elies P, Le Jeune B, Gerligand P Y, Cariou J and Lotrian. "Analysis of the dispersion of speckle polarization on the Poincare sphere." *Appl. Phys.* 30 1285–92, 1997.
- [6] François Goudail and Arnaud Bénéière. "Estimation precision of the degree of linear polarization and of the angle of polarization in the presence of different sources of noise." *Appl. Opt.* 49, 683-693, 2010.
- [7] G. Soriano, M. Zerrad, and C. Amra. "Enpolarization and depolarization of light scattered from chromatic complex media." *Opt. Express* 22, 12603-12613, 2014.
- [8] G. Soriano, M. Zerrad, and C. Amra. "Mapping the coherence time of far-field speckle scattered by disordered media." *Opt. Express* 21, 24191-24200, 2013.
- [9] G.Georges, L. Arnaud, L. Siozade, N. Le Neindre, F. Chazallet, M. Zerrad, C. Deumié, and Claude Amra. " From angle resolved ellipsometry of light scattering to imaging in random media ." *Appl. Opt.* 47, C257-C265, 2008.
- [10] Gilbert, O. *Ellipsométrie sur champ spéculaire et diffuse : théorie et expériences*. these de doctorat, Aix-Marseille 3: Université Paul Cézanne, 2004
- [11]I.M. Vellekoop and A.P. Mosk. "Focusing coherent light through opaque strongly scattering media,." *Opt. Lett.* 32, 2309-2311, 2007.
- [12]J. Broky and A. Dogariu. "Complex degree of mutual polarization in randomly scattered fields." *Optics Express*, Vol. 18, Issue 19, pp. 20105-20113, 2010.
- [13]J. Broky and A. Dogariu. "Correlations of polarization in random electro-magnetic fields." *Opt. Express* 19, 15711-15719, 2011.
- [14]J. Ellis, A. Dogariu, S. Ponomarenko and E. Wolf. "Correlation matrix of a completely polarized, statistically stationary electromagnetic field." *Optics Letters*, Vol. 29, No. 13, pp. 1536-1538, 2004.

- [15]J. Sorrentini, M. Zerrad, and C. Amra. "Statistical signatures of random media and their correlation to polarization properties." *Optics Letters* 34, 2429-2431, 2009.
- [16]J. Sorrentini, M. Zerrad, G. Soriano, and C. Amra. "Enpolarization of light by scattering media." *Optics Express, Vol. 19, Issue 22, pp. 21313-21320* , 2011.
- [17]J. Sorrentini, M.Zerrad and C.Amra. "Statistical signatures of random media and their correlation to polarization propreties." *Opt. Lett.* 34,2429-2431, 2009.
- [18]J.Li, G.Yao and L.V. Wang. "Degree of polarization in laser speckles from turbid media : Implcations in tissue optics." *J. Biomed. Opt.* 7, 307-312, 2002.
- [19]J.Sorrentini, M.Zerrad and C. Amra. "Statistical signatures of random media: application to selevtice cancellation of scattered light." *Proc. SPIE 7718, 77180D*, 2010.
- [20]J.Tervo, T Setala, A. T. Fribergn . "Degree of coherence of partially polarized light." *Opt. Express* 13; 6051-6060, 2005.
- [21]L.Arnaud, G.Georges, C.Deumié and C.Amra. "Discrimination of surface and bulk scattering of arbitrary level based on angle-resolved ellipsometry : theoretical analysis." *Opt. Commun.* 281, 1739-1744, 2008.
- [22]L.Arnaud, G.Georges, J.Sorrentini, M.Zerrad, C.Deumié and Claude Amra. "An enhanced contrast to detect bulk objects under arbitrary rough surfaces." *Opt. Express* 17, 5758-5773, 2009.
- [23]M. Zerrad, G. Soriano, A. Ghabbach, and C. Amra. "Light enpolarization by disordered media under partial polarized illumination: The role of cross-scattering coefficients." *Opt. Express* 21, 2787-2794, 2013.
- [24]M.Lahiri and E. Wolf. "Does a light beam of very narrow bandwidth always behave as a monochromatic beam?" *Phys. Lett.* A374, 997-1000, 2010.
- [25]M.Zerrad, J.Sorrentini, G.Soriano and C.Amra. "Electromagnetic prediction of multiscale depolarization." *Proc.SPIE 7718, 771814-8*, 2010.
- [26]OGilbert, C.Deumié, and Claude Amra. "Angle-resolved ellipsometry of scattering patterns from arbitrary surfaces and bulks." *Opt. Express.* 13, 2403-2418, 2005.
- [27]Philippe Réfrégier, Myriam Zerrad, and Claude Amra. "Coherence and polarization properties in speckle of totally depolarized light scattered by totally depolarizing media." *Optics Letters, Vol. 37, Issue 11, pp. 2055-2057*, 2012.
- [28]S. G. Hanson, and H. T. Yura. "Statistics of spatially integrated speckle intensity difference." *J. Opt. Soc. Am. A* 26 (2), 371–375, 2009.
- [29]Y.Piederrière, J.Cariou, Y.Guern, B.Lejeune, G.Le Brun and J.Lortrian. "Scattering through fluids: speckle size measurement and Monte Carlo simulations close to and into the multiple scattering." *Opt. Express* 12, 176-188, 2004.

Chapitre VI : Cas d'une lumière incidente dépolarisée

VI. Cas d'une lumière incidente dépolarisée

Jusqu'ici nous avons utilisé des sources d'éclairage pleinement polarisées temporellement, et avons observé que le taux de recouvrement de la sphère de Poincaré, et l'écart-type du degré de polarisation, étaient fortement liés à l'origine de la diffusion (surface, volumes) et aux niveaux d'absorption. Des signatures discriminantes ont ainsi pu être mises en évidence, soit entre surfaces et volumes, soit au sein même d'échantillons surfaciques ou volumiques. Dans le cas des surfaces, la lumière diffusée reste pleinement polarisée mais les états de polarisation peuvent recouvrir toute la sphère, ce qui est caractéristique d'une dépolarisation spatiale [13] [14] qui sera abordée au prochain chapitre. Dans le cas des volumes, nous avons également montré la présence d'une dépolarisation temporelle pour les échantillons très hétérogènes.

On sait par ailleurs qu'un grand nombre de ces phénomènes est régi par les coefficients croisés de diffusion, lesquels autorisent la création de modes de polarisation « croisés » [28]. Or il a été montré que ces mêmes coefficients autorisent également un processus de repolarisation temporelle de la lumière ; ce phénomène original dont la démonstration numérique et analytique est récente, n'a jamais, à notre connaissance, été confirmé expérimentalement.

C'est dans ce contexte que ce chapitre est dévolu à l'étude de la polarisation du speckle de surfaces et de volumes soumis à un éclairage totalement dépolarisé. Nous commencerons par les cas les plus simples pour aller progressivement vers des cas plus complexes.

1. Validation sur le faisceau spéculaire

Ce type de mesure n'ayant pas encore été réalisé ni présenté, la première étape consiste à nouveau à quantifier la précision de la métrologie via des mesures sur le faisceau incident dépolarisé. Ceci nous fournira, comme pour le cas polarisé, une référence à partir de laquelle on pourra étudier les écarts pour les flux diffusés. La figure 1 rappelle la configuration élémentaire pour cette mesure de polarisation sur le flux direct.

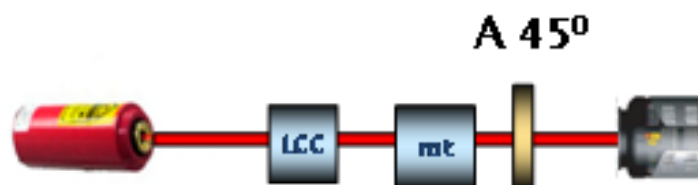


Figure 57 : configuration pour la mesure de polarisation du faisceau incident dépolarisé

i. Cartographies d'intensité

Les cartographies d'intensité sont données en figure 58 pour les 2 positions extrêmes du déphaseur. Contrairement au cas polarisé, l'image n'est pratiquement pas modifiée par la tension du déphaseur. Ceci est en accord avec le fait que le coefficient de corrélation μ entre modes de polarisation est quasi-nul, modifiant les équations comme :

$$\mu_{ij} = 0 \rightarrow \alpha_{ij} = 0 \rightarrow V_{ijk}(\phi = 45^\circ) = V_{ijk}(\phi = 45^0) = \gamma_{ij}(\phi = 45^0) = \frac{k}{2} \langle |E_{s,ij}|^2 \rangle [1 + \beta_{ij}^2] \quad (6.1)$$

Ainsi la figure du speckle ne dépend pas de la tension du déphaseur. A noter par ailleurs que le taux de polarisation β est unitaire pour le faisceau incident, d'où l'on peut écrire l'image comme:

$$\beta_{ij} \approx 1 \Rightarrow V_{ijk} \approx K \langle |E_{s,ij}(t)|^2 \rangle_t \quad (6.2)$$

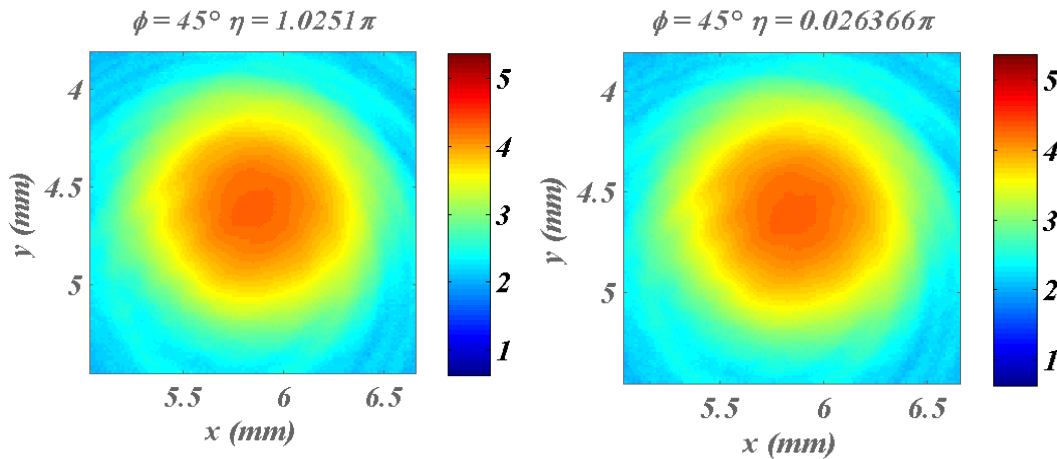


Figure 58: Cartographies d'intensité du faisceau incident, pour 2 valeurs du déphasage ($\eta = \pi$ à gauche, $\eta = 0$ à droite).

ii. Extraction du paramètre α

Le déphasage polarimétrique $\delta = \arg(\mu)$ n'étant plus ici défini ($\mu = 0$) pour un faisceau dépolarisé, on se limite à l'extraction du paramètre α . Celui-ci étant proche de zéro sur toute l'image, nous nous contentons d'en donner l'histogramme en figure 59. Les valeurs sont, comme attendues, faibles, avec une moyenne de 0,02 et un écart-type de 0,11.

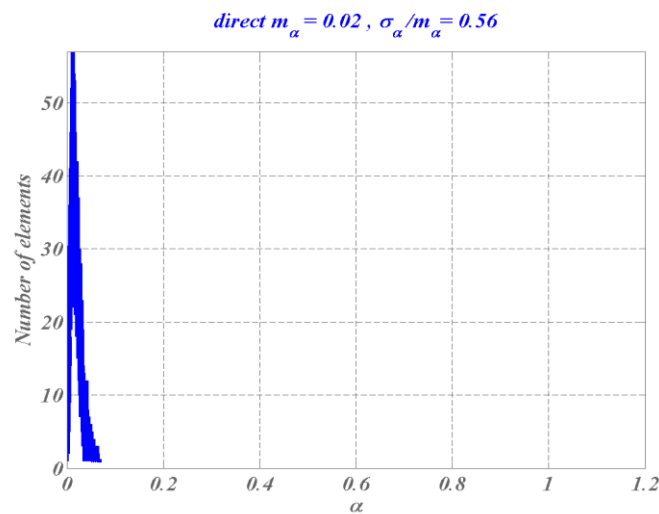


Figure 59 : Histogramme du paramètre α du faisceau incident dépolarisé

iii. Degré de polarisation

La cartographie du dop est donnée en figure 60, avec des valeurs quasi-nulles sur toute la zone d'étude. La fonction distance est également représentée. On ne note pas de difficulté particulière.

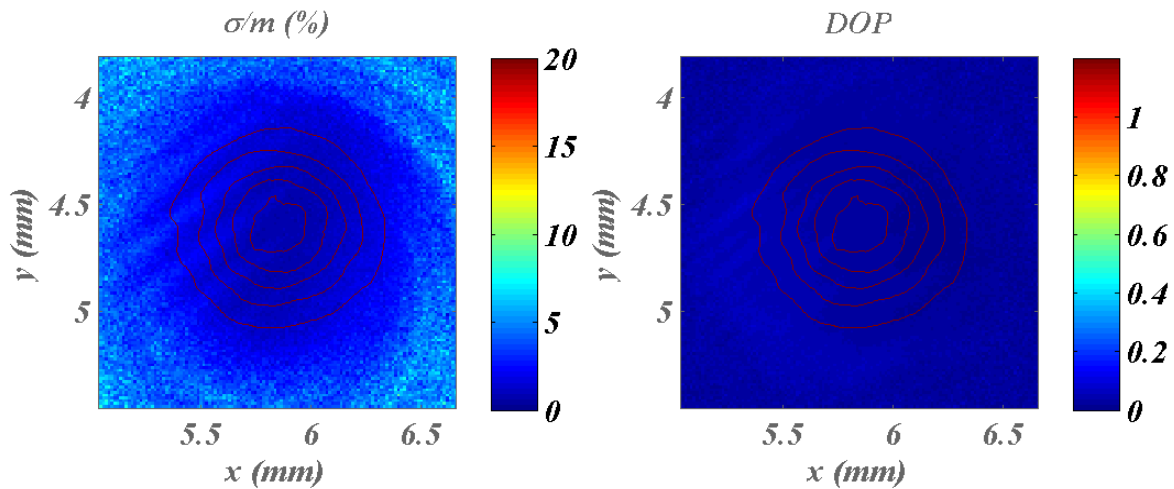


Figure 60: cartographie de dop (droite) et distance associée (gauche) pour le faisceau direct dépolarisé.

L'histogramme du degré de polarisation est donné figure 61. Sa moyenne est de 3%, avec un écart-type de 1,2%. Ces valeurs serviront donc de référence, à partir de laquelle seront analysés les flux diffusés par la suite.

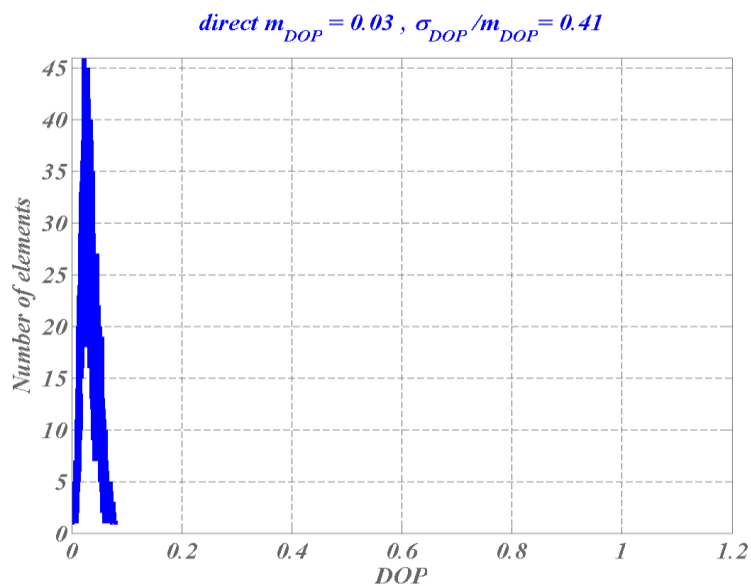


Figure 61 : Histogramme du degré de polarisation pour le faisceau direct dépolarisé.

iv. Sphère de Poincaré

Pour être complet, nous donnons aussi les sphères de Poincaré en figure 62 (figure de gauche), avec la section équatoriale (figure de droite) nécessaire pour visualiser la dépolarisation. Le nuage de données est étroit et positionné au centre de la sphère.

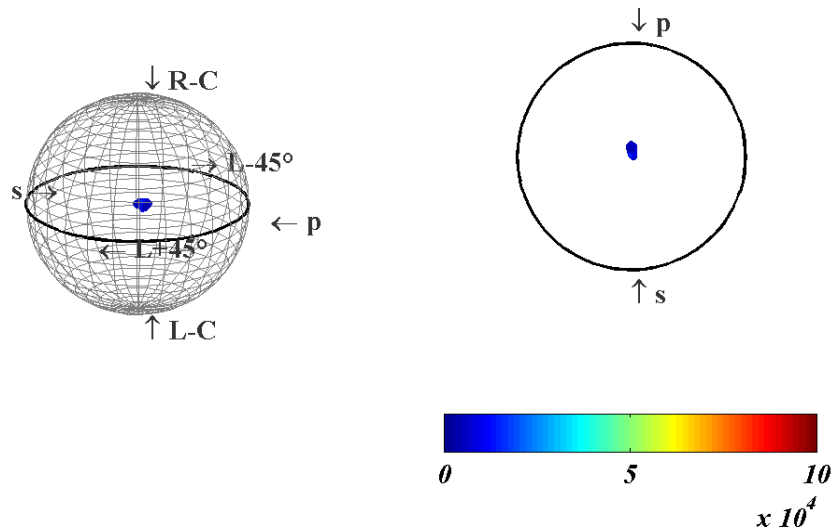


Figure 62 : *Sphère de Poincaré pour le faisceau incident*

v. Conclusion partielle

La procédure de mesure semble fonctionner parfaitement pour la lumière dépolarisée. Nous pouvons désormais analyser l'étude du speckle émis par une lumière incidente dépolarisée.

2. Le cas des surfaces diffusantes

Nous considérons à nouveau les 3 surfaces étudiées au chapitre IV, respectivement lambertienne, douce et polie (figure 63).



Figure 63 : *photographies des surfaces étudiées*

i. Cartographies d'intensité et de DOP pour les 3 échantillons de surface

Comme pour le faisceau incident, Les images d'intensité ne dépendent quasiment pas de la tension du déphaseur. Ces images sont données en figures 64-65-66 (gauche) pour les 3 échantillons, avec la cartographie de dop sur la droite. Celui-ci reste faible dans tous les cas.

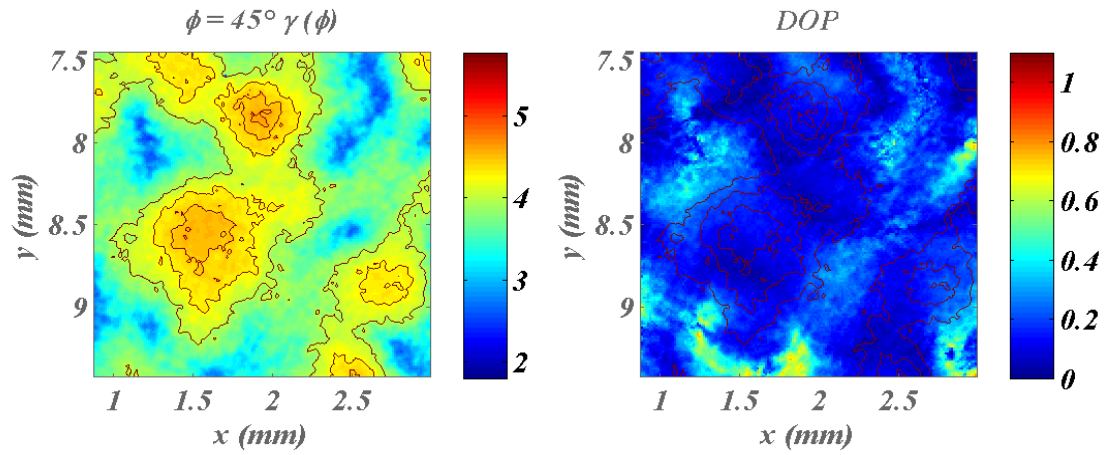


Figure 64: cartographie de speckle et de dop pour la surface dorée lambertienne-
Eclairage dépolarisé

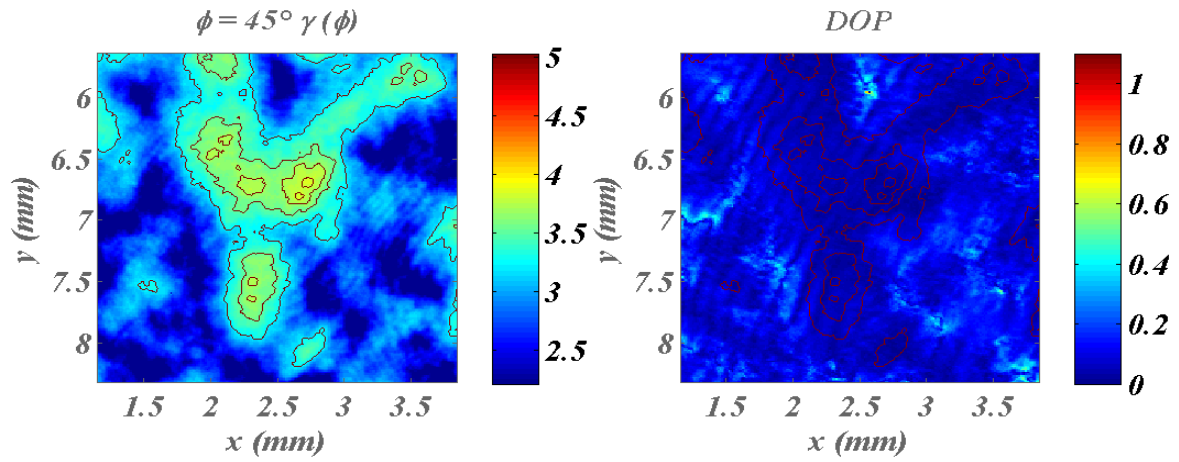


Figure 65: cartographie de speckle et de dop pour la surface douce-
Eclairage dépolarisé

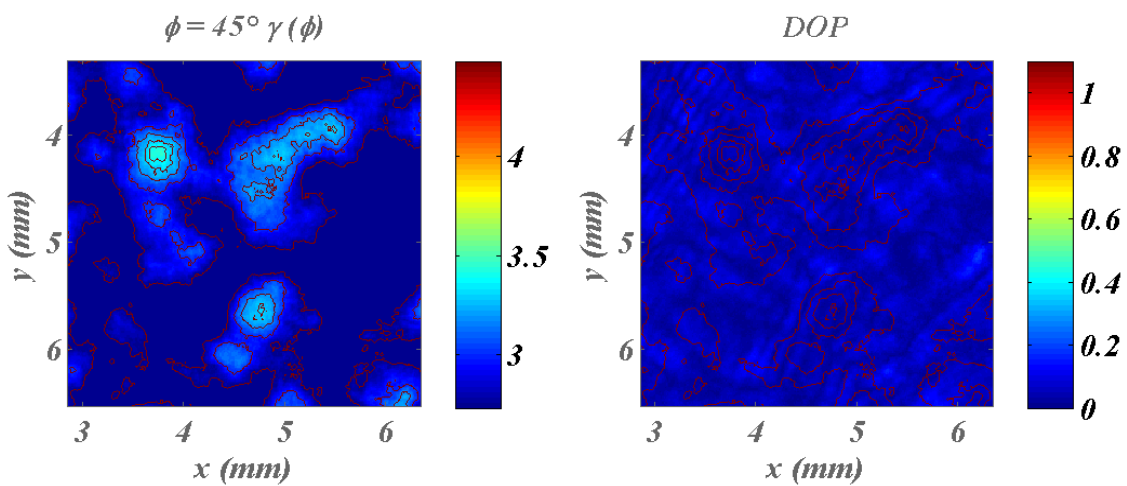


Figure 66 : cartographie de speckle et de dop pour la surface polie-
Eclairage dépolarisé

ii. Sphères de Poincaré pour les 3 échantillons de surface

Les sphères sont présentées en figures 67-68 pour les 3 échantillons. Les nuages de points demeurent au voisinage du centre de la sphère pour tous les échantillons, ce qui signifie qu'on a conservé la dépolarisation temporelle. Une fois de plus, on peut affirmer que les surfaces conservent le degré de polarisation du rayonnement incident. On notera cependant une légère dispersion des valeurs de dop selon les échantillons, qui croît avec le niveau de diffusion (du lambertien au poli).

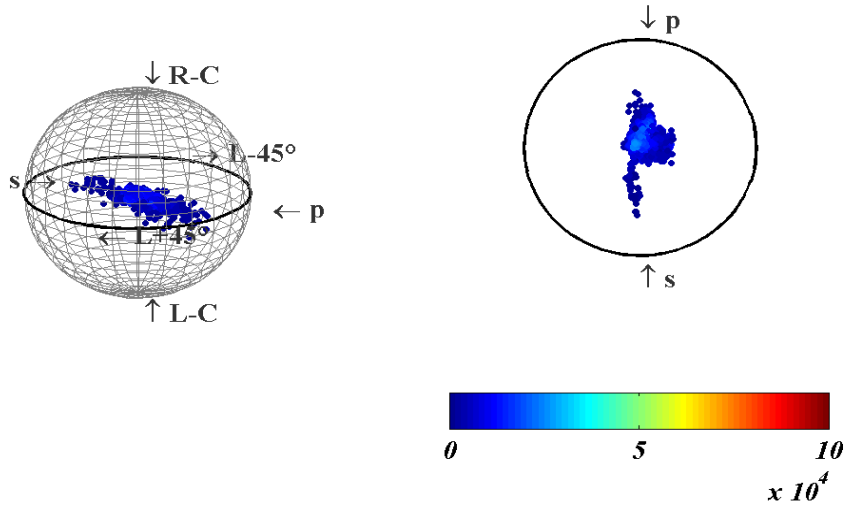


Figure 67 : *Sphère de Poincaré pour la surface dorée lambertienne*

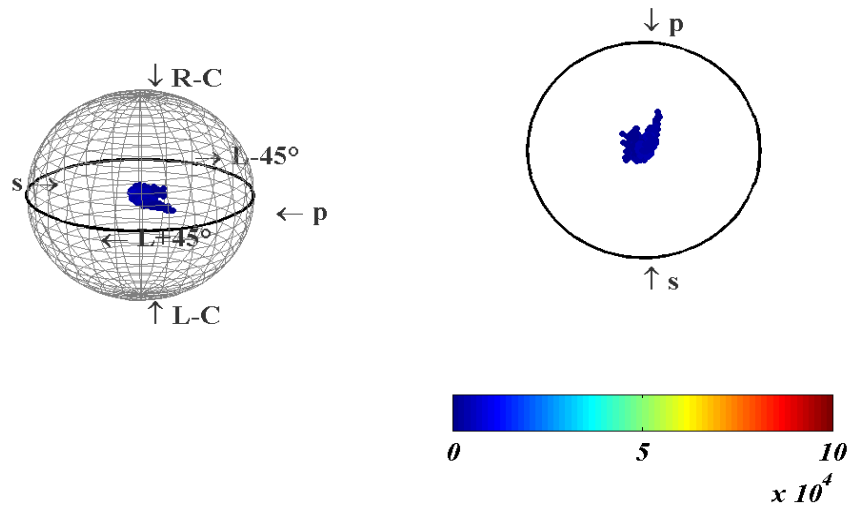


Figure 68 : *Sphère de Poincaré pour la surface douce*

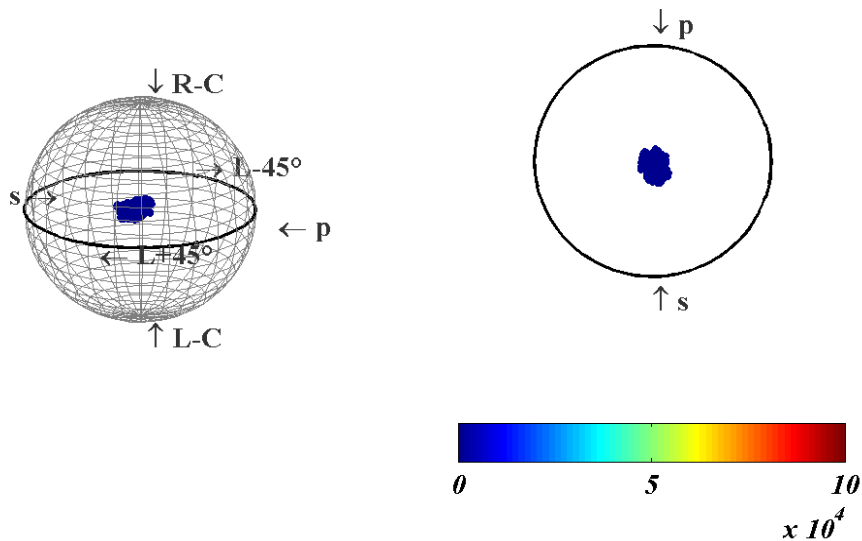


Figure 69 : *Sphère de Poincaré pour la surface polie*

iii. Histogrammes de dop pour les 3 échantillons de surface

Les histogrammes sont superposés en figure 70 pour les 3 échantillons, ainsi que pour l'incident qui sert de référence. Ils donnent une vision objective et quantitative des phénomènes. Les moyennes de dop sont supérieures au dop incident, mais ces moyennes restent faibles (de 5% à une dizaine de %). Comme pour le cas polarisé, le lambertien métallique est le plus éloigné de l'incident, à la fois en moyenne et écart-type. Par ailleurs, les surfaces doucies et polies sont très proches, et la surface polie est la plus proche de l'incident.

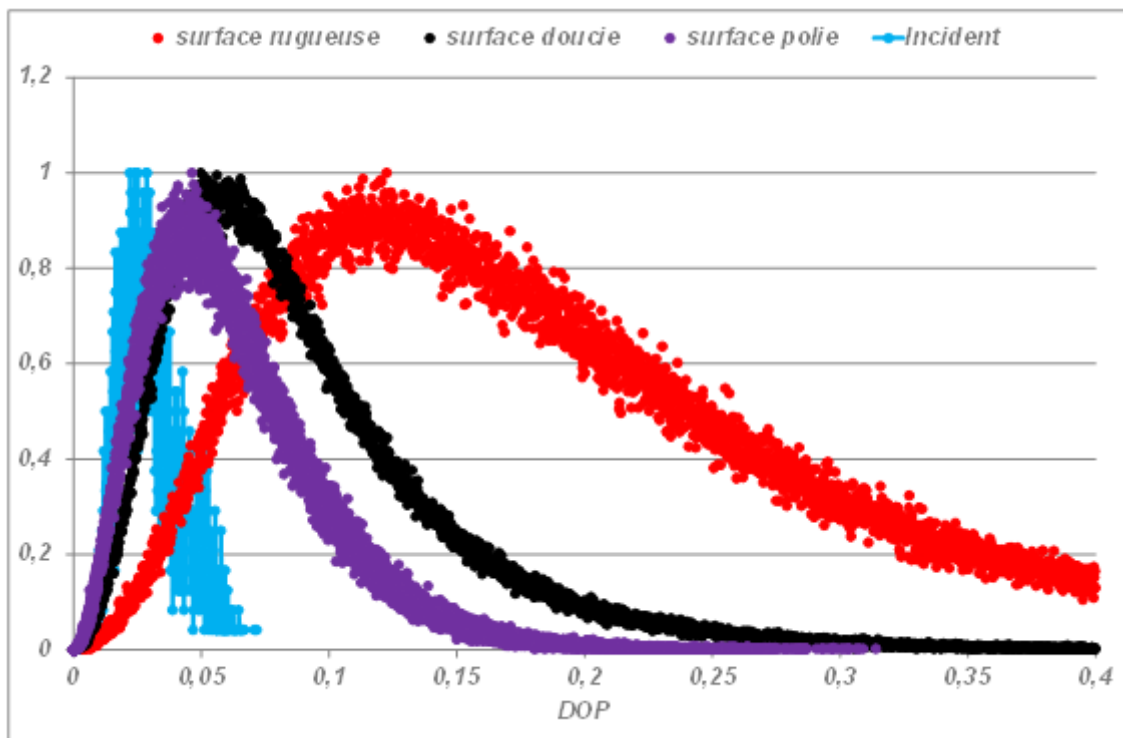


Figure 70 : *Histogrammes normalisés de dop pour les 3 surfaces*

iv. Précision des mesures

Comme précédemment, nous avons rassemblé les histogrammes (figure 71) de fonction distance pour les 3 surfaces, ce qui donne une idée de la qualité des mesures. Les distances sont en effet de l'ordre de quelques % pour l'ensemble des échantillons.

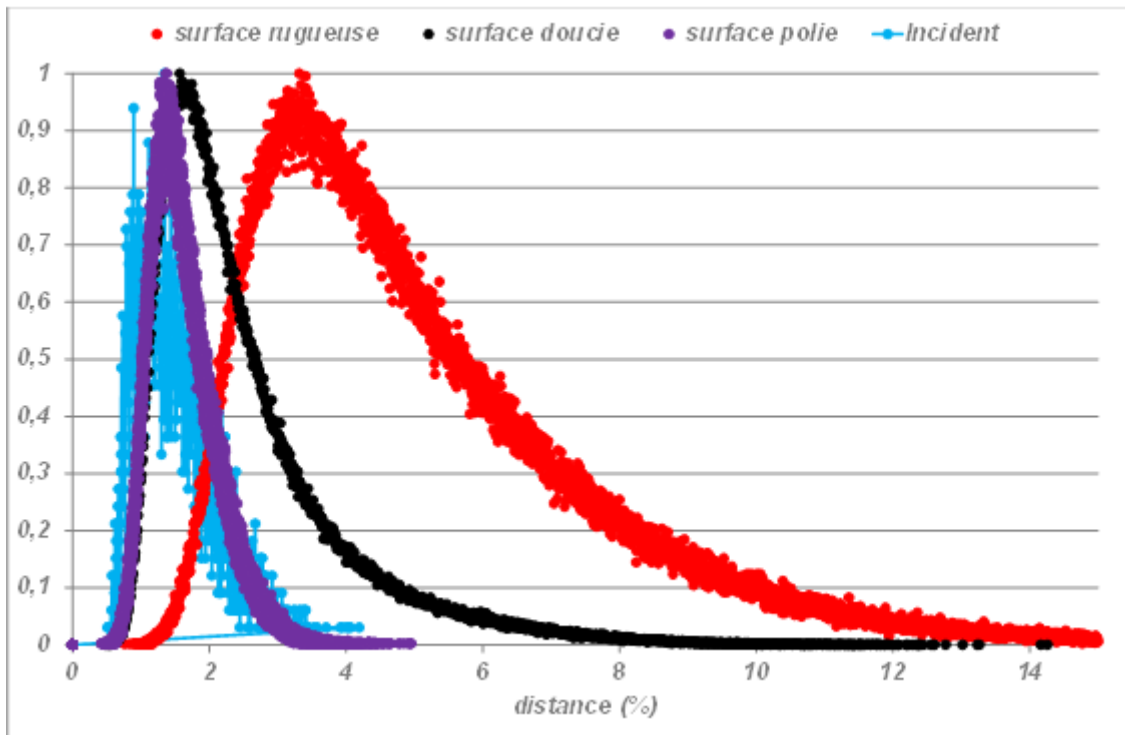


Figure 71 : Histogramme normalisé des distances pour les 3 surfaces

v. Conclusion partielle

Ces résultats montrent que la métrologie fonctionne correctement pour le cas des surfaces rugueuses sous éclairage dépolarisé. Par ailleurs, ils montrent aussi, comme pour le cas polarisé, que les surfaces rugueuses conservent globalement l'état de polarisation du rayonnement incident.

3. Le cas des volumes

Nous étudions maintenant les 3 échantillons volumiques du chapitre précédent (figure 72).



Figure 72 : Photographies des 3 échantillons volumiques

i. Cartographies d'intensité et de DOP pour les 3 échantillons volumiques

Les premiers résultats sur les volumes en lumière dépolarisée sont donnés en figures 73 à 75 sous forme de cartographie. On voit d'ores et déjà poindre un résultat inattendu, à savoir que pour l'échantillon blanc non absorbant (figure 73), le degré de polarisation s'éloigne notablement et fréquemment de zéro, comme s'il y avait une repolarisation temporelle. Nous reviendrons sur ce point lors de la présentation des histogrammes aux paragraphes ci-après.

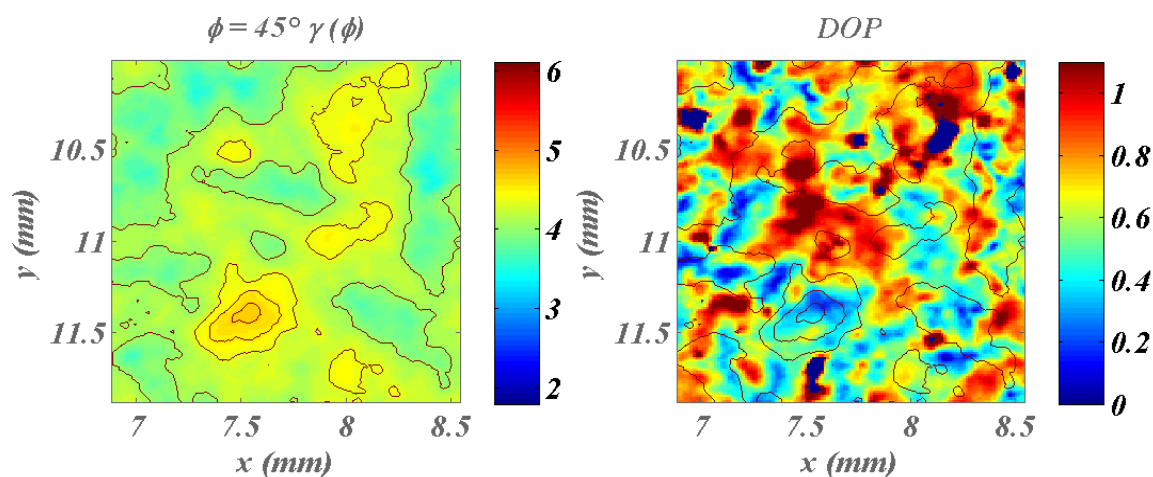


Figure 73: Cartographie d'intensité et de dop pour l'échantillon volumique blanc

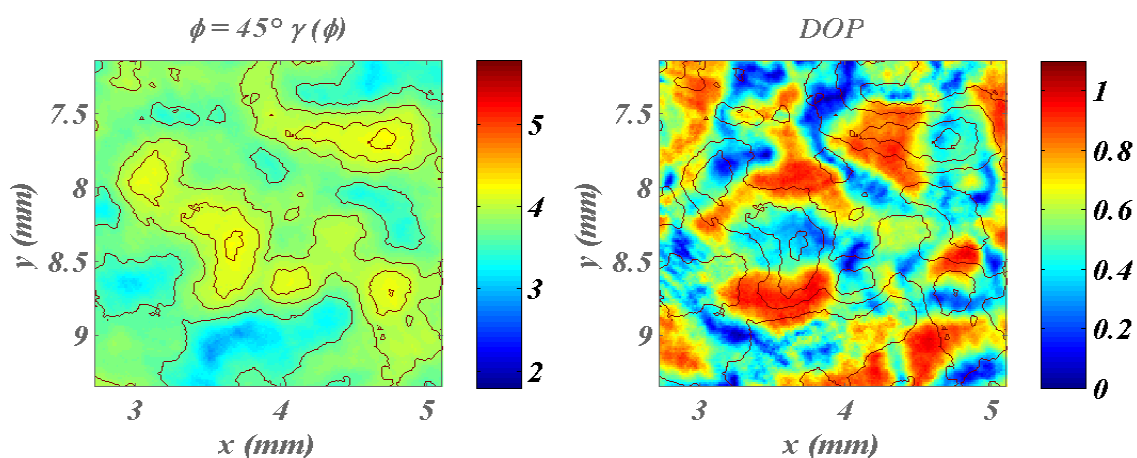


Figure 74: Cartographie d'intensité et de dop pour l'échantillon volumique gris

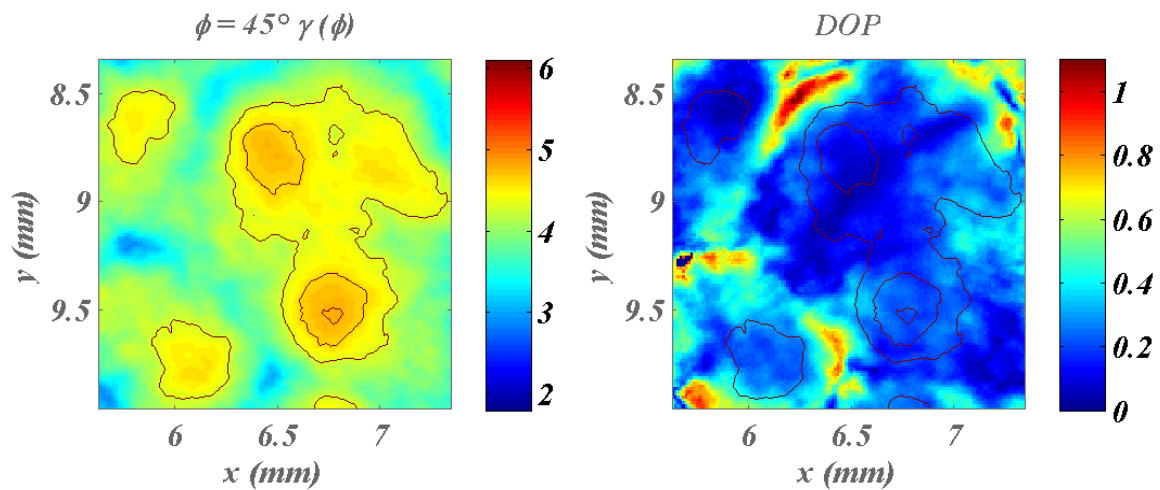


Figure 75: Cartographie d'intensité et de dop pour l'échantillon volumique noir

ii. Sphères de Poincaré pour les 3 échantillons volumiques

Les sphères sont données en figures 76-77-78 ci-dessous. Les données confirment une repolarisation notable pour l'échantillon lambertien (figure 76), mais cet effet décroît rapidement quand les niveaux d'absorption croissent (figures 76-78).

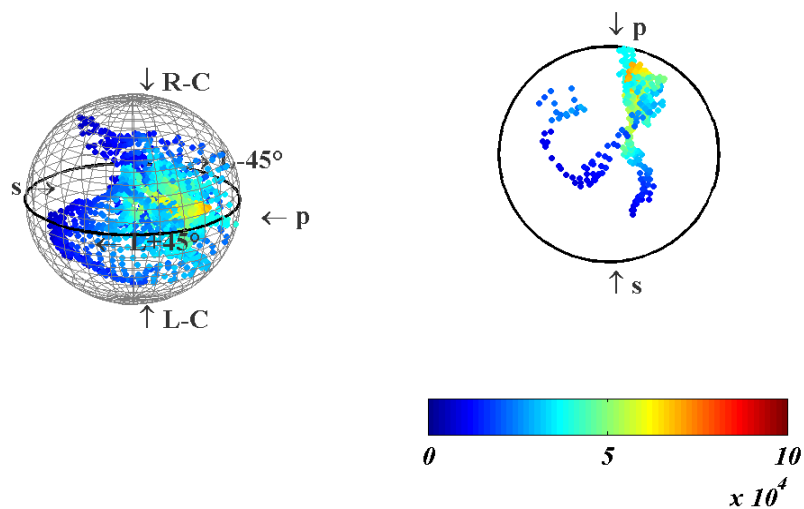


Figure 76: sphère de Poincaré pour l'échantillon volumique blanc

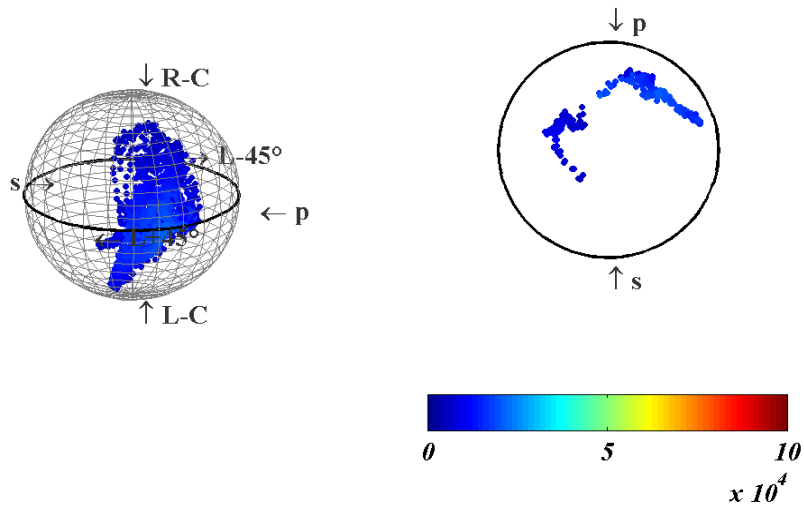


Figure 77: *sphère de Poincaré pour l'échantillon volumique gris*

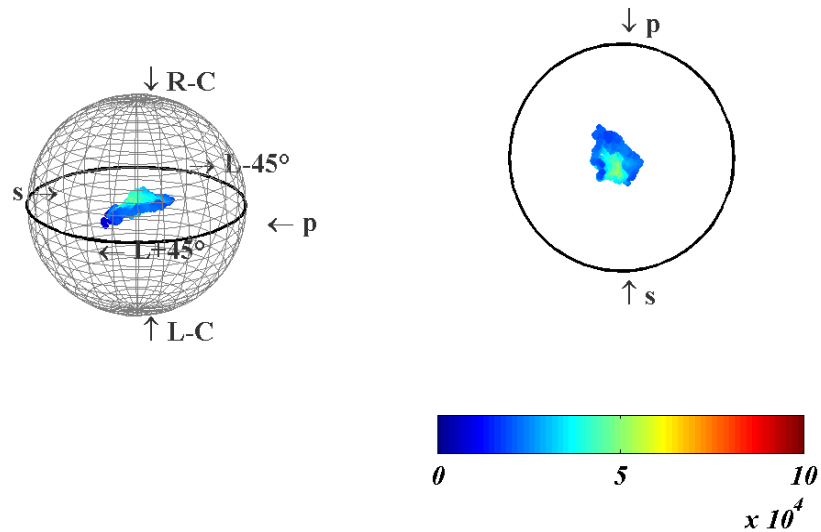


Figure 78: *sphère de Poincaré pour l'échantillon volumique noir*

iii. Histogrammes de dop pour les 3 échantillons volumiques

En figure 79 on trouve les histogrammes de dop pour tous les échantillons, avec celui de l'incident en guise de référence. Cette figure fournit des données précises et quantitatives qui montrent que pour l'échantillon lambertien blanc non absorbant, on observe effectivement un phénomène de repolarisation temporelle. Ce résultat confirme ainsi, pour la première fois expérimentalement, cet effet récemment prédit par l'équipe Concept du laboratoire.

On observe par ailleurs que la repolarisation temporelle décroît pour les forts niveaux d'absorption, ce qui laisse supposer que cet effet est lié aux phénomènes de réflexions multiples.

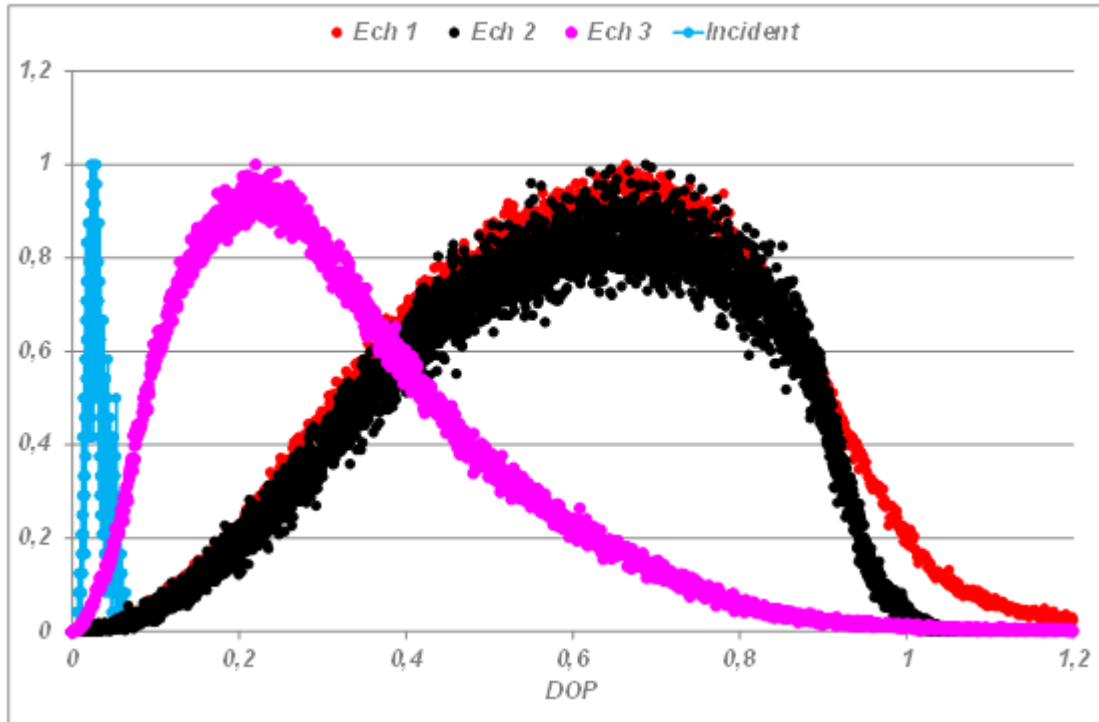


Figure 79 : Histogrammes des degrés de polarisation pour les échantillons volumiques, avec l'incident comme référence

iv. Précision des mesures

L'histogramme de la fonction distance est donné en figure 80 pour garantir la qualité de la métrologie.

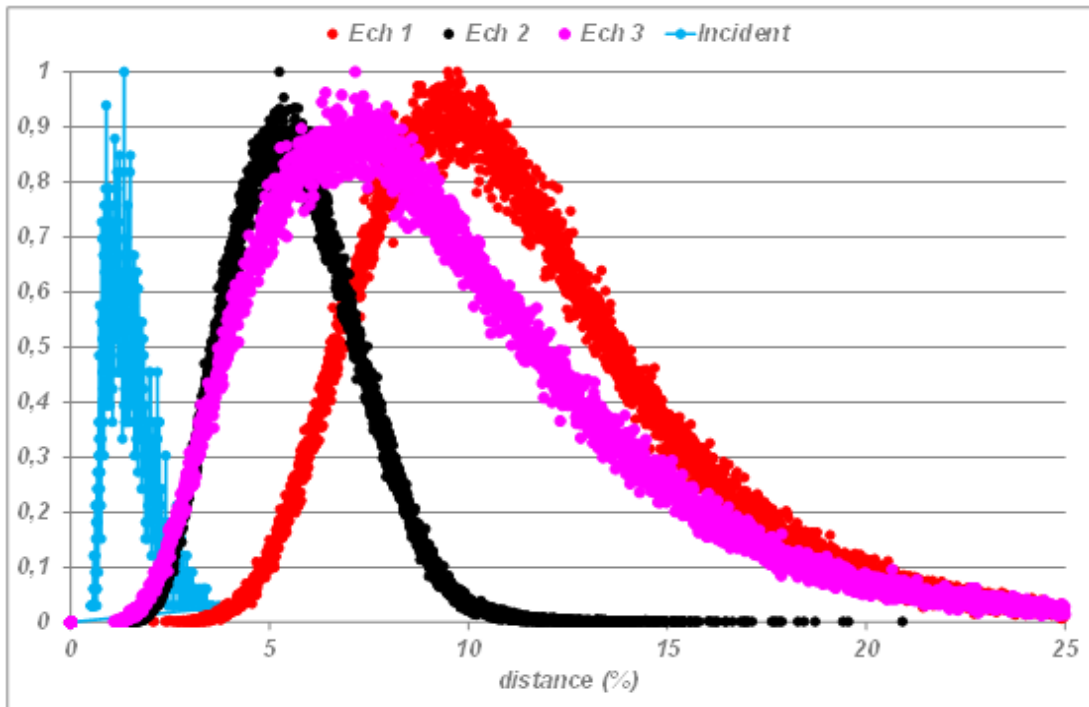


Figure 80: histogramme des fonctions distance

v. Conclusion partielle

Contrairement au cas des surfaces, on peut assister, pour certains échantillons volumiques, à des effets de repolarisation temporelle. Il faut pour cela que le composant soit très diffusant et non absorbant.

4. Conclusion générale

Il était finalement important de généraliser l'étude détaillée du speckle à tous les échantillons dans le cas d'un éclairage non polarisé. En effet, cette étude a permis de confirmer pour la première fois, du point de vue de l'expérience, l'existence de phénomènes de repolarisation temporelle [13] [28]. Ceux-ci n'apparaissent que pour les volumes fortement diffusants et non absorbants. Dans tous les autres cas, la polarisation incidente est macroscopiquement polarisée. On retiendra également que les performances de la métrologie ne sont pas réduites dans le cas d'une lumière dépolarisée.

Référence :

- [1] E. Jakeman, and K. D. Ridley. *Modeling Fluctuations in Scattered Waves*. Taylor and Francis Group, ed., 2006.
- [2] A Ghabbach, M. Zerrad, G. Soriano, and C. Amra. "G.Accurate metrology of polarization curves measured at the speckle size of visible light scattering." *Opt. Express* 22, 14594-14609, 2014.
- [3] Brian DeBoo, J. Sasian, and R. Chipman. "Degree of polarization surfaces and maps for analysis of depolarization." *Opt. Express* 12, 4941-4958, 2004.
- [4] C Amra, C. Deumie and Oliver Gilbert, . "Elimination of polarized light scattered by surface roughness or bulk heterogeneity ." *Opt. Express* 13, 10854-10864 , 2005.
- [5] C Amra, C. Grezes-Besset, P. Roche and E. Pelletier . "Description of a scattering apparatus : application to the problems of characterization of opaque surfaces." *Appl. Opt.* 28, 2723-2730, 1989.
- [6] C Amra, Grèzes-Besset and L.Brueel. "Comparison of surface and bulk scattering in optical multilayers." *Appl. Opt.* 32, 5492-5503, 1993.
- [7] C Amra, M.Zerrad, L.Siozade, G.Georges and Carole Deumié. "Partial polarization of light induced by random defects at surfaces or bulks." *Opt. Express* 16,10372-10383, 2009.
- [8] D.F.V.James. "Change of the polarization of light on propagation in free space." *J.Opt.Soc.Am. A* 11,1641-1643, 1994.
- [9] Elies P, Le Jeune B, Gerligand P Y, Cariou J and Lotrian. "Analysis of the dispersion of speckle polarization on the Poincare sphere." *Appl. Phys.* 30 1285–92, 1997.
- [10]Elies P, Le Jeune B, Olivard P, Cariou J and Lotrian J. "The application of de-polarization analysis to polarimetric characterization and classification of metallic and dielectric samples." *Appl. Phys.* 30 2520–9, 1997.
- [11]F.Gori. "Matrix treatment for partially polarized, partially coherent beams." *Opt. Lett.* 23, 241-243, 1998.
- [12]François Goudail and Arnaud Bénéière. "Estimation precision of the degree of linear polarization and of the angle of polarization in the presence of different sources of noise." *Appl. Opt.* 49, 683-693, 2010.
- [13]G. Soriano, M. Zerrad, and C. Amra. "Enpolarization and depolarization of light scattered from chromatic complex media." *Opt. Express* 22, 12603-12613, 2014.
- [14]G. Soriano, M. Zerrad, and C. Amra. "Mapping the coherence time of far-field speckle scattered by disordered media." *Opt. Express* 21, 24191-24200, 2013.

- [15] G. Georges. *Ellipsométrie de speckle sur champ diffuse : annulation selective de sources pour l'imagerie en milieu diffusant*. these de Doctorat, Aix-Marseille 3: Université Paul Cézanne, 2007.
- [16] G. Georges, L. Arnaud, L. Siozade, N. Le Neindre, F. Chazallet, M. Zerrad, C. Deumié, and Claude Amra. "From angle resolved ellipsometry of light scattering to imaging in random media ." *Appl. Opt.* 47, C257-C265, 2008.
- [17] G.P. Agrawal and E. Wolf. "Propagation-induced polarization changes in partially coherent optical beams." *J. Opt. Soc. Am. A* 17, 2019-2023, 2000.
- [18] J. Sorrentini, M. Zerrad, and C. Amra. "Statistical signatures of random media and their correlation to polarization properties." *Optics Letters* 34, 2429-2431, 2009.
- [19] J. Sorrentini, M. Zerrad, G. Soriano, and C. Amra. "Enpolarization of light by scattering media." *Optics Express*, Vol. 19, Issue 22, pp. 21313-21320, 2011.
- [20] J. Sorrentini, M. Zerrad and C. Amra. "Statistical signatures of random media and their correlation to polarization properties." *Opt. Lett.* 34, 2429-2431, 2009.
- [21] J.J. Gil and E. Bernabeu. "A depolarization criterion for Mueller matrices." *Opt. Acta* 32, 259-261, 1985.
- [22] J. Li, G. Yao and L.V. Wang. "Degree of polarization in laser speckles from turbid media : Implcations in tissue optics." *J. Biomed. Opt.* 7, 307-312, 2002.
- [23] J. Sorrentini, M. Zerrad and C. Amra. "Statistical signatures of random media: application to selevtice cancellation of scattered light." *Proc. SPIE* 7718, 77180D, 2010.
- [24] J. Tervo, T. Setälä, A. T. Friberg. "Degree of coherence of partially polarized light." *Opt. Express* 13; 6051-6060, 2005.
- [25] J.W. Goodman. "Dependance of image speckle contrast on surface roughness." *Opt. Commun.* 14, 324-327, 1975.
- [26] L. Arnaud, G. Georges, C. Deumié and C. Amra. "Discrimination of surface and bulk scattering of arbitrary level based on angle-resolved ellipsometry : theoretical analysis." *Opt. Commun.* 281, 1739-1744, 2008.
- [27] L. Arnaud, G. Georges, J. Sorrentini, M. Zerrad, C. Deumié and Claude Amra. "An enhanced contrast to detect bulk objects under arbitrary rough surfaces." *Opt. Express* 17, 5758-5773, 2009.
- [28] M. Zerrad, G. Soriano, A. Ghabbach, and C. Amra. "Light enpolarization by disordered media under partial polarized illumination: The role of cross-scattering coefficients." *Opt. Express* 21, 2787-2794, 2013.
- [29] M. Zerrad, J. Sorrentini, G. Soriano, and C. Amra. "Gradual loss of polarization in light scattered from rough surfaces: Electromagnetic prediction." *Optics Express* 18, 15832-15843, 2010.

- [30]M.Lahiri and E. Wolf. "Does a light beam of very narrow bandwidth always behave as a monochromatic beam?" *Phys. Lett. A* 374, 997-1000, 2010.
- [31]M.Zerrad, J.Sorrentini, G.Soriano and C.Amra. "Electromagnetic prediction of multiscale depolarization." *Proc.SPIE* 7718, 771814-8, 2010.
- [32]Gilbert, C.Deumié, and Claude Amra. "Angle-resolved ellipsometry of scattering patterns from arbitrary surfaces and bulks." *Opt. Express*. 13, 2403-2418, 2005.
- [33]Ossikovski, R. "Alternative depolarization criteria for Mueller matrices." *J.Opt.Soc. Am. A* 27, 808-817, 2010.
- [34]P. Réfrégier and F. Goudail. "Invariant degrees of coherence of partially polarized light." *Opt. Express* 13, 6051-6060, 2005.
- [35]Philippe Réfrégier, Myriam Zerrad, and Claude Amra. "Coherence and polarization properties in speckle of totally depolarized light scattered by totally depolarizing media." *Optics Letters*, Vol. 37, Issue 11, pp. 2055-2057, 2012.
- [36]S. G. Hanson, and H. T. Yura. "Statistics of spatially integrated speckle intensity difference." *J. Opt. Soc. Am. A* 26 (2), 371–375, 2009.
- [37]Y.Piederrière, J.Cariou, Y.Guern, B.Lejeune, G.Le Brun and J.Lortrian. "Scattering through fluids: speckle size measurement and Monte Carlo simulations close to and into the multiple scattering." *Opt. Express* 12, 176-188, 2004.

Chapitre VII : Dépolarisation spatiale multi-échelle

VII. Dépolarisation spatiale multi-échelle

1. Introduction

Jusqu'ici nous avons considéré les phénomènes de polarisation résultant du comportement temporel de la lumière. En d'autres termes, une lumière dépolarisée signifie qu'il n'est pas possible de prédire la direction du champ électromagnétique à un instant donné ; ce champ est ainsi considéré comme une variable aléatoire dont on étudie les propriétés statistiques, dont le degré de polarisation est une première caractéristique.

Cette dépolarisation temporelle est le phénomène classiquement considéré, mais la dépolarisation peut trouver son origine dans d'autres processus. En particulier l'équipe Concept de l'Institut Fresnel, dans le cadre du projet ANR TRAMEL, a analysé le détail des phénomènes de dépolarisation spatiale, d'un point de vue théorique et numérique. Pour faire simple, on dira qu'il y a dépolarisation spatiale quand la surface du détecteur collecte différents grains de speckle ayant chacun une polarisation différente ; dans ces conditions, les signaux mesurés sont identiques à ceux qui seraient obtenus avec un détecteur infiniment fin mais recevant une lumière dépolarisée temporellement.

Ces phénomènes ont été largement étudiés par CONCEPT au laboratoire d'un point de vue théorique, mais n'ont pas encore été mesurés. C'est pourquoi, afin de compléter ce travail de doctorat, nous avons consacré un chapitre à ce phénomène. Nous verrons, comme pour la dépolarisation temporelle, que la dépolarisation spatiale dépend largement de l'origine de la diffusion (surfaces ou volumes).

2. Principe de base

On a montré que les équations pour la dépolarisation spatiale sont rigoureusement les mêmes que pour la dépolarisation temporelle ; aussi n'allons-nous pas redonner ici toutes ces équations, dans la mesure où il s'agit de remplacer les moyennes temporelles $\langle \rangle_t$ par des moyennes d'espace $\langle \rangle_{x,y}$. On notera ici que les coordonnées $\mathbf{r} = (x,y)$ décrivent le plan de la caméra CCD dans lequel nous allons effectuer les différentes moyennes sur des fenêtres carrées de taille croissante, comme indiqué sur la figure 81 ci-dessous. Il est naturel en effet de procéder à des moyennes progressives, ce qui introduit l'analyse multi-échelle de la dépolarisation spatiale, soit la courbe multi-échelle décrite comme $dop(m)$, avec $m < N = 1024$. A noter que cette notion d'échelle n'était pas présente pour les phénomènes temporels, compte tenu du caractère purement intégrateur de la détection optique.

Lorsque $m = N = 1024$, la moyenne est réalisée sur la totalité de la surface de la caméra, et le dop sera désigné comme « asymptotique ». Par contre pour les valeurs bien inférieures ($m < \sqrt{N}$), la moyenne peut être effectuée sur plusieurs régions différentes de la caméra, de sorte que le dop doit être noté comme $dop(m, r_{ij})$, où r_{ij} est la barycentre de la surface de moyennage. Dans ces conditions on peut encore procéder à un deuxième processus de moyennage sur les différents barycentres ij . La courbe multi-échelle ainsi moyennée sera désignée comme $dop(m)$, par opposition à $dop(m, r_{ij})$. Cette courbe moyennée sera représentée en rouge dans les figures qui suivent. On notera cependant que selon la valeur de m eu égard à \sqrt{N} , il n'est pas toujours possible de procéder à la deuxième moyenne. Au final la courbe $dop(m)$ sera constituée de m points, avec m^2 le nombre de pixels sur lequel le moyennage est effectué.

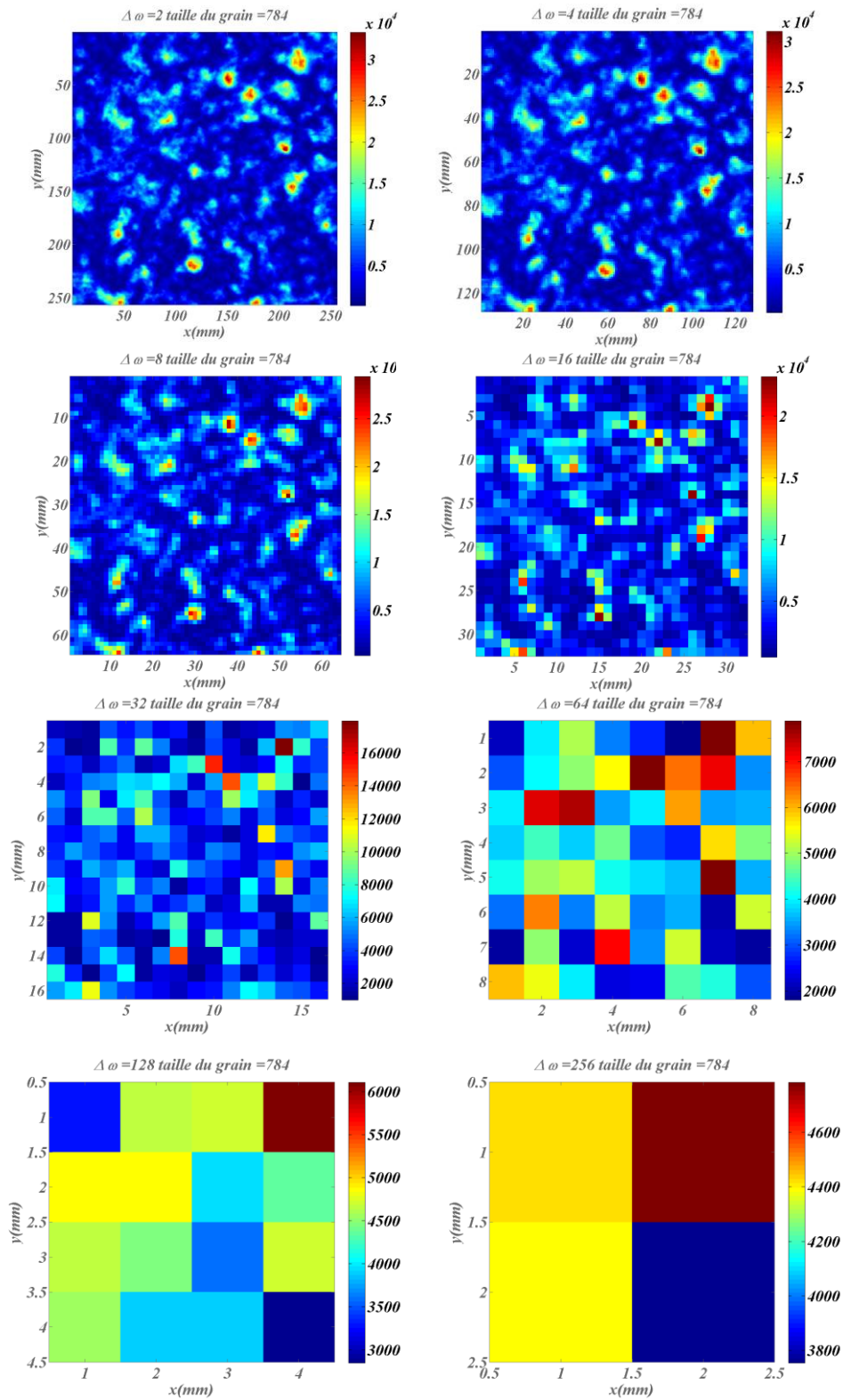


Figure 81 : Moyennage spatial à différentes échelles. La première figure est le speckle non moyenné. Le moyennage complet (non représenté) correspond à une moyenne sur toute la surface de la caméra.

3. Application aux surfaces

Considérons tout d'abord les 3 surfaces de rugosités et diffusions croissantes déjà étudiées jusqu'ici : noir poli, noir douci et lambertien métallique. Les speckles sont donnés en figure 2, et les dop multi-échelle en figures 83-85. On note pour tous ces échantillons que la valeur du dop à l'origine ($\text{dop} \approx 1$), qui correspond au dop temporel (pas de moyenne spatiale), est conforme aux histogrammes des chapitres précédents. Lorsque le nombre de points croît, la courbe reste quasi-constante, ce qui correspond au fait que pour les surfaces, l'état de polarisation est sensiblement le même d'un grain de speckle à l'autre. On rejoint ainsi les résultats du chapitre précédent, et ceux de la théorie.

On notera ici que cette information quantitative est précieuse dans la mesure où elle complète la vision qualitative qui est donnée par la sphère de Poincaré. A titre d'exemple, pour l'échantillon lambertien, on a pu voir que les états de polarisation du speckle étaient relativement étalés sur la sphère, ce qui pouvait laisser présager d'une dépolarisation spatiale. La courbe de dop multi-échelle montre qu'il n'en est rien.

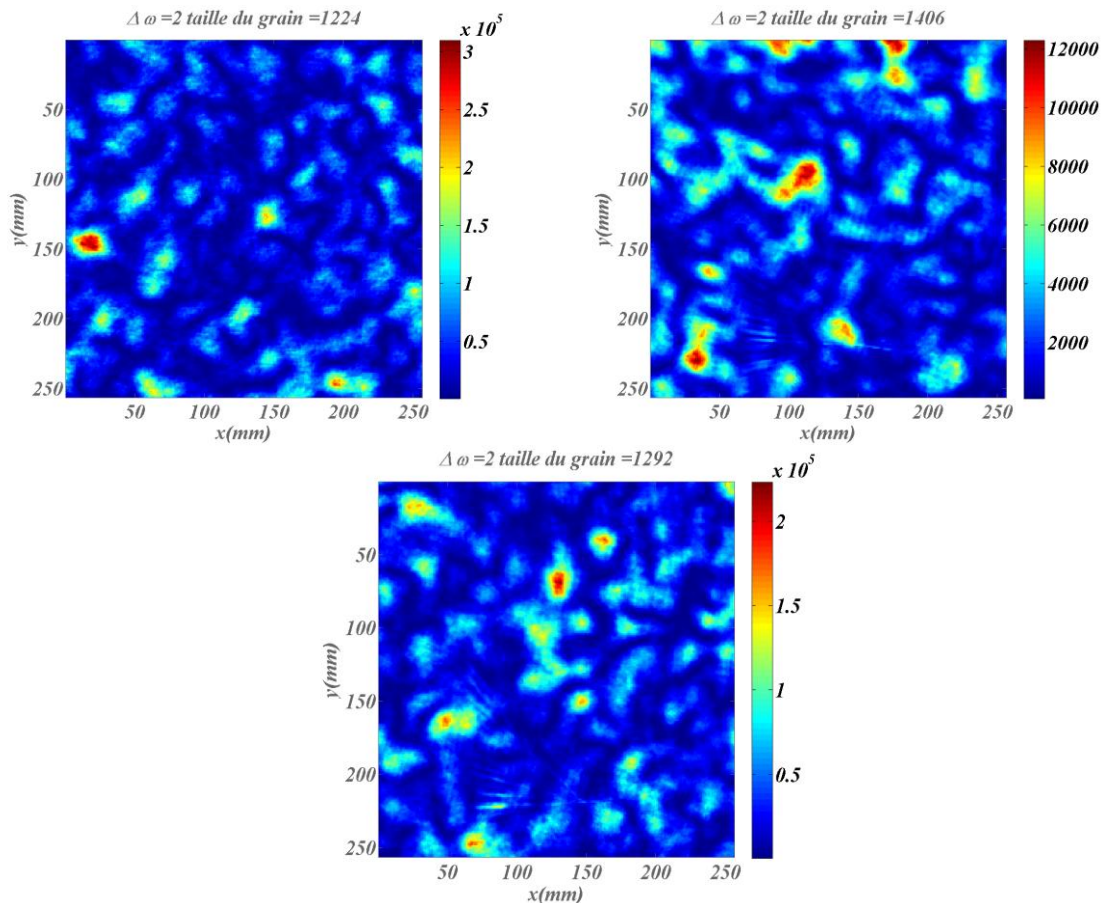


Figure 82: Speckle des échantillons de surface : noir poli (haut à gauche), noir douci (haut à droite) et lambertien doré (en bas au centre)- Eclairage polarisé

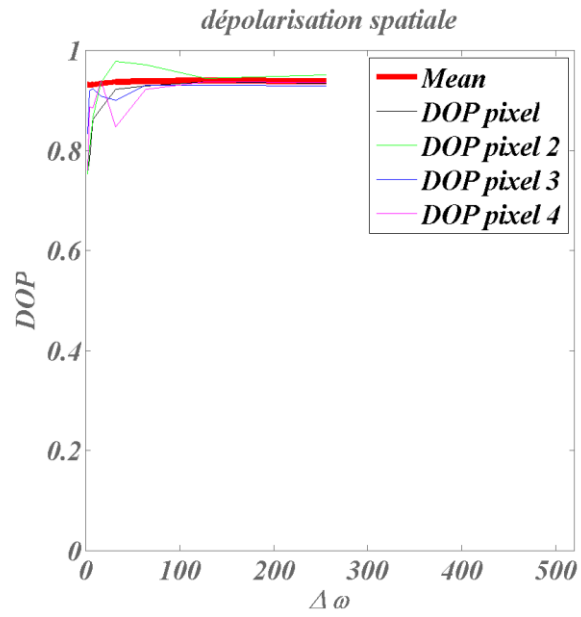


Figure 83 : dop multi-échelle de l'échantillon poli- Eclairage polarisé

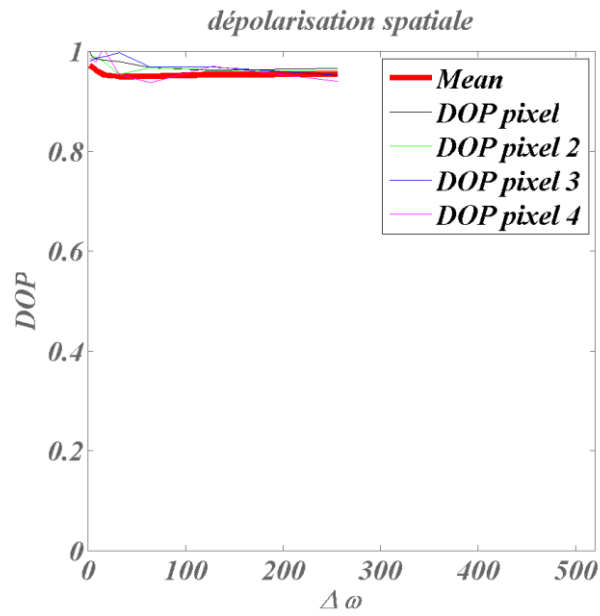


Figure 84 : dop multi-échelle de l'échantillon douci- Eclairage polarisé

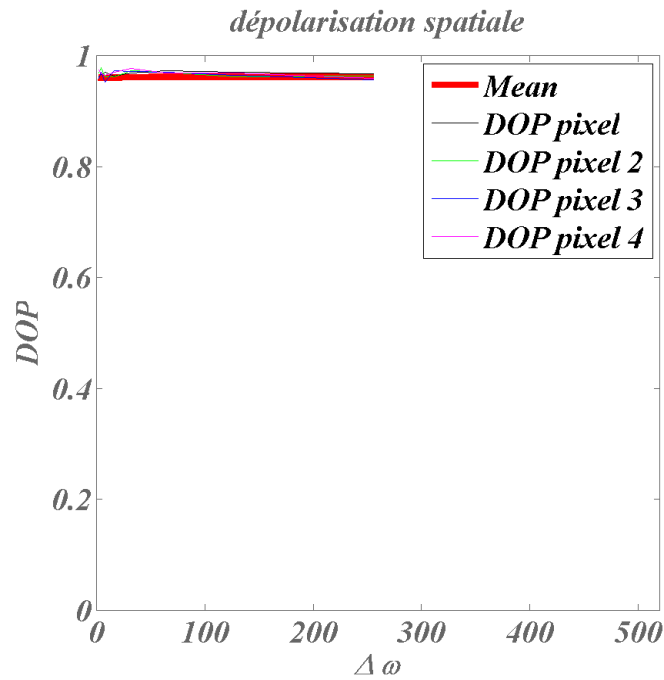
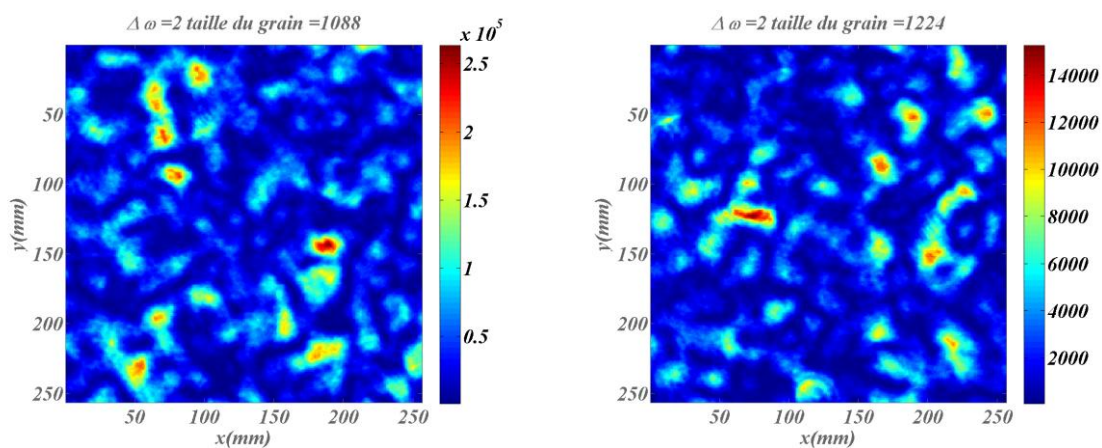


Figure 85: dop multi-échelle de l'échantillon lambertien doré- Eclairage polarisé

4. Application aux volumes

De même que précédemment, nous étudions les 3 échantillons volumiques des chapitres précédents, par ordre de niveau de diffusion : volume noir, volume gris et volume blanc. Les images de speckle sont données en figure 86, et les dop multi-échelle en figures 87-89.

Les résultats pour le volume noir sont très similaires à ceux des surfaces, à savoir un dop quasi constant avec l'échelle. En revanche, le dop décroît rapidement et fortement pour les volumes gris et blanc, indiquant une forte dépolariation spatiale. Ce résultat est conforme aux conclusions du chapitre précédent, à savoir que pour les volumes hétérogènes faiblement absorbants, la polarisation varie fortement d'un grain de speckle à l'autre. On note que le dop asymptotique est de l'ordre de 0,3 pour les volumes gris et noirs.



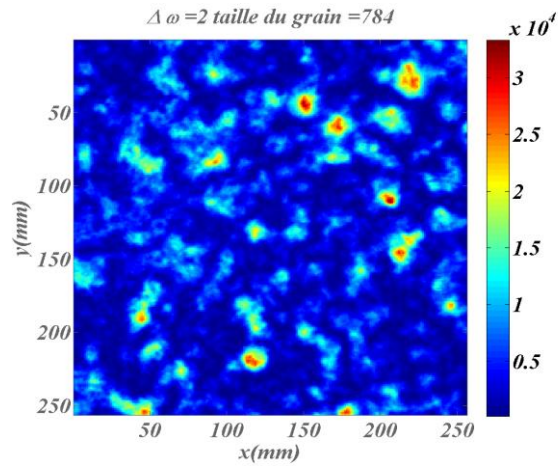


Figure 86: Speckle des échantillons de volume : noir (haut à gauche), gris (haut à droite) et lambertien blanc (en bas au centre) - Eclairage polarisé

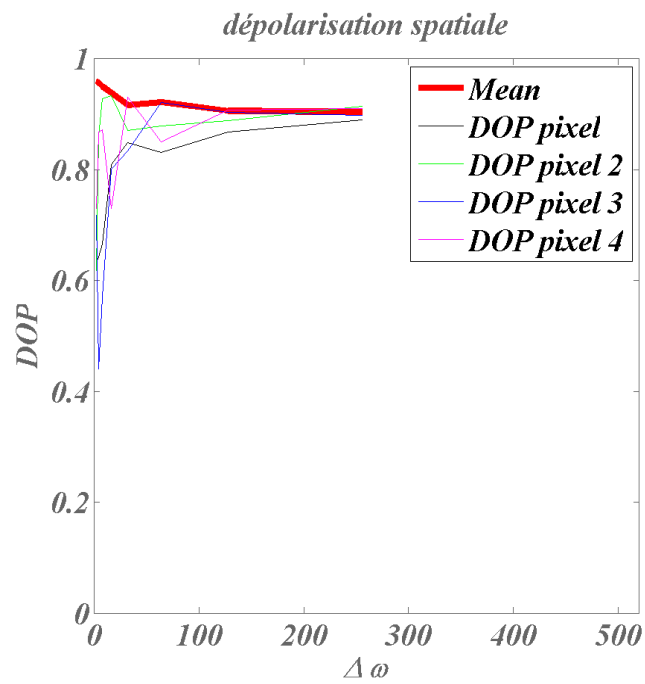


Figure 87 : dop multi-échelle de l'échantillon de volume noir- Eclairage polarisé

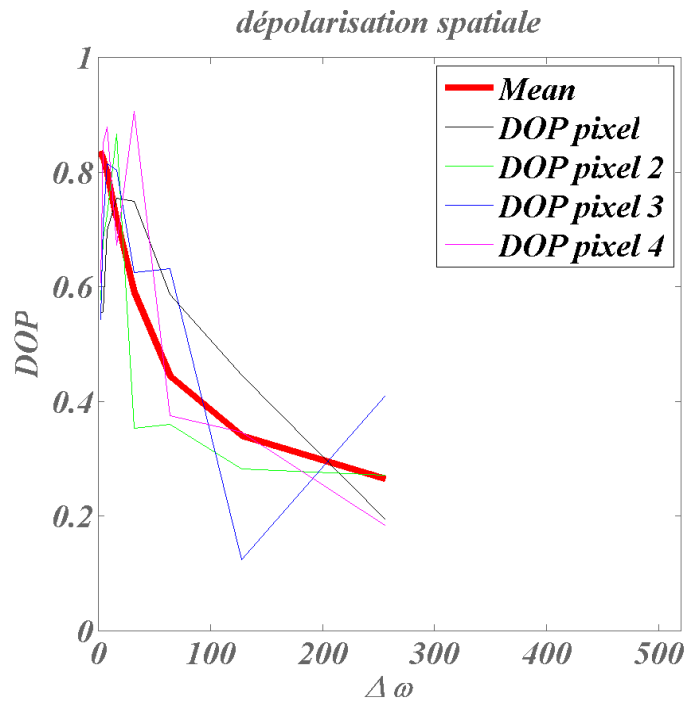


Figure 88 : dop multi-échelle de l'échantillon de volume gris- Eclairage polarisé

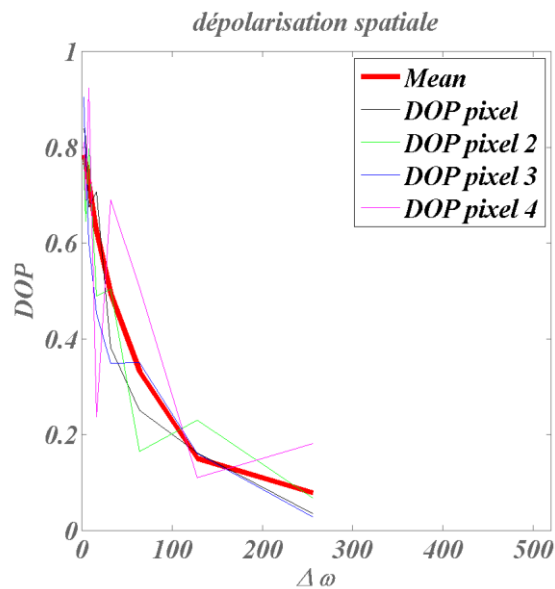


Figure 89: dop multi-échelle de l'échantillon de volume blanc- Eclairage polarisé

5. Cas d'un éclairage dépolarisé

Enfin, par souci de rigueur il nous faut analyser le dop multi-échelle des mêmes échantillons sous éclairage dépolarisé. A noter que dans ce cas, l'intégration spatiale (effectuée numériquement) fait suite à une intégration temporelle spontanément réalisée par la détection optique.

i. Cas des surfaces

Les résultats sont donnés en figures 90-92. Pour toutes les surfaces la valeur à l'origine est faible, conformément aux chapitres précédents (la polarisation temporelle de l'incident est conservée). En conséquence, la courbe, nécessairement décroissante, est quasi-plate. On note que le dop asymptotique est de l'ordre du pour-cent.

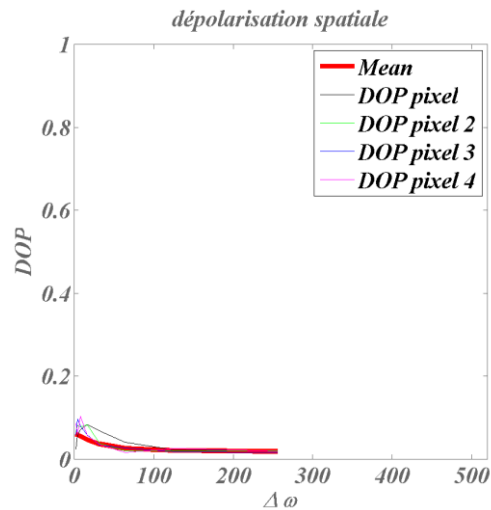


Figure 90: dop multi-échelle de la surface noire polie- Eclairage dépolarié

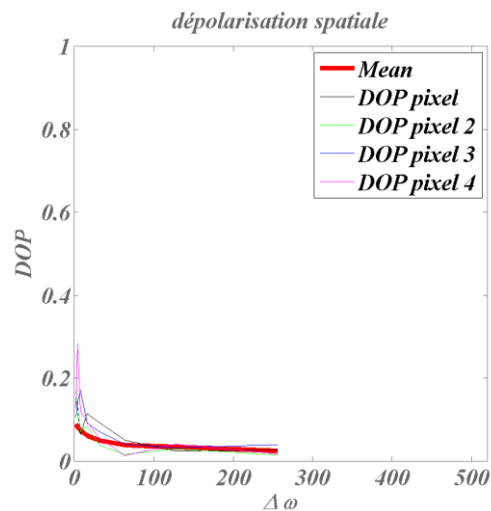


Figure 91: dop multi-échelle de la surface noire douce- Eclairage dépolarié

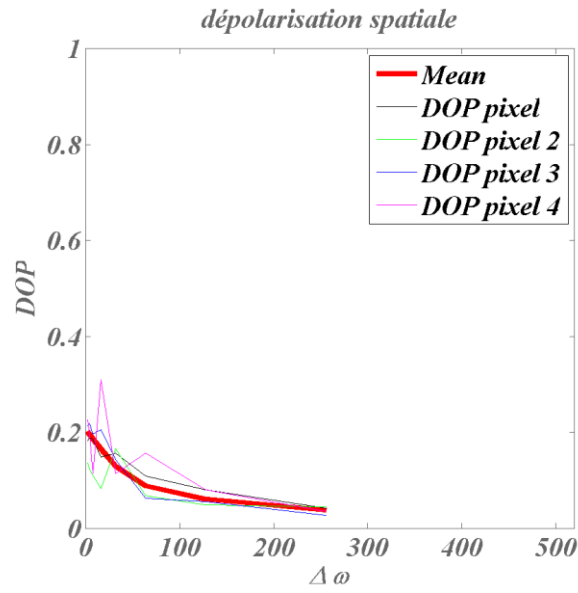


Figure 92 : dop multi-échelle de la surface lambertienne dorée- Eclairage dépolarié

ii. Cas des volumes

Les résultats sont donnés en figures 93-95. Le cas du volume noir est à nouveau similaire à celui des surfaces, tandis que les autres dop révèlent une signature plus « volumique ».

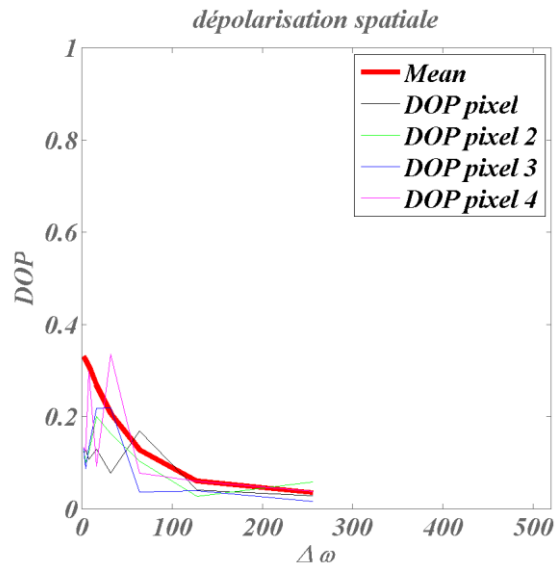


Figure 93: dop multi-échelle du volume noir- Eclairage dépolarié

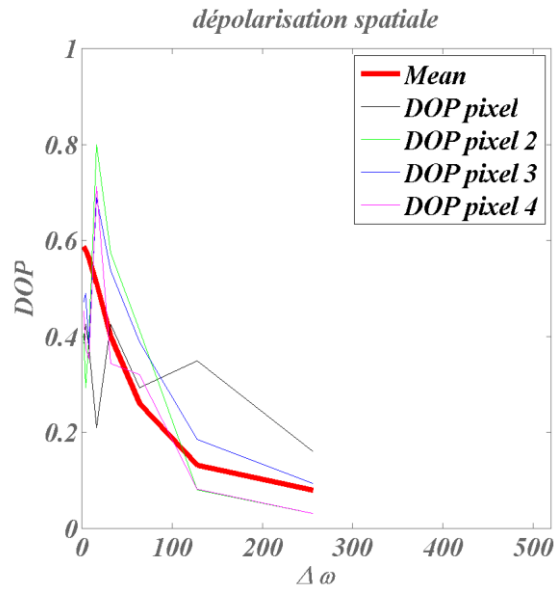


Figure 94: dop multi-échelle du volume gris- Eclairage dépolarisé

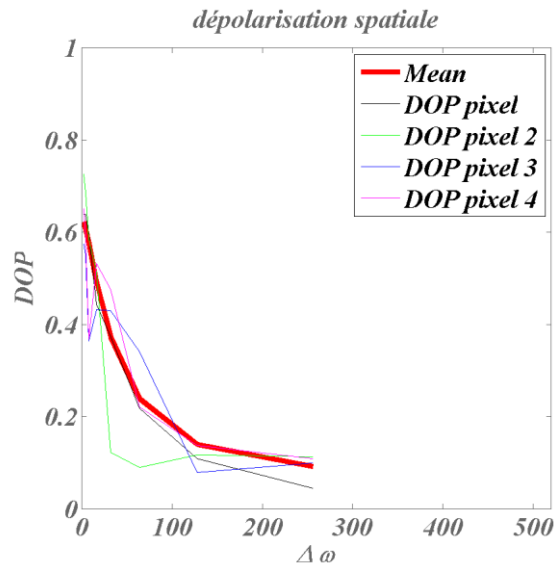


Figure 95: dop multi-échelle du volume blanc- Eclairage dépolarisé

6. Conclusion

Nous avons pu mesurer les premières courbes de polarisation multi-échelle, avec des résultats qui viennent à la fois compléter et confirmer ceux des chapitres précédents consacrés au dop temporel. On retiendra qu'alors que la dépolarisation spatiale est négligeable pour les surfaces, dans le cas des volumes elle intervient à partir de quelques grains de speckle.

Chapitre VIII « Bruit et histogrammes »

VIII. Bruit et histogrammes

1. Introduction

Dans les chapitres précédents, nous avons observé de très nombreuses données de speckle émis par des structures désordonnées. Ces mesures sont véritablement fines, et résultent d'une métrologie sophistiquée. Par ailleurs, à notre connaissance ces résultats sont nouveaux dans la littérature, de sorte que nous ne disposons pas de guide ou de référence qui puisse nous assurer de leur irréprochabilité. C'est pourquoi nous avons pris grand soin de vérifier, étape par étape, à la fois la qualité de la métrologie (histogrammes, distance, étalement sur la sphère, cas de l'incident) et le bien-fondé des résultats (étalement progressif des histogrammes avec la rugosité ou l'hétérogénéité, comparaison aux résultats théoriques publiés par l'équipe).

Toutefois, il est utile d'aller encore plus loin grâce à de nouveaux tests numériques sur la chaîne de mesure. En effet, la robustesse de la méthode n'a pas encore été rigoureusement validée, ainsi que d'autres éléments susceptibles de dégrader la qualité de la mesure. Par ailleurs, la présence de bruit à l'entrée du système peut influencer la forme des histogrammes, avec un impact différent selon l'origine du speckle. C'est dans ce cadre que des travaux numériques complémentaires ont été réalisés, que l'on trouvera dans ce chapitre.

2. Fonction distance et procédure LMS

Nous avons vu pour une grande majorité de mesures que la fonction distance était de l'ordre de 10%, ce qui garantit l'origine des phénomènes physiques. Pour rappel, cette fonction caractérise la distance ou l'écart entre la courbe mesurée pour la polarisation, et la courbe analytique calculée avec les paramètres issus de la procédure aux moindres carrés. La question posée est de savoir si la valeur de 10% est issue de la présence de bruit additif sur la mesure, ou de biais, ou d'autres phénomènes.

Pour répondre à cette question, nous avons simulé l'extraction via la procédure LMS avec $K = 20, 50$ et 100 points. Les résultats de la figure 96 montrent alors que la distance chute de 5,6% à 2,4%, puis 1,2%. Nous expliquons ainsi de façon générale la valeur proche de 10% pour la distance: le faible nombre de points crée un biais sur les paramètres LMS ; ce biais est sensiblement robuste au bruit, mais augmente la fonction distance. Ainsi, si une meilleure précision est requise, on pourra toujours augmenter le nombre de déphasages. Pour plus de précision sur l'influence de ce biais, nous donnons en figure 97 les histogrammes du dop. On constate que le faible nombre de points a pour conséquence d'accroître légèrement le dop. On peut toutefois conclure à ce stade que le fait de travailler avec $K = 20$ points n'est pas vraiment pénalisant.

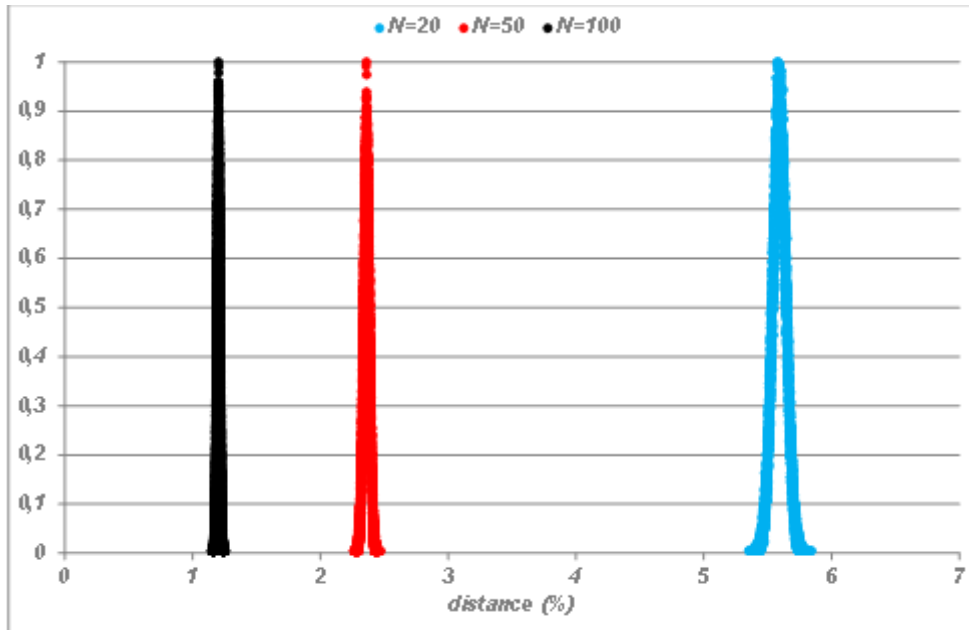


Figure 96: *Histogramme de la distance d'une cartographie de speckle (type incident) obtenue avec K = 20, 50 et 100 points*

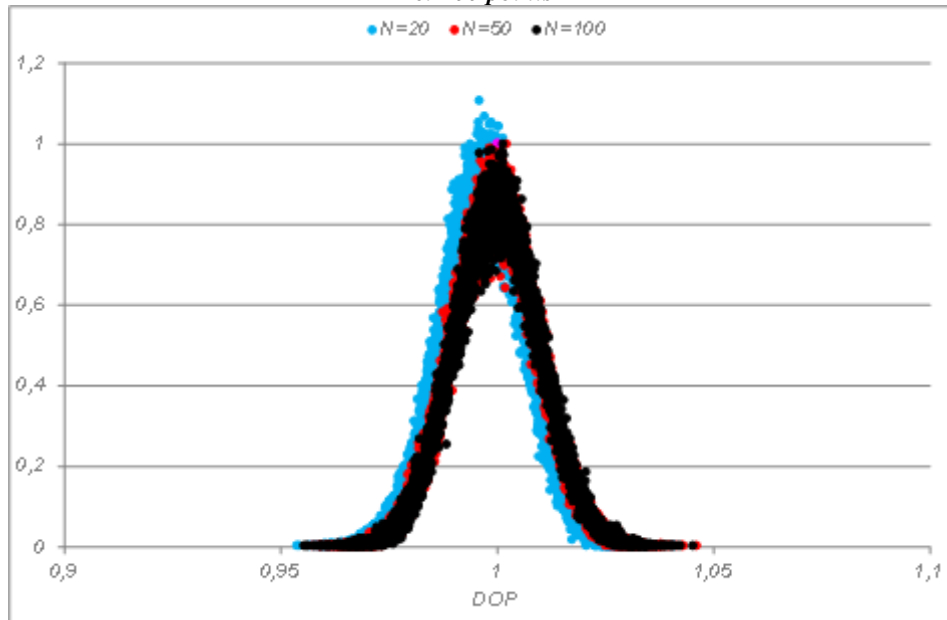


Figure 97: *Histogramme du dop extrait avec K = 20, 50 et 100 points*

3. Simulation d'histogrammes de dop « bruités » : principe

i. Principe

On peut maintenant s'intéresser, après l'étude de ce biais spécifique, au bruit additif sur la mesure, qui est une autre source d'erreur. Dans ce but on utilisera ici la simulation numérique pour analyser l'influence du bruit sur la forme obtenue pour les histogrammes : élargissement, positionnement, asymétrie... Par ailleurs, cette influence dépend a priori de la nature du speckle, et c'est ce que nous étudions dans les paragraphes qui suivent.

Commençons par décrire le principe de la simulation. Pour rappel, les tensions mesurées s'écrivent, pour chaque pixel ij et chaque déphasage η_k , comme :

$$V_{ij}(\phi, \eta_k) = V_{ijk}(\phi) = \gamma_{ij}(\phi) [1 + \alpha_{ij}(\phi) \cos(\delta_{ij} + \eta_k)] \quad (8.1)$$

avec:

$$\alpha_{ij}(\phi) = \frac{2\beta_{ij} |\mu_{ij}| \operatorname{tg} \phi}{1 + \beta_{ij}^2 \operatorname{tg}^2 \phi} \quad (8.2)$$

et:

$$\gamma_{ij}(\phi) = k \cos^2 \phi \left\langle |E_{s,ij}|^2(t) \right\rangle [1 + \beta_{ij}^2 \operatorname{tg}^2 \phi] \quad (8.3)$$

Pour simuler ces tensions délivrées par chaque pixel, il nous faut donc tout d'abord générer les distributions $|\mu_{ij}|$, β_{ij} et δ_{ij} . Par ailleurs ces distributions doivent être spécifiques de la nature du speckle (surface, volume, absorption). Pour cela, nous nous baserons sur les calculs électromagnétiques exacts qui donnent une bonne idée de la forme et de l'écart-type des histogrammes pour ces 3 paramètres. On considérera que les variables aléatoires $|\mu|$ et β sont gaussiennes et on en fera varier l'écart-type, alors que la phase δ pourra également être uniformément distribuée.

Cependant le degré polarisation s'écrit toujours comme :

$$\operatorname{dop}_{ij}(\beta_{ij}, |\mu_{ij}|) = \sqrt{1 - \frac{4\beta_{ij}(1 - |\mu_{ij}|^2)}{(1 + \beta_{ij})^2}} \quad (8.4)$$

Pour rappel, cette formule montre que le dop ne dépend pas de δ , mais elle montre aussi qu'à dop constant, les paramètres β et $|\mu|$ sont liés. Il faudra donc tenir compte de cette contrainte pour nos simulations.

En résumé, pour évaluer l'influence du bruit sur les histogrammes :

- ✓ on commence par choisir un dop donné, ou une distribution de dop particulière
- ✓ de cette distribution de dop donné on extrait les histogrammes de β et de $|\mu|$. Ces 2 histogrammes étant liés par celui du dop, on pourra utiliser la relation :

$$|\mu|^2 = 1 + \frac{(\operatorname{dop}^2 - 1)(1 + \beta)^2}{4\beta} \quad (8.5)$$

ce qui signifie que les histogrammes générés sont ceux du dop et de β .

- ✓ Dans une deuxième étape, on calcule les tensions V_{ijk} avec les histogrammes de β , $|\mu|$ et δ . On note que l'histogramme de δ , tout comme celui du dop et de β , est « librement » généré.
- ✓ On applique ensuite sur ces tensions un bruit additif gaussien ε pour obtenir les tensions bruitées: $V'_{ijk} = (1 + \varepsilon) V_{ijk}$ (6)
- ✓ La dernière étape consiste à introduire ces mesures de tension bruitée dans la procédure LMS, et à en extraire le dop bruité pour comparaison au dop initial. Les résultats dépendent de l'écart-type du bruit, mais aussi a priori des histogrammes initiaux, c'est-à-dire de la nature du speckle

On notera que si la distribution de phase δ n'agit pas sur le dop, elle peut par contre agir sur la qualité des extractions issues de la procédure LMS. Il faudra donc en tenir compte également.

ii. Cas du faisceau direct

Pour le spéculaire, on sait que les 3 VA sont étroitement centrées respectivement sur $|\mu| = 1$ (faisceau pleinement polarisé temporellement), $\beta = 1$ (même énergie sur chaque axe de polarisation) et $\delta = 0$ (polarisation linéaire à 45°). A noter qu'avec $|\mu| = 1$, on obtient $\text{dop} = 1$ quel que soit l'histogramme de β .

La génération du signal non bruité est donc effectuée dans ces conditions, à savoir :

- ✓ dop gaussien centré sur 1, avec un écart-type de 10^{-2}
- ✓ taux de polarisation gaussien, avec un écart-type de 10^{-2}
- ✓ distribution de phase gaussienne centrée sur 0, avec un écart-type de $10^{-2}\pi$

A partir de là, on introduit le bruit additif ε avec des écarts-types $\sigma(\varepsilon)$ croissants, et on extrait l'histogramme du dop mesuré, qu'on écrit comme $\text{dop}(\sigma)$. Ce dop est ensuite comparé à l'histogramme initial, écrit comme $\text{dop}(\sigma=0)$. Les résultats sont donnés en figure 98, avec des écarts-types de bruit allant de 0 (courbe bleue) à 20% (courbe mauve). On constate que l'histogramme du dop est décalé vers les fortes valeurs. Toutefois le bruit en puissance du laser étant estimé de l'ordre de 4%, la moyenne du dop est décalée de 2%, ce qui n'est pas prohibitif. Par contre il faut demeurer vigilant sur la qualité de la source.

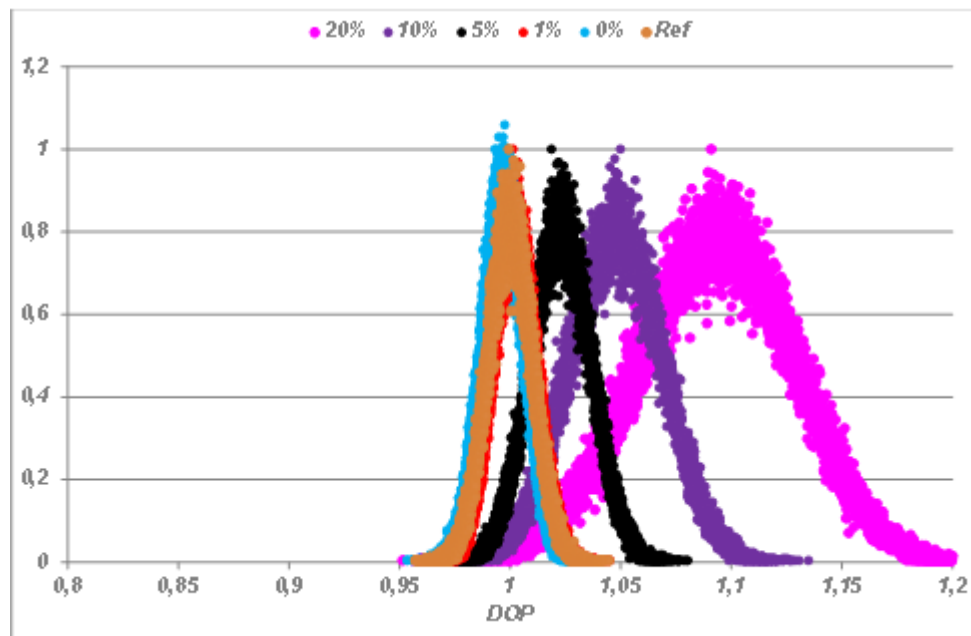


Figure 98 : Histogrammes reconstruits de dop spéculaire, bruités avec différents écarts-type. Ref désigne le dop original (avant procédure LMS)

iii. Cas des surfaces

Dans le cas des surfaces, on sait que la polarisation temporelle reste quasi-pleine ($|\mu| \approx 1$) de sorte que $\text{dop} \approx 1$ et β peut être arbitraire. Toutefois on sait que l'écart-type sur β est majoré selon la pente de la surface, avec des valeurs de l'ordre de 30%. Enfin, la phase peut aussi s'écarter légèrement de l'origine. En conséquence, eu égard au cas précédent, les distributions de β et δ sont ici plus larges.

Les résultats sont donnés en figure 99 pour différents écarts-types sur le bruit, comme précédemment. Par contre les écart-type originaux sont de 1% pour le dop, 30% pour β , et $0,1\pi$ pour δ . On constate que les histogrammes de dop sont d'avantage perturbés (élargis) dans le cas des surfaces, ce qui signifie que l'impact du bruit croît avec l'écart-type sur β .

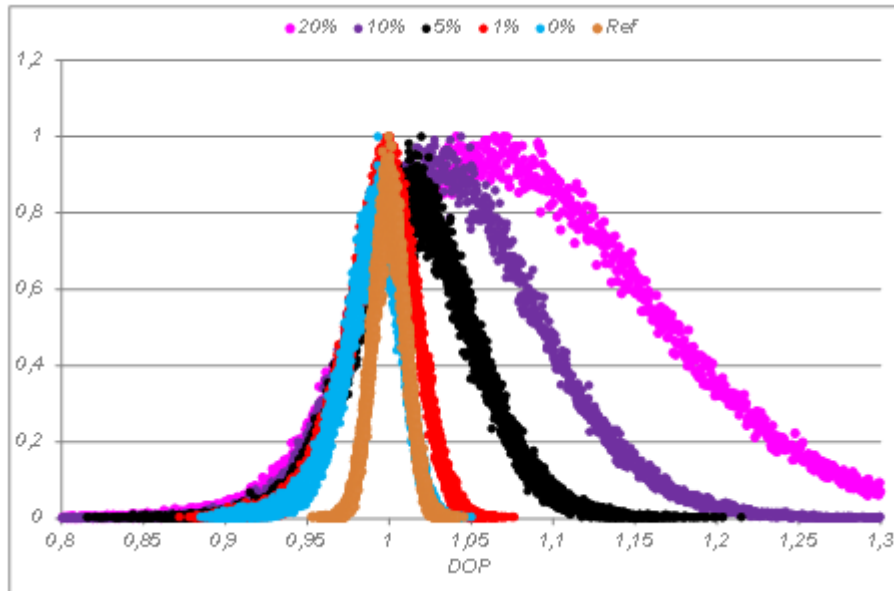


Figure 99: Histogrammes de dop pour les surfaces, initial et bruité avec différents écarts-type

iv. Cas des volumes

La phase est cette fois uniformément distribuée sur $(0,2\pi)$. Par ailleurs, l'écart-type du taux de polarisation peut être bien plus important. Mais surtout, dans le cas des volumes, le degré de polarisation n'est plus forcément unitaire et peut être distribué sur l'intervalle $[0,1]$. Ceci constitue une différence majeure eu égard aux cas précédents.

En figure 100 le calcul est effectué avec un dop uniformément distribué dans $[0,1]$, et un taux de polarisation centré sur 1 avec un écart-type de 30% comme précédemment. La phase reste uniformément distribuée dans $[0,2\pi]$. Les déformations sont du même ordre de grandeur que précédemment, moyennant un impact plus important aux valeurs extrêmes.

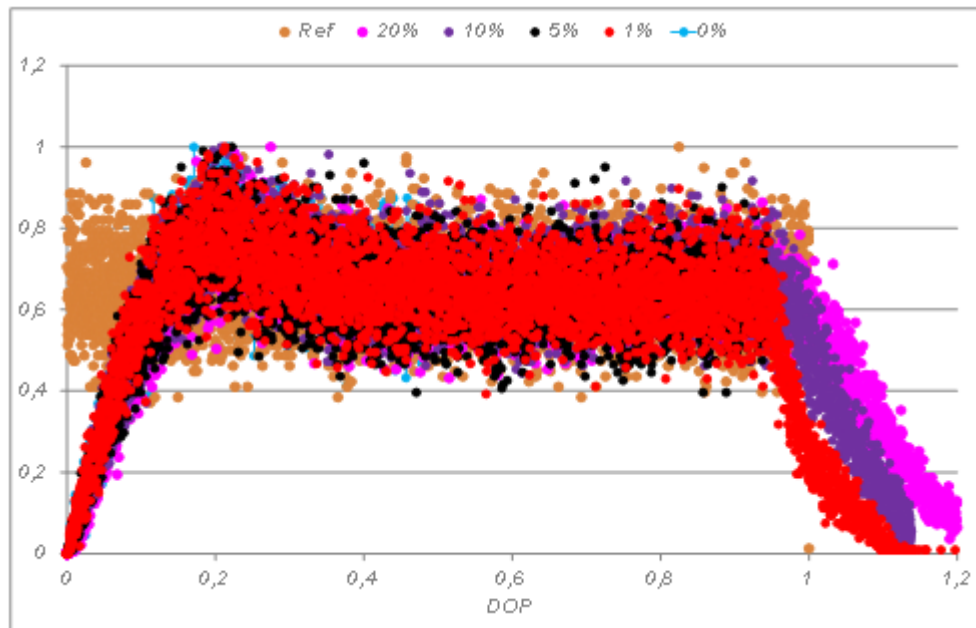


Figure 100 : Histogrammes de dop pour les volumes, initial et bruité avec différents écarts-type- Cas d'un dop distribué entre 0 et 1

4. Conclusion générale

Ces résultats montrent que pour atteindre une précision remarquable, il faut rester attentif aux biais de l'instrument et à l'influence du bruit de mesure. Concernant les biais, il sera intéressant de travailler avec un plus grand nombre de points sur la valeur du déphasage, quitte à augmenter le temps d'acquisition. Quant au bruit, on a vu qu'il pouvait élargir les histogrammes, et que cet élargissement dépendait de la nature du speckle. Toutefois avec la valeur nominale de 4% d'un laser standard, l'ordre de grandeur sur la précision relative des données reste de quelques %, ce qui est satisfaisant.

Référence :

- [1] G. Soriano, M. Zerrad, and C. Amra. "Enpolarization and depolarization of light scattered from chromatic complex media." *Opt. Express* 22, 12603-12613, 2014.
- [2] G. Soriano, M. Zerrad, and C. Amra. "Mapping the coherence time of far-field speckle scattered by disordered media." *Opt. Express* 21, 24191-24200, 2013.
- [3] G.Georges, L. Arnaud, L. Siozade, N. Le Neindre, F. Chazallet, M. Zerrad, C. Deumié, and Claude Amra. " From angle resolved ellipsometry of light scattering to imaging in random media ." *Appl. Opt.* 47, C257-C265, 2008.
- [4] J. Sorrentini, M. Zerrad, and C. Amra. "Statistical signatures of random media and their correlation to polarization properties." *Optics Letters* 34, 2429-2431, 2009.
- [5] J. Sorrentini, M. Zerrad, G. Soriano, and C. Amra. "Enpolarization of light by scattering media." *Optics Express, Vol. 19, Issue 22, pp. 21313-21320* , 2011.
- [6] J. Sorrentini, M.Zerrad and C.Amra. "Statistical signatures of random media and their correlation to polarization properties." *Opt. Lett.* 34,2429-2431, 2009.
- [7] J.Sorrentini, M.Zerrad and C. Amra. "Statistical signatures of random media: application to selevtice cancellation of scattered light." *Proc. SPIE* 7718, 77180D, 2010.
- [8] J.Tervo, T Setala, A. T. Fribergn . "Degree of coherence of partially polarized light." *Opt. Express* 13; 6051-6060, 2005.
- [9] J.W.Goodman. "Dependance of image speckle contrast on surface roughness." *Opt. Commun.* 14,324-327, 1975.
- [10]L.Arnaud, G.Georges, C.Deumié and C.Amra. "Discrimination of surface and bulk scattering of arbitrary level based on angle-resolved ellipsometry : theoretical analysis." *Opt. Commun.* 281, 1739-1744, 2008.
- [11]L.Arnaud, G.Georges, J.Sorrentini, M.Zerrad, C.Deumié and Claude Amra. "An enhanced contrast to detect bulk objects under arbitrary rough surfaces." *Opt. Express* 17, 5758-5773, 2009.
- [12]M. Zerrad, G. Soriano, A. Ghabbach, and C. Amra. "Light enpolarization by disordered media under partial polarized illumination: The role of cross-scattering coefficients." *Opt. Express* 21, 2787-2794, 2013.
- [13]M. Zerrad, J. Sorrentini, G. Soriano, and C. Amra. "Gradual loss of polarization in light scattered from rough surfaces: Electromagnetic prediction." *Optics Express* 18, 15832-15843, 2010.
- [14]M.Zerrad, J.Sorrentini, G.Soriano and C.Amra. "Electromagnetic prediction of multiscale depolarization." *Proc.SPIE* 7718, 771814-8, 2010.

- [15] Gilbert, C. Deumié, and Claude Amra. "Angle-resolved ellipsometry of scattering patterns from arbitrary surfaces and bulks." *Opt. Express*. 13, 2403-2418, 2005.
- [16] P. Réfrégier and F. Goudail. "Invariant degrees of coherence of partially polarized light." *Opt. Express* 13, 6051-6060, 2005.
- [17] Philippe Réfrégier, Myriam Zerrad, and Claude Amra. "Coherence and polarization properties in speckle of totally depolarized light scattered by totally depolarizing media." *Optics Letters*, Vol. 37, Issue 11, pp. 2055-2057, 2012.
- [18] S. G. Hanson, and H. T. Yura. "Statistics of spatially integrated speckle intensity difference." *J. Opt. Soc. Am. A* 26 (2), 371-375, 2009.
- [19] Y. Piederrrière, J. Cariou, Y. Guern, B. Lejeune, G. Le Brun and J. Lortrian. "Scattering through fluids: speckle size measurement and Monte Carlo simulations close to and into the multiple scattering." *Opt. Express* 12, 176-188, 2004.

Chapitre IX : CONCLUSION

IX. CONCLUSION

L'équipe CONCEPT, créée en 2011 à l'Institut Fresnel, s'était consacrée depuis cette date, parallèlement aux travaux sur la physique de la dispersion et sur l'invisibilité, à l'analyse des phénomènes de polarisation dans le speckle émis par les milieux désordonnés (M. Zerrad, G. Soriano, C. Amra). Dans ce contexte, de nombreux résultats avaient été annoncés d'un point de vue théorique, comme la repolarisation temporelle ou la dépolarisation spatiale multi-échelle... Cependant, la confirmation par l'expérience tardait à venir, à la fois dans le laboratoire ou dans la communauté scientifique, compte tenu de la nécessité d'une métrologie complexe à mettre en œuvre.

Nous pensons, à l'issue de ce travail de thèse, avoir comblé cette lacune avec succès. En effet, la procédure instrumentale semble aujourd'hui fonctionner parfaitement, et a été validée de différentes façons (faisceau direct au chapitre III, simulation d'histogrammes au chapitre VIII).

Partant de là, de nombreux milieux désordonnés ont été analysés, incluant des surfaces de rugosités variables, et des volumes d'absorptions croissantes. On retiendra tout d'abord, concernant l'effet mémoire de la polarisation, souvent mis au premier plan de l'imagerie en milieu diffusant, que les surfaces et les volumes absorbants maintiennent globalement l'état de polarisation de l'onde incidente ; à l'inverse, les volumes hétérogènes transparents répartissent l'état de polarisation sur toute la surface de la sphère de Poincaré, voire dans tout son volume.

On pourra également retenir que nous avons mis en évidence, pour la première fois à notre connaissance :

- ✓ les effets de dépolarisation temporelle et leurs histogrammes
- ✓ les effets de repolarisation temporelle et leurs histogrammes
- ✓ le comportement multi-échelle de la dépolarisation spatiale

Ces résultats confortent ainsi les prédictions théoriques pour motiver l'équipe à aller encore plus loin sur ces thèmes. Un certain nombre de travaux sont en effet en cours et concernent notamment les cartographies de cohérence temporelle et la dépolarisation spéculaire, ou le lien entre désordre spatial et désordre temporel.

D'une façon plus générale, ces travaux ont montré toute la richesse du couplage entre l'optique statistique et l'optique électromagnétique. Enfin, du point de vue des applications, nous pensons que les outils élaborés et les résultats révélés sauront rendre nombre de services dans le domaine de la scrutation des milieux complexes (biomédical, biophotonique, spatial, satellitaire, éclairage...).

X. Annexe

Annexe A

Déphaseur aux cellules à cristaux liquide

On présente dans cette annexe le déphaseur aux cellules à cristaux liquides utilisé dans notre métrologie, en détaillant l'étalonnage.

Étalonnage la cellule à cristaux liquides :

Principe et configuration de mesure

Nous avons pu voir dans ce manuscrit que pour réaliser la mesure de polarisation du grain de speckle avec la précision requise, il fallait éviter tout mouvement mécanique, de façon à prohiber tout déplacement du speckle. Dans ces conditions on doit faire appel à une cellule à cristaux liquides (CCL) que l'on alimente en tension, en lieu et place d'une lame quart d'onde tournante. Nous avons choisi d'utiliser comme cellule à cristaux liquides le modèle LCC1 223 de Thorlabs©. Ce composant ayant été approvisionné, il nous faut maintenant l'étalonner, c'est-à-dire mesurer la loi $\eta(V)$ donnant le déphasage η en fonction de la tension V appliquée.

Le schéma du montage permettant de faire l'étalonnage de la cellule est présenté Figure 101. Nous plaçons la cellule entre 2 analyseur/polariseur croisés, et l'éclairons en incidence normale avec un laser collimaté quasi monochromatique non polarisé (équation 1).

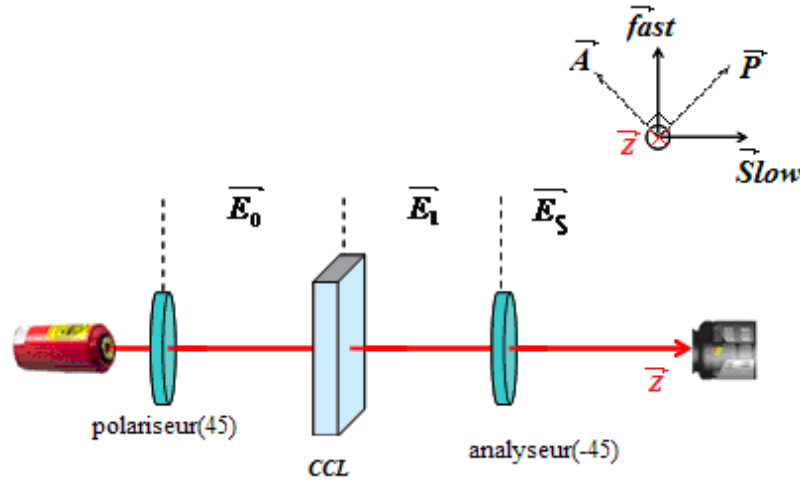


Figure 101: Étalonnage de la cellule à cristaux liquides schéma de principe

Le champ incident E_0 s'écrit ainsi :

$$E_0 = \begin{vmatrix} A_s \exp(j\phi_s) \\ A_p \exp(j\phi_p) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} E_s \\ E_p \end{vmatrix} \quad (1)$$

Avec $\phi = \phi_s - \phi_p$ aléatoire, et s et p correspondant aux directions orthonormées arbitrairement choisies dans un plan perpendiculaire à la propagation du faisceau. L'énergie incidente est proportionnelle à :

$$F = \langle E^2 \rangle = E_s^2 + E_p^2 = A_s^2 + A_p^2 \quad (2)$$

En sortie du premier polariseur positionné à l'angle $\gamma = 45^\circ$, l'axe s étant pris comme origine des angles, seules les composantes parallèles à l'axe du polariseur ne sont pas absorbées (équation 3). Sur cet axe on a donc la grandeur algébrique E_1 suivante, qui est la projection des composantes du champ \vec{E} sur l'axe du polariseur :

$$E_1 = E_s \cos \varepsilon + E_p \sin \varepsilon \quad (3)$$

Il nous faut maintenant projeter cette grandeur sur les axes s et p , où l'on sait décrire directement l'action de la cellule CCL. On obtient :

$$E_{1s} = E_1 \cos \varepsilon = E_s \cos^2 \varepsilon + E_p \cos \varepsilon \sin \varepsilon \quad (3-a)$$

$$E_{1p} = E_1 \sin \varepsilon = E_s \cos \varepsilon \sin \varepsilon + E_p \sin^2 \varepsilon \quad (3-b)$$

Ce champ traverse ensuite la cellule CCL, ce qui donne en sortie de cellule et sur les mêmes axes (équation 4) :

$$\begin{cases} E_{2s} = E_{1s} \exp(j\eta_s) \\ E_{2p} = E_{1p} \exp(j\eta_p) \end{cases} \quad (4)$$

où $\eta = \eta_s - \eta_p$ caractérise l'action du déphaseur. A noter que pour que cette équation soit vérifiée, les axes propres du déphaseur sont supposés être parfaitement alignés selon les axes s et p .

Il faut maintenant décrire la traversée du deuxième polariseur (appelé analyseur) orienté selon l'angle $\gamma' = 135^\circ$. En sortie de cet analyseur (équation 5) la seule composante non absorbée est celle qui correspond à la projection du champ \mathbf{E}_2 sur l'axe orienté à γ' , soit :

$$E_3 = E_{2s} \cos \varepsilon' + E_{2p} \sin \varepsilon' \quad (5)$$

On va maintenant développer la relation 5 :

$$\begin{aligned} E_3 &= E_{2s} \cos \varepsilon' + E_{2p} \sin \varepsilon' \\ &= E_{1s} \exp(j\eta_s) \cos \varepsilon' + E_{1p} \exp(j\eta_p) \sin \varepsilon' \\ &= [E_s \cos^2 \varepsilon + E_p \cos \varepsilon \sin \varepsilon] \exp(j\eta_s) \cos \varepsilon' + [E_s \cos \varepsilon \sin \varepsilon + E_p \sin^2 \varepsilon] \exp(j\eta_p) \sin \varepsilon' \end{aligned} \quad (1)$$

Sachant que $\varepsilon' = \varepsilon + \frac{\pi}{2}$, on a :

$$\begin{cases} \cos \varepsilon' = -\sin \varepsilon \\ \sin \varepsilon' = \cos \varepsilon \end{cases} \quad (2)$$

Alors:

$$E_3 = E_s \left| -\cos^3 \varepsilon \exp(j\eta_s) + \cos \varepsilon \sin^2 \varepsilon \exp(j\eta_p) \right| + E_p \left| -\cos^2 \varepsilon \sin \varepsilon \exp(j\eta_s) + \sin^3 \varepsilon \exp(j\eta_p) \right| \quad (3)$$

De plus, avec $\gamma = 45^\circ$ donc $\cos \gamma = \sin \gamma = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

D'où :

$$E_3 = \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right)^3 \left(E_s [-\exp(j\eta_s) + \exp(j\eta_p)] + E_p [-\exp(j\eta_s) + \exp(j\eta_p)] \right) \quad (4)$$

$$E_3 = \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right)^3 \exp(j\eta_s) [E_s + E_p] [\exp(j\eta) - 1] \quad (5)$$

À ce stade, l'intensité I_3 mesurée par le capteur s'écrit :

$$I_3 = \langle |E_3|^2 \rangle = \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right)^6 \langle |E_s + E_p|^2 \rangle |\exp(j\eta) - 1|^2 \quad (6)$$

Où $\langle \rangle$ désigne la moyenne temporelle du signal
La lumière incidente est dépolarisée, donc

$$\langle |E_s + E_p|^2 \rangle = \langle |E_s|^2 \rangle + \langle |E_p|^2 \rangle = F \quad (7)$$

D'où :

$$I_3 = \frac{1}{8} F |\exp(j\eta) - 1|^2 = \frac{1}{8} F (2 - 2 \cos \eta) \quad (8)$$

$$I_3 = \frac{F}{4} (1 - \cos \eta) \quad (9)$$

Cette dernière relation montre que l'intensité en sortie du système est proportionnelle à l'énergie incidente F , mais aussi à la grandeur $(1 - \cos \eta)$. En conséquence le déphasage de la cellule CCL va moduler le signal en sortie. Cette relation entre l'entrée du système et sa sortie va également permettre d'extraire de la mesure de I_3 la grandeur η caractéristique de la cellule.

Application

Désignons par M la mesure de l'intensité I_3 dans la configuration décrite précédemment. (incluant la conversion courant/tension). Celle-ci pourra s'écrire comme :

$$M = KF(1 - \cos \eta) \quad (9)$$

Avec où $4K$ est la constante de proportionnalité du capteur.

Par ailleurs, la cellule délivre un déphasage η qui est la réponse à une tension appliquée V , d'où :

$$M(V) = KF[1 - \cos(\eta(V))] \quad (10)$$

Le signal $M(V)$ a été enregistré pour une tension V variant de 0 à 4 V tous les 0.1 V. Le détecteur utilisé est la caméra PIXIS 1024B qui permet par ailleurs de vérifier la conservation du profil du faisceau lors de la mesure.

Le profil enregistré pour le maximum d'intensité ($V = 1,6V$) est tracé Figure 102.

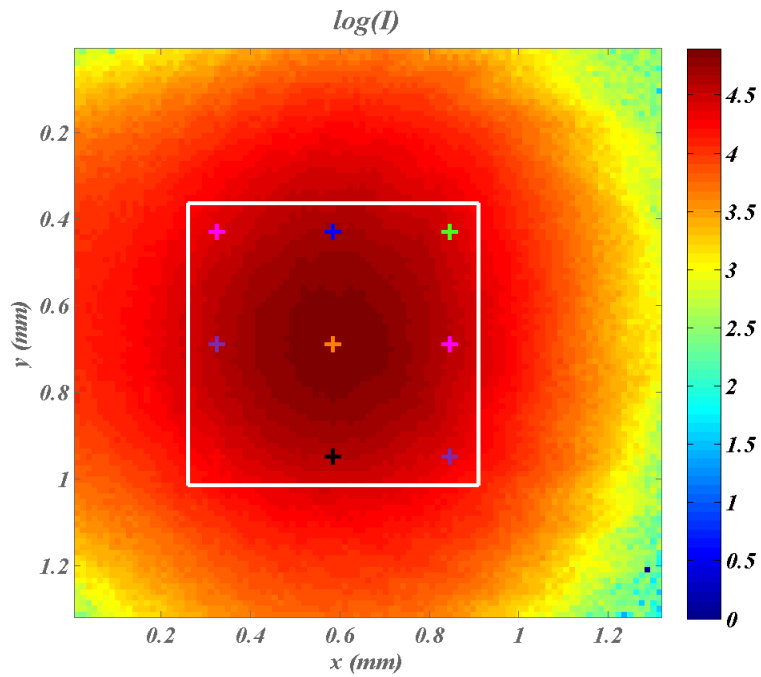


Figure 102 : Profil du faisceau étudié à $V = 1.6$ V avec localisation des points considérés pour l'étude locale (croix) et de la zone intégrée pour l'étude globale (carré blanc).

Nous avons tracé Figure 103 les variations de l'intensité mesurée sur chacun des points localisé Figure 102. ainsi que la moyenne du carré considéré.

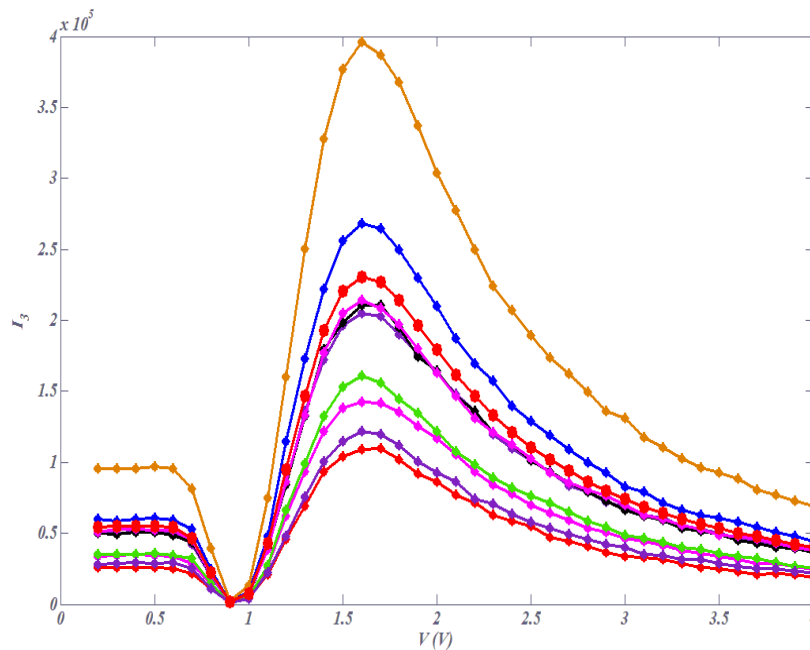


Figure 103 : Intensité $I_3(V)$ en 9 points de mesure et valeur moyenne de la mesure sur l'ensemble de la surface du faisceau (cercles rouges)

A ce stade, la mesure $I_3(V)$ donne a priori accès au déphasage $\eta(V)$ qui pourrait s'exprimer comme :

$$\eta(V) = \arccos \left[1 - \frac{M(V)}{KF} \right] \quad (11)$$

Toutefois cet argument n'est défini qu'au signe près, il est donc nécessaire de lever cette indétermination.

Dans un premier temps, on trace Figure 11204, la fonction $g(V)$ définie par

$$g(V) = \cos \eta(V) = 1 - \frac{M(V)}{KF} \quad (12)$$

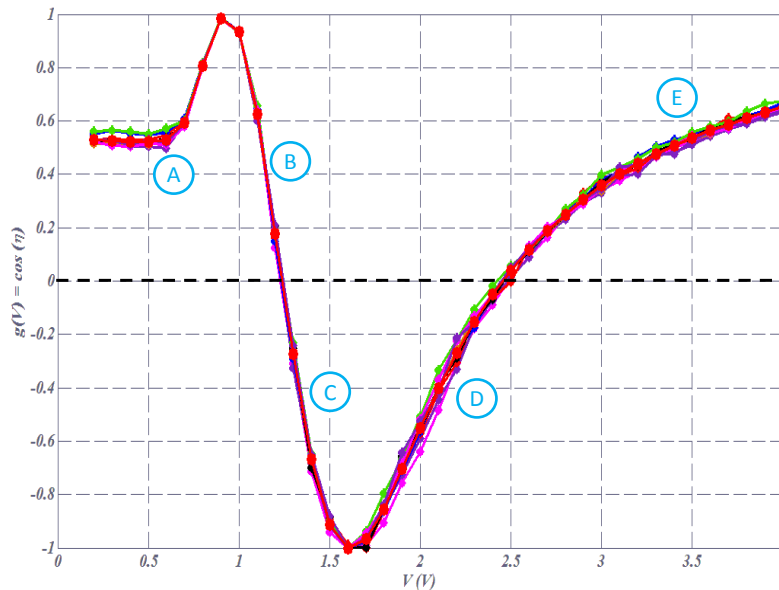


Figure 104 : Fonction $g(V)$ en 9 points de mesure et valeur moyenne de la fonction sur la zone définie Figure 102 (disques rouges)

On notera à ce stade que les courbes sont toutes parfaitement superposées quelque soit la zone du faisceau considérée, les propriétés de polarisation sont donc les mêmes indépendamment de l'énergie.

Par ailleurs, on peut noter que la courbe n'est pas bijective entre le cosinus de l'angle η et la tension V appliquée, on ne peut donc pas directement extraire l'arc cosinus de g , il faut prendre quelques précautions afin de fixer le quadrant du cercle trigonométrique auquel appartient chaque point.

Pour ce faire, nous utiliserons g' , la dérivée de la fonction g par rapport au paramètre tension (V). g' est telle que :

$$g'(V) = -\eta'(V) \sin \eta(V) \quad (10)$$

Avec η' , la dérivée de η par rapport à V .

Si l'on accepte de plus que le déphasage de la cellule CCL décroît avec la tension ($\eta'(V) < 0$) (donnée constructeur), alors cette relation montre que le signe du sinus est le même que celui de la dérivée. On peut donc en déduire de l'étude de la fonction g' tracée **Error! Reference source not found.** le signe du sinus du déphasage η qui est le même que celui de g' .

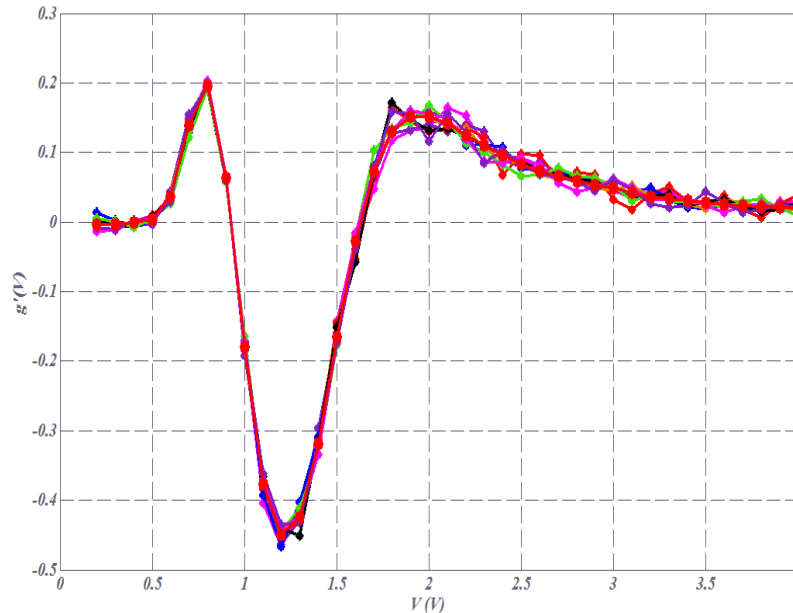


Figure 105 : Fonction $g'(V)$ en 9 points de mesure et valeur moyenne de la fonction sur la zone définie Figure 1104 (disques rouges)

La connaissance des signes du sinus et du cosinus de η nous permet donc de positionner l'angle dans l'un des quatre quadrants du cercle trigonométrique comme indiqué **Error! Reference source not found.**

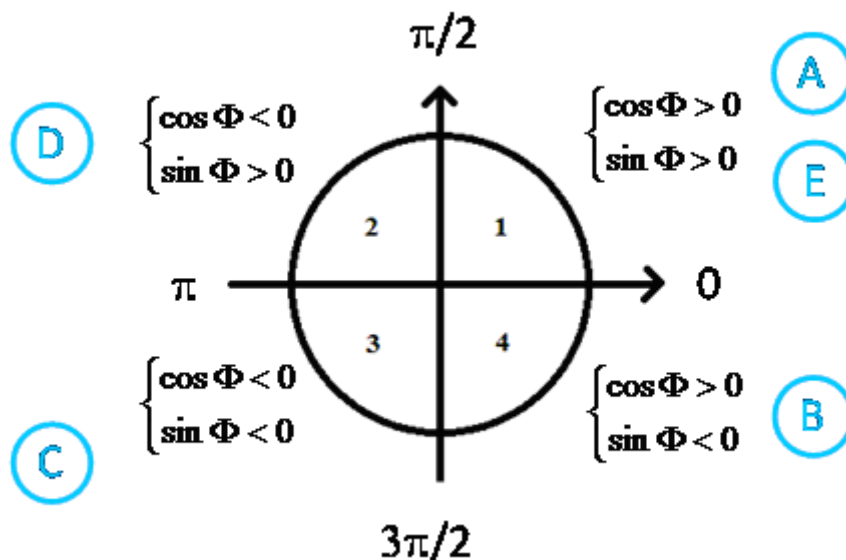


Figure 106 : Choix du quadrant du cercle trigonométrique en fonction du signe du cosinus et du sinus de l'angle considéré

A ce stade, on peut définir 5 zones différentes notées A, B, C, D et E sur les courbes données Figure 112 et dans chacune extraire l'angle η correspondant de la manière suivante :

➤ Zone A $0V < V < 0,9 V$:

$$\left. \begin{array}{l} g(V) > 0 \\ g'(V) > 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \cos \Phi > 0 \\ \sin \Phi > 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{quadrant 1} \Rightarrow 0 < \Phi < \pi/2 \Rightarrow \Phi = a \cos(g) \quad (11)$$

➤ Zone B $0,9 V < V < 1,25 V$:

$$\left. \begin{array}{l} g(V) > 0 \\ g'(V) < 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \cos \Phi > 0 \\ \sin \Phi < 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{quadrant 4} \Rightarrow 3\pi/2 < \Phi < 2\pi \Rightarrow \Phi = 2\pi - a \cos(g) \quad (12)$$

➤ Zone C $1,25 V < V < 1,6 V$:

$$\left. \begin{array}{l} g(V) < 0 \\ g'(V) < 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \cos \Phi < 0 \\ \sin \Phi < 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{quadrant 3} \Rightarrow \pi < \Phi < 3\pi/2 \Rightarrow \Phi = 2\pi - a \cos(g) \quad (13)$$

➤ Zone D $1,6 V < V < 2,5 V$:

$$\left. \begin{array}{l} g(V) < 0 \\ g'(V) > 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \cos \Phi < 0 \\ \sin \Phi > 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{quadrant 2} \Rightarrow \pi/2 < \Phi < \pi \Rightarrow \Phi = a \cos(g) \quad (14)$$

➤ Zone E $2,5 V < V < 4 V$:

$$\left. \begin{array}{l} g(V) > 0 \\ g'(V) > 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \cos \Phi > 0 \\ \sin \Phi > 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{quadrant 1} \Rightarrow 0 < \Phi < \pi/2 \Rightarrow \Phi = a \cos(g) \quad (15)$$

Ces relations permettent désormais d'extraire le déphasage η sans ambiguïté. On obtient donc la courbe de calibration de la cellule qui est tracée Figure 116 et qui donne le déphasage η en fonction de la tension appliquée au rotateur. A partir de ces données expérimentales, nous définissons la courbe obtenue par interpolation des mesures tracée Figure 11607. Cette fonction est celle qui sera utilisée en pratique pour choisir la tension à appliquer à la cellule pour obtenir le déphasage η souhaité.

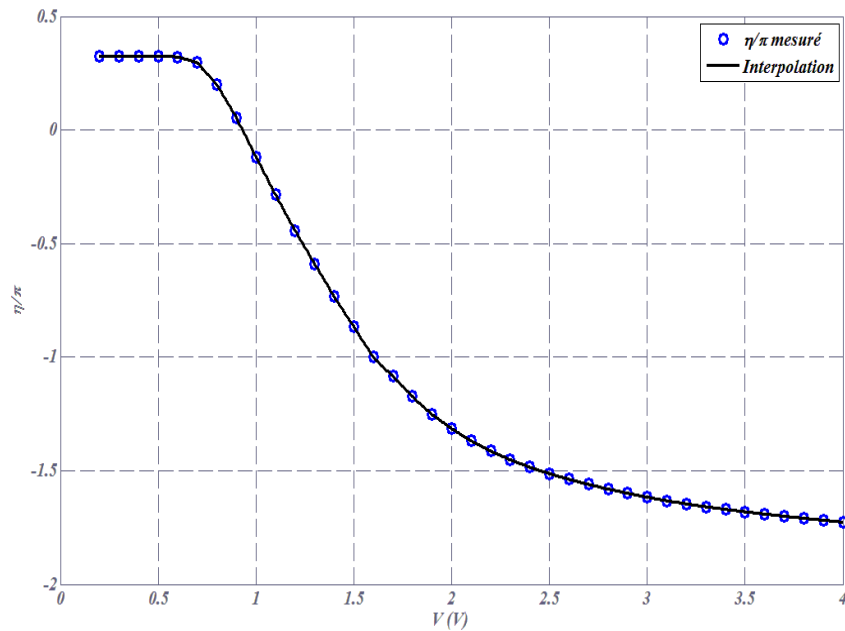


Figure 107 : Déphasage η introduit par la cellule à cristaux liquides mesurée en fonction de la tension d'alimentation et courbe d'interpolation du déphasage η qui sera utilisée pour définir la tension à appliquer lors des mesures.

Annexe B

Rotateur à cristaux liquides

On présente dans cet annexe le rotateur à cristaux liquides utilisé dans notre métrologie, en détaillant l'alignement sur la manip avec les autres composants et son étalonnage.

Étalonnage du rotateur de polarisation à cristaux liquides :

Principe de fonctionnement

Un rotateur de polarisation est un élément optique qui permet de contrôler l'orientation de la direction de polarisation d'un faisceau lorsque celui-ci est polarisé linéairement en entrée du rotateur.

Afin d'éviter tout mouvement mécanique, nous avons fait le choix d'utiliser un rotateur de polarisation à cristaux liquides (RPCL) fourni par Meadowlarks©. Ce rotateur, dont le schéma de principe est donné Figure 108, se compose d'un déphaseur variable à cristaux liquides combiné avec une lame quart d'onde d'ordre zéro. L'axe rapide du déphaseur variable de cristaux liquides est orienté à 45° par rapport à l'axe lent de la lame quart d'onde. Dans son utilisation nominale qui est la rotation arbitraire d'une polarisation incidente linéaire, cette dernière doit être parallèle à l'axe lent du déphaseur quart d'onde.

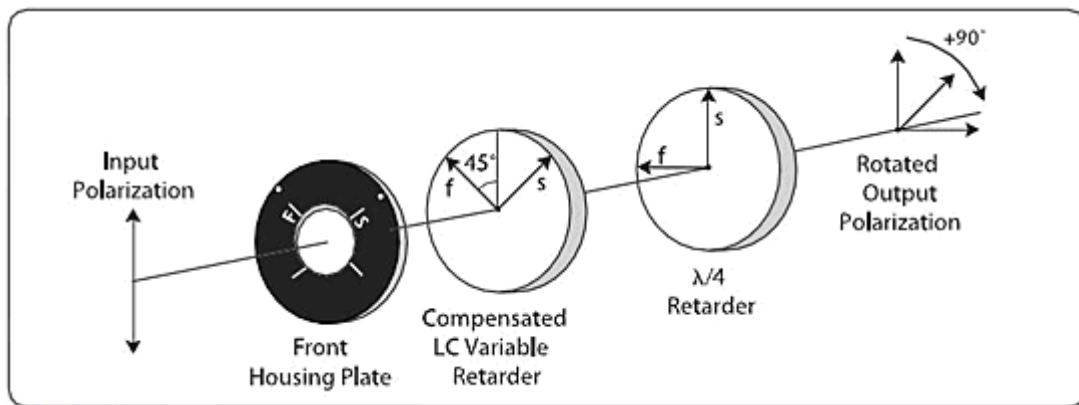


Figure 108 : Schéma de principe du rotateur de polarisation Meadowlarks © (site web fournisseur)

La rotation de la polarisation est réalisée par le contrôle électrique du déphaseur ajustable à cristaux liquides, éliminant tout mouvement mécanique.

La lame quart d'onde convertit ensuite la polarisation elliptique formée par le déphaseur variable à cristaux liquides en une polarisation linéaire. L'angle de rotation entre les polarisations linéaires d'entrée et de sortie est égal à la moitié du retard introduit par le déphaseur à cristaux liquides ajustable.

De manière, plus formelle, le rotateur est constitué des éléments et opérations suivants :

- Un déphasage $\Phi = 2\phi$, variable introduit par la traversée de la cellule à cristaux liquides dont les axes propres ont subi une rotation d'angle $\theta = 45$ par rapport à l'axe du faisceau incident. La matrice de Jones de cette opération est :

$$M_1 = \begin{pmatrix} e^{j\phi} & 0 \\ 0 & e^{-j\phi} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \quad (16)$$

- À ce stade, pour passer dans le référentiel, de lame quart d'onde, une nouvelle rotation d'angle $\theta_2 = 45$ s'impose. Celle-ci sera suivie par la traversée de la lame qui induit un déphasage de $\pi/2$. La matrice de Jones de l'ensemble de ces opérations est alors :

$$M_2 = e^{-j\frac{\pi}{4}} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & j \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta_2 & -\sin \theta_2 \\ \sin \theta_2 & \cos \theta_2 \end{pmatrix} \quad (17)$$

➤ Le retour dans le référentiel du laboratoire se fait alors par une rotation d'angle $\theta_3 = -\pi/2$. La matrice de cette opération est :

$$M_3 = \begin{pmatrix} \cos \theta_3 & -\sin \theta_3 \\ \sin \theta_3 & \cos \theta_3 \end{pmatrix} \quad (18)$$

La matrice définissant la traversée du rotateur est donc la matrice M_R définie par :

$$M_R = \begin{pmatrix} \cos \theta_3 & -\sin \theta_3 \\ \sin \theta_3 & \cos \theta_3 \end{pmatrix} e^{-j\frac{\pi}{4}} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & j \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta_2 & -\sin \theta_2 \\ \sin \theta_2 & \cos \theta_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{j\phi} & 0 \\ 0 & e^{-j\phi} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \quad (19)$$

En remplaçant, tous les angles fixes par leurs valeurs respectives, on a :

$$\begin{aligned} M_R &= \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 e^{-j\frac{\pi}{4}} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & j \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{j\phi} & 0 \\ 0 & e^{-j\phi} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \\ &= e^{-j\frac{\pi}{4}} \begin{pmatrix} \cos \phi & \sin \phi \\ -\sin \phi & \cos \phi \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (20)$$

On notera qu'on retrouve ici la forme d'une matrice de rotation d'angle $-\phi = -\Phi/2$.

Le principe du rotateur de polarisation étant explicité, il reste à définir une procédure d'étalonnage du dispositif. Il faut en effet, comme pour la cellule simple, mesurer la fonction d'appareil du dispositif, pour connaître la correspondance la tension appliquée au rotateur et l'angle ϕ de rotation.

Étalonnage du rotateur de polarisation

Pour étalonner le rotateur de polarisation, nous utiliserons la configuration décrite Figure 109, où le polariseur et l'analyseur sont croisés à $+45^\circ$ et -45° et les axes propres du déphaseur ajustable situé en entrée du rotateur sont alignés avec les positions 0 et 90° .

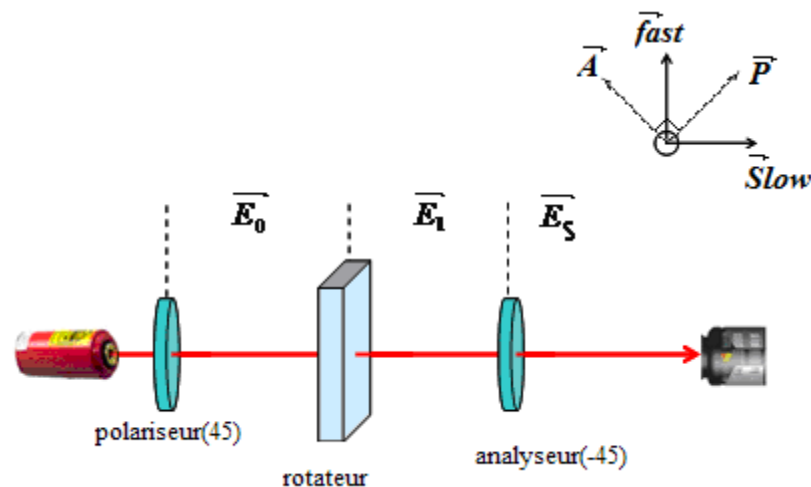


Figure 109 : Étalonnage du rotateur de polarisation, configuration de mesure

La source utilisée est la même que celle que nous utiliserons pour les mesures par la suite, Il s'agit d'un laser Hélium Néon émettant à 632,8 nm non polarisé de puissance 10mW.

Le champ E_0 en sortie du polariseur s'écrit dans le repère (\vec{s}, \vec{p}) tel que :

$$\vec{E}_0 = A_0 \frac{\sqrt{2}}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (21)$$

Où A_0 est l'amplitude du champ incident.

Si l'on applique une tension V au rotateur, celui-ci fera subir au champ E_0 une rotation d'angle $\phi(V)$ dont la valeur est à définir en fonction de la tension appliquée.

Le champ E_1 en sortie du rotateur est alors défini par :

$$E_1 = A_0 \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \phi & \sin \phi \\ -\sin \phi & \cos \phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = A_0 \begin{pmatrix} \sin\left(\phi + \frac{\pi}{4}\right) \\ \cos\left(\phi + \frac{\pi}{4}\right) \end{pmatrix} \quad (22)$$

Enfin, le champ E_s en sortie de l'analyseur orienté à -45° , s'écrit :

$$E_s = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} E_1 \quad (23)$$

Après développement, on obtient :

$$E_s = A_0 \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \phi(V) \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \quad (24)$$

L'intensité I_R mesurée par le détecteur placé en sortie de la chaîne de caractérisation du rotateur peut alors s'écrire

$$I_R(V) = K |A_0|^2 \sin^2 \phi(V) \quad (25)$$

où K est la constante de proportionnalité du capteur. Ce qui, après développement devient :

$$I_R(V) = K \frac{I_0}{2} [1 - \cos(2 * \phi(V))] \quad (26)$$

$$I_R(V) = K \frac{I_0}{2} [1 - \cos(\Phi(V))]$$

Avec $I_0 = |A_0|^2$

La mesure de la courbe $I_R(V)$ nous donne donc a priori accès à l'angle de déphasage $\Phi(V)$ qui pourrait s'exprimer comme

$$\Phi(V) = \arccos \left[1 - 2 \frac{I_R(V)}{KI_0} \right] \quad (27)$$

Toutefois cet argument est défini au signe près, celui-ci restant à déterminer. Par ailleurs, il faut noter que le déphasage $\Phi(V)$ introduit par la cellule à cristaux liquides constitutive du rotateur balaye la plage $[0 ; 2\pi]$ et l'angle de rotation $\phi(V)$, la plage $[0 ; \pi]$. Nous expliciterons par la suite comment lever ces indéterminations.

En premier lieu, considérons la mesure de l'intensité I_R , obtenue en sortie de l'analyseur, lorsque la tension appliquée sur le rotateur balaye la plage $[0V ; 6V]$.

Le capteur utilisé est ici la même matrice CCD (PIXIS 1024 B) que pour l'ensemble des mesures présentées dans ce manuscrit. On peut voir Figure 111, l'évolution de l'intensité $I_R(V)$ en plusieurs (9) pixels de la caméra CCD ainsi que la valeur moyenne sur l'ensemble de la zone d'intégration délimitée par le carré blanc Figure 110.

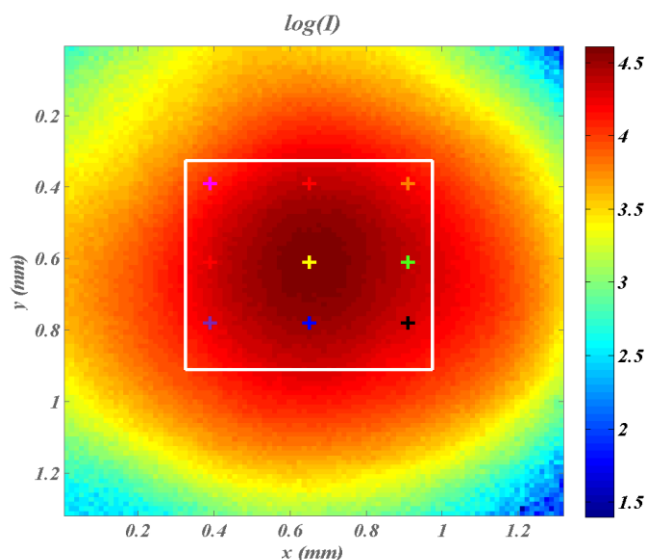


Figure 110 : Localisation des points pour lesquels le signal est tracé dans les graphes suivants (croix) et délimitation de la zone d'intégration pour le calcul du signal moyen

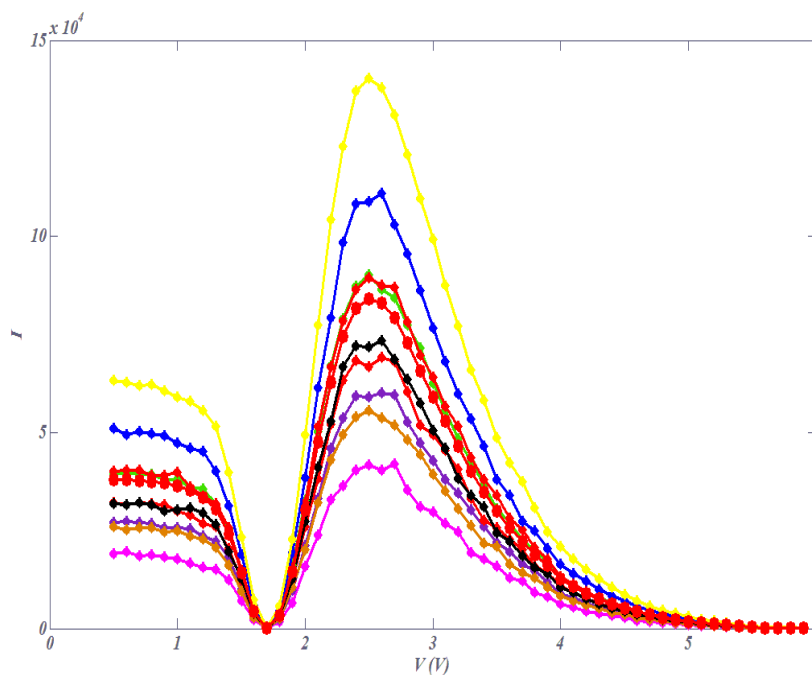


Figure 111 : Intensité $I_R(V)$ en 4 points de mesure et valeur moyenne de la mesure sur l'ensemble de la surface du faisceau (cercles rouges)

De ces courbes, nous allons extraire la fonction g définie équation (28) qui est tracée Figure 112 sur les mêmes zones que précédemment.

$$g(V) = \cos(\Phi(V)) = 1 - 2 \frac{I_R(V)}{KI_0} \quad (28)$$

On notera à ce stade que les courbes sont toutes parfaitement superposées quelque soit la zone du faisceau considérée, les propriétés de polarisation sont donc les mêmes indépendamment de l'énergie.

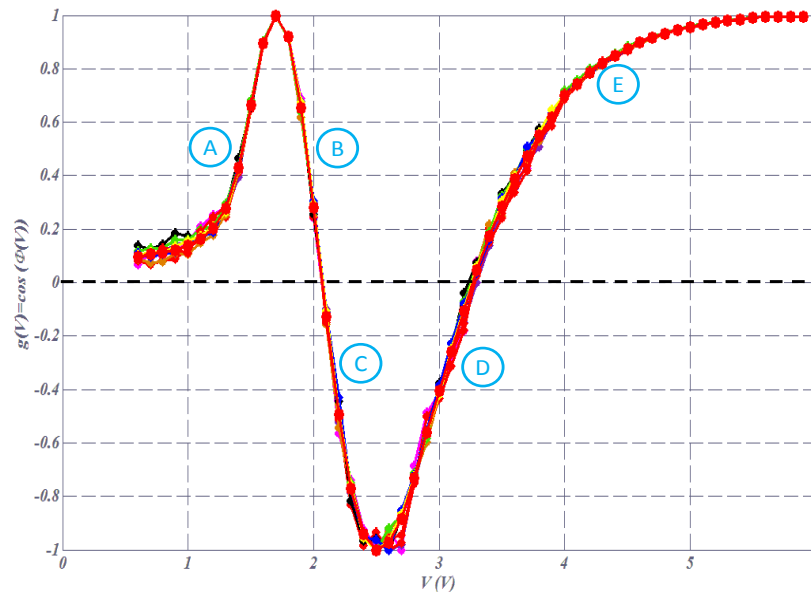


Figure 112 : Fonction $g(V)$ en 9 points de mesure et valeur moyenne de la fonction sur la zone définie Figure 110 (disques rouges)

On constate ici qu'il n'y a pas de bijection entre le cosinus de l'angle Φ et la tension appliquée, on ne peut donc pas directement extraire l'arccosinus de g , il faut prendre quelques précautions avant cela afin de fixer le quadrant du cercle trigonométrique auquel appartient chaque point.

Pour ce faire, nous utiliserons g' , la dérivée de la fonction g par rapport au paramètre tension (V). g' est telle que :

$$g'(V) = -\Phi' \sin(\Phi(V)) \quad (29)$$

Avec Φ' , la dérivée de Φ par rapport à V .

Si l'on accepte de plus que le déphasage de la cellule CCL décroît avec la tension ($\Phi'(V) < 0$) (donnée constructeur), alors cette relation montre que le signe du sinus est le même que celui de la dérivée. On peut donc en déduire de l'étude de la fonction g' tracée Figure 113 le signe du sinus du déphasage Φ qui est le même que celui de g' .

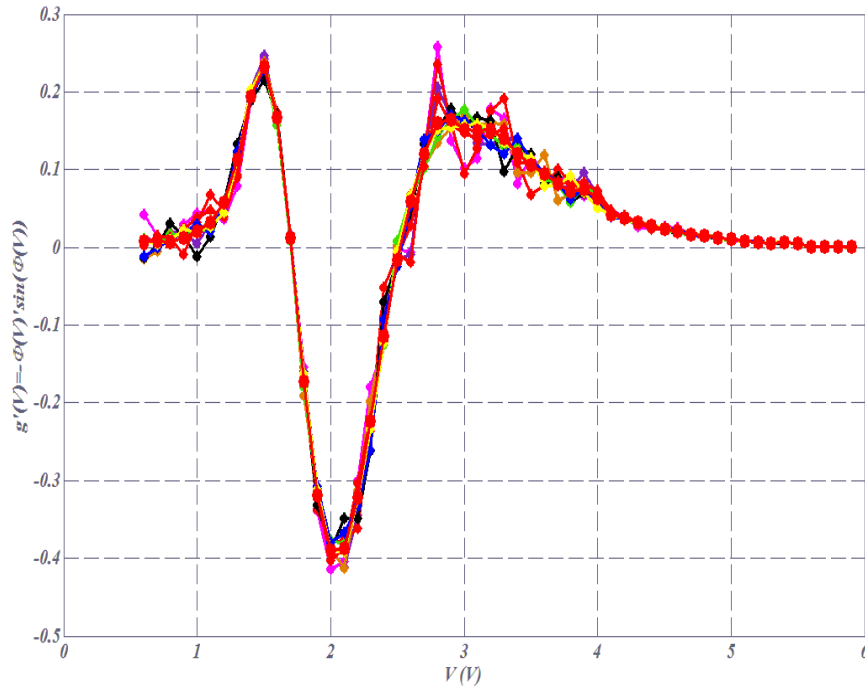


Figure 113 : Fonction $g'(V)$ en 9 points de mesure et valeur moyenne de la fonction sur la zone définie Figure 110 (disques rouges)

Ainsi, la connaissance des signes du sinus et du cosinus de Φ nous permet de positionner l'angle dans l'un des quatre quadrants du cercle trigonométrique comme indiqué

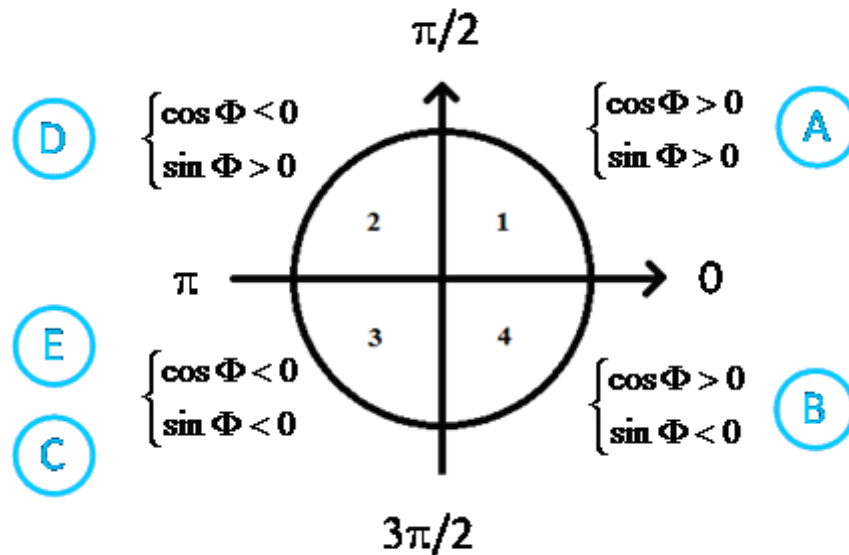


Figure 114 : Choix du quadrant du cercle trigonométrique en fonction du signe du cosinus et du sinus de l'angle considéré

A ce stade, on peut définir 5 zones différentes notées A, B, C, D et E sur les courbes données Figure 112 et dans chacune extraire l'angle Φ correspondant de la manière suivante :

➤ Zone A $0,7 \text{ V} < V < 1,7 \text{ V}$:

$$\left. \begin{array}{l} g(V) > 0 \\ g'(V) > 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \cos \Phi > 0 \\ \sin \Phi > 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{quadrant 1} \Rightarrow 0 < \Phi < \pi/2 \Rightarrow \Phi = a \cos(g) \quad (30)$$

➤ Zone B $1,8 \text{ V} < V < 2 \text{ V}$:

$$\left. \begin{array}{l} g(V) > 0 \\ g'(V) < 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \cos \Phi > 0 \\ \sin \Phi < 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{quadrant 4} \Rightarrow 3\pi/2 < \Phi < 2\pi \Rightarrow \Phi = 2\pi - a \cos(g) \quad (31)$$

➤ Zone C $2,1 \text{ V} < V < 2,4 \text{ V}$:

$$\left. \begin{array}{l} g(V) < 0 \\ g'(V) < 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \cos \Phi < 0 \\ \sin \Phi < 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{quadrant 3} \Rightarrow \pi < \Phi < 3\pi/2 \Rightarrow \Phi = 2\pi - a \cos(g) \quad (32)$$

➤ Zone D $2,5 \text{ V} < V < 3,1 \text{ V}$:

$$\left. \begin{array}{l} g(V) < 0 \\ g'(V) > 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \cos \Phi < 0 \\ \sin \Phi > 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{quadrant 2} \Rightarrow \pi/2 < \Phi < \pi \Rightarrow \Phi = a \cos(g) \quad (33)$$

➤ Zone E $3,2 \text{ V} < V < 10 \text{ V}$:

$$\left. \begin{array}{l} g(V) < 0 \\ g'(V) < 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \cos \Phi < 0 \\ \sin \Phi < 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{quadrant 3} \Rightarrow \pi < \Phi < 3\pi/2 \Rightarrow \Phi = 2\pi - a \cos(g) \quad (34)$$

Ces relations permettent désormais d'extraire le déphasage Φ et l'angle de rotation ϕ sans ambiguïté. On obtient donc la courbe de calibration du rotateur qui est tracée Figure 115 et qui donne l'angle de rotation $\phi = \Phi/2$ en fonction de la tension appliquée au rotateur.

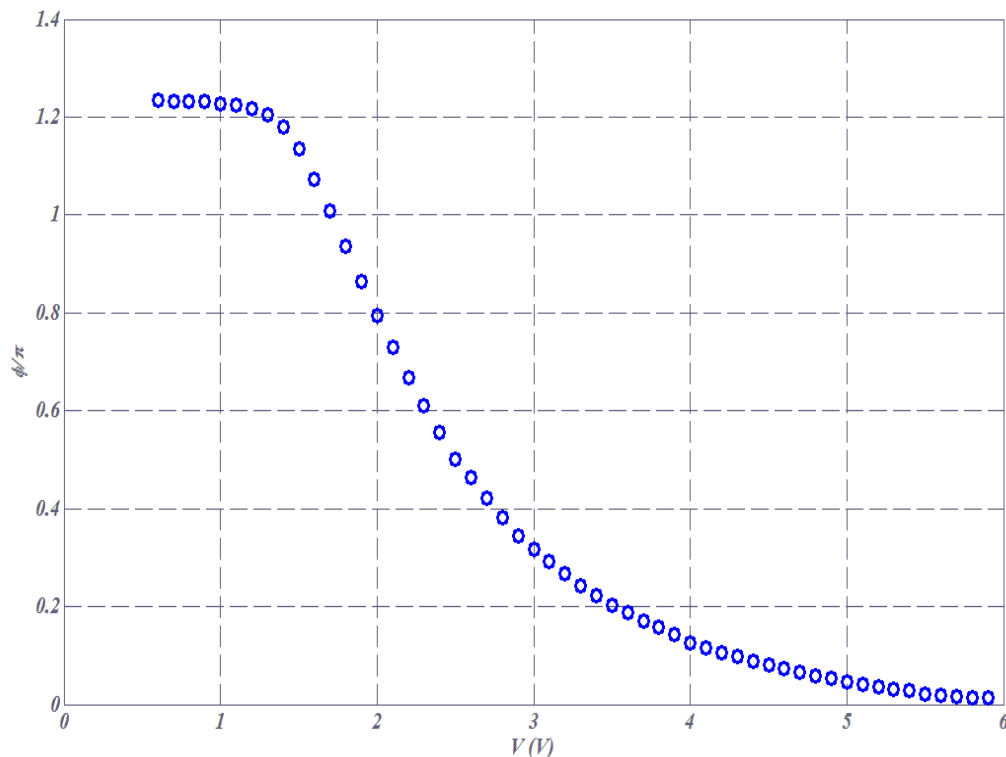


Figure 115 : Angle de rotation ϕ mesuré en fonction de la tension d'alimentation du rotateur

A partir de ces données expérimentales, nous définissons la courbe obtenue par interpolation des mesures tracée Figure 116. Cette fonction est celle qui sera utilisée en pratique pour

choisir la tension à appliquer au rotateur pour obtenir l'angle de rotation ϕ souhaité. Enfin, pour comparaison, nous avons tracé Figure 116 les 19 points donnés par le constructeur, la différence avec les mesures s'explique par le fait que les conditions d'utilisation ne sont pas exactement les mêmes (en particulier la température de la pièce) que pour la calibration fourni par le constructeur et confirme l'intérêt de procéder à un étalonnage du dispositif dans sa configuration nominale d'utilisation.

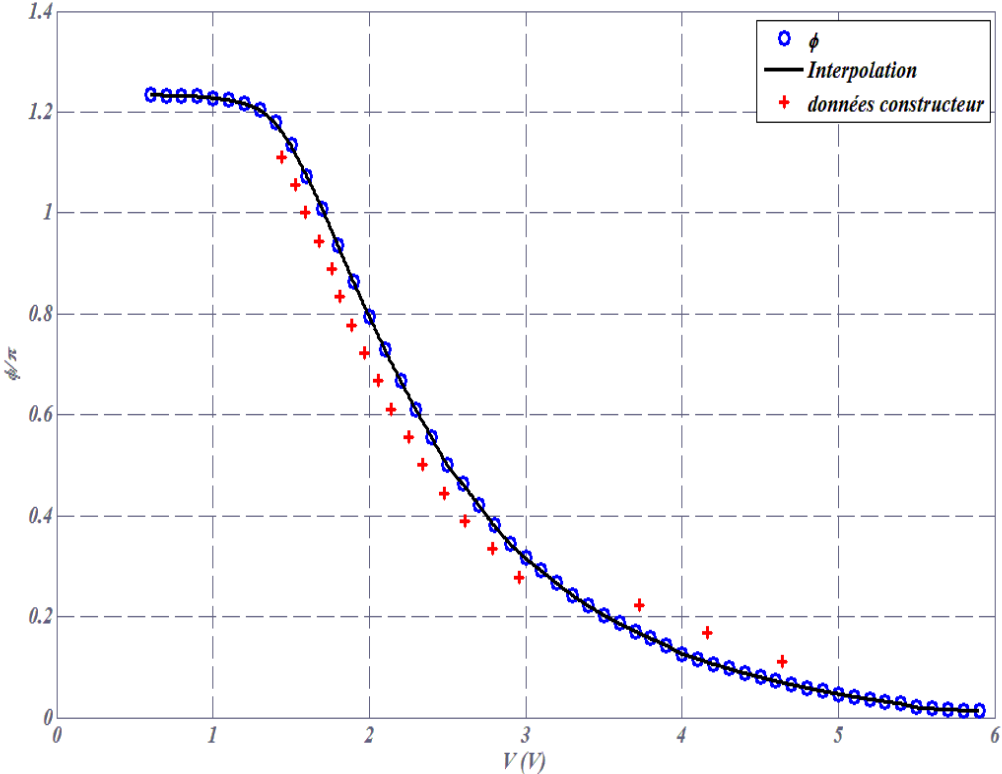


Figure 116 : Courbe d'interpolation de l'angle de rotation ϕ et comparaison aux données constructeur

Annexe C

Utilisation du moindre carré sur l'angle ϕ

On présente dans cette annexe l'utilisation de la fonction de mérite et la méthode de moindre carré pour résoudre nos équations et calculer les paramètres pour pouvoir calculer le degré de polarisation.

Recherche analytique bidimensionnelle de la solution optimale

Le calcul présenté ici est une extension de la méthode d'optimisation présentée en annexe D à une analyse bidimensionnelle du signal. Nous allons en effet étendre la recherche de solution analytique en ajoutant un balayage de l'angle de rotation de l'analyseur ϕ .

1. Définition de la fonction de mérite

Nous avons pu voir dans le chapitre III, équation 3.4, le signal $s(\phi, \eta)$ enregistré par chaque pixel de la matrice CCD pour des positions arbitraires ϕ de rotation de l'analyseur en fonction η de déphasage peut s'écrire de la manière suivante :

$$s(\phi, \eta) = K \cos^2 \phi \langle |E_s|^2 \rangle [1 + \beta^2 \tan^2 \phi + 2\beta|\mu| \tan \phi \cos(\delta - \eta)] \quad (\text{C.1})$$

- K est une constante de proportionnalité
- E_s et E_p sont les deux composantes décrivant le champ étudié sous sa forme analytique, δ étant le déphasage entre ces deux composantes ou déphasage polarimétrique.

- $\beta = \sqrt{\frac{\langle |E_p|^2 \rangle}{\langle |E_s|^2 \rangle}}$ est le taux de polarisation

- $\mu = \frac{\langle E_s E_p^* \rangle}{\sqrt{[\langle |E_s|^2 \rangle \langle |E_p|^2 \rangle]}}$ est le coefficient de corrélation complexe entre les deux

modes de polarisation

Le signal peut s'écrire :

$$s(\phi, \eta) = \gamma(\phi) [1 + \alpha(\phi) \cos(\delta - \eta)] \quad (\text{C.2})$$

avec

$$\gamma(\phi) = K \cos^2 \phi \langle |E_s|^2 \rangle [1 + \beta^2 \tan^2 \phi] \quad (\text{C.3})$$

Et

$$\alpha(\phi) = \frac{2\beta|\mu| \tan \phi}{1 + \beta^2 \tan^2 \phi} \quad (\text{C.4})$$

Dans le cas d'une acquisition faite avec notre système de métrologie, le rotateur de polarisation appliquera les rotations $\{\phi_q\}$ à l'analyseur où ϕ_q prend N_q valeurs équi-réparties

sur la plage $[0; \pi/2]$ et le déphaseur ajustable introduira N_k déphasages $\{\eta_k\}$ équi-réparties sur la plage $[0; 2\pi]$

On va donc enregistrer pour chaque couple (ϕ_q, η_k) le signal :

$$s(\phi_q, \eta_k) = \gamma(\phi_q) [1 + \alpha(\phi_q) \cos(\delta - \eta_k)] \quad (\text{C.5})$$

Pour chaque angle ϕ_q , On peut alors déduire $\gamma(\phi)$ de la mesure du signal de la manière suivante :

$$\gamma(\phi_q) = \frac{1}{N_k} \sum_k s(\phi_q, \eta_k) \quad (\text{C.6})$$

On peut déduire des deux expressions précédentes :

$$M(\phi_q, \eta_k) = \frac{s(\phi_q, \eta_k)}{\gamma(\phi_q)} - 1 = n_k(\phi_q) - 1 = \alpha(\phi_q) \cos(\delta - \eta_k) \quad (\text{C.7})$$

Par ailleurs, cf annexe D, à ϕ_q donné on peut déduire l'expression de α_q de la manière suivante :

$$\alpha_q = \alpha(\phi_q) = \frac{2}{N_k} \sqrt{\left(\sum_k n_k(\phi_q) \cos(\eta_k) \right)^2 + \left(\sum_k n_k(\phi_q) \sin(\eta_k) \right)^2} > 0 \quad (\text{C.8})$$

La connaissance de la valeur de $\alpha(\phi_q = 45^\circ)$ nous permet, en reprenant l'étude faite en annexe D, de déduire la valeur de δ par extraction du sinus et du cosinus de l'angle.

$$\cos \delta = \frac{2}{N_k} \frac{1}{\alpha(\phi_q = 45^\circ)} \sum_k n_k(\phi_q = 45^\circ) \cos(\eta_k) < 1 \quad (\text{C.9})$$

$$\sin \delta = \frac{2}{N_k} \frac{1}{\alpha(\phi_q = 45^\circ)} \sum_k n_k(\phi_q = 45^\circ) \sin(\eta_k) < 1 \quad (\text{C.10})$$

Il nous reste donc à déterminer les paramètres β et $|\mu|$. La méthode présentée sur l'annexe C utilise uniquement 2 valeurs de α pour en déduire les valeurs de β et $|\mu|$, or ici, nous avons connaissance de l'intégralité de la mesure de la courbe $\alpha(\phi)$ dont nous connaissons, par ailleurs l'expression analytique en fonction des deux paramètres β et $|\mu|$. Nous allons donc chercher déterminer les deux valeurs de β et $|\mu|$ qui permettent de minimiser la distance entre la mesure α_q et son expression analytique $\alpha(\phi)$ définie équation (4).

La distance F est ainsi définie par :

$$F(|\mu|, \beta) = \frac{1}{N_q} \sum_q (\alpha_q - |\mu| u(\phi_q, \beta))^2 \quad (\text{C.11})$$

Avec

$$u(\phi_q, \beta) = 2\beta \frac{\text{tg } \phi_q}{1 + \beta^2 \text{tg}^2 \phi_q} \quad (\text{C.12})$$

Et donc :

$$\alpha_q(\phi_q, |\mu|, \beta) = |\mu| \cdot u(\phi_q, \beta) \quad (\text{C.13})$$

2. Recherche de la distance minimale

Nous allons chercher ici à définir les valeurs de $|\mu|$ et β qui minimisent la distance F. Nous allons donc dériver F par rapport aux deux variables $|\mu|$ et β , on obtient :

$$\frac{\partial F}{\partial x}(|\mu|, \beta) = \frac{2}{N_q} \sum_q (\alpha_q - |\mu|u(\phi_q, \beta)) \frac{\partial(|\mu|u)}{\partial x}(\phi_q, \beta) \quad (\text{C.14})$$

$$\text{avec } x = |\mu| \text{ ou } \beta \quad (\text{C.15})$$

Considérons dans un premier temps, la dérivation par rapport à $|\mu|$. L'équation (14) devient :

$$\frac{\partial F}{\partial |\mu|}(|\mu|, \beta) = \frac{2}{N_q} \sum_q (\alpha_q - |\mu|u(\phi_q, \beta))u(\phi_q, \beta) \quad (\text{C.16})$$

La condition d'annulation de cette dérivée est donc :

$$\sum_q (\alpha_q - |\mu|u(\phi_q, \beta))u(\phi_q, \beta) = 0 \quad (\text{C.17})$$

Ce qui conduit, après développement à :

$$|\mu| = \frac{\sum_q \alpha_q u(\phi_q, \beta)}{\sum_q (u(\phi_q, \beta))^2} = f(\beta) \quad (\text{C.18})$$

$$|\mu| = \frac{1}{2\beta} \frac{\sum_q \alpha_q \frac{\text{tg } \phi_q}{1 + \beta^2 \text{tg}^2 \phi_q}}{\sum_q \left(\frac{\text{tg } \phi_q}{1 + \beta^2 \text{tg}^2 \phi_q} \right)^2} = f(\beta) \quad (\text{C.19})$$

Nous avons à ce stade l'écriture de $|\mu|$ sous la forme d'une fonction f de β .

Considérons maintenant la dérivée de la fonction distance par rapport à la variable β :

$$\frac{\partial F}{\partial \beta}(|\mu|, \beta) = \frac{2}{N_q} \sum_q (\alpha_q - |\mu|u(\phi_q, \beta)) \frac{\partial(|\mu|u)}{\partial \beta}(\phi_q, \beta) \quad (\text{C.20})$$

Or

$$\begin{aligned} \frac{\partial |\mu|u}{\partial \beta}(\phi_q, \beta) &= |\mu| \frac{\partial u_q}{\partial \beta}(\phi_q, \beta) = 2\text{tg } \phi_q |\mu| \frac{1 + \beta^2 \text{tg}^2 \phi_q - 2\beta^2 \text{tg}^2 \phi_q}{(1 + \beta^2 \text{tg}^2 \phi_q)^2} \\ &= 2\text{tg } \phi_q |\mu| \frac{1 - \beta^2 \text{tg}^2 \phi_q}{(1 + \beta^2 \text{tg}^2 \phi_q)^2} \end{aligned} \quad (\text{C.21})$$

La condition d'annulation de la dérivée s'écrit donc :

$$\sum_q (\alpha_q - |\mu|u(\phi_q, \beta)) 2\text{tg } \phi_q |\mu| \frac{1 - \beta^2 \text{tg}^2 \phi_q}{(1 + \beta^2 \text{tg}^2 \phi_q)^2} = 0 \quad (\text{C.22})$$

Ce qui devient, après développement :

$$\mu = 0 \quad \text{ou} \quad |\mu| = \frac{\sum_q \alpha_q \tan \phi_q \frac{1 - \beta^2 \tan^2 \phi_q}{(1 + \beta^2 \tan^2 \phi_q)^2}}{2\beta \sum_q \tan^2 \phi_q \frac{1 - \beta^2 \tan^2 \phi_q}{(1 + \beta^2 \tan^2 \phi_q)^3}} = g(\beta) \quad (\text{C.23})$$

Nous avons ici l'écriture de $|\mu|$ sous la forme d'une deuxième fonction de β , g :
On notera qu'on peut aussi écrire cette condition :

$$\mu = 0 \quad \text{ou} \quad |\mu| = \frac{\sum_q \alpha_q u(\phi_q, \beta) v(\phi_q, \beta)}{\sum_q u^2(\phi_q, \beta) v(\phi_q, \beta)} = g(\beta) \quad (\text{C.24})$$

Avec

$$v(\phi_q, \beta) = \frac{1 - \beta^2 \tan^2 \phi_q}{1 + \beta^2 \tan^2 \phi_q} \quad (\text{C.25})$$

C'est donc l'intersection de ces deux fonctions f et g qui va nous permettre de définir les valeurs de $|\mu|$ et β qui vérifient :

$$f(\beta) = g(\beta) = |\mu| \quad (\text{C.26})$$

3. Application à une mesure virtuelle

Nous allons maintenant tester la validité de cette méthode en l'appliquant à 5 mesures virtuelles. Comme dans l'annexe D, on fixe les paramètres polarimétriques β , $|\mu|$ et δ du signal à étudier pour chaque configuration et on définit le signal s_k correspondant :

$$s_k(\eta_k, \phi) = K \langle |A_s|^2 \rangle \cos^2 \phi [1 + \beta^2 \tan^2 \phi + 2\beta |\mu| \tan \phi \cos(\delta - \eta_k)] \quad (\text{C.27})$$

avec ϕ l'angle de rotation prenant 20 valeurs équi-réparties entre 0 et $\pi/2$ et η_k le déphasage introduit par la cellule comme défini dans la procédure décrite précédemment.

On définit ensuite m_k la mesure virtuelle du signal s_k par :

$$m_k(\eta_k, \phi) = s_k(\eta_k, \phi) [1 + B(\eta_k, \phi)] \quad (\text{C.28})$$

Où $B(\eta_k, \phi)$ est un bruit aléatoire gaussien d'amplitude B_0 .

À titre d'illustration, les configurations suivantes sont étudiées :

- Lumière pleinement polarisée linéaire à 45°

$$C_1 : (\beta = 1, |\mu| = 1, \delta = 0) \quad (\text{C.29})$$

- Lumière pleinement polarisée circulaire droite

$$C_2 : (\beta = 1, |\mu| = 1, \delta = \pi/2) \quad (\text{C.30})$$

- Lumière partiellement polarisée avec EDP (état de polarisation) de la partie polarisée linéaire à 45°

$$C_3 : (\beta = 1, |\mu| = 0.5, \delta = 0) \quad (\text{C.31})$$

- Lumière partiellement polarisée avec EDP de la partie polarisée elliptique

$$C_4 : (\beta = 0.5, |\mu| = 0.3, \delta = \pi/6) \quad (\text{C.32})$$

- Lumière pleinement dépolarisée

$$C_5 : (\beta = 1, |\mu| = 0, \delta = NaN) \quad (\text{C.33})$$

Pour chacune de ces configurations, on ajoute un bruit numérique d'amplitude $B_0 = 0, 1, 5, 10, 20$ et 50% . Pour chacune de ces valeurs de bruit, la valeur de α extraite de la mesure correspondante par la relation (8) est tracée Figure 117 à Figure 122 en fonction de l'angle ϕ (points).

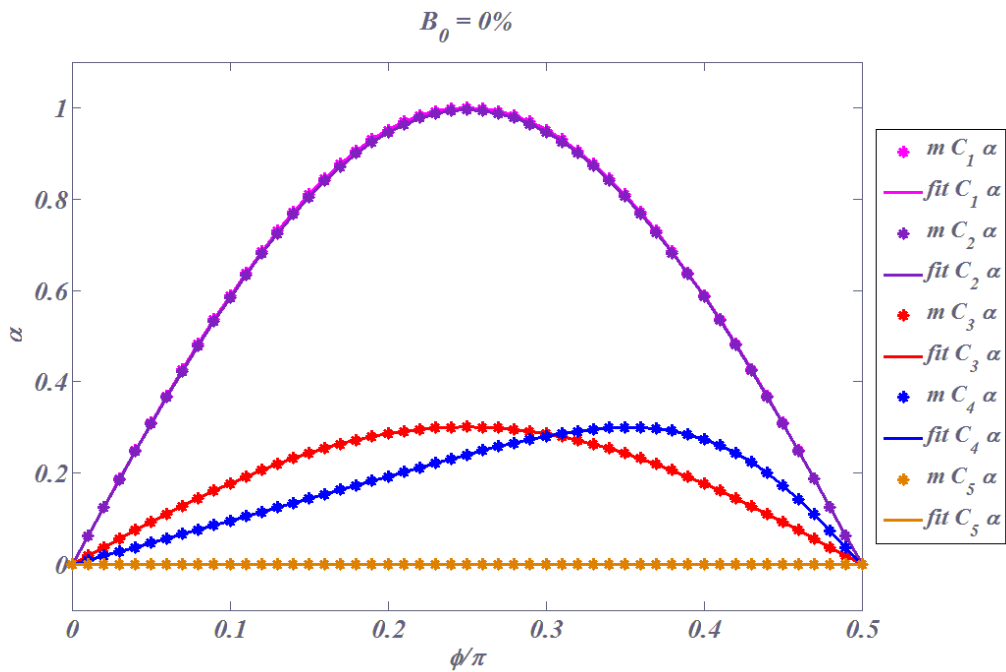


Figure 117 : Mesure virtuelle du paramètre α et fit analytique correspondant pour les 5 configurations décrites équations (29) à (33) dans le cas où aucun bruit n'est ajouté à la mesure.

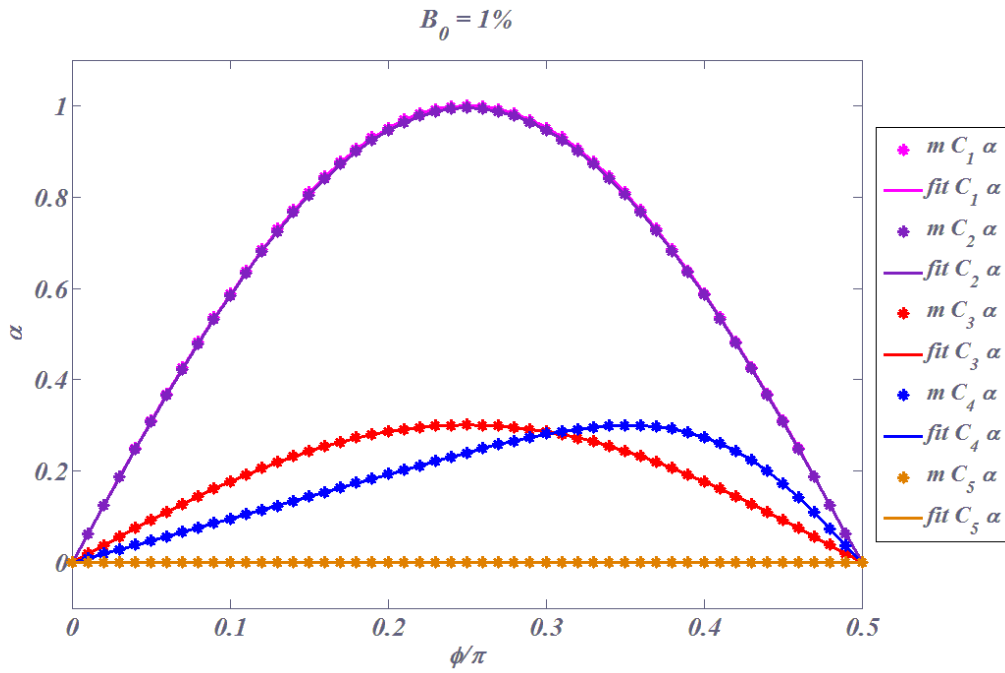


Figure 118 : Mesure virtuelle du paramètre α et fit analytique correspondant pour les 5 configurations décrites équations (29) à (33) dans le cas où un bruit gaussien d'amplitude $B_0=1\%$ est ajoutée à la mesure.

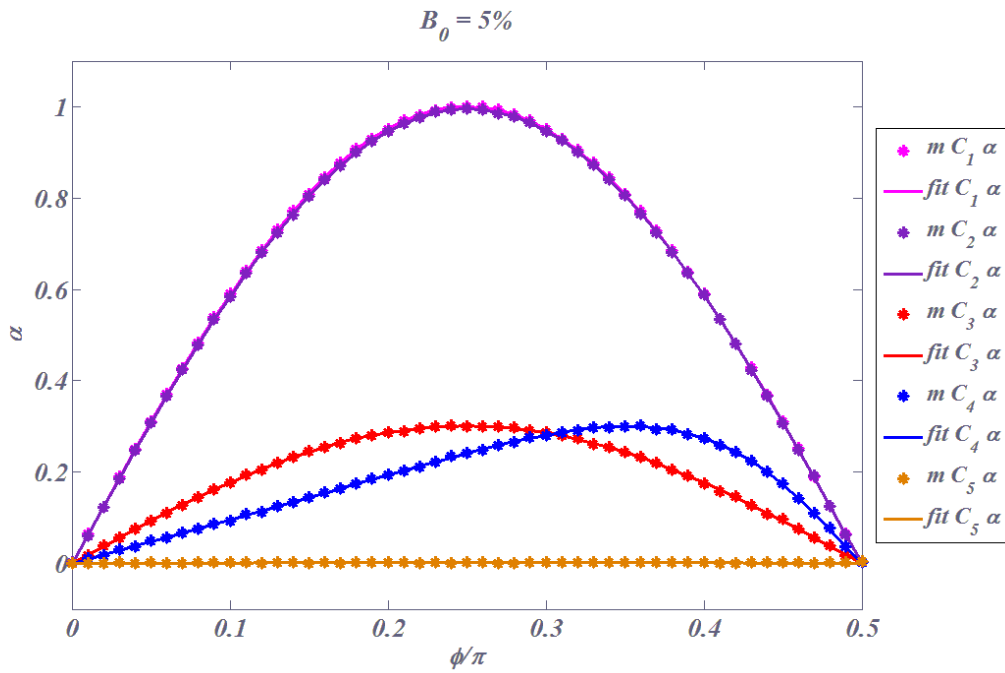


Figure 119 : Mesure virtuelle du paramètre α et fit analytique correspondant pour les 5 configurations décrites équations (29) à (33) dans le cas où un bruit gaussien d'amplitude $B_0=5\%$ est ajoutée à la mesure.

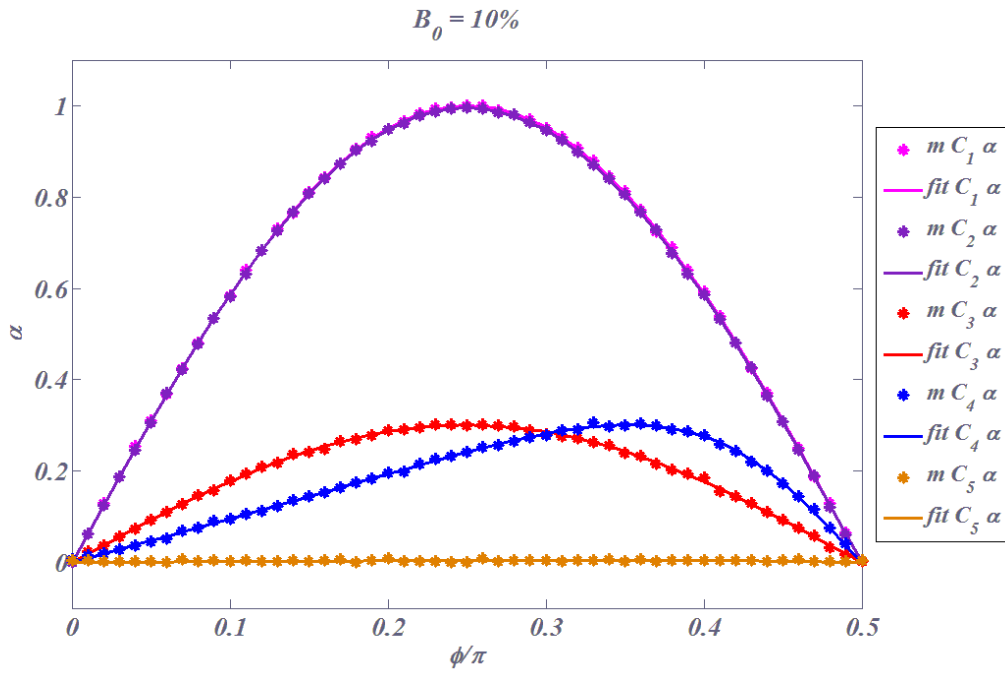


Figure 120 : Mesure virtuelle du paramètre α et fit analytique correspondant pour les 5 configurations décrites équations (29) à (33) dans le cas où un bruit gaussien d'amplitude $B_0=10\%$ est ajoutée à la mesure.

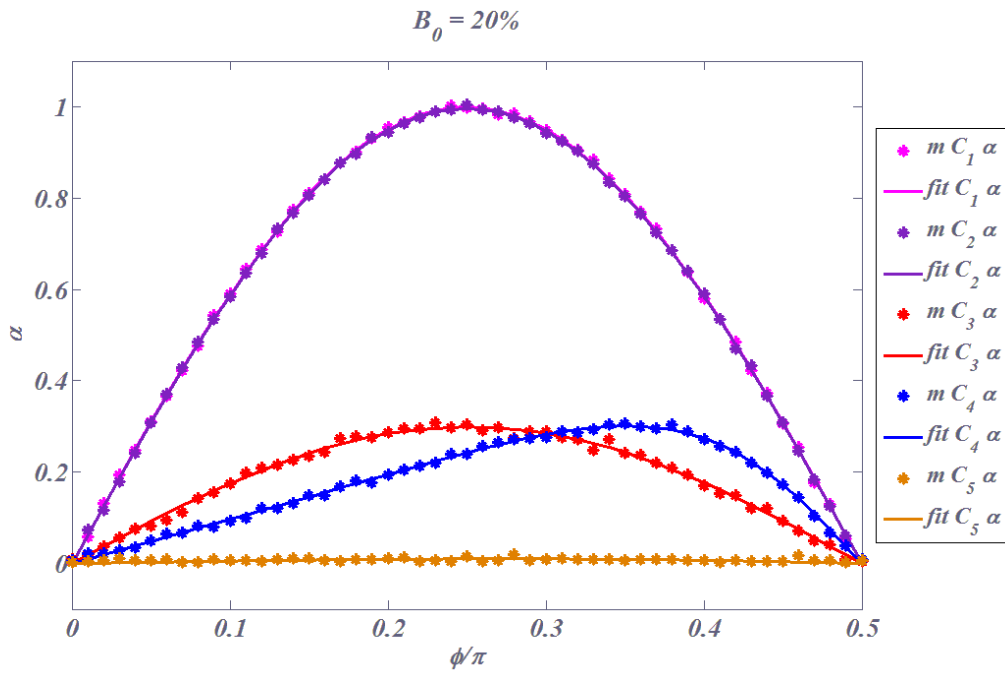


Figure 121 : Mesure virtuelle du paramètre α et fit analytique correspondant pour les 5 configurations décrites équations (29) à (33) dans le cas où un bruit gaussien d'amplitude $B_0=20\%$ est ajoutée à la mesure.

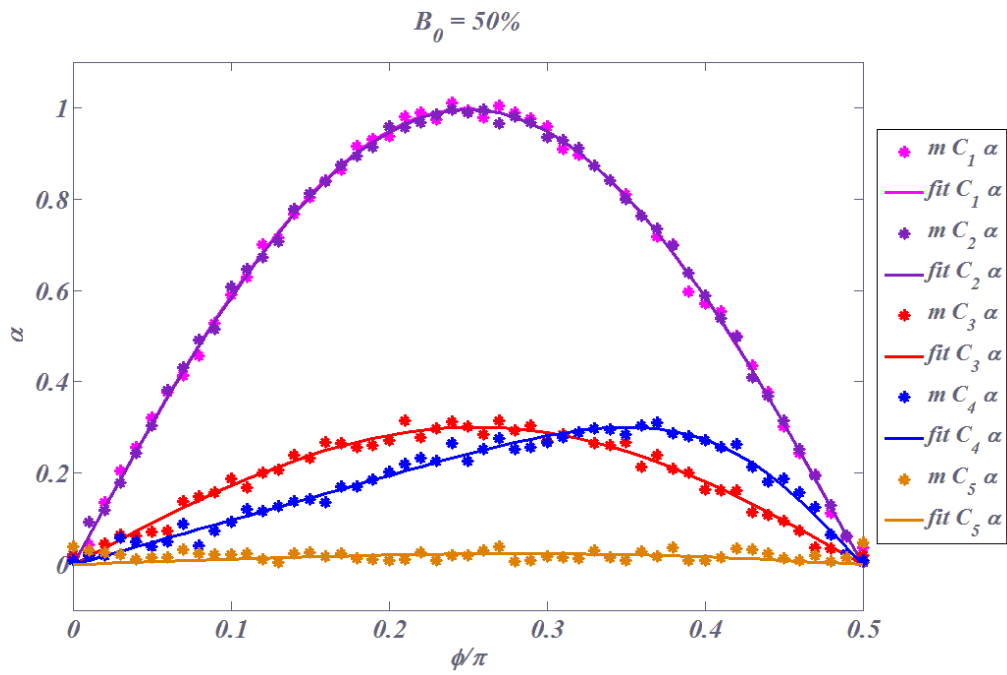


Figure 122 : Mesure virtuelle du paramètre α et fit analytique correspondant pour les 5 configurations décrites équations (29) à (33) dans le cas où un bruit gaussien d'amplitude $B_0=50\%$ est ajoutée à la mesure.

Après avoir extrait α de la mesure, on trace les courbes $f(\beta)$ et $g(\beta)$ Figure 123. Dans chacune des 5 configurations, l'intersection est localisée par une croix noire qui, à titre indicatif est comparé aux cercles de couleurs qui sont localisées sur les couples $(\beta; \mu)$ solutions. On notera que le point d'intersection des deux courbes coïncide parfaitement avec la solution théorique sauf dans le cas 5 qui est celui pour lequel $\mu=0$. Dans ce cas particulier, d'après l'équation (24), l'équation $g(\beta)$ n'est plus solution du système mais $f(\beta)=0 \forall \beta$, il est donc facilement identifiable et permet, lorsqu'il se présente, permet d'imposer $\mu=0$ et δ non défini. β restera à déterminer par l'étude de la fonction $\gamma(\phi)$.

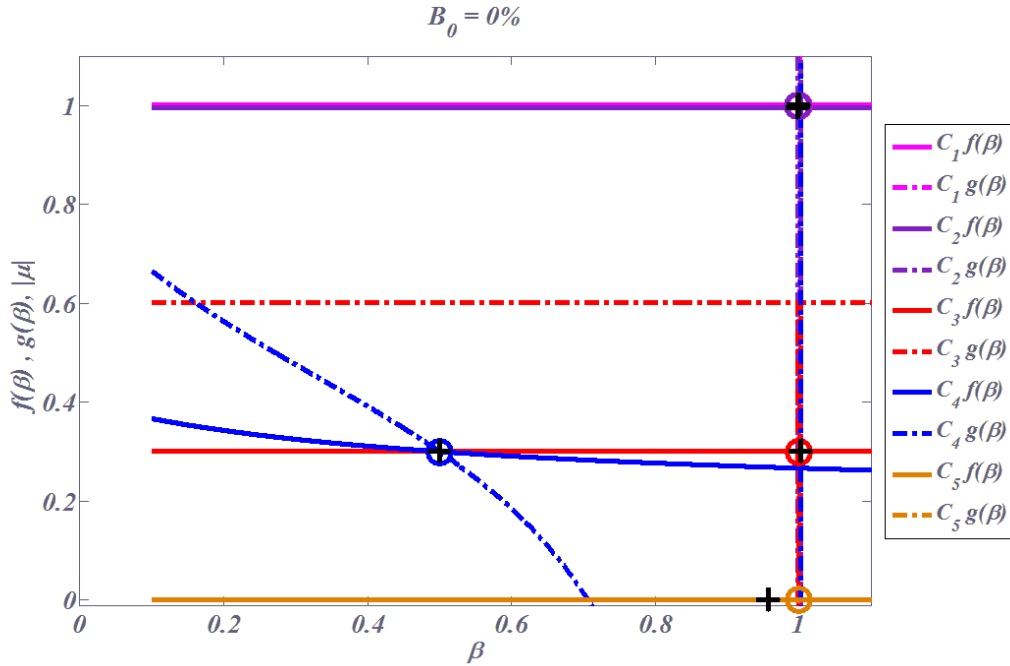


Figure 123: Comparaison des courbes $f(\beta)$ et $g(\beta)$ pour chacune des 5 configurations étudiées en l'absence de bruit et localisation de l'intersection.

En effet, on peut extraire de la mesure l'évolution du paramètre M_γ en fonction de ϕ , en définissant M_γ , comme suit :

$$M_\gamma(\phi_q) = \frac{\gamma(\phi_q)}{\gamma(\phi=0)} \quad (\text{C.34})$$

L'expression de $\gamma(\phi)$ donnée équation 3, nous permet par ailleurs d'avoir la loi analytique définissant les variations de γ en fonction ϕ qui s'écrit, quand $\mu=0$:

$$\gamma(\phi) = K \cos^2 \phi \langle |E_s|^2 \rangle [1 + \beta^2 \tan^2 \phi] = K \langle |E_s|^2 \rangle [\cos^2 \phi + \beta^2 \sin^2 \phi] \quad (\text{C.35})$$

On va donc chercher la valeur de β qui permet de minimiser la distance D entre la mesure M_γ et son expression analytique f_γ :

$$f_\gamma(\phi) = \cos^2 \phi + \beta^2 \sin^2 \phi \quad (\text{C.36})$$

$$D = (M_\gamma(\phi_q) - \cos^2 \phi - \beta^2 \sin^2 \phi)^2 \quad (\text{C.37})$$

En dérivant D par rapport à β , on obtient la condition suivante pour l'annulation de la dérivée :

Si $|\mu| = 0$

$$\frac{\partial D}{\partial \beta} = 0 \Leftrightarrow \beta = 0 \quad \text{ou} \quad \beta = \frac{\sum_q M_\gamma(\phi_q) \sin^2 \phi_q - \sum_q \cos^2 \phi_q \sin^2 \phi_q}{\sum_q \sin^4 \phi_q} \quad (\text{C.38})$$

Ainsi, si on ajoute cette condition aux calculs des coordonnées polarimétriques présentés Figure 123, on obtient la Figure 124 qui confirme que la détermination des paramètres polarimétriques fonctionne désormais dans tous les cas de figure.

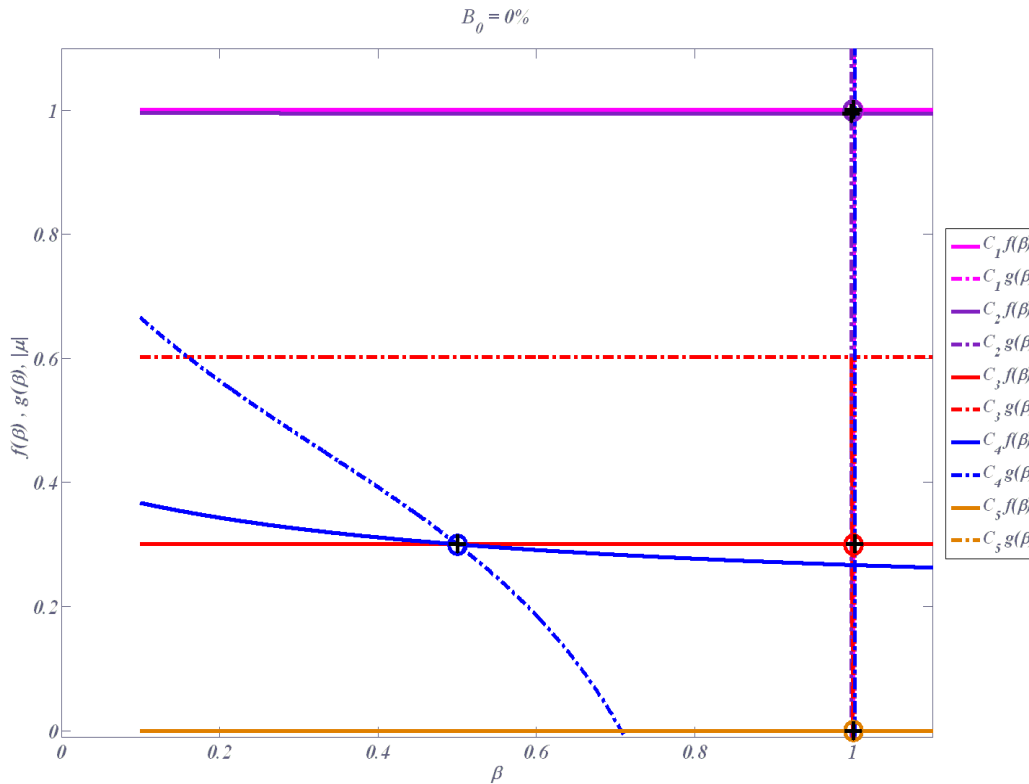


Figure 124: Comparaison des courbes $f(\beta)$ et $g(\beta)$ pour chacune des 5 configurations étudiées en l'absence de bruit et localisation de l'intersection avec application de la condition (38)

Après avoir extrait les couples $(\beta, |\mu|)$ solution analytique du fit, on peut, en première étape, reconstruire le paramètre α à partir de la formule (4), le résultat est comparé à la mesure de ces paramètres pour les différentes configurations Figure 117 à Figure 122 (traits pleins). Par ailleurs, le signal dans son intégralité peut aussi être reconstruit d'après la formule (1), puis comparé à la mesure. Pour ne pas alourdir le manuscrit, nous présenterons ces reconstructions uniquement pour la configuration C_1 sans ajout de bruit et avec des bruits d'amplitude 10 et 50% sur la mesure Figures 8 à 10.

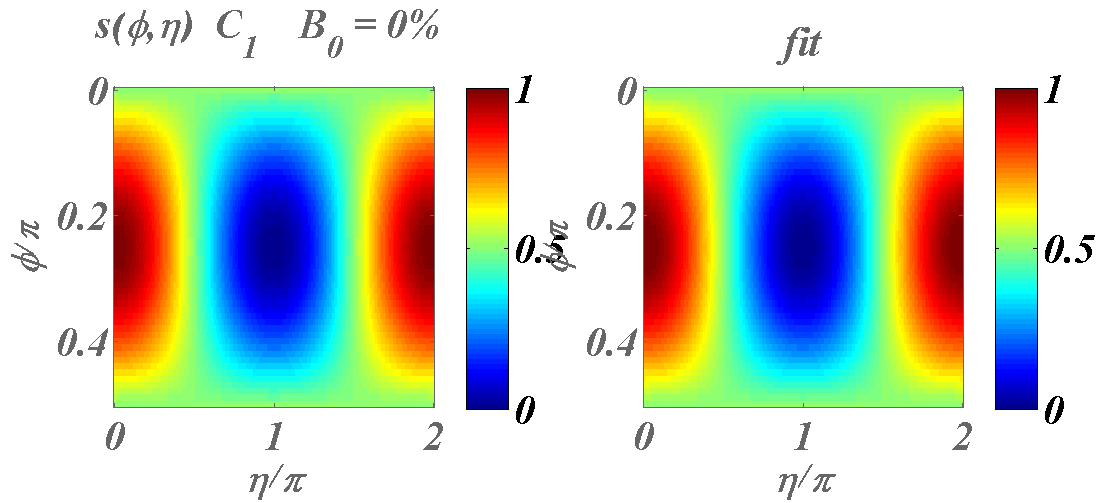


Figure 125 : Mesure virtuelle du signal $s(\phi, \eta)$ en l'absence de bruit et reconstruction du signal après réinsertion des paramètres polarimétriques résultats du fit

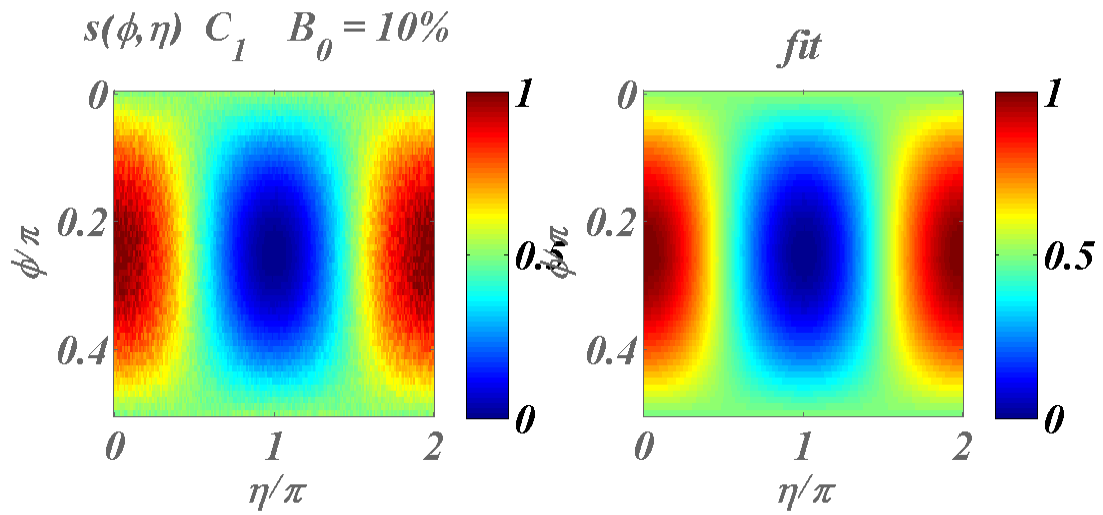


Figure 126 : Mesure virtuelle du signal $s(\phi, \eta)$ dans le cas où un bruit gaussien d'amplitude $B_0=10\%$ est ajoutée à la mesure et reconstruction du signal après réinsertion des paramètres polarimétriques résultats du fit

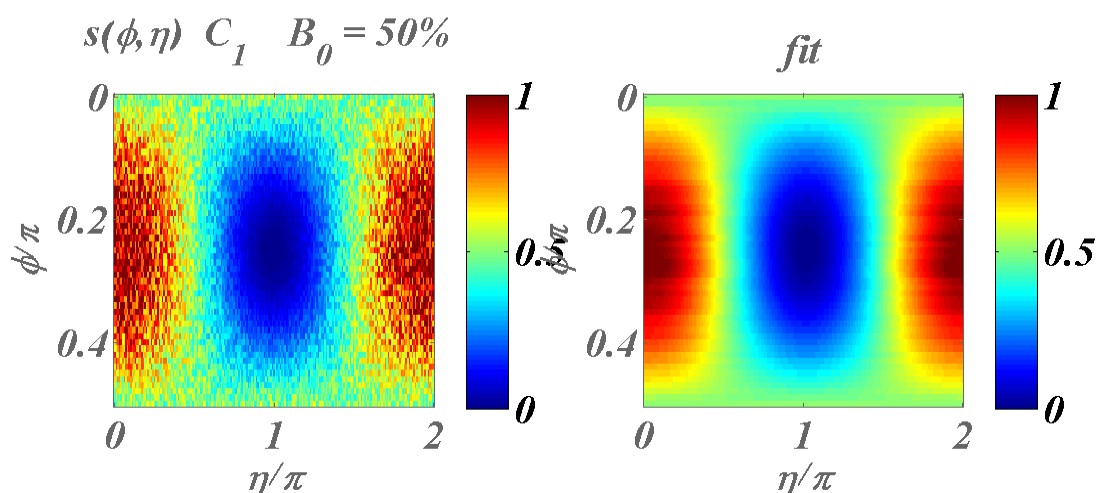


Figure 127 : Mesure virtuelle du signal $s(\phi, \eta)$ dans le cas où un bruit gaussien d'amplitude $B_0=50\%$ est ajoutée à la mesure et reconstruction du signal après réinsertion des paramètres polarimétriques résultats du fit

On peut noter ici que même avec un bruit très élevé, la reconstruction est de bonne qualité, ce qui laisse présager d'une bonne robustesse de la méthode d'analyse.

Enfin, l'ensemble des paramètres polarimétriques a été extrait dans chacune des configurations. Les résultats sont présentés sous la forme de tableaux synthétiques tableaux 1 à 5.

		Reconstruction						
		Signal	B=0	B=1%	B=5%	B=10%	B=20%	B=50%
C_1	β	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	$ \mu $	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	δ/π	0,00	0,00	-0,02	0,08	0,01	0,00	0,01
	DOP	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00

Tableau 1: Comparaison des paramètres originaux et reconstruits avec l'ajout de bruits de différentes amplitudes – Configuration C_1

		Reconstruction						
		Signal	B=0	B=1%	B=5%	B=10%	B=20%	B=50%
C_2	β	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	$ \mu $	1,00	1,00	1,00	0,99	0,99	1,00	0,99
	δ/π	0,50	0,50	0,47	0,48	0,47	0,50	0,47
	DOP	1,00	1,00	1,00	0,99	0,99	1,00	0,99

Tableau 2: Comparaison des paramètres originaux et reconstruits avec l'ajout de bruits de différentes amplitudes – Configuration C_2

		Reconstruction						
		Signal	B=0	B=1%	B=5%	B=10%	B=20%	B=50%
C_3	β	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	$ \mu $	0,30	0,30	0,30	0,30	0,30	0,30	0,30
	δ/π	0,00	0,00	-0,03	0,00	0,02	0,01	0,01
	DOP	0,30	0,30	0,30	0,30	0,30	0,30	0,30

Tableau 3: Comparaison des paramètres originaux et reconstruits avec l'ajout de bruits de différentes amplitudes – Configuration C_3

		Reconstruction						
		Signal	B=0	B=1%	B=5%	B=10%	B=20%	B=50%
C_4	β	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50	0,51	0,50
	$ \mu $	0,30	0,30	0,30	0,30	0,30	0,30	0,30
	δ/π	0,17	0,17	0,18	0,16	0,16	0,16	0,16
	DOP	0,44	0,44	0,44	0,44	0,44	0,43	0,44

Tableau 4: Comparaison des paramètres originaux et reconstruits avec l'ajout de bruits de différentes amplitudes – Configuration C_4

		Reconstruction						
		Signal	B=0	B=1%	B=5%	B=10%	B=20%	B=50%
C_5	β	1	0,96	0,96	0,96	0,96	0,96	0,96
	$ \mu $	0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	δ/π	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
	DOP	0	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02

Tableau 5: Comparaison des paramètres originaux et reconstruits avec l'ajout de bruits de différentes amplitudes – Configuration C_5

On peut voir que dans toutes les configurations, les paramètres polarimétriques sont retrouvés avec une précision meilleure que 1%, y compris lorsque le signal enregistré présente un niveau de bruit additif très élevé. La méthode semble donc très robuste.

Annexe D

Utilisation du moindre carré en 1D

On présente dans cette annexe l'utilisation de la fonction de mérite et la méthode de moindre carré pour résoudre nos équations et calculer les paramètres pour pouvoir calculer le degré de polarisation.

Procédure des moindres carrés :
Recherche analytique de la solution optimale

4. Définition de la fonction de mérite

Comme décrit dans le chapitre III, équation 3.4, le signal $s(\phi, \eta)$ enregistré par chaque pixel de la matrice CCD pour les positions $\phi=45^\circ$ et $\phi=0^\circ$ de l'analyseur en fonction du déphasage η peut s'écrire de la manière suivante :

$$\begin{cases} s(\phi = 45^\circ, \eta) = K \langle |E_s|^2 \rangle [1 + \beta^2 + 2\beta|\mu| \cos(\delta - \eta)] \\ s(\phi = 0^\circ, \eta) = 2K \langle |E_s|^2 \rangle \end{cases} \quad (\text{D. 1})$$

Où :

- K est une constante de proportionnalité
- E_s et E_p sont les deux composantes décrivant le champ étudié sous sa forme analytique, δ étant le déphasage entre ces deux composantes ou déphasage polarimétrique.

- $\beta = \sqrt{\frac{\langle |E_p|^2 \rangle}{\langle |E_s|^2 \rangle}}$ est le taux de polarisation

- $\mu = \frac{\langle E_s E_p^* \rangle}{\sqrt{\langle |E_s|^2 \rangle \langle |E_p|^2 \rangle}}$ est le coefficient de corrélation complexe entre les deux

modes de polarisation

Le système de métrologie mis en place dans le cadre de cette thèse a pour objectif la détermination des paramètres $\gamma = K \langle |E_s|^2 \rangle$, β , μ et δ .

Pour ce faire, nous allons faire varier le déphasage η entre 0 et 2π . Pour chaque valeur, η_k , le signal s_k correspondant s'écrit :

$$s_k(\eta_k) = \gamma [1 + \beta^2 + 2\beta|\mu| \cos(\delta - \eta_k)] \quad k \in [1; N] \quad (\text{D. 2})$$

Par ailleurs, pour chaque valeur η_k , la mesure du signal s_k nous donne la valeur m_k . La fonction de mérite F du dispositif ou la distance entre le signal s_k et sa mesure m_k est définie par :

$$F(\gamma, \beta, \mu, \delta) = \frac{1}{N} \sum_k (m_k - s_k)^2 \quad (\text{D. 3})$$

5. Dérivation de la fonction de mérite et recherche des paramètres optimaux

L'objectif est ici de définir les valeurs des paramètres γ , β , $|\mu|$ et δ qui permettent d'avoir la distance minimale entre le signal et sa mesure, donc de minimiser la fonction de mérite. Nous allons par conséquent chercher le minimum global de la fonction F eu égard à chacun des paramètres recherchés en d'autres termes, existe-t-il un groupe de paramètres $(\gamma, \beta, |\mu|, \delta)$ tel que :

$$\begin{cases} \frac{\partial F}{\partial \gamma}(\gamma, \beta, |\mu|, \delta) = 0 \\ \frac{\partial F}{\partial \beta}(\gamma, \beta, |\mu|, \delta) = 0 \\ \frac{\partial F}{\partial |\mu|}(\gamma, \beta, |\mu|, \delta) = 0 \\ \frac{\partial F}{\partial \delta}(\gamma, \beta, |\mu|, \delta) = 0 \end{cases} \quad (\text{D. 4})$$

Si ce quadruplet existe, il s'agira des coordonnées d'un extremum, il restera à prouver qu'il s'agit d'un minimum global.

Pour $x \in \{\gamma, \beta, |\mu|, \delta\}$:

$$\frac{\partial F(\gamma, \beta, \mu, \delta)}{\partial x} = -\frac{2}{N} \sum_k [m_k - s_k] \frac{\partial s_k}{\partial x} \quad (\text{D. 5})$$

Ce qui, après application à la formule (3), nous permet d'écrire les équations 6 à 9 :

$$\frac{\partial F}{\partial \gamma} = 0 \Rightarrow \sum_k [m_k - s_k] s_k = 0 \quad (\text{D. 6})$$

$$\frac{\partial F}{\partial \beta} = 0 \Rightarrow \sum_k [m_k - s_k] [\beta + |\mu| \cos(\delta - \eta_k)] = 0 \quad (\text{D. 7})$$

$$\frac{\partial F}{\partial |\mu|} = 0 \Rightarrow \sum_k [m_k - s_k] \cos(\delta - \eta_k) = 0 \quad (\text{D. 8})$$

$$\frac{\partial F}{\partial \delta} = 0 \Rightarrow \sum_k [m_k - s_k] \sin(\delta - \eta_k) = 0 \quad (\text{D. 9})$$

Première équation résultante

Si les valeurs prises par (η_k) couvrent une période complète, on peut déduire des équations (7) et (8) que :

$$\sum_k [m_k - s_k] = 0 \quad (\text{D. 10})$$

D'où :

$$\sum_k m_k = \sum_k s_k = \gamma \sum_k [1 + \beta^2 + 2\beta|\mu|\cos(\delta - \eta_k)] = \gamma N [1 + \beta^2] \quad (\text{D. 11})$$

$$\Rightarrow \frac{1}{N} \sum_k m_k = \gamma [1 + \beta^2] = \langle m_k \rangle_k \quad (\text{D. 12})$$

Où $\langle \rangle_k$ désigne la moyenne sur l'ensemble des valeurs prises pour les différents déphasages η_k .

On écrit alors l'équation (2) sous la forme :

$$\begin{aligned} s_k &= \gamma [1 + \beta^2] \left[1 + 2 \frac{\beta|\mu|\cos(\delta - \eta_k)}{1 + \beta^2} \right] \\ &= \langle m_k \rangle [1 + \alpha(\beta, \mu)\cos(\delta - \eta_k)] \end{aligned} \quad (\text{D. 13})$$

Avec

$$\alpha(\beta, \mu) = \frac{2\beta|\mu|}{1 + \beta^2} \quad (\text{D. 14})$$

Pour $\phi = 45^\circ$

Deuxième équation résultante

D'après les relations (6) et (7), on a :

$$\sum_k [m_k - s_k] s_k = \sum_k [m_k - s_k] [1 + \beta^2 + 2\beta|\mu|\cos(\delta - \eta_k)] = 0 \quad (\text{D. 15})$$

D'où:

$$\sum_k [m_k - s_k] = 0 \quad (\text{D. 16})$$

On notera ici que cette équation est redondante avec la précédente.

Troisième équation résultante

Si on considère maintenant les équations (8) et (9), on a :

$$\begin{cases} \sum_k [m_k - s_k] \cos(\delta - \eta_k) = 0 \\ \sum_k [m_k - s_k] \sin(\delta - \eta_k) = 0 \end{cases} \Rightarrow \sum_k [m_k - s_k] \exp\{j(\delta - \eta_k)\} = 0 \quad (\text{D. 17})$$

D'où :

$$\sum_k [m_k - s_k] \exp\{-j(\eta_k)\} = 0 \quad (\text{D. 18})$$

Ce qui implique :

$$\begin{cases} \sum_k [m_k - s_k] \cos(\eta_k) = 0 & (a) \\ \text{et} \\ \sum_k [m_k - s_k] \sin(\eta_k) = 0 & (b) \end{cases} \quad (\text{D. 19})$$

Or, d'après la relation (13)

$$s_k = \langle m_k \rangle [1 + \alpha(\beta, \mu) \cos(\delta - \eta_k)] \quad (\text{D. 20})$$

Ce qui permet décrire, après réinsertion dans l'équation (18)

$$\begin{aligned} m_k - s_k &= m_k - \langle m_k \rangle [1 + \alpha(\beta, \mu) \cos(\delta - \eta_k)] \\ &= [m_k - \langle m_k \rangle] - \langle m_k \rangle [\alpha(\beta, \mu) \cos(\delta - \eta_k)] \end{aligned} \quad (\text{D. 21})$$

D'où :

$$m_k - s_k = \langle m_k \rangle \left\{ \left[\frac{m_k}{\langle m_k \rangle} - 1 \right] - [\alpha(\beta, \mu) \cos(\delta - \eta_k)] \right\} \quad (\text{D. 22})$$

Si on appelle n_k le signal normalisé, on a :

$$m_k - s_k = \langle m_k \rangle \{ [n_k - 1] - [\alpha(\beta, \mu) \cos(\delta - \eta_k)] \} \quad (\text{D. 23})$$

Or,

$$\sum_k [m_k - s_k] \cos(\eta_k) = 0 \quad (\text{D. 24})$$

Donc,

$$\sum_k [n_k - 1] \cos(\eta_k) = \alpha \sum_k \cos(\delta - \eta_k) \cos(\eta_k) \quad (\text{D. 25})$$

On peut ainsi exprimer α en fonction de δ :

$$\alpha = \frac{\sum_k [n_k - 1] \cos(\eta_k)}{\sum_k \cos(\delta - \eta_k) \cos(\eta_k)} \quad (\text{D. 26})$$

Quatrième équation résultante

Cherchons maintenant à déterminer δ . En faisant le même raisonnement, avec comme point de départ, les équations (19-b) et (9), on obtient:

$$\alpha(\delta) = \frac{\sum_k [n_k - 1] \sin(\eta_k)}{\sum_k \cos(\delta - \eta_k) \sin(\eta_k)} \quad (\text{D. 27})$$

Ce qui, combiné à l'équation (26) donne:

$$\frac{\sum_k [n_k - 1] \sin(\eta_k)}{\sum_k \cos(\delta - \eta_k) \sin(\eta_k)} = \frac{\sum_k [n_k - 1] \cos(\eta_k)}{\sum_k \cos(\delta - \eta_k) \cos(\eta_k)} \quad (\text{D. 28})$$

$$\frac{\sum_k [n_k - 1] \cos(\eta_k)}{\sum_k [n_k - 1] \sin(\eta_k)} = \frac{\sum_k \cos(\delta - \eta_k) \cos(\eta_k)}{\sum_k \cos(\delta - \eta_k) \sin(\eta_k)} \quad (\text{D. 29})$$

Appelons G le terme de gauche :

$$G = \frac{\sum_k [n_k - 1] \cos(\eta_k)}{\sum_k [n_k - 1] \sin(\eta_k)} \quad (\text{D. 30})$$

On a :

$$\sum_k \cos(\delta - \eta_k) \cos(\eta_k) = G \sum_k \cos(\delta - \eta_k) \sin(\eta_k) \quad (\text{D. 31})$$

D'où :

$$\sum_k \cos(\delta - \eta_k) [\cos(\eta_k) - G \sin(\eta_k)] = 0 \quad (\text{D. 32})$$

Après développement, on obtient:

$$tg \delta = \frac{\sum_k \cos(\eta_k) [\cos(\eta_k) - G \sin(\eta_k)]}{\sum_k \sin(\eta_k) [\cos(\eta_k) - G \sin(\eta_k)]} \quad (\text{D. 33})$$

Qui peut aussi s'écrire

$$tg \delta = \frac{\sum_k 1 + \cos(2\eta_k) - G \sin(2\eta_k)}{\sum_k \sin(2\eta_k) - G(1 - \cos(2\eta_k))} \quad (\text{D. 34})$$

NB : On ne peut déterminer que la tangente de δ , on a donc la valeur de δ à π près et deux solutions possibles, δ_1 et δ_2 :

$$\begin{cases} \delta_1 = a \tan(\tan(\delta)) \Rightarrow s_k = \langle m_k \rangle [1 + \alpha \cos(\delta - \eta_k)] & \text{avec } \alpha > 0 \\ \delta_2 = \pi + a \tan(\tan(\delta)) \Rightarrow s_k = \langle m_k \rangle [1 - \alpha \cos(\delta - \eta_k)] & \text{avec } \alpha > 0 \end{cases} \quad (\text{D. 35})$$

A ce stade, pour une lumière parfaitement polarisée ($|\mu| = 1$), β est le rapport des amplitudes et δ est le retard entre les champs.

On peut remarquer ici que dans le cas général, on n'extrait pas β et $|\mu|$ de α , cela peut d'ailleurs sembler naturel puisque le signal s'exprime en fonction de 3 paramètres que l'on retrouve dans cette formulation :

$$m_k = \langle m_k \rangle [1 + \alpha \cos(\delta - \eta_k)] \quad (\text{D. 36})$$

Enfin, le système défini par les équations (6) à (9) peuvent être combinées différemment et permettre ainsi d'aboutir aux équations résultantes suivantes qui permettent de lever l'ambiguïté sur la détermination de δ à partir de D.26 et D.27 :

$$\alpha = \frac{2}{N} \sqrt{\left(\sum_k n_k(\phi) \cos(\eta_k) \right)^2 + \left(\sum_k n_k(\phi) \sin(\eta_k) \right)^2} > 0 \quad (\text{D. 37})$$

$$\cos \delta = \frac{2}{N} \frac{1}{\alpha} \sum_k n_k(\phi) \cos(\eta_k) < 1 \quad (\text{D. 38})$$

$$\sin \delta = \frac{2}{N} \frac{1}{\alpha} \sum_k n_k(\phi) \sin(\eta_k) < 1 \quad (\text{D. 39})$$

6. Rotation de l'analyseur

Nous venons de voir que l'extraction directe de β et $|\mu|$ à partir de α n'est pas faisable directement. Il est donc nécessaire d'ajouter une équation dans le système. Pour ce faire, nous allons changer l'angle ϕ de l'analyseur. L'équation (1) devient alors :

$$s_k = K \langle |A_s|^2 \rangle [\cos^2 \phi + \beta^2 \sin^2 \phi + 2\beta|\mu| \sin \phi \cos \phi \cos(\delta - \eta_k)] \quad (\text{D. 40})$$

Nous noterons par ailleurs, qu'afin d'éviter tout mouvement mécanique, le changement d'angle de projection ϕ ne se fera pas par rotation de l'analyseur mais par l'utilisation d'un rotateur de polarisation.

Avec $\phi = 0$, on aura

$$s_k^0 = K \langle |A_s|^2 \rangle \quad (\text{D. 41})$$

Et avec $\phi = 45$, on a

$$s_k^{45} = s_k^0 [1 + \beta^2 + 2\beta|\mu| \cos(\delta - \eta_k)] \quad (\text{D. 42})$$

La valeur moyenne du signal sur une période complète de η_k s'écrit alors :

$$\langle S_k \rangle^{45} = \frac{s_k^0}{2} [1 + \beta^2] \quad (\text{D. 43})$$

Ce qui donnera :

$$\beta^2 = 2 \frac{\langle S_k \rangle^{45}}{s_k^0} - 1 \quad (\text{D. 44})$$

Puis :

$$\mu = \frac{\alpha(1 + \beta^2)}{2\beta} \quad (\text{D. 45})$$

A ce stade, après la détermination des variables α , δ , μ et β on peut alors calculer le degré de polarisation DOP :

$$DOP^2 = 1 - \left[\frac{4\beta}{(1 + \beta)^2} \right] (1 - |\mu|^2) \quad (\text{D. 46})$$

7. Application à une mesure virtuelle

Pour vérifier la validité de la méthode, nous allons l'appliquer à un panel de mesures virtuelles. Pour chacune d'entre elles, on fixe les paramètres polarimétriques β , $|\mu|$ et δ du signal à étudier et on définit le signal s_k correspondant :

$$s_k(\eta_k, \phi) = K \langle |A_s|^2 \rangle [\cos^2 \phi + \beta^2 \sin^2 \phi + 2\beta|\mu| \sin \phi \cos \phi \cos(\delta - \eta_k)] \quad (\text{D. 47})$$

avec $\phi = 0^\circ$ puis $\phi = 45^\circ$ et η_k le déphasage introduit par la cellule comme défini dans la procédure décrite précédemment.

On définit ensuite m_k la mesure virtuelle du signal s_k par :

$$m_k(\eta_k, \phi) = s_k(\eta_k, \phi) [1 + B(\eta_k, \phi)] \quad (\text{D. 48})$$

Où $B(\eta_k, \phi)$ est un bruit aléatoire gaussien d'amplitude B_0 .

À titre d'illustration, les configurations suivantes sont étudiées :

- Lumière pleinement polarisée linéaire à 45°

$$C_1 : (\beta = 1, |\mu| = 1, \delta = 0) \quad \text{(D. 49)}$$

- Lumière pleinement polarisée circulaire droite

$$C_2 : (\beta = 1, |\mu| = 1, \delta = \pi/2) \quad \text{(D. 50)}$$

- Lumière partiellement polarisée avec EDP (état de polarisation) de la partie polarisée linéaire à 45°

$$C_3 : (\beta = 1, |\mu| = 0.5, \delta = 0) \quad \text{(D. 51)}$$

- Lumière partiellement polarisée avec EDP de la partie polarisée elliptique

$$C_4 : (\beta = 0.5, |\mu| = 0.3, \delta = \pi/6) \quad \text{(D. 52)}$$

- Lumière pleinement dépolarisée

$$C_5 : (\beta = 1, |\mu| = 0, \delta = NaN) \quad \text{(D. 53)}$$

Pour chacune de ces configurations, on ajoute un bruit numérique d'amplitude $B_0 = 0, 1, 5, 10, 20$ et 50% . Pour chacune de ces valeurs de bruits, la mesure virtuelle correspondant est tracée figures 1 à 6.

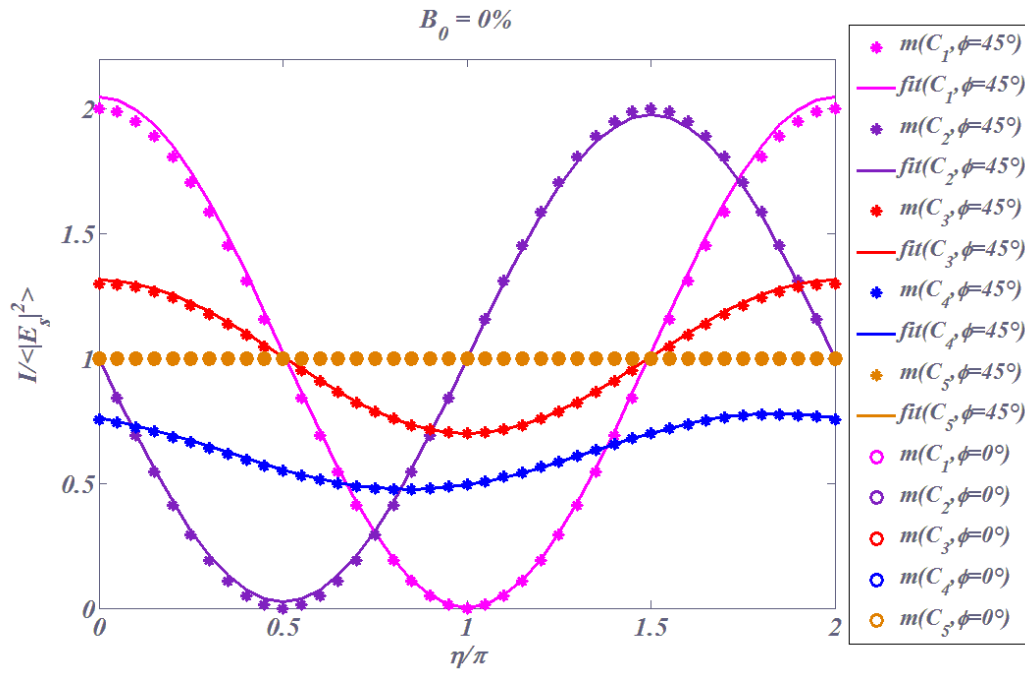


Figure 128 : Mesure virtuelle et fit analytique correspondant pour les 5 configurations décrites équations (45) à (50) dans le cas où aucun bruit n'est ajouté à la mesure.

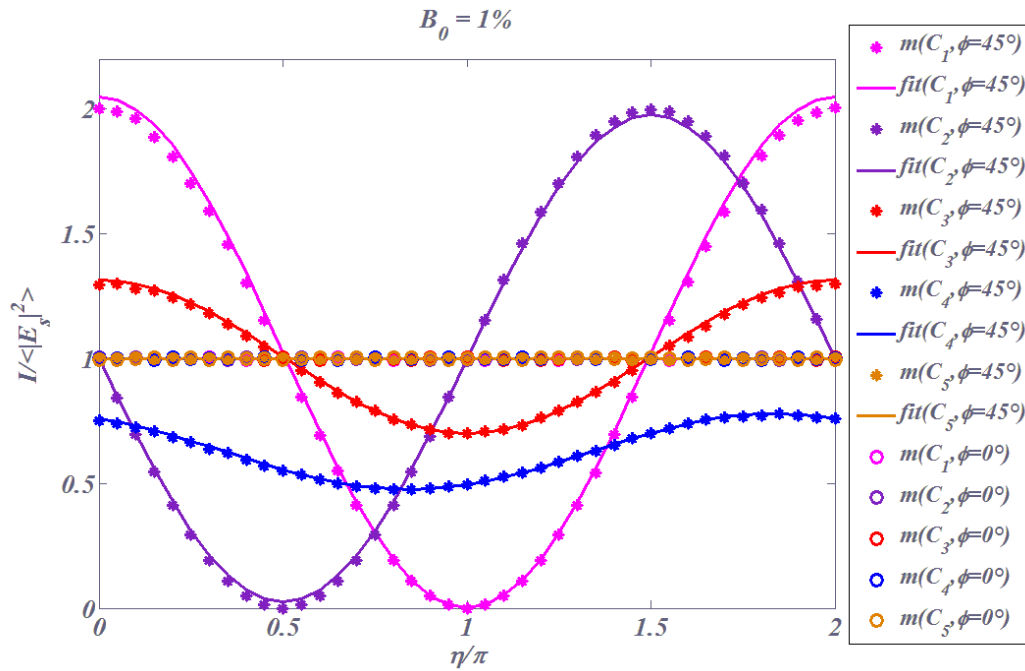


Figure 129 : Mesure virtuelle et fit analytique correspondant pour les 5 configurations décrites équations (45) à (50) dans le cas où bruit gaussien d'amplitude $B_0=1\%$ est ajoutée à la mesure.

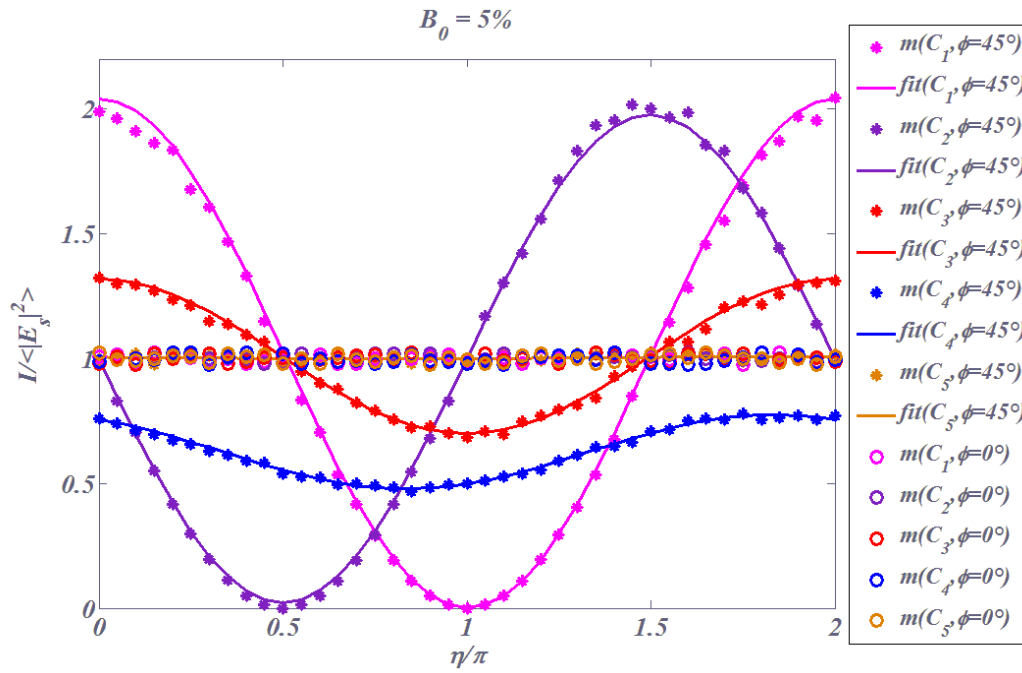


Figure 130 : Mesure virtuelle et fit analytique correspondant pour les 5 configurations décrites équations (45) à (50) dans le cas où bruit gaussien d'amplitude $B_0=5\%$ est ajoutée à la mesure.

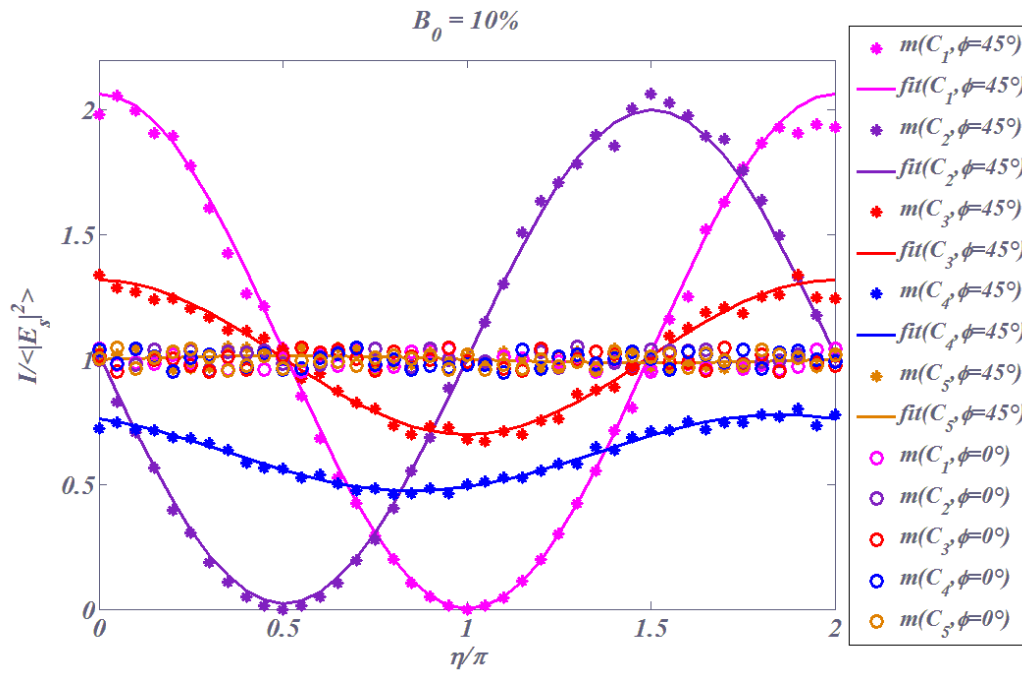


Figure 131 : Mesure virtuelle et fit analytique correspondant pour les 5 configurations décrites équations (45) à (50) dans le cas où bruit gaussien d'amplitude $B_0=10\%$ est ajoutée à la mesure.

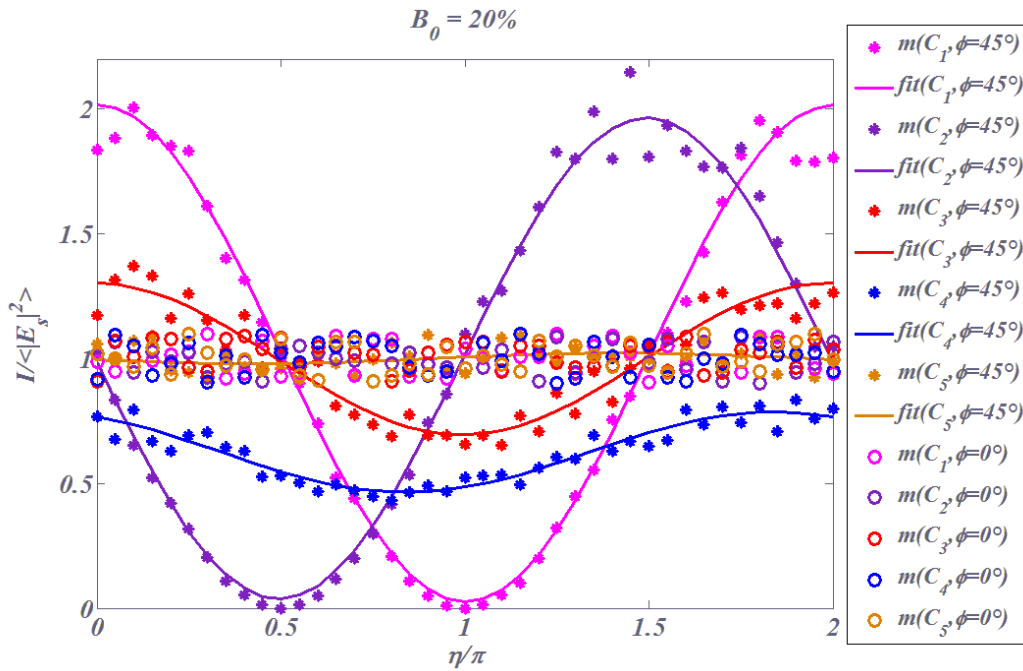


Figure 132 : Mesure virtuelle et fit analytique correspondant pour les 5 configurations décrites équations (45) à (50) dans le cas où bruit gaussien d'amplitude $B_0=20\%$ est ajoutée à la mesure.

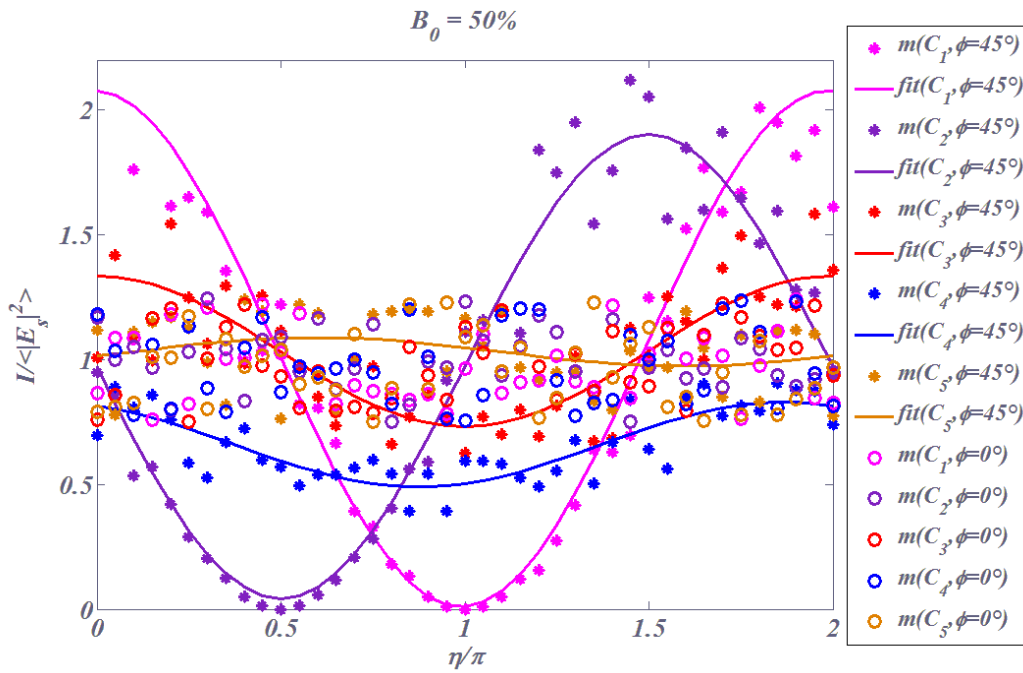


Figure 133 : Mesure virtuelle et fit analytique correspondant pour les 5 configurations décrites équations (45) à (50) dans le cas où bruit gaussien d'amplitude $B_0=50\%$ est ajoutée à la mesure.

De chacun de ces fits, on extrait les paramètres polarimétriques reconstruits. Les résultats obtenus pour les différentes configurations sont donnés tableaux 1 à 5.

		Reconstruction						
		Signal	B=0	B=1%	B=5%	B=10%	B=20%	B=50%
C_1	β	1,00	1,024	1,025	1,019	1,038	1,027	1,023
	$ \mu $	1,00	0,999	0,999	0,998	1,000	0,981	0,979
	δ/π	0,00	0,000	0,000	-0,001	0,001	0,000	0,008
	<i>DOP</i>	1,00	0,999	0,999	0,998	1,000	0,981	0,979
F(%)			2,93	2,95	3,39	4,35	6,54	19,47

Tableau 6: Comparaison des paramètres originaux et reconstruits avec l'ajout de bruits de différentes amplitudes – Configuration C_1

		Reconstruction						
		Signal	B=0	B=1%	B=5%	B=10%	B=20%	B=50%
C_2	β	1,00	1,000	1,001	0,998	1,005	0,997	0,976
	$ \mu $	1,00	0,976	0,976	0,976	0,976	0,978	1,002
	δ/π	0,50	0,500	0,500	-0,501	0,504	0,504	0,499
	<i>DOP</i>	1,00	0,976	0,976	0,976	0,976	0,978	1,002
F(%)			1,70	1,73	2,60	3,69	7,87	16,30

Tableau 7: Comparaison des paramètres originaux et reconstruits avec l'ajout de bruits de différentes amplitudes – Configuration C_2

		Reconstruction						
		Signal	B=0	B=1%	B=5%	B=10%	B=20%	B=50%
C_3	β	1,00	1,007	1,008	1,004	1,015	0,999	1,056
	$ \mu $	0,30	0,305	0,305	0,307	0,295	0,301	0,281
	δ/π	0,00	0,000	0,001	-0,007	0,001	0,008	0,039
	<i>DOP</i>	0,30	0,305	0,305	0,307	0,295	0,301	0,282
F(%)			0,89	0,94	1,71	3,15	4,97	14,63

Tableau 8: Comparaison des paramètres originaux et reconstruits avec l'ajout de bruits de différentes amplitudes – Configuration C_3

		Reconstruction						
		Signal	B=0	B=1%	B=5%	B=10%	B=20%	B=50%
C_4	β	0,50	0,506	0,506	0,500	0,502	0,499	0,551
	$ \mu $	0,30	0,305	0,299	0,299	0,301	0,300	0,322
	δ/π	0,17	0,160	0,161	-0,160	0,153	0,149	0,222
	<i>DOP</i>	0,44	0,433	0,432	0,437	0,437	0,438	0,423
F(%)		0,65	0,71	1,63	3,28	5,99	13,70	

Tableau 9: Comparaison des paramètres originaux et reconstruits avec l'ajout de bruits de différentes amplitudes – Configuration C_4

		Reconstruction						
		Signal	B=0	B=1%	B=5%	B=10%	B=20%	B=50%
C_5	β	1,00	1,000	1,001	0,998	1,006	1,003	0,995
	$ \mu $	0,00	0,000	0,001	0,004	0,003	0,014	0,010
	δ/π	NaN	NaN	0,633	0,747	0,312	-0,571	0,401
	<i>DOP</i>	0,00	0,000	0,001	0,000	0,005	0,014	0,010
F(%)		NaN	0,28	1,48	2,95	6,03	12,82	

Tableau 10: Comparaison des paramètres originaux et reconstruits avec l'ajout de bruits de différentes amplitudes – Configuration C_5

Pour quantifier l'efficacité de la détermination des paramètres polarimétriques, on utilise F , la distance entre le signal reconstruit et la mesure telle qu'elle a été définie équation (3). On notera que la méthode d'extraction des paramètres polarimétriques semble robuste à la présence de bruits très forts sur le signal. Une étude plus détaillée présentée dans le chapitre VIII permet mettre en évidence les effets induits par les différents types de bruit.

Résumé :

Les techniques polarimétriques ont connu un récent essor, notamment dans le domaine de l'imagerie satellitaire ou du biomédical. Ces techniques se sont étendues au cas des milieux désordonnés, pour des applications liées à l'imagerie en milieu diffusant. Dans ce contexte, des théories unifiées sont apparues, mêlant cohérence temporelle et spatiale, dépolarisation...

L'équipe CONCEPT de l'Institut Fresnel, créée en 2012, est aujourd'hui étroitement impliquée dans l'étude de la polarisation dans le speckle de la lumière diffusée. Des résultats nouveaux ont été mis en évidence, comme la dépolarisation spatiale multi-échelle, les phénomènes de repolarisation temporelle, la dépolarisation spectrale. La prédominance de ces effets est naturellement liée à l'origine du speckle (surface, volume), mais aussi aux niveaux d'absorption et aux propriétés structurelles (rugosités, hétérogénéités) des milieux désordonnés.

Toutefois la plupart de ces études sont de nature théorique, et peu d'expériences étaient jusque-là capables de conforter les prédictions. Ce constat est lié à l'extrême difficulté de mesurer avec précision la polarisation de la lumière à l'échelle du grain de speckle. Les travaux réalisés dans le cadre de cette thèse avaient ainsi pour but de remédier à cette lacune, et nous ont amenés à développer une procédure optique pour extraire les états de polarisation, et le degré de polarisation (DOP), à l'échelle du grain de speckle.

En conséquence la polarisation est ici extraite pour chaque pixel d'une matrice CCD, ce qui amène tout d'abord à mettre en évidence des nuages de points plus ou moins étendus sur la sphère de Poincaré. Les histogrammes de DOP sont ensuite utilisés comme véritables signatures des milieux désordonnés. On assiste, selon la nature des échantillons, à des effets mémoire sur la polarisation (cas des surfaces), ou à une dépolarisation spectrale et une repolarisation temporelle (cas des volumes transparents) de la lumière.

A notre connaissance ces résultats expérimentaux sont originaux ; ils peuvent trouver des applications dans les domaines de l'imagerie satellitaire et du spatial, du biomédical ou de la biophotonique, l'éclairage, l'environnement...

Abstract :

Polarimetric techniques knew a recent rise, especially in the field of satellite imaging and biomedical, optics.

These techniques are extended to the case of the disordered media, for applications related to the imaging scattering medium. In this context the unified theories appeared, combining temporal and spatial coherence, and depolarization...

The team CONCEPT at Fresnel Institute, established in 2012, is now closely involved in the study of the polarization state of the scattered light within the speckle size. New results have been highlighted, such as the multi-scale spatial depolarization, the temporal enpolarization phenomena, and the spectral depolarization. The predominance of these effects is naturally related to the speckle origin (surface, bulk), but also to the absorption levels and the structural properties (roughness, heterogeneities) of disordered media.

However, most of these studies are theoretical, and few experiments were previously able to reinforce the predictions. This statement is related to the extreme difficulty of accurately measuring the polarization of light across the speckle grain. Our thesis had the aim to address this gap in, and we were able to develop a procedure to extract the optical polarization states, and the degree of polarization (DOP), inside of the speckle grain.

Consequently, the polarization is here extracted for each pixel of a CCD matrix, which leads first to highlight a cloud of points more or less extended on the Poincaré sphere. DOP histograms are then used as genuine signatures of disordered media. We see, depending on the nature of the samples, memory effects on polarization (case of surfaces) or a spectral depolarization and temporal repolarization (in the case of transparent volumes) of light.

To our knowledge these experimental results are original; they may find applications in the fields of satellite imagery and space, biomedical or biophotonics, lighting, environment...