HAL
open science

Endommagement à l'échelle mésoscopique et son influence sur la tenue mécanique des matériaux composites tissés

Aurélien Doitrand

To cite this version:

Aurélien Doitrand. Endommagement à l'échelle mésoscopique et son influence sur la tenue mécanique des matériaux composites tissés. Génie mécanique [physics.class-ph]. Université de Bretagne occidentale - Brest, 2016. Français. NNT : 2016BRES0077 . tel-01455235v2

HAL Id: tel-01455235

https://hal.science/tel-01455235v2

Submitted on 5 Mar 2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

université de bretagne occidentale

UNIVERSITE BRETAGNE LOIRE

THÈSE / UNIVERSITÉ DE BRETAGNE OCCIDENTALE

sous le sceau de l'Université de Bretagne Loire

pour obtenir le titre de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE BRETAGNE OCCIDENTALE

Mention: Génie Mécanique

École Doctorale des sciences de la mer

présentée par

Aurélien Doitrand

Préparée à l'Onera -The French Aerospace Lab - 92322 Châtillon

Endommagement à l'échelle mésoscopique et son influence sur la tenue mécanique des matériaux composites tissés

ONERA

THE FRENCH AEROSPACE LAB

Thèse soutenue le 28 Novembre 2016

devant le jury composé de :

Pierre Ladévèze
Professeur Emeritus, LMT Cachan (Président du jury)

Silvestre Pinho
Professeur, Imperial College London (Rapporteur)

Wim Van Paepegem
Professeur, Université de Gand (Rapporteur)

Julien Schneider
Expert composite, Safran Aircraft Engines (Examinateur)

Thomas Bonnemains
Maître de conférence, UBO (Examinateur)

Nicolas Carrère
Docteur HDR, Safran Composites (Directeur de Thèse)

Martin Hirsekorn
Ingénieur de recherche Onera (Encadrant)

Christian Fagiano
Ingénieur de recherche Onera (Encadrant)

Remerciements

Je souhaite tout d'abord remercier Jean-François Maire pour m'avoir accueilli au sein du Département Matériaux et Structures Composites (DMSC) de l'ONERA, ou devrais-je plutôt dire pour m'avoir recruté dans son équipe, selon les termes footballistiques qui lui correspondent évidemment mieux. Ce fut un plaisir de participer aux foots du Vendredi, merci à tous les autres joueurs qui se sont régulièrement motivés pour venir jouer !

Merci à Cédric Huchette et Frédéric Laurin qui ont été à la tête de l'unité MC² au sein de laquelle j'ai fait ma thèse.

Je remercie également Nicolas Carrère pour avoir dirigé ma thèse et m'avoir donné de bons conseils au cours de ces trois années.

Un immense merci à Martin Hirsekorn et Christian Fagiano, qui ont encadré ma thèse à l'ONERA. J'ai beaucoup appris à vos côtés et j'ai aimé travailler avec vous au cours de ces trois années. Merci pour votre disponibilité, pour les discussions toujours très intéressantes et toute l'aide que vous m'avez apportée.

Je voudrais remercier les personnes qui, de près ou de loin, ont participé à ce travail de thèse. Merci à François Hild pour m'avoir donné l'opportunité d'utiliser Correli, et pour les discussions enrichissantes. Merci à Dominique Leguillon et Eric Martin pour l'échange très intéressant à propos du critère couplé. Merci à Philippe Nunez et Simon Lempereur pour la découpe des plaques de matériau. Un grand merci à Anne Mavel qui a réalisé l'ensemble des essais présentés dans cette thèse, et à Jean-Michel Roche et Françoise Passilly qui ont également pris part à la réalisation de ces essais. Un grand merci à Vincent Chiaruttini pour son aide avec Zcracks, et plus généralement aux membres de l'unité MNU du DMSM qui ont toujours été disponibles pour répondre à mes nombreuses questions sur l'utilisation de ZéBuLoN : Sylvia Feld-Payet, Johann Rannou, et Jean-Didier Garaud. Merci à François-Henri Leroy pour son aide et pour les discussions toujours très instructives, sans oublier les parties de pétanque ! Merci à Fred pour son aide sur le traitement des essais ILSS (et pour les footings). Merci à Roger Valle pour la relecture des articles.

Merci également à l'ensemble des permanents de l'unité avec qui j'ai passé trois années fort agréables. Merci à mes compagnons (ex-, actuel et futur) doctorants : Spécialement à Black Mamba, l'Alsacienne des coquelicots, Garou Bowie l'intermittent, Bob le bricoleur, Richard, Narindra et Fabrizio!

Merci à toute l'équipe de Volley pour ces trois années passées en votre compagnie, et aux musicos pour les petites sessions toujours sympathiques !

Merci aux copains stéphanois, parisiens et d'ailleurs. Un merci particulier aux 3 mousquetaires Pierre et Guillaume², à Thomas, Pierre et Sophie et à la dream team londonienne (Mymy, Dez, Flavien et Sophie sans oublier Dwyane Bosh) !

Je souhaite enfin remercier ma famille, les retours à Sainté étaient toujours très ressourçants ! Un grand merci en particulier à ma maman pour son soutien et à mon frère (merci pour le coaching !).

Merci infiniment à Marion. Je ne doute pas que tu trouveras la girafe qui s'est cachée dans le mémoire !

Table des matières

Chapitre I : Introduction

I.1 Contexte de l'étude 3
I.2 Les matériaux composites tissés 4
I.3 Mise en place de la thèse 7
I.4 Démarche de la thèse 9
I.5 Conclusion 13

Chapitre II : Etude bibliographique de la caractérisation et de la modélisation de l'endommagement des composites tissés à l'échelle mésoscopique

II.1 Introduction 17
II.2 Rappel sur la caractérisation des mécanismes d'endommagement et leur influence sur le comportement 17
II.2.1 Méthodes de détection des mécanismes d'endommagement 17
II.2.2 Mécanismes d'endommagement observés expérimentalement et leur influence sur le comportement 22
II.3 Rappel sur la génération de géométries et le maillage de composites tissés 24
II.3.1 Modèles géométriques de composites tissés 24
II.3.1.1 Modèles géométriques issus d'observations au tomographe de composites tissés 24
II.3.1.2 Générateurs automatiques de modèles géométriques de renforts tissés 25
II.3.1.3 Modèles géométriques obtenus par simulation de la compaction du tissu sec 26
II.3.2 Maillage 28
II.3.2.1 Maillages voxel 28
II.3.2.2 Couche de matrice entre les torons 30
II.3.2.3 Superposition de maillage 30
II.3.2.4 Maillage Conforme 30
II.4 Présentation de la modélisation de l'endommagement des matériaux composites tissés à l'échelle mésoscopique 31
II.4.1 Modèle analytique 31
II.4.2 Modèles éléments finis 31
II.4.2.1 Modèles basés sur la mécanique de l'endommagement continu 32
II.4.2.2 Modèles discrets 34
II.5 Conclusion 37

Chapitre III : Caractérisation expérimentale des mécanismes d'endommagement et de l'évolution du comportement mécanique d'un composite tissé verre-époxy

III.1 Introduction 41
III.2 Matériau étudié et description des essais de caractérisation 41

III.2.1 Matériau composite étudié 41
III.2.2 Description des essais de caractérisation et des moyens de mesure 43
III.2.3 Exploitation des mesures obtenues par corrélation d'images 45
III.2.4 Exploitation des mesures obtenues par émission acoustique 47
III.3 Architecture du renfort 48
III.3.1 Extraction d'une géométrie 3D du renfort 48
III.3.2 Variabilité géométrique du renfort 49
III.4 Mécanismes d'endommagement et leur influence sur le comportement macroscopique du matériau 51
III.4.1 Mécanismes d'endommagements 51
III.4.2 Corrélation d'images pour la détection des endommagements 53
III.4.3 Détection des fissures transverses 57
III.4.4 Détection des décohésions 59
III.4.5 Comportement du matériau non endommagé 60
III.4.6 Influence de l'endommagement sur le comportement macroscopique du matériau . 62
III.5 Conclusion 66

Chapitre IV : Choix de la géométrie et du maillage de cellules élémentaires représentatives pour la modélisation de l'endommagement

IV.1 Introduction 70
IV.2 Génération d'une géométrie représentative du renfort de fibres 70
IV.2.1 Modélisation de la compaction du renfort de fibres 70
IV.2.1.1 Modèle géométrique du tissu avant compaction. 71
IV.2.1.2 Modèle EF (Abaqus Standard) 72
IV.2.2 Comparaison d'une géométrie compactée avec des observations au microscope et au tomographe 75
IV.2.3 Résumé du modèle géométrique obtenu par simulation de la compaction 77
IV.3 Choix d'une méthode de maillage 77
IV.3.1 Géométrie du renfort 78
IV.3.2 Maillage voxel 78
IV.3.3 Maillage conforme 80
IV.3.4 Convergence en maillage 80
IV.3.5 Homogénéisation par éléments finis 82
IV.3.6 Champs de contrainte et prévision du premier endommagement 84
IV.3.7 Lissage des champs de contrainte 89
IV.4 Etude de l'influence du décalage des couches sur les champs de déformation 93
IV.4.1 Empilements étudiés et propriétés homogénéisées 93
IV.4.2 Champs de déformation en surface 94
IV.5 Conclusion 101

Chapitre V : Modélisation de l'amorçage de l'endommagement dans une CER de composite tissé basée sur un critère couplé en contrainte et en énergie

V.1 Introduction 106
V.2 Critère couplé pour l'amorçage de l'endommagement 106
V.2.1 Critère en contrainte 107
V.2.1.1 Condition en contrainte du critère couplé 107
V.2.1.2 Modélisation de l'endommagement dans une CER 108

V.2.1.3 Localisation de l'endommagement 112
V.2.2 Critère en énergie 113
V.2.3 Modélisation discrète de l'endommagement 114
V.2.3.1 Méthode d'insertion discrète de l'endommagement dans une CER 114
V.2.3.2 Modélisation des mécanismes d'endommagement observés expérimentalement 116
V.2.3.3 Outil d'insertion de fissures : Du maillage de la fissure au calcul par EF 118
V.2.4 Convergence en maillage dans le cas de maillages fissurés 121
V.3 Prévision de l'amorçage de l'endommagement 124
V.3.1 Hypothèses sur la configuration des fissures 124
V.3.2 Application du critère couplé 126
V.4 Discussions 128
V.4.1 Localisation des fissures avec le critère en énergie 128
V.4.2 Orientation de la fissure 130
V.4.3 Bilan des coûts de calcul 131
V.4.4 Réduction du nombre de calculs : Approche à direction de descente 131
V.5 Conclusions 139

Chapitre VI : Modélisation de la cinétique d'endommagement et de son influence sur le comportement mécanique macroscopique du composite tissé

VI.1 Introduction 144
VI.2 Modélisation de la propagation de l'endommagement 144
VI.2.1 Rappels de mécanique de la rupture 144
VI.2.1.1 Critère de Griffith 144
VI.2.1.2 Mécanique de la rupture incrémentale 145
VI.2.2 Modélisation de l'endommagement dans la CER 147
VI.2.2.1 Hypothèses sur la configuration des fissures 147
VI.2.2.2 Algorithme de propagation de l'endommagement 148
VI.2.2.3 Exemple d'application : Cas d'une fissure intra-toron 151
VI.3 Propagation de l'endommagement dans la CER 152
VI.3.1 Amorçage des décohésions 152
VI.3.2 Propagation des fissures et des décohésions 153
VI.3.3 Interaction entre les fissures 156
VI.3.3.1 Amorçage d'une seconde fissure en présence d'une fissure existante 156
VI.3.3.2 Couplage entre les fissures 158
VI.4 Cinétique et influence de l'endommagement sur le comportement 159
VI.4.1 Cinétique 159
VI.4.2 Influence de l'endommagement sur le comportement du matériau 165
VI.5 Conclusions 167

Conclusions et perspectives 169

Références bibliographiques 175

Annexes 187

Notations générales

Les notations utilisées dans l'ensemble du manuscrit sont résumées ci-dessous.

- Les variables scalaires sont notées en caractère normal (*e.g.*, ε).
- Les vecteurs sont notés en gras (*e.g.*, $\boldsymbol{u}$).
- Les tenseurs d'ordre 2 sont soulignés une fois (*e.g.*, le tenseur d'ordre 2 $\underline{\sigma}$)
- Les tenseurs d'ordre 4 sont soulignés deux fois (*e.g.*, le tenseur d'ordre 4 $\underline{\underline{S}}$).
- L'opérateur <•> désigne la moyenne d'une quantité calculée sur un volume V : $<\cdot>= \int_V \cdot dV$
- L'opérateur $<\bullet>_+$ désigne la partie positive d'une quantité $< x >_+ = \frac{x+|x|}{2}$
- $x^* = \text{argmin}_x f(x)$ est défini de sorte que $f(x^*) = \min_x f(x)$
- La dérivée d'une composante d'un vecteur $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x})$ par rapport à une composante du vecteur $\boldsymbol{x}$ est notée de la manière suivante $u_{i,j} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j}$

Les sigles couramment utilisés dans le manuscrit sont résumés ci-dessous.

- EF : Eléments Finis
- CER : Cellule Elémentaire Représentative
- TIX-Y : désignation de l'éprouvette de traction incrémentale n°Y dont le renfort est orienté à X° par rapport à la direction de chargement.
- TMX-Y : désignation de l'éprouvette de traction monotone n°Y dont le renfort est orienté à X° par rapport à la direction de chargement.
- DIC : corrélation d'images
- EA : émission acoustique
- OMT : observations au microscope sur la tranche

Chapitre I: Introduction

Ce chapitre présente le contexte dans lequel se place ce travail de thèse, la démarche qui a été adoptée et un aperçu général de l'ensemble des travaux réalisés.

Plan du chapitre

I.1 Contexte de l'étude 3
I.2 Les matériaux composites tissés 4
I.3 Mise en place de la thèse 7
I.4 Démarche de la thèse 8
I.5 Conclusion 13

I.1 Contexte de l'étude

Les exigences environnementales dues au changement climatique incitent les industriels du domaine des transports à réduire leurs émissions de gaz à effets de serre. La rentabilité des transports aériens et automobiles passe par une recherche permanente de la réduction de la consommation, des masses des structures et des coûts, sans perte de performances ni de niveau de sécurité. Dans ce contexte, les matériaux composites sont de plus en plus utilisés dans les industries aéronautiques et automobiles pour répondre à ce besoin. En effet, ces matériaux présentent de bonnes propriétés mécaniques et physico-chimiques, ainsi qu'une faible masse volumique. Leur utilisation permet alors d'alléger considérablement les masses des structures tout en conservant de bonnes propriétés mécaniques. Longtemps, ces matériaux ont été peu utilisés sauf pour des structures secondaires peu sollicitées mécaniquement. Grâce aux progrès effectués au niveau de leur procédé de fabrication et à une meilleure compréhension de leur comportement, les composites représentent aujourd'hui plus de 50% de la masse de certains avions (Figure I.1) et sont maintenant aussi utilisés pour des structures primaires vitales telles que le fuselage ou le caisson central de voilure. En particulier, les matériaux composites à renfort tissé intéressent de plus en plus les industriels dans le cadre des applications hautes performances (secteur aéronautique et spatial) et des pièces fabriquées en grande série (secteur automobile).

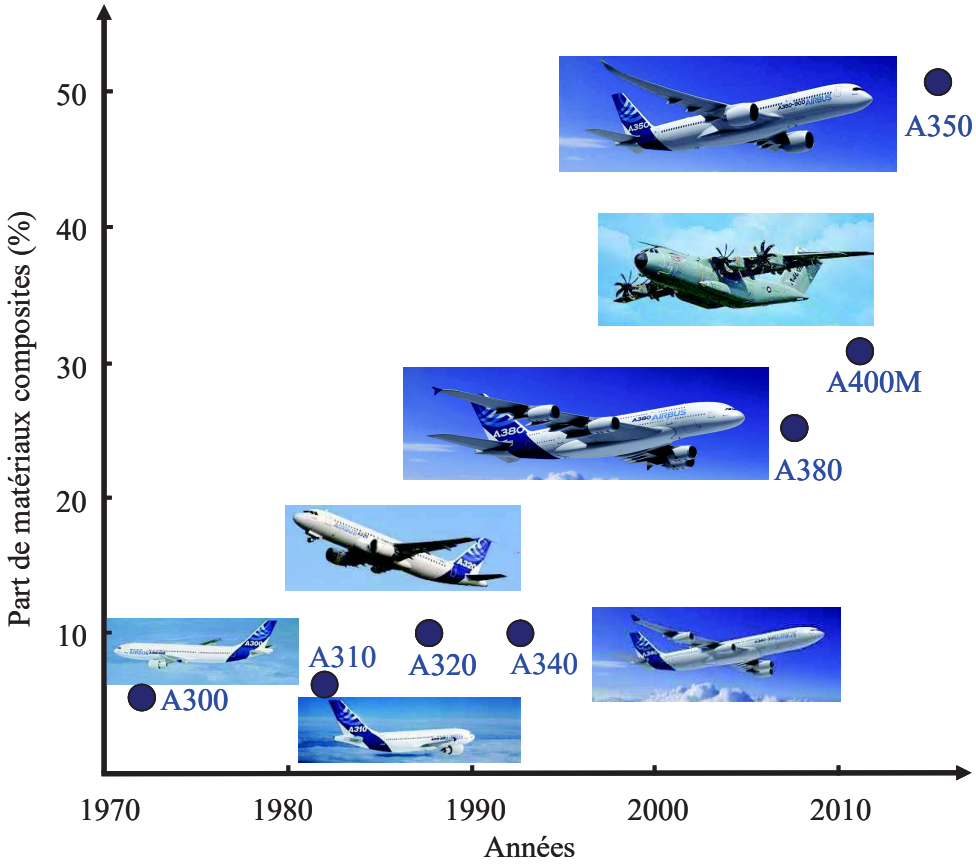


Figure I.1 : Evolution de la part de composites dans la gamme airbus.

Les métiers à tisser modernes permettent de fabriquer une large gamme de renforts, avec des architectures complexes et proches de la forme finale de la pièce. La conception des matériaux composites tissés offre ainsi une grande souplesse, à la fois dans le choix des constituants, mais aussi dans la manière de les agencer. Il est alors possible d'obtenir des matériaux « sur mesure » avec des propriétés mécaniques spécifiques. Un enjeu des industries aéronautiques et automobiles est d'exploiter au mieux le fort potentiel de ces matériaux afin d'obtenir des matériaux adaptés à des sollicitations mécaniques particulières. Le comportement mécanique de ces matériaux est fortement dépendant des propriétés des constituants mais aussi du procédé de mise en forme et d'assemblage. Par exemple, l'architecture du renfort de fibres et les possibles défauts induits par le procédé de fabrication ont une forte influence sur les propriétés mécaniques, l'endommagement et la rupture du matériau. De plus, contrairement aux matières premières classiques dont on connaît à priori les caractéristiques mécaniques, celles des matériaux composites tissés ne sont réellement connues qu'après fabrication. Le manque de données et d'outils de conception prédictifs induit un manque de confiance dans la conception des structures, qui amène à des surdimensionnements pouvant être coûteux, sous exploitant ainsi le potentiel de ces matériaux. Il est donc nécessaire de bien déterminer l'évolution du comportement mécanique et de l'endommagement d'un composite tissé pour réduire ce manque de confiance, obtenir des modèles plus prédictifs et ainsi mieux appréhender la conception de structures.

I.2 Les matériaux composites tissés

Les matériaux composites tissés font partie de la famille des composites textiles, tout comme les composites tressés et les composites tricotés. Leur particularité est due au renfort de fibres qui se présente sous la forme d'un tissu. Les métiers à tisser (Figure I.2) permettent d'obtenir une large gamme de renforts avec un tissage bidimensionnel ou tridimensionnel, le tissage du renfort étant la première étape de la fabrication d'un matériau composite tissé. Le renfort de fibres des composites tissés 2D est composé de deux réseaux de torons entrelacés : les torons de chaîne et les torons de trame (Figure I.3a).

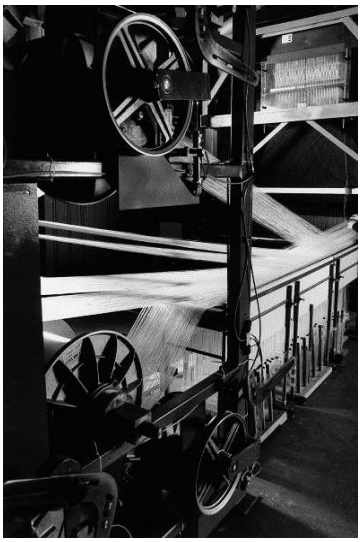
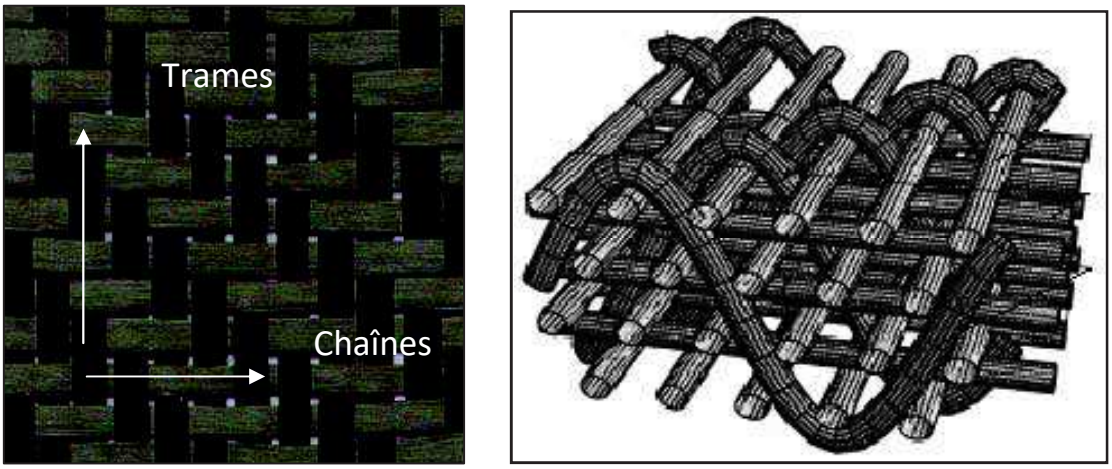


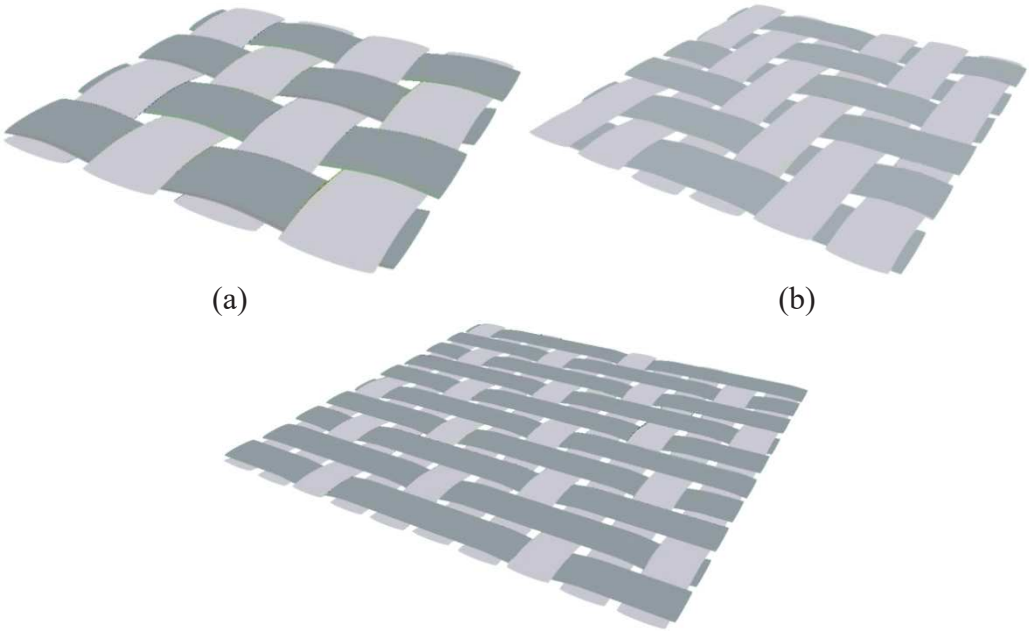
Figure I.2 : Métier à tisser utilisé pour la fabrication de préformes tissées 3D [Mouritz1999].



(a) (b)

Figure I.3 : Architecture du renfort d'un composite tissé (a) 2D et (b) 3D [Adanur1998].

Dans le cas des composites tissés 3D, un troisième réseau de torons renforce le tissu dans l'épaisseur (Figure I.3b). Suivant l'entrelacement des torons de chaînes et de trames, plusieurs motifs de tissage peuvent être obtenus. Les trois tissages 2D les plus courants sont le taffetas (Figure I.4a), le sergé (Figure I.4b) et le satin (Figure I.4c). La grande variété dans le choix du renfort est un avantage indéniable puisqu'elle permet d'adapter l'architecture du matériau pour une application donnée. Il est par exemple possible de faire varier le renfort de manière continue au sein d'une même pièce afin d'adapter au mieux la structure aux différentes sollicitations qu'elle subit. Les renforts tissés présentent une bonne drapabilité et peuvent admettre les déformations induites par une mise en forme sans détérioration notable de la structure.



(a) (b)

(c)

Figure I.4 : Architecture (a) d'un taffetas, (b) d'un sergé et (c) d'un satin.

Il est alors possible de concevoir des préformes dont la forme est celle de la pièce finale Ainsi, l'utilisation de renforts tissés permet de réduire les opérations d'assemblage (boulonnage, collage) qui fragilisent les structures et augmentent les coûts de fabrication. En plus du choix du renfort, le choix des constituants (fibres et matrice ou résine) offre de nombreuses possibilités. Parmi les fibres les plus utilisées pour des applications industrielles, on trouve les fibres de verre, de carbone, d'aramide, les fibres en céramique ou les fibres naturelles telles que les fibres de chanvre. On distingue trois grandes catégories de matrice : les matrices organiques (polymères), les matrices céramiques et les matrices métalliques. L'avantage d'un composite à matrice organique est son bon rapport propriétés mécanique/masse. Il existe deux types de matrices organiques : les thermodurcissables et les thermoplastiques. Les matrices thermodurcissables, largement utilisées dans les industries aéronautiques et spatiales, présentent de bonnes propriétés mécaniques mais ne sont pas recyclables, contrairement aux matrices thermoplastiques, qui sont plutôt utilisées dans l'industrie automobile. Les matrices thermodurcissables sont notamment intéressantes pour la facilité d'injection ou d'infusion étant donné leur état fluide à température ambiante avant réticulation. Dans ce travail, seuls des composites tissés à matrice organique thermodurcissable seront étudiés. Une fois le renfort tissé et mis en forme, ce dernier est imprégné dans la résine par un procédé d'infusion ou d'injection. Enfin, la cuisson de l'ensemble entraîne la réticulation de la matrice et donne l'état final du composite.

Chaque étape de la fabrication du composite a une influence sur le comportement du matériau obtenu qui est déterminé par le choix du renfort, des constituants et des procédés de fabrication. L'avantage d'une telle caractéristique est la possibilité d'obtenir une infinité de matériaux en faisant varier ces propriétés. Il est donc théoriquement possible de concevoir un matériau qui soit bien adapté à n'importe quelle sollicitation donnée. Cependant, le potentiel de ces matériaux ne peut être exploité sans l'utilisation d'outils de conception capables de déterminer un jeu optimal de renforts, constituants et procédés. Ces outils doivent permettre de prévoir, à partir des caractéristiques du matériau (constituants, renfort), l'évolution de son comportement mécanique jusqu'à rupture. Ce lien est loin d'être immédiat, et nécessite d'appréhender toute la complexité des composites tissés. En particulier, une des difficultés majeures dans la conception des matériaux composites tissés est la prise en compte de leur caractère multi-échelle dans la caractérisation et la modélisation de l'endommagement. La Figure I.5 présente les différentes échelles de description de ces matériaux. L'échelle microscopique est l'échelle de la matrice et de la fibre (µm). L'échelle mésoscopique est l'échelle du renfort de fibres noyé dans la matrice (mm). L'échelle macroscopique est l'échelle de la structure (m), à laquelle le matériau est considéré comme homogène.

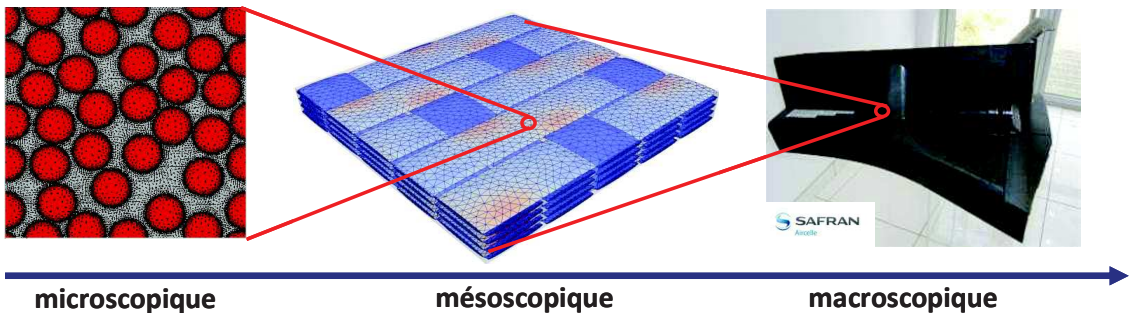


Figure I.5 : Echelles de description des matériaux composites tissés.

Les différentes échelles d'observation sont intimement liées entre elles. Par exemple, une fissure observée à l'échelle mésoscopique dans un toron résulte de l'accumulation d'endommagements à l'échelle microscopique, et influence le comportement mécanique macroscopique du matériau. Ainsi, l'étude du comportement mécanique d'un matériau composite tissé nécessite la compréhension des phénomènes physiques intervenant aux différentes échelles et de leurs interactions.

I.3 Mise en place de la thèse

Par rapport aux composites stratifiés, l'architecture des renforts tissés est beaucoup plus complexe et considérablement influencée par les procédés de mise en forme. La prévision des performances mécaniques, et notamment la caractérisation de l'endommagement jusqu'à la rupture, sont alors plus difficiles à réaliser par rapport aux stratifiés classiques. Aujourd'hui, la tenue d'une structure composite à renfort tissé est modélisée principalement par des approches macroscopiques phénoménologiques [Maire1997, Hochard2001, Barbero2005, Thollon2009], comme par exemple le modèle ODM-CMO (Onera Damage Model adapté aux matériaux Composites à Matrice Organique) développé à l'Onera au Département Matériaux et Structures Composites (DMSC). Le principe d'une telle approche, basée sur la mécanique de l'endommagement continu, est de reproduire le comportement macroscopique obtenu expérimentalement à l'aide de variables à effet de l'endommagement sur les propriétés mécaniques. Ce type d'approche a été initialement utilisé dans le cas de composites tissés 3D afin de prévoir la réponse macroscopique au cours d'un essai statique jusqu'à la ruine finale de la structure [Marcin2010] et ensuite pour des chargements de compression [Hurmane2015], d'impact [Elias2015] et de fatigue [Rakotoarisoa2013]. L'utilisation de ce type de modèle donne, en général, de bons résultats, ce qui justifie leur utilisation dans le milieu industriel pour la conception des pièces en composites tissés. Les variables d'endommagement du modèle ODM n'ont pas de lien direct avec les paramètres décrivant les endommagements réels du matériau, comme par exemple la densité de fissures dans le matériau. Ainsi, le lien entre les paramètres du modèle décrivant l'évolution du comportement du matériau et les variables physiques représentatives de l'endommagement réel du matériau n'est pas immédiat, et nécessite une caractérisation expérimentale adéquate. Un autre inconvénient de ces modèles est l'identification de leurs paramètres, qui nécessite des campagnes expérimentales longues et coûteuses. De plus, une identification est propre à un matériau donné. Ainsi, si l'on considère une architecture du renfort, des constituants ou un procédé différents, les paramètres du modèle doivent être identifiés à nouveau.

Une approche permettant de réduire le nombre d'essais nécessaires à l'identification de ces paramètres consiste à exploiter le caractère multi-échelle des matériaux composites tissés en modélisant l'endommagement du matériau à l'échelle mésoscopique. L'avantage d'une telle méthode est la possibilité de faire le lien entre l'architecture du renfort et les mécanismes d'endommagement observés à l'échelle mésoscopique, et le comportement mécanique à l'échelle macroscopique, à laquelle les effets des endommagements sont mis en évidence. Un tel lien a été établi dans les approches proposées par Zako [2003] et Melro [2012]. Ils ont proposé une modélisation à l'échelle mésoscopique avec une loi d'évolution continue de l'endommagement. Cela a permis de déterminer l'évolution de certaines propriétés élastiques macroscopiques du matériau au cours du chargement. La modélisation à l'échelle mésoscopique est donc intéressante, puisqu'elle permet d'évaluer les effets de

l'endommagement sur le comportement, et peut être utilisée pour remplacer certains essais nécessaires à l'identification de ces effets. De manière similaire aux modèles macroscopiques phénoménologiques évoqués précédemment, les approches proposées sont basées sur la mécanique de l'endommagement continu. De telles méthodes sont généralement confrontées à des problèmes de dépendance au maillage des zones d'endommagement, et ne permettent pas la représentation de la répartition discrète des endommagements observés dans les composites tissés.

Une approche de modélisation permettant de mieux décrire les endommagements observés expérimentalement consiste à modéliser l'endommagement à l'échelle mésoscopique de manière discrète. Le choix d'une telle modélisation a été fait par Le Page [2004] et Couegnat [2008]. Cette approche consiste à insérer un endommagement en modifiant localement le maillage à éléments finis. L'avantage d'une telle méthode est la possibilité de modéliser directement les mécanismes d'endommagement observés expérimentalement. La modélisation discrète permet, de manière similaire aux approches basées sur la mécanique de l'endommagement continu, de déterminer les effets des endommagements sur les propriétés mécaniques du matériau [Couegnat2008]. De plus, les variables représentant l'endommagement sont directement comparables aux paramètres décrivant les endommagements observés expérimentalement. Les études concernant la modélisation discrète de l'endommagement dans les composites tissés ont été effectuées avec des maillages bidimensionnels [LePage2004] ou avec des géométries tridimensionnelles idéalisées de la méso structure [Couegnat2008]. En effet, les spécificités de l'architecture du renfort de fibres telles que l'imbrication entre les couches de tissu de fibres ou la déformation des torons induite par la compaction du tissu sec n'ont pas été prises en compte. Une modélisation plus prédictive peut être obtenue si l'approche de modélisation discrète à l'échelle mésoscopique est appliquée à des maillages d'architectures du renfort et du complémentaire matrice plus proches de l'architecture réelle du renfort de fibres.

Il n'est pas trivial d'obtenir un maillage d'une géométrie prenant en compte de telles spécificités. C'est pour cela que des outils de génération de maillages représentatifs de composites tissés permettant d'intégrer de telles caractéristiques ont été développés au DMSC [Grail2013] et sont utilisés dans le cadre de cette thèse. De plus, des outils d'insertion discrète de l'endommagement dans des maillages à éléments finis ont récemment été développés à l'Onera au Département Matériaux et Structures Métalliques (DMSM) [Chiaruttini2013, ZéBuLoN]. Initialement prévus pour étudier la propagation de fissures dans des matériaux métalliques, ces outils permettent d'insérer des fissures d'une forme quelconque dans des maillages à éléments finis complexes. Dans ce travail de thèse, la modélisation discrète de l'endommagement à l'échelle mésoscopique est alors menée en appliquant ces outils d'insertion de fissures à des maillages complexes de composites tissés.

Ces constats ont mené à la mise en place de cette thèse. Les objectifs de cette étude sont de caractériser et de modéliser de manière discrète les mécanismes d'endommagement à l'échelle mésoscopique à partir d'une représentation réaliste de la méso structure afin d'évaluer leur influence sur le comportement mécanique des matériaux composites tissés.

I.4 Démarche de la thèse

Un état de l'art autour des problématiques de caractérisation et de modélisation à l'échelle mésoscopique de l'endommagement a tout d'abord été réalisé. L'objectif du chapitre II a été

dans un premier temps d'identifier d'une part les mécanismes d'endommagement couramment observés dans les matériaux composites tissés et les moyens permettant leur détection et leur suivi, et d'autre part leurs effets sur le comportement macroscopique du matériau. Dans un second temps, les travaux existants concernant la modélisation de l'endommagement dans les composites tissés à l'échelle mésoscopique ont été résumés. Cela a permis de mettre en place une stratégie de caractérisation et de modélisation de l'endommagement des composites tissés à l'échelle mésoscopique.

Le matériau étudié dans cette thèse est un composite tissé contenant quatre couches de taffetas de fibres de verre et une matrice époxy. Ce matériau, fabriqué à l'Onera, a été choisi afin de mettre en place et de valider la modélisation de l'endommagement à l'échelle mésoscopique développée au cours de ce travail de thèse. L'état de l'art concernant la caractérisation de l'endommagement des composites tissés a mis en évidence la forte dépendance de l'endommagement à l'architecture du renfort de fibres. Il a donc été nécessaire d'étudier les mécanismes d'endommagement et l'évolution du comportement mécanique du matériau étudié. Le comportement du matériau non endommagé (propriétés élastiques, seuil d'endommagement) a été caractérisé par le biais d'essais monotones multi-instrumentés. Des essais multi-paliers ont permis de déterminer la nature, la localisation et la séquence des mécanismes d'endommagement. Les mécanismes d'endommagement caractéristiques du matériau étudié sont des fissures dans les torons transverses à la direction de chargement et des décohésions entre les torons en pointe de fissure transverse. Les endommagements observés sont répartis de manière discrète dans les torons, avec des zones entre les fissures qui ne sont visiblement pas endommagées à l'échelle mésoscopique. La Figure I.6 présente les zones d'endommagement observées sur la tranche d'une éprouvette sous un chargement de traction. Une certaine périodicité de l'endommagement a été notée (Figure I.6), à laquelle s'ajoute une variabilité pouvant être expliquée par les possibles défauts de fabrication et contraintes résiduelles, ou encore par la variabilité dans l'architecture du renfort. La campagne expérimentale a permis de suivre l'évolution de l'endommagement au cours du chargement et d'étudier son influence sur le comportement macroscopique du composite. Ces aspects sont traités dans le chapitre III.

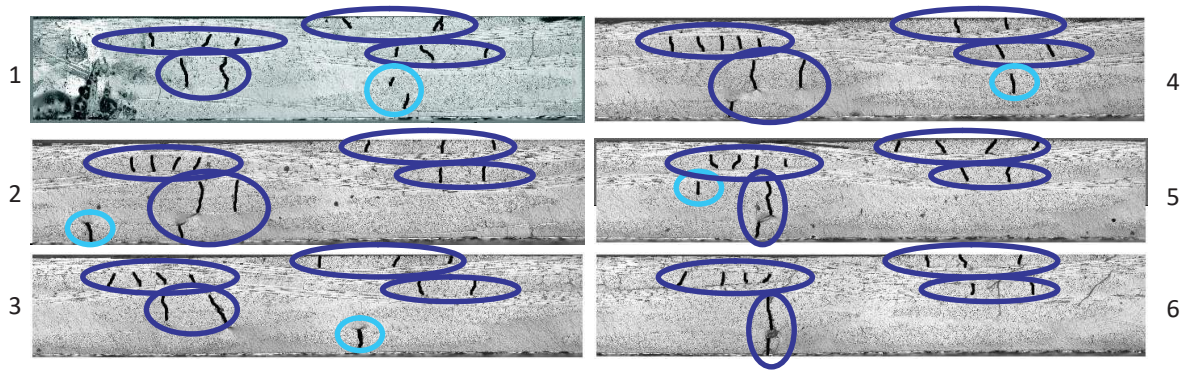


Figure I.6: Observations au microscope de six zones (numérotées de 1 à 6) de la tranche d'une éprouvette endommagée dont le renfort est orienté à 0° par rapport à la direction de chargement.

L'étape suivante a consisté à modéliser par éléments finis l'endommagement dans le composite. La modélisation des mécanismes d'endommagement observés expérimentalement nécessite l'utilisation d'une géométrie et d'un maillage représentatifs du composite étudié. La génération de géométries représentatives du matériau étudié a été effectuée en simulant la compaction du renfort de fibres par éléments finis, ce qui a permis de prendre en compte les spécificités de l'architecture du renfort de fibres comme le décalage entre les couches, l'imbrication et la déformation des torons. Un bon accord a été obtenu entre les caractéristiques géométriques moyennes d'une géométrie compactée et d'une géométrie issue d'observations au tomographe (Figure I.7). Deux types de maillages (le maillage voxel et le maillage conforme) des géométries compactées ont ensuite été comparés. Les deux méthodes donnent des résultats similaires concernant la prédiction des propriétés mécaniques macroscopiques du composite obtenues par homogénéisation méso-macro. Cependant, la description des champs locaux de contraintes est localement altérée par l'utilisation de maillage voxels. Le maillage conforme est donc plus adapté pour la modélisation de l'endommagement. Le maillage conforme d'une géométrie obtenue par simulation de la compaction a permis d'obtenir une bonne description quantitative des champs de déformations en surface par rapport aux champs de déformations obtenus expérimentalement par stéréo corrélation d'images (Figure I.8). L'utilisation d'un maillage conforme d'une géométrie issue de la simulation de la compaction a donc été retenue pour la modélisation de l'endommagement. L'influence du décalage des couches sur les propriétés macroscopiques et les champs de déformations de surface a également été étudiée. Il est nécessaire de modéliser le décalage entre les couches observé expérimentalement afin de bien représenter quantitativement les champs de déformations, ce qui est primordial dans l'optique d'une modélisation de l'endommagement.

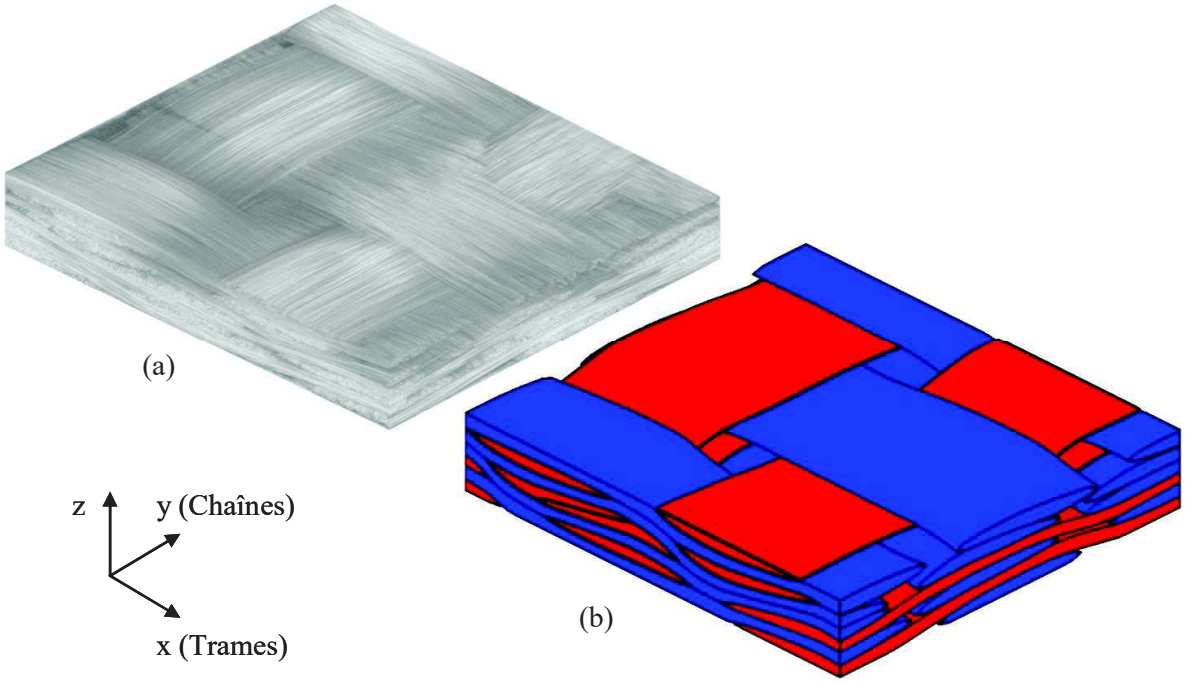


Figure I.7 : Géométrie du renfort de fibres d'une éprouvette orientée à 0° obtenue (a) par observation au micro tomographe et (b) par modélisation de la compaction.

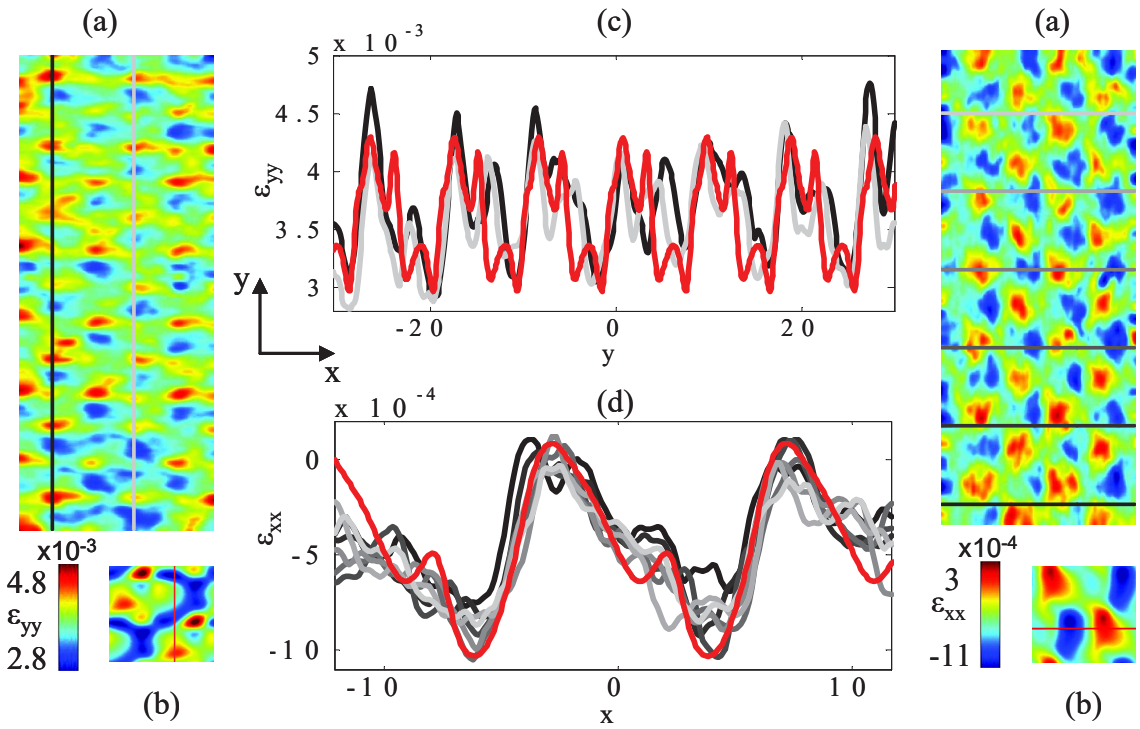


Figure I.8 : Champs de déformation longitudinale (ε_{yy}, gauche) et transverse (ε_{xx}, droite) sous un chargement de traction dans la direction *y* (a) observés expérimentalement et (b) calculés numériquement. Comparaison quantitative de la déformation (c) longitudinale et (d) transverse mesurée expérimentalement (lignes tracées en (a)) et obtenue numériquement (lignes tracées en (b)).

Les aspects liés à la génération et au maillage des géométries représentatives du composite étudié sont traités dans le chapitre IV.

A partir du maillage conforme d'une géométrie issue de la modélisation de la compaction, les mécanismes d'endommagement observés expérimentalement ont pu être modélisés. L'outil d'insertion de fissures Z-cracks [Chiaruttini2013, ZéBuLoN] développé à l'Onera a été utilisé pour la modélisation discrète des endommagements (Figure I.9).

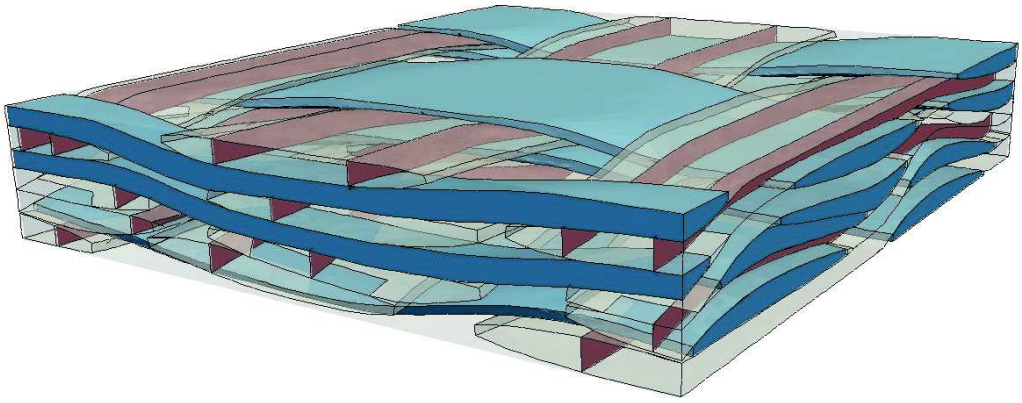


Figure I.9 : Modélisation discrète de fissures dans les torons d'un maillage représentatif du composite tissé étudié.

L'amorçage de l'endommagement dans le composite a été étudié en utilisant un critère couplant une condition en contrainte et une condition en énergie. La configuration de l'endommagement à l'amorçage a été déterminée comme celle qui remplit simultanément les deux critères pour une déformation imposée minimale. La configuration d'amorçage de l'endommagement dans le composite est une fissure sans décohésion. La localisation des endommagements avec un critère en contrainte a donné une bonne estimation des positions obtenues expérimentalement. En revanche, la déformation à l'amorçage des fissures prévue par le critère en contrainte seul est largement sous estimée par rapport aux résultats expérimentaux. L'ajout de la condition en énergie a permis d'obtenir un niveau de chargement à l'amorçage plus réaliste par rapport aux données expérimentales et de prévoir une localisation de l'endommagement relativement proche de celle obtenue avec le critère en contrainte. La longueur et la déformation à l'amorçage d'un ensemble de fissures localisées par le critère en contrainte (Figure I.9) ont été déterminées en utilisant le critère couplé en contrainte et en énergie. Ces aspects sont traités au chapitre V.

La propagation de l'ensemble des fissures étudiées au chapitre V a finalement été traitée. Une approche basée sur la mécanique de la rupture incrémentale a été proposée, et a permis de prévoir la propagation des fissures ainsi que l'amorçage et la propagation des décohésions en fonction du chargement. Un algorithme a été développé afin de traiter les cas de propagations stables ou instables des fissures et des décohésions, en prenant en compte les possibles couplages entre plusieurs fissures. Les densités de fissures et de décohésions en fonction du chargement imposé ont alors été déterminées, leur évolution donne un accord satisfaisant par rapport aux données expérimentales (Figure I.10).

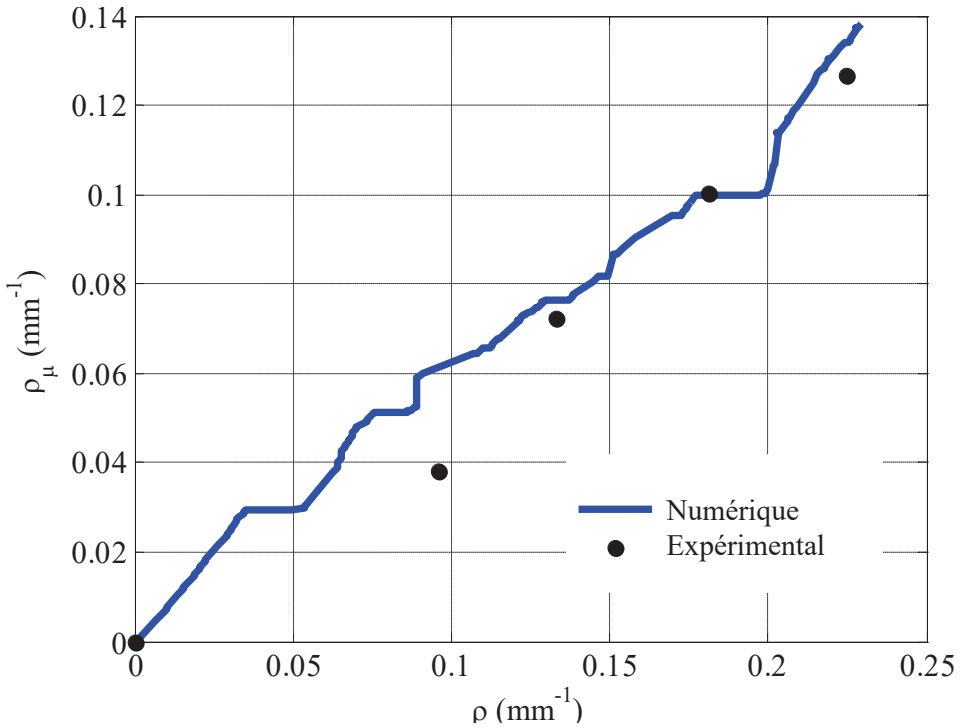


Figure I.10 : Densité de décohésion en fonction de la densité de fissures obtenue numériquement (en bleu) et expérimentalement (en noir).

L'influence de l'endommagement sur les propriétés mécaniques macroscopiques du composite est également en accord avec les données expérimentales. Les aspects liés à la détermination d'une cinétique d'endommagement et des effets de l'endommagement sur le comportement mécanique macroscopique du composite sont traités en Chapitre VI.

I.5 Conclusion

Pour rappel, l'objectif de ce travail de thèse est l'étude de l'endommagement à l'échelle mésoscopique et de son influence sur le comportement mécanique macroscopique d'un matériau composite tissé. L'utilité d'un tel travail est de pouvoir faire le lien entre la modélisation de l'endommagement à l'échelle mésoscopique et le comportement mécanique du matériau à l'échelle macroscopique. Les cinq étapes majeures de la démarche décrite en Section I.4, constituant chacune un chapitre de ce travail de thèse, sont les suivantes :

- Chapitre II : Etude bibliographique de la caractérisation et de la modélisation de l'endommagement des composites tissés à l'échelle mésoscopique.

- Chapitre III : Caractérisation expérimentale des mécanismes d'endommagement et de l'évolution du comportement mécanique d'un composite tissé verre-époxy.

- Chapitre IV : Choix de la géométrie et du maillage de cellules élémentaires représentatives pour la modélisation de l'endommagement.

- Chapitre V : Modélisation de l'amorçage de l'endommagement dans une CER de composite tissé basée sur un critère couplé en contrainte et en énergie.

- Chapitre VI : Modélisation de la cinétique d'endommagement et de son influence sur le comportement mécanique macroscopique du composite tissé.

Chapitre II : Etude bibliographique de la caractérisation et de la modélisation de l'endommagement des composites tissés à l'échelle mésoscopique

Ce chapitre présente un état de l'art concernant la caractérisation et la modélisation à l'échelle mésoscopique des mécanismes d'endommagement dans les composites à renfort tissés.

Plan du chapitre

II.1 Introduction 17
II.2 Rappel sur la caractérisation des mécanismes d'endommagement et leur influence sur le comportement 17
II.2.1 Méthodes de détection des mécanismes d'endommagement 17
II.2.2 Mécanismes d'endommagement observés expérimentalement et leur influence sur le comportement 22
II.3 Rappel sur la génération de géométries et le maillage de composites tissés 24
II.3.1 Modèles géométriques de composites tissés 24
II.3.1.1 Modèles géométriques issus d'observations au tomographe de composites tissés 24
II.3.1.2 Générateurs automatiques de modèles géométriques de renforts tissés 25
II.3.1.3 Modèles géométriques obtenus par simulation de la compaction du tissu sec 26
II.3.2 Maillage 28
II.3.2.1 Maillages voxel 28
II.3.2.2 Couche de matrice entre les torons 30
II.3.2.3 Superposition de maillages 30
II.3.2.4 Maillage Conforme 30
II.4 Présentation de la modélisation de l'endommagement des matériaux composites tissés à l'échelle mésoscopique 31
II.4.1 Modèle analytique 31
II.4.2 Modèles éléments finis 31
II.4.2.1 Modèles basés sur la mécanique de l'endommagement continu 32
II.4.2.2 Modèles discrets 34
II.5 Conclusion 37

II.1 Introduction

La modélisation de l'endommagement d'un composite tissé et de ses effets sur le comportement mécanique du matériau requiert la combinaison de plusieurs savoir-faire. Tout d'abord, il s'agit d'être en mesure de caractériser finement les mécanismes d'endommagement au sein du matériau. Cela consiste à (i) déterminer leur nature, (ii) les détecter, (iii) les localiser, (iv) déterminer leur séquence et (v) évaluer leur influence sur le comportement du matériau. La seconde étape consiste à décrire le matériau à l'échelle de représentation choisie, *i.e.*, l'échelle mésoscopique, dans le but de modéliser son comportement mécanique. Il s'agit alors d'obtenir une géométrie représentative de l'agencement complexe des torons et de la matrice. En effet, l'architecture du renfort, les poches de résine, les possibles défauts de fabrication et porosités déterminent la manière dont le composite se comporte, et ont une influence sur la répartition des contraintes au sein du matériau. L'endommagement du composite étant un phénomène qui dépend notamment de l'état local des contraintes dans le matériau, il est nécessaire d'utiliser une description précise de la méso-structure. Enfin, à partir de cette représentation du matériau, il s'agit d'opter pour une méthode de description des mécanismes d'endommagement observés dans le matériau.

L'objectif de ce chapitre est d'établir un état de l'art résumant les méthodes et outils de caractérisation et de modélisation de l'endommagement des matériaux composites tissés à l'échelle mésoscopique. Pour cela, les principales techniques de caractérisation et de suivi de l'endommagement des matériaux composites tissés sont rappelées en section II.2. Les différentes méthodes permettant d'obtenir des géométries et des maillages représentatifs de composites tissés à l'échelle mésoscopique sont décrites en section II.3. Enfin, les approches de modélisation de l'endommagement des matériaux composites tissés à cette échelle sont traitées en section II.4.

II.2 Rappel sur la caractérisation des mécanismes d'endommagement et leur influence sur le comportement

La mise en évidence des mécanismes d'endommagement, de leur séquence et de leurs effets sur le comportement mécanique d'un matériau composite tissé est essentielle à la mise en place et à la validation d'une modélisation de l'endommagement à l'échelle mésoscopique. Dans cette section, différents moyens permettant de caractériser l'endommagement des matériaux composites tissés sont tout d'abord présentés. Les mécanismes d'endommagement classiquement observés dans les composites tissés et leur influence sur le comportement mécanique de ces matériaux sont ensuite décrits.

II.2.1 Méthodes de détection des mécanismes d'endommagement

Une technique très répandue pour observer l'endommagement des matériaux composites tissés est l'observation au microscope optique de la tranche des éprouvettes testées [Gao1999, John2001, Osada2003, Daggumati2010, DeCarvalho2011]. Ce moyen d'observation nécessite au préalable un polissage de la tranche observée. Dans la littérature, cette technique est généralement employée afin de déterminer la nature, la localisation et la séquence des endommagements du matériau. Pour cela, une même zone est observée au cours du chargement, et des images sont acquises au microscope à différents niveaux de charge, permettant ainsi de suivre l'amorçage et l'évolution des endommagements (Figure II.1).

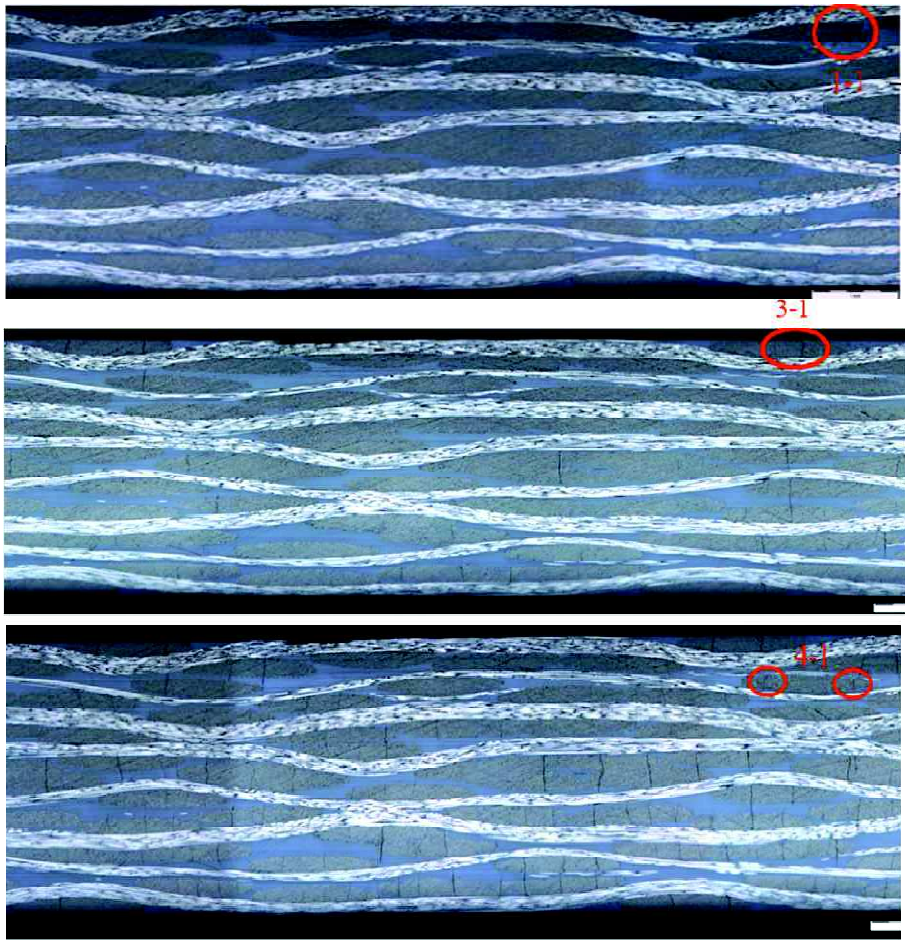
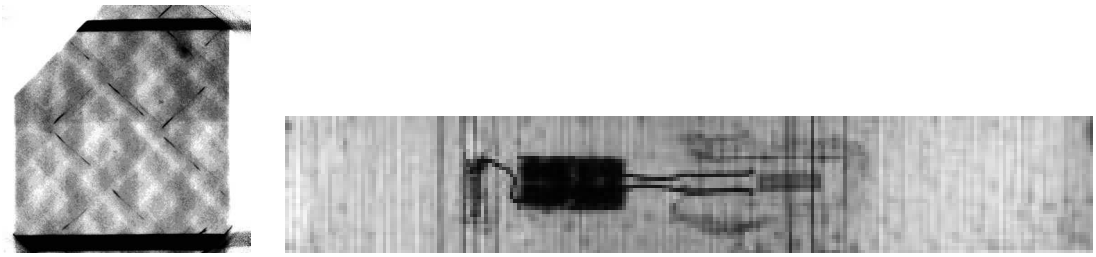


Figure II.1 : Observations au microscope de l'endommagement à trois niveaux de chargement sur la tranche d'un composite à matrice époxy et à renfort de satin de 5 de fibres de carbone [Daggumati2010].

Les observations au microscope sur la tranche d'une éprouvette permettent de détecter l'endommagement dans l'épaisseur et en surface du matériau. Il est cependant légitime de mettre en doute la représentativité de l'endommagement observé sur la tranche du matériau vis-à-vis de l'endommagement présent au cœur du matériau. En effet, le renfort de fibres a une architecture complexe qui peut conditionner l'amorçage et la propagation des mécanismes d'endommagement. Gao *et al.* [1999] ont découpé des éprouvettes de composite tissé à matrice époxy et à renfort de satin de 8 de fibres de carbone afin d'estimer des densités de fissures au cœur des échantillons. Les mesures des densités de fissures au cœur du matériau et sur la tranche des éprouvettes ont donné des résultats similaires. Cependant, la localisation des fissures à cœur n'a pas été comparée aux fissures observées en surface.

La radiographie par rayons X a été utilisée dans plusieurs travaux [Gao1999, Lomov2008] afin d'observer l'endommagement de composites textiles. Les éprouvettes ont été imprégnées d'un pénétrant dont le but a été d'infiltrer le matériau via les zones endommagées. Cela a permis d'augmenter le contraste entre les fissures et les zones non endommagées, et ainsi de localiser l'endommagement dans la largeur de l'éprouvette (Figure II.2). Cette méthode ne permet cependant pas de localiser l'endommagement dans l'épaisseur du matériau. De plus, certains endommagements localisés au cœur du matériau risquent de ne pas être détectés. En effet, seules les fissures imprégnées de pénétrant, *i.e.*, celles débouchantes sur les bords de l'éprouvette, peuvent être mises en évidence.



(a) (b)

Figure II.2 : Mise en évidence de l'endommagement par radiographie par rayons X dans un composite (a) tressé [Lomov2008] et (b) tissé [Gao1999] à fibres de carbones et matrice époxy.

Une autre manière d'observer l'évolution de l'endommagement des composites tissés consiste à éclairer une des faces de l'éprouvette, et à observer la face opposée [John2001, Böhm2010, Li2015]. Si le matériau est suffisamment transparent, la lumière transmise permet de mettre en évidence des sites d'endommagement (Figure II.3). Cette technique est donc applicable pour des composites à fibres de verre et matrice époxy, mais pas adaptable pour des composites à fibres de carbone.

La thermographie infrarouge passive consiste à détecter des sources de chaleur interne associées à des phénomènes de dissipation, à partir de mesures de la température de surface du matériau. L'endommagement du matériau génère une libération d'énergie sous forme de chaleur. Cette chaleur est dissipée dans le composite à partir de l'endroit où l'endommagement a été créé. Si l'endommagement n'est pas trop éloigné de la surface observée par la caméra thermique, *i.e.*, si assez de chaleur est dissipée jusqu'en surface du matériau, des sources ponctuelles d'échauffement sont observées. L'estimation de ces sources de chaleur permet de localiser l'échauffement en surface dû à un endommagement au cœur du matériau. Lisle *et al.* [2013] ont localisé l'endommagement dans un composite verre époxy avec un renfort de satin de 8 par des observations thermiques (Figure II.4). Cette technique semble adaptée à la détection d'endommagements à la surface d'éprouvettes assez fines pour que la variation de température en surface puisse être captée. Dans le cas d'éprouvettes épaisses, les endommagements loin de la surface observée risquent de ne pas être détectés.

Les méthodes de détection de l'endommagement présentées précédemment permettent des observations surfaciques sur la tranche ou sur le chant de l'éprouvette. Une méthode permettant d'observer la répartition tridimensionnelle de l'endommagement dans le matériau est la tomographie. Yu *et al.* [2015] ont observé l'endommagement d'un composite tissé (interlock de fibres de verre et matrice époxy) au tomographe (Figure II.5). Un échantillon cubique de 3.5 mm de côté a été extrait de l'éprouvette afin d'être scanné, ce qui a permis d'obtenir une résolution de 1.7 µm. L'échantillon observé a de plus été plongé dans un pénétrant dans le but d'infiltrer le réseau de fissures et d'obtenir un meilleur contraste entre les fissures et les torons (Figure II.5).

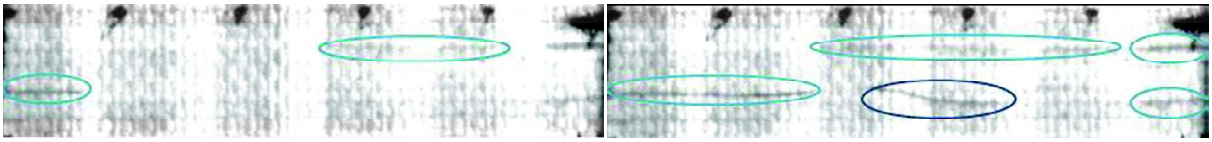


Figure II.3 : Observation de l'endommagement par transmission de lumière dans un composite à fibres de verre et matrice époxy [Li2015].

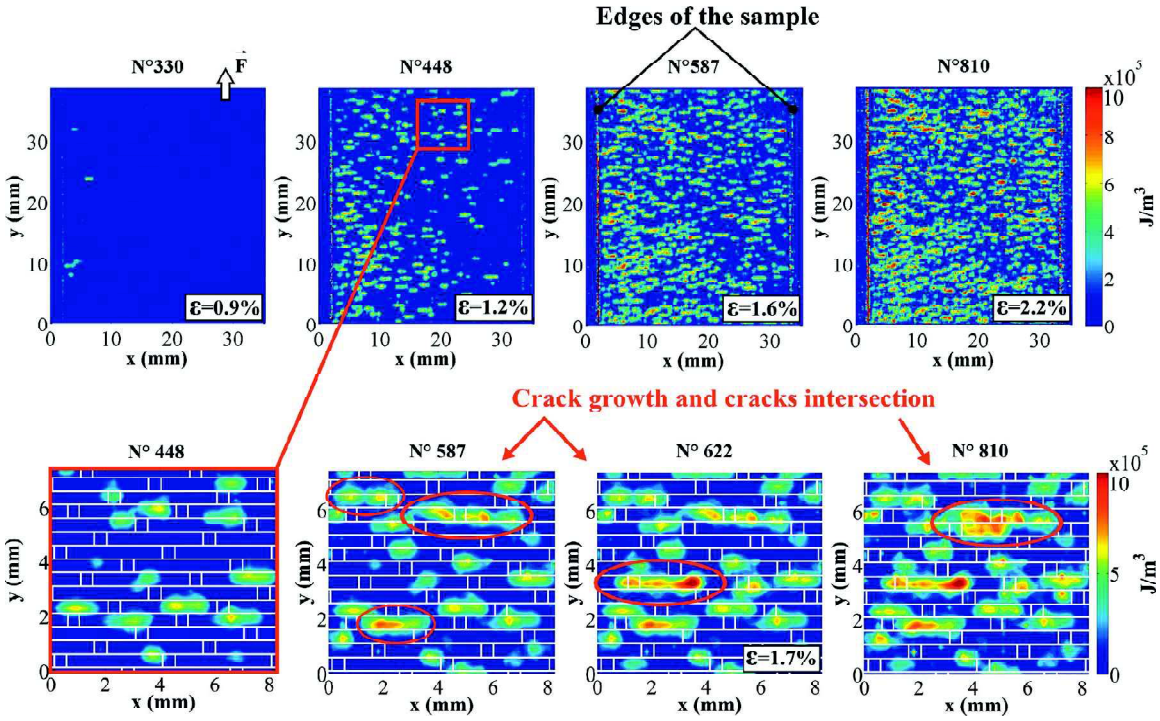


Figure II.4 : Détection de l'endommagement d'un composite à renfort de satin de 8 de fibres de verre et matrice époxy par thermographie infrarouge à différents niveaux de charges [Lisle2013].

Böhm *et al.* [2015] ont observé des éprouvettes endommagées de composites textiles au tomographe sous charge et après décharge (Figure II.6). De possibles refermetures de fissures après décharge ont été observées, mettant en évidence la nécessité de pratiquer des observations au tomographe sous charge afin de visualiser la totalité des endommagements dans le matériau.

L'endommagement du matériau s'accompagne d'une libération d'énergie qui se propage sous forme d'ondes élastiques. Un moyen de mettre en évidence un phénomène d'endommagement du matériau consiste à détecter ces ondes au moyen de capteurs piézo-électriques. Cette technique de contrôle non destructif est appelée émission acoustique.

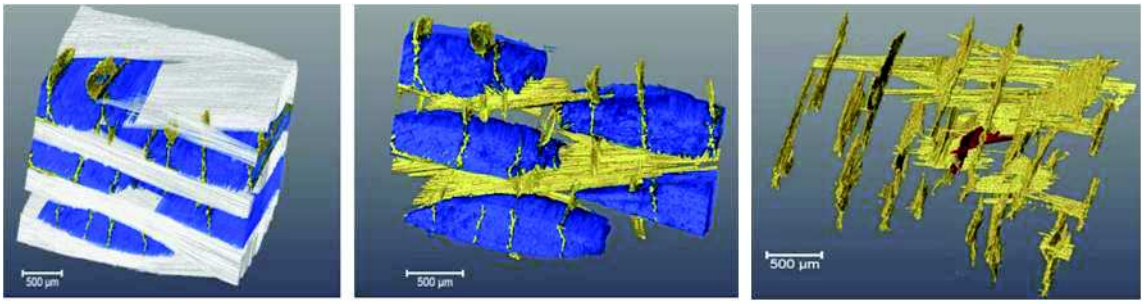


Figure II.5 : Observations au tomographe de l'endommagement dans un composite à renfort tissé [Yu2015].

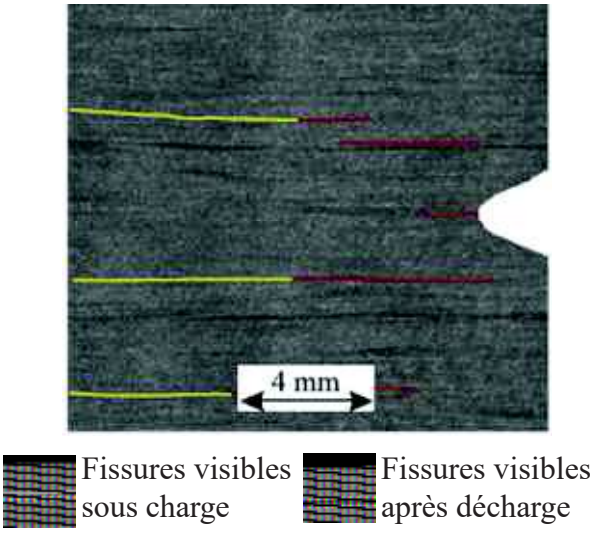


Figure II.6 : Mise en évidence de la visibilité des fissures sur des observations au tomographe sous charge et après décharge [Böhm2015].

L'émission acoustique est généralement utilisée pour déterminer le seuil d'endommagement du composite [Gao1999, Daggumati2010, DeCarvalho2011], et pour suivre la progression de l'endommagement au cours du chargement (Figure II.7). Li *et al.* [2014] ont utilisé l'émission acoustique afin de classifier différents types d'endommagement dans des composites tissés par rapport aux caractéristiques des ondes élastiques associées. Quatre classes d'évènements ont pu être différenciées, et une comparaison avec des observations optiques de l'endommagement du matériau [Li2015] a permis de caractériser les évènements liés à des mécanismes classiquement observés dans ces composites.

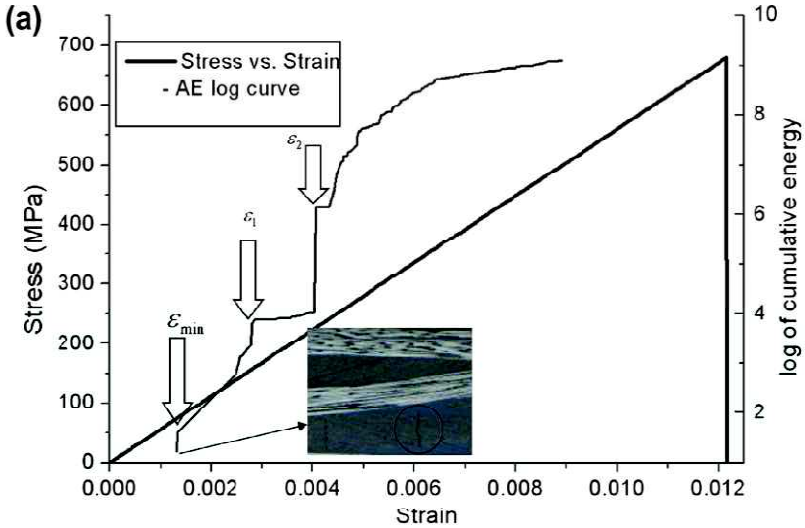
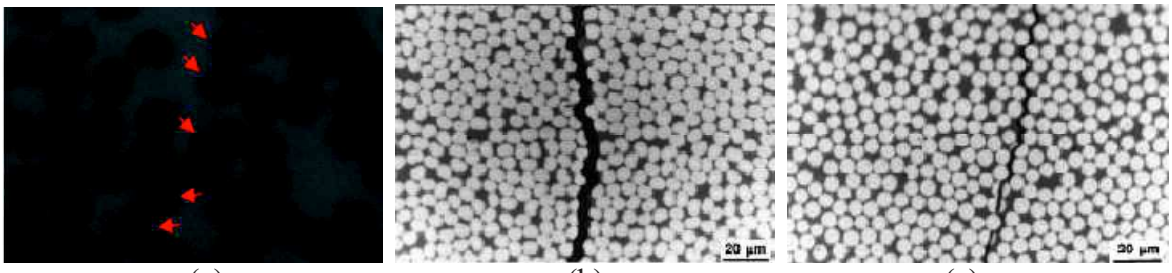


Figure II.7 : Evolution de la contrainte et de l'énergie cumulée mesurée par émission acoustique lors d'un essai de traction sur un composite à fibres de carbone et matrice époxy [Daggumati 2010].

II.2.2 Mécanismes d'endommagement observés expérimentalement et leur influence sur le comportement

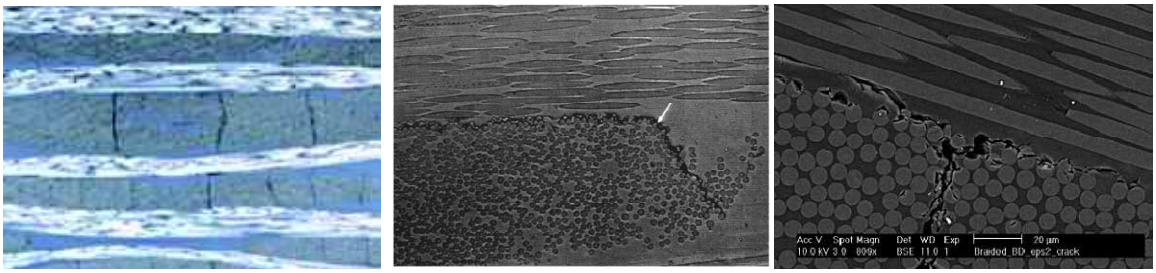
Le premier endommagement observé à l'échelle mésoscopique dans les composites tissés est généralement une fissuration dans les torons transverses à la direction de chargement. D'un point de vue multi-échelle, un tel endommagement résulte de l'accumulation d'endommagements à l'échelle microscopique. En effet, des décohésions entre les fibres et la matrice sont observées aux tout premiers stades de chargement (Figure II.8a). Lorsque le chargement augmente, ces décohésions coalescent via une rupture matricielle entre les fibres (Figure II.8b et c) et éventuellement des ruptures transverses de fibres (Figure II.8c), pour former la fissure dans le toron [Gao1999]. La présence de décohésions fibre-matrice n'est cependant pas une condition suffisante pour créer une fissure transverse. En effet, Gao *et al.* [1999] ont observé sur la tranche d'une éprouvette des zones de décohésions fibres matrice qui n'ont pas coalescé pour former une fissure. Gao *et al.* ont aussi observé qu'une fissure traverse toute l'épaisseur d'un toron dès son amorçage. Si le toron dans lequel la fissure apparaît est en contact avec un toron de la même orientation, la fissure traverse les deux torons dans la plupart des cas (Figure II.9a). Lorsqu'une fissure intra-toron se situe au niveau d'un croisement de deux torons d'orientations différentes, un second mécanisme d'endommagement est observé : la décohésion entre les torons. Dans le cas de composites tissés 2D, les décohésions sont généralement présentes en pointe de fissures transverses (Figure II.9b et c). Selon l'agencement des torons dans la zone endommagée, une propagation des décohésions en pointe de fissure est possible, en particulier dans les zones de forte ondulation des torons [Gao1999]. Des fissures dans les poches de résine inter-torons sont parfois observées [Daggumati2010]. La présence de telles fissures dépend des constituants, en particulier de la résine. Un autre mécanisme d'endommagement fréquemment observé est la rupture de fibres dans les torons orientés dans la direction de chargement [Osada2003] (Figure II.10). L'architecture du renfort a une forte influence sur les mécanismes d'endommagement [Osada2003, DeCarvalho2011]. Par exemple, des cinétiques d'endommagement différentes ont été observées pour les composites tissés à renfort 2D [Osada2003] et 3D [Dai2015]. Osada *et al.* [2003] ont comparé les séquences d'endommagement de deux composites à matrice époxy, renforcés respectivement par un taffetas et un satin de fibres de verre. Dans le cas du taffetas, des fissures transverses ont été observées, ainsi que des ruptures de fibres à un niveau de charge plus élevé. Ces deux mécanismes ont été observés simultanément dans le cas du satin. De plus, l'amorçage de l'endommagement a été détecté à des niveaux de déformation de 0.4% pour le taffetas et 0.8% pour le satin.

Les différents endommagements présentés ont une influence sur le comportement mécanique du matériau. En effet, l'accumulation de ces endommagements entraîne une dégradation des propriétés mécaniques du matériau, qui peut ensuite mener à sa rupture.



(a) (b) (c)

Figure II.8 : (a) Décohésions fibre matrice [Daggumati2010] et (b et c) fissures dans un toron transverse à la direction de chargement [Gao1999].



(a) (b) (c)

Figure II.9 : (a) Fissures traversant deux torons de la même orientation [Daggumati2010]. Observations de décohésions entre un toron transverse et un toron longitudinal (b) au microscope optique [John2001] et (c) au microscope électronique à balayage [Lomov2008].

L'évolution des propriétés mécaniques en fonction de l'endommagement peut être obtenue en sollicitant le matériau à plusieurs niveaux de charges. Gao *et al.* [1999] ont mesuré les propriétés mécaniques d'un composite à renfort de satin de huit à fibres de carbone et matrice époxy pour plusieurs paliers de chargement à l'aide de jauges de déformation. L'endommagement a été quantifié en comptant le nombre de fissures sur la tranche du matériau. Gao *et al.* [1999] ont montré que les propriétés mécaniques du composite étudié commencent à se dégrader à un niveau de déformation similaire au niveau d'amorçage de l'endommagement, la chute des propriétés étant due aux fissures transverses et aux décohésions entre torons. La réduction du module de Young est moins importante lorsque le nombre de couches du renfort augmente, alors que le coefficient de poisson chute significativement dans tous les cas. Böhm *et al.* [2010] ont mesuré l'évolution des propriétés mécaniques d'un matériau composite par mesure de vitesses d'ondes ultrasoniques. Cette méthode est basée sur l'hypothèse que les rigidités du matériau sont proportionnelles aux vitesses de propagation de ces ondes et nécessite l'immersion de l'éprouvette dans un liquide.

Les études expérimentales existantes mettent en évidence la spécificité de l'endommagement pour un matériau composite donné. En particulier, l'architecture du renfort et les constituants influencent la manière dont le composite s'endommage. Le matériau étudié dans ce travail de thèse est différent des matériaux des études expérimentales citées précédemment. Une approche expérimentale paraît indispensable à la compréhension des mécanismes d'endommagement, de leur évolution et de leurs effets sur le comportement du matériau.

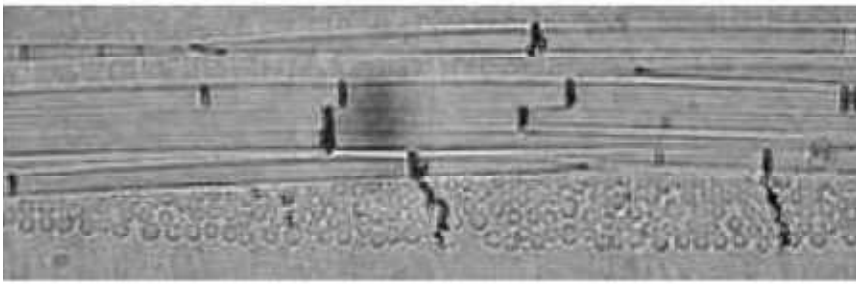


Figure II.10 : Fissures dans un toron transverse et ruptures de fibres dans un toron longitudinal à la direction de chargement. [Osada2003].

II.3 Rappel sur la génération de géométries et le maillage de composites tissés

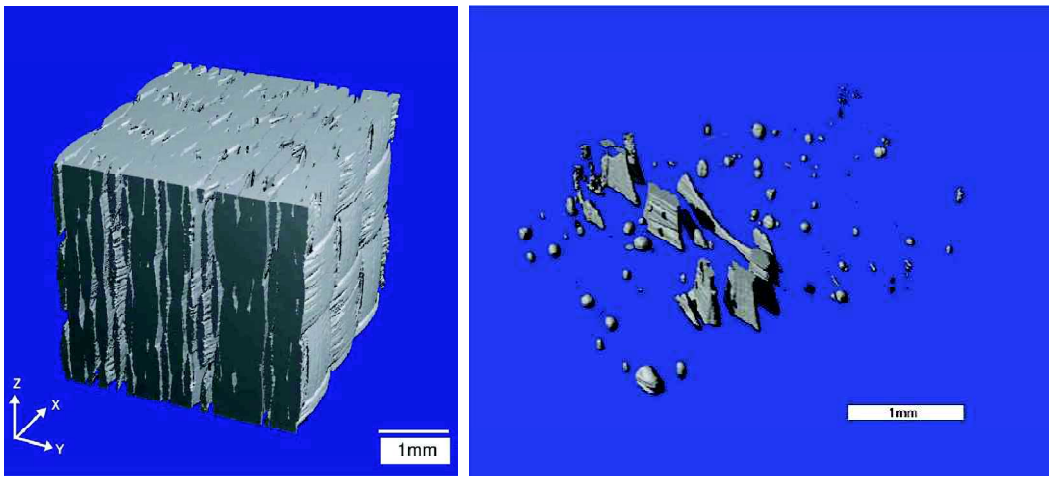
La modélisation par éléments finis de l'endommagement des matériaux composites tissés à l'échelle mésoscopique nécessite le choix du maillage d'une géométrie représentative du composite. La compaction du tissu sec avant l'injection de la résine mène à des formes complexes de torons, incluant des variations locales de la forme des sections transverses et de la fraction volumique de fibres. Si la position des couches de tissu n'est pas contrôlée expérimentalement, un décalage aléatoire des couches est observé. En plus d'être décalées, les couches s'imbriquent les unes dans les autres, ce phénomène étant appelé le « nesting ». L'architecture du renfort est extrêmement complexe, et conditionne la manière dont le composite s'endommage. Il est donc nécessaire d'être capable de la décrire géométriquement pour ensuite mener des analyses par éléments finis. Un résumé des méthodes existantes de génération de géométries et de maillages de composites tissés est proposé dans cette section.

II.3.1 Modèles géométriques de composites tissés

Le renfort de fibres d'un composite tissé peut être considéré comme périodique. Cependant, le procédé de tissage, la manipulation et la compaction du tissu ainsi que l'injection de la résine engendrent des variations dans la structure périodique du chemin et de la forme des torons. Olave *et al.* [2012] ont étudié l'effet des variations de paramètres géométriques représentatifs des torons sur les propriétés mécaniques macroscopiques de deux composites tissés 2D. La dispersion des raideurs obtenues étant faible, Olave *et al.* ont montré que ces variations ont seulement une faible influence sur les propriétés mécaniques du composite. Ainsi, l'hypothèse d'une périodicité parfaite est souvent choisie pour modéliser le composite afin de réduire les coûts de calcul. Sous cette hypothèse, il est suffisant de modéliser seulement un motif représentatif de tout le matériau, appelé une Cellule Elémentaire Représentative (CER). Différentes méthodes permettant d'obtenir une description géométrique du renfort de fibres sont décrites dans cette section.

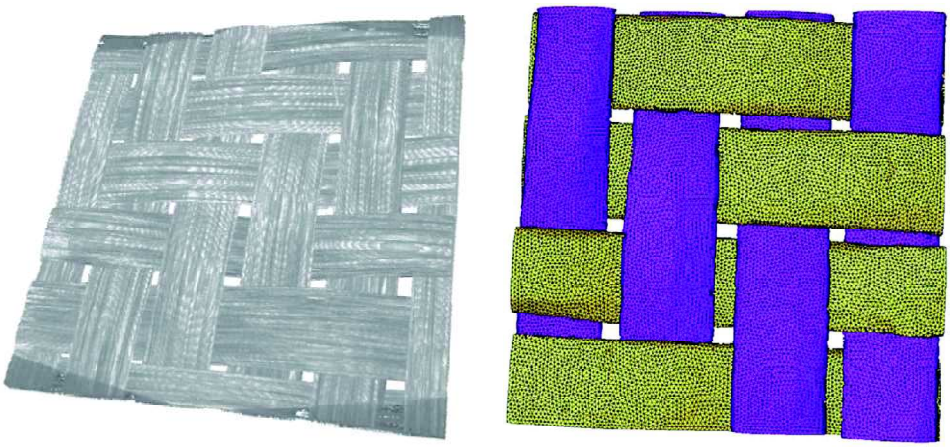
II.3.1.1 Modèles géométriques issus d'observations au tomographe de composites tissés

Une méthode consiste à générer la géométrie du renfort de fibres à partir d'observations du matériau au tomographe. Schell *et al*. [2006] ont démontré que la tomographie était un moyen adapté à l'étude de l'architecture du renfort de fibres si une résolution assez fine est utilisée. En particulier, une distinction nette des deux réseaux de torons a été obtenue (Figure II.11a), ce qui montre que les observations au tomographe peuvent être utilisées pour construire un modèle géométrique du renfort de fibres. Les porosités entre les torons ont aussi été mises en évidence grâce au bon contraste par rapport aux torons et à la résine (Figure II.11b). Naouar *et al*. [2014] ont développé une méthode de reconstruction de géométries de renforts de fibres par post-traitement d'images tomographiques. Une segmentation des torons de chaîne et de trame a été obtenue à partir du calcul du tenseur des structures et d'opérations de traitement d'images des coupes 2D de tomographie (Figure II.12a). La description résultante des torons par un ensemble de voxels a ensuite été lissée en utilisant un algorithme de marching cube afin d'obtenir un maillage lisse de la surface des torons (Figure II.12b). L'avantage majeur d'une telle méthode est d'obtenir la géométrie exacte du renfort de fibres. Toutefois, puisque le renfort de fibres n'est pas exactement périodique, il est nécessaire de mener une réflexion supplémentaire quant au choix d'une cellule élémentaire représentative et des conditions aux limites associées pour effectuer ensuite une analyse par éléments finis.



(a) (b)

Figure II.11 : Tomographie (a) du renfort de fibres et (b) des porosités d'un composite tissé à matrice époxy et fibres de verre [Schell2006].



(a) (b)

Figure II.12 : (a) Tomographie et (b) maillage d'un renfort de fibres sergé 2x2 [Naouar2014].

II.3.1.2 Générateurs automatiques de modèles géométriques de renforts tissés

Une seconde manière d'obtenir une géométrie du renfort d'un composite tissé est d'utiliser un modèle géométrique de tissu. Il existe une large gamme de modèles de description géométrique de tissus [Couegnat2008, Hivet2005, Adanur1998, Stig2012]. Parmi ces modèles, des logiciels de génération automatique de géométries de tissu, tel que WiseTex [Verpoest2005, WiseTex] ou TexGen [Sherburn2007, TexGen], ont été développés. Ces modèles couvrent une large gamme de motifs de tissage 2D (Figure II.13a et b) ou 3D (Figure II.13c et d). Ces générateurs de géométries n'assurent pas toujours l'absence d'interpénétrations entre les torons, faisant échouer l'étape de maillage si aucune correction n'est apportée à la géométrie. Une solution proposée est d'ajouter un espace entre les torons [Lomov2007, Couegnat2008], ce qui facilite grandement le maillage de la géométrie. De plus, ces modèles ne prennent pas en compte l'étape de compaction du tissu.

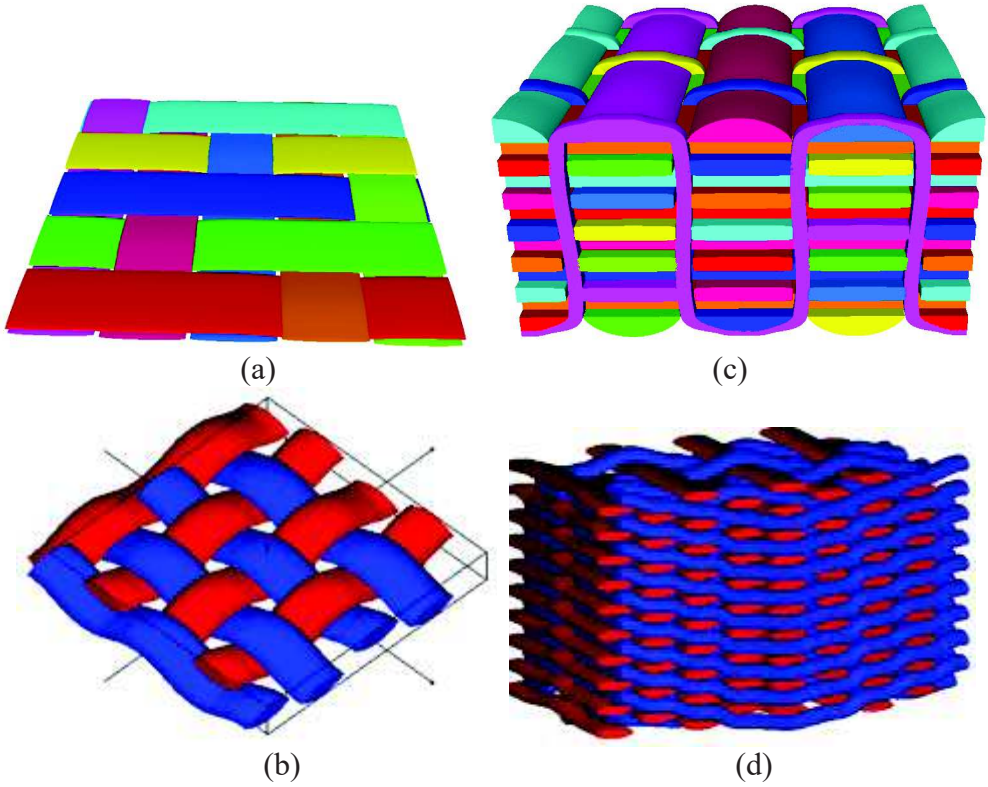


Figure II.13 : Géométries de composites tissés 2D (a,b) et 3D (c,d) obtenues avec les générateurs automatiques TexGen (a,c) et WiseTex (b,d).

Les sections transverses des torons ont alors une forme idéalisée et constante le long de la ligne moyenne du toron. Les géométries idéalisées obtenues ont donc des taux de torons plus faibles et des zones de matrice beaucoup plus grosses que ceux observés expérimentalement. Pour conserver le taux de fibres global dans le composite, des taux de fibres dans les torons plus élevés que ceux mesurés expérimentalement (parfois non physiques) doivent être utilisés dans une analyse par éléments finis [Ivanov2009, Olave2012, Grail2013].

II.3.1.3 Modèles géométriques obtenus par simulation de la compaction du tissu sec

Des géométries moins idéalisées que celles obtenues avec un générateur automatique de géométries de tissus peuvent être obtenues en modélisant la compaction d'une géométrie idéalisée du tissu sec par un calcul par éléments finis. Une telle méthode est intéressante puisqu'elle permet de prendre en compte la déformation du renfort durant l'étape de mise en forme, et ainsi d'obtenir des sections transverses variables et des taux de torons similaires aux composites étudiés. Lin *et al.* [2008] ont modélisé la compaction d'un renfort de fibres constitué d'une couche de taffetas (Figure II.14).

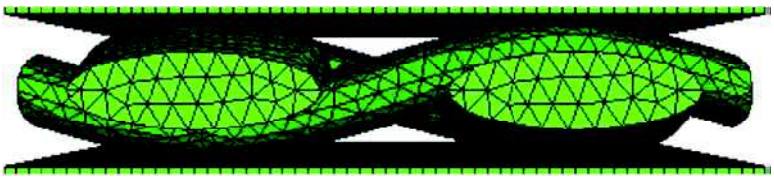


Figure II.14 : Maillage du tissu avant compaction [Lin2008].

Un comportement isotrope transverse a été utilisé pour les torons, prenant en compte l'augmentation de la rigidité transverse avec la déformation de compression. La prise en compte de cette non-linéarité matériau a permis d'obtenir une évolution de la pression en fonction de la déformation plus proche des résultats expérimentaux qu'avec un comportement linéaire. Une étude de l'influence des propriétés des torons sur le comportement du matériau durant la compaction a été menée. Lin *et al*. [2008] ont montré que le comportement est contrôlé principalement par la rigidité transverse des torons, et que la rigidité longitudinale des torons n'a pas d'influence. La rigidité en cisaillement longitudinal-transverse a aussi une influence sur le comportement, mais bien plus faible que la rigidité transverse. Finalement, le modèle proposé a été capable de capturer les caractéristiques essentielles du comportement du matériau sous un chargement de compaction. Nguyen *et al.* [2013] ont proposé une méthode de simulation de la compaction de renforts de fibres multi couches en utilisant une loi de comportement hypoélastique pour les torons (Figure II.15). Le but de cette étude a été de déterminer la géométrie et la position des torons des différentes couches après compaction. L'évolution de la contrainte de compaction d'une unique couche de tissu en fonction de la fraction volumique de fibres est similaire aux résultats expérimentaux, ce qui montre la validité de la méthode proposée. Pour un renfort multicouche, la rigidité de compression est différente dans le cas d'un empilement en phase et d'un empilement permettant un nesting maximal entre les couches. La rigidité de compression mesurée expérimentalement donne un résultat intermédiaire entre ces deux cas extrêmes, mettant en évidence un décalage aléatoire entre les couches de tissu du renfort testé expérimentalement. Grail *et al.* [2013] ont modélisé la compaction de plusieurs couches de tissu dans le but de créer un maillage d'un renfort compacté et de son complémentaire matrice (Figure II.16). Les différentes couches de tissu ont été décalées avant compaction, ce qui a permis de prendre en compte le nesting des couches de tissu. Les taux de torons des géométries compactées et non compactées étaient respectivement 52% et 87,3%. Pour atteindre un taux de fibres dans le composite de 60%, un taux de fibres dans les torons de 115% aurait dû être utilisé si la géométrie du renfort n'avait pas été compactée, contre 68,7% dans le cas compacté. De plus des variations locales jusqu'à 8% de l'aire d'une section transverse par rapport à la moyenne ont été observées.

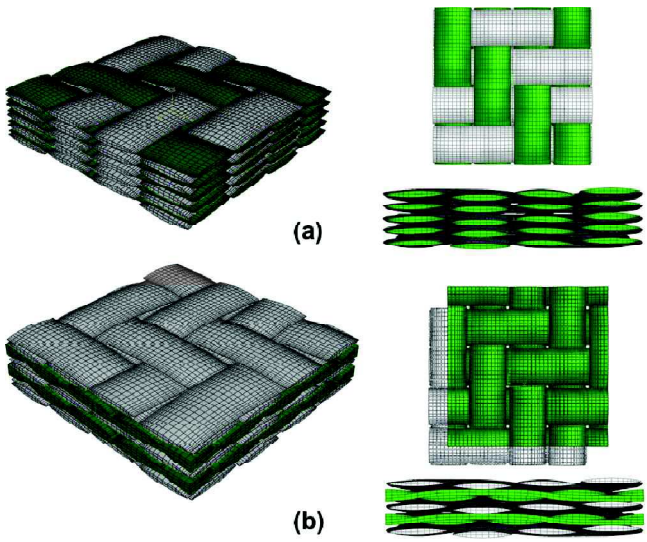


Figure II.15 : Compaction d'un empilement (a) sans nesting et (b) avec un nesting maximal [Nguyen2013].

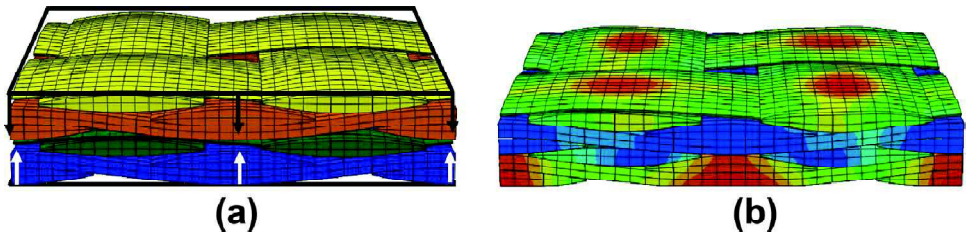


Figure II.16 : (a) Maillage d'un empilement de plusieurs couches de tissu et (b) champs de déformation obtenu après compaction [Grail2013].

Ainsi, des géométries réalistes ont été obtenues en modélisant la compaction du renfort, puisque cette méthode a permis de représenter (i) le nesting des couches de tissu, (ii) la variation des sections transverses des torons et (iii) des taux de torons plus réalistes que ceux obtenus sans compaction.

II.3.2 Maillage

II.3.2.1 Maillages voxel

Une méthode qui est largement répandue dans la littérature est l'utilisation de maillages voxels [Kim2003, Schneider2009, DeCarvalho2011, Potter2012]. Le principe de la méthode est de définir une grille 3D de voxels (un voxel correspondant à un pixel en trois dimensions) dans la CER, et d'assigner à chaque voxel un matériau (toron ou matrice) selon sa position. Certains voxels peuvent se trouver à la frontière entre plusieurs volumes, et donc être partagés entre plusieurs torons et la matrice. Dans ce cas, il est nécessaire de mettre en place un critère d'appartenance à chaque entité, puisqu'un élément ne peut avoir qu'un seul comportement matériau. Kim *et al.* [2003] ont défini un comportement particulier pour chacun de ces éléments en utilisant une loi des mélanges des propriétés de chaque constituant. Ce choix implique le calcul d'autant de comportements matériaux homogénéisés qu'il y a de voxels partagés dans le maillage. De plus, si un voxel est partagé entre deux torons d'orientation différente, la définition de l'orientation de l'élément n'est pas immédiate et n'a pas de véritable sens physique. Dans la plupart des cas, les voxels sont donc assignés à un seul constituant. Une méthode possible, utilisée pour la modélisation de microstructures de polycristaux [Svyetlichnyy2010], consiste à assigner une configuration initiale de voxels à chaque entité puis assigner les voxels restants de proche en proche jusqu'à ce que chaque volume soit en contact ou que chaque entité atteigne un volume donné. Cette méthode a été appliquée pour générer des maillages de composites tissés [Hello2014], en prenant comme configuration initiale les lignes moyennes des torons. La méthode de voxélisation permet de générer simplement des maillages volumiques de n'importe quelle architecture du renfort de fibres (2D ou 3D), avec un contact parfait entre les torons tangents (Figure II.17). Kim *et al.* [Kim2003] ont montré que les maillages voxels permettaient de bien décrire la fraction volumique des torons, avec le degré de précision voulu selon la taille des éléments. Potter *et al.* [Potter2012] ont démontré la possibilité de mailler une large gamme de géométries, incluant des caractéristiques telles que le désalignement, l'ondulation, la rotation et la variation des sections transverses des torons. Un des inconvénients lié à l'utilisation des maillages voxels est l'altération de la description des surfaces courbes. En effet, Une surface lisse est représentée dans le maillage par la surface des cubes qui la définissent et qui forment des escaliers. De Carvalho *et al.* [2011] ont observé des concentrations de contraintes artificielles dues aux escaliers de voxels (Figure II.18) qui peuvent avoir une influence sur l'identification des zones d'endommagement.

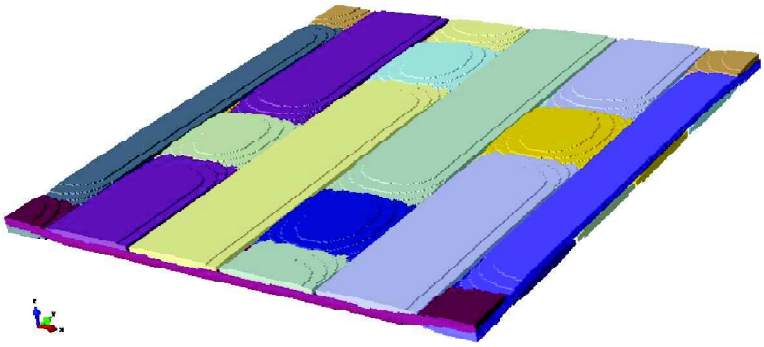


Figure II.17 : Maillage voxelisé d'un renfort de satin de 5 [Hello2014].

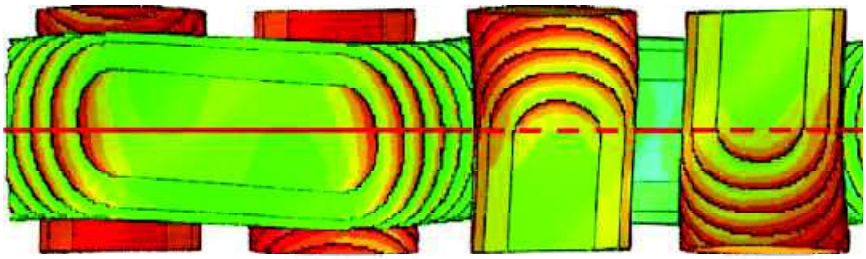


Figure II.18 : Champ de déformation obtenu avec un maillage voxel. Des concentrations de contraintes sont observées au niveau des « escaliers » du maillage [DeCarvalho2011].

Les maillages voxels ont été utilisés pour le calcul de propriétés élastiques homogénéisées de matériaux composites tissés [Kim2003, Schneider2009, Hello2014, Green2014, Zeng2014]. Plusieurs auteurs [Koumpias2014, Green2014, Warren2016] ont aussi appliqué cette méthode pour modéliser l'amorçage et la progression de l'endommagement dans des composites tissés 3D (Figure II.19). Cependant, aucune discussion n'a été menée sur l'influence des concentrations de contrainte dues aux escaliers de voxels, qui sont susceptibles de créer des endommagements artificiels dans le matériau.

La voxélisation d'une géométrie représentative d'un composite tissé permet d'obtenir une interface conforme entre les torons qui sont en contact, ce qui est représentatif des observations expérimentales. Cependant, cette méthode ne permet pas d'obtenir un maillage dont les faces des éléments suivent la surface des torons. Des méthodes permettant la génération de maillages dont les faces des éléments suivent les surfaces des torons sont présentées dans les sections suivantes.

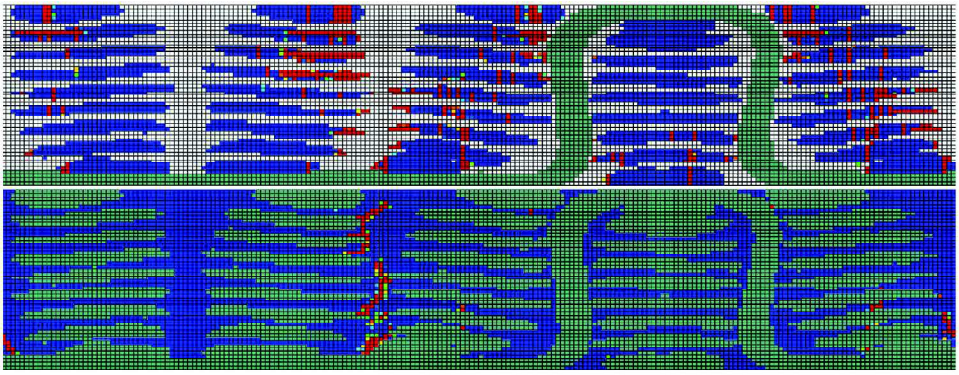


Figure II.19 : Profil d'endommagement obtenu avec un maillage voxel [Green2014].

II.3.2.2 Couche de matrice entre les torons

Une des difficultés principales dans la génération de maillages de composites à renfort tissé est d'obtenir un maillage qui soit conforme aux interfaces entre les torons. Cette difficulté peut être contournée en imposant une couche de matrice entre les torons [Lomov2007, Daggumati2010, Stig2012, Melro2012, Decarvalho2012, Drach2013] (Figure II.20). De cette manière, chaque toron peut être maillé séparément. Si la couche de matrice est fine, la taille des éléments à l'interface entre les torons doit être très petite pour éviter les éléments de mauvaise qualité. Si la couche de matrice est épaisse, le taux volumique de torons diminue, et le taux de fibres dans les torons doit alors être augmenté de manière significative pour conserver le taux de fibres global dans le composite.

II.3.2.3 Superposition de maillages

Une technique permettant de s'affranchir de la difficulté du maillage simultané du renfort et de la matrice est la superposition de maillage [Tabatabatei2015]. Cette méthode consiste à superposer le maillage du renfort de fibres et le maillage de la matrice. Puisque deux maillages superposés, des équations reliant les degrés de liberté des deux maillages sont alors ajoutées au système afin de lier les deux parties. Cette méthode semble adaptée au calcul des propriétés homogénéisées du composite [Tabatabatei2015] et peut également être employée pour modéliser l'endommagement des torons [Tabatabatei2014]. Cependant, la gestion de l'endommagement aux interfaces entre torons avec une telle méthode semble délicate.

II.3.2.4 Maillage Conforme

Grail *et al.* [2013] ont proposé une méthode permettant de générer automatiquement des maillages conformes de CER de composites tissés 2D incluant un renfort compacté (Figure II.21). Cette méthode consiste à post-traiter une géométrie (compactée ou non) du renfort afin de définir des zones d'interfaces entre les différents torons. A partir d'une description des torons par un nuage de points, les interfaces entre les torons sont définies dans les zones où la distance entre les deux torons est inférieure à une certaine tolérance. La description des torons est alors légèrement modifiée de sorte que leur nouvelle description intègre l'interface calculée comme une position moyenne des surfaces des deux torons. Un maillage unique des interfaces entre les torons est ensuite généré, permettant ainsi de s'affranchir de l'insertion d'une couche de matrice entre les torons. Cette méthode permet d'obtenir une représentation lisse des surfaces des torons (Figure II.21a), contrairement aux maillages voxel, et ainsi des champs de déformation réguliers (Figure II.21b).

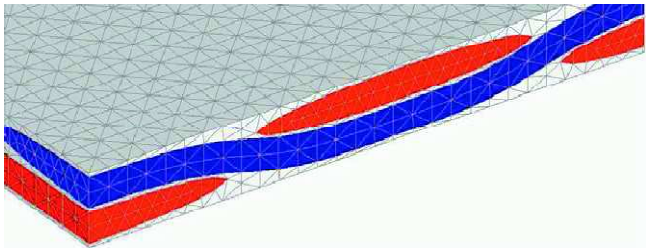
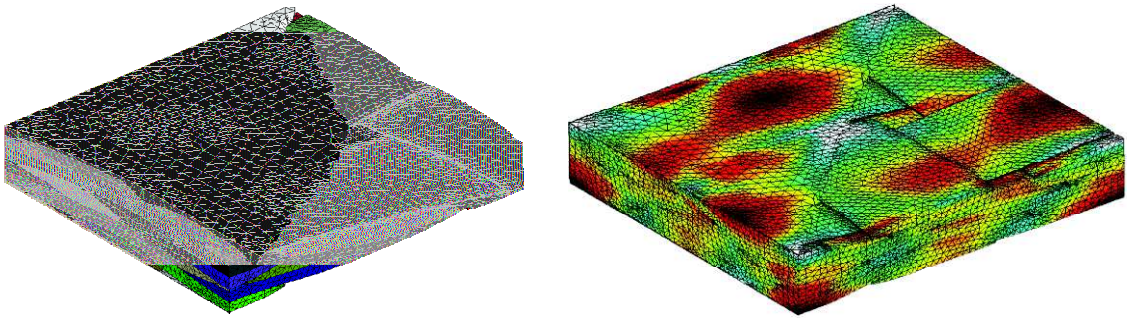


Figure II.20 : Maillage d'un composite tissé à renfort de taffetas contenant une couche de matrice entre les torons [Melro2012].



(a) (b)

Figure II.21 : (a) Maillage conforme d'un renfort de quatre couches de taffetas et de son complémentaire matrice et (b) champ de déformation obtenu avec un maillage conforme [Grail2013].

II.4 Présentation de la modélisation de l'endommagement des matériaux composites tissés à l'échelle mésoscopique

L'objectif de cette section est de présenter les travaux existants de modélisation de l'endommagement des composites tissés à l'échelle mésoscopique.

II.4.1 Modèle analytique

Une manière de décrire l'endommagement dans les matériaux composites tissés consiste à utiliser un modèle analytique. Gao *et al.* [2003] ont décrit un composite tissé sous forme d'une mosaïque de plis d'unidirectionnels (Figure II.22). Une telle représentation du matériau permet de décrire aisément les mécanismes d'endommagement tels que les fissures intra-toron et les décohésions aux interfaces. Les fissures ont été modélisées au centre des plis orientés dans la direction transverse au chargement et traversent tout le pli. Les décohésions ont été modélisées en pointe de fissures transverses et sont symétriques des deux côtés de la fissure. Ce modèle est donc adapté à l'étude de l'influence des paramètres décrivant l'endommagement sur les propriétés mécaniques du matériau. En particulier, Gao *et a*l. ont montré que le module de Young du matériau décroît en fonction de la longueur de décohésion et dépend fortement du ratio entre le module longitudinal et le module transverse des torons. La principale limite de cette approche est due à la représentation géométrique choisie. En effet, le modèle ne prend pas en compte les zones d'ondulations des torons qui peuvent avoir une influence significative sur le comportement et l'endommagement des composites tissés.

II.4.2 Modèles éléments finis

La modélisation par éléments finis est une approche plus flexible puisqu'à priori, il n'y a aucune limitation d'un point de vue géométrique. Les travaux existants de génération de géométries et de maillages de cellules élémentaires représentatives de composites tissés ont été rappelés en Section II.3. Différentes méthodes de modélisation de l'endommagement de composites tissés par éléments finis à l'échelle mésoscopique sont présentées dans cette section.

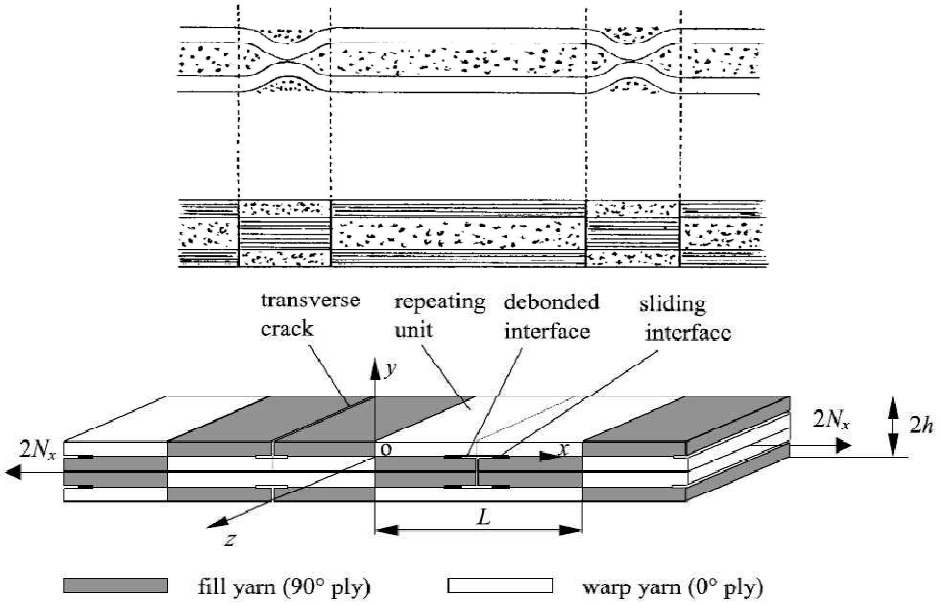


Figure II.22 : Représentation d'un composite tissé par une mosaïque de plis d'unidirectionnels et mécanismes d'endommagement modélisés [Gao2003].

II.4.2.1 Modèles basés sur la mécanique de l'endommagement continu

L'approche de la mécanique de l'endommagement continu est basée sur le principe qu'un matériau endommagé peut-être remplacé par un matériau fictif sans endommagement mais avec des propriétés élastiques dégradées. Le comportement du matériau est obtenu en appliquant une déformation au matériau sain et en évaluant l'état d'endommagement à partir de l'état de contraintes obtenu. L'évolution de l'endommagement dans le matériau se traduit alors par un abattement des propriétés élastiques des éléments endommagés.

Zako *et al.* [2003] ont modélisé l'endommagement dans un composite tissé à l'échelle mésoscopique en utilisant un modèle d'endommagement pour les torons de fibres et la matrice (Figure II.23).

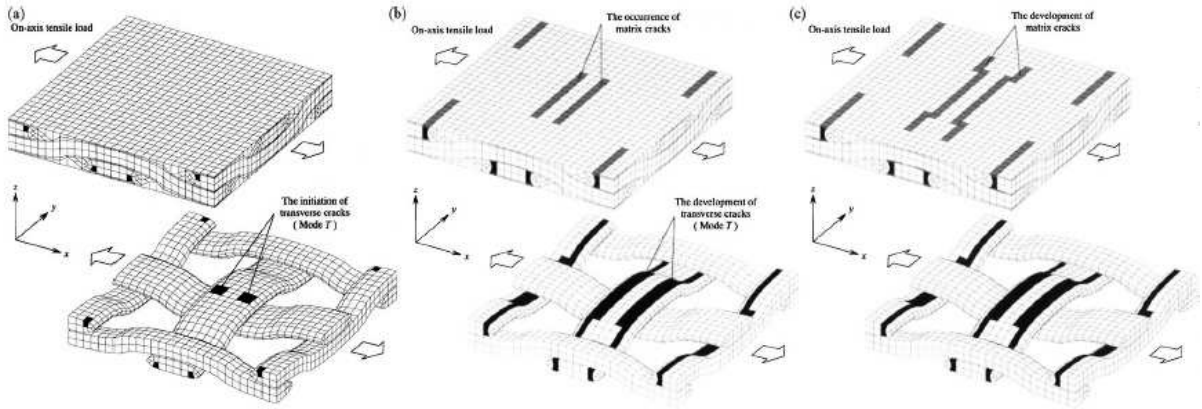


Figure II.23 : Profils d'endommagement obtenus à différents niveaux de chargement avec un modèle d'endommagement continu [Zako2003].

Ce modèle prend en compte les modes d'endommagement tels que (i) la rupture de fibres, (ii) la fissuration transverse dans les torons et (iii) les fissures matricielles. Au cours du chargement, les éléments endommagés sont repérés par le critère de Hoffman [Hoffman1967], le mode d'endommagement étant déterminé à partir des ratios contraintes/résistances dans les directions longitudinales et transverses. La loi de comportement de ces éléments est ensuite pénalisée, menant à une redistribution des contraintes dans le matériau. Lorsqu'aucun nouvel élément endommagé n'est repéré, le chargement imposé est alors incrémenté. Les premiers endommagements déterminés sont des fissures dans les torons transverses à la direction de chargement situées à un croisement entre deux torons. Zako *et al.* [2003] ont montré que l'endommagement dans les torons de fibres provoque une chute importante de la contrainte, contrairement aux endommagements matriciels. La chute du module de Young du matériau en fonction de la déformation calculée numériquement a donné des résultats similaires à l'évolution du module mesuré expérimentalement. Une dépendance au maillage des zones endommagées a été observée avec l'approche proposée (Figure II.23).

Lomov *et al.* [2007] ont proposé une modélisation de l'endommagement dans un composite à renfort textile basée sur le même modèle d'endommagement que Zako *et al.* [2003]. Cette approche a permis de déterminer la déformation à l'amorçage de l'endommagement. Cependant, la prédiction de la propagation de l'endommagement a abouti à des comportements non physiques. En effet, la propagation de l'endommagement a été observée dans la direction des fibres, mais aussi dans la direction transverse (Figure II.24), suggérant la présence d'une multitude de micro fissures dans le toron qui ne sont pas observées expérimentalement. Cette limite a aussi été observée par Nicoletto *et al.* [2004] et Tang *et al.* [2003] dans le cas des composites tissés. Similairement à l'approche proposée par Zako *et al.,* les zones endommagées sont dépendantes au maillage et ne représentent pas les fissures localisées observées expérimentalement.

Melro *et al.* [2012] ont étudié l'évolution de l'endommagement dans un composite à renfort de satin de 5 à fibres de carbone et matrice époxy avec un modèle d'endommagement continu pour les torons de fibres. L'amorçage et la progression des endommagements ont été obtenus dans les zones de forte ondulation des torons (Figure II.25), donnant un bon accord qualitatif avec les observations expérimentales.

Gorbatikh *et al.* [2007] ont étudié la validité des approches basées sur la mécanique de l'endommagement continu. De telles approches sont généralement applicables lorsque l'endommagement est distribué uniformément à travers le volume considéré, ce qui exclut des fissures isolées. Cette hypothèse n'est donc pas toujours vérifiée dans les composites à l'échelle mésoscopique.

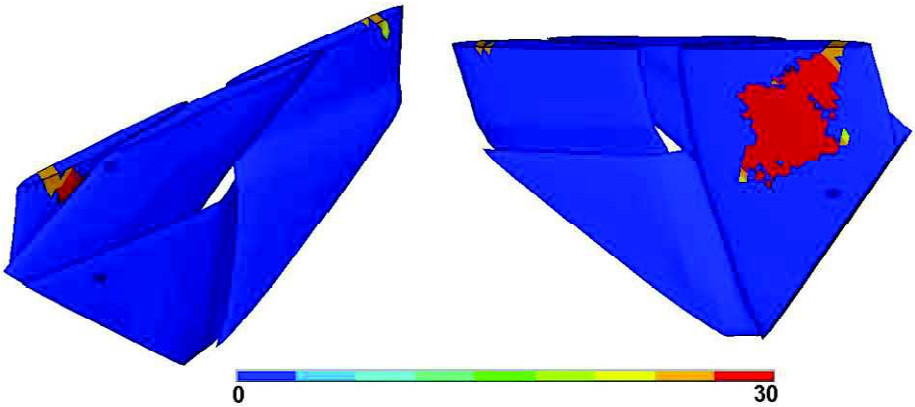


Figure II.24 : Profils d'endommagement obtenu avec un modèle d'endommagement continu dans un composite à renfort tressé [Lomov2007].

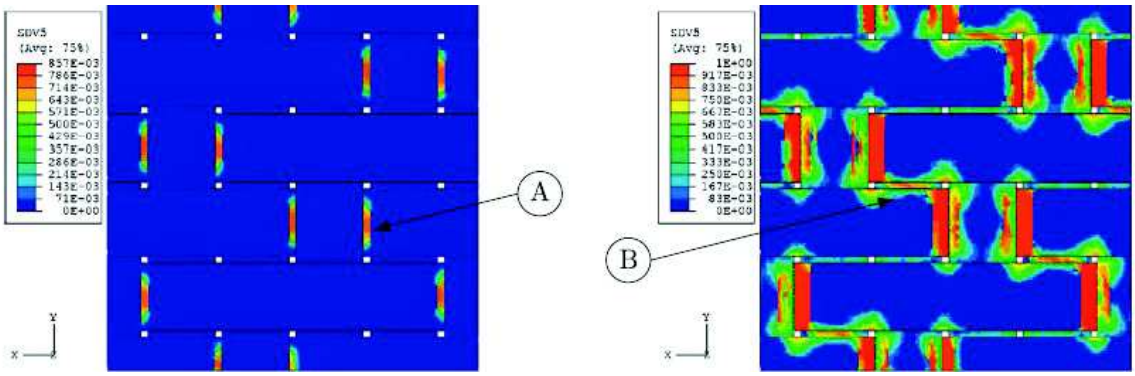


Figure II.25 : Profils d'endommagement obtenus dans les torons avec un modèle d'endommagement continu [Melro2012].

Gorbatikh *et al.* ont montré qu'une approche basée sur la dégradation des propriétés des éléments considérés comme endommagés peut être inadéquate pour la prévision du mode d'endommagement, notamment sous sollicitation de cisaillement, et aussi concernant la prévision de l'évolution de la direction de l'endommagement. Ils ont alors proposé une procédure de dégradation des propriétés où les propriétés des éléments endommagés dépendent de la taille de l'élément et des propriétés des éléments voisins. Cette procédure semble plus adaptée pour la prédiction du mode de rupture sous sollicitation de cisaillement, même si les directions de l'endommagement ne peuvent pas être clairement identifiées.

Un autre problème des approches basées sur la mécanique de l'endommagement continu est la dépendance au maillage des zones d'endommagement. Pour éviter ce phénomène, des méthodes de régularisation doivent être utilisées [Allix2003, Maimí2007], résultant en des zones d'endommagement non locales. Dans ce cas, des tailles de maille très fines comparées aux dimensions caractéristiques du composite à l'échelle mésoscopique doivent être utilisées pour bien représenter les fissures observées expérimentalement (qui sont localisées), ce qui peut être coûteux numériquement.

Les approches basées sur la mécanique de l'endommagement continu permettent d'obtenir une modélisation facile à implémenter dans un code de calcul. Les modèles développés dans ce cadre souffrent néanmoins des problèmes inhérents à ce type de modélisation, comme la difficulté à représenter des fissures localisées observées expérimentalement, les difficultés d'identification de certains paramètres, ou des problèmes de nature numérique comme la dépendance du profil d'endommagement au maillage ou des instabilités numériques.

II.4.2.2 Modèles discrets

Les observations expérimentales (Section II.2) montrent un nombre limité de fissures isolées dans les torons, chaque fissure étant à une certaine distance d'une autre fissure, la zone entre les fissures n'étant pas endommagé de manière visible à l'échelle mésoscopique. Ainsi, une approche discrète semble plus à même de représenter l'endommagement dans le matériau qu'une approche continue (Section II.4.2.1). La modélisation discrète de l'endommagement consiste à adapter le maillage à éléments finis du composite tissé de sorte à insérer des fissures. L'avantage d'une telle méthode est la possibilité de représenter directement les endommagements observés expérimentalement, et de décrire l'endommagement par des paramètres physiques, tels qu'une densité ou des longueurs de fissures.

Le Page *et al.* [2004] ont modélisé un composite tissé par un modèle bidimensionnel en déformations planes afin d'étudier le taux de restitution d'énergie associé à la formation d'une fissure. Le modèle éléments finis est composé de deux couches contenant un toron

longitudinal et deux torons transverses. Le décalage entre les couches a été étudié par la prise en compte de trois empilements : en phase, en décalage de phase et un empilement intermédiaire (Figure II.26). Plusieurs empilements ont été étudiés en appliquant différentes conditions de Dirichlet aux maillages des deux couches afin de représenter trois configurations : 2 couches, 4 couches (par application de conditions de symétrie), et un empilement d'épaisseur infinie. Les fissures ont été modélisées de manière discrète au centre des torons transverses à la direction de chargement, c'est-à-dire aux endroits où les torons ont une épaisseur maximale dans le modèle utilisé. Le taux de restitution d'énergie a été calculé à partir des énergies de déformation des états sains et fissurés du matériau. Le Page *et al.* [2004] ont montré que le nombre de couches et leur décalage ont peu d'influence sur la rigidité du matériau. Cependant, le taux de restitution d'énergie de déformation associé à une fissuration intra toron est fortement influencé par le décalage des couches et la localisation des fissures.
Le modèle bidimensionnel proposé ne permet pas de prendre en compte l'architecture tridimensionnelle complexe des composites tissés, et donc l'influence du renfort sur le comportement mécanique du matériau.

Obert *et al.* [2014] ont proposé une modélisation discrète des fissures intra-toron dans un pli de composite tissé afin d'enrichir un modèle d'endommagement de composites tissés 2D. Un modèle géométrique hybride a été proposé, incluant une modélisation d'une couche de satin de 5 à l'échelle mésoscopique, positionnée entre deux couches homogènes pour simuler la présence de plis externes (Figure II.27). Le maillage utilisé est conforme aux interfaces entre les torons et entre les torons et la matrice. Des fissures dans les torons transverses au chargement ont été modélisées de manière discrète. De manière analogue à un pli d'unidirectionnel fin, une approche basée sur l'énergie a été menée pour étudier la fissuration dans les torons. Obert *et al.* [2014] ont montré que la densité d'énergie de déformation est quasiment uniforme le long d'un toron, et ont conclu qu'une fissure se propage instantanément dans la longueur du toron dès son amorçage. Pour déterminer des positions probables de fissures dans le toron, le taux de restitution d'énergie a été calculé à partir des énergies de déformation des solutions saines et fissurées. Un taux de restitution d'énergie maximum a été obtenu pour une fissure au centre du toron, celui-ci diminuant lorsque la fissure est proche des bords du toron. Cependant, la représentation géométrique de la couche de satin est idéalisée, puisque le modèle proposé ne prend pas en compte les déformations dues à la compaction du tissu ainsi que le décalage et le nesting entre les couches, qui ont une forte influence sur le taux de restitution d'énergie [LePage2004].

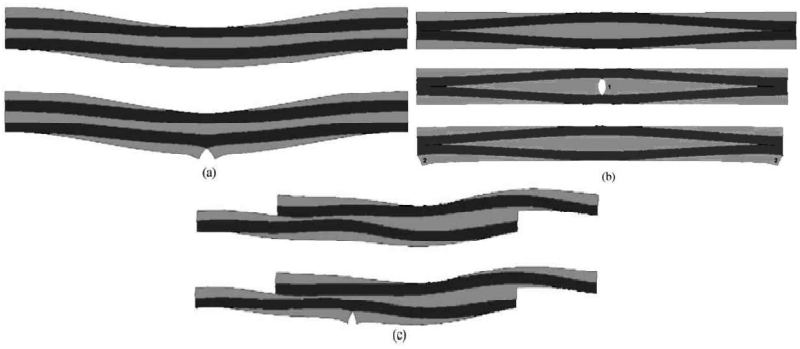


Figure II.26 : Configurations (a) en phase, (b) en décalage de phase et (c) intermédiaire modélisées pour calculer le taux de restitution d'énergie du composite [LePage2004].

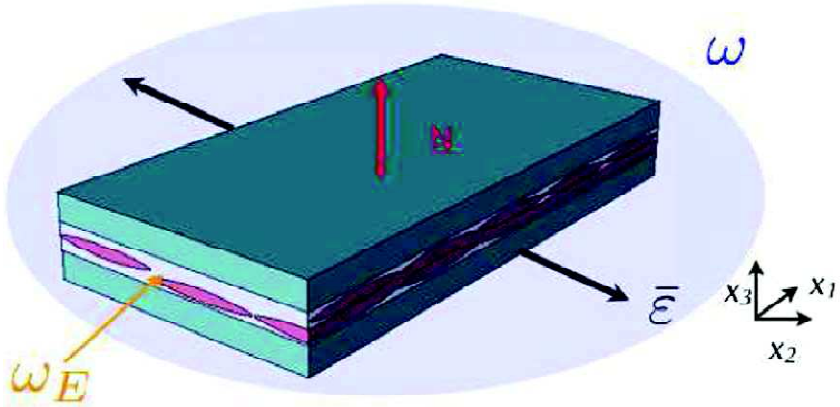
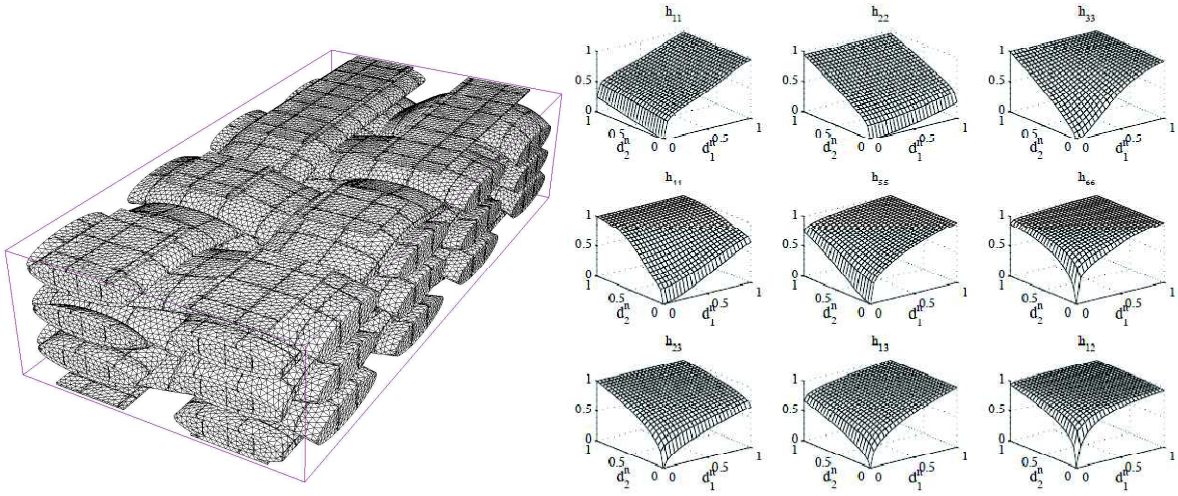


Figure II.27 : Modèle à l'échelle mésoscopique d'une couche de satin entre deux plis externes homogènes [Obert2014].

Couegnat [2008] a modélisé la fissuration d'un matériau composite tissé à matrice céramique afin d'évaluer les effets des endommagements à l'échelle mésoscopique sur les propriétés mécaniques macroscopiques du matériau. L'objectif a été d'utiliser la modélisation de l'endommagement à l'échelle mésoscopique pour enrichir un modèle d'endommagement macroscopique. L'endommagement a été modélisé de manière discrète (Figure II.28a), ce qui a permis de décrire les mécanismes d'endommagement par des variables physiques, rendant ainsi la comparaison avec les résultats expérimentaux immédiate. Les mécanismes d'endommagement qui ont été modélisés sont (i) les fissures intra-toron, (ii) les fissures matricielles et (iii) les décohésions aux interfaces torons/torons et torons/matrice. La modélisation proposée a permis d'évaluer les effets de chaque mécanisme d'endommagement sur l'évolution du comportement mécanique macroscopique du composite étudié (Figure II.28b). Ces résultats, combinés à l'identification expérimentale des cinétiques d'endommagement, ont permis d'alimenter un modèle macroscopique de description de l'évolution de l'endommagement, qui a été utilisé par la suite pour effectuer du calcul de structures.



(a) (b)

Figure II.28 : (a) Maillage fissuré du composite tissé à matrice céramique. (b) Effet de l'endommagement sur les propriétés effectives du matériau [Couegnat2008].

Contrairement à des modèles d'endommagement macroscopiques purement phénoménologiques, l'approche multi-échelle proposée a permis de faire le lien entre les variables d'endommagements et les variables physiques représentatives des mécanismes d'endommagement. L'utilisation de la modélisation à l'échelle mésoscopique a ainsi permis d'alimenter un modèle d'endommagement macroscopique. Afin de rendre une telle approche encore plus prédictive, il s'agirait d'une part de modéliser une géométrie du renfort proche de l'architecture réelle du matériau, et d'autre part de prévoir l'amorçage et la propagation des fissures dans le composite.

II.5 Conclusion

Cet état de l'art a mis en évidence plusieurs problématiques concernant l'étude de l'endommagement de matériaux composites tissés à l'échelle mésoscopique.

- Les mécanismes d'endommagement d'un matériau composite tissé sont très fortement influencés par son architecture et ses constituants. La compréhension des mécanismes d'endommagement du matériau étudié nécessite donc une caractérisation expérimentale à l'aide d'outils et de méthodes adaptés. Ces aspects sont traités dans le chapitre III.

- Les modèles issus de générateurs automatiques de géométries de tissus ne permettent pas de représenter l'architecture complexe d'un renfort de fibre compacté et nesté. La méthode de simulation de l'étape de compaction semble plus adéquate puisqu'elle permet d'obtenir des taux de torons et des formes de sections plus proches de la réalité. Elle permet également de prendre en compte le décalage et l'imbrication entre les différentes couches de tissus. La comparaison d'une géométrie obtenue grâce à cette méthode avec une géométrie issue d'une tomographie du matériau est traitée dans le chapitre IV. L'influence du décalage des couches sur les propriétés élastiques macroscopiques et les champs locaux de déformations est également étudiée dans ce chapitre.

- Il est nécessaire de choisir un type de maillage pour modéliser l'endommagement par éléments finis. Une comparaison des maillages voxels et conformes pour la prévision du premier endommagement d'un composite tissé est traitée dans le chapitre IV.

- Les approches basées sur la mécanique de l'endommagement continu permettent de décrire l'évolution du comportement mécanique des matériaux composites tissés avec l'endommagement. Les limites de ces approches sont une mauvaise prévision des directions de propagation de l'endommagement, une dépendance au maillage de l'endommagement et une difficulté à représenter le caractère localisé des fissures observées expérimentalement. Ainsi, le choix d'une modélisation discrète de l'amorçage (chapitre V) et de la propagation (chapitre VI) de l'endommagement est fait dans ce travail.

Chapitre III: Caractérisation expérimentale des mécanismes d'endommagement et de l'évolution du comportement mécanique d'un composite tissé verre-époxy

Ce chapitre présente la caractérisation expérimentale d'un composite tissé à matrice époxy et fibres de verre. Les mécanismes d'endommagement et leur influence sur le comportement mécanique de ce matériau sont étudiés. Les résultats de l'analyse menée dans ce chapitre serviront d'une part à la mise en place, et d'autre part à la validation de la modélisation de l'endommagement proposée dans les prochains chapitres.

Plan du chapitre

III.1 Introduction 41
III.2 Matériau étudié et description des essais de caractérisation 41
III.2.1 Matériau composite étudié 41
III.2.2 Description des essais de caractérisation et des moyens de mesure 43
III.2.3 Exploitation des mesures obtenues par corrélation d'images 45
III.2.4 Exploitation des mesures obtenues par émission acoustique 47
III.3 Architecture du renfort 48
III.3.1 Extraction d'une géométrie 3D du renfort 48
III.3.2 Variabilité géométrique du renfort 49
III.4 Mécanismes d'endommagement et leur influence sur le comportement macroscopique du matériau 51
III.4.1 Mécanismes d'endommagement 51
III.4.2 Corrélation d'images pour la détection des endommagements 53
III.4.3 Détection des fissures transverses 57
III.4.4 Détection des décohésions 59
III.4.5 Comportement du matériau non endommagé 60
III.4.6 Influence de l'endommagement sur le comportement macroscopique du matériau . 62
III.5 Conclusion 66

III.1 Introduction

L'état de l'art concernant la caractérisation de l'endommagement des composites tissés à l'échelle mésoscopique (Chapitre II) a mis en évidence la forte dépendance des mécanismes d'endommagement à l'architecture du renfort de fibres. Le composite à fibres de verre et matrice époxy étudié dans cette thèse a donc été testé afin de caractériser l'endommagement de ce matériau. Une campagne expérimentale a été réalisée afin de remplir trois objectifs principaux qui ont consisté à déterminer :

- La description géométrique de l'architecture du renfort de fibres

  En effet, les mécanismes d'endommagement étant dépendant de l'architecture du renfort, il est nécessaire d'être en mesure de bien décrire sa géométrie, notamment en vue d'une modélisation par Eléments Finis (EF) à l'échelle mésoscopique.

- La caractérisation des mécanismes d'endommagement du matériau

  Cette caractérisation passe par une bonne compréhension de la nature des mécanismes d'endommagement du matériau, de leur localisation et de leur séquence. La modélisation de l'endommagement proposée dans les chapitres suivants est basée sur les mécanismes d'endommagement observés expérimentalement.

- L'influence de l'endommagement sur le comportement macroscopique du composite

  Cet aspect est primordial pour faire le lien entre les mécanismes d'endommagement observés à l'échelle mésoscopique et l'évolution du comportement mécanique macroscopique du matériau.

L'étude expérimentale de l'endommagement du matériau est donc indispensable, d'une part, à la mise en place à l'échelle mésoscopique, et d'autre part, à la validation à l'échelle macroscopique, de la modélisation de l'endommagement du composite.

Le matériau étudié dans ce travail et les essais réalisés sont présentés en Section III.2. L'architecture du renfort de fibres a été étudiée par le biais d'observations au tomographe, ce qui fait l'objet de la Section III.3. La caractérisation des mécanismes d'endommagement et de leur influence sur le comportement du matériau est traitée en section III.4.

III.2 Matériau étudié et description des essais de caractérisation

III.2.1 Matériau composite étudié

Le composite étudié dans ce travail a été fabriqué à l'Onera. Il est constitué d'une matrice époxy Araldite LY564 / Hardener XB 3487 (fabriquée par Huntsman) renforcée par 4 couches de taffetas de fibres de verre E (Saint-Gobain Vertex). Les propriétés du tissu utilisé (Figure III.1) sont résumées dans le Tableau III.1. Les propriétés de la matrice et des fibres sont données dans le Tableau III.2.

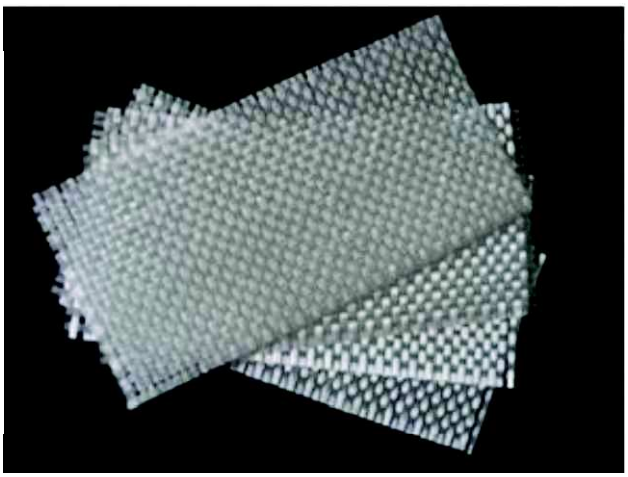


Figure III.1 : Couches de taffetas de fibres de verre utilisées pour la fabrication du matériau étudié.

Le matériau étudié a été fabriqué selon le procédé suivant:

- Découpe de quatre couches de renfort de taffetas de fibres de verre
- Positionnement et empilement des couches dans un moule
- Compaction des quatre couches de tissu par fermeture du moule
- Injection de la résine LY564 par procédé RTM
- Cuisson (100°C pendant 2h)

Une plaque de dimension 705x130 mm² a été réalisée par le procédé décrit précédemment. L'épaisseur moyenne de la plaque est 1.69±0.03mm. Celle-ci a été divisée en trois parties, dans lesquelles le renfort a été respectivement orienté à 0°, 90° et 45°. 4 éprouvettes de traction par direction, ainsi que 4 éprouvettes, orientées à 0° et 90°, pour l'étude du cisaillement interlaminaire par essai ILSS ont été usinées à l'Onera. Des drainants ont été positionnés entre les trois parties afin de bien maintenir les couches de tissu durant l'injection de la résine. Le plan de découpe de la plaque et les dimensions des éprouvettes sont présentés en Figure III.2.

Masse surfacique d'une couche de tissu (g/m^2)	504±40
Contexture (Chaînes/cm x Trames/cm)	2 x 2.2
Densité linéique des torons (TEX)	1200
Dimensions d'une cellule élémentaire représentative (CER) (mm x mm)	9.1 x 10.01

Tableau III.1 : Propriétés du taffetas de fibres de verre E.

	Masse volumique (g/cm^3)	Module de Young (GPa)	Coefficient de Poisson
Matrice LY564	1.15 ± 0.05	3.2 ± 0.1	0.35
Fibres de verre E	2.57 ± 0.03	73.6 ± 0.9 [Rocher15]	0.3

Tableau III.2 : Propriétés des fibres de verre E et de la matrice LY564.

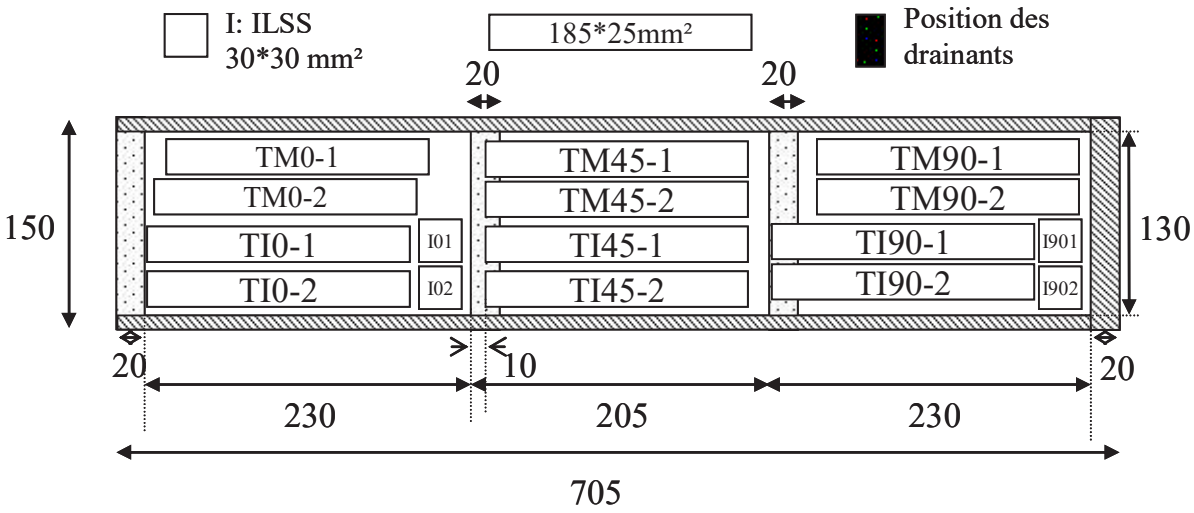


Figure III.2 : Plan de découpe des éprouvettes orientées à 0°, 90° et 45° dans la plaque de composite tissé réalisée à l'Onera.

III.2.2 Description des essais de caractérisation et des moyens de mesure

Différents essais de traction monotone (TM) et incrémentale (TI), et de cisaillement interlaminaire (ILSS) ont été menés pour caractériser :

- Le comportement du matériau sain
  - Modules de Young (E_{11}, E_{22})
  - Coefficients de Poisson plan (ν_{12}, ν_{21})
  - Module de cisaillement plan (G_{12})
  - Modules de cisaillement hors-plan (G_{13}, G_{23})
- Les mécanismes d'endommagement du matériau
  - Nature
  - Localisation et niveau de chargement
  - Séquence
- L'évolution du comportement du matériau endommagé

L'ensemble des essais a été réalisé sur une machine de traction Zwick 150kN. Pour les essais de traction, des mors à serrage mécaniques ont été utilisés. L'éprouvette est tout d'abord mise en place dans les mors alignés hors de la machine d'essais, puis l'ensemble est monté sur la machine de traction. Un montage d'un essai de traction est présenté en Figure III.3a. Les essais de cisaillement interlaminaire (ILSS) utilisent un montage de flexion trois points dans lequel les rouleaux sont rapprochés, afin de solliciter localement l'éprouvette en cisaillement hors plan. Les diamètres des rouleaux inférieurs et du rouleau supérieur sont respectivement 4 mm et 6 mm. La distance entre les rouleaux est 8.5 mm (soit 5 fois l'épaisseur de l'éprouvette, ce qui est imposé par la norme NF EN 2563). Le dispositif de corrélation d'images est utilisé pour obtenir le champ de déformation en cisaillement sur la tranche de l'éprouvette. La Figure III.3b et c présente un montage et une représentation schématique d'un essai d'ILSS. L'ensemble des essais réalisés dans ce travail est regroupé dans le Tableau III.3.

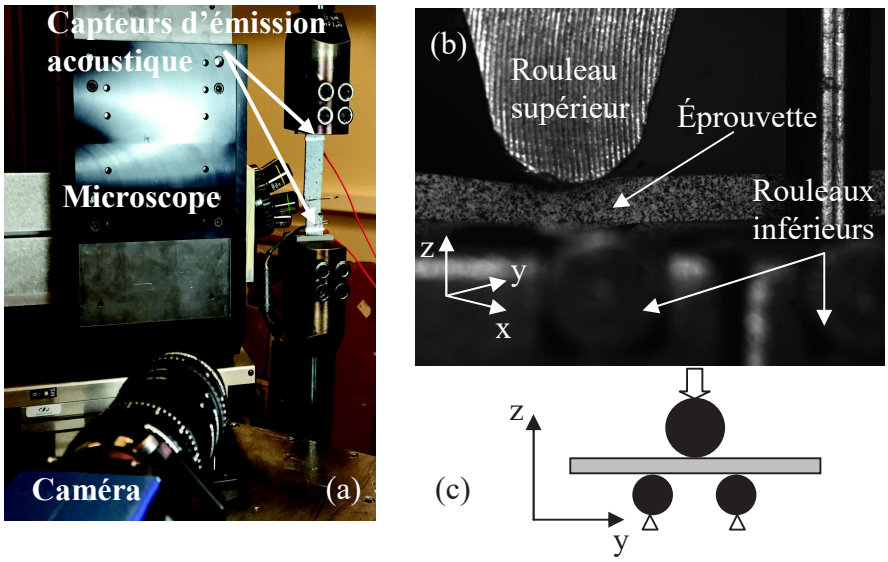


Figure III.3 : Montages expérimentaux d'un essai (a) de traction et (b) d'ILSS. (c) Représentation schématique de l'essai d'ILSS.

Type d'essai	Référence essai	Nombre d'éprouvettes	Instrumentation	Paramètres à déterminer
Traction monotone 0°	TM0	2	DIC, EA	E_{11}, ν_{12}, $\sigma_{1\text{-endo}}$, $\sigma_{1\text{-rupture}}$
Traction monotone 90°	TM90	2	DIC, EA	E_{22}, ν_{21}, $\sigma_{2\text{-endo}}$, $\sigma_{2\text{-rupture}}$
Traction monotone 45°	TM45	2	DIC, EA	G_{12}, $\sigma_{12\text{-endo}}$, $\sigma_{12\text{-rupture}}$
ILSS 0°	ILSS0	2	DIC	G_{13}
ILSS 90°	ILSS90	2	DIC	G_{23}
Traction incrémentale 0°	TI0	2	DIC, EA, OMT	E_{11}, ν_{12}
Traction incrémentale 90°	TI90	2	DIC, EA, OMT	E_{11}, ν_{12}

Tableau III.3 : Résumé des essais et de l'instrumentation associée (DIC : corrélation d'images, EA : émission acoustique, OMT : observations au microscope sur la tranche).

Les moyens de mesures utilisés lors des essais de traction et d'ILSS sont :

- Le dispositif de stéréo corrélation d'images (Correlated Solutions) permettant d'assurer la mesure des champs de déplacements par acquisition d'images à l'aide de deux caméras, et le calcul des champs de déformation par post traitement de ces résultats avec le logiciel Vic-3D.
- Le dispositif d'émission acoustique (Mistras) permettant d'acquérir les signaux acoustiques dus aux endommagements durant l'essai en utilisant deux capteurs piézo-électriques situés sur l'éprouvette (Figure III.3a).
- Les observations au microscope optique sur la tranche du matériau permettant de détecter les endommagements lors des essais de traction incrémentale.

III.2.3 Exploitation des mesures obtenues par corrélation d'images

Pour l'ensemble des essais effectués, la corrélation d'images a été menée avec un pas de 3 pixels et une taille d'imagette de 17 pixels, soit la plus petite imagette pour laquelle aucune zone de décorrélation n'est obtenue. La détermination des propriétés mécaniques du matériau est effectuée à partir des courbes contrainte/déformation (modules) et déformation transverse/déformation longitudinale (coefficients de Poisson). Les déformations sont obtenues à partir des résultats de corrélation d'images. Pour chaque pas de chargement, les déformations sont moyennées sur une jauge virtuelle. La jauge virtuelle est généralement choisie de grande taille afin de considérer l'ensemble des déformations dans la zone utile de l'éprouvette, et ne prenant pas en compte les bords de l'éprouvette. Dans le cas présent, une jauge virtuelle correspondant à 2*2 CERs a été utilisée pour calculer les déformations. La contrainte est calculée comme le rapport entre la force mesurée et la section de l'éprouvette.

Les courbes contrainte/déformation issues de la corrélation d'images sont généralement bruitées, ceci étant dû à une incertitude liée à la mesure. La prise en compte de cette incertitude dans le calcul des propriétés mécaniques est nécessaire et permet d'obtenir des intervalles de confiance de ces propriétés, plutôt qu'une mesure ponctuelle. Une méthode permettant de prendre en compte l'incertitude liée à la mesure dans le calcul des propriétés mécaniques a été proposée par Grail [2013]. Cette méthode combine des approches de régression linéaire de la courbe contrainte/déformation et de bootstrap sur un ensemble de points inférieurs à une contrainte seuil, définie comme une limite de linéarité de la courbe contrainte/déformation. La principale limite de cette approche est la détermination de cette limite de linéarité, qui est dépendant du choix de l'utilisateur et qui peut être difficilement identifiable dans certains cas de figure.

Afin de s'affranchir du choix de la limite de linéarité par l'utilisateur, une possibilité consiste à considérer la contrainte seuil comme un paramètre de la régression. Une régression de la relation $\varepsilon = f(\sigma)$ plutôt que $\sigma = f(\varepsilon)$ est privilégiée, afin de conserver la mesure la moins bruitée en entrée. La raideur E est alors estimée à partir d'une régression non-linéaire de la courbe déformation/contrainte (Eq III.1).

$$\hat{\varepsilon} = \varepsilon_0 + \frac{1}{E}\sigma + a(\langle \sigma - \sigma_{seuil} \rangle_+)^2 \qquad \text{(Eq III.1)}$$

où $\langle x \rangle_+$ est la partie positive de x. Les composantes de la régression linéaire sont au nombre de 3 : une composante constante ε_0, une composante linéaire de pente égale à l'inverse de la raideur et une composante quadratique modifiée. Cette dernière est nulle en dessous du seuil σ_{seuil} et présente une dérivée nulle en σ_{seuil}. La dérivée de l'estimation de la déformation est donc continue au passage du seuil. La composante quadratique permet de prendre en compte de faibles non linéarités. Les points pour lesquels la non linéarité devient trop importante doivent donc être exclus de la régression. La contrainte seuil σ_{seuil} est déterminée comme celle qui minimise l'erreur quadratique moyenne (EQM) de l'ajustement. En pratique, tous les points de chargement sont testés comme possible contrainte seuil, et cette dernière est déterminée par le point donnant une erreur minimale au sens des moindres carrés entre l'estimation de la déformation et les points mesurés expérimentalement (Figure III.4).

L'incertitude liée à la mesure rend l'identification du seuil incertaine, de même que l'ajustement global. L'ensemble de ces incertitudes peut être estimé par une méthode de bootstrap. La version semi-paramétrique du bootstrap, plus efficace dans le cas d'une régression [Efron et Tibshirani 1993], est utilisée. L'ajustement optimal (avec une contrainte seuil déterminée en minimisant l'EQM) des mesures d'origine est qualifié d'ajustement de référence. Il permet de définir l'estimation optimale de la raideur et les résidus de référence.

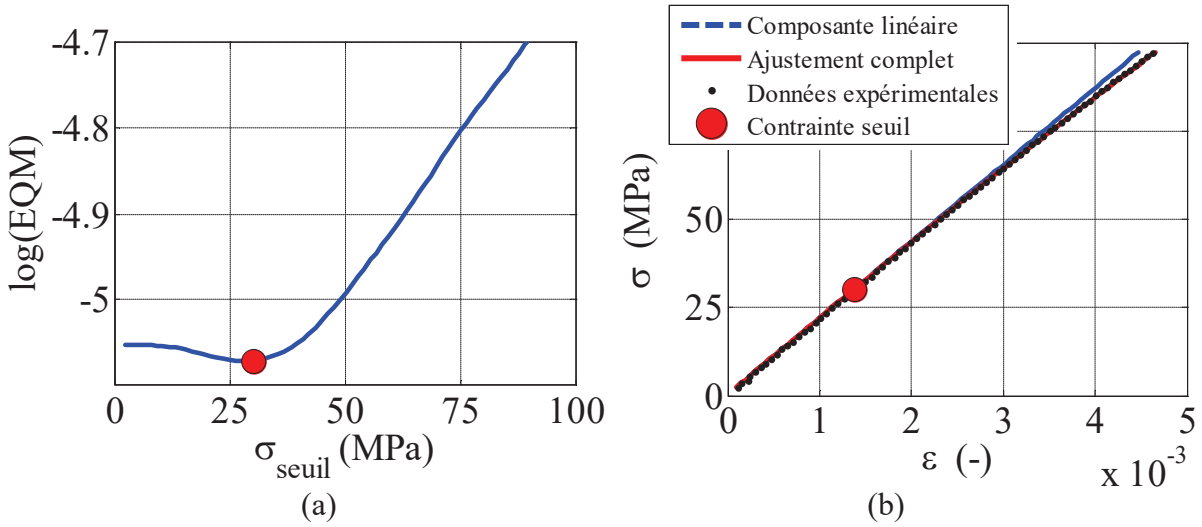


Figure III.4 : (a) Erreur quadratique moyenne en fonction de la contrainte seuil et (b) ajustement pour lequel la contrainte seuil minimise l'erreur quadratique moyenne.

Un ré-échantillonnage par bootstrap consiste alors à obtenir un nouveau jeu de données en affectant à l'ajustement de référence des résidus tirés aléatoirement parmi les résidus de référence (tirage avec remise). Pour chaque ré-échantillonage, la régression non linéaire conduit à un nouvel ajustement. Cela permet alors d'obtenir une distribution d'estimations représentatives de l'incertitude. Les quantiles 0.025 et 0.975 de cette distribution permettent de définir un intervalle de confiance à 95% pour chaque paramètre de l'ajustement, et en particulier pour la raideur. Un exemple d'application de la méthode est présenté pour une éprouvette dont le renfort est orienté à 90° (TI90-1). Les points mesurés expérimentalement sont présentés en Figure III.5a. Le module et le seuil obtenus avec l'ajustement de référence (Figure III.5b) sont E = 21.8GPa et σ_{seuil}=30.15MPa. L'application de la méthode de bootstrap à cet ajustement de référence permet d'obtenir des distributions de modules (Figure III.5c) et de contraintes seuil (Figure III.5d) et ainsi de déterminer les intervalles de confiance : [21.7 22.1] GPa pour le module et [27.7 32.5] MPa pour la contrainte seuil.

La méthode proposée permet donc, à partir d'une courbe contrainte/déformation (respectivement déformation transverse/déformation longitudinale), d'évaluer un intervalle de confiance de la raideur (resp. du coefficient de Poisson) du matériau, traduisant l'incertitude liée à la mesure. On peut noter que les intervalles de confiance obtenus avec cette méthode ne sont à priori pas symétriques autour de la valeur de référence. Ceci est dû au fait que la contrainte seuil est unilatéralement bornée (elle ne peut pas être négative). En particulier, il est possible de trouver une valeur de contrainte seuil nulle, dans le cas où la courbe ne présente pas de partie purement linéaire. D'un point de vue physique, on ne peut pas directement relier la contrainte seuil obtenue à la contrainte d'amorçage de l'endommagement dans le matériau. Cette contrainte seuil doit être interprétée comme le niveau de chargement à partir duquel une non linéarité est observée, cette non linéarité n'étant pas forcément liée à l'endommagement du matériau.

Les modules de cisaillement hors plan ont été obtenus par une méthode d'identification inverse développée à l'Onera. Celle-ci consiste à comparer les champs de déformations obtenus par corrélation d'images et ceux obtenus par modélisation de l'essai ILSS en faisant varier le module de cisaillement hors plan. Ce dernier est alors déterminé comme celui qui minimise l'écart entre la modélisation et les données expérimentales. Les résultats obtenus sont résumés en Section III.4.5. Suite à un problème d'acquisition de la force pour les éprouvettes orientées à 0°, seules les éprouvettes orientées à 90° ont pu être traitées.

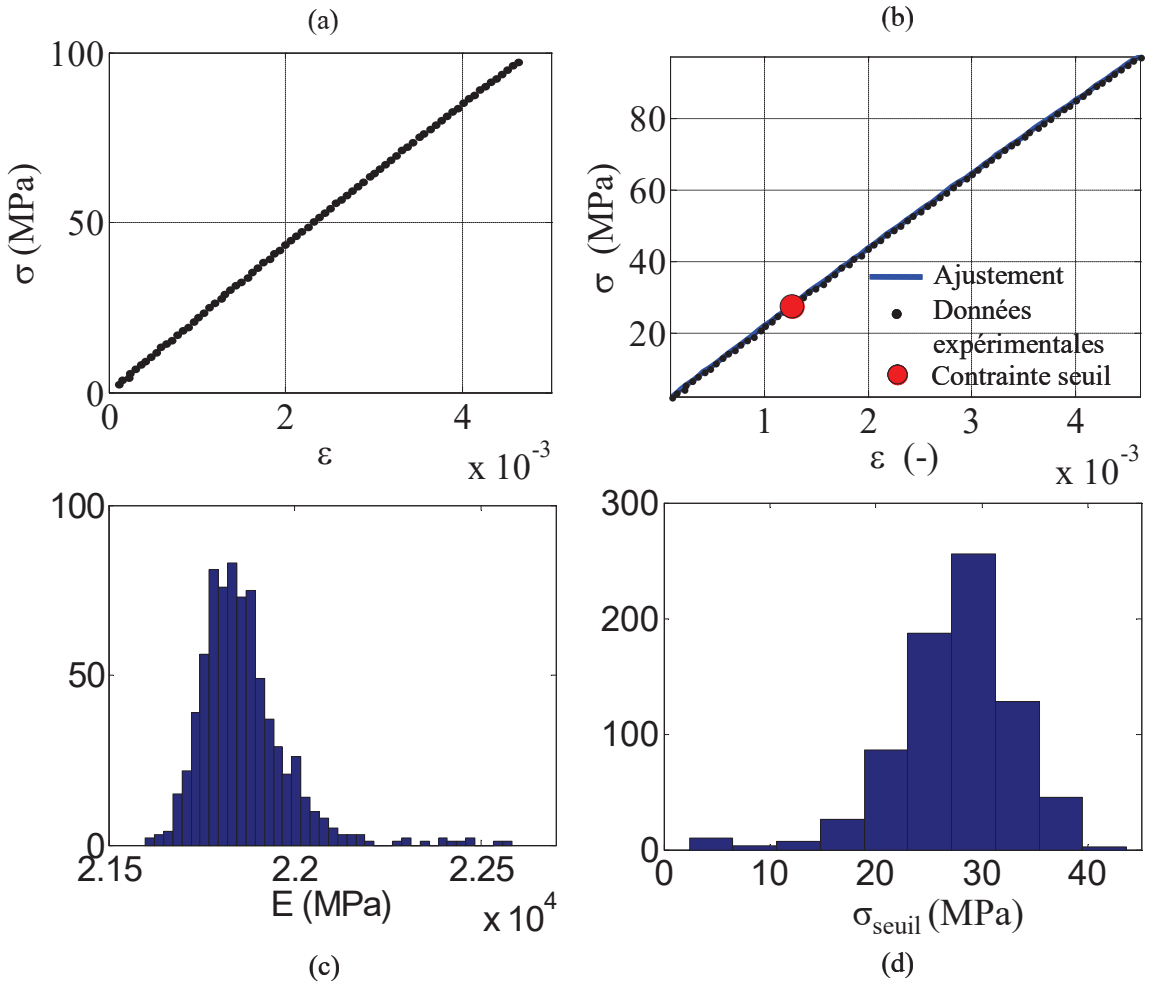


Figure III.5 : (a) Courbe contrainte déformation expérimentale. (b) Ajustement de référence et distributions (c) du module et (d) de la contrainte seuil obtenues par bootstrap.

III.2.4 Exploitation des mesures obtenues par émission acoustique

Un endommagement dans le composite relâche de l'énergie de déformation élastique. Une partie de cette énergie est dissipée, par exemple en chaleur. L'énergie qui n'est pas dissipée est émise dans le matériau sous forme d'ondes élastiques. Les deux capteurs piézo-électriques (Figure III.3a) permettent de détecter ces évènements acoustiques. Chaque signal acoustique détecté peut être décrit, en particulier, par une amplitude et une énergie acoustique. L'étude de ces deux paramètres en fonction de la contrainte permet la détermination du seuil d'endommagement, c'est-à-dire du niveau de contrainte à partir duquel les premiers endommagements sont détectés. Le signal acquis est seuillé à 40dB, ainsi les évènements acoustiques dont l'amplitude est inférieure à ce seuil ne sont pas considérés comme des endommagements et ne sont donc pas inclus dans l'analyse. La Figure III.6 montre l'amplitude et l'évolution de l'énergie cumulée des signaux acquis par le dispositif d'émission acoustique pour l'éprouvette TI0-2. A un niveau de déformation de 0.61%, les premiers évènements acoustiques d'amplitude et d'énergie significatives sont détectés. On considère ce niveau de déformation comme le seuil d'endommagement du matériau. Ce critère est appliqué à l'ensemble des essais instrumentés avec l'émission acoustique afin de déterminer les seuils de contrainte correspondant aux premiers endommagements (Sections III.4.5 et III.4.6).

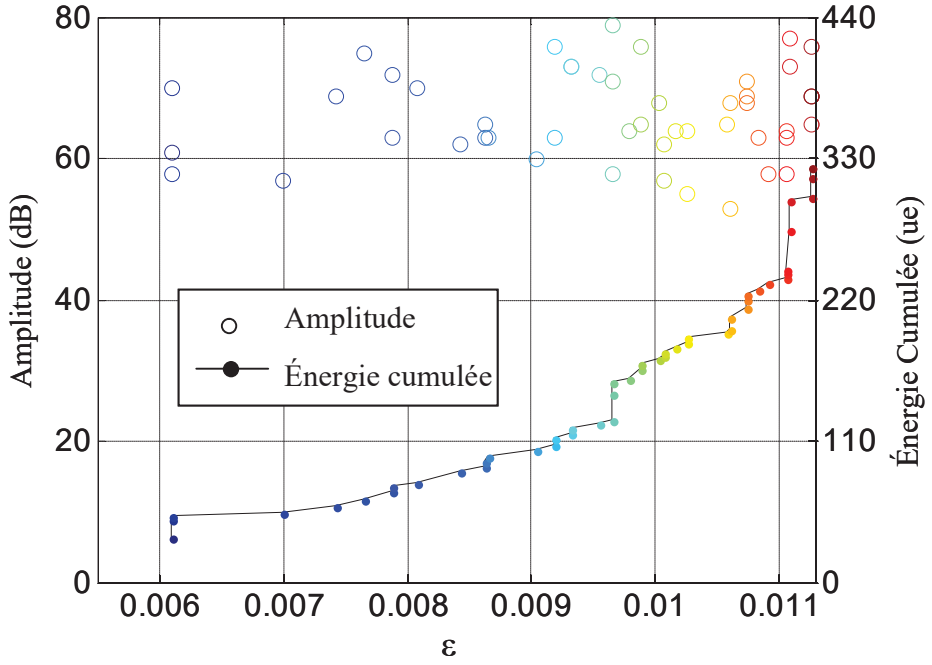


Figure III.6 : Amplitude et énergie cumulée des signaux acoustiques en fonction de la déformation imposée.

III.3 Architecture du renfort

L'architecture du renfort de fibres a une forte influence sur les mécanismes d'endommagement du matériau (*cf.* Chapitre II). Il est donc nécessaire d'avoir une bonne description de la géométrie des torons. Un premier moyen d'observation permettant d'obtenir des informations sur la géométrie du renfort est l'observation au microscope sur la tranche d'une éprouvette. Les observations au microscope sur la tranche du matériau permettent d'évaluer le décalage et l'imbrication entre les différentes couches de tissus, ainsi que les dimensions des torons. Cependant, cette information n'est que surfacique et ne permet pas d'évaluer l'arrangement tridimensionnel complexe des torons de fibres. Une tomographie de l'éprouvette TI0-2 effectuée avec le tomographe du LMT Cachan a été menée afin d'observer l'architecture tridimensionnelle du matériau.

III.3.1 Extraction d'une géométrie 3D du renfort

L'observation au micro tomographe permet d'obtenir une image 3D du renfort de fibres noyé dans la matrice. Afin d'extraire une géométrie 3D du renfort, l'identification des torons de fibres est nécessaire. Naouar *et al.* [2014] ont proposé une méthode de traitement d'images permettant d'identifier automatiquement chaque toron à partir d'une tomographie d'un tissu sec. Dans le cas étudié, la présence de la matrice ajoute une difficulté supplémentaire au problème. La détection automatique d'une géométrie du renfort à partir d'une tomographie n'étant pas le cœur de ce travail, une méthode de détection manuelle des torons a été utilisée.

Le contour des sections des torons a été manuellement identifié sur une vingtaine de coupes tomographiques (Figure III.7a et b) dans les directions de trame et de chaîne. Une description de chaque toron par un ensemble de sections (Figure III.7c) a alors été obtenue et a permis d'obtenir un maillage surfacique de chaque toron (Figure III.7d). La zone scannée couvrant 2 CERs, cela a permis d'évaluer la variabilité géométrique du renfort de fibres.

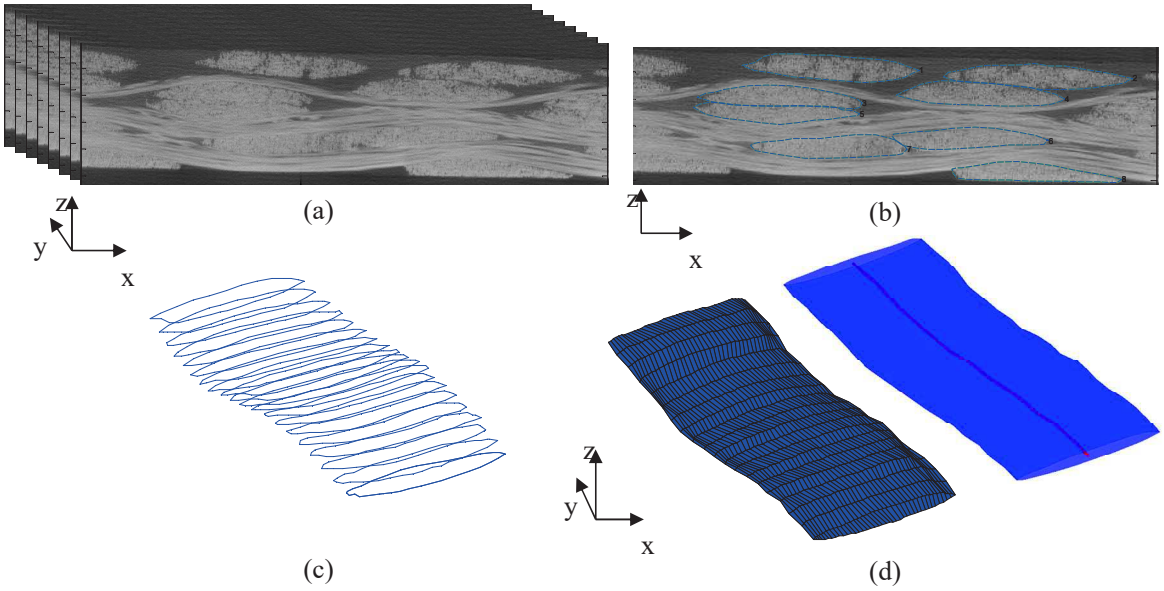


Figure III.7 : (a) Ensemble de coupes tomographiques, (b) sélection du contour des torons sur une coupe tomographique, (c) description d'un toron par un ensemble de sections et (d) maillage surfacique et ligne moyenne du toron.

III.3.2 Variabilité géométrique du renfort

Les observations au microscope sur la tranche des éprouvettes permettent d'évaluer certaines caractéristiques géométriques du renfort de fibres. En particulier, un paramètre essentiel à la création d'un modèle géométrique de plusieurs couches de tissu est le décalage entre les différentes couches. Afin d'évaluer la variabilité du décalage entre les couches de tissus, la tranche entière de l'éprouvette TI0-2 (couvrant 7 CERs) a été observée au microscope. Le centre de chaque toron des 7 zones (chaque zone couvrant une CER) a été déterminé. Cela a permis d'évaluer la position relative des torons de l'une des 7 zones par rapport à une position de référence, choisie comme la zone couvrant une CER au centre de l'éprouvette. Les centres des torons de l'une des 7 zones étudiées et de la zone de référence sont respectivement montrés en Figure III. 8a et b. La position relative de chacune des zones a été calculée en minimisant la somme des carrés des distances entre les centres des torons de la zone translatée et les centres des torons de la zone de référence (Figure III. 8c).

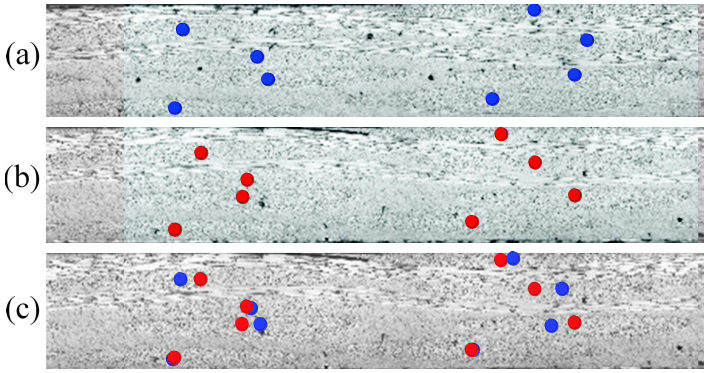


Figure III. 8 : Centres des torons (a) de l'une des 7 zones couvrant une CER et (b) de la zone de référence. (c) Position des centres des torons de la zone (a) translatée minimisant la somme des carrés des distances par rapport aux centres des torons de la zone de référence (b).

La position de chaque couche de tissu de la zone translatée a été calculée par rapport à la position de la couche supérieure de la zone de référence. La position moyenne, l'écart type et les décalages minimaux et maximaux de chaque couche sont résumés dans le Tableau III.4. La variabilité du décalage des couches est faible comparée à la largeur moyenne d'un toron (environ 3.6mm). La variabilité géométrique de l'architecture du renfort a également été évaluée à partir des observations au micro tomographe. Les paramètres évalués sont :

- La période des torons
  Pour cela une régression de la ligne moyenne du toron dans son plan d'oscillation (*Oxz* (resp. *Oyz*) pour les chaînes (resp. trames)) a été menée sous la forme de la somme d'une composante linéaire et d'une composante périodique (Eq III.2 pour les chaînes, la même expression est obtenue pour les torons trames en remplaçant *x* par *y*).

$$z(x) = a_0 + a_1 x + a_2 \cos\left(\frac{2\pi x}{T}\right) + a_3 \sin\left(\frac{2\pi x}{T}\right)$$
$$\text{et } A = \sqrt{\frac{a_2^2 + a_3^2}{2}} \text{ et } \alpha = \arctan(a_1) \qquad \text{(Eq III.2)}$$

  Cela a permis de déterminer la période *T* du toron, son amplitude *A* et la déviation hors plan *α*. La déviation hors plan est très faible pour tous les torons (inférieur à 1°).

- L'espacement entre les lignes milieux
  Ce paramètre a été calculé comme la distance moyenne entre les lignes milieux des torons de chaque couche.

- Le taux de torons
  Le taux de toron a été calculé comme le rapport du volume de la portion de toron correspondant à une période (calculée précédemment) et du volume de la CER. Puisque la zone scannée couvre 2 CERs, le volume d'un toron a été calculé pour plusieurs zones du toron couvrant une période, ce qui a permis d'évaluer sa variabilité.

- L'aire moyenne des sections

Les valeurs moyennes, minimales et maximales de ces paramètres sont données pour les torons de chaîne et de trame dans le Tableau III.5. Les observations au microscope sur la tranche de l'éprouvette et l'observation au tomographe de l'éprouvette TI0-2 ont permis d'obtenir une représentation 3D de la géométrie du renfort et d'évaluer sa variabilité géométrique. Cette étude sera ré-exploitée dans le chapitre suivant pour construire et valider un modèle géométrique de l'architecture du renfort de fibres.

Décalage (mm)	Couche 1 (Couche supérieure)	Couche 2	Couche 3	Couche 4
Moyenne	-0.14	0.71	0.90	-0.35
Ecart type	0.23	0.13	0.22	0.12
Minimum	-0.55	0.54	0.53	-0.54
Maximum	0.11	0.84	1.23	-0.21

Tableau III.4: Minimum, maximum, valeur moyenne et écart type du décalage des couches mesuré sur la tranche entière de l'éprouvette TI0-2 comparé au décalage des couches mesuré au centre de l'éprouvette.

Propriété	Type	Moyenne	Minimum	Maximum
Période du toron (mm)	Chaîne	9.17	8.1	10.01
	Trame	10.3	9.9	10.5
Espacement entre les lignes milieux (mm)	Chaîne	5.01	4.8	5.3
	Trame	4.57	4.3	4.8
Taux de torons (%)	Chaîne	40.4	40.0	40.7
	Trame	46.3	44.4	48.4
Aire moyenne des sections	Chaîne	0.89	0.86	0.97
	Trame	0.86	0.79	0.98

Tableau III.5 **:** Paramètres géométriques obtenus à partir de l'observation au tomographe de l'éprouvette TI0-2.

III.4 Mécanismes d'endommagement et leur influence sur le comportement macroscopique du matériau

III.4.1 Mécanismes d'endommagement

Les mécanismes d'endommagement observés dans le matériau étudié sont des fissures dans les torons transverses à la direction de chargement, ainsi que des décohésions entre les torons en pointe de fissure (Figure III.9). Les faces des éprouvettes TI0-2 et TI45-2 (endommagées) ont été observées au microscope en éclairant la face opposée, ce qui a permis de mettre en évidence certaines fissures intra toron (Figure III.10a et b). Ces observations mettent en évidence l'orientation des endommagements selon la micro structure du matériau, ce qui est généralement observé pour des composites à matrice organique [Gao1999, John2001, Osada2003]. Sous un chargement de traction dans la direction des torons de chaîne, l'éprouvette TI0-2 s'endommage seulement dans les torons de trame, qui sont transverses à la direction de chargement. Dans le cas d'une traction uniaxiale de l'éprouvette TI45-2, les fissures sont présentes à la fois dans les torons de chaîne et de trame.

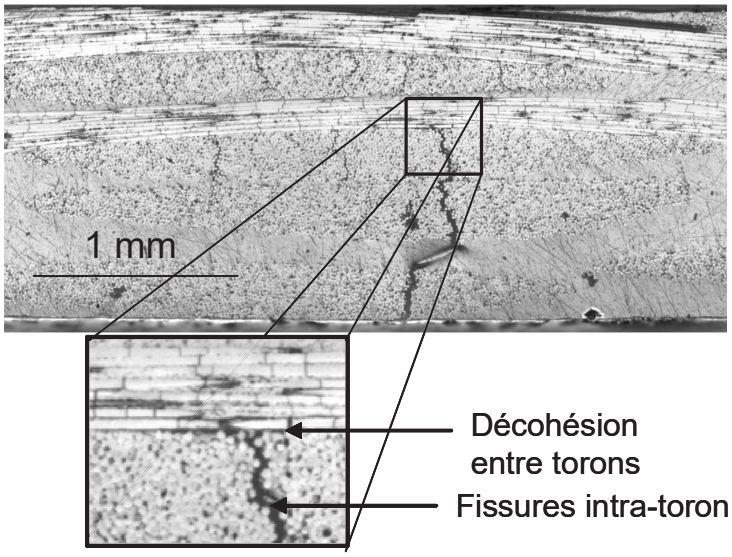


Figure III.9 : Mécanismes d'endommagement observés au microscope sur la tranche de l'éprouvette TI0-2.

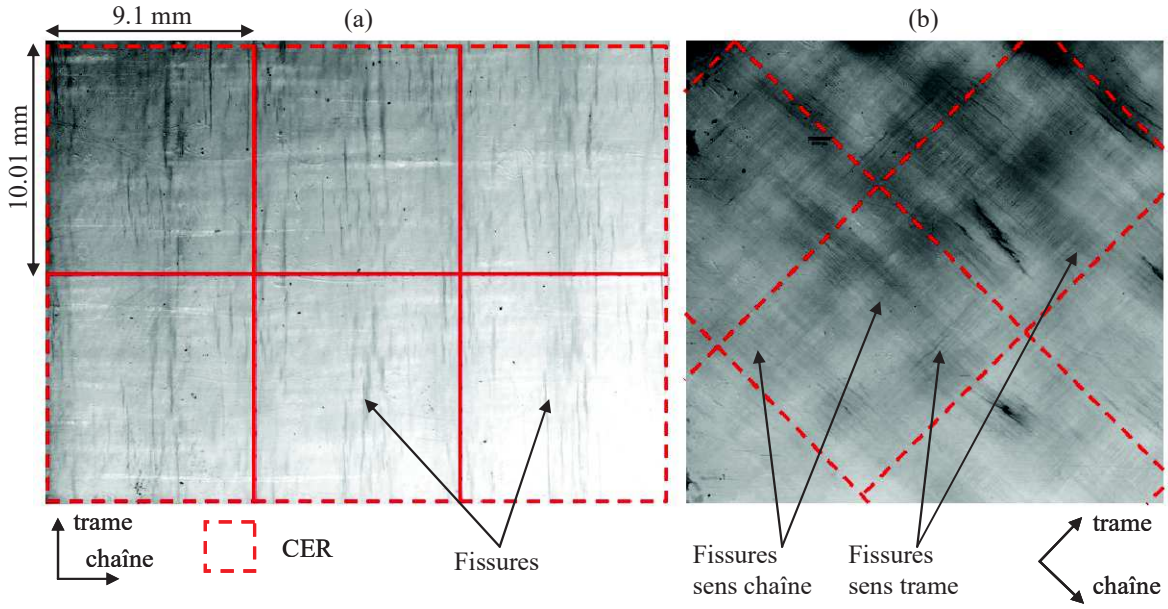


Figure III.10 : Observations au microscope des endommagements sur le chant des éprouvettes (a) TI0-2 et (b) TI45-2 par lumière transmise (la face opposée étant éclairée).

De plus, les fissures dans l'éprouvette TI45-2 semblent s'ouvrir en mode II, contrairement à celles dans l'éprouvette TI0-2 qui semblent s'ouvrir en mode I. Une autre différence entre les deux éprouvettes est la densité des endommagements. En effet, dans le cas de l'éprouvette TI45-2, dont le renfort est orienté à 45°, un grand nombre de fissures est observé comparativement à l'éprouvette TI0-2. Ces observations sont confirmées par les observations des tranches des deux éprouvettes (Figure III.9 et 11). En effet, des fissures ponctuelles sont observées pour l'éprouvette TI0-2 (Figure III.9 et Figure III.10a), alors que les torons de l'éprouvette TI45-2 contiennent chacun un grand nombre de fissures (Figure III.10b et Figure III.11). Les travaux de Gao *et al.* [1999] ont montré que les densités de fissures calculées sur la tranche d'une éprouvette d'un composite tissé (satin de 8 à fibres de carbone et matrice époxy) sont similaires à celles obtenues à l'intérieur du matériau. Pour le composite étudié, la répartition des endommagements selon la micro structure du composite est relativement homogène et la densité de fissures semble également similaire au bord et au centre de l'éprouvette (Figure III.10). Ainsi, les endommagements observés sur les tranches des éprouvettes semblent être représentatifs des endommagements au centre de l'éprouvette.

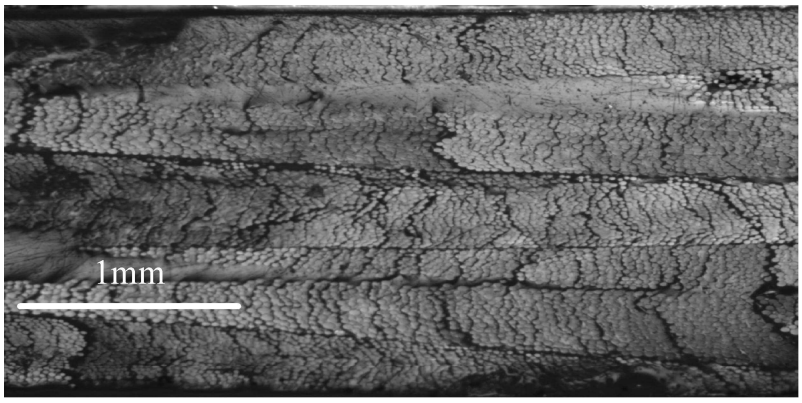


Figure III.11 : Observations au microscope des endommagements sur la tranche de l'éprouvette TI45-2.

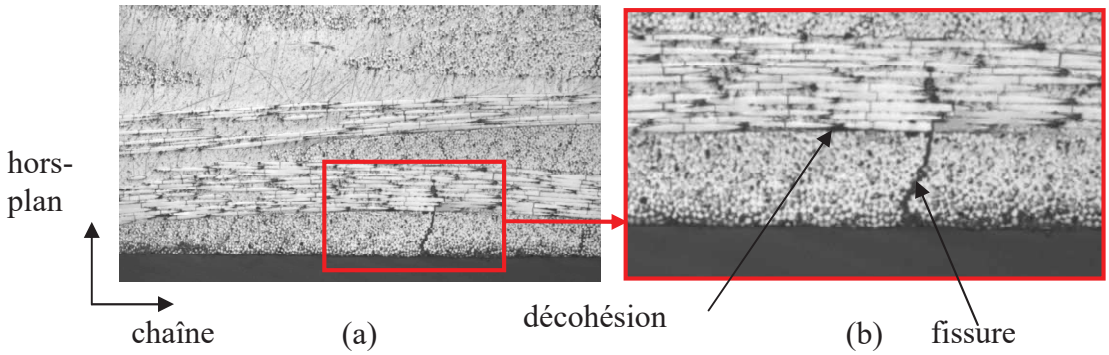


Figure III.12 : Observation au microscope sur la tranche de l'éprouvette TI0-2. (a) Vue générale et (b) zoom sur un endommagement.

Les observations au microscope sur la tranche des éprouvettes sont généralement utilisées pour mesurer des longueurs ou des densités de fissures et de décohésions [Gao1999, Grail2013, Doitrand2015] et ainsi quantifier le niveau d'endommagement dans le matériau. Ces données expérimentales peuvent par exemple être utilisées pour identifier certains paramètres de modèles d'endommagement macroscopique. En particulier, il est intéressant d'étudier l'évolution des propriétés avec la densité de fissures/décohésions, de même que l'évolution de la densité de fissures avec le chargement imposé. Ces deux quantités permettent d'évaluer respectivement les tenseurs des effets et la cinétique d'endommagement. La quantification de densité/longueurs de fissures et de décohésions à partir de micrographies de la tranche d'une éprouvette peut être effectuée de manière manuelle, ce qui est relativement long (environ 30 micrographies pour une éprouvette). Les fissures intra-toron étant orientées perpendiculairement à la direction de chargement, leur détection est assez directe (Figure III.12a et b), ce qui peut convenir à une détection manuelle. Cependant, la détection manuelle d'une décohésion est beaucoup moins triviale (Figure III.12b). Un challenge consiste alors à détecter les endommagements sur les observations au microscope sur la tranche des éprouvettes.

III.4.2 Corrélation d'images pour la détection des endommagements

Afin de faciliter la détection des endommagements, il est possible d'utiliser la corrélation d'images entre un état sain et un état endommagé, ce qui permet de mettre en évidence la présence d'un endommagement. Le principe de la corrélation d'images est le suivant. En notant f et g les niveaux de gris de l'image de référence et de l'image déformée, il s'agit de trouver le champ de déplacement $\boldsymbol{u}$ qui minimise l'opérateur P de corrélation défini comme :

$$P: \boldsymbol{u} \rightarrow P(\boldsymbol{u}) = \int \phi_c^2(\boldsymbol{x}) d\boldsymbol{x} = \int (f(\boldsymbol{x}) - g(\boldsymbol{x} + \boldsymbol{u}(\boldsymbol{x})))^2 \, d\boldsymbol{x} \qquad \text{(Eq III.3)}$$

Il existe deux méthodes principales de corrélation d'images, à partir desquelles les zones d'endommagements peuvent être identifiées :

- 1ère méthode : La corrélation d'images locale

Cette méthode consiste à définir une grille de pixels d'un pas donné sur l'image de référence, ainsi qu'une taille d'imagette. Le déplacement de chaque pixel de la grille est

calculé comme le déplacement maximisant l'inter corrélation de l'imagette centrée en ce pixel et d'une imagette déformée. L'inter corrélation I est définie comme (Eq III.4) :

$$I: \boldsymbol{u} \rightarrow I(\boldsymbol{u}) = (g * f)(\boldsymbol{u}) = \int g(\boldsymbol{x}) f(\boldsymbol{x} + \boldsymbol{u}(\boldsymbol{x}))\, d\boldsymbol{x} \qquad \text{(Eq III.4)}$$

La corrélation des deux images est alors dite locale, car le déplacement en chaque pixel de la grille est calculé de manière indépendante. Si la taille de l'imagette est trop petite, l'opérateur d'inter corrélation peut ne pas avoir « assez d'informations » pour déterminer le déplacement du pixel, ce qui entraîne une décorrélation locale. De la même manière, si un endommagement est présent dans l'image déformée, la corrélation des deux imagettes peut échouer. Le champ de déplacement sera alors impacté localement puisqu'aucune valeur de déplacement n'est calculée en ce pixel. Une manière de détecter les endommagements avec la corrélation d'images locale consiste alors à se baser sur la carte de décorrélation obtenue. La Figure III.13 présente un exemple de corrélation entre un état de référence (Figure III.13a) et un état déformé (Figure III.13b) contenant des endommagements. Le champ de déformation (Figure III.13c) et la carte de décorrélation (Figure III.13d) ont été obtenus par corrélation d'images locale avec le logiciel VIC 2D [Vic2D]. On remarque que la majorité des zones de décorrélation correspond à des zones endommagées dans l'image déformée. Cependant, ces zones sont légèrement étalées par rapport aux fissures observées sur les micrographies. De plus, un ensemble de zones ne correspondant pas à des fissures ou à des décohésions sont également mises en évidence dans la carte de décorrélation. Une classification automatique des différents mécanismes d'endommagement (fissures, décohésions) semble ainsi toutefois délicate sans traitement supplémentaire. La corrélation d'images locale permet de mettre en évidence les zones endommagées par le biais de la carte de décorrélation, mais la détection automatique des endommagements paraît relativement complexe.

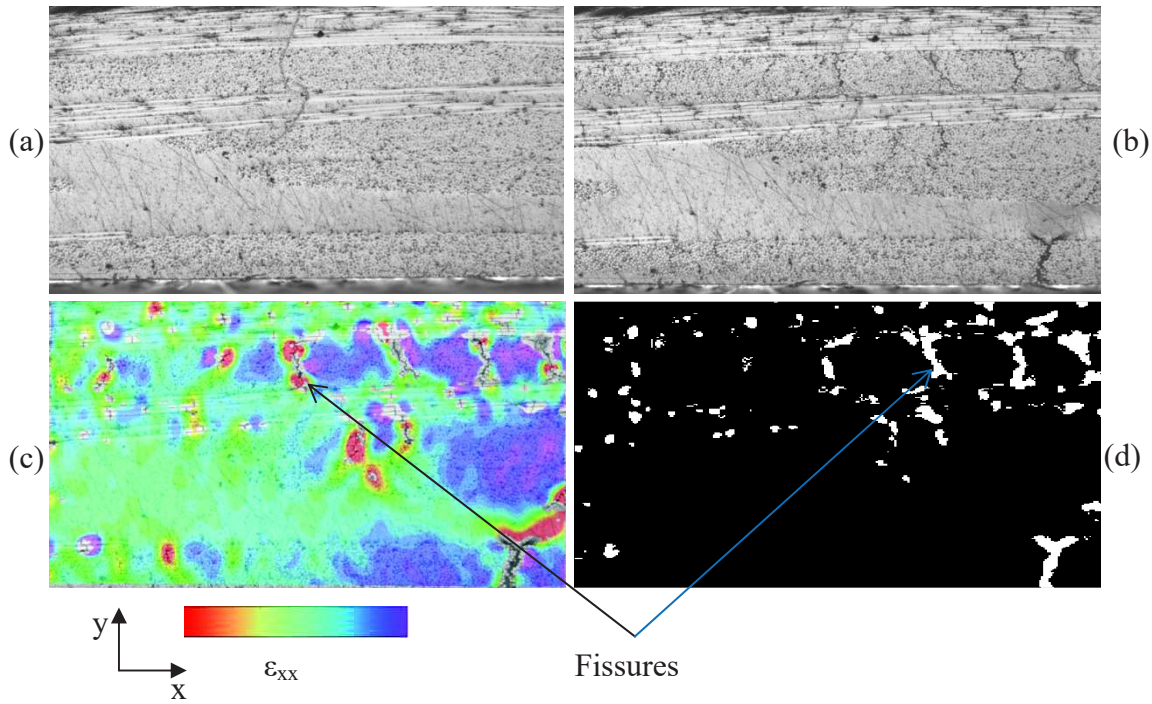


Figure III.13 : Corrélation d'images locale entre (a) une image de référence et (b) une image déformée. (c) Champs de déformation ε_{xx} et (d) carte de décorrélation.

- 2nde méthode : La corrélation d'images globale avec régularisation mécanique

Contrairement à la corrélation d'images locale, cette méthode consiste à déterminer simultanément le déplacement en tout point de l'image par minimisation de l'opérateur de corrélation. Il s'agit tout d'abord de définir un maillage de l'image de départ ainsi que des fonctions de formes associées $\boldsymbol{\varphi}_i$, qui permettent d'exprimer le déplacement $\boldsymbol{u}$ en un nœud de coordonnées $\boldsymbol{x}$ du maillage :

$$\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x}) = \sum a_i \boldsymbol{\varphi}_i(\boldsymbol{x}) \qquad \text{(Eq III.5)}$$

Moyennant quelques linéarisations, on peut alors montrer que minimiser P (Eq III.3) revient à résoudre le système linéaire suivant [Tomičevć2013] :

$$\begin{aligned} M_{ij} a_j &= b_i \\ M_{ij} &= \int (\boldsymbol{\nabla} f . \boldsymbol{\varphi}_i)(\boldsymbol{x}) \big(\boldsymbol{\nabla} f . \boldsymbol{\varphi}_j\big)(\boldsymbol{x}) d\boldsymbol{x} \\ b_i &= \int (g(\boldsymbol{x}) - f(\boldsymbol{x})) . (\boldsymbol{\nabla} f . \boldsymbol{\varphi}_i)(\boldsymbol{x}) d\boldsymbol{x} \end{aligned} \qquad \text{(Eq III.6)}$$

La résolution du système permet alors d'obtenir le champ de déplacement en chaque nœud du maillage. Contrairement à la corrélation locale, la présence d'un endommagement dans l'image déformée va altérer l'ensemble du champ de déplacement, y compris dans les zones non endommagées. Afin de prendre en compte le comportement mécanique du matériau, une possibilité consiste à ajouter un terme de régularisation mécanique à la corrélation d'images [Tomičevć2013]. Sous l'hypothèse d'élasticité, les équations d'équilibre donnent :

$$K\boldsymbol{u} = \boldsymbol{f} \qquad \text{(Eq III.7)}$$

Avec K la matrice de rigidité et $\boldsymbol{f}$ le vecteur des forces nodales. La présence d'endommagement entraîne un écart à la condition donnée cette équation (Eq III.7), de sorte que pour un déplacement donné $\boldsymbol{u}$, des forces résiduelles $\boldsymbol{f_r}$ apparaissent.

$$\boldsymbol{f_r} = K\boldsymbol{u} - \boldsymbol{f} \qquad \text{(Eq III.8)}$$

La régularisation mécanique consiste alors à minimiser les forces résiduelles. Pour tous les nœuds qui ne sont pas au bord, en l'absence d'endommagement, les forces nodales sont nulles, et la régularisation mécanique consiste alors à minimiser la fonctionnelle ϕ_m (Equation III.9) :

$$\phi_m = \boldsymbol{u}^T K^T K \boldsymbol{u} \qquad \text{(Eq III.9)}$$

Pour les nœuds au bord, une régularisation particulière doit être ajoutée. Elle consiste à minimiser la fonctionnelle ϕ_L **(**Eq III.10**)** :

$$\phi_L = \boldsymbol{u}^T L^T L \boldsymbol{u} \qquad \text{(Eq III.10)}$$

Avec L un opérateur agissant seulement sur les nœuds au bord [Tomičevć2013].

L'ajout de la régularisation mécanique mène à la minimisation de la fonctionnelle ϕ_T définie comme une somme pondérée de l'opérateur de corrélation *P, de* ϕ_m et de ϕ_L . Les champs de déplacements obtenus intègrent alors une information liée à la mécanique. En présence d'un endommagement, l'ajout de la régularisation mécanique va permettre de concentrer l'erreur de corrélation due à la présence d'un endommagement dans une zone autour de cet endommagement. En effet, à proximité d'un endommagement, les forces résiduelles sont beaucoup plus importantes que dans une zone non endommagée car dans ces zones le champ observé n'est pas en accord avec l'hypothèse d'un matériau élastique non endommagé. La taille de la zone dans laquelle sera concentrée l'erreur de corrélation dépend des poids donnés aux différents opérateurs. En pratique, l'ajout de la régularisation mécanique rend la résolution non linéaire, la minimisation de la fonctionnelle ϕ_T peut alors être réalisée par une méthode de Newton, qui permet d'obtenir un champ de déplacement minimisant localement ϕ_T . Le champ de déplacement final est obtenu après plusieurs minimisations successives pour des poids donnés aux opérateurs de régularisation mécanique décroissants [Tomičevć2013]. Pour chaque poids utilisé, le déplacement initial est le déplacement résultant de la convergence pour le poids précédent. Cette méthode permet d'assurer la continuité des champs de déplacement dans les zones non endommagées, et de mettre en évidence les discontinuités dues à la présence de fissures.

La Figure III.14 propose une comparaison des résultats obtenus par corrélation d'images globale entre une image de référence (Figure III.14a) et une image déformée contenant de l'endommagement (Figure III.14b). Les champs de déplacement (Figure III.14c) et de déformation (Figure III.14d) longitudinaux sont également présentés. La taille de maille moyenne est 10 pixels, et la longueur de régularisation finale est 64 pixels. Les champs de déplacement sont réguliers dans les zones non endommagées, et mettent en évidence les discontinuités au niveau des fissures. Contrairement à la corrélation d'images locale, qui mène à des zones de décorrélation autour des fissures, la corrélation globale avec régularisation mécanique permet d'avoir une valeur de déplacement en chaque pixel de l'image. Les zones endommagées sont alors mises en évidence par les discontinuités dans le champ de déplacement. La corrélation d'images permet d'obtenir un champ de déplacement $\boldsymbol{u}$ tel que :

$$f(\boldsymbol{x}) \approx g(\boldsymbol{x} + \boldsymbol{u}(\boldsymbol{x})) \qquad \text{(Eq III.11)}$$

A partir du champ de déplacement obtenu, deux résidus peuvent être définis :

- Le résidu de corrélation, défini en chaque pixel de l'image, est la différence entre l'image de référence et l'image déformée corrigée du champ de déplacement calculé.
- Le résidu mécanique, défini par les forces résiduelles (Eq III.8), traduit la différence entre le champ de déplacement obtenu et le champ de déplacement mécaniquement admissible (Eq III.**7**) Le résidu mécanique est défini en chaque nœud du maillage.

La Figure III.14e et f présente la carte de résidu mécanique et de résidu de corrélation résultant de la corrélation d'images globale. Les deux résidus mettent clairement en évidence les zones endommagées. Toutefois, les zones obtenues avec le résidu mécanique sont légèrement plus grandes que celles obtenues avec le résidu de corrélation. En effet, le résidu mécanique est défini au nœud du maillage et dépend donc de la taille de maille alors que le résidu de corrélation est défini en chaque pixel, et semble donc plus adapté pour décrire le caractère discret des fissures observées.

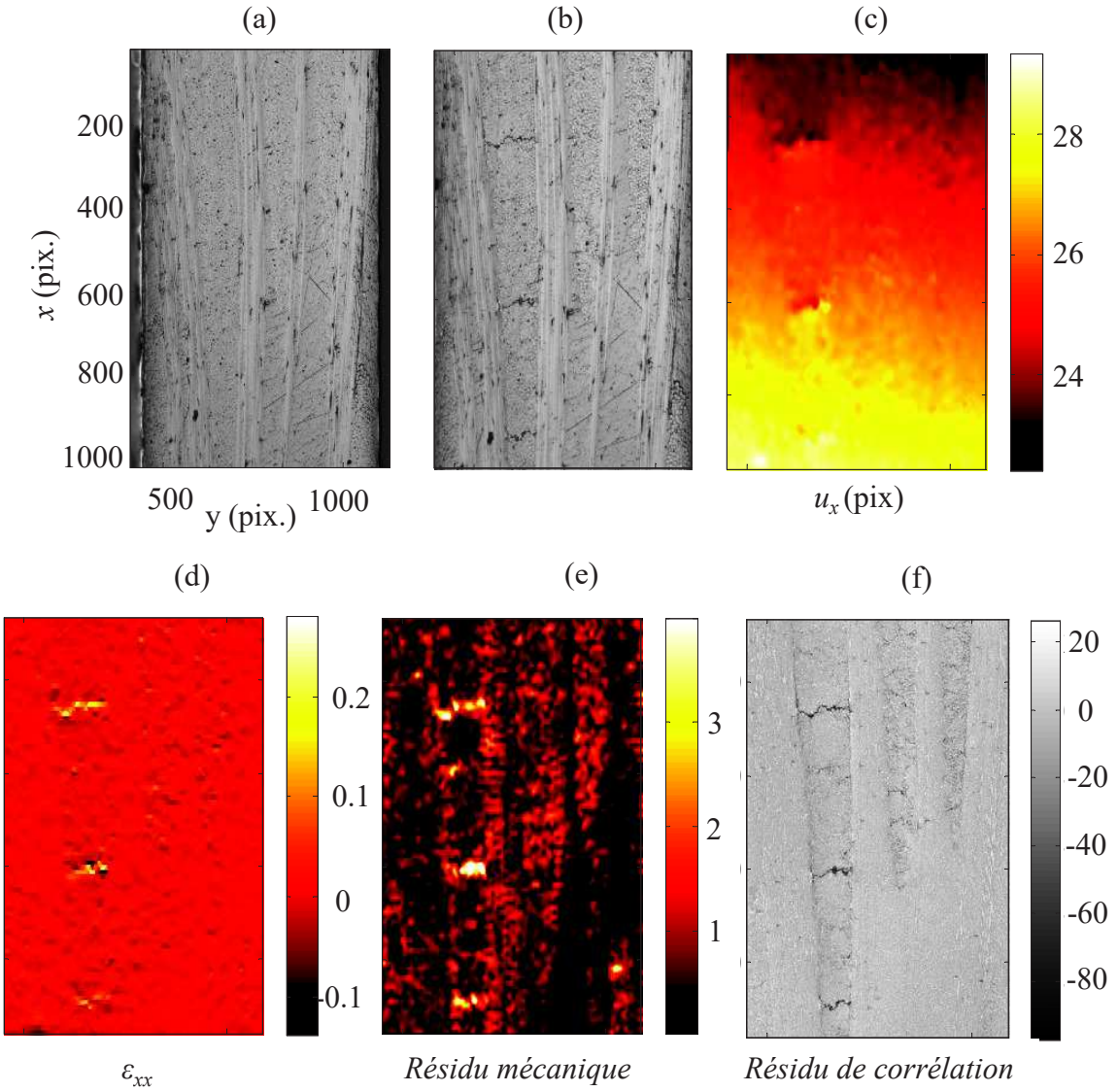


Figure III.14 : Corrélation d'images globale entre une image (a) de référence et (b) déformée. Champs (c) de déplacement et (d) de déformation. Résidu (e) mécanique et (f) de corrélation.

En résumé, la carte de décorrélation obtenue avec la corrélation d'images locale présente des zones relativement étalées autour des fissures observées. La corrélation d'images globale avec régularisation mécanique permet de décrire la discontinuité dans le champ de déplacement due à la présence d'endommagement. Cette méthode paraît la plus pertinente pour mettre en évidence le caractère discret des fissures observées expérimentalement, et est finalement retenue afin de détecter les endommagements à partir des micrographies sur la tranche du matériau. L'enjeu de l'utilisation de la corrélation d'images est la détection et la quantification, d'une part des fissures transverses, et d'autre part des décohésions.

III.4.3 Détection des fissures transverses

La détection des fissures dans les torons transverses à la direction de chargement est nécessaire dans le but de déterminer l'évolution de la densité de fissures dans le matériau. La méthode de détection de fissures proposée dans cette section est illustrée dans le cas d'une corrélation d'images entre une image de référence sans endommagement (Figure III.15a) et

une image déformée contenant plusieurs fissures (Figure III.15b). Le résidu de corrélation met clairement en valeur les zones endommagées (Figure III.15c). A partir de ce résidu, des opérations successives de seuillage (Figure III.15d), dilatation (Figure III.15e), remplissage

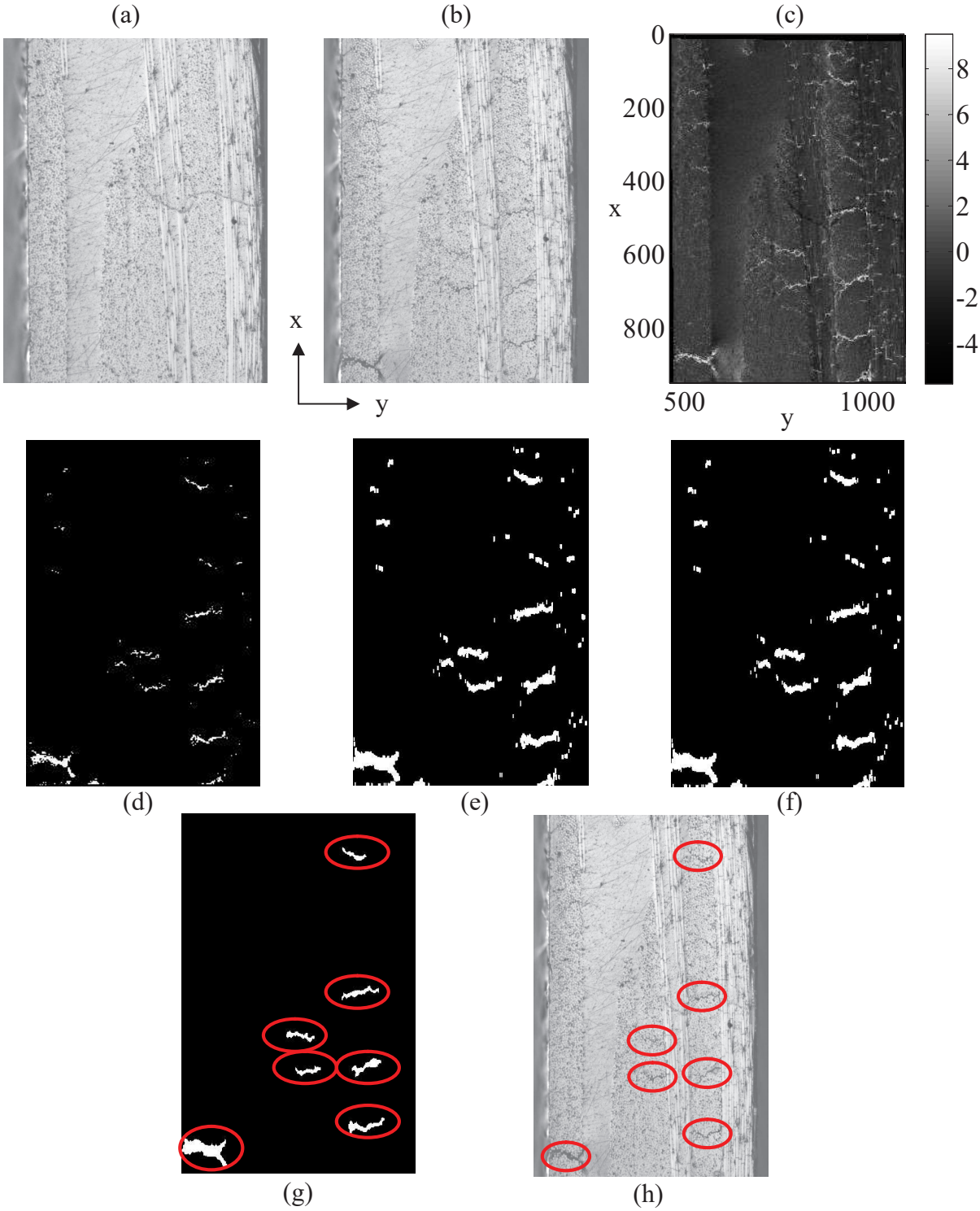


Figure III.15 : Images (a) de référence (sans endommagement) et (b) déformée (avec endommagement). Résidus de corrélation obtenus (c) sans traitement, (d) après seuillage, (e) après dilatation, (f) après remplissage et (g) après érosion. (h) Indication des fissures obtenues sur la micrographie de départ.

(Figure III.15f) et érosion (Figure III.15g) sont menées. La carte obtenue (Figure III.15g) permet un comptage immédiat et automatique du nombre de fissures transverses, et donne un résultat satisfaisant comparé à la micrographie de départ (Figure III.15h).

III.4.4 Détection des décohésions

Contrairement au cas des fissures transverses, les décohésions sont parfois difficiles à détecter à l'œil nu car elles sont moins ouvertes que les fissures dans les torons transverses au chargement (Figure III.16). En particulier, il est délicat de déterminer une longueur ou une densité de décohésion en pointe de fissure à partir des micrographies seules. Un intérêt de la corrélation d'images est de mettre en évidence les différences entre les deux images, *i.e.*, la fissure ainsi que la décohésion. Le résidu de corrélation entre l'image de référence (sans décohésion) et l'image déformée (avec décohésion) permet alors d'évaluer une longueur de décohésion (Figure III.17). La taille de maille utilisée (3 pixels) doit être assez fine pour mettre en évidence la décohésion, et la longueur de régularisation finale est 64 pixels.

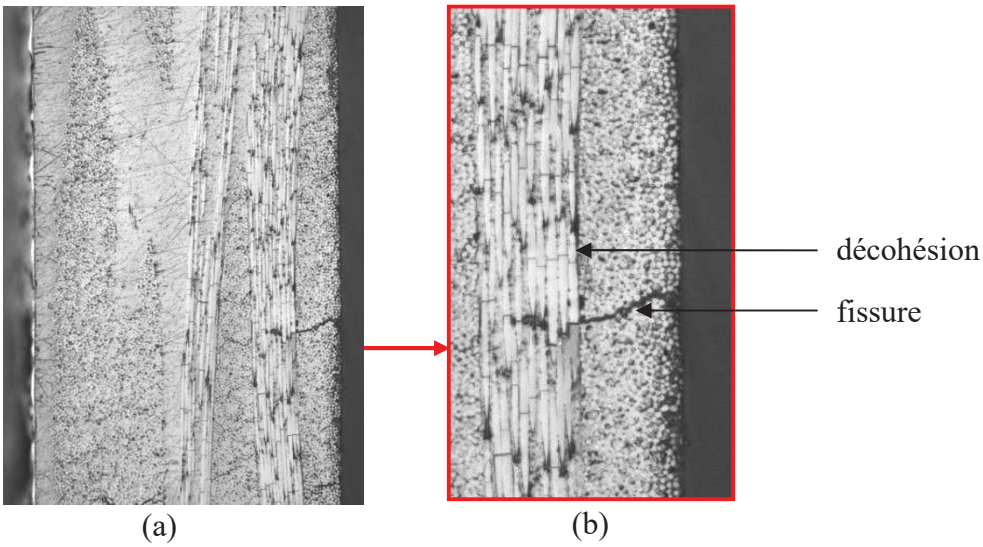


Figure III.16 : (a) Micrographie sur la tranche de l'éprouvette endommagée. (b) Zoom sur une fissure et une décohésion en pointe de fissure.

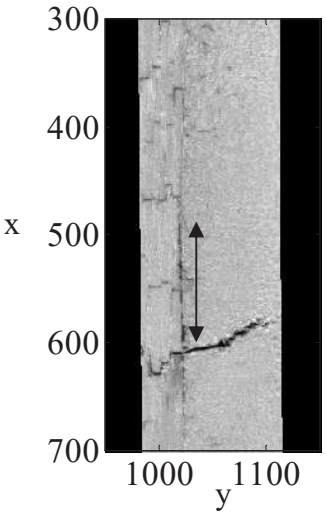


Figure III.17 : Mise en évidence d'une décohésion au travers des résidus de corrélation.

III.4.5 Comportement du matériau non endommagé

Les résultats des essais monotones présentés en section III.2.2 sont présentés dans cette section. Pour rappel, les paramètres qui ont été déterminés à partir de ces essais sont :

- Les raideurs des éprouvettes orientées à 0°, 90° et 45°
- Les coefficients de poisson
- Les seuils d'endommagement
- Les contraintes à rupture
- Les modules de cisaillement hors-plan

Les résultats obtenus sont résumés dans les Tableau III.6-7 et la Figure III.18, présentant les courbes contrainte/déformation de chacune des éprouvettes de traction. Les éprouvettes orientées à 90° sont un peu plus rigides que celles orientées à 0°. Ceci peut s'expliquer par le fait que le tissu utilisé dans le composite étudié est légèrement déséquilibré. Des niveaux de contrainte à rupture similaires sont obtenus dans les deux directions. Dans les deux cas, une faible non linéarité de la réponse mécanique est observée. La non linéarité est bien plus importante dans le cas des éprouvettes orientées à 45° (Figure III.18a) du fait de l'absence de renfort dans la direction de sollicitation. Les faciès de rupture d'éprouvettes orientées à 0° (TM0-1) et à 45° (TM45-2) sont présentés en Figure III.19. Dans le cas de l'éprouvette orientée à 0°, la rupture intervient dans un plan perpendiculaire à la direction de chargement, alors que pour l'éprouvette TM45-2, le plan de rupture fait un angle d'environ 45° par rapport à la direction de sollicitation. Ces observations montrent clairement que la rupture des éprouvettes, comme l'endommagement, suit la micro structure du matériau. Les données obtenues seront réutilisées dans le Chapitre IV pour une comparaison avec les résultats de modélisation.

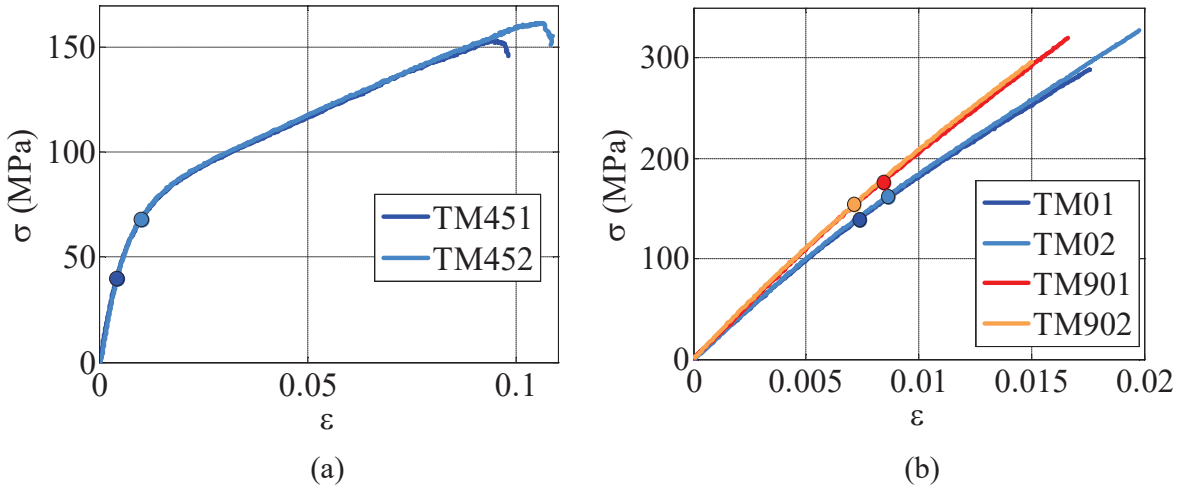


Figure III.18 : Courbes contrainte/déformation des éprouvettes testées sous un chargement de traction monotone.

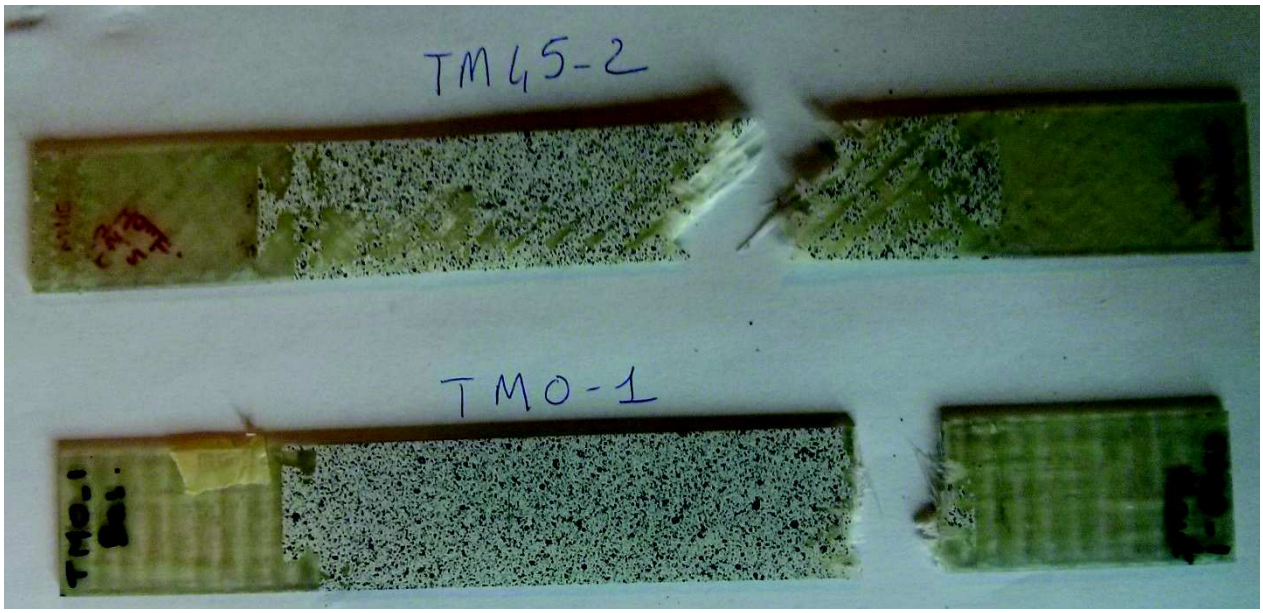


Figure III.19 : Faciès de rupture des éprouvettes TM0-1 et TM45-2 mettant en évidence la direction des endommagements selon la micro structure du matériau.

Eprouvette	Module de traction (GPa)	Coefficient de Poisson	Seuil d'endommagement (MPa)	Contrainte à rupture (MPa)
TM0-1	21.5 [21.3 21.8]	0.127 [0.121 0.141]	140	289
TM0-2	21.7 [21.6 21.9]	0.127 [0.123 0.136]	163	328
TM90-1	22.0 [21.9 22.1]	0.139 [0.133 0.147]	177	320
TM90-2	23.1 [22.8 23.4]	0.132 [0.126 0.140]	154	297
TM45-1	12.2 [11.8 13.2]	0.558 [0.552 0.587]	40	153
TM45-2	12.3 [11.9 12.9]	0.553 [0.548 0.582]	68	162

Tableau III.6 : Résumés des résultats des essais monotones (pour le module de traction et le coefficient de Poisson, les intervalles de confiance à 95° sont indiqués entre crochets).

Eprouvette	Module de cisaillement hors plan (GPa)	Résistance en cisaillement inter laminaire (MPa)
ILSS90-1	6.39	46.7
ILSS90-2	6.44	44.9
ILSS0-1	X	X
ILSS0-2	X	X

Tableau III.7 : Résumés des résultats des essais de cisaillement inter laminaires

III.4.6 Influence de l'endommagement sur le comportement macroscopique du matériau

Les résultats des essais incrémentaux présentés en section III.2.2 sont résumés dans cette section. La Figure III.20 montre l'évolution de la contrainte en fonction du temps et les différentes mesures effectuées au cours d'un essai incrémental (éprouvette TI90-1). Les données qui ont été déterminées à partir de ces essais aux différents niveaux de chargement sont :

- La localisation des fissures sur la tranche des éprouvettes
- La densité de fissures sur la tranche des éprouvettes
- La densité de décohésions (éprouvette TI0-2)
- Les modules des éprouvettes orientées à 0°, 90° et 45°
- Les coefficients de Poisson des éprouvettes orientées à 0°, 90° et 45°
- Les seuils d'endommagement et les contraintes à rupture

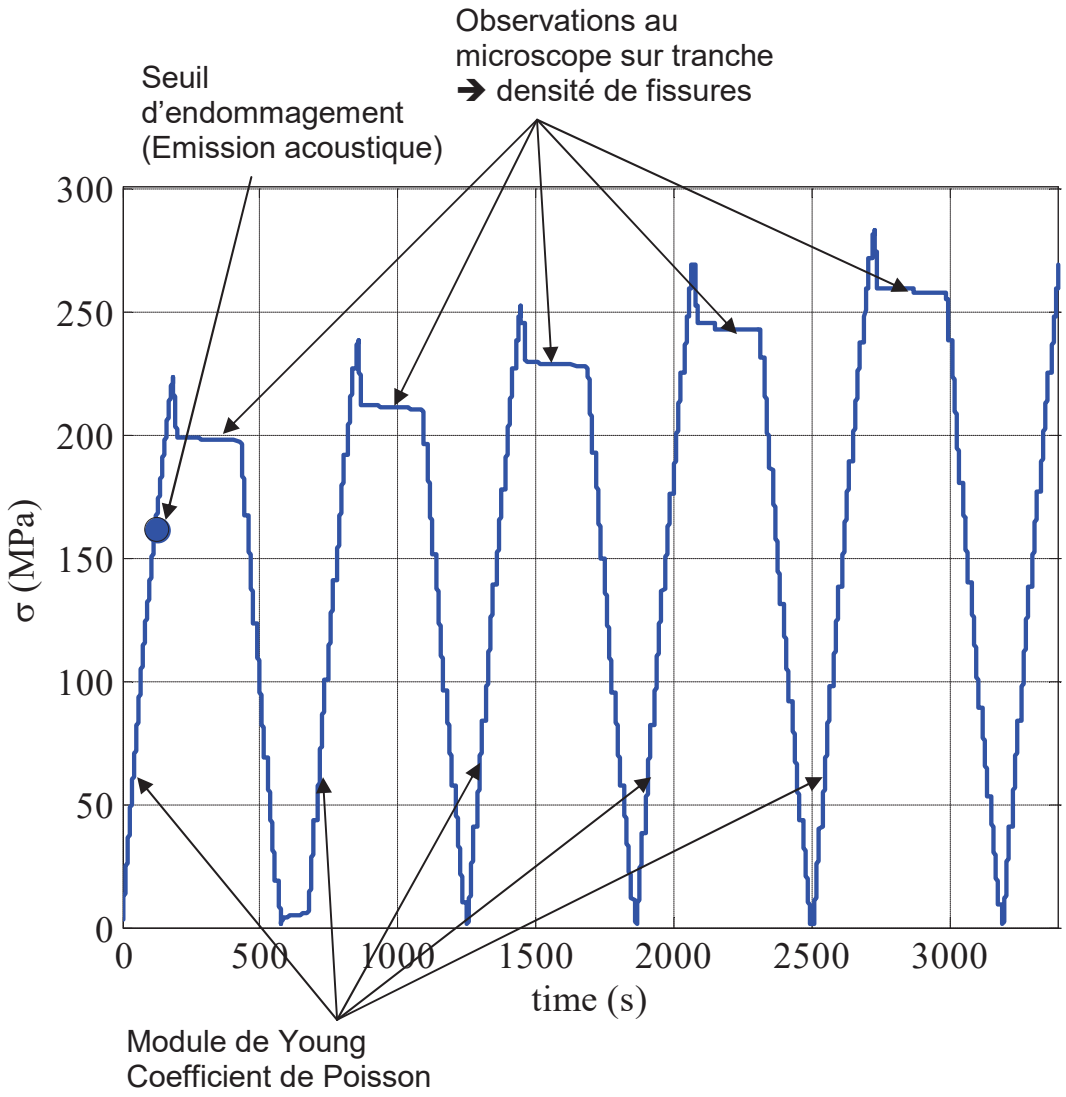


Figure III.20 : Contrainte en fonction du temps et différentes mesurées réalisées lors de l'essai de traction incrémentale pour l'éprouvette TI90-1.

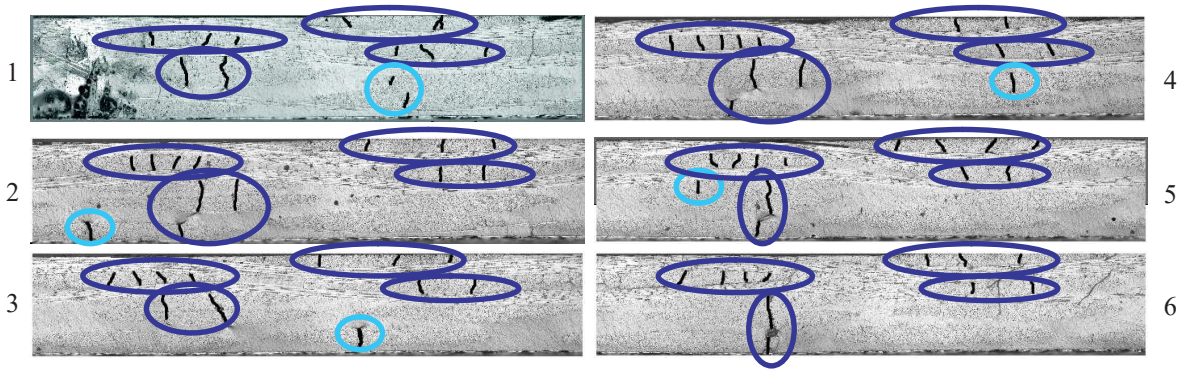


Figure III.21 : Observations au microscope de six zones (numérotées de 1 à 6, correspondant à une longueur de CER) de la tranche de l'éprouvette TI0-2 avant rupture.

Les observations au microscope sur la tranche du matériau ont permis d'estimer la localisation des différents endommagements. La tranche de l'éprouvette TI0-2, séparée en 6 zones couvrant chacune la longueur d'une CER, est présentée en Figure III.21. On peut tout d'abord noter une certaine répétitivité des zones endommagées le long de la tranche de l'éprouvette (zones en bleu foncé sur la Figure III.21). Ceci peut s'expliquer par la structure presque périodique du renfort de fibres. De plus, une certaine variabilité est observée, à la fois au sein de ces zones (en termes de nombre de fissures et de localisation) et aussi en dehors de ces zones puisque certaines fissures isolées (zones en bleu ciel sur la Figure III.21) ne sont observées que sur l'une des six zones de la tranche. Les endommagements observés suivent l'architecture globale du renfort de fibres, qui montre une légère variabilité géométrique autour d'un schéma périodique [Olave2012]. D'autres raisons pouvant être la cause de la variabilité de l'endommagement du matériau sont la présence de défauts initiaux ou de contraintes résiduelles, résultant du procédé de fabrication, et pouvant faciliter localement l'amorçage d'une fissure.

Les observations au microscope permettent seulement d'avoir une information surfacique sur la tranche du matériau. Les travaux de Gao *et al.* [1999] et les observations expérimentales (Section III.4.1) ont toutefois montré que les densités de fissures calculées sur la tranche d'un composite tissé sont similaires à celles obtenues à l'intérieur du matériau. Cette hypothèse pourrait être validée grâce à des observations des éprouvettes endommagées sous tomographe. Cependant, une telle validation nécessiterait d'avoir la possibilité d'observer les éprouvettes sous charge, afin d'éviter les possibles refermetures de fissures [Böhm2015]. L'observation d'éprouvettes endommagées sous charge n'a pas été possible avec le tomographe qui a permis d'observer l'architecture du renfort de fibres (Section III.3). Les résultats donnés dans la suite de ce travail concernant les densités de fissures s'appuient donc sur des observations sur tranche, suivant l'hypothèse que les densités de fissures calculées sur la tranche sont représentatives des densités de fissures à l'intérieur du matériau.

Les TableauxIII.8-13 proposent un résumé des données obtenues pour les essais de traction incrémentale. Pour toutes les configurations étudiées (éprouvettes orientées à 0°, 90° et 45°), la présence d'endommagement dans le matériau entraîne une réduction des propriétés mécaniques (Module de Young et coefficient de Poisson). Pour les éprouvettes orientées à 0° et 90°, la réduction du coefficient de Poisson est plus forte (~9 à 10%) que celle du module de Young (~3 à 4%). Dans le cas des éprouvettes orientées à 45°, cette réduction est encore plus marquée (~15 à 25%). Les résultats présentés dans cette section seront réutilisés pour une comparaison avec les résultats de calcul aux Chapitres IV, V et VI.

Eprouvette TI0-1	Montée n°1	Montée n°2	Montée n°3	Montée n°4	Montée n°5	Montée n°6
Niveau de chargement (N)	6297	9236	9866	10436	11126	11756
Module de Young (GPa)	21.2 [21.17 21.3]	20.3 [20.2 20.4]	20.45 [20.3 20.6]	20.65 [20.2 20.7]	20.65 [20.2 20.7]	20.4 [20.1 20.6]
Coefficient de Poisson	0.124 [0.118 0.127]	0.119 [0.110 0.124]	0.118 [0.110 0.122]	0.118 [0.109 0.119]	0.116 [0.110 0.117]	0.113 [0.106 0.115]
Nombre de fissures	9	37	56	71	91	106
Contrainte à rupture (MPa)	335					
Seuil endomma gement (MPa)	163 (niveau de déformation : 0.0079)					

Eprouvette TI0-2	Montée n°1	Montée n°2	Montée n°3	Montée n°4	Montée n°5
Niveau de chargement (N)	4198	9236	9866	10496	11126
Module de Young (GPa)	21.1 [20.0 21.2]	20.95 [20.7 21.4]	20.8 [20.3 20.8]	20.6 [20.2 20.8]]	20.5 [20.1 20.6]
Coefficient de Poisson	0.130 [0.119 0.121]	0.1294 [0.119 0.131]	0.129 [0.117 0.131]	0.124 [0.115 0.125]	0.117 [0.113 0.123]
Nombre de fissures	0	44	61	83	103
Longueur cumulée de décohésion (mm)	0	4.35	8.28	11.49	14.53
Contrainte à rupture (MPa)	273				
Seuil endomma gement (MPa)	128 (niveau de déformation : 0.0061)				

Eprouvette TI90-1	Montée n°1	Montée n°2	Montée n°3	Montée n°4	Montée n°5	Montée n°6
Niveau de chargement (N)	4200	9360	9998	10637	11275	11913
Module de Young (GPa)	22.4 [22.1 23.]	22.1 [21.7 22.2]	21.95 [21.8 22.2]]	22.2 [21.7 23.6]	22. [21.6 22.1]	21.8 [21.4 21.8]
Coefficient de Poisson	0.140 [0.134 0.153]	0.133 [0.130 0.136]	0.130 [0.122 0.132]	0.126 [0.123 0.130]	0.131 [0.122 0.137]	0.123 [0.119 0.134]
Nombre de fissures	0	52	64	81	93	108
Contrainte à rupture (MPa)	280					
Seuil endomma gement (MPa)	162 (niveau de déformation : 0.0073)					

Eprouvette TI90-2	Montée n°1	Montée n°2	Montée n°3	Montée n°4	Montée n°5
Niveau de chargement (N)	4200	9347	9984	10621	11248
Module de Young (GPa)	22.21 [22.1 22.3]	21.9 [21.5 21.94]	21.8 [21.4 21.83]	21.8 [21.4 21.82]	21.6 [21.3 21.7]
Coefficient de Poisson	0.1308 [0.129 0.133]	0.129 [0.121 0.130]	0.126 [0.119 0.128]	0.126 [0.117 0.128]	0.121 [0.114 0.123]
Nombre de fissures	0	32	52	68	81
Contrainte à rupture (MPa)	264				
Seuil endomma gement (MPa)	127 (niveau de déformation : 0.0057)				

Eprouvette TI45-1	Montée n°1	Montée n°2	Montée n°3	Montée n°4	Montée n°5	Montée n°6
Niveau de chargement (N)	3850	4290	4530	4840	5110	6620
Module de Young (GPa)	12.4 [11.4 12.9]	11.8 [10.9 14.8]	11.1 [10.3 12.4]	10.6 [9.4 10.7]	9.05 [8.62 10.3]	8.87 [7.84 8.96]
Coefficient de Poisson	0.517 [0.497 0.537]	0.515 [0.504 0.540]	0.513 [0.496 0.542]	0.509 [0.487 0.576]	0.492 [0.482 0.529]	0.502 [0.479 0.554]
Contrainte à rupture (MPa)	154					
Seuil endomma gement (MPa)	76 (niveau de déformation : 0.0123)					

Eprouvette TI45-2	Montée n°1	Montée n°2	Montée n°3	Montée n°4	Montée n°5	Montée n°6
Niveau de chargement (N)	3920	4373	4656	4958	5202	6443
Module de Young (GPa)	11.3 [11.0 11.56]	10.6 [10.3 11.5]	9.85 [9.25 12.]	8.5 [8.15 10.1]	8.43 [7.43 8.5]	9.73 [7.26 10.9]
Coefficient de Poisson	0.576 [0.555 0.581]	0.570 [0.564 0.603]	0.567 [0.551 0.585]	0.550 [0.540 0.591]	0.558 [0.554 0.589]	0.529 [0.508 0.577]
Contrainte à rupture	153					
Seuil endomma gement (MPa)	53 (niveau de déformation : 0.0061)					

Tableau III.8-13 : Résumé des résultats des essais incrémentaux (les intervalles de confiance à 95° sont indiqués entre crochets pour les modules de Young et les coefficients de Poisson).

III.5 Conclusion

Ce chapitre s'est articulé autour de trois grands axes, visant à caractériser la géométrie du renfort de fibres, identifier les différents mécanismes d'endommagement et évaluer leur influence sur le comportement du matériau. Plusieurs conclusions émergent de cette analyse :

- Deux mécanismes d'endommagement sont observés pour le matériau étudié : les fissures dans les torons transverses au chargement et les décohésions en pointe de fissures. Les décohésions observées sont toujours en pointe d'une fissure transverse, alors que certaines fissures ne présentent pas de décohésions. Ces endommagements suivent la micro structure du composite, et sont donc orientés selon la direction des fibres. La rupture du matériau est elle aussi orientée par la micro structure.

- Les zones d'endommagement observées se répètent le long de la tranche de l'éprouvette, suivant la méso structure presque périodique de l'architecture du renfort. De plus, quelques fissures isolées sont observées, mettant en évidence une certaine variabilité de l'endommagement, pouvant être expliquée par la variabilité dans le schéma périodique du renfort de fibres, ou par la présence de potentiels défauts ou contraintes résiduelles issus du procédé de fabrication et pouvant faciliter l'amorçage d'un endommagement.

- La détection des endommagements peut être facilitée par l'utilisation de la corrélation d'images, en particulier dans le cas des décohésions qui sont parfois difficilement identifiables à l'œil nu.

- Les fissures et les décohésions ont une influence sur le comportement mécanique macroscopique du matériau. La réduction des propriétés mécaniques due à l'endommagement est plus importante pour le coefficient de Poisson que pour le module de Young. Celle-ci est plus marquée pour les éprouvettes orientées à 45°.

Les résultats obtenus dans ce chapitre ont permis d'identifier les mécanismes d'endommagement caractéristiques du matériau étudié et leurs effets sur son comportement macroscopique. La suite de ce travail concerne la modélisation numérique de ces mécanismes d'endommagement dans le composite étudié.

Chapitre IV : Choix de la géométrie et du maillage de cellules élémentaires représentatives pour la modélisation de l'endommagement

L'analyse expérimentale menée au chapitre précédent a permis de caractériser les mécanismes d'endommagement du matériau étudié. L'objet de ce chapitre est la détermination d'une géométrie et d'un maillage à éléments finis adaptés à la modélisation de l'endommagement dans le composite.

Plan du Chapitre

IV.1 Introduction 70
IV.2 Génération d'une géométrie représentative du renfort de fibres 70
IV.2.1 Modélisation de la compaction du renfort de fibres 70
IV.2.1.1 Modèle géométrique du tissu avant compaction. 71
IV.2.1.2 Modèle EF (Abaqus Standard) 71
IV.2.2 Comparaison d'une géométrie compactée avec des observations au microscope et au tomographe 75
IV.2.3 Résumé du modèle géométrique obtenu par simulation de la compaction 77
IV.3 Choix d'une méthode de maillage 77
IV.3.1 Géométrie du renfort 78
IV.3.2 Maillage voxel 78
IV.3.3 Maillage conforme 80
IV.3.4 Convergence en maillage 80
IV.3.5 Homogénéisation par éléments finis 82
IV.3.6 Champs de contrainte et prévision du premier endommagement 84
IV.3.7 Lissage des champs de contrainte 89
IV.4 Etude de l'influence du décalage des couches sur les champs de déformation 93
IV.4.1 Empilements étudiés et propriétés homogénéisées 93
IV.4.2 Champs de déformation en surface 94
IV.5 Conclusion 101

Nomenclature

Périodicité et homogénéisation

$\boldsymbol{p}$	Vecteur de périodicité de la CER
$\boldsymbol{x}$	Coordonnées d'un nœud du maillage
$\underline{E}$, $\overline{\underline{E}}$, $\underline{E}^{loc}$	Tenseur de déformation, partie moyenne et fluctuation locale de la déformation
$\boldsymbol{u}$, $\overline{\boldsymbol{u}}$, $\boldsymbol{u}^{loc}$	Déplacement, partie moyenne et partie locale du déplacement
$\overline{\underline{\Sigma}}$	Contrainte moyenne
$\underline{\underline{C}}^{macro}$, $\underline{\underline{S}}^{macro}$	Tenseurs de rigidité et de souplesse du matériau homogénéisé
E, ν, G	Module de Young, coefficient de Poisson et Module de cisaillement

Critère en contrainte

$f_L^+, f_L^-, f_T^+, f_T^-$	Modes de rupture : (L) fibres et (T) transverse en : (+) traction et (-) compression du critère de rupture en contrainte
f	Critère de rupture en contrainte
X_t, X_c	Résistances longitudinales en traction et en compression
Y_t, Y_c	Résistances transverses en traction et en compression
X	Résistance de la matrice
S_{LT}^R, S_{TT}^R	Résistances en cisaillement
p_{LT}, p_{TT}	Paramètres de forme

Architecture du renfort

V_t	Taux de torons
V_f^t	Volume de fibres dans les torons
V_f	Volume de fibres dans la CER

Voxélisation

n_x, n_y, n_z	Nombre de voxels dans la longueur, la largeur et l'épaisseur de la CER
L_x, L_y	Dimensions de la CER dans le plan

IV.1 Introduction

L'état de l'art de la modélisation de l'endommagement à l'échelle mésoscopique (Chapitre II) montre qu'une modélisation discrète de l'endommagement par éléments finis semble la plus à même de représenter les mécanismes d'endommagement observés dans le matériau. La modélisation par éléments finis des mécanismes d'endommagement observés expérimentalement nécessite l'utilisation d'une géométrie et d'un maillage représentatifs du composite étudié. La géométrie et le maillage choisis doivent permettre une bonne représentation du comportement mécanique macroscopique du matériau et des champs locaux de contrainte et de déformation. Les objectifs de ce chapitre sont de choisir une géométrie prenant en compte les spécificités de l'architecture du renfort de fibres et un maillage adapté à la modélisation des mécanismes d'endommagement observés expérimentalement. Pour cela, il s'agit tout d'abord de générer une géométrie du renfort (Section IV.2) puis de choisir une méthode de maillage de cette géométrie (Section IV.3). Deux méthodes de maillage (le maillage voxel et le maillage conforme) sont alors comparées. L'influence du décalage entre les couches de tissu (qui est souvent négligée dans la littérature) sur le comportement mécanique du matériau est traitée en Section IV.4.

IV.2 Génération d'une géométrie représentative du renfort de fibres

La première étape d'une modélisation d'un composite tissé à l'échelle mésoscopique consiste à générer une géométrie du renfort de fibres. Lors de la fabrication d'un tel matériau, le renfort de fibres est compacté lorsqu'il est placé dans le moule avant l'injection de la résine. Durant la compaction, les torons se déforment, et les couches qui sont décalées les unes par rapport aux autres s'imbriquent, ce phénomène étant appelé « nesting ». L'architecture du renfort qui en résulte est donc complexe et doit être reproduite au mieux dans la modélisation à l'échelle mésoscopique. La stratégie choisie (*cf.* Chapitre II) pour obtenir une géométrie représentative du composite a été de simuler cette étape de compaction dans le but d'obtenir un taux de torons réaliste, une reproduction qualitative du nesting des couches de tissu et une déformation réaliste des sections transverses des torons. La procédure de compaction présentée dans cette thèse s'inspire en partie de la démarche proposée par Grail [2013].

IV.2.1 Modélisation de la compaction du renfort de fibres

Dans l'approche proposée par Grail, le calcul par EF de compaction du tissu sec a été modélisé avec Abaqus Explicit, en régime dynamique. Ce choix a été réalisé afin de faciliter la gestion du contact grâce à l'option « general contact » qui permet de s'affranchir de la détection des paires de surfaces potentiellement en contact. En régime dynamique, le pas de temps utilisé dépend de la vitesse d'ondes et donc de la racine carrée de la masse volumique du matériau étudié (*2.54* g.cm^{-3} pour les fibres de verre). Ainsi, la vitesse d'ondes élevée et les petites dimensions de la CER résultent en de petits pas de temps et des calculs très longs. Pour réduire le temps de calcul, une opération de « mass scaling » a été effectuée, ce qui consiste à augmenter artificiellement la masse volumique du matériau (jusqu'à *100* g.cm^{-3} [Grail2013]). La démarche proposée dans ce travail de thèse permet de s'affranchir d'une telle opération, puisque le calcul est résolu de manière implicite en régime quasi-statique dans Abaqus Standard, ce qui représente de manière plus réaliste l'opération de mise en forme du tissu qui est en réalité quasi-statique.

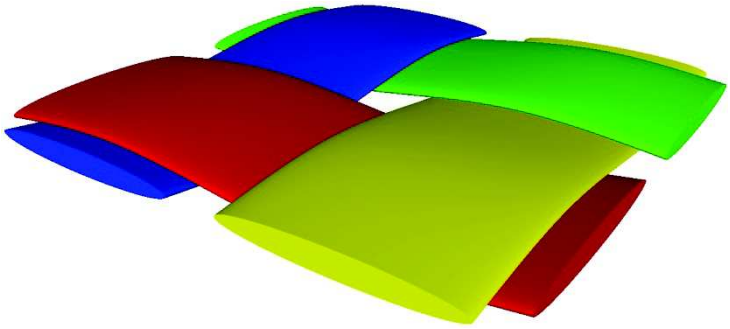


Figure IV.1 : Géométrie d'un renfort de taffetas obtenue avec TexGen [Sherburn2007].

IV.2.1.1 Modèle géométrique du tissu avant compaction.

Afin de modéliser la compaction du renfort de fibres, une géométrie d'une couche de tissu est générée grâce au logiciel TexGen [Sherburn2007] (Figure IV.1). La contexture du taffetas étudié dans ce travail est 2.2 Chaines/cm x 2 Trames/cm. Les dimensions d'un motif du tissage sont 9.1 mm x 10.01 mm. La géométrie issue de TexGen est ensuite importée dans Abaqus et répliquée pour obtenir le nombre de couches désiré. Il faut noter que cette géométrie est périodique, ce qui facilite la mise en place du modèle EF abordé dans la section suivante. Les couches de tissu sont ensuite décalées les unes par rapport aux autres, le décalage entre les couches pouvant être déterminé à partir d'observations au microscope sur la tranche des éprouvettes (*cf.* Chapitre III), et enfin découpées à la taille d'une cellule élémentaire représentative. Cette étape a été automatisée grâce à un script python. La dernière étape dans la génération du modèle géométrique consiste à créer les plateaux qui serviront à compacter le tissu, et à les mettre en contact avec les couches de tissu. Ce dernier point est essentiel car il permet de faciliter la recherche initiale de l'algorithme de contact dans Abaqus, et son non respect peut aboutir à une divergence du calcul dès le premier pas de temps. Le modèle géométrique ainsi obtenu (Figure IV.2) peut alors être utilisé pour une simulation par EF de l'étape de compaction, qui est abordée dans la section suivante.

IV.2.1.2 Modèle EF (Abaqus Standard)

La réalisation du modèle EF à partir de la géométrie nécessite plusieurs étapes. La première étape consiste à générer un maillage des torons. Les plateaux étant construits comme des objets non déformables, ils ne nécessitent pas d'être maillés. Les éléments choisis pour le maillage sont des hexaèdres linéaires à intégration pleine (C3D8). On peut noter que l'utilisation d'une intégration réduite pose des problèmes de convergence du calcul.

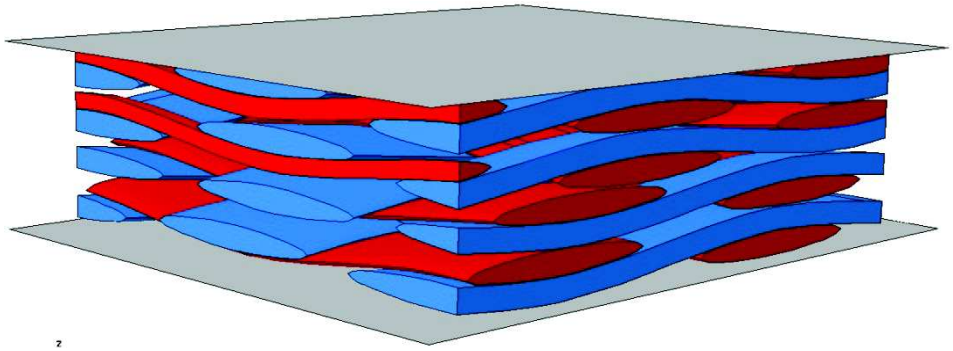


Figure IV.2 : Modèle géométrique du renfort et des plateaux avant compaction.

Un minimum de quatre éléments est imposé dans l'épaisseur d'un toron, ce qui permet de bien prendre en compte les gradients de déformation durant la compaction. Un point essentiel à assurer est la périodicité du maillage aux bords des torons, permettant une application immédiate de conditions de périodicité. Cela ne pose pas de difficulté particulière de mise en œuvre étant donné que la géométrie de départ est périodique. Cependant, le non respect de la périodicité du maillage peut faire échouer l'application des conditions de périodicité, ou entraîner une divergence du calcul. Un soin particulier doit donc être apporté au maillage du renfort.

La seconde étape est l'assignation des propriétés mécaniques des torons de chaîne et de trame. Le comportement des torons est supposé élastique isotrope transverse, similairement à [Lin2008] et [Grail2013]. Le module de traction dans la direction des fibres est déterminé par une loi des mélanges à partir du taux de fibres dans les torons et du module de Young des fibres. Les modules transverses et de cisaillement sont arbitrairement fixés à une valeur très inférieure (typiquement 1/1000 du module longitudinal) afin d'assurer que les modes principaux de déformation soient la flexion et la déformation des sections transverses des torons. Le coefficient de Poisson dans la direction des fibres est nul, ce qui signifie qu'une compaction transverse ne change pas la longueur du toron. Afin de conserver un taux de fibre à peu près constant dans les torons, un coefficient de Poisson transverse égal à 1 devrait être utilisé. Cependant, une valeur trop élevée de ce paramètre conduit à des instabilités numériques et des problèmes de convergence. C'est pourquoi une valeur plus faible (0.7) est choisie. Puisqu'un comportement isotrope transverse est assigné aux torons, il s'agit de définir un repère d'isotropie transverse local. Une orientation est assignée à chaque point d'intégration de chaque toron de sorte que l'axe d'isotropie transverse en chaque point d'intégration corresponde localement à la direction de sa projection orthogonale sur la ligne milieu du toron (Figure IV.3).

L'étape suivante consiste à définir le contact entre les différents torons. Pour cela, les paires de surfaces potentiellement en contact, c'est-à-dire espacées au maximum d'une tolérance définie par l'utilisateur (ici 0.005mm, soit environ 1/50e de l'épaisseur d'un toron), sont tout d'abord repérées. Le contact est ensuite modélisé par une approche de type « surface-to-surface ». Le comportement normal est modélisé par un « hard contact », et le comportement tangentiel par une méthode de pénalisation avec un coefficient de frottement de 0.24 [Badel2008].

La dernière étape concerne l'application des conditions de périodicité aux bords des torons et des conditions aux limites pour représenter le chargement de compaction. La modélisation à l'échelle mésoscopique sous forme de CER implique une hypothèse de périodicité du motif modélisé (Figure IV.4).

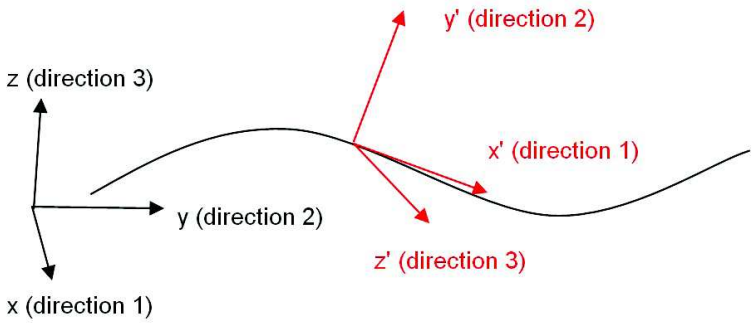


Figure IV.3 : Représentation de la ligne milieu d'un toron et du repère global (en noir) et local en un point de la ligne milieu (en rouge).

Afin d'être cohérent avec cette hypothèse, des conditions de périodicité sont appliquées en bords de la CER, ce qui nécessite un maillage périodique. L'application de telles conditions sur un maillage périodique n'a de sens que si la géométrie sous-jacente est elle-même périodique, afin que la correspondance entre les nœuds du maillage respecte la continuité du matériau aux bords de la CER. Une des contraintes à respecter durant l'étape de compaction est donc de conserver la périodicité de la géométrie initiale, ce qui peut être réalisé en appliquant des conditions de périodicité durant la simulation de la compaction. Pour appliquer des conditions périodiques aux bords de la CER, il est pratique de décomposer la déformation en une partie moyenne et une fluctuation locale autour de la moyenne, la moyenne de la déformation locale étant nulle (Eq IV.1)

$$\begin{cases} \underline{E}(\boldsymbol{x}) = \overline{\underline{E}} + \underline{E}^{loc}(\boldsymbol{x}) \\ \langle \underline{E}(\boldsymbol{x}) \rangle = \overline{\underline{E}} \\ \langle \underline{E}^{loc}(\boldsymbol{x}) \rangle = \underline{\mathbf{0}} \end{cases} \qquad \text{(Eq IV.1)}$$

Le champ de déplacement peut alors être divisé en une partie globale directement reliée à la partie moyenne de la déformation et une partie locale (Eq IV.2).

$$\begin{cases} \boldsymbol{u}(\boldsymbol{x}) = \overline{\boldsymbol{u}}(\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{u}^{\boldsymbol{loc}}(\boldsymbol{x}) \\ \overline{\boldsymbol{u}}(\boldsymbol{x}) = \overline{\underline{E}}.\boldsymbol{x} \end{cases} \qquad \text{(Eq IV.2)}$$

La moyenne de la déformation locale dans le volume V de la CER peut être exprimée en fonction des déplacements locaux sur les contours de la CER ∂V sur lesquels les conditions de périodicité s'appliquent en utilisant le théorème de Gauss :

$$\begin{gathered} E_{ij}^{loc}(\boldsymbol{x}) = u_{i,j}^{loc}(\boldsymbol{x}) + u_{j,i}^{loc}(\boldsymbol{x}) \\ \int_V E_{ij}^{loc}(\boldsymbol{x}) dV = \int_{\partial V} u_j^{loc}(\boldsymbol{x}) dS_i + u_i^{loc}(\boldsymbol{x}) dS_j \end{gathered} \qquad \text{(Eq IV.3)}$$

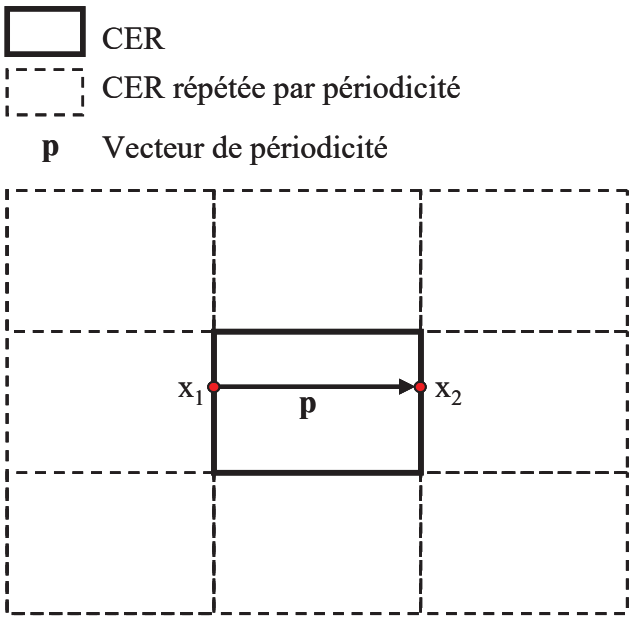


Figure IV.4 : Représentation schématique de la périodicité d'une CER.

Pour que la moyenne de la déformation $\langle \underline{E}(\boldsymbol{x}) \rangle$ soit égale à la déformation moyenne $\overline{\underline{E}}$, il est suffisant que l'intégrale (Eq IV.3) soit nulle. Une manière de satisfaire cette égalité consiste à égaler le déplacement local de deux nœuds correspondants sur deux faces opposées puisque les normales $\boldsymbol{dS}$ sur ces faces sont opposées. En notant $\boldsymbol{p}$ le vecteur de périodicité de la CER, $\boldsymbol{x_1}$ et $\boldsymbol{x_2}$ les coordonnées des nœuds correspondants sur 2 faces opposées, il s'agit alors de vérifier l'égalité des déplacements locaux (Eq IV.4).

$$\boldsymbol{u^{loc}}(\boldsymbol{x_1}) = \boldsymbol{u^{loc}}(\boldsymbol{x_2}) = \boldsymbol{u^{loc}}(\boldsymbol{x_1} + \boldsymbol{p}) \qquad \text{(Eq IV.4)}$$

Ainsi la condition à imposer sur les déplacements totaux est

$$\forall\, \boldsymbol{x} \in \partial V, \boldsymbol{u}(\boldsymbol{x} + \boldsymbol{p}) - \boldsymbol{u}(\boldsymbol{x}) = \overline{\boldsymbol{u}}(\boldsymbol{x} + \boldsymbol{p}) - \overline{\boldsymbol{u}}(\boldsymbol{x}) = \overline{\underline{E}}.\boldsymbol{p} \qquad \text{(Eq IV.5)}$$

Dans le cas de la compaction du tissu, aucune déformation n'est imposée dans les directions de périodicité, la déformation moyenne dans le plan est donc nulle, et il s'agit alors de vérifier l'égalité des déplacements globaux (Eq IV.6).

$$\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x} + \boldsymbol{p}) - \mathbf{u}(\boldsymbol{x}) = \mathbf{0} \qquad \text{(Eq IV.6)}$$

Cette condition est valable pour toute paire de nœuds correspondants sur les bords des torons. L'utilisation d'un maillage périodique permet d'écrire l'égalité des déplacements des paires de nœuds correspondants pour vérifier les conditions de périodicité.

En pratique, les conditions imposées dans l'approche proposée diffèrent légèrement de ces conditions périodiques. En effet, des problèmes numériques liés à la gestion simultanée du contact et des conditions périodiques ont été mis en évidence. Les torons ont la possibilité de glisser les uns par rapport aux autres, et si ce glissement en bord de CER est plus important que la tolérance de contact, alors certains nœuds ne sont plus détectés par l'algorithme de contact, ce qui peut créer des problèmes d'ajustement en bord de torons et ainsi des problèmes de convergence du calcul (Figure IV.5). Afin de résoudre ce problème, des conditions mixtes sont utilisées (Eq IV.7) et consistent à imposer que les bords de la CER restent verticaux pendant la compaction, tout en conservant les conditions de périodicité pour les autres composantes du déplacement.

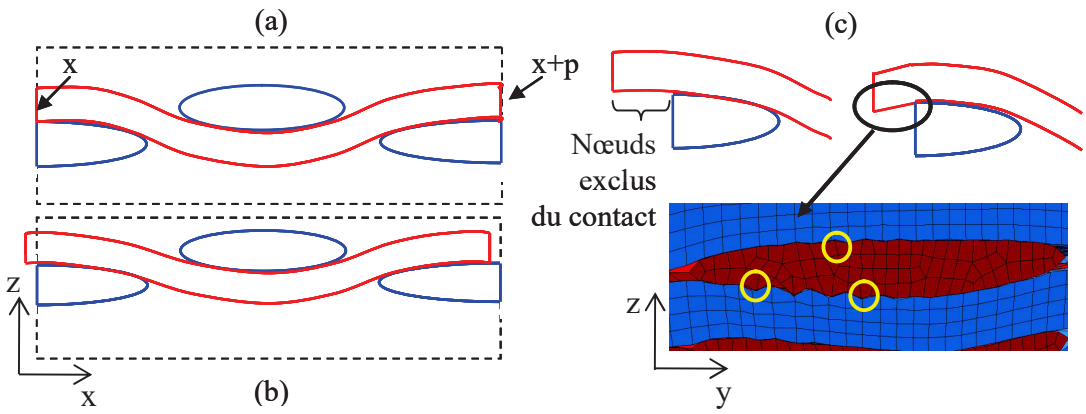


Figure IV.5 : Représentation schématique des torons (a) dans la position initiale, (b) après glissement et (c) du problème issu de la gestion simultanée du contact et des conditions périodiques.

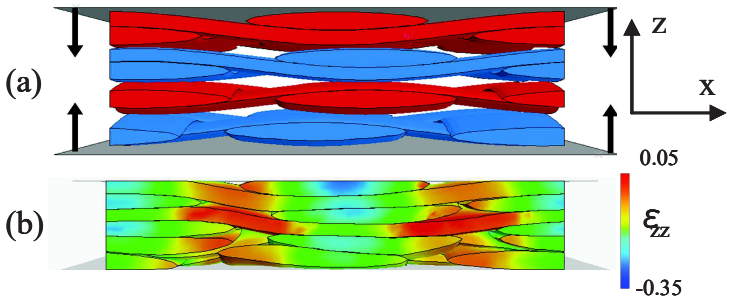


Figure IV.6 : (a) Modèle géométrique avant compaction et (b) champs de déformation obtenu après compaction.

$$\begin{cases} \boldsymbol{u}(\boldsymbol{x}+\boldsymbol{p}) - \mathbf{u}(\boldsymbol{x}) = \mathbf{0} \\ \boldsymbol{u}(\boldsymbol{x}).\boldsymbol{n}(\boldsymbol{x}) \ = \mathbf{0} \end{cases} \qquad \text{(Eq IV.7)}$$

où $\boldsymbol{n}(\boldsymbol{x})$ est la normale en $\boldsymbol{x}$ à la face sur laquelle est imposée la condition périodique.

Un champ de déformation obtenu après compaction avec la méthode proposée est présenté en Figure IV.6. On peut noter que d'un point de vue qualitatif, les sections transverses des torons sont déformées et que les couches de tissu s'imbriquent. Ainsi, la simulation de la compaction permet de traduire ces phénomènes observés expérimentalement.

IV.2.2 Comparaison d'une géométrie compactée avec des observations au microscope et au tomographe

La méthode de simulation de l'étape de compaction présentée dans la section précédente a été appliquée afin de générer des renforts de fibres compactés représentatifs de plusieurs éprouvettes testées expérimentalement. Une comparaison des géométries obtenues avec des observations des éprouvettes au microscope optique et au tomographe est présentée afin d'évaluer la méthode proposée. Tout d'abord, trois géométries ont été générées, correspondant aux éprouvettes TI90-1, TI0-2 et TI45-1 (Chapitre III) dont le renfort est respectivement orienté à 90°, 0° et 45° par rapport à la direction de sollicitation. Les décalages entre les différentes couches de tissu ont été déterminés expérimentalement à partir d'observations au microscope sur la tranche des éprouvettes, et sont résumés dans le Tableau IV.1 (pour rappel, les dimensions de la CER dans les directions des torons de chaîne et de trame sont respectivement 9.1 mm et 10.01 mm). Une comparaison des géométries compactées obtenues numériquement avec les observations sur les tranches des éprouvettes correspondantes montre que la méthode proposée permet de reproduire qualitativement l'imbrication et le décalage des couches de tissu (Figure IV.7).

Décalages (mm)	Couche 1 (supérieure)	Couche 2	Couche 3	Couche 4
Eprouvette 0°	Chaîne	-0.61	-0.59	0.43
	Trame	-0.30	3.43	2.93
Eprouvette 90°	Chaîne	1.32	2.50	-3.56
	Trame	1.71	3.24	4.09
Eprouvette 45°	Chaîne	-2.57	0.58	-2.31
	Trame	-0.63	0.29	0.59

Tableau IV.1 : Décalages des couches de tissu dans la direction des torons de chaîne et de trame par rapport à la couche supérieure.

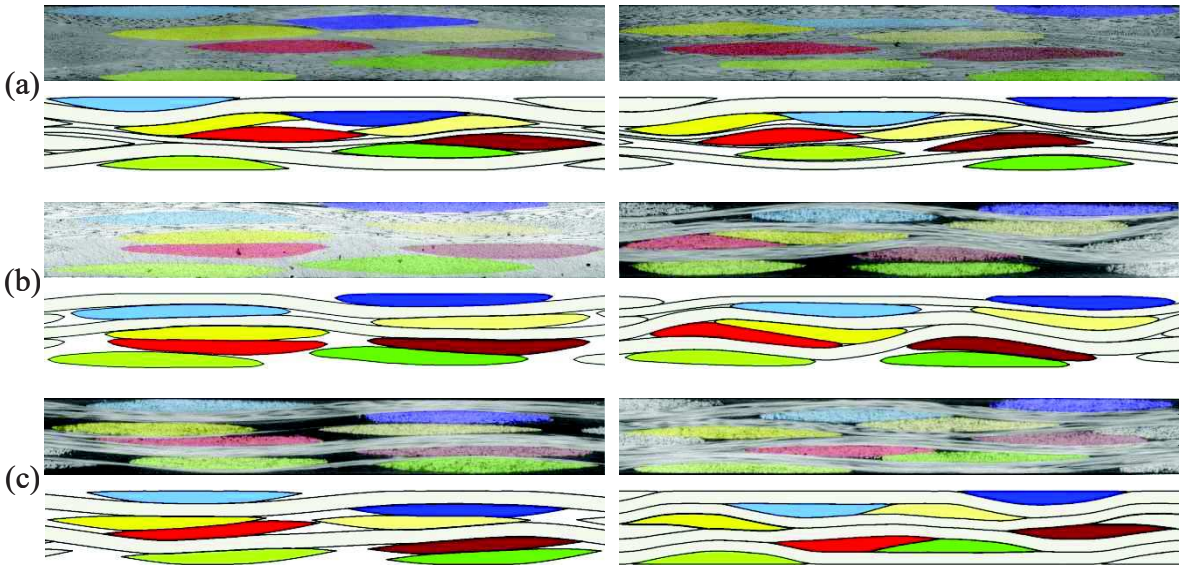


Figure IV.7 : Comparaison entre des observations au microscope (haut) sur la tranche d'éprouvettes dont le renfort est orienté à (a) 90°, (b) 0° et (c) 45° et les géométries compactées correspondantes (bas) dans les directions des torons de trame (gauche) et de chaîne (droite).

La méthode proposée permet d'obtenir des géométries qui sont qualitativement proches des observations expérimentales au microscope. Pour une comparaison plus complète, l'éprouvette dont le renfort est orienté à 0° a été observée au micro tomographe. Qualitativement, la géométrie obtenue par compaction est proche du renfort observé expérimentalement (Figure IV.8).

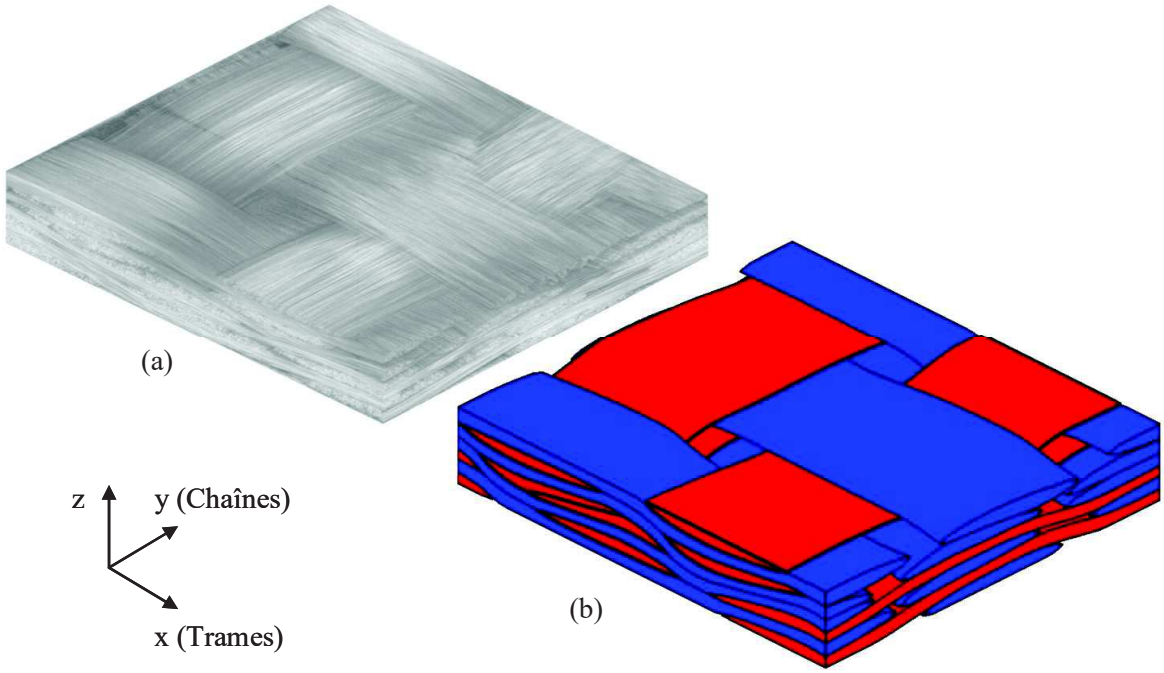


Figure IV.8 : Géométrie du renfort de fibres de l'éprouvette orienté à 0° (représentative d'une CER) obtenue (a) par observation au micro tomographe et (b) par modélisation numérique de la compaction.

Propriété	Type	Eprouvette	CER	Ecart
Période du toron (mm)	Chaîne	9.17	9.1	1.9%
	Trame	10.3	10.01	2.8%
Espacement entre les lignes milieux (mm)	Chaîne	5.01	5.02	0.2%
	Trame	4.57	4.55	0.44%
Taux de torons	Chaîne	40.4	42.4	2.0%
	Trame	46.3	46.2	0.1%
Aire moyenne des sections	Chaîne	0.89	0.88	1.1%
	Trame	0.86	0.89	3.5%

Tableau IV.2 : Comparaison des paramètres géométriques obtenus à partir d'une observation au tomographe et à partir de la simulation de la compaction du renfort dont le décalage des couches a été déterminé expérimentalement.

Une géométrie du renfort observé par tomographie a été extraite afin d'obtenir une comparaison quantitative des propriétés géométriques du renfort (Section III.3). En particulier, la comparaison a porté sur la période des torons, l'espacement entre les lignes moyennes des torons de chaque couche, la fraction volumique de torons et l'aire de la section moyenne des torons. Les valeurs moyennes de ces paramètres dans les directions de chaîne et de trame sont résumées dans le Tableau IV.2 (les données concernant l'éprouvette observée au tomographe sont tirées du Tableau III.5). Les écarts entre la géométrie modélisée et la géométrie réelle sont faibles (<3.5%). Ainsi, la modélisation de la compaction du renfort avant l'injection de la résine permet d'obtenir des géométries représentant de manière satisfaisante le taux de torons, le décalage et le nesting des couches du renfort de fibres.

IV.2.3 Résumé du modèle géométrique obtenu par simulation de la compaction

L'approche de modélisation de la compaction proposée dans ce travail permet de s'affranchir des opérations de mass scaling effectuées pour une résolution explicite en régime dynamique puisque le problème est résolu de manière implicite en régime quasi-statique avec Abaqus Standard. La modélisation proposée présente des simplifications par rapport à la réalité, en particulier concernant la loi de comportement des torons. Cependant, l'objectif de cette simulation est de reproduire qualitativement les phénomènes physiques intervenant durant la compaction, comme l'imbrication des couches de tissu et la déformation des torons. La méthode permet d'obtenir des géométries satisfaisantes qualitativement par rapport aux observations au microscope optique sur la tranche des éprouvettes. La comparaison quantitative entre une géométrie issue de la compaction et une observation au tomographe du matériau réel montre que le taux de torons, le décalage et le nesting des couches du renfort de fibres sont bien représentés par la géométrie compactée. Cela met en évidence la pertinence de la méthode pour la génération de géométries de renforts de fibres.

IV.3 Choix d'une méthode de maillage

Une fois la géométrie du renfort choisie, l'étape suivante consiste à générer un maillage de cette géométrie afin de mener des analyses par EF. L'objectif de cette section est de choisir une méthode permettant de générer des maillages de géométries compactées adaptées pour la modélisation de l'endommagement. Une méthode classique consistant à insérer une couche de matrice [Lomov2007, Stig2012, Melro2012, Decarvalho2012, Daggumati2010] entre les torons afin de rendre le maillage de la cellule immédiat résulte en des taux de torons plus

faibles que le vrai taux de torons du matériau. Cette méthode ne sera donc pas considérée dans ce travail. Deux méthodes de maillage sont comparées dans cette section. Le premier type de maillage considéré est le plus couramment utilisé, notamment dans l'industrie, pour sa simplicité d'implémentation: le maillage voxel. Le second type de maillage étudié est un maillage conforme de la géométrie, qui est plus complexe à mettre en œuvre, mais n'altère pas la description des surfaces courbées des torons de fibres [Grail2013].

IV.3.1 Géométrie du renfort

La géométrie étudiée pour la comparaison des deux maillages est constituée de quatre couches de taffetas avec un décalage aléatoire résultant de la modélisation de la compaction. La géométrie comporte donc toutes les spécificités géométriques pouvant être observées expérimentalement. En particulier, les couches de tissu sont décalées et imbriquées, les sections transverses des torons sont déformées, et de nombreuses zones de contact entre torons sont présentes. Ainsi, cette géométrie est représentative d'une architecture réelle d'un composite tissé et est un bon cas test pour les méthodes de maillages étudiées. La géométrie est présentée dans la Figure IV.9.

IV.3.2 Maillage voxel

La méthode de maillage voxel consiste à diviser la CER en une grille 3D de voxels. Un maillage voxel est donc périodique de par sa construction. Dans la mesure où la géométrie est périodique (ce qui est le cas pour les géométries compactées étudiées), la continuité du matériau au bord de la CER est automatiquement assurée. La principale difficulté de cette méthode consiste alors à assigner les propriétés mécaniques à chaque élément (ou voxel), c'est-à-dire à déterminer l'appartenance d'un voxel à un toron ou à la matrice. Pour cela, la méthode choisie est d'assigner un voxel à la matrice ou à un toron selon la position de son centre. La Figure IV.10 illustre cette méthode en 2D pour des grilles de différentes tailles. On peut noter que la fraction volumique de torons varie entre 48% (Figure IV.10b) et 58% (Figure IV.10a) et est donc très dépendante de la taille de grille choisie. Cela démontre qu'il est nécessaire de mener une étude de convergence au maillage afin de s'assurer que la fraction volumique de torons utilisée pour un calcul par EF soit convergée. Une telle étude fait l'objet de la section IV.3.4.

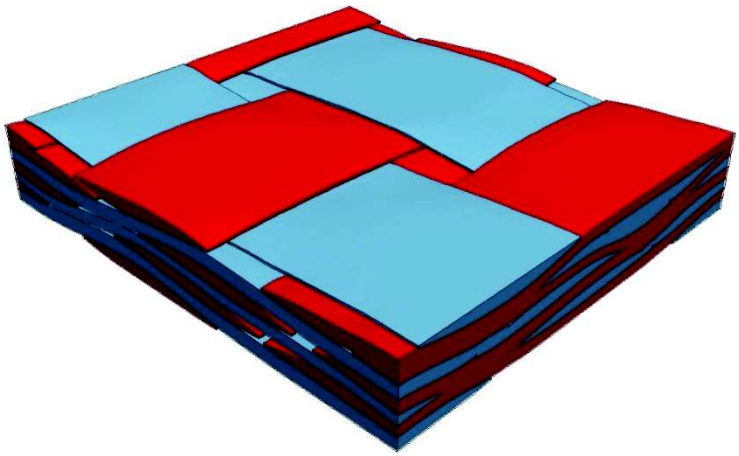
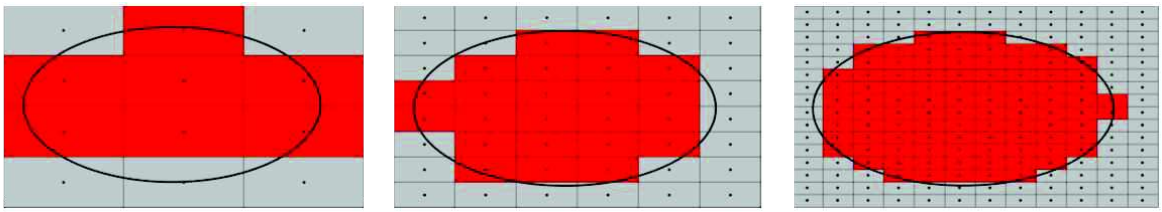


Figure IV.9 : Géométrie étudiée composée de 4 couches de taffetas décalées et imbriquées.



(a) (b) (c)

Figure IV.10 : Représentation schématique d'une section transverse de toron. Les voxels sont assignés au toron (en rouge) ou à la matrice (en gris) selon la position de leur centre.

Dans un maillage voxel, la surface des éléments ne suit pas la surface des torons, puisqu'elle est composée d'éléments de la grille 3D. Une surface courbée est alors représentée par une succession d'escaliers dont la forme dépend de la taille de voxels choisie. Cela peut introduire des contacts artificiels entre les torons, comme illustré sur la Figure IV.11. Ce problème ne peut pas être évité, mais son impact peut être réduit en réduisant la taille de la grille de voxels. De plus, certains éléments à la surface des torons peuvent être partagés entre un ou plusieurs torons et la matrice. Le choix d'assigner un toron à une entité par son centre peut conduire à la présence d'éléments de matrice isolés entre deux torons (Figure IV.11). Le centre de ces éléments se situe dans la matrice, mais la majeure partie de l'élément appartient à un ou plusieurs torons. Afin de résoudre ce problème, les fractions volumiques de matrice et de torons sont calculées pour ces éléments partagés. Si le taux de matrice de l'élément est inférieur à la fraction volumique d'au moins un des torons, cet élément est réassigné au toron qui a la fraction volumique la plus élevée. Cette correction permet une meilleure description des interfaces entre deux torons en contact (Figure IV.12). Les géométries étudiées dans ce travail sont issues d'une simulation de la compaction. Ainsi, contrairement aux géométries idéalisées, la section transverse des torons varie le long de leur ligne moyenne et peut présenter une légère ondulation dans le plan. Des éléments isolés en bord de torons peuvent alors être obtenus avec la méthode d'assignation de voxels choisie. De tels éléments sont susceptibles d'affecter les champs de contraintes. Ces aspects sont traités en section IV.3.6 et IV.3.7.

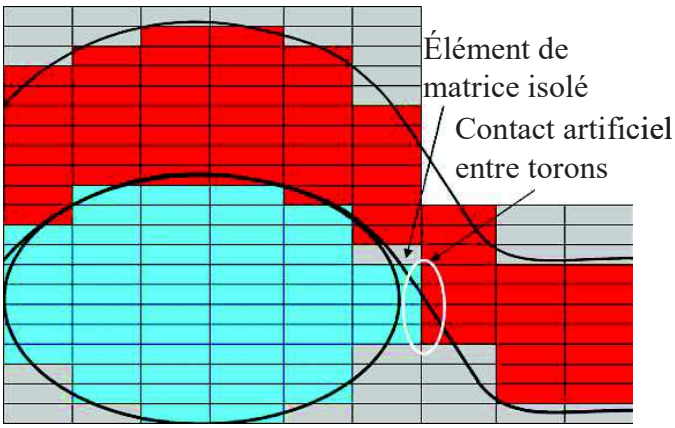


Figure IV.11 : Représentation schématique du contact artificiel créé entre les torons et des éléments de matrice isolés dus à l'assignation des voxels par leur centre.

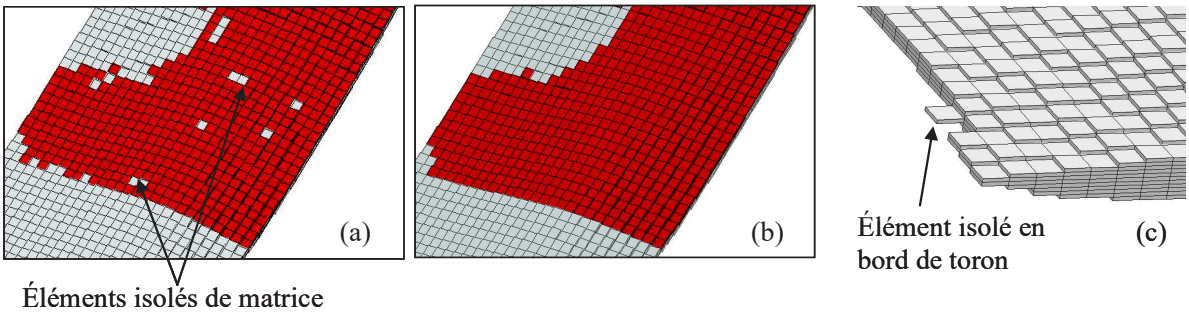


Figure IV.12 : Interface entre deux torons (en rouge) (a) avant et (b) après la correction des éléments isolés de matrice. (c) Exemple d'élément isolé en bord de toron.

IV.3.3 Maillage conforme

La méthode de maillage conforme utilisée dans ce travail a été développée par Grail *et al.* [Grail2013] et permet d'obtenir de manière automatique des maillages de CER de composites tissés. Un avantage de cette approche est la possibilité de mailler des renforts compactés et leur complémentaire matrice. La méthode consiste à détecter des zones de contact pour chaque paire de torons, ces zones étant espacées au maximum d'une tolérance définie par l'utilisateur. Cela permet de créer un ensemble de points unique décrivant l'interface entre les deux torons. Ainsi, un maillage surfacique (composé de triangles) du renfort contenant des interfaces conformes (puisque l'interface entre deux torons n'est maillée qu'une seule fois) peut être obtenu. Le maillage final de la CER est réalisé en complétant le maillage surfacique de la CER englobant le renfort, puis en remplissant les différents volumes (torons+matrice) avec des tétraèdres. Tout au long de la procédure, la périodicité du maillage est conservée, ce qui signifie que pour chaque nœud du bord de la CER, il existe un unique nœud correspondant sur la face opposée. Cela facilite l'application de conditions limites périodiques.

IV.3.4 Convergence en maillage

Le taux de fibres V_f dans le matériau a une influence de premier ordre sur les propriétés mécaniques du composite. A l'échelle mésoscopique, les torons de fibres sont représentés comme des matériaux homogènes, ce qui permet la définition du taux de torons V_t, égal au rapport du volume de toron et du volume de la CER. Puisque les fibres se situent exclusivement dans les torons, le taux de fibres dans les torons V_f^t, représentant le rapport du volume de fibres et du volume de torons, va directement influencer les propriétés mécaniques des torons, et donc du composite. Ces trois quantités sont directement reliées (Eq IV.8).

$$V_f = V_t V_f^t \qquad \text{(Eq IV.8)}$$

Pour un taux de fibres dans les torons donné, il est donc crucial que le taux de torons de la CER soit correct pour obtenir un bon taux de fibres global. Il est donc nécessaire de s'assurer de la convergence vis-à-vis du taux de torons des maillages utilisés pour les analyses par EF. Dans la procédure de maillage conforme, des tailles de maille minimales et maximales peuvent être imposées. Le maillage est alors principalement composé d'éléments de taille maximale, et des éléments plus petits sont ajoutés dans les zones où la géométrie présente par exemple de fortes courbures, et nécessite une taille de maille plus fine afin d'être bien reproduite. Plus la taille de maille maximale est petite, plus l'approximation de la géométrie

est bonne. D'autre part, le nombre de nœuds dans le maillage augmente, ce qui augmente aussi les coûts de calcul. Il s'agit alors de trouver un bon compromis entre une taille de maille qui permette de bien approximer la géométrie, et des temps de calcul raisonnables. Une convergence au maillage du taux de torons par rapport à la taille de maille maximale a été réalisée (Figure IV.13). Le taux de torons des maillages conformes obtenus reste quasi constant à partir d'une taille de maille maximale de 0.25 mm ($V_t = 82.2\%$, la différence sur le taux de torons étant inférieure à 0.03% pour des tailles de mailles plus petites), correspondant à un maillage tétraédrique linéaire avec 34100 nœuds, ou quadratique avec 259000 nœuds. Le maillage obtenu avec une taille de maille maximale de 0.25mm est présenté en Figure IV.14.

Le nombre de nœuds dans un maillage voxel est

$$n = (n_x + 1)(n_y + 1)(n_z + 1) \qquad \text{(Eq IV.9)}$$

où n_x, n_y et n_z sont respectivement le nombre de voxels dans la direction des torons de chaîne, de trame et dans l'épaisseur de la CER. Dans la littérature, les maillages voxels utilisés sont généralement composés de voxels en forme de cube. La taille de maille ne dépend alors que de la longueur d'une arête du cube. Afin d'obtenir un écart de moins de 0.4% entre le taux de torons du maillage voxel (avec des voxels linéaires en forme de cube) et la valeur convergée du taux de torons du maillage conforme, un maillage avec 2 000 000 de nœuds est nécessaire. D'un point de vue géométrique, les torons sont relativement élancés puisqu'ils sont beaucoup plus longs et large qu'épais. Ainsi, il semble pertinent d'utiliser des voxels de forme hexaédrique plutôt que cubique. Dans ce cas, le voxel est décrit par ses 3 longueurs. Puisque la largeur des torons de chaîne et de trame est similaire, une taille de voxel unique dans le plan est fixée (Eq IV.10), ce qui réduit à 2 le nombre de paramètres décrivant un voxel.

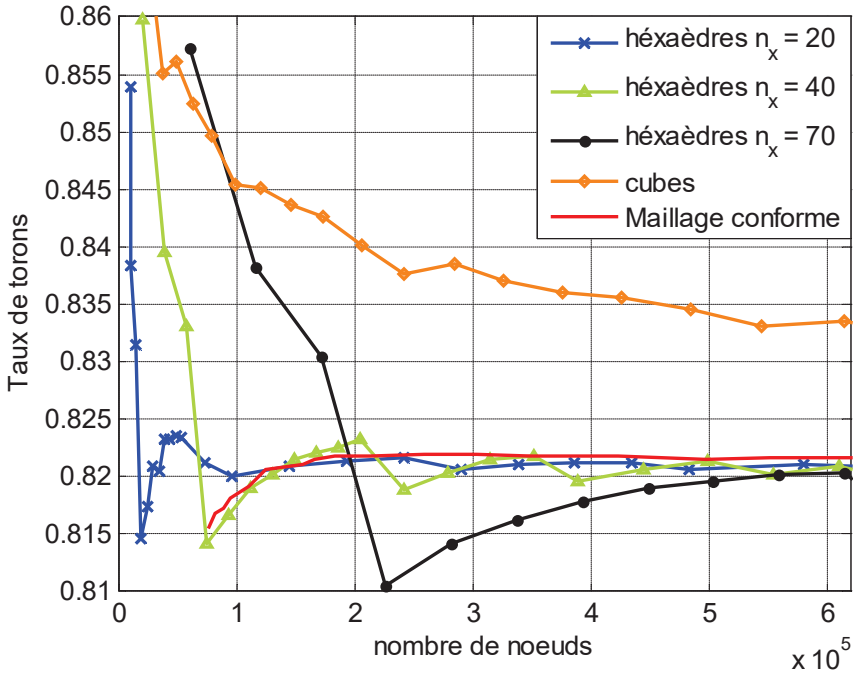


Figure IV.13 : Evolution du taux de torons en fonction du nombre de nœuds pour des maillages conformes quadratiques et voxels avec différentes tailles et formes de voxels.

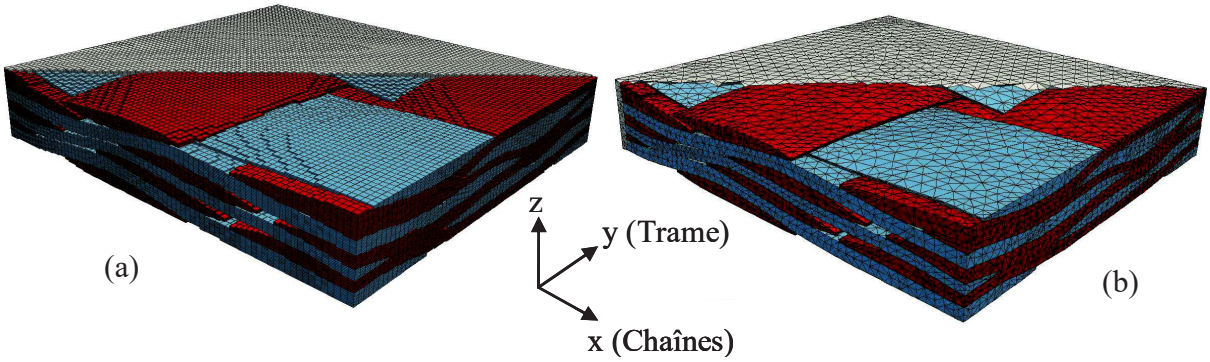


Figure IV.14 : Maillages (a) voxel et (b) conforme convergés sur le taux de torons.

$$n_y = \left[\frac{L_y}{L_x}\right] n_x \qquad \text{(Eq IV.10)}$$

avec L_x et L_y les dimensions de la CER dans le plan, le nombre de voxels dans l'épaisseur étant choisi de manière indépendante. L'évolution du taux de toron en fonction du nombre de nœuds (avec nz variable) pour différentes valeurs de n_x est présentée en Figure IV.13. Pour $n_x = 20$, la convergence (différence <0.25% par rapport à V_t = 82.2%) est atteinte pour $n_z = 150$ (72900 nœuds). Ainsi, un maillage conforme avec des éléments tétraédriques linéaires moins fin est nécessaire pour obtenir un taux de torons convergé qu'un maillage voxel. Un tel maillage voxel reste grossier dans le plan si l'on s'intéresse aux champs de déformations ou de contraintes locaux (voir section suivante). Dans ce cas, une discrétisation plus fine dans le plan est nécessaire. Par exemple, un maillage avec $n_x = 70$ éléments nécessite $n_z = 90$ voxels dans l'épaisseur (soit 504000 nœuds) pour obtenir un taux de torons correct et offre une meilleure description de la géométrie des torons. Ce maillage est présenté sur la Figure IV.14. Ainsi, même pour des valeurs plus élevées de n_x, l'utilisation d'hexaèdres à la place de cubes permet de réduire considérablement le nombre de nœuds nécessaires pour obtenir un taux de toron convergé et une description correcte de la forme globale des torons.

IV.3.5 Homogénéisation par éléments finis

Les maillages voxels et conformes ont été utilisés pour calculer les propriétés macroscopiques du matériau par une technique d'homogénéisation périodique méso-macro par EF. En effet, on suppose que le matériau est sollicité par un état de contrainte macroscopique $\underline{\overline{\Sigma}}$ (respectivement de déformation $\underline{\overline{E}}$). En notant $\underline{\underline{C}}^{macro}$ (resp. $\underline{\underline{S}}^{macro}$) le tenseur de rigidité (resp souplesse) du matériau, la loi de Hooke nous donne :

$$\underline{\overline{\Sigma}} = \underline{\underline{C}}^{macro}\,\underline{\overline{E}} \text{ (resp } \underline{\overline{E}} = \underline{\underline{S}}^{macro}\underline{\overline{\Sigma}}) \qquad \text{(Eq IV.11)}$$

La première étape consiste à localiser la contrainte (déformation) macroscopique dans la méso structure hétérogène par le biais d'un calcul par EF. Ce dernier nous donne accès aux champs de déformation (resp. contrainte) local, qui est ensuite moyenné dans toute la CER pour obtenir la déformation (resp. contrainte) macroscopique $\underline{\overline{E}}$) (resp.$\underline{\overline{\Sigma}}$). Dans le cas d'un composite tissé, le comportement macroscopique est orthotrope, ce qui nécessite l'identification de 9 coefficients indépendants ($E_{11}, E_{22}, E_{33}, \nu_{12}, \nu_{23}, \nu_{31}, G_{12}, G_{23}, G_{31}$). La définition des modules de cisaillement est donnée en (Eq IV.12).

$$\sigma_{ij} = G_{ij}\varepsilon_{ij} \qquad \text{(Eq IV.12)}$$

En sollicitant successivement la CER selon 6 états linéairement indépendants, par exemple selon les contraintes (déformations) élémentaires (les 3 tractions et les 3 cisaillements), le tenseur de rigidité (resp. souplesse) peut être entièrement déterminé. Dans le cas des maillages étudiés, le renfort est entièrement représenté dans l'épaisseur. Les conditions de périodicité ne s'appliquent alors que dans le plan, la troisième direction étant laissée libre pour mieux représenter les conditions aux limites vues par une éprouvette lors d'un essai de traction. L'application des déformations élémentaires dans le plan (ε_{11}, ε_{22}, ε_{12}) donne alors accès aux valeurs de (E_{11}, E_{22},ν_{12}, ν_{23}, ν_{13}, G_{12}). Le formalisme des conditions de périodicité appliquée à la CER est le même que celui présenté en Section IV.2.1.2.

Les calculs d'homogénéisation ont été effectués avec le code de calcul ZéBuLoN [ZéBuLoN]. Un élément fini dit « périodique » dont la formulation facilite l'application des conditions de périodicité a été utilisé. L'utilisation de ces éléments spéciaux ajoute 6 degrés de liberté au système (les 6 déformations ou contraintes moyennes, *cf.* (Eq IV.2)). Ces déformations (resp contraintes) moyennes sont égales à la moyenne de la déformation calculée dans la CER. Ainsi, les degrés de liberté du système sont les déplacements locaux (Eq IV.2). L'avantage de l'utilisation de ces éléments est de pouvoir directement appliquer la déformation (resp. la contrainte) moyenne. Ainsi, il ne reste plus qu'à s'assurer que les conditions sur la partie locale du déplacement (Eq IV.4) sont assurées, ce qui est réalisé par l'application de « multi point constraints » entre les nœuds correspondants sur les faces opposées (ce qui est immédiat car les maillages voxels et conformes sont périodiques).

Une première homogénéisation par EF a été effectuée à l'échelle microscopique afin de déterminer les propriétés des torons à l'échelle mésoscopique. Les propriétés des torons de fibres ont été calculées à partir des propriétés des fibres et de la matrice sur une CER représentative à l'échelle microscopique (Figure IV.15). Le principe du calcul des propriétés est le même que pour l'homogénéisation méso-macro, à la différence près que les torons ont un comportement isotrope transverse. Seulement 5 coefficients ($E_l, E_t, \nu_{lt}, \nu_{tt}, G_{lt}$) doivent alors être identifiés. Les propriétés calculées sont regroupées dans le Tableau IV.3.

Puisque les torons de fibres présentent un comportement isotrope transverse, il s'agit de déterminer le repère d'isotropie transverse qui suit la direction des fibres dans le toron. L'orientation locale des torons a été calculée en chaque point de Gauss par projection orthogonale de sa position sur la ligne milieu. La tangente à la ligne milieu au point projeté définit l'axe d'isotropie transverse du toron au point d'intégration. Les propriétés macroscopiques calculées par homogénéisation à l'échelle mésoscopique pour le maillage conforme et le maillage voxel (Tableau IV.4) sont principalement influencées par le taux de fibres dans les directions de chaîne et de trame, et donc par le taux de torons dans la CER, ainsi que par la distribution de l'orientation des fibres. Il n'est pas nécessaire de reproduire la forme locale exacte des torons pour obtenir un comportement élastique homogénéisé correct.

Matrice	E (GPa)	ν		Fibres	E (GPa)	ν
LY564	3.2	0.35		Verre E	73.6	0.3

Torons	E_l (GPa)	E_t (GPa)	ν_{lt}	ν_{tt}	G_{lt} (GPa)
	42.2	10.2	0.319	0.419	7.6

Tableau IV.3 : Propriété des fibres, de la matrice et des torons obtenus par homogénéisation micro-méso.

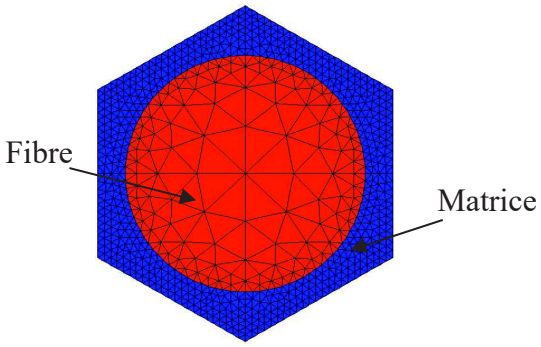


Figure IV.15 : CER représentant une fibre noyée dans la matrice utilisée pour le calcul des propriétés du toron par homogénéisation micro-méso.

Il est suffisant d'utiliser un maillage avec un taux de torons convergé et une représentation correcte de l'ondulation des torons pour obtenir une bonne estimation des propriétés macroscopiques. Cette analyse montre donc que les maillages voxels sont bien adaptés au calcul des propriétés macroscopiques homogénéisées du composite.

Propriétés	E_{11} (GPa)	E_{22} (GPa)	ν_{12}	ν_{13}	G_{12} (GPa)
Maillage conforme	20.94	22.39	0.132	0.413	6.47
Maillage voxel	20.90	22.32	0.133	0.412	6.46
Ecart	0.2	0.31	0.29	0.23	0.18

Tableau IV.4 : Propriétés du matériau obtenues par homogénéisation méso-macro avec un maillage voxel et un maillage conforme.

IV.3.6 Champs de contrainte et prévision du premier endommagement

Il a été établi dans la section précédente que la forme locale des torons n'avait que peu d'influence sur le comportement homogénéisé du matériau dès lors que le maillage comporte un taux de torons correct et une bonne représentation de l'ondulation des torons. En particulier, la description des surfaces courbées par des voxels, qui donne au toron une forme « en escalier » (Figure IV.14) n'a pas une grande influence sur les propriétés macroscopiques du composite. Dans cette section, la prévision du premier endommagement sous un chargement de traction dans la direction des chaînes est étudiée avec les deux maillages précédemment obtenus. Puisque le premier endommagement d'un composite tissé 2D sous un chargement de traction est une fissure dans un toron transverse au chargement (*cf.* Chapitre III), les champs de contraintes dans un toron de trame (Figure IV.16) sont étudiés. Le champ de contrainte transverse dans le toron étudié est présenté pour différentes tailles de voxels (Figure IV.17). Pour chaque maillage, le nombre de voxels dans l'épaisseur n_z a été fixé de sorte que le maillage soit convergé vis-à-vis du taux de torons.

Il est assez clair qu'avec $n_x = 20$ voxels, le maillage est trop grossier pour bien représenter les caractéristiques géométriques du toron et les champs de contrainte résultants. Pour $n_x = 40$ voxels, la forme générale du champ de contrainte (mieux observée avec les deux maillages les plus fins) commence à être mise en évidence mais est encore grossière. Pour les deux maillages les plus fins, la forme générale des champs de contrainte est similaire. Cependant, des différences locales sont observées dans les zones de concentrations de contraintes dues aux escaliers de voxels. Quelque soit la taille des voxels, les concentrations de contrainte sont présentes.

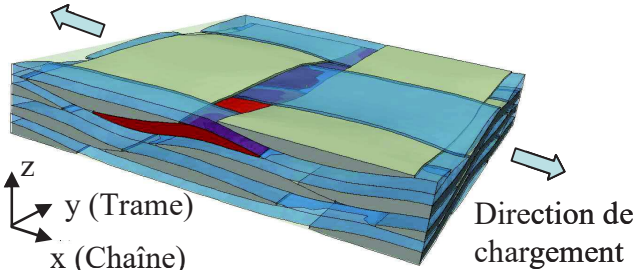
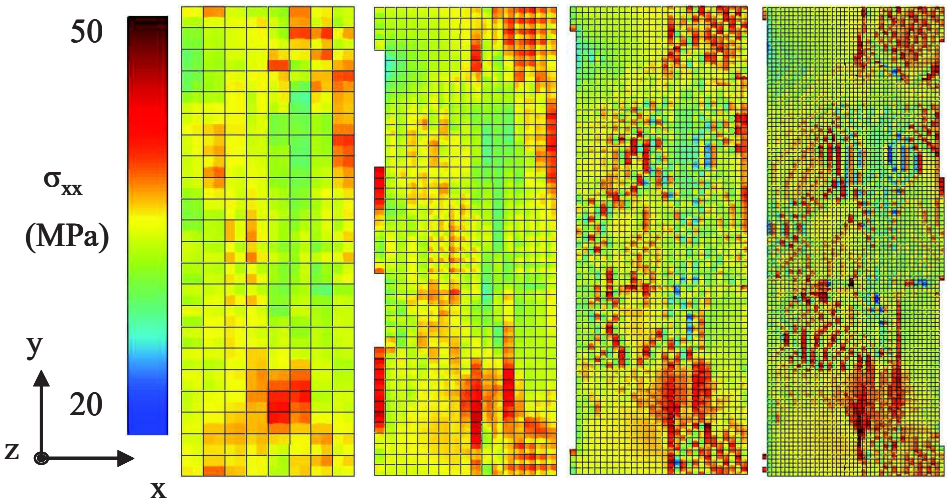


Figure IV.16 : Représentation d'un chargement de traction dans la direction des chaînes. Le toron de trame étudié pour l'étude des champs de contrainte et de l'amorçage de l'endommagement est mis en évidence en rouge.

Leur effet est même plus important avec les maillages les plus fins, car dans le cas d'un maillage trop grossier la forme du toron est simplifiée. Cette constatation est renforcée par le fait que le maximum de contrainte augmente lorsque la taille des voxels diminue.

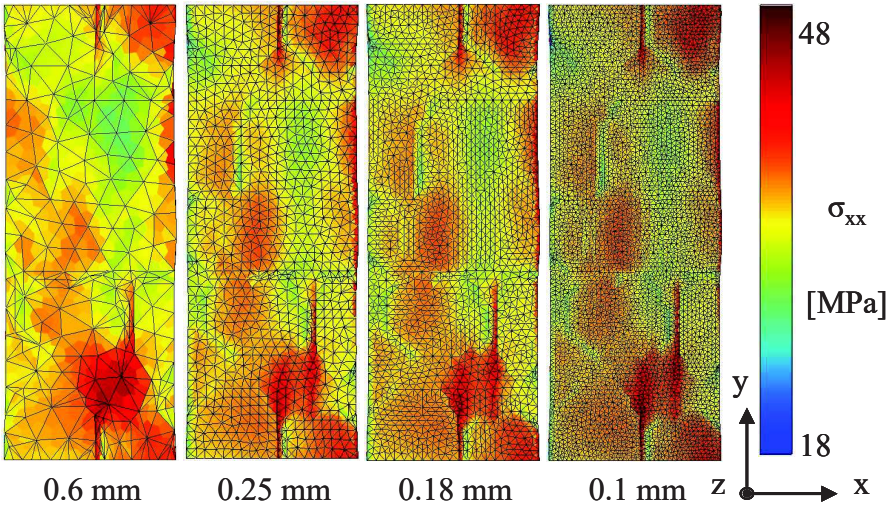
L'influence des escaliers de voxels sur la contrainte minimale est moins claire. En effet, cette contrainte décroît tout d'abord lorsque le nombre de voxels augmente, ce qui peut certainement être expliqué par le gain de précision dans la forme du toron, mais augmente ensuite pour le maillage le plus fin. Le champ de contrainte transverse dans le toron étudié est présenté pour des maillages conformes avec différentes tailles de maille maximales (Figure IV.18). Une taille de maille maximale de 0.6mm semble trop élevée pour bien décrire le champ de contrainte. Cependant, les champs de contrainte obtenus avec les trois maillages les plus fins sont similaires. Lorsque la taille de maille décroît, la forme du champ de contrainte obtenue avec le maillage conforme ne varie plus, contrairement aux maillages voxels.

Les maillages conformes obtenus avec la procédure développée par Grail *et al.* [2013] présentent par défaut deux éléments le long de l'épaisseur d'un toron. Cela suffit à obtenir une bonne convergence en termes de taux de torons et de propriétés élastiques homogénéisées.



n_x*n_z Noeuds	20*150 73250	40*170 316196	70*90 503958	100*110 1244421
σ_{min}	27.81 MPa	25.11 MPa	18.14 MPa	21.35 MPa
σ_{max}	41.31 MPa	45.25 MPa	47.95 MPa	53.76 MPa

Figure IV.17 : Champ de contrainte transverse en surface du toron mis en évidence dans la Figure IV.16 obtenu avec plusieurs maillages voxels. Les contraintes minimales et maximales obtenues sont indiquées pour chaque maillage.



Nombre de Noeuds	76887	259567	497521	2160102
σ_{min}	22.18 MPa	17.6 MPa	15.8 MPa	15.8 MPa
σ_{max}	44.42 MPa	44.0 MPa	45.5 MPa	47.7 MPa

Figure IV.18 : Champ de contrainte transverse en surface du toron mis en évidence dans la Figure IV.16 obtenu avec plusieurs maillages conformes. La taille de maille maximale est indiquée sous le champ de contrainte correspondant.

Cependant, cela peut sembler insuffisant pour bien prendre en compte les gradients de contrainte dans l'épaisseur des torons. Un raffinement du maillage a alors été opéré afin d'intégrer au moins quatre éléments dans l'épaisseur d'un toron. Le maillage obtenu contient 845000 nœuds et des éléments tétraédriques quadratiques. Les champs de contraintes obtenus avec les deux maillages sont présentés Figure IV.19. La forme générale des champs de contrainte est similaire pour les deux maillages conformes, avec une meilleure prise en compte des gradients dans l'épaisseur dans le cas d'un maillage plus fin.

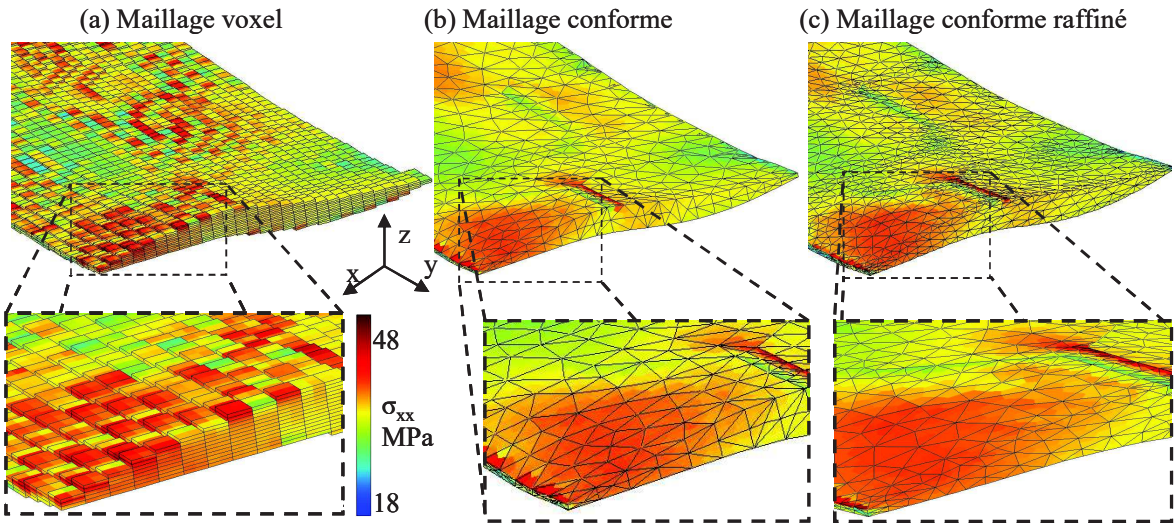


Figure IV.19 : Champs de contrainte transverse dans le toron mis en évidence dans la Figure IV.16 obtenus avec (a) le maillage voxel, (b) le maillage conforme convergé (2 éléments dans l'épaisseur) et (c) le maillage conforme raffiné (au moins 4 éléments dans l'épaisseur).

Dans tous les maillages voxels (convergés sur le taux de torons) étudiés, il y a au moins deux fois plus d'éléments dans l'épaisseur d'un toron, ce qui signifie que les gradients de contrainte sont au moins aussi bien reproduits qu'avec un maillage conforme. Une comparaison des champs de contrainte obtenus avec le maillage voxel et le maillage conforme raffiné est présentée en Figure IV.20. Le contour des zones d'interface entre le toron considéré et les autres torons est représenté en noir. La forme générale des champs de contrainte obtenue avec les deux maillages est relativement similaire, mis à part les oscillations entre extrema de contrainte dans le cas des voxels. Ces oscillations artificielles sont causées par la forme locale du maillage voxel en « escaliers », et ne sont pas dues à des mécanismes physiques. Ces oscillations sont d'autant plus importantes au niveau des interfaces entre deux torons qu'aux interfaces entre toron et matrice. Des contraintes locales jusqu'à 30% plus élevées sont atteintes dans les zones d'oscillations par rapport au maillage conforme. Un zoom sur une zone d'oscillation de contrainte est présenté en Figure IV.19. Au même endroit, les champs sont réguliers dans le cas du maillage conforme. Les différences observées au niveau des champs de contrainte entre les deux méthodes étudiées sont susceptibles d'avoir une influence sur la prévision de l'endommagement. Afin d'estimer l'amorçage de l'endommagement dans les torons, un critère de rupture en contrainte est utilisé, ce qui est la méthode la plus courante dans la littérature [Lomov2007, Zako2003, Melro2012, Daggumati2010].

Les torons sont composés de fibres noyées dans la matrice. Localement, ces fibres sont presque parallèles, similairement à un pli d'unidirectionnel (UD). Un critère de rupture initialement développé pour les plis d'UD [Laurin2005, Laurin2007, Charrier2013] est utilisé pour localiser l'amorçage de l'endommagement d'un toron. Ce critère prend en compte trois modes d'endommagement : (i) la rupture de fibre et la rupture matricielle dans les directions (ii) transverses et (iii) hors plan.

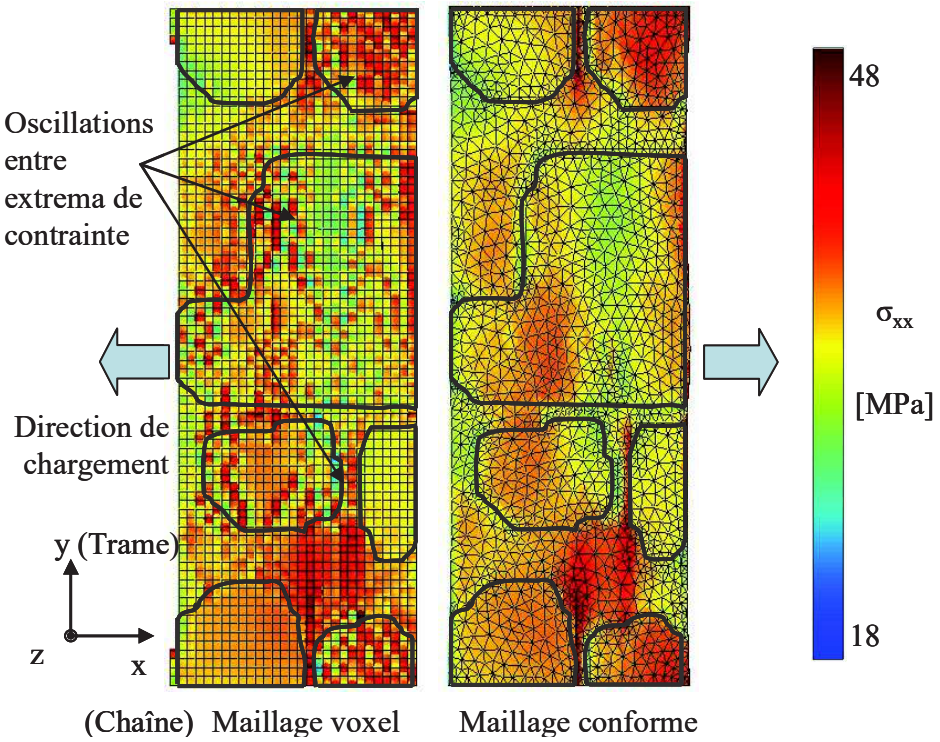


Figure IV.20 : Comparaison des champs de contrainte transverse à la surface du toron mis en évidence dans la Figure IV.15 obtenus avec un maillage voxel (gauche) et un maillage conforme (droite). Le contour des interfaces entre plusieurs torons est tracé en noir.

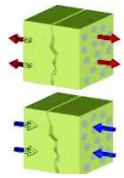
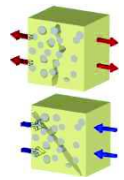
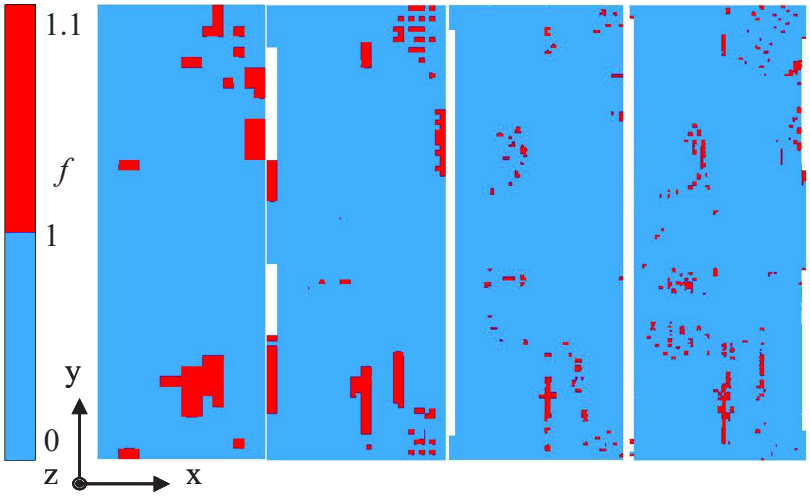
Rupture de fibres	$f_L^+ = \left(\frac{\langle\sigma_L\rangle_+}{X_t}\right)^2$ $f_L^- = \left(\frac{\langle-\sigma_L\rangle_+}{X_c}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{LT}}{S_{LT}^f(1-p_{LT}\sigma_N)}\right)^2$	
Fissuration transverse	$f_T^+ = \left(\frac{\langle\sigma_N\rangle_+}{Y_T}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{LT}}{S_{LT}^R(1-p_{LT}\sigma_N)}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{TT}}{S_{TT}^R(1-p_{TT}\sigma_N)}\right)^2$ $f_T^- = \left(\frac{\langle-\sigma_N\rangle_+}{Y_c}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{LT}}{S_{LT}^R(1-p_{LT}\sigma_N)}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{TT}}{S_{TT}^R(1-p_{TT}\sigma_N)}\right)^2$	
Fissuration matricielle	$f_{matrice} = \frac{(\langle\sigma_I\rangle^p + \langle\sigma_{II}\rangle^p + \langle\sigma_{III}\rangle^p)^{\frac{1}{p}}}{X}$	

Tableau IV.5 : Critère de rupture (a) de pli UD (2 premières lignes) utilisé pour prévoir le premier endommagement dans les torons et (b) en contraintes principales (dernière ligne) utilisé en complément pour la matrice.

Le toron de fibres étant isotrope transverse, les modes transverses et hors plan peuvent être regroupés en un seul critère. Pour chaque mode, les ruptures en traction et en compression sont séparées, puisque les mécanismes physiques en jeu ne sont pas les mêmes. En complément, un critère en contraintes principales est utilisé pour déterminer l'amorçage de l'endommagement dans la matrice polymère [Chaboche94]. Les critères sont présentés dans le Tableau IV.5, l'endommagement amorçant lorsque l'un des critères dépasse 1. Le point d'intégration pour lequel un des critères est dépassé en premier dans le calcul par EF donne la localisation du premier endommagement, et le mode d'endommagement associé. L'indice L indique la direction des fibres dans le repère local du toron et les indices N et T désignent les directions définissant le plan d'isotropie transverse. X_t et X_c sont les résistances en traction et en compression dans la direction des fibres. Y_t et Y_c sont les résistances transverses en traction et en compression. S_{LT}^f est la résistance en cisaillement axial effective. Elle est plus élevée que la résistance en cisaillement axial réelle S_{LT}^R de sorte que l'amorçage de l'endommagement est correctement prédit en mode transverse pour des chargements de cisaillement pur (au lieu du mode de compression en sens fibres [Laurin2005]). p_{LT} et p_{TT} sont des paramètres de forme permettant de prendre en compte le couplage entre compression et cisaillement. Ces paramètres peuvent être déterminés directement à partir de la résistance transverse en compression du pli, Y_c [Laurin2005]. Les valeurs des différents paramètres, tirés de [Soden1998, Laurin2005, Charrier2013] sont résumées dans le Tableau IV.6**.** Le premier endommagement prévu par le critère est une fissure transverse dans le toron ($\max(f) = f_T^+$), ce qui est en accord avec les observations expérimentales (Chapitres II et III). Les résultats présentés dans la suite de la section concernent le mode transverse du critère de rupture (f_T dans le Tableau IV.5). Les faciès d'endommagement obtenus avec les maillages voxels sont présentés dans la Figure IV.21.

Résistance	X_t	X_c	Y_t	Y_c	S_{LT}^R	S_{TT}^R	S_{LT}^f	X
(MPa)	1140	570	35	114	72	45	83	80

Tableau IV.6: Valeurs des paramètres utilisés dans le critère de rupture



n_x*n_z	*20*150*	*40*170*	*70*90*	*100*110*
Load	*85* MPa	*79.1* MPa	*72.6* MPa	*66* MPa

Figure IV.21 : Zones d'endommagement prévues en utilisant les maillages voxels présentés en Figure IV.17. Quelque soit la taille des voxels, la prévision de l'amorçage de l'endommagement est influencée par les concentrations de contrainte. Le niveau de charge nécessaire pour atteindre le critère de rupture en contrainte augmente avec la taille des voxels.

La prévision de l'endommagement est clairement influencée par les concentrations de contrainte présentes quelque soit la finesse du maillage, et dépend donc du maillage utilisé. En effet, la localisation et le niveau de charge des premiers endommagements varient pour les différents maillages voxels. Une localisation similaire est obtenue pour les différents maillages conformes. La comparaison des zones d'endommagement obtenues avec le maillage voxel et le maillage conforme est présentée en Figure IV.22. Afin d'identifier une zone d'endommagement plutôt qu'un seul point d'intégration, le chargement imposé (72.6 MPa) a été fixé pour que le critère atteigne un maximum de 1.1. Les zones où le critère de rupture est atteint sont mises en évidence en rouge. Pour les deux maillages, l'amorçage de l'endommagement est observé dans les zones où la contrainte transverse est maximale. Certaines zones d'endommagement sont similaires pour les deux méthodes, mais des zones supplémentaires sont prévues avec le maillage voxel au niveau des concentrations locales de contraintes dues seulement aux escaliers de voxels, puisque ces zones ne sont pas prévues avec le maillage conforme. Toutefois le critère est atteint à des niveaux de charge similaires pour les deux maillages, avec un écart de 0.6% seulement. Il faut quand même noter que l'écart aurait été plus important si un maillage voxel plus fin avait été utilisé (puisque le maximum de contrainte aurait été plus élevé).

IV.3.7 Lissage des champs de contrainte

Les différences des champs de contrainte obtenus avec les maillages conformes et voxels sont dues aux oscillations artificielles entre extrema de contrainte au niveau des escaliers de voxels. Ces oscillations peuvent être réduites en lissant le champ de contrainte. La méthode de lissage proposée dans ce travail consiste à interpoler en chaque point d'intégration une moyenne des valeurs de la contrainte aux points d'intégration d'un voisinage par une méthode des moindres carrés [FeldPayet2010]. Plus le voisinage est grand, plus le lissage est important.

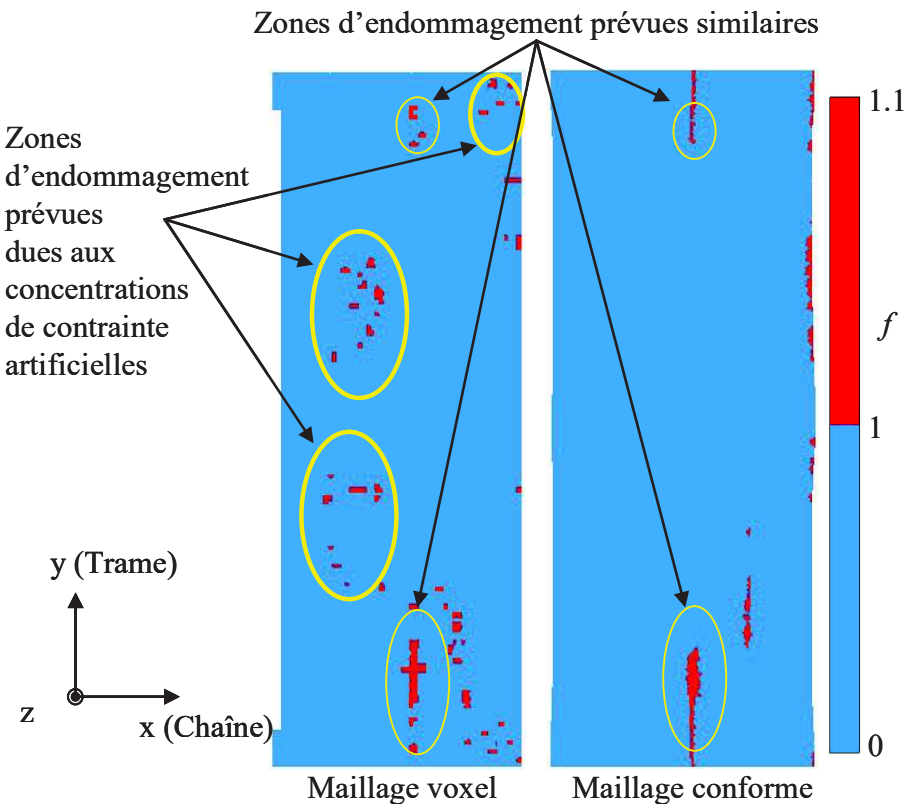


Figure IV.22 : Mise en évidence des similarités et des différences concernant les zones d'endommagement prévues par les maillages voxel et conforme.

Le voisinage habituellement considéré est composé des points d'intégration appartenant aux éléments qui partagent au moins un nœud avec l'élément contenant le point d'intégration, soit 216 points d'intégration voisins dans le cas d'hexaèdres linéaires. Si l'on étend le voisinage à une seconde (resp. une troisième) couronne d'éléments, 1000 (resp. 2744) points d'intégration sont pris en compte dans le lissage. Deux cas de figure sont obtenus avec le lissage des champs de contrainte. Si une concentration de contrainte est localisée dans un seul élément (Figure IV.23.1a), le lissage permet de la réduire de manière significative (Figure IV.23.1b). Dans le cas où un ensemble d'éléments adjacents présentent des concentrations de contraintes (Figure IV.23.2a), le lissage permet de s'affranchir des oscillations de contraintes dues aux escaliers de voxels, mais la contrainte reste élevée dans la zone d'intérêt (Figure IV.23.2b).

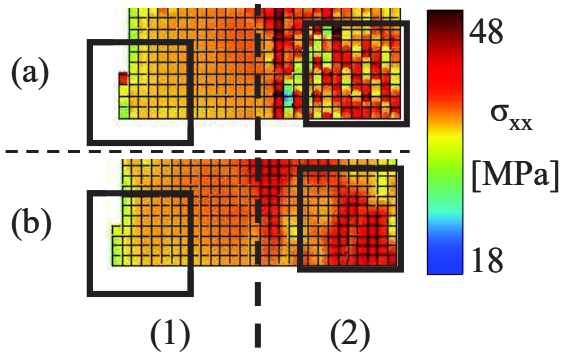


Figure IV.23 : Champ de contrainte obtenu avec un maillage voxel (a) avant et (b) après lissage. Si la concentration de contrainte est située dans un seul élément (1a), son effet est réduit par le lissage (1b). Si la concentration de contrainte s'étend sur plusieurs éléments dans la même zone (2a), le lissage ne suffit pas à réduire son effet (2b).

Ce dernier cas peut mener à une détection erronée d'une zone d'endommagement si les concentrations de contrainte sont uniquement dues aux escaliers de voxels. Les champs de contrainte sont présentés en Figure IV.24 après lissage sur différents voisinages. Le lissage permet effectivement de s'affranchir des oscillations de contraintes observées en Figure IV.20. Plus le voisinage sur lequel le lissage est effectué est grand, plus le minimum de contrainte augmente, et plus le maximum de contrainte diminue. Le lissage a donc une influence directe sur la contrainte imposée pour laquelle le critère en contrainte est atteint. En effet, pour une contrainte moyenne imposée de 72.6 MPa dans la direction des chaînes, la valeur maximale atteinte par le critère en contrainte est max(f) = 0.97 après lissage sur 216 points d'intégration (contre max(f) = 1.1 sans lissage). Afin d'atteindre le même maximum du critère en contrainte que pour le maillage conforme, un contrainte de 82.5 MPa (soit 13% plus élevée) doit être imposée. Cet écart est encore plus élevé si le lissage s'étend sur un voisinage plus grand. La localisation de l'endommagement obtenue avec le critère en contrainte est aussi influencée par le lissage des champs de contrainte. Les zones d'endommagement obtenues avant et après lissage avec le maillage voxel sont comparées aux zones obtenues avec le maillage conforme (Figure IV.25). Le chargement imposé dans les trois cas est tel que la valeur maximale atteinte par le critère en contrainte est 1.1. On peut tout d'abord noter qu'après lissage, plusieurs zones initialement prévues par le critère en contrainte avec le maillage voxel sont exclues et que les zones restantes sont plus étalées (Figure IV.25a et b). Parmi ces zones, certaines étaient seulement dues aux concentrations de contraintes artificiellement créées par les escaliers de voxels, mais d'autres étaient similaires à des zones prévues dans le cas du maillage conforme. De plus, certaines zones non prévues avec le maillage conforme sont obtenues après lissage avec le maillage voxel. Un lissage sur un voisinage plus grand n'a pas d'influence majeure sur les zones d'endommagement prévues.

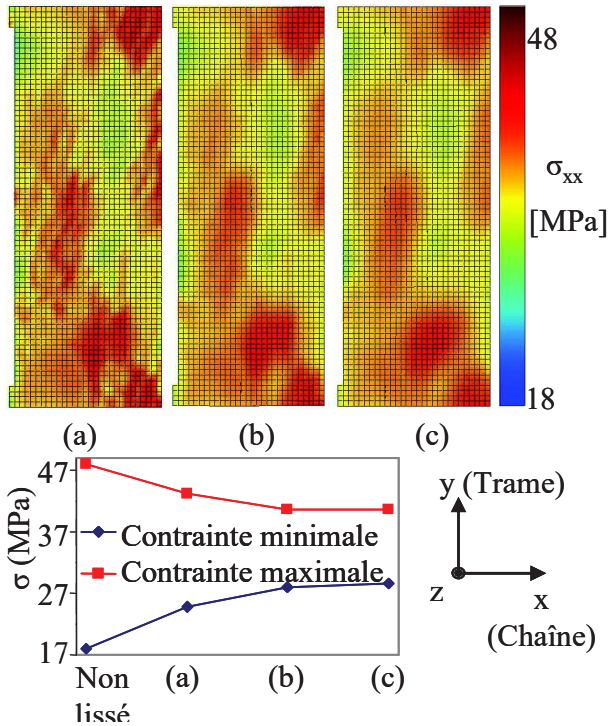


Figure IV.24 : (haut) Champs de contrainte obtenus avec le maillage voxel après lissage sur (a) 216, (b) 1000 et (c) 2744 points d'intégration. (bas) Evolution de la contrainte minimale et maximale dans le toron en fonction du degré de lissage.

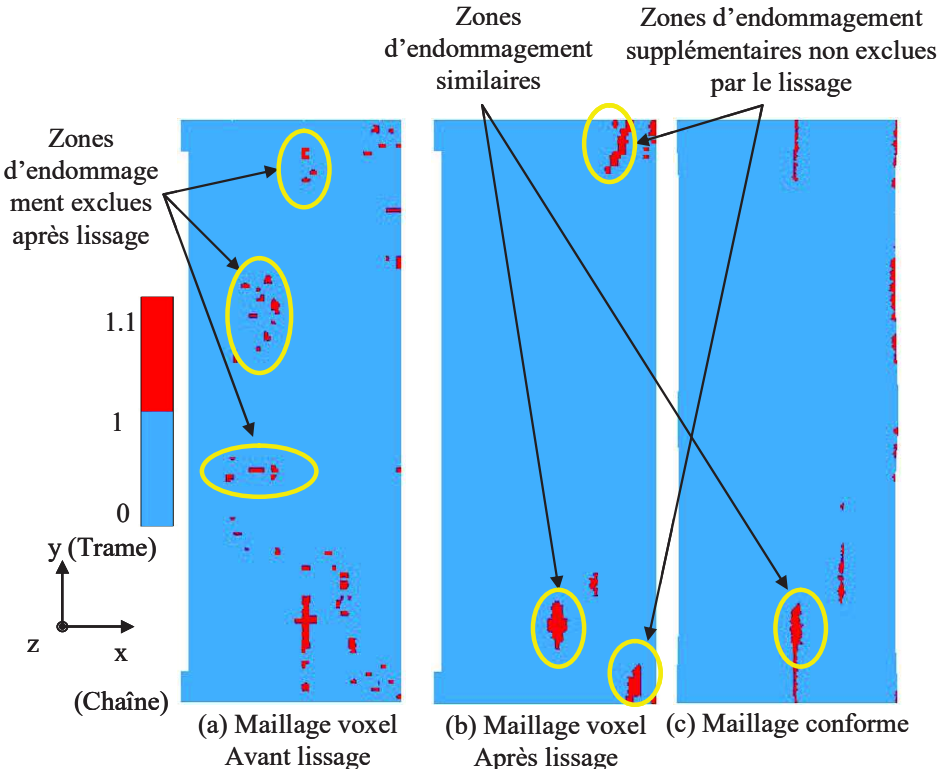


Figure IV.25 : Prévision des zones d'endommagement avec le maillage voxel (a) avant et (b) après lissage sur 216 points d'intégration comparées aux (c) prévisions obtenues avec le maillage conforme.

La méthode de lissage proposée permet de réduire l'effet des oscillations de contrainte au niveau des escaliers de voxels en excluant certaines zones d'endommagement artificiellement prévues. Cependant, la méthode exclut aussi des zones similaires à celles obtenues avec un maillage conforme, et prévoit des zones qui ne sont pas obtenues avec le maillage conforme. De plus, les valeurs des contraintes locales (et donc du critère en contrainte) dépendent du niveau de lissage, ce qui ne permet pas la prévision du niveau de contrainte à imposer pour atteindre le critère. Les contraintes locales sont de plus influencées par la taille des voxels, puisque la contrainte maximale augmente avec le nombre de voxels.

En conclusion, les maillages voxels sont appropriés pour calculer les propriétés homogénéisées des matériaux composites tissés, dans la mesure où ils contiennent un nombre suffisant d'éléments permettant une bonne représentation du taux de torons et de l'ondulation des torons. L'étude de phénomènes dépendant des distributions de contraintes locales, tels que l'amorçage de l'endommagement, est beaucoup plus délicate. En plus de la distribution très hétérogène des contraintes dans les torons, des concentrations de contraintes artificielles dues aux escaliers de voxels sont observées. Ces concentrations de contrainte sont particulièrement présentes aux interfaces entre deux torons de directions opposées et sont présentes quelle que soit la taille des voxels. De plus, elles influencent fortement les zones d'endommagement prévues par un critère en contrainte. Une méthode de lissage permet de réduire l'effet des oscillations de contrainte artificielles, mais influence fortement les extrema de contrainte, qui dépendent aussi de la taille des voxels, et ainsi les zones d'endommagement prévues. Les effets d'un raffinement du maillage (augmentation des maxima de contrainte) et d'un lissage des champs de contrainte (diminution des maxima de contrainte) ont, de plus, tendance à se compenser. La prévision d'un niveau de chargement pour lequel le critère en contrainte est atteint est donc très dépendante des paramètres du maillage et du lissage. Des travaux récents

concernant le lissage de champs obtenus avec des maillages voxels supportent les conclusions obtenues précédemment [Fang2016]. L'utilisation de maillages voxels semble donc moins adaptée à la modélisation de l'amorçage et de la propagation de l'endommagement que les maillages conformes étudiés, pour lesquels les champs de contraintes sont réguliers.

IV.4 Etude de l'influence du décalage des couches sur les champs de déformation

Lors de la fabrication d'un composite tissé multicouches, il est possible de contrôler le décalage entre les couches [DeCarvalho2011, Hale2003]. Cependant, cette opération est très délicate, et en pratique, un décalage aléatoire est observé dans la plupart des composites tissés [Olave2012, Doitrand2015, John2001, Daggumati2011]. Dans la littérature, le décalage entre les couches est souvent négligé dans les modèles de composites tissés multicouches. Une modélisation souvent proposée est la représentation d'une seule couche de tissu associée à des conditions de périodicité 3D [DeCarvalho2011, Kim2003, Zako2003, Ivanov2009, Melro2012, Lomov2008]. Cette méthode est très avantageuse en termes de coût de calcul. Certains auteurs [Ivanov2010, DeCarvalho2012, Römelt2012] ont modélisé toutes les couches de l'empilement sans les décaler les unes par rapport aux autres. L'avantage de cette méthode par rapport à la précédente est la possibilité de prendre en compte les effets de bord dans la direction de l'épaisseur. Cependant, ces deux approches permettent seulement d'étudier un empilement en phase qui n'est pas observé expérimentalement. L'influence du décalage des couches sur le comportement mécanique de composites tissés a été étudiée par certains auteurs. Breiling *et al.* [1996] ont montré qu'une variation jusqu'à 32% de la résistance pouvait être obtenue en faisant varier les décalages des couches. Le Page *et al.* [2004] ont montré que le taux de restitution d'énergie associé à une fissure intra-toron transverse au chargement dans un composite tissé était fortement dépendant du décalage entre les couches de tissu. Ivanov *et al.* [2009] ont montré que les champs de déformation étaient différents pour un empilement en phase et un empilement décalé d'un quart de CER d'une géométrie idéalisée de sergé. Les mêmes auteurs ont montré que le niveau d'amorçage de l'endommagement était influencé par l'empilement [Ivanov2011]. Enfin, Daggumati *et al.* [2011] a montré qu'un empilement décalé donnait qualitativement des champs de déformation plus proches de ceux observés expérimentalement qu'un empilement en phase ou en décalage de phase. Les modèles présentés proposent un décalage entre les couches (généralement non compactées) qui est simplifié et ne représente pas directement un empilement observé expérimentalement. Cette section porte sur l'étude de l'influence du décalage entre les couches sur les champs de déformation en surface.

IV.4.1 Empilements étudiés et propriétés homogénéisées

Cinq CERs contenant différents empilements, dont trois déterminés expérimentalement sur les tranches de trois éprouvettes d'orientation différente (éprouvettes TI90-1, TI0-2 et TI45-1) et deux empilements simplifiés (sans décalage des couches, et un décalage résultant en une imbrication maximale des couches) sont étudiées. Les empilements ont été déterminés expérimentalement sur des éprouvettes dont le renfort était orienté à 0°, 90° et 45° par rapport à la direction de chargement (Figure IV.7). Les CERs correspondantes sont respectivement nommées CER-0°, CER-90° et CER-45°. Les décalages entre les couches et une comparaison entre les tranches des CERs obtenues et des micrographies correspondantes ont déjà été présentés en section IV.2.2. Puisque dans chaque CER, le décalage des couches est différent, les couches ne s'imbriquent pas de la même manière durant la compaction, ce qui donne des

taux de torons différents pour chaque CER. Le taux de fibres dans les torons a donc été adapté dans chaque CER afin d'atteindre un taux de fibres global similaire au taux de fibres du matériau (*i.e*, 47%). De plus, le ratio entre les taux de torons de chaîne et de trame ne respecte pas exactement la contexture du tissu donné par le fabricant. Des taux de fibres différents ont été utilisés pour calculer les propriétés des torons de trame et de chaîne afin que les taux de fibres globaux dans les directions de trame et de chaîne respectent la contexture du matériau.

CER	Toron	Taux de torons (%)	E_l (GPa)	E_t (GPa)	ν_{lt}	ν_{tt}	G_{lt} (GPa)
CER-0°	Chaîne	41.1	41.5	9.7	0.32	0.43	7.1
	Trame	44.9	41.8	9.8	0.32	0.43	7.2
CER-90°	Chaîne	37.3	45.5	11.3	0.32	0.41	8.2
	Trame	40.8	45.7	11.4	0.32	0.41	8.3
CER-45°	Chaîne	37.5	44.3	11.1	0.32	0.41	8.2
	Trame	40.3	45.2	11.6	0.32	0.41	8.5
Sans Imbrication	Chaîne	37.5	45.2	11.2	0.32	0.41	8.2
	Trame	42.9	43.6	10.5	0.32	0.42	7.7
Imbrication maximale	Chaîne	44.3	38.7	8.8	0.32	0.44	6.5
	Trame	48.6	38.8	8.8	0.32	0.44	6.5

Tableau IV.7 : Propriétés élastiques homogénéisées des torons de chaîne et de trame utilisée dans les calculs par EF pour les cinq CERs.

Les propriétés des torons ont été déterminées avec la méthode expliquée en Section IV.3.5, et sont présentées dans le Tableau IV.7. Des conditions de périodicité ont été appliquées aux différentes CERs. Un état de contrainte uniaxiale (donnée par $\underline{\sigma}$ dans l'équation (Eq IV.13)) dans la direction des chaînes (parallèle à l'axe Y) (resp. trame, parallèle à l'axe X) a été appliqué à la CER pour modéliser l'essai de traction sur l'éprouvette dont le renfort est orienté à 0° (resp. 90°) par rapport à la direction de chargement. Concernant l'éprouvette dont le renfort est orienté à 45° par rapport à la direction de chargement, les directions de chaîne et de trame sont tournées de 45° par rapport à la direction de sollicitation. Ainsi, l'état de contrainte $\underline{\sigma}^R$ appliqué aux CERs dont les directions de périodicité (directions de chaîne et de trame) sont parallèles aux axes X et Y est obtenu par une rotation de $\underline{\sigma}$ de 45° par rapport à l'axe Z.

$$\underline{\sigma}^R = P\underline{\sigma}P^T = \begin{pmatrix} \sigma/2 & -\sigma/2 & 0 \\ -\sigma/2 & \sigma/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$
$$\text{avec } P = \begin{pmatrix} \sqrt{2}/2 & -\sqrt{2}/2 & 0 \\ \sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ et } \underline{\sigma} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad \text{(Eq IV.13)}$$

Les propriétés élastiques mesurées expérimentalement et obtenues par homogénéisation méso/macro sur les 5 CERs sont comparées dans le Tableau IV.8 et montrent une influence du décalage des couches relativement faible sur les propriétés homogénéisées.

IV.4.2 Champs de déformation en surface

Les champs de déformations longitudinales (ε_{yy}) et transverses (ε_{xx}) mesurées sur les trois éprouvettes étudiées et obtenues numériquement sont présentés dans la Figure IV.26 pour

l'éprouvette dont le renfort est orienté à 0° par rapport à la direction de chargement (éprouvette TI0-2), dans la Figure IV.27 pour l'éprouvette à 90° (TI90-1) et dans la Figure IV.28 pour l'éprouvette à 45° (TI45-1). Les déformations calculées numériquement ont été lissées par un filtre Gaussien similairement au lissage effectué dans le post-traitement des données mesurées par stéréo corrélation d'images pour rendre possible une comparaison quantitative. Un extensomètre a été placé sur les éprouvettes à 90° et à 45°. Ainsi, les champs de déformation pour ces deux éprouvettes sont séparés en 3 parties puisque le mouchetis était caché dans deux petites zones par l'extensomètre (Figure IV.27 et Figure IV.28). Les champs de déformation obtenus avec les CERs sans imbrication et avec une imbrication maximale des couches sont très différentes des champs observés expérimentalement pour les trois éprouvettes (Figure IV.26, Figure IV.27 et Figure IV.28).

Propriétés	Expérimental	CER-0°	CER-90°	CER-45°	Sans imbrication	Imbrication maximale
$E_{0°}$ (GPa)	20.3 ± 0.3	21.2	21.7	20.4	21.0	20.7
$\nu_{0°}$	0.126 ± 0.009	0.132	0.129	0.138	0.142	0.133
$E_{90°}$ (GPa)	22.5 ± 0.5	21.5	22.9	21.5	22.6	21.9
$\nu_{90°}$	0.147 ± 0.007	0.134	0.136	0.146	0.153	0.141
$E_{45°}$ (GPa)	11.2 ± 0.7	10.04	10.66	10.43	10.2	9.87
$\nu_{45°}$	0.517 ± 0.02	0.59	0.59	0.57	0.6	0.6
G_{13} (GPa)	X	5.89	5.74	5.61	5.92	5.83
G_{23} (GPa)	6.41 ± 0.03	6.04	5.84	5.99	5.92	5.85

Tableau IV.8 : Propriétés élastiques homogénéisées du composite obtenu expérimentalement et avec les 5 CERs contenant différents empilements.

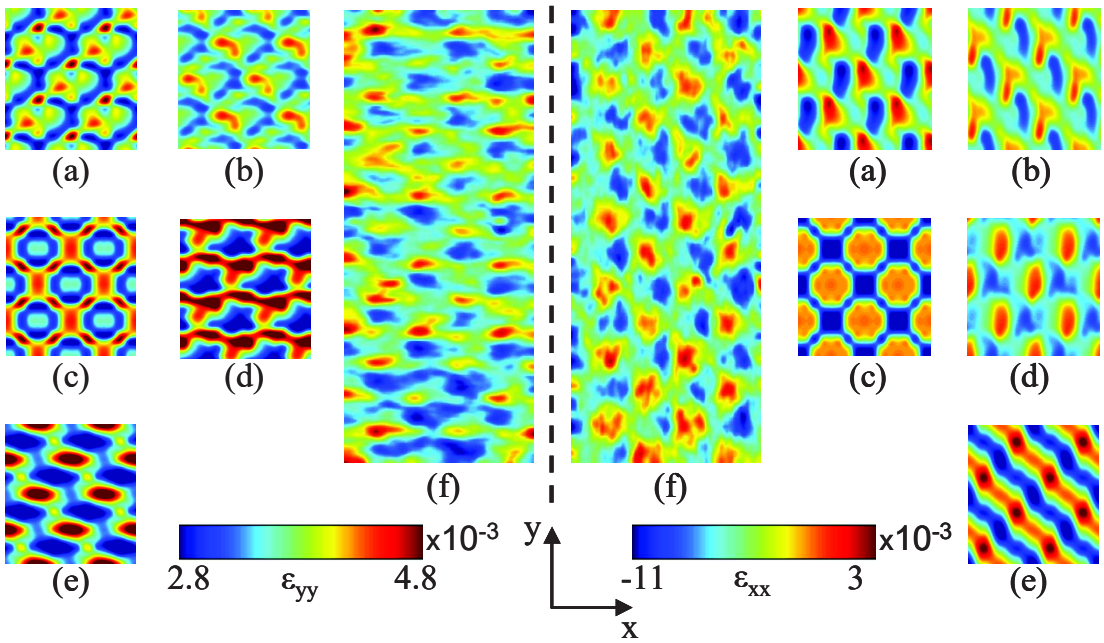


Figure IV.26 : Champs de déformation longitudinale (ε_{yy},gauche) et transverse (ε_{xx}, droite) sous un chargement de traction dans la direction des chaînes calculés avec (a) la CER-0°, (b) la CER-90°, (c) la CER sans imbrication, (d) la CER-45° (e) la CER avec imbrication maximale et (f) obtenus expérimentalement par stéréo corrélation d'images sur l'éprouvette dont le renfort est orienté à 0° par rapport à la direction de sollicitation.

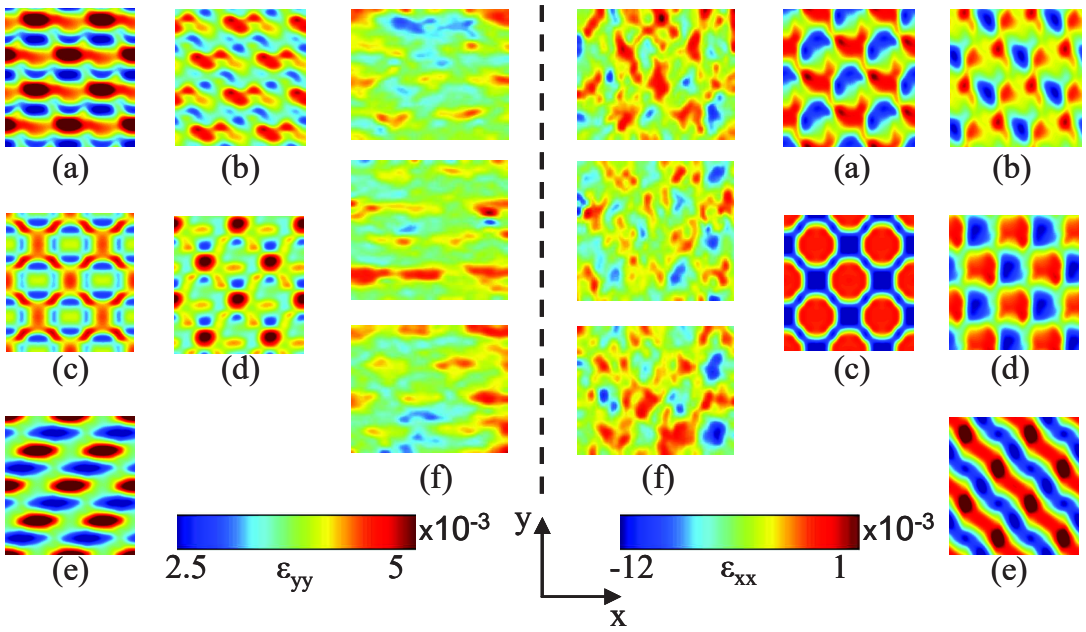


Figure IV.27 : Champs de déformation longitudinale (ε_{yy},gauche) et transverse (ε_{xx}, droite) sous un chargement de traction dans la direction des trames calculés avec (a) la CER-0°, (b) la CER-90°, (c) la CER sans imbrication, (d) la CER-45° (e) la CER avec imbrication maximale et (f) obtenus expérimentalement par stéréo corrélation d'images sur l'éprouvette dont le renfort est orienté à 90° par rapport à la direction de sollicitation.

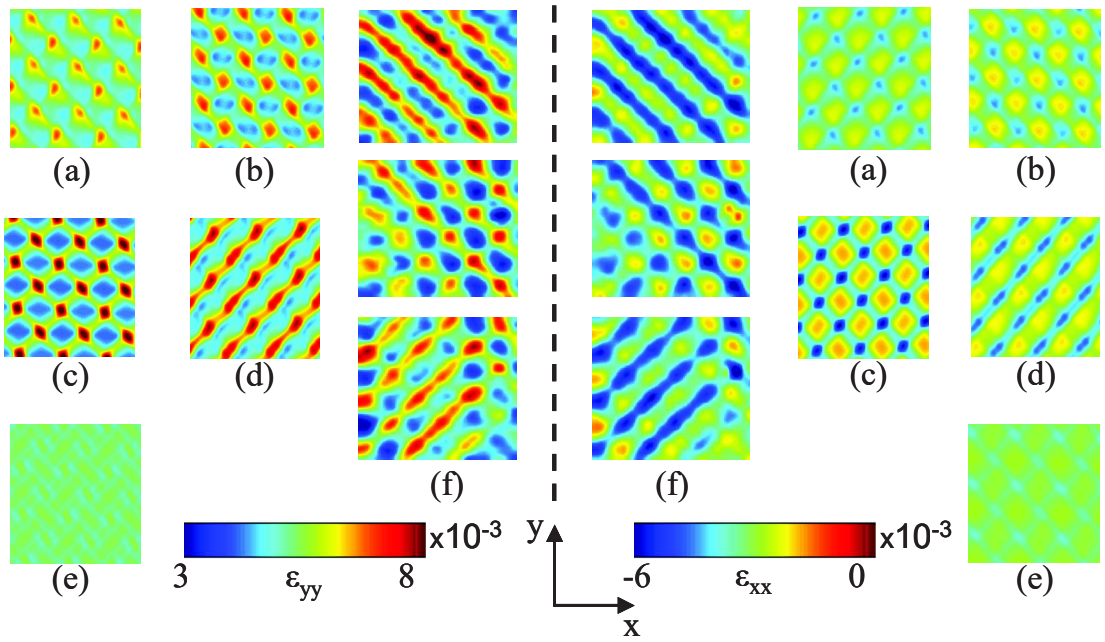


Figure IV.28 : Champs de déformation longitudinale (ε_{yy},gauche) et transverse (ε_{xx}, droite) sous un chargement de traction dans la direction orientée à 45° par rapport aux chaînes calculés avec (a) la CER-0°, (b) la CER-90°, (c) la CER sans imbrication, (d) la CER-45° (e) la CER avec imbrication maximale et (f) obtenus expérimentalement par stéréo corrélation d'images sur l'éprouvette dont le renfort est orienté à 45° par rapport à la direction de sollicitation.

Ces CERs, qui sont le plus utilisées dans la littérature, ne permettent donc pas d'obtenir une bonne description des champs de déformation en surface. Une meilleure comparaison qualitative est obtenue pour les CERs dont les décalages entre les couches ont été déterminés expérimentalement. Une comparaison quantitative des champs de déformation mesurés expérimentalement et obtenu numériquement sur la CER correspondante est présentée dans les Figures IV.29, IV.32 et IV.33. L'évolution des déformations longitudinales (Figure IV.29a, Figure IV.32a et Figure IV.33a) et transverses (Figure IV.29b, Figure IV.32b, et Figure IV.33b) est tracé le long de plusieurs lignes en surface des éprouvettes, deux lignes étant séparées d'une période de CER. Puisque les décalages des couches des CERs ont été déterminés sur l'éprouvette correspondante, l'architecture du renfort dans la CER est similaire à l'architecture du renfort du matériau réel. Ainsi, les profils de déformations sur la CER et l'éprouvette sont tracés à des positions similaires. Une comparaison entre une éprouvette et une CER dont les décalages des couches n'ont pas été identifiés sur cette éprouvette n'est pas aussi immédiate, puisque l'architecture du renfort de la CER diffère de celle de l'éprouvette. Toutefois, une comparaison possible consiste à définir la couche supérieure (*i.e.*, la plus proche de la surface observée) de la CER comme référence et de la superposer à la couche supérieure de la CER déterminée à partir de l'éprouvette, puis à tracer les profils de déformation sur des lignes correspondantes pour la CER et l'éprouvette. Une telle comparaison est illustrée dans le cas de l'éprouvette dont le renfort est orienté à 0°. Les profils de déformations longitudinales et transverses obtenus pour chaque CER sont comparés aux profils expérimentaux selon plusieurs lignes (tracées dans la Figure IV.29) dans les Figures IV.30 et IV.31. Afin de ne pas surcharger les tracés de profils, une zone englobant tous les profils expérimentaux est tracée. Le meilleur accord entre les profils de déformations expérimentaux et numériques est obtenu pour la CER déterminée à partir de l'éprouvette dont le renfort est orienté à 0°. Les extrema de déformations obtenus expérimentalement et avec les cinq CERs sont donnés en Tableau IV.9. Le meilleur accord entre les données obtenues expérimentalement et numériquement est également obtenu pour la CER dont le renfort est orienté à 0°. Expérimentalement, on observe de petites variations de déformation entre les différentes lignes. Ces variations peuvent être expliquées par le fait qu'en réalité, l'architecture du renfort n'est pas strictement périodique. En effet, le procédé d'élaboration peut entraîner quelques variations autour de la structure périodique initiale du tissu, qui se traduisent par des variations dans le champ de déformation. Ces variations ont seulement une faible influence sur les champs de déformation. Dans le calcul numérique, la CER est périodique. Pour la comparaison avec les tracés de la déformation mesurée expérimentalement, l'évolution de la déformation est alors répétée de manière périodique. Les déformations à la surface de l'éprouvette à 45° (Figure IV.28 et Figure IV.33) sont présentées dans le repère de l'essai (traction parallèle à la direction y).

	ε_{yy}		ε_{xx}	
	Min	Max	Min	Max
CER-0°	$2.7\ 10^{-3}$	$5.0\ 10^{-3}$	$-11\ 10^{-4}$	$2.0\ 10^{-4}$
CER-90°	$3.0\ 10^{-3}$	$4.5\ 10^{-3}$	$-9.7\ 10^{-4}$	$5.9\ 10^{-4}$
CER-45°	$2.4\ 10^{-3}$	$5.3\ 10^{-3}$	$-9.2\ 10^{-4}$	$4.1\ 10^{-4}$
Sans nesting	$2.6\ 10^{-3}$	$4.9\ 10^{-3}$	$-13\ 10^{-4}$	$1.0\ 10^{-4}$
Nesting max	$2.2\ 10^{-3}$	$5.4\ 10^{-3}$	$-13\ 10^{-4}$	$3.0\ 10^{-4}$
Expérimental	$2.8\ 10^{-3}$	$4.8\ 10^{-3}$	$-11\ 10^{-4}$	$3.0\ 10^{-4}$

Tableau IV.9 : Minima et maxima de déformation longitudinale (ε_{yy}) et transverse (ε_{xx}) obtenue par stéréo corrélation d'images et par simulation numérique avec les cinq CERs.

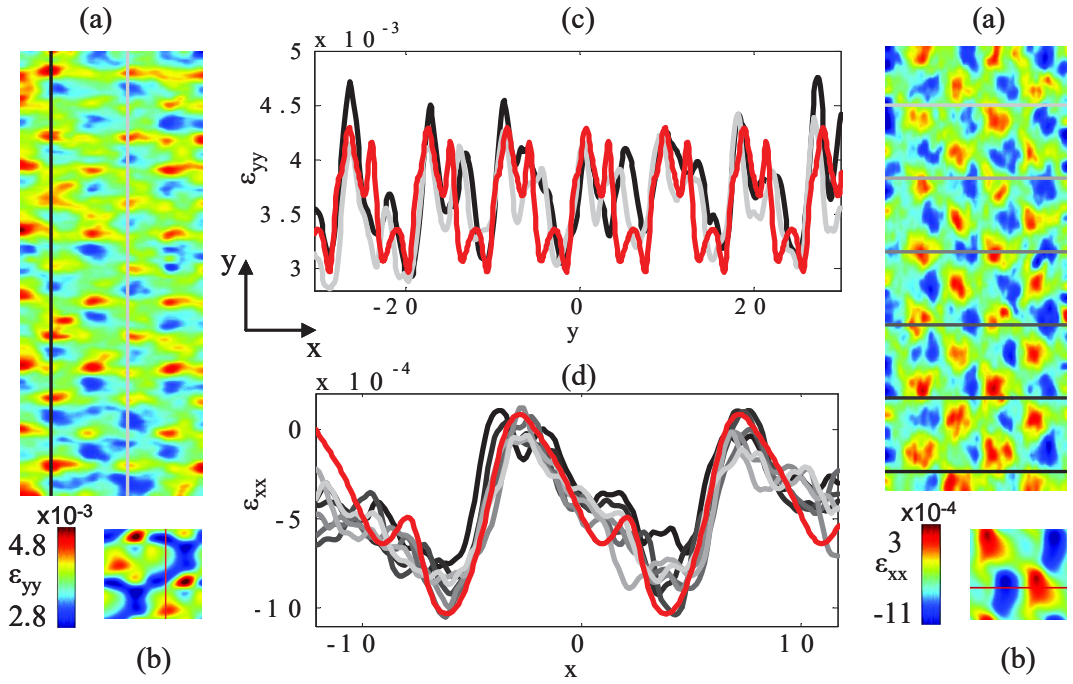


Figure IV.29 : Champs de déformation longitudinale (ε_{yy}, gauche) et transverse (ε_{xx}, droite) sous un chargement de traction dans la direction y (a) observés expérimentalement pour l'éprouvette à 0° et (b) calculés numériquement avec la CER correspondante. Comparaison qualitative de la déformation (c) longitudinale et (d) transverse mesurée expérimentalement (lignes tracées en (a)) et obtenue numériquement (lignes tracées en (b)).

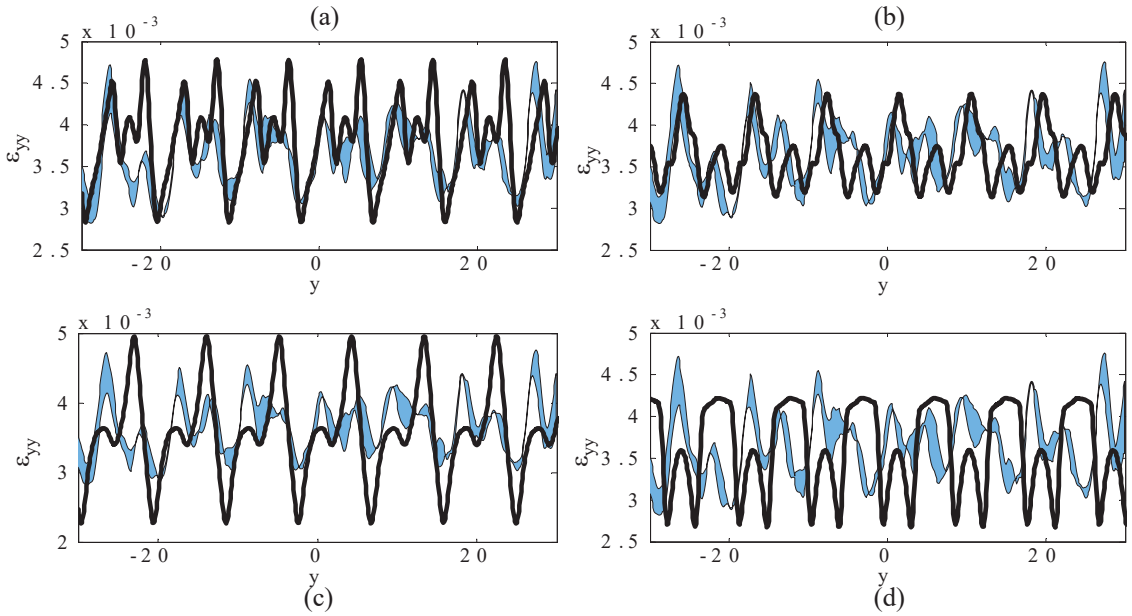


Figure IV.30 : Comparaison des déformations longitudinales (ε_{yy}) couvertes par les profils tracés en Figure IV.29c (en bleu) et obtenues avec les CERs (a) déterminée à partir de l'éprouvette à 45°, (b) déterminée à partir de l'éprouvette à 90°, (c) avec un nesting maximal et (d) sans nesting.

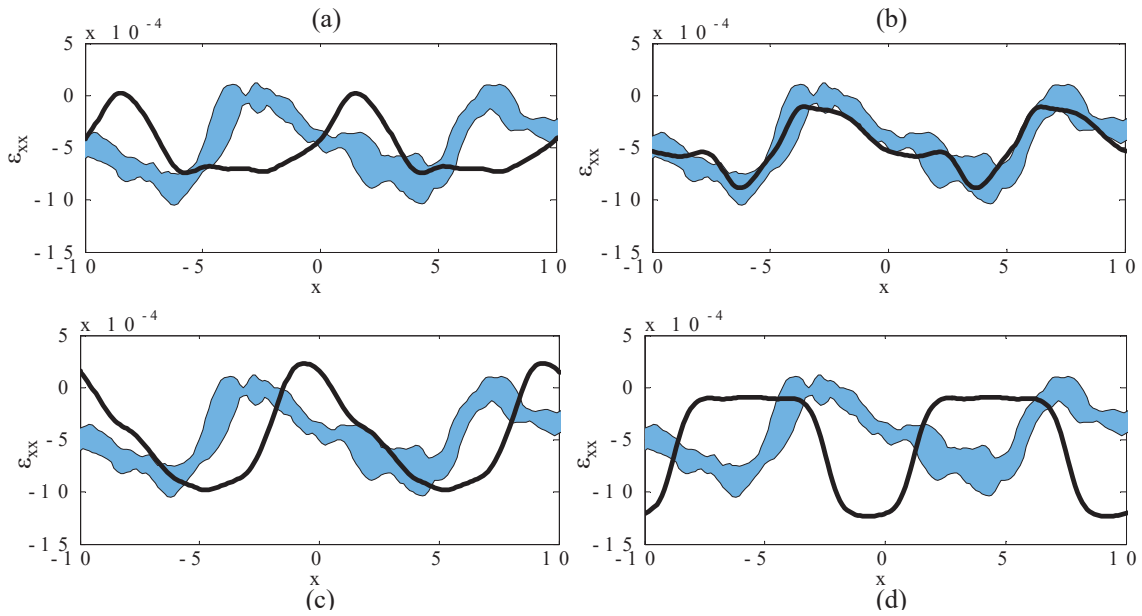


Figure IV.31: Comparaison des déformations transverses (ε_{yy}) couvertes par les profils tracés en Figure IV.29 (en bleu) et obtenues avec les CERS (a) déterminée à partir de l'éprouvette à 45°, (b) déterminée à partir de l'éprouvette à 90°, (c) avec un nesting maximum et (d) sans nesting.

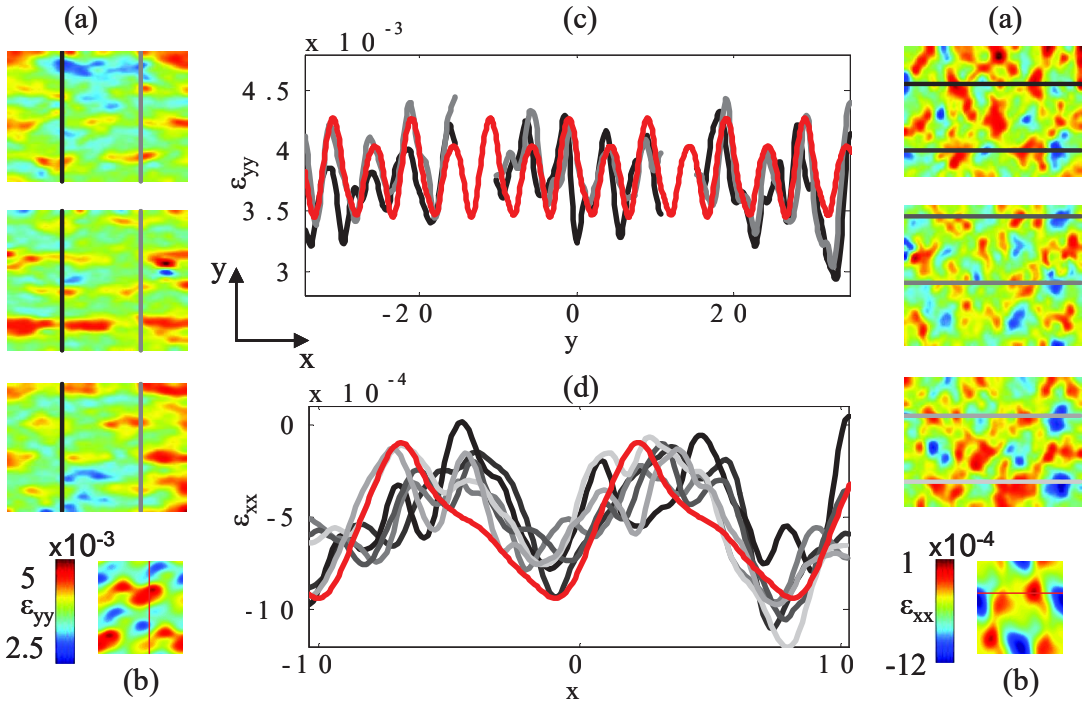


Figure IV.32 : Champs de déformation longitudinale (ε_{yy}, gauche) et transverse (ε_{xx}, droite) sous un chargement de traction dans la direction y (a) observés expérimentalement pour l'éprouvette à 90° et (b) calculés numériquement avec la CER correspondante. Comparaison qualitative de la déformation (c) longitudinale et (d) transverse mesurée expérimentalement (lignes tracées en (a)) et obtenue numériquement (lignes tracées en (b)).

Ceci a donc nécessité une rotation de 45° des champs de déformations obtenus par EF, qui correspond à la rotation opposée à la rotation décrite dans l'Equation (Eq IV.13). Puisque les périodes de la CER dans la direction des chaînes et des trames dans le plan ne sont pas les mêmes (la CER n'est pas exactement un carré dans le plan X-Y), les directions de périodicité ne sont pas exactement parallèles aux axes X et Y dans le repère de l'essai. Les profils de déformation présentés en Figure IV.33 sont tracés selon ces directions de périodicité. Un bon accord quantitatif est globalement obtenu entre les déformations mesurées expérimentalement et celles obtenues numériquement sur les CERs correspondantes.

En conclusion, l'influence du décalage des couches sur les propriétés homogénéisées du matériau est relativement faible. Dans l'optique de la prévision de propriétés macroscopiques du matériau à partir d'une modélisation à l'échelle mésoscopique, un décalage arbitraire des couches peut être utilisé. Ceci inclut des CER dont le renfort est constitué d'un empilement simplifié en phase. Cependant, au niveau local, les champs de déformation obtenus avec des empilements idéalisés diffèrent considérablement des champs de déformation obtenus expérimentalement par stéréo corrélation d'images. Ces différences sont plus faibles si un empilement aléatoire est utilisé. Un bon accord quantitatif est même obtenu seulement si le décalage des couches est déterminé expérimentalement à partir de l'éprouvette testée. L'objectif du chapitre étant de choisir une CER adaptée à la modélisation de l'endommagement, il devient clair que le décalage entre les couches de tissu doit être correctement pris en compte dans la modélisation. En effet, l'amorçage et la progression de l'endommagement vont en partie dépendre des champs locaux de contrainte/déformation au sein du matériau.

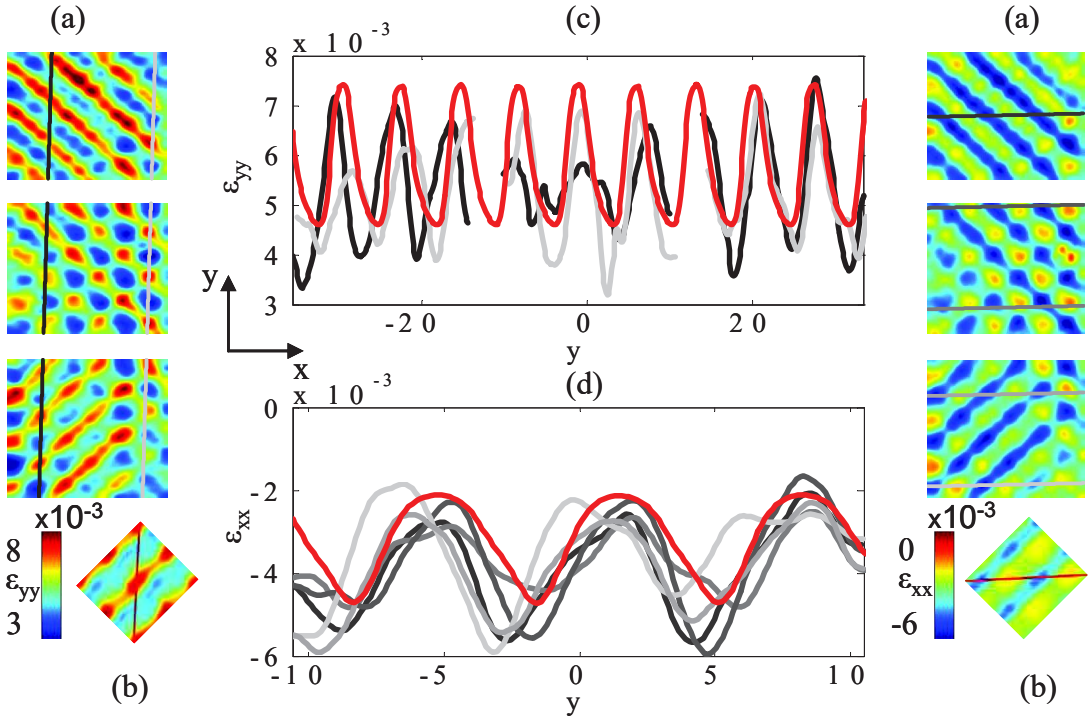


Figure IV.33 : Champs de déformation longitudinale (ε_{yy}, gauche) et transverse (ε_{xx}, droite) sous un chargement de traction dans la direction y (a) observés expérimentalement pour l'éprouvette à 45° et (b) calculés numériquement avec la CER correspondante. Comparaison qualitative selon des lignes de la déformation (c) longitudinale et (d) transverse mesurée expérimentalement (lignes tracées en (a)) et obtenue numériquement (lignes tracées en (b)).

L'analyse des champs de déformation obtenus en surface pour plusieurs empilements montrent qu'il est nécessaire de reproduire de manière correcte le décalage entre les couches du renfort.

IV.5 Conclusion

Ce chapitre s'est articulé autour de trois grands axes, visant à déterminer une CER adaptée à la modélisation de l'endommagement, c'est-à-dire choisir une géométrie et un maillage permettant une bonne représentation du comportement mécanique macroscopique du matériau et des champs locaux de contrainte et de déformation. Plusieurs conclusions émergent de cette analyse :

- La prévision des propriétés mécaniques macroscopiques du matériau nécessite une CER avec un taux de torons proche du taux de torons réel du matériau, et une bonne description de l'ondulation des torons. En particulier, il est primordial de prendre en compte dans le modèle le fait que le renfort est compacté, ce qui a pour effet d'augmenter le taux volumique de fibres dans le composite. La modélisation « simplifiée » de l'étape de compaction résolue de manière implicite en régime quasi-statique avec Abaqus Standard a permis d'obtenir un taux de torons similaire à celui de l'architecture du renfort étudié. La prise en compte de l'empilement réel des couches du renfort et le type de maillage utilisé (voxel ou conforme) ont relativement peu d'influence sur les propriétés macroscopiques obtenues.

- Une bonne description des champs locaux de contraintes et de déformation requiert d'une part la prise en compte de l'architecture réelle du renfort de fibres (taux de torons et empilement des couches du renfort déterminé à partir d'observations expérimentales), et d'autre part un maillage de la CER proche de la géométrie initiale et respectant la forme des torons. Si les deux conditions sont réunies, un bon accord quantitatif est obtenu entre les champs de déformation modélisés et les champs de déformation calculés expérimentalement. Les géométries résultant de la compaction et dont le décalage des couches du renfort a été déterminé à partir de micrographies ont des caractéristiques géométriques moyennes similaires à celles de l'architecture réelle du renfort de fibres. L'utilisation d'un maillage conforme de ces géométries a permis d'obtenir une bonne description des champs locaux. A contrario, l'utilisation d'empilements simplifiés ou de maillages voxels ne permet pas une description satisfaisante de ces champs. En particulier, la prévision des zones d'endommagement est fortement influencée par les oscillations de contraintes obtenues avec les maillages voxels. Le lissage des champs de contraintes obtenus avec les maillages voxels ne permet pas une prévision satisfaisante des zones d'endommagement.

Les résultats obtenus dans ce chapitre mettent en évidence la nécessité d'utiliser une géométrie proche de l'architecture réelle du matériau ainsi qu'un maillage qui n'altère pas la géométrie initiale dans le but de modéliser l'endommagement dans la CER. Les géométries compactées incluant les décalages entre les couches observés expérimentalement, combinées à l'utilisation d'un maillage conforme, sont donc adaptées pour la modélisation de l'endommagement. La suite de ce travail concerne la modélisation par EF de l'endommagement dans le composite tissé étudié et l'étude de son influence sur le comportement mécanique du matériau.

La comparaison des maillages conformes et voxels pour la modélisation des composites tissés à l'échelle mésoscopique a été publiée dans le journal à comité de lecture "Composites : Part A" , et l'étude de l'influence du décalage des couches sur les champs de déformation a fait l'objet d'une publication dans le journal à comité de lecture "Composite Structures" :

- Doitrand, C. Fagiano, F.X. Irisarri, M. Hirsekorn, Comparison between voxel and consistent meso-scale models of woven composites, Compos. Part A 73 (2015), pp 143-54.
- Doitrand, C. Fagiano, FH. Leroy, A. Mavel, M.Hirsekorn. On the influence of fabric layer shifts on the strain distributions in a multi-layer woven composite. Compos Struct 2016;145:pp 15-25.

Chapitre V : Modélisation de l'amorçage de l'endommagement dans une CER de composite tissé basée sur un critère couplé en contrainte et en énergie

---

Les résultats du chapitre précédent ont permis de choisir une géométrie et un maillage de la CER permettant une bonne description de l'architecture du renfort, des propriétés homogénéisées et des champs de déformations locaux. A partir d'une telle CER, il s'agit de modéliser les mécanismes d'endommagement observés expérimentalement au chapitre III. L'objet de ce chapitre est la détermination de l'amorçage de l'endommagement dans la CER

Plan du Chapitre

V.1 Introduction 106
V.2 Critère couplé pour l'amorçage de l'endommagement 106
V.2.1 Critère en contrainte 107
V.2.1.1 Condition en contrainte du critère couplé 107
V.2.1.2 Modélisation de l'endommagement dans une CER 108
V.2.1.3 Localisation de l'endommagement 112
V.2.2 Critère en énergie 113
V.2.3 Modélisation discrète de l'endommagement 114
V.2.3.1 Méthode d'insertion discrète de l'endommagement dans une CER 114
V.2.3.2 Modélisation des mécanismes d'endommagement observés expérimentalement 116
V.2.3.3 Outil d'insertion de fissures : Du maillage de la fissure au calcul par EF 118
V.2.4 Convergence en maillage dans le cas de maillages fissurés 121
V.3 Prévision de l'amorçage de l'endommagement 124
V.3.1 Hypothèses sur la configuration des fissures 124
V.3.2 Application du critère couplé 126
V.4 Discussions 128
V.4.1 Localisation des fissures avec le critère en énergie 128
V.4.2 Orientation de la fissure 130
V.4.3 Bilan des coûts de calcul 131
V.4.4 Réduction du nombre de calculs : Approche à direction de descente 131
V.5 Conclusions 139

Nomenclature

Critère en énergie

ΔW_k	Différence d'énergie cinétique
ΔW	Différence d'énergie potentielle
$W(0)$	Energie potentielle de l'état sain
$W(d)$	Energie potentielle de l'état endommagé
G^c	Taux de restitution d'énergie critique
ΔS	Surface de la fissure
h	Epaisseur de l'éprouvette
E^{eq}	Module de Young équivalent
$A(d)$	Taux de restitution d'énergie incrémental normalisé

Critère en contrainte

f	Critère de rupture en contrainte
Y_T	Résistance transverse du toron
S_{LT}^R, S_{TT}^R	Résistances en cisaillement axial et dans le plan transverse à la fibre
P_{LT}, p_{TT}	Paramètres de forme

Topologie de la fissure

$d = (d_1,\ldots,d_n)$	Paramètres décrivant la topologie de la fissure
(x_c,y_c,z_c)	Coordonnées du centre de la fissure localisée par le critère en contrainte
(x^*,y^*)	Position de la fissure à l'amorçage obtenue avec le critère en énergie
d_c	Longueur de la fissure
d_s^*	Longueur à l'amorçage de la fissure localisée par le critère en contrainte
d_c^*	Longueur à l'amorçage de la fissure localisée par le critère en énergie
θ	Orientation de la fissure
θ^*	Orientation de la fissure à l'amorçage

Déformations

ε_e	Déformation mesurée expérimentalement
ε_e^c	Déformation à l'amorçage déterminée expérimentalement
ε	Déformation macroscopique imposée
ε_{energy}	Déformation calculée en utilisant le critère en énergie
ε_{energy}^c	Déformation à l'amorçage calculée en utilisant le critère en énergie
ε_{energy}^s	Déformation à l'amorçage calculée en utilisant le critère en énergie, et fissure localisée avec le critère en contrainte
ε_s	Déformation à l'amorçage obtenue avec seul le critère en contrainte

V.1 Introduction

L'état de l'art établi au chapitre II, ainsi que les observations expérimentales (Chapitre III) montrent que l'endommagement d'un composite tissé dépend de l'architecture du renfort de fibres. La modélisation de l'endommagement à l'échelle mésoscopique requiert donc une description de la méso structure proche de l'architecture réelle du matériau. Les résultats du chapitre précédent ont mis en évidence l'importance de bien reproduire les spécificités géométriques du renfort telles que le taux de torons, le décalage et l'imbrication des couches, ainsi que la déformation des torons due à la compaction du tissu sec. En particulier, l'utilisation d'un maillage conforme d'une géométrie compactée et nestée, proche de l'architecture réelle du matériau, a permis de bien décrire les champs de déformation dans la CER, qui influencent fortement la localisation et les séquences d'endommagement. L'état de l'art (Chapitre II) et les observations expérimentales (Chapitre III) ont également mis en évidence la pertinence de la modélisation discrète de l'endommagement dans la CER par rapport aux approches classiques basées sur la mécanique continue de l'endommagement.

La première étape de la modélisation de l'endommagement d'un composite tissé à l'échelle mésoscopique consiste à déterminer l'amorçage d'une fissure dans le matériau. La détermination de la localisation d'une fissure et du niveau de chargement auquel la fissure amorce nécessite l'utilisation d'un critère d'amorçage. Dans la plupart des travaux sur la modélisation de l'endommagement à l'échelle mésoscopique, l'amorçage de l'endommagement est déterminé par un critère en contrainte [Zako2003, Melro2012, Daggumati2010, Lomov2007, Faes2016]. Cependant, il a été montré que remplir un critère en contrainte est une condition nécessaire à l'amorçage d'un endommagement, mais pas suffisante [Leguillon2002]. En effet, une condition supplémentaire basée sur l'énergie doit être considérée afin de déterminer correctement la configuration d'une fissure et le niveau de chargement nécessaire à son amorçage. Un critère couplant une condition en contrainte et une condition en énergie a déjà largement été utilisé pour déterminer l'amorçage de l'endommagement pour différentes applications, majoritairement dans le cas de modélisations 2D [Leguillon2015, Martin2001, Martin2010, Martin2012, Carrère2015, Moradi2013, Mantic2009, Weißgraeber2016]. Une extension au cas 3D a été proposée par Leguillon [Leguillon2014]. L'utilisation de critères couplés à déjà été appliquée aux matériaux composites. Martin *et al.* ont par exemple étudié la déflection ou la pénétration d'une fissure près d'une interface entre deux matériaux [Martin2008] ainsi que l'amorçage du délaminage dans les stratifiés croisés [Martin2010]. A l'échelle microscopique, Mantic *et al.* ont utilisé un critère couplé pour étudier la décohésion entre une fibre et la matrice [Mantic2012]. Une application 3D du critère à la prévision de l'amorçage de l'endommagement dans un stratifié d'unidirectionnels a également été proposée [García2016].

L'objectif de ce chapitre est d'utiliser le critère couplé pour déterminer l'amorçage des mécanismes d'endommagement observés expérimentalement dans le composite étudié. Les conditions en contrainte et en énergie du critère couplé sont tout d'abord présentées (Section V.2). Dans la section V.3, ce double critère est appliqué afin de déterminer la configuration de la fissure et la déformation à l'amorçage.

V.2 Critère couplé pour l'amorçage de l'endommagement

D'un point de vue physique, l'amorçage d'un endommagement dans le matériau est possible si deux conditions sont remplies. D'une part, l'état de contrainte doit être suffisamment élevé pour pouvoir endommager le matériau. D'autre part, assez d'énergie doit être libérée pour permettre l'ouverture de la fissure. Ces deux conditions peuvent être

combinées en un critère couplé pour déterminer l'amorçage de l'endommagement [Hashin1996, Leguillon2002]. Une fissure dans le composite tissé peut être décrite par un ensemble de paramètres géométriques $d = (d_1,\ldots, d_n)$ tels que sa position, sa forme, ses dimensions, son inclinaison, etc. L'objet des sections suivantes est de déterminer un ensemble de paramètres d remplissant les conditions en contrainte et en énergie du critère couplé.

V.2.1 Critère en contrainte

L'objet de cette section est de présenter le critère en contrainte utilisé dans le critère couplé et d'évaluer sa pertinence pour la prédiction de l'amorçage de l'endommagement dans une CER de composite tissé. Sauf mention contrainte, les résultats expérimentaux utilisés pour les comparaisons essais/calculs dans les Chapitre V et VI concernent l'éprouvette TI0-2.

V.2.1.1 Condition en contrainte du critère couplé

La condition en contrainte du critère couplé stipule qu'un critère de rupture $f=f(\sigma)$ doit être atteint sur une zone couvrant au moins la surface de la fissure à l'amorçage [Leguillon2002]. Le critère de rupture utilisé pour l'application du critère couplé a initialement été développé pour prévoir l'amorçage de l'endommagement dans des plis unidirectionnels [Laurin2005, Laurin2007, Charrier2013] (*cf.* Chapitre IV). Il permet de prendre en compte plusieurs modes d'endommagement : la rupture de fibre et la fissuration transverse. Les résultats expérimentaux (Chapitre III) ont montré que pour le taffetas de fibres de verre et matrice époxy étudié, les premiers endommagements sont des fissures transverses qui peuvent être accompagnées de décohésions en pointe de fissure (Figure V.1). De petites zones de plastification de la matrice sont également observées mais ne seront pas étudiées dans ce travail. Puisque le toron est isotrope transverse, les modes de fissuration transverse et hors plan peuvent être regroupés en un seul critère (Eq V.1).

$$f = \left(\frac{\langle\sigma_N\rangle_+}{Y_T}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{LT}}{S_{LT}^R(1-p_{LT}\sigma_N)}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{TT}}{S_{TT}^R(1-p_{TT}\sigma_N)}\right)^2 \qquad \text{(Eq V.1)}$$

L'indice L désigne la direction des fibres dans le repère local du toron et les indices N et T désignent les directions définissant le plan d'isotropie transverse (N désigne la direction orthogonale au plan de fissure).

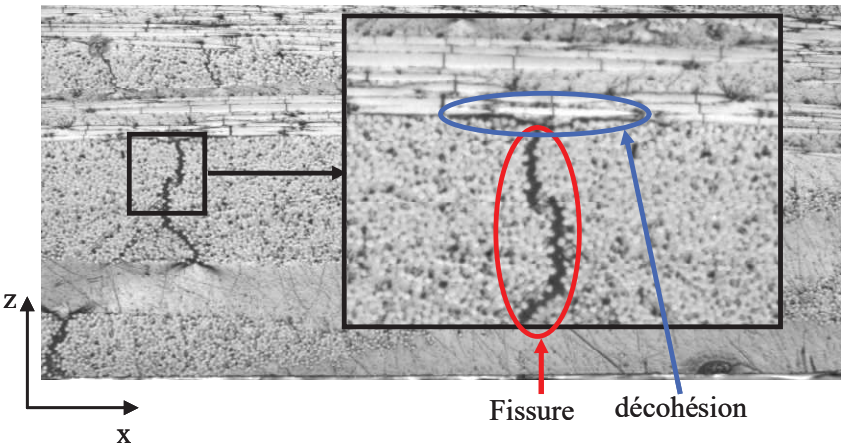


Figure V.1 : Mécanismes d'endommagement observés expérimentalement sur la tranche de l'éprouvette TI0-2.

La signification et les valeurs des différents paramètres ont été présentées dans le chapitre précédent (Section IV.3.6). Le critère en contrainte est atteint dès lors que $f>1$.

V.2.1.2 Modélisation de l'endommagement dans une CER

Le chapitre précédent a mis en évidence la nécessité de décrire correctement la méso structure du composite dans la CER afin de bien capter les champs locaux de déformation, qui influencent l'amorçage et l'évolution de l'endommagement dans le matériau. On peut toutefois s'interroger sur la validité de la modélisation de l'endommagement dans une CER. En effet, l'hypothèse de périodicité de la CER implique aussi l'hypothèse de périodicité de l'endommagement dans le matériau. Cette hypothèse est en partie soutenue par les observations expérimentales au microscope sur tranche (Chapitre III). En effet, une régularité de l'endommagement dans le matériau a été observée, avec une répétition de la majeure partie des zones endommagées suivant l'architecture presque périodique du matériau. Quelques fissures isolées ont également été observées, mettant en évidence une certaine variabilité de l'endommagement.

La présence des fissures isolées peut être due à la variabilité de l'architecture du renfort. En effet, Olave *et al.* [2012] ont mis en évidence la variabilité géométrique autour du motif périodique de l'architecture du renfort. La variabilité dans l'architecture du renfort de quatre couches de taffetas étudié a été évaluée au chapitre précédent à partir d'une observation au tomographe. Une possibilité pour prendre en compte la variabilité géométrique du renfort dans la modélisation est d'extraire une géométrie couvrant plusieurs CERs à partir d'observations au tomographe. Un autre moyen consiste à modéliser plusieurs CERs couvrant la variabilité géométrique observée expérimentalement et étudier l'influence de cette variabilité sur l'endommagement du matériau. Dans les deux cas, la modélisation de l'endommagement par EF avec les CERs obtenues entraîne des coûts de calculs très élevés. De telles approches nécessiteraient en outre une étude expérimentale de la variabilité ainsi qu'une étude de classification des paramètres géométriques qui influencent l'endommagement, et ne seront pas abordées dans ce travail. Bien que la démarche proposée dans ce chapitre soit tout à fait applicable à n'importe quelle CER, la méthode est donc illustrée sur une seule CER qui, en moyenne, est représentative de la géométrie réelle du renfort (voir chapitre précédent). Une seconde explication de la présence de fissures isolées est la présence de défauts locaux obtenus lors de la fabrication du matériau. Par exemple, l'injection de la matrice n'étant pas parfaite, des porosités peuvent être obtenues. La cuisson et le refroidissement après cuisson lors de la fabrication du composite peuvent entraîner l'apparition de contraintes résiduelles qui peuvent faciliter l'amorçage de l'endommagement dans certaines zones. La prise en compte de ces défauts nécessite un effort de modélisation supplémentaire. Il s'agit d'une part de modéliser l'injection de la matrice et le refroidissement après cuisson du composite. D'autre part, le maillage non endommagé de la CER doit être adapté afin de prendre en compte d'éventuelles porosités et d'évaluer leur influence sur les champs locaux et l'amorçage de l'endommagement. Ces aspects ne sont pas pris en compte dans ce travail, la matrice étant définie comme le complémentaire de l'ensemble des torons compactés.

La modélisation sous forme de CER permet de représenter une portion de matériau située au centre d'une éprouvette, puisque les conditions limites imposées supposent que la CER se répète périodiquement. L'hypothèse de périodicité est pertinente dans la longueur de l'éprouvette dont la zone utile couvre 7 CERs (en ne prenant pas en compte la variabilité dans l'architecture du renfort). En revanche, la largeur des éprouvettes (Chapitre III) ne couvre que 2,5 CERs. De plus, les observations au microscope permettant de quantifier les endommagements dans le matériau sont réalisées sur la tranche des éprouvettes. La

modélisation sous forme de CER avec des conditions limites périodiques ne permet pas de prendre en compte ces effets de bord. Il est légitime de s'interroger sur le fait que les effets de bord peuvent avoir une influence sur les champs de contraintes locaux et donc sur l'amorçage de l'endommagement.

La localisation de l'amorçage de l'endommagement ainsi que le niveau de chargement correspondant sont généralement prévus par l'utilisation d'un critère en contrainte [Zako2003, Melro2012, Daggumati2010, Lomov2007, Doitrand2015, Faes2016]. Afin d'estimer l'influence des effets de bords (dans le sens de la largeur de l'éprouvette) sur les champs de contrainte, des calculs ont été menés sur des CERs couvrant respectivement 1, 2 et 3 motifs élémentaires du renfort de fibres. Les maillages de ces CERs sont présentés en Figure V.2.

Des conditions aux limites périodiques dans le plan ont été utilisées pour la première CER (couvrant un motif élémentaire). Pour les deux autres CERs (couvrant deux et trois motifs élémentaires), les conditions périodiques ont seulement été imposées dans la direction des torons de chaîne, de sorte que les bords de la CER dans la direction des torons de trame soient libres. Un chargement de traction (correspondant à un niveau de déformation moyenne de $E_{xx} = 4.3 \cdot 10^{-3}$) dans la direction des torons de chaîne est imposé. Les faces supérieures et inférieures des CERs sont laissées libres, comme lors d'un essai de traction.

Les figures V.3 à V.6 présentent, pour deux torons de trame des 3 CERs, les champs de contrainte transverse et du critère en contrainte. On peut tout d'abord noter que la forme générale des champs de contrainte est très similaire pour les trois CERs, malgré les différences de conditions limites appliquées. Les valeurs des extrema de contrainte transverse dans le repère local du premier toron (Figure V.3 et Figure V.4) sont données en Tableau V.1. En complément, la densité d'énergie élastique obtenue avec les 3 CERs est également renseignée. Des écarts inférieurs à 0.2% sont obtenus entre les trois cas.

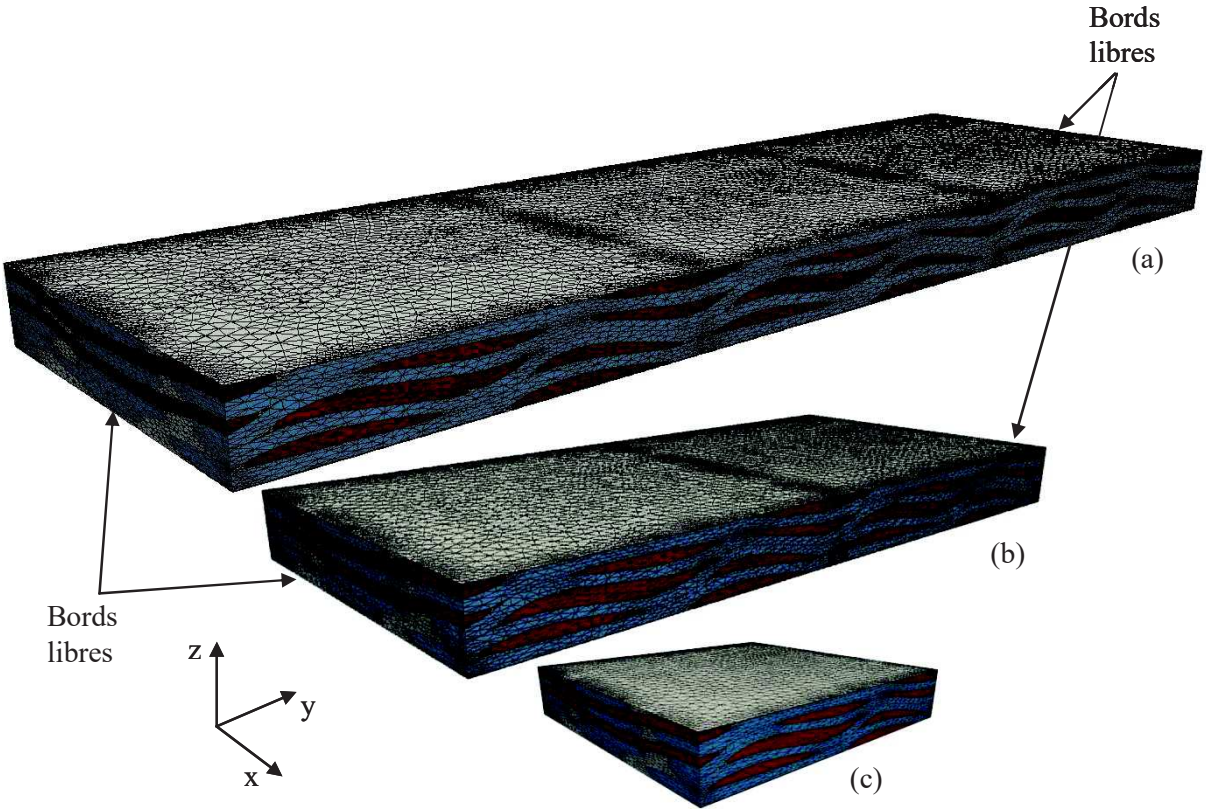


Figure V.2 : Maillages des CERs couvrant (a) trois, (b) deux et (c) un motifs élémentaires.

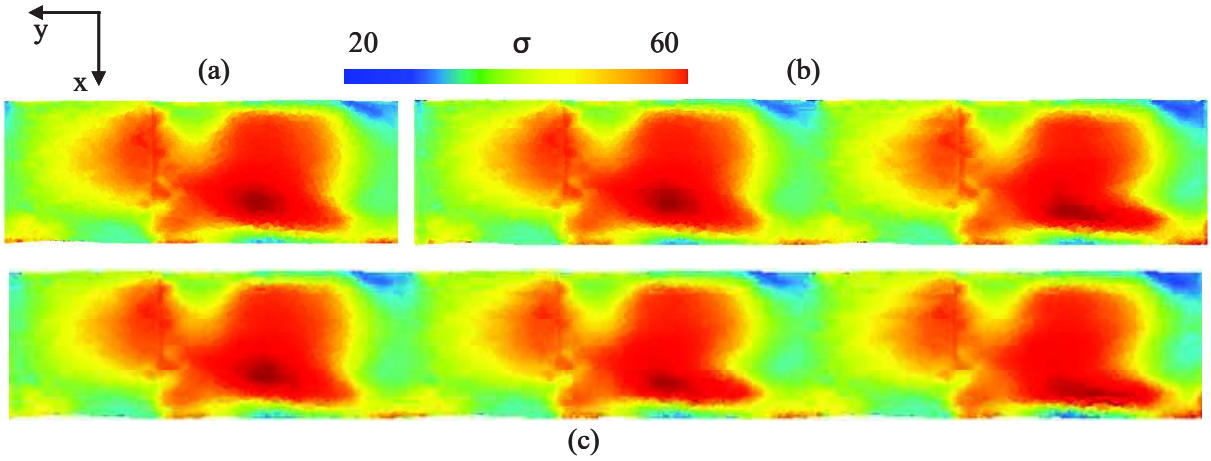


Figure V.3 : Champs de contrainte transverse dans un toron de trame obtenus avec des CERS couvrant (a) un, (b) deux et (c) trois motifs élémentaires.

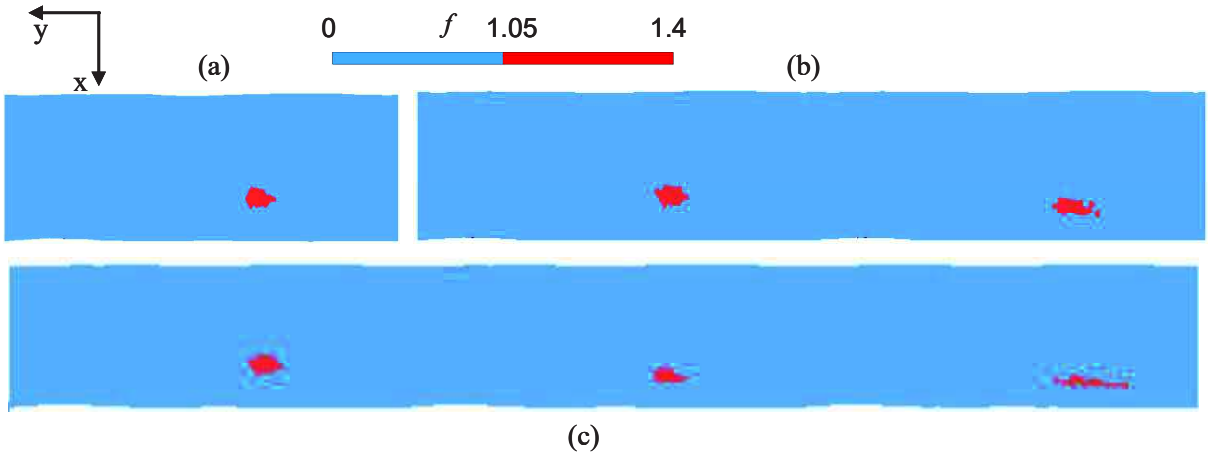


Figure V.4: Champs de critère en contrainte dans un toron de trame obtenus avec des CERs couvrant (a) un, (b) deux et (c) trois motifs élémentaires.

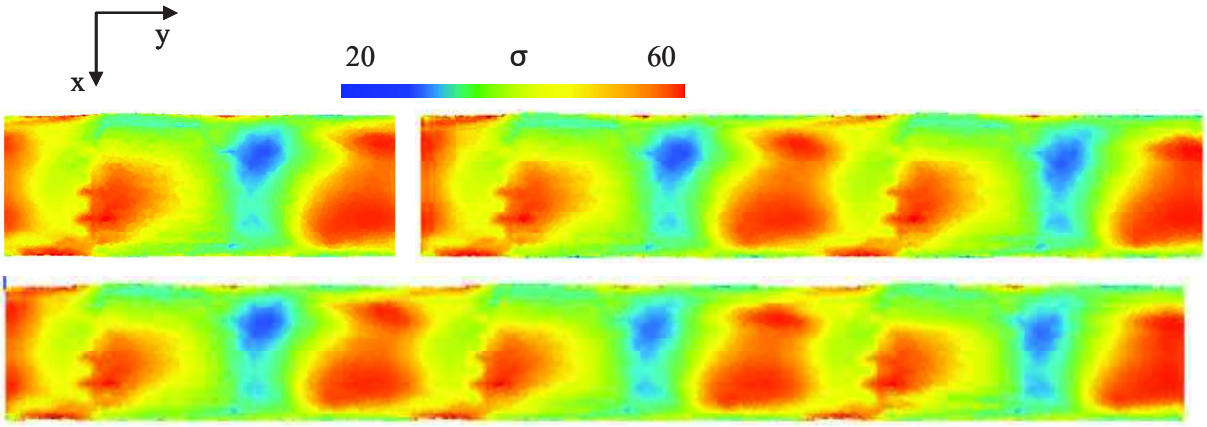


Figure V.5 : Champs de contrainte transverse dans un toron de trame obtenus avec des CERs couvrant (a) un, (b) deux et (c) trois motifs élémentaires.

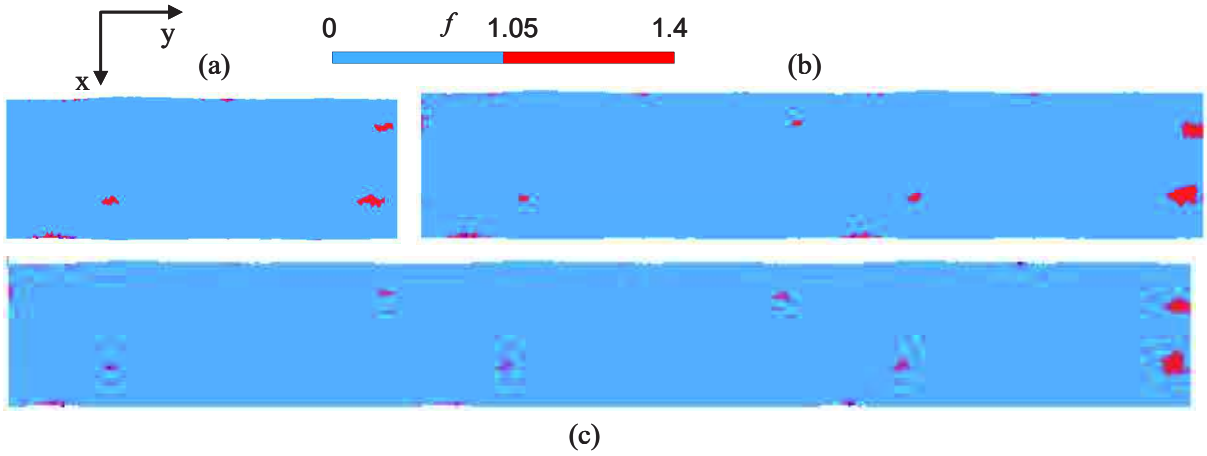


Figure V.6 : Champs de critère en contrainte dans un toron de trame obtenus avec des CERs couvrant (a) un, (b) deux et (c) trois motifs élémentaires.

		σ (MPa)	*f*	*e* (mJ/mm^3)
1CER	min	19.25	0.43	0.0191
	max	63.24	1.47	
2CERs	min	18.71	0.42	0.0191
	max	63.32	1.47	
3CERs	min	18.61	0.42	0.0191
	max	63.20	1.48	

Tableau V.1 : Extrema de contrainte transverse σ et de critère en contrainte *f*, et densité d'énergie *e*, obtenus avec les CERs couvrant un, deux et trois motifs élémentaires.

Les effets de bords semblent donc avoir une faible influence sur la distribution de contrainte dans les torons. Les différences obtenues en appliquant le critère en contrainte présenté dans le chapitre précédent (Section IV.3.6) sont également assez faibles. Dans le cas du premier toron (Figure V.3 et Figure V.4), les maxima du critère sont localisés dans des zones très similaires pour les trois cas et les extrema du critère sont également similaires. Pour le second toron, (Figure V.5 et Figure V.6), les maxima du critère sont également localisés dans des zones très similaires pour les trois cas. Le maximum situé proche du bord est plus élevé que les deux maxima situés loin des bords. Un léger effet de bord, tendant à augmenter légèrement les maxima proches des bords, est observé. La forme des zones où le critère en contrainte est atteint est légèrement différente proche des bords (Figure V.6). L'effet de bord est le plus important pour des zones de maximum de critère en contrainte proches des bords. Cependant, les valeurs des maxima sont très similaires dans les trois cas, ce qui montre que l'influence de l'effet de bord sur les contraintes et le critère en contrainte est relativement faible.

En conclusion, bien que les conditions aux limites périodiques appliquées aux bords de la CER permettent de représenter une portion de matériau située loin des bords d'une éprouvette, ces conditions permettent d'obtenir une localisation et des niveaux de maxima locaux de contraintes proches de ceux obtenus en prenant en compte la totalité de la largeur de l'éprouvette. La légère augmentation du niveau de contrainte local au niveau des maxima situés proches des bords reste relativement faible et ne change pas leur localisation.

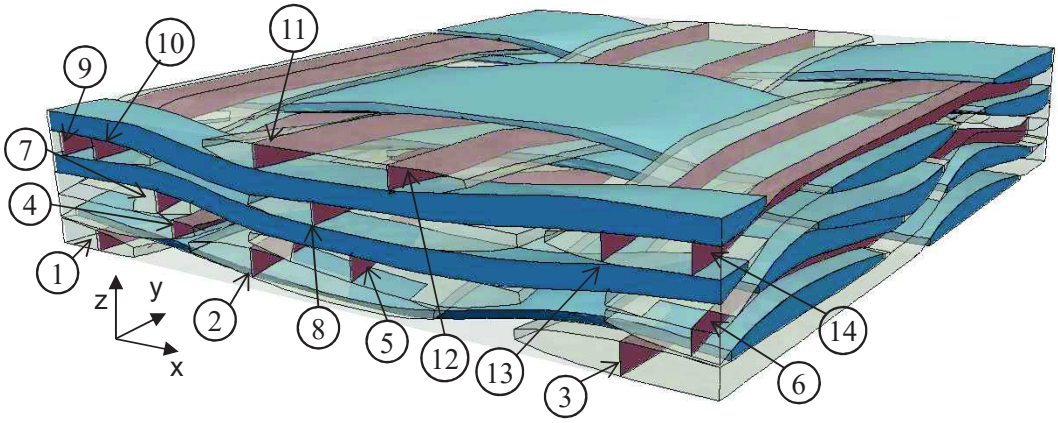


Figure V.7 : CER endommagée contenant 14 fissures localisées par le critère en contrainte.

V.2.1.3 Localisation de l'endommagement

L'objet de cette section est d'évaluer la pertinence de l'utilisation du critère en contrainte présenté en section V.2.1.1 pour localiser les fissures dans le composite. Pour cela, des localisations possibles de fissures ont été déterminées à partir des maxima de critère en contrainte dans les torons. A partir de ces positions, les fissures sont supposées traverser toute la longueur et toute l'épaisseur du toron. Obert *et al.* [2014] ont justifié une telle hypothèse par le fait que la densité locale d'énergie est presque uniforme le long d'un toron d'un composite tissé 2D. Une illustration de la CER fissurée contenant 14 fissures (ce qui correspond à la densité de fissures obtenue expérimentalement juste avant la rupture finale de l'éprouvette) est présentée en Figure V.7. Les localisations des fissures obtenues avec le critère en contrainte sur le bord de la CER sont comparées à des observations au microscope (chacune correspondant à une CER) sur la tranche de l'éprouvette TI0-2 (Figure V.8). La majeure partie des zones d'endommagement prévue avec le critère en contrainte est similaire aux zones endommagées observées expérimentalement. Les observations expérimentales (Section III.4.1) et les résultats obtenus en Section V.2.1.2 semblent indiquer que l'influence des effets de bords (non pris en compte dans la modélisation sous forme de CER) sur la localisation de l'endommagement est relativement faible, et qu'ils ne sont donc pas à l'origine des différences obtenues entre le modèle et les positions déterminées expérimentalement.

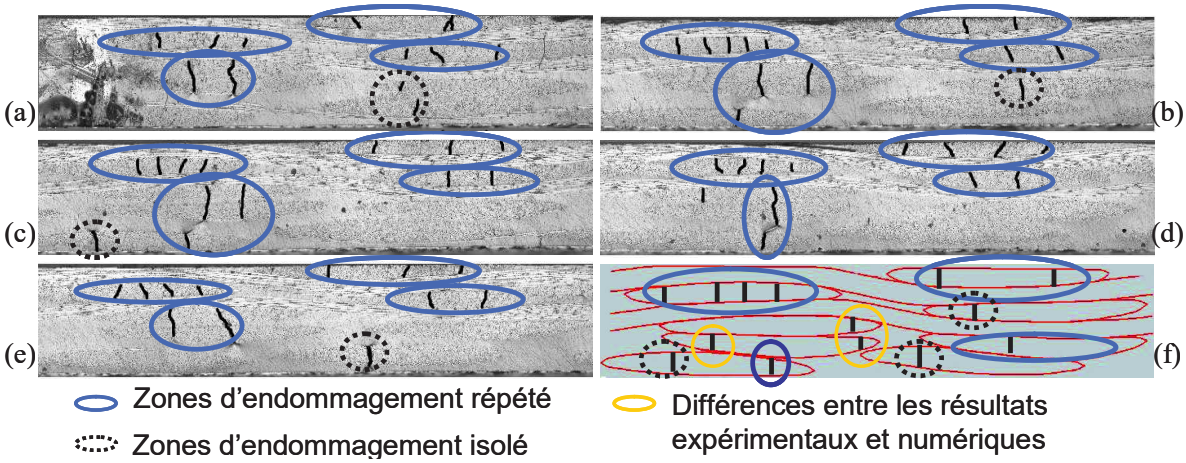


Figure V.8 : Comparaison entre les localisations des fissures prévues par le critère de rupture en contrainte et les observations expérimentales sur la tranche de l'éprouvette.

Ces différences peuvent être expliquées par la présence potentielle de défauts dans le matériau, ou par la variabilité dans l'architecture du renfort, qui ne sont pas pris en compte dans le modèle. Malgré ces légères différences, le critère en contrainte donne une estimation raisonnable des positions des fissures dans le composite. L'analyse proposée dans les sections V.2 et V.3 est alors menée pour des fissures localisées par les maxima du critère en contrainte. Une comparaison de la localisation de l'endommagement avec le critère en contrainte seul et avec le critère couplé (en contrainte et en énergie) est proposée en Section V.4.1.

V.2.2 Critère en énergie

La condition en énergie du critère couplé s'obtient en faisant un bilan entre les énergies avant et après l'amorçage d'une fissure d'aire ΔS (Eq V.2).

$$\Delta W + \Delta W_k + G^c \Delta S = 0 \qquad \text{(Eq V.2)}$$

Avec :

- ΔW la différence d'énergie potentielle entre les deux états
- ΔW_k la différence d'énergie cinétique
- $G^c \Delta S$ l'énergie nécessaire à l'amorçage de la fissure (G^c étant le taux de restitution d'énergie critique du matériau).

Sous l'hypothèse que l'état avant l'amorçage de la fissure est quasi-statique, aucune énergie cinétique n'est disponible avant l'amorçage. Ainsi, la condition $\Delta W_k \geq 0$ permet d'obtenir la condition en énergie du critère couplé:

$$-\Delta W \geq G^c \Delta S \qquad \text{(Eq V.3)}$$

La condition en énergie compare la différence entre l'énergie potentielle d'un état sain *W(0)* et d'un état endommagé *W(d)* à l'énergie nécessaire à l'amorçage d'une fissure décrite par le jeu de paramètres *d* et d'aire ΔS **(**Eq V.4**)**.

$$-\Delta W = W(0) - W(d) = \Delta S h E^{eq} A(d) \varepsilon^2 \geq G^c \Delta S \qquad \text{(Eq V.4)}$$

Sous l'hypothèse d'élasticité, les énergies potentielles des matériaux sains et fissurés (et donc leur différence ΔW) sont proportionnelles au carré de la déformation imposée ε. La fonction adimensionnée $A : d \rightarrow A(d)$ est le taux de restitution d'énergie normalisé [Martin2001, Carrère2015] et ne dépend que de la géométrie de la CER et des paramètres *d* décrivant la fissure. E^{eq} et *h* sont des paramètres spécifiques au matériau qui permettent d'adimensionner la fonction *A,* les valeurs de *h* et E^{eq} n'ont pas d'influence sur le résultat final. Le module élastique équivalent E^{eq} peut être choisi égal au module transverse des torons, et *h* est une dimension caractéristique de la géométrie (par exemple l'épaisseur de l'éprouvette). Le taux de restitution d'énergie normalisé *A* peut être déterminé par une méthode de surface de réponse de la différence d'énergie potentielle ΔW aux paramètres $(d_1,\ldots,d_n)$. Les énergies potentielles des états sains et endommagés peuvent être obtenues à partir de calculs par EF sur les CER correspondantes. Afin d'amorcer une fissure décrite par le jeu de paramètres *d*, la différence d'énergie potentielle doit être supérieure ou égale à l'énergie nécessaire à l'ouverture de la fissure, $G^c \Delta S$. La déformation à l'amorçage en fonction des paramètres décrivant la fissure déterminée par la condition en énergie du critère couplé est donnée dans l'équation **(**Eq V.**5)**.

$$\varepsilon^{c}_{energy} = \sqrt{\frac{G^{c}}{hE^{eq}A(d)}} \qquad \text{(Eq V.5)}$$

La configuration qui minimise la déformation à l'amorçage **(**Eq V.5**)** est celle qui sera remplie en premier lors d'un chargement en déformation. C'est donc cette configuration qui va amorcer. Les paramètres utilisés dans la suite de ce travail pour calculer la condition en énergie du critère couplé sont donnés dans le Tableau V.2. Le taux de restitution d'énergie critique des torons n'étant pas connu, une valeur tirée de la littérature sur un matériau similaire (fibres de verre et matrice époxy) a été choisie [Benzeggagh1996].

E^{eq}	h	G^{c}
GPa	mm	N/mm
9.79	1.68	0.118

Tableau V.2: Paramètres matériaux utilisés dans le critère couplé

En pratique, la condition en énergie du critère couplé nécessite plusieurs calculs en faisant varier les paramètres décrivant la fissure, *d*. Le calcul de la condition en énergie du critère couplé nécessite alors la modélisation de fissures dans la CER, ce qui fait l'objet de la section suivante.

V.2.3 Modélisation discrète de l'endommagement

V.2.3.1 Méthode d'insertion discrète de l'endommagement dans une CER

La méthode choisie pour modéliser l'endommagement dans la CER est l'insertion discrète de fissures, effectuée avec le logiciel Z-Cracks [Chiaruttini2013]. Cet outil a initialement été développé pour modéliser la propagation de fissure dans les matériaux métalliques [Li2014, Proudhon2016], et l'algorithme d'insertion de fissure dans un maillage EF a été adapté afin de l'appliquer au cas des composites tissés. L'insertion discrète de fissures consiste à adapter localement le maillage de la CER non endommagée afin d'y intégrer la surface de la fissure. Un algorithme d'intersection de maillages est utilisé pour insérer les fissures de manière discrète dans le maillage volumique non endommagé. Le processus d'insertion de l'endommagement se décompose en plusieurs étapes :

- Maillage de la géométrie de la fissure
- Raffinement local du maillage non endommagé à proximité de la fissure
- Intersection du maillage volumique par le maillage surfacique de la fissure
- Raffinement local du maillage fissuré
- Ouverture de la fissure par dédoublement de nœuds

La première étape consiste à créer un maillage surfacique représentant la géométrie de la fissure à insérer dans la CER. Dans le cas où la fissure présente de fortes courbures, il est nécessaire d'avoir un maillage assez fin afin de bien représenter ces spécificités géométriques. Un remaillage local de la fissure est ensuite effectué, ce qui permet de raffiner le maillage proche du front de la fissure et dans les zones de fortes courbures. La taille de maille est alors minimale (valeur prescrite par l'utilisateur) au niveau des fronts de fissures et augmente jusqu'à une taille maximale donnée par l'utilisateur pour des éléments éloignés du front. Le

maillage de la CER non endommagée est ensuite raffiné à proximité de la zone dans laquelle va être insérée la fissure. Cette opération est menée afin de faciliter l'étape suivante d'intersection du maillage de la CER et du maillage de la fissure. Les erreurs numériques rendent l'opération d'intersection difficilement réalisable de manière robuste sur des maillages complexes. La méthode utilisée consiste à approximer la surface de la fissure à partir de la topologie du maillage initial, ce qui rend l'opération beaucoup plus robuste. Si la surface de la fissure est complexe, il est alors nécessaire que le maillage initial non endommagé soit raffiné proche de la zone où est insérée la fissure. Cette étape peut être effectuée sur le maillage complet, ou seulement sur un sous domaine du maillage afin de réduire la durée de l'algorithme. Considérons l'exemple d'une fissure qui est insérée dans un ensemble d'éléments E1 du maillage (Figure V.9a). Définissons $E1^{ext}$ comme l'ensemble des éléments du maillage qui sont adjacents à l'ensemble E1 (Figure V.9c), et E2 l'ensemble des éléments ne faisant partie ni de E1, ni de $E1^{ext}$ (Figure V.9b). Ces trois ensembles vérifient $E1 \cap E2 = \emptyset$, $E1^{ext} \cap E2 = \emptyset$, $E1^{ext} \cap E1 = \emptyset$ et $E1 \cup E2 \cup E1^{ext} = E$, où E est l'ensemble des éléments du maillage. En s'assurant que l'interface entre E2 et $E1^{ext}$ reste exactement préservée durant le remaillage, il est possible d'appliquer l'algorithme d'intersection de maillage seulement sur l'ensemble d'éléments $E1 \cup E1^{ext}$, et de fusionner ensuite l'ensemble d'éléments résultant du remaillage de $E1 \cup E1^{ext}$ avec E2 pour obtenir le maillage complet contenant la fissure. L'utilisation du remaillage d'un sous domaine seulement permet un gain de temps significatif puisque la majeure partie de la CER n'est pas modifiée lors du remaillage. Par exemple, l'insertion d'une fissure dans un toron d'une CER de composite tissé contenant 6 torons et le complémentaire matrice (soit environ 70000 éléments) peut être menée en remaillant seulement le toron sélectionné (soit environ 8000 éléments). Une fois l'intersection des maillages effectuée, un remaillage local est mené afin de raffiner le maillage au niveau des fronts de fissures. Cela permet d'éviter les éléments de mauvaise qualité dus à l'intersection des maillages. Enfin, la dernière étape consiste à ouvrir la fissure en dédoublant les nœuds situés sur les deux lèvres de la fissure. Un maillage de la CER contenant une fissure est alors obtenu.

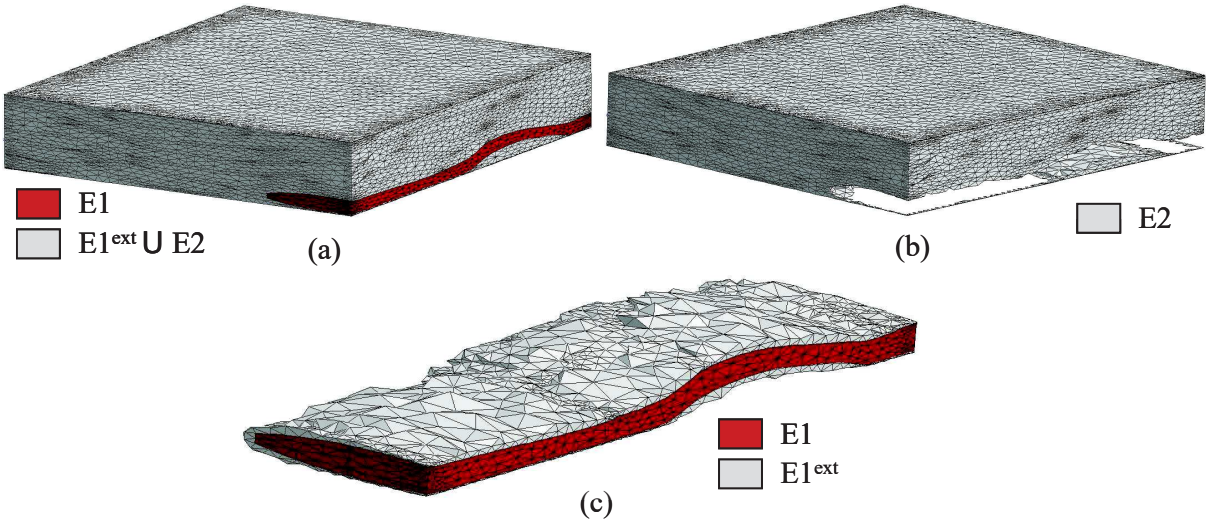


Figure V.9 : Ensemble d'éléments définis pour le remaillage local de la CER (a). Le remaillage est effectué seulement dans un sous domaine $E1 \cup E1^{ext}$ (c), le complémentaire de ce sous domaine E2 (b) n'étant pas remaillé et l'interface entre les deux ensembles d'éléments étant strictement conservé lors du remaillage.

V.2.3.2 Modélisation des mécanismes d'endommagement observés expérimentalement

Les observations expérimentales ont mis en évidence deux mécanismes d'endommagement principaux dans le matériau composite tissé étudié : la fissuration transverse et les décohésions en pointe de fissure (Figure V.1). L'algorithme d'intersection de maillages présenté dans la section précédente permet de modéliser ces deux mécanismes d'endommagement au sein de la CER. La modélisation d'une fissure transverse dans un toron nécessite tout d'abord la génération d'un maillage de la fissure afin d'appliquer l'opération d'intersection de maillages. Il n'y a, à priori, pas de limitations quant à la forme de la fissure à insérer dans la CER. Deux exemples d'insertion d'une fissure en forme d'ellipse (Figure V.10a) et de rectangle (Figure V.11a) dans un toron (Figure V.10b et Figure V.11b) ainsi que le résultat de l'intersection de ces maillages (Figure V.10c et d et Figure V.11c et d) sont présentés en Figure V.10 et Figure V.11. La modélisation de la décohésion en pointe de fissure s'appuie sur la topologie initiale du maillage, et en particulier sur le fait que les maillages utilisés sont conformes aux interfaces entre les torons et entre les torons et la matrice (Chapitre IV, [Grail2013]). Ainsi, il est suffisant de remailler les interfaces afin de décrire la géométrie du front de la décohésion pour ensuite dédoubler les nœuds à l'interface et ouvrir la décohésion en pointe de fissure. Le front de la décohésion est obtenu grâce à l'algorithme d'intersection de maillages décrit dans la section précédente. Une étape de remaillage permet d'imposer une taille d'élément minimale au niveau du front de la décohésion. Une fois le front de décohésion défini, les nœuds au niveau de l'interface sont dédoublés et un maillage de la CER contenant une décohésion est obtenu. Les figures Figure V.12 et Figure V.13 montrent des exemples de description des fronts de décohésions de forme elliptique et rectangulaire et les maillages des décohésions en pointe de fissure intra-toron résultants.

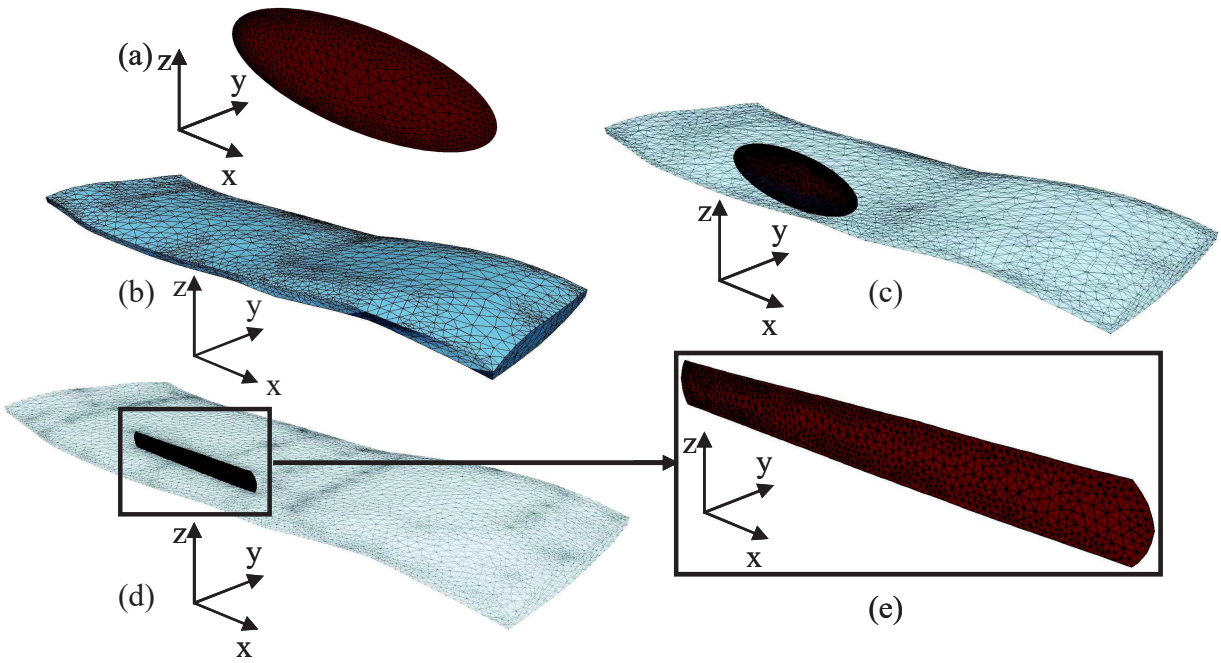


Figure V.10 : Insertion d'une fissure de forme elliptique (a) dans le maillage d'un toron (b). Intersection des deux maillages (c et d) et (e) maillage de la fissure intra-toron résultante après remaillage.

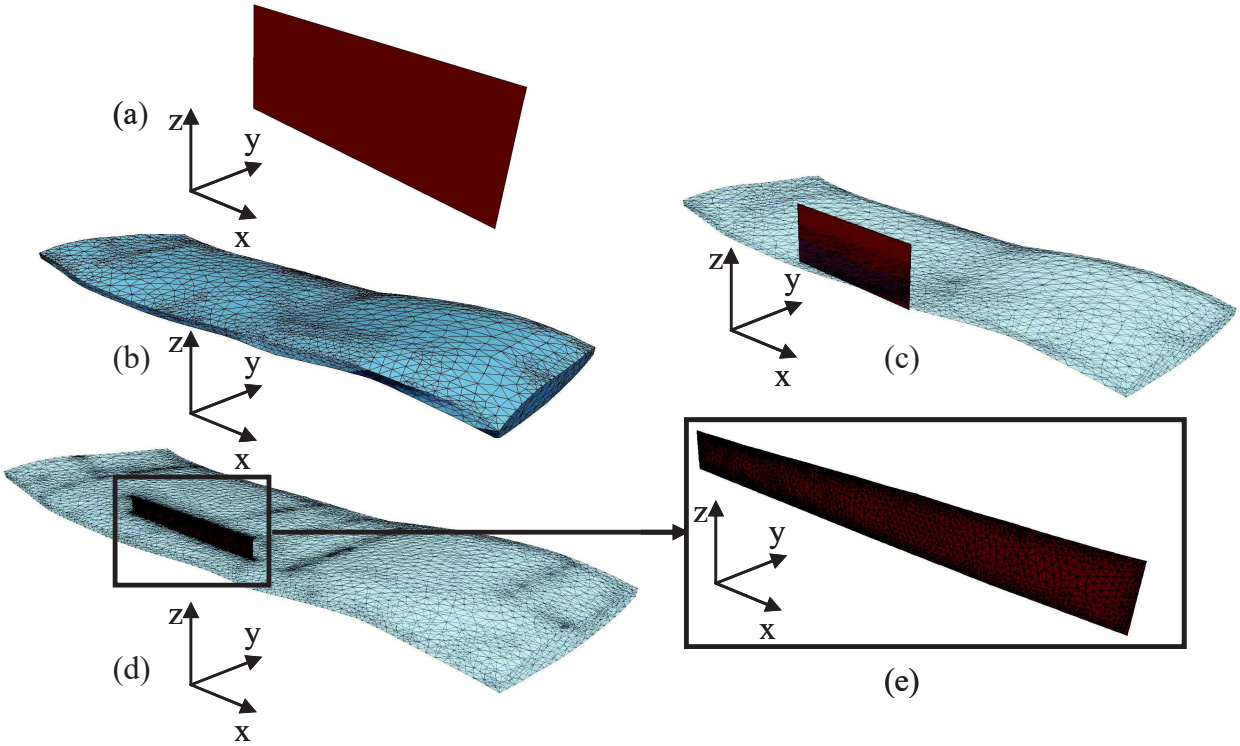


Figure V.11 : Insertion d'une fissure de forme rectangulaire (a) dans le maillage d'un toron (b). Intersection des deux maillages (c et d) et (e) maillage de la fissure intra-toron résultante après remaillage.

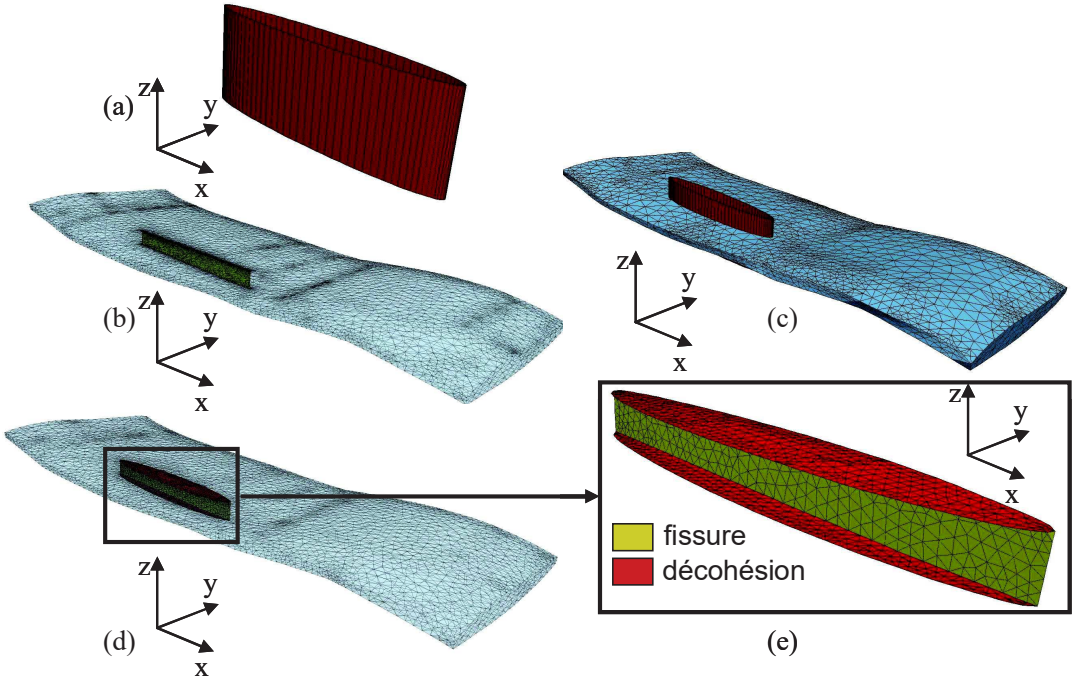


Figure V.12 : Insertion d'une décohésion de forme elliptique (a) en pointe de fissure dans le maillage d'un toron fissuré (b). Définition du front de décohésion par intersection des deux maillages (c et d) et (e) maillage de la fissure intra-toron et de la décohésion.

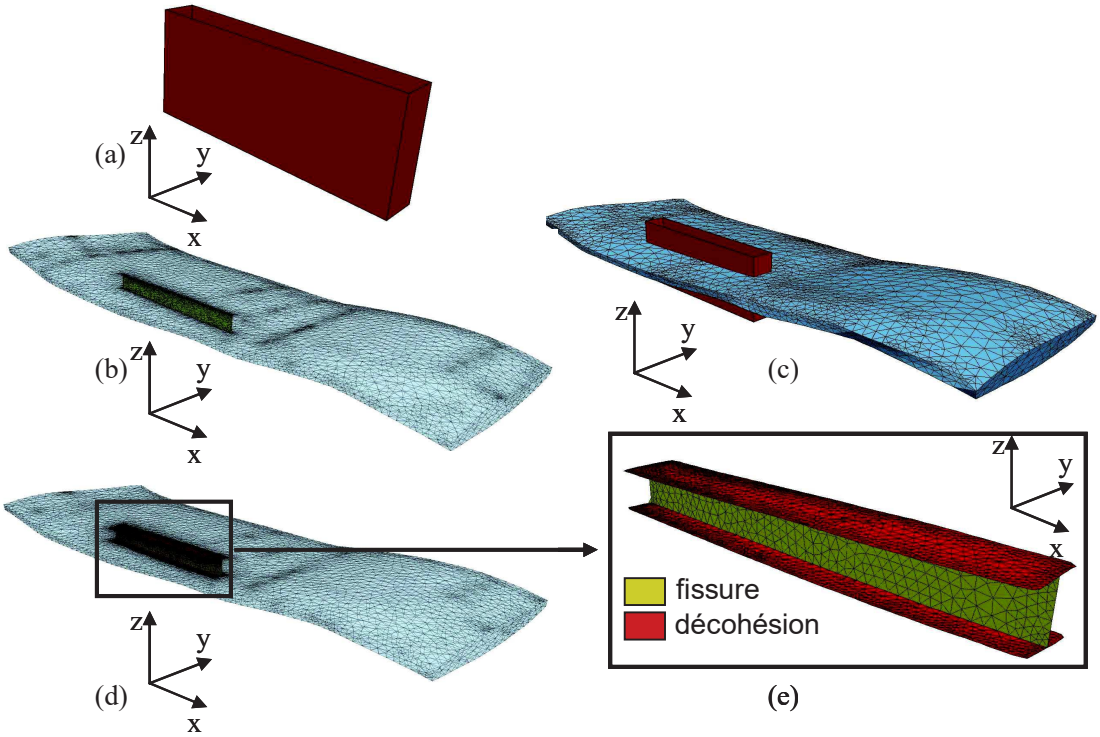


Figure V.13 : Insertion d'une décohésion de forme rectangulaire (a) en pointe de fissure transverse dans le maillage d'un toron fissuré (b). Définition du front de décohésion par intersection des deux maillages (c et d) et (e) maillage de la fissure intra-toron et de la décohésion en pointe de fissure.

V.2.3.3 Outil d'insertion de fissures : Du maillage de la fissure au calcul par EF

L'outil décrit dans la section précédente est utilisé pour générer les maillages des CERs endommagées à partir du maillage d'une CER non endommagée et de la description de la topologie des fissures à insérer. Ainsi, des calculs par EF peuvent être menés pour déterminer les énergies potentielles des CERs saines et fissurées, et ainsi calculer la condition en énergie du critère couplé. Cette section décrit le fonctionnement et l'utilisation de l'outil d'insertion de fissures.

- *Données d'entrée*

L'outil proposé nécessite un fichier d'entrée contenant la description du maillage sain et de la topologie des fissures. Mis à part la mise en donnée du fichier à remplir par l'utilisateur, l'approche a été complètement automatisée, ce qui la rend assez simple d'utilisation. La mise en donnée du fichier d'entrée est présentée ci-dessous. L'utilisateur doit indiquer des données concernant (i) le maillage dans lequel les fissures doivent être insérées, (ii) la topologie des fissures à insérer et (iii) les tailles de maille choisie pour les étapes de remaillage. Un schéma représentatif des paramètres décrivant les fissures insérées dans le toron est présenté en Figure V.14. A partir du fichier d'entrée, l'insertion de fissures dans les maillages indiqués est effectuée et permet la génération des maillages de sortie contenant les fissures correspondantes. Par exemple, la procédure peut être utilisée pour insérer plusieurs fissures dans le même maillage de départ (initial_mesh_i = cracked_mesh_i-1 pour i>1), ou encore pour insérer plusieurs fissures dans plusieurs maillages différents.

xmin	*xmin*			Dimensions de la CER
xmax	*xmax*			
ymin	*ymin*			
ymax	*ymax*			
zmin	*zmin*			
zmax	*zmax*			
nbWarps	*nbWarps*			Nombre de torons de chaîne et de trame
nbWefts	*nbWefts*			
min_size	*min_size*			Tailles de maille minimales et maximales
max_size	*max_size*			
nbcracks	*N*			Nombre de fissures à insérer
initial_mesh	*initial_mesh_1*	…	*initial_mesh_N*	Noms des maillages d'entrée et de sortie
cracked_name	*cracked_mesh_1*	…	*cracked_mesh_N*	
elset	*elset_1*	…	*elset_N*	Groupe d'éléments fissurés
plane_posx	*plane_posx_1*	…	*plane_posx_N*	Coordonnées du centre de la fissure
plane_posy	*plane_posy_1*	…	*plane_posy_N*	
plane_posz	*plane_posz_1*	…	*plane_posz_N*	
taillexy	*taillexy_1*	…	*taillexy_N*	Dimensions de la fissure
taillez	*taillez_1*	…	*taillez_N*	
normalx	normalx _*1*	…	normalx _*N*	Composantes du vecteur normal au plan de fissure
normaly	normaly _*1*	…	normaly _*N*	
normalz	normalz _*1*	…	normalz _*N*	
décohesion	*decohesion_1*	…	*decohesion_N*	Longueur de décohésion

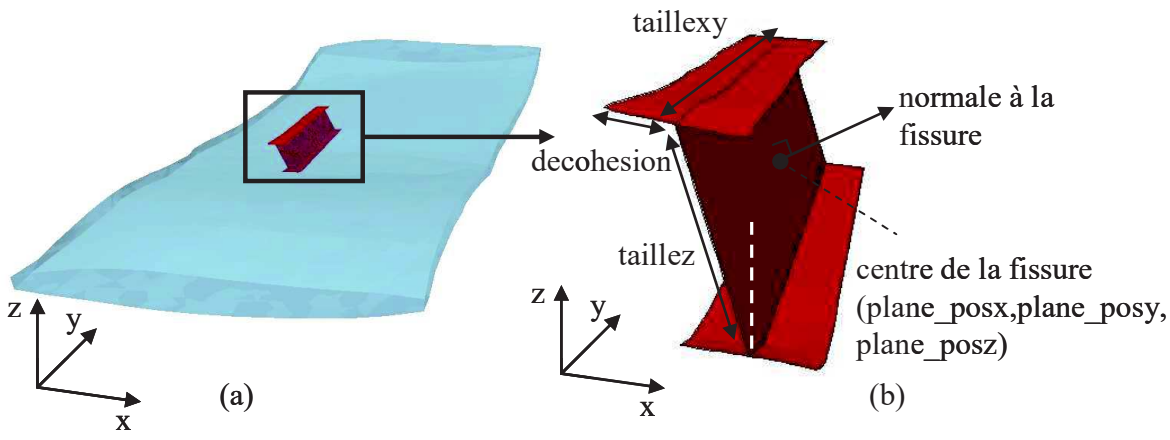


Figure V.14 : (a) Fissure insérée dans un toron de trame. (b) Schéma représentatif des paramètres décrivant la fissure.

- *Gestion des ensembles de nœuds pour l'application des conditions aux limites périodiques*

Comme expliqué dans le chapitre IV, des conditions aux limites périodiques sont appliquées au contour de la CER pour les calculs par éléments finis. Dans le cas de maillages contenant une fissure, des précautions sont nécessaires pour une bonne application de ces conditions limites. Il s'agit tout d'abord d'assurer que le maillage soit périodique. La périodicité des maillages fissurés est assurée par l'outil d'insertion de fissures développé. Dans le cas où la fissure insérée n'est pas débouchante, c'est-à-dire que l'intersection de la fissure et des faces extérieures de la CER est vide, les mêmes conditions aux limites périodiques que dans le cas d'une CER saine sont appliquées. Le cas d'une fissure débouchante (Figure V.15a) est un peu plus complexe. En effet, les conditions limites périodiques consistent à appliquer une relation liant les déplacements d'une paire de nœuds correspondant sur deux faces de la CER séparées d'un vecteur de périodicité. Ces paires de nœuds sont généralement repérées à partir de leurs coordonnées. Or, au niveau des lèvres de fissures, les nœuds sont dédoublés (Figure V.15b), ce qui signifie que plusieurs ensembles de deux nœuds de la même face ont exactement les mêmes coordonnées (Figure V.15b). Il n'est donc plus possible de détecter les paires de nœuds des faces opposées simplement à partir de leurs coordonnées. Un test supplémentaire, basé sur l'appartenance des nœuds à l'une des deux lèvres de fissures, permet d'assurer que les paires de nœuds sélectionnées sont correctes.

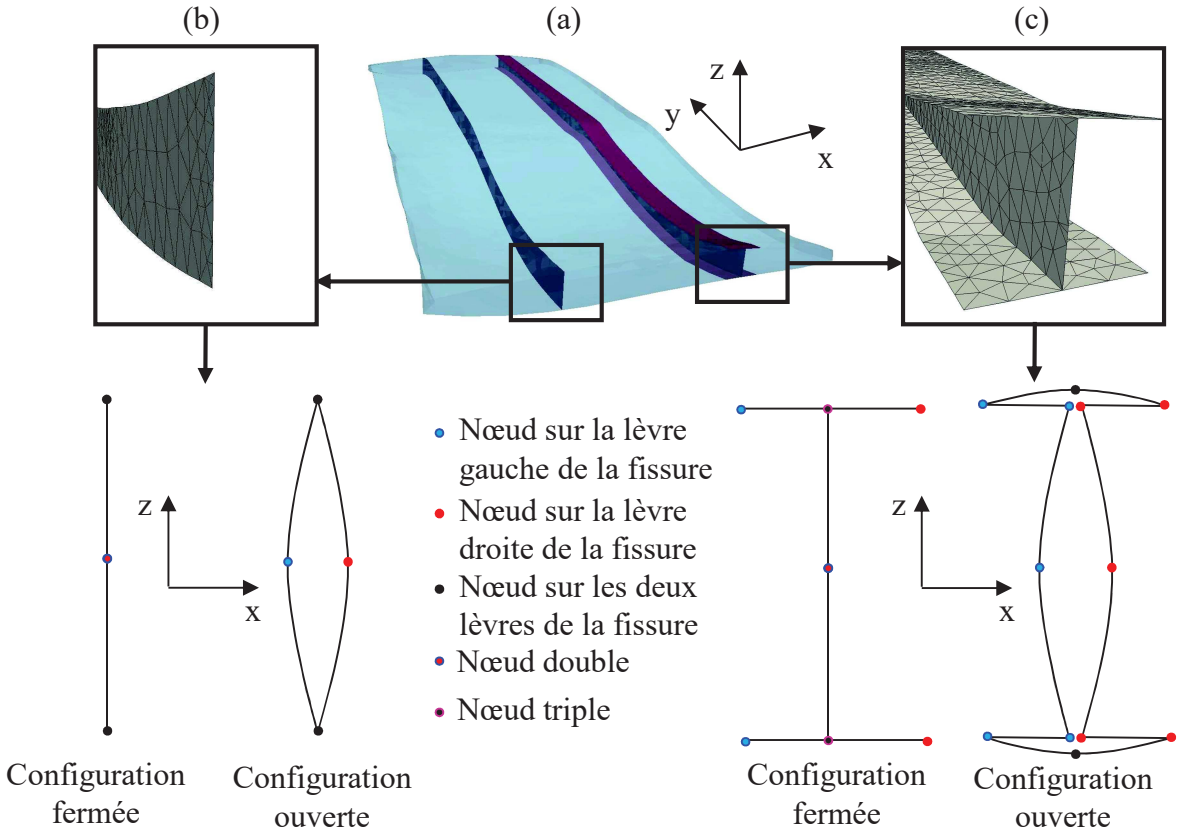


Figure V.15 : (a) Toron contenant une fissure avec décohésion et une fissure sans décohésion traversant tout le toron. Schémas représentatifs des nœuds du maillage des lèvres de la fissure en bord de CER dans le cas (c) avec et (b) sans décohésion.

Le cas d'une fissure débouchante contenant une décohésion est encore plus complexe à traiter, puisque des ensembles de 3 nœuds d'une même face ont les mêmes coordonnées (Figure V.15c). Les ensembles de nœuds permettant l'application de conditions limites périodiques cohérentes sont générés par l'outil développé, ce qui permet une application automatique des conditions aux limites périodiques.

- *Calcul par éléments finis*

Une fois les maillages des CERs fissurées obtenus, il est possible d'effectuer des calculs par EF. Les ingrédients supplémentaires nécessaires au calcul sont les propriétés matériaux des torons et de la matrice et la définition du chargement. Comme expliqué au chapitre précédent (Section IV.3.4), puisqu'un comportement élastique isotrope transverse est obtenu pour les torons, une orientation locale doit être définie en chaque point d'intégration, ce qui est fait via un script Python. L'écriture de la mise en donnée du calcul et l'exécution du calcul peuvent être automatiquement réalisées par l'outil développé.

Les outils de maillages développés à partir des fonctionnalités du logiciel Zcracks permettent la modélisation des mécanismes d'endommagement observés expérimentalement tels que les fissures intra-toron et les décohésions. Il n'y a pas de limitations à priori sur la forme de la fissure qui peut être insérée dans la cellule élémentaire représentative, ce qui rend l'approche assez flexible. Les outils développés dans la thèse permettent l'insertion automatique de fissures dans des maillages à partir de la seule description de la topologie des fissures à insérer. Les maillages fissurés obtenus peuvent être utilisés pour effectuer des calculs par éléments finis, et en particulier calculer la condition en énergie du critère couplé.

V.2.4 Convergence en maillage dans le cas de maillages fissurés

La présence d'une fissure dans la CER influence localement les champs de contrainte, puisqu'elle crée une singularité en pointe de fissure et des bords libres au niveau des lèvres de la fissure. La Figure V.16 présente l'exemple d'un champ de contrainte transverse dans un toron contenant une fissure avec ou sans décohésion. La contrainte est effectivement maximale au niveau des fronts de la fissure ou de la décohésion, et nulle au niveau des lèvres de la fissure. Une étude de sensibilité à la taille de maille utilisée lors du remaillage dû à l'insertion de la fissure doit être menée pour évaluer la convergence des maillages étudiés. 10 maillages, contenant une fissure de topologie identique (sans décohésion et perpendiculaire à la direction de chargement, *cf.* Figure V.17) et générés en variant la taille de maille minimale, sont comparés. Les caractéristiques de ces maillages, dont la taille de maille maximale est fixée à 0.2mm, sont présentées dans le Tableau V.3. Dans un premier temps, l'influence de la taille de maille sur les champs locaux de contrainte est évaluée. Pour cela, un profil de contrainte est tracé à proximité d'une fissure dans le cas des différents maillages (Figure V.17). En complément, la même analyse a été effectuée sur 10 maillages non fissurés et présentant les mêmes tailles de maille que les maillages fissurés. Les maillages fissurés et non fissurés présentent la même topologie, et ne diffèrent qu'au niveau de la fissure, où les nœuds sont dédoublés pour les maillages fissurés. Cela permet de réduire l'influence du maillage sur le calcul de la différence des énergies.

L'évolution de la contrainte le long de la ligne choisie (Figure V.17) est tracée pour les différents maillages non endommagés (Figure V.18a) et fissurés (Figure V.18b). Dans le cas de la CER non endommagée, la forme générale des profils de contrainte est relativement similaire pour tous les maillages. Pour les maillages non fissurés, la valeur de la contrainte au niveau du maximum local (x = 1.125 mm) varie entre 41.1 MPa pour le maillage le plus grossier et 44.85 MPa pour le maillage le plus fin, soit environ 8% d'écart.

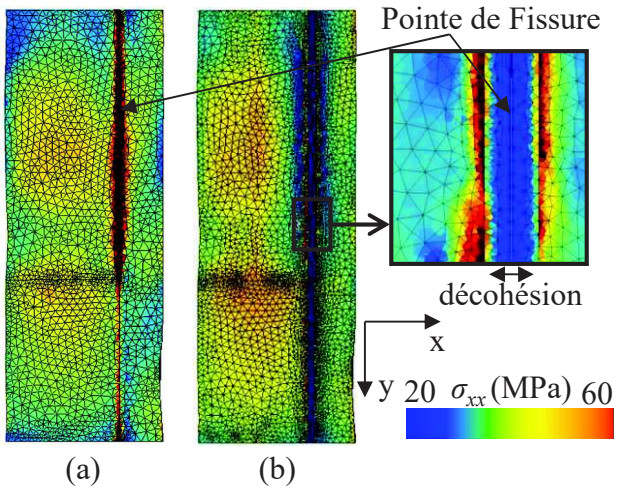


Figure V.16 : Champs de contrainte transverse sous un chargement de traction dans la direction des torons de chaîne dans un toron de trame contenant une fissure intra-toron (a) sans et (b) avec décohésion en pointe de fissure.

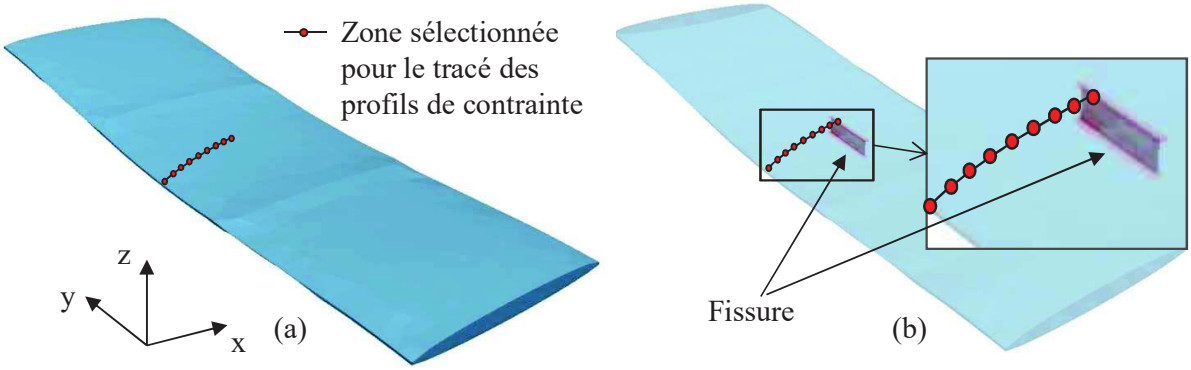


Figure V.17 : Zone sélectionnée pour tracer les profils de contrainte dans un toron (a) non endommagé et (b) fissuré pour différentes tailles de maille.

Maillage	Taille de maille min (mm)	Nombre de nœuds	Nombre d'éléments	ΔE_{11} (MPa)	$\Delta\nu_{12}$
1	$0.5\cdot10^{-3}$	738442	540233	14.33	$5.54\cdot10^{-2}$
2	$1.0\cdot10^{-3}$	505517	368163	14.27	$6.36\cdot10^{-2}$
3	$3.0\cdot10^{-3}$	337626	244238	14.14	$6.25\cdot10^{-2}$
4	$8.0\cdot10^{-3}$	279565	201204	13.96	$6.63\cdot10^{-2}$
5	$1.0\cdot10^{-2}$	269275	193617	13.85	$6.64\cdot10^{-2}$
6	$3.0\cdot10^{-2}$	226900	162177	12.76	$8.11\cdot10^{-2}$
7	$1.0\cdot10^{-1}$	101514	68871	10.20	$10.16\cdot10^{-2}$
8	$1.5\cdot10^{-1}$	92030	61780	8.11	$13.07\cdot10^{-2}$
9	$1.8\cdot10^{-1}$	90037	60252	7.87	$12.46\cdot10^{-2}$
10	$2.0\cdot10^{-1}$	89172	59611	6.17	$14.41\cdot10^{-2}$

Tableau V.3 : Caractéristiques des différents maillages utilisés pour l'étude de convergence.

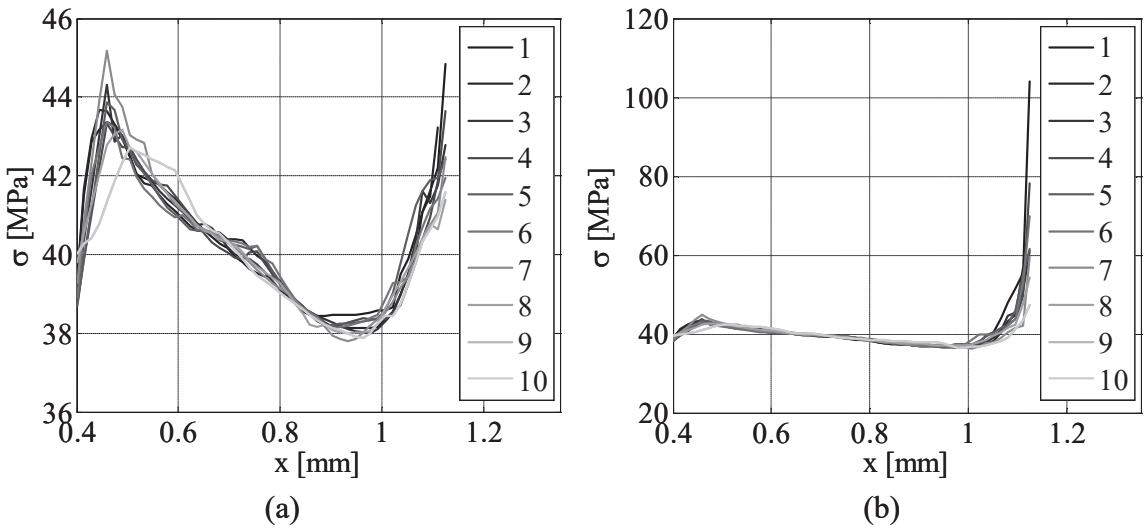


Figure V.18 : Profils de contrainte tracés le long de la zone présentée en Figure V.17 dans un toron (a) non endommagé et (b) fissuré pour différentes tailles de maille indiquées dans le Tableau V.3.

Un écart similaire est obtenu sur les valeurs du critère en contrainte. Ainsi, si le maillage utilisé n'est pas assez fin, la valeur à laquelle le critère en contrainte est atteint peut être surestimée. Dans le cas des maillages fissurés, la présence de la fissure crée une singularité. La contrainte tend donc (en théorie) vers l'infini à proximité de la fissure. Plus la taille de maille est fine, plus les points de Gauss des éléments à proximité de la fissure sont proches de la singularité. La valeur de la contrainte dans le voisinage de la fissure augmente effectivement lorsque la taille de maille diminue (Figure V.18), et varie entre 38.68 MPa pour le maillage le plus grossier et 104.1 MPa pour le maillage le plus fin. La convergence des maillages ne peut donc pas être basée sur les champs de contrainte à proximité d'une fissure.

Le calcul de la condition en énergie du critère couplé nécessite le calcul de l'énergie libérée par la présence d'une fissure. Il est donc nécessaire de mener une étude de convergence au maillage sur cette quantité. L'évolution de l'énergie des CERs saines et endommagées, ainsi que leur différence, en fonction du nombre de nœuds dans la CER, est présentée Figure V.19. L'erreur absolue commise sur la différence des énergies est beaucoup plus petite que sur les énergies $W(0)$ et $W(d)$. L'utilisation de la même topologie de maillage permet de réduire une partie de l'erreur commise sur le calcul de l'énergie, et ainsi l'influence du maillage sur le calcul de la différence des énergies. Pour des maillages contenant plus de 270000 nœuds, les écarts entre les différences d'énergie sont inférieurs à 3%. Un écart d'environ 50% sur la différence d'énergie est obtenu pour le maillage le plus grossier par rapport au maillage n°6. La différence entre les propriétés macroscopiques (module de Young longitudinal E_{11} et coefficient de Poisson dans le plan ν_{12}) obtenues avec les CERs saines et endommagées pour les différents maillages est présentée en Tableau V.3 ($\Delta E_{11} = E_{11}^{sain} - E_{11}^{endommagé}$ et $\Delta\nu_{12} = \nu_{12}^{sain} - \nu_{12}^{endommagé}$). Des écarts respectifs d'environ 50% et 100% pour la différence de module de Young longitudinal et la différence de coefficient de poisson dans le plan sont obtenus avec le maillage le plus grossier par rapport au maillage le plus fin.

En conclusion, il est nécessaire d'apporter une attention particulière à la taille de maille des maillages fissurés afin de s'assurer de la convergence des quantités calculées (énergie, propriétés homogénéisées). La taille de maille minimale des maillages utilisés pour les calculs présentés dans la suite de ce travail est 0.03mm.

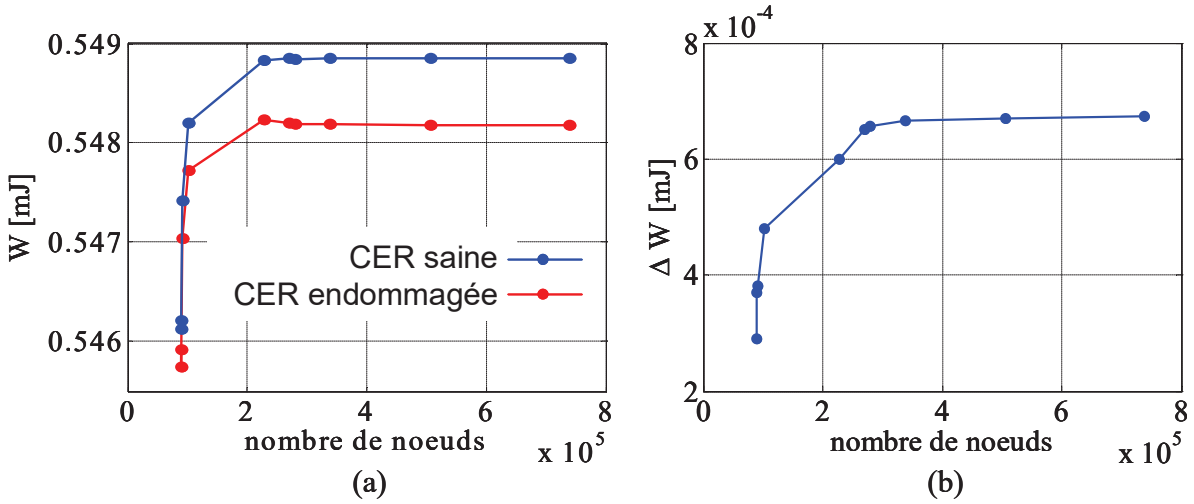


Figure V.19 : Evolution de (a) l'énergie élastique des CERs saines (en bleu) et endommagées (en rouge) et (b) de leur différence en fonction du nombre de nœuds dans le maillage de la CER.

V.3 Prévision de l'amorçage de l'endommagement

La configuration de la fissure à l'amorçage de l'endommagement peut être déterminée comme le jeu de paramètres $d = (d_1,\ldots,d_n)$ pour lequel les critères en contrainte et en énergie sont remplis et qui minimise la déformation à l'amorçage. En pratique, un seul calcul par EF élastique linéaire est nécessaire pour évaluer le critère en contrainte. Le calcul du critère en énergie nécessite plusieurs calculs par EF avec des maillages de CER endommagées avec différentes configurations de fissures (obtenues en faisant varier $(d_1,\ldots,d_n)$). Il faut noter que le maillage sain et le maillage endommagé utilisés pour calculer les énergies potentielles $W(0)$ et $W(d)$ doivent avoir exactement la même topologie afin de réduire l'influence du maillage sur la différence des énergies potentielles. La seule différence entre ces deux maillages est due au dédoublage des nœuds au niveau de la fissure dans le maillage endommagé.

V.3.1 Hypothèses sur la configuration des fissures

Le critère couplé présenté dans la section précédente est utilisé dans cette section afin de déterminer la configuration d'une fissure à l'amorçage de l'endommagement. Dans le cas d'une simulation 2D et en présence d'une singularité géométrique, la fissure n'est décrite que par deux paramètres, sa longueur et sa direction. Cependant, si l'on considère un cas d'application en trois dimensions, une infinité de configurations sont possibles pour décrire le front de fissure. Ce problème a déjà été soulevé par Weißgraeber *et al.* [2016]. Puisque la forme de la fissure n'est pas connue a priori, des hypothèses doivent être faites afin de limiter le nombre de configurations possibles et ainsi le nombre de calculs nécessaires pour mettre en œuvre le critère couplé. Les hypothèses faites sont les suivantes :

- *Orientation de l'endommagement selon la microstructure*

Les observations expérimentales montrent que l'endommagement des composites tissés à matrice organique est orienté par la méso structure, c'est-à-dire que l'endommagement dans les torons amorce, puis se propage dans la direction des fibres (et dans l'épaisseur du toron).

Cette observation est justifiée par le fait que la résistance des fibres est bien plus élevée que celle de la matrice.

- *Fissure traversant toute l'épaisseur du toron*

Afin de limiter le nombre de calculs à mener pour établir le critère couplé, on suppose tout d'abord que le plan de fissure est normal à la direction de chargement. L'influence de l'inclinaison de la fissure sera étudiée dans la suite de ce travail. Puisque le critère en contrainte est une condition nécessaire à l'amorçage de l'endommagement, la forme de la fissure à l'amorçage peut être déterminée par la zone où $f \geq 1$ dans le cas où les critères en contrainte et en énergie sont simultanément atteints pour une déformation donnée. Le contour de la zone où $f \geq 1$ suit les lignes de niveaux du critère en contrainte, qui ont approximativement la forme de demi ellipses (Figure V.20b) dans le plan perpendiculaire à la direction de chargement et situé au niveau du maximum du critère en contrainte (Point C dans la Figure V.20). La première fissure considérée a donc la forme d'une demi-ellipse (de demi axes 0.07mm (environ ¼ de l'épaisseur du toron) et 0.5mm (environ 1/20e de la longueur de la CER)), est perpendiculaire à la direction de chargement et son centre est localisé au niveau du maximum du critère en contrainte. L'insertion d'une telle fissure provoque une diminution de l'énergie potentielle de $\Delta W = 3.52 \cdot 10^{-4}$mJ. L'énergie nécessaire pour ouvrir une telle fissure est $G^{c}\Delta S = 1.3 \cdot 10^{-2}$mJ. Une telle énergie serait libérée à une déformation imposée $\varepsilon = 17.7 \cdot 10^{-3}$. A ce niveau de déformation, le critère en contrainte serait rempli sur une zone bien plus grande que la zone correspondant à la fissure considérée. Ainsi, l'analyse est répétée pour des fissures en forme de demi-ellipses traversant la moitié et toute l'épaisseur du toron. Les déformations imposées permettant d'atteindre le critère en contrainte sur les zones correspondantes sont respectivement $\varepsilon = 3.1 \cdot 10^{-3}$ et $\varepsilon = 3.5 \cdot 10^{-3}$. Dans les deux cas, le critère en énergie est seulement atteint à une déformation bien plus élevée que celle nécessaire pour atteindre le critère en contrainte. Les résultats concernant les trois fissures en forme de demi-ellipses sont résumés dans le Tableau V.4. Puisque la déformation nécessaire pour atteindre le critère en énergie décroit avec la taille de la fissure, on peut conclure que la fissure doit traverser toute l'épaisseur du toron.

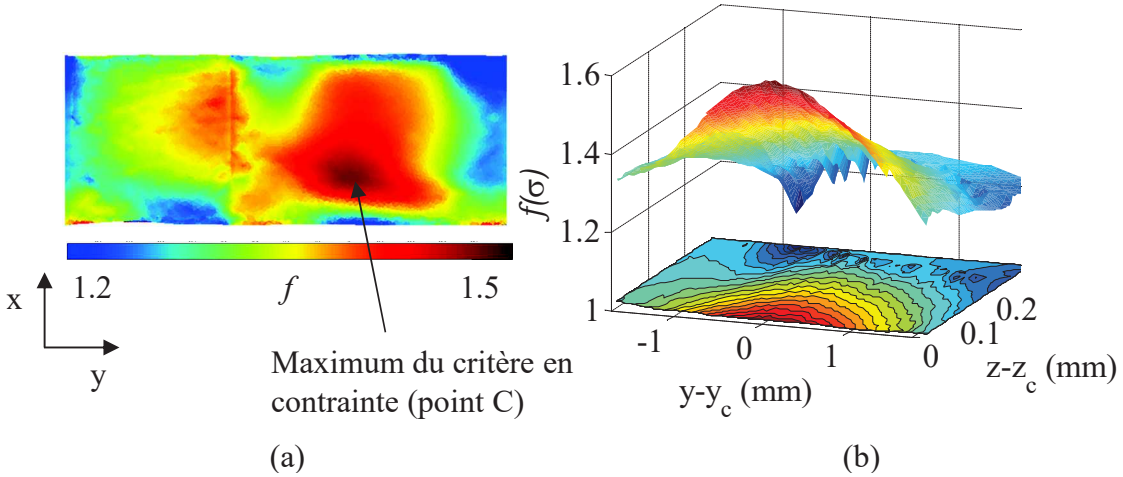


Figure V.20 : (a) Critère en contrainte en surface du toron pour une déformation macroscopique imposée $\varepsilon = 6.8 \cdot 10^{-3}$. Le maximum du critère est situé au point C (x_c, y_c, z_c). (b) Critère en contrainte sur un plan perpendiculaire à la direction de chargement (direction x) et passant par C.

Taille de la fissure	Petit axe (mm)	Grand axe (mm)	Surface (mm²)	Déformation pour atteindre le critère en contrainte	Déformation pour atteindre le critère en énergie
Petite	0.07	0.5	0.11	$2.9 \cdot 10^{-3}$	$17.7 \cdot 10^{-3}$
Demi épaisseur du toron	0.13	1.	0.41	$3.1 \cdot 10^{-3}$	$13.0 \cdot 10^{-3}$
Epaisseur du toron	0.3	1.5	1.40	$3.5 \cdot 10^{-3}$	$9.4 \cdot 10^{-3}$

Tableau V.4 : Dimensions des trois fissures de forme semi elliptique et déformation à imposer pour atteindre (i) le critère en contrainte sur toute la surface de la fissure et (ii) le critère en énergie.

La suite de l'analyse sera donc limitée à des fissures traversant toute l'épaisseur du toron. De plus, on suppose que les fronts de fissure sont droits et verticaux, afin de faciliter l'analyse.

- *Fissures orthogonales à la direction de chargement*

On suppose dans un premier temps que les fissures sont orthogonales à la direction de chargement. La détermination de l'orientation de la fissure par le critère couplé fait l'objet d'une discussion dans la section V.4.

- *Fissures localisées au niveau des maxima de critère en contrainte*

Les résultats obtenus en section V.2.1.2 ont montré que le critère en contrainte présenté en section V.2.1 permet d'obtenir une localisation satisfaisante des fissures par rapport aux positions obtenues expérimentalement. Dans la suite de ce travail, on suppose que les fissures sont localisées et centrées autour des maxima du critère en contrainte. Une discussion sur la localisation des fissures avec le critère en énergie est proposée en section V.4.1.

V.3.2 Application du critère couplé

En suivant les hypothèses émises dans la section précédente, une fissure peut être décrite par un seul paramètre : sa longueur d_c. Dans cette section, l'amorçage des 14 fissures localisées par le critère en contrainte (section V.2.1.3) est déterminé. Les coordonnées du centre de ces fissures sont données dans le Tableau V.5.

Fissure	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
x_c (mm)	0.65	3.31	8.08	2.05	4.8	8.82	1.82	4.3	0.2	0.78	3.5	5.4	7.89	8.82
y_c (mm)	8.9	6.42	1.53	6.23	8.29	2.82	6.62	7.9	7.6	3.95	9.4	2.66	4.85	4.0
z_c (mm)	0.11	0.37	0.19	0.43	0.48	0.5	0.74	1.01	1.22	1.26	1.51	1.57	1.20	1.24

Tableau V.5 : Coordonnées des centres des fissures localisées par le critère en contrainte.

L'application du critère couplé pour la détermination de l'amorçage de ces fissures est illustrée pour la fissure n°2, mais les résultats obtenus en appliquant la même méthode seront donnés pour l'ensemble des fissures. Le toron dans lequel est localisée la fissure 2 est mis en évidence sur la Figure V.21a et la position de la fissure est indiquée en Figure V.21b.

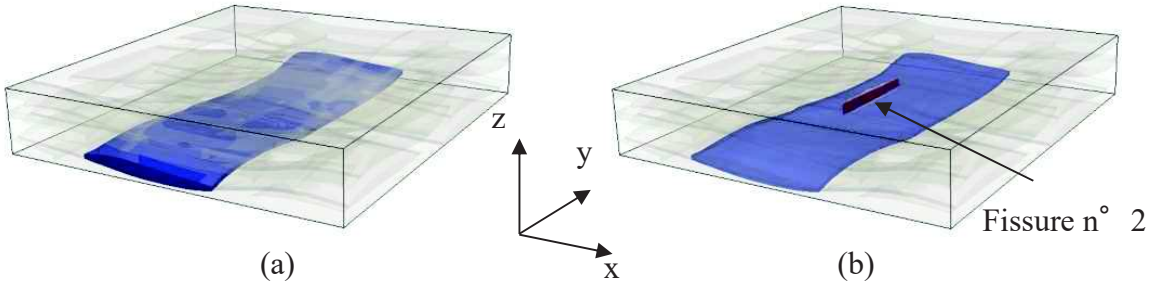


Figure V.21 : (a) Mise en évidence du toron contenant la fissure dans la CER et (b) Position de la fissure 2 dans le toron.

Plusieurs séries de calculs ont été menées avec des CERs endommagées contenant des fissures de différentes tailles, et le taux de restitution d'énergie incrémental normalisé ainsi que la déformation à l'amorçage ont été obtenus en appliquant le critère en énergie (Eq V.5) pour chaque longueur de fissure. Leur évolution en fonction de la longueur de fissure est présentée en Figure V.22. Le taux de restitution d'énergie incrémentale normalisé, *A(d)*, atteint un maximum pour une longueur de fissure de d_s = 3.4mm, correspondant à une déformation à l'amorçage de $\varepsilon^s_{energy} = 6.8 \cdot 10^{-3}$. A cette déformation, le critère en contrainte est atteint sur toute la surface de la fissure dans le toron non endommagé (Figure V.23). Ainsi, la taille de la fissure à l'amorçage est donnée par la longueur d_s qui maximise $A(d)$ (respectivement qui minimise ε_{energy}) [Martin2004] (Figure V.22). Les tailles des 14 fissures étudiées (dont la localisation est présentée en Figure V.7) et les déformations à l'amorçage correspondantes obtenues avec le double critère sont résumées dans le Tableau V.6.

Fissure	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
d_c*(mm)	4.29	3.4	1.63	0.74	7.8	0.84	0.84	8.73	6.46	0.84	3.4	6.26	2.02	1.92
ε_c (x10^{-3})	9.34	6.8	6.58	8.82	9.05	9.8	7.72	10.1	7.92	8.10	8.04	8.71	8.37	7.56

Tableau V.6 : Longueur et déformation à l'amorçage obtenues avec le critère couplé pour les 14 fissures étudiées.

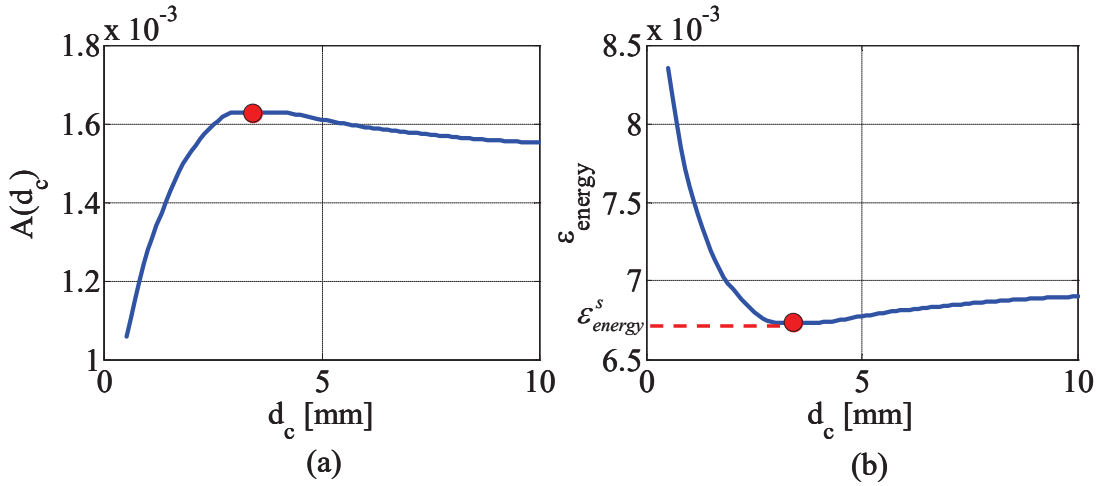


Figure V.22 : (a) Taux de restitution d'énergie incrémental normalisé et (b) déformation à l'amorçage calculée avec le critère en énergie en fonction de la longueur de fissure d_c pour des fissures situées autour du maximum local du critère en contrainte.

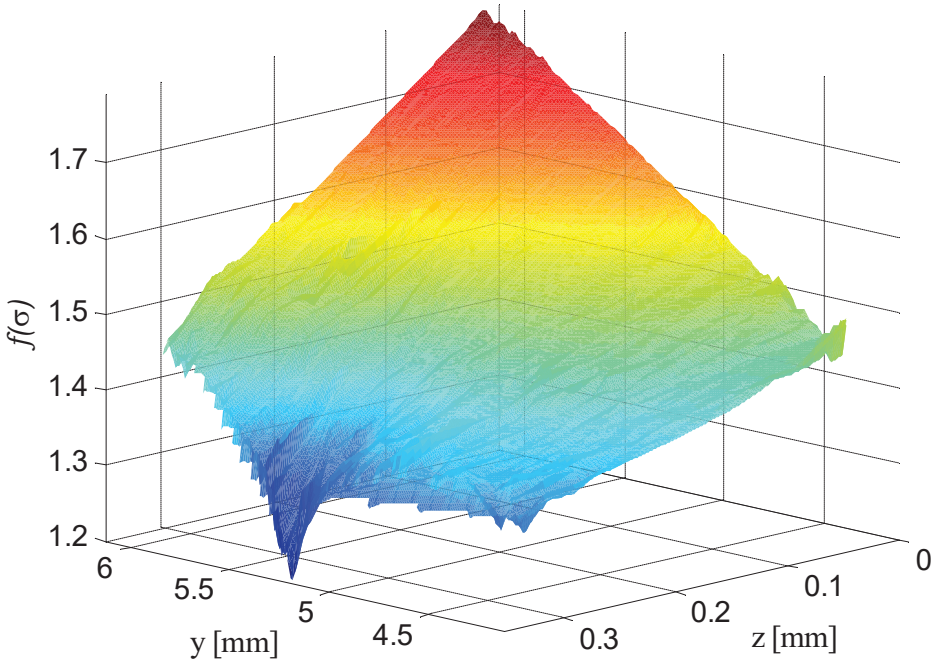


Figure V.23 : Champs de critère en contrainte sur la zone de la CER non endommagée correspondant à la surface de la fissure déterminée en utilisant le critère en énergie.

Pour les fissures étudiées, le critère couplé peut également être appliqué afin de déterminer l'amorçage d'une décohésion en pointe de fissure. Dans la CER non endommagée, aux niveaux de déformations à l'amorçage des fissures (Tableau V.6), le critère en contrainte n'est pas encore atteint à la surface des torons ($f < 1$). Ainsi, la déformation imposée pour amorcer une fissure n'est pas suffisamment élevée pour amorcer une décohésion en même temps que la fissure puisqu'au moins une des deux conditions du critère couplé n'est pas remplie. Ainsi, la fissure amorce sans décohésion en pointe de fissure. Une étude concernant l'amorçage et l'évolution des décohésions en pointe de fissure est proposée dans le Chapitre VI.

V.4 Discussions

V.4.1 Localisation des fissures avec le critère en énergie

Les résultats obtenus en Section V.3.2 sont basés sur l'hypothèse que les fissures sont localisées par des maxima du critère en contrainte. A la déformation minimale à l'amorçage obtenue avec le critère en énergie, le critère en contrainte est en réalité atteint partout dans le toron (la valeur minimale du critère est 1.17). D'après ces résultats concernant le critère en contrainte, la fissure peut potentiellement amorcer partout dans le toron, et pas seulement au niveau du maximum du critère en contrainte. Si aucune hypothèse sur la localisation de la fissure n'est faite, la fissure peut alors être décrite par le jeu de paramètres $d = (x, y, d_c)$ avec d_c la longueur de la fissure et (x,y) sa position. Le critère couplé est appliqué à un ensemble de fissures de différentes longueurs et différentes positions (couvrant le toron entier). La déformation à l'amorçage est alors obtenue pour chacune des configurations (position et longueur) en appliquant le critère en énergie.

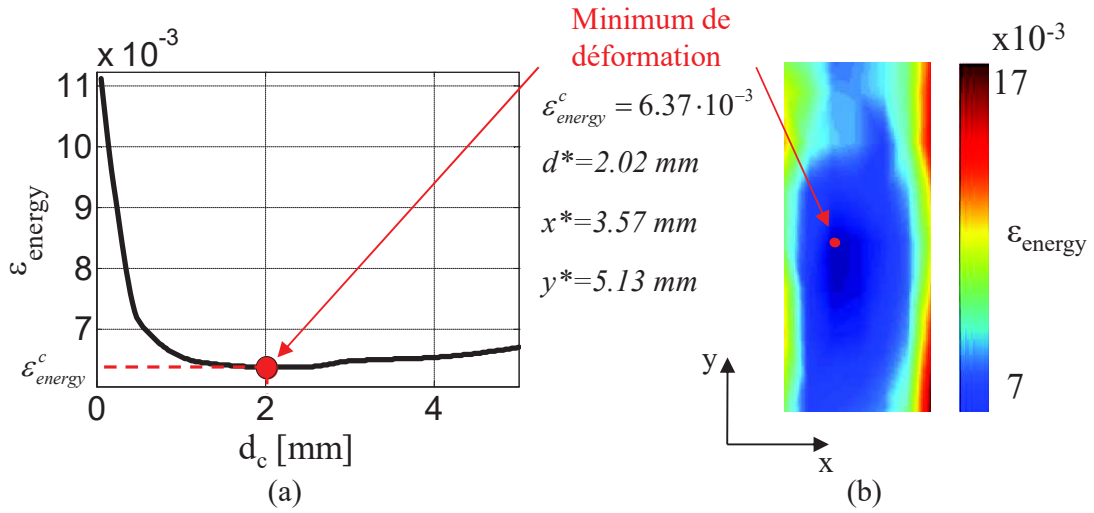


Figure V.24 : (a) Minimum de la déformation à l'amorçage sur tout le toron en fonction de la longueur de fissure d_c. (b) Champ de déformation à l'amorçage dans le toron pour la longueur de fissure minimisant localement la déformation à l'amorçage.

La déformation à l'amorçage minimale obtenue en insérant une fissure d'une longueur donnée à différentes positions dans le toron est présentée en Figure V.24a. La déformation à l'amorçage minimale obtenue en faisant varier la longueur de la fissure à chaque position dans le toron est présentée en Figure V.24b. La déformation à l'amorçage atteint un minimum de $\varepsilon^c_{energy} = 6.37 \cdot 10^{-3}$ pour une longueur de fissure de d_c*=2.02mm, avec une fissure centrée à (x*,y*)=(3.57mm,5.13mm). Cette déformation à l'amorçage minimale est inférieure à celle obtenue pour une fissure centrée au maximum du critère en contrainte ($\varepsilon^s_{energy} = 6.8 \cdot 10^{-3}$). La fissure obtenue est proche, mais pas exactement située au niveau du maximum du critère en contrainte (x_c = 3.31mm, y_c=6.42mm). Le critère en énergie permet alors de déterminer la configuration (la longueur et la position) de la fissure à l'amorçage comme celle qui minimise la déformation à l'amorçage. On vérifie de plus que pour cette configuration, le critère en contrainte est atteint sur la zone correspondant à une fissure centrée à (x*,y*), de longueur d_c* à une déformation imposée de $\varepsilon = \varepsilon^c_{energy} = 6.37 \cdot 10^{-3}$. Puisque le critère est atteint ($f_c \geq 1$) sur toute cette zone, les critères en contrainte et en énergie sont atteints à $\varepsilon = \varepsilon^c_{energy}$, et cette déformation est la déformation minimale pour laquelle les deux conditions sont remplies. Dans le cas du composite tissé étudié, le critère en contrainte est atteint bien avant que le critère en énergie soit rempli. Ce cas de figure a déjà été rencontré dans d'autres travaux [Martin2004,Weißgraeber2016]. C'est donc la condition en énergie du critère couplé qui permet de déterminer la configuration de la fissure à l'amorçage, ainsi que le niveau de chargement correspondant pour le matériau étudié.

Dans le cas d'étude présenté, la localisation obtenue avec le critère en contrainte ((x_c, y_c) = (3.31mm, 6.42mm)) est située à environ 1.3mm de celle obtenue avec le critère couplé, majoritairement dans la direction des fibres. Le critère en contrainte donne donc une estimation plutôt correcte de la localisation de la fissure. En effet, l'écart de distance dans la direction transverse à la direction des fibres est Δx = 0.26mm, la largeur du toron étant 3.6 mm, mais la fissure n'est pas centrée autour du maximum du critère en contrainte. Cependant, la déformation à l'amorçage permettant d'atteindre le critère en contrainte localement dans le toron est $\varepsilon_s = 2.7 \cdot 10^{-3}$, soit environ 60% moins élevée que la déformation obtenue avec le critère couplé ε^c_{energy} et 55% moins élevée que celle obtenue expérimentalement par émission acoustique ($\varepsilon^c_e = 6.1 \cdot 10^{-3}$). La déformation à l'amorçage obtenue en minimisant ε_{energy} en fonction de la longueur de fissure, pour une fissure centrée au maximum de critère en

contrainte, est ε^s_{energy} = 6.8·10^{-3}, soit environ 7% plus élevée que ε^c_{energy}. La longueur de fissure correspondante (d_s* = 3.4mm) est bien plus élevée que la longueur de la fissure minimisant ε_{energy} sur tout le toron (d_c* = 2.02mm). Ainsi, la déformation à l'amorçage obtenue avec le critère de contrainte seulement est sous-estimée par rapport à celle obtenue expérimentalement. La prise en compte de la condition en énergie permet d'obtenir une valeur plus raisonnable.

La comparaison des résultats obtenus avec les résultats expérimentaux reste toutefois délicate, du fait des incertitudes liées aux paramètres matériaux utilisés dans le modèle. Le coefficient de Poisson des fibres, ou le taux de restitution d'énergie critique du toron peuvent difficilement être obtenus expérimentalement, et sont donc tirés de la littérature sur des matériaux similaires. La valeur de G^c a par exemple été déterminée pour un pli d'unidirectionnel à fibres de verre et matrice époxy [Benzzegagh1996]. De plus, le matériau réel présente potentiellement des défauts, des porosités ou des variations locales au niveau de l'architecture du renfort. Ces aspects peuvent influencer l'amorçage de l'endommagement et ne sont pas pris en compte dans la modélisation proposée.

V.4.2 Orientation de la fissure

Les observations expérimentales (Chapitre III) montrent que certaines fissures sont inclinées, et non pas strictement perpendiculaires à la direction de chargement. L'orientation de la fissure peut être estimée en appliquant le critère en énergie à un ensemble de fissures de différentes orientations (entre θ= -45° et θ = 45°) et de différentes longueurs. La position des fissures est celle qui a été déterminée dans la section précédente (centrées en (x*, y*)). La Figure V.25 présente l'évolution de la déformation à l'amorçage obtenue en fonction de ces deux paramètres. Le minimum de déformation à l'amorçage est obtenu pour une fissure de longueur d* et d'orientation θ = 0°. Dans ce cas, la fissure est plus susceptible d'être orthogonale à la direction de chargement. De plus, quelle que soit la longueur de la fissure, le minimum de déformation est obtenu pour un angle θ = 0°. Ainsi, la détermination de l'orientation de la fissure peut être découplée de la détermination de la longueur de la fissure. Dans le cas des quatorze fissures présentées en Section V.3, l'angle minimisant la déformation à l'amorçage n'est pas forcément θ = 0°.

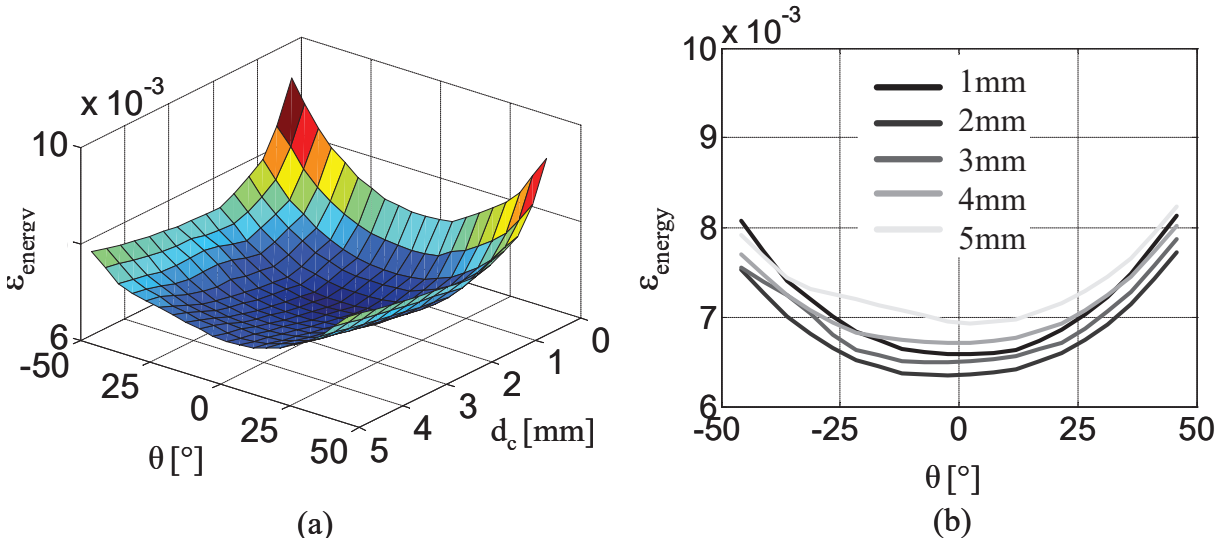


Figure V.25 : Visualisation (a) 3D et (b) 2D de la déformation à l'amorçage en fonction de la longueur de fissure d_c et de l'orientation de la fissure θ.

La détermination de ce paramètre pour les 14 fissures nécessiterait des calculs supplémentaires qui n'ont pas été effectués dans ce travail.

V.4.3 Bilan des coûts de calcul

L'utilisation du critère couplé nécessite la détermination des conditions en contrainte et en énergie. Comme expliqué en Section V.2, un seul calcul par EF élastique linéaire est nécessaire pour évaluer le critère en contrainte dans toute la CER. Le calcul du critère en énergie nécessite plusieurs calculs par EF avec des maillages de CER endommagées contenant différentes configurations de fissures. Le nombre de calcul à mener pour le critère en énergie est directement lié au nombre de paramètres décrivant la fissure n, et aux nombres de valeurs v données à ces paramètres.

$$N_{calculs} = 2 \times \prod_{i=1}^{n} v_i \qquad \text{(Eq V.6)}$$

Avec les hypothèses faites sur la forme des fronts de fissures, les fissures étudiées (traversant l'épaisseur du toron) peuvent être décrites par 4 paramètres :

- Leur position (2 paramètres)
- Leur longueur
- Leur orientation

Si un échantillon de 10 valeurs est choisi pour chaque paramètre, $2*10^4$ calculs doivent être effectués pour calculer le critère en énergie. Les calculs menés dans ce chapitre ont été effectués sur des maillages contenant 0.5 à 1M de noeuds, correspondant à des temps de calcul (avec ZéBuLoN) d'environ 30 min à 1H sur 8 processeurs, et nécessitant une mémoire de 50 à 100 GB. Un total d'environ 1000 jours de temps de calcul cumulé est nécessaire pour effectuer ces calculs. Puisque le critère en contrainte n'était pas atteint pour les décohésions, ce paramètre n'a pas été étudié dans ce chapitre. De plus, la longueur et l'orientation de la fissure ont pu être déterminées de manière indépendante. Ainsi, le découplage de ces paramètres permet de passer de 20 000 calculs à $2*(10^3+10+10) = 2020$ calculs, soit un gain de temps d'un facteur 10 environ sur le temps de calcul. Malgré le gain de temps dû à ce découplage, l'approche proposée reste assez coûteuse en temps de calcul.

V.4.4 Réduction du nombre de calculs : Approche à direction de descente

La limite principale de l'approche présentée est le nombre de calcul par éléments finis à effectuer pour évaluer le critère couplé pour une fissure. Les temps de calcul peuvent devenir très importants si la fissure est décrite par plusieurs paramètres. Le problème considéré peut être abordé comme un problème d'optimisation, où l'objectif est de minimiser la déformation à l'amorçage en fonction des paramètres représentatifs de la fissure. Une approche permettant de ne pas effectuer les calculs éléments finis pour l'ensemble des configurations $(d_1,\ldots,d_n)$ décrivant la fissure consiste à utiliser un algorithme à direction de descente. Le principe général de ce type d'algorithme est de construire une suite $(d^N)= (d_1^N,\ldots,d_n^N)$ qui converge vers un jeu de paramètres d^* minimisant localement une fonction objectif F (aussi appelée fonction coût, F étant la déformation à l'amorçage dans ce cas). Les principales étapes d'un algorithme de descente sont les suivantes :

- Choix d'un jeu de paramètres initial $d^0=(d_1^0,\ldots, d_n^0)$
- Tant qu'une condition d'arrêt n'est pas respectée :
  - Détermination d'une direction de descente D^k
  - Détermination d'un pas de descente α^k le long de la direction D^k
  - Actualisation des paramètres $d^{k+1}=d^k+\alpha^k D^k$

d_k et de α_k doivent être choisis pour que la descente soit effectivement réalisée, *i.e.* vérifiant $F(d^{k+1}) < F(d^k)$,. La condition d'arrêt traduit le fait que l'évaluation de la fonction objectif en d^k est proche du minimum, *i.e,* $\|d^k-d^*\| < \delta_1$ et $\|F(d^k) -F(d^*)\| < \delta_2$, où δ_1 et δ_2 sont des tolérances définies par l'utilisateur. Puisque d^* minimise F localement, $\nabla F(d^*) = 0$. Une condition d'arrêt alternative est donc $\|\nabla F(d^k)\| < \delta$.

Selon le choix de la direction de descente et du pas de descente, on distingue plusieurs catégories d'algorithmes. Puisqu'une direction de descente connue est l'opposée du gradient de F, les algorithmes de descente de gradient sont souvent utilisés. Le pas de descente peut être constant (comme dans l'algorithme de descente de gradient à pas fixe) ou bien déterminé de manière à minimiser la fonction dans la direction du gradient (algorithme de descente de gradient à pas optimal). L'avantage d'un pas constant est qu'il ne nécessite pas de faire d'appels supplémentaires à la fonction coût que pour calculer le gradient de F. Par contre, il ne garantit pas d'assurer une descente maximale dans la direction de descente, et peut donc nécessiter un nombre conséquent d'itérations pour converger. La descente maximale est assurée dans le cas de l'algorithme de descente de gradient à pas optimal. Celle-ci nécessite donc une recherche de minimum mono dimensionnelle. Il s'agit de trouver un pas α^k minimisant $F(d^k +\alpha^k D^k)$. Cette minimisation peut-être réalisée par exemple grâce à des algorithmes du type dichotomie ou Newton-Raphson. L'avantage d'une telle méthode est d'assurer une descente maximale selon la direction de descente choisie, ce qui peut réduire le nombre d'itérations pour atteindre la convergence. En contrepartie, la recherche exacte du minimum dans cette direction nécessite des appels supplémentaires à la fonction coût. Un compromis entre un pas constant et la recherche exacte du minimum dans la direction de descente peut aussi être choisi. Il consiste à trouver un pas de descente qui minimise « suffisamment » F, sans pour autant en chercher le minimum exact. C'est le cas des méthodes d'Armijo ou de Wolfe et Goldstein par exemple. Enfin, la recherche du minimum peut être menée avec des méthodes de second ordre, faisant intervenir la matrice Hessienne H de F, définie comme $H_{ij} = \frac{\partial^2 F}{\partial x_i \partial x_j}$. Les méthodes utilisant la matrice Hessienne de F convergent généralement très vite vers la solution. C'est le cas par exemple de l'algorithme de Newton. L'inconvénient de ce genre d'algorithme est que le calcul de la matrice Hessienne peut être numériquement très coûteux si cette dernière n'est pas connue.

Dans le cas étudié, l'appel à la fonction objectif nécessite deux calculs par éléments finis (soit environ 30 minutes de calcul si les deux calculs sont lancés simultanément). Il s'agit donc d'opter pour une méthode qui minimise le nombre d'appels à la fonction objectif. Quatre approches ont été implémentées afin de comparer le nombre d'appels à la fonction objectif :

- Algorithme de gradient à pas constant

  - Jeu initial de paramètres $d = (d_0^1, \ldots, d_0^n)^T$, pas constant α et tolérance δ
  - Tant que $\|\nabla\varepsilon(d_k)\| \geq \delta$
    - $D_k = -\nabla\varepsilon(d_k) = -\big(\varepsilon(d_k + \Delta d_k) - \varepsilon(d_k)\big).\Delta d_k^{-1}$
    - $d_{k+1} = d_k + \alpha D_k$

- Algorithme du gradient à pas optimal

  - Jeu initial de paramètres $d = (d_0^1, \dots, d_0^n)^T$ et tolérance δ
  - Tant que $\|\nabla\varepsilon(d_k)\| \geq \delta$
    - $D_k = -\nabla\varepsilon(d_k) = -\big(\varepsilon(d_k + \Delta d_k) - \varepsilon(d_k)\big).\Delta d_k^{-1}$
    - $\alpha_k = \mathrm{argmin}_\alpha(\varepsilon(d_k + \alpha D_k))$
    - $d_{k+1} = d_k + \alpha_k D_k$

- Algorithme de Fletcher Reeves

  - Jeu initial de paramètres $d = (d_0^1, \dots, d_0^n)^T$ et tolérance δ
  - $D_0 = -\nabla\varepsilon(d_0)$
  - Tant que $\|\nabla\varepsilon(d_k)\| \geq \delta$
    - $\alpha_k = \mathrm{argmin}_\alpha(\varepsilon(d_k + \alpha D_k))$
    - $d_{k+1} = d_k + \alpha_k D_k$
    - $b_k = \frac{\|\nabla\varepsilon(d_{k+1})\|^2}{\|\nabla\varepsilon(d_k)\|^2}$
    - $D_{k+1} = -\nabla\varepsilon(d_{k+1}) + b_k D_k$

- Algorithme de Newton

  - Jeu initial de paramètres $d = (d_0^1, \dots, d_0^n)^T$ tolérance δ
  - Tant que $\|\nabla\varepsilon(d_k)\| \geq \delta$
    - $D_k = -H_k^{-1}\nabla\varepsilon(d_k)$, avec $H_k = \nabla^2\varepsilon(d_k)$
    - $\alpha_k = \mathrm{argmin}_\alpha(\varepsilon(d_k + \alpha D_k))$
    - $d_{k+1} = d_k + \alpha_k D_k$

Pour la minimisation monodimensionnelle, le nombre d'appels à la fonction objectif est fixé à 5. En pratique, une dichotomie au nombre d'or est menée pour trouver une valeur du pas de descente dans la direction de descente choisie. Voici le détail du calcul du nombre d'appel à la fonction coût pour une itération (n est le nombre de paramètres décrivant la fissure):

- Gradient à pas constant : (n+1) appels à la fonction coût
  - Calcul de $\varepsilon(d^k)$ (1 appel)
  - Calcul de $\varepsilon(d^k+\delta d_i^k)$ pour i = 1 à n (n appels)

- Gradient à pas optimal et Fletcher-Reeves : (5+n+1) appels à la fonction coût
  - Calcul de $\varepsilon(d^k)$ (1 appel)
  - Calcul de $\varepsilon(d^k+\delta d_i^k)$ pour i = 1 à n (n appels)
  - Recherche de minimum monodimensionnelle (5 appels)

- Algorithme de Newton : (n(n+1)/2+n+6) appels à la fonction coût
  - Calcul de $\varepsilon(d^k)$ (1 appel)
  - Calcul de $\varepsilon(d^k+\delta d_i^k)$ pour i = 1 à n (n appels)
  - Calcul de H : n(n+1)/2 appels
  - Recherche de minimum monodimensionnelle (5 appels)

Les différents algorithmes ont tout d'abord été testés dans un cas où la fissure est décrite par deux paramètres (x, y) correspondant à la localisation du centre de la fissure. Le critère de convergence choisi est $\|\nabla\varepsilon(d_k)\| \leq 10^{-5}$. La déformation minimale à l'amorçage en fonction de ces deux paramètres est tracée dans la Figure V.26. Les paramètres initiaux (x^0, y^0) ont été déterminés à partir des localisations des maxima de critère en contrainte, au vu des résultats de l'état de l'art [Doitrand2015, Faes2016] et du chapitre précédent. Quatre maxima de critère en contrainte locaux ont été sélectionnés afin d'évaluer les différentes méthodes avec plusieurs points de départ. Le minimum de déformation à l'amorçage obtenu avec le critère couplé (Section V.4) est situé à (x = 3.57mm, y = 5.13mm). Les résultats obtenus sont résumés dans les Tableaux V.7 et en Figure V.27.
La minimisation de la déformation avec les différentes méthodes proposées met en évidence les points suivants :

- L'algorithme de gradient à pas constant est moins coûteux en appels à la fonction coût par itération (3 appels) que les algorithmes à pas optimal (8 appels) et que l'algorithme de Newton (11 appels) qui nécessite le calcul de la Hessienne.

- L'algorithme de gradient à pas constant nécessite un grand nombre d'itérations avant d'arriver à convergence, et est donc globalement moins performant que les autres algorithmes proposés.

- L'algorithme de Newton nécessite peu d'itérations pour converger, mais est globalement moins performant que les algorithmes à pas optimal à cause d'un nombre d'appels à la fonction coût plus élevé à chaque itération.

- L'algorithme de gradient à pas optimal est relativement performant, mais c'est l'algorithme de Fletcher Reeves qui est le plus performant, puisqu'il nécessite peu d'itérations et un nombre raisonnable d'appels à la fonction à chaque itération.

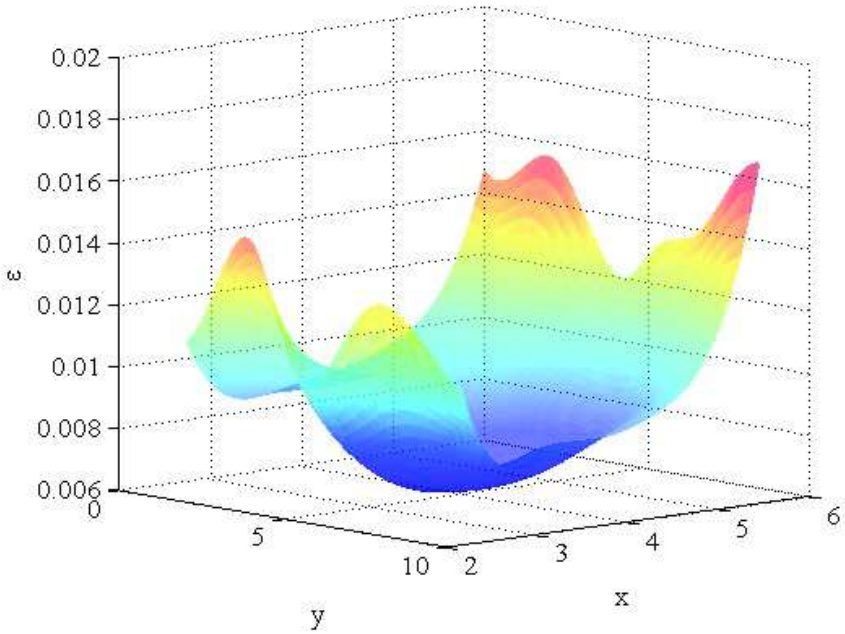


Figure V.26 : Déformation minimale à l'amorçage en fonction de la position de la fissure dans le toron.

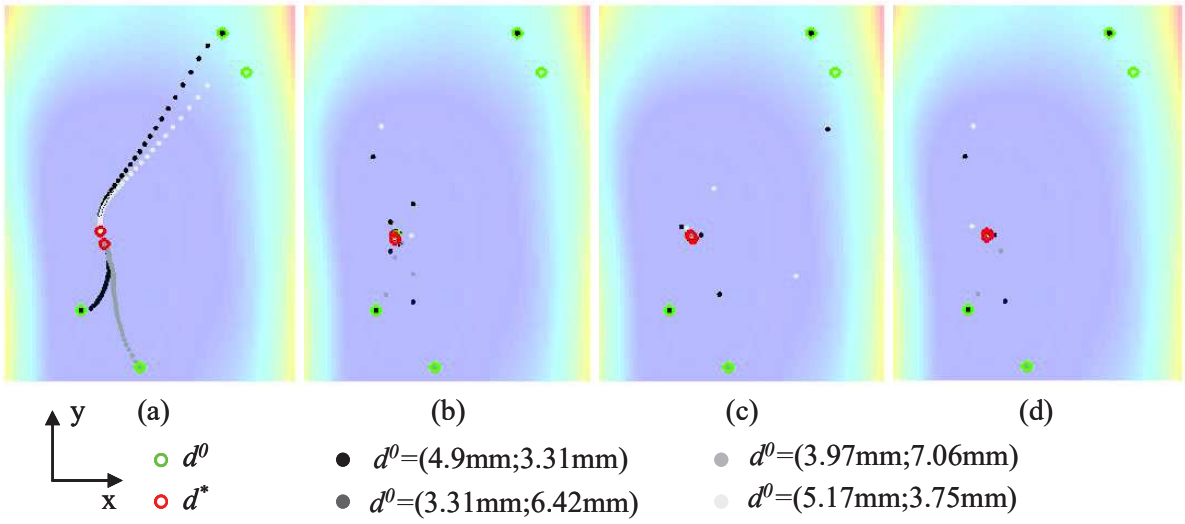


Figure V.27 : Comparaison des positions successives et des minima (en rouge) obtenus avec les algorithmes de (a) gradient à pas constant, (b) gradient à pas optimal, (c) Fletcher Reeves et (d) Newton pour différentes configurations initiales (en verte) localisées au niveau des maxima de critère en contrainte dans le toron.

(x^0, y^0) = (3.31mm, 6.42mm)	Pas constant	Pas optimal	Fletcher Reeves	Newton
Itérations	52	7	5	4
Appels à la fonction coût	156	56	40	44
Minimum	$6.37 \cdot 10^{-3}$	$6.37 \cdot 10^{-3}$	$6.37 \cdot 10^{-3}$	$6.37 \cdot 10^{-3}$
Position	(3.57, 5.67)	(3.53, 5.57)	(3.52, 5.56)	(3.55, 5.58)

(x^0, y^0) = (5.17mm, *3.75mm*)	Pas constant	Pas optimal	Fletcher Reeves	Newton
Itérations	50	6	5	6
Appels à la fonction coût	100	48	40	66
Minimum	$6.37 \cdot 10^{-3}$	$6.37 \cdot 10^{-3}$	$6.37 \cdot 10^{-3}$	$6.37 \cdot 10^{-3}$
Position	(3.53, 5.53)	(3.52, 5.60)	(3.55, 5.58)	(3.54, 5.58)

(x^0, y^0) = (3.97mm, *7.06mm*)	Pas constant	Pas optimal	Fletcher Reeves	Newton
Itérations	66	7	5	4
Appels à la fonction coût	132	56	40	44
Minimum	$6.37 \cdot 10^{-3}$	$6.37 \cdot 10^{-3}$	$6.37 \cdot 10^{-3}$	$6.37 \cdot 10^{-3}$
Position	(3.57, 5.67)	(3.52, 5.63)	(3.52, 5.60)	(3.56, 5.59)

(x^0, y^0) = (4.9mm, *3.31mm*)	Pas constant	Pas optimal	Fletcher Reeves	Newton
Itérations	52	7	5	6
Appels à la fonction coût	104	56	40	66
Minimum	$6.37 \cdot 10^{-3}$	$6.37 \cdot 10^{-3}$	$6.37 \cdot 10^{-3}$	$6.37 \cdot 10^{-3}$
Position	(3.53 ; 5.53)	(3.52, 5.57)	(3.52, 5.57)	(3.57, 5.61)

Tableaux V.7 : Résultats pour les différents algorithmes et jeux de paramètres initiaux

La seconde application des algorithmes présentés a concerné une minimisation de la déformation à l'amorçage en fonction de 3 paramètres : (x, y, l) avec (x, y) la position de la fissure, et l sa longueur. L'algorithme de Newton n'a pas été étudié dans ce cas car le calcul de la Hessienne nécessite un trop grand nombre d'appels à la fonction par itération (15 appels). Les jeux de paramètres initiaux ont été choisis au niveau des quatre maxima du critère en contrainte, avec deux longueurs de fissures initiales (0.5 mm et 2.5 mm), soit un total de 8 jeux de paramètres. Le minimum global obtenu en appliquant le critère couplé (section VI.3.3) correspond au jeu de paramètres (x = 3.57 mm, y = 5.13 mm, d = 2.02mm). Le critère de convergence choisi est $\|\nabla\varepsilon(d_k)\| \leq 10^{-4}$. Les résultats obtenus avec les différents algorithmes sont résumés dans les Tableaux V.8.

(x^0, y^0, l^0) = (3.31, 6.42, 0.5)	Pas constant	Pas optimal	Fletcher Reeves
Itérations	35	4	5
Appels à la fonction coût	105	36	45
Minimum	$6.47\cdot10^{-3}$	$6.46\cdot10^{-3}$	$6.44\cdot10^{-3}$
Position	(3.53, 5.98)	(3.58, 6.08)	(3.58, 5.74)
Longueur	1.25	1.45	1.90

(x^0, y^0, l^0) = (3.31, 6.42, 2.5)	Pas constant	Pas optimal	Fletcher Reeves
Itérations	20	6	5
Appels à la fonction coût	60	54	45
Minimum	$6.53\cdot10^{-3}$	$6.46\cdot10^{-3}$	$6.44\cdot10^{-3}$
Position	(3.51, 6.23)	(3.54, 6.03)	(3.54, 5.84)
Longueur	2.49	2.47	2.46

(x^0, y^0, l^0) = (5.17, 3.75, 0.5)	Pas constant	Pas optimal	Fletcher Reeves
Itérations	21	4	4
Appels à la fonction coût	62	36	36
Minimum	$6.46\cdot10^{-3}$	$6.5\cdot10^{-3}$	$6.39\cdot10^{-3}$
Position	(3.8, 5.1)	(3.79, 5.52)	(3.57, 5.16)
Longueur	1.36	2.47	1.92

(x^0, y^0, l^0) = (5.17, 3.75, 2.5)	Pas constant	Pas optimal	Fletcher Reeves
Itérations	25	6	8
Appels à la fonction coût	75	63	72
Minimum	$6.41\cdot10^{-3}$	$6.40\cdot10^{-3}$	$6.45\cdot10^{-3}$
Position	(3.53, 5.11)	(3.54, 5.23)	(3.54, 5.88)
Longueur	2.4	2.6	2.7

(x^0, y^0, l^0) = (3.97, 7.06, 0.5)	Pas constant	Pas optimal	Fletcher Reeves
Itérations	21	3	3
Appels à la fonction coût	63	27	27
Minimum	$6.47\cdot10^{-3}$	$6.42\cdot10^{-3}$	$6.42\cdot10^{-3}$
Position	(3.53, 6.14)	(3.54, 5.5)	(3.54, 5.5)
Longueur	1.24	2.1	2.1

(x^0, y^0, l^0) = (3.97, 7.06, 2.5)	Pas constant	Pas optimal	Fletcher Reeves
Itérations	22	3	3
Appels à la fonction coût	66	27	27
Minimum	$6.47 \cdot 10^{-3}$	$6.43 \cdot 10^{-3}$	$6.43 \cdot 10^{-3}$
Position	(3.53, 6.10)	(3.54, 5.72)	(3.54, 5.72)
Longueur	2.5	2.49	2.49

(x^0, y^0, l^0) = (4.9, 3.31, 0.5)	Pas constant	Pas optimal	Fletcher Reeves
Itérations	40	4	5
Appels à la fonction coût	120	36	45
Minimum	$6.48 \cdot 10^{-3}$	$6.44 \cdot 10^{-3}$	$6.45 \cdot 10^{-3}$
Position	(3.58, 5.07)	(3.58, 5.35)	(3.58, 5.61)
Longueur	1.35	1.52	1.28
(x^0, y^0, l^0) = (4.9, 3.31, 2.5)	Pas constant	Pas optimal	Fletcher Reeves
Itérations	23	4	5
Appels à la fonction coût	69	36	45
Minimum	$6.49 \cdot 10^{-3}$	$6.46 \cdot 10^{-3}$	$6.48 \cdot 10^{-3}$
Position	(3.78, 5.08)	(3.65, 5.12)	(3.54, 6.10)
Longueur	2.47	2.75	2.99

Tableaux V.8 : Résultats obtenus avec les 8 jeux de paramètres initiaux.

Similairement au cas précédent où la fissure n'était décrite que par 2 paramètres, les algorithmes de gradient à pas optimal et de Fletcher Reeves sont globalement plus performants que l'algorithme de gradient à pas constant. Dans le cas où la fissure est décrite par 3 paramètres, le minimum de la déformation à l'amorçage est atteint à des longueurs différentes pour plusieurs positions données. Ainsi, la nappe $\varepsilon(x,y,l)$ présente plusieurs minima locaux, contrairement au cas où la fissure n'était décrite que par deux paramètres. Les algorithmes de descente de gradient utilisés convergent vers l'un de ces minima locaux, ce qui explique le léger écart entre les valeurs obtenues dans ce cas et les valeurs obtenues dans le cas où la fissure est décrite par seulement deux paramètres. Afin de limiter le nombre d'itérations pour atteindre la convergence vers l'un de ces minima locaux le critère de convergence choisi ($\|\nabla\varepsilon(d_k)\| \leq 10^{-4}$) est moins sévère que dans le cas où la fissure est décrite par deux paramètres ($\|\nabla\varepsilon(d_k)\| \leq 10^{-5}$).

Les algorithmes utilisés permettent seulement d'obtenir un minimum local de la déformation à l'amorçage. Cependant, l'écart entre les minima locaux obtenus et le minimum global de la déformation à l'amorçage est relativement faible (<3% pour les 4 méthodes et les 8 jeux de paramètres initiaux testés, Tableau V.9). Les écarts obtenus sur la position de la fissure par rapport aux dimensions du toron (largeur : 3.6mm et longueur : 10.01mm) sont légèrement plus élevés (respectivement <6% et <11% pour la position selon x et y). L'approche proposée de détermination du minimum de déformation à l'amorçage permet de réduire significativement le nombre de calculs à mener (une quarantaine contre 1000 si 3 paramètres varient et 10 valeurs par paramètres sont choisies). Une estimation relativement bonne de la déformation, de la position et de la longueur à l'amorçage est alors obtenue. L'approche de minimisation de la déformation à l'amorçage avec un algorithme à direction de descente a été intégrée dans un outil relativement simple d'utilisation, piloté par Matlab.

Ecart (mm)	Pas constant	Pas optimal	Fletcher Reeves
$\lvert\Delta x\rvert_{max}$	0.23	0.22	0.03
$\lvert\Delta x\rvert_{moyen}$	0.08	0.06	0.02
$\lvert\Delta y\rvert_{max}$	1.1	0.95	0.97
$\lvert\Delta y\rvert_{moyen}$	0.47	0.44	0.56
$\lvert\Delta d\rvert_{max}$	0.78	0.73	0.97
$\lvert\Delta d\rvert_{moyen}$	0.58	0.48	0.45

Tableau V.9 : Ecarts moyens et maximaux sur les paramètres décrivant la fissure.

Une fois les paramètres de la fissure renseignés par l'utilisateur dans une interface (Figure V.28), l'approche est complètement automatique et fournit en sortie la valeur de la déformation à l'amorçage trouvée, ainsi que les paramètres décrivant la fissure. Les paramètres d'entrée concernent le maillage, les valeurs initiales des paramètres décrivant la fissure, et les paramètres qui varient dans la minimisation de la déformation à l'amorçage. Une fois les paramètres d'entrée renseignés, l'outil génère les fichiers d'entrée et lance la procédure d'insertion de fissures présentée au chapitre précédent. Une fois les maillages des CERs fissurées obtenus, les calculs sont lancés et une étape de post-traitement permet de calculer le gradient de la déformation à l'amorçage, puis d'effectuer la recherche monodimensionnelle du pas de descente dans la direction de descente. Une interface de contrôle permet de tracer l'évolution des quantités d'intérêt (déformation à l'amorçage, gradient de cette déformation, paramètres représentant la fissure) au cours de la minimisation.

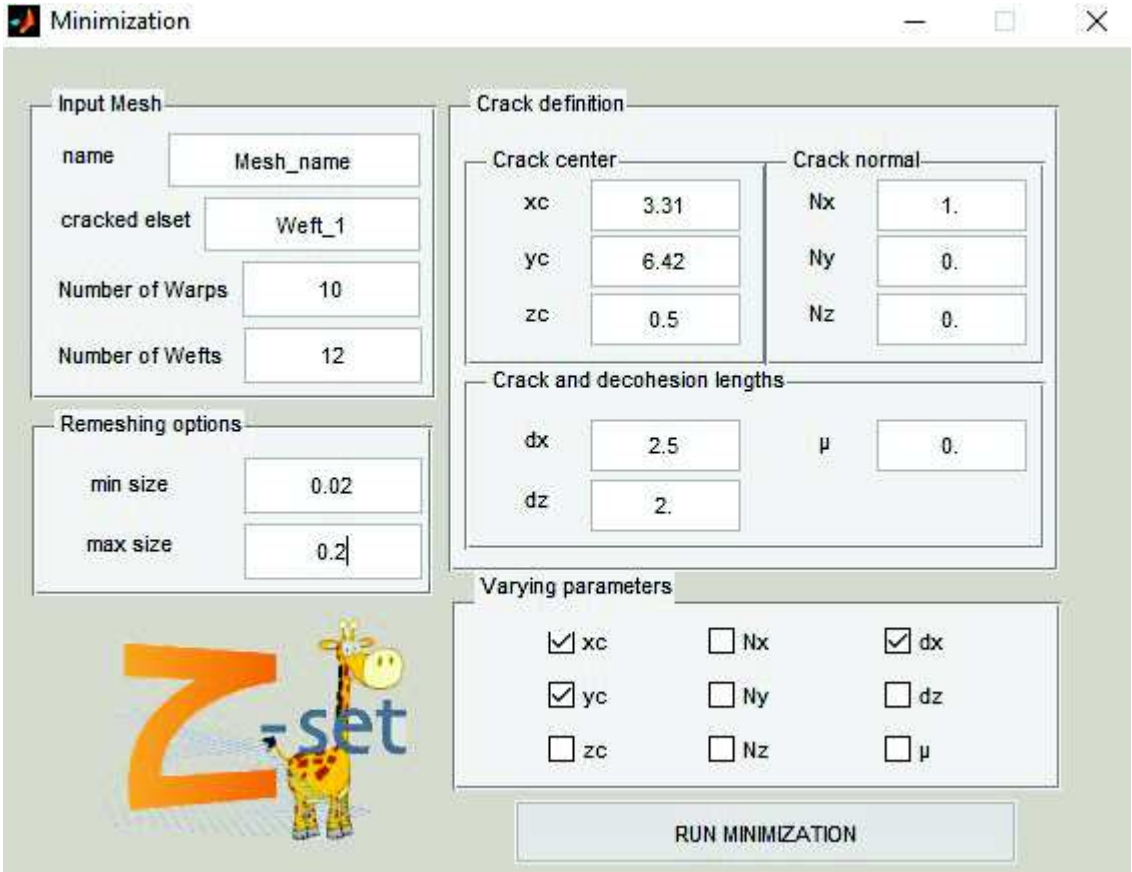


Figure V.28 : Interface des paramètres d'entrée de la procédure de minimisation de la déformation à l'amorçage

V.5 Conclusions

L'approche de modélisation discrète de l'endommagement à l'échelle mésoscopique présentée dans ce chapitre a été utilisée afin de prévoir l'amorçage de l'endommagement dans un composite tissé. La méthode proposée permet de modéliser les mécanismes d'endommagement observés expérimentalement (fissures intra-toron et décohésions). L'outil d'insertion de l'endommagement développé a été automatisé et requiert comme seules données d'entrées le maillage non fissuré et la description de la topologie des fissures. Les conclusions qui se dégagent de cette analyse sont les suivantes :

- La modélisation sous forme d'une CER et l'utilisation de conditions aux limites périodiques impliquent la périodicité de l'endommagement. De plus, les conditions limites périodiques utilisées permettent de représenter une portion de matériau loin des bords, et ne permettent donc pas de prendre en compte les effets de bords. Cependant, l'influence des effets de bords sur les champs de contrainte est relativement faible dans le cas étudié. La localisation et les maxima de contrainte et de critère en contrainte sont également peu influencés.

- Il est primordial de s'assurer de la convergence des maillages sains et endommagés utilisés pour modéliser l'endommagement. Puisque la condition en énergie du critère couplé pilote l'amorçage, il est impératif de s'assurer de la convergence du maillage en termes d'énergie libérée par la fissure.

- La localisation de l'endommagement obtenue en utilisant un critère en contrainte donne qualitativement des résultats similaires aux observations expérimentales. Les quelques différences observées peuvent être expliquées par des aspects qui ne sont pas pris en compte dans la modélisation tels que :
    - la variabilité du matériau
    - La présence de défauts et les contraintes résiduelles de cuisson liées à la fabrication
    - Les hypothèses de modélisation concernant la forme et la progression des endommagements

- Dans le cas présent, le critère en énergie domine le critère en contrainte, et c'est lui qui pilote l'amorçage d'une fissure transverse. Contrairement au cas où les deux critères sont strictement atteints simultanément, la forme du front de la fissure ne peut pas être déterminée à partir des lignes d'iso valeurs du critère en contrainte. La forme de la fissure doit donc être déterminée à partir du critère en énergie, ce qui est plus coûteux numériquement qu'avec le critère en contrainte.

- La déformation à l'amorçage obtenue avec le critère en contrainte seule est nettement plus faible que la déformation obtenue expérimentalement par émission acoustique. Une estimation plus raisonnable est obtenue avec le critère en énergie, qui permet également de déterminer la longueur et la localisation de la fissure à l'amorçage. La localisation des fissures avec le critère en contrainte seul donne des résultats proches de la localisation obtenue avec le critère en énergie. Aucune décohésion à l'amorçage n'est prévue car la condition en contrainte du critère couplé n'est pas remplie à la surface des torons.

- Le nombre de calculs nécessaires à l'application de l'approche proposée croît exponentiellement avec le nombre de paramètres décrivant la fissure, ce qui peut être numériquement très coûteux. Le nombre de calculs à mener peut être réduit en découplant certains paramètres dans la minimisation de la déformation à l'amorçage, ou en utilisant une approche d'optimisation à direction de descente.

Les résultats obtenus dans ce chapitre mettent en évidence la pertinence de la modélisation discrète de l'endommagement à l'échelle mésoscopique et de l'utilisation d'un critère couplé pour déterminer l'amorçage de l'endommagement d'un composite tissé. L'approche proposée est relativement flexible, puisque applicable si d'autres constituants ou architectures du renfort sont étudiés. La méthode présentée est de plus applicable à n'importe quel cas de chargement macroscopique, dès lors que la forme de la fissure est connue ou supposée. Au-delà des aspects pratiques de temps de calcul et de gestion de la mémoire, la méthode proposée a un fort potentiel dans une optique de conception. Actuellement, la séquence (amorçage, propagation) des mécanismes d'endommagement d'un composite tissé n'est réellement connue qu'une fois le matériau fabriqué et testé. Le choix d'une nouvelle architecture du renfort lors de la fabrication d'une structure en composite tissé est donc relativement limité, puisque cette démarche nécessite de fabriquer et de tester plusieurs matériaux contenant différentes configurations du renfort. La méthode proposée permet d'étudier la configuration d'amorçage de l'endommagement dans une CER de composite tissé, et pourrait très bien être utilisée pour modéliser des « matériaux virtuels », *i.e.*, des matériaux qui n'ont pas encore été réellement fabriqués, mais dont on souhaite avoir des indications sur le comportement mécanique. En effet, une approche possible serait de générer des CERs de composites tissés couvrant une gamme d'architectures de renforts donnée, et d'appliquer la méthode proposée afin de sélectionner la configuration la plus adaptée à une sollicitation donnée.

Les travaux présentés dans ce chapitre ont fait l'objet de deux publications :

- A. Doitrand, C. Fagiano, V. Chiaruttini, FH. Leroy, A. Mavel, M. Hirsekorn. Experimental characterization and numerical modeling of damage at the mesoscopic scale of woven polymer matrix composites under quasi-static tensile loading. Compos Sci Technol 2015;119:1-11.
- A. Doitrand, C. Fagiano, N. Carrère, V. Chiaruttini, M. Hirsekorn. Damage onset modeling in woven composites based on a coupled stress and energy criterion. Eng Fract Mech, doi :10.1016/j.engfracmech.2016.11.021.

Chapitre VI : Modélisation de la cinétique d'endommagement et de son influence sur le comportement mécanique macroscopique du composite tissé

L'analyse menée au chapitre précédent a permis de déterminer l'amorçage de l'endommagement dans la CER en utilisant un critère couplé en contrainte et en énergie. L'objet de ce chapitre est la détermination de la propagation de l'endommagement au cours du chargement.

Plan du Chapitre

VI.1 Introduction 144
VI.2 Modélisation de la propagation de l'endommagement 144
VI.2.1 Rappels de mécanique de la rupture 144
VI.2.1.1 Critère de Griffith 144
VI.2.1.2 Mécanique de la rupture incrémentale 145
VI.2.2 Modélisation de l'endommagement dans la CER 147
VI.2.2.1 Hypothèses sur la configuration des fissures 147
VI.2.2.2 Algorithme de propagation de l'endommagement 148
VI.2.2.3 Exemple d'application : Cas d'une fissure intra-toron 151
VI.3 Propagation de l'endommagement dans la CER 152
VI.3.1 Amorçage des décohésions 152
VI.3.2 Propagation des fissures et des décohésions 153
VI.3.3 Interaction entre les fissures 156
VI.3.3.1 Amorçage d'une seconde fissure en présence d'une fissure existante 156
VI.3.3.2 Couplage entre les fissures 158
VI.4 Cinétique et influence de l'endommagement sur le comportement 159
VI.4.1 Cinétique 159
VI.4.2 Influence de l'endommagement sur le comportement du matériau 165
VI.5 Conclusions 167

Nomenclature

δW_p	Variation d'énergie potentielle
δW_k	Variation d'énergie cinétique
S	Aire de la fissure
G	Taux de restitution d'énergie
G^{inc}	Taux de restitution d'énergie incrémental
G^c	Taux de restitution d'énergie critique
$d = (d_1, \ldots, d_n)$	Paramètres décrivant la fissure
ε	Déformation imposée
d_c	Longueur de fissure
μ	Longueur de décohésion
ρ	Densité de fissures
ρ_μ	Densité de décohésions
$\underline{\underline{S}}_0, \underline{\underline{S}}$	Tenseurs des souplesses du matériau sain et endommagé
S_0^r, S^r	Tenseurs des souplesses réduits du matériau sain et endommagé
$\underline{\underline{H}}$	Tenseur d'effets de l'endommagement

VI.1 Introduction

Les essais de caractérisation du composite étudié (Chapitre III) ont permis de mettre en évidence les mécanismes d'endommagement du matériau, (nature : fissures et décohésions, localisation, niveau de chargement à l'amorçage, densité) et d'estimer leur influence sur le comportement mécanique (évolution du module de Young et du coefficient de Poisson en fonction de la densité de fissures). Classiquement, ces données sont utilisées pour l'identification des paramètres de modèles d'endommagement macroscopiques [Maire1997, Marcin2010, Rakotoarisoa2013, Hurmane2015, Elias2015]. En particulier, l'identification de ce type de modèle nécessite la détermination de la cinétique d'endommagement du matériau, c'est-à-dire l'évolution de la densité des endommagements en fonction du chargement imposé. Un autre point clé consiste à déterminer les tenseurs d'effets de l'endommagement, c'est-à-dire l'influence des endommagements sur les propriétés mécaniques du composite. Un des objectifs de la modélisation à l'échelle mésoscopique est de réduire le nombre d'essais nécessaires à l'identification des paramètres des modèles d'endommagement macroscopiques. Pour cela, il s'agit, à partir de la CER et des propriétés des constituants, de déterminer une cinétique d'endommagement et d'évaluer l'influence de l'endommagement sur le comportement mécanique du composite. Il est alors nécessaire de prévoir l'amorçage et la propagation des endommagements dans le matériau.

Dans le chapitre précédent, un critère permettant de déterminer la configuration d'une fissure et le niveau de chargement à l'amorçage a été présenté. Les objectifs de ce chapitre sont la prévision de l'évolution de l'endommagement dans une CER de composite tissé et de son influence sur le comportement mécanique macroscopique du matériau. Un algorithme permettant d'évaluer la propagation de l'endommagement est présenté en section VI.2. L'application de cet algorithme dans une CER du composite tissé étudié fait l'objet de la section VI.3. La section VI.4 présente la cinétique d'endommagement ainsi obtenue et la prévision de l'influence de l'endommagement sur le comportement mécanique du composite.

VI.2 Modélisation de la propagation de l'endommagement

L'objet de cette section est la présentation d'une approche numérique permettant de traiter la propagation des mécanismes d'endommagement (fissures et décohésions) dans les composites tissés. Quelques rappels de mécanique de la rupture classique et de sa version incrémentale sont tout d'abord proposés en section VI.2.1. Un algorithme pour la propagation de l'endommagement est ensuite présenté en section VI.2.2.

VI.2.1 Rappels de mécanique de la rupture

VI.2.1.1 Critère de Griffith

La mécanique linéaire de la rupture classique permet d'étudier la propagation d'une fissure dans un matériau dont le comportement est élastique et pour des mécanismes de rupture fragile. Cela signifie que la zone de plastification du matériau autour de la pointe de fissure est beaucoup plus petite que les dimensions caractéristiques du matériau [Weißgraeber2016]. Pour le matériau étudié, la zone de plastification de la matrice dans les torons est visible à l'échelle microscopique, mais pas à l'échelle mésoscopique, ce qui justifie l'utilisation de la

mécanique linéaire de la rupture pour ce type de matériau. L'approche présentée dans ce travail découle de la théorie de Griffith [1920], basée sur l'idée que la propagation d'une fissure consomme de l'énergie proportionnellement à la surface de la fissure créée. Pour expliquer la propagation d'une fissure, Griffith a établi le critère suivant : la propagation d'une fissure se déclenche quand la diminution de l'énergie de déformation élastique stockée (énergie potentielle) est au moins égale à l'énergie nécessaire pour former la surface de fissure. Ce critère peut être décrit par l'intermédiaire d'un bilan d'énergie entre les états avant et après propagation de la fissure (Eq VI.1).

$$\delta W_p + \delta W_k + G^c \delta S = 0 \qquad \text{(Eq VI.1)}$$

où δW_p et δW_k sont respectivement les variations d'énergies potentielles et cinétiques. L'aire de la fissure nouvellement créée est notée δS et G^c est l'énergie de rupture par unité de surface, c'est-à-dire le taux de restitution d'énergie critique du matériau. L'état avant propagation de la fissure étant statique, $\delta W_k \geq 0$, ce qui donne une condition nécessaire pour la propagation de la fissure (Eq VI.2).

$$\frac{-\delta W_p}{\delta S} \geq G^c \qquad \text{(Eq VI.2)}$$

Si la fissure croît de manière continue, la condition précédente est valable pour n'importe quel incrément de surface de fissure δS, et le passage à la limite ($\delta S \rightarrow 0$) permet d'obtenir la forme différentielle de (Eq VI.2) :

$$\frac{-\partial W_p}{\partial S} = G \geq G^c \qquad \text{(Eq VI.3)}$$

G est le taux de restitution d'énergie différentiel. Le critère de propagation établi par Griffith consiste à comparer le taux de restitution d'énergie différentiel au taux de restitution d'énergie critique G^c. Ce critère, fondé sur une approche énergétique globale, s'affranchit de la notion de singularité de contraintes en front de fissure, contrairement à une approche locale pour laquelle la propagation est déterminée à partir du calcul de la répartition des contraintes en front de fissure [Irwin1957].

VI.2.1.2 Mécanique de la rupture incrémentale

La théorie de Griffith est adaptée à l'étude de la propagation d'une fissure existante, mais ne permet pas de prévoir son amorçage. Dans les composites, l'amorçage de l'endommagement est un phénomène spontané, puisque les fissures amorcent de manière quasi-instantanée sur une longueur finie, et peut être décrit par l'approche incrémentale de la mécanique de la rupture [Hashin1996]. La mécanique de la rupture incrémentale a été utilisée dans le chapitre précédent pour prévoir l'amorçage de l'endommagement dans un composite tissé. Cette approche est basée sur l'hypothèse que l'endommagement ne progresse pas de manière continue mais par incréments finis. Dans ce cas, le taux de restitution d'énergie est remplacé par le taux de restitution d'énergie incrémental dans la condition donnée en (Eq VI.3). Le taux de restitution d'énergie incrémental peut s'exprimer en fonction du taux de restitution d'énergie (Eq VI.4) :

(a) $$G^{inc}(S_0, \Delta S) = \frac{1}{\Delta S}\int_{S_0}^{S_0+\Delta S} G(\tilde{S})\, d\tilde{S}$$

(b) $$\frac{d(G^{inc}(S_0, \Delta S)\Delta S)}{dS} = \frac{dG^{inc}(S_0, \Delta S)}{dS}\Delta S + G^{inc}(S_0, \Delta S) = G(S)$$

(Eq VI.4)

Si $\frac{dG^{inc}}{dS} < 0$, le taux de restitution d'énergie différentiel G est inférieur au taux de restitution d'énergie incrémental G^{inc}, et vice versa. Ainsi, les taux de restitution d'énergie différentiel et incrémental sont égaux lorsque ce dernier atteint un extrema ($\frac{dG^{inc}}{dS} = 0$).

Après l'amorçage de la fissure, la propagation de la fissure est pilotée par le taux de restitution d'énergie (Section VI.2.1.1). On distingue deux cas de propagation :

- La propagation de la fissure est dite stable si la fissure ne propage pas sans augmentation supplémentaire du chargement. La stabilité de la fissure peut être traduite par une condition sur le taux de restitution d'énergie et sa dérivée (Eq VI.5).

$$G < G^c \text{ ou } (G = G^c \text{ et } \frac{dG}{dS} < 0) \qquad \text{(Eq VI.5)}$$

- La propagation de la fissure est instable si la fissure peut propager sans augmenter le chargement. La condition traduisant l'instabilité de la propagation de la fissure (Eq VI.6) est le complément de la condition donnée en (Eq VI.5).

$$G > G^c \text{ ou } (G = G^c \text{ et } \frac{dG}{dS} \geq 0) \qquad \text{(Eq VI.6)}$$

L'étude de la propagation d'une fissure nécessite donc le calcul du taux de restitution d'énergie et de sa dérivée. Dans le cas de l'architecture complexe d'un composite tissé, cette étape nécessite des calculs par EF. Une possibilité permettant de calculer le taux de restitution d'énergie est l'utilisation d'approches locales, telles que la méthode G-θ [Destuynder1983, Ousset1997, Chiaruttini2011], pour laquelle le calcul du taux de restitution d'énergie est basée sur la répartition des contraintes en pointe de fissure. Ces méthodes nécessitent un maillage très raffiné en pointe de fissure, et ne seront pas abordées dans ce travail. Une autre possibilité consiste à effectuer un bilan d'énergie entre les états avant et après propagation pour un petit incrément de surface de fissure. En effet, par passage à la limite dans (Eq VI.4), on obtient l'égalité des taux de restitution d'énergie différentiel et incrémental pour des incréments infinitésimaux de ΔS (Eq VI.7).

$$\lim_{\Delta S \to 0} \frac{dG^{inc}}{dS}\Delta S + G^{inc} = G \qquad \text{(Eq VI.7)}$$
$$i.e.\ G^{inc} = G$$

En pratique, le calcul du taux de restitution d'énergie peut donc être mené en calculant le taux de restitution d'énergie incrémental pour de petits incréments de surface de fissure.

VI.2.2 Modélisation de l'endommagement dans la CER

L'étude de la propagation de l'endommagement nécessite le calcul du taux de restitution d'énergie et de sa dérivée pour déterminer la stabilité de la propagation de la fissure. Pour cela, il s'agit d'effectuer un bilan d'énergie entre l'état courant et un état où l'endommagement est propagé d'un petit incrément (*cf.* Section VI.2.1). Dans le cas de l'étude 3D d'un composite tissé, la propagation d'un endommagement dans la CER peut être décrite par une infinité de configurations ([Weißgraeber2016], *cf.* Chapitre V). Puisque la forme de la fissure n'est pas connue à priori, des hypothèses doivent être faites afin de limiter le nombre de configurations possibles et ainsi le nombre de calculs nécessaires pour étudier sa propagation. Les hypothèses faites sur la configuration de la fissure sont tout d'abord rappelées en section VI.2.2.1. Un algorithme permettant d'étudier la propagation des endommagements dans la CER est ensuite présenté en section VI.2.2.2.

VI.2.2.1 Hypothèses sur la configuration des fissures

Dans le chapitre précédent, l'amorçage de 14 fissures dans la CER a été étudié en appliquant un critère couplé en contrainte et en énergie (Section V.3). Pour cela, plusieurs hypothèses ont été faites sur la configuration des fissures. L'objectif de ce chapitre étant d'étudier la propagation de ces endommagements dans la CER, cette étude est basée sur les mêmes hypothèses. Ces hypothèses, dont la validité a déjà été discutée au chapitre précédent (Section V.3.1) sont les suivantes :

- L'endommagement est orienté selon la méso structure
- Les fissures traversent toute l'épaisseur du toron
- Les fissures sont orthogonales à la direction de chargement
- L'amorçage des fissures est localisé au niveau des maxima de critère en contrainte

Il existe trois modes de propagation de fissure (Figure VI.1) :

- Le mode I (ou mode d'ouverture) résultant d'une contrainte de traction perpendiculaire au plan de fissure.
- Le mode II (ou mode de glissement plan) résultant d'une contrainte de cisaillement dans un plan normal au front de fissure.
- Le mode III (ou mode de glissement anti-plan) résultant d'une contrainte de cisaillement dans un plan parallèle à la fissure.

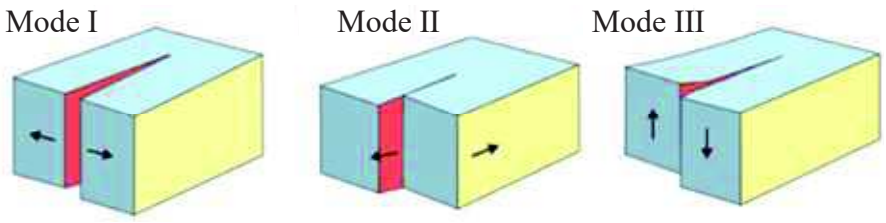


Figure VI.1 : Illustration des modes de propagation de fissures.

Dans le cas général, une fissure propage selon une combinaison de ces trois modes. Pour une question de simplicité de mise en œuvre de la méthode, seule la propagation de fissures en mode I sera étudiée dans ce chapitre.

Les résultats du chapitre précédent ont montré que les fissures à l'amorçage ne sont pas accompagnées de décohésions, étant donné que le critère en contrainte aux interfaces entre les torons n'est pas rempli (Section V.3). L'étude de l'évolution des décohésions est traitée dans ce chapitre (Section VI.3). Similairement aux fissures intra-toron, il est possible de décrire le front de la décohésion par une infinité de paramètres. Afin de réduire le nombre de calculs à effectuer, et de faciliter l'analyse de la propagation de l'endommagement, le front des décohésions est supposé droit, et la décohésion en pointe de fissure est de longueur égale de part et d'autre de la pointe de fissure (Figure VI.2). Sous ces hypothèses, chaque fissure peut être décrite par deux paramètres :

- La longueur de fissure
- La longueur de décohésion

VI.2.2.2 Algorithme de propagation de l'endommagement

Soit un endommagement décrit par le jeu de paramètres $d = (d_1,\ldots, d_n)$ dans une CER soumise à un chargement ε. Sous les hypothèses décrites en Section VI.2.2.1, l'endommagement peut être décrit par sa longueur de fissure d_c et sa longueur de décohésion μ. L'objectif de cette section est de présenter un algorithme permettant d'étudier la propagation de l'endommagement dans la CER. Cet algorithme sera utilisé dans la suite de ce travail pour déterminer la propagation des fissures et des décohésions dans la CER. L'étude de la propagation de l'endommagement dans la CER nécessite le calcul du taux de restitution d'énergie G. Comme expliqué en section VI.2.1.2, celui-ci peut être calculé à partir du taux de restitution d'énergie incrémental pour des petits incréments de surface de fissure. Cette méthode est utilisée pour calculer G dans l'algorithme présenté dans cette section. A partir de la configuration courante (endommagement décrit par d et niveau de chargement ε), il s'agit de déterminer l'évolution du jeu de paramètres d en fonction du chargement croissant ε. L'algorithme proposé, dont une représentation schématique est présentée en Figure VI.3, consiste à chaque itération, à déterminer l'incrément de propagation d'endommagement en fonction de l'incrément de chargement. L'incrément de propagation d'endommagement est choisi pour chaque paramètre d_i afin qu'il représente le même incrément de surface.

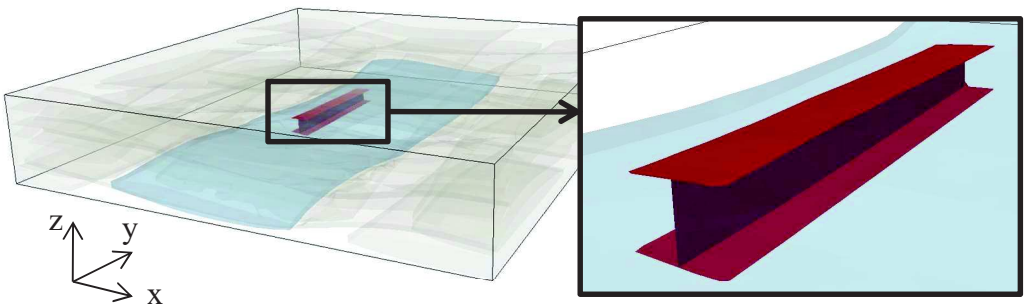


Figure VI.2 : Illustration d'un endommagement dans la CER (fissure intra-toron et décohésion en pointe de fissure).

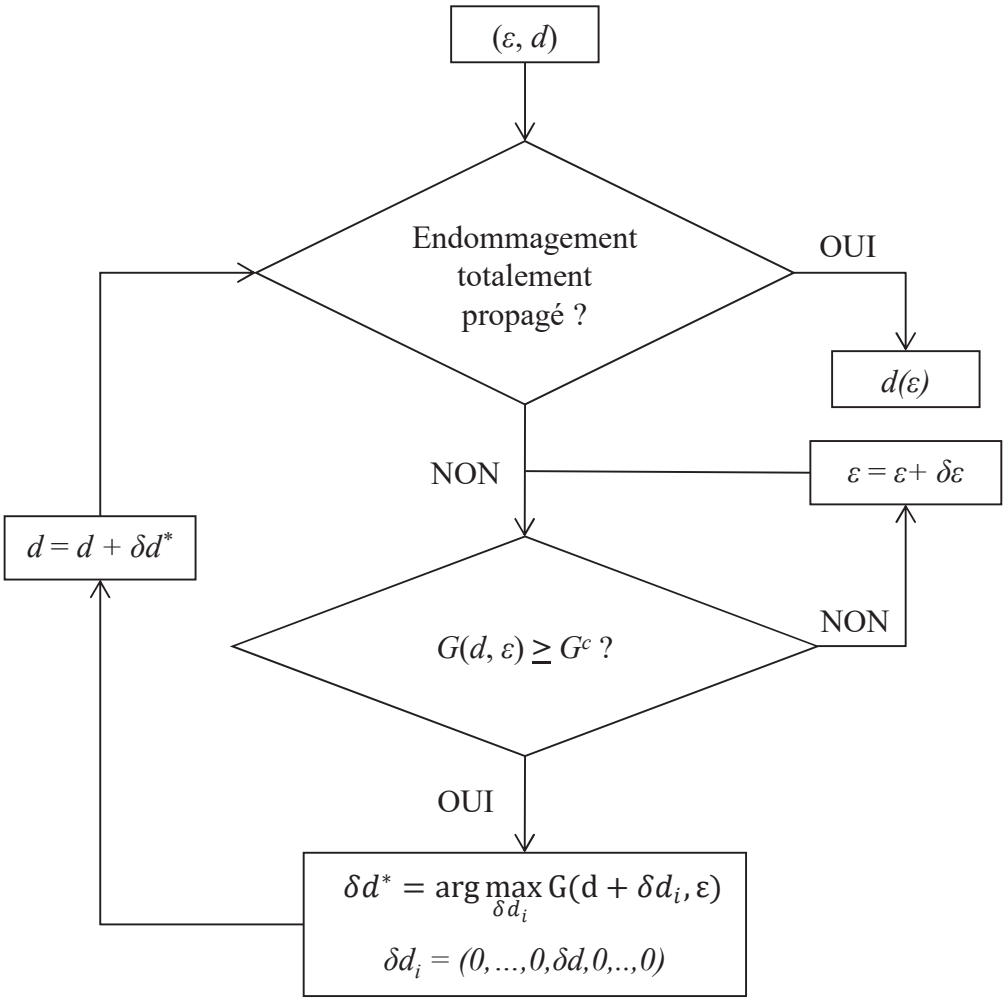


Figure VI.3 : Représentation schématique de l'algorithme de propagation de l'endommagement dans la CER

Le fonctionnement d'une itération de l'algorithme est le suivant :

- Si la configuration courante de l'endommagement est totalement propagée (par exemple si la fissure traverse toute la CER), l'algorithme renvoie l'évolution de d en fonction de ε.
- Sinon, la condition de propagation de la fissure $G \geq G^c$ est testée
  - Si cette condition n'est pas remplie, le chargement est incrémenté
  - Sinon, l'endommagement est propagé d'un incrément du paramètre décrivant la fissure qui maximise le taux de restitution d'énergie incrémental.
- La configuration courante de l'endommagement d et le niveau de chargement ε sont mis à jour.

L'algorithme proposé permet d'étudier à la fois les cas de propagation stable ou instable.

- *Cas de propagation stable*

Considérons le cas d'une fissure dans la CER, dont l'amorçage a été traité au chapitre précédent (Section V.3). Dans ce cas, le taux de restitution d'énergie incrémental présente un maximum. La fissure amorce dans une configuration correspondant à ce maximum, et telle que $G^{inc} = G^c$. De plus, les taux de restitution d'énergie incrémental et différentiel sont égaux (*cf.* (Eq VI.4)), ce qui assure la condition $G = G^c$, et la dérivée du taux de restitution d'énergie différentiel est négative. Ainsi, la condition donnée en (Eq VI.5) est respectée, ce qui signifie que la propagation de la fissure est stable. Une illustration de l'évolution des taux de restitution d'énergie différentiels et incrémentaux dans cette situation est présentée en Figure VI.4a. Dans le cas où la dérivée du taux de restitution d'énergie différentiel est toujours négative, c'est-à-dire que G est strictement décroissante pour $S > S^*$, la propagation de la fissure reste stable. Si le taux de restitution d'énergie différentiel croît de nouveau, la propagation de la fissure peut alors devenir instable.

- *Cas de propagation instable*

Une illustration de l'évolution des taux de restitution d'énergie incrémentaux et différentiels dans un cas de propagation instable est présentée en Figure VI.4b et c. Considérons le cas d'un fissure avec une aire S^* à la déformation ε. Dans ce cas, la propagation de la fissure est instable puisque la condition donnée en (Eq VI.6) est remplie. Ainsi, la fissure peut propager sans aucune augmentation du chargement. A un certain point de la propagation ($S^*+\Delta S^{min}$ dans la Figure VI.4b), le taux de restitution d'énergie différentiel devient inférieur au taux de restitution d'énergie critique G^c. A ce point, la propagation de la fissure devient stable. La fissure ayant amorcé avec une aire S^* va donc au moins propager jusqu'à une aire $S^*+\Delta S^{min}$ sans augmentation du chargement. Cependant, durant la propagation de la fissure de S^* à $S^*+\Delta S^{min}$, l'énergie libérée est supérieure à l'énergie nécessaire à la propagation de la fissure ($G > G^c$). Cet excédent d'énergie est alors disponible pour une propagation supplémentaire de la fissure [Leguillon2013, Weißgraeber2016]. Si cet excédent d'énergie est totalement dissipé autrement qu'en propagation de la fissure, par exemple en chaleur, la fissure ne propagera que jusqu'à $S^*+\Delta S^{min}$. A l'inverse, si tout l'excédent d'énergie disponible est utilisé pour propager la fissure, alors la fissure peut propager au maximum jusqu'à $S^*+\Delta S^{max}$, vérifiant la condition donnée en (Eq VI.8) et illustrée en Figure VI.4b et c. En pratique, une part de l'énergie est utilisée pour la propagation et le reste est dissipé. La part d'énergie disponible pour la propagation de la fissure peut être définie en introduisant un coefficient compris entre 0 et 1 [Weißgraeber2016]. L'identification de ce coefficient étant relativement complexe, seuls les deux cas extrêmes seront étudiés dans ce travail, *i.e.*, l'utilisation de tout l'excédent d'énergie pour la propagation ou la dissipation complète de cet excédent d'énergie.

$$A_1 = \int_{S^*}^{S^*+\Delta S^{min}} (G(S) - G^c)dS = \int_{S^*+\Delta S^{min}}^{S^*+\Delta S^{max}} \left(G^c - G(S)\right)\mathrm{d}S = A_2 \qquad \text{(Eq VI.8)}$$

Dans le cas où le taux de restitution d'énergie croît et dépasse à nouveau G^c, un excédent d'énergie suffisamment élevé peut entraîner le « saut » d'une région où $G < G^c$ et continuer à se propager de manière instable (Figure VI.4c).

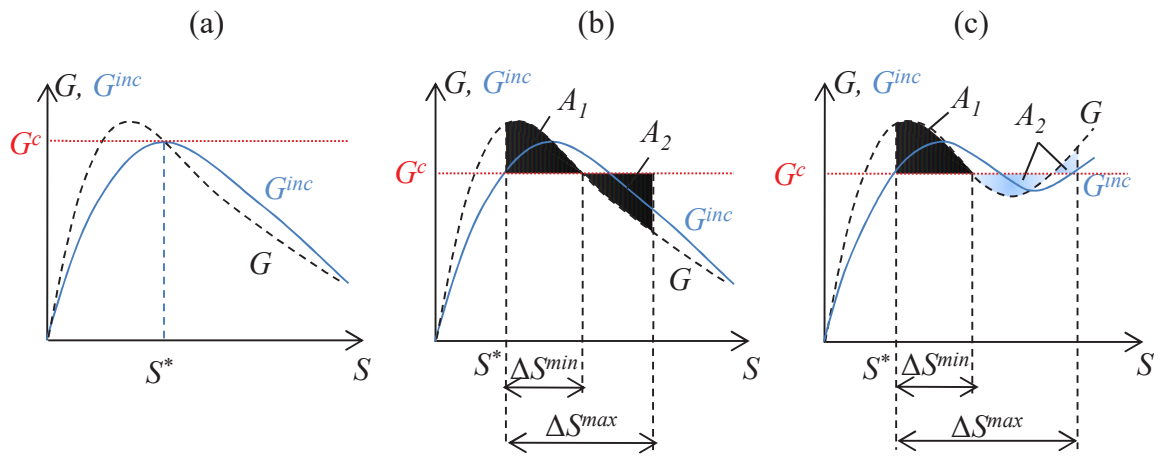


Figure VI.4 : Evolution des taux de restitution d'énergie incrémentaux et différentiels dans le cas d'une propagation (a) stable et (b et c) instable.

Dans le cas où l'excédent d'énergie est utilisé par la propagation supplémentaire de la fissure, et ne permet pas un tel « saut » de propagation (Figure VI.4b), la fissure propage sans augmentation de chargement jusqu'à une aire $S^*+\Delta S^{max}$ pour laquelle $A_1 = A_2$ et telle que $G(\varepsilon, S^*+\Delta S^{max}) < G^c$. La fissure ne propagera donc plus sans augmentation $\Delta\varepsilon$ du chargement de sorte que $G(\varepsilon+ \Delta\varepsilon, S^*+\Delta S^{max}) = G^c$. Au contraire, dans le cas où tout l'excédent d'énergie est dissipé autrement qu'en propagation, la fissure propage jusqu'à une aire $S^*+\Delta S^{min}$, pour laquelle $G(\varepsilon, S^*+\Delta S^{min}) = G^c$. Puisque la condition donnée en (Eq VI.5) pour la propagation de la fissure est remplie, la fissure va tout de suite propager de manière stable, et ce jusqu'à $S^*+\Delta S^{max}$ pour un chargement $\varepsilon+ \Delta\varepsilon$. Dans le cas où l'excédent d'énergie est utilisé pour la propagation de la fissure, aucune énergie supplémentaire n'est nécessaire pour propager la fissure jusqu'à $S^*+ \Delta S^{max}$ alors que dans le cas où l'excédent d'énergie est dissipé en chaleur, de l'énergie supplémentaire est nécessaire pour propager la fissure jusqu'au même point.

VI.2.2.3 Exemple d'application : Cas d'une fissure intra-toron

L'algorithme présenté dans la section précédente est appliqué dans cette section pour la détermination de l'évolution de la longueur de la fissure n°14 (amorçage à $\varepsilon = 7.56\cdot10^{-3}$ et d_c = 1.92mm, *cf.* Chapitre V) en fonction du chargement. Des incréments de surface de fissure et de déformation ΔS = 0.01mm (soit environ 1/1000e de l'aire d'une fissure traversant toute la CER) et $\Delta\varepsilon = 10^{-6}$ ont été utilisés (ainsi que pour l'ensemble des résultats présentés dans ce chapitre). Le taux de restitution d'énergie critique utilisé pour les torons G^c = 118J/m² [Benzegaggh1996] a été trouvé dans la littérature pour un composite à matrice époxy et fibres de verre, et est le même que celui utilisé pour déterminer l'amorçage de l'endommagement (*cf.* Chapitre V). La Figure VI.5 présente l'évolution de la longueur de la fissure obtenue en fonction de la déformation en prenant en compte l'utilisation de l'excédent d'énergie en propagation supplémentaire de la fissure. Un cas illustrant la différence entre la prise en compte de la dissipation d'un excédent d'énergie et son utilisation pour la propagation de la fissure est présenté en section VI.3.2. L'algorithme de propagation de l'endommagement présenté est utilisé dans la suite de ce travail pour déterminer l'évolution des longueurs des 14 fissures étudiées et des décohésions associées dans la CER.

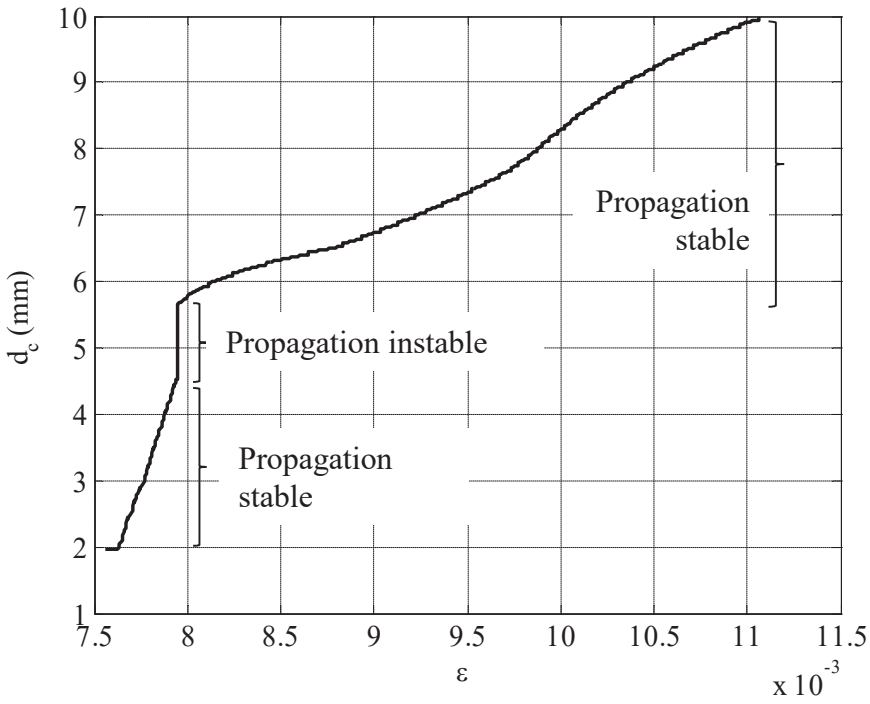


Figure VI.5 : Evolution de la longueur de la fissure n°14 en fonction de la déformation. La propagation de cette fissure est tout d'abord stable jusqu'à 4.6mm, puis instable de 4.6 à 5.7mm, et de nouveau stable à partir de 5.7mm.

VI.3 Propagation de l'endommagement dans la CER

VI.3.1 Amorçage des décohésions

Les observations expérimentales mettent en évidence la présence de décohésions en pointe de fissures intra-toron (*cf* Chapitre III), mais les résultats obtenus dans le chapitre précédent ont montré que les décohésions ne peuvent pas être présentes à l'amorçage de la fissure puisque la condition en contrainte du critère couplé n'est pas remplie (Section V.3). Cependant, dès que la fissure intra-toron est amorcée, le champ de contrainte devient singulier en pointe de fissure. Ainsi, après l'amorçage de la fissure intra-toron, le critère en contrainte peut être atteint à l'interface entre les torons à proximité de la pointe de fissure, ce qui permet l'amorçage d'une décohésion (qui est en fait une propagation de la fissure à l'interface). Martin *et al.* [2008] ont montré que la décohésion peut même amorcer avant que la pointe de fissure ait atteint l'interface entre les torons. Cette configuration ne sera pas étudiée dans ce travail, et la décohésion peut donc seulement amorcer lorsque la fissure a traversé toute l'épaisseur du toron. La longueur de la décohésion qui apparaît immédiatement après l'amorçage de la fissure intra-toron peut être estimée par un bilan d'énergie entre l'état avec une fissure seule et l'état avec une fissure et une décohésion. L'énergie potentielle libérée est calculée pour des fissures contenant des décohésions de différentes longueurs. Le bilan d'énergie effectué permet de calculer la déformation nécessaire pour amorcer une décohésion d'une longueur donnée. La détermination de la longueur de décohésion est illustrée ci-après pour la fissure étudiée en section V.4.1. Pour rappel, cette fissure, localisée en utilisant la condition en énergie du critère couplé, amorce sur une longueur de $d_c^* = 2.02\text{mm}$ et à une

déformation de $\varepsilon_c^{energy} = 6.37 \cdot 10^{-3}$. L'évolution de la déformation nécessaire pour amorcer la décohésion en fonction de la longueur de décohésion est présentée en Figure VI.6. La déformation nécessaire à l'amorçage de la décohésion augmente avec la longueur de décohésion. Cependant, cette déformation doit être au moins égale à la déformation à l'amorçage ε_c^{energy}, sinon la fissure intra-toron n'amorcerait pas et le critère en contrainte ne serait pas atteint à l'interface entre les torons. A cette déformation, l'énergie libérée est suffisante pour amorcer une décohésion de longueur $\mu^* = 0.09$mm (Figure VI.6). Une décohésion de cette longueur va alors amorcer instantanément après l'amorçage de la fissure intra-toron associée.

La méthode présentée pour la détermination de la longueur de décohésion à l'amorçage a été appliquée à l'ensemble des 14 fissures (localisées avec le critère en contrainte) considérées pour l'étude de la propagation de l'endommagement dans la CER. Les longueurs de décohésions et les déformations à l'amorçage obtenues pour chacune des fissures sont résumées dans le Tableau VI.1.

Fissure	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
μ_c*(mm)	0.033	0.063	0.066	0.021	0.02	0.	0.02	0.02	0.036	0.02	0.066	0.04	0.064	0.056
ε_c (x10^{-3})	9.34	6.8	6.58	8.82	9.05	9.8	7.72	10.1	7.92	8.10	8.04	8.71	8.37	7.56

Tableau VI.1 : Longueurs de décohésions et déformations à l'amorçage des 14 fissures.

VI.3.2 Propagation des fissures et des décohésions

L'amorçage de la fissure intra-toron est déterminé par la configuration qui maximise le taux de restitution d'énergie incrémental (Section V.3). Au niveau de ce maximum, on a :

- $G^{inc} = G^c$ (condition d'amorçage de la fissure)
- $G^{inc} = G$ et $\frac{dG}{dS} < 0$ (extrema du taux de restitution d'énergie incrémental)

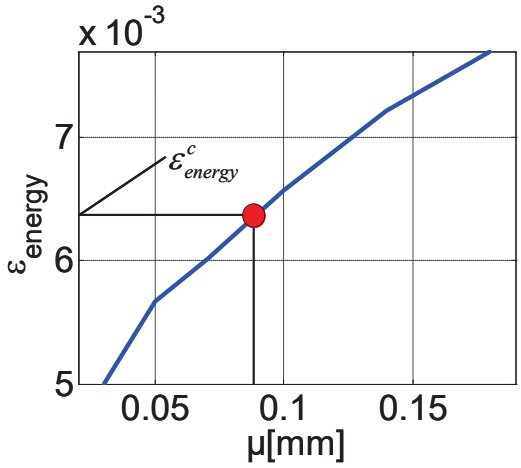


Figure VI.6 : Déformation à l'amorçage en fonction de la longueur de décohésion

Ainsi, la propagation de la fissure seule est stable. Cependant, les résultats obtenus en section VI.3.1 montrent qu'une décohésion peut amorcer sur une longueur donnée au même niveau de déformation. La longueur de la décohésion à l'amorçage d'une fissure a été déterminée en section VI.3.1 pour les 14 fissures étudiées. Après amorçage de la décohésion, la nouvelle configuration de la fissure incluant la décohésion ne correspond pas nécessairement à un maximum du taux de restitution d'énergie incrémental (Figure VI.7). Deux cas de figures sont alors possibles : une propagation stable (Eq VI.5) ou instable (Eq VI.6) de la fissure. Il s'agit alors de déterminer la propagation de la fissure et de la décohésion en fonction du chargement imposé. Pour cela, l'algorithme présenté en Section VI.2.2.2 est appliqué et la propagation des fissures ou des décohésions est déterminée à chaque itération selon la direction (propagation de la fissure ou propagation de la décohésion) qui maximise le taux de restitution d'énergie. Pour l'ensemble des fissures étudiées, la fissure propage et traverse la CER avant une quelconque propagation de la décohésion. Ainsi, la propagation de la fissure peut être déterminée avec une longueur de décohésion constante égale à celle déterminée à l'amorçage.

La Figure VI.7b présente l'évolution de la longueur de la fissure n°14 en fonction de la déformation. Dans l'exemple présenté en Figure VI.7, la propagation de la fissure après l'amorçage de la décohésion est instable (resp. stable) si la décohésion à l'amorçage est (resp. n'est pas) prise en compte. Dans le cas où la décohésion est prise en compte la fissure propage de manière instable de 1.92mm (taille à l'amorçage) jusqu'à 6.7mm (resp. 5.1mm) si l'excédent d'énergie est utilisé pour la propagation de la fissure (resp. dissipé autrement qu'en propagation). La présence de la décohésion en pointe de fissure a donc tendance à accélérer la propagation de la fissure. L'évolution des aires des 14 fissures avec et sans décohésion en fonction du chargement a été déterminée grâce à l'algorithme présenté en section VI.2.2.2. Dans un premier temps, la propagation de chaque fissure a été traitée sans prendre en compte la présence des autres fissures dans la CER. Cela a permis de donner une première estimation de l'évolution de la densité de fissures en fonction de la déformation, la densité de fissures étant définie comme le rapport entre la somme des aires des fissures et le volume de la CER.

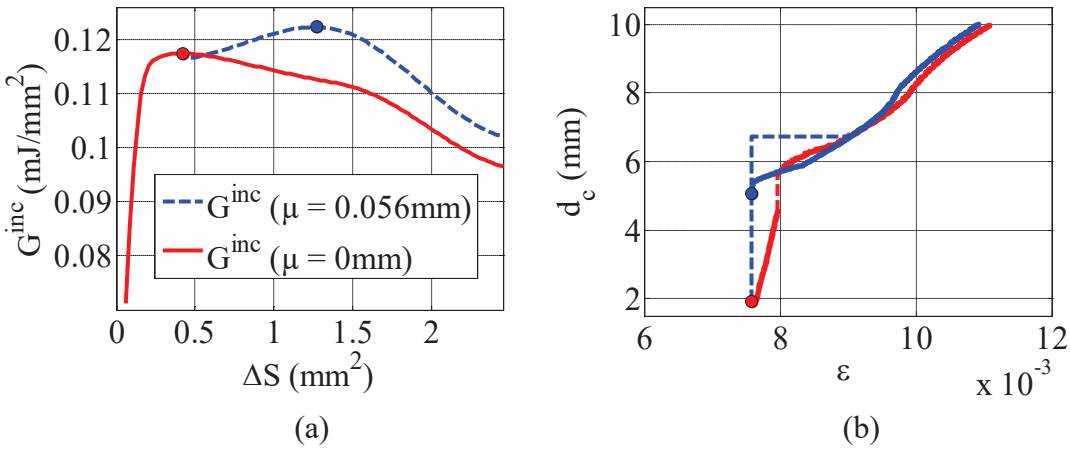


Figure VI.7 : (a) Taux de restitution d'énergie incrémental en fonction de la surface de la fissure n°14 sans (en rouge, trait plein) et avec (en bleu, pointillé) décohésion. (b) Longueur de la fissure en fonction de la déformation imposée sans (en rouge) et avec (en bleu) décohésion, en prenant en compte l'utilisation de l'excédent d'énergie en propagation de la fissure (en pointillé) ou sa dissipation autrement qu'en propagation (trait plein).

La Figure VI.8 montre l'évolution de la densité de fissures en fonction de la déformation dans le cas de fissures sans et avec décohésion, avec prise en compte ou non de l'utilisation de l'excédent d'énergie en propagation instable de la fissure. Dans le cas sans décohésion, la prise en compte ou non de l'utilisation de l'excédent d'énergie en propagation pour la propagation instable n'a qu'une très faible influence sur la cinétique d'endommagement. En effet, la majeure partie de la propagation des fissures est stable (*cf.* Figure VI.5), les différences sont donc négligeables. Dans le cas des fissures avec décohésion, la prise en compte de l'utilisation de l'excédent d'énergie en propagation accélère légèrement et ponctuellement la cinétique. En effet, ce phénomène est surtout observé à l'amorçage des décohésions en pointe de fissure, qui peuvent rendre la propagation de la fissure instable, et ainsi aboutir à une propagation un peu plus rapide des fissures dans le cas où un supplément d'énergie est à disposition. Enfin, la prise en compte des décohésions en pointe de fissure accélère quelque peu la cinétique d'endommagement par rapport à la cinétique prévue pour les fissures sans décohésion. Ceci est principalement dû au fait que l'amorçage de la décohésion peut rendre la propagation de la fissure instable, et donc accélérer sa propagation. Un effet de saturation est observé pour des niveaux de déformation $\varepsilon > 0.01$. Ce phénomène peut être expliqué par le nombre limité de fissures étudiées, qui ne permet pas de prendre en compte l'éventuel amorçage de nouvelles fissures à des niveaux de chargement plus élevés que $\varepsilon > 0.01$. Ce phénomène n'est pas observé expérimentalement étant donné que l'éprouvette rompt et que des densités de fissures supérieures à $0.22 mm^{-1}$ n'ont pas été mesurées expérimentalement.

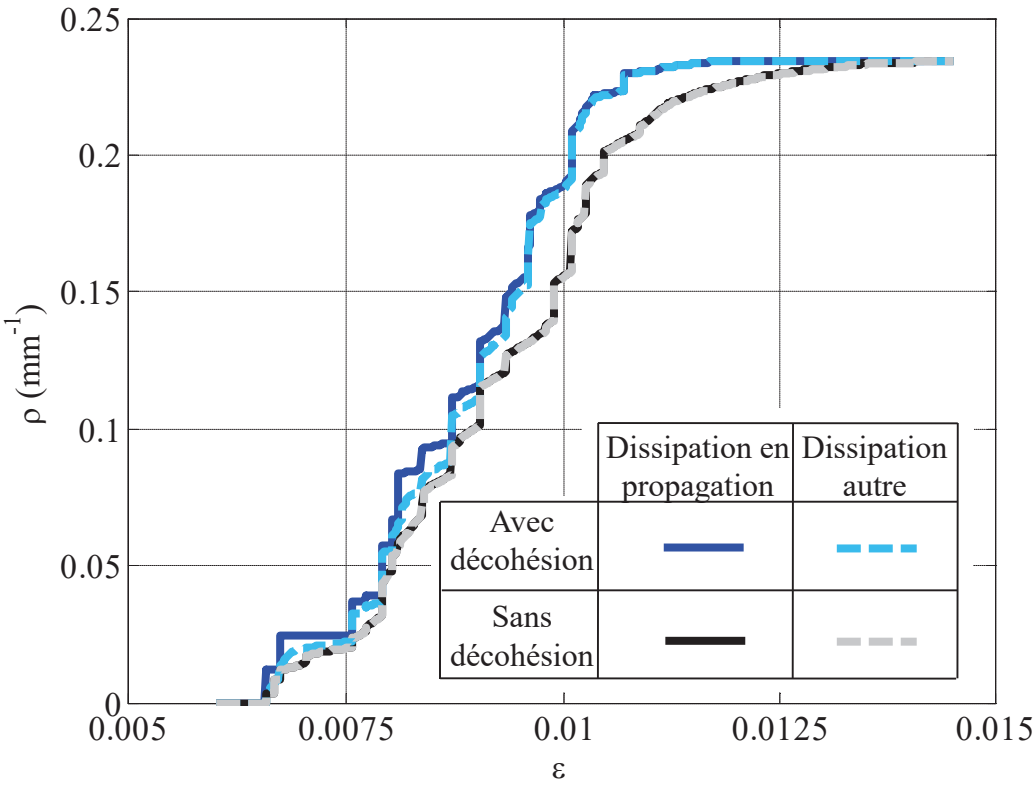


Figure VI.8 : Densité de fissures en fonction de la déformation dans le cas de fissures avec et sans décohésion, avec et sans prise en compte de la dissipation de l'excédent d'énergie dans la propagation de la fissure.

VI.3.3 Interaction entre les fissures

Les analyses proposées dans les Sections VI.3.1 et VI.3.2 ont été menées en étudiant chaque fissure de manière individuelle, sans considérer la présence des autres fissures dans la CER. Mise à part la première fissure, une fissure amorce et se propage dans le composite déjà endommagé, et donc en présence d'autres fissures. L'objectif de cette section est d'évaluer l'influence de la présence d'un endommagement sur l'amorçage et la propagation d'une autre fissure.

VI.3.3.1 Amorçage d'une seconde fissure en présence d'une fissure existante

Afin d'étudier l'influence de la présence d'une première fissure sur l'amorçage d'une seconde fissure, l'amorçage de la seconde fissure a été étudié en présence d'une première fissure, et comparé à l'amorçage de la seconde fissure seule. Dans la suite de cette section, les longueurs de la première et de la seconde fissure sont notées d_1 et d_2, l'exposant * indiquant une longueur de fissure ou une déformation à l'amorçage.

Le premier cas étudié concerne deux fissures dans deux torons différents (les deux torons étant des torons de trame d'une même couche, Figure VI.9). La déformation et la longueur de la seconde fissure à l'amorçage prévu en appliquant le critère couplé (*cf* Chapitre V) sont résumées en Tableau VI.2 pour différentes longueurs de la première fissure. Des résultats très similaires sont obtenus quelque soit la taille de la première fissure, ce qui met en évidence la très faible influence d'une première fissure sur l'amorçage d'une seconde fissure située dans un autre toron n'étant pas en contact avec le premier toron. Ainsi, deux fissures amorçant dans deux torons qui ne sont pas en contact peuvent être traitées de manière indépendante. Le second cas étudié concerne deux fissures dans un même toron. La Figure VI.10a montre la configuration des deux fissures dans le toron.

d_1 (mm)	0	3.4	10.01
d_2*(mm)	1.28	1.28	1.28
ε_2*	6.49	6.50	6.54

Tableau VI.2 : Longueur de fissure et déformation à l'amorçage d'une seconde fissure en présence ou non (d_1 = 0) d'une première fissure localisée dans un autre toron.

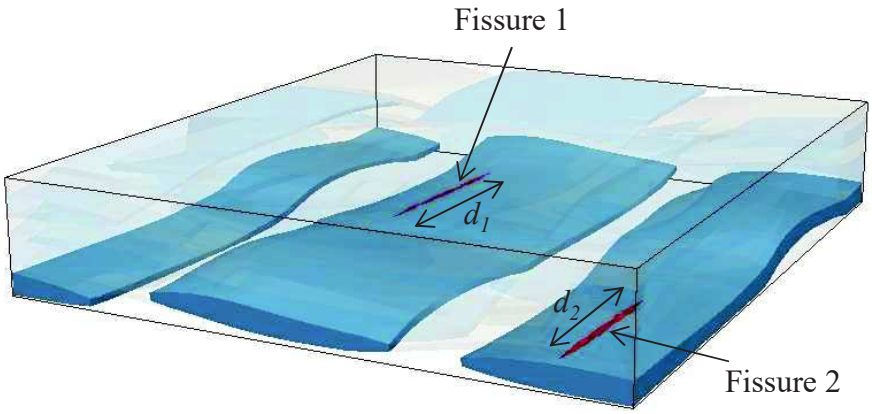


Figure VI.9 : Torons fissurés considérés pour l'étude de l'influence d'une première fissure sur l'amorçage d'une seconde fissure.

Le centre des deux fissures a été localisé au niveau de deux maxima locaux de contrainte dans le toron, ce qui donne une bonne estimation de la localisation possible des fissures (*cf.* Chapitre V). Les deux fissures respectent les hypothèses décrites en Section VI.2.2.1. La première fissure, dont le centre est localisé en (x_c = 3.31mm, y_c = 6.42mm), traverse tout le toron (d_1 = 10.01mm). L'amorçage de la seconde fissure est alors étudié, celle-ci étant centrée en y_c = 3.4mm, et située à une distance de la première fissure Δx (variant entre 0.2mm et 1.4mm).

La déformation à l'amorçage de la seconde fissure en présence de la première fissure est tracée en fonction de la longueur de l'écart de position entre les deux fissures pour des longueurs de seconde fissure de 0.6mm (Figure VI.10b) et 5.5mm (Figure VI.10c). L'évolution de la déformation à l'amorçage de la seconde fissure seule est également tracée. Une déformation à l'amorçage plus élevée est obtenue pour la seconde fissure lorsque cette dernière est proche de la première fissure. Par exemple, si la seconde fissure amorce à une distance Δx = 0.2mm de la première fissure, la déformation à l'amorçage est augmentée de 33% (resp. 31%) pour une taille de seconde fissure de 0.6mm (resp. 5.5mm). Au contraire, si la seconde fissure amorce à une certaine distance de la première, la déformation à l'amorçage est similaire. Pour une fissure amorçant à une distance Δx = 1mm de la première fissure, la différence de déformation à l'amorçage en présence ou non de la première fissure est inférieure à 0.4% (resp. 4%) pour une taille de seconde fissure de d_2 = 0.6mm (resp. d_2 = 5.5mm).

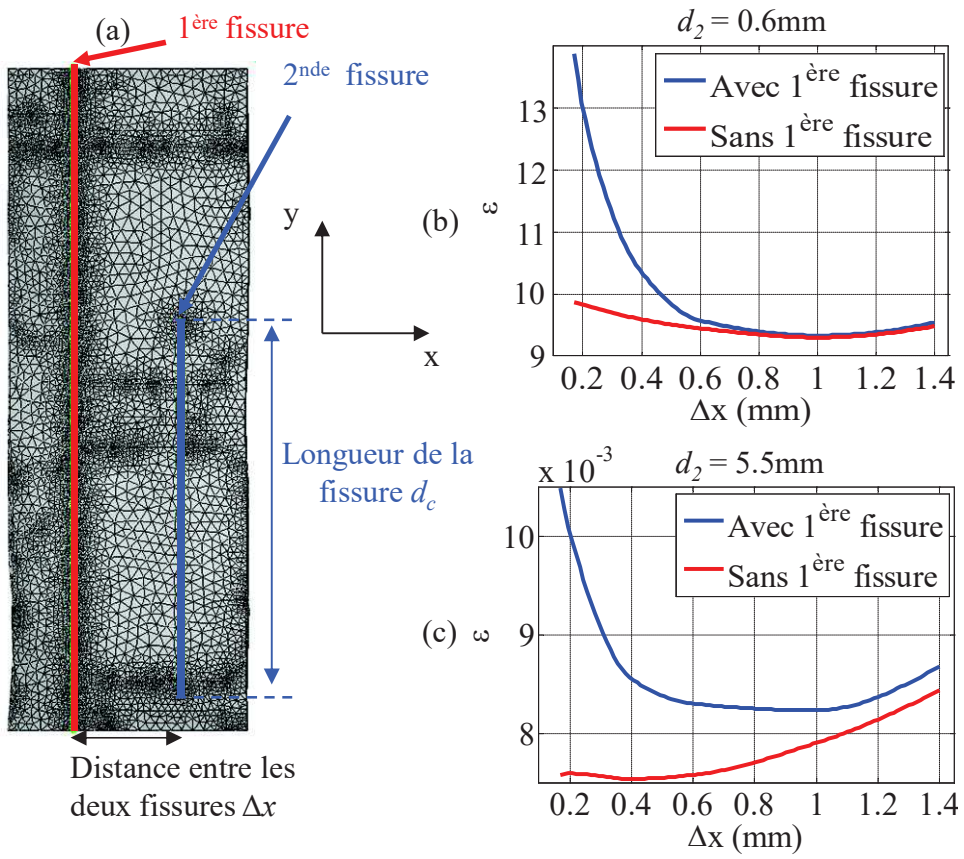


Figure VI.10 : (a) Localisation des fissures dans le toron. Déformation à l'amorçage de la seconde fissure en fonction de la distance à la première fissure pour une taille de seconde fissure de (b) d_2 = 0.6mm et (c) d_2 = 5.5mm

Les valeurs des différences de déformation à l'amorçage obtenues sont des bornes supérieures pour le couple de fissures étudiées car l'influence d'une première fissure moins longue (ne traversant pas toute la CER) serait encore plus faible.

Dans le cas où deux fissures sont assez éloignées (par exemple localisées dans deux torons différents ou séparées de plus de 1mm), l'amorçage et la propagation des deux fissures peuvent être traités séparément. Toutefois, l'amorçage d'une seconde fissure est influencé par la présence d'une première fissure si les deux fissures sont proches. Dans ce cas, l'amorçage et la propagation des deux fissures ne peuvent pas être traités de manière indépendante. Il s'agit alors de prendre en compte le couplage entre deux fissures proches.

VI.3.3.2 Couplage entre les fissures

Les résultats de la section précédente ont mis en évidence la nécessité de prendre en compte le couplage entre deux fissures proches, ce qui fait l'objet de cette section. Sur les 14 fissures, six couplages sont identifiés (fissures n° 4 et 7, n°3 et 6, n°5 et 8, n°9 et 14, n°11 et 12, n°13 et 14). La première étape consiste à déterminer quelle fissure amorce en premier ainsi que sa configuration à l'amorçage. Ce travail a déjà été mené en sections V.3 et VI.3.1 puisque la déformation, les longueurs de fissure et de décohésion à l'amorçage pour les 14 fissures seules ont déjà été calculés. L'étape suivante consiste à déterminer l'amorçage de la seconde fissure, tout en prenant en compte la possible propagation de la première fissure. Pour cela, un bilan d'énergie prenant en compte les deux aspects doit être réalisé (Eq VI.9).

$$W(d_1 + \delta d_1, d_2, \varepsilon) - W(d_1, 0, \varepsilon) = G^c(S(d1 + \delta d_1) - S(d1) + S(d_2)) \qquad \text{(Eq VI.9)}$$

La résolution de (Eq VI.9) est menée avec l'algorithme présenté en Section VI.2.2.2. A partir de la déformation à l'amorçage de la première fissure et pour de petits incréments de déformation, la condition donnée en (Eq VI.9) est évaluée. Si cette condition est remplie, le bilan d'énergie est satisfait et la configuration de la seconde fissure à l'amorçage est déterminée. Si ce n'est pas le cas, la déformation est incrémentée et la première fissure peut propager. Une fois la configuration à l'amorçage de la seconde fissure déterminée, il s'agit de déterminer la longueur de décohésion à l'amorçage de la seconde fissure. La méthode présentée en Section VI.3.1 est utilisée pour déterminer la longueur de la décohésion à l'amorçage de la seconde fissure en présence de la première fissure. Les configurations à l'amorçage de la seconde fissure pour les six couplages étudiés sont résumées en Tableau VI.3. Pour la majorité des couplages étudiés, la seconde fissure ne présente pas de décohésion après l'amorçage de la seconde fissure.

Couplage n°	1		2		3		4		5		6	
Fissure n°	7	4	3	6	5	8	14	9	11	12	14	13
ε (x10^{-3})	8.19		7.63		9.05		9.32		8.90		9.55	
d_c (mm)	0.84	0.43	5.62	0.25	8.76	0.4	7.45	1.65	5.63	6.13	7.7	2.35
μ (mm)	0.02	0.	0.066	0	0.02	0	0.056	0.	0.066	0	0.056	0.05

Tableau VI.3 : Configuration à l'amorçage de la seconde fissure pour les fissures couplées.

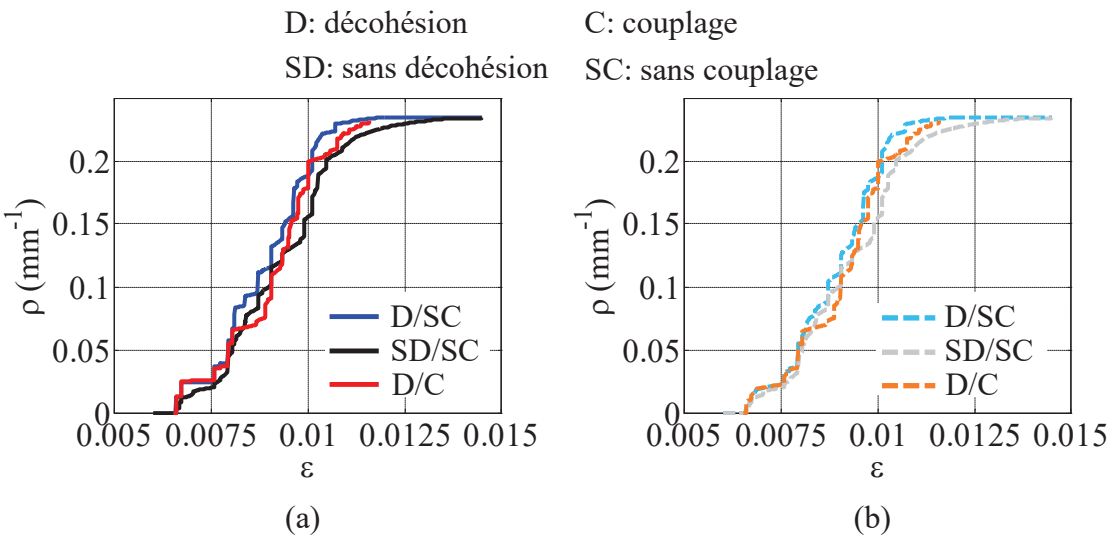


Figure VI.11 : Comparaison des cinétiques d'endommagement obtenues en prenant en compte le couplage entre fissures proches et sans couplage (avec et sans décohésion) (a) avec et (b) sans prise en compte de la propagation de l'excédent d'énergie en dissipation des fissures.

La propagation des deux fissures est ensuite déterminée à partir de la configuration à l'amorçage de la seconde fissure grâce à l'algorithme présenté en section VI.2.2.2, avec la possibilité ou non d'utiliser un excédent d'énergie pour la propagation de chacune des fissures pour une propagation de fissures instable.

La cinétique d'endommagement obtenue en prenant en compte le couplage entre les fissures proches est présentée en Figure VI.11. La cinétique obtenue en prenant en compte le couplage des fissures proches est très similaire à la cinétique obtenue en prenant en compte les décohésions sans couplage pour des niveaux de déformation $\varepsilon < 8{\cdot}10^{-3}$. Pour des déformations plus élevées, la prise en compte du couplage entre les fissures a tendance à ralentir la cinétique d'endommagement. La prise en compte de la dissipation de l'excédent d'énergie en propagation de fissure a une influence relativement faible sur la cinétique obtenue. Finalement, la cinétique obtenue en prenant en compte le couplage entre les fissures proches est un intermédiaire entre les cinétiques obtenues sans couplage avec et sans décohésion. Cette cinétique est retenue pour la comparaison avec les résultats expérimentaux, ce qui fait l'objet de la section suivante.

VI.4 Cinétique et influence de l'endommagement sur le comportement

VI.4.1 Cinétique

La cinétique prévue avec la méthode proposée est comparée aux résultats expérimentaux obtenus au Chapitre III. Les évolutions des densités de fissures ρ et de décohésions ρ_μ en fonction de la déformation sont comparées aux données expérimentales en Figure VI.12 et en Figure VI.13. Pour rappel, la densité de fissures est définie comme le rapport entre la somme des surfaces des fissures et le volume de la CER. Les résultats obtenus aux chapitres II et III ont mis en évidence la bonne représentativité des endommagements observés sur la tranche

par rapport aux endommagements au cœur du matériau. Les observations expérimentales de l'endommagement au microscope optique n'étant que surfacique, la densité de fissures expérimentale a donc été calculée comme le rapport des longueurs des fissures et de l'aire de la zone observée (largeur L et hauteur h) sur la tranche de l'éprouvette (Eq VI.10).

$$\rho_{exp} = \sum_{i=1}^{N_{fissures}} \frac{l_i}{Lh} \qquad \text{(Eq VI.10)}$$

De la même manière, la densité de décohésion, définie comme le rapport entre la somme des surfaces des décohésions et le volume de la CER, a été calculée en mesurant les longueurs de décohésion sur la tranche de l'éprouvette (*cf.* Chapitre III). Il est alors pertinent de comparer les densités de fissures et de décohésions expérimentales à celles obtenues numériquement sous la condition que les endommagements observés sur la tranche sont représentatifs des endommagements au cœur du matériau (*cf.* Chapitre III, [Gao1999]).

La valeur du taux de restitution d'énergie critique des torons n'étant pas connue, une valeur de G^c = 118J/m² [Benzeggagh1996], trouvée dans la littérature pour un composite à matrice époxy et à fibres de verre, a initialement été choisie pour la détermination de la cinétique d'endommagement. Avec une telle valeur de G^c, la déformation à l'amorçage est proche de celle déterminée expérimentalement par émission acoustique (*cf.* Chapitre V, Figure VI.12), mais la densité de fissures est surestimée par rapport aux données expérimentales.

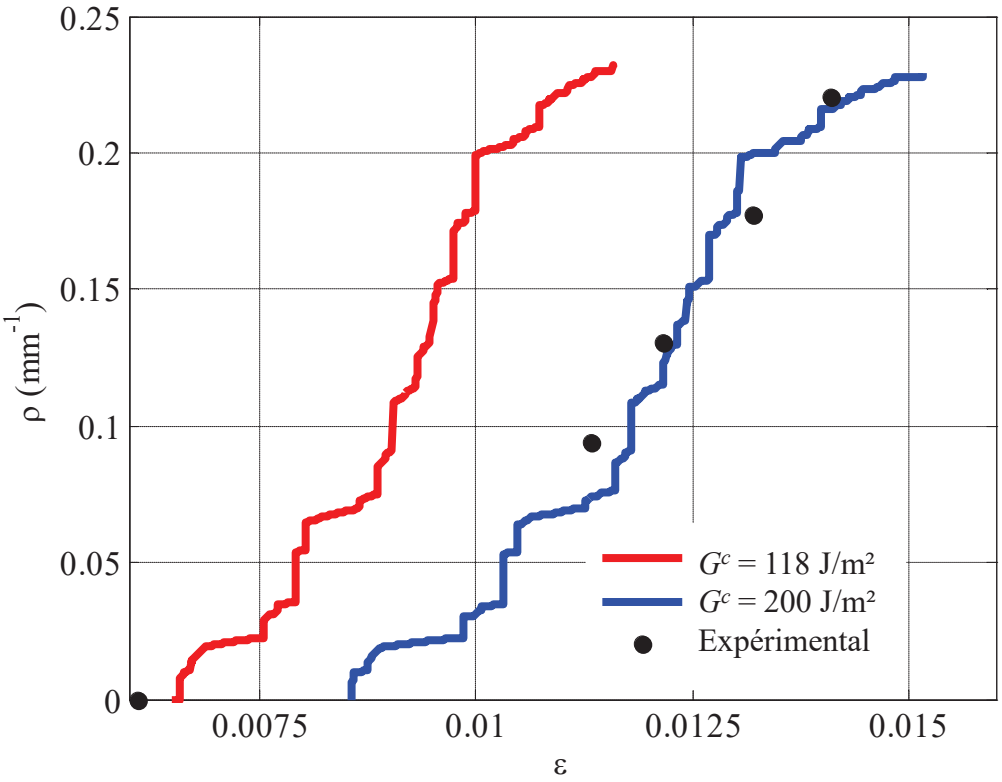


Figure VI.12 : Densité de fissures en fonction de la déformation obtenue pour G^c = 118 J/m² (en rouge), G^c = 200 J/m² (en bleu), et expérimentalement (en noir).

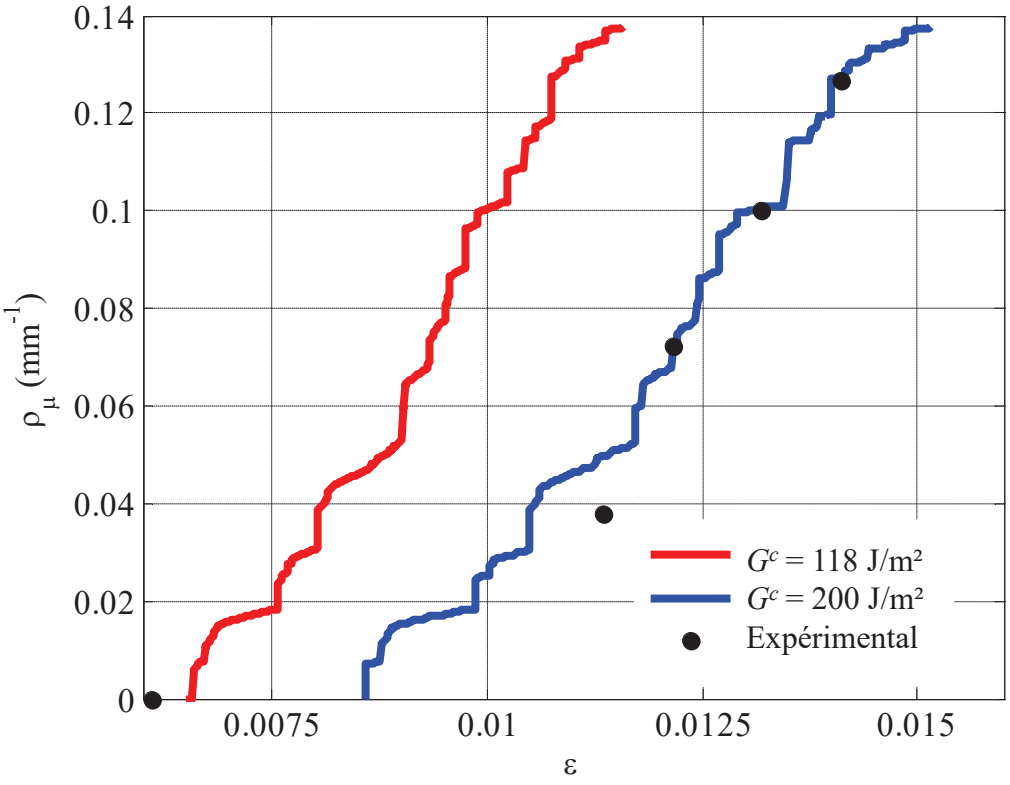


Figure VI.13 : Densité de décohésions en fonction de la déformation obtenue pour G^c = 118 J/m² (en rouge), G^c = 200 J/m² (en bleu), et expérimentalement (en noir).

En utilisant un taux de restitution d'énergie critique G^c = 200J/m², la déformation à l'amorçage est surestimée par rapport aux données expérimentales, mais l'évolution de la densité de fissures prévue par le modèle est en bon accord avec la cinétique d'endommagement obtenue expérimentalement (Figure VI.12). Un résultat similaire est obtenu pour la densité de décohésion, qui est surestimée pour une valeur de de G^c = 118J/m² et en bon accord avec les données expérimentales pour une valeur de G^c = 200J/m² (Figure VI.13). Ces résultats indiquent que le vrai taux de restitution d'énergie critique des torons est vraisemblablement plus proche de 200 J/m² que de 118J/m². En effet, il n'est pas exclu que la valeur de la déformation à l'amorçage obtenue avec le modèle surestime la déformation à l'amorçage mesurée expérimentalement. La modélisation proposée ne prend pas en compte les possibles défauts de fabrication, les contraintes résiduelles, ou encore la variabilité dans l'architecture du renfort qui peuvent avoir une forte influence sur l'amorçage de l'endommagement. L'influence des défauts sur la cinétique d'endommagement devrait, à priori, être plus faible. De plus, la déformation à l'amorçage de l'éprouvette TI0-1 (dont le renfort est également orienté à 0°) est $7.9 \cdot 10^{-3}$, ce qui est proche de la déformation à l'amorçage obtenue avec pour G^c = 200J/m². Cette valeur de G^c ne paraît pas aberrante pour le toron étant donné la ténacité de la résine seule donnée par le fabricant (280$\pm$25J/m²).

L'évolution de la densité de décohésion en fonction de la densité de fissures est présentée en Figure VI.14. L'intérêt d'une telle comparaison est l'indépendance vis-à-vis de la valeur du taux de restitution d'énergie critique choisie, sous l'hypothèse que le taux de restitution d'énergie critique est le même pour les fissures et les décohésions. Cette hypothèse peut être soutenue par le fait que les fissures et les décohésions résultent toutes les deux d'une fissuration inter-fibres de la matrice à l'échelle microscopique.

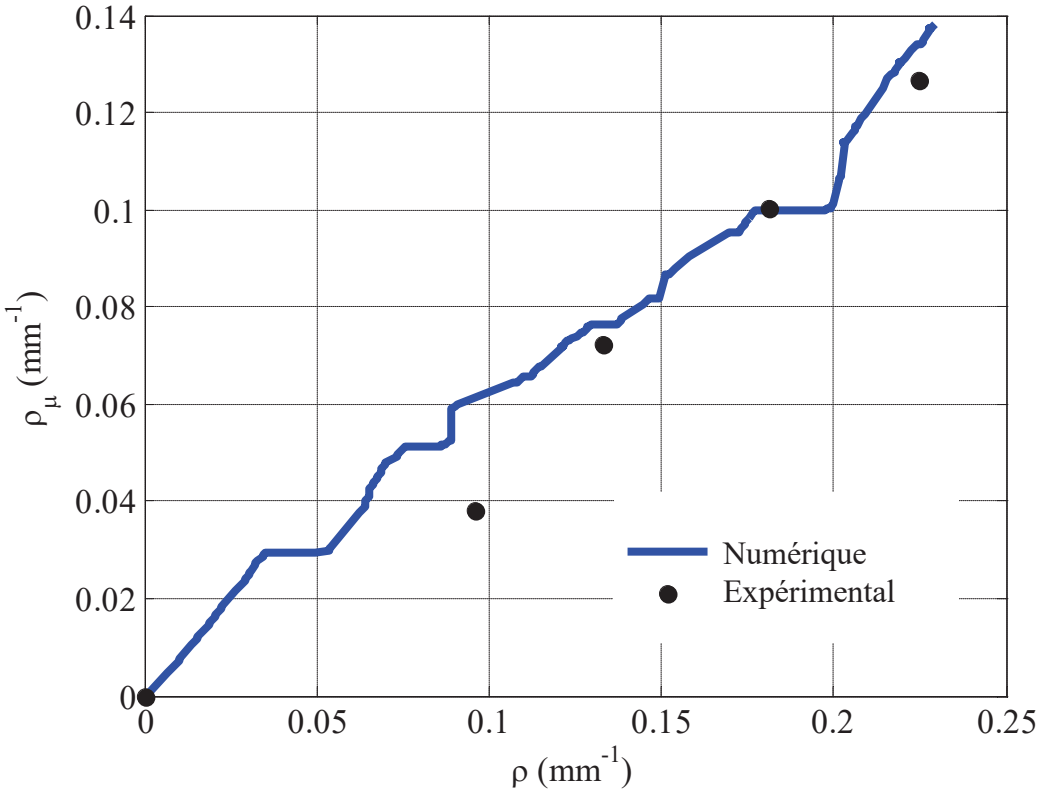


Figure VI.14 : Densité de décohésion en fonction de la densité de fissures obtenue numériquement (en bleu) et expérimentalement (en noir).

Les résultats présentés en Figure VI.14 peuvent également soutenir la validité de cette hypothèse. En effet, l'évolution obtenue numériquement est en bon accord avec les données expérimentales. Ainsi, la modélisation proposée permet une bonne prévision de la densité de décohésion pour un état d'endommagement donné.

L'état de fissuration dans la CER pour les quatre niveaux de densités de fissures mesurées expérimentalement est illustré dans la Figure VI.15.

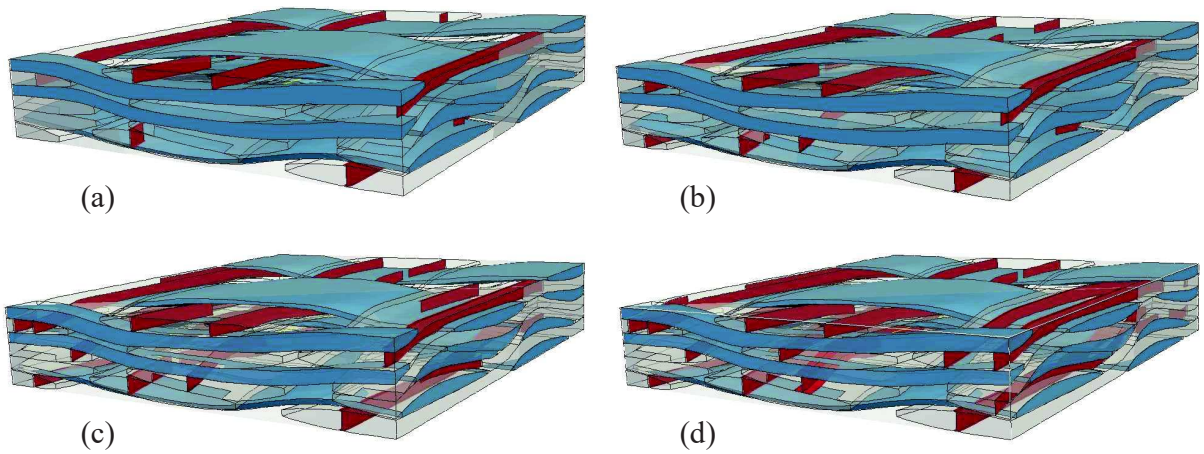


Figure VI.15 : Endommagements dans la CER prévus pour les 4 niveaux de densités de fissures mesurées expérimentalement : (a) ρ = 0.09mm^{-1}, (b) ρ = 0.13mm^{-1}, (c) ρ = 0.18mm^{-1} et (d) ρ = 0.22mm^{-1}.

Pour ces quatre niveaux de densité de fissures, les endommagements observés au microscope optique sur la tranche du matériau et sur la tranche de la CER endommagée sont comparés (Figure VI.16 à Figure VI.19). Pour chacune des figures, les fissures traversant le bord de la CER sont indiquées en noir et les autres sont représentées en gris. Comme cela a déjà été expliqué au chapitre III, les observations expérimentales pour la densité de fissures la plus élevée (ρ = 0.22mm^{-1}) indiquent une certaine périodicité de l'endommagement avec des zones endommagées similaires le long de la tranche de l'éprouvette (Figure VI.19a-e), à laquelle s'ajoute une légère variabilité dans la localisation des fissures. Les observations au microscope pour densités de fissures moins élevées (Figure VI.16 à Figure VI.18) mettent en évidence certaines différences dans la séquence des endommagements observés. Par exemple, pour une densité de fissures ρ = 0.09mm^{-1}, le toron de la couche supérieure et situé sur la gauche des observations au microscope contient des fissures sur deux observations (Figure VI.16b et e) et n'est visiblement pas endommagé sur trois observations (Figure VI.16a, c et d). Ce même toron contient des fissures sur l'ensemble des observations de la tranche pour une densité de fissure ρ = 0.22mm^{-1} (Figure VI.19). Dans la cinétique prévue par le modèle numérique, ce même toron présente trois fissures, dont une qui traverse le bord de la CER pour une densité de fissures ρ = 0.09mm^{-1} (Figure VI.16a) et quatre fissures qui traversent le bord de la CER pour une densité de fissures ρ = 0.22mm^{-1}. Les différences dans la séquence des endommagements observés expérimentalement sont vraisemblablement dues à des phénomènes locaux qui peuvent avoir une influence sur l'amorçage et la propagation des fissures. Un exemple est une variation locale dans l'architecture du renfort, ou encore la présence d'un défaut de fabrication. La séquence d'endommagement est influencée par de tels phénomènes, même si pour des densités de fissures plus élevées les zones d'endommagement du composite sont similaires (Figure VI.19). Ainsi les différences entre les zones endommagées sont plus importantes pour des densités de fissures moins élevées.

Les observations au microscope sur la tranche des éprouvettes ne permettent d'observer que les fissures débouchantes, ainsi l'analyse précédente peut exclure certaines fissures présentes à cœur. Il serait nécessaire de mener la même analyse à partir d'observations au tomographe du matériau endommagé, afin d'une part, d'évaluer la périodicité des zones endommagées pour des densités de fissures peu élevées, et d'autre part, de comparer de manière quantitative les résultats obtenus numériquement et expérimentalement.

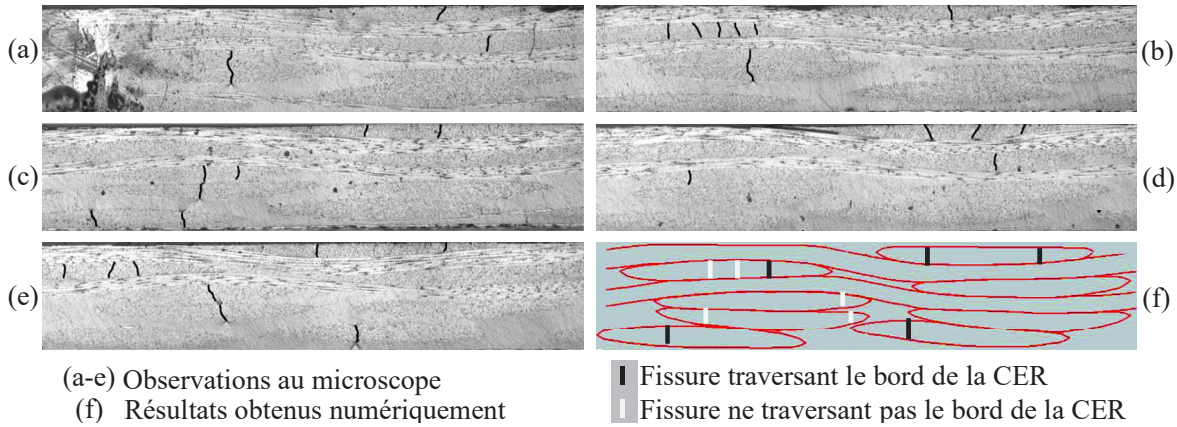


Figure VI.16 : Comparaison entre les localisations des fissures (a-e) observées au microscope optique sur la tranche des éprouvettes et (f) obtenues numériquement pour une densité de fissure ρ = 0.09mm^{-1}.

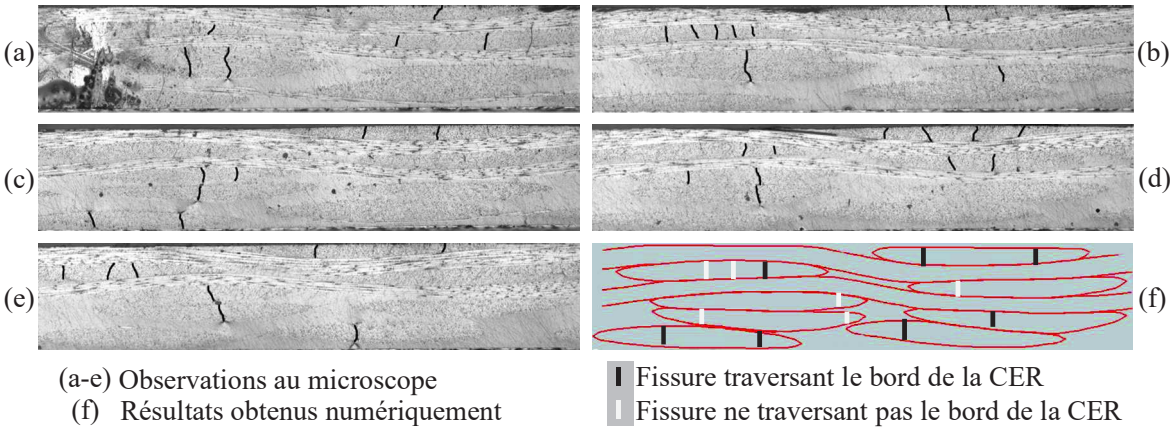


Figure VI.17 : Comparaison entre les localisations des fissures (a-e) observées au microscope optique sur la tranche des éprouvettes et (f) obtenues numériquement pour une densité de fissure $\rho = 0.13\text{mm}^{-1}$.

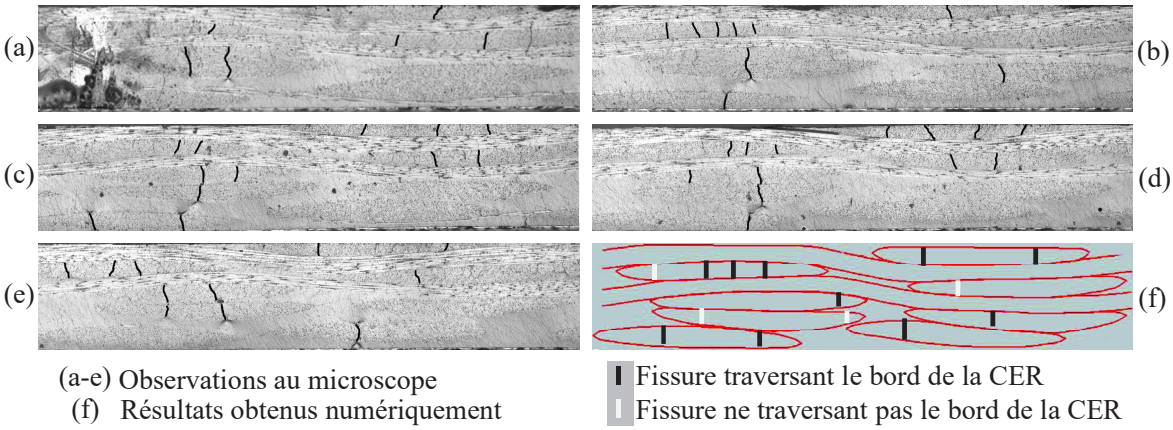


Figure VI.18 : Comparaison entre les localisations des fissures (a-e) observées au microscope optique sur la tranche des éprouvettes et (f) obtenues numériquement pour une densité de fissure $\rho = 0.18\text{mm}^{-1}$.

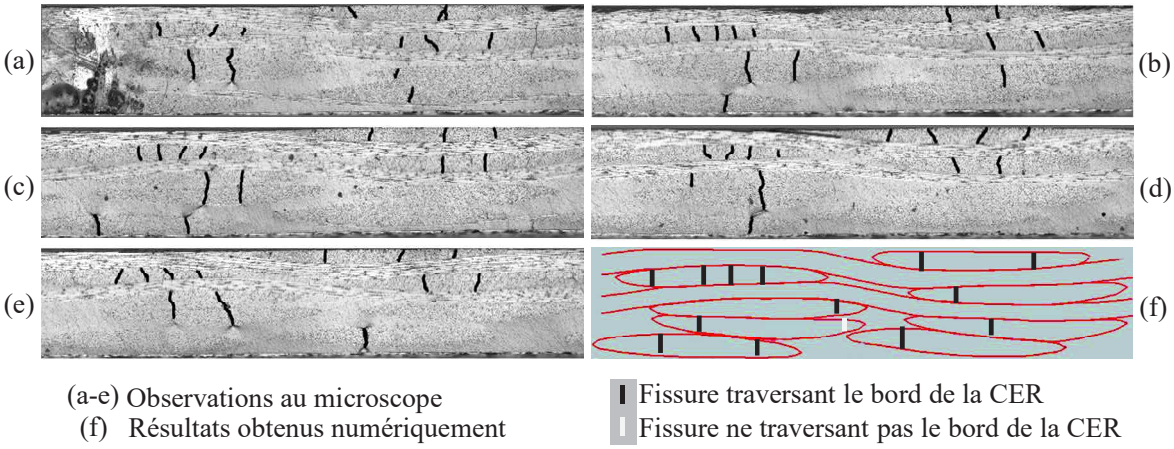


Figure VI.19 : Comparaison entre les localisations des fissures (a-e) observées au microscope optique sur la tranche des éprouvettes et (f) obtenues numériquement pour une densité de fissure $\rho = 0.22\text{mm}^{-1}$.

VI.4.2 Influence de l'endommagement sur le comportement du matériau

L'approche proposée a permis de déterminer l'évolution des longueurs de fissures et de décohésions en fonction de la déformation. Pour un niveau de déformation (ou une densité de fissures) donné, il est alors possible d'évaluer l'influence de l'endommagement sur le comportement mécanique macroscopique du matériau. Il s'agit tout d'abord d'insérer les différentes fissures et décohésions dans la CER, puis de calculer les propriétés mécaniques par homogénéisation méso-macro par éléments finis. Le module de Young et le coefficient de Poisson ont été calculés pour quatre CERs endommagées, correspondant aux quatre densités de fissures obtenues expérimentalement. Les positions et les longueurs de fissures sont obtenues numériquement avec l'algorithme présenté en Section VI.2.2.2.Les variations du module de Young et du coefficient de Poisson obtenues numériquement et expérimentalement sont résumées dans le Tableau VI.4. Un accord satisfaisant est obtenu entre les modules de Young et les coefficients de Poisson calculés numériquement et mesurés expérimentalement.

ρ (mm^{-1})	0.0941	0.1304	0.1774	0.2202
ρ_μ (mm^{-1})	0.0379	0.0722	0.1002	0.1267
E (GPa) (numérique)	20.66	20.54	20.42	20.24
E (GPa) (expérimental)	[20.7 21.4]	[20.3 20.8]	[20.2 20.8]	[20.1 20.6]
ν (numérique)	0.125	0.123	0.122	0.119
ν (expérimental)	[0.119 0.131]	[0.117 0.131]	[0.115 0.125]	[0.113 0.123]

Tableau VI.4 : Influence de l'endommagement sur le module de Young et le coefficient de Poisson obtenue numériquement et expérimentalement.

Les modèles d'endommagement macroscopiques nécessitent l'identification de tenseurs d'effets de l'endommagement, qui représentent l'influence de l'endommagement sur la souplesse $\underline{\underline{S}}$ du matériau endommagé par rapport à la souplesse $\underline{\underline{S}}_0$ du matériau sain. De manière générale, un tenseur d'effet de l'endommagement est noté $\underline{\underline{H}}$ et sa définition en fonction des souplesses $\underline{\underline{S}}$ et $\underline{\underline{S}}_0$ est donnée en (Eq VI.11).

$$\underline{\underline{S}} = \underline{\underline{S}}_0 + d_{endo}\underline{\underline{H}} \qquad \text{(Eq VI.11)}$$

La définition d'un tenseur d'effet nécessite alors la détermination de la variation des composantes du tenseur des souplesses pour les différents niveaux de densité de fissures. La modélisation proposée permet d'évaluer les termes du tenseur des souplesses correspondant à des variables dans le plan, étant donné que des conditions de périodicité 2D sont utilisées pour modéliser le composite étudié. Ces conditions impliquent que la CER se répète dans le plan selon ses directions de périodicité et permettent de considérer les bords supérieurs et inférieurs du matériau comme libres, ce qui est représentatif du matériau réel. Le tenseur des souplesses réduit S^r (comprenant seulement les composantes dans le plan (Eq VI.12)) a été calculé pour les 4 niveaux de densités de fissures mesurés expérimentalement, ce qui a permis de calculer la variation de souplesse $\Delta S^r = S^r - S_0^r$.

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{12} \end{pmatrix} = S^r \begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{11} \end{pmatrix} \qquad \text{(Eq VI.12)}$$

Les variations des composantes du tenseur des souplesses en fonction de la densité de fissures sont présentées en Figure VI. 20.

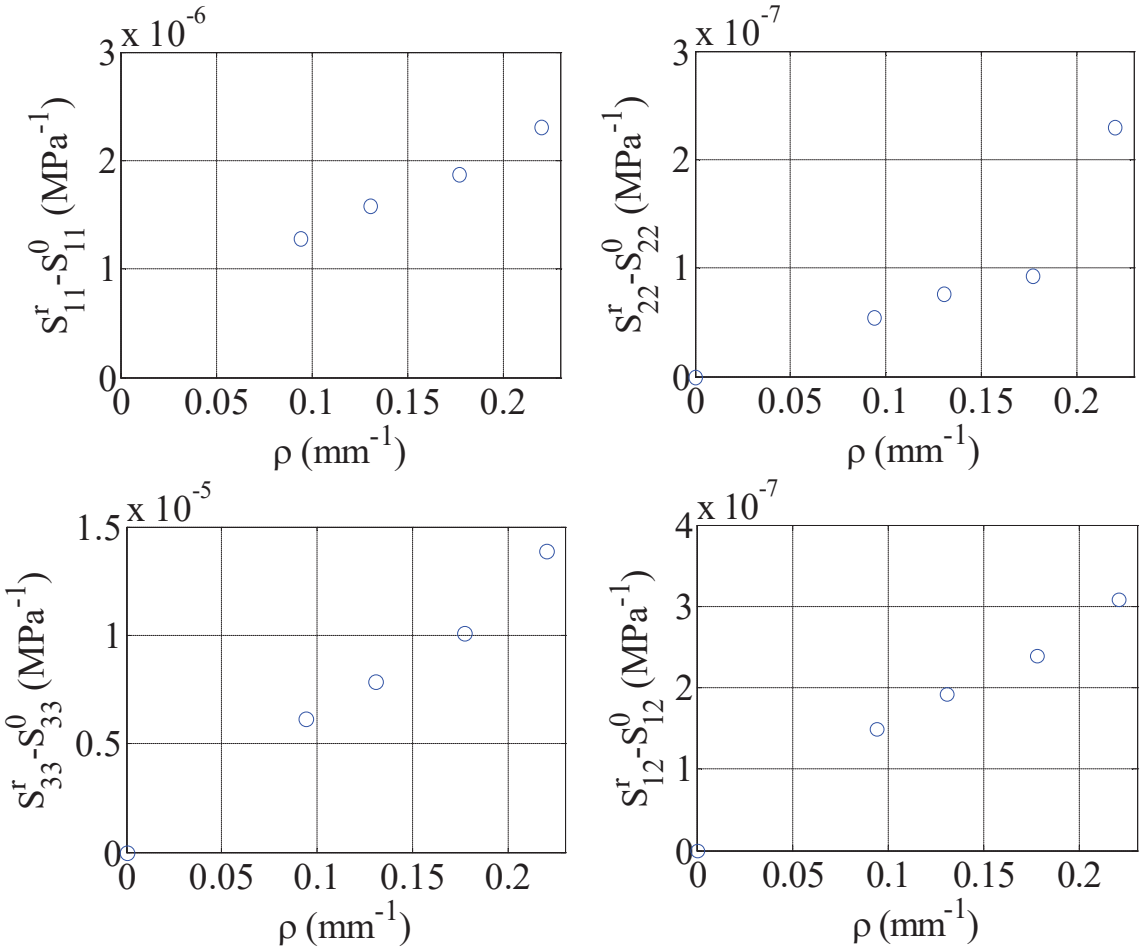


Figure VI. 20 : Evolution de la variation des composantes du tenseur des souplesses en fonction de la densité de fissures dans la CER.

Les modèles d'endommagement macroscopiques s'appliquent pour du calcul de structures à des éléments solides 3D auxquels il est nécessaire de donner un comportement 3D. Il s'agirait alors d'évaluer l'ensemble des composantes du tenseur des souplesses, ce qui pourrait être obtenu en appliquant des conditions de périodicité 3D à la CER. Cependant, de telles conditions de périodicité impliquent que le matériau se répète selon la direction hors-plan, ce qui n'est pas le cas en réalité. Cela met en évidence une des limites de la représentativité de la modélisation d'un tel matériau à l'échelle mésoscopique pour faire le lien avec les modèles d'endommagement macroscopiques.

VI.5 Conclusions

L'approche de modélisation discrète de l'endommagement à l'échelle mésoscopique présentée dans le chapitre précédent a été utilisée dans ce chapitre afin de prévoir l'évolution de l'endommagement dans un composite tissé. Un algorithme permettant d'étudier la propagation des mécanismes d'endommagement observés expérimentalement (fissures et décohésions) a été développé. La méthode proposée permet de prévoir l'évolution des longueurs de fissures et de décohésions dans la CER en fonction de la déformation. Les conclusions qui se dégagent de cette analyse sont les suivantes :

- La propagation des fissures et des décohésions peut être évaluée en calculant le taux de restitution d'énergie incrémental pour de petits incréments de surface de fissure.

- La propagation d'une fissure sans décohésion est stable immédiatement après l'amorçage de la fissure. Cependant, l'amorçage de la décohésion peut rendre la propagation de la fissure instable. La présence d'une décohésion en pointe de fissure a tendance à accélérer sa propagation. De plus, après amorçage, la décohésion ne propage pas tant que la fissure n'a pas complètement propagé.

- La cinétique d'endommagement est légèrement accélérée si les décohésions en pointe de fissure sont prises en compte, par rapport au cas sans décohésion.

- Deux fissures éloignées peuvent être traitées de manière indépendante. Au contraire, deux fissures proches interagissent, car la présence de la première fissure a une influence sur l'amorçage et la propagation de la seconde. Le couplage entre deux fissures proches a tendance à ralentir la cinétique d'endommagement.

- L'évolution de la densité de décohésion en fonction de la densité de fissures prévue par le modèle numérique est en bon accord avec les données expérimentales. L'évolution de ces densités en fonction de la déformation est surestimée par rapport aux données expérimentales pour G^c = 118J/m², et en bon accord pour G^c = 200J/m². Cette dernière valeur semble relativement raisonnable pour le matériau étudié étant donné que le taux de restitution d'énergie critique de la matrice seule donné par le fabricant est 280$\pm$25J/m².

- Un taux restitution d'énergie critique G^c = 200J/m² donne une déformation à l'amorçage plus élevée que la déformation à l'amorçage mesurée expérimentalement par émission acoustique pour l'éprouvette TI0-2 et similaire à celle obtenue pour l'éprouvette TI0-1. La déformation à l'amorçage peut être influencée par les possibles défauts ou contraintes résiduelles dues à la fabrication du matériau, ou encore par la variabilité géométrique de l'architecture du renfort de fibre.

Un intérêt majeur de l'approche proposée est la possibilité de l'appliquer à différentes architectures du renfort ou consistuants. Ainsi, la méthode proposée présente un fort potentiel

dans une démarche de conception. En effet, la prévision de l'évolution de l'endommagement dans le composite et de ses effets sur le comportement macroscopique du matériau est un point clé qui, à l'avenir, peut permettre de réduire considérablement le nombre d'essais nécessaires à la connaissance du comportement mécanique du composite. La démarche présentée dans ce travail pourrait par exemple être utilisée afin d'optimiser le choix du renfort et des constituants pour une gamme de sollicitation donnée, sans avoir recours à la conception d'éprouvettes ni à la réalisation d'essais. La démarche pourrait également être appliquée dans un objectif d'évaluation de la nocivité des défauts de fabrication. Le but serait alors d'évaluer l'influence d'un défaut sur l'évolution de l'endommagement dans le composite, et ainsi déterminer sa criticité.

Les travaux présentés dans ce chapitre ont fait l'objet d'une publication :

- A. Doitrand, C. Fagiano, F. Hild, C. Chiaruttini, A. Mavel, M. Hirsekorn. Meso-scale analysis of damage kinetics in woven composites. Soumis à Journal of the Mechanics and Physics of Solids.

Conclusions et perspectives

Les objectifs de ce travail de thèse sont la caractérisation et la modélisation des mécanismes d'endommagement à l'échelle mésoscopique afin d'évaluer leur influence sur le comportement mécanique macroscopique des matériaux composites tissés. Ce travail a donc consisté à développer une démarche de modélisation de l'endommagement à l'échelle mésoscopique permettant de faire le lien avec le comportement du composite à l'échelle macroscopique. La démarche proposée permet, à partir de la description du matériau à l'échelle mésoscopique (architecture du renfort et propriétés des constituants) et de la connaissance des mécanismes d'endommagement, de modéliser l'évolution de l'endommagement et d'évaluer son influence sur le comportement mécanique macroscopique du matériau. Cette démarche peut être divisée en quatre étapes principales, dont les résultats principaux sont rappelés ci-dessous.

- La caractérisation des mécanismes d'endommagement et leur influence sur le comportement mécanique du matériau étudié

L'état de l'art concernant la caractérisation de l'endommagement des matériaux composites tissés présenté au chapitre II a mis en évidence la spécificité de l'endommagement d'un matériau composite tissé donné. L'architecture du renfort ainsi que le choix des constituants ont une influence sur les mécanismes d'endommagement du matériau. La caractérisation des mécanismes d'endommagement du composite tissé étudié dans ce travail a été nécessaire afin d'observer les mécanismes d'endommagement et d'évaluer leur influence sur le comportement mécanique du matériau. Deux mécanismes d'endommagement ont été observés : les fissures dans les torons transverses au chargement et les décohésions en pointe de fissure. Ces endommagements ainsi que la rupture du matériau sont orientés selon la micro structure du composite. Une certaine périodicité de l'endommagement a été observée, puisque des zones d'endommagement se répètent le long de la tranche d'une éprouvette. Une légère variabilité de l'endommagement a également été mise en évidence par la présence de fissures isolées. L'endommagement semble donc suivre les caractéristiques du renfort de fibres qui varient autour d'une structure parfaitement périodique. La variabilité observée dans les zones d'endommagement peut être expliquée par la présence de possibles défauts ou de contraintes résiduelles dus au procédé de fabrication, ou encore par de petites variations géométriques dans l'architecture du renfort. Les essais réalisés ont permis d'évaluer des cinétiques d'endommagement, c'est à dire l'évolution des densités de fissures et de décohésions en fonction du niveau de chargement, ainsi que l'influence de l'endommagement sur les propriétés mécaniques du composite.

- Le choix d'une géométrie et d'un maillage représentatif du composite

La seconde étape de l'approche proposée a consisté à obtenir une géométrie et un maillage représentatifs du composite afin de modéliser les endommagements observés expérimentalement. Il est alors nécessaire que la géométrie et le maillage choisis offrent une bonne représentation de la méso structure du matériau, de son comportement mécanique

macroscopique et des champs locaux de contrainte et de déformation. Un aspect primordial consiste à obtenir un taux de fibres et une représentation de l'ondulation des torons proches de ceux du matériau étudié afin de bien prévoir les propriétés mécaniques macroscopiques du composite. Cela a été assuré dans ce travail par la simulation de l'étape de compaction du renfort de fibres avant l'injection de la résine. Les géométries compactées obtenues permettent une bonne représentation des caractéristiques géométriques moyennes du renfort réel même si la variabilité géométrique du renfort n'est pas prise en compte. Un maillage conforme des géométries compactées a été utilisé et a permis d'obtenir des champs locaux de contrainte et de déformation réguliers, contrairement aux maillages voxels pour lesquels les champs locaux sont altérés par la représentation géométrique choisie. De plus, le décalage des couches a été déterminé à partir d'observations au microscope sur la tranche des éprouvettes, ce qui a permis d'obtenir une bonne description quantitative des champs de déformation locaux, ce qui n'est pas le cas si un empilement différent est modélisé. Cet aspect s'est révélé très important dans l'optique de la modélisation de l'endommagement.

- La modélisation de l'amorçage de l'endommagement

Les observations expérimentales présentées au chapitre III montrent une répartition relativement périodique de fissures discrètes dans les torons séparées les unes des autres par des zones visiblement non endommagées à l'échelle mésoscopique. Une approche de modélisation discrète de l'endommagement dans une CER a donc été préférée aux approches classiques basées sur la mécanique de l'endommagement continu. En effet, l'avantage d'une telle approche est la possibilité de modéliser directement les mécanismes d'endommagement observés expérimentalement en adaptant localement le maillage à éléments finis. Les variables représentant l'endommagement sont alors comparables aux quantités mesurables expérimentalement (densité ou longueur de fissures et de décohésions). La première étape de la modélisation de l'endommagement a consisté à déterminer son amorçage. Pour cela, un critère couplant une condition en contrainte et une condition en énergie a été utilisé. Les résultats obtenus avec ce critère couplé montrent que l'endommagement amorce sous la forme d'une fissure sans décohésion. La condition en contrainte permet d'obtenir une localisation correcte des fissures par rapport aux observations expérimentales, mais ne permet pas de déterminer le niveau de chargement à l'amorçage. Le couplage avec la condition en énergie permet de déterminer le niveau de chargement et la longueur des fissures à l'amorçage.

- La modélisation de la propagation de l'endommagement

La seconde étape de la modélisation de l'endommagement a consisté à déterminer la propagation d'un ensemble de fissures dont l'amorçage a été traité au chapitre V. Un algorithme de propagation des endommagements basé sur la mécanique de la rupture incrémentale a été développé. Cet algorithme a permis de traiter la propagation stable ou instable des fissures et des décohésions dans le composite. La propagation d'une fissure sans décohésion est stable, et la fissure ne peut donc pas propager après son amorçage sans augmentation du chargement. Toutefois, l'amorçage de la fissure rend l'état de contrainte singulier en pointe de fissure et permet l'amorçage d'une décohésion. L'amorçage de la décohésion peut alors rendre la propagation de la fissure instable. La décohésion ne propage pas tant que la fissure n'a pas traversé toute la CER, mais peut accélérer la propagation de la

fissure. L'interaction entre deux fissures est négligeable si elles sont éloignées d'une distance de plus d'une demi-largeur de toron environ. Si deux fissures sont proches, la présence de la première fissure influence l'amorçage et la propagation de la seconde. L'interaction entre des fissures proches a été prise en compte et il s'avère que le couplage entre ces fissures a tendance à ralentir la cinétique d'endommagement. Enfin, l'évolution de la densité de décohésion en fonction de la densité de fissures prévue par le modèle est similaire aux données obtenues expérimentalement. L'évolution de ces densités en fonction du chargement est dépendante de la valeur du taux de restitution d'énergie critique des torons dans le modèle. Une identification expérimentale de ce paramètre est nécessaire pour une vraie comparaison quantitative de l'évolution des densités de fissures et de décohésions en fonction du chargement.

L'approche proposée dans ce travail de thèse permet de modéliser l'amorçage et la propagation des mécanismes d'endommagement observés expérimentalement dans un composite à renfort tissé. Depuis la modélisation de la compaction du tissu à la prévision de la cinétique d'endommagement, certains aspects n'ont pas été pris en compte et des hypothèses ont été formulées afin de faciliter l'analyse. Des pistes d'améliorations de l'approche actuelle sont donc envisageables. Les principales perspectives de ce travail sont les suivantes :

- L'étape de compaction du renfort a été modélisée afin d'obtenir une géométrie proche de l'architecture réelle du renfort de fibres. Malgré la modélisation simplifiée proposée, cette approche s'est révélée satisfaisante pour décrire la méso structure du composite. Toutefois, une variabilité géométrique du renfort a été observée expérimentalement, et n'a pas été prise en compte dans l'approche proposée. La prise en compte de cette variabilité nécessiterait tout d'abord une étude expérimentale de la géométrie du renfort à partir d'observations au tomographe couvrant plusieurs CERs. Il serait nécessaire de déterminer les paramètres géométriques ayant une influence sur le comportement macroscopique et sur l'endommagement du matériau. La variabilité géométrique du renfort pourrait alors être évaluée en générant un ensemble de CERs représentatives de la variabilité observée, ou en générant des CERs couvrant plusieurs motifs élémentaires directement à partir des observations au tomographe.

- La compaction du renfort n'est pas la seule étape dans la fabrication du composite qui peut avoir une influence sur le comportement et l'endommagement du matériau. Deux aspects qui méritent d'être étudiés sont les contraintes résiduelles de cuisson et les possibles défauts de fabrication. Ces deux aspects peuvent avoir une influence sur l'amorçage et la propagation de l'endommagement. L'estimation des contraintes résiduelles dans le composite nécessiterait une modélisation du procédé de cuisson et du refroidissement après cuisson et la détermination des coefficients de dilatation thermique des torons. Ces derniers peuvent être déterminés par une homogénéisation micro-méso à partir des coefficients de dilatation des fibres et de la matrice. La prise en compte des défauts de fabrication nécessiterait d'une part leur identification expérimentale par des observations au tomographe, et d'autre part leur modélisation au sein du composite.

- Les propriétés des torons de fibres ont été calculées par une homogénéisation micro-méso à partir des propriétés mécaniques des fibres et de la matrice. Certaines de ces propriétés, comme le coefficient de poisson des fibres, sont difficilement identifiables de manière expérimentale, et sont tirées de la littérature sur des matériaux similaires. De manière générale, il existe une certaine incertitude sur ces propriétés. Il s'agirait d'une part d'identifier des intervalles de variation de ces paramètres, et d'autre part d'évaluer l'influence de ces variations sur la prévision de l'amorçage et de la cinétique d'endommagement.

- L'approche présentée pourrait également être utilisée afin d'identifier un paramètre non connu (comme par exemple le taux de restitution d'énergie des torons) par méthode inverse par comparaison des cinétiques obtenues numériquement aux données expérimentales. Un autre moyen potentiel d'identifier le taux de restitution d'énergie critique des torons expérimentalement pourrait être l'utilisation de la thermographie infrarouge. Il s'agirait alors d'être capable de mesurer de manière précise l'énergie libérée par une fissure et sa surface pour déterminer ce paramètre.

- Des hypothèses sur la forme des fissures ont été formulées afin de réduire le nombre de variables et ainsi le nombre de calculs à mener pour la détermination de l'amorçage et de la cinétique d'endommagement. La propagation séparée des deux fronts de la fissure (non symétrique par rapport au centre de la fissure) pourrait être prise en compte, ainsi que la possibilité pour une fissure de propager dans un autre toron orienté dans la même direction. La détermination de la forme réelle des fronts de fissures et de décohésions pourrait également être menée avec l'approche proposée. Il s'agirait de déterminer, parmi un ensemble de formes de fronts de fissure, la configuration maximisant le taux de restitution d'énergie incrémental. Une autre possibilité consisterait à utiliser une approche locale, où le taux de restitution d'énergie est calculé en chaque nœud du front de fissure. Il s'agirait alors de trouver une configuration pour laquelle le taux de restitution d'énergie est constant sur tout le front de fissure.

- La mixité de mode n'a pas été prise en compte dans la propagation des fissures, puisque seule une propagation en mode I a été étudiée. Il s'agirait de prendre en compte cet aspect, en particulier dans le cas des décohésions. Une possibilité consiste à utiliser des modèles de zones cohésives, ce qui a tendance à augmenter les coûts de calculs. Dans ce cas, l'utilisation du calcul parallèle peut être judicieuse.

- Il s'agirait également de prendre en compte une loi de comportement pour la matrice plus réaliste qu'un comportement linéaire élastique. En effet, les observations expérimentales ont montré de petites zones de plastification de la matrice qui n'ont pas été prises en compte dans la modélisation. La prise en compte d'une loi de comportement plus avancée pour la matrice pourrait avoir une influence sur l'amorçage et la propagation de l'endommagement. Cela rendrait l'approche plus coûteuse numériquement.

A condition de connaître la forme des endommagements, ou d'être en mesure de la déterminer, l'approche proposée permet de réduire le nombre d'essais de caractérisation du matériau composite. En particulier, plusieurs ingrédients nécessaires aux modèles d'endommagements macroscopiques peuvent être déterminés, comme par exemple l'évolution des propriétés mécaniques du matériau en fonction de l'endommagement, ou encore les cinétiques d'endommagement. L'approche proposée pourrait alors être utilisée afin d'alimenter un modèle d'endommagement macroscopique. Une seconde application de l'approche proposée concerne la conception de structures en matériaux composites. La prévision des cinétiques d'endommagement pourrait être menée pour un ensemble donné d'architectures, de constituants et de sollicitations afin de déterminer la configuration la plus adaptée parmi un ensemble de configurations possibles. La principale limite actuelle de l'approche reste le temps de calculs et le nombre de calculs à effectuer d'une part pour la détermination de la configuration des fissures à l'amorçage, et d'autre part pour la propagation des endommagements.

Références bibliographiques

[Adanur1998]
Adanur S, Liao T. 3D modeling of textile composite preforms. Compos Part B: Eng 1998;29(6):787–93.

[Allix2003]
Allix O, Feissel P, Thévenet P. A delay damage mesomodel of laminates under dynamic loading: basic aspects and identification issues. Comput and Struct 2003;81:1177-91.

[Badel2008]
Badel P. Analyse mésoscopique du comportement mécanique des renforts tissés de composites utilisant la tomographie aux rayons X, Thèse de Doctorat de l'INSA Lyon, 2008, http://theses.insa-lyon.fr/publication/2008ISAL0085/these. pdf.

[Barbero2005]
Barbero EJ, Lonetti P, Sikkil KK. Finite element continuum damage modeling of plain weave reinforced composites. Compos. Part B: Eng 2005;37(23):137-47.

[Benzeggagh1996]
Benzeggagh M, Kenane M. Measurement of mixed-mode delamination fracture toughness of unidirectional glass/epoxy composites with mixed-mode bending apparatus. Compos Sci Technol 1996;56(4):439-49.

[Böhm2010]
Böhm R, Hufenbach W. Experimentally based strategy for damage analysis of textile-reinforced composites under static loading.Compos Sci Technol 2010;70:1330-7.

[Böhm2015]
Bohm R, Stiller J, Behnisch T, Zscheyge M, Protz R, Radloff S, Gude M, Hufenbach W. A quantitative comparison of the capabilities of in situ computed tomography and conventional computed tomography for damage analysis of composite. Compos Sci Technol 2015;110:62–8.

[Breiling1996]
Breiling K, Adams DO. Effects of layer nesting on compression-loaded 2-d woven textile composites. J Compos Mater 1996;30:1710–28.

[Carrère2015]
Carrère N, Martin E, Leguillon D. Comparison between models based on a coupled criterion for the prediction of the failure of adhesively bonded joints. Eng Fract Mech 2015;138:185-201.

[Chaboche1994]
Chaboche JL, Lesne PM, Maire JF. Phenomenological Damage Mechanics of Brittle Materials with Description of Unilateral Damage Effects. US-Europe Workshop on Fracture and Damage in Quasibrittle Structures 1994, pp.75-84. Prague, Czeck Rep.

[Charrier2013]
Charrier JS. Développement de méthodologies dédiées à l'analyse robuste de la tenue de structures composites sous chargements complexes tridimensionnels. Thèse de doctorat de l'ENSAM, Paris, 2013, http://www.onera.fr/fr/publications-scientifiques.

[Chiaruttini2011]
Chiaruttini V, Guilie J, Feyel F, Bonnet M, Le Tallec P. Approches par maillage conforme pour la mécanique non linéaire de la rupture : méthode G-θ et modèle de zone cohésive. 10e Colloque National en Calcul de Structures (CSMA) Mai 2011, Giens.

[Chiaruttini2013]
Chiaruttini V, Riolo V, Feyel F. Advanced remeshing techniques for complex 3D crack propagation. 13th International Conference on Fracture, Pékin, Chine, 2013;1:547-55.

[Couegnat2008]
Couegnat G. Approche multiéchelle du comportement mécanique de matériaux composites à renfort tissé. Thèse de doctorat de l'Université de Bordeaux 1, 2008. https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00403885/.

[Correlated Solutions]
http://correlatedsolutions.com/.

[Daggumati2010]
Daggumati S, De Baere I, Van Paepegem W, Degrieck J, Xu J, Lomov SV, Verpoest I. Local damage in a 5-harness satin weave composite under static tension: Part I – Experimental analysis. Compos Sci Technol 2010;70(13):1926–33.
Daggumati S, Van Paepegem W, Degrieck J, Xu J, Lomov SV, Verpoest I. Local damage in a 5-harness satin weave composite under static tension: part II Meso-FE modelling, Compos. Sci. Technol 2010;70:1934-41.

[Daggumati2011]
Daggumati S, Voet E, Van Paepegem W, Degrieck J, Xu J, Lomov SV, Verpoest I. Local strain in a 5-harness satin weave composite under static tension Part I - Experimental analysis. Compos Sci Technol 2011;71:1171–9.
Daggumati S, Van Paepegem W, Degrieck J, Praet T, Verhegghe B, Xu J, Lomov SV, Verpoest I. Local strain in a 5-harness satin weave composite under static tension Part II – Meso-FE analysis. Compos Sci Technol 2011;71:1217–24.

[DeCarvalho2011]
De Carvalho NV, Pinho ST, Robinson P. An experimental study of failure initiation and propagation in 2D woven composites under compression. Compos Sci Technol 2011;71,1316-25.
De Carvalho NV, Pinho ST, Robinson P. Reducing the domain in the mechanical analysis of periodic structures, with application to woven composites. Compos Sci Technol 2011;71(7):969–79.

[DeCarvalho2012]
De Carvalho NV, Pinho ST, Robinson P. Numerical modelling of woven composites: biaxial loading. Compos Part A 2012;43(8):1326-37.

[Dai2015]
Dai S, Cunningham PR, Marshall S, Silva C. Influence of fibre architecture on the tensile, compressive and flexural behaviour of 3D woven composites. Compos Part A 2015;69:195–207.

[Destynder 1983]
Destuynder P, Djaoua M, Lescure S. Quelques remarques sur la mécanique de la rupture élastique. Journal de Mécanique Théorique et Appliquée 1983;2(1):113-35.

[Doitrand2015]
Doitrand A, Fagiano C, Irisarri FX, Hirsekorn M. Comparison between voxel and consistent meso-scale models of woven composites. Compos Part A 2015;73:143-54.
Doitrand A, Fagiano C, Chiaruttini V, Leroy FH, Mavel A, Hirsekorn M. Experimental characterization and numerical modeling of damage at the mesoscopic scale of woven polymer matrix composites under quasi-static tensile loading. Compos Sci Technol 2015;119:1-11.

[Doitrand2016]
On the influence of fabric layer shifts on the strain distributions in a multi-layer woven composite. Doitrand A, Fagiano C, Leroy FH, Mavel A, Hirsekorn M. Compos Struct 2016;145:15-25.

[Drach2014]
Drach A, Drach B, Tsukrov I. Processing of fiber architecture data for finite element modeling of 3D woven composites. Advances in Engineering Software 2014;72:18-27.

[Efron et Tibshirani1993]
Efron, B, Tibshirani RJ. An introduction to the bootstrap, New York, 1993.

[Elias2015]
Elias A. Admissibilité des défauts initiaux et induits par impact pour les structures tissés 3D. Thèse de doctorat de l'Ecole Centrale de Nantes, 2015.

[Faes2015]
Faes JC, Rezaei A, Van Paepegem W, Degrieck J. Accuracy of 2D FE models for prediction of crack initiation in nested textile composites with inhomogeneous intra-yarn fiber volume fractions. Compos Struct 2016;140:11-20.

[Fang2016]
Fang G, El Said B, Ivanov D, Hallett SR. Smoothing artificial stress concentrations in voxel-based models of textile composites. Compos Part A 2016;80:270-84.

[FeldPayet2010]
Feld-Payet S. Amorcage et propagation de fissures dans les milieux non locaux. Thèse de doctorat de l'ENSMP 2010.

[García2016]
García IG, Carter BJ, Ingraffea AR, Mantič V. A numerical study of transverse cracking in cross-ply laminates by 3D finite fracture mechanics. Compos Part B: Eng 2016;95:475-87.

[Gao1999]
Gao F, Boniface L, Ogin SL, Smith PA, Greaves RP. Damage accumulation in woven-fabric CFRP laminates under tensile loading: Part 1. Observations of damage accumulation. Compos Sci Technol 1999;59:123-36.

[Gao2003]
Gao XL, Li K, Mall S. A mechanics-of-materials model for predicting Young's modulus of damaged woven fabric composites involving three damage modes. Int J Solids Struct 2003;40:981-99.

[Gorbatikh2007]
Gorbatikh L, Ivanov D, Lomov SV, Verpoest I. On modelling of damage evolution in textile composites on meso-level via property degradation approach. Compos Part A 2007;38:2433-42.

[Grail2013]
Grail G, Hirsekorn M, Wendling A, Hivet G, Hambli R. Consistent Finite Element mesh generation for meso-scale modeling of textile composites with preformed and compacted reinforcements. Compos Part A 2013;55:143-51.
Grail G. Approche multimodèle pour la conception de structures composites à renfort tissé. Thèse de doctorat de l'Université d'Orléans 2013.

[Green2014]
Green SD, Matveev MY, Long AC, Ivanov D, Hallett SR. Mechanical modelling of 3D woven composites considering realistic unit cell geometry. Compos Struct 2014;118:284–93.

[Griffith1920]
Griffith AA. The phenomenon of rupture and flows in solids. Philosophical Transaction of the Royal Society (London) 1920;221(582-593):163–98.

[Hale2003]
Hale RD, Villa M. Influence of opposing wave nesting in compression-loaded composites. J Compos Mater 2003;37:1149–66.

[Hashin1996]
Hashin Z. Finite thermoelastic fracture criterion with application to laminate cracking analysis, J.Mech. Phys. Solids 1996;44(7):1129-45.

[Hello2014]
Hello G, Schneider J, Aboura Z. Numerical simulations of woven composite materials with voxel FE models. European Conference on Composite Materials (ECCM) 16, Seville, Espagne, 22-26 June 2014.

[Hivet2005]
Hivet G, Boisse P. Consistent 3D geometrical model of fabric elementary cell. Application to a meshing preprocessor for 3D finite element analysis. Finite Elem Anal Des 2005;42(1):25–49.

[Hochard2001]
Hochard C, Aubourg PA, Charles JP. Modelling of the mechanical behaviour of woven-fabric CFRP laminates up to failure. Compos Sci Technol 2001;61:221-30.

[Hoffman1967]
Hoffman O. The brittle strength of orthotropic materials. J Compos Mater 1967;1(2):200-6.

[Hurmane2015]
Hurmane A. Analyse par un dialogue essais/calculs de la tenue en compression de structures composites tissés 3D. Thèse de doctorat de l'Université de Technologie de Compiègne 2015.

[Irwin1957]
Irwin GR. Analysis of stresses and strains near the end of a crack traversing a plate. Journal of Applied Mechanics 1957;79:361-64.

[Ivanov2009]
Ivanov DS, Ivanov SG, Lomov SV, Verpoest I. Strain mapping analysis of textile composites. Optics Lasers Eng 2009;47:360–70.
Ivanov DS, Baudry F, Van Den Broucke B, Lomov SV, Xie H, Verpoest I. Failure analysis of triaxial braided composite. Compos Sci Technol 2009;69 (9):1372–80.

[Ivanov2010]
Ivanov DS, Lomov SV, Ivanov SG, Verpoest I. Stress distribution in outer and inner plies of textile laminates and novel boundary conditions for unit cell analysis. Compos Part A 2010;41(571):80.

[Ivanov2011]
Ivanov DS, Ivanov SG, Lomov SV, Verpoest I. Unit cell modelling of textile laminates with arbitrary inter-ply shifts. Compos Sci Technol 2011;72:14–20.

[John2001]
John S, Herszberg I, Coman F. Longitudinal and transverse damage taxonomy in woven composite components. Compos Part B: Eng 2001;32(8):659–68.

[Kim2003]
Kim HJ, Swan CC. Voxel-based meshing and unit-cell analysis of textile composites. Int J Numer Methods Eng 2003;56:977–1006.

[Koumpias2014]
Koumpias AS, Tserpes KI, Pantelakis S. Progressive damage modelling of 3D fully interlaced woven composite materials. Fatigue Fracture Eng Mater Struct 2014;37(7):696–706.

[Laurin2005]
F. Laurin, Approche multiéchelle des mécanismes de ruine progressive des matériaux stratifiés et analyse de la tenue de structures composites. Thèse de doctorat de l'Université de Franche-Comté 2005, http://www.onera.fr/fr/publications-scientifiques.

[Laurin2007]
Laurin F, Carrère N, Maire J-F. A multiscale progressive failure approach for composite laminates based on thermodynamical viscoelastic and damage models. Compos A 2007;38(1):198–209.

[Leguillon2000]
Leguillon D, Lacroix C, Martin E. Interface debonding ahead of a primary crack, J. Mech. Phys. Solids 2000;48(10):2137–61.

[Leguillon2002]
Leguillon D. Strength or Toughness? A criterion for crack onset at a notch. Eur J Mech A/Sol 2002;21:61-72.

[Leguillon2013]
Leguillon D, Martin E. The strenghtening effect caused by an elastic contrast part I : the biomaterial case. Int J Fract 2013;179(1-2):157-67.

[Leguillon2014]
Leguillon D. An attempt to extend the 2D coupled criterion for crack nucleation in brittle materials to the 3D case. Th App Fract Mech 2014;74:7-17.

[Leguillon2015]
Leguillon D, Martin E, Sevecek O, Bermejo R. Application of the coupled stress energy criterion to predict the fracture behaviour of layered ceramics designed with internal compressive stresses. Eur J Mech A/Sol 2015;54:94-104.

[LePage2004]
Le Page BH, Guild FJ, Ogin SL, Smith PA. Finite element simulation of woven fabric composites. Compos Part A 2004;35:861–72.

[Li2014]
Li L, Lomov SV, Yan X, Carvelli V. Cluster analysis of acoustic emission signals for 2D and 3D woven glass/epoxy composites. Compos Struct 2014;116:286–99.

[Li2015]
Li L, Lomov SV, Yan X. Correlation of acoustic emission with optically observed damage in a glass/epoxy woven laminate under tensile loading. Compos Struct 2015;123:45–53.

[Lin2008]
Lin H, Sherburn M, Crookston J, Long AC, Clifford MJ, Jones IA. Finite element modelling of fabric compression. Modelling Simul. Mater. Sci. Eng 2008;16:16pp.

[Lisle2013]
Lisle T, Bouvet C, Pastor ML, Margueres P, Prieto Corral R. Damage analysis and fracture toughness evaluation in a thin woven composite laminate under static tension using infrared thermography. Compos: Part A 2013;53:75–87.

[Lomov2007]
Lomov SV, Ivanov DS, Verpoest I, Zako M, Kurashiki T, Nakai H, et al. Meso-FE modelling of textile composites: road map, data flow and algorithms. Compos Sci Technol 2007;67(9):1870–91.

[Lomov2008]
Lomov SV, Ivanov DS, Verpoest I, Zako M, Kurashiki T, Nakai H, Molimard J,Vautrin A. Full-field strain measurements for validation of meso-FE analysis of textile composites. Compos Part A 2008;39:1218–31.
S.V. Lomov, D.S. Ivanov, T.C. Truong, I. Verpoest, F. Baudry, K. Vanden Bosche, H. Xie, Experimental methodology of study of damage initiation and development in textile composites in uniaxial tensile test, Compos. Sci. Technol. 2008;68: 2340-49.

[Maimí2007]
Maimí P, Camanho PP, Mayugo JA, Davila CG. A continuum damage model for composite laminates: Part II Computational implementation and validation. Mech Mater 2007;39:909-19.

[Maire1997]
Maire JF, Chaboche JL. A new formulation of continuum damage mechanics (CDM) for composite materials. Aerospace Sci Technol 1997;1(4):247-57.

[Mantič2009]
Mantič V. Interface crack onset at a circular cylindrical inclusion under a remote transverse tension. Application of a coupled stress and energy criterion. Int J Sol Struct 2009;46:1287-304.

[Mantič2012]
Mantič V, García IG. Crack onset and growth at the fibre-matrix interface under a remote biaxial transverse load. Application of a coupled stress and energy criterion. Int J Sol Struct 2012;49:2273-90.

[Marcin2010]
Marcin L. Modélisation du comportement, de l'endommagement et de la rupture de composites à renforts tissés pour le dimensionnement robuste de structures. Thèse de doctorat de l'Université de Bordeaux 1, 2010, http://www.onera.fr/fr/publications-scientifiques.

[Martin2001]
Martin E, Leguillon D, Lacroix C. A revisited criterion for crack deflection at an interface in a brittle material. Compos Sci Technol 2001;61:1671-79.

[Martin2004]
Martin E, Leguillon D. Energetic conditions for interfacial failure in the vicinity of a matrix crack in brittle matrix composites. Int J Sol Struct 2004;41:6937-48.

[Martin2008]
Martin E, Poitou B, Leguillon D, Gatt JM. Competition between deflection and penetration at an interface in the vicinity of a main crack. Int J Fract 2008;151:247-68.

[Martin2010]
Martin E, Leguillon D, Carrère N. A twofold strength and toughness criterion for the onset of free-edge shear delamination in angle-ply laminates. Int J Sol Struct 2010;47:1297-305.

[Martin2012]
Martin E, Leguillon D, Carrère N. A coupled strength and toughness criterion for the prediction of the open hole tensile strength of a composite plate. Int J Sol Struct 2012;49:3915-22.

[Melro2012]
Melro AR, Camanho P, Andrade Pires FM, Pinho ST. Numerical simulation of the non-linear deformation of 5-harness satin weaves. Comput Mater Sci 2012;61:116–26.

[Mistras]
http://www.mistrasgroup.com/.

[Moradi2013]
Moradi A, Carrère N, Leguillon D, Martin E, Cognard JY. Strength prediction of bonded assemblies using a coupled criterion under elastic assumptions: Effect of material and geometrical parameters. Int J Adh & Adh 2013;47:73-82.

[Mouritz1999]
Mouritz A, Bannister M, Falzon P, Leong K, Review of applications for advanced three-dimensional fibre textile composites, Compos. Part A 1999;30: 1444-61.

[Naouar2014]
Naouar N, Vidal-sallé E, Schneider J, Maire E, Boisse P. Meso-scale FE analyses of textile composite reinforcement deformation based on X-ray computed tomography. Compos Struct 2014;116:165–76.

[Nicoletto2004]
Nicoletto G, Riva E. Failure mechanisms in twill-weave laminates: FEM predictions vs. Experiments. Compos: Part A 2004 ;35 :787–795.

[Nguyen2013]
Nguyen QT, Vidal-Sallé E, Boisse P, Park CH, Saouab A, Breard J, Hivet G. Mesoscopic scale analyses of textile composite reinforcement compaction. Compos B: Eng 2012;44(1):231–41.

[Obert2014]
Obert E, Daghia F, Ladevèze P, Ballere L. Micro and meso modeling of woven composites: Transverse cracking kinetics and homogenization. Compos Struct 2014;117:212-21.

[Olave2012]
Olave M, Vanaerschot A, Lomov S, Vandepitte D. Internal geometry variability of two woven composites and related variability of the stiffness. Polym Compos 2012;33(8):1335–50.

[Osada2003]
Osada T, Nakai A, Hamada H. Initial fracture behavior of satin woven fabric composites. Compos Struct 2003;61:333–9.

[Ousset1999]
Ousset Y. Numerical simulation of delamination growth in layered composite plates. Eur. J. Mech. A/Solids 1999;18:291-312.

[Potter2012]
Potter E, Pinho ST, Robinson P, Iannucci L, McMillan AJ. Mesh generation and geometrical modeling of 3D woven composites with variable tow crosssections. Comput Mater Sci 2012;51(1):103–11.

[Proudhon2016]
Proudhon H, Li J, Wanga F, Roos A, Chiaruttini V, Forest S. 3D simulation of short fatigue crack propagation by finite element crystal plasticity and remeshing Int J Fat 2016;82:238–46.

[Rakotoarisoa2013]
Rakotoarisoa C. Prévision de la durée de vie en fatigue des composites à matrice organique tissés interlock. Thèse de doctorat de l'Université de Technologie de Compiègne 2013.

[Rocher2015]
Rocher JE, Allaoui S, Hivet G, Gillibert J, Blond E. Experimental characterization and modeling of GF/PP commingled yarns tensile behavior. J Compos Mater 2015;49(21):2609-24.

[Römelt2012]
Römelt P, Cunningham PR. A multi-scale finite element approach for modelling damage progression in woven composite structures. Compos Struct 2012;94:977–86.

[Schell2006]
Schell JSU, Renggli M, Van Lenthe GH, Mu¨ ller R, Ermanni P. Micro-computed tomography determination of glass fibre reinforced polymer meso-structure. Compos Sci Tec 2006;66:2016–22.

[Schneider2009]
Schneider J. A Meso-Voxel model of an interlock woven composite. International Conference on Composite Materials (ICCM) 17. Edimbourg, Juillet, 2009.

[Sherburn2007]
Sherburn M. Geometric and mechanical modelling of textiles, Thèse de doctorat de l'Université de Nottingham 2007. http://eprints.nottingham.ac.uk/10303/.

[Soden1998]
Soden PD, Hinton MJ, Kaddour AS. Lamina properties, lay-up configurations and loading conditions for a range of fibre-reinforced composite laminates. Compos Sci Technol 1998;58:1011-22.

[Stig2012]
Stig F, Hallström S. A modelling framework for composites containing 3D reinforcement. Compos Struct 2012;94(9):2895–901.

[Svyetlichnyy2010]
Svyetlichnyy D-S. Modelling of the microstructure: from classical cellular automata approach to the frontal one. Comput Mater Sci 2010;50(1):92–7.

[Tang2003]
Tang X, Whitcomb J. Progressive failure behaviors of 2D woven composites. J Compos Mater 2003;37:1239-59.

[Tabatabatei2014]
Tabatabaei SA, Lomov SV, Verpoest I. Assessment of embedded element technique in meso-FE modeling of fibre reinforced composites. Compos Struct 2014;107:436–46.

[Tabatabatei2015]
Tabatabaei SA, Lomov SV. Eliminating the volume redundancy of embedded elements and yarn interpenetrations in meso-finite element modelling of textile composites. Comput Struct 2015:152:142–54.

[TexGen]
http://texgen.sourceforge.net/.

[Thollon2009]
Thollon Y, Hochard C. A general damage model for woven fabric composite laminates up to first failure. Mech Mater 2009;41(7):820-7.

[Tomičevć2013]
Tomičevć Z, Hild F, Roux S. Mechanics-aided digital image correlation. J Strain Analysis 2013;48(5):330-43.

[Verpoest2005]
Verpoest I, Lomov SV. Virtual textile composites software WiseTex: integration with micro-mechanical, permeability and structural analysis. Compos Sci Technol 2005;65:2563–74.

[Warren2016]
Warren K, Lopez-Anido RA, Vel SS, Bayraktar HH. Progressive failure analysis of three dimensional woven carbon composites in single-bolt double-shear bearing. Compos Part B: Eng 2016;84:266-76.

[Weißgraeber2016]
Weißgraeber P, Leguillon D, Becker W. A review of Finite Fracture Mechanics: crack initiation at singular and non-singular stress raisers. Arch Appl Mech 2016;86:375–401.
Weißgraeber P, Hell S, Becker W. Crack nucleation in negative geometries. Eng Frac Mech 2016;In Press, doi:10.1016/j.engfracmech.2016.02.045.

[WiseTex]
https://www.mtm.kuleuven.be/Onderzoek/Composites/software/wisetex.

[Yu2015]
Yu B, Bradley RS, Soutis C, Hogg PJ, Withers PJ. 2D and 3D imaging of fatigue failure mechanisms of 3D woven composites Compos Part A 2015;77: 37–49.

[Zako2003]
Zako M, Uetsuji Y, Kurashiki T. Finite element analysis of damaged woven fabric composite materials. Comp Sci Technol 2003;63:507-16.

[Zeng2014]
Zeng X, Brown LP, Endruweit A, Matveev M, Long AC. Geometrical modelling of 3D woven reinforcements for polymer composites: Prediction of fabric permeability and composite mechanical properties. Compos Part A 2014;56:150–60.

[ZéBuLoN]
http://www.zset-software.com/products/zebulon/.

Annexes

Annexe 1 :

Doitrand, C. Fagiano, F.X. Irisarri, M. Hirsekorn, Comparison between voxel and consistent meso-scale models of woven composites, Compos. Part A 73 (2015), pp 143-54.

Annexe 2 :

Doitrand, C. Fagiano, FH. Leroy, A. Mavel, M.Hirsekorn. On the influence of fabric layer shifts on the strain distributions in a multi-layer woven composite. Compos Struct 2016;145:pp 15-25.

Annexe 3:

Doitrand A, Fagiano C, Chiaruttini V, Leroy FH, Mavel A, Hirsekorn M. Experimental characterization and numerical modeling of damage at the mesoscopic scale of woven polymer matrix composites under quasi-static tensile loading. Compos Sci Technol 2015;119:1-11.

Annexe 4:

Doitrand A, Fagiano C, Carrère N, Chiaruttini V, Hirsekorn M. Damage onset modeling in woven composites based on a coupled stress and energy criterion. Engineering Fracture Mechanics, doi:10.1016/j.engfracmech.2016.11.021.

Comparison between voxel and consistent meso-scale models of woven composites

A. Doitrand, C. Fagiano, F.-X. Irisarri, M. Hirsekorn

Corresponding author: aurelien.doitrand@onera.fr - 01.46.73.46.58
ONERA - The French Aerospace Lab - 92320 Chatillon - France

Abstract

The applicability of voxel meshes to model the mechanical behavior of woven composites at the mesoscopic scale is studied and compared to consistent Finite Element (FE) meshes. The methods are illustrated by mechanically modeling a Representative Unit Cell (RUC) of a composite made of four layers of glass fiber plain weave fabric embedded in an epoxy matrix. Mesh convergence is studied to determine the minimum element size necessary to obtain a correct yarn volume fraction. The comparison between both methods is based on (i) homogenized macroscopic elastic properties, (ii) local stress fields, and (iii) first damage prediction. Even if a good agreement is obtained for the elastic properties, the stress concentrations due to the steplike shape of voxels induce significant differences between both methods in terms of first damage prediction.

Keywords: A. Fabrics/textiles, A. Thermosetting resin, C. Finite element analysis, C. Damage Mechanics

1. Introduction

Woven composites are of great interest for industrial applications as they are increasingly used for lightweight applications in aeronautics as well as in the automotive industry. One of the advantages of textile composites is the high flexibility of the reinforcement, which can be draped or directly woven into complex shapes. Therefore, compared to laminated composite structures, fewer assembly operations are needed, which reduces the number of weak points in the structures and production costs.

In an industrial design process, the mechanical properties (in most cases at least the elastic properties and strength) of potentially new materials need to be known. Experimental identification is both expensive and time consuming. Moreover, some properties (for composites, *e.g.*, in the out-of-plane direction) are difficult to measure. Therefore, predictive modeling tools are needed to replace some of the experimental tests during the design phase. These modeling tools have to bridge the characteristic scales of composite materials: from the microscopic scale, which is the scale of the constituents (fibers and matrix) to the macroscopic scale, the scale of the structure, at which the material is considered to be homogeneous. An intermediate scale, the so-called *mesoscopic scale*, is usually defined to take into account the reinforcement architecture. In the case of textile composites, the yarns often consisting of several thousands of fibers are modeled as a homogeneous material. They are interlaced such as to represent the reinforcing fabric architecture and embedded into the matrix material.

The first step in a multi-scale analysis of textile composites [1] is therefore the choice of suitable representative unit cells (RUC) at the different scales. At the meso-scale, the use of yarn shapes and positions that are close to those observed in real composites is extremely important to obtain reliable results [1]. Several tools able to generate geometric models of meso-scale RUC for textile composites exist [2, 3, 4]. However, most of these models imply simplified yarn shapes (constant cross sections) and possible interpenetrations between the yarns, both factors leading to yarn volume fractions lower than those observed experimentally. In order to conserve the overall fiber volume fraction in the composite, very high, sometimes non-physical [5, 6] fiber volume fractions have to be used in the yarns. Less idealized

geometries can be obtained by explicitly modeling the preforming step of the woven fabric, as it is done, *e.g.*, in [5, 7, 8]. The resulting yarn shapes have varying cross sections as observed in real composites.

With the aid of the meso-scale RUC, the homogenized macroscopic properties of the composite material can be calculated from the properties of the yarns and the matrix at the mescoscopic scale, using a suitable homogenization technique. Analytical methods [9] have the advantage of being computationally very efficient. However, most of them are limited to specific simple reinforcement architectures and all of them only predict linear elastic behavior (non-linear behavior or damage prediction is not considered). Numerical methods, such as Finite Element (FE) modeling are more flexible, as (in principle) any kind of material behavior can be used, and there are no limitations on the geometry, as long as an appropriate FE mesh can be generated. This is in fact one of the main difficulties of this approach, as the generation of a periodic mesh at the RUC boundaries (in order to apply periodic boundary conditions) or to impose a conformal mesh at the contact zones between yarns is far from being obvious. The latter problem is often removed artificially by inserting a matrix layer between the yarns in contact [1, 10, 11, 12], which makes the application of automated meshing tools straightforward. If this layer is thin, the element size at the yarn interfaces has to be very small in order to avoid poor quality elements. If it is thick, the fiber volume fraction in the yarns has to be increased significantly above that of the real composite in order to preserve the overall fiber volume fraction [6]. Grail *et al.* [5] proposed a method for the generation of consistent FE meshes of textile composite RUC with yarns in contact. The contact zones are treated separately and meshed only once, which allows for the generation of conformal meshes without the need of inserting a matrix layer between the yarns. However, this method is complex and its current implementation is not robust enough to ensure automatic mesh generation of any complex 3D reinforcement architecture.

A simpler method, widely used in industrial applications, is voxel meshing [13]. With this method it is quite straightforward to generate meshes of any kind of fabric architecture [14]. It has been used to generate meshes of 2D woven composites [15] as well as 3D woven composites with more complex architectures [16]. The voxel method has been successfully used to calculate the homogenized thermo-elastic properties of composites [16]. Several authors also applied voxel meshes to model damage initiation and progression in 3D woven composites [17, 18, 19]. However, spurious stress concentrations are observed at the steplike surfaces of the yarns [15], which are expected to influence damage prediction.

The aim of this work is therefore to evaluate the accuracy and the computational efficiency of the voxel method compared to a consistent FE mesh and to study the range of possible applications during the design phase. The two meshing procedures and a mesh convergence study on the homogenized elastic properties are presented in section 2. The local stress fields are analyzed in section 3 and their influence on damage onset in section 4. Finally, the stress fields are smoothed in order to reduce the spurious stress concentrations obtained with the voxel meshes (section 5). The whole analysis is illustrated on the RUC of a composite made of a compacted and nested reinforcement of four layers of a glass fiber plain weave fabric embedded in an epoxy matrix.

2. Finite element meshing of the Representative Unit Cell

The first step in FE modeling of woven composites at the meso-scale is the generation of a RUC of the reinforcing fabric. The composite modeled in this work consists of four layers of a glass fiber plain weave fabric embedded in an epoxy matrix. If no particular attention is paid to the position of the fabric layers, they are in general shifted randomly with respect to each other. First, four copies of a unit cell of a single layer of plain weave fabric are generated using the method by Hivet and Boisse [20]. The layers are shifted with respect to each other in the fabric plane, using the shifts determined from experimental observations [21]. The shifted layers are stacked on top of each other. The resulting geometry is repeated periodically in warp and weft direction and then cut to the composite RUC boundaries. A FE mesh is generated of each yarn independently, and the fabric compaction is simulated numerically to obtain the desired final composite thickness, taking into account all the contacts between the yarns [5]. Due to the relative shift between adjacent layers, nesting occurs during compaction. The resulting yarn volume

fraction is the same as in the real composite, and the yarn shapes and positions are similar. Although a plain weave is the simplest fabric architecture, the reinforcement geometry already exhibits most of the main difficulties as (i) complex multiple contact zones between the yarns, (ii) irregular yarn shapes with varying sections, (iii) high yarn volume fraction, and (iv) random shifts and nesting between fabric layers. The yarn shapes resulting from the compaction modeling are used in the following to generate FE meshes of the composite RUC made of the deformed reinforcement and the matrix complement. Two methods that ensure conformal meshes at the contact zones between yarns are presented in the following sections 2.1 and 2.2. A mesh convergence study is carried out in section 2.3.

2.1. Consistent meshing of the Representative Unit Cell

Grail *et al.* [5] have developed a method to generate FE meshes of woven composite RUC with complex yarn shapes and multiple contact zones between the yarns. Mesh conformity is ensured as the interfaces between yarns are represented by a single mesh. No artificial matrix layer is needed between yarns, and there are no limitations on yarn shapes. More details concerning this algorithm can be found in [5].

Fagiano *et al.* [21] have used this method to generate a FE mesh of the RUC studied in this work and to obtain the homogenized macroscopic elastic properties of the material. In a first step, the mechanical properties of the yarns are calculated by means of a FE micro-meso homogenization, similar to the method used by Melro *et al.* [12]. As thermosetting polymer matrices typically used in composites exhibit only weakly nonlinear behavior before failure under tension and strains remain small (see, *e.g.*, [22]), the matrix behavior is supposed to be linear elastic in this study and strain rate dependence is neglected. If the behavior of the composite under compression or shear should be studied, this approximation is no longer valid. The glass fibers are also in a good approximation linear elastic. Both the matrix and the fibers are isotropic materials. The properties used in the following calculations are shown in Table 1. A cylindrical fiber in a hexagonal RUC is used at the micro-scale, which ensures transverse isotropic elastic properties for the yarns. Periodic boundary conditions are applied in all directions. The fiber volume fraction in the yarns is 57%. The homogenized stiffness tensor is calculated from the average stresses in response to the six elementary strains applied consecutively to the RUC. The resulting yarn properties are given in Table 2.

Matrix	E [GPa]	ν	Fibres	E [GPa]	ν
LY564	3.2	0.35	E-glass	72	0.3

Table 1: Microscopic properties of the constituents: E-glass fiber and epoxy matrix.

In a second step, the same procedure is applied to the meso-scale FE mesh of the woven composite RUC. However, periodic boundary conditions are only applied in the fabric plane directions of the RUC. The displacement at the out-of-plane faces is left free in order to correctly represent the boundary conditions applied to the composite specimen in a tensile test. The homogenized properties given in Table 2 are used for the yarns and the same properties as at the micro-scale are used for the matrix. The local orientation of the yarn material is calculated separately at each integration point by orthogonal projection of its position on the neutral line of the yarn. The tangent of the neutral line at the projected point defines the axis of transverse isotropy of the yarn material (the fiber direction) at the integration point. The material orientations are assigned automatically using a Python script. The yarn volume fraction in the meso-scale RUC is 82%, resulting in a total fiber volume fraction in the RUC of 47%, which corresponds approximately to yarn volume fraction observed experimentally [21]. The resulting tensile modulus and Poisson's ratio are in good agreement with the experimental observations (Table 3), as well as the strain fields on the surface of the composite. It can be noted that the confidence interval of Poisson's ratio is higher than the confidence interval of Young's modulus. Indeed, the measurement of Poisson's ratio reflects the uncertainty of both longitudinal and transverse strain measurements whereas the measurement of Young's modulus only reflects the former. The damage localization obtained with the consistent mesh model has not yet been validated against experimental results. It would require a

finer analysis about some aspects affecting the mechanical behavior of the composite e.g. (i) the RUC geometry, (ii) the use of appropriate constitutive laws, etc. However, the principal aim of this paper is the comparison of two FE methods in terms of damage onset localization.

Matrix	E [GPa]	ν			
LY564	3.2	0.35			
Yarns	E_l [GPa]	E_t [GPa]	ν_{lt}	ν_{tt}	G_{lt} [GPa]
	42.2	10.2	0.319	0.419	7.6

Table 2: Mesoscopic properties of the constituents obtained from micro-meso homogenization.

Method	E_{11} [GPa]	ν_{12}
Finite element	20.94	0.132
Tests	21.31 ± 0.6	0.148 ± 0.027

Table 3: Macroscopic elastic properties of the four-layer plain architecture obtained numerically (FE) and experimentally [21].

2.2. Voxel meshing procedure

The voxel method consists in dividing the composite RUC into a regular 3D grid of voxels. Thus, mesh periodicity at the boundaries of the RUC is ensured automatically. The main difficulty of the method consists in assigning the material properties to each voxel element. In a voxel mesh, the element surfaces do not follow the yarn surfaces but are determined by the regular 3D grid. Therefore, elements at the yarn surfaces may be shared between several yarns and the matrix. However, it is only possible to assign a single material behavior to each voxel for FE calculations. A solution proposed by Kim and Swan [13] is to define a special material behavior for these elements whose properties are obtained from mixing rules. This implies to calculate as many homogenized material behaviors as there are shared elements in the voxel mesh. Moreover, the definition of the material orientation in elements shared between two yarns of different local fiber orientation is difficult and does not have real physical meaning. Therefore, in most of the studies [14, 15, 16] the shared elements are assigned to either one yarn or to the matrix. For instance, a possible method is inspired from polycristal's microstructure modeling [24] and consists in growing each part from an initial configuration (*e.g.*, a Voronoi tessellation in the case of polycrystals) until they are in contact. This method as been applied to voxel representations of woven composite RUC by Aboura *et al.* [23], using the yarn center lines as initial configuration, as it easily allows to assign the voxels to a single material even if there are interpenetrations between the yarns.

Since in this study the geometry is obtained by modeling explicitly the preforming step, there are no interpenetrations between the yarns. Therefore, a simpler method is used to determine to which part a voxel belongs: A voxel is assigned to a yarn or to the matrix depending on its center position. A schematic view of a yarn cross section (black line) is shown in Figure 1, illustrating the voxel assignment to the yarn or the matrix for different voxel sizes. It can be seen that for the same yarn shape, the yarn volume fraction varies from 58% (Figure 1 (a)) to 48% (Figure 1 (b)) depending on the size of the voxel elements. Therefore, a mesh convergence study is required to ensure that an accurate yarn volume fraction is used in the FE calculations with voxel meshes. This study is presented in the following section 2.3.

A general problem of voxel meshes due to the fact that the element boundaries do not follow the yarn surfaces is that artificial contacts between yarns are introduced (see Figure 2). This issue cannot be avoided, but its impact can be reduced by refining the voxel size. A problem of assigning the voxels through their center position is that there may be isolated matrix elements between yarns (see Figures 2 and 3).

The center of these elements lies within the matrix but most of their volume belongs to one or several yarns. To overcome this problem, the volume fractions of matrix and yarns are calculated in the shared

elements. If in these elements the matrix volume fraction is lower than the volume fraction of at least one of the yarns, it is assigned to the yarn with the bigger volume fraction in the element. Therefore, the elements wrongly assigned to the matrix are assigned to the yarn they mainly belong to (Figure 3). Due to the generality of the applied method, this procedure is applicable for any kind of woven fabric architecture. Finally, a third general difficulty of voxel meshes is the representation of the edges of yarns with varying sections where isolated elements can be found (see Figure 3). Such isolated voxels can lead to stress concentrations, see Section 3. This problem is treated and discussed in Section 5. Whatever the voxel size, this phenomenon can be avoided only in yarns with constant cross section and without in-plane waviness, which is not the case in real geometries of compacted fabrics.

2.3. Mesh convergence study

The fiber volume fraction has a first order impact on the mechanical behavior of composite materials. For a given fiber volume fraction in the yarns, it is therefore crucial to use the correct yarn volume fraction in the meso-scale RUC. The following mesh convergence study is therefore first carried out on the yarn volume fraction. For a given mechanical behavior, the computational time mostly depends on the number of degrees of freedom of the problem to be solved, which is proportional to the number of nodes in the FE mesh.

One of the most important parameters of the consistent meshing procedure by Grail *et al.* [5] is the maximum edge length of the elements. Further parameters include tolerance parameters for the definition of the yarn contact zones and parameters for local refinement of the mesh, for example around the yarn interfaces. Details can be found in the paper of Grail *et al.* [5]. In the present convergence study, only the maximum edge length is varied. The meshing tool tries to mesh the RUC with tetrahedral elements with the maximum edge length. Shorter edges are used only where it is required to accurately reproduce the geometry and close the meshes. The shorter the maximum edge length, the higher the number of nodes in the FE mesh, but the better the curvatures of the geometry are approximated. The yarn volume fraction of the consistent meshes remains constant within about 0.03% from a maximum edge length of 0.25mm downwards (see Figure 4). If 10 node quadratic elements are used, this corresponds to a FE mesh with 259 000 nodes and a yarn volume fraction of 82.18%. The mesh is shown in Figure 5.

The number of nodes in a voxel mesh made of linear hexahedral elements is given by

$$n_{nodes} = (n_x + 1)(n_y + 1)(n_z + 1) \tag{1}$$

where n_x is the number of voxels in direction of the warp yarns, n_y in direction of the weft yarns, and n_z through the thickness of the RUC. In most published works involving voxel meshes of woven composites cubic voxels are used [14, 15, 16]. The mesh size thus depends only on one parameter: the length of the voxel edge. For the present RUC, 2 000 000 nodes are needed to obtain a difference of less than 0.4% between the yarn volume fractions of the converged consistent mesh and that of the voxel mesh, if cubic voxels are used.

An alternative is to use hexahedral voxels with different edge lengths in the three directions. Since

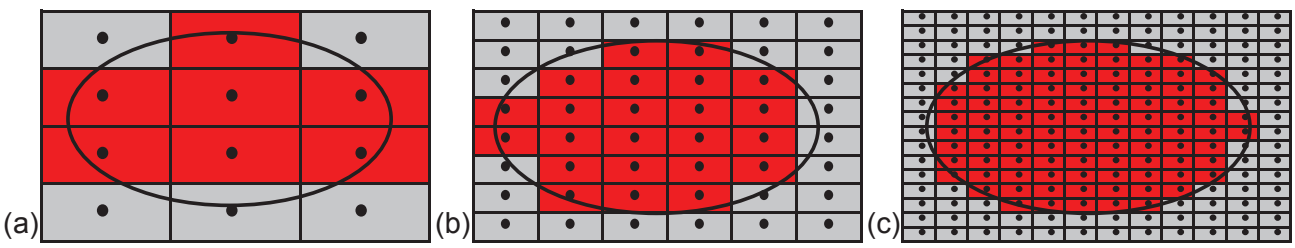


Figure 1: Schematic view of a yarn cross section. Elements are assigned to a yarn (in red) or to the matrix according to the position of their centers. The yarn volume fraction depends on the voxel size and is equal to (a) 0.58 (b) 0.48, and (c) 0.49.

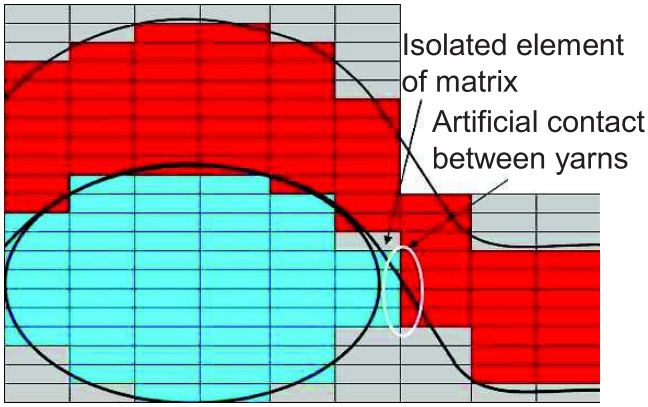


Figure 2: Illustation of isolated matrix elements and artificial contacts between yarns generated by assigning voxels by their center position. Yarns are represented in red and blue, the matrix in grey.

the yarn width in the studied fabric is the same in warp and weft direction, we choose the same voxel size in the fabric plane, i.e.,

$$n_y = [\frac{L_y}{L_x}]n_x \tag{2}$$

where L_x and L_y are respectively the RUC length in warp and weft direction. The number of voxels in the thickness direction is chosen independently, leading to flatter voxels.

The voxel size in thickness direction and hence the number of nodes needed to obtain a relative difference lower than 0.25% between the yarn volume fractions of the consistent mesh and those of the voxel meshes depends on the number of voxels in the plane n_x. The evolution of the yarn volume fractions with the number of nodes is shown in Figure 4 for three different values of n_x. For $n_x = 20$, convergence is reached for $n_z = 150$, which corresponds to a voxel mesh with 72900 nodes. Note that in contrast to the consistent mesh, linear elements are used in the voxel meshes, because the use of quadratic elements does not improve the representation of the steplike geometry, but only increase the number of nodes and hence the computational costs. If the consistent mesh shown in Figure 5 was made of linear tetrahedral elements (which would be sufficient if the objective was only to get a correct volume fraction as the yarn volume fraction does not change if linear or quadratic elements are used), it would only contain 34100 nodes. Therefore, using a consistent mesh with tetrahedral elements, fewer nodes are needed to correctly represent the RUC geometry than with a voxel mesh consisting of hexahedral elements..

However, such a low number of voxels in the plane insufficiently describes the geometrical characteristics of the RUC and thus alters the local stress fields significantly, as will be shown in the following section. Therefore, a finer discretization is required if the mesh should not only be used to compute

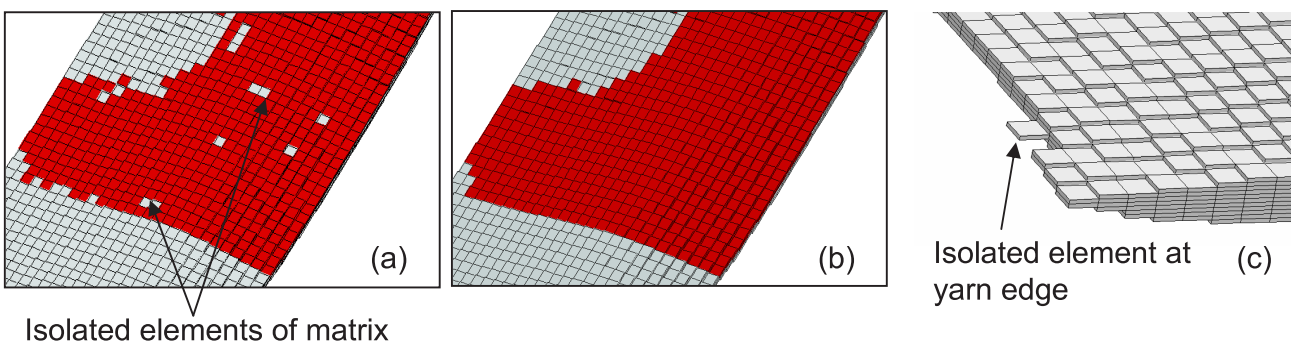


Figure 3: The interface between two yarns is represented in red before (a) and after (b) reassigning isolated matrix elements. (c) shows an example for isolated elements at yarn edges.

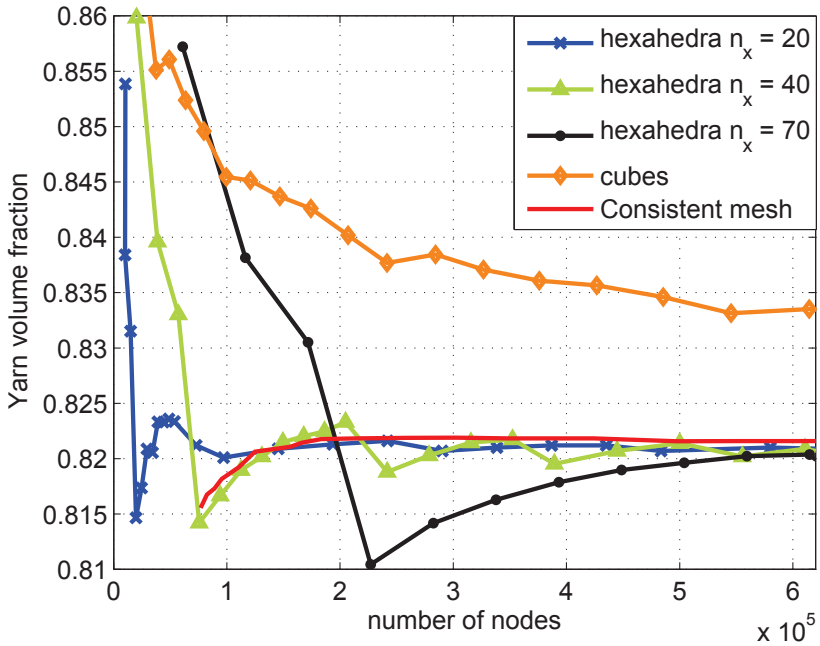


Figure 4: Evolution of the yarn volume fraction with the number of nodes for consistent meshes and for voxel meshes with different voxel sizes and shapes.

homogenized elastic properties. The converged voxel mesh with $n_x = 70$ and $n_z = 90$ is shown in Figure 6. This mesh contains 504 000 nodes. Thus, even for high n_x the use of hexahedral voxels drastically reduces the number of nodes required to achieve convergence of the yarn volume fraction compared to cubic voxels.

The homogenized elastic properties have been calculated using the consistent mesh and the different voxel meshes and following the methods described in section 2.1. As both the voxel meshes and the consistent mesh are periodic, the application of periodic boundary conditions is straightforward. It has been found that the homogenized elastic properties are mainly influenced by the yarn volume fraction in the RUC and the distribution of the fiber orientations. The exact yarn shapes are less important to the averaged elastic behavior. To obtain a correct fiber orientation distribution, the yarns have to be sufficiently well discretized along the fiber direction. As in a plain weave, the yarn path is similar to a sinusoidal curve, $n_x = 20$ voxels in the plane are sufficient. Therefore, for voxel meshes with converged yarn volume fractions, the homogenized elastic properties are also converged with a similar precision. The results for the mesh shown in Figure 6 are given in Table 4 compared with the values obtained with the

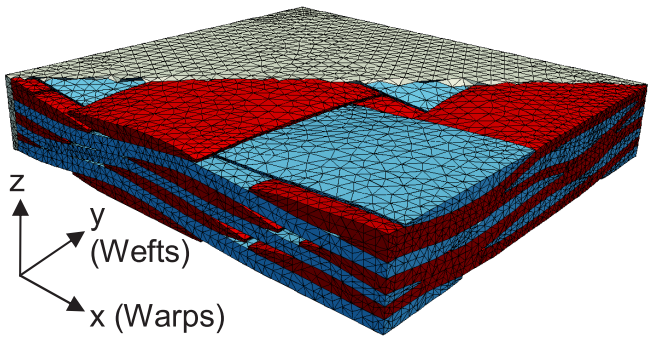


Figure 5: Converged consistent mesh of the RUC with 259 000 nodes.

consistent mesh. This study shows that voxel meshes are well suited to calculate the homogenized elastic properties of textile composites. The computational costs are similar to those that can be reached with consistent FE meshes.

Properties	E_{11} [GPa]	E_{22} [GPa]	ν_{12}	ν_{23}	G_{12} [GPa]
Consistent mesh	20.94	22.39	0.132	0.413	6.47
Voxel mesh	20.90	22.32	0.133	0.412	6.46
Difference (%)	0.2	0.31	0.29	0.23	0.18

Table 4: Macroscopic elastic properties of the constituents obtained from meso-macro homogenization using consistent and voxel meshes, and the relative difference between both methods.

3. Local stress fields

Local stress concentrations only have a minor influence on the homogenized elastic properties, as they are averaged out over the RUC. Therefore, the steplike structure of the yarn surfaces in the voxel meshes does not have a major impact, as long as the yarn volume fraction and the fiber orientation distribution are correctly represented. In this section, the local stress fields are compared between the voxel and the consistent meshes, in order to asses the viability of the voxel method for the prediction of phenomena that depend on local stress concentrations, such as damage onset. Since the first damage observed in textile composites under tension is usually transverse yarn cracking [1, 25, 26], a weft yarn of one of the internal layers is chosen to study the stress fields (the red yarn in Figure 7). A tensile load is imposed in the warp direction. The average stress in the other directions of the RUC is zero.

The in-plane transverse stress fields in the selected yarn obtained with different voxel meshes are shown in Figure 8. Four different voxel numbers (n_x) are chosen in the in-plane direction. The number

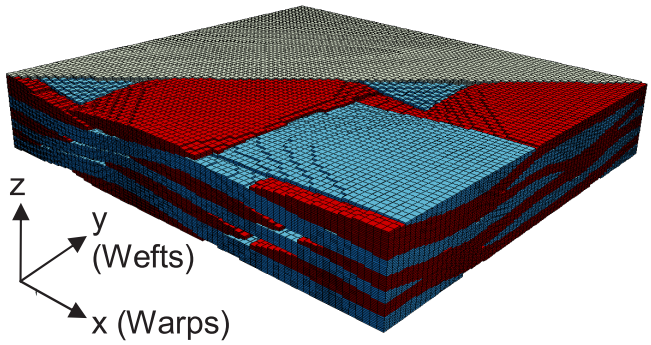


Figure 6: Converged voxel mesh of the RUC with 504 000 nodes.

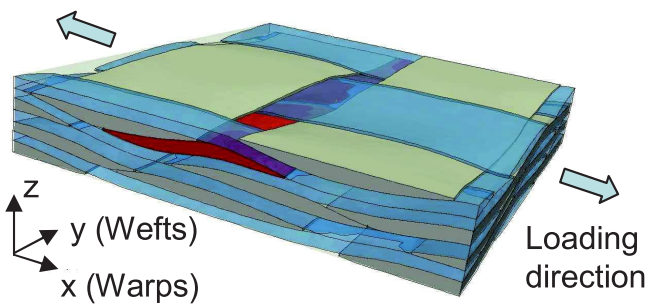
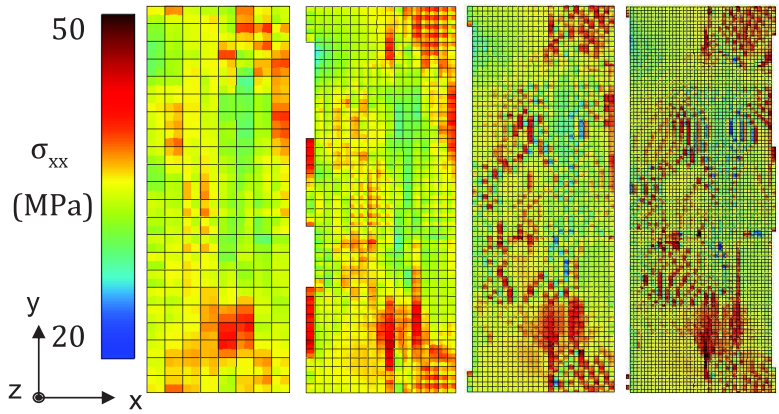


Figure 7: Schematic view of the FE simulation setup. A tensile stress is imposed in the direction of the warps. The weft yarn marked in red is used to study the local stress fields and damage onset.



n_x*n_z	20*150	40*170	70*90	100*110
σ_{min}	27.81 MPa	25.11 MPa	18.14 MPa	21.35 MPa
σ_{max}	41.31 MPa	45.25 MPa	47.95 MPa	53.76 MPa

Figure 8: In-plane transverse stress fields on the surface of the weft yarn marked in red in Figure 7 obtained with voxel meshes with different voxel sizes. The maximum and minimum local stress in this yarn are given in the table.

of voxels through the thickness n_z is fixed as a result of the convergence study presented in section 2.3. It can be clearly seen that for $n_x = 20$ the voxels are too big to reproduce the geometric features of the meso-scale RUC. As a results, the stress concentration zones observed with finer voxel meshes are dilated and their shape is not accurately reproduced. For $n_x = 40$ the characteristic shapes of the stress fields observed with the two finer meshes start to appear, but the approximation of their shape is still very rough. For the two finest meshes, the general shape of the stress fields are very similar, with the exception of the stress concentrations due to the steplike yarn surface.

These stress concentrations are observed in all voxel meshes, regardless the voxel size. They are even more important in the finer meshes, as for the very coarse mesh the yarn shape is too much simplified. This is reflected by the maximum local tensile stress, which increases with decreasing voxel size. The impact on the minimum local stress is less clear, as it first decreases with the voxel size, which is probably due to the increasingly more accurate representation of the yarn shape, but then increases again for the finest mesh.

The in-plane transverse stress fields in the selected yarn obtained with different consistent meshes are shown in Figure 9. Four different mesh sizes (0.6, 0.25, 0.18 and 0.1 mm) are chosen. It can be clearly seen that a mesh size of 0.6 mm is too coarse to well describe the stress field. For the three finest meshes, the obtained elastic properties as well as the shape of the stress fields are very similar. Hence, if the mesh size is small enough, the stress field does not vary locally contrary to the voxel case.

In terms of local stress fields, tetrahedral elements are less precise than hexahedral elements [27]. However, it is really difficult to generate a consistent mesh with hexahedral elements, due to the complexity of the geometry of woven composites. Tetrahedral elements have to be used in order to obtain such a mesh. Quadratic instead of linear elements are chosen in order to better take into account stress gradients that may occur through the yarn thickness. The consistent mesh with a converged yarn volume fraction shown in Figure 5 only has two elements in the direction of the yarn thickness, which is the minimum imposed by the algorithm of Grail *et al.* [5]. This is sufficient to obtain a good convergence in yarn volume fraction and homogenized elastic properties, but usually insufficient to take into account the stress gradients that may occur through the yarn thickness. In the following, we therefore use a refined mesh with four elements through the yarn thickness and a total of 845 000 nodes, which should be sufficient because quadratic elements are used in the consistent mesh. The obtained stress fields are shown in Figure 10 for both consistent meshes and for the voxel mesh with $n_x = 70$. There is no significant difference

between the stress fields in the two consistent meshes. Nevertheless, the refined mesh will be used in the following analysis in order to better reproduce the stress gradients in the through-thickness direction. In all converged voxel meshes, the number of elements through the yarn thickness is more than twice of that in the consistent meshes, which means that stress gradients should be at least equally well be taken into account.

A comparison between the stress fields on the whole yarn surface of the voxel mesh with $n_x = 70$ and the refined consistent mesh is shown in Figure 11. The zones where this yarn is in contact with other yarns are surrounded by black lines. The minimum and maximum local stresses observed with these two meshes are summarized in Table 5. Both values are quite similar. The voxel mesh with $n_x = 70$ gives the same overall shapes of the stress fields as the mesh with $n_x = 100$. However, mesh dependent stress oscillations are obtained with both meshes, so that there is no advantage in using the finer mesh. Therefore, in order to perform a quantitative comparison between voxel and consistent mesh results, the mesh with $n_x = 70$ will be used in the following comparisons.

Properties	σ_{min} [MPa]	σ_{max} [MPa]
Consistent mesh	18.82	48.82
Voxel mesh	18.14	47.95
Difference (%)	3.7	1.8

Table 5: Maximum and minimum local stress in the studied weft yarn obtained with consistent and voxel meshes.

The general shape of the stress fields shown in Figure 11 are quite similar, with the exception of the local oscillations between stress extrema induced by the steplike yarn surfaces in the voxel mesh. The stress oscillations are caused by the inaccurate representation of the yarn surface shape in the voxel mesh, and are therefore a geometric artifact not due to a physical mechanism. These oscillations are more important at interfaces between yarns than at interfaces between the yarn and the matrix. Even though the overall maxima and minima of local stress are quite similar (Table 5), differences of more than 30% are reached in the zones with stress oscillations. A zoom on a region with stress oscillations is shown in Figure 10. In the same region, the stress field obtained with the consistent meshes is smooth without oscillations.

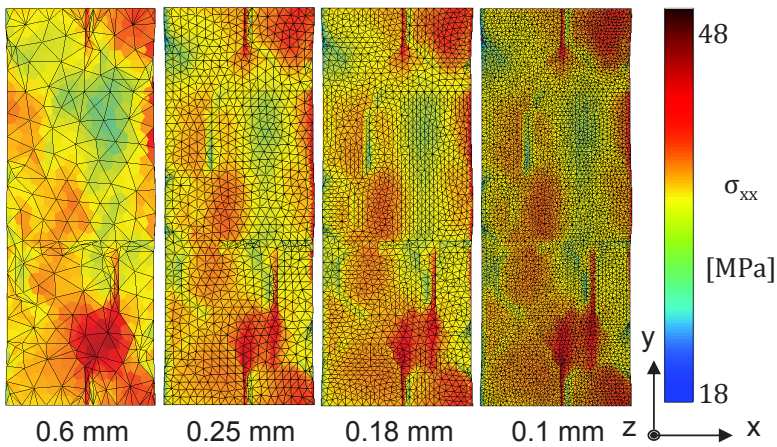


Figure 9: In-plane transverse stress fields on the surface of the weft yarn marked in red in Figure 7 obtained with different consistent meshes. The mesh size is indicated under the corresponding stress field.

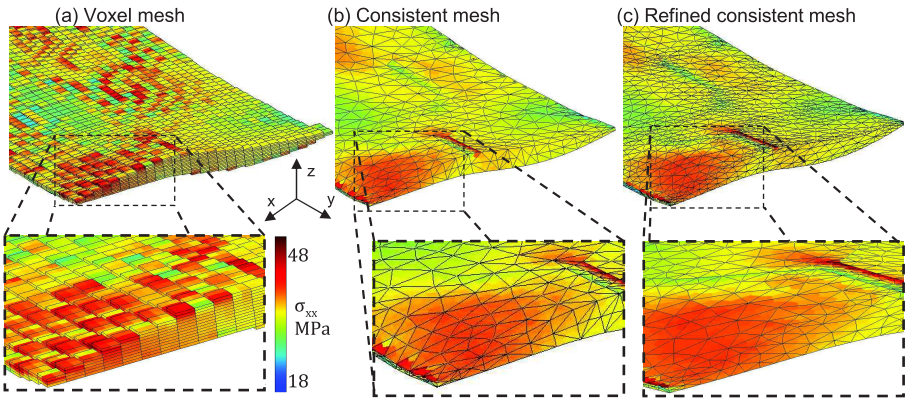


Figure 10: 3D view of in-plane transverse stress fields in the weft yarn marked in red in Figure 7 obtained with (a) the voxel mesh with $n_x = 70$, (b) the converged consistent mesh, and (c) the refined consistent mesh.

4. Damage onset

One of the most important criteria in a design process of composite structures is the level of damage onset, which is highly influenced by the local stress distributions. The differences highlighted in Figures 10 and 11 are therefore expected to significantly impact the prediction of the first damage. In order to estimate numerically damage onset in the yarns, a suitable damage criterion has to be used. The yarns are made of fibers embedded in matrix, which are locally almost parallel to each other, similar to a unidirectional (UD) ply. We therefore use a damage criterion developed for UD plies in a composite laminate [28, 29] to locate the first damage in the yarns. In this model, three different damage modes are taken into account: (1) damage in the direction of the fibers dominated by fiber breaking and matrix dominated damage in (2) the transverse in-plane direction and (3) the out-of-plane direction. For each mode, tensile and compressive damage are distinguished, as the physical mechanisms are not the same. The criteria for the different modes are given in Table 6.

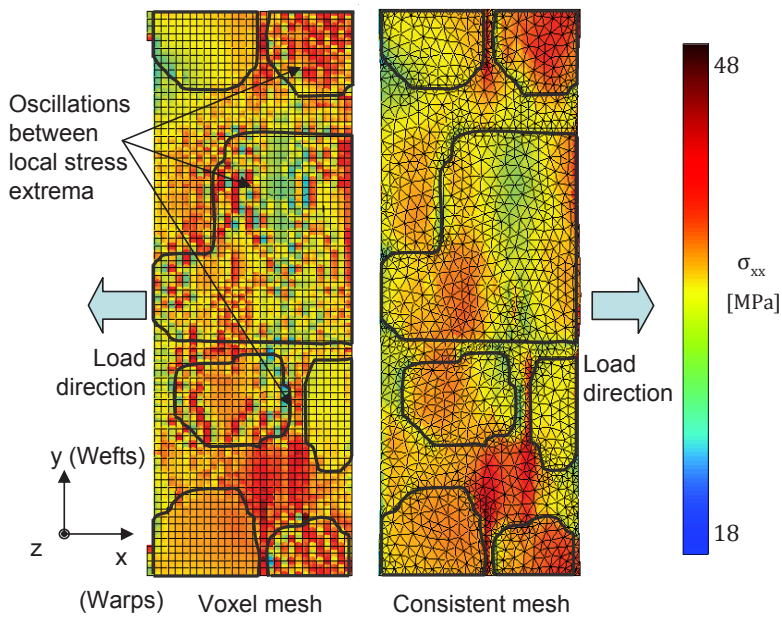


Figure 11: Comparison between the in-plane transverse stress fields on the surface of the weft yarn marked in red in Figure 7 obtained with the voxel mesh with $n_x = 70$ (left) and the refined consistent mesh (right). The contours of the yarn contact zones are traced in black.

The lower index in the failure criteria $f_i^{\pm}$ indicates the damage mode, and the upper index distinguishes between tensile (+) and compressive (−) damage. X_t and X_c are the tensile and compressive ply strength in direction of the fibers, which are determined by tensile and compressive tests on UD plies. Y_t and Y_c are the transverse tensile and compressive strengths. S_{12}^f and S_{13}^f are called the effective shear strengths. They are higher than the real shear strengths S_{12}^R and S_{13}^R of the ply such that damage onset is predicted correctly in a matrix-dominated mode (2 or 3) for pure shear loading, and not in the compressive fiber failure mode [29]. p_{12}, p_{13} are shape parameters that take into account the coupling between compressive and shear stresses. These parameters can be directly determined from the transverse compressive ply strength Y_c [29]. For the polymer matrix, a failure criterion proposed by Chaboche *et al.* [30] for quasi-brittle materials is used (last equation in Table 6). Failure is driven by the principal tensile stresses $<\sigma_I>$, $<\sigma_{II}>$ and $<\sigma_{III}>$. X is the matrix strength under uniaxial tension. Triaxiality is accounted for through the exponent p, which is set to 1 in this study.

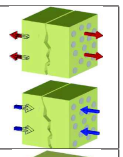
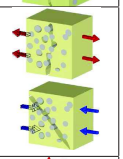
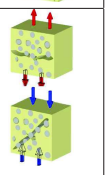
fiber failure	$f_1^+ = (\frac{<\sigma_{11}>}{X_t})^2$ $f_1^- = (\frac{<-\sigma_{11}>}{X_c})^2 + (\frac{\tau_{12}}{S_{12}^f(1-p_{12}\sigma_{22})})^2 + (\frac{\tau_{13}}{S_{13}^f(1-p_{13}\sigma_{33})})^2$ $<x>= x$ if $x > 0, <x>= 0$ otherwise	
transverse cracking	$f_2^+ = (\frac{<\sigma_{22}>}{Y_t})^2 + (\frac{\tau_{12}}{S_{12}^R(1-p_{12}\sigma_{22})})^2 + (\frac{\tau_{23}}{S_{23}^R(1-p_{23}(\sigma_{22}+\sigma_{33}))})^2$ $f_2^- = (\frac{<-\sigma_{22}>}{Y_c})^2 + (\frac{\tau_{12}}{S_{12}^R(1-p_{12}\sigma_{22})})^2 + (\frac{\tau_{23}}{S_{23}^R(1-p_{23}(\sigma_{22}+\sigma_{33}))})^2$	
out-of-plane cracking	$f_3^+ = (\frac{<\sigma_{33}>}{Y_t})^2 + (\frac{\tau_{13}}{S_{13}^R(1-p_{13}\sigma_{33})})^2 + (\frac{\tau_{23}}{S_{23}^R(1-p_{23}(\sigma_{22}+\sigma_{33}))})^2$ $f_3^- = (\frac{<-\sigma_{33}>}{Y_c})^2 + (\frac{\tau_{13}}{S_{13}^R(1-p_{13}\sigma_{33})})^2 + (\frac{\tau_{23}}{S_{23}^R(1-p_{23}(\sigma_{22}+\sigma_{33}))})^2$	
matrix cracking	$f_{matrix} = \frac{(<\sigma_I>^p+<\sigma_{II}>^p+<\sigma_{III}>^p)^{1/p}}{X}$	

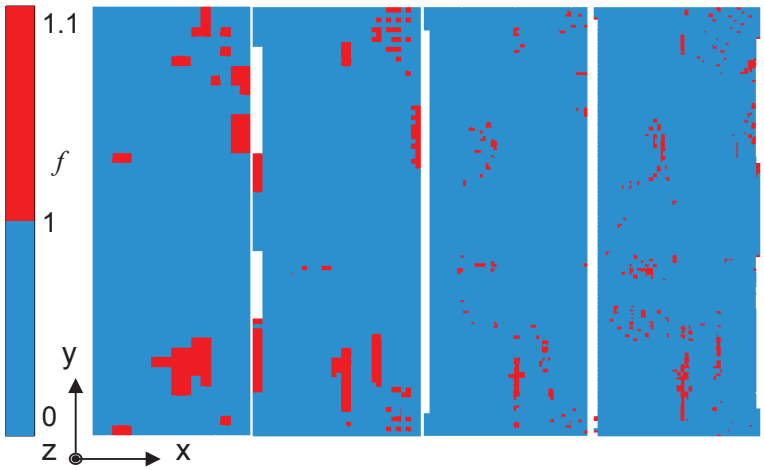
Table 6: Failure criteria for the yarns (first three rows) and the matrix used in the damage predictions.

Damage occurs when any of the different criteria becomes larger than 1. The integration point where this occurs first in the FE calculation gives the location of damage onset. The local damage mode is given by the criterion f that is maximum at the integration point.

Experimentally, the first damage mechanism observed in woven composites is transverse cracking in yarns that are orthogonal to the loading direction. The next damage mechanisms are (i) yarn/yarn or yarn/matrix decohesions at the crack tips, (ii) matrix cracking in the matrix pockets and (iii) fiber fracture leading to the failure of the material. A more detailed description of the damage mechanisms can be found in [21] and [26]. At damage onset, only the transverse yarn cracking mode of the failure criterion is active ($max(f) = f_2^+$), which agrees with the experimental observations. Therefore, the results presented in the following only concern the transverse yarn cracking mode of the failure criterion.

The damage onset locations obtained with the different voxel meshes presented in Figure 8 are shown in Figure 12. Damage onset prediction is clearly influenced by the stress concentrations that are observed for all the meshes.

The damage onset locations obtained for the reference weft yarn with the voxel and consistent mesh are shown in Figure 13. In order to identify a damage zone rather than a single integration point, the applied load has been fixed such that the maximum failure criterion max(f) is 1.1. This value is obtained for an average tensile stress of 72.6 MPa in the warp direction. In Figure 13 all areas associated to



n_x*n_z	20*150	40*170	70*90	100*110
Load	85 MPa	79.1 MPa	72.6 MPa	66 MPa

Figure 12: Comparison of the damage locations predicted using the voxel meshes presented in Figure 8. Damage onset prediction is influenced by stress concentrations, regardless of the voxel size. The load required to reach the failure criterion decreases as the voxel density increases.

integration points where max(f) lies between 1 and 1.1 are marked in red.

For both meshes, damage onset is observed at the locations of maximum transverse tensile stress in the yarns (see Figure 11). Some damage zones are similar for both methods, but additional damaged locations are predicted with the voxel method at the locations of local stress concentrations that are due to the steplike yarn surface, which are not present in the consistent mesh. In particular, the first damage predicted by the voxel method is located in such a zone. However, an overall maximum failure criterion of 1 is reached for both methods at similar loads, with a difference of only 0.6% between them.

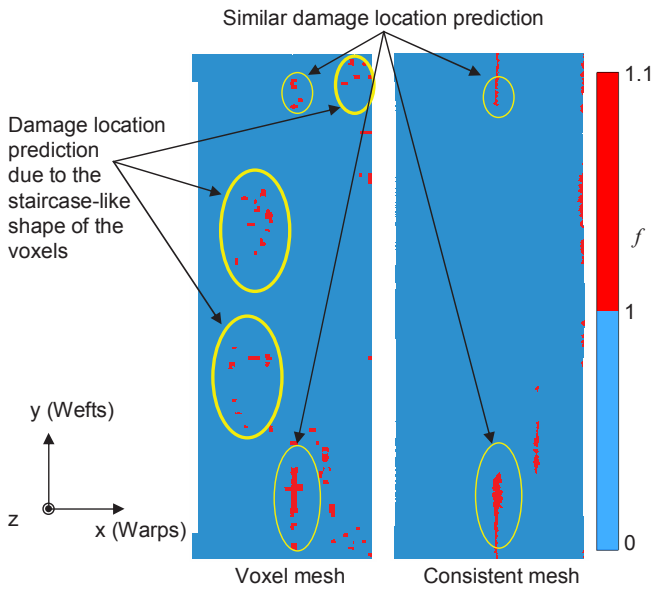


Figure 13: Comparison of the damage locations predicted by voxel and consistent meshes. Similarities and differences are highlighted.

5. Stress field smoothing

The differences between the consistent and the voxel meshes in the prediction of damage zones is due to the oscillations between stress maxima and minima at the steplike yarn surface in the voxel mesh. These oscillations can be reduced by smoothing the stress field. This is done by calculating the stress at each integration point as an interpolation of the non-smoothed values at the surrounding integration points using a least squares method [31]. The amount of smoothing depends on the number of surrounding integration points that are taken into account. Usually, all integration points are included that belong to the elements that share a common node with the element containing the integration point where the smoothed field is calculated. In this case, at each integration point, the stress field is smoothed over 216 integration points. If the integration points of second nearest neighbor elements are also included, the number rises to 1000, for the third nearest neighbors it becomes 2744.

The stress concentration smoothing leads to two configurations: (i) if the stress concentration is localized in only one element of the zone of interest, see Figure 14 (1a), the smoothing technique is sufficient to reduce significantly the stress concentration in the isolated element, see Figure 14 (1b); (ii) if several elements are subject to stress concentrations in the same zone, see Figure 14 (2a) , the smoothing method may not be sufficient to completely reduce this effect, see Figure 14 (2b). In this case, a damage zone may be detected erroneously.

The resulting smoothed stress fields are shown in Figure 15.The oscillations observed in Figure 11 are no longer present. However, the stress maxima are decreasing and the stress minima are increasing with the number of integration points included in the smoothing process. This has an impact on the applied load level, for which damage onset is predicted. For example, for an average stress of 72.6 MPa in the warp direction, the maximum failure criterion reaches only $\max(f) = 0.97$ after smoothing over 216 integration points instead of 1.1 if the non-smoothed stress fields are used. As a consequence, a 13% higher average stress (82.5 MPa) is needed to reach the same maximum failure criterion $\max(f) = 1.1$ as with the consistent mesh.

The smoothing procedure also has an influence on the predicted location of damage. In Figure 16 a comparison is shown between the results obtained with the non-smoothed and the smoothed stress fields of the voxel meshes and with the consistent mesh. The zones attributed to integration points with f between 1 and 1.1 are highlighted in red. The load applied to each mesh is chosen such that the maximum local value of f is 1.1. The Figure shows that the smoothing removes some damage zones and the remaining zones spread out slightly. This has the result that most of the damage zones caused by the stress oscillations at the steplike yarn surfaces are removed, but also some relatively localized damage zones

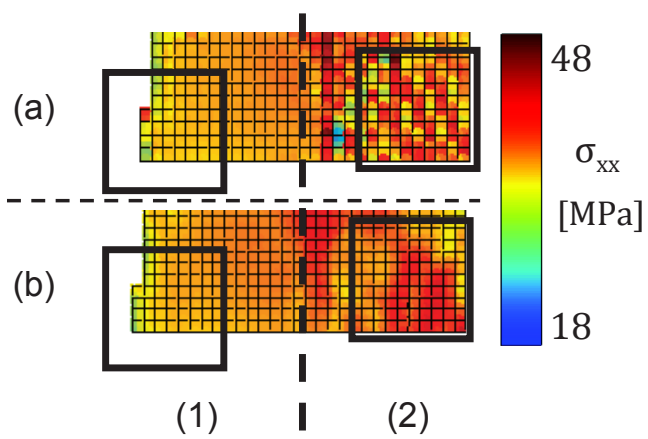


Figure 14: (a) Non smoothed and (b) smoothed voxel stress fields. If the stress concentration is located in only one element (1a), its effect is significantly reduced by smoothing (1b). If the stress concentration extend over several elements in the same zone (2a), smoothing is not sufficient to eliminate their effect (2b).

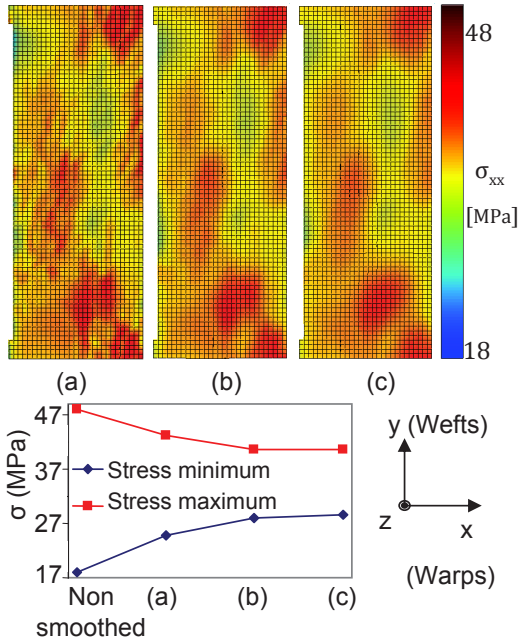


Figure 15: Above: Stress fields obtained with the voxel mesh with $n_x = 70$ after smoothing over (a) 216, (b) 1000, and (c) 2744 integration points. Below: Evolution of the local stress maximum and minimum in the yarn with the level of smoothing.

predicted with the consistent mesh. Moreover, some damage zones not predicted with the consistent mesh are not removed after smoothing. Further smoothing including the second and third nearest neighbor elements has no major impact on the predicted damage zones. As can be seen from Figure 15, the zones of maximum stress and their locations remain almost the same. They only spread out slightly more. The same effect is observed on the damage zones. Smoothing the stress fields is therefore only an insufficient solution to correct the stress oscillations caused by the steplike approximation of the yarn shapes. Since

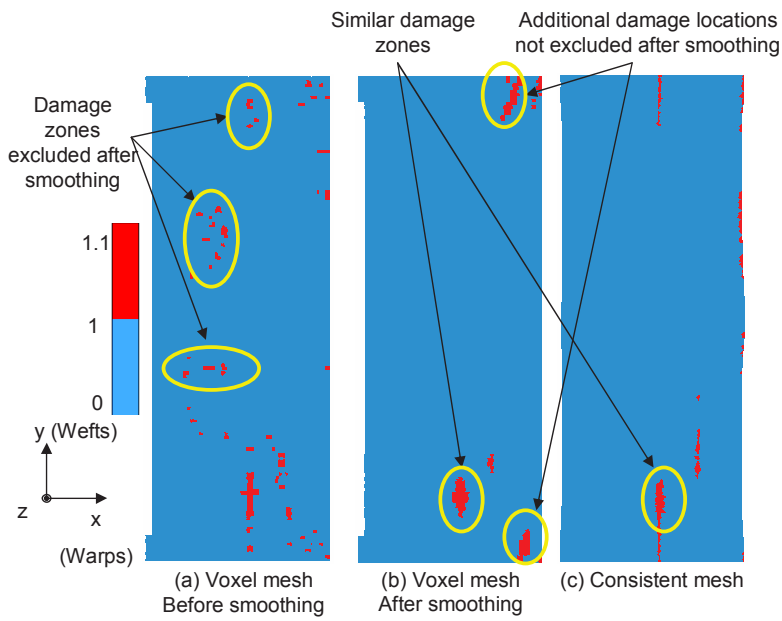


Figure 16: Damage locations predicted with the voxel mesh with $n_x = 70$ before (a) and after (b) smoothing over 216 integration points in comparison with (c) the predictions obtained from the refined consistent mesh.

the maximum local stress depends on the level of smoothing, it is not appropriate to predict the absolute value of the damage threshold. The voxel size also has an influence on the maximum local stress, which may result in a mutual compensation of mesh refinement and stronger smoothing. However, this does not mean that convergence is reached.

6. Conclusion

The applicability of the voxel method for mesoscale modeling of woven composites has been studied using a RUC of a polymer matrix composite with a compacted and nested reinforcement made of four layers of plain weave fabric. In comparison with the results obtained with a consistent mesh, whose element faces follow the yarn surfaces, the voxel mesh yields stress oscillations at the yarn surfaces. These are due to a less precise approximation of the geometry of the reinforcement by the voxel mesh, which cannot represent smooth curved surfaces. These oscillations average out, when the homogenized elastic properties are calculated. For this reason, it is sufficient to choose the voxel size small enough to obtain an accurate value for the yarn volume fraction. If hexahedral rather than cubic elements are used for the voxel mesh, this is achieved for similar node numbers in the voxel and the consistent mesh. Therefore, the voxel method is a well suited and flexible method to determine the average elastic behavior of composite RUC with highly complex reinforcement geometries.

However, if phenomena depending on local stress concentrations, such as damage onset, are simulated, the difference between voxel and consistent meshes becomes significant. Using a voxel mesh, damage is not only predicted in zones of stress concentration due to the geometry of the reinforcement, but also at the stress oscillations at the steplike yarn surfaces. The effect is particularly strong at the interfaces between two crossing yarns. The damage location is thus incorrectly predicted in most cases. The damage threshold is also influenced, since the stress concentrations at the steplike yarn surface depend on the voxel size. In fact, in these zones, local differences of more than 30% are observed between the voxel and the consistent mesh. Moreover, these stress oscillations are present regardless of the mesh size. Therefore, the choice of a good mesh discretization to generate appropriate stress fields or to perform damage analyses is not obvious.

The stress oscillations can be reduced by smoothing the stress fields. However, the smoothing does not remove all damage zones that are predicted only due to the stress concentrations at the steplike yarn surfaces. Moreover, some damage zones that are in agreement with those predicted with the consistent mesh, are also removed. Even after smoothing, the prediction of the damage location is thus not reliable and depends on the voxel size. The maximum local stress, which determines the damage threshold, depends both on the level of smoothing and on the voxel size. Both effects may compensate each other if the voxel mesh is refined and the smoothing level increased. This makes the prediction of the damage threshold strongly dependent on the parameters of the procedure.

The main conclusion of this article is that it has been found that under some conditions the voxel method is well suited to calculate the homogenized elastic properties of composites, but it has to be used with caution when applied to the simulation of phenomena that depend on local stress concentrations, such as damage onset and propagation. Therefore, the consistent mesh method will be used for further work covering an experimental validation of the FE model in terms of damage localization.

References

[1] Lomov SV, Ivanov DS, Verpoest I, Zako M, Kurashiki T, Nakai H, Hirosawa S. Meso-FE modelling of textile composites: Road map, data flow and algorithms. Compos Sci Technol 2007;67(9):1870-91.

[2] Lomov SV, Gasakov AV, Huysmans G, Prodromou A, Verpoest I. Textile geometry preprocessor for meso-mechanical models of woven composites. Compos Sci Technol 2000;60(11):2083-95.

[3] Sherburn M. Geometric and Mechanical Modelling of Textiles. Ph.D. thesis, The University of Nottingham; 2007.
[4] Couegnat G. Approche multiéchelle du comportement mécanique de matériaux composites à renfort tissé. Ph.D. thesis, Universit de Bordeaux 1; 2008.
[5] Grail G, Hirsekorn M, Wendling A, Hivet G, Hambli R. Consistent Finite Element mesh generation for meso-scale modeling of textile composites with preformed and compacted reinforcements. Compos Part A: Appl Sci Manuf 2013;55:143-51.
[6] Ivanov DS, Baudry F, Van Den Broucke B, Lomov SV, Xie H, Verpoest I. Failure analysis of triaxial braided composite. Compos Sci Technol 2009;69(9):1372-80.
[7] Hua L, Sherburn M, Crookston J, Long A, Clifford M, Jones I. Finite element modelling of fabric compression. Model Simul Mater Sci Eng 2008;16(3).
[8] Nguyen QT, Vidal-Sallé E, Boisse P, Park CH, Saouab A, Bréard J, Hivet G. Mesoscopic scale analyses of textile composite reinforcement compaction. Compos Part B: Eng 2012;44(1):231-41.
[9] Hallal A, Younes R, Fardoun F. Review and comparative study of analytical modeling for the elastic properties of textile composites Original Research Article. Compos Part B: Eng 2013;50:22-31.
[10] Stig F, Hallstrom S. A modelling framework for composites containing 3D reinforcement. Compos Struct 2012;94(9):2895-901.
[11] De Carvalho NV, Pinho ST, Robinson P. Numerical modelling of woven composites: biaxial loading. Compos Part A: Appl Sci Manuf 2012;43(8):1326-37.
[12] Melro AR, Camanho P, Andrade Pires FM, Pinho ST. Numerical simulation of the non-linear deformation of 5-harness satin weaves. Comp Mater Sci 2012;61(0):116-126.
[13] Kim HJ, Swan CC. Voxel-based meshing and unit-cell analysis of textile composites. Int. J. Numer. Meth. Eng 2003;56:977-1006.
[14] Potter E, Pinho ST, Robinson P, Iannucci L, McMillan AJ. Mesh generation and geometrical modeling of 3D woven composites with variable tow cross-sections. Comput Mater Sci 2012;51(1):103-11.
[15] De Carvalho NV, Pinho ST, Robinson P. Reducing the domain in the mechanical analysis of periodic structures, with application to woven composites. Compos Sci Technol 2011;71(7):969-79.
[16] Schneider J. A Meso-Voxel model of an interlock woven composite. In: Proceedings of ICCM-17 Conference. Edinburgh, July, 2009.
[17] Koumpias AS, Tserpes KI, Pantelakis S. Progressive damage modelling of 3D fully interlaced woven composite materials. Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures 2014;37(7):696-706.
[18] Green SD, Matveev MY, Long AC, Ivanov D, Hallett SR. Mechanical modelling of 3D woven composites considering realistic unit cell geometry. Compos Struct 2014;118:284-93.
[19] Zeng X, Brown LP, Endruweit A, Matveev M, Long AC. Geometrical modelling of 3D woven reinforcements for polymer composites: Prediction of fabric permeability and composite mechanical properties. Compos Part A 2014;56:150-60.
[20] Hivet G, Boisse P. Consistent 3D geometrical model of fabric elementary cell. Application to a meshing preprocessor for 3D finite element analysis. Finite Elements Anal Des 2005;42(1):25-49.
[21] Fagiano C, Hirsekorn M, Grail G, Chiaruttini V, Lapeyronnie P. Characterization and modeling of damage at the mesoscale of woven polymer matrix composites. In: Proceedings of ICCM-19, Montreal, July, 2013.
[22] Kästner M, Blobel S, Obst M, Thielsch K, Ulbricht V. Experimental characterization of the viscoplastic material behaviour of thermosets and thermoplastics. Applied Mechanics and Materials 2010;24-25:195-200.
[23] Aboura Z, Hello G, Kebir H, Tiar M-A, Benzeggagh M-L. Finite element modeling of mechanical behavior of 3D composite materials. In: Proceedings of ECCM-15 Conference. Venice, June, 2012.
[24] Svyetlichnyy D-S. Modelling of the microstructure: From classical cellular automata approach to the frontal one. Computational Materials Science 2010;50(1):92-97.
[25] John S, Herszberg I, Coman F. Longitudinal and transverse damage taxonomy in woven composite

components. Compos Part B Eng 2001;32(8),659-68.
[26] Daggumati S, De Baere I, Van Paepegem W, Degrieck J, Xu J, Lomov SV, Verpoest I. Local damage in a 5-harness satin weave composite under static tension: Part I - Experimental analysis. Compos Sci Technol 2010;70(13),1926-33.
[27] Fagiano C, Genet M, Baranger E, Ladevèze P. Computational geometrical and mechanical modeling of woven ceramic composites at the mesoscale. Compos Struct 2014;112:14656.
[28] Laurin F, Carrère N, Maire J-F. A multiscale progressive failure approach for composite laminates based on thermodynamical viscoelastic and damage models. Compos. Part A 2007;38(1):198-209.
[29] Charrier JS. Développement de méthodologies dédiées à l'analyse robuste de la tenue de structures composites sous chargements complexes tridimensionnels. Ph.D. thesis, Onera and ENSAM, 2013.
[30] Chaboche JL, Lesne PM, Maire J-F. Phenomenological damage mechanics of brittle materials with description of unilateral damage effects. In: Bažant ZP, Bittnar Z, Jirásek M, Mazars J (Eds.), Fracture and Damage in Quasi-Brittle Structures, E & FN SPON, London (1994) 75-84.
[31] Feld-Payet S. Amorçage et propagation de fissures dans les milieux non locaux. Ph.D. thesis, ENSMP, 2010.

On the influence of fabric layer shifts on the strain distributions in a multi-layer woven composite

Aurélien Doitrand[a,], Christian Fagiano[a], François-Henri Leroy[a], Anne Mavel[a], Martin Hirsekorn[a]

[a] *ONERA - The French Aerospace Lab - F-92322 Châtillon - France*

Abstract

The influence of the relative shift between fabric layers on the local strain distributions at the mesoscopic scale of a four-layer plain weave glass fiber/epoxy matrix composite is studied through Finite Element (FE) modeling. The surface strain fields of several representative unit cells, consisting of compacted and nested plain weave layups with different layer shifts and the matrix complement, are compared to strain fields measured experimentally by digital image correlation. The layer shifts only have a small impact on the calculated homogenized macroscopic mechanical properties. However, the local strain fields are influenced significantly. Good quantitative agreement is obtained between the measured surface strain distributions and the numerical results if the layer shifts of the tested specimen are used in the FE model. The most frequently used models without layer shifts or with maximum nesting do not provide satisfactory surface strain distributions.

Keywords: Textile composites, Finite element analysis, Multiscale modeling

1. Introduction

Composite materials containing textile reinforcements are increasingly used for aeronautical and automotive lightweight applications. One of the advantages of woven composites is the high flexibility of the fiber reinforcement, which can be directly shaped to the final form of a part, resulting in a reduction of assembly operations and of the number of weak points in a structure.

The reinforcement architecture of a woven composite has a strong influence on damage onset and propagation [1, 2]. For instance, different damage kinetics are observed for 2D [2, 3] and 3D woven composites [4]. Therefore, an experimental characterization of the damage mechanisms and of their influence on the material behavior is needed each time a different architecture is considered. The number of tests may be reduced using predictive models that take into account the reinforcement architecture, which is defined at the so-called meso-scale [5]. At this scale, the composite reinforcement is represented by two sets of interlaced yarns (warp and weft yarns) that are modeled as homogeneous materials embedded in the matrix.

At the meso-scale, the fiber reinforcement of woven composites is approximatively periodic, even if small variations are induced by (i) the weaving process, (ii) the handling of the fabric and (iii) the resin injection during composite manufacturing. Olave *et al.* [6] showed that the mechanical properties of the composites are not significantly influenced by these variations. Moreover, repeating damage patterns were observed along the edge of a woven composite specimen [7]. Therefore, perfect periodicity is often assumed to model woven composites, using a pattern representative of the whole material (called a representative unit cell, RUC), in order to reduce computational costs.

The shifts between the layers in a multi-layer woven composite may be controlled during the manufacturing process [1, 8]. However, this is a difficult operation and, in practice, random layer shifts are observed in most woven composites [6, 7, 9, 10]. These layer shifts are often neglected in meso-scale models. In several published papers, only one layer is modeled, assuming 3D periodic boundary conditions

[11, 12, 13, 14, 15, 16]. Some authors [17, 18, 19] modeled all the fabric layers of multi-layer composites, but using in-phase layer stacks, thus not taking into account the layer shifts.

The influence of layer shifts on the mechanical behavior of woven composites was studied by several authors. Breiling *et al.* [20] showed that a variation of up to 32% on the ultimate strength of a carbon epoxy five-harness satin was obtained by varying the stacking configuration. Le Page *et al.* [21], solving a 2D problem, showed that the energy release rate of a cracked textile composite is strongly dependent on the stacking pattern. Ivanov *et al.* [22] found that the strain distributions were influenced by the layer shifts by comparing an in-phase and a shifted layup of an idealized geometry of a twill. The same authors showed in another paper [23] that damage onset was also strongly influenced . Daggumati *et al.* [24] studied the sensitivity of the surface strain distributions to different simplified stacking sequences (in phase, out-of phase and step stacking) of a 5-harness satin. A step stacking gave a better qualitative agreement compared to experimental data than in phase and out-of-phase stacks. However, the real layer shifts of the tested specimen, the fabric compaction and the nesting between the layers were not taken into account in the model.

In most models, the layer shifts are simplified for numerical convenience, thus not representing experimentally observed layups. Moreover, during the production process of a textile composite, the reinforcing fabric is usually compacted in order to increase the fiber volume fraction. As a consequence, the fabric layers nest into each other. The aim of this article is to evaluate numerically the influence of the layer shifts on the surface strain distributions in the case of a compacted and nested four-layer plain weave glass fiber/epoxy matrix composite. The results are compared to surface strain distributions measured experimentally by digital image correlation (DIC) on the specimen surfaces. The experimental tests are presented in section 2. Then the generation and meshing of five different RUCs is described in section 3. These RUCs contain compacted reinforcements with (i) no shifts between the layers, (ii) shifts resulting in maximum nesting and (iii) the layer shifts determined experimentally on three specimens. Section 3 also includes the comparison between a geometry resulting from the numerical simulation of the compaction and a geometry extracted from a micro-computed tomography (μ-CT) observation of a specimen. In section 4, the homogenized properties and the surface strain distributions obtained numerically with the different RUCs are compared with the experimental observations.

2. Experimental analysis

The composite under investigation consists of four layers of a plain weave reinforcement of E-glass fibers embedded in Araldite LY564 epoxy resin. The thread count of the unbalanced plain fabric is 2.2 warps.cm^{-1} x 2 wefts.cm^{-1}. The fabric mass per unit area is 504$\pm$40 g.m^{-2}, the linear density of the yarns is 1200 TEX (g/km) and the mass density of the fibers is 2.54 g.cm^{-3}. The four layers composing the dry fabric were placed into a steel mold and compacted by tightening the screws that keep the mold closed. Due to the relative shift between adjacent layers, nesting occurs during compaction. After compaction and matrix injection, the mean fiber volume fraction in the material is 47%. Three rectangular specimens were tested under tensile loading in order to evaluate the in-plane elastic properties of the material and to measure the surface strain distributions using DIC. The orientation of the fiber reinforcement in the load direction of each specimen is respectively 0° (warp direction), 90° (weft direction) and 45°.

2.1. Reinforcement architecture

First, the specimen edges were observed using an optical microscope in order to determine the layer shifts of each specimen. These shifts are given in Table 1 for the three lower layers with respect to the top layer. The layer shifts that are modeled in most published works, *i.e.*, in-phase stacking resulting in no nesting and the shifts resulting in maximum nesting, are also given. These five stacks are used in Section 3 for the generation of the Finite Element (FE) meshes of the composite RUCs.

Microscope observations on the edge of the specimens only provide a surface description of the reinforcement architecture. Therefore, the 0° specimen was scanned by means of an X-ray μ-CT, in order to

Shifts [mm]	layer 1 (top layer)	layer 2	layer 3	layer 4
0°-specimen	Warp direction	-0.61	-0.59	0.43
	Weft direction	-0.30	3.43	2.93
90°-specimen	Warp direction	1.32	2.50	-3.56
	Weft direction	1.71	3.24	4.09
45°-specimen	Warp direction	-2.57	0.58	-2.31
	Weft direction	-0.63	0.29	0.59
No nesting	Warp direction	0	0	0
	Weft direction	0	0	0
Nesting max	Warp direction	2.27	0	2.27
	Weft direction	2.50	0	2.50

Table 1: Layer shifts in warp and weft directions with respect to the top layer (the layers are numbered from top to bottom).

obtain a full 3D description of the reinforcement architecture of one of the specimens. The scan covers 2 RUCs. The zone, where the layer shifts were observed and used to generate the FE model (Section 3), is shown in Figure 1a.

A 3D geometrical representation of the reinforcement was generated by manually selecting each yarn outline on 20 2D tomography slices per RUC length in warp and weft directions. The resulting geometry is used in section 3 to validate the geometries obtained from the numerical modeling of the fabric compaction.

2.2. Surface strain distributions

The differences between the mechanical behavior of the stiff fibers and the compliant matrix result in heterogeneous strain distributions with strong gradients, especially around yarn crimp regions. Classical electrical resistance strain gages can thus not provide an adequate spatial resolution. Therefore, the local surface strains in woven composites are often measured using DIC. For example, Anzelotti *et al.* [25] and Nicoletto *et al.* [26] highlighted the weave-specific surface strain features of a specimen containing a single layer of twill-weave. Daggumati *et al.* [10] performed a local strain analysis on a 5-harness satin composite and matched the strain pattern with the reinforcement architecture and the locations of the resin rich areas. Koohbor *et al.* [27] showed that the in-plane surface strains have an strong influence

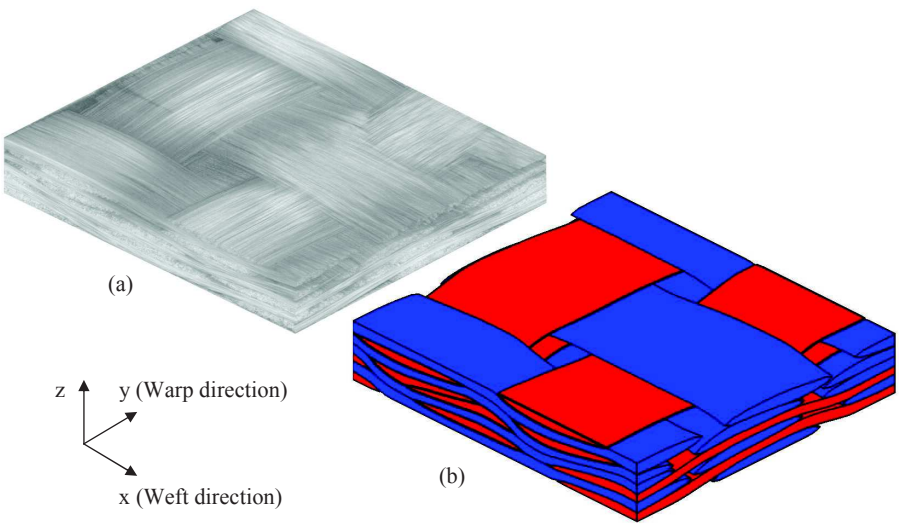


Figure 1: Geometry of the reinforcement of the 0° specimen (one RUC) obtained (a) from the $\mu-$CT scan and (b) from compaction modeling.

on the failure mechanisms in several glass fiber and epoxy matrix specimens with different reinforcement orientations.

In this study, the surface strain distributions on the 3 specimens were measured using 3D stereo-DIC. The displacements measured using 3D DIC are directly computed in the plane of the specimen, which is an advantage compared to 2D DIC where the specimen must be perfectly aligned with the camera. In order to capture the surface strain distributions during the tensile tests, the specimen surfaces were painted with a white spray followed by a black speckle pattern. Then, several images were captured during the loading process. The local strains were computed through the correlation between these images and an initial image of the unloaded specimen using the 'Limess-VIC3D' software [28]. The pixel size was 0.043mm, the correlation step size was 3 pixels and the correlation subset size was 17 pixels. The subset size was chosen as the smallest window for which correlation was possible over the whole specimen. The yarn width is approximately 3.6mm, therefore about 27 displacement values are measured per yarn width. The strains obtained by derivation of the displacement fields are averaged over a 15 pixels window using a Gaussian filter, as explained in [28].

3. Finite element modeling of a Representative Unit Cell

3.1. Geometry generation

The dry reinforcement is usually compacted before adding the matrix in order to increase the fiber volume fraction and hence the mechanical properties of the composite. The compaction process leads to complex yarn shapes including local variations of both the section and the fiber volume fraction [6, 29]. If the fabric layer position is not precisely controled during the manufacturing process, random shifts and nesting between the layers are obtained [30, 31]. Since the reinforcement architecture has a strong influence on the mechanical behavior of the composites, *e.g.*, on damage onset and propagation, it is essential to use a geometrical model of the reinforcement architecture that is as close as possible to that of the real specimen.

There are different methods to generate geometrical models of fabric reinforcements. First, the reinforcement architecture of a woven composite can be determined by post-treating μ-CT data [32]. The main advantage of this method is that the geometry exactly represents the real reinforcement, taking into account all the local variations of the architecture. However, since the material is not perfectly periodic, the choice of a RUC and of the associated boundary conditions for FE analysis is not obvious. Geometrical models of fabric reinforcements can also be generated using automated tools that cover a large variety of weaving patterns [33, 34, 35, 36]. These models often neglect the deformation due to preforming, resulting in idealized geometries of the fabric and in much larger resin rich areas than observed experimentally. Therefore, in order to preserve the overall fiber volume fraction in the composite, the fiber volume fraction in the yarn must be set to unrealistically high values [22]. Geometries closer to the real composite can be obtained by modeling the preforming step of the dry fabric [7, 37, 38, 39]. The main objective of the compaction simulation is to obtain a realistic geometry of the reinforcement architecture including (i) a correct yarn volume fraction, (ii) a qualitative reproduction of the nesting between layers and (iii) an appropriate deformation of the yarn cross sections due to the neighboring yarns in contact. In this work, the simplified method described in [7], is used, which includes (i) a simplified mechanical behavior of the yarns, (ii) idealized yarn shapes in the non-compacted reinforcement and (iii) periodic boundary conditions on a single RUC, thus not accounting for the geometrical variability of the reinforcement architecture observed experimentally. This method is used to generate five geometries with different shifts between the fabric layers: (i) no shifts, (ii) shifts resulting in maximum nesting and (iii) the layer shifts measured on the three tested specimens (0°, 90° and 45°). The layer shifts were determined on the edges of the specimens over an area covering one RUC length close to the center of the specimens. The layer shifts of each RUC are summarized in Table 1. Despite the simplified compaction modeling, the layer nestings in the generated RUCs agree well with optical microscope observations on the edges of the three

Shifts [mm]	layer 1 (top layer)	layer 2	layer 3	layer 4
Mean value	-0.14	0.71	0.90	-0.35
Standard deviation	0.23	0.13	0.22	0.12
Minimum	-0.55	0.54	0.53	-0.54
Maximum	0.11	0.84	1.23	-0.21

Table 2: Minimum, maximum, mean value, and standard deviation of the layer shifts measured on the whole edge of the 0° specimen relatively to the layer shifts of the FE model, measured at one location of the specimen.

specimens at the corresponding locations. The microscope images are shown together with the geometries in Figure 2.

In order to evaluate the layer shift variability in the sample, we also examined the whole edge of the 0° specimen in warp direction, which covers 7 RUCs. First, the weft yarn centers of these 7 RUCs were determined. For each of the 7 areas (each covering a RUC), we calculated their relative position with respect to the area on which the FE model has been built (the reference area) by minimization of the sum of the square distances between the yarn centers of the translated area and of the reference area. Finally, the position of each fabric layer in the translated zones was calculated with respect to the position of the top layer in the RUC from which the FE model was built. The average layer positions, the standard deviation and the minimum and maximum shifts of each layer are summarized in Table 2. The variability of the layer shifts is relatively small compared to the yarn width (about 3.6 mm). The layer shifts used in the FE model (first row of Table 1) are close to the mean values of the layer shifts measured experimentally over the whole specimen.

3.2. Comparison with μ-CT observations

The 3 RUC geometries corresponding to the tested specimens have been generated using the layer shifts measured on the edges of the specimens. It can be seen from Figure 1 that the reinforcement geometry obtained from the compaction simulation using the layer shifts of the 0° specimen qualitatively

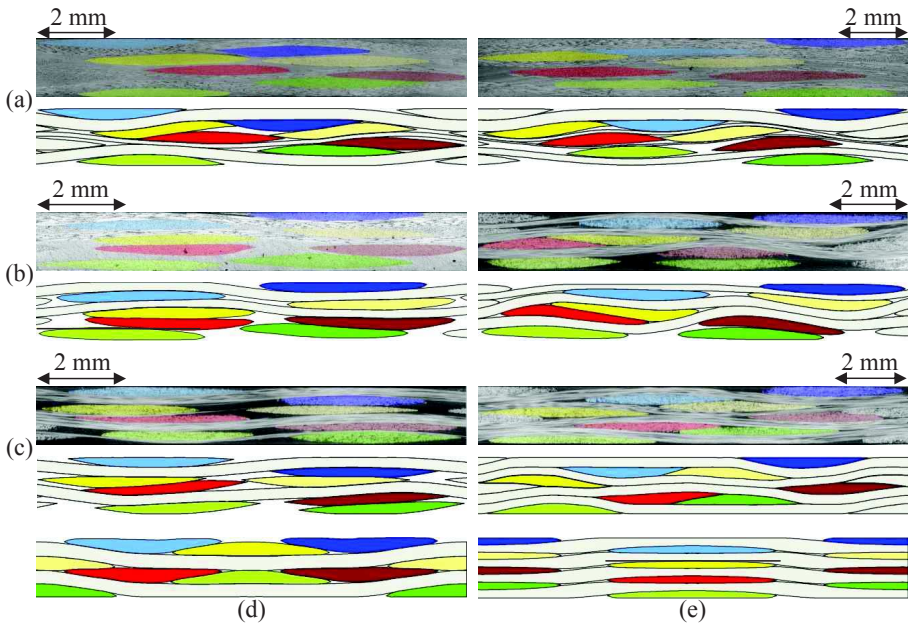


Figure 2: Comparison between microscope observations (top) of the edge of the (a) 90°, (b) 0° and (c) 45° specimens and the edge of the corresponding RUC (bottom) in weft (left) and warp (right) direction. (d) RUC with maximum nesting and (e) RUC without nesting.

agrees well with the μ-CT observation. For a quantitative comparison, we evaluated (i) the yarn (warp and weft) wavelength, (ii) the spacing between the yarn middle lines of each layer, (iii) the yarn volume fraction and (iv) the yarn mean cross section area. Since the zone observed by $\mu - CT$ covers two RUCs, the variability of these parameters was evaluated by calculating them on a sliding window of the size of a RUC at 20 different positions covering the scanned zone. The averages as well as the minimum and maximum of each of these parameters taken separately in warp and weft direction are summarized in Table 3. The differences between the modeled geometry and the μ-CT observation are small ($< 3.5\%$). Therefore, we conclude that the simplified compaction modeling yields geometries that are representative of the geometric features of a compacted and nested fiber reinforcement.

3.3. Mesh generation of the RUCs

Meso-scale FE analysis of woven composites requires the generation of a mesh of the RUC containing the deformed reinforcement and the matrix complement. A method that is widely used, due to its simplicity, is voxel meshing [11, 12, 40, 41, 42, 43, 44]. This method allows for a correct prediction of the elastic properties of undamaged materials, provided that a converged mesh is used. However, several limitations arise when predicting damage onset [7] since the yarn surfaces are not correctly represented by the element faces. The generation of consistent FE meshes with element faces that follow accurately the yarn surfaces is complex [38], especially in the zones where yarns are in contact. Therefore, a matrix layer is often inserted between the yarns [5, 15, 18, 45], which considerably simplifies the meshing procedure since each yarn can be meshed separately. If the layer is thin, very small elements are needed to avoid bad mesh quality, and if it is thick, a lower yarn volume fraction is obtained in the RUC. Therefore, the method of Grail [38], which allows the generation of consistent meshes of 2D woven composite RUCs, is used in this work to generate the FE meshes of the geometries obtained by compaction simulation. The meshes that are conformal at the contact zones between the yarns and between matrix and yarns, are composed of quadratic tetrahedral elements to ensure an accurate modeling of the stress and strain gradients. For illustration purposes, only the mesh of the RUC whose layer shifts have been determined on the 0° specimen is shown in Figure 3. The average element aspect ratio of this mesh is 2.6. Less than 0.6% of the elements have an aspect ratio higher than 10, which is the warning limit in Abaqus for tetrahedral elements, with a maximum value of 17.7. This limit is exceeded only for some isolated elements located in matrix pockets, as shown in Figure 4. The average mininimum edge length in the mesh is 0.09mm and the average maximum edge length is 0.22mm, which allows for a good description of the stress fields, as shown in [43].

Property	Yarn type	Specimen	RUC-0°	Difference
Yarn wavelength [mm]	Warps	9.17 [8.1 10.9]	9.1	1.9%
	Wefts	10.3 [9.9 10.5]	10.01	2.8%
Spacing between middle lines [mm]	Warps	5.01 [4.8 5.3]	5.02	0.2%
	Wefts	4.57 [4.3 4.8]	4.55	0.44%
Volume fraction	Warps	40.4% [40.0% 40.7%]	42.4%	2.0%
	Wefts	46.3% [44.4% 48.4%]	46.2%	0.1%
Mean cross section area [mm^2]	Warps	0.89 [0.86 0.97]	0.88	1.1%
	Wefts	0.86 [0.79 0.98]	0.89	3.5%

Table 3: Comparison between the averages of the geometrical parameters obtained from the μ-CT scan (minima and maxima are given in brackets) and from simulation of the dry fabric compaction with the layer shifts determined on the specimen edges (given in Table 1).

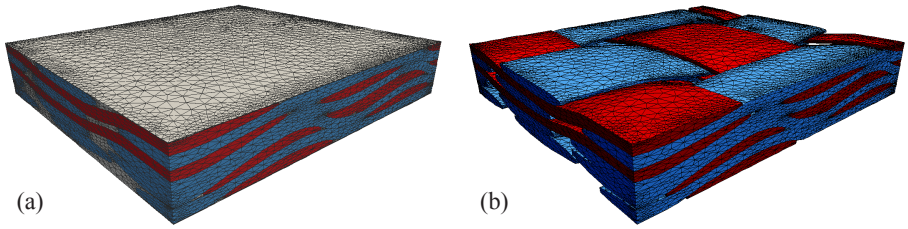


Figure 3: FE mesh of the RUC whose layer shifts have been determined from microscope observations on the 0° specimen: (a) meshed RUC and (b) visualization of the meshed yarns in the RUC.

4. Comparison between numerical and experimental results

4.1. Comparison of macroscopic homogenized properties

The macroscopic elastic properties of the studied material are calculated by means of meso-macro homogenization on the five meshed RUCs previously presented. The matrix is supposed to be linear elastic. The mechanical properties of the matrix given by the manufacturer are: Young's modulus $E_m = 3.2$ GPa and Poisson's ratio $\nu_m = 0.35$. The yarn behavior is obtained by micro-meso homogenization, as in Ref. [15], using $E_f = 73.6$ GPa [46] and $\nu_f = 0.3$ for the fibers. The fiber volume fraction in the yarns is chosen such that the overall fiber volume fraction in the RUC is similar to the fiber volume fraction in the composite, *i.e.*, 47%. Since the layer shifts are different for the five studied RUCs, the compaction process leads to different layer nestings with more or less deformed yarns. Therefore, yarn volume fractions are not the same for each RUC. As a consequence, the fiber volume fraction in the yarns has been adapted for each RUC to reach an overall fiber volume fraction of 47%. Moreover, the ratio between warp and weft volume fractions after the compaction simulation is not exactly equal to the ratio between the respective thread counts in the fabric. Therefore, different fiber volume fractions are used for warp and weft yarns such that the ratio between the fiber volumes in warp and weft yarns corresponds to that of the real material. The transverse isotropic elastic yarn properties calculated for each RUC are summarized in Table 4.

The local orientation of the yarn material is calculated separately at each integration point through orthogonal projection of its position on the central line of the yarn. The transverse isotropy axis of the yarn material, *i.e.*, the fiber direction, is determined as the tangent to the central line at the projected point. Periodic boundary conditions (PBCs) are applied in the fabric plane directions of the RUC, whereas the top and bottom surfaces are left free in order to correctly represent the boundary conditions of the composite specimens in a tensile test. PBCs link the displacements of pairs of corresponding nodes on

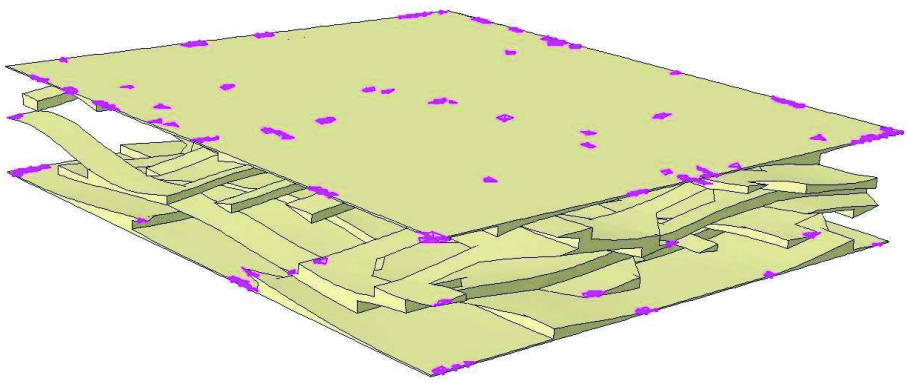


Figure 4: FE mesh of the matrix highlighting in purple the elements whose aspect ratio is greater than 10 (the maximum aspect ratio is 17.6). The element outline has been removed for vizualisation purposes.

RUC	Yarn type	Volume fraction (%)	E_l [GPa]	E_t [GPa]	ν_{lt}	ν_{tt}	G_{lt} [GPa]
RUC-0°	Warps	41.1	41.5	9.7	0.32	0.43	7.1
	Wefts	44.9	41.8	9.8	0.32	0.43	7.2
RUC-90°	Warps	37.3	45.5	11.3	0.32	0.41	8.2
	Wefts	40.8	45.7	11.4	0.32	0.41	8.3
RUC-45°	Warps	37.5	44.3	11.1	0.32	0.41	8.2
	Wefts	40.3	45.2	11.6	0.32	0.41	8.5
No nesting	Warps	37.5	45.2	11.2	0.32	0.41	8.2
	Wefts	42.9	43.6	10.5	0.32	0.42	7.7
Nesting max	Warps	44.3	38.7	8.8	0.32	0.44	6.5
	Wefts	48.6	38.8	8.8	0.32	0.44	6.5

Table 4: Homogenized elastic properties of the warp and weft yarns used in the FE simulations of the five RUCs.

opposite faces of the periodic FE mesh (Eq 1) [5].

$$\vec{u}(\vec{x}+\vec{p}) - \vec{u}(\vec{x}) = \underline{E}\vec{p} \tag{1}$$

where $\vec{x}$ are the coordinates of the first node, $\vec{p}$ is the periodicity vector between the opposite faces, such that $\vec{x}+\vec{p}$ are the coordinates of the corresponding node on the opposite face. $\underline{E}$ is the 2nd order tensor of the average strain in the RUC. If average stresses are imposed, the components of $\underline{E}$ are added as additional degrees of freedom (DOFs) to the system. The average stresses in the RUC are the reaction forces to these DOFs. For the 0° and the 90° specimens, the loading direction is parallel to one of the periodicity vectors (*i.e.*, warp or weft direction). Therefore, a uniaxial stress state in warp (respectively weft) direction (parallel to the Y-axis (respectively X-axis)) is applied to the RUC in order to model a tensile test on the 0° (respectively 90°) specimen. It is given by $\underline{\underline{\sigma}}$ in equation 2. In the 45° specimen, the warp and weft directions are rotated by 45° with respect to the loading direction. The uniaxial stress state applied to the sample must therefore be rotated by 45° in order to apply the PBCs (Eq. 1) in warp and weft directions. The resulting average stress $\underline{\underline{\sigma}}_R$ in the RUC is given by Eq. 2.

$$\underline{\underline{\sigma}}_R = P \cdot \underline{\underline{\sigma}} \cdot P^T = \begin{pmatrix} \frac{\sigma}{2} & -\frac{\sigma}{2} & 0 \\ -\frac{\sigma}{2} & \frac{\sigma}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ with } P = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} & 0 \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ and } \underline{\underline{\sigma}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{2}$$

The measured elastic properties and those obtained through homogenization on the 5 RUCs are compared in Table 5. The influence of the layer shifts on the homogenized elastic properties is small.

Properties	Experimental	RUC-0°	RUC-90°	RUC-45°	no nesting	nesting max
$E_{0°}$ [GPa]	20.3 $\pm$ 0.3	21.2	21.7	20.4	21.0	20.7
$\nu_{0°}$	0.126 $\pm$ 0.009	0.132	0.129	0.138	0.142	0.133
$E_{90°}$ [GPa]	22.5 $\pm$ 0.5	21.5	22.9	21.5	22.6	21.9
$\nu_{90°}$	0.147 $\pm$ 0.007	0.134	0.136	0.146	0.153	0.141
$E_{45°}$ [GPa]	11.2 $\pm$ 0.7	10.04	10.66	10.43	10.20	9.87
$\nu_{45°}$	0.517 $\pm$ 0.02	0.59	0.59	0.57	0.60	0.60

Table 5: Macroscopic mechanical properties measured experimentally and calculated by means of FE periodic homogenization using several RUCs with different layer shifts.

4.2. Comparison of surface strain distributions

The strain distributions measured on the three studied specimens and the surface strain distributions obtained numerically are shown in Figure 5 for the 0° specimen, in Figure 6 for the 90° specimen and in Figure 7 for the 45° specimen.

ϵ_{yy} is the longitudinal and ϵ_{xx} the transverse strain component under tensile load in the y-direction. The numerically calculated strain distributions are averaged using a Gaussian filter over the same window size as in the post treatment of the DIC data (see Section 2). During the tests of the 45° and the 90° specimens, an extensometer was fixed to the specimen. Therefore the measured strain distributions are separated in three parts since the speckle was hidden by the extensometer in two areas.

The surface strain fields obtained from the RUCs without shifts and with maximum nesting of the reinforcement differ significantly from the strain patterns observed experimentally. These types of RUC, which are mostly used in published articles about meso-scale modeling of woven composites, do not provide satisfactory surface strain distributions. Fewer differences are observed between the results obtained from the three RUCs with layer shifts determined experimentally on the specimen edges. The best qualitative agreement between the experimental and numerically calculated strain distributions is obtained if the layer shifts corresponding to the considered specimen are used. A quantitative comparison of the strain fields measured experimentally on the three specimens and those computed with the corresponding RUC with the same layer shifts is shown in Figures 8,9 and 10.

The longitudinal (Figure 8,9 and 10:a) and transverse (Figure 8,9 and 10:b) strain evolutions are calculated along several lines on the specimen surface (Figure 8,9 and 10:c and d), two consecutive lines being separated by one RUC length. Since the layer shifts of the RUC have been determined on the corresponding specimen, the reinforcement architecture in the RUC is similar to the reinforcement in the real material. Therefore, the strain profiles are drawn at similar locations on the RUC and on the specimen. A quantitative comparison between a specimen and a RUC whose layer shifts have not been

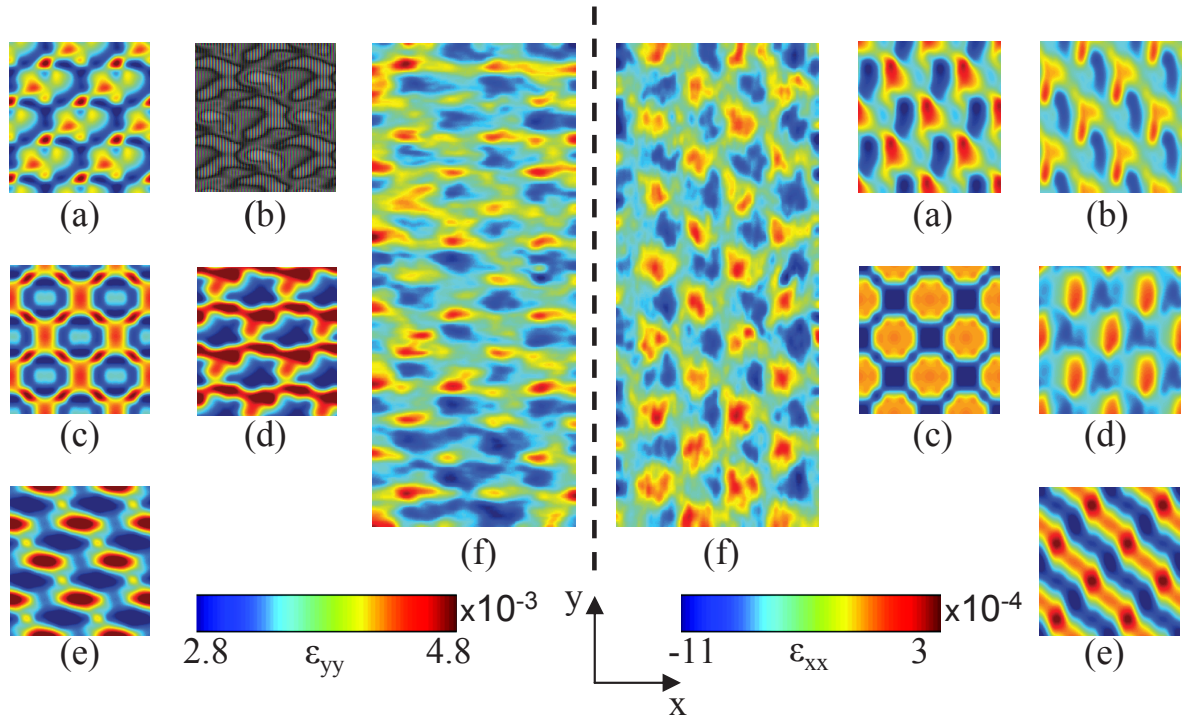


Figure 5: Longitudinal (ϵ_{yy}, left) and transverse (ϵ_{xx}, right) strain distributions under tensile loading in the y-direction obtained using (a) the RUC determined from the 0° specimen, (b) the RUC determined from the 90° specimen, (c) the RUC without nesting, (d) the RUC determined from the 45° specimen, (e) the RUC with maximum nesting, and (f) observed by DIC on the 0° specimen.

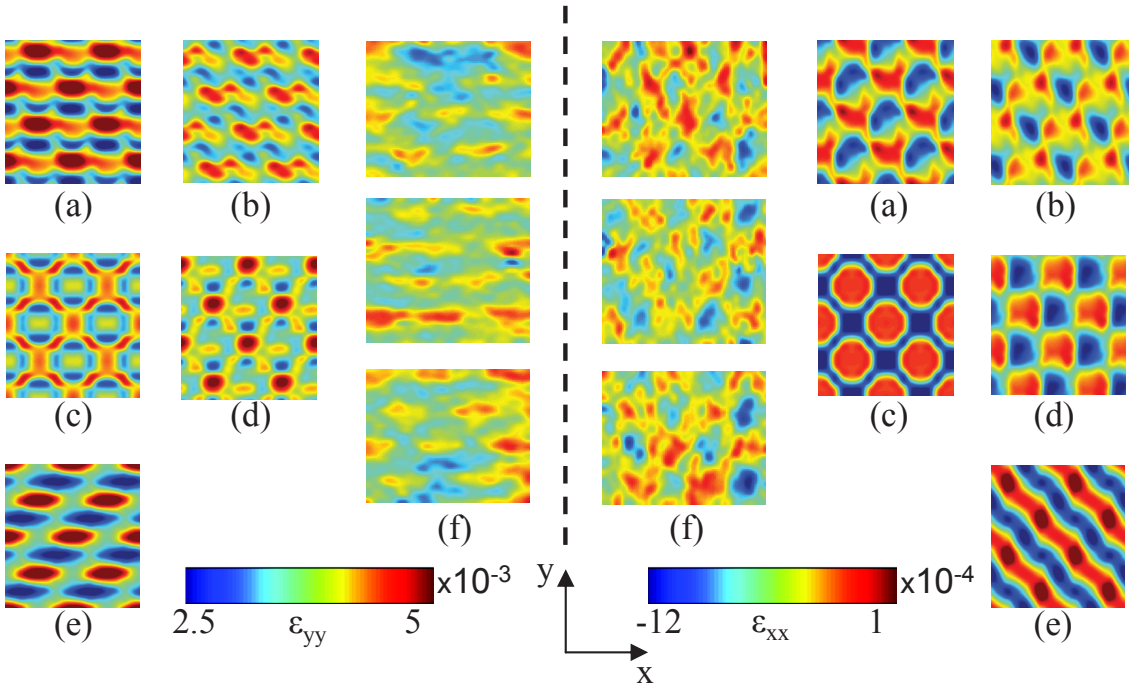


Figure 6: Longitudinal (ϵ_{yy}, left) and transverse (ϵ_{xx}, right) strain distributions under tensile loading in the y-direction obtained using (a) the RUC determined from the 0° specimen, (b) the RUC determined from the 90° specimen, (c) the RUC without nesting, (d) the RUC determined from the 45° specimen, (e) the RUC with maximum nesting, and (f) observed by DIC on the 90° specimen.

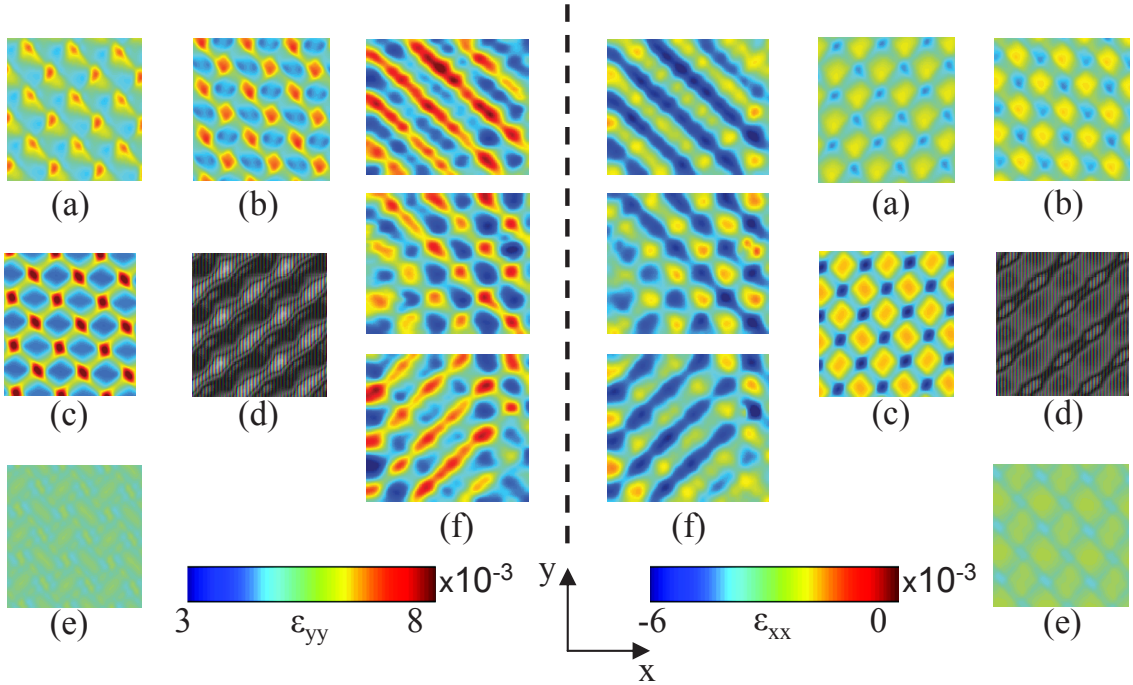


Figure 7: Longitudinal (ϵ_{yy}, left) and transverse (ϵ_{xx}, right) strain distributions under tensile loading in the y-direction obtained using (a) the RUC determined from the 0° specimen, (b) the RUC determined from the 90° specimen, (c) the RUC without nesting, (d) the RUC determined from the 45° specimen, (e) the RUC with maximum nesting, and (f) observed by DIC on the 45° specimen.

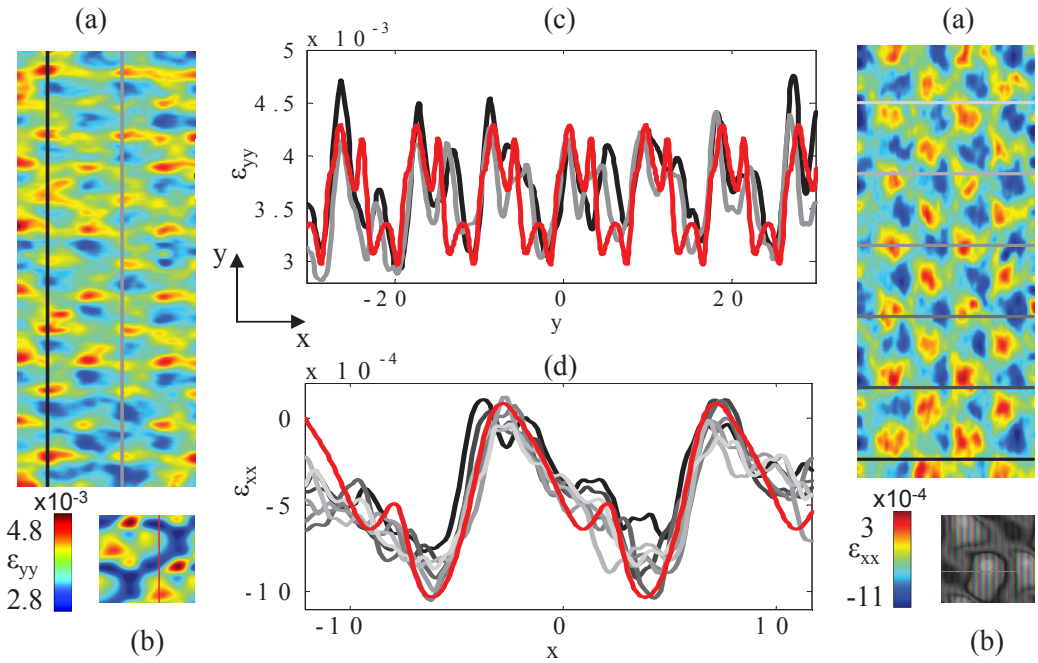


Figure 8: Longitudinal (ϵ_{yy}, left) and transverse (ϵ_{xx}, right) strain distributions under tensile loading in the y-direction (a) observed experimentally for the 0° specimen and (b) calculated numerically using the corresponding RUC. Quantitative comparison along several lines of (c) longitudinal and (d) transverse experimental (lines drawn in (a)) and numerical (line drawn in (b)) strain profiles.

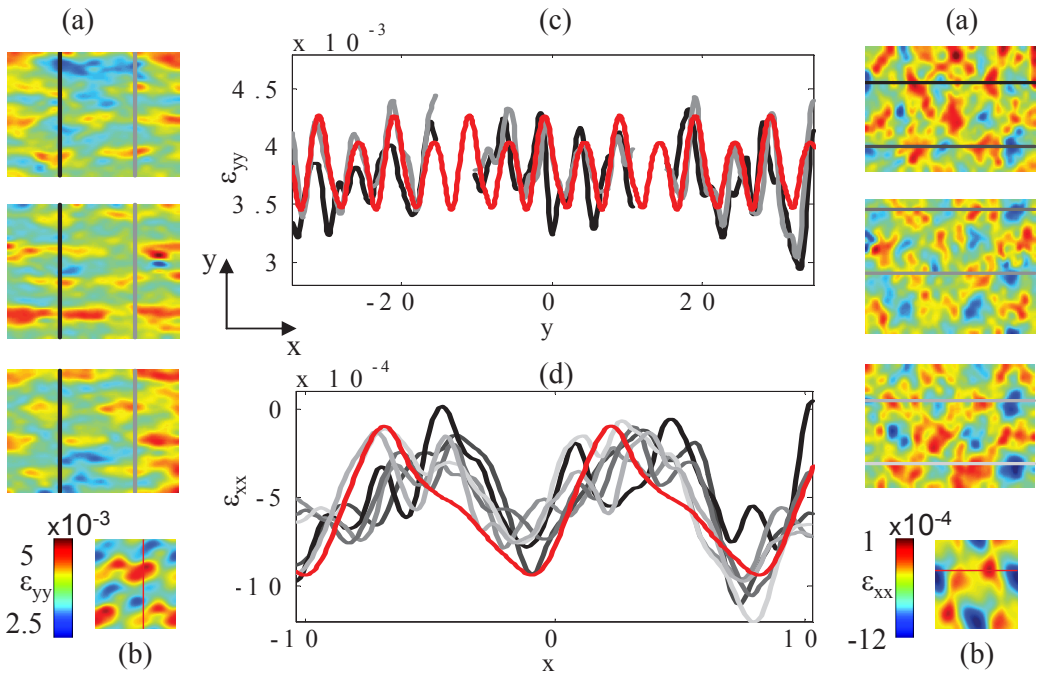


Figure 9: Longitudinal (ϵ_{yy}, left) and transverse (ϵ_{xx}, right) strain distributions under tensile loading in the y-direction (a) observed experimentally for the 90° specimen and (b) calculated numerically using the corresponding RUC. Quantitative comparison along several lines of (c) longitudinal and (d) transverse experimental (lines drawn in (a)) and numerical (line drawn in (b)) strain profiles.

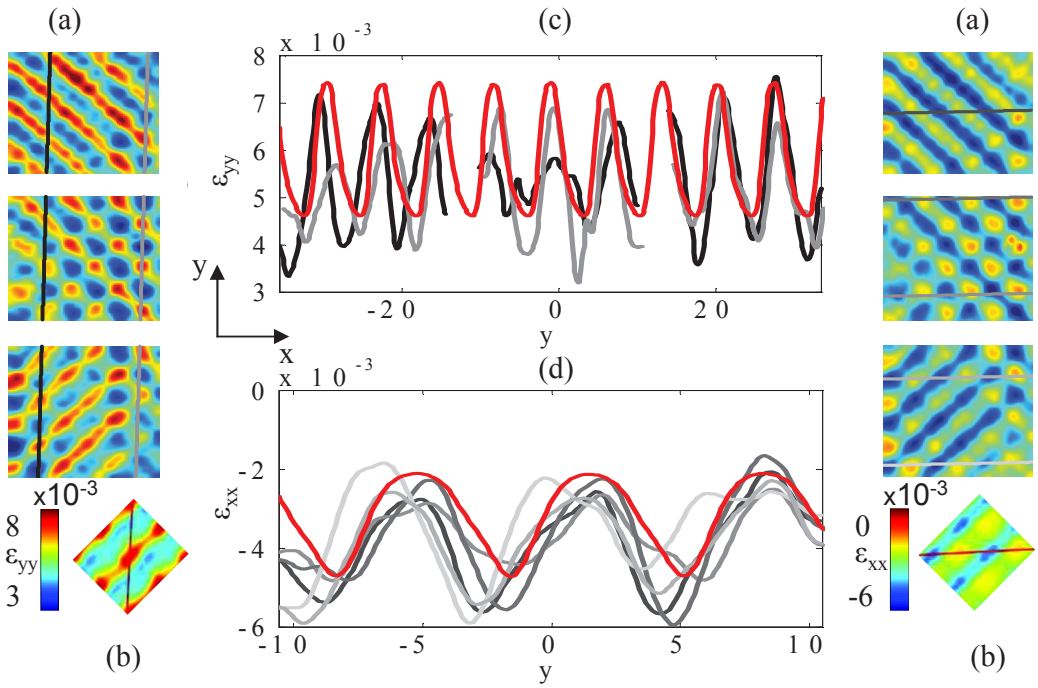


Figure 10: Longitudinal (ϵ_{yy}, left) and transverse (ϵ_{xx}, right) strain distributions under tensile loading in the y-direction (a) observed experimentally for the 45° specimen and (b) calculated numerically using the corresponding RUC. Quantitative comparison along several lines of (c) longitudinal and (d) transverse experimental (lines drawn in (a)) and numerical (line drawn in (b)) strain profiles.

identified on this specimen is not obvious, since the reinforcement architecture of this RUC differs from the reinforcement of the specimen. However, a possibility is to take the top layer of the RUC as reference and superpose it to the top layer of the RUC determined from the considered specimen, and then drawing the strain profiles along corresponding lines on the specimen and on the RUC. Such a comparison is illustrated in the case of the 0° specimen. The longitudinal and transverse strain profiles obtained for each RUC are compared to the experimental strain profiles drawn along several lines (shown in Figure 8) in Figure 11 and 12.

To limit the number of lines in each plot, only the area comprising all experimental curves is shown. A better agreement between the experimental and numerical strain profiles is obtained for the RUC determined on the 0° specimen than for the other RUC with random shifts, no shifts and the shifts resulting in maximum nesting. The strain extrema obtained experimentally and with the five RUCs in the case of the 0° specimen are shown in Table 6. The strain extrema obtained with the RUC whose shifts have been determined on the 0° specimen are closer to experimentally measured values than those obtained with the RUCs with maximum nesting, without nesting and whose layer shifts have been determined on 90° and 45° specimens. The variations between the experimental strains along different lines can be explained by small variations of the reinforcement architecture induced during the manufacturing process. The influence of these variations on the measured strain profiles remains quite small over the whole specimen surface. Since the RUC is periodic, the numerically calculated strain evolutions are repeated periodically for the comparison with the experimental data (Figure 8, 9 and 10:c and d). The strains on the surface of the 45° specimen are shown based on the coordinates of the experimental setup (tension parallel to the Y-axis), *i.e.*, the strain fields obtained from the FE calculations are rotated back by 45° (the opposite of the rotation described in Eq. 2). Since the fabric is slightly unbalanced (the RUC is not exactly a square in the X-Y plane), the directions of periodicity are not exactly parallel to the X and Y axes in the experimental setup. The strain profiles shown in Figure 10 are taken along these directions of periodicity. The measured strains agree well with the calculated strains along the corresponding line on the respective

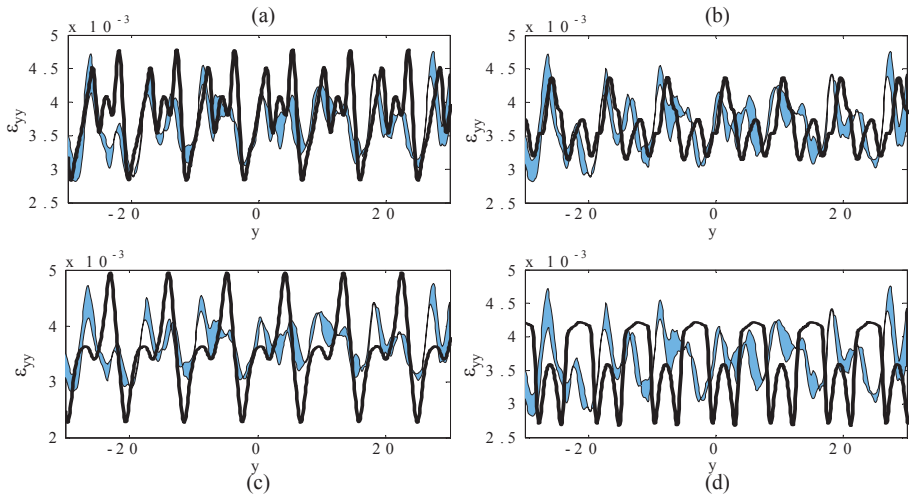


Figure 11: Comparison of the longitudinal (ϵ_{yy}) strain range covered by the experimental observations shown in in Figure 8a (in blue) and obtained numerically with the RUC (a) determined from the 45° specimen, (b) determined from the 90° specimen, (c) with maximum nesting, and (d) without nesting.

RUC.

5. Conclusion

The three RUCs generated by means of the simplified numerical simulation of the fabric compaction described in [6], using the layer shifts observed on the specimen edges, provide a satisfactory model of the composite specimens with realistic fiber volume fractions and yarn shapes, including nesting between

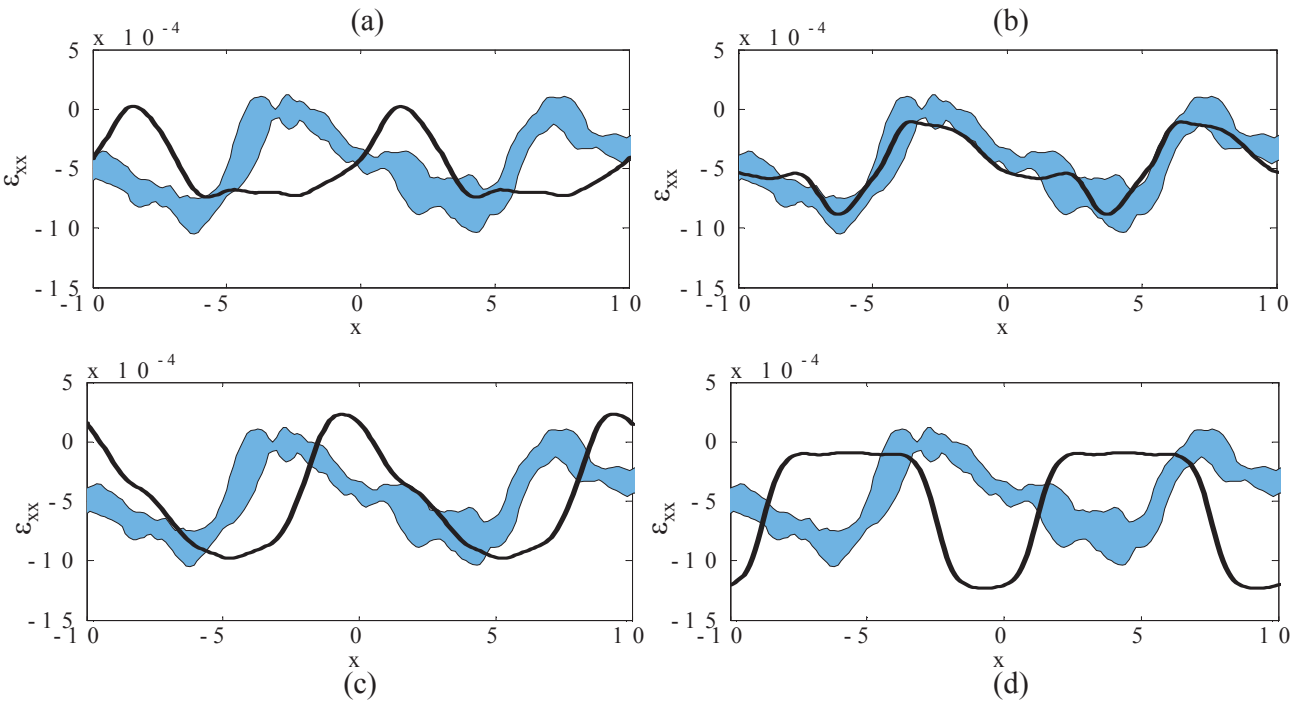


Figure 12: Comparison of the transverse (ϵ_{xx}) strain range covered by the experimental observations shown in Figure 8a (in blue) and obtained numerically with the RUC (a) determined from the 45° specimen, (b) determined from the 90° specimen, (c) with maximum nesting, and (d) without nesting.

	ϵ_{yy}		ϵ_{xx}	
	min	max	min	max
RUC-0°	$2.7 \cdot 10^{-3}$	$5.0 \cdot 10^{-3}$	$-11 \cdot 10^{-4}$	$2.0 \cdot 10^{-4}$
RUC-90°	$3.0 \cdot 10^{-3}$	$4.5 \cdot 10^{-3}$	$-9.7 \cdot 10^{-4}$	$5.9 \cdot 10^{-5}$
RUC-45°	$2.4 \cdot 10^{-3}$	$5.3 \cdot 10^{-3}$	$-9.2 \cdot 10^{-4}$	$4.1 \cdot 10^{-5}$
No nesting	$2.6 \cdot 10^{-3}$	$4.9 \cdot 10^{-3}$	$-13 \cdot 10^{-4}$	$1.0 \cdot 10^{-4}$
Nesting max	$2.2 \cdot 10^{-3}$	$5.4 \cdot 10^{-3}$	$-13 \cdot 10^{-4}$	$3.0 \cdot 10^{-4}$
Experimental	$2.8 \cdot 10^{-3}$	$4.8 \cdot 10^{-3}$	$-11 \cdot 10^{-4}$	$3.0 \cdot 10^{-4}$

Table 6: Minima and maxima of the longitudinal (ϵ_{yy}) and transverse (ϵ_{xx}) strain obtained from DIC and from numerical simulation with the five different layer shifts.

the fabric layers. This has been shown by comparison with 2D optical microscope images of the specimen edges and in 3D by comparison of the whole RUC of the 0° specimen with a μ-CT scan.

The differences between the homogenized elastic properties calculated using five different RUCs with different relative layer shifts, including those of the three tested specimens and the two extreme cases without layer shifts and with shifts maximizing the nesting between the layers, are relatively small. The calculated elastic properties are in good agreement with the experimental values. Therefore, for the prediction of the homogenized elastic properties, arbitrary layer shifts may be used, including simplified models without shifts, as in [18, 19, 24].

A significant influence of the layer shifts on the surface strain distributions has been observed. In particular, the idealized cases of in-phase stacking and maximum nesting yield strain fields that differ considerably from those observed experimentally by DIC. If random layer shifts are used, the differences decrease significantly. The RUC with the layer shifts determined on the edges of the corresponding specimen yields the best qualitative (shape of the strain fields) and quantitative (strain values and location of the extrema) agreement of the surface strain fields with the experimental observations.

Since damage onset in the composite depends on local stress or strain concentrations, the RUCs with the experimentally determined layer shifts seem appropriate to model damage onset and propagation at the mesoscopic scale. Simplified layups that do not take into account the shifts and the nesting between the fabric layers may lead to erroneous predictions of damage onset locations and propagation.

References

[1] De Carvalho NV, Pinho ST, Robinson P. An experimental study of failure initiation and propagation in 2D woven composites under compression. Composites Science and Technology 2011;71,1316-25.

[2] Tang X, Whitcomb J. Progressive failure behaviors of 2D woven composites. Journal of Composite Materials 2003;37:1239-59.

[3] Osada T, Nakai A, Hamada H. Initial fracture behavior of satin woven fabric composites. Composite Structures 2003;61:333-9.

[4] Dai S, Cunningham PR, Marshall S, Silva C. Influence of fibre architecture on the tensile, compressive and flexural behaviour of 3D woven composites. Composites Part A 2015;69:195-207.

[5] Lomov SV, Ivanov DS, Verpoest I, Zako M, Kurashiki T, Nakai H, Hirosawa S. Meso-FE modelling of textile composites: Road map, data flow and algorithms. Composites Science and Technology 2007;67(9):1870-91.

[6] Olave M, Vanaerschot A, Lomov S, Vandepitte D. Internal geometry variability of two woven composites and related variability of the stiffness. Polymer Composites 2012;33(8):1335-50.

[7] Doitrand A, Fagiano C, Chiaruttini V, Leroy FH, Mavel A, Hirsekorn M. Experimental characterization and numerical modeling of damage at the mesoscopic scale of woven polymer matrix composites under quasi-static tensile loading. Composites Science and Technology 2015;119:1-11.

[8] Hale RD, Villa M. Influence of opposing wave nesting in compression-loaded. Journal of Composite Materials 2003;37:1149-66.
[9] John S, Herszberg I, Coman F. Longitudinal and transverse damage taxonomy in woven composite components. Composites Part B 2001;32(8):659-68.
[10] Daggumati S, Voet E, Van Paepegem W, Degrieck J, Xu J, Lomov SV, Verpoest I. Local strain in a 5-harness satin weave composite under static tension Part I Experimental analysis. Composites Science and Technology 2011;71,1171-79;
[11] De Carvalho NV, Pinho ST, Robinson P. Reducing the domain in the mechanical analysis of periodic structures, with application to woven composites. Composites Science and Technology 2011;71(7):969-79.
[12] Kim HJ, Swan CC. Voxel-based meshing and unit-cell analysis of textile composites. International Journal for Numerical Methods in Engineering 2003;56:977-1006.
[13] Zako M, Uetsuji Y, Kurashiki T. Finite element analysis of damaged woven fabric composite materials. Composites Science and Technology 2003;63:507-16.
[14] Ivanov DS, Baudry F, Van Den Broucke B, Lomov SV,Xie H, Verpoest I. Failure analysis of triaxial braided composite. Composites Science and Technology 2009;69(9):1372-80.
[15] Melro P, Camanho P, Andrade Pires FM, Pinho ST. Numerical simulation of the non-linear deformation of 5-harness satin weaves. Computational Materials Science 2012;61(0):116-26.
[16] Lomov SV, Ivanov DS, Verpoest I, Zako M, Kurashiki T, Nakai H, Molimard J, Vautrin A. Full-field strain measurements for validation of meso-FE analysis of textile composites. Composites Part A 2008;39:1218-31.
[17] Ivanov DS, Lomov SV, Ivanov SG, Verpoest I. Stress distribution in outer and inner plies of textile laminates and novel boundary conditions for unit cell analysis. Composites Part A 2010.41:571:80.
[18] De Carvalho NV, Pinho ST, Robinson P. Numerical modelling of woven composites: biaxial loading. Composites Part A 2012;43(8):1326-37.
[19] Römelt P, Cunnigham PR. A multi-scale finite element approach for modelling damage progression in woven composite structures. Composite Structures 2012;94(3):977-86.
[20] Breiling K, Adams DO. Effects of layer nesting on compression-loaded 2-d woven textile composites. Journal of Composite Materials 1996;30:1710-28.
[21] Le Page BH, Guild FJ, Ogin SL, Smith PA. Finite element simulation of woven fabric composites. Composites Part A 2004;35:861-72.
[22] Ivanov D, Ivanov S, Lomov SV, Verpoest I. Strain mapping analysis of textile composites. Optics and Lasers in Engineering 2009;47:360-70.
[23] Ivanov DS, Ivanov SG, Lomov SV, Verpoest I. Unit cell modelling of textile laminates with arbitrary inter-ply shifts. Composites Science and Technology 2011;72:14-20.
[24] Daggumati S, Van Paepegem W, Degrieck J, Praet T, Verhegghe B, Xu J, Lomov SV, Verpoest I. Local strain in a 5-harness satin weave composite under static tension Part II Meso-FE analysis. Composites Science and Technology 2011;71,1217-24.
[25] Anzelotti G, Nicoletto G, Riva E. Mesomechanic strain analysis of twill-weave composite lamina under unidirectional in-plane tension. Composites Part A 2008;39:1294-301.
[26] Nicoletto G, Anzelotti G, Riva E. Mesoscopic strain fields in woven composites Experiments vs. finite element modeling. Optics and Lasers in Engineering 2009;47:325-59.
[27] Koohbor B, Ravindran S, Kidane A. Meso-Scale Strain Localization and Failure Response of an Orthotropic Woven glass fibre reinforced composite. Composites Part B 2015;78:308-18.
[28] VIC-3D 2010 Reference Manual. http://www.correlatedsolutions.com/installs/.
[29] Karahan M, Lomov SV, Bogdanovich AE, Mungalov D, Verpoest I. Internal geometry evaluation of non-crimp 3D orthogonal woven carbon fabric composite. Composites Part A 2010;41:1301-11.
[30] Chen B, Lang EJ, Chou TW. Experimental and theoretical studies of fabric compaction behavior in resin transfer molding. Materials Science and Engineering 2001;317:188-96.
[31] Lomov SV, Verpoest I, Peeters T, Roose D, Zako M. Nesting in textile laminates: geometrical

modelling of the laminate. Composites Science and Technology 2003;63:993-1007.
[32] Naouar N, Vidal-sallé E, Schneider J, Maire E, Boisse P. Meso-scale FE analyses of textile composite reinforcement deformation based on X-ray computed tomography. Composite Structures 2014;116:165-76.
[33] Couegnat G. Approche multiéchelle du comportement mécanique de matériaux composites à renfort tissé. Ph.D. thesis, Université de Bordeaux 1, 2008. https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00403885/
[34] Verpoest I, Lomov SV. Virtual textile composites software WiseTex: Integration with micromechanical, permeability and structural analysis. Composites Science and Technology 2005;65:2563-74.
[35] Sherburn M. Geometric and mechanical modelling of textiles. Ph.D. thesis, The University of Nottingham, 2007. http://eprints.nottingham.ac.uk/10303/
[36] Adanur S, Liao T. 3D modeling of textile composite preforms. Composites Part B 1998;29:787-93.
[37] Nguyen QT, Vidal-Sallé E, Boisse P, Park CH, Saouab A, Breard J, Hivet G. Mesoscopic scale analyses of textile composite reinforcement compaction. Composites Part B 2012;44(1):231-41.
[38] Grail G, Hirsekorn M, Wendling A, Hivet G, Hambli R. Consistent Finite Element mesh generation for meso-scale modeling of textile composites with preformed and compacted reinforcements. Composites Part A 2013;55:143-51.
[39] Lin H, Sherburn M, Crookston J, Long A, Clifford M, Jones I. Finite element modelling of fabric compression. Modeling and Simulation in Materials Science and Engineering 2008;16(3)035010(16pp).
[40] Zeng X, Brown LP, Endruweit A, Matveev M, Long AC. Geometrical modelling of 3D woven reinforcements for polymer composites: Prediction of fabric permeability and composite mechanical properties. Composites Part A 2014;56:150-60.
[41] Potter E, Pinho ST, Robinson P, Iannucci L, McMillan AJ. Mesh generation and geometrical modeling of 3D woven composites with variable tow cross-sections. Computational Materials Science 2012;51(1):103-11.
[42] Koumpias AS, Tserpes KI, Pantelakis S. Progressive damage modelling of 3D fully interlaced woven composite materials. Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures 2014;37(7):696-706.
[43] Doitrand A, Fagiano C, Irisarri FX, Hirsekorn M. Comparison between voxel and consistent meso-scale models of woven composites. Composites Part A 2015;73:143-54.
[44] Green SD, Matveev MY, Long AC, Ivanov D, Hallett SR. Mechanical modelling of 3D woven composites considering realistic unit cell geometry. Composite Structures 2014;118:284-93.
[45] Stig F, Hallström S. A modelling framework for composites containing 3D reinforcement. Composite Structures 2012;94(9):2895-901.
[46] Rocher JE, Allaoui S, Hivet G, Gillibert J, Blond E. Experimental characterization and modeling of GF/PP commingled yarns tensile behavior. Journal of Composite Materials 2015;49(21):2609-24.

Experimental characterization and numerical modeling of damage at the mesoscopic scale of woven polymer matrix composites under quasi-static tensile loading

A. Doitrand, C. Fagiano, V. Chiaruttini, FH. Leroy, A. Mavel, M. Hirsekorn

Corresponding author: aurelien.doitrand@onera.fr - Tel: +33(0)146734658
ONERA - The French Aerospace Lab - F-92322 Châtillon - France

Abstract

The mechanical behavior of a four-layer plain weave glass fiber/epoxy matrix composite is modeled at the mesoscopic scale, taking into account the dry fabric preforming before resin injection, the relative shift and nesting between fabric layers, and the characteristic damage mechanisms, *i.e.*, intra-yarn cracking and decohesion at the crack tips. The surface strain fields obtained numerically are similar to the strain fields observed at the surface of the specimen. Damage is modeled by introducing discrete cracks in the FE mesh of the representative unit cell of the composite. The crack locations are determined using a stress based failure criterion. The predicted locations are similar to those observed experimentally. The effects of intra-yarn cracks on the macroscopic mechanical properties show the same trends as the experimental data. Good quantitative agreement is obtained if yarn/yarn or yarn/matrix decohesions at the crack tips are taken into account.

Keywords: Textile composites, Damage mechanics, Finite element analysis, Multiscale modeling, Transverse cracking

1. Introduction

Composite materials containing textile reinforcements are receiving a growing interest in advanced structural applications. One of the advantages of textile composites is the drapability of the reinforcing fabric, whose architecture can be varied throughout the structure. In addition, complex reinforcement shapes may be directly woven with modern looms [1], which reduces the number of parts required for a composite structure, thus limiting the use of joints, which constitute classical weak points in the structure, and reducing the manufacturing costs.

In order to optimize the potential of woven composites and the mechanical performances of the resulting structures, design tools able to describe the evolution of the mechanical behavior from damage onset to final failure of the material are required. In recent years, macroscopic phenomenological models that successfully predict damage evolution and failure in textile composites have been developed for 2D [2, 3] and 3D [4, 5, 6] textile composites. However, the experimental identification of the model parameters is usually both expensive and time consuming. Moreover, the model parameters have to be identified experimentally each time the reinforcement architecture or the constituents change. Virtual material testing is a possible strategy for replacing some of the experimental tests during the design phase. For that purpose, predictive models based on a more physical description of damage are necessary. These models have to correlate the different characteristic scales of the material. Three different scales are identified for this kind of material. The microscopic scale is the scale of the constituents (fiber and matrix). At the mesoscopic scale, the reinforcement architecture is described by interlaced homogeneous fiber yarns embedded in the matrix. The macroscopic scale is the scale of the structure, at which the material is considered to be homogeneous. In order to set up predictive macroscopic damage models taking into account the reinforcement architecture, accurate damage modeling at the mesoscopic scale is required.

The reinforcement architecture of the textile composites is approximatively periodic. The weaving process, the handling of the fabric and the injection process during composite manufacturing induce small variations into the periodic structure of the yarn path and in the shapes of the yarn sections. Olave *et al.* [7] have shown that the mechanical properties of the composite are not significantly influenced by these variations. In order to reduce computational costs, perfect periodicity is often assumed [8] by choosing a meso-scale smallest pattern representative of the whole material, called the representative unit cell (RUC). In order to obtain reliable results in terms of strain and stress field distributions, it is essential that the yarn shapes and their relative positions are close to those observed experimentally [8, 9]. Several tools have been proposed in the literature for the generation of textile geometrical models [10, 11, 12, 13]. However, most of them simplify the yarn shapes, generating possible interpenetrations between yarns and resulting in yarn volume fractions lower than those observed experimentally. In order to precisely model the characteristic damage mechanisms, the complex architecture of the material (*e.g.* nesting between layers, varying yarn shapes) must be taken into account in the geometrical model. Geometries close to the real architecture of the material can be obtained by simulating the preforming step of the dry fabric before resin injection [14, 15, 16].

At the mesoscopic RUC scale, damage can be modeled using different methods. An analytical model using a damaged mosaic laminate model has been proposed by Gao *et al.* [17]. It allows the calculation of the effective Young's modulus of the damaged composite, including three different damage modes. However, the use of a mosaic laminate does not take into account the yarn undulation which has a significant influence on the damage location, as shown by Melro *et al.* [18] and Daggumati *et al.* [19]. Most of the published studies use numerical approaches based on Finite Element (FE) analyses, which are more flexible since there are no limitations from a geometrical point of view. In the literature, different approaches have been proposed to generate FE meshes of woven composites RUC. A method that is widely used, due to its simplicity of implementation, is voxel meshing [9, 20, 21, 22]. This method is well suited to the prediction of the elastic properties of undamaged materials, but presents several limitations when attaining the damage onset prediction [20]. Indeed, the yarn surfaces are not correctly represented by the element faces. The generation of consistent FE meshes with element faces that follow accurately the yarn surfaces is complex [14], especially in zones where yarns are in contact. Therefore, many authors insert a matrix layer between the yarns [8, 18, 23, 24], which considerably simplifies the meshing procedure since each yarn can be meshed separately. If the layer is thick, a lower yarn volume fraction is obtained in the RUC, and if it is thin, very small elements are required to ensure a good mesh quality. Therefore, the method of Grail *et al.* [14], which allows the generation of consistent meshes of 2D textile composite RUC with yarns in contact, will be used in this work. This method seems to be appropriate to model meso-scale damage in textile composites [20].

Most articles dealing with meso-scale damage modeling use continuum damage mechanics (CDM) with damage variables for matrix and yarns [18, 19, 25, 26, 27]. This method consists in detecting damage onset using a stress failure criterion, and then reducing the local stiffness of damaged elements with increasing loading. Models based on CDM allow studying the evolution of the mechanical properties with increasing damage, but can erroneously predict the direction of damage propagation [8, 26]. An approach that is closer to experimental observations of damage at the meso-scale is to describe damage through discrete cracks, which are inserted into the FE mesh after adapting this mesh locally in order to follow the crack path.

There are only few publications concerning discrete damage modeling in woven composites. Le Page *et al.* [28] have investigated the effects of a discrete crack on the strain energy release rate for a four-layered plain weave composite with different shifts between the layers (in-phase, out-of phase and random). The main limitation of this approach is the use of a simplified bi-dimensional geometrical model that does not take into account the complex 3D reinforcement architecture. Nevertheless, it has been shown that the energy release rate associated with an intra-yarn crack is influenced by the layer shifts. Couegnat [10] has developed a tool able to insert cracks in 3D FE meshes of woven composites. A crack is represented by a plane and an idealized geometry of the fabric is used, including a matrix layer between yarns in order to

make the meshing step easier. Therefore, the multiple and complex contact zones between yarns are not taken into account in the model. Recently, Obert *et al.* [29] have investigated the effects of mesoscopic damage by inserting discrete cracks in the yarns of a single ply of a 5H satin surrounded by homogenized plies with the aim of developing a model with damage variables related to the crack density in the yarns. This model does not take into account the interaction between the yarns of different layers. However, it has been shown in different studies that nesting between the layers of a multi-layered textile composite has to be taken into account since it can lead to different damage initiation scenarios, and different patterns of damage progression [24, 28].

The aim of this work is to model the characteristic damage mechanisms encountered at the mesoscopic scale and to evaluate their effects on the macroscopic mechanical behavior of the material. A detailed description of damage is proposed combining: *(i)* a realistic description of the meso-scale geometry obtained by modeling the preforming step of the dry fabric, *(ii)* a consistent mesh of the RUC, and *(iii)* discrete damage modeling. The influence of geometrical parameters on the effects of the characteristic damage mechanisms is evaluated. The procedure is illustrated on a RUC of a compacted and nested four-layered plain weave glass fiber/epoxy matrix composite. Several multi-instrumented experimental tests have been performed in order to characterize the damage mechanisms (sequence, locations) and evaluate their effects on the macroscopic mechanical behavior of the material. The experimental tests are presented in section 2. Then, the numerical procedure is presented including the generation and meshing of a compacted and nested RUC (section 3) and discrete damage modeling (section 4). In section 5, the results obtained numerically are compared with the experimental data in terms of: *(i)* surface strain fields, *(ii)* detection of the damage locations and *(iii)* effects of mesoscopic damage on the macroscopic mechanical properties of the composite.

2. Experimental analysis

The composite under investigation consists of four layers of a plain weave reinforcement of E-glass fibers embedded in Araldite LY564 epoxy resin. The dry fabric was placed into a steel mold. By tightening the screws that keep the mold closed, the fabric is compacted, which increases the fiber volume fraction in the final composite and hence its mechanical properties. The amount of compaction is determined by measuring the thickness of the composite plate. Several specimens have been tested in order to characterize the meso-scale damage and its effects on the mechanical behavior of the material. First, two monotonic tensile tests were performed in order to determine: *(i)* the elastic properties of the material, *(ii)* the surface strain fields using Digital Image Correlation (DIC), *(iii)* the damage onset using Acoustic Emission (AE) and *(iv)* the failure stress. Then, an incremental tensile test was performed to analyze both damage location and kinetics using microscope observations on the edge of the specimen, as well as the evolution of the mechanical properties (Young's modulus, Poisson's ratio) of the material with increasing damage. The stress-strain curves of the tested specimens are shown in Figure 1.

2.1. Acoustic emission

The stress level associated with damage onset and failure of the material was determined using AE (Figure 1), as in references [30, 31]. The damage mechanisms result in a spontaneous release of elastic strain energy that is dissipated as a wave propagating through the material. Two sensors attached at the ends of the specimen (Figure 2a) detect these acoustic events, which can be related to a stress level.

2.2. Microscope observations

The location and the sequence of damage were determined using an optical microscope, as, for instance, in [32, 33]. Microscope observations on the specimen edge were performed at each loading step of the incremental tests. The observed damage mechanisms are: *(i)* intra-yarn cracks in the yarns that are transverse to the loading direction, *(ii)* debonding at the interface between cracked yarns and overlapping yarns or matrix and *(iii)* fiber failure in yarns, which leads to the composite failure (Figure 2b).

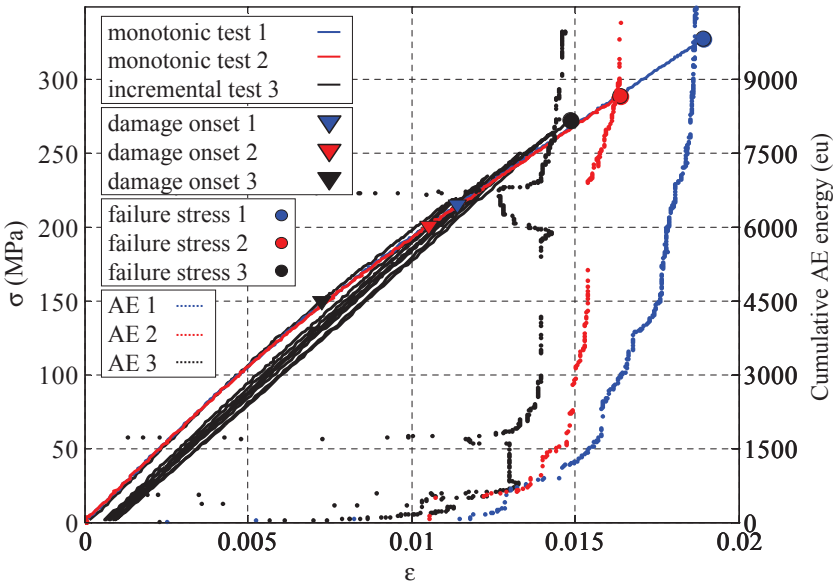


Figure 1: Stress-strain curves of the tested specimens and cumulated acoustic emission energies as a function of the specimen strains.

2.3. Digital image correlation

The differences between the mechanical behavior of the stiff fibers and of the compliant matrix result in heterogeneous strain fields with strong strain gradients, especially around yarn crimp regions. Classical electrical resistance strain gages can thus not provide an adequate spatial resolution. Therefore, the local strains on the composite surface have been measured using DIC, as in [34, 35]. The average strain is used to evaluate the loss of in-plane elastic properties of the material with increasing damage. The specimen stiffness E was estimated by a non-linear regression on stress/strain curves obtained by DIC (Equation 1).

$$\hat{\epsilon} = \epsilon_0 + \frac{1}{E}\sigma + a(< \sigma - \sigma_y >_+)^2 \tag{1}$$

where $<>_+$ are the Macaulay brackets (positive part). $\hat{\epsilon}$ is the estimated strain, ϵ_0 the strain offset at zero stress and σ the specimen stress. The quadratic part with the non-linearity coefficient, a, accounts

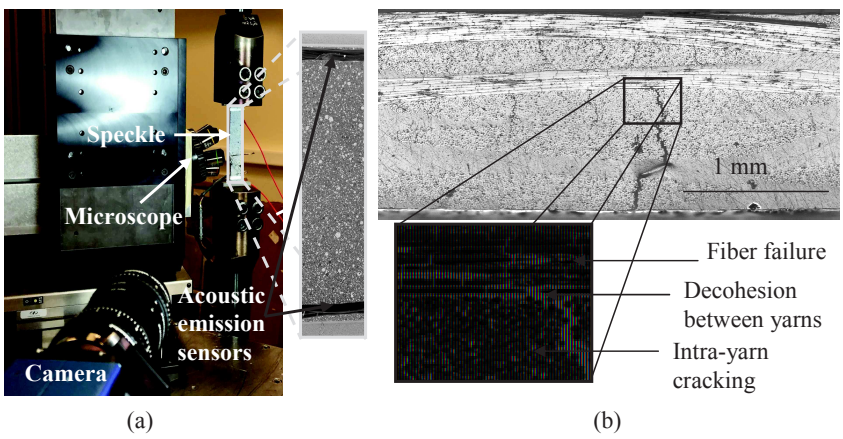


Figure 2: Optical microscope observation of the damage pattern on the specimen edge, just before failure: (a) experimental set-up and (b) damage pattern (the picture was not taken at the failure location).

for small non-linearities above the stress threshold, σ_y. Stresses significantly higher than σ_y, where the non-linearity becomes effective, are excluded from the regression. This quadratic part is added to take into account the uncertainty in the linearity limit σ_y. The resulting measurement uncertainty on E was evaluated by using a bootstrap procedure adapted to non-linear regression [36]. It should be noted that confidence intervals are dissymmetrical which results from the restriction of the σ_y threshold to a positive value, whose uncertainty is only left-bounded.

3. Finite element modeling of a Representative Unit Cell

3.1. Dry fabric compaction modeling

The use of a geometrical model of the reinforcement architecture that is as close as possible to that of the real specimen is essential in order to obtain an accurate meso-scale modeling [8, 9]. In order to increase the composite fiber volume fraction and thus to improve its mechanical performances, the dry preform is usually compacted before adding the matrix. The compaction phase has a significant influence on the yarn shapes and paths and must therefore be taken into account in a mesoscopic RUC. Indeed, complex yarn shapes can be generated during the manufacturing process, including: *(i)* local variations of both the section and the fiber volume fraction in the yarns [7, 37], *(ii)* random shifts and nesting between the layers [7, 38, 39], and *(iii)* complex contact regions between the yarns. The shape and the relative position of the yarns have a marked influence on the local strain and stress distributions in the composite, as well as on damage initiation and propagation [19, 28, 40]. Therefore, realistic geometries are required for accurate damage modeling at the mesoscopic scale.

Several automated tools have been proposed throughout the last decade to generate geometrical models of fabric reinforcements, and covering a large variety of weaving patterns [10, 11, 12, 13]. However, the deformation occurring during preforming is often neglected. Therefore, an idealized geometrical model of the fabric is commonly adopted, resulting in resin rich areas that are larger than those observed experimentally. As a consequence, in order to preserve the overall fiber volume fraction in the composite (typically between 50 and 60%), the fiber volume fraction in the yarns must be set to higher values than those observed in reality (sometimes 90%, or higher [41]). Yarn shapes closer to those of the real composite can be obtained from FE modeling of the dry fabric preforming [15, 16, 42]. In this work, the dry fabric compaction is simulated in order to generate geometries of a slightly unbalanced four-layered plain weave fabric. The advantage of a plain weave fabric is that it has a relatively simple geometry with a small RUC. Nevertheless, due to compaction and nesting, multiple contacts zones between yarns are observed, which are significantly deformed with respect to their initial shapes. The initial geometry was generated using the 'TexGen' software [12], by imposing a relative shift between the layers that corresponds to the shifts observed experimentally on the edge of one of the tested specimens (Table 1). Then, the preforming step was simulated using Abaqus Standard (Figure 3) with the aim of obtaining: *(i)* a realistic yarn volume fraction, *(ii)* a qualitative reproduction of nesting between the layers and *(iii)* the deformation of the yarn cross section due to the neighboring yarns in contact.

Shifts with respect to layer 1 (top layer)	Δx (mm) (Warp direction)	Δy (mm) (Weft direction)
Layer 2	-0.61	-0.30
Layer 3	-0.59	3.43
Layer 4 (bottom layer)	0.43	2.93

Table 1: Layer shifts in warp and weft directions with respect to the top layer (the layers are sorted in z coordinate decreasing order).

Since the final thickness of the reinforcement after compaction is imposed by the mold, the calculation of the exact force balance is not necessary. Moreover, the yarns are mainly deformed in transverse

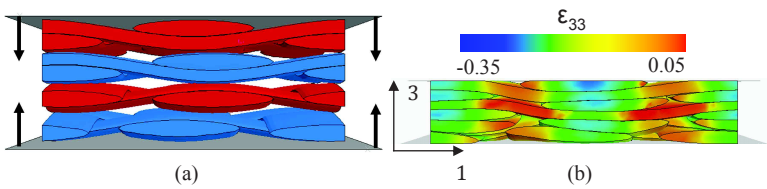


Figure 3: FE simulation of the compaction of four layers of plain weave fabric: (a) before compaction and (b) after FE compaction (ϵ_{33}: compaction strain).

compression. Therefore, a transverse isotropic elastic behavior for the yarns is sufficient to obtain yarn shapes and positions close to those observed experimentally on the edge of the specimen (see Figure 4).

Lin *et al.* [15] also showed that the most effective phenomena under compression are already well captured using such a simplfied behavior. The tensile modulus in the fiber direction (index L), E_L = 40.92GPa, has been determined according to the rule of mixtures for a fiber volume fraction of 55.6% in the yarns. The transverse (index T) and shear moduli have been arbitrarily fixed to a much smaller value ($E_T = G_{LT} = 4.1\ 10^{-3}$GPa) in order to ensure that the main deformation modes are bending and deformation of the transverse yarn section. The Poisson's ratio in the direction of the fibers ν_{LT} is zero, which means that transverse compaction of the yarn does not cause a change in its length. In order to ensure an approximately constant fiber volume fraction in the yarn, the transverse Poisson's ratio, ν_{TT}=1, should be used. However, too high a value of ν_{TT} leads to numerical instabilities and convergence issues; therefore, a lower value was chosen (ν_{TT}=0.7), resulting in yarn shapes similar to those observed experimentally. The normal contact behavior between the yarns was modeled using hard contact, and the tangential behavior using a penalty method with a friction coefficient of 0.24 [43].

3.2. Consistent meshing of the Representative Unit Cell

In order to perform FE analysis, it is necessary to generate a mesh of the composite RUC, *i.e.*, the deformed reinforcement and the matrix complement. A consistent mesh of the RUC (Figure 5) is obtained using the procedure developed by Grail *et al.* [14]. This procedure ensures conformal meshes at the contact zones between the yarns and between yarns and matrix. Consequently, in the undamaged RUC the yarns are perfectly glued to each other and to the matrix, since common nodes are used in the contact zones. The FE mesh consists of quadratic tetrahedral elements in order to ensure an accurate modeling of the stress gradients. The mesh is then used to obtain the homogenized macroscopic elastic properties of the material using the method described in [20]. Periodic boundary conditions, as described in [8], are applied in the fabric plane directions of the RUC, whereas the top and bottom surfaces are left free in order to correctly represent the boundary conditions applied to the composite specimen subjected to a tensile test.

The matrix behavior is supposed to be linear elastic, and the mechanical properties provided by the manufacturer are: Young's modulus E_m = 3.2 GPa and Poisson's ratio ν_m = 0.35. The yarn behavior is obtained by micro-meso homogenization, as in [18], using E_f = 73.6 GPa [44] and ν_f = 0.3 for the fibers.

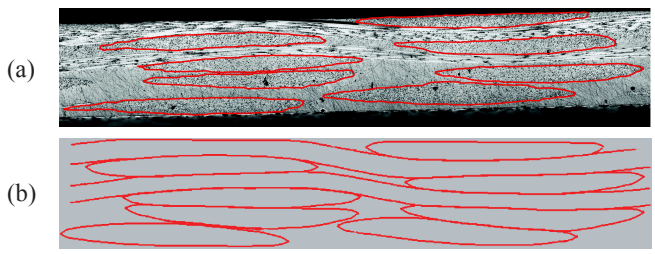


Figure 4: Yarn shapes: (a) observed experimentally on the specimen edge and (b) obtained numerically through dry fabric compaction modeling.

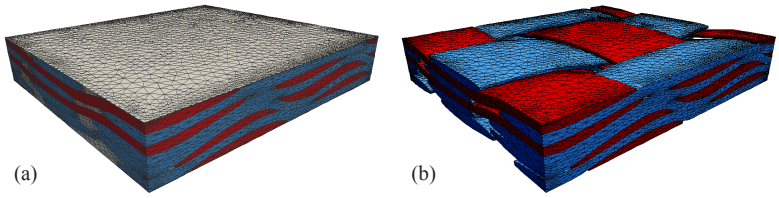


Figure 5: FE mesh of the compacted RUC where the shifts between the fabric layers are determined from microscope observations: (a) meshed RUC and (b) visualization of the meshed yarns in the RUC.

The fiber volume fraction in the yarns is chosen in order to obtain an overall fiber volume fraction in the RUC similar to the fiber volume fraction in the real composite. The overall fiber volume fraction in the composite is calculated as a function of the number of fabric layers n_{layers}, the fabric mass per unit area σ_s, the mass density of the fibers ρ_{fiber} and the thickness of the specimen h (Equation 2).

$$V_f = \frac{n_{layers} * \sigma_s}{\rho_{fiber} * h} \tag{2}$$

The fabric properties given by the manufacturer are $\sigma_s = 504 \pm 40$ g.m^{-2} and $\rho_{fiber} = 2.54$ g.cm^{-3}. The thickness of the specimen is between 1.672 mm and 1.695 mm, with a mean value of $h = 1.679$ mm. The uncertainties of these fabric properties lead to a resulting fiber volume fraction in the composite between 43.1% and 51.3%. The overall fiber volume fraction in the RUC is chosen equal to $V_f = 49.2$ % in order to obtain a Young's modulus of the undamaged RUC that is close to the experimental Young's modulus of the undamaged specimen. This leads to a fiber volume fraction in the yarns of 55.6 %. A transverse isotropic elastic behavior is obtained for the yarns, with $E_l = 42.2$ GPa, $E_t = 9.93$ GPa, $\nu_{tt} = 0.423$, $\nu_{lt} = 0.319$ and $G_{lt} = 7.31$ GPa, where the index l refers to the fiber direction and the index t to the transverse direction. The local orientation of the yarn material is calculated separately at each integration point through orthogonal projection of its position on the neutral line of the yarn. The tangent to the neutral line at the projected point defines the axis of transverse isotropy of the yarn material (the fiber direction) at the integration point.

4. Discrete damage modeling

Damage in the form of discrete cracks is inserted into the RUC mesh in order to model its effects on the macroscopic mechanical behavior of the composite. The studied damage scenarios are based on experimental observations (section 2). In order to insert the cracks, some tools, initially developed by Chiaruttini *et al.* [45] for crack propagation simulation in metallic structures, are used.

The crack surface is inserted into the RUC mesh using a mesh intersection algorithm. Another possible method would be to generate the cracked mesh by using general Boolean operations on both meshes. However, Boolean operations between complex meshes are difficult to handle correctly using standard double precision encoding of the nodal positions. Indeed, numerous round-off errors make it impossible to obtain, in a robust way, a surface mesh that could be filled with tetrahedral elements using an automatic mesh generator. The algorithm used in this work allows the generation of an approximation of the mesh that would have been built using a general Boolean operation between the volume mesh and a crack surface mesh, as detailed in [45].

Experimental observations show that, at the mesoscopic scale, the first damage is cracking in the yarns that are transversely oriented to the loading direction. At the same time, inter-yarn decohesions are observed at the crack tips. On the other hand, isolated decohesions, not related to transverse yarn cracks, are not observed in this material. This leads to the conclusion that damage onset is driven by transverse yarn cracking and that the decohesions between yarns or between yarn and matrix are a consequence of the transverse yarn cracks. The algorithm described previously is used to model these

two damage mechanisms within the RUC. In most publications, the damage location is determined by a stress failure criterion [18, 19, 25]. For instance, Daggumati *et al.* [19] have shown that for a multi-layered 5-harness satin weave, damage onset occurs at the center of the yarn crimp zones for an outer layer, and at the edges of the yarn crimp zones for an inner layer. However, an idealized geometry of the yarns was used without shifts between the layers; therefore, the multiple and complex contact zones between yarns existing in real multi-layered composites were not taken into account. Experimentally, the location of cracks in yarns seems to be influenced by the local relative position of yarns [32].

In this work, a failure criterion developed for unidirectional plies is used in order to determine crack locations in the yarn [46], and a failure criterion for quasi-brittle materials is used for the matrix [47]. These criteria have already been used in a previous study in order to determine the damage onset mechanism and location in woven composites [20]. Since decohesions are a direct consequence of transverse yarn cracking in the studied material, a separate criterion for the onset of decohesions has not been used. Under different kinds of loading, the damage mechanisms may change, and in this case, the inserted type of damage has to be adapted. For instance, if decohesion was the first main damage mechanism, a failure criterion able to predict decohesion onset would have to be used to determine the damage location. The equations and the damage mechanisms taken into account are summarized in Table 2.

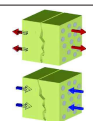
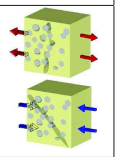
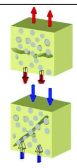
Fiber failure	$f_1^+ = (\frac{<\sigma_{11}>^+}{X_t})^2$ $f_1^- = (\frac{<-\sigma_{11}>^+}{X_c})^2 + (\frac{\tau_{12}}{S_{12}^f(1-p_{12}\sigma_{22})})^2 + (\frac{\tau_{13}}{S_{13}^f(1-p_{13}\sigma_{33})})^2$ $< x >^+ = x$ if $x > 0, < x >^+ = 0$ otherwise	
Transverse cracking	$f_2^+ = (\frac{<\sigma_{22}>^+}{Y_t})^2 + (\frac{\tau_{12}}{S_{12}^R(1-p_{12}\sigma_{22})})^2 + (\frac{\tau_{23}}{S_{23}^R(1-p_{23}(\sigma_{22}+\sigma_{33}))})^2$ $f_2^- = (\frac{<-\sigma_{22}>^+}{Y_c})^2 + (\frac{\tau_{12}}{S_{12}^R(1-p_{12}\sigma_{22})})^2 + (\frac{\tau_{23}}{S_{23}^R(1-p_{23}(\sigma_{22}+\sigma_{33}))})^2$	
Out-of-plane cracking	$f_3^+ = (\frac{<\sigma_{33}>^+}{Y_t})^2 + (\frac{\tau_{13}}{S_{13}^R(1-p_{13}\sigma_{33})})^2 + (\frac{\tau_{23}}{S_{23}^R(1-p_{23}(\sigma_{22}+\sigma_{33}))})^2$ $f_3^- = (\frac{<-\sigma_{33}>^+}{Y_c})^2 + (\frac{\tau_{13}}{S_{13}^R(1-p_{13}\sigma_{33})})^2 + (\frac{\tau_{23}}{S_{23}^R(1-p_{23}(\sigma_{22}+\sigma_{33}))})^2$	
Matrix cracking	$f_{matrix} = \frac{((<\sigma_I>^+)^p+(<\sigma_{II}>^+)^p+(<\sigma_{III}>^+)^p)^{1/p}}{X}$	

Table 2: Failure criterion including different damage mechanisms such as fiber failure, transverse, and out-of-plane cracking for the yarns, and inter yarn matrix cracking for the matrix.

X_t and X_c are the tensile and compressive ply strengths in the direction of the fibers. Y_t and Y_c are the transverse tensile and compressive strengths. S_{12}^f and S_{13}^f are called the effective shear strengths. They are higher than the real shear strengths S_{12}^R and S_{13}^R of the ply such that damage onset is predicted correctly in a matrix-dominated mode (2 or 3) for pure shear loading, instead of the compressive fiber failure mode [48]. p_{12}, p_{13} and p_{23} are shape parameters that take into account the coupling between compressive and shear stresses. These parameters can be directly determined from the transverse compressive ply strength Y_c [48]. The values of the different parameters taken from Soden *et al.* [49], Charrier [48] and Laurin [50] are summarized in Table 3.

Several hypotheses are made concerning the geometry of the crack. The first assumption is that the crack, once nucleated, is supposed to propagate instantaneously across the whole yarn. Obert *et al.* [29] justified this assumption by arguing that the energy density is nearly uniform along a yarn. The second assumption is that the decohesion length is supposed to be constant and symmetric on each side of the crack which is inserted perpendicularly to the macroscopic loading direction.

Strength	X_t	X_c	Y_t	Y_c	S_{12}^R	S_{13}^R	S_{23}^R	S_{12}^f	S_{13}^f	X
(MPa)	1140	570	35	114	72	72	45	83	83	80

Table 3: Values of the parameters of the failure criterion (Table 2).

The first step in the crack insertion process consists in determining the location of the first cracks in the undamaged RUC using the failure criterion described above, as shown in Figure 6 where $f = max(f_1^+, f_1^-, f_2^+, f_2^-, f_3^+, f_3^-, f_{matrix})$. At these locations, cracks are inserted into the FE mesh (Figure 6c). Then, a calculation with the damaged RUC leads to the determination of the location of new cracks (Figure 6d) that are also inserted into the RUC mesh. This process is repeated until the crack density in the RUC is close to the crack density measured experimentally on the specimen edge just before failure ($\rho_s = 0.87$ cracks/mm^2).

In the undamaged zones of the material, the stress fields are regular, thus providing a good estimation of possible locations of crack onset. However, stress concentrations are observed around the decohesion tips (or the crack tips if there is no decohesion) due to the geometric singularity (Figure 7). Therefore, the integration points in the immediate vicinity of decohesion or crack tips are not considered as possible locations of new cracks, even if the failure criterion is reached there first. The study of decohesion propagation would require an energy based fracture mechanics approach, which constitutes the subject of ongoing activities.

5. Comparison between numerical and experimental results

The numerical and experimental surface strain distributions are similar (Figure 8a and b). This result may be attributed to the fact that the relative layer positions in the RUC were determined experimentally from microscope observations on the edge of the specimen. In order to obtain a quantitative comparison between both methods, the FE results were smoothed on a zone corresponding to the DIC resolution window. Along a line (Figure 8a and b), the numerical and experimental transverse strains are close to each other (Figure 8c).

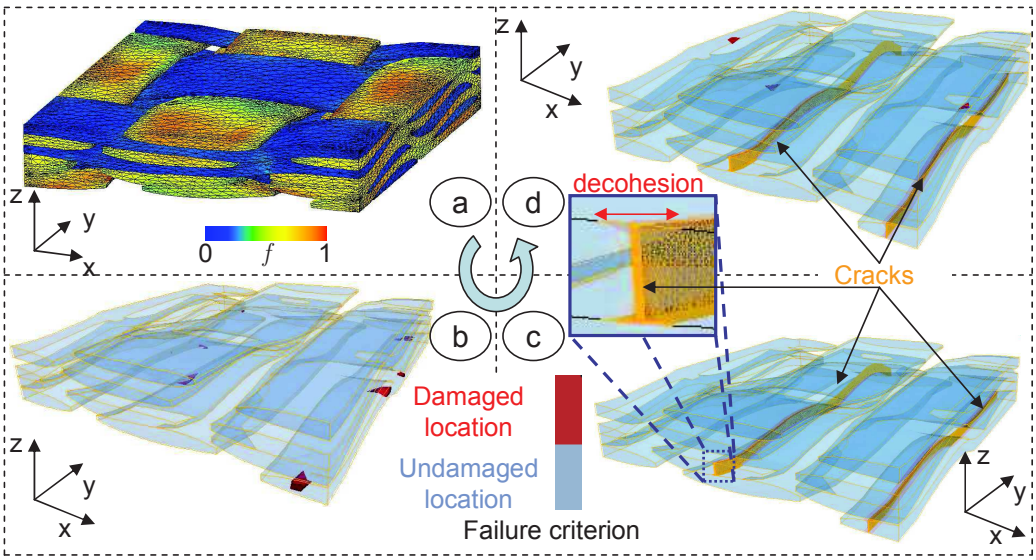


Figure 6: Schematic representation of the damage modeling algorithm: (a) failure criterion in the undamaged RUC, (b) crack locations predicted by the failure criterion, (c) insertion of cracks at the predicted locations, and (d) prediction of new cracks resulting from the failure criterion in the damaged RUC.

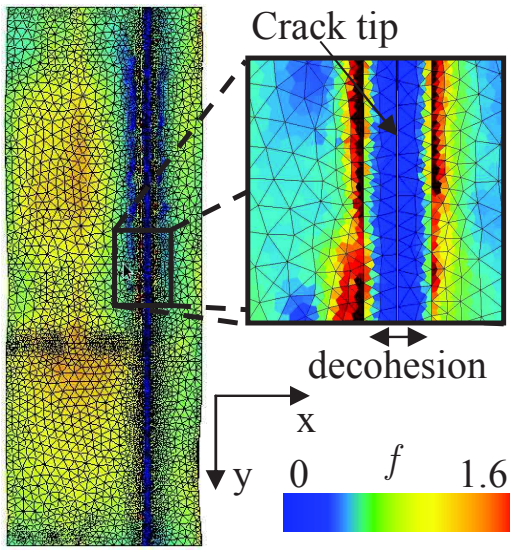


Figure 7: Failure criterion in a cracked yarn and zoom to the area around the crack tip.

The final damaged RUC (with a crack density close to that measured experimentally just before failure) obtained using the procedure presented in section 4 contains 14 cracks and is shown in Figure 9.

The crack locations obtained with the FE model are compared to several microscope observations (corresponding to a RUC length) on the edge of the same specimen (Figure 10).

It can be seen that some cracks appear at similar locations in the RUC over the whole specimen length, showing a certain regularity of damage in the material. In addition, some variability is detected within

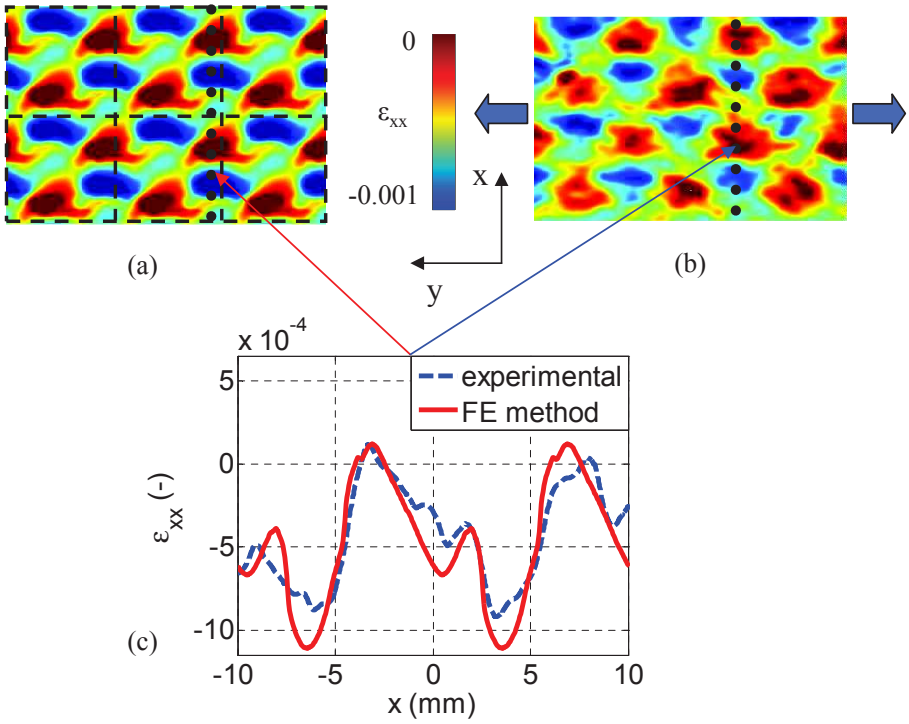


Figure 8: Qualitative comparison between (a) computed (6 dashed line delimited RUCs) and (b) measured (DIC) transverse strain fields under tensile (blue arrows) loading (macroscopic strain $\epsilon_{yy} = 0.0036$). (c) quantitative comparison along the dotted lines.

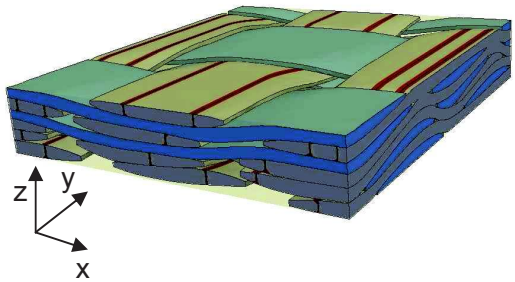


Figure 9: Damaged RUC containing 14 longitudinal cracks in the transverse yarns and the corresponding decohesions at the crack tips on the yarn surfaces.

the zones with repeating damage patterns, both in terms of crack position and number. Furthermore, several crack locations are observed only once. Both phenomena result from the material having an overall periodic architecture, with local variations due to: *(i)* dry fabric preforming, *(ii)* matrix injection, *(iii)* possible defects inside the material, etc. Despite the fact that edge effects are not taken into account in the model, the numerical and experimental crack locations are quite similar. Therefore, it seems to be reasonable to assume that the overall influence of the edge effects on the crack location is, in this case, relatively weak. However, these effects may partially be responsible for the differences between numerical predictions and experimental observations. Other possible causes that may explain these differences could be the crack modeling hypotheses and the material variability that is not taken into account.

The decrease in Young's modulus (E_{11}) and in Poisson's ratio (ν_{12}) with growing crack density (ρ_s) is compared to experimental data for different decohesion lengths (μ) (Figure 11). The crack density is the number of cracks per unit area on the specimen edge. The crack density used in the numerical simulations may not be exactly equal to the crack densities at which the elastic properties have been measured experimentally. Therefore, since the numerically calculated trends of the elastic properties are continuous, the results are interpolated (lines connecting the numerically calculated values in Figure 11) before comparing them to the experimental values. The evolution trends of Young's modulus and of Poisson's ratio are in good agreement with the experimental data. Moreover, it is necessary to take into account the decohesions at the crack tips, otherwise the reduction of the properties would be underestimated. For example, the maximum reduction of Young's modulus observed experimentally is 5.82 $\pm$ 1.16 % at a crack density of $\rho_s = 0.92$ cracks.mm^{-2}. Without decohesions at the crack tips, the numerical model only yields a reduction of 3.28 % at that value of ρ_s. A decohesion length of $\mu = 0.07$ mm gives a better approximation of the measured Young's moduli and Poisson's ratios as a function of crack density.

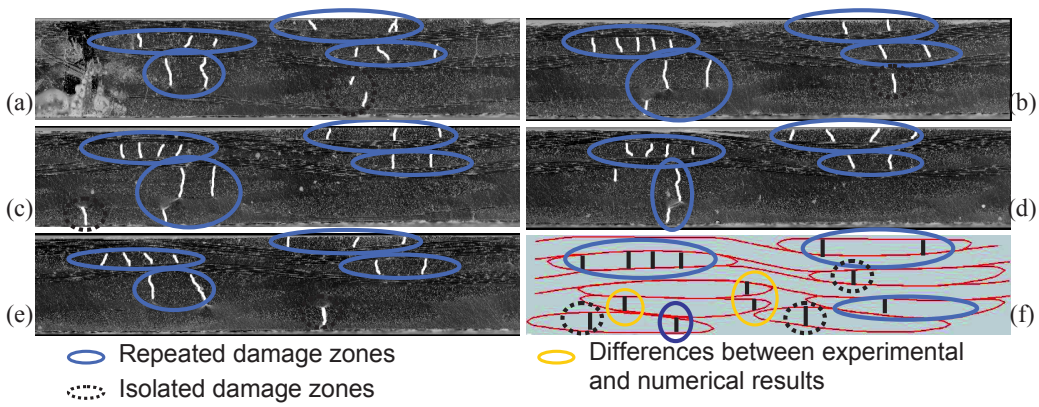


Figure 10: Comparison between the crack locations predicted using the failure criterion and experimental observations on the specimen edge: (a), (b), (c), (d), (e) experimental examinations in various areas (RUC size) on the specimen edge and (f) crack locations predicted through the failure criterion.

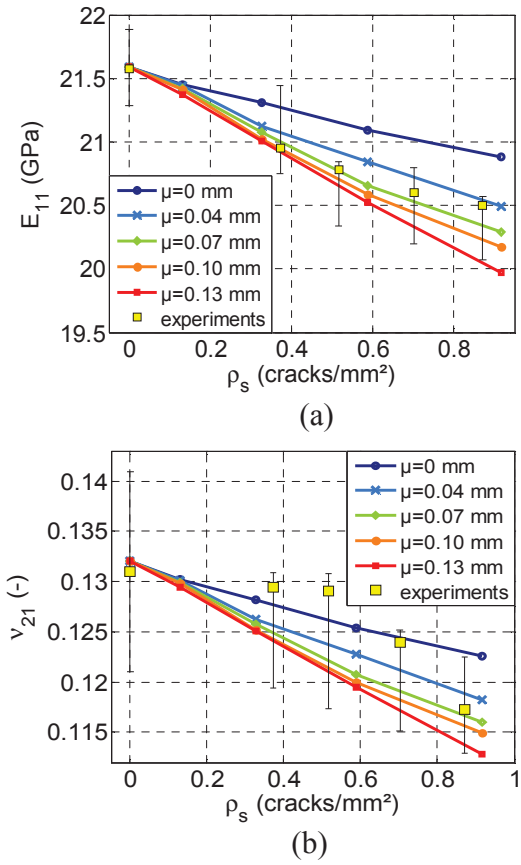


Figure 11: Comparison between experimental and numerical results of the effect of transverse cracks in the weft yarns on Young's modulus (a) and on Poisson's ratio (b) in the warp direction as a function of the crack density ρ_s and the decohesion length μ.

Microscope observations show that some intra-yarn transverse cracks are not exactly perpendicular to the loading direction, but slightly disoriented with a small tilt angle (Figure 2b). The reduction of the elastic properties as a function of the crack density has been calculated for a RUC with cracks perpendicular to the loading direction and compared to a RUC with tilted cracks, with a tilt angle varying from $-40°$ to $40°$ with respect to the normal to the composite surface. The differences obtained between the RUCs with perpendicular and tilted cracks are below 0.5% for E_{11}, 1.3% for ν_{12} and 2.2% for G_{12}. Therefore, we conclude that the crack tilt only has a minor influence on the in-plane homogenized macroscopic properties.

6. Conclusion

A strategy for the numerical modeling of damage at the mesoscopic scale of woven polymer matrix composites has been presented. The complex geometry of the reinforcement in the RUC is correctly described by modeling the dry fabric preforming before resin injection. A consistent FE mesh of a four-layered plain weave fabric with shifts between layers determined from experimental observations is used to model the mechanical behavior of the woven composite. The surface strain fields obtained numerically are in good agreement with the strain fields observed at the surface of the specimen.

Damage is introduced into the FE model of the RUC by inserting discrete cracks including decohesions at the crack tips in yarns transverse to the loading direction. The prediction of the location of damage is computed using a stress failure criterion able to take into account different damage mechanisms in yarns and matrix. The crack locations obtained with the FE model are quite similar to experimental

observations, even if some differences are observed. However, the stress criterion is only a necessary condition for a crack onset, but not a sufficient one, since crack onset is possible only if the energy release rate is also high enough. Therefore, a criterion based on both stress and energy will be used in future works. An energy-based error estimator will also be used to ensure the energetic convergence of the FE meshes.

The decrease in the homogenized in-plane macroscopic properties with damage growth is in good agreement with experimental data if decohesions at the crack tips are taken into account. In this article, the decohesion length has been assumed to be the same around each crack tip and the influence of this average length on the macroscopic properties has been studied. Future work will consist in applying fracture mechanics based methods together with numerical tools for the simulation of crack propagation to estimate quantitatively the size and shape of the decohesion zones. The crack orientation only has a minor influence on the in-plane macroscopic properties, but its effect on the out-of-plane properties still needs to be further studied. Using microscope observations, damage can only be characterized on the edge of the composite material, and additional experimental characterization (using for instance thermography or micro-computed tomography ($\mu - CT$)) will be required to better understand the damage mechanisms inside the material and to validate the modeling hypotheses, in particular the crack length along the yarns and the size of the decohesion zones.

References

[1] Mouritz A, Bannister M, Falzon P, Leong K. Review of applications for advanced three-dimensional fibre textile composites. Compos Part A 1999;30:1444-61.

[2] Hochard C, Aubourg PA, Charles JP. Modelling of the mechanical behaviour of woven-fabric CFRP laminates up to failure. Compos Sci Technol 2001;61:221-30.

[3] Barbero EJ, Lonetti P, Sikkil KK. Finite element continuum damage modeling of plain weave reinforced composites. Compos Part B 2005;37(23):137-47.

[4] Maire JF, Chaboche JL. A new formulation of continuum damage mechanics (CDM) for composite materials. Aerospace Science and Technology 1997;1(4):247-57.

[5] Marcin L. Modélisation du comportement, de l'endommagement et de la rupture de composites à renforts tissés pour le dimensionnement robuste de structures. Ph.D. Thesis, Université de Bordeaux 1, 2010. http://www.onera.fr/fr/publications-scientifiques.

[6] Rakotoarisoa C, Laurin F, Hirsekorn M, Maire JF, Olivier L. Development of a fatigue model for 3D woven polymer matrix composites based on a damage model. In Proceedings of ECCM15, Venice, Italy, 2011, paper 101.

[7] Olave M, Vanaerschot A, Lomov S, Vandepitte D. Internal geometry variability of two woven composites and related variability of the stiffness. Polym Compos 2012;33(8):1335-50.

[8] Lomov SV, Ivanov DS, Verpoest I, Zako M, Kurashiki T, Nakai H, Hirosawa S. Meso-FE modelling of textile composites: Road map, data flow and algorithms. Compos Sci Technol 2007;67(9):1870-91.

[9] Green SD, Matveev MY, Long AC, Ivanov D, Hallett SR. Mechanical modelling of 3D woven composites considering realistic unit cell geometry. Compos Struct 2014;118:284-93.

[10] Couegnat G. Approche multiéchelle du comportement mécanique de matériaux composites à renfort tissé. Ph.D. thesis, Université de Bordeaux 1, 2008. https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00403885/

[11] Verpoest I, Lomov SV. Virtual textile composites software WiseTex: Integration with micromechanical, permeability and structural analysis. Compos Sci Technol 2005;65:2563-74.

[12] Sherburn M. Geometric and mechanical modelling of textiles. Ph.D. thesis, The University of Nottingham, 2007. http://eprints.nottingham.ac.uk/10303/

[13] Adanur S, Liao T. 3D modeling of textile composite preforms. Compos Part B 1998;29:787-93.

[14] Grail G, Hirsekorn M, Wendling A, Hivet G, Hambli R. Consistent Finite Element mesh generation for meso-scale modeling of textile composites with preformed and compacted reinforcements. Compos Part A 2013;55:143-51.

[15] Lin H, Sherburn M, Crookston J, Long A, Clifford M, Jones I. Finite element modelling of fabric compression. Model Simul Mater Sci Eng 2008;16(3)035010(16pp).
[16] Nguyen QT, Vidal-Sallé E, Boisse P, Park CH, Saouab A, Breard J, Hivet G. Mesoscopic scale analyses of textile composite reinforcement compaction. Compos Part B 2012;44(1):231-41.
[17] Gao XL, Li K, Mall S. A mechanics-of-materials model for predicting Young's modulus of damaged woven fabric composites involving three damage modes. Int J Solids Struct 2003;40:981-99.
[18] Melro P, Camanho P, Andrade Pires FM, Pinho ST. Numerical simulation of the non-linear deformation of 5-harness satin weaves. Comput Mater Sci 2012;61(0):116-26.
[19] Daggumati S, Van Paepegem W, Degrieck J, Xu J, Lomov SV, Verpoest I. Local damage in a 5-harness satin weave composite under static tension: Part II Meso-FE modelling. Compos Sci Technol 2010;70:1934-41.
[20] Doitrand A, Fagiano C, Irisarri FX, Hirsekorn M. Comparison between voxel and consistent meso-scale models of woven composites. Compos Part A 2015;73:143-54.
[21] Zeng X, Brown LP, Endruweit A, Matveev M, Long AC. Geometrical modelling of 3D woven reinforcements for polymer composites: Prediction of fabric permeability and composite mechanical properties. Compos Part A 2014;56:150-60.
[22] Potter E, Pinho ST, Robinson P, Iannucci L, McMillan AJ. Mesh generation and geometrical modeling of 3D woven composites with variable tow cross-sections. Comput Mater Sci 2012;51(1):103-11.
[23] Stig F, Hallström S. A modelling framework for composites containing 3D reinforcement. Compos Struct 2012;94(9):2895-901.
[24] De Carvalho NV, Pinho ST, Robinson P. Numerical modelling of woven composites: biaxial loading. Compos Part A 2012;43(8):1326-37.
[25] Zako M, Uetsuji Y, Kurashiki T. Finite element analysis of damaged woven fabric composite materials. Comp Sci Technol 2003;63:507-16.
[26] Gorbatikh L, Ivanov D, Lomov SV, Verpoest I. On modelling of damage evolution in textile composites on meso-level via property degradation approach. Compos Part A 2007;38:2433-42.
[27] Römelt P, Cunnigham PR. A multi-scale finite element approach for modelling damage progression in woven composite structures. Compos Struct 2012;94(3):977-86.
[28] Le Page BH, Guild FJ, Ogin SL, Smith PA. Finite element simulation of woven fabric composites. Compos Part A 2004;35:861-72.
[29] Obert E, Daghia F, Ladevèze P, Ballere L. Micro and meso modeling of woven composites: Transverse cracking kinetics and homogenization. Compos Struct 2014;117:212-21..
[30] Lomov SV, Ivanov DS, Truong TC, Verpoest I, Baudry F, Vanden Bosche K, Xie H. Experimental methodology of study of damage initiation and development in textile composites in uniaxial tensile test. Compos Sci Technol 2008;68:2340-49.
[31] Daggumati S, De Baere I, Van Paepegem W, Degrieck J, Xu J, Lomov SV, Verpoest I. Local damage in a 5-harness satin weave composite under static tension: Part I Experimental analysis. Compos Sci Technol 2010;70(13):1926-33.
[32] De Carvalho NV, Pinho ST, Robinson P. An experimental study of failure initiation and propagation in 2D woven composites under compression. Compos Sci Technol 2011;71:1316-25.
[33] Böhm R, Hufenbach W. Experimentally based strategy for damage analysis of textile-reinforced composites under static loading. Compos Sci Technol 2010;70:1330-7.
[34] Lomov SV, Ivanov DS, Verpoest I, Zako M, Kurashiki T, Nakai H, Molimard J, Vautrin A. Full-field strain measurements for validation of meso-FE analysis of textile composites. Compos Part A 2008;39(8):1218-31.
[35] Koohbor B, Ravindran S, Kidane A. Meso-scale strain localization and failure response of an orthotropic woven glass-fiber reinforced composite. Compos Part B 2015;78:308-18.
[36] Flachaire E. Les méthodes du bootstrap dans les modèles de régression. Economie et prévision 2000;142:183-194.
[37] Karahan M, Lomov SV, Bogdanovich AE, Mungalov D, Verpoest I. Internal geometry evaluation of

non-crimp 3D orthogonal woven carbon fabric composite. Compos Part A 2010;41:1301-11.
[38] Chen B, Lang EJ, Chou TW. Experimental and theoretical studies of fabric compaction behavior in resin transfer molding. Mater Sci Eng 2001;317:188-96.
[39] Lomov SV, Verpoest I, Peeters T, Roose D, Zako M. Nesting in textile laminates: geometrical modelling of the laminate. Compos Sci Technol 2003;63:993-1007.
[40] John S, Herszberg I, Coman F. Longitudinal and transverse damage taxonomy in woven composite components. Compos Part B 2001;32(8):659-68.
[41] Ivanov DS, Baudry F, Van Den Broucke B, Lomov SV, Xie H, Verpoest I. Failure analysis of triaxial braided composite. Compos Sci Technol 2009;69(9):1372-80.
[42] Stig F, Hallström S. Spatial modelling of 3D-woven textiles. Compos Struct 2012;94(5):1495-502.
[43] Badel P. Analyse mésoscopique du comportement mécanique des renforts tissés de composites utilisant la tomographie aux rayons X. Ph.D. Thesis, INSA Lyon, 2008. http://theses.insa-lyon.fr/publication/2008ISAL0085/these.pdf
[44] Rocher JE, Allaoui S, Hivet G, Gillibert J, Blond E. Experimental characterization and modeling of GF/PP commingled yarns tensile behavior. J Compos Mater, 2015;49(21):2609-24.
[45] Chiaruttini V, Riolo V, Feyel F. Advanced remeshing techniques for complex 3D crack propagation. 13th International Conference on Fracture 2013, Beijing, China;1:547-55.
[46] Laurin F, Carrère N, Maire JF. A multiscale progressive failure approach for composite laminates based on thermodynamical viscoelastic and damage models. Compos Part A 2007;38(1):198-209.
[47] Chaboche JL, Lesne PM, Maire JF. Phenomenological damage mechanics of brittle materials with description of unilateral damage effects. US-Europe Workshop on Fracture and Damage in Quasibrittle Structures 1994, Prague, Czeck Rep, 75-84.
[48] Charrier JS. Développement de méthodologies dédiées à l'analyse robuste de la tenue de structures composites sous chargements complexes tridimensionnels. Ph.D. thesis, ENSAM Paris, 2013. http://www.onera.fr/fr/publications-scientifiques.
[49] Soden PD, Hinton MJ, Kaddour AS. Lamina properties, lay-up configurations and loading conditions for a range of fibre-reinforced composite laminates. Compos Sci Technol 1998;58:1011-22.
[50] Laurin F. Approche multiéchelle des mécanismes de ruine progressive des matériaux stratifiés et analyse de la tenue de structures composites. Ph.D. Thesis, University of Franche-Comté, 2005. http://www.onera.fr/fr/publications-scientifiques.

Damage onset modeling in woven composites based on a coupled stress and energy criterion

Aurélien Doitrand[a,], Christian Fagiano[a], Nicolas Carrère[b], Vincent Chiaruttini[a], Martin Hirsekorn[a]

[a] *ONERA - The French Aerospace Lab, F-92322 Châtillon, France*

[b] *LBMS, ENSTA Bretagne, Université de Brest, 2 rue F. Verny, F-29806 Brest Cedex, France*

Abstract

The crack onset configuration at damage onset in a four-layer plain weave glass fiber/epoxy matrix composite is studied at the mesoscopic scale using a coupled criterion based on both a stress and an energy condition. The possible crack shapes are selected based on optical microscope observations of damage mechanisms on a specimen edge during a tensile test. The crack location, length and orientation, the decohesion length and the strain at damage onset are determined. The damage onset strain is underestimated compared to the experimental value determined by acoustic emission if only a stress criterion is considered. The coupled stress and energy criterion leads to a more reasonable estimate of strain at damage onset.

Keywords: 1. Polymer matrix composites; 2. Finite element analysis; 3. Crack initiation;

1. Introduction

Textile composites are increasingly used for aeronautical and automotive advanced structural applications. An advantage of woven composites is the large variety of the fiber reinforcements, whose architecture can be varied throughout the structure. Therefore, fewer assembly operations are required compared to classical laminated composite structures, which reduces both production costs and the number of weak points in the structure.

Woven composites offer a high potential for material design, which can be optimized using design tools able to describe the evolution of the mechanical behavior from damage onset to final failure of the materials. Macroscopic phenomenological models have been developed for the prediction of damage evolution and failure in 2D [1, 2] and 3D [3, 4, 5, 6, 7] textile composites. However, expensive and time consuming experimental identifications of the model parameters are required. Moreover, these parameters have to be re-identified each time the fiber architecture or the constituents change. The number of tests may be reduced by using more predictive models at the mesoscopic scale, which take into account the fiber reinforcement architecture.

Different meso-scale approaches have been used to model the evolution of the material behavior with growing damage [8, 9, 10, 11, 12]. An analytical model using a damage mosaic laminate model was proposed by Gao *et al.* [8]. It allows the calculation of the effective Young's modulus of the damaged composite. However, yarn undulation, which has a significant influence on the damage location [11, 13], is not described by such a model. In most published studies, a Finite Element (FE) approach based on continuum damage mechanics (CDM) is used (*e.g.*, [9, 11, 14]). It consists in detecting damaged elements using a stress based failure criterion and reducing the local stiffness of these damaged elements with increasing loading. An advantage of this method is the ease of implementation in FE codes. However, erroneous damage propagation directions can be predicted with these models [14, 15]. Moreover, regularization methods [16, 17] are required in order to avoid damage pattern dependence on FE mesh, which leads to a non-local damage zone. In this case, a very small mesh size compared to the geometric

features of the composite meso-scale structure is required in order to describe the experimentally observed localized cracks, which may be computationally costly.

An approach, which is closer to experimental observations of damage at the meso-scale, is discrete damage modeling [10, 18, 19, 20], which consists in describing damage by inserting discrete cracks into the FE mesh. In order to determine the strain level at which a crack is generated and the location where it should be inserted in the FE mesh, a crack onset criterion is required. In most published works about damage modeling in textile composites, a stress based criterion is used [9, 11, 13, 14, 21]. It seems that such a criterion is satisfying to qualitatively determine the crack location [20, 21]. However, it has been shown that a stress criterion is only a necessary condition for damage onset, but not a sufficient one [22]. Indeed, an additional energy condition has to be used for a correct determination of the strain level and of the damage configuration at damage onset. A coupled criterion with stress and energy conditions has been widely used in 2D simulations in order to determine damage onset for different applications [23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32]. An extension to a 3D architecture has been proposed recently by Leguillon [33]. Martin *et al.* [32] used such a criterion to study the competition between penetration and deflection of a crack at an interface between two different materials. The same author also studied delamination onset in angle-ply laminates [25] and crack onset in the case of a composite plate with an open hole [26]. A coupled criterion has also been employed in order to determine damage onset [27, 28] in the case of a single lap joint. Mantič *et al.* [29, 30] used a coupled criterion in order to study fiber-matrix debonbing in composites at the microscopic scale. The assumptions formulated in these works for 2D applications of the coupled criterion are also valid for 3D applications, therefore the coupled criterion can be applied to predict damage onset in textile composites at the meso-scale.

In this work, we present a method to determine the strain level at damage onset and the associated crack configuration in a woven composite consisting of four layers of glass fiber plain weave and epoxy matrix. In Section 2, we present the damage mechanisms observed experimentally and a method to insert the observed cracks into a FE mesh of a mesoscopic Representative Unit Cell (RUC) of the studied composite. The stress and the energy conditions of the coupled criterion used for damage onset determination are presented in Section 3. Then, this criterion is applied in Section 4 in order to determine the crack location, length and orientation, the decohesion configuration and the strain at damage onset.

2. Discrete damage modeling

2.1. Damage mechanisms observed experimentally

The composite under investigation consists of an E-glass fiber plain weave fabric embedded in an Araldite LY564 epoxy matrix. The four layers of the fiber reinforcement were placed in a steel mold and compacted by tightening the screws that keep the mold closed. A rectangular specimen was tested under monotonic tensile loading in order to determine (i) the damage mechanisms through optical microscope observations on the specimen edge and (ii) the strain at damage onset by means of acoustic emission, as in references [12, 13].

The observed damage mechanisms are transverse yarn cracks that extend through the entire yarn thickness and decohesions at the interface between cracked yarns and overlapping yarns (Fig. 1a). Some yarn cracks are perpendicular to the loading direction (Fig. 1b) and others are inclined (Fig. 1c). Bilateral (Fig. 1b) and unilateral (Fig. 1c) decohesions are observed around the crack tips. The damage mechanisms in the material result in a spontaneous release of elastic strain energy that is partly dissipated as waves propagating through the material. These acoustic events were detected by sensors attached to the specimen. The damage onset strain level, $\epsilon_e^c = 6.10 \cdot 10^{-3}$, was determined as the strain for which the first acoustic events are detected (Fig. 2).

2.2. Discrete damage modeling

Discrete damage modeling at the meso-scale requires the generation of a FE mesh geometrically representative of the composite. It has been shown in several studies that the reinforcement architecture

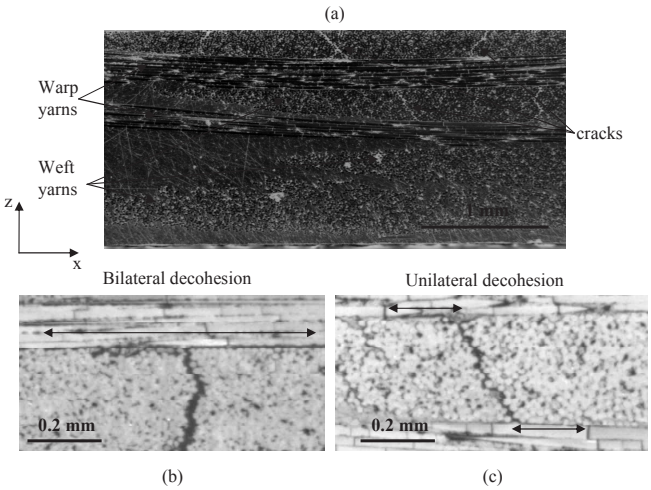


Figure 1: (a) Microscope observations of the edge of the specimen tested under tensile loading in direction of the warp yarns (x direction). (b,c) Zoom on damaged zones in weft yarns with different crack orientations and bilateral (b) and unilateral (c) decohesions.

of the composite influences damage onset and propagation [34, 35], as well as the energy release rate [18]. Therefore, it is essential to use a geometrical description and a mesh that are as close as possible to the real fiber reinforcement of the material. Such a geometry can be obtained by simulating the compaction of the dry fabric before resin injection. The method described in [20] is used in this work to generate a RUC containing a compacted and nested geometry of four layers of plain weave. Then, a FE mesh consistent with this geometry and conformal at the interfaces between yarns in contact and between the

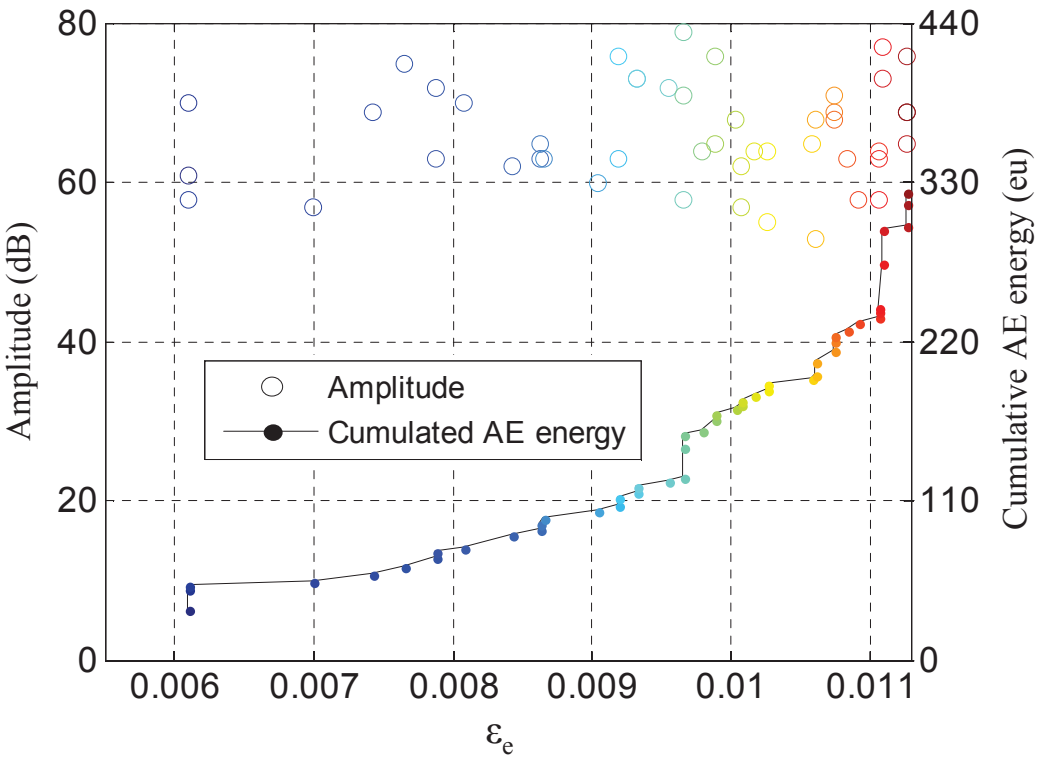


Figure 2: Strain at damage onset ($\epsilon_e^c = 6.10 \cdot 10^{-3}$) determined by acoustic emission: amplitude and cumulative energy as a function of the strain measured experimentally ϵ_e.

reinforcement and its matrix complement is obtained using the algorithm developed by Grail *et al.* [36] (Fig. 3a-b). An advantage of this method compared to voxel meshes [20, 37, 38] is that the discretized model is close to the initial geometry and contains smooth yarn surfaces. Moreover, the FE mesh is adapted for modeling damage observed experimentally such as decohesion between yarns, which would not be possible with a matrix layer between the yarns, as in [11, 14, 39, 40].

Discrete damage modeling consists in remeshing locally an undamaged mesh (Fig. 3c) in order to represent a crack by the remeshed element faces and then doubling the nodes at the crack surface. The remeshing is done using tools initially developed by Chiaruttini *et al.* [41] for crack propagation simulation in metallic structures. The crack surface is inserted into the RUC mesh (Fig. 3d) using the mesh intersection algorithm detailed in [41]. For the sake of clarity, the mesh element outline has been removed in Fig. 3c and d.

3. A coupled criterion for crack onset

Crack onset requires two separate conditions that must be fulfilled. On the one hand, stress must be sufficiently high to damage the material. On the other hand, sufficient energy is required in order to open a crack. Let $d = (d_1, .., d_n)$ be the parameters describing the crack shape (*e.g.* its position, its length, its orientation with respect to the loading direction, *etc*). The objective is to determine a set of parameters that describes a crack at damage onset that fulfills both the stress and the energy conditions.

3.1. Energy condition

An energy balance between an elastic state before any crack growth and after a crack onset of area ΔS leads to:

$$\Delta W + \Delta W_k + G^c \Delta S = 0 \tag{1}$$

where ΔW is the change in potential energy, ΔW_k the change in kinetic energy and $G^c \Delta S$ the fracture energy (G^c is the critical energy release rate of the material). The condition $\Delta W_k \geq 0$ implies

$$-\Delta W \geq G^c \Delta S \tag{2}$$

The energy condition compares the difference between the potential energy of the undamaged state, $W(0)$, and that of the cracked state, $W(d)$, with the energy required to open the crack specified by d (Eq. 3).

$$-\Delta W = W(0) - W(d) = \Delta S \cdot h \cdot E^{eq} \cdot A(d) \cdot \epsilon^2 \geq \Delta S \cdot G^c \tag{3}$$

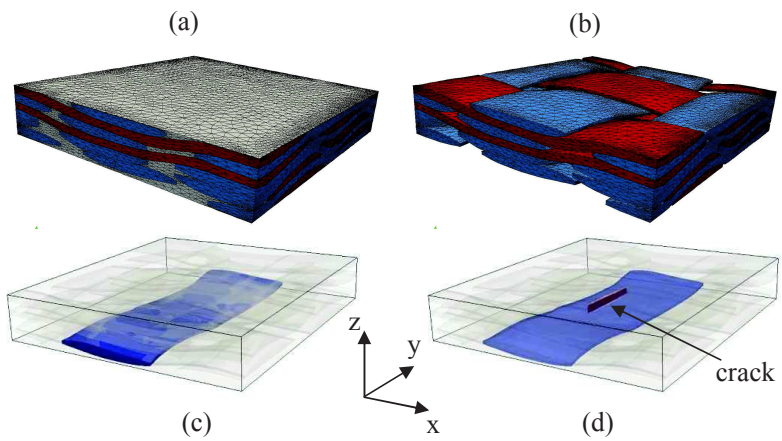


Figure 3: Representative Unit Cell of the composite under investigation: (a) mesh of the RUC, (b) mesh of the yarns only, weft yarn (in purple) under consideration in (c) the undamaged state and (d) the damaged state where a discrete crack (in red) is inserted in the mesh.

Under the assumption of elasticity, the potential energy of both the undamaged and the damaged material (and hence their difference ΔW) is proportional to the square of the applied global strain ϵ. Through normalization by some material specific parameters h and E^{eq}, a dimensionless function $A(d)$ (the normalized incremental energy release rate [24, 27]) can be defined, which only depends on the RUC geometry and on the crack parameters d. h is a characteristic length of the geometry (for example the specimen thickness). The equivalent elastic modulus E^{eq} can be chosen equal to the yarn transverse modulus (the role of h and E^{eq} is to normalize the energy release rate and their choice does not have any influence on the final result). $A(d)$ can be determined by generating response surfaces of the potential energy balance, ΔW, to the varying parameters $(d_1, .., d_n)$ by means of FE calculations in the corresponding damaged RUCs. In order to open a crack described by the set of parameters d, the released potential energy, ΔW, must be equal or higher than the energy required to generate the crack surface: $\Delta S \cdot G^c$. The strain at damage onset as a function of the crack parameters determined by the energy criterion is thus given by:

$$\epsilon^c_{energy}(d) = \sqrt{\frac{G^c}{A(d) \cdot E^{eq} \cdot h}} \tag{4}$$

3.2. Stress condition

The stress condition states that a failure criterion $f = f(\underline{\underline{\sigma}})$ must be fulfilled (*i.e.* $f \geq 1$) in a zone covering the whole area of the crack nucleation. The failure criterion used in this work was initially developped for UD plies in a composite laminate [42]. In this model, different damage modes are taken into account: (1) fiber breaking, (2) transverse and (3) out-of plane matrix cracking. Since, for the material under investigation, damage onset consists in a transverse yarn crack that can be accompanied by decohesions at the crack tip, damage modes 2 and 3 are respectively taken into account for transverse yarn crack and decohesions. The criteria f_c and f_d for modes 2 and 3, respectively, are given in Eq 5 and 6. The transverse failure mode (mode 2) has already been used in [12, 20] in order to predict damage onset in woven composites, but without considering an energy condition.

$$f_c = (\frac{<\sigma_{22}>^+}{Y_t})^2 + (\frac{\tau_{12}}{S^R_{12}(1 - p_{12}\sigma_{22})})^2 + (\frac{\tau_{23}}{S^R_{23}(1 - p_{23}(\sigma_{22} + \sigma_{33}))})^2 \tag{5}$$

$$f_d = (\frac{<\sigma_{33}>^+}{Z_t})^2 + (\frac{\tau_{13}}{S^R_{13}(1 - p_{13}\sigma_{33})})^2 + (\frac{\tau_{23}}{S^R_{23}(1 - p_{23}(\sigma_{22} + \sigma_{33}))})^2 \tag{6}$$

Direction 1 is the direction of the fibers in the yarn local frame and directions 2 and 3 define the transverse isotropy plane, direction 2 being orthogonal to the crack plane. Y_t and Z_t are the transverse and out-of-plane tensile strength. S^R_{12}, S^R_{13} and S^R_{23} are the shear strengths. p_{12}, p_{13} and p_{23} are shape parameters that take into account coupling between compressive and shear stresses. These parameters can be directly determined from the transverse compressive ply strength Y_c [42]. Since the yarn behavior is transverse isotropic, the transverse and out-of-plane strengths are equal ($Y_t = Z_t$) [43], as well as the shear strengths ($S^R_{12} = S^R_{13}$) and the shape parameters ($p_{12} = p_{13} = p_{23}$). The values of the different parameters used are summarized in Table 1. Damage occurs when any of both criteria becomes greater than 1, the local damage is thus given by the criterion (f_c or f_d) that is maximum.

3.3. Application of the coupled criterion

The crack configuration at damage onset can be determined as the set of parameters $(d_1, .., d_n)$ for which the stress and the energy conditions are fulfilled, minimizing the strain at damage onset. In practice, the stress condition is determined by one linear elastic calculation on the undamaged RUC and the energy condition is computed by linear elastic FE calculations in several damaged RUC with different crack configurations (*i.e.* by varying $(d_1, .., d_n)$). It can be noted that the potential energies, $W(0)$ and $W(d)$, are calculated using meshes containing, respectively, an undamaged or a cracked yarn and having exactly the same topology. These meshes only differ because the nodes describing the crack surface are

doubled in the cracked mesh. For all the calculations, periodic boundary conditions, as described in [14], are applied in the fabric plane directions of the RUC, whereas the top and bottom surfaces are left free in order to correctly represent the boundary conditions applied to the composite specimen during a tensile test. The matrix behavior is supposed to be linear elastic, and the mechanical properties provided by the manufacturer are: Young's modulus $E_m = 3.2$ GPa and Poisson's ratio $\nu_m = 0.35$. The yarn behavior is obtained by micro-meso homogenization, as *e.g.* in [11], using $E_f = 73.6$ GPa [44] and $\nu_f = 0.3$ for the fibers. The fiber volume fraction in the yarns is chosen in order to obtain an overall fiber volume fraction in the RUC similar to the fiber volume fraction in the real composite. A transverse isotropic elastic behavior is obtained for the yarns, with $E_l = 41.0$ GPa, $E_t = 9.79$ GPa, $\nu_{tt} = 0.424$, $\nu_{lt} = 0.320$ and $G_{lt} = 7.21$ GPa, where the index l refers to the fiber direction and the index t to the transverse direction. The local orientation of the yarn material is calculated separately at each integration point through orthogonal projection of its position on the neutral line of the yarn. The tangent to the neutral line at the projected point defines the axis of transverse isotropy of the yarn material (the fiber direction) at the integration point. The material parameters used in the coupled criterion are given in Table 1. The critical energy release rate G^c is supposed to be a material constant, independent of the fracture mode mixity.

E^{eq}	h	G^c [45]	Y_t [46]	S_{12}^R [46]	S_{23}^R [46]	p_{12} [42]
GPa	mm	N/mm	MPa	MPa	MPa	MPa^{-1}
9.79	1.68	0.118	35	72	45	8.8 10^{-3}

Table 1: Values of the material parameters used in the coupled criterion.

4. Damage onset prediction in a woven composite

The criterion presented in the previous section is used in this section in order to determine a crack configuration at damage onset. Since the crack shape is not known *a priori*, hypotheses can be formulated in order to limit the number of possible crack configurations at damage onset and, therefore, the number of calculations required to compute the coupled criterion. The first hypothesis is that the crack plane is parallel to the fiber direction. This is justified by the fact that the fiber strength is much higher than the matrix strength. Therefore, the parameters describing the crack are (i) the position in the yarn, (ii) the crack dimensions, (iii) the angle of the normal to the crack plane with respect to the loading direction and (iv) the decohesion configuration.

4.1. Crack dimensions

In order to limit the number of calculations, we first assume that the crack plane is normal to the loading direction. The influence of the crack orientation will be studied in Section 4.3. In published studies concerning woven composite modeling at the meso-scale, damage onset location is usually detected using only a stress criterion. However, fulfilling the stress criterion is only a necessary condition. Crack onset also requires that the energy criterion is fulfilled for a crack covering a zone where the stress criterion is fulfilled everywhere. If the stress criterion is dominant, the crack shape will thus be given by the area where $f_c \geq 1$. The stress criterion on the yarn surface is shown in Fig. 4 for an applied strain of $6.8 \cdot 10^{-3}$ (as is shown below, this is the minimum strain at which the energy criterion is fulfilled for a crack located at the maximum of the stress criterion (Point C in Fig 4a)). It can be seen from Fig. 4b that the areas where $f_c \geq 1$ have roughly the shape of semi-ellipses in the plane perpendicular to the loading direction located at the point C. We therefore start our analysis with a small semi-elliptical (half axes 0.07mm and 0.5mm) crack perpendicular to the loading direction located around point C. The strain required to fulfill the stress criterion on the whole surface of the crack in the undamaged material is $\epsilon = 2.9 \cdot 10^{-3}$. The insertion of such a crack decreases the potential energy by $\Delta W = 3.52 \cdot 10^{-4}$N.mm. However, the energy

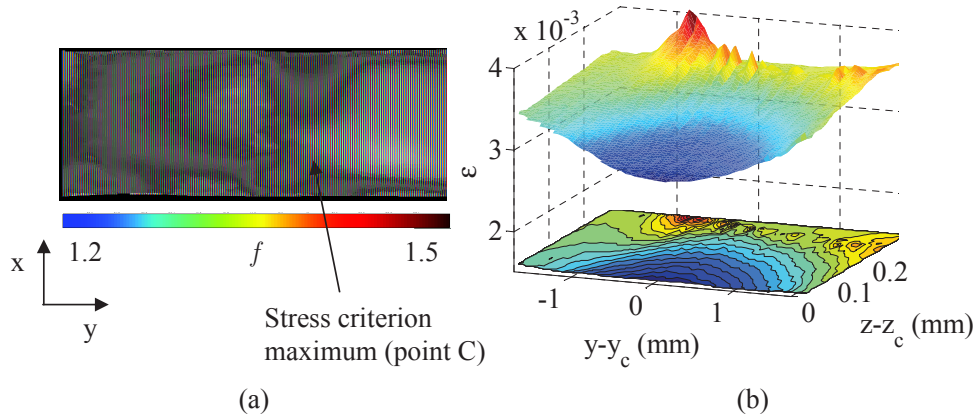


Figure 4: (a) Stress criterion on the yarn surface for a loading strain of $\epsilon = 6.8 \cdot 10^{-3}$. Its maximum is located at the point C(x_c, y_c, z_c). (b) Loading strain for which the stress criterion locally reaches 1 on a plane perpendicular to the loading direction passing through C.

required to open this crack is: $\Delta S \cdot G^c = 1.3 \cdot 10^{-2}$. This energy would only be released at a much higher strain: $\epsilon = 17.7 \cdot 10^{-3}$. At this strain level, the stress criterion would be fulfilled in a much larger zone. We therefore repeated this analysis for the strains at which the stress criterion is fulfilled respectively in areas covering half and the whole yarn thickness ($\epsilon = 3.1 \cdot 10^{-3}$ and $\epsilon = 3.5 \cdot 10^{-3}$). Even for the latter case, the energy criterion is only fulfilled at a much larger strain ($\epsilon = 9.4 \cdot 10^{-3}$) than the stress criterion ($\epsilon = 3.5 \cdot 10^{-3}$). The results are summarized in Table 2. The strain required to fulfill the energy criterion decreases with increasing crack size. Therefore, we conclude that the crack at damage onset, for which both the stress and the energy criteria must be fulfilled, must extend through the whole thickness of the yarn, as observed experimentally. García *et al.* [47, 48] showed that theoretically speaking the extension of a crack after the onset is slightly smaller than the yarn extension. However, the difference is very small (about a few fibre diameters) compared to the yarn width.

Crack	Small axis (mm)	Large axis (mm)	Area (mm^2)	Loading strain	Strain to fulfill the energy criterion
Small	0.07	0.5	0.11	$2.9 \cdot 10^{-3}$	$17.7 \cdot 10^{-3}$
Half thickness	0.13	1.	0.41	$3.1 \cdot 10^{-3}$	$13.0 \cdot 10^{-3}$
Whole thickness	0.3	1.5	1.40	$3.5 \cdot 10^{-3}$	$9.4 \cdot 10^{-3}$

Table 2: Dimensions of the three cracks with a semi-elliptical shape and corresponding strain loadings needed to reach the stress criterion on the whole crack surface.

Therefore, the following analyses are based on cracks that extend through the whole yarn thickness with straight crack fronts. We first assume that no decohesions are present at the crack tip (this aspect will be addressed in Section 4.4) and that the crack is still perpendicular to the loading direction. In this case, the crack can be described by a single parameter, its length d_c.

Several calculations were carried out in a damaged RUC with different crack lengths, and the normalized incremental energy release rate and the strain at damage onset were calculated using the energy criterion (Equation 4) for every crack length. Their evolution as a function of the crack length is plotted in Fig. 5. It can be noted that $A(d)$ reaches a maximum for a $d_s^* = 3.4$mm crack length, corresponding to a damage onset strain: $\epsilon^s_{energy} = 6.8 \cdot 10^{-3}$. Since, at this minimum strain, the stress criterion is fulfilled on the corresponding crack area, the crack length at damage onset is given by the length d_s that maximizes $A(d)$ (respectively minimizes ϵ_{energy}) [31]. In fact, at this minimum strain for damage onset obtained with the energy criterion, the stress criterion is fulfilled everywhere in the whole yarn (minimum $1.17 \cdot 10^{-3}$, see Fig 4a). The stress criterion thus allows damage onset also at another position in the yarn,

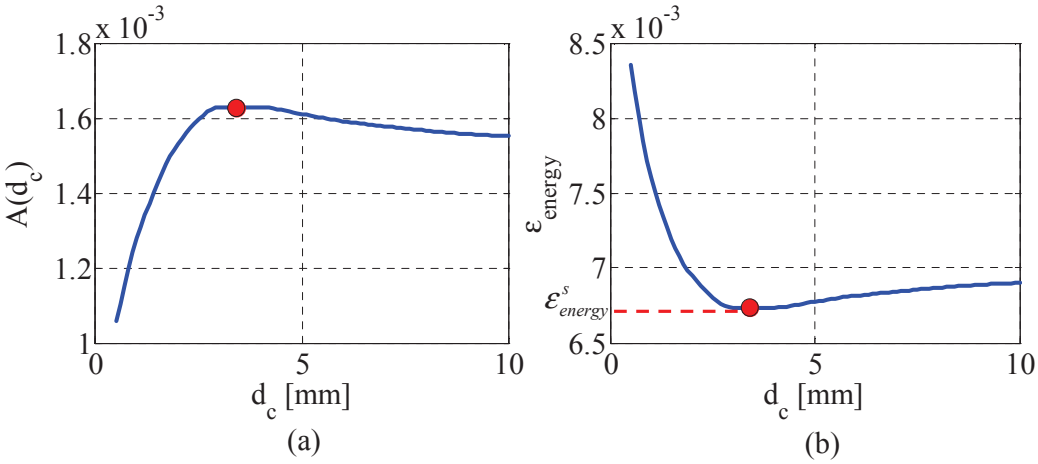


Figure 5: (a) Normalized incremental energy release rate and (b) strain at damage onset calculated with the energy criterion as a function of the crack length d_c for cracks located around the local maximum of the stress criterion.

not only at its local maximum. In the studied case, the energy criterion determines the strain at damage onset, the location and the crack length being determined by minimizing this strain over the whole yarn, which is typical for tough configurations [48].

4.2. Crack length and location

Based on the results presented in the previous section, the crack is supposed to extend to the whole yarn thickness. We first study the case of a crack plane perpendicular to the loading direction. Hence, the crack is described by the parameter set $d = (x, y, d_c)$ where d_c is the crack length and (x,y) the crack location. For several lengths between 0.05mm and 5mm, a discrete crack is inserted into the mesh at different positions covering the whole yarn. Then, the strain at damage onset is obtained with the energy criterion (Equation 4) for each location and length. Fig. 6a shows, for the studied crack lengths, the minimum strain at damage onset obtained by inserting a crack of the respective length at different positions in the yarn. Fig. 6b shows, for each crack position in the yarn, the minimum strain at damage onset obtained by varying the crack length. It should be noted that the damage onset strain reaches a minimum, $\epsilon^c_{energy} = 6.37 \cdot 10^{-3}$, for a $d^*_c = 2.02$mm crack length and a crack centered at $(x*, y*) = (3.57\text{mm}, 5.13\text{mm})$. This minimum is smaller than that obtained for cracks centered at the maximum of the stress criterion. In fact, the crack center is located close to, but not exactly at the

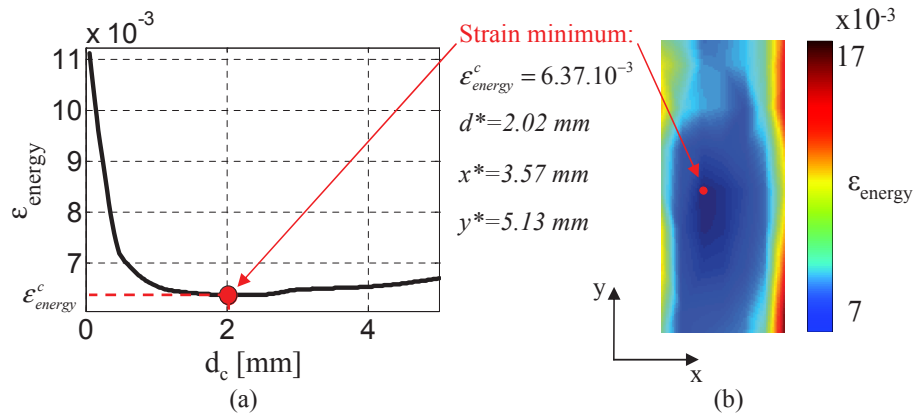


Figure 6: (a) Minimum of the strain at damage onset over the yarn as a function of the crack length d_c. (b) Damage onset strain distribution in the yarn for the crack length minimizing locally the damage onset strain.

maximum of the stress criterion ($x_c = 3.31$mm, $y_c = 6.42$mm). The energy criterion thus provides the strain at damage onset, as well as the length and the location of the corresponding crack (Fig. 6b). Fig. 7 shows the value of the stress criterion over an area corresponding to the crack located at $(x*, y*)$ and of length d_c^* for a global strain: $\epsilon = \epsilon_{energy}^c = 6.37\ 10^{-3}$. Since it is reached ($f_c \geq 1$) over the whole area, both the stress and the energy conditions are fulfilled at $\epsilon = \epsilon_{energy}^c$, and this strain is the minimum strain for which both conditions are fulfilled.

4.3. Crack orientation

As shown in Section 2.1, some transverse yarn crack normals are disoriented with respect to the loading direction. The crack orientation can be estimated by applying the energy criterion to a set of cracks with different orientations. The released potential energy is calculated using the method described in Section 3.3 for several cracks at different orientations from $\theta = -45°$ to $\theta = 45°$. The crack length and position are the same as those identified in Section 4.2. The orientation that minimizes the strain at damage onset is $\theta^* = 0°$. Therefore, the crack is preferientially perpendicular to the loading direction. In this case, the crack orientation has been determined separately from the crack length. The validity of this parameter separation will be discussed in Section 5.

4.4. Decohesion configuration

As shown in Section 2.1, transverse yarn cracks are often accompanied by decohesions between overlapping yarns. At a $\epsilon = \epsilon_{energy}^c = 6.37 \cdot 10^{-3}$ global strain, for which the onset of a transverse yarn crack without decohesion is predicted by the coupled criterion (see Section 4.2), the stress criterion is not fulfilled at the yarn interface around the crack tip in the undamaged RUC (a maximum of $f_d = 0.43 < 1$ is reached on the yarn surface). Therefore, the imposed loading is not sufficient to generate decohesions, so that, at damage onset, a transverse yarn crack nucleates without decohesion. However, as soon as the crack is nucleated, the stress becomes singular at the crack tip. Therefore, after the crack onset, the stress criterion can be reached at the interface between the yarns close to the crack tip, which allows decohesion nucleation. Martin *et al.* [32] showed that the decohesion can even nucleate before the crack tip has reached the interface. For simplicity purposes, this configuration will not be studied in this work; therefore, the decohesion is supposed to be generated only when the crack is extended to the whole yarn thickness. The length of the decohesion that appears immediately after the crack onset can be estimated

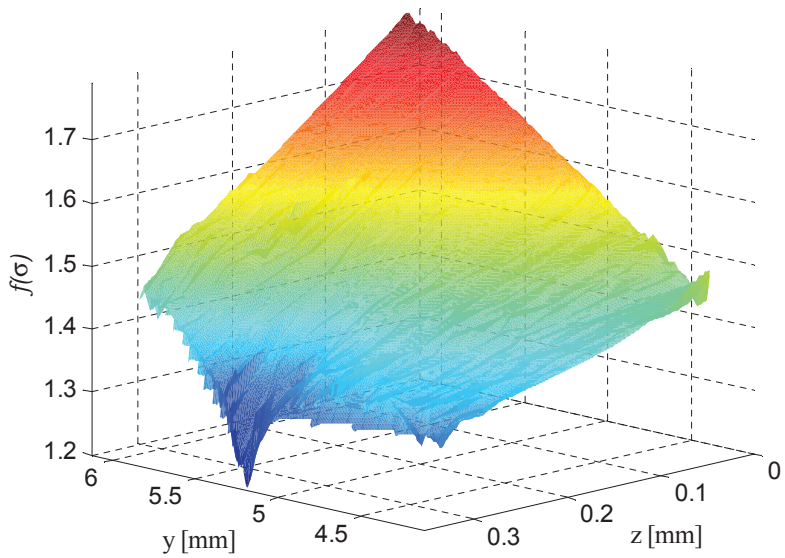


Figure 7: Failure criterion distribution over the area in the undamaged RUC corresponding to the crack surface determined using the energy criterion.

by applying the energy criterion to a set of transverse yarn cracks and decohesions around the crack tip. In this case, the energy balance is established between the state with a transverse crack and a decohesion and the state with a transverse crack only. The released potential energy is calculated using the method described in Section 3.3 for the crack at different orientations studied in Section 4.3, with decohesions of a total length between 0.01mm and 0.18mm symmetrical about the crack tip. The strain required to fulfill the energy criterion is calculated using Eq. 4 for each crack configuration. The evolution of this strain as a function of the decohesion length, μ, and the angle, θ, between the crack normal and the applied loading direction, is presented in Fig 8. It can be seen that for any decohesion length, the strain is minimized for the same crack orientation of $\theta = 0°$ (Fig. 8a). For a given orientation, the energy condition indicates that the smaller the decohesion length, the smaller the onset strain (Fig. 8b). However, the onset strain must be at least equal to ϵ^c_{energy}, otherwise the transverse crack does not nucleate and the stress criterion is not fulfilled at the yarn interface. At this strain level, the released energy is sufficient to generate a decohesion of length: $\mu* = 0.09$mm (Fig. 8b). A decohesion of this length is therefore expected to be generated instantaneously after the nucleation of the associated transverse yarn crack. Similar strains fulfilling the energy criterion as a function of decohesion length and crack orientation are obtained in the case of unilateral decohesions. In this case, we can therefore not draw any conclusion about which crack configuration (bilateral or unilateral) is prefered.

5. Discussions

5.1. Crack localization

In most published studies on woven composite materials, the location of damage onset is usually determined using a stress criterion [11, 12, 13, 14, 20, 21], which seems to provide a correct qualitative estimate of the crack location observed experimentally [20, 21]. In the present study, the crack location obtained with the stress criterion ($(x_c, y_c) = (3.31\text{mm}, 6.42\text{mm})$) is about 1.3mm away from the crack location obtained with the coupled criterion. Most of this distance is in the fiber direction, *i.e.*, paralell to the crack plane. In the studied case, the stress criterion gives therefore a relatively accurate estimate of the location of the crack plane (a distance $\Delta x = 0.26$mm from the plane predicted by the coupled criterion, the yarn width being 3.6mm) but the crack is not centered around the maximum of the stress criterion. However, the damage onset strain, obtained using only the stress criterion, is $\epsilon_s = 2.7 \cdot 10^{-3}$, which is about 60% lower than the strain obtained with the coupled criterion ϵ^c_{energy} and about 55% lower than the experimentally measured damage onset strain ($\epsilon^c_e = 6.1 \cdot 10^{-3}$). The damage onset strain obtained by minimizing ϵ_{energy} as a function of the crack length at the location determined by the stress

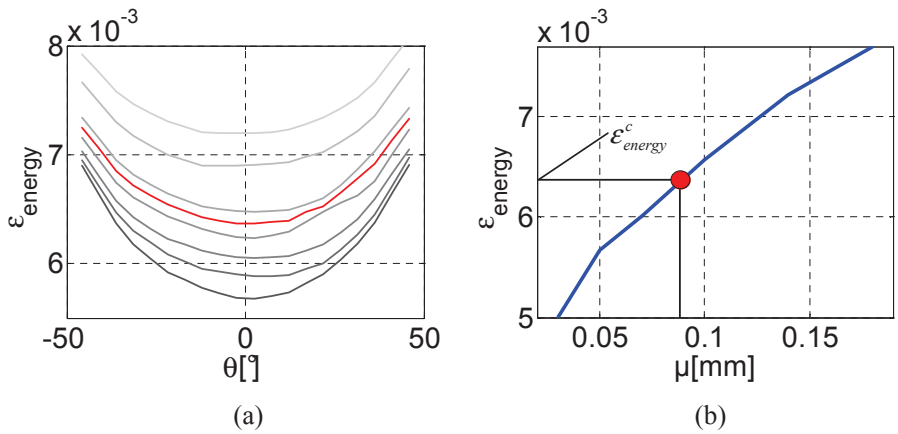


Figure 8: Damage onset strain as a function of (a) the crack angle for different decohesion lengths between 0.01 and 0.18mm (the red curve corresponds to the case of a crack without decohesion) and of (b) the decohesion length for a given crack angle $\theta = 0°$.

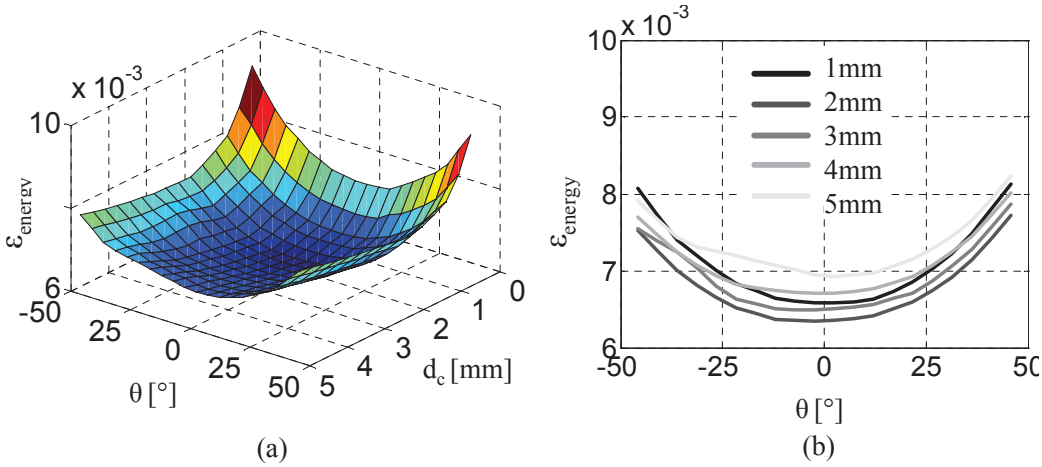


Figure 9: (a) 3D and (b) 2D vizualisations of damage onset strain (ϵ_{energy}) as a function of the crack length d_c and the crack angle θ.

criterion is $\epsilon^s_{energy} = 6.8 \cdot 10^{-3}$, which is about 7% higher than ϵ^c_{energy}. The corresponding crack length is $d^*_s = 3.4$mm, which is much longer than the length of the crack minimizing ϵ^c_{energy} over the whole yarn ($d_c* = 2.02$mm). Hence, the stress criterion without the energy condition yields a strain at damage onset that is much lower than the strain detected experimentally through acoustic emission monitoring. Taking into account both the stress and the energy conditions, a strain much closer to the experimental measurement is obtained.

Nevertheless, we have to point out that the available data does not allow an exact quantitative comparison with experimental data, due to the uncertainties in some of the material parameters used in the model. For example, the fiber Poisson's ratio or the critical energy release rate of the yarn cannot be easily obtained experimentally and are taken from published studies on similar materials. For instance, the value of G^c in a yarn has been determined for a glass/epoxy UD ply with similar constituents [45]. A second point is that in the real material, there may be defects, porosity, or local variations in the reinforcement architecture that may influence damage onset and that are not taken into account in the model. Therefore, for a given set of material parameters, the strain at damage onset is rather overestimated compared to a real material with the same mechanical properties.

5.2. Parameter separation

The application of the coupled criterion requires a large number of calculations in order to compute the energy criterion as a function of the parameters describing a crack. The number of calculations grows exponentially with the number of parameters describing the crack. Therefore, uncoupling some parameters in the minimization of the damage onset strain would greatly reduce the computational cost. Although the crack length cannot be determined separately from the crack location in the yarn, the crack orientation has been decoupled from the remaining parameters in the analysis presented in Section 4. In order to confirm this hypothesis, the damage onset strain has been calculated as a function of the crack length and of the crack orientation for cracks centered at $(x*, y*)$. The results are presented in Fig 9, which indicates that the evolution of the damage onset strain with the crack orientation is independent of the crack length, and vice versa. As explained in Section 4.4, for the material under consideration, decohesions are only generated once a transverse crack is already nucleated. Therefore, the decohesion configuration can be determined separately from the transverse crack configuration.

6. Conclusion

The classical approach for damage onset prediction in woven composites with a stress criterion leads to an underestimate of the strain at damage onset. A more reasonable estimate is obtained by coupling stress

and energy conditions, which also allows the determination of the crack configuration (location, length, orientation and decohesion length). The number of calculations required to determine the configuration of a crack at damage onset grows, in theory, exponentially with the number of parameters describing the crack, which can be computationally expensive. However, the number of calculations may be reduced by uncoupling some parameters. To the authors' knowledge, this is the first time that a coupled criterion with a stress and an energy condition has been applied to a complex 3D case of a woven composite. Future work will cover the determination of damage mechanism kinetics in woven composites using the presented approach for multiple cracks, as well as a study of the influence of the material parameter variability on the prediction of damage onset.

References

[1] Hochard C, Aubourg PA, Charles JP. Modelling of the mechanical behaviour of woven-fabric CFRP laminates up to failure. Compos Sci Technol 2001;61:221-30.

[2] Barbero EJ, Lonetti P, Sikkil KK. Finite element continuum damage modeling of plain weave reinforced composites. Compos Part B 2005;37(23):137-47.

[3] Maire JF, Chaboche JL. A new formulation of continuum damage mechanics (CDM) for composite materials. Aerospace Sci Technol 1997;1(4):247-57.

[4] Marcin L, Carrère N, Maire JF. A macroscopic visco-elastic-damage model for three dimensional woven fabric composites. In Proceedings of ECCM13 - 13th European Conference on Composite Materials, Stockholm, Sweden, 2008.

[5] Rakotoarisoa C, Laurin F, Hirsekorn M, Maire JF, Olivier L. Development of a fatigue model for 3D woven polymer matrix composites based on a damage model. In Proceedings of ECCM15 - 15th European Conference on Composite Materials, Venice, Italy, 2011, paper 101.

[6] Elias A, Kaminski M, Laurin F, Gornet L. Study of low velocity impact defects in organic interlock woven composite. In Proceedings of ECCM 16 - 16th European Conference on Composite Materials, Seville, Spain, 2014.

[7] Hurmane A, Irisarri FX, Laurin F, Leclercq S, Benzeggagh M. Strength analysis of woven interlock composites subjected to compressive loading: experiments and simulations. In Proceedings of ECCM 16 - 16th European Conference on Composite Materials, Seville, Spain, 2014.

[8] Gao XL, Li K, Mall S. A mechanics-of-materials model for predicting Young's modulus of damaged woven fabric composites involving three damage modes. Int J Solids Struct 2003;40:981-99.

[9] Zako M, Uetsuji Y, Kurashiki T. Finite element analysis of damaged woven fabric composite materials. Comp Sci Technol 2003;63:507-16.

[10] Couegnat G. Approche multiéchelle du comportement mécanique de matériaux composites à renfort tissé. Ph.D. thesis, Université de Bordeaux 1, 2008. https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00403885/.

[11] Melro P, Camanho P, Andrade Pires FM, Pinho ST. Numerical simulation of the non-linear deformation of 5-harness satin weaves. Comput Mater Sci 2012;61(0):116-26.

[12] Doitrand A, Fagiano C, Chiaruttini V, Leroy FH, Mavel A, Hirsekorn M. Experimental characterization and numerical modeling of damage at the mesoscopic scale of woven polymer matrix composites under quasi-static tensile loading. Compos Sci Technol 2015;119:1-11.

[13] Daggumati S, Van Paepegem W, Degrieck J, Xu J, Lomov SV, Verpoest I. Local damage in a 5-harness satin weave composite under static tension: Part II Meso-FE modelling. Compos Sci Technol 2010;70:1934-41.

[14] Lomov SV, Ivanov DS, Verpoest I, Zako M, Kurashiki T, Nakai H, Hirosawa S. Meso-FE modelling of textile composites: Road map, data flow and algorithms. Compos Sci Technol 2007;67(9):1870-91.

[15] Gorbatikh L, Ivanov D, Lomov SV, Verpoest I. On modelling of damage evolution in textile composites on meso-level via property degradation approach. Compos Part A 2007;38:2433-42.

[16] Allix O, Feissel P, Thevenet P. A delay damage mesomodel of laminates under dynamic loading: basic aspects and identification issues. Comput Struct 2003;81:1177-91.

[17] Maimí P, Camanho PP, Mayugo JA, Davila CG. A continuum damage model for composite laminates: Part II Computational implementation and validation. Mech Mater 2007;39:909-19.
[18] Le Page BH, Guild FJ, Ogin SL, Smith PA. Finite element simulation of woven fabric composites. Compos Part A 2004;35:861-72.
[19] Obert E, Daghia F, Ladevèze P, Ballere L. Micro and meso modeling of woven composites: Transverse cracking kinetics and homogenization. Compos Struct 2014;117:212-21.
[20] Doitrand A, Fagiano C, Irisarri FX, Hirsekorn M. Comparison between voxel and consistent meso-scale models of woven composites. Compos Part A 2015;73:143-54.
[21] Faes JC, Rezaei A, Van Paepegem W, Degrieck J. Accuracy of 2D FE models for prediction of crack initiation in nested textile composites with inhomogeneous intra-yarn fiber volume fractions. Compos Struct 2015; In Press, Accepted Manuscript. doi:10.1016/j.compstruct.2015.12.024.
[22] Leguillon D. Strength or Toughness? A criterion for crack onset at a notch. Eur J Mech A/Sol 2002;21:61-72.
[23] Leguillon D, Martin E, Sevecek O, Bermejo R. Application of the coupled stress-energy criterion to predict the fracture behaviour of layered ceramics designed with internal compressive stresses. Eur J Mech A/Sol 2015;54:94-104
[24] Martin E, Leguillon D, Lacroix C. A revisited criterion for crack deflection at an interface in a brittle material. Compos Sci Technol 2001;61:1671-79.
[25] Martin E, Leguillon D, Carrère N. A twofold strength and toughness criterion for the onset of free-edge shear delamination in angle-ply laminates. Int J Sol Struct 2010;47:1297-305.
[26] Martin E, Leguillon D, Carrère N. A coupled strength and toughness criterion for the prediction of the open hole tensile strength of a composite plate. Int J Sol Struct 2012;49:3915-22.
[27] Carrère N, Martin R, Leguillon D. Comparison between models based on a coupled criterion for the prediction of the failure of adhesively bonded joints. Eng Fract Mech 2015;138:185-201.
[28] Moradi A, Carrère N, Leguillon D, Martin E, Cognard JY. Strength prediction of bonded assemblies using a coupled criterion under elastic assumptions: Effect of material and geometrical parameters. Int J Adh & Adh 2013;47:73-82.
[29] Mantič V. Interface crack onset at a circular cylindrical inclusion under a remote transverse tension. Application of a coupled stress and energy criterion. Int J Sol Struct 2009;46:1287-304.
[30] Mantič V, García IG. Crack onset and growth at the fibre-matrix interface under a remote biaxial transverse load. Application of a coupled stress and energy criterion. Int J Sol Struct 2012;49:2273-90.
[31] Martin E, Leguillon D. Energetic conditions for interfacial failure in the vicinity of a matrix crack in brittle matrix composites. Int J Sol Struct 2004;41:6937-48.
[32] Martin E, Poitou B, Leguillon D, Gatt JM. Competition between deflection and penetration at an interface in the vicinity of a main crack. Int J Fract 2008;151:247-68;
[33] Leguillon D. An attempt to extend the 2D coupled criterion for crack nucleation in brittle materials to the 3D case. Th App Fract Mech 2014;74:7-17.
[34] De Carvalho NV, Pinho ST, Robinson P. An experimental study of failure initiation and propagation in 2D woven composites under compression. Compos Sci Technol 2011;71,1316-25.
[35] Tang X, Whitcomb J. Progressive failure behaviors of 2D woven composites. J Compos Mater 2003;37:1239-59.
[36] Grail G, Hirsekorn M, Wendling A, Hivet G, Hambli R. Consistent Finite Element mesh generation for meso-scale modeling of textile composites with preformed and compacted reinforcements. Compos Part A 2013;55:143-51.
[37] De Carvalho NV, Pinho ST, Robinson P. Reducing the domain in the mechanical analysis of periodic structures, with application to woven composites. Compos Sci Technol 2011;71(7):969-79.
[38] Potter E, Pinho ST, Robinson P, Iannucci L, McMillan AJ. Mesh generation and geometrical modeling of 3D woven composites with variable tow cross-sections. Comput Mater Sci 2012;51(1):103-11.
[39] De Carvalho NV, Pinho ST, Robinson P. Numerical modelling of woven composites: biaxial loading. Compos Part A 2012;43(8):1326-37.

[40] Stig F, Hallström S. A modelling framework for composites containing 3D reinforcement. Compos Struct 2012;94(9):2895-901.
[41] Chiaruttini V, Riolo V, Feyel F. Advanced remeshing techniques for complex 3D crack propagation. In: 13th International Conference on Fracture 2013, pp. 547-55. Beijing, China.
[42] Charrier JS, Carrère N, Laurin F, Bretheau T, Goncalves-Novo E, Mahdi S. Proposition of 3D progressive failure approach and validation on tests cases. In Proceedings of ECCM14 - 14th European Conference on Composite Materials, Budapest, Hungary, 2010.
[43] Alfonso L, Uguen A, Badulescu C, Cognard JY, Bonnemains T, Lolive E, Carrère N. Determination of the 3D failure envelope of a composite based on a modified Arcan test device. Compos Struct 2015;131:585-93.
[44] Rocher JE, Allaoui S, Hivet G, Gillibert J, Blond E. Experimental characterization and modeling of GF/PP commingled yarns tensile behavior. J Compos Mater 2015;49(21):2609-24.
[45] Benzeggagh M, Kenane M. Measurement of mixed-mode delamination fracture toughness of unidirectional glass/epoxy composites with mixed-mode bending apparatus. Compos Sci Technol 1996;56(4):439-49.
[46] Soden PD, Hinton MJ, Kaddour AS. Lamina properties, lay-up configurations and loading conditions for a range of fibre-reinforced composite laminates. Compos Sci Technol 1998;58:1011-22.
[47] García IG, Mantič V, Blázquez, París F. Transverse crack onset and growth in cross-ply $[0/90]_s$ laminates under tension. Application of a coupled stress and energy criterion. Int J Sol Struct 2014;51(23-24):3844-56.
[48] García IG, Carter BJ, Ingraffea AR, Mantič V. A numerical study of transverse cracking in cross ply laminates by 3D finite fracture mechanics. Compos Part B 2016;95:475-87.

Résumé

Ce travail de thèse s'inscrit dans le cadre de la modélisation multi-échelle des matériaux composites à renfort tissé dans le but de prévoir leur comportement mécanique et leur tenue. Les objectifs de cette étude sont de caractériser et de modéliser de manière discrète les mécanismes d'endommagement à l'échelle mésoscopique (échelle du renfort de fibres) afin d'évaluer leur influence sur le comportement mécanique macroscopique des matériaux composites tissés. La démarche adoptée consiste tout d'abord à caractériser expérimentalement les mécanismes d'endommagement d'un matériau composite tissé à renfort de fibres de verre et matrice époxy. Les mécanismes observés sont des fissures intra-toron et des décohésions inter-torons en pointe de fissure. Afin de modéliser ces mécanismes d'endommagement, une géométrie représentative du composite, obtenue par simulation du procédé de compaction du renfort, et un maillage conforme de cette géométrie sont choisis. Les fissures et les décohésions sont modélisées de manière discrète dans le maillage à éléments finis de la cellule élémentaire représentative du composite. L'amorçage des endommagements dans le composite est déterminé en utilisant un critère couplant une condition en contrainte et une condition en énergie. La propagation de ces endommagements dans le matériau est évaluée à l'aide d'une approche basée sur la mécanique de la rupture incrémentale. L'approche proposée permet de prévoir l'amorçage et la propagation des endommagements en prenant en compte les possibles couplages entre les endommagements, et de faire le lien entre les endommagements observés à l'échelle mésoscopique et le comportement mécanique macroscopique du matériau.

Mots clés
Composites tissés ; Echelle mésoscopique ; Modélisation de l'endommagement ; Eléments finis

Abstract

The topic of this PhD thesis is multi-scale modeling of woven composites with the aim of predicting their mechanical behavior and strength. The objectives of the presented work are the experimental characterization and numerical modeling of damage at the mesoscopic scale (scale of the reinforcing fabric) in order to evaluate its influence on the macroscopic mechanical behavior of woven composites. First, the characteristic damage mechanisms of a woven composite made of glass fibers and epoxy matrix are determined experimentally. Intra-yarn cracks and decohesions between yarns at the crack tips are observed. In order to model these damage mechanisms at the mesoscopic scale, a geometry representative of the composite, obtained from numerical simulation of the dry fabric compaction, and a conformal mesh of this geometry have been selected. Discrete cracks and decohesions are inserted into the finite element mesh of the composite unit cell. Crack initiation is studied using a coupled criterion based on both a stress and an energy condition. The propagation of cracks and decohesions is modeled using a method based on Finite Fracture Mechanics. The proposed approach allows evaluating of the influence of the damage mechanisms observed at the mesoscopic scale on the macroscopic mechanical behavior of the studied material.

Keywords
Woven composites; Mesoscopic scale; Damage modeling; Finite elements