



**HAL**  
open science

# Génération de seconde harmonique dans les microdisques de phosphure de gallium intégrés sur silicium

Pierre Guillemé

► **To cite this version:**

Pierre Guillemé. Génération de seconde harmonique dans les microdisques de phosphure de gallium intégrés sur silicium. Physique [physics]. Université Bretagne Loire, 2016. Français. NNT: . tel-01496748v1

**HAL Id: tel-01496748**

**<https://hal.science/tel-01496748v1>**

Submitted on 27 Mar 2017 (v1), last revised 31 Oct 2017 (v2)

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Thèse

UNIVERSITE  
BRETAGNE  
LOIRE

**THESE INSA Rennes**  
sous le sceau de l'Université Bretagne Loire  
pour obtenir le titre de  
DOCTEUR DE L'INSA RENNES  
Spécialité : Physique - Optoélectronique

présentée par

**Pierre Guillemé**

ECOLE DOCTORALE : *SDLM*

LABORATOIRE : *FOTON*

Génération de seconde  
harmonique dans les  
microdisques de  
phosphore  
de gallium intégrés sur  
silicium

**Thèse soutenue le 08/12/2016**  
devant le jury composé de :

**Marc Vallet**

Professeur, IPR, Université de Rennes 1 / Président

**Crina Cojocaru**

Associate Professor, Polytechnic University of Catalunya / Rapporteur

**Philippe Boucaud**

Directeur de recherche, C2N, Université Paris Sud / Rapporteur

**Lorenzo Pavesi**

Professeur, NanoLab, University of Trento / Examineur

**Giuseppe Leo**

Professeur, LMPQ, Université Paris Diderot / Examineur

**Olivier Durand**

Professeur, Foton, INSA de Rennes / Directeur de thèse

**Yoan Léger**

Chargé de recherche CNRS, Foton, INSA de Rennes / Co-encadrant de thèse

**Yannick Dumeige**

Maître de Conférence HDR, Foton, ENSSAT Lannion, Université de  
Rennes 1 / Co-encadrant de thèse



Génération de seconde harmonique dans les  
microdisques de phosphore de gallium  
intégrés sur silicium

Pierre Guillemé





# Remerciements

Je remercie Pascal Besnard, directeur du laboratoire Foton de m'avoir accepté dans son unité, ainsi qu'Alain Le Corre, Olivier Durand et Patrice Féron pour leur accueil au sein de leurs équipes.

C'est aujourd'hui, à l'heure du bilan, que je réalise que trois ans se sont écoulés. Je n'ai pas vu les semaines passer tant les occupations ont été intéressantes et variées dans une ambiance conviviale.

Les dernières personnes rencontrées à l'occasion de ces travaux de thèse auront été les membres du jury que je remercie pour l'intérêt qu'ils ont montré, en particulier les deux rapporteurs, Crina Cojocaru et Philippe Boucaud pour leur lecture attentive et leurs rapports élogieux et constructifs. J'exprime en outre ma gratitude à Crina Cojocaru et Lorenzo Pavesi qui ont accepté de lire mon manuscrit et de suivre ma soutenance en français.

Si ces trois ans resteront un excellent souvenir pour moi et que mes différentes productions scientifiques ont pu être appréciées, c'est grâce à la qualité de l'encadrement dont j'ai bénéficié et j'en remercie vivement mes trois co-directeurs. Malgré la distance Lannion – Rennes et ses occupations multiples en tant que directeur d'équipe, Olivier Durand a fait l'effort de suivre mes travaux, m'a aidé pour les dernières phases administratives et m'a soutenu grâce à sa bonne humeur communicative le jour de ma présentation.

Ce fut très motivant de travailler avec Yoan Léger et Yannick Dumeige : une discussion d'un après-midi avec eux pouvant donner du grain à moudre pendant une semaine ! J'imagine la difficulté que cela représentait pour Yoan de gérer à distance l'avancement de ma thèse mais il a très bien réussi et a bataillé pour que, bien que lointain, le montage expérimental dispose de matériel et que la fabrication des disques progresse. Je pense notamment que ses qualités humaines sont pour beaucoup dans le perfectionnement des technologies par Olivier de Sagasan de l'IETR et la

motivation de Julie Sterviniou. En outre, après avoir travaillé avec lui pendant mon stage de master 2 et ma thèse, je porte un regard beaucoup plus critique sur mes réalisations tant il fixe les exigences très haut. Pour finir, grâce à lui, j'ai pu aller à Lausanne faire de la cathodoluminescence et à Santa Barbara pour mon premier congrès international... mais aussi pour quelques randonnées dans les montagnes du Rancho Oso!

Ce fut un réel plaisir de disposer à Lannion de l'encadrement de Yannick que je remercie pour sa disponibilité, sa patience et les idées pour réaliser des accords de phase inédits. J'admire ses grandes connaissances scientifiques et la facilité avec laquelle il les explique, non seulement « avec les mains » mais également en pouvant s'appuyer sur de solides démonstrations mathématiques. Ce fut très agréable de travailler sous sa direction tant il sait se placer au niveau de ses interlocuteurs avec une modestie naturelle qui montre à quel point il est attentif aux autres. De plus, son honnêteté intellectuelle lui fait apprécier les avancées et les rendre enthousiasmantes sans pour autant les sur-vendre. J'apprécie beaucoup sa conception de la recherche scientifique qui ressemble davantage à un partage des connaissances entre les équipes du monde entier, chacune avec ses atouts, plutôt qu'à une concurrence commerciale.

Au cours de cette thèse, j'ai également pu bénéficier du savoir faire technique de Philippe Rochard, grâce à qui le pilotage des moteurs permettant l'étirage des tapers est presque un jeu d'enfant; Tony Rohel qui a réalisé les épitaxies par jets moléculaires et Julie Sterviniou dont l'habileté à récupérer une barrette de disques pataugeant dans le fond d'un bécher n'a d'égal que la patience et la ténacité pour réussir à graver les microdisques étudiés au cours de ces trois ans.

Lors de ma première année de thèse, j'ai eu la chance d'être accueilli par la société Attolight à Lausanne pour étudier nos premiers échantillons par cathodoluminescence. Je remercie David Gachet et Jean Berney pour cette opportunité et la qualité de leur accueil. Je garde notamment en mémoire l'excellente fondue suisse qu'ils m'ont fait déguster.

Je remercie également Charles Cornet qui, outre le fait d'avoir été le premier à m'accueillir au laboratoire Foton lors de mon stage de master pour me présenter la filière GaP, m'a suggéré l'idée d'étudier l'influence des domaines d'antiphase sur la génération de seconde harmonique. Ce qui au départ n'était qu'une petite curiosité s'est révélé bien plus fructueux que prévu!

---

Evidemment une thèse serait bien longue et ennuyeuse sans les indispensables compagnons de labo. Merci, donc, à Alphonse, pour sa bonne humeur et surtout investigateur et gardien de la tradition des pains au chocolat ; Yohann, pour ses questions de physique et ses deux plaques de plexiglass qui servent désormais de portes à la manip microdisques ; Schadrac, pour le recyclage des boîtes de bonbons Haribot en enceintes de thermorégulation ; Omar, pour ses élevages de champignons dans les tasses à café ; Romain qui résiste encore et toujours à l'invasion de la chocolatine ; Christelle, pour avoir partagé ses caractéristiques capillaires avec le précédent ; Maxime, pour ses trucs et astuces Linux et Beamer ; Antoine, parce que depuis qu'il est là, je me sens moins seul à bricoler avec les moyens du bord (c'est fou ce qu'une barquette d'aluminium récupérée au RU peut servir) ; Fouad qui s'est escrimé sur les antiques moteurs pas à pas pour déterminer empiriquement la vitesse optimale d'étirage des tapers ; sans oublier la force tranquille d'Enguerran qui a libéré Yannick d'une fâcheuse posture et le modèle que représente Pauline pour la qualité de ses présentations orales. Malgré le fait qu'ils soient du côté obscur des microrésonateurs, puisqu'ils travaillent sur les microsphères, une mention spéciale aux deux doctorants qui ont partagé leur bureau avec moi : Vincent et Jean-Baptiste. Merci à eux pour leur aide, leurs suggestions et leurs discussions enrichissantes. Merci en particulier à Vincent pour son programme de calcul de modes dans les fibres optiques, son aide dans les différents déménagements du labo, ses répliques du Père Noël est une ordure et... ses petits dessins. Quant à Jean-Baptiste, il apporte l'équilibre dans la Force puisque, bien qu'étudiant les sphères, il pratique le frisbee, pardon l'ultimate... et, beaucoup plus amusant, tente de déboucher le circuit de refroidissement de la torche plasma.

Cependant, avant ces trois ans de thèse, il y eut les cours de master 2 sur les microrésonateurs et leur couplage. Je remercie Yann Boucher et Patrice Féron qui m'ont fait découvrir ce sujet passionnant. Sans eux, je n'aurais pas eu cette discussion à la fin de mon stage de master avec Yoan Léger qui a débouché sur cette thèse et la mise en chantier de la thématique microdisques au sein du laboratoire Foton.

En fait, cette thèse a même débuté encore avant puisqu'il a d'abord fallu que je reprenne mes études en master 1, à Grenoble. Et cela n'aurait pas été possible sans le soutien de mes parents, de mes sœurs mais aussi de Florence, Morgane, Marie-Claude, René et tous les amis de la Picouline sans qui mon aventure Grenobloise aurait pu tourner court.



Non, en fait, cette thèse a commencé encore plus tôt ! Devant l'Alice de la famille pour programmer en Basic les jeux qui nous occupaient l'après-midi et étaient perdus dès qu'on éteignait l'ordinateur le soir ; autour du Mécano, des cerfs-volants ou de la boîte de jeu d'électronique qui fut un de mes plus beaux cadeaux de Noël ; ou encore, auprès de ma grand-mère pour l'aider dans son bricolage ou sa couture ; enfin, dans la cave et au fond de la piscine de mon grand-père pour colmater les fuites et réparer une pompe antique ou des vannes capricieuses. Merci à mes parents et grands-parents pour tous ces bons moments qui m'ont fait découvrir la physique dans son environnement naturel et m'ont permis au cours de cette thèse de pouvoir improviser efficacement avec les moyens du bord !

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Bases théoriques de la génération de seconde harmonique</b>	<b>15</b>
1.1	Expression du champ électrique de la seconde harmonique . . . . .	16
1.2	Accord de phase . . . . .	18
1.2.1	Accord de phase par biréfringence . . . . .	20
1.2.2	Accord de phase par biréfringence de forme . . . . .	22
1.2.3	Accord de phase modal . . . . .	23
1.3	Quasi-accord de phase . . . . .	24
1.3.1	QPM par modulation de la polarisation . . . . .	24
1.3.2	QPM par distribution aléatoire de la susceptibilité . . . . .	25
1.3.3	QPM de Fresnel . . . . .	26
1.4	Quasi-accord de phase avec confinement . . . . .	29
1.4.1	Les cristaux photoniques . . . . .	30
1.4.2	Les modes de galerie . . . . .	32
1.4.3	Accord par symétrie $\bar{4}$ . . . . .	33
1.4.4	Intérêt des microdisques . . . . .	34
<b>2</b>	<b>Théorie des modes de galerie dans les microdisques de GaP</b>	<b>37</b>
2.1	Le phosphore de gallium . . . . .	39
2.1.1	Intérêt . . . . .	39
2.1.2	Propriétés cristallines de GaP . . . . .	40
2.1.3	Energie de bande interdite . . . . .	41
2.1.4	Indice de réfraction . . . . .	42
2.1.5	Susceptibilité diélectrique . . . . .	42
2.2	Fabrication des microdisques de GaP sur substrat GaP . . . . .	45
2.3	Détermination analytique des modes de galerie . . . . .	49

2.3.1	Résolution . . . . .	49
2.3.2	Facteur de qualité . . . . .	53
2.3.3	Normalisation . . . . .	57
2.4	Détermination des modes par FDTD et FEM. . . . .	59
2.4.1	FDTD . . . . .	59
2.4.2	FEM . . . . .	60
2.4.3	Comparaison des résultats . . . . .	61
2.5	Caractérisation des modes de galerie par cathodoluminescence . . . . .	62
<b>3</b>	<b>La génération de seconde harmonique dans les microdisques de GaP</b>	<b>67</b>
3.1	Polarisation non-linéaire . . . . .	68
3.2	Recherche des conditions permettant une SHG efficace . . . . .	73
3.2.1	Intérêt du quasi-accord de phase par symétrie $\bar{4}$ . . . . .	73
3.2.2	Détermination des tailles des microdisques et des longueurs d'onde pour générer la SH . . . . .	74
3.3	Efficacité de conversion . . . . .	77
3.3.1	Etablissement de l'expression de l'efficacité de conversion . . . . .	77
3.3.2	Efficacité de conversion dans les conditions optimales . . . . .	80
3.3.3	Efficacité de conversion en dehors des conditions de double ré- sonance . . . . .	81
3.3.4	Influence du facteur de qualité . . . . .	84
<b>4</b>	<b>La SHG dans les microdisques de GaP intégrés sur Si</b>	<b>91</b>
4.1	Microdisques de GaP crûs sur Si . . . . .	92
4.1.1	Fabrication des microdisques . . . . .	92
4.1.2	Les domaines d'anti-phase (APD) . . . . .	93
4.1.3	Détermination expérimentale des caractéristiques des APD . . . . .	94
4.2	SHG dans un disque comportant des APD . . . . .	98
4.2.1	Synthèse numérique de défauts artificiels . . . . .	98
4.2.2	Efficacité de conversion d'un disque comportant des APD . . . . .	98
4.3	Utilisation des domaines d'antiphase pour le quasi-accord de phase . . . . .	103
4.3.1	Quasi-accord de phase par distribution aléatoire d'APD . . . . .	103
4.3.2	Quasi-accord de phase par « brisure de parité » . . . . .	108

---

<b>5</b>	<b>Couplage évanescent des microrésonateurs à modes de galerie</b>	<b>117</b>
5.1	Principe du couplage évanescent . . . . .	118
5.1.1	Modes de propagation dans une fibre optique . . . . .	119
5.1.2	Densité de puissance . . . . .	123
5.2	Fabrication des tapers . . . . .	124
5.2.1	Principe de fabrication des tapers . . . . .	124
5.2.2	Profil des tapers . . . . .	126
5.2.3	Critère de fin d'étirage . . . . .	127
5.2.4	Critère d'adiabaticité . . . . .	130
5.2.5	Demi-tapers . . . . .	133
5.3	Recours aux dimpled tapers . . . . .	134
5.3.1	Nécessité liée à la disposition des disques . . . . .	134
5.3.2	Fabrication des dimpled tapers . . . . .	135
5.4	Caractérisation optique des microdisques . . . . .	136
5.4.1	Banc de caractérisation optique . . . . .	136
5.4.2	Influence du couplage . . . . .	140
5.4.3	Résonance de Fano . . . . .	143
5.4.4	Facteur de qualité . . . . .	145
5.5	Expérience préliminaire de SHG . . . . .	148
<b>A</b>	<b>Etablissement de l'équation de Helmholtz</b>	<b>153</b>
A.1	En l'absence de phénomènes non linéaires . . . . .	153
A.2	En présence d'une polarisation non linéaire . . . . .	154
<b>B</b>	<b>Tenseur de susceptibilité en notation contractée</b>	<b>155</b>
<b>C</b>	<b>Relations universelles décrivant le couplage entre un résonateur et son guide d'accès</b>	<b>157</b>
C.1	Définition du problème . . . . .	157
C.2	Puissance transmise . . . . .	158
C.3	Puissance circulant dans le résonateur . . . . .	158
C.4	Expression de la finesse . . . . .	159
C.5	Facteur de qualité . . . . .	160
C.6	Couplage critique . . . . .	161

C.7	Approximation dans le cas $\alpha \approx t \approx 1$ . . . . .	162
<b>D</b>	<b>Composantes des modes hybrides HE et EH dans les fibres</b>	<b>165</b>
<b>E</b>	<b>Publications et conférences relatives à ce travail de thèse</b>	<b>167</b>

# Introduction

*« 70% de la puissance consommée par les microprocesseurs est perdue sous forme de chaleur aux interconnexions. »*

D. Miller - Stanford [1]

*« En 2017, un « poids » de données équivalent à l'ensemble des films tournés circulera sur le web toutes les 3 min. »*

Cisco Visual Networking Index [2]

Après l'explosion des technologies de l'informatique au siècle dernier, le XXI<sup>ème</sup> siècle doit concilier maîtrise de l'énergie et demande sans cesse croissante des volumes de données traitées. Si les transistors inventés en 1947 ont vu leur taille diminuer pour passer de quelques centimètres à quelques nanomètres, la technologie touche aujourd'hui à ses limites. La fameuse loi empirique de Moore stipulant que le nombre de transistors sur un circuit intégré double tous les 18 mois [3] s'est révélée exacte au prix d'une constante innovation qui permet de nos jours d'intégrer un milliard de transistors sur une puce de la taille d'un ongle. Cependant la miniaturisation se heurte maintenant aux frontières de la mécanique quantique et c'est un nouveau paradigme qui doit émerger si l'informatique veut continuer à progresser.

Dans ce contexte, l'optique a un rôle majeur à jouer. Elle a fait son entrée dans le monde de l'informatique et de la communication dans les années 1990 avec le développement de la fibre optique et des technologies qui lui sont associées. L'optique a ainsi permis l'accroissement des communications téléphoniques intercontinentales et la fulgurante progression d'Internet. Si la lumière permet de densifier l'information transportée dans un câble en la répartissant sur différentes longueurs d'onde, elle a également un autre atout : l'absence de perte énergétique par effet Joule.

L'idée est donc, dans un premier temps, de faire à petite échelle, au sein même

des ordinateurs, ce qui se fait aujourd'hui couramment à grande échelle : utiliser la lumière pour transporter l'information au sein des processeurs. Nous sommes ainsi à l'aube de l'ère de la photonique qui pourrait maintenant connaître trois phases de développement. D'abord, comme Intel l'a déjà présenté en 2012, la lumière servirait à connecter différentes puces entre elles ; ensuite, elle devrait réaliser les interconnexions au sein même d'une puce ; puis enfin assurer certaines tâches du traitement de l'information par le biais de paradigmes de calculs complémentaires à la logique binaire (calcul quantique, neuromorphique, quasilogique etc.) [4]

Deux voies technologiques s'offrent aux applications dans le domaine de la photonique intégrée : le silicium et les composés III-V. Elles ont chacune leurs intérêts à faire valoir mais, dans les deux cas, le développement de microprocesseurs hybrides photoniques-électroniques passe par la démonstration des fonctions élémentaires nécessaires aux nouveaux paradigmes de calculs optiques, souvent basés sur les phénomènes non linéaires. Il est donc aujourd'hui indispensable d'étudier la physique de dispositifs intégrés modèles où des phénomènes non linéaires se produisent pour en exploiter au mieux les possibilités [5, 6].

Parmi eux, la génération de seconde harmonique (en anglais *Second Harmonic Generation (SHG)*) est devenue, depuis sa première observation en 1961, une démonstration omniprésente de l'optique non linéaire. Elle consiste à convertir une fraction d'une onde électromagnétique incidente en une nouvelle onde de fréquence double.

Parmi les dispositifs modèles dans lesquels les non linéarités sont étudiées, les résonateurs planaires à mode de galerie connaissent un vif regain d'intérêt après leur introduction il y a 20 ans. Ils doivent leur popularité actuelle à leurs caractéristiques uniques telles que leurs petites dimensions et leur longue durée de stockage de la lumière [7]. Dans les microdisques, le faible volume de mode et la longue durée d'interaction renforcent les effets non linéaires des matériaux, un avantage particulièrement prometteur pour le développement d'une multitude d'applications telles que la modulation d'intensité, les filtres, les lasers [8, 9], les détecteurs, l'optomécanique [10], les nanocapteurs [11], et l'optique quantique [12]. De plus, la compacité de ces dispositifs offre une possibilité d'intégration au sein de circuits photoniques complexes.

Dans la voie technologique de la photonique intégrée sur Si, les premières démonstrations de phénomènes non linéaires font état de génération de peignes de fréquences

dans des microrésonateurs à modes de galerie en silice [13] ou en nitrure de silicium. Ces derniers ont pu être ensuite exploités comme convertisseurs de fréquences [14] et comme oscillateurs paramétriques optiques [15]. Enfin, la génération de paires de photons [16] et de photons uniques [17] a pu être démontrée dans des guides à résonateurs couplés.

Des résultats analogues se font toujours attendre pour la voie technologique des III-V, il a pourtant été démontré théoriquement, il y a quelques années, qu'il est possible de mettre à profit la symétrie de certains de ces cristaux pour obtenir la SHG de façon efficace [18]. Les premières réalisations expérimentales ont été rapportées récemment, d'abord dans un microdisque de GaAs utilisant un fondamental autour de  $1.999 \mu\text{m}$  [19], la seconde dans un microdisque d'AlGaAs autour de  $1.5 \mu\text{m}$  [20], une troisième dans un microdisque de GaP aux mêmes longueurs d'onde [21].

Au delà de ces résultats prometteurs, le mécanisme inverse à la SHG, dit de fluorescence paramétrique, dans lequel un photon est converti en deux photons d'énergie égale à la moitié de celle du photon initial, constituerait une avancée majeure dans la réalisation de sources quantiques sur puce dans la bande télécom [22, 23]. Le GaP possède une largeur de bande interdite importante qui représente un atout pour ce mécanisme puisque l'absorption à deux photons de la pompe est ainsi limitée. Un autre avantage incontournable du GaP est son paramètre de maille, très proche de celui du silicium. Ce III-V peut ainsi être intégré monolithiquement sur Si, réunissant potentiellement les avantages des deux voies technologiques sus-citées au sein de mêmes dispositifs.

Le sujet de cette thèse est donc l'étude de la génération de seconde harmonique dans les microdisques de GaP intégrés sur silicium.

## Organisation du manuscrit

Ce travail de thèse s'appuie sur deux domaines de recherches développés jusqu'ici indépendamment au laboratoire Foton : l'optique non linéaire d'une part, avec les premiers articles sur l'accord de phase  $\bar{4}$  [18], et la réalisation de dispositifs GaP/Si d'autre part. Son but est de déterminer les meilleures conditions possibles pour réaliser la SHG à partir d'un fondamental dans la gamme télécom autour de  $1.55 \mu\text{m}$  et d'analyser l'influence sur la SHG de l'intégration monolithique de GaP sur Si.



Le **chapitre 1** rappelle les bases théoriques de l'optique non linéaire et liste les différentes méthodes expérimentales permettant de réaliser la SHG depuis les méthodes d'accord de phase strict jusqu'à celle de quasi-accord de phase, notamment celui mettant à profit la symétrie  $\bar{4}$  de certains cristaux tel que le GaP. L'intérêt des microdisques de GaP est mis en avant en soulignant les avantages liés au matériaux et au confinement de la lumière dans des microcavités pour l'optique non linéaire.

Avant de pouvoir rechercher les géométries nécessaires à une SHG efficace, une description des microdisques et de leurs modes de galerie (en anglais *Whispering Gallery Modes*, WGM) est fournie au **chapitre 2**. La première partie du chapitre est dédiée au cristal de phosphure de gallium lui-même puis à la fabrication des microdisques sur un substrat de GaP. Ensuite, la modélisation théorique des WGM conduisant à la détermination des longueurs d'onde résonantes est présentée. Les valeurs ainsi obtenues sont finalement comparées à celles issues de simulations numériques et de caractérisations par cathodoluminescence.

Le **chapitre 3** est une description théorique de la SHG dans les microdisques de GaP conduisant aux conditions nécessaires pour la meilleure efficacité de conversion possible. Cette efficacité est évaluée en tenant compte du couplage du microrésonateur avec le guide d'accès. Ce chapitre comprend deux graphes donnant, pour l'un, le rayon et l'épaisseur du microdisque à utiliser en fonction de la longueur d'onde du fondamental ; pour l'autre, l'efficacité de conversion théorique attendue. Ils permettent de placer les premiers résultats expérimentaux de Lake *et al.* [21] dans un contexte plus large et d'évaluer ainsi le potentiel futur de cette voie technologique.

Jusque là, seuls des microdisques crûs sur GaP ont été considérés. Le **chapitre 4** est consacré aux microdisques réalisés sur substrat silicium. Nous verrons que l'intégration monolithique d'un semiconducteur III-V sur Si peut induire des défauts cristallins dans le composé III-V appelés domaines d'antiphase. Ces derniers peuvent avoir un impact négatif sur la SHG mais aussi, de façon plus surprenante, fournir de nouveaux types d'accord de phase.

Pour finir, le **chapitre 5** constitue le volet expérimental de ce travail de thèse. Il commence par une description du couplage obligatoire des microdisques à un guide pour injecter et extraire la lumière dans les microdisques. Il fournit ensuite les détails expérimentaux utiles à la fabrication des fibres effilées utilisées en guise de guide d'accès. Finalement, les premières caractérisations optiques menées au laboratoire

sont présentées et discutées.



# Chapitre 1

## Bases théoriques de la génération de seconde harmonique

### Sommaire

---

<b>1.1</b>	<b>Expression du champ électrique de la seconde harmonique</b>	<b>16</b>
<b>1.2</b>	<b>Accord de phase</b>	<b>18</b>
1.2.1	Accord de phase par biréfringence	20
1.2.2	Accord de phase par biréfringence de forme	22
1.2.3	Accord de phase modal	23
<b>1.3</b>	<b>Quasi-accord de phase</b>	<b>24</b>
1.3.1	QPM par modulation de la polarisation	24
1.3.2	QPM par distribution aléatoire de la susceptibilité	25
1.3.3	QPM de Fresnel	26
<b>1.4</b>	<b>Quasi-accord de phase avec confinement</b>	<b>29</b>
1.4.1	Les cristaux photoniques	30
1.4.2	Les modes de galerie	32
1.4.3	Accord par symétrie $\bar{4}$	33
1.4.4	Intérêt des microdisques	34

---

Lorsqu'elle se propage dans un matériau diélectrique, une onde électromagnétique exerce une force électrique qui sépare les charges suivant leurs signes, de sorte que leurs barycentres ne coïncident plus. Il en résulte, au sein du matériau, l'apparition de dipôles électriques à l'échelle microscopique dont la densité volumique est appelée *polarisation*.

Si la puissance utilisée n'est pas trop importante, la polarisation engendrée oscille à la fréquence de l'onde incidente, c'est le domaine de l'optique linéaire. En revanche, si la puissance devient trop forte, ce qui est devenu possible expérimentalement avec l'apparition des lasers, la réponse du matériau ne suit plus la fréquence de l'onde incidente. Dans ce cas, la polarisation possède des fréquences harmoniques qui se

superposent à la fréquence fondamentale. Dans la suite, nous nous limiterons à une réponse comportant seulement la fréquence double, qui est du domaine de l'*optique non linéaire d'ordre deux*.

Ce chapitre en rappelle les bases théoriques en partant de l'équation de propagation des ondes électromagnétiques dans un milieu où existe une polarisation d'ordre deux [24, 25, 26]. Il permet d'établir les conditions nécessaires à l'obtention de la génération de seconde harmonique (en anglais, *Second Harmonic Generation* (SHG)) avant de passer en revue les différentes techniques existantes pour la réaliser expérimentalement de manière efficace et finalement aboutir à celle qui sera mise en œuvre dans nos microdisques : le quasi accord de phase  $\bar{4}$  utilisant le confinement dans des modes de galerie.

## 1.1 Expression du champ électrique de la seconde harmonique

Dans un milieu non linéaire, l'équation de Helmholtz décrivant la propagation du champ électrique  $\vec{E}_{2\omega}$  de la seconde harmonique s'écrit (voir annexe A) :

$$\Delta \vec{E}_{2\omega} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \vec{E}_{2\omega}}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{P}^{NL}}{\partial t^2} \quad (1.1)$$

où  $\vec{P}^{NL}$  est la polarisation non linéaire,  $v = \frac{c}{n_{2\omega}}$  la vitesse de propagation de l'onde électromagnétique dans le milieu et  $n_{2\omega}$  l'indice de réfraction de la seconde harmonique.

On s'intéresse à la génération de seconde harmonique, c'est à dire l'apparition d'une polarisation non linéaire de pulsation  $2\omega$  sous l'influence d'un champ incident monochromatique de pulsation  $\omega$ , appelé le *fondamental* ou *l'onde de pompe*. On suppose que l'onde incidente est une onde plane se propageant suivant l'axe  $z$ , le champ électrique associé s'écrit :

$$\vec{E}(z, t) = \vec{\mathfrak{E}}_{\omega}(z) e^{i(\omega t - k_{\omega} z)} \quad (1.2)$$

et la polarisation non linéaire générée :

$$\vec{P}^{NL}(z, t) = \vec{\mathfrak{P}}_{2\omega}^{NL}(z) e^{i(2\omega t - K_{2\omega} z)} \quad (1.3)$$

$\vec{\mathfrak{E}}_{\omega}$  et  $\vec{\mathfrak{P}}_{2\omega}^{NL}$  sont les enveloppes respectives du champ électrique et de la polarisation,  $k_{\omega}$  et  $K_{2\omega}$  les modules de leurs vecteurs d'onde.

Cette polarisation peut également s'exprimer à l'aide du champ incident et du tenseur de susceptibilité d'ordre deux  $\underline{\underline{\chi}}_{\omega}^{(2)}$  qui rend compte de la réponse non linéaire du matériau soumis au champ électrique fondamental :

$$\begin{aligned}\vec{P}_{2\omega}^{NL}(z, t) &= \varepsilon_0 \underline{\underline{\chi}}_{\omega}^{(2)} : \vec{E}_{\omega}(z, t) \vec{E}_{\omega}(z, t) \\ &= \varepsilon_0 \underline{\underline{\chi}}_{\omega}^{(2)} : \vec{\mathfrak{E}}_{\omega}(z) \vec{\mathfrak{E}}_{\omega}(z) e^{-i2k_{\omega}z} e^{2i\omega t} \\ &= \vec{\mathfrak{P}}_{2\omega}^{NL}(z) e^{-iK_{2\omega}z} e^{2i\omega t}\end{aligned}\quad (1.4)$$

et donc par identification  $K_{2\omega} = 2k_{\omega}$

**Remarque :** Seuls les matériaux non centrosymétriques possèdent une susceptibilité non linéaire d'ordre deux. En effet, dans les autres matériaux l'invariance par inversion impose que la polarisation induite par un champ  $\vec{E}_{\omega}$  soit opposée à celle induite par  $-\vec{E}_{\omega}$ . Autrement dit :

$$\underline{\underline{\chi}}_{\omega}^{(2)} : \vec{E}_{\omega} \vec{E}_{\omega} = -\underline{\underline{\chi}}_{\omega}^{(2)} : (-\vec{E}_{\omega})(-\vec{E}_{\omega}) \quad (1.5)$$

et donc  $\underline{\underline{\chi}}_{\omega}^{(2)} = \underline{\underline{0}}$

Pour une onde plane se propageant suivant  $z$ , le laplacien se résume à une dérivée seconde par rapport à  $z$  et l'équation de Helmholtz pour le terme en  $2\omega$  devient donc :

$$\begin{aligned}\left( \frac{d^2 \vec{\mathfrak{E}}_{2\omega}(z)}{dz^2} - 2ik_{2\omega} \frac{d\vec{\mathfrak{E}}_{2\omega}(z)}{dz} - k_{2\omega}^2 \vec{\mathfrak{E}}_{2\omega}(z) + \frac{(2\omega)^2}{v^2} \vec{\mathfrak{E}}_{2\omega}(z) \right) e^{i(2\omega t - k_{2\omega}z)} \\ = -\mu_0 (2\omega)^2 \vec{\mathfrak{P}}_{2\omega}^{NL}(z) e^{i(2\omega t - K_{2\omega}z)}\end{aligned}\quad (1.6)$$

L'approximation de l'enveloppe lentement variable, c'est à dire l'hypothèse que  $\vec{\mathfrak{E}}_{2\omega}$  varie lentement avec  $z$ , permet de négliger le terme de dérivée seconde. De plus,  $k_{2\omega} = \frac{2\omega}{v}$  d'où

$$-2ik_{2\omega} \frac{d\vec{\mathfrak{E}}_{2\omega}(z)}{dz} e^{-ik_{2\omega}z} = -\frac{4\omega^2}{\varepsilon_0 c^2} \vec{\mathfrak{P}}_{2\omega}^{NL}(z) e^{-iK_{2\omega}z} \quad (1.7)$$

Finalement :

$$\frac{d\vec{\mathfrak{E}}_{2\omega}(z)}{dz} = \frac{4\omega^2}{i\varepsilon_0 c^2 k_{2\omega}} \varepsilon_0 \chi_{eff}^{(2)} \vec{\mathfrak{E}}_{\omega}(z) \vec{\mathfrak{E}}_{\omega}(z) e^{-i\Delta k z} \quad (1.8)$$

où  $\chi_{eff}^{(2)}$  tient compte d'éventuelles projections de  $\vec{\mathfrak{E}}_{\omega}$  dans les directions imposées par la forme du tenseur de susceptibilité et avec

$$\Delta k = K_{2\omega} - k_{2\omega} = 2k_{\omega} - k_{2\omega} = \frac{2\omega}{c} (n_{\omega} - n_{2\omega}). \quad (1.9)$$

où  $n_\omega$  est l'indice de réfraction du fondamental.

Tous les termes constants sans intérêt pour l'interprétation physique et les éventuels termes trigonométriques servant à la projection du champ fondamental sont rassemblés dans une constante  $A$ . De plus, on suppose que la pompe n'est pas déplétée, c'est à dire que l'amplitude du champ fondamental reste constante,  $\mathfrak{E}_\omega(z) = \mathfrak{E}_\omega(0) = \text{cte}$ . Ainsi :

$$\frac{d\mathfrak{E}_{2\omega}}{dz}(z) = A\varepsilon_0\chi_\omega^{(2)}\mathfrak{E}_\omega^2(0)e^{-i\Delta kz} \quad (1.10)$$

En intégrant le long du cristal de longueur  $L$ , et en supposant qu'à l'entrée le champ de pulsation  $2\omega$  est nul, on obtient :

$$\mathfrak{E}_{2\omega}(L) = A\varepsilon_0\mathfrak{E}_\omega^2(0) \int_0^L \chi_\omega^{(2)} e^{-i\Delta kz} dz \quad (1.11)$$

**Remarque** : Bien que constant, le terme  $\chi_\omega^{(2)}$  a été mis dans l'intégrale pour anticiper l'étude de l'accord de phase par modulation de la susceptibilité.

## 1.2 Accord de phase

Lorsque  $\Delta k \neq 0$ , c'est à dire d'après (1.9) lorsque l'indice de réfraction du milieu est différent pour le fondamental et la seconde harmonique (SH), l'intégration de (1.11) permet d'exprimer l'intensité du signal non linéaire en sortie de cristal :

$$\mathcal{I}_{2\omega}(L) \propto \frac{1}{\Delta k^2} \mathcal{I}_\omega^2 (\chi_\omega^{(2)})^2 \sin^2 \frac{\Delta k L}{2} \quad (1.12)$$

La courbe grise de la figure 1.1 montre l'évolution de cette intensité. Le déphasage accumulé entre la SH et la polarisation qui lui donne naissance entraîne des interférences tour à tour constructives et destructives. L'intensité de SH est condamnée à demeurer modeste, elle est maximale au bout d'une distance

$$\ell_c = \frac{\pi}{\Delta k} \quad (1.13)$$

appelée *longueur de cohérence*.

Du fait de la dispersion chromatique des matériaux, ce cas défavorable est aussi le plus courant. Si l'on veut, au contraire, générer un intense signal non linéaire, il faut créer les conditions d'un *accord de phase*, c'est à dire faire en sorte que  $\Delta k = 0$ . Dans ce cas, (1.11) s'intègre pour conduire à l'intensité de SH en sortie de cristal suivante :

$$\mathcal{I}_{2\omega}(L) \propto \mathfrak{E}_\omega^4 (\chi_\omega^{(2)})^2 L^2 \quad (1.14)$$

$$\propto \mathcal{I}_\omega^2 (\chi_\omega^{(2)})^2 L^2 \quad (1.15)$$

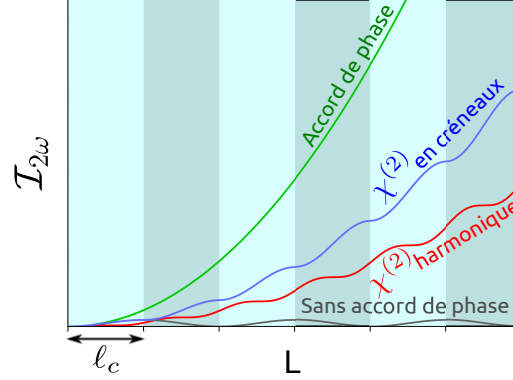


FIGURE 1.1 – Intensité de SH générée en fonction de la longueur du cristal traversée pour différentes conditions d’accord de phase. Les courbes bleue et rouge seront discutées au paragraphe 1.3.1.

L’évolution de l’intensité en fonction de la longueur de cristal traversée est alors celle représentée en vert sur la figure 1.1.

On peut définir une *efficacité de conversion interne* (ne tenant pas compte de l’injection et de l’extraction de la lumière dans le milieu non linéaire) en faisant le rapport entre les puissances de la SH générée et du fondamental<sup>1</sup> :

$$\eta_{int} = \frac{\mathcal{P}_{2\omega}}{\mathcal{P}_{\omega}} \quad (1.16)$$

En intégrant (1.15) sur la section du matériau, on a :

$$\eta_{int} \propto \mathcal{I}_{\omega} (\chi_{\omega}^{(2)})^2 L^2 \quad (1.17)$$

Trois critères se dégagent de cette expression pour obtenir une bonne génération de seconde harmonique :

- l’efficacité augmente avec l’intensité du fondamental, il faut donc disposer d’une forte intensité de pompe ;
- l’efficacité croît avec le carré de la susceptibilité non-linéaire d’ordre deux, il faut donc que le matériau utilisé ait un fort  $\chi^{(2)}$  ;
- l’efficacité croît avec le carré de la longueur du cristal, il faut donc un cristal de grande dimension.

1. L’efficacité dépendant de la puissance du fondamental, il est courant de donner l’*efficacité normalisée*  $\eta_{in} = \frac{\mathcal{P}_{2\omega}}{\mathcal{P}_{\omega}^2}$ .



Les paragraphes suivants recensent quelques techniques utilisées pour réaliser en pratique l'accord de phase, en privilégiant les exemples dans le domaine des III-V.

### 1.2.1 Accord de phase par biréfringence

Une des solutions pour assurer  $n_\omega = n_{2\omega}$  consiste à utiliser un matériau anisotrope dans lequel l'indice ne dépend pas seulement de la longueur d'onde mais aussi de la direction de propagation de la lumière et de sa polarisation. On réalise alors un *accord de phase par biréfringence*. Deux types d'accord sont possibles :

- l'accord de phase de type I où le fondamental est polarisé rectilignement selon une seule direction,
- l'accord de phase de type II où le fondamental se propage dans deux modes différents dont les directions de polarisation sont perpendiculaires.

On peut citer l'exemple du doublage de fréquence d'un laser Nd:YAG par un cristal de  $\text{KH}_2\text{PO}_4$  (KDP) pour produire de la lumière verte. Dans le cas de l'accord de type I, le fondamental se propage dans le cristal anisotrope suivant l'onde ordinaire tandis que, pour l'accord de type II, il se partage en une onde ordinaire et une onde extraordinaire.

- **Accord de type I** : Le montage expérimental est schématisé Fig. 1.2. Le fondamental est polarisé rectilignement de façon à se propager sous forme d'onde ordinaire dans le cristal de KDP et la SH est générée sous forme d'onde extraordinaire. Une coupe de la surface des indices du matériau suivant le plan défini par l'axe optique et le vecteur d'onde  $\vec{k}_\omega$  est représentée Fig. 1.3. Le cercle rouge représente l'indice ordinaire  $n_{o,\omega}$  à  $\lambda = 1064$  nm et l'ellipse verte l'indice extraordinaire à  $\lambda = 532$  nm. Au niveau du petit axe de l'ellipse, la valeur minimum de l'indice extraordinaire est notée  $n_{e,2\omega}$ . L'accord de phase est obtenu en orientant le cristal doubleur de façon à ce que le fondamental se propage suivant la direction indiquée en bleu, on alors :  $n_{o,\omega} = n'_{e,2\omega}$ . Dans l'exemple du doublage de fréquence d'un laser Nd:YAG dans le KDP, l'angle  $\theta$  entre l'axe optique et la direction de propagation des ondes vaut  $41.2^\circ$  [26].

- **Accord de type II** : Cette fois-ci, l'onde fondamentale polarisée rectilignement est séparée en deux polarisations rectilignes orientées suivant les directions ordinaire et extraordinaire du cristal de KDP (Fig. 1.4). La SH est polarisée dans la direction extraordinaire. L'expression (1.4) doit alors être complétée pour indiquer qu'un des

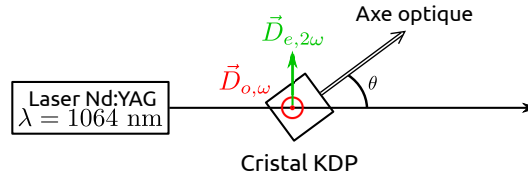


FIGURE 1.2 – Schéma de principe du montage de doublage de fréquence par accord de type I. L'onde fondamentale (en rouge) est polarisée selon l'axe ordinaire tandis que la SH générée (en vert) est polarisée suivant l'axe extraordinaire.

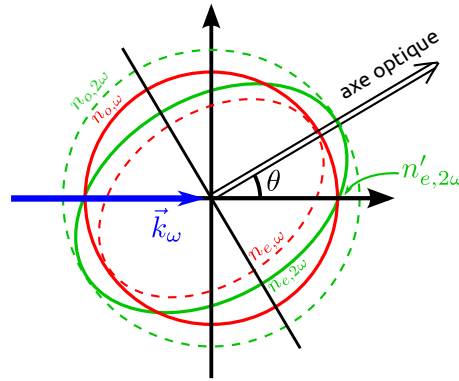


FIGURE 1.3 – Coupe de la surface des indices dans le plan défini par l'axe optique et la direction de propagation du fondamental. Par souci de clarté, la biréfringence et la dispersion chromatique sont exagérées. Au niveau des points d'intersection du cercle et de l'ellipse en traits continus, les indices de réfraction du fondamental et de la SH sont égaux. Lorsque le fondamental se propage selon la direction indiquée en bleu, l'accord de phase est donc réalisé.  $n_o$  représente l'indice ordinaire,  $n_e$ , l'indice extraordinaire minimum,  $n'_e$ , l'indice extraordinaire dans la direction de propagation  $\theta$ .

champs fondamentaux est ordinaire tandis que l'autre est extraordinaire. Cela conduit à une nouvelle expression du module du vecteur d'onde de la polarisation non linéaire :

$$K_{2\omega} = k_{o,\omega} + k_{e,\omega} \quad (1.18)$$

où  $k_{o,\omega}$  et  $k_{e,\omega}$  sont respectivement les nombres d'onde ordinaire et extraordinaire pour l'onde fondamentale. La condition d'accord de phase devient :

$$n_{o,\omega} + n_{e,\omega} = 2n_{e,2\omega} \quad (1.19)$$

Cette technique d'accord de phase par biréfringence est couramment utilisée dans les dispositifs commerciaux, notamment pour fabriquer des sources lasers visibles

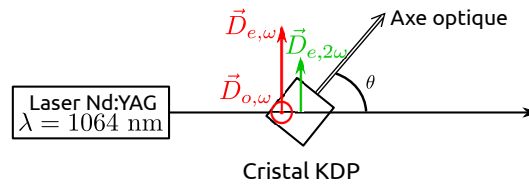


FIGURE 1.4 – Schéma de principe du montage de doublage de fréquence par accord de type II. La polarisation rectiligne du laser incident est orientée de façon à former un angle de  $\pi/4$  rad avec les lignes neutres du cristal de KDP. L'onde fondamentale (en rouge) se propage ainsi à la fois sous forme ordinaire et extraordinaire, tandis que la SH générée (en vert) est polarisée suivant l'axe extraordinaire.

à partir de la gamme infrarouge. Malheureusement, son domaine d'application est restreint aux matériaux biréfringents.

## 1.2.2 Accord de phase par biréfringence de forme

Certains matériaux très attractifs pour l'optique non linéaire sont malheureusement isotropes et l'accord de phase par biréfringence que nous venons d'évoquer est par conséquent impossible à mettre en œuvre. C'est le cas, par exemple, du GaAs dont le  $\chi^{(2)}$  est d'un ordre de grandeur supérieur à celui du LiNbO<sub>3</sub> [27] mais est cubique face centrée et donc isotrope.

Il est alors possible, dans certains cas, de mettre en œuvre *l'accord de phase par biréfringence de forme* qui consiste à utiliser l'écart d'indice entre les modes de polarisation TE et TM dans un guide constitué d'un empilement de couches de différents matériaux. Cette technique fut proposée dès 1975 par van der Ziel [28] mais il fallut attendre l'apparition des techniques d'oxydation latérales sélectives pour la première réalisation expérimentale en 1998 de la différence de fréquence [27] et plus récemment de la SHG ou de l'amplification paramétrique [29, 30].

Pour expliquer le principe de cet accord de phase, s'inspirant des structures décrites dans [31] et [32], considérons le guide représenté Fig. 1.5(a) où deux couches d'AlGaAs sont séparées par de l'air. Dans un tel guide, les modes se propageant suivant  $z$  peuvent être séparés en deux familles de polarisation : les modes TE pour lesquels le champ électrique est suivant  $y$  et les modes TM pour lesquels il est suivant  $x$ . Pour les modes TM, à cause de la continuité de la composante normale du champ  $\vec{D}$  et de la relation  $\vec{D} = \varepsilon_0 n^2 \vec{E}$ , le champ  $\vec{E}$  est important dans les zones où l'indice de réfraction  $n$  est petit, c'est à dire dans les espaces remplis d'air entre

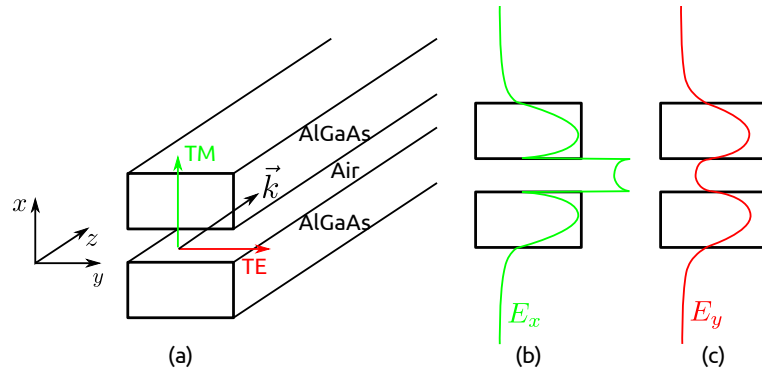


FIGURE 1.5 – (a) Vue de l’empilement de deux guides d’AlGaAs séparés par de l’air permettant une SHG par accord de phase par biréfringence de forme. (b) Profil vertical de la composante  $E_x$  du champ électrique suivant  $x$  pour un mode TM. (c) Profil vertical de la composante  $E_y$  du champ électrique suivant  $y$  pour un mode TE.

les couches d’AlGaAs (Fig. 1.5 (b)). Pour les modes polarisés TE, la continuité de la composante tangentielle du champ  $\vec{E}$  ne conduit pas aux brutales augmentations précédentes (Fig 1.5(c)).

On voit alors qu’un champ polarisé TM est davantage présent dans le milieu de faible indice, par conséquent l’indice effectif du guide pour ce mode sera plus faible que pour les modes TE. C’est cet écart d’indice qui est mis à profit pour atteindre l’accord de phase. Le fondamental est envoyé dans le guide sous forme de polarisation TE afin d’augmenter son indice par rapport à celui de la SH qui, elle, est générée en polarisation TM.

### 1.2.3 Accord de phase modal

Les guides optiques permettent un autre accord de phase en exploitant la différence d’indice effectif des multiples modes de propagation, il s’agit de *l’accord modal*. Afin de compenser la forte dispersion chromatique des matériaux semi-conducteurs tels que le GaAs, l’accord de phase ne peut être obtenu qu’entre modes d’ordres différents.

Moutzouris *et al.* ont ainsi montré un accord de type I entre un fondamental se propageant dans le mode  $TE_0$  et la seconde harmonique confinée dans le mode  $TM_2$  [33]. Un accord de type II a également été obtenu entre une pompe de mode  $TE_0+TM_0$  et la seconde harmonique  $TE_2$  [33, 34] (Fig. 1.6).

La réalisation des guides nécessaires à l’accord modal est généralement plus simple que celle des multicouches mises en œuvre précédemment dans la biréfringence de

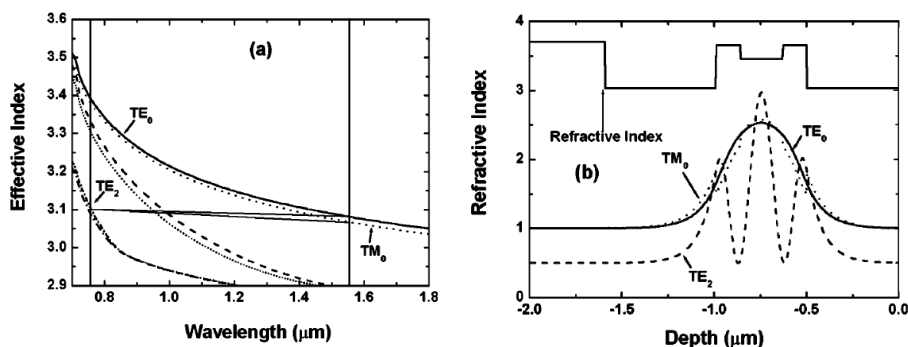


FIGURE 1.6 – (a) Courbes de dispersion des indices effectifs des trois premiers modes dans les deux polarisations (TE en-haut, TM en-dessous), illustrant le principe de l'accord de phase modal dans lequel la dispersion chromatique est compensée par la dispersion du guide. La géométrie du guide est ajustée pour que le mode d'ordre 3 à  $0.775 \mu\text{m}$  ait le même indice effectif que le fondamental à  $1.55 \mu\text{m}$ . (b) Indice de réfraction du guide et intensité  $|E^2|$  des modes TE<sub>0</sub>, TM<sub>0</sub> à  $1.55 \mu\text{m}$  et TE<sub>2</sub> à  $0.775 \mu\text{m}$ . (Tiré de [33])

forme. De plus, l'absence d'étapes d'oxydation rend possible l'intégration monolithique de diodes lasers pompées électriquement [33]. Cependant, l'efficacité de conversion affichée par l'accord modal est plus modeste à cause du faible recouvrement entre modes de profils différents, d'une part, et des pertes subies lors de leur propagation par les modes d'ordre élevé, d'autre part.

### 1.3 Quasi-accord de phase

En dehors du parfait accord de phase que nous venons d'étudier, différentes techniques dites de *quasi-accord de phase* (en anglais *Quasi-Phase Matching* (QPM)) permettent de générer la SH, moins intensément certes, mais tout de même de façon satisfaisante [35].

#### 1.3.1 QPM par modulation de la polarisation

L'expression (1.11) montre que si  $\chi_{\omega}^{(2)}$  est modulé de façon que :

$$\chi_{\omega}^{(2)}(z) = \chi^{(2)} e^{i\Delta kz} \quad (1.20)$$

alors le contenu de l'intégrale devient constant et l'on a accord de phase.

Dans la pratique cela peut être approché en imposant une variation harmonique

de la polarisation macroscopique. On a alors :

$$\chi_{\omega}^{(2)}(z) = \chi^{(2)} \cos(\Delta kz) = \frac{\chi^{(2)}}{2} (e^{i\Delta kz} + e^{-i\Delta kz}) \quad (1.21)$$

Dans ce cas, l'intégration de 1.11 conduit à :

$$\mathcal{I}_{2\omega}(L) \propto \mathcal{I}_{\omega}^2(0) \left( \frac{\chi^{(2)}}{2} \right)^2 \left[ L^2 + \frac{\sin^2(\Delta kL)}{\Delta k^2} + L \frac{\sin(2\Delta kL)}{\Delta k} \right] \quad (1.22)$$

L'évolution de l'intensité de la SH dans ce cas est montrée figure 1.1 par la courbe rouge.

En fait, expérimentalement, la polarisation macroscopique n'est pas modulée de façon harmonique mais est simplement modulée [36, 37, 38, 39, 40] ou retournée périodiquement (voir Fig. 1.7) [41, 42, 43, 44, 45, 46]. Pour rendre compte de la situation dans le cas du retournement périodique, la susceptibilité non-linéaire peut être exprimée à l'aide de la série de Fourier suivante :

$$\chi_{\omega}^{(2)}(z) = \sum_{j=-\infty}^{+\infty} \chi_j e^{ij\Delta kz} \quad (1.23)$$

avec

$$\chi_j = 0 \text{ si } j \text{ est pair et } \chi_j = \frac{-2i\chi_{\omega}^{(2)}}{j\pi} \text{ si } j \text{ est impair} \quad (1.24)$$

L'évolution de l'intensité de SH est alors représentée par la courbe bleue de la figure 1.1.

### 1.3.2 QPM par distribution aléatoire de la susceptibilité

Nous venons de voir que lorsque la susceptibilité non linéaire est modulée de façon contrôlée pour réaliser un quasi-accord de phase, l'intensité de SH générée peut être intéressante.

En fait, même lorsque la modulation est laissée aux soins du hasard, on peut observer une SHG plus intéressante qu'en l'absence d'accord de phase [47, 48, 49, 50]. La transformée de Fourier de la fonction donnant la valeur de la susceptibilité en fonction de la position dans le cristal permet de comprendre le principe de ce *quasi-accord de phase par distribution aléatoire*.

En effet, la composante de Fourier en  $\Delta k$ ,  $\mathcal{F}(\chi^{(2)})(\Delta k)$ , fait apparaître une constante dans l'intégrale (1.11) qui permet d'accumuler une intensité de SH au fur et à mesure de la propagation dans le cristal. Suivant l'allure de la distribution de  $\chi_{\omega}^{(2)}(z)$ ,

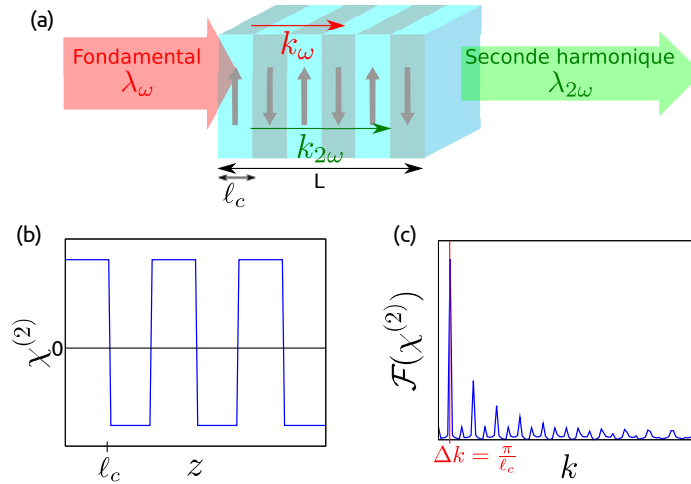


FIGURE 1.7 – (a) Génération de seconde harmonique dans un cristal dont la polarisation macroscopique est artificiellement inversée avec une période spatiale de  $2\ell_c$  pour obtenir le quasi-accord de phase. (b) Valeur de  $\chi^{(2)}$  le long du cristal et (c) sa transformée de Fourier.

cette accumulation est plus ou moins importante. Les courbes bleues de la figure 1.8 montrent des exemples d'évolution de l'intensité de SH le long du cristal pour quelques distributions aléatoires de  $\chi^{(2)}$ . La figure Fig. 1.9 montre la distribution de  $\chi^{(2)}$  pour les cas le plus et le moins favorables ainsi que leurs transformées de Fourier<sup>2</sup>. Cette idée sera mise en œuvre dans les microdisques comportant des défauts au chapitre 4.

### 1.3.3 QPM de Fresnel

Des deux techniques de quasi-accord de phase que nous venons de voir, celle par distribution aléatoire de la susceptibilité est technologiquement plus simple à mettre en œuvre que celle par modulation de la susceptibilité, cependant une dernière réalisation encore plus simple existe. Proposé par Armstrong *et al.* en 1962 [51], ce QPM consiste à mettre à profit le changement de phase relatif entre le fondamental et la polarisation non linéaire lorsqu'elles subissent des réflexions totales internes dans le matériau (Fig. 1.10). Parce que les déphasages enregistrés sont calculés à partir des coefficients de Fresnel pour la réflexion des champs électriques, cette technique est baptisée *QPM de Fresnel*.

2. Par souci de clarté, les distributions présentées ici ne sont pas totalement aléatoires : les zones  $\chi^{(2)} > 0$  ont toutes la même largeur, seule leur répartition est aléatoire.

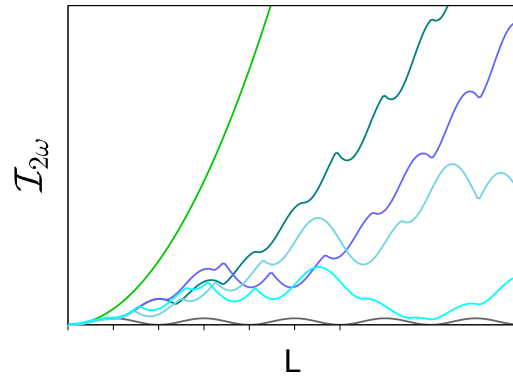


FIGURE 1.8 – Intensité de SH générée en fonction de la longueur du cristal traversée, avec accord de phase (en vert), sans accord de phase (en gris) et pour différentes distributions aléatoires de la susceptibilité non-linéaire d'ordre 2 (en bleu).

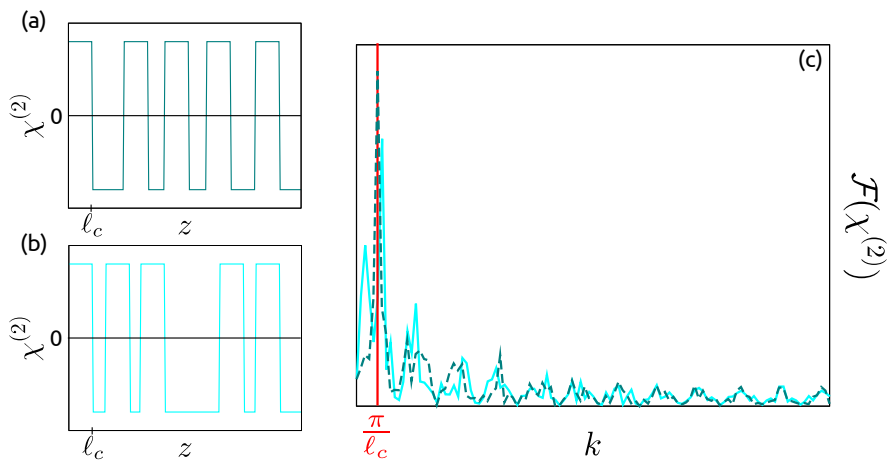


FIGURE 1.9 – (a) Valeur de  $\chi^{(2)}$  le long du cristal pour la distribution générant la SH la plus intense (et (b) la moins intense) et (c) leurs transformées de Fourier.



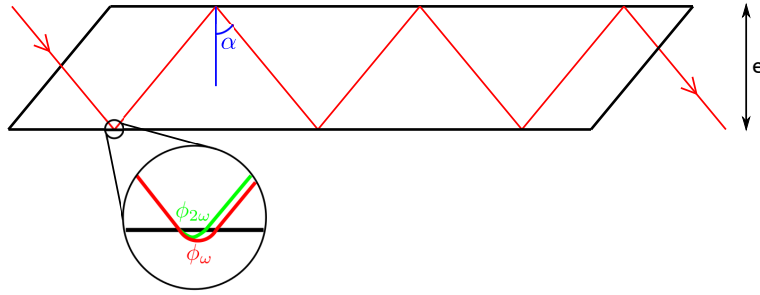


FIGURE 1.10 – Schéma de principe du quasi-accord de phase de Fresnel. L'angle d'incidence  $\alpha$  est choisi afin que fondamental et SH subissent des réflexions totales internes dans le matériau non linéaire. Le zoom montre la légère pénétration des champs dans le milieu extérieur par effet Goos-Hänchen qui introduit ainsi des déphasages  $\phi_\omega$  et  $\phi_{2\omega}$  différents.

L'intensité de SH générée s'écrit [52] :

$$I_{2\omega} = \frac{2Z_0\omega^2}{c^2} \frac{d_{eff}^2}{n_{2\omega}n_\omega^2} (NL)^2 \left[ \frac{\sin(\Delta kL/2)}{\Delta kL/2} \right]^2 \times \frac{R^N}{N^2} \frac{1 - 2\sqrt{R^N} \cos(N\Delta\phi) + R^N}{1 - 2\sqrt{R} \cos(\Delta\phi) + R} I_\omega^2 \quad (1.25)$$

où  $Z_0 = 377 \Omega$  est l'impédance du vide,  $d_{eff}$  le coefficient non linéaire effectif (défini en annexe B),  $n_\omega$  et  $n_{2\omega}$  les indices de réfraction du fondamental et de la SH respectivement,  $N$  le nombre de réflexions dans le cristal,  $L = e/\cos\alpha$  la distance parcourue entre deux réflexions,  $R$  le coefficient de réflexion,  $\Delta k = k_{2\omega} - 2k_\omega$  l'écart entre les modules des vecteurs d'onde de la SH et du fondamental,  $\Delta\phi = \Delta kL + \Delta\phi_F + \varepsilon\pi$  le déphasage introduit par une traversée et une réflexion, dans lequel  $\Delta\phi_F = \phi_{2\omega} - 2\phi_\omega$  est la différence de phase de Fresnel entre la SH et le fondamental et  $\varepsilon\pi$  introduit un éventuel déphasage dû au retournement du coefficient  $d_{eff}$  ( $\varepsilon = 1$  en cas de changement de signe, 0 sinon).

La somme des termes  $\Delta\phi_F$  et  $\varepsilon\pi$  peut atteindre n'importe quelle valeur entre 0 et  $2\pi$  et peut donc compenser le déphasage  $\Delta kL$  [53]. Cette technique a été mise en œuvre pour faire aussi bien de la différence de fréquence [54, 55] que de la SHG [56].

L'effet Goos-Hänchen (illustré dans le zoom de la figure 1.10) limite en général le nombre de réflexions  $N$  permises à l'intérieur du cristal [53] puisqu'il sépare petit à petit les deux faisceaux l'un de l'autre. Cependant dans le cas de la SHG, le fondamental ne possède qu'une seule polarisation de sorte que ces effets de *walk-off* sont négligeables. Dans ce cas, seule la rugosité de surface limite la longueur maximale permise pour le cristal.

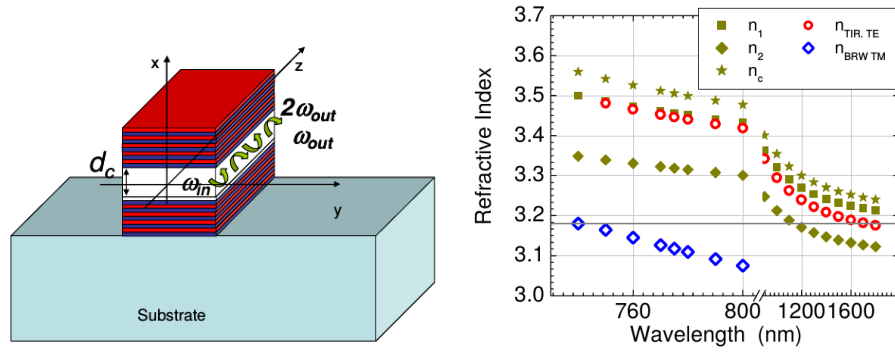


FIGURE 1.11 – (a) Schéma de principe de l'accord de phase dans un guide à miroirs de Bragg. (b) Courbes de dispersion du guide à miroirs de Bragg constitué d'un cœur de 200 nm d'épaisseur en  $\text{Al}_{0.24}\text{Ga}_{0.76}\text{As}$  (d'indice  $n_c$ ) et d'empilements de  $\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{As}$  ( $n_1$ ) et  $\text{Al}_{0.5}\text{Ga}_{0.5}\text{As}$  ( $n_2$ ).  $n_{TIR,TE}$  est l'indice effectif du mode TE subissant des réflexions totales internes,  $n_{BRW, TM}$  est l'indice effectif du mode TM réfléchi par les miroirs de Bragg. (Tiré de [58])

Une approche originale dans laquelle les déphasages de Fresnel sont remplacés par des déphasages introduits par une succession de microrésonateurs a également été proposée [57].

Enfin, il existe une technique similaire où le fondamental polarisé TE subit des réflexions totales internes mais la SH polarisée TM est, elle, réfléchi par des miroirs de Bragg empilés au-dessus et en-dessous du guide (Fig. 1.11 (a)) [58, 59]. Les courbes de dispersion de la figure 1.11 (b) montrent qu'un accord de phase est possible entre la SH polarisée TM (losanges bleus) et le fondamental polarisé TE (cercles rouges).

## 1.4 Quasi-accord de phase avec confinement

Si l'absence d'accord de phase est rédhibitoire pour la SHG, respecter ce seul critère n'est pas suffisant pour générer efficacement la SH. En effet, l'étude théorique préliminaire a montré au paragraphe 1.2 (Eq. 1.15) que l'intensité de la SH varie avec le carré de l'intensité du fondamental. Il est donc intéressant de travailler avec de fortes densités de puissance pour générer efficacement la SH et c'est le but du confinement de la lumière exposé dans ce paragraphe.

### 1.4.1 Les cristaux photoniques

Le domaine des cristaux photoniques s'est beaucoup développé ces trente dernières années depuis les travaux pionniers du groupe d'Eli Yablonovitch, et aujourd'hui, ils prennent une place grandissante au sein des circuits microphotoniques grâce au développement des techniques de photolithographie et de lithographie par faisceau d'électrons (en anglais *e-beam lithography*). Un cristal photonique est un arrangement périodique de matériaux diélectriques à une, deux ou trois dimensions, où la périodicité spatiale, de l'ordre du dixième de micromètre, est telle que la propagation de la lumière est fortement affectée, pouvant donner lieu à des effets de confinement à l'échelle de la longueur d'onde [5]. Le domaine de longueurs d'onde pour lesquelles le cristal photonique fait preuve d'une forte réflexion est appelé *bande interdite photonique*, (en anglais, *photonic bandgap*).

Les premières réalisations permettant de faire de l'optique non linéaire sont les guides à cristaux photoniques. Ils peuvent être vus comme responsables d'un confinement réparti où les radiations de longueurs d'onde proches de la bande interdite sont fortement ralenties puisque continuellement réfléchies d'avant en arrière au lieu de se propager librement dans le matériau. Les longueurs d'onde comprises dans la bande interdite sont quant à elles détruites par interférences entre les ondes progressives et régressives. Etant donné que la vitesse de propagation des ondes électromagnétiques dépend fortement de leur longueur d'onde, cela signifie que les cristaux photoniques offrent une forte dispersion chromatique en bordure de bande interdite. C'est en contrôlant la position des bandes interdites que cette dispersion est adaptée pour réaliser l'accord de phase nécessaire aux phénomènes non linéaires [60]. Ces derniers sont d'autant plus intenses que le fondamental et la SH bénéficient d'un fort confinement en bordure de bande photonique où la densité des modes de champs électromagnétique est élevée et la vitesse de groupe faible.

Outre ce confinement réparti, les cristaux photoniques permettent la réalisation de cavités dans lesquelles le piégeage de la lumière exacerbe les phénomènes non linéaires. Lorsque le volume de mode devient petit par rapport à la longueur de cohérence  $\ell_c$ , la condition d'accord de phase est même remplacée par la condition de recouvrement entre les modes mis en œuvre [61]. L'amplitude du champ peut être augmentée par rapport aux valeurs rencontrées dans les matériaux massifs d'un ordre de grandeur

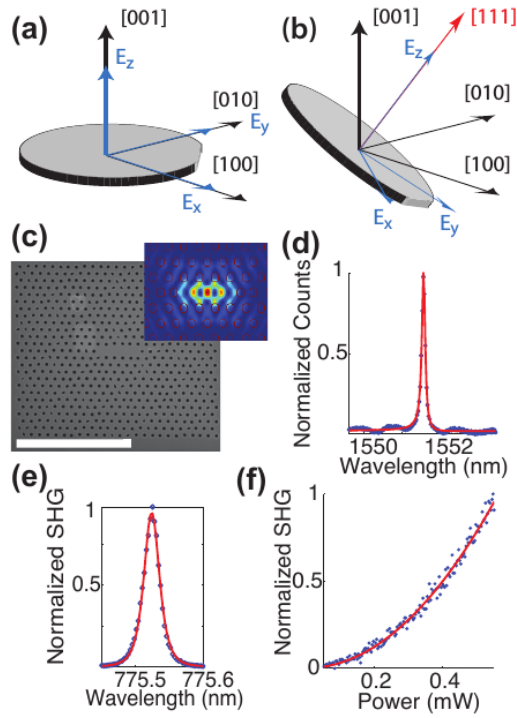


FIGURE 1.12 – (a) et (b) Orientations des composantes du champ électrique et des axes du cristal de GaAs dans un substrat orienté (001) et (111) respectivement. (c) SEM d’une cavité à cristal photonique (L3) gravée dans un substrat (001), la barre blanche mesure  $5 \mu\text{m}$ . Encart : simulation de l’amplitude du champ électrique fondamental. (d) et (e) spectres de la cavité montrant les résonances à  $1551 \text{ nm}$  et à la moitié. (f) Puissance de la SH en fonction de la puissance de pompe pour de faibles valeurs de puissance de pompe. La courbe rouge est un ajustement quadratique. (Tiré de [68])

voire plus si les modes fondamental et SH se recouvrent bien [62].

Les premières réalisations III-V furent des cristaux photoniques à une dimension, c’est à dire des empilements de couches minces suivant une direction, également appelés réflecteurs de Bragg distribués. Ainsi une efficacité de conversion de  $0.1\%$  pour une puissance de pompe moyenne de  $90 \text{ mW}$  a pu être atteinte dans un cristal de seulement  $4.9 \mu\text{m}$  constitué d’un empilement de  $\text{AlGaAs}/\text{AlO}_x$  [63]. Une SHG à  $750 \text{ nm}$  dans un cristal photonique 2D de GaP a depuis pu être réalisée affichant une efficacité de conversion  $\mathcal{P}_{out}/\mathcal{P}_{in,coupled}^2 = 430\%/W$  [64, 65, 66] et dans des cavités de GaAs où une efficacité de  $1.2\%/W$  a été atteinte [67, 68, 69] (Fig. 1.12).

## 1.4.2 Les modes de galerie

Hormis le recours aux cristaux photoniques que nous venons d'évoquer, il est possible de confiner la lumière dans les modes de galerie de microrésonateurs en forme de disques ou d'anneaux. Les modes de galerie seront présentés en détail au chapitre suivant mais ils peuvent être vus, dans un premier temps, comme un piégeage de la lumière le long des parois du microrésonateur par une succession de réflexions totales internes.

Le volume de ces modes étant restreint à quelques micromètres cube, la densité de puissance atteinte à l'intérieur du matériau favorise les effets non linéaires. Cependant, contrairement à ce qui se passe dans les cavités à cristaux photoniques où l'absence de propagation des modes utilisés rend l'accord de phase inutile, dans le cas des microrésonateurs à mode de galerie, le confinement de la puissance doit également être associé à un des mécanismes introduits précédemment pour empêcher la destruction par interférence de la SH.

Ainsi, l'accord de phase par biréfringence a été récemment utilisé dans des disques millimétriques en niobate de lithium où une SHG présentant une efficacité de conversion de 9% pour une puissance de pompe couplée de 30  $\mu\text{W}$  a été rapportée [70]. Dans le même genre de disques, il a également été observé de la fluorescence paramétrique (en anglais, *parametric down-conversion*) exhibant une efficacité de deux ordres de grandeurs supérieure aux précédentes mesures [23]. On peut également citer, avec la même technique d'accord de phase et le même matériau, la réalisation d'un oscillateur paramétrique sphéroïde pompé à 488 nm et dont la sortie est ajustable entre 707 et 865 nm, et l'idler entre 1120 et 1575 nm. L'efficacité est malheureusement limitée par l'absorption de la pompe [71].

L'utilisation de résonateurs de taille millimétrique permet d'atteindre des facteurs de qualité<sup>3</sup>  $Q$  de l'ordre de  $10^7$ , cependant, les systèmes micrométriques, bien que présentant des  $Q$  de l'ordre de  $10^4$  sont également prometteurs en terme d'intégration. Le paragraphe 1.4.4 développera l'intérêt des microdisques.

On peut citer, par exemple, l'accord modal, dans un microdisque de  $\text{LiNbO}_3$  où C. Wang fait état d'une efficacité de conversion normalisée par la puissance incidente de  $0.109 \text{ W}^{-1}$  mais précise que la condition de double résonance pour les modes res-

---

3. Le facteur de qualité sera défini au paragraphe 2.3.2. Il décrit la capacité du microrésonateur à stocker l'énergie.

pectant l'accord de phase n'est pas tout à fait remplie [72]. D'autres réalisations dans des microanneaux ou microdisques affichent des efficacités de  $2 \times 10^{-6} \text{ W}^{-1}$  [73] ou  $2.6 \times 10^{-4} \text{ W}^{-1}$  dans GaN [74], et  $1.0 \times 10^{-3} \text{ W}^{-1}$  dans SiN [14]. Une publication récente fait état du record d'efficacité à ce jour dans des microrésonateurs, avec  $25 \text{ W}^{-1}$  dans un microanneau d'AlN de  $30 \mu\text{m}$  de rayon [75]. L'accord modal a aussi été proposé dans AlGaAs/AlO<sub>x</sub> pour démontrer le contrôle thermique de la SHG dans ces systèmes [76].

Il a également été proposé d'utiliser l'accord de phase par modulation de la polarisation au sein de microrésonateurs [77]. De récentes réalisations ont montré le potentiel de cette technique pour faire de la génération de seconde harmonique dans LiNbO<sub>3</sub> d'abord à l'échelle millimétrique [78] puis micrométrique [79] et de la génération de troisième harmonique à l'échelle millimétrique [80] et micrométrique [81] utilisable notamment dans la réalisation de sources pour la spectroscopie infrarouge.

### 1.4.3 Accord par symétrie $\bar{4}$

Un cas particulier d'accord de phase associé au confinement dans des modes de galerie mérite une attention particulière puisque c'est celui qui sera utilisé dans les microdisques de GaP étudiés dans ce travail de thèse : il s'agit de l'*accord par symétrie*  $\bar{4}$ .

Les cristaux de type zinc-blende que sont GaAs et GaP (voir chapitre 2) ont une symétrie  $\bar{4}3m$ , de sorte que si la lumière est piégée autour de l'axe [001] du cristal, elle voit une inversion naturelle du milieu à chaque quart de tour (Fig. 1.13). Par conséquent, si les dimensions sont convenablement choisies pour que le quart de la circonférence soit égal à la longueur de cohérence  $\ell_c$ , des conditions identiques à celles décrites au paragraphe 1.3.1 sont réunies sans avoir à imposer artificiellement un retournement périodique de la polarisation macroscopique [18]. C'est ce principe qui sera mis en œuvre dans le chapitre 3.

Cette technique est motivée dans le cas de matériaux tels que GaAs et GaP où la mise en œuvre du QPM par modulation de polarisation est techniquement compliquée.

La première réalisation expérimentale dans GaAs présente une efficacité de conversion de  $5 \times 10^{-2} \text{ W}^{-1}$  [19]. Une autre réalisation, en AlGaAs, a permis de démontrer la SHG à  $1.58 \mu\text{m}$  avec une efficacité de  $7 \times 10^{-4} \text{ W}^{-1}$  [20]. Tout récemment, elle a

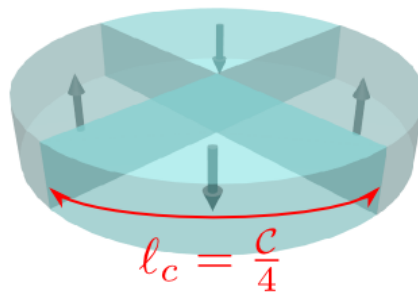


FIGURE 1.13 – Lorsque la lumière est piégée dans un microdisque de GaP dont l’axe correspond à l’axe [001] du cristal, elle voit une inversion du milieu à chaque quart de tour du fait de la symétrie  $\bar{4}$ . Si le quart de la circonférence  $\mathcal{C}$  est égal à la longueur de cohérence  $\ell_c$  alors la condition de quasi-accord de phase est respectée.

également été mise en œuvre par Lake *et al.* dans des microdisques de GaP sur substrat GaP [21] avec une efficacité de  $4.4 \times 10^{-1} \text{ W}^{-1}$ . Le potentiel de cette première réalisation sera évalué à la fin du chapitre 3 afin d’en déterminer les optimisations possibles.

#### 1.4.4 Intérêt des microdisques

Après avoir discuté des différentes techniques de quasi-accord de phase, revenons sur le premier critère d’efficacité vu au paragraphe 1.2 pour souligner l’intérêt des microdisques.

Nous avons défini une efficacité de conversion interne ne tenant pas compte du couplage, définissons à présent l’*efficacité de conversion externe*<sup>4</sup> qui en tient compte, en faisant le rapport entre la puissance fondamentale injectée et la puissance de SH recueillie en sortie du microrésonateur :

$$\eta = \frac{\mathcal{P}_{2\omega}^{ext.}}{\mathcal{P}_{\omega}^{ext.}} \quad (1.26)$$

La puissance étant liée à l’intensité par  $\mathcal{I}_{\omega} = \frac{\mathcal{P}_{\omega}}{A_{ef}}$  où  $A_{ef}$  est l’aire effective du mode, en utilisant (1.15) et (C.47), on montre :

$$\eta \propto \frac{m_{SH}}{m_f} \frac{Q_f}{Q_{SH}} \frac{A_{ef,SH}}{A_{ef,f}} \mathcal{I}_{\omega} (\chi^{(2)})^2 L^2 \quad (1.27)$$

où  $Q_f$  et  $Q_{SH}$  sont les facteurs de qualité et  $m$  le nombre azimutal du mode, c’est-à-dire le nombre de longueurs d’onde présentes sur la circonférence  $\mathcal{C}$  du microdisque :

4. Dans la suite, c’est la seule qui sera utilisée et l’adjectif « externe » sera omis. De plus, elle sera calculée pour  $\mathcal{P}_{\omega}^{ext} = 1 \text{ mW}$  et s’exprimera donc en  $\text{mW}^{-1}$ .

$m = n_{ef}C/\lambda$ . (Facteurs de qualité et nombre azimutal seront définis rigoureusement au chapitre 2.)

En utilisant de nouveau (C.47) pour remplacer  $\mathcal{I}_\omega$ , on obtient :

$$\eta \propto \frac{m_{SH}}{m_f} \frac{Q_f^2}{Q_{SH}} \frac{A_{ef,SH}}{A_{ef,f}} \frac{\mathcal{P}_\omega^{ext}}{m_f A_{ef,f}} (\chi^{(2)})^2 L^2 \quad (1.28)$$

Dans le cas des microrésonateurs, la longueur  $L$  du milieu peut être vue comme la distance parcourue par la SH dans le microrésonateur. Elle s'écrit donc  $L = \tau c/n_{ef,SH}$  où  $n_{ef,SH}$  est l'indice effectif du milieu pour la SH et  $\tau$  le temps de vie des photons de SH dans le microrésonateur. Ce dernier peut être relié au facteur de qualité par  $\tau = \frac{Q_{SH}}{\omega_{SH}}$  (Eq. (2.25)). On peut donc écrire :

$$\eta \propto \frac{m_{SH}}{m_f} \frac{Q_f^2}{Q_{SH}} \frac{A_{ef,SH}}{A_{ef,f}} \frac{\mathcal{P}_\omega^{ext}}{\frac{n_{ef,f}c}{\lambda_f} A_{ef,f}} (\chi^{(2)})^2 Q_{SH}^2 \frac{\lambda_{SH}^2}{(2\pi c)^2} \frac{c^2}{n_{ef,SH}^2} \quad (1.29)$$

$C \times A_{ef,f}$  est le volume du mode fondamental  $\mathcal{V}_f$ , on peut donc finalement écrire :

$$\eta \propto \frac{Q_{SH} Q_f^2}{\mathcal{V}_f} (\chi^{(2)})^2 \mathcal{P}_\omega^{ext} \quad (1.30)$$

Les microdisques, bien qu'affichant des facteurs de qualité modestes comparés aux sphéroïdes, peuvent donc atteindre des efficacités de conversion comparables du fait de leurs petites tailles qui présente également un avantage pour l'intégration.

## Conclusion

En présence d'une onde électromagnétique de forte intensité, les matériaux diélectriques offrent une réponse non linéaire, c'est à dire que la polarisation générée par le champ électrique présente des fréquences multiples de la fréquence fondamentale. Dans les matériaux non centro-symétriques, il existe essentiellement la fréquence double, on parle alors de génération de seconde harmonique SHG.

La SHG est d'autant plus intense que la distance parcourue dans le matériau non linéaire est grande mais du fait de la dispersion chromatique les ondes fondamentale et de SH ne se propagent pas à la même vitesse et des phénomènes d'interférences viennent détruire ce qui est généré à moins de mettre en œuvre une technique d'accord de phase.

Parmi ces techniques, celles mettant en œuvre des méthodes d'optique intégrée permettent d'augmenter l'intensité lumineuse en réduisant l'aire effective des modes



mis en jeu améliorant ainsi l'efficacité de conversion. D'une façon générale, l'utilisation des résonances de cavités optiques offre un autre moyen d'accroître l'intensité lumineuse. Les microdisques en GaP à modes de galerie étudiés dans cette thèse combinent les avantages de ces deux approches et offrent en plus une possibilité d'intégration. Depuis les premières réalisations expérimentales en 2014 sur GaAs, et depuis dans d'autres filières (GaN, GaP, AlN), les différentes démonstrations combinent différents types d'accords de phase mais ont en commun de toutes faire appel à l'accord de phase modal.

Un des objets de cette thèse est d'étudier le potentiel de GaP pour la SHG sous forme de microdisques dans le but de proposer des scénarios d'accord de phase permettant de s'affranchir de l'accord modal qui en limitant le recouvrement entre le fondamental et la SH restreint l'efficacité de conversion que l'on peut espérer.

# Chapitre 2

## Théorie des modes de galerie dans les microdisques de GaP

### Sommaire

---

<b>2.1</b>	<b>Le phosphore de gallium</b>	<b>39</b>
2.1.1	Intérêt	39
2.1.2	Propriétés cristallines de GaP	40
2.1.3	Energie de bande interdite	41
2.1.4	Indice de réfraction	42
2.1.5	Susceptibilité diélectrique	42
<b>2.2</b>	<b>Fabrication des microdisques de GaP sur substrat GaP</b>	<b>45</b>
<b>2.3</b>	<b>Détermination analytique des modes de galerie</b>	<b>49</b>
2.3.1	Résolution	49
	Dépendance verticale	50
	Dépendance radiale	51
	Exemple	53
2.3.2	Facteur de qualité	53
2.3.3	Normalisation	57
	Suivant $z$	58
	Suivant $r$	59
<b>2.4</b>	<b>Détermination des modes par FDTD et FEM.</b>	<b>59</b>
2.4.1	FDTD	59
2.4.2	FEM	60
2.4.3	Comparaison des résultats	61
<b>2.5</b>	<b>Caractérisation des modes de galerie par cathodoluminescence</b>	<b>62</b>

---

Avant de pouvoir étudier la SHG dans les microdisques de GaP, une description de la propagation de la lumière dans ces systèmes est nécessaire. Nous verrons que, comme sur une corde vibrante où la longueur finie de la corde impose des modes propres de vibration, seuls les champs électromagnétiques résonants sélectionnés par les conditions aux limites peuvent s'établir dans les microdisques. Après une courte

description des propriétés du matériau en lui-même, ce chapitre expose une méthode de résolution analytique approchée des équations de Maxwell conduisant à la détermination des modes résonants appelés *modes de galerie* (en anglais, *Whispering Gallery Modes* (WGM)).

L'histoire des modes de galerie commence dans le domaine acoustique, lorsqu'en 1877, Lord Rayleigh tente à son tour d'expliquer l'étonnant phénomène qui se produit sous le dôme de la cathédrale Saint Paul de Londres [82]. En ce lieu, en effet, un chuchotement murmuré contre la paroi de la galerie située à la base du dôme, à 30 m au-dessus du sol, peut s'entendre tout au long du mur bien que l'hémisphère ait un diamètre de 32 m.

Lord Rayleigh mena des expériences muni d'un sifflet et de bougies pour étudier la propagation du son au sein de cette géométrie particulière et parvint à décrire correctement la façon dont les ondes sont guidées le long du mur par un effet de refocalisation par la surface courbe [83, 84]. Parce qu'elles sont confinées dans un volume limité durant leur propagation au lieu de s'étendre librement à travers l'espace, leur amplitude demeure importante ce qui explique pourquoi le son peut être entendu loin de sa source<sup>1</sup>.

Du fait de leur nature ondulatoire commune, la lumière partage avec le son un piègeage dans des modes de galerie et Lord Rayleigh avait déjà suggéré que de tels modes de propagation pourraient exister pour les ondes électromagnétiques et trouveraient des applications pratiques du fait du fort confinement des champs qu'ils entraînent. Néanmoins, les systèmes où la lumière peut être piégée sont plus petits de plusieurs ordres de grandeur puisque les longueurs d'onde sont de l'ordre du micromètre plutôt que du centimètre. En outre, le confinement de la lumière est permis seulement dans des matériaux de plus grand indice de réfraction que le milieu qui les entoure, les réflexions acoustiques contre le mur sont alors remplacées par des réflexions totales internes. Ainsi, une description simpliste des WGM pour la lumière est une succes-

---

1. Le même phénomène surprenant se produit en différents lieux, comme dans la *Whispering Gallery* ouverte en 1938 au Musée des Sciences et de l'Industrie de Chicago. Un autre exemple historique est celui du Gol Gumbaz situé à Karnataka en Inde et achevé en 1656. Ce mausolée de Mohammed Adil Shah abrite une galerie des murmures sous son dôme dont le diamètre externe est de 44 m. Mais c'est peut être au sein du Temple du Paradis à Pékin, que le « Mur de l'Echo » offre l'exemple le plus frappant de ce phénomène puisque, là, les ondes acoustiques ne sont pas piégées sous un dôme mais simplement le long d'un cylindre constitué par le mur d'enceinte de 3.72 m de haut, 90 cm d'épaisseur et 65.1 m de diamètre.

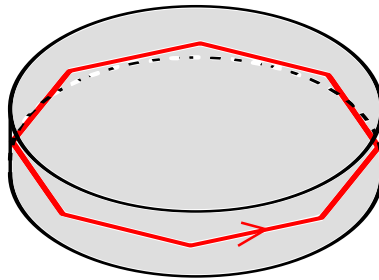


FIGURE 2.1 – Approche simpliste des modes de galerie dans un microdisque : la lumière se propage le long du dioptré par une succession de réflexions totales internes.

sion de réflexions sur la paroi interne du contour du microrésonateur (Fig. 2.1). Ces cavités peuvent revêtir des formes différentes telles que disques, sphères, anneaux ou tores, dans la suite, on se limite à l'étude des microdisques.

L'approche géométrique utilisée pour introduire simplement les modes de galerie ne peut pas être retenue pour des déterminations quantitatives puisque le modèle ne prend pas en compte la nature ondulatoire de la lumière et n'est pas pertinent pour des systèmes dont la taille approche celle de la longueur d'onde. Ce chapitre recourt donc à l'utilisation de la théorie de Maxwell et commence par une rapide description du matériau utilisé de façon à pouvoir disposer des données numériques nécessaires pour illustrer les calculs par des exemples concrets.

## 2.1 Le phosphure de gallium

### 2.1.1 Intérêt

Le GaP a été fortement utilisé dans l'industrie des semi-conducteurs depuis les années 70 pour la réalisation de DEL vertes. Mais le caractère indirect de son gap a limité ensuite son utilisation au bénéfice de matériaux tels que InP, GaAs et GaN. Depuis le début des années 2000, la recherche sur le GaP voit un regain d'intérêt lié à l'essor de la photonique sur silicium et aux difficultés de développer des sources lasers efficaces à base de semi-conducteurs du groupe IV. Le GaP est, en effet, le semi-conducteur III-V dont le paramètre de maille est le plus proche de celui du Si, facilitant sa croissance pseudomorphique sur ce dernier (Fig. 2.2). Plusieurs alternatives sont alors envisageables pour réaliser un laser intégré sur Si (laser à base de GaP ou épitaxie d'un autre III-V sur pseudo substrats GaP/Si). Parallèlement, le couple

de matériaux (GaP,Si) a également été présenté comme une association prometteuse pour la réalisation de cellules solaires tandem. L'équipe OHM du laboratoire s'est positionnée depuis plusieurs années sur ces deux niches de recherche [85, 86, 87].

C'est ici un troisième atout du phosphure de gallium qui nous intéresse tout particulièrement : ses prédispositions pour l'optique non linéaire. On peut imaginer que dans le futur, la combinaison de ces propriétés conduira à la réalisation de sources intégrées sur Si mettant directement en jeu les fonctions non linéaires.

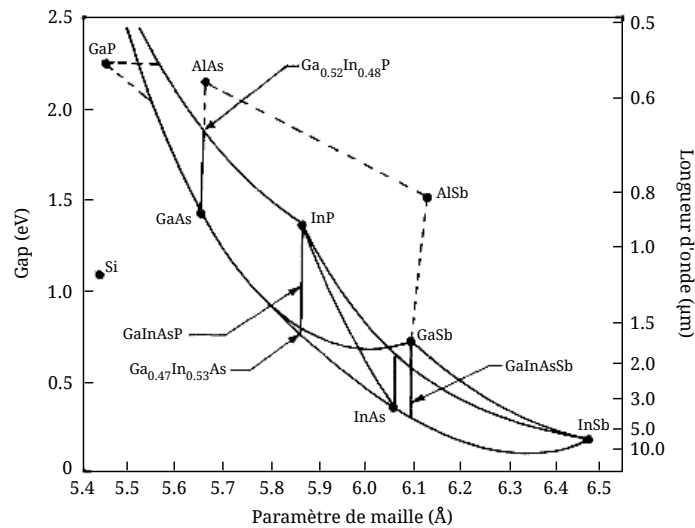


FIGURE 2.2 – Energie de Gap en fonction du paramètre de maille des composés III-V. Le paramètre de maille du phosphure de gallium proche de celui du silicium permet son intégration par hétéroépitaxie.

### 2.1.2 Propriétés cristallines de GaP

Le cristal de GaP est de type zinc-blende, c'est-à-dire que les atomes de gallium et de phosphore forment chacun des mailles cubiques faces centrées décalées d'un quart l'une par rapport à l'autre suivant la diagonale. Une autre description possible consiste à dire que les atomes de gallium forment une maille cubique faces centrées dont la moitié des sites tétraonaux est occupée par les atomes de phosphore. Ce cristal présente une symétrie  $\bar{4}$ , c'est-à-dire qu'après rotation du cristal autour de l'axe [001] d'un angle de  $\pi/2$  radians, la disposition des atomes est la même que celle obtenue par réflexion à travers le plan (001). (Voir Fig. 2.3) Plus précisément, GaP fait partie du groupe de symétrie  $\bar{4}3m$ .

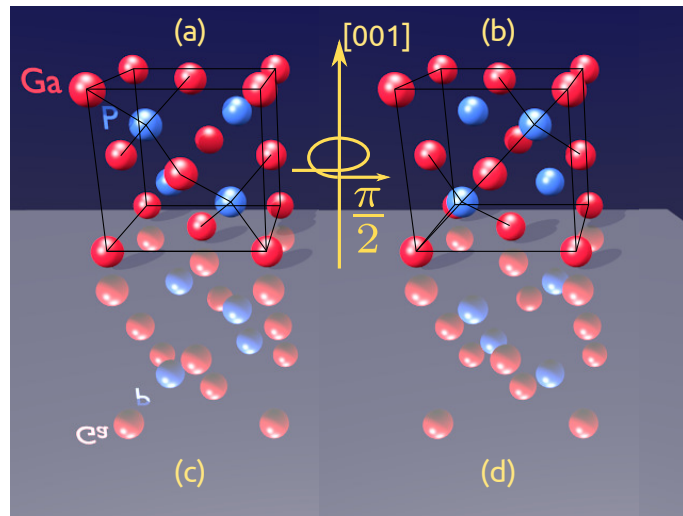


FIGURE 2.3 – Maille cristalline du GaP. Ce cristal présente une symétrie  $\bar{4}$ , c'est à dire qu'après une rotation de  $\pi/2$  radians du cristal autour de l'axe  $[001]$ , la disposition des atomes est la même que celle obtenue par réflexion à travers le plan  $(001)$ . Sur l'illustration ci-dessus, l'image (b) obtenue par rotation de (a) d'un quart de tour autour de l'axe  $[001]$  est superposable à la réflexion (c).

### 2.1.3 Energie de bande interdite

Les diagrammes de bandes (Fig. 2.4) montrent que le GaP est à gap indirect (le minimum de la bande de conduction n'a pas le même vecteur d'onde que le maximum de la bande de valence) ce qui constitue, par rapport à GaAs, un handicap pour la réalisation de sources lumineuses, mais c'est par contre un avantage pour les non linéarités car l'absorption est très faible même en bord de gap.

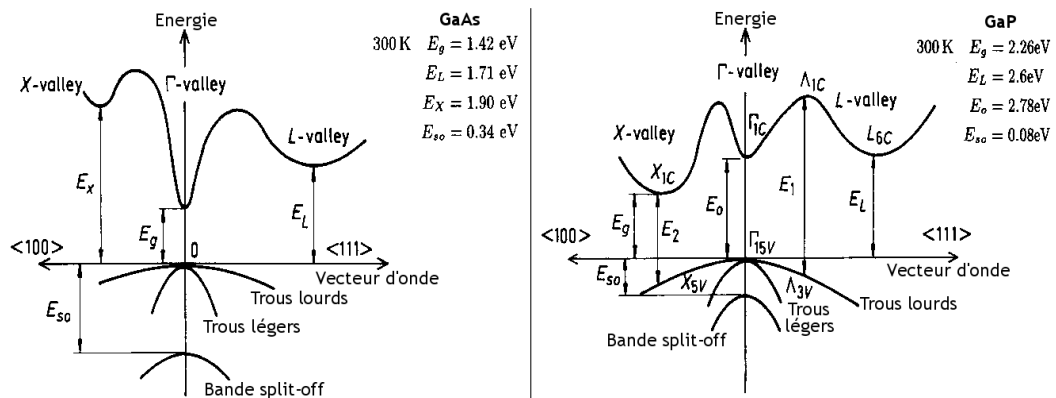


FIGURE 2.4 – Diagrammes de bandes de GaAs et GaP. GaAs est à gap direct, GaP à gap indirect. [88]

En revanche, son écart en énergie entre la bande de valence et la bande de conduction de  $E_{gap} = 2.26$  eV, contre seulement  $E_{gap} = 1.42$  eV pour GaAs, en fait un matériau plus adapté aux applications d'optique non linéaire d'ordre deux dans la gamme des longueurs d'onde télécom. En effet, si le fondamental utilisé pour réaliser du doublage de fréquence se situe à  $1.55 \mu\text{m}$ , les photons possèdent une énergie de 0.8 eV de sorte que l'absorption biphotonique de la pompe dans le GaAs n'est pas négligeable tandis qu'elle reste impossible dans le GaP. De plus, les photons issus de la SHG possèdent une énergie de 1.6 eV et seront donc également absorbés par GaAs et non par GaP.

### 2.1.4 Indice de réfraction

L'indice de réfraction du GaP est donné par la courbe de dispersion de la figure 2.5, tracée à l'aide des relations suivantes :

- entre 340 nm et 700 nm [89] :

$$\begin{aligned} n = & -8.905179814263333 \times 10^2 + 2.261241226774731 \times 10^4 \times \lambda \\ & - 2.170095271928362 \times 10^5 \times \lambda^2 + 1.116444214659925 \times 10^6 \times \lambda^3 \\ & - 3.494494079506182 \times 10^6 \times \lambda^4 + 7.004007331348397 \times 10^6 \times \lambda^5 \\ & - 9.067103222597366 \times 10^6 \times \lambda^6 + 7.351282321454732 \times 10^6 \times \lambda^7 \\ & - 3.400138284953416 \times 10^6 \times \lambda^8 + 6.854658217585481 \times 10^5 \times \lambda^9 \quad (2.1) \end{aligned}$$

- entre 700 nm et  $4 \mu\text{m}$  [90] :

$$n = \sqrt{\frac{1.390 \times \lambda^2}{\lambda^2 - 0.172^2} + \frac{4.131 \times \lambda^2}{\lambda^2 - 0.234^2} + \frac{2.570 \times \lambda^2}{\lambda^2 - 0.345^2} + \frac{2.056 \times \lambda^2}{\lambda^2 - 27.52^2}} + 1 \quad (2.2)$$

Dans la suite, pour des questions pratiques, on souhaite utiliser un fondamental dans la gamme télécom, c'est à dire autour de 1550 nm. On remarque alors que la SH se situe dans une zone de grande dispersion du fait de la proximité de la bande interdite du GaP. Les techniques d'accord de phase devront sans doute être cumulées pour réussir à compenser ce grand écart.

### 2.1.5 Susceptibilité diélectrique

Du fait de son absence de centre d'inversion, le cristal de GaP possède une susceptibilité diélectrique non linéaire d'ordre 2, i.e.  $\chi^{(2)} \neq 0$ . Lorsqu'un champ électrique

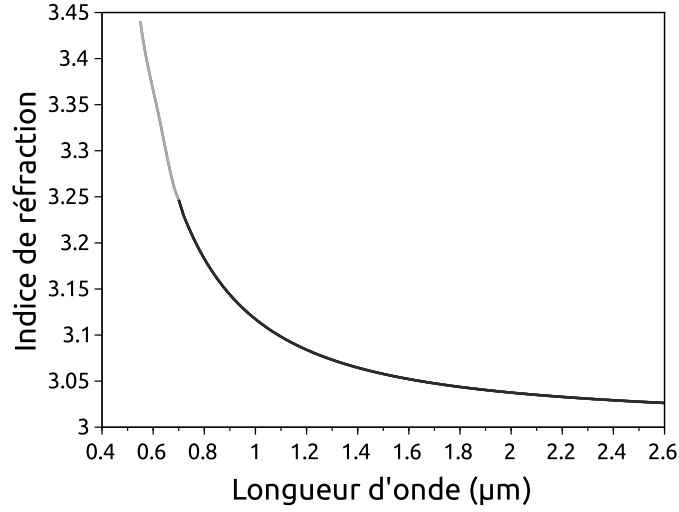


FIGURE 2.5 – Courbe de dispersion du GaP, la partie grise est issue des mesures de Aspnes et Studna [89], la partie noire de celles de Bond [90]

$\vec{E}_\omega$  de pulsation  $\omega$  se propage dans le matériau, cette susceptibilité engendre une polarisation non-linéaire d'ordre 2, donnée par

$$\vec{P}^{NL} = \varepsilon_0 \underline{\underline{\chi}}^{(2)} : \vec{E}_\omega \vec{E}_\omega \quad (2.3)$$

ou, en utilisant la notation contractée (cf. annexe B) :

$$\begin{bmatrix} P_x^{NL} \\ P_y^{NL} \\ P_z^{NL} \end{bmatrix} = \varepsilon_0 \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} & d_{14} & d_{15} & d_{16} \\ d_{16} & d_{22} & d_{23} & d_{24} & d_{14} & d_{12} \\ d_{15} & d_{14} & d_{33} & d_{23} & d_{13} & d_{14} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x^2(\omega) \\ E_y^2(\omega) \\ E_z^2(\omega) \\ 2E_y(\omega)E_z(\omega) \\ 2E_x(\omega)E_z(\omega) \\ 2E_x(\omega)E_y(\omega) \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

Pour un cristal de symétrie  $\bar{4}3m$  comme le GaP, seuls les termes  $d_{14} = d_{25} = d_{36}$  sont non-nuls et peuvent être calculés à l'aide de la formule de Miller :

$$d_{14} = \Delta \times (n_f^2 - 1)^2 (n_{SH}^2 - 1) \quad (2.5)$$

où  $\Delta$  est le coefficient de Miller à la longueur d'onde du fondamental considérée et  $n_f$  ( $n_{SH}$ ) l'indice de réfraction du GaP à la longueur d'onde du fondamental (de la seconde harmonique).

Les coefficients de Miller mesurés par I. Shoji [91] sont représentés par les points rouges sur la figure 2.6 a). Une interpolation par le modèle polynomial d'ordre deux



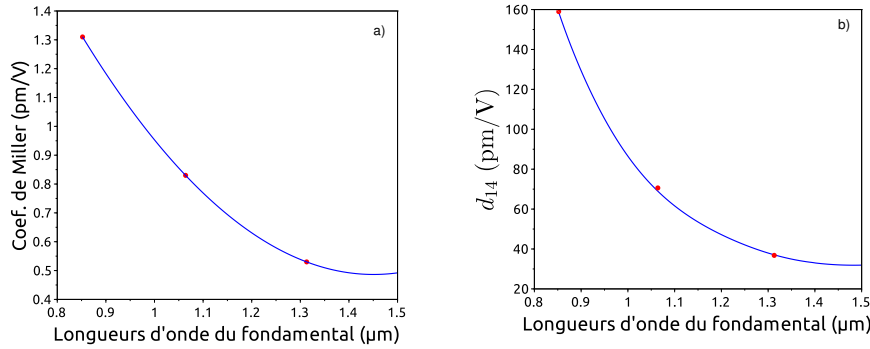


FIGURE 2.6 – a) Les points rouges indiquent les coefficients de Miller du GaP mesurés par Shoji et qui ont été interpolés par un modèle polynomial d’ordre deux pour déterminer les autres valeurs. b) Valeurs des coefficients de susceptibilité non-linéaire d’ordre 2 contractés  $d_{14}$  aux différentes longueurs d’onde du fondamental calculés à l’aide de la formule de Miller. Les points rouges indiquent les valeurs mesurées par Shoji.

indiqué ci-dessous a permis de calculer les valeurs pour les autres longueurs d’onde.

$$\Delta = 4.8983 - 5.8467\lambda + 1.919\lambda^2 \quad (2.6)$$

En utilisant ensuite l’indice de réfraction du GaP calculé comme indiqué dans le paragraphe précédent, les coefficients  $d_{14}$  sont estimés entre  $0.8 \mu\text{m}$  et  $1.5 \mu\text{m}$ . (Fig. 2.6 b))

Aux alentours de  $1.5 \mu\text{m}$ ,  $d_{14} = 28.5 \text{ pm/V}$ . Cette valeur peut sembler modeste comparée à  $d_{14} = 119 \text{ pm/V}$  pour le GaAs aux mêmes longueurs d’onde mais comme nous l’avons vu dans le paragraphe 2.1.3, ce matériau absorbe la SH générée et le fondamental par absorption à deux photons à cause de son gap plus faible. Cette susceptibilité peut également être comparée à celle du niobate de lithium, couramment utilisé dans les dispositifs commerciaux du fait de sa large fenêtre de transparence. A  $1300 \text{ nm}$ , pour  $\text{LiNbO}_3$ ,  $d_{33} = 19.5 \text{ pm/V}$  et pour GaP,  $d_{14} = 37 \text{ pm/V}$ . On voit donc que le GaP est compétitif du point de vue de l’efficacité de la non linéarité et complémentaire du fait de la gamme de longueur d’onde accessible ( $\text{LiNbO}_3$  devient absorbant dans le moyen infrarouge) et de l’intégration potentielle sur Si.

## 2.2 Fabrication des microdisques de GaP sur substrat GaP

La fabrication des microdisques est une activité nouvelle au sein de l'équipe Optoélectronique-Hétéroépitaxie-Matériaux du laboratoire Foton et est en cours d'optimisation, elle n'entre pas dans le cadre de mon travail de doctorat. La croissance des cristaux a été confiée à Tony Rohel, la gravure des microdisques a été réalisée par Julie Sterviniou, Olivier de Sagazan et Yoan Léger. Certains échantillons n'ont cependant pas été fabriqués à Foton, ils ont fait l'objet d'une collaboration avec l'équipe d'Isabelle Sagnes au LPN.

Sans entrer dans les détails, la fabrication des microdisques comprend quatre étapes :

1. la croissance des différentes couches de cristaux,
2. la lithographie qui permet de reporter le motif des microdisques sur l'échantillon,
3. la gravure qui fait apparaître des micropiliers,
4. le dégagement des piédestaux supportant les microdisques.

### 1) Croissance :

La croissance des premiers disques a été réalisée directement sur substrat GaP pour s'affranchir au départ des problèmes spécifiques à la croissance de GaP sur Si. Deux techniques ont été utilisées : l'épitaxie par jet moléculaire au laboratoire Foton et l'épitaxie en phase vapeur aux organométalliques (en anglais, *Metalorganic Chemical Vapor Deposition*, MoCVD) au LPN.

L'équipe OHM du laboratoire Foton dispose d'un bâti d'épitaxie permettant de préparer les différentes couches nécessaires à la fabrication des microdisques. Une première couche d'AlGaP sur un substrat GaP servira de couche sacrificielle pour obtenir le piédestal supportant le microdisque. Elle a une épaisseur de 1  $\mu\text{m}$ . Les paramètres de maille des deux cristaux sont suffisamment proches pour assurer une croissance sans défauts.

La couche de GaP dans laquelle sera gravé le microdisque est ensuite épitaxiée sur l'AlGaP. Elle a une épaisseur variable entre 130 nm et 350 nm suivant les échantillons.

## 2) Masquage et lithographie :

Pour peu que le masque soit de bonne qualité et que la surface de l'échantillon permette un bon contact, la photolithographie permet un report des motifs circulaires offrant une rugosité tout à fait comparable à celle obtenue par lithographie électronique. Cependant, la taille des microdisques nécessaires à la SHG n'étant pas connue au démarrage de cette thèse, la gravure électronique a permis une plus grande modularité puisqu'elle ne fait pas appel à l'utilisation d'un masque physique qui fige le design des dispositifs pour une campagne d'étude.

Le protocole le plus abouti mis en œuvre au laboratoire Foton comporte quatre étapes : a) dépôt de SiN, b) dépôt de résine négative SU8, c) lithographie électronique et développement, d) gravure du SiN. Celui suivi au LPN comporte 6 étapes : a) dépôt de SiN, b) dépôt de PMMA (résine positive), c) lithographie électronique et développement, d) dépôt de Nickel, e) lift-off de la couche Ni+PMMA non insolée, f) gravure du SiN.

A la fin de l'étape de lithographie, les parties de l'échantillon devant être attaquées sont à nu.

## 3) Gravure :

Les zones non-protégées à l'issue de l'étape précédente sont éliminées soit en solution, soit par attaque ionique réactive couplée par plasma (en anglais *Inductively Coupled Plasma Reactive-Ion Etching*, ICP-RIE).

Les difficultés posées par cette étape sont doubles : il faut graver correctement le motif défini lors de l'étape précédente sans le déformer ni ajouter de rugosité et il faut préserver la couche qui servira ensuite à former les piédestaux. La gravure en solution est de ce point de vue problématique car, d'une part, l'attaque chimique est anisotrope de sorte que les motifs circulaires sont transformés en ellipses, d'autre part, le GaP-etch utilisé n'est pas totalement sélectif et attaque en partie la couche l'AlGaP ce qui fait disparaître les pieds des petits disques. Pour ces raisons, c'est la gravure par un plasma de dichlore et d'argon qui a été privilégiée pour les derniers échantillons.

A la fin de cette étape, le dépôt de nitrure protégeant les piliers à garder est éliminé.

## 4) Formation des piédestaux :

Enfin, une solution d'acide fluorhydrique attaque spécifiquement la couche d'AlGaP

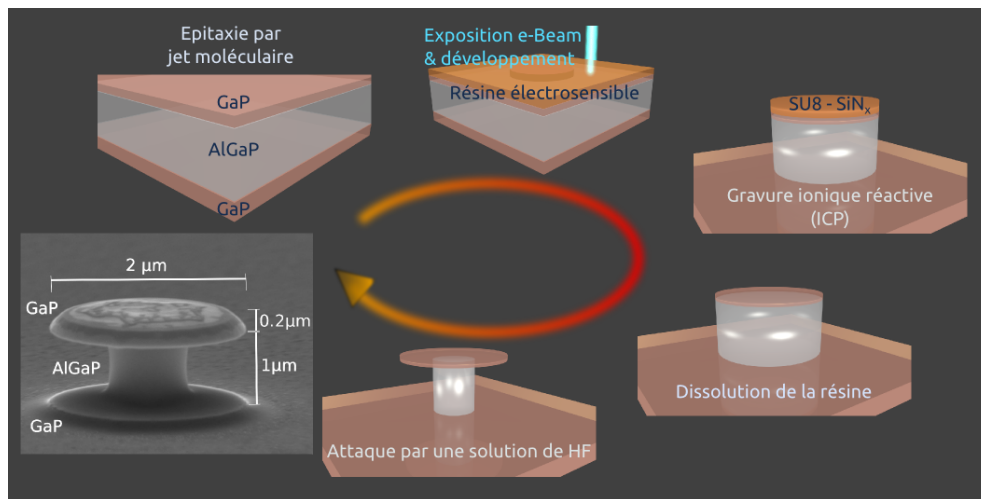


FIGURE 2.7 – Aperçu des différentes étapes de fabrication d’un microdisque de GaP sur substrat GaP et image MEB d’un microdisque fabriqué au laboratoire.

ce qui permet de former le piédestal et de suspendre ainsi les microdisques dans l’air.

Cette étape exige une bonne sélectivité de l’attaque chimique pour ne pas modifier les épaisseurs et rayons des microdisques.

La figure 2.7 résume les différentes étapes dans le cas d’une gravure électronique et attaque ICP et montre une image MEB d’un microdisque fabriqué au laboratoire.

La figure 2.8 montre une analyse de la rugosité des microdisques obtenus au laboratoire suivant le protocole de D. Parrain *et al.* [92]. Le contour du microdisque est tracé par analyse du contraste entre la zone du microdisque et celle du substrat. Cette courbe est ensuite approchée par un cercle qui permet de déterminer les coordonnées du centre du disque. La coordonnée radiale de chaque point du bord du cercle peut alors être calculée. Enfin, l’écart type de la distribution des rayons obtenus donne la rugosité directe du microdisque. On peut conclure ainsi que les microdisques obtenus au laboratoire présentent une rugosité directe d’environ 20 nm.

Le signal peut être décomposé en contributions de grandes longueurs caractéristiques (nommée *waviness* dans [92]) et d’autres de petites longueurs caractéristiques auxquelles est attribuée la rugosité. Pour les deux échantillons étudiés figure 2.8, la rugosité est de 10 nm une fois la contribution de la *waviness* soustraite, soit un ordre de grandeur au-dessus de ce qui est présenté dans [92] pour GaAs. Avant même la caractérisation optique, on peut donc conclure que le protocole de fabrication doit encore être optimisé.

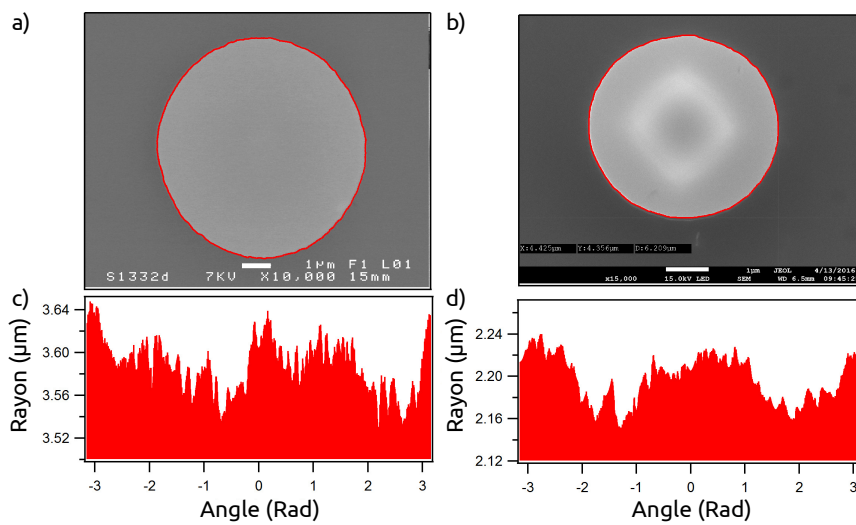


FIGURE 2.8 – Analyse de la rugosité des microdisques. a) Image TEM d'un microdisque gravé par photolithographie et chimie humide. b) Image TEM d'un microdisque gravé par faisceau électronique, ICP et dégagement du pied en chimie humide. La barre blanche fait  $1 \mu\text{m}$  dans les deux cas. c) & d) Rayon du microdisque en fonction de la coordonnée azimutale. L'écart type donne une rugosité directe de  $24 \text{ nm}$  pour c) et  $22 \text{ nm}$  pour d). L'échelle est la même ce qui permet une comparaison directe des profils.

## 2.3 Détermination analytique des modes de galerie

### 2.3.1 Résolution

Considérons un disque diélectrique d'indice de réfraction  $n$ , de rayon  $R$  et d'épaisseur  $e$  suspendu dans l'air. Les notations utiles sont définies sur la figure 2.9.

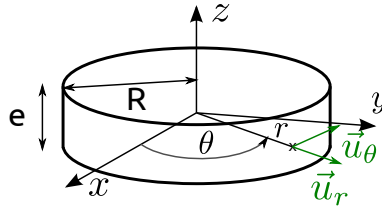


FIGURE 2.9 – Notations utilisées pour l'étude de la propagation des ondes électromagnétiques dans un microdisque suspendu dans l'air. L'origine du repère est au centre du microdisque.

En l'absence de polarisation non linéaire et puisque le disque est homogène et ne porte pas de charge électrique, l'équation de Helmholtz pour le champ électrique  $\vec{E}$  dont la variation temporelle est en  $e^{i\omega t}$  s'écrit, en posant  $k_0^\omega = \omega/c$  (voir annexe A) :

$$\Delta \vec{E} + (k_0^\omega)^2 n^2 \vec{E} = \vec{0} \quad (2.7)$$

La différence d'indice entre l'air et le GaP est suffisamment grande pour que les champs électromagnétiques à l'intérieur du microdisque soient séparés en deux familles de polarisation [93] :

- les *modes transverses électriques*<sup>2</sup> (TE) pour lesquels le champ électrique  $\vec{E}$  est contenu dans le plan du microdisque et le champ magnétique est orienté suivant l'axe  $z$ , pour ces modes, les trois composantes  $(H_z, E_r, E_\theta)$  sont non nulles. Par la suite, ces modes seront baptisés  $H_{\parallel z}$ .
- les *modes transverses magnétiques* (TM) pour lesquels le champ d'excitation magnétique  $\vec{H}$  est contenu dans le plan du microdisque et le champ électrique est suivant l'axe  $z$ , pour ces modes ce sont les composantes  $(E_z, H_r, H_\theta)$  qui sont non nulles. Ces modes seront baptisés  $E_{\parallel z}$ .

Afin de mener en parallèle les calculs pour les deux familles de modes, la composante du champ électrique suivant  $z$  pour les modes  $E_{\parallel z}$  (la composante du champ

2. Les dénominations TE et TM sont liées au confinement vertical dans le plan du microdisque bien que le confinement principal soit plutôt centripète.

Mode $E_{\parallel z}$ (TM)	Mode $H_{\parallel z}$ (TE)
$E_z$	$H_z$
$H_r = \frac{m}{r\mu_0\omega} E_z$	$E_r = \frac{-m}{r\epsilon_0 n^2 \omega} H_z$
$H_\theta = \frac{1}{i\mu_0\omega} \frac{\partial E_z}{\partial r}$	$E_\theta = \frac{i}{\epsilon_0 n^2 \omega} \frac{\partial H_z}{\partial r}$

TABLE 2.1 – Coordonnées des champs électrique et excitation magnétique déduites des équations de Maxwell-Faraday et Maxwell-Ampère pour les deux familles de polarisation existant dans un microdisque.

excitation magnétique suivant  $z$  pour les modes  $H_{\parallel z}$ ) sera notée  $F_z$ . On suppose que les variables peuvent être séparées [94] et on considère un champ monochromatique de pulsation  $\omega$ . En outre, seuls les champs ayant une dépendance harmonique suivant  $\theta$  peuvent être résonants dans le microdisque (ou une superposition de ces modes harmoniques),  $F_z$  peut donc être écrit sous la forme :

$$F_z = A\psi(r)Z(z)e^{i(\omega t - m\theta)} \quad (2.8)$$

où  $m$  est le *nombre azimutal*.

A partir de l'expression de  $F_z$ , les équations de Maxwell  $r\vec{\text{ot}}\vec{E} = -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$  et  $r\vec{\text{ot}}\vec{H} = \epsilon_0 n_{ef}^2 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ , permettent d'établir celles des composantes des champs suivant  $r$  et  $\theta$ , indiquées dans le tableau 2.1.

En projetant l'équation de Helmholtz (cf. annexe A.4) sur l'axe  $z$  et en utilisant la séparation des variables, on obtient deux équations indépendantes donnant les évolutions des champs avec  $r$  et  $z$ .

## Dépendance verticale

La dépendance planaire s'écrit :

$$\frac{d^2 Z}{dz^2} + (k_0^\omega)^2 (n^2 - n_{ef}^2) Z = 0 \quad (2.9)$$

où  $n_{ef}$  est l'*indice effectif* du matériau vu par la lumière guidée dans une couche mince d'épaisseur  $e$  et d'indice  $n$ . Seul le premier mode, c'est à dire celui dont l'indice effectif est le plus grand, est considéré dans la suite (sauf dans le chapitre 4).

• *A l'intérieur du microdisque :*

$(n^2 - n_{ef}^2) > 0$ , la première solution paire de l'équation différentielle est :

$$Z(z) = C \cos\left(k_0^\omega \sqrt{n^2 - n_{ef}^2} z\right) \quad (2.10)$$

où  $C$  est une constante réelle.

Le *nombre planaire*, noté  $q$ , est défini comme le nombre d'extrema de la fonction  $Z$  dans l'épaisseur du microdisque. Par conséquent, la solution paire considérée ici est caractérisée par  $q = 1$ .

- *A l'extérieur du microdisque* :

L'indice de réfraction est 1 en dehors du microdisque (i.e.  $n = 1$  si  $|z| > e/2$ ) donc  $(n^2 - n_{ef}^2) < 0$  et l'équation différentielle a pour solution :

$$Z(z) = C \times B \exp\left(-k_0^\omega \sqrt{n_{ef}^2 - 1} z\right) \quad (2.11)$$

Parmi les deux solutions de l'équation caractéristique, on retient celle qui demeure finie loin du microdisque. La constante  $B$  doit être déterminée pour que la continuité des champs tangents à l'interface soit assurée. Un exemple de résolution sera donné plus loin mais le lecteur curieux de se représenter l'allure du profil vertical peut déjà se reporter à la figure 2.11.

### Dépendance radiale

La dépendance radiale est donnée par l'équation suivante :

$$\frac{d^2\psi}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\psi}{dr} + \left( (k_0^\omega)^2 n_{ef}^2 - \frac{m^2}{r^2} \right) \psi = 0 \quad (2.12)$$

La solution de cette équation de Bessel est :

- une fonction de Bessel de première espèce  $C_1 J_m(k_0^\omega n_{ef} r)$  dans le microdisque ;
- une fonction de Hankel du deuxième type  $C_2 H_m^{(2)}(k_0^\omega r)$  pour décrire la partie évanescente à l'extérieur ;

où  $C_1$  et  $C_2$  sont deux constantes complexes à déterminer.

La continuité de la composante tangentielle du champ impose deux équations.

- Suivant  $z$  :

$$C_1 J_m(k_0^\omega n_{ef} R) = C_2 H_m^{(2)}(k_0^\omega R) \quad (2.13)$$



- Suivant  $\theta$  :

Mode $E_{\parallel z}$		Mode $H_{\parallel z}$
<p>D'après (2.1)</p> $H_\theta = \frac{1}{i\mu_0\omega} \frac{\partial E_z}{\partial r} \quad (2.14)$ <p>on arrive à :</p> $n_{ef} C_1 J'_m(k_0^\omega n_{ef} R) = C_2 H_m^{(2)'}(k_0^\omega R) \quad (2.15)$		<p>D'après (2.1)</p> $E_\theta = \frac{i}{\epsilon_0 n_{ef}^2 \omega} \frac{\partial H_z}{\partial r} \quad (2.16)$ <p>on arrive à :</p> $\frac{1}{n_{ef}} C_1 J'_m(k_0^\omega n_{ef} R) = C_2 H_m^{(2)'}(k_0^\omega R) \quad (2.17)$

Ces deux conditions peuvent être rassemblées sous la forme :

$$\begin{bmatrix} J_m(k_0^\omega n_{ef} R) & -H_m^{(2)}(k_0^\omega R) \\ u J'_m(k_0^\omega n_{ef} R) & -H_m^{(2)'}(k_0^\omega R) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

avec  $u = n_{ef}$  (modes  $E_{\parallel z}$ ) ou  $\frac{1}{n_{ef}}$  (modes  $H_{\parallel z}$ ).

Pour éviter d'avoir comme unique solution  $C_1 = C_2 = 0$ , le déterminant doit être nul, ce qui se produit pour différentes valeurs de  $k_0^\omega$  et conduit à la détermination des modes propres du microdisque.

En fait, comme  $k_0^\omega$  est complexe, il donne accès à deux informations :

- la partie réelle permet de calculer la longueur d'onde du mode résonant :

$$\lambda_0 = \frac{2\pi}{\mathcal{R}e(k_0^\omega)} \quad (2.19)$$

- la partie imaginaire conduit au facteur de qualité limité par les pertes par courbure :

$$Q = \frac{\mathcal{R}e(k_0^\omega)}{2\mathcal{I}m(k_0^\omega)} \quad (2.20)$$

Le *nombre radial*, noté  $p$ , est défini comme étant le nombre d'extrema de la fonction  $\psi$  le long du rayon, c'est à dire sur l'intervalle  $[0, R]$ . De nouveau le lecteur peut anticiper l'exemple et se reporter à la figure 2.12 pour voir l'allure de trois profils radiaux pour  $p$  allant de 1 à 3.

Nombre radial $p$	Longueur d'onde (nm)
1	1558
2	1390
3	1273

TABLE 2.2 – Longueurs d'onde des trois premiers modes  $H_{\parallel z}$  (TE), de nombre azimutal  $m = 20$ , dans un microdisque de GaP de rayon  $R = 3 \mu m$  et d'épaisseur  $e = 150 nm$ .

### Exemple

Dans le cas d'un microdisque de GaP de rayon  $R = 3 \mu m$  et d'épaisseur  $e = 150 nm$ , le module du déterminant du système 2.18 pour un mode  $H_{\parallel z}$  (TE) et un nombre azimutal  $m = 20$  est présenté Fig. 2.10. Chaque « annulation<sup>3</sup> » correspond à un mode de nombre radial  $p$  différent dont les longueurs d'onde sont indiquées dans le tableau 2.2.

Le profil vertical de  $H_z$  pour un nombre radial unitaire est montré Fig. 2.11 et les profils radiaux pour des nombres radiaux allant de 1 à 3 sont présentés Fig. 2.12. La variation azimutale est illustrée Fig. 2.13 pour le premier mode radial ( $p = 1$ ).

### 2.3.2 Facteur de qualité

Une caractéristique importante d'un mode propre dans un microrésonateur est son *facteur de qualité*  $Q$ , grandeur sans dimension qui dépend de l'amortissement des oscillations et décrit la capacité à stocker de l'énergie du résonateur. Un facteur de qualité élevé traduit une perte d'énergie faible par rapport à l'énergie emmagasinée dans le mode considéré.

Il est défini par le rapport entre la fréquence de résonance et sa largeur :

$$Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega} \quad (2.21)$$

où  $\omega_0$  est la pulsation angulaire et  $\Delta\omega$  la largeur à mi-hauteur du pic de résonance.

Afin de retrouver la formule (2.20) introduite au paragraphe 2.3.1, il est pratique de partir de l'équation de l'oscillateur amorti telle que celle rencontrée en mécanique lors de l'étude du pendule simple ou en électronique dans l'étude des circuits RLC.

3. Du fait du pas de la grille de calcul trop lâche, les minima locaux ne sont pas égaux à zéro sur la figure 2.10. Par la suite, lorsque cette méthode est mise en œuvre, le pas est densifié autour de chaque minimum local pour déterminer plus précisément où a lieu l'annulation.

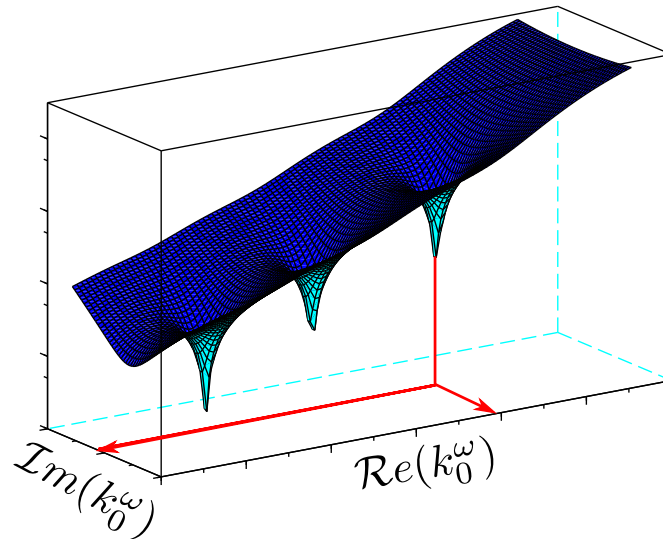


FIGURE 2.10 – Module du déterminant du système (2.18) traduisant la continuité des champs en bordure d'un microdisque de rayon  $R = 3 \mu m$  et d'épaisseur  $e = 150 nm$ , pour un mode  $H_{\parallel z}$  (TE) et un nombre azimutal  $m = 20$ . Chaque minimum correspond à un mode de nombre radial  $p$  différent.

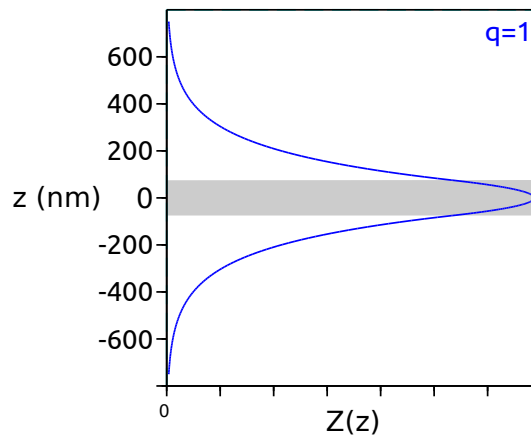


FIGURE 2.11 – Profil vertical du premier mode  $H_{\parallel z}$  (TE) ( $q = 1$ ) de nombre azimutal  $m = 20$ , dans un microdisque de GaP de rayon  $R = 3 \mu m$  et d'épaisseur  $e = 150 nm$ . La partie grisée représente l'intérieur du microdisque.

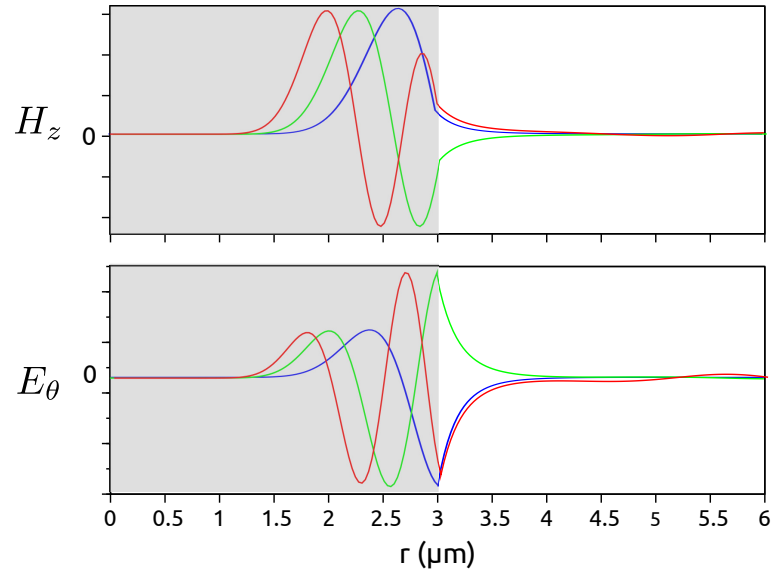


FIGURE 2.12 – Profils radiaux des trois premiers modes  $H_{\parallel z}$  (TE) dans les mêmes conditions que Fig. 2.11. (Bleu :  $p = 1$ , vert :  $p = 2$ , rouge :  $p = 3$ )

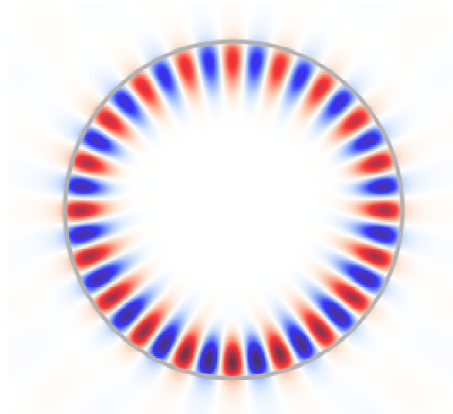


FIGURE 2.13 – Profils azimutaux des modes  $H_{\parallel z}$  (TE)  $p = 1$ ,  $m = 20$  dans les mêmes conditions que Fig. 2.11. Le cercle gris représente le bord du microdisque.

Si on considère une masse  $m$  suspendue à un ressort de raideur  $k$  dans un liquide dont le coefficient de frottement visqueux est  $f$ , en posant  $\tau = \frac{m}{f}$  et  $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ , la deuxième loi de Newton mène à :

$$\ddot{x} + \frac{1}{\tau}\dot{x} + \omega_0^2 x = 0 \quad (2.22)$$

La résolution de cette équation différentielle montre que le mouvement est décrit par la fonction suivante :

$$x(t) = x_0 e^{\frac{-t}{2\tau}} \mathcal{R}e(e^{i\tilde{\omega}t}) = x_0 \mathcal{R}e(e^{i\tilde{\omega}t}) \quad (2.23)$$

avec  $\tilde{\omega} = \omega + \frac{i}{2\tau}$  et la pseudo-pulsation propre  $\omega$  :

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \frac{1}{4\tau^2}} \quad (2.24)$$

La solution est montrée dans les domaines temporel et fréquentiel Fig. 2.14. La transformée de Fourier de l'exponentielle  $e^{\frac{-t}{2\tau}}$  est une lorentzienne de largeur  $\frac{1}{\tau}$  et donc, d'après la définition (2.21) :

$$Q = \omega_0 \tau = \frac{\omega_0}{2 \mathcal{I}m(\tilde{\omega})} \quad (2.25)$$

Pour de faibles amortissements,  $\omega \approx \omega_0$  et on retrouve donc (2.20) :

$$Q = \frac{\mathcal{R}e(\tilde{\omega})}{2 \mathcal{I}m(\tilde{\omega})} \quad (2.26)$$

Le facteur de qualité peut également être relié à l'énergie de la façon suivante. Au bout d'un nombre entier de périodes d'oscillation  $nT$ , l'énergie mécanique de l'oscillateur est  $\mathcal{E}_i = k \left( x_0 e^{\frac{-nT}{2\tau}} \right)^2$  puis après une oscillation supplémentaire  $\mathcal{E}_f = k \left( x_0 e^{\frac{-(n+1)T}{2\tau}} \right)^2$ . L'énergie perdue en une période est donc :

$$\Delta \mathcal{E} = k x_0^2 e^{\frac{-nT}{\tau}} \left( 1 - e^{\frac{-T}{\tau}} \right) \quad (2.27)$$

En remplaçant  $T$  par  $2\pi/\omega$  et dans le cas où l'amortissement est faible, i.e.  $\tau$  est grand, on peut écrire :

$$1 - e^{\frac{-T}{\tau}} \approx \frac{2\pi}{\omega\tau} \quad (2.28)$$

Le rapport entre l'énergie stockée dans l'oscillateur à l'instant  $nT$  et l'énergie perdue en une période  $\Delta \mathcal{E}$  est donc :

$$\frac{\mathcal{E}}{\Delta \mathcal{E}} \approx \frac{\omega\tau}{2\pi} \quad (2.29)$$

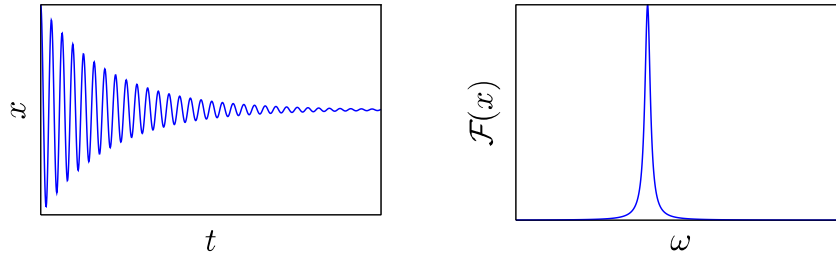


FIGURE 2.14 – Oscillations harmoniques amorties dans le domaine temporel et fréquentiel.  $\mathcal{F}(x)$  est la transformée de Fourier de  $x$ . Le temps caractéristique de l’amortissement est  $2\tau$  et la largeur à mi-hauteur correspondante de la lorentzienne est  $\Delta\omega = \frac{1}{\tau}$ .

Si l’amortissement est faible, le facteur de qualité est donc également :

$$Q = 2\pi \frac{\text{énergie stockée}}{\text{perte d'énergie en une période}} \quad (2.30)$$

Le facteur de qualité maximal serait obtenu avec un matériau parfaitement transparent et lisse. Dans ce cas idéal, la perte résulterait uniquement de la diffraction due à la courbure du microdisque. Dans le cas des microdisques de GaAs ou GaP, le facteur de qualité  $Q$  est limité aux alentours de  $10^5$  par la rugosité de surface [92, 95].

### 2.3.3 Normalisation

Dans l’optique de la SHG, il est crucial de pouvoir comparer la puissance du fondamental et de la SH pour estimer l’efficacité de conversion. Pour ce faire, il est utile de normaliser les modes propres de façon à ce que  $|A|^2$  (introduit dans (2.8)) représente la puissance guidée dans le mode. Les fonctions  $\psi$  et  $Z$  sont donc multipliées par les constantes nécessaires. Les notations  $\tilde{\psi}$  et  $\tilde{Z}$  sont consacrées aux fonctions normalisées ainsi obtenues.

Si  $\vec{\Pi}$  est le vecteur de Poynting, la puissance guidée est :

$$\mathcal{P}_{circ} = \iint \vec{\Pi} \cdot \vec{u}_\theta dS = \frac{1}{2} \iint (\vec{E} \wedge \vec{H}^*) \cdot \vec{u}_\theta dr dz \quad (2.31)$$

L’intégration est effectuée sur la section du microdisque et s’étend à l’extérieur pour prendre en compte la partie évanescente des champs.

- Pour les modes  $E_{||z}$  (TM), Eq. (2.31) conduit à :

$$\mathcal{P}_{circ} = \frac{1}{2} \iint E_z H_r^* dr dz = |A(\theta)|^2 \quad (2.32)$$

D'après le tableau (2.1) :

$$\frac{m}{2\mu_0\omega} \iint \frac{1}{r} \left| \tilde{\psi}(r)\tilde{Z}(r) \right|^2 drdz = 1 \quad (2.33)$$

- Pour les modes  $H_{\parallel z}$  (TE), la même équation mène à :

$$\mathcal{P}_{circ} = \frac{-1}{2} \iint E_r H_z^* drdz = |A(\theta)|^2 \quad (2.34)$$

et d'après le tableau (2.1) on obtient :

$$\frac{m}{2\epsilon_0 n^2 \omega} \iint \frac{1}{r} \left| \tilde{\psi}(r)\tilde{Z}(r) \right|^2 drdz = 1 \quad (2.35)$$

La double intégrale peut être séparée en  $r$  et  $z$  ce qui permet d'établir deux conditions de normalisation.

**Suivant  $z$**

La constante pour  $Z$  peut être choisie telle que :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\tilde{Z}|^2 dz = 1 \quad (2.36)$$

ou, en tenant compte de la symétrie :

$$\int_0^{+\infty} |\tilde{Z}|^2 dz = \frac{1}{2} \quad (2.37)$$

En reportant les expressions de  $Z$  à l'intérieur et à l'extérieur du microdisque on obtient :

$$\int_0^{+\frac{\epsilon}{2}} C^2 \cos^2(k_0^\omega \sqrt{n^2 - n_{ef}^2} z) dz + \int_{+\frac{\epsilon}{2}}^{+\infty} C^2 B^2 \exp(-2k_0^\omega \sqrt{n_{ef}^2 - 1} z) dz = \frac{1}{2} \quad (2.38)$$

Ce qui conduit à :

$$C^2 \left[ \int_0^{\frac{\epsilon}{2}} \frac{\cos(2k_0^\omega \sqrt{n^2 - n_{ef}^2} z) + 1}{2} dz + B^2 \int_{\frac{\epsilon}{2}}^{+\infty} \exp(-2k_0^\omega \sqrt{n_{ef}^2 - 1} z) dz \right] = \frac{1}{2} \quad (2.39)$$

D'où :

$$C^2 \left[ \frac{e}{4} + \frac{\sin(k_0^\omega e \sqrt{n^2 - n_{ef}^2})}{4k_0^\omega \sqrt{n^2 - n_{ef}^2}} + \frac{B^2}{2k_0^\omega \sqrt{n_{ef}^2 - 1}} \exp(-ek_0^\omega \sqrt{n_{ef}^2 - 1}) \right] = \frac{1}{2} \quad (2.40)$$

Afin d'assurer la continuité des champs,  $B$  est choisi de façon à ce que :

$$B \exp(-k_0^\omega \sqrt{n_{ef}^2 - 1} \frac{e}{2}) = \cos(k_0^\omega \sqrt{n^2 - n_{ef}^2} \frac{e}{2}) \quad (2.41)$$

Finalement, la condition de normalisation s'écrit :

$$C^2 \left[ \frac{e}{4} + \frac{\sin(k_0^\omega e \sqrt{n^2 - n_{ef}^2})}{4k_0^\omega \sqrt{n^2 - n_{ef}^2}} + \frac{\cos^2(k_0^\omega \sqrt{n^2 - n_{ef}^2} \frac{e}{2})}{2k_0^\omega \sqrt{n_{ef}^2 - 1}} \right] = \frac{1}{2} \quad (2.42)$$

**Suivant  $r$**

Pour un mode  $E_{\parallel z}$ , l'équation (2.33) conduit à :

$$\frac{m}{2\mu_0\omega} \int_0^{+\infty} C_1^2 \frac{1}{r} |\psi(r)|^2 dr = \frac{m}{2\mu_0\omega} \int_0^{+\infty} \frac{1}{r} |\tilde{\psi}(r)|^2 dr = 1 \quad (2.43)$$

et l'équation (2.35) pour un mode  $H_{\parallel z}$  à :

$$\frac{m}{2\varepsilon_0 n^2 \omega} \int_0^{+\infty} C_1^2 \frac{1}{r} |\psi(r)|^2 dr = \frac{m}{2\varepsilon_0 n^2 \omega} \int_0^{+\infty} \frac{1}{r} |\tilde{\psi}(r)|^2 dr = 1 \quad (2.44)$$

Ces deux équations permettent la détermination numérique de la constante  $C_1$ .

## 2.4 Détermination des modes par FDTD et FEM.

Afin de valider la détermination pseudo-analytique introduite dans le paragraphe précédent, les WGM sont également déterminés par la méthode des différences finies dans le domaine temporel (en anglais *Finite difference Time-Domain*, (FDTD)) et la méthode des éléments finis (en anglais, *Finite Element Method* (FEM)). Dans ce paragraphe, afin de pouvoir comparer les résultats à ceux de la littérature [95], le microdisque est choisi avec un rayon  $R = 4 \mu\text{m}$  et une épaisseur  $e = 250 \text{ nm}$ .

### 2.4.1 FDTD

Les calculs de FDTD sont effectués à l'aide du logiciel Meep développé par le MIT [96]. La résolution est, comme dans la résolution pseudo-analytique, simplifiée pour ramener le problème à deux dimensions en remplaçant le microdisque par un cylindre de hauteur infinie dont l'indice effectif est donné par la théorie habituelle du guidage 1D dans un guide plan. Dans l'exemple choisi, il est de  $n_{ef} = 2.47$  autour de  $1550 \text{ nm}$ . Le caractère infini du cylindre est pris en compte à l'aide de conditions aux



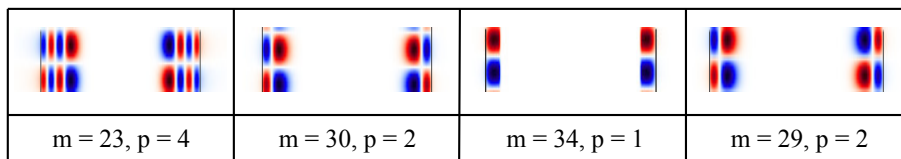


FIGURE 2.15 – Profils de modes trouvés par Meep pour la coordonnée du champ d’excitation magnétique  $H_z$  le long de l’axe du cylindre d’indice effectif  $n_{ef}$  utilisé dans le calcul pour remplacer le microdisque d’indice  $n$  et d’épaisseur  $e$ . Par définition, le nombre d’extrema le long du rayon est le nombre radial du mode.

limites périodiques. La dépendance azimutale est imposée en cherchant des solutions de la forme  $e^{im\theta}$ . La cellule de calcul est entourée par des PML (*Perfectly Matched Layers*), l’espace entre le bord du microdisque et les PML est fixé égal au rayon du microdisque.

La structure diélectrique est excitée par un point source situé non loin du pourtour, à l’intérieur du microdisque. La source consiste en l’application d’un champ d’excitation magnétique suivant  $z$ ,  $H_z$ , de fréquence  $1.21 \times 10^{15}$  Hz correspondant à une longueur d’onde d’environ 1550 nm. La durée de l’excitation est choisie pour assurer une largeur de pic en fréquence de  $df = 2 \times 10^{14}$  Hz. Parmi les ondes générées, seules celles qui sont résonantes vont perdurer au sein du microdisque et sont listées par la fonction *harminv*, les autres sont détruites par interférences. La visualisation de la coordonnée  $H_z$  (Fig. 2.15) permet de déterminer le nombre radial. Finalement les résultats sont comparés avec ceux donnés par les autres méthodes Fig. 2.18.

## 2.4.2 FEM

Les calculs de FEM sont réalisés par FreeFem++. De nouveau, la dépendance harmonique suivant  $\theta$  est imposée mais, cette fois-ci, le microdisque n’est pas remplacé par un cylindre infini [97, 98]. Par conséquent, cette méthode de détermination des modes propres ne fait pas appel à l’approximation de l’indice effectif. Le maillage de calcul est montré Fig. 2.16 et les profils des modes permettant la détermination des nombres radiaux Fig. 2.17.

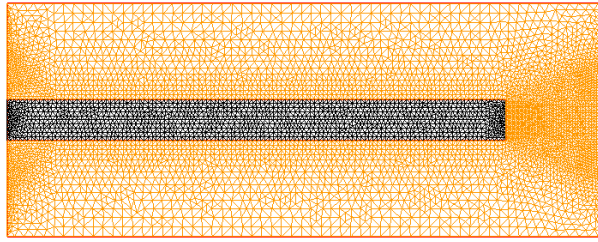


FIGURE 2.16 – Maillage de calcul utilisé par FreeFem++, la symétrie du problème permet de limiter la cellule de calcul à la moitié d’une section verticale du microdisque.

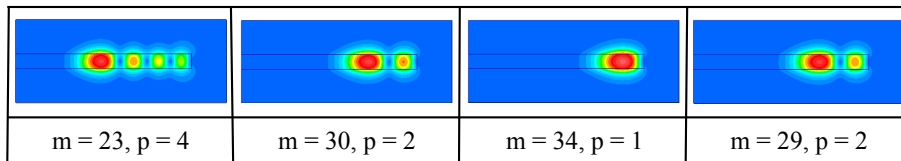


FIGURE 2.17 – Profils de mode de la composante suivant  $z$  du champ d’excitation magnétique  $H_z$  trouvées par FreeFem++ et permettant de compter le nombre d’extrema donnant le nombre radial  $p$ .

### 2.4.3 Comparaison des résultats

La figure 2.18 rassemble les longueurs d’onde des WGM déterminées par les trois méthodes et les compare aux résultats expérimentaux de Mitchell’s *et al.* [95].

Meep donnent les mêmes valeurs que la résolution pseudo-analytique ce qui permet de valider le programme de calcul basé sur cette dernière. Cependant, cela ne valide pas la démarche de calcul en elle-même puisque ces deux méthodes sont basées sur l’approximation de l’indice effectif.

Les limites de cette approximation apparaissent d’ailleurs lors de la comparaison avec les longueurs d’onde résonantes obtenues par FreeFem++ puisqu’elles ne sont pas les mêmes que les précédentes. Néanmoins, l’indexation des modes par les nombres  $p$  et  $m$  se fait dans le même ordre pour les trois approches.

Finalement, les valeurs expérimentales ne s’accordent à aucune des méthodes de calcul mais nous verrons au chapitre 5 que les résonances sont en fait très dépendantes du couplage avec les guides d’accès. Il est également possible que les dimensions du microdisque indiquées par Mitchell’s *et al* soient les dimensions nominales et qu’elles diffèrent en fait légèrement de celles obtenues à la fabrication. Enfin, nos calculs ne prennent pas en compte l’influence du piédestal du disque, ce qui est pourrait

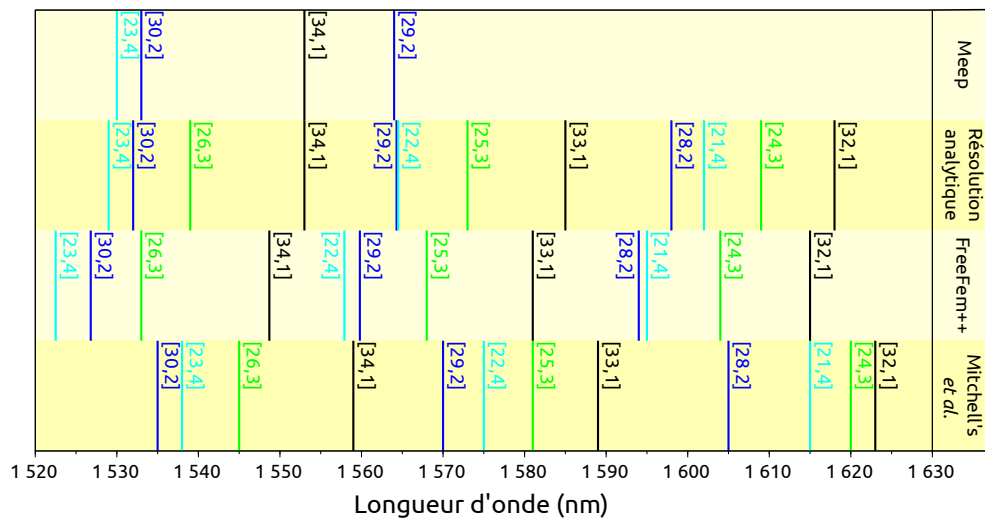


FIGURE 2.18 – Comparaison des résultats issus des différentes déterminations des WGM dans un microdisque de rayon  $4 \mu\text{m}$  et d'épaisseur  $250 \text{ nm}$ . Les nombres entre crochets désignent respectivement les nombres azimutaux  $m$  et les nombres radiaux  $p$ . Les résultats expérimentaux de Mitchell's *et al.* sont tirés de [95].

expliquer les décalages spectraux observés pour les modes de grand indice radial entre nos calculs et l'indexation proposée par Mitchell's *et al.* Sur les échantillons développés au laboratoire Foton, la première caractérisation expérimentale a été réalisée par cathodoluminescence. C'est l'objet du paragraphe suivant.

## 2.5 Caractérisation des modes de galerie par cathodoluminescence

Au cours de cette thèse, la première investigation expérimentale des modes de galerie des microdisques fut réalisée par imagerie hyperspectrale de cathodoluminescence auprès de la société Attolight à Lausanne. Cette méthode consiste à détecter l'émission de lumière d'un échantillon soumis à un faisceau d'électrons d'une dizaine de nanomètres de large et d'énergie  $1 \text{ keV}$ , soit un ordre de grandeur inférieur à ceux utilisés dans les microscopes électroniques où les énergies vont de  $10$  à  $30 \text{ keV}$ . Un spectre d'émission peut ainsi être enregistré pour chaque position du faisceau alors que ce dernier scanne la surface de l'échantillon, pour générer l'image hyperspectrale. Pour se faire, l'échantillon est maintenu sous vide (à  $5.2 \times 10^{-8} \text{ mbar}$ ) dans le bâti de cathodoluminescence et la plupart du temps à température cryogénique afin

d'accroître les propriétés d'émission (dans notre cas, 10K). Pour cette campagne de mesure des microdisques spécifiques intégrant des émetteurs de lumières aux alentours de 600 nm particulièrement efficaces (puits de GaPN - l'azote dans le GaP est connu pour générer une large distribution de centres de recombinaisons radiatives dans le gap du GaP) ont été réalisés au laboratoire.

Sur l'image 2.19. a) prise au cours de l'acquisition de cathodoluminescence, les points sont représentés avec une couleur d'autant plus chaude que l'intensité d'émission à 598 nm est importante. On constate que cette longueur d'onde est émise essentiellement lorsque les points du pourtour du disque sont excités. L'un des spectres enregistrés alors est représenté en b). Les segments verticaux noirs indiquent les longueurs d'onde théoriques des WGM calculées à l'aide de la méthode pseudo-analytique introduite au paragraphe 2.3.1 pour un disque de rayon  $R = 1.7 \mu\text{m}$  et d'épaisseur  $e = 180 \text{ nm}$  et pour des modes  $H_{\parallel z}$  (TE), de nombres planaire et radial  $q = 1$  et  $p = 1$ . On constate là encore un léger écart avec la mesure mais l'accord reste satisfaisant. Ces spectres de cathodoluminescence constituent la première signature de modes de galerie dans les microdisques fabriqués au laboratoire Foton.

La figure 2.19 c) montre l'image de cathodoluminescence correspondant à la longueur d'onde 604 nm. On observe que cette longueur d'onde apparaît lorsque des points situés légèrement plus à l'intérieur du disque sont excités. En excitant ces endroits (apparaissant comme des « points chauds » Fig. 2.19 c), on enregistre des spectres tels que d). Cette fois-ci, les segments verticaux noirs, correspondant aux mêmes paramètres que précédemment, ne se superposent plus aux pics de résonances expérimentaux. En revanche, les longueurs d'onde théoriques des WGM calculées dans les mêmes conditions mais pour un nombre radial  $p = 2$ , représentées en bleu, s'accordent de façon convaincante. La localisation de ces modes, plus à l'intérieur du disque, est en accord avec les profils de la figure 2.12.

## Conclusion

Le phosphore de gallium présente une symétrie  $\bar{4}$  et une susceptibilité non linéaire d'ordre 2 qui le rendent intéressant pour la SHG. Au premier abord, il peut sembler moins prometteur que le GaAs qui possède un  $\chi^{(2)}$  plus important mais son gap compense ce handicap puisqu'il pourrait permettre de faire de la fluorescence paramé-

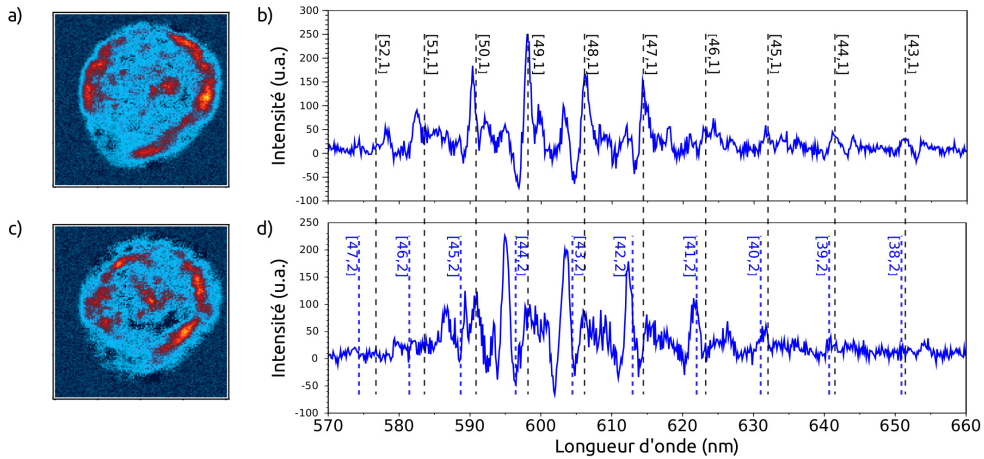


FIGURE 2.19 – a) Image hyperspectrale à la longueur d’onde 598 nm (et c) 604 nm) d’un microdisque de GaP de rayon  $R \approx 1.7 \mu\text{m}$  et d’épaisseur  $e = 180 \text{ nm}$ . b) et d) Spectres résultant de l’excitation d’un des « points chauds » des images a) et c) respectivement. Les segments pointillés verticaux indiquent la position des longueurs d’onde des modes propres  $H_{\parallel z}$  calculés par la méthode pseudo-analytique avec  $R = 1.7 \mu\text{m}$ . Les nombres entre crochets sont respectivement le nombre azimutal  $m$  et le nombre radial  $p$ .

trique vers  $2 \mu\text{m}$  en s’affranchissant de l’absorption à deux photons du fondamental.

La fabrication des microdisques n’entre pas dans le cadre de mes travaux, elle fait appel à des procédés classiques de lithographie et d’attaques chimiques soit en solution, soit par plasma. Cette activité est récente au laboratoire Foton et si la qualité des échantillons est prometteuse, leur rugosité montre que les protocoles doivent encore être améliorés pour parvenir à l’état de l’art.

Au sein des microdisques, les ondes électromagnétiques sont confinées dans des modes de galerie qui peuvent être modélisés mathématiquement en résolvant de façon semi-analytique l’équation de Helmholtz. Cette approche conduit à des longueurs d’onde résonantes proches de celles calculées par d’autres méthodes numériques. Le recours à la méthode de l’indice effectif pour transformer le problème 3D en 2D constitue sa plus grande faiblesse, cependant, les résultats auxquels elle conduit sont proches des mesures effectuées dans d’autres équipes et à ceux issus des premières caractérisation de nos microdisques par cathodoluminescence.

Si cette méthode pseudo-analytique de détermination des WGM ne permet pas une détermination précise de leur longueur d’onde, elle sera tout de même utilisée par la suite car elle peut être implémentée au sein d’un programme permettant d’optimiser

la géométrie des microdisques afin de remplir les conditions nécessaires à la SHG. Il faudra simplement garder en tête que la taille des microdisques et les longueurs d'onde calculées seront approximatives, seule l'influence qualitative des différents paramètres sera correcte.



# Chapitre 3

## La génération de seconde harmonique dans les microdisques de GaP

### Sommaire

---

<b>3.1</b>	<b>Polarisation non-linéaire</b>	<b>68</b>
<b>3.2</b>	<b>Recherche des conditions permettant une SHG efficace</b>	<b>73</b>
3.2.1	Intérêt du quasi-accord de phase par symétrie $\bar{4}$	73
3.2.2	Détermination des tailles des microdisques et des longueurs d'onde pour générer la SH	74
<b>3.3</b>	<b>Efficacité de conversion</b>	<b>77</b>
3.3.1	Etablissement de l'expression de l'efficacité de conversion	77
	Couplage avec le guide d'accès	78
	Expression de l'efficacité de conversion	79
3.3.2	Efficacité de conversion dans les conditions optimales	80
3.3.3	Efficacité de conversion en dehors des conditions de double résonance	81
	Influence d'un décalage en longueur d'onde de pompe	81
	Influence d'un décalage en rayon	83
3.3.4	Influence du facteur de qualité	84

---

Nous avons vu dans les deux premiers chapitres que les microdisques de GaP sont prometteurs pour la génération de seconde harmonique, en effet :

- ils possèdent une bonne susceptibilité non linéaire d'ordre deux  $\chi^{(2)}$ ,
- leur symétrie  $\bar{4}$  permet un quasi-accord de phase original,
- leur petite taille leur confère une grande finesse assurant une forte intensité de pompe pour un facteur de qualité donné.

La description analytique des modes de galerie vue au chapitre 2 va nous permettre maintenant d'affiner les conditions nécessaires pour générer efficacement la seconde harmonique en adaptant le travail de P. Kuo au GaP [99].



### 3.1 Polarisation non-linéaire

Comme nous l'avons vu au chapitre 2, paragraphe 2.1.5, dans un cristal de symétrie  $\bar{4}3m$  comme le GaP, seuls les termes  $d_{14} = d_{25} = d_{36}$  du tenseur de susceptibilité non linéaire en notation contractée sont non-nuls. Dès lors la polarisation non linéaire d'ordre 2 ( $\vec{P}^{NL}$ ) peut s'exprimer en fonction du champ fondamental  $\vec{E}^\omega$  qui lui donne naissance de la façon suivante :

$$\begin{bmatrix} P_x^{NL} \\ P_y^{NL} \\ P_z^{NL} \end{bmatrix} = \varepsilon_0 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & d_{14} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & d_{14} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & d_{14} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (E_x^\omega)^2(\omega) \\ (E_y^\omega)^2(\omega) \\ (E_z^\omega)^2(\omega) \\ 2E_y^\omega(\omega)E_z^\omega(\omega) \\ 2E_x^\omega(\omega)E_z^\omega(\omega) \\ 2E_x^\omega(\omega)E_y^\omega(\omega) \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

Le chapitre 2 a également montré que les modes supportés dans un microdisque sont, soit  $E_{\parallel z}$  (=TM, dans ce cas  $E_x = E_y = 0$ ), soit  $H_{\parallel z}$  (=TE). Il apparaît donc que seul un champ fondamental  $H_{\parallel z}$ , ayant ses composantes  $E_x$  et  $E_y$  non-nulles, peut générer une polarisation non linéaire non nulle qui est alors orientée suivant  $z$ .

L'équation de Helmholtz vérifiée par la seconde harmonique étant (voir annexe A) :

$$\Delta \vec{E}^{2\omega} - \mu_0 \varepsilon \frac{\partial^2 \vec{E}^{2\omega}}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{P}^{NL}}{\partial t^2} \quad (3.2)$$

une polarisation non linéaire suivant  $z$  conduit à un champ électrique de SH  $\vec{E}^{2\omega}$  également vertical.

La symétrie du cristal impose donc une première condition pour générer de la seconde harmonique dans un microdisque de GaP : le mode fondamental doit être polarisé TE (mode  $H_{\parallel z}$ ), c'est à dire que le champ électrique doit être contenu dans le plan du disque. La seconde harmonique générée sera, quant à elle, polarisée rectilignement suivant l'axe  $z$ , c'est à dire polarisée TM (mode  $E_{\parallel z}$ ). (Fig. 3.1)

La résolution de l'équation (3.2) est traitée par une approche perturbative, en supposant que les modes propres solutions de (2.7) forment une base permettant d'exprimer les nouvelles solutions de l'équation de Helmholtz [99].

La composante suivant  $z$  du champ électrique de la seconde harmonique peut alors s'exprimer sous la forme :

$$E_z^{2\omega} = \sum_{m'_{SH}, p'_{SH}, q'_{SH}} A_{m'_{SH}, p'_{SH}, q'_{SH}}(\theta) \tilde{\psi}_{m'_{SH}, p'_{SH}, q'_{SH}}(r) \tilde{Z}_{q'_{SH}}(z) e^{i(\omega_{SH}t - m'_{SH}\theta)} \quad (3.3)$$

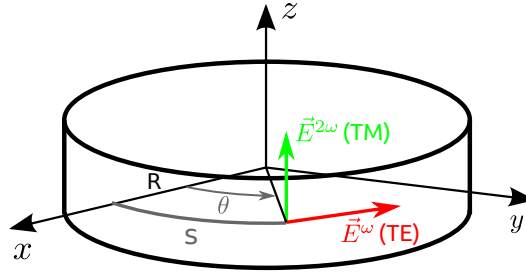


FIGURE 3.1 – Condition sur les polarisations : le champ électrique fondamental  $\vec{E}^\omega$  est dans le plan du disque (mode  $H_{\parallel z}$  ou TE) tandis que celui de la SH  $\vec{E}^{2\omega}$  est suivant  $z$  (mode  $E_{\parallel z}$  ou TM).

Cette fois-ci  $A$  qui avait été introduite dans (2.8) n'est plus une constante définie pour chaque mode, elle devient une fonction enveloppe. Cela traduit, mathématiquement, le fait que les modes obtenus dans le chapitre précédent ne sont plus des modes propres en présence de la polarisation non linéaire, physiquement que la SH croît au fil de la propagation dans le disque.

En reportant dans la projection de l'équation (3.2) sur l'axe  $z$  qui s'écrit de la façon suivante :

$$\frac{\partial^2 E_z^{2\omega}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial E_z^{2\omega}}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 E_z^{2\omega}}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 E_z^{2\omega}}{\partial z^2} - \mu_0 \varepsilon \frac{\partial^2 E_z^{2\omega}}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2 P_z^{NL}}{\partial t^2} \quad (3.4)$$

l'expression de  $E_z^{2\omega}$  (Eq. 3.3) on obtient :

$$\begin{aligned} \sum_{m', p', q'} \cancel{A \tilde{Z} e^{\dots}} \frac{d^2 \tilde{\psi}}{dr^2} + \frac{1}{r} \cancel{A \tilde{Z} e^{\dots}} \frac{d\tilde{\psi}}{dr} \\ + \frac{1}{r^2} \left[ \tilde{\psi} \tilde{Z} e^{\dots} \frac{d^2 A}{d\theta^2} + 2\tilde{\psi} \tilde{Z} \frac{dA}{d\theta} (-im') e^{\dots} - m'^2 A \tilde{\psi} \tilde{Z} e^{\dots} \right] \\ + \cancel{A \tilde{\psi} e^{\dots}} \frac{d^2 \tilde{Z}}{dz^2} + \cancel{\mu_0 \varepsilon \omega^2 A \tilde{\psi} \tilde{Z} e^{\dots}} = -\mu_0 \omega_{SH}^2 P_z^{NL} \quad (3.5) \end{aligned}$$

où les variables et les indices des fonctions ont momentanément été omis et où  $e^{\dots} = e^{i(\omega_{SH}t - m'\theta)}$ .

**Notation :** Afin d'alléger les calculs, les indices SH seront omis dans la suite et ne réapparaîtront que lorsqu'une confusion sera possible avec le fondamental.

En supposant que  $A$  varie lentement, chaque mode vérifie l'équation de Helmholtz

linéaire de sorte que les termes barrés s'annulent. On obtient donc finalement :

$$\sum_{m',p',q'} \frac{1}{r^2} \left[ \frac{d^2 A_{m',p',q'}(\theta)}{d\theta^2} - 2im' \frac{dA_{m',p',q'}(\theta)}{d\theta} \right] \times \tilde{\psi}_{m',p',q'}(r) \tilde{Z}_{q'}(z) e^{i(\omega_{SH}t - m'\theta)} = -\mu_0 \omega_{SH}^2 P_z^{NL} \quad (3.6)$$

L'approximation de l'enveloppe lentement variable permet de négliger la dérivée seconde de  $A$ .

Dans le but d'utiliser la relation d'orthogonalité suivante [100]

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^{2\pi} \int_0^{+\infty} (F_{m,p,q}^*)_z \frac{(F_{m',p',q'})_z}{r} dr d\theta dz = \delta_{mm'} \delta_{pp'} \delta_{qq'} \quad (3.7)$$

où  $\delta_{ii}$  est le symbole de Kronecker, on projette l'expression sur le mode

$A_{m,p,q}(\theta) \tilde{\psi}_{m,p,q}(r) \tilde{Z}_q(z) e^{-im\theta}$  :

$$\begin{aligned} & \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^{2\pi} \int_0^{+\infty} \sum_{m',p',q'} \left( -2im' \frac{dA_{m',p',q'}(\theta)}{d\theta} \right) \\ & \left( \tilde{\psi}_{m',p',q'}(r) \frac{\tilde{\psi}_{m,p,q}^*(r)}{r} \right) \left( \tilde{Z}_{q'}(z) \tilde{Z}_q^*(z) \right) e^{i(m-m')\theta} e^{i\omega_{SH}t} dr d\theta dz \\ & = -\mu_0 \omega_{SH}^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^{2\pi} \int_0^{+\infty} r P_z^{NL} \tilde{\psi}_{m,p,q}^*(r) \tilde{Z}_q^*(z) e^{im\theta} dr d\theta dz \quad (3.8) \end{aligned}$$

puis on tient compte

- de la relation d'orthogonalité rappelée au-dessus,
- du fait que  $A$  varie peu, si bien qu'on suppose sa dérivée constante,
- du fait que  $\int_0^{2\pi} e^{i(m-m')\theta} d\theta = 2\pi \delta_{mm'}$

pour arriver à :

$$\begin{aligned} & -4\pi im \frac{dA_{m,p,q}(\theta)}{d\theta} e^{i\omega_{SH}t} \int_0^{+\infty} \frac{1}{r} |\tilde{\psi}_{m,p,q}|^2 dr \int_{-\infty}^{+\infty} |\tilde{Z}_q|^2 dz \\ & = -\mu_0 \omega_{SH}^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^{2\pi} \int_0^{+\infty} r P_z^{NL} \tilde{\psi}_{m,p,q}^*(r) \tilde{Z}_q^*(z) e^{im\theta} dr d\theta dz \quad (3.9) \end{aligned}$$

Enfin, les fonctions  $\tilde{\psi}$  et  $\tilde{Z}$  ont été normalisées de façon à ce que

- $\int_{-\infty}^{+\infty} |\tilde{Z}|^2 dz = 1$  (Eq. 2.36),
- $\frac{m}{2\mu_0\omega} \int_0^{+\infty} \frac{1}{r} |\tilde{\psi}(r)|^2 dr = 1$  (Eq. 2.43) car la seconde harmonique est un mode  $E_{||z}$

donc :

$$\begin{aligned} & -4\pi im \frac{dA_{m,p,q}(\theta)}{d\theta} \frac{2\mu_0 \omega_{SH}}{m} e^{i\omega_{SH}t} \\ & = -\mu_0 \omega_{SH}^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^{2\pi} \int_0^{+\infty} r P_z^{NL} \tilde{\psi}_{m,p,q}^*(r) \tilde{Z}_q^*(z) e^{im\theta} dr d\theta dz \quad (3.10) \end{aligned}$$

L'indexation des fonctions par  $m,p,q$  n'est désormais plus utile, elle sera omise dans la suite. Par contre, le calcul de la polarisation  $P_z^{NL}$  fait appel au champ fondamental, on réintroduira donc l'indexation  $SH$  et  $f$  lorsqu'on réutilisera cette équation, c'est à dire à partir de (3.16).

D'autre part, d'après (3.1) :

$$P_z^{NL} = 2\varepsilon_0 d_{14} E_x^\omega E_y^\omega \quad (3.11)$$

La base cartésienne étant inadaptée à la description du microdisque, on passe en coordonnées polaires :

$$P_z^{NL} = 2\varepsilon_0 d_{14} \left[ E_r^\omega E_\theta^\omega \cos(2\theta) + \frac{1}{2} \left( (E_r^\omega)^2 - (E_\theta^\omega)^2 \right) \sin(2\theta) \right] \quad (3.12)$$

On remplace  $E_r$  et  $E_\theta$  par les expressions du tableau 2.1 et les cosinus et sinus par leurs expressions exponentielles complexes :

$$P_z^{NL} = 2\varepsilon_0 d_{14} \left[ \frac{-m_f i}{r(\varepsilon_0 n_f^2 \omega_f)^2} A_f^2 \tilde{\psi}_f \tilde{Z}_f^2 \frac{d\tilde{\psi}_f}{dr} e^{2i\omega_f t} e^{-2im_f \theta} \frac{e^{i2\theta} + e^{-i2\theta}}{2} + \left( \left( \frac{m_f}{r\varepsilon_0 n_f^2 \omega_f} \right)^2 A_f^2 \tilde{\psi}_f^2 \tilde{Z}_f^2 e^{2i\omega_f t} e^{-2im_f \theta} - \left( \frac{i}{\varepsilon_0 n_f^2 \omega_f} \right)^2 A_f^2 \frac{d\tilde{\psi}_f^2}{dr} \tilde{Z}_f^2 e^{2i\omega_f t} e^{-2im_f \theta} \right) \times \frac{e^{2i\theta} - e^{-2i\theta}}{4i} \right] \quad (3.13)$$

Le terme en  $e^{i(-2m_f+2)\theta}$  est :

$$\begin{aligned} & \frac{A_f^2 \tilde{Z}_f^2}{\varepsilon_0^2 n_f^2 \omega_f^2} \left( \frac{m_f^2}{4ir^2} \tilde{\psi}_f^2 + \left( \frac{d\tilde{\psi}_f}{dr} \right)^2 \frac{1}{4i} - \frac{m_f i}{2r} \tilde{\psi}_f \frac{d\tilde{\psi}_f}{dr} \right) e^{2i\omega_f t} \\ & = \frac{A_f^2 \tilde{Z}_f^2}{\varepsilon_0^2 n_f^2 \omega_f^2} \frac{1}{4i} \left( \frac{m_f}{r} \tilde{\psi}_f + \frac{d\psi_f}{dr} \right)^2 e^{2i\omega_f t} \end{aligned} \quad (3.14)$$

celui en  $e^{i(-2m_f-2)\theta}$  :

$$\begin{aligned} & \frac{A_f^2 \tilde{Z}_f^2}{\varepsilon_0^2 n_f^2 \omega_f^2} \left( \frac{-m_f^2}{4ir^2} \tilde{\psi}_f^2 - \left( \frac{d\tilde{\psi}_f}{dr} \right)^2 \frac{1}{4i} - \frac{m_f i}{2r} \tilde{\psi}_f \frac{d\tilde{\psi}_f}{dr} \right) e^{2i\omega_f t} \\ & = \frac{A_f^2 \tilde{Z}_f^2}{\varepsilon_0^2 n_f^2 \omega_f^2} \frac{-1}{4i} \left( \frac{m_f}{r} \tilde{\psi}_f - \frac{d\psi_f}{dr} \right)^2 e^{2i\omega_f t} \end{aligned} \quad (3.15)$$

On reporte ces expressions dans (3.10) en supposant que la puissance du fondamental ne varie pas au cours de sa propagation dans le disque, de sorte que l'on sort

$A_f$  de l'intégrale. En outre, les intégrales sur  $r$  et  $z$  sont limitées à l'intérieur du disque puisqu'en dehors  $d_{14} = 0$ . On obtient ainsi :

$$\begin{aligned}
 -4\pi i m_{SH} \frac{dA_{SH}}{d\theta} \frac{2\mu_0\omega_{SH}}{m_{SH}} e^{i\omega_{SH}t} &= -\mu_0\omega_{SH}^2 \frac{2\varepsilon_0 d_{14} A_f^2}{\varepsilon_0^2 n_f^2 \omega_f^2} \int_{-e/2}^{e/2} \tilde{Z}_f^2 \tilde{Z}_{SH} dz \\
 &\times \int_0^{2\pi} \left[ \int_0^R e^{i(m_{SH}-2m_f+2)\theta} r \tilde{\psi}_{SH} \frac{1}{4i} \left( \frac{m_f}{r} \tilde{\psi}_f + \frac{d\tilde{\psi}_f}{dr} \right)^2 \right. \\
 &\quad \left. - e^{i(m_{SH}-2m_f-2)\theta} r \tilde{\psi}_{SH} \frac{1}{4i} \left( \frac{m_f}{r} \tilde{\psi}_f - \frac{d\tilde{\psi}_f}{dr} \right)^2 dr \right] d\theta e^{2i\omega_f t} \quad (3.16)
 \end{aligned}$$

Soit  $\Delta m = m_{SH} - 2m_f$ , on a alors :

$$\begin{aligned}
 2\pi \frac{dA_{SH}}{d\theta} &= \frac{-d_{14}}{2\varepsilon_0\omega_{SH}} \left( \frac{A_f}{n_f^2} \right)^2 \int_{-e/2}^{e/2} \tilde{Z}_{SH} \tilde{Z}_f^2 dz \\
 &\times \int_0^{2\pi} \left[ \int_0^R e^{i(\Delta m+2)\theta} r \tilde{\psi}_{SH} \left( \frac{m_f}{r} \tilde{\psi}_f + \frac{d\tilde{\psi}_f}{dr} \right)^2 dr \right. \\
 &\quad \left. - \int_0^R e^{i(\Delta m-2)\theta} r \tilde{\psi}_{SH} \left( \frac{m_f}{r} \tilde{\psi}_f - \frac{d\tilde{\psi}_f}{dr} \right)^2 dr \right] d\theta \quad (3.17)
 \end{aligned}$$

On pose :

$$K_{\pm} = \frac{\mp d_{14}}{2\varepsilon_0\omega_{SH}n_f^4} \int_{-e/2}^{e/2} \tilde{Z}_{SH} \tilde{Z}_f^2 dz \int_0^R r \tilde{\psi}_{SH} \left( \frac{m_f}{r} \tilde{\psi}_f \pm \frac{d\tilde{\psi}_f}{dr} \right)^2 dr \quad (3.18)$$

qui représente le recouvrement entre les champs fondamental et de SH. On a alors :

$$2\pi \frac{dA_{SH}}{d\theta} = A_f^2 \left( K_+ \int_0^{2\pi} e^{i(\Delta m+2)\theta} d\theta + K_- \int_0^{2\pi} e^{i(\Delta m-2)\theta} d\theta \right) \quad (3.19)$$

$\Delta m$  étant entier, l'expression (3.19) montre que la génération de seconde harmonique est nulle sauf dans le cas où  $\Delta m \pm 2 = 0$ . Cette égalité énonce la condition de quasi-accord de phase dans les microdisques de symétrie  $\bar{4}$ .

L'expression (3.19) montre également que la SHG sera d'autant plus efficace que  $K_{\pm}$  sont grands, c'est à dire s'il y a un bon recouvrement des modes fondamental et SH. Pour cela, on choisira dans la suite deux modes paires de nombre planaire unitaire pour assurer un recouvrement maximal suivant  $z$ .

**Remarque :** La condition de QPM,  $\Delta m \pm 2 = 0$ , peut se ramener à celle énoncée de façon intuitive au chapitre 1 stipulant que le quart de la circonférence doit être

égale à la longueur de cohérence. En effet, en notant  $s$  l'abscisse curviligne en bordure de microdisque, la propagation en  $e^{-im\theta}$  peut s'écrire  $e^{-iks}$ . Or  $s = R\theta$  donc

$$m = kR \quad (3.20)$$

$\Delta m = 2$  équivaut donc à  $R\Delta k = 2$ , or la longueur de cohérence est  $\ell_c = \frac{\pi}{\Delta k}$  (1.13) donc la condition de QPM s'écrit aussi :

$$\ell_c = \frac{\pi}{\Delta k} = \frac{2\pi R}{4} \quad (3.21)$$

## 3.2 Recherche des conditions permettant une SHG efficace

Outre le fait que fondamental et seconde harmonique doivent être résonants dans le microdisque et que leurs longueurs d'onde vérifient la condition de conservation de l'énergie  $\lambda_f = 2\lambda_{SH}$ , le paragraphe précédent a montré deux conditions supplémentaires pour générer efficacement la SH.

**Condition sur les polarisations :** Le fondamental doit être polarisé en mode  $H_{\parallel z}$  (mode TE) et la SH en mode  $E_{\parallel z}$  (mode TM).

**Condition de quasi-accord de phase :**  $m_{SH} - 2m_f = \pm 2$

### 3.2.1 Intérêt du quasi-accord de phase par symétrie $\bar{4}$

Avant de mettre à profit ces conditions pour calculer les tailles des microdisques et les longueurs d'onde à utiliser, on peut remarquer que la géométrie  $\bar{4}$  a rendu possible un quasi-accord de phase en faisant apparaître le facteur 2. En effet, habituellement, la condition d'accord de phase s'écrit  $\Delta k = k_{SH} - 2k_f = 0$  où  $k_f$  et  $k_{SH}$  sont les nombres d'onde du fondamental et de la SH. Cette condition conduit à :

$$\Delta k = \frac{2\pi n_{SH}}{\lambda_{SH}} - 2\frac{2\pi n_f}{\lambda_f} = \frac{4\pi}{\lambda_f}(n_{SH} - n_f) = 0 \quad (3.22)$$

qui est impossible à réaliser du fait de la dispersion chromatique du matériau. D'après (3.20), la condition  $m_{SH} - 2m_f = \pm 2$  conduit à :

$$\frac{2\pi n_{SH} R}{\lambda_{SH}} - 2\frac{2\pi n_f}{\lambda_f} = \pm 2 \quad (3.23)$$

ce qui équivaut à :

$$\frac{4\pi R}{\lambda_f}(n_{SH} - n_f) = \pm 2 \quad (3.24)$$

La dispersion chromatique exclut le signe moins mais  $\frac{4\pi R}{\lambda_f}(n_{SH} - n_f) = +2$  peut devenir réalisable.

La situation offerte par cette technique de quasi-accord de phase est même encore plus avantageuse puisque la première condition sur les polarisations impose au fondamental d'être polarisé TE qui est mieux confiné que la polarisation TM. Le fondamental verra donc un indice effectif plus important que la seconde harmonique, cet accord de phase par biréfringence aidera à compenser la dispersion chromatique et à atteindre la condition de quasi-accord de phase.

### 3.2.2 Détermination des tailles des microdisques et des longueurs d'onde pour générer la SH

La résolution de l'équation de propagation des ondes électromagnétiques dans les microdisques présentée au chapitre 2 permet de déterminer les modes résonants qui serviront à piéger le fondamental et la SH. Un programme informatique ajuste ensuite par approches successives le rayon du microdisque jusqu'à ce que ces modes respectent les conditions nécessaires à la SHG. La figure 3.2 illustre la démarche en montrant l'évolution de la position des résonances avant optimisation (a) et après (b).

- Les points rouges indiquent les modes du fondamental, ils sont polarisés  $H_{\parallel z}$  (TE) et leurs longueurs d'onde sont aux alentours de  $\lambda = 1550$  nm.
- Les points verts indiquent les modes de la SH, ils sont polarisés  $E_{\parallel z}$  (TM) et leurs longueurs d'onde sont aux alentours de  $\lambda = 775$  nm.

Les axes de la figure 3.2 sont choisis de façon à exprimer la conservation de l'énergie sur une droite horizontale ( $2\lambda_{SH} = \lambda_f$ ) et la condition de quasi-accord de phase sur une droite verticale ( $m_{SH} = 2m_f + 2$ ). Pour une épaisseur de disque fixée, le rayon des microdisques est ajusté automatiquement jusqu'à faire se superposer deux modes pour passer de la situation décrite par le graphe (a) de la figure 3.2 à celle du (b). La même optimisation est réitérée pour différents nombres azimutaux  $m_f$  et quelques situations ainsi obtenues respectant les quatre critères pour avoir SHG sont reportées sur la figure 3.3. Les solutions présentées ne sont pas exhaustives et suivant les conditions visées, on pourrait, bien entendu, refaire le calcul pour d'autres nombres azimutaux et d'autres épaisseurs.

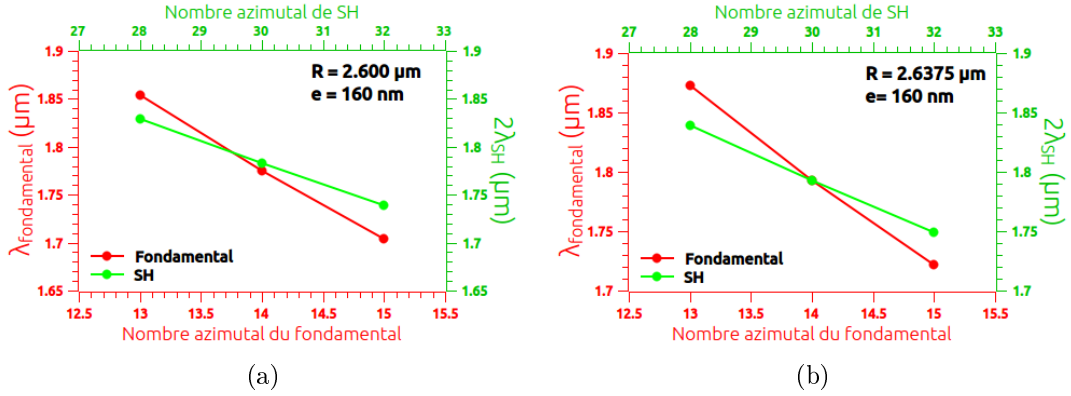


FIGURE 3.2 – Longueurs d’onde et nombres azimutaux de différents modes de galerie pouvant supporter le fondamental (points rouges) et la SH (points verts). Avant ajustement du rayon par programme automatique, les quatre conditions nécessaires à une SHG efficace ne sont pas remplies (a) tandis qu’après optimisation deux modes se superposent (b). Ici, les conditions sont réunies pour un disque de rayon  $R = 2.6375 \mu\text{m}$  et d’épaisseur  $e = 160 \text{ nm}$ . Le fondamental a alors une longueur d’onde  $\lambda_f = 1793 \text{ nm}$  et un nombre azimutal  $m_f = 14$ .

Les surfaces colorées correspondent à différents nombres radiaux pour la SH,  $p_{SH} = 1, 2, 3$ . La bleue, par exemple, qui correspond à des nombres radiaux  $p_{SH} = 1$ , montre qu’une large gamme de longueurs d’onde autour de  $1550 \text{ nm}$  peut être utilisée pour le fondamental en ajustant les rayons entre  $2$  et  $13 \mu\text{m}$  et l’épaisseur des microdisques entre  $130$  et  $200 \text{ nm}$ . Les pointillés relient les modes de même nombre azimutal, seuls les modes  $m_f \geq 14$  ont été pris en compte car les autres ont un facteur de qualité limité par la courbure inférieur à  $10^4$ .

Dans le cas où  $p_{SH} = 1$ , on constate que de faibles épaisseurs sont requises, signe que le QPM par symétrie  $\bar{4}$  n’est pas suffisant pour compenser la dispersion chromatique du GaP et qu’il s’associe donc à un accord par biréfringence de forme.

La contrainte sur l’épaisseur est relâchée en remplaçant l’accord par biréfringence de forme par l’accord de phase modal, c’est à dire en générant la SH dans des modes de nombres radiaux plus grands que  $1$  qui sont moins bien confinés (cf. surfaces jaune et magenta). En utilisant les modes  $p_{SH} = 2$ , les épaisseurs permises vont de  $140$  à  $200 \text{ nm}$  pour des longueurs d’onde allant de  $1.4$  à  $1.9 \mu\text{m}$ . Le recours aux modes  $p_{SH} = 3$  semble, à première vue, prometteur puisqu’il autorise des épaisseurs comprises entre  $240$  et  $280 \text{ nm}$  et étend la gamme des longueurs d’onde fondamentales entre  $1.1$  et  $2.2 \mu\text{m}$ . Cependant, du fait d’un moins bon recouvrement entre le mode fondamental



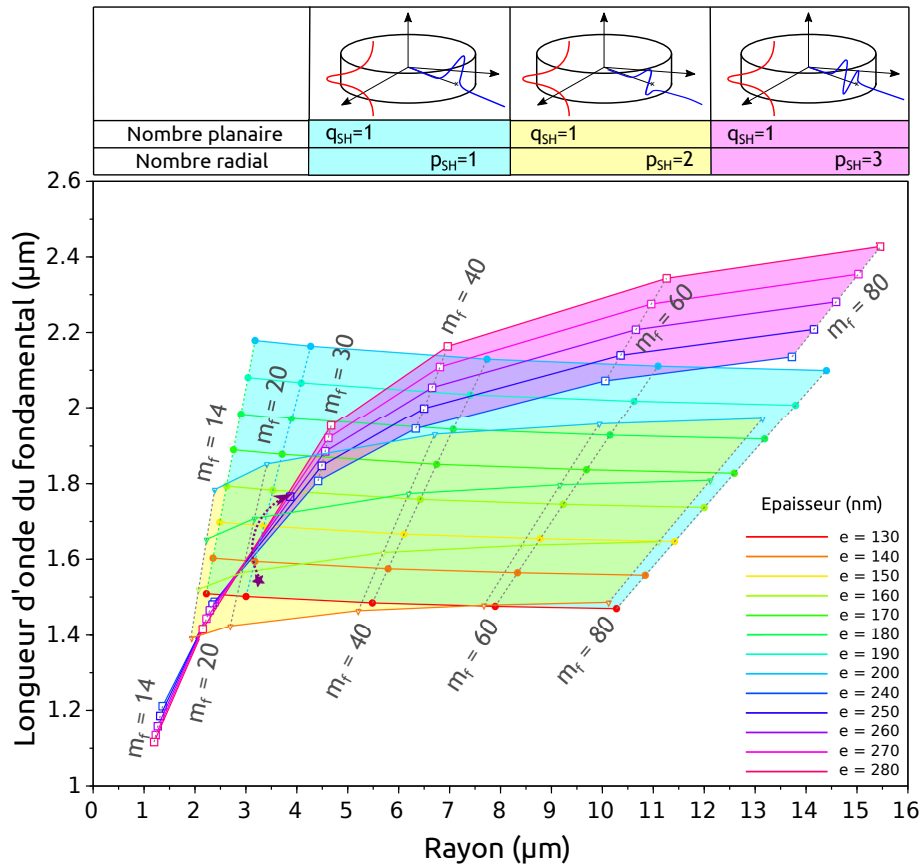


FIGURE 3.3 – Aperçu des dimensions et des longueurs d’onde du fondamental conduisant à une SHG efficace dans les microdisques de GaP. Les lignes continues représentent les différentes épaisseurs. Les pointillés relient des modes de même nombre azimutal  $m_f$ . L’étoile indique les paramètres expérimentaux de Lake [21], dans ce cas  $m_f = 27$  et  $p_{SH} = 3$ . La flèche en pointillé et le carré bleu indiquent la position théorique des conditions de Lake.

et le mode SH, on peut s'attendre à des efficacités de conversion inférieures, c'est ce que nous allons calculer dans le paragraphe suivant.

La figure 3.3 indique également les paramètres expérimentaux de Lake *et al.* [21]. Le disque utilisé par cette équipe a un rayon  $R = 3.26 \mu\text{m}$ , une épaisseur  $e = 250 \text{ nm}$ . Le mode du fondamental est  $[m_f = 27, \lambda_f = 1545 \text{ nm}]$ . Le mode de la SH est  $[m_{SH} = 56, p_{SH} = 3, \lambda_{SH} = 772.2 \text{ nm}]$ . On observe que le point expérimental ne se situe pas sur la surface magenta, la théorie exposée dans ce chapitre le prévoit à  $\lambda_f = 1771 \text{ nm}$ ,  $R = 3.879 \text{ nm}$ , au niveau du carré indiqué par la flèche en pointillé. La première raison de cet écart a déjà été évoqué, il s'agit de la faiblesse de la méthode de détermination des modes résonants. La seconde tient au fait que Lake utilise la puissance de la pompe pour décaler la résonance du fondamental et ainsi compenser les erreurs de fabrication sur le rayon et l'épaisseur qui ne sont pas tout à fait ceux indiqués.

### 3.3 Efficacité de conversion

#### 3.3.1 Etablissement de l'expression de l'efficacité de conversion

Afin de calculer l'efficacité de conversion, on utilise l'expression de la dérivée de l'amplitude de la SH que l'on intègre pour avoir l'amplitude après un tour dans le microdisque. Etant donné que l'efficacité de conversion est le rapport entre la puissance de SH recueillie dans le guide en sortie de dispositif et celle du fondamental en entrée de guide, il faut ensuite tenir compte du couplage du microdisque avec le guide qui sert à injecter le fondamental et recueillir la SH.

L'intégration sur un tour de (3.19) conduit à :

$$2\pi (A_{SH}(2\pi) - A_{SH}(0)) = 2\pi A_f^2 (K_+ e^{i\pi(\Delta m + 2)} \text{sinc}[\pi(\Delta m + 2)] + K_- e^{i\pi(\Delta m - 2)} \text{sinc}[\pi(\Delta m - 2)]) \quad (3.25)$$

On pose la parenthèse égale à  $K$  :

$$K = K_+ e^{i\pi(\Delta m + 2)} \text{sinc}[\pi(\Delta m + 2)] + K_- e^{i\pi(\Delta m - 2)} \text{sinc}[\pi(\Delta m - 2)] \quad (3.26)$$

### Couplage avec le guide d'accès

Suivant [101] et avec les notations définies Fig. 3.4, le couplage avec la fibre optique effilée servant de guide d'accès au microrésonateur s'écrit :

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t & \kappa \\ -\kappa^* & t^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

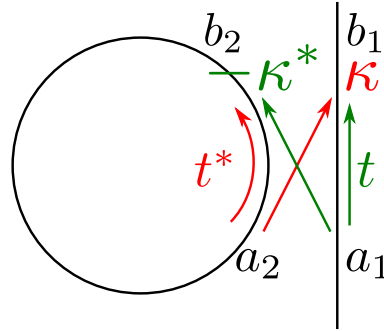


FIGURE 3.4 – Définition des notations permettant de décrire le couplage entre le microdisque et le guide d'accès.  $t$  est le coefficient de transmission du guide d'accès,  $\kappa$  le coefficient de couplage. Les autres lettres désignent les amplitudes complexes normalisées du mode de façon à ce que la puissance modale soit donnée par le carré de leurs modules.

Soit  $\alpha$  le coefficient de transmission sur un tour et  $\varphi$  le déphasage accumulé en un tour. On a donc :

$$a_2 = b_2 \alpha e^{i\varphi} \quad (3.28)$$

Les coefficients  $\alpha$  et  $t$  peuvent être reliés aux facteurs de qualité intrinsèque  $Q^{int}$  et de couplage  $Q^{cpl}$  selon l'équation (cf. (C.25) et (C.26), annexe C) :

$$Q^i = \pi m \frac{\sqrt{x}}{1-x} \quad (3.29)$$

avec  $x = \alpha$  si  $i = int$  et  $x = t$  si  $i = cpl$ .

On suppose que  $t$  et  $\kappa$  sont réels, c'est à dire que le couplage n'introduit pas de déphasage. Sachant que le coupleur est considéré non dissipatif,  $t^2 + \kappa^2 = 1$ , on calcule la puissance en sortie de fibre et celle circulant dans le disque (cf. (C.8) et (C.11), annexe C) :

$$|b_1|^2 = \frac{\alpha^2 - 2\alpha t \cos(\varphi) + t^2}{\alpha^2 t^2 + 1 - 2\alpha t \cos(\varphi)} |a_1|^2 \quad (3.30)$$

et

$$|a_2|^2 = \frac{\alpha^2(1-t^2)}{1 - 2\alpha t \cos(\varphi) + \alpha^2 t^2} |a_1|^2 \quad (3.31)$$

### Expression de l'efficacité de conversion

La variation de l'enveloppe de la SH sur un tour est donnée par (3.25) :

$$A_{SH}(2\pi) - A_{SH}(0) = A_f^2 K \quad (3.32)$$

Le terme  $a_2$  contient l'augmentation liée à la SHG mais aussi l'atténuation et le déphasage induits par un tour, il faut donc le diviser avant de le remplacer dans l'équation, on arrive à :

$$\frac{a_{2,SH}}{\alpha_{SH} e^{i\varphi_{SH}}} - b_{2,SH} = |b_{2,f}|^2 K \quad (3.33)$$

Le déphasage  $\varphi_i$  du mode  $i$  au bout d'un tour s'exprime à l'aide du nombre azimutal  $m_i$  par  $\varphi_i = -2m_i\pi$ . Seuls les modes résonants ont un nombre azimutal  $m_i$  entier, pour les autres longueurs d'onde, on définit une constante de propagation effective  $m'_i$  par interpolation linéaire entre deux modes propres consécutifs. Le déphasage sur un tour est alors  $\varphi'_i = -2m'_i\pi$ .

Comme la puissance de SH injectée dans le guide est nulle,  $a_{1,SH} = 0$  et donc, d'après (3.27),  $b_{2,SH} = t_{SH} a_{2,SH}$  que l'on reporte dans l'équation précédente :

$$\frac{a_{2,SH}}{\alpha_{SH} e^{i\varphi_{SH}}} - t_{SH} a_{2,SH} = |b_{2,f}|^2 K \quad (3.34)$$

En supposant que la déplétion du mode fondamental par le processus de SHG est négligeable, ( $b_{2,f} \approx a_{2,f}$ ), en mettant  $a_{2,SH}$  en facteur et en prenant le module au carré, on arrive à :

$$|a_{2,SH}|^2 = |a_{2,f}|^4 \frac{|K|^2 \alpha_{SH}^2}{1 + \alpha_{SH}^2 t_{SH}^2 - 2\alpha_{SH} t_{SH} \cos(\varphi_{SH})} \quad (3.35)$$

En utilisant (3.31) pour remplacer  $a_{2,f}$ , on obtient :

$$|a_{2,SH}|^2 = |a_{1,f}|^4 \frac{|K|^2 \alpha_{SH}^2}{1 + \alpha_{SH}^2 t_{SH}^2 - 2\alpha_{SH} t_{SH} \cos(\varphi_{SH})} \times \left( \frac{\alpha_f^2 (1 - t_f^2)}{1 + \alpha_f^2 t_f^2 - 2\alpha_f t_f \cos(\varphi_f)} \right)^2 \quad (3.36)$$

D'après (3.27), toujours avec  $a_{1,SH} = 0$  et  $\kappa^2 = 1 - t^2$ , on a :

$$|b_{1,SH}|^2 = (1 - t_{SH}^2) |a_{2,SH}|^2 \quad (3.37)$$

On peut alors exprimer l'efficacité de conversion, en posant  $P_{in} = |a_{1,f}|^2$  :

$$\eta = \frac{|b_{1,SH}|^2}{|a_{1,f}|^2} = P_{in}|K|^2 \frac{\alpha_{SH}^2(1-t_{SH}^2)}{1 + \alpha_{SH}^2 t_{SH}^2 - 2\alpha_{SH} t_{SH} \cos(\varphi_{SH})} \times \left[ \frac{\alpha_f^2(1-t_f^2)}{1 + \alpha_f^2 t_f^2 - 2\alpha_f t_f \cos(\varphi_f)} \right]^2 \quad (3.38)$$

Pour les modes résonants, le déphasage  $\varphi_i$  étant un multiple de  $2\pi$ , l'expression se simplifie en :

$$\eta = P_{in}|K|^2 \frac{\alpha_{SH}^2(1-t_{SH}^2)}{(1 - \alpha_{SH} t_{SH})^2} \times \left[ \frac{\alpha_f^2(1-t_f^2)}{(1 - \alpha_f t_f)^2} \right]^2 \quad (3.39)$$

### 3.3.2 Efficacité de conversion dans les conditions optimales

Les formules (3.18), (3.26) et (3.39) peuvent être mises à profit pour calculer l'efficacité de conversion dans les situations représentées Fig. 3.3. Les coefficients  $\alpha$  et  $t$  sont calculés à l'aide de (3.29) en supposant que les facteurs de qualité intrinsèques et de couplage sont  $10^4$ , c'est à dire que le facteur de qualité global est 5000, aussi bien pour le fondamental que la SH. Le paragraphe 3.3.4 reviendra sur l'influence de  $Q$  sur l'efficacité de conversion mais on verra, au chapitre 5, que la valeur choisie ici pour une première approche est un bon compromis, puisqu'elle est légèrement inférieure à celle mesurée dans les disques de GaP sur GaP [21] et supérieure à celle mesurée dans les disques de GaP sur Si.

L'indice du GaP pour le fondamental  $n_f$  est calculé comme indiqué au chapitre 2, le coefficient de susceptibilité non linéaire  $d_{14}$  est fixé à  $28.5 \text{ pm.V}^{-1}$  et la puissance de pompe à 1 mW.

La figure 3.5 montre que l'on peut espérer des efficacités de conversion de l'ordre du pourcent si la SH est générée avec un nombre radial  $p_{SH} = 1$ . Ainsi, dans le cas de l'exemple choisi au paragraphe 3.2.2, pour un disque ( $R = 2.6375 \text{ }\mu\text{m}$ ,  $e = 160 \text{ nm}$ ) pompé à la longueur d'onde  $\lambda_f = 1793 \text{ nm}$ , on trouve une efficacité de conversion  $\eta = 1.0\%.\text{mW}^{-1}$ .

La génération avec des nombres radiaux  $p_{SH} = 2$  ou  $p_{SH} = 3$  permet, on l'a vu, d'utiliser des disques plus épais dans lesquels les modes seront moins sensibles à la rugosité de surface. Néanmoins, dans ce cas, en supposant que les facteurs de qualité demeurent inchangés ( $Q^{cpl} = Q^{int} = 10^4$ ), les efficacités de conversion sont de deux

à trois ordres de grandeurs inférieurs comme on s'y attendait du fait du moins bon recouvrement entre les modes.

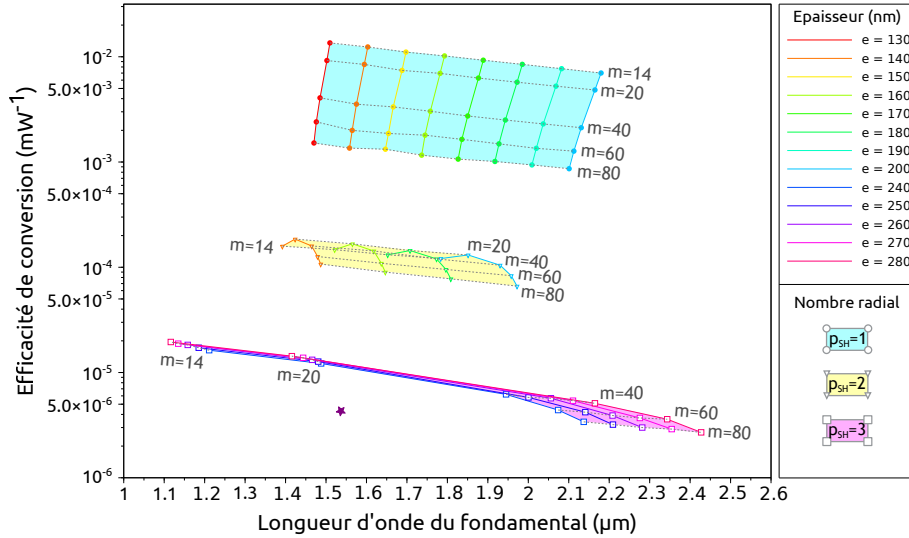


FIGURE 3.5 – Efficacité de conversion vers la seconde harmonique pour les géométries de la Fig. 3.3 qui permettent de respecter les conditions de SHG efficace. La puissance de pompe est 1 mW, les facteurs de qualité intrinsèques et de couplage pour le fondamental et la SH sont  $Q^{cpl} = Q^{int} = 10^4$  et la susceptibilité non-linéaire  $d_{14} = 28.5 \text{ pm.V}^{-1}$ . L'étoile indique une estimation du résultat de Lake [21] pour les facteurs de qualité considérés ici.

### 3.3.3 Efficacité de conversion en dehors des conditions de double résonance

Les exigences sur la longueur d'onde du fondamental et les dimensions des microdisques peuvent sembler difficiles à satisfaire expérimentalement, on sait par exemple qu'il est illusoire de pouvoir produire des microdisques dont le rayon soit imposé au dixième de nanomètre près alors que c'est la précision issue du calcul du paragraphe 3.2.2. Il est donc indispensable d'étudier quantitativement l'évolution de l'efficacité de conversion lorsqu'on s'écarte de la situation optimale afin d'estimer le potentiel de ce type de dispositif pour de futures applications.

#### Influence d'un décalage en longueur d'onde de pompe

En dehors des conditions de double résonance, l'expression (3.38) doit être utilisée pour calculer l'efficacité de conversion. Comme mentionné dans le paragraphe 3.3.1,

pour les longueurs d'onde qui ne sont pas résonantes, on définit un nombre azimutal effectif  $m'$  estimé par interpolation linéaire entre deux résonances consécutives de la même famille de modes. La phase  $\varphi$  apparaissant au dénominateur est alors  $\varphi = -2\pi m'$  et la différence de phase apparaissant dans l'expression de  $K$  (Eq. 3.26) est  $\Delta m = m'_{SH} - 2m'_f$ .

Pour un microdisque tel que celui présenté sur la figure 3.2, de rayon  $R = 2.6375 \mu\text{m}$  et d'épaisseur  $e = 160 \text{ nm}$ , l'efficacité de conversion vers la seconde harmonique obtenue à différentes longueurs d'onde est présentée figure 3.6. Les segments pointillés indiquent les longueurs d'onde des modes de galerie et les nombres entre crochets leurs nombres azimutaux et radiaux. Les modes tracés en rouge sont des modes  $H_{\parallel z}$  (TE), ce sont les modes utilisés pour propager le fondamental. En vert est représenté le double des longueurs d'onde des modes  $E_{\parallel z}$  (TM) servant pour la SH.

On retrouve que l'efficacité maximale est obtenue à la longueur d'onde fondamentale  $\lambda_f = 1793 \text{ nm}$  pour laquelle les modes  $[m_f = 14, n_f = 1]$  et  $[m_{SH} = 30, n_{SH} = 1]$  se superposent. Les quatre critères nécessaires à une SHG efficace sont remplis et on a alors  $\eta = 0.01 \text{ mW}^{-1}$ .

La figure 3.6 permet, en outre, de se rendre compte qu'en dehors de la condition de double résonance, l'efficacité de conversion chute drastiquement, elle perd de 5 à 18 ordres de grandeurs. La valeur absolue de la pente de la courbe autour du pic principal est  $0.022 \text{ mW}^{-1}/\text{nm}$ . Une série de maxima secondaires est en outre observée correspondant à chaque résonance du champ de SH avec une résonance du disque ne remplissant pas la condition d'accord de phase mais également aux autres résonances du fondamental ( $m_f = 13$  et  $15$ ) qui sont elles aussi hors accord de phase.

L'écart d'efficacité entre les maxima secondaires issus d'une résonance pour le fondamental ou la SH souligne la contribution prédominante du mode fondamental sur la SHG. Les équations (3.18) et (3.38) le montraient déjà puisque les contributions du fondamental sont quadratiques.

Outre des pics, la figure 3.6 présente également deux anti-résonances marquées vers  $1.74 \mu\text{m}$  et  $1.85 \mu\text{m}$ . La première apparaît lorsque  $m'_f \approx 14.78$  et  $m'_{SH} \approx 32.55$  c'est à dire pour  $\Delta m = 3$  et la seconde pour  $m'_f \approx 13.31$  et  $m'_{SH} \approx 27.62$  c'est à dire pour  $\Delta m = 1$ . L'expression (3.19) montre que lorsque  $\Delta m$  est un entier autre que 2, il se produit un phénomène d'interférences destructives qui explique les deux creux observés.

On peut remarquer que si les interférences constructives recherchées pour générer la SH doivent nécessairement se produire à des longueurs d'onde résonantes, en revanche, les longueurs d'onde entraînant une destruction de la SH ne sont, elles, même pas résonantes dans le microdisque.

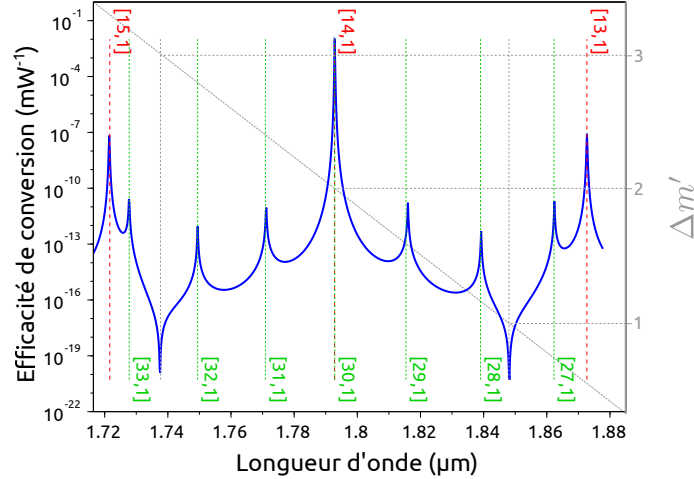


FIGURE 3.6 – Efficacité de SHG pour un microdisque de rayon  $R = 2.6375 \mu\text{m}$  et d'épaisseur  $e = 160 \text{ nm}$ . La meilleure efficacité est atteinte pour la longueur d'onde  $\lambda_f = 1.793 \mu\text{m}$  permettant la double résonance déterminée sur la Fig. 3.2. Longueurs d'onde des WGM du fondamental (en rouge) et de la seconde harmonique (en vert) multipliées par deux pour rester dans les conditions de conservation de l'énergie. Les nombres entre crochets sont les nombres azimutaux  $m$  et les nombres radiaux  $p$  des modes.  $\Delta m' = m'_{SH} - 2m'_f$ .

### Influence d'un décalage en rayon

Au laboratoire, le procédé de fabrication des microdisques ne permet pas de garantir des rayons avec une précision meilleure que la centaine de nanomètres. La seule étape de lithographie électronique, en supposant les paramètres de la résine et du développement constants, affiche une précision de 50 nm. Dans cette section, on étudie donc les conséquences qu'entraînerait une erreur de fabrication des microdisques sur l'efficacité de conversion.

L'épaisseur  $e = 160 \text{ nm}$  est conservée pour garder le même exemple tout au long de ce chapitre. La longueur d'onde est fixée à  $\lambda_f = 1.793 \mu\text{m}$  (ou la moitié pour la SH) et on calcule dans un premier temps les rayons qui permettent à cette longueur d'onde d'être résonante. On peut ensuite, là encore, définir des nombres azimutaux effectifs



par interpolation linéaire entre deux résonances successives de la même famille de modes pour des rayons entourant les modes résonants. Le calcul de l'efficacité  $\eta$  est ensuite le même à partir de l'expression (3.38).

La figure 3.7 montre les résultats obtenus. Les segments pointillés rouges et verts et les nombres entre crochets indiquent là encore la position des modes de galerie du fondamental et de la SH et leurs nombres azimutaux et radiaux. On retrouve que l'efficacité maximale  $\eta = 1\%.\text{mW}^{-1}$  est atteinte pour le rayon  $R = 2.6375 \mu\text{m}$  auquel les modes  $[m_f = 14, p_f = 1]$  et  $[m_{SH} = 30, p_{SH} = 1]$  se superposent.

On retrouve des chutes importantes d'efficacité de conversion dès qu'on s'écarte de la valeur assurant la double résonance. La valeur absolue de la pente de la courbe autour du pic principal est  $5 \text{ mW}^{-1}/\mu\text{m}$ . On voit qu'une erreur de 100 nm sur le rayon entraîne la perte de 13 ordres de grandeur sur l'efficacité.

Cependant, cette fois-ci, les pics secondaires apparaissant lorsque le fondamental est résonant se situent seulement deux ordres de grandeur plus bas que le pic principal au lieu de cinq. Ceci s'explique par le fait que  $\Delta m'$  varie peu sur l'intervalle de rayons considéré. Une variation de rayon permettant de balayer 8 résonances pour le fondamental entraîne seulement un écart de 0.27 sur  $\Delta m'$ , tandis que dans le paragraphe précédent, une variation de longueur d'onde permettant un balayage de deux résonances du fondamental entraînait déjà un écart de plus de 2. De ce fait, les résonances  $f$  et  $SH$  se superposent presque sur une plage de rayon étendue.

### 3.3.4 Influence du facteur de qualité

Jusqu'à présent, pour nos applications numériques, nous avons fait le choix  $Q^{cpl} = Q^{int} = 10^4$ , voyons maintenant l'influence du facteur de qualité global  $Q = (Q^{int} + Q^{cpl})^{-1}$  sur l'efficacité de conversion.

On repart de l'expression de l'efficacité (Eq. 3.39) :

$$\eta = P_{in} |K|^2 \frac{\alpha_{SH}^2 (1 - t_{SH}^2)}{(1 - \alpha_{SH} t_{SH})^2} \times \left[ \frac{\alpha_f^2 (1 - t_f^2)}{(1 - \alpha_f t_f)^2} \right]^2 \quad (3.40)$$

Afin de simplifier les calculs, on se place dans le cas d'un couplage critique et on pose  $\alpha_i = t_i = x_i$  (avec  $i = \{SH, f\}$ ). On suppose en outre que le facteur de qualité  $Q$  est grand et donc que  $\alpha_i$  et  $t_i$  sont proches de 1. On peut alors utiliser l'approximation

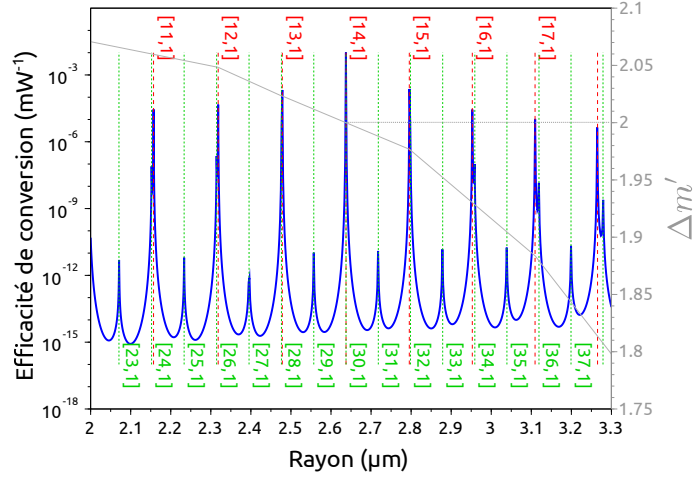


FIGURE 3.7 – Efficacité de SHG dans un microdisque d'épaisseur  $e = 160$  nm et pour une longueur d'onde fondamentale  $\lambda_f = 1.793$   $\mu\text{m}$ . La meilleure efficacité est atteinte pour le rayon  $R = 2.6375$   $\mu\text{m}$  permettant la double résonance déterminée sur la Fig. 3.2. Les segments verts et rouges indiquent les modes fondamentaux et de SH. Les nombres entre crochets sont les nombres azimutaux et les nombres radiaux des modes.  $\Delta m' = m'_{SH} - 2m'_f$ .

montrée en annexe (voir C.43) dans laquelle on a posé

$$A_i = \frac{x_i^2(1 - x_i^2)}{(1 - x_i^2)^2} = \frac{x_i^2}{1 - x_i^2} \quad (3.41)$$

L'efficacité de conversion s'écrit alors :

$$\eta = P_{in}|K|^2 A_{SH} A_f^2 \quad (3.42)$$

$$\approx P_{in}|K|^2 \left[ \frac{-1}{2} + \frac{Q_{SH}}{\pi m_{SH}} \right] \left[ \frac{-1}{2} + \frac{Q_f}{\pi m_f} \right]^2 \quad (3.43)$$

En ne gardant que les puissances les plus élevées <sup>1</sup>

$$\eta \approx P_{in}|K|^2 \frac{Q_{SH} Q_f^2}{\pi^3 m_{SH} m_f^2} \quad (3.44)$$

Vérifions que l'on observe effectivement une dépendance de  $\eta$  en  $Q^3$  si l'on poursuit l'hypothèse faite jusqu'à présent :  $Q_f = Q_{SH}$ .

Le mode fondamental  $[m_f = 14, p_f = 1]$  choisi en exemple tout au long de ce chapitre a un facteur de qualité théorique limité par la courbure à  $Q_{lim} = 12011$ . Dans ce dernier paragraphe, on utilisera donc le mode  $[m_f = 20, p_f = 1, \lambda_f =$

1. On retrouve la dépendance avec les facteurs de qualité obtenue plus simplement au chapitre 1, (Eq. 1.30).

1.782  $\mu\text{m}$ ] dans un disque d'épaisseur  $e = 160$  nm et de rayon  $R = 3.545$   $\mu\text{m}$  car son facteur de qualité limite est repoussé à  $Q_{lim} = 1.4 \times 10^6$ . Le mode  $E_{\parallel z}$  résonant à  $\lambda_f/2 = 0.891$  nm servant à piéger la SH est [ $m_{SH} = 42$ ,  $p_{SH} = 1$ ] avec  $Q = 1.1 \times 10^8$ . Les autres hypothèses demeurent inchangées :  $d_{14} = 28.5$  pm.V $^{-1}$  et  $P_{in} = 1$  mW.

On utilise de nouveau les expressions (3.18), (3.26), (3.39) pour calculer l'efficacité de conversion mais cette fois-ci on fait varier  $Q$  dans l'équation (3.29). La figure 3.8 montre les résultats obtenus. L'ajustement par un polynôme de degré 3 indiqué par la courbe confirme qu'une dépendance en  $Q^3$  peut effectivement être trouvée.

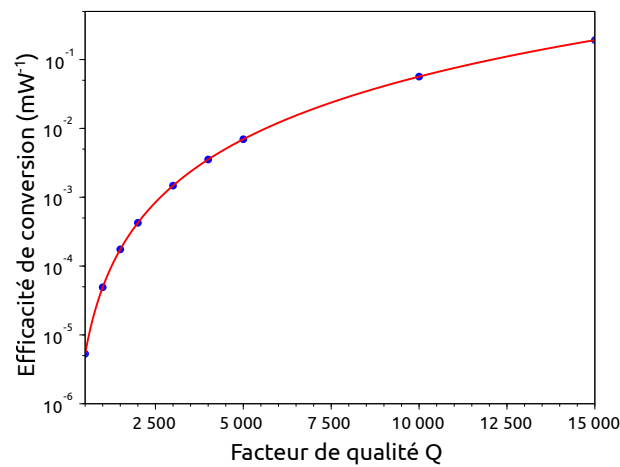


FIGURE 3.8 – Efficacité de conversion vers la SH dans un disque  $R = 3.545$   $\mu\text{m}$ ,  $e = 160$  nm entre les modes [ $m_f = 20$ ,  $p_f = 1$ ,  $\lambda_f = 1.782$   $\mu\text{m}$ ] et [ $m_{SH} = 42$ ,  $p_{SH} = 1$ ,  $\lambda_{SH} = 891$  nm] en fonction du facteur de qualité global  $Q$  dans le cas d'un couplage critique.

On observe que lorsque le facteur de qualité global est multiplié par dix (passant de  $Q = 500$  à  $Q = 5 \times 10^3$ ),  $\eta$  est multipliée par plus de 1000 (de  $5.3 \times 10^{-6}$  à  $7.0 \times 10^{-3}$ ). Grâce à la relation (3.44), il est possible d'estimer l'efficacité de conversion du dispositif de Lake *et al.* [21] s'il avait le facteur  $Q$  correspondant à celui choisi pour tracer la figure 3.5. Les facteurs de qualité globaux annoncés par Lake pour le fondamental et la SH sont respectivement  $Q_f = 10^4$  et  $Q_{SH} = 1.1 \times 10^5$ , l'efficacité  $\eta = 3.8 \times 10^{-4}$  mW $^{-1}$  devient alors pour  $Q_f = Q_{SH} = 5 \times 10^3$ ,  $\eta = 4.3 \times 10^{-6}$ . Le point correspondant est représenté par une étoile Fig. 3.5. Il se trouve légèrement en dessous des valeurs calculées mais il confirme tout de même que le calcul de l'efficacité présenté au paragraphe 3.3.2 trouve donc ici une validation expérimentale indirecte.

Le calcul a été interrompu à  $Q = 1.5 \times 10^4$  car au-delà, avec une efficacité de  $10\% \text{ mW}^{-1}$ , l'hypothèse de non déplétion de la pompe devient peu crédible. Dans les disques de GaP sur GaP où l'état de l'art affiche  $Q = 10^5$ , l'efficacité de conversion sera limitée par rapport à ce que l'on pourrait calculer ici par d'autres phénomènes tels que la déplétion de la pompe, des phénomènes non linéaires d'ordre 3 ou thermo-optiques.

Disposer de microdisques présentant les meilleurs facteurs de qualité possible est, certes, gage d'une SHG efficace, cependant, une valeur de facteur  $Q$  modeste peut aussi présenter un avantage, mis en évidence sur la figure 3.9. Ces courbes ont été obtenues en menant les mêmes calculs qu'au paragraphe 3.3.3 pour différents facteurs  $Q$  dans le cas du microdisque  $R = 3.545 \mu\text{m}$ ,  $e = 160 \text{ nm}$  pour les modes  $m_f = 20$  et  $m_{SH} = 42$ .

On constate que si l'efficacité de conversion maximale obtenue dans les conditions de double résonance est, comme on l'a vu, bien inférieure pour les faibles valeurs de  $Q$ , en revanche, elle est supérieure en dehors de ces conditions. Un faible facteur de qualité relaxe donc légèrement la condition de double résonance en limitant la chute drastique qui intervient en dehors des conditions de double résonance pour les grands facteurs  $Q$ .

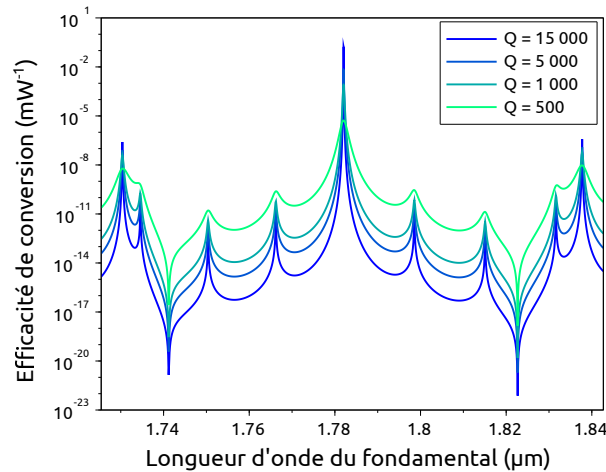


FIGURE 3.9 – Efficacité de conversion vers la SH dans un disque  $R = 3.545 \mu\text{m}$ ,  $e = 160 \text{ nm}$  entre les modes  $[m_f = 20, p_f = 1, \lambda_f = 1.782 \mu\text{m}]$  et  $[m_{SH} = 42, p_{SH} = 1, \lambda_{SH} = 891 \text{ nm}]$  en fonction de la longueur d'onde du fondamental et pour différents facteurs de qualité.

## Conclusion

En servant de base à une approche perturbative, le modèle analytique simplifié des WGM exposé au chapitre 2 a permis la résolution de l'équation de Helmholtz complétée par un terme source due à la polarisation non linéaire. La condition de quasi-accord de phase  $\bar{4}$  a ainsi pu être affinée. Finalement, les quatre exigences pour une SHG efficace s'expriment de la façon suivante :

- conservation de l'énergie :  $\lambda_f = 2\lambda_{SH}$ ,
- les longueurs d'onde du fondamental et de la SH doivent être résonantes,
- le fondamental doit être polarisé en mode  $H_{\parallel z}$  (TM) et la SH en mode  $E_{\parallel z}$  (TE),
- quasi-accord de phase :  $\Delta m = m_{SH} - 2m_f = \pm 2$

La détermination des géométries des microdisques et les longueurs d'onde de pompe à utiliser pour réaliser efficacement la SHG devient alors possible. On constate que la très forte dispersion du matériau à l'approche de son gap ( $E_{gap} = 2.26$  eV,  $\lambda = 550$  nm) empêche la symétrie  $\bar{4}$  de réaliser, à elle seule, l'accord de phase, et rend donc délicate la SHG avec un fondamental dans la bande télécom. Ainsi, lorsque la SH est générée avec un nombre radial  $p_{SH} = 1$ , l'accord  $\bar{4}$  doit être associé à l'accord par biréfringence de forme qui impose de faibles épaisseurs, entre 130 et 200 nm pour des longueurs d'onde allant de 1.5 à 2.2  $\mu\text{m}$ .

Si l'on souhaite s'affranchir de l'accord par biréfringence de forme afin d'utiliser des disques plus épais dans lesquels les modes sont moins sensibles à la rugosité de surface, il faut mettre en œuvre l'accord modal et générer la SH avec des nombres radiaux  $p_{SH} = 2$  ou 3. Cependant, le calcul des efficacités de conversion  $\eta$  attendues théoriquement montre que ces dernières sont les plus intéressantes, de l'ordre de  $1\%.\text{mW}^{-1}$ , lorsque la SHG est générée dans les modes de nombres radiaux unitaires. Pour  $p_{SH} = 2$ ,  $\eta \approx 10^{-4} \text{ mW}^{-1}$  et pour  $p_{SH} = 3$ ,  $\eta \approx 10^{-5} \text{ mW}^{-1}$ .

On peut retenir que les meilleures efficacités sont attendues pour des rayons aux alentours de 2  $\mu\text{m}$ , une épaisseur de 130 nm et une longueur d'onde fondamentale vers 1.5  $\mu\text{m}$  où la SH est alors générée dans un mode  $p_{SH} = 1$ .

On constate que ces dispositifs non linéaires doublement résonants tolèrent difficilement une déviation aux conditions idéales. Cette tolérance peut sembler relaxée légèrement pour de plus petits facteurs Q puisque pour  $Q = 10^3$ ,  $\eta$  est au minimum

---

divisée par 1000, tandis que pour  $Q = 10^4$  elle est au minimum divisée par  $10^5$ . Cependant, lorsque le facteur  $Q$  perd un ordre de grandeur,  $\eta$  est divisée par mille. Cette problématique limite grandement les applications potentielles de ces systèmes et nous verrons au chapitre suivant comment remédier partiellement à ce problème.



# Chapitre 4

## La SHG dans les microdisques de GaP intégrés sur Si

### Sommaire

---

<b>4.1</b>	<b>Microdisques de GaP crûs sur Si</b>	<b>92</b>
4.1.1	Fabrication des microdisques	92
4.1.2	Les domaines d’anti-phase (APD)	93
4.1.3	Détermination expérimentale des caractéristiques des APD	94
<b>4.2</b>	<b>SHG dans un disque comportant des APD</b>	<b>98</b>
4.2.1	Synthèse numérique de défauts artificiels	98
4.2.2	Efficacité de conversion d’un disque comportant des APD	98
<b>4.3</b>	<b>Utilisation des domaines d’antiphase pour le quasi-accord de phase</b>	<b>103</b>
4.3.1	Quasi-accord de phase par distribution aléatoire d’APD	103
	Description du principe à l’aide d’APD périodiques	104
	Application du principe aux APD réels	105
4.3.2	Quasi-accord de phase par « brisure de parité »	108
	Modèle de la SHG dans un microdisque comportant une épaisseur d’APD	108
	Efficacité de conversion	110

---

Comme évoqué au chapitre 2, l’un des intérêts du GaP est de présenter un paramètre de maille proche de celui du silicium qui permet sa croissance par hétéroépitaxie sur un substrat de silicium. Dans ce contexte, le cristal de GaP peut présenter des défauts dont l’influence sur la SHG doit être prise en compte si l’on veut réaliser des fonctions d’optiques intégrées compatibles avec les technologies CMOS.

Parmi les défauts de cristallisation liés à l’hétéroépitaxie de GaP sur silicium, les domaines d’anti-phase (en anglais, *Anti Phase Domains* (APD)) peuvent être soupçonnés de jouer une influence néfaste sur la SHG en perturbant le quasi-accord de phase. Ils consistent en une inversion locale de l’ordre d’empilement des plans



atomiques du fait de la croissance d'un matériau polaire sur un substrat non-polaire.

Du fait de l'inversion du matériau ainsi engendrée, la susceptibilité non linéaire change de signe d'un domaine à l'autre. Lorsque la lumière tourne autour de l'axe [001] cette évolution aléatoire se superpose à la modulation périodique induite par la symétrie  $\bar{4}$  et ces défauts sont donc préoccupants pour la SHG. Néanmoins, ce chapitre montre qu'une investigation plus poussée de l'influence de ces défauts permet de proposer de nouveaux schémas d'accord de phase.

## 4.1 Microdisques de GaP crûs sur Si

### 4.1.1 Fabrication des microdisques

Les étapes de fabrication des microdisques de GaP sur Si sont les mêmes qu'au chapitre 2, seule la nature du substrat et des réactifs utilisés pendant la gravure changent. La figure 4.1 résume les différentes étapes de fabrication des microdisques de GaP intégrés sur Si et montre une image MEB d'un microdisque fabriqué au laboratoire.

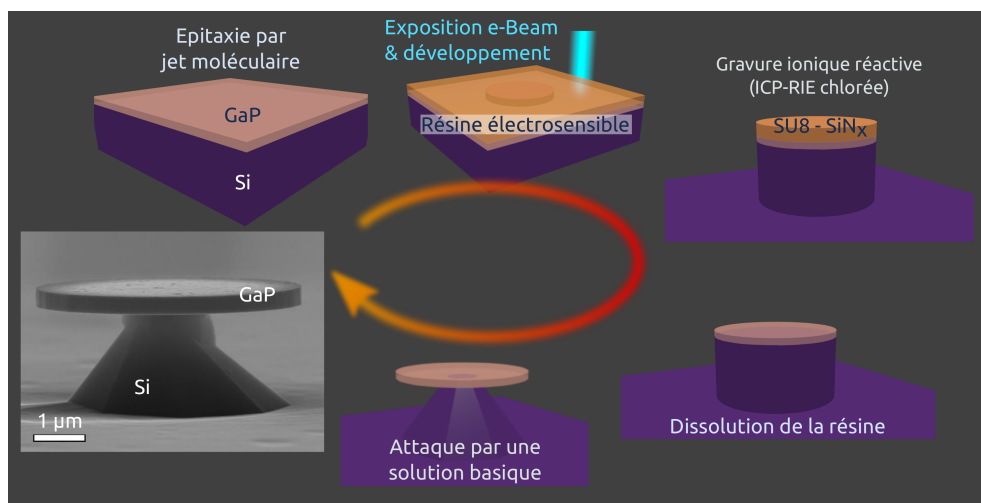


FIGURE 4.1 – Aperçu des différentes étapes de fabrication d'un microdisque de GaP sur substrat Si et microphotographie MEB d'un microdisque fabriqué au laboratoire.

Ici seuls 100 à 200 nm de GaP sont crûs sur le substrat de Si pour constituer le disque. Il n'y a pas de couche sacrificielle d'AlGaP comme pour les disques sur substrat natif. Le piédestal est directement constitué par le substrat Si, sa hauteur dépendant de la concentration et de la durée de l'attaque chimique.

En réalité, la fabrication des microdisques se révèle plus complexe que ne le laisse supposer ce schéma idéal. Les défauts qui nous intéressent dans ce chapitre, notamment, apparaissent lors de la première étape de fabrication : l'épitaxie de GaP/Si.

### 4.1.2 Les domaines d'anti-phase (APD)

Comme évoqué en introduction, les APD sont dus à une inversion locale de l'ordre d'empilement des plans atomiques, c'est à dire qu'au passage d'un domaine à l'autre les plans de Ga se trouve en regard des plans de P et inversement. Les APD peuvent avoir deux origines :

- le démarrage aléatoire du dépôt suivant l'endroit, soit par des atomes de gallium, soit par des atomes de phosphore (Fig. 4.2 a),
- un substrat silicium présentant des marches mono-atomiques (Fig. 4.2 b).

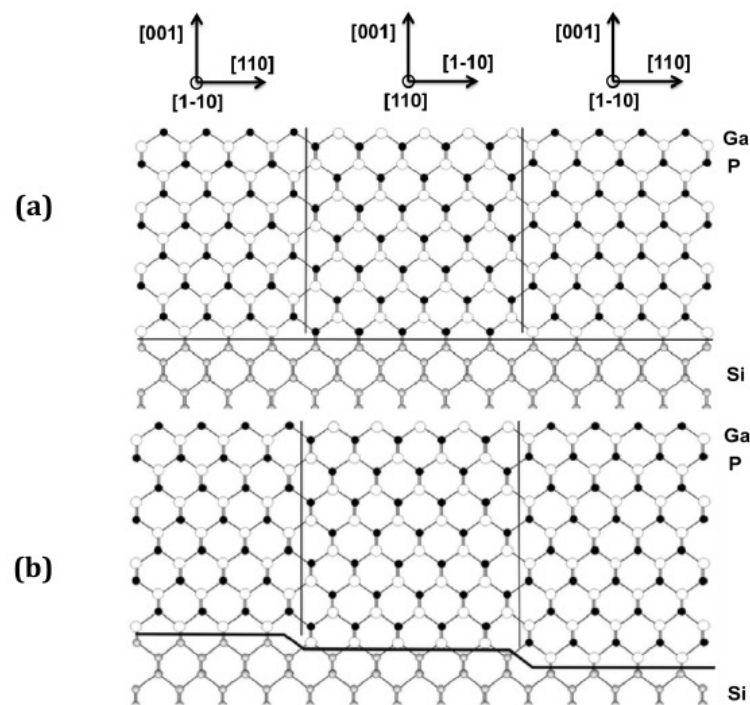


FIGURE 4.2 – Domaines d'anti-phase dans un cristal de phosphure de gallium de type zinc-blende. (a) APD résultants de l'inhomogénéité de la première couche atomique crûe sur le silicium. (b) APD résultants de marches monoatomiques à la surface du silicium. (Tiré de [86])

Les APD ont été largement étudiés par le passé et quelques paradés ont été proposées pour maîtriser leur apparition. Le recours à un substrat orienté suivant (211)

a par exemple été proposé dans le cadre de la croissance de GaAs sur Si [102].

Cependant, la stratégie poursuivie actuellement par le laboratoire Foton est différente et s'appuie sur les travaux de Kaplan [103]. Elle consiste à utiliser un substrat Si(001) incliné de  $6^\circ$  dans la direction [110] (Fig. 4.3) afin de supprimer les marches monoatomiques à la surface du substrat et d'empêcher ainsi les APD apparaissant selon le schéma de la figure 4.2 b) en favorisant des marches de hauteur double. Cette méthode a fait ses preuves aussi bien pour la croissance de GaAs sur Si [104] ou Ge [105] que celle de GaP/Si [106, 107].

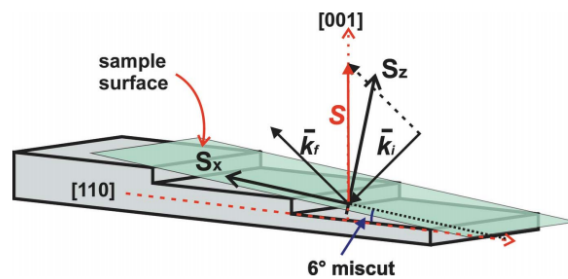


FIGURE 4.3 – Substrat silicium (001) incliné de  $6^\circ$  vers la direction [110]. (Tiré de [108])

Des travaux plus récents permettent de s'affranchir de cette inclinaison et d'utiliser un substrat exactement orienté suivant (001) [109]. Lorsque, malgré les précautions, des APD apparaissent, ils se propagent généralement selon l'axe de croissance dans toute la couche épitaxiée [110]. Certaines méthodes ont été développées pour contrôler cette propagation comme l'inclinaison des APD pour annihilation ou, comme le montre la figure 4.4, l'utilisation de fines couches d'AlGaP [108], cette méthode étant en cours de développement au laboratoire.

Nous allons voir dans ce chapitre que maîtriser la taille des APD et leur extension verticale peut se révéler très intéressant pour la SHG.

### 4.1.3 Détermination expérimentale des caractéristiques des APD

Afin de calculer l'efficacité de la SHG dans des microdisques comportant des APD, il est nécessaire de bien connaître leurs caractéristiques et l'expertise de l'équipe Optoélectronique Hétéroépitaxie Matériaux du laboratoire Foton a été déterminante

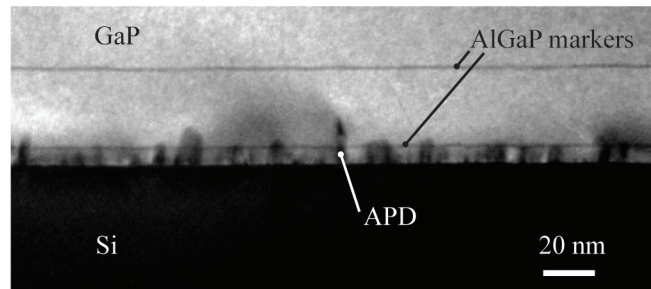


FIGURE 4.4 – Microscopie électronique en transmission de GaP épitaxié sur Si. Les APD apparaissent plus foncés au sein du GaP. On observe qu’au delà de la fine couche d’AlGaP utilisée comme marqueur les APD sont fortement limités. (Tiré de [111])

[108, 112, 113, 114]. Une récente collaboration avec le CEMES de Toulouse a permis, en outre, de disposer d’images de microscopie électronique en transmission (TEM) de ces défauts. Elles ont été obtenues sur des échantillons de 20 nm d’épaisseur de GaP sur Si par une technique TEM en champ sombre autour du pic de diffraction issu des plans (002) dont le contraste est particulièrement sensible à la présence de domaines d’antiphase.

La figure 4.5 a) montre une des images de microscopie électronique obtenues. Les zones claires et sombres sont dues à la présence d’APD de polarité opposée, l’orientation du cristal se trouve ainsi traduite en niveau de gris. En choisissant un seuil comme frontière entre les domaines, on peut convertir l’image en noir et blanc et ainsi définir nettement les frontières entre APD. On attribue la polarité  $P = +1$  aux pixels blancs et  $P = -1$  aux noirs, la distribution de polarité ainsi obtenue à partir de l’image seuillée est notée  $P(r)$ .

Deux paramètres permettent de décrire de façon pertinente les APD :

- la largeur caractéristique ( $\mathcal{L}_c$ ),
- la polarité moyenne ( $P_{APD}$ ).

Le premier paramètre ( $\mathcal{L}_c$ ) donne une idée de la distance moyenne entre deux parois d’anti-phase. Il est obtenu à partir de la transformée de Fourier spatiale de la distribution de polarité. Le module et la phase de la TF de la distribution des APD de la Fig. 4.5 sont représentés figure 4.6. Cette transformée de Fourier présente un pic d’amplitude centré autour de  $u = 0$  dont la largeur est directement reliée à la largeur moyenne des domaines. A l’opposé, la phase ne présente aucune structuration.  $\mathcal{L}_c$  est

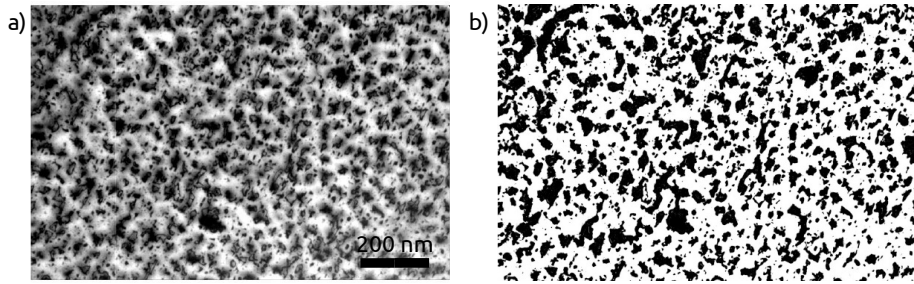


FIGURE 4.5 – a) Microscopie TEM en champ sombre autour du pic de diffraction des plans (002) d'un échantillon de 20 nm d'épaisseur de GaP crû sur Si. L'intensité de l'image dépend de l'orientation du cristal ce qui permet de mettre en évidence les APD. b) Image précédente convertie en noir et blanc de part et d'autre d'un seuil de gris afin de définir précisément les frontières entre APD.

défini à partir d'un ajustement lorentzien sur l'amplitude de la TF de la forme :

$$\mathcal{F}(P(r))(u) = \frac{1}{\pi} \frac{\frac{A}{2\pi\mathcal{L}_c}}{u^2 + \left(\frac{1}{2\pi\mathcal{L}_c}\right)^2} \quad (4.1)$$

où  $u$  est la fréquence spatiale. Dans l'exemple précédent, l'ajustement par le modèle lorentzien (courbe rouge Fig. 4.6 b) conduit à une largeur caractéristique  $\mathcal{L}_c = 6$  nm.

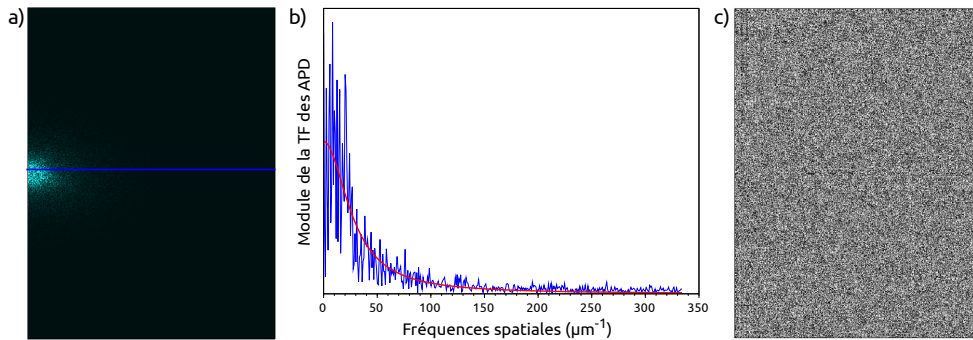


FIGURE 4.6 – a) Module de la TF de l'image noir et blanc des APD de la figure 4.5. b) Profil indiqué en bleu sur a) et ajustement par une lorentzienne. c) Phase de la même TF.

Le deuxième paramètre est la moyenne spatiale de la distribution de polarité :  $P_{APD} = \langle P(r) \rangle$ . Ainsi, sur une image entièrement noire (blanche)  $P_{APD} = -1$  ( $P_{APD} = +1$ ) et sur une image comportant une même surface de domaines orientés dans un sens que dans l'autre  $P_{APD} = 0$ .

Remarque : La largeur caractéristique  $\mathcal{L}_c$  utilisée ici peut être reliée à la longueur de corrélation  $\Lambda_c$  définie comme étant la longueur caractéristique issue de la modélisation sous forme d'exponentielle décroissante de l'autocorrélation de l'image noir et blanc des APD. En effet, si un profil de l'autocorrélation est modélisé par une exponentielle de la forme  $Ae^{-\frac{|x|}{\Lambda_c}}$ , sa transformée de Fourier dans l'espace des fréquences spatiales  $u$  est :

$$\mathcal{F}_{autocor.}(u) = \int_{-\infty}^{+\infty} Ae^{-\frac{|x|}{\Lambda_c}} e^{-i2\pi ux} dx = \frac{\frac{2A}{\Lambda_c}}{\left(\frac{1}{\Lambda_c}\right)^2 + (2\pi u)^2} \quad (4.2)$$

c'est à dire une lorentzienne de largeur à mi-hauteur  $\frac{1}{\pi\Lambda_c}$ . Or, d'après le théorème de Wiener-Khintchine, il s'agit aussi du carré du module de la TF de l'image des APD. Le profil de la TF des APD est donc de la forme :

$$\mathcal{F}_{APD}(u) = \frac{B}{\sqrt{(2\pi u)^2 + \left(\frac{1}{\Lambda_c}\right)^2}} \quad (4.3)$$

où  $B$  est une constante. Sa largeur à mi-hauteur est  $\frac{\sqrt{3}}{\pi\Lambda_c}$ .

La largeur à mi-hauteur de la lorentzienne permettant de définir la largeur caractéristique (cf. Eq. 4.1) est quant à elle  $\frac{1}{\pi\mathcal{L}_c}$

En identifiant ces deux largeurs à mi-hauteur, on a :

$$\mathcal{L}_c = \frac{\Lambda_c}{\sqrt{3}} \quad (4.4)$$

Dans le cas des couches minces standard de GaP sur Si 6 ° off analysées par TEM, la largeur caractéristique est toujours de l'ordre de 10 nm. En revanche, l'annihilation contrôlée des APD par espaceurs d'AlGaP ou l'utilisation d'autres orientations de substrats vicinaux peut grandement influencer sur  $\mathcal{L}_c$  qui peut alors aller jusqu'à la centaine de nanomètres. C'est l'une des voies d'explorations possibles pour de futurs dispositifs, nous en reparlerons à la fin de ce chapitre.

La polarité moyenne, quant à elle, varie d'un échantillon à l'autre entre  $P_{APD} = 0$  et 0.6. Dans le cas de la figure 4.5,  $P_{APD} = 0.3$ .

L'incertitude de détermination de ces deux paramètres tient dans le choix du seuillage. Ainsi, la polarité moyenne n'est connue qu'à 0.05 voire 0.1 près et la largeur caractéristique à quelques nanomètres près.

## 4.2 SHG dans un disque comportant des APD

### 4.2.1 Synthèse numérique de défauts artificiels

L'analyse des APD requiert des images TEM qui sont en elles-même un tour de force expérimental puisqu'elle nécessite un champ de vision large et un contraste homogène. La taille de ces images est malheureusement encore insuffisante pour pouvoir utiliser, dans le modèle de SHG présenté au chapitre 3, les distributions de polarité mesurées ici. En effet, les microdisques de GaP à modéliser font plusieurs micromètres de diamètre et les images TEM moins d'un micromètre. Un algorithme de génération de distributions d'APD réalistes a donc été développé pour l'analyse de l'effet des APD sur la SHG dans les microdisques de GaP/Si. Ces distributions artificielles ont un avantage supplémentaire : celui de pouvoir analyser aisément l'évolution de la SHG en fonction des paramètres caractéristiques des APD.

Pour obtenir ces distributions artificielles, il est commode de les définir dans l'espace réciproque des fréquences spatiales à partir d'un profil d'amplitude lorentzien et une distribution de phase aléatoire. La résolution dans l'espace réciproque est fixée à  $0.2 \mu\text{m}^{-1}$  et la largeur de l'espace à  $400 \mu\text{m}^{-1}$ . Par TF inverse et un seuillage noir et blanc, on obtient une distribution de polarité  $P(r)$  de  $5 \times 5$  micromètres qualitativement proche des distributions mesurées avec une résolution de 2.5 nm. (Fig. 4.7). Le contrôle sur la largeur caractéristique  $\mathcal{L}_c$  et la polarité moyenne  $P_{APD}$  est possible respectivement par l'ajustement de la largeur à mi-hauteur de la lorentzienne et le seuil de binarisation.

La figure 4.8 montre des exemples d'APD ainsi synthétisés. Ceux des images a) et b) ont même largeur caractéristique tandis que c) présente une  $\mathcal{L}_c$  inférieure. L'image Fig. 4.8 b) comporte pratiquement autant de pixels noirs et blancs, la polarité moyenne  $P_{APD}$  de l'échantillon est donc proche de zéro. En revanche, les images a) et c) comptent davantage de pixels noirs, la valeur absolue de la polarité moyenne de ces échantillons est donc plus grande.

### 4.2.2 Efficacité de conversion d'un disque comportant des APD

Pour calculer l'efficacité de conversion  $\eta$  dans un disque comportant des APD, on utilise les expressions du chapitre 3 dans lesquelles le terme de susceptibilité non linéaire  $d_{14}$  prend une dépendance spatiale :  $d_{14}(r) = d_{14} \times P(r)$ . Les termes de recou-

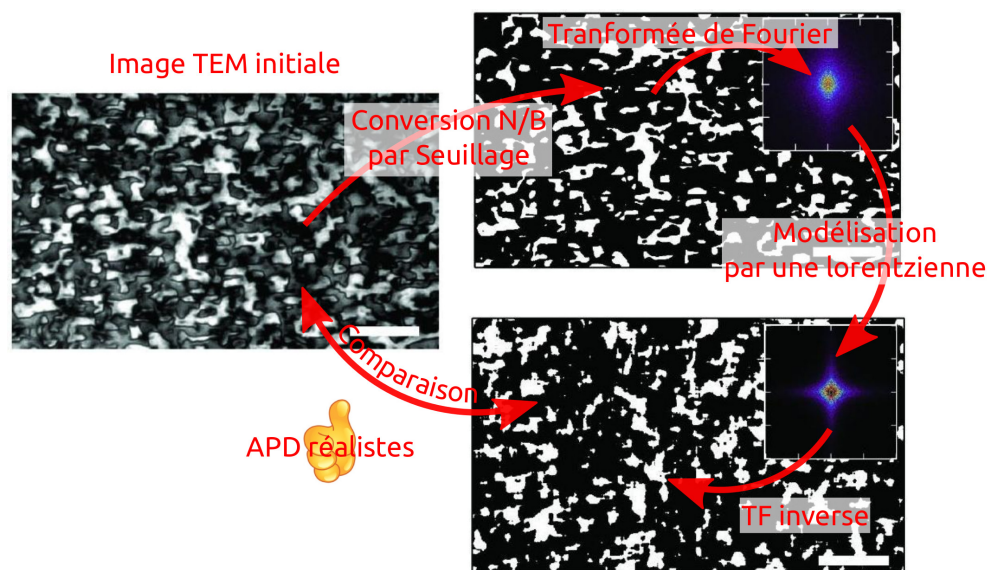


FIGURE 4.7 – Résumé du protocole suivi pour générer numériquement des APD réalistes.

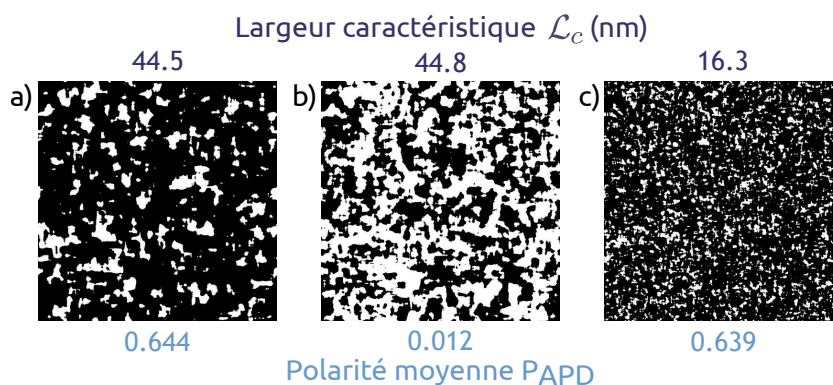


FIGURE 4.8 – Trois exemples de trame artificielle de domaines d'anti-phase obtenue par transformée de Fourier inverse d'une modélisation de la TF d'une image TEM d'APD réels. Les images font  $2.5 \mu\text{m}$  de côté. La comparaison des deux premières images avec la troisième montre l'influence de la largeur caractéristique  $\mathcal{L}_c$ . Celle de la polarité moyenne  $P_{APD}$  est illustrée par le contraste entre l'image centrale par rapport aux deux autres.



vrement comportent une intégration sur  $\theta$  supplémentaire par rapport à l'équation (3.18) :

$$K_{\pm} = \frac{\mp 1}{2\varepsilon_0\omega_{SH}n_f^4} \int_{-e/2}^{e/2} \tilde{Z}_{SH}\tilde{Z}_f^2 \times \int_0^R \int_0^{2\pi} d_{14}(r,\theta)e^{i(\Delta m \pm 2)\theta} r \tilde{\psi}_{SH} \left( \frac{m_f}{r} \tilde{\psi}_f \pm \frac{d\tilde{\psi}_f}{dr} \right)^2 dr d\theta dz \quad (4.5)$$

Ils remplacent le terme  $K$  exprimant l'intégration sur  $\theta$  dans l'expression (3.39). On a alors :

$$\eta = P_{in}|K_- + K_+|^2 \times \frac{\alpha_{SH}^2(1 - |t_{SH}|^2)}{(1 - \alpha_{SH}|t_{SH}|)^2} \times \left[ \frac{\alpha_f^2(1 - |t_f|^2)}{(1 - \alpha_f|t_f|)^2} \right]^2 \quad (4.6)$$

Les résultats suivants ont été obtenus pour un disque d'épaisseur  $e = 150$  nm et de rayon  $R = 2.503$   $\mu\text{m}$  doublement résonant pour une longueur d'onde fondamentale égale à  $\lambda_f = 1697$  nm et en faisant les mêmes hypothèses que précédemment, à savoir  $Q^{cpl} = Q^{int} = 10^4$  et  $d_{14} = 28.5$  pV/m. La polarité moyenne a été calculée sur la couronne extérieure du disque sur les derniers 20% du rayon car les modes de galerie confinent principalement la lumière dans cette zone (Fig. 4.9).

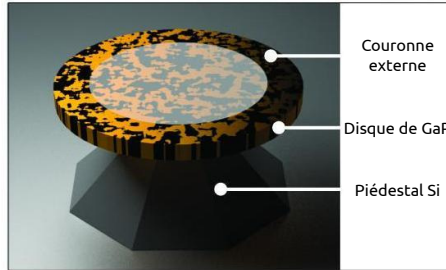


FIGURE 4.9 – Schéma d'un microdisque de GaP sur Si comportant des APD et couronne extérieure constituant la région d'intérêt du disque.

La figure 4.10 (a) montre l'efficacité de conversion  $\eta$  en fonction de la largeur caractéristique  $\mathcal{L}_c$  des APD pour différentes polarités moyennes  $P_{APD}$ . Pour une polarité moyenne fixée, et des largeurs caractéristiques allant des tailles mesurées expérimentalement ( $\sim 10$  nm) à celle de la longueur de cohérence du phénomène non linéaire ( $\ell_c \approx 4$   $\mu\text{m}$ ), aucune variation de  $\eta$  avec  $\mathcal{L}_c$  n'apparaît. En revanche, l'échelle de couleur laisse deviner une dépendance de  $\eta$  avec  $P_{APD}$  qui est confirmée par la figure 4.11.

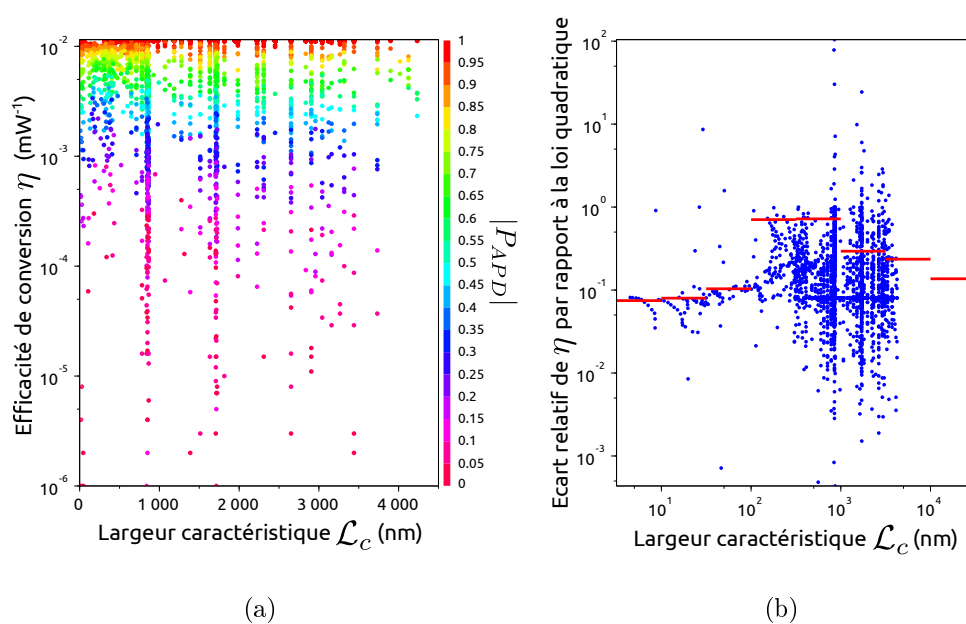


FIGURE 4.10 – (a) Efficacité de conversion  $\eta$  en fonction de la largeur caractéristique  $\mathcal{L}_c$  pour différentes polarités moyennes prises en valeur absolue  $|P_{APD}|$ . (b) Ecart relatif de  $\eta$  par rapport à la modélisation quadratique de la figure 4.11 et normalisé par rapport à  $\eta$ . Pour  $\mathcal{L}_c$  allant jusqu'à la centaine de nanomètres,  $\eta$  peut être prédite par la loi quadratique avec une précision de l'ordre de 10%.

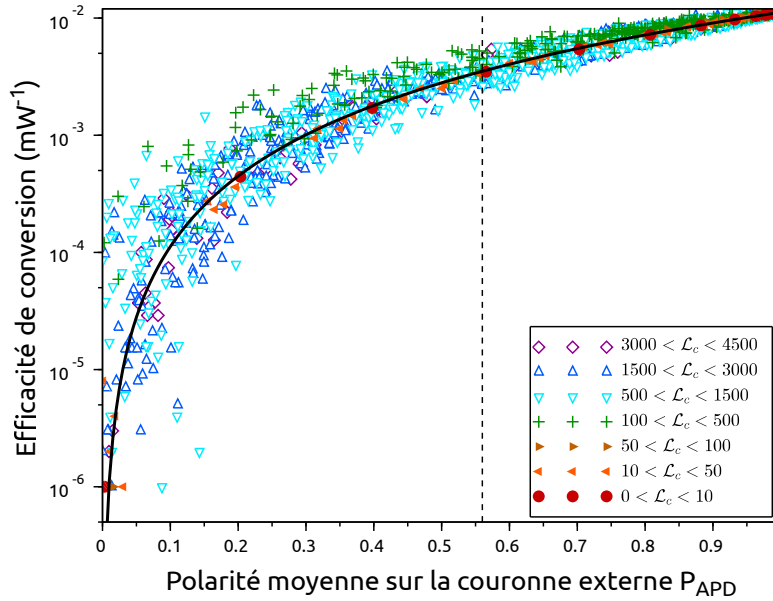


FIGURE 4.11 – Efficacité de conversion dans un microdisque comportant des APD artificiels en fonction de la polarité moyenne calculée sur la couronne d’intérêt du microdisque et pour différentes largeurs caractéristique  $\mathcal{L}_c$  en nm. La courbe noire est une modélisation quadratique des résultats. La ligne verticale pointillée indique la polarité moyenne des APD de la figure 4.7.

Sur cette dernière, on remarque tout d’abord qu’en l’absence de défauts, c’est à dire pour  $|P_{APD}| = 1$ , l’efficacité  $\eta$  est de 1.1 %. $\text{mW}^{-1}$ . Une diminution de l’efficacité d’un facteur 10 est observée lorsque  $P_{APD}$  passe de 1 à 0.3. Pour de plus faibles polarités moyennes, la conversion vers la seconde harmonique devient rapidement peu efficace,  $\eta$  peut ainsi perdre trois à quatre ordres de grandeur par rapport à sa valeur initiale.

La ligne continue noire représente une modélisation quadratique de l’ensemble des résultats suggérée par l’équation (1.15). On remarque que les points obtenus avec une courte largeur caractéristique  $\mathcal{L}_c$  suivent précisément cette tendance. En revanche, lorsque les domaines atteignent des tailles d’une centaine de nanomètres la distribution des valeurs de  $\eta$  s’élargit. Ceci s’explique par le fait que le microdisque, du fait de sa taille finie, échantillonne une distribution de polarité. Si  $\mathcal{L}_c$  est de l’ordre du diamètre du microdisque, celui-ci sous échantillonne la distribution et l’effet des APD n’est plus statistique. Chaque réalisation peut être très différente de la précédente

d'où la dispersion importante et il est alors vain de prévoir l'efficacité de conversion connaissant les paramètres des APD.

La figure 4.10 (b) quantifie les écarts constatés entre la simulation et la modélisation quadratique qui sont dus au caractère aléatoire de la position des défauts dans le disque d'une réalisation du calcul à l'autre. On constate que la dispersion des valeurs de  $\eta$  suivant la répartition des APD demeure inférieure à 10% tant que la largeur caractéristique est inférieure à la centaine de nanomètres. Au delà, la dispersion moyenne peut atteindre 100%. On voit ici plus quantitativement l'effet du sous-échantillonnage de la distribution de polarité par le microdisque. Cette dispersion constitue un verrou potentiel pour la reproductibilité de futurs dispositifs nécessitant des APD de grandes dimensions.

On a vu que les échantillons synthétisés au laboratoire présentent des largeurs caractéristiques  $\mathcal{L}_c$  inférieures à 100 nm, par conséquent, la modélisation quadratique peut être utilisée pour prévoir l'efficacité de conversion à partir de  $P_{APD}$ . Dans le cas de la figure 4.7,  $|P_{APD}| = 0.56$ , la ligne verticale pointillée (Fig. 4.11) montre que cet échantillon présente suffisamment peu de défauts pour générer la seconde harmonique de façon satisfaisante. Il est donc possible expérimentalement d'épitaxier des films de GaP sur Si présentant des caractéristiques d'APD compatibles avec une efficacité de SHG satisfaisante.

## 4.3 Utilisation des domaines d'antiphase pour le quasi-accord de phase

Comme nous l'avons vu dans la section précédente, la présence de domaines d'antiphase dans un microdisque de GaP mène à une diminution de l'efficacité de SHG et peut donc à première vue paraître néfaste pour la réalisation de dispositifs. Nous allons voir dans cette nouvelle section comment, utilisés à bon escient, les APD peuvent permettre deux nouveaux types de quasi-accord de phase dans les microdisques de GaP/Si.

### 4.3.1 Quasi-accord de phase par distribution aléatoire d'APD

Dans le cas des microdisques considérés jusqu'à présent, les dimensions et les longueurs d'onde ont été déterminées pour assurer un quasi-accord de phase par

symétrie  $\bar{4}$ , c'est à dire que tout est mis en œuvre pour que le déphasage entre la seconde harmonique et le fondamental soit compensé par le retournement périodique de la susceptibilité offert par la symétrie du GaP. Ainsi  $\Delta m = +2$  et un terme constant à la place de l'exponentielle apparaît dans l'intégrale sur  $\theta$  de l'équation (4.5). En venant perturber cet accord de phase, les APD ne peuvent que détériorer la SHG.

Cependant, si la géométrie du microdisque est différente, les modes supportant le fondamental et la SH peuvent présenter des nombres azimutaux dont l'écart  $\Delta m$  est supérieur en valeur absolue à 2 et la symétrie  $\bar{4}$  n'est alors plus en mesure d'assurer le QPM. Dans cette situation, la technique du QPM par distribution aléatoire de la susceptibilité  $\chi^{(2)}$  rappelée chapitre 1 peut se révéler intéressante et les APD, jusqu'alors néfastes, deviennent les acteurs de l'accord de phase.

### Description du principe à l'aide d'APD périodiques

A des fins purement didactiques pour illustrer simplement le rôle joué par les APD dans le type d'accord de phase envisagé dans ce paragraphe, considérons des APD artificiels rigoureusement périodiques tels que ceux représentés Fig. 4.12.

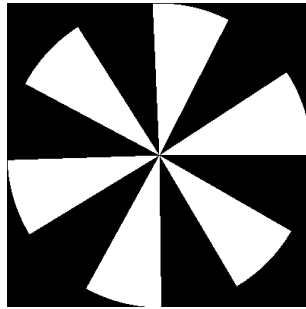


FIGURE 4.12 – Exemple d'APD artificiels servant à vérifier le quasi-accord de phase apporté par une distribution de  $d_{14}$  présentant la fréquence angulaire  $M_{APD} = 6$ .

Intéressons-nous par exemple à un microdisque de GaP de rayon  $R = 2.01 \mu\text{m}$  et d'épaisseur  $e = 178 \text{ nm}$  doublement résonant pour les modes ( $\lambda_f = 1523 \text{ nm}$ ,  $m_f = 14$ ) et ( $\lambda_{SH} = 761.5 \text{ nm}$ ,  $m_{SH} = 36$ ) et pour lesquels les nombres planaires et radiaux sont unitaires ( $q = p = 1$ ). L'écart azimutal  $\Delta m = 8$  peut être compensé par un  $\chi^{(2)}$  périodique de fréquence angulaire  $M_{APD}$  telle que  $\Delta m \pm 2 - M_{APD} = 0$ .

La figure 4.13 montre l'efficacité de conversion en fonction de la fréquence angulaire  $M_{APD}$  dans des microdisques ayant les dimensions choisies ci-dessus et comportant des APD « périodiques <sup>1</sup> ». On observe bel et bien deux pics aux fréquences angulaires attendues  $M_{APD} = 6$  et  $10$ .

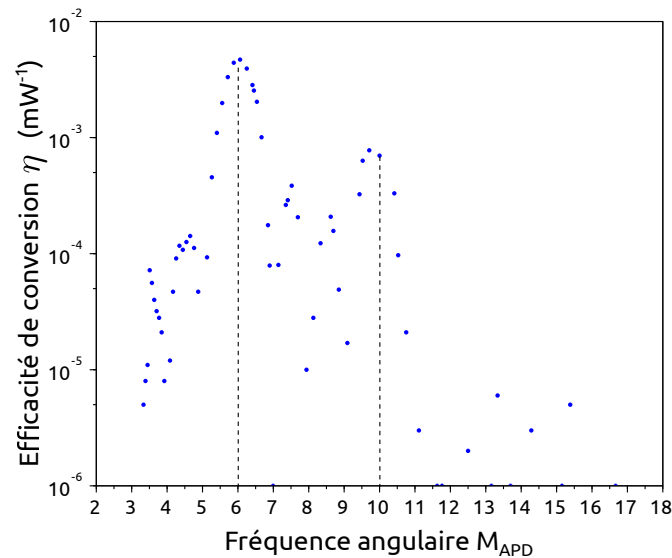


FIGURE 4.13 – Efficacité de conversion de la SHG dans un microdisque de rayon  $R = 2.01 \mu\text{m}$  et d'épaisseur  $e = 178$  où l'écart azimutal entre les modes résonants fondamental et de SH est  $\Delta m = 8$ . L'accord de phase peut être apporté par une distribution périodique d'APD de fréquence angulaire  $M_{APD} = 6$  ou  $10$ .

On constate, en outre, que l'efficacité obtenue pour  $M_{APD} = \Delta m - 2$  est plus importante que pour  $M_{APD} = \Delta m + 2$ .

### Application du principe aux APD réels

Les APD réels ne sont pas rigoureusement périodiques mais ils donnent à la susceptibilité non linéaire des composantes dans l'espace de Fourier,  $\mathcal{F}(d_{14})(u)$ , au niveau des fréquences spatiales  $u_6$  et  $u_{10}$  correspondant à  $M_{APD} = 6$  ou  $10$  et donc un QPM par distribution aléatoire des défauts est possible. D'après (3.20), la fréquence angulaire  $M = 10$  correspond à un nombre d'onde  $k_{10} = 10/R = 5 \mu\text{m}^{-1}$  et donc à une fréquence spatiale  $u_{10} = \frac{k}{2\pi} = 0.8 \mu\text{m}^{-1}$

1. Dans le cas où  $M_{APD}$  n'est pas entier, les APD ne sont pas tout à fait périodiques, la dernière zone a une taille légèrement différente des autres.

La figure 4.14, en bleu, montre l'efficacité de conversion en fonction de la largeur caractéristique des APD artificiels générés avec la méthode expliquée précédemment en fixant leur polarité moyenne proche de zéro. Cette condition ( $P_{APD} = 0$ ) peut être approchée expérimentalement, comme le suggère Supplie *et al.* [115], en préparant le substrat de silicium. Les points bleus indiquent la moyenne de l'efficacité de conversion obtenue en regroupant les APD par classe dont la largeur caractéristique est dans un intervalle de 20 nm autour de l'abscisse indiquée. Les barres indiquent l'écart type de  $\eta$  pour chaque classe.

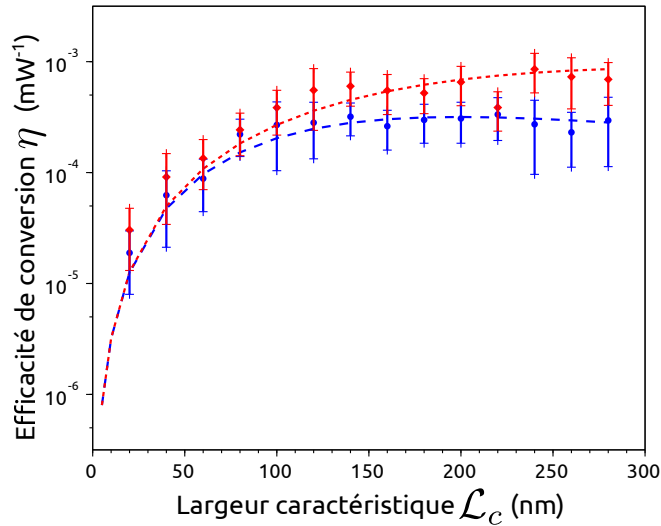


FIGURE 4.14 – Efficacité de conversion  $\eta$  en fonction de la largeur caractéristique  $\mathcal{L}_c$  d'APD dont la polarité moyenne est nulle  $P_{APD} = 0$ , dans un microdisque de rayon  $R = 2.010 \mu\text{m}$ . En bleu : épaisseur  $e = 178 \text{ nm}$ , le fondamental ( $\lambda_f = 1523 \text{ nm}$ ,  $m_f = 14$ ) est séparé de la SH ( $\lambda_{SH} = 761.5 \text{ nm}$ ,  $m_{SH} = 36$ ) par un écart azimutal  $\Delta m = 8$ . En rouge : épaisseur  $e = 168 \text{ nm}$ , fondamental ( $\lambda_f = 1728 \text{ nm}$ ,  $m_f = 11$ ), SH ( $\lambda_{SH} = 864 \text{ nm}$ ,  $m_{SH} = 26$ ), écart azimutal  $\Delta m = 4$ . La courbe pointillée bleue (rouge) représente  $|\mathcal{F}(d_{14})(u_{10})|^2$  ( $|\mathcal{F}(d_{14})(u_6)|^2$ ), le module au carré de la composante de Fourier de  $d_{14}$  permettant de compenser l'écart azimutal.

On observe que l'efficacité de conversion est multipliée par dix lorsque la largeur caractéristique  $\mathcal{L}_c$  passe de 20 nm à la centaine de nanomètres. Les APD favorisent donc bien la SHG lorsque leur taille est adaptée.

La courbe pointillée bleue est proportionnelle à  $|\mathcal{F}(d_{14})(u_{10})|^2$ , le module au carré

de la composante de Fourier de  $d_{14}$  correspondant à  $M_{APD} = 10$  :

$$|\mathcal{F}(d_{14})(u_{10})|^2 = \left| \frac{1}{\pi} \frac{\frac{A}{2\pi\mathcal{L}_c}}{\left(\frac{1}{2\pi\mathcal{L}_c}\right)^2 + u_{10}^2} \right|^2 \quad (4.7)$$

L'ajustement sur les points obtenus par la simulation précédente peut être rendu satisfaisant en adaptant la constante de proportionnalité, ce qui illustre le fait que  $\eta$  est proportionnelle à  $|\mathcal{F}(d_{14})(u_{10})|^2$  comme l'indiquent les équations (4.5) et (4.6).

Les mêmes simulations (en rouge sur la figure 4.14) ont été faites dans un disque de même rayon mais légèrement moins épais ( $e = 168$  nm) pour illustrer la souplesse de ce type d'accord de phase. En effet, si un défaut de fabrication se produit (ici une attaque de la couche de GaP), il est possible qu'un nouvel accord de phase aléatoire soit trouvé. Dans ce nouvel exemple, le disque est cette fois-ci doublement résonant pour  $\Delta m = 4$  au lieu de 8 et les APD rendent encore possible la SHG avec une efficacité qui est même légèrement supérieure à la précédente, autour de  $10^{-3}$  mW $^{-1}$ . Dans ce cas,  $M_{APD} = 6$  correspond à une fréquence spatiale  $u_6 = \frac{1}{2\pi} \frac{6}{R} = 0.48$   $\mu\text{m}^{-1}$ , l'ajustement entre  $\eta$  et le carré du module de la TF de la susceptibilité non linéaire à cette fréquence spatiale  $|\mathcal{F}(d_{14})(u_6)|^2$  est là encore satisfaisant.

On remarque que dans les deux cas, pour des largeurs caractéristique  $50 < \mathcal{L}_c < 300$  nm, l'efficacité de conversion est supérieure ou de l'ordre de  $10^{-4}$  mW $^{-1}$ , c'est à dire à peu près celle affichée par la combinaison de l'accord par symétrie  $\bar{4}$  et de l'accord modal ( $p_f = 1$ ,  $p_{SH} = 2$ ) vue au chapitre 3 (Fig. 3.5 surface jaune).

Ces résultats montrent que l'accord de phase par distribution aléatoire pourrait offrir une alternative intéressante au strict accord par symétrie  $\bar{4}$ , du fait de sa relative robustesse vis à vis des défauts de fabrication et de son efficacité acceptable. Les largeurs caractéristiques assurant l'accord de phase étant de l'ordre de la centaine de nanomètres, elles restent dans une gamme acceptable pour ne pas que le microdisque sous-échantillonne la distribution d'APD, assurant de ce fait une bonne répétabilité de futurs dispositifs (Fig. 4.10). Cependant, des stratégies spécifiques de croissance doivent être mises en œuvre pour atteindre les largeurs caractéristique nécessaires [116] [109].



### 4.3.2 Quasi-accord de phase par « brisure de parité »

On a vu au chapitre 3 que la très forte dispersion du GaP lorsque les longueurs d'onde approchent son énergie de gap rend l'accord de phase par symétrie  $\bar{4}$  incapable à lui-seul de compenser le déphasage entre la SH et le fondamental. Au chapitre 3, nous avons alors eu recours pour combler le déphasage résiduel, soit à un accord par biréfringence de forme, soit à un accord modal.

Malheureusement, l'accord par biréfringence de forme impose des microdisques peu épais dans lesquels la rugosité de surface limite les facteurs de qualité. L'accord modal conduit quant à lui à des efficacités de conversion amoindries du fait du faible recouvrement du mode fondamental et de seconde harmonique.

Dans ce paragraphe, c'est de nouveau un accord modal qui est envisagé mais cette fois-ci entre modes de nombres planaires différents. Les APD sont alors indispensables pour empêcher l'annulation du recouvrement entre ces modes.

#### Modèle de la SHG dans un microdisque comportant une épaisseur d'APD

On considère un microdisque de GaP tel que celui décrit Fig. 4.15 a) sur substrat Si (001). Le microdisque d'épaisseur totale  $e$  comporte des APD dans sa partie inférieure, sur la hauteur  $e_{APD}$ . On suppose que la totalité des APD a été annihilée au-delà de cette épaisseur de sorte que la couche de GaP supérieure ne présente qu'une seule polarité cristalline, ce qui peut techniquement être assuré à l'aide de fines couches d'AlGaP comme nous l'avons vu au paragraphe 4.1.2. On définit  $\xi = e_{APD}/e$  la hauteur relative des APD. La composition du matériau n'étant pas modifiée par la disposition des atomes, l'indice de réfraction du matériau demeure celui indiqué dans le chapitre 2.

Si l'on envisage la SHG entre un mode SH de nombre planaire égal à deux ( $q_{SH} = 2$ ) et un fondamental  $q_f = 1$ , le disque peut être relativement épais car la SH est alors moins confinée que le fondamental et leurs indices effectifs peuvent être ainsi rendus égaux. Le schéma 4.15 b) montre les profils verticaux des champs fondamental (en tirets verts) et de SH (en rouge).

L'expression du recouvrement entre ces modes (Eq. 4.5) fait intervenir l'intégrale du produit du carré du profil fondamental par le profil de la SH ( $\tilde{Z}_f^2 \tilde{Z}_{SH}$ ). Le schéma 4.15 c) montre l'allure de ce produit. La fonction étant impaire, son intégrale sur

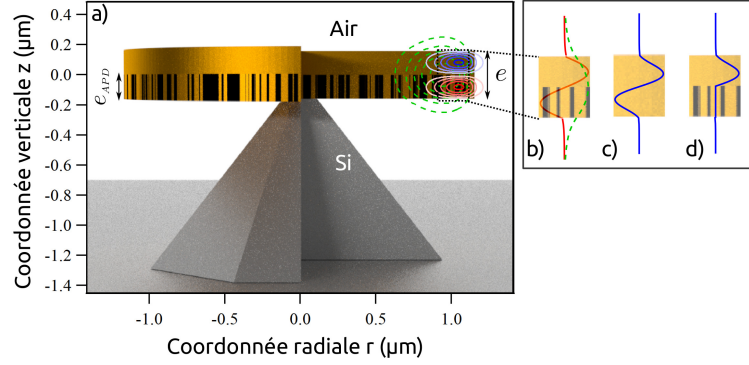


FIGURE 4.15 – a) Vue d'un microdisque de GaP sur silicium comportant des APD indiqués en noir. b) Profils verticaux des modes,  $\tilde{Z}_f$  en vert et  $\tilde{Z}_{SH}$  en rouge. c) Allure du produit  $F(z) = f(z)\tilde{Z}_{SH}\tilde{Z}_f^2$  apparaissant dans l'intégrale permettant de calculer l'efficacité  $\eta$ . d)  $F(z)$  dans un disque comportant des APD de polarité moyenne nulle sur la moitié de son épaisseur.

toute l'épaisseur du disque est nulle et il est donc impossible de générer de la SH de cette façon dans un disque exempt de défaut. Les APD peuvent alors être mis à profit pour annuler ce produit dans une partie du disque et rendre ainsi l'intégrale différente de zéro.

En présence d'APD, le recouvrement entre les modes donné par l'équation (4.5) devient :

$$K_{\pm} = \frac{\pm 1}{2\varepsilon_0\omega_{SH}n_f^4} \int_{-e/2}^{e/2} \tilde{Z}_{SH}\tilde{Z}_f^2 \times \int_0^R \int_0^{2\pi} d_{14}(z, r, \theta) e^{i(\Delta m \pm 2)\theta} r \tilde{\psi}_{SH} \left( \frac{m_f}{r} \tilde{\psi}_f \pm \frac{d\tilde{\psi}_f}{dr} \right)^2 dr d\theta dz \quad (4.8)$$

où la fonction  $d_{14}(z, r, \theta)$  décrivant les inhomogénéités du coefficient non linéaire engendrées par les APD varie maintenant avec  $z$ . Elle est définie par :

$$d_{14}(z, r, \theta) = \begin{cases} d_{14} & \text{si } -e/2 + e_{APD} < z \leq e/2 \\ \pm d_{14} & \text{si } -e/2 \leq z \leq -e/2 + e_{APD} \end{cases}, \quad (4.9)$$

où  $\pm d_{14}$  rend compte des changements de signe de la susceptibilité non linéaire induits par les inversions du cristal.

Finalement, on peut écrire :

$$K_{\pm} \propto \int_{-e/2}^{e/2} f(z)\tilde{Z}_{SH}\tilde{Z}_f^2 dz, \quad (4.10)$$

où  $f$  est une fonction échelon. Vu l'équation (4.9), sa valeur  $f_1$  dans la partie supérieure ( $z > -e/2 + e_{APD}$ ) est nécessairement supérieure à celle de la partie inférieure  $f_2$  où sont les APD. La valeur  $f_2$  peut même s'annuler pour des distributions d'APD de polarité moyenne nulle ce qui peut s'obtenir par une préparation soignée du silicium d'après [115].

On pose  $F(z) = f(z)\tilde{Z}_{SH}\tilde{Z}_f^2$ . Dans le cas de la figure 4.15 c) où le disque ne comporte pas d'APD,  $f_1 = f_2$  et comme nous l'avons indiqué en introduction, le recouvrement  $K$  est nul. Au contraire, dans le cas optimal où  $e_{APD} = e/2$  et  $f_2 = 0$  le recouvrement des champs est considérablement augmenté du fait de la brisure de symétrie entre le haut et le bas du disque (Fig. 4.15 d).

La figure 4.16 représente l'ensemble des géométries permettant l'accord de phase pour la SHG dans les microdisques de GaP. Les blocs colorés reprennent les résultats du chapitre 3 tandis que le bloc gris correspond au nouveau type d'accord de phase exposé ici, toujours avec  $e_{APD} = e/2$  et  $f_2 = 0$ .

On voit que ce nouveau type d'accord de phase donne accès à une plage de longueurs d'onde autour de  $1.5 \mu\text{m}$  dans des microdisques dont les épaisseurs vont de 300 à 400 nm. Des microdisques d'une telle épaisseur ont déjà été réalisés au laboratoire (c'est le cas du disque présenté en figure 4.1). Cependant, l'épaisseur critique du GaP/Si étant de l'ordre de 100 nm, ces disques présentent des dislocations qui peuvent nuire à leur qualité optique. Ce point sera commenté au chapitre suivant. Voyons maintenant si l'efficacité de conversion  $\eta$  de cette nouvelle condition de SHG est compétitive vis à vis des conditions « usuelles » de QPM par symétrie  $\bar{4}$ .

### Efficacité de conversion

L'efficacité de conversion  $\eta$  est calculée de la même façon et avec les mêmes hypothèses que précédemment à ceci près que  $d_{14}$  ne dépend pas seulement de  $r$  et  $\theta$  mais également de  $z$ . On considère un microdisque de rayon  $R = 2.242 \mu\text{m}$  et d'épaisseur  $e = 400 \text{ nm}$ . Les conditions pour avoir double résonance et QPM par symétrie  $\bar{4}$  sont respectées par les modes suivants pour le fondamental ( $\lambda_f = 1.536 \mu\text{m}$ ,  $p_f = 1$ ,  $q_f = 1$ ,  $m_f = 20$ ) et la SH ( $\lambda_{SH} = 0.768 \mu\text{m}$ ,  $p_{SH} = 1$ ,  $q_{SH} = 2$ ,  $m_{SH} = 42$ ).

L'étude des matériaux montre que les APD entraînent une rugosité de 1 à 3 nm [117] qui dégrade le confinement des modes de galerie. Nous considérons donc que le choix  $Q = 10^4$ , un ordre de grandeur au dessous de l'état de l'art des microdisques

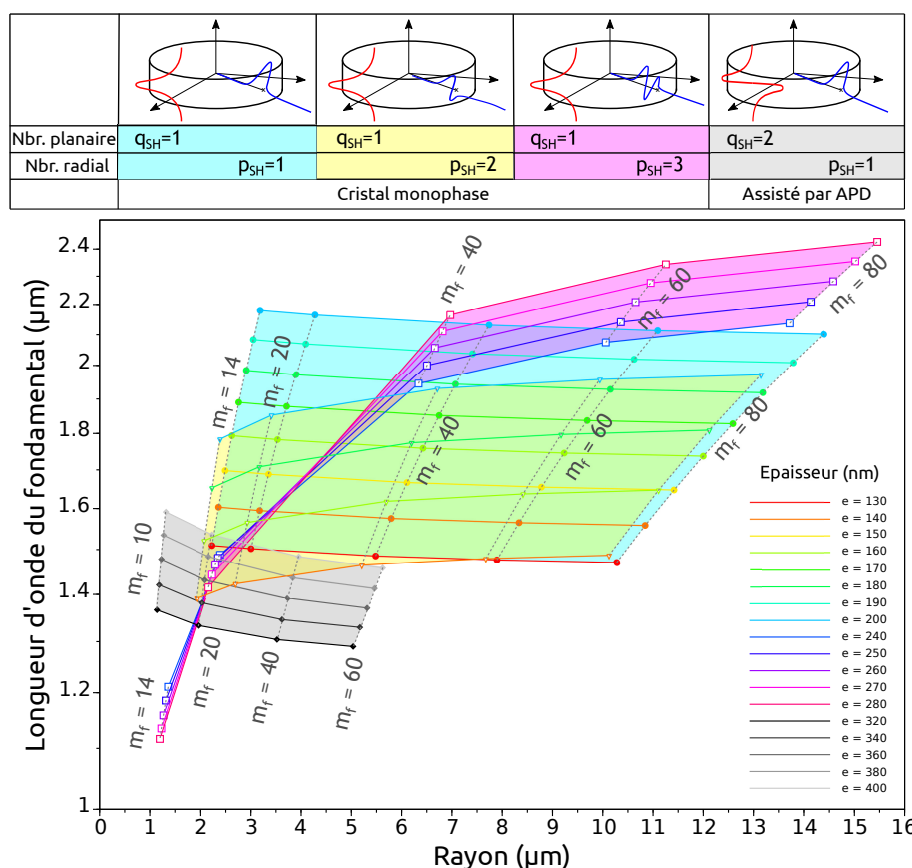


FIGURE 4.16 – Aperçu des dimensions et des longueurs d'onde du fondamental permettant une SHG efficace dans les microdisques de GaP. Les lignes continues représentent les différentes épaisseurs. Les pointillés relient des modes de même nombre azimutal  $m_f$ . Les blocs de couleurs correspondent à des disques sans défauts, le bloc gris aux disques comportant des APD dans la moitié inférieure de leur épaisseur.

de GaP [21], reste justifié.

La figure 4.17 montre l'efficacité de conversion normalisée en fonction de l'épaisseur relative des APD pour différentes valeurs de la polarité moyenne de la couche inférieure d'APD. Pour les petites valeurs de  $\xi$ , l'efficacité de conversion est pratiquement nulle puisque ces cas correspondent à l'absence d'APD, on retrouve la situation illustrée Fig. 4.15 c). Pour  $\xi \approx 1$ , la distribution d'APD est de nouveau symétrique de sorte que le produit  $F$  est de nouveau paire et son intégrale est donc nulle.

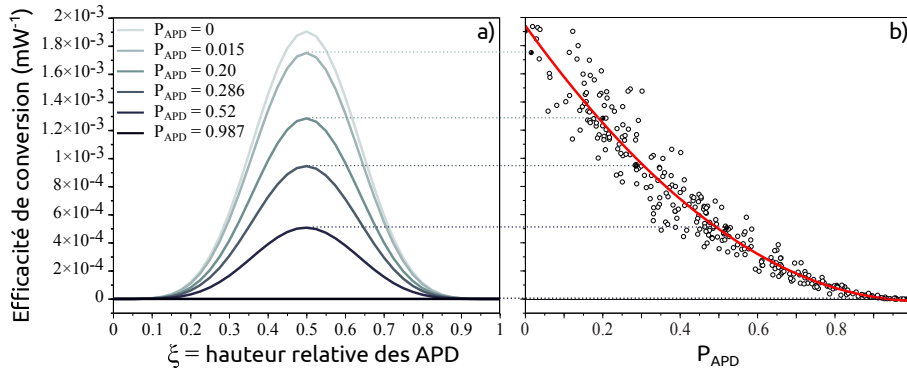


FIGURE 4.17 – a) Influence de la hauteur des APD sur l'efficacité de SHG dans un microdisque de rayon  $R = 2.242 \mu\text{m}$  et d'épaisseur  $e = 400 \text{ nm}$ . La longueur d'onde du fondamental est  $\lambda_f = 1.536 \mu\text{m}$  et  $m_f = 20$ . Une polarité moyenne proche de zéro conduit à une SHG efficace lorsque les défauts s'étendent sur la moitié de l'épaisseur du disque. b) Maximum de l'efficacité de conversion normalisée en fonction de la polarité moyenne des APD calculée sur la couronne externe (voir Fig. 4.9). Les cercles pleins correspondent aux maxima des courbes présentées en a). La valeur  $P_{APD} = 0.3$  correspond à la polarité moyenne mesurée expérimentalement sur la distribution des APD de la Fig. 4.5.

Entre ces deux cas extrêmes, la valeur  $\xi = 0.5$  peut offrir d'excellentes efficacités de conversion lorsque la polarité moyenne est faible. Les défauts rompent alors la symétrie du cristal par rapport au plan  $z = 0$  ce qui empêche le produit  $\tilde{Z}_{SH}\tilde{Z}_f^2$  de s'annuler entre le bas et le haut du disque. La situation optimale est obtenue lorsque  $P_{APD} = 0$  (voir Fig. 4.17 b) car alors la couche inférieure comportant les APD ne contribue pas du tout au recouvrement des modes.

La figure 4.18 présente un bilan des différentes méthodes permettant une SHG efficace dans les microdisques de GaP moyennant les hypothèses faites jusqu'à présent, à savoir :  $Q_f = Q_{SH} = 5 \times 10^3$ ,  $d_{14} = 28.5 \text{ pm.V}^{-1}$ . Les surfaces cyan, jaune et magenta sont celles obtenues dans le chapitre 3. Le bloc gris représente les efficacités atteintes

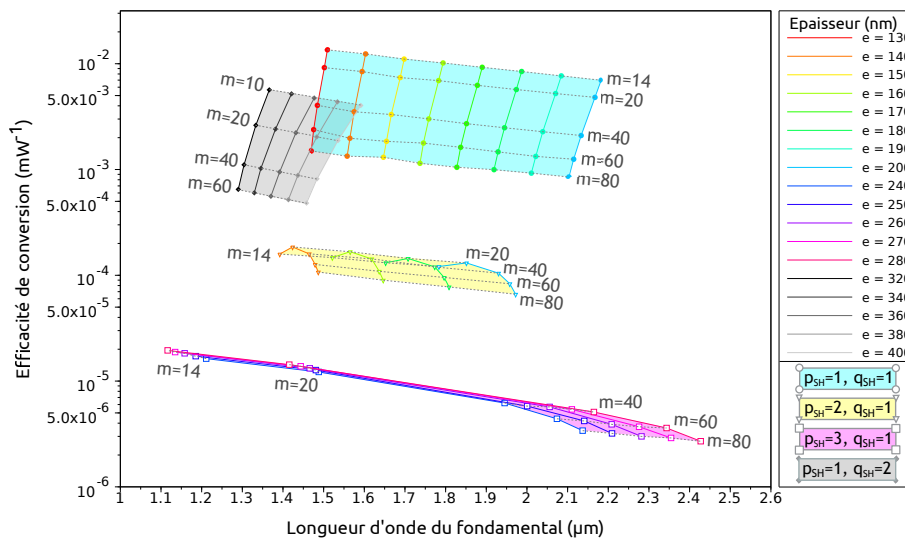


FIGURE 4.18 – Bilan des géométries et des longueurs d'ondes du fondamental conduisant à une SHG efficace dans les microdisques de GaP. L'accord de phase présenté dans ce paragraphe apparaît en gris.

en utilisant la méthode de QPM utilisant les APD présentée dans ce paragraphe pour  $\xi = 0.5$  et  $P_{APD} = 0$ . On peut remarquer que les efficacités de conversion de ce nouveau procédé sont tout à fait comparables (seulement légèrement inférieures) aux conditions de SHG les plus favorables en simple  $\bar{4}$ -QPM (bloc bleu). Les grandes épaisseurs de microdisques nécessaires pour le procédé d'accord de phase par brisure de symétrie résultent en un plus grand facteur de confinement des modes dans le plan et donc à une meilleure interaction entre le champ électromagnétique et le milieu non linéaire. Ce meilleur couplage compense en grande partie la perte d'efficacité liée à la suppression de la SHG dans la partie inférieure du disque. L'efficacité de conversion de la SHG par brisure de symétrie est ainsi plus grande que celle obtenue par accord de phase modal simple (blocs jaune et magenta).

## Conclusion

L'intégration monolithique de GaP sur Si constitue un atout de ce matériau pour le développement de fonctions optiques III-V sur puces. Malheureusement, certains défauts cristallins issus de l'intégration monolithique, appelés APD, ont une influence sur les propriétés optiques non linéaires car ils inversent localement la polarité du matériau.

L'étude par microphotographie TEM de ces défauts permet de dégager deux paramètres pertinents les décrivant : la polarité moyenne  $P_{APD}$  du cristal et la largeur caractéristique  $\mathcal{L}_c$  des APD. La simulation numérique de SHG dans des microdisques présentant ce type de défauts montre que le rôle des APD peut être néfaste ou au contraire bénéfique à la SHG suivant le type d'accord de phase envisagé.

Dans le cas de l'accord de phase par symétrie  $\bar{4}$  présenté au chapitre 3, les APD constituent un handicap puisqu'ils superposent une inversion de polarité aléatoire à l'inversion utile issue de la symétrie du cristal. Dans ce cadre, la polarité moyenne constitue le critère déterminant et sa connaissance permet l'estimation de l'efficacité de conversion, pour peu que la largeur caractéristique reste inférieure à la centaine de nanomètres. Ainsi, tant que  $P_{APD} > 0.3$ , l'efficacité de conversion ne diminue pas davantage qu'un facteur 10 par rapport au cas sans défauts.

De façon plus surprenante, les APD peuvent aussi se révéler bénéfiques pour la SHG en permettant deux nouveaux types d'accord de phase : un accord par distribution aléatoire de la susceptibilité non linéaire  $\chi^{(2)}$  et un accord par biréfringence modale.

La distribution aléatoire des APD vient assouplir la condition de quasi-accord de phase imposée par le  $\bar{4}$ -QPM en introduisant de nouvelles composantes de Fourier liées à la structuration de la polarité. L'efficacité de conversion théorique de ces nouvelles conditions de SHG est certes inférieure d'un ordre de grandeur à celle calculée dans le cas de l'accord par symétrie  $\bar{4}$  mais les erreurs de fabrication peuvent s'avérer moins rédhibitoires. En effet, un rayon ou une épaisseur légèrement différents des valeurs nominales compromettent la SHG par accord de type  $\bar{4}$  tandis qu'il est possible que l'accord par distribution aléatoire de  $\chi^{(2)}$  fasse simplement appel à un écart azimutal différent de celui attendu mais pour lequel  $\eta$  peut rester semblable.

Enfin, l'accord par biréfringence de forme entre modes ( $p_f = 1, q_f = 1$ ) et ( $p_{SH} = 1, q_{SH} = 2$ ) est interdit dans les disques exempts de défauts car le recouvrement entre ces modes est rigoureusement nul du fait des différences de parité des profils verticaux. L'utilisation d'APD dans la moitié inférieure du microdisque pour y annuler la polarisation non linéaire permet de lever cette interdiction. L'optimum est atteint si la polarité moyenne des APD est nulle ( $P_{APD} = 0$ ) et si les défauts sont annihilés à la moitié de la hauteur du disque. Les recherches actuelles sur le contrôle des défauts lors de l'intégration monolithique de GaP/Si laissent penser que de telles conditions

expérimentales sont tout-à-fait envisageables. L'efficacité de conversion atteinte dans ce cas est du même ordre de grandeur que celle calculée pour l'accord par symétrie  $\bar{4}$  entre modes  $(p_f = 1, q_f = 1)$  et  $(p_{SH} = 1, q_{SH} = 1)$ . Le recours à des disques plus épais offre non seulement l'avantage d'une bonne interaction avec le milieu non linéaire mais aussi celui de diminuer les pertes par diffusion aux interfaces supérieure et inférieure du disque, fait particulièrement intéressant pour les microdisques de GaP/Si dont la rugosité est non-négligeable.





# Chapitre 5

## Couplage évanescent des microrésonateurs à modes de galerie

### Sommaire

---

<b>5.1</b>	<b>Principe du couplage évanescent</b>	<b>118</b>
5.1.1	Modes de propagation dans une fibre optique	119
	Modes TE et TM	122
	Modes HE et EH	122
5.1.2	Densité de puissance	123
<b>5.2</b>	<b>Fabrication des tapers</b>	<b>124</b>
5.2.1	Principe de fabrication des tapers	124
5.2.2	Profil des tapers	126
5.2.3	Critère de fin d'étirage	127
5.2.4	Critère d'adiabaticité	130
5.2.5	Demi-tapers	133
<b>5.3</b>	<b>Recours aux dimpled tapers</b>	<b>134</b>
5.3.1	Nécessité liée à la disposition des disques	134
5.3.2	Fabrication des dimpled tapers	135
<b>5.4</b>	<b>Caractérisation optique des microdisques</b>	<b>136</b>
5.4.1	Banc de caractérisation optique	136
	Description	136
	Indexation des modes	137
	Spectres sur le port drop	138
5.4.2	Influence du couplage	140
	Sélection des modes excités	140
	Déplacement des résonances	142
5.4.3	Résonance de Fano	143
5.4.4	Facteur de qualité	145
	Facteur $Q$ des microdisques épitaxiés sur GaP	146
	Facteur $Q$ des microdisques épitaxiés sur Si	147
<b>5.5</b>	<b>Expérience préliminaire de SHG</b>	<b>148</b>

---

Après avoir étudié, jusque là, les microdisques de GaP d'un point de vue théorique, nous allons nous pencher sur leur caractérisation optique.

Les modes de galerie intéressants pour la SHG sont ceux présentant un grand facteur de qualité  $Q$  ; leur partie radiative est donc faible de sorte que le couplage des microrésonateurs, c'est à dire l'injection de la lumière dans les microdisques et sa détection, ne peut se faire en espace libre.

On a alors recours à un couplage par onde évanescente à l'aide de fibres optiques effilées communément désignées par le terme anglais *tapers*. Nous avons vu au chapitre 3 que les conditions pour obtenir la génération de seconde harmonique imposent des microdisques de rayons allant de  $1\ \mu\text{m}$  à  $10\ \mu\text{m}$ , le diamètre des tapers doit donc être adapté à ces petites dimensions, c'est à dire être proche de  $1\ \mu\text{m}$ . Nous décrirons dans un premier temps la fabrication de ces tapers au laboratoire par chauffage et étirage d'une fibre standard SMF28.

Dans une deuxième partie, nous verrons la fabrication de tapers courbés, (en anglais *dimpled tapers*) dont l'utilisation relâche grandement les contraintes de fabrication des échantillons.

Enfin, nous présenterons le banc de caractérisation optique mis en place au cours de cette thèse et les premiers résultats qu'il a pu fournir.

## 5.1 Principe du couplage évanescent

Un taper est une fibre optique que l'on a étirée localement afin de restreindre son diamètre autour du micromètre. Le cœur de la fibre devient alors si réduit que la lumière est guidée par l'interface gaine/air.

La modélisation analytique des modes de galerie au chapitre 2 a montré (voir Fig. 2.11 et 2.12) qu'en dehors du microdisque, les champs électriques et magnétiques ne s'annulent pas brutalement mais s'amortissent au bout de quelques centaines de nanomètres. Cette partie du champ est qualifiée d'évanescente car le champ ne se propage pas dans le milieu extérieur mais y est tout de même présent. Les ondes électromagnétiques se propageant dans les tapers présentent également une partie évanescente du fait du rayon extrêmement réduit de la fibre. C'est le recouvrement de ces deux parties évanescentes avec les parties guidées des modes qui permet l'injection et l'extraction de la lumière dans les microdisques d'où le terme de *couplage*

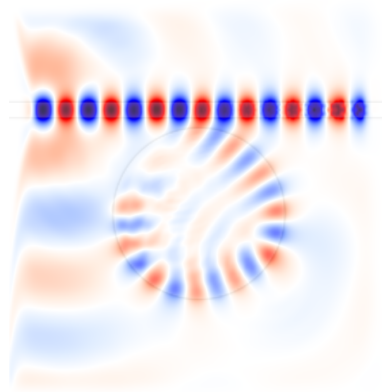


FIGURE 5.1 – Distribution de la composante  $E_z$  issue d'une simulation FDTD 2D d'un couplage par onde évanescente entre un guide droit et un disque. L'onde initiale se propage dans le guide droit de la gauche vers la droite.

*évanescent*. A titre d'illustration du principe du couplage évanescent, la figure 5.1 présente une simulation FDTD 2D d'un couplage évanescent entre un guide droit et un disque réalisée à l'aide de Meep.

### 5.1.1 Modes de propagation dans une fibre optique

Nous allons commencer par décrire les modes de propagation de la lumière dans les fibres optiques, cela nous permettra de :

- quantifier la proportion de puissance se propageant sous forme évanescente, ce qui donne une idée de l'efficacité du couplage évanescent,
- calculer le taux de couplage d'un mode de la fibre à un autre lorsque la fibre est étirée pendant la fabrication des tapers, ce qui nous permettra de dégager un critère pour limiter ces échanges d'énergie entre modes.

Dans cette partie, on considère une fibre cylindrique suffisamment amincie pour que le cœur ait disparu et que la lumière soit guidée par l'interface gaine/air (Fig. 5.2). Soit  $N$  son indice ( $N = 1.46$  à  $\lambda = 1.55 \mu\text{m}$ ),  $R$  son rayon et  $k_0 = \frac{2\pi}{\lambda}$  la constante de propagation dans le vide. Le principe de détermination des modes propres des champs électromagnétiques dans une fibre est le même que celui utilisé dans les microdisques : il s'agit de résoudre l'équation de Helmholtz en tenant compte des conditions de continuité à l'interface fibre/air. Seules les étapes essentielles sont rappelées ici, la résolution détaillée peut être retrouvée dans [118].

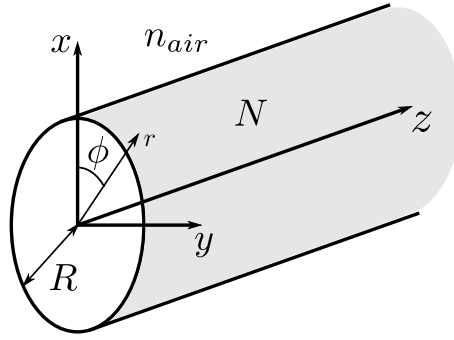


FIGURE 5.2 – Notations utilisées pour modéliser la propagation des ondes électromagnétiques dans une fibre de rayon  $R$ , d'indice  $N$ , plongée dans l'air d'indice  $n_{air}$ .

Pour un guide à deux couches, il est pratique de définir la *fréquence normalisée*

$$V = k_0 R \sqrt{N^2 - n_{air}^2} \quad (5.1)$$

ainsi que les paramètres modaux suivants :

$$\begin{cases} U = k_0 R \sqrt{N^2 - n_{ef}^2} & \text{dans la fibre} \\ W = k_0 R \sqrt{n_{ef}^2 - n_{air}^2} & \text{dans l'air} \end{cases} \quad (5.2)$$

où  $n_{ef}$  est l'indice effectif du mode.

En séparant la dépendance temporelle, la composante du champ électrique suivant  $z$  s'écrit :

$$E_z(r, \phi, z, t) = \mathfrak{E}_z(r, \phi) e^{i\beta z} e^{i\omega t} \quad (5.3)$$

avec  $\beta = k_0 n_{ef}$  la constante de propagation effective.

Dans le cas d'un saut d'indice, l'équation de Helmholtz vérifiée par  $\mathfrak{E}_z$  (l'équation est la même pour  $\mathfrak{H}_z$ ) est :

$$\begin{cases} \left[ \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} + \frac{U^2}{R^2} \right] \mathfrak{E}_z(r, \phi, z) = 0 & \text{dans le cœur} \\ \left[ \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} - \frac{W^2}{R^2} \right] \mathfrak{E}_z(r, \phi, z) = 0 & \text{dans la gaine} \end{cases} \quad (5.4)$$

Du fait de la symétrie circulaire autour de l'axe de la fibre,  $\mathfrak{E}_z$  doit retrouver la même valeur lorsque  $\phi$  augmente de  $2\pi$ . De plus,  $\mathfrak{E}_z$  étant un profil de mode propre, la dépendance azimutal doit être invariante par translation le long de  $z$ . Les solutions s'écrivent alors sous forme séparable :

$$\mathfrak{E}_z(r, \phi) = \mathfrak{E}_z(r) \begin{cases} \cos(m\phi) \\ \sin(m\phi) \end{cases} \quad (5.5)$$

où  $m$  est un entier positif appelé *nombre azimutal*.

En reportant cette expression dans (5.4), on obtient deux équations de Bessel dont les solutions sont :

$$\mathfrak{E}_z(r) = \begin{cases} J_m(Ur/R) & \text{dans le cœur} \\ K_m(Wr/R) & \text{dans la gaine} \end{cases} \quad (5.6)$$

où  $K_m$  est la fonction de Bessel modifiée d'ordre  $m$ .

Finalement les solutions s'écrivent :

$$\begin{aligned} \mathfrak{E}_z(r, \phi) &= Af_m(\phi) \begin{cases} J_m(Ur/R)/J_m(U) & 0 \leq r \leq R \\ K_m(Wr/R)/K_m(W) & r > R \end{cases} \\ \mathfrak{H}_z(r, \phi) &= Bg_m(\phi) \begin{cases} J_m(Ur/R)/J_m(U) & 0 \leq r \leq R \\ K_m(Wr/R)/K_m(W) & r > R \end{cases} \end{aligned} \quad (5.7)$$

Les fonctions  $f_m$  et  $g_m$  ont deux expressions différentes suivant la symétrie des modes :

- pour les modes pairs :  $f_m(\phi) = \cos(m\phi)$  et  $g_m(\phi) = -\sin(m\phi)$
- pour les modes impairs :  $f_m(\phi) = \sin(m\phi)$  et  $g_m(\phi) = \cos(m\phi)$

Comme dans le cas des microdisques, les équations de Maxwell permettent ensuite de déterminer les expressions des composantes azimutales et radiales des champs électrique et excitation magnétique (voir annexe D). On peut ensuite exprimer les conditions de continuité des composantes azimutales en  $r = R$ , ce qui donne un système de deux équations dont les inconnues  $A$  et  $B$  pourront être différentes de zéro seulement si le déterminant du système est nul. Cette condition conduit à l'équation aux valeurs propres suivante :

$$(m n_{ef})^2 \left( \frac{V}{UW} \right)^4 = \left( \frac{N^2 J'_m(U)}{U J_m(U)} + \frac{n_{air}^2 K'_m(W)}{W K_m(W)} \right) \left( \frac{J'_m(U)}{U J_m(U)} + \frac{K'_m(W)}{W K_m(W)} \right) \quad (5.8)$$

où les primes désignent les dérivées des fonctions.

Cette équation a des solutions discrètes donnant les valeurs de l'indice effectif  $n_{ef}$  de chaque mode<sup>1</sup> pour chaque valeur  $m$  du nombre orbital. La figure 5.3 représente les solutions obtenues dans le cas de la fibre considérée ici, où  $N = 1.46$  et  $\lambda = 1.55 \mu\text{m}$ . On observe que pour des diamètres inférieurs à  $d_c = 1.13 \mu\text{m}$  un seul mode est guidé, au-delà, la fibre devient multimode.

1. Dans le cas des microdisques, l'indice effectif était connu via l'approche du guidage 1D dans une couche mince et on cherchait les longueurs d'onde résonantes. Cette fois-ci, la longueur d'onde est fixée et c'est l'indice effectif qui est recherché.

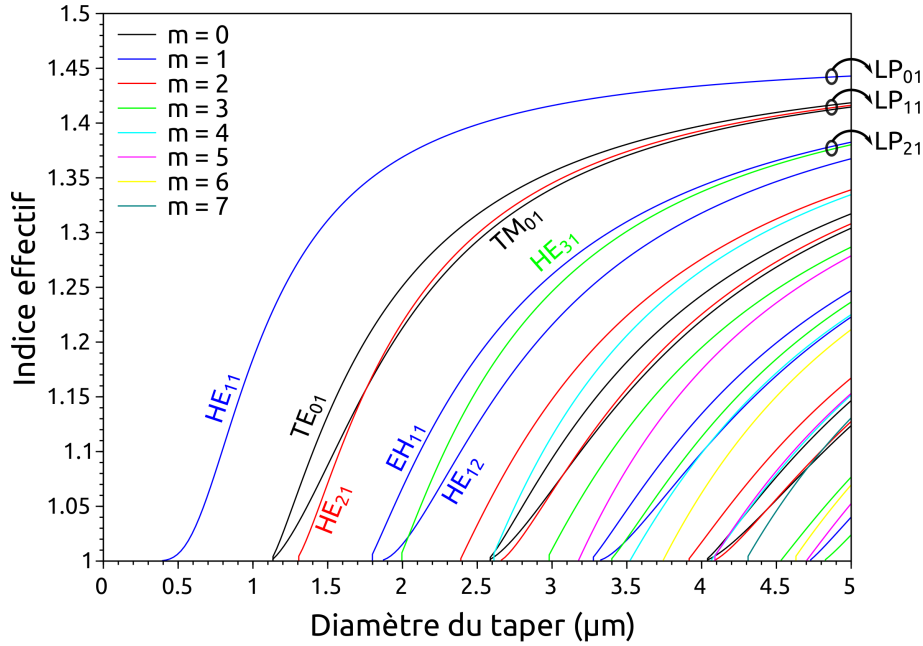


FIGURE 5.3 – Courbes de dispersion à la longueur d’onde dans le vide  $\lambda = 1.55 \mu\text{m}$  de tapers constitués par la gaine d’une fibre SMF28 ( $N = 1.46$ ) dans l’air.  $m$  est le nombre azimutal des modes. Les flèches de droites indiquent les regroupements des modes dans le cas du guidage faible.

### Modes TE et TM

Pour  $m = 0$ , l’équation aux valeurs propres (5.8) se simplifie.

- Modes TM : La composante longitudinale  $\mathfrak{H}_z$  est nulle, les modes sont appelés *transverses magnétiques*, notés  $TM_{0n}$ , où  $n$  est un entier désignant le numéro de la solution, choisi pour que les indices effectifs soient décroissants.

- Modes TE : La composante longitudinale  $\mathfrak{E}_z$  est nulle, les modes sont appelés *transverses électriques*, notés  $TE_{0n}$ , avec la même convention pour  $n$ .

D’après (5.5), étant donné que  $m = 0$ , les modes TE et TM sont indépendants de  $\phi$ , ils présentent donc une symétrie circulaire autour de l’axe de la fibre.

### Modes HE et EH

Pour  $m \neq 0$ , l’équation aux valeurs propres (5.8) peut se mettre sous la forme quadratique suivante :

$$N^2 x^2 + xb(N^2 + n_{air}^2) + (n_{air}^2 b^2 - c) = 0 \quad (5.9)$$

avec  $x = J'_m(U)/UJ_m(U)$ ,  $c = (mn_{ef})^2(V/UW)^4$  et  $b = K'_m(W)/(WK_m(W))$ . Cette équation a deux racines réelles. En posant  $\Delta = \frac{1}{2}(1 - n_{air}^2/N^2)$ , on a :

$$x = -b(1 - \Delta) \pm \sqrt{b^2\Delta^2 + c/N^2} \quad (5.10)$$

Les signes + et - correspondent à deux familles de modes différentes, le signe - est associé aux *modes HE*, le + aux *modes EH*. Ces modes ont des composantes longitudinales non nulles, ils sont dits *hybrides*.

### 5.1.2 Densité de puissance

Une fois les indices effectifs calculés, on peut reporter leurs valeurs dans les expressions des composantes des champs et obtenir ainsi la description complète des modes. On peut ensuite calculer la densité de puissance qui se propage le long de la fibre à l'aide de la composante du vecteur de Poynting suivant  $z$  :

$$D(r, \phi) = \frac{1}{2} \frac{\mathfrak{E}_r \mathfrak{H}_\phi - \mathfrak{E}_\phi \mathfrak{H}_r}{\mathcal{N}} \quad (5.11)$$

où  $\mathcal{N}$  est une constante de normalisation définie par :

$$\mathcal{N} = \frac{1}{2} \left| \int_{A_\infty} (\vec{\mathfrak{E}} \wedge \vec{\mathfrak{H}}^*) \cdot \vec{u}_z dA \right| \quad (5.12)$$

où  $A_\infty$  est la section infinie perpendiculaire à  $z$  et  $\vec{u}_z$  le vecteur unitaire de l'axe  $z$ .

Dans le cas d'un taper de diamètre  $1 \mu\text{m}$ , la courbe de dispersion (Fig. 5.3) montre que seul le mode  $HE_{11}$  est guidé et son indice effectif est  $n_{ef} = 1.19$  à la longueur d'onde  $1.55 \mu\text{m}$ . Le profil de la densité de puissance en fonction du rayon pour  $\phi = 0$  est tracé figure 5.4 a) et la distribution de densité de puissance sur l'ensemble de la section du taper figure 5.4 b).

En intégrant la densité de puissance sur l'ensemble de la section du taper, on peut calculer la fraction de puissance qui y est véhiculée. Dans l'exemple précédent, seul 30% de la puissance se trouve dans le guide, les 70% restants constituent la part évanescente qui se propagent dans l'air le long du taper et qui peuvent être utilisés pour coupler le microdisque.



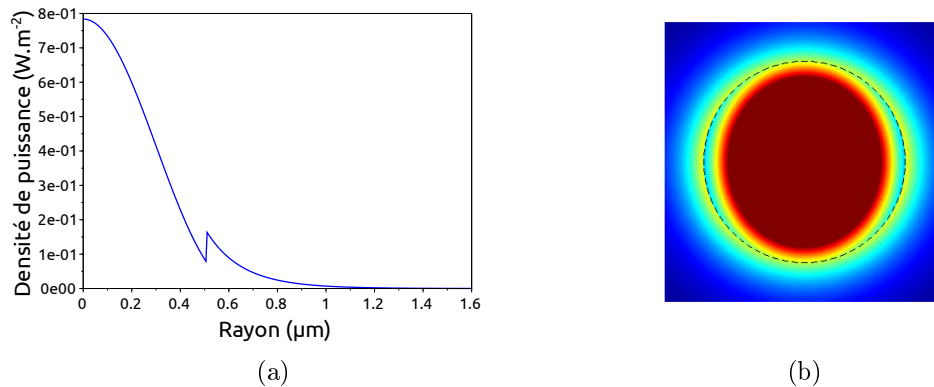


FIGURE 5.4 – a) Profil de la densité de puissance le long du rayon dans la direction  $\phi = 0$  pour un taper de diamètre  $1 \mu\text{m}$  à la longueur d'onde dans le vide  $\lambda_0 = 1.55 \mu\text{m}$ . b) Densité de puissance dans la section du taper. Les pointillés indiquent la frontière de la fibre avec l'air.

## 5.2 Fabrication des tapers

### 5.2.1 Principe de fabrication des tapers

Au laboratoire, les tapers sont fabriqués par fusion-étirage. Le banc de fabrication se compose de (Fig. 5.5) :

- deux servo-moteurs Thorlabs MTS50M-Z8 ayant chacun une course de 50 mm commandés par ordinateur,
- un mini-chalumeau VersaFlamme Dremel alimenté dans l'air par du combustible à briquet produisant une flamme à  $1200^\circ\text{C}$ , ce qui est idéal puisque la fibre devient ductile à  $1100^\circ\text{C}$  et fond à  $1700^\circ\text{C}$ .

Le chalumeau peut être déplacé par vis micrométriques pour positionner la fibre dans la zone la plus chaude de la flamme (Fig. 5.6).

La fibre SMF28 ordinaire est d'abord dénudée et nettoyée à l'éthanol sur les quelques centimètres qui vont être placés dans la flamme. Elle est ensuite connectée via un connecteur rapide à une photodiode reliée à un oscilloscope pour suivre la transmission en temps réel d'un laser de 1 mW à 1550 nm. Enfin, la fibre est maintenue sur les platines motorisées à l'aide de mors pour être soumise à une première phase d'étirage. Durant cette étape, la vitesse a été empiriquement réduite à 0.3 mm/s pour éviter que la transmission ne diminue rapidement.

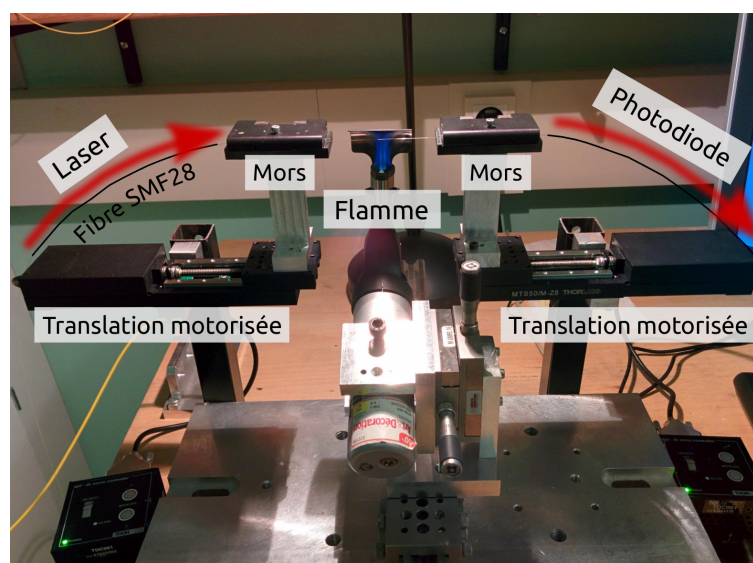


FIGURE 5.5 – Banc de fabrication des tapers. On voit le mini-chalumeau chauffant la fibre et les mors fixés de chaque côté sur les servo-moteurs.

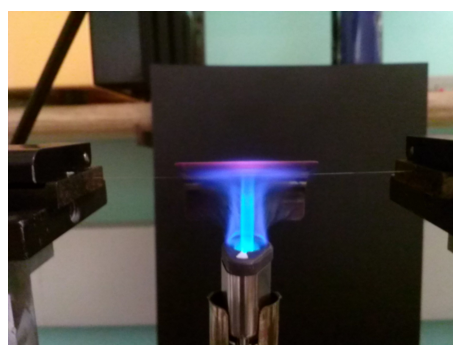


FIGURE 5.6 – Fibre en cours d'étirage. Le déflecteur fixé à l'extrémité du chalumeau permet de limiter la déformation de la fibre sous l'effet du souffle de la flamme. La fibre n'est ductile que dans la zone la plus chaude de la flamme sur environ 5 mm.

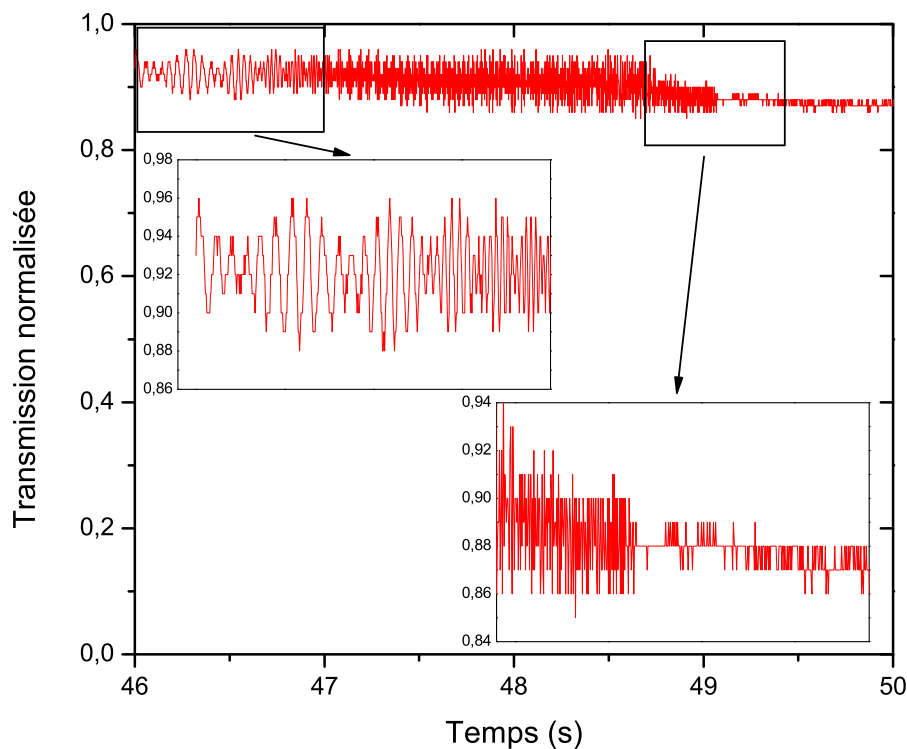


FIGURE 5.7 – Transmission en sortie de fibre au cours de son étirage. A environ 49 s, les battements cessent, signe que le taper est devenu monomode dans sa partie la plus fine.

Au bout d'une vingtaine de secondes, la transmission présente des oscillations (Fig. 5.7) résultant du battement entre les différents modes se propageant dans la fibre. La vitesse de translation des moteurs est alors portée à 1 mm/s pour éviter que le souffle de la flamme ne déforme la fibre. L'étirage est arrêté et la flamme aussitôt éloignée de la fibre dès que les battements cessent. Le paragraphe 5.2.3 décrira en détail ce critère de fin d'étirage.

## 5.2.2 Profil des tapers

Dans la pratique, la pente du taper est maîtrisée via la longueur de la zone de chauffe et la distance d'étirage. Pour relier ces trois grandeurs, on peut établir le profil théorique du taper en utilisant la conservation de la matière. La zone portée dans la flamme a une longueur  $L_f$  et au cours de l'étape élémentaire d'étirage représentée Fig. 5.8 une petite longueur  $dx$  est tirée à gauche hors de la flamme (la même longueur est tirée à droite). La partie en dehors de la flamme est trop froide pour se déformer,

elle est simplement translatée vers la gauche (et vers la droite à l'autre extrémité).

La tranche de la fibre située à l'abscisse  $x$  se trouvait à la limite de la zone chauffée, elle n'a donc pas pu se déformer lors de l'étirage et son rayon est donc celui qu'avait le cylindre grisé avant étirage. Après l'étirage élémentaire, le rayon du cylindre central est maintenant celui de la fibre à l'abscisse  $x + dx$ . On assimile le profil du taper à un segment de droite entre les abscisses  $x$  et  $x + dx$ . La conservation de la matière impose que la zone grisée ait le même volume avant et après étirage, ce qui s'écrit, en utilisant l'expression du volume d'un tronc de cône :

$$\pi R^2(x)L_f = \pi R^2(x + dx)L_f + \frac{2}{3}\pi dx[R^2(x) + R(x)R(x + dx) + R^2(x + dx)] \quad (5.13)$$

d'où

$$R^2(x + dx) \left[ L_f + \frac{2}{3}dx \right] + \frac{2}{3}dx R(x) R(x + dx) + R^2(x) \left[ \frac{2}{3}dx - L_f \right] = 0 \quad (5.14)$$

Le discriminant de ce trinôme du second degré en  $R(x + dx)$  s'écrit :

$$\Delta = \left( \frac{2}{3}R(x)dx \right)^2 + 4 \left[ L_f^2 - \left( \frac{2}{3}dx \right)^2 \right] R^2(x) \approx 4L_f^2 R^2(x) \quad (5.15)$$

Ce qui conduit à :

$$\begin{aligned} R(x + dx) &\approx \frac{-\frac{2}{3}R(x)dx + 2L_f R(x)}{2 \left( L_f + \frac{2}{3}dx \right)} \\ &\approx \frac{R(x)}{L_f} \left[ -\frac{1}{3}dx + L_f \right] \left( 1 + \frac{2}{3} \frac{dx}{L_f} \right)^{-1} \\ &\approx R(x) \left[ 1 - \frac{dx}{L_f} \right] \end{aligned}$$

Qui s'intègre en :

$$R(x) = R(0)e^{-\frac{x}{L_f}} \quad (5.16)$$

La valeur absolue de la pente du taper s'exprime donc :

$$\left| \frac{dR}{dx}(x) \right| = \frac{R(x)}{L_f} \quad (5.17)$$

### 5.2.3 Critère de fin d'étirage

Etant donné le faible rayon des tapers, le cœur de la fibre est pratiquement inexistant et la lumière est tout simplement guidée par la gaine sous l'effet du saut d'indice

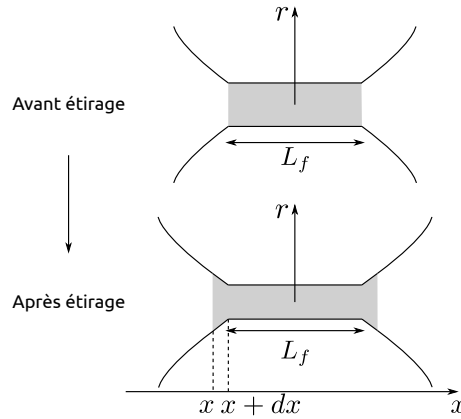


FIGURE 5.8 – Profil du taper au cours d’une étape élémentaire d’étirage.  $L_f$  est la longueur de la fibre portée dans la flamme.

avec l’air. La fibre devient monomode si son rayon  $R$  vérifie [118] :

$$R \leq V_0 \frac{\lambda}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{n_c'^2 - n_g'^2}} \quad (5.18)$$

avec  $V_0 = 2.405$  et  $n_c'$  l’indice de réfraction du cœur étiré et  $n_g'$  l’indice de la gaine étirée. On considère  $n_c' = N = 1.46$  et  $n_g' = n_{air}$  ce qui conduit à  $R \leq 0.6 \mu\text{m}$ . On retrouve la valeur qui pouvait être lue sur les courbes de dispersion à l’endroit où démarrent les courbes  $TE_{01}$  et  $TM_{01}$  (Fig. 5.3). Un critère simple à observer en pratique peut donc être retenu pour savoir si l’étirage de la fibre est suffisant : le diamètre du taper est devenu proche de  $1 \mu\text{m}$  lorsque le taper redevient monomode. Avant étirage, la fibre SMF28 est monomode à  $1.55 \mu\text{m}$  : seul le mode hybride  $HE_{11}$  (=  $LP_{01}$ ) peut s’y propager. Lorsque l’étirage a suffisamment aminci la fibre pour que la lumière ne soit plus confinée dans le cœur mais dans la gaine, l’écart entre les indices de l’air et de la gaine devient suffisant pour que la fibre soit multimode. L’étirage se prolongeant, le rayon du taper finit par devenir inférieur à  $0.6 \mu\text{m}$  et le guide redevient donc monomode. Dans la pratique, des battements sont observés entre le fondamental et les autres modes de propagation tant que le taper n’est pas devenu monomode ce qui constitue un bon indicateur expérimental du caractère monomode du taper.

Ces battements peuvent s’interpréter de la façon suivante [118]. Nous avons vu que lorsque la fibre est étirée, une zone devient multimode et la déformation de la fibre permet à l’énergie injectée à l’entrée dans le mode  $LP_{01}$  d’être couplée vers d’autres modes tel que le mode  $LP_{02}$  par exemple (Fig. 5.9 a). (Ces couplages seront étudiés

en détail au paragraphe suivant.) Au niveau de la zone située dans la flamme, la fibre se présente sous forme d'un cylindre, de sorte que le couplage entre modes devient interdit. Les amplitudes des différents modes restent constantes mais leurs phases  $\varphi_i$  évoluent au fur et à mesure de la propagation avec des vitesses de phases différentes selon leur constante de propagation effective  $\beta_i$ . De l'autre côté de la flamme, le profil du taper permet de nouveau les couplages entre modes, puis en sortie de taper, la fibre intacte retrouve son caractère monomode, seule l'énergie couplée dans le mode  $LP_{01}$  sera donc finalement détectée. La situation peut être modélisée par un interféromètre de Mach-Zehnder (Fig. 5.9 b). On note  $T$  le coefficient de transmission en énergie et  $R$  le coefficient de réflexion des lames séparatrices, pour une intensité unitaire en entrée, l'intensité du champ transmis dans le mode  $LP_{01}$  est donc :

$$\mathcal{I}_t = |Te^{i\varphi_1} + Re^{i\varphi_2}|^2 = T^2 + R^2 + 2TR \cos(\varphi_1 - \varphi_2) \quad (5.19)$$

L'intensité mesurée en sortie de taper présente donc des oscillations qui retrouvent leur valeur maximale à chaque fois que le taper a été étirée d'une longueur  $Z$  dite *longueur de battement* telle que :

$$Z = \frac{2\pi}{|\beta_1 - \beta_2|} \quad (5.20)$$

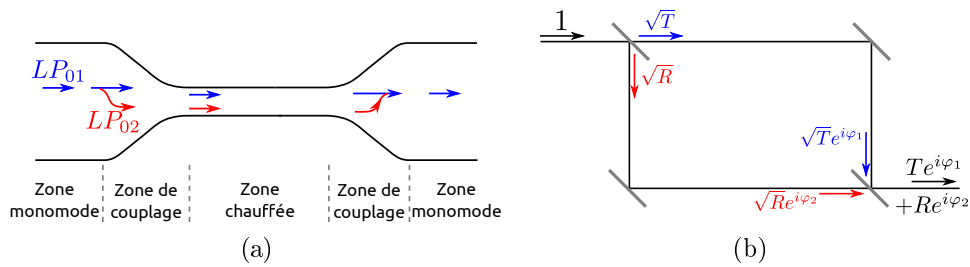


FIGURE 5.9 – a) Fibre monomode en cours d'étirage. b) Modélisation d'une fibre effilée par un interféromètre de Mach-Zehnder.

Du fait de la variation du rayon, le champ électrique (magnétique) ne possède pas les mêmes modes propres tout du long. Si on injecte de la puissance dans le mode fondamental en entrée de la fibre, le champ doit remodeler sa distribution suffisamment rapidement pour l'adapter à la forme du mode fondamental local sous peine de voir sa puissance fuir vers les modes secondaires. Cette constante adaptation n'est possible que si la pente du taper n'est pas trop abrupte, dans ce cas, l'échange

d'énergie d'un mode à l'autre est réduit et le taper est dit *adiabatique*. Le but du paragraphe suivant est de déterminer un critère d'adiabaticité, il suit le raisonnement présenté par J. Bures [118] adapté pour nos tapers.

### 5.2.4 Critère d'adiabaticité

Les modes se propageant dans la fibre vers les  $z$  positifs voient leur confinement diminuer lorsqu'ils arrivent dans la zone amincie. Les champs perturbés sont décomposés sur la base des modes locaux que nous allons définir dans un premier temps pour exprimer ensuite le couplage entre ces modes.

Lors de la fabrication des tapers, un suivi en temps réel de la transmission de la fibre en cours d'étirage montre qu'aucune variation n'intervient pendant environ 15 s. On considère donc que nos tapers sont adiabatiques tant que la lumière est guidée dans le cœur de la fibre. Après ces premiers instants, le cœur est devenu si mince qu'on considère la lumière guidée par l'interface gaine/air et c'est dans cette configuration que l'on va chercher un critère d'adiabaticité.

Lorsque la lumière est guidée par l'interface gaine/air, les modes propres de propagation dans une fibre parfaitement cylindrique sont ceux indiqués sur la figure 5.3. Soit  $X_{jmn}$  le  $j$ -ième mode apparaissant lorsqu'on se déplace vers les diamètres croissants,  $m$  étant le nombre azimutal<sup>2</sup>. Ainsi  $X_{111} = HE_{11}$  et  $X_{421} = HE_{21}$ . Ces modes ne sont plus des modes propres de propagation dans la partie rétrécie, on parle alors de pseudo-modes. Cependant la variation du rayon est lente et on considère donc que la structure du champ peut être décrite comme la combinaison des modes d'une fibre uniforme.

Si la pente du taper est trop abrupte, il y a échange d'énergie entre les pseudo-modes. L'énergie peut même être transférée vers un mode régressif ou dans des modes de plus grand nombre azimutal  $m$ . Cependant si la fibre est monomode, cette énergie va être émise vers l'extérieur de la fibre (mode radiatif). L'énergie dans le mode  $HE_{11}$  décroît donc au fil de la propagation. Un tel taper est dit *non-adiabatique*.

Au contraire, si la pente est douce, le couplage vers les autres modes est négligeable et le mode  $HE_{11}$  de la fibre est progressivement transformé vers le pseudo-mode

---

2. Vu la définition choisie, seul  $j$  est nécessaire pour repérer les modes, cependant  $m$  et  $n$  sont gardés pour accélérer le repérage des modes et parce que le nombre azimutal  $m$  va jouer un rôle dans la suite.

fondamental  $\widetilde{HE}_{11}$  du taper sans perte d'énergie. Ces tapers sont dits *adiabatiques*.

Les pseudo-modes  $\widetilde{X}_{jmn}$  sont orthogonaux et forment une base si on néglige les modes radiatifs. Le couplage entre le mode  $X_{imn}$  envoyé en entrée et les autres modes est d'autant plus important que leur constante de propagation sont proches, cela permet de négliger le couplage vers les modes régressifs en première approximation.

Le champ électrique se propageant dans la fibre peut s'exprimer sous forme d'une combinaison linéaire de ses pseudo-modes propres  $\widetilde{X}_{jmn}$  :

$$\vec{E} = \sum_j b_j(z) \widetilde{E}_j + b_{-j}(z) \widetilde{E}_{-j} \quad (5.21)$$

où les indices négatifs correspondent aux modes régressifs.

Vu que les champs  $\widetilde{E}_j$  ne sont pas exactement les modes propres de la partie effilée, les coefficients  $b_j$  varient au fil de la propagation, leur évolution est donnée par [118, p. 222] :

$$\begin{aligned} \frac{db_j}{dz} = \sum_{j'} b_{j'} C_{j/j'} \exp \left[ -i \int_0^z (\beta_j(z') - \beta_{j'}(z')) dz' \right] \\ + b_{-j'} C_{j/-j'} \exp \left[ -i \int_0^z (\beta_j(z') - \beta_{-j'}(z')) dz' \right] \end{aligned} \quad (5.22)$$

où  $\beta_j$  est la constante de propagation effective du mode  $\widetilde{X}_{jmn}$  et  $C_{j/j'}$  est le coefficient de couplage entre les modes  $\widetilde{X}_{jmn}$  et  $\widetilde{X}_{j'm'n'}$ , il est nul pour des modes de nombres azimutaux différents.

Dans le cas de nos tapers, où la lumière se propage dans la gaine de la fibre du fait de la différence d'indice entre la gaine et l'air qui l'entoure, le guide présente un saut d'indice entre  $N$  et  $n_{air}$ . Le coefficient de couplage peut alors s'exprimer sous la forme (adapté de [118, p 228]) :

$$\begin{aligned} C_{j/j'}(z) = R \frac{dR}{dz} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \frac{k}{4} \frac{1}{\beta_j(z) - \beta_{j'}(z)} (N^2 - n_{air}^2) \frac{\pi}{\mathcal{N}} \\ \times \left( \mathfrak{E}_{\phi,j}(R) \mathfrak{E}_{\phi,j'}(R) + \mathfrak{E}_{z,j}(R) \mathfrak{E}_{z,j'}(R) + \frac{N^2}{n_{air}^2} \mathfrak{E}_{r,j}(R) \mathfrak{E}_{r,j'}(R) \right) \end{aligned} \quad (5.23)$$

Les composantes  $\mathfrak{E}_r, \mathfrak{E}_\phi, \mathfrak{E}_z$  sont rappelées dans l'annexe D. On voit donc que le coefficient de couplage  $C_{j/j'}$  est d'autant plus grand que les constantes de propagation effectives  $\beta_j$  et  $\beta_{j'}$  sont proches. Le couplage du mode fondamental  $HE_{11}$  ( $= X_{111}$ )



le plus important se fait donc avec les modes  $EH_{11}$  ( $= X_{5_{11}}$ ) et  $HE_{12}$  ( $= X_{6_{12}}$ ). On en déduit que si le couplage vers ces deux modes est négligeable alors le taper peut être considéré comme adiabatique.

Pour chaque paire de modes  $X_j$  et  $X_{j'}$ , nous avons vu que l'on peut définir une longueur de battement  $Z_{j,j'}$ , distance au bout de laquelle ces deux modes retrouvent leur état de phase (Eq. (5.20)). Pour obtenir le critère d'adiabaticité, on compare deux longueurs caractéristiques : la longueur de battement et l'inverse du coefficient de couplage entre le mode local fondamental  $\widetilde{HE}_{11}$  et les premiers modes secondaires avec lequel il est le plus susceptible de se coupler, les modes  $\widetilde{EH}_{11}$  et  $\widetilde{HE}_{12}$ . Si  $C_{1/5}Z_{1/5} \gg 1$  et  $C_{1/6}Z_{1/6} \gg 1$ , le couplage entre les modes est important et le taper n'est donc pas adiabatique, lorsque  $C_{1/5}Z_{1/5} = 1$  et  $C_{1/6}Z_{1/6} = 1$ , le taper devient adiabatique.

Les zones adiabatiques et non adiabatiques se repèrent facilement sur un graphe comparant la pente normalisée du taper  $P_{norm.} = \frac{1}{R} \left| \frac{dR}{dz} \right|$  à une pente frontière définie par

$$P_{front.} = \frac{1}{\bar{C}_{j/j'} Z_{j/j'}} \quad (5.24)$$

où  $\bar{C}_{j/j'} = \frac{C_{j/j'}}{P_{norm.}}$ . Au niveau des zones adiabatiques,  $C_{j/j'} Z_{j/j'} < 1$  est donc

$$P_{front.} = \frac{P_{norm.}}{C_{j/j'} Z_{j/j'}} > P_{norm.} \quad (5.25)$$

Au contraire, au niveau des zones non adiabatiques,  $P_{front.} < P_{norm.}$ .

Pour vérifier que notre protocole de fabrication de taper respecte bien le critère d'adiabaticité, on trace les courbes  $P_{front.}$  et  $P_{norm.}$  en fonction de  $z$  dans les hypothèses suivantes :

- $N = 1.463$  : indice de la gaine de la fibre SMF28
- $L_f = 5$  mm : diamètre de la flamme
- le profil du taper et sa pente sont exponentiels selon (5.16) et (5.17)
- la lumière n'est plus guidée dans le cœur mais seulement dans la gaine lorsque le rayon de la fibre a été divisé par 10 (le diamètre du cœur est alors  $0.8 \mu\text{m}$  soit la moitié de la longueur d'onde)

On voit sur la figure 5.10 que la pente du taper est suffisamment faible pour que le critère d'adiabaticité soit respecté.

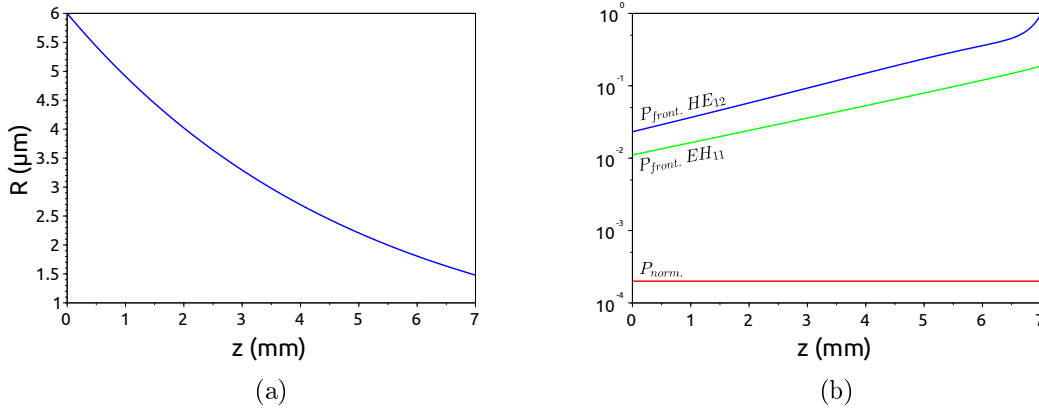


FIGURE 5.10 – a) Profil du taper lors de la dernière partie de l’étirage. b) Pente normalisée  $P_{norm}$  et pente frontière  $P_{front}$  dans le cas d’un taper d’indice  $N = 1.463$  dans l’air présentant le profil exponentiel de gauche. Le critère d’adiabaticité  $P_{front} > P_{norm}$  est respecté.

Remarque : On a vu au paragraphe 5.2.1 que des battements entre modes provoquent des variations dans la transmission du taper au cours de l’étirage. Cela semble contradictoire avec la conclusion à laquelle nous venons d’aboutir. En effet, si le taper est adiabatique, aucune énergie n’est transférée du mode fondamental vers d’autres modes et aucun battement ne devrait être observé. En fait, nous avons considéré ici que la fibre subissait un simple étirage à l’exclusion de toute autre déformation, or en réalité, le souffle de la flamme la tord légèrement, brisant ainsi la symétrie cylindrique. Dès lors, un couplage devient sans doute possible bien que la pente du taper respecte le critère d’adiabaticité.

Finalement, à cause de ces déformations impossibles à éliminer, nos tapers présentent des transmissions allant de 70 à 95%. Le remplacement de la flamme par une céramique chauffante est prévu et devrait améliorer les performances des tapers produits ainsi que la reproductibilité de la fabrication.

### 5.2.5 Demi-tapers

Dans le cadre des expériences de SHG, afin de pouvoir faire varier indépendamment le couplage du signal de pompe et celui du signal de SH, on a recours à deux guides d’accès. Du fait de l’encombrement spatial, il n’est pas possible d’utiliser deux tapers droits, le second guide d’accès est donc un demi-taper (Fig. 5.11).

Les demi-tapers ne sont pas réalisés à la flamme car la pointe effilée serait trop souple et soumise à des mouvements aléatoires liés aux courants d'air et aux forces électrostatiques. On utilise donc une soudeuse programmable (Ericson FSU 95) permettant d'atteindre des pentes plus abruptes. Du fait de ce profil, les demi-tapers ne sont pas adiabatiques mais le signal recueilli est tout de même suffisant pour nos études.

Cette fois-ci, la fibre est rendue ductile par un arc-électrique de quelques micromètres et étirée par les moteurs de la soudeuse servant habituellement à la mise en contact des fibres. L'amplitude d'étirage est choisie suffisamment grande pour que le taper « casse » en son centre ce qui permet d'obtenir deux demi-tapers. Ces derniers présentent à leur extrémité des diamètres compris entre 1 et 2  $\mu\text{m}$  et une longueur de pointe d'environ 400  $\mu\text{m}$  (Fig. 5.11).

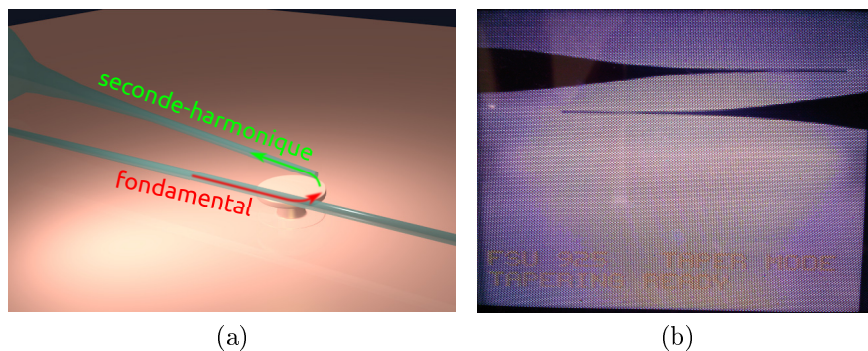


FIGURE 5.11 – (a) Disposition du taper droit et du demi-taper permettant deux voies d'accès au microdisque. (b) Deux demi-tapers visualisés sur l'écran de la soudeuse à l'aide de laquelle ils viennent d'être fabriqués.

## 5.3 Recours aux dimpled tapers

### 5.3.1 Nécessité liée à la disposition des disques

Les tapers droits sont relativement simples à fabriquer mais ils imposent la préparation d'échantillons sous forme de barrettes d'une largeur inférieure à 500  $\mu\text{m}$  et ne contenant qu'une rangée de disques. Technologiquement, ceci requiert l'amincissement du substrat, le clivage de barrettes en cours de fabrication (avant de dégager le pied des disques pour ne pas endommager les disques) et donc le dégagement du pied en solution sur ces fines barrettes. Afin de s'affranchir de cette délicate opération,

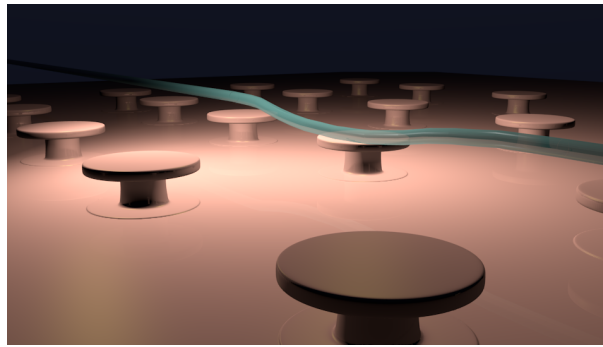


FIGURE 5.12 – Schéma montrant l'intérêt des dimpled tapers pour le couplage des microdisques en matrice. La partie « en creux » vient au contact du microdisque étudié tandis que la partie droite survole les autres.

on préfère utiliser des *dimpled tapers* [119], c'est à dire des tapers présentant une légère dépression [119, 120]. Ainsi la partie droite du taper peut survoler sans heurt l'échantillon tandis que la partie creusée vient réaliser le couplage avec le microdisque voulu y compris sur des échantillons de plusieurs millimètres de largeur comportant une matrice 2D de disques (Fig. 5.12).

### 5.3.2 Fabrication des dimpled tapers

Le gaufrage du taper est réalisé à l'aide d'un moule constitué par une fibre SMF28 ordinaire préalablement dénudée et recouverte d'alumine pour permettre de décoller le taper à la fin de l'opération. Le taper droit est plié autour du moule comme le montre la figure 5.13 puis la flamme d'une micro-torche alimentée par un mélange de butane et dioxygène est brièvement passée sur le moule pour fixer la déformation du taper. Enfin, le taper est progressivement retendu tout en descendant le moule jusqu'au décollement. Le dimpled taper ainsi obtenu est fixé sur un support dont l'écartement peut être réglé pour tendre plus ou moins la fibre et ainsi faire varier l'amplitude de sa courbure.

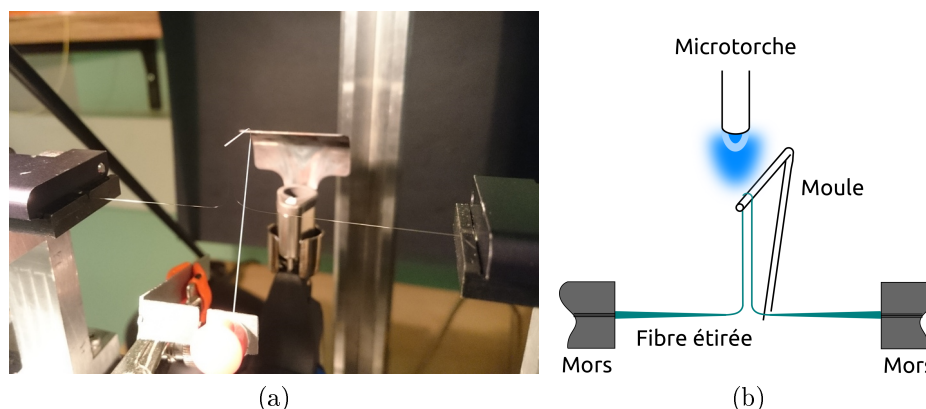


FIGURE 5.13 – Moulage d'un dimpled taper autour d'une fibre SMF28.

## 5.4 Caractérisation optique des microdisques

### 5.4.1 Banc de caractérisation optique

#### Description

Que l'on utilise un taper droit pour étudier des microdisques clivés en barrettes ou un dimpled taper pour ceux disposés en matrice, dans les deux cas, l'approche des guides d'accès aux microdisques est délicate, de sorte qu'une enceinte isolant des courants d'air et un contrôle mécanique nanométrique sont indispensables. Nous avons donc réalisé un banc de caractérisation répondant à ces objectifs et adapté à la géométrie des échantillons (Fig. 5.14 et 5.15).

Ce montage permet l'indexation des modes propres des microdisques, la mesure de leur facteur de qualité et les expériences de SHG. Un objectif  $\times 50$  à grande distance de travail ( $WD = 11$  mm) associé à une lentille de distance focale 200 mm est utilisée pour réaliser un microscope dont trois servo-moteurs (Thorlabs MTS50M-Z8) assurent le positionnement avec une précision de 50 nm. Les fibres effilées d'insertion (taper droit ou dimpled taper) et d'extraction (demi-taper) sont montées sur des nanopositionneurs piézoélectriques (NanoCubes PI P611.3S contrôlés par E-664 LVPZT Position Servo Controller) offrant une précision de 0.2 nm. L'échantillon lui-même peut être déplacé dans les trois directions de l'espace à l'aide de translations micrométriques. Enfin, deux réglages angulaires au centième et au dixième de degré permettent respectivement d'obtenir l'horizontalité de la fibre d'insertion et du support des microdisques. L'angle du demi-taper est imposé lors de sa fixation sur son support et ne peut pas être réglé par la suite mais cela ne constitue pas un handicap

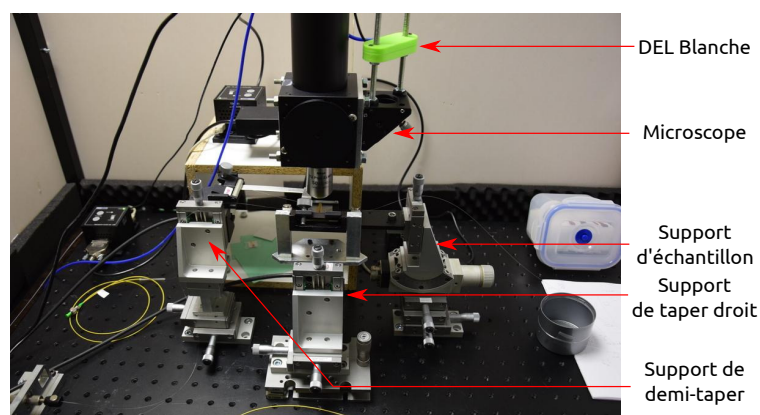


FIGURE 5.14 – Banc de caractérisation optique des microdisques.

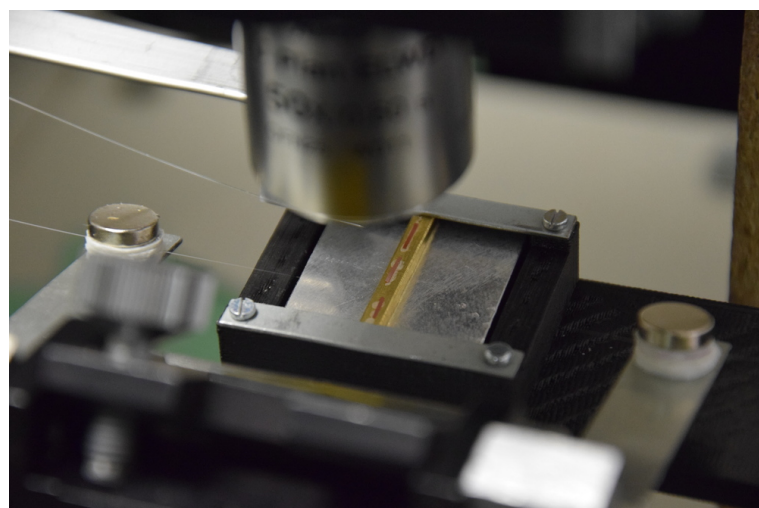


FIGURE 5.15 – Gros plan sur les supports d'échantillon et de tapers.

du fait de la souplesse de la pointe effilée. La source utilisée autour de  $1.55 \mu\text{m}$  est une source large superfluorescente à fibre dopée erbium (Highwave) de 100 mW. Celle utilisée autour de 800 nm est une DEL fibrée de 6.2 mW (Superlum). Les spectres sont enregistrés à l'aide d'un analyseur de spectre optique (Anritsu MS9710B) présentant une résolution de 70 pm.

### Indexation des modes

A la fin du chapitre 2, nous avons comparé les longueurs d'onde des modes de galerie prévus par la méthode pseudo-analytique aux résultats expérimentaux de Mitchell's *et al.* [95] et aux analyses par cathodoluminescence. Il est maintenant possible

d'effectuer cette comparaison sur notre propre banc (Fig. 5.16). Le disque étudié est en GaP sur GaP, de rayon  $2.5 \mu\text{m}$  et d'épaisseur  $130 \text{ nm}$ . Les modes calculés par la méthode pseudo-analytique sont indiqués par les segments pointillés, les nombres entre crochets sont respectivement le nombre azimutal  $m$  et le nombre radial  $p$ . Le nombre planaire est  $q = 1$ . Le rayon a été ajusté à  $2.465 \mu\text{m}$  pour approcher au mieux les pics expérimentaux. Lors de l'ajustement, la largeur des résonances guide le choix du nombre radial  $p$  : on cherche à faire coïncider les résonances les plus fines à  $p = 1$ .

L'accord entre la théorie et la pratique est satisfaisant bien que seulement partiel. Nous verrons cependant au paragraphe 5.4.2 que la position des résonances est fortement dépendante du couplage. Ces premières mesures confirment que la méthode de calcul pseudo-analytique utilisée pour déterminer la position des modes et, par suite, les conditions nécessaires pour avoir une SHG efficace, n'est qu'approchée. Elle donne des informations qualitatives sur les évolutions en fonction des différents paramètres (rayon des microdisques, épaisseur, longueur d'onde) mais ne permet pas de prévoir exactement les dimensions des microdisques et la longueur d'onde du fondamental à utiliser. Pour ces raisons, les microdisques sont fabriqués par série présentant de fines variations du rayon autour des valeurs calculées.

### Spectres sur le port drop

La prochaine étape expérimentale consistera à tester la génération de seconde harmonique. On a vu que dans ce cadre, le taper droit utilisé jusqu'à présent pour enregistrer les spectres de transmission servira à injecter le signal fondamental, la SH sera quant à elle récupérée via un demi-taper visible sur les photos supérieures figure 5.18. Des spectres enregistrés sur le port drop, c'est à dire en sortie du demi-taper placé de façon à récupérer le signal propagatif, ont été enregistrés pour tester la deuxième voix de couplage. (Spectre vert figure 5.17)

On retrouve bien les mêmes résonances sur les deux ports même si elles sont légèrement décalées en longueur d'onde. Ceci tient au fait que nous ne disposons que d'un seul analyseur de spectre optique si bien que les deux spectres n'ont pas pu être enregistrés simultanément, il faut entre temps dévisser la fibre issue du taper droit pour la remplacer par celle issue du demi-taper<sup>3</sup>. Les tapers bougent très légèrement au cours de cette opération ce qui est suffisant pour entraîner un décalage

3. On aurait pu utiliser un multiplexeur mais il aurait engendré des pertes supplémentaires.

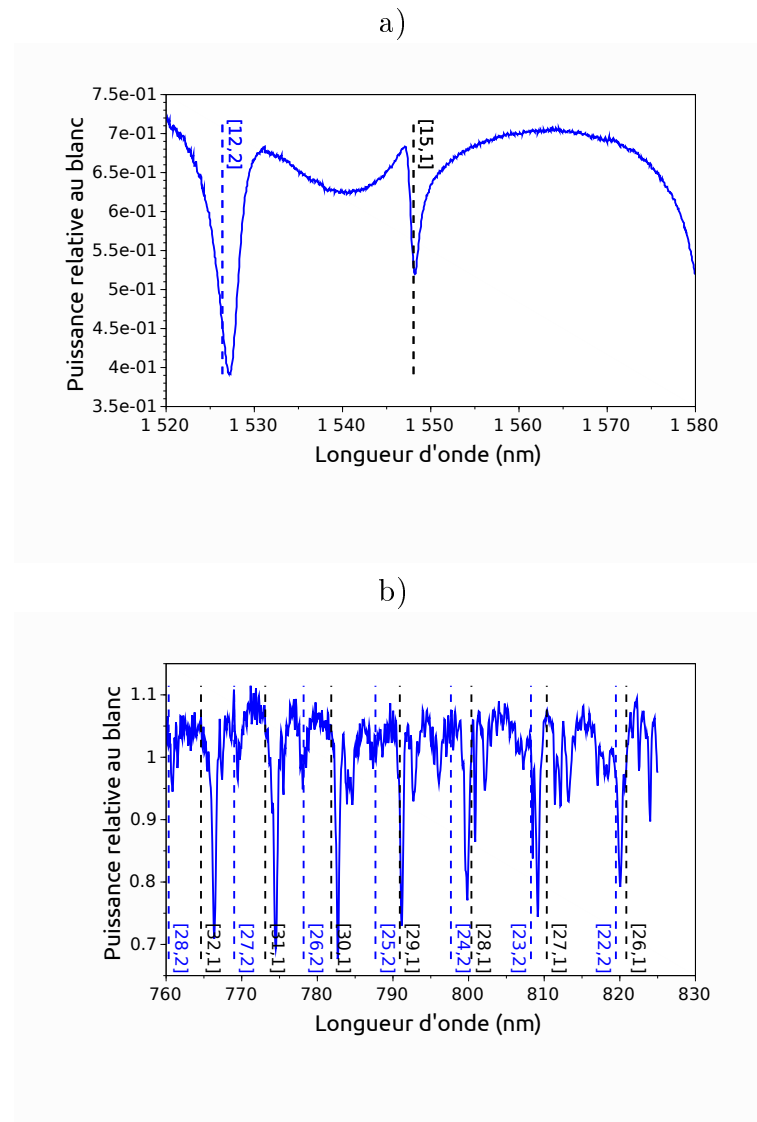


FIGURE 5.16 – Spectre de transmission enregistrés sur un disque de GaP sur GaP de rayon  $2.5 \mu\text{m}$  et d'épaisseur  $130 \text{ nm}$ , aux alentours de  $1550 \text{ nm}$  (a) et  $800 \text{ nm}$  (b). Les segments pointillés indiquent les modes  $H_{||z}$  prévus par la théorie présentée au chapitre 2 en ajustant le rayon tour à tour sur les deux spectres jusqu'à  $R = 2.465 \mu\text{m}$



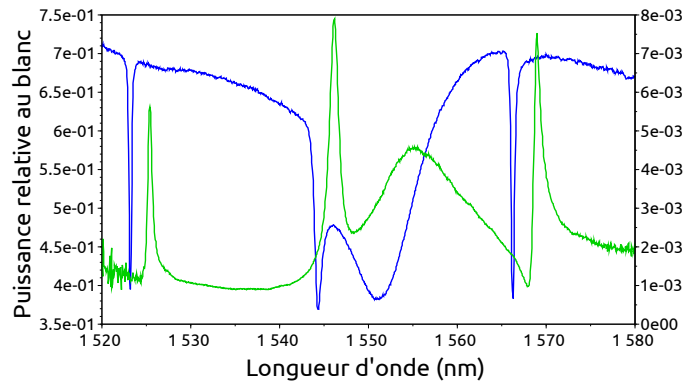


FIGURE 5.17 – Spectres enregistrés sur un disque de GaP sur GaP de rayon  $3 \mu\text{m}$  et d'épaisseur  $130 \text{ nm}$ . En bleu : spectre de transmission enregistré via un taper droit alors que le demi-taper est couplé au microdisque. En vert : spectre du port drop enregistré via le demi-taper.

des résonances. L'influence du couplage sur la position des résonances est l'objet du paragraphe suivant.

## 5.4.2 Influence du couplage

Le positionnement des tapers influence considérablement le couplage. Les photos de la figure 5.18 montrent qualitativement cet effet et illustrent la sensibilité du système au régime de couplage. Un mode de galerie est excité par un laser rouge via un taper droit. Sur les images de gauche le couplage a été optimisé. Sur les images de droite, le taper a été légèrement déplacé vers l'intérieur du microdisque, on observe qu'une fraction bien plus faible de lumière se trouve alors couplée.

### Sélection des modes excités

Les spectres de la figure 5.19, enregistrés sur un disque de GaP sur GaP de rayon  $R = 6 \mu\text{m}$  et d'épaisseur  $e = 130 \text{ nm}$ , illustrent plus finement le phénomène de sélection des modes couplés suivant la position du guide d'accès. On observe ainsi que les résonances observées vers  $1525 \text{ nm}$  et  $1565 \text{ nm}$  sur les courbes rouges et vertes n'apparaissent pratiquement pas sur la courbe bleue.

A l'inverse, les résonances observées vers  $1530 \text{ nm}$  et  $1559 \text{ nm}$  sur les courbes verte et bleue ne sont pas visibles sur la courbe rouge. Elles sont en fait fortement

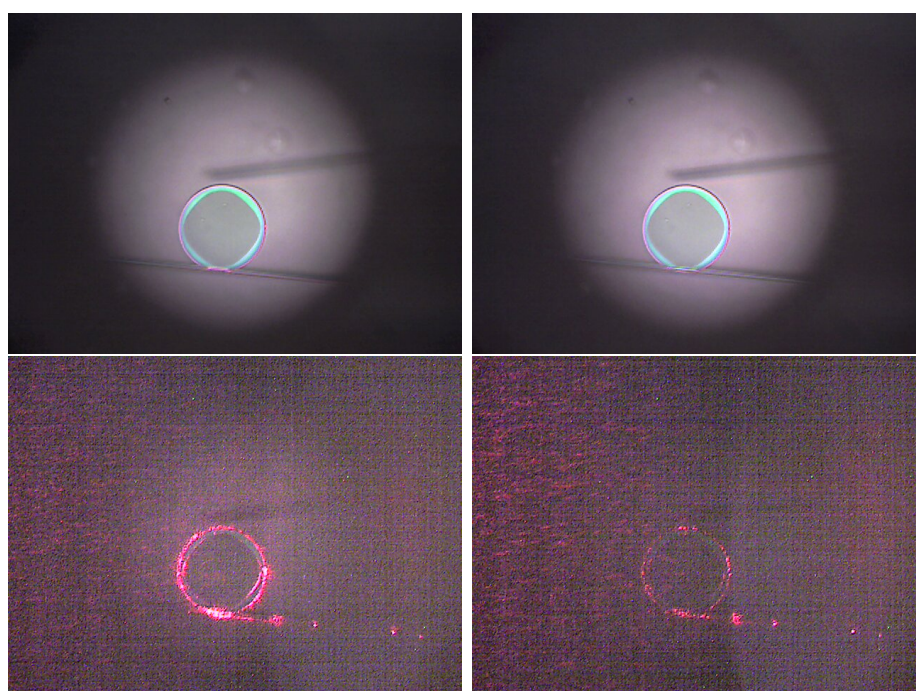


FIGURE 5.18 – Influence de la position du taper droit sur le couplage. Un laser rouge est injecté dans le taper, les images du haut ont été prises lorsque l'éclairage du microscope est allumé, celles du bas lorsqu'il est éteint. Entre les images de gauche et celles de droite, le taper a été légèrement décalé vers l'intérieur du disque. On observe qu'une fraction plus faible de lumière est couplée.

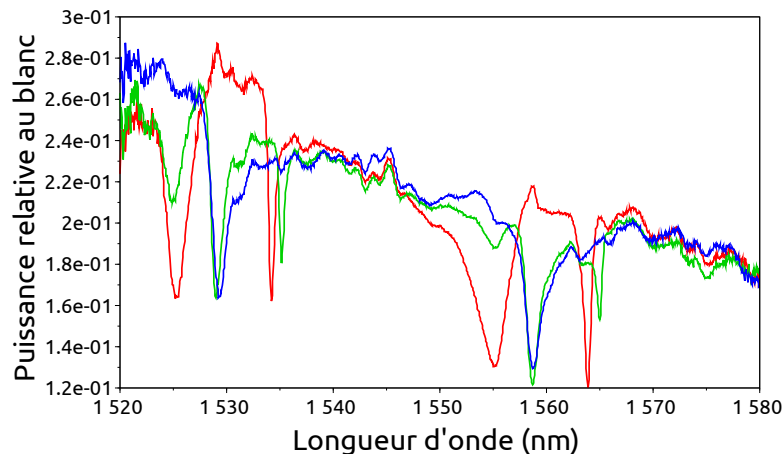


FIGURE 5.19 – Différents spectres de transmission enregistrés sur un disque de rayon  $6 \mu\text{m}$  en déplaçant légèrement (de l'ordre du dixième de micromètre) le taper servant au couplage.

déformées par leur couplage avec les résonances voisines vers  $1525 \text{ nm}$  et  $1555 \text{ nm}$ , ce qui sera exposé plus en détail au paragraphe 5.4.3.

### Déplacement des résonances

Outre le fait que le couplage est plus ou moins efficace pour injecter la lumière dans les modes de galerie des microdisques, il influence aussi la position des résonances. Ainsi, sur la figure 5.19, on observe un décalage de  $1 \text{ nm}$  entre les spectres rouge et vert pour les résonances aux alentours de  $1535 \text{ nm}$  et  $1565 \text{ nm}$ . La remarque faite au paragraphe 5.4.1 sur la détermination théorique des résonances se confirme donc ici : les longueurs d'onde des modes de galerie expérimentales peuvent légèrement différer des valeurs calculées.

Le décalage entre la théorie et l'expérience peut être d'autant plus important que, dans le cas de l'étude de la génération de seconde harmonique, les microdisques sont couplés par deux guides d'accès : un taper pour injecter le fondamental et un demi-taper pour recueillir la SH générée. Sur la figure 5.20, le spectre en rouge a été enregistré lorsque le demi-taper n'était pas couplé, le vert lorsque le demi-taper est en contact tangent à l'intérieur du disque. On observe que la résonance se décale vers les grandes longueurs d'onde d'environ  $3 \text{ nm}$  ce qui est qualitativement cohérent avec

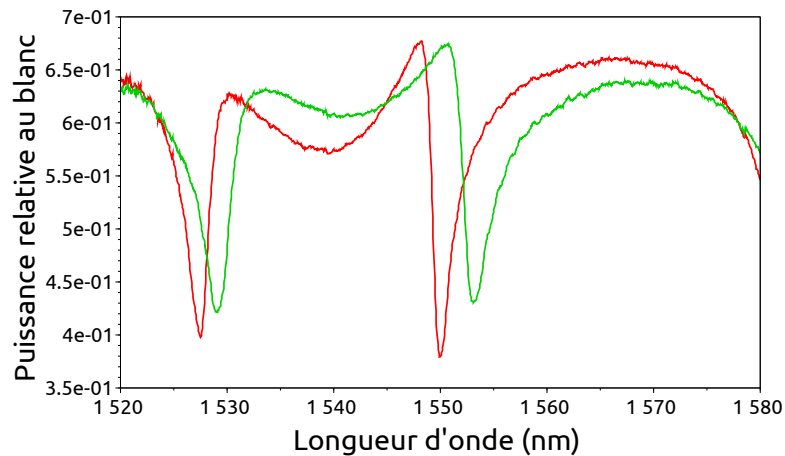


FIGURE 5.20 – Disque de diamètre  $5\ \mu\text{m}$  couplé ou non par le demi-taper. Le spectre rouge est enregistré lorsque le demi-taper n'est pas en contact avec le microdisque, le vert lorsqu'il est en contact tangent à l'intérieur du microdisque.

le fait que le demi-taper augmente localement l'indice effectif du microdisque.

On a vu au chapitre 3 qu'un écart lors de la fabrication par rapport aux dimensions souhaitées pour les microdisques entraîne une chute importante de l'efficacité de conversion car les résonances fondamentale et de SH ne sont plus alignées. Le fait de pouvoir décaler légèrement les longueurs d'onde des WGM en jouant sur la position des tapers peut offrir un moyen d'accorder de nouveau les résonances l'une sur l'autre et ainsi améliorer la SHG.

### 5.4.3 Résonance de Fano

La position du taper modifie également le profil des résonances. La figure 5.22 montre que les deux résonances de part et d'autre de  $1530\ \text{nm}$  sont déformées par un déplacement du taper. On observe alors un profil dissymétrique caractéristique des résonances de Fano [121]. Un modèle simplifié, inspiré de [122], décrivant le couplage entre deux WGM via le taper va permettre la détermination de quelques grandeurs expérimentales.

Soient  $a_1$  et  $a_2$  les amplitudes complexes de deux modes orthogonaux, normalisées de façon à ce que le carré de leurs modules donne les énergies stockées et  $s_{in}$  l'amplitude du champ injecté dans le taper.  $\omega_1$  et  $\omega_2$  désignent les pulsations résonantes

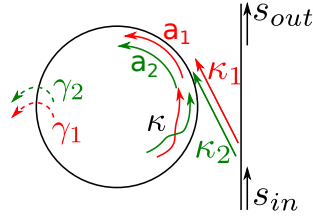


FIGURE 5.21 – Définition des notations décrivant le couplage entre les modes de galerie d'un microdisque et son guide d'accès.  $\kappa$  est le coefficient de couplage entre les modes permis par le taper,  $\kappa_1$  et  $\kappa_2$  sont les coefficients de couplage entre le guide d'accès et le résonateur.

des modes. Soient  $\kappa_1$ ,  $\kappa_2$  les constantes de couplage des modes avec le taper,  $\kappa$  le couplage des modes entre eux entraîné par le taper et  $\gamma_1$ ,  $\gamma_2$  les taux d'amortissement intrinsèques. La figure 5.21 rassemble les notations utilisées. Les équations couplées d'évolution du résonateur s'écrivent alors [123] :

$$\begin{cases} \frac{da_1}{dt} = -i\omega_1 a_1 - \frac{\gamma_1 + \kappa_1}{2} a_1 - \kappa a_2 - \sqrt{\kappa_1} s_{in} \\ \frac{da_2}{dt} = -i\omega_2 a_2 - \frac{\gamma_2 + \kappa_2}{2} a_2 - \kappa a_1 - \sqrt{\kappa_2} s_{in} \end{cases} \quad (5.26)$$

On prend  $s_{in} = S_0 e^{-i\omega t}$ , on cherche donc des solutions de la forme :

$$\begin{cases} a_1 = A_1 e^{-i\omega t} \\ a_2 = A_2 e^{-i\omega t} \end{cases} \quad (5.27)$$

On reporte ces expressions dans le système (5.26) puis on résout les équations permettant d'obtenir  $A_1$  et  $A_2$  :

$$\begin{cases} A_1 = \frac{\kappa\sqrt{\kappa_2} - D_2\sqrt{\kappa_1}}{D_1 D_2 - \kappa^2} S_0 \\ A_2 = \frac{\kappa\sqrt{\kappa_1} - D_1\sqrt{\kappa_2}}{D_1 D_2 - \kappa^2} S_0 \end{cases} \quad (5.28)$$

avec

$$D_k = \frac{\gamma_k + \kappa_k}{2} - i(\omega - \omega_k) \text{ pour } k = \{1, 2\} \quad (5.29)$$

L'amplitude du champ transmis à la sortie du taper,  $s_{out} = S_{out} e^{-i\omega t} = s_{in} + \sqrt{\kappa_1} a_1 + \sqrt{\kappa_2} a_2$  conduit à un taux de transmission :

$$T = \left| \frac{S_{out}}{S_0} \right|^2 = \left| 1 + \frac{2\kappa\sqrt{\kappa_1\kappa_2} - \kappa_1 D_2 - \kappa_2 D_1}{D_1 D_2 - \kappa^2} \right|^2 \quad (5.30)$$

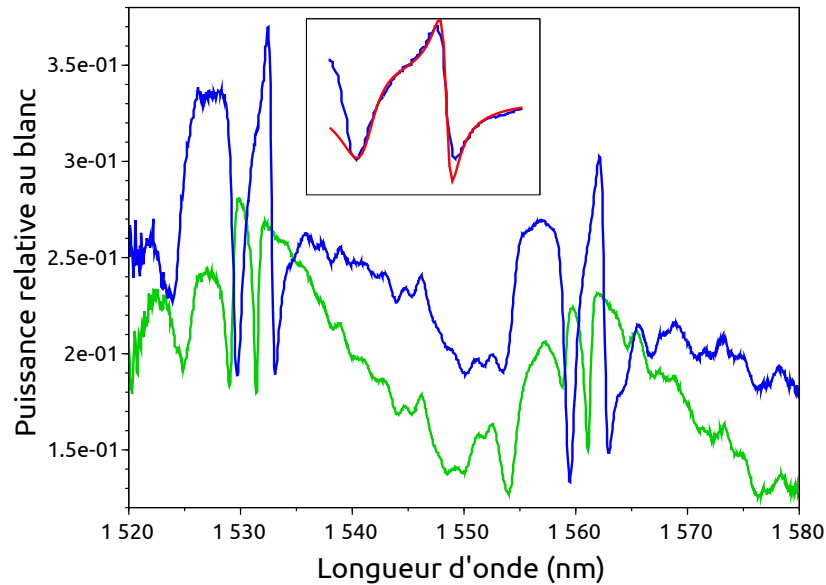


FIGURE 5.22 – Spectres de transmission enregistrés sur un disque de GaP sur GaP de rayon  $R = 6 \mu\text{m}$  et d'épaisseur  $e = 130 \text{ nm}$  en déplaçant légèrement le taper servant au couplage d'une acquisition à l'autre. Sur le spectre bleu, on observe un profil dissymétrique vers 1530 nm et 1560 nm caractéristique d'un profil de Fano. Encart : ajustement d'un modèle mathématique sur le spectre bleu autour de 1530 nm.

L'encart de la figure 5.22 présente un ajustement de ce modèle aux données expérimentales. Les paramètres issus de cette modélisation sont rassemblés dans le tableau ci-dessous et serviront au paragraphe suivant pour déterminer les facteurs  $Q$  de ces résonances.

$\lambda_1 = 1529.8 \text{ nm}$	$\lambda_2 = 1532.9 \text{ nm}$
$\kappa_1 = 1 \times 10^{12}$	$\kappa_2 = 3.4 \times 10^{11}$
$\gamma_1 = 8 \times 10^{10}$	$\gamma_2 = 3.3 \times 10^{10}$
$\kappa = 4.3 \times 10^{11}$	

#### 5.4.4 Facteur de qualité

On a vu que l'un des paramètres importants caractérisant un résonateur est son facteur de qualité  $Q$ , rapport entre l'énergie stockée et l'énergie perdue en une période.

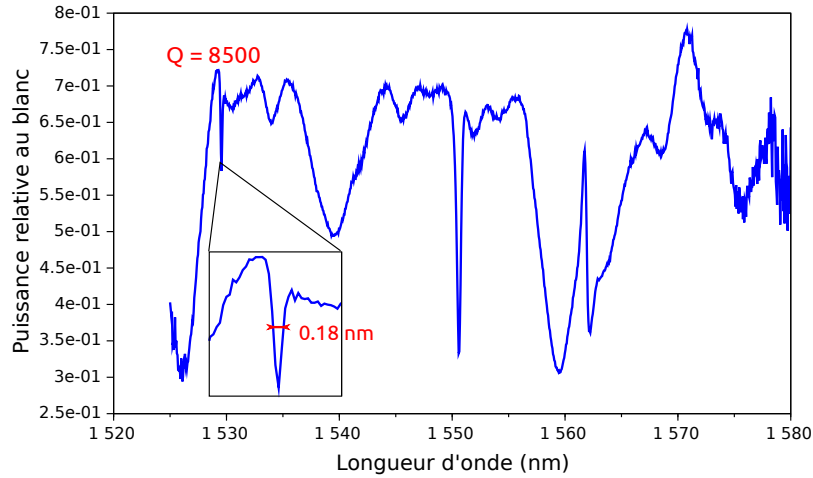


FIGURE 5.23 – Spectre de transmission d'un disque de GaP sur GaP de rayon  $4 \mu\text{m}$  et d'épaisseur  $130 \text{ nm}$ .

Il peut être déterminé sur les spectres de transmission par le rapport :

$$Q = \frac{\lambda_{res}}{FWHM} \quad (5.31)$$

où  $\lambda_{res}$  est la longueur d'onde de la résonance et  $FWHM$  la largeur à mi-hauteur du pic d'absorption.

### Facteur $Q$ des microdisques épitaxiés sur GaP

Le spectre de la figure 5.23 montre un exemple de détermination du facteur de qualité d'un microdisque épitaxié sur GaP fabriqué au laboratoire. Pour l'instant, les facteurs de qualité observés sont, comme sur cet exemple, de l'ordre de  $10^4$ , soit un ordre de grandeur inférieur à l'état de l'art [95]. Ces premiers résultats étaient pressentis au vu de la rugosité des échantillons fabriqués à l'heure actuelle. Comme nous l'avons vu au chapitre 2 le protocole de fabrication est toujours en cours d'optimisation.

Le modèle de Fano présenté dans le paragraphe précédent permet aussi de déterminer le facteur de qualité dans le cas de profils dissymétriques. Pour l'exemple de la figure 5.22, en utilisant  $Q_i = \omega_i \tau_i$  où  $\tau_i = (\gamma_i + \kappa_i)^{-1}$  est le temps caractéristique d'amortissement, on obtient

$\lambda_1 = 1529.8 \text{ nm}$	$\lambda_2 = 1532.9 \text{ nm}$
$Q_1 = 1.1 \times 10^3$	$Q_2 = 3.3 \times 10^3$

### Facteur $Q$ des microdisques épitaxiés sur Si

Le spectre de la figure 5.24 permet de déterminer le facteur de qualité d'un microdisque de GaP sur Si, on trouve ici  $Q = 1.3 \times 10^3$  qui est l'ordre de grandeur pour tous nos microdisques obtenus par hétéroépitaxie sur Si. Là encore, cette valeur peut s'expliquer par la rugosité des microdisques fabriqués mais également par de possibles dislocations à l'intérieur de la couche de GaP du fait de l'épaisseur de GaP déposée lors de cette première série, supérieure à l'épaisseur critique de GaP/Si. Bien que modestes, ces facteurs de qualité constituent tout de même, à notre connaissance, la première caractérisation optique de microdisques de GaP intégrés sur silicium.

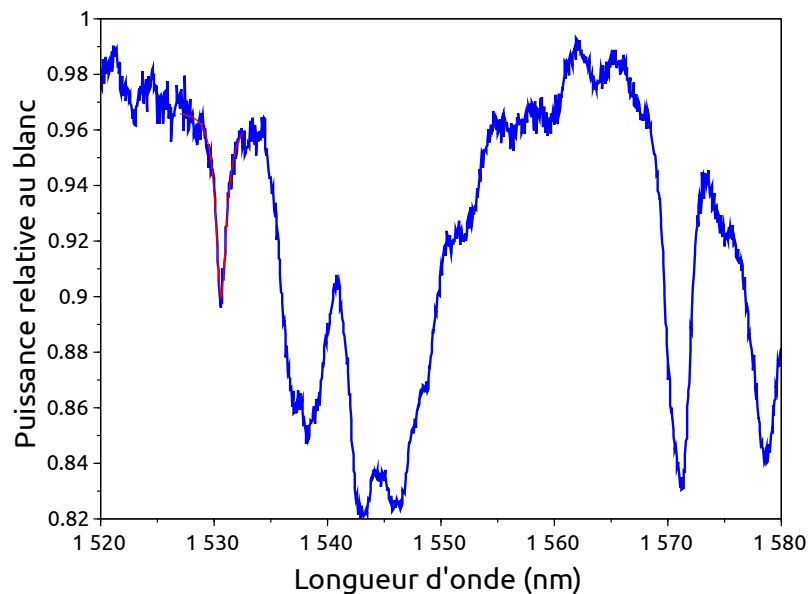


FIGURE 5.24 – Spectre de transmission enregistré sur un disque de GaP sur Si de rayon  $4 \mu\text{m}$  et d'épaisseur  $350 \text{ nm}$ . La résonance vers  $1530 \text{ nm}$  a un facteur de qualité de 1300.



## 5.5 Expérience préliminaire de SHG

Afin de valider le montage d'étude de la SHG, une première expérience a été menée bien que les microdisques actuellement disponibles ne possèdent pas encore les dimensions requises ni des facteurs de qualité suffisants. La figure 5.25 présente l'expérience. Un générateur de « mots » de 64 bits est utilisé pour transformer une source laser continue accordable autour de 1550 nm en une série d'impulsions de 50 ps avec une fréquence de 160 MHz. Les impulsions sont ensuite amplifiées par un amplificateur erbium de puissance de sortie maximale 27 dBm. Afin de discriminer le faible signal de SH susceptible d'arriver sur la photodiode, la pompe est modulée par un modulateur acousto-optique dont le signal de commande sert de référence à une détection synchrone.

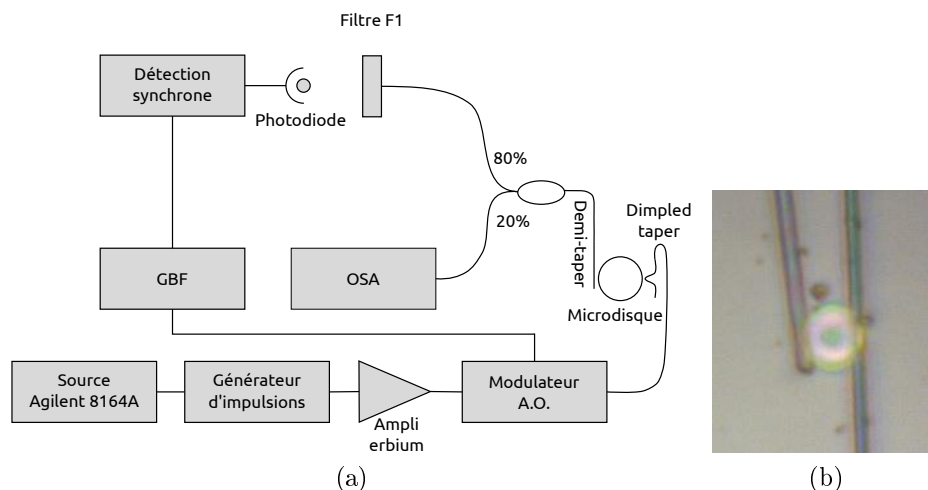


FIGURE 5.25 – (a) Schéma du montage permettant l'étude de la SHG dans un microdisque de GaP. Filtre F1 : Filtre coupant les longueurs d'onde supérieures à 1250 nm. (b) Photo des tapers et du microdisque de GaP sur GaP de rayon  $2.5 \mu\text{m}$ .

La figure 5.26 (a) montre le spectre enregistré dans la gamme de longueurs d'onde où est attendue la SH lorsque la source impulsionnelle est injectée dans le microdisque. Un pic apparaît à 776.8 nm mais cette valeur ne correspond pas à la moitié de la longueur d'onde de pompe  $\lambda_f = 1548 \text{ nm}$ . Un phénomène non linéaire se produit bien mais il semble que ce soit plutôt un mélange à trois ondes entre le pic laser et le fond continu de l'erbium émis par l'amplificateur. Il serait intéressant de pouvoir enregistrer un spectre de transmission tel que celui de la figure 5.16 dans la gamme de longueurs d'onde de la SH sans avoir à débrancher la pompe de façon à pouvoir

caractériser le microdisque en cours d'expérience de SHG. Cela permettrait de se rendre compte si le signal non linéaire se trouve, ou non, dans une résonance. Pour ce faire, un coupleur pourra être ajouté à l'entrée du dimpled taper.

La figure 5.26 b) présente l'évolution du signal détecté par la détection synchrone en fonction de la puissance de pompe  $P_{in}$ . La pente de la droite obtenue en coordonnées log-log est égale à 4. D'après (1.15), on attend plutôt une dépendance quadratique dans le cadre de la SHG. Ceci confirme, que cette première démonstration de fonctionnement du banc d'étude n'est pas du doublage de fréquence mais un autre phénomène non linéaire. Concernant la variation en  $P_{in}^4$ , l'indication de la puissance donnée par l'amplificateur n'est pas la puissance réellement injectée dans le mode de galerie. Il est pour le moment impossible de connaître la dépendance du signal de sortie en fonction de la puissance fondamentale. Cependant, la preuve est faite que le banc est opérationnel.

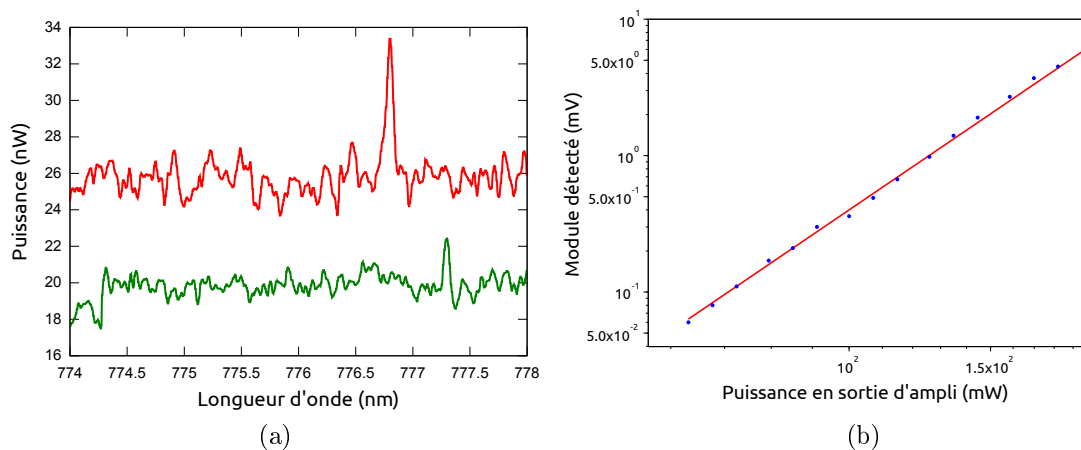


FIGURE 5.26 – a) Spectre aux longueurs d'onde où est attendue la SH. Le spectre rouge a été enregistré pour un longueur d'onde fondamentale  $\lambda_f = 1548$  nm, le vert pour  $\lambda_f = 1549$  nm. b) Module détecté par la détection synchrone en fonction de la puissance en sortie d'amplificateur erbium  $P_{in}$ . La droite représente une fonction proportionnelle à  $P_{in}^4$ .

## Conclusion

La caractérisation optique des microdisques a nécessité la conception et la réalisation d'un banc spécifique. Le couplage y est assuré par ondes évanescentes au moyen

de fibres effilées, communément appelées tapers, dont la fabrication a également été mise au point pendant cette thèse.

Les préliminaires expérimentaux à la SHG consistent en premier lieu à réaliser les spectres de transmission de nos microdisques, on utilise pour cela des tapers droits ou, mieux, des dimpled tapers qui permettent d'utiliser des matrices de microdisques sans avoir à les cliver en barrette. Dans un second temps, des spectres de transmission sur le port drop ont été réalisés à l'aide de demi-tapers. Par la suite, lors des expériences de SHG, le dimpled taper servira au pompage tandis que le demi-taper servira à recueillir le signal de SH. Disposer ainsi de deux guides d'accès permet d'optimiser indépendamment les couplages aux deux longueurs d'onde du fondamental et de la SH.

Les premiers spectres de transmission ont permis de vérifier que les longueurs d'onde résonantes sont proches des longueurs d'onde théoriques calculées par la méthode pseudo-analytique vue au chapitre 2. Des écarts sont cependant observés et pour les futures expériences de SHG il apparaît nécessaire d'anticiper ces désaccords en fabriquant des séries de microdisques dont les rayons balaient finement une gamme encadrant les valeurs prévues théoriquement.

Le couplage joue un rôle important dans la position des résonances ce qui peut servir de paramètre d'ajustement pour obtenir la condition de double résonance lors de la SHG. On observe également que le taper déforme certaines résonances qui adoptent alors un profil de Fano, signe que certains modes de galerie normalement orthogonaux entre eux peuvent être couplés via le guide d'accès.

Une modélisation des profils de Fano sur les spectres de transmission permet de déterminer les facteurs de qualité des premières séries de microdisques. Ceux produits sur substrats GaP présentent un facteur  $Q$  de l'ordre de  $10^4$  soit un ordre de grandeur inférieur à l'état de l'art. Sur substrat silicium, le facteur  $Q$  est de l'ordre de  $10^3$  alors que les microdisques présentent des rugosité similaires, des problèmes liés à l'hétéroépitaxie semblent donc malheureusement responsables de leur mauvaise qualité optique.

Enfin, une première tentative d'expérience de SHG montre que le banc est opérationnel.

# Conclusion

L'objectif de ce travail de thèse était d'étudier les voies d'optimisation possibles de la SHG pour l'optique intégrée sur silicium à partir d'un fondamental dans la bande télécom autour de 1550 nm. Un aperçu de l'état de l'art a montré que les microdisques de GaP avaient des atouts à faire valoir grâce, (i) au possible recours à l'accord de phase par symétrie  $\bar{4}$  offert par leur symétrie cristalline, (ii) à leur large fenêtre de transparence limitant l'absorption de la SH et l'absorption à deux photons du fondamental et (iii) à leur possible intégration monolithique sur Si. C'est donc aux microdisques de GaP et microdisques de GaP sur Si qu'est consacré ce manuscrit.

Le recensement des réalisations expérimentales de SHG dans les microdisques à base de semiconducteurs III-V a montré que toutes font appel à une combinaison de deux types d'accord de phase. Une méthode de détermination pseudo-analytique des modes de galerie des microdisques a montré que l'accord de phase par symétrie  $\bar{4}$  ne permet effectivement pas, à lui seul, de compenser l'écart entre les constantes de propagation du fondamental et de la SH. Il doit être associé à de l'accord par biréfringence de forme (technique n° 1) ou de l'accord modal (technique n° 2). A facteur de qualité donné, l'accord par biréfringence de forme est théoriquement celui qui conduit aux meilleures efficacités de conversion ; il n'a pas été démontré expérimentalement à ce jour. Il nécessite en revanche l'utilisation de disques peu épais et donc très sensibles aux défauts de surface responsables de facteurs  $Q$  intrinsèques moins bons. L'accord modal permet quant à lui des épaisseurs supérieures mais le recouvrement des modes fondamental et de SH n'est alors pas optimal ce qui entraîne des efficacités de conversion moindres. L'une des perspectives de ce travail de thèse est donc la réalisation de microdisques fins de facteurs  $Q$  supérieur à  $10^4$  qui nous permettront de démontrer expérimentalement une SHG au delà de l'état de l'art grâce à l'accord de phase par biréfringence.

En dehors de ces techniques connues, l'étude de l'influence de certains défauts

de cristallisation lors de l'hétéroépitaxie de GaP sur Si a ouvert la voie vers deux nouvelles techniques d'accord de phase. La première est basée sur la modulation aléatoire de la susceptibilité d'ordre deux (technique n° 3), la seconde sur l'accord modal entre modes de nombres planaires de parités différentes (technique n° 4). La technique n° 3 permet d'atteindre des efficacités de conversion de l'ordre de celles permises par la technique n° 2, elle semble cependant moins sujette aux aléas liés à la fabrication, un écart de rayon ou d'épaisseur pouvant simplement recourir à une composante de Fourier différente dans l'espace des nombres azimutaux. La technique n° 4 mise sur l'optimisation du recouvrement de modes qui par nature ne peuvent pas générer de SH. En brisant la symétrie par réflexion selon le plan médian du microdisque, les APD conduisent à une SHG pratiquement aussi efficace que celle attendue pour la technique n° 1.

D'un point de vue expérimental, deux bancs de caractérisation ont été développés. Le premier sert à la fabrication des tapers et dimpled tapers indispensables aux caractérisations optiques de nos microdisques. Les guides obtenus présentent des taux de transmission allant de 70 à 90%, ces fluctuations étant dues à l'absence de contrôle de la flamme. Le prochain remplacement du mini-chalumeau par une céramique chauffante devrait permettre une meilleure reproductibilité. Le second banc permet la caractérisation optique des microdisques et l'étude de la SHG. Il a permis la première mesure de facteurs de qualité de microdisques de GaP sur Si. Les méthodes de fabrication des microdisques épitaxiés sur GaP et sur silicium ont été développées en parallèle de ce travail de thèse et sont toujours en cours d'optimisation. Les facteurs de qualité record obtenus sur les microdisques fabriqués au laboratoire sont pour le moment  $10^4$  sur GaP et  $10^3$  sur Si.

A l'avenir, l'étude de l'influence des APD pourrait être étendue à la somme de fréquence. D'un point de vue expérimental, les perspectives de ce travail de thèse sont bien sûr, en premier lieu, les expériences de SHG dans des microdisques de GaP/Si dès que les échantillons nécessaires seront disponibles. Des expériences de fluorescence paramétrique dans la bande C télécom pourraient ensuite être envisagées. En combinant les deux voies de recherche du laboratoire (sources intégrées sur silicium, optique non linéaire dans des résonateurs), il serait par la suite possible de mettre en œuvre des phénomènes non linéaires d'ordre deux dans des microdisques intégrant la source, tel que proposé par Andronico *et al.* [124]

# Annexe A

## Etablissement de l'équation de Helmholtz

### A.1 En l'absence de phénomènes non linéaires

En l'absence de polarisation non-linéaire, l'équation de Maxwell-Ampère reportée dans le rotationnel de l'équation de Maxwell-Faraday conduit à :

$$\vec{\text{grad}}(\text{div}\vec{E}) - \Delta\vec{E} = -\frac{n^2}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \quad (\text{A.1})$$

En utilisant l'équation de Maxwell-Gauss dans les milieux  $\text{div}\vec{D} = \rho$  (le disque n'est pas chargé donc  $\rho = 0$ ) dans laquelle on remplace  $\vec{D}$  par  $\varepsilon_0\varepsilon_r\vec{E}$  et en utilisant  $\text{div}(\alpha\vec{A}) = \alpha\text{div}\vec{A} + \vec{\text{grad}}(\alpha)\cdot\vec{A}$  on arrive à :

$$\Delta\vec{E} - \frac{n^2}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = -\vec{\text{grad}}\left(\frac{1}{\varepsilon_r}\vec{\text{grad}}(\varepsilon_r)\cdot\vec{E}\right) \quad (\text{A.2})$$

Le disque étant homogène, l'équation se simplifie et donne l'équation de Helmholtz pour  $\vec{E}$ . (On peut faire la même démonstration pour  $\vec{H}$ .)

$$\Delta\vec{E} - \frac{n^2}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \vec{0} \quad (\text{A.3})$$

où  $c$  est la célérité de la lumière dans le vide.

Pour un champ dont la dépendance temporelle est de la forme  $e^{i\omega t}$  et en posant  $k_0^\omega = \omega/c$ , l'équation s'écrit :

$$\Delta\vec{E} + (k_0^\omega)^2 n^2 \vec{E} = \vec{0} \quad (\text{A.4})$$

## A.2 En présence d'une polarisation non linéaire

On s'intéresse maintenant à la génération de seconde harmonique. Si on ajoute le terme de polarisation non-linéaire ( $\vec{P}^{NL}$ ) aux équations de Maxwell, l'équation A.1 vérifiée par le champ électrique de la seconde harmonique, de pulsation  $2\omega$ , devient :

$$\vec{grad} \left( \text{div}(\vec{E}^{2\omega}) \right) - \Delta \vec{E}^{2\omega} = -\mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E}^{2\omega} + \vec{P}^{NL}) \quad (\text{A.5})$$

Cette fois-ci, l'excitation électrique comporte un terme supplémentaire dû à la polarisation non linéaire :

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E}^{2\omega} + \vec{P}^{NL} \quad (\text{A.6})$$

de sorte qu'en tenant compte du fait que  $\varepsilon_r$  soit homogène :

$$\text{div} \vec{E}^{2\omega} = \frac{-1}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} \text{div} \left( \vec{P}^{NL} \right) \quad (\text{A.7})$$

et donc :

$$\vec{grad} \left( \text{div} \left( \vec{E}^{2\omega} \right) \right) = \frac{-1}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} \vec{grad} \left( \text{div} \left( \vec{P}^{NL} \right) \right) - \frac{1}{\varepsilon_0} \vec{grad} \left( \frac{1}{\varepsilon_r} \right) \text{div} \left( \vec{P}^{NL} \right) \quad (\text{A.8})$$

De nouveau, on peut utiliser le fait que  $\varepsilon_r$  soit homogène pour éliminer le deuxième terme si bien que l'équation A.5 devient :

$$\frac{-1}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} \vec{grad} \left( \text{div} \left( \vec{P}^{NL} \right) \right) - \Delta \vec{E}^{2\omega} = -\mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E}^{2\omega} + \vec{P}^{NL}) \quad (\text{A.9})$$

Or on peut montrer (voir Eq. 10 [18])

$$\vec{grad} \left( \text{div} \left( \vec{E}^{2\omega} \right) \right) \cdot \vec{u}_z = \frac{4(k_0^\omega)^2 (n^2 - n_{ef}^2)}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} P_z^{NL} \quad (\text{A.10})$$

où  $(k_0^\omega)^2 (n^2 - n_{ef}^2) = q_\omega^2$  est la constante de propagation effective selon la direction  $z$ . Pour les champs bien confinés verticalement,  $q_\omega$  est faible et ce terme peut être négligé devant  $\Delta \vec{E}^{2\omega}$ . Finalement, l'équation de Helmholtz dans les milieux non linéaires s'écrit :

$$\Delta \vec{E}^{2\omega} - \mu_0 \varepsilon \frac{\partial^2 \vec{E}^{2\omega}}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{P}^{NL}}{\partial t^2} \quad (\text{A.11})$$

## Annexe B

# Tenseur de susceptibilité en notation contractée

Lorsqu'un matériau est soumis à des champs électriques incidents de pulsations  $\omega_1$  et  $\omega_2$ , la polarisation non linéaire d'ordre deux induite est calculée à l'aide du tenseur de susceptibilité non linéaire d'ordre deux selon l'expression :

$$\vec{P}_{\omega_3}^{NL}(z, t) = \varepsilon_0 \underline{\underline{\chi}}^{(2)} : \vec{E}_{\omega_1}(z, t) \vec{E}_{\omega_2}(z, t) \quad (\text{B.1})$$

De manière générale, le tenseur  $\underline{\underline{\chi}}^{(2)}$  possède  $3^3 = 27$  termes. Cependant, dans le cas de la SHG, les fréquences des champs électriques incidents sont identiques, le tenseur  $\chi_{ijk}^{(2)}$  est donc invariant par permutation de deux indices et se réduit à 18 composantes. On introduit alors une notation contractée pour le tenseur de susceptibilité non linéaire. Les deux derniers indices,  $j, k$  sont réduits à un seul  $\ell$  selon la convention suivante :

$j, k$	11	22	33	23,32	31,13	12,21
$\ell$	1	2	3	4	5	6

De plus, on pose :

$$d_{i\ell} = \frac{1}{2} \chi_{i\ell}^{(2)} \quad (\text{B.2})$$

Dans le cas de la SHG, la polarisation non linéaire s'écrit donc :

$$\begin{bmatrix} P_x^{NL} \\ P_y^{NL} \\ P_z^{NL} \end{bmatrix} = \varepsilon_0 \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} & d_{14} & d_{15} & d_{16} \\ d_{16} & d_{22} & d_{23} & d_{24} & d_{14} & d_{12} \\ d_{15} & d_{14} & d_{33} & d_{23} & d_{13} & d_{14} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x^2(\omega) \\ E_y^2(\omega) \\ E_z^2(\omega) \\ 2E_y(\omega)E_z(\omega) \\ 2E_x(\omega)E_z(\omega) \\ 2E_x(\omega)E_y(\omega) \end{bmatrix} \quad (\text{B.3})$$



et chacune de ses composantes prend la forme suivante :

$$P_i^{NL} = \varepsilon_0 d_{eff} E^2(\omega) \quad (\text{B.4})$$

où  $d_{eff}$  est le *coefficient non linéaire effectif*, exprimé en fonction des  $d_{il}$  pondérés par les facteurs de projection de  $\vec{E}(\omega)$  sur les axes principaux du matériau.

# Annexe C

## Relations universelles décrivant le couplage entre un résonateur et son guide d'accès

### C.1 Définition du problème

Suivant [101], avec les notations définies Fig. C.1, le couplage entre la fibre optique effilée servant de guide d'accès et le microrésonateur s'écrit :

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t & \kappa \\ -\kappa^* & t^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} \quad (\text{C.1})$$

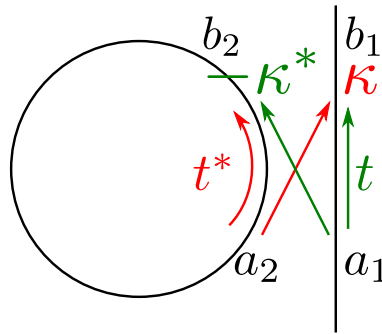


FIGURE C.1 – Définition des notations permettant de décrire le couplage entre le microdisque et le guide d'accès.  $t$  est le coefficient de transmission du guide d'accès,  $\kappa$  le coefficient de couplage. Les autres lettres désignent les amplitudes complexes du mode, normalisées de façon à ce que la puissance modale soit donnée par le carré de leurs modules.

En notant  $\alpha$  le coefficient de transmission sur un tour (qui tient compte des pertes due à l'absorption, à la diffraction engendrée par la rugosité et celle liée à la courbure)

et  $\varphi$  le déphasage accumulé en un tour, on a :

$$a_2 = b_2 \alpha e^{i\varphi} \quad (\text{C.2})$$

On en déduit :

$$b_2 (1 - t^* \alpha e^{i\varphi}) = -\kappa^* a_1 \quad (\text{C.3})$$

$$a_2 (t^* - \alpha^{-1} e^{-i\varphi}) = \kappa^* a_1 \quad (\text{C.4})$$

## C.2 Puissance transmise

En reportant l'expression de  $a_2$  tirée de (C.4) dans celle de  $b_1$  tirée de (C.1), on obtient :

$$b_1 = ta_1 - \kappa \frac{\kappa^* a_1}{-t^* + \alpha^{-1} e^{-i\varphi}} = \frac{-\alpha |t|^2 - \alpha |\kappa|^2 + t e^{-i\varphi}}{-\alpha t^* + e^{-i\varphi}} \quad (\text{C.5})$$

d'où finalement :

$$b_1 = \frac{-\alpha + t e^{-i\varphi}}{-\alpha t^* + e^{-i\varphi}} a_1 \quad (\text{C.6})$$

En posant  $t = |t| e^{-i\phi}$ , où  $\phi$  est le déphasage introduit par le couplage, la puissance transmise s'écrit :

$$|b_1|^2 = |a_1|^2 \frac{(-\alpha + |t| \cos(\varphi + \phi))^2 + (|t| \sin(\varphi + \phi))^2}{(-\alpha |t| \cos \phi + \cos \varphi)^2 + (-\alpha |t| \sin \phi - \sin \varphi)^2} \quad (\text{C.7})$$

Finalement :

$$|b_1|^2 = |a_1|^2 \frac{\alpha^2 - 2\alpha |t| \cos(\varphi + \phi) + |t|^2}{\alpha^2 |t|^2 + 1 - 2\alpha |t| \cos(\varphi + \phi)} \quad (\text{C.8})$$

## C.3 Puissance circulant dans le résonateur

En reportant l'expression de  $b_2$  tirée de (C.3) dans (C.2), on obtient :

$$a_2 = \frac{-\kappa^*}{1 - t^* \alpha e^{i\varphi}} \alpha e^{i\varphi} a_1 \quad (\text{C.9})$$

La puissance en sortie de résonateur est donc :

$$|a_2|^2 = |a_1|^2 \frac{|\alpha \kappa^*|^2}{|e^{-i\varphi} - \alpha t^*|^2} = |a_1|^2 \frac{\alpha^2 |\kappa|^2}{(\cos \varphi - \alpha |t| \cos \phi)^2 + (-\sin \varphi - \alpha |t| \sin \phi)^2} \quad (\text{C.10})$$

Finalement :

$$|a_2|^2 = |a_1|^2 \frac{\alpha^2 (1 - |t|^2)}{1 - 2\alpha |t| \cos(\varphi + \phi) + \alpha^2 |t|^2} \quad (\text{C.11})$$

## C.4 Expression de la finesse

La finesse d'un résonateur est définie par le rapport entre l'intervalle spectral libre,  $\delta\omega_{ISL}$  et la largeur à mi-hauteur de la résonance  $\Delta\omega_{FWHM}$  :

$$\mathcal{F} = \frac{\delta\omega_{ISL}}{\Delta\omega_{FWHM}} \quad (\text{C.12})$$

Dans un microdisque de rayon  $R$ , l'intervalle spectrale libre en pulsation s'écrit :

$$\delta\omega_{ISL} = 2\pi \frac{c}{2\pi n_{ef} R} \quad (\text{C.13})$$

où  $n_{ef}$  est l'indice de réfraction effectif du matériau.

Il reste à exprimer la largeur à mi-hauteur de la résonance. Pour cela, dans cette section, on suppose que le couplage n'introduit aucun déphasage, c'est à dire que  $\phi = 0$ . En outre, le déphasage accumulé sur un tour dans le résonateur s'exprime à l'aide de la constante de propagation effective  $\beta = \frac{2\pi n_{ef}}{\lambda}$  sous la forme  $\varphi = 2\pi\beta R$ . On en déduit :

$$\varphi = \frac{2\pi n_{ef} R \omega}{c} \quad (\text{C.14})$$

La puissance circulant dans le résonateur  $|a_2|^2$  est maximale quand le dénominateur de l'expression (C.11) est minimal donc quand le déphasage  $\varphi_{max}$  est tel que  $\cos \varphi_{max} = 0$ . La moitié de la puissance maximale circulant est obtenue pour le déphasage  $\varphi_{1/2}$  tel que :

$$\frac{\alpha^2(1 - |t|^2)}{1 - 2\alpha|t| \cos \varphi_{1/2} + \alpha^2|t|^2} = \frac{1}{2} \frac{\alpha^2(1 - |t|^2)}{1 - 2\alpha|t| + \alpha^2|t|^2} \quad (\text{C.15})$$

donc en identifiant les dénominateurs :

$$\cos \varphi_{1/2} = \frac{-1}{2\alpha|t|} (1 - \alpha|t|)^2 + 1 \quad (\text{C.16})$$

En supposant que le matériau est peu absorbant ( $\alpha \approx 1$ ) et que le couplage est faible  $|t| \approx 1$ , il vient  $\cos \varphi_{1/2} \approx 1$ , le déphasage est donc petit et un développement limité en  $\varphi_{1/2}$  identifié à l'expression (C.16) conduit à :

$$\varphi_{1/2} = \pm \frac{1 - \alpha|t|}{\sqrt{\alpha|t|}} \quad (\text{C.17})$$

Finalement, la largeur à mi-hauteur exprimée en déphasage est :

$$\Delta\varphi_{FWHM} = 2 \times \frac{1 - \alpha|t|}{\sqrt{\alpha|t|}} \quad (\text{C.18})$$

et d'après (C.14) :

$$\Delta\omega_{FWHM} = \frac{2c}{2\pi n_{ef}R} \frac{1 - \alpha|t|}{\sqrt{\alpha|t|}} \quad (\text{C.19})$$

Le rapport de (C.13) et (C.19) conduit à l'expression de la finesse :

$$\mathcal{F} = \pi \frac{\sqrt{\alpha|t|}}{1 - \alpha|t|} \quad (\text{C.20})$$

## C.5 Facteur de qualité

Le facteur de qualité est le rapport entre la fréquence de résonance  $\omega_0$  et la largeur à mi-hauteur  $\Delta\omega_{FWHM}$  donc :

$$Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega_{FWHM}} = \mathcal{F} \frac{\omega_0}{\delta\omega_{ISL}} \quad (\text{C.21})$$

Par définition, le nombre azimutal  $m$  d'un mode de galerie correspond au nombre de longueurs d'onde sur un tour d'où :

$$m \approx \frac{2\pi n_{ef}R}{\lambda} \quad (\text{C.22})$$

où  $\lambda$  la longueur d'onde dans le vide du mode. D'après (C.13) on donc :

$$Q = m\mathcal{F} \quad (\text{C.23})$$

d'où

$$Q = \pi m \frac{\sqrt{\alpha|t|}}{1 - \alpha|t|} \quad (\text{C.24})$$

Lorsqu'il n'y a pas d'atténuation ( $\alpha = 1$ ), le facteur de qualité est simplement limité par le couplage, on définit alors le facteur de qualité lié au couplage par :

$$Q^{cpl} = \pi m \frac{\sqrt{|t|}}{1 - |t|} \quad (\text{C.25})$$

Au contraire, s'il n'y a pas de perte au niveau du couplage ( $|t| = 1$ ), on définit le facteur de qualité intrinsèque, lié à l'atténuation :

$$Q^{int} = \pi m \frac{\sqrt{\alpha}}{1 - \alpha} \quad (\text{C.26})$$

Calculons  $\frac{1}{Q^{int}} + \frac{1}{Q^{cpl}}$

$$\frac{1}{Q^{int}} + \frac{1}{Q^{cpl}} = \frac{1 - \alpha}{\pi m \sqrt{\alpha}} + \frac{1 - |t|}{\pi m \sqrt{|t|}} = \frac{\sqrt{|t|} - \alpha\sqrt{|t|} + \sqrt{\alpha} - |t|\sqrt{\alpha}}{\pi m \sqrt{\alpha|t|}} \quad (\text{C.27})$$

On suppose :

- que le matériau est peu absorbant et on pose  $\alpha = 1 - \varepsilon$  (avec  $\varepsilon \approx 0$ )
- que le couplage est faible de sorte que  $\kappa \approx 0$ .

En utilisant le développement limité à l'ordre 1 de la racine carré, le numérateur vaut alors :

$$1 - \frac{1}{2}\kappa - (1 - \varepsilon)(1 - \frac{1}{2}\kappa) + (1 - \frac{1}{2}\kappa) - (1 - \kappa)(1 - \frac{1}{2}\varepsilon) = \varepsilon + \kappa - \varepsilon\kappa \quad (\text{C.28})$$

or

$$1 - \alpha|t| = 1 - (1 - \varepsilon)(1 - \kappa) = \kappa + \varepsilon - \varepsilon\kappa \quad (\text{C.29})$$

On en déduit :

$$\frac{1}{Q^{int}} + \frac{1}{Q^{cpl}} = \frac{1 - \alpha|t|}{\pi m \sqrt{\alpha|t|}} = \frac{1}{Q} \quad (\text{C.30})$$

Le facteur de qualité global peut être décomposé sous forme d'un facteur de qualité intrinsèque  $Q^{int}$  et de couplage  $Q^{cpl}$ .

## C.6 Couplage critique

Dans le cas des modes résonants, où  $\varphi + \phi$  est un nombre entier de fois  $2\pi$ , les expressions (C.8) et (C.11) se simplifient en :

$$|b_1|^2 = \frac{(\alpha - |t|)^2}{(1 - \alpha|t|)^2} |a_1^2| \quad (\text{C.31})$$

et

$$|a_2|^2 = \frac{\alpha^2(1 - |t|^2)}{(1 - \alpha|t|)^2} |a_1^2| \quad (\text{C.32})$$

La figure C.2 montre le taux de transmission en fonction du coefficient de transmission sur un tour  $\alpha$  pour différents coefficients de transmission  $t$ . On voit que si  $\alpha = |t|$  alors  $|b_1|^2 = 0$ , c'est à dire que dans le cas du *couplage critique*, lorsque les pertes au sein du résonateur sont compensées par l'injection due au couplage, la puissance transmise est nulle. On voit également que lorsque le taux de couplage est faible (ie.  $t$  proche de 1), la puissance transmise est importante pour une large plage de  $\alpha$ , elle ne devient faible que lorsqu'on s'approche du couplage critique.

La figure C.3 montre le taux d'énergie emmagasinée dans le microrésonateur en fonction du coefficient de transmission sur un tour  $\alpha$  pour différents coefficients de transmission  $t$ . Sans surprise, on voit que l'énergie emmagasinée est d'autant plus grande que le coefficient de transmission sur un tour est proche de 1. Elle est aussi

d'autant plus élevée que le taux de couplage est grand ( $t$  petit) sauf lorsqu'on s'approche de  $\alpha = 1$  où elle augmente avec  $t$ .

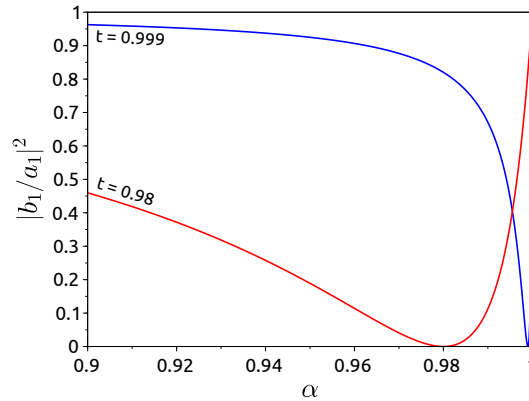


FIGURE C.2 – Puissance transmise à la résonance en fonction du coefficient d'atténuation  $\alpha$  pour différents coefficients de transmission  $t$ . Au couplage critique, lorsque  $\alpha = t$  la puissance transmise est nulle.

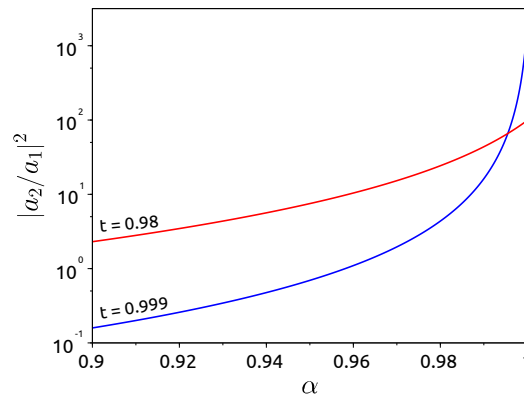


FIGURE C.3 – Puissance circulant dans le microrésonateur en fonction du coefficient d'atténuation  $\alpha$  pour différents coefficients de transmission  $t$ .

## C.7 Approximation dans le cas $\alpha \approx t \approx 1$

On se place dans le cas d'un couplage critique et on pose  $\alpha = t = x$ . On suppose en outre que le facteur de qualité  $Q$  est grand et donc que  $\alpha$  et  $t$  sont proches de 1.

Soit

$$A = \frac{x^2(1-x^2)}{(1-x^2)^2} = \frac{x^2}{1-x^2} \quad (\text{C.33})$$

D'après (B.20)

$$Q = \pi m \frac{x}{1-x^2} \quad (\text{C.34})$$

on pose

$$B = \frac{Q}{\pi m} = \frac{x}{1-x^2} \quad (\text{C.35})$$

d'où

$$Bx^2 + x - B = 0 \quad (\text{C.36})$$

Le discriminant du trinôme s'écrit

$$\Delta = 1 + 4B^2 = 4B^2 \left(1 + \frac{1}{4B^2}\right) \quad (\text{C.37})$$

d'où

$$\sqrt{\Delta} = 2B \left(1 + \frac{1}{8B^2} + o\left(\frac{1}{B^2}\right)\right) \quad (\text{C.38})$$

et donc

$$x = \frac{-1 + \sqrt{\Delta}}{2B} = 1 - \frac{1}{2B} + \frac{1}{8B^2} + o\left(\frac{1}{B^2}\right) \quad (\text{C.39})$$

On en déduit

$$x^2 = 1 - \frac{1}{B} + \frac{1}{2B^2} + o\left(\frac{1}{B^2}\right) \quad (\text{C.40})$$

et

$$1 - x^2 = \frac{1}{B} \left[1 - \frac{1}{2B} + o\left(\frac{1}{B}\right)\right] \quad (\text{C.41})$$

D'après (C.33) et (C.35) :

$$A = B^2(1-x^2) \quad (\text{C.42})$$

d'où

$$A = \frac{-1}{2} + B + o\left(\frac{1}{B^0}\right) \quad (\text{C.43})$$

**Remarque** : Le même développement limité conduit à une relation simplifiée entre la puissance circulant dans le résonateur  $|a_2|^2$  et la puissance en entrée de guide  $|a_1|^2$ . En effet dans le cas du couplage critique :

$$|a_2|^2 = |a_1|^2 \frac{x^2(1-x^2)}{(1-x^2)^2} \quad (\text{C.44})$$



donc

$$|a_2|^2 = |a_1|^2 A^2 \tag{C.45}$$

$$= |a_1|^2 \left( -\frac{1}{2} + B + o\left(\frac{1}{B^0}\right) \right) \tag{C.46}$$

On en déduit d'après (C.35) :

$$|a_2|^2 \propto \frac{Q}{m} |a_1|^2 \tag{C.47}$$

## Annexe D

# Composantes des modes hybrides HE et EH dans les fibres

Les composantes données ci-dessous sont tirées de [\[93\]](#).

Comp.	Coeur	Gaine	$\phi$
$\mathfrak{E}_r$	$-\frac{a_1 J_{m-1}(Ur/R) + a_2 J_{m+1}(Ur/R)}{J_m(U)}$	$-\frac{U}{W} \frac{a_1 K_{m-1}(Wr/R) - a_2 K_{m+1}(Wr/R)}{K_m(W)}$	$f_m(\phi)$
$\mathfrak{E}_\phi$	$-\frac{a_1 J_{m-1}(Ur/R) - a_2 J_{m+1}(Ur/R)}{J_m(U)}$	$-\frac{U}{W} \frac{a_1 K_{m-1}(Wr/R) + a_2 K_{m+1}(Wr/R)}{K_m(W)}$	$g_m(\phi)$
$\mathfrak{E}_z$	$-\frac{i}{\beta R} \frac{U}{J_m(U)} \frac{J_m(Ur/R)}{J_m(U)}$	$-\frac{i}{\beta R} \frac{U}{K_m(W)} \frac{K_m(Wr/R)}{K_m(W)}$	$f_m(\phi)$
$\mathfrak{H}_r$	$\sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \frac{n_c^2}{n_{ef}} \frac{a_3 J_{m-1}(Ur/R) - a_4 J_{m+1}(Ur/R)}{J_m(U)}$	$\sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \frac{n_c^2}{n_{ef}} \frac{U}{W} \frac{a_5 K_{m-1}(Wr/R) + a_6 K_{m+1}(Wr/R)}{K_m(W)}$	$g_m(\phi)$
$\mathfrak{H}_\phi$	$-\sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \frac{n_c^2}{n_{ef}} \frac{a_3 J_{m-1}(Ur/R) + a_4 J_{m+1}(Ur/R)}{J_m(U)}$	$-\sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \frac{n_c^2}{n_{ef}} \frac{U}{W} \frac{a_5 K_{m-1}(Wr/R) - a_6 K_{m+1}(Wr/R)}{K_m(W)}$	$f_m(\phi)$
$\mathfrak{H}_z$	$-\frac{i}{\mu_0} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \frac{U F_2}{k R} \frac{J_m(Ur/R)}{J_m(U)}$	$-\frac{i}{\mu_0} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \frac{U F_2}{k R} \frac{K_m(Wr/R)}{K_m(W)}$	$g_m(\phi)$
$a_1 = (F_2 - 1)/2$	$a_2 = (F_2 + 1)/2$	$a_3 = (F_1 - 1)/2$	$F_1 = (UW/V)^2 [(b_1 + (1 - 2\Delta)b_2)/m]$
$a_4 = (F_1 + 1)/2$	$a_5 = (F_1 - 1 + 2\Delta)/2$	$a_6 = (F_1 + 1 - 2\Delta)/2$	$F_2 = (V/UW)^2 [m/(b_1 + b_2)]$
$b_1 = J'_m(U)/U J_m(U)$	$b_2 = K'_m(W)/W K_m(W)$	$\Delta = (1 - n_g^2/n_c^2)/2$	

# Annexe E

## Publications et conférences relatives à ce travail de thèse

### Articles dans des revues internationales à comité de lecture

- *“Second harmonic generation in gallium phosphide microdisks on silicon : from strict  $\bar{4}$  to random quasi-phase matching.”*  
**P. Guillemé**, Y. Dumeige, T. Rohel, A. Létoublon, C. Cornet, O. Durand, Y. Léger, J. Stodolna, M. Vallet, A. Ponchet  
Soumis à Semiconductor Science and Technology.
- *“Antiphase domain tailoring for combination of modal and  $\bar{4}$ -quasi-phase matching in gallium phosphide microdisks”*  
**P. Guillemé**, M. Vallet, J. Stodolna, A. Ponchet, C. Cornet, A. Létoublon, P. Féron, O. Durand, Y. Léger, Y. Dumeige  
Optics Express, Vol. **24**, no. 13, 14608 (2016)  
DOI :10.1364/OE.24.014608
- *“Millisecond Photon Lifetime in a Slow-Light Microcavity”*  
V. Huet, A. Rasoloniaina, **P. Guillemé**, P. Rochard, P. Féron, M. Mortier, A. Levenson, K. Bencheikh, A. Yacomotti, Y. Dumeige  
Phys.Rev. Letters, Vol. **116**, no. 13 (2016)

## Communications dans des conférences à comité de lecture

- “*Tailoring second-order harmonic generation with crystal antiphase domains in GaP/Si*”  
**P. Guillemé**, C. Cornet, M. Vallet, M. Bahri, L. Largeau, G. Patriarche, A. Létoublon, J. Stodolna, Y. Dumeige, J. Le Pouliquen, P. Féron, A. Ponchet, O. Durand and Y. Léger  
IC-MBE, Montpellier, France, septembre 2016
- “*Impact of crystal antiphase boundaries on second harmonic generation in GaP microdisks*”  
**P. Guillemé**, J. Sterviniou, T. Rohel, M. Vallet, J. Stodolna, A. Ponchet, A. Létoublon, C. Cornet, P. Féron, O. Durand, Y. Dumeige, Y. Léger  
EMRS Spring meeting, Lille, France, 3 - 5 mai 2016
- “*Investigation des propriétés optiques des microdisques de phosphure de gallium*”  
**P. Guillemé**, J. Sterviniou, T. Rohel, P. Rochard, C. Cornet, P. Féron, O. Durand, Y. Dumeige, Y. Léger  
“CMOI 2015,” Lannion, France, 16 – 20 novembre 2015
- “*(In)GaP integration on Si for photonics and energy*”  
C. Cornet, O. Skibitzki, M. Bahri, Y. Ping Wang, **P. Guillemé**, M. Da Silva, R. Tremblay, P. Râle, S. Charbonnier, P. Turban, L. Largeau, G. Patriarche, L. Lombez, Y. Dumeige, Y. Yamamoto, P. Zaumseil, M. A. Schubert, T. Rohel, C. Levallois, A. Letoublon, J.-F. Guillemoles, T. Schroeder, Y. Léger and O. Durand.  
Conférence invité, EMRS Fall Meeting, Warsaw, Pologne, septembre 2015
- “*Génération de seconde harmonique dans des microdisques de GaP*”  
**P. Guillemé**, J. Sterviniou, T. Rohel, C. Cornet, P. Féron, O. Durand, Y. Dumeige, Y. Léger

---

“Optique 2015,” Rennes, France, 6 – 10 juillet 2015

- “*Investigation of the optical properties of GaP microdisks for optical functions integrated on silicon*”

**P. Guillemé**, J. Sterviniou, T. Rohel, C. Cornet, P. Féron, O. Durand, Y. Dumeige, Y. Léger

“Compound semiconductor week,” Santa Barbara, USA, 28 juin-2 juillet 2015

- “*MBE-grown GaP/Si micro-disks*”

**P. Guillemé**, Y. Dumeige, J. Le Pouliquen, D. Gachet, T. Rohel, C. Cornet, P. Féron, M. Bahri, L. Largeau, G. Patriarche, O. Durand, Y. Léger.

Euro MBE, Canazei, Italie, mars 2015

- “*Phénomène non linéaire d’ordre deux dans des microdisques de GaP*”

**P. Guillemé**, J. Sterviniou, T. Rohel, C. Cornet, P. Féron, O. Durand, Y. Dumeige, Y. Léger.

« Journée thématique du GDR Ondes GT2 » Orsay, France, novembre 2014

- “*Intégration pseudomorphique dans la filière GaP/Si pour les applications lasers sur puce*”

C. Cornet, **P. Guillemé**, J. P. Gauthier, C. Robert, J. Stodolna, Y. Ping Wang, A. Létoublon, A. Ponchet, M. Bahri, G. Patriarche, L. Largeau, C. Magen, Y. Dumeige, P. Féron, C. Levallois, Y. Léger and O. Durand.

Conférence invité à la « journée thématique du GDR Ondes GT2 », Orsay, France, novembre 2014



# Bibliographie

- [1] David A. B. Miller. Optical interconnects to electronic chips. *Applied Optics*, 49(25) :F59, September 2010.
- [2] [http://www.cisco.com/c/m/en\\_us/solutions/service-provider/vni-forecast\\_highlights.html](http://www.cisco.com/c/m/en_us/solutions/service-provider/vni-forecast_highlights.html). www.cisco.com.
- [3] Gordon E. Moore. Cramming more components onto integrated circuits, Reprinted from *Electronics*, volume 38, number 8, April 19, 1965, pp.114 ff. *IEEE Solid-State Circuits Newsletter*, 20(3) :33–35, September 2006.
- [4] <http://www.itrs2.net/>.
- [5] R. E Slusher and B. J Eggleton. *Nonlinear photonic crystals*. 2003. OCLC : 861705627.
- [6] A. Politi, J. C. F. Matthews, and J. L. O'Brien. Shor's Quantum Factoring Algorithm on a Photonic Chip. *Science*, 325(5945) :1221–1221, September 2009.
- [7] Tzyy-Jiann Wang, Jheng-Yu He, Cheng-An Lee, and Huan Niu. High-quality LiNbO<sub>3</sub> microdisk resonators by undercut etching and surface tension reshaping. *Optics Express*, 20(27) :28119, December 2012.
- [8] F. Albert, T. Braun, T. Heindel, C. Schneider, S. Reitzenstein, S. Höfling, L. Worschech, and A. Forchel. Whispering gallery mode lasing in electrically driven quantum dot micropillars. *Applied Physics Letters*, 97(10) :101108, 2010.
- [9] Lina He, Şahin Kaya Özdemir, and Lan Yang. Whispering gallery microcavity lasers : WGM microlasers. *Laser & Photonics Reviews*, 7(1) :60–82, January 2013.
- [10] T. J. Kippenberg, H. Rokhsari, T. Carmon, A. Scherer, and K. J. Vahala. Analysis of Radiation-Pressure Induced Mechanical Oscillation of an Optical Microcavity. *Physical Review Letters*, 95(3), July 2005.



- 
- [11] Jiangang Zhu, Şahin Kaya Özdemir, Lina He, Da-Ren Chen, and Lan Yang. Single virus and nanoparticle size spectrometry by whispering-gallery-mode microcavities. *Optics Express*, 19(17) :16195, August 2011.
- [12] J. U. Fürst, D. V. Strelakov, D. Elser, A. Aiello, U. L. Andersen, Ch. Marquardt, and G. Leuchs. Quantum Light from a Whispering-Gallery-Mode Disk Resonator. *Physical Review Letters*, 106(11), March 2011.
- [13] T. J. Kippenberg, R. Holzwarth, and S. A. Diddams. Microresonator-Based Optical Frequency Combs. *Science*, 332(6029) :555–559, April 2011.
- [14] Jacob S. Levy, Mark A. Foster, Alexander L. Gaeta, and Michal Lipson. Harmonic generation in silicon nitride ring resonators. *Optics Express*, 19(12) :11415, June 2011.
- [15] Jacob S. Levy, Alexander Gondarenko, Mark A. Foster, Amy C. Turner-Foster, Alexander L. Gaeta, and Michal Lipson. CMOS-compatible multiple-wavelength oscillator for on-chip optical interconnects. *Nature Photonics*, 4(1) :37–40, January 2010.
- [16] Ranjeet Kumar, Jun Rong Ong, John Recchio, Kartik Srinivasan, and Shayan Mookherjea. Spectrally multiplexed and tunable-wavelength photon pairs at 155 nm from a silicon coupled-resonator optical waveguide. *Optics Letters*, 38(16) :2969, August 2013.
- [17] Marcelo Davanço, Jun Rong Ong, Andrea Bahgat Shehata, Alberto Tosi, Imad Agha, Solomon Assefa, Fengnian Xia, William M. J. Green, Shayan Mookherjea, and Kartik Srinivasan. Telecommunications-band heralded single photons from a silicon nanophotonic chip. *Applied Physics Letters*, 100(26) :261104, 2012.
- [18] Yannick Dumeige and Patrice Féron. Whispering-gallery-mode analysis of phase-matched doubly resonant second-harmonic generation. *Physical Review A*, 74(6) :063804, 2006.
- [19] Paulina S. Kuo, Jorge Bravo-Abad, and Glenn S. Solomon. Second-harmonic generation using -quasi-phasematching in a GaAs whispering-gallery-mode microcavity. *Nature Communications*, 5, January 2014.
- [20] S. Mariani, A. Andronico, A. Lemaître, I. Favero, S. Ducci, and G. Leo. Second-harmonic generation in AlGaAs microdisks in the telecom range. *Optics Letters*, 39(10) :3062, May 2014.

- [21] David P. Lake, Matthew Mitchell, Harishankar Jayakumar, Laís Fujii dos Santos, Davor Curic, and Paul E. Barclay. Efficient telecom to visible wavelength conversion in doubly resonant gallium phosphide microdisks. *Applied Physics Letters*, 108(3) :031109, January 2016.
- [22] Wei-Jian Chen, Fang-Wen Sun, Chang-Ling Zou, and Guang-Can Guo. Integrated entangled photons source from microcavity parametric down conversion. *Journal of the Optical Society of America B*, 29(8) :1884, August 2012.
- [23] Michael Förtsch, Josef U. Fürst, Christoffer Wittmann, Dmitry Strelakov, Andrea Aiello, Maria V. Chekhova, Christine Silberhorn, Gerd Leuchs, and Christoph Marquardt. A versatile source of single photons for quantum information processing. *Nature Communications*, 4 :1818, May 2013.
- [24] Robert W. Boyd. *Nonlinear optics*. Academic Press, Amsterdam ; Boston, 3rd ed edition, 2008.
- [25] Nicolaas Bloembergen. *Nonlinear optics*. World Scientific, Singapore, 4. ed., reprinted edition, 2005. OCLC : 255786483.
- [26] François Sanchez. *Optique non-linéaire : cours et problèmes résolus*. Universités Physique. Ellipses, Paris, 1999. OCLC : 247262714.
- [27] V. Berger, A. Fiore, E. Rosencher, P. Bravetti, and J. Nagle. Phase matching using an isotropic nonlinear optical material. *Nature*, 391(6666) :463–466, January 1998.
- [28] J. P. van der Ziel. Phase–matched harmonic generation in a laminar structure with wave propagation in the plane of the layers. *Applied Physics Letters*, 26(2) :60, 1975.
- [29] K. Moutzouris, S. Venugopal Rao, M. Ebrahimzadeh, A. De Rossi, V. Berger, M. Calligaro, and V. Ortiz. Efficient second-harmonic generation in birefringently phase-matched GaAs/Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> waveguides. *Optics Letters*, 26(22) :1785, November 2001.
- [30] C. Ozanam, M. Savanier, L. Lanco, X. Lafosse, G. Almuneau, A. Andronico, I. Favero, S. Ducci, and G. Leo. Toward an AlGaAs/AlOx near-infrared integrated optical parametric oscillator. *Journal of the Optical Society of America B*, 31(3) :542, March 2014.

- [31] Andrea Di Falco, Claudio Conti, and Gaetano Assanto. Quadratic phase matching in slot waveguides. *Optics Letters*, 31(21) :3146, November 2006.
- [32] J. B. Khurgin, M. W. Pruessner, T. H. Stievater, and W. S. Rabinovich. Suspended AlGaAs waveguides for tunable difference frequency generation in mid-infrared. *Optics Letters*, 33(24) :2904, December 2008.
- [33] K. Moutzouris, S. Venugopal Rao, M. Ebrahimzadeh, A. De Rossi, M. Calligaro, V. Ortiz, and V. Berger. Second-harmonic generation through optimized modal phase matching in semiconductor waveguides. *Applied Physics Letters*, 83(4) :620, 2003.
- [34] S. Ducci, L. Lanco, V. Berger, A. De Rossi, V. Ortiz, and M. Calligaro. Continuous-wave second-harmonic generation in modal phase matched semiconductor waveguides. *Applied Physics Letters*, 84(16) :2974, 2004.
- [35] M.M. Fejer, G.A. Magel, Dieter H. Jundt, and R.L. Byer. Quasi-phase-matched second harmonic generation : tuning and tolerances. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 28(11) :2631–2654, November 1992.
- [36] A. Saher Helmy, D. C. Hutchings, T. C. Kleckner, J. H. Marsh, A. C. Bryce, J. M. Arnold, C. R. Stanley, J. S. Aitchison, C. T. A. Brown, K. Moutzouris, and M. Ebrahimzadeh. Quasi phase matching in GaAs–AlAs superlattice waveguides through bandgap tuning by use of quantum-well intermixing. *Optics Letters*, 25(18) :1370, September 2000.
- [37] J.S. Aitchison, M.W. Street, N.D. Whitbread, D.C. Hutchings, J.H. Marsh, G.T. Kennedy, and W. Sibbett. Modulation of the second-order nonlinear tensor components in multiple-quantum-well structures. *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*, 4(4) :695–700, August 1998.
- [38] D. C. Hutchings and T. C. Kleckner. Quasi phase matching in semiconductor waveguides by intermixing : optimization considerations. *Journal of the Optical Society of America B*, 19(4) :890, April 2002.
- [39] Sean J. Wagner, Barry M. Holmes, Usman Younis, Amr S. Helmy, J. Stewart Aitchison, and David C. Hutchings. Continuous wave second-harmonic generation using domain-disordered quasi-phase matching waveguides. *Applied Physics Letters*, 94(15) :151107, 2009.

- [40] Sean J. Wagner, Barry M. Holmes, Usman Younis, Iliya Sigal, Amr S. Helmy, J. Stewart Aitchison, and David C. Hutchings. Difference Frequency Generation by Quasi-Phase Matching in Periodically Intermixed Semiconductor Superlattice Waveguides. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 47(6) :834–840, June 2011.
- [41] X. Yu, L. Scaccabarozzi, J. S. Harris, Jr., P. S. Kuo, and M. M. Fejer. Efficient continuous wave second harmonic generation pumped at 1.55  $\mu\text{m}$  in quasi-phase-matched AlGaAs waveguides. *Optics Express*, 13(26) :10742, 2005.
- [42] S. J. B. Yoo, C. Caneau, R. Bhat, M. A. Koza, A. Rajhel, and Neo Antoniades. Wavelength conversion by difference frequency generation in AlGaAs waveguides with periodic domain inversion achieved by wafer bonding. *Applied Physics Letters*, 68(19) :2609, 1996.
- [43] P. S. Kuo, K. L. Vodopyanov, M. M. Fejer, D. M. Simanovskii, X. Yu, J. S. Harris, D. Bliss, and D. Weyburne. Optical parametric generation of a mid-infrared continuum in orientation-patterned GaAs. *Optics Letters*, 31(1) :71, January 2006.
- [44] O. Levi, T. J. Pinguet, T. Skauli, L. A. Eyres, K. R. Parameswaran, J. S. Harris, M. M. Fejer, T. J. Kulp, S. E. Bisson, B. Gerard, E. Lallier, and L. Becouarn. Difference frequency generation of 8- $\mu\text{m}$  radiation in orientation-patterned GaAs. *Optics Letters*, 27(23) :2091, December 2002.
- [45] J. E. Schaar, K. L. Vodopyanov, and M. M. Fejer. Intracavity terahertz-wave generation in a synchronously pumped optical parametric oscillator using quasi-phase-matched GaAs. *Optics Letters*, 32(10) :1284, May 2007.
- [46] L. A. Eyres, P. J. Turreau, T. J. Pinguet, C. B. Ebert, J. S. Harris, M. M. Fejer, L. Becouarn, B. Gerard, and E. Lallier. All-epitaxial fabrication of thick, orientation-patterned GaAs films for nonlinear optical frequency conversion. *Applied Physics Letters*, 79(7) :904, 2001.
- [47] M. Baudrier-Raybaut, R. Haïdar, Ph. Kupecek, Ph. Lemasson, and E. Rosencher. Random quasi-phase-matching in bulk polycrystalline isotropic nonlinear materials. *Nature*, 432(7015) :374–376, November 2004.
- [48] Xavier Vidal and Jordi Martorell. Generation of Light in Media with a Random Distribution of Nonlinear Domains. *Physical Review Letters*, 97(1), July 2006.

- [49] Jose Trull, Crina Cojocaru, Robert Fischer, Solomon M. Saltiel, Kestutis Staliunas, Ramon Herrero, Ramon Vilaseca, Dragomir N. Neshev, Wieslaw Krolikowski, and Yuri S. Kivshar. Second-harmonic parametric scattering in ferroelectric crystals with disordered nonlinear domain structures. *Optics Express*, 15(24) :15868, 2007.
- [50] J. Trull, I. Sola, B. Wang, A. Parra, W. Krolikowski, Y. Sheng, R. Vilaseca, and C. Cojocaru. Ultrashort pulse chirp measurement via transverse second-harmonic generation in strontium barium niobate crystal. *Applied Physics Letters*, 106(22) :221108, June 2015.
- [51] J. A. Armstrong, N. Bloembergen, J. Ducuing, and P. S. Pershan. Interactions between Light Waves in a Nonlinear Dielectric. *Physical Review*, 127(6) :1918–1939, September 1962.
- [52] Riad Haidar. Fractional quasi-phase-matching by Fresnel birefringence. *Applied Physics Letters*, 88(21) :211102, 2006.
- [53] Riad Haïdar, Nicolas Forget, Philippe Kupecek, and Emmanuel Rosencher. Fresnel phase matching for three-wave mixing in isotropic semiconductors. *Journal of the Optical Society of America B*, 21(8) :1522, August 2004.
- [54] R. Haïdar, A. Mustelier, Ph. Kupecek, E. Rosencher, R. Triboulet, Ph. Lemasson, and G. Mennerat. Largely tunable midinfrared (8–12  $\mu\text{m}$ ) difference frequency generation in isotropic semiconductors. *Journal of Applied Physics*, 91(4) :2550, 2002.
- [55] R. Haïdar, Ph. Kupecek, E. Rosencher, R. Triboulet, and Ph. Lemasson. Quasi-phase-matched difference frequency generation (8–13  $\mu\text{m}$ ) in an isotropic semiconductor using total reflection. *Applied Physics Letters*, 82(8) :1167, 2003.
- [56] H. Komine, W. H. Long, J. W. Tully, and E. A. Stappaerts. Quasi-phase-matched second-harmonic generation by use of a total-internal-reflection phase shift in gallium arsenide and zinc selenide plates. *Optics Letters*, 23(9) :661, May 1998.
- [57] Yannick Dumeige. Miniaturization of Fresnel phase matching using a side-coupled integrated spaced sequence of resonators (SCISSOR). *Optics Letters*, 32(23) :3438, December 2007.

- [58] A. S. Helmy. Phase matching using Bragg reflection waveguides for monolithic nonlinear optics applications. *Optics Express*, 14(3) :1243, 2006.
- [59] B.R. West and A.S. Helmy. Analysis and design equations for phase matching using Bragg reflector waveguides. *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*, 12(3) :431–442, May 2006.
- [60] Amnon Yariv and Pochi Yeh. Electromagnetic propagation in periodic stratified media II Birefringence, phase matching, and x-ray lasers. *Journal of the Optical Society of America*, 67(4) :438, April 1977.
- [61] Alejandro Rodriguez, Marin Soljacic, J. D. Joannopoulos, and Steven G. Johnson.  $\chi^{(2)}$  and  $\chi^{(3)}$  harmonic generation at a critical power in inhomogeneous doubly resonant cavities. *Optics Express*, 15(12) :7303, 2007.
- [62] M. Scalora, M. J. Bloemer, A. S. Manka, J. P. Dowling, C. M. Bowden, R. Viswanathan, and J. W. Haus. Pulsed second-harmonic generation in nonlinear, one-dimensional, periodic structures. *Physical Review A*, 56(4) :3166–3174, October 1997.
- [63] Y. Dumeige, I. Sagnes, P. Monnier, P. Vidakovic, I. Abram, C. Mériadeç, and A. Levenson. Phase-Matched Frequency Doubling at Photonic Band Edges : Efficiency Scaling as the Fifth Power of the Length. *Physical Review Letters*, 89(4), July 2002.
- [64] Kelley Rivoire, Ziliang Lin, Fariba Hatami, W. Ted Masselink, and Jelena Vučković. Second harmonic generation in gallium phosphide photonic crystal nanocavities with ultralow continuous wave pump power. *Optics Express*, 17(25) :22609, December 2009.
- [65] Gary Shambat, Kelley Rivoire, Jesse Lu, Fariba Hatami, and Jelena Vucković. Tunable-wavelength second harmonic generation from GaP photonic crystal cavities coupled to fiber tapers. *Optics Express*, 18(12) :12176–12184, June 2010.
- [66] Gary Shambat, Yiyang Gong, Jesse Lu, Selçuk Yerci, Rui Li, Luca Dal Negro, and Jelena Vučković. Coupled fiber taper extraction of 153  $\mu\text{m}$  photoluminescence from erbium doped silicon nitride photonic crystal cavities. *Optics Express*, 18(6) :5964, March 2010.

- [67] Sonia Buckley, Marina Radulaski, Jan Petykiewicz, Konstantinos G. Lagoudakis, Ju-Hyung Kang, Mark Brongersma, Klaus Biermann, and Jelena Vučković. Second-Harmonic Generation in GaAs Photonic Crystal Cavities in (111)B and (001) Crystal Orientations. *ACS Photonics*, 1(6) :516–523, June 2014.
- [68] Sonia Buckley, Marina Radulaski, Klaus Biermann, and Jelena Vučković. Second harmonic generation in photonic crystal cavities in (111)-oriented GaAs. *Applied Physics Letters*, 103(21) :211117, 2013.
- [69] J. P. Mondia, H. M. van Driel, W. Jiang, A. R. Cowan, and Jeff F. Young. Enhanced second-harmonic generation from planar photonic crystals. *Optics Letters*, 28(24) :2500, December 2003.
- [70] J. U. Fürst, D. V. Strekalov, D. Elser, M. Lassen, U. L. Andersen, C. Marquardt, and G. Leuchs. Naturally Phase-Matched Second-Harmonic Generation in a Whispering-Gallery-Mode Resonator. *Physical Review Letters*, 104(15) :153901, 2010.
- [71] Christoph Sebastian Werner, Tobias Beckmann, Karsten Buse, and Ingo Breunig. Blue-pumped whispering gallery optical parametric oscillator. *Optics Letters*, 37(20) :4224, October 2012.
- [72] Cheng Wang, Michael J. Burek, Zin Lin, Haig A. Atikian, Vivek Venkataraman, I-Chun Huang, Peter Stark, and Marko Lončar. Integrated high quality factor lithium niobate microdisk resonators. *Optics Express*, 22(25) :30924, December 2014.
- [73] I. Roland, M. Gromovyi, Y. Zeng, M. El Kurdi, S. Sauvage, C. Brimont, T. Guillet, B. Gayral, F. Semond, J. Y. Duboz, M. de Micheli, X. Checoury, and P. Boucaud. Phase-matched second harmonic generation with on-chip GaN-on-Si microdisks. *Scientific Reports*, 6 :34191, September 2016.
- [74] Chi Xiong, Wolfram Pernice, Kevin K. Ryu, Carsten Schuck, King Y. Fong, Tomas Palacios, and Hong X. Tang. Integrated GaN photonic circuits on silicon (100) for second harmonic generation. *Optics Express*, 19(11) :10462, May 2011.
- [75] Xiang Guo, Chang-Ling Zou, and Hong X. Tang. Second-harmonic generation in aluminum nitride microrings with 2500%/W conversion efficiency. *Optica*, 3(10) :1126, October 2016.

- [76] Mojtaba Gandomkar and Vahid Ahmadi. Thermo-optical switching enhanced with second harmonic generation in microring resonators. *Optics Letters*, 36(19) :3825, October 2011.
- [77] Andrey B. Matsko, Vladimir S. Ilchenko, Rodolphe Le Targat, Anatoliy A. Savchenkov, and Lute Maleki. Parametric optics with whispering-gallery modes. page 173, June 2003.
- [78] Vladimir S. Ilchenko, Anatoliy A. Savchenkov, Andrey B. Matsko, and Lute Maleki. Nonlinear Optics and Crystalline Whispering Gallery Mode Cavities. *Physical Review Letters*, 92(4), January 2004.
- [79] Jintian Lin, Yingxin Xu, Jielei Ni, Min Wang, Zhiwei Fang, Lingling Qiao, Wei Fang, and Ya Cheng. Phase-Matched Second-Harmonic Generation in an On-Chip  $\text{LiNbO}_3$  Microresonator. *Physical Review Applied*, 6(1), July 2016.
- [80] Sarah-Katharina Meisenheimer, Josef Urban Fürst, Christoph Werner, Tobias Beckmann, Karsten Buse, and Ingo Breunig. Broadband infrared spectroscopy using optical parametric oscillation in a radially-poled whispering gallery resonator. *Optics Express*, 23(18) :24042, September 2015.
- [81] Kiyotaka Sasagawa and Masahiro Tsuchiya. Highly Efficient Third Harmonic Generation in a Periodically Poled  $\text{MgO}:\text{LiNbO}_3$  Disk Resonator. *Applied Physics Express*, 2(12) :122401, December 2009.
- [82] John William Strutt (1842-1919 ; 3rd baron) Rayleigh. *The theory of sound. Volume 2 / by John William Strutt, baron Rayleigh,...* 1877.
- [83] John William Strutt (1842-1919 ; 3rd baron) Rayleigh. The problem of the whispering gallery. *Scientific Papers*, 5(617), 1912.
- [84] Lord Rayleigh. CXII. *The problem of the whispering gallery. Philosophical Magazine Series 6*, 20(120) :1001–1004, December 1910.
- [85] Cédric Robert. *Study of III-V nanostructures on GaP for lasing emission on Si.* phdthesis, INSA de Rennes, August 2013.
- [86] Thanh Tra Nguyen. *Silicon photonics based on monolithic integration of III-V nanostructures on silicon.* PhD thesis, INSA de Rennes, September 2013.
- [87] Samy Almosni. *Growth, structural and electro-optical properties of GaP/Si and GaAsPN/ GaP single junctions for lattice-matched tandem solar cells on silicon.* phdthesis, INSA de Rennes, February 2015.



- [88] New Semiconductor Materials. Characteristics and Properties.
- [89] D. E. Aspnes and A. A. Studna. Dielectric functions and optical parameters of Si, Ge, GaP, GaAs, GaSb, InP, InAs, and InSb from 1.5 to 6.0 eV. *Physical Review B*, 27(2) :985–1009, January 1983.
- [90] W. L. Bond. Measurement of the Refractive Indices of Several Crystals. *Journal of Applied Physics*, 36(5) :1674, 1965.
- [91] Ichiro Shoji, Takashi Kondo, Ayako Kitamoto, Masayuki Shirane, and Ryoichi Ito. Absolute scale of second-order nonlinear-optical coefficients. *Journal of the Optical Society of America B*, 14(9) :2268, September 1997.
- [92] David Parrain, Christophe Baker, Guillaume Wang, Biswarup Guha, Eduardo Gil Santos, Aristide Lemaitre, Pascale Senellart, Giuseppe Leo, Sara Ducci, and Ivan Favero. Origin of optical losses in gallium arsenide disk whispering gallery resonators. *Optics Express*, 23(15) :19656, July 2015.
- [93] Allan W. Snyder and J. D. Love. *Optical waveguide theory*. Number 190 in Science paperbacks. Chapman and Hall, London ; New York, 1983.
- [94] E.I. Smotrova, A.I. Nosich, T.M. Benson, and P. Sewell. Cold-cavity thresholds of microdisks with uniform and nonuniform gain : quasi-3-D modeling with accurate 2-D analysis. *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*, 11(5) :1135–1142, September 2005.
- [95] Matthew Mitchell, Aaron C. Hryciw, and Paul E. Barclay. Cavity optomechanics in gallium phosphide microdisks. *Applied Physics Letters*, 104(14) :141104, April 2014.
- [96] <http://abinitio.mit.edu/wiki/index.php/Meep>. Meep - AbInitio.
- [97] Mark Oxborrow. Traceable 2-D Finite-Element Simulation of the Whispering-Gallery Modes of Axisymmetric Electromagnetic Resonators. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 55(6) :1209–1218, June 2007.
- [98] Mark Oxborrow. How to simulate the whispering-gallery modes of dielectric microresonators in FEMLAB/COMSOL. page 64520J, February 2007.
- [99] Paulina S. Kuo and Glenn S. Solomon. On- and off-resonance second-harmonic generation in GaAs microdisks. *Optics Express*, 19(18) :16898, August 2011.

- [100] K. R. Hiremath, M. Hammer, R. Stoffer, L. Prkna, and J. Čtyroký. Analytic approach to dielectric optical bent slab waveguides. *Optical and Quantum Electronics*, 37(1-3) :37–61, January 2005.
- [101] A. Yariv. Universal relations for coupling of optical power between microresonators and dielectric waveguides. *Electronics Letters*, 36(4) :321, 2000.
- [102] Herbert Kroemer. Polar-on-nonpolar epitaxy. *Journal of Crystal Growth*, 81(1-4) :193–204, February 1987.
- [103] Ray Kaplan. LEED study of the stepped surface of vicinal Si (100). *Surface Science*, 93(1) :145–158, March 1980.
- [104] R. Fischer, N. Chand, W. Kopp, H. Morkoç, L. P. Erickson, and R. Youngman. GaAs bipolar transistors grown on (100) Si substrates by molecular beam epitaxy. *Applied Physics Letters*, 47(4) :397, 1985.
- [105] R. M. Sieg, S. A. Ringel, S. M. Ting, E. A. Fitzgerald, and R. N. Sacks. Antiphase domain-free growth of GaAs on offcut (001) Ge wafers by molecular beam epitaxy with suppressed Ge outdiffusion. *Journal of Electronic Materials*, 27(7) :900–907, July 1998.
- [106] Y Takagi, H Yonezu, K Samonji, T Tsuji, and N Ohshima. Generation and suppression process of crystalline defects in GaP layers grown on misoriented Si(100) substrates. *Journal of Crystal Growth*, 187(1) :42–50, April 1998.
- [107] T. J. Grassman, M. R. Brenner, A. M. Carlin, S. Rajagopalan, R. Unocic, R. Dehoff, M. Mills, H. Fraser, and S. A. Ringel. Toward metamorphic multijunction GaAsP/Si photovoltaics grown on optimized GaP/Si virtual substrates using anion-graded GaAsyP1-y buffers. pages 002016–002021. IEEE, June 2009.
- [108] Yan Ping Wang, Antoine Letoublon, Tra Nguyen Thanh, Mounib Bahri, Ludovic Largeau, Gilles Patriarche, Charles Cornet, Nicolas Bertru, Alain Le Corre, and Olivier Durand. Quantitative evaluation of microtwins and antiphase defects in GaP/Si nanolayers for a III–V photonics platform on silicon using a laboratory X-ray diffraction setup. *Journal of Applied Crystallography*, 48(3) :702–710, June 2015.
- [109] Kerstin Volz, Andreas Beyer, Wiebke Witte, Jens Ohlmann, Igor Németh, Bernardette Kunert, and Wolfgang Stolz. GaP-nucleation on exact Si (001) sub-

- strates for III/V device integration. *Journal of Crystal Growth*, 315(1) :37–47, January 2011.
- [110] I. Németh, B. Kunert, W. Stolz, and K. Volz. Heteroepitaxy of GaP on Si : Correlation of morphology, anti-phase-domain structure and MOVPE growth conditions. *Journal of Crystal Growth*, 310(7-9) :1595–1601, April 2008.
- [111] P. Guillemé, M. Vallet, J. Stodolna, A. Ponchet, C. Cornet, A. Létoublon, P. Féron, O. Durand, Y. Léger, and Y. Dumeige. Antiphase domain tailoring for combination of modal and  $4^-$ -quasi-phase matching in gallium phosphide microdisks. *Optics Express*, 24(13) :14608, June 2016.
- [112] A. Létoublon, W. Guo, C. Cornet, A. Boule, M. Véron, A. Bondi, O. Durand, T. Rohel, O. Dehaese, N. Chevalier, N. Bertru, and A. Le Corre. X-ray study of antiphase domains and their stability in MBE grown GaP on Si. *Journal of Crystal Growth*, 323(1) :409–412, May 2011.
- [113] W. Guo, A. Bondi, C. Cornet, A. Létoublon, O. Durand, T. Rohel, S. Boyer-Richard, N. Bertru, S. Loualiche, J. Even, and A. Le Corre. Thermodynamic evolution of antiphase boundaries in GaP/Si epilayers evidenced by advanced X-ray scattering. *Applied Surface Science*, 258(7) :2808–2815, January 2012.
- [114] T. Nguyen Thanh, C. Robert, A. Létoublon, C. Cornet, T. Quinci, E. Giudicelli, S. Almosni, N. Boudet, A. Ponchet, J. Kuyyalil, M. Danila, O. Durand, N. Bertru, and A. Le Corre. Synchrotron X-ray diffraction analysis for quantitative defect evaluation in GaP/Si nanolayers. *Thin Solid Films*, 541 :36–40, August 2013.
- [115] Oliver Supplie, Sebastian Brückner, Oleksandr Romanyuk, Henning Döscher, Christian Höhn, Matthias M. May, Peter Kleinschmidt, Frank Grosse, and Thomas Hannappel. Atomic scale analysis of the GaP/Si(100) heterointerface by *in situ* reflection anisotropy spectroscopy and *ab initio* density functional theory. *Physical Review B*, 90(23), December 2014.
- [116] T. J. Grassman, M. R. Brenner, S. Rajagopalan, R. Unocic, R. Dehoff, M. Mills, H. Fraser, and S. A. Ringel. Control and elimination of nucleation-related defects in GaP/Si(001) heteroepitaxy. *Applied Physics Letters*, 94(23) :232106, 2009.

- 
- [117] T. Nguyen Thanh, C. Robert, W. Guo, A. Létoublon, C. Cornet, G. Elias, A. Ponchet, T. Rohel, N. Bertru, A. Balocchi, O. Durand, J. S. Micha, M. Perrin, S. Loualiche, X. Marie, and A. Le Corre. Structural and optical analyses of GaP/Si and (GaAsPN/GaPN)/GaP/Si nanolayers for integrated photonics on silicon. *Journal of Applied Physics*, 112(5) :053521, 2012.
- [118] Jacques Bures. *Optique guidée : fibres optiques et composants passifs tout-fibre*. Presses internationales Polytechnique, Montréal, 2009. OCLC : 289060072.
- [119] C. P. Michael, M. Borselli, T. J. Johnson, C. Chrystal, and O. Painter. An optical fiber-taper probe for wafer-scale microphotonic device characterization. *Optics Express*, 15(8) :4745, 2007.
- [120] Bradley D Hauer, Paul H Kim, Callum Doolin, Allison JR MacDonald, Hugh Ramp, and John P Davis. On-chip cavity optomechanical coupling. *EPJ Techniques and Instrumentation*, 1(1), December 2014.
- [121] U. Fano. Effects of Configuration Interaction on Intensities and Phase Shifts. *Physical Review*, 124(6) :1866–1878, December 1961.
- [122] Bei-Bei Li, Yun-Feng Xiao, Chang-Ling Zou, Yong-Chun Liu, Xue-Feng Jiang, You-Ling Chen, Yan Li, and Qihuang Gong. Experimental observation of Fano resonance in a single whispering-gallery microresonator. *Applied Physics Letters*, 98(2) :021116, 2011.
- [123] Hermann A. Haus. *Waves and fields in optoelectronics*. Prentice-Hall series in solid state physical electronics. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1984.
- [124] Alessio Andronico, Julien Claudon, Jean-Michel Gérard, Vincent Berger, and Giuseppe Leo. Integrated terahertz source based on three-wave mixing of whispering-gallery modes. *Optics Letters*, 33(21) :2416, November 2008.



## AVIS DU JURY SUR LA REPRODUCTION DE LA THESE SOUTENUE

**Titre de la thèse:**

Génération de seconde harmonique dans les microdisques de phosphure de gallium intégrés sur silicium

**Nom Prénom de l'auteur : GUILLEME PIERRE**

**Membres du jury :**

- Monsieur DUMEIGE Yannick
- Monsieur LEGER Yoan
- Monsieur BOUCAUD Philippe
- Monsieur DURAND Olivier
- Monsieur PAVESI Lorenzo
- Monsieur VALLET Marc
- Monsieur LEO Giuseppe
- Madame COJOCARU Crina

Président du jury : *Monsieur VALLET Marc.*

Date de la soutenance : 08 Décembre 2016

Reproduction de la these soutenue

~~Thèse pouvant être reproduite en l'état~~

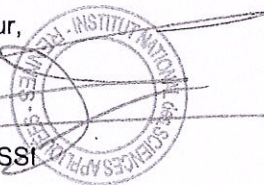
~~Thèse pouvant être reproduite après corrections suggérées~~

Fait à Rennes, le 08 Décembre 2016

Signature du président de jury

Le Directeur,

M'hamed DRISSI





## Résumé

Cette thèse a pour but de déterminer les meilleures conditions possibles pour réaliser une génération de seconde harmonique (SHG) à partir d'un fondamental dans la bande C télécom (autour de 1.55  $\mu\text{m}$ ) dans des microdisques de phosphure de gallium intégrés sur silicium. Ce travail s'inscrit dans les efforts actuels de développement de circuits photoniques intégrés en étudiant une proposition technique pour tirer parti des effets non linéaires en optique.

A partir d'une résolution approchée de l'équation de propagation des ondes électromagnétiques comportant un terme source d'origine non linéaire, cette thèse a permis d'aboutir à deux « cartes » indiquant, pour l'une, les conditions nécessaires à la SHG, pour l'autre, l'efficacité théorique attendue suivant les paramètres retenus. S'appuyant sur l'expertise du laboratoire Foton en matière d'intégration monolithique de GaP sur Si, une étude de l'influence sur la SHG de certains défauts de cristallisation a été menée et a conduit à la proposition de deux nouvelles techniques d'accord de phase dans les disques de GaP épitaxiés sur Si.

D'un point de vue expérimental, ce travail de thèse a permis, d'une part, de doter le laboratoire d'un banc de fabrication de fibres effilées (tapers) et fibres effilées gaufrées (dimpled tapers) et, d'autre part, d'un banc de caractérisation optique des microdisques adapté à l'étude de la SHG.

## Abstract

The goal of this thesis is to determine the best conditions to manage the second harmonic generation (SHG) from a fundamental in the telecom C-band (around 1.55  $\mu\text{m}$ ) in gallium phosphide microdisks integrated on silicon. Finding technical solutions to take advantage of the nonlinear effects in these devices is a contribution to the actual efforts made to develop integrated photonics circuits.

In this work, the approximate resolution of the electromagnetic wave propagation equation completed by a nonlinear source led to two "charts" indicating, for one, the necessary conditions for SHG, and for the other, the conversion efficiency theoretically allowed according to the chosen parameters. Thanks to the Foton laboratory expertise in monolithical integration of GaP on Si, the influence on the SHG of specific structural defects was studied. This has led to the proposal of two new phase matching techniques in GaP/Si microdisks.

From an experimental point of view, this work led to the fabrication of two setups, the first one, to make tapered optical fibres and dimpled tapers, the second one, to make optical characterizations of microdisks and to study SHG in these systems.