



# Holographie Vibratoire : Identification et séparation de champs vibratoires

Corentin Chesnais

## ► To cite this version:

Corentin Chesnais. Holographie Vibratoire : Identification et séparation de champs vibratoires. Vibrations [physics.class-ph]. INSA Lyon, 2016. Français. <NNT : >. <tel-01468982>

**HAL Id: tel-01468982**

**<https://hal.science/tel-01468982v1>**

Submitted on 23 Feb 2017

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



HAL Authorization



N°d'ordre NNT : 2016LYSEI127

# **THESE de DOCTORAT DE L'UNIVERSITE DE LYON**

opérée au sein de

**Institut National des Sciences Appliquées de Lyon**

**Ecole Doctorale N° ED162**

**MEGA DE LYON**

**(MECANIQUE, ENERGETIQUE, GENIE CIVIL, ACOUSTIQUE)**

**Spécialité de doctorat : Acoustique**

Soutenue publiquement le 24/11/2016, par :

**Corentin CHESNAIS**

---

## **Holographie Vibratoire**

**Identification et séparation de champs vibratoire vibratoires**

---

Devant le jury composé de :

GUYADER, Jean-Louis	Professeur des Universités	Laboratoire Vibrations Acoustique	Président de jury
BERRY, Alain	Professeur des Universités	Groupe d'Acoustique de L'Université de Sherbrooke	Rapporteur
DAUCHEZ, Nicolas	Professeur des Universités	Laboratoire Roberval	Rapporteur
SADOULET-REBOUL, Emeline	Maître de conférences	Franche-Comté Electronique, Mécanique, Thermique et Optique - Sciences et Technologies	Examinatrice
TOTARO, Nicolas	Maître de conférences - HDR	Laboratoire Vibrations Acoustique	Directeur de thèse
THOMAS, Jean-Hugh	Maître de conférences - HDR	Laboratoire de l'Université du Maine	Co-directeur de thèse



## Département FEDORA – INSA Lyon - Ecoles Doctorales – Quinquennal 2016-2020

SIGLE	ECOLE DOCTORALE	NOM ET COORDONNEES DU RESPONSABLE
<b>CHIMIE</b>	<b>CHIMIE DE LYON</b> <a href="http://www.edchimie-lyon.fr">http://www.edchimie-lyon.fr</a>  Sec : Renée EL MELHEM Bat Blaise Pascal 3 <sup>e</sup> etage <a href="mailto:secretariat@edchimie-lyon.fr">secretariat@edchimie-lyon.fr</a> Insa : R. GOURDON	<b>M. Stéphane DANIELE</b> Institut de Recherches sur la Catalyse et l'Environnement de Lyon IRCELYON-UMR 5256 Équipe CDFA 2 avenue Albert Einstein 69626 Villeurbanne cedex <a href="mailto:directeur@edchimie-lyon.fr">directeur@edchimie-lyon.fr</a>
<b>E.E.A.</b>	<b>ELECTRONIQUE, ELECTROTECHNIQUE, AUTOMATIQUE</b> <a href="http://edeea.ec-lyon.fr">http://edeea.ec-lyon.fr</a>  Sec : M.C. HAVGOUDOUKIAN <a href="mailto:Ecole-Doctorale.eea@ec-lyon.fr">Ecole-Doctorale.eea@ec-lyon.fr</a>	<b>M. Gérard SCORLETTI</b> Ecole Centrale de Lyon 36 avenue Guy de Collongue 69134 ECULLY Tél : 04.72.18 60.97 Fax : 04 78 43 37 17 <a href="mailto:Gerard.scorletti@ec-lyon.fr">Gerard.scorletti@ec-lyon.fr</a>
<b>E2M2</b>	<b>EVOLUTION, ECOSYSTEME, MICROBIOLOGIE, MODELISATION</b> <a href="http://e2m2.universite-lyon.fr">http://e2m2.universite-lyon.fr</a>  Sec : Safia AIT CHALAL Bat Darwin - UCB Lyon 1 04.72.43.28.91 Insa : H. CHARLES <a href="mailto:Safia.ait-chalal@univ-lyon1.fr">Safia.ait-chalal@univ-lyon1.fr</a>	<b>Mme Gudrun BORNETTE</b> CNRS UMR 5023 LEHNA Université Claude Bernard Lyon 1 Bât Forel 43 bd du 11 novembre 1918 69622 VILLEURBANNE Cédex Tél : 06.07.53.89.13 <a href="mailto:e2m2@univ-lyon1.fr">e2m2@univ-lyon1.fr</a>
<b>EDISS</b>	<b>INTERDISCIPLINAIRE SCIENCES-SANTE</b> <a href="http://www.ediss-lyon.fr">http://www.ediss-lyon.fr</a> Sec : Safia AIT CHALAL Hôpital Louis Pradel - Bron 04 72 68 49 09 Insa : M. LAGARDE <a href="mailto:Safia.ait-chalal@univ-lyon1.fr">Safia.ait-chalal@univ-lyon1.fr</a>	<b>Mme Emmanuelle CANET-SOULAS</b> INSERM U1060, CarMeN lab, Univ. Lyon 1 Bâtiment IMBL 11 avenue Jean Capelle INSA de Lyon 696621 Villeurbanne Tél : 04.72.68.49.09 Fax :04 72 68 49 16 <a href="mailto:Emmanuelle.canet@univ-lyon1.fr">Emmanuelle.canet@univ-lyon1.fr</a>
<b>INFOMATHS</b>	<b>INFORMATIQUE ET MATHEMATIQUES</b> <a href="http://infomaths.univ-lyon1.fr">http://infomaths.univ-lyon1.fr</a>  Sec : Renée EL MELHEM Bat Blaise Pascal 3 <sup>e</sup> etage <a href="mailto:infomaths@univ-lyon1.fr">infomaths@univ-lyon1.fr</a>	<b>Mme Sylvie CALABRETTO</b> LIRIS – INSA de Lyon Bat Blaise Pascal 7 avenue Jean Capelle 69622 VILLEURBANNE Cedex Tél : 04.72. 43. 80. 46 Fax 04 72 43 16 87 <a href="mailto:Sylvie.calabretto@insa-lyon.fr">Sylvie.calabretto@insa-lyon.fr</a>
<b>Matériaux</b>	<b>MATERIAUX DE LYON</b> <a href="http://ed34.universite-lyon.fr">http://ed34.universite-lyon.fr</a>  Sec : M. LABOUNE PM : 71.70 –Fax : 87.12 Bat. Saint Exupéry <a href="mailto:Ed.materiaux@insa-lyon.fr">Ed.materiaux@insa-lyon.fr</a>	<b>M. Jean-Yves BUFFIERE</b> INSA de Lyon MATEIS Bâtiment Saint Exupéry 7 avenue Jean Capelle 69621 VILLEURBANNE Cedex Tél : 04.72.43 71.70 Fax 04 72 43 85 28 <a href="mailto:Ed.materiaux@insa-lyon.fr">Ed.materiaux@insa-lyon.fr</a>
<b>MEGA</b>	<b>MECANIQUE, ENERGETIQUE, GENIE CIVIL, ACOUSTIQUE</b> <a href="http://mega.universite-lyon.fr">http://mega.universite-lyon.fr</a>  Sec : M. LABOUNE PM : 71.70 –Fax : 87.12 Bat. Saint Exupéry <a href="mailto:mega@insa-lyon.fr">mega@insa-lyon.fr</a>	<b>M. Philippe BOISSE</b> INSA de Lyon Laboratoire LAMCOS Bâtiment Jacquard 25 bis avenue Jean Capelle 69621 VILLEURBANNE Cedex Tél : 04.72 .43.71.70 Fax : 04 72 43 72 37 <a href="mailto:Philippe.boisse@insa-lyon.fr">Philippe.boisse@insa-lyon.fr</a>
<b>ScSo</b>	<b>ScSo*</b> <a href="http://recherche.univ-lyon2.fr/scso/">http://recherche.univ-lyon2.fr/scso/</a>  Sec : Viviane POLSINELLI Brigitte DUBOIS Insa : J.Y. TOUSSAINT <a href="mailto:viviane.polsinelli@univ-lyon2.fr">viviane.polsinelli@univ-lyon2.fr</a>	<b>Mme Isabelle VON BUELTZINGLOEWEN</b> Université Lyon 2 86 rue Pasteur 69365 LYON Cedex 07 Tél : 04.78.77.23.86 Fax : 04.37.28.04.48

\*ScSo : Histoire, Géographie, Aménagement, Urbanisme, Archéologie, Science politique, Sociologie, Anthropologie



---

# Abstract

The source field reconstruction aims at identifying the excitation field measuring the response of the system. In Near-field Acoustic Holography, the response of the system (the radiated acoustic pressure) is measured on a hologram using a microphones array and the source field (the acoustic velocity field) is reconstructed with a back-propagation technique performed in the wave number domain. The objective of the present works is to use such a technique to reconstruct displacement field on the whole surface of a plate by measuring vibrations on a one-dimensional holograms. This task is much more difficult in the vibratory domain because of the complexity of the equation of motion of the structure. The method presented here and called "Structural Holography" is particularly interesting when a direct measurement of the velocity field is not possible. Moreover, Structural Holography decreases the number of measurements required to reconstruct the displacement field of the entire plate. This method permits to separate the sources in the case of multi-sources excitations by considering them as direct or back waves. It's possible to compute the structural intensity of one particular source without the contributions of others sources. The aim of this PHD is to present the principles of Structural Holography, its limits, its applications and illustrate them with examples of infinite plate, supported plate and on experimental results.

---





Cette thèse est financé dans le cadre du projet consacré au Transfert des efforts des sources solidiennes actives (TESSA).

*Tessa est labellisé par Movéo et le LUTB a reçu l'appui du Fonds unique intermnitériel. Ce projet a pour objectif d'anticiper l'impact sonore des sources secondaires des véhicules automobiles (récupération d'énergie, pompes, compresseurs, etc.) en mettant à disposition des méthodes de mesures et de simulation pour caractériser les excitations vibratoires et prédire la bruyance des composants vibrants. Ce travail, réalisé en collaboration étroite entre les constructeurs qui conçoivent les véhicules et leurs fournisseurs qui mettent au point les équipements, est porté par Vibratec, Cevaa, Renault, PSA, Renault trucks, Valeo, Pierburg Pump Tech, Sonorhc, l'EC Lyon, l'Université du Maine, l'Insa Lyon et le Cetim.*

---



---

# Remerciements

Je tiens à remercier en premier lieu mes directeurs de thèse, Nicolas Totaro et Jean-Hugh Thomas, pour le temps qu'ils m'ont consacré, les échanges d'opinions et les conseils, ainsi que pour la confiance qu'ils m'ont accordé lors de ces trois années de thèse qui m'a permis d'avancer dans les meilleures conditions. Merci également à Jean-Louis Guyader qui a eu l'idée de développer cette méthode ainsi que pour sa pédagogie durant nos discussions.

Je souhaite remercier Nicolas Dauchez et Alain Berry d'avoir accepté de faire la relecture de ce rapport. Je leur en suis reconnaissant pour l'intérêt porté mais également pour le temps qu'ils y ont consacré. Je joins également mes remerciements à Emeline Sadoulet-Reboul et Jean-Louis Guyader d'avoir accepté de faire partie de mon jury.

Merci à Quentin pour ses codes qui ont facilité mes traitements de données expérimentales et m'ont facilité l'accès à la méthode RIFF ainsi qu'à Sandra pour ses explications sur les logiciels d'éléments finis. Merci à l'ensemble du LVA qui permet d'évoluer dans une ambiance saine ainsi qu'à tous les doctorants avec qui j'ai passé de bons moments au labo, en congrès ou après les heures de travail. Je tiens particulièrement à remercier mes collègues de bureau, Raïssa, Min et Christophe avec qui j'ai passé la majeure partie de ma thèse, pour les délires et fou rire mais également pour avoir supporté toutes les bêtises qui sortaient de mon imagination. La fin de ma phrase s'adresse également au bureau d'en face, qui me voyait débarquer de temps en temps pour troubler leur tranquillité.

Je n'oublie pas mes deux compères pour ses trois belles années, Valentin et Benjamin et mes anciens camarades du Mans Thibault, Maxime et Charlie pour les nombreux échanges de mails de déprime, de rage, de montage photo et surtout de boutades, malgré cette distance qui nous sépare. Merci également Perceval pour m'avoir appris les règles du jeu du Pélican.

Ma dernière pensée s'adresse bien évidemment à Charlotte et à Kadoc.

---



---

# Table des matières

---

<b>1</b>	<b>Introduction et contexte scientifique</b>	<b>5</b>
1.1	Localisation de sources en vibroacoustique . . . . .	7
1.2	Régularisation . . . . .	9
1.3	Position du sujet . . . . .	11
1.4	Plan du manuscrit . . . . .	16
<b>2</b>	<b>Identification et localisation de champ source par Holographie Vibratoire</b>	<b>19</b>
2.1	Contexte théorique de l'Holographie Vibratoire . . . . .	21
2.2	Etude du comportement du propagateur évanescent . . . . .	23
2.2.1	Formulation en champ lointain : Far field Structural Holography (FSH) .	26
2.2.2	Exemple de reconstruction via NSH et FSH . . . . .	29
2.3	Validation expérimentale sur plaque suspendue sur un bord . . . . .	31
2.3.1	Intensité structurale du déplacement reconstruit tout autour de la force .	32
2.4	Application sur une plaque simplement supportée . . . . .	38
2.5	Conclusion . . . . .	44
<b>3</b>	<b>Séparation de champs de sources par Holographie Vibratoire</b>	<b>47</b>
3.1	Principe de la séparation de champs de sources . . . . .	49
3.2	Etude numérique sur plaque infinie . . . . .	50
3.3	Calcul de l'intensité structurale . . . . .	54
3.4	Validation expérimentale sur plaque suspendue sur un bord excitée par une pompe à eau . . . . .	57
3.4.1	Identification des positions des forces via la méthode RIFF . . . . .	59
3.4.2	Séparation des champs de déplacement provenant de la gauche et de la droite des hologrammes . . . . .	60
3.5	Séparation des champs de déplacement provenant d'en dessous et d'au dessus des hologrammes . . . . .	65
3.6	Conclusion . . . . .	68
<b>4</b>	<b>Étude paramétrique : influence des paramètres géométriques, du bruit et éva- luation des contributions des coefficients pour la reconstruction des champs</b>	

---

<b>de déplacement</b>	<b>69</b>
4.1 Influence des paramètres géométriques de l'Holographie	
Vibratoire . . . . .	71
4.1.1 Influence de la distance force/hologramme $d_{Fh}$ . . . . .	71
4.1.2 Influence de la longueur de l'hologramme $L_{holo}$ . . . . .	76
4.1.3 Influence du pas entre deux points de l'hologramme $\Delta_x$ . . . . .	78
4.1.4 Influence du bruit sur NSH filtrée . . . . .	80
4.2 Étude de la contribution des coefficients pour la reconstruction des champs de déplacements . . . . .	83
4.2.1 Déplacement référence et reconstruit par Holographie . . . . .	83
4.2.2 Étude des Transformées de Fourier Spatiales 2D (TFS2D) du comportement propagatif des coefficients . . . . .	88
4.2.3 Étude des ondes évanescentes . . . . .	91
4.3 Conclusion . . . . .	99
<b>5 Localisation de sources sur l'ensemble de la plaque : rétropropagation au delà de la force</b>	<b>101</b>
5.1 Démonstration théorique . . . . .	103
5.2 Holographie Vibratoire sans considérer les ondes évanescentes : Validation sur le cas idéal de la plaque infinie . . . . .	106
5.2.1 Localisation d'une force . . . . .	106
5.2.2 Localisation de plusieurs forces . . . . .	111
5.3 Influence de la distance entre les forces . . . . .	116
5.3.1 Étude pour des forces de même amplitude . . . . .	117
5.3.2 Étude pour des forces d'amplitudes de signes opposés . . . . .	120
5.4 Validation expérimentale : plaque excitée par un pot vibrant . . . . .	121
5.4.1 Hogrammes positionnés le long de l'axe $y$ . . . . .	121
5.4.2 Hogrammes positionnés sur les deux dimensions . . . . .	123
5.5 Identification de plusieurs sources : cas d'une pompe à eau . . . . .	125
5.6 Conclusion . . . . .	130
<b>6 Conclusion générale</b>	<b>131</b>
<b>A Résolution de l'équation différentielle d'ordre 4</b>	<b>139</b>
<b>B Localisation par Holographie Vibratoire avec des hologrammes à droite des forces.</b>	<b>141</b>
<b>C Application de la méthode RIFF sur un déplacement reconstruit par FSH sans considérer les ondes évanescentes</b>	<b>143</b>

---

---

*"Le savant n'étudie pas la nature parce que cela est utile ; il l'étudie parce qu'il y prend plaisir et il y prend plaisir parce qu'elle est belle. Si la nature n'était pas belle, elle ne vaudrait pas la peine d'être connue, la vie ne vaudrait pas la peine d'être vécue. Je ne parle pas ici, bien entendu, de cette beauté qui frappe les sens, de la beauté des qualités et des apparences ; non que j'en fasse fi, loin de là, mais elle n'a rien à faire avec la science ; je veux parler de cette beauté plus intime qui vient de l'ordre harmonieux des parties, et qu'une intelligence pure peut saisir. "*

*Henri Poincaré*



## CHAPITRE 1

---

# Introduction et contexte scientifique

---



La localisation et l'identification de sources est un sujet majeur dans des projets académiques ou industriels. Ainsi, plusieurs méthodes dans les domaines vibratoire et acoustique ont émergé et sont encore aujourd'hui le sujet de nombreuses recherches pour en améliorer les performances. Dans le domaine vibratoire, l'analyse de contraintes, la prévision du comportement ou le diagnostic de fatigue requièrent la connaissance des forces agissant sur la structure mécanique. La difficulté d'observer directement ces grandeurs physiques du fait de l'impossibilité de positionner des capteurs appropriés entre les excitations et les structures étudiées entraîna le développement de méthodes dites inverses. Basées sur une caractérisation du système et la mesure de grandeurs facilement observables (déplacements, vitesses, accélérations, pressions, etc ...), ces méthodes nécessitent généralement un nombre d'information limité sur l'objet. Cependant, la majorité des méthodes inverses sont instables et très sensibles aux incertitudes de mesures et une régularisation doit être opérée pour les rendre fonctionnelles.

## 1.1 Localisation de sources en vibroacoustique

Depuis plusieurs décennies, de nombreuses méthodes dans le domaine vibratoire furent développées pour localiser et quantifier les sources. Au cours des années 70, l'intensité structurale a été définie, par analogie à l'intensité acoustique, par Noiseux [Noi69] et Pavic [Pav76]. L'intensité vibratoire des ondes de flexion dans les plaques (ou densité d'énergie par unité de longueur  $[W/m]$ ) est une grandeur vectorielle qui peut être exprimée à partir du champ de vitesse. Dans le cas de structures homogènes d'épaisseur constante, l'intensité correspond à l'énergie par unité de temps qui traverse l'unité d'une longueur, le flux de puissance se propageant dans le sens perpendiculaire à cette longueur. Il est ainsi possible d'analyser le chemin parcouru par l'énergie vibratoire. L'intensité vibratoire est décrite par une relation comportant des produits entre différentes dérivées spatiales du champ de vitesse vibratoire de la structure. Pour rendre cette quantité accessible à la mesure, Pavic a tiré de cette expression une formulation complète où les dérivées spatiales sont approchées par différences finies. L'expression qu'il a proposée avec Noiseux a la particularité d'être une combinaison du déplacement transverse, de ses dérivées temporelles et de ses dérivées spatiales. L'utilisation de la transformée de Fourier et de schémas aux différences finies pour approcher les dérivées spatiales implique que seule la connaissance du déplacement transverse est nécessaire à l'estimation de l'intensité vibratoire. Le champ d'intensité connu, on peut également en intégrant cette quantité par éléments de surface déterminer la puissance injectée ou dissipée sur chaque élément [RAW90]. De nombreuses publications ont démontré les possibilités offertes par l'analyse de l'intensité structurale notamment grâce à la distribution des flux d'énergie qui donne des informations sur les voies de transmission d'énergie, les positions des sources et les puits de l'énergie mécanique. Ainsi Gavric montra le potentiel du calcul numérique de l'intensité structurale [Gav91] et démontra que cette approche pouvait

être utilisée pour des modèles obtenus via des analyses modales expérimentales [GP93, GCF97]. Zhang et Mann ont montré que la distribution de la force peut être calculée directement dans le domaine des nombres d'onde en utilisant la transformée de Fourier bidimensionnelle [ZMI96b], et ont utilisé les mesures de l'intensité vibratoire et de la fonction de distribution de force pour étudier les plaques vibrantes [ZMI96a].

Pézerat développa une méthode proche de celle de Zhang et Mann appelée RIFF (Résolution Inverse Filtrée Fenêtrée, connue aussi sous l'acronyme anglais Force Analysis Technique - FAT), utilisant un schéma aux différences finies pour discrétiser l'équation de mouvement et reconstruire la distribution de force agissant sur la structure. La méthode RIFF fut développée sur les poutres [PG95], les plaques [PG00, PG96] et les coques [DOPG06, DOPG07]. L'avantage de la méthode RIFF est qu'elle n'a besoin d'information que sur une partie de la structure. C'est une méthode dite locale et aucune hypothèse *a priori* sur les positions et types de sources vibratoires n'est nécessaire. Ce n'est pas le cas des méthodes globales qui nécessitent des connaissances sur la structure, les conditions limites, les positions et/ou le nombre de sources. C'est le cas pour plusieurs méthodes basées sur les fonctions de réponse en fréquence ou sur l'approche modale telles que la TPA (Transfert Path Analysis) présentée dans [JMG<sup>+</sup>14]. Il existe de nombreux travaux qui traitent des méthodes basées sur les fonctions de transfert. Par exemple Thite et Thompson étudient l'impact de la régularisation par Troncature de la Décomposition en Valeurs Singulières (TSVD) en combinant des mesures d'accélération aux points supposés d'applications des efforts et fonctions de transfert [TT03a, TT03b]. Parloo et Guillaume ont utilisé cette approche sur les poutres [PVGVO03, GPDS02, GPVDS02].

On trouve également dans la littérature des approches basées sur la Méthode des Champs Virtuels (VFM en anglais). Les travaux de Grédiac et Pierron ont initié les principes des travaux virtuels pour l'identification des paramètres mécaniques constitutifs de matériaux [Gré89] qui ont conduit à l'élaboration de la VFM [PG12]. Récemment Berry *et al.* ont adapté la méthode pour la mesure des efforts appliqués, comme la mesure de force ou d'effort répartis en fonction de la fréquence, mais également pour mesurer le saut de pression pariétale participant à la vibration d'une structure [BRP14a]. Tout comme RIFF, la méthode est locale et ne tient pas compte des conditions aux limites de la plaque. Néanmoins, elle est potentiellement moins affectée par le bruit de mesure puisqu'elle se base sur les dérivées secondes de déplacement mesuré à la place des dérivées quatrièmes utilisées pour RIFF. Le but principal de l'application de la Méthode des Champs Virtuels pour la reconstruction de distributions de chargements dynamiques est de rechercher directement les efforts de tous types (ponctuels, surfaciques, etc...) sous forme de distribution sur le domaine spatial de la structure. Berry *et al.* montrent que par l'approche déterministe de la VFM appliquée aux cas de chargements déterministes sur des plaques en flexion, les résultats de reconstruction obtenus sont très convaincants et permettent de valider

la méthode [BRP14a, BRP14b]. Par ailleurs, des méthodes combinant les domaines acoustique et vibratoire sont développées ces dernières années comme le montre Pézerat *et al.* en associant RIFF à NAH (Near-field Acoustic Holography) pour identifier les sources de vibration à partir de mesures de bruit rayonné [PLTP09].

En acoustique, de nombreuses méthodes permettent à partir de la connaissance du champ acoustique rayonné de localiser des sources qui caractérisent le champ vibratoire d'une structure vibrante. Une méthode puissante et certainement la plus connue est l'Holographie Acoustique ou NAH (Near-field Acoustical Holography) introduite par Williams et Maynard qui consiste à reconstruire la distribution de vitesse d'une plaque vibrante via la mesure de pression acoustique acquise à l'aide d'une antenne de microphones [WMS80, MWL85]. NAH est une méthode efficace pour l'identification des champs de pression et/ou vitesse de sources acoustiques. Le principe consiste à utiliser une antenne de microphones sur une surface donnée (un plan par exemple) pour mesurer le niveau de la pression sonore et à appliquer une Transformée de Fourier Spatiale bidimensionnelle pour rétropropager le champ acoustique en utilisant la solution inverse de l'équation d'onde dans la direction normale au plan. Cette méthode a fait l'objet de nombreux développements tels que la méthode BAHIM [LPG88] (Broadband Acoustic Holography reconstruction from acoustic Intensity Measurements) qui permet l'accès à la pression complexe et à la vitesse particulière par mesure d'intensités acoustiques [PLMI90]. Cette technique est facile d'emploi et ne nécessite qu'un appareillage tout simple. De plus la connaissance d'un signal de référence de phase n'est plus nécessaire car la phase est définie quel que soit le point de mesure. NAH a grandement évolué et permet aujourd'hui de nombreuses possibilités telle que la visualisation continue de champs acoustiques non stationnaires [TGP<sup>+</sup>10] par la méthode RT-NAH (Real-Time Near-field Acoustic Holography) ou la reconstruction de données sonores dans le domaine temporel [Hal01] par la TDH (Time Domain Holography). L'Holographie Acoustique appartient bien à la famille des méthodes inverses puisqu'il s'agit de reconstruire un champ de déplacement à partir du champ de pression ou de l'intensité acoustique mesurée. Ceci pose évidemment des problèmes de stabilité qui nécessitent de régulariser le problème.

## 1.2 Régularisation

Le concept de problème mal posé a été introduit au début du 20<sup>ème</sup> siècle par Hadamard [Had02]. Il considère qu'un problème est mal posé si sa solution n'est pas unique ou ne dépend pas de façon continue des données d'entrées. Dans ce cas, de faibles perturbations en entrée peuvent provoquer de grandes variations en sortie. Dans le cas des méthodes inverses, le bruit de mesure est un problème récurrent pour l'identification de sources. Le bruit est interprété comme des sources non-physiques et non comme des perturbations de mesures. Pour s'assurer que les sources estimées ont un comportement physique, une étape de régularisation doit être

réalisée.

Par exemple, dans les premiers travaux sur NAH, Veronesi *et al.* montrent que le processus de rétropropagation du champ de pression mesuré, amplifie considérablement le bruit inhérent à toute mesure [VM86]. Cette amplification s'explique physiquement car elle provient de la fonction de transfert directe qui prend des valeurs petites pour les hauts nombres d'onde (atténuation exponentielle des ondes évanescentes). Le processus inverse tend donc à amplifier ce domaine. L'instabilité peut être réduite considérablement en appliquant un filtrage dans le domaine des nombres d'onde.

L'une des méthodes de régularisation les plus anciennes est celle de Tikhonov [TA76]. Elle consiste à ajouter une contrainte sur la solution recherchée afin d'assurer sa stabilité. D'une manière générale cela consiste à stabiliser le problème en minimisant une fonction de coût  $J$  définie par :

$$J = \|\{X(\omega)\} - [H(\omega)]\{F(\omega)\}\|_2 + \lambda(\omega)\|F(\omega)\|_2, \quad (1.1)$$

avec  $X(\omega)$  la réponse mesurée en un point,  $H(\omega)$  la matrice de la fonction de transfert,  $F(\omega)$  un effort quelconque (l'inconnu du problème) et  $\lambda$  qui est appelé paramètre de régularisation et qui a pour rôle de pondérer l'influence de la régularisation. Ce paramètre peut être déterminé à l'aide de méthodes telles que la méthode de la courbe en L [Han92]. Il existe de nombreuses méthodes de régularisation autres que Tikhonov comme par exemple la Frequency range truncation method ou Windowing function qui sont traitées dans [SB14].

Pour la méthode RIFF, le développement n'est pas typique d'un problème inverse au sens mathématique (inversions de matrices, minimisations de fonctionnelle d'écart, etc...). Cependant la régularisation est nécessaire mais intervient par le filtrage et le fenêtrage. Un filtre à réponse finie est requis pour que la méthode garde son aspect local. De plus, le domaine de mesures est limité spatialement et la distribution de forces identifiée par RIFF présente par conséquent une discontinuité aux limites du domaine. Le lissage de ces discontinuités implique alors un étalement de la distribution de forces sous forme d'un phénomène de Gibbs qu'il est possible de diminuer via l'application d'un fenêtrage spatial avant le filtrage. Nous devons sûrement appliquer une régularisation dans le cas de l'Holographie Vibratoire. Comme pour toutes les méthodes inverses, les erreurs de mesures seront localisées dans les hauts nombres d'onde. La régularisation pour notre méthode adviendra donc également dans cette voie, via l'application d'un filtrage dans les hauts nombres d'onde.

Depuis quelques années, un intérêt pour les approches bayésiennes grandit pour la régularisation et l'optimisation des problèmes inverses [Bol13, Tar05, Idi13] car elles fournissent un regard

physique et peuvent s'adapter aux spécificités des différents problèmes, par le jeu d'informations *a priori*. Aucejo et De Smet ont appliqué cette approche pour l'identification parcimonieuse de sources vibratoires [ADS16] et Antoni sur l'Holographie Acoustique [Ant12]. Les méthodes MCMC (Monte-Carlo par chaîne de Markov) permettent dans un cadre bayésien d'optimiser la régularisation et d'identifier les probabilités de l'ensemble des variables stochastiques du problème, ce qui permet d'obtenir les intervalles de confiance d'une grandeur reconstruite [BGJM11].

### 1.3 Position du sujet

L'objectif premier de la méthode exposée ici, est la reconstruction de champs de déplacement et/ou de vitesse provoqués par des forces présentes sur une plaque, à l'aide de seulement quelques lignes de mesures 1D (hologrammes). De plus, nous pouvons supposer que, comme pour NAH, la formulation théorique contiendra des termes mathématiques qui décriront le comportement des ondes allers et celui des ondes retours. Au regard des méthodes de séparation de champ de source basée, dans le domaine acoustique, sur l'Equivalent Source Method (ESM) [BCC08], nous supposons que la méthode pourra être utilisée pour séparer les champs de déplacements. Pour cela nous devons adopter une formulation de l'Holographie Vibratoire contenant seulement les termes mathématiques qui caractérisent les ondes allers et une seconde pour les ondes retours.

Ce travail se démarque des autres méthodes du fait qu'il n'y a pas besoin de mesurer les zones où se situent les forces et que seules quelques lignes de capteurs sont nécessaires à la reconstruction de l'ensemble des champs de déplacement. Les intérêts de cette méthode sont multiples. Prenons l'exemple d'un obstacle dont la position nous met dans l'incapacité de positionner des capteurs autour de la force (Fig. 1.1 (a)). En faisant une acquisition via des lignes de capteurs appelées hologrammes, l'Holographie Vibratoire peut ainsi permettre de rétropropager le champ de déplacement jusqu'à la force comme schématisé sur la Fig. 1.1 (b). Par ailleurs, la finesse de reconstruction représentée par le terme  $\Delta_y$  est maîtrisable et ne dépend pas des paramètres des hologrammes. Ce principe est expliqué avec les schémas Fig 1.1 (b) et 1.1 (c) où le maillage des déplacements reconstruits est représenté par des points rouges. Néanmoins ce n'est pas le cas sur la dimension sur laquelle les hologrammes sont appliqués (dans notre exemple le long de l'axe  $x$ ). Le paramètre qui définit la résolution sur l'axe  $x$ , que nous appelons  $\Delta_x$ , est dépendant de l'écart entre deux points de mesure de l'hologramme ( $\Delta_{Hx}$ ). Par conséquent  $\Delta_x$  sera toujours égal dans notre étude à  $\Delta_{Hx}$ .

Du fait de la présence de terme mathématique qui caractérisent les ondes allers et les ondes retours nous souhaitons, au cours de cette thèse, appliquer la méthode pour séparer les champs de déplacement et/ou de vitesse qui proviennent de la gauche et de la droite des hologrammes. En ne considérant que les termes qui représentent les ondes allers pour reconstruire le champ de

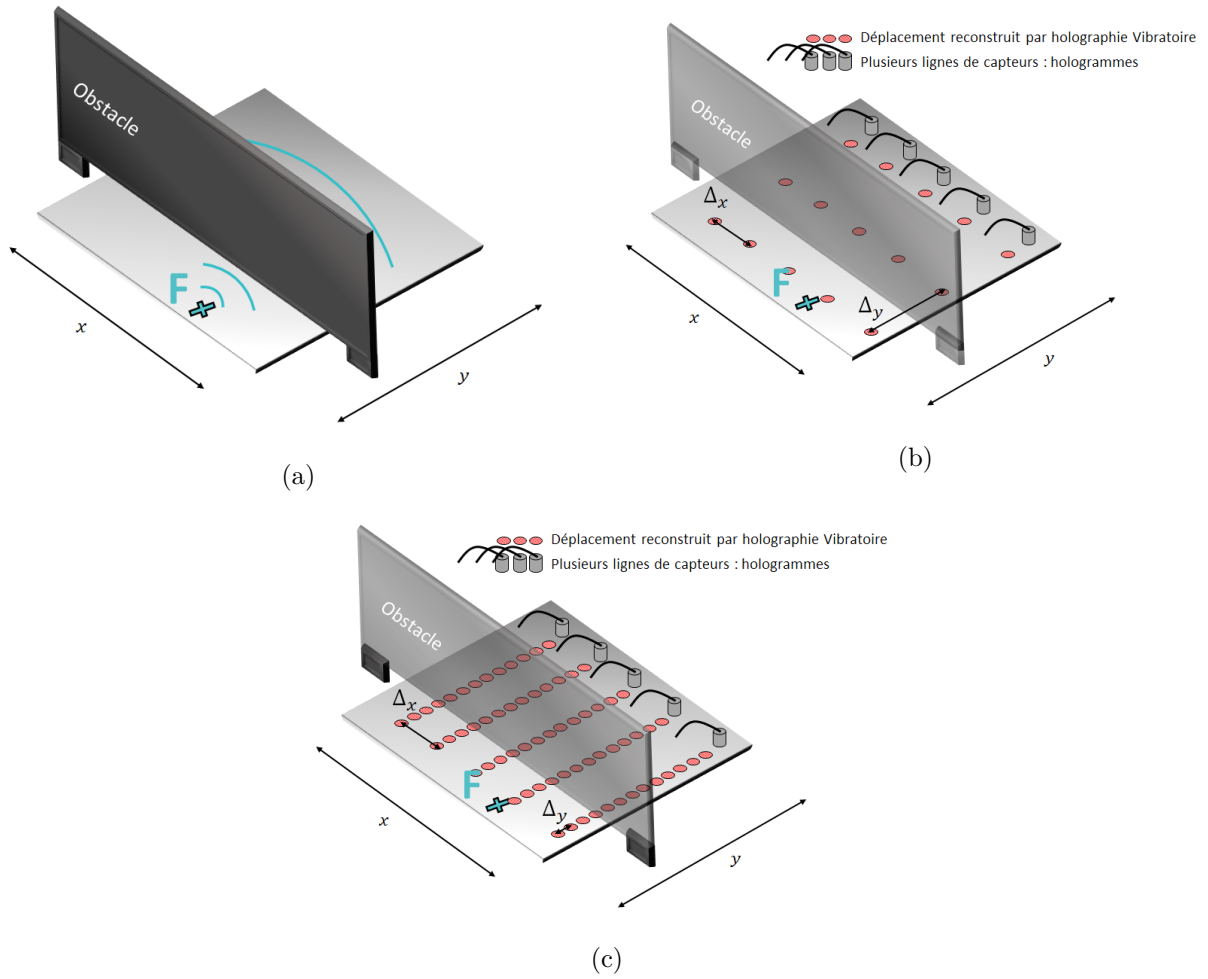


FIGURE 1.1 – Schéma (a) d’une plaque excitée par une force avec un obstacle qui rend la pose de capteurs autour de la force impossible, (b) champ de déplacement/ vitesse reconstruit par Holographie Vibratoire, (c) reconstruction avec une précision  $\Delta_y$  plus fine.

déplacement, les champs de déplacement provenant des ondes retours ne seront pas reconstruits. Ce procédé est très intéressant puisqu’il ouvre de nombreuses perspectives. Prenons l’exemple d’une source agissant sur une plaque et produisant un champ de déplacement ainsi que de nombreuses réflexions (schématisé Fig. 1.2 (a)). Les bords de la plaque provoquent des ondes réfléchies qu’il est possible de supprimer en positionnant des hologrammes entre la source et les conditions limites de la plaque (Fig. 1.2 (b)). Par conséquent, en positionnant des hologrammes tout autour de la source nous pouvons accéder aux champs de déplacement provoqués par la force sans mesurer l’influence des champs réfléchis (Fig. 1.2 (c)). Cette information est inaccessible avec les méthodes d’identification présentées précédemment.

Une autre approche réalisable, est d’utiliser le principe de séparation de champs de sources pour identifier les contributions qui viennent de la droite et de la gauche des hologrammes. Nous présentons le cas d’une plaque excitée par deux pots vibrants sur la Fig. 1.3 (a). En positionnant les hologrammes entre les deux forces, on peut séparer les champs qui se propagent

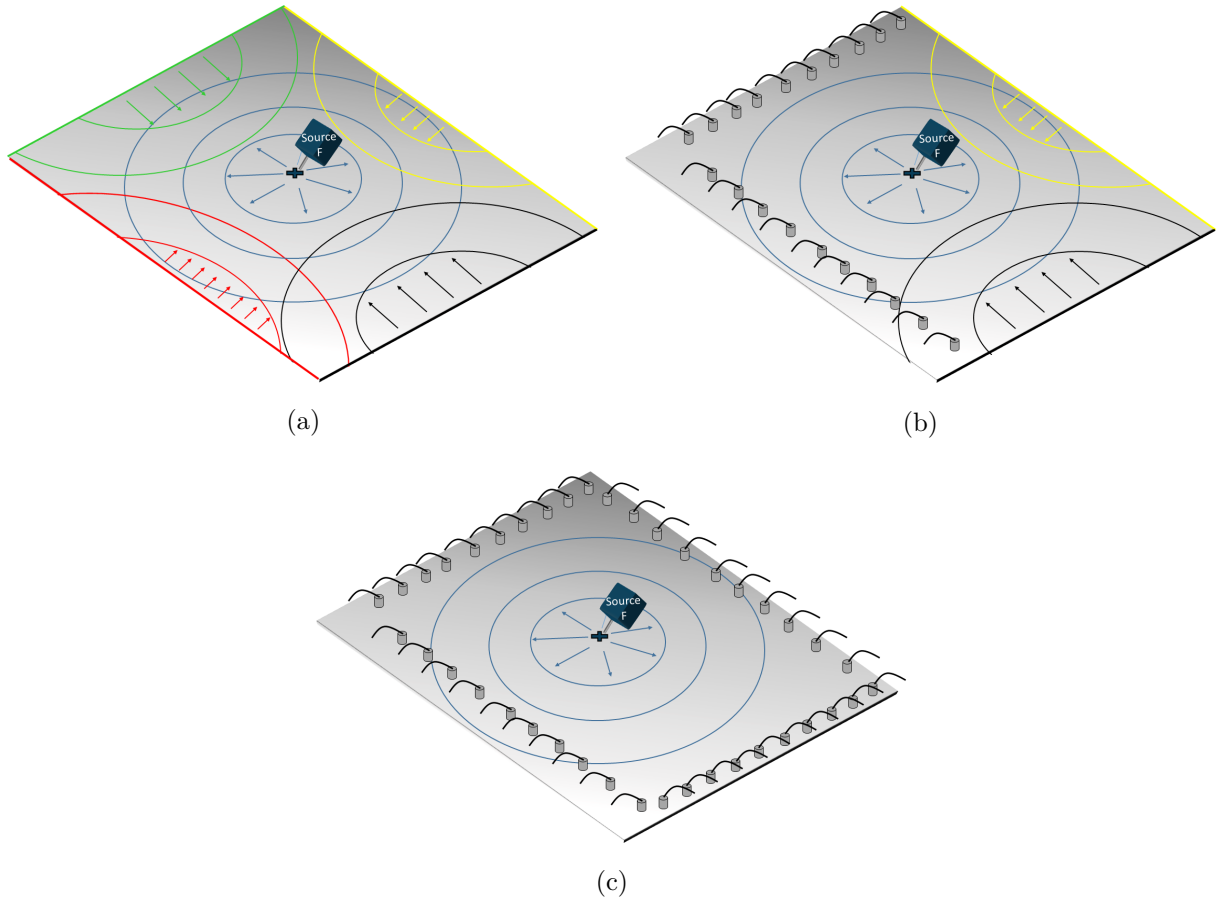


FIGURE 1.2 – Schéma (a) d’une plaque excitée par une force avec des réflexions causées par les conditions limites de la plaque, (b) suppression des réflexions sur 2 bords via la méthode de séparation des champs de déplacement/ vitesse par Holographie Vibratoire, et (c) suppression des réflexions sur tous les bords.

des deux côtés des hologrammes. Il faut noter que cette approche ne change pas le processus de l’Holographie Vibratoire et qu’il est par conséquent facile à mettre en place. On peut donc connaître ce qui provient de la droite des hologrammes Fig. 1.3 (b) et de la gauche Fig. 1.3 (c). En positionnant des hologrammes également entre la source et les bords, on peut ainsi isoler les champs de déplacement de toute source indésirable (Fig. 1.3 (d)).

Le principe de séparation de sources ou de champs de déplacement a déjà été traité par Cheng et al. [CMIP95]. En effet Cheng présente une méthode basée sur le principe selon lequel toute forme d’onde peut être décomposée en utilisant la Transformée de Fourier spatiale bidimensionnelles en composantes d’ondes qui se propagent de manière connue. Dans le cas présent, l’approche est différente puisque les mesures sont réalisées en dehors des zones où les forces sont appliquées. De ce fait, le comportement singulier de chaque force peut être identifié via des mesures déportées.

Le dernier point d’intérêt de la méthode se conçoit si nous pouvons rétropropager au delà de l’effort. En principe, l’Holographie Vibratoire ne permet pas de reconstruire les champs de

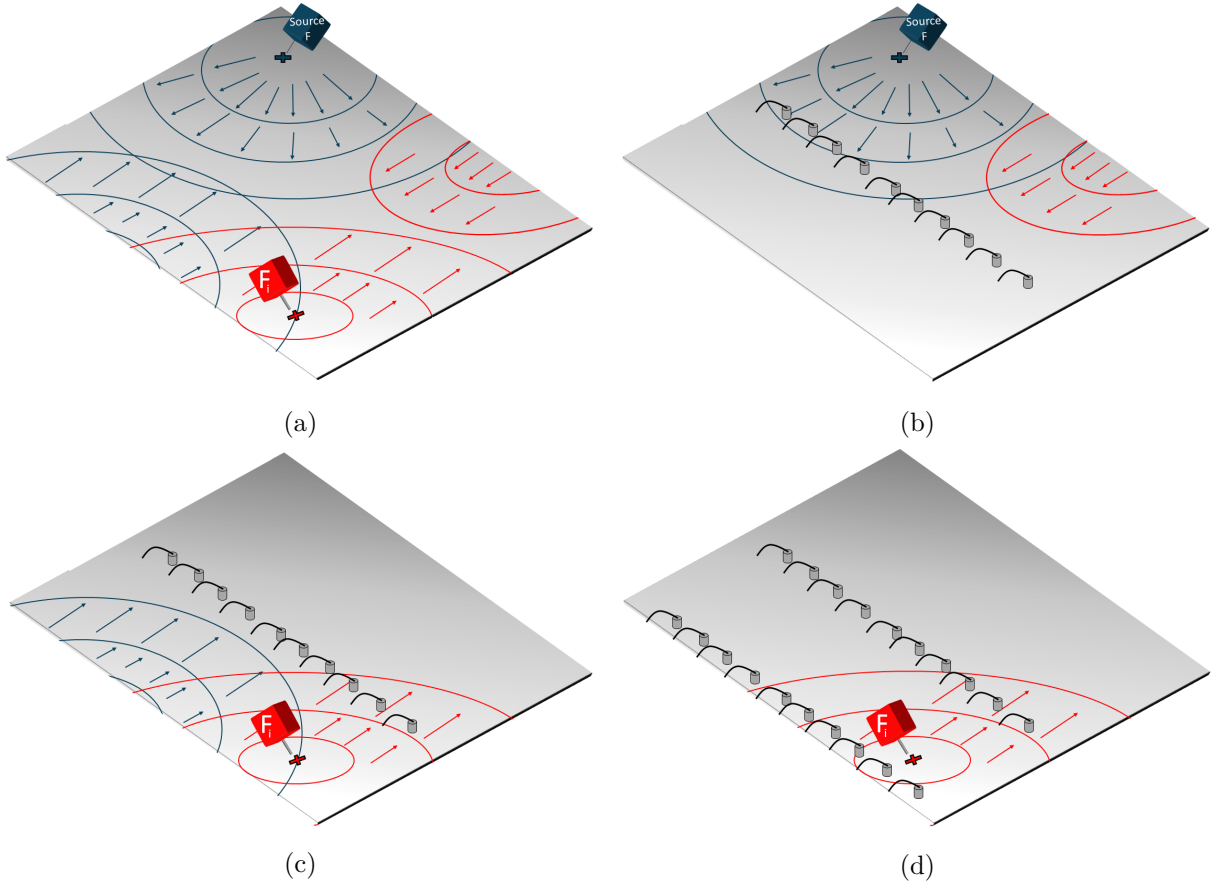


FIGURE 1.3 – Schéma (a) d'une plaque excitée par deux forces avec des réflexions causées par les conditions limites de la plaque, (b) reconstruction des champs de déplacement/ vitesse provenant de la droite des hologrammes, (c) reconstruction des champs de déplacement/ vitesse provenant de la gauche des hologrammes et (d) reconstruction des champs de déplacement/ vitesse provenant de la gauche des hologrammes et suppression des réflexions sur le bord à gauche de la force.

déplacement au delà des forces. Cependant, si nous parvenons à nous affranchir de cette limite il serait alors possible de connaître l'ensemble des phénomènes présents sur la plaque avec seulement quelques lignes de capteurs. Considérons une plaque excitée par un nombre de sources inconnu (Fig. 1.4 (a)). L'objectif serait de localiser les forces agissant sur l'objet d'étude en ne mesurant les déplacements présents sur cette plaque qu'avec les hologrammes (Fig. 1.4 (b)). La rapidité d'analyse que proposerait cette approche est intéressante notamment dans le domaine industriel où l'on réalise des contrôles de pièces en série pour vérifier leur conformité.

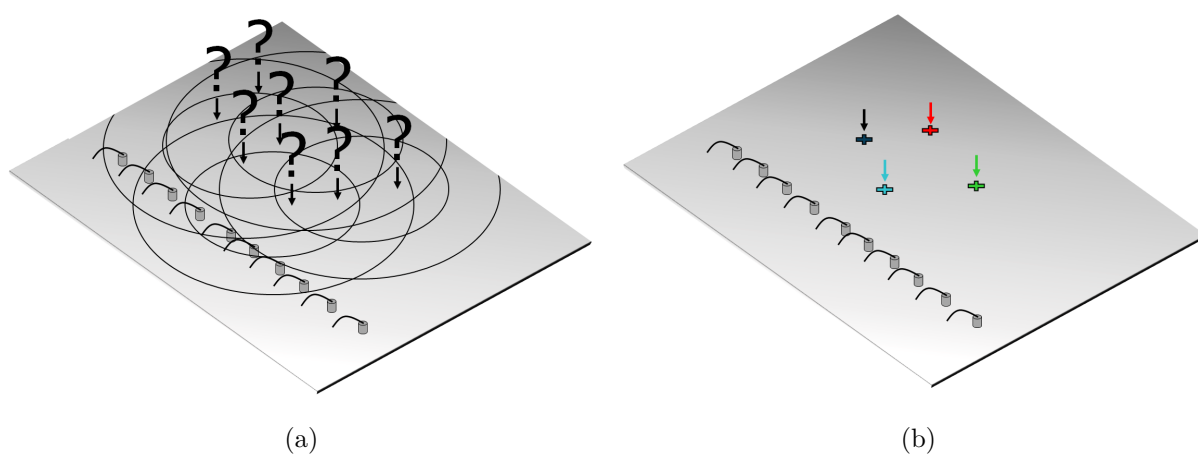


FIGURE 1.4 – Schéma (a) d'une plaque  $P$  excitée par un nombre de forces  $N$  à des positions inconnues, et (b) localisation des 4 forces agissant sur la plaque  $P$  via la méthode d'Holographie Vibratoire.

## 1.4 Plan du manuscrit

Le premier chapitre développe la théorie générale de la méthode appelée Holographie Vibratoire. Deux formulations sont définies pour une utilisation de la méthode en champ proche et en champ lointain. Nous présentons ensuite le premier principe de la méthode qui consiste à localiser et reconstruire les champs de déplacement induits par une force agissant sur une plaque. Pour cela, la méthode est appliquée sur le cas expérimental d'une plaque suspendue sur un bord et excitée par un pot vibrant. L'Holographie Vibratoire est ensuite appliquée pour des hologrammes positionnés tout autour de la zone que l'on souhaite étudier. En regroupant l'ensemble des champs de déplacement calculés, le comportement vibratoire de la plaque est identifié avec une grande précision. Une simulation numérique d'une plaque appuyée, dont le déplacement est bruité, est ensuite proposée et les performances de l'Holographie Vibratoire sur la reconstruction du champ de déplacement sont présentées. Quatre hologrammes sont utilisés pour calculer l'ensemble des ondes allers et des ondes retours. Les perturbations engendrées par les ondes retours nous conduisent à ne plus les considérer. Les champs de déplacement sont alors reconstruits avec seulement deux hologrammes. Nous montrerons que cette configuration donne des résultats beaucoup plus performants.

Le deuxième chapitre traite du principe de séparation de champs de sources par Holographie Vibratoire. Deux sources agissant sur une plaque infinie sont d'abord simulées. Les champs de déplacement séparés sont ensuite présentés ainsi que l'intensité structurale qui en résulte. Les résultats obtenus sont quasi identiques à la référence et valident cette approche. Comme pour le premier chapitre, la méthode est ensuite appliquée sur un cas expérimental pour séparer les champs de sources résultant de points de fixation d'une pompe à eau Pierburg. Bien que le procédé présente des performances encourageantes, nous montrerons les problèmes rencontrés à cause de la faible distance qui sépare les points de fixation et la complexité des forces agissant sur la plaque.

Une étude sur les paramètres géométriques de la méthode ainsi que sur les termes mathématiques qui composent la solution générale de l'Holographie Vibratoire fait l'objet d'un troisième chapitre. Plusieurs grandeurs sont étudiées telle que la distance entre l'hologramme et la force, la longueur de l'hologramme, sa discrétisation ou l'influence du filtrage appliqué dans le domaine des nombres d'onde. Le comportement des coefficients qui composent la solution générale de la méthode est ensuite présenté. L'analyse menée dans le domaine des nombres d'onde permet de décrire leur contribution. Cette étude permet de confirmer l'utilisation de deux formulations en fonction du cas d'étude.

Ne pas considérer les ondes évanescentes lors de la reconstruction des champs de déplacement donne accès aux informations présentes au delà du premier effort rencontré. L'explication mathé-

matique de ce phénomène est d’abord abordé dans le quatrième chapitre. Plusieurs études sont ensuite présentées. Comme pour les précédents chapitres, nous proposons de valider la méthode en localisant une force agissant sur une plaque infinie sur un cas numérique. Nous montrons qu’avec cette approche, il est possible de positionner les hologrammes à des distances très éloignées de la force. Nous présentons ensuite la localisation de plusieurs forces avec seulement une mesure des déplacements via deux hologrammes avant de traiter de l’influence de la distance entre les forces sur les performances de localisation. Pour terminer, nous validons la méthode sur le cas expérimental d’une plaque excitée par un pot vibrant et par une pompe à eau. Si l’étude numérique présente des performances très élevées, il est impossible d’identifier précisément la présence des trois points de fixation de la pompe montée sur la plaque. Nous proposons plusieurs hypothèses pour justifier cela.

Le dernier chapitre conclut sur les travaux présentés dans ce mémoire et propose une ouverture sur les nombreuses perspectives de la méthode. Plusieurs sujets sont abordés : l’étude d’une plaque de forme complexe modélisée par éléments finis, l’influence de la courbure d’une plaque sur les performances de la méthode, le calcul de la puissance rayonnée ou encore l’application de la méthode RIFF sur les champs de déplacements reconstruit.



## CHAPITRE 2

---

# Identification et localisation de champ source par Holographie Vibratoire

---



Ce premier chapitre est consacré à la présentation et à la mise en application de la méthode d'Holographie Vibratoire. La théorie est exposée et une étude des termes évanescents présents dans la solution générale de l'Holographie est présentée. À la suite de cette étude, deux formulations de la méthode peuvent être définies : une formulation pour une étude en champ proche nommée NSH (Near-field Structural Holography) et la seconde appelée FSH, pour une étude en champ lointain (Far-field Structural Holography). Pour illustrer et valider les deux approches, deux cas sont proposés. La formulation FSH est appliquée sur le cas expérimental d'une plaque suspendue sur un bord et excitée par un pot vibrant. La formulation NSH est utilisée sur le cas numérique d'une plaque appuyée excitée par une force harmonique. La sensibilité de la méthode est évaluée en utilisant un déplacement bruité.

## 2.1 Contexte théorique de l'Holographie Vibratoire

Considérons l'équation basée sur la théorie de Kirchhoff, régissant la vibration en flexion forcée d'une plaque mince [Lei69] :

$$\begin{aligned} \frac{Eh^3(1+j\eta)}{12(1-\nu^2)} \left( \frac{\partial^4 w(x,y,t)}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 w(x,y,t)}{\partial y^4} + 2 \frac{\partial^4 w(x,y,t)}{\partial x^2 \partial y^2} \right) \\ + \rho h \frac{\partial^2 w(x,y,t)}{\partial t^2} = F(t)\delta(x,y), \end{aligned} \quad (2.1)$$

où  $E$  est le module d'Young,  $h$  l'épaisseur de la plaque,  $\eta$  l'amortissement,  $\nu$  le coefficient de Poisson,  $\delta(x,y)$  la distribution de dirac dans l'espace et  $w(x,y,t)$  le déplacement transverse. En considérant l'exemple d'une force  $F(t)$  localisée en  $(0,0)$  comme exprimée dans l'Eq. (2.1), la distribution de force est nulle partout ailleurs. Par conséquent, l'Eq. (2.1) peut être réécrite sous le régime harmonique  $e^{j\omega t}$  :

$$\nabla^4 \bar{w}(x,y) - k_f^4 \bar{w}(x,y) = 0, (\forall y \neq 0), \quad (2.2)$$

avec  $\bar{w}(x,y)$  le déplacement transverse en régime harmonique de pulsation  $\omega$ ,  $k_f^4 = \frac{\omega^2 \rho h}{D}$  et  $D = \frac{Eh^3(1+j\eta)}{12(1-\nu^2)}$ . Comme pour la méthode de l'Holographie Acoustique, une Transformée de Fourier Spatiale est appliquée sur l'équation du mouvement (Eq. 2.2). Un rapide rappel sur la Transformée de Fourier Spatiale est donné :

$$TFS\{w(x,y)\} = W(k_x,y) = \int_{-\infty}^{+\infty} w(x,y)e^{jk_x x} dx, \quad (2.3)$$

$$TFS^{-1}\{W(k_x,y)\} = w(x,y) = \int_{-\infty}^{+\infty} W(k_x,y)e^{-jk_x x} \frac{dk_x}{2\pi}. \quad (2.4)$$

La Transformée de Fourier Spatiale (TFS) appliquée à l'Eq. (2.2) suivant la direction  $x$  entraîne :

- $TFS\{-k_f^4 \bar{w}(x,y)\} = -k_f^4 W(k_x,y),$

- $\frac{\partial^4}{\partial x^4} \bar{w}(x, y) = \int \int W(k_x, y) \frac{\partial^4}{\partial x^4} e^{-jk_x x} \frac{dk_x}{2\pi} = TFS^{-1} [k_x^4 W(k_x, y)],$   
donc  $TFS\{\frac{\partial^4}{\partial x^4} w(x, y)\} = k_x^4 W(k_x, y),$
- $TFS\{2\frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} w(x, y)\} = -2k_x^2 \frac{\partial^2}{\partial y^2} W(k_x, y).$

L'équation différentielle d'ordre 4 qui en résulte est :

$$\frac{\partial^4}{\partial y^4} W(k_x, y) - 2k_x^2 \frac{\partial^2}{\partial y^2} W(k_x, y) + (k_x^4 - k_f^4) W(k_x, y) = 0, \quad (2.5)$$

et a pour solution générale :

$$\begin{aligned} W(k_x, y_i) = & C_{\text{eva}}^B(k_x) e^{k_x^+ y} + C_{\text{eva}}^F(k_x) e^{-k_x^+ y} \\ & + C_{\text{mix}}^B(k_x) e^{k_x^- y} + C_{\text{mix}}^F(k_x) e^{-k_x^- y}, \end{aligned} \quad (2.6)$$

avec  $k_x^+ = \sqrt{k_x^2 + k_f^2}$ ,  $k_x^- = \sqrt{k_x^2 - k_f^2}$ . Le développement pour obtenir la solution générale est détaillé dans l'Annexe A. Nous attirons l'attention sur le fait que la solution donnée par l'Eq. (2.2) est seulement valide dans les zones où les forces ne sont pas appliquées. Par conséquent, la rétro-propagation est théoriquement limitée par la position de la force. Ce point sera détaillé dans un prochain chapitre.

Cette solution présente quatre coefficients qui dépendent seulement des nombres d'onde  $k_x$ . L'objectif de l'Holographie Vibratoire est d'identifier ces quatre inconnues pour reconstruire le champ de déplacement complet de la plaque. Cette méthode requiert donc quatre hologrammes 1D pour déterminer les quatre inconnues de l'Eq. (A.14) et conduit à résoudre le système d'équations suivant :

$$\begin{pmatrix} e^{k_x^+ y_{h1}} & e^{-k_x^+ y_{h1}} & e^{k_x^- y_{h1}} & e^{-k_x^- y_{h1}} \\ e^{k_x^+ y_{h2}} & e^{-k_x^+ y_{h2}} & e^{k_x^- y_{h2}} & e^{-k_x^- y_{h2}} \\ e^{k_x^+ y_{h3}} & e^{-k_x^+ y_{h3}} & e^{k_x^- y_{h3}} & e^{-k_x^- y_{h3}} \\ e^{k_x^+ y_{h4}} & e^{-k_x^+ y_{h4}} & e^{k_x^- y_{h4}} & e^{-k_x^- y_{h4}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_{\text{eva}}^B(k_x) \\ C_{\text{eva}}^F(k_x) \\ C_{\text{mix}}^B(k_x) \\ C_{\text{mix}}^F(k_x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} W(k_x, y_{h1}) \\ W(k_x, y_{h2}) \\ W(k_x, y_{h3}) \\ W(k_x, y_{h4}) \end{pmatrix}, \quad (2.7)$$

où  $W(k_x, y_{hi})$  avec  $i = 1..4$  est le spectre des nombres d'onde sur l'hologramme  $i$  à la position  $y_{hi}$  sur l'axe  $y$ . Les coefficients  $C_{\text{mix}}^F$  et  $C_{\text{eva}}^F$  caractérisent les ondes allers (Forward waves), et les deux autres,  $C_{\text{mix}}^B$  et  $C_{\text{eva}}^B$ , représentent les ondes retours (Back waves). Les coefficients  $C_{\text{eva}}^B$  et  $C_{\text{eva}}^F$  caractérisent les ondes purement évanescentes pour toutes les valeurs de  $k_x$  (si  $k_f$  est réel, i.e. sans amortissement). Les coefficients  $C_{\text{mix}}^F$  et  $C_{\text{mix}}^B$  définissent les ondes propagatives pour  $k_x \leq k_f$  et les ondes évanescentes pour  $k_x > k_f$ .

Résoudre le système d'équations (2.7) permet de déterminer les quatre coefficients et de calculer via l'Eq. (A.14) le spectre des nombres d'onde sur la plaque, avec  $y$  la valeur de la position de la reconstruction. Finalement, en appliquant une Transformée de Fourier Spatiale Inverse (TFSI)

sur le spectre des nombres d'onde, le champ de déplacement est obtenu :

$$\bar{w}(x, y) = TFS^{-1}\{W(k_x, y)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} W(k_x, y) e^{-jk_x x} \frac{dk_x}{2\pi}. \quad (2.8)$$

En résumé, quatre étapes, schématisée Fig. 2.1, doivent être respectées pour reconstruire le champ de déplacement de la plaque par Holographie Vibratoire :

- Mesurer le déplacement sur 4 lignes constituant les hologrammes,
- Appliquer la TFS sur les hologrammes et identifier les coefficients (Eq. 2.7),
- Calculer les spectres des nombres d'onde  $W(k_x, y)$  sur la plaque (Eq. A.14) pour chaque valeur de  $y$ ,
- Appliquer des TFSI sur les spectres des nombres d'onde pour reconstruire le déplacement  $\bar{w}(x, y)$ .

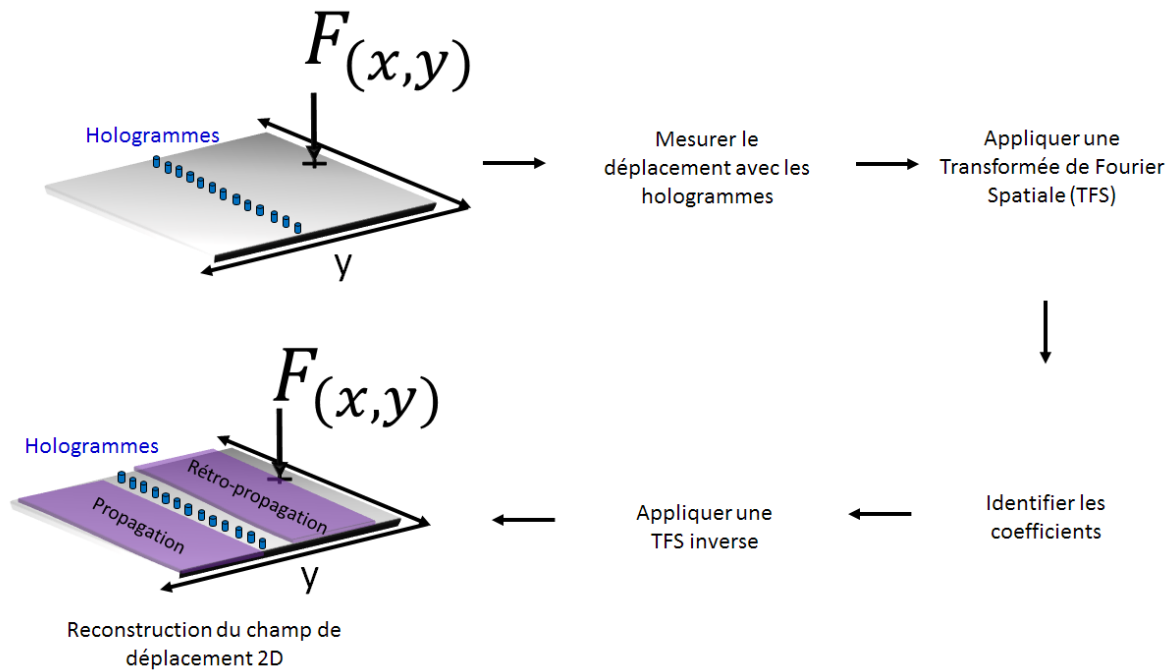


FIGURE 2.1 – Synopsys de l'Holographie Vibratoire.

## 2.2 Etude du comportement du propagateur évanescent

Comme indiqué précédemment, la théorie de l'Holographie Vibratoire est basée sur quatre coefficients dont deux caractérisent des ondes purement évanescentes quelle que soit la valeur  $k_x$ . Dans le cas de ces coefficients évanescents, le propagateur est  $e^{-\text{Re}(k_x^+)y}$  pour le processus de propagation (ondes allers). Il est bien établi que l'amplitude des ondes évanescentes décroît

rapidement avec l'augmentation de la distance aux forces ou aux conditions aux limites. Par conséquent, les amplitudes de ces ondes peuvent être quasiment nulles au niveau des positions des hologrammes si ceux-ci sont trop éloignés. Si l'estimation de ces amplitudes est perturbée par le bruit de mesure, le processus de rétropropagation augmente les erreurs exponentiellement. Considérons une onde aller ayant une composante propagative et une composante évanescente. Prenons pour exemple le cas où  $k_x = 89,8$  rad/m et  $k_f = 77.84$  rad/m. L'amplitude de l'onde évanescente diminue de 99 % à la distance  $d_F \simeq \lambda/2 \simeq 4$  cm (Fig. 2.2). Si le premier hologramme est localisé à seulement  $d_F = 7$  cm, l'amplitude de l'onde évanescente est inférieure à  $2,5 \cdot 10^{-4}\%$  de sa valeur initiale. Toutes les erreurs d'estimation de cette amplitude seront multipliées par un facteur de  $4 \times 10^3$ .

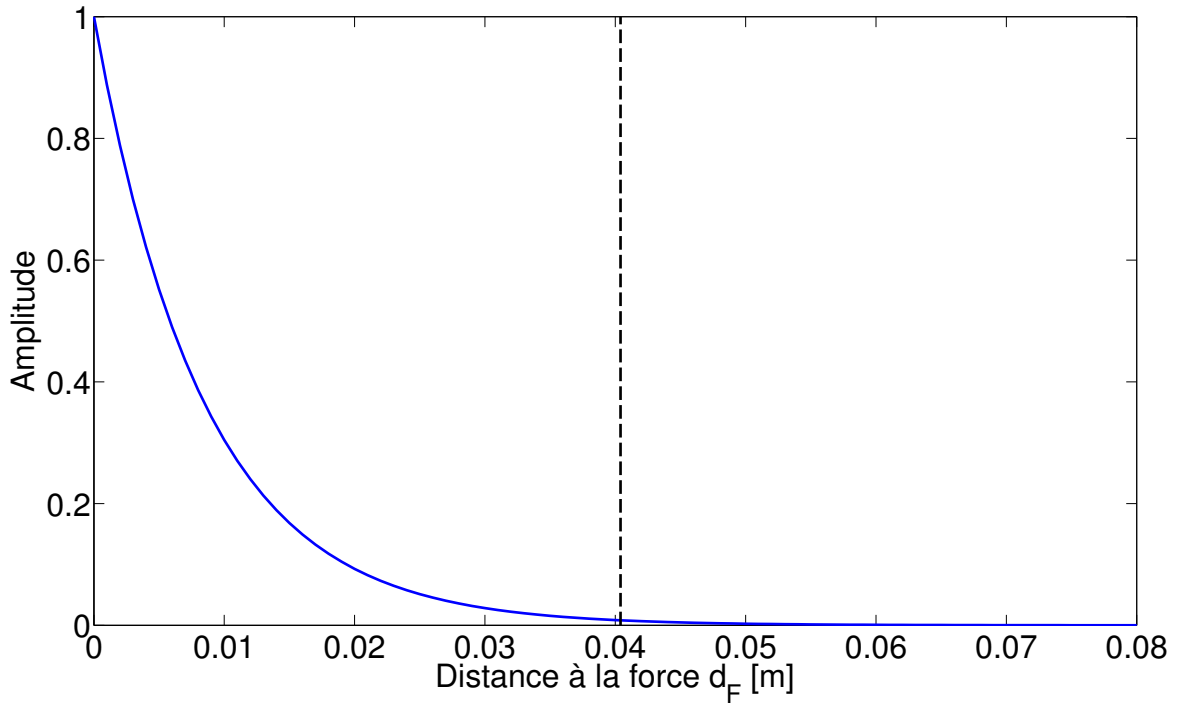


FIGURE 2.2 – Amplitude du propagateur évanescent  $e^{-\text{Re}(k_x^+)y}$  exprimée en fonction de la distance  $d_F$  à la force. Le trait en pointillé représente la valeur de  $\lambda/2$ .

Considérons maintenant le même exemple ( $k_f = 77.84$  rad/m) et observons le comportement de l'amplitude de l'onde évanescente pour l'ensemble de la bande  $k_x$  en fonction de la distance à la force  $d_F$  (Fig. 2.3). Les différentes zones correspondent aux valeurs de l'amplitude de l'onde évanescente par rapport à sa valeur initiale :  $> 50\%$  (noir),  $< 50\%$  (rouge),  $< 10\%$  (jaune),  $< 1\%$  (blanc). Le trait en pointillé représente le comportement de l'onde évanescente pour la valeur  $k_x = 89,8$  rad/m, précédemment étudiée et illustrée sur la Fig. 2.2. Le trait bleu représente la valeur de  $\lambda/2$ .

Plus les valeurs de  $k_x$  sont proches de zéro et plus l'onde évanescente se propage loin de la

force. Notons que cette distance reste faible car l'amplitude initiale de l'onde est inférieure à 1% au delà de  $d_F = 6$  cm, pour tout  $k_x$ . À l'inverse, l'amplitude de l'onde évanescente diminue plus rapidement pour les hauts nombres d'ondes  $k_x$ . Ce résultat met en évidence la sensibilité du propagateur et la difficulté de mesurer les ondes évanescentes lorsqu'on s'éloigne de la force. Par conséquent, les erreurs d'estimation d'amplitude seront amplifiées lors du processus de rétropropagation et particulièrement dans les hauts nombres d'ondes.

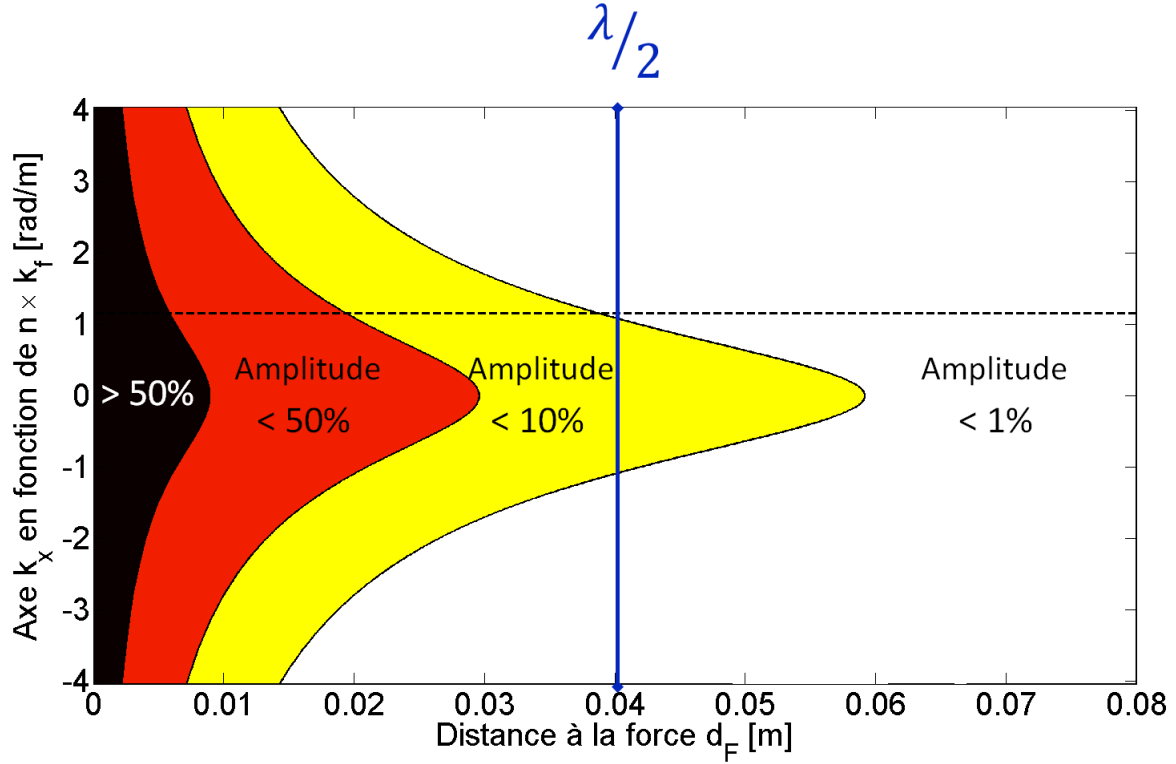


FIGURE 2.3 – Amplitude du propagateur évanescent  $e^{-\text{Re}(k_x^+)y}$  sur l'ensemble du domaine  $k_x$  exprimé en fonction de la distance à la force  $d_F$ . Le trait en pointillé représente la valeur de  $\lambda/2$ .

Ces erreurs des estimations de l'amplitude des ondes évanescentes peuvent avoir différentes origines. Elles peuvent être causées par :

- le bruit de mesure,
- la discrétisation de l'hologramme,
- la longueur finie de l'hologramme.

Finalement, en raison du comportement des ondes évanescentes en fonction de la distance à la force  $d_F$ , deux versions de l'Holographie Vibratoire peuvent être définies :

- une formulation en champ proche (NSH : Near-field Structural Holography) composée par 4 hologrammes. L'objectif de cette version est de reconstruire toutes les ondes y com-

pris les ondes évanescences. Bien évidemment, comme vu ci-dessus, la mesure des ondes évanescences nécessitera de placer les hologrammes proches de l'effort.

- une formulation en champ lointain (FSH : Far-Field Structural Holography) composée par seulement 2 hologrammes. Le but de la formulation FSH est de reconstruire seulement le champ propagatif de la plaque.

### 2.2.1 Formulation en champ lointain : Far field Structural Holography (FSH)

En champ lointain, l'influence des ondes évanescences est négligée. Par conséquent, elles ne sont pas prises en compte dans FSH quand les hologrammes sont positionnés loin des sources ou des conditions limites. Ainsi, seuls les coefficients  $C_{\text{mix}}^{\text{B}}(k_x)$  et  $C_{\text{mix}}^{\text{F}}(k_x)$  sont utilisés pour calculer les spectres des nombres d'onde et l'Eq. (A.14) devient :

$$W(k_x, y) = C_{\text{mix}}^{\text{B}}(k_x)e^{k_x^- y} + C_{\text{mix}}^{\text{F}}(k_x)e^{-k_x^- y}. \quad (2.9)$$

Les coefficients  $C_{\text{mix}}^{\text{B}}(k_x)$  et  $C_{\text{mix}}^{\text{F}}(k_x)$  sont déterminés en résolvant un système linéaire de deux équations. De ce fait, seulement deux hologrammes sont requis :

$$\begin{pmatrix} e^{k_x^- y_{h1}} & e^{-k_x^- y_{h1}} \\ e^{k_x^- y_{h2}} & e^{-k_x^- y_{h2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_{\text{mix}}^{\text{B}}(k_x) \\ C_{\text{mix}}^{\text{F}}(k_x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} W(k_x, y_{h1}) \\ W(k_x, y_{h2}) \end{pmatrix}, \quad (2.10)$$

où  $y_{h1}$  est la position de l'hologramme 1 et  $y_{h2}$  la position de l'hologramme 2. Il est alors possible d'identifier les coefficients par la méthode de Cramer :

$$C_{\text{mix}}^{\text{B}}(k_x) = \frac{W_1 e^{-k_x^- y_{h2}} - W_2 e^{-k_x^- y_{h1}}}{e^{k_x^- y_{h1}} e^{-k_x^- y_{h2}} - e^{-k_x^- y_{h1}} e^{k_x^- y_{h2}}}, \quad (2.11)$$

$$C_{\text{mix}}^{\text{F}}(k_x) = \frac{W_2 e^{k_x^- y_{h1}} - W_1 e^{k_x^- y_{h2}}}{e^{k_x^- y_{h1}} e^{-k_x^- y_{h2}} - e^{-k_x^- y_{h1}} e^{k_x^- y_{h2}}}, \quad (2.12)$$

avec  $W_i$  le spectre des nombres d'onde  $W(k_x, y_{hi})$  de l'hologramme positionné en  $y_{hi}$  où  $i = 1, 2$ . En opérant un changement de variable  $y_{h2} = y_{h1} + d$ , les Eqs. 2.11 et 2.12 deviennent :

$$C_{\text{mix}}^{\text{B}}(k_x) = \frac{e^{-k_x^- y_{h1}} (W_1 e^{-k_x^- d} - W_2)}{e^{-k_x^- y_{h1}} [e^{k_x^- y_{h1}} (e^{-k_x^- d} - e^{k_x^- d})]}, \quad (2.13)$$

$$C_{\text{mix}}^{\text{F}}(k_x) = \frac{e^{k_x^- y_{h1}} (W_2 - W_1 e^{k_x^- d})}{e^{k_x^- y_{h1}} [e^{-k_x^- y_{h1}} (e^{-k_x^- d} - e^{k_x^- d})]}. \quad (2.14)$$

Par conséquent, en prenant en compte seulement deux hologrammes et en effectuant un changement de variable, l'équation générale est simplifiée et permet d'obtenir une formulation analytique des deux coefficients :

$$C_{\text{mix}}^{\text{B}}(k_x) = \frac{W_1 e^{-k_x^- d} - W_2}{e^{k_x^- y_{h1}} (e^{-k_x^- d} - e^{k_x^- d})}, \quad (2.15)$$

$$C_{\text{mix}}^{\text{F}}(k_x) = \frac{W_2 - W_1 e^{k_x^- d}}{e^{-k_x^- y_{h1}} (e^{-k_x^- d} - e^{k_x^- d})}. \quad (2.16)$$

En réinjectant les Eqs. 2.15 et 2.16 dans l'Eq. 2.9 on obtient :

$$W(k_x, y) = \frac{W_1 e^{-k_x^- d} - W_2}{e^{k_x^- y_{h1}} (e^{-k_x^- d} - e^{k_x^- d})} e^{k_x^- y} + \frac{W_2 - W_1 e^{k_x^- d}}{e^{-k_x^- y_{h1}} (e^{-k_x^- d} - e^{k_x^- d})} e^{-k_x^- y}, \quad (2.17)$$

$$W(k_x, y) = \frac{W_1 e^{-(k_x^-)d} - W_2}{e^{-k_x^- d} - e^{k_x^- d}} \frac{e^{k_x^- y}}{e^{k_x^- y_{h1}}} + \frac{W_2 - W_1 e^{(k_x^-)d}}{e^{-k_x^- d} - e^{k_x^- d}} \frac{e^{-k_x^- y}}{e^{-k_x^- y_{h1}}}, \quad (2.18)$$

$$W(k_x, y) = \left( \frac{W_1 e^{-(k_x^-)d} - W_2}{e^{-k_x^- d} - e^{k_x^- d}} \right) e^{k_x^- (y - y_{h1})} + \left( \frac{W_2 - W_1 e^{(k_x^-)d}}{e^{-k_x^- d} - e^{k_x^- d}} \right) e^{-k_x^- (y - y_{h1})}. \quad (2.19)$$

Rappelons qu'ici le processus de rétropropagation s'opère lorsque  $y < y_{h1}$ , que la propagation s'opère pour  $y > y_{h1}$  et que  $y_{h1}$  symbolise la position de l'hologramme. Pour exprimer la distance de reconstruction du déplacement en fonction de l'hologramme 1 on pose  $\Delta = y - y_{h1}$  :

$$W(k_x, y) = \left( \frac{W_1 e^{-k_x^- d} - W_2}{e^{-k_x^- d} - e^{k_x^- d}} \right) e^{k_x^- (\Delta)} + \left( \frac{W_2 - W_1 e^{k_x^- d}}{e^{-k_x^- d} - e^{k_x^- d}} \right) e^{-k_x^- (\Delta)}. \quad (2.20)$$

Pour le cas spécifique  $\Delta = 0$  on ne rétropropage et on ne propage pas. Le spectre des nombres d'onde est ainsi calculé à la position de l'hologramme et signifie que  $W(k_x, \Delta = 0) = W_1$ . La solution générale 2.20 devient :

$$W(k_x, \Delta = 0) = \frac{W_1 e^{-k_x^- d} - W_2 + W_2 - W_1 e^{k_x^- d}}{(e^{-k_x^- d} - e^{k_x^- d})}, \quad (2.21)$$

$$W(k_x, \Delta = 0) = W_1 \left( \frac{(e^{-k_x^- d} - e^{k_x^- d})}{(e^{-k_x^- d} - e^{k_x^- d})} \right), \quad (2.22)$$

et par conséquent

$$W(k_x, \Delta = 0) = W_1. \quad (2.23)$$

Cette condition particulière est bien respectée et démontre que le référentiel pour rétropropager et propager les champs de déplacement doit être défini en fonction de l'écart  $\Delta$  entre la position  $y_{h1}$  et la distance de reconstruction  $y$ . Cela revient à dire que l'hologramme 1 est considéré comme la position d'origine pour l'application de l'Holographie Vibratoire.

Bien que les coefficients  $C_{\text{eva}}^{\text{F}}$  et  $C_{\text{eva}}^{\text{B}}$  soient négligés pour FSH, une part du comportement des ondes évanescentes est présente dans les coefficients  $C_{\text{mix}}^{\text{F}}$  et  $C_{\text{mix}}^{\text{B}}$  lorsque  $k_x > k_f$ . Pour supprimer l'influence des hauts nombres d'ondes ( $k_x > k_f$ ), un filtre basé sur la forme d'une fenêtre rectangle adoucie sur les bords dans le domaine des nombres d'onde, appelée fenêtre de Tukey [Tuk67], est appliquée sur  $C_{\text{mix}}^{\text{F}}$  et  $C_{\text{mix}}^{\text{B}}$ . Ce filtre est défini comme suit :

$$\chi(k_x) = \begin{cases} 0.5 \times [1 - \cos(\frac{\pi \times k_{xi}}{\alpha})] & \text{pour } k_{xi} \in [k_{min}^{filtre}; k_{min}^{filtre} + \alpha] \\ 1 & \text{pour } k_{xi} \in [k_{min}^{filtre} + \alpha; k_{max}^{filtre} - \alpha] \\ 0.5 \times [1 - \cos(\frac{\pi \times (k_{xi} - k_{max}^{filtre} + 2\alpha)}{\alpha})] & \text{pour } k_{xi} \in [k_{max}^{filtre} - \alpha; k_{max}^{filtre}] \\ 0 & \text{pour } k_{xi} \in ]-\infty; k_{min}^{filtre}[\cup]k_{max}^{filtre}; +\infty[ \end{cases} \quad (2.24)$$

avec  $k_{min}^{filtre} = 1,25 \times -k_f$ ,  $k_{max}^{filtre} = 1,25 \times k_f$ . La constante  $\alpha$  agit sur la pente du filtre. Elle est exprimée ici en fonction du nombre d'onde de flexion naturel de la plaque par  $\alpha = 0,25 \times k_f$ . Un exemple de ce filtre est illustré sur la Fig. 2.4. Entre  $-k_f$  et  $+k_f$  le spectre des nombres d'onde n'est pas filtré (filtre = 1), en dessous de  $-1,25k_f$  et au dessus de  $+1,25k_f$ , le spectre est complètement filtré (filtre = 0). Entre ces zones, l'amplitude du spectre est continuellement diminuée.

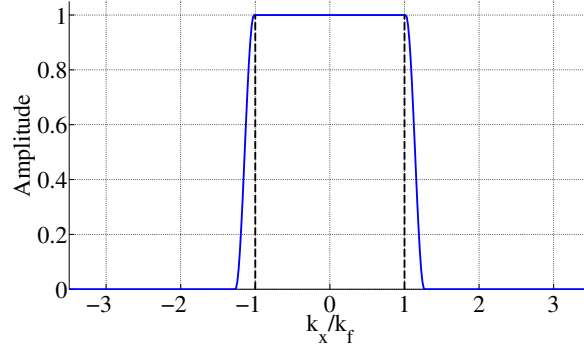


FIGURE 2.4 – Filtre de Tukey dans le domaine des nombres d'onde. Les lignes en pointillé représentent  $-k_f$  et  $+k_f$ .

Comme la transformée de Fourier est appliquée sur des données discrètes et des hologrammes de dimensions finies des difficultés numériques peuvent se produire pour le calcul des coefficients. Par conséquent, afin de ne pas introduire de perturbation pendant l'opération de rétro-propagation, il est nécessaire de filtrer une partie des ondes évanescentes avant cette opération [PLMI90]. Le filtre précédent, appliqué dans le domaine des nombres d'onde sur les coefficients permet de surmonter les difficultés numériques causées par l'utilisation de la TFS [ZMI96b]. Le choix d'une taille de filtre appropriée (bande passante  $k_x$ ) est cruciale [ZMI96a]. Si le filtrage est trop faible, le bruit peut ne pas être supprimé mais la distance de rétro-propagation peut diminuer. Si le filtrage est trop fort, l'information utile peut être supprimée avec le bruit, ce qui pourrait produire un champ reconstruit très éloigné de la réalité [ZMI96b].

Pour résumer, deux raisons principales sont nécessaires pour appliquer un filtre sur les coefficients avant de calculer les spectres des nombres d'onde rétropropagés. Un filtre est nécessaire pour diminuer l'effet du propagateur lorsque  $k_x^-$  est réel lors de l'opération de rétro-propagation

(ondes évanescentes) et pour surmonter l'effet dû à la discrétisation d'une longueur finie d'hologramme.

Un exemple d'un coefficient  $C_{\text{mix}}^F$  sans et avec filtrage est présenté sur la Fig. 2.5. Cet exemple met en évidence l'augmentation de l'amplitude du coefficient, dans les hauts nombres d'ondes sur la Fig. 2.5(a). L'amplitude est fortement réduite par l'opération de filtrage en Fig. 2.5(b).

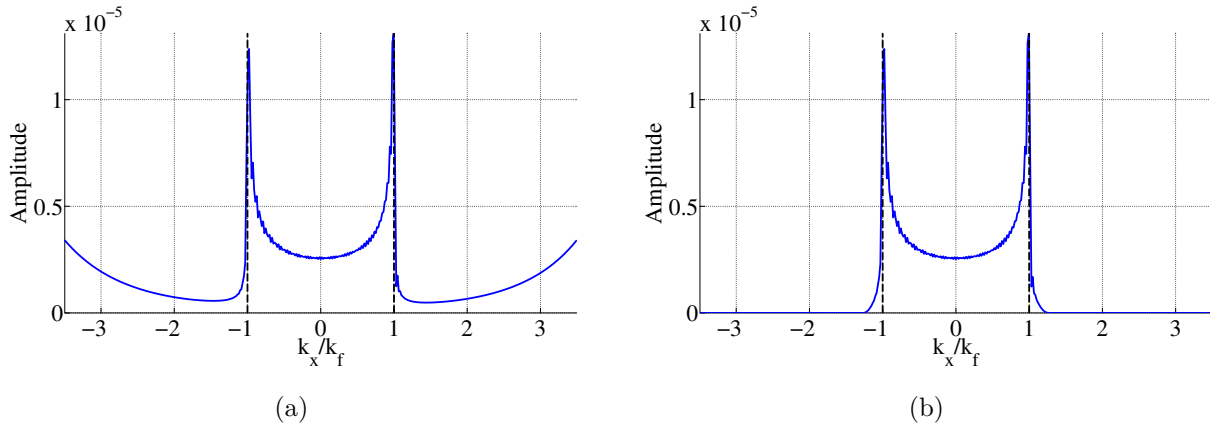


FIGURE 2.5 – Coefficients  $C_{\text{mix}}^F$  non filtré (a) et filtré (b) dans le domaine des nombres d'onde. Les traits verticaux en pointillé représentent  $-k_f$  et  $+k_f$ .

### 2.2.2 Exemple de reconstruction via NSH et FSH

Des exemples de reconstruction utilisant les formulations NSH et FSH sont présentés respectivement sur la Fig. 2.6 lorsque les hologrammes sont situés en champ proche de la force (à la distance  $d_F = 0,03 \text{ m} < \lambda/2$  de la source ponctuelle) et sur la Fig. 2.7 quand ils se trouvent en champ lointain ( $d_F = 0,12 \text{ m} > 1,5 \times \lambda$ ). Les procédés NSH et FSH sont appliqués sur des déplacements générés par une force ponctuelle harmonique appliquée sur une plaque infinie. Le déplacement transverse d'une force ponctuelle est donné par [Wil99] :

$$\bar{w}(x, y) = -j \frac{F}{8k_f^2 D} [H_0^{(1)}(k_f r) - j \frac{2}{\pi} K_0(k_f r)], \quad (2.25)$$

avec  $H_0^{(1)}(k_f r)$  la fonction de Hankel,  $K_0(k_f r)$  la fonction de Bessel modifiée de seconde espèce,  $r$  la distance entre le point d'origine et le point calculé et  $k_f$  le nombre d'onde naturel de flexion de la plaque. Dans cette section, la réponse d'une plaque en aluminium de 1 mm d'épaisseur ( $E = 69 \text{ GPa}$ ,  $\rho = 2700 \text{ kg/m}^3$ ,  $\nu = 0,346$ ), excitée par une force ponctuelle harmonique  $F_1 = 1 \text{ N}$ , à la fréquence de 2000 Hz est simulée. Un amortissement de 1 % est appliqué et  $k_f = 89.88 \text{ rad/m}$ . Afin de s'affranchir des limites causées par  $L_{\text{holo}}$  la longueur des hologrammes, la valeur de  $L_{\text{holo}} = 4 \text{ m}$  est fixée. Les problèmes liés à la longueur de l'hologramme seront abordés dans un prochain chapitre. L'écart entre deux points de l'hologramme est défini par  $\Delta_{\text{holo}} = 1 \text{ cm}$ . Ces valeurs donnent, dans le domaine des nombres d'onde, une résolution de  $\Delta_{kx} = 1.57 \text{ rad/m}$

et de  $k_{max}^x = 314.16 \text{ rad/m}$ .

Les résultats sont présentés sur l'axe des y pour  $x = 0$ . La force ponctuelle est située à  $(0,0)$ . La reconstruction du champ de déplacement est nettement meilleure avec NSH lorsque les hologrammes sont situés dans le champ proche de la source. NSH estime avec précision l'amplitude de déplacement à proximité de la force (erreur de 1,47 % à  $d_F = 1 \text{ cm}$ ) grâce à la prise en compte de tous les types d'ondes. Cependant, même si l'erreur de reconstruction est de 14,77% à 1 cm de la source, les performances de FSH sont étonnamment bonnes. En effet, l'amplitude du déplacement près de la force est légèrement sous-estimée en raison de l'absence d'onde évanesciente en FSH mais les résultats sont encore voisins de la référence alors même que les hologrammes sont situés en champ proche.

La Fig. 2.7 présente le déplacement reconstruit avec les hologrammes positionnés en champ lointain. Pour démontrer les perturbations dues au coefficient évanescient, le déplacement reconstruit par NSH est représentée Fig. 2.7(a). Comme expliqué dans la section 2.2 et illustré en Fig. 2.2, les ondes évanescientes existent seulement dans le champ proche. Prendre en compte les coefficients évanescents (NSH) pour des hologrammes positionnés en champ lointain réduit les performances de la méthode et ne permet pas de rétro-propager le champ de déplacement jusqu'à l'effort. Le déplacement est rétro-propagé avec une faible erreur seulement sur 2 cm, mais augmente très fortement avec la distance de rétro-propagation (erreur de 139,6% à  $d_F = 9 \text{ cm}$ ). Du fait qu'aucun bruit n'a été rajouté sur le déplacement référence, les problèmes de divergence de la reconstruction du champ sont par conséquent liés à la difficulté de reconstruire des termes exponentiels croissants. Le déplacement reconstruit obtenu avec FSH est présenté Fig. 2.7(b) et prouve la précision de cette approche en champ lointain en comparaison avec NSH. En effet la reconstruction du champ de déplacement est satisfaisante jusqu'à la position de la force. L'erreur de reconstruction est inférieure à 14 % à 1 cm de la source, inférieure à 2 % à 2 cm et inférieure à 0,5 % au delà de 7 cm. Cela équivaut à la performance de la FSH lorsque les hologrammes sont positionnés en champ proche. Ceci démontre que les performances de la FSH ne dépendent pas de manière sensible de la distance à la source.

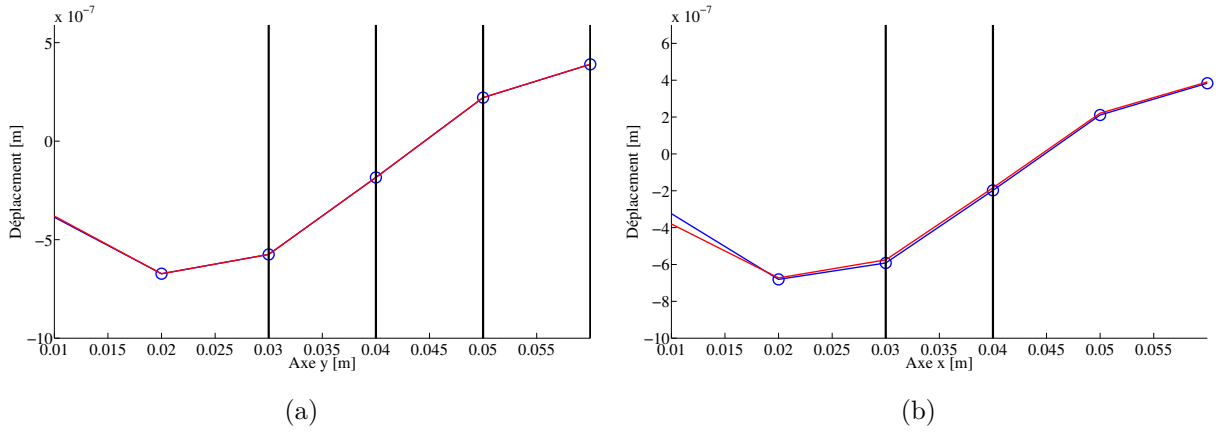


FIGURE 2.6 – Cas pour des hologrammes positionnés en champ proche : déplacement référence (trait plein) comparé avec les ondes allers calculées (cercle) (a) par la formulation NSH et (b) par la formulation FSH. Les traits pleins verticaux représentent les positions des hologrammes.

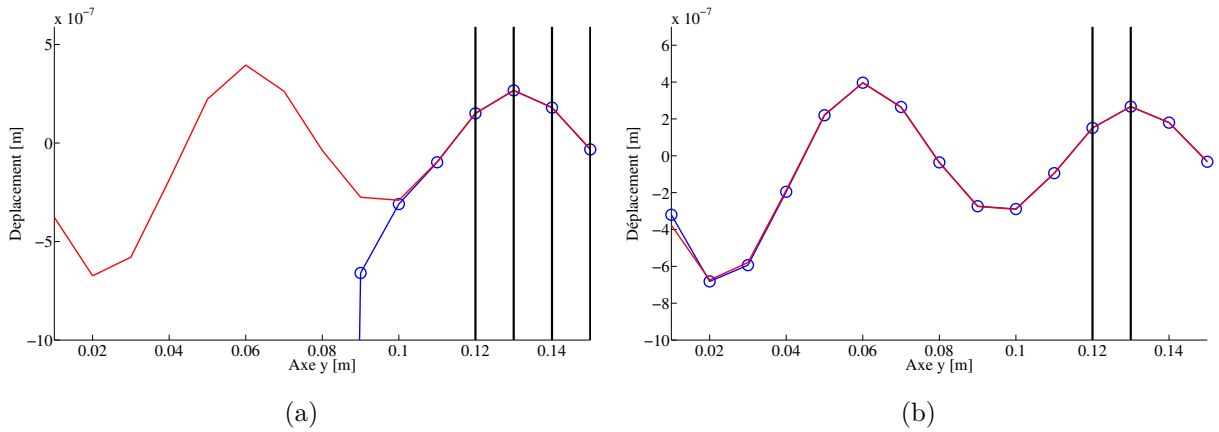


FIGURE 2.7 – Cas pour des hologrammes positionnés en champ lointain : déplacement référence (trait plein) comparé avec les ondes allers calculées (cercle) (a) par la formulation NSH et (b) par la formulation FSH. Les traits pleins verticaux représentent les positions des hologrammes.

## 2.3 Validation expérimentale sur plaque suspendue sur un bord

Cette section illustre l'application de la méthode dans des conditions réelles de mesure. Les mesures sont réalisées sur une plaque rectangulaire en aluminium  $E = 69 \times 10^9$  Pa,  $\rho = 2700$  kg/m<sup>3</sup>,  $\nu = 0,346$ ), suspendue sur un bord. Les dimensions de la plaque sont de  $212 \times 144$  cm. L'épaisseur est de  $h = 1$  mm. Un amortissement moyen de 1 % est uniformément réparti sur la plaque, contrôlé via la présence de petits patches viscoélastiques IFF (Insonorisant Fusible en Feuille) collés sur la plaque.

La plaque est excitée par un pot vibrant de modèle MB dynamics MODAL 50 (Fig. 2.8). La force d'excitation est un signal pseudo aléatoire, appliqué au point de coordonnées  $x_F = 73$

cm et  $y_F = 77$  cm dans la zone du maillage. Le champ de déplacement sur la plaque est mesuré avec un vibromètre laser Polytec PSV-400 positionné à 6 m de la plaque sur un maillage de 107 par 101 points avec un pas de  $\Delta_x = \Delta_y = 1.35$  cm sur un plan de mesure de  $L_x \times L_y$  avec  $L_x = 142$  cm et  $L_y = 137$  cm. 20 moyennes sont appliquées pour chaque point de mesure. En guise d'exemple, le déplacement mesuré à la fréquence  $f = 1418$  Hz est illustré Fig. 2.10. Il est appelé déplacement référence dans ce qui suit. La fréquence d'étude correspond à un pic de résonance de la structure comme nous pouvons l'observer sur la Fig. 2.9.

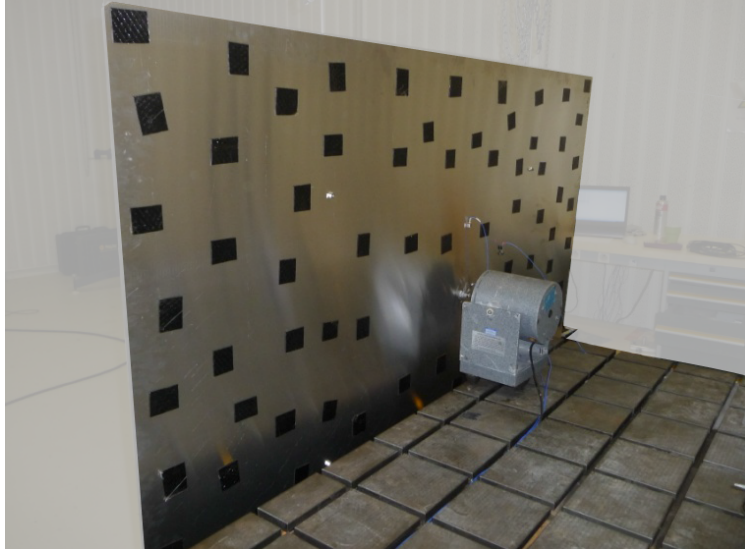


FIGURE 2.8 – Montage expérimental d'une plaque d'aluminium excitée par un pot vibrant.

Par la suite, les champs de déplacement référence et reconstruit à partir des hologrammes sont illustrés. Les hologrammes sont définis par  $N_{holo} = 107$  points séparés de  $\Delta_{holo} = 1.35$  cm. La longueur des hologrammes est  $L_{holo} = 142$  cm. Dans ces conditions,  $k_x^{\max} = 232,7$  rad / m et  $\Delta_{kx} = 4,41$  rad / m. En raison de la taille de la plaque et de l'amortissement, les ondes réfléchies sont trop faibles pour être prises en compte et les ondes retours ne sont donc pas considérées. Les hologrammes sont situés en  $y_{h1} = 63.2$  cm et  $y_{h2} = 65$  cm. La distance entre l'hologramme 2 et la force est donc de  $d_F \simeq 1.5\lambda$ . Du fait que les hologrammes sont positionnés en champ lointain, la formulation FSH est utilisée pour calculer le déplacement de la plaque. Le résultat est illustré Fig. 2.11 (b) et comparé avec le déplacement référence Fig. 2.11 (a). Les positions des hologrammes sont repérées par deux traits verticaux noirs. Le déplacement reconstruit par FSH coïncide fortement avec le déplacement référence et confirme la validité de la méthode sur un cas expérimental.

### 2.3.1 Intensité structurale du déplacement reconstruit tout autour de la force

La zone de reconstruction par FSH se limite à la zone où la force n'est pas appliquée (voir section 2.1). Il est néanmoins possible de surmonter cette limitation et de reconstruire le com-

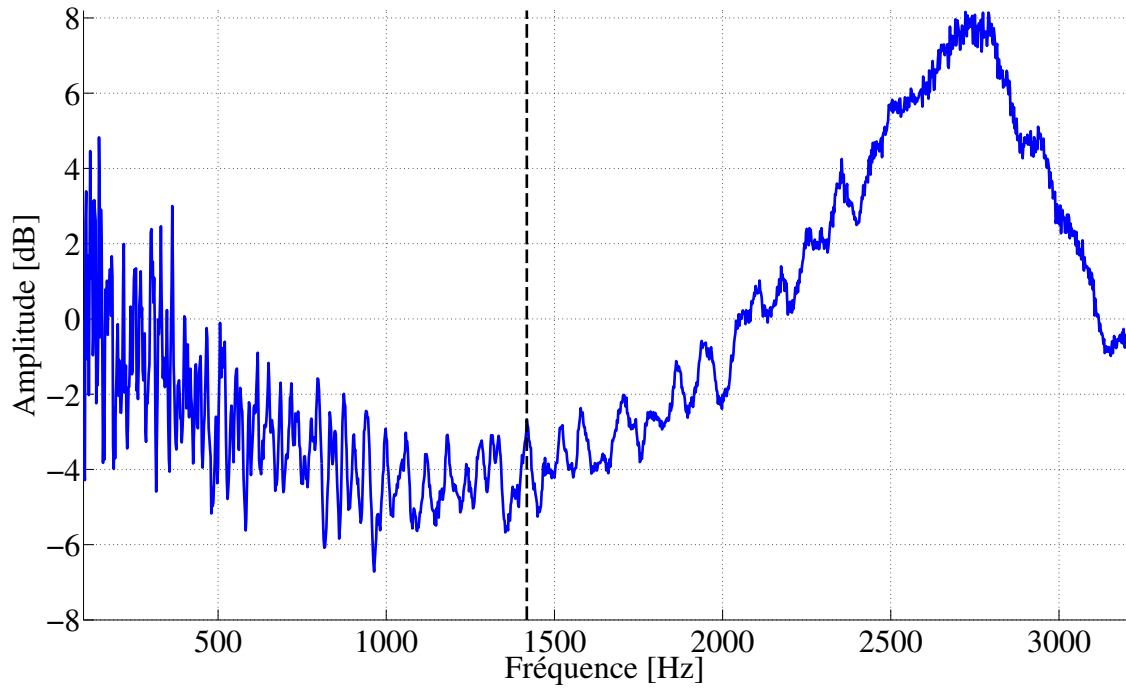


FIGURE 2.9 – Densité spectrale de puissance de la plaque étudiée, excitée par un pot vibrant. Le trait vertical noir désigne la fréquence d'étude  $f = 1418$  Hz.

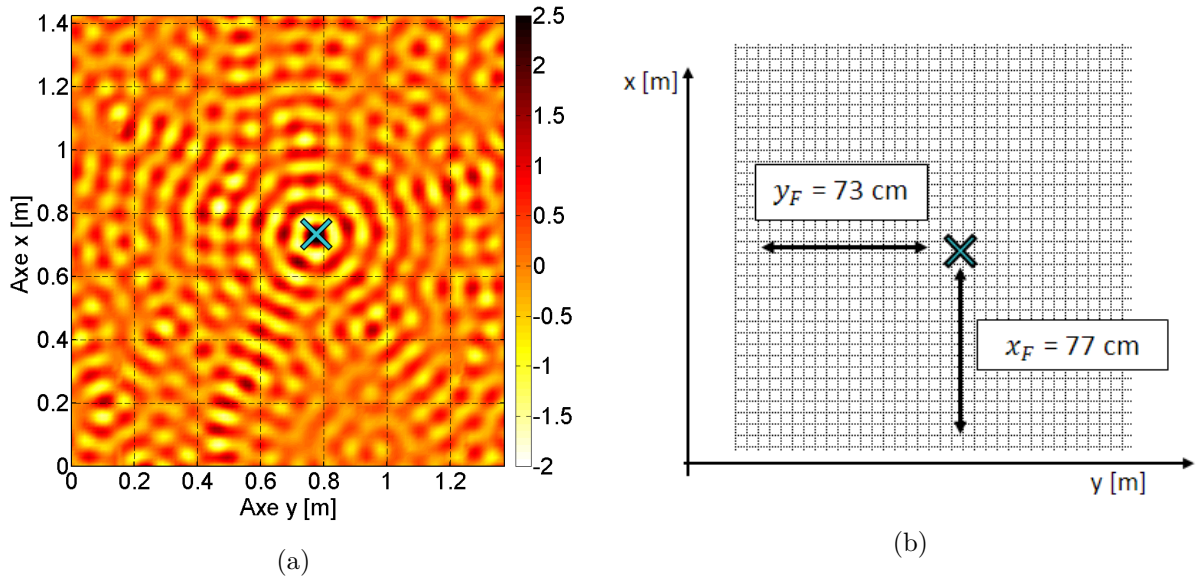


FIGURE 2.10 – (a) Mesure directe du champ de déplacement d'une plaque d'aluminium excitée par un pot-vibrant avec un signal pseudo aléatoire à la fréquence  $f = 1418$  Hz et (b) le schéma expérimental.

portement complet de la force autour de la zone d'excitation. Pour cela, l'Holographie Vibratoire est appliquée avec des hologrammes positionnés suivant les dimensions  $x$  et  $y$ . Le processus est schématisé en Fig. 2.12.

Les hologrammes  $y_{hA}$  permettent de reconstruire le déplacement sur la zone A (étape (1)).

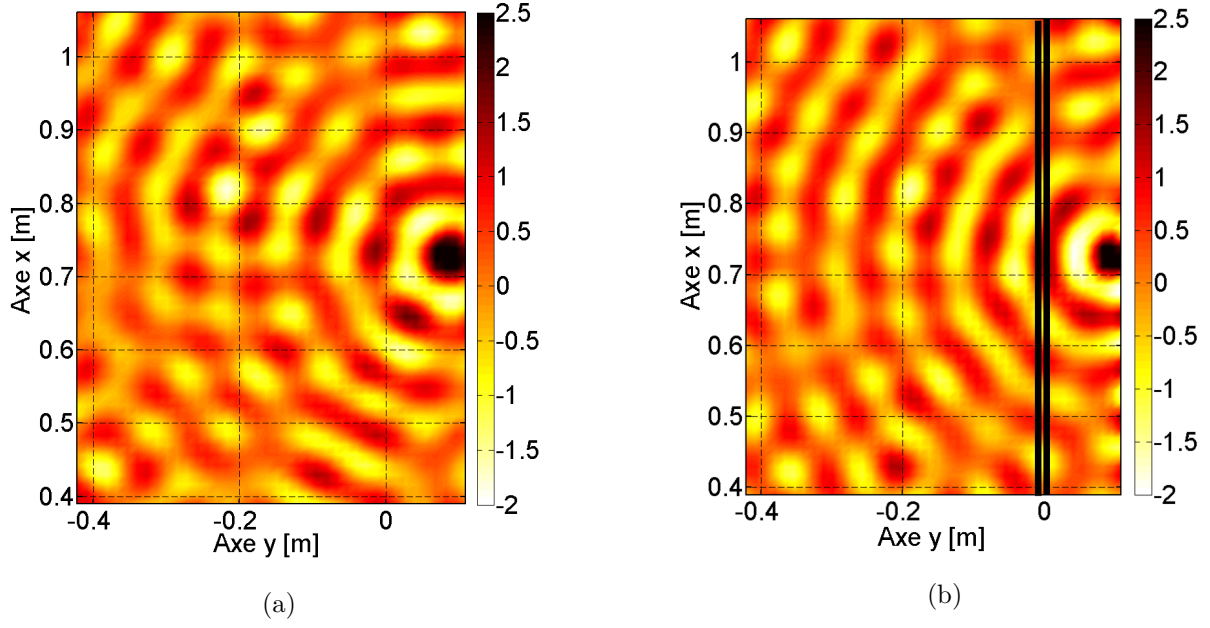


FIGURE 2.11 – Zoom sur le : (a) Déplacement référence et (b) déplacement reconstruit par FSH. Les traits noirs pleins verticaux représentent les positions des hologrammes.

Les hologrammes  $x_{hB}$  calculent le déplacement sur la zone B. La zone commune entre A et B est calculée par  $(A + B)/2$  (étape 2). L'étape 3 est le résultat de l'étape 2 reproduite plusieurs fois autour de la force  $F_i$ . En suivant ce processus, l'ensemble du champ de déplacement est calculé.

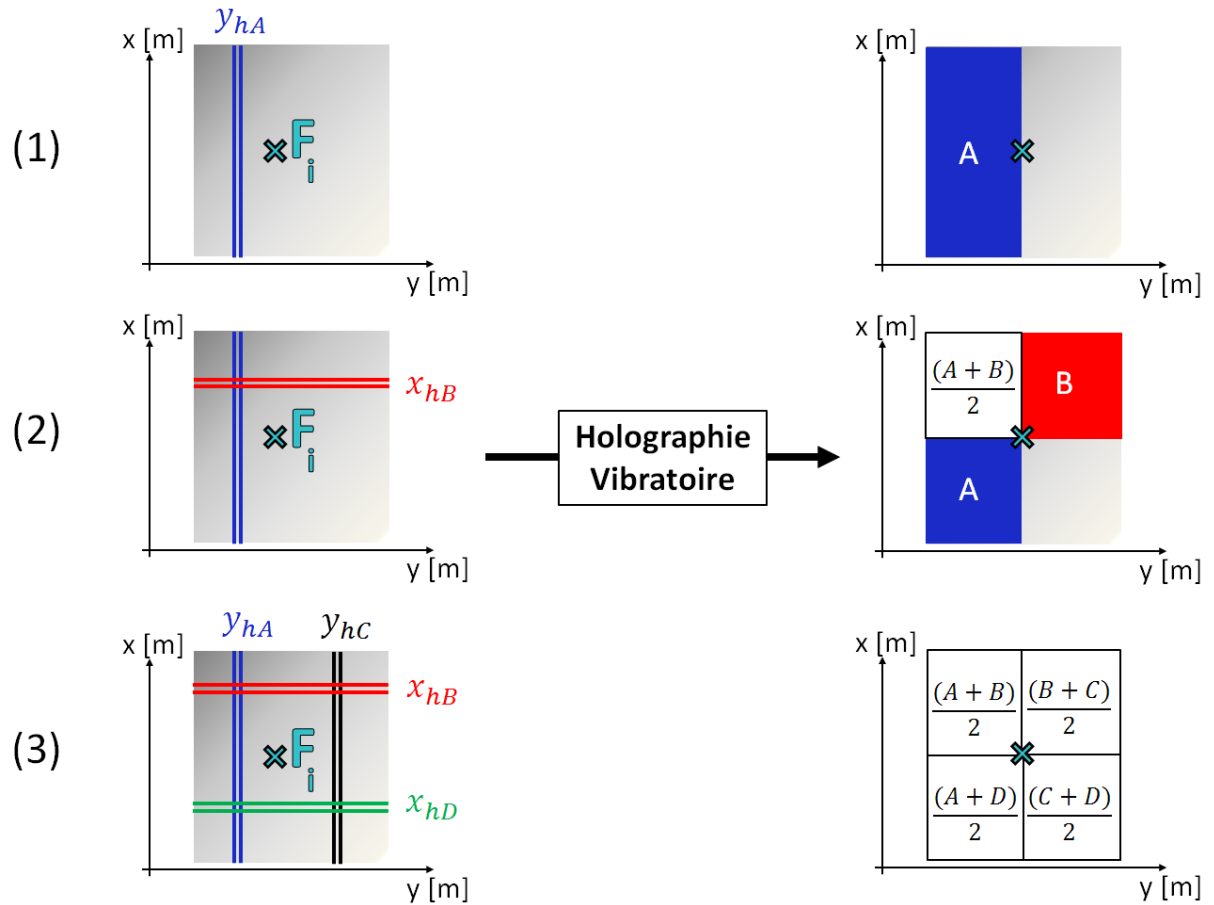


FIGURE 2.12 – Synopsys de l’Holographie Vibratoire pour identifier le comportement de la force sur la totalité de sa zone d’application.

Pour améliorer la localisation et la caractérisation de la force, un post-traitement est directement appliqué. Il consiste à calculer l'intensité structurale du déplacement reconstruit. L'intérêt du calcul de l'intensité structurale réside dans des considérations pratiques : la distribution du flux d'énergie donne des informations sur les voies de transmission de l'énergie ainsi que sur les positions des sources et des puits d'énergie mécanique [GP93]. L'intensité structurale des ondes de flexion dans une plaque (ou de la densité d'énergie par unité de longueur [W/m]), est une grandeur vectorielle qui peut être exprimée à partir du champ de vitesse [Pav76]. La formulation utilisée ici est une formule simplifiée de l'intensité structurale présentée par Pascal [PLMI90] en condition de champ libre et lointain :

$$I \approx \sqrt{DM_s} \operatorname{Im}\{v \nabla v^*\}, \quad (2.26)$$

où  $\operatorname{Im}$  désigne la partie imaginaire,  $M_s$  la masse par unité de surface, et  $v$  le champ de vitesse (avec  $v$  la dérivée temporelle du déplacement). Le terme  $\nabla$  implique que le calcul de l'intensité structurale est réalisé sur les deux directions  $x$  et  $y$ . Cette formulation décrit avec une bonne précision les cartographies du flux en dehors des régions de tourbillons et conduit à une évaluation quantitative exacte du flux total lorsque les mesures sont réalisées en champ lointain. En effet, seule la partie irrotationnelle est représentée par l'Eq. (2.26) ce qui est très utile pour localiser les sources et puits d'énergies. La partie rotationnelle contribue uniquement à la représentation des phénomènes de circulation d'énergie (tourbillons), alors que l'intensité irrotationnelle décrit le bilan du flux de puissance net d'une source vers une zone non dissipative ou une sous-structure. Par conséquent, pour des hologrammes positionnés en champ lointain, l'intensité irrotationnelle donne une meilleure représentation de l'énergie structurale car les effets de masquage des tourbillons d'énergie qui sont liés à l'intensité rotationnelle ne sont pas considérés [RGG15].

Les intensités structurales du déplacement référence  $I_x^{ref}$  et du champ de déplacement reconstruit  $I_x^{rec}$  sont représentées respectivement sur les Figs. 2.13 (a) et 2.13 (b). Pour ce cas expérimental, l'identification des champs d'intensité en utilisant la FSH donne de bons résultats par rapport à des mesures directes. Le champ d'intensité  $I_x^{rec}$  est donc bien reconstruit en termes de localisation et de quantification en utilisant uniquement des mesures sur les huit lignes d'hologrammes ( $4 \times 2$ ).

L'utilisation du filtre dans le domaine des nombres d'onde et le calcul de la moyenne des déplacements reconstruits diminuent le bruit de mesure. Ceci explique la différence visible entre l'intensité structurale de la référence et le déplacement reconstruit en dehors de la force d'application de la zone. Cependant, l'amplitude de l'intensité proche de la force est la même. Par conséquent, en utilisant ce processus, l'Holographie Vibratoire permet la caractérisation du comportement total de la force avec seulement quelques hologrammes.

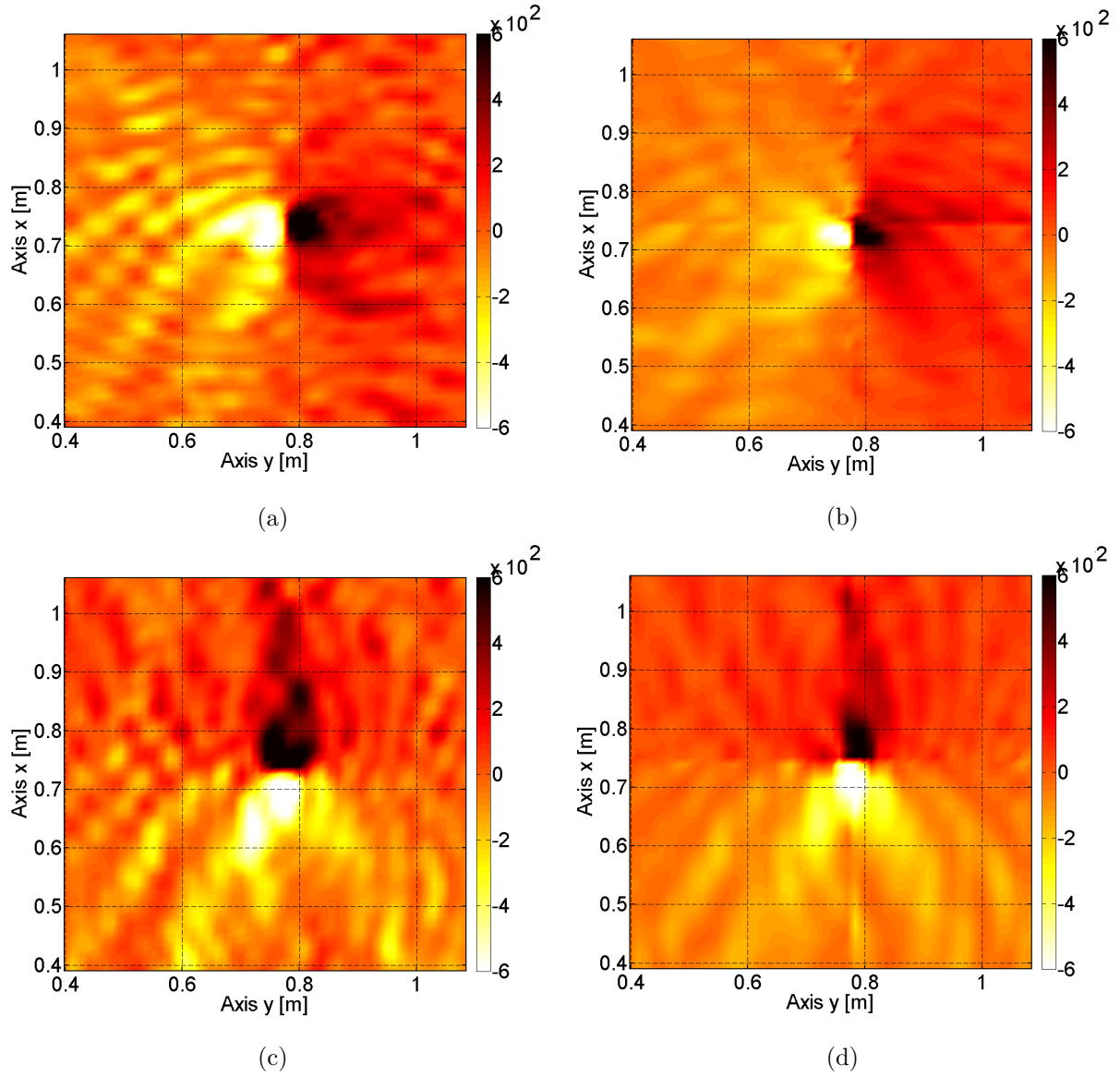


FIGURE 2.13 – Intensité structurale suivant les directions  $x$  et  $y$  à la fréquence 1418 Hz. (a)  $I_x^{ref}$  et (c)  $I_y^{ref}$  sont calculés pour le déplacement référence. (b)  $I_x^{rec}$  et (d)  $I_y^{rec}$  sont calculés pour le déplacement reconstruit par FSH.

## 2.4 Application sur une plaque simplement supportée

Dans la première partie de ce chapitre, l'application de l'Holographie Vibratoire a pu être validé sur le cas expérimental d'une grande plaque suspendue sur un bord. Afin de confronter la méthode à un second cas d'étude, l'Holographie Vibratoire est maintenant appliquée sur une plaque simplement appuyée simulée numériquement. Comme dans tout problème inverse, les faibles erreurs de mesure peuvent introduire un haut niveau de bruit sur les résultats. Ainsi, nous proposons de simuler ces incertitudes de mesure par des bruits additionnels  $\Delta_w$  sur l'amplitude du déplacement et  $\Delta_\phi$  sur sa phase :

$$w^{bruit}(x, y) = \bar{w}_{ref}(x, y) + \Delta_w e^{j\Delta_\phi}, \quad (2.27)$$

où  $\Delta_w$  est un nombre aléatoire gaussien de rapport signal sur bruit RSB = 5 dB. L'expérience numérique est réalisée sur une plaque d'aluminium d'épaisseur 1 mm excitée par une force harmonique ponctuelle à la fréquence 1300 Hz. Un amortissement de 1 % est appliqué.

Le même maillage 2D est utilisé pour l'ensemble des calculs :

- $N = 101$  points dans la direction  $x$  (longueur  $L_x = 1$  m) séparée par  $\Delta_x = 0.01$  m,
- $N = 81$  points dans la direction  $y$  (longueur  $L_y = 0.8$  m) séparée par  $\Delta_y = 0.01$  m,
- $\Delta_{kx} = (2 \pi)/L_x = 6.28$  rad/m,
- $k_{max}^x = \pi/\Delta_x = 314.16$  rad/m.

L'excitation est localisée au point  $x_F = 0.4$  m et  $y_F = 0.2$  m. Dans la suite du chapitre, le déplacement reconstruit pour  $y < y_F$  n'est pas représenté. Alors que la FSH a été utilisée sur le premier cas expérimental (section 2.3), la formulation NSH est appliquée pour cette seconde étude afin de présenter les performances de la méthode en champ proche. La plaque simplement appuyée présente des ondes retours causées par les réflexions aux limites. Pour considérer ce phénomène, il est nécessaire d'utiliser 4 hologrammes pour identifier les 4 inconnues présentes dans l'Eq. A.14. Ces 4 hologrammes sont localisés dans le champ proche de la force ponctuelle respectivement aux positions  $y_{h1} = 24$  cm,  $y_{h2} = 25$  cm,  $y_{h3} = 26$  cm,  $y_{h4} = 27$  cm. L'un des 4 hologrammes utilisé pour l'identification des coefficients est représenté sur la Fig. 2.14. Le déplacement référence et le problème schématisé sont illustrés sur la Fig. 2.15.

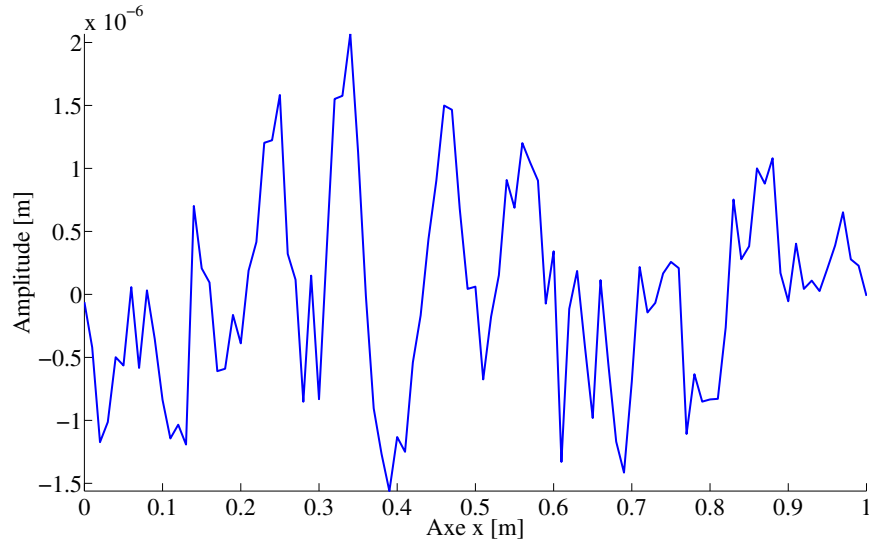


FIGURE 2.14 – Hologramme en  $y = 24$  cm utilisé pour l'identification des 4 coefficients.

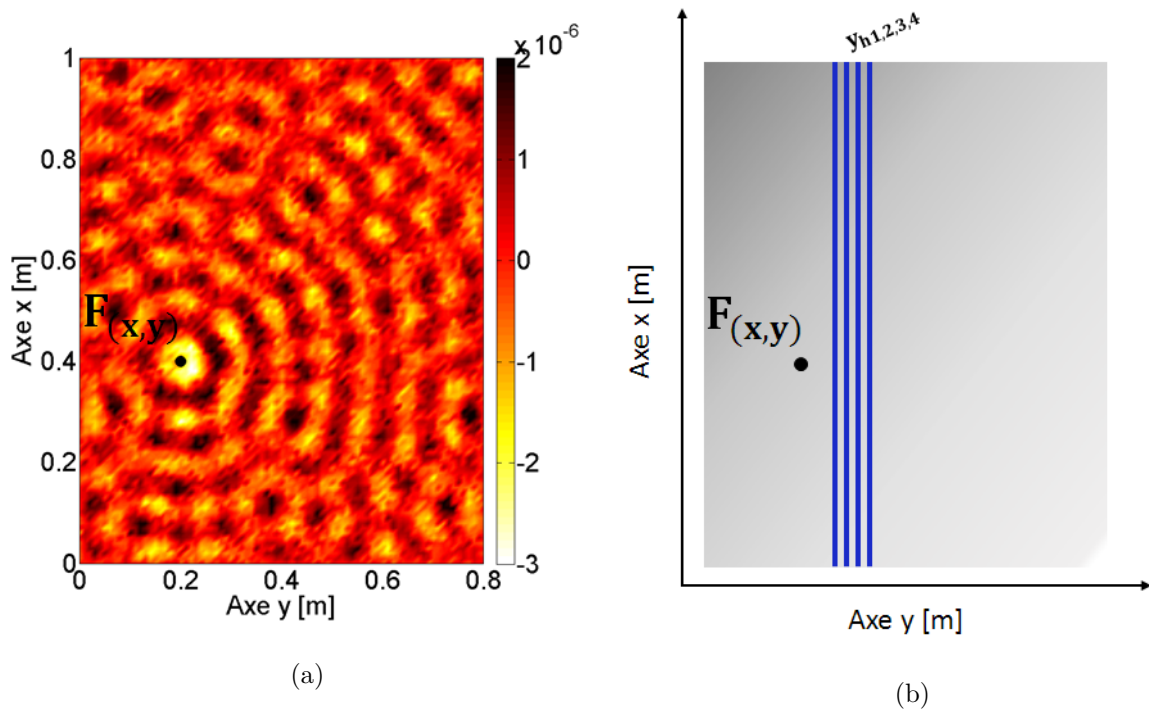


FIGURE 2.15 – Champ de déplacement bruité  $w^{bruit}$  d'une plaque simplement appuyée excitée par une force harmonique  $F$  (partie réelle) (a) et le problème schématisé (b).

Le déplacement référence  $w^{bruit}$  représenté pour  $y = 20$  à  $80$  cm, et le déplacement reconstruit  $w_{NSH}$  sont illustrés sur la Fig. 2.16.

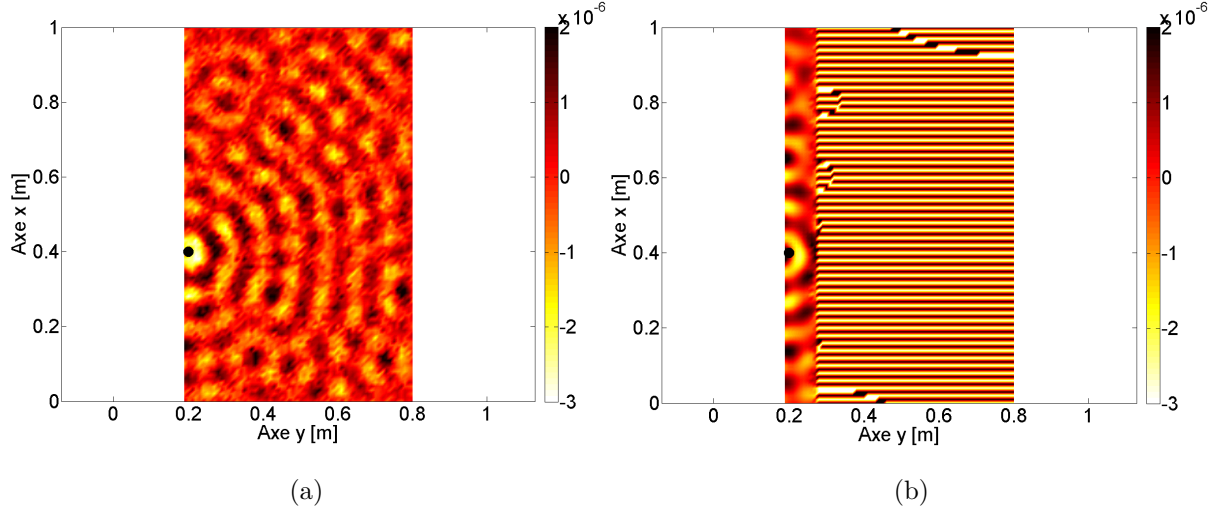


FIGURE 2.16 – (a) Champ de déplacement référence bruité  $w^{bruit}$  et (b) champ de déplacement reconstruit par NSH  $w_{NSH}$ .

Une vue des déplacements 2D est également proposée. Les déplacements sur l'ensemble de l'axe  $x$  en fonction des positions  $y = 21$  et  $23$  cm sont respectivement présentés sur les Figs. 2.17(a) et 2.17(c). Afin d'illustrer la robustesse de la méthode, les déplacements reconstruits par NSH sont également comparés avec le déplacement référence non bruité  $w_{ref}$  pour les distances de  $y = 21$  cm (Fig. 2.17(b)) et  $y = 23$  cm (Fig. 2.17(d)).

Le champ de déplacement rétropropagé reproduit le déplacement référence avec une bonne précision pour une longueur d'hologramme de taille raisonnable (Fig. 2.17(a)-2.17(c)). Le déplacement reconstruit en  $y = 21$  cm comporte néanmoins des perturbations sur les bords et sur la zone de l'effort en  $x = 40$  cm. Pour cette distance de rétropropagation, nous sommes au plus proche de l'effort. Dans ce cas, nous approchons de la distance limite sur laquelle la méthode peut être appliquée. Les effets présents sur les bords sont dus à la troncature de l'hologramme qui se répercute sur les spectres des nombres d'onde et sont amplifiés pendant le processus de rétropropagation. En comparant  $w_{NSH}$  avec  $w_{ref}$ , on constate que l'Holographie Vibratoire se rapproche fortement du comportement non bruité de la plaque (Fig. 2.17(b)-2.17(d)). Sans appliquer de filtrage dans le domaine des nombres d'onde, le bruit présent sur les hologrammes (Fig. 2.14) est supprimé. La méthode NSH est donc très robuste.

Si l'on s'intéresse maintenant au champ de déplacement propagé, on remarque qu'il se dégrade très rapidement. Pour un déplacement propagé sur une distance de  $1$  cm (donc  $y = 28$  cm, illustré Fig. 2.18), des perturbations couvrent l'ensemble du déplacement et les erreurs sont augmentées de manière exponentielle. C'est ce qu'on observe sur l'ensemble du déplacement propagé

Fig. 2.16. Il est alors impossible d'identifier le champ de déplacement. Pour rappel, l'Holographie Vibratoire est une méthode inverse et l'instabilité de la méthode devrait d'abord se voir lors du processus de rétropropagation. Or dans le cas présent, prendre en compte les coefficients qui caractérisent les ondes retours évanescentes perturbe la propagation. Ce résultat est causé par la faible amplitude des ondes retours évanescentes qui perturbe l'ensemble de la reconstruction. Les hologrammes sont positionnés, dans ce cas, trop loin des bords de la plaque pour mesurer correctement l'amplitude de ses ondes. L'identification du coefficient qui les caractérise devient impossible et provoque de très grandes erreurs lors de la propagation.

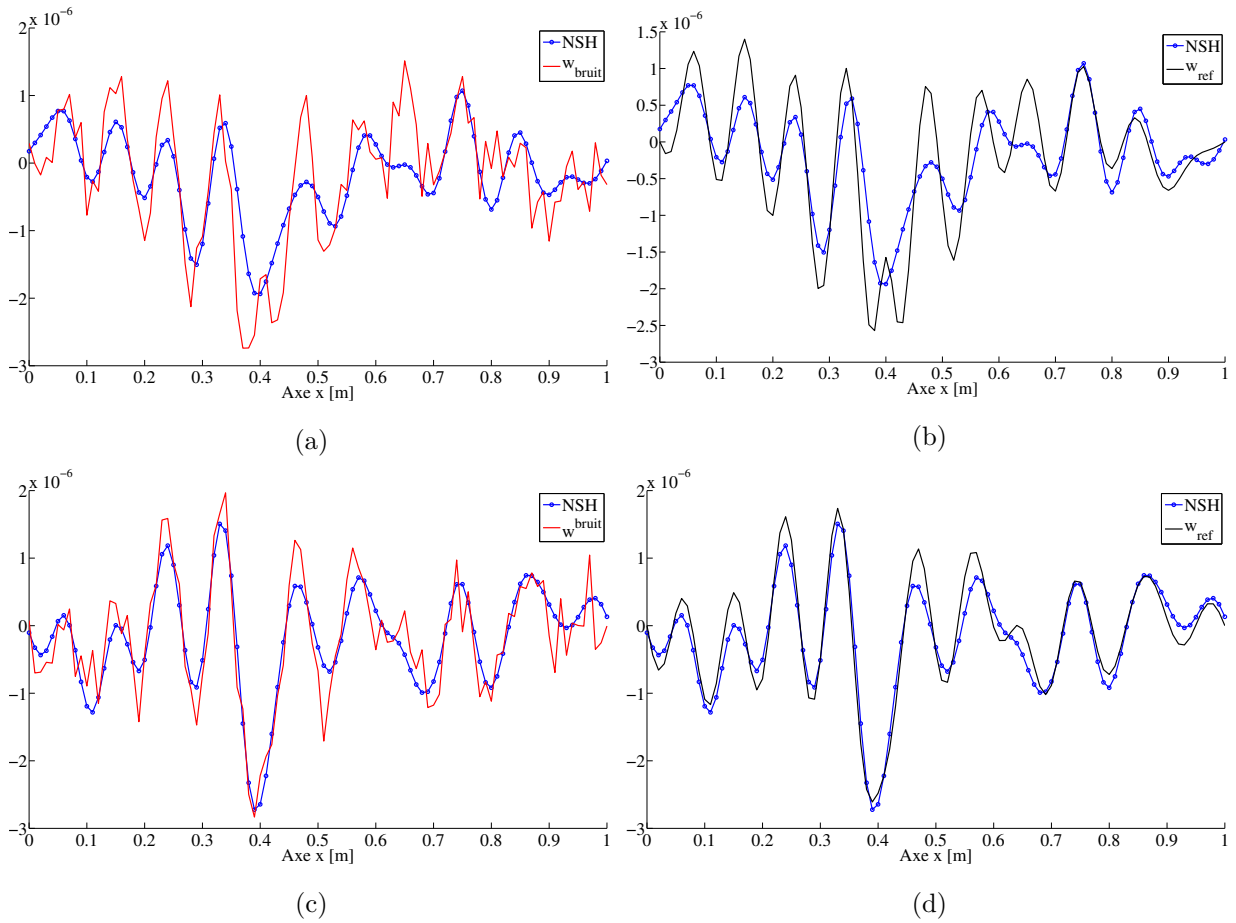


FIGURE 2.17 – Déplacement rétroporté  $w_{NSH}$  (bleu) comparé avec le déplacement bruité  $w^{bruit}$  en (a)  $y = 21$  cm et (c)  $y = 23$  cm et avec le déplacement référence  $w_{ref}$  (noir) en (b)  $y = 21$  cm et (d)  $y = 23$  cm.

Pour confirmer cette hypothèse, les spectres des nombres d'onde sont maintenant calculés en ne considérant plus les 2 coefficients qui caractérisent les ondes retours. Par conséquent, seuls les coefficients  $C_{\text{eva}}^F$  et  $C_{\text{mix}}^F$  sont utilisés. Notons que dans le cas présenté, seule les ondes réfléchies évanescentes causent des problèmes à la propagation du champ. Néanmoins, toutes les ondes réfléchies ne sont pas considérées pour respecter une approche plus générale du problème et contrôler plus précisément les phénomènes que nous observons. En appliquant cette condition, le déplacement reconstruit est pertinent pour la rétropropagation et la propagation (Fig. 2.19). La précision de reconstruction du champ de déplacement propagé est très bonne et donne des résultats très proches du déplacement référence non bruité  $w_{\text{ref}}$  (Fig. 2.20(b)-(d)-(f)).

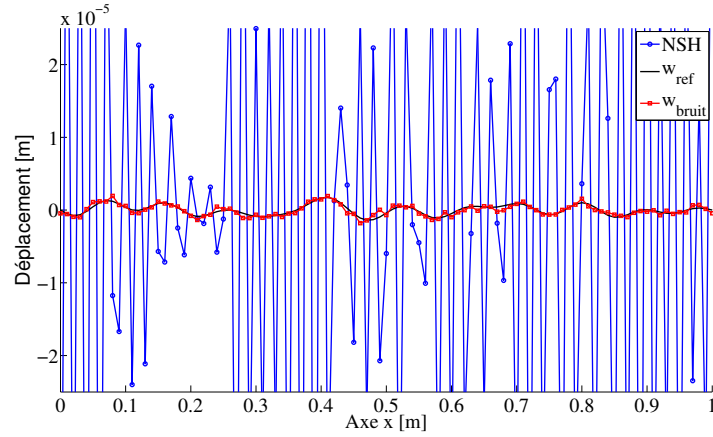


FIGURE 2.18 – Déplacement propagé  $w_{NSH}$  (bleu) en  $y = 28$  cm et comparé avec le déplacement bruité  $w^{\text{bruit}}$  et le déplacement référence  $w_{\text{ref}}$  (noir).

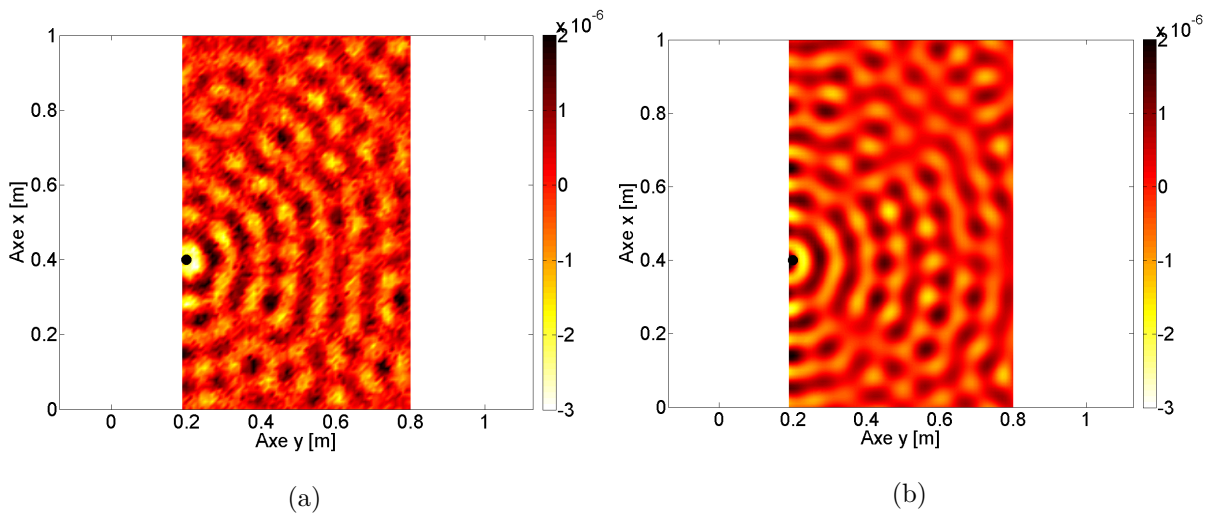


FIGURE 2.19 – (a) Champ de déplacement référence bruité  $w^{\text{bruit}}$  et (b) champ de déplacement reconstruit par NSH  $w_{NSH}$  avec seulement les 2 coefficients  $C_{\text{eva}}^F$  et  $C_{\text{mix}}^F$ .

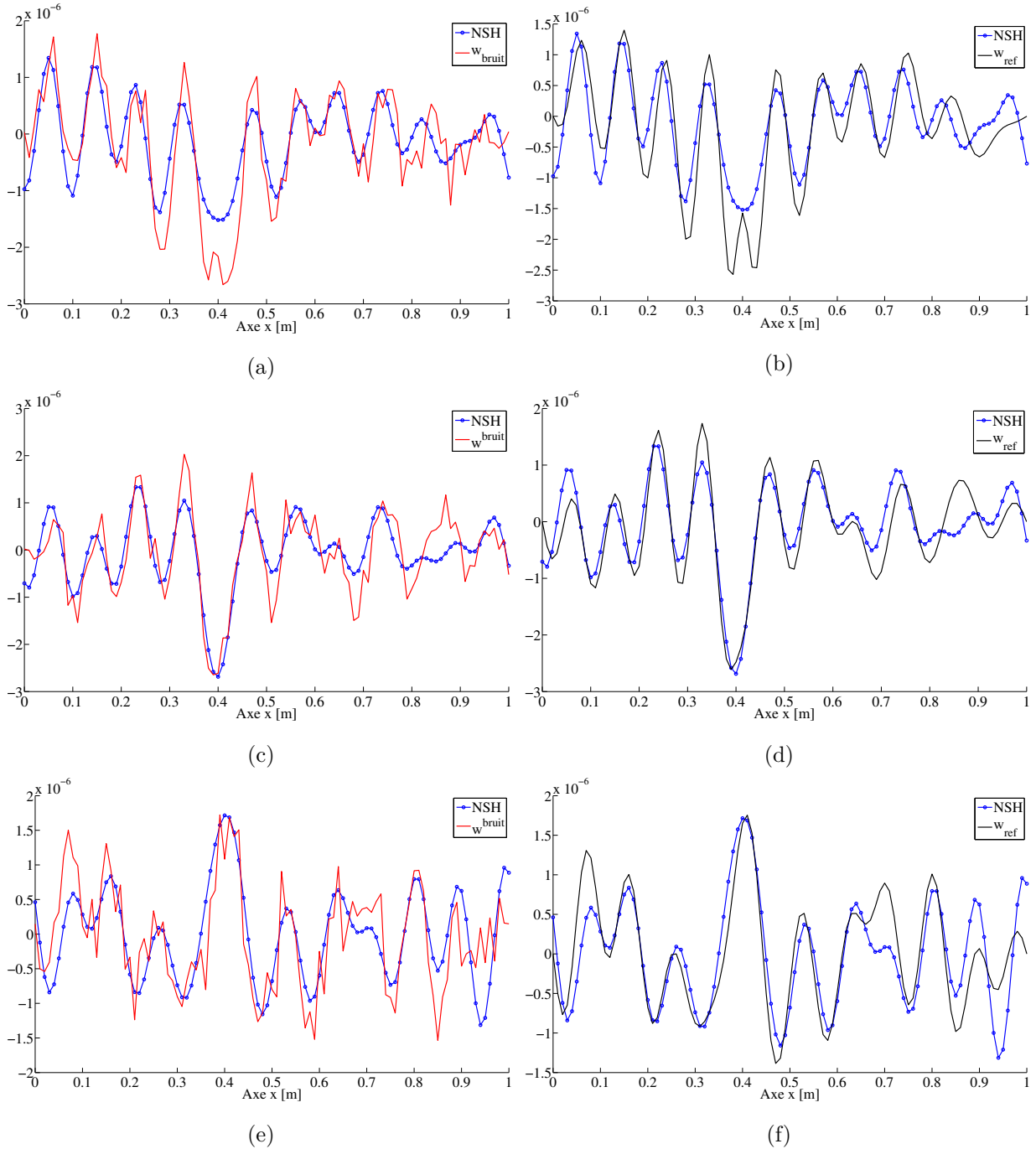


FIGURE 2.20 – Déplacement reconstruit  $w_{NSH}$  (bleu) comparé avec le déplacement bruité  $w^{bruit}$  en (a)  $y = 21$  cm, (c)  $y = 23$  cm, (e)  $y = 28$  cm et avec le déplacement référence  $w_{ref}$  (noir) en (b)  $y = 21$  cm et (d)  $y = 23$  cm et (f)  $y = 28$  cm.

En considérant les 4 coefficients, on ne propage et rétropropage donc plus seulement le champ de déplacement provenant de l'effort situé à gauche des hologrammes mais on propage et rétropropage également les ondes réfléchies sur le bord situé à la droite des hologrammes. Par conséquent, les niveaux trop faibles des ondes réfléchies ne peuvent pas être mesurés à cette distance du bord et provoquent des erreurs d'estimation trop élevées. Le problème est donc bien

lié à la rétropropagation, mais dans le cas présent, à la rétropropagation des champs de déplacement réfléchis sur le bord à droite des hologrammes. Ne plus considérer les coefficients  $C_{eva}^B$  et  $C_{mix}^B$  permet de propager et rétropropager seulement le champ de déplacement venant de la gauche des hologrammes, qui provient majoritairement de la force  $F$ .

L'Holographie Vibratoire ne permet donc pas seulement de localiser une force mais elle permet également de séparer les contributions qui viennent de la droite et de la gauche des hologrammes. Ce principe est expliqué en détail dans le troisième chapitre de cette thèse, "Séparation de champs de sources par Holographie Vibratoire".

## 2.5 Conclusion

Dans ce second chapitre une nouvelle approche basée sur le même principe que la méthode NAH développé par Williams et Maynard [WMS80,MWL85,VM86] (Near-field acoustic holography), appliquée dans le domaine vibratoire, est proposée pour localiser et reconstruire le champ vibratoire produit par une force. Cette méthode, nommée Holographie Vibratoire, permet de reconstruire un champ d'onde selon 2 dimensions à l'aide de plusieurs lignes de capteurs 1D (les hologrammes). Cette méthode est très intéressante car elle offre une réduction drastique des mesures. Elle permet de réaliser des mesures déportées et ainsi, de caractériser le phénomène vibratoire quand une mesure directe est impossible.

La formulation générale de l'Holographie Vibratoire présente quatre coefficients dont deux caractérisent des ondes purement évanescentes. Une approche en champ proche est défini avec ces quatre coefficients et est appelée NSH (Near-Field Structural Holography). Comme les ondes évanescentes diminuent rapidement avec la distance à la force, les amplitudes de celles-ci peuvent être presque nulles à la position des hologrammes et induire des erreurs sur le processus de rétro-propagation. Par conséquent, deux versions de l'Holographie Vibratoire sont définies. La formulation en champ lointain est présentée dans ce chapitre. Nommée FSH (Far field Structural Holography), cette approche ne considère pas les deux coefficients purement évanescents et ne nécessitent donc que deux hologrammes.

Une première validation expérimentale est présentée dans ce chapitre. Pour cela, la méthode a été appliquée pour identifier une source excitant une plaque par l'intermédiaire d'un pot vibrant. La force a été identifiée en appliquant la FSH tout autour de la zone d'application de la force afin de calculer son comportement total. L'intensité structurale a alors été calculée sur le champ de déplacement reconstruit par FSH.

Une étude numérique sur plaque appuyée avec présence de bruit a validé l'application de la formulation NSH sur un cas plus complexe. L'utilisation des 4 et, par la suite, des 2 coefficients

présents dans la solution générale de l'Holographie Vibratoire a permis de séparer les ondes venant de la droite des ondes provenant de la gauche des hologrammes. En utilisant ce procédé, il est par conséquent possible de séparer les champs de sources dans le cas d'excitations multiples en les considérant comme des ondes allers ou retours. Ce principe est traité dans le chapitre suivant.



### CHAPITRE 3

---

# Séparation de champs de sources par Holographie Vibratoire

---



Nous avons validé dans le premier chapitre l'application de l'Holographie Vibratoire sur le cas expérimental d'une plaque suspendue excitée par un pot vibrant. L'emploi de la méthode sur le cas numérique d'une plaque appuyée bruitée a démontré qu'elle peut s'apparenter à un procédé de séparation de champs de sources. En effet l'expression de l'Holographie Vibratoire peut être séparée en deux types d'ondes, les ondes allers et retours. En considérant dans le calcul des spectres en nombres d'onde uniquement les coefficients qui caractérisent les ondes allers ou retours, il est possible de différencier les contributions qui proviennent de chaque côté de l'hologramme.

Ce principe est présenté dans ce chapitre. Une étude numérique sur le cas idéal d'une plaque infinie est réalisée dans une première partie. Elle permet d'expliquer et de valider la méthode. Le procédé de séparation de champs de sources est ensuite appliqué sur le cas expérimental d'une plaque sur laquelle une pompe à eau est fixée. Les hologrammes sont positionnés entre les points de fixation pour séparer les contributions de ces points d'attache.

### 3.1 Principe de la séparation de champs de sources

Considérons deux forces ponctuelles corrélées, appliquées simultanément sur une plaque comme nous le présentons sur la Fig. 3.1. Entre les positions des forces appliquées  $y_i$  et  $y_j$ , l'Eq. (A.14) est utilisée. Dans cette zone, la solution de l'Eq. (A.14) est donnée par la résolution de l'Eq. (2.7). Pour déterminer les coefficients  $C_{\text{mix}}^F$ ,  $C_{\text{eva}}^F$ ,  $C_{\text{mix}}^B$ , et  $C_{\text{eva}}^B$ , quatre hologrammes 1D sont positionnés entre les deux forces (Fig. 3.1). La résolution du système d'Eq. (2.7) donne accès à l'ensemble des ondes se propageant entre  $y_i$  et  $y_j$ . L'expression de l'Holographie Vibratoire permet donc de séparer deux types d'ondes : les ondes allers avec les coefficients  $C_{\text{mix}}^F$  et  $C_{\text{eva}}^F$ , et les ondes retours avec les coefficients  $C_{\text{mix}}^B$  et  $C_{\text{eva}}^B$ . Par conséquent, la réponse de la plaque provoquée par la seule force  $F_i$  peut être isolée de celle de la force  $F_j$ . Pour identifier le comportement de la plaque causée par la seule force  $F_i$ , le spectre des nombres d'onde  $W_{Fi}(k_x, y)$  est calculé sur la plaque avec les coefficients  $C_{\text{mix}}^F$  et  $C_{\text{eva}}^F$  uniquement (Eq. (3.1)). De même, la réponse de la plaque excitée par la seule force  $F_j$  est obtenue en utilisant les deux coefficients  $C_{\text{mix}}^B$  et  $C_{\text{eva}}^B$  (Eq. (3.2)). L'Holographie Vibratoire est ainsi une méthode de séparation de champs de sources qui permet de reconstruire les champs de déplacement générés par chacun des efforts sur l'ensemble de la plaque avec seulement les informations mesurées sur 4 lignes.

$$W_{Fi}(k_x, y) = C_{\text{eva}}^F(k_x)e^{-k_x^+ y} + C_{\text{mix}}^F(k_x)e^{-k_x^- y}, \quad (3.1)$$

$$W_{Fj}(k_x, y) = C_{\text{eva}}^B(k_x)e^{k_x^+ y} + C_{\text{mix}}^B(k_x)e^{k_x^- y}. \quad (3.2)$$

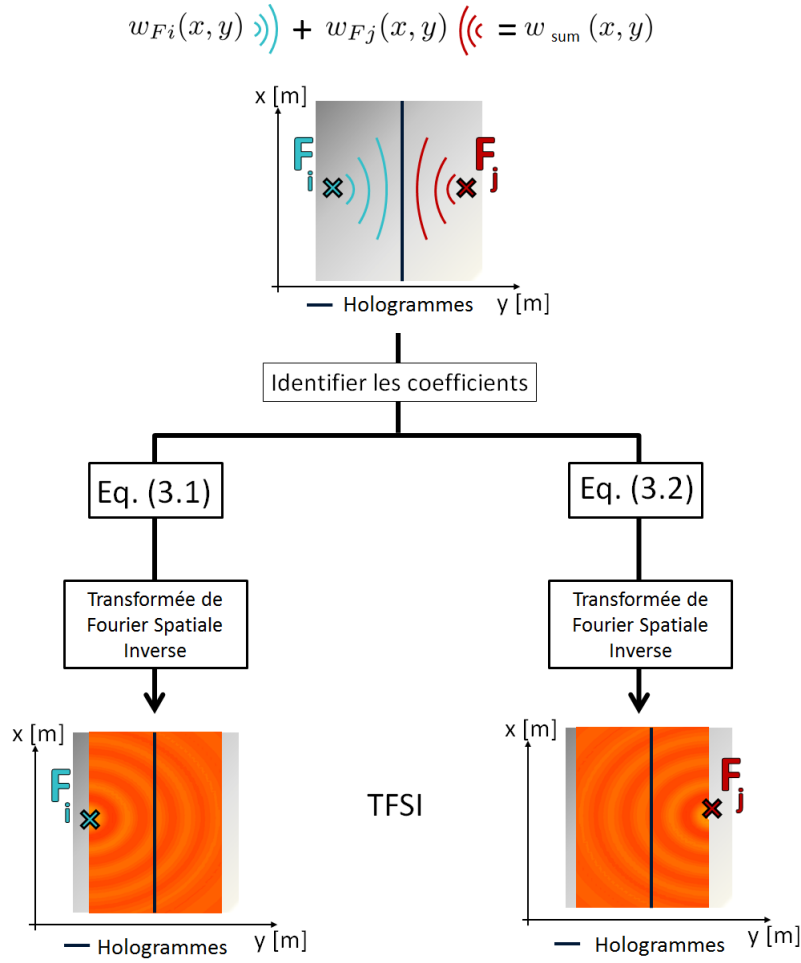


FIGURE 3.1 – Processus de séparation de champs sources par Holographie Vibratoire

### 3.2 Etude numérique sur plaque infinie

L'objectif de cette section est de mettre en évidence le procédé de séparation de champs de sources par Holographie Vibratoire en séparant les déplacements générés par deux forces ponctuelles harmoniques appliquées sur une plaque infinie. Le déplacement transverse d'une force ponctuelle est donné par l'Eq. 2.25, introduite dans le chapitre 2. Dans l'exemple présenté, la réponse d'une plaque en aluminium de 1 mm d'épaisseur ( $E = 69$  GPa,  $\rho = 2700$  kg/m<sup>3</sup>,  $\nu = 0,346$ ) excitée par une force ponctuelle harmonique à la fréquence de 2000 Hz est simulée. Un amortissement de 2 % est appliqué et  $k_f = 89.88$  rad/m. La force  $F_1 = 0.5$  N génère le champ de déplacement  $\bar{w}_{F1}(x, y)$  et la force  $F_2 = 2 \times F_1 = 1$  N produit le champ de déplacement  $\bar{w}_{F2}(x, y)$ . Le déplacement total simulé est  $\bar{w}_{\text{sum}}(x, y) = \bar{w}_{F1}(x, y) + \bar{w}_{F2}(x, y)$ . Il est illustré sur la Fig. 3.2. Les forces  $F_1$  et  $F_2$  sont respectivement appliquées aux coordonnées (0.2, -0.1)m et (0.4, 0.1)m. Les hologrammes sont respectivement localisés aux positions  $y_{h1} = 0$  m et  $y_{h2} = 0.01$  m. Les hologrammes sont définis par  $N$  points dans la direction  $x$  séparés par  $\Delta_x = 0.01$  m. La longueur des hologrammes est  $L_x = 4$  m. Dans ces conditions, le domaine de définition du

spectre des nombres d'onde est compris entre  $-k_x^{\max}$  et  $k_x^{\max}$  avec un pas de  $\Delta_{kx}$ .  $k_x^{\max}$  est donné par :

$$k_x^{\max} = \pi/\Delta_x, \quad (3.3)$$

et  $\Delta_{kx}$ , par

$$\Delta_{kx} = (2\pi)/L_x. \quad (3.4)$$

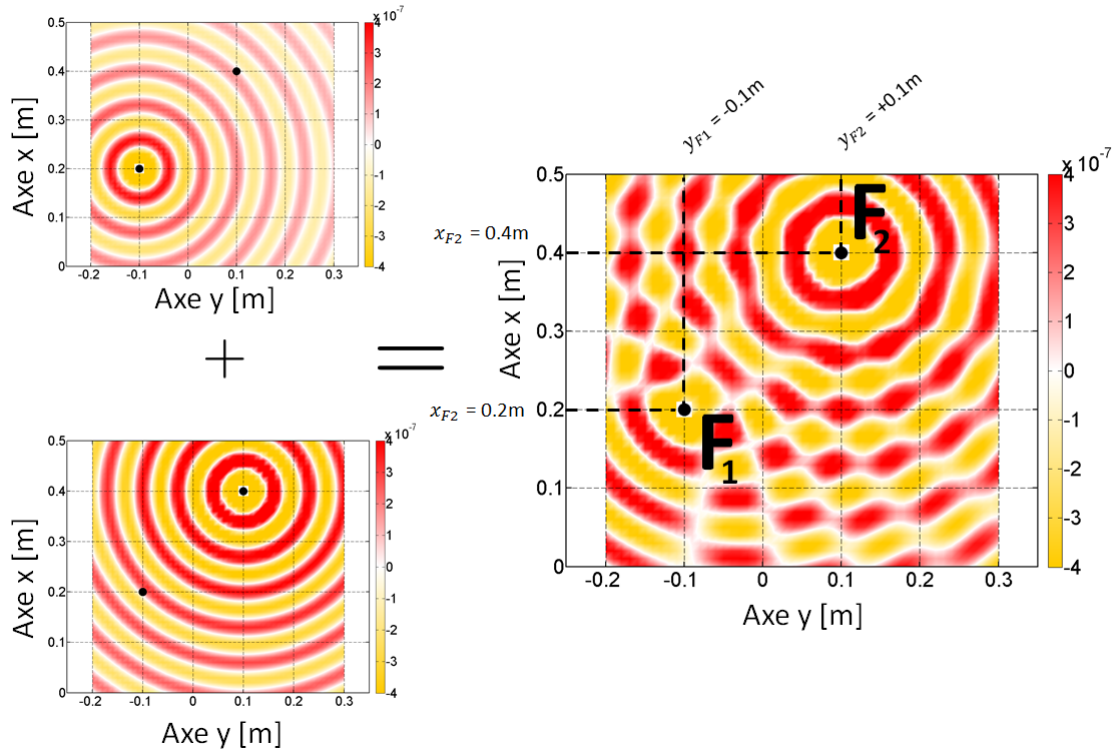


FIGURE 3.2 – Champ de déplacement  $\bar{w}_{\text{sum}}(x, y)$  d'une plaque infinie excitée par 2 forces harmoniques  $F_1$  et  $F_2$  (partie réelle). Le côté droit est la somme des contributions  $\bar{w}_{F1}(x, y)$  (en haut à gauche) et  $\bar{w}_{F2}(x, y)$  (en bas à gauche) produites respectivement par les forces  $F_1$  et  $F_2$ .

Le principe de séparation de sources est appliqué pour identifier les contributions (les champs de déplacement) générées par chaque force ponctuelle en mesurant le déplacement provoqué par les deux forces sur les hologrammes. Il est choisi ici, compte tenu de la distance entre les hologrammes et les efforts, d'utiliser la méthode FSH et ainsi de déterminer les coefficients à l'aide du système d'équations Eq. (2.10). En utilisant uniquement les coefficients  $C_{\text{mix}}^F$  et  $C_{\text{mix}}^B$  (Eq. 2.9) dans le processus de séparation de champs de sources, l'Holographie Vibratoire permet d'isoler les ondes venant du côté gauche des hologrammes (avec  $C_{\text{mix}}^F$ ) et venant du côté droit (avec  $C_{\text{mix}}^B$ ). Les champs  $\bar{w}_{F1}^{\text{rec}}$  et  $\bar{w}_{F2}^{\text{rec}}$  reconstruits par FSH (respectivement illustrés Fig. 3.3 (a) et (b)) sont très proches des déplacements de référence (Fig. 3.2). La méthode permet donc bien de calculer le champ de déplacement produit par chaque effort indépendamment avec seulement

deux hologrammes positionnés entre les deux forces, et mesurant le déplacement  $\bar{w}_{\text{sum}}(x, y)$ , généré par l'ensemble des efforts appliqués.

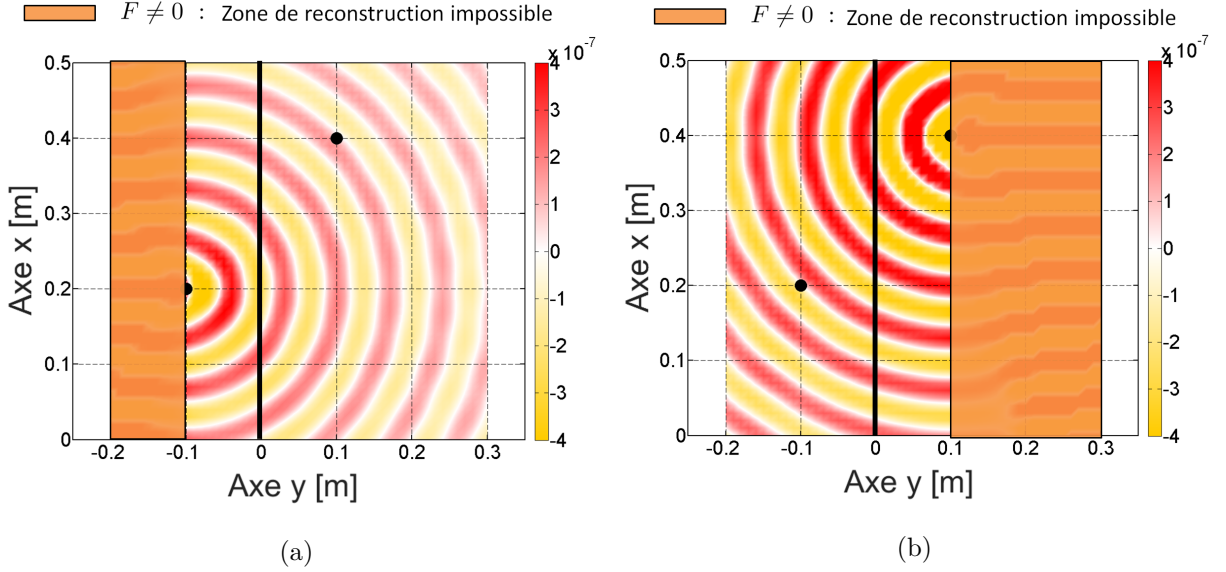


FIGURE 3.3 – Déplacements reconstruits (a)  $w_{F_1}^{\text{rec}}(x, y)$  et (b)  $w_{F_2}^{\text{rec}}(x, y)$  calculés avec l'Eq.(2.9). Le trait vertical indique la position des hologrammes ( $y_h = 0$  et  $0.01$  m).

La limitation théorique de l'Holographie Vibratoire est clairement visible ici : la zone de reconstruction est restreinte à la zone où la force n'est pas appliquée. Dans ce cas, cette zone "inaccessible" dépend du champ que l'on souhaite reconstruire. Ainsi, il est défini :

- entre  $-0,1$  m et  $+\infty$  pour le champ  $\bar{w}_{F_1}^{\text{rec}}$ ,
- entre  $-\infty$  et  $+0,1$  m pour le champ  $\bar{w}_{F_2}^{\text{rec}}$ ,
- entre  $-0,1$  m et  $+0,1$  m pour le champ  $\bar{w}_{\text{sum}}^{\text{rec}}$ .

Ce point peut être vu comme une limitation à l'application de l'Holographie Vibratoire en comparaison des méthodes classiques, de reconstruction de force comme RIFF [PG00], ou de technique de séparation de sources comme proposé par Cheng *et al.* [CMIP95]. Cependant, il faut garder en mémoire que l'Holographie Vibratoire est appliquée à partir de mesures déportées et n'a donc pas besoin de mesurer le champ de déplacement aux voisinages de la zone d'application de la force, contrairement aux méthodes citées. Par conséquent, le champ d'application de l'Holographie Vibratoire est évidemment différent de celui des méthodes classiques.

Pour une meilleure évaluation des performances de la méthode FSH dans la cas de séparation de champs, le déplacement  $\bar{w}_{F_1}^{\text{rec}}(x, y)$  reconstruit est présenté en fonction de l'axe  $x$  (Fig. 3.4) et de l'axe  $y$  (Fig. 3.5) et comparé avec le déplacement référence  $\bar{w}_{F_1}(x, y)$ . Bien que  $F_1 = F_2/2$ , on observe une bonne estimation des déplacements séparés en comparaison avec la référence pour la propagation et la rétropropagation du champ produit par la force ponctuelle  $F_1$ . La comparaison des parties réelles du déplacement obtenu pour le calcul référence et par FSH en

fonction de  $y$  est présentée sur la Fig. 3.5. L'amplitude de déplacement proche de la force est différente (erreur de 31% à  $d_{F1} = 1$  cm avec  $d_{F1}$  la distance entre le déplacement reconstruit et la force  $F_1$ ). Comme illustré dans la section 2.2.1, la formulation FSH ne prend pas en compte le comportement évanescent complet. De plus, l'opération de filtrage limite l'information présente dans les hauts nombres d'onde du coefficient  $C_{\text{mix}}^F$ . Cette perte d'information entraîne cette différence d'amplitude. Cependant, cette différence est localisée proche de la force (l'erreur de reconstruction est inférieure à 6 % pour  $d_{F1} = 2$  cm). Par conséquent, l'Holographie Vibratoire permet de séparer les champs de sources et de les reconstruire avec une grande précision, excepté en champ proche de l'effort.

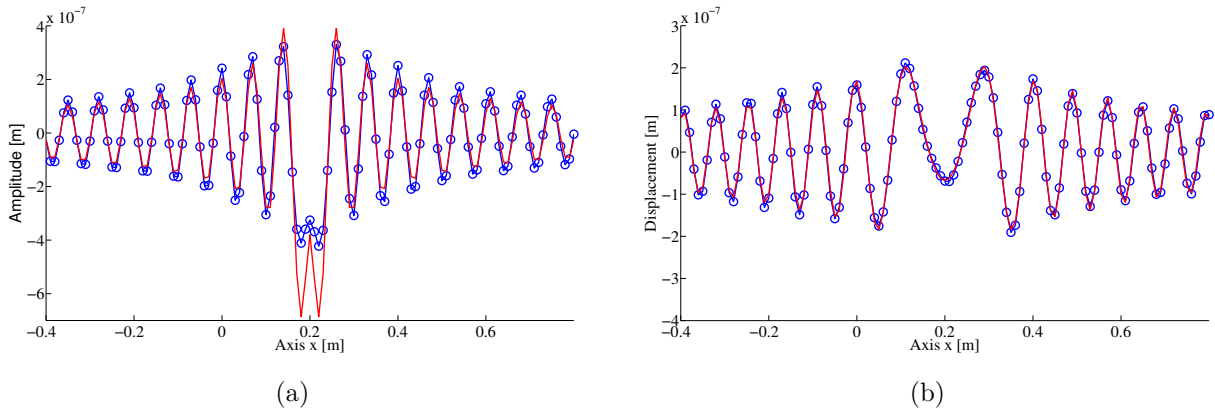


FIGURE 3.4 – Déplacement reconstruit pour la position (a)  $y = -9$  cm (rétro-propagation) et (b)  $y = 8$  cm (propagation) calculé par FSH (cercle) et comparé avec le déplacement référence (trait plein).

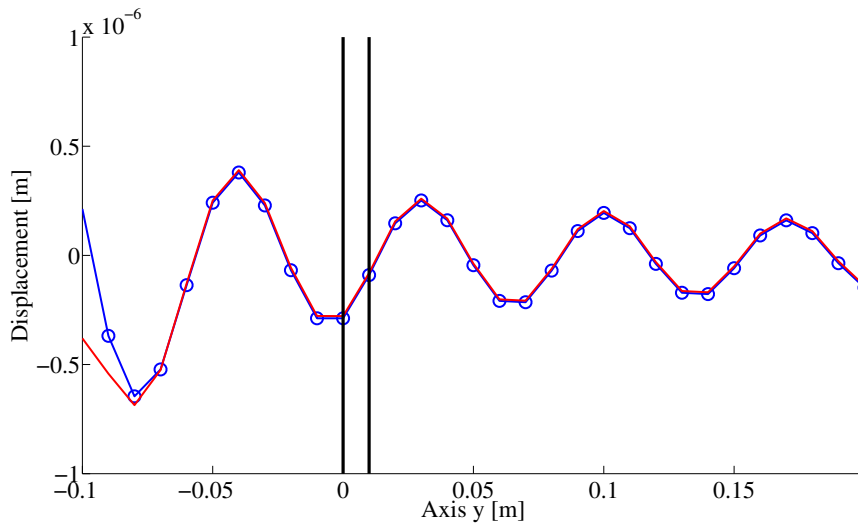


FIGURE 3.5 – Déplacement reconstruit pour la position  $x = 21$  cm calculé par FSH (cercle) comparé avec le déplacement référence (trait plein).  $y = 0$  cm et  $y = 1$  cm sont les positions des hologrammes  $y_{h1}$  et  $y_{h2}$  (traits pleins verticaux).

### 3.3 Calcul de l'intensité structurale

Comme nous l'avons précédemment démontré, l'Holographie Vibratoire permet de reconstruire le champ de déplacement causé par une force, malgré la présence d'autres forces agissant sur la plaque. C'est le principe de la séparation de champs de sources. Cependant, la connaissance du champ de déplacement ou de vitesse ne fournit pas suffisamment d'informations pour localiser les forces appliquées sur la plaque surtout dans le cas d'un champ réverbérant ou diffus. Ainsi, le même post-traitement utilisé dans le chapitre précédent, qui consiste à calculer l'intensité structurale en utilisant le champ de déplacement reconstruit est proposé dans la suite de cette section. Nous rappelons que l'intensité vibratoire des ondes de flexion dans une plaque (ou densité du flux d'énergie de puissance par unité de largeur [W/m]), est une quantité vectorielle qui peut se déduire du champ de vitesse. La formulation utilisée ici est la formulation simplifiée développée par Pascal [Pas92, PLMI90] en champ lointain et en condition de champ libre que nous avons présenté dans le chapitre précédent. Les résultats sont illustrés sur la Fig. 3.6 en fonction de  $x$  et  $y$  (respectivement représentés sur les Fig. 3.6(a) et 3.6(b)). Comme on peut le voir, l'influence de la force  $F_1$  est un peu masqué par la force  $F_2$  car l'amplitude de  $F_2$  est deux fois plus élevée que l'amplitude de  $F_1$ .

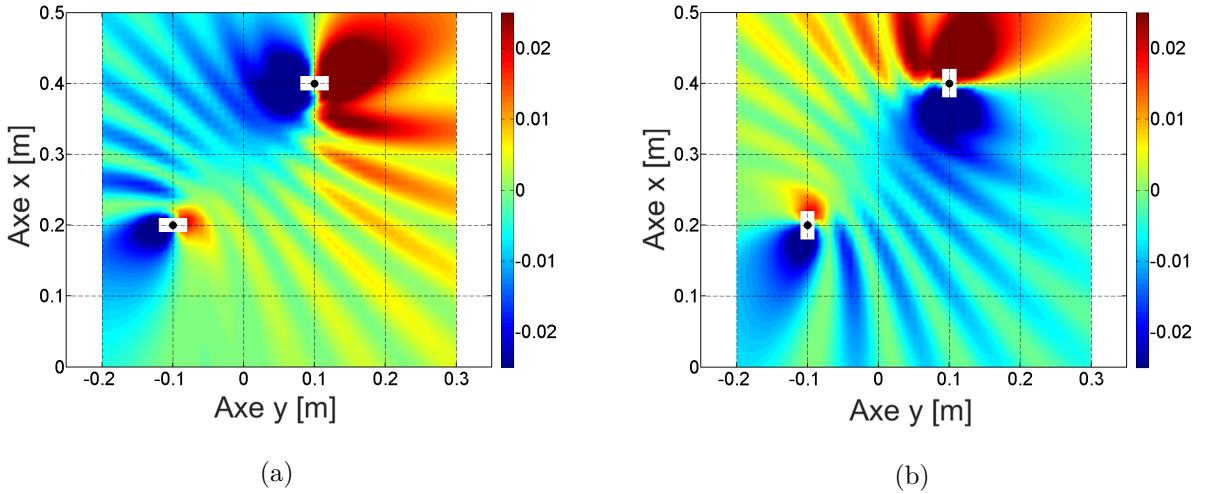


FIGURE 3.6 – Intensités structurales  $I_x$  exprimée en fonction de  $x$  (a) et  $I_y$  en fonction de  $y$  (b) obtenues pour le déplacement référence  $\bar{w}_{\text{sum}}(x, y)$ .

Les champs d'intensités structurales  $I_x$  et  $I_y$  générés par la force  $F_1$  uniquement sont représentés sur les Fig. 3.7(a) et Fig. 3.8(a) respectivement. Ils sont comparés aux champs de déplacements reconstruits par FSH après application du principe de séparation de champs de sources pour isoler les effets de la force  $F_1$ . Dans la zone valide de reconstruction, la référence et le champ d'intensité reconstruit coïncident très bien. En utilisant ce post-traitement sur les résultats calculés par FSH, la position de la force  $F_1$  est clairement identifiée.

L'intensité structurale  $I_{x1}^{\text{rec}}$  permet une bonne localisation de la force  $F_1$  et une bonne estimation de l'amplitude (Fig. 3.7). Même si le champ d'intensité  $I_{y1}^{\text{rec}}$  (Fig. 3.8(b)) est très semblable à celui de référence (Fig. 3.8(a)), on remarque une légère sous-estimation de l'amplitude de l'intensité dans cette direction. En effet, à la coordonnée (0,21 ; - 0.08), l'erreur sur l'amplitude de l'intensité est de 15% alors qu'à la même position l'erreur pour  $I_{x1}^{\text{rec}}$  est seulement de 2,5%. Les hologrammes sont positionnés le long de l'axe x et ne permettent pas la mesure de l'ensemble des phénomènes sur la dimension y. Cette configuration d'hologramme cause une légère sous-estimation de  $I_{y1}^{\text{rec}}$ . De plus, lorsqu'on s'éloigne de la force on remarque que le comportement circulaire de l'onde n'est pas reproduit sur les intensités calculées sur  $\bar{w}_{F1}^{\text{rec}}(x, y)$ . L'utilisation de la FSH ne considère pas l'ensemble des ondes puisque le coefficient évanescents n'est pas pris en compte et le second coefficient est filtré dans les hauts nombres d'onde. Cette approximation engendre cette perte de précision. Cependant, l'objectif premier est de séparer les champs de sources et de connaître les contributions indépendantes des deux forces. Au regard de la bonne concordance des intensités autour de la force  $F_1$ , la séparation de sources par FSH est efficace. En particulier, comme cela est visible sur les Figs. 3.7(b) et 3.8(b), la contribution de la force  $F_2$  apparaît nullement dans le champ reconstruit par séparation de sources, alors même que l'amplitude de  $F_2$  est deux fois plus élevée que celle de  $F_1$ .

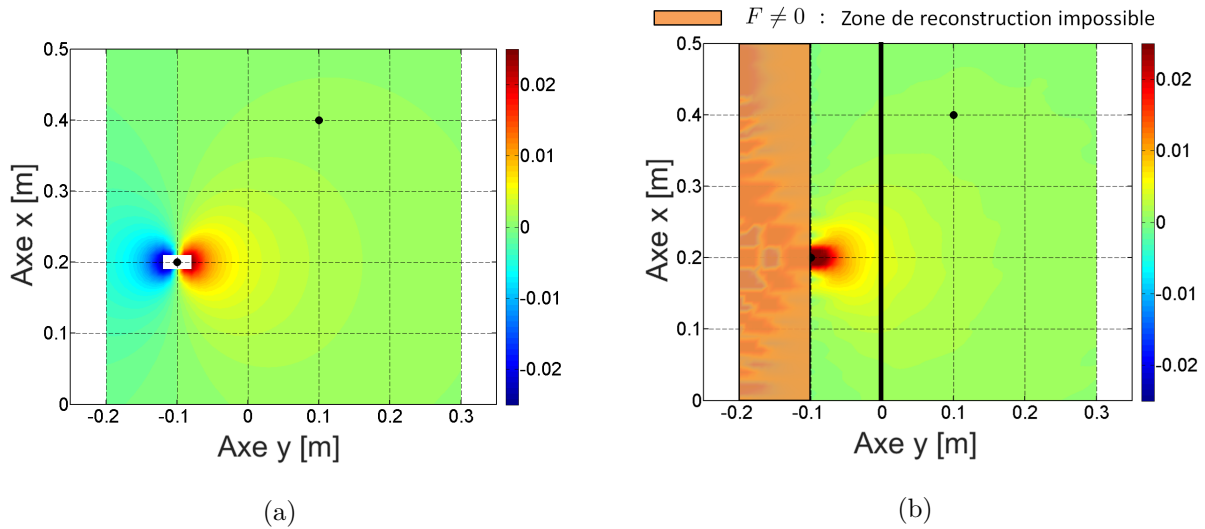


FIGURE 3.7 – Intensité structurale  $I_x$  (a) du déplacement référence  $\bar{w}_{ref}$  et (b) du déplacement reconstruit  $\bar{w}_{F1}(x, y)$ . Le trait vertical représente la position de l'hologramme 1.

L'intensité structurale pour le champ de déplacement reconstruit à droite des hologrammes, provenant donc de la force  $F_2$ , est également étudiée. L'intensité selon  $x$  pour le déplacement référence  $\bar{w}_{F2}(x, y)$ , nommée  $I_{x2}$ , est représentée sur la Fig. 3.9 (a) et sur  $y$  ( $I_{y2}$ ) sur la figure 3.10 (a). L'intensité sur  $x$  pour le déplacement reconstruit par FSH, nommée  $I_{x2}^{\text{rec}}$ , est représentée sur la Fig. 3.9 (b) et selon  $y$  ( $I_{y2}^{\text{rec}}$ ) sur la Fig. 3.10 (b).

Les niveaux d'intensités sont identiques autour de la force entre le champ référence et le champ reconstruit. Comme pour la reconstruction du champ de déplacement provoqué par la

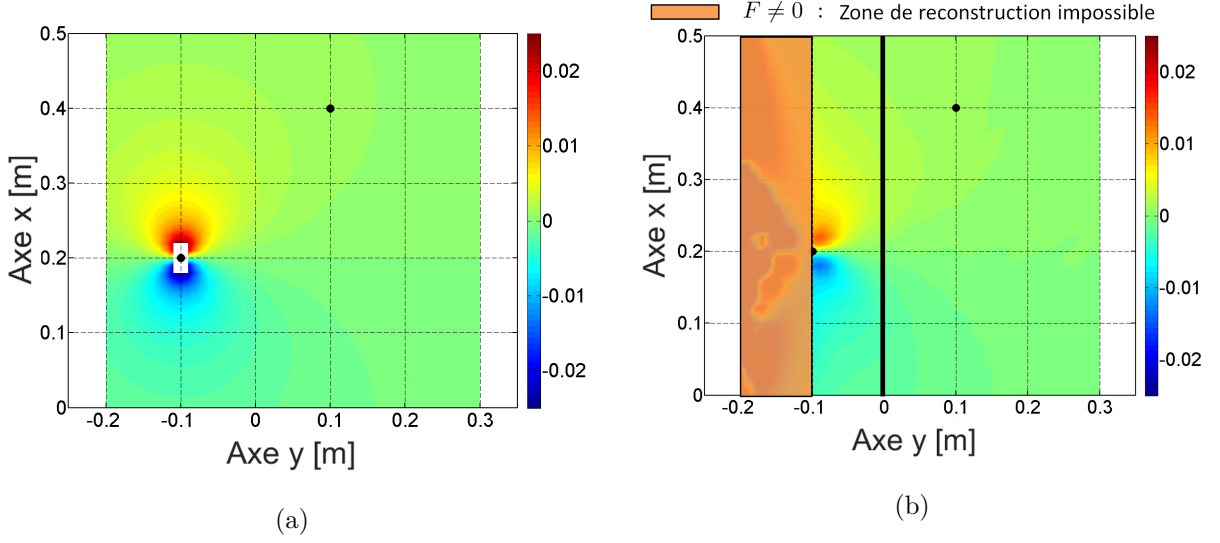


FIGURE 3.8 – Intensité structurale  $I_y$  (a) du déplacement référence  $\bar{w}_{ref}$  et (b) du déplacement reconstruit  $\bar{w}_{F1}(x, y)$ . Le trait vertical représente la position de l'hologramme 1.

force  $F_1$ , le comportement diffère légèrement de la référence lorsqu'on s'éloigne de la force et ce, malgré une amplitude pour  $F_2$  deux fois supérieure à  $F_1$ . Cela confirme que cette différence vient de l'approximation utilisée pour la FSH et non des paramètres intrinsèques au problème étudié.

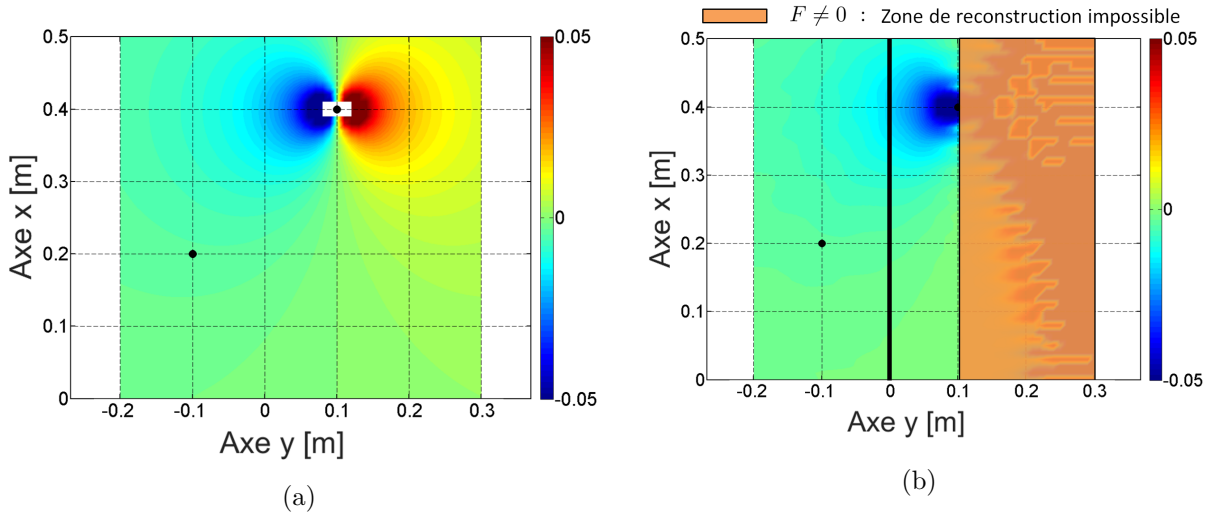


FIGURE 3.9 – Intensité structurale  $I_x$  (a) du déplacement référence  $\bar{w}_{ref}$  et (b) du déplacement reconstruit  $\bar{w}_{F2}(x, y)$ . Le trait vertical représente la position de l'hologramme 1.

Ainsi, l'utilisation de l'intensité structurale obtenue à partir du déplacement reconstruit montre une bonne localisation et identification du champ d'intensité émanant de chacune des forces. Les informations fournies par ce post-traitement augmente la précision de l'information traitée. Cette étude valide le fait que l'Holographie Vibratoire est une méthode de séparation de champs de sources.

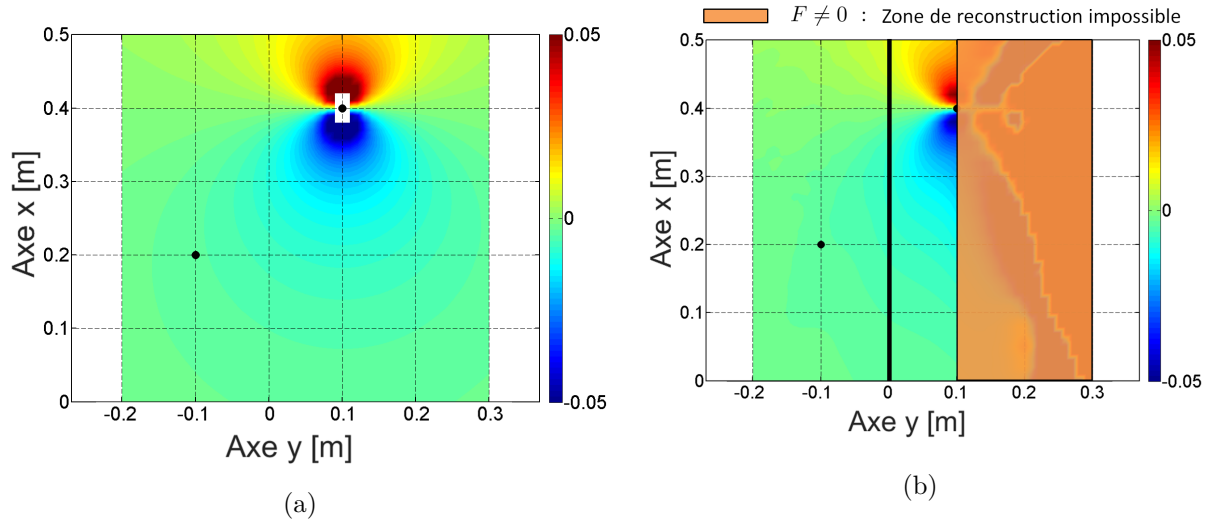


FIGURE 3.10 – Intensité structurale  $I_y$  (a) du déplacement référence  $\bar{w}_{ref}$  et (b) du déplacement reconstruit  $\bar{w}_{F2}(x, y)$ . Le trait vertical représente la position de l'hologramme 1.

### 3.4 Validation expérimentale sur plaque suspendue sur un bord excitée par une pompe à eau

Le principe de séparation de champs de sources est maintenant appliqué dans des conditions réelles de mesure. Les mesures sont réalisées sur la même plaque rectangulaire utilisée pour la validation de l'identification de sources présentée au chapitre 2. Les mesures sont réalisées sur un maillage de 92 par 86 points avec un pas de  $\Delta_x = \Delta_y = 1.16$  cm sur un plan de mesure de  $L_x \times L_y$  avec  $L_x = 106.72$  cm et  $L_y = 99.76$  cm.

Des trous sont percés sur la plaque pour visser une pompe à eau PIERBURG avec un couple de 15 Nm. Le régime de la pompe a été fixé à 3020 tr/min. La température de la pompe n'a jamais dépassé 40°C au cours de la mesure. Un schéma constructeur de l'objet d'étude est présenté sur la Fig. 3.11.

Le champ de déplacement sur la plaque est mesuré avec un vibromètre laser Polytec PSV-400 positionné à 5.2 m de la plaque. 20 moyennes sont appliquées pour chaque point de mesure. Le montage expérimental est illustré sur la figure 3.12.

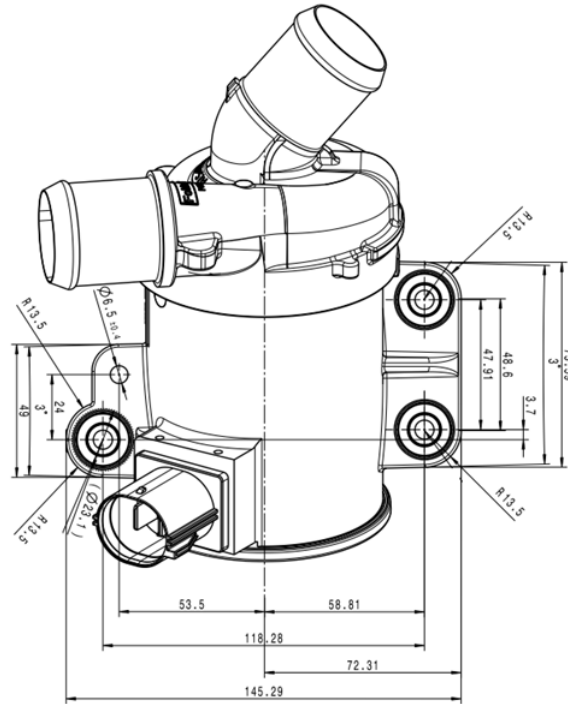


FIGURE 3.11 – Schéma constructeur de la pompe à eau PIERBURG en vue de dessus.

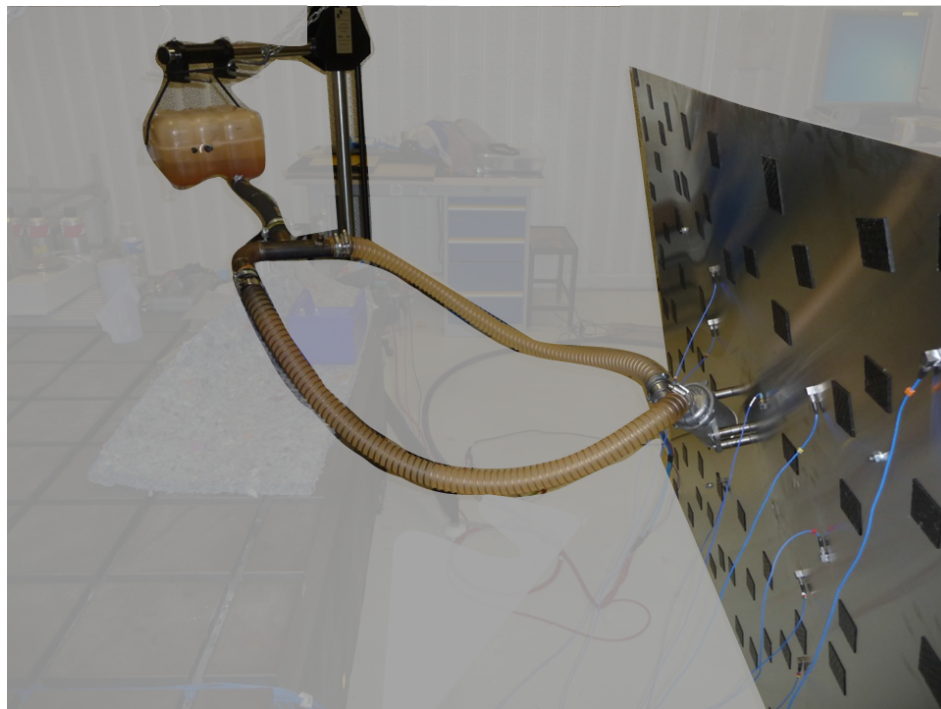


FIGURE 3.12 – Montage expérimental d'une plaque d'aluminium excitée par une pompe à eau fixée sur la plaque.

### 3.4.1 Identification des positions des forces via la méthode RIFF

Pour localiser avec précision les positions des maxima d'amplitude des forces provoquées par l'installation de la pompe via 3 points de fixation, la méthode RIFF (Résolution inverse Filtrée Fenêtrée) est appliquée sur le déplacement référence. RIFF est une méthode basée sur le calcul de la distribution de force en utilisant un schéma aux différences finies correspondant à la discrétisation de l'équation du mouvement de la structure [Pé96, PG96]. C'est une méthode locale qui nécessite la connaissance de l'opérateur et d'une partie du champ de déplacement. La signification du qualificatif "locale" correspond au fait que la méthode utilise seulement 13 points de mesure pour le calcul d'une valeur de la distribution de force [Pé96]. La première étape de la méthode RIFF consiste à injecter le champ de déplacement référence (mesuré directement avec le vibromètre laser) dans l'équation du mouvement discrétisée par un schéma aux différences finies du premier ordre. L'équilibre dynamique de la structure est donc vérifié au nœud central d'un schéma de 13 points de mesure. Le calcul de la distribution de force  $F_{i,j}$  au point d'indice  $(i, j)$  est donc :

$$F_{i,j} = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}(\delta_{i,j}^{4x} + \delta_{i,j}^{4y} + 2\delta_{i,j}^{2x2y}) - \rho h \omega^2 w(i, j), \quad (3.5)$$

avec  $E$ ,  $\nu$ ,  $\rho$  et  $h$  respectivement, le module d'Young, le coefficient de Poisson, la masse volumique et l'épaisseur de la plaque,  $\omega$  est la pulsation.  $w_{i,j}$  représente le déplacement de la plaque au point  $(i, j)$  et  $\delta_{i,j}^{4x}$ ,  $\delta_{i,j}^{4y}$  et  $\delta_{i,j}^{2x2y}$  définissent les schémas aux différences finies pour l'approximation des dérivées spatiales du déplacement. Les expressions de ces termes sont développées à partir de l'approximation des dérivées premières données par :

$$\frac{\partial w}{\partial x} \Rightarrow \delta_{i,j}^{1x} = \frac{1}{\Delta_x}(w_{i+1,j} - w_{i,j}), \quad (3.6)$$

$$\frac{\partial w}{\partial y} \Rightarrow \delta_{i,j}^{1y} = \frac{1}{\Delta_y}(w_{i,j+1} - w_{i,j}). \quad (3.7)$$

Des équations 3.6 et 3.7, les formules des dérivées quatrièmes données dans 3.5 sont [PG00] :

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} \Rightarrow \delta_{i,j}^{4x} = \frac{1}{\Delta_x^4}(w_{i+2,j} - 4w_{i+1,j} + 6w_{i,j} - 4w_{i-1,j} + w_{i-2,j}), \quad (3.8)$$

$$\frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \Rightarrow \delta_{i,j}^{4y} = \frac{1}{\Delta_y^4}(w_{i,j+2} - 4w_{i,j+1} + 6w_{i,j} - 4w_{i,j-1} + w_{i,j-2}), \quad (3.9)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^4 w}{\partial^2 x \partial^2 y} \Rightarrow \delta_{i,j}^{2x2y} = & \frac{1}{\Delta_x^2 \Delta_y^2}(w_{i+1,j+1} - 2w_{i+1,j} + w_{i+1,j-1} - 2w_{i,j+1} \\ & + 4w_{i,j} - 2w_{i,j-1} - 2w_{i-1,j+1} - 2w_{i-1,j} + w_{i-1,j-1}), \end{aligned} \quad (3.10)$$

où  $\Delta_x$  et  $\Delta_y$  sont les distances entres deux points consécutifs dans les directions  $x$  et  $y$ .

Après l'application de RIFF, les forces provoquées par les points de fixation que l'on souhaite séparer sont localisées dans la zone du maillage aux points de coordonnées :

- $F_1$  :  $x_{F1} = 56$  cm et  $y_{F1} = 41$  cm,
- $F_2$  :  $x_{F2} = 51$  cm et  $y_{F2} = 44$  cm,
- $F_3$  :  $x_{F3} = 57.5$  cm et  $y_{F3} = 55$  cm,

avec  $F_n$  la position de la force au point  $n$  où  $n = 1, 2, 3$ . Les distributions de force identifiées via RIFF ainsi que le schéma de la position des trois points de serrages sont représentés sur la Fig. 3.13.

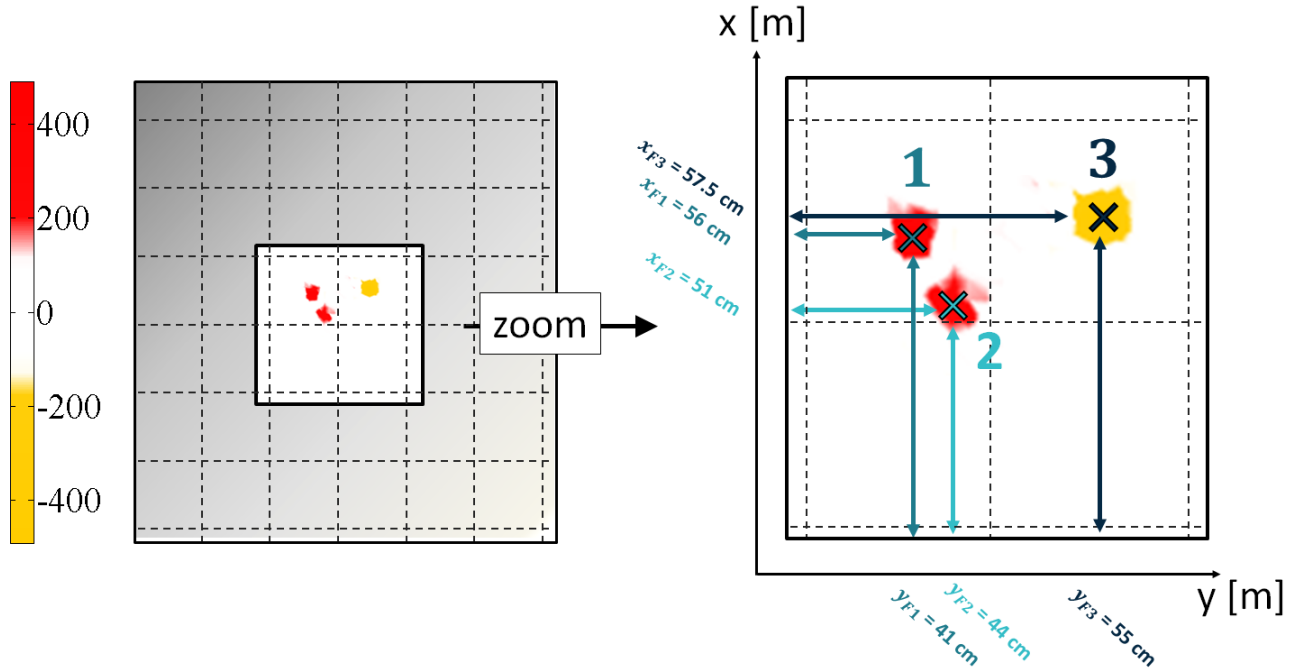


FIGURE 3.13 – Identification des points de fixation 1, 2 et 3 via la méthode RIFF.

### 3.4.2 Séparation des champs de déplacement provenant de la gauche et de la droite des hologrammes

Le principe de séparation est appliqué ici pour un déplacement mesuré à la fréquence  $f = 1834$  Hz. Le déplacement référence  $\bar{w}_{pompe}(x, y)$  est illustré Fig. 3.14. La fréquence d'étude correspond à un pic d'excitation de la structure comme nous pouvons l'observer sur la Fig. 3.15.

Ici, l'approche est différente de celle proposée dans le chapitre 2. La problématique n'est pas de localiser une force mais de séparer les champs provenant de la gauche et de la droite des hologrammes. Il est donc nécessaire de positionner des hologrammes entre les points de fixation de la pompe. Par conséquent, les hologrammes sont positionnés en  $y_{h1} = 50.82$  cm et  $y_{h2} = 51.98$  cm. Les hologrammes sont définis par  $N_{holo} = 92$  points séparés de  $\Delta_{holo} = 1.16$  cm. La longueur

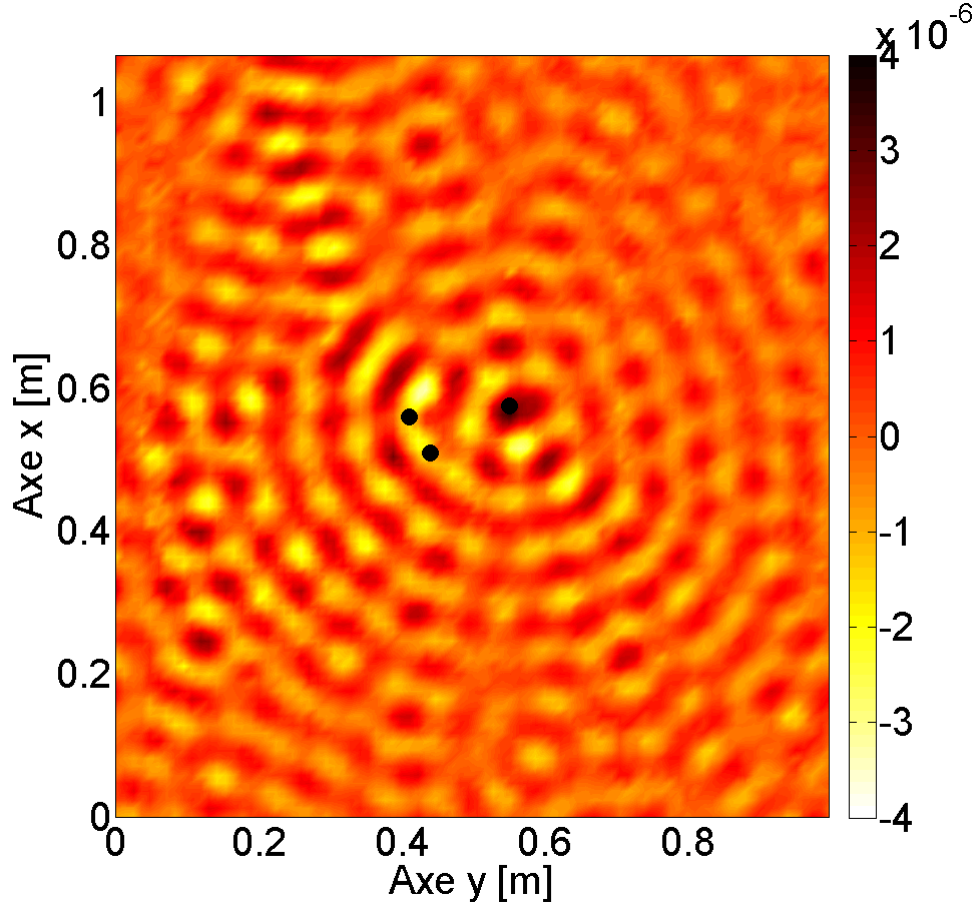


FIGURE 3.14 – Mesure directe du champ de déplacement d’une plaque d’aluminium excitée par une pompe à eau fixée tournant à 3020 tr/min à la fréquence  $f = 1834$  Hz. Les trois points noirs représentent les points de fixation de la pompe localisés avec la méthode RIFF.

des hologrammes est  $L_{holo} = 106.7$  cm. Dans ces conditions,  $k_x^{max} = 270,8$  rad/m et  $\Delta_{kx} = 5,89$  rad/m. La formulation FSH est utilisée dans cette étude. Les deux hologrammes utilisés pour l’identification des coefficients  $C_{mix}^B$  et  $C_{mix}^F$  ainsi que leurs positions sont représentés sur la Fig. 3.16.

Avec cette configuration, il est impossible de séparer l’ensemble des 3 champs de déplacement provoqués par les 3 points de fixations. En effet, les forces F1 et F2 sont positionnées à gauche des hologrammes et il sera impossible de connaître leur champ de déplacement respectif. Pour cela, les hologrammes doivent être positionnés entre ces 2 forces. Nous nous intéresserons dans un premier temps uniquement aux champs de déplacement séparés entre les forces F1,F2 et la force F3.

Le principe de séparation de champs de sources via la formulation FSH est appliqué et les résultats obtenus pour les champs de source venant de la gauche et de la droite des hologrammes sont calculés. Pour le champ de déplacement provenant de la droite  $\bar{w}_{FSH}^D(x, y)$ , les résultats sont représentés Fig. 3.17 (a). Pour le champ de déplacement provenant de la gauche  $\bar{w}_{FSH}^G(x, y)$ ,

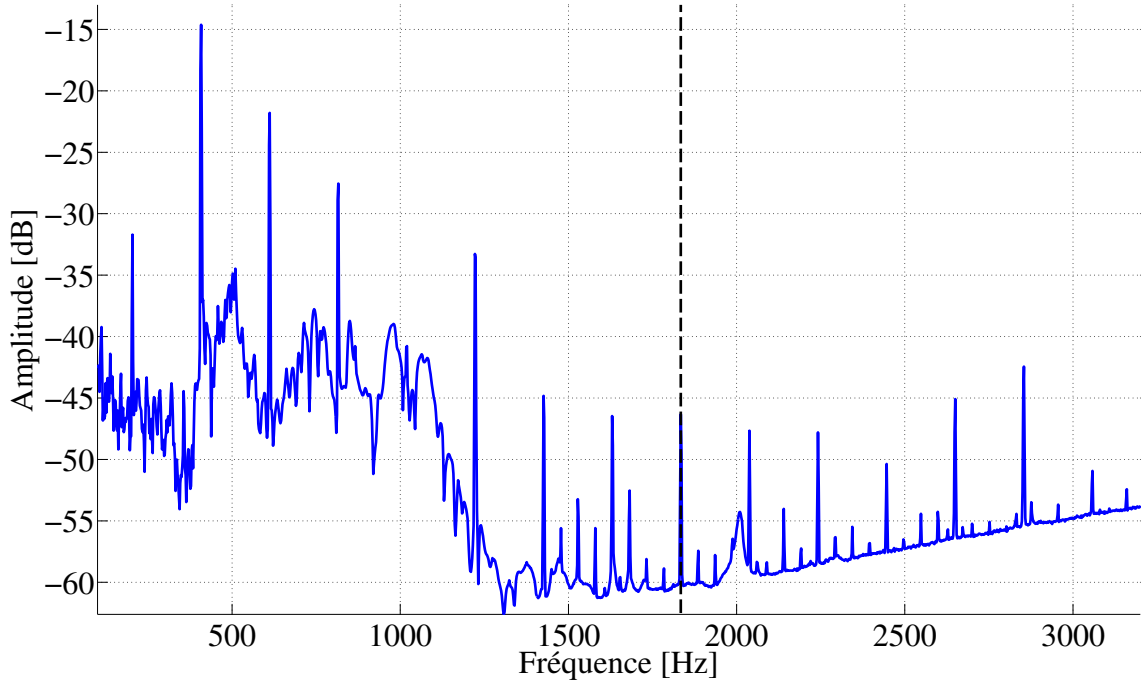


FIGURE 3.15 – Densité spectrale de puissance de la plaque étudiée, excitée par un pot vibrant. Le trait vertical noir désigne la fréquence d'étude  $f = 1834$  Hz.

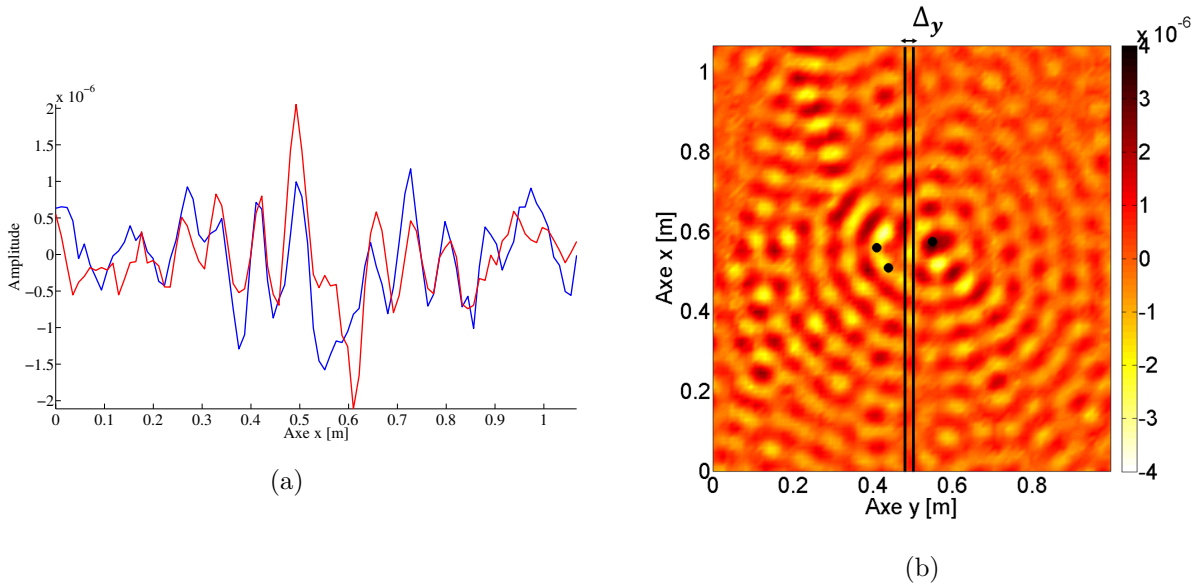


FIGURE 3.16 – (a) Hologrammes utilisés pour séparer les champs de force provoqués par les points de fixation d'une pompe à eau ainsi que (b) leurs positions en  $y_{h1} = 50.82$  cm et  $y_{h2} = 51.98$  cm.

les résultats sont illustrés Fig. 3.17 (b). L'origine de l'axe  $y = 0$  cm correspond à la position de l'hologramme  $y_{h1}$  et les positions des 2 hologrammes sont indiqués par deux traits verticaux noirs.

Le déplacement référence ne permet pas de connaître précisément les contributions de chaque point de fixation de la pompe. L'application du principe de séparation de champs de sources

apporte cette information. Ici, le déplacement  $\bar{w}_{FSH}^D(x, y)$  provenant de la force  $F_3$  à droite des hologrammes est identifiable : on observe un comportement circulaire qui a pour origine le point 3.

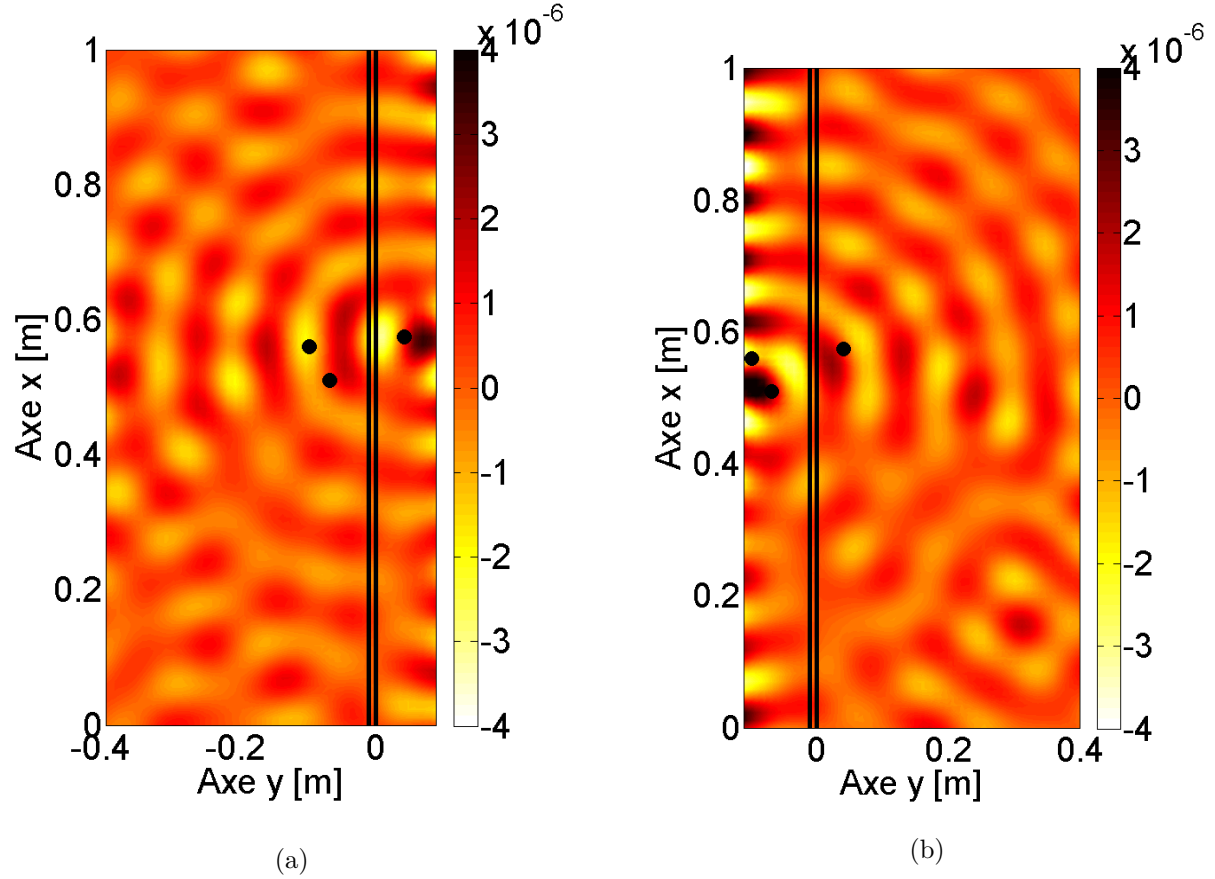


FIGURE 3.17 – Champs de déplacement (a)  $\bar{w}_{FSH}^G(x, y)$  provenant de la gauche des hologrammes et (b)  $\bar{w}_{FSH}^D(x, y)$  provenant de la droite des hologrammes, pour une pompe à eau fixée sur une plaque en 3 points. Les traits verticaux représentent les positions des hologrammes.

Comme pour le chapitre précédent, l'intensité structurale est maintenant calculée sur le déplacement référence et le déplacement reconstruit par FSH. Les intensités structurales sur la dimension  $x$  sont représentées sur les Fig. 3.18 (a) pour  $I_x^{ref}$  représentant la référence et 3.18 (b) pour  $I_x^{FSH}(D)$  le champ reconstruit provenant de la droite des hologrammes. Les intensités structurales sur la dimension  $y$  sont représentées sur les Figs. 3.19 (a) pour  $I_y^{ref}$  et 3.19 (b) pour  $I_y^{FSH}(D)$ . Si identifier le comportement singulier à  $F_3$  est impossible avec le déplacement référence, la séparation des champs par FSH fournit cette information précisément. L'intensité structurale  $I_x^{FSH}(D)$  calculée sur le déplacement  $\bar{w}_{FSH}^D(x, y)$  est localisée sur le point de fixation 3. Les niveaux d'énergie présents sur la référence  $I_x^{ref}$  situés autour des points de fixation 1 et 2 ne sont pas visibles sur  $I_x^{FSH}(D)$ . Les champs d'intensités sont bien séparés. Ce résultat est d'autant plus visible pour  $I_y^{FSH}(D)$ .

Les intensités structurales sur les champs de déplacement reconstruits par FSH venant de la

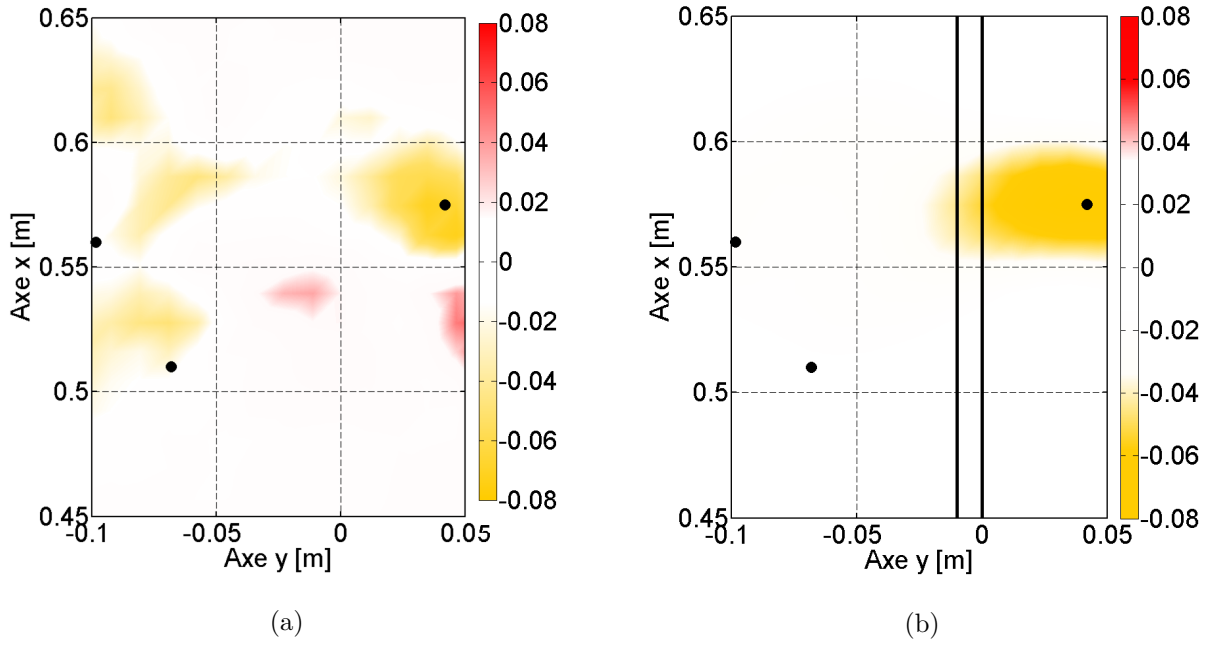


FIGURE 3.18 – Intensités structurales  $I_x^{ref}$  (a) du déplacement référence  $\bar{w}_{ref}$  et (b)  $I_x^{FSH}(D)$  du déplacement reconstruit  $\bar{w}_{FSH}^D(x, y)$ . Les trait verticaux représentent la position des hologrammes.

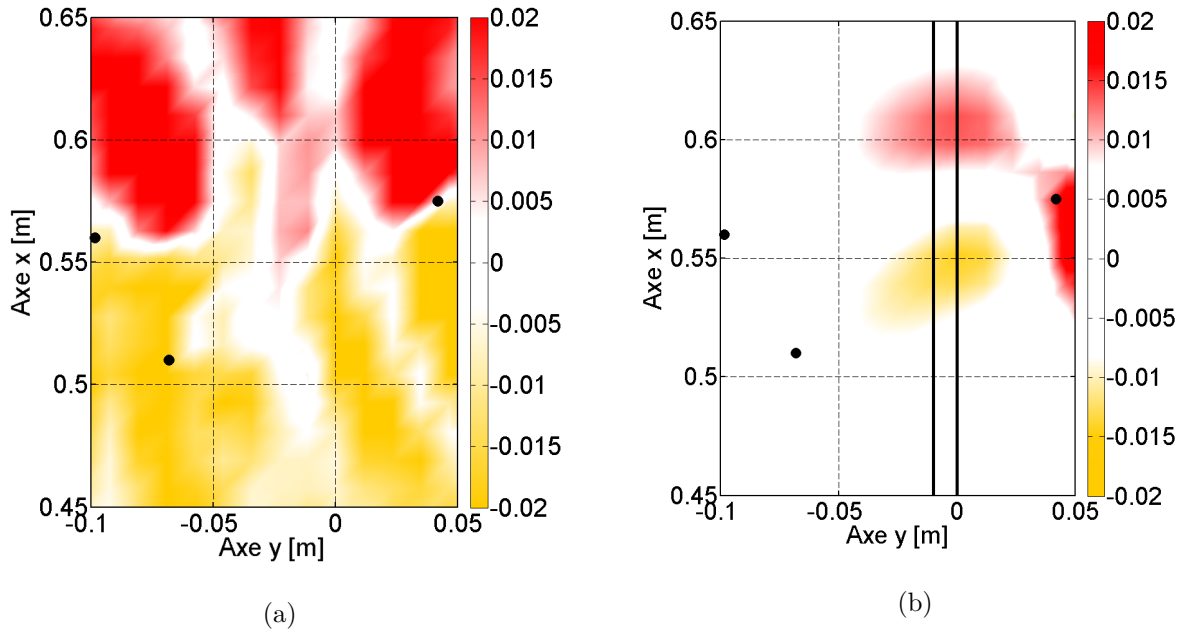


FIGURE 3.19 – Intensités structurales  $I_y^{ref}$  (a) du déplacement référence  $\bar{w}_{ref}$  et (b)  $I_y^{FSH}(D)$  du déplacement reconstruit  $\bar{w}_{FSH}^H(x, y)$ . Les trait verticaux représentent les positions des hologrammes.

gauche des hologrammes sont maintenant données sur les Figs. 3.20 (a) pour  $I_x^{FSH}(G)$  et 3.20 (b) pour  $I_y^{FSH}(G)$ . Pour l'intensité structurale calculée sur la dimension  $x$ , l'intensité est positive et localisée proche du point 2. Ces résultats présentent un comportement proche d'une intensité produite par une seule source. Nous supposons que les points de fixation 1 et 2 sont trop proches

l'un de l'autre pour être distingués. Par conséquent, les deux forces sont considérées comme une seule source située entre  $F_1$  et  $F_2$ . Pour l'intensité  $I_y^{FSH}(G)$ , l'énergie est répartie sur les 2 forces et il est impossible de les différencier. Il n'y a également aucune intensité négative contrairement à l'intensité référence présentée Fig. 3.19 (a).

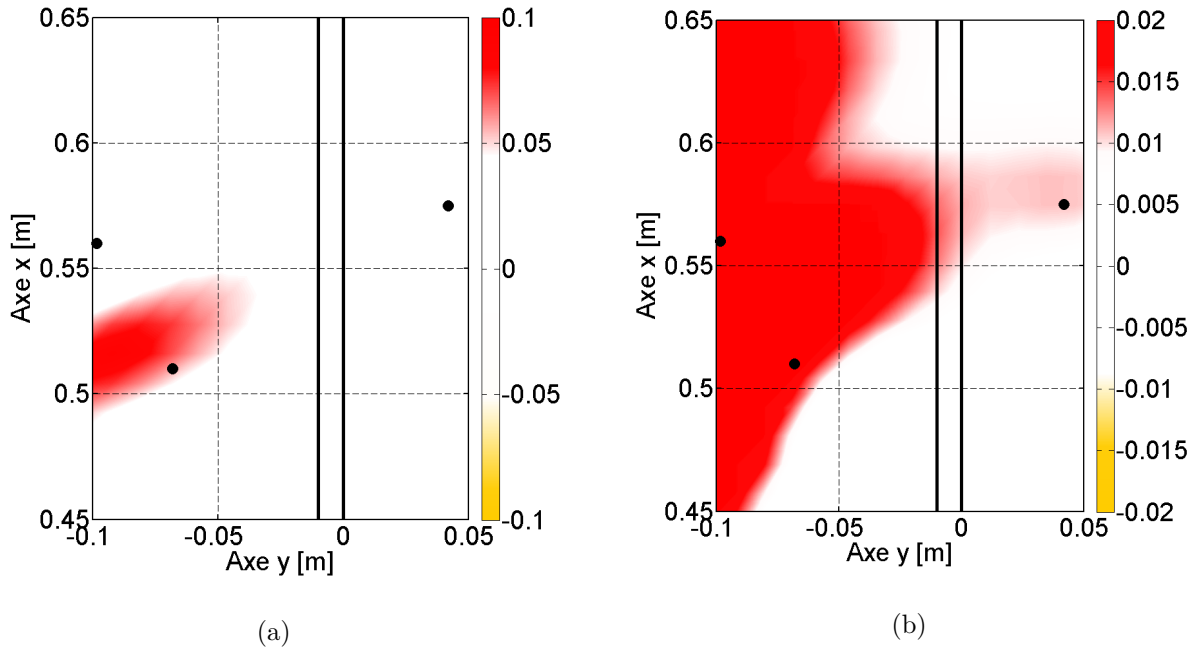


FIGURE 3.20 – Intensités structurales (a)  $I_x^{FSH}(G)$  et (b)  $I_y^{FSH}(G)$  du déplacement reconstruit  $\bar{w}_{FSH}^G(x, y)$ . Les traits verticaux représentent les positions des hologrammes.

### 3.5 Séparation des champs de déplacement provenant d'en dessous et d'au dessus des hologrammes

La section précédente montre qu'il est impossible de distinguer la force  $F_1$  de la force  $F_2$ . Pour connaître les champs de déplacement induits par  $F_2$  au point de fixation 2, les hologrammes sont maintenant positionnés en  $x_{h1} = 53.13$  cm et  $x_{h2} = 54.28$  cm. Dans ce cas, les hologrammes sont définis par  $N_{holo} = 86$  points séparés de  $\Delta_{holo} = 1.16$  cm. Leur longueur est de  $L_{holo} = 99.76$  cm. Dans ces conditions,  $k_x^{max} = 272$  rad/m et  $\Delta_{kx} = 6.30$  rad/m. Les deux hologrammes ainsi que leurs positions sont représentés sur la Fig. 3.21. Les champs de déplacement provenant d'en dessous ( $\bar{w}_{FSH}^B(x, y)$ ) et d'au-dessus ( $\bar{w}_{FSH}^H(x, y)$ ) de la position des hologrammes sont respectivement représentés sur les Figs. 3.22 (a) et (b). Bien que les hologrammes soient positionnés proches des points de fixation 1 et 2, la trop faible distance entre ces deux points ne permet pas d'utiliser 4 hologrammes. La discrétisation du maillage  $\Delta_x$  de la mesure n'est pas assez fine pour avoir 4 hologrammes entre ces deux points. Par conséquent, la formulation NSH ne peut pas être utilisée ici et nos résultats seront présentés pour une formulation FSH.

Pour les champs de déplacement  $\overline{w}_{FSH}^B(x, y)$  provenant d'en dessous des hologrammes, la distance entre les points de fixation 1 et 2 est trop faible pour pouvoir séparer les champs résultant des deux côtés des hologrammes. Ce phénomène se comprend très clairement lorsqu'on calcule l'intensité structurale de ces champs, représentée en  $x$  Fig. 3.23 (a) et en  $y$  Fig. 3.23 (b). L'énergie est présente autour des trois points de fixation et il est impossible de connaître le comportement de la force présente au point 2.

Le calcul des champs de déplacement  $\overline{w}_{FSH}^H(x, y)$  au-dessus des hologrammes révèle un niveau d'énergie présent au point 3 bien plus élevé que le niveau présent au point 1 (Fig. 3.22 (b)). En effet, des ondes circulaires avec pour origine le point 3 sont identifiables. Comme expliqué dans la section précédente, les points 1 et 2 étant très proches, il est possible que cela influe sur la séparation de champs autour du point 1. Cependant, l'intensité structurale sur la dimension  $x$  illustrée Fig. 3.24 (a) présente un niveau d'amplitude élevé sur le point de fixation 1. Ce n'est pas le cas sur l'intensité calculée sur  $y$  (Fig. 3.24 (b)). L'énergie est observable uniquement autour du point 3. La position de ce point de fixation est plus éloignée, il est donc plus facile d'identifier l'intensité structurale provoquée par la force qui s'exerce sur ce point là, sans prendre en compte les contributions des autres efforts.

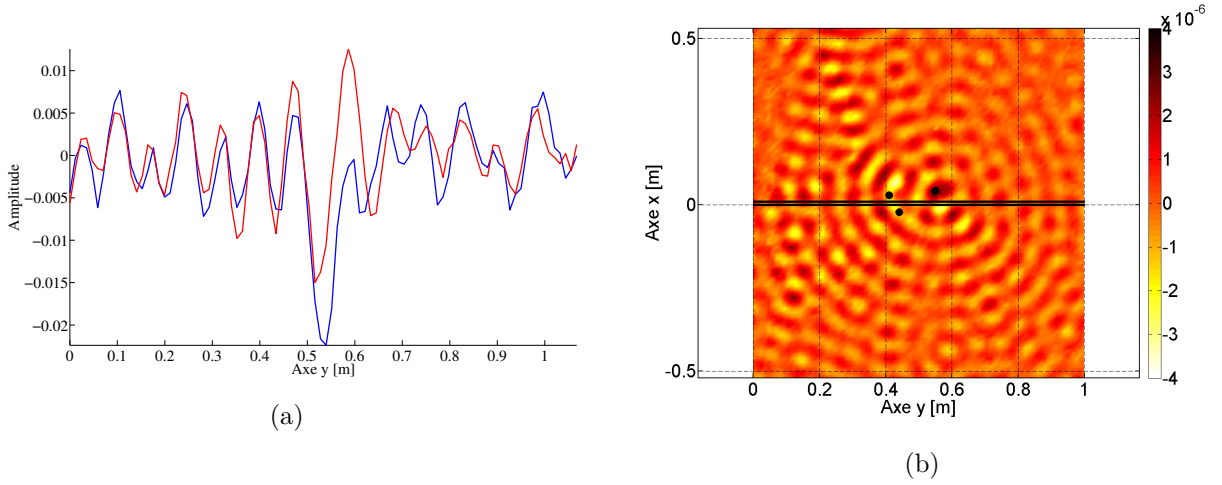


FIGURE 3.21 – (a) Hologrammes utilisés pour séparer les champs de force provoqués par les points de fixation d'une pompe à eau ainsi que (b) leurs positions en  $x_{h1} = 53.13$  cm et  $x_{h2} = 54.28$  cm. Les traits horizontaux représentent les positions des hologrammes.

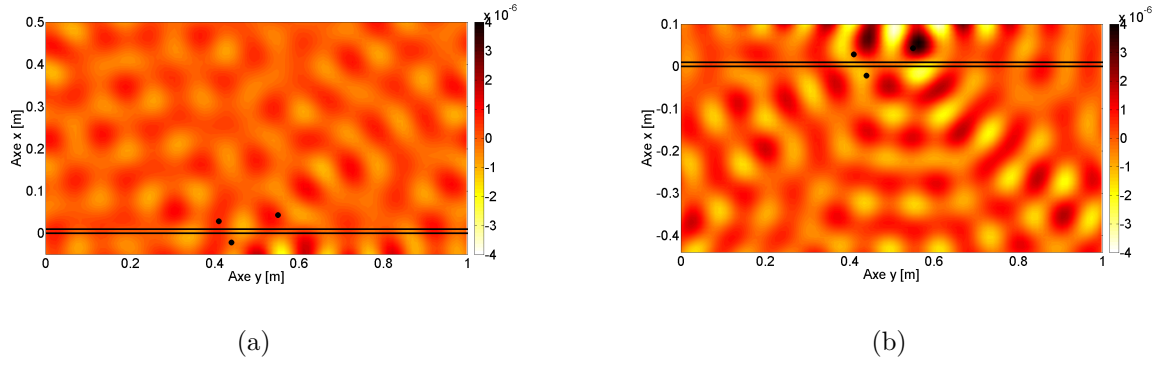


FIGURE 3.22 – Champ de déplacement (a)  $\bar{w}_{FSH}^B(x, y)$  provenant d'en dessous des hologrammes et  $\bar{w}_{FSH}^H(x, y)$  provenant d'au-dessus des hologrammes, pour une pompe à eau fixée sur une plaque en 3 points.

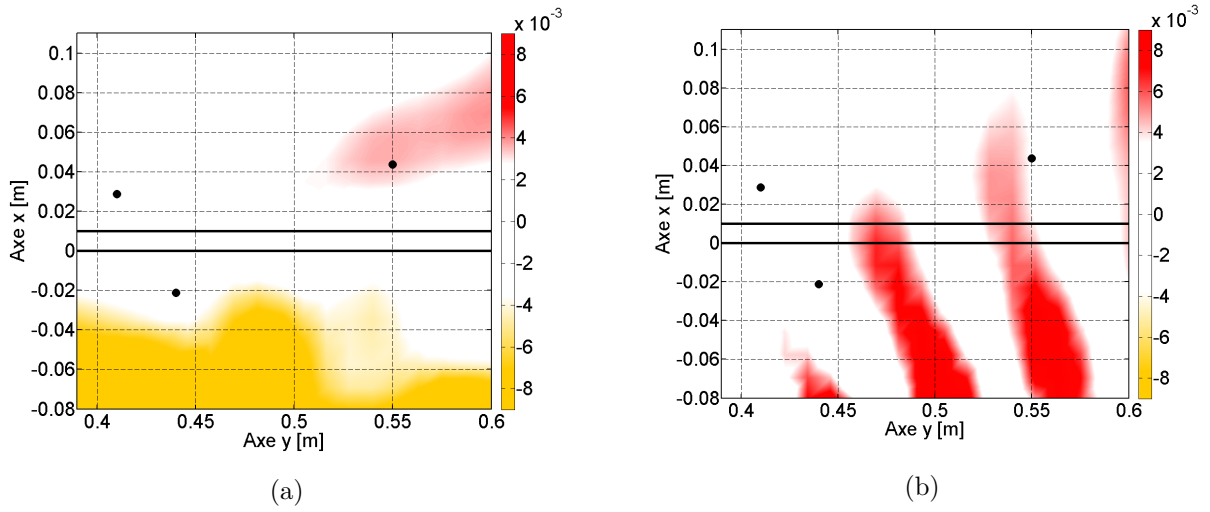


FIGURE 3.23 – Intensités structurales (a)  $I_x^{FSH}(B)$  et (b)  $I_y^{FSH}(B)$  du déplacement reconstruit  $\bar{w}_{FSH}^B(x, y)$ . Les traits horizontaux représentent les positions des hologrammes.

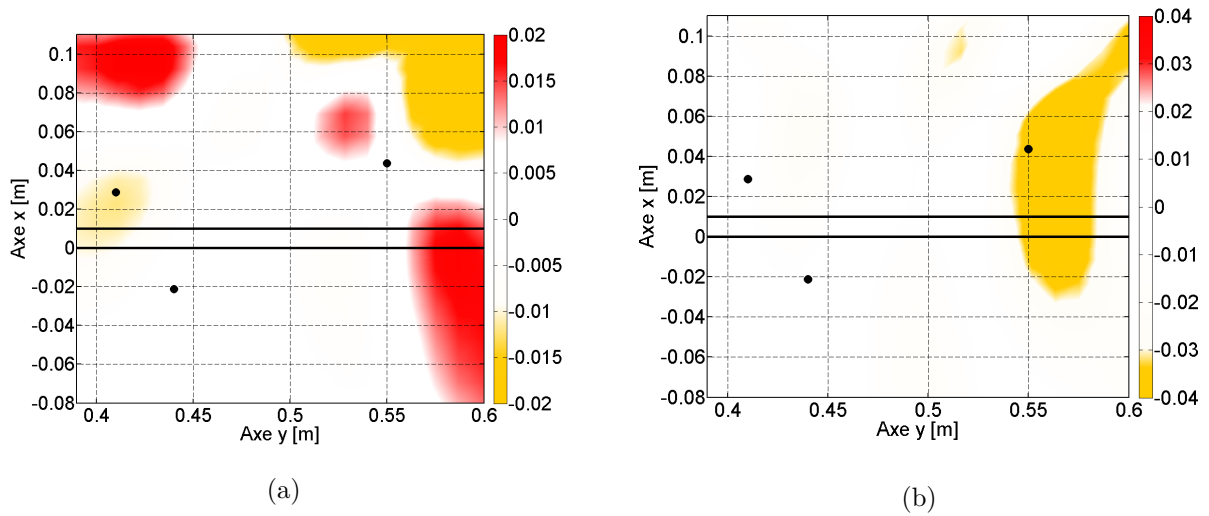


FIGURE 3.24 – Intensités structurales (a)  $I_x^{FSH}(H)$  et (b)  $I_y^{FSH}(H)$  du déplacement reconstruit  $\bar{w}_{FSH}^H(x, y)$ . Les traits horizontaux représentent les positions des hologrammes.

### 3.6 Conclusion

Ce chapitre présente l'utilisation de l'Holographie Vibratoire comme procédé de séparation de champs de sources. L'expression de l'Holographie Vibratoire peut être séparée en deux types d'ondes, les ondes allers et retours. Après avoir identifié les coefficients de l'équation générale, les contributions provenant d'un coté ou de l'autre des hologrammes peuvent être identifiées. Pour cela, nous devons calculer les spectres des nombres d'onde avec uniquement les coefficients  $C_{\text{mix}}^F$ ,  $C_{\text{eva}}^F$ , qui caractérisent les ondes allers, ou  $C_{\text{mix}}^B$ ,  $C_{\text{eva}}^B$  qui caractérisent les ondes retours. Pour cela, il est nécessaire de positionner les hologrammes entre les deux côtés que l'on souhaite séparer.

La méthode est dans un premier temps appliquée sur le cas idéal d'une plaque infinie excitée par deux forces. Cette étude présente et valide le principe de séparation de champs de sources. Dans l'exemple utilisé, la séparation de champs de sources fonctionne parfaitement et permet d'identifier le comportement des deux efforts séparément, bien que les forces ne présentent pas le même niveau d'amplitude.

Une validation sur un cas expérimental est ensuite proposée. Une pompe à eau PIERBURG est fixée en trois points d'une plaque suspendue sur un bord. Les mesures sont réalisées pour un régime de fonctionnement de 3200 tr/min. La séparation de champs de sources est dans un premier temps appliquée afin de séparer le comportement au point de fixation 3 des deux autres points. L'application de la méthode pour séparer les champs de déplacement entre le point 1 et le point 2 est par contre moins efficace. La proximité entre ces deux points ne permet pas de séparer convenablement les deux contributions. Néanmoins, l'utilisation de l'intensité structurale sur  $x$  démontre qu'un niveau d'énergie est bien présent sur le point 1 et l'intensité sur  $y$  présente clairement les phénomènes produits autour du point 3. La distance entre le point 3 et les deux autres est suffisamment grande pour observer les phénomènes qui se produisent autour de ce point. La méthode de séparation de sources présente donc des limites pour une source complexe lorsque les deux sources à séparer sont trop proches l'une de l'autre.

**Étude paramétrique : influence des  
paramètres géométriques, du bruit  
et évaluation des contributions des  
coefficients pour la reconstruction  
des champs de déplacement**

---



Nous avons vu dans les deux chapitres précédents les domaines d'application de la méthode : l'identification et la séparation de champs de sources avec seulement quelques hologrammes. Les paramètres qui caractérisent les hologrammes sont :

- la position de ces hologrammes par rapport à la source,
- la longueur des hologrammes  $L_{holo}$ ,
- le pas entre deux points de mesures  $\Delta_x$ .

Afin de quantifier l'influence de ces paramètres géométriques, nous proposons dans la suite de ce chapitre une étude utilisant un indicateur d'erreur quadratique. Connaissant les problèmes que peut causer le bruit de mesure sur les performances des méthodes inverses, une étude portant sur ce sujet est également proposée. Ces études sont réalisées sur le cas idéal d'une plaque infinie. En l'absence d'onde retour, seuls les coefficients  $C_{mix}^F(k_x)$  et  $C_{eva}^F(k_x)$  seront considérés. Par conséquent seuls deux hologrammes seront nécessaires. Pour l'ensemble du chapitre, l'écart entre les deux hologrammes est fixé à la valeur  $\Delta_{holo} = 1$  cm.

Considérer ou non les ondes évanescentes influe sur le nombre de coefficients présents dans la solution générale de l'Holographie Vibratoire. Nous avons montré dans les précédents chapitres que ne pas prendre en compte les coefficients purement évanescents approximait logiquement la reconstruction des champs de déplacement. Il est nécessaire de connaître de quelle manière contribue chaque coefficient dans la reconstruction du champ de déplacement que se soit pour le comportement évanescent ou propagatif. Une étude y est consacrée au cours de ce chapitre. Nous étudions également le comportement de chaque coefficient dans le domaine des nombres d'onde en observant les Transformées de Fourier Spatiales 2D des déplacements reconstruits avec chacun des coefficients.

## 4.1 Influence des paramètres géométriques de l'Holographie Vibratoire

### 4.1.1 Influence de la distance force/hologramme $d_{Fh}$

Le choix de la formulation FSH ou NSH à partir de la distance par rapport à la force est essentiel pour reconstruire le champ de déplacement avec précision. Afin de quantifier l'influence de cette distance sur la performance de la FSH et de la NSH, un indicateur d'erreur quadratique est utilisé. Le cas test idéal choisi pour cette étude consiste en une plaque infinie en aluminium ( $E = 69 \times 10^9$  Pa,  $\rho = 2700$  kg/m<sup>3</sup>,  $\nu = 0,346$ ) d'une épaisseur de 1 mm. L'indicateur choisi est défini pour une fréquence donnée par le carré des écarts entre le déplacement reconstruit par Holographie (NSH et FSH) et le déplacement référence, normalisé par le carré du déplacement de référence :

$$Err(f) = \frac{\sum_i^{N_i} \sum_j^{N_j} |\bar{w}_{holo}(x_i, y_j, f) - \bar{w}_{ref}(x_i, y_j, f)|^2}{\sum_i^{N_i} \sum_j^{N_j} |\bar{w}_{ref}(x_i, y_j, f)|^2}, \quad (4.1)$$

avec  $f$  appartenant à la bande de fréquences  $[f_1, f_s]$ ,  $N_i$  et  $N_j$  le nombre de points du déplacement le long des directions  $x$  et  $y$ ,  $\bar{w}^{rec}(x, y, f)$  le déplacement reconstruit par Holographie Vibratoire et  $\bar{w}_{ref}(x, y, f)$  le déplacement référence. L'estimation de cette erreur est faite sur une zone comprise entre l'effort et les hologrammes et concerne ainsi uniquement la rétro-propagation. L'erreur quadratique est calculée sur un domaine constant  $L_x = -0.04$  à  $+0.04$  m autour de la force sur la dimension  $x$  et sur la distance de rétropropagation seulement sur la dimension  $y$ , qui correspond à la distance  $d_{Fh}$  entre la force et l'hologramme 1. Pour cette étude, la longueur de l'hologramme est volontairement grande pour éviter que cette grandeur physique dégrade les résultats, donc  $L_{holo} = 4$  m. La distance  $d_{Fh}$  entre la force et l'hologramme 1 varie de 1 à 12 cm. Le principe du calcul de cette erreur est représenté sur les Figs. 4.1 (a) et (b). Les résultats sont illustrés sur la Fig. 4.2(a) pour la formulation NSH et sur la Fig. 4.2(b) pour la FSH. L'échelle de couleurs indique le pourcentage d'erreur de 0 à 100%.

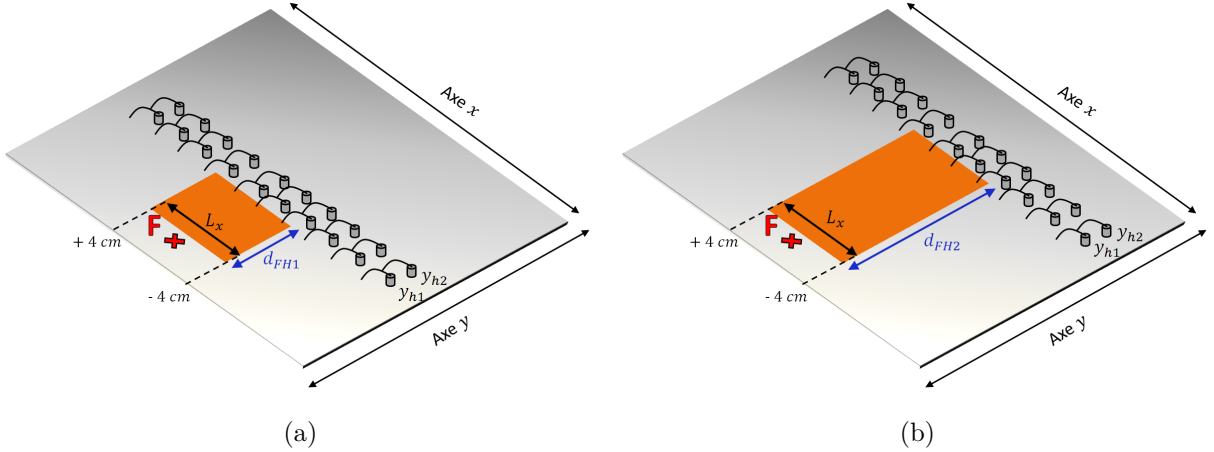


FIGURE 4.1 – Processus de calcul de l'erreur quadratique en fonction de la distance  $d_{Fh}$  entre la force et la position de l'hologramme 1 dans la bande de fréquences  $[10 : 3500]$  Hz pour des distances (a)  $d_{Fh1}$  et (b)  $d_{Fh2}$ .

L'indicateur d'erreur quadratique prouve que le processus NSH fournit en champ proche une grande précision pour la reconstruction du champ de déplacement. A titre d'exemple, un déplacement reconstruit par NSH pour une distance  $d_{Fh} = 3$  cm à 2000 Hz est présenté sur la Fig. 4.3 (a). Ces paramètres correspondent au point noir sur la Fig. 4.2(a) pour lequel l'erreur quadratique ne dépasse pas 2%. Néanmoins, il existe une limite distincte lorsque  $d_{Fh} > 4.8$  cm, où les erreurs causées par la formulation NSH augmentent fortement. Nous proposons un déplacement reconstruit où l'erreur est supérieure à 100% sur la Fig. 4.3 (b). Pour cet exemple, les hologrammes sont positionnés à  $y_{h1} = 6$  cm et  $y_{h2} = 7$  cm à la fréquence de 2000 Hz ( $\lambda = 7$  cm).

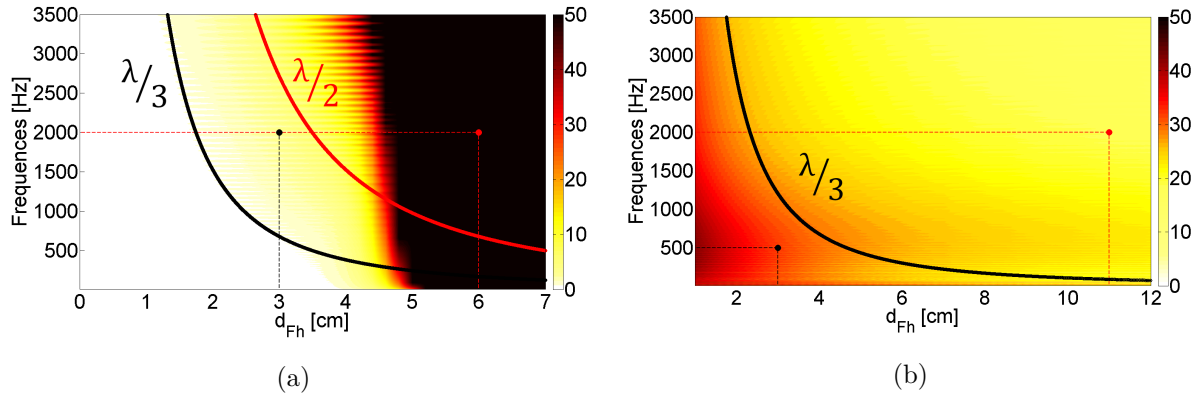


FIGURE 4.2 – Erreur quadratique en fonction de la distance  $d_{Fh}$  entre la force et la position de l’hologramme 1 dans la bande de fréquences [10-3500] Hz pour les formulations NSH (a) et FSH (b). La courbe en noir représente la valeur de la longueur d’onde  $\lambda/3$  en fonction de la fréquence, la courbe en rouge en (a) représente la valeur de la longueur d’onde  $\lambda/2$ . L’erreur est observée entre 0 et 50%.

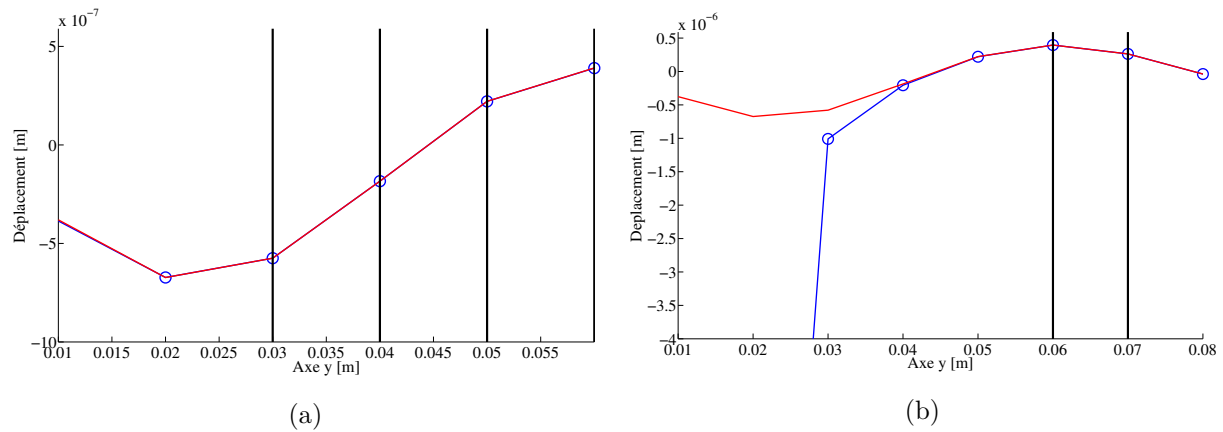


FIGURE 4.3 – Déplacement référence (trait plein) comparé au déplacement reconstruit (cercle) (a) par la formulation NSH pour des hologrammes positionnés en  $y_{h1} = 3$  cm et  $y_{h2} = 4$  cm, et (b) pour des hologrammes positionnés en  $y_{h1} = 6$  cm et  $y_{h2} = 7$  cm à 2000 Hz. Les traits pleins verticaux représentent les positions des hologrammes.

Ces paramètres correspondent au point rouge sur la Fig. 4.2(a). L’évolution de l’erreur quadratique est très différente pour la FSH. Excepté pour  $d_{Fh} < \lambda/3$ , la formulation FSH présente un pourcentage d’erreur qui ne varie que faiblement en fonction de la fréquence et la distance  $d_{Fh}$  (Fig. 4.2(b)). L’application de la formulation FSH en champ proche de la force ( $d_{Fh} < \lambda/3$ ) conduit à de légères erreurs causées par la présence des ondes évanescentes qui ne sont pas toutes considérées par le processus FSH. Deux exemples de déplacements reconstruits par FSH sont représentés. La Fig. 4.4 (a) montre un champ de déplacement reconstruit pour  $y_{h1} = 3$  cm et  $y_{h2} = 4$  cm à la fréquence de 500 Hz et la Fig. 4.4 (b) représente un champ de déplacement reconstruit pour  $y_{h1} = 12$  cm et  $y_{h2} = 13$  cm à la fréquence de 2000 Hz. Ces paramètres sont respectivement représentés par les points noir et rouge sur la Fig. 4.2(b).

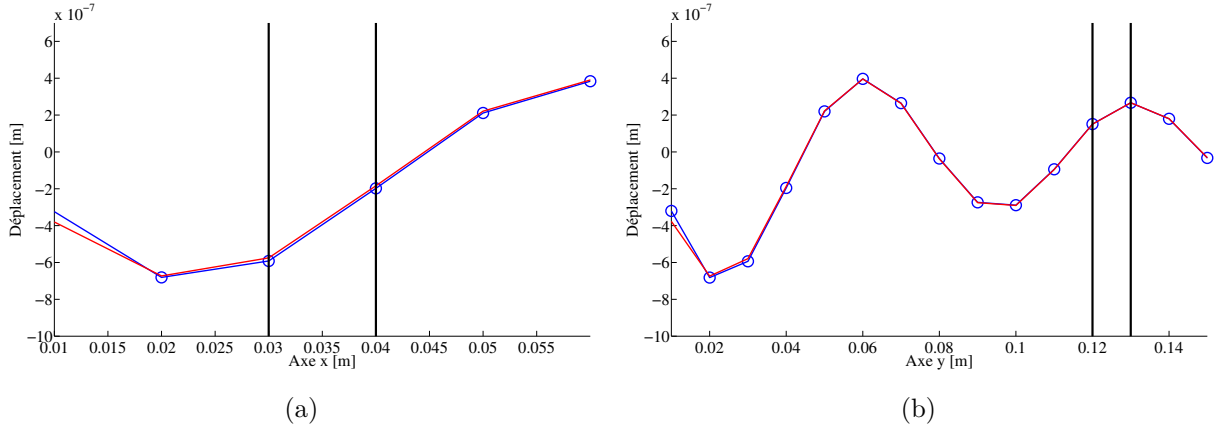


FIGURE 4.4 – Déplacement référence (trait plein) comparé au déplacement reconstruit calculé (cercle) (a) pour la formulation FSH pour des hologrammes positionnés en  $y_{h1} = 3$  cm et  $y_{h2} = 4$  cm à 500 Hz, et (b) pour des hologrammes positionnés en  $y_{h1} = 12$  cm et  $y_{h2} = 13$  cm à 2000 Hz. Les traits pleins verticaux représentent les positions des hologrammes.

La méthode FSH ne présente pas de limite marquée sur une distance de  $d_{Fh} = 12$  cm. Nous proposons d'approfondir cette étude en augmentant la distance entre la force et l'hologramme jusqu'à 40 cm. A cette distance, on voit nettement apparaître un nouveau comportement de l'erreur quadratique qui augmente brusquement pour des grandes distances combinées à des fréquences élevées comme présenté en Fig. 4.5. Cette limite peut être imagée par la courbe grise superposée à la cartographie d'erreur sur la Fig. 4.5 (a). Cette limite correspond à la courbe  $d_{Fh} = 2,5 \lambda$  ce qui signifie que la formulation FSH proposée est tout de même limitée à des distances source/hologrammes qui n'excèdent pas 2,5 fois la longueur d'onde. Pourtant, la formulation FSH proposée aux chapitres précédents et associée au filtre en nombre d'onde présenté en Fig. 4.5 (b) est censée être adaptée au champ lointain (Farfield Structural Holography). L'augmentation très importante de l'erreur dans ce cas est uniquement due à un filtrage qui ne supprime pas la totalité des ondes évanescentes. Pour s'en convaincre, un filtre plus fort, noté  $\chi_{fort}(k_x)$  et présenté en Fig. 4.5 (d) est appliqué. L'effet de ce filtre sur la cartographie d'erreur est très important comme en témoigne la Fig. 4.5 (c). La limite à  $2,5 \lambda$  n'est pas observée ici ou est rejetée à très grande distance. On notera toutefois que l'utilisation de ce filtre détériore légèrement les résultats en dessous de  $2,5 \lambda$  par rapport au filtrage précédent. L'allure du filtre, ainsi que sa bande passante influe donc sur le niveau de précision de reconstruction des champs de déplacement, mais également sur la distance d'application limite  $d_{Fh}$ .

L'influence de ces filtrages est présentée en Fig. 4.6. La Fig. 4.6 (a) compare le déplacement référence à celui reconstruit par la formulation FSH présentée au chapitre précédent et la Fig. 4.6 (b) compare la référence et la reconstruction du champ par la méthode FSH utilisant le filtre  $\chi_{fort}(k_x)$ . Les configurations choisies pour cette figure sont représentées par les points gris sur les Figs. 4.5 (a) et 4.5 (c). Ces déplacements mettent en évidence que le filtre  $\chi_{fort}(k_x)$

permet de rétropropager sur des distances bien plus élevées. Ce n'est pas le cas du filtre  $\chi(k_x)$  qui considère une plus grande partie du comportement évanescent. L'impossibilité de mesurer de telles ondes lorsque les hologrammes sont positionnés si loin de la source provoque cette augmentation brutale de l'amplitude.

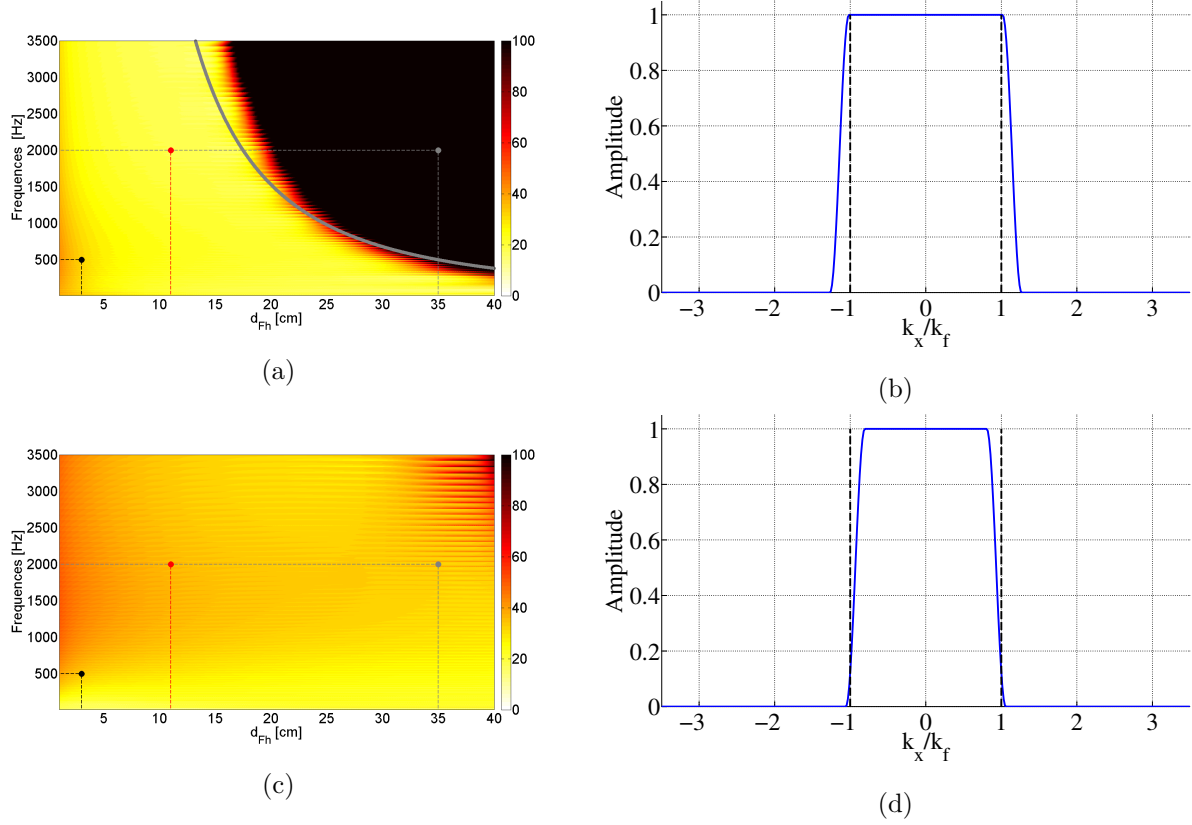


FIGURE 4.5 – Erreurs quadratiques en fonction de la distance  $d_{Fh}$  entre la force et la position de l'hologramme 1 dans la bande de fréquences [10-3500] Hz pour (a) la formulation FSH avec (b) le filtre utilisé  $\chi(k_x)$  et (c) pour la FSH filtrée fortement avec (d) le filtre  $\chi_{fort}(k_x)$ . La courbe en gris sur (a) représente la valeur de  $2.5\lambda$  en fonction de la fréquence. Les traits noirs verticaux en pointillés représentent les valeurs de  $\pm k_f$ . L'erreur est observée entre 0 et 100%.

Pour terminer, la NSH est très sensible à la mesure des composantes évanescences.

- En champ lointain, la mesure de ces composantes est impossible et conduit à de fortes erreurs dans le processus de rétropropagation,
- En champ proche, compte tenu de l'estimation de l'amplitude exacte du champ de déplacement dans le voisinage de la source, la formulation NSH fournit des résultats très précis.

A l'inverse, la FSH est dédiée à la reconstruction du champ de déplacement considérant, en majorité, les ondes propagatives.

- En champ lointain, les composantes propagatives sont encore mesurables car la décroissance de leur amplitude en fonction de la distance n'est pas rapide. La FSH donne des

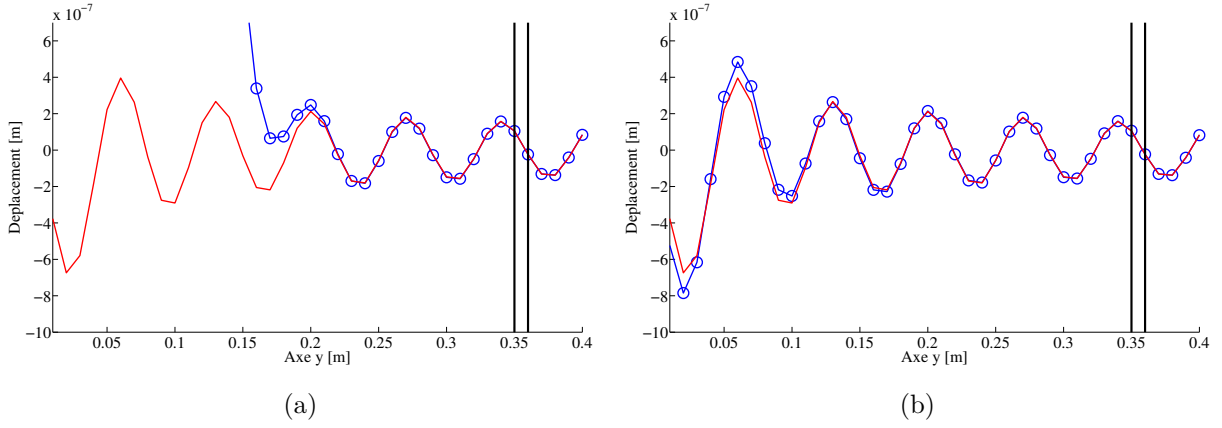


FIGURE 4.6 – Déplacement référence (trait plein) comparé avec les ondes allers calculées (cercle) pour la formulation FSH pour des hologrammes positionnés en  $y_{h1} = 35$  cm et  $y_{h2} = 36$  cm à 2000 Hz, (a) avec le filtre  $\chi(k_x)$  et (b) avec le filtre  $\chi_{fort}(k_x)$ .

résultats satisfaisants.

- En champ proche, les champs reconstruits sont faiblement entachés d'erreurs.

De ce point de vue, la FSH est plus stable que la NSH mais ne peut pas reconstruire exactement le champ proche de la force en raison de la non-prise en compte des ondes évanescentes. Filtrer ces ondes évanescentes à différents niveaux diminue la précision de la reconstruction des champs de déplacement mais permet de positionner les hologrammes plus loin de la source que l'on souhaite caractériser. L'allure du filtre doit donc être prise en considération en fonction du problème.

#### 4.1.2 Influence de la longueur de l'hologramme $L_{holo}$

Les hologrammes sont définis par une longueur  $L_{holo}$  correspondant à  $N$  points séparés par  $\Delta_x$ . Dans le domaine acoustique, il est bien connu que les performances de NAH sont limitées par ces paramètres géométriques en raison de l'emploi de la TFS sur un domaine fini [Wil99]. Ces paramètres caractérisent dans le domaine des nombres d'onde :

- la bande des nombres d'onde de  $-k_x^{\max}$  à  $k_x^{\max}$ , avec  $k_x^{\max}$  le nombre d'onde maximum observable donné par

$$k_x^{\max} = \frac{\pi}{\Delta_x}, \quad (4.2)$$

- la précision du pas  $\Delta_{kx}$  défini par

$$\Delta_{kx} = \frac{2\pi}{L_x}. \quad (4.3)$$

Afin de quantifier l'influence de ces paramètres géométriques sur la performance des formulations NSH et FSH et d'identifier les limites géométriques, l'indicateur d'erreur quadratique est utilisé (Eq. (4.1)). Pour l'ensemble des paramètres étudiés, la distance entre les hologrammes est fixée à 1 cm et pour le processus NSH, les positions des hologrammes sont  $y_{h1} = 3$  cm,  $y_{h2} = 4$  cm (pour être en champ proche). Pour le processus FSH les positions d'hologrammes sont  $y_{h1} = 8$  cm et  $y_{h2} = 9$  cm (pour être en champ lointain).

Dans un premier temps, l'influence de la longueur de l'hologramme est évaluée. Pour que la taille de la surface sur laquelle l'erreur est estimée reste identique quelle que soit la longueur d'hologramme, le calcul est fait sur un domaine constant :  $L_x = -0.04$  m à  $+0.04$  m autour de la force sur la dimension  $x$  et sur le seul déplacement rétropropagé à la distance  $d_{FH} = 1$  cm sur la dimension  $y$ . La longueur de l'hologramme  $L_{holo}$  varie de 0.4 m à 2 m. Comme  $\Delta_{kx} = \frac{2\pi}{L_x}$ , un ajout de zéros (zero padding) est appliqué pour obtenir une longueur de pas spatial constante. Ainsi, seule l'influence de la longueur de l'hologramme est étudiée et la valeur  $\Delta_{kx} = 1.57$  rad/m est fixée. Le principe du calcul de cette erreur est représenté sur les Figs. 4.7 (a) et (b). Les résultats sont illustrés Fig. 4.8(a) pour la formulation NSH et sur la Fig. 4.8(b) pour la formulation FSH.

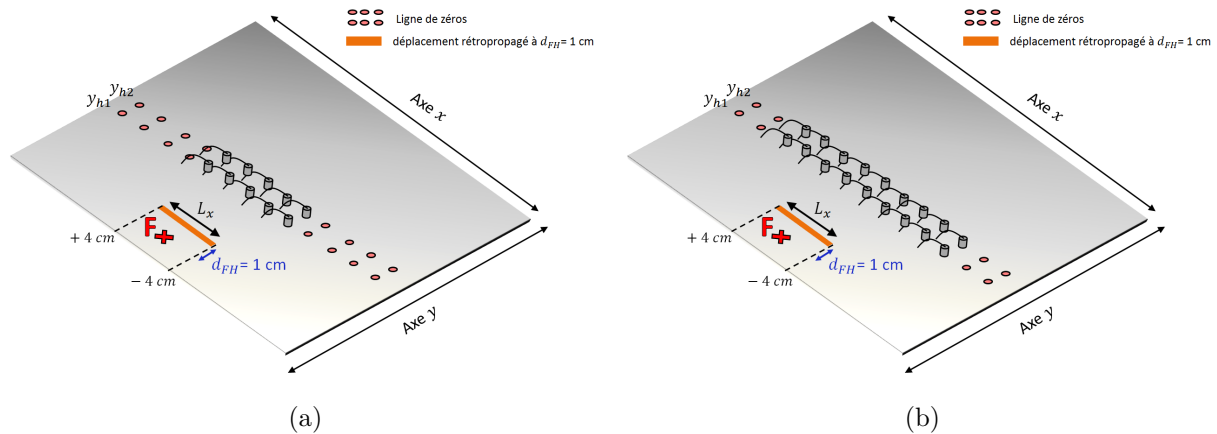


FIGURE 4.7 – Processus de calcul de l'erreur quadratique en fonction de la longueur de l'hologramme  $L_{holo}$  entre la force et la position de l'hologramme 1 dans la bande de fréquences [10 :3500] Hz pour deux longueurs d'hologramme. Les points rouges représentent les zéros ajoutés pour garder une longueur d'hologramme constante. Le trait orange symbolise le déplacement sur lequel l'erreur est calculé.

Pour la NSH, la longueur de l'hologramme doit être supérieure à  $2 \lambda$  pour des fréquences inférieures à 500 Hz. Au delà de 500 Hz, le comportement est inversé et la longueur  $L_{holo}$  doit être plus grande pour les fréquences plus élevées. A partir de  $L_{holo} = 1.4$  m, l'erreur quadratique est inférieure à 15% pour l'ensemble des fréquences. La formulation FSH est plus sensible à la longueur de l'hologramme. Pour  $L_{holo} < 0.8$  m, FSH ne fournit pas une reconstruction avec une bonne précision sur l'ensemble des fréquences. Pour  $L_{holo} > 0.8$  m, l'erreur est plus élevée pour les basses fréquences.

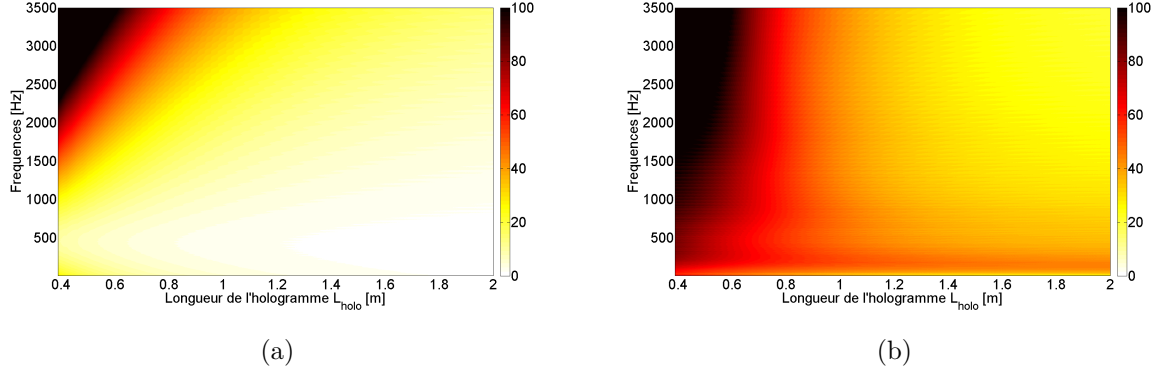


FIGURE 4.8 – Erreurs quadratiques calculées en fonction de la longueur de l’hologramme pour la bande de fréquences [10-3500] Hz pour les formulations (a) NSH et (b) FSH.

#### 4.1.3 Influence du pas entre deux points de l’hologramme $\Delta_x$

L’influence de  $\Delta_x$  est également évaluée. Pour cette étude, la longueur de l’hologramme est volontairement grande pour éviter que cette grandeur physique dégrade les résultats, donc  $L_{holo} = 4$  m. L’erreur quadratique est appliquée sur un domaine constant :  $L_x = -0,04$  m à  $+0,04$  m autour de la force sur la dimension  $x$  et sur le seul déplacement rétropropagé à la distance  $d_{FH} = 1$  cm sur la dimension  $y$ . La discrétisation spatiale  $\Delta_x$  varie de 0,2 cm à 5 cm. Un schéma pour expliquer le principe de ce calcul d’erreur est proposé sur la Fig. 4.9.

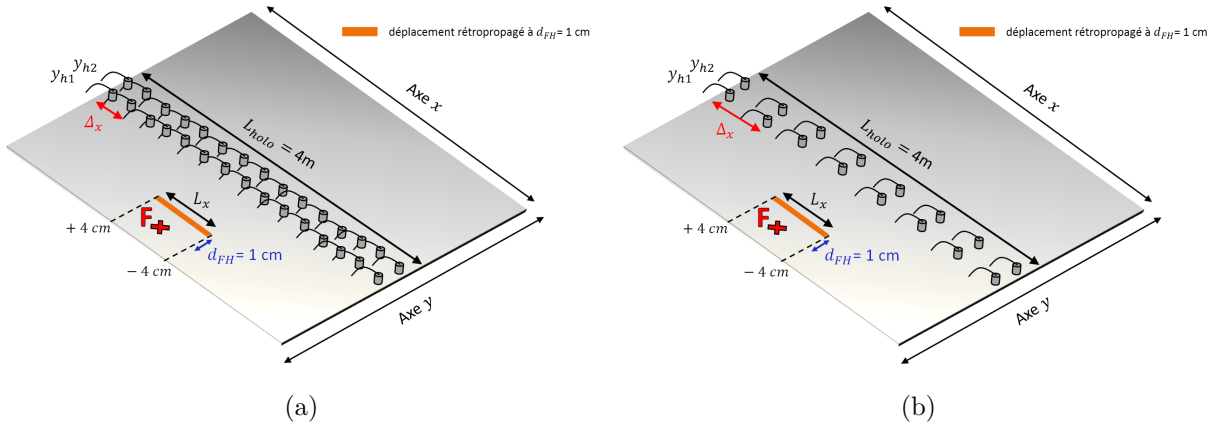


FIGURE 4.9 – Processus de calcul de l’erreur quadratique en fonction de la discrétisation de l’hologramme  $\Delta_x$  dans la bande de fréquence [10 :3500] Hz.

Les résultats sont illustrés sur la Fig. 4.10 (a) pour le processus NSH et la Fig. 4.10 (b) pour le processus FSH. Jusqu'à  $\Delta_x = 0,7$  cm, l'erreur quadratique est supérieure à 100 % pour le déplacement reconstruit en utilisant la formulation NSH. Comme expliqué ci-dessus,  $k_x^{\max} = \frac{\pi}{\Delta_x}$  donc pour  $\Delta_x = 0,7$  cm,  $k_x^{\max} = 448,8$  rad/m. De même que dans plusieurs problèmes inverses, de petites erreurs de données sont essentiellement localisées dans le domaine des hauts nombres d'onde, amplifiées par le processus de rétropropagation [PLTP09]. Par conséquent, pour la formulation NSH, l'incertitude de l'estimation des ondes évanescentes perturbe le processus de rétropropagation et augmente l'erreur quadratique pour toutes les fréquences. Cette limitation n'est pas présente pour la formulation FSH. Grâce au filtre appliqué pour supprimer les composantes dans les hauts nombres d'onde, les effets qui y sont présents ne sont plus considérés. Par conséquent, le processus de rétropropagation n'est pas perturbé et la formulation FSH est moins sensible au paramètre géométrique  $\Delta_x$  que NSH. Au-delà de  $\Delta_x = 2,5$  cm, on observe que l'erreur quadratique a le même comportement pour les deux formulations sur toute la bande de fréquences. Ainsi, comme pour l'Holographie Acoustique, la discrétisation spatiale des hologrammes devra être plus faible que  $\lambda/2$ . Si l'on observe l'erreur en fonction de  $k_x^{\max}$  et  $k_f$  (Fig. 4.11), on note que les performances de la méthode commencent à diminuer lorsque  $k_x^{\max} < 1.1 \times k_f$ . Pour des valeurs de  $k_x^{\max} < k_f$ , les ondes évanescentes ne sont plus prises en compte. Or nous avons démontré dans ce chapitre que ne pas considérer les ondes évanescentes a pour conséquence de détériorer la reconstruction du champ de déplacement.

Bien que le comportement soit le même pour les deux formulations, l'erreur quadratique du processus de FSH est plus faible. Ceci est la conséquence du filtre appliqué qui réduit l'erreur. En dehors de cette zone et avec  $\Delta_x > 0.8$  cm, NSH fournit de meilleurs résultats. Ceci est expliqué dans la section 2.2.2.

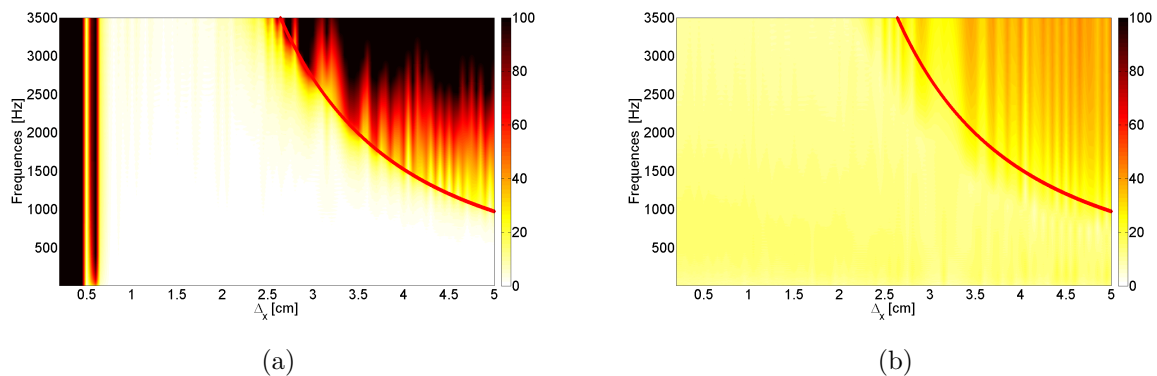


FIGURE 4.10 – Erreurs quadratiques calculées en fonction du pas  $\Delta_x$  pour une bande de fréquences [10-3500] Hz pour les formulations (a) NSH et (b) FSH. Le trait rouge représente la valeur de  $\lambda/2$ .

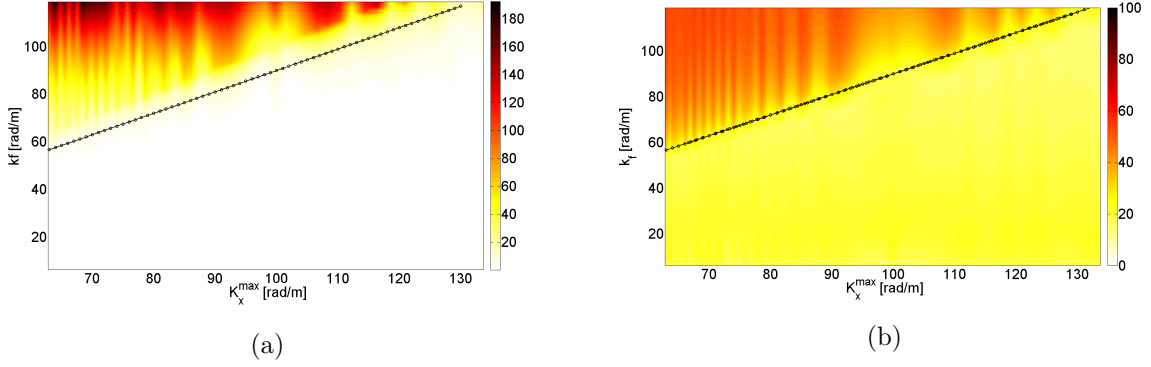


FIGURE 4.11 – Erreurs quadratiques en fonction du nombre d’onde maximum observable  $k_x^{\max}$  et de  $k_f$  sur le domaine des nombres d’onde de flexion  $[6.35 : 118.4]$  pour les formulations (a) NSH et (b) FSH. Le trait noir représente la valeur de  $1.1 \times k_f$ .

#### 4.1.4 Influence du bruit sur NSH filtrée

Nous avons montré dans ce chapitre que les incertitudes sur l’estimation des ondes évanescentes perturbent le processus de rétropropagation. Lorsque le bruit est présent pendant la mesure, il est plus difficile d’extraire l’information utile, ce qui peut diminuer les performances de la méthode. Dans cette section, l’erreur de reconstruction est évaluée en fonction du rapport signal sur bruit (RSB) ajouté aux déplacements. L’erreur quadratique est calculée sur un déplacement reconstruit constant :  $L_x = -0.04$  à  $+0.04$  cm autour de la force sur la dimension  $x$  et  $L_y$  est le déplacement rétropropagé à la distance  $d_{Fh} = 1$  cm. L’étude est réalisée à la fréquence  $f = 2000$  Hz. Pour le procédé NSH, l’hologramme 1 est positionné à une distance inférieure à  $\lambda / 2$  ( $y_{h1} = 3$  cm) pour être en champ proche. Pour le processus de FSH, l’hologramme 1 est positionné à une distance supérieure à  $\lambda$  ( $y_{h1} = 8$  cm) pour être en champ lointain. Le RSB varie successivement de 2 à 50 dB (par pas 0.25 dB). La formulation NSH filtrée est également étudiée. Pour cela, les paramètres utilisés sont identiques à la NSH mais un filtre est appliqué sur les coefficients pendant la procédure d’Holographie Vibratoire. Le filtre utilisé est représenté sur la Fig 4.12.

Les résultats sont présentés sur la Fig. 4.13 et montrent un comportement complètement différent pour la NSH (rouge), la FSH (bleu) et la NSH filtrée (noire) lorsque le rapport signal/bruit augmente. Pour la FSH, l’erreur quadratique est presque constante (environ 25 %) quelque soit la valeur du RSB. Cette erreur constante, déjà observée dans ce chapitre, n’est pas liée au bruit ajouté mais à l’absence d’ondes évanescentes dans le calcul de la FSH. Cette erreur est légèrement plus élevée pour les valeurs de RSB faibles. Cela démontre la stabilité de la FSH pour une large bande de RSB. Ces erreurs sont légèrement supérieures à celles calculées sur les champs vibratoire reconstruit en absence sans bruit, présentée dans la section 2.2.2. Par conséquent, l’erreur constante est essentiellement causée par la non-considération des ondes éva-

nescentes. Ainsi, la méthode est très stable même à des niveaux de bruit très élevés.

La méthode NSH (rouge) est bien plus sensible au bruit de mesure que la FSH. Pour un RSB inférieur à 20 dB, l'erreur quadratique est supérieure à 100 %. Pour cette version (non filtrée) de la NSH, l'applicabilité expérimentale de la méthode est discutable. Le comportement instable de la NSH en fonction de la valeur du RSB est dû à l'amplification des coefficients dans les valeurs de nombre d'onde élevé. Cependant, sans filtrage et comme le montre la Fig. 4.13, la NSH fournit de meilleurs résultats que la FSH pour des valeurs de RSB élevées (RSB  $> 40$  dB). Ceci est cohérent avec les remarques faites à la Fig. 4.10. La FSH souffre d'une erreur constante due à l'absence d'ondes évanescentes. Ce n'est pas le cas pour la formulation NSH.

Si on filtre les composantes évanescentes lors de l'application de la NSH (dans le cas présent  $k_x > 1,75 * k_f$ ), nous améliorerons la stabilité et l'applicabilité de la NSH (Fig. 4.13 courbe noire). Les résultats sont plus performants que la FSH (pour des RSB  $> 17$  dB) et que la NSH (pour des RSB  $< 50$  dB). Nous démontrons donc qu'il existe un compromis qui permet d'obtenir de très bon résultat avec la NSH, malgré des mesures bruitées, lorsque l'on filtre une partie des ondes évanescentes. Le déplacement reconstruit n'est alors plus exacte mais donne des résultats plus précis en champ proche que la FSH. L'approche à privilégier va donc dépendre de la configuration de la mesure (possibilité de mesurer en champ proche, présence de bruit plus ou moins fort, etc...)

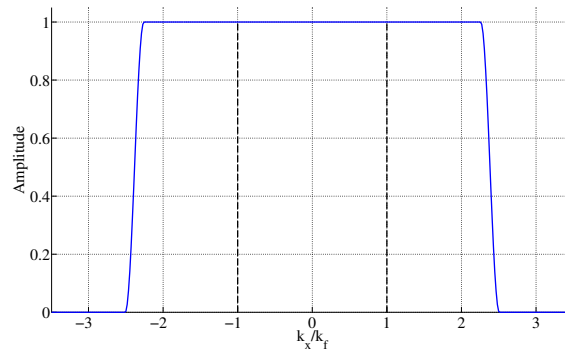


FIGURE 4.12 – Filtre de Tukey dans le domaine des nombres d'onde appliqué sur les coefficients pour la formulation NSH filtrée. Les lignes en pointillé représentent  $-k_f$  et  $+k_f$ .

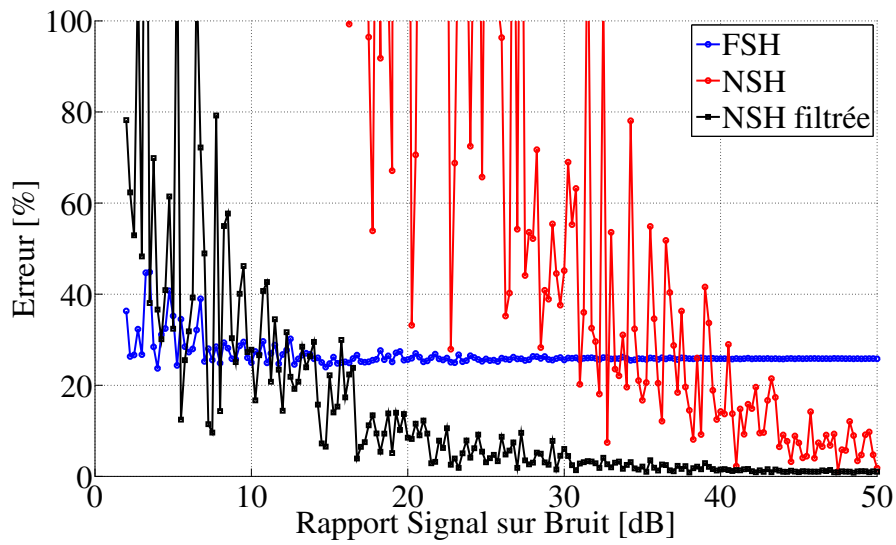


FIGURE 4.13 – Erreurs quadratique calculées en fonctions du Rapport Signal sur Bruit Signal (RSB) pour une bande de fréquence [10 :3500] Hz sur une reconstruction par FSH (bleu), par NSH appliquée via la procédure conventionnelle (rouge) et par NSH filtrée passe-bas avec un filtre de Tukey (noire).

## 4.2 Étude de la contribution des coefficients pour la reconstruction des champs de déplacements

L'Holographie Vibratoire est une méthode que l'on peut utiliser sous deux formulations. La première formulation, nommée NSH (Near-field Structural Holography), se compose de l'ensemble des coefficients et permet une étude en champ proche de la source. Dans ce chapitre, nous proposons d'étudier les contributions de chacun de ces coefficients lors de la reconstruction des champs de déplacements propagatifs et évanescents. Pour respecter la même configuration tout au long de l'étude, les hologrammes sont positionnés en champ proche afin de mesurer les ondes évanescences. Ils sont situés en  $y_{h1} = 4$  cm et  $y_{h2} = 5$  cm. L'étude est réalisée à la fréquence de  $f = 300$  Hz et cette position est choisie afin d'obtenir une distance force/hologramme de  $d_F \simeq \lambda/4$ .

### 4.2.1 Déplacement référence et reconstruit par Holographie

Dans cette première section, le comportement propagatif des coefficients est étudié. Pour cette étude, la taille des hologrammes est volontairement grande pour éliminer l'influence de ce paramètre sur les résultats et observer le comportement des coefficients sur de grandes distances. Pour cela une taille d'hologramme de  $L_{holo} = 66$  m est définie. La résolution entre deux points sur l'axe  $y$  est de  $\Delta_y = 0.01$  m. L'écart entre deux point de mesures en  $x$  de l'hologramme est de  $\Delta_{holo} = 0.02$  m. Les paramètres de l'hologramme donnent un nombre d'onde maximum observable de  $k_{max}^x = 157.08$  rad/m et une résolution dans le domaine des nombres d'onde de  $\Delta_{kx} = 0.095$  rad/m. Pour cette étude, une plaque en aluminium de 1 mm d'épaisseur ( $E = 69$  GPa,  $\rho = 2700$  kg/m<sup>3</sup>,  $\nu = 0,346$ ) excitée par une force ponctuelle harmonique à la fréquence de 300 Hz est simulée numériquement. La force est appliquée au point d'origine  $(x_F, y_F) = 0$  cm. Le nombre d'onde de flexion de la plaque est de  $k_f = 34.81$  rad/m et la longueur d'onde du déplacement est  $\lambda = 0.18$  m.

Pour l'étude du comportement propagatif, nous proposons d'observer les déplacements reconstruits pour 3 configurations :

- $w_{Ceva}^p$  avec seulement le coefficient  $C_{eva}^F$  filtré passe-bas,
- $w_{Cmix}^p$  avec seulement le coefficient  $C_{mix}^F$  filtré passe-bas,
- $w_{2coeff}^p$  avec les deux coefficients filtrés passe-bas.

Ces trois configurations permettent d'identifier le comportement de chacun des coefficients dans le domaine propagatif. Les déplacements reconstruits sont comparés au déplacement référence propagatif  $w_{ref}^p$  obtenu également via l'application d'un filtre passe-bas dans le domaine des nombres d'onde. Nous sommes conscient que le coefficient  $C_{eva}^F$  décrit un comportement

évanescents pour toute valeur de  $k_x$ . Néanmoins, nous souhaitons connaître si il influence les performances de la méthode pour les ondes propagatives. Le filtre appliqué pour les trois configurations ainsi que pour le déplacement référence est illustré Fig. 4.14. C'est un filtre de type rectangle défini par :

$$\begin{cases} \chi(k_x) = 1 & \text{pour } k_x \leq k_f, \\ \chi(k_x) = 0 & \text{pour } k_x > k_f. \end{cases} \quad (4.4)$$

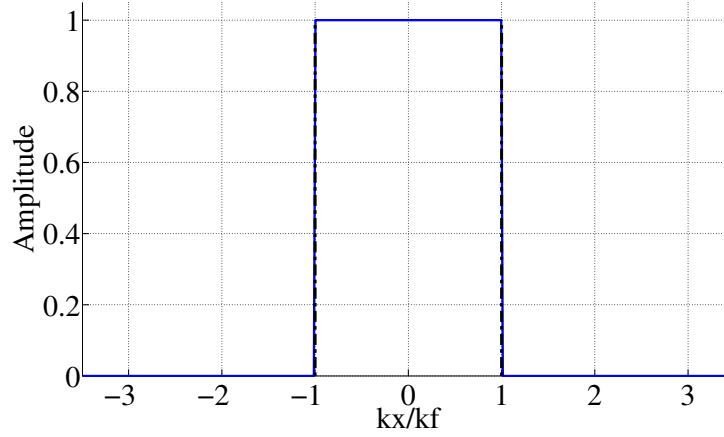


FIGURE 4.14 – Filtre passe-bas de type rectangle.

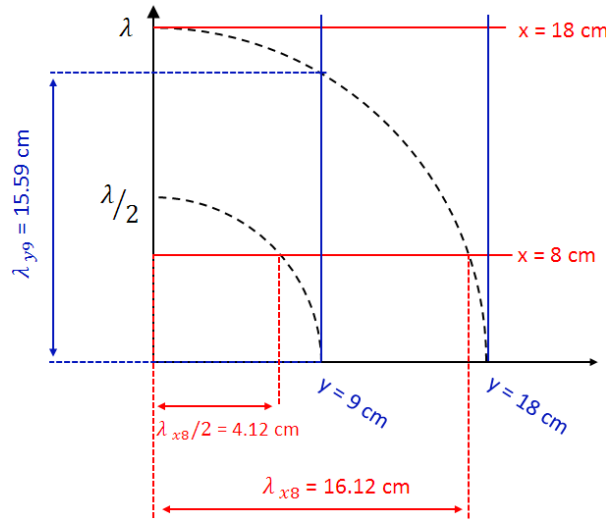


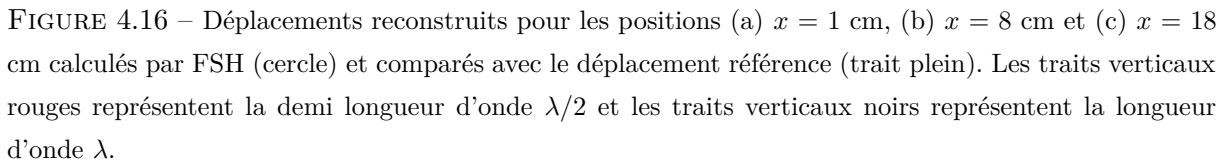
FIGURE 4.15 – Schéma des valeurs de longueurs d'onde pour les déplacements observés.

Les déplacements reconstruits en  $y$  sont représentés pour les positions  $x = 1$  cm,  $x = 8$  cm ( $\simeq \lambda/2$ ) et  $x = 18$  cm ( $= \lambda$ ) respectivement sur les Figs. 4.16(a), 4.16(b) et 4.16(c). Ces positions de  $x$  sont exprimées en fonction du point d'origine que l'on note  $x_{y0}$ . Pour les positions  $y = 1$  cm et  $y = 9$  cm ( $= \lambda/2$ ), les déplacements en  $x$  sont respectivement représentés sur les Figs. 4.17(a)

et 4.17(b). Pour les déplacements observés à ces positions en  $x$  et  $y$ , les longueurs d'ondes sont schématisées sur la Fig. 4.15.

La première analyse est réalisée sur les déplacements pour plusieurs positions de  $x$ . Cette étude sur les coefficients montre que malgré son caractère évanescent, le coefficient  $C_{\text{eva}}^F$  contribue à calculer avec plus de précision les ondes propagatives. C'est le cas seulement à proximité de la source. En effet pour des déplacements reconstruits à des distances supérieures à  $\lambda/2$  (trait vertical rouge) le coefficient  $C_{\text{eva}}^F$  tend vers zéro et n'améliore pas la précision de reconstruction. Il est intéressant de noter que les amplitudes des deux coefficients n'ont pas le même comportement en champ proche. Pour les déplacements observés en  $x_{y0} = 1$  cm et 8 cm (Figs. 4.16 (a) et (c)) l'amplitude du coefficient  $C_{\text{eva}}^F$  diminue quand  $C_{\text{mix}}^F$  augmente. Ces deux amplitudes se compensent et la somme des deux donne une amplitude identique à l'amplitude référence. Le coefficient  $C_{\text{mix}}^F$  est le seul à reproduire le caractère ondulatoire du déplacement malgré des erreurs d'amplitudes visibles pour les valeurs proches de la source. Il est donc indispensable pour la reconstruction du champ de déplacement. Sur cette dimension, négliger  $C_{\text{eva}}^F$  n'est pas une approximation forte. En effet  $C_{\text{mix}}^F$  donne une reconstruction qui converge avec la référence même en champ proche.

Pour le déplacement reconstruit sur la dimension  $x$ , des différences existent au niveau des amplitudes et du déphasage entre les deux déplacements  $w_{C_{\text{eva}}}^p$ ,  $w_{C_{\text{mix}}}^p$  et le déplacement référence. Lorsqu'on observe le déplacement reconstruit avec les deux coefficients, ces déphasages se compensent et on obtient un déplacement reconstruit identique à  $w_{\text{ref}}^p$ . Pour  $y = 1$  cm, le comportement propagatif du coefficient  $C_{\text{eva}}^F$  n'est pas négligeable et doit par conséquent être pris en compte. Lorsqu'on s'éloigne de la source d'une distance de  $y_{x0} = \lambda/2$ , le coefficient  $C_{\text{eva}}^F$  ne contribue quasiment plus à décrire le comportement du déplacement. Le seul coefficient  $C_{\text{mix}}^F$  converge vers  $w_{\text{ref}}^p$  avec une grande précision.



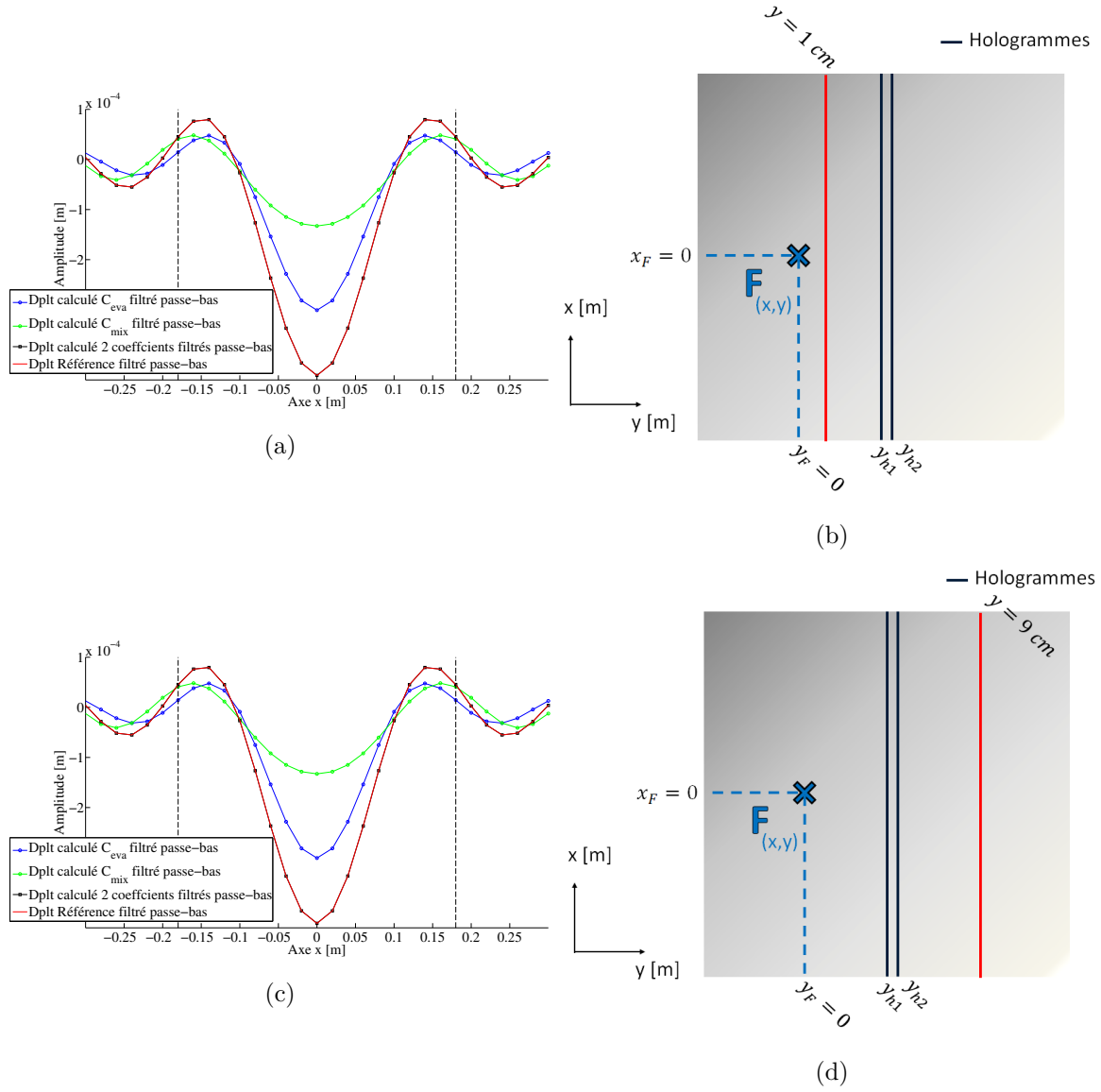


FIGURE 4.17 – Déplacement reconstruit pour la position (a)  $y = -9 \text{ cm}$  (rétro-propagation), (b)  $y = 8 \text{ cm}$  (propagation) calculé par FSH (cercle) et comparé avec le déplacement référence (trait plein). Les traits verticaux noirs représentent la longueur d'onde  $\lambda$

### 4.2.2 Étude des Transformées de Fourier Spatiales 2D (TFS2D) du comportement propagatif des coefficients

Nous proposons une étude complémentaire via une étude sur les Transformées de Fourier Spatiales 2D (TFS 2D) des déplacements reconstruits  $w_{Ceva}^p$ ,  $w_{Cmix}^p$  et  $w_{2coeff}^p$ . Le cercle des nombres d'onde de rayon  $k_f$  est représenté en bleu sur les figures suivantes. Ces Transformées de Fourier montrent l'action du filtrage sur les nombres d'onde  $k_x$ . L'amplitude est égale à zéro au delà de  $k_x = k_f$ . Comme l'Holographie Vibratoire consiste à appliquer une TFS seulement sur la dimension x, les ondes évanescentes présentes sur  $k_y$  ne sont pas filtrées. La TFS 2D du déplacement reconstruit avec  $C_{mix}^F$  (Fig. 4.18) (b) est d'amplitude légèrement plus élevée mais elle reste proche de la référence (Fig. 4.18) (a). Ce n'est pas le cas pour la TFS2D appliquée sur  $w_{Ceva}^p$  (Fig. 4.18) (c) qui diverge fortement par rapport à la référence. Pour la TFS 2D sur  $w_{2coeff}^p$  illustrée Fig. 4.18) (d), l'amplitude est en comparaison avec la référence plus élevée pour les valeurs de  $k_x$  et  $k_y$  inférieures à  $k_f$ .

Si on calcule l'erreur quadratique entre les TFS 2D de  $w_{2coeff}^p$  et de  $w_{ref}^p$  (Fig. 4.20), on remarque que des erreurs sont présentes sur l'ensemble du domaine étudié, dans le cercle des nombres d'onde de rayon  $k_f$ , mais également pour l'ensemble des ondes évanescentes  $k_y$  provenant des ondes perpendiculaires à l'hologramme. Ces ondes évanescentes sont toujours considérées pour la reconstruction des champs. En effet, le filtre est appliqué sur la dimension  $k_x$  seulement et n'agit pas sur les composantes évanescentes  $k_y$ . Les plus grosses différences s'observent lorsque  $k_y \simeq k_x^{max}$ , ce qui peut se traduire par une instabilité dans les hauts nombres d'onde. Néanmoins ces différences sont très faibles pour être clairement visibles sur le déplacement reconstruit. Pour illustrer cette faible divergence, nous proposons de calculer la différence  $w_{2coeff}^p - w_{ref}^p$  en  $x_{y0} = 1$  cm et de représenter la valeur absolue de cette différence en pourcentage d'erreur (Fig. 4.19). Ces ondes évanescentes  $k_y$  sont trop faibles par rapport au comportement propagatif des ondes et par conséquent l'erreur sur le déplacement propagatif reconstruit en  $x_{y0} = 1$  cm ne dépasse pas 0.15 %.

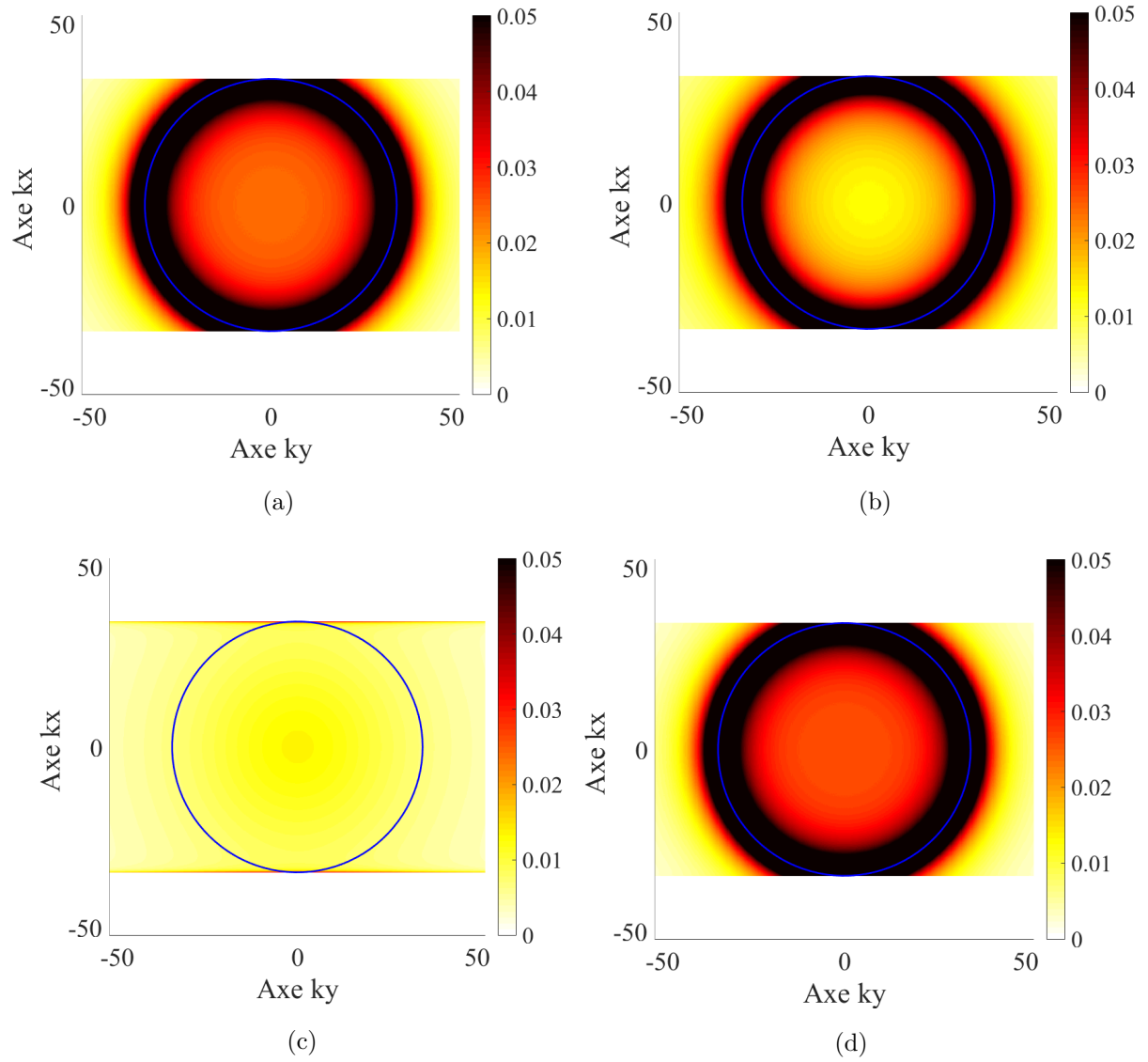


FIGURE 4.18 – Transformées de Fourier Spatiales 2D (a) du déplacement référence, (b) du déplacement reconstruit  $w_{Cmix}^p$ , (c) du déplacement reconstruit  $w_{Ceva}^p$  et (d) du déplacement reconstruit avec les deux coefficients  $w_{2coef}^p$ . Le cercle des nombres d'onde de rayon  $k_f$  est représenté en bleu.

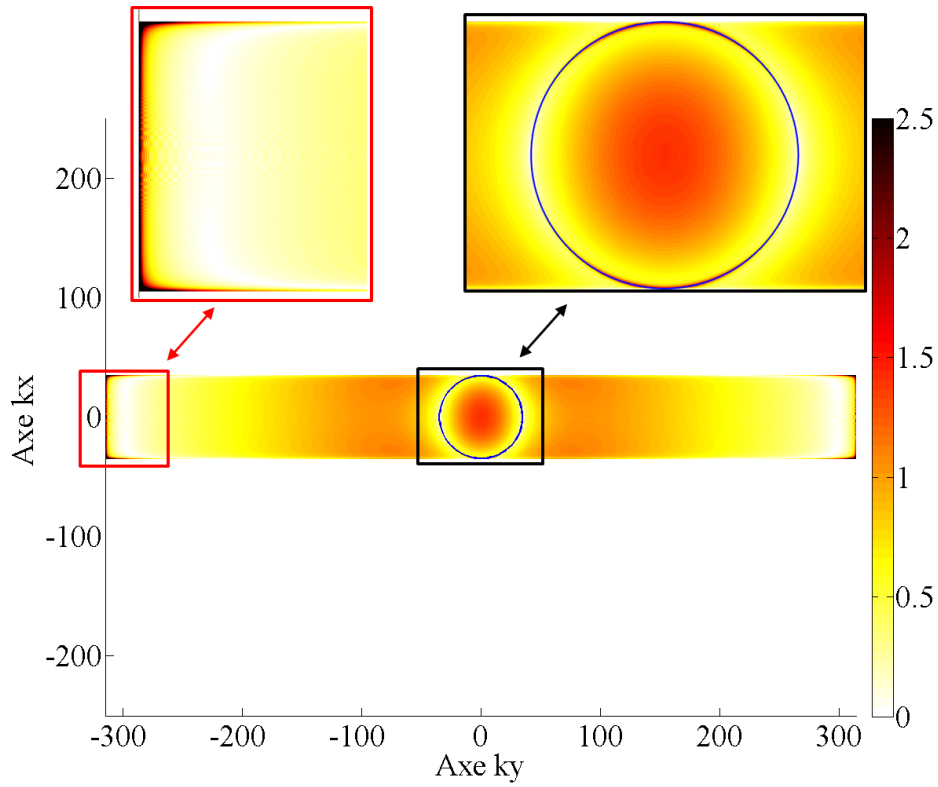


FIGURE 4.19 – Calcul de l'erreur quadratique entre les TF2D du déplacement  $w_{2coeff}^p$  et du déplacement référence.

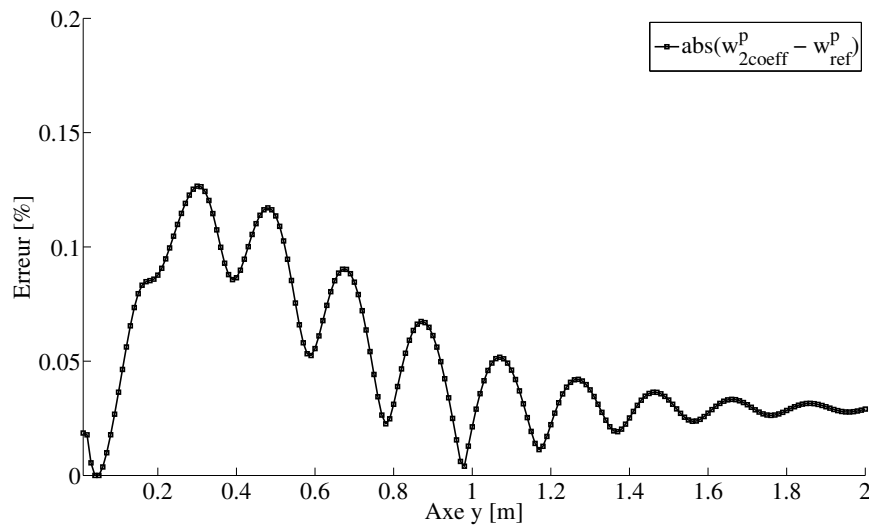


FIGURE 4.20 – Calcul de l'erreur [%] présentée en valeur absolue de la différence entre le déplacement reconstruit avec les deux coefficients filtrés passe-bas et le déplacement référence filtré passe-bas  $|w_{2coeff}^p - w_{ref}^p|$  pour la position  $x = 1\text{cm}$ .

### 4.2.3 Étude des ondes évanescentes

L'étude porte maintenant sur le comportement évanescent de chacun des coefficients. Comme pour la section précédente, un filtre est appliqué sur le déplacement référence ainsi que sur les coefficients  $C_{\text{mix}}^F$  et  $C_{\text{eva}}^F$ . Ce filtre est un filtre passe-haut de type rectangle qui permet l'observation des ondes évanescentes présentes dans le déplacement référence  $w_{\text{ref}}^e$  et les déplacements reconstruits. Le filtre passe-haut appliqué est illustré Fig. 4.21 et défini par :

$$\begin{cases} \chi(k_x) = 0 & \text{pour } k_x \leq k_f, \\ \chi(x) = 1 & \text{pour } k_x > k_f. \end{cases} \quad (4.5)$$

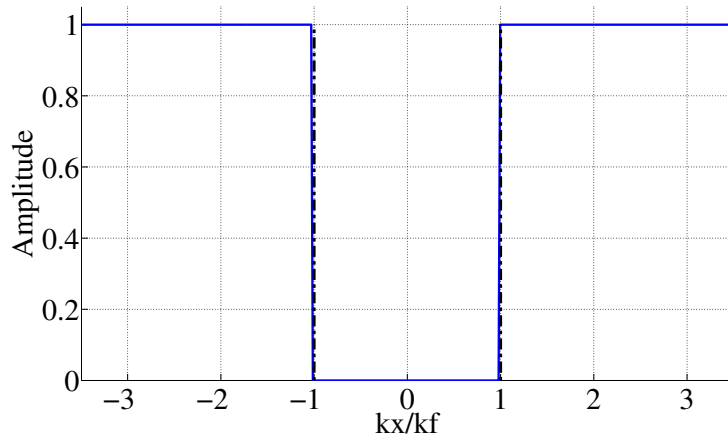


FIGURE 4.21 – *Filtre passe-haut de type rectangle*

L'étude du comportement évanescent est réalisée sur les déplacements (dplt) reconstruits pour les configurations utilisées dans la section précédente :

- $w_{Ceva}^e$  avec seulement le coefficient  $C_{eva}^F$  filtré passe-haut,
- $w_{Cmix}^e$  avec seulement le coefficient  $C_{mix}^F$  filtré passe-haut,
- $w_{2coeff}^e$  avec les deux coefficients filtrés passe-haut.

Les déplacements reconstruits sont représentés pour les positions  $x = 1$  cm,  $x = 8$  cm ( $\simeq \lambda/2$ ) et  $x = 18$  cm ( $\simeq \lambda$ ) respectivement sur les Figs. 4.22(a), 4.23(a) et 4.23(c). Un zoom du déplacement en  $x = 1$  cm est proposé sur la Fig. 4.22(b). Les déplacements sont également illustrés en  $y = 1$  cm et  $y = 9$  cm ( $= \lambda/2$ ) sur les Figs. 4.24(a) et 4.24(c). Les traits verticaux rouges représentent la demi longueur d'onde  $\lambda/2$  et les traits verticaux noirs représentent la longueur d'onde  $\lambda$ . Les déplacements observés ainsi que les longueurs d'onde à ces distances correspondent au schéma de la Fig. 4.15.

De même que pour l'étude sur le comportement propagatif, le comportement évanescent décrit par le coefficient  $C_{\text{mix}}^F$  converge fortement vers  $w_{\text{ref}}^e$  quelle que soit la distance à la force. Bien que  $w_{\text{Ceva}}^e$  soit très éloigné du déplacement référence, il est néanmoins nécessaire de le considérer pour reproduire le champ de déplacement identique à  $w_{\text{ref}}^e$ . Si on observe les déplacements loin de la source (Fig. 4.22(b)), l'amplitude du déplacement  $w_{\text{Cmix}}^e$  ne converge plus avec la référence et se met à tendre vers zéro. Nous n'avons pas constaté ce phénomène pour le comportement propagatif. Il apparaît nettement lorsqu'on calcule la différence  $|w_{\text{2coeff}}^e - w_{\text{ref}}^e|$ , exprimée en pourcentage d'erreur et représentée sur la Fig. 4.22 (c). L'erreur tend vers 0 % quand nous sommes en champ proche, là où les ondes évanescentes sont encore observables, et augmente de manière exponentielle à partir de  $d_{Fh} = 4 \text{ m}$  ( $\simeq 22\lambda$ ). Il est évident que sur un cas réel, les ondes évanescentes n'existent plus à de telles distances. Néanmoins, la méthode est appliquée sur le cas idéal d'une plaque infinie et ne devrait théoriquement pas présenter d'erreur. Il existe donc une limite de la méthode pour caractériser parfaitement le comportement évanescent.

Pour les déplacements le long de la dimension  $x$  (Fig. 4.24), le coefficient  $C_{\text{mix}}^F$  est proche du déplacement référence. Bien que la somme des coefficients permette un calcul du déplacement identique à  $w_{\text{ref}}^e$ , le déplacement  $w_{\text{Cmix}}^e$  fournit une bonne approximation (Fig. 4.24 (a)). Pour des déplacements propagés,  $C_{\text{eva}}^F$  n'a plus aucune influence et tend vers zéro (Fig. 4.24 (b)).

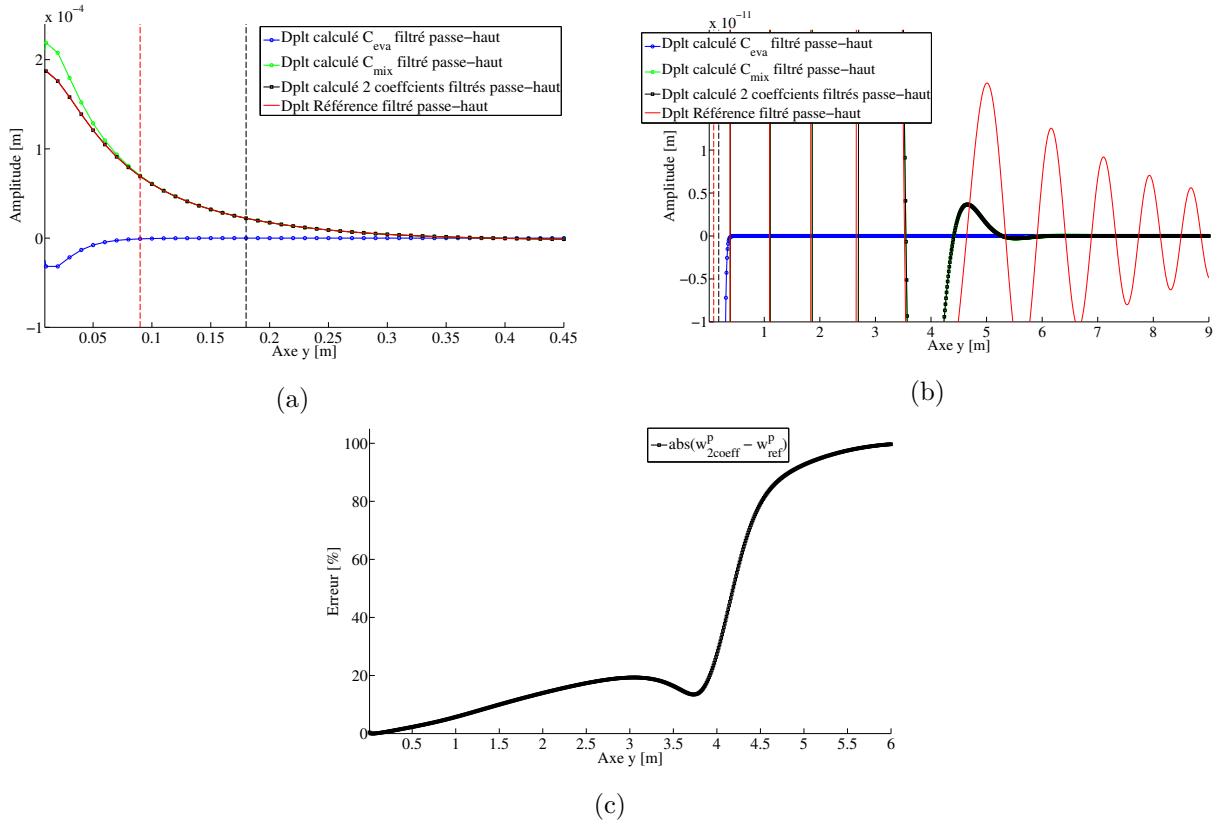


FIGURE 4.22 – Déplacement reconstruit pour la position  $x = 1$  cm sur l'axe  $y$  (a) compris entre 0.01 m et 0.45m, (b) compris entre 0.01 m et 9 m et (c) calcul de l'erreur [%] présentée en valeur absolue de la différence entre le déplacement référence filtré passe-haut et le déplacement reconstruit avec les deux coefficients filtré passe-haut  $|w_{2coeff}^e - w_{ref}^e|$ .

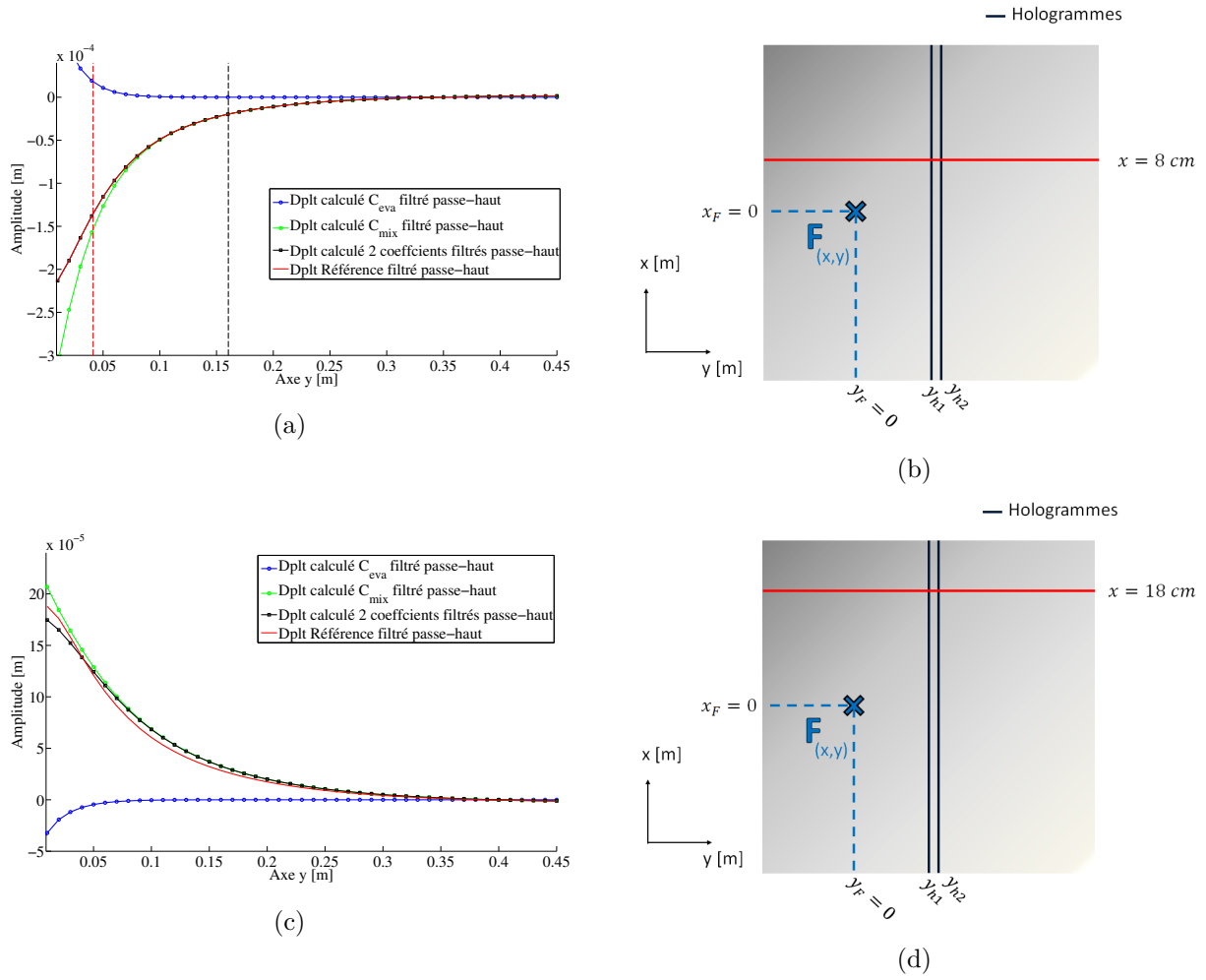


FIGURE 4.23 – Déplacements reconstruits pour les positions (a)  $x = 8$  cm et (b)  $x = 18$  cm calculés par FSH (cercle) et comparés avec le déplacement référence (trait plein). Les traits verticaux rouges représentent la demi longueur d'onde  $\lambda/2$  et les traits verticaux noirs représentent la longueur d'onde  $\lambda$ .

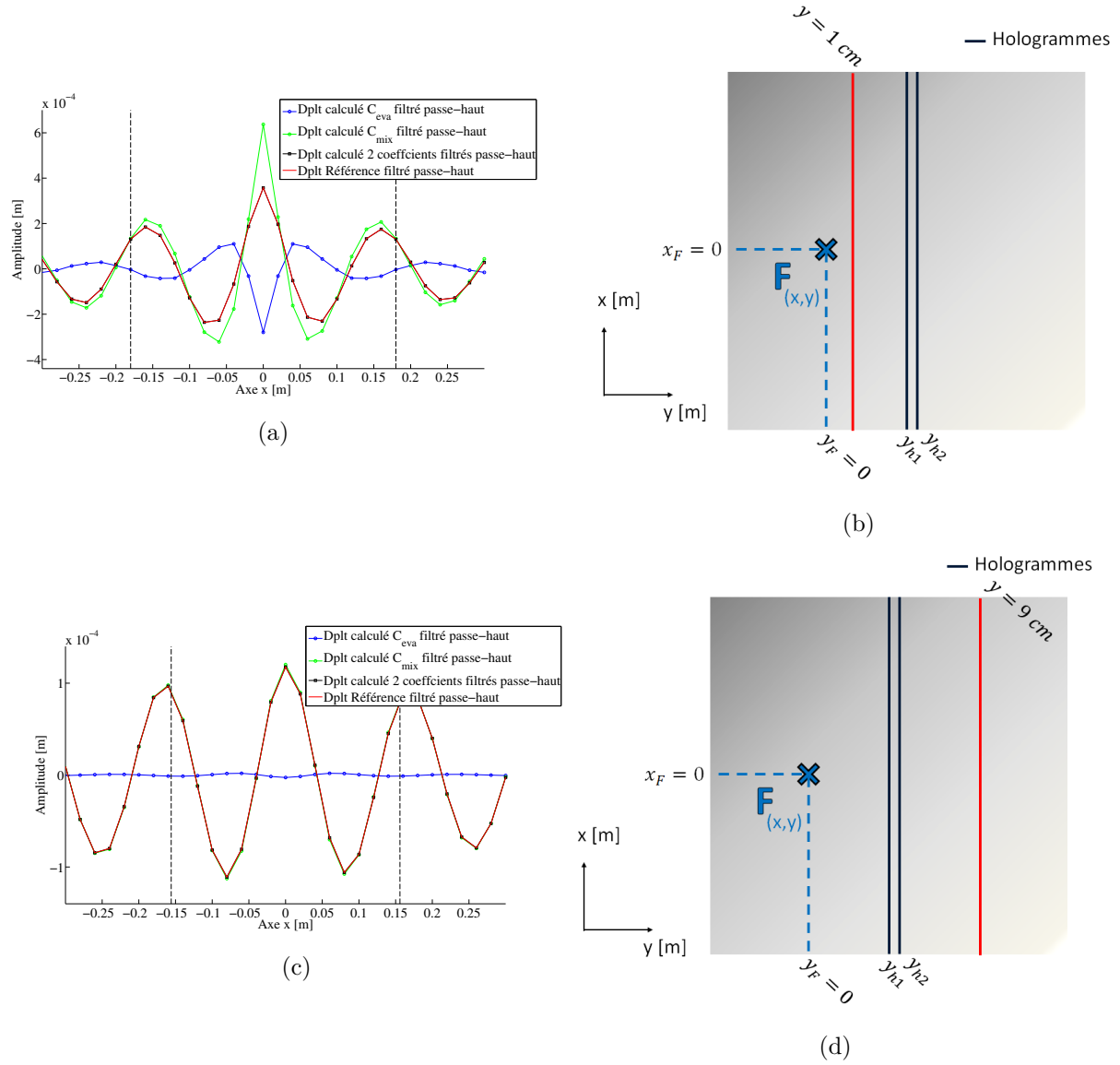


FIGURE 4.24 – Déplacements reconstruits pour les positions (a)  $y = 1$  cm (rétro-propagation) et (b)  $y = 9$  cm (propagation) calculés par FSH (cercle) et comparés avec le déplacement référence (trait plein).

Les TFS apportent la même information que pour l'étude du comportement propagatif. La TFS sur  $w_{Cmix}^e$  est proche de la référence mais les niveaux d'amplitudes sont plus élevés lorsque les valeurs de  $k_x$  et  $k_y$  augmentent (Fig. 4.25 (b)). La TFS appliquée sur  $w_{Ceva}^e$  diverge beaucoup sur l'ensemble des hauts nombres d'onde (Fig. 4.25 (d)). On ne retrouve pas des niveaux d'amplitudes plus élevés autour du nombre de flexion  $k_f$ , comme c'est le cas sur la référence présentée Fig. 4.25 (a). Pour la TFS sur  $w_{2coeff}^e$  (Fig. 4.25 (c)), l'amplitude est plus élevée pour les hauts nombres d'onde que l'amplitude de la TFS sur  $w_{ref}^e$ .

On calcule les erreurs quadratiques entre les TFS 2D de  $w_{2coeff}^e$  et de  $w_{ref}^e$  exprimées en % d'erreur et représentées sur la Fig. 4.26. Les plus fortes erreurs sont localisées lorsque  $k_x$  et  $k_y$  sont proches de  $k_{max}^x$ . Pour les hauts nombres d'onde  $k_x$ , des erreurs sont présentes quelle que soit la valeur de  $k_y$ . Cela montre une instabilité présente, comme pour toutes les méthodes inverses, dans les hauts nombres d'onde. Néanmoins l'erreur n'augmente pas constamment avec les nombres d'onde. On observe également un comportement sphérique des erreurs lorsque  $k_x$  est supérieur à  $k_f$  et que les valeurs de  $k_y$  sont proche de 0 avec de plus fortes erreurs pour  $k_x \simeq k_f$ . Il existe cependant une zone de forme rappelant le signe  $\infty$  où l'erreur tend vers zéro. Ce comportement est difficilement interprétable.

Il faut toutefois nuancer ces propos car ici les erreurs restent très faibles. Néanmoins pour une application de la méthode sur un cas expérimental réel, ces erreurs pourront considérablement augmenter et ce phénomène apparaîtra d'abord dans ces zones sensibles.

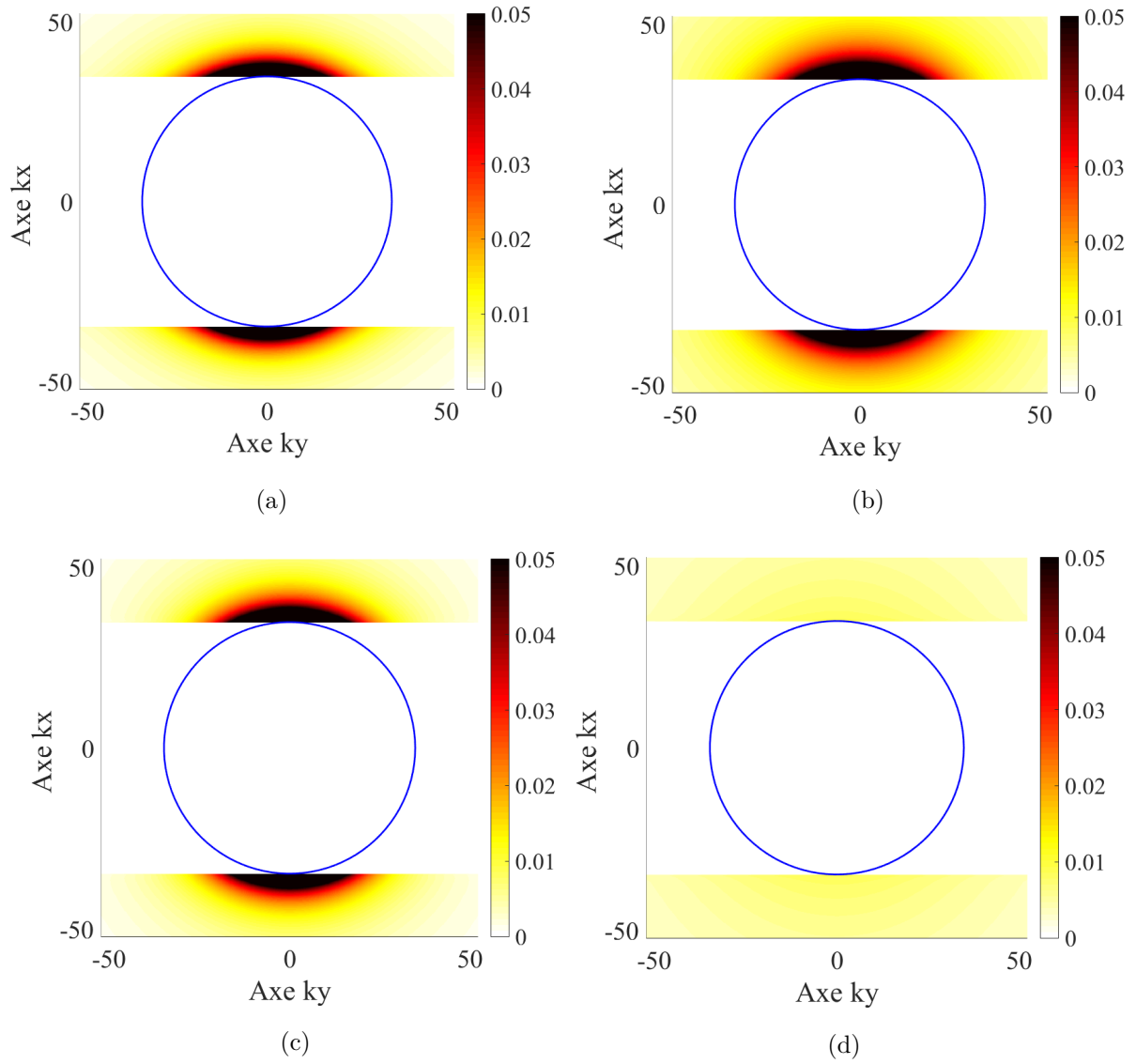


FIGURE 4.25 – Transformées de Fourier Spatiales 2D (a) du déplacement référence, (b) du déplacement reconstruit  $w_{Cmix}^e$ , (c) du déplacement reconstruit  $w_{Ceva}^e$  et (d) du déplacement reconstruit avec les deux coefficients  $w_{2coef}^e$ . Le cercle des nombres d'onde de rayon  $k_f$  est représenté en bleu.

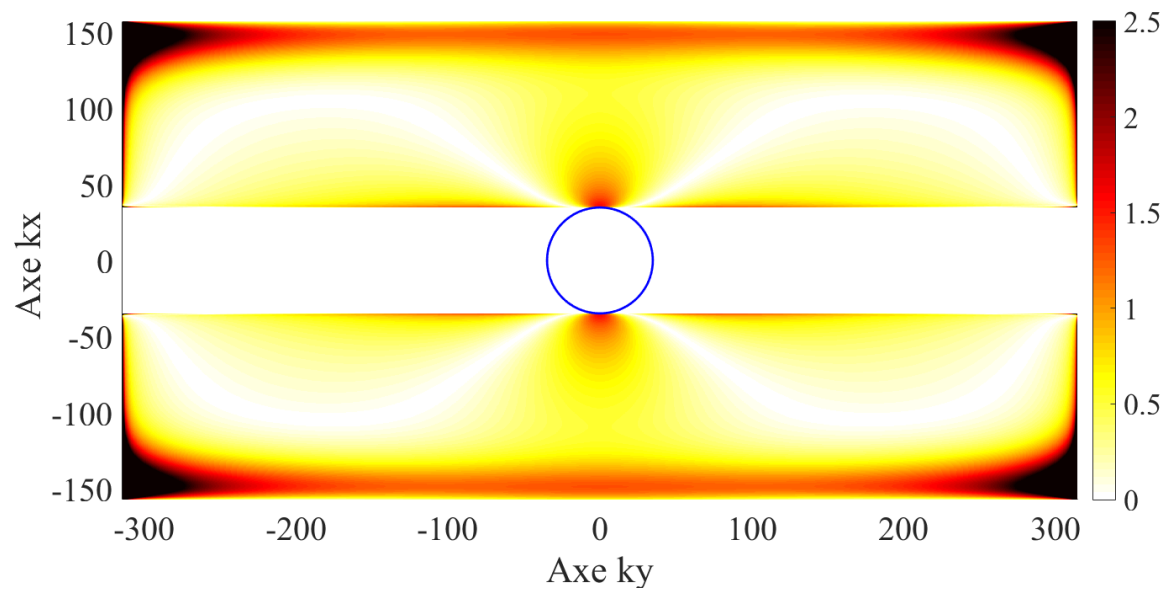


FIGURE 4.26 – Calcul de l'erreur quadratique entre la TF2D du déplacement  $w_{2coeff}^e$  et du déplacement référence.

## 4.3 Conclusion

Une étude sur l'influence des paramètres géométriques et du bruit ainsi qu'une évaluation des contributions des coefficients pour la reconstruction des champs de déplacement est proposée dans ce chapitre.

L'étude sur les paramètres géométriques de la méthode a permis de définir les limites de l'Holographie Vibratoire pour les formulations NSH et FSH. La première étude porte sur la position des hologrammes et confirme que les deux formulations s'appliquent dans des configurations différentes. L'étude sur la NSH montre une distance limite  $d_{Fh}$  précise sur laquelle nous pouvons l'utiliser. Nous pouvons considérer que cette méthode n'est plus efficace lorsque  $d_{Fh} > \lambda/2$ . La formulation FSH permet de reconstruire avec moins de précision les champs vibratoires mais sur des distances  $d_{Fh}$  bien plus élevées. Étudier l'influence de la longueur de l'hologramme ne nous permet pas de définir une loi en fonction des grandeurs physique telles que la longueur d'onde. Ici aussi, nous n'avons pas le même comportement pour les deux méthodes mais cette étude nous montre que l'Holographie Vibratoire est applicable même avec des hologrammes de faible longueur. En calculant les erreurs provoquées par l'écart entre deux points  $\Delta_x$  de l'hologramme, la limite  $\Delta_x < \lambda/2$  est identifiée. Observer cette erreur en fonction de  $k_{max}^x$  et  $k_f$  montre que la méthode commence à se dégrader lorsque  $k_{max}^x < 1.1 k_f$ .

L'étude sur l'influence du bruit sur les performances de l'Holographie Vibratoire a montré qu'il existe des configurations différentes dans lesquels les différentes procédures vont être à privilégier. La très bonne stabilité de la FSH quelque soit le RSB permet de l'appliquer dans toute les configurations et donne des résultats très satisfaisant pour des mesures en champ lointain. La NSH permet de reconstruire le champ de déplacement exacte en champ proche mais ne peut fonctionner que pour des RSB  $> 50$  dB. Dans le cas où nous souhaitons effectuer une étude en champ proche précise malgré un bruit de mesure élevée, la NSH est à privilégier en utilisant un filtrage sur les coefficients pour obtenir des résultats bien plus performants que la FSH. Cette approche ne peut cependant fonctionner que pour des RSB  $> 17$  dB.

L'étude des coefficients a mis en évidence que le terme  $C_{mix}^F(k_x)$  contribue fortement à reconstruire le champ de déplacement. Pour la reconstruction du champ propagatif, le coefficient  $C_{eva}^F(k_x)$  contribue à améliorer la précision de la reconstruction. Bien que le coefficient  $C_{mix}^F(k_x)$  permette une bonne approximation du champ de déplacement, un déphasage est présent par rapport à la référence le long de l'axe x pour un déplacement reconstruit très proche de la source. Sommer les deux coefficients permet de remédier à cette divergence. La différence entre les TFS du déplacement reconstruit avec deux coefficients et du déplacement référence révèle qu'il existe une instabilité autour du nombre de flexion  $k_f$ .

Alors que l'on pouvait penser que le terme purement évanescent était celui qui contribuait le plus à reproduire le champ évanescent, cette étude prouve le contraire. De plus sa très faible

amplitude le rend plus instable aux incertitudes de mesure. Nous avons également mis en évidence qu'il est impossible de reproduire le champ évanescent sur de grandes distances malgré l'application sur le cas idéal de la plaque infinie. Cela prouve les limites de la méthode pour la reconstruction du champ évanescent. L'étude sur les TFS 2D complète l'analyse sur les déplacements. Elle montre que les ondes se propageant perpendiculairement aux hologrammes et visibles sur  $k_y$  dans le domaine des nombre d'onde ne causent pas de gros problème dans la reconstruction des déplacements. Néanmoins, le calcul de la différence entre les TFS du déplacement reconstruit avec deux coefficients et du déplacement référence indique des différences lorsque  $k_x > k_f > k_y$ . Nous notons également une instabilité dans les hauts nombres d'onde, comme pour beaucoup de méthodes inverses.

Au vu des résultats, cette étude justifie plus précisément la raison d'utiliser deux formulations en fonction de la position des hologrammes.

## CHAPITRE 5

---

# Localisation de sources sur l'ensemble de la plaque : rétropropagation au delà de la force

---



Ce chapitre propose de démontrer les possibilités qu’apporte l’Holographie Vibratoire en utilisant un filtrage complet des ondes évanescentes. Dans le chapitre précédent, l’étude paramétrique a prouvé que la distance de rétropropagation dépendait de la taille du domaine filtré dans l’espace des nombres d’onde. Filtrer les nombres d’onde  $k_x > k_f$  permet de ne pas considérer les ondes évanescentes et ainsi de localiser les sources avec des hologrammes positionnés à de plus grandes distances. Or, en ne considérant que les ondes propagatives, reconstruire les champs de déplacement au delà de la source devient possible. Ce principe est étudié dans le présent chapitre.

La démonstration théorique de ce principe est dans un premier temps présentée. Pour valider cette procédure, une étude numérique sur le cas idéal de la plaque infinie est ensuite réalisée. Dans le cas d’excitations multiples, ce principe de l’Holographie Vibratoire permet d’identifier les efforts présents sur l’ensemble de la plaque avec seulement deux lignes de mesure. Nous proposons de mettre en évidence cette procédure dans une seconde partie, en traitant le cas d’une plaque infinie excitée par trois sources. Une étude sur l’influence de la distance entre les forces sur les performances de localisation de la méthode est ensuite réalisée et fait l’objet d’une troisième partie. Enfin la méthode est appliquée sur les cas expérimentaux déjà traités dans les chapitres précédents à savoir : une source générée par un pot vibrant excitant une plaque suspendue sur un bord et des sources provenant des points de fixation d’une pompe à eau fixée sur cette même plaque.

## 5.1 Démonstration théorique

Nous avons expliqué dans le second chapitre qu’il est théoriquement impossible avec la méthode d’Holographie Vibratoire de reconstruire le déplacement au delà de l’effort. La solution générale est basée sur une équation du mouvement de plaque sans second membre et n’est plus valable lorsqu’on rétropropage après la position de la force  $y = y_F$ . Or, en filtrant l’ensemble des ondes évanescentes, cette limite n’est plus établie. Considérons l’équation basée sur la théorie de Kirchhoff, régissant la vibration en flexion forcée d’une plaque mince [Lei69] :

$$\begin{aligned} \frac{Eh^3(1+j\eta)}{12(1-\nu^2)} \left( \frac{\partial^4 w(x,y,t)}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 w(x,y,t)}{\partial y^4} + 2\frac{\partial^4 w(x,y,t)}{\partial x^2 \partial y^2} \right) \\ + \rho h \frac{\partial^2 w(x,y,t)}{\partial t^2} = F(t)\delta(x,y), \end{aligned} \quad (5.1)$$

où  $E$  est le module d’Young,  $h$  l’épaisseur de la plaque,  $\eta$  l’amortissement,  $\nu$  le coefficient de Poisson, et  $w(x,y,t)$  le déplacement transverse. En considérant l’exemple d’une force  $F(t)$  localisée en  $(0,0)$  comme exprimée dans l’Eq. (5.1), la distribution de force est nulle partout ailleurs. La transformée de Fourier Spatiale (TFS) appliquée sur l’Eq. (5.1) suivant la direction

$x$  donne l'équation différentielle d'ordre 4 :

$$\frac{\partial^4}{\partial y^4} W(k_x, y) - 2k_x^2 \frac{\partial^2}{\partial y^2} W(k_x, y) + (k_x^4 - k_f^4) W(k_x, y) = 0, \quad (5.2)$$

et a pour solution générale :

$$\forall y < 0 \quad \overline{W}^-(k_x, y) = A^- e^{jry} + B^- e^{ry}, \quad (5.3)$$

$$\forall y > 0 \quad \overline{W}^+(k_x, y) = A^+ e^{-jry} + B^+ e^{-ry}, \quad (5.4)$$

avec  $r > 0$ . Ici, il n'y pas d'onde retour de considérée sur  $y > 0$  pour l'Eq. 5.3 et sur  $y < 0$  pour l'Eq. 5.4. En posant les conditions aux limites en  $y = 0$  on obtient :

$$W^+(0) = W^-(0), \quad (5.5)$$

$$\frac{\partial}{\partial y} W^+(0) = \frac{\partial}{\partial y} W^-(0), \quad (5.6)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial y^2} W^+(0) = \frac{\partial^2}{\partial y^2} W^-(0). \quad (5.7)$$

$$(5.8)$$

En appliquant ces conditions limites sur les Eqs. 5.3 et 5.4, on trouve :

$$\begin{aligned} (I) \quad & A^- + B^- = A^+ + B^+, \\ (II) \quad & jA^- + B^- = -jA^+ - B^+, \\ (III) \quad & -A^- + B^- = -A^+ + B^+. \end{aligned} \quad (5.9)$$

Sommer les solutions des conditions (I) et (III) de l'Eq. 5.9 et les réinjecter dans (II) permet d'identifier les constantes A et B :

$$\begin{aligned} (I) + (III) \quad & \Rightarrow A^- = A^+ = A, \\ & B^- = B^+ = B, \\ (II) \quad & \Rightarrow jA = -B, \end{aligned} \quad (5.10)$$

En imposant les conditions 5.10 dans les Eqs. 5.3 et 5.4, on obtient :

$$\begin{aligned} \forall y < 0 \quad & W^- = A(e^{jry} - je^{ry}), \\ \forall y > 0 \quad & W^+ = A(e^{-jry} - je^{-ry}). \end{aligned} \quad (5.11)$$

Nous représentons les solutions  $W^-$  définies sur  $y \leq 0$  et  $W^+$  définies sur  $y \geq 0$  en ne considérant que la partie réelles sur la Fig. 5.1 (a) et la partie imaginaire sur la Fig. 5.1 (b) pour les ondes propagatives seulement et l'ensemble des ondes (propagatives + évanescentes). Ces résultats ne présentent pas de singularité sur la position de la force en  $y = 0$ . Le comportement

est continu le long de l'axe  $y$ . Comme les ondes évanescentes sont purement imaginaires, elles ne modifient pas la partie réelle du comportement ondulatoire de l'onde (Fig. 5.1 (a)). Pour le comportement imaginaire (Fig. 5.1 (b)), on note un changement de phase de l'onde purement propagative au passage de  $y = 0$ . C'est ce que nous observerons dans les résultats numérique des prochaines parties.

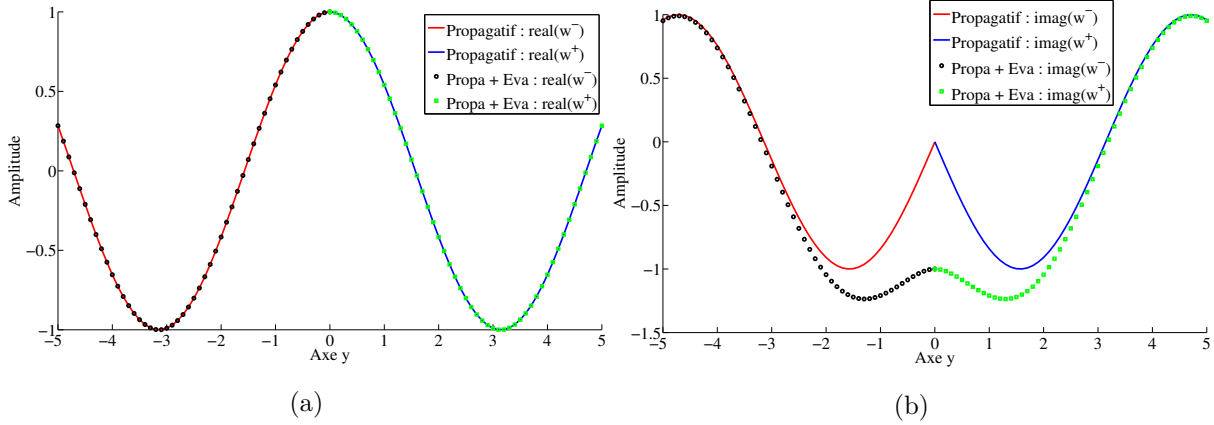


FIGURE 5.1 – Partie réelle (a) et et partie imaginaire (b) des ondes propagatives et propagatives + évanescents, des solutions  $W^-$  et  $W^+$  représentées en fonction de l'axe  $y$  pour une vibration en flexion forcée d'une plaque mince excitée par une force.

Dans le cas où la plaque est excitée par un moment, les conditions limites sont :

$$\begin{aligned}
 (II) \quad & A^- + B^- = A^+ + B^+, \\
 (III) \quad & jrA^- + rB^- = -jrA^+ - rB^+, \\
 (IV) \quad & -jr^3A^- + r^3B^- - (-jr^3A^+ - r^3B^+) = 0.
 \end{aligned} \tag{5.12}$$

Il vient :

$$\begin{aligned}
 A^- &= -A^+ = -A, \\
 B^- &= -B^+ = -B.
 \end{aligned} \tag{5.13}$$

Les solutions sont donc :

$$\begin{aligned}
 \forall y < 0 : W^- &= -A(e^{jry} - Be^{ry}), \\
 \forall y > 0 : W^+ &= A(e^{-jry} + Be^{-ry}).
 \end{aligned} \tag{5.14}$$

On représente les solutions  $W^-$  définies sur  $y \leq 0$  et  $W^+$  définies sur  $y \geq 0$  en ne considérant que la partie réelles sur la Fig. 5.2 (a) et la partie imaginaire sur la Fig. 5.2 (b). Nous identifions un changement de phase présent en  $y = 0$  pour la partie réelle des ondes. Ce n'est pas le cas lorsqu'on observe les ondes évanescents.

Notre première hypothèse était que les ondes évanescentes présentaient dans leur comportement des singularités au passage de  $y = y_F$ , avec  $y_F$  la position de la force en  $y$ . Cette singularité mathématique provoquait alors des problèmes de reconstruction des champs de déplacements. En considérant ce principe lors de l'application de l'Holographie Vibratoire, il était alors possible de rétropropager au delà de l'effort en ne considérant pas les ondes évanescentes et ceci, malgré que la condition pour utiliser l'Holographie au passage de la force (basée sur une équation de plaque sans second membre) ne soit plus respectée. Or cette étude n'a pu le montrer mathématiquement. Nous continuons de croire qu'il existe bien des singularités dans les ondes évanescentes sur le point d'application de la force qui crée des problèmes pour rétropropager. Néanmoins, nous n'avons pu le prouver dans cette thèse.

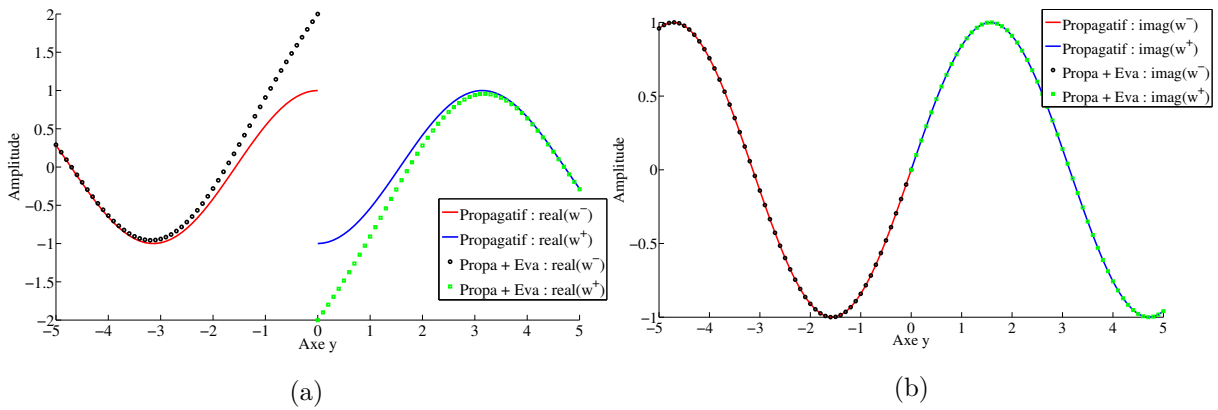


FIGURE 5.2 – Partie réelle (a) et et partie imaginaire (b) des ondes propagatives et propagatives + évanescents, des solutions  $W^-$  et  $W^+$  représentées en fonction de l'axe  $y$  pour une vibration en flexion forcée d'une plaque mince excitée par un moment.

## 5.2 Holographie Vibratoire sans considérer les ondes évanescents : Validation sur le cas idéal de la plaque infinie

### 5.2.1 Localisation d'une force

Nous considérons dans cette section le cas idéal de la plaque infinie sur laquelle nous appliquons la formulation FSH avec un filtrage fort  $\chi(k_x)$  représenté sur la Fig. 5.3. Une plaque en aluminium de 1 mm d'épaisseur ( $E = 69$  GPa,  $\rho = 2700$  kg/m<sup>3</sup>,  $\nu = 0,346$ ) excitée par une force ponctuelle harmonique à la fréquence de 2000 Hz est simulée. Un amortissement de 1 % est appliqué et la partie réelle de  $k_f = 89.88$  rad/m. La force  $F = 2$  N génère le champ de déplacement  $\bar{w}_F(x,y)$ . L'hologramme 1 est positionné à 1 mètre de la source. La distance entre l'hologramme 1 et la force est  $d_{Fh} \simeq 14.3 \lambda$ . Les parties réelles des déplacements référence et reconstruit sont respectivement illustrées sur les Figs. 5.4 (a) et 5.4 (b) et leurs modules sur les Figs. 5.4 (c) et 5.4 (d).

Comme cela a été illustré précédemment, filtrer toutes les ondes évanescents permet d'aller

au delà de l'effort. Malgré des positions d'hologrammes très éloignées, il est possible de reconstruire un champ de déplacement même dans la zone de l'effort (Fig. 5.4). Néanmoins, l'approximation réalisée est trop forte pour identifier précisément le champ de déplacement. Les niveaux d'amplitude sont équivalents mais le caractère circulaire des ondes n'est pas visible autour de la force. Ce phénomène est encore plus apparent sur le module du déplacement reconstruit (Fig. 5.4 (d)). Les ondes évanescentes décrivent le comportement de la source en champ proche. Il est donc impossible d'évaluer cette information puisque ces ondes ne sont pas considérées.

On peut remarquer deux particularités du champ reconstruit dans ces conditions par rapport au champ de référence :

- Le déplacement reconstruit au delà de l'effort subit un changement de phase de  $180^\circ$  ce qui fait qu'il est en opposition de phase avec le déplacement référence (Fig. 5.4 (b)).
- une zone, que l'on pourrait qualifier de zone d'ombre, apparait. Cette zone, de forme pratiquement triangulaire, se caractérise par un déplacement reconstruit tendant vers 0. Cette zone s'étend le long de l'axe  $x$  sur la position  $y_F$ . Elle s'accroît sur l'axe  $y$  lorsque la distance entre la force et la position sur l'axe  $x$  augmente. Nous identifions clairement ce phénomène avec la représentation du déplacement reconstruit en valeur absolue (Fig. 5.4 (d)).

Considérons maintenant l'intensité structurale  $I_{FSH}^x$  calculée sur le déplacement reconstruit  $\bar{w}_{FSH}(x,y)$ . Cette approche révèle des niveaux d'énergie maxima localisés dans une région précise de la plaque, centrée en  $y_F$  (Fig. 5.5). Comme pour les déplacements, une zone d'ombre est visible le long de l'axe  $x$  autour des positions  $y = y_F$ . Le comportement circulaire présent sur l'intensité de référence n'est pas reproduit par  $I_{FSH}^x$ . On observe une diffusion de l'intensité plus directive. La non prise en compte des ondes évanescentes influe évidemment sur l'identification des phénomènes proches de la force. Cependant, malgré l'approximation réalisée, la localisation de l'effort reste possible. De plus, le niveau d'intensité est équivalent à celui obtenu à partir du déplacement référence. Notons toutefois que le changement de signe visible sur l'intensité référence pour les valeurs de  $y > y_F$  n'est pas obtenu par FSH. C'est dû au changement de phase qui se produit lorsqu'on reconstruit au delà de la force. Le signe est donc l'inverse de celui de l'intensité référence.

Sur la dimension  $y$ ,  $I_{FSH}^y$  permet de localiser la position de la force et les niveaux d'intensités sont également équivalents (Fig. 5.5 (d)). Comme pour  $I_{FSH}^x$ , le signe de la phase est inversé par rapport au signe de la référence lorsqu'on rétropropage au delà de l'effort.

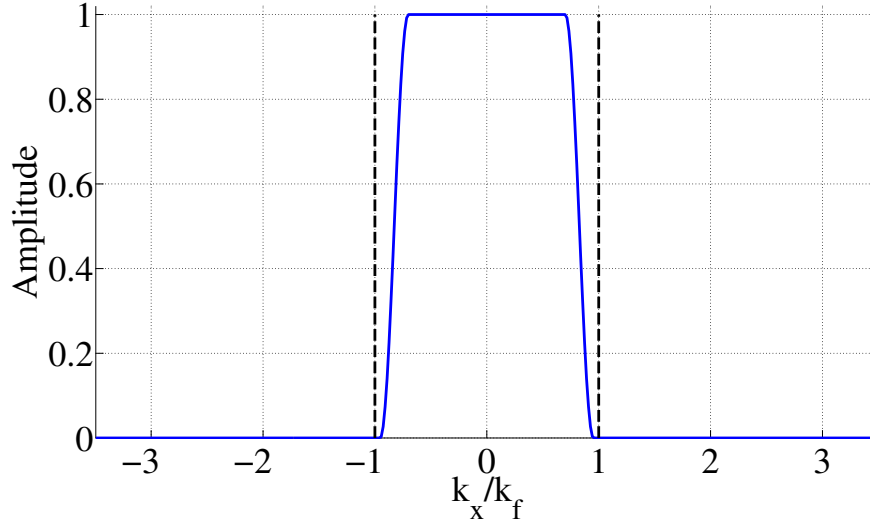


FIGURE 5.3 – Filtre dans le domaine des nombres d'onde  $\chi(k_x)$ . Les lignes en pointillés représentent les valeurs de  $\pm k_f$ .

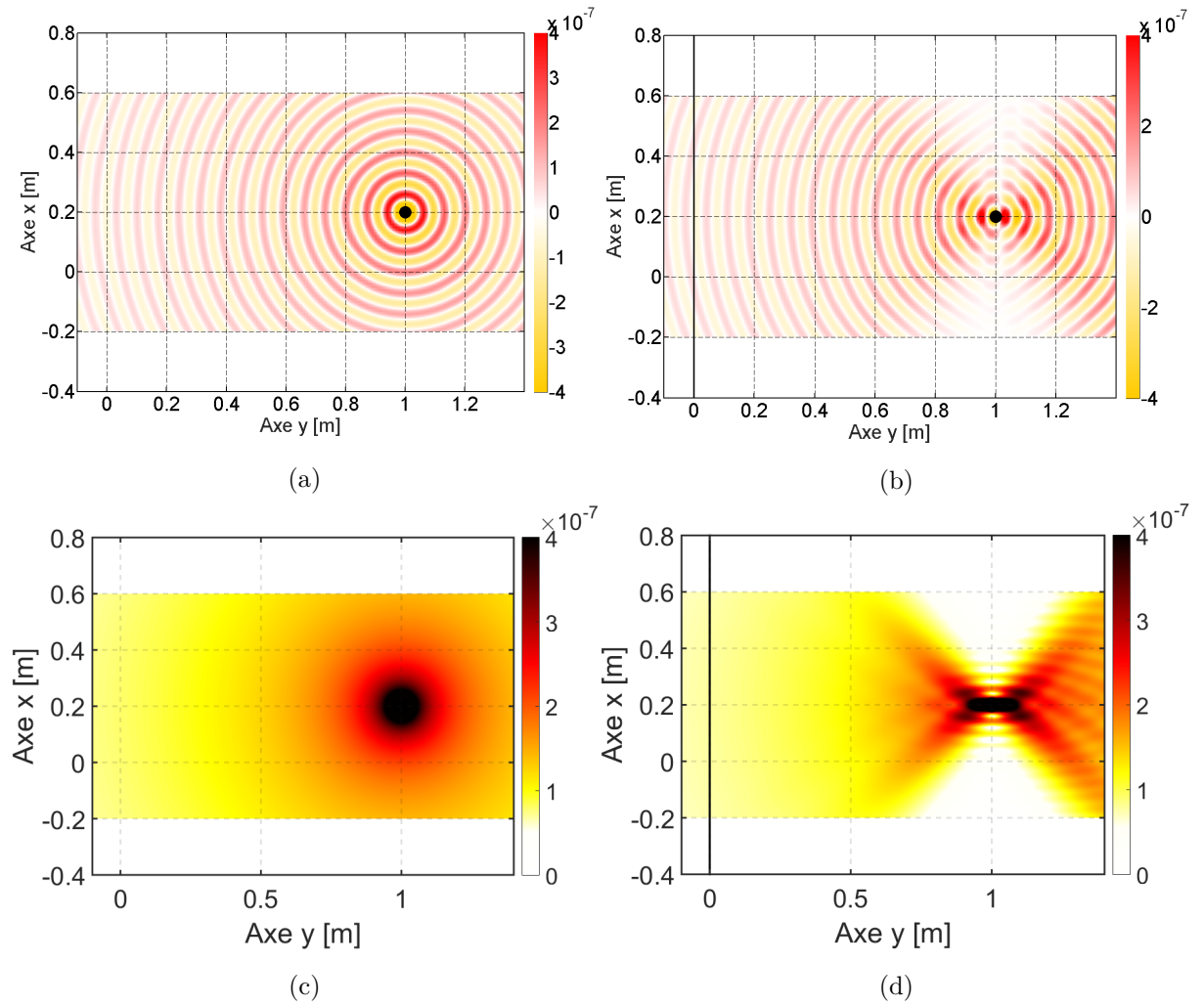


FIGURE 5.4 – Déplacement référence  $\bar{w}_F(x,y)$  (a) partie réelle, (c) valeur absolue et déplacement reconstruit par FSH  $\bar{w}_{FSH}(x,y)$  (b) partie réelle et (d) valeur absolue. Le trait vertical noir est la position de l'hologramme 1.

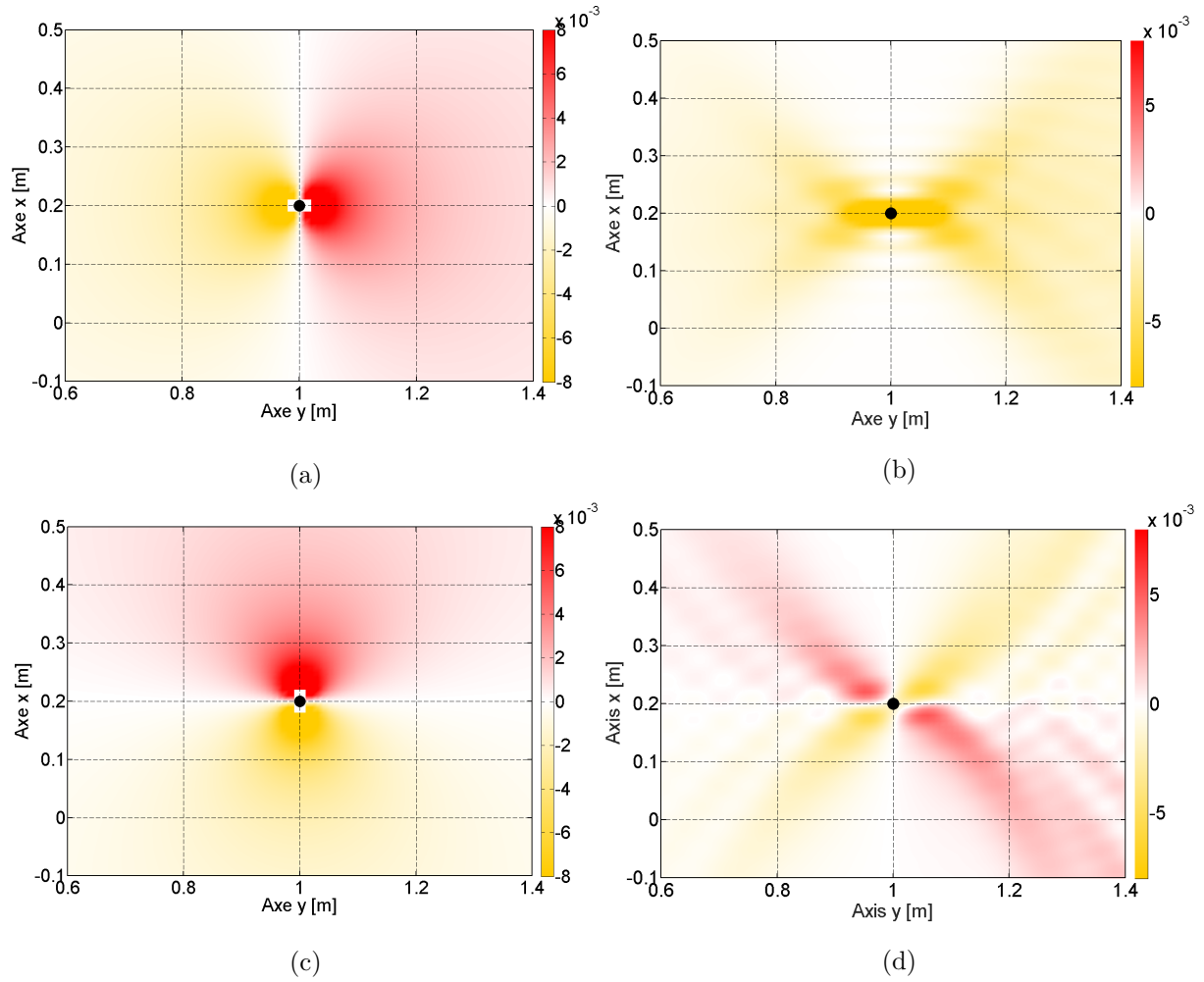


FIGURE 5.5 – Parties réelles de l'intensité structurale calculée pour le déplacement référence (a) en  $x$   $I_{ref}^x$ , (c) en  $y$   $I_{ref}^y$  et pour le déplacement reconstruit par FSH avec le filtre  $\chi_1(k_x)$  (b) en  $x$   $I_{FSH}^x$  et (d) en  $y$   $I_{FSH}^y$ .

L'application d'un filtre qui supprime l'ensemble des ondes évanescentes permet donc de localiser la force malgré des hologrammes positionnés à de grandes distances. Dans le cas présent, les hologrammes sont à plus de 14 fois la longueur d'onde. L'amplitude du déplacement est reconstruite avec précision mais le caractère circulaire en champ proche n'est pas retrouvé. De plus, une zone d'ombre est visible sur la reconstruction du déplacement. Bien que des erreurs soient présentes, en particulier au delà de l'effort, les niveaux d'amplitude sont équivalents (à un signe près) et donnent une bonne estimation de l'intensité structurale propagée dans la plaque.

L'intensité observée d'un point de vue vectoriel (Fig. 5.6) confirme les analyses précédentes. Pour le déplacement référence, le trajet de l'intensité a pour origine la force et se propage vers l'extérieur tout autour du point de force. Pour le déplacement reconstruit, l'énergie est bien présente dans la zone où se situe la force mais les vecteurs sont tous orientés en direction des hologrammes. Les ondes se propageant dans le sens opposé de l'hologramme ne sont pas mesurées

puisqu'elles ne peuvent logiquement pas atteindre l'hologramme. Dans cette configuration, ces phénomènes nous sont inaccessibles. Pour identifier ce comportement, l'Holographie Vibratoire doit être appliquée avec des hologrammes positionnés à droite de l'effort. Nous expliquons ce principe sur le schéma présenté Fig. 5.7.

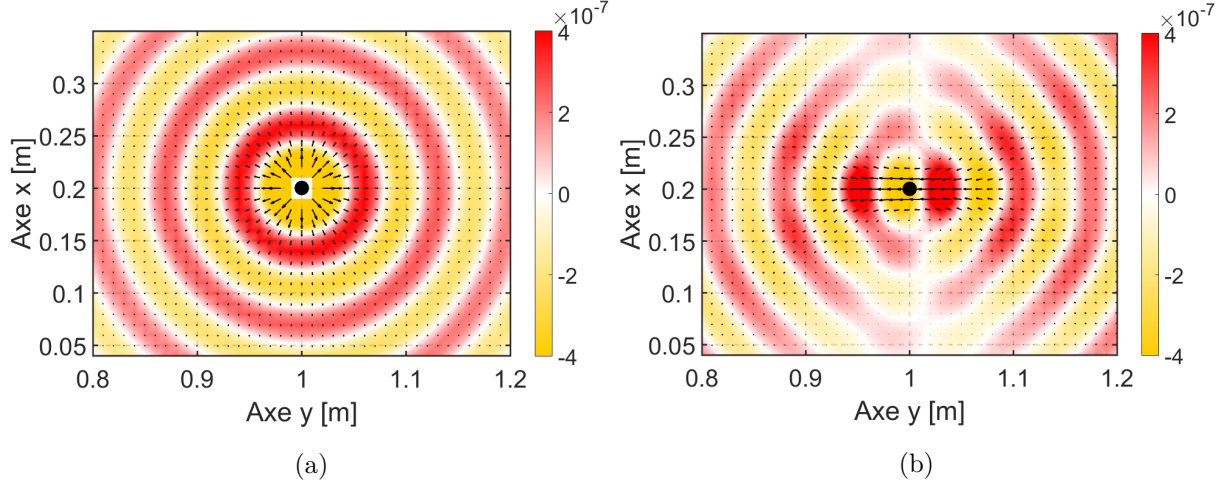


FIGURE 5.6 – Intensités structurales vectorielles superposées au champ de déplacement calculées pour le déplacement référence (a) et sur le déplacement reconstruit par FSH avec le filtre  $\chi(k_x)$  (b).

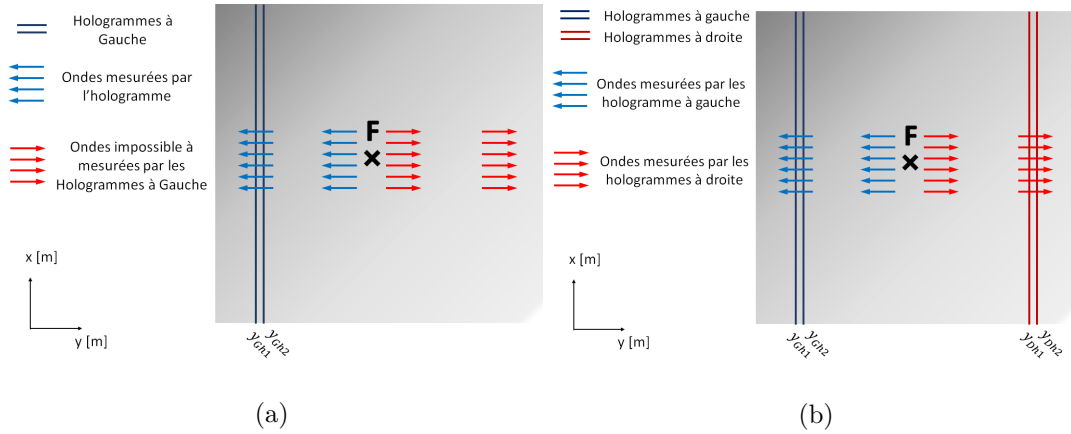


FIGURE 5.7 – Schéma représentant la propagation des ondes avec en (a) seulement des hologrammes situés à gauche ne permettant de mesurer que les ondes se propageant vers la gauche, en (b) les hologrammes positionnés des deux cotés pour mesurer les ondes se propageant dans les deux sens.

### 5.2.2 Localisation de plusieurs forces

Nous avons vu précédemment que ne pas considérer les ondes évanescentes permet d'identifier une force pour des hologrammes positionnés très loin des sources mais également de rétropropager au delà de l'effort. Si identifier des sources à de grandes distances augmente les cas d'applications de l'Holographie Vibratoire, ne plus être limité par la position de la force élargit les perspectives d'études. En effet, avec seulement 2 hologrammes, il serait théoriquement possible de connaître l'ensemble des phénomènes présents sur la plaque. Pour vérifier ce principe, nous abordons dans cette section une étude sur plaque excitée par plusieurs efforts. Le sujet traite de l'application sur le cas idéal d'une plaque infinie excitée par 3 forces.

L'étude est réalisée sur une plaque infinie simulée numériquement. Ses caractéristiques sont les mêmes que pour l'étude avec une seule force<sup>1</sup>. La longueur d'onde des déplacements est  $\lambda = 7$  cm. Le champ de déplacement  $\bar{w}_{sum}(x,y)$  est la somme de trois déplacements générés par les forces  $F_1 = 0.5$  N,  $F_2 = 1$  N et  $F_3 = 1$  N. Le déplacement référence  $w_{sum}$  est illustré sur la Fig. 5.8 (a). Les trois points noirs indiquent les positions des 3 forces qui sont :

- pour  $F_1$  :  $x_{F1} = 0.2$  m et  $y_{F1} = 0.1$  m,
- pour  $F_2$  :  $x_{F2} = 0.1$  m et  $y_{F2} = 0.2$  m,
- pour  $F_3$  :  $x_{F3} = 0.4$  m et  $y_{F3} = 0.3$  m.

Les deux hologrammes sont positionnés à gauche des forces en  $y_{h1} = 0$  cm et  $y_{h2} = 1$  cm. La force la plus éloignée à identifier se situe donc à plus de  $4\lambda$ . La formulation FSH est utilisée et le filtre  $\chi(k_x)$ , dont le gabarit est représenté Fig. 5.3, est appliqué sur les coefficients  $C_{mix}^F(k_x)$  et  $C_{mix}^B(k_x)$ .

Le déplacement reconstruit  $w_{FSH}^G$  est illustré sur la Fig. 5.8 (b). Il présente une propagation d'ondes avec deux origines bien distinctes qui correspondent aux points d'application des forces  $F_2$  et  $F_3$ . Des changements de phases sont visibles pour les déplacements propagés au delà des trois forces. Il est plus difficile de distinguer la présence de la force  $F_1$  du fait de son amplitude 2 fois plus faible que les deux autres forces, mais elle reste plus localisable que sur le déplacement référence représenté Fig. 5.8 (a).

On s'intéresse maintenant aux parties réelles de l'intensité structurale de  $w_{sum}$  (respectivement en fonction de  $x$  et  $y$  sur les Figs. 5.9 (a) et (c)) et de  $w_{FSH}^G$  (illustrées Figs. 5.9 (b) et (d)) pour les dimensions  $x$  et  $y$ ). Ce post-traitement est très efficace pour localiser la position des 3 forces. De plus, les niveaux des intensités du déplacement reconstruit sont équivalents, au signe près, aux amplitudes du déplacement référence. En effet, la différence de phase qui s'observe au

---

1. voir section 5.2.1

passage de la force entraîne une intensité de signe opposé à l'intensité référence après la force. On ne peut donc calculer l'amplitude de l'intensité sur l'ensemble de la plaque qu'à un signe près.

Ce déphasage se produit également si l'on positionne l'hologramme à droite des forces et que l'on reconstruit le champ de déplacement  $w_{FSH}^D$ . Néanmoins le signe de  $w_{FSH}^D$  sera opposé à celui de  $w_{FSH}^G$ . Nous présentons ces résultats dans l'Annexe B.

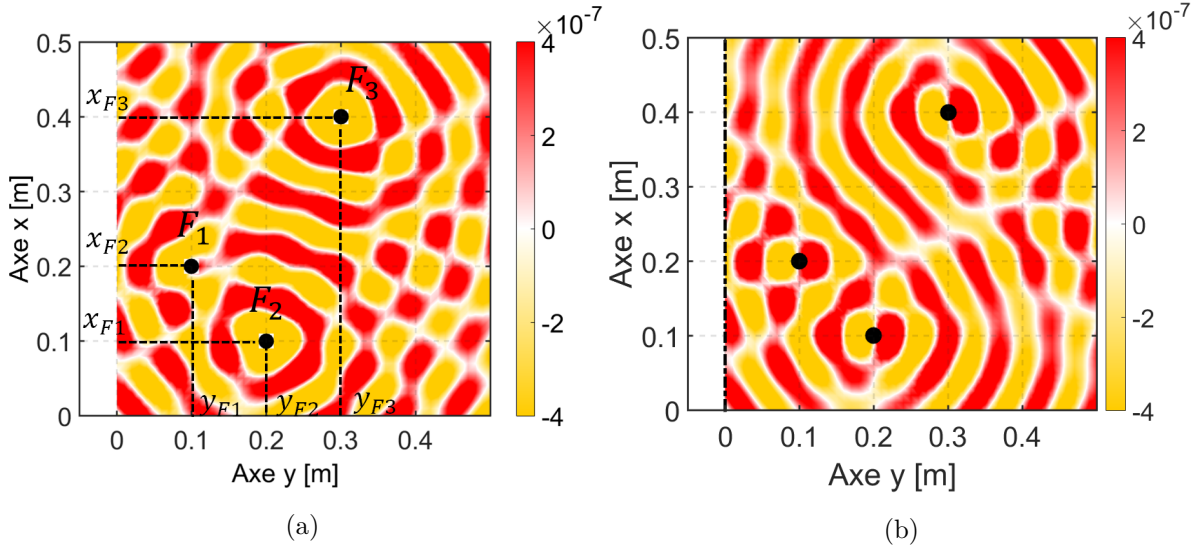


FIGURE 5.8 – Parties réelles (a) du déplacement référence  $w_{sum}$  d'une plaque infinie excitée par 3 forces et (b) du déplacement calculé par FSH  $w_{FSH}^G$  avec les hologrammes situés à gauche des forces. Les points en noir représentent les positions de ces 3 forces. Le trait vertical est la position de l'hologramme 1.

L'observation des vecteurs d'intensités montre bien que nous caractérisons des champs de déplacements se propageant dans une seule direction (Fig. 5.10). Nous avons déjà remarqué ce phénomène dans la section 5.2.1. Nous montrons dans l'Annexe B que les vecteurs d'intensités vont dans la direction opposée si les hologrammes sont positionnés après les forces. Nous pouvons donc en conclure :

- pour  $y_{h1,2} < y_{Fi}$  (à gauche des forces),
  - les champs de déplacement sont corrects pour une distance de rétropropagation  $y$  telle que  $y_{h1,2} \leq y \leq y_{Fi}$  avec  $i = 1,2,3$ .
- Pour  $y_{h1,2} > y_{Fi}$  (à droite des forces),
  - les champs de déplacement sont corrects pour une distance de rétropropagation  $y$  telle que  $y_{Fi} \leq y \leq y_{h1,2}$  avec  $i = 1,2,3$ .

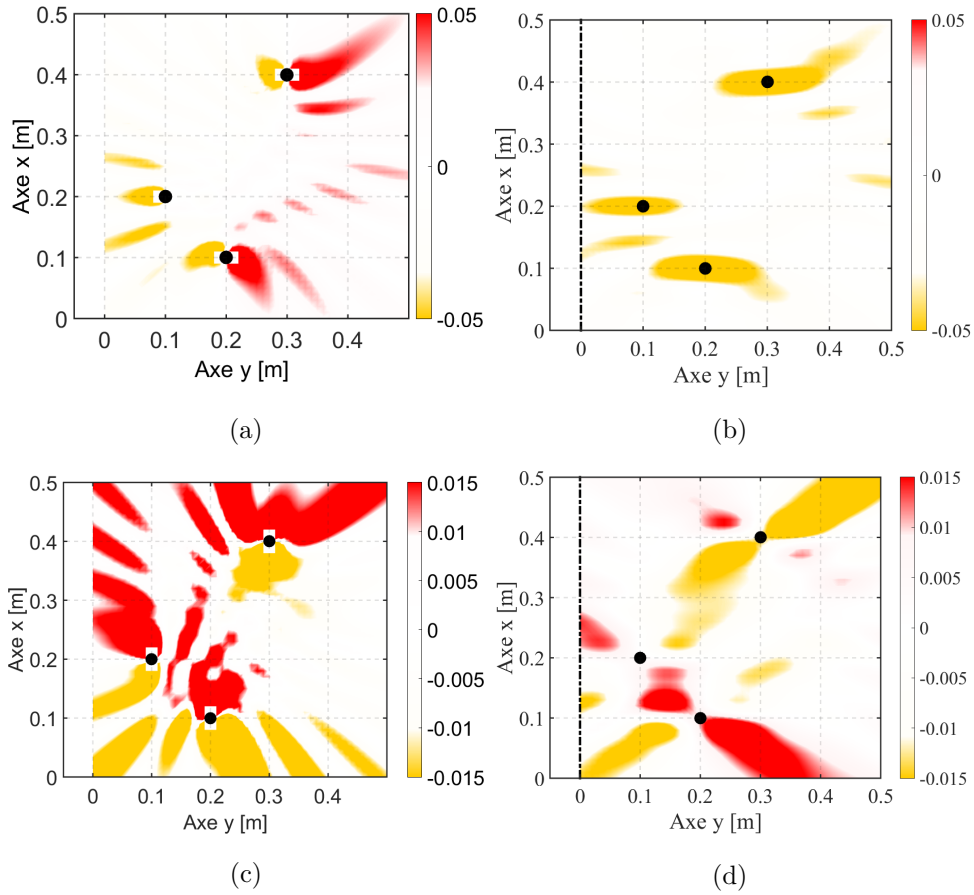


FIGURE 5.9 – Parties réelles des intensités structurales calculées pour le déplacement référence (a) en  $x$   $I_{ref}^x$ , (c) en  $y$   $I_{ref}^y$  et sur le déplacement reconstruit par FSH avec le filtre  $\chi_1(k_x)$  (b) en  $x$   $I_{Gx}$  et (d) en  $y$   $I_{Gy}$ . Le trait vertical représente la position de l'hologramme 1.

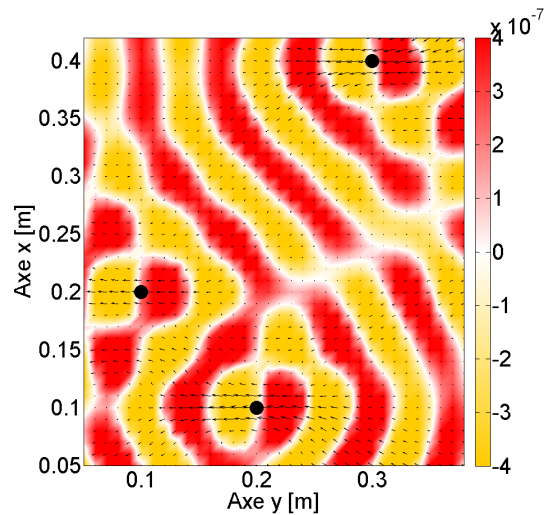


FIGURE 5.10 – Représentation vectorielle des intensités structurales (superposées aux champs de déplacements) calculées pour le déplacement reconstruit par FSH  $w_{FSH}^G$  avec des hologrammes à gauche des forces.

**FSH pour des hologrammes positionnés le long de l'axe  $y$** 

Nous avons constaté précédemment que l'utilisation d'hologrammes orientés dans une seule direction (axe  $x$  ici) avait tendance à étaler les maxima d'intensité selon l'autre direction. C'est le cas par exemple de la Fig. 5.9 (b) pour laquelle les forces sont assez bien localisées selon l'axe  $x$  mais avec beaucoup moins de précision selon l'axe  $y$ , la tache d'intensité étant étalée sur une quinzaine de centimètres. On souhaite ici améliorer cette localisation des efforts en combinant les résultats obtenus avec des hologrammes orientés selon  $x$  (comme précédemment) puis selon l'axe  $y$ . Pour des hologrammes situés sous les forces en  $x_{h1} = 0$  cm et  $x_{h2} = 1$  cm, on obtient le déplacement reconstruit  $w_{FSH}^B$  que nous représentons sur la Fig. 5.11 (b) et que nous comparons avec le déplacement reconstruit  $w_{FSH}^G$  Fig. 5.11 (a). Si on observe les champs de déplacements, on remarque que les ondes se propagent le long de l'axe  $x$ . Nous traitons donc une information différente et considérons des phénomènes qu'il était impossible de mesurer avec la configuration  $y_{h1,h2}$ .

L'observation de l'intensité structurale confirme cela. Les intensités  $I_{Bx}$  et  $I_{By}$  calculées pour  $w_{FSH}^B$  sont représentées sur les Figs. 5.12 (b) sur la dimension  $x$  et 5.12 (d) pour  $y$ . Elles sont comparées avec les intensités du déplacement  $w_{FSH}^G$ , illustrées en  $x$  et  $y$  respectivement sur les Figs. 5.12 (a) et (c). Nous remarquons que pour des hologrammes positionnés le long de l'axe  $y$ , le comportement des intensités s'inverse avec la configuration en  $x$ . En effet,  $I_{Bx}$  a un comportement proche de  $I_{Gy}$  et  $I_{Gx}$  présente une concordance avec  $I_{By}$ .

Pour améliorer la localisation des 3 forces, les intensités  $I_{Gx}$  et  $I_{By}$  sont additionnées. La partie réelle de cette somme est illustrée sur la Fig. 5.13 (a). Une vue vectorielle est également présentée sur la Fig. 5.13 (b). Nous sommes conscients qu'il n'est pas physique d'additionner ces deux intensités mais l'objectif ici n'est pas de connaître précisément l'amplitude de chaque effort mais d'identifier précisément le nombre de forces ainsi que leurs positions. Cette opération le permet avec efficacité.

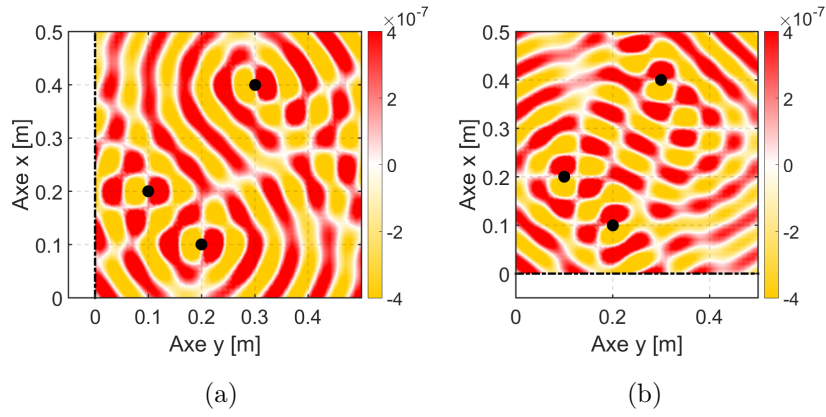


FIGURE 5.11 – Parties réelles (a) du déplacement calculé par FSH  $w_{FSH}^G$  avec les hologrammes situés à gauche des forces et (b) du déplacement calculé par FSH  $w_{FSH}^B$  avec les hologrammes situés sous les forces. Les points en noir représentent les positions de ces 3 forces. Le trait vertical est la position de l'hologramme 1.

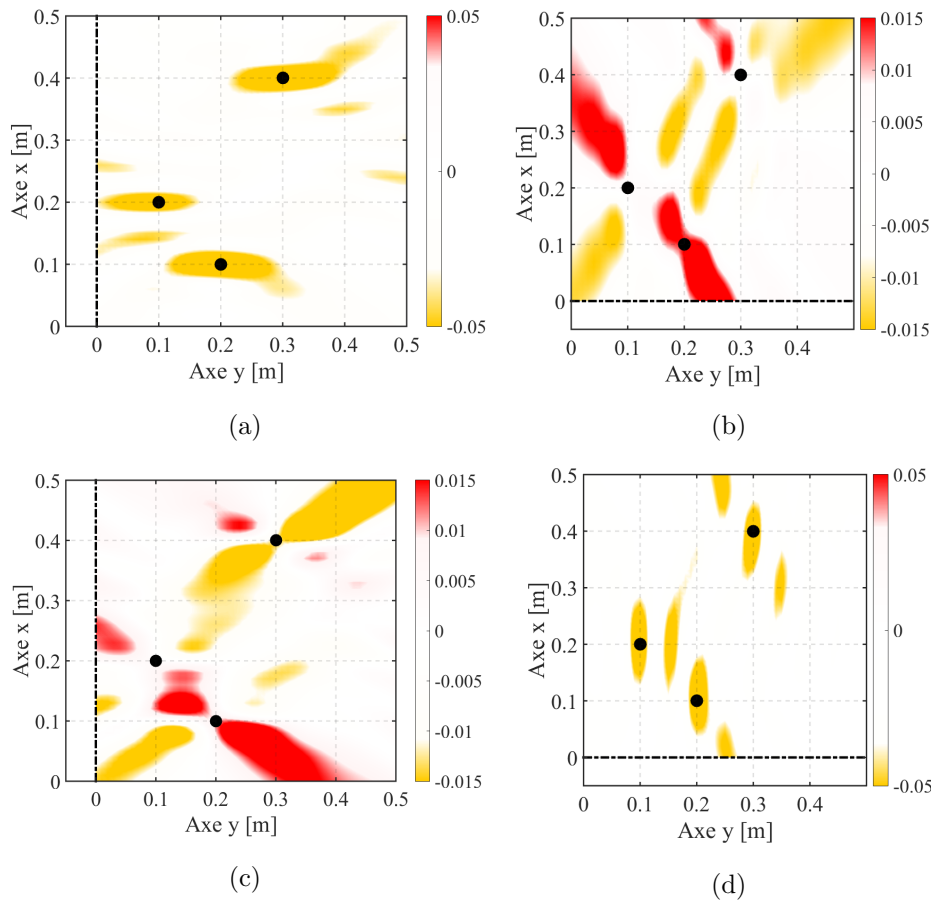


FIGURE 5.12 – Parties réelles des intensités structurales calculées pour le déplacement reconstruit  $w_{FSH}^G$  (a) en  $x$   $I_{Gx}$ , (c) en  $y$   $I_{Gy}$  et sur le déplacement reconstruit par FSH  $w_{FSH}^B$  avec le filtre  $\chi_1(k_x)$  (b) en  $x$   $I_{Bx}$  et (d) en  $y$   $I_{By}$ . Les points noirs représentent les positions des forces.

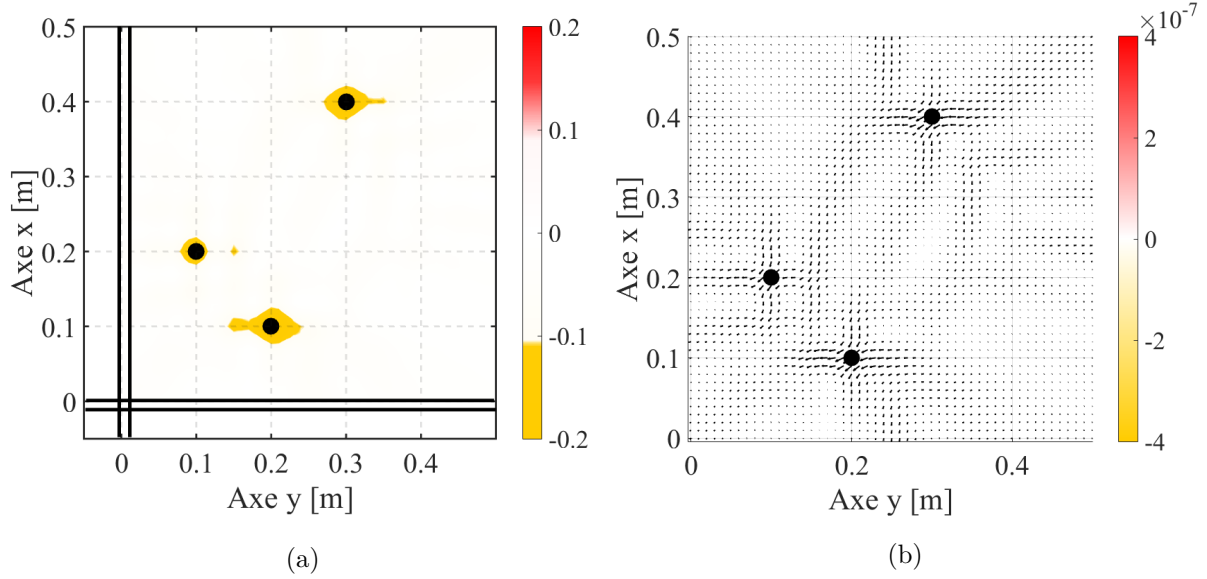


FIGURE 5.13 – Somme des intensités  $I_{Gx}$  et  $I_{By}$  (a) partie réelle et (b) vue vectorielle. Les points noirs représentent les positions des forces.

Positionner les hologrammes sur les 2 dimensions procure une meilleure identification des phénomènes en  $x$  et  $y$ . Nous avons observé que les intensités structurales calculées sur la dimension différente de celle de l'hologramme divergent plus des intensités références. En positionnant les hologrammes sur les deux dimensions et en combinant les intensités, on obtient une meilleure estimation du comportement sur l'ensemble de la plaque et la précision de localisation des forces est fortement augmentée. Il est impossible d'améliorer les résultats en appliquant d'autres méthodes d'identification de sources, comme RIFF par exemple, sur le déplacement reconstruit puisque l'approximation réalisée lors du calcul des champs est trop forte. Nous proposons en Annexe C un exemple de l'utilisation de la méthode RIFF sur un champ de déplacement reconstruit par FSH avec un fort filtrage.

### 5.3 Influence de la distance entre les forces

Nous avons démontré dans la section précédente qu'il était possible de localiser plusieurs sources agissant sur une plaque avec des hologrammes positionnés sur les deux dimensions. Il est possible qu'une faible distance entre deux forces ne permette pas de les distinguer l'une de l'autre. Nous proposons dans cette section d'étudier l'influence de ce paramètre sur la précision de localisation. Pour illustrer nos propos, seule la somme des intensités calculées sur les déplacements reconstruits par Holographie Vibratoire sera présentée. L'étude est réalisée sur le cas idéal de la plaque infinie. Les paramètres physiques de la plaque sont les mêmes que dans les sections précédentes. Par conséquent la longueur d'onde des déplacements étudiés est de  $\lambda \simeq 7$  cm. Les hologrammes sont positionnés toujours à la même distance sur les deux dimensions. Pour les positions en  $y$  le premier hologramme est situé en  $y_{h1} = 0$  cm, et l'hologramme 1 sur

la dimension  $x$  est positionné en  $x_{h1} = 0$  cm. Les seconds hologrammes sont positionnés à 1 cm du premier. La position de la force  $F_1$  est constante. Elle est pour l'ensemble de l'étude localisée en  $x_{F1} = 20$  cm et  $y_{F1} = 10$  cm. Seules les positions des autres forces sont variables. Les forces sont de même amplitude avec  $F_1 = F_2 = F_3 = 1N$ . Nous présenterons à la fin de cette étude le cas où  $F_1 = F_3 = 1N$  et  $F_2 = -1N$ .

### 5.3.1 Étude pour des forces de même amplitude

Nous traitons dans une première étude le cas d'une plaque excitée par deux forces. La somme des intensités pour une distance  $d_{F12} = \lambda$  entre les deux forces est illustrée Fig. 5.14 (a) et le cas pour une distance  $d_{F12} = 1.5\lambda$  est représenté Fig. 5.14 (b). Pour une distance  $d_{F12} = \lambda$ , l'Holographie Vibratoire ne permet pas de localiser précisément les deux forces. Bien qu'on remarque un comportement sphérique autour des deux forces, les intensités sont confondues et ne permettent pas de localiser précisément la position des forces. Ce n'est pas le cas pour la distance  $d_{F12} = 1.5\lambda$  où les deux forces sont nettement distinctes l'une de l'autre. Pour localiser clairement deux forces alignées sur l'axe perpendiculaire à l'hologramme, la distance entre les forces doit donc être au minimum égale à  $1.5\lambda$ .

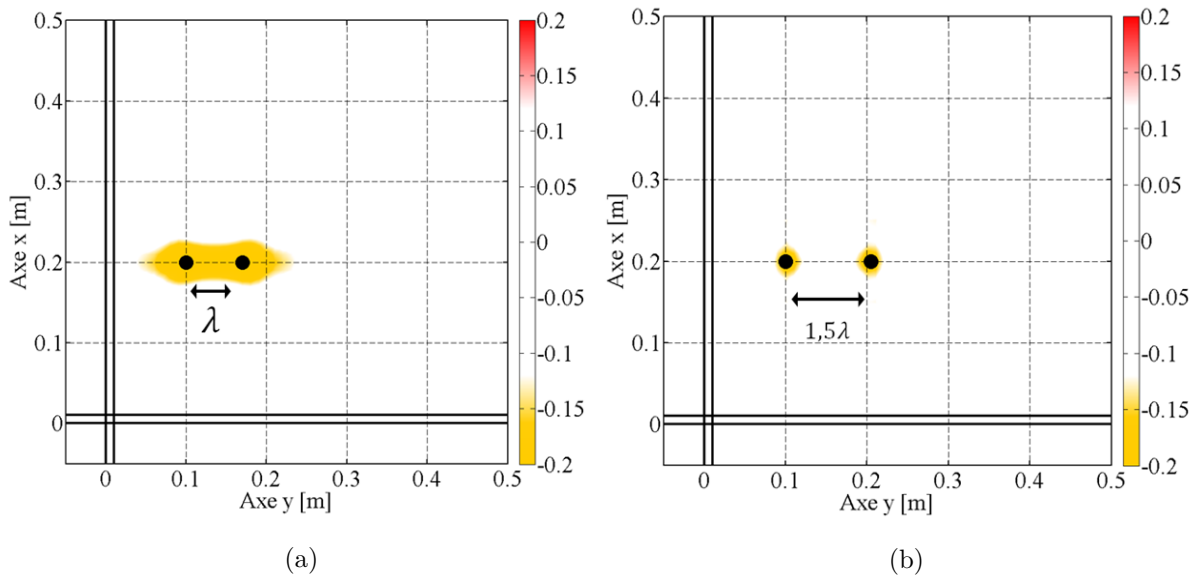


FIGURE 5.14 – Intensités structurales des déplacements reconstruits par FSH pour  $F_1$  et  $F_2$  séparées d'une distance en  $y$  (a)  $d_{F12} = \lambda$  et (b)  $d_{F12} = 1,5 \lambda$ .

Une troisième force est maintenant ajoutée. La distance entre les forces  $F_2$  et  $F_3$  est fixée à  $d_{F23} = 1.5\lambda$ . Seule la distance entre les forces  $F_1$  et  $F_2$  varie. La somme des intensités pour une distance  $d_{F12} = \lambda$  est présentée Fig. 5.14 (a) et Fig. 5.15 (b) pour la distance  $d_{F12} = 1.5\lambda$ . La présence d'une troisième force modifie les performances de localisation. Comme nous l'avons vu, la distance  $d_{F12} = \lambda$  ne permet pas de localiser distinctement les deux premières forces mais

celles-ci influent sur la localisation de la force  $F_3$  qui est pourtant située à une distance  $d_{F23} = 1.5\lambda$ . On distingue la position de la force  $F_3$  mais l'énergie est présente sur l'ensemble de l'axe  $y$  entre les forces  $F_1$  et  $F_3$ . Pour une distance entre chaque force égale à  $1.5\lambda$ , on localise distinctement les 3 forces mais des artefacts apparaissent autour de la force  $F_2$ . Les performances ne sont donc pas les mêmes pour localiser la force  $F_3$  bien que la distance  $d_{F23}$  soit constante.

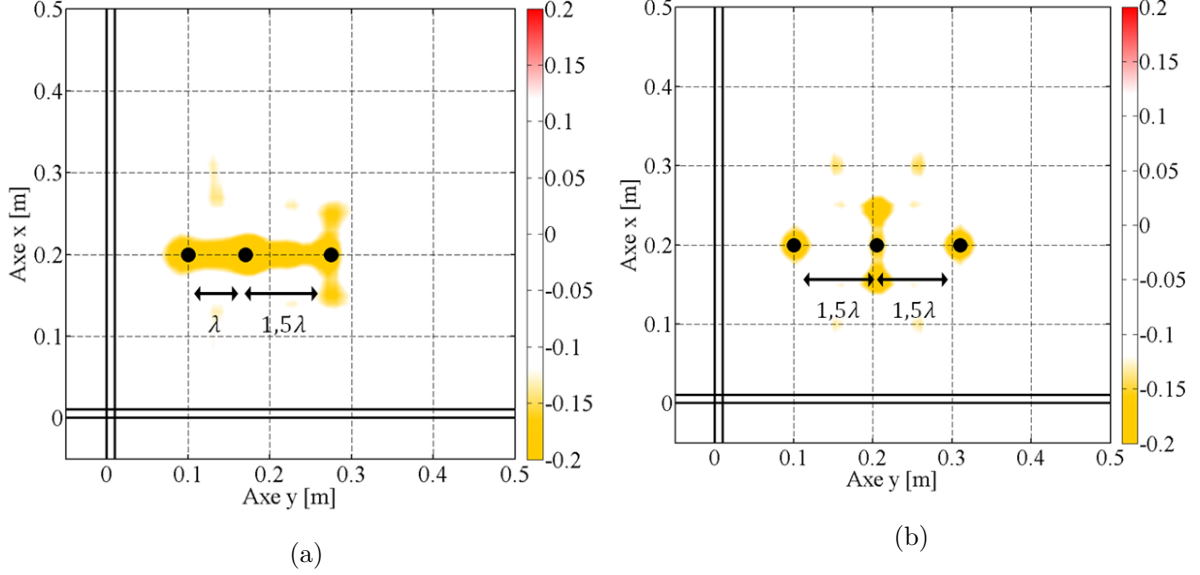


FIGURE 5.15 – Intensités structurales des déplacements reconstruits par FSH pour une distance de séparation en  $y$   $d_{F23} = 1,5 \lambda$  avec (a)  $d_{F12} = \lambda$  et (b)  $d_{F12} = 1,5 \lambda$ .

Nous décidons maintenant de traiter le cas où les trois forces ne sont pas alignées sur l'axe perpendiculaire à l'hologramme. Deux forces sont appliquées, séparées par une distance sur l'axe  $y$  de  $d_{F12}^y = \lambda$  et sur l'axe  $x$  de  $d_{F12}^x = \lambda$ . Les résultats sont représentés Fig. 5.16 (a). Une troisième force est ajoutée sur l'axe  $x = 0.2m$ , à une distance de  $d_{F23}^y = 1.5\lambda$ . La somme des intensités est illustrée Fig. 5.16 (b). Dans le cas des deux forces, la localisation est précise. Cependant, malgré la distance entre la force  $F_2$  et  $F_3$  de  $d_{F23}^y = 1.5\lambda$ , la présence de la troisième force dégrade la localisation des deux premières forces. La force  $F_3$  n'est pas bien localisée sur l'axe  $x$  (erreur de 5 cm) mais correctement sur l'axe  $y$ . De plus un artefact est présent en  $x = 20$  cm et  $y = 15$  cm. Il correspond à la position en  $x$  de la force  $F_1$  et en  $y$  de la force  $F_2$ .

En augmentant la distance sur l'axe  $y$  entre les forces  $F_1$  et  $F_2$  de  $d_{F12}^y = 1.5\lambda$ , les performances pour localiser les 3 forces sont augmentées. Les résultats pour les distances en  $x$   $d_{F12}^x = \lambda$  et  $d_{F12}^x = 1.5\lambda$  sont respectivement illustrés sur les Figs. 5.17 (a) et (b). Les forces  $F_1$  et  $F_3$  sont localisables dans les deux cas mais les intensités sont plus étalées sur la Fig. 5.17 (b). L'intensité autour de la force  $F_2$  est plus visible lorsque la distance est de  $d_{F12}^x = 1.5\lambda$ . Dans les deux configurations, des artefacts sont présents autour des forces, en particulier autour de la force  $F_2$ .

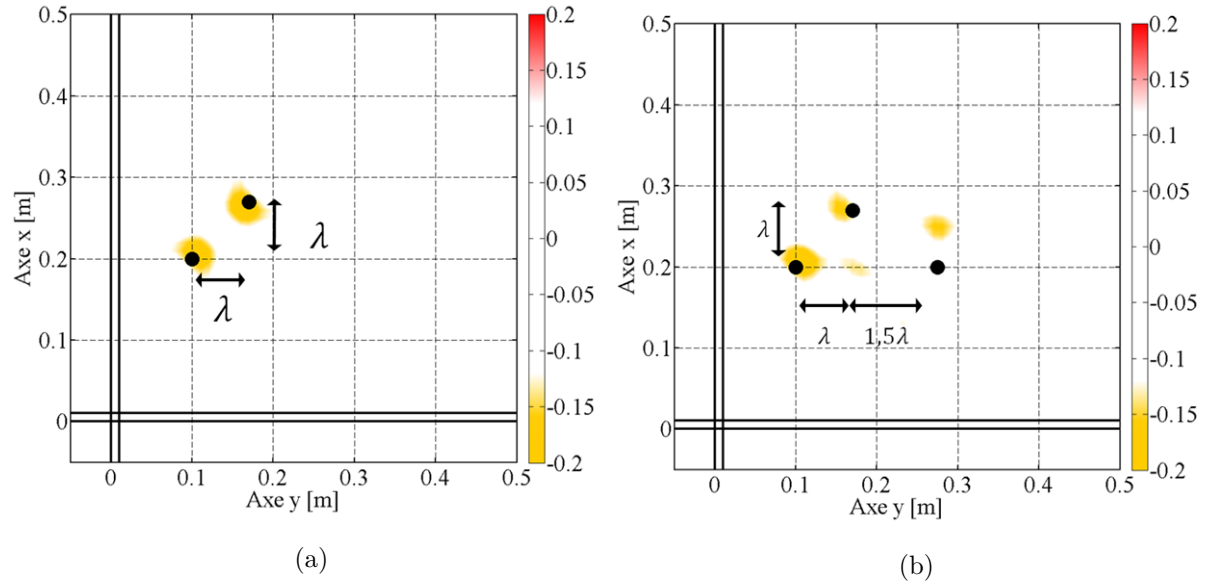


FIGURE 5.16 – Intensités structurales des déplacements reconstruits par FSH pour une distance de séparation en  $x$   $d_{F12} = \lambda$ , avec (a) 2 forces ( $d_{F12} = \lambda$ ), (b) 3 forces ( $d_{F12} = \lambda$  et  $d_{F23} = 1,5 \lambda$  suivant  $y$ ).

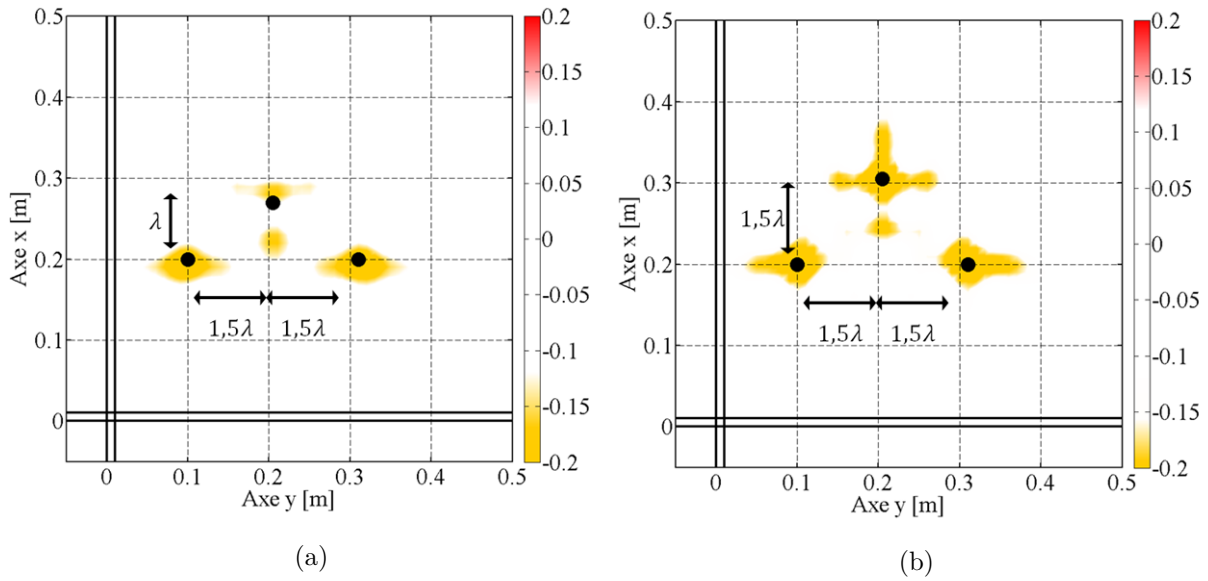


FIGURE 5.17 – Intensités structurales des déplacements reconstruits par FSH pour des distances de séparation (a)  $d_{F12} = d_{F23} = 1,5 \lambda$  sur  $y$  et  $d_{F12} = d_{F23} = \lambda$  sur  $x$ , (b)  $d_{F12} = d_{F23} = 1,5 \lambda$  sur  $x$  et  $y$ .

### 5.3.2 Étude pour des forces d'amplitudes de signes opposés

Nous avons présenté des résultats lorsque les trois forces étaient de même signe. Nous proposons maintenant d'étudier les performances de l'Holographie Vibratoire pour localiser les sources lorsque les forces ne sont pas du même signe. Dans le cas testé,  $F_2 = -1N$  alors que  $F_1 = F_3 = 1N$ . Dans le cas d'une plaque excitée par deux forces séparées par une distance de  $d_{F12} = \lambda$ , les deux forces sont clairement localisées (Fig. 5.18 (a)). En ajoutant une troisième force à une distance  $d_{F32} = 1.5\lambda$ , les trois forces sont localisées également. Des artefacts sont néanmoins présents autour de la force  $F_1$ .

Le fait que la force  $F_2$  ne soit pas du même signe que les deux autres forces facilite la localisation des forces. Il suffit pour cela de comparer la Fig. 5.18 (a) avec la Fig. 5.14(a) où nous avons les mêmes configurations excepté le signe de la force  $F_2$ . Les mêmes conclusions se font en comparant la Fig. 5.18 (b) et la Fig.5.15 (a), où les configurations sont également identiques mis à part le signe de la force  $F_2$ .

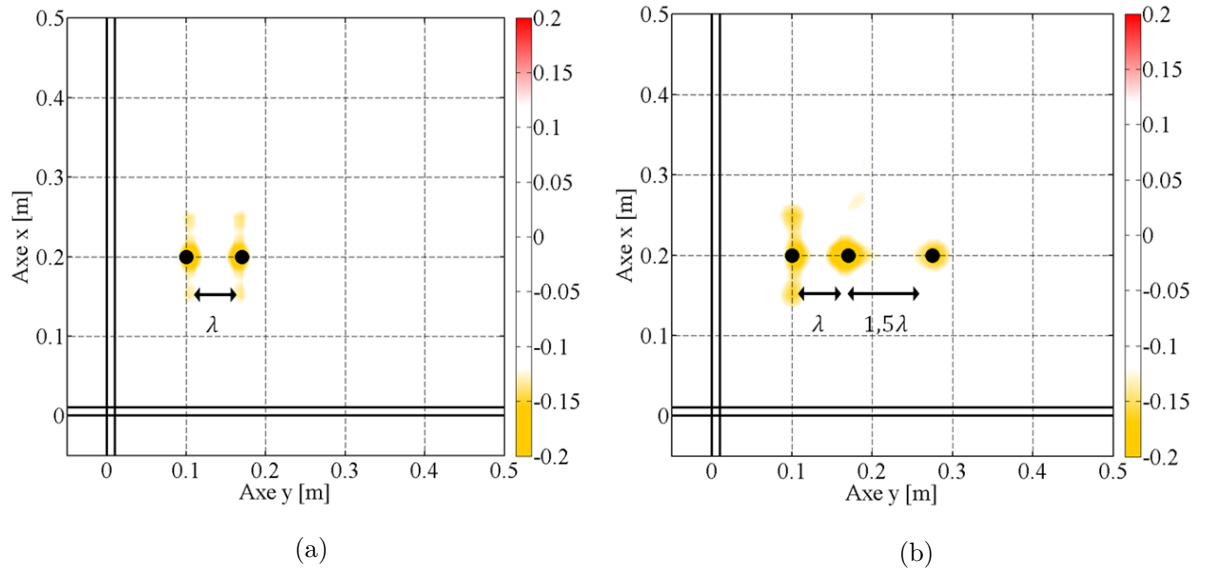


FIGURE 5.18 – Intensités structurales des déplacements reconstruits par FSH pour des forces alignées sur l'axe  $y$ . En (a)  $F_1 = 1\text{ N}$ ,  $F_2 = -1\text{ N}$  séparées d'une distance  $d_{F12} = \lambda$ . En (b)  $F_3 = 1\text{ N}$  est rajouté à une distance de la force  $F_2$ ,  $d_{F23} = 1,5\lambda$ .

## Conclusion sur l'influence de la distance

Cette étude réalisée pour connaître l'influence de la distance entre les forces sur les performances de localisation de l'Holographie Vibratoire révèle qu'il existe une distance minimum de  $\lambda$  entre les forces pour pouvoir les situer. Lorsque la distance entre deux forces est supérieure à  $1.5\lambda$ , les performances de localisation augmentent. Néanmoins, la présence d'une autre force, même plus éloignée peut dégrader la détection et créer des artefacts, surtout lorsqu'elles sont alignées sur l'axe perpendiculaire à l'hologramme. Lorsque les amplitudes des forces ne sont pas du même signe, les résultats sont meilleurs.

## 5.4 Validation expérimentale : plaque excitée par un pot vibrant

L'Holographie Vibratoire avec un fort filtrage est maintenant appliquée sur le cas expérimental d'une plaque suspendue sur un bord excitée par un pot vibrant. Ces mesures sont réalisées dans les mêmes conditions que présentées dans le chapitre 2<sup>2</sup>. On rappelle ici que l'objet d'étude est une plaque rectangulaire en aluminium ( $E = 69 \times 10^9$  Pa,  $\rho = 2700$  kg/m<sup>3</sup>,  $\nu = 0,346$ ), suspendue sur un bord. Le déplacement référence mesuré est appelé  $w_{ref}$ .

### 5.4.1 Hogrammes positionnés le long de l'axe $y$

Dans ce premier cas d'études, les hologrammes sont positionnés en  $y_{h1} = 0.204$  cm et  $y_{h2} = 0.218$  cm et la fréquence d'étude est  $f = 1418$  Hz. La distance entre l'hologramme 1 et la source est donc  $d_{Fh} = 57$  cm, ce qui correspond à  $7 \lambda$ .

La partie réelle du déplacement référence  $w_{ref}$  est illustrée sur la Fig. 5.19 (a) et son module en (c). La partie réelle du déplacement reconstruit  $w_{FSH}$  est représentée sur la Fig. 5.19 (b) et son module en (d). Sur ce cas expérimental, le déplacement reconstruit diverge fortement du déplacement référence. On ne distingue aucun comportement circulaire, et la position de la force est difficile à localiser, en particulier sur la partie réelle du déplacement. Le maximum d'amplitude de  $w_{FSH}$  est présent dans la zone d'application de la force mais il existe d'autres régions de la plaque avec des niveaux d'amplitude élevées. Ces artefacts ne permettent pas de localiser la position de la force (Fig. 5.19 (d)).

Le calcul de l'intensité structurale  $I_{FSH}^x$  admet une zone d'amplitude maximale centrée en  $y_F$  (Fig. 5.20 (b)). Contrairement à l'information présente sur le module de  $w_{FSH}$ , il n'y a pas d'artefact autour de la zone de l'effort qui pourrait nous induire en erreur sur la position de la force. L'approximation réalisée sur le calcul du champ de déplacement n'est donc pas un problème pour localiser l'effort en analysant le champ d'intensité. Post-traiter les déplacements reconstruits avec l'intensité structurale fournit une meilleure localisation de l'effort. De plus, le

2. image et caractéristiques du montage détaillées section 2.3

niveau d'intensité calculé par Holographie Vibratoire est équivalent à l'intensité du déplacement référence  $I_{ref}^x$  (Fig. 5.20 (a)). Néanmoins, le changement de signe présent sur l'intensité référence pour les valeurs de  $y > y_F$  n'est pas reproduit par FSH pour les mêmes raisons que celles énoncées dans l'étude précédente.

Sur la dimension  $y$ ,  $I_{FSH}^y$  sous-estime le niveau de l'intensité, comme nous l'avons déjà remarqué dans les précédents chapitres (Fig. 5.20 (d)). L'hologramme est sur une seule dimension (le long de l'axe  $x$ ), les phénomènes présents sur la dimension  $y$  sont plus difficiles à mesurer. Dans le cas de cette source complexe, la différence avec la référence est d'autant plus visible. Comme pour l'intensité en  $x$ , on remarque qu'un déphasage se produit lorsqu'on rétropropage au delà de la force.

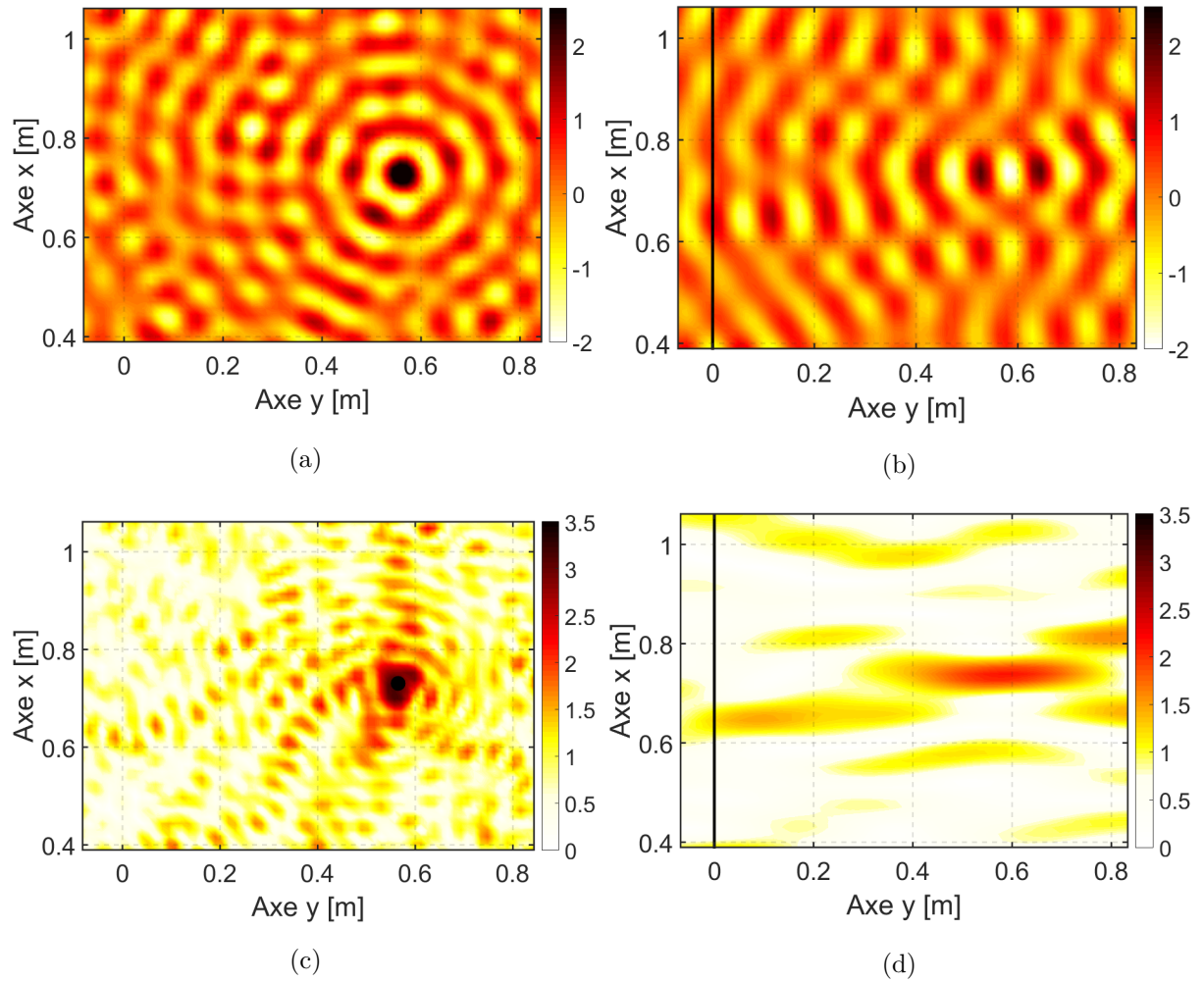


FIGURE 5.19 – Déplacement référence  $w_{ref}$  (a) partie réelle et (c) module. Déplacement reconstruit  $w_{FSH}$  (b) partie réelle et (d) module.

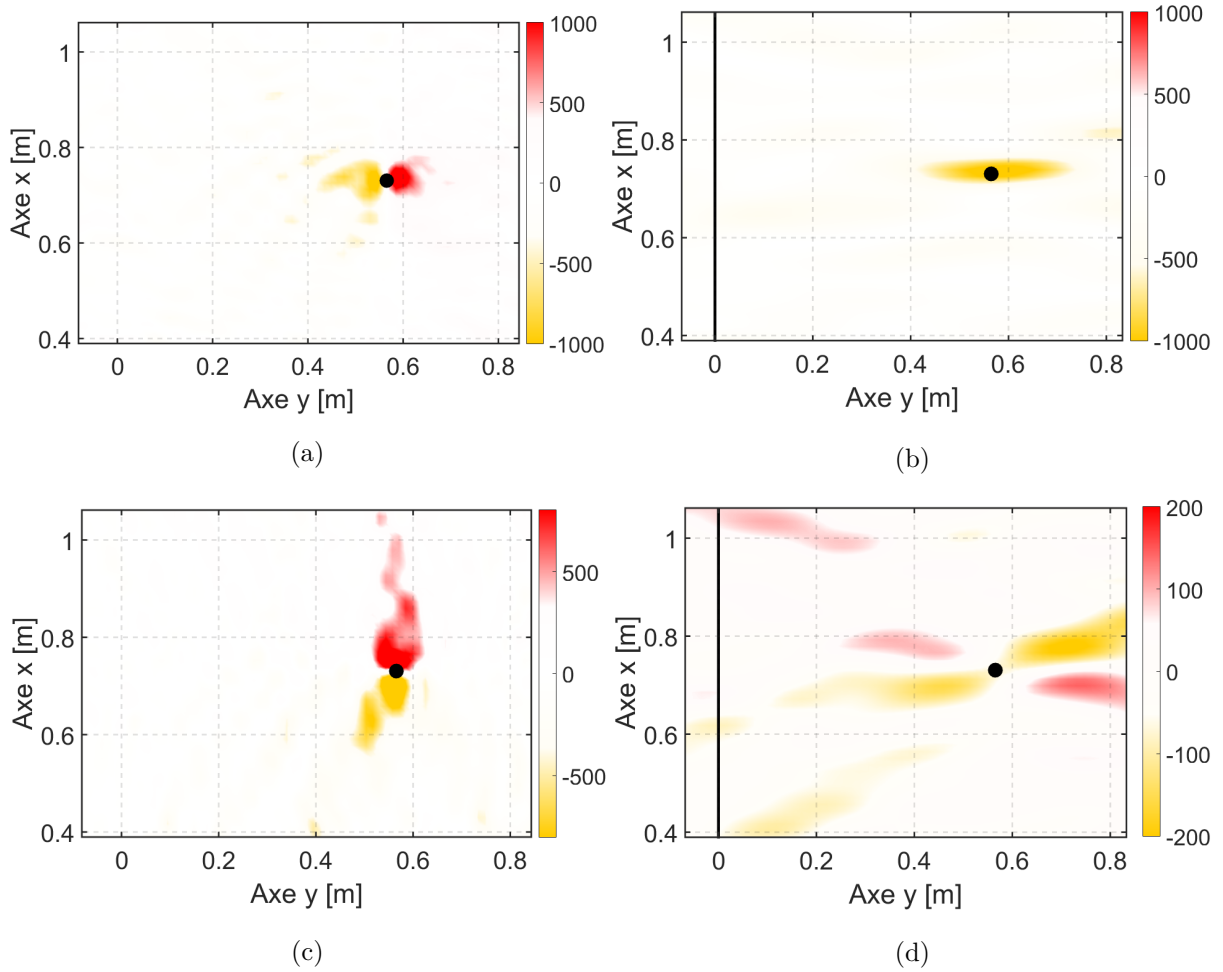


FIGURE 5.20 – Partie réelle de l'intensité structurale calculée pour le déplacement référence (a) en  $x$   $I_{ref}^x$ , (c) en  $y$   $I_{ref}^y$  et sur le déplacement reconstruit par FSH avec le filtre  $\chi(k_x)$  (b) en  $x$   $I_{FSH}^x$  et (d) en  $y$   $I_{FSH}^y$ .

#### 5.4.2 Hologrammes positionnés sur les deux dimensions

Pour ce second cas, des hologrammes sont positionnés sur les deux dimensions afin de reconstruire les champs de déplacements le long des axes  $x$  et  $y$ . Nous utilisons donc la même configuration présentée dans l'étude paramétrique de la section 5.3. Les hologrammes positionnés en  $y_{h1} = 0$  cm et  $y_{h2} = 0.0135$  cm permettent de reconstruire le champ de déplacement  $w_{yh}$ . Les hologrammes positionnés en  $x_{h1} = 0$  cm et  $x_{h2} = 0.0135$  cm permettent de reconstruire le champ de déplacement  $w_{xh}$ . La fréquence d'étude est toujours de  $f = 1418$  Hz. La distance entre les hologrammes 1 et la source est donc, sur les deux dimensions,  $d_{Fh} \geq 9 \lambda$ .  $I_{xh}^x$  et  $I_{yh}^x$  sont respectivement les intensités calculées sur la dimension  $x$  des déplacements  $w_{xh}$  et  $w_{yh}$ .  $I_{xh}^y$  et  $I_{yh}^y$  sont respectivement les intensités calculées sur la dimension  $y$  des déplacements  $w_{xh}$  et  $w_{yh}$ . La somme des intensités  $I_{xh}^x + I_{yh}^y$  est représentée sur la Fig. 5.21. La position de la source est symbolisée par un point noir.

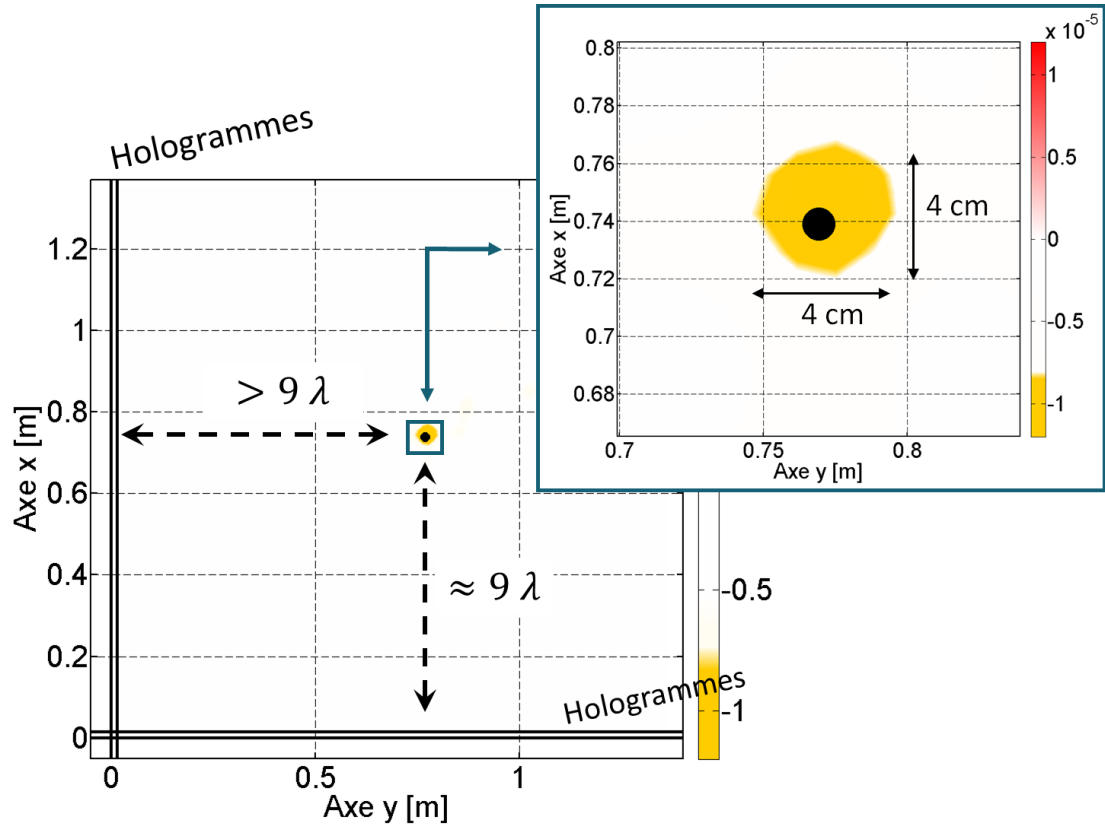


FIGURE 5.21 – Localisation d'une source via la somme des intensités  $I_{xh}^x + I_{yh}^y$  calculée par Holographie Vibratoire sur une plaque suspendue excitée par un pot vibrant. La position de la source est symbolisée par un point noir.

La localisation de la force est grandement améliorée en couplant les intensités des déplacements reconstruits sur les deux dimensions. Bien que les hologrammes soient positionnés à  $d_{Fh} \geq 9\lambda$ , la méthode permet d'obtenir une intensité structurale visible sur une zone restreinte de  $4\text{ cm}^2$ . Avec donc seulement 4 lignes de mesures, nous localisons avec précision la source qui excite la plaque.

On comprend bien avec cette étude qu'utiliser la méthode pour reconstruire les champs de déplacement au delà de l'effort n'est pas une reconstruction valide. Le fait de rétropropager après la force provoque un déphasage qui ne permet pas d'obtenir le bon signe du champ de déplacement. Cependant, cette approche permet de localiser des forces avec seulement 4 lignes de mesures, pour des distances d'hologrammes bien plus grandes. De plus, elle présente un potentiel encore plus intéressant lorsque plusieurs forces sont appliquées sur la plaque, comme nous l'avons démontré dans la section 5.2.2.

## 5.5 Identification de plusieurs sources : cas d'une pompe à eau

L'application d'un filtrage sur l'ensemble des ondes évanescentes sur la formulation FSH a permis de localiser avec une grande précision la position de 3 forces avec seulement 4 hologrammes (2 en  $x$  et 2 en  $y$ ). La démarche est maintenant réalisée sur le cas complexe d'une pompe à eau fixée sur une plaque. Les mesures utilisées sont obtenues avec le montage présenté dans le chapitre 3<sup>3</sup>. Les distances entre les forces sont  $d_{F1,2} \simeq 0.75 \lambda$ ,  $d_{F1,3} \simeq 2 \lambda$  et  $d_{F2,3} \simeq 1.75 \lambda$ . Les hologrammes sont positionnés à gauche des 3 forces, en  $y_{h1} = 0$  cm et  $y_{h2} = 1$  cm. La distance entre l'hologramme 1 et le premier point de fixation est  $d_{Fh} \simeq 1.5\lambda$ . Les déplacements référence  $\bar{w}_{pompe}(x, y)$  et reconstruit  $\bar{w}_G(x, y)$  à la fréquence d'étude  $f = 1834$  Hz sont illustrés Fig. 5.22 (a) et (b). Le déplacement  $\bar{w}_G(x, y)$  présente des ondes qui se propagent seulement à partir du point de fixation 1. Il est difficile d'observer les phénomènes produits autour des deux autres points.

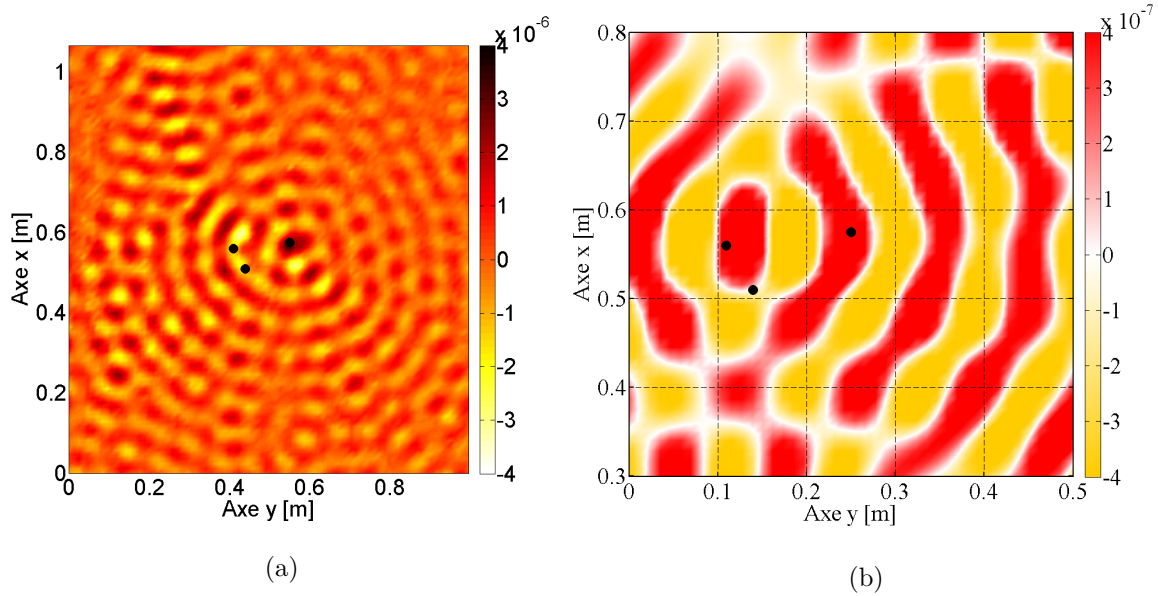


FIGURE 5.22 – (a) Champ de déplacement référence de la pompe fixée par 3 points sur la plaque acquis par mesures directes à la fréquence  $f = 1834$  Hz et (b) champ de déplacement reconstruit par FSH avec des hologrammes positionnés à gauche de la pompe  $\bar{w}_{pompe}^G(x, y)$ . Les trois points noirs représentent les points de fixation de la pompe.

Cela se confirme lorsqu'on s'intéresse aux intensités structurales. Les intensités  $I_{pompe}$  sont calculées sur  $\bar{w}_{pompe}(x, y)$ . Sur la dimension  $x$ , l'intensité  $I_{Gx}$  calculée sur  $\bar{w}_G(x, y)$ , présente de l'énergie seulement autour de la force 1 (Fig. 5.23 (b)) ce qui n'est pas le cas sur la référence ou de l'énergie est présente sur l'ensemble des points (Fig. 5.23 (a)). Néanmoins elle n'est pas centrée autour de la force 1. Le point de fixation 3 ayant une coordonnée en  $x_{F3}$  très proche de  $x_{F1}$ , les deux forces ( $F_1$  et  $F_3$ ) sont identifiées comme une seule et même force située à équidistance

3. voir section 3.4

de celles-ci. Nous avons démontré dans la section 5.3 qu'une faible distance entre les forces entraînait des problèmes de localisation, surtout lorsqu'elles sont alignées. Dans notre cas, les deux forces ont quasiment les mêmes coordonnées sur la dimension  $x$ . De plus, les problèmes de localisation sont également dus à l'approximation réalisée pour le calcul de la FSH. Seule la présence des ondes propagatives est prise en compte et les phénomènes produits en champ proche qui permettent de différencier les forces ne sont plus considérés. Les champs propagatifs des deux forces se confondent pour donner un champ moyen dont l'origine se situe entre les deux efforts. Or le comportement des sources générées par la pompe en champ proche est bien trop complexe pour être approximé. Ne pas considérer ces phénomènes nous fait perdre une information indispensable.

La force  $F_2$  n'est pas localisée. Elle est de plus faible amplitude que les deux autres forces, de plus elle est située à moins d'une longueur d'onde de  $F_1$  et sa localisation peut être perturbée par la force  $F_3$ , comme nous l'avons démontré sur les Figs. 5.16 (b) et 5.17 (a).

Pour les intensités en  $y$  (Fig. 5.24), le niveau d'intensité calculé  $I_{Gy}$  est bien plus faible que la référence. C'est un phénomène que nous avons déjà interprété dans ce mémoire.

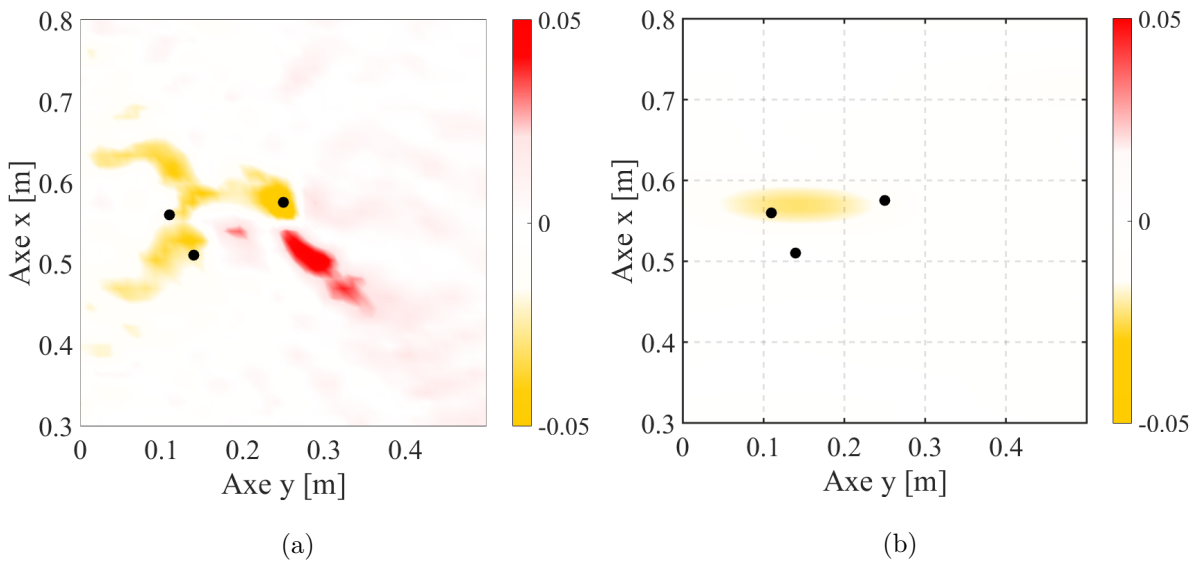


FIGURE 5.23 – Intensités structurales sur la dimension  $x$  pour le déplacement mesuré pour la pompe  $\bar{w}_{pompe}(x, y)$  (a)  $I_{pompe}^x$  et pour le déplacement reconstruit (b)  $I_{pompe}^{Gx}$

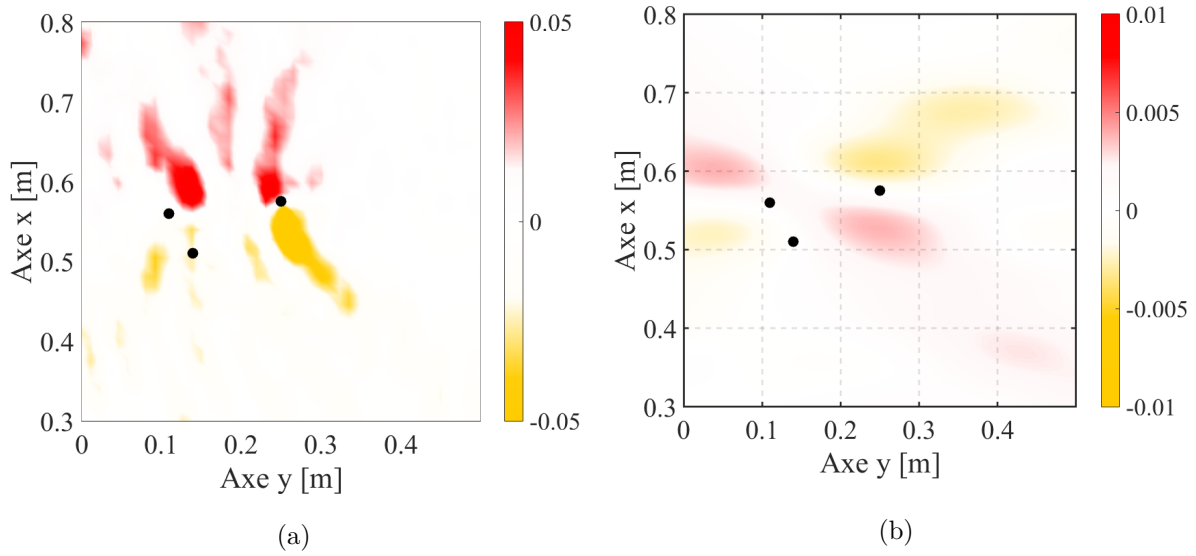


FIGURE 5.24 – Intensités structurales sur la dimension  $y$  pour le déplacement mesuré pour la pompe  $\bar{w}_{pompe}(x, y)$  (a)  $I_{pompe}^y$  et pour le déplacement reconstruit (b)  $I_{pompe}^{Gy}$ .

Nous appliquons maintenant l’Holographie Vibratoire avec des hologrammes positionnés le long de l’axe  $y$ . Cela nous permet d’avoir une configuration où la force  $F_2$  est la plus proche des hologrammes. Les hologrammes sont positionnés en dessous des 3 forces, en  $x_{h1} = 0$  cm et  $x_{h2} = 1$  cm pour chacun des cas. La distance entre l’hologramme 1 et  $F_2$  est  $d_{F2h} \simeq 1.5\lambda$ . Les déplacements reconstruits par FSH sont nommés  $\bar{w}_B(x, y)$ . Seules les intensités structurales appliquées sur ces déplacements sont illustrés sur la Fig. 5.25. On nomme  $I_B$  les intensités calculées sur  $\bar{w}_B(x, y)$ .

Bien que les maxima d’énergie ne soient pas présents précisément autour des forces  $F_2$  et  $F_3$ ,  $I_B$  permet de localiser la présence de deux forces (Fig. 5.25 (b)). Pour des hologrammes en  $y_{h1,2}$ ,  $F_1$  et  $F_2$  sont très proches et comme  $F_3$  est quasiment sur la même coordonnée en  $x$  que  $F_1$ , cela peut perturber la localisation de  $F_2$  (voir section 5.2.2). Or dans cette configuration, les forces  $F_2$  et  $F_3$  ne sont pas sur le même axe  $y$ . Les ondes émanant de  $F_3$  ne perturbent plus la détection de  $F_2$ . C’est maintenant la force  $F_1$  qui n’est plus visible sur les cartographies d’intensités  $I_B$  (Fig. 5.25 (b)). Bien que  $F_2$  soit de plus faible amplitude que  $F_1$ , seule  $F_2$  est visible. D’après la Fig. 5.14 (a), lorsque 2 forces sont quasiment alignées sur le même axe ( $x$  ou  $y$ ) et proches l’une de l’autre, les ondes propagatives se confondent et sont considérées comme provenant d’une seule source. De plus la complexité des sources crée des artefacts et diminue la précision de localisation. Voilà pourquoi nous ne pouvons identifier séparément  $F_1$  et  $F_3$  avec des hologrammes en  $y_{h1,2}$  et  $F_1$  et  $F_2$  avec des hologrammes en  $x_{h1,2}$ . Nous supposons que la création de ces artefacts provient des ondes propagatives générées par les trois forces qui se retrouvent en phase et s’additionnent en provoquant des maxima d’amplitude qui génèrent l’énergie observable sur ces cartographies d’intensités.

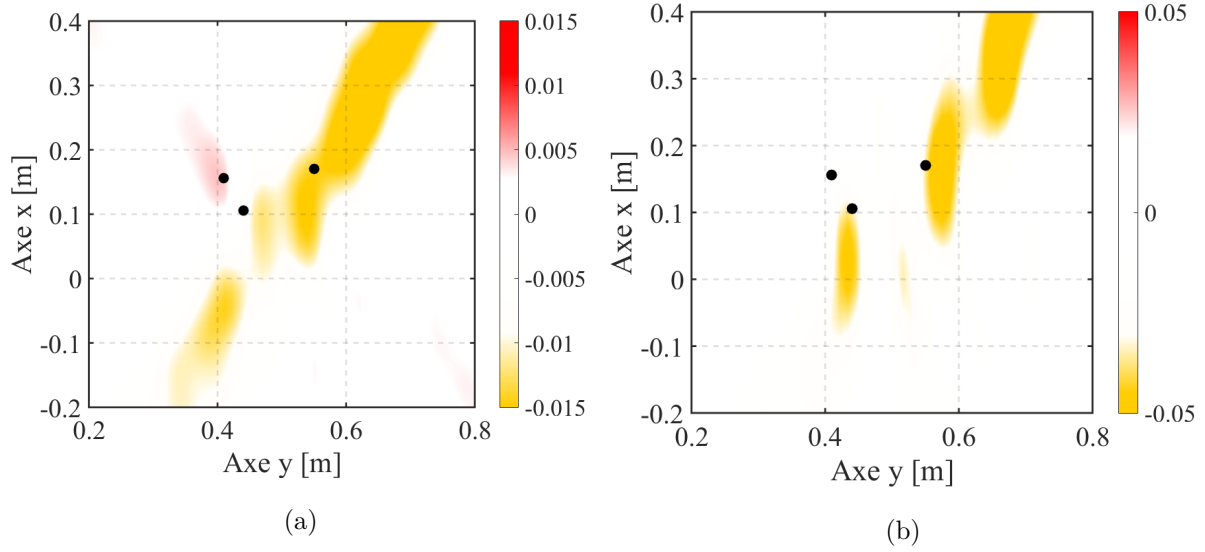


FIGURE 5.25 – Intensités structurales pour les déplacements reconstruits avec des hologrammes en  $x_{h1}$  et  $x_{h2}$  pour la pompe (a) en  $x$   $I_{Bx}$  et (b) en  $y$   $I_{By}$ .

Une fois de plus, la détection des 3 forces est améliorée si les intensités calculées pour la pompe  $I_{Gx}$  et  $I_{By}$  sont sommées (Fig. 5.26). De l'énergie est présente autour des trois points de fixation mais l'un des artefacts est également accentué. Nous consentons que ce procédé ne représente pas l'ensemble du comportement physique de la plaque, mais il améliore les performances de la méthode en termes de localisation.

Cette étude montre clairement les limites de la méthode. La distance influe sur les performances de localisation comme nous l'avons déjà démontré avec l'étude section 5.2.2. Les phénomènes complexe induits par chaque force étant principalement présents dans les ondes évanescentes, on comprend que l'approche basée sur la FSH ne permet pas de les observer. Les ondes propagatives se combinent et deviennent indissociables. C'est le même phénomène que nous avons rencontré dans le chapitre trois. La séparation de sources n'était pas fonctionnelle sur les points de fixation 1 et 2.

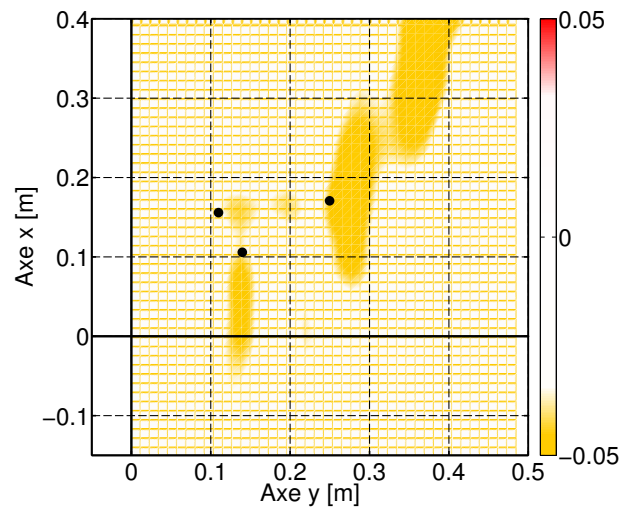


FIGURE 5.26 – Somme des intensités  $I_{Gx}$  et  $I_{By}$  (a) pour la pompe et (b) pour la simulation. Les points noirs représentent les positions des forces. Les traits noirs les positions des hologrammes  $x_{h1} = 0$  cm et  $y_{h1} = 0$  cm.

## 5.6 Conclusion

Ce chapitre expose les possibilités qu'apporte la méthode FSH sans considérer les ondes évanescentes. Nous avons prouvé que cette approche permet de localiser précisément une force avec des hologrammes positionnés très loin de la source. Cependant, ces fortes approximations ne permettent pas de reproduire le caractère circulaire des ondes et créent l'apparition de zones d'ombre, zones pour lesquelles les déplacements ne peuvent être reconstruits. Les différences de phase qui se produisent entre les déplacements reconstruits au delà de la force et les déplacements références sont des phénomènes majeurs. Il n'y a donc pas de limite de rétropropagation mais il y a un phénomène qui se produit au passage de la force qui ne permet pas d'obtenir les champs de déplacement corrects. Cependant ce phénomène se produit constamment, il est donc facile d'en déduire le déplacement au delà de la force, qui est le déplacement calculé par FSH avec un déphasage de  $180^\circ$ .

Le réel intérêt de cette approche se comprend lors de la présence de sources multiples. En effet, en accédant aux phénomènes qui se produisent au delà de la première force, l'Holographie Vibratoire devient une méthode qui permet de caractériser l'ensemble des phénomènes présents sur une plaque avec seulement 2 lignes de mesure. En post-traitant les champs de déplacement par le calcul de l'intensité structurale, on peut localiser précisément les sources qui excitent la plaque. De plus, combiner des mesures réalisées avec des hologrammes sur les dimensions  $x$  et  $y$  améliore considérablement la détection des forces. Par conséquent, avec seulement 4 lignes de mesure, l'Holographie Vibratoire fournit une cartographie complète de la plaque étudiée.

Cependant une étude réalisée dans ce chapitre a montré que pour une distance entre les forces inférieure à  $\lambda$ , il était très difficile de distinguer chaque source. La présence de sources multiples alignées sur un axe peut également provoquer des dégradations de la localisation. L'étude sur le cas complexe d'une pompe à eau a confirmé ces limites. De plus, les phénomènes complexes que produisent les points de fixation de la pompe perturbent la localisation. En ne tenant pas compte des ondes évanescentes, les phénomènes en champ proche ne sont plus considérés. Les ondes propagatives des deux forces se combinent et il devient difficile de connaître distinctement la présence de chacune d'elles.

---

# Conclusion générale

---



La localisation et l'identification de sources est un problème clé pour comprendre et maîtriser les phénomènes vibroacoustiques. Les difficultés à mesurer certains objets parfois difficilement accessibles et les perturbations que peuvent entraîner les conditions limites ou la présence d'autres sources sont des problèmes qui ne permettent pas une caractérisation des phénomènes présents. Certaines méthodes ont été développées dans le domaine acoustique pour identifier les sources présentes sur l'objet à l'aide de mesures indirectes. Néanmoins les méthodes appliquées dans le domaine vibratoire requièrent majoritairement de mesurer la zone où la force est appliquée pour connaître le comportement de la plaque dans cette zone. L'idée de cette thèse était d'utiliser le principe de l'Holographie Acoustique dans le domaine vibratoire pour localiser et déterminer des sources d'excitation agissant sur une structure vibrante à l'aide de mesures déportées. Dans le cas de cette méthode inverse, les champs de déplacement (ou de vitesse) sont mesurés sur des lignes de capteurs à une dimension (les hologrammes) et sont utilisés pour reconstruire le champ de déplacement 2D entier. La reconstruction est possible au moyen d'un procédé de rétro-propagation, réalisé dans l'espace des nombres d'onde via la transformée de Fourier spatiale.

L'approche suivie est particulièrement intéressante car elle permet la caractérisation des phénomènes de vibration lorsqu'une mesure directe est impossible. De plus, cette méthode diminue le nombre de mesures nécessaire pour reconstruire le champ de déplacement sur l'ensemble de la structure. Par ailleurs, étant donné que l'équation générale de l'Holographie Vibratoire est basée sur la décomposition du champ en ondes allers et en ondes retours, la méthode peut être utilisée pour séparer les champs de déplacement en présence de sources multiples. Ces différents travaux ont également été abordés dans plusieurs congrès [CTTG14,CTTG16b,CTTG16c], dans une revue de journal [CTTG16a]. Un article dans le JSV est également en cours.

La difficulté de la méthode réside dans la mesure des ondes évanescents qui n'est pas toujours possible. L'Holographie Vibratoire est basée sur une équation différentielle d'ordre 4 qui induit dans la solution générale des termes toujours évanescents quelle que soit la valeur du nombre d'onde  $k_x$ . Les ondes évanescents sont particulièrement sensibles aux incertitudes de mesure et entraînent d'importantes erreurs lors du processus de rétropropagation. Pour cela deux formulations ont été développées durant cette thèse : une formulation pour une étude en champ proche nommée NSH (Near-field Structural Holography) et la seconde appelée FSH, pour une étude en champ lointain (Far-field Structural Holography) qui ne tient pas compte des termes purement évanescents.

Dans un premier chapitre, ces deux formulations sont abordées. La démarche pour obtenir la solution générale de l'Holographie Vibratoire est exposée dans un premier temps. Les termes purement évanescents présent dans la solution générale sont ensuite étudiés et, à la suite de cette étude, les deux formulations sont définies : NSH et FSH. Les deux approches sont ensuite

validées sur deux études différentes. Les déplacements d'une plaque suspendue sur un bord et excitée par un pot vibrant sont reconstruits via la formulation FSH. La formulation NSH est utilisée sur le cas numérique d'une plaque appuyée excitée par une force harmonique. Sur cette seconde étude la sensibilité de la méthode est évaluée en utilisant un déplacement bruité.

Le principe de séparation de champs de sources est ensuite abordé dans un second chapitre. Après avoir explicité le processus de la méthode, une étude sur plaque infinie est réalisée. Les champs de déplacement générés par 2 forces agissant sur une plaque infinie sont séparés. Les intensités structurales des champs de déplacement reconstruits sont ensuite calculées pour améliorer les performances de localisation de la méthode. Nous validons expérimentalement ce principe en utilisant l'Holographie Vibratoire pour séparer les champs de déplacement produits par les trois points de fixation d'une pompe à eau fixée sur une plaque.

L'influence des paramètres géométriques sur les performances de l'Holographie Vibratoire fait l'objet d'un troisième chapitre. L'influence de la distance entre la source et les hologrammes est étudiée à l'aide d'un indicateur d'erreur quadratique. La longueur des hologrammes, ainsi que l'écart entre deux points de l'hologramme sont ensuite étudiés. L'influence du bruit de mesure sur les performances de reconstruction des champs vibratoires est illustrée pour la FSH, la NSH et la NSH filtrée. Nous terminons ce chapitre en étudiant les contributions des termes propagatifs et évanescents sur la reconstruction des champs de déplacement.

Pour finir, l'Holographie Vibratoire est appliquée en ne tenant plus compte des ondes évanescentes. Il est déjà possible de rétropropager au delà de l'effort. Nous présentons le potentiel de cette méthode via une étude sur plaque infinie en localisant dans un premier temps une seule force avec des hologrammes situés très loin de la source et en localisant ensuite 3 forces agissant sur la plaque avec seulement 4 hologrammes (deux sur chaque axe). Nous traitons de l'influence de la distance entre les forces sur les performances de localisation dans la section d'après, ce qui nous permet d'identifier une distance limite entre les forces qui ne doit pas être inférieure à  $\lambda$ . La méthode est donc plus efficace dans les hautes fréquences. Nous terminons ce chapitre par une validation expérimentale sur une plaque excitée par un pot vibrant et une pompe à eau. Pour la pompe à eau, les résultats ne présentent pas des localisations de sources assez satisfaisantes car la complexité des phénomènes ainsi que la faible distance entre les forces ne permettent pas de toutes les distinguer précisément.

Les résultats obtenus dans ce travail sont prometteurs mais d'autres aspects mériteraient d'être abordés dans de futur travaux. Nous les avons énumérés dans la section ci-dessous consacrée aux perspectives.

---

# Perspectives

---

Nous avons traité dans ce manuscrit de la méthode de l'Holographie Vibratoire ainsi que de ses domaines d'applications : L'identification de champs de déplacement, la séparation de champs dans le cas d'excitations multi-sources, la localisation de sources. Cette nouvelle méthode présente de nombreuses possibilités d'application qui n'ont pas pu encore être étudiées. Nous proposons dans ce dernier chapitre d'aborder les perspectives futures qui pourront être développées dans de prochains travaux. Ce chapitre n'a pas pour but de traiter les problèmes en profondeur mais d'exposer des cas d'applications que nous jugeons intéressants. Quelques résultats sont néanmoins présentés pour illustrer et justifier nos propos.

## Coupler la méthode de l'Holographie Vibratoire avec RIFF

Il est parfois impossible de mesurer localement les phénomènes qui se produisent dans la zone d'application de la force. Dans un tel cas, il est donc impossible d'utiliser des méthodes telle que RIFF. En utilisant la reconstruction de champ de déplacement par Holographie Vibratoire via des mesures déportées, il serait intéressant de coupler les deux méthodes. L'Holographie Vibratoire permettrait d'accéder au comportement vibratoire dans des zones qui sont habituellement inaccessibles pour RIFF. Cependant, ne pas connaître la position de la force nécessite dans un premier temps l'utilisation de la formulation FSH pour ne pas limiter la distance de rétropropagation. Cette formulation utilise un filtrage dans le domaine des nombres d'onde et entraîne une approximation du champ de déplacement reconstruit. Cette approximation peut causer des problèmes pour l'application de la méthode RIFF.

Pour illustrer nos propos nous présentons un déplacement de plaque infinie reconstruit par Holographie avec des hologrammes situés en dessous de la force (Fig. 6.1 (a)) et au-dessus de la force (Fig. 6.1(b)). Nous assemblons ces deux déplacements pour obtenir le déplacement reconstruit total présenté sur la Fig. 6.1 (c) sur lequel nous appliquons RIFF pour obtenir le résultat Fig. 6.1 (d). Les effets de troncature entre les deux déplacements assemblés sont visibles sur le calcul de la méthode RIFF mais la méthode est applicable.

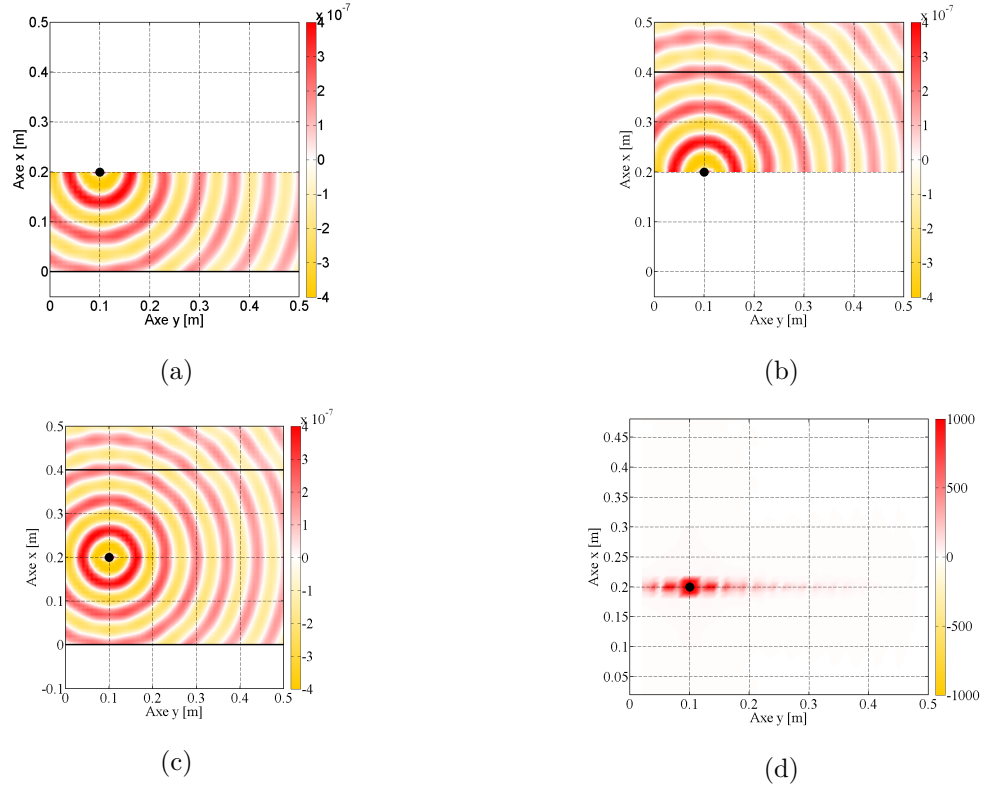


FIGURE 6.1 – Déplacements reconstruits par FSH pour (a) des hologrammes situés en dessous et (b) au-dessus de la force. (c) Déplacement total reconstruit par FSH  $w_{tot}$  et (D) application de RIFF sur  $w_{tot}$ .

## Étendre la méthode aux cylindres

Nous avons démontré le potentiel de la méthode pour localiser des sources sur de grandes distances sur les plaques. Une perspective intéressante est d'appliquer la méthode sur des cylindres pour étendre son application sur les tuyaux. Localiser des fuites avec une mesure sur seulement une ligne courbe permettrait d'accéder à des informations concernant des installations pour lesquelles l'ensemble des tuyaux n'est pas facilement accessible.

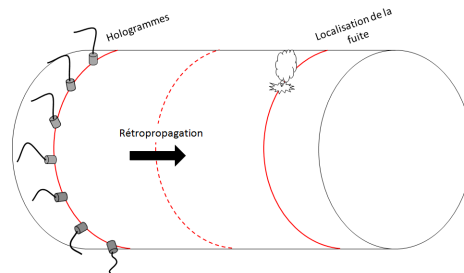


FIGURE 6.2 – Représentation de l'application de l'Holographie Vibratoire pour localiser des fuites sur un tuyau.

## Calcul de la puissance sur le champ reconstruit

L'Holographie Vibratoire permet de calculer les champs de déplacement ou de vitesse. Avec ces grandeurs physiques il serait intéressant de retrouver la puissance rayonnée et injectée sur la plaque. Cette puissance pourrait être calculée sur un cercle entourant la force comme nous le représentons Fig. 6.3.

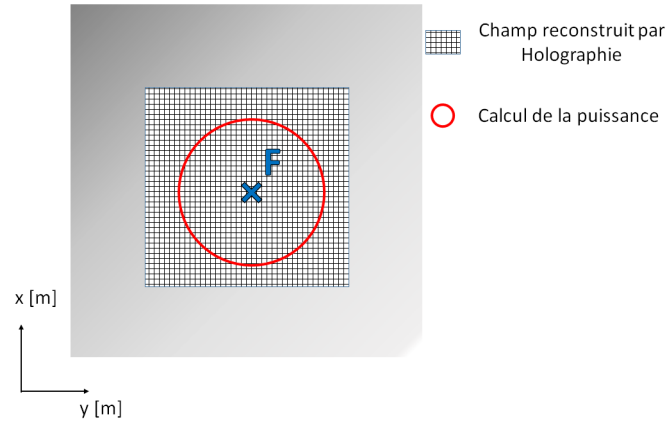


FIGURE 6.3 – Représentation du calcul de la puissance sur le champ de déplacement reconstruit par Holographie Vibratoire.

## Application sur des modèles éléments finis

Il serait intéressant d'étendre la méthode sur des modèles éléments finis. L'Holographie Vibratoire pourrait ainsi être appliquée sur des plaques de forme quelconque sur lesquelles nous pourrions par exemple séparer les réflexions causées par les conditions limites ou calculer les phénomènes qui se produisent sur les limites de la plaque (Fig. 6.4 (a)). De plus l'influence de la courbure de la plaque pourrait être étudiée (Fig. 6.4 (b)).

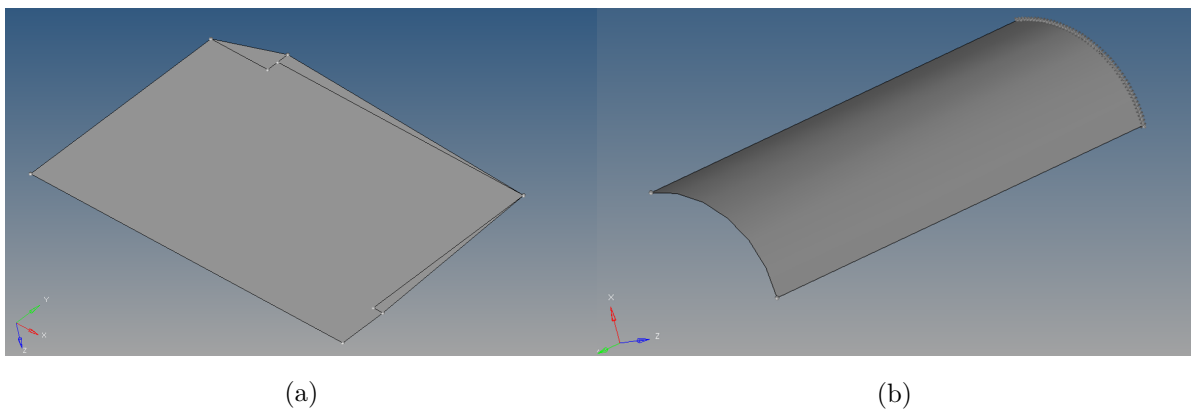


FIGURE 6.4 – Modèle éléments finis de (a) plaque de forme quelconque et (b) de plaque courbée.

### **Étendre la méthode dans le domaine temporel**

Comme pour l'Holographie Acoustique, il serait intéressant d'étendre la méthode pour l'appliquer en temporel et ainsi observer les phénomènes présents sur la plaque en temps réel.

---

## Résolution de l'équation différentielle d'ordre 4

---

Nous démontrons dans cette Annexe la procédure pour résoudre l'équation différentielle d'ordre 4 qui permet d'obtenir la solution générale de l'Holographie Vibratoire. Cette équation différentielle est :

$$\frac{\partial^4}{\partial y^4} W(k_x, y) - 2k_x^2 \frac{\partial^2}{\partial y^2} W(k_x, y) + (k_x^4 - k_f^4) W(k_x, y) = 0, \quad (\text{A.1})$$

qui a comme equation caractéristique :

$$m^4 - 2k_x^2 m^2 + (k_x^4 - k_f^4) = 0. \quad (\text{A.2})$$

On remarque que cette équation est "bicarré" et, par conséquent, qu'il est possible de changer l'inconnu par  $m^4 = M^2$  et  $m^2 = M$ . Le système devient :

$$M^2 - 2k_x^2 M + (k_x^4 - k_f^4) = 0, \quad (\text{A.3})$$

$$(\text{A.4})$$

qui présente la solution suivante :

$$\Delta = b^2 - 4ac \quad (\text{A.5})$$

$$\Delta = (-2k_x^2)^2 - 4(k_x^4 - k_f^4) = 4k_f^4, \quad (\text{A.6})$$

$$M_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{2k_x^2 \pm \sqrt{4k_f^4}}{2}, \quad (\text{A.7})$$

$$M_{1,2} = k_x^2 \pm k_f^2. \quad (\text{A.8})$$

$$(\text{A.9})$$

Or, comme  $m^4 = M^2$  et  $m^2 = M$ , l'équation admet 4 solutions :

$$m_1 = \sqrt{k_x^2 + k_f^2}, \quad (\text{A.10})$$

$$m_2 = -\sqrt{k_x^2 + k_f^2}, \quad (\text{A.11})$$

$$m_3 = \sqrt{k_x^2 - k_f^2}, \quad (\text{A.12})$$

$$m_4 = -\sqrt{k_x^2 - k_f^2}, \quad (\text{A.13})$$

avec  $m_3$  et  $m_4$  possible pour  $k_x^2 > k_f^2$ . On obtient donc bien la solution générale suivante :

$$\begin{aligned} W(k_x, y_i) = & C_{\text{eva}}^{\text{B}}(k_x) e^{k_x^+ y_i} + C_{\text{eva}}^{\text{F}}(k_x) e^{-k_x^+ y_i} \\ & + C_{\text{mix}}^{\text{B}}(k_x) e^{k_x^- y_i} + C_{\text{mix}}^{\text{F}}(k_x) e^{-k_x^- y_i}, \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

avec  $k_x^+ = \sqrt{k_x^2 + k_f^2}$ ,  $k_x^- = \sqrt{k_x^2 - k_f^2}$ .

## Localisation par Holographie Vibratoire avec des hologrammes à droite des forces.

---

Nous proposons dans cette Annexe de reconstruire le déplacement par FSH du cas d'étude présenté dans la section 5.2 du chapitre 5. Les hologrammes sont positionnés en  $y_{h1} = 50$  cm et  $y_{h2} = 51$  cm. On obtient les intensités structurales représentées sur les figures B.1. Nous remarquons que les intensités structurales sont de signes opposés aux intensités calculées avec des hologrammes positionnés en  $y_1 = 0$  cm et  $y_{h2} = 1$  cm. Si on observe les vecteurs d'intensités, on remarque qu'il se propage également dans le sens opposé aux résultats obtenus avec des hologrammes positionnés à gauche des forces (Fig. B.2. Il y a donc les mêmes informations mais de signes opposés des déplacements reconstruits avec des hologrammes positionnés à gauche ou à droite des forces.

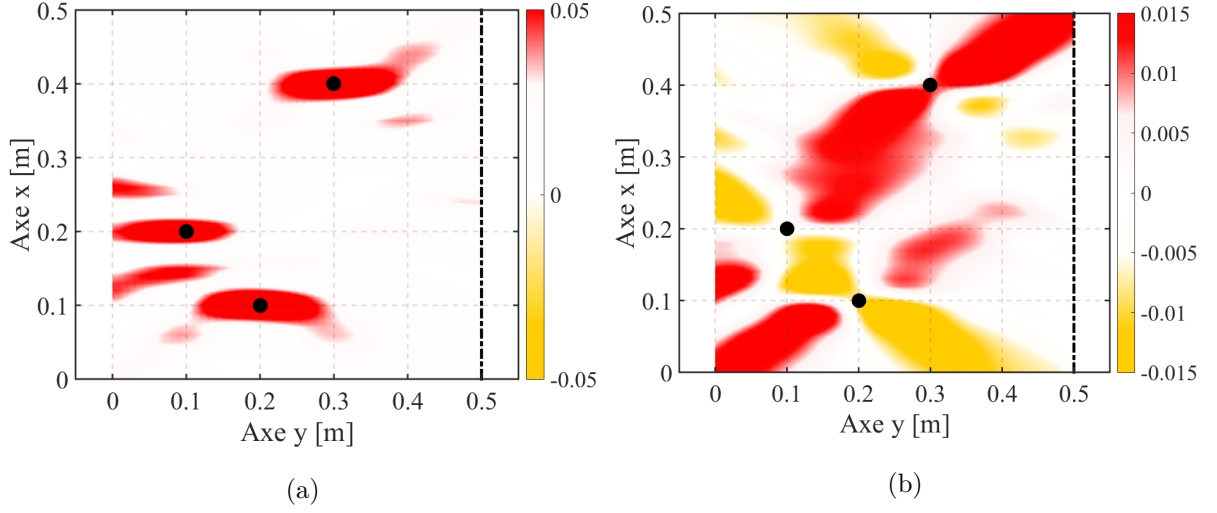


FIGURE B.1 – Partie réelle de l'intensité structurale calculée pour le déplacement référence (a) en  $x$   $I_{ref}^x$ , (c) en  $y$   $I_{ref}^y$  et sur le déplacement reconstruit par FSH  $w_{FSH}^D$  avec le filtre  $\chi_1(k_x)$  et des hologrammes à droite des forces (b) en  $x$   $I_{FSH}^{Dx}$  et (d) en  $y$   $I_{FSH}^{Dy}$

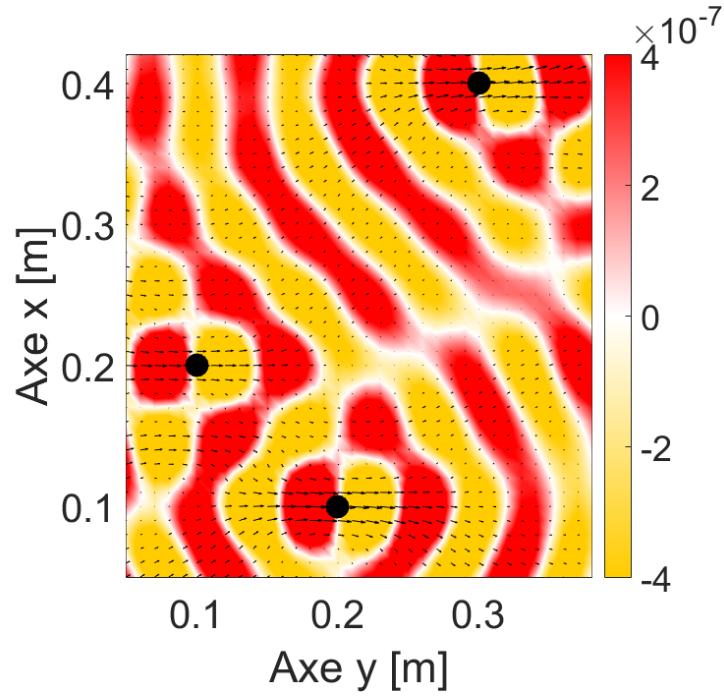


FIGURE B.2 – Synopsis de l'Holographie Vibratoire.

---

# Application de la méthode RIFF sur un déplacement reconstruit par FSH sans considérer les ondes évanescentes

---

Nous avons présenté dans le chapitre 5 l'utilisation de l'Holographie Vibratoire en ne considérant pas les ondes évanescentes. Cette approximation nous fait perdre une information importante qui ne nous permet pas d'associer des méthodes d'identification d'efforts comme RIFF. C'est ce que nous illustrons dans cette Annexe. Nous reprenons le cas d'une plaque infinie excitée par 3 forces, présenté dans le chapitre 5 et illustré sur la Fig. ???. Les déplacements sont reconstruits par Holographie Vibratoire avec des hologrammes positionnés à gauche des forces en  $y_{h1} = 0$  cm et  $y_{h2} = 1$  cm. Les paramètres de la plaque sont donnés dans le chapitre 5. Nous rappelons que l'équation qui décrit la méthode RIFF est la suivante :

$$\frac{\partial^4 w}{\partial^2 x \partial^2 y} \Rightarrow \delta_{i,j}^{2x2y} = \frac{1}{\Delta_x^2 \Delta_y^2} (w_{i+1,j+1} - 2w_{i+1,j} + w_{i+1,j-1} - 2w_{i,j+1} \quad (C.1)$$

$$+ 4w_{i,j} - 2w_{i,j-1} + -2w_{i-1,j+1} - 2w_{i-1,j} + w_{i-1,j-1}), \quad (C.2)$$

où  $\Delta_x$  et  $\Delta_y$  sont les distances entres deux points consécutifs dans les directions  $x$  et  $y$ .

Les distributions des forces sont calculées et la partie réelle et absolue des résultats sont respectivement représentés sur les Fig. C.2 (a) et (b). Nous remarquons qu'en appliquant RIFF, la partie réelle donne un résultat très similaires aux déplacements reconstruits. Pour la valeur absolue, on est également proche de la valeur absolue des déplacements obtenu par Holographie.

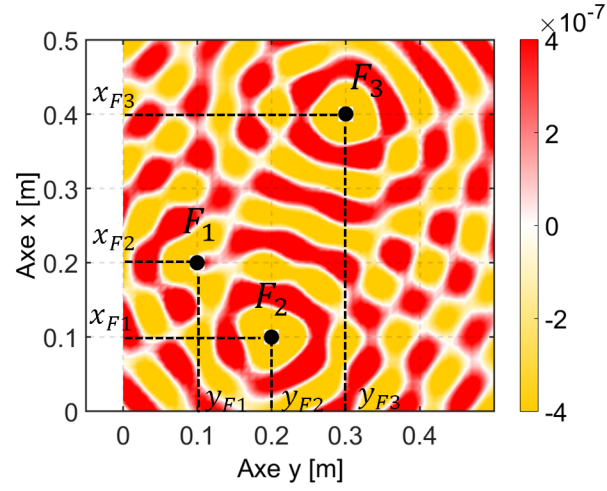


FIGURE C.1 – Déplacement référence  $\bar{w}_F(x,y)$  (a) partie réelle d'une plaque infinie excitée par 3 forces.

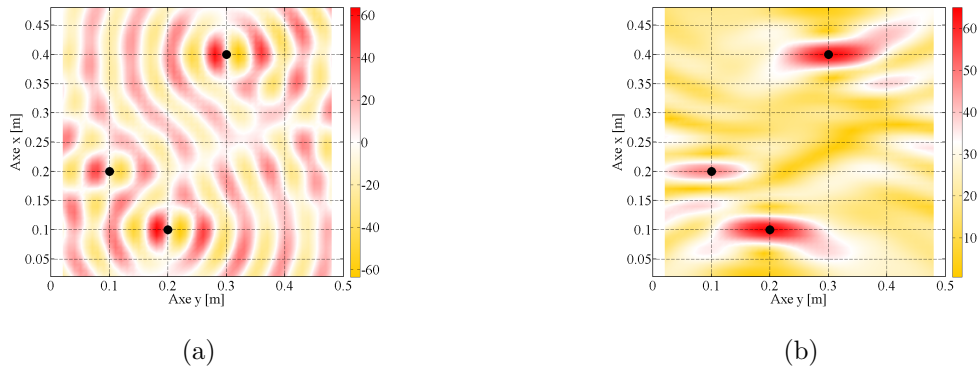


FIGURE C.2 – Partie réelle et valeur absolue des champs de force calculés avec la méthode RIFF sur le déplacement reconstruit par Holographie Vibratoire.

---

# Bibliographie

---

- [ADS16] M. Aucejo and O. De Smet. Bayesian source identification using local priors. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 66 :120–136, 2016.
- [Ant12] J. Antoni. A bayesian approach to sound source reconstruction : optimal basis, regularization, and focusing. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 131(4) :2873–2890, 2012.
- [BCC08] C.-X. Bi, X.-Z. Chen, and J. Chen. Sound field separation technique based on equivalent source method and its application in nearfield acoustic holography. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 123(3) :1472–1478, 2008.
- [BGJM11] S. Brooks, A. Gelman, G. Jones, and X.-L. Meng. *Handbook of Markov Chain Monte Carlo*. CRC press, 2011.
- [Bol13] W. M. Bolstad. *Introduction to Bayesian statistics*. John Wiley & Sons, 2013.
- [BRP14a] A. Berry, O. Robin, and F. Pierron. Identification d’excitations dynamiques sur des plaques en flexion par la méthode des champs virtuels, 2014.
- [BRP14b] A. Berry, O. Robin, and F. Pierron. Identification of dynamic loading on a bending plate using the virtual fields method. *Journal of Sound and Vibration*, 333(26) :7151–7164, 2014.
- [CMIP95] M.-T. Cheng, J. A. Mann III, and A. Pate. Wave-number domain separation of the incident and scattered sound field in Cartesian and cylindrical coordinates. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 97(4) :293–303, 1995.
- [CTTG14] C. Chesnais, N. Totaro, J.-H. Thomas, and J.-L. Guyader. *Source identification by vibratory holography. NOVEM*, 2014.
- [CTTG16a] C. Chesnais, N. Totaro, J.-H. Thomas, and J.-L. Guyader. Source separations and identification by structural holography. *SAE Int. J. Passeng. Cars - Mech. Syst.*, 9(Issue 3), September 2016.
- [CTTG16b] C. Chesnais, N. Totaro, J.-H. Thomas, and J.-L. Guyader. *Identification et séparation de source par Holographie Vibratoire. CFA/VISHNO*, 2016.

- 
- [CTTG16c] C. Chesnais, N. Totaro, J.-H. Thomas, and J.-L. Guyader. *Structural Holography. ISMA*, 2016.
- [DOPG06] M.C. Djamaa, N. Ouelaa, C. Pézerat, and J.-L. Guyader. Mechanical force identification of a finite cylindrical shell by an inverse method. *Acta Acustica united with Acustica*, 92 :398–405, 2006.
- [DOPG07] M.C. Djamaa, N. Ouelaa, C. Pézerat, and J.-L. Guyader. Reconstruction of a distributed force applied on a thin cylindrical shell by an inverse method and spatial filtering. *Journal of Sound and Vibration*, 301(3-5) :560–575, April 2007.
- [Gav91] L. Gavrić. *Influence de modifications locales sur le flux d’énergie dans les structures à paroi mince (Influence of local modifications on energy flow in thin-walled structures)*. PhD thesis, 1991. Université de Technologie de Compiègne.
- [GCF97] L. Gavrić, U. Carlsson, and Leping Feng. Measurement of structural intensity using a normal mode approach. *Journal of sound and vibration*, 206(1) :87–101, 1997.
- [GP93] L. Gavrić and G. Pavić. A finite element method for computation of structural intensity by the normal mode approach. *Journal of Sound and Vibration*, (164(1)) :29–43, 1993.
- [GPDS02] P. Guillaume, E. Parloo, and G. De Sitter. Source identification from noisy response measurements using an iterative weighted pseudo-inverse approach. In *Proceeding of ISMA*, volume 4, 2002.
- [GPVDS02] P. Guillaume, E. Parloo, P. Verboven, and G. De Sitter. An inverse method for the identification of localized excitation sources. In *Proceeding of IMAC*, 2002.
- [Gré89] M. Grédiac. Principe des travaux virtuels et identification. *Comptes rendus de l’Académie des sciences. Série 2, Mécanique, Physique, Chimie, Sciences de l’univers, Sciences de la Terre*, 309(1) :1–5, 1989.
- [Had02] J. Hadamard. Sur les problèmes aux dérivées partielles et leur signification physique. *Princeton university bulletin*, 13(49-52) :28, 1902.
- [Hal01] J. Hald. Time domain acoustical holography and its applications. *Journal of Sound and Vibration*, 35(2) :16–25, 2001.
- [Han92] P. C. Hansen. Analysis of discrete ill-posed problems by means of the l-curve. *SIAM review*, 34(4) :561–580, 1992.
- [Idi13] J. Idier. *Bayesian approach to inverse problems*. John Wiley & Sons, 2013.
- [JMG<sup>+</sup>14] K. H. B. Janssens, P. P. G. Mas, P. A. Gajdatsy, H. Van Der Auweraer, and L. J. P. Gielen. Transfer path analysis, May 20 2014. US Patent 8,731,868.
-

- 
- [Lei69] A. W. Leissa. Vibration of plates. Technical report, DTIC Document, 1969.
- [LPG88] T. Loyau, J.-C. Pascal, and P. Gaillard. Broadband acoustic holography reconstruction from acoustic intensity measurements. i : Principle of the method. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 84(5) :1744–1750, 1988.
- [MWL85] J. D. Maynard, Earl G. Williams, and Y. Lee. Nearfield acoustic holography (NAH) : I - Theory of generalized holography and the development of NAH. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 78(4), 1985.
- [Noi69] D.U Noiseux. Measurement of Power Flow in Uniform Beams and Plates. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 47(1) :238—247, 1969.
- [Pé96] C. Pézerat. *Méthode d’identification des efforts appliqués sur une structure vibrante, par résolution et régularisation du problème inverse (Identification of Forces Applied on Vibrating Structures by Resolution and Regularization of the Inverse Problem)*. PhD thesis, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 1996.
- [Pas92] J.-C. Pascal. Expressions simplifiées du flux d’énergie dans les plaques. *Le Journal de Physique IV*, 2(C1) :C1–515, 1992.
- [Pav76] G. Pavić. Measurement of structure borne wave intensity, part i : Formulation of the methods. *Journal of Sound and Vibration*, 49(2) :221–230, 1976.
- [PG95] C. Pezerat and J.-L. Guyader. Two inverse methods for localization of external sources exciting a beam. *Acta Acustica*, pages 1–10, 1995.
- [PG96] C. Pézerat and J.-L. Guyader. Localisation d’efforts appliqués sur des structures minces ; régularisation du problème inverse. *Revue Française de Mécanique*, pages 49–55, 1996.
- [PG00] C. Pézerat and J.-L. Guyader. Force analysis technique : reconstruction of force distribution on plates. *Acta Acustica united with Acustica*, 86(2) :322–332, 2000.
- [PG12] F. Pierron and M. Grédiac. *The Virtual Fields Method*. John Wiley & Sons, springer, new-york, edition, 2012.
- [PLMI90] J.-C. Pascal, T. Loyau, and J. A. Mann III. Structural intensity from spatial Fourier transformation and BAHIM acoustical holography method. *International Congress on intensiy techniques*, 1990.
- [PLTP09] C. Pézerat, Q. Leclère, N. Totaro, and M. Pachebat. Identification of vibration excitations from acoustic measurements using near field acoustic holography and the force analysis technique. *Journal of Sound and Vibration*, 326(3-5) :540–556, October 2009.
-

- 
- [PVGVO03] E. Parloo, P. Verboven, P. Guillaume, and M. Van Overmeire. Force identification by means of in-operation modal models. *Journal of Sound and Vibration*, 262(1) :161–173, 2003.
- [RAW90] A.J. Romano, P.B. Abraham, and E. G. Williams. A poynting vector formulation for thin shells and plates, and its application to structural intensity analysis and source localization. part i : Theory. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 87(3) :1166–1175, 1990.
- [RGG15] N.B. Roozen, J.L. Guyader, and C. Glorieux. Measurement-based determination of the irrotational part of the structural intensity by means of test functional series expansion. *Journal of Sound and Vibration*, 356 :168–180, November 2015.
- [SB14] J. Sanchez and H. Benaroya. Review of force reconstruction techniques. *Journal of Sound and Vibration*, 333(14) :2999–3018, 2014.
- [TA76] A. Tikhonov and V. Arsenine. Méthodes de résolution de problèmes mal posés. 1976.
- [Tar05] A. Tarantola. *Inverse problem theory and methods for model parameter estimation*. siam, 2005.
- [TGP<sup>+</sup>10] J.-H. Thomas, V. Grulier, S. Paillasseur, J.-C. Pascal, and J. Le Roux, C. Real-time near-field acoustic holography for continuously visualizing nonstationary acoustic fields. 128(6) :3554–3567, 2010.
- [TT03a] A. N. Thite and D. J. Thompson. The quantification of structure-borne transmission paths by inverse methods. part 1 : Improved singular value rejection methods. *Journal of Sound and Vibration*, 264(2) :411–431, 2003.
- [TT03b] A. N. Thite and D. J. Thompson. The quantification of structure-borne transmission paths by inverse methods. part 2 : Use of regularization techniques. *Journal of Sound and Vibration*, 264(2) :433–451, 2003.
- [Tuk67] J.W Tukey. *An introduction to the calculations of numerical spectrum analysis*. B.Harris, 1967.
- [VM86] W.A Veronesi and J. D. Maynard. Nearfield acoustic holography (NAH) II - Holographic reconstruction algorithms and computer implementation. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 81(5), 1986.
- [Wil99] Earl G. Williams. *Fourier Acoustics Sound Radiation and Nearfield Acoustical Holography*. Academic press, london edition, 1999.
-

- 
- [WMS80] Earl G. Williams, J. D. Maynard, and E. Skudrzyk. Sound source reconstructions using a microphone array. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 68(1) :340–344, 1980.
- [ZMI96a] Y. Zhang and J. A. Mann III. Examples of using structural intensity and the force distribution to study vibrating plates. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 99(1) :354–361, 1996.
- [ZMI96b] Y. Zhang and J. A. Mann III. Measuring the structural intensity and force distribution in plates. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 99(1) :345–353, 1996.
-





## FOLIO ADMINISTRATIF

### THESE DE L'UNIVERSITE DE LYON OPEREE AU SEIN DE L'INSA LYON

NOM : CHESNAIS

DATE de SOUTENANCE : 24 Novembre 2016

Prénoms : Corentin

TITRE : Identification et séparation de source par Holographie Vibratoire

NATURE : Doctorat

Numéro d'ordre :

Ecole doctorale : MEGA DE LYON  
(MECANIQUE, ENERGETIQUE, GENIE CIVIL, ACOUSTIQUE)

Spécialité : Acoustique

#### RESUME :

La reconstruction de champ source a pour but d'identifier le champ d'excitation en mesurant la réponse du système. Pour l'Holographie acoustique de champ proche (Near-field Acoustic Holography), la réponse du système (pression acoustique rayonnée) est mesurée sur un hologramme bidimensionnel utilisant un réseau de microphones et le champ source (le champ de vitesse acoustique) est reconstruit par une technique de rétro-propagation effectuée dans le domaine des nombres d'ondes. L'objectif des travaux présentés est d'utiliser le même type de techniques pour reconstruire le champ de déplacement sur toute la surface d'une plaque en mesurant les vibrations sur des hologrammes à une dimension (lignes de mesures). Dans le domaine vibratoire, l'équation du mouvement de plaque implique la présence de 4 types d'ondes différents, deux étant purement évanescents. Ces derniers peuvent introduire des instabilités dans l'application de la méthode, notamment lorsque les hologrammes sont placés dans le champ lointain des efforts appliqués à la structure. La méthode présentée ici, appelée "Holographie Vibratoire", est particulièrement intéressante quand une mesure directe du champ de vitesse est impossible. L'holographie vibratoire permet également de séparer les sources dans le cas d'excitations multiples en les considérant comme des ondes allers ou retours. Il est alors possible d'isoler l'influence de chaque source et de quantifier notamment les champs d'intensités structurales que chacune d'elles génère. L'objectif de cette thèse est de présenter les principes de l'holographie Vibratoire, ses limites, ses applications et de les illustrer par des exemples sur plaque infinie, plaque appuyée et sur des résultats expérimentaux.

MOTS-CLÉS : Vibrations – Identifications – Holographie Vibratoire – Séparation de sources

Laboratoire (s) de recherche : Laboratoire Vibrations Acoustique

Directeur de thèse: Nicolas TOTARO et Jean-Hugh THOMAS

Président de jury : GUYADER Jean-Louis

Composition du jury : DAUCHEZ Nicolas, BERRY Alain, GUYADER Jean-Louis, SADOULET-REBOUL Emeline, TOTARO Nicolas, THOMAS Jean-Hugh