



**HAL**  
open science

# Approche multidimensionnelle du problème d'identification acoustique inverse

Thibaut Le Magueresse

► **To cite this version:**

Thibaut Le Magueresse. Approche multidimensionnelle du problème d'identification acoustique inverse. Acoustique [physics.class-ph]. INSA Lyon, 2016. Français. NNT : . tel-01493940

**HAL Id: tel-01493940**

**<https://hal.science/tel-01493940>**

Submitted on 8 Apr 2017

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# THÈSE

## APPROCHE MULTIDIMENSIONNELLE DU PROBLÈME D'IDENTIFICATION ACOUSTIQUE INVERSE

présentée par

**Thibaut Le Magueresse**  
Ingénieur diplômé de l'ENSIM

pour obtenir

le **GRADE DE DOCTEUR**

École doctorale :

**Mécanique, Énergétique, Génie Civil, Acoustique**  
Spécialité : **Acoustique**



### Version publique

Thèse présentée devant l'Institut National des Sciences Appliquées de Lyon  
préparée à MicrodB, au Laboratoire Vibrations Acoustique  
et au Laboratoire d'Acoustique de l'Université du Maine  
soutenue devant la Commission d'examen

**jury**

JÉRÔME IDIER (Directeur de recherche du CNRS)	Rapporteur
VINCENT MARTIN (Directeur de recherche du CNRS)	Rapporteur
QUENTIN LECLÈRE (Maître de conférence)	Examineur
JEAN-CLAUDE PASCAL (Professeur émérite)	Examineur
CHRISTOPHE LOCQUETEAU (Docteur)	Invité industriel
JÉRÔME ANTONI (Professeur)	Directeur de thèse
JEAN-HUGH THOMAS (Maître de conférences)	Directeur de thèse
SÉBASTIEN PAILLASSEUR (Docteur)	Encadrant industriel

Date de soutenance : 11 Février 2016









# Résumé

La caractérisation expérimentale de sources acoustiques est l'une des étapes essentielles pour la réduction des nuisances sonores produites par les machines industrielles. L'objectif de la thèse est de mettre au point une procédure complète visant à localiser et à quantifier des sources acoustiques stationnaires ou non sur un maillage surfacique par la rétro-propagation d'un champ de pression mesuré par un réseau de microphones. Ce problème inverse est délicat à résoudre puisqu'il est généralement mal-conditionné et sujet à de nombreuses sources d'erreurs. Dans ce contexte, il est capital de s'appuyer sur une description réaliste du modèle de propagation acoustique direct. Dans le domaine fréquentiel, la méthode des sources équivalentes a été adaptée au problème de l'imagerie acoustique dans le but d'estimer les fonctions de transfert entre les sources et l'antenne, en prenant en compte le phénomène de diffraction des ondes autour de l'objet d'intérêt. Dans le domaine temporel, la propagation est modélisée comme un produit de convolution entre la source et une réponse impulsionnelle décrite dans le domaine temps-nombre d'onde. Le caractère sous-déterminé du problème acoustique inverse implique d'utiliser toutes les connaissances a priori disponibles sur le champ sources. Il a donc semblé pertinent d'employer une approche bayésienne pour résoudre ce problème. Des informations a priori disponibles sur les sources acoustiques ont été mises en équation et il a été montré que la prise en compte de leur parcimonie spatiale ou de leur rayonnement omnidirectionnel pouvait améliorer significativement les résultats. Dans les hypothèses formulées, la solution du problème inverse s'écrit sous la forme régularisée de Tikhonov. Le paramètre de régularisation a été estimé par une approche bayésienne empirique. Sa supériorité par rapport aux méthodes communément utilisées dans la littérature a été démontrée au travers d'études numériques et expérimentales. En présence de fortes variabilités du rapport signal à bruit au cours du temps, il a été montré qu'il est nécessaire de mettre à jour sa valeur afin d'obtenir une solution satisfaisante. Finalement, l'introduction d'une variable manquante au problème reflétant la méconnaissance partielle du modèle de propagation a permis, sous certaines conditions, d'améliorer l'estimation de l'amplitude complexe des sources en présence d'erreurs de modèle.

Les développements proposés ont permis de caractériser, in situ, la puissance acoustique rayonnée par composant d'un groupe motopropulseur automobile par la méthode de la focalisation bayésienne dans le cadre du projet Ecobex. Le champ acoustique cyclo-stationnaire

généré par un ventilateur automobile a finalement été analysé par la méthode d'holographie acoustique de champ proche temps réel.

**Mots clés :** imagerie acoustique, identification de sources, problèmes inverses, approche bayésienne, régularisation.

# Abstract

Experimental characterization of acoustic sources is one of the essential steps for reducing noise produced by industrial machinery. The aim of the thesis is to develop a complete procedure to localize and quantify both stationary and non-stationary sound sources radiating on a surface mesh by the back-propagation of a pressure field measured by a microphone array. The inverse problem is difficult to solve because it is generally ill-conditioned and subject to many sources of error. In this context, it is crucial to rely on a realistic description of the direct sound propagation model. In the frequency domain, the equivalent source method has been adapted to the acoustic imaging problem in order to estimate the transfer functions between the source and the antenna, taking into account the wave scattering. In the time domain, the propagation is modeled as a convolution product between the source and an impulse response described in the time-wavenumber domain. It seemed appropriate to use a Bayesian approach to use all the available knowledge about sources to solve this problem. A priori information available about the acoustic sources have been equated and it has been shown that taking into account their spatial sparsity or their omnidirectional radiation could significantly improve the results. In the assumptions made, the inverse problem solution is written in the regularized Tikhonov form. The regularization parameter has been estimated by an empirical Bayesian approach. Its superiority over methods commonly used in the literature has been demonstrated through numerical and experimental studies. In the presence of high variability of the signal to noise ratio over time, it has been shown that it is necessary to update its value to obtain a satisfactory solution. Finally, the introduction of a missing variable to the problem reflecting the partial ignorance of the propagation model could improve, under certain conditions, the estimation of the complex amplitude of the sources in the presence of model errors.

The proposed developments have been applied to the estimation of the sound power emitted by an automotive power train using the Bayesian focusing method in the framework of the Ecobex project. The cyclo-stationary acoustic field generated by a fan motor was finally analyzed by the real-time near-field acoustic holography method.

**Keywords :** acoustical imaging, noise source identification, inverse methods, bayesian approach, regularization.

# Remerciements

Ces trois années de thèse ont été très enrichissantes d'un point de vue humain et professionnel. Cette période de ma vie a été marquée par la rencontre d'un certain nombre de personnes que je tiens à remercier.

Tout d'abord, je souhaite remercier Messieurs Vincent Martin et Jérôme Idier de m'avoir fait l'honneur d'évaluer mon travail de thèse. Les remarques qu'ils ont apportées étaient toutes très pertinentes et ont incontestablement relevé le niveau de ce travail. Merci à Quentin Leclère, Jean-Claude Pascal et Christophe Locqueteau d'avoir accepté mon invitation à prendre part au jury de thèse.

Je souhaite également remercier mes deux directeurs de thèse. Merci à Jérôme de m'avoir transmis une partie de ses larges connaissances avec passion. Les multiples sessions de travail qu'il m'a accordées durant ces trois années ont été d'une grande source de motivation. Merci à Jean-Hugh pour son écoute, ses précieux conseils et sa disponibilité malgré la distance géographique qui nous séparait.

Durant ces trois années, j'ai été suivi par l'ensemble de mes collègues de MicrodB qui ont tous contribué, de près ou de loin, à la réussite de cette thèse. Merci à Sébastien de m'avoir conseillé et formé avec une grande pédagogie depuis mon arrivée dans cette entreprise. Merci à Olivier pour avoir largement contribué aux résultats expérimentaux obtenus lors de cette thèse. Ses analyses pragmatiques sur mon travail de recherche m'ont été bénéfiques. Je tiens à remercier Benoit avec qui j'ai partagé cette expérience de thèse à MicrodB. Son aide et nos nombreuses discussions techniques et personnelles ont rendu cette période de thèse plus agréable. Merci à Arthur et à Christophe de m'avoir fait avancer en me faisant part de leur riche expérience lors des nombreuses discussions de café. Merci à Loïc, Allan, Thibaud, Fabien et Bruno pour leur sympathie et leur disponibilité. Merci à Lucille de m'avoir fait confiance, après mes stages, de me garder en thèse tout d'abord et ensuite d'avoir fait tout son possible pour me garder dans l'équipe. Merci à toute l'équipe de Vibratec, en particulier à Michaël, Pascal et Jean-Luc de m'avoir permis d'appliquer mes développements scientifiques dans le cadre du projet Ecobex. Merci également à Pierre pour son aide durant ces trois années

pendant lesquelles nous avons partagé nos thèses respectives, et enfin merci à Jean-Paul de nous avoir tous les trois soutenus, les premiers doctorants de Vibratec.

Je tiens à remercier les deux stagiaires que j'ai encadrés durant cette thèse. Merci à Fatim qui m'a permis d'industrialiser la méthode Bayésienne et donc de l'appliquer avec efficacité sur des cas expérimentaux concrets, et à Florian, qui a énormément contribué au travail de la troisième partie de cette thèse avec motivation, rigueur et sérieux. Je suis sûr qu'il fera un excellent doctorant.

Je souhaite également remercier mes camarades de laboratoire avec qui j'ai partagé cette aventure. Mercis à Thibault et Mickaël pour leur sympathie, Jérémy, un colocataire pas comme les autres, pour son écoute lors des périodes difficiles, Antonio pour son aide technique, Anders pour son précieux support technique concernant la méthode des sources équivalentes, Yu pour sa collaboration amicale, Marion, Simon, Edouard, Corentin, Sandra, Fulbert, Valentin et mercis à Vivien, Margot et Charly du LAUM. Merci aux équipes du LVA et du LAUM pour leur accueil.

J'ai été très bien entouré durant cette thèse par mes colocataires qui ont suivi jours après jours mes évolutions d'humeur durant ces trois ans. Merci à Mélanie, Jérémy (et oui, encore), Camille (et même Vénus), Clara, Annick et Léa.

Cette période ne peut pas être dissociée de mon décompresseur : la musique. Merci à Thomas et à Coline de m'avoir changé les idées à travers notre beau projet.

Ma famille a aussi été très importante pour moi : merci d'être venu m'encourager à ma soutenance. Merci Papa, Maman, Julien et Grand-Mère d'avoir toujours cru en moi ! J'espère que Grand-Père aurait été fier.

Et merci infiniment à Coline pour son soutien quotidien, sa douceur, sa compréhension et son amour.

# Note aux lecteurs

Cette version publique du manuscrit de thèse constitue un document partiel dans lequel les parties relevant d'un caractère confidentiel ont été supprimées. Ce travail a été évalué par les membres du jury sur la base du document complet. Pour toutes questions sur les parties confidentielles, le lecteur est invité à me contacter à l'adresse électronique suivante :

thibaut-le-magueresse(at)microdb.fr





# Table des matières

<b>Résumé</b>	<b>iii</b>
<b>Abstract</b>	<b>vii</b>
<b>Remerciements</b>	<b>ix</b>
<b>Note aux lecteurs</b>	<b>xi</b>
<b>Table des matières</b>	<b>xvi</b>
<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>I Contexte scientifique en imagerie acoustique</b>	<b>7</b>
<b>1 Etat de l'art</b>	<b>9</b>
1.1 Résolution d'un problème mal posé en imagerie acoustique . . . . .	9
1.2 Estimation de la puissance acoustique par méthodes d'imagerie . . . . .	11
1.2.1 Holographie de champ proche (NAH) . . . . .	11
1.2.2 Méthode des éléments de frontières inverse (iBem) . . . . .	13
1.2.3 Helmholtz Equation Least-Squares (HELs) . . . . .	14
1.2.4 Méthode des fonctions de transfert inverses (iFrf) . . . . .	15
1.2.5 Estimation de la puissance acoustique : difficultés pratiques . . . . .	16
1.2.5.1 Choix du modèle de propagation . . . . .	16
1.2.5.2 Directivité des sources reconstruites . . . . .	19
1.3 Méthodes d'imagerie pour la reconstruction de sources instationnaires . . . . .	20
1.3.1 Méthodes de reconstruction des signaux par blocs temporels . . . . .	21
1.3.2 Méthodes de reconstruction des signaux par convolution avec un filtre inverse . . . . .	21
1.3.3 Méthodes de reconstruction des signaux en temps réel . . . . .	22
1.3.4 Estimation de champs non-stationnaires : difficultés pratiques . . . . .	23

<b>2</b>	<b>Généralisation du problème inverse en imagerie acoustique</b>	<b>25</b>
2.1	Définition du problème inverse généralisé . . . . .	25
2.1.1	Description du problème . . . . .	25
2.1.2	Calcul de la fonction de base optimale . . . . .	27
2.1.3	Détermination de la fonction coût . . . . .	27
2.1.4	Algorithme de minimisation . . . . .	27
2.1.5	Détermination des sources acoustiques . . . . .	28
2.2	Approche bayésienne en imagerie acoustique . . . . .	28
<b>II</b>	<b>Estimation de la puissance acoustique par méthode inverse</b>	<b>31</b>
<b>3</b>	<b>Estimation déterministe des fonctions de transfert par méthode des sources équivalentes</b>	<b>33</b>
3.1	Introduction . . . . .	33
<b>4</b>	<b>Approche bayésienne pour la résolution du problème inverse acoustique</b>	<b>35</b>
4.1	Modélisation probabiliste du problème direct . . . . .	36
4.1.1	Problème direct . . . . .	36
4.1.2	Inférence bayésienne . . . . .	37
4.1.3	Fonction de vraisemblance . . . . .	38
4.1.4	Modèle a priori des sources . . . . .	39
4.2	Estimateur du maximum a posteriori . . . . .	40
4.2.1	Réduction du problème direct . . . . .	41
4.2.2	Estimation des coefficients des fonctions de base . . . . .	42
4.2.3	Estimation du paramètre de régularisation . . . . .	43
4.2.4	Variance des estimateurs . . . . .	44
4.3	Algorithme . . . . .	45
4.4	Modélisation du prior sur les sources . . . . .	46
4.4.1	Focalisation itérative . . . . .	46
4.4.2	Directivité des sources identifiées . . . . .	47
4.4.3	Correction <i>ad hoc</i> de la puissance acoustique . . . . .	50
4.4.4	Etude numérique . . . . .	50
<b>5</b>	<b>Prise en compte des erreurs de modèle par approche bayésienne</b>	<b>57</b>
5.1	Introduction . . . . .	57
5.1.1	Motivations . . . . .	57
5.1.2	Etat de l'art . . . . .	58
5.1.3	Approche proposée . . . . .	59
5.2	Résolution d'un problème inverse 1D . . . . .	59

5.2.1	Modélisation probabiliste du problème . . . . .	59
5.2.2	Maximum a posteriori . . . . .	61
5.2.3	Validation numérique de l'approche . . . . .	62
5.3	Correction de l'erreur de modèle appliquée à l'imagerie acoustique . . . . .	65
5.3.1	Expression du modèle direct perturbé par une erreur de modèle . . . . .	65
5.3.2	Algorithme Espérance-Maximisation . . . . .	68
5.4	Validations numériques . . . . .	71
5.4.1	Correction d'une erreur synthétique sur les valeurs singulières . . . . .	71
5.4.2	Correction d'une erreur sur la masse volumique de l'air . . . . .	74
5.4.3	Correction d'une erreur sur la célérité des ondes acoustiques . . . . .	75
5.5	Application expérimentale de l'approche . . . . .	76
5.6	Conclusions et perspectives . . . . .	77
5.6.1	Conclusion . . . . .	77
5.6.2	Prise en compte de la variabilité des fonctions de base vis-à-vis des erreurs de modèle . . . . .	78
5.6.3	Estimation de l'hyperparamètre $\gamma^2$ . . . . .	78
5.6.4	Exploitation de la parcimonie spatiale des sources : couplage avec l'al- gorithme EM . . . . .	78
<b>6</b>	<b>Applications expérimentales</b> . . . . .	<b>81</b>
6.1	Contexte de l'étude . . . . .	81
6.2	Cas académique . . . . .	81
6.2.1	Présentation de la configuration expérimentale . . . . .	81
6.2.2	Synchronisation des mesures par méthode des références . . . . .	83
6.2.3	Décomposition de la matrice inter-spectrale resynchronisée . . . . .	85
6.2.4	Validation de la méthode de calcul de fonctions de transfert par ESM . . . . .	86
6.2.5	Estimation des puissances acoustiques des sources . . . . .	88
6.2.5.1	Reconstruction d'une source . . . . .	89
6.2.5.2	Propagation du champ source estimé . . . . .	92
6.2.5.3	A propos de l'erreur de modèle . . . . .	93
6.2.5.4	Calcul de l'incertitude associée à l'estimation de la puissance acoustique . . . . .	96
6.2.5.5	Reconstruction de quatre sources décorréélées . . . . .	97
6.3	Cas industriel : Localisation et quantification de sources automobiles . . . . .	99
<b>III</b>	<b>Reconstruction de sources non stationnaires par la méthode d'holo- graphie temps-réel</b> . . . . .	<b>109</b>
<b>7</b>	<b>Présentation de la méthode d'holographie de champ proche temps-réel</b> . . . . .	<b>113</b>

7.1	Expression de la réponse impulsionnelle dans le domaine temps-nombre d'onde	114
7.2	Traitement de la réponse impulsionnelle	116
7.3	Processus de déconvolution dans le domaine temps-nombre d'onde	117
7.4	Reconstruction de signaux longs	118
<b>8</b>	<b>Régularisation bayésienne appliquée à la méthode RT-NAH</b>	<b>121</b>
8.1	Estimation du paramètre de régularisation bayésien dans le cas de signaux non stationnaires	121
8.2	Comparaison numérique des méthodes de régularisation	123
8.3	Évolution du paramètre de régularisation au cours du temps	127
<b>9</b>	<b>Applications expérimentales</b>	<b>131</b>
9.1	Reconstruction d'un champ de pression émis par une plaque	131
9.1.1	Résultats expérimentaux	132
9.2	Cas industriel	134
	<b>Conclusion générale</b>	<b>141</b>
	<b>Annexe</b>	<b>147</b>
A	Focalisation itérative : mise à jour de la matrice de covariance des sources	147
B	Démonstration de l'expression de la matrice de covariance des fonctions de base (eq. 4.46)	149
C	Algorithme EM généralisé aux problèmes multidimensionnels	150
D	Repérage des positions de microphone	155
E	Méthodes de mesure de puissance acoustique	157
E.1	Estimation de la puissance par mesure de pression selon la Norme ISO 3746	157
E.2	Estimation de la puissance par intensimétrie selon la Norme ISO 9614-2	157
E.3	Calibrage en débit d'une source par mesure du champ de pression à l'intérieur de la buse	158
	<b>Bibliographie</b>	<b>161</b>

# Introduction

## Contexte général

La sévèrisation des normes automobiles engagée par l'Union Européenne vise à réduire de manière globale les émissions de gaz à effets de serre et de bruit. Paradoxalement, les optimisations mises en œuvre visant à diminuer l'émission de gaz impliquent fatalement une dégradation des performances acoustiques. En effet, les solutions proposées portent sur l'allègement des moteurs ou sur une réduction des cylindrées accompagnée d'une sur-alimentation. Ainsi les dernières générations de moteurs à combustion sur lesquels l'émission de gaz à effet de serre a été réduite génèrent davantage de bruit que leurs prédécesseurs, à puissance équivalente. Au regard des échéances à venir (les niveaux maximum admis passeront de 72dBA à 70dBA en 2016, puis à 68 dBA en 2024), il devient impératif d'optimiser les performances acoustiques des trois principales sources automobiles : le groupe motopropulseur (GMP), les pneumatiques et l'échappement.

Le projet Ecobex (ECrans Optimisés pour le Bruit EXtérieur) s'attache à proposer une stratégie efficace afin de concevoir des écrans acoustiques adaptés au type de sources générées par le GMP. Ce projet réunit le constructeur automobile Renault, ainsi que des acteurs industriels spécialisés en caractérisation expérimentale des sources (MicrodB, Vibratec), en conception des écrans acoustiques (ISOVER, Mecacorp, RJP), en caractérisation et simulations de matériaux absorbants (Matelys, ESI) et en simulation et optimisation des écrans (Vibratec, ESI). La caractérisation expérimentale des sources acoustiques générées par le GMP représente la clef de voute des méthodes d'optimisation. Elle définit la hiérarchie des sources émissives, leur spectre, leur localisation et leur contribution en fonction des points de fonctionnement du GMP. Le choix des matériaux absorbants ainsi que leur positionnement dans le compartiment moteur seront entièrement conditionnés par cette première étape.

Les méthodes normatives dédiées à la caractérisation globale du GMP (intensimétrie, mesure de pression en champ lointain) deviennent aujourd'hui obsolètes et insuffisantes pour élaborer un diagnostic précis. Actuellement, des méthodes inverses simplifiées mettant en jeu la reconstruction de monopoles équivalents rendent possible l'estimation de la puissance des

composants mais s'accompagne d'une insuffisante localisation. Inversement, les méthodes de formation de voies offrent une information spatiale fine mais une estimation absolue de la puissance délicate à obtenir. Dans ce contexte, les techniques d'identification de sources par méthodes inverses utilisant des réseaux de capteurs microphoniques pourraient répondre aux objectifs fixés. Introduites dans les années 80, les techniques d'holographie acoustiques avaient pour objet d'identifier des sources de nature vibro-acoustique, dans un plan. Progressivement, une grande quantité de méthodes dérivées de cette approche pionnière a été proposée dans la littérature. Leur capacité de localisation est communément admise, mais seulement une petite partie d'entre elles permettent d'approcher l'objectif d'une quantification fiable en environnement quelconque sur une bande de fréquence large. Par ailleurs, la diversité des sources automobiles implique d'utiliser une méthode polyvalente caractérisant à la fois des champs acoustiques stationnaires et non-stationnaires.

Dans ce contexte, MicrodB, société spécialisée en imagerie acoustique, conçoit des antennes de capteurs acoustiques, développe des méthodes d'identification de sources, et les intègre dans des logiciels industriels. Devant le besoin grandissant de développer une procédure complète de caractérisation de sources en environnements complexes, MicrodB a investi dans le financement de cette thèse Cifre.

## Objectifs et hypothèses de recherche

L'objectif de cette thèse est de développer une méthode performante satisfaisant les besoins d'identification acoustique inverse dans les trois dimensions de l'espace et dans le temps. Le calcul d'un critère pertinent mesurant l'erreur d'estimation devra être proposé dans le but d'établir une procédure standardisée. La configuration expérimentale identifiée par les besoins de MicrodB est caractérisée par un champ acoustique stationnaire ou non, se trouvant dans un domaine ouvert défini en trois dimensions étant mesuré par une antenne plane de géométrie imposée. En ce sens, un nombre considérable de méthodes a été développé. Chacune d'entre elles est optimale dans une configuration bien précise. Un des points clés de cette thèse sera de prendre le recul nécessaire afin de généraliser toutes ces approches et d'en tirer une méthode unique qui s'adapte de façon optimale à la configuration géométrique et aux connaissances a priori disponibles par l'utilisateur.

Cette thèse Cifre se place dans un contexte industriel. Tous les développements proposés seront donc validés par des cas académiques puis industriels afin de mettre en valeur la portée industrielle des développements proposés.

Le point d'accroche de cette introduction et les objectifs de cette thèse sont focalisés sur une application automobile. Dans l'avenir, les méthodes développées ne seront pas pour

---

autant limitées à cette application. La caractérisation de sources en espace confiné est par exemple un cas d'application direct possible des méthodes développées.

## Contributions scientifiques de la thèse

Les principales contributions scientifiques de ces travaux de thèse sont résumées ci-dessous.

### **Développement d'une méthode de calcul de fonctions de transfert dédiée à l'imagerie acoustique**

La résolution d'un problème inverse se base sur un modèle de propagation entre les sources positionnées sur l'objet d'intérêt et la pression acoustique mesurée ponctuellement au niveau de l'antenne. Au cours de cette thèse, une nouvelle méthode de calcul des fonctions de transfert acoustiques basée sur le principe des sources équivalentes a été développée. Cette méthode sans maillage modélise la diffraction des ondes acoustiques autour de l'objet. Sa facilité d'implémentation, l'unicité de la solution obtenue et la possibilité de contrôler la précision du résultat sont des arguments qui en font une méthode industriellement très intéressante pour une application en imagerie acoustique.

### **Estimation conjointe de l'erreur de modèle et de l'amplitude des sources**

Généralement, le modèle de propagation sur lequel se base la résolution du problème inverse est défini comme étant déterministe et parfaitement connu. En réalité, ce modèle ne peut être qu'approché. Un paramètre modélisant l'erreur de modèle a été introduit. Un algorithme d'espérance-maximisation a été développé estimant conjointement l'erreur de modèle, définie comme une variable manquante au problème, et l'amplitude complexe des sources. Durant cette thèse, il a été montré (sous certaines conditions) que la prise en compte de l'erreur de modèle pouvait améliorer significativement l'estimation du champ source.

### **Définition de priors sur les sources acoustiques**

Les méthodes d'imagerie acoustique visent à reconstruire un champ acoustique à partir de mesures partielles dans l'espace. Pour des raisons de contraintes expérimentales, le rayonnement acoustique de l'objet n'est pas totalement mesuré. Par conséquent, la totalité de l'énergie n'est pas comptabilisée et ce manque d'information se traduit par une sous-estimation des niveaux acoustiques en hautes fréquences. Ces travaux présentent trois méthodes favorisant la correction de cette sous-estimation (1) en profitant de la propriété parcimonieuse du champ source, (2) en traduisant le caractère omnidirectionnel du rayonnement des sources par la construction de fonctions de base spatiales corrigées et (3) en introduisant un coefficient de correction *ad hoc* sur les niveaux acoustiques globaux.



### **Définition d'une procédure industrielle complète**

Dans ce contexte industriel, une méthode expérimentale complète a été définie au cours de cette thèse. La préparation des données d'entrée, la résolution du problème inverse, le calcul d'indicateurs reflétant la qualité de reconstruction sont les étapes majeures de cette procédure. L'ensemble de ces étapes a été intégré dans les outils industriels de MicrodB et appliqué avec succès dans le cadre du projet Ecobex.

### **Extension de la méthode d'holographie acoustique de champ proche temps réel**

La méthode d'holographie acoustique de champ proche temps réel a été utilisée dans cette thèse pour reconstruire des champs acoustiques non-stationnaires. Notre première contribution se focalise sur l'amélioration des performances de l'inversion du problème par l'introduction du paramètre de régularisation bayésien. Sa supériorité par rapport aux autres méthodes a été montrée dans plusieurs cas d'étude numériques et expérimentaux. Par ailleurs, la méthode a été étendue à la reconstruction de signaux longs. Initialement, la méthode permet uniquement la reconstruction d'un bloc temporel limité par la taille de la matrice de structure Toeplitz à inverser. Cette matrice carrée de dimension similaire au nombre d'échantillons à reconstruire a été modifiée de manière à rendre possible la déconvolution par bloc. L'intérêt de mettre à jour la valeur du paramètre de régularisation au cours du temps a finalement été souligné.

## **Organisation du document**

Ce rapport est divisé en trois grandes parties. La première s'attache à décrire les méthodes existantes dans la littérature, d'en identifier leurs difficultés et de proposer une approche permettant de répondre aux objectifs fixés. Cette revue bibliographique est dédiée à la présentation des méthodes inverses visant à reconstruire un champ acoustique stationnaire et non stationnaire. La distinction entre ces deux familles de méthodes se fait clairement dans la littérature en raison des traitements appliqués fondamentalement distincts. Cette partie a pour objectif de prendre le recul nécessaire sur l'état de l'art des techniques développées. Il est proposé de répondre à l'ensemble des objectifs visés en adoptant une approche bayésienne.

Afin de présenter une solution aux difficultés attenantes au problème d'identification en imagerie acoustique, la deuxième partie de ce rapport présente une procédure expérimentale complète visant à reconstruire une cartographie de puissance acoustique sur un maillage surfacique d'un GMP. Le développement d'une nouvelle méthode de calcul de fonctions de transfert en prenant en compte la diffraction des ondes autour de l'objet est tout d'abord présentée. Ensuite, le problème inverse est résolu en adoptant une approche bayésienne introduite par Antoni [1]. Ainsi, des prior sur les sources acoustiques ont pu être définis dans le but d'amélior-

rer la résolution spatiale de la localisation de la sources et la quantification absolue des sources reconstruites. En plus des sources acoustiques, une contrainte a été libérée en introduisant une erreur de modèle de nature stochastique dans le problème. L'estimation conjointe des sources acoustiques et du biais de modèle est réalisée par un algorithme d'espérance-maximisation. Finalement, ces développements sont validés sur un cas académique simple et appliqués sur un cas industriel. Un exemple de diagnostic acoustique du rayonnement d'un groupe moto-propulseur automobile y est détaillé.

Finalement, la troisième et dernière partie de ce manuscrit s'attache à reconstruire des sources fluctuantes dans le temps. Les performances de la méthode de l'holographie de champ proche temps-réel, développée par Thomas *et al.* [2–5] ont été améliorées par l'introduction du paramètre de régularisation bayésien. La technique de déconvolution par bloc a été introduite dans le but de reconstruire des signaux temporels de plus grande taille. Ces nouveaux développements ont été validés au cours d'une campagne de mesures académiques réalisée en environnement calme pour la caractérisation de la réponse acoustique d'une plaque en acier soumise à une excitation transitoire. Finalement, le rayonnement généré par un groupe motoventilateur automobile a été caractérisé par la méthode proposée.



Première partie

Contexte scientifique en imagerie  
acoustique



# Chapitre 1

## Etat de l'art

Les techniques expérimentales d'imagerie acoustique sont utilisées dans l'industrie comme des outils de caractérisation de sources acoustiques. Elles fournissent des informations spatiales et quantitatives sur les sources permettant de réaliser un diagnostic acoustique précis. Il s'agit d'estimer la position et le niveau acoustique du champ source à partir de mesures microphoniques d'antennerie, d'un modèle de propagation supposé connu et de connaissances a priori sur le type de source à reconstruire. La reconstruction du champ source se réalise en cherchant l'adéquation entre la mesure et ces informations a priori. Ces techniques fournissent des résultats parfois dégradés puisque : (1) la mesure microphonique est entachée d'un bruit expérimental, (2) le modèle de propagation est souvent approché, (3) le modèle de source est parfois erroné et (4) le problème inverse est en général mal-posé. Depuis l'apparition de la méthode d'holographie acoustique dans les années 80, un nombre considérable de méthodes a été développé. Afin de répondre aux objectifs industriels fixés en introduction, un état de l'art des méthodes existantes est proposé dans le but de déterminer leurs capacités, points communs, avantages et inconvénients. La méthode où l'association de méthodes qui permettra de garantir une capacité accrue de localisation spatiale, une quantification correcte des sources et l'accès à une mesure d'erreur d'estimation sera recherchée. Par ailleurs, des verrous techniques seront identifiés. Suite à ce travail de synthèse, une approche généralisée du problème inverse d'imagerie acoustique sera proposée afin de répondre au besoin industriel d'identification inverse dans les trois dimensions de l'espace et dans le temps.

### 1.1 Résolution d'un problème mal posé en imagerie acoustique

Dans le milieu industriel, il est fréquent qu'une quantité physique ne soit pas accessible directement par la mesure. Dans ce cas, la technique employée est de mesurer l'effet du phénomène physique pour en déduire ses causes : on parle alors de résolution d'un problème inverse. En imagerie acoustique, la première étape est de modéliser la propagation directe des ondes acoustiques des sources vers les microphones de l'antenne. La résolution du problème

inverse revient à estimer la localisation et la quantification de la source en connaissant les données mesurées par l'antenne et des informations a priori sur le phénomène à caractériser. L'inversion de la matrice de propagation est délicate car le problème inverse est généralement un problème sous-déterminé : le nombre d'inconnues qui caractérisent le champ source à rechercher est supérieur au nombre de microphones. De plus, cette matrice est généralement mal conditionnée, c'est-à-dire que la relation entre les sources et les pressions mesurées n'est pas bijective. Ces difficultés mathématiques entraînent une instabilité de la solution du problème inverse vis-à-vis des erreurs expérimentales ou des erreurs de modèle. Un problème inverse est défini comme « bien posé » s'il satisfait les trois conditions d'Hadamard suivantes [6] :

- la solution du problème inverse existe ;
- la solution du problème inverse est unique ;
- la solution du problème inverse dépend des données d'entrée de façon continue.

Si l'une de ces trois conditions n'est pas respectée, le problème est dit mal-posé et des précautions doivent être prises pour la résolution du problème. Dans notre cas d'étude, nous supposons qu'une source acoustique est présente dans le domaine ; la condition d'existence est respectée, du moins physiquement. Les seconde et troisième conditions sont rarement respectées puisque le problème est généralement sous-déterminé et l'ajout d'une petite perturbation sur les données mesurées entraîne une amplification importante de la solution.

La sensibilité de la solution aux petites perturbations des données d'entrée est due à un mauvais conditionnement de la matrice de transfert liant les sources aux microphones. Une façon de quantifier cette sensibilité vis-à-vis du bruit est de calculer le nombre de conditionnement de la matrice de transfert qui est défini comme le rapport entre la plus grande et la plus petite valeur singulière de la matrice. Ce nombre est compris entre 1 et  $+\infty$ . Plus ce rapport est important plus le système est sensible aux perturbations appliquées en entrée. Il caractérise le degré de dépendance linéaire entre chaque colonne de la matrice de transfert [7]. Si deux microphones sont placés à proximité l'un de l'autre (c'est-à-dire à une distance petite devant la longueur d'onde), cela créera une dépendance linéaire entre les colonnes et la matrice sera mal conditionnée. De manière physique, si un microphone ajoute une information par rapport aux autres microphones, une amélioration du conditionnement sera observée : une équation est rajoutée dans le système qui est indépendante des autres.

Il s'agit donc de traiter l'inversion du problème pour limiter la sensibilité de la solution vis-à-vis des perturbations en entrée : c'est le rôle des méthodes de régularisation. Régulariser un problème inverse mal posé revient à stabiliser la solution aux perturbations des données d'entrée. La méthode la plus intuitive est de supprimer du système les petites valeurs singulières responsables de l'hypersensibilité de la solution aux perturbations des données d'entrée. Ce procédé revient à supprimer les colonnes de la matrice de transfert qui sont fortement

linéairement dépendantes entre elles. Cette méthode est appelée décomposition tronquée en valeurs singulières (TSVD) [8]. Elle peut s'avérer très efficace mais la question du seuillage des valeurs singulières se pose alors. La régularisation de Tikhonov [9] est la méthode la plus utilisée dans le domaine de la résolution des problèmes inverses en acoustique [10–12]. Elle consiste à minimiser la solution aux moindres carrés en ajoutant une contrainte sur l'énergie de la solution. La difficulté de la méthode est de trouver le bon compromis entre la minimisation du résidu et l'énergie de la solution. Ce compromis est trouvé par la détermination du paramètre de régularisation. Plusieurs techniques sont disponibles dans la littérature pour estimer ce paramètre : la méthode de la courbe en L [13], la méthode de la validation croisée généralisée [14] ou la méthode utilisant le principe d'anomalie de Morozov [15]. La comparaison de ces différentes méthodes a fait l'objet d'un certain nombre de publications [11, 12, 16, 17]. Ces études révèlent que les performances des méthodes dépendent fortement du cas d'étude. Récemment, le calcul du paramètre de régularisation par une approche bayésienne empirique a été proposé [1, 18, 19]. Il a été montré que cette méthode de calcul était plus robuste que les autres méthodes vis-à-vis du bruit expérimental appliqué en entrée et ce pour un large domaine fréquentiel. Dans certains cas, il a été observé que les méthodes de la courbe en L et de la validation croisée généralisée présentaient parfois deux solutions possibles. La particularité de la fonction coût calculée par méthode bayésienne est qu'elle présente un unique minimum dans ces cas sévères.

## 1.2 Estimation de la puissance acoustique par méthodes d'imagerie

Les hypothèses de recherche fixées en introduction limitent l'étude à la caractérisation de sources stationnaires et non-stationnaires générées par un objet de géométrie quelconque. Cette deuxième partie s'intéresse particulièrement aux méthodes permettant de reconstruire des sources ayant des propriétés statistiques caractérisées par des espérances mathématiques indépendantes du temps. Les données mesurées considérées dans cette partie sont donc issues de la transformée de Fourier des blocs temporels mesurés par les microphones.

Dans le cadre de cette thèse, les cas d'étude visés mettent en jeu des sources corrélées spatialement. Pour cette raison, les méthodes de formation de voies ont été exclues de cette revue bibliographique. En effet, cette famille de méthode se base sur une hypothèse de sources décorrélées.

### 1.2.1 Holographie de champ proche (NAH)

L'holographie acoustique de champ proche, (Nearfield Acoustical Holography, NAH) a été développée en 1980 [20–23] et a révolutionné le domaine du diagnostic de rayonnement



acoustique. En effet, lorsque l'antenne microphonique est suffisamment proche de la distribution des sources acoustiques, cette méthode offre une bonne estimation spatiale du champ de pression acoustique sur le plan des sources, mais aussi du champ d'intensité et donc de la puissance acoustique rayonnée. Théoriquement, une mesure continue sur un plan infini fournirait une résolution spatiale infinie de la distribution des sources acoustiques. En effet, toutes les composantes des ondes évanescentes (définies comme exponentiellement décroissantes avec la distance) et propagatives seraient mesurées.

Quel que soit le système de coordonnées utilisé (coordonnées planes, sphériques, cylindriques), le problème direct de l'holographie acoustique consiste à calculer les transformées de Fourier temporelle puis spatiale du champ de pression mesuré par une antenne microphonique et de rétro-propager les composantes du spectre des nombres d'onde sur le plan des sources en inversant un propagateur. Ce propagateur décrit l'ensemble des composantes du spectre des nombres d'onde. Il est calculé en résolvant l'équation de Helmholtz analytiquement. Tracer ce propagateur dans le plan des nombres d'onde met en évidence la distinction entre les ondes propagatives et les ondes évanescentes. Les composantes de ces deux types d'onde sont séparées par un cercle de rayon  $k = 2\pi f_0/c$ , avec  $f_0$  la fréquence d'étude. Les composantes des ondes propagatives se trouvent à l'intérieur du cercle analytique, alors que les ondes évanescentes ainsi que le bruit de mesure se situent à l'extérieur du cercle. Filtrer entièrement les composantes placées à l'extérieur du cercle reviendrait à considérer seulement les ondes propagatives. Dans ce cas, la résolution spatiale des sources reconstruites serait égale à une demie longueur d'onde. Pour améliorer cette résolution, un filtre spatial défini dans le domaine des nombres d'onde permet de différencier le bruit de mesure des ondes évanescentes. En réalité, ce filtre spatial revient à régulariser la solution du problème inverse. L'avantage par rapport aux techniques de régularisation classiques est de rendre l'interprétation physique claire : le filtre spatial est un filtre passe-bas qui sépare les composantes évanescentes du bruit. Le champ de pression au niveau du plan des sources est ensuite déterminé en calculant les transformées de Fourier inverses spatiale puis temporelle du champ de pression propagé.

L'inconvénient majeur de ces techniques holographiques est la contrainte géométrique liée à l'utilisation de la transformée de Fourier spatiale. La méthode SONAH (Statistically Optimal Near-Field Acoustical Holography) a été introduite par Hald [24] dans le but d'éviter le passage dans l'espace des nombres d'onde, pour ainsi contourner les problèmes liés à l'échantillonnage spatial régulier. La première version de la méthode a été appliquée à la reconstruction des sources sur un plan de calcul. Elle a ensuite été adaptée par Cho en géométries cylindriques [25] puis quelconques [26, 27]. Sous sa forme originelle, cette méthode requiert l'utilisation de fonctions d'ondes planes qui constituent une base complète pour la description du champ de pression généré par une source plane et mesuré par une antenne plane. La généralisation des méthodes pour la reconstruction de sources à géométrie quelconque est l'un

des points clés de cette étude bibliographique, ce qui fait de SONAH une méthode pertinente dans ce contexte. Néanmoins, l'application de cette méthode à des géométries particulières non planes (ou non cylindriques, ou non sphériques) est délicate puisque les fonctions d'ondes analytiques ne constitueraient alors plus une base complète pour la description du champ de pression. La méthode M-SONAH [28] a récemment été proposée dans le but de pouvoir utiliser une combinaison de fonctions d'onde de différentes natures. Néanmoins, cette nouvelle approche prometteuse ne satisfait pas l'objectif de généralisation des méthodes puisque chaque cas géométrique doit faire l'objet d'une étude poussée sur le choix de la fonction de base optimale à utiliser.

### 1.2.2 Méthode des éléments de frontières inverse (iBem)

Les méthodes d'holographie de champ proche (NAH) ou leur évolution « statistiquement optimisée » (SONAH) sont des méthodes se limitant (dans leur formulation originelle) à une reconstruction de champs de pression sur des surfaces définies par des coordonnées à géométries séparables. Une importante demande industrielle a permis la généralisation de la méthode à des géométries quelconques. Avec l'avènement des méthodes de calcul numérique et le développement des méthodes intégrales, des méthodes inverses basées sur une résolution par éléments de frontière ont vu le jour [29–31]. Ces méthodes s'appliquent à la fois à des problèmes de rayonnement acoustique intérieurs [32] et extérieurs [33].

La première publication sur le sujet date de la fin des années 80 [29]. Pour la première fois la transformée de Fourier spatiale, outil mathématique essentiel de l'holographie, est remplacé par une décomposition en valeurs singulières de la matrice de transfert. L'équation intégrale de Kirchhoff-Helmholtz permet d'exprimer la relation entre le champ de pression mesuré en un point de l'espace et la pression pariétale ou la vitesse normale à la paroi de l'objet à caractériser. La résolution de l'équation intégrale est réalisée par la méthode des éléments de frontières (Boundary Element Method, BEM). Une fois que le modèle de propagation est connu, deux problèmes inverses distincts sont successivement résolus afin de reconstruire la pression pariétale et la vitesse normale à la paroi.

L'avantage de cette méthode est sa flexibilité géométrique : aucune contrainte sur la géométrie de l'antenne ou de l'objet à caractériser n'est imposée. Néanmoins, il a été montré que les résultats obtenus dépendaient énormément du choix de la position des microphones [34]. Des méthodes itératives d'optimisation de placement des microphones ont été développées pour assurer une indépendance des composantes des fonctions de transfert. En effet, le conditionnement de la matrice peut être amélioré en diminuant le degré de dépendance entre les éléments du modèle [7]. Dans la littérature, cette méthode est appelée « Effective Indepen-

dance » ou « Efi » [32, 34, 35]. Sur une plage fréquentielle donnée, elle permet de déterminer parmi un grand nombre de positions de microphones la combinaison de microphones qui assure une indépendance des composantes principales de la matrice de transfert.

La méthode iBem (« inverse boundary element method ») comporte deux inconvénients majeurs. Le premier est le coût informatique en terme de ressource logicielle (un solveur BEM est requis) et en terme de temps de calcul. En effet, la formation intégrale requiert une discrétisation de l'objet d'intérêt suffisamment fine pour respecter la règle des 6 nœuds par longueur d'onde. Le deuxième inconvénient est la non-unicité de la solution calculée par méthode BEM [36]. Ce problème, bien connu des numériciens, est lié au calcul de fréquences de résonance irrégulières (appelées aussi fréquences caractéristiques) d'origine numérique qui correspondent aux fréquences propres internes des éléments géométriquement isolés du modèle acoustique.

### 1.2.3 Helmholtz Equation Least-Squares (HELS)

Dans le but de contourner les problèmes liées à la formulation intégrale, la méthode Helmholtz Equation Least-Squares (HELS) a été développée par Wu et Wang [37, 38]. Elle est basée sur l'interpolation des données mesurées sur des bases de fonctions d'ondes sphériques, cylindriques, ou planes selon la configuration étudiée<sup>1</sup>. Le champ de pression propagé est exprimé comme une combinaison linéaire d'ondes qui sont elles-mêmes solutions de l'équation de Helmholtz. Les coefficients d'expansion sont calculés par méthode des moindres carrés en comparant le champ de pression mesuré au niveau de l'antenne et le champ reconstruit par une solution combinant ces fonctions d'onde. Cette méthode a aussi été adaptée à la reconstruction de sources acoustiques en espace confiné [39].

Cette méthode est moins rigoureuse que la méthode iBem puisqu'elle n'utilise pas la solution exacte de l'équation d'onde sous contrainte des conditions aux limites imposées par la présence de la structure rayonnante, mais la solution du problème en champ libre. Lors de l'estimation des coefficients d'expansion en harmoniques sphériques, des erreurs sont commises et sont limitées par une méthode des moindres carrés, sans tenir compte d'a priori sur les sources. Néanmoins, les avantages de cette méthode par rapport à l'iBEM est le temps de calcul, la facilité d'implémentation et l'unicité de la solution.

Cependant, en hautes fréquences et pour des objets de géométries complexes, cette méthode a tendance à diverger [40]. Dans ces cas complexes, le positionnement du centre des harmoniques sphériques, le choix du type d'harmoniques sphériques [41] et le nombre d'harmoniques sont à prendre en considération avec grande précaution. Sans bruit ni incertitude,

---

1. Les publications proposées sur le sujet sont majoritairement tournées vers le développement de la méthode utilisant les harmoniques sphériques

la solution convergerait si le nombre de termes dans le développement tendait vers l'infini. En réalité, ce nombre d'expansion doit être tronqué pour des raisons de stabilité. Un compromis entre la bonne description du champ de pression tout en garantissant la stabilité de la solution doit être trouvé.

Le processus de régularisation est réalisé implicitement en tronquant le nombre de terme dans le développement. Le processus d'optimisation du nombre de fonctions d'onde peut être fixé manuellement, en le prenant plus petit que le nombre de mesures. Néanmoins, la caractérisation d'objet à géométrie complexe requiert l'utilisation d'un processus de régularisation automatique pour converger vers une solution stable [42]. La solution peut aussi être estimée en deux temps en utilisant deux séries de mesures prises dans deux zones différentes [43]. La première série de mesures permet d'estimer la valeur des coefficients et la deuxième permet d'estimer le nombre de termes dans le développement à prendre en compte.

Les méthodes iBem et HELS décrites précédemment ont été combinées [43–45] dans le but :

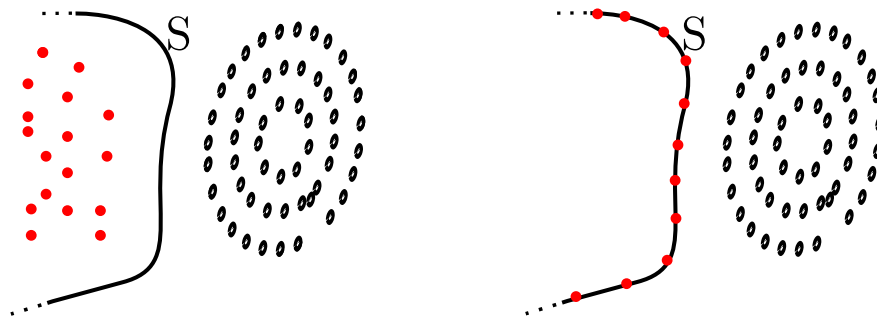
1. d'améliorer l'efficacité de la méthode iBem en terme de coût de calcul ;
2. de rendre unique la solution proposée par iBem ;
3. de limiter le nombre de mesures à effectuer ;
4. d'améliorer la stabilité de la méthode HELS.

La première étape est d'appliquer la méthode HELS telle qu'elle est décrite précédemment. Une fois que les coefficients des harmoniques sont déterminés, le champ de pression est connu en n'importe quel point du domaine d'étude. Des mesures microphoniques virtuelles sont alors générées. Ces signaux sont ensuite utilisés comme données d'entrée par l'algorithme iBem afin d'améliorer le conditionnement du problème inverse. De plus, le problème de non-unicité de la solution est évité puisque cette technique ajoute un sens physique à la solution estimée.

#### 1.2.4 Méthode des fonctions de transfert inverses (iFrf)

La méthode des fonctions de transfert inverses (iFrf, inverse frequency response function) s'inspire du concept de la méthode des sources équivalentes introduit par Koopmann *et al.* [46–48] dans le but de prédire le rayonnement acoustique de sources. L'idée principale est de supposer qu'un champ de pression complexe peut être substitué par le rayonnement en champ libre de sources simples. Cette méthode de prédiction directe sera expliquée en partie 3.2 [confidentiel]. Ce concept a été réutilisé dans le domaine de l'imagerie acoustique pour caractériser par méthode inverse le comportement acoustique d'un objet à géométrie quelconque. Il s'agit de reconstruire les amplitudes complexes de sources équivalentes permettant d'expliquer le champ acoustique mesuré par les microphones. Ces sources équivalentes peuvent

être positionnées dans l'objet à caractériser [35, 49–52] ou directement sur la peau de l'objet [10, 12, 53] (figure 1.1). Dans la littérature, cette méthode inverse est intitulée « Equivalent Source Method » (ESM), ou « inverse Frequency Transfert Function » (iFrf). Par souci de clareté, elle sera nommée « méthode iFrf » dans ce rapport, afin d'éviter toute confusion avec la méthode directe des sources équivalentes.



**Figure 1.1** – Deux configurations géométriques possibles de la méthode iFrf : à gauche, les monopôles à reconstruire (en rouge) sont situés à l'intérieur de l'objet. À droite, ils sont positionnés sur la peau de l'objet. Les points noirs représentent les microphones de l'antenne.

Dans la configuration pour laquelle les sources recherchées sont situées à l'intérieur de l'objet, la résolution du problème inverse met en jeu des fonctions de transfert calculées par une approximation de champ libre. Les débits équivalents estimés sous la forme régularisée de Tikhonov sont par la suite réémis jusqu'à la peau de l'objet pour en déduire le champ de pression pariétal ainsi que le champ de vitesse normal à la paroi. La sensibilité des résultats vis-à-vis du positionnement des sources à reconstruire ainsi que leur nature (monopôle, dipôle, multipôle) est l'inconvénient majeur de la méthode. En effet, le positionnement des sources dans l'objet est encore aujourd'hui une question ouverte dans la communauté [54].

La technique consistant à estimer les sources directement sur la surface de l'objet s'affranchit de cette question. Les fonctions de transfert modélisant la propagation des sources vers les microphones de l'antenne peuvent être connues par la mesure [55, 56], par un calcul numérique [57], ou simplement par une approximation de champ libre. La solution s'exprime sous la forme d'une distribution de débits équivalents.

## 1.2.5 Estimation de la puissance acoustique : difficultés pratiques

### 1.2.5.1 Choix du modèle de propagation

Les familles de méthodes présentées ci-dessus se différencient par le choix de la représentation spatiale du champ acoustique. Dans l'objectif de reconstruire une cartographie de puissance sur un objet défini en trois dimensions, un choix sur la quantité physique des sources

à reconstruire doit être réalisé. Les méthodes basées sur une représentation du champ acoustique sur la base des fonctions d'onde analytiques (harmoniques sphériques ou ondes planes) reconstruisent une vitesse normale à la paroi et un champ de pression pariétal. La puissance acoustique intégrée sur une surface  $S$  est alors déduite par l'équation suivante :

$$W = \iint_S \frac{1}{2} \mathbb{E} \{ \Re \{ p(r) v_n^*(r) \} \} dS, \text{ avec } r \in S \quad (1.1)$$

avec  $p(r)$  la pression pariétale reconstruite au point  $r$  et  $v_n(r)$  la vitesse normale à la paroi et  $\mathbb{E}$  l'opérateur d'espérance mathématique prise dans ce cas sur le nombre de blocs temporels étudié. Ces fonctions de base sont optimales dans le cas où l'objet peut être décomposé sur ces fonctions d'ondes. Dans le cas général, la relation entre le champ de pression mesuré et les sources peut être connue en résolvant l'équation de Helmholtz par un calcul numérique. La méthode iBem est utilisée dans cette optique, mais présente des inconvénients discutés précédemment.

La méthode iFrf présentée en section 1.2.4 semble être intéressante d'un point de vue industriel car elle permet de caractériser des sources d'une géométrie quelconque en s'affranchissant de la résolution de l'équation de Helmholtz. La première version de cette méthode consiste à reconstruire une distribution de sources monopolaires à l'intérieur de l'objet à caractériser. Une fois reconstruites, ces sources sont re-propagées jusqu'à la surface de l'objet afin d'estimer le champ de pression pariétal et la vitesse normale à la paroi et donc la puissance acoustique selon l'équation 1.1. Il a été montré que cette approche était une approximation de la méthode d'iBem [49]. Cependant, l'importance du positionnement et du nombre des sources à reconstruire à l'intérieur de l'objet a été soulignée dans cette publication. De plus, Bai montre sur plusieurs cas d'étude qu'il est délicat de définir ces paramètres de façon automatique et optimale [54]. La deuxième version de cette méthode consiste à reconstruire une distribution de sources de débits directement sur la peau de l'objet. La puissance acoustique correspondant à chacun des débits identifiés est ensuite déterminée par [19]<sup>2</sup> :

$$W(r_e) = \frac{\rho c k^2 \mathbb{E} \{ |q(r_e)|^2 \}}{8\pi} + \frac{\Re \{ \mathbb{E} \{ p_0(r_e) q^*(r_e) \} \}}{2}, \quad (1.2)$$

avec  $q(r_e)$  le débit reconstruit au point  $r_e$  et  $p_0(r_e)$  le champ de pression généré au point  $r_e$  par toutes les autres sources reconstruites tel que :

$$p_0(r_e) = -j\omega\rho \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq e}}^N G(r_e, r_i) q(r_i), \quad (1.3)$$

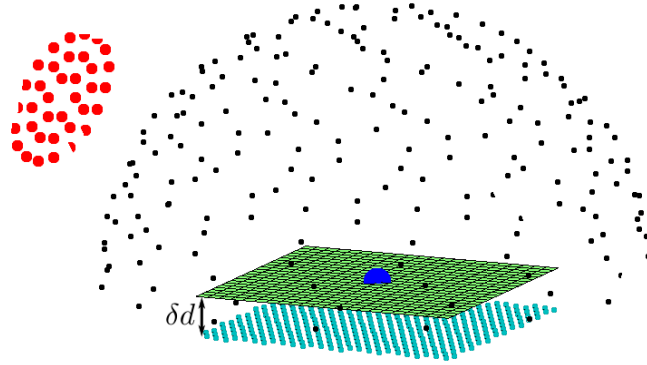
avec  $g(r_e, r_i) = \frac{e^{jk\|r_e-r_i\|}}{4\pi\|r_e-r_i\|}$  la fonction de transfert modélisant la propagation du champ de pres-

---

2. tous les développements mathématiques sont détaillés dans cette référence

sion du point  $r_i$  au point  $r_e$ .

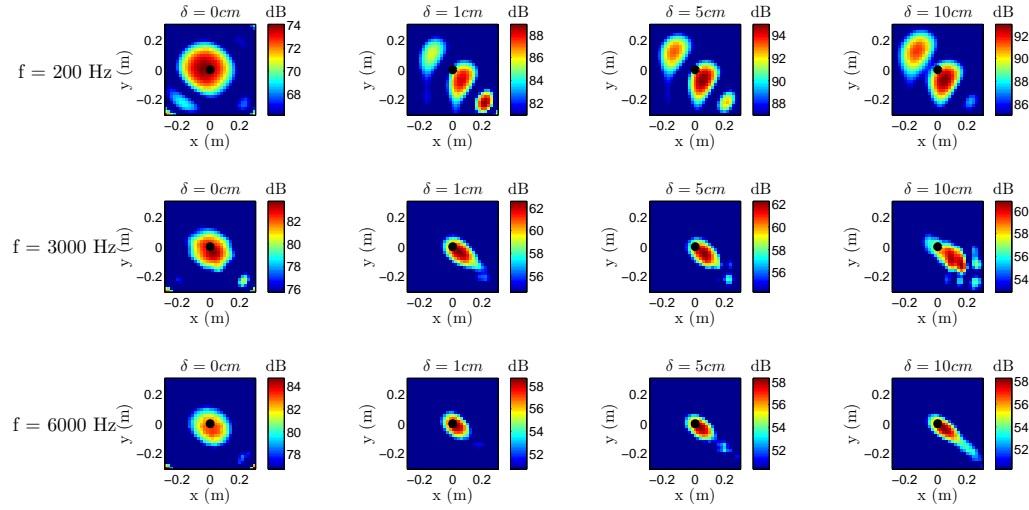
Une étude numérique a été menée dans le but d'évaluer la capacité de la méthode iFrf à caractériser des sources acoustiques. Il s'agit d'un cas simple mettant en jeu un plan de calcul et une antenne plane inclinée, comme présentée en figure 1.2.



**Figure 1.2** – Configuration géométrique de l'étude numérique. Les points rouges, noirs et bleu foncé représentent successivement les positions des microphones, les microphones de contrôle sur lesquels les sources identifiées sont re-propagées et la position de la source monopolaire. La grille de calcul est représentée en vert, et les sources équivalentes à reconstruire sont représentées en bleu clair positionnées à une distance  $\delta d$  par rapport à la grille de calcul.

La méthode iFrf est utilisée pour reconstruire un monopôle placé au centre de la grille de calcul. La distance séparant le centre de l'antenne et la source est de  $1.5m$ . Les signaux de pression au niveau de l'antenne sont générés par une propagation de champ libre. Ces signaux sont perturbés par un bruit gaussien (rapport signal à bruit = 20dB). La première version de la méthode est tout d'abord investiguée. L'influence de la distance  $\delta d$  séparant la distribution de sources virtuelles et la grille de calcul a été étudiée. Les valeurs de  $1cm$ ,  $5cm$ , et  $10cm$  ont été successivement utilisées. Une fois que les débits sont identifiés, ils sont re-propagés en vitesse et en pression afin d'obtenir une estimation de la puissance totale. Ensuite, la deuxième version de la méthode est appliquée. La distribution des sources est reconstruite directement sur la grille de calcul ( $\delta d = 0$ ) et la puissance totale est estimée en utilisant l'équation 1.2. Les cartes de puissance acoustique reconstruites sur la grille de calcul pour ces différentes configurations sont présentées en figure 1.3.

Cette étude simple souligne la grande sensibilité de la méthode iFrf vis-à-vis de la position des sources à reconstruire : la localisation la plus stable est obtenue en utilisant la seconde version de la méthode, en choisissant  $\delta d = 0$ . Dans une problématique industrielle, il semble donc délicat d'utiliser la première version de la méthode, qui reconstruit des sources à l'inté-



**Figure 1.3** – Cartographies de puissance acoustique estimées de gauche à droite directement sur la grille, et pour une distance grille-sources équivalentes  $\delta d$  de 1cm, 5cm et 10cm à des fréquences d'étude de 200Hz, 3000Hz et 6000Hz successivement de haut en bas.

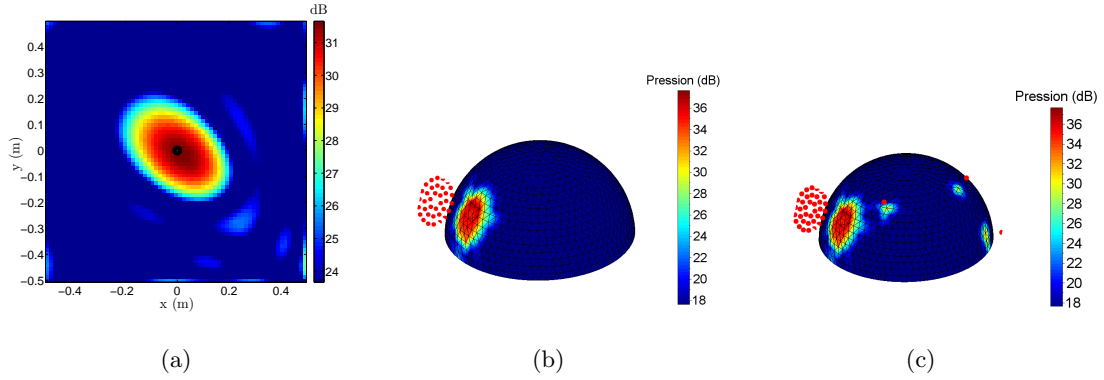
rieur de l'objet. Dans le cadre de cette thèse, les sources seront donc identifiées directement sur le maillage de l'objet à caractériser. Les fonctions de transfert modélisant la propagation acoustique entre les points de calcul et les points de mesures pourront être calculées par une approximation de champ libre ou par une méthode de calcul numérique qu'il conviendra de déterminer. Elles pourront aussi être estimées par la mesure en positionnant successivement une source de débit connu en chaque point de la grille de calcul.

### 1.2.5.2 Directivité des sources reconstruites

Des récentes études ont permis d'observer que la solution régularisée de Tikhonov avait tendance à sous-estimer les niveaux acoustiques de la solution [19, 58]. La raison de cette sous-estimation est due au caractère ponctuel de la mesure dans l'espace : seulement une petite partie du champ acoustique rayonné est mesurée. Or, dans le but de stabiliser la solution vis-à-vis du bruit de mesure, l'énergie de la solution est minimisée lors de l'inversion. Les sources identifiées par méthode inverse expliqueront bien les données mesurées sur l'antenne et l'énergie autour de l'antenne sera minimisée. Dans les cas où la source à reconstruire présente un rayonnement omnidirectionnel, seulement une petite partie de l'énergie contenue dans l'angle solide de l'antenne sera donc reconstruite. Ce problème est illustré par l'étude numérique présentée en section 1.2.5.1. Les résultats présentés en figure 1.4 représentent la carte de puissance identifiée sur la grille de calcul et le champ de pression propagé par les sources acoustiques identifiées (en considérant la deuxième version de la méthode iFrf, avec



$\delta d = 0$ ) à la fréquence de 5000Hz. Cette même simulation a été répétée en ajoutant trois microphones supplémentaires dans l'espace.



**Figure 1.4** – Reconstruction du champ de pression par méthode inverse (a) à 5000Hz en posant  $\delta d = 0$ cm. En (b), propagation de la solution au niveau des points de contrôle formant un hémisphère. En (c), champ de pression propagé par les sources identifiées par une antenne de microphones ayant 3 microphones supplémentaires.

Cette étude numérique simple pointe le problème de directivité des sources reconstruites. En hautes fréquences, le compromis entre l'adéquation aux données et la minimisation de l'énergie de la solution a pour conséquence de créer une directivité de source qui n'est pas représentative de la réalité. On observe que ce problème n'impacte pas la localisation de la source. De plus, ajouter des données mesurées par quelques microphones supplémentaires a pour conséquence de n'améliorer que très localement la directivité. L'estimation absolue de la puissance acoustique est biaisée : une sous-estimation de 12dB est observée à cette fréquence pour cette configuration. Cette observation met en évidence la difficulté la plus importante relevée dans le but d'estimer de manière satisfaisante la puissance acoustique par méthode inverse sur une large bande fréquentielle.

### 1.3 Méthodes d'imagerie pour la reconstruction de sources instationnaires

La troisième partie de cet état de l'art s'intéresse à la caractérisation de sources acoustiques dont les propriétés statistiques dépendent de l'origine du temps considérée. Les méthodes inverses déployées pour ce type de caractérisation utilisent directement les échantillons temporels mesurés par l'antenne de microphones. La résolution du problème inverse requiert donc des traitements spécifiques différents des méthodes proposées en partie précédente.

### 1.3.1 Méthodes de reconstruction des signaux par blocs temporels

La première famille de méthodes se base sur les développements effectués dans le domaine fréquentiel et applique une transformée de Fourier temporelle inverse sur le résultat par tranche temporelle. La méthode appelée Time Domain Holography [24] consiste à estimer le champ de pression acoustique sur le plan de la source en fonction du temps. Une transformée de Fourier temporelle est appliquée sur les blocs temporels des signaux de l'antenne. Le processus de l'holographie standard décrit en partie 1.2.1 est répété pour chaque raie fréquentielle. Une fois que les signaux ont été rétro-propagés, une transformée de Fourier inverse est appliquée et une estimation temporelle du champ est disponible.

Une deuxième méthode appelée Time Method a été développée par les sociétés LMS et MicrodB [59]. La transformée de Fourier temporelle est remplacée par une transformée de Fourier à court terme. Pour chaque bloc temporel, le traitement classique de l'holographie de champ proche est appliqué. Le signal de pression dans le domaine temporel est estimé en appliquant une transformée de Fourier temporelle inverse.

### 1.3.2 Méthodes de reconstruction des signaux par convolution avec un filtre inverse

Wu *et al.* proposent une évolution de la méthode HELS destinée à la caractérisation de sources instationnaires rayonnant sur une surface sphérique [60]. Le problème direct, initialement exprimé sous la forme d'un produit de convolution, est réécrit dans le domaine de Laplace. Le noyau temporel est établi en remplaçant les fonctions sphériques de Hankel dans la décomposition du champ en harmoniques sphériques par des polynômes et remplace l'intégrale aux bornes infinies par une intégrale curviligne dans le domaine de Laplace. La transformée de Laplace inverse est ensuite effectuée en utilisant le théorème des résidus. La stabilité de la méthode est assurée par la construction d'un filtre passe-bas permettant d'éliminer les pôles proches de l'axe des imaginaires. Le champ de pression sur la surface sphérique de la source est ensuite déduit par convolution des signaux de pression mesurés et du noyau inverse. Récemment, Wu a généralisé son approche pour la caractérisation de sources à géométrie quelconque [61]. Le filtre inverse est calculé dans le domaine fréquentiel par une méthode des éléments de frontières. Le théorème des résidus est ensuite appliqué pour estimer le noyau temporel avec lequel les mesures sont convoluées.

Le principe de la méthode appelée « Nearfield equivalence source imaging » (NESI) développée par Bai *et al.* [62] est basé sur la construction de filtres inverses multi-canaux. Le champ de pression acoustique à reconstruire est constitué d'une distribution de monopôles placés sur la surface de calcul. Plutôt que de résoudre le problème inverse dans le domaine temporel

pour chaque échantillon, il le résout dans le domaine fréquentiel, une seule fois pour toutes les fréquences en suivant le principe de la méthode iFrf exprimée dans le domaine fréquentiel. Il construit une matrice de filtres inverses, dans le domaine fréquentiel, pour chaque point de calcul et chaque pression microphonique. En prenant les précautions nécessaires de traitement du signal (zéro-padding, considérations sur la non-causalité du filtre inverse, paramètre de régularisation constant), la transformée de Fourier inverse du filtre peut être calculée pour ainsi obtenir un filtre inverse à réponse finie. Les débits des sources peuvent alors être estimés par un produit de convolution entre le filtre inverse et les pressions mesurées sur l'antenne.

L'avantage de ce type de méthode est la rapidité de temps d'exécution. En effet, dès lors que le noyau temporel inverse est estimé, la reconstruction du champ source dans le domaine temporel se réduit à une opération de convolution réalisée par une méthode d'« overlap and add » [63]. Néanmoins, en pratique, les mesures acoustiques sont perturbées de façon fluctuante dans le temps par des erreurs liées au bruit expérimental. Des méthodes de régularisation dépendantes du rapport signal à bruit des mesures devraient être utilisées afin d'assurer la stabilité de la solution.

### 1.3.3 Méthodes de reconstruction des signaux en temps réel

La dernière famille de méthode recensée met en jeu un formalisme temporel qui estime, en temps continu, le champ acoustique de la source.

C'est le cas de l'holographie acoustique temps-réel introduit par Thomas *et al.* [2–4] qui conserve, dans l'ensemble du formalisme utilisé, la dépendance temporelle. La première étape est de réaliser une transformée de Fourier spatiale des signaux microphoniques. L'équation de propagation de Helmholtz est ensuite résolue en passant par le domaine de Laplace. La solution trouvée s'écrit sous la forme d'un produit de convolution du spectre de pression par une réponse impulsionnelle. En considérant les conditions aux limites du problème d'acoustique de propagation en champ libre, une expression analytique de la réponse impulsionnelle est trouvée. Des précautions sur le traitement de cette réponse impulsionnelle sont à prendre en considération. En effet, la discrétisation de la réponse impulsionnelle implique des distorsions en phase et en module de la réponse. Les traitements proposés utilisent des processus de sur-échantillonnage et de filtrage de la réponse impulsionnelle.

En transformant le vecteur de réponse impulsionnelle en une matrice de Toeplitz, le produit de convolution est réécrit sous la forme d'un produit matriciel, pour chaque composante du spectre de nombre d'onde. Cette transformation permet de réécrire le problème sous une forme linéaire, et sa résolution est classiquement effectuée par régularisation de Tikhonov [5]. Cette méthode requiert l'utilisation d'une antenne régulière, ainsi qu'un plan de calcul régulier.

La méthode RT-NAH a par la suite été adaptée à l'utilisation d'une double antenne plane [64]. Cette méthode a permis de séparer les composantes générées par les sources acoustiques et les composantes liées au bruit généré par des sources secondaires présentes dans l'environnement.

De manière similaire aux méthodes iFrf présentées en partie 1.2.4 dans le domaine fréquentiel, une méthode inspirée du principe des sources équivalentes dans le domaine temporel [65–67] a été développée [68, 69] et nommée « Time Domain Equivalent Source Method » (TD-ESM). Dans ce cas, la réponse impulsionnelle est décrite par une distribution de Dirac pondérée par l'inverse de la distance de propagation. Le produit de convolution est remplacé par un produit matriciel et un problème inverse est résolu à chaque échantillon. Des précautions sont à prendre concernant l'interpolation des échantillons temporels reconstruits sur le vecteur temporel discret des mesures. Par ailleurs, chaque solution du problème inverse dépend de la solution à l'échantillon précédent, ce qui peut rendre la solution sensible au bruit. L'avantage de cette méthode est qu'elle ne présente pas de limitations géométriques.

#### 1.3.4 Estimation de champs non-stationnaires : difficultés pratiques

La première difficulté est liée au nombre considérable de données à traiter. En effet, la propriété de non-stationnarité nous contraint à traiter les échantillons temporels un par un ou bloc par bloc selon l'approche choisie. Ainsi, la première famille de méthodes (« Time Domain Holography », « Time Method ») qui consiste à résoudre un problème inverse par fréquence et par bloc temporel peut s'avérer long. De même, la méthode consistant à résoudre un problème inverse par échantillon (TD-ESM) semble coûteuse en temps de calcul. La reconstruction des sources stationnaires par convolution avec un noyau inverse régularisé est, elle, très efficace (les méthodes HELS et NESI). En effet, la résolution du problème inverse se réduit dans ce cas à la construction du noyau en amont des mesures et à la convolution des mesures par ce noyau. Néanmoins, cette méthode considère la stationnarité du paramètre de régularisation lors de la construction du noyau temporel. Or cette condition n'est pas vérifiée dans le cas général : le rapport signal à bruit des mesures n'a aucune raison d'être constant dans le temps.

Procéder au traitement de déconvolution par inversion d'une matrice de Toeplitz représenterait alors un bon compromis entre le temps de calcul et la mise à jour du paramètre de régularisation par bloc d'échantillons. La décomposition du propagateur temporel sur une base de fonctions d'onde permet de réduire le problème en utilisant l'indépendance entre les composantes. Dans cet esprit, la méthode RT-NAH utilise une base de fonctions d'onde plane. Un problème inverse est alors à résoudre par bloc temporel et par composante d'onde plane. Pour ces raisons, cette méthode semble être la plus intéressante vis-à-vis des objectifs fixés en introduction.



## Chapitre 2

# Généralisation du problème inverse en imagerie acoustique

La revue bibliographique menée en chapitre 1 a montré que la sélection de telle ou telle méthode dépend de la géométrie du problème et des connaissances a priori que possède l'utilisateur sur la nature des sources à reconstruire. Actuellement, un développement spécifique pour chaque type de configuration doit être mené. Il serait donc intéressant d'avoir accès à un formalisme qui généralise ces multiples approches.

### 2.1 Définition du problème inverse généralisé

Dans l'intention de vouloir classifier de façon la plus générale possible les méthodes d'imagerie acoustique, un canevas a été défini et présenté en figure 2.1. Les sections suivantes détaillent chaque bloc de ce schéma.

#### 2.1.1 Description du problème

L'étape de la description du problème consiste à rassembler toutes les connaissances a priori pouvant caractériser significativement la physique du problème étudié, qu'il s'agisse d'un apport d'information ou de la prise en compte d'incertitudes connues a priori. La modélisation de la physique du problème direct s'attache à décrire :

1. Le modèle de sources à reconstruire. Les sources peuvent avoir une distribution spatiale ponctuelle, étendue, unique ou multiple. Leurs propriétés statistiques peuvent aussi évoluer dans le temps et les sources peuvent être stationnaires ou non-stationnaires (par exemple transitoires ou cyclostationnaires). La distribution de sources mise en jeu peut aussi être corrélée, partiellement corrélée ou décorrélée. Ensuite, la densité de probabilité des sources peut être décrite par une densité de probabilité gaussienne, à queue étendue,

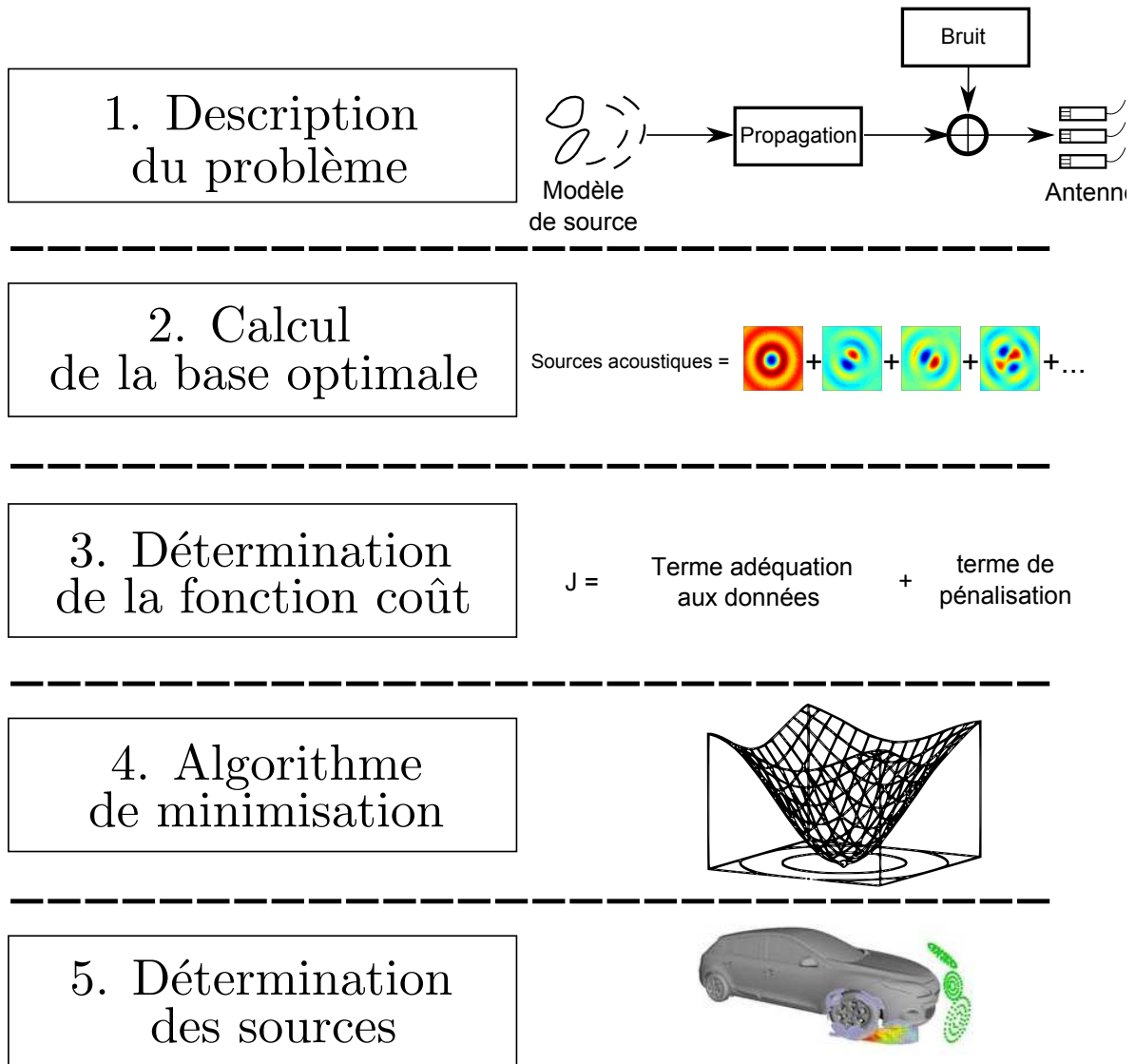


Figure 2.1 – Étapes principales permettant de résoudre un problème inverse en acoustique

etc. Finalement, elle peut être décrite par une directivité omnidirectionnelle, dipolaire, ou autre.

2. Le modèle déterministe de propagation physique des sources jusqu'aux capteurs. La généralisation des méthodes d'imagerie en environnement industriel passe inévitablement par la prise en compte d'un modèle de propagation conforme à la réalité. En règle générale, les méthodes d'imagerie sont présentées dans le cas d'une rétropropagation des sources en faisant l'hypothèse d'une propagation en champ libre. De façon à réduire les erreurs de modèles, certaines publications ont montré l'intérêt d'utiliser des fonctions de transfert mesurées [53, 55, 56], ou calculées analytiquement par décomposition mo-

dale [70] ou numériquement par méthode des éléments finis (FEM) [71], par méthode d'éléments de frontières (BEM) [32, 72], par tirs de rayon [57] ou par sources-images [73]. Des phénomènes physiques particuliers tels que la convection des ondes acoustiques par un écoulement peuvent aussi être intégrés à ce modèle. Une description fine du champ proche peut être modélisée par la prise en compte des ondes évanescentes, ou au contraire uniquement par celle de l'énergie propagée par l'objet d'intérêt.

3. Les hypothèses sur le bruit lié à la mesure expérimentale ou aux erreurs de modèle. Il peut être de forte amplitude ou négligeable, gaussien ou non, additif ou multiplicatif.
4. Le moyen de mesure. Selon les applications, les microphones peuvent être positionnés de façon régulière ou de façon aléatoire. Les mesures peuvent aussi être réalisées de façon séquentielle.

### 2.1.2 Calcul de la fonction de base optimale

La description du problème direct ainsi détaillée permet alors de proposer une base de décomposition du champ source adaptée au problème. La mise en équation de certaines informations a priori peut alors influencer significativement le choix de la fonction de base spatiale à utiliser. Le choix d'une base d'interpolation impacte directement l'erreur de reconstruction, la résolution spatiale et le conditionnement de l'opérateur inverse. Cela a été démontré de manière générale [74, 75] et en particulier pour les problématiques d'imagerie acoustique [25, 76]. La construction d'une base de dimension minimale et qui garantit d'atteindre systématiquement la plus petite erreur de reconstruction possible est un des enjeux de cette thèse.

### 2.1.3 Détermination de la fonction coût

Les deux précédentes étapes permettent de bien poser le problème. L'estimation des sources acoustiques par méthode inverse passe alors par une étape de mise en équation d'une fonction coût. Elle est habituellement décrite comme la somme de deux normes : l'adéquation aux données et un terme de pénalisation pondéré par un paramètre de régularisation. La nature des normes et le type de régularisation sont alors déduites.

### 2.1.4 Algorithme de minimisation

Le cadre physique ainsi décrit nous amène à utiliser des outils algorithmiques. La minimisation de la fonction coût peut être effectuée analytiquement lorsque la modélisation des sources et du bruit conduit à des lois statistiques simples. Dans le cas général, la fonction coût en question peut être décrite dans un espace multi-dimensionnel. Des algorithmes de tirages aléatoires basés sur les chaînes de Markov Monte Carlo peuvent alors être utilisés. Dans le cas où des données sont considérées comme manquantes, des algorithmes d'espérance-maximisation peuvent également être utilisés.



### 2.1.5 Détermination des sources acoustiques

Finalement, les coefficients représentant les sources acoustiques sont projetés sur la base de représentation spatiale et une estimation du champ des sources est disponible. Un intervalle de confiance sur l'estimateur peut aussi être déterminé, ce qui représente un des objectifs de cette thèse.

## 2.2 Approche bayésienne en imagerie acoustique

Le cadre généraliste proposé vise à développer une méthode globale permettant de résoudre le problème inverse acoustique en prenant en compte toutes les connaissances a priori disponibles, qu'elles soient informatives ou au contraire incertaines. L'incertitude sur un paramètre doit se traduire comme une fluctuation probabiliste, et l'apport d'information comme un resserrement de la probabilité. Ces considérations nous ont poussé à adopter une approche bayésienne pour la résolution du problème inverse [77, 78]. Cette approche est basée sur l'estimation de la densité de probabilité de la quantité inconnue conditionnée aux données mesurées, qui s'exprime selon la règle de Bayes :

$$[x|y] = \frac{[y|x][x]}{[y]}, \quad (2.1)$$

avec  $[x|y]$  la densité de probabilité a posteriori s'exprimant en fonction du problème direct, la fonction de vraisemblance  $[y|x]$ , des informations a priori que l'on possède sur notre inconnue  $[x]$  et de l'évidence  $[y]$ , définissant la probabilité d'avoir observé les données. La mise en équation de ces densités de probabilités appliquée au problème acoustique sera détaillée en chapitre 4 de ce manuscrit.

Le choix de la nature des densités de probabilité mises en jeu doit être justifié. Les paramètres définissant ces densités de probabilité sont appelés les « hyperparamètres » (à différentier des « paramètres » du modèle de propagation par exemple). La méthode d'estimation de ces hyperparamètres définit le type d'analyse bayésienne utilisée.

L'analyse bayésienne hiérarchique [79, 80] modélise les densités de probabilité selon plusieurs sous-niveaux. Les paramètres incertains d'un niveau sont définis par une densité de probabilité définie au niveau supérieur. Le principe est donc de répercuter l'incertitude d'un paramètre par la définition d'une distribution de probabilité de niveau supérieur.

L'analyse bayésienne empirique est une alternative basée sur l'estimation ponctuelle de ces hyperparamètres en utilisant les données mesurées. Cette vision pragmatique se distingue de l'approche hiérarchique en considérant qu'il est délicat de modéliser les paramètres incon-

nus sur plusieurs niveaux alors qu'ils sont déjà très incertains sur le premier niveau [81]. Le principe est d'utiliser les données mesurées pour estimer a posteriori les hyperparamètres et d'utiliser cette connaissance pour inférer le paramètre du modèle inconnu (dans notre cas, les sources acoustiques).

Les références [1, 82] formalisent le problème inverse d'imagerie acoustique par une approche bayésienne. En modélisant les densités de probabilité des sources et du bruit par des lois gaussiennes, elles montrent que l'estimateur du maximum a posteriori s'exprime sous la forme régularisée de Tikhonov. De même il est possible de calculer les fonctions de base spatiales optimales du champ source, c'est-à-dire des fonctions d'onde de dimension minimale qui minimisent l'erreur de reconstruction. En utilisant ce même formalisme, une publication consacrée à l'estimation bayésienne empirique des hyperparamètres conditionnées aux données a été proposée [18]. La supériorité de cet estimateur comparée aux méthodes classiques telles que la courbe en L ou la méthode de validation croisée généralisée a été observée dans le cas de sources stationnaires et pour des plages de fréquence et de rapport signal à bruit très larges.

Dans une optique de généralisation des méthodes existantes, ce cadre bayésien sera utilisé et il constituera le fil conducteur de cette thèse. La seconde partie de ce manuscrit détaillera le formalisme bayésien adopté pour résoudre le problème inverse en imagerie acoustique. L'objectif final de cette partie sera d'estimer la puissance acoustique des sources sur un maillage en trois dimensions. La mise en équation des connaissances a priori sur les sources aura pour objectif de répondre aux difficultés ciblées en partie 1.2.5. La prise en compte d'un modèle incertain dans l'objectif d'améliorer l'estimation des sources à reconstruire sera aussi traitée par un formalisme bayésien. Par ailleurs, des considérations pratiques liées à la mesure et à la caractérisation d'un champ de pression émis par un objet de grande dimension seront discutées. Finalement, l'approche bayésienne nous permettra d'estimer des indicateurs quantifiant la qualité des résultats obtenus.

La troisième partie consistera à appliquer le formalisme bayésien à la caractérisation de sources non stationnaires. Devant la difficulté que représente le traitement temporel, ces travaux se limiteront à la caractérisation de sources en deux dimensions. Dans ce cas géométrique simple, la base de représentation temporelle optimale sera la base d'ondes planes et la méthode RT-NAH sera retenue car elle satisfait le compromis entre temps de calcul et précision liée à la mise à jour du paramètre de régularisation. La réécriture de cette méthode dans un cadre bayésien nous donnera la possibilité d'utiliser le calcul du paramètre de régularisation bayésien. La robustesse de cette méthode sera mise en regard avec les performances des méthodes habituellement utilisées (courbe en L, méthode de la validation croisée généralisée). Cette étude comparative sera effectuée sur des signaux synthétiques et expérimentaux.



## Deuxième partie

# Estimation de la puissance acoustique par méthode inverse



## Chapitre 3

# Estimation déterministe des fonctions de transfert par méthode des sources équivalentes

### 3.1 Introduction

Résoudre un problème inverse revient à estimer la meilleure combinaison entre les informations a priori sur les données mesurées et les informations disponibles sur le modèle de propagation. Dans la littérature, un nombre considérable d’algorithmes permet de trouver la solution optimale vis-à-vis de l’erreur de reconstruction, en admettant un modèle de propagation parfois inadapté. L’effort fourni dans le développement d’algorithmes complexes peut alors perdre de son utilité dans le cas où le modèle direct génère lui-même un « bruit de modèle » important. Ce modèle direct est habituellement construit en supposant une propagation de champ libre des sources vers les microphones. Le travail présenté ici se focalise sur la description de la relation de passage entre le champ source et les pressions mesurées pour un problème acoustique extérieur de géométrie quelconque en tenant compte des phénomènes de diffraction des ondes autour de l’objet.

Dans la littérature, un certain nombre de publications montrent que les méthodes d’imagerie classiques peuvent être améliorées en considérant un modèle de propagation mesuré [55, 56] ou calculé par des méthodes numériques (par méthode des éléments de frontières [33, 83] ou par méthode de tir de rayons phasés [57]). Cependant, la prise en compte d’un modèle plus fidèle à la réalité implique un coût en temps de calcul ou en temps d’expérimentation non-négligeable. D’un point de vue industriel, il est délicat de mesurer les fonctions de transfert une à une *in situ*, en sachant qu’un modèle standard fait intervenir plus d’un millier de points de calcul pour une cinquantaine de microphones. Le calcul des fonctions de transfert exige quant à lui l’usage d’un code de calcul externe et donc couteux pour l’industriel. De plus,

l'utilisation d'un logiciel de calcul exclut la possibilité de communication entre l'algorithme de résolution inverse et l'algorithme permettant de calculer le modèle de propagation : il serait intéressant de mettre en interaction les deux modules afin de construire un modèle adapté aux données mesurées.

Le développement d'une nouvelle méthode de calcul du modèle de propagation se révèle indispensable en vue d'atteindre les objectifs de localisation et de quantification fixés, tout en respectant le cahier des charges suivant :

1. Décrire le modèle de propagation au plus juste nécessaire permettant d'améliorer la localisation et la quantification des sources. Il serait bon de s'acquitter d'une méthode numérique prenant en compte une propagation très fine et très précise mais non-adaptée au besoin des méthodes d'imagerie acoustique. Il serait intéressant d'avoir accès à un indicateur permettant de mesurer la précision du modèle calculé dans le but de contrôler l'effort de calcul ;
2. Dans un premier temps, de prendre en compte uniquement la diffraction de l'objet rayonnant, et de s'affranchir de la possibilité de modéliser une admittance à la paroi complexe ;
3. Développer une méthode robuste qui ne soit pas sujette à des singularités numériques.

La méthode des éléments de frontières ne répond pas à ces contraintes puisqu'il a été montré qu'elle mettait en jeu des intégrations numériques singulières et que l'unicité de la solution n'était pas garantie. Pour palier ces inconvénients, Koopman *et al.* ont introduit une méthode de prédiction acoustique basée sur le principe des sources équivalentes [46–48]. Cette méthode, substituant un champ acoustique complexe par une somme de sources élémentaires, est présentée en section 3.2 [confidentiel] de ce chapitre. Cette méthode est destinée à reproduire un champ acoustique satisfaisant des conditions aux limites imposées. Elle possède des propriétés d'unicité de la solution et de robustesse intéressante pour les cas d'application visés. La partie 3.3 [confidentiel] est consacrée à la réutilisation de cette représentation équivalente du champ acoustique dans l'objectif de modéliser la fonction de transfert entre le champ source et les pressions mesurées dans un environnement en trois dimensions. Cette partie présente la contribution scientifique de mes travaux dans ce chapitre. Une méthode itérative de calcul de fonctions de transfert est présentée. Une validation numérique sur un cas académique de diffraction des ondes autour d'une sphère rigide est ensuite effectuée. Finalement, la convergence en fréquence de la méthode est investiguée dans le but de contrôler l'effort de calcul fourni en fonction de la précision souhaitée. Les fonctions de transfert ainsi calculées seront introduites dans les algorithmes de résolution du problème inverse acoustique dans les chapitres suivants.

*Le contenu de ce chapitre est confidentiel.*

## Chapitre 4

# Approche bayésienne pour la résolution du problème inverse acoustique

Le problème d'imagerie acoustique consiste à reconstruire un champ acoustique sur une surface généralisée  $\Gamma$  à partir de mesures microphoniques d'antennerie et d'un modèle de propagation qui a fait l'objet du chapitre 3. L'inversion du propagateur permet d'évaluer une solution du problème d'imagerie. L'utilisation de méthodes de régularisation présentées en chapitre 1 est alors indispensable afin d'obtenir une solution stable puisque le problème inverse d'imagerie acoustique est souvent mal-posé et sous-déterminé. Un critère de régularisation calculé précautionneusement permet de réaliser un compromis entre la solution au sens des moindres carrés et les informations a priori connues.

Récemment, une approche bayésienne du problème a été proposée [1, 84, 85]. Cette approche est très intéressante puisqu'elle apporte :

1. une généralisation des méthodes d'imagerie acoustique existantes par le calcul de fonctions de base optimales (c'est-à-dire une base d'interpolation la plus petite possible, minimisant les erreurs de reconstruction) ;
2. un formalisme mathématique souple pouvant mettre en équation un grand nombre de connaissances a priori sur le problème étudié ;
3. le calcul d'un paramètre de régularisation qui s'est montré plus robuste que les paramètres utilisés jusque maintenant [18]. Ce paramètre est égal au rapport de deux hyperparamètres calculés par une approche bayésienne empirique ;
4. l'accès à des indicateurs statistiques pertinents reflétant la qualité de reconstruction du champ acoustique estimé.

Le problème direct est tout d'abord formalisé d'un point de vue probabiliste. Les es-

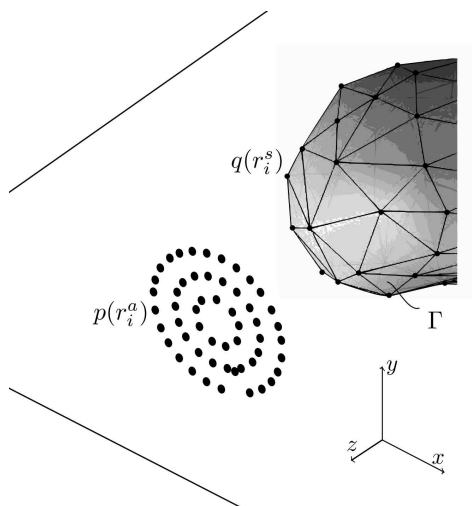


timations des sources et du paramètre de régularisation proposés par Antoni *et al.* [1, 18] sont rappelées. Des développements réalisés lors de cette thèse sont par la suite présentés. Tout d’abord, un travail sur la densité a priori des sources a été réalisé afin de répondre aux problématiques de quantification soulevées en partie 1.2.5. Finalement, la variance sur les estimateurs est étudiée dans le but d’en déduire un intervalle de confiance sur l’estimation de la puissance acoustique.

## 4.1 Modélisation probabiliste du problème direct

### 4.1.1 Problème direct

Le problème étudié a pour objectif de caractériser acoustiquement un objet de géométrie quelconque au moyen d’une mesure d’antennerie. L’objet en question est décomposé en  $N$  points discrets sur lesquels les calculs seront réalisés. Une distribution de sources monopolaires situées en ces points discrets est recherchée. L’antenne est munie de  $M$  microphones répartis aléatoirement sur une antenne plane (figure 4.1).



**Figure 4.1** – Configuration étudiée mettant en jeu l’objet 3D discrétisé sur  $\Gamma$  contenant  $N$  points de calcul sur lequel la distribution de sources  $\mathbf{q}$  est recherchée. Le champ de pression  $\mathbf{p}$  est mesuré par une antenne munie de  $M$  microphones.

Le problème direct revient à exprimer le champ de pression complexe  $p(r_i^a)$  au niveau des  $M$  microphones avec  $i = 1, 2, \dots, M$  en fonction du champ source  $q(r^s)$ , avec  $r^s \in \Gamma$  et du modèle de propagation déterministe  $g(r_i^a; r^s)$  calculé par la méthode des sources équivalentes

présentée en chapitre 3 :

$$p(r_i^a) = \int_{\Gamma} g(r_i^a; r^s) q(r^s) d\Gamma(r^s) + b_i, \quad (4.1)$$

avec  $b_i$  le bruit de mesure. La distribution de sources recherchée est décomposée sur une base de fonctions d'ondes telle que :

$$q(r^s) \approx \sum_{k=1}^K c_k \phi_k(r^s), \quad (4.2)$$

avec  $\phi_k(r^s)$  les fonctions de bases spatiales connues dont l'expression sera spécifiée plus tard dans le rapport, normalisées telles que  $\int_{\Gamma} |\phi_k(r^s)|^2 d\Gamma(r^s) = 1$ , avec  $c_k$  les coefficients d'expansion et  $K$  l'ordre de troncature des fonctions d'onde. L'approximation de l'équation 4.2 provient de la troncature de la base utilisée pour décomposer les sources. Les familles de méthodes d'imagerie sont en général distinguées par le choix du type de fonction d'onde utilisée. En réalité, les sources sont évaluées sur un nombre discret de points de calcul sur le domaine  $\Gamma$ . En écriture matricielle, l'équation 4.2 se réécrit alors :

$$\mathbf{q} = \mathbf{\Phi} \mathbf{c}, \quad (4.3)$$

avec  $\mathbf{q}$  le vecteur colonne contenant les  $q(r_j^s)$  éléments, avec  $j = 1, 2, \dots, N$ ,  $\mathbf{\Phi}_{jk} = \phi_k(r_j^s)$  la matrice de taille  $N \times K$  contenant les éléments des fonctions de base et  $\mathbf{c}$  les coefficients d'expansion concaténés dans un vecteur colonne. Le problème direct devient alors :

$$\mathbf{p} = \mathbf{H} \mathbf{c} + \mathbf{b}, \quad (4.4)$$

avec  $\mathbf{p}$  les mesures microphoniques concaténées dans un vecteur colonne contenant les  $p(r_i^a)$  éléments, avec  $i = 1, 2, \dots, M$ , et :

$$[\mathbf{H}]_{ik} = \sum_{j=1}^N g(r_i^a; r_j^s) \phi_k(r_j^s) d\Gamma(r_j^s), \quad (4.5)$$

la matrice de propagation de taille  $M \times K$ . La résolution du problème inverse consiste à rechercher les coefficients des fonctions d'onde  $\mathbf{c}$  en connaissant les mesures microphoniques, le modèle de propagation et les informations *a priori* disponibles.

#### 4.1.2 Inférence bayésienne

L'inférence bayésienne permet d'évaluer la probabilité des paramètres inconnus par déduction des données disponibles (données mesurées, données historiques, expérience de l'utilisateur, etc.). Ce formalisme offre un moyen élégant d'exprimer la solution du problème inverse

sous la forme d'une densité de probabilité conditionnée aux données observées. Cette densité de probabilité *a posteriori* présentera un maximum avec une faible dispersion dans le cas où les mesures et les connaissances *a priori* expliquent bien la solution estimée. Dans les cas sévères où les mesures sont très bruitées, où le modèle est incertain et où le problème est mal posé, la densité de probabilité *a posteriori* sera fournie avec une forte dispersion. Les coefficients des fonctions de base  $\mathbf{c}$  sont donc définis comme des variables aléatoires conditionnées au champ de pression mesuré par l'antenne noté  $[\mathbf{c}|\mathbf{p}]$  (où la notation  $[x]$  désigne la densité de probabilité de la variable aléatoire  $x$  et  $[x|y]$  sa densité de probabilité conditionnée à la variable aléatoire  $y$ ). La règle de Bayes en donne une expression :

$$[\mathbf{c}|\mathbf{p}] = \frac{[\mathbf{p}|\mathbf{c}][\mathbf{c}]}{[\mathbf{p}]}, \quad (4.6)$$

avec  $[\mathbf{p}|\mathbf{c}]$  la fonction de vraisemblance, c'est-à-dire la probabilité d'observer les mesures sachant le champ de sources,  $[\mathbf{c}]$  le terme désignant la densité de probabilité *a priori* avant que les mesures ne soient effectuées, et finalement  $[\mathbf{p}]$  l'évidence exprimant la probabilité d'observer les données moyennées sur tout l'espace des réalisations possibles des paramètres.

### 4.1.3 Fonction de vraisemblance

Les erreurs expérimentales liées au bruit de mesure peuvent être modélisées par une densité de probabilité gaussienne et ce pour plusieurs raisons :

- Les erreurs expérimentales peuvent provenir de plusieurs origines et cette superposition d'erreurs converge vers une loi gaussienne d'après le théorème central limite [86] ;
- Le choix d'une loi gaussienne est le choix qui implique le plus de dispersion pour la modélisation des fluctuations aléatoires d'après le principe du maximum d'entropie.

La densité de probabilité du bruit expérimental peut alors s'écrire comme une distribution normale centrée complexe  $\mathcal{N}_c(0, \beta^2 \mathbf{\Omega}_b)$  avec  $\beta^2$  la puissance moyenne du bruit et  $\mathbf{\Omega}_b$  une matrice de structure connue. Les coefficients de cette matrice sont des coefficients de corrélation qui définissent la nature du bruit (si aucun *a priori* n'est connu, la matrice identité peut être utilisée). Le bruit expérimental est considéré comme indépendant et identiquement distribué pour chaque microphone :

$$[\mathbf{b}|\beta^2] = \mathcal{N}_c(0, \beta^2 \mathbf{\Omega}_b) \propto \frac{1}{\pi^M \beta^{2M} |\mathbf{\Omega}_b|} \exp\left(-\frac{\|\mathbf{b}\|_{\mathbf{\Omega}_b}^2}{\beta^2}\right), \quad (4.7)$$

avec  $|\mathbf{\Omega}_b|$  désignant le déterminant de la matrice  $\mathbf{\Omega}_b$  et la notation  $\|\mathbf{b}\|_{\mathbf{\Omega}_b}^2 = \mathbf{b}^H \mathbf{\Omega}_b^{-1} \mathbf{b}$ .

La fonction de vraisemblance traduit la variabilité du champ de pression mesuré vis-à-vis des fluctuations du bruit expérimental. Elle est déduite du problème direct énoncé en équation 4.4 et de la densité de probabilité du bruit de l'équation 4.7 :

$$[\mathbf{p}|\mathbf{c}, \beta^2] = \mathcal{N}_c(\mathbf{H}\mathbf{c}, \beta^2\mathbf{\Omega}_b). \quad (4.8)$$

#### 4.1.4 Modèle a priori des sources

Le but de l'approche est d'estimer la densité *a posteriori*  $[\mathbf{c}|\mathbf{p}]$  des coefficients de fonctions de base évaluée après l'observation des données. La densité de probabilité *a priori*  $[\mathbf{c}]$  s'en différencie dans la mesure où elle décrit les valeurs probables que peut prendre la variable aléatoire des coefficients avant l'acquisition des mesures microphoniques. La modélisation de la densité de probabilité *a priori* doit être adaptée à toutes les informations ou incertitudes dont l'utilisateur dispose afin d'obtenir une solution optimale vis-à-vis des erreurs de reconstruction. Ces connaissances *a priori* seront tout d'abord formalisées sur la quantité physique des sources  $q$  puis propagées sur les coefficients des fonctions de base  $c$  (ces deux quantités étant reliés par l'équation 4.3).

Tout d'abord, la corrélation spatiale de la distribution des sources pourrait être connue *a priori*. En intégrant ce type d'information, il est possible d'atteindre une résolution spatiale satisfaisante dans des configurations sévères où l'antenne est très proche de l'objet et où la fréquence d'étude est élevée (c'est-à-dire lorsque la limite de Shannon spatiale est dépassée) [1]. Dans la plupart des cas, la corrélation spatiale est supposée nulle, ce qui indique que les sources sont décorrélées entre elles. Ce choix offre à l'utilisateur une résolution spatiale de la distribution de sources reconstruites la plus fine possible. La corrélation spatiale notée  $\mathbf{\Omega}_q$  est modélisée dans la structure de covariance *a priori* des sources :

$$\mathbb{E}\{q(r_i^s)q(r_j^s)^*\} = \alpha^2[\mathbf{\Omega}_q]_{ij}, \quad (4.9)$$

avec  $\alpha^2$  la puissance des sources et  $\mathbf{\Omega}_q$  la corrélation spatiale de taille  $N \times N$  par exemple égale à la matrice unité pour forcer une résolution spatiale maximale.

Une des informations généralement disponible est la localisation approximative de la source acoustique. Cette information peut être obtenue par une personne expérimentée connaissant l'objet en question ou estimée par méthode de formation de voies classique. Il est possible de renforcer le prior sur une zone particulière de l'espace en appliquant une fenêtre de pon-

dération spatiale  $\sigma_s^2(r^s)$  sur la covariance *a priori* de la source :

$$\mathbb{E}\{q(r_i^s)q(r_j^s)^*\} = \alpha^2 \sigma_s^2(r_i^s) \delta(r_i^s - r_j^s). \quad (4.10)$$

Cette fenêtre de pondération est normalisée telle que  $\int_{\Gamma} \sigma_s^2(r^s) d\Gamma(r^s) = 1$ . La matrice diagonale  $\Sigma_s^2$  de taille  $N \times N$  qui contient les  $N$  éléments de la fenêtre de pondération spatiale  $\sigma_s^2(r^s)$  sera par la suite utilisée lors des développements matriciels. Dans le cas où les connaissances *a priori* des sources se limitent à un prior spatial mettant en jeu cette fenêtre de pondération, l'égalité suivante est déduite :

$$\mathbf{\Omega}_q = \Sigma_s^2. \quad (4.11)$$

La structure de covariance des coefficients des fonctions de base  $\mathbf{\Omega}_c$  de taille  $K \times K$  s'en déduit par projection sur les fonctions de base :

$$\mathbf{\Omega}_c^{-1} = \mathbf{\Phi}^H \mathbf{\Omega}_q^{-1} \mathbf{\Phi}. \quad (4.12)$$

Finalement, la densité de probabilité *a priori* des coefficients des fonctions de base est modélisée par une loi gaussienne :

$$[\mathbf{c}|\alpha^2] = \mathcal{N}_c(\mathbf{0}, \alpha^2 \mathbf{\Omega}_c) = \frac{1}{\pi^K \alpha^{2K} |\mathbf{\Omega}_c|} \exp\left(-\frac{\|\mathbf{c}\|_{\mathbf{\Omega}_c}^2}{\alpha^2}\right), \quad (4.13)$$

avec  $|\mathbf{\Omega}_c|$  désignant le déterminant de la matrice  $\mathbf{\Omega}_c$  et la notation  $\|\mathbf{c}\|_{\mathbf{\Omega}_c}^2 = \mathbf{c}^H \mathbf{\Omega}_c^{-1} \mathbf{c}$ . Le choix d'une loi gaussienne facilite les développements mathématiques et permet de retrouver une solution régularisée sous la forme de Tikhonov. D'autres possibilités sont envisageables, comme l'utilisation de gaussiennes généralisées proposée par Leclère *et al.* [87]. Dans cette publication, la forme de la loi est paramétrée par une valeur, nommée  $p$ , qui conditionne le caractère parcimonieux de la solution. Dans le cas où cette valeur est égale à 2, la densité de probabilité *a priori* prend la forme d'une loi gaussienne. Une valeur de  $p$  inférieure à 2 favorisera les solutions parcimonieuses à mesure que la valeur se rapproche de 0. Cette connaissance *a priori* concernant la parcimonie spatiale de la solution sera étudiée dans la partie 4.4.1 de ce rapport.

## 4.2 Estimateur du maximum a posteriori

La valeur la plus probable de la densité de probabilité *a posteriori* exprimée en équation 4.6 définit l'estimateur du maximum *a posteriori* (MAP) :

$$\mathbf{c}_{MAP} = \text{Argmax}[\mathbf{c}|\mathbf{p}] \quad (4.14)$$

$$= \text{Argmax}[\mathbf{p}|\mathbf{c}][\mathbf{c}], \quad (4.15)$$

où l'évidence  $[\mathbf{p}]$  ne dépend pas de l'inconnue  $\mathbf{c}$ . L'objet de cette section est d'exprimer cet estimateur.

### 4.2.1 Réduction du problème direct

Afin de diagonaliser le problème et pour simplifier les écritures, une décomposition en valeurs singulières est appliquée au propagateur blanchi par la matrice de covariance du bruit de mesure et des sources :

$$\mathbf{\Omega}_b^{-1/2} \mathbf{G}(\mathbf{r}^a; \mathbf{r}^s) \mathbf{\Omega}_q^{1/2} = \mathbf{U} \mathbf{S} \mathbf{V}^H, \quad (4.16)$$

avec  $\mathbf{G}(\mathbf{r}^a; \mathbf{r}^s)$  la matrice de propagation de taille  $M \times N$  construite à partir des vecteurs  $\mathbf{g}(r_i^a; \mathbf{r}^s)$  de l'équation 4.1,  $\mathbf{S}$  une matrice diagonale contenant les  $M$  valeurs singulières et  $\mathbf{U}$  et  $\mathbf{V}$  les matrices singulières issues de la décomposition de la matrice de propagation. Ces matrices singulières possèdent des propriétés d'orthogonalité :

$$\mathbf{U}^H \mathbf{U} = \mathbf{U} \mathbf{U}^H = \mathbf{I}, \quad \mathbf{V}^H \mathbf{V} = \mathbf{V} \mathbf{V}^H = \mathbf{I}, \quad (4.17)$$

avec  $\mathbf{I}$  la matrice identité. Les valeurs singulières réelles apparaissent dans un ordre croissant :  $s_1 > s_2 > \dots > s_N \geq 0$ .

En remplaçant le vecteur des sources  $\mathbf{q}$  par son expression approchée de l'équation 4.3, le problème direct de l'équation 4.1, s'écrit de façon matricielle :

$$\mathbf{\Omega}_b^{-1/2} \mathbf{p} = \mathbf{U} \mathbf{S} \mathbf{V}^H \mathbf{\Omega}_q^{-1/2} \mathbf{\Phi} \mathbf{c} + \mathbf{\Omega}_b^{-1/2} \mathbf{b}. \quad (4.18)$$

Il a été montré dans [1] que  $K = M$ , c'est-à-dire que le nombre de coefficients d'expansion est égal au nombre de microphones. En posant :

$$\mathbf{\Phi} = \mathbf{\Omega}_q^{1/2} \mathbf{V}, \quad (4.19)$$

il vient :

$$\mathbf{\Omega}_b^{-1/2} \mathbf{p} = \mathbf{U} \mathbf{S} \mathbf{c} + \mathbf{\Omega}_b^{-1/2} \mathbf{b}. \quad (4.20)$$

En projetant les mesures sur les bases  $\mathbf{U}$ , le problème réduit devient :

$$\mathbf{y} = \mathbf{S}\mathbf{c} + \boldsymbol{\nu}, \quad (4.21)$$

avec  $\mathbf{y} = \mathbf{U}^H \boldsymbol{\Omega}_b^{-1/2} \mathbf{p}$  et  $\boldsymbol{\nu} = \mathbf{U}^H \boldsymbol{\Omega}_b^{-1/2} \mathbf{b}$  successivement la projection des mesures et du bruit de mesure sur la base  $\mathbf{U}$ . La projection du problème direct est intéressante puisqu'elle réduit la dimension des inconnues initialement de taille  $N \times M$  en une taille  $M \times M$ , avec  $M \ll N$  dans le cas général.

Dans le domaine projeté, la fonction de vraisemblance exprimée dans le domaine physique en équation 4.8 s'écrit, dans le domaine réduit :

$$[\mathbf{y}|\mathbf{c}, \beta^2] = \mathcal{N}_c(\mathbf{S}\mathbf{c}, \beta^2 \mathbf{I}). \quad (4.22)$$

#### 4.2.2 Estimation des coefficients des fonctions de base

Dans le but d'estimer les coefficients des fonctions de base  $\mathbf{c}$ , la technique employée est de maximiser la probabilité a posteriori. L'estimateur MAP donné en équation 4.15 s'écrit :

$$\mathbf{c}_{MAP} = \text{Argmax}\{[\mathbf{c}|\alpha^2, \beta^2, \mathbf{y}]\}, \quad (4.23)$$

$$= \text{Argmax}\{\mathcal{N}_c(\mathbf{S}\mathbf{c}, \beta^2 \mathbf{I}) \mathcal{N}_c(\mathbf{0}, \alpha^2 \boldsymbol{\Omega}_c)\}, \quad (4.24)$$

$$= \text{Argmin}\{-\ln(\mathcal{N}_c(\mathbf{S}\mathbf{c}, \beta^2 \mathbf{I}) \mathcal{N}_c(\mathbf{0}, \alpha^2 \boldsymbol{\Omega}_c))\}, \quad (4.25)$$

$$= \text{Argmin}\{M \ln(\beta^2) + N \ln(\alpha^2) + \beta^{-2} \|\mathbf{y} - \mathbf{S}\mathbf{c}\|_{\mathbf{I}}^2 + \alpha^{-2} \|\mathbf{c}\|_{\boldsymbol{\Omega}_c}^2\}. \quad (4.26)$$

Afin de trouver une expression des coefficients à reconstruire, la fonction coût à minimiser s'écrit :

$$J_1(\mathbf{c}) = M \ln(\beta^2) + N \ln(\alpha^2) + \beta^{-2} \|\mathbf{y} - \mathbf{S}\mathbf{c}\|_{\mathbf{I}}^2 + \alpha^{-2} \|\mathbf{c}\|_{\boldsymbol{\Omega}_c}^2. \quad (4.27)$$

L'estimateur MAP des coefficients des fonctions de base est calculé en annulant la dérivée de cette fonction coût par rapport à  $\mathbf{c}$  :

$$\frac{\partial J_1}{\partial \mathbf{c}} = 0, \quad (4.28)$$

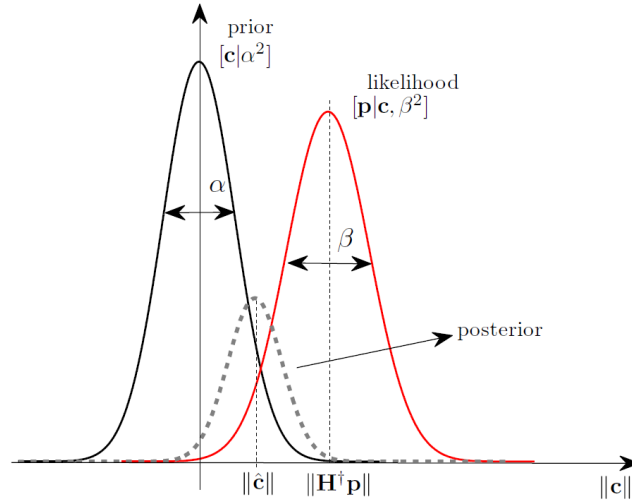
d'où :

$$\mathbf{c}_{MAP} = \left[ \frac{s_k}{s_k^2 + \eta^2} \right] \mathbf{y}, \quad (4.29)$$

Cette solution a la forme régularisée de Tikhonov. Elle dépend d'une nouvelle inconnue,  $\eta^2 = \frac{\beta^2}{\alpha^2}$  définie comme le paramètre de régularisation. La distribution de sources sur la sur-

face  $\Gamma$  se déduit en remplaçant les coefficients de fonction de base de l'équation 4.3 par la solution régularisée de l'équation 4.29 et les fonctions de base de l'équation 4.19.

La figure 4.2 illustre de manière schématique la règle de Bayes appliquée pour estimer les coefficients des fonctions de base. Cette représentation des densités de probabilité en une dimension montre que la solution optimale résulte du compromis entre la fidélité aux données mesurées (la fonction de vraisemblance, notée  $[p|c, \beta^2]$  sur la figure) et une certaine information a priori (la densité de probabilité a priori, notée  $[c|\alpha^2]$ ). Dans le cas où le prior est non-informatif (suivant une loi uniforme), la solution est fournie par le « maximum de vraisemblance », qui est équivalente à la solution non-régularisée. L'introduction d'un prior gaussien rajoute une contrainte sur l'énergie de la source à reconstruire. L'estimation des hyperparamètres  $\alpha^2$  et  $\beta^2$  (ou l'estimation du paramètre de régularisation) permet de trouver le bon compromis entre ces deux normes.



**Figure 4.2** – Schéma illustrant la règle de Bayes, pour un problème exprimé en une dimension [18] : la densité de probabilité a posteriori est obtenue comme le produit de la fonction de vraisemblance et de la densité de probabilité a priori. La densité de probabilité a posteriori n'est pas normalisée à l'unité.

### 4.2.3 Estimation du paramètre de régularisation

Afin d'estimer le maximum a posteriori du paramètre de régularisation  $\eta^2$ , la formule de Bayes est une nouvelle fois utilisée :

$$[\eta^2|\mathbf{y}] = \int [\eta^2, \alpha^2|\mathbf{y}] d\alpha^2 \quad (4.30)$$

Comme aucune connaissance *a priori* n'est disponible sur le paramètre de régularisation, la loi *a priori* de  $[\eta^2]$  est une loi impropre uniforme sur  $[0; +\infty[$ . Sans rappeler les développe-



ments algébriques donnés dans [19], la densité de probabilité *a posteriori* du paramètre de régularisation s'écrit :

$$[\eta^2 | \mathbf{y}] \propto \left( \eta^2 \left( \sum_{k=1}^M \frac{|y_k|^2}{s_k^2 + \eta^2} \right)^{M-2} \prod_{k=1}^M (s_k^2 + \eta^2) \right)^{-1}. \quad (4.31)$$

L'estimateur MAP du paramètre de régularisation est alors fourni par la minimisation de la fonction coût  $J_2$  :

$$\eta_{MAP}^2 = \text{Argmin}(J_2(\eta^2)) \quad (4.32)$$

avec

$$J_2 = \sum_{k=1}^M \ln(s_k^2 + \eta^2) + (M-2) \ln \alpha^2, \quad (4.33)$$

et

$$\alpha^2 = \frac{1}{M} \sum_{k=1}^M \frac{|y_k|^2}{s_k^2 + \eta^2}. \quad (4.34)$$

La puissance du bruit peut aussi être déduite :

$$\beta^2 = \alpha^2 \times \eta^2. \quad (4.35)$$

Une fois que le paramètre de régularisation est calculé, une estimation des coefficients des fonctions de base est disponible. Ensuite, l'application des fonctions de base  $\Phi$  sur la solution  $\mathbf{c}_{MAP}$  nous permet de revenir dans l'espace physique et d'estimer les débits des sources  $\mathbf{q}_{MAP}$  sur l'objet d'intérêt.

#### 4.2.4 Variance des estimateurs

Un des avantages du formalisme bayésien est sa capacité à fournir des estimateurs statistiques pertinents liés au conditionnement du problème et aux informations *a priori* disponibles. Ainsi, la variance des coefficients de fonctions de base conditionnée aux mesures est donnée par [1] :

$$\text{Var}\{c_k | \mathbf{p}\} = \frac{\alpha^2}{1 + s_k^2 / \eta^2}. \quad (4.36)$$

La variabilité des résultats finaux vis-à-vis de l'estimation du paramètre de régularisation peut aussi être prise en compte par deux méthodes différentes. La première consiste à évaluer la densité de probabilité *a posteriori*  $[\eta^2 | \mathbf{p}]$  par échantillonnage en utilisant une méthode de

chaîne de Markov Monte Carlo (MCMC), comme l'algorithme de Metropolis-Hasting. Une façon plus simple d'obtenir la variabilité de cette densité de probabilité *a posteriori* est de supposer qu'elle suit une distribution gaussienne [19] :

$$[\eta^2 | \mathbf{p}] \approx \mathcal{N}(\eta_{MAP}^2, \sigma_\eta^2) \quad \text{avec} \quad \sigma_\eta^2 = \left( \frac{d^2 J_2(\eta^2)}{(d\eta^2)^2} \right)_{\eta^2=\eta_{MAP}^2}^{-1}, \quad (4.37)$$

avec  $\eta_{MAP}^2$ , and  $J_2(\eta^2)$  respectivement explicités en équations (4.32) et (4.33).

### 4.3 Algorithme

La décomposition en valeurs singulières de l'équation 4.16 peut devenir très coûteuse en temps de calcul lorsque les dimensions de la matrice de transfert sont importantes. Un moyen de réduire ce temps de calcul est de calculer les corrélations spatiales [1] :

$$C_{ik} = \sum_{j=1}^N g(r_i^a; r_j^s) [\mathbf{\Omega}_q]_{jj} g(r_k^a; r_j^s)^* d\Gamma(r_j^s). \quad (4.38)$$

Cette intégrale surfacique est calculée par la méthode des rectangles. La décomposition en valeurs singulières de la matrice  $\mathbf{C}$  de taille  $M \times M$  contenant les éléments  $C_{ik}$  est plus rapide que celle du propagateur complet puisque le nombre de points de calcul est largement supérieur au nombre de microphones :

$$\mathbf{\Omega}_b^{-1/2} \mathbf{C} \mathbf{\Omega}_b^{-1/2} = \mathbf{U} \mathbf{S}^2 \mathbf{U}^H. \quad (4.39)$$

Par la suite, les fonctions de base exprimées en 4.19 peuvent être déduites de la décomposition en valeurs singulières des corrélations spatiales (voir la référence [1] pour la démonstration) :

$$\mathbf{\Phi} = \mathbf{\Omega}_q^{1/2} \mathbf{G}(\mathbf{r}^a; \mathbf{r}^s)^* \mathbf{S}^{-1} \mathbf{\Omega}_b^{-1/2} \mathbf{U}. \quad (4.40)$$

L'algorithme de la focalisation bayésienne est détaillé ci-dessous.

#### Algorithme pour la reconstruction de sources par focalisation bayésienne :

1. Définir des matrices de covariance *a priori* du bruit et des sources selon la configuration ;
2. Calculer les corrélations spatiales données par l'équation 4.38 ;
3. Calculer la décomposition en valeur singulières du grammien  $\mathbf{C}$  par l'équation 4.39 ;
4. Estimer le paramètre de régularisation par la minimisation de la fonction coût exprimée en équation 4.33 ;
5. Estimer le maximum *a posteriori* des coefficients des fonctions de base exprimés en équation 4.29 ;

6. Dédire la distribution de source sur la surface  $\Gamma$  par les équations 4.40 et 4.3.

## 4.4 Modélisation du prior sur les sources

Il a été remarqué en partie 1.2.5 que les sources estimées par la résolution du problème inverse tendent à être très directives dans la direction de l’antenne. La conséquence de cette observation est une sous-estimation importante des niveaux des sources reconstruites. L’objectif de cette partie est d’utiliser les informations disponibles sur le problème étudié afin de corriger la puissance reconstruite. Trois stratégies sont proposées afin de résoudre ce problème. La première se base sur l’utilisation de la propriété parcimonieuse du champ source. L’introduction de cette contrainte amène par nature à reconstruire des sources ponctuelles et donc omnidirectionnelles. La deuxième stratégie consiste à construire une base de fonctions d’onde prenant en compte la directivité omnidirectionnelle du champ acoustique. Finalement, une correction *ad hoc* est proposée dans le but de corriger a posteriori les niveaux de puissance reconstruits.

### 4.4.1 Focalisation itérative

La solution du maximum a posteriori proposée précédemment est calculée à partir de la minimisation de l’équation 4.27 qui se base sur la norme L2 de la solution. Des études précédentes ont montré l’intérêt d’utiliser la parcimonie spatiale des sources en imagerie acoustique dans le cas où le champ source est effectivement parcimonieux. Cela permet à la fois d’améliorer la résolution spatiale et la quantification des sources en hautes fréquences [19, 58]. Cette contrainte spatiale revient à minimiser le critère des moindres carrés pénalisé par la norme L1 des sources inconnues. L’approche bayésienne permet de forcer cette contrainte en appliquant une fenêtre d’ouverture progressivement focalisante sur les sources identifiées. L’approche proposée se base sur un algorithme itératif qui met à jour la fenêtre d’ouverture  $\Sigma_s$  en fonction de la distribution de sources trouvée à l’itération précédente. Les éléments diagonaux de la matrice de covariance  $\Omega_q = \Sigma_s^2$  des sources sont mis à jour en suivant la règle :

$$\ln \left( \left[ \Omega_q^{[n]} \right]_{ii} \right) = \frac{p}{2} \ln \left( \left[ \Sigma_s^{2 [n=0]} \right]_{ii} \right) + \frac{2-p}{2} \ln \left( \left| \left[ \tilde{\mathbf{q}}^{[n-1]} \right]_i \right|^2 \right), \quad 1 < p \leq 2 \quad (4.41)$$

avec  $n$  l’indice des itérations et  $p$  la puissance de la norme utilisée. La démonstration de cette règle est donnée en annexe A.

Cet algorithme présente donc deux paramètres à définir : la norme  $p$  et le critère d’arrêt des itérations.

En théorie, la preuve de convergence de cet algorithme n’est vérifiée que pour  $1 < p$  [88].

En pratique, dans un contexte industriel et selon notre expérience, l'algorithme converge bien pour  $p = 1$ . De plus, la théorie du Compress Sensing indique que seul le choix de  $p = 1$  fournit un résultat parcimonieux sous certaines conditions [89]. Selon notre expérience, le choix de  $p = 1$  donne les meilleurs résultats en termes de quantification et de localisation de sources ponctuelles.

Par ailleurs, le critère d'arrêt de l'algorithme est donné par l'erreur relative entre deux estimations successives :

$$\left\| \tilde{\mathbf{q}}^{[n]} - \tilde{\mathbf{q}}^{[n-1]} \right\| \leq \epsilon \left\| \tilde{\mathbf{q}}^{[n-1]} \right\|, \quad (4.42)$$

avec  $\epsilon = 1e^{-2}$ . De plus, un nombre maximal de 10 itérations est fixé dans le cas où le critère d'arrêt n'est pas atteint.

L'algorithme de cette méthode est résumé ci-dessous.

#### Algorithme de focalisation itérative

1. Définir la fenêtre d'ouverture initiale  $\Sigma_s^2 [n=0]$  en utilisant des connaissances de l'expérimentateur ou le résultat d'une méthode de formation de voies ;
2. **Tant que** le critère d'arrêt n'est pas atteint
3. Résoudre le problème inverse en suivant l'algorithme présenté en partie 4.3
4. Mettre à jour la matrice des covariance des sources (équation 4.41)
5. **Fin Tant que**

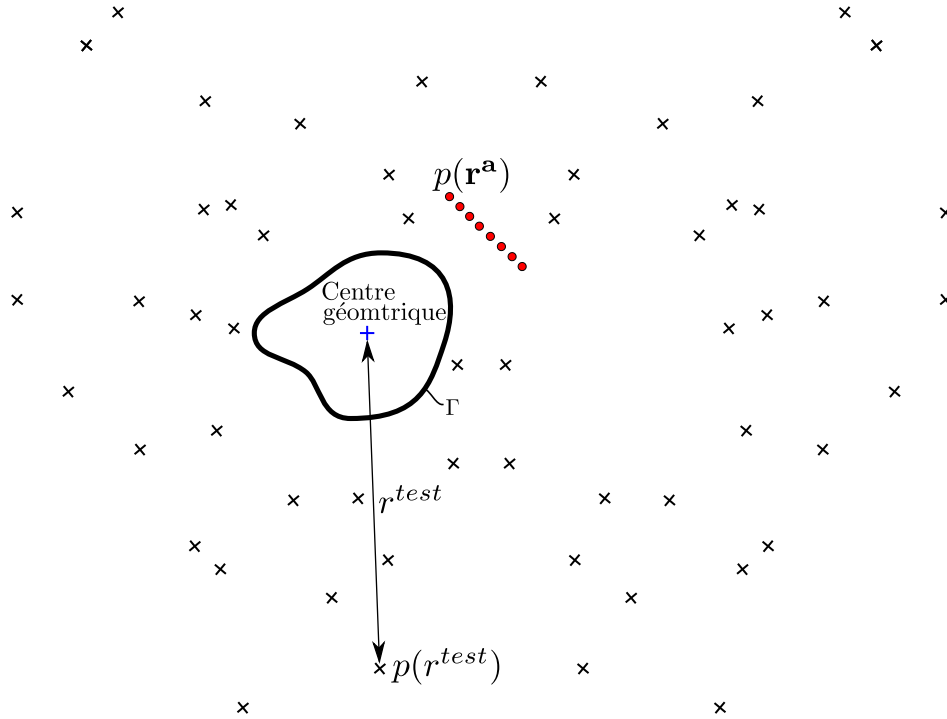
#### 4.4.2 Directivité des sources identifiées

Dans la méthode présentée en partie 1.2.5, aucune contrainte sur la directivité des sources à reconstruire n'est imposée. La recherche d'une solution qui satisfait à la fois l'adéquation aux données et la minimisation de l'énergie de la source reconstruite entraîne naturellement la reconstruction d'une directivité marquée des sources reconstruites vers l'antenne. Une contrainte doit donc être rajoutée pour forcer l'omnidirectionnalité des sources. L'objectif de cette partie est de retranscrire de manière formelle une connaissance a priori sur la directivité de la source acoustique. Il est proposé de construire des fonctions de base favorisant une directivité de source omnidirectionnelle et de donner à la matrice de covariance  $\Omega_c$  une structure particulière qui prend en compte le caractère omnidirectionnel des sources.

Considérons une antenne de microphones virtuels positionnés aléatoirement autour de l'objet d'intérêt (figure 4.3). La propriété de rayonnement omnidirectionnel de l'objet implique que l'énergie mesurée est constante quelle que soit la position du microphone :

$$\mathbb{E}\{|p_{\text{test}}(r^{\text{test}})|^2\} = \frac{\Pi}{\|r^{\text{test}}\|^2}, \forall r^{\text{test}} \quad (4.43)$$

avec  $\Pi$  une constante inconnue a priori représentant la puissance constante de la source et  $r$  la distance séparant le microphone virtuel<sup>1</sup> et la position centrale de l'endroit où la directivité est forcée. La définition de la position du centre du rayonnement est un des paramètres d'entrée de la méthode. Le choix de sa position est une problématique traitée par Natarajan et Wu [42] dans le cas du choix de la position du centre des harmoniques sphériques. Dans le cas où une seule source monopolaire est présente, cette position peut être choisie comme le centre de cette source. En pratique, le champ acoustique généré par un objet présente plusieurs composantes acoustiques réparties sur le maillage surfacique. Il serait donc judicieux de supposer un rayonnement omnidirectionnel de la structure totale. Dans ce cas, la position de ce centre sera choisie comme le barycentre de l'objet (schématisée par une croix bleue en figure 4.3).



**Figure 4.3** – Schéma de la configuration géométrique utilisée permettant de forcer un a priori de rayonnement omnidirectionnel autour de l'objet d'intérêt. Les points rouges, la croix bleue et les croix noires représentent successivement la position des microphones de l'antenne réelle, le centre géométrique de l'objet et les microphones virtuels.

En remplaçant le champ de pression par l'expression de la propagation directe de l'équation 4.4, l'équation 4.43 devient :

$$\mathbb{E}\{\mathbf{h}(r^{\text{test}})\mathbf{c}\mathbf{c}^H\mathbf{h}^H(r^{\text{test}})\} = \frac{\Pi}{\|r^{\text{test}}\|^2}, \quad (4.44)$$

1. La division par la distance au carré modélise la perte d'énergie associée à la propagation en ondes sphériques.

avec  $\mathbb{E}\{\mathbf{c}\mathbf{c}^H\} = \mathbf{\Omega}_c$  de taille  $K \times K$ , et  $\mathbf{h}(r^{\text{test}})$  un vecteur de taille  $1 \times K$  modélisant le transfert entre les  $K$  coefficients de base et le microphone virtuel. Selon l'équation 4.5, cette matrice de propagation est construite à partir des fonctions de base de taille  $N \times K$  et du vecteur des fonctions de transfert  $\mathbf{g}(r^{\text{test}}, \mathbf{r}^S)$  de taille  $1 \times N$  entre le microphone virtuel et les points de calcul de l'objet d'intérêt. Le choix des fonctions de base s'avère primordial pour pouvoir forcer la directivité des sources. Il est possible d'utiliser la fonction de base initiale  $\mathbf{\Phi}_{ini}$  calculée en équation 4.40 en considérant la position de l'antenne réelle (représentée par des points rouges sur la figure 4.3). Dans ce cas, les opérations de transformation de ces fonctions de base vers une base forçant le rayonnement omnidirectionnel (les harmoniques sphériques par exemple) seront très limitées. Nous proposons donc de construire des fonctions de base  $\mathbf{\Phi}_{test}$  à partir d'un nombre important de microphones virtuels positionnés de manière aléatoire autour de l'objet (représentée par des croix noires). Les dimensions de la base seront alors très grandes et la définition d'a priori sur le rayonnement des sources sera facilitée. Une fois que les fonctions de base omnidirectionnelles sont construites, leurs dimensions sont réduites aux dimensions du nombre de microphones.

La matrice de covariance des coefficients des fonctions de base qui satisfait la contrainte de l'équation 4.44 est estimée par minimisation de la fonction coût :

$$J = \sum_{i=1}^{N_{\text{test}}} \left| \frac{\Pi}{\|r_i^{\text{test}}\|^2} - \mathbf{h}(r_i^{\text{test}}) \mathbf{\Omega}_c \mathbf{h}^H(r_i^{\text{test}}) \right|^2 \quad (4.45)$$

pour plusieurs positions  $N_{\text{test}}$  de microphones virtuels. Après quelques manipulations algébriques détaillées en annexe B, la matrice de covariance des coefficients de base s'écrit :

$$\tilde{\mathbf{\Omega}}_c = \text{ivec} \left( \left[ \sum_i (\mathbf{h}^T(r_i^{\text{test}}) \mathbf{h}^*(r_i^{\text{test}})) \otimes (\mathbf{h}^H(r_i^{\text{test}}) \mathbf{h}(r_i^{\text{test}})) \right]^{-1} \sum_{i=1}^{N_{\text{test}}} \frac{1}{\|r_i^{\text{test}}\|^2} (\mathbf{h}^T(r_i^{\text{test}}) \mathbf{h}^H(r_i^{\text{test}})) \right), \quad (4.46)$$

avec  $\text{ivec}$  l'opérateur inverse de vectorisation et l'opérateur  $\otimes$  le produit de Kronecker. Finalement, les fonctions de bases favorisant le rayonnement omnidirectionnel s'écrivent :

$$\tilde{\mathbf{\Phi}} = \tilde{\mathbf{\Omega}}_c^{1/2} \mathbf{\Phi}_{\text{test}}, \quad (4.47)$$

avec  $\mathbf{\Phi}_{\text{test}}$  les fonctions de bases construites à partir des microphones virtuels. Ces nouvelles fonctions de base, de taille  $N \times K$ , sont finalement tronquées aux dimensions de l'antenne. Pour résumer l'approche, l'algorithme permettant le calcul de ces fonctions de base est décrit ci-dessous.

**Algorithme pour la construction des fonctions de base omnidirectionnelles :**

1. Définir des positions aléatoires de microphones virtuels gravitant autour de l'objet et le

- centre géométrique de l'objet ;
2. Calculer les fonctions de bases entre ces microphones et les points de calcul de l'objet en utilisant la décomposition en valeurs singulières des fonctions de transfert entre ces microphones et le centre géométrique de l'objet ;
  3. Calculer la matrice de covariance a priori des coefficients des fonctions de base par l'équation 4.46 ;
  4. En déduire les fonctions de base favorisant le rayonnement omnidirectionnel (équation 4.47) ;
  5. Tronquer cette base aux dimensions des microphones réels de l'antenne.

### 4.4.3 Correction *ad hoc* de la puissance acoustique

*Le contenu de cette partie est confidentiel.*

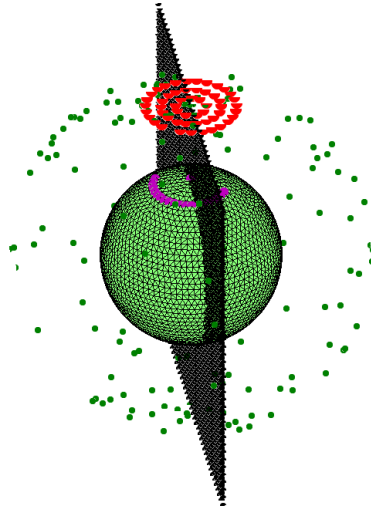
### 4.4.4 Etude numérique

Une étude numérique a été mise en place afin d'évaluer les performances des traitements proposés. Cette étude traite d'un problème acoustique inverse extérieur en trois dimensions, de manière similaire à la configuration expérimentale finale visée. Un schéma de la configuration numérique est proposé en figure 4.4. Il s'agit de reconstruire une distribution de sources (représentée par des points violets) positionnées sur une sphère parfaitement rigide d'un rayon de 0.5m. Les sources ponctuelles constituant cette distribution de sources sont parfaitement cohérentes entre elles. Une antenne de 54 microphones est placée devant les sources (représentée par des points rouges) et 150 microphones de références sont positionnés concentriquement à la sphère (représentés par des points verts), à une distance de 1m du centre de la sphère. Ces microphones de référence sont utilisés afin d'estimer la puissance acoustique rayonnée en appliquant la norme ISO 3746 intitulée « Détermination des niveaux de puissance acoustique et des niveaux d'énergie acoustique émis par les sources de bruit à partir de la pression acoustique » (voir annexe E). La puissance ainsi estimée sera considérée comme la référence de puissance acoustique à atteindre par méthode d'imagerie.

Les fonctions de transfert modélisant la propagation acoustique entre les points de calcul et les microphones sont exprimées analytiquement [19, 90] :

$$g(r_a; r_s) = \frac{j\rho c}{4\pi a^2} \sum_{l=0}^{\infty} \frac{h_l^{(2)}(kr_s)}{h_l'^{(2)}(ka)} (2l+1) P_l(\cos\phi), \quad (4.48)$$

avec  $a$  le rayon de la sphère,  $h_l^{(2)}(x)$  la fonction de Hankel sphérique du deuxième type,  $h_l'^{(2)}(x)$  sa dérivée et  $P_l(x)$  le polynôme de Legendre d'ordre  $l$ . L'angle  $\phi$  est formé entre deux vecteurs : un premier défini entre le centre de la sphère et le point  $r_a$  situé à la surface de la



**Figure 4.4** – Schéma de la configuration de validation numérique. La distribution de sources est représentée en violet, l'antenne de microphones en rouge, les microphones de références en vert. Les points de calcul sur lesquels est rétro-propagé le champ acoustique coïncident avec les intersections des éléments triangulaires. Les points noirs représentent la coupe 2D sur laquelle le champ acoustique reconstruit est re-propagé.

sphère et un deuxième défini entre ce même centre et le point de la source positionnée en  $r_s$ . La fonction de transfert analytique met en jeu une somme infinie qui doit être tronquée en pratique. Pereira a étudié l'erreur de troncature de cette série pour plusieurs configurations de source et en a déduit des précautions à prendre [19]. Au vu de cette étude, cette somme sera tronquée à un ordre de 40 pour atteindre une fréquence maximale de 5KHz et assurer une erreur de troncature inférieure à  $10^{-9}$ . Dans un cas de géométrie quelconque, la méthode des sources équivalentes peut être utilisée pour avoir accès à ces fonctions de transfert.

Les différents traitements proposés ont été appliqués à ce cas d'étude. Les performances en termes de quantification et de localisation sont évaluées pour :

1. La méthode de la focalisation bayésienne standard, obtenue en appliquant l'algorithme présenté en partie 4.3. Aucun a priori spatial n'est utilisé ( $\Omega_q = \mathbf{I}$ ). Ce traitement est aussi nommé « it. 0 » dans les figures suivantes.
2. La méthode de la focalisation itérative en considérant un a priori de parcimonie spatiale suivant l'algorithme présenté en partie 4.4.1. Une norme  $p = 1$  a été choisie dans ce cas.
3. La méthode de la focalisation bayésienne en considérant un a priori sur le rayonnement omnidirectionnel des sources. Le rayonnement omnidirectionnel a été forcé en utilisant 350 positions de microphones virtuels. La distance entre le centre de la sphère et la position de ces microphones est tirée dans une loi uniforme  $\mathcal{U}(0.5; 1.5)$ . L'algorithme présenté en partie 4.4.2 est ensuite appliqué pour calculer les fonctions de base.

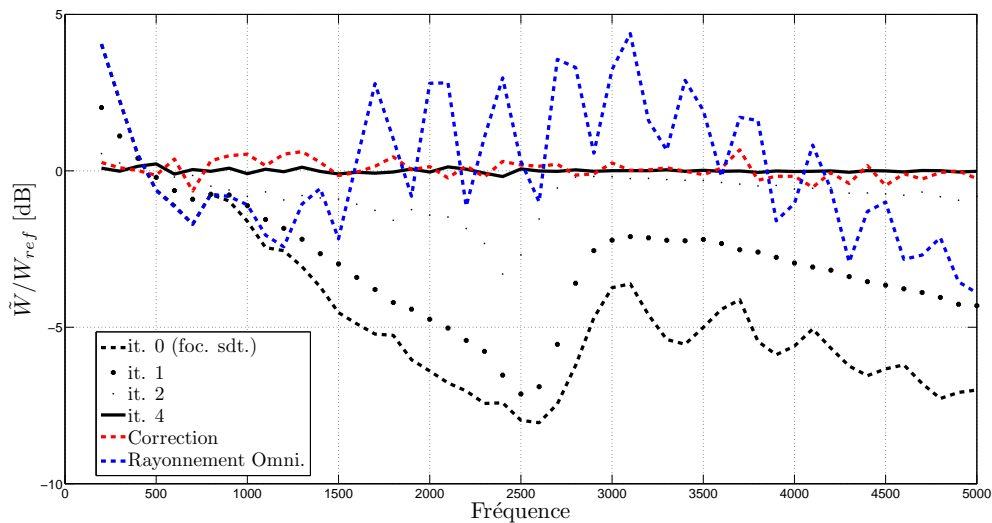


4. La méthode de la focalisation bayésienne standard dont les niveaux sont corrigés en amplitude.

La table 4.1 représente les cartographies de puissance de la distribution des sources reconstruites en considérant un rayonnement omnidirectionnel des sources d’une part et en forçant la parcimonie spatiale des sources d’autre part.

La localisation spatiale des sources est correctement estimée par la focalisation bayésienne itérative, pour les trois fréquences d’étude. Le prior de parcimonie spatiale permet d’atteindre une résolution spatiale très fine. Le traitement classique fournit des résultats satisfaisants mais des lobes secondaires sont observés (notamment en basses fréquences). Finalement, le prior de rayonnement omnidirectionnel dégrade la résolution spatiale du résultat de la focalisation standard.

La figure 4.5 présente l’écart entre la puissance de référence et la puissance estimée par les différents traitements proposés, intégrée sur l’ensemble de la sphère.

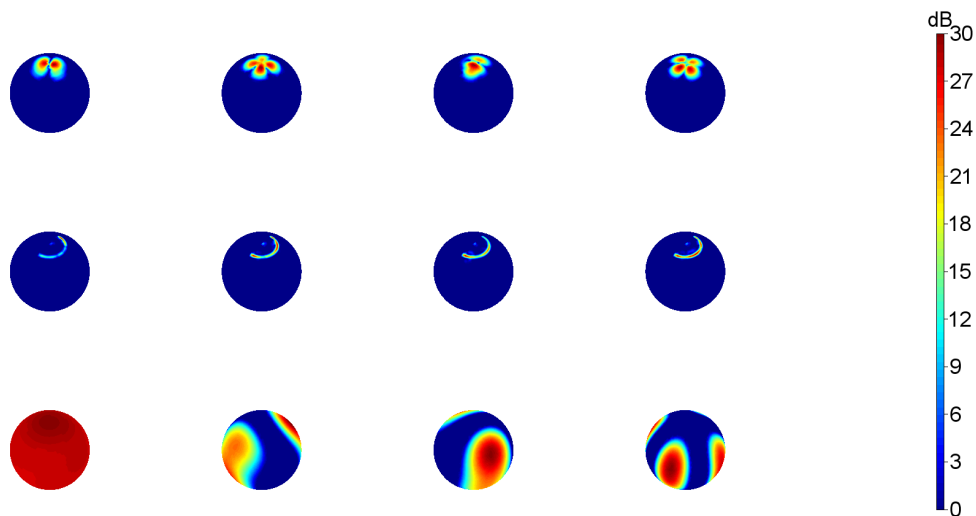


**Figure 4.5** – Erreur de quantification (en dB) intégrée sur l’ensemble de la sphère par focalisation bayésienne standard, itérative, corrigée et utilisant un a priori de rayonnement omnidirectionnel.

Sans traitement particulier, la focalisation bayésienne sous-estime significativement les niveaux reconstruits. Quatre itérations suffisent pour assurer un biais inférieur à 0.5dB par rapport à la référence. La correction *ad hoc* proposée fournit une estimation satisfaisante des niveaux. Néanmoins, les résultats issus du traitement basé sur l’utilisation d’un a priori sur le rayonnement omnidirectionnel des sources oscillent autour de la référence, allant jusqu’à

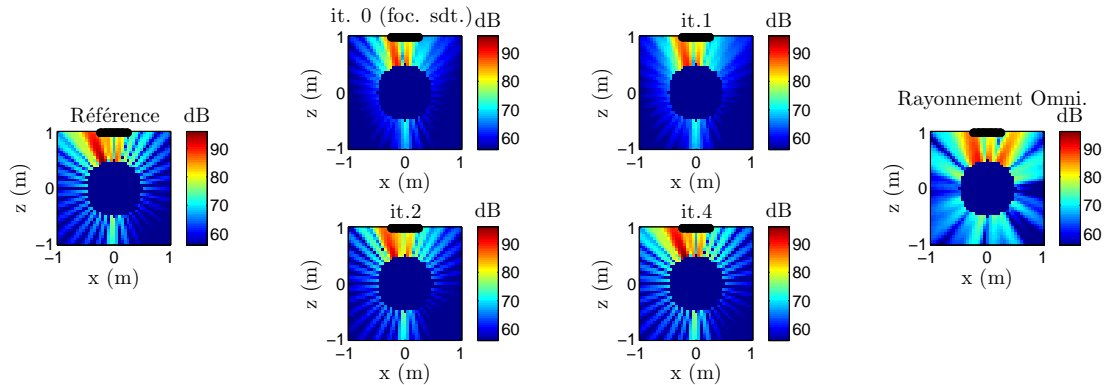
plus de 4 dB d'erreur à 3100Hz.

Les quatre premières fonctions de base calculées par l'équation 4.19 sont présentées sur la première ligne de la figure 4.6 pour une fréquence de 5000Hz. L'utilisation de ces fonctions de base a comme inconvénient de sous-estimer les niveaux acoustiques. Les fonctions de base itérées 4 fois sont présentées sur la deuxième ligne de cette même figure. Nous remarquons qu'elles sont focalisées sur la distribution des sources. Finalement, la troisième ligne de la figure présente les fonctions de base calculées par l'équation 4.47 pour lesquelles le rayonnement omnidirectionnel des sources a été forcé. La première fonction de base modélise le rayonnement cohérent de toute la structure, les deuxième et troisième fonctions présentent un rayonnement dipolaire, et la quatrième un rayonnement quadripolaire. Ces formes de fonctions d'onde sont semblables aux harmoniques sphériques centrées sur le centre de la sphère. Il est à noter qu'elles ne favorisent pas les sources placées sur le dessus de la sphère, là où sont réellement positionnées les sources puisqu'aucun a priori sur la localisation spatiale n'est introduit.



**Figure 4.6** – Représentation des 4 premières fonctions de bases calculées sans a priori (en haut), avec un a priori focalisé utilisant 4 itérations (ligne du milieu) et calculées en considérant un a priori de rayonnement omnidirectionnel (en bas) à 5000Hz.

Finalement, les sources identifiées ont été ré-émises sur la coupe en deux dimensions (coupe présentée en figure 4.4). Les champs de pression identifiés par méthode bayésienne classique, itérée et par méthode bayésienne en considérant un rayonnement omnidirectionnel sont re-propagés et présentés en figure 4.7.

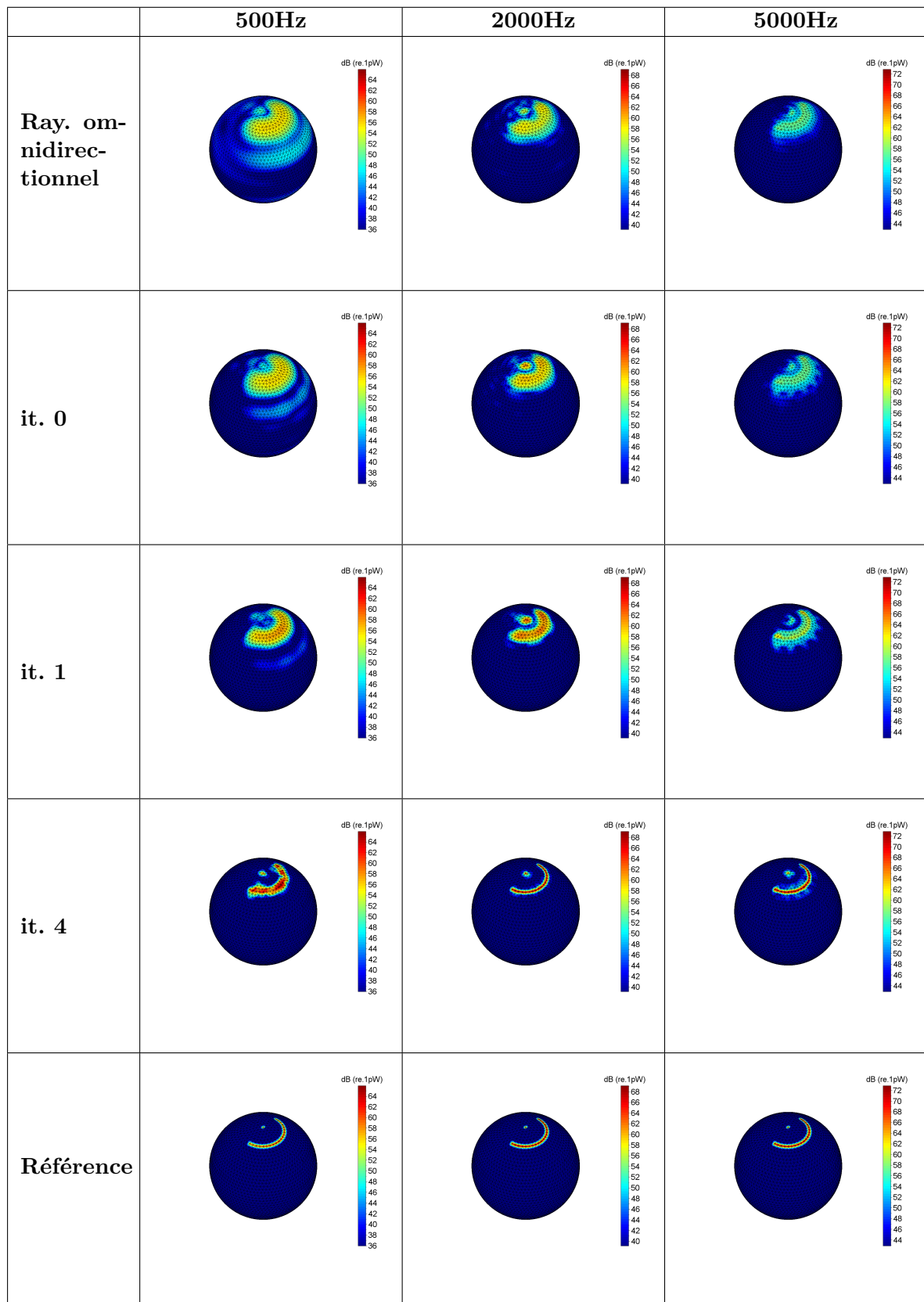


**Figure 4.7** – Cartographie de pression de la distribution de sources de référence propagée sur la coupe 2D représentée en figure 4.4 (à gauche) et des sources identifiées re-propagées sur cette même coupe en utilisant les résultats de focalisation bayésienne standard (it. 0), itérée une fois (it. 1), 2 fois (it. 2) et 4 fois (it.4). Les points noirs représentent les positions des microphones de l’antenne.

Comme souligné précédemment, le traitement standard (à l’itération 0) a tendance à reconstruire des sources énergétiques vers l’antenne. Le traitement itératif, progressivement, se focalise sur les sources identifiées et fait tendre les sources identifiées vers le champ de référence. Finalement, la solution obtenue en forçant le rayonnement omnidirectionnel de la sphère ne paraît pas satisfaisante. En effet, les fonctions de base omnidirectionnelles construites ne favorisent pas le rayonnement des sources identifiées. Une des perspectives est de rajouter un a priori spatial en plus de l’a priori de rayonnement omnidirectionnel. Par exemple, ce rayonnement pourrait être forcé uniquement sur la moitié supérieure de la sphère. De cette façon, la résolution spatiale du résultat obtenu serait probablement améliorée.

Pour conclure, le prior de parcimonie spatiale offre des résultats intéressants, à la fois en terme de résolution spatiale et en quantification des niveaux acoustiques. Sur ce cas d’étude numérique, la localisation spatiale très fine pourrait présenter un argument fort pour la méthode. Néanmoins, dans des cas réels dans lesquels le bruit de mesure, des erreurs de modélisation de la propagation acoustique, ou des erreurs de positionnement de l’antenne perturbent les données mesurées et le modèle de propagation, il semble très ambitieux de fournir une information spatiale aussi précise. De plus, l’utilisation de ce prior est limité aux cas où la parcimonie spatiale des sources est effectivement caractéristique du champ à reconstruire. Ensuite, le prior de rayonnement omnidirectionnel a un intérêt limité puisque la résolution spatiale ainsi que la quantification des sources sont fortement dégradées. Par ailleurs, il est délicat d’implémenter l’algorithme présenté en 4.4.2 puisqu’il met en jeu le calcul d’une fonction de base de grande dimension. De plus, le choix du centre géométrique de l’objet (première étape de l’algorithme présenté en partie 4.4.2) conditionne significativement les résultats.

La focalisation bayésienne itérative ainsi que la correction empirique des niveaux sont deux méthodes qui seront utilisées lors des validations expérimentales.



**Table 4.1** – Cartes de puissance acoustique calculées à 500Hz, 2000Hz et 5000Hz par focalisation bayésienne en considérant un a priori de rayonnement omnidirectionnel, par focalisation bayésienne standard (it. 0), itérée une fois (it. 1) puis 4 fois (it. 4). Sur la dernière ligne, les cartes de puissance acoustique de référence.

## Chapitre 5

# Prise en compte des erreurs de modèle par approche bayésienne

### 5.1 Introduction

Un formalisme bayésien a été introduit pour résoudre le problème inverse et une estimation du champ source a été fournie par l'estimateur du maximum a posteriori. Précédemment, le modèle de propagation a été considéré comme exact. Il s'agit dans le présent chapitre d'introduire dans notre formalisme un paramètre prenant en compte une perturbation due à un modèle incertain dans le but d'améliorer l'estimation du champ source.

#### 5.1.1 Motivations

Dans de nombreuses applications des techniques d'imagerie acoustique, l'approximation de la propagation des ondes en champ libre est admise. Généralement ce choix est fait par contrainte de simplicité et il induit des conséquences fortes sur la localisation et la quantification de sources par méthodes inverses. En chapitre 3, une méthode de calcul des fonctions de transfert adaptée à l'imagerie acoustique a été proposée et il a été montré que des phénomènes ondulatoires comme la diffraction peuvent être modélisés simplement. Cependant, des incertitudes sur les paramètres de ce modèle subsistent et peuvent perturber significativement la solution du problème inverse. L'approche bayésienne permet de considérer un modèle incertain. Notre ambition est d'estimer conjointement la distribution de sources acoustiques et l'erreur de modèle. L'amélioration de l'estimation de la distribution des sources par la prise en compte des erreurs de modèle par approche bayésienne est investiguée dans ce chapitre.

### 5.1.2 Etat de l'art

La prise en compte des erreurs de modèle par approche bayésienne pour la résolution d'un problème inverse a été traitée dans le domaine du défloutage d'images par Molina *et al.* [91–94]. Ce problème est légèrement différent du nôtre puisqu'il s'agit d'un processus de déconvolution. La réponse impulsionnelle est définie comme étant déterministe, et son erreur associée est stochastique, suivant une loi normale centrée d'une variance inconnue. Par une approche bayésienne, les auteurs proposent alors un modèle hiérarchique permettant successivement d'estimer les hyperparamètres et les sources.

En imagerie acoustique, les erreurs de modèle ont été abordées par le développement de la méthode Capon robuste [95–97]. Les auteurs appliquent alors une contrainte sur l'estimation du vecteur de pointage. Ils prennent en compte une erreur de modèle qu'ils supposent existante et ils la bornent à une valeur estimée a priori par l'utilisateur. La difficulté est donc de pouvoir estimer de façon pertinente cette borne.

Par ailleurs, une interprétation géométrique de la méthode d'holographie acoustique a été proposée par Martin *et al.* [98–100]. Cette approche originale de la résolution du problème inverse offre la possibilité de calculer des critères pertinents reflétant la qualité des résultats obtenus, ce qui est un des objectifs de cette thèse. Le critère est calculé par l'estimation d'un angle entre le plan du modèle de propagation et le vecteur défini par les mesures de pression. Il a été montré qu'une optimisation du modèle de propagation vis-à-vis de ce critère était possible et que les résultats de reconstruction pouvaient être significativement améliorés en corrigeant les conditions aux limites associées.

D'autres auteurs ont développé des méthodes de correction d'erreur sur le positionnement des microphones de l'antenne. Ainsi, Dougherty met en place une procédure de calibration du dispositif de mesure [101]. Le principe est de faire rayonner une source dont la propagation est parfaitement connue, et de définir une matrice de calibration du modèle. Cette matrice est déterminée en calculant la corrélation entre les données mesurées et les données théoriquement calculées par le modèle de propagation. Durant sa thèse, Antoine Peillot a mis en place un algorithme permettant d'estimer conjointement l'erreur de position des microphones et les sources [102]. Il estime le biais de l'erreur de modèle dû à une erreur de positionnement en exploitant les propriétés parcimonieuses des sources. Dans une récente conférence [103], Bertin *et al.* montrent qu'une estimation du biais dû à une erreur d'estimation de la célérité des ondes acoustiques est aussi possible en exploitant cette propriété de parcimonie spatiale du champ acoustique.

### 5.1.3 Approche proposée

Afin de corriger l'effet des erreurs de modèle, les études existantes dans la littérature utilisent des informations a priori disponibles sur l'erreur de modèle, ou des informations spécifiques sur le type de source. Une approche bayésienne permettant de prendre en compte ces informations a priori nous semble donc pertinente. La correction du biais du modèle de propagation peut être interprétée comme un problème d'identification de la nature du bruit : l'erreur de modèle est systématique vis-à-vis des blocs temporels mesurés, alors que le bruit de mesure a un caractère aléatoire pour chaque échantillon étudié. L'objet de l'étude est d'améliorer l'estimation des sources en introduisant un paramètre incertain représentant l'erreur de modèle.

Le travail d'investigation proposé est progressif dans la difficulté. Un cas simple mettant en jeu une source et un microphone est tout d'abord considéré. Un algorithme itératif est mis en place afin d'estimer conjointement l'erreur de modèle et l'amplitude complexe de la source. Ensuite, l'algorithme est adapté au problème acoustique inverse sous sa forme réduite. L'erreur de modèle est définie comme une variable manquante perturbant les valeurs singulières de la matrice de propagation.

## 5.2 Résolution d'un problème inverse 1D

### 5.2.1 Modélisation probabiliste du problème

Devant la difficulté que représente la prise en compte des erreurs de modèle dans la résolution d'un problème inverse, un problème à dimension réduite (1D) est tout d'abord considéré. Les erreurs de modèle sont introduites par l'expression du problème direct, en écrivant :

$$p_i = (\tilde{g} + \Delta g)q_i + b_i, i = 1, \dots, I, \quad (5.1)$$

avec  $p$  la mesure du champ acoustique,  $\tilde{g}$  la fonction de transfert biaisée d'une erreur de modèle inconnue  $\Delta g$ ,  $q$  le débit de la source inconnue et  $i$  l'indice du bloc temporel étudié avec  $I$  le nombre maximal de blocs. L'ensemble  $g = (\tilde{g} + \Delta g)$  représente le modèle de propagation qui décrit réellement la propagation entre la source et le microphone. Le problème direct de l'équation 5.1 peut être illustré dans un plan à l'aide d'une droite affine. L'erreur de modèle induit une erreur sur la pente, alors que le bruit de mesure induit une fluctuation de l'ordonnée à l'origine, comme représenté en figure 5.1.

Intuitivement, cette interprétation graphique indique déjà une piste pour la résolution de ce problème complexe : l'identification du bruit de modèle peut se réaliser en profitant de sa propriété systématique vis-à-vis des échantillons temporels, contrairement au bruit de mesure



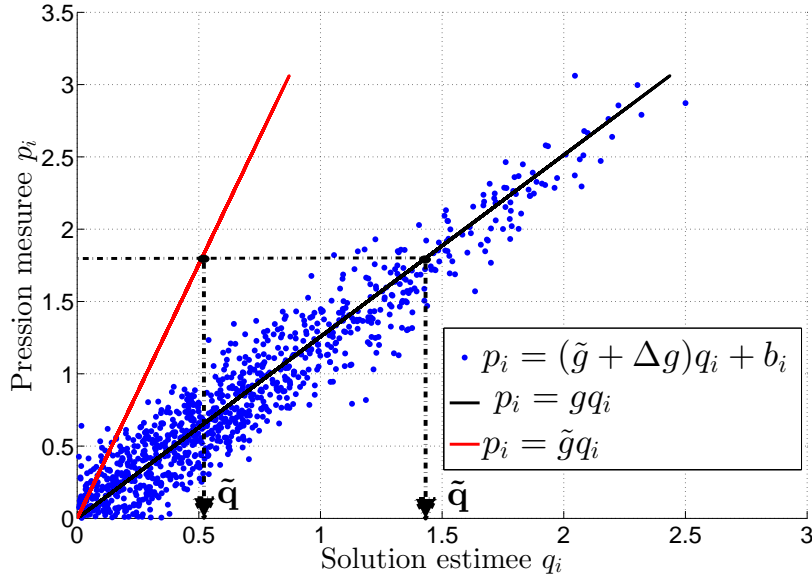


Figure 5.1 – Représentation du problème direct par le tracé de fonctions 1D

qui est stochastique. Par ailleurs, cette représentation graphique nous indique que pour une même mesure, une erreur sur le modèle de propagation peut entraîner une erreur significative sur la solution trouvée. L'objectif de notre travail est de corriger le modèle en utilisant les données mesurées et les connaissances a priori disponibles pour en déduire une meilleure estimation de l'amplitude complexe de la source.

Une source d'un débit unitaire  $q = 1$  est générée à une distance  $r$  d'un microphone perturbé par un bruit gaussien. Une hypothèse de champ libre est admise et le modèle de propagation s'écrit :

$$g(r) = \frac{e^{jkr}}{4\pi r}. \quad (5.2)$$

Ce modèle de propagation est utilisé pour générer les pressions mesurées par le microphone. Pour les mêmes raisons énoncées dans le chapitre 4, les distributions du bruit additif et de la source suivent des densités de probabilité gaussiennes. La figure 5.2 présente schématiquement le processus de génération des pressions mesurées.

Afin de reconstruire la source, un modèle de propagation erroné est utilisé. L'erreur de modèle, notée  $\Delta g$ , est systématique vis-à-vis des blocs temporels. Pour des raisons de simplicité mathématique, une loi gaussienne est utilisée pour modéliser l'erreur de modèle :

$$[\Delta g] = \mathcal{N}(0, \gamma^2) \quad (5.3)$$

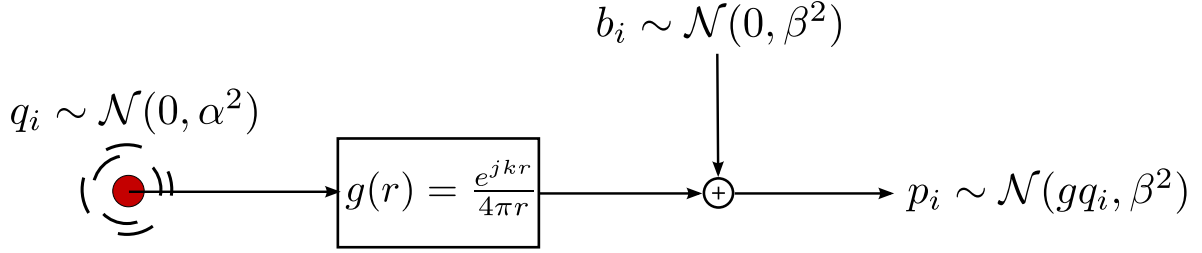


Figure 5.2 – Schéma fonctionnel décrivant la génération du champ de pression simulé.

avec  $\gamma^2$  la variance de l'erreur de modèle. Le modèle utilisé pour résoudre le problème inverse est noté  $\tilde{g} = g - \Delta g$ . Chaque tirage dans la densité de probabilité  $[\Delta g]$  correspond à une nouvelle situation physique dans laquelle le choix du modèle de propagation suit une loi gaussienne.

### 5.2.2 Maximum a posteriori

La règle de Bayes est utilisée pour estimer la densité de probabilité a posteriori :

$$[\mathbf{q}, \Delta g | \mathbf{p}] = \frac{[\mathbf{p} | \mathbf{q}, \Delta g][\mathbf{q}, \Delta g]}{[\mathbf{p}]} \quad (5.4)$$

Quatre stratégies peuvent être envisagées pour résoudre ce problème :

- Estimer le MAP conjoint  $[\mathbf{q}, \Delta g | \mathbf{p}]$ . Pour une première approche où les quantités inconnues sont des scalaires, une solution analytique peut être trouvée. La contrainte de simplicité nous amène à choisir cette solution, même si l'adaptation de cette méthode pour une estimation d'inconnues multidimensionnelles s'avère délicate.
- Estimer le MAP de la densité de probabilité marginalisée sur l'erreur de modèle  $\Delta g$  en donnant une estimation analytique de  $\prod_{i=1}^I [q_i | p_i] = \int \prod_{i=1}^I [q_i, \Delta g | p_i] d\Delta g$ . Dans ce cas de figure, le calcul de l'intégrale nous amène à une solution traitée par un schéma itératif qui a une convergence non-prouvée.
- Introduire l'erreur de modèle comme une variable manquante et résoudre le problème par un algorithme d'espérance-maximisation (EM). Cet algorithme, dont la convergence est prouvée, sera utilisé en partie 5.3 lors du traitement du problème multidimensionnel.
- Traiter le problème complet en construisant une chaîne de Markov Monte Carlo (MCMC) et le résoudre par un échantillonnage de Gibbs. Cette approche prometteuse n'est pas étudiée dans ce chapitre mais une introduction à cette méthode est proposée en partie 6.3.

Dans un premier temps, la première stratégie est choisie. La vraisemblance est calculée grâce au problème direct donné par l'équation 5.1 :

$$[\mathbf{p} | \mathbf{q}, \Delta g] = \mathcal{N}((\tilde{g} + \Delta g)\mathbf{q}, \beta^2), \quad (5.5)$$

et la densité a priori s'écrit, en admettant l'indépendance des variables  $\mathbf{q}$  et  $\Delta g$  :

$$[\mathbf{q}, \Delta g] = [\mathbf{q}][\Delta g] = \mathcal{N}(0, \alpha^2)\mathcal{N}(0, \gamma^2). \quad (5.6)$$

En vue d'estimer le MAP conjoint  $[\mathbf{q}, \Delta g|\mathbf{p}]$ , la fonction coût s'exprime :

$$J_{MAP} = -\sum_{i=1}^I \ln[q_i, \Delta g|p_i] \quad (5.7)$$

$$= K + \sum_{i=1}^I \frac{\|p_i - \tilde{g}q_i - \Delta gq_i\|^2}{\beta^2} + \sum_{i=1}^I \frac{\|q_i\|^2}{\alpha^2} + \frac{\|\Delta g\|^2}{\gamma^2}, \quad (5.8)$$

avec  $K$  une constante. L'annulation de la dérivée de la fonction coût 5.8 par rapport à l'inconnue  $q_i$  nous donne :

$$\tilde{q}_i = \frac{(\tilde{\Delta g} + \tilde{g})^* p_i}{\|\tilde{g} + \tilde{\Delta g}\|^2 + \frac{\beta^2}{\alpha^2}}. \quad (5.9)$$

L'annulation de la dérivée de la fonction coût 5.8 par rapport à l'inconnue  $\Delta g$  nous donne :

$$\tilde{\Delta g} = \frac{\sum_{i=1}^I (p_i - \tilde{g}\tilde{q}_i)\tilde{q}_i^*}{\sum_{i=1}^I \|\tilde{q}_i\|^2 + \frac{\beta^2}{\gamma^2}}. \quad (5.10)$$

Cette expression de l'erreur de modèle exprime au numérateur la corrélation entre le résidu  $p_i - \tilde{g}q_i$  responsable de l'erreur de modèle et les sources identifiées. Ce terme de corrélation est normalisée par l'énergie des sources au dénominateur. La présence de la somme sur les blocs temporels indique que plus le nombre de blocs temporels est important, plus l'erreur de modèle sera identifiable par rapport au bruit de mesure.

L'estimation conjointe des deux inconnues se réalise en pratique par un schéma itératif. À la première itération, l'erreur de modèle  $\tilde{\Delta g}$  est initialisée à 0 et une estimation de  $\tilde{q}_i$  est calculée par l'équation 5.9. L'erreur de modèle est ensuite estimée par l'équation 5.10. Il est à noter que les hyperparamètres  $\alpha^2$ ,  $\beta^2$  et  $\gamma^2$  représentent des quantités inconnues à estimer.

### 5.2.3 Validation numérique de l'approche

Le but de l'étude est d'évaluer la méthode sur un cas simple. Le modèle est perturbé par un bruit gaussien de variance  $\gamma^2$  et les pressions mesurées sont perturbées d'un bruit gaussien de variance  $\beta^2$ . La source acoustique génère un rayonnement d'une énergie de  $\alpha^2$ . L'étude est réalisée à  $f = 3000Hz$ , et une distance de rétro-propagation de  $r = 0.1m$  est fixée. Les trois hyperparamètres sont supposés connus. Pour plusieurs tirages aléatoires du bruit de mesure

et plusieurs tirages de l'erreur de modèle, l'erreur quadratique moyenne de reconstruction de la source est calculée :

$$EQM = \frac{\mathbb{E} \left\{ \sum_{i=1}^I \|\tilde{q}_i - q_i\|^2 \right\}}{\mathbb{E} \left\{ \sum_{i=1}^I \|q_i\|^2 \right\}}, \quad (5.11)$$

avec  $\mathbb{E}$  l'espérance mathématique prise sur le nombre de tirages d'erreur de modèle effectués. L'erreur quadratique moyenne est calculée en considérant la solution corrigée exprimée en 5.9 dans laquelle l'erreur de modèle  $\Delta g$  est calculée par l'équation 5.10. Elle est comparée à l'erreur quadratique moyenne des solutions (en considérant le modèle biaisé) non régularisée et régularisée successivement exprimées en équations 5.12 et 5.13 :

$$q_i^{[NR]} = \frac{\tilde{g}^* p_i}{\|\tilde{g}\|^2}, \quad (5.12)$$

et

$$q_i^{[R]} = \frac{\tilde{g}^* p_i}{\|\tilde{g}\|^2 + \frac{\beta^2}{\alpha^2}}. \quad (5.13)$$

Les performances de l'algorithme ont été testées sur un large domaine d'observation. Le rapport signal à bruit (RSB) est défini par :

$$RSB_{dB} = 10 \log_{10} \left( \frac{\alpha^2}{\beta^2} \right), \quad (5.14)$$

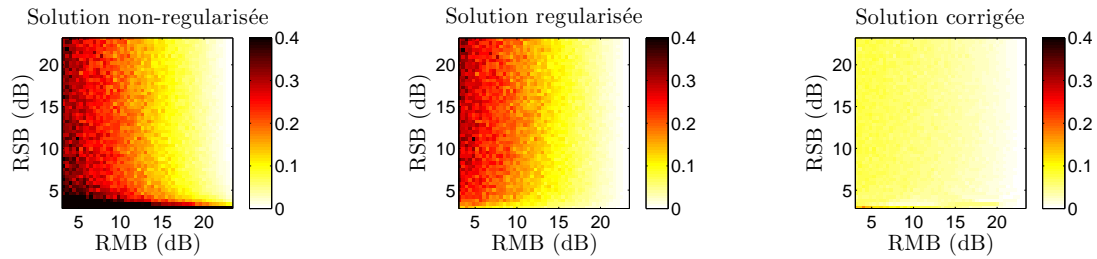
variant de 3dB à 23dB. La quantité d'erreur de modèle introduite est générée selon le rapport de l'énergie du modèle de propagation sur le bruit de modèle appliquée :

$$RMB_{dB} = 10 \log_{10} \left( \frac{\|g\|^2}{\gamma^2} \right). \quad (5.15)$$

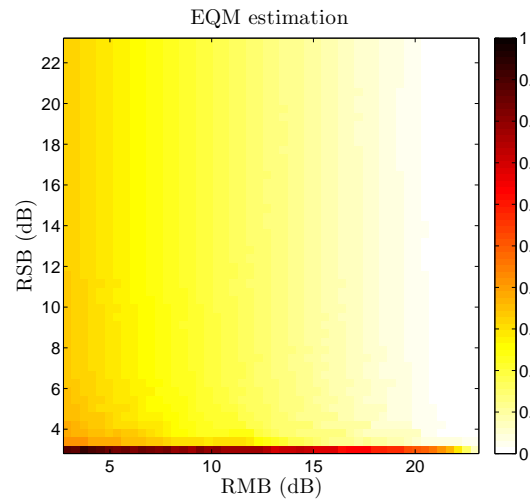
Pour cette étude, le RMB prend des valeurs comprises entre 3dB et 23dB. Pour chaque combinaison de couples RSB-RMB, 100 tirages du biais de modèle ont été effectués et pour chaque tirage,  $I = 200$  blocs de mesures microphoniques sont générés. Le nombre d'itération pour l'estimation conjointe de la source et de l'erreur de modèle est variable en fonction du RMB. Le choix du nombre d'itération est discuté en fin de section. La figure 5.3 représente l'erreur quadratique moyenne des sources identifiées. Dans le cas où toutes les hypothèses de travail sont remplies, la reconstruction des sources est très significativement améliorée lorsque l'erreur de modèle est prise en compte.

La figure 5.4 représente l'erreur quadratique moyenne du modèle corrigé définie comme :

$$EQM^{[dg]} = \frac{\mathbb{E} \left\{ \|\tilde{g} + \Delta g - g\|^2 \right\}}{\mathbb{E} \left\{ \|g\|^2 \right\}}. \quad (5.16)$$



**Figure 5.3** – Erreur quadratique moyenne de la solution non régularisée, régularisée par la forme classique de Tikhonov et régularisée en corrigeant l’erreur de modèle par algorithme itératif, moyenné sur 100 situations d’erreur de modèle, chacun calculé en considérant 200 blocs de mesure.

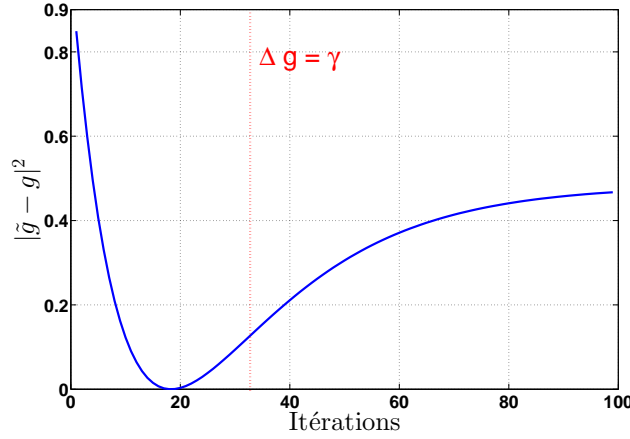


**Figure 5.4** – Erreur quadratique moyenne du modèle corrigée

Nous concluons donc que l’algorithme permet à la fois de rendre robuste la distribution de sources identifiées mais aussi de corriger le biais du modèle. Lorsque le bruit de mesure est trop important ( $RSB < 3\text{dB}$ ), l’identification du type de bruit est moins performante et l’estimation de l’erreur de modèle est erronée.

Malgré ces résultats satisfaisants, une divergence de l’algorithme a été observée. En effet, après un certain nombre d’itérations, l’erreur de modèle estimée devient plus grande que sa valeur initiale. La figure 5.5 met en évidence le caractère divergeant de l’algorithme.

Ce caractère divergeant peut être expliqué par la grande sous-détermination du problème. Les combinaisons possibles des inconnues étant très importantes, l’algorithme itératif propose à chaque itération une combinaison probable de ces inconnues. Cette remarque nous amène à l’obligation d’introduire une certaine information a priori sur le type de sources et/ou sur l’erreur de modèle. L’espace des solutions possibles sera alors réduit et l’algorithme itératif



**Figure 5.5** – Estimation de l'erreur de modèle en fonction du nombre d'itérations pour un tirage ( $RMB=12dB$ ,  $RSB = 20dB$ ,  $\gamma^2 = 5e^{-2}$ ).

sera en mesure de proposer une combinaison en accord avec ces priors.

Dans le cas pratique, une première idée est de borner la valeur possible de l'erreur de modèle. Le critère d'arrêt de l'algorithme itératif est alors défini par la contrainte  $|\Delta g| \leq \gamma^2$ . Ce choix ne garantit pas un arrêt du processus itératif avant la divergence de l'algorithme. En effet, comme l'erreur de modèle suit une loi gaussienne, certains échantillons généreront une erreur plus petite que la variance a priori  $\gamma^2$ . C'est cette contrainte qui a été appliquée pour l'obtention des résultats proposés dans cette section. Les premiers résultats obtenus en figure 5.3 montrent que, moyenné sur plusieurs tirages, ce critère d'arrêt permet d'améliorer l'estimation de l'amplitude complexe de la source.

## 5.3 Correction de l'erreur de modèle appliquée à l'imagerie acoustique

### 5.3.1 Expression du modèle direct perturbé par une erreur de modèle

Afin d'appliquer l'approche validée sur un cas 1D au problème d'imagerie acoustique, le problème direct exprimé en équation 4.1 s'exprime, en écriture matricielle :

$$\mathbf{p} = \mathbf{G}(\mathbf{r}^a; \mathbf{r}^s)\mathbf{q} + \mathbf{\Delta}_G(\mathbf{r}^a; \mathbf{r}^s)\mathbf{q} + \mathbf{b}, \quad (5.17)$$

avec  $\mathbf{\Delta}_G(\mathbf{r}^a; \mathbf{r}^s)$  une matrice de taille  $M \times N$  représentant l'erreur de modèle introduite dans le cas multidimensionnel. En projetant l'erreur de modèle sur les matrices singulières  $\mathbf{U}$  et  $\mathbf{V}$  obtenues par décomposition en valeurs singulières de l'opérateur  $\mathbf{G}(\mathbf{r}^a; \mathbf{r}^s)$  blanchi par la matrice de covariance du bruit de mesure et des sources (équation 4.16), le problème réduit

de l'équation 4.21 s'écrit :

$$\mathbf{y} = \tilde{\mathbf{S}}\mathbf{c} + \mathbf{E}\mathbf{c} + \boldsymbol{\nu}, \quad (5.18)$$

avec  $\mathbf{E} = \mathbf{U}^H \boldsymbol{\Delta}_G(\mathbf{r}^a; \mathbf{r}^s) \mathbf{V}$  une matrice carrée de taille  $M \times M$  pleine de structure quelconque représentant l'erreur de modèle dans le domaine réduit et  $\tilde{\mathbf{S}}$  une matrice diagonale correspondant aux valeurs singulières du modèle approché. La décomposition en valeurs singulières du modèle s'écrit :

$$\boldsymbol{\Omega}_b^{-1/2} \mathbf{G}(\mathbf{r}^a; \mathbf{r}^s) \boldsymbol{\Omega}_q^{1/2} = \mathbf{U}\mathbf{S}\mathbf{V}^H = \tilde{\mathbf{U}}(\tilde{\mathbf{S}} + \mathbf{E})\tilde{\mathbf{V}}^H. \quad (5.19)$$

Dans cette partie, nous considérons que  $\boldsymbol{\Omega}_b = \mathbf{I}_{M \times M}$  et que  $\boldsymbol{\Omega}_q = \mathbf{I}_{N \times N}$ . En plus des coefficients des  $M$  fonctions de bases  $\mathbf{c}$ , la résolution du système de l'équation 5.18 requiert une estimation des  $M^2$  éléments de la matrice  $\mathbf{E}$ . Une étude numérique a été menée afin d'examiner la structure de cette matrice en fonction du type d'erreur de modèle appliqué.

La configuration géométrique de cette étude est présentée en figure 5.6. Une antenne circulaire d'un rayon externe de  $0.25m$  et composée de 54 microphones répartis aléatoirement est choisie. Le plan de calcul, situé à une distance  $\Delta z = 0.3m$  est régulier et est discrétisé par un pas de  $0.04m$ . Il couvre une surface totale de  $0.5 \times 0.5m^2$ . La fréquence d'étude est de  $3000\text{Hz}$ .

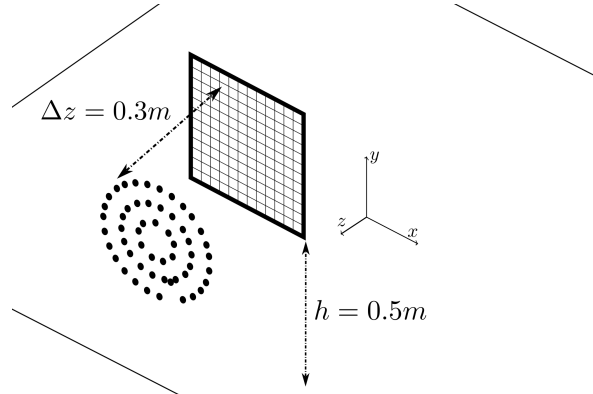


Figure 5.6 – Configuration de l'étude numérique

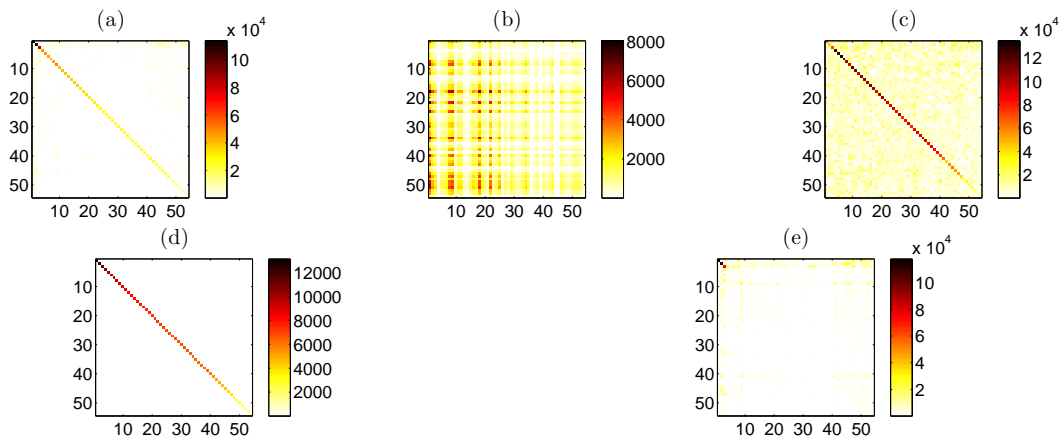
Un modèle de distribution de sources monopolaires est considéré sur le plan de calcul. Une réflexion sur le sol est modélisée selon un modèle de source-image. La fonction de propagation s'écrit :

$$G(r^a; r^s) = i\omega\rho \frac{e^{ikr_d}}{4\pi r_d} \left( 1 + R \frac{r_d}{r_r} e^{ik(r_r - r_d)} \right) \quad (5.20)$$

avec  $r_d = |r^a - r^s|$  la distance directe entre un point de calcul et un point de mesure,  $r_r$  la distance du chemin des ondes réfléchiées sur le sol d'un point de calcul à un point de mesure, et  $R = 1$  le coefficient de réflexion de la paroi. Ce modèle de propagation a été perturbé et des erreurs de modèle réalistes rencontrées en imagerie acoustique ont été successivement appliquées :

- une erreur de  $4m.s^{-1}$  sur la célérité ;
- une erreur de 2cm sur la position d'un microphone ;
- une erreur aléatoire suivant une loi normale centrée réduite sur la position de tous les microphones ;
- une erreur de  $0.1 kg.m^{-3}$  sur la masse volumique de l'air ;
- une erreur d'estimation de la réflexion ( $R=0$ ) : la réflexion des ondes sur le sol n'est pas prise en compte.

La structure de l'erreur de modèle  $\mathbf{E}$  est présentée en figure 5.7 pour ces cinq perturbations.



**Figure 5.7** – Éléments de la matrice  $\mathbf{E}$  pour plusieurs types d'erreur : une erreur de  $4m.s^{-1}$  sur la célérité (a), une erreur de 2cm sur la position d'un microphone (b), une erreur aléatoire (erreur suivant une loi normale centrée réduite) sur la position des microphones (c), une erreur de  $0.1 kg.m^{-3}$  sur la masse volumique de l'air (d) et une erreur telle que la réflexion n'est pas prise en compte (e).

Il est remarquable que les erreurs de modèle examinées se répercutent principalement sur la diagonale de la matrice  $\mathbf{E}$ . L'erreur sur la masse volumique de l'air génère une matrice purement diagonale puisque sa perturbation impacte la matrice de propagation de manière commune à tous les éléments de la matrice. L'erreur sur la célérité n'a pas une incidence aussi linéaire que la masse volumique puisqu'elle intervient dans les fonctions exponentielles du modèle de propagation. Cependant, la structure de la matrice générée est à forte dominance diagonale. Une erreur de positionnement d'un unique microphone dégrade quant à elle toute la matrice. Il est à noter que cette erreur produit une faible amplitude sur la matrice



$\mathbf{E}$  comparée aux autres erreurs de modèle. Une erreur stochastique appliquée sur la position de tous les microphones engendre elle aussi une matrice diagonale. Finalement, le fait de ne pas prendre en compte la réflexion sur le sol impacte principalement les valeurs singulières les plus fortes. La structure de cette dernière matrice est très sensible à la configuration géométrique choisie (hauteur du sol, distance source-microphone) et à la fréquence d'étude. Selon ces paramètres, la matrice  $\mathbf{E}$  peut devenir pleine.

Au vu de cette étude sur la structure de l'erreur de modèle, la matrice  $\mathbf{E}$  sera dorénavant considérée comme diagonale. Cette hypothèse forte a pour conséquence :

- de rendre indépendantes les  $K$  équations du problème réduit de l'équation 5.18. Un problème 1D comparable à celui étudiée en partie 5.2 sera donc à traiter pour chaque composante ;
- de considérer que les matrices singulières sont invariantes vis-à-vis des erreurs de modèle :  $\tilde{\mathbf{U}} = \mathbf{U}$  et  $\tilde{\mathbf{V}} = \mathbf{V}$ .

Finalement, l'erreur de modèle est modélisée par une densité de probabilité gaussienne pour les mêmes raisons que précédemment :

$$[\mathbf{E}|\gamma^2] = \mathcal{N}(0, \gamma^2 \Omega_e), \quad (5.21)$$

avec  $\Omega_e$  une matrice de structure connue telle que  $trace(\Omega_e) = K$ , avec  $\gamma^2$  la puissance inconnue de l'erreur de modèle. Dans les hypothèses formulées, cette matrice a une structure diagonale.

### 5.3.2 Algorithme Espérance-Maximisation

Le présent problème est multidimensionnel et l'estimation conjointe du maximum a posteriori  $[\mathbf{c}, \mathbf{E}|\mathbf{y}]$  n'est pas aussi évidente que précédemment. Pour proposer une solution à ce problème, l'algorithme Espérance-Maximisation (EM) est utilisé [104]. En effet, nous observons que la recherche du MAP de la densité de probabilité  $[\mathbf{c}, \mathbf{E}|\mathbf{y}]$  peut être simplifiée en admettant que si l'erreur de modèle était connue, alors le problème deviendrait classique. Nous définissons donc l'erreur de modèle comme une donnée manquante au problème dont nous connaissons la densité de probabilité donnée en équation 5.21. Les données observées (les mesures microphoniques dans notre cas) sont dites "incomplètes" pour pouvoir résoudre le problème (puisque l'erreur de modèle est en réalité manquante, et inconnue). La première étape de l'algorithme EM est d'estimer l'espérance mathématique de la log-vraisemblance de la densité de probabilité a posteriori complète en utilisant :

- les données mesurées par les microphones  $\mathbf{y}$  ;
- une première estimation des paramètres inconnus que sont les sources  $\mathbf{c}^{[n-1]}$  et l'erreur de modèle  $\mathbf{E}^{[n-1]}$ , avec  $n$  l'indice des itérations.

Une fois qu'une estimation de l'espérance mathématique de l'erreur de modèle est trouvée, les coefficients des fonctions de base peuvent être à leur tour mis à jour en remplaçant la valeur de l'erreur de modèle par son espérance : cette opération est appelée étape de maximisation. Cet algorithme est très utilisé du fait de sa convergence prouvée. Cependant, il s'agit d'une convergence locale et non globale. Pour assurer une bonne estimation des paramètres, il est conseillé d'initialiser les paramètres inconnus avec différentes valeurs afin d'explorer un domaine large de solutions possibles. Parmi toutes les solutions données par les différentes initialisations, la solution qui maximise la vraisemblance est conservée.

Dans notre cas, l'erreur de modèle est initialisée à zéro, et les coefficients de base sont calculés par maximisation de la densité a posteriori sous la forme de la solution régularisée de Tikhonov de l'équation 4.29.

La solution donnée par l'algorithme EM à l'itération  $n$  s'exprime donc par la maximisation du log-vraisemblance de la densité de probabilité a posteriori, en supposant l'erreur de modèle connue :

$$\mathbf{c}^{[n]} = \underset{\mathbf{c}^{[n]}}{\operatorname{Argmax}} \mathbb{E}_{\mathbf{E}|\mathbf{y}, \mathbf{c}^{[n-1]}} \left\{ \ln \left[ \mathbf{c}|\mathbf{y}, \mathbf{E}^{[n-1]} \right] \right\}, \quad (5.22)$$

$$\mathbf{c}^{[n]} = \underset{\mathbf{c}^{[n]}}{\operatorname{Argmax}} \mathbb{E}_{\mathbf{E}|\mathbf{y}, \mathbf{c}^{[n-1]}} \left\{ \ln \left( \mathcal{N}_c((\tilde{\mathbf{S}} + \mathbf{E})\mathbf{c}, \beta^2 \mathbf{I}) \mathcal{N}_c(\mathbf{0}, \alpha^2 \mathbf{I}) \right) \right\}, \quad (5.23)$$

$$= \underset{\mathbf{c}^{[n]}}{\operatorname{Argmin}} \mathbb{E}_{\mathbf{E}|\mathbf{y}, \mathbf{c}^{[n-1]}} \left\{ -\ln \left( \mathcal{N}_c((\tilde{\mathbf{S}} + \mathbf{E})\mathbf{c}, \beta^2 \mathbf{I}) \mathcal{N}_c(\mathbf{0}, \alpha^2 \mathbf{I}) \right) \right\}, \quad (5.24)$$

$$= \underset{\mathbf{c}^{[n]}}{\operatorname{Argmin}} \mathbb{E}_{\mathbf{E}|\mathbf{y}, \mathbf{c}^{[n-1]}} \left\{ \|\mathbf{y} - \tilde{\mathbf{S}}\mathbf{c} - \mathbf{E}\mathbf{c}\|^2 + \eta^2 \|\mathbf{c}\|^2 \right\}, \quad (5.25)$$

avec  $\mathbb{E}_{\mathbf{E}|\mathbf{y}, \mathbf{c}^{[n-1]}} \{ [X|\mathbf{y}, \mathbf{E}^{[n-1]}] \}$  l'espérance mathématique de la densité de probabilité  $[X|\mathbf{y}, \mathbf{E}^{[n-1]}]$  prise sur l'erreur de modèle en admettant la connaissance des données observées et une estimation des sources à l'itération précédente. Finalement, la fonction coût à minimiser s'écrit :

$$J_2 = \mathbb{E}_{\mathbf{E}|\mathbf{y}, \mathbf{c}^{[n-1]}} \left\{ \|\mathbf{y}\|^2 + \|(\tilde{\mathbf{S}} + \mathbf{E})\mathbf{c}\|^2 - \mathbf{y}^H (\tilde{\mathbf{S}} + \mathbf{E})\mathbf{c} - \mathbf{c}^H (\tilde{\mathbf{S}} + \mathbf{E})^H \mathbf{y} + \eta^2 \|\mathbf{c}\|^2 \right\}. \quad (5.26)$$

Dans le but de trouver une expression des coefficients à reconstruire, la dérivée de cette fonction coût par rapport à  $\mathbf{c}$  est annulée :

$$\frac{\partial J_2}{\partial \mathbf{c}^H} = 0, \quad (5.27)$$

Les coefficients des fonctions de base sont déduits :

$$\mathbf{c}^{[n]} = \left( \tilde{\mathbf{S}}^H \tilde{\mathbf{S}} + \mathbb{E} \{ \mathbf{E}^H \} \tilde{\mathbf{S}} + \tilde{\mathbf{S}}^H \mathbb{E} \{ \mathbf{E} \} + \mathbb{E} \{ \mathbf{E}^H \mathbf{E} \} + \eta^2 \mathbf{I} \right)^{-1} (\tilde{\mathbf{S}} + \mathbb{E} \{ \mathbf{E} \})^H \mathbf{y}, \quad (5.28)$$

où  $\mathbb{E}_{\mathbf{E}|\mathbf{y}, \mathbf{c}^{[n-1]}}\{X\}$  a été remplacé par  $\mathbb{E}\{X\}$  pour alléger les notations.

En faisant apparaître dans l'équation 5.28 la covariance de l'erreur de modèle  $cov\{\mathbf{E}\} = \mathbb{E}\{\mathbf{E}^H\mathbf{E}\} - \mathbb{E}\{\mathbf{E}\}^H\mathbb{E}\{\mathbf{E}\}$  la solution s'écrit finalement :

$$\mathbf{c}^{[n]} = \left( (\tilde{\mathbf{S}} + \mathbb{E}\{\mathbf{E}\})^H (\tilde{\mathbf{S}} + \mathbb{E}\{\mathbf{E}\}) + cov\{\mathbf{E}\} + \eta^2 \mathbf{I} \right)^{-1} (\tilde{\mathbf{S}} + \mathbb{E}\{\mathbf{E}\})^H \mathbf{y}. \quad (5.29)$$

Dans les présentes hypothèses, la matrice  $\mathbf{E}$  est diagonale. L'équation 5.29 peut être simplifiée, où chaque  $k^{\text{ème}}$  élément de la solution peut être estimé de façon indépendante. Dans le cas où la matrice  $\mathbf{E}$  est pleine, les développements permettant d'exprimer la solution des coefficients des fonctions de base et de l'erreur de modèle sont donnés en annexe C. De façon très similaire aux équations développées dans le cas 1D, les coefficients de bases sont donc exprimés par :

$$c_{ki}^{[n]} = \frac{(\tilde{s}_k + \mathbb{E}\{E_k\})^H}{|\tilde{s}_k + \mathbb{E}\{E_k\}|^2 + Var\{E_k\} + \eta^2} y_{ki}. \quad (5.30)$$

Nous pouvons observer que les valeurs singulières sont corrigées par l'espérance mathématique de l'erreur de modèle exprimée par :

$$\mathbb{E}\{E_k|\mathbf{y}, \alpha^2, \beta^2, \gamma^2, \mathbf{c}^{[n-1]}\} = \frac{\sum_{i=1}^I \left\{ c_{ki}^{[n-1]*} (y_{ki} - \tilde{s}_k c_{ki}^{[n-1]}) \right\}}{\sum_{i=1}^I |c_{ki}^{[n-1]}|^2 + \frac{\beta^2}{\gamma^2}} \quad (5.31)$$

Par ailleurs, la variance de l'erreur de modèle apparaît au dénominateur de l'équation 5.30. Son expression est :

$$Var\{E_k|\mathbf{y}, \alpha^2, \beta^2, \gamma^2, \mathbf{c}^{[n-1]}\} = \frac{\beta^2}{\sum_{i=1}^I |c_{ki}^{[n-1]}|^2 + \frac{\beta^2}{\gamma^2}}. \quad (5.32)$$

La variance de l'erreur de modèle est d'autant plus petite que le nombre de blocs temporels est grand. Cela reflète que le problème d'identification de l'erreur de modèle du bruit de mesure est plus facile à résoudre si un grand nombre d'échantillons est disponible. Ainsi le caractère aléatoire du bruit de mesure se distingue bien de l'erreur de modèle qui est systématique.

L'estimation de la variance *a priori* de l'erreur de modèle  $\mathbb{E}\{\mathbf{E}\mathbf{E}^H\} = \gamma^2 \Omega_e$  est un point très important de l'algorithme. Une estimation des trois hyperparamètres par marginalisation de la densité de probabilité jointe  $[\alpha^2, \beta^2, \gamma^2|\mathbf{y}]$  ne mène pas à une fonction coût simple à maximiser. La stratégie est donc d'estimer  $\alpha^2$  et  $\beta^2$  par marginalisation de  $[\alpha^2, \beta^2|\mathbf{y}]$  et d'estimer  $\mathbb{E}\{\mathbf{E}\mathbf{E}^H\}$  par analyse de la covariance de l'erreur de modèle. Pour ce calcul, les paramètres incertains doivent être définis par un intervalle de valeurs possibles. La covariance de l'erreur de modèle est ensuite calculée par tirages aléatoires dans ces densités de probabilité a priori.

Le nombre de tirages aléatoires doit être suffisamment important pour assurer la convergence de la matrice de covariance.

L'algorithme EM est répété de façon indépendante sur chaque composante  $k$ . Une erreur de modèle associée à chaque valeur singulière est ainsi estimée. L'algorithme mis en place est le suivant.

**Algorithme EM :**

1. Estimer le paramètre de régularisation  $\eta^2$  en minimisant la fonction coût de l'équation 4.33.
2. Définir la solution initiale régularisée sans prendre en compte l'erreur de modèle en posant  $\mathbb{E}\{\mathbf{E}\} = 0$  et  $Var\{\mathbf{E}\} = 0$  dans l'équation (5.29).
3. Estimer la covariance de l'erreur de modèle *a priori*  $\mathbb{E}\{\mathbf{E}\mathbf{E}^H\}$  par tirage dans les densités de probabilité des paramètres incertains.
4. **Pour**  $k = 1, 2, \dots, K$
5. **Tant que** ( $E_k \leq \gamma^2 \Omega_e(k, k)$ ) et (nombre itérations  $< N_{max}$ )
6. Estimer l'espérance et la variance de l'erreur de modèle des équations 5.31 et 5.32 (étape d'Espérance).
7. Estimer la nouvelle solution de  $c_k$  par l'équation 5.30 (étape de Maximisation).
8. **Fin Tant que**
9. **Fin Pour**

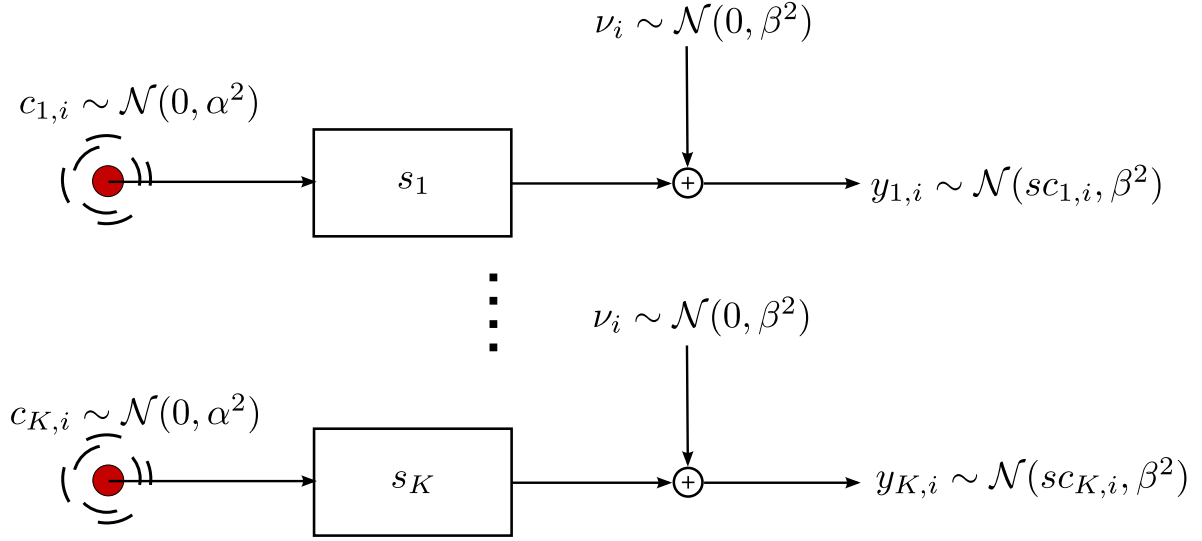
## 5.4 Validations numériques

Afin de valider l'approche proposée, des simulations numériques ont été réalisées. Trois types d'erreurs de modèle ont été modélisés : une erreur synthétique appliquée directement sur les valeurs singulières, une erreur appliquée sur la densité de l'air puis sur la célérité des ondes acoustiques. La configuration étudiée est similaire à celle présentée en figure 5.6.

### 5.4.1 Correction d'une erreur synthétique sur les valeurs singulières

Tout d'abord, une erreur aléatoire a été appliquée sur les valeurs singulières. Les matrices singulières sont inchangées : seules les valeurs singulières sont perturbées par un bruit gaussien. La figure 5.8 présente le schéma fonctionnel de la génération des signaux de mesure.

Les hyperparamètres  $\alpha^2$ ,  $\beta^2$  et  $\gamma^2$  sont supposés connus lors de cette première étude. Contrairement à l'étude précédente, la référence utilisée pour le calcul de l'erreur quadratique moyenne est la solution régularisée calculée avec le bon modèle de propagation. Ainsi, la solution obtenue est comparée à la meilleure solution possible atteignable si le modèle est



**Figure 5.8** – Schéma fonctionnel de la simulation mise en œuvre pour la génération des pressions mesurées.

parfaitement corrigé :

$$EQM = \frac{\mathbb{E} \left\{ \sum_{i=1}^I |\tilde{\mathbf{q}}_i - \mathbf{q}_i|^2 \right\}}{\mathbb{E} \left\{ \sum_{i=1}^I |\mathbf{q}_i|^2 \right\}}, \quad (5.33)$$

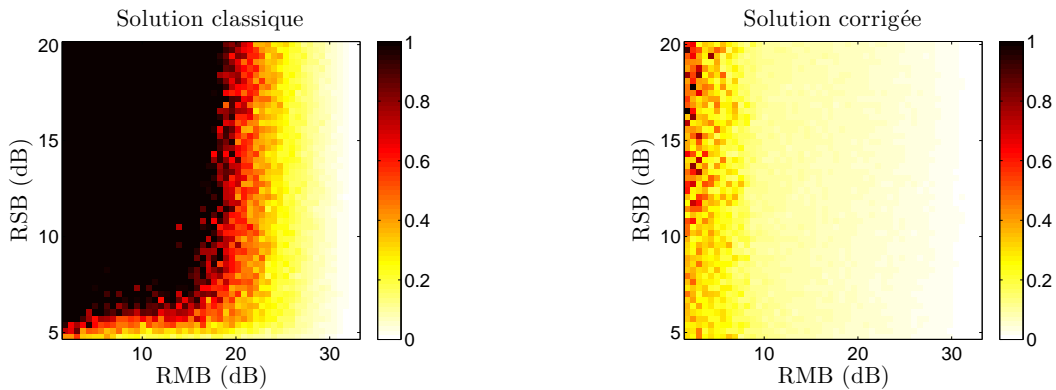
avec  $\mathbf{q}_i$  la solution régularisée de Tikhonov calculée avec le modèle réel de propagation et les hyperparamètres  $\beta^2$  et  $\alpha^2$  qui ont permis de générer les données simulées :

$$\mathbf{q}_i = \mathbf{V} \frac{\mathbf{S}}{\mathbf{S}^2 + \beta^2 / \alpha^2} \mathbf{y}_i. \quad (5.34)$$

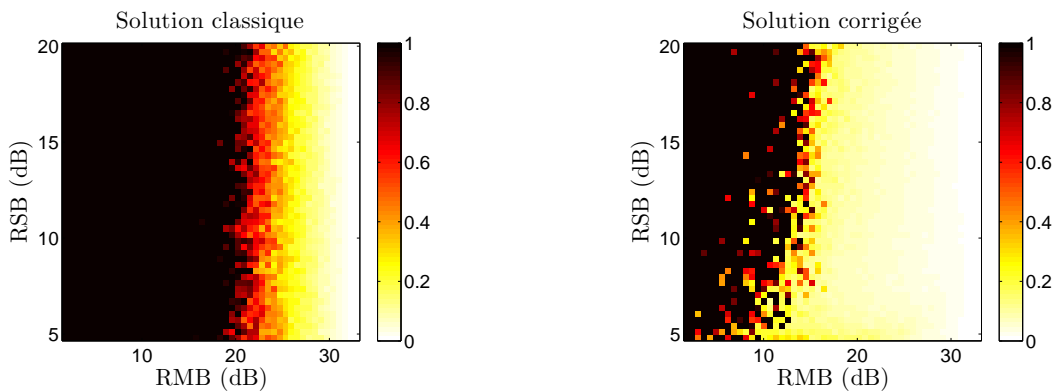
Les erreurs quadratiques moyennes obtenues par la solution fournie par l'algorithme EM et par la solution régularisée de Tikhonov sans correction du modèle sont présentées en figure 5.9 pour un domaine étendu de couples RSB-RMB.

Cette figure montre que la prise en compte de l'erreur de modèle améliore considérablement les résultats de reconstruction. Pour les cas sévères où l'erreur de modèle est importante, un biais reste incorrigé.

Dans le cas pratique, les hyperparamètres  $\alpha^2$  et  $\beta^2$  ne sont pas connus. L'approche bayésienne permet de les estimer par minimisation d'une fonction coût présentée en équation 4.33. Ils sont calculés lors de l'étape d'initialisation de la solution, en amont de l'algorithme EM. La figure 5.10 présente l'erreur quadratique moyenne obtenue par l'algorithme EM dans cette configuration.



**Figure 5.9** – Erreur quadratique moyenne de la solution régularisée par la forme classique de Tikhonov et régularisée en corrigeant l'erreur de modèle par algorithme EM en considérant les trois hyperparamètres connus.



**Figure 5.10** – Erreur quadratique moyenne de la solution régularisée par la forme classique de Tikhonov et régularisée en corrigeant l'erreur de modèle par algorithme EM en considérant  $\alpha^2$  et  $\beta^2$  inconnus, et  $\gamma^2$  connu.

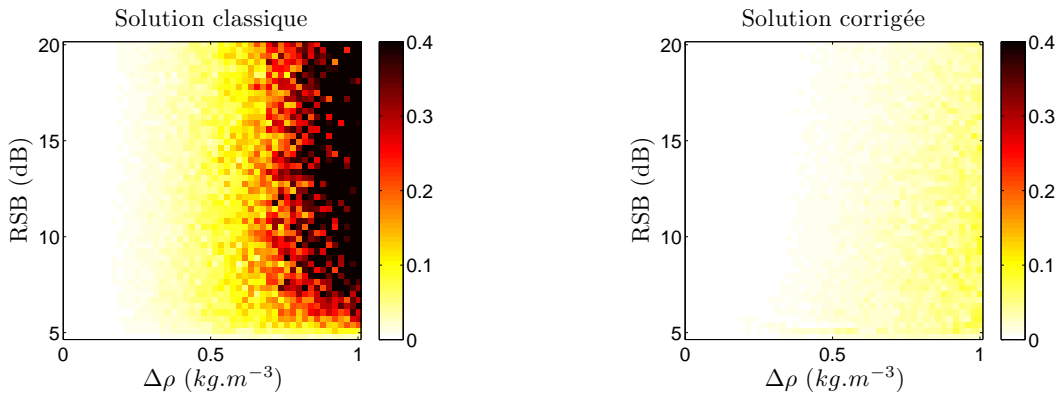
Cet exemple numérique met en évidence l'importance de l'estimation des hyperparamètres. Dans le cas où ils sont parfaitement connus, la solution fournie par l'algorithme EM est très satisfaisante et le biais est corrigé. Cette observation valide l'algorithme mis en place. Dans le cas où  $\alpha^2$  et  $\beta^2$  sont estimés par marginalisation, la solution proposée par l'algorithme EM permet de mieux estimer les sources pour des valeurs de RMB comprises entre 10dB et 22dB. Pour un RMB inférieur à 10dB, il est possible que l'estimation de l'énergie du bruit  $\beta^2$  soit erronée et l'algorithme EM n'arrive pas à faire la distinction entre le bruit de mesure et le bruit de modèle.

### 5.4.2 Correction d'une erreur sur la masse volumique de l'air

Une erreur sur l'estimation de la masse volumique de l'air est insérée volontairement lors du calcul du propagateur de l'équation 5.20. Puisqu'une erreur de modèle sur cette grandeur génère une erreur de modèle purement diagonale sur  $\mathbf{E}$ , ce premier exemple est un cas favorable vis-à-vis de nos hypothèses d'invariance des fonctions de base.

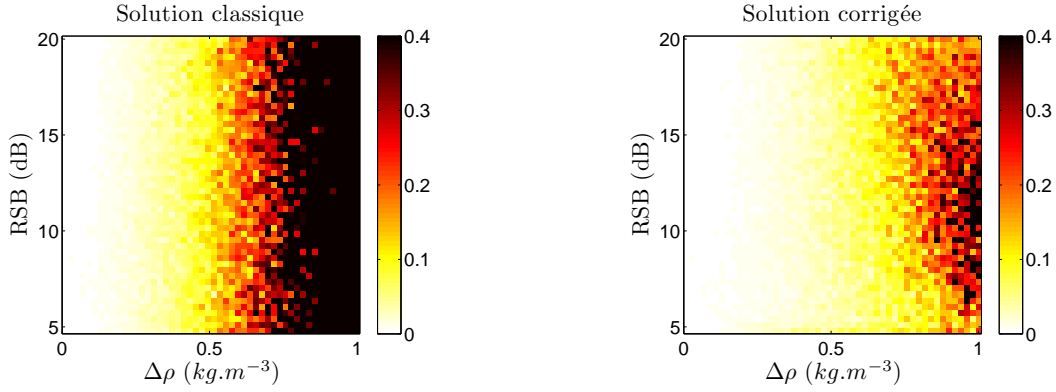
La génération de l'erreur de modèle est réalisée en perturbant la valeur initiale de la densité de l'air  $\bar{\rho}$ . Pour chaque tirage du biais, cette quantité suit une loi uniforme  $[\rho] \sim \mathcal{U}(\bar{\rho} - \Delta\rho/2, \bar{\rho} + \Delta\rho/2)$ , avec  $\Delta\rho$  un écart variable par rapport à la valeur initiale. La covariance de l'erreur de modèle *a priori*  $\gamma^2\Omega_e$  est supposée connue. Elle est calculée par tirages aléatoires dans la ddp de  $[\rho]$ .

Dans un premier temps, le problème inverse est résolu en considérant les hyperparamètres connus. Pour un écart  $\Delta\rho$  par rapport à la valeur de la masse volumique initiale allant jusqu'à  $1\text{kg.m}^{-3}$  et un RSB prenant des valeurs comprises entre 4 et 20dB, l'erreur quadratique moyenne est calculée et présentée en figure 5.11. Les résultats de cette même simulation en considérant des estimations bayésiennes de  $\alpha^2$  et  $\beta^2$  sont présentés en figure 5.12.



**Figure 5.11** – Erreur quadratique moyenne de la solution régularisée par la forme classique de Tikhonov et régularisée en corrigeant l'erreur de modèle sur l'estimation de la masse volumique de l'air en considérant les hyperparamètres connus.

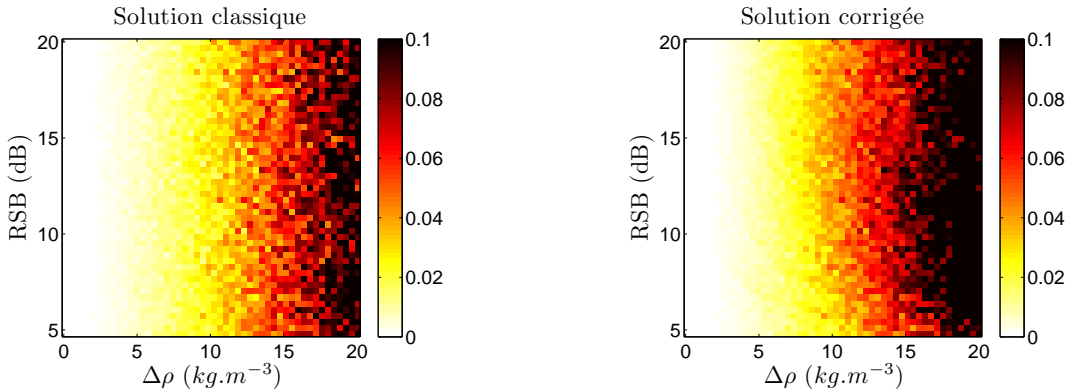
Cette configuration favorable vis-à-vis de nos hypothèses initiales confirme les résultats obtenus lorsque qu'un biais synthétique est ajouté sur les valeurs singulières. L'algorithme EM permet la correction du biais introduit, et il est plus performant si les valeurs des hyperparamètres sont connues *a priori*.



**Figure 5.12** – Erreur quadratique moyenne de la solution régularisée par la forme classique de Tikhonov et régularisée en corrigeant l’erreur de modèle sur l’estimation de la masse volumique de l’air en considérant  $\alpha^2$  et  $\beta^2$  inconnus, et  $\gamma^2$  connu.

### 5.4.3 Correction d’une erreur sur la célérité des ondes acoustiques

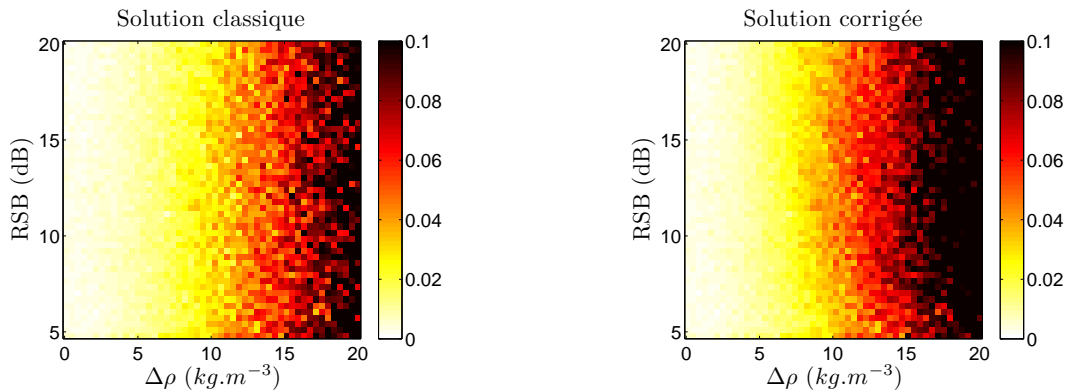
Une étude sur la correction de la célérité acoustique a ensuite été menée. De manière similaire à l’étude précédente, la valeur de la célérité est tirée dans la densité  $[c] \sim \mathcal{U}(\bar{c} - \Delta c/2, \bar{c} + \Delta c/2)$ . Les résultats issus de ces simulations sont présentés en figures 5.13 et 5.14.



**Figure 5.13** – Erreur quadratique moyenne de la solution régularisée par la forme classique de Tikhonov et régularisée en corrigeant l’erreur de modèle sur l’estimation de la célérité des ondes en considérant les hyperparamètres connus.

Contrairement aux résultats précédents, le biais dû à l’erreur de modèle n’est pas corrigé dans ce cas. En effet, l’hypothèse d’invariance des fonctions de base n’est pas strictement respectée. La matrice  $\mathbf{E}$  possède des éléments inter-diagonaux non nuls et la correction de la seule diagonale n’est pas suffisante pour améliorer l’estimation de l’amplitude des sources





**Figure 5.14** – Erreur quadratique moyenne de la solution régularisée par la forme classique de Tikhonov et régularisée en corrigeant l’erreur de modèle sur l’estimation de la célérité des ondes en considérant  $\alpha^2$  et  $\beta^2$  inconnus, et  $\gamma^2$  connu.

acoustiques. L’algorithme EM multidimensionnel estimant une matrice  $\mathbf{E}$  pleine représente un moyen de généraliser la méthode à tous les types d’erreur.

## 5.5 Application expérimentale de l’approche

Nous pouvons observer que si la distribution des sources est une quantité connue, l’erreur de modèle deviendrait la solution d’un problème inverse classique mettant en jeu un paramètre de régularisation égal à  $\eta_2^2 = \frac{\beta^2}{\gamma^2}$ . Dans les simulations mises en œuvre dans le cadre de ce chapitre, il a été remarqué une très grande robustesse quant à l’estimation de l’erreur de modèle dans le cas où la distribution de source était connue. Cette observation peut avoir un intérêt majeur si nous avons besoin de mesurer le modèle de propagation en amont de la vraie mesure d’imagerie. Cette calibration de modèle peut être effectuée en mesurant une à une les fonctions de transfert entre chaque point de calcul et chaque microphone, en balayant une source de débit connu. Ce processus peut prendre énormément de temps puisqu’un modèle classique met en jeu plus d’un millier de points de calcul et une cinquantaine de microphones. Une façon de réduire considérablement l’effort de cet exercice est d’estimer la matrice d’erreur de modèle  $\mathbf{E}$  par quelques mesures de fonctions de transfert en positionnant une source de débit connu à des endroits spécifiques de la structure d’intérêt. Un modèle de propagation a priori devra être choisi, ce qui peut être par exemple le modèle de propagation de champ libre, ou un modèle calculé par la méthode ESM.

Considérons la situation dans laquelle une source de débit connue est positionnée sur un point du maillage de l’objet à caractériser. Le champ de pression généré par la source est mesuré par l’antenne et la relation de phase entre le débit et les mesures microphoniques est

aussi mesurée. Le problème direct s'écrit alors :

$$\mathbf{y} - \tilde{\mathbf{S}}\mathbf{c} = \mathbf{E}\mathbf{c} + \boldsymbol{\nu}. \quad (5.35)$$

Dans ce cas, l'erreur de modèle peut se déduire par l'équation 5.31 si une hypothèse d'invariabilité des fonctions de base est admise, ou par l'équation 9.31 dans le cas général. Une estimation du paramètre de régularisation  $\eta_2^2$  peut être fournie de façon automatique par la marginalisation de la densité de probabilité jointe conditionnée aux mesures  $[\beta^2, \gamma^2 | \mathbf{y}]$  en s'inspirant de la détermination du paramètre de régularisation  $\eta^2$  détaillé en partie 4.2.3. En identifiant les termes du problème direct classique de l'équation 4.21 avec les termes du problème direct 5.35, la fonction coût à minimiser s'écrit :

$$J_3 = \sum_{k=1}^M \ln(|c_k|^2 + \eta_2^2) + \left(M + \frac{2}{I}\right) \ln \gamma^2, \quad (5.36)$$

et

$$\gamma^2 = \frac{1}{M} \sum_{k=1}^M \frac{\langle |y_k - s_k c_k|^2 \rangle}{|c_k|^2 + \eta_2^2}. \quad (5.37)$$

La puissance du bruit peut aussi être déduite :

$$\beta^2 = \gamma^2 \times \eta_2^2. \quad (5.38)$$

En procédant de la sorte, une estimation de l'erreur de modèle est accessible mais requiert une ou plusieurs mesures de fonctions de transfert en amont de la mesure du rayonnement de l'objet d'intérêt. En plus d'une calibration du modèle direct, cette méthode offre aussi une information sur la variance de l'erreur de modèle exprimée en équation 5.32. L'accès à cette quantité est intéressante si l'on souhaite estimer un intervalle de confiance sur les quantités reconstruites. De plus, l'estimation de la variance de l'erreur de modèle pourrait être un bon indicateur de qualité d'estimation de l'erreur. Une application expérimentale de cette approche sera menée en partie 6.2.5.3.

## 5.6 Conclusions et perspectives

### 5.6.1 Conclusion

Dans ce chapitre, une erreur de modèle perturbant le modèle de propagation a été introduite par un formalisme bayésien. Un problème inverse d'une dimension a tout d'abord été étudié. Un schéma itératif permettant successivement d'estimer l'erreur de modèle et la

source acoustique a été proposé. Les résultats numériques montrent que le biais généré par l'erreur de modèle peut être corrigé très significativement et qu'une estimation de l'erreur de modèle est naturellement fournie. L'approche a ensuite été généralisée au problème d'imagerie mettant en jeu plusieurs microphones et une distribution de sources potentielles. L'augmentation des dimensions du problème rend sa résolution plus délicate, et un algorithme EM a été développé. L'erreur de modèle est alors définie comme une variable manquante au problème. De plus, le problème est simplifié en introduisant l'hypothèse d'invariance des fonctions de base vis-à-vis des erreurs de modèle. L'algorithme est performant quant à la correction d'un biais sur la densité de l'air, mais échoue pour la correction d'une erreur sur la célérité des ondes acoustiques.

Cette étude nous encourage à poursuivre nos recherches suivant les axes de travail listés ci-après.

### 5.6.2 Prise en compte de la variabilité des fonctions de base vis-à-vis des erreurs de modèle

L'hypothèse de l'invariabilité des fonctions de bases est très forte et n'est pas satisfaite dans le cas d'un mélange d'erreurs de modèle de diverses origines. Cette hypothèse est forcée par la structure diagonale de la matrice  $\mathbf{E}$ . En annexe, des développements mathématiques permettant l'estimation de tous les éléments de la matrice sont proposés. La solution finale met en jeu l'inversion d'une matrice de grande dimension. La sensibilité apparente de cette inversion et le coût numérique inhérent à ce calcul nous a freiné dans son exploitation. De futures recherches devront être menées pour élargir le champ d'application de la méthode.

### 5.6.3 Estimation de l'hyperparamètre $\gamma^2$

Dans le cadre de cette étude, l'hyperparamètre  $\gamma^2$  a été estimé via le calcul de la covariance a priori de l'erreur de modèle. Ce calcul a été réalisé en définissant une borne sur les paramètres incertains (successivement la densité de l'air, la célérité, la position des microphones). Notre investigation numérique a montré que cette approche pragmatique pouvait donner de bons résultats. Néanmoins, le biais observé dans certains cas sévères peut être expliqué par une mauvaise estimation de cet hyperparamètre. La méthode de Monte-Carlo par chaînes de Markov (MCMC) permettrait de donner une estimation plus précise de sa valeur.

### 5.6.4 Exploitation de la parcimonie spatiale des sources : couplage avec l'algorithme EM

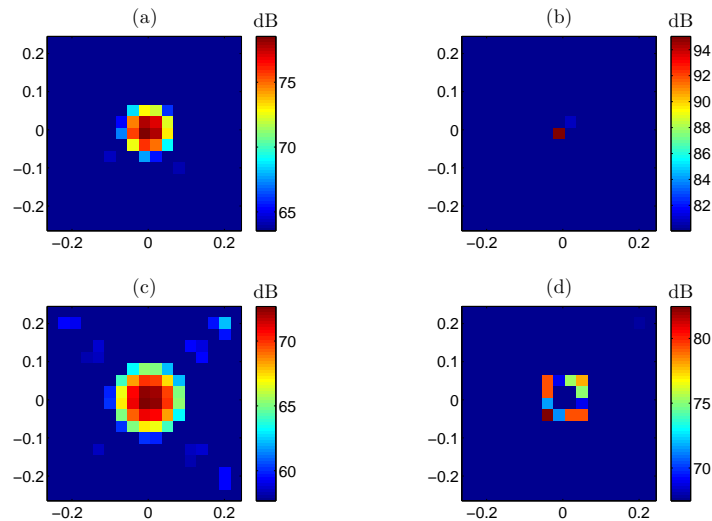
Dans une optique de restreindre le champ des solutions possibles, un prior de parcimonie spatiale des sources pourrait être admis. Lors d'une étape préliminaire à la mesure acoustique de l'objet d'intérêt, une étape de calibration du modèle par une source de débit inconnu

pourrait être imaginée. Cette source ponctuelle, positionnée en un point de la structure, a des propriétés de parcimonie spatiale. Le formalisme bayésien permet de prendre en compte ce type d'information a priori en définissant la densité de probabilité a priori des sources. Généralement, une loi normale centrée en zéro est considérée. Pour forcer la parcimonie de la distribution de sources  $\mathbf{q}$ , une loi gaussienne généralisée peut être choisie [87] :

$$[\mathbf{q}] \propto \exp\left(-\frac{\sum_{n=1}^N |q_n|^p}{2\alpha^2}\right), \quad (5.39)$$

avec  $N$  le nombre de points de calcul et  $p$  un paramètre prenant des valeurs de 0 à 2. Les valeurs de  $p$  se rapprochant de 0 privilégieront des résultats parcimonieux, alors que les résultats proches de 2 donneront des distributions spatiales plus étendues.

Une erreur de modèle aura pour conséquence de “flouter” la distribution des sources. La figure 5.15 montre la reconstruction d'une source ponctuelle en présence d'une erreur de  $2m.s^{-1}$  sur la célérité des ondes acoustiques (la configuration est identique à celle de la section 5.3.1). Si une norme  $p = 2$  est admise, l'erreur de modèle a pour conséquence d'élargir le lobe de localisation et de créer quelques lobes secondaires. Une contrainte de norme  $p = 1$  entraîne une localisation erronée où le nombre de sources parcimonieuses identifiées est important. L'ajout d'une contrainte de parcimonie sur les sources pourrait donc forcer l'algorithme EM à corriger le modèle pour retrouver la solution la plus parcimonieuse possible.



**Figure 5.15** – Reconstruction d'une source ponctuelle par méthode bayésienne utilisant une optimisation par norme  $L2$  ((a) et (c)) et norme  $L1$  ((b) et (d)) utilisant le vrai modèle de propagation ((a) et (b)) et utilisant un modèle de propagation dont l'estimation sur la célérité présente un biais de  $2m.s^{-1}$  ((c) et (d)).



# Chapitre 6

## Applications expérimentales

### 6.1 Contexte de l'étude

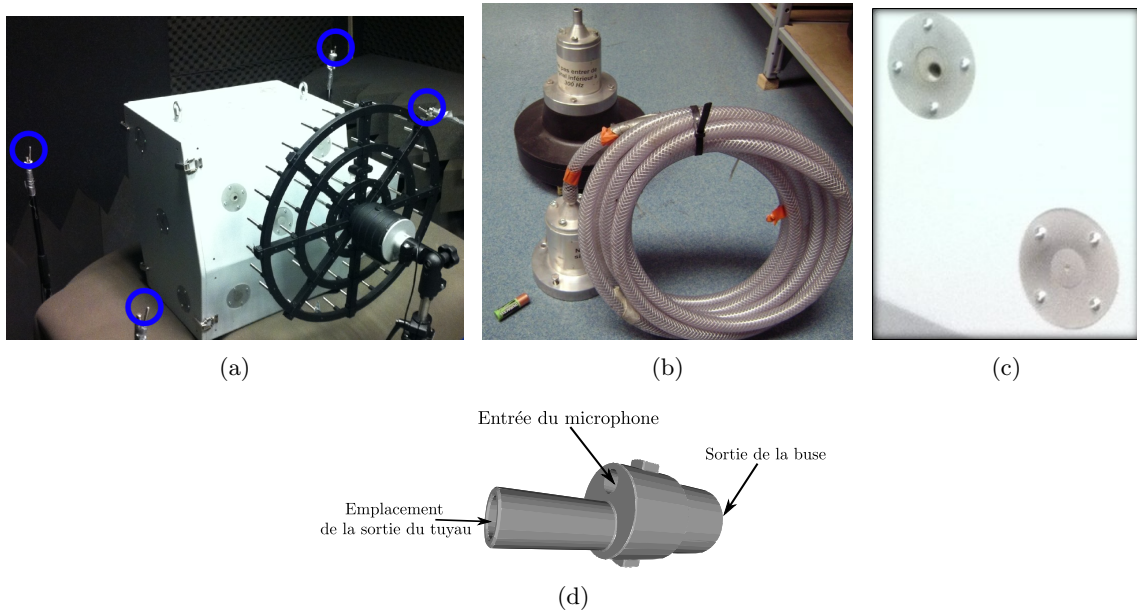
Les nouvelles directives de réduction de bruit imposées par l'Union Européenne et la modification des normes d'essai de mesure au bruit de passage motivent les constructeurs automobiles à adopter une stratégie de traitement acoustique performante. Le projet Eco-Bex (éCrans Optimisés pour le Bruit EXtérieur) a pour objectif de mettre au point des architectures d'écrans qui permettent au constructeur d'homologuer ses véhicules malgré la sévèrisation des normes. L'efficacité des logiciels d'optimisation d'écrans acoustiques nécessite la connaissance précise de la nature des sources rayonnées par le moteur. Dans le cadre de ce projet, il est proposé de caractériser expérimentalement les sources acoustiques d'un groupe motopropulseur (GMP) par méthode d'imagerie acoustique. Les développements détaillés dans les chapitres précédents seront tout d'abord validés sur un cas académique simple avant d'être confrontés à la caractérisation d'un GMP. L'enjeu de cette étude est de valider la capacité de la focalisation bayésienne à localiser finement les sources acoustiques. Dans le même temps, sa faculté à quantifier les sources acoustiques par zone sera validée par comparaison avec des méthodes normatives de mesure de puissance acoustique.

### 6.2 Cas académique

#### 6.2.1 Présentation de la configuration expérimentale

Dans le cadre de ce projet, une maquette représentant un moteur de voiture a été conçue aux dimensions du GMP étudié en partie 6.3. Cette maquette est munie de plusieurs emplacements dédiés à accueillir des sources acoustiques. Ces sources sont générées par des chambres de compression dans lesquelles un tuyau est inséré. Une buse en plastique développée spécialement pour ce projet est positionnée au bout de ce tuyau. À son extrémité, une source ponctuelle est générée. Le champ de pression rayonné dans la buse est mesuré par un microphone quart de pouce inséré à l'intérieur de la buse. Les photographies en figure 6.1 présentent

la maquette, la chambre de compression munie du tuyau et la buse.



**Figure 6.1** – Photographies de la maquette, de l’antenne et des microphones de référence (entourés en bleu) (a), de la chambre de compression et du tuyau (b), des emplacements des sources(c), et représentation 3D de la buse (d).

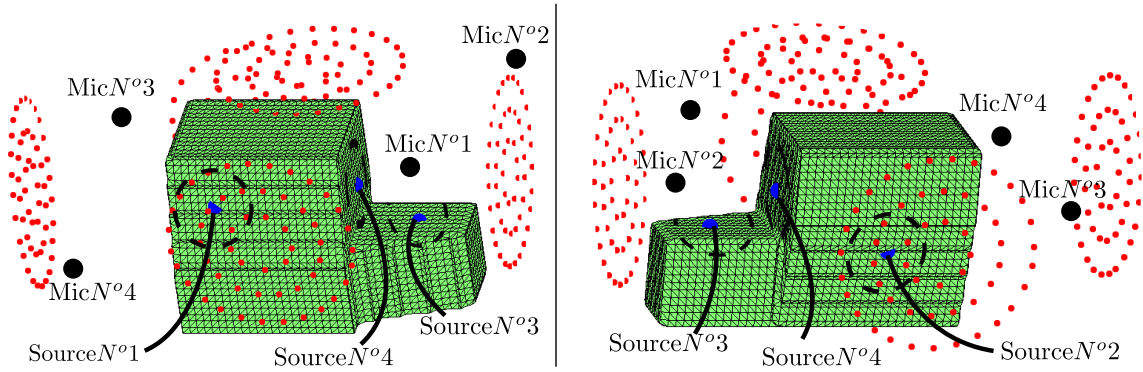
Les dimensions de l’objet nous obligent à mesurer le champ de pression tout autour de l’objet. Les mesures d’antennerie sont effectuées séquentiellement en 5 positions d’antenne distinctes de façon à entourer l’objet. Une des difficultés attenantes à la mesure séquentielle est le repérage des positions des microphones dans le repère du maillage. En effet, la distance entre les points de calcul et les points de mesures est un paramètre indispensable à la construction du modèle de propagation. La méthode utilisée pour réaliser ce positionnement dans l’espace est présentée en annexe D. Par ailleurs, effectuer des mesures non-simultanées implique la perte d’information de phase entre les différentes passes de mesures. La partie 6.2.2 présente la méthode de resynchronisation des mesures séquentielles d’antennerie appliquée dans le cadre de ce travail. Les traitements appliqués sur la matrice interspectrale permettant d’importer ces données dans l’algorithme de la focalisation bayésienne sont présentés en partie 6.2.3. Le calcul des fonctions de transfert entre les positions des microphones et les points de calcul par méthode des sources équivalentes est validé en section 6.2.4. Les sources monopolaires utilisées dans le cadre de cette étude ont été caractérisées en puissance par la méthode d’intensimétrie. L’objet de la partie 6.2.5 est de comparer la puissance mesurée par intensimétrie et la puissance reconstruite par méthode de focalisation bayésienne.

### 6.2.2 Synchronisation des mesures par méthode des références

La matrice interspectrale de l'antenne est définie comme la matrice de la covariance du vecteur des signaux de pression mesurés :

$$\mathbf{S}_{\text{MM}}^{(\text{Tot})}(f) = \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I \mathbf{p}_i(f) \mathbf{p}_i^H(f), \quad (6.1)$$

avec  $I$  le nombre fini de blocs temporels et  $\mathbf{p}_i(f)$  le vecteur des pressions mesurées sur le bloc  $i$  et sur l'ensemble des microphones contenant  $M = P \times \hat{M}$  éléments, avec  $P$  le nombre de positions d'antenne et  $\hat{M}$  le nombre de microphones de l'antenne. La figure 6.2 présente la configuration géométrique du cas d'étude, avec  $P = 5$  positions et  $\hat{M} = 54$  microphones, soit  $M = 270$  microphones.



**Figure 6.2** – Maillage de la maquette (en vert), emplacement des microphones des antennes (en rouge), positions des 4 sources (en bleu) et des 4 microphones de références (en noir). À gauche, présentation de la vue avant et à droite de la vue arrière. Les cercles en traits pointillés délimitent les zones d'intégration de puissance pour chacune des sources.

La matrice interspectrale contient des données manquantes correspondant à l'information de phase entre les microphones des différentes positions d'antenne consécutives. Dans la littérature, un certain nombre de méthodes sont proposées pour reconstruire cette matrice interspectrale en amont des algorithmes d'identification de sources (méthodes dites « non intrusives ») ou pour reconstruire les sources acoustiques en considérant une matrice interspectrale incomplète (méthodes dites « intrusives »). Une revue bibliographique de ces méthodes a été réalisée par le travail de thèse de Yu [105]. Il y apparaît que toutes les méthodes proposées considèrent l'hypothèse de la stationnarité du champ acoustique. Dans le but d'utiliser la méthode de la focalisation bayésienne, une méthode « non intrusive » sera utilisée. Par ailleurs, certaines méthodes utilisent des microphones de référence fixes permettant de reconstruire les phases manquantes de la matrice interspectrale, d'autres peuvent s'en priver mais requièrent des informations *a priori* supplémentaires sur le cas d'étude [106]. Dans le cadre de notre



travail, les moyens techniques mis en œuvre nous permettent de rajouter des microphones de référence dans notre protocole expérimental. La méthode des références introduite par Yoon *et al.* [107] consiste à reconstruire la matrice interspectrale en utilisant des microphones de référence dans le cas où le nombre de microphones de référence est au moins égal au nombre de composantes décorréelées représentant totalement le champ acoustique. Cette méthode est optimale dans le cas où les mesures des microphones de références sont idéales, c'est-à-dire que leur rapport signal à bruit est infini. La méthode de « projection cyclique » [108] permet d'atteindre des erreurs de reconstruction plus faibles en situation de mesures de références imparfaites. Cependant sa validation a été limitée à des mesures séquentielles prises dans un même plan. L'approche considère que les mesures séquentielles peuvent être décomposées sur une base de Fourier en deux dimensions. Pour cette raison, la méthode retenue ici est la méthode des références qui n'a pas de limitation géométrique.

Les inconnues du problème sont les éléments inter-microphoniques qui renseignent les relations de phase entre les mesures séquentielles. Elles sont représentées en bleu dans la matrice interspectrale ci-dessous :

$$\mathbf{S}_{PP} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{RR} & \mathbf{S}_{RM} \\ \mathbf{S}_{RM}^H & \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{MM}^{(1)} & \dots \\ \vdots & \ddots \\ \dots & \mathbf{S}_{MM}^{(P)} \end{bmatrix} \end{bmatrix}, \quad (6.2)$$

avec  $\mathbf{S}_{RR}$  la matrice interspectrale des références,  $\mathbf{S}_{RM}$  la matrice de covariance entre les pressions de référence et les pressions mesurées par les antennes et  $\mathbf{S}_{MM}^{(i)}$  la matrice interspectrale mesurée par la  $i$ ème position de l'antenne de taille  $\hat{M} \times \hat{M}$ . Sous l'hypothèse que le nombre de microphones de référence soit égal ou supérieur au rang de la matrice  $\mathbf{S}_{MM}^{(\text{Tot})}$ , il est montré dans [107] que la matrice interspectrale complète s'écrit :

$$\mathbf{S}_{MM}^{(\text{Tot})} = \mathbf{S}_{RM}^H \mathbf{S}_{RR}^{-1} \mathbf{S}_{RM}. \quad (6.3)$$

L'inversion de la matrice  $\mathbf{S}_{RR}$  dans l'équation 6.3 est en pratique réalisée par une décomposition tronquée en valeurs singulières (TSVD). L'ordre de troncature doit être égal au rang de la matrice complète, c'est-à-dire au nombre de composantes décrivant le champ acoustique rayonné. Ce nombre de composantes est donc une donnée d'entrée à l'algorithme de resynchronisation. La méthode appelée « Fast Iterative Shrinkage Thresholding Algorithm » (FISTA) proposée dans [105] s'acquitte de cette information mais requiert six autres paramètres d'entrée difficiles à estimer.

Par ailleurs, nous observons que l'équation 6.3 offre une estimation de la matrice interspectrale dans laquelle tous les éléments sont recalculés, même les éléments mesurés de façon simultanée. En considérant que les éléments mesurés de la matrice sont une bonne estimation, les éléments des matrices partielles  $\mathbf{S}_{MM}^{(i)}$  calculées par la méthode des références sont remplacés par les éléments mesurés.

### 6.2.3 Décomposition de la matrice inter-spectrale resynchronisée

Tel que le problème est posé, la solution du problème acoustique inverse évaluée par l'estimateur du maximum a posteriori est analytique dans les hypothèses admises en partie 4 car l'équation 4.27 est linéaire dans les paramètres d'entrée. Or, la matrice interspectrale resynchronisée est de nature quadratique : l'énergie de chaque microphone est représentée par la diagonale de la matrice et l'information de phase est portée par les éléments inter-diagonaux. Dans le cadre de ces travaux, il est proposé de décomposer la matrice interspectrale en composantes principales [109] afin de présenter des spectres « linéaires » à l'algorithme d'identification des sources. La matrice interspectrale a la propriété d'être hermitienne et sa décomposition en valeurs propres et vecteurs propres s'écrit :

$$\mathbf{S}_{MM} = \mathbf{\Phi} \mathbf{\Sigma} \mathbf{\Phi}^*, \quad (6.4)$$

avec  $\mathbf{\Sigma}$  la matrice diagonale des valeurs propres de taille  $M \times M$  et  $\mathbf{\Phi}$  la matrice pleine des vecteurs propres de taille  $M \times M$ . L'expression de la matrice interspectrale décrite en équation 6.4 se réécrit sous la forme d'une somme finie :

$$\mathbf{S}_{MM} = \sum_{k=1}^M \Sigma_k \mathbf{\Phi}_k \mathbf{\Phi}_k^*, \quad (6.5)$$

où  $\Sigma_k$  et  $\mathbf{\Phi}_k$  représentent successivement l'élément  $k$  des matrices  $\mathbf{\Sigma}$  et  $\mathbf{\Phi}$ . La composante  $k$  de la matrice interspectrale peut se réécrire :

$$\mathbf{S}_{MM}^k = \mathbf{\Lambda}_k \mathbf{\Lambda}_k^*, \quad (6.6)$$

avec  $\mathbf{\Lambda}_k = \mathbf{\Phi}_k \sqrt{\Sigma_k}$  le spectre virtuel de la  $k^{\text{ième}}$  composante, de taille  $M \times 1$ . Les vecteurs de spectres virtuels définissent les données d'entrée appliquées à la méthode de la focalisation bayésienne. L'algorithme général de la construction des spectres virtuels est présenté ci-dessous, pour une fréquence d'analyse.

### Algorithme du calcul des spectres de pression virtuels

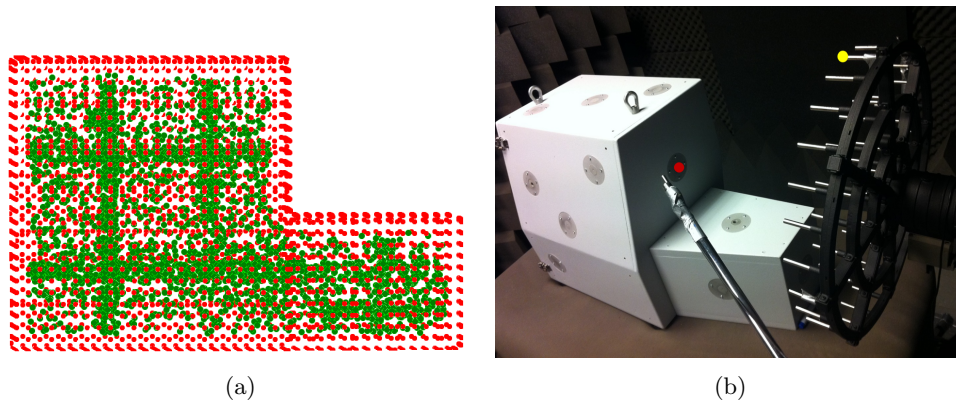
1. Déterminer le nombre  $K$  de composantes virtuelles composant le champ acoustique ;
2. Inverser la matrice  $\mathbf{S}_{RR}$  par décomposition en valeurs singulières tronquées à  $K$  composantes
3. Calculer la matrice interspectrale  $\mathbf{S}_{RM}$  entre les références et les mesures microphoniques
4. Calculer la matrice interspectrale totale  $\mathbf{S}_{MM}^{(\text{Tot})}$  par l'équation 6.3
5. Remplacer les mesures  $\mathbf{S}_{MM}^{(i)}$  dans  $\mathbf{S}_{MM}^{(\text{Tot})}$
6. **Pour**  $k=1,2,\dots,K$
7. Décomposer en valeurs propres la matrice  $\mathbf{S}_{MM}$  (voir équation 6.6)
8. Calculer le spectre des pressions virtuelles  $\Lambda_k = \Phi_k \sqrt{\Sigma_k}$
9. **Fin Pour**

Pour chaque composante, une solution du problème inverse est recherchée. Ainsi, un paramètre de régularisation est calculé pour chaque composante. En théorie, une distribution de sources virtuelles de nombre égal au nombre de microphones devrait être calculée pour chacune des composantes selon l'équation 6.6. En pratique, un nombre réduit de composantes porte la majorité de l'énergie du signal ; cette somme est alors tronquée. Le critère généralement admis pour garantir une bonne reconstruction est de traiter les composantes qui portent 99% de l'énergie totale. Finalement, les cartographies de puissances acoustiques reconstruites par point sont sommées pour chaque composante virtuelle.

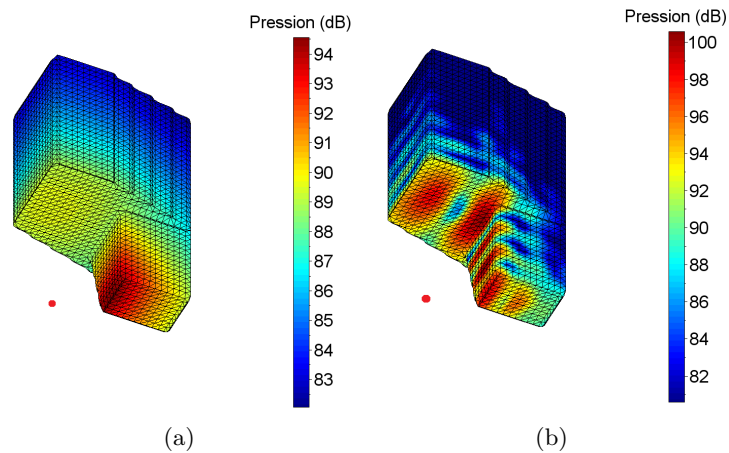
#### 6.2.4 Validation de la méthode de calcul de fonctions de transfert par ESM

Le modèle de propagation entre les microphones mesurant le champ acoustique et les points de calcul du maillage a été calculé par une méthode de sources équivalentes présentée en chapitre 3. L'objet de cette partie est de valider le calcul de ces fonctions de transfert de façon expérimentale. Le maillage est constitué de 3740 nœuds (en rouge sur la figure 6.3), et 3128 sources équivalentes candidates (en vert sur la figure 6.3) sont positionnées à l'intérieur du maillage de façon aléatoire, en laissant une distance de  $4\text{cm}$  entre la peau du maillage et la distribution de sources équivalentes.

La diffraction des ondes autour de l'objet est validée en générant virtuellement une source positionnée au niveau du premier microphone de la position droite (représenté par le point rouge en figure 6.3). Le champ de pression généré par cette source en utilisant les fonctions de transfert calculées par méthode ESM à la fréquence 3000Hz est présentée en figure 6.4. Le champ de pression émis par cette même source propagé par une approximation de champ libre lui est comparé.



**Figure 6.3** – Représentation (a) des positions des points de calcul (en rouge) et des positions des sources équivalentes candidates (en vert) et photographie (b) de la configuration qui a permis la validation de la méthode ESM. Les points rouge et jaune représentent respectivement les positions de la source (l'émetteur) et du microphone (le récepteur) de la fonction de transfert présentée en figure 6.5.

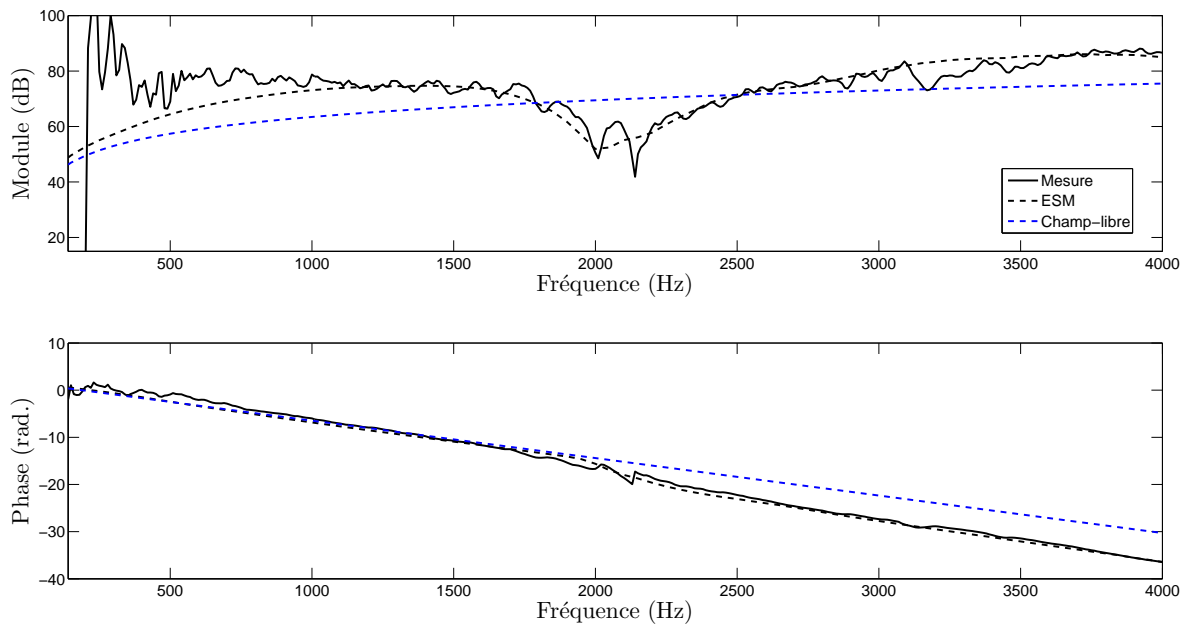


**Figure 6.4** – Champ de pression propagé par une source ponctuelle placée au niveau du point rouge par une approximation de champ libre (a), et le champ de pression propagé par cette même source en utilisant les fonctions de transfert calculées par ESM.

Nous observons que le champ de pression généré sur la surface du maillage est en réalité beaucoup plus complexe dans le cas où la diffraction des ondes est prise en compte.

La fonction de transfert calculée entre la source repérée par le point rouge en figure 6.3 et le microphone repéré par le point jaune est présentée en figure 6.5. Elle est comparée aux fonctions de transfert mesurées et calculées par méthode de champ libre. La distance séparant ces deux points est de 43cm.

Le « creux » présent à la fréquence de 2000Hz modélise probablement la réflexion des ondes sur la paroi horizontale du moteur. Nous remarquons que l'utilisation de la méthode ESM



**Figure 6.5** – Module et phase de la fonction de transfert mesurée (en trait plein), calculée par méthode ESM (en traits pointillés noirs) et calculée par hypothèse de champ libre (en traits pointillés bleus)

nous permet de modéliser des phénomènes ondulatoires, contrairement à l’approximation de champ libre. Néanmoins, des fluctuations de la fonction de transfert mesurée sont observées, notamment en basses fréquences. Ceci est probablement dû à l’environnement non anéchoïque de la salle. Par ailleurs, la maquette est considérée comme étant parfaitement rigide ; les phénomènes vibro-acoustiques ne sont donc pas modélisés.

### 6.2.5 Estimation des puissances acoustiques des sources

L’objet de cette partie est d’évaluer expérimentalement la méthode de la focalisation bayésienne en étudiant sa faculté à localiser et à quantifier une ou plusieurs sources ponctuelles placées affleurantes à la paroi de la maquette. La mesure de puissance des sources a été effectuée par trois méthodes différentes : par intensimétrie par balayage, par méthode normalisée de la surface enveloppante, et par calibrage en débit de la source. Ces méthodes sont détaillées en annexe E.

La procédure de calcul de la puissance acoustique par méthode inverse est résumée ci-dessous.

#### Estimation de la puissance acoustique par méthode inverse par mesures sé-

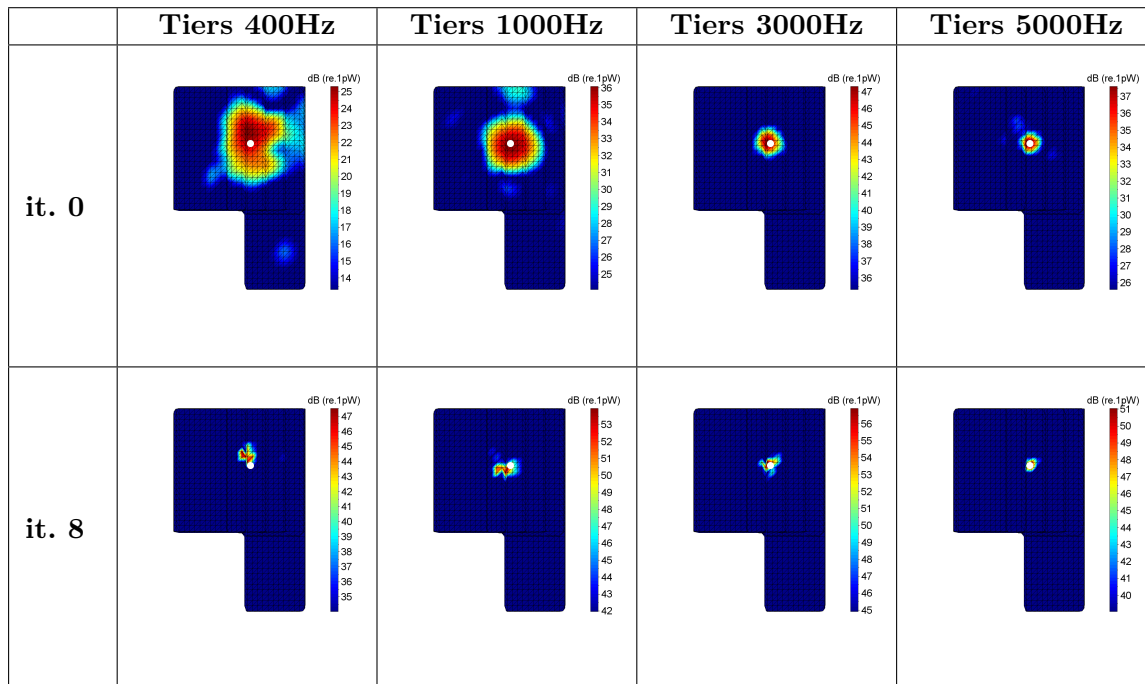
## quentielles

1. Repérer les positions des microphones par rapport au maillage de l'objet
2. Effectuer les mesures séquentielles du champ de pression autour de l'objet
3. **Pour** ifreq = 1,2,...,Nf
4. Calculer les spectres virtuels resynchronisés (voir l'algorithme du chapitre 3 [confidentiel])  
*Hypothèse : stationnarité du champ de pression.*  
*Connaissance a priori requise : nombre de sources virtuelles composant le champ acoustique*
5. Calculer le modèle de propagation par la méthode ESM (voir l'algorithme de la partie 3)  
*Hypothèse : Objet totalement rigide et condition de rayonnement de Sommerfeld autour de l'objet.*
6. **Pour** k=1,2,...,K avec k l'indice de la composante des spectres virtuels
7. Projeter les mesures sur les bases  $\mathbf{y} = \mathbf{U}^H \mathbf{\Omega}_b^{-1/2} \mathbf{\Lambda}_k$
8. Initialiser la fenêtre d'ouverture  $\mathbf{\Sigma}_s$
9. **Pour** it=1,2,...,Nit
10. Estimer la distribution de sources sur la peau de l'objet (voir l'algorithme de la partie 6.2.5.4)  
*Hypothèses :  $\mathbf{\Omega}_q = \mathbf{\Sigma}_s$  et  $\mathbf{\Omega}_b = \mathbf{I}$ .*
11. Mettre à jour la fenêtre d'ouverture  $\mathbf{\Sigma}_s$  par l'équation 4.41
12. **Fin**
13. Calculer la puissance acoustique en utilisant l'équation 1.2  
*Hypothèse : Puissance bafflée*
14. **Fin**
15. Sommer la puissance acoustique de chaque composante pour en déduire la puissance totale par points de calcul
16. Intégrer la puissance par zone
17. **Fin**

## 6.2.5.1 Reconstruction d'une source

Tout d'abord, la quantification et la localisation d'une source ponctuelle sont effectuées. La procédure présentée en partie 6.2.5 a été appliquée à la caractérisation de la source N° 2 (voir figure 6.2). Une norme p=1 est choisie et 8 itérations sont réalisées, ce qui permet s'assurer une convergence de l'algorithme pour les résultats présentés au sens du critère donné par l'équation 4.42. Le tableau 6.1 présente les cartes de puissance acoustique pour 4 tiers d'octaves. Pour tous les cas de figure, la source est correctement localisée. La focalisation bayésienne itérative permet de focaliser l'énergie au niveau de la position réelle de la source. En basses fréquences,

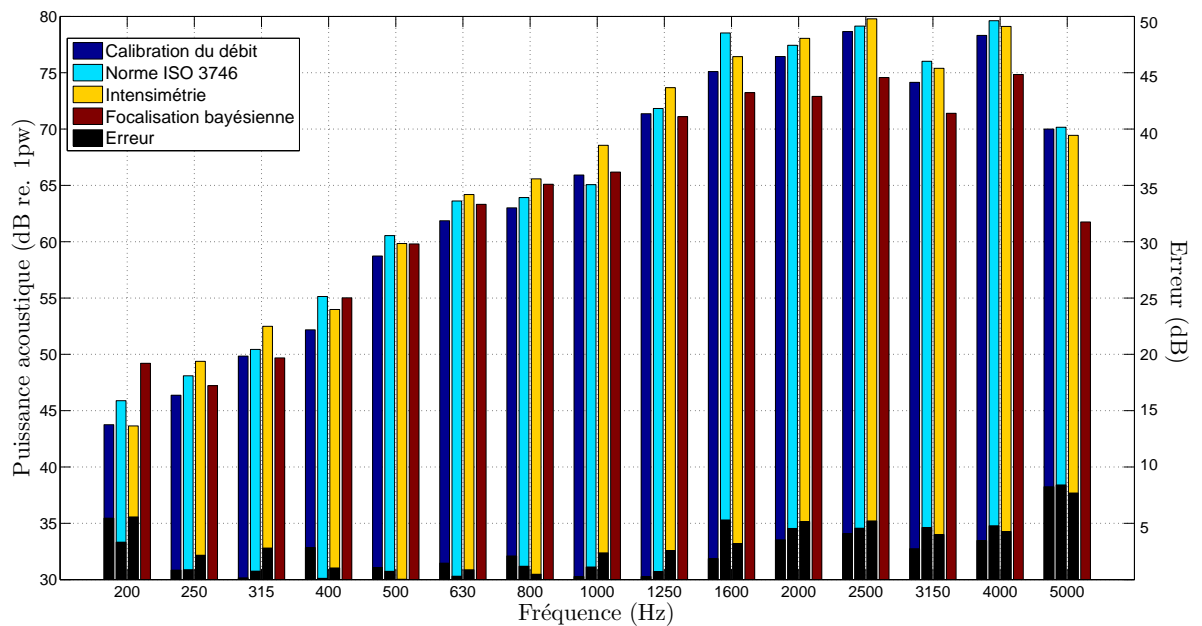
une dégradation de la résolution spatiale est observée pour la première itération. En effet, le nombre de conditionnement est très élevé en basses fréquences, ce qui rend sensible la solution aux perturbations liées au bruit de mesure. Les longueurs d'onde acoustique sont importantes et deux microphones voisins mesurent une information similaire. Pour améliorer les résultats de reconstruction en basses fréquences, des méthodes de décimation d'antenne ont été développées dans le but d'assurer l'indépendance linéaire des éléments de la matrice des fonctions de transfert [32,110]. Ces techniques permettent d'améliorer le conditionnement de la matrice et donc de faciliter le processus de régularisation. Par ailleurs, dans le cas d'étude présenté, le rapport signal à bruit des différents microphones de l'antenne est très variable en fonction de leurs positions. En effet, le rayonnement de la source est principalement mesuré par une seule antenne. Le processus de régularisation tel que nous l'avons introduit estime un unique paramètre de régularisation pour l'ensemble des mesures effectuées. Cela a pour conséquence de sous-régulariser les données mesurées par les antennes à faible rapport signal à bruit et de sur-régulariser les données mesurées par l'antenne mesurant la majorité de l'énergie de la source. Cette hétérogénéité de l'énergie mesurée par les différents microphones associée au mauvais conditionnement de la matrice de propagation explique les artefacts observés en basses fréquences.



**Table 6.1** – Cartes de puissance acoustique intégrées sur les bandes de tiers d'octave de 400Hz, 1000Hz, 3000Hz et 5000Hz. En haut, localisation de source par la focalisation bayésienne standard en appliquant une fenêtre d'ouverture spatiale uniforme. En bas, la localisation de la source après 8 itérations.

Les niveaux estimés sont comparés à la puissance mesurée par les trois méthodes de ré-

férence en figure 6.6. Les niveaux de puissance sont présentés en tiers d’octave puisque cette représentation est conventionnelle dans le domaine de l’acoustique. Les problèmes soulignés en partie 1.2.5 sont présents dans notre cas : une sous-estimation importante est remarquée à partir du tiers d’octave 1250Hz. Il est à noter que les trois méthodes de référence ne donnent pas exactement les mêmes niveaux : chaque méthode est entachée de sa propre incertitude.

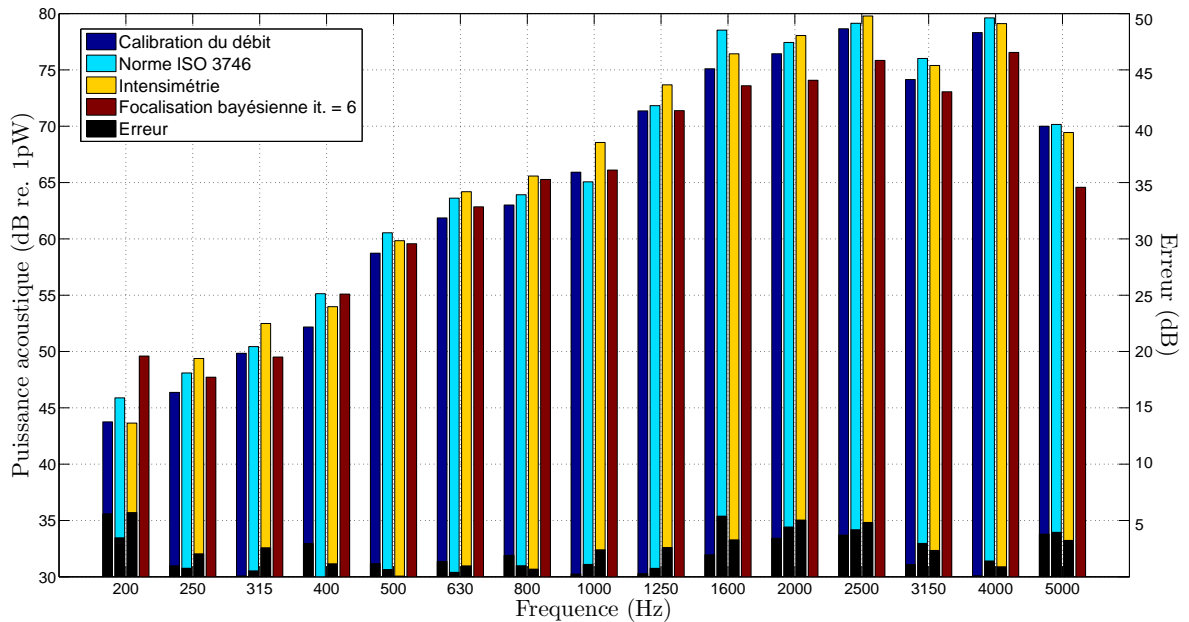


**Figure 6.6** – Estimation de la puissance acoustique de la source N° 2 par tiers d’octave par méthodes de calibration du débit (en bleu foncé), en suivant la norme ISO 3746 (en bleu cyan), par méthode intensimétrique (en jaune) et par méthode de la focalisation bayésienne (en rouge). L’écart entre l’estimation de la puissance par méthode bayésienne et la mesure de puissance par les trois autres méthodes est tracé en noir.

La focalisation bayésienne itérative a été appliquée sur ce même cas d’étude. L’estimation de la puissance acoustique fournie par cet algorithme est présentée en figure 6.7 pour 8 itérations.

Une amélioration significative des résultats est observée en forçant la parcimonie spatiale des sources. Néanmoins, une sous-estimation de 3 dB en moyenne persiste à partir du tiers d’octave de 2000Hz. La correction *ad hoc* proposée en partie 4.4.3 est finalement appliquée à ce cas d’étude. Les résultats sont présentés en figure 6.8. Les résultats obtenus par cette méthode sont similaires aux résultats obtenus par focalisation itérative.



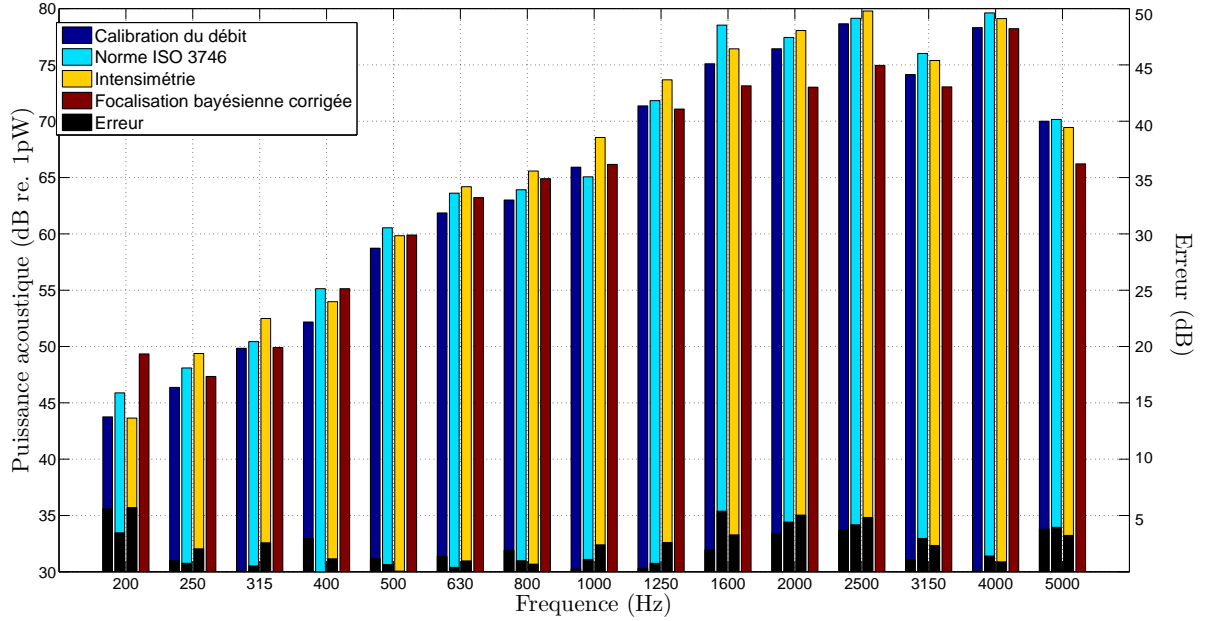


**Figure 6.7** – Estimation de la puissance acoustique de la source N° 2 par tiers d’octave par méthodes de calibration du débit (en bleu foncé), en suivant la norme ISO 3746 (en bleu cyan), par méthode intensimétrique (en jaune) et par méthode de la focalisation bayésienne itérée 8 fois (en rouge). L’écart entre l’estimation de la puissance par méthode bayésienne itérée et la mesure de puissance par les trois autres méthodes est tracé en noir.

### 6.2.5.2 Propagation du champ source estimé

Les sources identifiées sur le maillage sont réémises par une propagation directe vers les quatre microphones de référence. Cette propagation directe a été effectuée en utilisant les fonctions de transfert calculées par méthode ESM. Le degré de similitude entre le champ de pression réellement mesuré au niveau de ces microphones et le champ de pression réémis par les sources identifiées est un bon indicateur permettant de quantifier la qualité du champ reconstruit. La distribution des sources identifiées par focalisation itérative est re-propagée vers le microphone N° 1 qui est masqué par l’objet et le microphone N° 3 qui est très proche de la source N° 2 (voir figure 6.2). Il est important de noter que les données de ces microphones n’ont pas servi à la résolution du problème inverse. Les figures 6.9 et 6.10 présentent respectivement le module du champ de pression mesuré et re-propagé au niveau des microphones N° 1 et N° 3.

D’une façon générale, le champ de pression re-propagé par méthode directe suit bien les fluctuations mesurées. Néanmoins, une sous-estimation semblable à la sous-estimation de la puissance acoustique de la figure 6.7 est remarquée. Cette sous-estimation pourrait être due à une forte sur-régularisation de la solution ou à une erreur de modèle liée à des phénomènes



**Figure 6.8** – Estimation de la puissance acoustique de la source N° 2 par tiers d’octave par méthodes de calibration du débit (en bleu foncé), en suivant la norme ISO 3746 (en bleu cyan), par méthode intensimétrique (en jaune) et par méthode de la focalisation corrigée (en rouge). L’écart entre l’estimation de la puissance par méthode bayésienne corrigée et la mesure de puissance par les trois autres méthodes est tracé en noir.

modaux de la salle dans laquelle a été réalisée l’expérience par exemple.

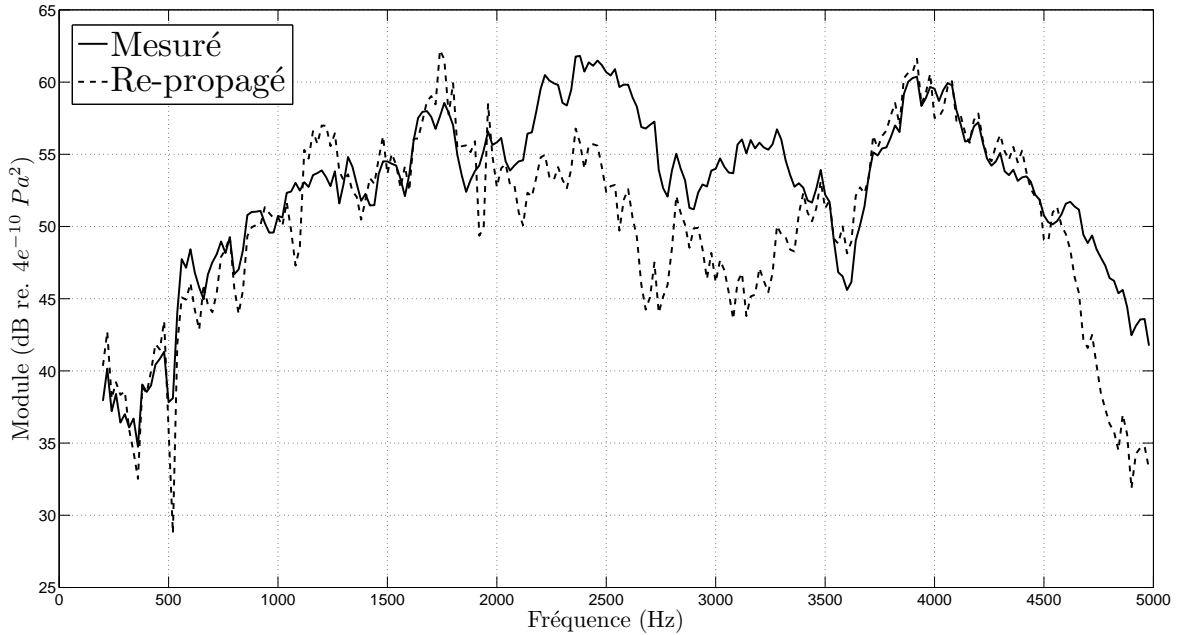
### 6.2.5.3 A propos de l’erreur de modèle

Une façon d’estimer l’erreur de modèle est de comparer les fonctions de transfert calculées et mesurées entre la source N° 2 et les microphones, en s’inspirant des travaux du chapitre 3. L’erreur sur le module de la fonction de transfert est calculée par :

$$\varepsilon_{mag} = 10 \log \left( \sum_{i=1}^M |g(r_i; r_s)|^2 \right) - 10 \log \left( \sum_{i=1}^M |\tilde{g}(r_i; r_s)|^2 \right), \quad (6.7)$$

avec  $\tilde{g}(r_i; r_s)$  la fonction de transfert calculée par méthode ESM. Ainsi, une corrélation entre l’erreur de modèle et l’écart entre la puissance acoustique de référence et la puissance acoustique estimée par méthode inverse peut être trouvée. En figure 6.11 une forte correspondance entre l’erreur sur le module des fonctions de transfert et l’erreur de quantification est remarquée.

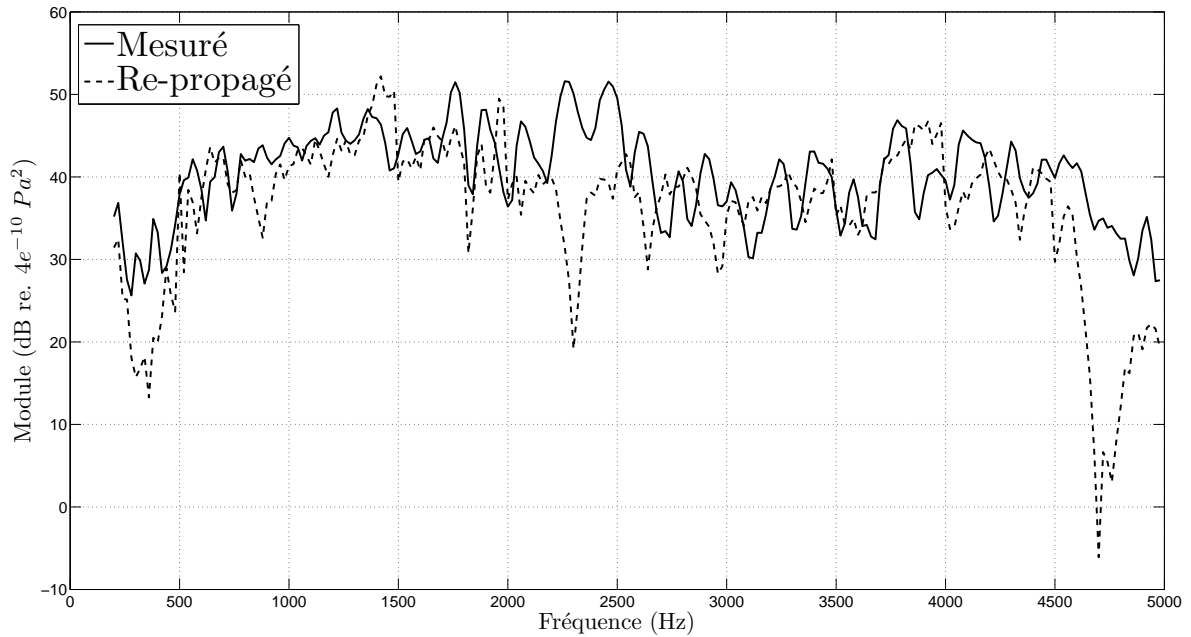
Dans le but d’améliorer les résultats de quantification présentés en partie 6.2.5.1, l’erreur



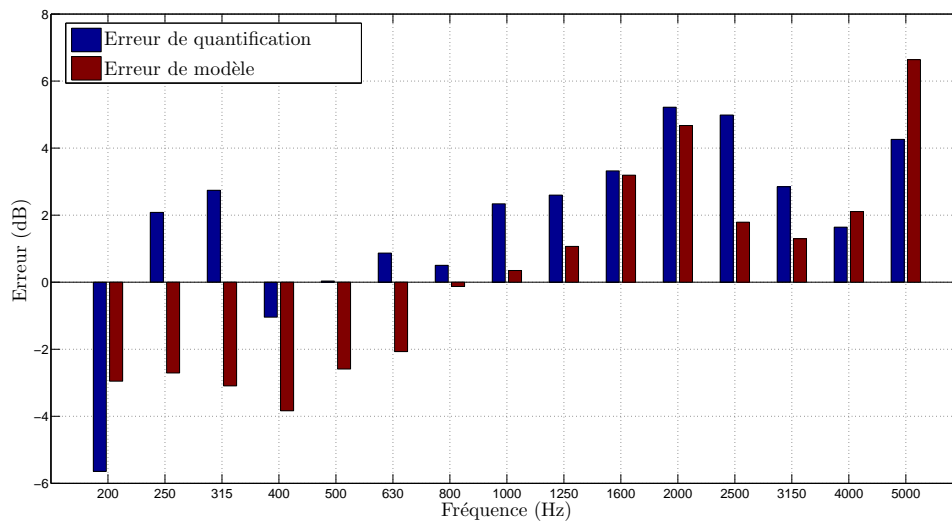
**Figure 6.9** – Auto-spectre du champ de pression mesuré par le microphone N° 3 (en trait plein) et re-propagé par propagation de la distribution de sources identifiées par focalisation bayésienne itérative (en traits pointillés).

de modèle peut être prise en compte en appliquant la méthodologie détaillée en partie 5.5. Pour chaque fréquence, l'erreur de modèle est estimée par la mesure de la fonction de transfert entre la source N° 2 et les microphones de l'antenne. En faisant l'hypothèse d'invariabilité des fonctions de base vis-à-vis des erreurs de modèle, la diagonale de la matrice  $\mathbf{E}$  est estimée par l'équation 5.31. Dans cette équation, le vecteur  $\mathbf{y}$  représente les mesures de pression au niveau de l'antenne projetées sur la matrice  $\mathbf{U}$  (issue de la décomposition en valeurs singulières du propagateur), la matrice  $\tilde{\mathbf{S}}$  représente les valeurs singulières initiales, et  $\mathbf{c}$  est calculé en projetant le débit connu de la source N° 2 sur les fonctions de base  $\Phi$ . Une fois qu'une estimation du maximum a posteriori de la matrice  $\mathbf{E}$  est trouvée, les valeurs singulières initiales sont corrigées. Les sources acoustiques sont ré-estimées par focalisation bayésienne en utilisant les valeurs singulières corrigées. Les résultats de quantification fournis par cette méthode sont présentés en figure 6.12.

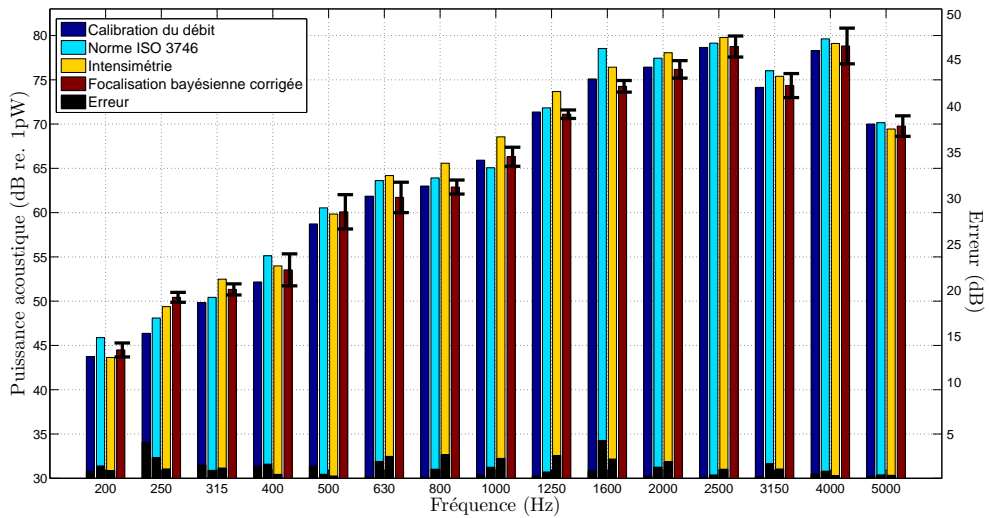
La correction de l'erreur de modèle permet de limiter fortement l'écart entre la puissance acoustique reconstruite et les références. Néanmoins, ce cas d'étude est favorable à la bonne quantification de la source : la fonction de transfert mesurée permettant de calibrer le modèle est construite à partir de la source que l'on veut caractériser. Dans un cas réel, il faudrait estimer l'erreur de modèle à partir de différentes mesures de fonctions de transfert prises à



**Figure 6.10** – Auto-spectre du champ de pression mesuré par le microphone N° 1 (en trait plein) et re-propagé par propagation de la distribution de sources identifiées par focalisation bayésienne itérative (en traits pointillés).



**Figure 6.11** – Erreur de quantification entre l'intensimétrie et l'estimation bayésienne corrigée de la puissance acoustique de la source N° 2 (en bleu) et erreur de prédiction de la fonction de transfert moyennée entre la source et les microphones de l'antenne (en rouge).



**Figure 6.12** – Estimation de la puissance acoustique de la source N° 2 par tiers d’octave par méthodes de calibration du débit (en bleu foncé), en suivant la norme ISO 3746 (en bleu cyan), par méthode intensimétrique (en jaune) et par méthode de la focalisation bayésienne corrigée par le critère de correction ad hoc et dont le modèle de propagation a été corrigé (en rouge). L’écart entre l’estimation de la puissance par méthode bayésienne et la mesure de puissance par les trois autres méthodes est tracée en noir. L’incertitude sur l’estimation de la puissance indiquée par les intervalles de confiance est calculée en prenant en compte la variabilité du paramètre de régularisation et l’erreur de modèle.

des endroits géométriques singuliers.

#### 6.2.5.4 Calcul de l’incertitude associée à l’estimation de la puissance acoustique

Le critère basé sur la similitude entre le champ de pression propagé par les sources identifiées et le champ de pression mesuré en quelques points de l’espace donne un bon indicateur sur la qualité de la solution proposée. Néanmoins, ce critère est local et dépend fortement de la position du microphone. L’intérêt de l’approche bayésienne est d’estimer des indicateurs statistiques pertinents en fonction du rapport signal à bruit, du conditionnement du problème et des connaissances *a priori* disponibles. En effet, les variances sur l’estimation du maximum a posteriori du paramètre de régularisation ainsi que sur l’erreur de modèle sont disponibles en équations 4.37 et 5.32. Il est alors possible de propager ces variabilités sur l’estimation de la quantité d’intérêt : la puissance acoustique.

La propagation des incertitudes est réalisée *a posteriori*, une fois qu’une estimation au sens du maximum *a posteriori* est accessible. L’estimation d’un intervalle de confiance à 95% sur l’estimation de la puissance est calculée en appliquant la procédure suivante.

### Propagation des incertitudes sur la puissance acoustique

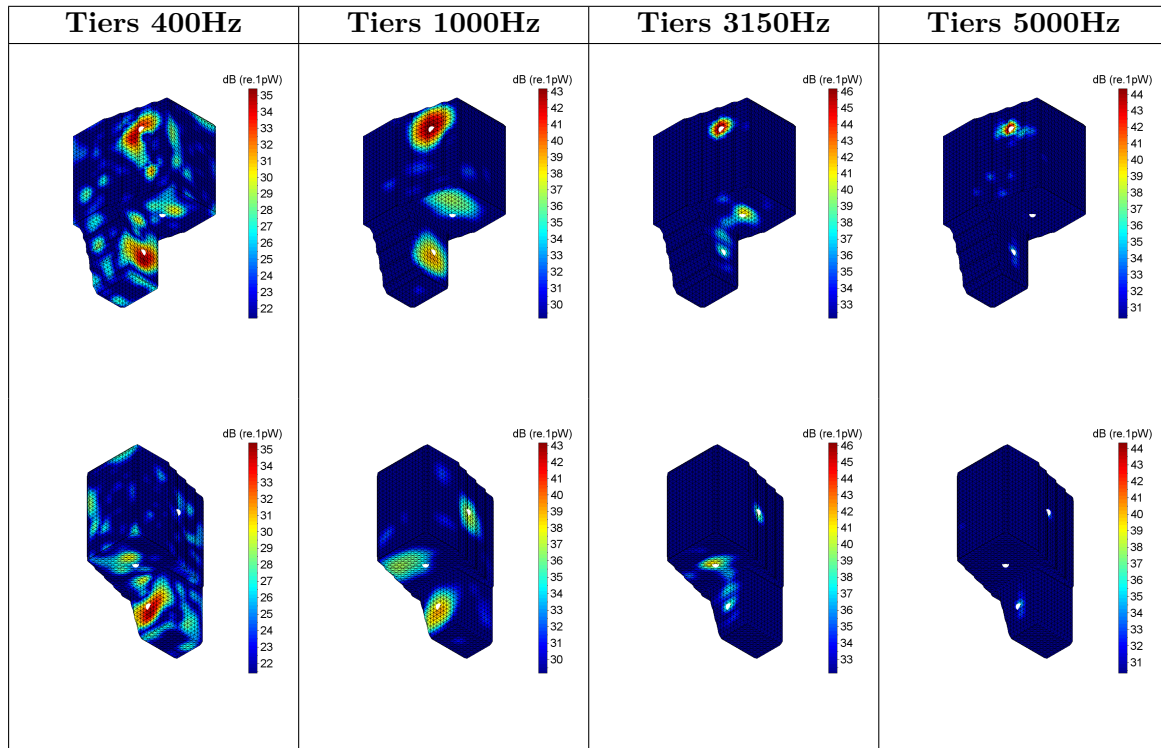
1. **Pour**  $i = 1, 2, \dots, N_{tirages}$
2. Corriger les valeurs singulières par un tirage de l'erreur de modèle dans la loi  $[\mathbf{E}|\gamma^2] \sim \mathcal{N}(\mathbf{E}_{MAP}, \text{Var}\{\mathbf{E}\})$ , avec  $\mathbf{E}_{MAP}$  estimée par l'équation 5.31 et  $\text{Var}\{\mathbf{E}\}$  estimée par l'équation 5.32
3. Calculer le paramètre de régularisation par minimisation de la fonction coût 4.33 en utilisant les valeurs singulières corrigées par l'erreur de modèle estimée en étape 2
4. Réaliser un tirage dans la distribution du paramètre de régularisation donnée par l'équation 4.37
5. Estimer la puissance acoustique reconstruite par focalisation bayésienne
6. **Fin Pour**
7. Estimer l'intervalle de confiance à 95% sur l'estimation de la puissance acoustique

En figure 6.12, l'intervalle de confiance à 95% sur l'estimation de la puissance acoustique est tracé. Pour chaque fréquence, les incertitudes sur le paramètre de régularisation et sur l'estimation de l'erreur de modèle ont été propagées jusqu'à l'estimation de la puissance acoustique en procédant à 100 tirages dans leurs densités de probabilité a posteriori.

#### 6.2.5.5 Reconstruction de quatre sources décorréées

Il s'agit dans cette partie de caractériser quatre sources décorréées positionnées sur quatre faces différentes (voir figure 6.2). Dans la partie précédente, la méthode de la focalisation bayésienne a été appliquée et la puissance rayonnée intégrée sur l'ensemble du maillage a été comparée aux méthodes de référence. Dans cette partie, la puissance acoustique de chacune des sources est estimée par focalisation bayésienne en intégrant la cartographie de puissance par zone. La méthode de calibrage en débit des sources nous renseigne sur la puissance rayonnée par chacune des sources. L'objectif est de comparer la puissance des sources estimée par focalisation bayésienne et par méthode de calibrage des sources. Dans ces conditions, le champ acoustique est composé de quatre composantes virtuelles. La table 6.2 présente les cartographies de puissance acoustique calculées par méthode de focalisation bayésienne non-itérée. Les niveaux de puissance sont corrigés par la méthode présentée en partie 4.4.3.

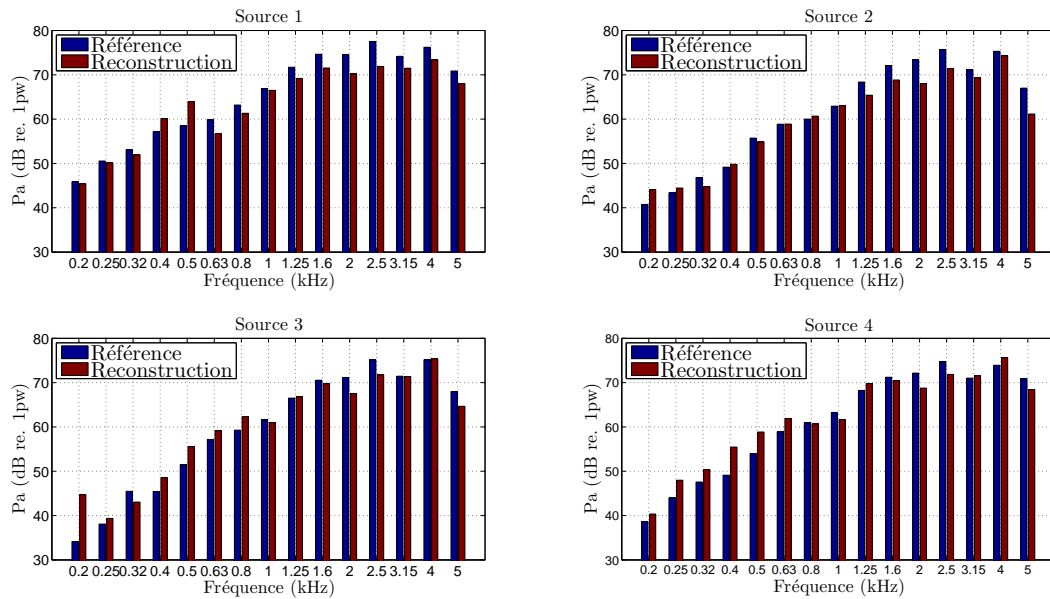
Pour les quatre tiers d'octave présentés, les sources acoustiques sont correctement localisées. La source N° 1 paraît mieux localisée car sa puissance est plus importante que les autres (74dB contre 71dB pour la source N° 2, 71.2dB pour la source N° 3, et 70.5dB pour la source N° 4 pour le tiers d'octave de 3150Hz). La localisation des quatre sources est perturbée par des lobes secondaires en basses fréquences pour les mêmes raisons que celles énoncées en partie 6.2.5.1 pour la localisation d'une source. Les puissances des sources ont été intégrées sur une surface circulaire d'un rayon de 15cm (voir figure 6.2). Les résultats d'estimation des puissances acoustiques des sources identifiées sont présentés en figure 6.13. Ces résultats



**Table 6.2** – Cartes de puissance acoustique intégrées sur les bandes de tiers d’octave de 400Hz, 1000Hz, 3000Hz et 5000Hz calculées par la focalisation bayésienne corrigée, en appliquant une fenêtre d’ouverture spatiale uniforme vue de l’avant (en haut) et de l’arrière (en bas).

de quantification ont été estimés sans prendre en compte d’erreur de modèle. La référence correspond à la puissance mesurée par calibrage des sources.

Les estimations de la puissance acoustique des sources sont satisfaisantes. Les écarts les plus importants sont observés sur l’estimation de la puissance des sources N° 1 et N° 2, sur les bandes d’octave de milieu de fréquence. Ces écarts ont été identifiés en partie 6.2.5.1 comme étant liés aux erreurs de modèle. Pour les autres sources, les erreurs oscillent entre 1 et 3 dB. Ces erreurs sont de l’ordre de grandeur des incertitudes liées aux erreurs de modèle et de régularisation présentées en partie 6.2.5.4 pour une source.



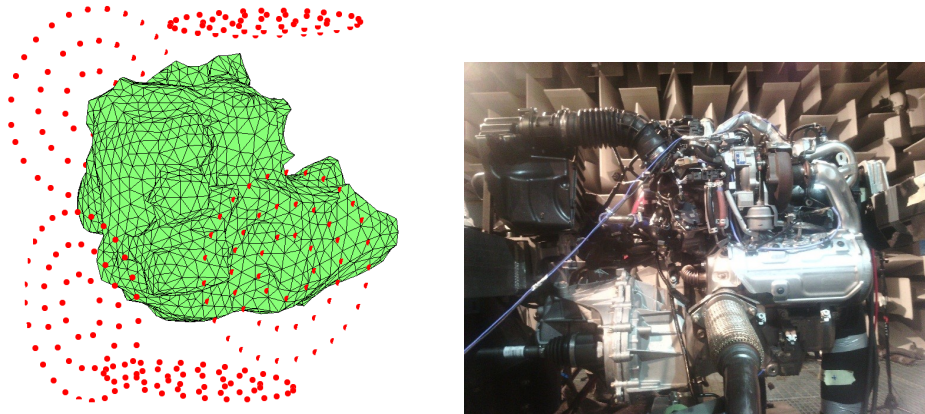
**Figure 6.13** – Estimation de la puissance acoustique des quatre sources par méthode de focalisation bayésienne corrigée (en rouge) et par méthode de calibration en puissance (en bleu).

### 6.3 Cas industriel : Localisation et quantification de sources automobiles

L'étude préliminaire réalisée sur la maquette a défini une procédure expérimentale permettant de mesurer séquentiellement le champ acoustique autour d'un objet et de caractériser par méthode inverse les sources acoustiques localisées sur sa surface. Cette partie présente l'étude du comportement acoustique d'un groupe motopropulseur automobile par méthode d'antennerie. Des mesures ont été réalisées sur un banc d'essai anéchoïque présenté en figure 6.14. La mesure de la puissance acoustique de référence a été réalisée par intensimétrie suivant la méthode du balayage (norme ISO 9614-2) (voir annexe E). Des mesures sur différents points de fonctionnement ont été réalisées au cours de cette campagne de mesure. Par ailleurs, le moteur monté dans la voiture a été analysé sur un banc à rouleau. Dans ce rapport, uniquement les résultats de fonctionnement au ralenti du moteur sont présentés par souci de brièveté. De façon similaire à l'étude sur la maquette, 5 positions d'antenne ont été utilisées dans le cadre de cette étude. Les signaux mesurés séquentiellement ont été resynchronisés en suivant l'algorithme de la partie 6.2.3. La configuration géométrique est présentée en figure 6.14.

La localisation des sources est présentée en tables 6.3 et 6.4 successivement pour les tiers d'octave 630 Hz et 1600 Hz puis 2500Hz et 4000Hz. Pour ce cas d'étude, le nombre



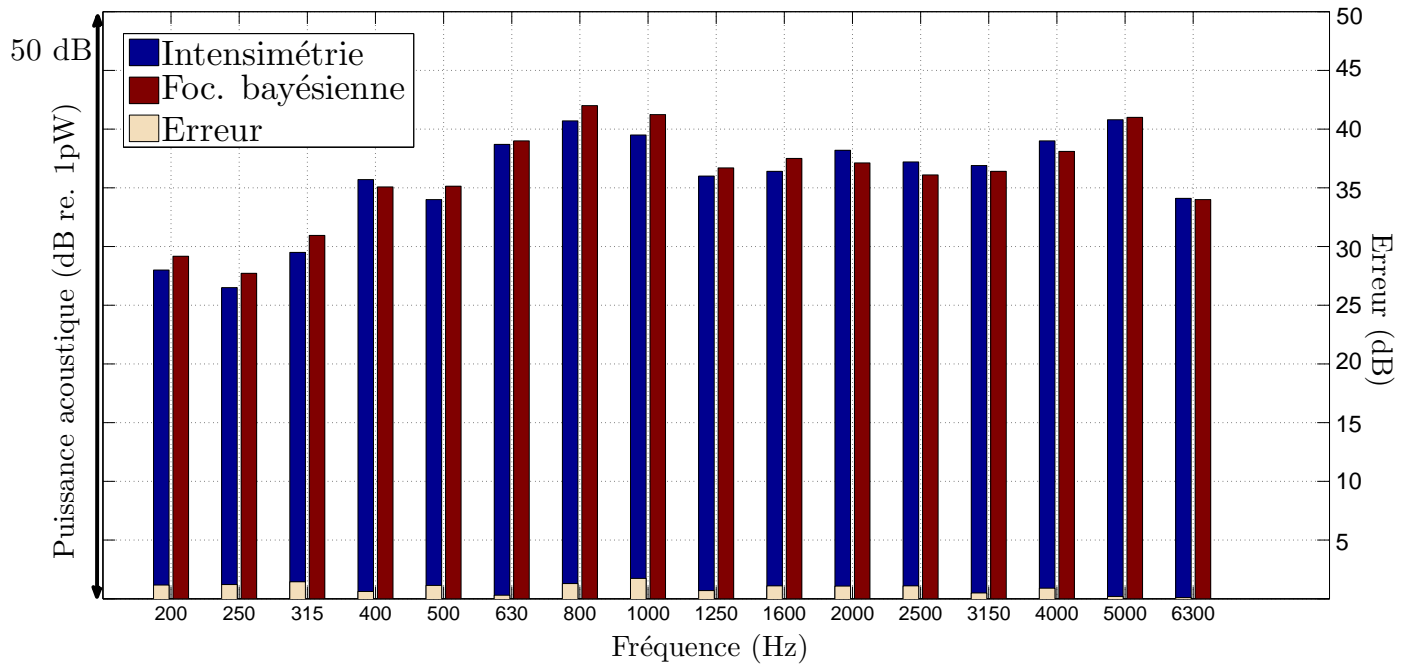


**Figure 6.14** – Représentation géométrique de la configuration étudiée (à gauche), avec en rouge la position des microphones et photographie du banc moteur en environnement anéchoïque (à droite)

de composantes principales traitées représente 99% de l'énergie totale mesurée. Selon les fréquences, cela représente entre 3 et 8 composantes principales retenues. Les fonctions de transfert ont été calculées par méthode d'ESM avec un nombre d'itérations croissant en fonction de la fréquence. La correction des niveaux en hautes fréquences a été effectuée par l'application du coefficient *ad hoc* présenté précédemment. En effet, la procédure itérative n'a pas été retenue ici car le champ acoustique ne vérifie pas l'hypothèse de parcimonie spatiale.

L'étude de la localisation des sources indique que la face la plus émettrice du moteur en basses fréquences est la partie de distribution. Sur le tiers de 630Hz, l'alternateur, la climatisation et la courroie de distribution semblent être les éléments participant le plus significativement au rayonnement acoustique. Sur le tiers de 1600Hz, la pompe à huile domine la cartographie de puissance, ce qui est connu des experts. Nous pouvons observer qu'il est possible de séparer des sources provenant de la poulie et de la pompe à huile, bien que ces deux éléments soient très proches l'un de l'autre. En plus hautes fréquence, les sources principales s'étendent sur une surface plus importante. La partie arrière prend le dessus sur la face de distribution. Le pré catalyseur a été identifié comme source principale à 4000Hz.

La localisation et la hiérarchisation des sources acoustiques en niveaux de puissance absolus fournissent au constructeur des informations précieuses en vue d'optimiser le rayonnement acoustique du moteur. Il peut alors optimiser un élément particulier (la pompe à huile par exemple) ou construire une solution efficace de traitement acoustique autour des zones identifiées. De plus, les spectres de puissance offrent une information sur le contenu fréquentiel de la source, information indispensable pour choisir le type de traitement acoustique. La figure 6.15 présente la comparaison de la puissance acoustique mesurée par méthode d'intensimétrie et estimée par méthode inverse.



**Figure 6.15** – Spectre de puissance du moteur en fonctionnement au ralenti mesuré par intensimétrie et estimé par focalisation bayésienne corrigée.

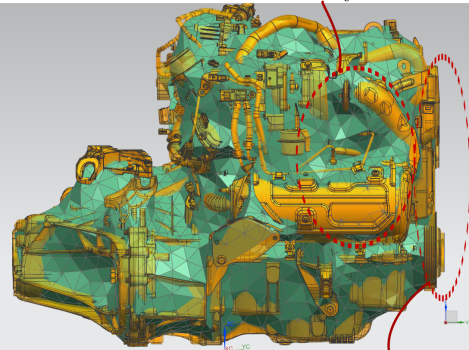
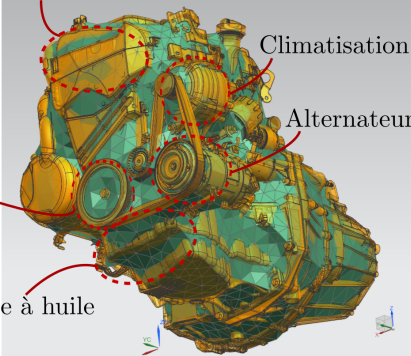
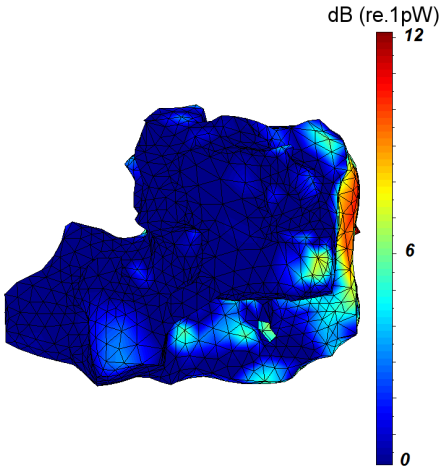
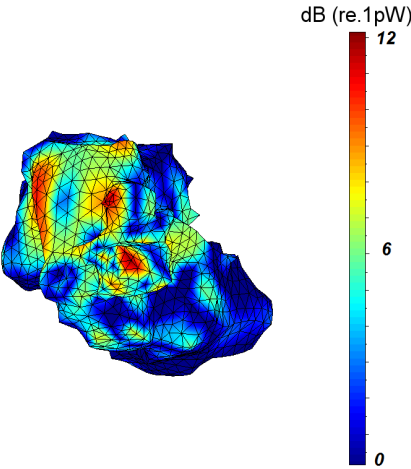
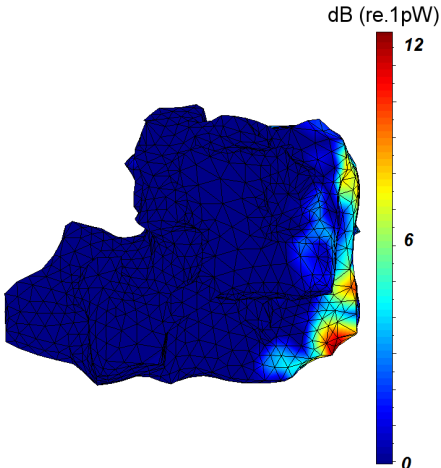
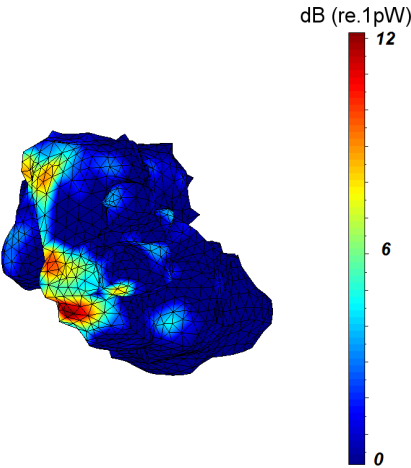
La puissance estimée par méthode inverse est très comparable avec l'intensimétrie. Un écart de moins de 2 dB est observé sur une plage de fréquence très large, ce qui correspond à l'ordre de grandeur des incertitudes liées à ces deux méthodes.

Les méthodes d'imagerie acoustique permettent de hiérarchiser naturellement les sources identifiées, en intégrant la puissance reconstruite sur une zone précise bien définie. Les méthodes d'intensimétrie permettent de quantifier des zones grossières en effectuant un balayage partiel sur la zone d'intérêt. La figure suivante présente les spectres de puissance par zones identifiées en utilisant les deux méthodes.

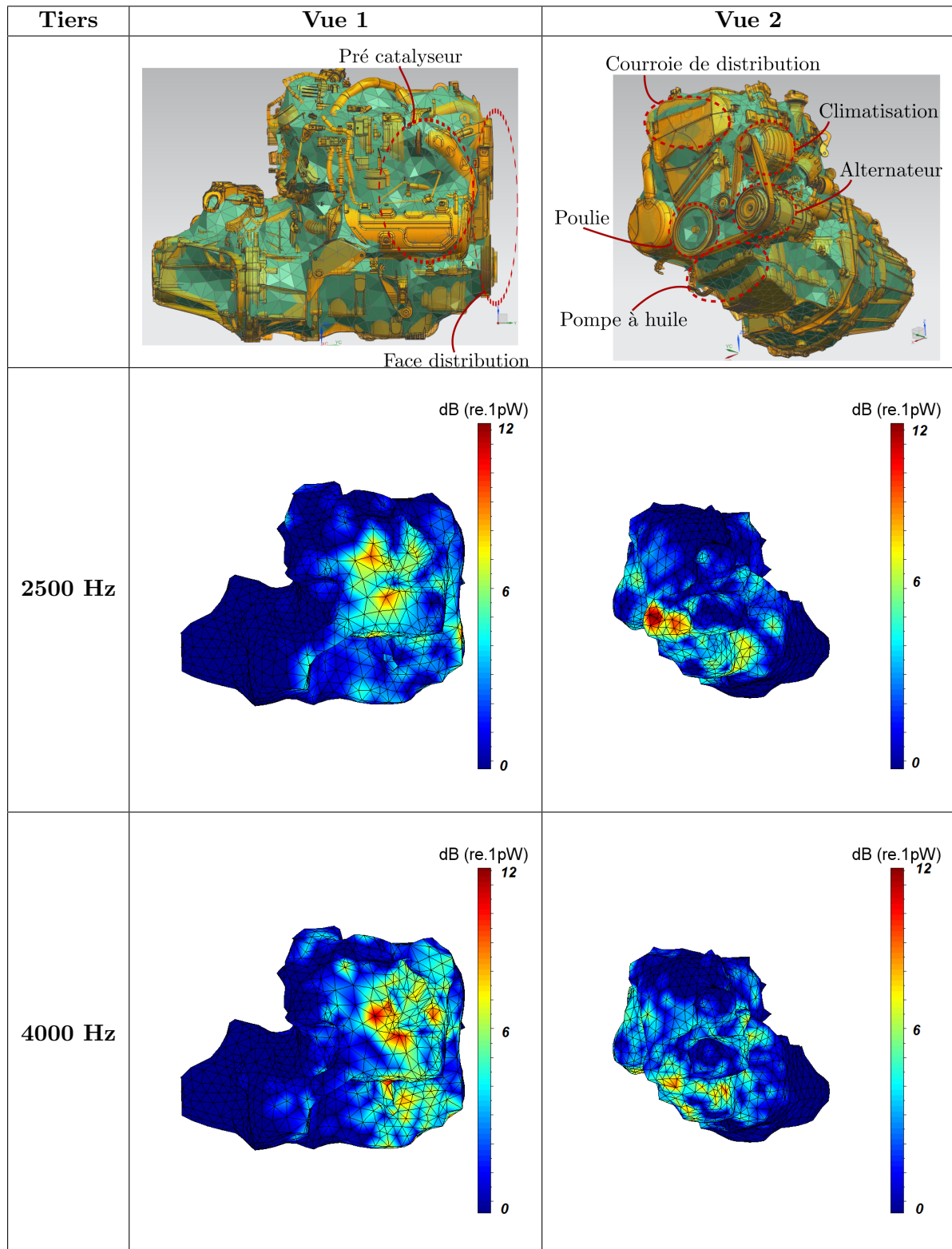
**[Résultat confidentiel]**

Les résultats comparatifs sont assez satisfaisants, même si les écarts observés sont supérieurs aux écarts mesurés sur le niveau global de puissance. Pour réaliser une analyse par zone, la méthode d'imagerie semble plus adaptée puisque le degré de précision spatiale est accru par rapport à l'intensimétrie. En effet, la méthode intensimétrique permet de mesurer l'intensité sortante par zone. Ce champ mesuré est l'effet d'un mélange de plusieurs contributions provenant de sources localisés sur la surface du moteur. La méthode d'imagerie permet, elle, de sélectionner des zones sur le maillage et d'éviter de comptabiliser une même source sur deux zones différentes. Finalement, les méthodes d'imagerie sont intéressantes d'un point de

vue pratique : la mesure du champ acoustique du moteur en fonctionnement ne requiert pas la présence d'un opérateur, alors que la mesure intensimétrique est réalisée par une personne se trouvant proche du banc moteur. Or, la législation du travail interdit la présence d'un opérateur dans la salle d'essai pour des régimes moteur importants.

Tiers	Vue 1 (face arrière)	Vue 2 (distribution)
	<p data-bbox="635 331 791 360">Pré catalyseur</p>  <p data-bbox="687 707 874 736">Face distribution</p>	<p data-bbox="970 338 1241 367">Courroie de distribution</p> <p data-bbox="1241 398 1390 427">Climatisation</p> <p data-bbox="1262 465 1394 495">Alternateur</p> <p data-bbox="906 533 975 562">Poulie</p> <p data-bbox="911 656 1075 685">Pompe à huile</p> 
630 Hz		
1600 Hz		

**Table 6.3** – Cartes de puissance acoustique intégrées sur les bandes de tiers d’octave de 630Hz et 1600Hz calculées par la focalisation bayésienne corrigée, en appliquant une fenêtre d’ouverture spatiale uniforme. A gauche, vue de la face arrière, à droite, vue de la face de distribution.



**Table 6.4** – Cartes de puissance acoustique intégrées sur les bandes de tiers d'octave de 2500Hz et 4000Hz calculées par la focalisation bayésienne corrigée, en appliquant une fenêtre d'ouverture spatiale uniforme. A gauche, vue de la face arrière, à droite, vue de la face de distribution..

# Conclusions et perspectives

L'objectif principal de cette deuxième partie était de localiser et de quantifier une distribution de sources sur un maillage d'objet rigide en trois dimensions. Le problème inverse a été résolu en utilisant un formalisme bayésien. Dans les hypothèses formulées, la solution du maximum a posteriori s'écrit sous la forme régularisée de Tikhonov. Suite au travail bibliographique, des verrous ont été identifiés. Le premier concerne le choix du modèle de propagation en trois dimensions. Dans la littérature, ce verrou est levé par la méthode iBem qui nécessite l'utilisation d'un solveur externe coûteux en temps de calcul et en terme de ressource logicielle. Par ailleurs, cette méthode fournit une solution non-unique dans certaine configuration. La deuxième difficulté identifiée par la revue bibliographique concerne la sous-estimation des niveaux acoustiques en hautes fréquences dans le cas où la solution sous la forme de Tikhonov est utilisée.

Le modèle de propagation direct sur lequel se base la méthode de résolution du problème inverse a été amélioré en prenant en compte la diffraction des ondes autour de l'objet. Les fonctions de transfert entre les positions des microphones de l'antenne et les points de calcul ont été calculées par la méthode des sources équivalentes. De plus, la prise en compte des erreurs de modèle par une approche bayésienne a été proposée. Il a été montré qu'il était possible d'améliorer la solution en estimant conjointement l'erreur de modèle et les coefficients de fonction de base. Un algorithme EM a été proposé mais des problèmes de convergence ont été relevés. L'hypothèse de l'invariance des fonctions de base vis-à-vis des erreurs de modèle devra être levée et les développements proposés en annexe C pourront être appliqués pour généraliser l'approche à tous les types d'erreurs de modèle.

Ensuite, un travail sur le modèle a priori des sources a été mené. Une méthode de focalisation itérative a été proposée afin de forcer la parcimonie spatiale des sources. Ce prior a été traduit par la mise à jour de la fenêtre d'ouverture prenant comme paramètre la norme  $L_p$  de la solution. La résolution spatiale du résultat ainsi que la quantification des niveaux acoustiques ont nettement été améliorées par l'utilisation de cet algorithme. De plus, la prise en compte du rayonnement omnidirectionnel des sources acoustiques a été investiguée. Cette contrainte physique a été forcée par le calcul des fonctions de base omnidirectionnelles et

par la construction d'une matrice de covariance a priori des sources. Sur un cas numérique simple, il a été observé que le gain en quantification apporté par cet a priori s'accompagnait d'une perte de résolution spatiale sur la localisation. Cette observation conduit d'une certaine manière à la définition d'un principe d'incertitude : une forte résolution spatiale implique de lâcher les exigences sur la quantification dans le cas général. L'hypothèse de parcimonie proposée par la méthode de la focalisation bayésienne itérative est un cas particulier où un a priori fort est supposé. Dans ce cas, une bonne résolution spatiale est facilement atteignable et la quantification des sources devient possible. C'est un exemple qui illustre l'exploitation d'une connaissance a priori sur les sources utilisée pour améliorer l'estimation de l'inconnue. Dans un contexte industriel où les sources à caractériser sont d'origine vibratoire, l'hypothèse de parcimonie spatiale est malheureusement rarement respectée. Pour cette raison, une méthode de correction *ad hoc* des niveaux de puissance a été proposée et utilisée avec succès sur les cas expérimentaux.

Une étude expérimentale sur une maquette en bois aux dimensions d'un groupe motopropulseur automobile a permis de valider les développements théoriques proposés. Le champ acoustique a été mesuré séquentiellement tout autour de l'objet de manière à couvrir une surface de mesure suffisamment importante pour pouvoir localiser et quantifier les sources. La caractérisation d'une puis de quatre sources a été réalisée de manière satisfaisante. Les incertitudes sur l'estimation du modèle de propagation ainsi que sur l'estimation MAP du paramètre de régularisation ont été propagées jusqu'à l'estimation de la puissance acoustique. Un intervalle de confiance en a été déduit. Finalement, ces développements ont été appliqués sur un cas industriel concret. La puissance acoustique des sources a été estimée par focalisation bayésienne et comparée avec les résultats fournis par la méthode d'intensimétrie. Un écart de moins de 2 dB entre les méthodes a été observé sur un large domaine fréquentiel. Le diagnostic acoustique apporté en termes de localisation a mis en évidence les sources de bruit prépondérantes. Dans le cadre du projet Ecobex, la distribution de sources identifiées par méthode inverse alimentera des logiciels de prédiction acoustique. Cela contribuera au travail d'optimisation d'écrans acoustiques pour la réduction d'émission acoustique du type de GMP étudié.

Des pistes d'amélioration des performances de la méthode de la focalisation bayésienne ont été relevées. Le premier point concerne l'optimisation du nombre et du positionnement des microphones. En effet, la technologie des microphones MEMS est sur le point de révolutionner le domaine de l'antennerie acoustique. Les moyens de mesure disponibles seront très rapidement décuplés et il est désormais possible d'utiliser un nombre important de microphones à moindre coût. Il a été observé au cours de nos travaux que la position et le nombre de microphones mis en jeu conditionnait de façon significative les résultats de localisation et de quantification. En basses fréquences, positionner des microphones proches les uns des



autres a tendance à créer des relations de dépendance dégradant le conditionnement de la matrice de propagation. Des techniques de décimation de l'antenne pourraient être développées pour limiter la sensibilité de la solution vis-à-vis du bruit de mesure. Réciproquement, les problèmes de sous-estimation des niveaux en hautes fréquences proviennent du caractère ponctuel de la mesure du champ acoustique dans l'espace. La multiplication du nombre de microphones et l'optimisation de leur positionnement permettra de s'affranchir des techniques de correction des niveaux (en ajoutant un prior de parcimonie spatiale ou en émettant des hypothèses sur la directivité des sources). L'optimisation du positionnement des microphones pourra être basée sur l'étude du conditionnement de la matrice de propagation [32, 110] mais aussi de la complexité du champ acoustique à caractériser.

De plus, ces travaux ont souligné l'importance de la connaissance précise du modèle de propagation. Un modèle numérique prenant en compte la diffraction des ondes autour de l'objet a été proposé, mais des erreurs de modèles perturbent inévitablement la solution. Une méthode expérimentale simple basée sur les développements proposés en chapitre 5 a permis de calibrer le modèle numérique par des mesures de fonctions de transfert *in situ*. Les résultats de quantification ont été améliorés notamment en hautes fréquences où les erreurs de modèle sont généralement prépondérantes. Une procédure expérimentale simple pourrait être mise en place de manière à calibrer systématiquement le modèle de propagation utilisé. Quelques fonctions de transfert pourraient être mesurées à des endroits singuliers de la structure de l'objet. Une erreur de modèle reflétant le biais entre la mesure et le calcul des fonctions de transfert pourrait alors être estimée et corrigée.

Finalement, les méthodes de Monte-Carlo par chaînes de Markov (et en particulier l'échantillonnage de Gibbs) représentent la perspective la plus évidente suite aux travaux effectués, pour plusieurs raisons.

### **1. Résoudre le problème inverse à partir de mesures séquentielles**

Caractériser la puissance acoustique d'un objet de grande taille requiert généralement de mesurer le champ acoustique séquentiellement. La resynchronisation des signaux mesurés à des instants différents peut entraîner des erreurs significatives sur les résultats. La méthode des références a été utilisée dans le cadre de ces travaux pour resynchroniser ces mesures, mais des hypothèses sur l'exactitude des mesures de référence et sur le nombre de composantes représentant le champ acoustique sont requises. Les méthodes MCMC ont la flexibilité de pouvoir traiter des données manquantes. De plus, dans l'approche empirique proposée, un seul paramètre de régularisation global est calculé pour l'ensemble des données mesurées, alors que chaque microphone possède son propre rapport signal à bruit. Cette particularité peut entraîner des problèmes de régularisation observés en basses fréquences sur la localisation de sources ponctuelles (table 6.1). Nous avons remarqué qu'avec des méthodes MCMC,



il serait possible d'estimer un paramètre de régularisation par antenne ou par microphone.

## 2. Prendre en compte les erreurs de modèle

Lors de l'étude sur les erreurs de modèle, il a été observé que l'estimation de l'hyperparamètre  $\gamma^2$  conditionnait grandement les résultats obtenus. Un modèle hiérarchique permettrait d'estimer ce troisième hyperparamètre, en plus de l'énergie de la source  $\alpha^2$  et du bruit  $\beta^2$ . L'échantillonnage de Gibbs permettrait d'estimer successivement ces valeurs.

## 3. Accéder à la dispersion des résultats

En partie 6.2.5.4, un travail sur l'estimation de l'intervalle de confiance associée à l'estimation de la puissance acoustique a été réalisée par des tirages dans des densités de probabilité connues. La variabilité des estimateurs MAP a donc été successivement propagée vers la quantité d'intérêt. La propagation des incertitudes telle qu'elle a été réalisée dans ces travaux n'est pas tout à fait rigoureuse car les paramètres tirés sont dépendants les uns des autres. En effet, la loi de probabilité du paramètre de régularisation dépend de la valeur tirée dans la loi de l'erreur de modèle. Les méthodes MCMC fournissent, naturellement, l'accès à la dispersion de chacun des paramètres du modèle. Si l'intérêt des industriels vis-à-vis des indicateurs de qualité des résultats se confirme, les méthodes MCMC seront les plus à même d'y répondre.

## 4. Résoudre le problème inverse sur des quantités quadratiques

La solution *quadratique* à partir d'un résultat d'optimisation sur des quantités *linéaires* est disponible par l'approche proposée dans le cadre de cette étude. Notre problème est donc d'une certaine manière mal-posé puisque deux processus de régularisation sont indispensables pour atteindre l'information sur la puissance des sources. Le problème direct pourrait donc être réécrit en définissant comme données quadratiques mesurées la matrice interspectrale des microphones, et en recherchant une cartographie de puissance acoustique. Résoudre ce problème inverse impliquera la minimisation d'une fonction coût fortement non-linéaire dans les paramètres. Les méthodes MCMC permettent de résoudre ce type de problème. Par ailleurs, poser le problème de cette manière donnera la possibilité d'introduire des contraintes de mesures de puissance autour de l'objet afin d'éviter le problème de sous-estimation en hautes fréquences pointé lors de l'état de l'art.

## Troisième partie

# Reconstruction de sources non stationnaires par la méthode d'holographie temps-réel



# Introduction

Dans le milieu industriel, une grande variété de problèmes acoustiques rencontrés est d'origine non stationnaire : le claquement de porte, la montée de régime d'un moteur, le bruit de passage d'un véhicule, d'un train ou d'un avion, le bruit généré par des machines tournantes, etc. Ce troisième chapitre est consacré à la caractérisation acoustique de sources fluctuantes dans le temps. L'étude bibliographique de la section 1.3 a permis d'identifier les verrous scientifiques liés à la reconstruction de champs de pression temporels par imagerie acoustique. Trois stratégies sont proposées dans la littérature pour résoudre ce problème.

La première idée est d'appliquer la méthode classique d'holographie de champ proche telle qu'elle existe et d'utiliser une transformée de Fourier temporelle inverse à la fin du traitement afin d'estimer l'évolution temporelle du champ acoustique au niveau du plan de calcul [24, 59]. Ces techniques ont été présentées en section 1.3.1. La limitation majeure de ce type de méthode est liée à l'utilisation de la transformée de Fourier temporelle qui force à émettre une hypothèse de quasi-stationnarité du champ acoustique par bloc temporel. Par ailleurs, le temps de calcul représente une contrainte non négligeable puisqu'un problème inverse est résolu par composante de nombre d'onde, par bloc temporel et par raie fréquentielle.

La deuxième famille de méthodes consiste à construire un noyau temporel inverse régularisé et de le convoluer aux mesures microphoniques. Le champ de pression au niveau du plan de calcul est directement fourni par le résultat de cette convolution. Le noyau est calculé dans le domaine fréquentiel [61, 62] ou dans celui de Laplace [60, 111] et il est inversé et régularisé de manière globale, sans prendre en compte l'évolution temporelle de l'énergie des signaux mesurés. Cette méthode a l'avantage d'être rapide puisque le noyau est estimé en amont des mesures et la solution se résume à un produit de convolution du noyau avec les mesures. L'inconvénient majeur de la méthode provient du fait que le paramètre de régularisation est fixé *a priori*. Dans le cas où le rapport signal à bruit évolue au cours du temps, le paramètre de régularisation choisi *a priori* est donc non optimal et la solution est potentiellement instable ou sur-régularisée.

Finalement, une méthode basée sur le principe des sources équivalentes a été développée

pour une application en trois dimensions [68, 69]. Cette méthode permet la reconstruction du rayonnement acoustique instantané de sources équivalentes placées à l'intérieur de l'objet d'intérêt : aucune restriction sur la géométrie du problème n'est supposée. Le rayonnement acoustique est modélisé par la convolution entre les sources et une fonction de Dirac. L'algorithme mis en place a un caractère récursif : un problème inverse est à résoudre pour chaque échantillon, et le résultat du problème inverse dépend des solutions trouvées aux échantillons précédents. Cette récursivité implique un temps de calcul important et une sensibilité aux erreurs commises sur les échantillons antérieurs. Par ailleurs, la question de la position et du nombre de sources équivalentes à reconstruire est une question encore ouverte qui conditionne significativement les résultats [54].

La méthode d'holographie de champ proche en temps-réel (RT-NAH) [4] a l'avantage de reconstruire le champ de pression échantillon par échantillon en s'appuyant sur une description du rayonnement acoustique dans le domaine temps-nombre d'onde. Les différentes limitations des méthodes existantes liées à l'utilisation de la transformée de Fourier temporelle sont par conséquent évitées. Les travaux antérieurs ont montré que ce problème a la particularité d'être mal-posé. Des méthodes de régularisation ont donc été appliquées [5] mais des instabilités ont été remarquées dans des contextes sévères (en présence d'un faible rapport signal à bruit par exemple). Dans l'optique d'utiliser cette méthode pour des applications industrielles, il semble important de rendre robuste la méthode et donc de travailler sur le processus de régularisation. L'apport de ce travail de thèse est majoritairement basé sur l'introduction du paramètre de régularisation bayésien. En effet, la supériorité de cette méthode par rapport aux autres a été démontrée pour la résolution de problème acoustique stationnaire [18]. Il s'agit donc d'évaluer sa performance sur des cas non stationnaires, numériquement et expérimentalement. Par ailleurs, la méthode RT-NAH a été adaptée pour reconstruire des signaux longs. Le deuxième apport de ce chapitre est la mise à jour de l'estimation du paramètre de régularisation au cours du temps. Une méthode basée sur le principe de l'"overlap and add" est proposée [63]. Un processus de déconvolution par bloc temporel a été développé et validé numériquement.

Des validations expérimentales de la méthode RT-NAH régularisée par méthode bayésienne ont été menées sur le cas de la reconstruction d'un champ émis par une plaque libre-libre excitée localement. Finalement, une application industrielle est proposée. Un groupe motoventilateur a été étudié et des sources tournantes ont été caractérisées.

## Chapitre 7

# Présentation de la méthode d'holographie de champ proche temps-réel

La méthode RT-NAH est une méthode expérimentale qui permet la localisation et la quantification de sources acoustiques fluctuantes dans le temps. Cette méthode a l'avantage de rétro-propager en temps continu le champ de pression mesuré par l'antenne jusqu'au plan d'intérêt. L'usage de la transformée de Fourier spatiale contraint d'utiliser un échantillonnage spatial régulier. Une antenne microphonique à pas inter-microphonique constant est donc nécessaire. Dans le sens direct, la propagation est décrite par une convolution du spectre des nombres d'ondes du champ de pression par une réponse impulsionnelle qui est la solution de l'équation de Helmholtz, dans le domaine temps-nombre d'onde. En vérifiant la condition de rayonnement de Sommerfeld, une expression analytique de la réponse impulsionnelle est proposée. Le produit de convolution peut être remplacé par un produit matriciel mettant en jeu une matrice de la forme de Toeplitz. Un problème inverse classique est résolu pour chaque composante du spectre de nombre d'onde. La solution optimale de ce problème inverse est représentée sous la forme d'une solution régularisée de Tikhonov. Une transformée de Fourier spatiale inverse de la solution est enfin appliquée pour obtenir une évolution temporelle du champ de pression dans le plan de la source. Le synopsis de la méthode est présenté en figure [7.1](#).

La méthode RT-NAH telle qu'elle existe dans la littérature est présentée en sections [7.1](#), [7.2](#) et [7.3](#). Une amélioration de la méthode est proposée en section [7.4](#) pour le traitement de signaux longs. De plus, la méthode est améliorée par l'introduction de la régularisation bayésienne proposée en chapitre [8](#).

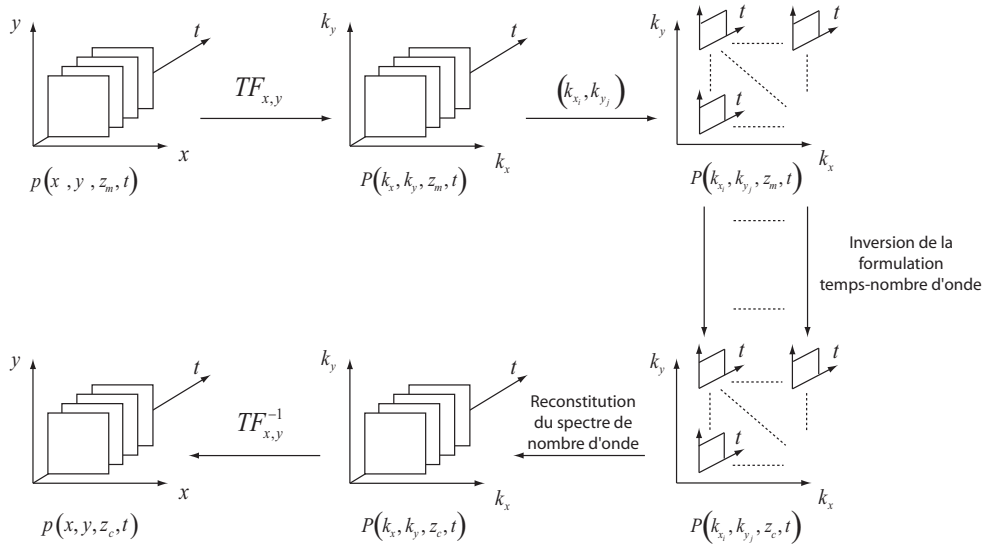


Figure 7.1 – Synopsis de la méthode d'holographie acoustique de champ proche temps réel [3].

## 7.1 Expression de la réponse impulsionnelle dans le domaine temps-nombre d'onde

La description du rayonnement du champ acoustique dans le domaine temps-nombre d'onde a été étudiée pour la première fois par Forbes *et al.* [112]. La réponse impulsionnelle décrivant la propagation entre un plan source et un plan récepteur a été formalisée de manière analytique. La solution s'écrit sous la forme d'un produit de convolution entre les composantes du spectre des nombres d'onde du champ de pression acoustique et cette réponse impulsionnelle. Grulier *et al.* [113] ont proposé une approche très similaire à ces travaux, dans l'optique d'utiliser cette réponse impulsionnelle comme modèle direct à un traitement holographique.

Le problème direct en holographie acoustique temps-réel consiste à propager le spectre des nombres d'onde du plan de calcul  $z_c$  proche du plan source  $z_s$  au plan de mesure  $z_m$  (voir figure 7.2), où  $\Delta z = z_m - z_c$  est la distance de propagation. Cette propagation est réalisée par la convolution du spectre des nombres d'onde instantané  $P(k_x, k_y, z_c, t)$  par la réponse impulsionnelle  $h(k_x, k_y, \Delta z, t)$  :

$$P(k_x, k_y, z_m, t) = P(k_x, k_y, z_c, t) * h(k_x, k_y, \Delta z, t) + B(k_x, k_y, t), \quad (7.1)$$

avec  $k_x$  et  $k_y$  les nombres d'onde suivant les axes  $x$  et  $y$  et  $B(k_x, k_y, t)$  le bruit additif<sup>1</sup> et  $t$  un

1. La notation majuscule permet de différencier les variables exprimées dans le domaine des nombres d'ondes des variables exprimées dans le domaine physique

vecteur temporel de dimensions  $N$ , avec  $N$  le nombre d'échantillons temporels. Le spectre des nombres d'onde instantané  $P(k_x, k_y, z, t)$  est calculé en appliquant une transformée de Fourier spatiale du champ de pression échantillonné spatialement de façon régulière  $p(x, y, z, t)$  :

$$P(k_x, k_y, z, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} p(x, y, z, t) e^{j(k_x x + k_y y)} dx dy. \quad (7.2)$$

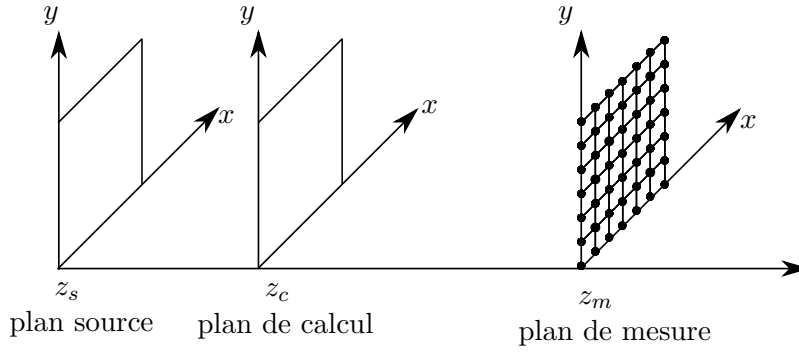


Figure 7.2 – Géométrie du problème

La réponse impulsionnelle est obtenue en résolvant l'équation de Helmholtz dans le domaine des nombres d'onde :

$$\frac{\partial^2 P(k_x, k_y, z, t)}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 P(k_x, k_y, z, t)}{\partial t^2} - (k_x^2 + k_y^2) P(k_x, k_y, z, t) = 0, \quad (7.3)$$

avec  $c$  la célérité des ondes acoustiques. La résolution de cette équation mène à une réponse impulsionnelle analytique dont les développements mathématiques sont détaillés en [2,3,113] :

$$h(\Omega_r, \tau, t) = \delta(t - \tau) - g(\Omega_r, \tau, t), \quad (7.4)$$

avec  $\delta(t - \tau)$  la fonction de Dirac, et

$$g(\Omega_r, \tau, t) = \tau \Omega_r^2 \frac{J_1(\Omega_r \sqrt{t^2 - \tau^2})}{\Omega_r \sqrt{t^2 - \tau^2}} \Gamma(t - \tau), \quad (7.5)$$

avec  $\tau = (\Delta z)/c$  le retard de propagation,  $\Omega_r = c\sqrt{k_x^2 + k_y^2}$  la pulsation de transition,  $J_1$  la fonction de Bessel de première espèce et d'ordre 1 et  $\Gamma(t)$  la fonction de Heaviside.

Un exemple de réponse impulsionnelle est présentée en figure 7.3.



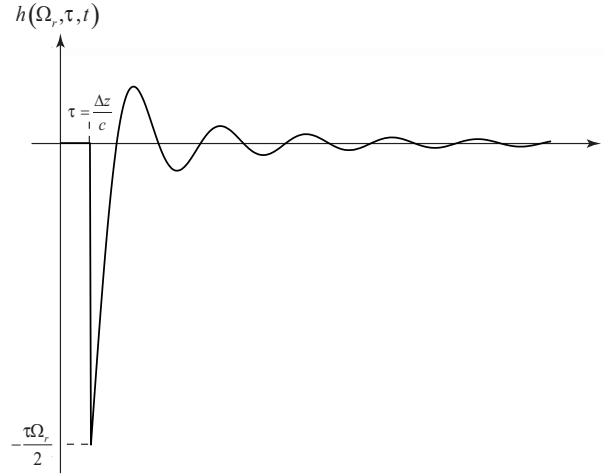


Figure 7.3 – Réponse impulsionnelle  $h(\Omega_r, \tau, t)$ .

## 7.2 Traitement de la réponse impulsionnelle

Les mesures microphoniques sont en pratique échantillonnées à des instants réguliers  $t = n\Delta t$ , avec  $n = 1, 2, \dots, N$ . Le problème direct présenté en équation 7.1 est remplacé par sa version discrète :

$$P(k_x, k_y, z_m, n\Delta t) = P(k_x, k_y, z_c, n\Delta t) * h(k_x, k_y, \Delta z, n\Delta t) + B(k_x, k_y, n\Delta t). \quad (7.6)$$

L'échantillonnage numérique de la réponse impulsionnelle entraîne des distorsions en phase et en module de la réponse et des traitements spécifiques doivent être mis en place pour limiter les erreurs. Il a été montré que ces erreurs étaient amplifiées avec l'augmentation de la distance séparant le plan de mesure et le plan de calcul. De la même façon, une augmentation de l'erreur a été remarquée lorsque la fréquence de transition délimitant les composantes propagatrices et évanescentes du champ de pression augmentait [2]. Les traitements proposés utilisent des processus de sur-échantillonnage et de filtrage de la réponse impulsionnelle. Dans les précédentes études, le calcul et les traitements de la réponse impulsionnelle ont été validés par comparaison avec le propagateur holographique calculé dans l'espace fréquence - nombre d'onde. Le traitement retenu pour les développements de cette thèse est l'échantillonnage moyenné de la réponse impulsionnelle. Parmi tous les traitements proposés par les études antérieures, celui-ci semble donner les résultats les plus exacts. Ce traitement consiste à remplacer la fonction continue de  $g(t)$  donnée en équation 7.5 par un échantillonnage moyenné

$\bar{g}[n]$  égale à la valeur moyenne de  $g(t)$  :

$$\bar{g}[n] = \frac{1}{\Delta t} \int_{n\Delta t - \frac{\Delta t}{2}}^{n\Delta t + \frac{\Delta t}{2}} g(t) dt. \quad (7.7)$$

Cette intégrale est estimée numériquement par la méthode des trapèzes.

### 7.3 Processus de déconvolution dans le domaine temps-nombre d'onde

Si le système est causal et que l'entrée du signal débute à  $t = 0$ , alors le problème direct échantillonné de l'équation 7.6 peut s'écrire sous la forme d'une somme discrète, pour un couple  $k_x, k_y$  :

$$P(z_m, n\Delta t) = \sum_{m=0}^n P(z_c, m\Delta t) h(\Delta z, n\Delta t - m\Delta t) + B(n\Delta t). \quad (7.8)$$

Cette somme peut être exprimée sous forme matricielle :

$$\mathbf{P}_{z_m} = \mathbf{H}_{\Delta z} \mathbf{P}_{z_c} + \mathbf{B}, \quad (7.9)$$

où les vecteurs  $\mathbf{P}_{z_m}$  et  $\mathbf{P}_{z_c}$  sont respectivement les spectres instantanés mesurés sur le plan de l'antenne  $z_m$  et sur le plan de calcul  $z_c$  pour un couple  $k_x, k_y$  et la matrice  $\mathbf{H}_{\Delta z}$  est une matrice triangulaire inférieure de Toeplitz. D'après l'équation 7.5, la réponse impulsionnelle est nulle pour  $t < \tau$ , ce qui correspond au temps d'arrivée des ondes du plan de calcul au plan de mesure. En considérant  $n_\tau$  le plus petit échantillon pour lequel  $\tau \leq n_\tau \times T_e$ , où  $T_e$  est la période d'échantillonnage, l'équation 7.9 se développe :

$$\begin{bmatrix} P_{z_m}(n_\tau) \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ P_{z_m}(N-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{\Delta z}(n_\tau) & 0 & \dots & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & & & \ddots & 0 \\ h_{\Delta z}(N-1) & \dots & \dots & \dots & h_{\Delta z}(n_\tau) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{z_c}(0) \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ P_{z_c}(N-1-n_\tau) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B(0) \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ B(N-1-n_\tau) \end{bmatrix}. \quad (7.10)$$

La matrice  $\mathbf{H}_{\Delta z}$  étant mal conditionnée, des outils de régularisation sont utilisés dans le but de stabiliser la solution aux perturbations des données d'entrée lors de son inversion.

La formulation du problème au sens des moindres carrés estime une solution  $\mathbf{P}_{z_c}$  à partir

du modèle de propagation  $\mathbf{H}_{\Delta z}$  et des mesures  $\mathbf{P}_{z_m}$  :

$$\mathbf{P}_{z_c} = \underset{\|\mathbf{P}_{z_c}\|}{\text{Argmin}} \|\mathbf{P}_{z_m} - \mathbf{H}_{\Delta z} \mathbf{P}_{z_c}\|_2^2. \quad (7.11)$$

Comme énoncé dans les chapitres précédents, la formulation du problème au sens de Tikhonov introduit un paramètre de régularisation  $\eta^2$  qui est calculé en établissant un compromis entre la fidélité aux données mesurées et une fidélité à une certaine information *a priori* [77]. La fonctionnelle à minimiser devient alors [9, 114] :

$$\mathbf{P}_{z_c} = \underset{\|\mathbf{P}_{z_c}\|}{\text{Argmin}} \left( \|\mathbf{P}_{z_m} - \mathbf{H}_{\Delta z} \mathbf{P}_{z_c}\|_2^2 + \eta^2 \|\mathbf{C} \mathbf{P}_{z_c}\|_2^2 \right), \quad (7.12)$$

avec  $\mathbf{C}$  un opérateur de contrainte correspondant à l'information a priori que l'on a sur la solution. En décomposant la matrice des fonctions de transfert en valeurs propres, en posant  $\mathbf{C} = \mathbf{I}$  et en minimisant la fonctionnelle 7.12 l'estimation de la solution devient :

$$\mathbf{P}_{z_c}^\eta = \mathbf{V} \left[ \frac{\mathbf{s}}{\mathbf{s}^2 + \eta^2} \right] \mathbf{U}^H \mathbf{P}_{z_m}, \quad (7.13)$$

avec  $\mathbf{P}_{z_c}^\eta$  la solution régularisée,  $\mathbf{V}$  et  $\mathbf{U}$  les matrices singulières issues de la décomposition de la matrice de Toeplitz.

Une transformée de Fourier spatiale inverse de la solution régularisée donnée par l'équation 7.13 permet finalement d'estimer le champ de pression dans le domaine espace-temps.

## 7.4 Reconstruction de signaux longs

La matrice de Toeplitz  $\mathbf{H}_{\Delta z}$  est une matrice carrée de taille  $(N - n_\tau) \times (N - n_\tau)$ , avec  $N - n_\tau$  le nombre total d'échantillons à reconstruire par méthode inverse. Si le phénomène physique est caractérisé par une durée longue, de l'ordre de la seconde par exemple, la résolution du problème demandera des capacités de stockage et de calcul considérables. Quand bien même l'utilisateur aurait une capacité de mémoire illimitée, la régularisation des valeurs singulières est faite de manière globale sur une durée de signal très importante. Dans le cas où le signal acoustique à reconstruire présente des non stationnarités marquées, l'estimation de la régularisation globale prend en compte un rapport signal à bruit moyenné dans le temps. L'objectif de cette partie est de déconvoluer les pressions mesurées par bloc. Pour chaque couple  $(k_x, k_y)$ , un noyau temporel est construit à partir de l'opérateur de propagation sous une forme tronquée. La décomposition en valeurs singulières de ce noyau est effectuée en



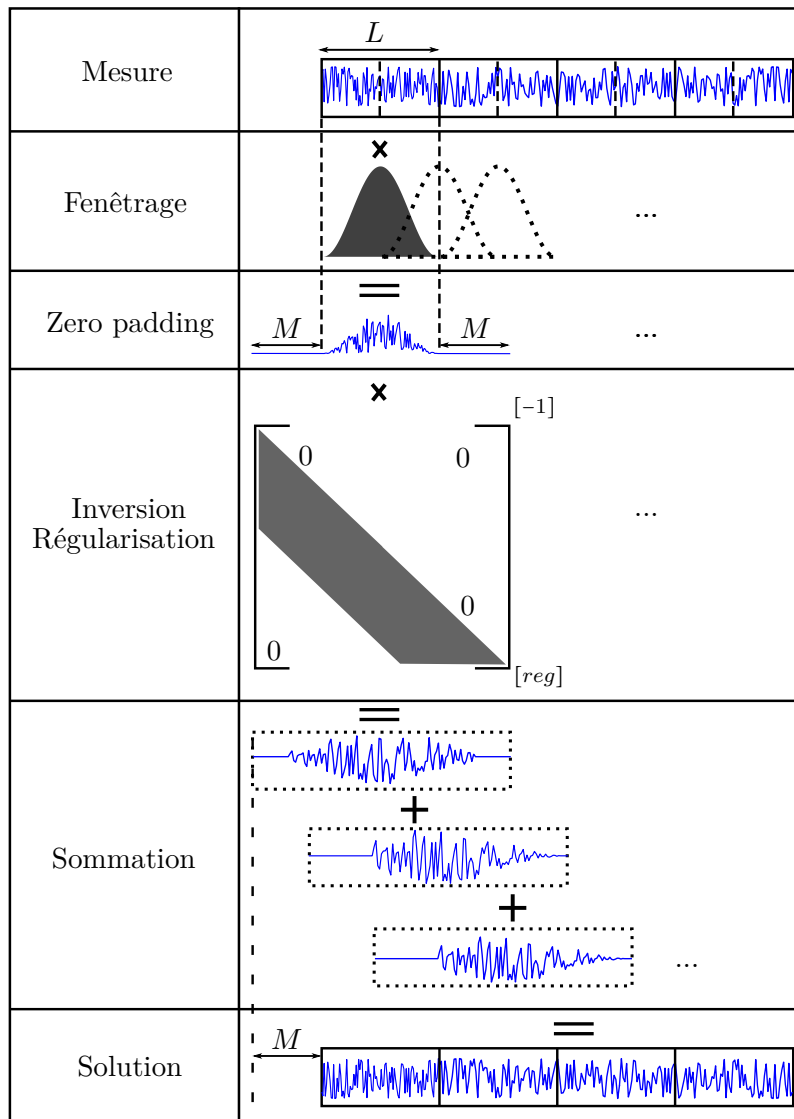


Figure 7.4 – Méthode de déconvolution par bloc

## Chapitre 8

# Régularisation bayésienne appliquée à la méthode RT-NAH

En holographie stationnaire, des méthodes de filtrage spatial ont été mises en œuvre pour séparer les composantes propagatives des ondes évanescentes afin de stabiliser la solution du problème inverse. Dans le cas non stationnaire, cette distinction ne peut pas clairement se faire, et des méthodes de régularisation aveugles ont été proposées. La solution du problème inverse est écrite sous une forme régularisée de Tikhonov. Les deux méthodes d'estimation du paramètre de régularisation les plus employées sont appelées « méthode de la courbe en L » (LCV) et « méthode de validation croisée généralisée » (GCV). En partie 4.2.3, le paramètre de régularisation a été évalué par une méthode bayésienne empirique dans le cas de la reconstruction de sources stationnaires. Des études numériques et expérimentales ont été menées afin de comparer les performances de chacune des méthodes d'estimation du paramètre de régularisation dans le cas de la reconstruction de sources non stationnaires par méthode RT-NAH.

### 8.1 Estimation du paramètre de régularisation bayésien dans le cas de signaux non stationnaires

La règle de Bayes utilisée en équation 4.6 est appliquée afin d'estimer le spectre des nombres d'onde du champ de pression au niveau du plan de calcul :

$$[\mathbf{P}(z_c)|\mathbf{P}(z_m)] = \frac{[\mathbf{P}(z_m)|\mathbf{P}(z_c)][\mathbf{P}(z_c)]}{[\mathbf{P}(z_m)]}. \quad (8.1)$$

Pour les mêmes raisons que celles énoncées en partie 4.1.3 pour le cas stationnaire, les erreurs expérimentales liées au bruit de mesure sont modélisées par une distribution normale centrée complexe  $\mathcal{N}_c(0, \beta^2 \mathbf{\Omega}_b)$  avec  $\beta^2$  la puissance moyenne du bruit et  $\mathbf{\Omega}_b$  une matrice de structure connue introduite précédemment. Le bruit dans le domaine des nombres d'onde

est considéré comme indépendant et identiquement distribué entre couple  $(k_x, k_y)$  et blanc temporellement. La fonction de vraisemblance  $[\mathbf{P}(z_m)|\mathbf{P}(z_c)]$  est une densité de probabilité qui dépend des erreurs liées au bruit de mesure. La densité de la fonction de vraisemblance suit donc une loi gaussienne. Sa moyenne est déduite du problème direct de l'équation 7.9 :

$$[\mathbf{P}(z_m)|\mathbf{P}(z_c), \beta^2] = \mathcal{N}(\mathbf{H}(\Delta z)\mathbf{P}(z_c), \beta^2\mathbf{\Omega}_b). \quad (8.2)$$

La distribution a priori permet d'introduire le fait que les sources rayonnent comme des bruits blancs d'une puissance acoustique  $\alpha^2$ . Aucune connaissance *a priori* sur la localisation approximative de la source, sur la corrélation temporelle des sources, sur la cohérence des sources, ou sur le nombre des sources n'a été retenu dans le cadre de cette partie. De façon similaire à l'étude de la reconstruction de champ stationnaire, une densité suivant une loi gaussienne complexe a été choisie :

$$[\mathbf{P}(z_c)|\alpha^2\mathbf{\Omega}_s] = \mathcal{N}_c(\mathbf{0}, \alpha^2) = \frac{1}{\pi^M \alpha^{2M} |\mathbf{\Omega}_s|} \exp\left(-\frac{\|\mathbf{P}(z_c)\|_{\mathbf{\Omega}_s}^2}{\alpha^2}\right), \quad (8.3)$$

avec  $\mathbf{\Omega}_s$  une matrice de structure permettant de modéliser la corrélation temporelle des sources dans le domaine temps-nombre d'onde. Dans le cas présent, la matrice identité est utilisée.

Comme les hypothèses admises sont les mêmes que celles établies en partie 4.2, l'estimateur du maximum a posteriori des sources peut se déduire de l'équation 4.29. Par identification, la solution est écrite sous la forme régularisée de Tikhonov, donnée par l'équation 7.13. De plus, le paramètre de régularisation  $\eta^2$  est aussi déduit par identification de l'équation 4.31, obtenue par marginalisation de la densité de probabilité jointe  $[\alpha^2, \beta^2|\mathbf{P}(z_m)]$  :

$$[\eta^2|\mathbf{P}(z_m)] \propto \left( \eta^2 \left( \sum_{k=1}^M \frac{|\mathbf{U}_k^H \mathbf{P}(z_m)|^2}{s_k^2 + \eta^2} \right)^{M-2} \prod_{k=1}^M (s_k^2 + \eta^2) \right)^{-1}. \quad (8.4)$$

L'estimateur donné par le maximum a posteriori du paramètre de régularisation est alors déterminé par la minimisation de la fonction coût  $J$  :

$$\eta_{MAP}^2 = \text{Argmin}(J(\eta^2)) \quad (8.5)$$

avec

$$J = \sum_{k=1}^N \ln(s_k^2 + \eta^2) + (M-2) \ln \alpha^2, \quad (8.6)$$

et

$$\alpha^2 = \frac{1}{M} \sum_{k=1}^M \frac{|\mathbf{U}_k^H \mathbf{P}(z_m)|^2}{s_k^2 + \eta^2}. \quad (8.7)$$

On peut aussi en déduire  $\beta^2 = \alpha^2 \times \eta^2$ .

## 8.2 Comparaison numérique des méthodes de régularisation

Afin de comparer la performance des trois types de méthodes d'estimation du paramètre de régularisation, une étude numérique a été menée. Des études similaires ont été présentées dans le cas de la reconstruction de sources stationnaires [12, 16]. Il a été montré que le paramètre de régularisation bayésien était optimal vis-à-vis des erreurs de reconstruction du champ acoustique, et ce pour différentes distances de rétropropagation, différents niveaux de bruit et différentes fréquences [18]. Il s'agira de s'inspirer de ces travaux afin d'étudier le paramètre bayésien dans le cas de sources non stationnaires.

La procédure numérique consiste à faire propager une source monopolaire  $s$  du plan source  $z_s$  au plan de calcul  $z_c$ , par une propagation en champ libre d'une source monopolaire. Cette source non stationnaire est un signal présentant une modulation linéaire de fréquence autour de la fréquence centrale de  $1000\text{Hz}$  présenté en figure 8.1. Elle est positionnée en  $(0.2, 0.4, 0)$ , et son amplitude est modulée par une gaussienne. Ce signal a été échantillonné à une fréquence de  $16000\text{Hz}$  et est décrit par 256 échantillons. Le champ de pression émis au niveau du plan de calcul est discrétisé en 49 points répartis régulièrement dans l'espace selon un pas de  $0.1m$ , soit une envergure totale de  $0.6m \times 0.6m$ . Ce champ de pression est le champ de référence que l'on souhaite rétro-propager par la méthode RT-NAH. Une transformée de Fourier spatiale est effectuée, et la propagation du spectre des nombres d'onde au niveau du plan  $z_c$  jusqu'au plan  $z_m$  est modélisée par une convolution avec la réponse impulsionnelle présentée en équation 7.4. Le spectre des nombres d'onde ainsi obtenu au niveau du plan de l'antenne est bruité dans le domaine espace-temps. La déconvolution a été effectuée sur la totalité du signal et la méthode de déconvolution par bloc n'a pas été utilisée dans le cadre de cette étude. La configuration est présentée en figure 8.2. Cette modélisation numérique est volontairement similaire à ce qui a été effectué dans la littérature [4, 5].

Afin de pouvoir évaluer de manière objective les résultats obtenus par les différentes régularisations, deux indicateurs sont introduits. Le premier indicateur, noté  $T_1$ , est représentatif



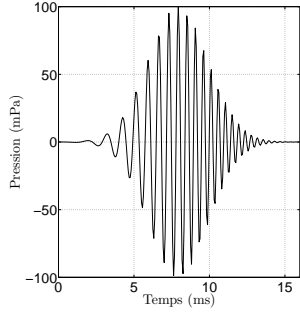


Figure 8.1 – Signal de test

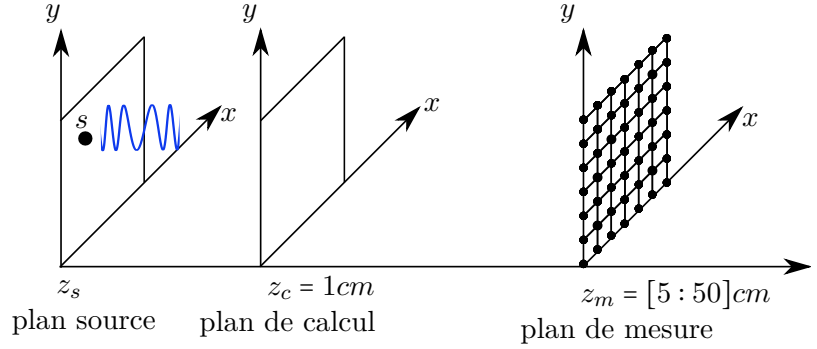


Figure 8.2 – Configuration géométrique

de la bonne reconstruction en phase du champ de pression au niveau du plan  $z_c$  [3] :

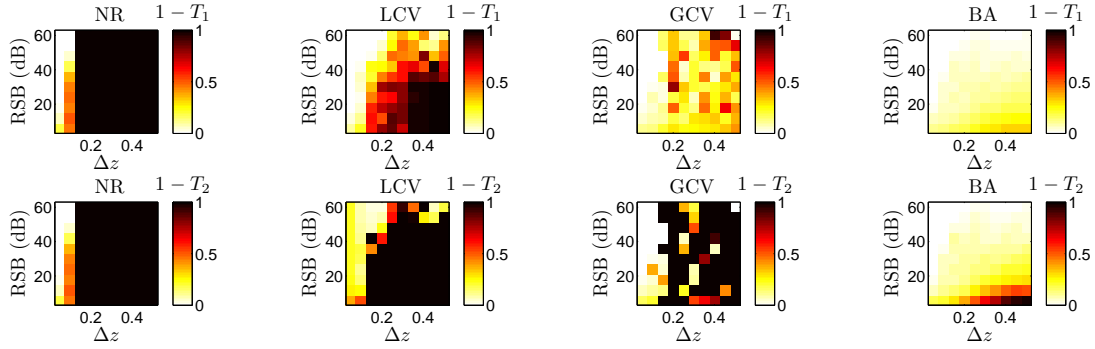
$$T_1^{ij} = \frac{\langle \mathbf{p}(x_i, y_j, z_c, t) \tilde{\mathbf{p}}(x_i, y_j, z_c, t) \rangle_t}{\sqrt{\langle \mathbf{p}^2(x_i, y_j, z_c, t) \rangle_t \langle \tilde{\mathbf{p}}^2(x_i, y_j, z_c, t) \rangle_t}}, \quad (8.8)$$

où  $\langle \rangle_t$  désigne la valeur moyenne sur le temps,  $\mathbf{p}(x_i, y_j, z_c, t)$  le vecteur temporel du champ de pression de référence au point  $(x_i, y_j)$  et  $\tilde{\mathbf{p}}(x_i, y_j, z_c, t)$  le signal rétro-propagé. Le deuxième indicateur, noté  $T_2$ , est le rapport entre les valeurs efficaces des signaux. Il reflète la bonne reconstruction des amplitudes des signaux :

$$T_2^{ij} = \sqrt{\frac{\langle \tilde{\mathbf{p}}^2(x_i, y_j, z_c, t) \rangle_t}{\langle \mathbf{p}^2(x_i, y_j, z_c, t) \rangle_t}}. \quad (8.9)$$

Leurs valeurs sont égales à 1 lorsque la reconstruction est optimale. Les performances des différentes méthodes d'estimation du paramètre de régularisation ont été testées sur un large domaine d'observation. La position de l'antenne varie de  $5\text{cm}$  à  $50\text{cm}$ , et le RSB est fixé de  $5\text{dB}$  à  $60\text{dB}$ . Pour chaque distance et chaque valeur de RSB, 10 tirages aléatoires du bruit de mesure permettent d'estimer le champ de pression au niveau du plan de calcul. Les indicateurs  $1 - T_1$  et  $1 - T_2$  sont présentés en figure 8.3, calculées en utilisant, successivement de gauche à droite, la solution non régularisée, la solution calculée par LCV, GCV et la solution bayésienne. Il a été choisi de présenter  $1 - T_1$  et  $1 - T_2$  plutôt que  $T_1$  et  $T_2$  pour des raisons de lisibilité : une valeur de zéro traduit une reconstruction parfaite. Ces indicateurs ont été moyennés sur les 10 tirages aléatoires, et moyennés sur l'ensemble de l'espace de calcul. Pour des raisons de lisibilité, les valeurs supérieures à 1 sont écrêtées : pour un certain nombre de couples de paramètres, les indicateurs peuvent atteindre des valeurs très importantes liées à la sensibilité de la solution du problème inverse.

Ces résultats montrent que toutes les solutions sont acceptables lorsque la source est suf-



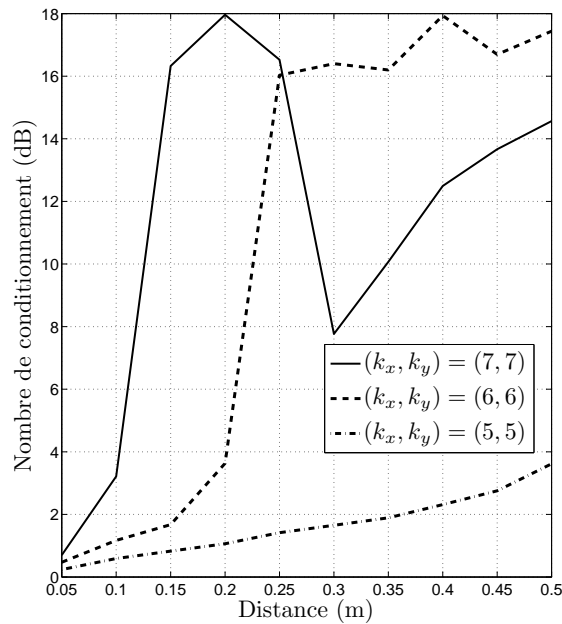
**Figure 8.3** – Indicateurs  $1 - T_1$  (en haut) et  $1 - T_2$  (en bas) moyennés sur 10 tirages aléatoires et moyennés spatialement sur le plan de calcul. De gauche à droite, les indicateurs de la solution non régularisée, de la solution calculée par LCV, GCV et le critère Bayésien

fisamment proche de l’antenne, quel que soit le niveau de bruit appliqué. Pour des distances de rétro-propagation plus importantes, la solution non-régularisée devient instable. Plus la distance de rétro-propagation est grande, plus le nombre de conditionnement de la matrice de Toeplitz est grand. La figure 8.4 présente l’évolution du nombre de conditionnement (défini comme le rapport de la valeur singulière maximale sur la valeur singulière minimale) en fonction de la distance de rétro-propagation pour les trois couples  $(k_x, k_y)$ . Cette remarque explique la dégradation des résultats donnés par LCV et GCV : une amplification très importante des niveaux est observée entre 0.2m et 0.5m où l’indicateur  $1 - T_2$  prend des valeurs plus grande que 1. La corrélation représentée par l’indicateur  $T_1$  semble correcte malgré cela : les niveaux sont très amplifiés mais les signaux conservent une bonne information en phase. Finalement, pour la majeure partie du domaine couvert, la solution bayésienne donne des résultats satisfaisants. Néanmoins, un léger déphasage est remarqué pour des cas où le niveau de bruit est élevé. Il est intéressant d’observer que la méthode de régularisation bayésienne donne la possibilité d’améliorer la méthode RT-NAH dans des cas où les autres méthodes divergent. Cette information est utile puisque certaines conditions industrielles ne permettent pas un accès facile aux abords du plan de la source.

Un tirage du signal temporel reconstruit aux coordonnées  $(0.2, 0.4)m$  par les quatre méthodes est présenté en figure 8.5. Ce cas favorable ( $\Delta z = 9cm$ ,  $RSB = 40dB$ ) illustre la bonne reconstruction du signal par les quatre méthodes.

La figure 8.6 présente un cas sévère pour l’holographie de champ proche puisqu’une distance de 40cm sépare l’antenne du plan source. Le rapport signal-à-bruit est fixé à 40dB.

Dans ce cas, la solution non-régularisée diverge à partir d’une dizaine d’échantillons, et les méthodes LCV et GCV présentent une instabilité très forte elles aussi. Ce cas illustre le caractère mal-posé du problème inverse : une petite variation en entrée entraîne une forte

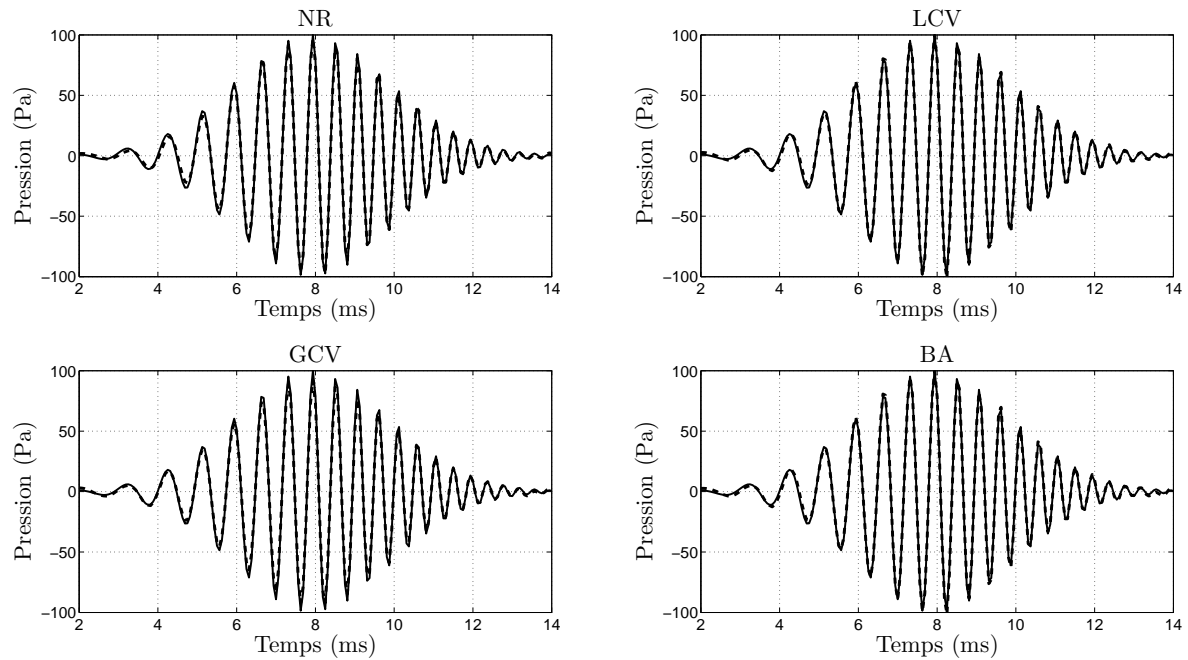


**Figure 8.4** – Evolution du nombre de conditionnement en fonction de la distance de rétro-propagation, pour trois couples  $(k_x, k_y)$ . Le couple  $(7, 7)$  correspond au couple ayant le plus haut nombre d'onde.

variation en sortie. Seule la solution bayésienne reconstruit le signal de façon satisfaisante.

Cette même simulation a été répétée avec une configuration présentant 3 sources monopolaires. Le plan source est composé de trois sources positionnées en  $[0.1; 0.4]m$ ,  $[0.2; 0.5]m$  et  $[0; 0.2]m$ , respectivement des signaux modulés autour des fréquences centrales 600Hz, 1000Hz et 1500Hz. La figure 8.7 présente les indicateurs  $1 - T_1$  et  $1 - T_2$  pour les mêmes paramètres que la précédente étude.

Ces résultats confirment les tendances observées sur le cas de la rétro-propagation d'une source. La régularisation bayésienne semble beaucoup plus robuste vis-à-vis du bruit additif ainsi qu'à une augmentation de la distance de rétro-propagation. Il est aussi important de noter que la solution bayésienne est dégradée par rapport à LCV et GCV en termes d'amplitude dans quelques cas pour lesquels la distance de rétro-propagation est faible et de RSB élevé.



**Figure 8.5** – Reconstruction du signal à une distance de 10cm avec un rapport signal à bruit de 40dB. Le signal de référence est présenté en ligne pleine et les signaux reconstruits successivement de gauche à droite et de bas en haut sans régularisation, par méthode L-Curve, GCV et bayésienne en traits pointillés.

### 8.3 Évolution du paramètre de régularisation au cours du temps

En section 7.4, une méthode permettant de reconstruire des signaux longs a été proposée. Les signaux de mesures sont découpés en petits blocs et le processus d'inversion est répété pour chaque bloc. Le premier avantage de cette méthode est la possibilité de limiter la taille de la matrice à inverser. L'objectif de cette partie est de montrer l'intérêt de mettre à jour le paramètre de régularisation par bloc, au cours du temps.

La procédure numérique est la même que précédemment. La distance de rétro-propagation est fixée à  $\Delta_z = 19\text{cm}$ , et une source placée à  $(0.2, 0.4)\text{m}$  est émise, d'une fréquence centrale de  $2000\text{Hz}$ . Un RSB de 10dB est appliqué. 512 échantillons ont été utilisés pour discrétiser ce signal, ce qui correspond à la taille maximale admise par le logiciel de simulation Scilab utilisé dans ce cas d'étude. Tout d'abord, le champ de pression a été reconstruit par la méthode RT-NAH et régularisée par méthode bayésienne par inversion de la matrice pleine de taille  $512 \times 512$ . Dans ce cas, une seule inversion est requise et un seul paramètre de régularisation est calculé de manière globale pour tous les échantillons temporels. Par ailleurs, il est

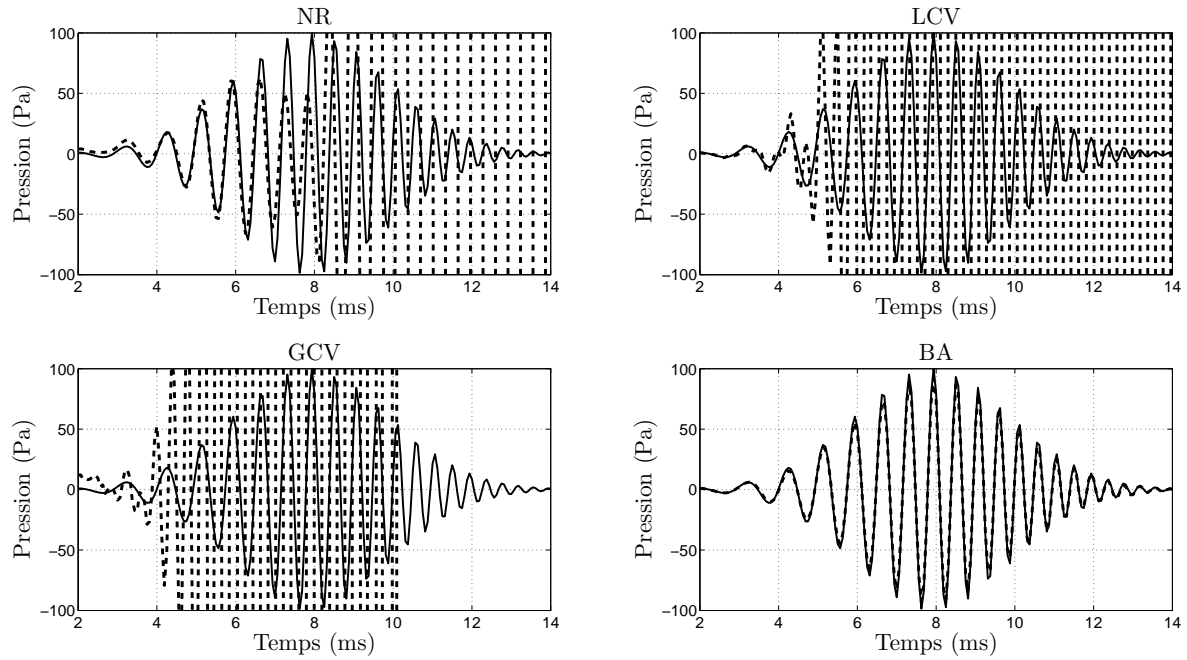


Figure 8.6 – Reconstruction du signal à une distance de 40cm avec un rapport signal à bruit de 40dB. Le signal de référence est présenté en ligne pleine et les signaux reconstruits successivement de gauche à droite et de bas en haut sans régularisation, par méthode L-Curve, GCV et bayésienne en traits pointillés.

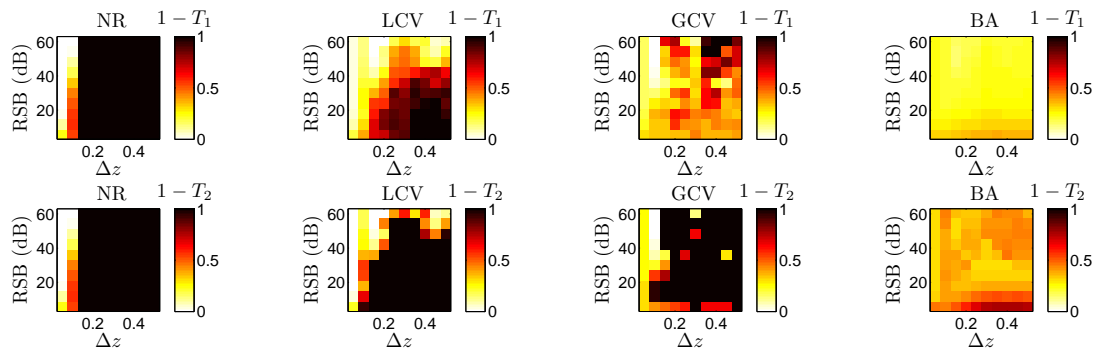
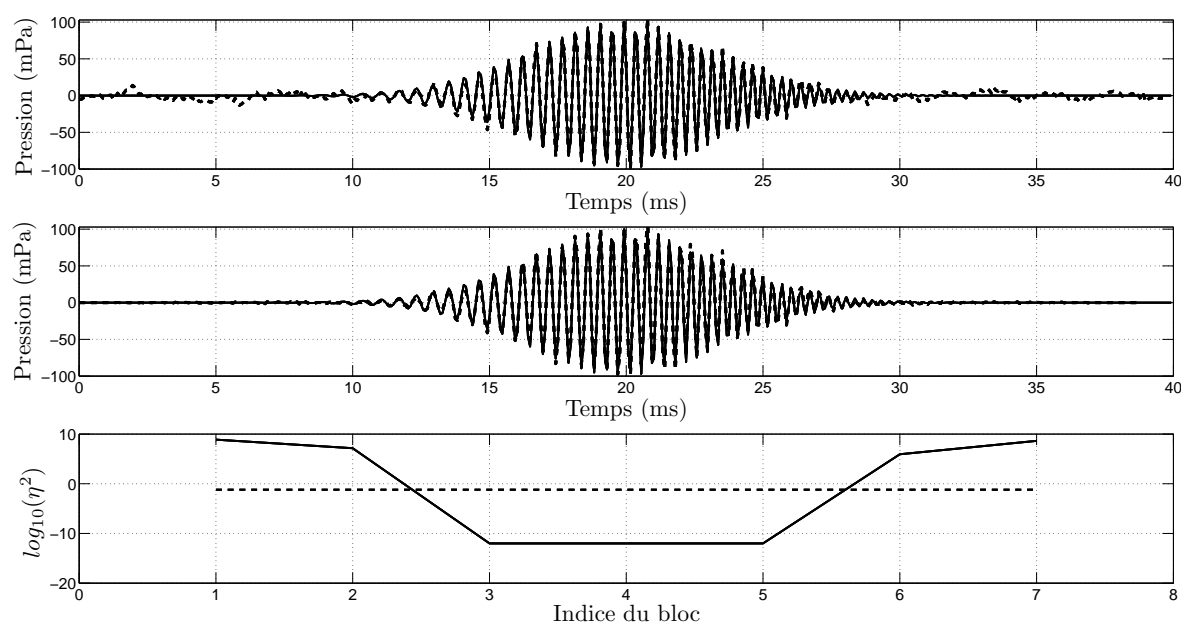


Figure 8.7 – Indicateurs  $1 - T_1$  (en haut) et  $1 - T_2$  (en bas) moyennés sur 10 tirages aléatoires et moyennés spatialement sur le plan de calcul. De gauche à droite, les indicateurs de la solution non régularisée, de la solution calculée par LCV, GCV et le critère bayésien pour une reconstruction d'un champ constitué de trois sources.

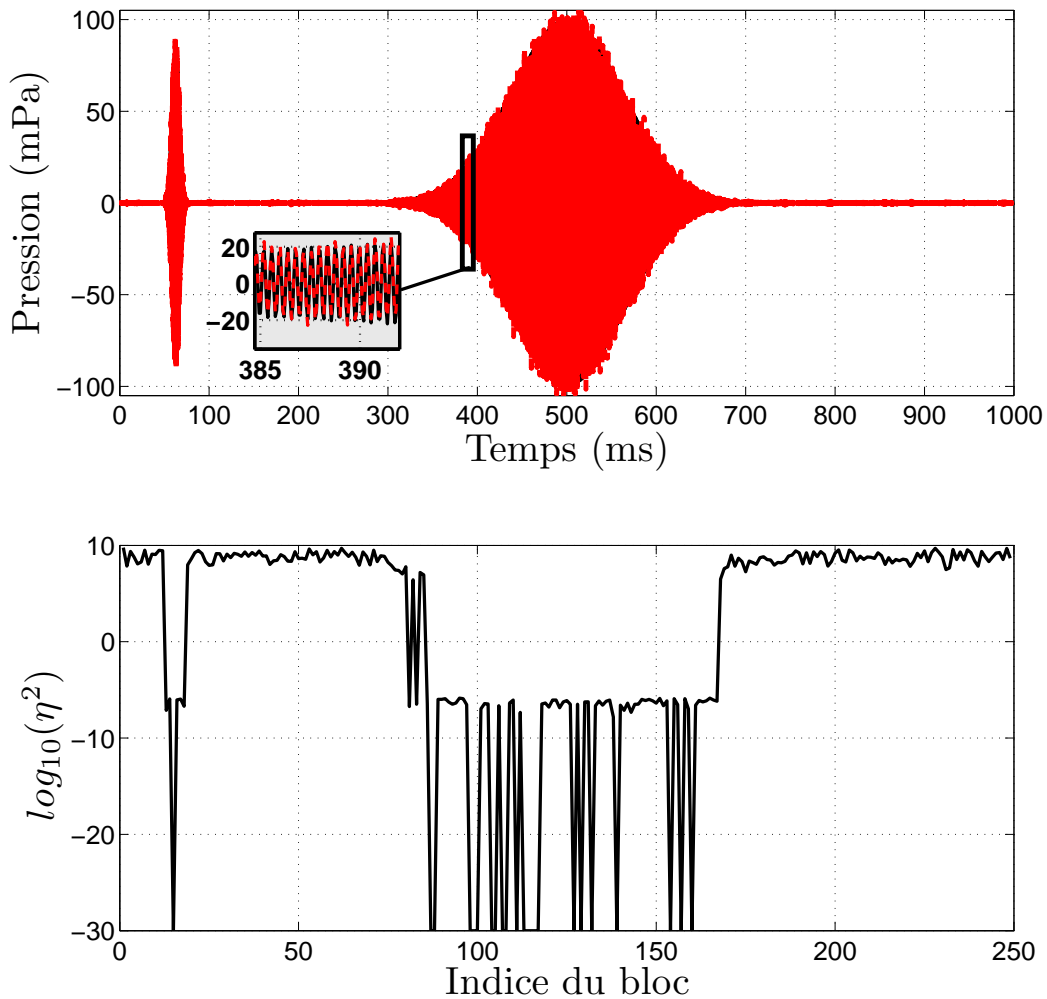
important de noter que la décroissance de la réponse impulsionnelle est très bien décrite avec 512 échantillons. Pour ce même cas d'étude, la méthode de reconstruction de signaux longs a été appliquée. Le signal temporel mesuré a été découpé en 5 blocs de 128 échantillons, et un recouvrement de 50% est considéré. Cette méthode nous permet de limiter la taille de la matrice à inverser mais tronque la réponse impulsionnelle à 128 échantillons. Sa décroissance est

donc moins bien décrite que dans le premier cas. Par ailleurs, le paramètre de régularisation est recalculé pour chaque bloc. Les résultats de cette reconstruction sont présentés en figure 8.8.



**Figure 8.8** – Reconstruction du signal temporel par déconvolution globale (en haut) et par déconvolution par bloc (au milieu), et évolution des valeurs du paramètre de régularisation (en bas) calculées par déconvolution globale (en traits pointillés) et par déconvolution par bloc (en trait plein). Un bloc a une durée de 10ms, et la valeur du paramètre de régularisation est présentée à la position centrale de la fenêtre.

Ce cas d'étude permet de souligner l'importance de la mise à jour de la régularisation au cours du temps. La reconstruction du signal par déconvolution par bloc est moins sensible au bruit de mesure, ce qui est significatif lorsque le rapport signal à bruit est faible (au début et à la fin du signal). En effet, la valeur du paramètre de régularisation varie en fonction du bloc à reconstruire. Comme prévu, sa valeur est importante lorsque le niveau de signal est faible et au contraire faible lorsque le signal est énergétique. La figure 8.9 appuie ces propos. Elle présente la reconstruction d'un signal synthétisé d'une durée d'une seconde dans les mêmes conditions que le précédent exemple. La reconstruction est effectuée par 125 blocs de 128 échantillons (équivalent à 10ms). La reconstruction est satisfaisante, tant pour le signal impulsionnel à 50ms que pour le long signal présent entre 300ms et 700ms. La méthode proposée permet donc de reconstruire des signaux longs, en mettant à jour le paramètre de régularisation en temps réel.



**Figure 8.9** – Reconstruction du signal temporel par déconvolution par bloc (en haut), et évolution des valeurs du paramètre de régularisation (en bas). La valeur du paramètre de régularisation est présentée à la position centrale de la fenêtre.

Au travers des différentes simulations proposées dans cette section, il a été observé que l’approche bayésienne offrait une estimation du paramètre de régularisation robuste vis-à-vis du bruit additif et de la distance de rétro-propagation. La méthode de déconvolution par bloc mise en oeuvre dans le cadre de nos travaux a permis de traiter des signaux longs et de mettre à jour la valeur du paramètre de régularisation. Bien qu’une réponse impulsionnelle tronquée est utilisée, la solution régularisée par bloc semble plus robuste au bruit. Il s’agira dans la partie suivante d’appliquer ces méthodes à des cas expérimentaux.

## Chapitre 9

# Applications expérimentales

Des investigations expérimentales ont été réalisées dans le but de corroborer les résultats obtenus par la simulation. Il s'agit dans un premier temps de valider la méthode RT-NAH sur un cas académique consistant à reconstruire un champ de pression rayonné par une plaque excitée localement. La méthode a ensuite été appliquée à la caractérisation d'un groupe motoventilateur.

### 9.1 Reconstruction d'un champ de pression émis par une plaque

Le rayonnement acoustique généré par une plaque excitée ponctuellement est un cas de validation largement utilisé dans la communauté de l'imagerie acoustique [22]. Dans ce cas, la base de représentation spatiale optimale vis-à-vis de la qualité de reconstruction est la base d'ondes planes. La méthode RT-NAH a été appliquée sur un cas de plaque mince en acier. Il s'agit dans cette étude de reconstruire le champ rayonné à 1cm du plan de la plaque. La génération de l'excitation non stationnaire est effectuée par un pot vibrant placé en amont de la plaque. Une tige rigide assure la liaison entre la peau du pot vibrant et la plaque. Le point d'excitation est positionné en  $(0.4, 0.2)m$ , et le signal injecté est présenté en figure 9.1. La géométrie de l'antenne est identique à celle de l'étude numérique : 49 microphones sont répartis régulièrement sur une antenne carrée de 0.6m de coté. Le pas inter-microphonique est de 0.1m. Le plan de calcul sur lequel est rétropropagé le champ acoustique a les mêmes dimensions.

Ce signal est généré par un ordinateur et est donc répétable pour les différentes passes de mesures. La plaque est montée sur un support rigide et maintenue par des tendeurs de manière à découpler les vibrations générées entre la plaque et la structure. Finalement, un capotage du pot vibrant a été appliqué pour ne pas être gêné par des sources acoustiques perturbatrices.

La première étape est de mesurer le champ de référence en  $z = z_c = 0.01m$  généré par la



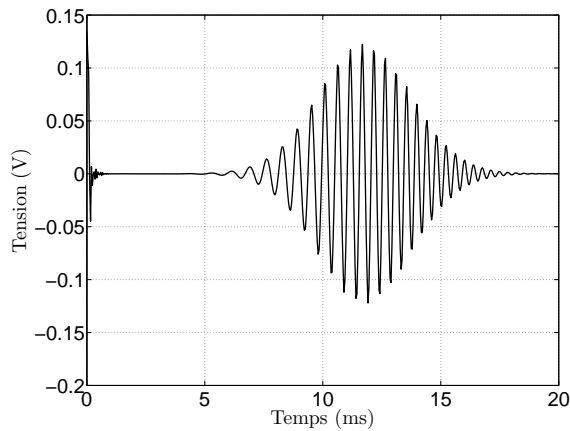


Figure 9.1 – Signal injecté au pot vibrant



Figure 9.2 – Photographie du montage expérimental

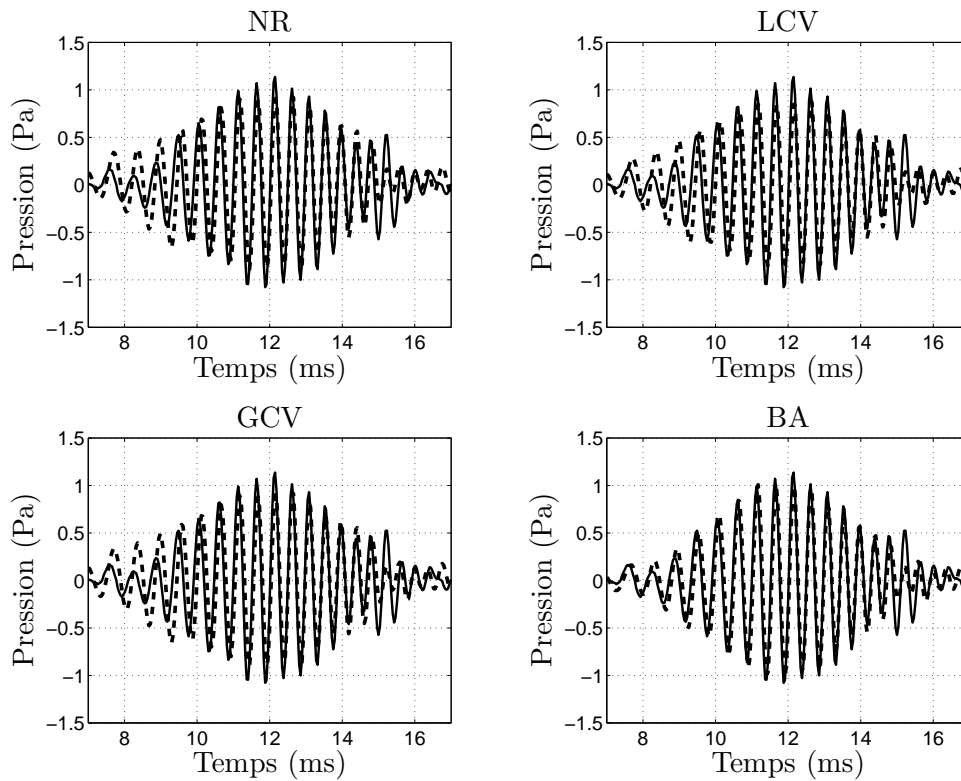
plaque dans le plan  $z = z_s = 0m$ . La deuxième étape est de reculer l'antenne dans le plan  $z = z_m = 0.11m$ , d'en mesurer le champ de pression généré par cette même source, et de la reconstruire au niveau du plan de référence. La fréquence d'échantillonnage est fixée à 25800Hz, et 512 échantillons sont reconstruits. Une photographie du montage expérimental est montrée en figure 9.2, sans capotage du pot vibrant.

### 9.1.1 Résultats expérimentaux

Les résultats de reconstruction du champ de pression à  $1cm$  au niveau du point d'excitation sont présentés en figure 9.3. Une bonne reconstruction du champ de pression est assurée par les quatre méthodes investiguées.

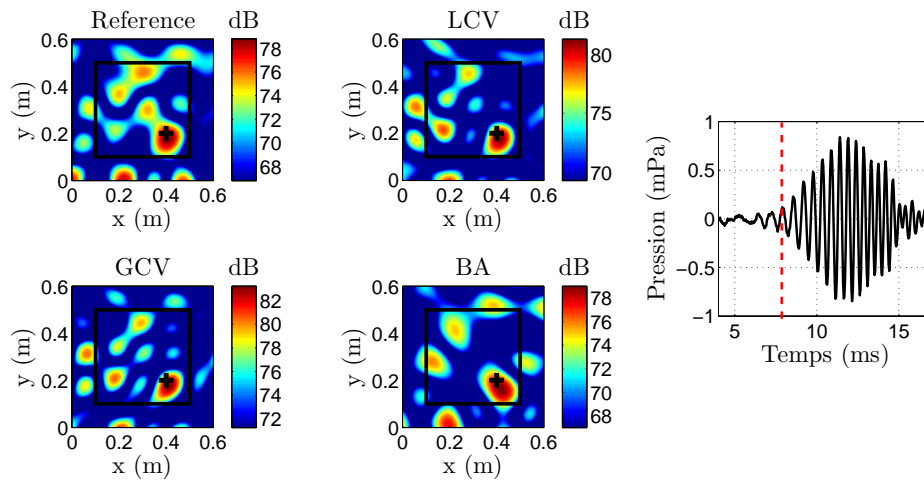
Les localisations des sources aux instants  $t = 7.8ms$  et  $t = 11.4ms$  sont respectivement représentées en figures 9.4 et 9.5.

Un rectangle noir est ajouté sur les représentations afin d'indiquer les limites spatiales de la plaque. La localisation des sources ainsi que la quantification des niveaux acoustiques sont bien prédits par la méthode bayésienne dans les deux cas. Les deux autres méthodes de régularisation reconstruisent des sources fantômes pouvant potentiellement amener à un mauvais diagnostic acoustique. La régularisation bayésienne se révèle plus sévère que les autres méthodes et cela entraîne une légère perte de résolution spatiale mais permet de limiter la présence de lobes secondaires.

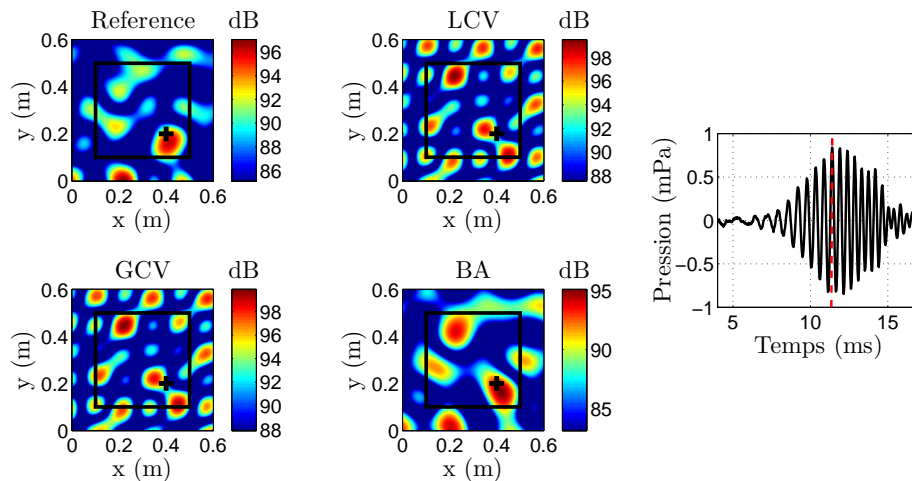


**Figure 9.3** – Champ de pression au point  $(0.4m, 0.2m)$  mesuré à  $1cm$  (trait plein) et reconstruit sans régularisation (NR), par méthodes LCV, GCV et BA (en traits pointillés).

D'une façon plus générale sur l'ensemble des échantillons temporels, les indicateurs  $1 - T_1$  et  $1 - T_2$  montrent que la solution bayésienne est supérieure en terme de qualité de la reconstruction (figure 9.6). L'indicateur  $1 - T_2$  montre que les amplitudes du champ reconstruit sont mieux prédites proches de la source.



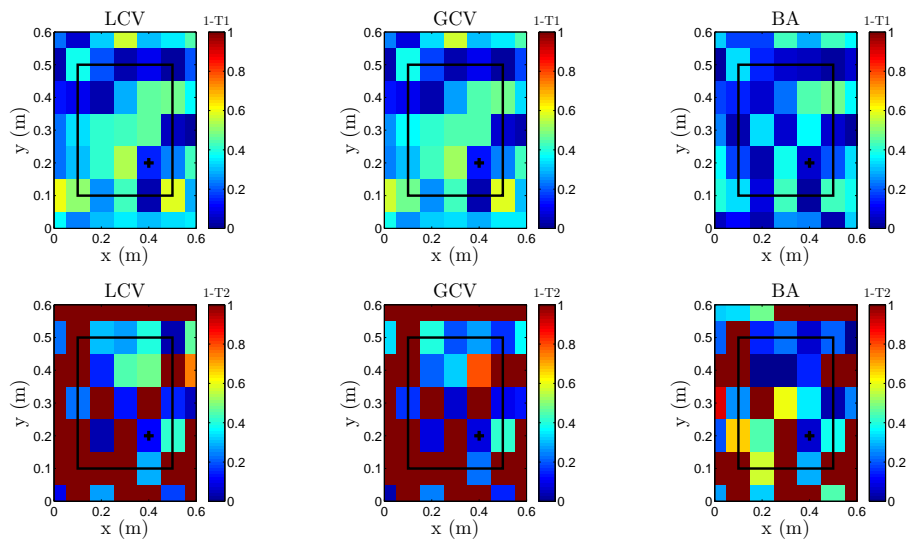
**Figure 9.4** – Cartographies du champ de pression mesuré à 1 cm (référence), reconstruit par méthodes LCV, GCV et BA à  $t = 7,8\text{ms}$ . Le signal de l'excitation est donné à droite et la ligne pointillée représente l'instant  $t = 7,8\text{ms}$ .



**Figure 9.5** – Cartographies du champ de pression mesuré à 1 cm (référence), reconstruit par méthodes LCV, GCV et BA à  $t = 11,4\text{ms}$ . Le signal de l'excitation est donné à droite et la ligne pointillée représente l'instant  $t = 11,4\text{ms}$ .

## 9.2 Cas industriel

Une des applications représentant un fort intérêt industriel est la caractérisation de champs de pression composés d'un mélange de sources tournantes et fixes. Des méthodes ont été développées ces dernières années afin de prendre en compte l'effet Doppler dans les algorithmes de formation de voies [115]. Dans le cas où les sources tournent à une vitesse de rotation



**Figure 9.6** – Indicateurs  $1 - T_1$  (en haut) et  $1 - T_2$  (en bas) pour chaque point de calcul reconstruit par LCV, GCV et BA.

constante, le champ de pression a des caractéristiques de cyclostationnarité. Il s’agit alors d’utiliser l’information *a priori* de la vitesse de rotation mesurée par un capteur tachymétrique pour appliquer des méthodes de dérotation. La robustesse de cette méthode vis-à-vis du bruit de mesure représente un avantage certain. Néanmoins, la résolution des résultats en basses fréquences n’est pas satisfaisante et l’hypothèse de vitesse de rotation constante pourrait être une contrainte non-négligeable dans certains cas. De part sa représentation purement temporelle, la méthode RT-NAH offre la possibilité de reconstruire n’importe quel type de champ de pression fluctuant dans le temps. De plus, la prise en compte des ondes évanescentes et la capacité à reconstruire des sources étendues et cohérentes permettent une description précise du champ de pression. La résolution spatiale attendue pourrait être améliorée. Cette section présente quelques résultats expérimentaux pour la reconstruction de sources générées par un groupe motoventilateur (GMV) par méthode RT-NAH. Les mesures ont été effectuées sur un banc semi-anéchoïque. Le GMV est monté sur une structure et il est suspendu par des tendeurs permettant de reproduire des conditions aux limites libre-libre. Un échangeur, considéré par les experts comme étant transparent acoustiquement pour les fréquences d’intérêt, est monté sur le ventilateur. Le montage est présenté en figure 9.7.

Des mesures ont été effectuées sur un ventilateur ayant des pales séparées d’un espace irrégulier (figure 9.8). L’enjeu de cette étude est de diagnostiquer le rayonnement acoustique de ce montage pour une vitesse de rotation constante de  $2450rpm$ . Une question qui intéresse particulièrement les industriels est de connaître la localisation des sources générées par les basses fréquences tonales. En effet, la formation de voies couplée à un algorithme de dérota-

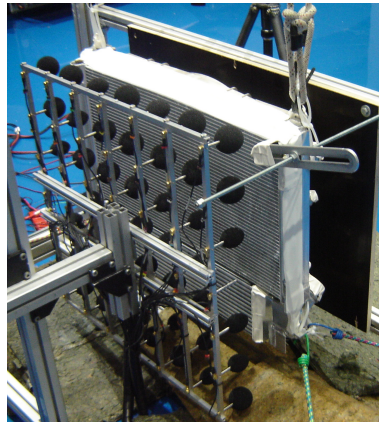


Figure 9.7 – Photographie du montage expérimental



Figure 9.8 – Photographie du ventilateur

tion offre une résolution trop large pour effectuer un diagnostic précis.

Les mesures ont été effectuées à une distance de  $14.7\text{cm}$  du plan de rotation du ventilateur et une fréquence d'échantillonnage de  $12800\text{Hz}$  a été fixée. La méthode de déconvolution par bloc a été appliquée de manière à reconstruire un tour complet du ventilateur ce qui correspond à 1024 échantillons par bloc de 256 échantillons. Finalement, un recouvrement de 50 % est assuré. Des cartographies reconstruites à des instants espacés de  $1\text{ms}$  obtenus par RT-NAH sont présentés en figure 9.9.

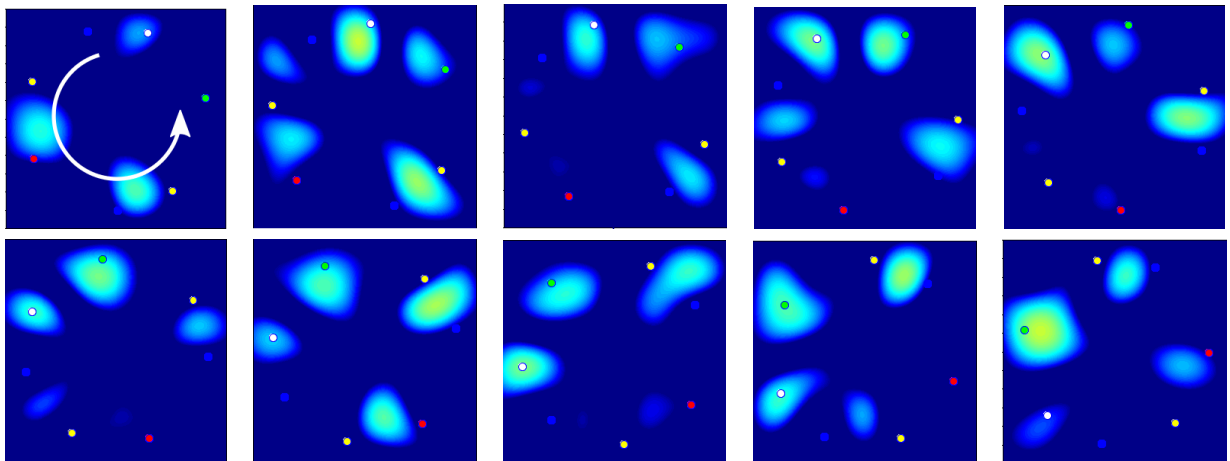


Figure 9.9 – Cartographies du champ de pression reconstruits au niveau du plan de rotation du ventilateur, pour 10 instants différents espacés de  $1\text{ms}$ . de haut à gauche en bas à droite de  $1\text{ms}$  à  $11\text{ms}$

Des points de couleurs représentent les extrémités des différentes pales. Il est intéressant de remarquer que certaines pales contribuent plus que d'autres. La pale représentée par un point blanc par exemple est localisée à tous les instants. Cette méthode permet donc de traquer

l'émission acoustique au cours du temps et donc d'envisager un diagnostic en temps réel.



# Conclusion et perspectives

La méthode RT-NAH a été présentée dans ce chapitre et s'est révélée performante dans le cas de reconstruction de sources non stationnaires numériques et expérimentales. Dans certaines configurations, le problème inverse étudié a un caractère mal-posé : un petit bruit en entrée entraîne une instabilité de la solution. Un formalisme bayésien a été introduit et les hypothèses formulées concernant les densités de probabilité du bruit et des sources amènent à une solution optimale sous la forme d'une solution régularisée de Tikhonov. Le paramètre de régularisation bayésien a été introduit et ses performances ont été évaluées et comparées avec les méthodes LCV et GCV. Il a été remarqué dans le cas général que le paramètre de régularisation bayésien assurait une plus grande robustesse vis-à-vis du bruit : les lobes secondaires reconstruits sont moins importants et la solution proposée ne diverge pas dans les cas investigués de cette étude. Néanmoins, dans des cas favorables (peu de bruit, distance de propagation petite), le conditionnement de la matrice à inverser s'avère faible et les autres méthodes de régularisation fournissent des meilleures solutions.

Par ailleurs, un des inconvénients de la méthode RT-NAH telle qu'elle existait était la limitation temporelle des signaux à reconstruire. En effet, le traitement de signaux longs n'était pas possible puisque l'inversion met en jeu une matrice de la taille  $(N \times N)$  avec  $N$  le nombre d'échantillons à reconstruire. Les capacités de stockage et de calcul de l'ordinateur étant rapidement atteintes, il a fallu adapter la méthode pour le traitement de signaux longs. Une méthode proche de la méthode « overlap and add » a été proposée dans laquelle les signaux mesurés sont traités par bloc. Elle a été validée numériquement et appliquée expérimentalement. De plus, la méthode proposée permet la mise à jour du paramètre de régularisation par bloc à reconstruire. Ce point est important puisque la méthode de régularisation peut s'adapter aux non stationnarités présentes dans le signal tout le long du traitement.

Le travail expérimental présenté dans ce chapitre avait pour but d'industrialiser la méthode RT-NAH. Des études préliminaires de validation sur des cas simples de reconstruction de champ généré par une plaque ont été menées. La solution régularisée par le critère bayésien semble une nouvelle fois plus performante que les autres solutions. Un cas de localisation de sources dans un environnement industriel a ensuite été investigué. Il s'agit de la caractérisa-



tion de sources fixes et tournantes générées par un groupe motoventilateur. La reconstruction des sources par RT-NAH a pu montrer que certaines pales du ventilateur étaient plus sujettes à générer des ondes acoustiques.

La méthode RT-NAH fournit un champ de pression temporel au niveau du plan source. L'analyse de ce type de données n'est pas un exercice habituel et des méthodes de traitement de ces signaux devront être développés pour diagnostiquer le problème acoustique étudié. Tout d'abord, un filtrage temporel par fréquence peut être envisagé afin d'étudier l'évolution temporel d'une source tonale par exemple. Le champ de pression temporel pourrait aussi être utilisé comme donnée d'entrée à des algorithmes de reconnaissance de formes afin de diagnostiquer certains types de défaillances acoustiques.

Finalement, le formalisme bayésien appliqué à la méthode RT-NAH introduit dans ce chapitre pourrait permettre de prendre en compte des connaissances *a priori* sur les phénomènes étudiés. Dans le cas de caractérisation de sources rotatives, la vitesse de rotation de la machine tournante pourrait être une donnée intéressante et les performances de la régularisation ne pourrait être qu'améliorées. Des *a priori* sur la parcimonie spatiale de sources dans le domaine des nombres d'onde pourrait aussi relever d'un fort intérêt, comme il a pu être observé dans le cas d'holographie stationnaire [116].

# Conclusion

## Conclusion sur les travaux

Ces travaux ont porté sur la reconstruction de sources automobiles stationnaires et non-stationnaires par la résolution d'un problème inverse. Devant un état de l'art riche, les méthodes de reconstruction de champ source stationnaire sur un maillage surfacique quelconque ont été généralisées en adoptant un formalisme bayésien. Deux difficultés majeures ont été identifiées : le choix du modèle de propagation sur lequel se base la résolution du problème inverse et la sous-estimation des niveaux acoustiques en hautes fréquences.

Tout d'abord, un travail sur le modèle de propagation acoustique a été réalisé. Un modèle plus réaliste qu'un modèle basé sur une approximation de champ libre a été proposé par le calcul de fonctions de transfert par le principe des sources équivalentes. Des fonctions de transfert prenant en compte la diffraction des ondes autour de l'objet en ont été déduites. Une amélioration conjointe de la localisation et de la quantification a été observée par rapport à une hypothèse de champ libre. Ce modèle, bien qu'amélioré, était toujours entaché d'une erreur de modèle perturbant significativement les résultats. La résolution du problème par une approche bayésienne nous a permis d'introduire un terme de perturbation sur le modèle de propagation. L'ajout d'une inconnue supplémentaire a rendu ce problème délicat à résoudre. L'identifiabilité du bruit de mesure et du bruit de modèle conditionnée aux mesures d'antennerie est la difficulté majeure de ce problème. À la vue de l'état de l'art et de nos travaux, nous avons constaté que le problème peut être identifiable dans le cas où certaines informations supplémentaires sont disponibles comme :

1. La connaissance des hyperparamètres (puissance du bruit de mesure ou de modèle, puissance des sources, ou rapport signal sur bruit) ;
2. La présence de sources spatialement parcimonieuses ;
3. Des mesures annexes supplémentaires.

Dans le cas de la reconstruction d'une source avec un microphone, il est possible d'estimer conjointement les deux inconnues à condition d'introduire un critère d'arrêt de l'algorithme afin d'éviter sa divergence. Ce critère d'arrêt revient à borner l'énergie de l'erreur de modèle, c'est-à-dire à utiliser le point (1) de la liste présentée ci-dessus. L'application de cette

approche sur une configuration réaliste multidimensionnelle nous a amené à proposer un algorithme EM. Le problème a été simplifié par l'hypothèse d'invariabilité des fonctions de base vis-à-vis de l'erreur de modèle. Une amélioration de l'estimation des sources a été observée par la correction d'une erreur sur la densité de l'air. Néanmoins, notre algorithme n'a pas été performant lorsqu'il s'est agi de corriger une erreur commise sur la célérité des ondes acoustiques. Le point (3) de la liste présentée ci-dessus nous a permis d'appliquer notre approche sur un cas expérimental concret. Une mesure de fonction de transfert en amont de l'identification des sources favorise le calibrage du modèle. Le biais du modèle sur les valeurs singulières a pu être évalué puis corrigé pour obtenir une meilleure estimation des sources.

Le problème de sous-estimation des niveaux par la reconstruction de sources directives vers l'antenne a ensuite été abordé. Des solutions basées sur la définition de prior sur les sources ont été proposées. La première consiste à utiliser la propriété de parcimonie spatiale des sources afin d'améliorer la résolution et la quantification des sources. Si l'hypothèse de parcimonie est bien respectée, cette solution s'est montrée très performante. Dans le cas général et particulièrement pour des applications automobiles, les sources à caractériser n'ont pas cette propriété. Un a priori de rayonnement omnidirectionnel des sources identifiées a donc été intégré au formalisme bayésien. De nouvelles fonctions de base ont été construites par le biais de l'introduction de microphones virtuels positionnés autour de l'objet. Il a été observé sur un cas de simulation simple que l'amélioration de la quantification des sources était accompagnée d'un appauvrissement de la localisation des sources. Finalement, la méthode la plus simple à mettre en œuvre dans un outil industriel est la correction *ad hoc* des niveaux reconstruits. Ce terme de correction représente le niveau de puissance omis par notre méthode, directement lié à l'énergie rayonnée qui n'a pas été mesurée. Dans le cas où le recouvrement total de l'objet par plusieurs positions d'antenne est assuré, la correction est nulle. Ce terme de correction est calculé numériquement en reconstruisant par focalisation bayésienne un monopôle de puissance connue. La différence entre la puissance théorique et la puissance reconstruite définit la correction à appliquer sur la totalité de la cartographie. Cette méthode a été validée sur un cas numérique et sur plusieurs cas expérimentaux. Cette méthode n'est pas strictement exacte, mais permet d'estimer une puissance acoustique comparable à une estimation par intensimétrie.

Tous les développements ont ensuite été appliqués à des cas expérimentaux. Une procédure complète incluant le repérage des positions de l'antenne dans l'espace, la synchronisation des mesures séquentielles, la décomposition en valeurs propres de la matrice interspectrale, le calcul du modèle de propagation par méthode des sources équivalentes, l'algorithme bayésien corrigé, et le calcul d'un intervalle de confiance a été appliquée sur la caractérisation d'un champ généré par un GMP.

La troisième partie de cette thèse a été consacrée à l'amélioration de la méthode RT-NAH pour la reconstruction de sources non-stationnaires. Le paramètre de régularisation bayésien a été introduit. Ses performances ont été comparées numériquement et expérimentalement aux méthodes habituellement utilisées (méthode de la courbe en L, méthode de validation croisée généralisée). Pour un large domaine d'observation, la méthode bayésienne offre les résultats les plus satisfaisants, en particulier lorsque le problème devient mal posé. Par ailleurs, la méthode de déconvolution par bloc a été proposée dans le but de reconstruire des signaux de longue durée. La mise à jour du paramètre de régularisation au cours du temps s'est révélée indispensable afin d'assurer la stabilité du champ reconstruit. Des campagnes de mesure en laboratoire puis en contexte industriel ont montré la richesse des résultats obtenus par cette approche purement temporelle.

## Perspectives

Ce travail de thèse a ouvert de nombreuses perspectives scientifiques présentées dans cette section.

### **Intégrer systématiquement le calibrage de modèle dans la procédure industrielle**

Le développement d'une méthode de calcul de fonctions de transfert prenant en compte la diffraction des ondes autour de l'objet d'intérêt a représenté une étape clé de la quantification de sources par méthode inverse. Une base de représentation spatiale réaliste en a été déduite. Néanmoins, l'étude académique sur la maquette en bois a révélé que des erreurs de modèle subsistent, malgré ce travail, et perturbent significativement les résultats de quantification. Ces erreurs proviennent de l'environnement de mesure, des conditions aux limites approchées, des erreurs d'estimation de la distance séparant les microphones et le maillage 3D, etc. Il est donc nécessaire d'admettre la présence de cette erreur et essayer de la corriger par des mesures permettant de recalibrer le modèle, ou de le calibrer. C'est ce qui a été fait succinctement en partie 6.2.5.3, en estimant l'erreur de modèle par la connaissance de fonctions de transfert mesurées. Pour cela, une source calibrée en débit a été positionnée en une seule position du maillage. Il serait intéressant de continuer ce travail en corrigeant les valeurs singulières tel que cela a été proposé dans ce travail en prenant en compte plusieurs fonctions de transfert mesurées sur plusieurs points du maillage. Cette approche peut être pertinente pour une application en environnement confiné car les techniques actuelles de recalage de modèle passent par l'estimation de multiples coefficients (admittance aux parois, taux d'amortissement modal, etc). La méthode de calibrage de modèle telle qu'elle est présentée dans cette thèse consiste à corriger la diagonale des valeurs singulières voire les coefficients de la matrice complète à partir de mesures de fonctions de transfert. Cette méthode pourrait

être beaucoup plus efficace que les techniques actuelles de recalage de modèle.

## **Optimiser la position des microphones**

Actuellement, le coût élevé d'un système d'imagerie acoustique constitue la contrainte majeure de ces techniques freinant ainsi leur popularisation. L'avènement des microphones MEMS porté par le domaine de la téléphonie mobile va probablement révolutionner ce marché. Ainsi, le coût d'une voie de mesure va considérablement chuter. Ces nouveaux moyens techniques nous permettront de décupler le nombre de points de mesure. Il sera alors possible de couvrir une surface fermée autour de l'objet et ainsi s'affranchir des techniques de correction de puissance présentée dans cette thèse. La multiplication du nombre de points de mesure dans l'espace va rapidement poser la question du positionnement optimal des capteurs dans l'espace. Les travaux présentés dans cette thèse ont considéré une géométrie d'antenne fixée et une base de représentation optimale, contrainte par cette géométrie a été calculée. Une des perspectives de cette thèse pourrait consister à libérer la contrainte de la géométrie de l'antenne et chercher la position optimale des capteurs à la fréquence d'intérêt. Les méthodes de la théorie de l'information pourraient être utiles dans cette quête. Utiliser différentes positions de capteurs en fonction de la fréquence d'intérêt, de la dimension de l'objet et des prior sur la source acoustique permettraient alors de résoudre des problèmes d'instabilité présents en basses fréquences, ou des problèmes de sous-échantillonnage spatial en hautes fréquences.

## **Résoudre le problème inverse par échantillonneur de Gibbs**

La résolution du problème inverse par l'estimation du maximum a posteriori offre une estimation robuste du champ acoustique. Pour les raisons détaillées en conclusion de la deuxième partie, les méthodes MCMC pourraient aussi être utilisées. Ces techniques permettent de considérer des cas encore plus généraux que ceux étudiés dans cette thèse (résolution de problème mettant en jeu des priors non-gaussien, possibilité de définir des contraintes non-linéaires, etc.). Par ailleurs, ces techniques restituent les densités de probabilité complètes (et donc la dispersion) de chaque paramètre. Dans le cadre de ces travaux, l'estimation de l'intervalle de confiance sur la puissance acoustique a été réalisée en tirant successivement dans les densités de probabilité des paramètres. Cette technique de propagation des incertitudes n'est pas exacte puisqu'il existe une relation de dépendance entre les densités des paramètres tirés (la dispersion de l'erreur de modèle impacte directement l'estimation de la variance du paramètre de régularisation, par exemple). Une façon d'estimer proprement ces intervalles de confiance serait, a posteriori des estimations MAP des paramètres, de rajouter une étape de calcul de la dispersion par méthode MCMC. Cette étape serait très efficace puisque la méthode serait initialisée par les estimateurs MAP, proches de la réalité.

## Généraliser la reconstruction de sources non-stationnaires en trois dimensions

L'objectif initial de la thèse était de pouvoir définir une procédure généraliste permettant de reconstruire des champs sources stationnaires ou non-stationnaires sur un maillage 3D. Devant la difficulté des méthodes de déconvolution, ces travaux se sont limités aux cas de reconstruction en géométrie plane. Dans la littérature, il est possible d'atteindre cet objectif, en résolvant un problème inverse par échantillon temporel. Ces algorithmes mettant en jeu une solution récursive semblent très sensibles aux perturbations en entrée et coûteuses en temps de calcul. La déconvolution par bloc proposée dans ce manuscrit semble être le bon compromis entre les deux extrêmes proposés dans la littérature : mettre à jour le paramètre de régularisation pour tous les échantillons (méthode TD-ESM) et l'imposer de façon arbitraire en évaluant un rapport signal à bruit constant. Généraliser cette approche en trois dimensions représente la perspective la plus ambitieuse de cette thèse. A l'instar de la méthode de la focalisation bayésienne stationnaire, il serait intéressant de calculer une base de décomposition optimale des ondes acoustiques dans le domaine temporel de façon à diagonaliser le problème de convolution, en trois dimensions.



# Annexes

## A Focalisation itérative : mise à jour de la matrice de covariance des sources

La solution du maximum a posteriori est calculée à partir de la minimisation de la fonction coût 4.27 qui met en jeu la norme 2 de la solution. Afin de forcer la parcimonie des sources, il est montré qu'une norme p avec  $1 < p \leq 2$  peut être utilisée. Le terme de contrainte sur la solution  $\alpha^{-2} \left\| \mathbf{\Omega}_q^{-1/2} \mathbf{q} \right\|^2$  dans l'équation 4.27 est alors remplacé par  $\alpha^{-2} \left\| \mathbf{\Omega}_q^{-1/2} \mathbf{q} \right\|_p^p$ . Cette modification ne permet plus d'avoir une expression analytique. L'astuce mathématique permettant de minimiser la norme Lp par une succession de problèmes aux moindres carrés sous la forme régularisée de Tikhonov est de faire apparaître une norme 2 (méthode d'« Iteratively reweighted least squares » (IRLS) [117]) :

$$\begin{aligned}
 \alpha^{-2} \left\| \mathbf{\Omega}_q^{-1/2} \mathbf{q} \right\|_p^p &= \alpha^{-2} \sum_{i=1}^N \left| \sigma(r_i^s)^{-1} q(r_i^s) \right|^p & (9.1) \\
 &= \alpha^{-2} \sum_{i=1}^N \frac{\left| \sigma(r_i^s)^{-1} q(r_i^s) \right|^2}{\left| \sigma(r_i^s)^{-1} q(r_i^s) \right|^{2-p}} \\
 &\approx \alpha^{-2} \sum_{i=1}^N w_i \left| \sigma(r_i^s)^{-1} q(r_i^s) \right|^2 \\
 &\approx \alpha^{-2} \left\| \underbrace{\mathbf{W}^{1/2} \mathbf{\Sigma}_s^{-1}}_{\mathbf{\Omega}_q^{-1/2} [n]} \mathbf{q} \right\|^2,
 \end{aligned}$$

avec  $\mathbf{\Sigma}_s^2$  la fenêtre d'ouverture initiale (fournie par l'expérimentateur ou par une méthode de formation de voies) et

$$w_i = \frac{1}{\left| \sigma(r_i^s)^{-1} q(r_i^s) \right|^{2-p}} \quad (9.2)$$

le terme de pondération. La mise à jour de la matrice de covariance des sources à mesure des itérations s'écrit alors :



$$\begin{aligned} [\mathbf{\Omega}_q^{-1/2 [n]}]_{ii} &= [\mathbf{W}^{1/2}]_{ii} [\mathbf{\Sigma}_s^{-1}]_{ii} & (9.3) \\ &= \frac{[\mathbf{\Sigma}_s^{-1}]_{ii}}{|\mathbf{[\Sigma}_s^{-1}]_{ii} [\mathbf{q}^{[n-1]}]_i|^{\frac{2-p}{2}}} \\ \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \ln([\mathbf{\Omega}_q^{[n]}]_{ii}) &= -\ln([\mathbf{\Sigma}_s^{-1}]_{ii}) + \frac{2-p}{2} \ln([\mathbf{\Sigma}_s^{-1}]_{ii}) - \frac{2-p}{2} \ln([\mathbf{q}^{[n-1]}]_i) \\ \Leftrightarrow \ln([\mathbf{\Omega}_q^{[n]}]_{ii}) &= \frac{p}{2} \ln([\mathbf{\Sigma}_s^2]_{ii}) + \frac{2-p}{2} \ln(|[\mathbf{q}^{[n-1]}]_i|^2). \end{aligned}$$

## B Démonstration de l'expression de la matrice de covariance des fonctions de base (eq. 4.46)

En utilisant l'opérateur de vectorisation noté  $\text{vec}$  et la propriété suivante :

$$\text{vec}(\mathbf{ABC}) = (\mathbf{C}^T \otimes \mathbf{A})\text{vec}(\mathbf{B}), \quad (9.4)$$

avec l'opérateur  $\otimes$  le produit de Kronecker, l'équation 4.45 devient :

$$J = \sum_{i=1}^{N_{\text{test}}} \left| \frac{\Pi}{\|r_i^{\text{test}}\|^2} - (\mathbf{h}^*(r_i^{\text{test}}) \otimes \mathbf{h}(r_i^{\text{test}})) \text{vec}(\tilde{\Omega}_c) \right|^2. \quad (9.5)$$

$$= \sum_{i=1}^{N_{\text{test}}} \frac{1}{\|r_i^{\text{test}}\|^4} \left| 1 - (\mathbf{h}^*(r_i^{\text{test}}) \|r_i^{\text{test}}\| \otimes \mathbf{h}(r_i^{\text{test}}) \|r_i^{\text{test}}\|) \text{vec}(\tilde{\Omega}_c) \right|^2, \quad (9.6)$$

avec  $\Pi$  absorbé dans  $\tilde{\Omega}_c$ . La détermination de  $\tilde{\Omega}_c$  est décrite par les opérations suivantes :

$$\sum_{i=1}^{N_{\text{test}}} \frac{1}{\|r_i^{\text{test}}\|^4} (\mathbf{h}^*(r_i^{\text{test}}) \|r_i^{\text{test}}\| \otimes \mathbf{h}(r_i^{\text{test}}) \|r_i^{\text{test}}\|)^H = \dots \quad (9.7)$$

$$\sum_{i=1}^{N_{\text{test}}} \frac{1}{\|r_i^{\text{test}}\|^4} (\mathbf{h}^*(r_i^{\text{test}}) \|r_i^{\text{test}}\| \otimes \mathbf{h}(r_i^{\text{test}}) \|r_i^{\text{test}}\|)^H (\mathbf{h}^*(r_i^{\text{test}}) \|r_i^{\text{test}}\| \otimes \mathbf{h}(r_i^{\text{test}}) \|r_i^{\text{test}}\|) \text{vec}(\tilde{\Omega}_c) \quad (9.8)$$

$$\Rightarrow \text{vec}(\tilde{\Omega}_c) = \left[ \sum_{i=1}^{N_{\text{test}}} (\mathbf{h}^*(r_i^{\text{test}}) \mathbf{h}(r_i^{\text{test}}))^H (\mathbf{h}^*(r_i^{\text{test}}) \otimes \mathbf{h}(r_i^{\text{test}})) \right]^{-1} \sum_{i=1}^{N_{\text{test}}} \frac{1}{\|r_i^{\text{test}}\|^2} (\mathbf{h}^*(r_i^{\text{test}}) \otimes \mathbf{h}(r_i^{\text{test}}))^H \quad (9.9)$$

$$\Leftrightarrow \text{vec}(\tilde{\Omega}_c) = \left[ \sum_{i=1}^{N_{\text{test}}} (\mathbf{h}^T(r_i^{\text{test}}) \mathbf{h}^*(r_i^{\text{test}})) \otimes (\mathbf{h}^H(r_i^{\text{test}}) \mathbf{h}(r_i^{\text{test}})) \right]^{-1} \sum_{i=1}^{N_{\text{test}}} \frac{1}{\|r_i^{\text{test}}\|^2} (\mathbf{h}^T(r_i^{\text{test}}) \mathbf{h}^H(r_i^{\text{test}})) \quad (9.10)$$

ce qui prouve l'expression 4.46.

## C Algorithme EM généralisé aux problèmes multidimensionnels

Dans le chapitre 5, la matrice des erreurs de modèle  $\mathbf{E}$  a été considérée comme diagonale. Les développements suivants fournissent une solution générale au problème inverse acoustique en présence d'erreurs de modèle, sans émettre d'hypothèse sur sa structure. Les développements reprennent à l'équation 5.29 en considérant la matrice  $\mathbf{E}$  comme étant pleine.

Une difficulté que l'on peut observer dans l'équation 5.29 est l'inversion de la matrice  $\mathbf{E}$ . En faisant l'hypothèse que l'erreur de modèle est petite devant le modèle, un développement limité de  $(\mathbf{S} + \mathbf{E})^{-1} = (\mathbf{I} + \mathbf{S}^{-1}\mathbf{E})\mathbf{S}^{-1}$  peut être fait en utilisant  $(1 + \epsilon) = 1 - \epsilon + \epsilon^2 + \frac{\epsilon^3}{3} + \frac{\epsilon^4}{12} + \dots$ . Si nous nous limitons au premier ordre :

$$(\mathbf{S} + \mathbf{E})^{-1} \approx (\mathbf{I} - \mathbf{S}^{-1}\mathbf{E})\mathbf{S}^{-1}. \quad (9.11)$$

En faisant cette approximation, l'inversion d'une matrice pleine peut être évitée. Par ailleurs, en supposant que la covariance de l'erreur de modèle tend vers zéro<sup>1</sup>, la solution de l'équation 5.28 peut se réécrire :

$$\begin{aligned} \mathbf{c}^{[n]} &= \left( \underbrace{\mathbf{S}^H \mathbf{S} + \eta^2 \mathbf{I}}_{\text{à extraire}} + \mathbb{E}\{\mathbf{E}^H\} \mathbf{S} + \mathbf{S}^H \mathbb{E}\{\mathbf{E}\} + \mathbb{E}\{\mathbf{E}^H \mathbf{E}\} \right)^{-1} (\mathbf{S} + \mathbb{E}\{\mathbf{E}\}) \mathbf{y} \\ &= \left( (\mathbf{S}^H \mathbf{S} + \eta^2 \mathbf{I}) \underbrace{(\mathbf{I} + (\mathbf{S}^H \mathbf{S} + \eta^2 \mathbf{I})^{-1} (\mathbb{E}\{\mathbf{E}^H\} \mathbf{S} + \mathbf{S}^H \mathbb{E}\{\mathbf{E}\} + \mathbb{E}\{\mathbf{E}^H \mathbf{E}\}))}_{=\tilde{\mathbf{E}} \text{ avec } \|\tilde{\mathbf{E}}\| \ll \|\mathbf{S}^H \mathbf{S} + \eta^2 \mathbf{I}\|} \right)^{-1} (\mathbf{S} + \mathbb{E}\{\mathbf{E}\}) \mathbf{y}. \end{aligned} \quad (9.12)$$

Finalement,

$$\mathbf{c}^{[n]} \approx (\mathbf{I} - \tilde{\mathbf{E}}) (\mathbf{S} \mathbf{S}^H + \eta^2 \mathbf{I})^{-1} (\mathbf{S} + \mathbb{E}\{\mathbf{E}\}) \mathbf{y}. \quad (9.13)$$

Cette approximation nous permet donc d'éviter l'inversion d'une matrice pleine.

Dans l'équation 5.29, l'espérance mathématique de l'erreur de modèle et sa covariance sont inconnues. La stratégie retenue est d'évaluer la densité de probabilité  $[\mathbf{y}, \text{vec}\{\mathbf{E}\}]$  conditionnée à la solution de l'itération précédente, avec  $\text{vec}$  l'opérateur de vectorisation, en fixant la notation  $e = \text{vec}\{E\}$ . En connaissant cette densité de probabilité, la densité de probabilité a

1. nous verrons par la suite que cette hypothèse est vérifiée dans le cas où le nombre de blocs temporel utilisé est grand

posteriori  $[\mathbf{E}|\mathbf{y}]$  pourra à son tour être connue [118]. Soit un vecteur  $\mathbf{X} = [\mathbf{y}_{1:M}^T \mathbf{e}_{M+1:M^2}^T]$  issue de la concaténation des deux variables. Si  $\mathbf{X}|\mathbf{c}^{[n-1]} \sim \mathcal{N}(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})$  et

$$\boldsymbol{\mu} = \begin{pmatrix} \mathbb{E}\{\mathbf{e}|\mathbf{c}^{[n-1]}\} \\ \mathbb{E}\{\mathbf{y}|\mathbf{c}^{[n-1]}\} \end{pmatrix} \quad (9.14)$$

et

$$\boldsymbol{\Sigma} = \begin{pmatrix} \Omega_e & \Omega_{ey} \\ \Omega_{ye} & \Omega_y \end{pmatrix} \quad (9.15)$$

alors la densité de probabilité conditionnelle  $[\mathbf{e}|\mathbf{y}, \mathbf{c}^{[n-1]}]$  est aussi une distribution gaussienne :

$$[\mathbf{e}|\mathbf{y}, \mathbf{c}^{[n-1]}] = \mathcal{N}\left(\mathbb{E}\{\mathbf{e}|\mathbf{c}^{[n-1]}\} + \Omega_{ey}\Omega_y^{-1}(\mathbf{y} - \mathbb{E}\{\mathbf{y}|\mathbf{c}^{[n-1]}\}), \Omega_e - \Omega_{ey}\Omega_y^{-1}\Omega_{ey}^T\right). \quad (9.16)$$

Les matrices  $\Omega$  sont des matrices de structure de covariance conditionnées aux solutions à l'itération précédente.

#### Calcul de la moyenne $\boldsymbol{\mu}$ du vecteur concaténé $\mathbf{X}$

La moyenne du vecteur concaténé  $\mathbf{X}$  conditionnée aux solutions fournies par l'itération précédente  $\mathbf{c}^{[n-1]}$  s'écrit :

$$\mathbb{E}\left\{\begin{bmatrix} \mathbf{e} \\ \dots \\ \mathbf{y} \end{bmatrix} \middle| \mathbf{c}^{[n-1]}\right\} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \dots \\ \mathbf{S}\mathbf{c} \end{bmatrix}. \quad (9.17)$$

#### Calcul de la variance $\boldsymbol{\Sigma}$ du vecteur concaténé $\mathbf{X}$

La covariance  $\boldsymbol{\Sigma}$  du vecteur concaténé conditionnée aux solutions précédentes se décompose en quatre matrices.

#### Calcul de $\Omega_y$

$$\Omega_y = cov(\mathbf{y}|\mathbf{c}^{[n-1]}) = cov\left(\underbrace{(\mathbf{S} + \mathbf{E})\mathbf{c}^{[n-1]} + \boldsymbol{\nu}}_{\mathbf{y}}\right) \quad (9.18)$$

$$= \mathbb{E}\left\{\left((\mathbf{S} + \mathbf{E})\mathbf{c} + \boldsymbol{\nu} - \mathbf{S}\mathbf{c}\right)\left((\mathbf{S} + \mathbf{E})\mathbf{c} + \boldsymbol{\nu} - \mathbf{S}\mathbf{c}\right)^H \middle| \mathbf{c}^{[n-1]}\right\} \quad (9.19)$$

$$= \mathbb{E}\left\{(\mathbf{E}\mathbf{c} + \boldsymbol{\nu})(\mathbf{E}\mathbf{c} + \boldsymbol{\nu})^H \middle| \mathbf{c}^{[n-1]}\right\} \quad (9.20)$$

$$\stackrel{(H1)}{=} \mathbb{E}\left\{\mathbf{E}\mathbf{c}\mathbf{c}^H\mathbf{E} \middle| \mathbf{c}^{[n-1]}\right\} + \underbrace{\mathbb{E}\left\{\boldsymbol{\nu}\boldsymbol{\nu}^H \middle| \mathbf{c}^{[n-1]}\right\}}_{\Omega_\nu = \beta^2\mathbf{I}} \quad (9.21)$$

(H1) : les quantités  $\mathbf{E}$  et  $\boldsymbol{\nu}$  sont décorréliées.

En appliquant la propriété de l'équation 9.4 nous en déduisons

$$vec(\mathbf{E}\mathbf{c}) = vec(\mathbf{I}\mathbf{E}\mathbf{c}) \quad (9.22)$$

$$= (\mathbf{c}^T \otimes \mathbf{I})vec(\mathbf{E}) \quad (9.23)$$

$$= (\mathbf{c}^T \otimes \mathbf{I})\mathbf{e} \quad (9.24)$$

et

$$\mathbb{E}\left\{\mathbf{E}\mathbf{c}\mathbf{c}^H\mathbf{E} \middle| \mathbf{c}^{[n-1]}\right\} = \mathbb{E}\left\{(\mathbf{c}^{[n-1],T} \otimes \mathbf{I})\mathbf{e}\mathbf{e}^H(\mathbf{c}^{[n-1],T} \otimes \mathbf{I})^H \middle| \mathbf{c}^{[n-1]}\right\}. \quad (9.25)$$

La matrice de structure  $\Omega_y$  s'écrit finalement :

$$\Omega_y = (\mathbf{c}^{[n-1],T} \otimes \mathbf{I})\Omega_e(\mathbf{c}^{[n-1],T} \otimes \mathbf{I})^H + \beta^2\mathbf{I}, \quad (9.26)$$

avec  $\Omega_e = \mathbf{e}\mathbf{e}^H$ .

### Calcul de $\Omega_{ye}$

$$\Omega_{ye} = cov\left\{\underbrace{(\mathbf{S} + \mathbf{E})\mathbf{c} + \boldsymbol{\nu}}_{\mathbf{y}}, \mathbf{e} \middle| \mathbf{c}^{[n-1]}\right\} \quad (9.27)$$

$$= \mathbb{E}\left\{\left((\mathbf{c}^T \otimes \mathbf{I})\mathbf{e} + \boldsymbol{\nu}\right)\mathbf{e}^H \middle| \mathbf{c}^{[n-1]}\right\} \quad (9.28)$$

$$= (\mathbf{c}^{[n-1],T} \otimes \mathbf{I})\Omega_e. \quad (9.29)$$

### Calcul de l'espérance de l'erreur de modèle

On sait que  $[\mathbf{E}|\mathbf{y}]$  suit une loi normale car  $\begin{bmatrix} \mathbf{y} \\ \dots | \mathbf{c}^{[n-1]} \\ \mathbf{e} \end{bmatrix}$  suit elle aussi une loi normale de moyenne et de variance exprimées précédemment. D'après l'équation 9.16 on en déduit l'espérance de l'erreur de modèle conditionnée aux mesures :

$$\mathbb{E}\{\mathbf{e}|\mathbf{y}\} = \underbrace{\mathbb{E}\{\mathbf{e}|\mathbf{c}^{[n-1]}\}}_{=0} + \Omega_{ye}^H \Omega_y^{-1} (\mathbf{y} - \underbrace{\mathbb{E}\{\mathbf{y}|\mathbf{c}^{[n-1]}\}}_{=\mathbf{S}\mathbf{c}^{[n-1]}}). \quad (9.30)$$

À ce stade il est important de noter que les mesures  $\mathbf{y}$  ont une dimension de  $M$  microphones par  $I$  nombre de blocs temporels. Jusqu'ici nous considérons un vecteur simple de dimension  $M$ . Dorénavant, ce vecteur sera augmenté d'une dimension  $M \times I$  et sera noté  $\check{\mathbf{y}}$ . L'espérance mathématique de l'erreur de modèle devient alors :

$$\begin{aligned} \mathbb{E}\{\mathbf{e}|\mathbf{y}, \mathbf{c}^{[n-1]}\} &= \left[ \Omega_e(\mathbf{c}_1^{[n-1],T} \otimes \mathbf{I})^H \dots \Omega_e(\mathbf{c}_I^{[n-1],T} \otimes \mathbf{I})^H \right] [\Omega_{y_i y_j}]^{-1} \left( \check{\mathbf{y}} - \begin{pmatrix} \mathbf{S}\mathbf{c}_1^{[n-1]} \\ \dots \\ \mathbf{S}\mathbf{c}_I^{[n-1]} \end{pmatrix} \right) \\ &\vdots \\ &= \left( \Omega_e^{-1} + \sum_{i=1}^I (\mathbf{c}_i^{*[n-1]} \mathbf{c}_i^{T[n-1]} \otimes \beta^{-2} \mathbf{I}) \right)^{-1} \sum_{i=1}^I (\mathbf{c}_i^{*[n-1]} (\mathbf{y}_i - \mathbf{S}\mathbf{c}_i^{[n-1]})^T) \otimes \beta^{-2} \mathbf{I} \end{aligned}$$

Finalement,

$$\mathbb{E}\{\mathbf{e}|\mathbf{y}\} = \left( \underbrace{\beta^2 \Omega_e^{-1} + \sum_{i=1}^I (\mathbf{c}_i^{*[n-1]} \mathbf{c}_i^{T[n-1]} \otimes \mathbf{I})}_{M^2 X M^2} \right)^{-1} \underbrace{\sum_{i=1}^I (\mathbf{c}_i^{*[n-1]} (\mathbf{y}_i - \mathbf{S}\mathbf{c}_i^{[n-1]})^T) \otimes \mathbf{I}}_{M^2 X M^2}. \quad (9.31)$$

Dans le cas où la matrice  $\mathbf{E}$  est diagonale, les calculs se simplifient et l'espérance mathématique de l'erreur de modèle peut s'exprimer pour chaque  $k^{i\text{ème}}$  élément de façon indépendante :

$$\mathbb{E}\{E_k\} = \frac{\sum_{i=1}^I \left\{ c_{ki}^{[n-1]*} (y_{ki} - s_k c_{ki}^{[n-1]}) \right\}}{\sum_{i=1}^I |c_{ki}^{[n-1]}|^2 + \frac{\beta^2}{\gamma^2 s_k^2}}. \quad (9.32)$$

L'algorithme mis en œuvre est décrit ci desous :

### 1. Initialisation

Initialisation de la solution sans prendre en compte l'erreur de modèle :

$$\hat{\mathbf{c}}^{[n=0]} = \left[ \frac{\mathbf{S}}{\mathbf{S}^2 + \eta^2} \right] \mathbf{y}, \quad (9.33)$$

## 2. Etape d'espérance

$$J_2 = \underset{\mathbf{c}^{[n]}}{\text{Argmin}} \mathbb{E}_{\mathbf{E}|\mathbf{y}} \left\{ \|\mathbf{y}\|^2 + \|(\mathbf{S} + \mathbf{E})\mathbf{c}\|^2 - \mathbf{y}^H (\mathbf{S} + \mathbf{E})\mathbf{c} - \mathbf{c}^H (\mathbf{S} + \mathbf{E})^H \mathbf{y} + \eta^2 \|\mathbf{c}\|^2 \right\} \quad (9.34)$$

Dans l'équation 9.34, estimer l'espérance de l'erreur de modèle :

$$\mathbb{E}\{\mathbf{e}|\mathbf{y}\} = \left( \beta^2 \Omega_e^{-1} + \sum_{i=1}^K (c_i^{*[n-1]} c_i^{T[n-1]} \otimes \mathbf{I}) \right)^{-1} \sum_{i=1}^K (c_i^{*[n-1]} (\mathbf{y}_i - \mathbf{S} \mathbf{c}_i^{[n-1]})^T) \otimes \mathbf{I} \quad (9.35)$$

## 3. Etape de maximisation

$$\frac{\partial J_2}{\partial \mathbf{c}^H} = 0 \quad (9.36)$$

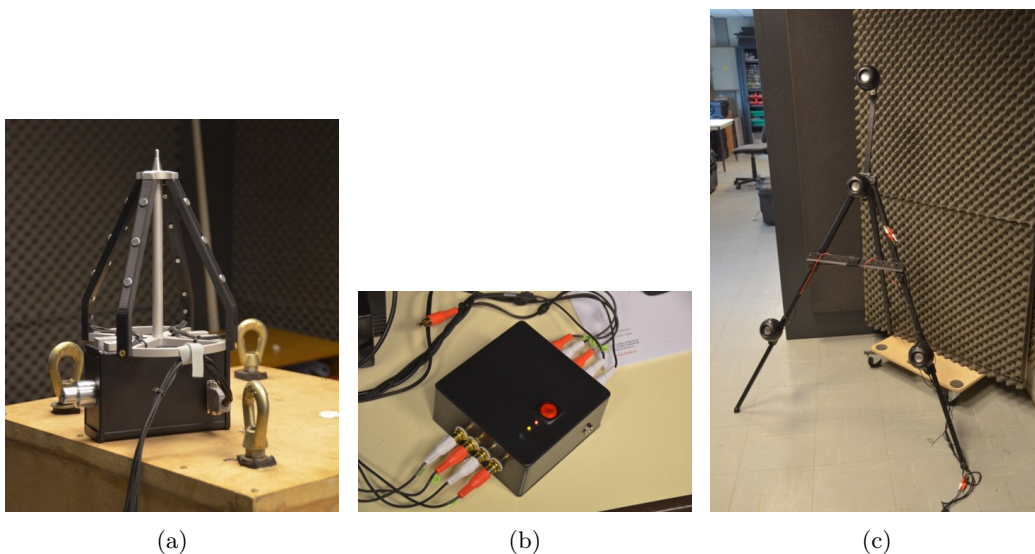
Estimer :

$$\mathbf{c}^{[n]} \approx (\mathbf{I} - \tilde{\mathbf{E}}) (\mathbf{S} \mathbf{S}^H + \eta^2 \mathbf{I})^{-1} (\mathbf{S} + \mathbb{E}\{\mathbf{E}\}) \mathbf{y}. \quad (9.37)$$

## D Repérage des positions de microphone

La procédure du repérage des microphones par rapport aux coordonnées du maillage 3D de l'objet d'intérêt est réalisée à l'aide d'un outil de positionnement basé sur un système d'émission acoustique. Le système complet est présenté en figure 9.10 et il est constitué :

1. d'un réseau de quatre haut-parleurs ;
2. d'un palpeur mobile sur lequel est monté une antenne de microphones à électrets ;
3. d'un boîtier de communication USB.



**Figure 9.10** – Photographies du palpeur mobile, du boîtier de contrôle et des haut-parleurs

Le palpé successif de plusieurs points sur le moteur à caractériser ainsi que sur l'antenne acoustique permettra de fournir les matrices de changement de repère indispensables pour repérer les positions des microphones par rapport aux coordonnées du maillage.

La procédure de repérage des positions de l'antenne acoustique par rapport au maillage s'effectue en deux étapes :

1. le positionnement du maillage par rapport au repère des haut-parleurs. Cette opération peut être effectuée en palpant 3 ou 4 points connus sur le maillage à l'aide du palpeur. La connaissance de la position de ces points dans le repère de la base émettrice ainsi que dans la base du maillage de surface permet de calculer une matrice de changement de repère.
2. le positionnement de l'antenne acoustique par rapport à la base émettrice. Cette opération est effectuée en palpant 3 ou 4 microphones à l'aide du palpeur mobile. La connaissance de la position de ces points dans le repère de la base émettrice ainsi que



dans la base de l'antenne (les positions entre les microphones étant connues) permet de calculer une matrice de changement de repère.

Finalement, la méthode fournit une matrice de changement de repère (une matrice de rotation et de translation) entre le repère de l'antenne et le repère du maillage. Les positions des microphones peuvent alors être exprimées dans le repère du maillage.

## E Méthodes de mesure de puissance acoustique

Trois méthodes de mesure de la puissance acoustique ont été utilisés à titre de comparaison avec les résultats d'imagerie acoustique.

### E.1 Estimation de la puissance par mesure de pression selon la Norme ISO 3746

Tout d'abord, la puissance acoustique a été mesurée selon la norme ISO 3746 intitulée « Détermination des niveaux de puissance acoustique et des niveaux d'énergie acoustique émis par les sources de bruit à partir de la pression acoustique ». Elle consiste à estimer la puissance acoustique par l'utilisation de mesures microphones prises autour de l'objet rayonnant. La puissance acoustique est directement dépendante de la pression quadratique intégrée sur une surface fermée  $S$  :

$$W = \iint_S \frac{\bar{p}^2}{\rho c} dS. \quad (9.38)$$

La mesure de pression est en réalité réalisée de façon discrétisée :

$$L_W = \bar{L}_p + 10 \log \frac{S}{S_0}, \quad (9.39)$$

avec  $S_0 = 1m^2$  la surface unitaire, et

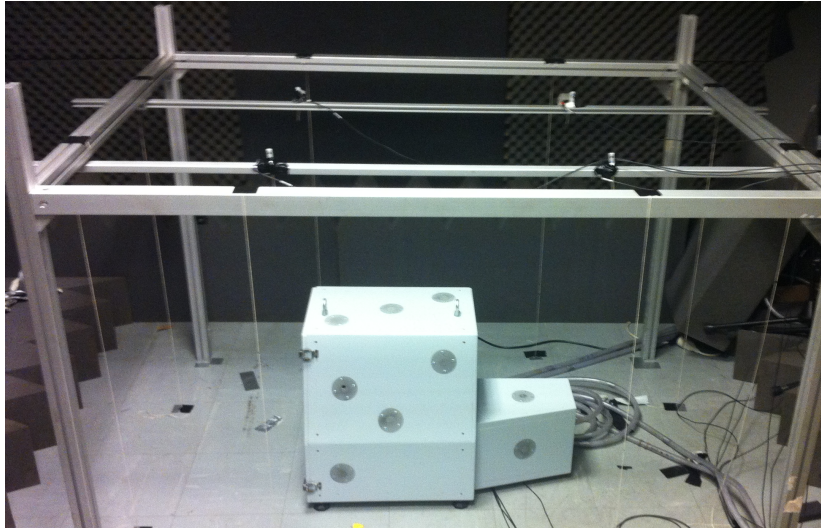
$$\bar{L}_p = 10 \log \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M 10^{L_{p_i}/10}, \quad (9.40)$$

les niveaux de pression moyens mesurés en  $M$  positions autour de l'objet. Le terme de correction lié au bruit ambiant dans la salle de mesure a été prise en compte en suivant les préconisations de la norme.

Ces mesures ont été réalisées dans une sale calme. La surface totale de l'enveloppe est de  $S = 4.54m^2$ . Les positionnements des 20 microphones ont été choisis en suivant les recommandations de la norme. La figure 9.11 présente la photographie du montage.

### E.2 Estimation de la puissance par intensimétrie selon la Norme ISO 9614-2

La détermination de la puissance acoustique est réalisée par intensimétrie selon l'ISO 9614-2 par méthode par balayage. Le balayage des surfaces est effectué à vitesse modérée et constante. La puissance acoustique est égale à l'intégrale de l'intensité normale mesurée



**Figure 9.11** – Photographie du montage expérimental dédié à la mesure de la puissance acoustique par la norme ISO 3746.

autour de l'objet :

$$W = \iint_S I_n dS. \quad (9.41)$$

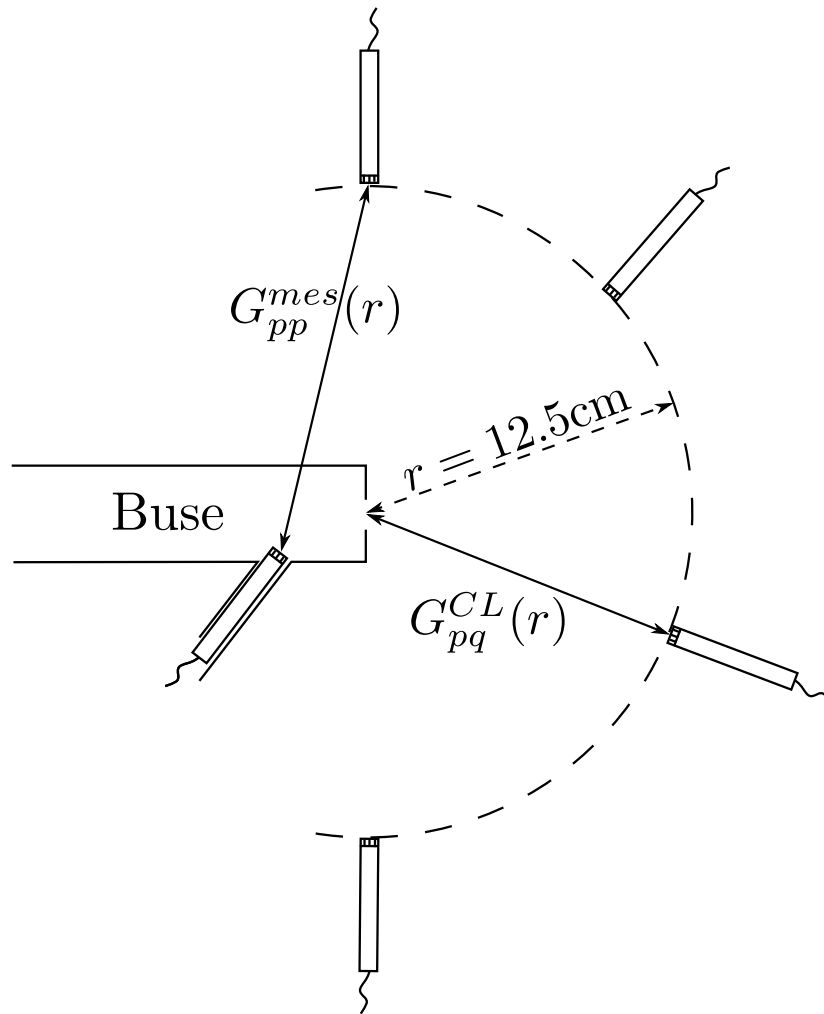
Les mesures présentées dans ce rapport sont qualifiées en classe 2 (Expertise), soit une incertitude de 1 à 2dB selon le tiers d'octave étudié.

### E.3 Calibrage en débit d'une source par mesure du champ de pression à l'intérieur de la buse

Contrairement aux deux premières méthodes présentées, celle-ci est une méthode de calibrage des sources en débit utilisée et validée par Vibratéc. L'objectif est d'estimer le débit volumique de la source en sortie de la buse (présentée en figure 6.1) par rapport au niveau de pression mesuré par un microphone monté à l'intérieur de cette même buse. La puissance acoustique est ensuite déduite du débit volumique estimé.

La procédure expérimentale consiste à mesurer le champ de pression rayonné par cette source en champ proche (à une distance  $r=12.5\text{cm}$ ) en environnement anéchoïque, comme présenté en figure 9.12.

Il est préférable de multiplier le nombre de mesures autour de la source afin de tenir compte de sa directivité. Dans ces conditions, la fonction de transfert mesurée notée  $G_{pp}^{\text{mes}}$  entre le champ de pression à 12.5cm et le champ de pression à l'intérieur de la buse est disponible. De plus, la fonction de transfert théorique entre le champ de pression à 12.5cm et le débit



**Figure 9.12** – Représentation schématique de la configuration expérimentale de calibration de la source en débit.

volumique situé à la sortie de la buse est connue :

$$G_{pq}^{CL}(r) = -i\omega\rho \frac{e^{ikr}}{4\pi r}. \quad (9.42)$$

Le débit estimé par la méthode de calibrage est déduit de la mesure de pression à l'intérieur de la buse :

$$|q|_{eff}^2 = \frac{|G_{pp}^{mes}|^2}{|G_{pq}^{CL}(r)|^2} |p|_{eff}^2, \quad (9.43)$$

avec  $|G_{pq}^{CL}(r)|^2 = \left(\frac{\omega\rho}{4\pi r}\right)^2$  et  $|p|_{eff}^2$  l'autospectre du champ de pression mesuré à l'intérieur de

la buse. Finalement, la puissance acoustique s'écrit :

$$W_{CL} = \frac{\rho c k^2}{8\pi} |q|_{eff}^2. \quad (9.44)$$

Dans notre cas, la puissance générée provient d'un monopole bafflé puisque la source est positionnée affleurante à la paroi :

$$W = 2W_{CL}. \quad (9.45)$$

# Bibliographie

- [1] J. Antoni. A bayesian approach to sound source reconstruction : Optimal basis, regularization, and focusing. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 131(4) :2873–2890, 2012.
- [2] V. Grulier. *Propagation directe et inverse dans l'espace temps-nombre d'onde : Application à une méthode d'holographie acoustique de champ proche pour les sources non stationnaires*. PhD thesis, Université du Maine, 2005.
- [3] S. Paillasseur. *Développement des techniques d'holographie acoustique de champ proche temps réel pour l'analyse de sources de bruit fluctuantes*. PhD thesis, Université du Maine, 2009.
- [4] J.H. Thomas, V. Grulier, S. Paillasseur, J.C. Pascal, and J.C. Le Roux. Real-time near-field acoustic holography for continuously visualizing nonstationary acoustic fields. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 128 :3554, 2010.
- [5] S. Paillasseur, J.H. Thomas, and J.C. Pascal. Regularization for improving the deconvolution in real-time near-field acoustic holography. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 129 :3777, 2011.
- [6] J. Hadamard. Sur les problèmes aux dérivées partielles et leur signification physique. *Princeton university bulletin*, 13(49-52) :28, 1902.
- [7] Q. Leclère. *Etude et développement de la mesure indirecte d'efforts - Application à l'identification des sources internes d'un moteur Diesel*. PhD thesis, INSA de Lyon, 2003.
- [8] M. Nashed. Operator-theoretic and computational approaches to ill-posed problems with applications to antenna theory. *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on*, 29(2) :220–231, 1981.
- [9] A. Tikhonov. Solution of incorrectly formulated problems and the regularization method. In *Soviet Math. Dokl.*, volume 5, page 1035, 1963.
- [10] P.A. Nelson and S.H. Yoon. Estimation of acoustic source strength by inverse methods : Part i, conditioning of the inverse problem. *Journal of sound and vibration*, 233(4) :639–664, 2000.

- [11] E.G. Williams. Regularization methods for near-field acoustical holography. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 110 :1976, 2001.
- [12] Q. Leclere. Acoustic imaging using under-determined inverse approaches : Frequency limitations and optimal regularization. *Journal of Sound and Vibration*, 321(3) :605–619, 2009.
- [13] P. C. Hansen. Analysis of discrete ill-posed problems by means of the l-curve. *SIAM review*, 34(4) :561–580, 1992.
- [14] G. H. Golub, M. Heath, and G. Wahba. Generalized cross-validation as a method for choosing a good ridge parameter. *Technometrics*, 21(2) :215–223, 1979.
- [15] D. Colton, M. Piana, and R. Potthast. A simple method using morozov’s discrepancy principle for solving inverse scattering problems. *Inverse Problems*, 13(6) :1477, 1997.
- [16] Y. Kim and PA Nelson. Optimal regularisation for acoustic source reconstruction by inverse methods. *Journal of Sound and Vibration*, 275(3) :463–487, 2004.
- [17] J. Gomes and P.C. Hansen. A study on regularization parameter choice in near-field acoustical holography. *Journal of the Acoustical Society of America*, 123(5) :3385–3385, 2008.
- [18] A. Pereira, J. Antoni, and Q. Leclère. Empirical bayesian regularization of the inverse acoustic problem. *Applied Acoustics*, 97(0) :11 – 29, 2015.
- [19] A. Pereira. *Acoustic imaging in enclosed spaces*. PhD thesis, Insa Lyon, 2013.
- [20] E.G. Williams and JD Maynard. Holographic imaging without the wavelength resolution limit. *Physical review letters*, 45(7) :554–557, 1980.
- [21] E.G. Williams, JD Maynard, and E. Skudrzyk. Sound source reconstructions using a microphone array. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 68 :340, 1980.
- [22] J.D. Maynard, E.G. Williams, and Y. Lee. Nearfield acoustic holography : I. theory of generalized holography and the development of nah. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 78 :1395, 1985.
- [23] W.A. Veronesi and J.D. Maynard. Nearfield acoustic holography (nah) ii. holographic reconstruction algorithms and computer implementation. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 81 :1307, 1987.
- [24] J. Hald. Time domain acoustical holography and its applications. *Sound and Vibration*, 35(2) :16–25, February 2001.
- [25] Y. T. Cho, J. S. Bolton, and J. Hald. Source visualization by using statistically optimized near-field acoustical holography in cylindrical coordinates. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 118(4) :2355–2364, 2005.
- [26] F. Jacobsen and V. Jaud. Statistically optimized near field acoustic holography using an array of pressure-velocity probes. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 121 :1550, 2007.

- 
- [27] F. Gomes, J. Jacobsen and M. Bach-Andersen. Statistically optimised near field acoustic holography and the helmholtz equation least squares method : a comparison. *ICTA*, 2007.
- [28] A. T. Wall, K. L. Gee, and T. B. Neilsen. Multisource statistically optimized near-field acoustical holography. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 137(2) :963–975, 2015.
- [29] W.A. Veronesi and J.D. Maynard. Digital holographic reconstruction of sources with arbitrarily shaped surfaces. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 85 :588, 1989.
- [30] A. Schuhmacher, J. Hald, K.B. Rasmussen, and P.C. Hansen. Sound source reconstruction using inverse boundary element calculations. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 113 :114, 2003.
- [31] N. Valdivia and E.G. Williams. Implicit methods of solution to integral formulations in boundary element method based nearfield acoustic holography. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 116 :1559, 2004.
- [32] B.-K. Kim and J.-G. Ih. On the reconstruction of the vibro-acoustic field over the surface enclosing an interior space using the boundary element method. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 100 :3003, 1996.
- [33] M.-R. Bai. Application of bem (boundary element method)-based acoustic holography to radiation analysis of sound sources with arbitrarily shaped geometries. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 92 :533, 1992.
- [34] D. C. Kammer. Sensor placement for on-orbit modal identification and correlation of large space structures. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 14(2) :251–259, 1991.
- [35] I.Y. Jeon and J.G. Ih. On the holographic reconstruction of vibroacoustic fields using equivalent sources and inverse boundary element method. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 118 :3473, 2005.
- [36] H. A. Schenck. Improved integral formulation for acoustic radiation problems. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 44(1) :41–58, 1968.
- [37] Z. Wang and S.F. Wu. Helmholtz equation–least-squares method for reconstructing the acoustic pressure field. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 102 :2020, 1997.
- [38] S.F. Wu. On reconstruction of acoustic pressure fields using the helmholtz equation least squares method. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 107 :2511, 2000.



- [39] S.F. Wu and J. Yu. Reconstructing interior acoustic pressure fields via helmholtz equation least-squares method. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 104 :2054, 1998.
- [40] H. Lu and S.F. Wu. Reconstruction of vibroacoustic responses of a highly nonspherical structure using helmholtz equation least-squares method. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 125 :1538, 2009.
- [41] T. Semenova and S.F. Wu. On the choice of expansion functions in the helmholtz equation least-squares method. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 117 :701, 2005.
- [42] L.K. Natarajan and S.F. Wu. Reconstructing the vibro-acoustic quantities on a highly non-spherical surface using the helmholtz equation least squares method. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 131 :4570, 2012.
- [43] S.F. Wu. Hybrid near-field acoustic holography. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 115 :207, 2004.
- [44] X. Zhao and S.F. Wu. Reconstruction of vibro-acoustic fields using hybrid nearfield acoustic holography. *Journal of sound and vibration*, 282(3) :1183–1199, 2005.
- [45] X. Zhao and S. F. Wu. Reconstruction of vibroacoustic fields in half-space by using hybrid near-field acoustical holography. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 117 :555, 2005.
- [46] G.H. Koopmann, L. Song, and J.B. Fahnlne. A method for computing acoustic fields based on the principle of wave superposition. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 86(6) :2433–2438, 1989.
- [47] L. Song, G.H. Koopmann, and J.B. Fahnlne. Numerical errors associated with the method of superposition for computing acoustic fields. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 89(6) :2625–2633, 1991.
- [48] J.B. Fahnlne and G.H. Koopmann. A numerical solution for the general radiation problem based on the combined methods of superposition and singular-value decomposition. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 90 :2808, 1991.
- [49] N.P. Valdivia and E.G. Williams. Study of the comparison of the methods of equivalent sources and boundary element methods for near-field acoustic holography. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 120 :3694, 2006.
- [50] C. Bi, X. Chen, J. Chen, and R. Zhou. Nearfield acoustic holography based on the equivalent source method. *Science in China Series E : Technological Sciences*, 48(3) :338–354, 2005.
- [51] C.X. Bi, X.Z. Chen, and J. Chen. Sound field separation technique based on equivalent source method and its application in nearfield acoustic holography. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 123 :1472, 2008.

- 
- [52] Y.B. Zhang, F. Jacobsen, C.X. Bi, and X.Z. Chen. Near field acoustic holography based on the equivalent source method and pressure-velocity transducers. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 126 :1257, 2009.
- [53] S. Dumbacher, J. Blough, D. Hallman, and P. Wang. Source identification using acoustic array techniques. In *SAE*, pages 1023–1023. SAE, 1995.
- [54] M. R. Bai, C.-C. Chen, and J.-H. Lin. On optimal retreat distance for the equivalent source method-based nearfield acoustical holography. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 129(3) :1407–1416, 2011.
- [55] S.M. Dumbacher and D.L. Brown. Practical considerations of the ifrf technique as applied to noise path analysis and acoustical imaging. In *Proc. 15th International Modal Analysis Conference*, pages 1677–1685, 1997.
- [56] K.R. Holland and P.A. Nelson. An experimental comparison of the focused beamformer and the inverse method for the characterisation of acoustic sources in ideal and non-ideal acoustic environments. *Journal of Sound and Vibration*, 331(20) :4425 – 4437, 2012.
- [57] C.H. Jeong and J.G. Ih. Reconstruction of sound source pressures in an enclosure using the phased beam tracing method. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 126 :158, 2009.
- [58] J. Hald. Wideband acoustical holography. In *Internoise*, 2014.
- [59] F. Deblauwe, J. Leuridan, J.L. Chauray, and B. Béguet. Acoustic holography in transient conditions. In *Internoise and Noise-Con Congress and Conference Proceedings*, volume 1999, pages 1603–1612. Institute of Noise Control Engineering, 1999.
- [60] S.F. Wu, H. Lu, and M.S. Bajwa. Reconstruction of transient acoustic radiation from a sphere. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 117 :2065, 2005.
- [61] S. F. Wu. Reconstructing transient acoustic radiation from an arbitrary object with a uniform surface velocity distribution. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 136(2) :514–524, 2014.
- [62] M.R. Bai and J.H. Lin. Source identification system based on the time-domain nearfield equivalence source imaging : Fundamental theory and implementation. *Journal of Sound and Vibration*, 307(1) :202–225, 2007.
- [63] A. V. Oppenheim, R. W. Schaffer, J. R. Buck, et al. *Discrete-time signal processing*, volume 2. Prentice-hall Englewood Cliffs, 1989.
- [64] X.Z. Zhang, J.H. Thomas, C.X. Bi, and J.C. Pascal. Separation of nonstationary sound fields in the time-wavenumber domain. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 131 :2180, 2012.

- [65] W. Kropp and PU Svensson. Application of the time domain formulation of the method of equivalent sources to radiation and scattering problems. *Acta Acustica united with Acustica*, 81(6) :528–543, 1995.
- [66] S. Kleiven, K. Larsson, and W. Kropp. Time-domain modelling : Combining esm and fdtd methods for acoustic wave propagation. *Acta acustica united with Acustica*, 95(1) :118–127, 2009.
- [67] S. Lee, K.S. Brentner, and P.J. Morris. Assessment of time-domain equivalent source method for acoustic scattering. *AIAA journal*, 49 :1897–1906, 2011.
- [68] X.Z. Zhang, C.X. Bi, Y.B. Zhang, and L. Xu. Transient nearfield acoustic holography based on an interpolated time-domain equivalent source method. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 130 :1430, 2011.
- [69] C.-X. Bi, L. Geng, and X.-Z. Zhang. Cubic spline interpolation-based time-domain equivalent source method for modeling transient acoustic radiation. *Journal of Sound and Vibration*, 2013.
- [70] C. R. Lowis. *In-duct measurement techniques for the characterisation of broadband aeroengine noise*. PhD thesis, ISVR, 2007.
- [71] T. Le Magueresse and O. Minck. Source localization inside a cabin using calculated green’s function. *SIA 2012*, 2012.
- [72] Y.K. Kim and Y.H. Kim. Holographic reconstruction of active sources and surface admittance in an enclosure. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 105 :2377, 1999.
- [73] B. A. Fenech. *Accurate aeroacoustic measurements in closed-section hard-walled wind tunnels*. PhD thesis, University of Southampton, June 2009.
- [74] E. R. Pike, J. G. McWhirter, M. Bertero, and C. de Mol. Generalised information theory for inverse problems in signal processing. *Communications, Radar and Signal Processing, IEE Proceedings F*, 131(6) :660–667, 1984.
- [75] R. Piestun and D. AB Miller. Electromagnetic degrees of freedom of an optical system. *JOSA A*, 17(5) :892–902, 2000.
- [76] J. Hald. Basic theory and properties of statistically optimized near-field acoustical holography. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 125(4) :2105–2120, 2009.
- [77] J. Idier. *Approche bayésienne pour les problèmes inverses, Traité IC2, Série traitement du signal et de l’image*. Hermès, Paris, 2001.
- [78] A. Mohammad-Djafari. A bayesian approach to source separation. *arXiv preprint math-ph/0008025*, 2000.
- [79] Martin Pelikan. *Hierarchical Bayesian optimization algorithm*. Springer, 2005.
- [80] Andrew Gelman, John B Carlin, Hal S Stern, and Donald B Rubin. *Bayesian data analysis*, volume 2. Taylor & Francis, 2014.

- 
- [81] C. Robert. *The Bayesian choice : from decision-theoretic foundations to computational implementation*. Springer, 2007.
- [82] J. Antoni. Focalisation bayésienne : une approche unifiée du problème inverse en acoustique. *10ème Congrès Français d'Acoustique*, 2010.
- [83] W.A. Veronesi and J.D. Maynard. Digital holographic reconstruction of sources with arbitrarily shaped surfaces. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 85 :588, 1989.
- [84] A. Mohammad-Djafari. Bayesian inference for inverse problems. *arXiv preprint physics/0110093*, 2001.
- [85] M. R. Bai, A. Agarwal, C.-C. Chen, and Y.-C. Wang. Bayesian approach of nearfield acoustic reconstruction with particle filters. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 133(6) :4032–4043, 2013.
- [86] H. Cramér. *Mathematical Methods of Statistics (PMS-9)*, volume 9. Princeton university press, 1999.
- [87] Q. Leclère, A. Pereira, and J. Antoni. Une approche bayésienne de la parcimonie pour l'identification de sources acoustiques.
- [88] Y. Li. A globally convergent method for  $l_p$  problems. *SIAM Journal on Optimization*, 3(3) :609–629, 1993.
- [89] D.L. Donoho. Compressed sensing. *Information Theory, IEEE Transactions on*, 52(4) :1289–1306, 2006.
- [90] E.G. Williams. *Fourier acoustics : sound radiation and nearfield acoustical holography*. Academic Press, 1999.
- [91] N. P. Galatsanos, V. Z. Mesarovic, R. Molina, and A. K. Katsaggelos. Hierarchical bayesian image restoration from partially known blurs. *Image Processing, IEEE Transactions on*, 9(10) :1784–1797, 2000.
- [92] N. P Galatsanos, V. Z Mesarovic, R. Molina, A. K Katsaggelos, and J. Mateos. Hyperparameter estimation in image restoration problems with partially known blurs. *Optical Engineering*, 41(8) :1845–1854, 2002.
- [93] R. Molina, A. K Katsaggelos, J. Abad, and J. Mateos. A bayesian approach to blind deconvolution based on dirichlet distributions. In *Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1997. ICASSP-97., 1997 IEEE International Conference on*, volume 4, pages 2809–2812. IEEE, 1997.
- [94] R. Molina, J. Mateos, and A. K. Katsaggelos. Blind deconvolution using a variational approach to parameter, image, and blur estimation. *Image Processing, IEEE Transactions on*, 15(12) :3715–3727, 2006.

- [95] J. Li, P. Stoica, and Z. Wang. On robust capon beamforming and diagonal loading. In *Acoustics, Speech, and Signal Processing, 2003. Proceedings. (ICASSP '03). 2003 IEEE International Conference on*, volume 5, pages V-337-40 vol.5, 2003.
- [96] S.A. Vorobyov, A.B. Gershman, and Z.-Q. Luo. Robust adaptive beamforming using worst-case performance optimization : A solution to the signal mismatch problem. *Signal Processing, IEEE Transactions on*, 51(2) :313-324, 2003.
- [97] A. Hassanien, S. A Vorobyov, and K. M. Wong. Robust adaptive beamforming using sequential quadratic programming : An iterative solution to the mismatch problem. *Signal Processing Letters, IEEE*, 15 :733-736, 2008.
- [98] V. Martin and J. R. Arruda. Improvement of certain inverse acoustic problems by adapting the model. In *Noise and vibration : Emerging Methods*, 2012.
- [99] V. Martin, T. Le Bourdon, and J. R. Arruda. Geometrical interpretation of acoustic holography : Adaptation of the propagator and minimum quality guaranteed in the presence of errors. *Journal of Sound and Vibration*, 331(15) :3493-3508, 2012.
- [100] V. Martin, T. Le Bourdon, and A. M. Pasqual. Numerical simulation of acoustic holography with propagator adaptation : Application to a 3d disc. *Journal of Sound and Vibration*, 330(17) :4233-4249, 2011.
- [101] R.-P Dougherty and G.-G Podboy. Improved phased array imaging of a model jet. *AIAA paper*, 3186 :11-13, 2009.
- [102] A. Peillot. *Imagerie acoustique par approximations parcimonieuses des sources*. PhD thesis, École Doctorale Sciences Mécaniques, Acoustiques, Electroniques et Robotiques Paris 6, 2012.
- [103] R. Gribonval N. Bertin, S. Kitié. L'analyse coparcimonieuse, un modèle alternatif émergent pour l'acquisition comprimée des ondes sonores. In *CFA*, 2014.
- [104] A. P Dempster, N. M Laird, and D. B Rubin. Maximum likelihood from incomplete data via the em algorithm. *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)*, pages 1-38, 1977.
- [105] L. Yu. *Acoustical source reconstruction from non-synchronous sequential measurements*. PhD thesis, INSA de Lyon, 2015.
- [106] J. Antoni, L. Yu, and Q. Leclère. Reconstruction of sound quadratic properties from non-synchronous measurements with insufficient or without references : Proof of concept. *Journal of Sound and Vibration*, 349 :123-149, 2015.
- [107] S.H. Yoon and P.A. Nelson. A method for the efficient construction of acoustic pressure cross-spectral matrices. *Journal of sound and vibration*, 233(5) :897-920, 2000.
- [108] L. Yu, J. Antoni, and Q. Leclère. Recovering phase relationships between non-synchronous microphone array measurements. In *ISMA 2014*, 2014.

- [109] S.M. Price and R.J. Bernhard. Virtual coherence : A digital signal processing technique for incoherent source identification. In *Proceedings of IMAC*, volume 4, pages 3–6, 1986.
- [110] L. Yao, W. A. Sethares, and D. C. Kammer. Sensor placement for on-orbit modal identification via a genetic algorithm. *AIAA journal*, 31(10) :1922–1928, 1993.
- [111] J.F. Blais J.M. Attendu and A. Ross. Investigation of transient near-field acoustical holography using temporal and spatial laplace transforms. In *Proceedings of the ICSV19 International Congress on Sound and Vibration*, 2012.
- [112] M. Forbes, S. Letcher, and P. Stepanishen. A wave vector, time-domain method of forward projecting time-dependent pressure fields. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 90(5) :2782–2793, 1991.
- [113] V. Grulier, S. Paillasseur, J.-H. Thomas, J.-C. Pascal, and J.-C. Le Roux. Forward propagation of time evolving acoustic pressure : Formulation and investigation of the impulse response in time-wavenumber domain. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 126(5) :2367–2378, 2009.
- [114] M. Nashed. *Generalized Inverses and Applications : proceedings of an advanced seminar*, volume 1973. Academic Pr, 1976.
- [115] P. Sijtsma, S. Oerlemans, and H. Holthusen. *Location of rotating sources by phased array measurements*. National Aerospace Laboratory NLR, 2001.
- [116] G. Chardon, L. Daudet, A. Peillot, F. Ollivier, N. Bertin, and R. Gribonval. Near-field acoustic holography using sparse regularization and compressive sampling principles. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 132(3) :1521–1534, 2012.
- [117] I. Daubechies, R. DeVore, M. Fornasier, and C.S. Güntürk. Iteratively reweighted least squares minimization for sparse recovery. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, 63(1) :1–38, 2010.
- [118] P. Ahrendt. The multivariate gaussian probability distribution. Technical report, 2005.



## FOLIO ADMINISTRATIF

### THESE SOUTENUE DEVANT L'INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUEES DE LYON

NOM : LE MAGUERESSE  
(avec précision du nom de jeune fille, le cas échéant)

DATE de SOUTENANCE : 11 Février 2016

Prénoms : Thibaut, Luc, Mathieu

TITRE : Approche unifiée multidimensionnelle du problème acoustique inverse

NATURE : Doctorat

Numéro d'ordre :

Ecole doctorale : MEGA

Spécialité : Acoustique

#### RESUME :

La caractérisation expérimentale de sources acoustiques est l'une des étapes essentielles pour la réduction des nuisances sonores produites par les machines industrielles. L'objectif de la thèse est de mettre au point une procédure complète visant à localiser et à quantifier des sources acoustiques stationnaires ou non sur un maillage surfacique par la rétro-propagation d'un champ de pression mesuré par un réseau de microphones. Ce problème inverse est délicat à résoudre puisqu'il est généralement mal-conditionné et sujet à de nombreuses sources d'erreurs. Dans ce contexte, il est capital de s'appuyer sur une description réaliste du modèle de propagation acoustique direct. Dans le domaine fréquentiel, la méthode des sources équivalentes a été adaptée au problème de l'imagerie acoustique dans le but d'estimer les fonctions de transfert entre les sources et l'antenne, en prenant en compte le phénomène de diffraction des ondes autour de l'objet d'intérêt. Dans le domaine temporel, la propagation est modélisée comme un produit de convolution entre la source et une réponse impulsionnelle décrite dans le domaine temps-nombre d'onde. Le caractère sous-déterminé du problème acoustique inverse implique d'utiliser toutes les connaissances a priori disponibles sur le champ sources. Il a donc semblé pertinent d'employer une approche bayésienne pour résoudre ce problème. Des informations a priori disponibles sur les sources acoustiques ont été mises en équation et il a été montré que la prise en compte de leur parcimonie spatiale ou de leur rayonnement omnidirectionnel pouvait améliorer significativement les résultats. Dans les hypothèses formulées, la solution du problème inverse s'écrit sous la forme régularisée de Tikhonov. Le paramètre de régularisation a été estimé par une approche bayésienne empirique. Sa supériorité par rapport aux méthodes communément utilisées dans la littérature a été démontrée au travers d'études numériques et expérimentales. En présence de fortes variabilités du rapport signal à bruit au cours du temps, il a été montré qu'il est nécessaire de mettre à jour sa valeur afin d'obtenir une solution satisfaisante. Finalement, l'introduction d'une variable manquante au problème reflétant la méconnaissance partielle du modèle de propagation a permis, sous certaines conditions, d'améliorer l'estimation de l'amplitude complexe des sources en présence d'erreurs de modèle. Les développements proposés ont permis de caractériser, in situ, la puissance acoustique rayonnée par composant d'un groupe motopropulseur automobile par la méthode de la focalisation bayésienne dans le cadre du projet Ecobex. Le champ acoustique cyclo-stationnaire généré par un ventilateur automobile a finalement été analysé par la méthode d'holographie acoustique de champ proche temps réel.

MOTS-CLES : imagerie acoustique, identification de sources, problèmes inverses, approche bayésienne, régularisation.

Laboratoire (s) de recherche : Laboratoire Vibrations Acoustique (LVA) – Laboratoire d'Acoustique de l'Université du Maine (LAUM)

Directeurs de thèse: Jérôme Antoni et Jean-Hugh Thomas

Composition du jury : Jérôme IDIER, Vincent MARTIN, Quentin LECLERE, Jean-Claude PASCAL, Christophe LOCQUETEAU, Jérôme ANTONI, Jean-Hugh THOMAS, Sébastien PAILLASSEUR.