



HAL
open science

Prise en compte du comportement des matériaux abrasables dans la modélisation de l'interaction aube/carter

Bérenger Berthoul

► **To cite this version:**

Bérenger Berthoul. Prise en compte du comportement des matériaux abrasables dans la modélisation de l'interaction aube/carter. Matériaux et structures en mécanique [physics.class-ph]. Université Nantes Angers Le Mans (UNAM), 2016. Français. ⟨NNT: ⟩. ⟨tel-01390192⟩

HAL Id: tel-01390192

<https://hal.science/tel-01390192v1>

Submitted on 31 Oct 2016

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons CC BY-SA 4.0 - Attribution - ShareAlike - International License

Bérenger BERTHOUL

*Mémoire présenté en vue de l'obtention du
grade de Docteur de l'École Centrale de Nantes
sous le label de L'Université Nantes Angers Le Mans*

École doctorale : Sciences pour l'Ingénieur, Géosciences, Architecture (SPIGA)

Discipline : Mécanique des solides, des matériaux, des structures et des surfaces

Unité de recherche : institut de recherches en Génie civil et Mécanique (GeM)

Soutenue le mardi 1^{er} mars 2016

Prise en compte du comportement des matériaux abrasables dans la modélisation de l'interaction aube/carter

JURY

Président :	Christophe PIERRE , Professeur, University of Illinois
Rapporteurs :	Philippe DUFRÉNOY , Professeur des Universités, Université Lille 1 Philippe KAPSA , Directeur de recherche CNRS, LTDS, Lyon
Examineurs :	Alain BATAILLY , Professeur adjoint, École Polytechnique de Montréal Mathias LEGRAND , Assistant Professor, McGill University, Montréal Jean-Philippe PONTHOT , Professeur Ordinaire, Université de Liège
Invité(s) :	Antoine MILLECAMPS , Ingénieur, Snecma, groupe Safran
Directeur de Thèse :	Laurent STAINIER , Professeur des universités, École Centrale de Nantes
Co-directeur de Thèse :	Patrice CARTRAUD , Professeur des universités, École Centrale de Nantes

Remerciements

Je souhaite remercier mon directeur de thèse, Laurent Stainier, directeur du GeM à Nantes, pour m'avoir encadré pendant ces trois années. Je le remercie pour les échanges fructueux que nous avons eus, ses conseils avisés et la grande liberté qu'il m'a accordée. Je remercie également mon co-directeur, Patrice Cartraud, professeur à l'École Centrale de Nantes, pour sa confiance, son support et pour m'avoir proposé ce sujet intéressant et riche. Je remercie également Antoine Millecamps et Serge Selezneff, ingénieurs de l'entreprise Snecma, pour leur gentillesse et l'intérêt qu'ils ont porté à mes travaux, ainsi que toutes les personnes du projet MEDEA dans lequel s'inscrivait ce travail.

Je remercie mes rapporteurs, messieurs Philippe Dufrénoy et Philippe Kapsa, pour leur relecture attentive de mon manuscrit, ainsi que messieurs Christophe Pierre et Jean-Philippe Ponthot pour avoir accepté de faire partie du jury.

Je tiens à remercier Mathias Legrand, directeur du laboratoire de mécanique et vibration de l'université McGill de Montréal, pour ses remarques constructives sur mon travail, les nombreuses discussions sur la mécanique théorique, et bien sûr de m'avoir accueilli dans son laboratoire. Je souhaite également remercier Alain Batailly, maître de conférence à l'École Polytechnique de Montréal, pour s'être bien occupé de moi, aussi bien pour la technique que pour tout le reste.

J'ai été très heureux de travailler avec mes collègues de Nantes et de Montréal. Ils ont rendu ces trois années agréables grâce à nos débats et aux bons moments que nous avons passés ensemble. Je remercie en particulier Quentin Ayoul-Guilmard, Mathieu Foca, Andrés Parrilla Gómez, Matthieu Graveleau, Romain Hamonou, Alina Krasnobrizha, Benoît Lê, Kévin Moreau, Simon Paroissien, Rohit Pethe, Prashant Rai, Adrien Renaud, Olivier Zahm et Qian Zhao pour les repas, pauses cafés et bureaux que nous avons partagés à Nantes, et Fanny Planes, Nicolas Salvat, Anders Thorin pour la même chose à Montréal.

Enfin je souhaite remercier mes parents, mon frère Hugo, ainsi que ma femme Phuong Thao.

Table des matières

Introduction	6
1 Contexte	10
1.1 Augmentation du rendement dans les moteurs d'avion	10
1.1.1 Invention du turboréacteur	10
1.1.2 Le turboréacteur double flux multi-corps	10
1.1.3 Évolutions subséquentes, réduction des pertes aérodynamiques entre rotor et stator	11
1.2 Réponse vibratoire d'une roue aubagée et contact avec le carter	12
1.2.1 Théorie usuelle	12
1.2.2 Observations expérimentales des contacts entre aubes et revêtement abradable	14
1.3 Cadre de ce mémoire	15
1.3.1 Problématique industrielle	15
1.3.2 Objectifs de la thèse	16
2 Analyse du problème : phénomènes et grandeurs caractéristiques	17
2.1 Description des différents montages expérimentaux	17
2.1.1 Bancs d'essai en configuration statique	17
2.1.2 Bancs d'essai en configuration dynamique	18
2.2 Analyse de l'interaction	19
2.2.1 Thermodynamique de la roue aubagée et du carter	19
2.2.2 Thermodynamique du revêtement abradable	23
2.2.3 Interaction entre les aubes et le revêtement abradable	30
2.3 Conclusion	40
3 Phénoménologie de l'usure	41
3.1 Généralités sur les interactions thermomécaniques	41
3.1.1 Usinage	41
3.1.2 Usure	42
3.2 Phénoménologie de l'usure des abradables	46
3.2.1 Mécanismes d'usure des abradables	46
3.2.2 Reconstitution du scénario de combinaison des mécanismes	54
3.2.3 Variabilité, fiabilité, répétabilité	57
4 Développement de lois d'usure	58
4.1 Généralités sur la modélisation du contact et de l'usure	58
4.1.1 Modèles empiriques et semi-empiriques	59
4.1.2 Modèles microscopiques	59
4.1.3 Modèles avec troisième corps	60
4.2 Modélisations des différents mécanismes d'interaction	60
4.2.1 Remarques préliminaires	61
4.2.2 Mécanismes volumiques	61

4.2.3	Mécanismes surfaciques	62
4.2.4	Combinaison de tous les mécanismes d'interaction	75
4.3	Présentation du modèle d'usure retenu	76
4.3.1	Calcul des forces de réaction et de l'usure	76
4.3.2	Paramètres du modèle	77
4.4	Implémentation	80
4.5	Premiers résultats – simulation de banc ONERA	81
5	Simulations numériques	85
5.1	Présentation du cadre numérique	85
5.1.1	Fonctionnalités souhaitées pour une étude d'interaction rotor/stator	85
5.1.2	Solution retenue pour la simulation de l'interaction	87
5.1.3	Caractéristiques de la résolution numérique	87
5.2	Gestion du contact et de l'usure	94
5.2.1	Discretisation spatiale du revêtement et grandeurs cinématiques	94
5.2.2	Algorithme d'usure	101
5.2.3	Comportement du matériau abradable en fonction de l'incursion	104
5.3	Validation numérique	106
5.3.1	Présentation	106
5.3.2	Paramètres du matériau abradable	107
5.3.3	Reproduction des essais	107
5.3.4	Étude de sensibilité de la loi de comportement du matériau	109
5.4	Conclusion	112
6	Étude numérique de l'interaction aube/abradable	113
6.1	Configuration numérique de l'expérience	113
6.1.1	Configuration générale	113
6.1.2	Modélisation du stator	113
6.1.3	Modélisation du rotor	114
6.2	Étude détaillée d'une configuration d'interaction	114
6.2.1	Vitesse de rotation fixée	114
6.2.2	Plage de vitesses de rotation	116
6.2.3	Conclusion	128
6.3	Étude de convergence	129
6.3.1	Méthode d'évaluation de la convergence	129
6.3.2	Analyse des résultats	129
6.4	Étude paramétrique	135
6.4.1	Usure adhésive	135
6.4.2	Usure par usinage	138
6.4.3	Usure par labourage	139
6.4.4	Usure par microrupture	139
6.4.5	Conclusion	140
7	Bilan	141
A	Configuration des simulations pour la présentation de COROS	144
	Configuration des simulations pour la présentation de COROS	144
B	Modèle mathématique de l'interaction rotor/stator	146
C	Thermodynamique de l'interaction rotor/stator	151

Introduction

Résumé

L'augmentation du rendement des moteurs d'avion est un enjeu majeur pour les constructeurs afin de satisfaire à des exigences environnementales et économiques toujours plus contraignantes. Le travail présenté ici s'inscrit dans le contexte d'une recherche de l'augmentation du rendement par la maîtrise et la réduction des jeux fonctionnels entre les parties tournante (rotor) et fixe (stator) d'un moteur. Afin de permettre des contacts avec le stator, inévitables pour des jeux fonctionnels faibles, une solution privilégiée par certains motoristes depuis une cinquantaine d'années est de déposer sur le carter un revêtement spécifique, dit abradable, conçu pour s'user préférentiellement lors d'un contact, laissant ainsi le rotor intact. Diverses expériences réalisées par le motoriste Snecma, et rapportées dans la thèse de [Millecamps \(2010\)](#), soulignent cependant la possibilité d'une résonance sous l'effet de contacts répétés entre une aube et le revêtement abradable lui faisant face. L'intérêt de la simulation numérique du phénomène est évident : permettre de prédire, en évitant des essais coûteux, les configurations d'interaction — géométries d'aube, vitesses de rotations, types de matériaux abradables — pour lesquelles le jeu rotor/stator est minimisé et l'amplitude de la réponse dynamique de l'aube est limitée. Obtenir un outil prédictif impose cependant de relever certains défis numériques et nécessite des développements spécifiques. Ce travail s'inscrit dans le cadre des développements présentés dans l'article de [Batailly et coll. \(2012\)](#) : une aube flexible, modélisée par éléments finis en 3D, vient impacter le revêtement abradable. L'apport du présent travail se situe dans le développement d'une loi de comportement des matériaux abradables lors d'un impact avec l'aube. Il commence par une analyse précise des paramètres caractéristiques d'une interaction, avec quantification en ordre de grandeur. La phénoménologie de l'usure des matériaux abradables est ensuite analysée, et les principaux mécanismes d'usure à l'œuvre lors d'une interaction sont déduits : plasticité à l'interface, labourage, microrupture et usinage. Une modélisation simplifiée des mécanismes est proposée, et les lois de comportement correspondantes sont implémentées au sein d'un code de contact explicite, avec l'emploi d'un nouvel algorithme dit d'*usure différée*. Suit, une fois validés les lois de comportement et l'algorithme, une présentation de l'influence des paramètres d'un matériau abradable sur la dynamique de l'aube et l'usure du revêtement. La combinaison de l'algorithme d'usure différée et des lois d'interaction phénoménologiques permet d'observer une dynamique d'aube et une usure du revêtement en cohérence avec les observations expérimentales ; les paramètres matériaux correspondent à des mécanismes d'interaction réels et peuvent être estimés à partir des données de la littérature. Ce travail permet ainsi d'apporter au code de calcul existant un modèle de comportement du matériau abradable fondé sur la phénoménologie rapportée par la littérature et compatible avec une utilisation dans le cadre industriel avec des géométrie d'aube réelles.

Plan – Comment lire cette thèse

Note : Pour toute remarque ou correction, envoyer un courriel à l’adresse `Berenger.Berthoul@gmail.com`. J’essaierai au moins de corriger les fautes d’orthographe.

Le premier chapitre présente la problématique du contact rotor/stator, et vise à fournir une entrée en douceur dans le cadre de la thèse ; il peut être rapidement survolé pour un lecteur familier avec le contexte industriel. Le chapitre 2 s’attaque à une analyse du problème global de l’interaction, il est essentiel pour bien saisir les phénomènes en jeu, les grandeurs caractéristiques et les hypothèses sur lesquelles sont fondées les interprétations des chapitres suivants ; mais, par ailleurs, il fournit de nombreux détails sur des sujets variés, ce qui peut gêner une première lecture, et c’est pourquoi il est tout à fait possible de le parcourir en diagonale, quitte à s’y reporter au fur et à mesure des références des chapitres suivants. Le chapitre 3 tente d’expliquer le processus physique de l’interaction aube/abradable par une synthèse des observations expérimentales sur les abradables à la lumière de l’analyse des processus d’interaction proposée par la littérature générale sur l’usure. Il est essentiellement descriptif, et utile pour passer d’une profusion d’observations expérimentales sans lien évident à une compréhension globale du processus. Le chapitre 4 s’appuie sur ces résultats et discute de différentes modélisations possibles du comportement à l’interaction ; en particulier, la partie 4.3 donne les lois de comportement retenues et implémentées dans la suite, et précise à quoi correspondent les paramètres du modèle. Le chapitre suivant présente en détail les fonctionnalités de COROS, le code de calcul dans lequel sont implémentées les lois d’interaction, et détaille entre autres les algorithmes d’intégration temporelle, de prédiction–correction, de contact et d’usure ; sa lecture est requise pour comprendre sous quelles hypothèses simplificatrices sont effectués les calculs numériques. Le chapitre 6 présente une analyse des résultats obtenus avec le code de calcul, notamment une étude paramétrique détaillée, permettant de tirer des conclusions quant à l’influence des différents paramètres.

Les notions mathématiques et thermodynamiques du problème d’interaction aube/abradable sont utilisées de manière assez informelle tout au long du manuscrit. Les annexes B et C ont été ajoutées pour tenter de poser le problème de manière plus rigoureuse. Elles peuvent être lues une fois familiarisé avec le sujet, si le besoin se fait sentir d’avoir une présentation plus théorique du problème. (Note : ces annexes ont été écrites après la soutenance, donc non corrigées par les relecteurs.)

Les quatre premiers chapitres demandent une connaissance basique de la mécanique, de la thermodynamique (notion de système et de transformation), et du comportement des solides (plasticité notamment). Le chapitre 5 suppose une bonne connaissance de la méthode des éléments finis.

La plupart des schémas et graphiques sont des images vectorielles sur lesquelles il est possible de zoomer pour plus de détails. Il est fortement recommandé de lire la partie 5.3 et le chapitre 6 sur un support couleur pour distinguer les différentes courbes des graphiques.

Abréviations

BA	bord d’attaque
BF	bord de fuite
EF	éléments finis

Notations

Notations mathématiques

Les vecteurs et points de l’espace à trois dimensions sont notés en gras. Les matrices — vecteurs lignes et colonnes inclus — n’ont pas de typographie particulière.

Notations relatives à la thermo-mécanique générale

Cinématique

\mathbf{X}	position dans la configuration de référence
\mathbf{x}	position dans la configuration actuelle
\mathbf{u}	vecteur déplacement : $\mathbf{u} = \mathbf{x} - \mathbf{X}$

Comportement volumique

Mécanique

E	module de Young
ν	coefficient de Poisson
ρ	masse volumique
ξ	amortissement structurel
σ_y	limite d'élasticité
K_{Ic}	ténacité (mode I)
G_c	énergie surfacique de rupture

Thermique

α	coefficient de dilatation thermique
λ	coefficient de conduction thermique
c	capacité calorifique massique

Comportement surfacique

H_V	dureté Vickers
$HR15y$	dureté Rockwell 15y (adaptée à des matériaux assez mous comme les abrasables)
R_a	rugosité (moyenne intégrale des écarts à la surface moyenne en valeur absolue)

Notations relatives à la cinématique du contact rotor/stator – cf. figure 2.4

Ω	vitesse de rotation de l'arbre
f_Ω	fréquence de rotation : $f_\Omega = \Omega/2\pi$
v_A	vitesse du sommet d'aube dans la direction orthoradiale
I	profondeur d'incursion de l'aube dans le revêtement abrasable, dans la direction radiale
v_I	vitesse d'incursion de l'aube dans le revêtement abrasable, dans la direction radiale
I_{tot}	incursion totale de l'aube dans le revêtement abrasable, dans la direction radiale, par rapport au revêtement non usé
l_c	longueur de corde en sommet d'aube
r_A	rayon de courbure d'arête intrados en sommet d'aube
e_A	épaisseur en sommet d'aube
T	température

Notations relatives au revêtement

h_0	épaisseur initiale du revêtement
h	épaisseur actuelle du revêtement (en tenant compte de l'usure)
Δh_X	variation d'épaisseur du revêtement due au mécanisme d'usure X
p_X	proportion du mécanisme X

Note sur le vocabulaire

La description et l'interprétation de la phénoménologie de l'interaction rotor/stator exige l'emploi d'un vocabulaire précis et spécifique — ceci est d'autant plus vrai que tant qu'on ne cherche pas à modéliser, nous n'avons aucune formule mathématique sur laquelle nous appuyer pour formaliser les explications. Les mots techniques seront indiqués **ainsi** si leur définition suit, ou **ainsi** s'ils sont définis ailleurs. Pour plus de commodité, un index est donné en fin de document, la page de définition d'un terme est notée **en gras**. Les termes utilisés par la littérature anglophones sont notés *ainsi*.

Certains termes de la littérature, utilisés dans un contexte spécifique, et repris dans ce manuscrit, dans un cadre différent, peuvent prêter à confusion. C'est pourquoi il faut les préciser.

Usure

Généralement, on entend par **usure**, abusivement, une réaction au contact du système aube/abradable, localisée autour de la zone de contact — accommodation élastique, plasticité, écrasement, friction, fusion, endommagement... Le terme d'usure à proprement parler devrait en réalité être restreint à l'enlèvement de matière sous l'effet d'un contact ; on essaye d'éviter cet abus de langage, on emploiera par conséquent les termes plus précis de « réaction à une interaction » et « enlèvement de matière » pour éviter les imprécisions.

Abradable

Le terme de matériau abradable veut simplement dire que le matériau est censé s'user préférentiellement lors d'un contact, mais il peut entraîner une confusion avec le terme d'usure abrasive, souvent employé dans la littérature sur la tribologie, et qui désigne un mécanisme d'usure bien précis.

Loi

Le mot « loi » est souvent utilisé dans le simple sens de « relation entre deux grandeurs » : « loi de commande », « loi d'usure », « loi de comportement ». Dans la mesure où il n'y a pas de risque de confusion, nous ne réservons pas l'emploi du mot « loi » à une relation physique universelle associée à une théorie bien définie (comme la « loi de la gravitation universelle »).

Sommet d'aube

Le **sommet d'aube** fait en réalité référence à la *surface* de l'extrémité de l'aube (*blade tip*) — celle qui est potentiellement en contact avec le carter ou le revêtement abradable. On parle donc d'une surface, et non d'un point comme pour le sommet d'un cube. On trouve également dans la littérature le terme d'arête d'aube (*blade edge*), justifié par le fait que le sommet d'aube est, dans de nombreux cas, très fin devant les autres dimensions caractéristiques d'une aube, mais que l'on évitera dans ce travail car il implique de considérer le sommet comme une courbe 1D, ce qui n'est pas toujours possible lorsqu'on étudie les mécanismes d'usure du revêtement.

Note sur les références bibliographiques

Le présent travail s'appuie uniquement sur les expériences de caractérisation de la littérature. Il est donc essentiel d'être précis sur les sources reportées. C'est pourquoi les passages précis d'un ouvrage auquel il est fait référence sont reportés comme notes de bas de page. Les notes de bas de page sont utilisées exclusivement dans ce but. À ce titre, elles ne doivent pas gêner la lecture et il est conseillé au lecteur de s'y reporter seulement lorsqu'il souhaite confirmer un passage précis.

1 | Contexte

1.1 Augmentation du rendement dans les moteurs d'avion¹

1.1.1 Invention du turboréacteur

Les premiers turboréacteurs à compression axiale furent inventés dans les années 1940 pour remplacer les moteurs à piston et hélices. Les turboréacteurs bénéficient d'un meilleur rendement, sont plus légers que les moteurs à piston et permettent d'atteindre des vitesses plus importantes que les hélices.

Le but d'un moteur d'avion est d'accélérer l'air qu'il reçoit en entrée afin de générer une poussée comme force de réaction. Un turboréacteur accomplit cette tâche en suivant un cycle thermodynamique de Brayton : admission dans le moteur par une entrée d'air, compression par un **compresseur**, combustion dans une chambre de combustion, puis détente dans une **turbine** et une tuyère. Un turboréacteur « simple flux simple corps », comme représenté sur la figure 1.1, a la même architecture qu'une turbine à gaz. L'idée principale est que l'énergie cinétique acquise par l'air après sa combustion n'est pas utilisée en totalité dans la tuyère pour la poussée : une partie est récupérée par la turbine pour actionner le compresseur en rotation sur le même arbre. L'intérêt d'utiliser un compresseur vient de la combustion : plus la pression de l'air est importante en entrée de chambre de combustion, plus la combustion est efficace.

1.1.2 Le turboréacteur double flux multi-corps

Dans un moteur simple corps, la vitesse de rotation est limitée par le diamètre des premières roues aubagées du compresseur. Pour atteindre des vitesses de rotations supérieures, une autre architecture, multi-corps, s'est imposée. Le moteur est alors composé de deux (ou trois) compresseurs distincts, tournants à des vitesses différentes, attachés à des arbres distincts mais concentriques et entraînés par leur propre turbine. On parle alors de compresseurs et de turbines basse et haute pression, cf. figure 1.2.

Dans un moteur simple flux, la poussée est uniquement produite par le flux d'air chaud ayant traversé la chambre de combustion. Mais l'air éjecté par le moteur, qui produit la poussée, a seulement

1. Cette section a pour sources principales ([Wikipédia, 2015c,b](#))

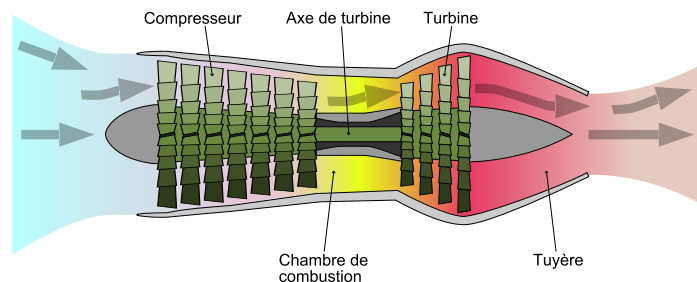


Figure 1.1 – Schéma d'un turboréacteur à simple flux et simple corps ([Wikipédia, 2015c](#))

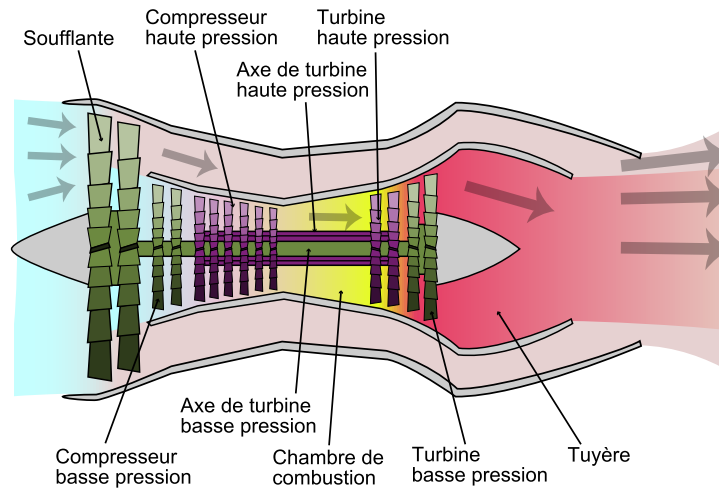


Figure 1.2 – Schéma d'un turbofan à double flux et double corps (Wikipédia, 2015c)

besoin d'avoir une vitesse importante et finalement, le rendement peut être amélioré si une partie du flux d'air est accéléré sans passer par la chambre de combustion. C'est la solution des moteurs dits « double flux » : on conserve l'architecture générale d'un moteur simple flux, mais on ajoute une roue aubagée spéciale, appelée **soufflante** (*fan*) en amont du compresseur basse pression, sur le même axe, et entraînée par la turbine basse pression (cf. figure 1.2). La soufflante n'est pas recouverte par le carter des compresseurs ; elle possède son propre carter. Ainsi, lors de son admission dans le moteur, l'air est d'abord accéléré dans la soufflante puis séparé en deux flux distincts : le flux chaud entre dans le compresseur haute pression et suit le cycle habituel alors que le flux froid se déplace entre le carter du flux chaud et le carter de la soufflante, puis est soit rejeté directement, soit mélangé au flux chaud dans la tuyère.

L'architecture double flux multi-corps s'est développée dans les années 60/70 et c'est l'architecture de la plupart de avions civils. De nos jours, le taux de dilution (le rapport **entre débit d'air froid et débit d'air chaud**) est de l'ordre de 10 et le flux froid participe à 80 % de la poussée.

1.1.3 Évolutions subséquentes, réduction des pertes aérodynamiques entre rotor et stator

L'architecture globale des moteurs d'avions a peu évolué depuis cinquante ans. Afin de réduire leur consommation en carburant, de nombreuses améliorations ont cependant été intégrées : matériaux plus légers, plus résistants aux hautes températures, plus résistants au fluage ; optimisation du profil aérodynamique des aubes ; augmentation du taux de dilution et des vitesses de rotation.

La réduction des pertes aérodynamiques (fuites d'air entre les roues aubagées et le carter ou entre l'arbre et le carter), est également un axe d'amélioration. Le problème principal est le suivant : on souhaite réduire au maximum les jeux de fonctionnement entre rotor et stator, mais alors la probabilité augmente d'un contact indésirable entre les deux — sous l'effet de vibrations, de dilations thermiques différentielles, du déplacement centrifuge. Comme à partir d'une certaine réduction des jeux, on ne peut pas empêcher complètement les contacts entre rotor et stator, la solution des constructeurs a consisté à rendre ces contacts inoffensifs du point de vue de l'intégrité structurelle de l'aube, par déposition sur le carter d'un revêtement qui fait office de joint et, en cas de contact, se laisse détruire par le rotor sans opposer une résistance mécanique trop importante.

Ces revêtements sont composés de matériaux dits **abradables**, car censés s'abradés lors d'un contact avec le rotor. Les matériaux abradables utilisés dans les moteurs sont de nature différente suivant le lieu où ils sont déposés. On peut les classer en deux catégories : les abradables utilisés comme joints entre le stator et l'arbre ; et ceux déposés sur le carter en vis-à-vis d'une roue aubagée. Comme la cinématique du contact est totalement différente suivant ces catégories, les exigences

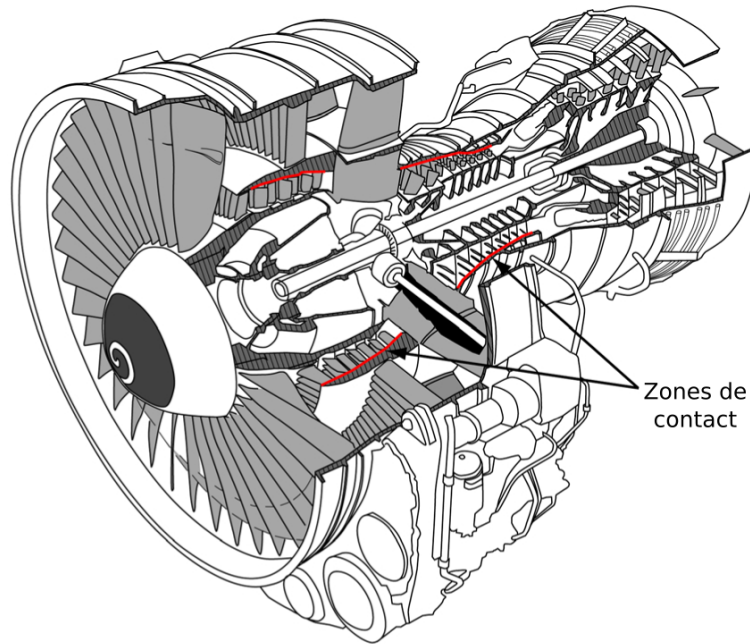


Figure 1.3 – Vue en coupe d’un moteur d’avion civil double flux/double corps avec haut taux de dilution. On s’intéresse aux interactions potentielles entre les roues aubagées et le carter qui leur fait face (Batailly et coll., 2012).

mécaniques sur les matériaux et l’étude de leur dynamique ne sont pas les mêmes. On s’intéresse ici aux contacts entre roue aubagée et revêtement abrasable.

1.2 Réponse vibratoire d’une roue aubagée et contact avec le carter

On donne une description des phénomènes vibratoires que l’on peut rencontrer dans un étage de moteur d’avion, c’est-à-dire le système composé d’une roue aubagée et du carter correspondant.

1.2.1 Théorie usuelle

De par leur mouvement cyclique, les machines tournantes sont particulièrement sensibles aux vibrations. C’est pourquoi il est très important de maîtriser la réponse vibratoire des structures impliquées afin d’éviter tout phénomène de résonance.

Soit f_Ω la fréquence de rotation de la roue aubagée. On appelle régime moteur un multiple de cette fréquence. La plupart des sollicitations exercées sur la structure tournante sont, par nature, périodiques, et égales à un régime moteur, c’est-à-dire que leur fréquence est multiple de la fréquence de rotation. Par exemple, la pression exercée par l’air du côté extradados d’une aube de compresseur varie en fonction du temps, selon que l’aube est en face ou non d’un redresseur amont. Ainsi, la fréquence fondamentale de cette pression s’exprime par $f_p = n_{\text{redr}} f_\Omega$ où n_{redr} est le nombre de redresseurs amont et f_Ω , la fréquence de rotation. Dans la suite de ce travail, on considère en particulier une ovalisation du carter, entraînant un contact de la roue aubagée en deux zones opposées (cf. figure 1.4). La fréquence fondamentale de la force d’excitation due au contact est alors $f_c = 2f_\Omega$.

Il est important d’éviter de faire fonctionner une turbomachine à un régime moteur qui coïncide avec une fréquence propre de la structure. Afin de visualiser les points susceptibles d’entraîner une résonance, on utilise usuellement un diagramme de Campbell (cf. figure 1.5). Un Campbell donne les régimes moteur, ainsi que les fréquences propres de la structure, en fonction de la vitesse de rotation de la structure. Par définition, les régimes moteur sont des droites passant par l’origine. Les fréquences propres ne sont pas constantes (elles sont, en général, croissantes) à cause du raidissement centrifuge :

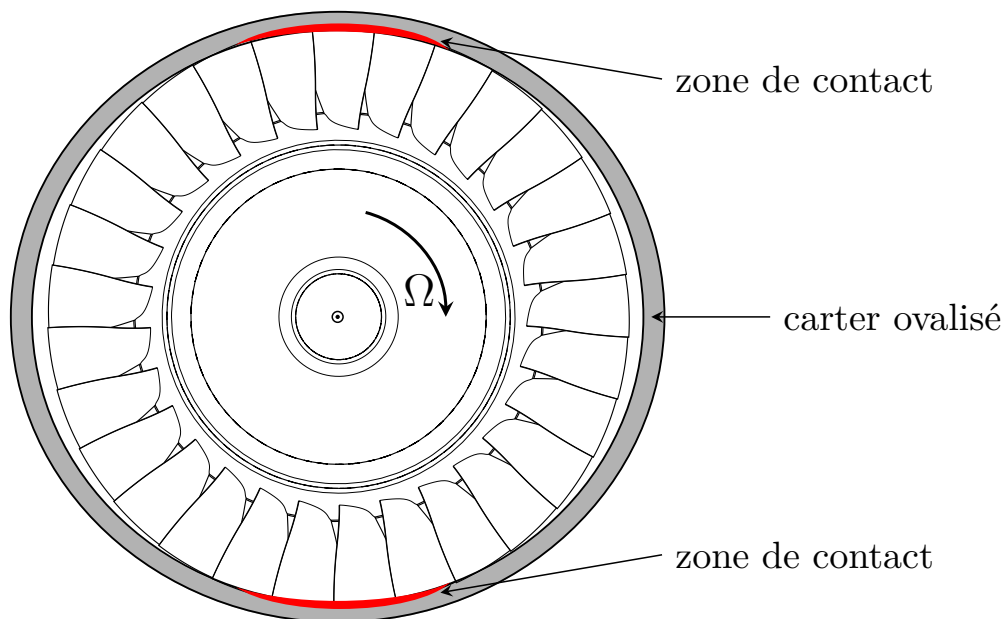


Figure 1.4 – Étage de turbomachine avec carter ovalisé

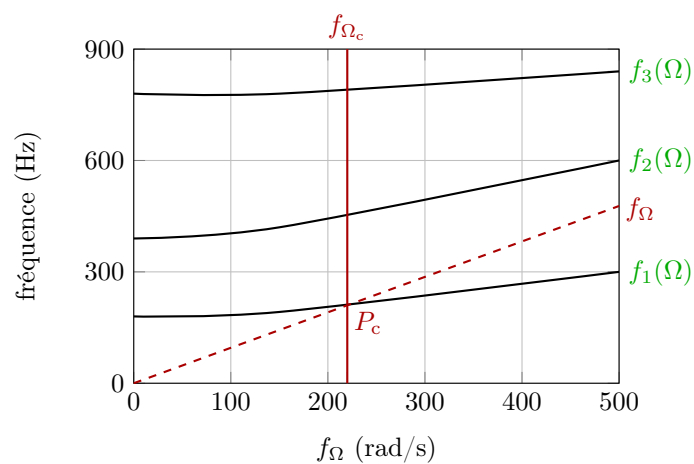


Figure 1.5 – Exemple de diagramme de Campbell. Les trois premières fréquences propres sont tracées en trait plein, et le premier régime moteur f_{Ω} est représenté par la droite en pointillés partant de l'origine. Le point de croisement P_c du régime moteur avec le première fréquence propre f_1 définit une fréquence de rotation critique f_{Ω_c} .

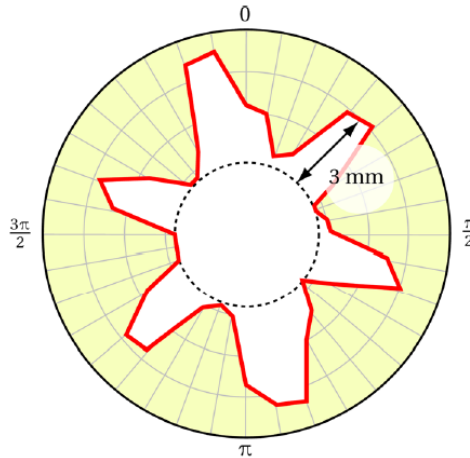


Figure 1.6 – Motif d’usure à six lobes sur le revêtement abrasable face au bord de fuite tel que rapporté dans Millecamps (2010)

en effet, l’état d’équilibre d’une structure tournante est précontraint du fait du chargement centrifuge, ce qui augmente sa raideur.

Les points critiques apparaissent si un régime moteur intersecte une fréquence propre : la présence d’une excitation selon cette fréquence entraînerait une résonance vibratoire de l’aube. En pratique, les points critiques doivent plutôt être considérés comme des zones critiques à éviter. Premièrement, car ils représentent des maxima d’amplification, mais l’amplification reste forte dans leur voisinage, et deuxièmement, car les problématiques d’incertitudes sur les géométries ou les matériaux et de raidissement de contact changent les fréquences propres théoriques des structures, et les vitesses de rotation critiques s’en trouvent décalées.

1.2.2 Observations expérimentales des contacts entre aubes et revêtement abrasable

Bien sûr, on cherche à éviter de faire fonctionner un moteur aux alentours d’une vitesse de rotation critique — on peut en revanche la traverser pour changer de régime moteur. Malgré ces précautions, les services de maintenance des moteurs d’avions observent fréquemment² des lobes d’usure sur le revêtement abrasable des étages des moteurs. Les lobes d’usure sont une usure du revêtement selon un motif périodique régulier, on peut en voir un exemple sur la figure 1.6. On explique ces lobes par un mouvement des aubes synchronisé avec un régime moteur n_m , qui entraîne alors n_m contacts par tour avec le revêtement abrasable, ce mouvement étant amplifié pendant plusieurs tours. Comme la réponse vibratoire de l’aube est accordée au régime moteur, les lieux des contacts sont les mêmes à chaque tour, et des lobes d’usure s’y forment progressivement.

Le phénomène a été investigué en 2005 par Snecma sur un banc à l’échelle 1, et analysé en détail dans la thèse de Millecamps (2010). Le banc d’essai consiste en un étage complet de compresseur basse pression. La roue aubagée possède une aube en sur-longueur, et c’est la seule qui entre en contact avec le revêtement pendant l’expérience, comme le confirment des jauges positionnées sur des aubes voisines. L’arbre tourne à une vitesse nominale et ne subit pas de déplacement d’axe. Le carter est maintenu dans une position ovalisée pendant toute la durée de l’expérience et on peut considérer qu’il est fixe. L’expérience s’effectue sous vide³. Au repos, le jeu minimal entre l’aube en sur-longueur et le revêtement est soit nul (essai 1), soit de 0,1 mm (essai 2)⁴. On augmente ensuite la vitesse de rotation jusqu’à la valeur souhaitée qui reste constante dans la suite de l’essai⁵. Cette vitesse est, pour l’essai 1,

2. C’est ce que rapportent les motoristes, sans qu’il n’existe à notre connaissance de littérature publiée sur le sujet

3. Millecamps, p.35, §1

4. Millecamps, p.36, §2

5. Millecamps, p.37, fig. 2-5

proche du point critique de la première fréquence propre et du régime moteur 7 (c.-à-d. la fréquence $f = 7 f_{\Omega}$) ; et pour l'essai 2, entre les vitesses critiques de la première fréquence propre avec les régimes moteur 5 et 6⁶. Sous l'effet du déplacement centrifuge, apparaissent des contacts entre l'aube en sur-longueur et le revêtement abrasable. Dans les deux cas, il y a amplification du mouvement vibratoire de l'aube⁷ entraînant finalement l'apparition de fissures en pied d'aube. Une analyse temps-fréquence (par transformée de Fourier glissante) montre un comportement vibratoire complexe. Dans le cas de l'essai 1⁸, le mouvement possède une décomposition fréquentielle dont l'amplitude est d'abord importante pour le régime moteur 25, puis pour le régime moteur 7, en particulier au moment où se produit la divergence. Cette divergence est cohérente avec le point critique du diagramme de Campbell. L'essai 2⁹ est plus complexe : la fréquence prépondérante de la réponse est successivement selon les régimes moteur 2, 7, 5, 7 puis 6 pour laquelle une résonance se produit. On voit ici que le comportement mécanique est rendu complexe par les couplages entre comportement structurel de l'aube, contact avec le revêtement, et changement continu de configuration par usure de l'abrasable. Contrairement à un problème de vibration classique, la structure passe par un long régime transitoire et le cas échéant, la résonance finale — ou son absence — dépend de la configuration de l'usure et de l'état dynamique de l'aube.

1.3 Cadre de ce mémoire

1.3.1 Problématique industrielle

Actuellement, les motoristes ne peuvent pas réduire les jeux aube/carter autant que possible (par exemple en ayant un jeu légèrement négatif puis en faisant subir une phase de rodage au moteur) car il n'existe aucun moyen fiable de prédire quand il y a un risque de résonance sous l'effet du couplage structure/contact/usure. Un grand nombre d'expériences serait trop coûteux. C'est pourquoi on cherche à simuler la dynamique de l'aube grâce à un calcul numérique. Les exigences d'un tel type de simulation sont nombreuses : prise en compte de phénomènes transitoires d'échelles de temps et d'espace différentes (dynamique globale et dynamique de contact), géométries complexes, comportement au contact, phénomènes thermiques, nécessité de tester un grand nombre de configurations (suivant les jeux, les conditions aux limites, les différents régimes moteur...). Les phénomènes observés dans le comportement thermodynamique d'un étage sont analysés dans le chapitre suivant et reportés sur la figure 2.2.

À long terme, l'intérêt industriel est de pouvoir tester différentes géométries d'aube, différents jeux, différents comportements de matériau abrasable afin de choisir la combinaison la plus efficace tout en étant assuré de l'absence de résonance vibratoire induite par l'interaction. Cela suppose une simulation totalement prédictive de l'interaction aube/abrasable, ce qui est impossible à l'heure actuelle, notamment par manque de données mais aussi à cause de difficultés de modélisation en thermique, en contact, de prise en compte de l'usure et des conditions aux limites. Cependant un objectif intermédiaire, immédiat et plus facilement atteignable concerne la compréhension des *tendances* qui se dégagent de l'analyse vibratoire lorsque varient les différents paramètres impliqués dans la modélisation de l'interaction.

Depuis quelques années, le code de calcul COROS est développé par le laboratoire de dynamique des structures et de vibration de l'université McGill en partenariat avec Snecma, dans le but répondre à cette problématique. COROS permet de simuler la dynamique d'une aube ou d'une roue aubagée de manière précise (utilisation modèle éléments finis 3D), efficace (réduction modale de Craig-Bampton), avec prise en compte du contact, des effets centrifuges, éventuellement de la flexibilité du carter. L'usure du revêtement est modélisée de manière simplifiée et le comportement du matériau abrasable

6. Millecamps, diagramme de Campbell p.37, fig. 2-4

7. Millecamps, signaux temporels p.39 fig. 2-7, et p.43 fig. 2-15

8. Millecamps, p.46, fig. 2-18

9. Millecamps, p.49, fig. 2-21

est pris en compte grâce à un modèle rhéologique simple ¹⁰.

D'autre part, le projet MEDEA, initié par le groupe Safran et des partenaires académiques en 2011, vise à fournir plus de données sur les matériaux abrasables, notamment grâce à des expériences à vitesse et températures élevées.

1.3.2 Objectifs de la thèse

On cherche dans ce travail à affiner la modélisation numérique existante du contact et de l'usure des matériaux abrasables. Le modèle utilisé dans COROS jusqu'à présent semble donner des résultats qualitatifs corrects, mais il n'est fondé sur aucune observation expérimentale. Ses paramètres sont par conséquent uniquement numériques. L'objectif principal de ce travail est de progresser vers un modèle qui fasse la connexion avec le matériau abrasable réel, notamment au travers de paramètres mesurables. Après une présentation du cadre de l'interaction rotor/stator présenté dans le chapitre 2, le chapitre 3 a pour objet l'analyse des phénomènes rapportés par la littérature, puis leur synthèse selon les mécanismes physiques sous-jacents. On cherche dans le chapitre 4 à en déduire des relations de comportement, utilisables dans le logiciel de simulation avec des temps de calcul raisonnables. Des calculs d'usure simples sont présentés. Le chapitre 5 présente l'implémentation et la validation des relations précédentes au sein d'un algorithme de contact ; le chapitre 6 propose quant à lui une étude détaillée d'interactions rotor/stator avec une géométrie d'aube utilisée dans l'industrie.

10. Le code de calcul est présenté en détail dans le chapitre 5 p.85

2 | Analyse du problème : phénomènes et grandeurs caractéristiques

On se propose ici de fixer le cadre d'étude. Sont identifiés dans un premier temps les phénomènes relatifs aux matériaux abradables rapportés dans la littérature, ainsi que les bancs d'essai qui ont permis leur observation. On cherche ensuite à en déduire les différentes grandeurs caractéristiques, et on essaye de les quantifier (ordre de grandeur ou intervalle de variation) et de comprendre leur influence *a priori* sur les mécanismes d'usure de l'abradable.

On ne s'intéresse pas encore en détail à la phénoménologie de l'usure, seulement aux phénomènes généraux à l'œuvre dans l'interaction.

2.1 Description des différents montages expérimentaux

Il est impossible d'observer tous les phénomènes en jeu dans un moteur d'avion en fonctionnement. Même pour une analyse *a posteriori* de l'interaction, sur un moteur à l'arrêt, il n'existe pas, à notre connaissance, de littérature ou de rapport interne — par exemple, un retour d'expérience lors de la maintenance, qui décrirait l'état du sommet d'aube et du revêtement abradable.

Les expériences à l'échelle 1 comme celles menées à Snecma (Millecamps, 2010) permettent, d'une part, d'avoir une idée précise de la dynamique de l'aube grâce à des jauges de déformation placées sur l'aube, et d'autre part, de mesurer les lobes d'usure formés lors de l'interaction. Cependant, de telles expériences sont rares (car coûteuses et complexes à réaliser), peu instrumentées, et elles ne permettent de toute façon pas d'observer la phénoménologie de l'usure, car il n'y a pas d'observation phénoménologique des mécanismes physiques selon lesquels s'est effectuée l'usure.

Pour examiner les phénomènes en jeu lors d'une interaction, de nombreuses expériences plus ciblées ont été menées et sont présentées dans ce qui suit.

2.1.1 Bancs d'essai en configuration statique

Les essais en statique ou quasi-statique sont de plusieurs types :

- les essais cherchant à mesurer les propriétés volumiques des matériaux, telles que la courbe de traction (Johnston et Evans, 2007; Johnston, 2011);
- ceux se focalisant sur les propriétés surfaciques des matériaux, telles que leur dureté (Yi et coll., 1998);
- ceux destinés à comprendre les liens entre le procédé de fabrication et l'état final du matériau. Par exemple, l'influence du retrait thermique sur les pré-contraintes du matériau est étudié par Johnston (2009);
- ceux cherchant à relier la microstructure et les propriétés macroscopiques du matériau (Duramou et coll., 2014);
- ceux qui s'intéressent au comportement d'un abradable lors d'une interaction : rayage avec un indenteur (dits « tests scratch » (Ma et Matthews, 2007, 2009)), érosion (Yi et coll., 2002), usure sur un banc de type pion-disque (Baiz, 2011) ou de type cylindre-plan (Yi et coll., 1999).

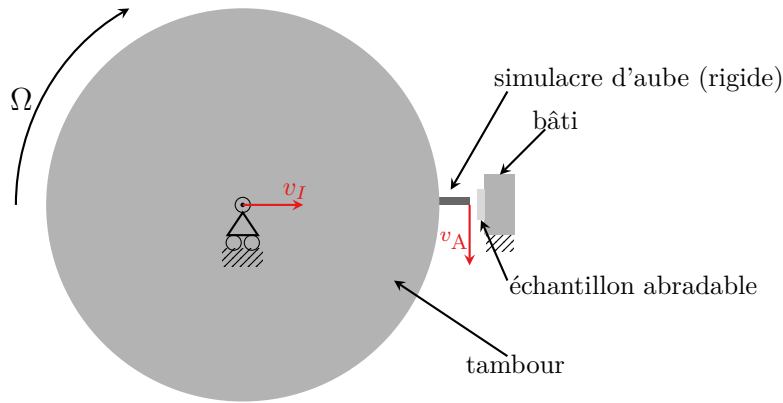


Figure 2.1 – Schéma d'un banc rotatif d'abrasion

Ces expériences peu onéreuses permettent de mieux appréhender le comportement des matériaux abrasables, mais les conditions cinématiques de sollicitation sont très éloignées de celles d'un moteur, d'où le développement parallèle de bancs d'essais dynamiques, capable de se rapprocher des conditions d'interaction réelles.

2.1.2 Bancs d'essai en configuration dynamique

Presque tous les essais sur les matériaux en dynamique sont des essais d'interaction entre une aube (ou un simulacre d'aube) et le matériau abrasable. Une synthèse des différents bancs d'interaction a été présentée dans la thèse de Mandard (2015)¹. On peut classer les bancs selon trois catégories : les bancs rotatifs avec aube rigide, les bancs rotatif avec aube flexible, et les bancs balistiques.

2.1.2.1 Bancs rotatifs avec aube rigide

Les bancs qui appartiennent à cette catégorie sont les suivants : banc Sulzer (Schmid, 1997; Bounazef et coll., 2004; Wilson et Metco, 2013), banc IPEK (Rathmann et coll., 2007), banc Sheffield (Stringer et Marshall, 2012; Fois et coll., 2013, 2014), banc IARO (Dadouche et coll., 2008), banc NASA (Bill et Wisander, 1978; Bill et Ludwig, 1980) et banc Pratt & Whitney (Laverty, 1982).

Ces bancs se composent d'un simulacre d'aube entraîné en rotation, approché progressivement d'un échantillon de matériau abrasable qui va être utilisé pendant un nombre de tours important. Le schéma d'un tel banc est présenté sur la figure 2.1. Les paramètres d'interaction — vitesse d'interaction, *incursion*, et parfois température — peuvent être contrôlés avec précision. Ils permettent ainsi d'obtenir une phénoménologie détaillée de l'usure des abrasables (particules éjectées, états de surfaces, épaisseurs usées, échauffements...), pour une gamme importante de paramètres (vitesses d'interaction, incursions, températures). Cependant, la plupart des bancs ne donnent pas accès aux forces d'interaction (à l'exception du banc Sheffield). De plus, ils n'apportent pas d'information sur le couplage entre la dynamique d'aube et le contact : ils servent à tester des matériaux, et non des structures.

2.1.2.2 Bancs rotatifs avec aube flexible

Il s'agit des bancs de l'ONERA (Baïz, 2011; Mandard, 2015; Mandard et coll., 2015), Essen (Jiang et coll., 2002; Krajcin et Söffker, 2003), OSU (Padova et coll., 2005, 2011) et Hangzhou (Na et coll., 2015).

Ces bancs ont l'avantage de se rapprocher d'une configuration réelle. On peut observer la dynamique des structures lors d'un contact avec l'abrasable, et également instrumenter l'aube de manière à pouvoir estimer les forces au contact. Comme ces expériences sont plus complexes,

1. cf. notamment le tableau récapitulatif 1.1 p.19

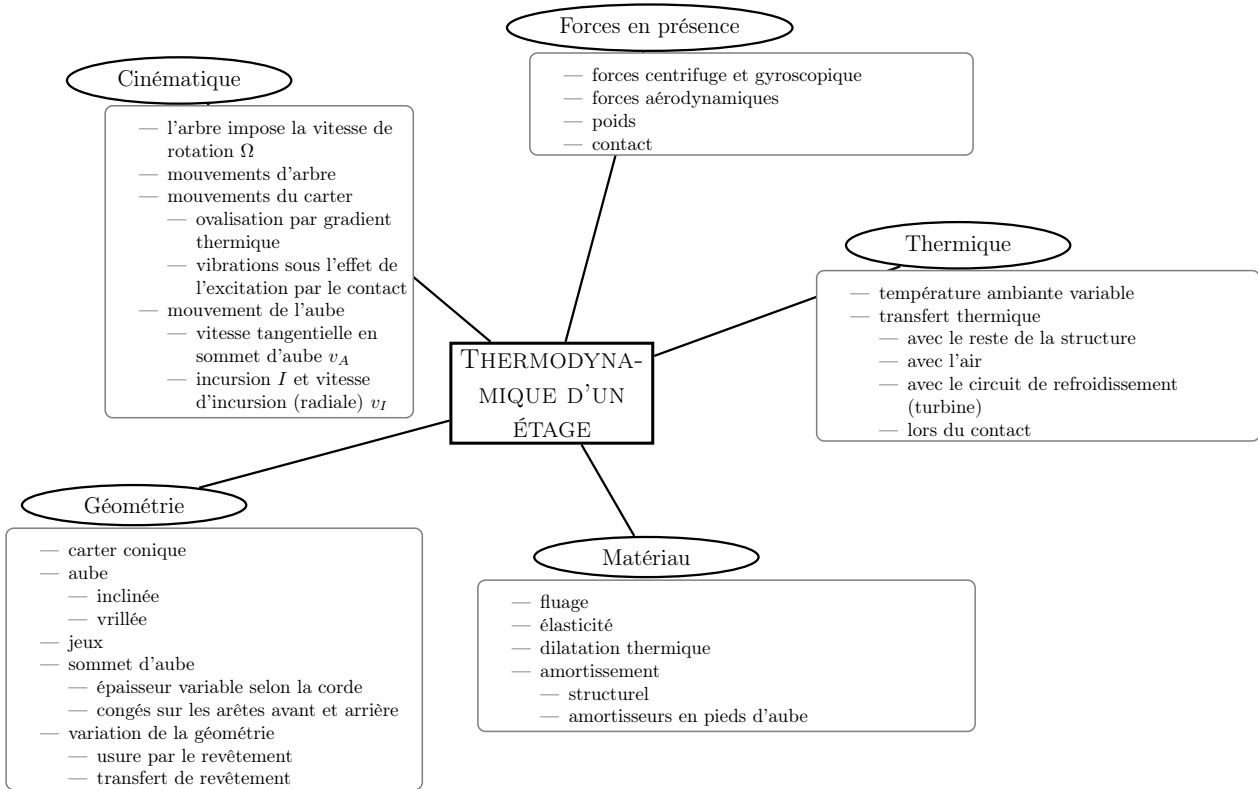


Figure 2.2 – Phénomènes intervenant dans la thermodynamique de l'aube et du carter

l'interprétation du comportement matériau est indirecte car il faut d'abord recomposer la cinématique de la structure pour en obtenir les paramètres de contact (l'incursion notamment).

2.1.2.3 Banc balistique

Enfin, dans le cas du banc d'essai LaBPS (Cuny, 2012; Vincent, 2015), un projectile recouvert d'abradable est mis en mouvement à partir de l'explosion d'un gaz et est usé par une partie statique faisant office d'outil de coupe. La vitesse d'interaction est contrôlée, et peut atteindre les vitesses réelles d'une aube en fonctionnement ($\sim 100 \text{ m/s} - 500 \text{ m/s}$). On peut mesurer les forces grâce à des capteurs, et la cinématique avec une caméra rapide. Une limite du dispositif est que la profondeur de coupe est difficile à contrôler.

2.2 Analyse de l'interaction

On s'intéresse ici à un seul étage du moteur, le reste est interprété en tant que conditions aux limites. Un étage se compose de deux systèmes : le rotor (disque et aubes) et le stator (carter et revêtement). Comme de nombreux phénomènes complexes — à l'échelle microscopique notamment — apparaissent dans le revêtement abradable lors d'une interaction, on se propose de décomposer le problème en trois parties : la partie thermodynamique structurale de la roue aubagée et du carter, la thermodynamique du revêtement abradable et enfin le couplage induit par le contact entre les aubes et le revêtement.

2.2.1 Thermodynamique de la roue aubagée et du carter

La thermodynamique structurale d'un étage est résumée sur la figure 2.2. Elle peut se décomposer selon cinq aspects fondamentaux : géométrie, cinématique, thermique, forces en présence et propriétés matériau.

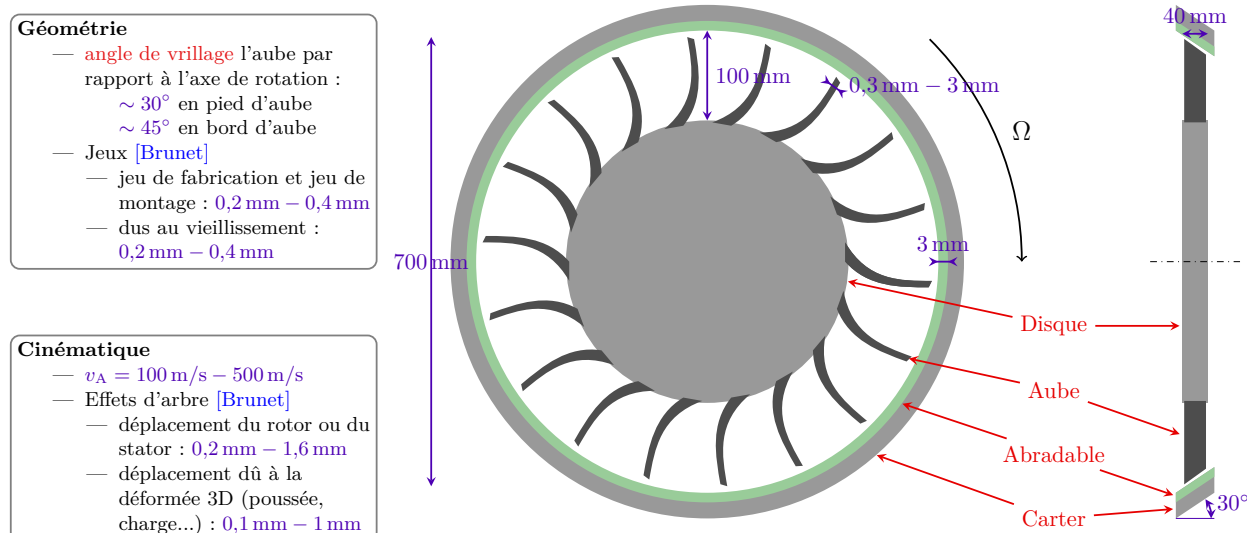


Figure 2.3 – Grandeurs caractéristiques d'un étage de moteur – Étage de compresseur basse pression de type CFM

2.2.1.1 Géométrie

Le vocabulaire, les grandeurs géométriques caractéristiques, les ordres de grandeur d'un étage sont donnés sur la figure 2.3.

On peut faire plusieurs remarques sur la géométrie des aubes :

- une aube est une structure mince ; en particulier, elle se déforme surtout selon des modes de flexion et de torsion. Elle peut se déplacer d'une valeur relativement importante tout en gardant des déformations locales faibles (dans le domaine d'élasticité par exemple) ;
- une aube ne doit pas être vue comme une lame plate : elle est vrillée et courbée. Ainsi, lors d'un mouvement de flexion, elle peut être **engageante**, c'est-à-dire qu'elle aura tendance à se rapprocher du carter lors d'une flexion. Le fait que le carter soit conique (de diamètre variable en fonction de l'axe de rotation) peut également favoriser les contacts lors des vibrations de l'aube dans la direction axiale.

Le vocabulaire relatif à une aube est présenté sur la figure 2.4. On parle d'« arêtes » intrados et extrados mais en réalité ce ne sont pas des arêtes vives comme sur la figure 2.4, elles possèdent des congés : on estime leur rayon r_A à $400 \mu\text{m}$ ².

Le rayon de courbure des arêtes en sommet d'aube est important dans la cinématique d'interaction car il détermine directement la normale de la surface de contact. La figure 2.5 illustre une configuration de contact avec deux rayons d'arête intrados différents : avec un rayon de courbure faible, l'aube aura tendance, *a priori*, à trancher la matière, alors qu'avec un rayon important, la matière sera plutôt comprimée.

On appelle parfois arêtes « avant » et « arrière » respectivement les arêtes **intrados** et **extrados**. C'est parce que lors d'un contact, le revêtement abradable touche d'abord l'arête intrados, puis sous l'aube, puis son arête extrados. La littérature sur les abradables utilise souvent le terme de « bord d'attaque » (ou « *leading edge* ») pour désigner l'arête avant ; même si ce terme est naturel dans ce contexte précis, il entre en contradiction avec la littérature générale sur les turbines et l'aérodynamique, et on cherchera à l'éviter.

2. C'est la valeur utilisée pour usiner les simulacres d'aube des expériences rapportées par Mandard (2015) et Vincent (2015). Sur une aube réelle, on ne connaît pas cette valeur, et il paraît difficile d'avoir un rayon constant alors que l'épaisseur varie sur la longueur de corde.

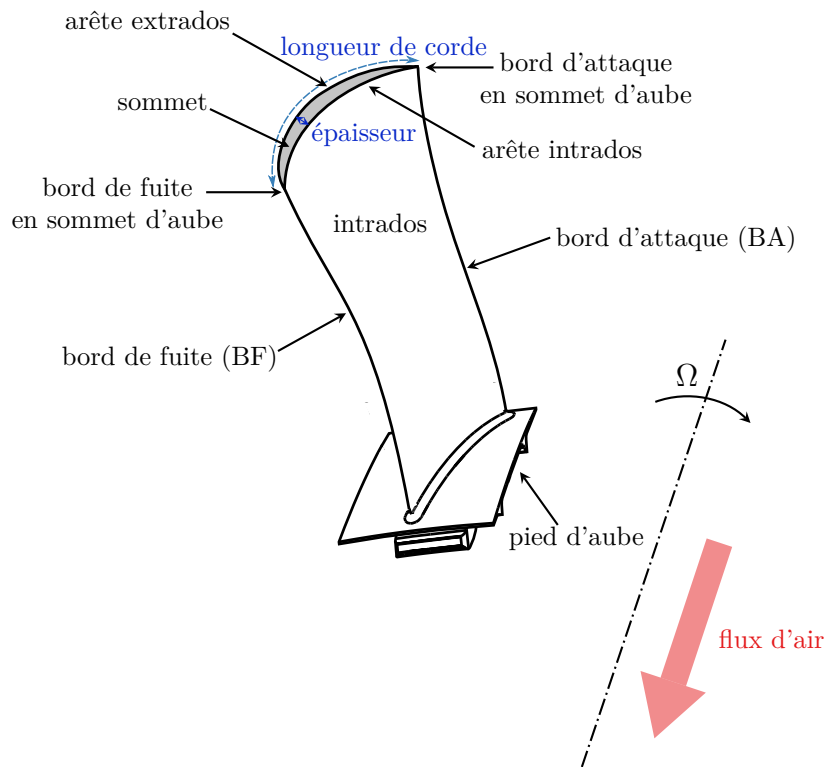


Figure 2.4 – Les différentes parties d'une aube

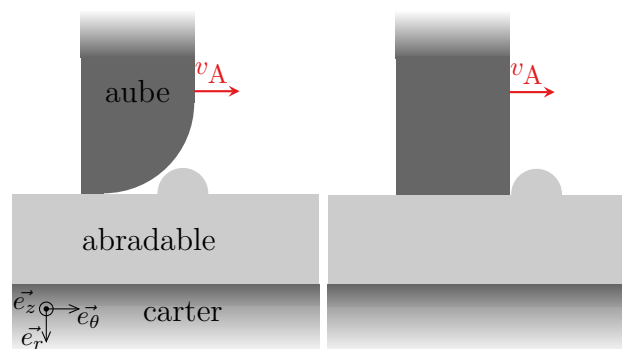


Figure 2.5 – Deux géométries différentes du sommet d'aube

2.2.1.2 Cinématique

Les mouvements vibratoires du carter semblent être en général faibles : en dehors du phénomène d'interaction modale (excitation conjointe de la roue aubagée et du carter selon leur fréquence propre) au niveau de la soufflante, il n'en est pas fait mention dans la littérature. En revanche, une ovalisation du carter sous l'effet de la dilatation thermique est mentionnée (Batailly et coll., 2012).

Le mouvement de l'aube, quant à lui, dépend avant tout de la cinématique de l'arbre :

- c'est la vitesse de rotation Ω de l'arbre qui entraîne l'aube à la vitesse $v_e(\mathbf{x}) = p_{\perp z}(\mathbf{x})\Omega$ où $v_e(\mathbf{x})$ est la vitesse d'entraînement de l'aube à la position \mathbf{x} , $p_{\perp z}(\mathbf{x})$ est la projection de \mathbf{x} orthogonalement à l'axe de rotation, et Ω est la vitesse de rotation de l'arbre. On considère que la vitesse d'entraînement est comprise dans la plage $v_e = 100 \text{ m/s} - 500 \text{ m/s}$;
- l'arbre peut également avoir des mouvements de translation sous l'effet de sollicitations thermo-mécaniques ou de changements de régimes (respectivement de 0,3 mm à 1,6 mm et de 0,1 mm à 1 mm selon Brunet (2012)). Bien évidemment, ces mouvements de l'arbre sont transmis aux aubes.

a/ Vitesse en sommet d'aube

La vitesse du sommet d'aube v_A est la somme de la vitesse d'entraînement v_e et de la vitesse due à sa vibration v_v dans le référentiel tournant :

$$v_A = v_e + v_v$$

Dans le cas du compresseur basse pression qui nous intéresse, une vitesse d'entraînement en sommet d'aube $v_e = 100 \text{ m/s}$ peut être considérée comme faible. Imaginons que l'aube vibre avec un déplacement en sommet d'aube $u_v = 10 \text{ mm}$ — c'est certainement bien plus qu'un dimensionnement en fatigue de l'aube car c'est un déplacement qui représente environ 10% de la hauteur totale de l'aube.

Si l'aube vibre principalement selon sa première fréquence propre (premier mode de flexion) à $f_{1F} = 300 \text{ Hz}$, le calcul de la vitesse de vibration donne $v_v = u_v f_{1F} = 3 \text{ m/s}$. D'où $v_v/v_e = 3\%$. Dans le cas d'aubes plus petites, la fréquence propre sera certes plus élevée, mais il est peu probable que l'amplitude de vibration soit aussi importante. On peut par conséquent supposer que ce rapport varie peu pour les aubes de compresseurs et de turbines.

La vibration de l'aube ne s'effectue cependant pas toujours en majorité selon le premier mode propre propre. Dans le cas particulier de l'aube étudiée dans la suite, on remarque que la quatrième fréquence propre (deuxième mode de flexion) est majoritaire dans la décomposition modale de la vibration. Dans ce cas, on a $f_{2F} = 1500 \text{ Hz}$, et donc $v_v/v_e = 15\%$. Il semble que ce soit le cas le plus extrême : il est peu probable que les autres modes propres participent de manière significative à la déformée de l'aube dans une configuration qui est censée être non accidentelle.

b/ Conclusion

La vitesse de vibration est en général négligeable par rapport à la vitesse d'entraînement, on a donc : $v_A \approx v_e$. Ce sera en tout cas vérifié au début d'une interaction aube/abradable, avant la phase de résonance, et dans la plupart des cas également vérifié dans la phase de résonance, à moins d'avoir à la fois une vitesse d'entraînement faible et une réponse vibratoire selon une fréquence propre supérieure. Ce résultat est important dans le cas de la modélisation du comportement au contact avec l'abradable, car si des paramètres matériaux dépendent de la vitesse d'interaction, on peut calculer la vitesse d'interaction avant la simulation, en négligeant v_v .

Même dans le cas où la vitesse de vibration n'est plus négligeable par rapport à la vitesse d'entraînement, on remarque qu'elle ne peut pas l'annuler. Par conséquent, d'un point de vue numérique, on peut considérer être toujours dans le cas d'un frottement glissant lors d'un contact, et les algorithmes s'en trouvent grandement simplifiés.

2.2.1.3 Thermique

Suivant la position de l'étage dans le moteur, la température extérieure peut varier de -50°C pour la soufflante à 1300°C pour la turbine haute pression. Les compresseurs basse et haute pression ont respectivement des températures de l'ordre de 350°C et 450°C . En dehors de la température extérieure, peu de données sont exposées dans la littérature sur la thermique globale du système. Ainsi, le manque d'information sur les transferts thermiques entre les aubes et le flux d'air, ou entre le carter et le reste du moteur, empêche de comprendre les dilatations des structures, et par conséquent l'impact sur la cinématique du contact.

2.2.1.4 Caractéristiques matériau

On peut dans la plupart des cas considérer que les matériaux constituant la roue aubagée et le carter (titane ou inconel principalement) ont un comportement élastique linéaire du point de vue de la structure.

2.2.1.5 Forces en présence

Si on excepte le contact, les forces qui s'exercent sur la structure n'interviennent pas directement dans l'étude de l'usure du revêtement abrasable ; on les présente succinctement car elles entrent en jeu pour la dynamique globale de la structure lors de la simulation complète de l'interaction.

La (pseudo-)force centrifuge est importante dans l'interaction rotor-stator. D'une part car elle entraîne une déformation de la structure et donc une modification du jeu avec le carter (diminution ou augmentation, suivant la façon dont l'aube est courbée et vrillée). D'autre part, la force centrifuge implique que la structure, à son point d'équilibre dans le référentiel tournant pour un régime moteur donné, est pré-contrainte, et par conséquent son comportement vibratoire est différent par rapport à la structure au repos. Par exemple, un calcul éléments finis de la première fréquence propre de l'aube utilisée dans le chapitre 6 et représentée sur la figure 5.2 p.88 donne, pour deux régimes moteurs différents :

$$f_1 = \begin{cases} 200 \text{ Hz} & \text{au repos} \\ 300 \text{ Hz} & \text{en vitesse nominale de fonctionnement;} \end{cases}$$

soit une variation de 50%.

En comparaison de la force centrifuge, le poids peut être négligé. Enfin, dans ce manuscrit, on ne s'intéresse pas aux forces aérodynamiques, mais elles peuvent être intégrées dans la simulation de l'interaction (Batailly et coll., 2014).

2.2.2 Thermodynamique du revêtement abrasable

On considère séparément la thermodynamique du revêtement abrasable, cf. figure 2.6, de la thermodynamique de l'étage complet. En effet, son influence dans la dynamique structurelle directe du stator est faible : ceci est dû à la fois à sa faible épaisseur ($\sim 5 \text{ mm}$) et à sa faible raideur (son module de Young est d'environ $E = 10 \text{ GPa}$, soit dix fois plus faible que celui du titane). En revanche son influence est fondamentale pour le contact. Mais avant de se pencher sur la problématique complexe du contact, qui résulte d'une interaction entre deux structures, nous analysons ici le comportement du revêtement seul.

2.2.2.1 Structure

a/ Remarques générales

Comme son épaisseur n'excède pas 5 mm , le revêtement abrasable peut être considéré comme une structure mince dont la déformation structurelle est imposée par le carter. Il subit également une déformation locale due au contact analysé dans la suite.

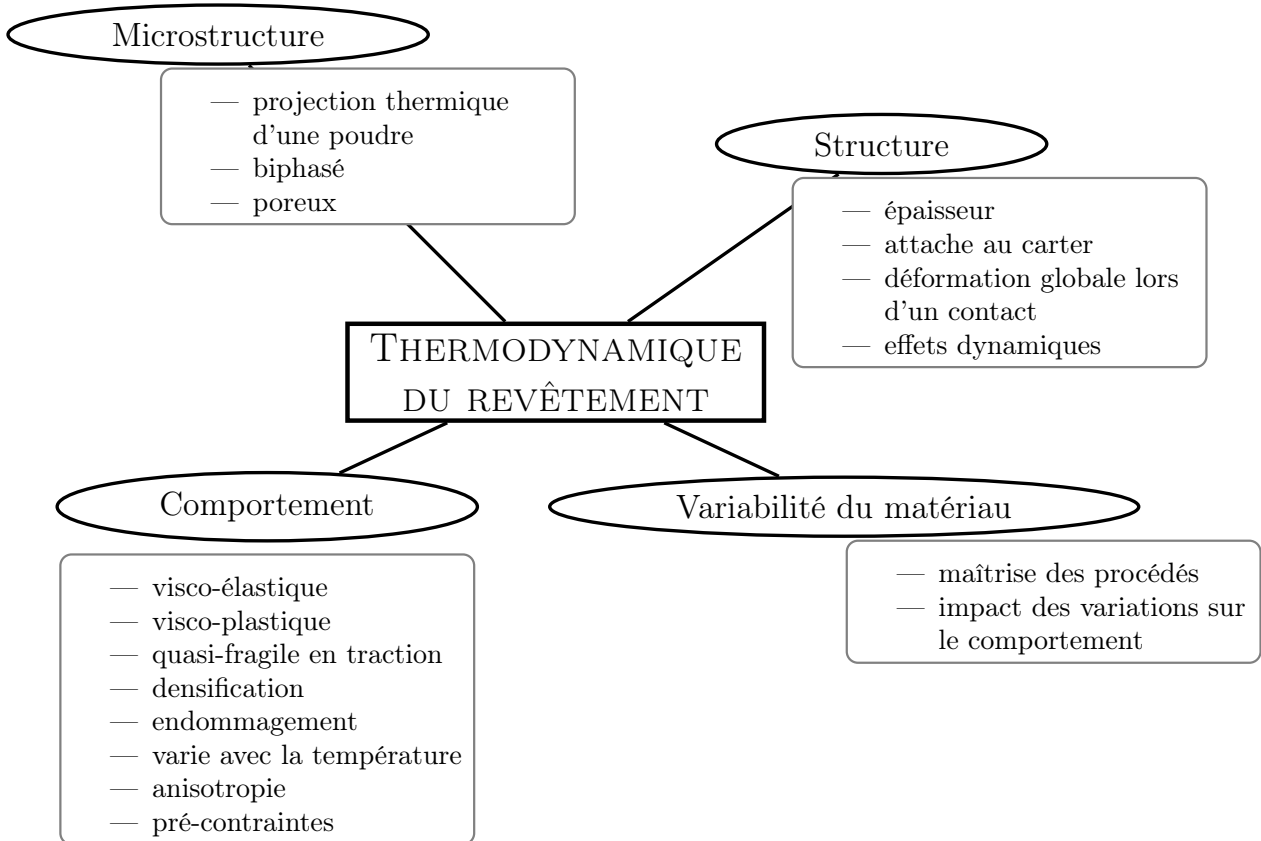


Figure 2.6 – Phénomènes intervenant dans la thermodynamique du revêtement abrasable

La littérature mentionne parfois des ruptures de l'interface avec le carter (Schmid, 1997, 3.1 p.51), mais il s'agit d'une configuration accidentelle provenant d'un défaut de la liaison entre les deux, qui ne nous intéresse pas ici : on considérera toujours que le revêtement est parfaitement attaché au carter.

b/ Effets dynamiques

On cherche ici à quantifier les effets de la propagation des ondes dans le revêtement lors d'un impact avec l'aube. On cherche en particulier à quantifier les forces d'inertie et les comparer aux forces dues au retour élastique du revêtement.

Vitesse de propagation des ondes

Dans le matériau abrasable, la vitesse de propagation des ondes élastiques longitudinales est

$$c = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \approx \sqrt{\frac{10 \times 10^9}{2 \times 10^3}} \approx 2 \times 10^3 \text{ m/s.}$$

Le temps de réflexion d'une onde en surface d'abrasable est donné par :

$$\Delta t_{\text{réflexion}} = \frac{2h_0}{c} \quad (2.1)$$

d'où, avec les valeurs numériques précédentes :

$$\Delta t_{\text{réflexion}} \approx 3 \times 10^{-6} \text{ s.}$$

De plus, l'aube s'est déplacée de

$$\Delta l_{\text{réflexion}} = v_A \Delta t_{\text{réflexion}} \quad (2.2)$$

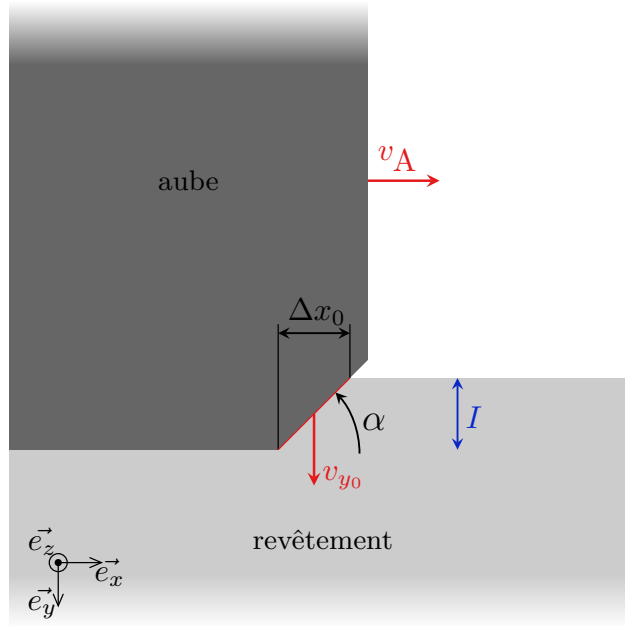


Figure 2.7 – Géométrie de l'interaction utilisée pour l'étude d'élastodynamique

entre l'instant où elle est entrée en contact avec un point du revêtement et l'instant où l'onde initiée en ce point est réfléchi sur l'aube.

Forces en dynamique

Afin de mieux comprendre les effets de la dynamique du revêtement sur le contact aube/abradable, on se place dans la configuration simplifiée de la figure 2.7. On considère comme fixés l'angle dû à la géométrie de l'aube α , l'incursion I , et la vitesse de l'aube v_A . On suppose que le revêtement abradable est comprimé par l'avant de l'aube. On note

$$\Delta x_0 = I \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

la distance sur laquelle le revêtement est comprimé sous l'aube, et

$$v_{y_0} = v_A \frac{I}{\Delta x_0} = v_A \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

la vitesse à laquelle un point en surface de revêtement se déplace sous l'effet de la compression par l'aube. Pour simplifier les calculs, on considère que l'aube est chanfreinée de manière rectiligne. Le processus étudié ici est considéré comme constant — on veut dire par là que le système à un temps t_2 est le même qu'à un temps t_1 , simplement translaté de $v_A(t_2 - t_1)$.

On s'intéresse aux effets dynamiques qui se produisent lorsque l'aube impacte le revêtement. Plus particulièrement, on cherche à calculer les forces qui s'exercent entre l'aube et un point matériel P d'abscisse x_0 appartenant au revêtement. L'élasto-dynamique du processus a trois effets sur le point P :

- avant qu'il n'y ait contact en x_0 , l'aube comprime déjà des points du revêtement en $x < x_0$, et par conséquent, le point P est déjà comprimé par les points voisins en $x < x_0$. On peut tenir compte de ce problème en considérant d'une part l'incursion réelle i au lieu de l'incursion nominale I (cf. la section p.31), et d'autre part, une pré-contrainte associée au déplacement $I - i$ du point P avant l'impact avec l'aube. Le calcul de i est cependant compliqué, et on négligera cet effet faute de mieux ;
- pendant la durée où le point P se situe sous le chanfrein de l'aube, sa vitesse selon e_y est imposée par l'aube à v_{y_0} ;

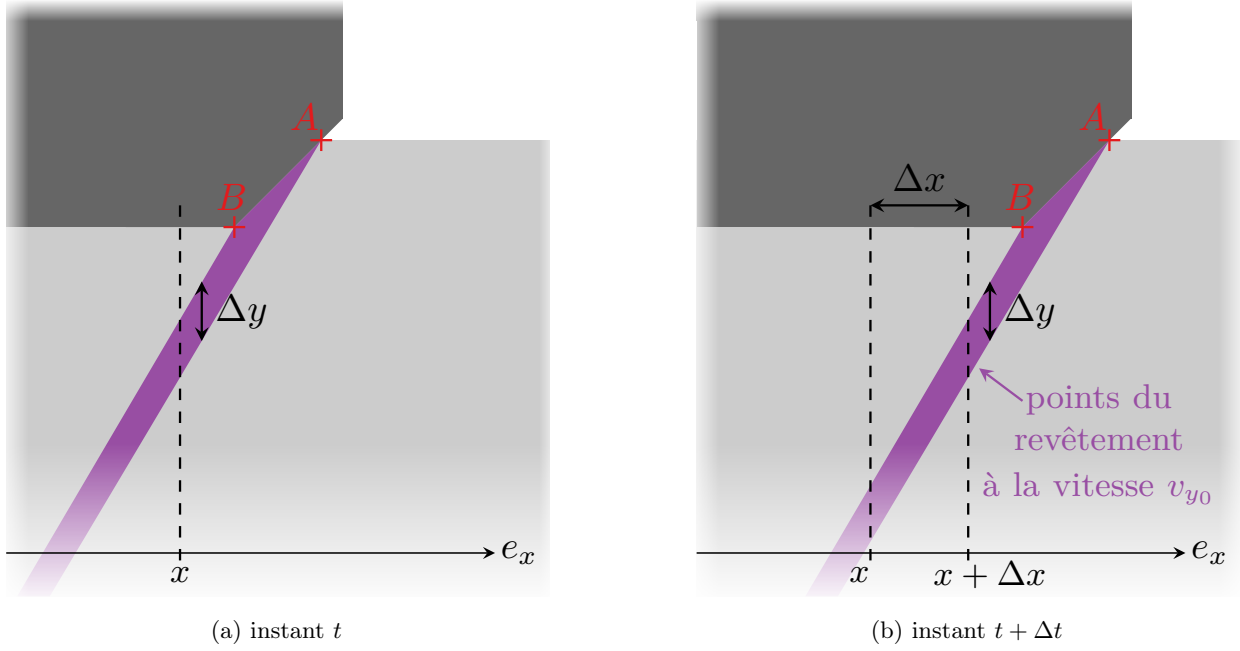


Figure 2.8 – Aube et revêtement à deux instants

- pendant la durée où le point P se situe sous le sommet de l’aube, après avoir été comprimé par le chanfrein, sa vitesse selon \mathbf{e}_y est imposée par l’aube à $v_y = 0$.

Pour simplifier les calculs, considérons que :

- lorsque le point P est sous le chanfrein, seule la force d’inertie $F_{n,\text{inertie}}$ de l’abradable s’exerce sur l’aube (l’onde élastique n’a pas eu le temps de se réfléchir et par conséquent, la force de réaction due à la raideur de l’abradable est nulle) ;
- lorsque P est sous le sommet, aucune force ne s’exerce jusqu’à la réflexion de l’onde, après quoi la pression due au retour élastique $\sigma_{n,\text{élast}}$ est considérée comme égale à la contrainte de raideur statique.

Calcul de $F_{n,\text{élast}}$

L’égalité $\sigma_{n,\text{élast}} = EI/h_0$ implique

$$F_{n,\text{élast}} = S \sigma_{n,\text{élast}} = S E \frac{I}{h_0} \quad (2.3)$$

où $S = e_A - \Delta l_{\text{réflexion}}$ est la surface du sommet d’aube sur laquelle s’exerce effectivement la force, une fois l’onde réfléchi. D’après l’équation 2.2, on a :

$$S = e_A - v_A \Delta t_{\text{réflexion}}. \quad (2.4)$$

Calcul de $F_{n,\text{inertie}}$

Par définition du travail, on a $W_{\Delta t} = F_{n,\text{inertie}} \Delta x$ avec $\Delta x = v_A \Delta t$. Par le théorème de l’énergie cinétique : $W_{\Delta t} = \Delta E_{c,\Delta t}$.

Afin de calculer la différence d’énergie cinétique entre t et $t + \Delta t$, observons sur la figure 2.8 le champ de vitesse dans le revêtement aux deux instants. Concentrons-nous d’abord sur la figure 2.8a. On considère que les ondes ne se propagent dans l’abradable que selon la direction \mathbf{e}_y . Lorsqu’un point P du revêtement entre en contact avec l’aube au point A , sa vitesse selon \mathbf{e}_y passe de 0 à v_{y_0} . Cette mise en mouvement se propage sous le point P , à la vitesse c ; et le point P lui-même reste en mouvement à la vitesse v_{y_0} jusqu’au moment où il entre en contact avec le point B de l’aube. Sa vitesse redevient alors nulle, mais son mouvement est transmis vers le bas.

v_A (m/s)	$\Delta l_{\text{réflexion}}$ (mm)	$F_{n,\text{élast}}$ (kN/m)	$F_{n,\text{inertie}}$ (kN/m), $\alpha = 45^\circ$	$F_{n,\text{inertie}}$ (kN/m), $\alpha = 15^\circ$
20	0,06	64	0,4	0,03
100	0,3	57	2	0,6
300	0,9	37	6	1,8
500	1,5	17	10	3

Tableau 2.1 – Forces statiques et dynamiques pour différentes vitesses d’interaction et d’angle de chanfrein

Notons Δy la hauteur sur laquelle s’est propagée la mise en mouvement du revêtement à l’instant où P arrive en B . On a $\Delta y = c\Delta t_{A \rightarrow B} = \frac{c}{v_A} d_{AB} = \frac{c}{v_A} \Delta x_0$.

Intéressons-nous maintenant, par comparaison entre les figures 2.8a et 2.8b, à la différence de quantité de mouvement entre t et $t + \Delta t$. Un volume supplémentaire $\Delta x \Delta y$ a été mis en mouvement à la vitesse v_{y_0} . On a donc :

$$\Delta E_{c,\Delta t} = \frac{1}{2} \rho \Delta x \Delta y v_{y_0}^2 = \frac{1}{2} \rho v_A \Delta t \frac{c}{v_A} \Delta x_0 v_A^2 \frac{I^2}{\Delta x_0^2} = \frac{1}{2} \rho v_A^2 c \Delta t I \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha};$$

d’où

$$F_{n,\text{inertie}} = \frac{1}{2} \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \rho c v_A I \quad (2.5)$$

$$= \frac{1}{2} \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \sqrt{E\rho} v_A I. \quad (2.6)$$

Application numérique : comme les deux forces, statique et dynamique, ont la même dépendance (linéaire) à l’incursion I , on fixe $I = 10 \mu\text{m}$. On prend $E = 10 \text{ GPa}$, $\rho = 2 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, $h_0 = 3 \text{ mm}$, $e_A = 2 \text{ mm}$.

Différentes valeurs des deux forces sont données dans le tableau 2.1. Les forces d’inertie sont en général négligeables par rapport aux forces de retour élastique, à l’exception du cas extrême où la vitesse d’interaction est de 500 m/s et d’un angle de chanfrein de 45° . Notons que la force due au retour élastique dépend de la vitesse d’interaction et de l’épaisseur de l’aube selon l’équation 2.4. Le tableau 2.1 présente uniquement des résultats pour une épaisseur d’aube $e_A = 2 \text{ mm}$. Mais notons que e_A a également une influence sur les résultats. Ainsi, si l’on prend $e_A = 1 \text{ mm}$, la force due au retour élastique est nulle à 500 m/s (l’onde réfléchie n’a pas le temps de toucher le sommet) et très faible à 300 m/s. Dans la suite de ce travail, nous ne reviendrons plus sur les effets dynamiques dans le revêtement abrasable, nous les considérerons négligeables, mais il s’agit d’une limitation à garder à l’esprit pour une analyse critique des résultats.

2.2.2.2 Microstructure

Un matériau abrasable doit satisfaire à deux exigences largement contradictoires : (1) s’user préférentiellement lors d’un contact avec une aube ; et (2) résister à l’érosion par des particules solides (par exemple du sable). Il doit également, parfois, servir de barrière thermique pour le carter (pour les étages de la turbine notamment). Selon la température de l’étage, différents matériaux ont été développés.

a/ Abradables obtenus par projection thermique (Schmid, 1997)

La plupart des matériaux abrasables utilisés de nos jours sont créés par projection thermique : le matériau, initialement sous forme de poudre, est chauffé et projeté sur le carter. Sous l’effet de la température et de la vitesse avec laquelle elles entrent en contact avec le carter, les particules projetées restent attachées et forment une couche de plus en plus épaisse au fur et à mesure des passes. La technique la plus couramment employée est la projection plasma. Différentes poudres et

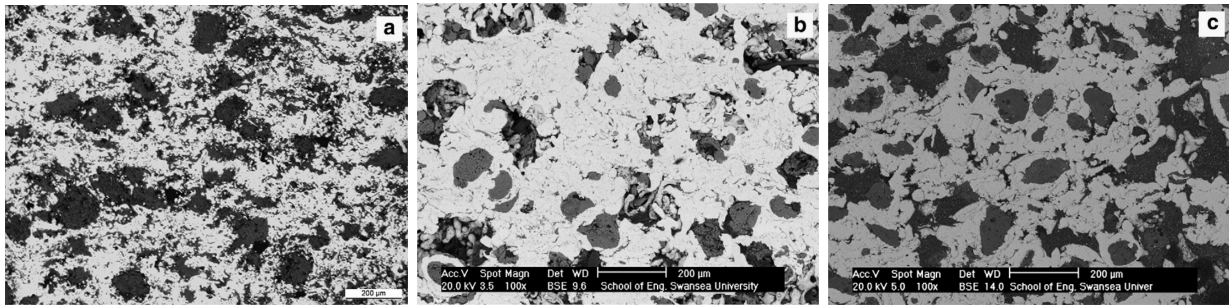


Figure 2.9 – Micrographies de différents matériaux abrasables (Johnston, 2011)

mélanges de poudres peuvent être projetés, et forment autant de matériaux différents. On utilise couramment dans l'industrie plusieurs types d'abrasables :

- les abrasables à base aluminium-silicium (AlSi), surtout utilisés dans les compresseurs basse pression :
 - AlSi-PE et AlSi-PI, créés à partir d'une projection de poudres d'aluminium-silicium et de polymère (polyester ou polyimide). Le fait d'être composé de deux matériaux non miscibles augmente l'abrasabilité en limitant le transfert de matériau d'abrasable vers l'aube lors des contacts. Cependant, la présence de polymère limite la température maximale pour laquelle l'intégrité du matériau est conservée ($\sim 350^\circ\text{C}$),
 - AlSi, composés d'aluminium-silicium uniquement, plus sujets au transfert vers l'aube, mais qui peuvent être utilisés à des températures plus élevées,
 - AlSi-hBN, composés d'aluminium-silicium et de nitrure de bore, censés remplacer les abrasables AlSi car opérant aux mêmes conditions mais moins sujets au transfert ;
- les abrasables à base métallique nickel-chrome-aluminium (NiCrAl) ou cobalt-nickel-chrome-aluminium-yttrium (CoNiCrAlY), éventuellement mélangés avec une deuxième phase (bentonite par exemple). Ils sont utilisés pour les compresseurs haute pression ($\sim 500^\circ\text{C} - 1000^\circ\text{C}$) ou la turbine basse pression ;
- les abrasables céramiques à base zircone, doivent avant tout fournir une barrière thermique et une protection à l'oxydation du carter. Leur abrasabilité n'est pas très bonne, et on doit en général faire subir un traitement abrasif spécifique au sommet d'aube de turbine pour palier à cet inconvénient.

b/ Microstructure des abrasables obtenus par projection thermique

Le processus de projection thermique des abrasables permet d'obtenir une microstructure particulière, formée par les particules partiellement fondues des poudres projetés, biphasée le cas échéant, et contenant des porosités, cf. par exemple la figure 2.9. L'ordre de grandeur de la microstructure est de $100\ \mu\text{m}$ quel que soit le type d'abrasable.

c/ Autres types d'abrasables (Schmid, 1997)

Les autres types de matériaux abrasables sont : les polymères, utilisés comme joint pour les carters de soufflante (et sans véritable fonction abrasable) ; les métaux avec une structure nids d'abeille et les *feltmetals* (fibres de métal brasées), surtout utilisés comme joints avec l'arbre. On ne s'intéresse pas à ces types d'abrasables dans ce travail.

2.2.2.3 Comportement volumique homogénéisé

Nous différons ici l'étude du comportement lors d'une interaction avec l'aube du revêtement (comportement « surfacique ») pour examiner le comportement isolé (« volumique ») de l'abrasable. Le

Mécanique (Millecamps, 2010; Ribesse, 2015)	
module de Young	$E = 8 \text{ GPa}$
coefficient de Poisson	$\nu = 0,35$
masse volumique	$\rho = 2000 \text{ kg/m}^3$
limite d'élasticité	$\sigma_y = 20 \text{ MPa}$
ténacité	$K_{1C} = 1,5 \text{ MPa} \sqrt{\text{m}}$
Thermique (Millecamps, 2010)	
coefficient de dilatation	$\alpha = 10^{-5} / \text{K}$
conductivité thermique	$\lambda = 1 \text{ W}/(\text{m K})$
capacité thermique massique	$c = 1200 \text{ J}/(\text{kg K})$
Microstructure (Johnston, 2011)	
proportion volumique de la phase aluminium-silicium	$p_{\text{AlSi}} = 50\%$
proportion volumique de la phase polyester	$p_{\text{PE}} = 45\%$
proportion volumique des porosités	$p_{\emptyset} = 5\%$

Tableau 2.2 – Paramètres matériau typiques d'un abradable AlSi-PE

revêtement abradable étant déposé sur quelques millimètres d'épaisseur, on observe un comportement macroscopique assez régulier du matériau.

Si l'on se réfère aux différentes phases qui le composent, un abradable a un comportement volumique visco-élastique/visco-plastique. Les propriétés d'élasticité et de plasticité ont été mesurées dans diverses expériences (Johnston et Evans, 2007; Johnston, 2011; Ma et Matthews, 2009). Dans la pratique, il est difficile de mesurer des propriétés de viscosité car elles nécessitent des bancs spécifiques (Langlois, 2015). De par la présence de plusieurs phases non miscibles et de porosité, le comportement à la rupture est quasi-fragile en traction. La présence de porosité implique également des mécanismes de densification.

Le procédé de fabrication ainsi que l'observation des micrographies conduisent également à penser que le matériau n'est pas isotrope, mais peu d'expériences ont été effectuées en ce sens (Langlois, 2015). Enfin, bien sûr, il est plus intéressant de mesurer la réponse du matériau à la température extérieure pour laquelle il est censé être utilisé ; c'est cependant rarement le cas du fait de la complexité accrue requise par de tels dispositifs expérimentaux.

Les paramètres constitutifs d'un abradable AlSi-PE sont indiqués dans le tableau 2.2.

2.2.2.4 Variabilité volumique du matériau

Comme le procédé de fabrication des abrasables est particulier, il convient d'examiner la problématique de la variabilité du matériau.

a/ Variabilité volumique intrinsèque

Après l'obtention d'un matériau abradable, la microstructure n'est pas topologiquement la même en deux points différents, c'est le principe d'un matériau composite ; mais il est également possible que le comportement homogénéisé, c.-à-d. moyenné sur un volume donné (le volume élémentaire représentatif est de l'ordre du millimètre) soit également différent pour deux volumes situés en deux points différents de l'espace : c'est ce que nous appelons la variabilité volumique intrinsèque du matériau.

La littérature donne quelques résultats intéressants sur ce point : Johnston (2011) donne les courbes de traction de trois matériaux sur plusieurs essais, ainsi que les modules de Young estimés et les contraintes à la rupture associées. Les écarts-type par rapport à la moyenne sont compris entre 5 % et 15 % pour le module de Young, et entre 5 % et 20 % pour la contrainte à rupture. Ces écarts sont supérieurs à ceux de matériaux métalliques standards, mais sont toutefois de l'ordre des

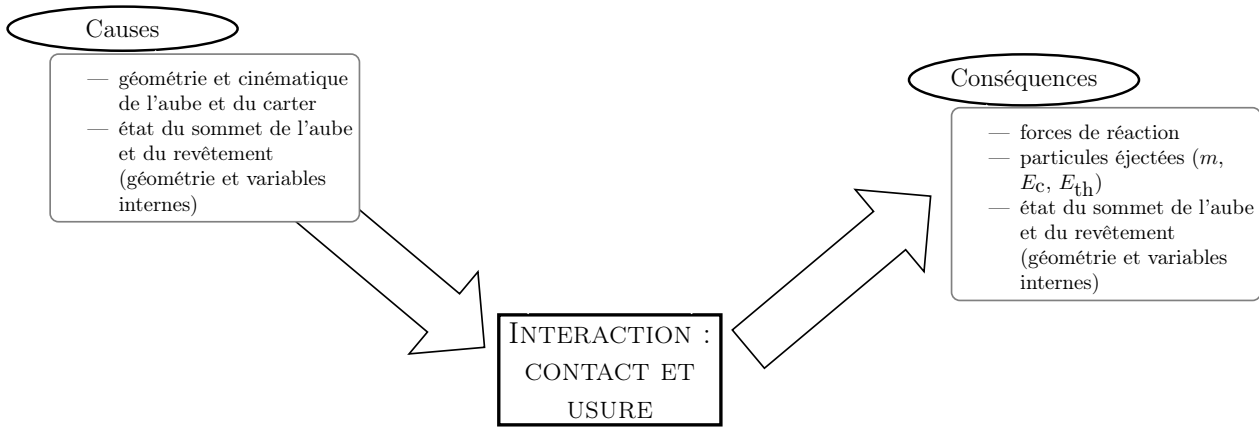


Figure 2.10 – Le processus d’interaction

incertitudes que l’on trouve pour des matériaux composites par exemple. Mandard (2015) indique la présence d’un défaut dans la matière lors d’une mesure, entraînant une augmentation locale de la porosité³, ce qui conduit à penser que les inhomogénéités ne sont pas rares au sein du matériau.

b/ Variabilité extrinsèque

Par variabilité extrinsèque, nous entendons la variabilité qui existe entre plusieurs échantillons d’un matériau supposés identiques (par exemple, mêmes quantités de poudre, mêmes températures de chauffe) mais obtenus dans des conditions industrielles différentes (machine de projection plasma différente par exemple).

Peu de littérature existe à ce sujet, mais nous avons noté, au sein du projet MEDEA, la difficulté pour les partenaires académiques d’obtenir, du fait d’équipement différents, un matériau semblable à celui produit par Snecma pour ses moteurs.

c/ Conclusion

La variabilité des matériaux complexifie encore l’étude de l’interaction, car des expériences effectuées sur des matériaux censés être équivalents (par exemple, AlSi-PE avec 40% d’AlSi en masse) peuvent conduire à des résultats différents. Du point de vue de la simulation, cela implique qu’une modélisation fine des phénomènes ne saurait être pertinente qu’en tenant compte de la variabilité intrinsèque du matériau, et ne serait de toute façon utile, en pratique, qu’à condition d’avoir un meilleur contrôle de la variabilité extrinsèque.

2.2.3 Interaction entre les aubes et le revêtement abradable

On s’intéresse maintenant au cœur du problème : l’interaction entre le sommet de l’aube et le revêtement. On considère ici le système composé des sommets d’aube et du revêtement. À chaque interaction, le système subit une transformation thermodynamique, dont on cherche à déterminer les causes, le processus et les conséquences.

2.2.3.1 Causes et conséquences du processus

Le processus d’interaction est représenté figure 2.10. La cause évidente de l’interaction est la cinématique des aubes et du stator, mais si nous voulons être plus précis sur les modalités selon lesquelles s’effectue l’interaction, on peut résumer les causes comme suit :

- la cinématique du contact c.-à-d. :
 - le mouvement de l’aube et du revêtement,

³. cf. figure 4.41 et §4 p.139

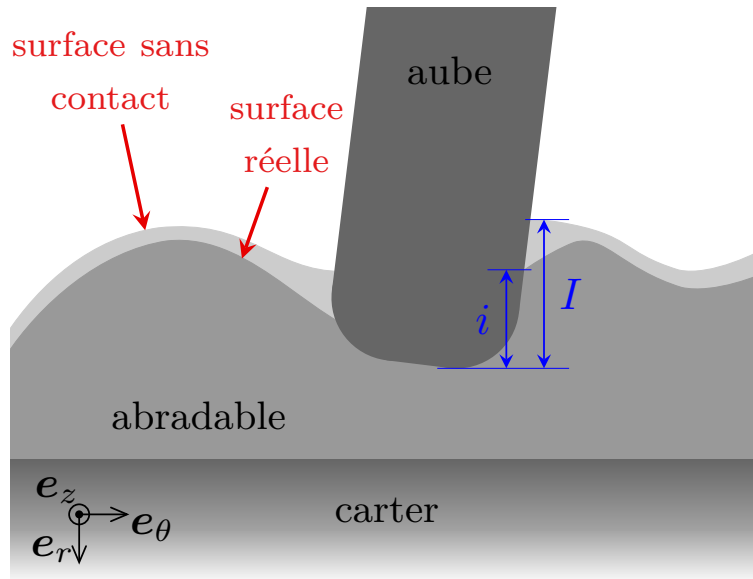


Figure 2.11 – Définition de l'incursion I

- la topologie du sommet de l'aube et du revêtement ;
- l'état thermique du système ;
- l'état interne du sommet d'aube et du revêtement (que l'on pourra décrire par des variables internes, p. ex. déformation plastique, endommagement...).

Les conséquences du processus sont les suivantes :

- la cinématique du contact c.-à-d. :
 - les forces de réactions dues au contact,
 - la variation de topologie du sommet de l'aube et du revêtement ;
- la variation de l'état thermique du système ;
- la variation de l'état du sommet d'aube et du revêtement ;
- la variation de la matière présente dans le système c.-à-d. :
 - la matière éjectée par usure,
 - la matière transférée au sommet de l'aube ou au revêtement.

a/ Ordres de grandeur de l'incursion de l'aube à chaque tour

Définitions

La profondeur instantanée d'incursion de l'aube dans le revêtement, que l'on appellera simplement incursion dans la suite, est un paramètre fondamental dans la cinématique du contact. Pour définir précisément l'incursion, on se place, à l'instant t , dans un plan P_z orthogonal à l'axe de rotation, de coordonnée axiale z . On appelle **configuration relâchée** à l'instant t la configuration dans laquelle se trouverait le revêtement abradable si le contact actuel n'était pas présent (mais en tenant compte des effets des contacts précédents, en particulier de l'usure induite). La **surface sans contact**, cf. figure 2.11, est associée à cette configuration relâchée. L'**incursion** $I(z, t)$ est la différence entre la position radiale de l'extrémité de l'aube à l'instant t et la surface sans contact, cf. figure 2.11. En notant $d = d(z, \mathcal{S}_r(t), \theta(z, t))$ la distance à l'axe de la surface sans contact \mathcal{S}_r à l'instant t et pour la position angulaire θ de l'aube, on a :

$$I(z, t) = r(z, t) - d \quad (2.7)$$

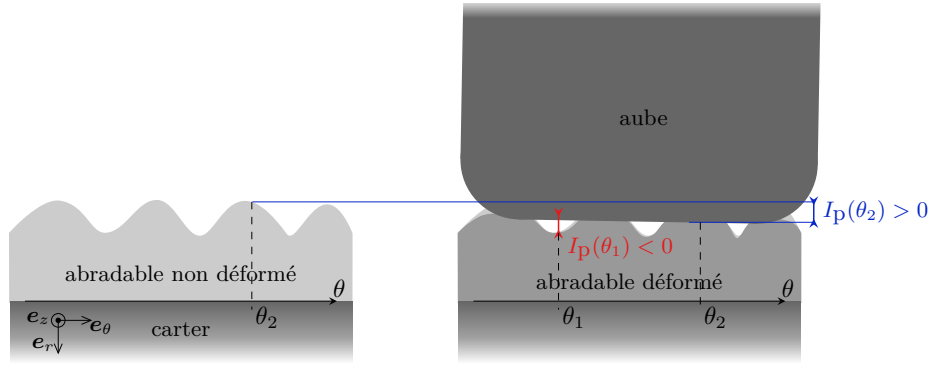


Figure 2.12 – Définition de la pénétration dans l'interface I_p : c'est l'écrasement local de l'interface entre les configurations avec et sans contact

L'incursion est nommée de plusieurs façons dans la littérature : *bite-per-blade*, incursion supplémentaire par tour... Ces termes visent à la différencier de ce que nous appellerons l'**incursion totale**, $I_{\text{tot}}(z, t)$, et qui est la distance entre la surface du revêtement à l'origine, c'est-à-dire non usé, et la position radiale de l'extrémité de l'aube. En notant $d_0 = d(z, \mathcal{S}_r(0), \theta(z, t))$ on a :

$$I(z, t) = r(z, t) - d_0 \quad (2.8)$$

L'incursion telle que nous la définissons est en fait une *incursion nominale* car elle mesure une distance par rapport à la configuration *relâchée* de l'abradable. C'est une grandeur importante car c'est elle que l'on contrôle (par le biais de la vitesse d'incursion) sur tous les essais de type banc d'abradabilité ; cependant, du point de vue de la physique de l'interface, elle ne correspond pas à une grandeur intrinsèque de l'interaction au niveau local car elle dépend également de l'accommodation de structure (souplesse du revêtement dans son épaisseur et du carter juste derrière). On s'affranchit de cette souplesse structurelle en définissant l'**incursion réelle** i comme l'incursion nominale à laquelle on a retranché l'accommodation de la structure (cf. figure 2.11). Idéalement, l'incursion réelle est une meilleure mesure que l'incursion nominale, mais en pratique, elle est quasiment impossible à mesurer (en particulier, car il faut décider à partir de quand l'abradable peut être considéré comme détaché du reste du revêtement), c'est pourquoi on parle bien plus souvent de l'incursion nominale.

Une autre grandeur importante est l'**incursion théorique** : la différence entre la position radiale à l'instant t et cette même position, au tour précédant :

$$I_{\text{th}}(z, t) = r(z, t) - r(z, t - \Delta t_{1 \text{ tour}}). \quad (2.9)$$

L'incursion théorique est égale à l'incursion si l'abradable s'use exactement selon la trajectoire de l'aube, c'est-à-dire sans surconsommation ou sous-consommation du revêtement abradable en particules usées.

Enfin nous définissons la **pénétration dans l'interface**, I_p , comme l'incursion microscopique de l'aube dans la surface du revêtement (cf. figure 2.12). C'est la valeur du déplacement des protubérances avant contact et après leur aplatissement plastique sous l'effet du contact. L'intérêt de cette mesure en mécanique microscopique est de quantifier de manière purement locale l'importance de l'incursion du point de vue de l'interface ; on s'affranchit en particulier du déplacement structurel de l'aube mesuré par l'incursion réelle i . Du point de vue macroscopique, la moyenne de I_p est nulle.

Quantification

L'intervalle de variation de l'incursion dans les expériences est très étendu. Les expériences effectuées par Schmid (1997) sur banc rotatif Sulzer ont une incursion variant de $0,01 \mu\text{m}$ à $40 \mu\text{m}$ ⁴, l'article de Fois et coll. (2013) sur le banc Sheffield rapporte des incursions de $0,02 \mu\text{m}$ à $2 \mu\text{m}$ ⁵,

4. Schmid, équation 10 p.46, avec valeurs extrêmes des vitesses d'interaction et d'incursion données p.1, le diamètre donné p.47 et une aube en contact (même si ce point n'est pas clair : on parle parfois de deux aubes, p. ex. p.23)

5. Fois et coll., tableau 1

Mandard (2015) rapporte des valeurs variant entre une incursion nulle (trop faible pour être mesurée) et $100 \mu\text{m}$ ⁶, et Vincent (2015) une centaine de microns.

Cet intervalle d'incursion vient du fait qu'on ne connaît pas les valeurs réelles des incursions lors d'une interaction dans les moteurs. En ce qui concerne les expériences échelle 1, on se propose de donner un ordre de grandeur de l'incursion maximale observée. On s'appuie sur les expériences rapportées dans la thèse de Millecamps (2010). Si l'on regarde les signaux de contraintes des deux essais, reproduites figure 2.13, on remarque que la résonance se fait respectivement selon une enveloppe d'allure exponentielle ou affine. Supposons qu'il n'y a ni sur- ni sous-consommation, ainsi l'enveloppe de l'incursion totale a la même allure, on peut alors les chercher sous la forme :

$$I_{\text{tot,env},1}(t) = A_1 e^{\alpha t}$$

$$I_{\text{tot,env},2}(t) = A_2 t + B$$

On sait que l'usure finale est de 3 mm au maximum, et on fait l'hypothèse que l'incursion totale est également de 3 mm au moment de la perte du signal (respectivement à $t_f = 936 \text{ s}$ et $t_f = 195 \text{ s}$) :

$$I_{\text{tot,env},1}(t_f) = 3 \text{ mm}$$

$$I_{\text{tot,env},2}(t_f) = 3 \text{ mm}$$

La phase de résonance commence (respectivement à $t_i = 920 \text{ s}$ et $t_i = 168 \text{ s}$) avec des valeurs de contraintes d'environ le tiers des valeurs maximales de la fin, on peut donc considérer que l'incursion est elle aussi au tiers de l'incursion finale :

$$I_{\text{tot,env},1}(t_i) = 1 \text{ mm}$$

$$I_{\text{tot,env},2}(t_i) = 1 \text{ mm}$$

On trouve :

$$\alpha = \frac{\ln 3}{t_f - t_i} = 0,0687 \quad A_1 = e^{-\alpha t_i} = 3,6773 \times 10^{28}$$

$$A_2 = \frac{2}{t_f - t_i} = 0,0741 \quad B_1 = 3 - A_1 t_f = -11,444$$

L'expérience a lieu à $\Omega = 35 \text{ tours/s}$, donc le temps pour faire un tour est de $\Delta t_{1 \text{ tour}} = 1/\Omega$, et donc on peut calculer l'incursion maximale pour un tour, comme différence entre l'enveloppe de l'incursion totale au tour actuelle et l'enveloppe au tour précédent :

$$I(t) = I_{\text{tot}}(t) - I_{\text{tot}}(t - \Delta t_{1 \text{ tour}})$$

Essai 1 : on peut calculer l'incursion au début et en fin de phase de résonance :

$$I_1(t_i) = 2 \mu\text{m}$$

$$I_1(t_f) = 6 \mu\text{m}$$

Essai 2 : l'enveloppe de l'incursion totale est affine, par conséquent l'incursion est constante :

$$I_2 = 2 \mu\text{m}.$$

L'ordre de grandeur des incursions théoriques est donc de quelques microns. Et par ailleurs, la phénoménologie de l'usure semble indiquer que l'incursion réelle est souvent proche de l'incursion théorique⁷. La figure 2.14 permet de visualiser la géométrie approximative à l'échelle pour deux incursions différentes, en supposant une usure égale à l'incursion.

6. Mandard, figures 4.26, 4.27 et 4.28 pp. 125-126

7. cf. §e/ p.56

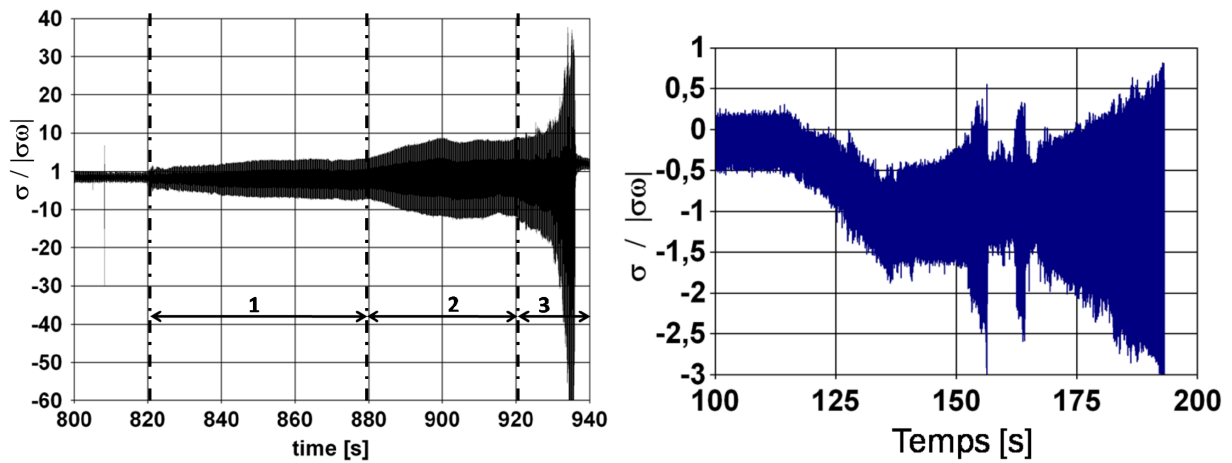


Figure 2.13 – Signaux relevés par les jauges de déformation, (Millecamps, 2010, figures 2-12 p.42 et 2-15 p.43)

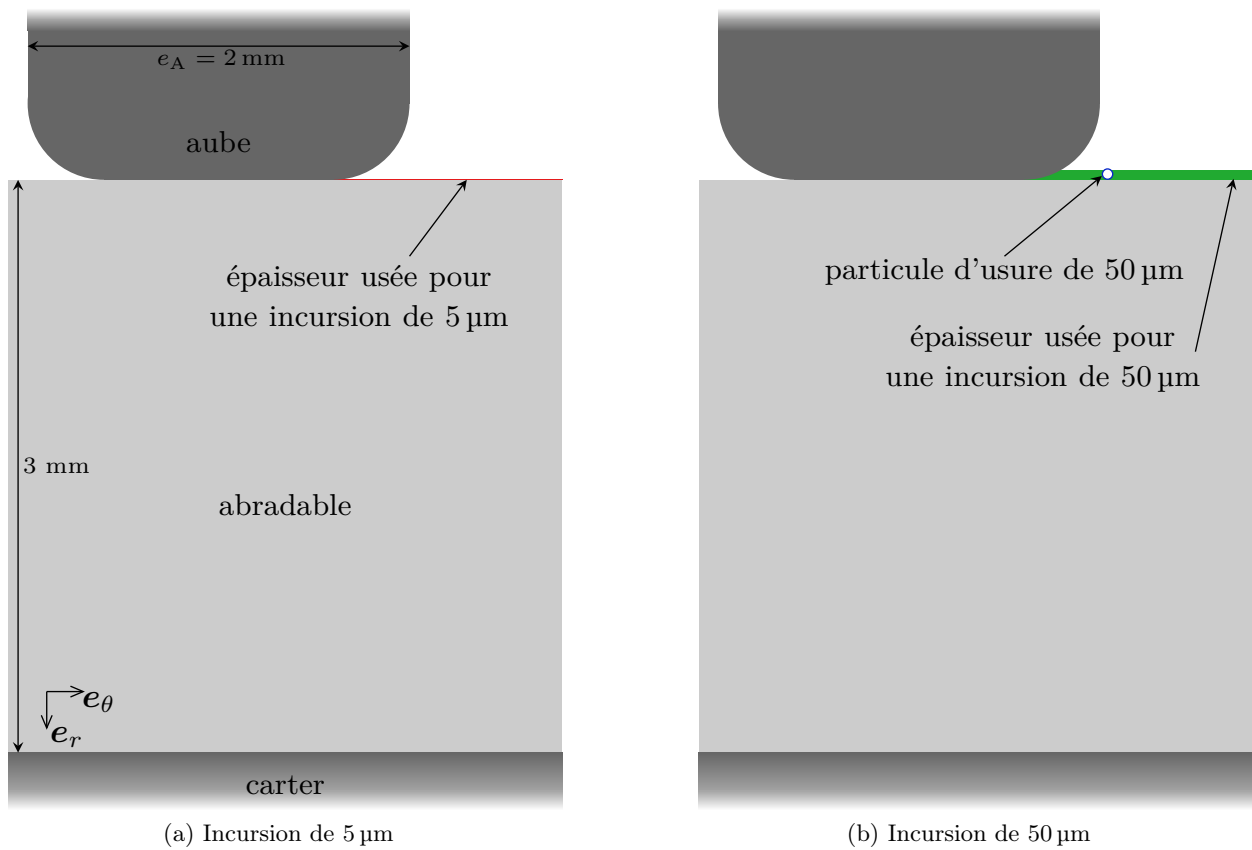


Figure 2.14 – Figure à l'échelle de la géométrie du contact

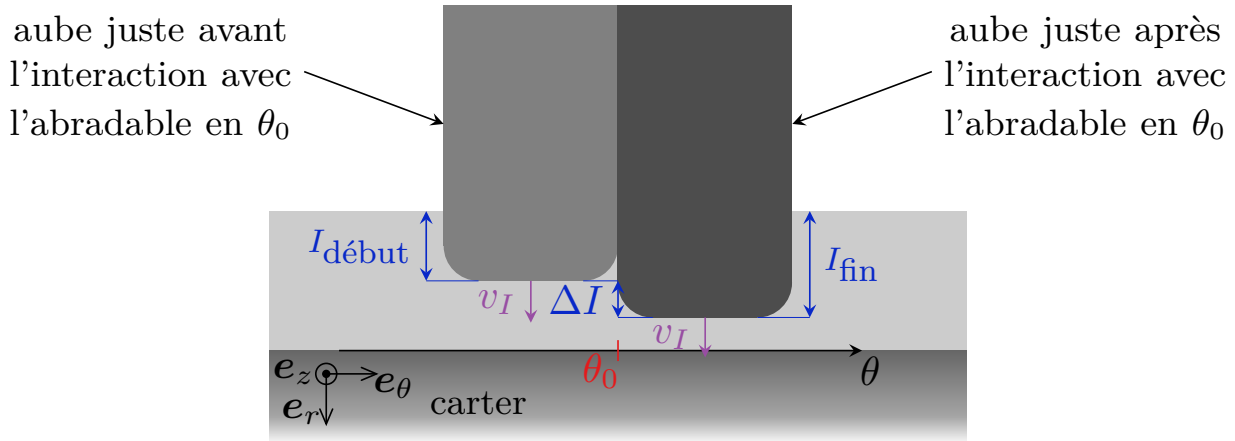


Figure 2.15 – Enfoncement imposé à la surface du revêtement au point x_0

b/ Remarque sur un paramètre expérimental : la vitesse d'incursion

Pour tous les bancs où une aube rigide vient user un échantillon d'abradable, la vitesse d'incursion v_I est un paramètre clé de contrôle. Elle est définie comme la vitesse à laquelle l'aube se rapproche de l'abradable selon la direction normale à la surface de contact de l'échantillon d'abradable, cf. figure 2.1. Cette vitesse est souvent utilisée comme variable en fonction de laquelle sont tracées les différentes quantités d'intérêt des expériences (forces d'interaction, quantités d'usure...). Une telle présentation des résultats laisse à penser que la vitesse d'incursion est un paramètre d'influence majeur du processus de contact et d'usure.

Montrons qu'au contraire, la vitesse d'incursion a une influence sur la phénoménologie uniquement par le biais de l'incursion. En effet, dans les expériences, v_I est directement liée à I car v_I est constante pendant la durée de l'expérience, et par conséquent I est simplement la distance parcourue radialement par l'aube, à la vitesse v_I , durant un tour :

$$I = \pi D \frac{v_I}{v_A}$$

où D est le diamètre du cercle formé par la trajectoire du sommet d'aube lors de la rotation, et v_A la vitesse orthoradiale du sommet d'aube.

Montrons maintenant que l'influence intrinsèque de v_I est négligeable. Lors d'un essai, imaginons que l'on prenne une vitesse v_I différente pendant le contact avec l'abradable, tout en gardant constant tous les autres paramètres, et en particulier la même incursion I (par exemple on peut compenser une diminution de v_I pendant le contact par une augmentation de v_I juste après la fin de la touche). Il y a alors deux changements dans la cinématique de l'interaction :

- l'effet inertiel de l'échantillon d'abradable est différent ;
- géométriquement, la compression supplémentaire ΔI due au déplacement normal de l'aube pendant la durée Δt_e entre le moment où elle entre dans l'abradable et le moment où elle en sort est différente (cf. figure 2.15), car $\Delta I = v_I \Delta t_e = \frac{v_I}{v_A} e_A$.

Notons qu'aucune des expériences ne va au-delà d'une vitesse d'incursion de $v_I = 5$ mm/s. Par conséquent l'effet inertiel de v_I peut être totalement négligé, surtout au regard de l'effet inertiel dû à la vitesse d'interaction de l'aube $v_A \sim 100$ m/s. De même, en prenant une épaisseur de sommet d'aube de $e_A = 3$ mm, on obtient $\Delta I = 1,5$ nm, ce qui est totalement négligeable par rapport à l'incursion I , ou par rapport à la compression due au rayon de courbure de l'aube (cf. figure 2.5 p. 21).

Expérience	Mandard (2015) ⁸	Vincent (2015)	Fois et coll. (2014) ⁹	Dadouche et coll. (2008) ¹⁰
Abradable	AlSi-PE	AlSi-PE	AlSi-hBN	CoNiCrAlY
$I(\mu\text{m})$	0 – 120	100	0,02 – 2	0,006 – 5
$e_A(\text{mm})$	2	2	2	3
$l_c(\text{mm})$	10	6	20	6
$S_A(\text{mm}^2)$	20	12	40	18
$F_n(\text{N})$	0 – 600	600 – 1000	1300 – 4300	0 – 2
$F_t(\text{N})$	0 – 200	100 – 350	150 – 2550	–
$F_{n,\text{lin}}(\text{kN/m})$	0 – 60	100 – 160	65 – 215	0 – 0,3
$F_{t,\text{lin}}(\text{kN/m})$	0 – 20	16 – 60	7,5 – 128	–
$\sigma_n(\text{MPa})$	0 – 30	50 – 80	32 – 100	0 – 0,1
$\sigma_t(\text{MPa})$	0 – 10	8 – 30	4 – 64	–
μ_{eff}	0,1 – 0,2	0,15 – 0,3	0,12 – 0,58	–

Tableau 2.3 – Forces d’interaction mesurées dans différentes expériences. F_{lin} désigne la force linéique (force totale F sur longueur de corde l_c), et $\mu_{\text{eff}} \triangleq \frac{F_t}{F_n}$ est le coefficient de frottement effectif.

c/ Ordre de grandeur des forces de contact

Les forces d’interactions mesurées dans différentes expériences de la littérature sont données dans le tableau 2.3. On note les valeurs beaucoup plus faibles de l’expérience décrite par Dadouche et coll. (2008), peut-être dues à une incursion plus faible. On remarque également que les valeurs maximales des contraintes normales sont, dans les autres cas, largement supérieures à la limite d’élasticité de l’AlSi-PE $\sigma_y \approx 20$ MPa.

2.2.3.2 Changements dus à l’interaction

Les différents paramètres intervenant lors du processus d’interaction sont représentés sur la figure 2.16 et décrits ci-dessous.

a/ Géométrie

La configuration du contact dépend en premier lieu de la géométrie de l’aube en son sommet et de l’abradable. La géométrie du contact doit être décrite selon plusieurs échelles. À l’échelle macroscopique, la longueur de corde, l’épaisseur de l’aube, ainsi que la forme des arêtes intrados et extrados sont à prendre en compte, (des détails sont donnés en section 2.2.1.1 p.20). À l’échelle microscopique, la topologie de la surface joue un rôle important dans le contact. Des valeurs de rugosité (en général R_a , rugosité moyenne arithmétique) sont données dans la littérature : Cuny (2012) indique une rugosité de $3\mu\text{m} - 4\mu\text{m}$ lorsque l’usure est régulière¹¹, mais la rugosité peut devenir plus importante quand le matériau se détache en plaques, avec des rugosités de l’ordre de $20\mu\text{m} - 30\mu\text{m}$ ¹²; Schmid (1997) donne des rugosités qui varient dans l’intervalle $20\mu\text{m} - 70\mu\text{m}$ suivant les mécanismes d’usure pour un abradable de type alliage en nickel¹³, une rugosité de $15\mu\text{m}$ environ pour un abradable Ni-graphite¹⁴, une rugosité variant, en fonction de l’incursion et de la température extérieure, entre $2\mu\text{m}$ et $12\mu\text{m}$ pour un abradable NiCrAl-bentonite¹⁵...; Brunet (2012) fait état d’une rugosité-cible de $1\mu\text{m}$ pour limiter les pertes de charge, mais de rugosités en service comprises entre $5\mu\text{m}$ et $20\mu\text{m}$.

11. Cuny, §2 p.149

12. Cuny, figures 4.19 p.148, 4.20 p.151 et 4.21 p.152

13. Schmid, figure 15d p.44

14. Schmid, figure 44 p.98

15. Schmid, figure 44 p.98

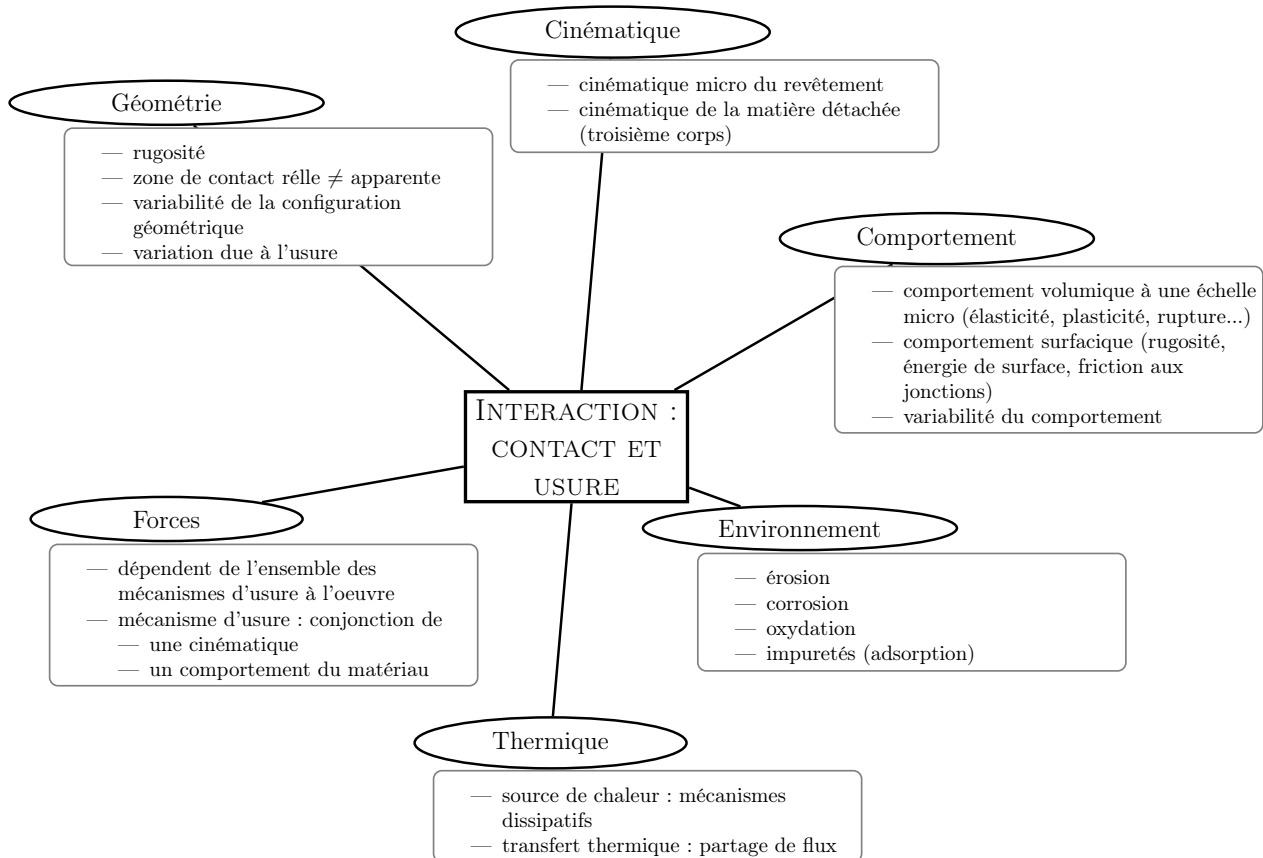


Figure 2.16 – Le processus d'interaction

On remarque que les valeurs de la rugosité sont dans la plupart des cas similaires, voire supérieures aux valeurs des incursions de l'aube dans le revêtement, ce qui implique que la cinématique du contact change à chaque instant : lors d'un contact macroscopique, un point de l'aube ne sera en contact réel avec le revêtement seulement de manière intermittente.

b/ Cinématique

La cinématique de la matière usée lors d'une interaction joue en rôle prépondérant sur le contact. Schmid (1997) remarque qu'à partir d'une vitesse d'interaction à plus de 100 m/s, plus de 90% des débris d'usure sont éjectés à l'arrière de l'aube¹⁶, ce qui semble contre-intuitif quand on compare l'interaction aube/abradable avec un usinage, mais qui s'explique par la faible incursion de l'aube dans le revêtement. D'autres expériences (Mandard, 2015; Vincent, 2015) montrent au contraire que les débris d'usure sont en majeure partie éjectés vers l'avant.

On peut considérer les débris d'usure comme un troisième corps qui influence le circuit tribologique. Toutefois, notons que les débris d'usure sont éjectés dès la fin de l'interaction car ils ne sont pas confinés, et par conséquent n'interviennent plus lors du contact suivant. Cela s'oppose à la plupart des cas étudiés par la littérature sur le troisième corps, où l'éjection des particules d'usure est aussi complexe que leur détachement.

c/ Comportement du matériau lors d'une interaction

Domaine réversible – Élasticité de l'abradable

On s'intéresse ici uniquement à la réponse de l'abradable sous l'effet d'un effort normal, c.-à-d. on considère que l'abradable ne travaille qu'en compression, et on cherche le déplacement maximal de

16. Schmid, §3 p.78

l'abradable avant qu'il n'entre en plasticité. Si l'on suppose qu'il est encastré dans un carter rigide, on a :

$$\sigma_y = E \frac{\Delta h_{\text{él,max}}}{h_0}$$

d'où

$$\Delta h_{\text{él,max}} = \frac{\sigma_y \cdot h_0}{E} = \frac{20 \times 10^6 \cdot 3 \times 10^{-3}}{8 \times 10^9} \approx 8 \mu\text{m}.$$

Par conséquent, tant que l'épaisseur du revêtement reste proche de sa valeur initiale h_0 , l'incursion nécessaire pour que le revêtement sorte de son domaine d'élasticité est d'environ $8 \mu\text{m}$.

À noter que ce calcul suppose un comportement purement 1D, ce qui revient à dire que la surface d'interaction est infinie. En réalité, la surface mesure environ $2000 \mu\text{m}$ de large (largeur de l'aube, un peu moins si on considère qu'une partie de la largeur de l'aube est chanfreinée), à comparer à l'enfoncement de $8 \mu\text{m}$. On peut donc considérer que le calcul vérifie les hypothèses (en particulier, il n'a rien à voir avec un calcul d'indentation car la largeur du « poinçon » (c.-à-d. l'aube dans notre cas) est bien plus large que l'enfoncement final).

Variabilité surfacique des matériaux

On s'intéresse ici à la variabilité surfacique du comportement du matériau lors d'une interaction, c'est-à-dire au fait que la surface d'un revêtement puisse avoir un comportement variable suivant le lieu où l'on se place ; et au fait que deux revêtements, censés être identiques, ne le sont en réalité peut-être pas car leur fabrication n'a pas été exactement la même (par exemple, la position et la température de la torche plasma est différente).

De manière générale, on peut penser que les mêmes remarques s'appliquent pour la variabilité surfacique que pour la variabilité volumique, analysée en 2.2.2.4. Le comportement surfacique étant de manière générale plus complexe à mesurer, la littérature donne moins d'exemples. Notons les expériences menées par Ribesse (2015), où le coefficient de frottement (pris comme le rapport de la force tangentielle par rapport à la force normale) est tracé en fonction du temps lors d'un essai pion-disque : en dehors d'un bruit sans doute induit par la rugosité des surfaces, le coefficient est relativement stable lorsque le pion se déplace sur la surface.

2.2.3.3 Comparaison des énergies au contact

On souhaite comparer en ordre de grandeur les différentes énergies qui caractérisent le contact, à savoir l'énergie cinétique du sommet d'aube et l'énergie qui peut en contrepartie être absorbée par le revêtement — par transfert de quantité de mouvement, par forces de cohésion et de déformation de l'abradable ou par friction et échauffement du système.

On choisit comme temps caractéristique du contact la durée nécessaire à l'aube pour parcourir un point de la surface du revêtement. On peut estimer cette durée à :

$$\Delta t_e = \frac{e_A}{v_A} = \frac{3 \times 10^{-3}}{300} = 10^{-5} \text{ s}.$$

a/ Énergie cinétique du sommet d'aube

On peut négliger l'énergie cinétique due aux vibrations, et ne considérer que l'énergie cinétique due à la rotation de l'aube.

Pendant Δt , l'énergie cinétique totale de l'aube n'est pas disponible en son sommet car les ondes élastiques ne se sont pas propagées jusqu'en pied d'aube.

La question est donc de savoir jusqu'où les ondes élastiques ont le temps de se propager pendant 10^{-5} s . Les ondes élastiques se propagent avec une vitesse de $v_{\text{él}} = \sqrt{E/\rho}$. En prenant $E = 110 \text{ GPa}$ et $\rho = 4500 \text{ kg/m}^3$, on a $v_{\text{él}} = 5 \times 10^3 \text{ m/s}$. Par conséquent les ondes « remontent » dans l'aube jusqu'à $l_{\text{él}} = v_{\text{él}} \Delta t = 50 \text{ mm}$.

En supposant une vitesse en sommet d'aube de 300 m/s, et une longueur de corde $l_c = 40$ mm on a alors l'énergie cinétique approximative du sommet :

$$E_c(\text{sommet}) = \rho_{Ti} e_A l_c l_{el} v_A^2 = 4500 \cdot 3 \times 10^{-3} \cdot 40 \times 10^{-3} \cdot 50 \times 10^{-3} \cdot 300^2 = 2 \times 10^3 \text{ J.}$$

b/ Énergie de cohésion de l'abradable

On suppose que l'abradable est quasi-fragile. Son énergie volumique de déformation maximale est donc $E \epsilon_{\max}^2$. On supposera dans la suite $\epsilon_{\max} = 10\%$ et $E = 10$ GPa. Pour calculer l'énergie de cohésion, il faut estimer un volume dans lequel la matière est fortement déformée. Nous proposons deux calculs du volume.

Volume associé à l'épaisseur totale

On suppose ici que le revêtement est déformé au maximum dans toute son épaisseur $h_0 = 3$ mm sous le sommet d'aube :

$$V_{\text{tot}} = h_0 e_A l_c = 3 \times 10^{-3} \cdot 3 \times 10^{-3} \cdot 40 \times 10^{-3} = 4 \times 10^{-7} \text{ m}^3$$

$$E_{\text{cohésion}} = E \epsilon_{\max}^2 V_{\text{tot}} = 10 \times 10^9 \cdot 0,1^2 \cdot 4 \times 10^{-7} = 4 \times 10^1 \text{ J.}$$

Volume associé à l'incursion

On prend ici un volume dont l'épaisseur est du même ordre qu'une incursion modeste $I = 5$ μm de l'aube dans le revêtement :

$$V_I = I e_A l_c = 5 \times 10^{-6} \cdot 3 \times 10^{-3} \cdot 40 \times 10^{-3} = 6 \times 10^{-10} \text{ m}^3;$$

d'où :

$$E_{\text{cohésion}} = E \epsilon_{\max}^2 V_I = 10 \times 10^9 \cdot 0,1^2 \cdot 6 \times 10^{-10} = 6 \times 10^{-2} \text{ J.}$$

c/ Travail des forces de cisaillement

On suppose que le mouvement du sommet d'aube est entièrement accommodé par un cisaillement du revêtement sur une surface équivalente $S_A = l_c e_A$ à celle du sommet d'aube. Si l'on suppose une plasticité parfaite avec une limite d'élasticité en cisaillement $\tau_y = 15$ MPa, on a :

$$W_{\text{cisaillement}} = \tau_y S_A e_A = 15 \times 10^6 \cdot 40 \times 10^{-3} \cdot (3 \times 10^{-3})^2 = 5 \text{ J.}$$

À noter que le cisaillement peut avoir lieu dans la matière (cisaillement plastique classique) ou à l'interface (friction).

d/ Énergie cinétique de l'abradable

En supposant que la matière éjectée a pour volume V_I , on a :

$$\Delta E_c(\text{particules}) = \rho_{\text{abradable}} V_I v_A^2 = 2000 \cdot 4 \times 10^{-10} \cdot 300^2 = 10^{-1} \text{ J.}$$

e/ Conclusion

Nous avons un minorant de l'énergie cinétique du sommet d'aube et un majorant des énergies dissipées en friction et en rupture. Nous voyons que l'énergie cinétique du sommet d'aube est très supérieure. Cela tend à montrer que sur un tel intervalle de temps (le temps mis par l'aube pour parcourir sa propre épaisseur), la dynamique de l'aube est peu perturbée par le contact. Ainsi, lors d'un contact, le déplacement de l'aube est quasiment imposé au revêtement abradable. Notons également que l'énergie nécessaire à éjecter des particules d'usure est en général négligeable, à moins qu'il n'y ait *uniquement* un mécanisme de rupture fragile à l'œuvre (ce qui est peu probable car cela suppose qu'il n'y a pas de friction).

2.3 Conclusion

Nous avons maintenant un cadre assez précis dans lequel nous pouvons développer une analyse phénoménologique précise de l'interaction aube/carter. On remarque le caractère multi-échelle du problème :

- les tailles caractéristiques des structures sont de 100 mm pour l'aube et le carter, et 1 mm de pour le revêtement abradable ;
- un VER ou une surface représentative de l'abradable sont de l'ordre de 100 μm ;
- et il y a différentes échelles pour le contact : 10 mm pour le contact global (largeur de l'aube), 1 mm pour le contact dans la tranche selon l'épaisseur de l'aube ; de 1 μm à 100 μm pour la couche de revêtement affectée de manière significative par le contact avec l'aube ; et à partir de 10 μm et inférieur pour les mécanismes physiques de frottement et d'usure des surfaces.

Il faudra tenir compte de ces différentes échelles lors de la modélisation de l'interaction aube/abradable. Dans la suite on associe les échelles et les ordres de grandeurs suivants :

- l'échelle macroscopique, à partir de 1 mm ;
- l'échelle mésoscopique, $\sim 100 \mu\text{m}$;
- l'échelle microscopique, à 10 μm et inférieur.

3 | Phénoménologie de l'usure

On cherche ici à décrire et expliquer la phénoménologie de l'usure, c'est-à-dire les phénomènes se produisant au niveau du sommet d'aube et le revêtement abradable sous l'effet d'un contact : déformations, échauffements, perte de matière, endommagement...

On se propose d'abord de situer notre problématique par rapport à la littérature de la phénoménologie des interactions thermomécaniques, et d'en rappeler les principaux résultats.

3.1 Généralités sur les interactions thermomécaniques

3.1.1 Usinage

Si l'usinage peut être considéré, dans l'absolu, comme un type d'**usure** parmi d'autres, ses particularités font que sa littérature est presque systématiquement séparée de la littérature sur l'usure (par exemple, le mot d'usure n'est jamais mentionné pour parler du processus d'usinage à proprement parler — seulement pour mentionner l'usure de l'outil, et non de la pièce). Nous gardons ici cette séparation.

Un procédé d'usinage est la première analogie qui vient à l'esprit lorsqu'on cherche à se représenter l'enlèvement d'abradable par l'aube. Si la cinématique de l'aube semble similaire à un outil de coupe, en réalité, la vitesse d'avance est en général bien supérieure pour une aube¹ ; quant à la profondeur de passe, autrement dit, l'incursion dans notre cas, son intervalle de variation comprend surtout des valeurs très inférieures à celle d'un usinage conventionnel (cf. § p.32).

En revanche, les valeurs maximales d'incursion employées dans les expériences, particulièrement celles reportées par [Mandard \(2015\)](#) et [Vincent \(2015\)](#), de l'ordre du dixième de millimètre, sont comparables aux profondeurs de passe de l'usinage.

Par conséquent, si la phénoménologie de l'usure des abradables peut se rapporter à celle de l'usinage, c'est seulement partiellement, et on ne peut pas ramener *a priori* tous les phénomènes de l'usure des abradables à ce qui est décrit et modélisé dans la littérature sur l'usinage.

3.1.1.1 Phénoménologie

La configuration d'interaction entre l'aube et le revêtement se rapproche d'une configuration de coupe orthogonale, comme présenté en figure 3.1. Le processus d'usinage est caractérisé par une perte de matière de la pièce usinée, sous forme d'un copeau, sous l'effet de l'interaction avec un outil de coupe. Le copeau se forme toujours à l'avant de l'outil, et sa forme dépend des conditions d'usinage et du type de matériau ([Groover, 2007](#), p. 491). Quelle que soit cette forme, on observe un cisaillement de la matière dans une **zone de cisaillement primaire** (*primary shear zone*, cf. figure 3.1). On note également que le copeau d'usinage frotte sur la partie avant de l'outil de coupe, ce qui est à l'origine d'une **zone de cisaillement secondaire** (*secondary shear zone*).

1. $\sim 100 \text{ m/s} - 500 \text{ m/s}$ pour une aube, $\sim 0,5 \text{ m/s} - 5 \text{ m/s}$ pour un usinage conventionnel, $\sim 10 \text{ m/s} - 150 \text{ m/s}$ pour un usinage à grande vitesse

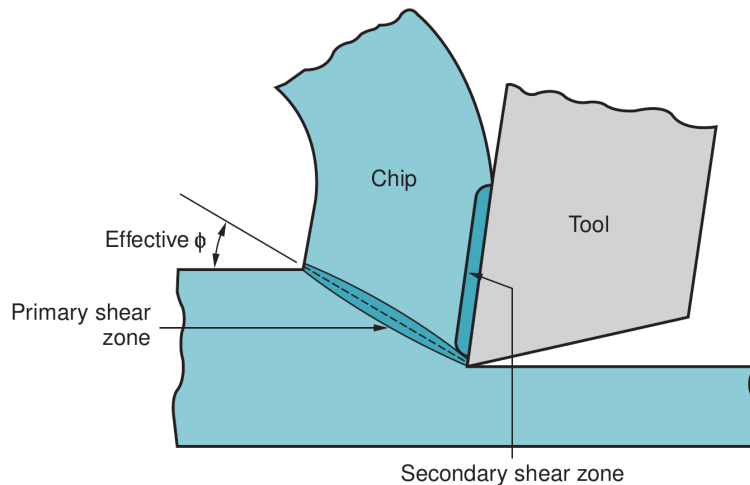


Figure 3.1 – Schéma en coupe d'un processus d'usinage. D'après Groover (2007, p. 491).

3.1.1.2 Mécanismes physiques

Le cisaillement de la **zone de cisaillement primaire** s'effectue selon les mécanismes standards d'écoulement plastique dans les métaux. Quant à la **zone de cisaillement secondaire**, elle est due au frottement avec l'outil de coupe et doit être traitée par des méthodes de tribologie (voir ci-dessous).

3.1.2 Usure

Il ne semble pas vraiment exister, dans la littérature générale sur l'usure, de description d'un procédé qui s'apparente tout à fait à l'usure des abrasifs. En conséquence, les mécanismes d'usure relatés dans la littérature générale ont des ordres de grandeur différents. En particulier, et à l'inverse de l'usinage, les incursions rapportées dans la littérature relative à l'usure sont beaucoup plus faibles que celles des expériences d'usure des abrasifs. En réalité, dans les expériences standard de tribologie, l'incursion est souvent entièrement accommodée par l'élasticité des échantillons, ce qui fait qu'elle est rarement vue comme un paramètre de contrôle du processus d'usure (Rabinowicz, 1995).

C'est pourquoi, même si la littérature générale relative à l'usure des surfaces fournit de nombreuses explications générales sur les mécanismes d'usure, ses résultats doivent être utilisés avec précaution.

3.1.2.1 Phénoménologie

De nombreux types d'enlèvement de matière ont été décrits dans la littérature. Nous donnons ici une brève description des termes les plus couramment employés pour décrire les observations, afin de montrer la variété des phénomènes.

Abrasion Ce terme est généralement utilisé pour faire référence à un arrachement par rupture du matériau sous l'action d'un autre corps, plus résistant.

Déformation Ce n'est pas un enlèvement de matière à proprement parler. On parle quand même d'usure car la surface de la pièce est dégradée par une déformation irréversible par rapport à son état initial. Les cinématiques de déformation les plus souvent citées sont les suivantes :

- écrasement ;
- labourage (la matière reste sur la pièce, mais est déplacée sur le côté) ;
- étalement (on parle parfois de beurrage ou de tartinage par analogie avec le couteau qui étale le beurre).

Coupe Cisaillement de la matière par un corps plus rigide, conduisant à une rupture du matériau.

Adhésion et transfert Lorsque deux corps entrent en contact, une partie de la matière de l'un peut adhérer à l'autre : on a ainsi usure du premier corps et transfert de matière vers le deuxième.

Corrosion, Oxydation, Dissolution Attaques chimiques de la surface.

Fatigue Le frottement répété d'une surface sur une autre dégrade leurs propriétés et conduit à des ruptures.

Érosion Usure de la surface par impact de petites particules solides (sables...).

Diffusion Les atomes d'une surface vont progressivement se diffuser (affinité chimique) dans l'autre surface, ce qui peut la fragiliser et donc la faire s'user plus facilement.

Cavitation Usure due aux chocs répétés d'un fluide proche de la surface, chocs créés par le phénomène de cavitation.

Usure induite en petits débattements (*fretting*) Similaire à de l'usure par fatigue, avec la restriction supplémentaire que les deux surfaces frottent avec des oscillations faibles autour d'une position d'équilibre.

3.1.2.2 Synthèse des observations

Il est à noter que tous ces phénomènes ne sont bien entendu pas indépendants les uns des autres. Par exemple, le terme d'érosion sous-entend que de petites particules solides viennent éroder la surface, mais il n'indique absolument pas la façon dont la matière est arrachée : ce peut être par cisaillement plastique, par rupture fragile... De plus, la description des observations ne permet pas de séparer *a priori* les contributions de la cinématique (géométrie des surfaces, vitesses), des forces en présences (forces d'inertie, forces de cohésion), de la thermique (fusion, variation des propriétés matériau) et de la chimie (p. ex. oxydation, diffusion).

Afin de classer plus précisément les phénomènes à l'œuvre lors de l'interaction, on définit un **mécanisme d'interaction** comme la conjonction d'une cinématique de contact du système étudié et d'un mécanisme physique associé (force thermodynamique), activé lors du processus. De manière abusive, on emploiera comme synonyme de mécanisme d'interaction, le terme de **mécanisme d'usure**. Par définition, deux mécanismes d'interaction sont disjoints. En particulier, l'érosion est une cinématique d'usure, mais on ne peut rien dire sur son mécanisme physique associé : d'ailleurs, elle peut être associée à plusieurs mécanismes physiques : déformation plastique sous l'effet de l'impact, rupture fragile d'une particule, etc.²

3.1.2.3 Interprétation physique

On se propose ici de rappeler les mécanismes de friction et d'usure à l'œuvre lors d'un contact entre deux solides. Cette présentation est fondée sur [Rabinowicz \(1995\)](#)³.

a/ Friction et usure dues à la plasticité aux jonctions

La plupart des phénomènes de friction et usure usuels peuvent être expliqués par la configuration particulière de la surface de contact à l'échelle micro.

Contact

Lorsqu'il y a contact entre deux solides, il est important de différencier la surface de contact apparente (macro) de la surface de contact réelle (micro). En réalité, en dehors de cas très particuliers, la surface de contact réelle est bien plus faible que la surface apparente : le contact est localisé sur des jonctions (cf. figure 3.2). L'expérience montre que l'aire de la surface de contact réelle est proportionnelle à la force normale exercée par un solide sur l'autre.

On définit ici la dureté comme la contrainte maximale que peut supporter une jonction avant de se déformer plastiquement. La dureté est bien sûr liée à la limite d'élasticité σ_y , avec comme

2. La littérature ne donne pas de définition explicite d'un mécanisme d'usure, comme noté par [Meng et Ludema \(1995\)](#). Implicitement, un « mécanisme d'usure » fait souvent référence à un phénomène d'enlèvement de matière d'une surface.

3. C'est à notre connaissance le seul livre de référence sur l'usure en général.

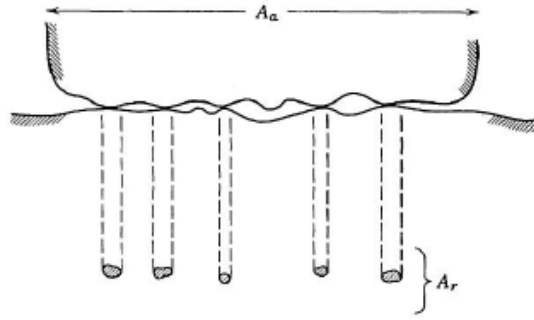


Figure 3.2 – Surface réelle A_r et surface apparente A_a de contact. Les jonctions sont les lieux de contact réels entre les deux solides. D’après [Rabinowicz \(1995\)](#).

différence un champ de contrainte modifié par rapport à une compression pure. Par ailleurs, la dureté est une mesure de plasticité à l’échelle microscopique, contrairement à la limite d’élasticité qui est un paramètre macroscopique. La contrainte normale des jonctions ne peut pas (sous hypothèse de plasticité parfaite) être supérieure à la dureté p du matériau le plus mou : $\sigma_n \leq p$.

En réalité, les expériences montrent qu’on a $\sigma_n \approx p$. Ceci peut se comprendre par le raisonnement suivant : lorsque les deux solides commencent à rentrer en contact, la surface de contact est réduite à un point (situé à la jonction entre deux proéminences des solides par exemple). Donc, quel que soit le chargement appliqué, la contrainte sera très élevée. Comme elle ne peut pas être supérieure à p , elle est effectivement égale à p . Simultanément, il y a écrasement plastique de la proéminence autour de ce premier point de contact, à mesure que la force augmente, et la contrainte reste au seuil de p . Lorsque cette première proéminence est suffisamment écrasée, il y a apparition d’un autre point de contact ailleurs entre les deux solides et le mécanisme se répète.

Friction

Si on fait glisser un solide par rapport à l’autre, une contrainte de cisaillement τ apparaît dans les jonctions, qui doit vérifier $\tau \leq \tau_y$ où $\tau_y = \sigma_y / \sqrt{2}$ est la limite d’élasticité en cisaillement. Expérimentalement, on remarque que, comme pour la contrainte normale, τ est très proche de sa limite : $\tau \approx \tau_y$.

Usure adhésive

La résistance en compression et en cisaillement est donc quasiment aussi forte aux jonctions qu’à l’intérieur du matériau le plus faible. Finalement, lorsqu’un matériau glisse par rapport à l’autre, la raison principale pour laquelle le cisaillement de matière se produit à la jonction et non pas dans le matériau est la géométrie même de la jonction : il y a concentration de contrainte à l’interface des deux solides.

Bien sûr, la contrainte à l’intérieur du solide est parfois plus importante qu’à la jonction, par exemple dans le cas où le plan de l’interface des deux solides sur la jonction n’est pas parallèle à la direction de glissement, ou bien si la résistance du matériau est légèrement plus faible à l’intérieur du matériau qu’à l’interface de la jonction. C’est pourquoi, parfois, un cisaillement se produit à l’intérieur d’un des solides, et non plus à l’interface. De ce cisaillement, résulte la création d’une particule qui suit l’autre solide. On parle d’usure adhésive car la particule suit le solide dans la direction tangentielle comme si elle y adhérait. Mais le terme d’usure adhésive est trompeur car il fait uniquement référence à une adhésion en cisaillement (dans la mesure où, une fois rompue, la protubérance, devenue particule usée, glisse avec le premier corps comme si elle y adhérait), et non en traction (l’usure par adhésion n’est pas due à un effet ventouse). Il n’y a pas de raison fondamentale pour que le mécanisme de plasticité aux jonctions implique une traction de la particule usée par le solide opposé. C’est pourquoi elle n’adhère pas toujours au matériau lorsque la contrainte

de compression cesse. Si elle le fait, c'est parce qu'elle est encastrée dans le solide, chimiquement compatible avec lui, partiellement soudée par augmentation de la température. . .

L'usure adhésive a donc comme cause principale la plasticité des matériaux. Même les matériaux fragiles sont touchés par l'usure adhésive : en effet, à l'échelle des jonctions, tous les matériaux ont la capacité de se déformer de manière permanente. C'est le cas par exemple d'un matériau fragile comme le verre. Localement, il n'y a pas toujours la présence d'un défaut permettant d'initier une fissure. Par conséquent, les contraintes locales dans les jonctions peuvent être largement supérieures à la contrainte de rupture macroscopique ; et ainsi, lorsque les contraintes locales sont suffisamment élevées, on peut avoir des glissements de matière conduisant à des déformations permanentes.

Résumé

On considère une cinématique où les surfaces en contact ont une vitesse relative orthogonale à leur normale à l'échelle macroscopique, sans incursion de l'une dans l'autre. Les expériences nous montrent qu'à l'échelle microscopique, le contact est en réalité limité à des jonctions. Une force de réaction s'active dans ces jonctions, qui est due aux propriétés de plasticité des solides en présence. De cette force découlent à la fois la friction aux jonctions et le détachement éventuel d'une partie du solide formant la jonction, entraînant la création d'une particule.

Pour cette même cinématique, d'autres forces s'activent également : la force d'adhésion, due à l'énergie de surface des solides (forces de van der Waals par exemple) ; et la force de contact, qui, normale à l'échelle microscopique, possède une composante tangentielle à l'échelle macroscopique, due à la rugosité de la surface. Ces forces sont plus faciles à appréhender, et on a longtemps pensé, à tort, qu'elles étaient les causes principales du phénomène de friction. Cependant, si elles sont effectivement prépondérantes dans des cas très particuliers (Rabinowicz, 1995)⁴, la plasticité aux jonctions est la cause principale de la friction dans presque tous les cas usuels.

b/ Autres causes de friction et usure

Si le mécanisme de plasticité aux jonctions est la cause prépondérante de la friction et de l'usure dans les cas usuels, d'autres mécanismes existent. Il est d'autant plus important de les examiner que nous ne sommes pas dans le cas usuel de la tribologie (incursions et vitesses plus importantes, matériaux spécifiques).

Usure abrasive

L'usure abrasive est une conséquence possible de l'usure adhésive. En effet, une partie des particules détachées par usure adhésive adhère à la surface opposée et forme des protubérances. Celles-ci viennent rayer leur surface d'origine et former des sillons par écoulement plastique de la matière en vis-à-vis des protubérances.

Usure corrosive

La surface est dégradée par corrosion et des particules se détachent facilement lors d'un contact subséquent.

Usure par rupture fragile et par fatigue

Il s'agit de la création et la propagation de fissures, qui résultent en la rupture d'une particule. L'usure par rupture fragile sous chargement nominal semble rare et peu documentée dans la littérature générale (on verra que c'est pourtant une cause d'usure très importante pour les matériaux abradables). En revanche la rupture sous chargement de fatigue est un phénomène plus courant⁵.

4. Rabinowicz, section 1.2 p.3 sqq., développé en section 3.3 p.49 sq., et en section 4.5 p.78 sqq.

5. Rabinowicz, tableau 5.1 p.133

Autres types d'usure

Nous ne détaillons pas les autres types d'usure mentionnés par la littérature, car leurs causes physiques sont soit des cas spéciaux (oxydation) soit des combinaisons de cas précédemment mentionnés (*fretting*, érosion, cavitation...)

3.2 Phénoménologie de l'usure des abrasables

3.2.1 Mécanismes d'usure des abrasables

On s'appuie pour cette section sur la description des phénomènes donnés dans l'article fondateur de [Borel et coll. \(1989\)](#) complété par la thèse de [Schmid \(1997\)](#) et sur la thèse de [Mandard \(2015\)](#). Nous cherchons à synthétiser les observations et expliquer les phénomènes, en vue de proposer par la suite une modélisation de l'usure.

3.2.1.1 Présentation de la méthode d'analyse

On cherche à déduire les mécanismes d'usure à l'œuvre d'après les observations expérimentales, c'est-à-dire associer à chaque phénomène une cinématique (ou plusieurs si le phénomène doit être décomposé) et des forces associées.

3.2.1.2 Mécanismes volumiques

On donne ici les mécanismes d'interaction volumiques rapportés par la littérature et qui s'exercent lors d'une interaction. On entend par mécanismes volumiques ceux qui se produisent dans le volume de l'abrasable. Ces mécanismes réagissent au contact comme à une condition aux limites quelconque.

a/ Déformation réversible

La déformation réversible est mentionnée par [Mandard \(2015\)](#)⁶ en tant que mécanisme d'accommodation à l'incursion. Un autre effet moins évident de l'élasticité du revêtement est mentionné par [Schmid \(1997\)](#) : selon lui le retour élastique est un facteur d'éjection des particules⁷. [Schmid \(1997\)](#) semble être le seul à mentionner les effets de dynamique structurelle de l'impact de l'aube sur le revêtement. Il explique que la pression exercée sur l'aube dans son épaisseur est dépendante de la propagation de l'onde élastique créée lors de l'impact. À l'origine de l'impact, c'est-à-dire au voisinage de l'arête avant, la pression est forte car l'aube doit comprimer le revêtement. Une fois la compression terminée à l'avant, l'onde de compression n'est pas immédiatement réfléchiée en retour élastique, et donc la pression entre aube et revêtement est faible. Une fois réfléchiée, la pression est de nouveau importante⁸.

b/ Déformation irréversible

La déformation plastique de l'abrasable dans le volume conduit avant tout à sa densification, cf. [Mandard \(2015\)](#); [Schmid \(1997\)](#)^{9 10}. Cette densification peut empêcher l'aube d'user le revêtement de manière satisfaisante, et c'est au contraire l'aube qui s'échauffe et finit par s'user¹¹.

6. Mandard, p.144 §3

7. Schmid, figure 61 p.152

8. Schmid, figure 57 p.121, puis figure 72 p.137

9. Mandard, p.138 sqq.

10. Schmid, notamment figure 44 p.98 et figure 46 p.99

11. Schmid, figure 46 p.99

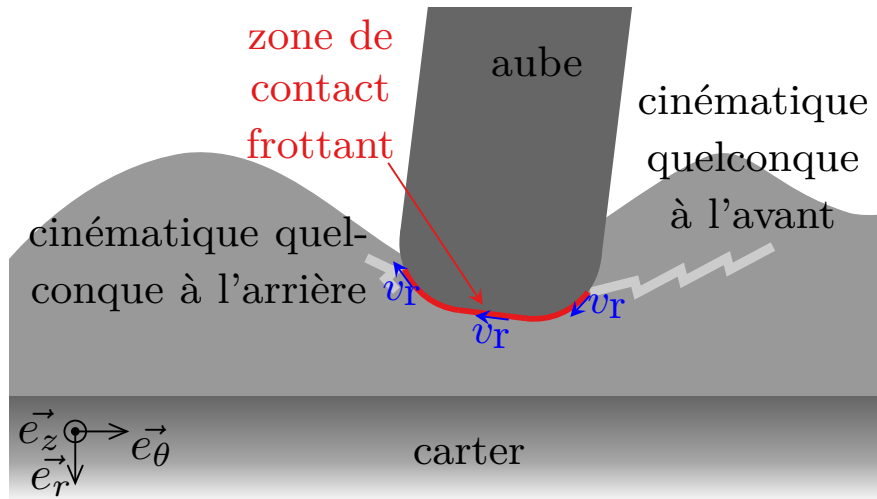


Figure 3.3 – Zone de contact frottant sous le sommet d'aube.

c/ Fusion en profondeur

Le mécanisme de fusion de l'abradable sous l'effet de la dissipation thermique est souvent mentionné, notamment par Schmid (1997) sous le terme d'« usure par fusion en profondeur » (*melting wear to depth*) ou point chaud (*hot spot*). Ce mécanisme peut être écarté *a priori* de notre étude car il concerne des matériaux expérimentaux pas encore au point, inutilisables tels quels dans un moteur.

3.2.1.3 Mécanismes surfaciques

Les mécanismes d'interaction en surface sont résumés dans le tableau 3.1 et donnés ci-après.

a/ Plasticité à l'interface

Quelle que soit la cinématique de l'abradable au niveau des arêtes avant et arrière, une partie du revêtement est en contact avec l'aube sur une zone importante du sommet d'aube (cf. figure 3.3). Le mouvement relatif (vitesse v_r) des surfaces en contact dans cette zone est orthogonal à leur normale commune. Par conséquent, comme expliqué dans la section 3.1.2.3, le phénomène de plasticité aux jonctions doit s'activer.

La littérature emploie de manière récurrente le terme de « coupe » pour désigner un phénomène d'usure où la matière est usée de manière satisfaisante, sans écrasement et déformation visible de l'abradable, sans usure de l'aube et avec une faible rugosité résultante¹², sans jamais vraiment expliquer l'origine de ce comportement. Dans la plupart des cas, la coupe doit être rattachée à un mécanisme de plasticité aux jonctions. En effet, le fait que la surface de l'abradable soit très lisse peut s'expliquer par le fait que les protubérances présentes sur la surface initiale ont formé des jonctions avec l'aube, et y ont adhéré. On n'observe souvent aucune déformation apparente de l'abradable¹³, ce qu'on peut expliquer par un cisaillement très localisé des jonctions. Cela est d'autant plus plausible qu'à grande vitesse, le mécanisme de bandes de cisaillement adiabatique est activé. Schématiquement, le mécanisme de bande de cisaillement adiabatique peut s'expliquer par une déformation plastique rapide de la matière, entraînant ainsi une dissipation d'énergie importante dans la zone déformée ; l'énergie thermique n'a pas le temps de se diffuser dans la structure, ce qui génère un échauffement localisé important, donc une augmentation de la ductilité, et par conséquent une plus grande capacité à subir une déformation, entraînant au final une localisation de la déformation dans une fine bande de matière (Wright, 2002).

12. Schmid, p.9

13. Borel et coll. , figure 1 p.119, reproduite dans le tableau 3.1

Nom	Élasto-dynamique	Inélasticité volumique	Plasticité à l'interface	Transfert	Sillonnage	Usinage	Microrupture
Phénoménologie	propagation d'une onde élastique dans le revêtement lors d'un impact avec une aube	déformation permanente du revêtement, et particulièrement, densification	coupe nette du revêtement selon la trajectoire de l'aube	de la matière est transférée du revêtement vers l'aube	sillonnage du revêtement par des protubérances sur l'aube	de la matière est extrudée vers l'avant de l'aube	un groupe de particules est détaché de manière fragile
Termes utilisés dans la littérature	elastic wave propagation ^a	densification ^a , crushing ^b	cutting ^{a,b} , smearing ^b	adhesive transfer ^{a,b}	abrasion ^a , grooving ^a , ploughing ^a , deformation ^b , fatigue ^a	machining, chip removal ^c	rupture ^a
Observations <i>post mortem</i>	aucune	écrasement de la microstructure	surface lisse et brillante, ou étalement de l'abradable sur la surface	formation de protubérances de matériau abradable sur l'aube	sillon sur le revêtement dans la direction de la trajectoire de l'aube	formation d'un copeau	aspect grêlé
Cinématique	compression du revêtement	compression du revêtement	cisaillage du matériau au niveau des jonctions	transfert de matière du revêtement vers l'aube	écoulement du matériau sous et sur les côtés de la protubérance	cisaillage du matériau à l'avant de l'aube	éjection d'une particule de la surface, à l'avant ou à l'arrière de l'aube
Forces associées	élasticité du revêtement	déformation plastique de la microstructure	plasticité à grande vitesse, bandes de cisaillage adiabatique à l'échelle micro	compatibilité chimique et mécanique	plasticité et fatigue oligocyclique	plasticité à grande vitesse, bandes de cisaillage adiabatique	forces de cohésion de la microstructure

Tableau 3.1 – Les différents mécanismes d'usure des abrasables.

^a. Schmid (1997)

^b. Borel et coll. (1989)

^c. Mandard et coll. (2015)

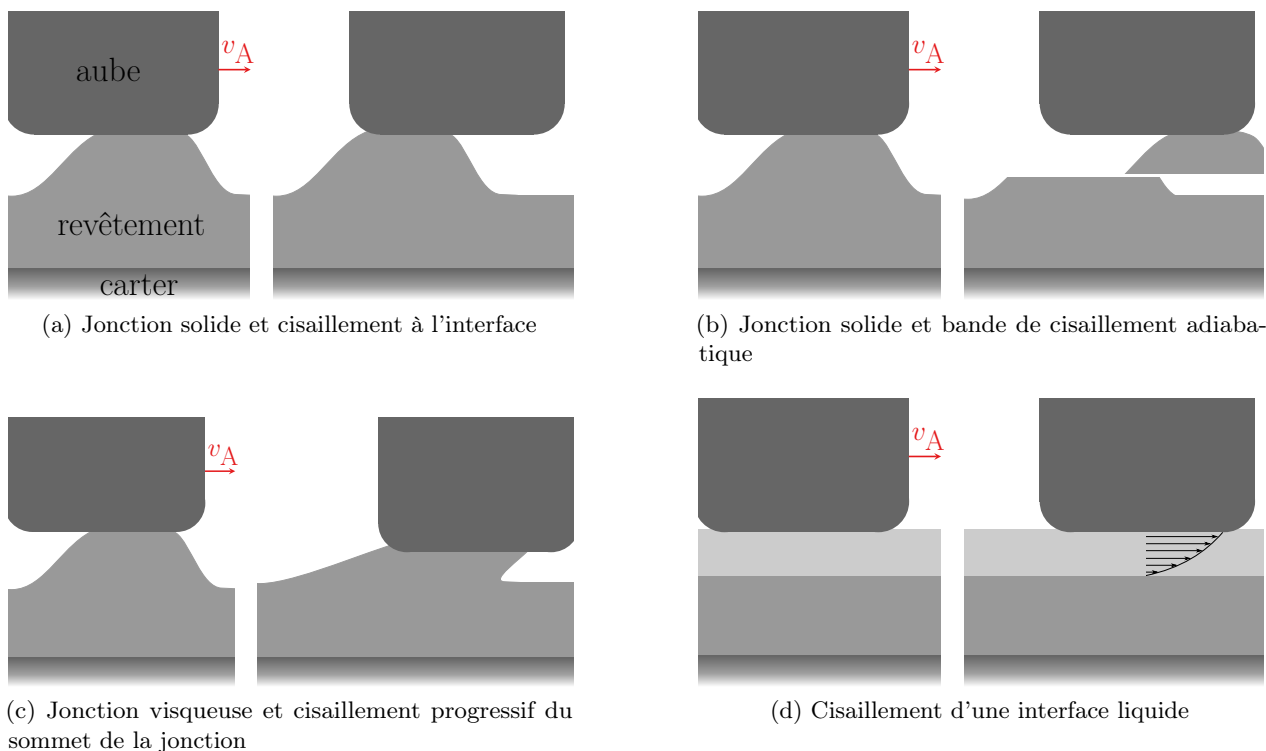


Figure 3.4 – Différents types de comportement de l'interface pour le mécanisme de plasticité à l'interface

Ce premier mécanisme d'usure surfacique est donc un mécanisme de plasticité aux jonctions dans le cas particulier où la vitesse est suffisamment importante pour provoquer l'activation de bandes de cisaillement adiabatiques. Plusieurs autres points spécifiques sont à noter dans les modalités de fonctionnement du mécanisme.

Effets thermiques

La température extérieure, les vitesses d'interaction élevées, les pressions importantes font que les températures au contact sont de toute évidence très importantes. On observe souvent des fusions superficielles de l'abrasif¹⁴. Quoi qu'il en soit, que le matériau arrive à la fusion ou pas, il est clair que le matériau peut devenir très ductile, ressemblant sans doute parfois plus à un liquide¹⁵. Le mécanisme est fondamentalement le même : cisaillement plastique (ou visqueux) de la matière dans une zone superficielle où se situent les jonctions. Néanmoins, si la matière est dans un état quasi-liquide, le cisaillement devrait s'effectuer sur toute la hauteur de la jonction (en supposant un fluide newtonien), selon une sorte d'écoulement visqueux (cf. figure 3.4c) et non plus se localiser dans une fine bande selon un mécanisme de « bandes de cisaillement adiabatique » (cf. figure 3.4b).

Dans le cas où la température au contact serait encore plus importante, on peut imaginer que la surface du revêtement est si malléable qu'elle s'adapte à la topologie du sommet d'aube et se comporte comme un lubrifiant liquide. Il n'y a alors plus de jonction, l'aire de contact réelle se rapproche de l'aire de contact apparente, et il y a cisaillement d'un film visqueux d'abrasif (cf. figure 3.4d). Les observations dont on dispose montrent cependant en général une surface réelle de contact limitée seulement aux jonctions (les plateaux que l'on voit dans de nombreuses images de Schmid (1997)¹⁶).

14. Schmid, figures 31 et 32 pp. 79-80, voir aussi p.79, §1

15. cf. notamment Mandard, figure 4.23 p.122 : les particules de polyester ont été étirées sur des longueurs très importantes

16. Schmid, figures 34 p.81, 45 et 46 p 99, 52 p.107, 62 p.127

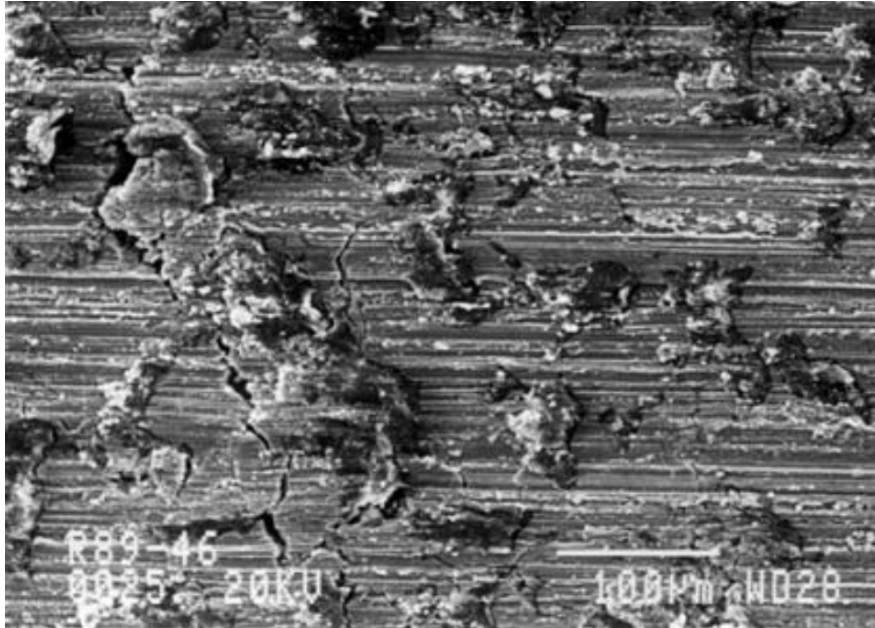


Figure 3.5 – Surface d’abrasable AlSi-PE après une interaction à $v_A = 300$ m/s, $I = 0,8$ μ m, $T = 350$ °C avec une lame de 3 mm en titane. Le polyimide est la phase sombre qui dépasse (Schmid, 1997).

À noter que dans le cas d’une fusion superficielle du revêtement, le régime d’écoulement n’est pas connu. À notre connaissance, seul Marscher (1980) fait référence à des re-circulations de la matière sous forme de tourbillons dans le troisième corps¹⁷, et suppose donc un régime turbulent. Un régime turbulent nous paraît impossible dans certains cas de figure car il y a une transition continue (en fonction de la vitesse d’interaction et de la température) entre plasticité dans un solide et cisaillement dans un liquide, avec donc un passage par un écoulement de type laminaire. Le calcul du nombre de Reynolds nous permettrait de connaître le régime, mais il nécessite de connaître l’épaisseur du troisième corps, et surtout la viscosité dynamique, difficile à obtenir et dépendante de la température.

Notons aussi que la fusion peut également avoir lieu pour l’aube, sans changer radicalement l’explication du mécanisme.

Effets de la microstructure

Contrairement aux matériaux usuels, les abrasables sont constitués de plusieurs phases, qui peuvent avoir des comportements différents. Là encore, nous pensons que si cela complique indéniablement les détails du mécanisme, celui-ci reste fondamentalement le même. Un exemple détaillé dans la littérature est celui de l’AlSi-PI, cf. figure 3.5 : l’aluminium forme un plan très lisse, interprété comme le résultat de plasticité aux jonctions, et le polyimide dépasse après avoir été fortement comprimé lors du passage de l’aube.

Effets de l’incursion

Notons que pour des incursions importantes de l’aube dans l’abrasable, les pressions exercées au contact sont extrêmement fortes, jusqu’à déformer plastiquement (par écrasement) le revêtement dans son volume. À ce moment-là, il est possible que la surface de contact ne se limite plus à des jonctions microscopiques mais soit étalée sur tout le sommet d’aube. C’est sans doute le cas dans l’essai rapporté en détail par Mandard (2015)¹⁸.

17. Marscher, §3 p.197, et figure 6 p.198

18. Mandard, p.120 sqq.

Usure de l'aube

Idéalement, on voudrait choisir des abrasables qui s'usent aisément, permettant ainsi une usure négligeable de l'aube. Ce n'est pas toujours possible pour les étages de la turbine haute pression, car les abrasables permettant de supporter les températures associées sont souvent assez durs et usent l'aube. La phénoménologie de l'usure de l'aube dans ce cas semble également suivre un mécanisme de plasticité aux jonctions.

Résumé

Le mécanisme de plasticité aux jonctions consiste en l'adaptation de la matière à la vitesse tangentielle relative entre l'aube et le revêtement. Dans la plupart des cas, la zone de contact réelle est localisée sur un grand nombre de petites jonctions. La vitesse est accommodée soit par friction plastique à l'interface même de la jonction (friction standard, cf. figure 3.4a), soit par bande de cisaillement adiabatique très localisée à l'intérieur de la jonction (usure adhésive, cf. figure 3.4b), soit par cisaillement visqueux de toute la jonction (cf. figure 3.4c).

De plus, sous l'effet de pressions et températures importantes, la déformation de la surface du revêtement aura tendance à remplir les interstices entre les jonctions. Les jonctions deviennent donc plus larges et moins nombreuses, peut-être même jusqu'à ce qu'il n'en reste qu'une seule, et on a alors un cisaillement visqueux sur toute la surface de contact (cf. figure 3.4d). De manière à inclure cette possibilité dans le nom de notre mécanisme, on se propose de désigner dorénavant par le terme de **plasticité à l'interface** le mécanisme général de cisaillement de la matière à l'interface.

b/ Transfert

Le transfert doit être envisagé comme une suite éventuelle du processus de plasticité aux jonctions. Lors de l'usure adhésive des jonctions, certaines particules créées adhèrent à l'autre solide, c'est-à-dire l'aube. On observe dans certains essais l'adhésion progressive de particules d'abrasable, jusqu'à former des protubérances (*prows*) pouvant atteindre plus d'un millimètre de hauteur (Schmid, 1997, figure 29 p.77) (Mandard, 2015, figure 4.36 p.133). Les protubérances peuvent se développer ou non suivant différents facteurs présentés ci-dessous.

Compatibilité des matériaux

La compatibilité chimique et mécanique¹⁹ des deux corps détermine si la particule peut rester attachée à l'aube. Le titane et l'aluminium possèdent justement des tendances à l'adhésion importantes (Schmid, 1997, 4.3.2 p.87). De plus, lors du développement d'une protubérance, dès que l'aube est recouverte d'une couche d'abrasable, l'adhésion se fait entre l'abrasable et lui-même. Ici, la microstructure de l'abrasable entre en jeu. En particulier, pour un abrasable de type aluminium-silicium, l'ajout d'une seconde phase permet de limiter l'affinité chimique de l'abrasable avec lui-même. C'est pourquoi sans cette seconde phase, ou lorsqu'elle est fondue ou brûlée, l'aluminium-silicium a une tendance importante au transfert (Schmid, 1997).

Température

Suivant le matériau et la configuration, la température peut avoir des effets opposés sur l'importance transfert. D'une part, une augmentation de la température peut aggraver l'affinité entre les différents matériaux (« soudage » de la particule transférée) ; mais également, la protubérance frottant pendant toute la durée du contact, sa température augmente et le matériau peut donc fondre. En tout cas il devient plus mou, et donc plus facilement usable par le revêtement.

De plus, une fois le contact terminé, la température diminue rapidement, ce qui a pour effet de laisser des contraintes résiduelles importantes entre la protubérance et l'aube, et également de

19. Rabinowicz, section 2.10 p.34 sqq.

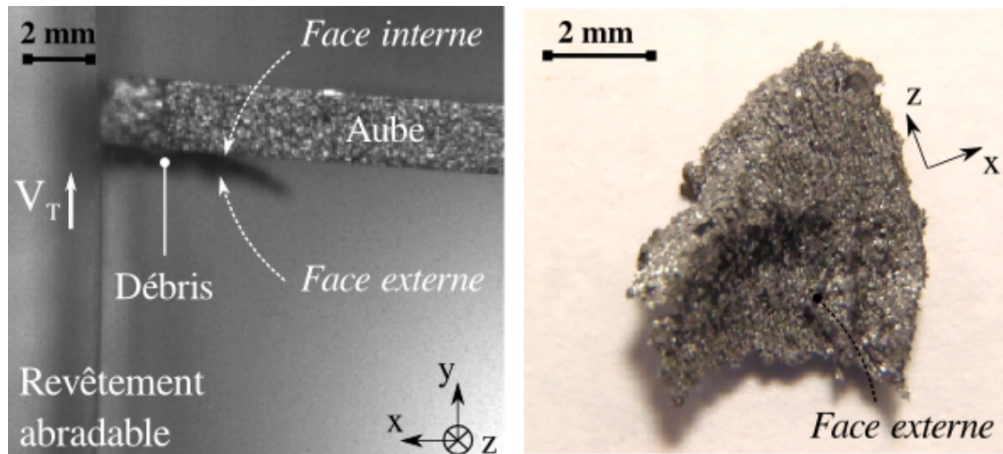


Figure 3.6 – Schéma de la géométrie du contact lors d'un usinage (Mandard, 2015)

diminuer l'affinité chimique des surfaces, entraînant parfois la rupture de cette protubérance (Schmid, 1997, §1 p.77).

Écrouissage

Lors de leur transfert, les particules sont fortement déformées, entraînant leur durcissement par écrouissage (Schmid, 1997, §4 p.87). Ceci permet à la protubérance de ne pas être usée par le revêtement.

Contre-transfert

Le contre-transfert est une conséquence possible de l'usure de l'aube. Il peut se produire lorsque l'aube subit une fusion localisée de son sommet sous l'effet de l'augmentation de la température due à la friction. Le matériau de l'aube est étalé en couches sur le revêtement. Contrairement au transfert, il semble que le matériau de l'aube soit complètement fondu car il s'étale en couches étendues²⁰, et non en particules individuelles collées sur le revêtement. Le contre-transfert est considéré comme le signe d'un abrasif défectueux, et par conséquent c'est un phénomène limité pour les matériaux abrasifs que nous étudions.

c/ Labourage

Le labourage (parfois appelé « sillonnage ») est une conséquence du transfert. À partir du moment où des protubérances se forment sur l'aube, celles-ci viennent indenter et labourer le revêtement²¹. La cinématique de la matière est donc un déplacement sur les cotés de la protubérance, majoritairement orthogonal à la normale macroscopique et à la vitesse de glissement. La force associée est induite par la plasticité de l'abrasif.

d/ Usinage

Lors d'un usinage, la matière est poussée par un outil (l'aube dans notre cas), extrudée à l'avant et évacuée sous forme de copeaux, continus ou discontinus (cf. figure 3.6). Le mouvement de la matière usinée s'organise donc dans la direction du mouvement de l'aube. La surface de contact associée à ce mécanisme est la face intrados de l'aube, et non plus son sommet comme c'est le cas pour les mécanismes précédents. Par ailleurs les forces de réaction exercées sur l'aube sont dues à la déformation plastique de l'abrasif et à son évacuation sous forme de copeaux.

20. Borel et coll., figure 3 p.120

21. Borel et coll., figure 2 p.119

Le mécanisme d'usinage semble naturel pour expliquer l'usure de l'abradable, et en particulier le phénomène de coupe ; mais en réalité un processus d'usinage est assez différent dans la plupart des configurations des essais de la littérature²². En effet, la plupart des essais sont effectués avec des incursions de quelques microns, et alors la géométrie du contact est telle que sur la figure 2.14a p.34. Avec seulement quelques microns d'incursion et avec un chanfrein de plusieurs centaines de microns, l'aube aura surtout tendance à comprimer le revêtement sous son sommet plutôt qu'à l'extruder vers l'avant, et ce sera finalement la friction avec le sommet qui engendrera une usure par mécanisme de plasticité aux jonctions²³. De plus, la rugosité elle-même s'élève à plusieurs microns, ce qui veut dire que l'incursion peut être nulle en certains endroits de la surface. En revanche, un usinage est possible, et on l'observe, avec des incursions plus importantes (Mandard, 2015) ; une telle configuration est présentée sur la figure 2.14b p.34.

Influence de la configuration

Le paramètre essentiel contrôlant l'activation de l'usinage de l'abradable est la géométrie du contact à l'avant de l'aube : plus l'aube est tranchante (chanfrein faible) et plus son incursion est importante, plus la matière sera susceptible d'être usinée ; au contraire, si l'incursion est faible et l'arête émoussée, plus il sera facile de comprimer la matière sous le sommet. Un autre paramètre de contrôle du phénomène est le rapport entre la résistance de l'abradable au cisaillement et sa résistance à la compression : s'il est faible, alors son usinage sera facilité. C'est notamment ce qui se produit si sous l'effet d'une augmentation de température, le matériau devient très mou ou liquide²⁴.

Interaction avec les autres mécanismes

Le mécanisme d'usinage se produit à l'avant de l'aube. Il peut être activé en même temps que les autres mécanismes mentionnés car après son éventuel usinage, le revêtement continue d'être en contact avec le sommet de l'aube, et il s'y produit les mêmes mécanismes précédemment décrits.

e/ Microrupture

Le mécanisme de microrupture semble assez spécifique aux abradables, et ceci est dû à leur microstructure particulière. S'il est activé, lors de l'impact entre l'aube et le revêtement, l'énergie mécanique transférée par l'aube est dissipée par rupture fragile. Une fissure se propage là où les propriétés cohésives du matériau sont les plus faibles. Comme les matériaux abradables sont multiphasés, les interfaces entre les phases sont des lieux privilégiés de propagation. C'est pourquoi une fissure aura tendance à se propager autour d'une particule ou d'un paquet de particules de la microstructure, pour créer une particule d'usure qui pourra être éjectée facilement du revêtement. Contrairement à un matériau purement fragile, une fissure ne se propage pas à travers toute la structure, mais reste confinée à quelques particules de la microstructure ; d'où le nom de microrupture. La microrupture est mise en évidence dans les expériences en observant la surface usée *post mortem*. Son aspect grêlé (*pock-marked*) est caractéristique d'une rupture fragile de la matière. Schmid (1997) considère que le mécanisme de microrupture est le seul qui permet une abrasion satisfaisante du revêtement pour les hautes températures, et montre que c'est effectivement le mécanisme d'usure principal des abradables de type céramiques utilisés dans les étages à très haute température, alors que son importance est moindre pour les abradables de type AlSi-PE.

La force associée au mécanisme est la force de décohésion de la matière. Déterminer la cinématique est un peu plus complexe. En effet, les observations expérimentales montrent que les particules de

22. Schmid, §2 p.7

23. C'est ce que semble indiquer Schmid, §1 p.89 : « The mechanism is also different. Pick-up is no longer restricted to the tip of the blade but is now also found at the leading edge. The blade tip, hence, functions as a traditional machining tool by shearing of layers of highly plastic aluminium ». Il mentionne ce cas-là — qui est un véritable usinage dans le sens où nous l'entendons — comme une exception par rapport à la règle générale où l'adhésion (*pick-up*) se produit en sommet d'aube, et non sur l'arête avant de l'aube

24. Schmid, §1 p.89

matière usées sont éjectées en majorité à l'arrière de l'aube²⁵. L'hypothèse la plus simple consiste à supposer que les fissures apparaissent lors de l'impact de l'avant de l'aube contre le revêtement. Puis le mouvement de la matière fissurée dépend de plusieurs facteurs : si l'incursion de l'aube est forte, une particule est éjectée vers l'avant ; sinon, la matière est comprimée et passe sous l'aube. Une fois le contact terminé, une particule peut être détachée par retour élastique, ou bien la matière fissurée reste en place car elle est mécaniquement piégée dans le revêtement, ou bien encore les fissures sont recollées sous l'effet de l'augmentation de la température.

Schmid (1997) estime quant à lui que la fissuration de la particule intervient lors de la réflexion de l'onde de compression initiée par l'aube (cf. figure 3.7). Cette cinématique nous semble moins probable car elle soulève les interrogations suivantes :

- il semble plus naturel d'envisager la fissuration :
 - lors de l'impact avec l'arête avant de l'aube, car même si une partie des forces de contact comprime la particule (pas de rupture en compression), les composantes de l'onde incidente dans les autres directions seront également très importantes (car la surface de l'impact n'est pas normale à la direction radiale),
 - à l'arrière de l'aube, zone de perte de contact avec le revêtement, car c'est le lieu où la contrainte en traction (selon e_θ) est la plus forte et par conséquent là où un matériau fragile peut rompre le plus facilement²⁶ ;
- l'onde réfléchie de retour élastique est amortie par rapport à l'onde incidente de compression, et une partie de l'onde est transmise au carter, et par conséquent les contraintes de retour élastique sont moins fortes que celles générées par l'impact ;
- Schmid explique l'adhésion des particules à l'arrière de l'aube de la manière suivante : dans l'essai analysé, pour une position x donnée sur le revêtement, l'onde réfléchie atteint la surface en x au moment où c'est l'arrière de l'aube qui touche x . Schmid explique que des particules de revêtement sont violemment éjectées, impactent et collent à l'arrière de l'aube. Mais on peut également expliquer le fait que la matière adhère seulement à l'arrière de l'aube par l'élévation de température due à la friction, qui a tendance à favoriser le transfert.

f/ Autres mécanismes

Nous ne cherchons pas à détailler les mécanismes liés à une cinématique d'érosion, c'est-à-dire où l'interaction se fait avec des particules petites et nombreuses. Il est en effet peu probable qu'une érosion ait lieu en même temps qu'une interaction avec l'aube, et les phénomènes ne sont donc pas couplés.

Les mécanismes d'usure chimique, comme l'usure par oxydation ou corrosion, sont définis comme la perte progressive du revêtement par évacuation de matière dégradée chimiquement. Ils agissent selon un temps caractéristique très long par rapport à l'interaction avec l'aube (des milliers d'heures contre quelques secondes). En revanche, l'oxydation et la corrosion partielles, ainsi que l'adsorption de divers constituants du flux de gaz par le revêtement changent les propriétés du matériau et donc les autres mécanismes d'usure. Bien sûr, cela est très difficile à mesurer, et on ne traitera pas plus avant l'influence de ces paramètres.

3.2.2 Reconstitution du scénario de combinaison des mécanismes

On essaie de reconstituer la chronologie des événements d'après les mécanismes d'usures identifiés avec les expériences. Il est nécessaire pour cela de garder à l'esprit qu'à l'échelle micro où se produisent les mécanismes, il n'y a pas *une* configuration avec une cinématique de contact simple ; mais une configuration macroscopique avec une cinématique moyenne, et *des* configurations microscopiques avec une cinématique locale complexe, qui évolue en fonction de la rugosité de l'abradable.

25. Schmid, §3 p.78

26. Rabinowicz, p.222 sq.

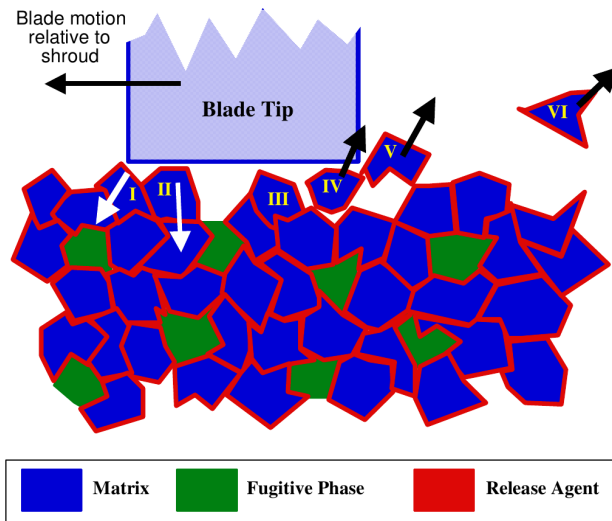


Figure 3.7 – Schmid (1997), schématisation du mécanisme de microrupture pour un abrasable haute température : « La particule I est frappée par l’aube et accélérée vers le bas par transfert de quantité de mouvement. La particule II a été impactée plus tôt et est toujours en mouvement vers le bas, déformant les particules voisines et elle-même. La particule III a transféré en énergie élastique toute l’énergie qu’elle avait absorbé pendant l’impact. La particule IV est accélérée en dehors du revêtement sous l’effet de la libération de l’énergie élastique stockée et se détache des particules environnantes. Comme l’aube considérée est fine, la particule V est libre de quitter la surface de l’abrasable. La particule VI s’est complètement détachée et va traverser le moteur. Sa petite taille lui permet de ne pas endommager les aubes et redresseurs suivants. »

Pour simplifier, on raisonne pour l’instant de manière statique (c’est-à-dire à l’équilibre, en considérant que les ondes se propagent de manière instantanée).

a/ Incursion infinitésimale

L’arête avant de l’aube rentre progressivement en contact avec l’abrasable. Il y a compression élastique de l’abrasable, qui exerce ainsi une force normale sur l’aube. Il y a contact frottant, et donc un mécanisme de plasticité aux jonctions, dont les conséquences macroscopiques sont une force de réaction de friction, et une faible usure adhésive de l’aube. En conséquence de l’usure adhésive, les mécanismes de transfert et de labourage peuvent être présents, entraînant une nouvelle force de réaction tangentielle et une usure supplémentaire.

b/ Faible incursion

Pour de faibles incursions, de l’ordre de $5\ \mu\text{m}$, les mécanismes de compression élastique, frottement, usure adhésive, transfert et labourage sont encore présents. De plus, en fonction de la topologie à l’échelle micro, l’arête avant de l’aube tombe parfois sur des protubérances d’abrasable. Parfois, elle casse ces protubérances de manière quasi-fragile, créant une particule. Cette particule peut être éjectée vers l’avant ou passer sous l’aube, en fonction de la géométrie. Si elle passe sous l’aube, elle se comporte, le temps du passage de l’aube, quasiment comme si elle n’était pas désolidarisée de l’abrasable (car comme la cinématique principale est une compression, peu importe qu’elle soit fissurée par rapport au reste du revêtement). En revanche, une fois l’aube passée, elle est éjectée par retour élastique de l’abrasable.

c/ Forte incursion

Pour de fortes incursions, de l’ordre de $50\ \mu\text{m}$, l’avant de l’aube impacte une couche d’abrasable épaisse d’environ $50\ \mu\text{m}$. Suivant les conditions — température, vitesse... — l’abrasable rompt de

manière quasi-fragile ou par cisaillement plastique. Dans le premier cas, tout se passe comme quand l'incursion est faible, à ceci près que la particule créée sera située en moyenne plus haut par rapport au bout de l'aube, et donc pourra, dans certains cas, être éjectée à l'avant de l'aube, sans passer sous le sommet. Dans le deuxième cas, une fine bande de cisaillement se développe dans la couche d'abradable de 50 μm délimitée par l'incursion, conduisant à un phénomène de type coupe des métaux.

Les autres phénomènes continuent de se produire sous l'aube, si toutefois l'incursion de l'aube après l'usinage et la rupture fragile est toujours positive — on peut imaginer que la couche usée par les deux mécanismes est supérieure à 50 μm . Enfin, la réponse en volume n'est plus forcément réversible : on peut observer des phénomènes de densification en profondeur dus à un écrasement du revêtement.

d/ Transition d'une incursion faible vers une incursion forte

Si on augmente continûment l'incursion de l'aube, que se passe-t-il ? En effet, notre reconstitution de la phénoménologie considère deux cinématiques distinctes en fonction de l'incursion :

- lorsque l'incursion est faible, l'aube comprime l'abradable, puis le phénomène fondamentalement statistique de l'usure adhésive se produit : de toutes les micro-jonctions formées sous l'aube lors d'un contact entre l'aube et l'abradable, *certaines* se défont à l'interface aube/abradable (frottement seul), et *certaines* se défont dans l'abradable (frottement + usure) ;
- lorsque l'incursion est forte, il y a *toujours* un cisaillement à l'avant par l'arête de l'aube. Et il y a par ailleurs, en plus, sous l'aube, toujours de l'usure adhésive.

Cependant, on peut imaginer qu'entre les deux types d'incursion, une cinématique intermédiaire est à l'œuvre, avec à la fois de la matière extrudée vers l'avant au lieu d'être compressée sous l'aube, et en même temps l'intermittence de cette extrusion, en fonction de la topologie microscopique du revêtement (extrusion de protubérances). Pour nous, un usinage a un aspect bien défini à l'échelle macro qui ne correspond pas à cette cinématique intermédiaire. Et comme on est dans un cas fondamentalement statistique, et sans différence fondamentale avec un phénomène de plasticité aux jonctions, on peut considérer qu'il en est effectivement une expression. En réalité cependant, rien ne permet de rattacher objectivement le phénomène à un mécanisme par rapport à l'autre, pour la bonne raison qu'on peut passer continûment de l'un à l'autre.

e/ Phénomènes cycliques

Pour une **incursion théorique** constante, p. ex. 5 μm à chaque tour, l'usure n'est pas forcément de 5 μm à chaque tour, et donc l'**incursion nominale** de 5 μm : des phénomènes de **sur-consommation** (ou de **sous-consommation**) peuvent être observés, c'est-à-dire une usure supérieure (respectivement inférieure) à l'incursion théorique. Une sur-consommation peut s'expliquer facilement dans le cas d'un mécanisme de microrupture : les particules qui se forment lors de l'impact sont en général de la taille de la microstructure, p. ex. 50 μm , et par conséquent elles laissent un vide dans le revêtement de cette taille-là, même si l'incursion est seulement de 1 μm par ailleurs. Quant à la sous-consommation, elle peut s'expliquer par l'accommodation élastique du stator (revêtement + carter).

Des phénomènes cycliques complexes ont été notés par Schmid (1997)²⁷ : lors de certaines expériences avec un abradable AlSi-PE, la phase PE est brûlée sur une certaine profondeur lors du premier tour, puis l'aube use la phase AlSi restante jusqu'à ce que le PE soit de nouveau proche de la surface, et alors le cycle recommence (le cycle est révélée par un changement dans la couleur des flammes). Le phénomène est observé à des profondeurs d'incursion de l'ordre de 0,1 μm et a une période d'environ 5 s qui correspond à quelques centaines de tours. Si ce phénomène n'introduit pas de mécanisme d'usure supplémentaire, il montre à quel point la phénoménologie de l'usure peut être complexe à appréhender, et donc, par suite, à modéliser : ici, la température est telle que le PE fond sur une profondeur déterminée par la microstructure, et les interactions suivantes se font donc avec

27. Schmid §1 p.77 et §3 p.89

un matériau de composition chimique sensiblement différente, dont on ne connaît pas les propriétés avec précision.

3.2.3 Variabilité, fiabilité, répétabilité

La question de la répétabilité des expériences se pose : si la configuration fluctue, les forces exercées sur l'aube par l'abradable peuvent également changer, et donc la cinématique de l'aube peut changer, tout en ayant des paramètres macroscopiques constants (déplacement du sommet d'aube, caractéristiques du matériau...). Toutefois, si la dimension de l'aube est très supérieure à l'aire d'une surface représentative de l'état de surface de l'aube, on peut moyenner les forces exercées dans toutes les configurations possibles de l'interaction aube/abradable, et on obtient donc une force moyenne indépendante des différentes configurations microscopiques. Nous sommes effectivement dans ce cas là — l'épaisseur de l'aube est de 2 mm — et toutes les expériences semblent répétables et robustes.

4 | Développement de lois d'usure

On part ici des observations phénoménologiques du processus d'interaction pour le modéliser et proposer des lois d'usure.

Dans un premier temps, on passe en revue la littérature sur la modélisation générale de l'usure. La partie suivante se concentre sur la modélisation de l'usure des abrasables ; plusieurs modélisations des phénomènes sont proposées : cette section vise à fournir un cadre de référence pour la modélisation de l'interaction aube/abrasable, et plusieurs variations des modélisations sont données, notamment pour capturer plus finement les phénomènes.

Dans la section suivante, nous résumons les lois retenues pour l'implémentation, les paramètres matériaux associés, et enfin nous discutons de la signification physique et le type d'expérience permettant d'obtenir ces paramètres matériaux. La partie suivante détaille l'implémentation concrète des lois d'usure. Enfin, la dernière partie présente les premiers résultats sur un cas test simple.

4.1 Généralités sur la modélisation du contact et de l'usure

La modélisation de l'interaction entre des surfaces (donc de la friction et de l'usure) est un problème extrêmement complexe. Une des causes de cette complexité est la profusion des phénomènes et des domaines physiques impliqués : mécanique, thermique, chimie. De plus, une échelle essentielle d'interprétation des phénomènes est celle de la configuration microscopique des surfaces, bien inférieure à l'échelle du contact apparent.

On pourrait bien sûr se limiter à la modélisation d'un phénomène, par exemple le phénomène dominant ; le problème est que si l'on change la configuration du contact (autre pression de contact, autre matériau, autre température, autre milieu...), on n'est pas assuré que ce phénomène soit encore prédominant, et pire, le mécanisme d'usure qui se cache derrière le phénomène peut avoir changé.

Mais supposons quand même un seul mécanisme de friction et d'usure. Le problème fondamental n'est pas tant de déterminer les paramètres d'influence du mécanisme, car il est possible de les déterminer par l'expérience dans une certaine mesure, mais plutôt de modéliser de manière cohérente l'influence de cet ensemble de paramètres. Prenons l'exemple de l'usure adhésive que l'on a expliqué précédemment, c'est-à-dire un mécanisme de plasticité à l'interface. On doit ainsi modéliser : la configuration microscopique des jonctions (qui dépend de la déformation de la pièce et de l'état de surface), le comportement de plasticité des jonctions (effets d'échelle, actions répétées dues à la destruction et création de nouvelles jonctions, effets de la vitesse, effets d'histoire), l'échauffement induit par la dissipation de contact, les phénomènes chimiques (adsorption de particules, oxydation...). Et surtout les couplages entre les différents paramètres : si l'on regarde la variation d'un paramètre (par exemple la pression), on peut en déduire une loi, mais cela ne veut pas dire que les autres paramètres sont maintenus constants car ils dépendent les uns des autres (par exemple, l'énergie dissipée lors du frottement augmente avec la pression, et donc la température des jonctions augmente également ; donc au final, les conséquences de l'usure peuvent varier à cause de la pression ou de la température, impossible de faire la part de l'une et de l'autre sans information supplémentaire). On peut se faire une idée de la complexité des phénomènes grâce à la figure 4.1 où une coupe de la surface réelle d'un solide est représentée.

Pour toutes ces raisons, il n'existe pas aujourd'hui de véritable modèle d'usure qui satisfasse à toutes les observations. Les modèles développés sont valides pour un domaine limité de paramètres,

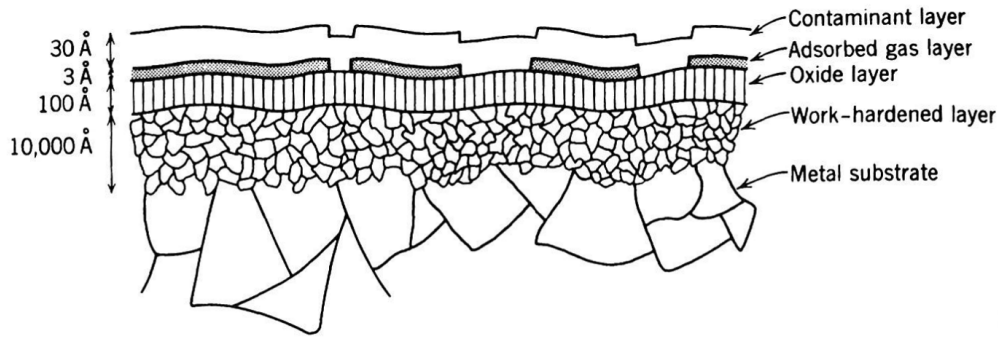


Figure 4.1 – Vue en coupe des différentes couches superficielles d’un métal (Rabinowicz, 1995)

pas toujours bien défini par ailleurs (p. ex. la forme de la pièce qui frotte dans l’essai expérimental n’est généralement pas précisée alors que les mesures en dépendent). Une analyse précise des différents modèles d’usure proposés et de leurs lacunes est présentée dans l’article de Meng et Ludema (1995). On présente brièvement dans la suite trois grands types de modélisation de l’usure.

4.1.1 Modèles empiriques et semi-empiriques

Chronologiquement, les premiers modèles d’usure ont directement été élaborés à partir de tests dans lesquels on faisait varier quelques conditions. Bien sûr, si les conditions de l’expérience changent, les coefficients caractéristiques du modèle changent aussi et celui-ci devient inutilisable.

Les modèles semi-empiriques ont cherché à incorporer plus de grandeurs physiques dans les modèles, comme la pression, et des grandeurs matériaux (limite d’élasticité, déformation à rupture, ténacité ...). Beaucoup de modèles sont des généralisations de la loi d’Archard (1953) :

$$V = \frac{klp}{H} \quad (4.1)$$

où V est le volume de matière usé, l la longueur du glissement, p la pression d’une surface sur l’autre, H la dureté, et k le coefficient d’usure.

Cette loi exprime simplement le fait que l’on considère le volume de matière détaché de la pièce comme proportionnel à deux paramètres structuraux (la pression de contact et la longueur sur laquelle la surface est parcourue) et inversement proportionnel à un paramètre matériau (la dureté).

La loi d’Archard est un peu l’équivalent pour l’usure de ce qu’est la loi de Coulomb pour la friction : toutes deux ne demandent qu’un seul paramètre spécifique (k ou μ) tout en permettant une approximation acceptable dans la plupart des cas où les conditions de contact varient peu.

4.1.2 Modèles microscopiques

Le processus d’usure étant par nature multi-échelle, il semble naturel de vouloir créer un modèle microscopique du processus pour en extraire des grandeurs d’intérêt macroscopiques par moyennage.

La surface usée est souvent modélisée par une répartition stochastique d’aspérités (par exemple, Jin et Zhang (2012) Hol et coll. (2012) Mamalis et Vortselas (2012), Andersson et coll. (2008)) ou est reconstituée par méthode spectrale (Afferrante et coll., 2012). On donne une loi de comportement pour les aspérités, par exemple élasto-plastique (Andersson et coll., 2008), puis on effectue les calculs soit analytiquement (Jin et Zhang, 2012) soit numériquement par méthode des éléments finis classique, ou optimisée (par exemple, avec un modèle de Winkler dans Pödra et Andersson (1997)).

On peut adresser plusieurs critiques aux modèles microscopiques :

- le processus d’usure modélisé n’est pas clairement défini dans les hypothèses du modèle. En particulier, les conditions cinématiques se résument la plupart du temps à une surface plane et rigide venant frotter sur une protubérance, ce qui très réducteur : les phénomènes de labourage et de transfert de matière sont écartés, la modélisation d’une érosion est inaccessible... ;

- il est supposé que les lois de comportement qui s’appliquent sont les mêmes qu’au niveau macroscopique, ni les effets d’échelle, ni les phénomènes d’échauffement et d’oxydation localisés ne sont pris en compte ;
- la présence des particules détachées entre les deux surfaces en contact est également négligée ;
- les modèles analytiques sont trop simples pour bien modéliser la surface microscopique, et les modèles numériques sont trop lourds pour modéliser tous les phénomènes multi-physiques envisageables (p. ex. il serait très ambitieux, à l’heure actuelle, de simuler la rupture ductile d’un nombre important d’aspérités en très grandes déformations avec couplage thermomécanique, sans faire d’hypothèse trop restrictive).

Un problème fondamental de nombreux modèles de ce type est de considérer que le comportement à la friction et à l’usure est le résultat des comportements intrinsèques des matériaux en présence, ce qui est faux ¹.

4.1.3 Modèles avec troisième corps

On peut voir le problème de l’usure de manière un peu différente en considérant l’interface entre les deux corps qui s’usent comme un **troisième corps**, notion introduite par [Godet \(1984\)](#), et développée par [Berthier \(1990\)](#). Cette interface a une réalité physique : une partie de la matière arrachée reste entre les deux corps avant d’être éjectée, et participe donc au comportement à l’usure du système.

Le troisième corps est aussi utile comme concept abstrait car il permet d’effectuer des lois de bilan. Par exemple, on distingue l’arrivée de nouvelles particules dans le troisième corps de leur éjection. La loi de conservation de la masse sur le troisième corps permet de lier les deux et de trouver ainsi facilement des lois d’usure permettant de modéliser séparément l’arrachement de matière de son éjection (par exemple, voir [Fillot et coll. \(2007\)](#); [Stolz \(2010\)](#)).

Ce type de modélisation ne cherche pas à expliquer les causes profondes de la friction et l’arrachement de matière des surfaces, mais regarde ce qu’il advient de la matière détachée. C’est pourquoi une telle modélisation doit être couplée à une modélisation des mécanismes d’arrachement de matière (les mécanismes « d’usure » présentés précédemment).

Dans le cas de l’usure des abrasables, la matière détachée est éjectée à la fin de l’interaction et évacuée par le moteur. La modélisation par troisième corps est donc moins pertinente ([Berthier, 1990](#), §1 de la partie 7.1., p.87). Remarquons tout de même qu’une partie de la matière détachée est bien prisonnière entre les deux surfaces de contact le temps de l’interaction, et elle peut donc effectivement être considérée comme un troisième corps.

4.2 Modélisations des différents mécanismes d’interaction

On cherche à modéliser le processus d’interaction selon le cadre développé en section [2.2.3.1](#) p.30 (cf. aussi figure [2.10](#)). Plus précisément, on cherche des relations entre les grandeurs d’entrée (incursions, vitesses, températures...) et les grandeurs de sortie (forces de réaction du revêtement, usure du revêtement, énergie thermique apportée au système).

Les différents phénomènes de l’interaction aube/abrasable sont ici repris. On regarde comment les modéliser indépendamment les uns des autres puis comment les combiner de manière cohérente. L’objectif est de proposer une loi d’interaction adaptée à une simulation de la dynamique d’aube, c’est-à-dire composée de relations explicites qui permettent d’obtenir le résultat d’une interaction entre l’aube et l’abrasable par une simple évaluation de fonction (et non par la résolution numérique d’équations aux dérivées partielles par exemple).

1. Meng et Ludema, section 2.2., point (3), p.445. Un exemple de comportement non intrinsèque est la compatibilité chimique entre les matériaux.

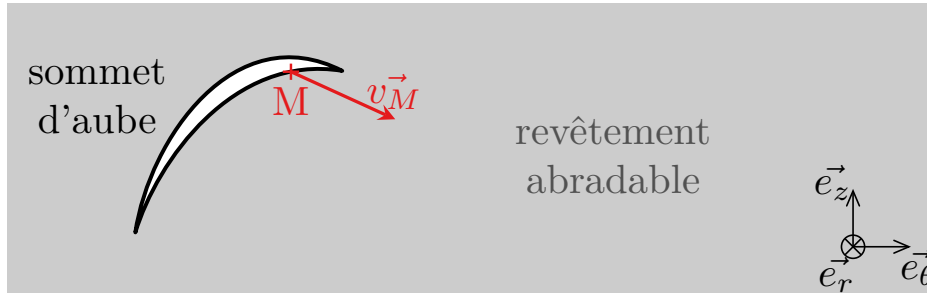


Figure 4.2 – Pour un point M quelconque du sommet d’aube, de vitesse \mathbf{v}_M , on raisonne dans le plan $(M, \mathbf{e}_r, \mathbf{v}_M)$.

4.2.1 Remarques préliminaires

a/ Le sommet d’aube comme courbe 1D

Du fait de sa faible épaisseur au regard de la longueur de corde, le sommet d’aube peut être représenté par une courbe 1D dans l’espace (alors qu’il s’agit en réalité d’une surface 2D). Par conséquent, les contraintes de réaction exercées sur l’aube sont intégrées sur l’épaisseur de l’aube afin d’obtenir une force linéique qui s’exerce sur une longueur élémentaire d’aube. Les grandeurs extensives sont ainsi exprimées en linéique. Par exemple, en unités du système international, une force sera exprimée en N/m , et l’aire d’une surface en m .

b/ Raisonnement dans la tranche

On effectue dans la suite des raisonnements « dans la tranche » : pour un point du sommet de l’aube, c’est le plan formé par le vecteur vitesse de ce point et le vecteur normal à la surface de l’abrasable, cf. figure 4.2. On considère dans la suite que la vitesse \mathbf{v}_M est colinéaire à \mathbf{e}_θ

4.2.2 Mécanismes volumiques

La manière la plus évidente de résoudre le problème thermomécanique du revêtement abrasable est la suivante :

- considérer l’abrasable comme un matériau homogénéisé et lui attribuer des paramètres thermo-mécaniques (masse, coefficients d’élasticité, limite d’élasticité, porosité, capacité calorifique, conductivité...);
- résoudre les équations aux dérivées partielles couplées de la thermique et de la dynamique.

Comme on l’a vu en 2.2.2.4, utiliser un matériau homogénéisé est justifié. Il est possible de résoudre un tel problème en théorie, mais cela implique des calculs numériques lourds, avec la méthode des éléments finis en 3D par exemple. Le temps de calcul associé est alors trop long pour notre cadre numérique, qui doit également tenir compte du contact avec une aube flexible et de l’usure de l’abrasable. Même en se plaçant dans un cadre quasi-statique de mécanique ou de thermique pure, les temps de calculs sont rédhibitoires.

Il faut donc chercher quelles simplifications nous permettrait de poser un problème plus simple à résoudre numériquement.

4.2.2.1 Problème mécanique

Une première simplification concerne la dynamique : comme remarqué en 2.2.2.1, la déformation « de structure » du revêtement est avant tout imposée par le carter, et peut par conséquent être calculée géométriquement en considérant que le revêtement « suit » le carter. Il reste donc à calculer la déformation locale due au contact avec l’aube.

En simplifiant au maximum, on peut considérer que le revêtement a une déformation complètement locale selon les directions e_θ et e_z , c'est-à-dire que l'ensemble des points matériels associés à une position (θ, z) est indépendant de l'ensemble des points associés à la position $(\theta', z') \neq (\theta, z)$. Une simplification supplémentaire consiste à considérer que cette déformation 1D se fait uniquement selon la direction radiale (compression du revêtement, aucun cisaillement). Ces deux hypothèses sont justifiées si l'incursion dans l'abradable est très faible par rapport à la surface de contact entre l'aube et l'abradable, c'est le cas en général car $e_A \sim 1 \text{ mm}$ et $I \lesssim 0,1 \text{ mm}$

Si on néglige en plus les effets dynamiques (cf. discussion au paragraphe b/ p.24), on peut obtenir une formule explicite de la force et de l'usure dues à la déformation du revêtement dans le cas d'un comportement élastique ou élasto-plastique. Par souci de simplicité, nous utiliserons dans la suite un comportement purement élastique dans le volume (pour une discussion sur le domaine d'élasticité en fonction de l'incursion, cf. § p.37) :

$$\sigma_n = E_{\text{abradable}} \varepsilon_n = E_{\text{abradable}} \frac{I}{h_{\text{abradable}}} \quad (4.2)$$

Ce qui nous donne, après intégration de la contrainte dans la tranche :

$$F_n = \sigma_n e_A = E_{\text{abradable}} e_A \frac{I}{h_{\text{abradable}}}. \quad (4.3)$$

Si le comportement est purement élastique, la position de la surface de l'abradable après le passage de l'aube est inchangée :

$$\Delta h_{\text{vol}} = 0. \quad (4.4)$$

4.2.2.2 Problème thermique

a/ Sources volumiques

Si l'on reste dans le domaine élastique, l'énergie mécanique dissipée est négligeable. Mais même s'il y a plasticité du revêtement dans son volume (écrasement notamment), il est probable que l'énergie dissipée soit négligeable par rapport aux mécanismes de dissipation surfaciques (voir plus bas). On supposera donc :

$$P_{\text{diss,vol}} = 0. \quad (4.5)$$

b/ Diffusion

La chaleur due aux phénomènes irréversibles se diffuse dans le volume de l'abradable. Nous n'utiliserons pas de calcul de la diffusion thermique dans ce travail (c'est un axe de recherche du projet MEDEA). Notons que cela permettrait d'avoir l'évolution du champ de température dans l'abradable et par la suite d'utiliser des paramètres matériaux dépendant de cette température.

4.2.3 Mécanismes surfaciques

On discute ici de la modélisation des mécanismes d'usure surfacique, c'est-à-dire des mécanismes d'interaction pour lesquels le contact avec l'aube n'est plus simplement vu comme une condition aux limites, mais comme faisant partie du mécanisme. On discute cinq mécanismes : usinage, plasticité à l'interface, transfert, labourage et microrupture.

4.2.3.1 Direction de la force tangentielle

Le mécanisme d'adhésion est fondamentalement dû à un cisaillement de la matière, et la direction de ce cisaillement est celle du déplacement de l'abradable, qui est (localement) colinéaire au déplacement de l'aube (du fait du contact glissant). Pour l'usinage, la composante de la force de cisaillement selon la direction normale à la surface est non nulle, mais calculée par les mécanismes volumiques, et la composante restante représente également un cisaillement dans la direction de la trajectoire de

l'aube. Par ailleurs, la force due au labourage s'exerce elle aussi selon la trajectoire. Enfin, l'énergie dépensée dans la microrupture de l'abradable est due à l'énergie de déformation emmagasinée l'instant précédent sous l'effet de la trajectoire de l'avant du sommet d'aube. Il semble naturel de supposer que cette déformation s'est faite majoritairement dans la direction du déplacement de l'aube.

La force tangentielle totale exercée en un point du sommet de l'aube est donc colinéaire à la trajectoire de ce point. Du fait de la grande vitesse de rotation de l'aube par rapport à sa vitesse de vibration, la trajectoire est presque colinéaire au vecteur orthoradial.

4.2.3.2 Usinage

La modélisation de l'usinage peut se ramener à un problème classique de mécanique des milieux continus car toutes les grandeurs associées sont bien définies macroscopiquement. De même que pour les mécanismes volumiques, une résolution fine par la méthode des éléments finis est possible en théorie mais une telle modélisation serait trop longue en temps de calcul. Une méthode alternative à une simulation simultanée de la dynamique de l'aube et de l'usinage du revêtement serait la suivante : puisque la configuration d'interaction de l'aube et du revêtement peut être caractérisée par un nombre de paramètres limités (incursion, vitesse d'interaction, température, géométrie de l'outil de coupe c.-à-d. du sommet d'aube), on peut imaginer effectuer un premier ensemble de simulations préliminaires locales afin de déterminer les forces et l'usure en fonction de ces paramètres, pour réinjecter les résultats dans la simulation principale d'interaction aube/abradable. Reste donc à modéliser l'usinage dans les simulations préliminaires. Il existe une littérature importante sur l'usinage des métaux avec résolution analytique ou numérique, cf. par exemple [Shi et Attia \(2010\)](#). Une telle modélisation nécessite plusieurs paramètres matériaux difficiles à mesurer (car dépendants de la température et de la vitesse de déformation) et des traitements numériques complexes (pour la fissuration et les grandes transformations notamment). Au final, il est difficile de juger du gain de précision de ces modèles numériques de l'usinage par rapport à des modèles analytiques plus simples, cf. [Shi et Attia \(2010\)](#).

Étant données ces réserves, il semble plus raisonnable d'utiliser une modélisation analytique. Pour cela, commençons par déduire une cinématique simplifiée des expériences. Les images des copeaux d'un abradable AlSi-PE pour différentes températures sont montrées figure 4.3. On peut observer la présence de plans de cisaillement successifs, particulièrement pour le copeau obtenu à 300 °C. La modélisation la plus simple pour ce type de copeaux est appelée « deck of cards » (« jeu de cartes » en français), cf. figure 4.4. Le cisaillement de la matière est supposé localisé dans des plans parallèles, régulièrement espacés, et formant un angle ϕ avec la surface du revêtement.

Le calcul de la force de réaction de l'abradable sur l'aube est alors facile à calculer :

$$F_{t,\text{usinage}} = \tau_y \cos \phi l_{\text{écaille}} \quad (4.6)$$

$$F_{t,\text{usinage}} = \tau_y \frac{\cos \phi}{\sin \phi} \Delta h_{\text{usinage}} \quad (4.7)$$

où τ_y est la limite d'élasticité en cisaillement, ϕ l'angle formé entre le plan des écailles du copeau et la surface de l'abradable, et $l_{\text{écaille}}$ la longueur d'une écaille, cf. figure 4.4. $\Delta h_{\text{usinage}}$ est l'épaisseur d'abradable usinée.

Il reste à calculer l'épaisseur d'abradable usée par usinage $\Delta h_{\text{usinage}}$. En supposant qu'il y a toujours usinage dès que l'on dépasse le domaine d'élasticité, on a :

$$\Delta h_{\text{usinage}} = I - I_{\text{él}} \quad (4.8)$$

où I est l'incursion de l'aube dans le revêtement, et $I_{\text{él}}$ est la partie de cette incursion qui est accommodée par déformation élastique. Si on suppose une cinématique 1D dans la direction radiale et un comportement élasto-plastique parfait, on a :

$$\sigma_Y = E \frac{I_{\text{él}}}{h} \quad (4.9)$$

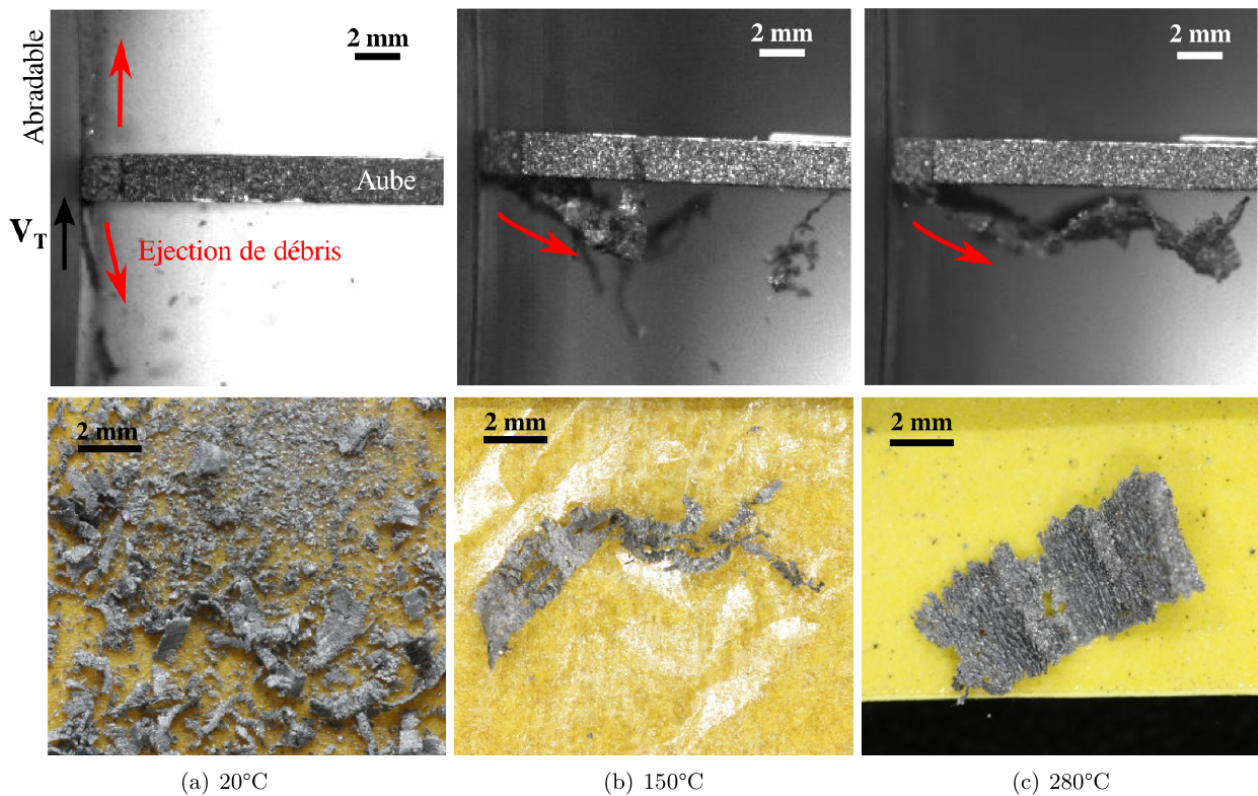


Figure 4.3 – Débris d'usure d'un abrasif AlSi-PE pour différentes températures, d'après Mandard (2015)

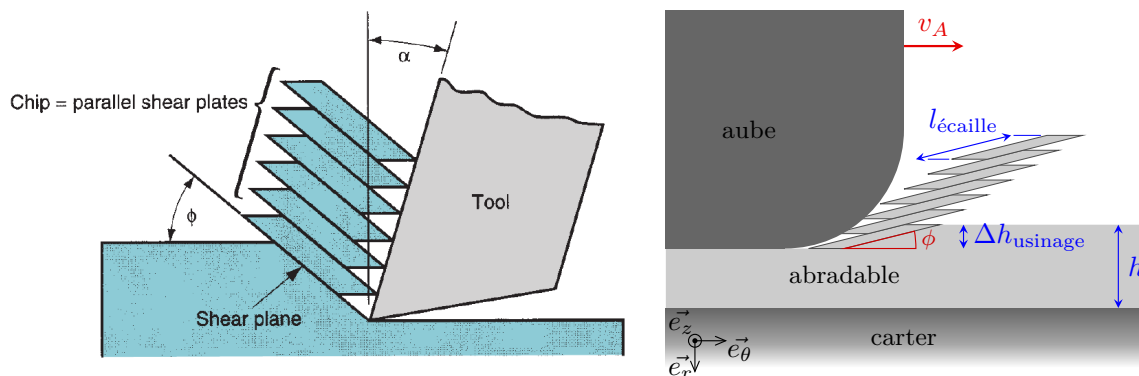


Figure 4.4 – Modèle simple d'usinage, d'après Groover (2007), et adaptation dans le cas de l'usinage de l'abrasif par l'aube

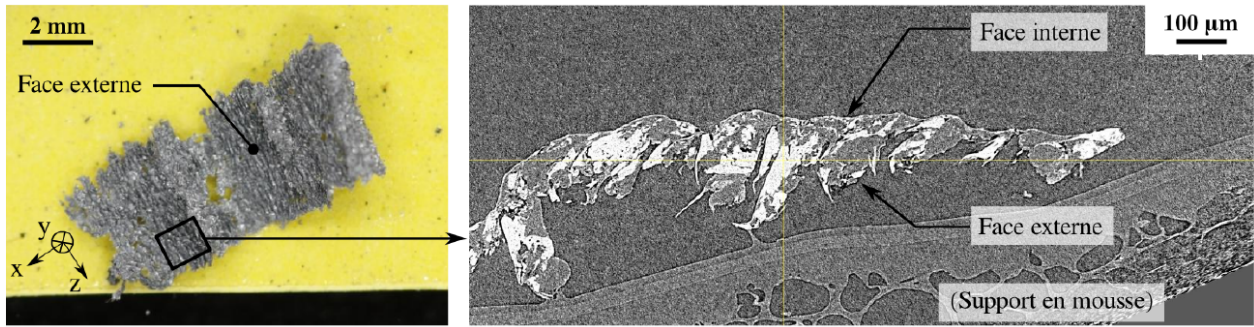


Figure 4.5 – Image et micro-tomographie à rayons X d'un copeau d'usinage, d'après Mandard (2015)

avec σ_Y la limite d'élasticité de l'abradable, E son module de Young, et h la hauteur du revêtement. d'où

$$I_{\text{él}} = \frac{\sigma_Y}{E} h \quad (4.10)$$

En réalité, il n'y a pas forcément de l'usinage sur toute la surface et par conséquent :

$$\Delta h_{\text{usinage}} = (I - I_{\text{él}}) p_{\text{usinage}} \quad (4.11)$$

où p_{usinage} est la proportion de surface d'abradable qui a été usée par usinage, rapportée à la surface totale de l'abradable traversée par le sommet d'aube. Cette grandeur dépend *a priori* de plusieurs paramètres : incursion, température, vitesse d'interaction, géométrie du sommet d'aube ; et on a $0 \leq p_{\text{usinage}} \leq 1$.

Remarque

Un copeau implique qu'un mécanisme de type usinage est à l'œuvre, mais un copeau n'est pas le résultat du mécanisme d'usinage uniquement. En effet, si l'on regarde le copeau de la figure 4.5 tiré de la thèse de Mandard (2015), on voit bien, sur la face « libre », les plans de cisaillement dus au mécanisme d'usinage. Cependant le cisaillement est plus complexe sur l'autre face (celle qui est directement en contact avec l'aube). Dans la littérature, ce lieu est appelé « zone de cisaillement secondaire » (*secondary shear zone*, (Groover, 2007, figure 21.8 p. 491)). Selon notre partition des mécanismes d'interaction, cette zone ne fait pas partie de l'usinage à proprement parler mais relève du mécanisme de plasticité à l'interface : même cinématique — cisaillement selon la surface de contact aube/revêtement — et mêmes forces associées — plasticité du revêtement en surface. C'est pourquoi il n'est pas modélisé comme faisant partie du mécanisme d'usinage. Pour résumer, la création d'un copeau est le résultat de deux mécanismes d'interaction : un mécanisme de plasticité de la matière dans son volume, situé à l'avant de l'aube et qu'on appelle « usinage » dans ce manuscrit ; et un mécanisme de plasticité à l'interface entre l'arête avant de l'aube et le revêtement en vis-à-vis.

4.2.3.3 Plasticité à l'interface

Comme expliqué au paragraphe a/ p.47, les phénomènes de frottement et d'usure adhésive sont liés et sont la traduction macroscopique de la plasticité à l'œuvre dans les micro-jonctions qui se forment lors d'un contact entre deux solides.

Une modélisation fine de la topologie microscopique exacte des jonctions et de leur comportement n'est pas envisageable du fait que la lourdeur des calculs et des réserves exprimées en 4.1.2. On propose ici deux approches : tout d'abord on présente une modélisation statistique, qui nous permettra de mieux comprendre comment le comportement observable, déterministe, est le résultat d'une configuration microscopique non déterministe. On présente ensuite une approche purement macroscopique s'appuyant sur des lois classiques de comportement tribologique.

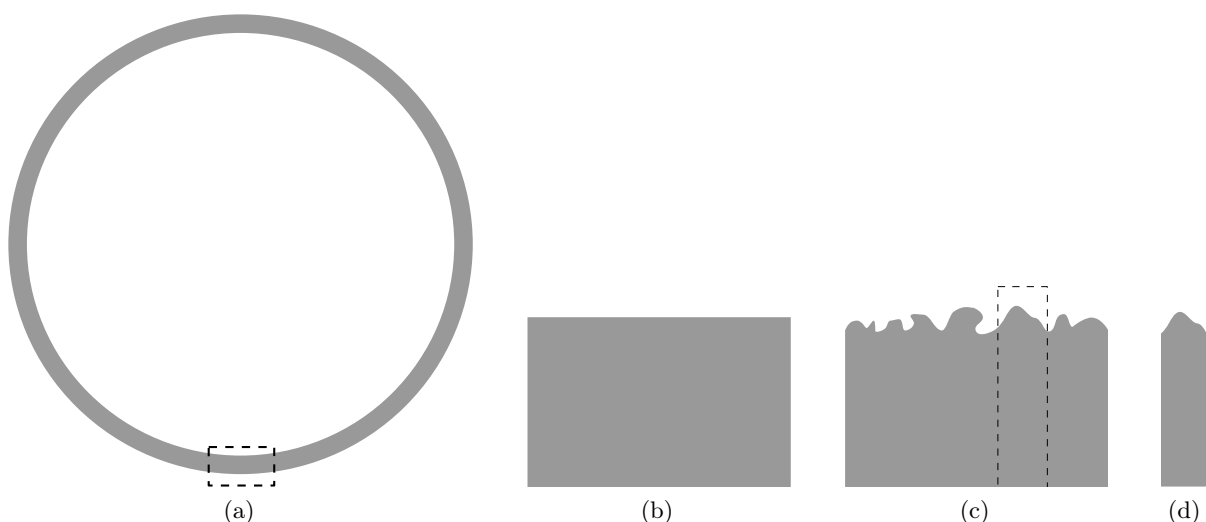


Figure 4.6 – Configuration du revêtement à différentes échelles :

- (a) configuration macro = système macro + échelle macro (le rectangle en pointillé délimite un système méso représenté à la fois sur la figure (b) avec une échelle méso et sur la figure (c) avec une échelle micro) ;
- (b) configuration méso = système méso + échelle méso ;
- (c) configuration méso-micro = système méso + échelle micro (le rectangle en pointillé délimite un système micro représenté sur la figure (d)) ;
- (d) configuration micro = système micro + échelle micro.

a/ Modélisation statistique de la friction

On introduit dans notre raisonnement trois systèmes (cf. figure 4.6) : le revêtement abradable dans son ensemble, que l'on appelle le système macro ; une tranche d'abradable de la longueur d'un VER, appelé système méso ; et une tranche de la taille d'une jonction, le système micro. Le système macro est l'union de tous les systèmes méso, et un système méso est lui-même composé de systèmes micro. Le système méso peut être décrit de deux manières : à une échelle mésoscopique comme un bloc homogène de matière ; et à l'échelle microscopique comme un système complexe, avec une microstructure dans son volume, et une surface avec une topologie complexe. La combinaison d'un système et d'une échelle d'observation définit une **configuration** (cf. figure 4.6).

Tous les mécanismes d'interaction sont fondamentalement statistiques. On entend par là qu'une interaction a un résultat macro *déterministe*, alors que la configuration microscopique, à l'échelle de laquelle se produisent les phénomènes, est toujours changeante. Cela peut s'expliquer par la notion de valeur mésoscopique moyenne.

Notion de valeur mésoscopique moyenne

On s'intéresse au système méso. La configuration méso-micro est très complexe (cf. figure 4.1 p.59, schématisée sur la figure 4.6c). Il est cependant intéressant de noter la relative indépendance entre les parties de la surface méso : par exemple, la transformation thermodynamique qui a lieu sur une jonction n'influe pas directement (ou très peu) sur la transformation thermodynamique qui a lieu sur la jonction voisine — certes, elle influe indirectement, car elle participe à l'évolution du système (p. ex. par l'énergie qu'elle dissipe et qui fait augmenter la température), mais cette influence est ressentie comme un effet de global, c.-à-d. un effet méso dans notre cas. On peut donc se permettre d'isoler chacune des configurations micro composant le système méso, et raisonner sur une configuration micro de manière indépendante. Bien sûr, les configurations micro peuvent être très différentes les unes des autres ; mais par ailleurs le résultat à l'échelle mésoscopique de leur transformation est déterministe.

Le système possède ainsi la propriété suivante : le résultat mésoscopique d'une interaction dépend de la distribution statistique des configurations micro, mais ne dépend pas des configurations micro elles-mêmes. Mathématiquement, cela se traduit par l'équation :

$$X = \int \tilde{X} d\mu \quad (4.12)$$

où X est la valeur d'une grandeur méso quelconque liée aux mécanismes d'interaction surfaciques, \tilde{X} est la valeur micro de la grandeur, associée à une configuration microscopique dont $d\mu$ est la mesure de probabilité de \tilde{X} . Par exemple, pour le vecteur contrainte en surface :

$$\boldsymbol{\sigma} = \int \tilde{\boldsymbol{\sigma}} d\mu \quad (4.13)$$

Modélisation statistique à l'échelle micro

La modélisation statistique en elle-même consiste à calculer ce type d'intégrale pour les quantités d'intérêt. On détaille dans la suite les différentes étapes de la modélisation.

Tout d'abord, on doit choisir quelles sont les variables mésoscopiques dont dépendent les grandeurs. Supposons par exemple que la contrainte dépend de la **pénétration dans l'interface** :

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}(I_p). \quad (4.14)$$

On doit ensuite choisir les variables aléatoires qui caractérisent la distribution statistique des configurations microscopiques. Supposons qu'une configuration α est caractérisée par trois variables aléatoires :

- la hauteur \tilde{h} de la surface par rapport à la hauteur moyenne. On peut par exemple choisir une distribution normale : $\text{ddp}_h = \mathcal{N}(0, S_h)$ où ddp désigne la densité de probabilité de la hauteur, \mathcal{N} désigne la loi normale de moyenne 0 (par définition de \tilde{h}) et d'écart-type S_h . Cet écart-type est une mesure de la rugosité ;
- la courbure R de la surface, par exemple $\text{ddp}_R = \mathcal{N}(\bar{R}, S_R)$;
- la pente p de la surface, par exemple $\text{ddp}_p = \mathcal{N}(0, S_p)$.

Ces lois de probabilité nous permettent d'explicitier la valeur méso ; pour la contrainte on a ainsi :

$$\boldsymbol{\sigma}(I_p) = \int_{h=-\infty}^{\infty} \int_{R=0}^{\infty} \int_{p=-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \tilde{\boldsymbol{\sigma}}(I_p, h_\alpha, R_\alpha, p_\alpha) \text{ddp}_h(h_\alpha) \text{ddp}_R(R_\alpha) \text{ddp}_p(p_\alpha) dh_\alpha dR_\alpha dp_\alpha. \quad (4.15)$$

Enfin il faut modéliser le comportement micro des différentes configurations. Dans le cas de la contrainte, cela veut dire expliciter $\tilde{\boldsymbol{\sigma}}(I, h_\alpha, R_\alpha, p_\alpha)$. On propose ici un exemple de modélisation qui n'est fondé sur aucune donnée expérimentale, mais qui permet d'illustrer la démarche à accomplir pour le calcul des contraintes micro.

Tout d'abord on peut supposer que des jonctions se forment en fonction de l'incursion microscopique $I_\alpha = I_p + h_\alpha$:

$$\tilde{\boldsymbol{\sigma}} = \tilde{\boldsymbol{\sigma}}(I_\alpha, R_\alpha, p_\alpha). \quad (4.16)$$

On sépare ensuite la contrainte en sa partie normale et sa partie tangentielle pour les modéliser successivement (cf. figure 4.7). On pose :

$$\tilde{\boldsymbol{\sigma}} = \tilde{\sigma}_n \mathbf{n}_\alpha + \tilde{\sigma}_t \mathbf{t}_\alpha. \quad (4.17)$$

On fait l'hypothèse que $\tilde{\sigma}_n$ est liée uniquement à l'aire de la surface des jonctions. On suppose que cette surface est circulaire, ce qui nous permet de la mesurer par son rayon r_α , que l'on supposera dépendre uniquement de l'incursion I_α et de la courbure de la surface R_α . On a ainsi :

$$\tilde{\sigma}_n = \tilde{\sigma}_n(r_\alpha(I_\alpha, R_\alpha)) \quad (4.18)$$

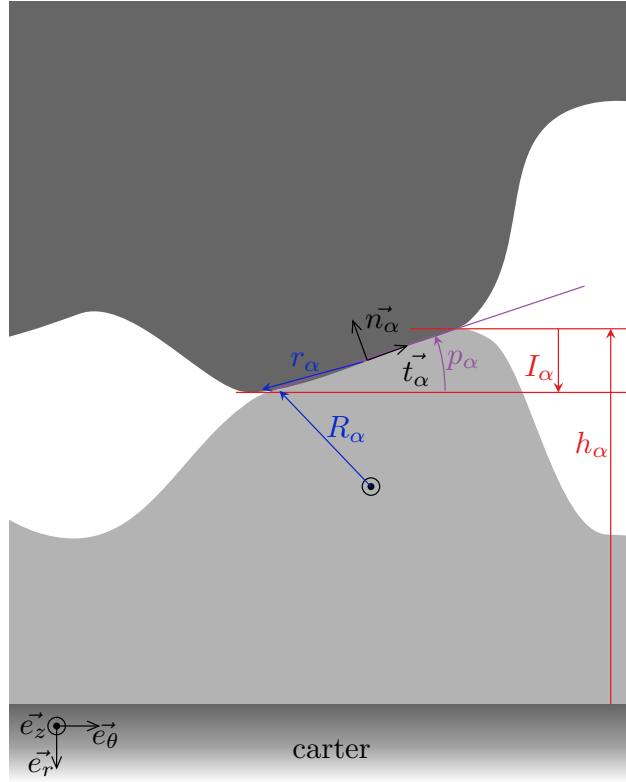


Figure 4.7 – Configuration microscopique de l'interface du revêtement et de l'aube

Supposons par exemple que :

$$r_\alpha(I_\alpha, R_\alpha) = \begin{cases} \frac{R_\alpha}{S_h} I_\alpha & \text{si } I_\alpha > 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (4.19)$$

où S_h est l'écart-type de la distribution statistique ddp_h . Supposons également que la contrainte normale dépende de r_α par la formule suivante :

$$\tilde{\sigma}_n = \begin{cases} \frac{r_\alpha}{r_c} \sigma_y & \text{si } r_\alpha \leq r_c \\ \sigma_y & \text{sinon} \end{cases} \quad (4.20)$$

où r_c est un rayon critique au-delà duquel la contrainte atteint la limite de plasticité. Il ne reste plus qu'à exprimer la contrainte tangentielle pour compléter le modèle. On prend par exemple :

$$\tilde{\sigma}_t = \begin{cases} \frac{r_\alpha}{r_c} \tau_y & \text{si } r_\alpha \leq r_c \text{ et } 0 \leq p_\alpha \leq \frac{\pi}{2} \\ \tau_y & \text{si } r_\alpha > r_c \text{ et } 0 \leq p_\alpha \leq \frac{\pi}{2} \\ 0 & \text{si } -\frac{\pi}{2} \leq p_\alpha \leq 0. \end{cases} \quad (4.21)$$

La contrainte normale doit être compatible avec la contrainte normale macro calculée par les mécanismes d'interaction volumiques. L'ensemble des équations présentées nous permettent donc d'obtenir I_p en fonction de la contrainte normale σ_n , elle-même obtenue par les mécanismes volumiques en fonction de l'incursion I (cf. 4.2.2), puis de calculer la contrainte tangentielle σ_t en fonction de I_p .

Conclusion

Ce modèle permet d'expliquer ce que l'on entend par « comportement statistique ». Il n'a, en l'état, aucune valeur prédictive, et de nombreuses hypothèses sont faites dans l'unique but de mener à bien les calculs.

Il permet cependant de bien comprendre ce qui se passe lors d'une interaction : les mécanismes ont lieu à l'échelle micro avec d'innombrables configurations différentes ; comme ces configurations ont une distribution statistique, leurs effets observables, méso- ou macroscopiques, sont les moyennes des effets microscopiques, que l'on peut calculer si l'on connaît la distribution statistique des configurations. Les deux hypothèses principales du modèle sont les suivantes :

- le système méso est suffisamment grand pour que l'ensemble des systèmes micro qui le compose soit représentatif de la distribution statistique ;
- chaque configuration microscopique est indépendante des autres configurations microscopiques.

On a présenté uniquement un modèle de friction, mais il est bien entendu possible d'enrichir le modèle avec de l'usure adhésive. Il serait également possible d'utiliser ce type de modélisation pour les autres mécanismes statistiques : transfert, labourage, microrupture.

Les calculs présentés supposent que la distribution statistique des configurations microscopiques n'est pas modifiée par l'usure, mais un modèle plus précis ferait évoluer cette distribution en fonction des mécanismes. On sait par exemple que la plasticité aux jonctions tend à lisser la surface, alors que la microrupture donne au contraire un aspect grêlé à la surface. On peut prendre cela en compte à travers la densité de probabilité de la hauteur de la surface ddp_h où l'écart-type dépendrait de l'intensité des mécanismes : diminuant avec le développement de la plasticité aux jonctions et augmentant lors de la microrupture.

Bien entendu, ce type de modélisation n'a pour l'instant qu'un intérêt pratique limité car il nécessite de connaître et de quantifier les effets précis qui se produisent à l'échelle micro ; or, il semble que la quantification exacte des phénomènes à l'échelle des jonctions (et en premier lieu la cinématique) est à l'heure actuelle très rudimentaire (cf. quelques explications sur l'origine de la friction à l'échelle atomique dans [Popov \(2010\)](#)). Pour cette raison, on se tourne dans les sections suivantes soit vers des modélisations purement méso, où la configuration micro n'est pas considérée explicitement, soit vers des modélisations où l'on raisonne uniquement sur une configuration microscopique *moyenne* que l'on suppose suffisamment représentative de la distribution de configurations.

b/ Modèle macroscopique

Usure du revêtement

La définition même de friction se traduit par :

$$\exists F_n > 0 \Rightarrow \exists F_t \neq 0 \quad (4.22)$$

La loi de friction la plus utilisée est bien sûr la loi de Coulomb avec une dépendance linéaire de F_t à F_n lorsqu'il y a glissement :

$$F_{t,\text{adhésion}} = \mu F_n. \quad (4.23)$$

Le paramètre μ peut dépendre de la température, de la vitesse d'interaction d'un solide par rapport à l'autre... La loi donne en général des résultats corrects en prenant comme référence des valeurs expérimentales, sauf dans des cas bien particuliers (cf. [Rabinowicz \(1995\)](#)). On peut légèrement modifier cette loi pour tenir compte du fait que la force tangentielle ne peut pas dépasser la limite d'élasticité en cisaillement, c'est la loi de Tresca :

$$F_{t,\text{adhésion}} = \begin{cases} \mu F_n & \text{si } \mu F_n \leq \tau_y \\ \tau_y & \text{si } \mu F_n > \tau_y. \end{cases}$$

Cependant, lorsque $\mu F_n > \tau_y$, cela veut certainement dire qu'un autre mécanisme d'usure aurait dû être activé durant la simulation. C'est pourquoi dans la suite, on utilise une simple loi de Coulomb. Le coefficient μ est choisi sans aucune dépendance aux variables d'état du système.

La loi d'usure adhésive la plus utilisée est la loi d'Archard (cf. [Rabinowicz \(1995\)](#) pour comprendre comment et sous quelles hypothèses on déduit cette loi) :

$$\Delta h_{\text{adhésion}} = k_{\text{adhésion}} e_A \frac{\sigma_n}{p} \quad (4.24)$$

où p est la dureté de l'abradable et $k_{\text{adhésion}}$ un coefficient adimensionnel qui peut être interprété comme la probabilité d'usure des jonctions par adhésion. Comme pour le frottement, on peut faire dépendre les paramètres de la loi d'Archard de la température, de la vitesse... ; on peut également chercher une loi plus précise dans la littérature, mais qui contiendra sans doute des paramètres supplémentaires, sans gain de précision assuré. Au final, on utilisera dans la suite la loi d'Archard avec un paramètre matériau $k_{\text{adhésion}}$ sans dépendance aux variables d'état du système.

Note : le coefficient de friction défini ici est bien associé à un mécanisme d'usure ; ce n'est pas simplement le rapport entre une force normale et une force tangentielle.

Usure de l'aube

L'usure de l'aube s'effectue le cas échéant selon un mécanisme de plasticité à l'interface. On peut le modéliser sans beaucoup plus de complexité en utilisant une loi d'Archard pour l'aube. Soit $dh_{\text{adhésion,aube}}$ l'usure de l'aube sur une durée infinitésimale dt , et dl la distance parcourue par l'aube pendant cette durée ; on a alors :

$$dh_{\text{adhésion,aube}} = k_{\text{adhésion,aube}} dl \frac{\sigma_n}{p} \quad (4.25)$$

et on peut approximer dl en ne tenant compte que de la vitesse d'entraînement de l'aube :

$$dl = R \Omega dt \quad (4.26)$$

où R est le rayon du sommet d'aube et Ω la vitesse de rotation du rotor. On peut ainsi définir un taux d'usure du sommet d'aube par unité de temps :

$$\dot{h}_{\text{adhésion,aube}} \triangleq \frac{dh_{\text{adhésion,aube}}}{dt} = k_{\text{adhésion,aube}} R \Omega \frac{\sigma_n}{p}. \quad (4.27)$$

Il faut cependant noter que cette modélisation, telle quelle, est trop simplifiée. En réalité, il semble que l'usure de l'aube soit négligeable pour la plupart des configurations d'interaction, mais devienne brusquement importante dans certains cas précis, par exemple, si le sommet d'aube atteint une température critique T_c . On peut prendre cela en compte dans la loi d'Archard précédente avec, par exemple :

$$k_{\text{adhésion,aube}} = \begin{cases} 0 & \text{si } T \leq T_c \\ k_c & \text{si } T > T_c, \end{cases} \quad (4.28)$$

mais cela nécessite de calculer la température du sommet d'aube. Comme elle n'est pas calculée dans le cadre de ce travail, on n'utilise pas de modèle d'usure de l'aube dans la suite.

4.2.3.4 Transfert et labourage

Modéliser le transfert consiste à obtenir l'évolution du profil d'aube au fur et à mesure de l'interaction.

Le premier fait remarquable concernant le transfert est qu'il n'est pas du tout homogène sur la **longueur de corde** de l'aube. On observe un transfert localisé sur des « *proues* » (*prows* dans la littérature anglophone) réparties « aléatoirement » sur la corde. Ces *proues* peuvent atteindre une hauteur assez importante (de l'ordre du millimètre), et ne peuvent pas être considérées comme faisant partie *stricto sensu* de la configuration microscopique (comme c'est par exemple le cas des jonctions pour le mécanisme de plasticité à l'interface). On peut par conséquent se demander si leur position sur le sommet d'aube peut influencer la dynamique de l'interaction. Cela n'a jamais été observé, mais toutes les expériences en laboratoire incluant du transfert ont des aubes non vrillées, donc la configuration d'interaction est peut-être trop simple pour mesurer une telle influence. Quoi qu'il en soit, si la position des *proues* n'influe pas sur la dynamique d'aube, on peut se ramener à un mécanisme statistique tel qu'expliqué précédemment (cf. §a/ p.66). Les mêmes remarques s'appliquent pour le labourage.

a/ Transfert

On fait l'hypothèse d'un mécanisme statistique — c.-à-d. pour lequel la moyenne a un sens — et on décide de simplifier encore le transfert en modélisant seulement l'évolution moyenne de la hauteur supplémentaire en sommet d'aube. Une des modélisations les plus simples serait d'utiliser une loi d'Archard inversée :

$$dh_{\text{transfert}} = k_{\text{transfert}} dl \frac{\sigma_n}{p}; \quad (4.29)$$

où $dh_{\text{transfert}}$ est cette fois-ci une *augmentation* de la hauteur de l'aube, et $k_{\text{transfert}}$ peut être pris comme une fraction du coefficient d'usure adhésive :

$$k_{\text{transfert}} = \beta k_{\text{adhésion}} \text{ avec } 0 \leq \beta \leq 1. \quad (4.30)$$

Cette modélisation n'est cependant pas appropriée car elle implique alors une augmentation indéfinie de la hauteur de l'aube ; or, on observe expérimentalement qu'à partir d'une certaine hauteur, la proue formée subit des contraintes trop fortes lors des contacts et est arrachée (une explication est que le moment exercé à l'interface aube/proue augmente avec la hauteur de proue, et finit par entraîner le détachement à l'interface de la proue). Une façon simple de corriger le modèle précédent serait alors d'empêcher la hauteur du transfert de dépasser une hauteur critique :

$$dh_{\text{transfert}} = \begin{cases} k_{\text{transfert}} dl \frac{\sigma_n}{p} & \text{si } h_{\text{transfert}} < h_{c,\text{transfert}} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (4.31)$$

où $h_{\text{transfert}}$ est la hauteur totale en sommet d'aube due au transfert, et $h_{c,\text{transfert}}$ est la hauteur moyenne maximale du transfert. Ce modèle n'est toujours pas satisfaisant car il ne tient pas compte des changements de comportement suivant la configuration du contact, notamment des changements de température. Supposons que le comportement au transfert dépende uniquement de la température ; par exemple, en deçà d'une température critique T_c les proues ont tendance à s'user sous l'effet du frottement avec le revêtement, et au-delà de T_c , il y a transfert. On peut modéliser ce comportement par l'équation :

$$dh_{\text{transfert}} = \begin{cases} k_{\text{transfert}} dl \frac{\sigma_n}{p} & \text{si } h_{\text{transfert}} < h_{c,\text{transfert}} \text{ et } T > T_c \\ -k_{\text{usure des proues}} dl \frac{\sigma_n}{p} & \text{si } h_{\text{transfert}} > 0 \text{ et } T \leq T_c \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (4.32)$$

On obtient l'équation du taux de croissance du sommet d'aube par unité de temps en remplaçant dl selon l'équation 4.26 :

$$\dot{h}_{\text{transfert}} \triangleq \frac{dh_{\text{transfert}}}{dt} = \begin{cases} k_{\text{transfert}} R \Omega \frac{\sigma_n}{p} & \text{si } h_{\text{transfert}} < h_{c,\text{transfert}} \text{ et } T > T_c \\ -k_{\text{usure des proues}} R \Omega \frac{\sigma_n}{p} & \text{si } h_{\text{transfert}} > 0 \text{ et } T \leq T_c \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (4.33)$$

b/ Labourage

Les expériences semblent montrer la relative concordance entre le profil en dent de scie de la matière transférée sur l'aube et son négatif sur le revêtement (au détachement de proues près). Ceci implique que les proues construites par transfert s'enfoncent quasiment parfaitement dans le revêtement. Suivant cette observation, la force de réaction peut s'exprimer de la manière suivante :

$$F_{t,\text{labourage}} = F_{\text{labourage}} \text{ d'une proue } n_{\text{proues}} \quad (4.34)$$

où $F_{\text{labourage}} \text{ d'une proue}$ est la force nécessaire à une proue, lorsqu'elle est entièrement enfoncée dans l'abradable, pour labourer cet abradable, c'est-à-dire pour chasser sur les côtés, par écoulement plastique, la matière qui se situe devant elle.

Elle dépend des propriétés de l'abradable (particulièrement de ses caractéristiques de plasticité), et de la hauteur de la proue. La hauteur de la proue peut être donnée par la modélisation du transfert, ou directement estimée par des expériences. La valeur de la force en fonction de cette hauteur peut éventuellement être obtenue par une méthode type éléments finis, mais les résultats sont alors sujets à caution, à cause (1) de la difficulté à prendre en compte numériquement la déformation extrême du sillon formé, (2) car les paramètres de plasticité ne sont pas les mêmes à cette échelle, (3) car on ne connaît pas l'état de contrainte initial, et (4) car l'ouverture du sillon fait certainement intervenir une rupture ductile de la matière à l'avant de la proue. Une autre manière d'obtenir cette force est d'utiliser les résultats des expériences du type « test de rayage » (*scratch test*); à noter cependant que de tels essais existent dans des conditions quasi-statiques, mais pas aux vitesses d'interaction réelles.

Le nombre moyen de particules abrasives qui sont collées à l'aube, rapporté à la longueur de l'aube, est noté n_{proues} . On peut en avoir une bonne estimation en observant les profils d'aube des expériences, ou, pour être plus précis, en observant les sillons des échantillons d'abradables post-mortem.

Si on considère l'usure par usinage comme le négatif du transfert, on peut prendre :

$$\Delta h_{\text{labourage}} = \Delta h_{\text{transfert}}. \quad (4.35)$$

Si on ne souhaite pas utiliser de modèle de transfert, on peut, alternativement, utiliser h_{sillons} , la profondeur moyenne des sillons sur les échantillons d'abradable post-mortem des essais (s'il n'y a pas de sillons, c'est que l'usure abrasive est négligeable, et donc la profondeur moyenne est nulle). L'usure par labourage lors d'un passage de l'aube peut être pris comme la profondeur de ces sillons :

$$\Delta h_{\text{labourage}} = h_{\text{sillons}}. \quad (4.36)$$

Cette dernière formule est moins générale que la précédente mais permet de se passer d'un modèle pour le transfert, et c'est celle que nous utiliserons pour la suite.

On peut légèrement améliorer l'estimation de la force et de l'usure en remarquant que le raisonnement précédent n'est correct que si l'incursion de l'aube dans l'abradable permet aux proues de transfert de labourer le revêtement sur toute leur hauteur. Dans le cas où l'incursion est inférieure, il faut corriger les formules précédentes, par exemple avec une loi linéaire en fonction de l'incursion :

$$F_{t,\text{labourage}} = \begin{cases} F_{\text{labourage d'une proue}} n_{\text{particules abrasives}} & \text{si } I \geq h_{\text{sillons}} \\ \frac{I}{h_{\text{sillons}}} F_{\text{labourage d'une proue}} n_{\text{particules abrasives}} & \text{sinon} \end{cases} \quad (4.37)$$

$$\Delta h_{\text{labourage}} = \begin{cases} h_{\text{sillons}} & \text{si } I \geq h_{\text{sillons}} \\ I & \text{sinon.} \end{cases} \quad (4.38)$$

c/ Conclusion

Un modèle de transfert en accord avec les observations expérimentales requiert un calcul de la température à l'interface, qui n'est pas développé dans ce travail. C'est pourquoi on ne garde pas de modélisation du transfert dans les développements qui suivent. En revanche, on prendra en compte le labourage.

4.2.3.5 Microrupture

a/ Force de réaction due à la microrupture

On suppose une rupture quasi-fragile des particules d'abradable. La force nécessaire pour rompre une particule est directement liée à l'énergie de rupture G_c (également appelée taux de restitution de l'énergie élastique dans le cas de la rupture fragile).

La formule finale pour la force due à la microrupture de notre modélisation simplifiée est la suivante :

$$F_{t,\text{microrupture}} = F_f G_c p_{\text{microrupture}} \quad (4.39)$$

où F_f est un facteur de forme permettant de prendre en compte que l'énergie de rupture sera plus ou moins importante selon la forme des particules et $p_{\text{microrupture}}$ est la proportion de surface d'abradable qui a été usée par microrupture, rapportée à la surface totale de l'abradable traversée par l'aube.

Justification

Considérons que la rupture fragile est le seul mécanisme qui agisse, et qu'on a toujours une microrupture des particules, quels que soient les autres paramètres. Plaçons-nous dans le cas particulier où les particules formées suite à la microrupture sont des écailles (cf. figure 4.8a, mathématiquement, on considère que l'épaisseur de l'écaille est très faible par rapport à sa largeur et sa longueur). Le travail exercé par l'aube sur l'abradable pendant un déplacement dx est égal à l'énergie surfacique de rupture multipliée par la surface parcourue par l'aube pendant le déplacement dx . Comme on raisonne dans la tranche, cette surface est tout simplement dx :

$$\delta W_{dx} = E_{\text{rupture,surfacique}} dx \quad (4.40)$$

D'autre part, l'énergie requise pour rompre une écaille est en moyenne $E_{\text{rupture,particule}} = \frac{\mathcal{A}_{\text{particule}}}{2} G_c$, où $\mathcal{A}_{\text{particule}}$ désigne l'aire de la particule. En effet :

- si la particule est complètement immergée dans l'abradable : $E_{\text{rupture,particule}} = \mathcal{A}_{\text{particule}} G_c$
- si elle n'est attachée à l'abradable que par un point de surface nulle, la nouvelle aire créée est nulle : $E_{\text{rupture,particule}} = 0$

Si on fait l'hypothèse que toutes les particules qui rompent sont en surface et en moyenne à moitié immergées dans l'abradable (comme sur la figure 4.8a, mais pas comme sur la figure 4.8b), on a une énergie de rupture moyenne $E_{\text{rupture,particule}} = \frac{\mathcal{A}_{\text{particule}}}{2} G_c$. Bien sûr, faire la moyenne n'a de sens que si on fait l'hypothèse de la rupture d'un grand nombre de particules.

Dans le cas d'une écaille, la formule se simplifie en $E_{\text{rupture,particule}} \approx l_{\text{particule}} G_c$ où $2l_{\text{particule}}$ est l'aire de la particule (c'est en fait le périmètre car on raisonne dans la tranche, et on ne prend pas en compte l'épaisseur, négligeable devant la longueur).

Il ne reste plus qu'à lier $E_{\text{rupture,particule}}$ et $E_{\text{rupture,surfacique}}$ par le raisonnement suivant : lorsque l'aube se déplace d'une distance égale à la longueur d'une particule $l_{\text{particule}}$, elle exerce sur l'abradable un travail $W_{l_{\text{particule}}}$ tel que

$$W_{l_{\text{particule}}} = E_{\text{rupture,surfacique}} l_{\text{particule}} = E_{\text{rupture,particule}} \quad (4.41)$$

Dans le cas d'une forme d'écaille, on a donc

$$E_{\text{rupture,surfacique}} = G_c \quad (4.42)$$

c'est-à-dire un facteur de forme $F_f = 1$.

C'est en fait la borne inférieure du facteur de forme. En théorie il n'y a pas de borne supérieure (dans le cas où la particule rompue a un volume fini mais une surface infinie, on a $F_f \rightarrow \infty$). Cependant pour les formes usuelles du cube et du cylindre, on obtient respectivement $F_f = 3$ et $F_f = \frac{\pi}{2}$.

Par définition même du travail, on a

$$\delta W_{dx} = F_{t,\text{microrupture}} dx \quad (4.43)$$

et donc

$$F_{t,\text{microrupture}} = E_{\text{rupture,surfacique}} = F_f G_c. \quad (4.44)$$

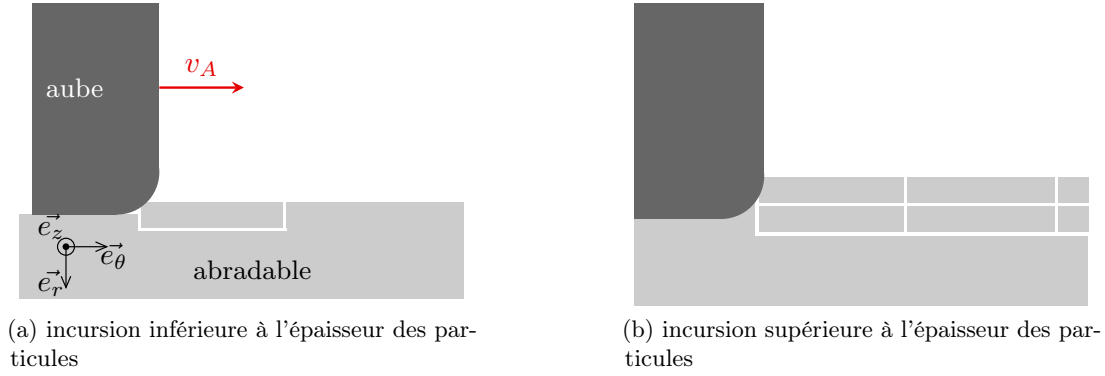


Figure 4.8 – Microrupture avec des particules en forme d'écaillés (c.-à-d. des parallélépipèdes d'épaisseur négligeable)

Cette dernière équation est valable si l'on a toujours et uniquement un mécanisme de microrupture actif sur la totalité de la surface traversée. En réalité, la proportion de surface d'abradable qui est usée par microrupture varie en fonction de différents paramètres :

$$p_{\text{microrupture}} = f(v_A, I, T, \dots); \quad (4.45)$$

et donc

$$F_{t,\text{microrupture}} = F_f G_c p_{\text{microrupture}}. \quad (4.46)$$

Remarque

Le seul problème en suspens concerne la figure 4.8b. En effet, s'il y a création de surface dans l'épaisseur de la particule rompue, les calculs précédents ne sont plus valables. Plus exactement, la borne inférieure du facteur de forme reste 1, mais le facteur de forme réel dépend de la profondeur.

Heureusement, les expériences où on observe de la microrupture font état de débris assez gros (taille de particule d'environ 100 μm) ce qui laisse à penser qu'on est rarement dans cette configuration, même pour des incursions importantes.

b/ Usure par microrupture

La diminution de hauteur dépend directement de la taille des particules éjectées. Si le mécanisme de rupture est actif sur toute la surface traversée par l'aube, on a :

$$\Delta h_{\text{microrupture}} = h_{\text{particule}}; \quad (4.47)$$

et s'il est seulement actif avec une proportion $p_{\text{microrupture}}$, alors

$$\Delta h_{\text{microrupture}} = h_{\text{particule}} p_{\text{microrupture}}. \quad (4.48)$$

Cette formule est encore valable comme moyenne si les particules éjectées ont une taille variable, et $h_{\text{particule}}$ est défini comme la valeur moyenne de l'épaisseur des particules.

4.2.3.6 Puissance dissipée par les mécanismes surfaciques

La puissance transférée par l'aube au revêtement par les mécanismes surfaciques s'écrit, par définition

$$P_{\text{aube} \rightarrow \text{surf}} = F_t v_A. \quad (4.49)$$

On peut considérer que cette puissance est entièrement dissipée. En effet, l'énergie cinétique des particules éjectées est négligeable (cf. d/). Une augmentation de l'énergie potentielle significative

paraît également peu probable, qu'elle soit sous forme de déformation élastique, d'écrouissage ou d'origine chimique. D'où :

$$P_{\text{diss,surf}} = F_t v_A. \quad (4.50)$$

Du point de vue du problème thermique (cf. section 4.2.2.2), ce terme doit être considéré comme un flux venant de l'interface, partagé, selon l'effusivité des systèmes en présence, entre l'aube et le revêtement.

4.2.4 Combinaison de tous les mécanismes d'interaction

Tous les mécanismes d'usure présentés peuvent se produire en même temps lors d'une interaction. Comme ils modifient tous la configuration d'interaction, le changement de topologie de revêtement dû à un mécanisme peut influencer les autres mécanismes. D'où la nécessité de modéliser correctement le scénario d'interaction. Celui-ci est décrit en détail en section 3.2.2, mais les faits importants pour la modélisation sont les suivants : l'usinage se produit à l'avant de l'aube et les copeaux d'usinage sont également éjectés à l'avant ; la microrupture se produit certainement à l'avant, lorsque l'aube impacte les revêtement, mais peut également se produire à l'arrière, lieu de contraintes importantes entre la partie libre du revêtement qui n'est plus comprimée par l'aube, et la partie encore sous l'aube ; les particules dues à la microrupture peuvent être éjectées à l'avant ou à l'arrière, en fonction des valeurs de l'incursion et de la vitesse d'interaction ; les mécanismes de plasticité à l'interface, transfert et labourage se produisent sous le sommet de l'aube.

Afin de discriminer les cas où les particules de micro-rupture sont éjectées à l'avant ou à l'arrière de l'aube, on définit $p_{\text{arrière}}$ la proportion de particules éjectées à l'arrière parmi toutes les particules produites par microrupture. Comme pour les autres grandeurs caractéristiques de l'interaction, $p_{\text{arrière}}$ peut dépendre de plusieurs paramètres, notamment de l'incursion et de la vitesse d'interaction.

On souhaite modéliser le sommet d'aube par une courbe 1D, et non une surface 2D. Par conséquent, bien que les mécanismes aient lieu à des endroits différents (avant, sommet ou arrière de l'aube) et que le passage de l'aube se fasse sur une durée brève mais non nulle, du point de vue de la modélisation, le passage de l'aube en un point P donné du revêtement est instantanée et se produit à un instant t bien défini. La modélisation est donc la suivante : à t^- , le revêtement au point P n'est pas encore en contact avec l'aube ; et à t^+ , le contact au point P est terminé, les forces de réaction dues au revêtement viennent de s'appliquer en P , et l'usure du revêtement en ce point suite au contact est effective. Pendant cette durée infinitésimale autour de l'instant t , on doit calculer les forces de réaction et l'usure au point P selon l'ordre suivant :

1. calculer l'incursion I de l'aube dans le revêtement en tenant compte de la topologie actuelle du revêtement ;
2. calculer les forces dues aux mécanismes qui se produisent à l'avant de l'aube c.-à-d. $F_{t,\text{usinage}}$ et $F_{t,\text{microrupture}}$ en fonction de I ;
3. calculer les usures dues à l'usinage et à la microrupture ;
4. mettre à jour la topologie du revêtement avec ces usures, en prenant en compte le fait qu'une partie seulement des particules d'usure par microrupture est éjectée hors du circuit tribologique à l'avant de l'aube, la diminution de hauteur au point P est égale à $\Delta h_{\text{usinage}} + (1 - p_{\text{arrière}}) \Delta h_{\text{microrupture}}$;
5. calculer la nouvelle incursion I en tenant compte de la nouvelle topologie ;
6. calculer les forces dues aux mécanismes se produisant sous l'aube c.-à-d. F_n pour les mécanismes volumiques, $F_{t,\text{adhésion}}$ et $F_{t,\text{labourage}}$;
7. calculer les usures associées à ces mécanismes c.-à-d. $\Delta h_{\text{adhésion}}$ et $\Delta h_{\text{labourage}}$, calculer la hauteur gagnée par transfert vers l'aube $dh_{\text{transfert}}$;
8. mettre à jour la topologie avec ces usures et le reste de l'usure par microrupture due aux particules éjectées à l'arrière de l'aube, la diminution de hauteur supplémentaire au point P est égale à $\Delta h_{\text{adhésion}} + \Delta h_{\text{labourage}} + p_{\text{arrière}} \Delta h_{\text{microrupture}}$;

9. mettre à jour la hauteur de l'aube en y ajoutant $dh_{\text{transfert}}$;
10. calculer la force totale exercée sur l'aube à cet instant, $\mathbf{F} = F_n \mathbf{n} + F_t \mathbf{t}$ avec $F_t = F_{t,\text{usinage}} + F_{t,\text{microrupture}} + F_{t,\text{adhésion}} + F_{t,\text{labourage}}$.

Remarque

Le fait de calculer tous les mécanismes prenant place sous le sommet d'aube sans mettre à jour l'usure qu'ils génèrent pendant le contact suppose qu'ils sont peu inter- et auto-dépendants lors d'un contact. C'est une hypothèse justifiée car l'usure qu'ils entraînent a une importance relativement limitée sur la topologie lors d'un contact isolé — c'est l'accumulation de l'usure sur un grand nombre de contacts qui est importante (contrairement à un usinage par exemple, ou l'usure d'un contact isolé peut déjà être très importante).

4.3 Présentation du modèle d'usure retenu

On présente ici l'implémentation numérique d'un modèle d'usure. Plusieurs lois ont été proposées dans la section précédente. Nous commençons par lister les lois qui sont choisies pour l'implémentation. Puis nous résumons les paramètres de structure et les paramètres matériau nécessaires pour alimenter cette modélisation. Nous discutons également de leur signification physique et de la manière de les mesurer.

4.3.1 Calcul des forces de réaction et de l'usure

Les lois données ici sont discutées en détail dans la section précédente, cf. 4.2.

Mécanisme volumique

On utilise uniquement une loi d'élasticité :

$$F_n = E e_A \frac{I}{h_{0,\text{abradable}}}. \quad (4.51)$$

À noter que l'on utilise $h_{0,\text{abradable}}$ au lieu de $h_{\text{abradable}}$ afin d'éviter que la force ne tende vers l'infini si l'abradable est complètement usé avec $h_{\text{abradable}} = 0$. Ce problème est discuté au paragraphe b/ p.125.

Usinage

$$F_{t,\text{usinage}} = \tau_y \frac{\cos \phi}{\sin \phi} \Delta h_{\text{usinage}} \quad (4.52)$$

$$\Delta h_{\text{usinage}} = (I - I_e) p_{\text{usinage}} \quad (4.53)$$

Plasticité à l'interface

$$F_{t,\text{adhésion}} = \mu F_n \quad (4.54)$$

$$\Delta h_{\text{adhésion}} = k_{\text{adhésion}} e_A \frac{\sigma_n}{p} \quad (4.55)$$

Labourage

$$F_{t,\text{labourage}} = F_{\text{labourage}} \text{ d'une proue } n_{\text{proues}} \quad (4.56)$$

$$\Delta h_{\text{labourage}} = h_{\text{sillons}} \quad (4.57)$$

Microrupture

$$F_{t,\text{microrupture}} = F_f G_c p_{\text{microrupture}} \quad (4.58)$$

$$\Delta h_{\text{microrupture}} = l_{\text{particule}} p_{\text{microrupture}} \quad (4.59)$$

Modèle complet

Le modèle complet consiste à additionner les contributions des différents mécanismes :

$$\mathbf{F} = F_n \mathbf{e}_r + F_t \mathbf{e}_\theta \quad (4.60)$$

$$F_t = F_{t,\text{usinage}} + F_{t,\text{microrupture}} + F_{t,\text{adhésion}} + F_{t,\text{labourage}} \quad (4.61)$$

$$\Delta h = \Delta h_{t,\text{usinage}} + \Delta h_{t,\text{microrupture}} + \Delta h_{t,\text{adhésion}} + \Delta h_{t,\text{labourage}} \quad (4.62)$$

Nous attirons cependant l'attention sur le fait que cette somme est en réalité plus complexe qu'elle n'en a l'air car certains de ses termes dépendent des autres termes, voir la discussion en [4.2.4](#).

4.3.2 Paramètres du modèle

Pour plus de précisions sur ce que représentent les paramètres, se reporter à la section [4.2](#).

4.3.2.1 Liste des paramètres

Paramètres structuraux

- e_A : épaisseur de l'aube en son sommet
- $h_{0,\text{abradable}}$: épaisseur initiale du revêtement, c'est aussi la hauteur du revêtement par rapport au carter

Paramètres matériau volumiques

- E : module de Young de l'abradable
- σ_y : limite d'élasticité de l'abradable

Plasticité à l'interface

- μ : coefficient de frottement
- $k_{\text{adhésion}}$: coefficient de la loi d'Archard
- p : dureté (contrainte maximale d'indentation)

Usure abrasive

- $F_{\text{labourage d'une proue}}$: force tangentielle exercée par une proue qui raye l'abradable, quand la particule est totalement enfoncée dans l'abradable
- n_{proues} : nombre de proues rayant l'abradable, par unité de longueur
- h_{sillons} : profondeur moyenne des sillons

Usure par rupture fragile

- G_c : énergie nécessaire par unité de surface pour rompre l'abradable (en mécanique linéaire de la rupture, on l'appelle *taux de restitution d'énergie élastique*)
- $l_{\text{particule}}$: longueur des particules rompues par rupture fragile
- $p_{\text{microrupture}}$: surface d'abradable ayant rompu par rupture fragile, par rapport à la surface totale de l'abradable usé.
- $p_{\text{arrière}}$: proportion de débris passant sous l'aube

Usinage

- ϕ : angle du plan de cisaillement par rapport à la surface de l'abradable
- p_{usinage} : surface d'abradable ayant rompu par usinage, par rapport à la surface totale de l'abradable usé.

4.3.2.2 Types des paramètres et dépendances

Les lois d'usure retenues dans la sections précédentes sont indifférentes aux dépendances des paramètres matériaux. Ces paramètres peuvent être de simples constantes, mais également des fonctions de plusieurs variables.

En réalité, les paramètres matériaux sont pour la plupart dépendants des variables suivantes :

- v_A : vitesse circonférentielle du sommet d'aube
- I : incursion de l'aube dans l'abradable
- T : température de l'interface (sommet d'aube et revêtement)
- géométrie du sommet d'aube (chanfreins notamment)

Très peu d'essais existent sur l'influence de la géométrie de l'aube (à notre connaissance, seulement la thèse de [Cuny \(2012\)](#) et quelques résultats dans la thèse de [Schmid \(1997\)](#)), par conséquent nous ne prenons pas en compte son influence. L'influence de la température de l'interface dépasse le cadre de ce travail.

En revanche, il est possible de prendre en compte l'influence de la vitesse du sommet d'aube et de l'incursion sur certains paramètres. En effet, ces deux variables sont équivalentes à celles des cartes d'usure données par [Borel et coll. \(1989\)](#) et [Schmid \(1997\)](#). Les cartes d'usure nous indiquent quand un mécanisme est activé (ou dominant). Cela peut se traduire par une loi binaire pour les paramètres de proportion $p_{\text{microrupture}}$ et p_{usinage} : par exemple, si le mécanisme de microrupture est noté comme dominant sur une carte d'usure aux valeurs I_1 et $v_{A,1}$, alors $p_{\text{microrupture}}(I_1, v_{A,1}) = 1$, et si un autre mécanisme domine pour I_2 et $v_{A,2}$, alors $p_{\text{microrupture}}(I_2, v_{A,2}) = 0$. En réalité, il est peu probable qu'un mécanisme s'active ou se désactive de manière discontinue par rapport aux variables d'état, mais c'est une première approximation. Il peut être en revanche souhaitable de lisser la loi pour une meilleure stabilité numérique. On voudrait aussi quantifier la dépendance de $p_{\text{arrière}}$, c'est-à-dire la proportion de particules éjectées à l'arrière de l'aube, en fonction de ces deux variables. En revanche, l'influence de la vitesse du sommet d'aube et de l'incursion n'est pas prise en compte pour les autres paramètres par manque de données, et également car il est de toute façon probable que cette influence soit relativement faible par rapport à celle qu'ils ont sur $p_{\text{microrupture}}$, p_{usinage} et $p_{\text{arrière}}$ (que j'ai d'ailleurs à l'origine introduit dans la modélisation avec en tête l'objectif de prendre en compte de manière simple les données rapportées par les cartes d'usure).

Du point de vue numérique, une simulation de l'interaction rotor/stator s'effectue à une vitesse de rotation fixe. Comme la vitesse de l'aube dépend avant tout de la vitesse d'entraînement (la vitesse due aux vibrations est négligeable), on peut donc considérer que v_A est fixée. Si on a en tête une vitesse de rotation, on peut donc exprimer les paramètres matériaux à v_A fixée. Cela simplifie les données matériaux à fournir au modèle, et c'est pour cela que dans la suite, les paramètres $p_{\text{microrupture}}$, p_{usinage} et $p_{\text{arrière}}$ seront toujours donnés en fonction de I , mais à v_A fixé.

4.3.2.3 Exemple de l'abradable AlSi-PE

L'abradable AlSi-PE est certainement le plus étudié dans la littérature, et en particulier dans le projet MEDEA. On discute ici de la manière d'obtenir les paramètres matériaux nécessaires au calcul de la loi d'interaction.

a/ Paramètres intrinsèques

Les paramètres intrinsèques sont les paramètres qui sont identifiés sur un spécimen d'abradable sans nécessiter une interaction avec un autre corps. En ce qui concerne nos lois d'interaction, il s'agit du module de Young, de la limite de plasticité, de la dureté, et l'énergie de rupture.

Le module de Young d'abradales de type AlSi-PE (Metco 601) a été mesuré pour des matériaux légèrement différents (paramètres de projections différents pour les torches plasma) et des méthodes de mesure distinctes par [Ma et Matthews \(2007, 2009\)](#) et [Ribesse \(2015\)](#). Les différents modules de Young fournis sont respectivement $E = 2,7$ GPa, $E = 2,08$ GPa et $E = 7,97$ GPa. La différence est

énorme pour des matériaux censés être équivalents : on passe du simple au quadruple ! Il est difficile de comprendre l'origine exacte des différences : sans doute les matériaux n'ont pas exactement la même raideur « réelle » (en tant que paramètre matériau) mais il est également possible que les configurations d'expérience influent beaucoup sur le résultat final ; en particulier une expérience est menée en flexion alors que l'autre est en traction pure.

Ces mêmes sources fournissent également des mesures de la limite d'élasticité. [Ma et Matthews \(2009\)](#) donne $\sigma_y = 6,9 \text{ MPa}$ et [Ribesse \(2015\)](#) donne $19,72 \text{ MPa}$. Comme toutes ces valeurs, et les lois d'interactions, sont plus à prendre en ordre de grandeur que comme mesure et prédiction précise de la réalité, on se propose de calculer une valeur de la dureté p comme directement dépendante de la limite d'élasticité, selon la formule proposée par [Rabinowicz \(1995, p.21\)](#) : $p \sim 3\sigma_y$.

En ce qui concerne l'énergie de rupture G_c , elle peut être calculée à partir de la ténacité K_{1c} par la formule $G_c = K_{1c}^2/E$. La ténacité a été mesurée par [Ribesse \(2015\)](#) : $K_{1c} = 1,4 \text{ MPa} \sqrt{\text{m}}$, soit $G_c = 245 \text{ J/m}^2$. Ce paramètre mesure l'énergie nécessaire, par unité de surface, pour une rupture macroscopique, alors que nous sommes intéressés par la microrupture. L'effet d'échelle peut être important car l'initiation et la propagation d'une fissure est favorisée par les défauts dans la matière, et c'est la quantité de défaut dans la matière qui subit un effet d'échelle. En effet, si on prend un volume suffisamment important, macroscopique, on est sûr de trouver un défaut dans lequel pourra s'initier une fissure ; en revanche, si le volume est faible, il ne comporte pas forcément de défaut, et il faudra donc plus d'énergie pour le fissurer.

Il faut également noter que ces valeurs sont mesurées à température ambiante et dans des conditions quasi-statiques, ce qui est très éloigné des conditions en fonctionnement réelles des moteurs d'avions.

b/ Paramètres d'interaction

Nous avons déjà expliqué comment obtenir $p_{\text{microrupture}}$, p_{usinage} et $p_{\text{arrière}}$ à partir des cartes d'usure. En ce qui concerne le nombre de piques de transferts n_{proues} qui se forment sur l'aube, il suffit de regarder son négatif, c'est-à-dire les sillons formés sur le revêtement lorsque le mécanisme de transfert est important. L'obtention de la taille des particules de microrupture $l_{\text{particule}}$ est possible en analysant une vidéo d'interaction ou plus simplement en récupérant les particules éjectées pour en chercher la taille moyenne ; $l_{\text{particule}} \sim 25 \mu\text{m}$ semble être une taille raisonnable. Pour le mécanisme d'usinage, l'angle ϕ des plans de cisaillement peut être mesuré sur les copeaux produits par le mécanisme. On peut estimer que l'angle sur la figure 4.45 de [Mandard \(2015, p.143\)](#) est compris entre $\phi = 30^\circ$ et $\phi = 45^\circ$.

Les paramètres restants, c.-à-d. μ , $k_{\text{adhésion}}$, et $F_{\text{labourage}}$ d'une pique, sont certainement les plus difficiles à mesurer, car il faut s'assurer que seul le mécanisme auquel ils sont associés est présent lors de l'expérience, afin de ne pas fausser la mesure. Or le mécanisme de plasticité à l'interface s'exerce quelle que soit la configuration, de par sa physique même. Quant au labourage, il dépend du transfert, qui dépend lui-même de la plasticité à l'interface.

Afin de mesurer correctement le phénomène de plasticité à l'interface, on doit se placer dans une configuration où les mécanismes de microrupture et d'usinage ne sont pas présents, ce qui est le cas si on prend une **incursion réelle** nulle. Cela est possible — quelle que soit la force de compression entre l'aube (ou le simulacre d'aube) et le revêtement — si on supprime « l'attaque » de l'aube dans l'abradable. Une solution est de choisir un simulacre d'aube dont la taille dépasse celle de l'abradable, cf. figure 4.9. Reste à se débarrasser du mécanisme de transfert/labourage. Même si cela n'est pas entièrement possible, on peut remarquer que le mécanisme ne prend de l'importance qu'au fur et à mesure que des particules d'abradable adhèrent à l'aube, et par conséquent, il faut chercher à faire une mesure sur le début de l'interaction, quand le développement de piques de transfert est mineur et perturbe peu la mesure des paramètres du mécanisme de plasticité aux jonctions.

Les expériences de frottement des abradables ne se préoccupent pas, en général, de ces détails car elles sont effectuées à température ambiante, en quasi-statique, et avec des charges normales faibles par rapport à celles qu'il semble y avoir lors d'une véritable interaction aube/carter. [Ribesse \(2015\)](#)

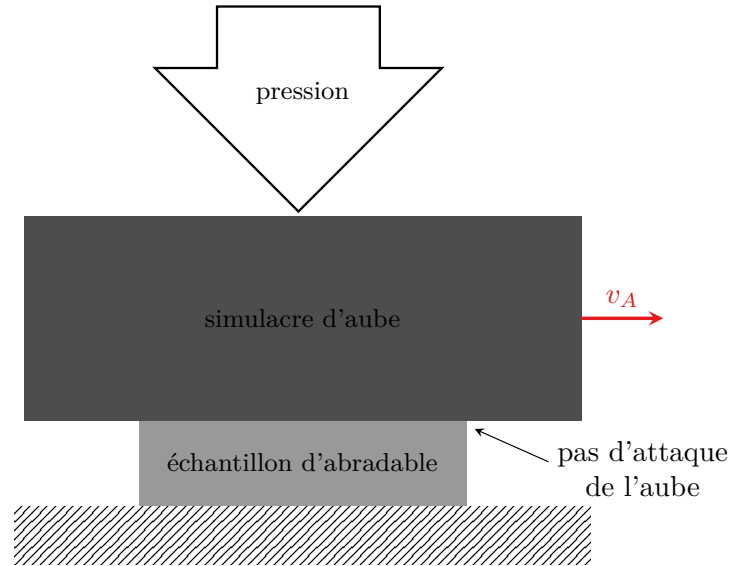


Figure 4.9 – Essai de frottement

ÉlémentAbradable
+ calculDesForcesExercéesEtMiseàJourÉpaisseur(I : réel) : (réel,réel)
– Δh_{tot} : réel

Figure 4.10 – Diagramme UML de la classe « ÉlémentAbradable »

donne la valeur suivante pour le coefficient de frottement : $\mu = 0,3$. Quant au coefficient d'usure pour la plasticité aux jonctions $k_{adhésion}$, on peut l'obtenir par mesure de l'usure de l'abrasable. On peut également obtenir une estimation simple de $k_{adhésion}$ s'il n'y a pas de sur- ou sous-consommation lors d'une interaction ; on peut alors écrire :

$$I = \Delta h_{adhésion} = k_{adhésion} e_A \frac{\sigma_n}{p} = k_{adhésion} I \frac{e_A}{h_{0,abrasable}} \frac{E}{p} \quad (4.63)$$

ce qui nous donne, pour des valeurs usuelles de l'épaisseur de revêtement, du module de Young et de la limite d'élasticité :

$$k_{adhésion} = \frac{h_{0,abrasable}}{e_A} \frac{p}{E} \sim \frac{5 \cdot 10^{-3} \times 60 \cdot 10^6}{2 \cdot 10^{-3} \times 8 \cdot 10^9} \sim 2 \cdot 10^{-2}. \quad (4.64)$$

4.4 Implémentation

D'un point de vue algorithmique, le processus d'interaction peut être vu de la manière suivante : l'aube exerce une incursion I sur le revêtement abrasable au point P . Ce point P est associé à un objet $e_{abrasable}$ qui garde en mémoire l'état du revêtement en ce point. L'interaction peut être vue comme une action effectuée par cet objet $e_{abrasable}$, qui prend comme entrée l'incursion totale I_{tot} de l'abrasable, met à jour son état (notamment la hauteur usée), et renvoie la force de réaction F_n, F_t due à l'interaction. Plus concrètement, on peut voir $e_{abrasable}$ comme une instantiation de la classe « ÉlémentAbradable » présentée figure 4.10 qui possède une mémoire de la hauteur du revêtement abrasable en P , et une méthode permettant de prendre en compte une interaction avec une aube, donnée en figure 4.11.

```

eabra.calculDesForcesExercéesEtMiseàJourÉpaisseur( $I_{tot}$ )
→  $F_n, F_t, \Delta h$ 
 $I = I_{tot} - \Delta h_{tot}$ 

si  $I < 0$ 
 $F_n, F_t = 0, 0$ 
sinon
/// mécanismes exercés à l'avant de l'aube
 $F_{t,usinage}, \Delta h_{usinage} = \text{calculUsinage}()$ 
 $F_{t,microrupture}, \Delta h_{microrupture} = \text{calculMicrorupture}()$ 
 $\Delta h_{avantAube} = \Delta h_{usinage} + (1 - p_{arriere}) \Delta h_{microrupture}$ 
 $I = I_{tot} - (\Delta h_{tot} + \Delta h_{avantAube})$ 
/// mécanismes exercés sous et à l'arrière de l'aube
 $F_n = \text{calculMecanismeVolumique}()$ 
 $F_{t,adhésion}, \Delta h_{adhésion} = \text{calculPlasticitéInterface}()$ 
 $F_{t,labourage}, \Delta h_{labourage} = \text{calculLabourage}()$ 
 $\Delta h_{arriereAube} = \Delta h_{adhésion} + \Delta h_{labourage} + p_{arriere} \Delta h_{microrupture}$ 
/// somme de tous les mécanismes
 $F_t = F_{t,usinage} + F_{t,microrupture} + F_{t,adhésion} + F_{t,labourage}$ 
 $\Delta h = \Delta h_{avantAube} + \Delta h_{arriereAube}$ 

retourner  $F_n, F_t, \Delta h$ 

```

Figure 4.11 – Algorithme du calcul de la réaction de l'aube pour une incursion donnée

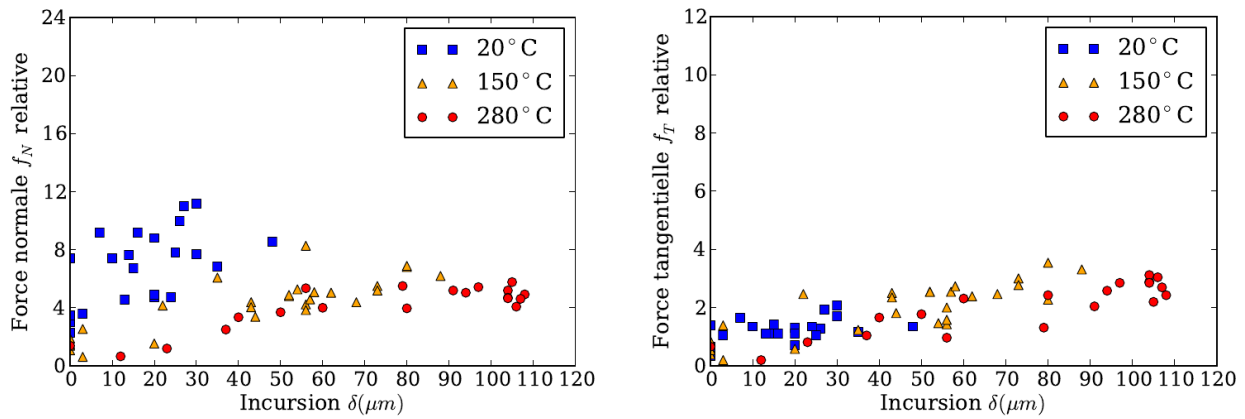
4.5 Premiers résultats – simulation de banc ONERA

Cette partie a pour but de vérifier l'implémentation et de discuter quelques résultats des lois d'usure dans un contexte simple : on considère ici une tranche de revêtement, et on cherche à calculer numériquement les forces de réaction et l'usure en fonction de l'incursion pour des expériences présentées dans Mandard (2015). Les résultats obtenus par Mandard (2015) utilisés pour cette étude sont reproduits sur la figure 4.12a.

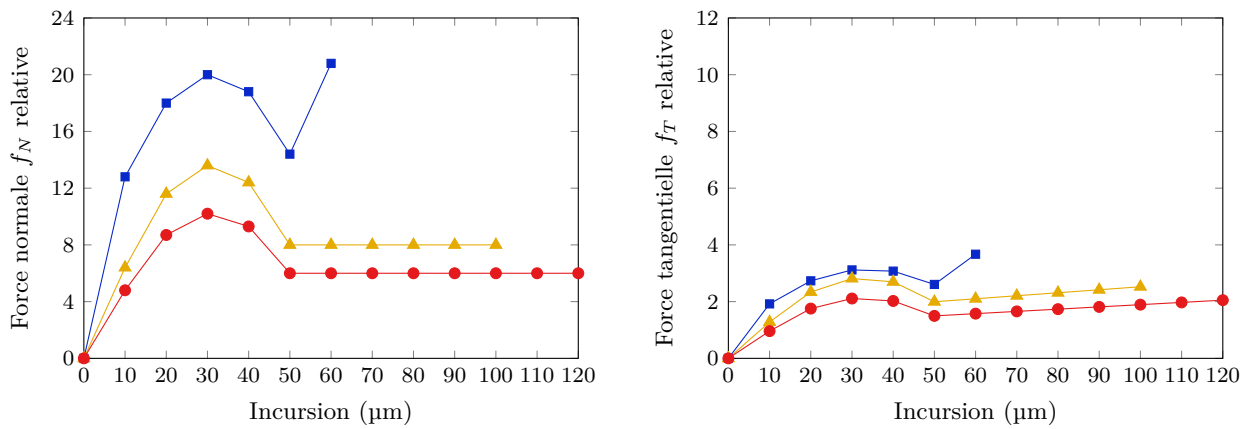
On considère ici que le mécanisme de labourage est négligeable — c'est au moins le cas lors du premier contact, et on peut considérer que c'est encore le cas pour les contacts suivants dans le cas à 280 °C ; en revanche, c'est discutable pour le cas à 20 °C². On considère que l'usure due à la plasticité à l'interface est négligeable. Enfin, étant donnée l'apparence des particules (cf. figure 4.3) on peut considérer qu'à 20 °C, les mécanismes de microrupture et d'usinage sont tous deux actifs ; et à 150 °C et 280 °C, seul le mécanisme d'usinage est actif. On considère également que la raideur et la limite d'élasticité chutent lorsque la température ambiante augmente. Finalement, on utilise les paramètres notés dans le tableau 4.1.

Les résultats, présentés sur la figure 4.12b, indiquent que l'on parvient à des ordres de grandeurs en accord avec la figure 4.12a. Les courbes ont d'abord une partie « en cloche », puis linéaire. La montée de la cloche ($I \in [0, 30 \mu\text{m}]$) s'explique de la manière suivante : comme les incursions sont faibles, il n'y a pas ou peu de rupture par usinage ou micro-rupture à l'avant de l'aube (cf. les valeurs de $p_{microrupture}$ et $p_{usinage}$), et donc la matière est compressée sous l'aube ; plus la quantité de matière compressée est importante, plus la force normale de réaction F_n est importante, et c'est également le cas pour la force tangentielle par la contribution de $F_{t,adhésion}$. La descente de la cloche ($I \in [30 \mu\text{m}, 50 \mu\text{m}]$) s'explique par l'activation croissante des mécanismes de microrupture et d'usinage lorsque l'incursion est élevée, qui entraîne une quantité de matière usée et éjectée à l'avant de l'aube de plus en plus importante, et, par conséquent, moins de matière compressée sous le sommet,

2. Mandard, pp. 121 et 122



(a) résultats de l'expérience de Mandard (2015) (cf. p. 119)



(b) résultats de la simulation numérique

Figure 4.12 – Forces normale et tangentielle en fonction de l'incursion et pour plusieurs températures. Abradable AISi-PE.

Température du revêtement	20 °C	150 °C	280 °C
Paramètre structurel			
h_0	5 mm	5 mm	5 mm
Comportement volumique			
E	8 GPa	4 GPa	3 GPa
σ_y	20 MPa	10 MPa	7,5 MPa
Plasticité à l'interface			
μ	0,15	0,2	0,2
k_{adh}	0	0	0
Microrupture			
$l_{particule}$	20 μm	20 μm	20 μm
γ	150 J/m	150 J/m	150 J/m
$p_{microrupture}(I)$			
$p_{arrière}(I)$			
Usinage			
Φ	15°	15°	15°
$p_{usinage}(I)$			

Tableau 4.1 – Paramètres matériaux utilisés pour la reproduction numérique des expériences de [Mandard \(2015, p. 119\)](#)

d'où une diminution de F_n et de $F_{t,adhésion}$. En revanche, il y a augmentation de $F_{t,microrupture}$ et $F_{t,usinage}$. Au final, F_t diminue. Enfin dans la partie linéaire ($I \geq 50 \mu\text{m}$), les mécanismes d'usinage et de microrupture s'appliquent sur l'entière surface traversée par l'aube. À 150°C et 280°C , seul l'usinage est actif : la matière est comprimée jusqu'à sa limite d'élasticité d'où une contrainte normale constante, ce qui entraîne que F_n et $F_{t,adhésion}$ sont également constantes ; et ce qui dépasse est usé par usinage. En revanche $F_{t,usinage}$ continue d'augmenter avec l'incursion (car de plus en plus de matière est cisailée à l'avant de l'aube), ce qui se reflète dans l'évolution de F_t . En ce qui concerne la brusque augmentation des forces dans le cas à 20°C , elle est explicable, mathématiquement, par la saturation de l'usure par microrupture quand on dépasse la taille des particules éjectées. C'est une limite du modèle qui n'est pas en accord avec l'effet réel du mécanisme.

Notre modèle arrive donc à reproduire de manière satisfaisante ces résultats expérimentaux avec des paramètres matériaux déduits de différentes expériences de la littérature. Il est probable que l'on puisse se rapprocher encore plus des mesures expérimentales en jouant sur les paramètres matériau mais l'intérêt est assez limité. Nous avons ainsi une première validation des mécanismes d'élasticité dans le volume et des mécanismes surfaciques d'usure par microrupture et par usinage.

5 | Simulations numériques

Nous disposons à présent de relations permettant de modéliser le comportement du revêtement abradable lors d’une interaction entre le rotor et le stator. Ce n’est cependant qu’un élément de la modélisation complète d’une interaction prenant en compte la dynamique d’aube. Notre but est d’insérer la brique logicielle du comportement matériau dans un code de calcul complet dédié à l’interaction rotor/stator. On s’appuie dans cette thèse sur le code d’interaction COROS, développé depuis une dizaine d’années par Mathias Legrand et Alain Batailly à l’université McGill et à l’école polytechnique de Montréal, et utilisé par Snecma pour étudier le comportement vibratoire des aubes de compresseur lors de contacts avec le stator.

Dans un premier temps sont listées les particularités de ce cadre numérique. Ensuite, l’algorithme d’interaction entre l’aube et le revêtement abradable est présenté : nous détaillons d’abord l’algorithme d’interaction disponible au sein de Coros (dit « algorithme avec biseau ») puis nous présentons un nouvel algorithme d’interaction dit à « usure différée ». Ce nouvel algorithme est alors validé pour un cas d’interaction « simple » où l’on cherche à reproduire certains aspects expérimentaux de la thèse de Baïz (2011). Une étude de sensibilité aux différents paramètres du modèle de comportement du matériau abradable est également menée.

5.1 Présentation du cadre numérique

On présente ici le cadre numérique au sein duquel les simulations sont réalisées. Le logiciel COROS possède plusieurs particularités qui méritent d’être présentées. On se concentre dans cette section sur les parties de COROS qui ont été utilisées telles quelles dans ce travail et ont déjà été exposées en détail dans la littérature (Batailly et coll., 2011, 2012). La partie concernant le calcul des forces de contact et de l’usure est modifiée, et sera détaillée dans la section suivante.

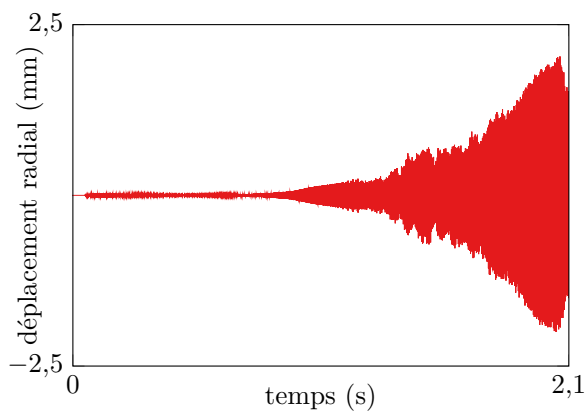
5.1.1 Fonctionnalités souhaitées pour une étude d’interaction rotor/stator

Un outil de calcul de l’interaction rotor/stator doit permettre de prendre en compte, *a minima*, les points suivants :

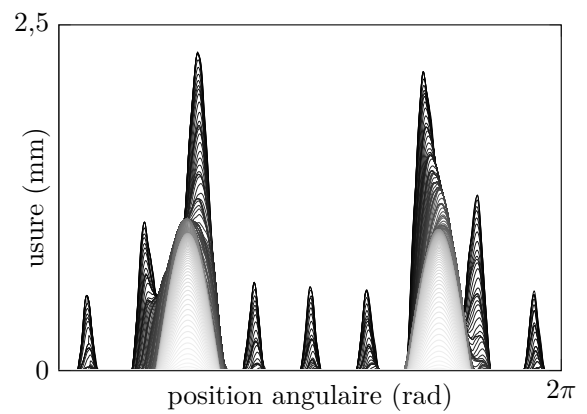
- les effets centrifuges ;
- la dynamique de l’aube, notamment sous l’effet de contacts avec le stator ;
- l’usure du revêtement abradable.

Le but final est de s’assurer de deux choses : (1) que les vibrations de l’aube ne menacent pas l’intégrité structurelle du système, notamment en fatigue ; et (2) que l’usure du revêtement abradable est minimale, afin de limiter les fuites d’air en sommet d’aube et garder un bon rendement du moteur. Les données utiles au post-traitement sont les suivantes : le champ de contrainte de l’aube au cours de l’interaction ; le déplacement du sommet d’aube ; et l’usure du revêtement en fonction de la position angulaire et axiale. Ces données peuvent être calculées par COROS, et un exemple est donné sur les figures 5.1a et 5.1b.

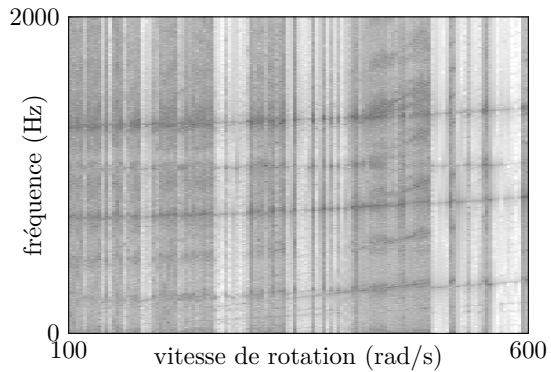
Afin d’évaluer la dynamique de l’aube sur un large intervalle de fonctionnement, les simulations numériques sont conduites pour plusieurs vitesses de rotation. Les résultats peuvent être analysés de



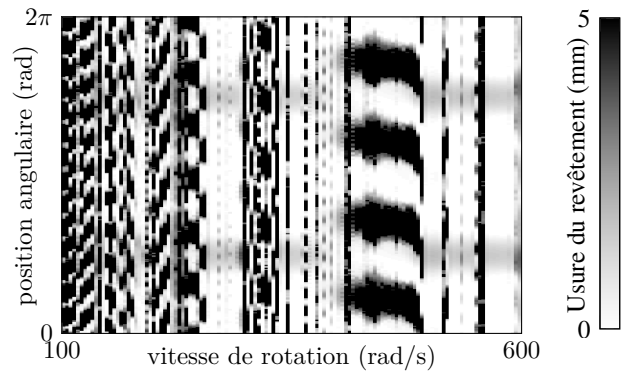
(a) Déplacement radial en sommet d'aube, au bord d'attaque



(b) Usure tour par tour du revêtement face au bord d'attaque : premiers tours en gris clair, le dernier en noir



(c) Carte d'interaction



(d) Carte d'usure en bord de fuite

Figure 5.1 – Résultats de simulations d'interaction rotor/stator. La configuration d'interaction est détaillée en annexe A.

manière compacte grâce à une [carte d'interaction](#) et une [carte d'usure](#). COROS permet de post-traiter directement les résultats sous la forme de cartes d'usure et d'interaction.

Une [carte d'interaction](#) est un graphique qui permet d'évaluer le comportement vibratoire au contact d'une aube ou d'une roue aubagée sur une plage de vitesses de rotation. Un exemple est proposé sur la figure 5.1c. L'axe des abscisses représente un intervalle de vitesses de rotation. Sur la figure 5.1c, cet intervalle s'étend de 100 rad/s à 600 rad/s. On choisit un nombre fini de vitesses de rotation sur cet intervalle (par exemple, avec un pas de 4 rad/s sur la figure 5.1c). Pour chacune de ces vitesses, on lance une simulation d'interaction. La réponse en déplacement d'un point de l'aube (le bord d'attaque sur la figure 5.1c) subit une transformée de Fourier, et l'amplitude fréquentielle correspondante est affichée sur une colonne du graphique, à l'abscisse correspondant à la vitesse de rotation. On peut superposer un diagramme de Campbell à une carte d'interaction afin de comparer les pics de fréquence des transformées de Fourier de l'interaction avec les intersections prévues par le Campbell entre les fréquences propres et le régime moteur.

Une [carte d'usure](#) suit le même principe, voir un exemple sur la figure 5.1d. L'axe des abscisses représente également un intervalle de vitesses de rotation, et chaque colonne associée à une abscisse représente l'usure finale du carter pour une position axiale donnée (par exemple, en face du BF de l'aube pour la figure 5.1d).

5.1.2 Solution retenue pour la simulation de l'interaction

Le code de calcul COROS a été développé afin de répondre aux exigences précédemment exposées. Pour résumer, COROS est un code éléments finis s'appuyant sur une réduction modale et une prise en compte simplifiée du contact avec le revêtement. Son fonctionnement est détaillé dans la suite. L'avantage d'une résolution numérique, par rapport à une approche analytique, est de pouvoir prendre en compte des géométries arbitraires de roue aubagée et des lois d'usure complexes. L'avantage d'une réduction modale et d'une gestion du contact simplifiée est de diminuer les temps de calcul par rapport à un code éléments finis classique.

5.1.3 Caractéristiques de la résolution numérique

On considère dans la suite que le carter est un solide rigide. Dans un compresseur de moteur d'avion, cette simplification est justifiée par la très grande raideur relative du carter par rapport à la roue aubagée. En revanche, le carter peut être déformé par d'autres phénomènes ; en particulier, il peut s'ovaliser par dilatation thermique. Dans les essais échelle 1 décrits par [Millecamps \(2010\)](#), le carter est volontairement ovalisé au montage. Du point de vue de la simulation, cela revient à considérer que le carter est une condition aux limites de Dirichlet pour le système aube/revêtement : sa déformation est imposée lors de la simulation, ce n'est pas une inconnue.

Le problème d'interaction est formulé comme purement mécanique (pas de couplage thermique à l'heure actuelle) sur une seule aube (on ne s'intéresse pas à la roue aubagée complète dans ce travail). La méthode générale de résolution est classique : on discrétise d'abord par éléments finis en espace, ce qui nous donne une équation du type :

$$M\ddot{x} + F_{\text{int}}(x, \dot{x}) = F_{\text{ext}} \quad (5.1)$$

qui est ensuite discrétisée en temps par différences finies.

Nous détaillons dans la suite les étapes exactes de la résolution du problème d'interaction.

5.1.3.1 Discrétisation spatiale de l'aube

Nous sommes ici intéressés par la simulation d'une interaction où la vitesse de rotation de la structure Ω est considérée comme constante. Ceci implique un état d'équilibre « tournant » différent de l'état de référence, « non tournant », de l'aube. Le calcul de l'état d'équilibre doit prendre en compte l'effet centrifuge, avec deux conséquences sur la structure : un déplacement de l'aube par rapport à l'état de référence, et une modification de la raideur sous l'effet du chargement.

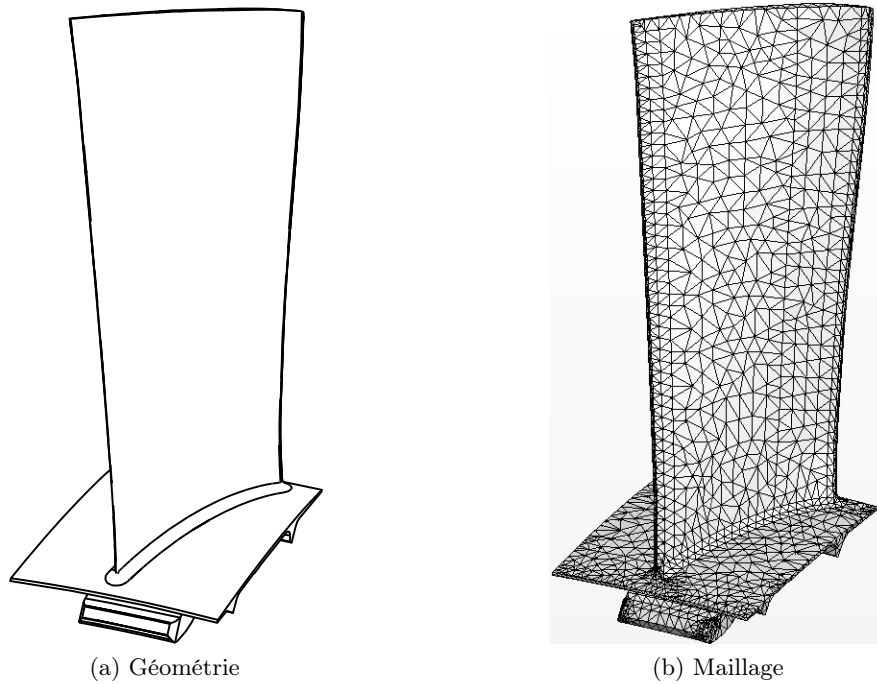


Figure 5.2 – Aube de compresseur basse pression utilisée pour les simulations

Sous l'hypothèse de petits déplacements autour de la position d'équilibre, la matrice de raideur $K(\Omega)$ est considérée constante tout au long d'une interaction. L'équation d'équilibre discrétisée peut ainsi être reformulée, en introduisant $u = x - X$ le déplacement du solide par rapport à l'état de référence :

$$M\ddot{u} + D\dot{u} + K(\Omega)u = F(\Omega) + F^c \quad (5.2)$$

où $F(\Omega)$ est la force centrifuge, et F^c et la force due au contact avec le stator.

a/ Maillage et types d'éléments

L'aube est considérée comme un volume et non comme une coque. Une difficulté se présente lors de son maillage : son épaisseur est bien plus faible que sa hauteur et sa largeur. Par conséquent, un maillage avec un nombre d'éléments raisonnable, tout en gardant un conditionnement acceptable des éléments, implique peu d'éléments dans l'épaisseur de l'aube. La géométrie d'aube utilisée dans la partie 6, ainsi que son maillage, sont présentés sur la figure 5.2. Le maillage comporte un seul élément dans l'épaisseur. Les éléments sont des tétraèdres du second ordre, ce qui permet de pallier l'impossibilité de capturer un comportement de flexion avec un seul tétraèdre du premier ordre dans l'épaisseur.

b/ Calcul de la matrice masse

La matrice masse est une matrice éléments finis « standard », c'est-à-dire consistante, sans concentration de masse aux nœuds (*lump*).

c/ Calcul de la matrice raideur

Une matrice de raideur prenant en compte les effets centrifuges de manière correcte ne peut pas être obtenue par une procédure purement linéaire. Nous expliquons dans un premier temps pourquoi c'est impossible, puis nous donnons deux méthodes de calcul.

Matrice de raideur linéaire avec prise en compte de l'effet centrifuge

L'équation aux dérivées partielles que nous cherchons à discrétiser est la suivante :

$$\rho \ddot{u} = \operatorname{div} \sigma + f_{\Omega} \text{ sur } \Omega \quad (5.3)$$

Le volume sur lequel on raisonne est noté Ω pour rester en accord avec les notations usuelles. Cela rentre en conflit avec la vitesse de rotation Ω mais il n'y a pas d'ambiguïté. La force centrifuge, f_{Ω} , est donnée par la formule :

$$f_{\Omega}(x) = \rho \Omega^2 p_{\perp z}(x) \quad (5.4)$$

où $p_{\perp z}(x)$ désigne la projection orthogonale à l'axe de rotation z . La forme faible associée à l'équation du mouvement est la suivante :

$$\int \delta u \rho \ddot{u} \, d\Omega + \int \varepsilon(\delta u) : C : \varepsilon(u) \, d\Omega = \int \delta u f_{\Omega} \, d\Omega + \int \delta u f^c \, d\Gamma \quad (5.5)$$

où on définit l'opérateur $\varepsilon(u)$ comme le gradient symétrique du champ u , C est le tenseur d'ordre 4 d'élasticité, f^c représente les forces surfaciques s'appliquant sur la frontière Γ du domaine comme condition aux limites de Neumann (dans notre cas, il s'agit des forces de contact).

Explicitons la force centrifuge en notant $P_{\perp z}$ la matrice associée à la projection $p_{\perp z}$:

$$\int \delta u \rho \ddot{u} \, d\Omega + \int \varepsilon(\delta u) : C : \varepsilon(u) \, d\Omega - \int \delta u \rho \Omega^2 P_{\perp z} u \, d\Omega = \int \delta u \rho \Omega^2 P_{\perp z} X \, d\Omega + \int \delta u f^c \, d\Gamma \quad (5.6)$$

On introduit maintenant une même discrétisation éléments finis pour les champs u , δu , et X . Par exemple pour u :

$$u(x) = \sum_a N_a(x) u_a \quad (5.7)$$

$$\varepsilon(u(x)) = \sum_a \nabla N_a(x) \otimes u_a = \sum_a B_a(x) u_a. \quad (5.8)$$

En remplaçant dans l'équation sous forme faible, après assemblage, on a :

$$M \ddot{u} + K(\Omega) u = F(\Omega) + F^c \quad (5.9)$$

où

$$K(\Omega) = K_0 - K_{\Omega} \quad (5.10)$$

$$K_0 = \int B^T D B \, d\Omega \quad (5.11)$$

$$K_{\Omega} = \int N \rho \Omega^2 N P_{\perp z} \, d\Omega. \quad (5.12)$$

La matrice K_0 est la matrice de raideur de la structure sans effet centrifuge, elle est définie positive. La matrice K_{Ω} est quant à elle la matrice de prise en compte des effets centrifuges dans le cas linéaire. K_{Ω} est positive (elle serait en réalité proportionnelle à la matrice de masse, et définie positive, s'il n'y avait pas le facteur de projection). Par conséquent, la matrice de raideur finale, $K(\Omega)$, qui est leur différence, rend la structure *moins raide* en présence de l'effet centrifuge. Or c'est contraire à l'expérience, car l'effet centrifuge est raidissant. En réalité, le problème vient du fait que l'utilisation d'un calcul linéaire ne permet pas de prendre en compte les effets de pré-chargeement de la contrainte présente dans l'aube du fait de sa rotation.

Matrice de raideur non linéaire

La solution la plus naturelle du problème est d'effectuer un calcul avec non linéarités géométriques. La matrice raideur tangente au point d'équilibre peut être obtenue par exemple comme la valeur de l'opérateur tangent à la dernière itération d'un algorithme de résolution de type Newton-Raphson. Elle est de la forme

$$K(\Omega) = K_0 - K_\Omega + K_\sigma \quad (5.13)$$

où K_σ est la matrice de non-linéarités géométriques, également appelée matrice de pré-chargement (cf. par exemple [Bonet et Wood \(2008\)](#)). Elle est définie positive et entraîne bien l'augmentation de la raideur sous l'effet centrifuge.

Matrice de raideur fournie par Samcef

La matrice de raideur utilisée par COROS est issue d'un calcul effectué par Samcef avec une procédure particulière appelée « second order analysis » (cf. [Samtech \(2011\)](#)), les deux commandes correspondantes de Samcef sont `SAM IU18 19` et `SAM IFPR 19`). La méthode utilisée est la suivante : Samcef fait un calcul linéaire tel que présenté à la page 89, puis sauvegarde le champ de contrainte ainsi obtenu. On effectue ensuite à nouveau un deuxième calcul linéaire en utilisant une matrice raideur de la forme :

$$K(\Omega) = K_0 - K_\Omega + K_\sigma \quad (5.14)$$

où les matrices K_0 et K_Ω sont calculées de la même manière qu'à la page 89, et la matrice K_σ est calculée grâce aux contraintes sauvegardées dans la première étape.

Cette procédure permet effectivement d'observer un raidissement centrifuge. En fait, elle est quasiment équivalente à effectuer deux itérations d'un algorithme de Newton-Raphson (la différence étant que la procédure de Samcef effectue tous les calculs sur la configuration de référence, alors que les itérations d'un algorithme de Newton-Raphson sont effectuées sur la configuration intermédiaire). Toutefois, à notre connaissance, rien ne nous permet d'affirmer que la solution a convergé (c'est-à-dire qu'elle est proche de la solution que l'on aurait obtenue par un calcul complètement non-linéaire).

5.1.3.2 Réduction modale

Le modèle EF précédent produit des vecteurs et matrices de plusieurs dizaines de milliers de degrés de liberté. Un intérêt de COROS est de transformer les vecteurs et matrices EF pour obtenir un système réduit avec seulement une centaine de degrés de liberté. L'idée principale est de remarquer que le mouvement de l'aube peut être approximé par une superposition de quelques modes propres seulement. On peut donc utiliser une réduction modale, pourvu qu'elle soit compatible avec une procédure de contact. C'est le cas d'une réduction de Craig-Bampton, utilisée par COROS. On présente rapidement le principe de la réduction de Craig-Bampton ; pour plus de détails, voir [Batailly \(2008\)](#).

a/ Réduction de Craig-Bampton

Supposons que les degrés de liberté fixés par des conditions aux limites de Dirichlet sont éliminés des matrices masse M , raideur K et du vecteur déplacement u . On commence par organiser ces objets par blocs : le bloc de degrés de liberté associés aux nœuds du sommet d'aube qui participeront au contact (noté f pour « frontière »), et le bloc des degrés de liberté restants (noté i pour « intérieur ») :

$$K = \begin{bmatrix} K_{ff} & K_{fi} \\ K_{if} & K_{ii} \end{bmatrix}, \quad M = \begin{bmatrix} M_{ff} & M_{fi} \\ M_{if} & M_{ii} \end{bmatrix}, \quad u = \begin{Bmatrix} u_f \\ u_i \end{Bmatrix} \quad (5.15)$$

À noter qu'en pratique, les nœuds du maillage éléments finis pris comme nœuds de contact sont quelques nœuds de l'arête avant du sommet d'aube. On pourrait éventuellement prendre *tous* les nœuds de l'arête avant, mais cela augmenterait le temps de calcul des simulations. En revanche, on pourrait tout aussi bien prendre des nœuds de l'arête arrière, ou au milieu du sommet d'aube, il faut

seulement que la courbe par laquelle passe tous les nœuds de contact soit une approximation 1D du sommet d'aube.

On cherche une approximation u_{CB} du déplacement u qui soit une combinaison linéaire de « modes de déplacement » représentatifs de la déformation de la structure :

$$u = \Phi u_{CB} \quad (5.16)$$

l'idée étant de choisir un vecteur u_{CB} et une matrice Φ avec un nombre restreint de degrés de liberté (typiquement une centaine) et de faire tous les calculs avec cette quantité. Comme le contact s'exerce sur des nœuds bien spécifiques, en sommet d'aube, on souhaite que les degrés de liberté associés soient inchangés par la réduction. C'est le cas si on prend une forme spécifique pour Φ :

$$\Phi = \begin{bmatrix} I & 0 \\ \Phi_s & \Phi_{e,\eta} \end{bmatrix} \quad (5.17)$$

Bien entendu, la qualité de l'approximation dépend du choix des matrices Φ_s et $\Phi_{e,\eta}$. La méthode de Craig-Bampton consiste à choisir Φ_s comme les déplacements statiques de la structure lorsque tous les degrés de liberté des nœuds de contact sont fixés à zéro, sauf un qui est fixé à un déplacement unitaire :

$$K \begin{Bmatrix} I \\ \Phi_s \end{Bmatrix} = 0 \quad (5.18)$$

ce qui nous donne : $\Phi_s = -K_{ii}^{-1}K_{if}$.

Quant à la matrice $\Phi_{e,\eta}$, elle est choisie comme troncature à η modes de Φ_e , la matrice des modes propres de la structure encastrée sur tous ses nœuds de contact.

L'équation réduite du mouvement, avec comme nouvelle inconnue u_{CB} , est obtenue par « projection » de l'équation du mouvement sur l'espace réduit de Craig-Bampton (le terme de projection n'est pas exact car la matrice Φ n'est pas une matrice de projection — elle n'est pas idempotente) :

$$\Phi^T M \ddot{u} + \Phi^T K u = \Phi^T F. \quad (5.19)$$

On introduit u_{CB} par sa définition $u = \Phi u_{CB}$, ce qui nous donne :

$$\Phi^T M \Phi \ddot{u}_{CB} + \Phi^T K \Phi u_{CB} = \Phi^T F. \quad (5.20)$$

En notant $M_{CB} = \Phi^T M \Phi$, $K_{CB} = \Phi^T K \Phi$ et $F_{CB} = \Phi^T F$ les quantités réduites, on a l'équation réduite

$$M_{CB} \ddot{u}_{CB} + K_{CB} u_{CB} = F_{CB}. \quad (5.21)$$

b/ Réduction de Craig-Bampton sur un intervalle de vitesse de rotation

Comme expliqué en 5.1.1, on souhaite lancer des simulations pour un nombre important de vitesses de rotation. Sans amélioration, cela prendrait beaucoup de temps car il faudrait, pour chaque simulation d'interaction à une nouvelle vitesse de rotation, calculer une nouvelle matrice de raideur, puis diagonaliser le système pour effectuer la réduction de Craig-Bampton. COROS permet un calcul plus rapide de $K_{CB}(\Omega)$ par une formule d'approximation à partir de quelques valeurs de $K(\Omega)$ seulement. Ainsi, en notant Ω_{\max} la vitesse de rotation maximale de l'intervalle que l'on souhaite étudier, on a :

$$K_{CB}(\Omega) = f \left(\Omega, K(0), K \left(\frac{\Omega_{\max}}{2} \right), K(\Omega_{\max}) \right) \quad (5.22)$$

où la fonction d'interpolation f est explicitée dans Sternchüss (2009) ou dans Batailly (2015). On appelle cette étape la création d'un **modèle multi-vitesse**.

5.1.3.3 Discrétisation spatiale finale

La discrétisation spatiale après calcul par EF, et création du modèle multi-vitesse, nous donne finalement :

$$M_{CB} \ddot{u}_{CB} + K_{CB}(\Omega) u_{CB} = F_{CB}^c. \quad (5.23)$$

On ajoute à cette formule un amortissement :

$$M_{CB} \ddot{u}_{CB} + D_{CB} \dot{u}_{CB} + K_{CB}(\Omega) u_{CB} = F_{CB}^c \quad (5.24)$$

où la matrice d'amortissement D_{CB} est calculée par projection, dans la base réduite de Craig-Bampton, d'une matrice d'amortissement dans la base des modes propres D_{mod} prise sous la forme :

$$D_{\text{mod}} = \xi I \quad (5.25)$$

avec ξ un scalaire positif (on prend typiquement $\xi = 5 \times 10^{-4}$), et I la matrice identité.

Note : D_{mod} est calculée par diagonalisation dans l'espace réduit pour éviter un calcul coûteux sur la structure complète.

Dans la suite, on travaille toujours avec les termes réduits, mais on laisse tomber les indices rappelant qu'il s'agit d'éléments de l'espace réduit de Craig-Bampton. Cela ne pose pas d'ambiguïté dans la mesure où les degrés de liberté associés aux nœuds de contact sont les mêmes dans l'espace EF et l'espace de Craig-Bampton.

5.1.3.4 Discrétisation temporelle

On cherche à discrétiser en temps l'équation d'équilibre :

$$M\ddot{u} + D\dot{u} + K(\Omega)u = F^c. \quad (5.26)$$

COROS utilise un algorithme de résolution explicite par différences finies centrées. Soit h un pas de temps. On se place à l'étape n . On approxime les dérivées par les formules suivantes :

$$\dot{u}_n = \frac{u_{n+1} - u_{n-1}}{2h} \quad (5.27)$$

$$\ddot{u}_n = \frac{u_{n+1} - 2u_n + u_{n-1}}{h^2} \quad (5.28)$$

En remplaçant dans l'équation d'équilibre, et après quelques manipulations, on obtient :

$$u_{n+1} = Au_n + Bu_{n-1} + CF^c \quad (5.29)$$

avec

$$C = \left(\frac{M}{h^2} + \frac{D}{2h} \right)^{-1} \quad (5.30)$$

$$A = C \left(\frac{2M}{h^2} - K \right) \quad (5.31)$$

$$B = C \left(\frac{D}{2h} - \frac{M}{h^2} \right). \quad (5.32)$$

À ce stade, il ne reste plus que le calcul de la force de contact F^c pour compléter l'algorithme. Le système modélisé lors de l'intégration temporelle est représenté sur la figure 5.3.

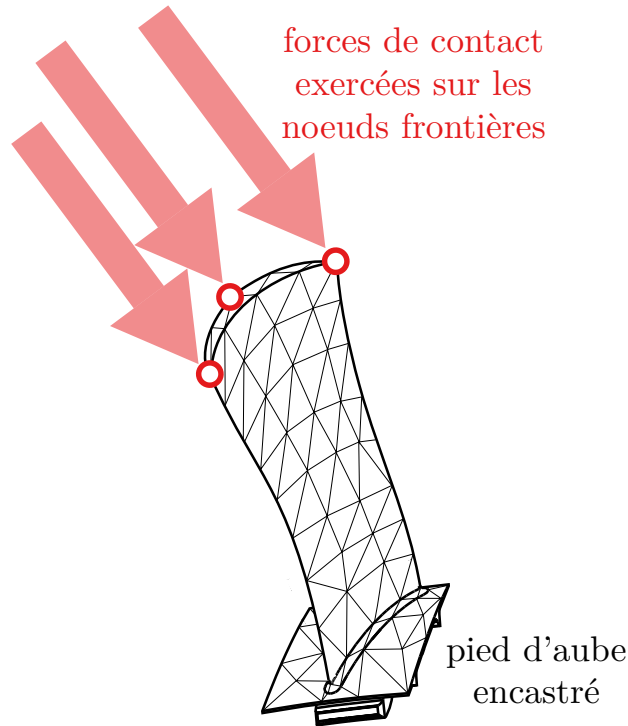


Figure 5.3 – Conditions aux limites sur l’aube dans le référentiel tournant

5.1.3.5 Intégration temporelle du contact

Les explications qui suivent s’appliquent uniquement au traitement du contact aube/abradable. COROS permet également de traiter l’interaction aube/carter, modélisé comme un contact de type Signorini et résolu numériquement par un algorithme de type [Carpenter et coll. \(1991\)](#) (multiplicateurs de Lagrange avec schéma d’intégration temporelle explicite). L’implémentation de COROS n’est pas détaillée ici mais est utilisée pour gérer le contact avec le carter rigide lorsque l’épaisseur complète du revêtement abradable a été usée.

Le calcul de l’interaction doit faire intervenir l’état du revêtement, qui sera désigné par V_n à l’étape n . Le calcul des forces de contact s’effectue par une méthode de prédiction–correction. L’algorithme d’intégration temporelle complet est détaillé en figure 5.4. On peut noter que la méthode de prédiction–correction est de type PEC (Prédiction–Évaluation–Correction, cf. [Wikipédia \(2015a\)](#)) : la méthode de résolution de la dynamique d’aube travaille uniquement avec les déplacements u_{n-1} , u_n et u_{n+1} lors d’une itération de l’algorithme des différences centrées, alors que la méthode de résolution du contact (qui est implémentée dans la fonction `evaluationContact(u_n^p, u_{n+1}^p, V_n)`) travaille uniquement avec les déplacements prédits u_n^p et u_{n+1}^p . En particulier, cela implique que l’état du revêtement V_{n+1} est mis à jour à partir d’une configuration purement numérique, c.-à-d. on prend $V_{n+1} = V_{n+1}^p$.

Une alternative évidente à cette méthode PEC serait d’utiliser une méthode PECE (Prédiction–Évaluation–Correction–Évaluation) : la force F^c est calculée, un déplacement corrigé u_{n+1} en est déduit comme pour la méthode PEC, puis V_{n+1} est déduit à partir des déplacements u_n et u_{n+1} . Il serait intéressant de comparer les résultats des méthodes PEC et PECE lorsque le pas de temps converge vers zéro, et d’étudier leur convergence pour des cas où une solution analytique est calculable (cela n’a pas été fait par manque de temps). D’autres méthodes de prédiction–correction sont possibles, de type $P(EC)^k$, $P(EC)^kE$ ou $PE(CE)^\infty$ ([Wikipédia, 2015a](#)). Mathématiquement, on est assuré de la consistance de la méthode en ce qui concerne la détection du contact et l’application d’une force de réaction dès qu’il y a pénétration ; numériquement, on observe une convergence lorsque le pas de temps tend vers zéro. Toutefois, sans étude de la structure mathématique de la fonction de calcul des forces de contact (c’est-à-dire, dans notre cas, les lois d’usures présentées précédemment), la convergence de la méthode vers la solution exacte n’est pas assurée. C’est pourquoi, dans la

```

integrationTemporelle() :
    t = 0
    un-1 = 0
    un = 0
    unp = 0
    Vn = étatInitialRevêtement()
    pour (n=1..N) :
        /// prédiction
        un+1p = A · un + B · un-1
        /// évaluation
        Fc, Vn+1 = évaluationContact(unp, un+1p, Vn)
        /// correction
        un+1 = un+1p - C · Fc

        /// préparation du pas de temps suivant
        un-1 = un
        un = un+1
        unp = un+1p
        Vn = Vn+1
        t = t + h
    fin
fin

```

Figure 5.4 – Algorithme d’intégration temporelle de COROS

perspective de mieux s’assurer de la convergence de la simulation, il faudrait explorer, d’une part, les différences de la dynamique de l’aube entre plusieurs méthodes de prédiction–correction, et d’autre part, la convergence mathématique des méthodes pour la structure de notre problème (cela n’a pas été fait dans ce travail).

5.2 Gestion du contact et de l’usure

On présente ici les algorithmes relatifs à la gestion du contact et de l’usure. La première étape consiste en la discrétisation du revêtement abrasable et était déjà présente dans COROS, voir par exemple [Batailly et coll. \(2012\)](#). Les deux étapes suivantes, à savoir l’usure et le comportement du matériau abrasable, sont présentées à la fois selon la version précédente de COROS, cf. [Batailly et coll. \(2012\)](#), et une nouvelle version développée dans le cadre de ce travail.

5.2.1 Discrétisation spatiale du revêtement et grandeurs cinématiques

Nous commençons par décrire la manière dont est traitée numériquement la cinématique de contact. Une discussion sur les différentes hypothèses effectuées est ensuite présentée.

5.2.1.1 Discrétisation du revêtement

Le schéma global d’interaction entre l’aube et le revêtement abrasable est représenté sur la figure 5.5. Le revêtement abrasable est discrétisé de la manière suivante :

- on associe un « anneau d’éléments abrasables » A_j à chaque nœud frontière N_j ;
- chaque anneau est discrétisé sur sa circonférence en éléments abrasables ;
- chaque élément abrasable représente l’état du revêtement en un point précis.

La discrétisation précise est donnée sur le schéma 5.6 et détaillée ci-dessous.

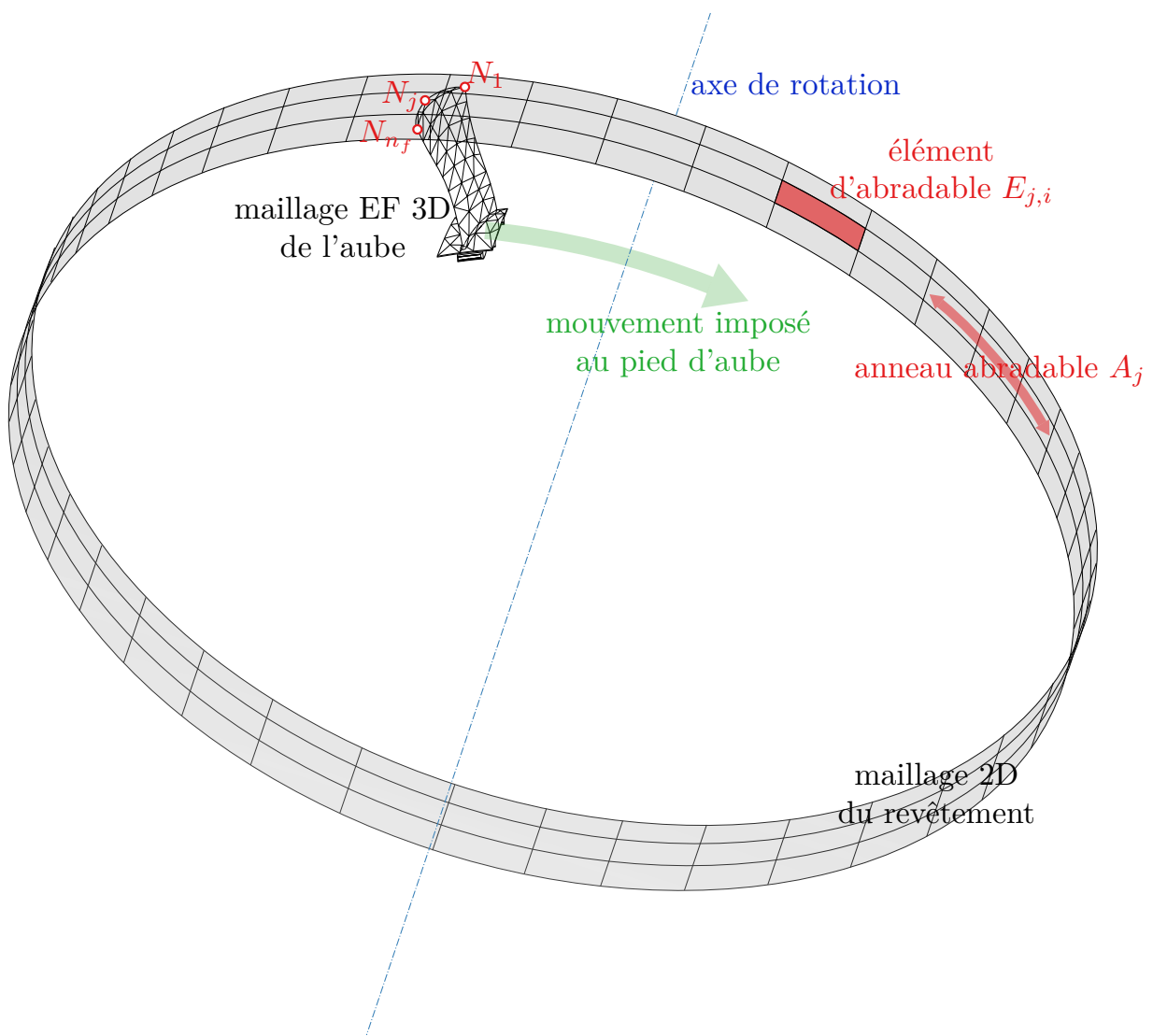


Figure 5.5 – Schéma global du modèle numérique d'interaction aube/revêtement

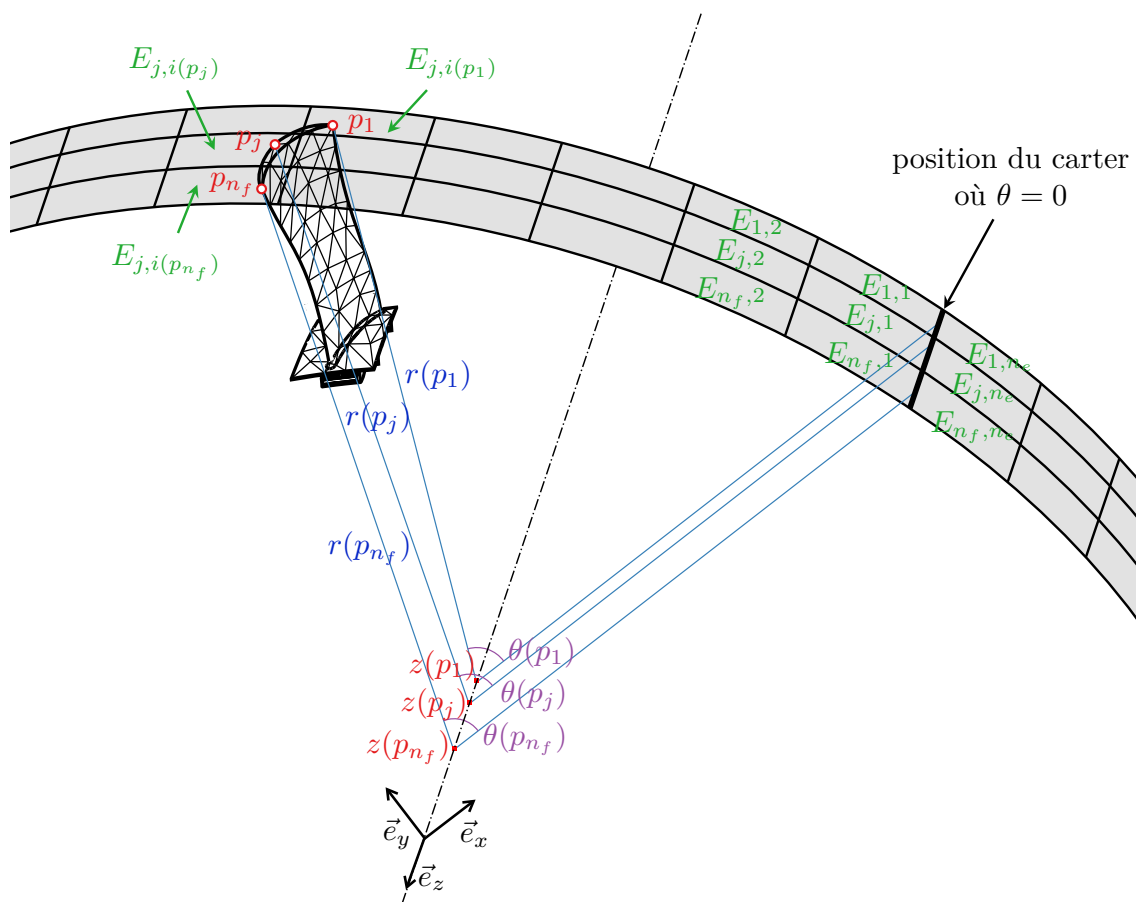


Figure 5.6 – Discrétisation du carter et paramétrisation des noeuds frontières

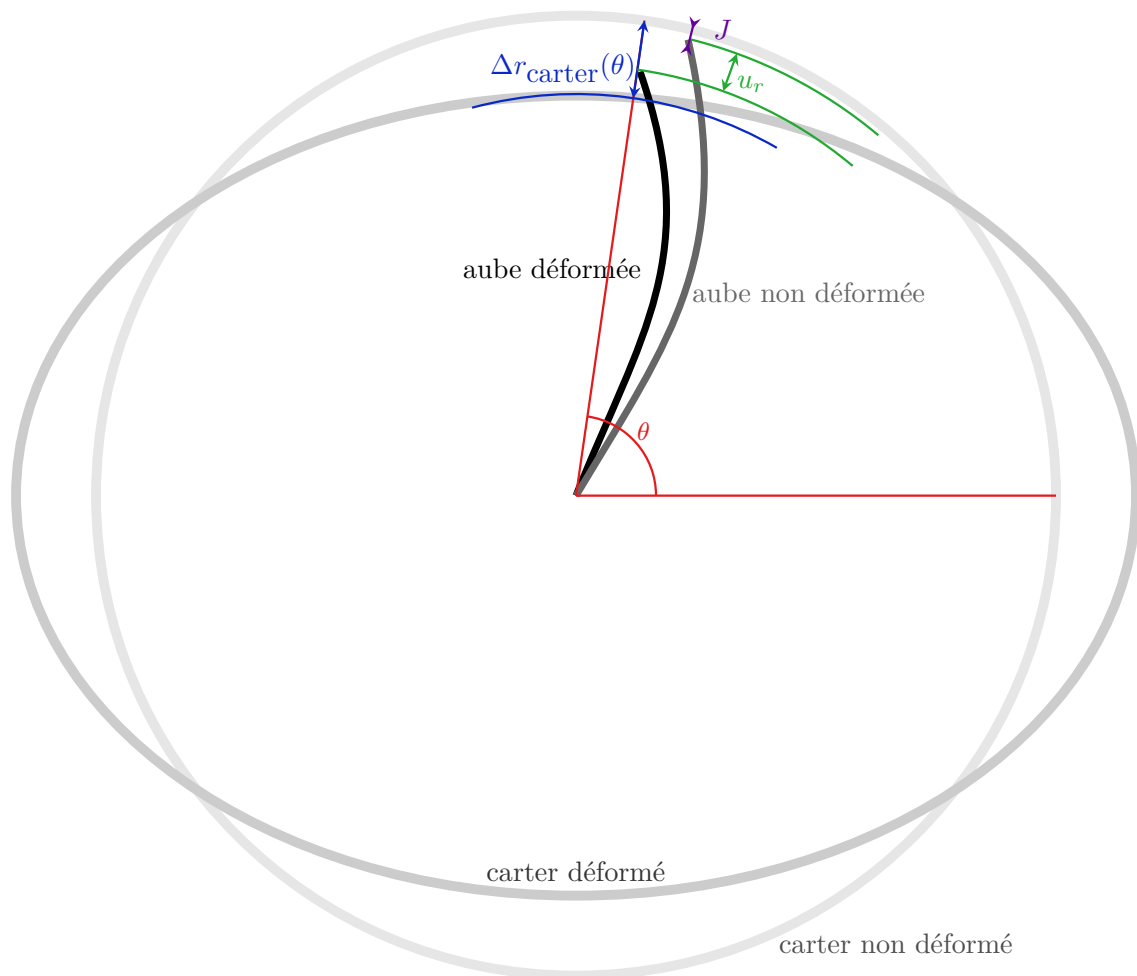


Figure 5.7 – Notations pour la cinématique de l'aube dans un plan orthogonal à l'axe

Position et taille d'un anneau abradable

Notons $\mathbf{p}_j^0 = \mathbf{p}_j(t=0)$ la position initiale du nœud frontière N_j , J_j le jeu initial entre N_j et le revêtement, et n_f le nombre de nœuds frontière. L'anneau abradable A_j est un cylindre de droite génératrice l'axe de rotation. Le rayon du cylindre est égal à la somme du rayon du sommet d'aube en N_j et du jeu correspondant :

$$R_j = r(\mathbf{p}_j^0) + J_j. \quad (5.33)$$

La longueur de l'anneau selon l'axe \mathbf{e}_z est calculée par la formule

$$l_p = \frac{\|\mathbf{p}_{n_f}^0 - \mathbf{p}_1^0\|}{n_f}. \quad (5.34)$$

Éléments abradables

Soit n_e le nombre d'éléments abradables sur un anneau. Un élément abradable est noté sous la forme $E_{j,i}$ avec j l'indice de l'anneau auquel il appartient et i l'indice de sa position sur l'anneau. La longueur circonférentielle d'un élément $E_{j,i}$ est donnée par $l_{E_j} = 2\pi R_j/n_e$. Les éléments sont numérotés de 1 à n_e . La surface du premier élément commence par convention à la position $\theta = 0$.

5.2.1.2 Élément en face d'un nœud du sommet d'aube

À un instant donné, on cherche l'élément $E_{j,i}$ en face d'un nœud N_j . L'index i de cet élément dépend de la position du nœud, et plus particulièrement de son angle $\theta = \theta(\mathbf{p}_j(t))$ par rapport à l'axe \mathbf{e}_x :

$$i = i(\theta(\mathbf{p}_j(t))) = \lceil n_e \frac{\theta}{2\pi} \rceil. \quad (5.35)$$

Négliger le déplacement dû à la vibration de l'aube par rapport à son état d'équilibre permet d'écrire :

$$\theta(\mathbf{p}_j(t)) = \Omega t + \theta(\mathbf{p}_j^0). \quad (5.36)$$

5.2.1.3 Calcul de l'incursion

Comme on impose qu'un nœud N_j est toujours associé au même anneau abradable A_j , la cinématique 3D des nœuds de contact se réduit, du point de vue du revêtement, à n_f cinématiques 2D, chacune définie dans le plan formé par le point $(0, 0, z(\mathbf{p}_j))$ et les axes \mathbf{e}_x et \mathbf{e}_y . On s'intéresse maintenant au contact d'un nœud d'abradable N_j fixé. On abandonne l'indice j dans la suite. On cherche à calculer l'incursion. Les différentes grandeurs sont représentées sur la figure 5.7. Si le sommet d'aube fait face à l'élément abradable E_i à l'instant t considéré, en notant I l'incursion de l'aube dans l'abradable, on a :

$$I = u_r(t) + \Delta r_{\text{carter}}(\theta(\mathbf{p}(t)), t) - J - \Delta h_{E_i}(t) \quad (5.37)$$

avec $u_r(t) = \mathbf{p}(t) \cdot \mathbf{e}_r(t) - \mathbf{p}^0 \cdot \mathbf{e}_r^0$ le déplacement radial de l'aube, $\Delta r_{\text{carter}}(\theta(\mathbf{p}(t)), t)$ le déplacement du carter en face de l'aube et à l'instant t , et $\Delta h_{E_i}(t)$ la hauteur de l'élément abradable. Enfin une autre grandeur est utile dans la suite : l'**incursion sans usure** I_0 , c'est l'incursion en considérant un revêtement intact, avec $\Delta h_{E_i} = 0$:

$$I_0 = u_r(t_n) + \Delta r_{\text{carter}}(\theta(\mathbf{p}(t)), t) - J. \quad (5.38)$$

5.2.1.4 Analyse des hypothèses de la cinématique de contact

Pour la prise en compte du contact du point de vue du revêtement, beaucoup des calculs présentés sont le résultat d'une simplification de la cinématique 3D entre le sommet d'aube et le revêtement en une cinématique 2D entre un point du sommet d'aube et un anneau abradable. Différents points peuvent être discutés.

a/ Prise en compte de la torsion de l'aube

Du point de vue de la discrétisation éléments finis, le mouvement de l'aube peut être arbitrairement compliqué — la seule limitation, peu contraignante dans notre cas où la configuration est non accidentelle, est l'approximation due à la discrétisation éléments finis et à la réduction modale.

Du point de vue du contact et de l'usure cependant, notre algorithme associe chaque nœud de contact en sommet d'aube à l'anneau d'éléments abradable qui lui fait face dans la configuration initiale. Cet anneau associé reste le même tout au long de la simulation, même si le nœud se déplace selon l'axe z . Il s'agit d'une simplification importante de l'algorithme qui permet une implémentation beaucoup plus simple car le contact 3D se ramène alors à une série de contacts 2D (du point de vue du revêtement seulement, car du point de vue de la dynamique d'aube, le mouvement des points de contact est géré par le modèle EF 3D). Mais plus l'aube pivote autour de l'axe radial (composante en torsion du mouvement), moins cette simplification est pertinente.

b/ Prise en compte de la conicité du carter

La conicité du carter est partiellement prise en compte dans l'algorithme de contact et d'usure. En effet, la conicité implique que la normale à la surface du revêtement possède une composante axiale ; cet aspect est pris en compte dans l'algorithme. Par contre, cela implique également que le diamètre du carter en face d'un nœud de contact change suivant le déplacement axial du nœud ; ce qui n'est pas pris en compte dans la procédure car chaque anneau abradable associé à un nœud est supposé cylindrique.

Note : en revanche, chacun des anneaux abradable a son rayon propre, calculé par l'équation (5.33), ce qui implique que l'union des anneaux n'est pas nécessairement un cylindre, à l'inverse de ce qui est présenté sur la figure 5.5.

c/ Éléments de contact

Physiquement, les forces de contact s'exercent sur des surfaces. À l'inverse, numériquement, la simulation EF ne travaille qu'avec des degrés de liberté associés aux nœuds de contact. La consistance de l'algorithme de contact dépend donc de sa manière d'intégrer spatialement des forces infinitésimales sur les nœuds de contact, seules entités à être perçues directement par l'algorithme d'intégration temporelle.

Dans notre cas, comme l'épaisseur de l'aube est faible, son sommet est modélisé par une courbe 1D de nœuds frontière. Cela implique plusieurs possibilités d'algorithmes d'intégration.

Choix des directions d'intégration

La modélisation par une courbe 1D du sommet d'aube incite à des stratégies d'intégration des forces de contact selon deux directions orthogonales. Le premier choix concerne donc la détermination des directions d'intégration. Plus précisément, il nous faut choisir le plan de la tranche, dans lequel les forces infinitésimales surfaciques sont intégrées dans l'épaisseur de l'aube, résultant en une force linéique, qui est ensuite intégrée dans la largeur de l'aube, selon la direction orthogonale au plan de la tranche.

Concrètement, regardons la figure 5.8a qui représente le sommet d'une aube droite, orientée selon e_z et se déplaçant selon e_θ . Le choix des directions d'intégration est alors simple : on intègre les forces surfaciques d'abord dans l'épaisseur selon e_θ , puis dans la largeur selon e_z . Plaçons-nous maintenant dans le cas où le sommet est incliné par rapport à l'axe, comme sur les figures 5.8b et 5.8c. Il y a alors deux possibilités dans le choix de la tranche : soit selon t_1 , la normale à la courbe 1D représentant le sommet d'aube (cf. figure 5.8b), soit selon t_2 , c'est-à-dire selon le mouvement du sommet d'aube (cf. figure 5.8c). Le choix de t_1 peut sembler plus naturel car les épaisseurs et longueurs associées sont définies de manière conventionnelles (cf. l_A et e_A sur la figure). Cependant, les forces de contact exercées sur l'aube sont dues au revêtement abradable, et physiquement, un point P de l'abradable voit passer l'aube, de son point de vue, selon la tranche dirigée par t_2 , et peu lui importe la direction

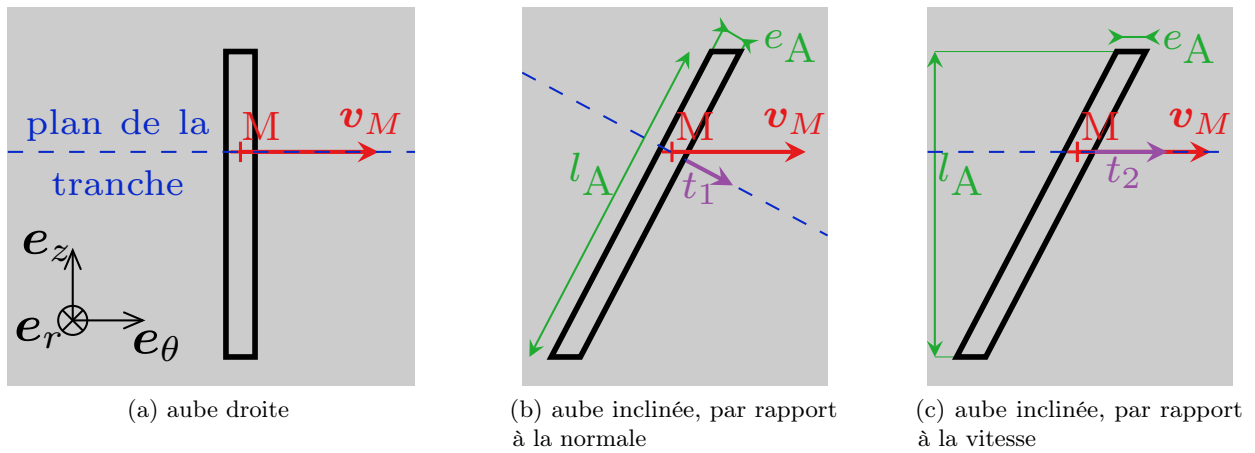


Figure 5.8 – Choix de la direction pour la tranche

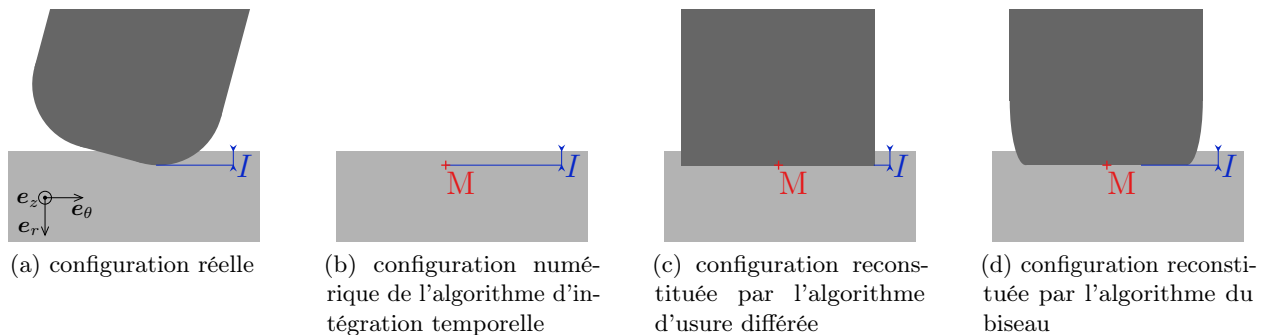


Figure 5.9 – Cinématique du contact

t_1 . En particulier, c'est l'épaisseur de la tranche selon t_2 qui va déterminer l'usure par adhésion et l'échauffement par friction du revêtement.

Dans COROS, l_A et e_A sont calculées selon la définition conventionnelle de la figure 5.8b. J'ai effectué quelques calculs en remplaçant l_A et e_A par les définitions données par la figure 5.8c, les résultats sont du même type (mêmes modes d'excitation, mêmes motifs d'usure, voir plus loin), mais les valeurs exactes sont bien entendu différentes. Il semble donc que le problème est mineur par rapport à toutes les autres simplifications.

Intégration dans la tranche

Une configuration de contact réaliste entre l'aube et le revêtement est présentée sur la figure 5.9a. La force linéique dans la tranche est calculée comme l'intégrale dans la tranche de chaque force surfacique infinitésimale s'exerçant en sommet d'aube. Numériquement, on est dans le cas de la figure 5.9b : on connaît la position d'un point M du sommet d'aube par rapport au revêtement. Afin de calculer la force surfacique, on doit reconstituer la position complète du sommet d'aube dans la tranche avec des hypothèses sur sa cinématique. Dans le cas de COROS, la position reconstituée du sommet est représentée sur la figure 5.9c pour l'algorithme d'usure différée, et sur la figure 5.9d pour l'algorithme avec biseau (cf. détails en 5.2.2). On note que l'algorithme avec biseau permet de contrôler les rayons des arêtes avant et arrière. Des simulations numériques ont été menées et montrent la faible influence de ce paramètre sur les résultats. Cependant, dans les deux cas, on ne prend pas en compte l'inclinaison de l'aube. On considère donc que si l'aube touche pour le nœud M , elle touche sur toute l'épaisseur de la tranche associée, et non sur une épaisseur effective, qui dépend de l'inclinaison. Cette dernière simplification mériterait d'être investiguée en détail ; il est possible qu'elle conduise à une surestimation numérique des forces de réaction (cf. le paragraphe b/ p.125).

Intégration dans la longueur

Le problème de l'intégration dans la longueur peut se résumer en ces termes : les forces linéiques s'exercent sur des courbes 1D, et l'intégration numérique ne connaît que des nœuds ponctuels.

COROS résout le problème par une approche similaire aux méthodes de contact « nœuds à élément » : pour chaque nœud, est calculée une force linéique \mathbf{f}_{lin} , et la force totale exercée au nœud est simplement la force linéique multipliée par l_p (cf. l'équation (5.34)). Il s'agit finalement d'un choix assez arbitraire, car la formule est globale sur la longueur de corde, et suppose des nœuds de contact régulièrement espacés, ce qui n'est pas le cas en pratique. On peut alors se demander quelle est la longueur réellement associée à un nœud particulier, par exemple, pour le nœud N_j , on peut prendre une largeur $l_{p,j}$ de la forme

$$l_{p,j} = \frac{\|\mathbf{p}_{j+1}^0 - \mathbf{p}_{j-1}^0\|}{2} \quad (5.39)$$

mais la formule semble encore une fois assez arbitraire et pose un problème pour les nœuds aux extrémités du sommet d'aube.

Une solution peut être proposée en remarquant l'équivalence de ce problème avec le traitement des conditions aux limites de Neumann dans un problème éléments finis standard. Les forces doivent alors être intégrées sur des éléments surfaciques, et non approximées sur des nœuds (cf. par exemple Hughes (2000), en particulier, l'exercice 12 p.163). Si on l'adapte à notre cas, cela veut dire que l'on doit construire des éléments de contact sur l'aube à partir de nos nœuds de contact. L'interaction avec le revêtement se fait alors entre un élément 1D de l'aube, construit à partir de deux nœuds de contact adjacents, et un anneau d'éléments abradable associé. J'avais implémenté la démarche dans COROS, et les résultats sont là encore évidemment différents, mais il n'y a pas de grand changement qualitatif entre les résultats d'un algorithme « nœud à élément » et « élément à élément ».

d/ Prise en compte de la géométrie du sommet d'aube

La géométrie du sommet d'aube est d'une importance capitale dans le contact entre l'aube et le revêtement. Sur la géométrie d'aube utilisée dans les calculs (cf. figure 5.2), le sommet est cependant pris en compte de manière assez peu précise. En particulier, on considère qu'il est plat, avec des arêtes vives, et que son épaisseur est constante selon toute la longueur de corde. Il est possible là encore que ces approximations conduisent à surestimer numériquement les forces de réaction.

5.2.2 Algorithme d'usure

On présente ici la discrétisation spatiale du sommet d'aube et la discrétisation temporelle de l'usure selon l'algorithme « à usure différée », ou selon l'algorithme « avec biseau », utilisé dans les versions précédentes de COROS.

On reprend le cadre de la section 5.2.1, avec une configuration de contact simplifiée où l'on peut associer chaque nœud de contact de l'aube à un anneau d'éléments abradables unique. On se place dans le plan de cet anneau.

5.2.2.1 Algorithme intuitif

Plaçons-nous au pas de temps $n + 1$. L'algorithme d'usure le plus simple consiste à déterminer l'élément d'abradable faisant face à chaque nœud du sommet d'aube, et, en fonction de l'incursion de ce nœud dans le revêtement, calculer l'usure de l'élément. Cependant, cet algorithme est trop simple et il donne lieu à des oscillations haute fréquence importantes et non physiques du mouvement de l'aube. De plus, il ne converge pas lors du raffinement de maillage des éléments abradables. On remarque assez facilement les faiblesses de cet algorithme. Supposons qu'entre deux pas de temps n et $n + 1$, l'aube ait parcouru trois éléments : l'élément en face de l'aube à t_n est alors bien usé, de même que l'élément en face à t_{n+1} , mais l'élément du milieu reste intact : ce n'est pas ce que l'on souhaite. Supposons à l'inverse qu'un seul élément soit parcouru sur plusieurs pas de temps :

il est alors usé au premier pas de temps, et l'usure due à la partie de l'élément ayant interagi avec l'aube est répercutée, aux pas de temps suivants, sur le reste de l'élément, car la notion de « partie d'élément » n'existe pas.

5.2.2.2 Algorithme avec biseau

Cet algorithme est présenté seulement dans ses grandes lignes, pour plus de détails, voir [Legrand et coll. \(2011\)](#). L'idée de l'algorithme du biseau est de pallier les limitations de l'algorithme intuitif en considérant que le sommet de l'aube a une épaisseur finie, et qu'au delà d'un certain raffinement du maillage du revêtement, plusieurs éléments abradables vont toucher le sommet lors d'un contact. Plus exactement, supposons une épaisseur en sommet d'aube de e_A , un diamètre de carter de D et un nombre d'éléments abradable selon la circonférence de n_e (en pratique n_e est supérieur à 1000). Il y a donc $n_b = \lceil \frac{n_e e_A}{\pi D} \rceil$ éléments abradables en face du sommet d'aube à chaque instant. L'algorithme du biseau fait donc interagir n_b éléments abradables avec l'aube à chaque instant. La force de contact exercée sur un nœud est ainsi égale à la somme des forces de réaction de chaque élément en face du sommet d'aube. En pratique, un vingtaine d'éléments en face du sommet permet d'observer la convergence de la solution lors d'un raffinement du maillage du revêtement, et de réduire considérablement les oscillations.

Dernière précision, si l'on se place à un pas de temps arbitraire, chacun des éléments en face de l'aube est en réalité en face d'un endroit différent du sommet d'aube. Par exemple, les éléments abradables situés en face des arêtes [avant](#) et [arrière](#) ont une incursion moins importante de l'aube, fonction de la géométrie du sommet. Cela est pris en compte par un profil de sommet d'aube, appelé [biseau](#), qui impose une réduction d'incursion dépendant de la position de l'élément abradable par rapport au sommet d'aube.

5.2.2.3 Algorithme à usure différée

a/ Motivation pour un nouvel algorithme

Un algorithme de type biseau prend en compte la position de l'aube uniquement aux instants (t_n) associés aux pas de temps. Le revêtement ne voit donc la présence de l'aube qu'à des instants discrets, et non pas la trajectoire du sommet d'aube entre deux instants. Or, la loi d'usure présentée au chapitre 4 modélise des mécanismes qui dépendent directement de la trajectoire du sommet : des mécanismes sont actifs à l'avant de l'aube, d'autres sous le sommet, et les particules sont éjectées soit à l'avant soit à l'arrière. Deux choix sont possibles avec l'algorithme avec biseau : soit ne pas prendre en compte cette cinématique du revêtement et simplement faire une moyenne des interactions sur les différents éléments en face de l'aube à chaque instant, soit activer les mécanismes s'exerçant à l'avant de l'aube pour le premier élément d'abradable en face du sommet d'aube, et dans ce cas retomber dans les problèmes de l'algorithme intuitif.

L'algorithme avec usure différée propose une solution au problème en se fondant sur la trajectoire de l'aube entre deux instants, et non plus seulement sur sa position à ces deux instants. Il s'agit en quelque sorte d'une formulation faible (intégrale) du problème — même si elle est présentée dans la suite sous une forme purement algorithmique. Bien qu'il ait été développé de manière indépendante, cet algorithme présente des similitudes avec la gestion de l'usure présentée dans l'article de [Williams \(2011\)](#).

b/ Contexte algorithmique

On a calculé toutes les grandeurs souhaitées à l'étape n , et on se place à l'étape suivante, $n + 1$. Les intrants de l'algorithme sont la position angulaire θ , l'[incursion sans usure](#) I_0 du nœud aux instants t_n et t_{n+1} , ainsi que l'état V_n du revêtement à l'instant t_n ; et les extrants sont la force linéique exercée par le revêtement entre t_n et t_{n+1} , et le nouvel état de l'aube V_{n+1} à l'instant t_{n+1} .

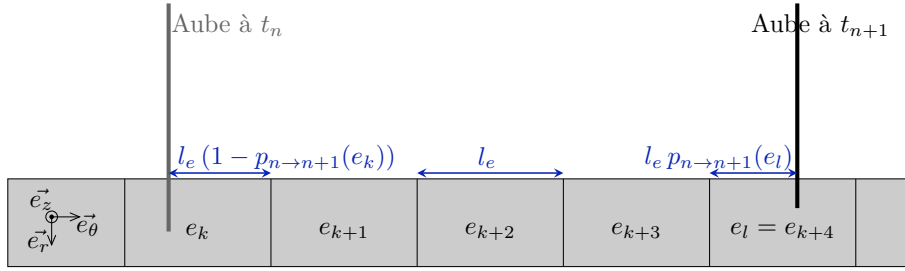


Figure 5.10 – Interaction de l’aube avec les éléments abradables en vis-à-vis entre deux pas de temps. $p_{n \rightarrow n+1}(e_k)$ est la proportion de longueur d’élément parcourue entre les instants t_n et t_{n+1} par l’élément e_k ; elle est unitaire pour les éléments intérieurs.

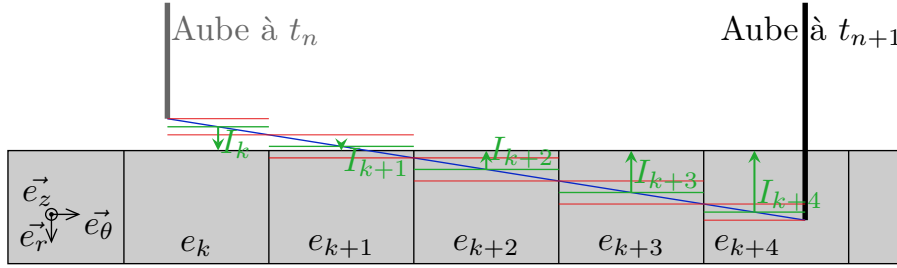


Figure 5.11 – Interpolation constante par élément de l’incursion de l’aube.

Variables d’état

L’état V du matériau abradable se compose des variables d’état (V_k). Chaque variable d’état peut être scalaire, vectorielle, tensorielle... Comme on modélise de l’usure, les variables d’état contiennent au moins l’épaisseur de l’abradable, notée h . On note h_0 la hauteur initiale et $\Delta h = h_0 - h$ est donc la hauteur usée.

Après discrétisation en temps et en espace, notons ($V_{k,n,i}$) les variables d’état pour l’élément e_i au pas de temps n . En particulier, la hauteur de l’élément est notée $h_{n,i}$.

c/ Calcul des forces

Notons $e_1, e_2 \dots e_N$ les éléments de l’anneau abradable. On peut déterminer les éléments abradables situés en face de l’aube entre t_n et t_{n+1} . Notons-les $e_k \dots e_l$ (cf. figure 5.10). Comme l’aube avance, on a $l - k \geq 0$ presque tout le temps (la seule exception étant quand on commence un nouveau tour, car l’élément suivant e_N est e_1).

L’incursion de l’aube lorsqu’elle est en face de l’élément e_i , $u_r(t_n, e_i)$, est considérée comme constante ; sa valeur est calculée comme l’interpolation linéaire entre les positions de l’aube aux instants t_n et t_{n+1} , prise en milieu d’élément abradable (cf. figure 5.11). Cela revient à faire une intégration numérique par méthode des rectangles de la force exercée par le revêtement abradable sur l’aube.

Si l’incursion est négative, cela veut dire qu’il n’y a pas contact entre l’aube et l’abradable. Sinon, il y a contact, et on doit calculer la force \mathbf{f}_i^c exercée par e_i sur l’aube, et mettre à jour ses variables d’état.

La force exercée sur l’aube pendant le pas de temps est prise comme la moyenne des forces exercées par chaque élément, pondérée par $p_{n \rightarrow n+1}(e_i)$, la proportion de l’élément e_i parcourue par

l'aube entre n et $n + 1$ (cf. figure 5.10) :

$$\mathbf{f}^c = \frac{\sum_{i=k}^l \mathbf{f}_i^c \cdot p_{n \rightarrow n+1}(e_i)}{\sum_{i=k}^l p_{n \rightarrow n+1}(e_i)}. \quad (5.40)$$

d/ Mise à jour des variables d'état

Les variables d'état doivent être mises à jour. Supposons que l'état V varie de δV sous l'effet du passage de l'aube. Si l'élément e_i est complètement traversé par l'aube, la variation de son état δV^e est simplement définie comme δV discrétisé sur l'élément. Si l'élément n'est que partiellement traversé par l'aube, la variation de son état devient $\delta V_i^e p_{n \rightarrow n+1}(e_i)$.

Si l'on voulait faire une mise à jour immédiate, on aurait $V_{n+1,i}^e = V_{n,i}^e + \delta V_i^e p_{n \rightarrow n+1}(e_i)$. Cependant, cette mise à jour peut poser des problèmes si l'élément n'a pas été complètement traversé par l'abradable lors du pas de temps. En effet, lors du pas de temps suivant, l'aube ferait alors face à un abradable déjà modifié par son passage alors qu'elle ne l'a pas encore touché ! Cela pourrait n'être qu'un problème numérique mineur si un grand nombre d'éléments était traversé par l'aube sur un pas de temps ; ce n'est pas le cas car le schéma numérique explicite impose un pas de temps faible, et par conséquent, avec un nombre d'éléments abradables raisonnable sur la circonférence, l'aube ne traverse, en pratique, qu'une partie d'un seul élément.

Une possibilité est de différer la mise à jour des variables d'état jusqu'à la fin complète de l'interaction de l'aube sur l'élément d'abradable en question. Cela est possible sans problème puisque l'aube ne fait qu'avancer sur le carter, et donc la mise à jour ne doit être faite qu'avant le prochain passage de l'aube (ou de l'aube suivante s'il y a plusieurs aubes).

e/ Algorithme

L'algorithme présenté en figure 5.4 p. 94 fait appel à la fonction `évaluationContact(u^p, V_n)` dont l'implémentation dépend directement de l'algorithme d'usure. On se place ici dans le cadre d'une prédiction–correction directe (PEC, cf. la section 5.1.3.5), ce qui veut dire qu'on effectue un calcul des forces de réaction et des variations de l'état du revêtement directement à partir des valeurs du déplacement prédites u^p au temps t_n et t_{n+1} . Pour un nœud, l'**incursion sans usure** I_0 et la position radiale θ sont obtenues à partir de u^p , qui sont ensuite fournies à la fonction `correctionDuContact(I_0, θ, V_n)`. Cette fonction implémente la première partie de l'algorithme d'usure différée ; elle est présentée sur la figure 5.12. Elle fait appel à la structure de donnée e_{abra} présentée sur la figure 5.13. La méthode `e_{abra} .miseàJourÉtat(...)`, qui implémente le reste de l'usure différée, est présentée sur la figure 5.14.

À noter que seules les fonctions `e_{abra} .calculerForceExercée(I)` et `e_{abra} .calculerVariationVariablesÉtat(I)` diffèrent selon la loi d'usure utilisée.

5.2.3 Comportement du matériau abradable en fonction de l'incursion

Le calcul du comportement du matériau abradable permet d'explicitier les deux algorithmes laissés en suspens : `e_{abra} .calculerForceExercée(I)` et `e_{abra} .calculerVariationVariablesÉtat(I)`.

5.2.3.1 Loi phénoménologique

Il s'agit simplement des lois de comportement et d'usure du matériau abradable présentées dans le chapitre 4. Les deux méthodes `e_{abra} .calculerForceExercée(I)` et `e_{abra} .calculerVariationVariablesÉtat(I)` sont, ensemble, équivalentes à la méthode `e_{abra} .calculDesForcesExercéesEtMiseàJourÉpaisseur(I_{tot})` présentée dans la figure 4.11.

```

correctionDuContact( $I_0, \theta, V_n$ )  $\rightarrow f^c, V_{n+1}$  :
  pour chaque nœud de l'aube :
     $e_k..e_l = \text{élémentsEntre}(\theta_n, \theta_{n+1})$ 
     $p_k..p_l = \text{proportionParcourueSurÉléments}(\theta_n, \theta_{n+1})$ 
     $\Delta h_{n,k}.. \Delta h_{n,l} = \text{usures}(V_n)$  /// on extrait juste l'usure parmi les variables d'état
     $I_k..I_l = \text{incursions}(I_{0,n}, I_{0,n+1}, \Delta h_{n,k}.. \Delta h_{n,l})$ 

    pour chaque élément  $e_i \in e_k..e_l$ 
       $f_i^c = e_i.\text{calculerForceExercée}(I_i)$ 
       $V_{n+1} = e_i.\text{miseàJourÉtat}(I_i, p_i, V_{n,i})$ 
    fin
  fin
fin

```

Figure 5.12 – Algorithme de calcul de la réaction au contact

Élément Abradable
+ $\text{calculerForceExercée}(I : \text{réel}) : \text{Vecteur}$
+ $\text{miseàJourÉtat}(I : \text{réel}, p : \text{réel}, V_n^e : \text{État}) : \text{État}$
– $\text{calculerVariationVariablesÉtat}(I : \text{réel}) : \text{État}$
– $S_p : \text{réel}$
– $S_{\delta V} : \text{État}$

Figure 5.13 – Diagramme UML de la classe « Élément Abradable » modifiée pour prendre en compte l'algorithme d'usure différée

```

 $e_{\text{abra}}.\text{miseàJourÉtat}(I, p, V_n^e) \rightarrow V_{n+1}^e$  :
   $\delta V = e_{\text{abra}}.\text{calculerVariationVariablesÉtat}(I)$ 
   $S_p += p$  /// mise à jour de la somme des proportions d'élément parcourue par l'aube
   $S_{\delta V} += \delta V \cdot p$  /// mise à jour de la somme des variations des variables d'état

  si  $S_p = 1$  /// l'élément est totalement parcouru par l'aube
  /// on peut mettre à jour l'état
     $V_{n+1}^e = V_n^e + S_{\delta V}$ 
    /// ré-initialisation des mémoires de la mise à jour différée
     $S_p = 0$ 
     $S_{\delta V_k} = 0$ 
  sinon
  /// on diffère la mise à jour de l'état c.-à-d. on garde l'état précédent
     $V_{n+1}^e = V_n^e$ 
  fin
fin

```

Figure 5.14 – Algorithme de mise à jour des variables d'état

```

calculForceNormaleEtDeformationIrrev( $I_0, \Delta h_n$ )  $\rightarrow$  ( $F_n, \Delta h_{n+1}$ ) :
   $I = I_0 - \Delta h_n$ 

  si  $I \leq 0$ 
     $F_n = 0$ 
     $\Delta h_{n+1} = 0$ 
  sinon
     $\sigma^{\text{trial}} = E \cdot I$  ///  $E$  représente une sorte de module de Young et  $\kappa$  un module plastique
     $f^{\text{trial}} = \sigma^{\text{trial}} - (\sigma_y + \kappa \cdot \Delta h_n)$  ///  $f$  représente la fonction d'écoulement plastique
     $\sigma = \sigma^{\text{trial}}$ 
     $\Delta \gamma = 0$ 
    si  $f^{\text{trial}} > 0$  /// violation de la condition de compatibilité de l'état
       $\Delta \gamma = f^{\text{trial}} / (E + \kappa)$ 
       $\sigma = \sigma^{\text{trial}} - \Delta \gamma \cdot E$ 
    fin
     $F_n = \sigma \cdot e_A$ 
     $\Delta h_{n+1} = \Delta \gamma$ 
  fin
fin

```

Figure 5.15 – Algorithme de calcul de la force normale et de la variation d'épaisseur pour la loi rhéologique

5.2.3.2 Loi rhéologique

Il s'agit de la loi d'usure utilisée dans COROS avant ce travail. On n'en fera pas beaucoup mention dans la suite de ce manuscrit mais elle a servi de comparaison numérique avec la loi phénoménologique tout au long de l'étude des résultats, que ce soit avec l'algorithme du biseau ou l'algorithme d'usure différée. C'est pourquoi elle mérite d'être mentionnée¹.

L'idée est de donner au matériau abradable un type de comportement élasto-plastique 1D (voire élasto-visco-plastique, cf. [Batailly et coll. \(2011\)](#)). La perte d'épaisseur du revêtement est alors vue comme une déformation irréversible plutôt que comme une perte de matière. L'algorithme exact est présenté sur la figure 5.15, les intrants sont l'incursion sans usure I_0 et l'état de l'élément au pas précédant, représenté par sa diminution de hauteur Δh_n ; les extrants sont la force de réaction normale et la nouvelle diminution de hauteur Δh_{n+1} . Noter qu'il ne s'agit pas réellement d'une loi d'élasto-plasticité car les contraintes ne sont pas calculées en fonction de la déformation (il manque une division par la hauteur de l'abradable), mais directement en fonction de l'incursion, et c'est pourquoi on lui donne le nom de « loi rhéologique ».

5.3 Validation numérique

5.3.1 Présentation

On veut s'assurer que l'algorithme et les lois d'usure produisent des résultats cohérents lors de la simulation numérique des expériences présentées dans [Baiz \(2011\)](#).

La configuration de l'expérience est décrite sur la figure 5.16. Le banc est composé d'un tambour, en rotation à vitesse angulaire fixe, revêtu d'un matériau abradable, et d'une lame qui va venir interagir avec le revêtement. La vitesse en extrémité de lame est de l'ordre de 20 m/s. La lame est initialement immobile et son pied est fixé dans le support rigide. Puis une incursion de la lame est déclenchée par l'application d'une loi de commande sur le support rigide, ce qui entraîne un déplacement le long de l'axe e_x . Nous voulons comparer le déplacement de flexion de la lame tel que

1. Les comparaisons ne sont pas présentées dans ce manuscrit. Voir [Berthoulet et coll. \(2015\)](#).

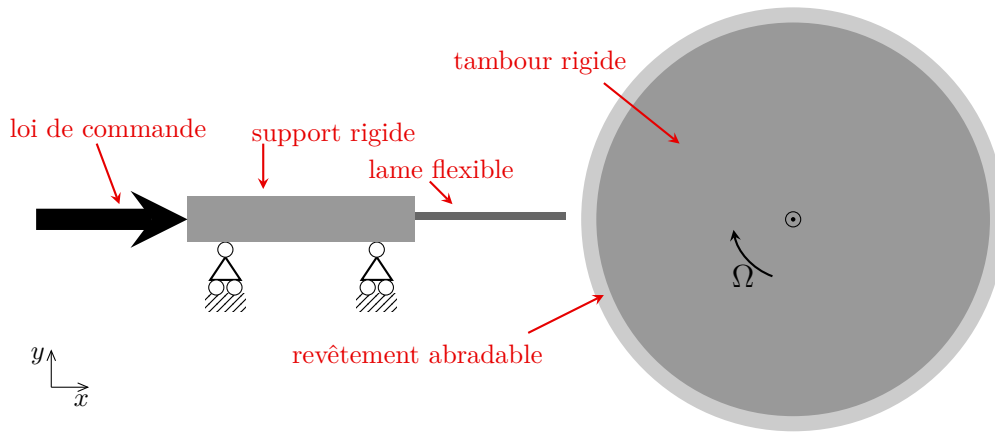


Figure 5.16 – Schéma du banc expérimental utilisé par Baiz (2011)

mesuré dans l'expérience à celui obtenu par la simulation numérique. Les expériences sont décrites en détail dans Baiz (2011)².

5.3.2 Paramètres du matériau abrasable

On utilisera les paramètres matériaux du tableau 5.1. Ce sont des paramètres proches de ceux déduits pour l'AlSi-PE dans la partie 4.3.2.3. Comme précédemment, ces paramètres sont plus à prendre comme des ordres de grandeurs que comme des paramètres « réels » du matériau. À noter que nous supposons inactif (ou négligeable) le mécanisme de labourage.

5.3.3 Reproduction des essais

On cherche à reproduire les expériences 1, 2 et 3 uniquement, pour lesquelles il y a contact avec le tambour sur un tour seulement, et avec une piste d'abrasable initialement non usée. Ainsi, la surface du revêtement peut être considérée comme étant initialement lisse à l'échelle macro, et il n'y a pas de rotation successive qui permettrait une interaction avec la surface usée. La loi de commande des expériences n'est pas connue avec précision, c'est pourquoi on donne dans la suite les lois de commande choisies pour la reproduction numérique des expériences. Du point de vue numérique, l'expérience est modélisée selon la procédure décrite dans les sections précédentes. Les paramètres matériau de la lame sont calibrés de telle sorte que les premières fréquences propres correspondent à celles mesurées expérimentalement. En pied de lame, les degrés de liberté selon les axes e_y et e_z sont fixés à zéro, et les degrés de liberté selon x suivent la loi de commande. Plusieurs nœuds en sommet d'aube, tous alignés parallèlement à l'axe e_z , sont considérés comme des nœuds frontières. Le tambour est supposé rigide.

Les résultats sont présentés sur la figure 5.17. La colonne du milieu représente le déplacement selon l'axe e_y du bord d'attaque. Le déplacement sur les autres nœuds frontière est presque identique, et est nul selon z , ce qui est normal car les efforts exercés sur la lame sont les mêmes selon l'axe e_z .

5.3.3.1 Remarques

On peut faire plusieurs remarques sur ces premiers résultats numériques avec l'algorithme avec usure différée. Tout d'abord, le cadre numérique permet une bonne reproduction du déplacement, avec des valeurs réalistes des paramètres matériau. Les résultats ne sont pas bruités, et il ne semble pas y avoir d'oscillation parasites, ni sur le signal de déplacement, ni sur l'usure du revêtement. Une étude de convergence — non reproduite ici — montre que les résultats sont similaires si on diminue le pas de temps, ou si on augmente le nombre d'éléments abrasables sur le tambour, le nombre de modes encastrés conservés dans la réduction de Craig-Bampton ou le nombre de nœuds de contact

2. Baiz, partie 4.3. Les différents paramètres sont résumés dans les tableaux 20 et 21.

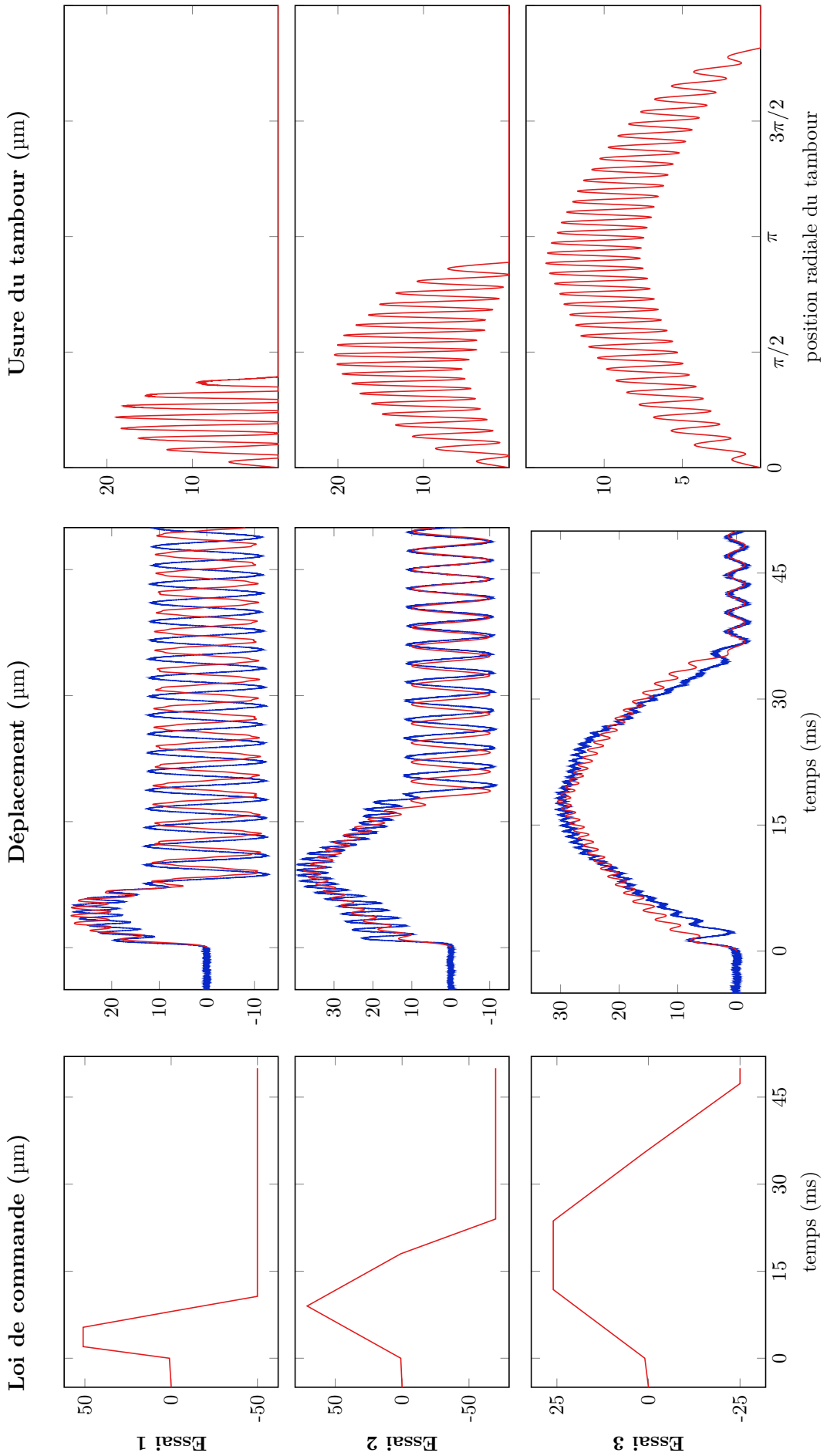


Figure 5.17 – Loi de commande et comparaison de la simulation numérique avec les résultats expérimentaux de Baiz (2011) : expérimental [—], numérique [—].

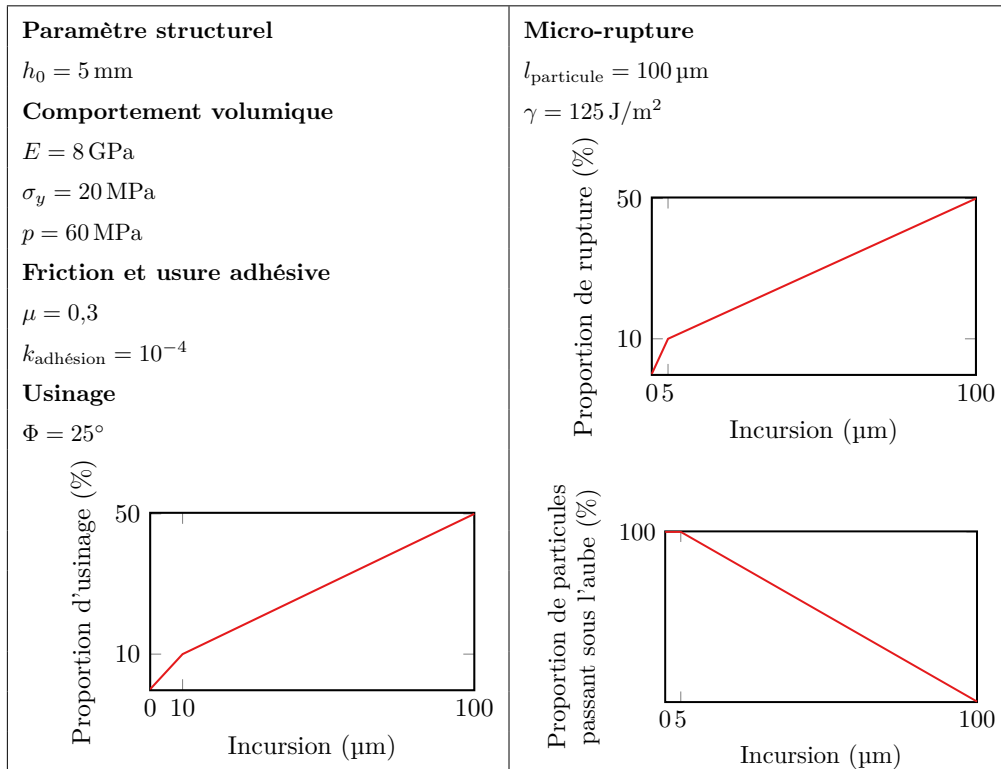


Tableau 5.1 – Paramètres du matériau abrasable utilisés pour la reproduction des essais

(une étude de convergence dans un cas plus complexe d’une interaction sur plusieurs tours avec géométrie d’aube réaliste est présentée en détail au chapitre 6).

Les lois de commande utilisées pour la reproduction numérique des trois essais ont toujours des amplitudes très faibles par rapport au déplacement du pied d’aube mesuré sur le banc (quelques dizaines de microns contre quelques centaines de microns). Ces faibles amplitudes ont pour conséquence la non-atteinte de la limite d’élasticité et donc la non-activation du mécanisme d’usure par usinage. Cependant, si l’on choisit des lois de commande avec des amplitudes plus importantes, plus conformes aux mesures expérimentales, alors les déplacements en sommet d’aube et l’usure du tambour donnés par la simulation numérique sont bien trop importants. Plusieurs raisons peuvent expliquer cette incohérence entre les mesures expérimentales et les résultats numériques : les incertitudes expérimentales qui conduisent à surestimer l’incursion de la lame ; le fait que le déplacement de la lame n’est pas mesuré, sur le banc expérimental, exactement en sommet d’aube ; la géométrie simplifiée du modèle numérique implique que le sommet de la lame est soit sans contact, soit entièrement en contact avec le revêtement.

Le nombre d’oscillations n’est pas exactement le même (par exemple, il y a huit oscillations pour la reproduction de l’essai 1, au lieu de neuf dans l’expérience). Ceci peut être expliqué par les incertitudes sur la loi de commande.

5.3.4 Étude de sensibilité de la loi de comportement du matériau

5.3.4.1 Présentation de l’étude

Afin de mieux comprendre les conséquences d’une variation des propriétés du matériau sur le déplacement de la lame et l’usure du tambour, plusieurs expériences numériques sont menées. On reprend les mêmes paramètres, dits de référence, que ceux utilisés pour reproduire l’essai 1 : même modèle EF de la lame, même loi de comportement du matériau, même loi de commande en pied de lame. On fait ensuite varier un seul paramètre matériau par simulation.

Les résultats des variations de six paramètres matériaux différents sont présentés sur la figure 5.18.

La courbe en rouge représente toujours la courbe de référence, également représentée sur la figure 5.17 (essai 1). Les échelles des trois derniers graphiques d'usure sont différentes afin de prendre en compte des usures plus importantes. Pour les valeurs précises, se reporter à la figure 5.17. Les différentes lois auxquelles il est fait référence dans les figures 5.18b et 5.18f sont représentées par les graphes des figures 5.19a et 5.19b respectivement.

5.3.4.2 Analyse des résultats

Ces premiers résultats sur la sensibilité de la loi d'usure nous permettent de remarquer les points ci-dessous.

a/ Remarques générales sur la sensibilité

De manière générale, changer un paramètre matériau entraîne bien un changement non négligeable dans les résultats de la simulation, qu'il s'agisse des forces de réaction exercées sur l'aube (que l'on peut estimer à travers le déplacement du sommet d'aube), ou de l'usure du revêtement, ou des deux. Cela prouve qu'il n'y a pas de paramètre « inutile » dans notre modélisation en ce qui concerne les mécanismes de plasticité à l'interface et de microrupture, car on n'effectue pas, ici, de variation sur les autres mécanismes : chaque paramètre joue un rôle dans la réponse du matériau à un contact. Cela implique également qu'on peut espérer identifier chaque paramètre matériau à partir de résultats expérimentaux.

D'un autre côté, on remarque que la variation des paramètres matériau entraîne des changements « raisonnables » dans les résultats : deux valeurs différentes mais proches d'un même paramètre ne provoquent pas des résultats complètement différents. Notre modélisation matériau semble donc suffisamment stable pour avoir un intérêt pratique.

b/ Coefficient de friction

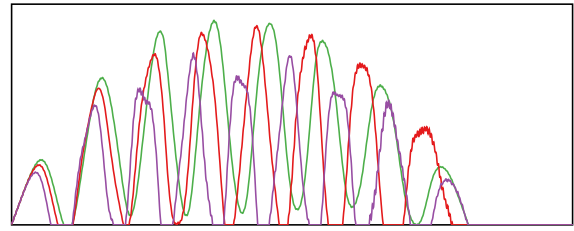
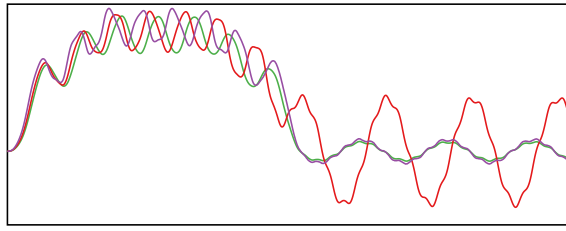
La figure 5.18a montre une influence du coefficient de friction sur le déplacement de la lame et sur l'usure de l'abradable. Les amplitudes du déplacement et de l'usure sont du même ordre de grandeur pour des coefficients distincts. On remarque en revanche que l'amplitude des oscillations libres est sensiblement différente pour $\mu = 0,3$: ceci peut être expliqué par le fait que dans le cas où $\mu = 0,25$ ou $\mu = 0,4$, le dernier contact est dans la direction opposée au mouvement, et par conséquent l'amplitude de vibration est réduite à ce moment-là.

c/ Proportion de microrupture, dimension des particules de microrupture et coefficient d'usure adhésive

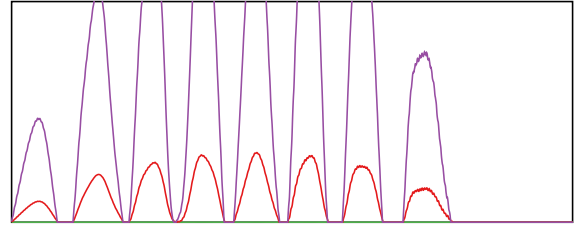
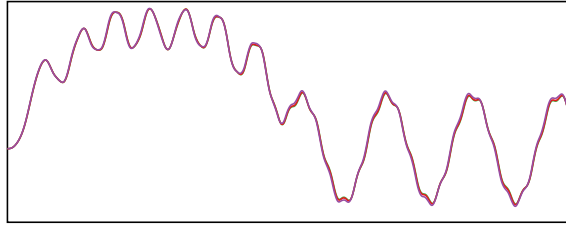
Les figures 5.18d, 5.18c et 5.18b montrent que ces trois paramètres influent sur l'usure du revêtement, mais ont une influence nulle ou quasi-nulle sur le déplacement de la lame.

L'évolution de l'usure s'explique simplement. Dans le cas de la figure 5.18b, c'est parce que, comme son nom l'indique, la loi de proportion de microrupture joue directement sur la quantité d'usure par microrupture du revêtement. On remarque au passage que si la loi de proportion de microrupture est nulle, l'usure est également, dans ce cas précis, quasi-nulle, ce qui veut dire que l'usure due à l'autre mécanisme actif, c.-à-d. la plasticité aux jonctions, est très faible. Dans le cas de la figure 5.18c, c'est parce que l'usure due à la microrupture dépend linéairement de la taille des particules. La linéarité est directement visible sur la figure, car l'usure due à l'autre mécanisme est négligeable. Dans le cas de la figure 5.18d, c'est parce que l'usure due à la plasticité à l'interface dépend linéairement du paramètre k_{adh} . La linéarité de cette dépendance n'est pas clairement visible dans la figure 5.18d parce que c'est l'usure globale, due à la fois au mécanisme de plasticité à l'interface, mais aussi à la micro-rupture, qui est tracée.

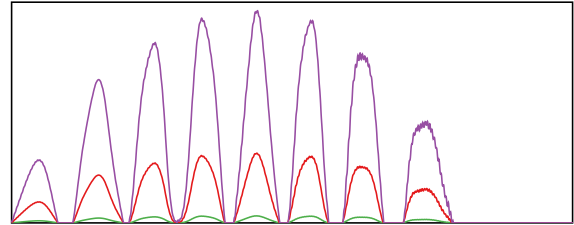
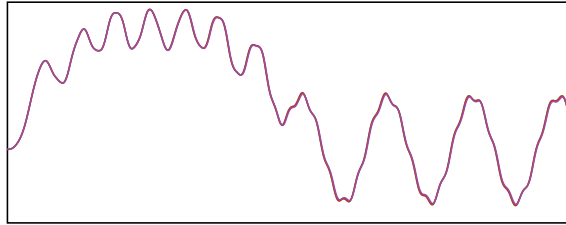
Quant à la non-dépendance du déplacement à ces paramètres, on peut l'expliquer par la remarque suivante : lors d'un passage de l'aube, l'usure due à la plasticité à l'interface et aux particules de micro-rupture éjectées à l'arrière ne doit être prise en compte qu'une fois la lame passée. Par



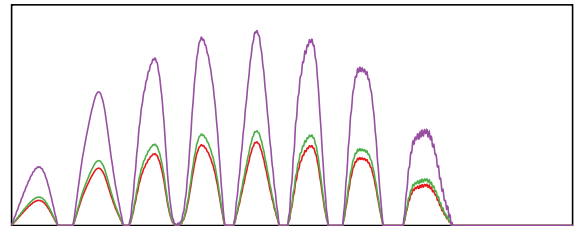
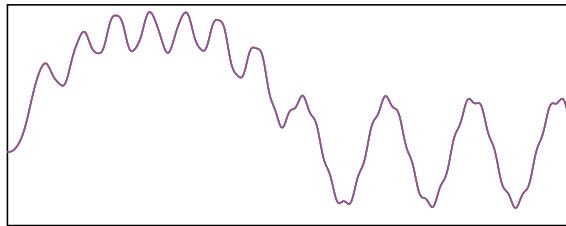
(a) variation du coefficient de frottement : $\mu = 0,25$ [—], $\mu = 0,3$ [—] et $\mu = 0,4$ [—]



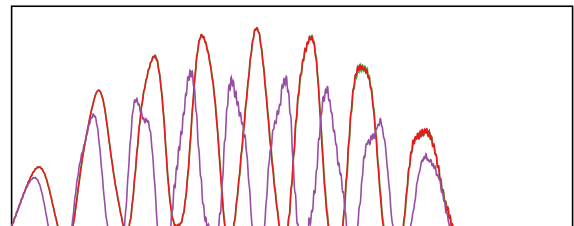
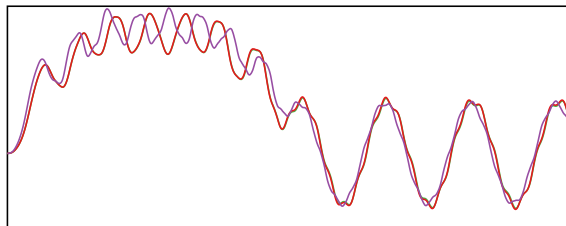
(b) variation de la proportion de microrupture : loi 1 [—] (référence), loi 2 [—] (pas de microrupture) et loi 3 [—] (avec plus de microrupture) (cf. figure 5.19a)



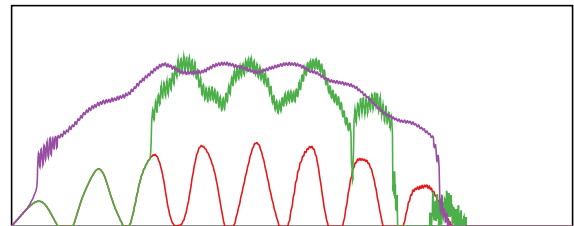
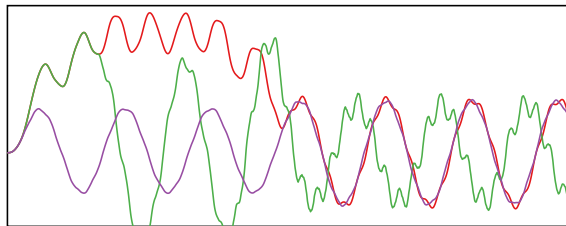
(c) variation de la taille des particules de microrupture : $r_{\text{particule}} = 10\mu\text{m}$ [—], $r_{\text{particule}} = 100\mu\text{m}$ [—] et $r_{\text{particule}} = 200\mu\text{m}$ [—]



(d) variation du coefficient d'usure adhésive : $k = 10^{-4}$ [—], $k = 10^{-2}$ [—] et $k = 10^{-1}$ [—]

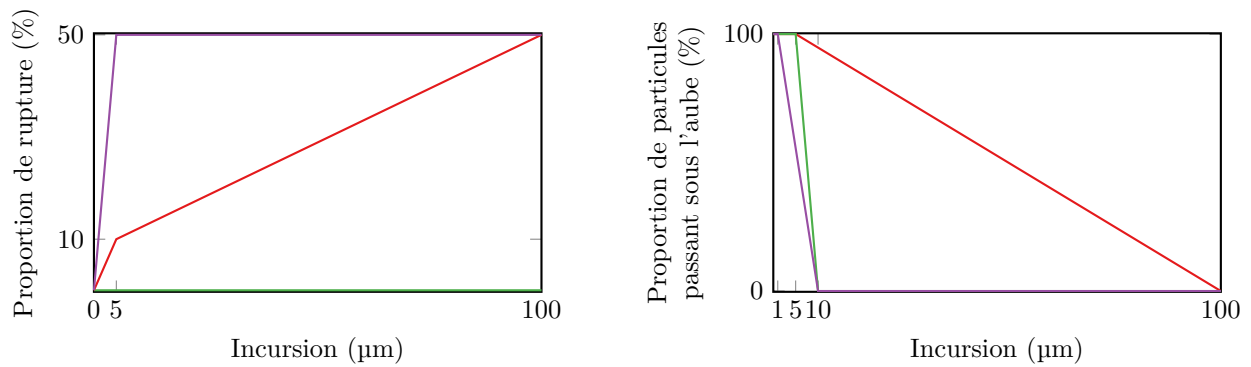


(e) variation de l'énergie de rupture d'une particule : $\gamma = 0$ [—], $\gamma = 125 \text{ J/m}^2$ [—] et $\gamma = 12500 \text{ J/m}^2$ [—]



(f) variation de la proportion de particules passant sous la lame avec d'être éjectées : loi 1 [—] (référence); loi 2 [—] (moins de particules éjectées à l'arrière) et loi 3 [—] (encore moins de particules éjectées à l'arrière) (cf. figure 5.19b)

Figure 5.18 – Déplacements et usures obtenus avec variation d'un paramètre du matériau abradable



(a) Loïs de proportion de microrupture : loi 1 (référence) [—], loi 2 (pas de microrupture) [—] et loi 3 (avec plus de microrupture) [—]

(b) Loïs de proportion de particules passant sous la lame avec d'être éjectées : loi 1 (référence) [—]; loi 2 (moins de particules éjectées à l'arrière) [—] et loi 3 (encore moins de particules éjectées à l'arrière)

Figure 5.19 – Paramètres matériaux pour les figures 5.18b et 5.18f (les codes couleurs correspondent à ceux de la figure 5.18)

conséquent, leur influence sur la dynamique de l'aube pour une interaction sur un seul tour est nulle. Or on est dans le cas où seuls ces mécanismes sont dominants — l'usure par usinage n'intervient pas car l'incursion est trop faible et les particules de microrupture qui sont éjectées à l'avant sont rares avec une telle incursion (cf. la loi sur la figure 5.19b).

d/ Énergie de surface

L'influence de la variation de l'énergie de surface (cf. figure 5.18e) est plus complexe : sa variation entre $\gamma = 0$ et $\gamma = 125$ a un effet très limité sur la dynamique de la lame puisque les courbes associées sont presque identiques. Ceci peut être expliqué par le fait qu'en dessous d'une certaine valeur de l'énergie de cohésion, la force de réaction due à la rupture des particules est négligeable par rapport aux autres forces de réaction. En revanche, à $\gamma = 12\,500$, la force de réaction due à l'énergie cohésive n'est plus négligeable, ce qui explique la différence de déplacement de la courbe associée.

e/ Proportion de particules passant sous l'aube avant d'être éjectées

On remarque que pour la variation de ce paramètre, reporté sur la figure 5.18f, la dynamique de la lame est sensiblement différente. Contrairement au cas de référence, pour les lois 2 et 3, quand la lame rentre dans le matériau abrasable avec une incursion assez faible, le mécanisme de micro-rupture avec éjection des particules à l'avant se met en place. Par conséquent, lorsque le sommet de la lame à proprement parler se retrouve face au revêtement abrasable, celui-ci a déjà été largement usé, et l'incursion réelle dans le revêtement devient beaucoup plus faible, voire nulle. Cela explique que dans le cas extrême de la loi 3, le matériau est très rapidement, dès la mise en place de cette éjection de particules par l'avant, en oscillations quasi-libres (la seule force qui s'exerce est la force due à l'énergie cohésive du matériau).

5.4 Conclusion

Un nouvel algorithme de gestion de l'usure du matériau, dit « algorithme à usure différée », a été présenté. Il peut être combiné de manière cohérente avec les lois d'usures phénoménologiques présentées au chapitre 4. Les premiers résultats de cette combinaison sur un cas simple sont satisfaisants : la simulation converge, il n'y a pas d'oscillation parasite, et l'étude de sensibilité montre une variation du comportement abrasable conforme à la signification physique des différents paramètres.

6 | Étude numérique de l'interaction aube/abradable

On expose ici une étude de l'interaction rotor/stator sur une configuration à échelle 1, avec une géométrie d'aube réelle. L'expérience, ainsi que la configuration numérique utilisée pour sa reproduction sont tout d'abord présentées. La partie suivante détaille l'étude d'une configuration d'interaction précise. On discute ensuite de la convergence des algorithmes. Enfin, une étude paramétrique permet d'observer l'influence des différents paramètres matériau.

6.1 Configuration numérique de l'expérience

L'expérience qui nous sert de base pour les simulations sur une configuration industrielle a été détaillée en 1.2.2, nous en rappelons simplement les principaux points : un étage complet de compresseur basse pression est étudié ; on peut considérer qu'il n'y a pas de mouvement d'arbre ni de force aérodynamique ; une seule aube, en sur-longueur, entre en contact avec le carter revêtu de matériau abradable lui faisant face ; la vitesse de rotation lors de l'interaction est fixée, le carter est maintenu ovalisé pendant toute l'interaction ; et l'interaction se déroule pendant un grand nombre de révolutions du rotor, de l'ordre de 10 000 tours.

La modélisation numérique de cette expérience est détaillée ci-dessous.

6.1.1 Configuration générale

Nous souhaitons étudier le comportement de l'algorithme d'usure et des lois de comportement du matériau abradable en fonction d'un grand nombre de vitesses de rotation et des paramètres matériaux, ce qui implique de simuler de nombreuses d'interactions. C'est pourquoi une simulation doit, en pratique, ne pas dépasser quelques heures, ce qui correspond à une centaine de tours. Notons cependant qu'une interaction sur un nombre de tours plus élevé serait pertinente une fois approfondie notre connaissance du comportement du système.

6.1.2 Modélisation du stator

Dans l'expérience, le déplacement du carter est fixé par les conditions de montage, avant la mise en rotation du rotor ; le contact est donc présent dès le début, ou initié par effet centrifuge. On ne souhaite cependant pas reproduire la phase de mise en rotation du rotor car cela impliquerait de consommer beaucoup de temps de calcul pour la mise en chargement. On propose une simulation numérique différente : la vitesse de rotation cible est atteinte dès le début de la simulation. Le carter se déforme pendant l'interaction et initie un contact progressif entre l'aube et le revêtement.

Le carter est considéré comme circulaire au début de l'interaction. On impose ensuite une ovalisation progressive en fonction du temps. L'évolution du déplacement entre la forme circulaire initiale et la forme ovalisée complète est choisie comme exponentielle : si on note $\Delta r_{c,\max}(\theta)$ l'ovalisation finale du carter on peut écrire l'évolution du déplacement de la manière suivante :

$$\Delta r_c(\theta, t) = \Delta r_{c,\max}(\theta) (1 - e^{-\alpha t}). \quad (6.1)$$

En pratique, on choisit α , le temps caractéristique de déformation, de telle manière que 99 % du déplacement radial maximal du carter soit atteint à 20 % du temps total. Aucune étude d'influence de cette hypothèse n'a été effectuée dans ce travail.

Le revêtement abrasable est considéré comme parfaitement attaché au carter et suit son déplacement. Il est modélisé comme expliqué en détail dans la section 4.3 p.76.

6.1.3 Modélisation du rotor

Seule l'aube entrant en contact avec le revêtement est modélisée par éléments finis linéaires. Le maillage est présenté en figure 5.2b. Un mouvement de rotation est imposé en pied d'aube. Les efforts centrifuges ont en pratique deux effets : le raidissement centrifuge et le déplacement du sommet d'aube. Le premier est pris en compte par une modification de la matrice raideur.

La prise en compte du déplacement du sommet d'aube doit être discutée car les implications sur l'interprétation des résultats sont importantes. Contrairement à l'intuition, dans le cas de la géométrie d'aube étudiée, sous l'effet centrifuge, le sommet d'aube *s'éloigne* du stator (géométriquement, ceci est dû au vrillage et à l'inclinaison initiale de l'aube). Notons $\Delta r_A(\Omega)$ le déplacement centrifuge en sommet d'aube. Du point de vue du contact, la configuration géométrique d'interaction est caractérisée par l'*incursion théorique* :

$$I_{\text{th}}(\Omega, t) = \Delta r_A(\Omega) + \Delta r_c(\theta, t) - J \quad (6.2)$$

où J est le jeu à rotation nulle entre le sommet d'aube et le revêtement.

Rappelons que notre but est d'étudier le résultat du comportement matériau pour des simulations sur un large intervalle de vitesses de rotation. Or, on remarque que l'incursion théorique dépend de la vitesse de rotation par le biais de ce déplacement centrifuge. C'est problématique dans l'interprétation des résultats du point de vue du matériau car toutes choses égales par ailleurs, à deux vitesses de rotation différentes, la configuration globale de contact est modifiée par la variation de l'incursion théorique. C'est pourquoi il nous semble plus pertinent de s'affranchir de ce déplacement centrifuge afin de faciliter la compréhension des effets matériaux dans les résultats. On prend donc $\Delta r_A(\Omega) = 0$. Physiquement, cela revient à dire que l'on prend un jeu J , différent pour chaque vitesse de rotation, qui compense le déplacement centrifuge.

En pratique, on caractérise la configuration géométrique d'interaction d'une simulation par son jeu J et sa *pénétration géométrique maximale* $I_{\text{max}} = \max_{-\frac{\pi}{2} < \theta \leq \frac{\pi}{2}} \Delta r_{c,\text{max}}(\theta)$.

6.2 Étude détaillée d'une configuration d'interaction

Le but de cette partie est d'analyser en détail une configuration d'interaction aube/abrasable. Les différentes grandeurs de la simulation sont présentées et comparées avec les expériences.

Une exposition logique des résultats demanderait une présentation de l'étude de convergence avant une analyse détaillée de la configuration. Cependant, nous différons l'étude de convergence à la section suivante afin de présenter une vue globale de l'analyse d'une simulation. Cela permettra de nous familiariser avec les différentes grandeurs à observer et les graphiques utilisés pour comprendre une simulation.

6.2.1 Vitesse de rotation fixée

6.2.1.1 Configuration de l'interaction

Les paramètres utilisés pour la simulation sont présentés au tableau 6.1. On se limite à une interaction sur 200 tours. Le jeu initial aube/revêtement est fixé à 1 mm, et la valeur de la *pénétration géométrique maximale* est fixée à 1 mm également. C'est un choix discutable car ces valeurs sont plus importantes que celles données pour l'expérience étudiée dans Millecamps (2010) mais il nous permet d'activer, sur un nombre de tours restreint, tous les mécanismes d'usure pour des valeurs matériau

réalistes (similaires aux valeurs discutées en 4.3.2.3 pour un abrasif de type AlSi-PE, en dehors du module de Young, discuté au paragraphe b/ p.125). J'ai analysé des simulations avec d'autres valeurs de pénétrations, plus faibles (jusqu'à 5 µm), sans changement majeur de la nature des résultats.

6.2.1.2 Déplacements et usures

On s'appuie sur les résultats de la figure 6.1. Les signaux de déplacement en bord d'attaque, sur les figures 6.1a et 6.1b, montrent que l'interaction subit un régime transitoire sur les cinquante premiers tours environ, à la suite de quoi les signaux de déplacement deviennent quasi-périodiques. Le déplacement radial est de l'ordre de 0,5 mm, soit la moitié de la *pénétration géométrique maximale*. La norme du déplacement en revanche, est très importante, de l'ordre de 30 mm. C'est lié au fait que l'on est dans une zone critique du *diagramme de Campbell* pour la vitesse de rotation étudiée, ce qui entraîne une réponse vibratoire importante de l'aube sur ses modes 1F et 2F, comme on peut le voir sur le spectrogramme du signal de déplacement de la figure 6.1h. Cette configuration d'interaction doit donc être évitée : elle entraîne une réponse vibratoire qui va bien au-delà d'un dimensionnement en fatigue de l'aube. Lorsque la vitesse de rotation n'est pas située dans une zone critique du Campbell, l'amplitude du déplacement est beaucoup plus faible. Par exemple, cette même configuration d'interaction avec une vitesse de rotation de 300 rad/s entraîne un déplacement maximal en sommet d'aube de 1,5 mm.

Les usures de revêtement en face des bords d'attaque et de fuite sont présentées sur les figures 6.1e et 6.1f. Les usures successives après chaque rotation de l'aube sont tracées, avec un dégradé du blanc (usure du premier tour) au noir (usure du dernier tour). Les déplacements radiaux du sommet d'aube sont directement liés, au travers de l'incursion, à l'usure du revêtement. Comme la *pénétration géométrique maximale* est de 1 mm et le déplacement radial maximal 0,44 mm, l'*incursion totale* maximale, en bord d'attaque, est de l'ordre de 1,44 mm. C'est également la valeur de l'usure en bord d'attaque, il n'y a donc pas de sous- ou sur-consommation notable du revêtement dans notre cas. L'usure en bord de fuite est plus importante, avec en particulier une usure complète des six lobes d'usure, et interaction subséquente de l'aube avec le carter. L'usure tour par tour montre que le revêtement est d'abord usé, sur ses premiers tours, selon les deux lobes correspondants à l'ovalisation du stator ; puis, assez rapidement, selon six lobes d'usure qui se développent jusqu'à la fin de la simulation. Sur cette géométrie d'aube, il semble que l'usure de revêtement est systématiquement plus importante au bord de fuite.

6.2.1.3 Forces de contact

Les forces de contact normales exercées aux nœuds des bords d'attaque et de fuite sont présentées sur la figure 6.2. On remarque d'abord, sur l'interaction complète, la grande différence de valeurs entre le bord d'attaque (cf. figure 6.2a), et le bord de fuite (cf. figure 6.2b) : la force est environ 100 fois supérieure au bord de fuite. C'est en accord avec la plus grande usure au bord de fuite (cf. figures 6.1e et 6.1f). Il semble que l'aube soit plus souple au bord de fuite, d'où une plus grande amplitude de vibration à cet endroit, donc des incursions plus importantes dans le revêtement faisant face au bord de fuite, et donc des forces de réaction plus importantes. Afin de comparer les efforts à ceux mesurés dans les différentes expériences et reportés dans le tableau 2.3 (p. 36), nous calculons les contraintes :

$$\sigma_{n,BA} = \frac{F_{n,BA}}{\frac{l_c}{n_f} e_A} \approx \frac{10}{\frac{40 \times 10^{-3}}{8} \cdot 2 \times 10^{-3}} = 1 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{n,BF} = \frac{F_{n,BF}}{\frac{l_c}{n_f} e_A} \approx \frac{600}{\frac{40 \times 10^{-3}}{8} \cdot 2 \times 10^{-3}} = 60 \text{ MPa.}$$

L'ordre de grandeur des expériences est respecté.

Notons que le coefficient de frottement effectif $\mu_{\text{eff}} \triangleq \frac{F_t}{F_n}$ varie au cours de la simulation. En

moyenne, il est égal à $\mu_{\text{eff}} = 0,28$, ce qui est dans la fourchette (0,1 – 0,6) des valeurs mesurées dans la littérature (cf. tableau 2.3 p. 36).

Intéressons-nous maintenant aux premiers contacts en bord de fuite. Les dix premières touches, représentant cinq révolutions, sont tracées figure 6.2c. Ainsi les touches 1, 3, 5 et 9, sur la figure 6.2d, se produisent au même endroit sur le carter. En dehors de la première touche, face à un revêtement intact, on remarque la relative complexité de la force normale lors de ces touches, alternant rapidement contact (force négative) et non-contact (force nulle). On remarque aussi des oscillations à hautes fréquences. Leur origine est numérique, car si on lance la même simulation, avec dix fois plus d'éléments abradables sur la circonférence, les oscillations sont quasiment inexistantes (c'est la courbe bleue sur la dernière touche de la figure 6.2d).

Les derniers contacts de la simulation, lorsque l'usure supplémentaire à chaque tour est très faible, sont présentés sur la figure 6.2e, avec des détails sur la figure 6.2f. On remarque la relative stabilisation des forces : il n'y a plus d'alternance entre contact et non-contact sur une même touche.

6.2.1.4 Comparaison des lois d'usure

On se propose d'étudier quatre simulations sur le modèle de la simulation précédente, mais où un seul mécanisme d'usure est activé par simulation (en prenant nuls les paramètres des autres mécanismes). Les résultats sont présentés sur les figures 6.3, 6.4, 6.5 et 6.6 pour les mécanismes d'usure adhésive, d'usinage, de labourage et de microrupture respectivement.

Les simulations avec usure adhésive et usinage sont assez similaires entre elles (comparer les graphiques 6.3a et 6.3b avec 6.4a et 6.4b respectivement). Cela vient du fait qu'à usure égale, la dynamique de l'aube sera la même dans les deux cas. Or, dans les deux cas, l'usure est faible (usure adhésive, figure 6.3f) ou nulle (usure par usinage, figure 6.4f). L'usure par usinage est nulle car la limite d'élasticité du revêtement n'est pas dépassée.

De même, lorsque sont activés les mécanismes d'usure par labourage et d'usure par microrupture, les usures progressives sont très similaires (cf. les graphiques 6.5f et 6.6f), avec une usure du revêtement rapide sur les cinquante premiers tours de la simulation, puis stable pendant le reste de la simulation. Dans les deux cas, au début de la simulation, la perte d'épaisseur sur les lobes, à chaque tour, est de 100 μm . Cela correspond à la hauteur des proes dans le cas de l'usure par labourage, et à la taille des particules éjectées dans le cas de la microrupture.

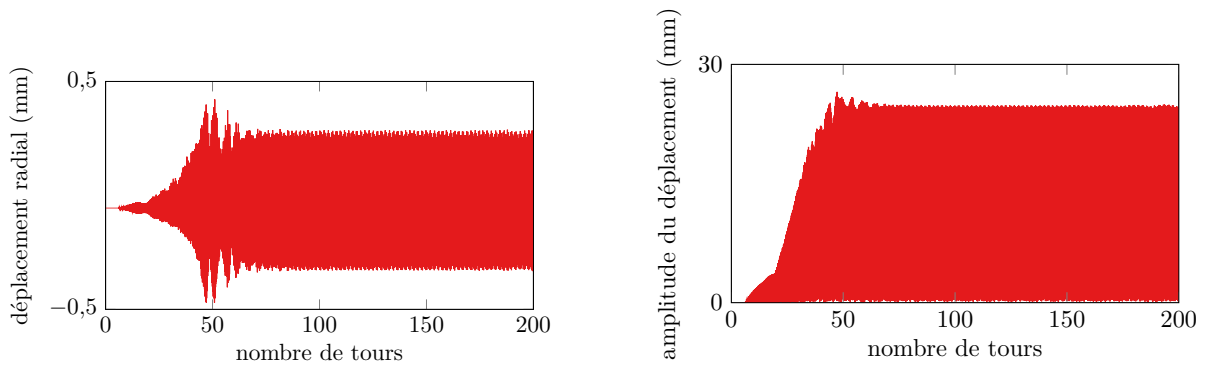
Les éventuelles oscillations à haute fréquence, dues à la discrétisation spatiale du revêtement, n'impactent pas le résultat global et disparaissent si l'on raffine le maillage du revêtement (courbes bleues).

6.2.2 Plage de vitesses de rotation

On cherche maintenant à visualiser les résultats d'interactions sur l'intervalle de vitesses de rotation 100 rad/s – 600 rad/s. Les cartes d'interaction et d'usure ainsi obtenues sont tracées sur les figures 6.7 et 6.8. La carte d'interaction met en évidence l'excitation des quatre premières fréquences propres de l'aube ainsi que les résonances qui se produisent pour des vitesses de rotation précises (par exemple entre 156 rad/s et 164 rad/s, ou entre 220 rad/s et 232 rad/s. Les cartes d'usure sont en accord avec la carte d'interaction : l'usure est importante lorsque la réponse de l'aube est importante. Lorsqu'il y a résonance, l'usure du revêtement en face du bord de fuite peut atteindre 5 mm, soit l'épaisseur totale du revêtement. On compte 8 lobes d'usure entre 156 rad/s et 164 rad/s, et 6 lobes d'usure entre 220 rad/s et 232 rad/s. Cela coïncide avec l'intersection de la première fréquence propre de l'aube par les régimes moteurs 8 et 6 respectivement. Le motif à 6 lobes d'usure, avec usure complète du revêtement aux lobes, est également en accord avec l'expérience que l'on cherche à reproduire.

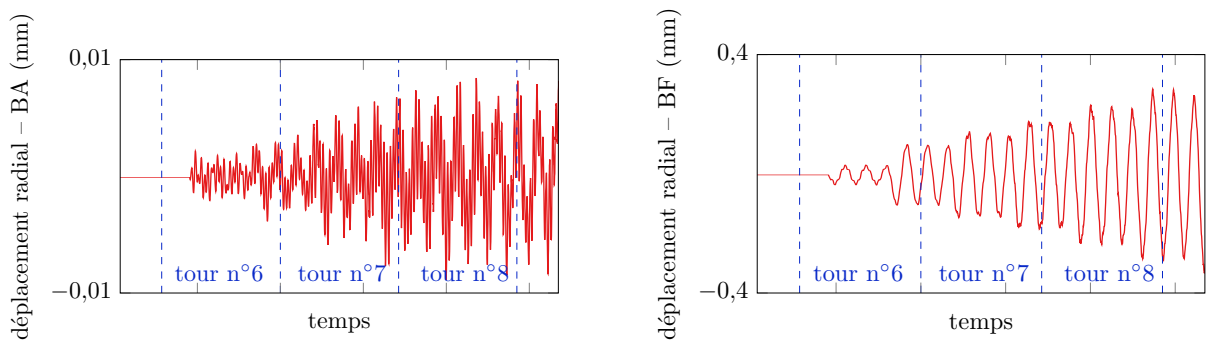
Paramètres globaux	
déformation du carter : ovalisation	
jeu initial aube/revêtement : 1 mm	
pénétration géométrique maximale de l'aube dans le revêtement : 1 mm	
nombre de tours : 200	
vitesse de rotation : 220 rad/s	
Paramètres de discrétisation	
pas de temps : 10^{-7} s	
nombre de nœuds frontières : 8	
nombre de modes encastés pour la réduction de Craig-Bampton : 20	
nombre d'éléments abrasables sur la circonférence du carter : 2000	
Paramètres de l'aube	
$E = 119,6$ GPa	
$\nu = 0,286$	
$\rho = 4450$ kg/m ³	
Paramètres du matériau abrasable	
Paramètre structurel	
$h_0 = 5$ mm	
Comportement volumique	
$E = 0,08$ GPa	
$\sigma_y = 20$ MPa	
$p = 60$ MPa	
Friction et usure adhésive	
$\mu = 0,3$	
$k_{\text{adhésion}} = 10^{-4}$	
Labourage	
$F_{\text{labourage d'une proue}} = 25$ N/m	
$n_{\text{proues}} = 0,1$	
$h_{\text{sillons}} = 0,1$ mm	
Usinage	
$\phi = 25^\circ$	
Micro-rupture	
$l_{\text{particule}} = 100$ μm	
$\gamma = 125$ J/m	

Tableau 6.1 – Paramètres utilisés pour la simulation numérique



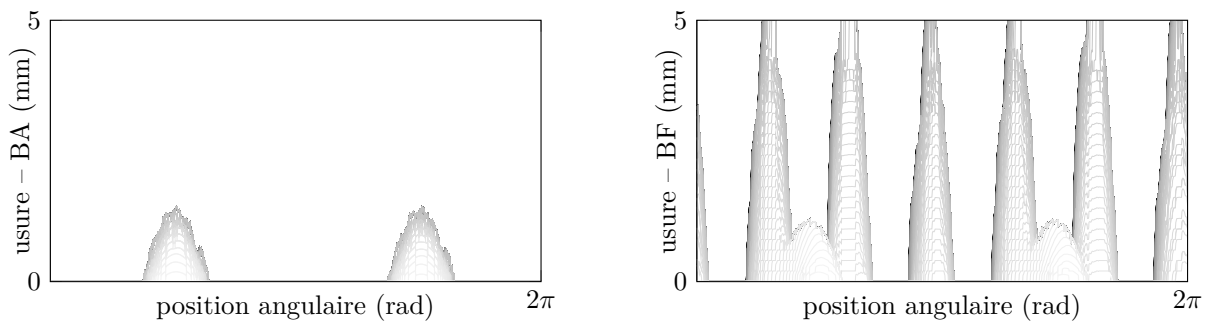
(a) composante radiale (b) amplitude

Déplacement au BA pendant la simulation complète



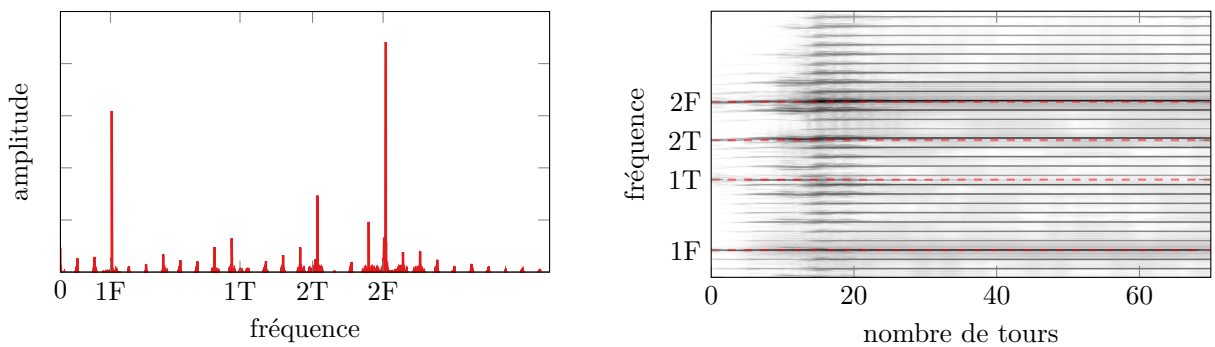
(c) BA (d) BF

Déplacement radial sur les premiers tours de l'interaction



(e) BA (f) BF

Usure progressive du revêtement — premiers tours en gris clair, dernier tour en noir



(g) Transformée de Fourier du signal 6.1a

(h) Spectrogramme sur les 70 premiers tours

Figure 6.1 – Déplacement, usure et spectrogramme de la simulation (paramètres du tableau 6.1)

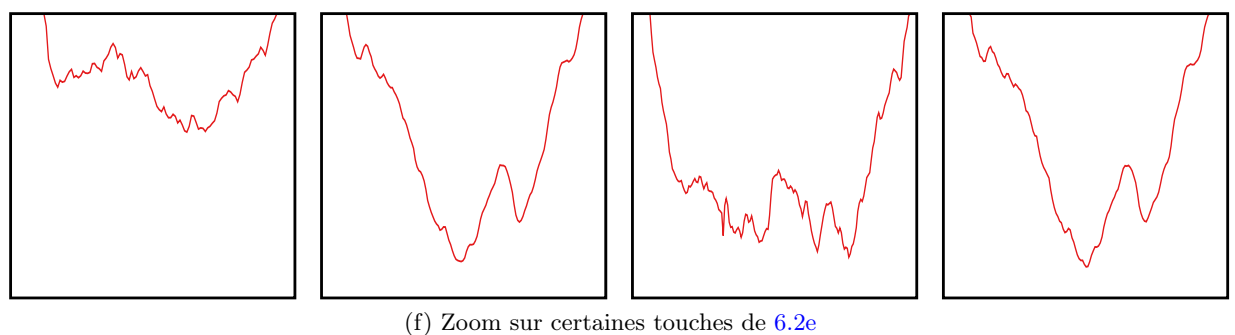
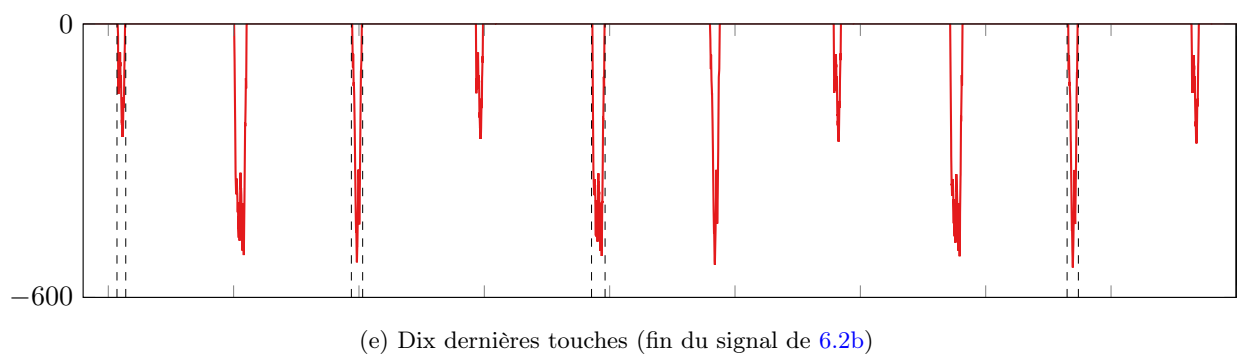
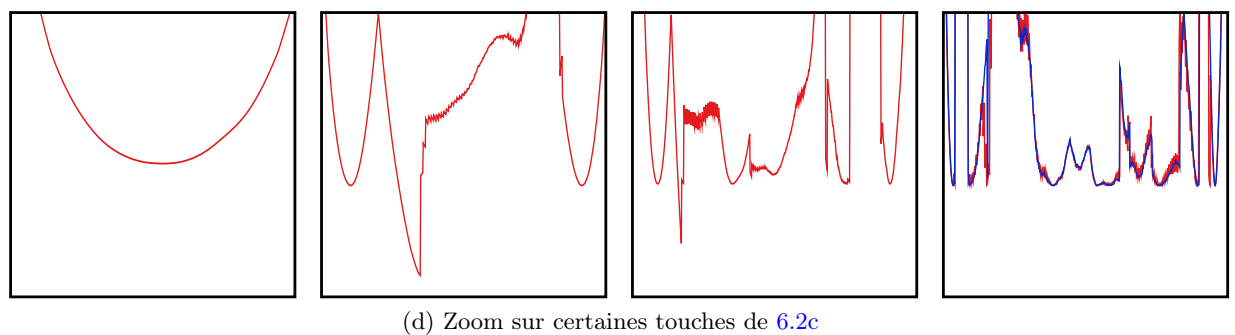
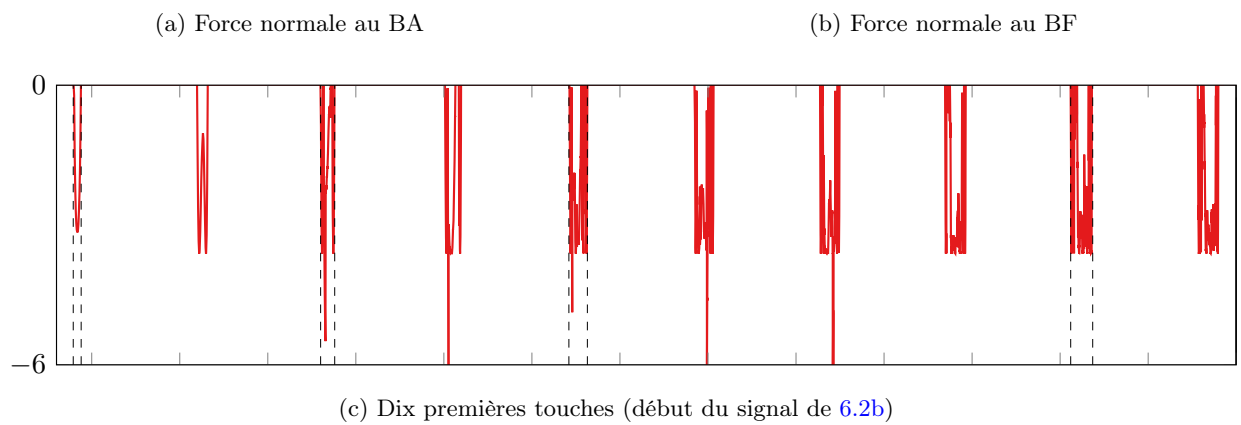
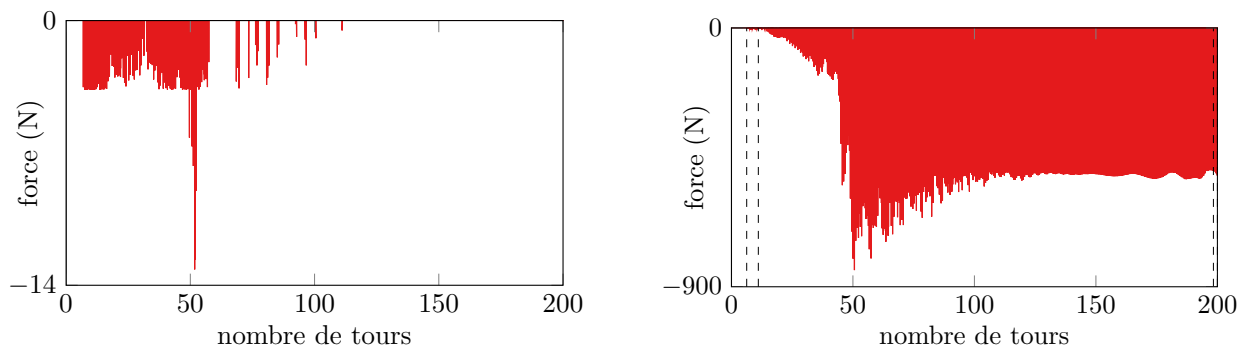
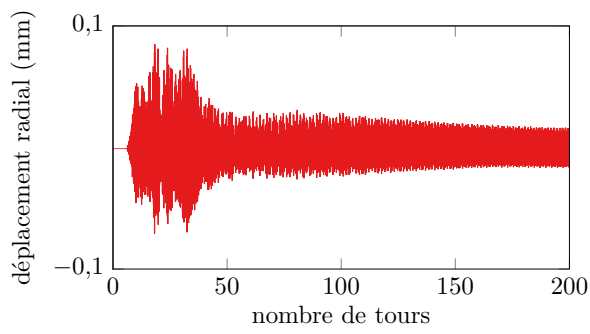
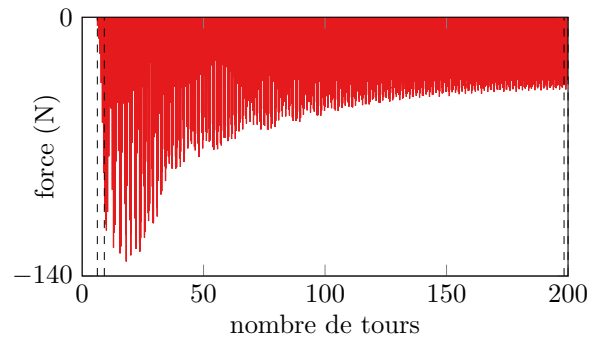


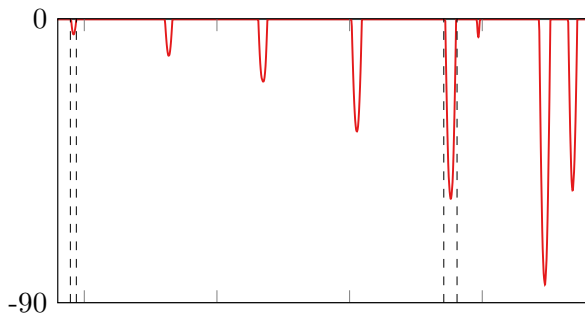
Figure 6.2 – Déplacement, usure et spectrogramme de la simulation (paramètres du tableau 6.1)



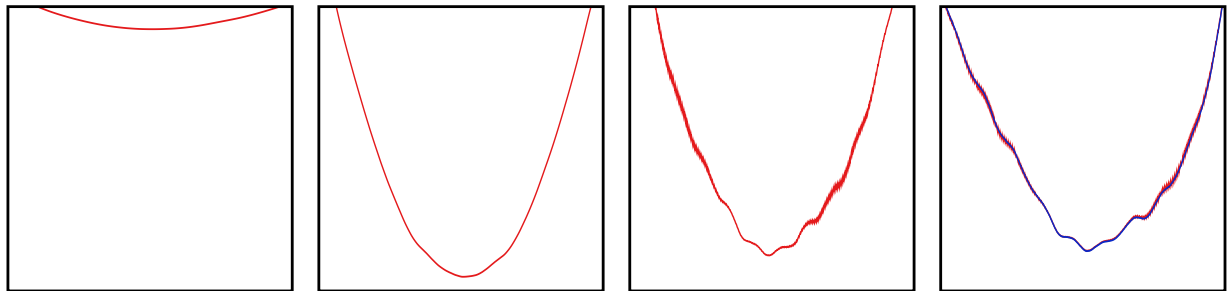
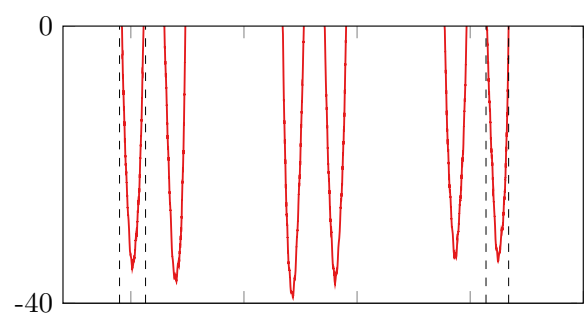
(a) Déplacement radial au BA



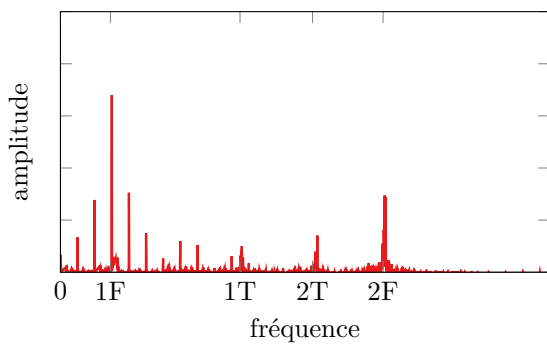
(b) Force normale au BF



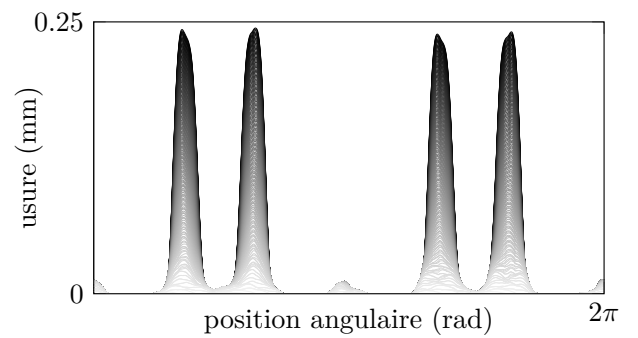
(c) Début et fin du signal 6.3b



(d) Zoom sur certaines touches de 6.3c

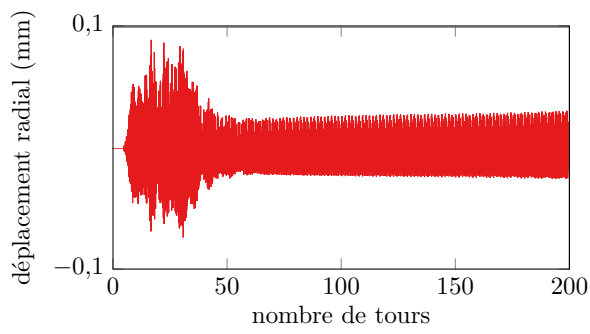


(e) Transformée de Fourier du signal 6.3a

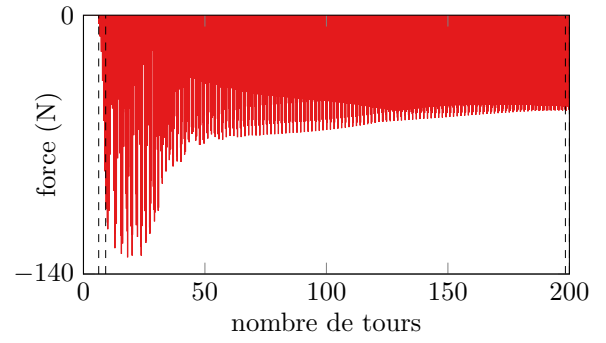


(f) Usure progressive du revêtement au BF pendant la simulation complète

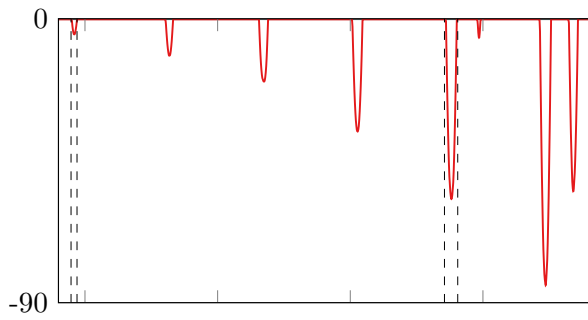
Figure 6.3 – Résultats de la simulation lorsque seul le mécanisme d'usure adhésive est activé



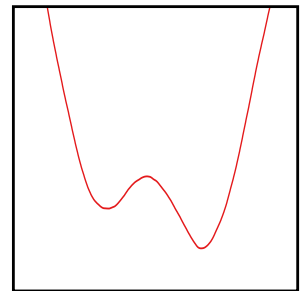
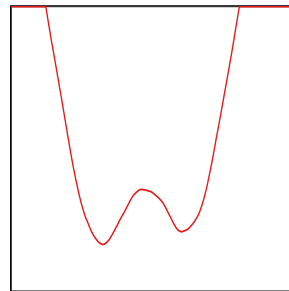
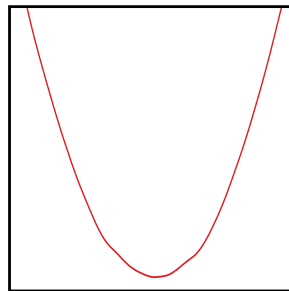
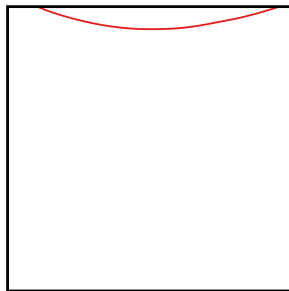
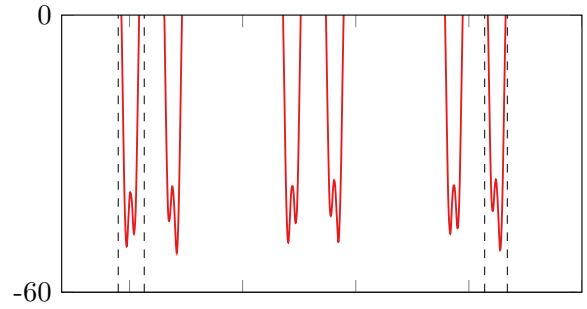
(a) Déplacement radial au BA



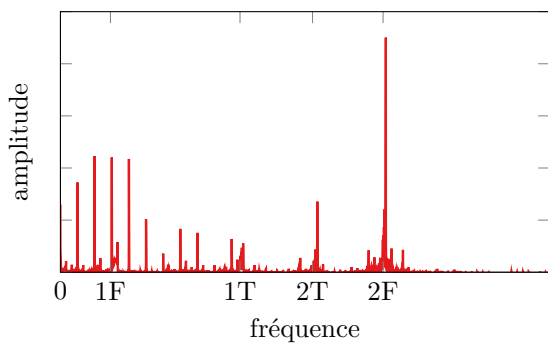
(b) Force normale au BF



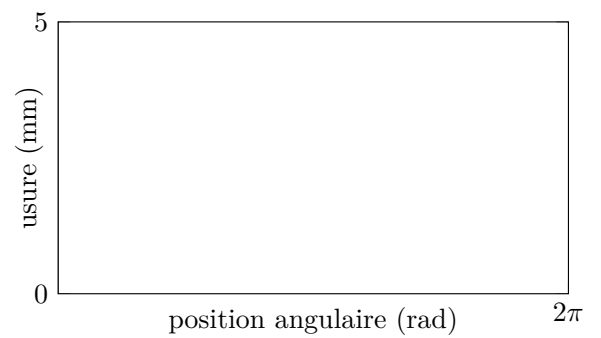
(c) Début et fin du signal 6.4b



(d) Zoom sur certaines touches de 6.4c

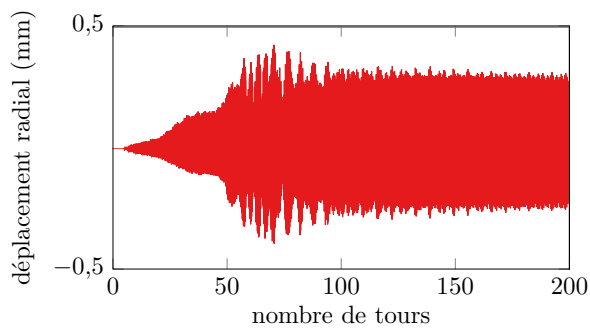


(e) Transformée de Fourier du signal 6.4a

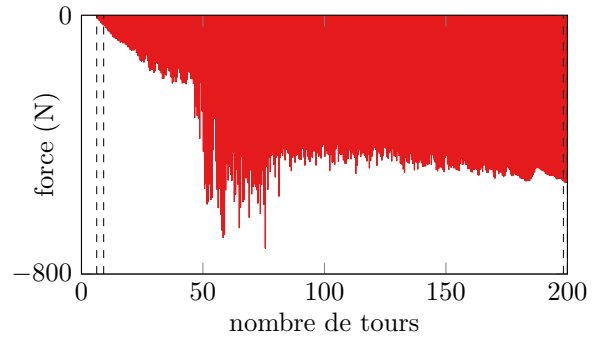


(f) Usure progressive du revêtement au BF pendant la simulation complète

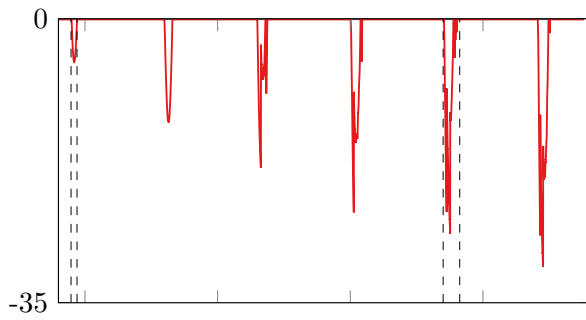
Figure 6.4 – Résultats de la simulation lorsque seul le mécanisme d'usure est activé



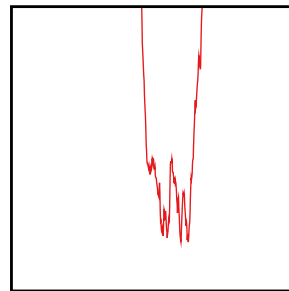
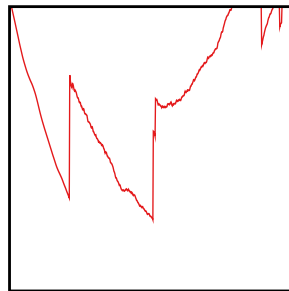
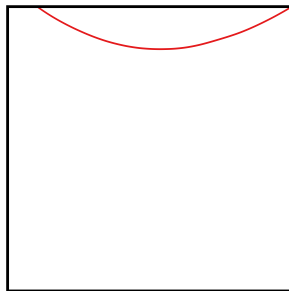
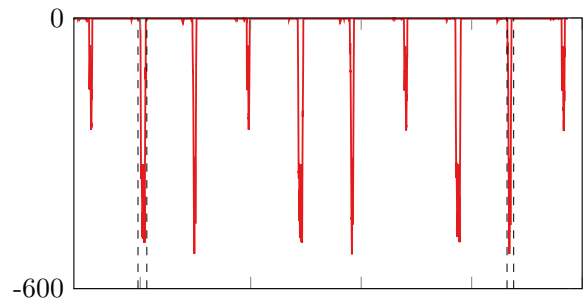
(a) Déplacement radial au BA



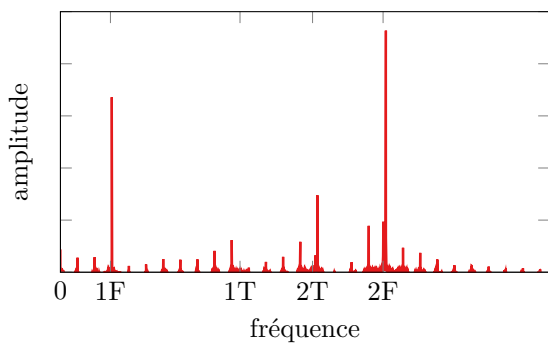
(b) Force normale au BF



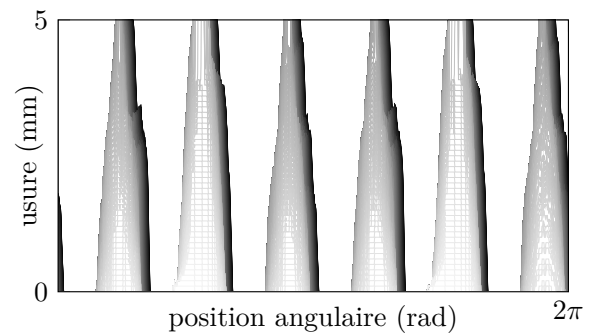
(c) Début et fin du signal 6.5b



(d) Zoom sur certaines touches de 6.5c

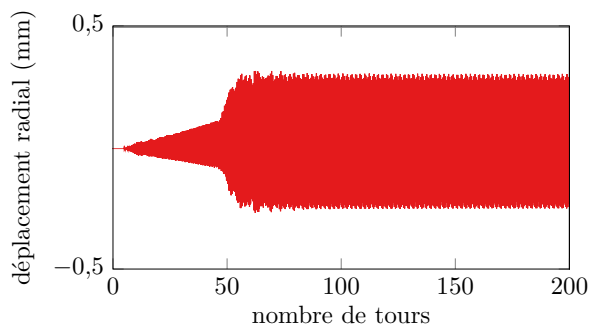


(e) Transformée de Fourier du signal 6.5a

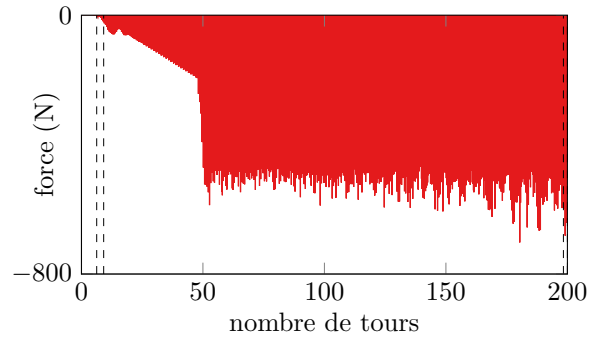


(f) Usure progressive du revêtement au BF pendant la simulation complète

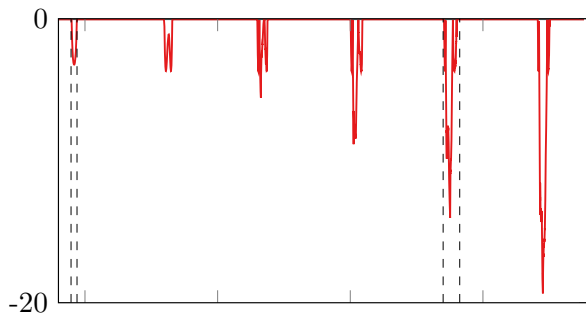
Figure 6.5 – Résultats de la simulation lorsque seul le mécanisme d'usure par labourage est activé



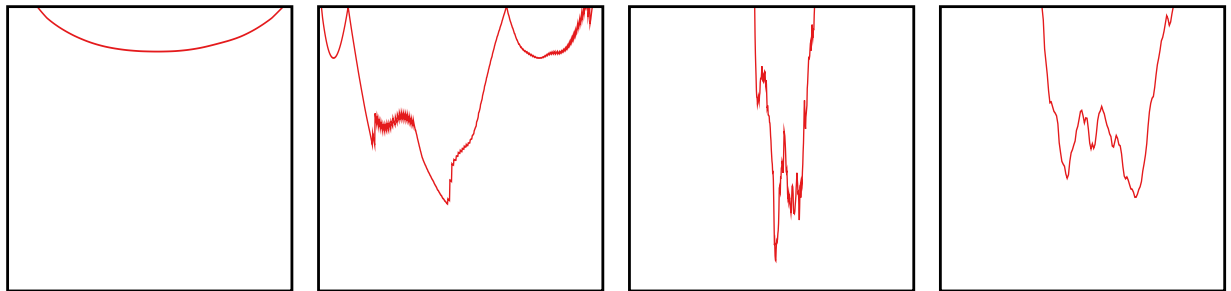
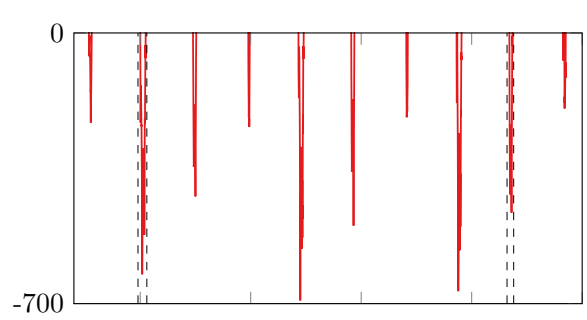
(a) Déplacement radial au BA



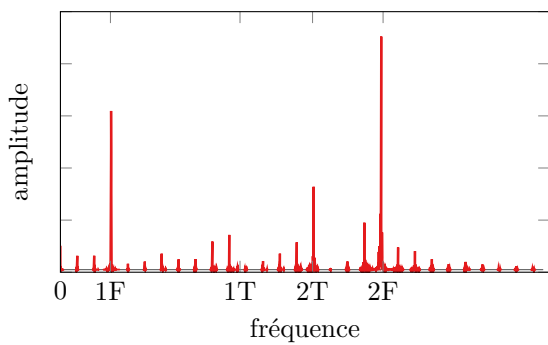
(b) Force normale au BF



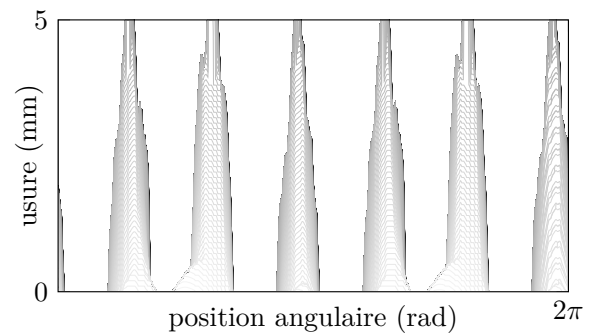
(c) Début et fin du signal 6.6b



(d) Zoom sur certaines touches de 6.6c



(e) Transformée de Fourier du signal 6.6a



(f) Usure progressive du revêtement au BF pendant la simulation complète

Figure 6.6 – Résultats de la simulation lorsque seul le mécanisme d'usure par microrupture est activé

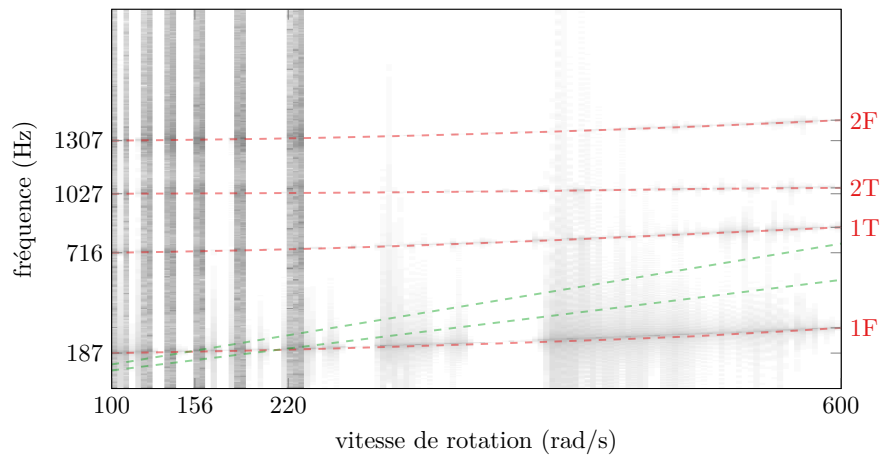


Figure 6.7 – Carte d’interaction pour la simulation du tableau 6.1 sur une plage de vitesses de rotation. Régimes moteurs 6 et 8 [---], fréquences propres [---].

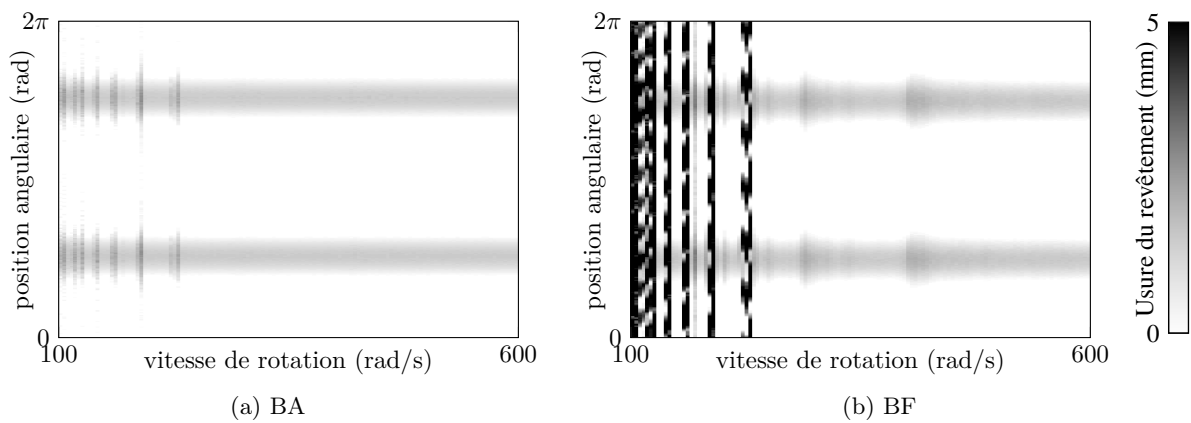


Figure 6.8 – Cartes d’usure pour la simulation du tableau 6.1 sur une plage de vitesses de rotation

a/ Comparaison entre les différentes lois d'usure

Comme en 6.2.1.4 on compare les simulations avec la même configuration que précédemment, mais avec à chaque fois un seul mécanisme d'usure activé. Les résultats sont donnés sur la figure 6.9. On remarque la présence marquée des régimes moteurs sur les cartes d'interaction avec l'usure adhésive et l'usure par usinage. Cette présence est due à la sous-consommation du revêtement par rapport à l'incursion, ce qui provoque le maintien pendant toute la simulation d'un contact et d'une force de réaction due à l'ovalisation du carter, et donc une réponse vibratoire accordée à la fréquence $2f_\Omega$. À l'inverse, pour les simulations avec de l'usure par labourage et de l'usure par microrupture, l'aube enlève rapidement la matière qui entre en contact sous l'effet de l'ovalisation, et donc pendant la majeure partie de la simulation, l'aube a une vibration quasi-libre, donc selon ses fréquences propres. Les cartes montrent des zones bien délimitées où l'usure est plus importante. Le nombre de lobes d'usure sur chacune de ces zones est le même pour toutes les simulations, mais se trouve souvent déphasé selon la circonférence.

b/ Un cas problématique : avec un module de Young réaliste

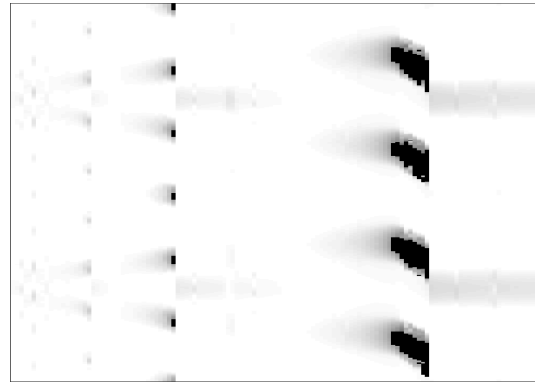
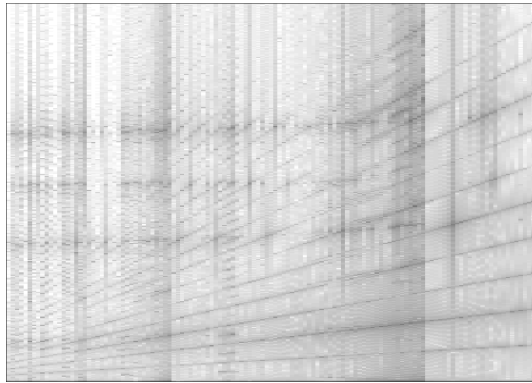
Le module de Young employé pour la simulation du tableau 6.1, $E = 0,08$ GPa, est anormalement faible, vingt à cent fois inférieur aux valeurs fournies par la littérature pour un abrasable AlSi-PE. J'ai choisi de diminuer la raideur du revêtement afin d'obtenir des forces de réaction en accord avec l'expérience, et une dynamique d'aube où les oscillations à hautes fréquences ne sont pas prépondérantes. Utiliser un module de Young réaliste est problématique : les résultats d'une simulation avec $E = 8$ GPa sont présentés sur la figure 6.10. On note un déplacement radial important à 5 mm, des forces normales de l'ordre de $F_{n,BF} = 10 \times 10^3$ N, ce qui correspond à $\sigma_{n,BF} = 10^3$ MPa, soit dix fois plus que mesuré dans les expériences de la littérature. En fait, l'énergie transférée à l'aube est suffisante pour observer, localement, un mouvement contrarotatif de l'aube, c'est-à-dire que la vitesse due à la vibration dépasse la vitesse d'entraînement. Les usures progressives au bord d'attaque et au bord de fuite montrent un enlèvement de matière haute fréquence suspect, et les résultats sur un intervalle de vitesses de rotation montrent que ces hautes fréquences ont lieu à toutes les vitesses de rotation, même là où on ne s'attend pas à voir une résonance de l'aube.

Ceci nous conduit à penser qu'une telle simulation n'est pas correcte car la force de réaction est trop importante. Les causes possibles du problème doivent être investiguées.

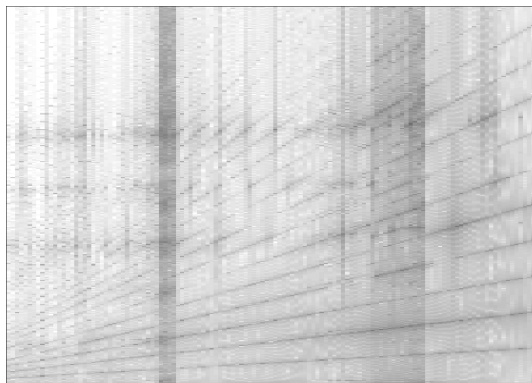
Causes de la surestimation de la force normale

De nombreuses hypothèses et approximations peuvent conduire à une surestimation des forces de réaction :

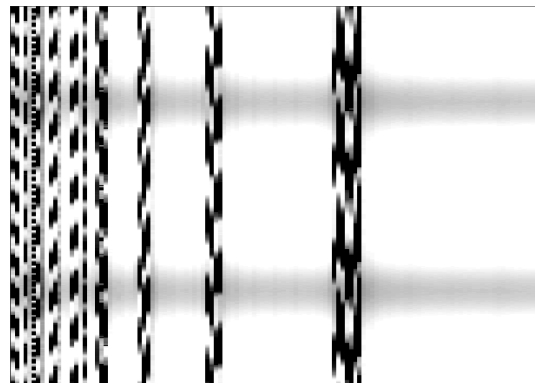
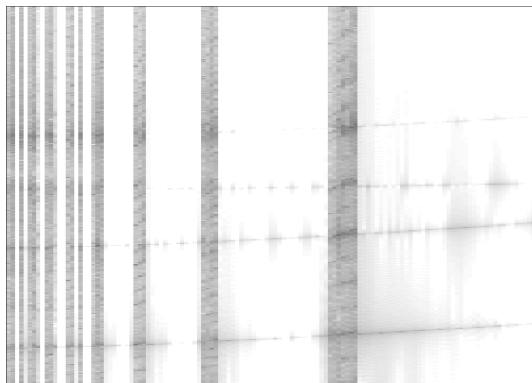
- du point de vue de la modélisation, le matériau est considéré comme élastique, et ne sort pas du domaine d'élasticité sous l'effet d'un effort normal, ce qui est une simplification par rapport à la réalité car il est certain que le matériau a une contrainte limite qui va permettre sa densification et que l'on peut identifier, en première approximation, à la limite d'élasticité. Il faut cependant noter qu'une plasticité parfaite est prise en compte lors de l'activation du mécanisme d'usinage. Comme le problème de la surestimation n'est pas résolu lorsque ce mécanisme est actif, la simplification d'un matériau purement élastique dans son volume ne peut pas être la cause de la surestimation, à elle seule en tout cas ;
- du point de vue de la mécanique du matériau abrasable, l'hypothèse d'un calcul en statique des forces de réaction peut être critiquée. Des éléments de réponses sont donnés dans le paragraphe 2.2.2.1.b/ p.24 ;
- du point de vue de l'algorithme d'intégration temporelle, la correction du déplacement, $u^c = C F^c$, est calculée comme le produit de la matrice C par le vecteur des forces de contact F^c (cf. figure 5.4), or la matrice C est pleine (car un des termes qui la compose est M , la matrice de masse réduite, pleine également), ce qui implique, *a priori*, un couplage fort des coefficients du vecteur déplacement corrigé u^c et de la force F^c , autrement dit, les forces de contact influencent



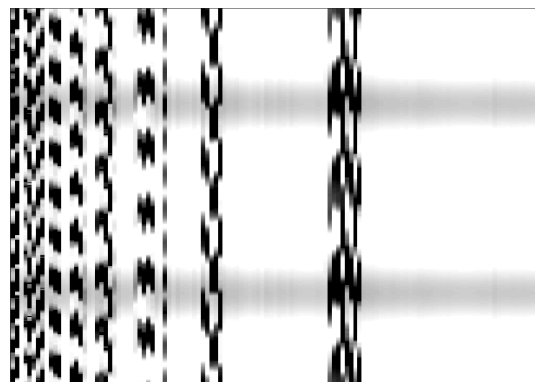
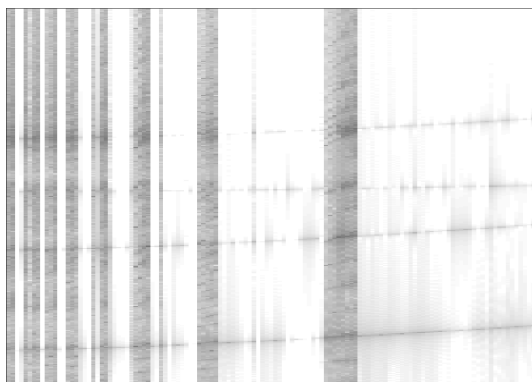
(a) Usure par adhésion



(b) Usure par usinage

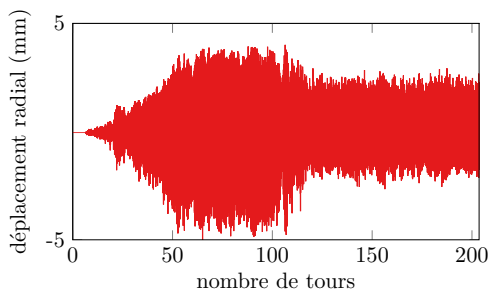


(c) Usure par labourage

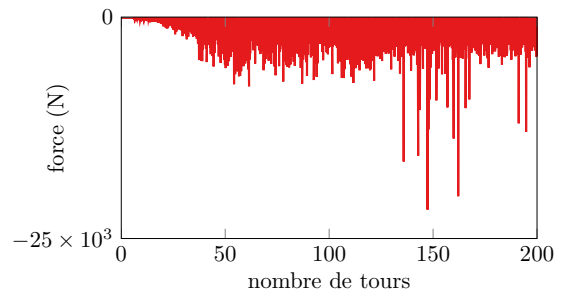


(d) Usure par microrupture

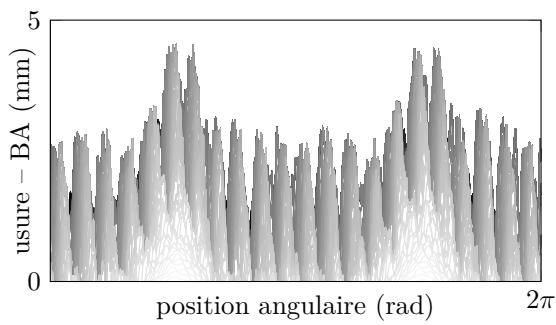
Figure 6.9 – Cartes d'interaction et d'usure au bord de fuite avec un seul mécanisme d'usure activé. Les axes et les échelles sont les mêmes que sur les figures 6.7 et 6.8



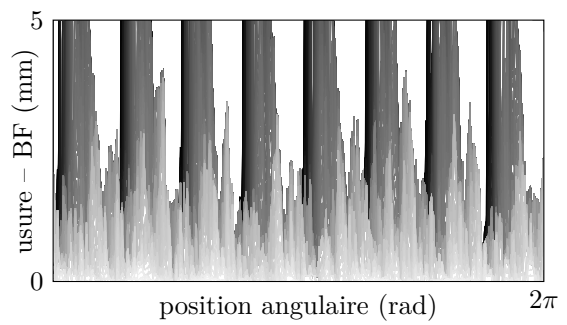
(a) Déplacement radial du bord d'attaque



(b) Force normale exercée sur le nœud du bord de fuite

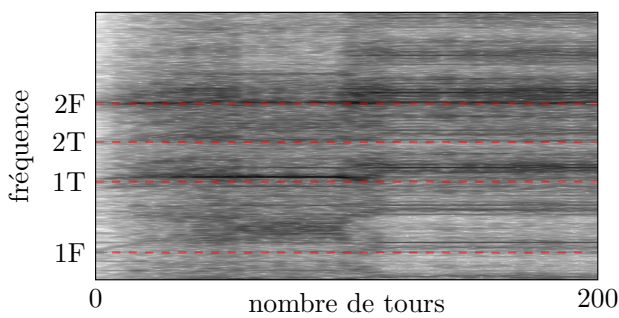


(c) BA

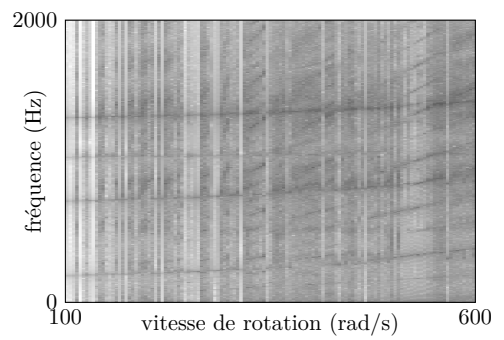


(d) BF

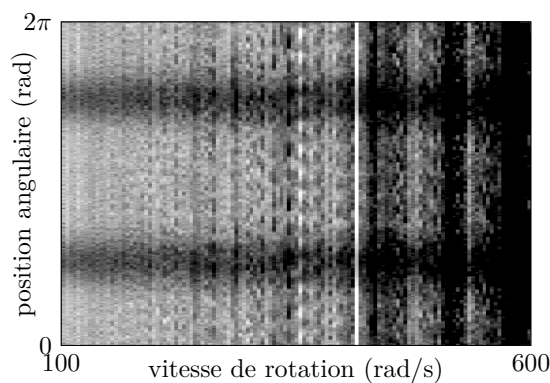
Usure progressive



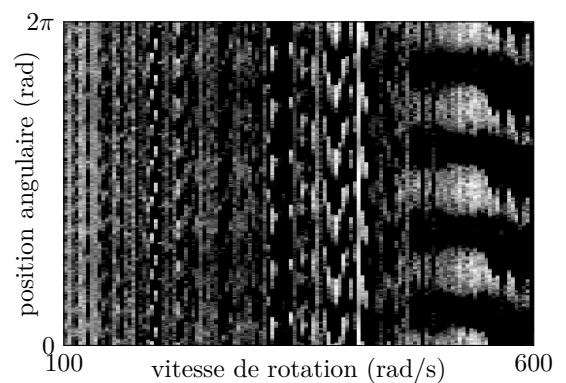
(e) Spectrogramme du signal de déplacement



(f) Carte d'interaction



(g) BA



(h) BF

Cartes d'usure

Figure 6.10 – Simulation pour un abrasable avec $E = 8$ GPa

le déplacement de toute l'aube, instantanément. Ce n'est bien sûr pas conforme à la réalité (l'information ne se propage pas instantanément), et cela peut sans doute influencer la précision des résultats ;

- du point de vue de l'algorithme de contact, on ne sait pas vers quoi converge la méthode PEC (cf. section 5.1.3.5) ;
- du point de vue de la modélisation de la géométrie de contact, différentes possibilités ont été soulevées plus haut, notamment dans la section 5.2.1.4. En particulier :
 - le carter est supposé rigide, sans aucune déformation sous l'effet d'un contact de l'aube, ce qui, au final, conduit à surestimer la rigidité du stator,
 - la conicité n'est pas complètement prise en compte,
 - la géométrie du sommet d'aube est prise en compte de manière peu précise,
 - la cinématique du sommet d'aube est simplifiée : on considère le plan du sommet comme orthogonal à l'axe radial, ce qui implique que lors d'un contact, le sommet touche le revêtement sur toute son épaisseur.

Bien entendu, en dehors du premier point, il est impossible de se prononcer, sans étude complémentaire, sur l'influence réelle de toutes ces possibilités sur la surestimation des forces de contact. Insistons tout de même sur le fait que le problème principal ne peut pas venir de la modélisation du matériau abrasable car les ordres de grandeur des forces étaient respectés sur le cas simple présenté en 4.5, qui utilisait des paramètres matériau réalistes. En pratique, il faut réduire artificiellement ces forces si l'on veut étudier les lois d'usure avec une telle configuration d'interaction.

Solutions possibles pour réduire les forces de réaction

J'ai choisi de réduire le module de Young, mais le choix n'est *a posteriori* sans doute pas le meilleur. En effet, réduire le module de Young permet une réduction des forces nodales par le biais de la contrainte. Or, c'est également à partir de la contrainte que sont calculées des quantités telles que le dépassement de limite d'élasticité, et la loi d'Archard en dépend elle aussi directement, ce qui oblige à prendre une valeur élevée de $k_{\text{adhésion}}$ pour compenser. Une possibilité alternative serait de changer l'épaisseur de l'aube, choix effectué par COROS pour la combinaison algorithme du biseau/loi rhéologique. La solution la plus propre, en l'attente d'une étude plus poussée sur les causes profondes du problème, serait d'utiliser un coefficient α purement numérique dans le calcul de la correction : $u^c = \alpha C F^c$.

6.2.3 Conclusion

La combinaison d'une configuration d'interaction sur quelques centaines de tours et de paramètres réalistes ne permet pas de s'approcher de l'expérience présentée en 1.2.2 p. 14 : l'usure est trop irrégulière, et les amplitudes des déplacements et des forces trop importantes. Il semble que cela soit dû à des forces de réaction au contact surestimées. La solution retenue consiste à diminuer le module de Young du matériau abrasable. D'autres solutions sont envisageables, comme la diminution de l'épaisseur de l'aube au contact.

Une fois contourné le problème de la surestimation des forces de contact, l'expérience peut être reproduite de manière satisfaisante. Les déplacements, forces, et usures sont cohérents avec les résultats expérimentaux. La restriction de la simulation à un seul des mécanismes d'usure permet d'estimer les usures relatives dues à chacun de ces mécanismes. Il apparaît ainsi que les mécanismes de labourage et de microrupture entraînent une usure importante dès les premiers tours. L'usure adhésive est quant à elle plus régulière pendant toute la simulation, avec une usure par tour relativement limitée. Enfin, l'usure par usinage n'est pas activée.

6.3 Étude de convergence

On présente ici une étude de convergence de l'algorithme d'usure décrit en 5.2.2.3, sur la configuration d'interaction présentée dans le tableau 6.1. On étudie la convergence temporelle de l'algorithme d'intégration explicite, la convergence spatiale en nombre d'éléments d'abradable sur la circonférence, et la convergence en réduction modale.

6.3.1 Méthode d'évaluation de la convergence

Nous nous intéressons à trois grandeurs pour estimer la convergence : le déplacement radial du bord d'attaque, l'amplitude de la transformée de Fourier de ce même signal, ainsi que l'usure du revêtement en bord d'attaque. Des études de convergence précédentes, menées sur les versions antérieures de COROS, avec la loi d'usure rhéologique et l'algorithme du biseau, avaient mené à la proposition de valeurs « standard » du pas de temps $h = 10^{-7}$ s, du nombre d'éléments dans la circonférence $n_f = 2000$ et du paramètre de réduction modale $\eta = 20$. On cherche à confirmer qu'ils conduisent également à une solution convergée pour les lois d'usure phénoménologiques et l'algorithme d'usure différée.

Pour cela, nous menons plusieurs simulations sur le modèle de celle présentée dans le tableau 6.1. Pour chaque simulation, un seul mécanisme d'usure est activé, et un seul paramètre, h , n_f ou η , est modifié par rapport à la simulation de référence. Les résultats sont présentés sur les figures 6.11, 6.12, 6.13, 6.14 et 6.15. Sur les graphiques, les axes ne sont pas indiqués, ce sont les mêmes que sur la figure 6.1. De plus, comme l'erreur de convergence est définie par l'écart relatif entre les différents signaux, les échelles ne sont pas données non plus. Ceci permet une présentation à la fois compacte et non encombrée par des informations déjà présentées ou inutiles.

6.3.2 Analyse des résultats

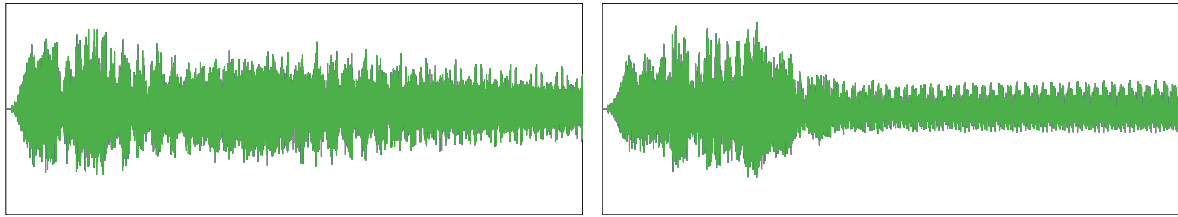
Tous les graphiques montrent des courbes quasiment confondues : la convergence de la simulation est très bonne, quel que soit le paramètre numérique que l'on fait varier, la loi d'usure activée, ou la quantité post-traitée. La convergence globale en déplacement, qui est la combinaison des convergences à chaque instant, est la plus sévère, et est donc, logiquement, un peu moins bonne, comme on peut le voir sur les courbes de la figure 6.13 où le déplacement est tracé en fin de simulation pour les différents paramètres numériques. La convergence pâtit de l'accumulation de petites différences dans l'usure du revêtement au cours de la simulation, qui influencent peu à peu la dynamique de l'aube. Le contenu fréquentiel de la dynamique d'aube, ainsi que l'usure du revêtement, mesures « intégrées » sur la simulation complète, montrent quant à eux une meilleure convergence.

a/ Cas d'un revêtement plus raide

J'ai effectué, au cours de mon travail de thèse, une étude de convergence antérieure, sur une configuration d'interaction différente, en particulier avec une revêtement abradable dont le module de Young était plus réaliste. La convergence de la simulation est moins bonne, mais toujours assurée. Cela nous conforte dans le fait que si les résultats avec un module de Young réaliste sont mauvais, cela ne vient pas d'une incapacité de la simulation numérique à traiter un système plus raide, mais bien plutôt d'une surestimation artificielle de la raideur du système par la modélisation mathématique de la réalité physique du contact aube/abradable.

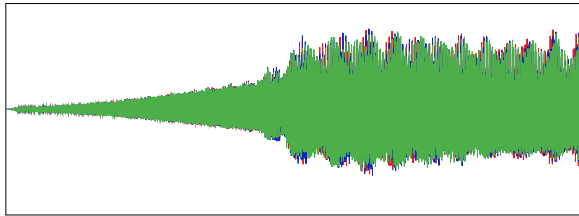
b/ Convergence en nombre de nœuds de contact

Une étude complète aurait également dû traiter de la convergence en nombre de nœuds d'aube en contact avec le revêtement. Par manque de temps, cette étude n'a pas été menée.

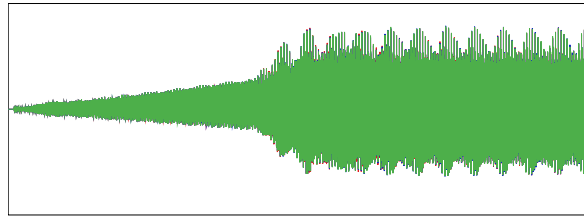


(a) Loi d'usure adhésive

(b) Loi d'usure par usinage

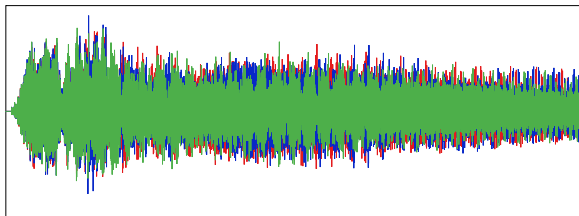


(c) Loi d'usure par labourage



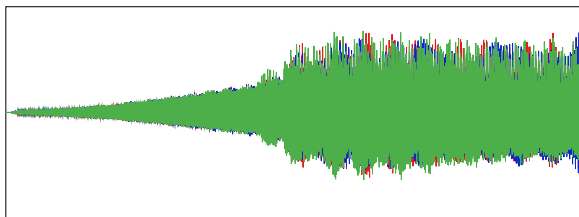
(d) Loi d'usure par microrupture

Déplacement pour différents nombres d'éléments abrasables sur la circonférence : 2000 éléments [—], 4000 éléments [—] et 8000 éléments [—].

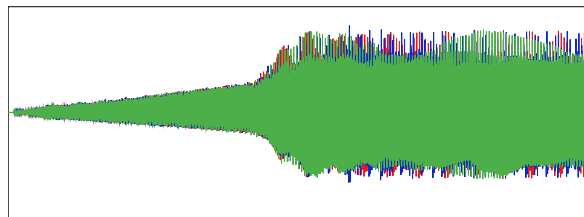


(e) Loi d'usure adhésive

(f) Loi d'usure par usinage

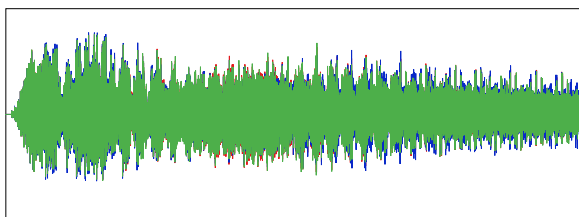


(g) Loi d'usure par labourage



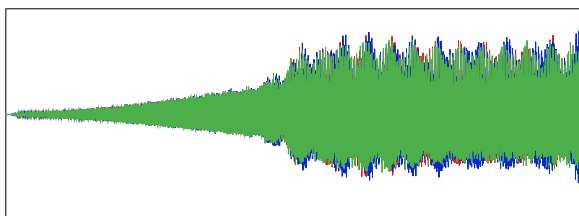
(h) Loi d'usure par microrupture

Déplacement pour différents pas de temps : $1 \cdot 10^{-7}$ [—], $2 \cdot 10^{-7}$ [—] et $5 \cdot 10^{-8}$ [—].

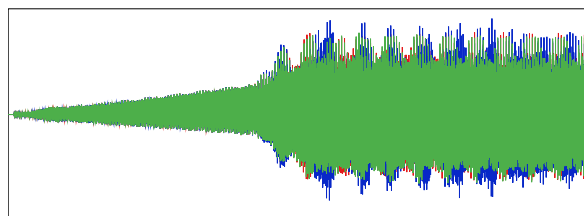


(i) Loi d'usure adhésive

(j) Loi d'usure par usinage



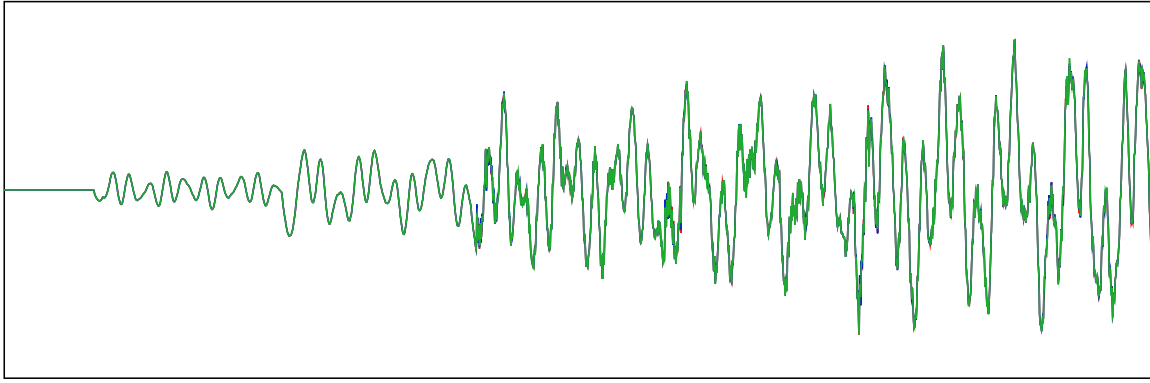
(k) Loi d'usure par labourage



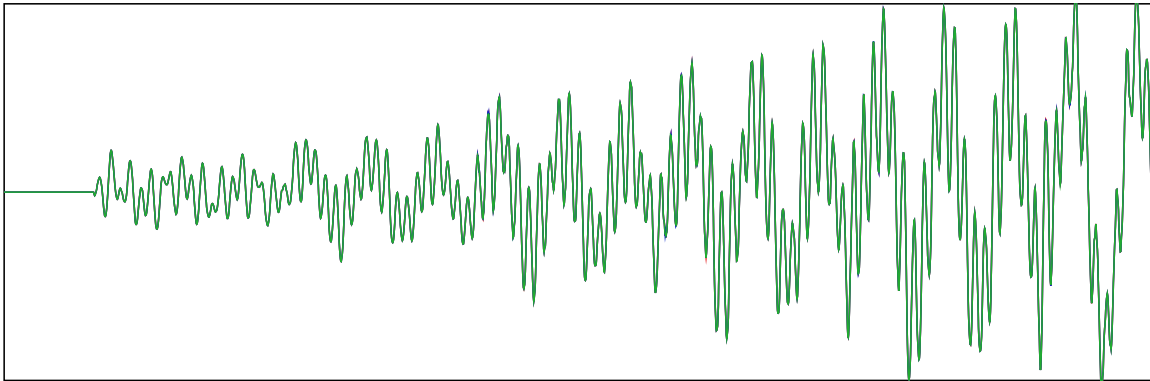
(l) Loi d'usure par microrupture

Déplacement pour différentes réductions modales. Nombre de modes encastrés : 20 [—], 5 [—] et 50 [—].

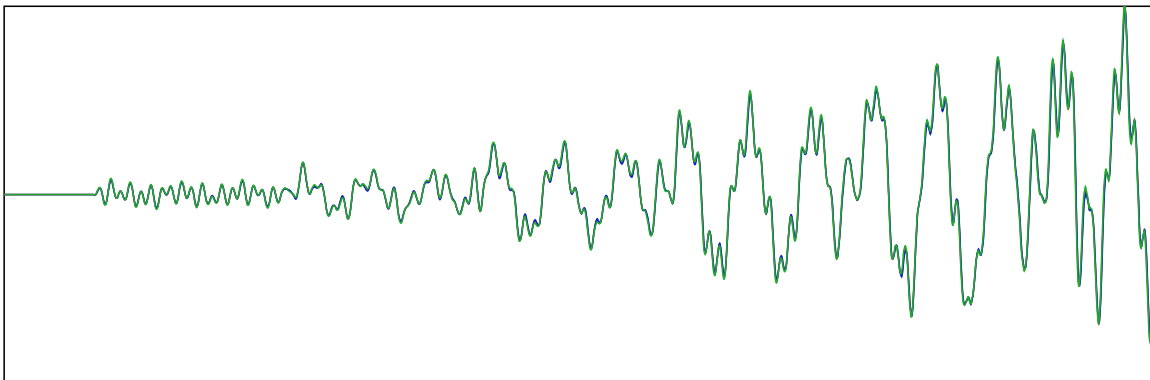
Figure 6.11 – Déplacements radial du BA en fonction du temps pour différentes lois d'usure et différents paramètres de discrétisation.



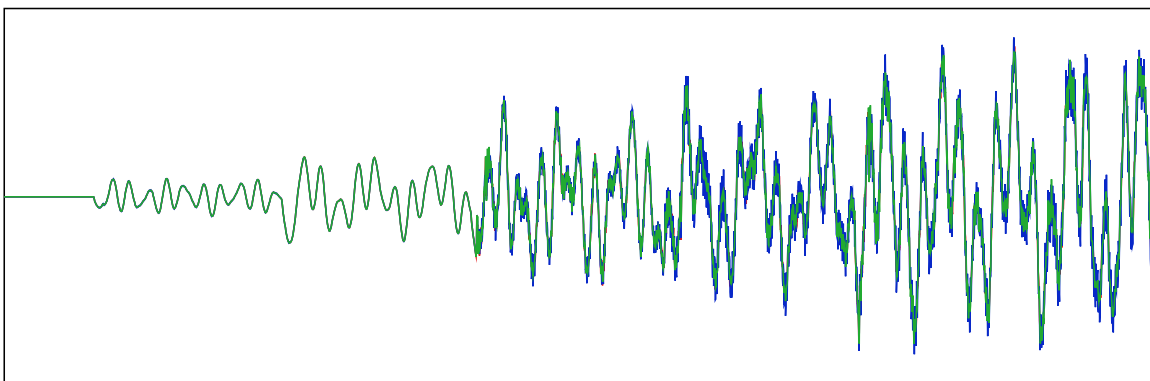
(a) Loi d'usure par labourage et variation du nombre d'éléments abrasables sur la circonférence (zoom de 6.11c)



(b) Loi d'usure par microrupture et variation du nombre d'éléments abrasables sur la circonférence (zoom de 6.11d)

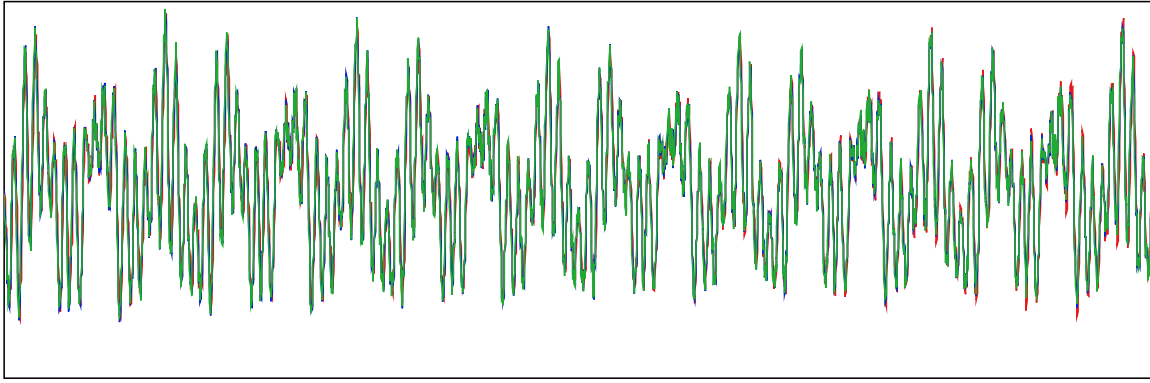


(c) Loi d'usure adhésive et variation du pas de temps (zoom de 6.11e)

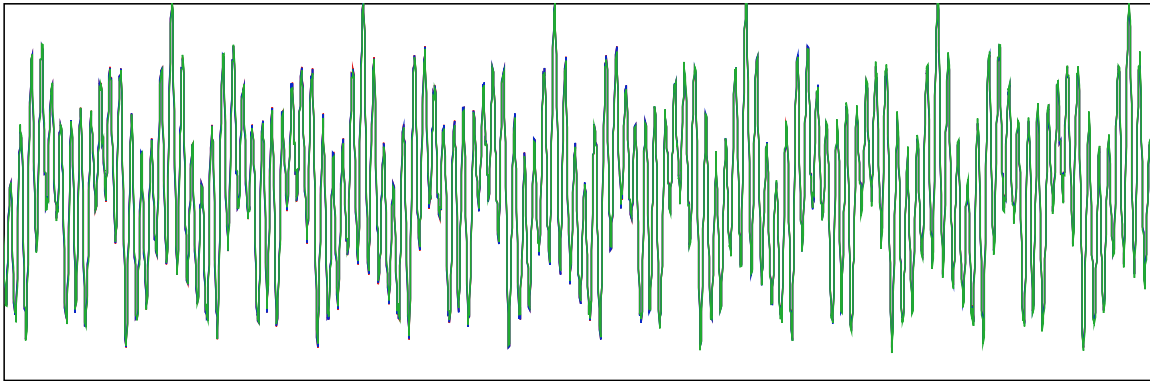


(d) Loi d'usure par labourage et variation de la réduction modale (zoom de 6.11k)

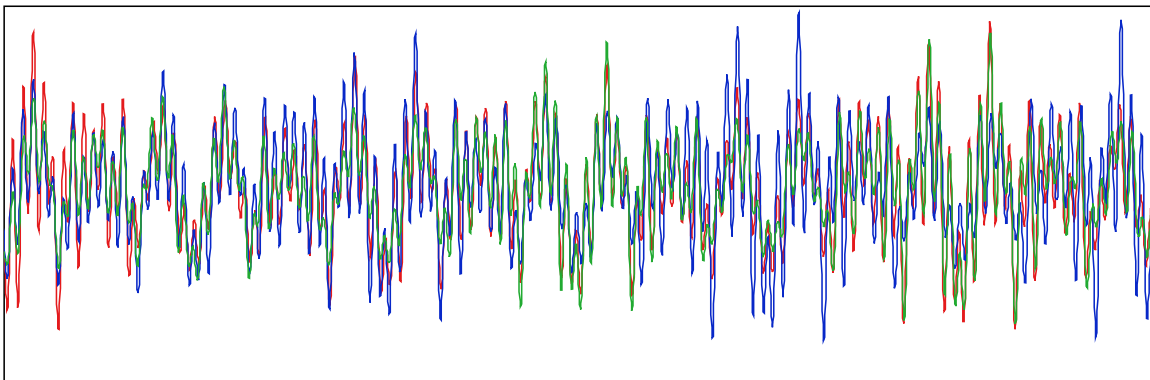
Figure 6.12 – Début des signaux de déplacement de la figure 6.11



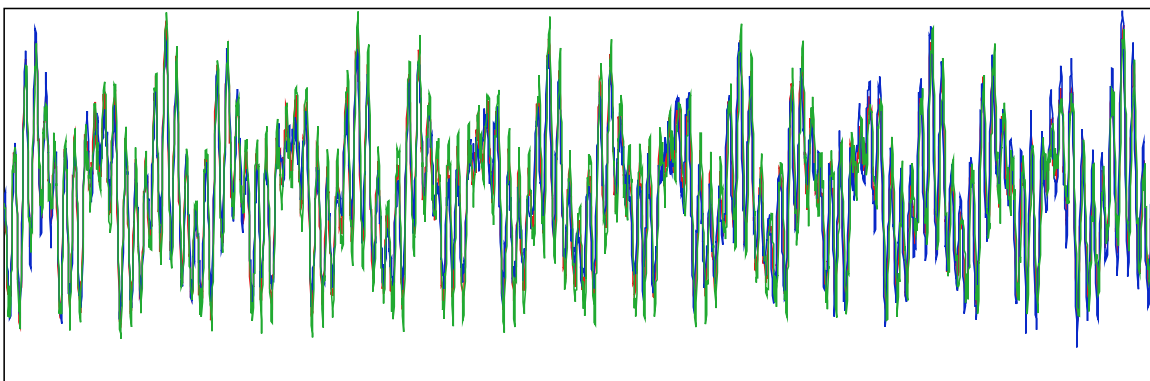
(a) Loi d'usure par labourage et variation du nombre d'éléments abradables sur la circonférence (zoom de 6.11c)



(b) Loi d'usure par microrupture et variation du nombre d'éléments abradables sur la circonférence (zoom de 6.11d)

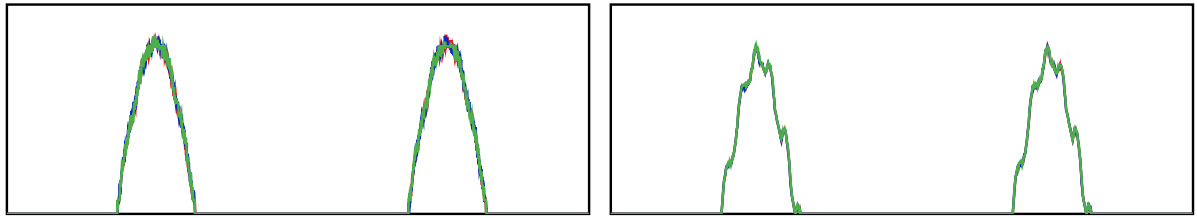
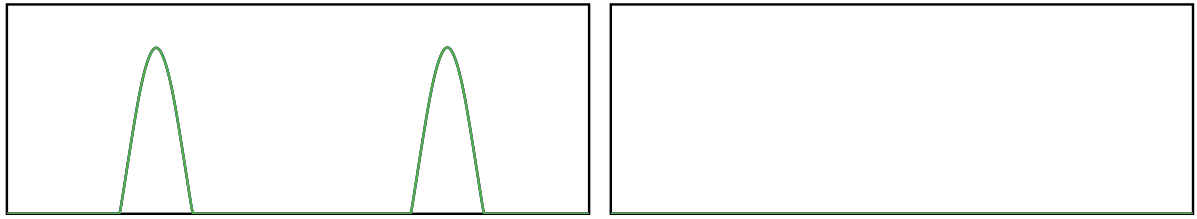


(c) Loi d'usure adhésive et variation du pas de temps (zoom de 6.11e)

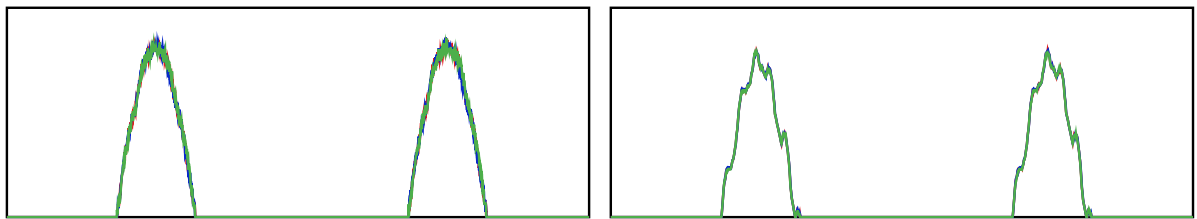
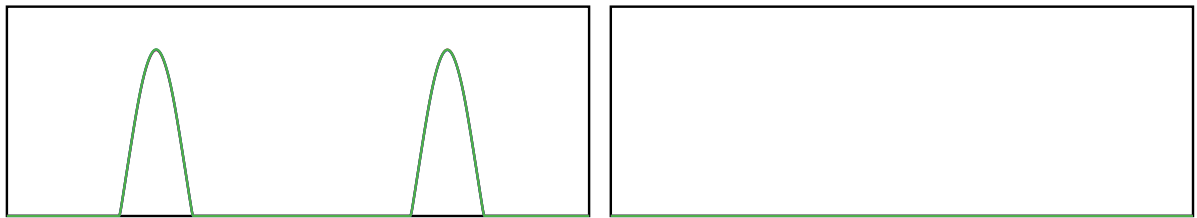


(d) Loi d'usure par labourage et variation de la réduction modale (zoom de 6.11k)

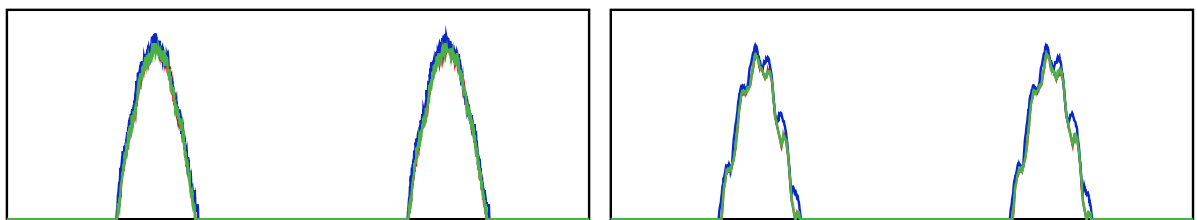
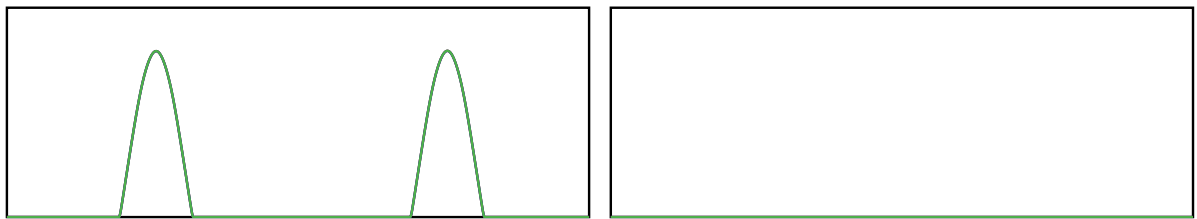
Figure 6.13 – Fin des signaux de déplacement de la figure 6.11



Usure pour différents nombres d'éléments abrasables sur la circonférence : 2000 éléments [—], 4000 éléments [—] et 8000 éléments [—].

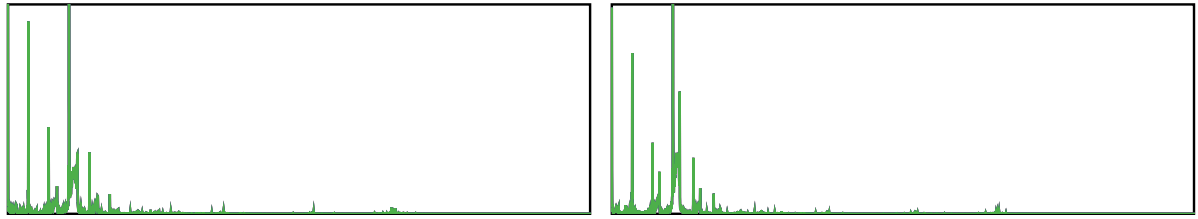


Usure pour différents pas de temps : $1 \cdot 10^{-7}$ [—], $2 \cdot 10^{-7}$ [—] et $5 \cdot 10^{-8}$ [—].



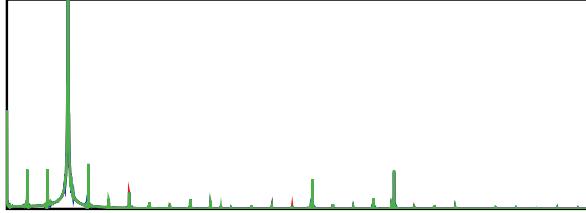
Usure pour différentes réductions modales. Nombre de modes encastrés : 20 [—], 5 [—] et 50 [—].

Figure 6.14 – Usure du Carter en face du BA pour différentes lois d'usure et différents paramètres de discrétisation.

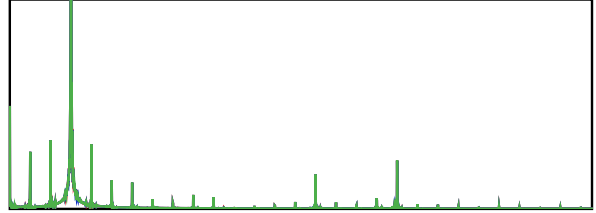


(a) Loi d'usure adhésive

(b) Loi d'usure par usinage

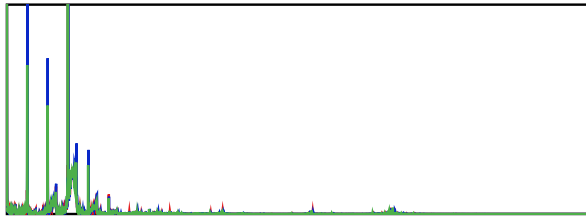


(c) Loi d'usure par labourage

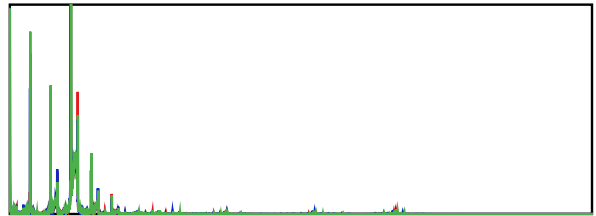


(d) Loi d'usure par microrupture

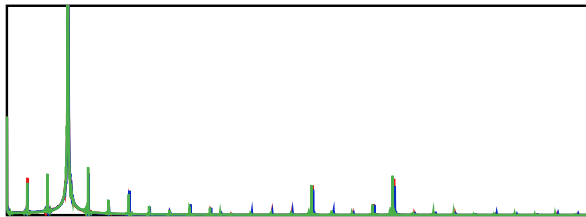
$|TF|$ pour différents nombres d'éléments abradables sur la circonférence : 2000 éléments [—], 4000 éléments [—] et 8000 éléments [—].



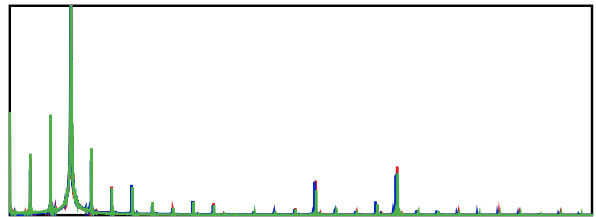
(e) Loi d'usure adhésive



(f) Loi d'usure par usinage

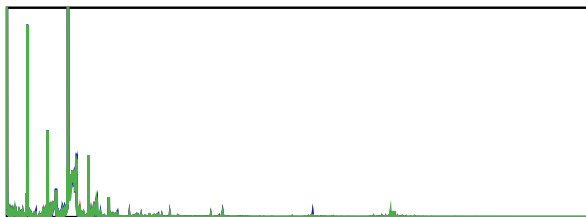


(g) Loi d'usure par labourage



(h) Loi d'usure par microrupture

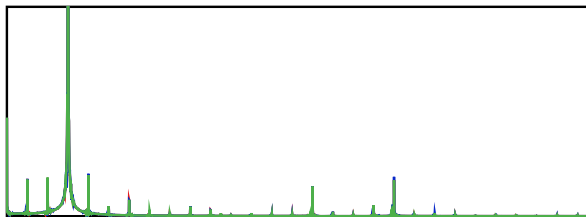
$|TF|$ pour différents pas de temps : $1 \cdot 10^{-7}$ [—], $2 \cdot 10^{-7}$ [—] et $5 \cdot 10^{-8}$ [—].



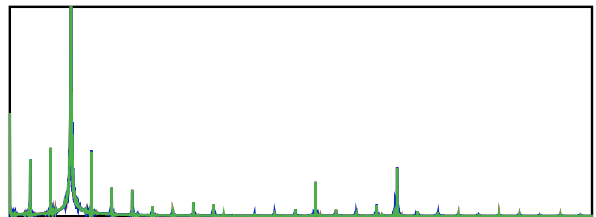
(i) Loi d'usure adhésive



(j) Loi d'usure par usinage



(k) Loi d'usure par labourage



(l) Loi d'usure par microrupture

$|TF|$ pour différentes réductions modales. Nombre de modes encastrés : 20 [—], 5 [—] et 50 [—].

Figure 6.15 – $|TF|$ (amplitude de la transformée de Fourier) pour différentes lois d'usure et différents paramètres de discrétisation.

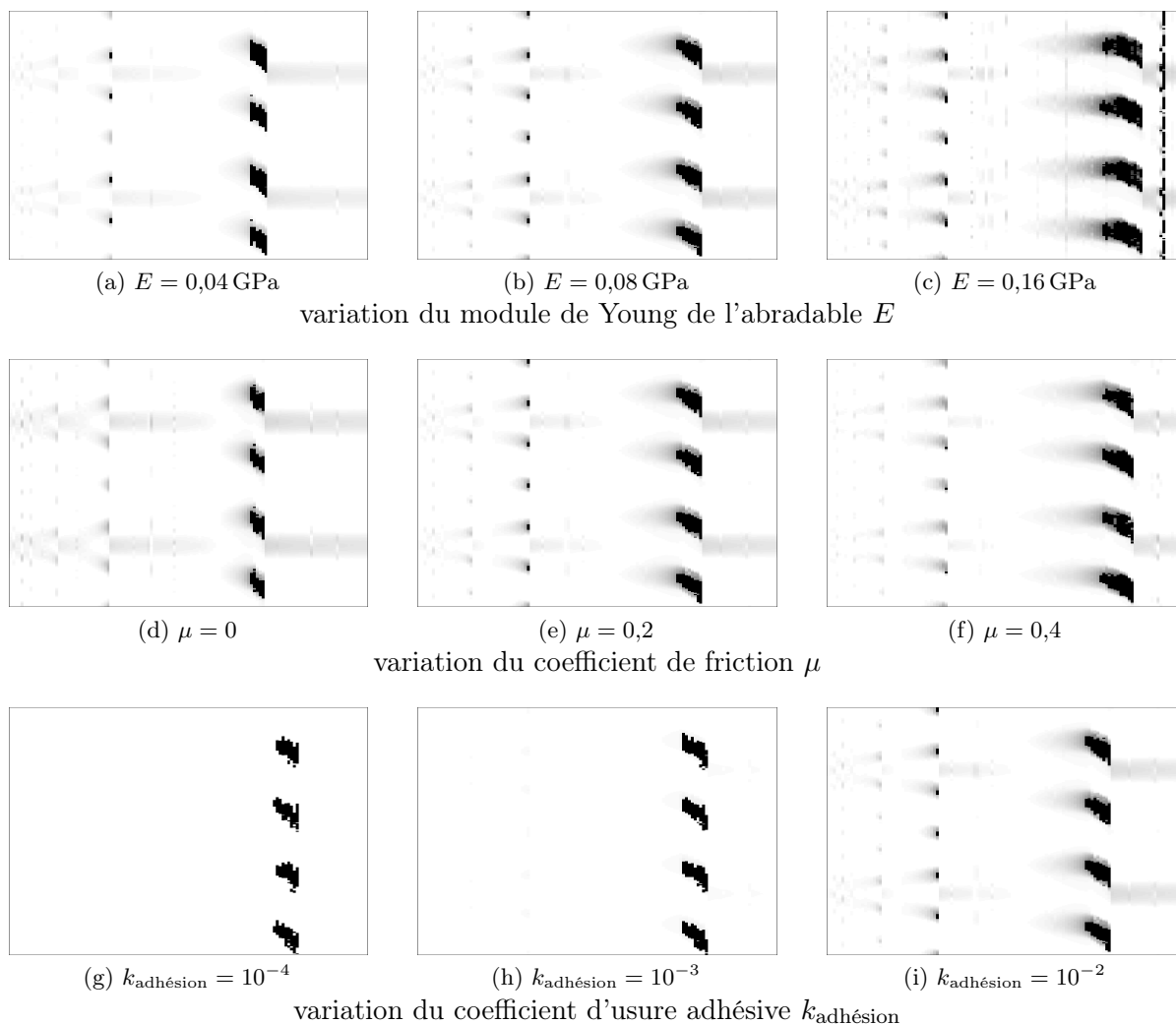


Figure 6.16 – Cartes d'usure en bord de fuite avec loi d'usure adhésive et pour différents paramètres matériau

6.4 Étude paramétrique

Cette section s'intéresse à la sensibilité de l'usure du revêtement aux propriétés matériau, afin de mieux la contrôler, pour finalement la réduire. La configuration du tableau 6.1 est à nouveau utilisée comme référence, avec un seul mécanisme d'usure activé par simulation. Pour un paramètre matériau, on effectue deux simulations supplémentaires, avec deux valeurs différentes du matériau de référence. Dans l'industrie, le choix d'un matériau est le résultat d'un compromis entre plusieurs exigences sur l'abrasable. Néanmoins, on se focalise ici sur la tenue à l'usure, c'est pourquoi on évalue les résultats uniquement à partir de leur carte d'usure.

Note : les axes et les échelles des cartes d'usure sont ceux de la figure 6.8, ils ne sont pas répétés pour ne pas surcharger les graphiques et leur donner une taille maximale. Noter que les simulations de référence sont présentes pour chaque variation de paramètres, leurs cartes d'usure sont donc affichées une fois par ligne sur chaque figure d'un même mécanisme d'usure.

6.4.1 Usure adhésive

Les résultats des simulations pour lesquelles seul le mécanisme d'usure adhésive est activé sont présentés sur la figure 6.16.

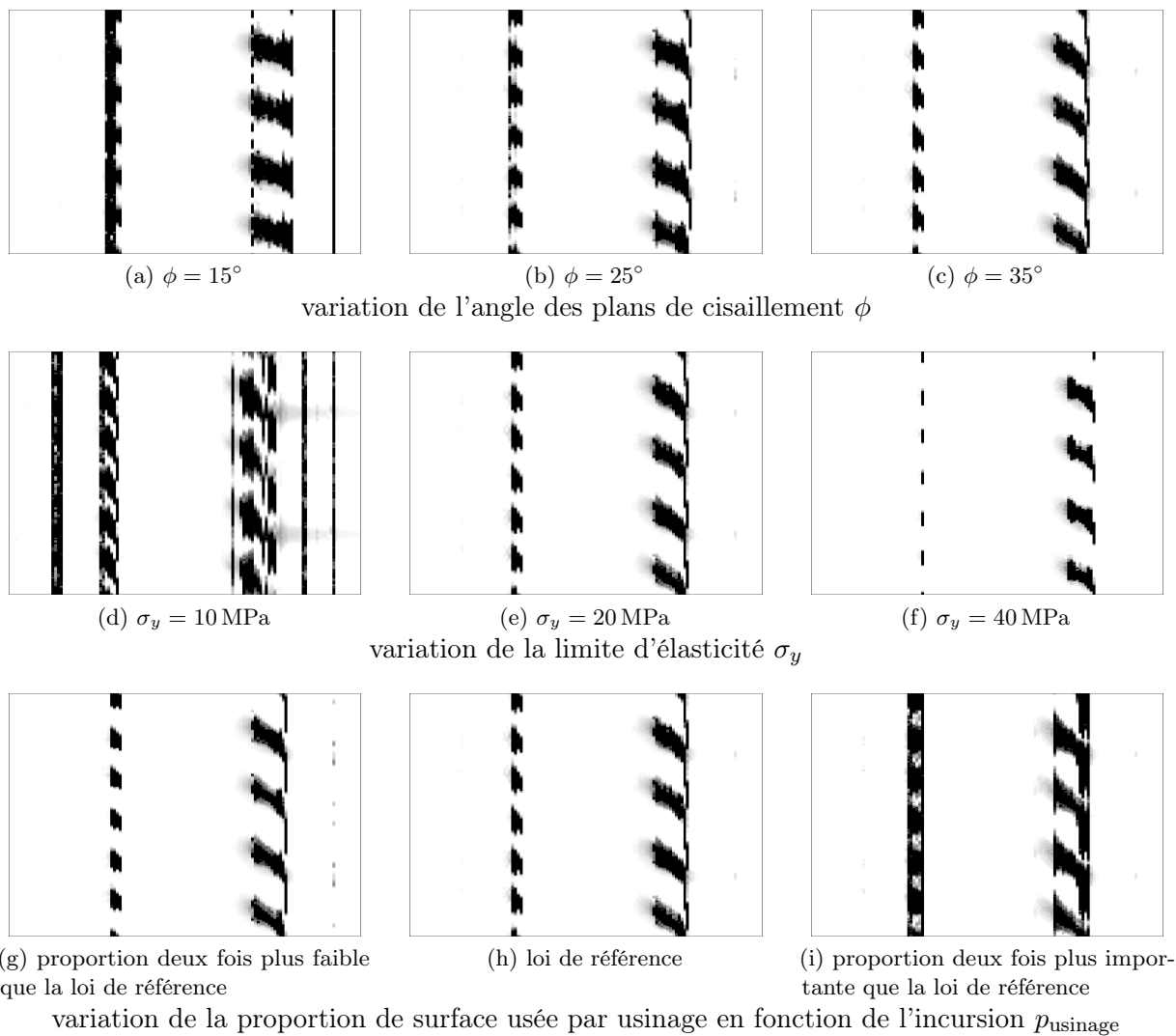


Figure 6.17 – Cartes d'usure en bord de fuite avec loi d'usure par usinage

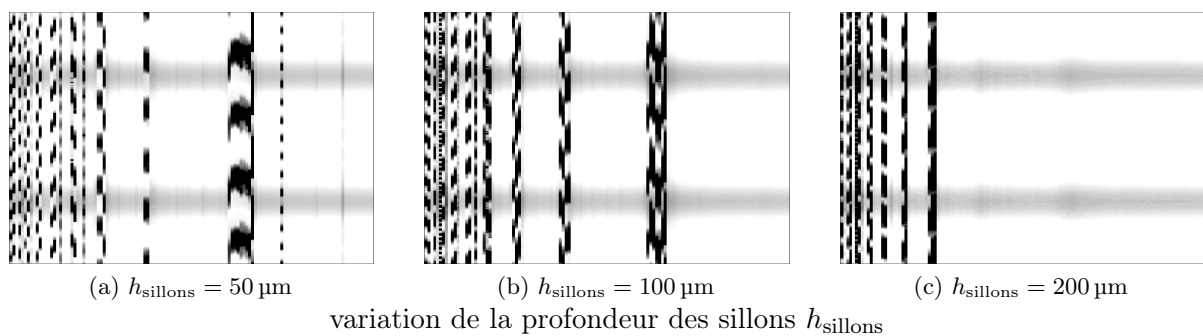
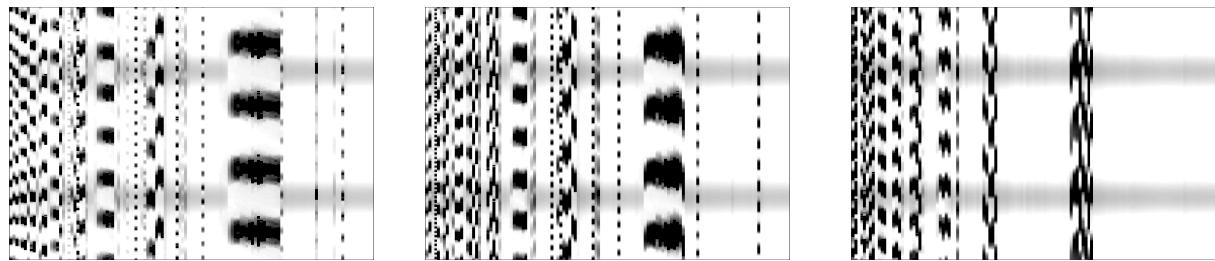


Figure 6.18 – Cartes d'usure en bord de fuite avec loi d'usure par labourage

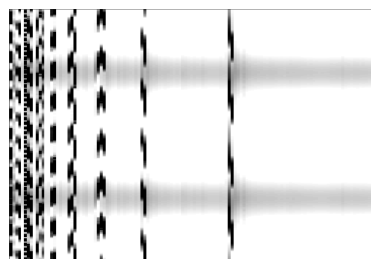


(a) $l_{\text{particule}} = 50 \mu\text{m}$

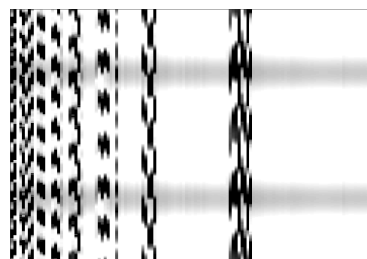
(b) $l_{\text{particule}} = 100 \mu\text{m}$

(c) $l_{\text{particule}} = 200 \mu\text{m}$

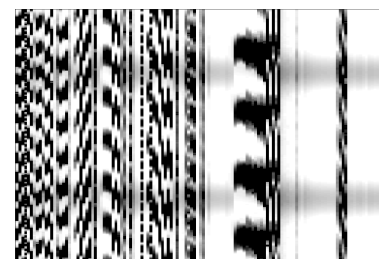
variation de la taille des particules $l_{\text{particule}}$



(d) $G_c = 0$

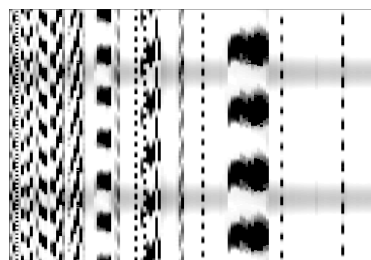


(e) $G_c = 250 \text{ J/m}^2$

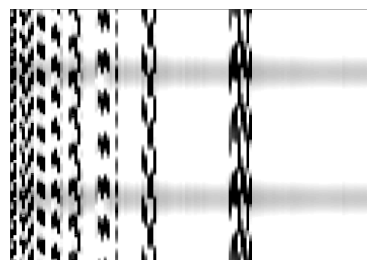


(f) $G_c = 2500 \text{ J/m}^2$

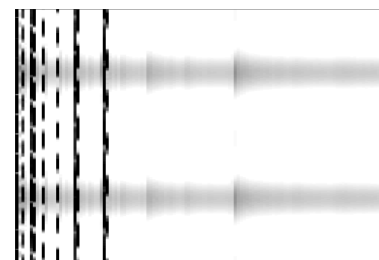
variation de l'énergie de rupture



(g) proportion deux fois plus faible que la loi de référence

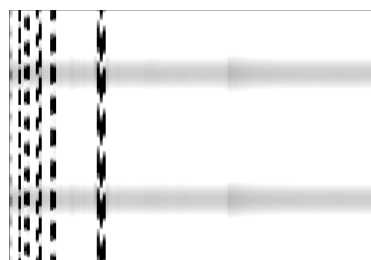


(h) loi de référence

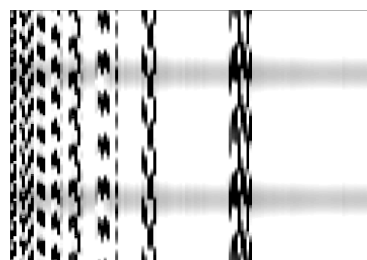


(i) proportion deux fois plus importante que la loi de référence

variation de la proportion de surface usée par microrupture en fonction de l'incursion $p_{\text{microrupture}}$



(j) $p_{\text{arrière}} = 0$



(k) loi de référence



(l) $p_{\text{arrière}} = 1$

variation de la proportion de particules éjectées à l'arrière de l'aube $p_{\text{arrière}}$

Figure 6.19 – Cartes d'usure en bord de fuite avec loi d'usure par microrupture

6.4.1.1 Sensibilité au module de Young

Les résultats pour trois modules de Young distincts sont affichés sur les figures 6.16a, 6.16b et 6.16c. On remarque les mêmes motifs d'usure : un motif à six lobes avec usure complète du revêtement pour des vitesses de rotation moyennes (200 rad/s), et un autre motif à quatre lobes, également avec usure complète, pour des vitesses de rotation importantes (400 rad/s – 500 rad/s). En dehors de ces plages de vitesses de rotation, l'usure est relativement faible (inférieure au millimètre). On note cependant un décalage des motifs vers les vitesses de rotation plus importantes pour des valeurs de module de Young plus élevées. C'est cohérent avec le fait que plus le module de Young est élevé, plus la raideur globale du système mécanique rotor/stator est importante, et donc plus ses fréquences propres seront élevées. Notons également que l'usure du revêtement augmente légèrement lorsque le module de Young augmente. Là encore, ce comportement est cohérent avec l'intuition : plus la raideur du revêtement est élevée, plus il y a d'énergie transférée à l'aube, plus le mouvement vibratoire de l'aube est important, et donc plus l'incursion dans le revêtement est grande, entraînant une usure également plus forte.

6.4.1.2 Sensibilité au coefficient de frottement

Les résultats pour trois coefficients de frottement différents sont présentés sur les figures 6.16d, 6.16e et 6.16f. Les variations du coefficient de frottement sont analogues aux variations du module de Young : même motif général ; mêmes lobes à la résonance ; décalage vers les vitesses de rotation plus importantes et usure plus élevée lorsque le coefficient augmente. Cette similitude vient du fait que le coefficient de frottement augmente en quelque sorte la raideur tangentielle du système rotor/stator.

6.4.1.3 Sensibilité au coefficient d'usure adhésive

Les résultats pour trois coefficients d'usure adhésive sont présentés sur les figures 6.16g, 6.16h et 6.16i. Pour un coefficient d'usure $k_{\text{adhésion}} = 10^{-4}$ ou $k_{\text{adhésion}} = 10^{-3}$, l'usure du revêtement est quasiment nulle, sauf pour l'intervalle de vitesse de rotation 400 rad/s – 500 rad/s où l'on observe la résonance à 4 lobes d'usure. La grande similitude des deux simulations vient du fait qu'avec de tels coefficients, l'usure est presque toujours très faible et, ainsi, influence peu la dynamique de l'aube. Pour $k_{\text{adhésion}} = 10^{-2}$, l'usure n'est plus négligeable, et on commence à observer les lobes d'usure. Fort logiquement, plus le coefficient d'usure est élevé, plus l'usure finale du matériau est élevée. Remarquons toutefois que bien que ce soit le cas pour les simulations présentées, il n'en va pas toujours ainsi : si le coefficient d'usure est très élevé, toute la matière en contact est usée dès le début, là où le stator est ovalisé, et il n'y a pas de mise en résonance de l'aube, et donc pas de lobes d'usure autres que ceux dus à l'ovalisation du carter.

6.4.2 Usure par usinage

Les résultats des simulations pour lesquelles seul le mécanisme d'usure par usinage est activé sont présentés sur la figure 6.17. La plupart des simulations révèlent une usure nulle pour la plupart des vitesses de rotations : la limite d'élasticité n'est pas atteinte et donc l'accommodation du contact s'effectue par déformation élastique uniquement. Seuls les motifs à 6 et 4 lobes d'usure sont présents de manière constante.

6.4.2.1 Sensibilité à l'angle des plans de cisaillement

Les résultats pour trois angles de cisaillement différents sont présentés sur les figures 6.17a, 6.17b et 6.17c. Une augmentation de l'angle des plans de cisaillement résulte en une force de réaction tangentielle plus faible, donc moins d'énergie transférée pour la vibration de l'aube, et donc, *in fine*, moins d'usure du revêtement.

6.4.2.2 Sensibilité à la limite d'élasticité

Les résultats pour trois limites d'élasticité différentes sont présentés sur les figures 6.17d, 6.17e et 6.17f. Une augmentation de la limite d'élasticité implique un domaine plus important pour l'accommodation élastique sans usinage du revêtement, et donc, là également, moins d'usure du revêtement.

6.4.2.3 Sensibilité à la proportion de surface usée en fonction de l'incursion

Les résultats pour trois proportions différentes de surface usée par usinage sont présentés sur les figures 6.17g, 6.17h et 6.17i. Là encore, les résultats sont conformes à un comportement simple : une augmentation du paramètre de la proportion d'usure par usinage entraîne une augmentation de l'usure finale.

Insistons tout de même sur le fait que si, dans les simulations d'usure par usinage, toutes les tendances observées pour l'usure du revêtement après 200 tours correspondent directement aux comportements à l'usure pour un seul contact, la correspondance n'est pas automatique : la dynamique d'aube est non-linéaire et par conséquent, une usure importante sur un tour peut entraîner l'absence de contact sur les tours suivants, et donc une usure finale, après 200 tours, plus faible.

6.4.3 Usure par labourage

Les résultats des simulations pour lesquelles seul le mécanisme d'usure par labourage est activé sont présentés sur la figure 6.18. On s'intéresse ici à la variation de la profondeur des sillons laissés par l'aube sur le revêtement. Les résultats, sur les figures 6.18a, 6.18b et 6.18c, donnent un bon exemple du comportement non linéaire. En effet, lors d'un contact, toutes choses égales par ailleurs, si la profondeur des sillons est plus importante, l'usure sera également plus importante. Or, on remarque que si l'usure a plutôt tendance à augmenter entre les simulations à $h_{\text{sillons}} = 50 \mu\text{m}$ et $h_{\text{sillons}} = 100 \mu\text{m}$, elle diminue entre $h_{\text{sillons}} = 100 \mu\text{m}$ et $h_{\text{sillons}} = 200 \mu\text{m}$; on observe notamment la disparition totale du motif à 4 lobes d'usure. De manière générale, on remarque, avec le mécanisme d'usure par labourage, la présence de nombreux motifs d'usure, notamment pour les faibles vitesses : motifs à 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 lobes d'usure, qui correspondent tous, sur un [Campbell](#), à différentes zones critiques d'intersection entre une fréquence propre de l'aube et un régime moteur.

6.4.4 Usure par microrupture

Les résultats des simulations pour lesquelles seul le mécanisme d'usure par microrupture est activé sont présentés sur la figure 6.18.

Pour la plupart des simulations avec microrupture, on note des motifs d'usure avec résonance pour de nombreuses vitesses de rotation. L'augmentation d'un paramètre peut aller soit dans le sens « naturel », comme lorsqu'on observe l'augmentation de l'usure sous l'effet d'une augmentation de l'énergie de rupture (figures 6.19d, 6.19e et 6.19f) ; soit dans le sens d'une atténuation de l'usure finale pour cause de surconsommation au début de la simulation, comme pour la variation de la taille des particules (figures 6.19a, 6.19b et 6.19c) ou de la proportion de surface usée par microrupture (figures 6.19g, 6.19h et 6.19i).

Notons en particulier l'influence importante, dans notre cas, du paramètre $p_{\text{arrière}}$, la proportion de particule dues à l'usure par microrupture qui passent sous l'aube avant d'être éjectées du système. Si toutes les particules sont éjectées à l'avant, l'aube ne touche quasiment plus le revêtement sous son sommet, et par conséquent, l'énergie échangée est faible, d'où une vibration faible, et donc une usure faible. On peut faire le raisonnement inverse si toutes les particules passent sous l'aube avant d'être éjectées à l'arrière.

6.4.5 Conclusion

Cette étude paramétrique amène plusieurs remarques. Tout d’abord, on note un bon comportement numérique de nos lois d’usure : chaque variation de paramètre influence les résultats d’usure ; toutefois, la variation est progressive et des paramètres proches entraînent des usures proches. La robustesse de la dynamique d’aube et des motifs d’usure est frappante : sur les 26 simulations présentées ici, 24 présentent le motif à 6 lobes d’usure aux alentours de 200 rad/s, et 23 le motif à 4 lobes sur l’intervalle 400 rad/s – 500 rad/s. D’autres simulations, sur des configurations d’interaction différentes (nombres de tours, *pénétration géométrique maximale*, jeu...) présentent également le même type de motifs d’usure. Notons que ce type de dynamique d’aube est retrouvé par des simulations numériques encore plus simplifiées, sans modélisation explicite de l’usure du revêtement : voir par exemple l’article de [Salvat et coll. \(2013\)](#).

On peut, grâce à l’étude paramétrique, facilement observer quels paramètres permettraient de diminuer la réponse vibratoire de l’aube et l’usure du revêtement, et, par conséquent, répondre à notre problématique initiale. Cependant, il faut noter que les simulations présentées ici sont avant tout numériques et, en dehors de la reproduction des 6 lobes d’usure à la vitesse de rotation adéquate de l’expérience rapportée par [Millecamps \(2010\)](#), n’ont pas été validées de manière précise sur les quelques expériences de la littérature alliant un comportement d’aube relativement complexe et des mesures détaillées de la dynamique d’aube complète. Il nous semble important, pour la suite, de mener à bien une étude de calibration des paramètres matériaux, couplée à une vérification sur un cas complexe, comme celui des expériences présentées dans la thèse de [Mandard \(2015\)](#).

En parallèle à une telle étude, il faut rappeler que notre configuration d’interaction numérique est volontairement modifiée en vue d’observer des dynamiques d’aube représentatives et des usures importantes sur un nombre de tours réduit. Cela conduit à imposer une *pénétration géométrique maximale* bien supérieure à celle qu’il semble y avoir dans l’expérience décrite par [Millecamps \(2010\)](#). Il semble qu’une reproduction plus précise de l’expérience passe par une prise en compte plus fidèle de la cinématique imposée au système, c’est-à-dire à la fois une interaction sur un grand nombre de révolutions (de l’ordre de 10000 tours), ce qui pose un défi numérique ; et une prise en compte du stator qui soit conforme à l’expérience, ce qui pose un problème de collecte d’information car la déformée précise imposée au stator lors de l’expérience n’est pas mesurée ([Millecamps, 2015](#)).

7 | Bilan

a/ Résumé des travaux

La prise en compte du matériau abradable dans un code de calcul de l'interaction rotor/stator pose des défis aussi bien de modélisation thermomécanique que d'ordre numérique. Ce travail propose une contribution à la résolution du problème. Dans un premier temps, une analyse détaillée de la thermodynamique d'un étage est menée, et permet ainsi une présentation globale des phénomènes à l'œuvre lors d'une interaction aube/abradable, des grandeurs caractéristiques et de leurs intervalles de variation. On propose notamment une estimation des effets dynamiques dans le revêtement, un calcul de la valeur de l'incursion de l'aube dans le revêtement pour différentes expériences de la littérature, et une comparaison des énergies nécessaires à l'enlèvement de matière. Cette analyse du cadre d'étude nous permet ensuite de nous concentrer sur une synthèse de la phénoménologie de l'usure des abradables exposée dans la littérature. Nous proposons une classification des mécanismes d'usure entre mécanismes volumiques, qui prennent en compte le contact comme une condition aux limites ; et les mécanismes surfaciques, dont la définition exige de faire intervenir le contact de manière explicite. Les mécanismes principaux observés par la littérature sont l'élasticité et la densification, en ce qui concerne les mécanismes volumiques ; et les mécanismes de plasticité à l'interface, d'usure par usinage, par microrupture et par labourage, pour ce qui est des mécanismes surfaciques. L'origine des mécanismes est discutée à la lumière de la littérature générale sur la mécanique des interfaces. Une attention particulière a été portée, dans cette première partie du manuscrit, à une définition précise des différents termes utilisés par la littérature, tels que les différentes notions d'incursion, et les noms des différents mécanismes.

On propose ensuite un cadre de modélisation des mécanismes qui prend en compte les phénomènes observés, tout en étant suffisamment simple pour être intégré dans un code d'interaction entre une aube flexible et un revêtement abradable. La modélisation générale du contact à l'échelle des mécanismes, c'est-à-dire à l'échelle microscopique, n'en est encore qu'à ses débuts, et cela vient en particulier du fait qu'aucune théorie complète du contact et de l'usure n'est applicable en toute généralité et dans tous les cas de figure. C'est pourquoi il apparaît plus pertinent de proposer des modèles directement fondés sur la phénoménologie, dépendant de paramètres relativement simples à mesurer. Ainsi, les cartes d'usure proposées par la littérature, qui indiquent le mécanisme d'usure dominant pour divers paramètres d'interaction, peuvent être utilisées directement, en première approche, pour renseigner les paramètres matériaux d'activation des mécanismes. Diverses lois de contact, friction et/ou usure sont présentées pour prendre en compte chaque mécanisme ; puis un scénario d'interaction entre les différents mécanismes est proposé. Si la littérature nous fournit une phénoménologie qualitative quasiment complète, les mécanismes sont encore incomplètement quantifiés, et c'est pourquoi une discussion sur le choix de paramètres matériau représentatifs d'un abradable AlSi-PE est menée. Une méthodologie pour l'obtention des paramètres est également proposée.

La suite du manuscrit s'intéresse à l'intégration du modèle d'usure proposé dans une simulation numérique de l'interaction aube/abradable. Le cadre numérique traite la dynamique de l'aube par une méthode d'intégration temporelle explicite, sur un modèle éléments finis tri-dimensionnel, prenant en compte les effets centrifuges, et réduit par une procédure de Craig-Bampton. Le contact de l'aube avec le revêtement est géré par une méthode de prédiction-corrrection de type PEC (Prédicteur-

Estimateur-Correcteur), et l'algorithme de contact utilise diverses simplifications et hypothèses explicitées en détail. Un nouvel algorithme de l'usure du revêtement, dit « algorithme d'usure différée », est présenté. Cet algorithme permet une prise en compte de l'usure cohérente avec les lois d'usure phénoménologiques.

Le code de simulation numérique permet la résolution en quelques heures d'une simulation d'interaction de plusieurs centaines de tours. Ceci nous permet de tester les interactions pour de nombreuses vitesses de rotation. Une analyse détaillée des résultats montre un bon comportement numérique de la simulation, et en particulier des lois d'usure et de l'algorithme d'usure différée : convergence lors du raffinement des diverses discrétisations et stabilité par rapport à une variation des paramètres matériaux. On note toutefois une surestimation importante et systématique des forces de contact, et diverses causes possibles sont listées. Enfin, une analyse paramétrique nous permet de quantifier l'influence sur l'usure d'une variation des différents paramètres matériaux ; l'interprétation des résultats montre la compétition entre d'une part l'énergie de vibration transférée à l'aube lors du contact, qui va permettre le déplacement de l'aube et donc son contact ultérieur et son usure du revêtement, et d'autre part cette usure du revêtement, qui va augmenter le jeu effectif entre l'aube et l'abradable, limiter le contact, et donc, au final, diminuer l'énergie de vibration transférée.

b/ Conclusion

Du point de vue opérationnel, le travail effectué durant cette thèse a permis la prise en compte de la phénoménologie de l'usure des abrasables dans la simulation de l'interaction rotor/stator. Dans le cadre du code de calcul COROS, utilisé par Snecma pour tester différentes géométries d'aube, la loi rhéologique élastoplastique à trois paramètres utilisée jusqu'à maintenant, limitée quant à l'interprétation physique de ses paramètres, peut ainsi être remplacée par une loi fondée sur la phénoménologie de l'usure des matériaux abrasables. Chaque paramètre du modèle phénoménologique a une signification physique bien définie et peut être calibré à partir des données d'un banc expérimental. En pratique, la durée des simulations est équivalente. *A minima*, il devrait être possible de remplacer facilement, pour les études industrielles, la combinaison algorithme du biseau/loi rhéologique par la combinaison algorithme d'usure différée/loi d'usure adhésive. En effet, la loi d'usure adhésive a un comportement mathématique très régulier, ne fait intervenir qu'un nombre limité de paramètres, et le paramètre de la loi d'Archard k_{adh} , peut être calibré pour retrouver les motifs d'usure souhaités.

Sur le moyen terme, un objectif important du manuscrit est d'apporter une synthèse complète de l'interaction aube/abradable dans un cadre unifié, suffisamment flexible pour permettre d'ajouter des mécanismes et d'améliorer progressivement les lois de comportement de ces mécanismes. Dans le même esprit, les différentes hypothèses numériques utilisées par COROS sont énoncées et détaillées, de manière à comprendre plus aisément les axes d'améliorations possibles.

c/ Perspectives

Ce travail soulève plusieurs possibilités d'études et d'améliorations qui peuvent être regroupés selon deux axes.

Modélisation de l'usure des abrasables

Ce travail est une première tentative pour prendre en compte une partie de la phénoménologie de l'usure dans le développement de lois de comportement du matériau abradable. Ceci a permis de tester des simulations d'interaction avec des lois de réaction de l'abradable dont la structure mathématique est à chaque fois très différente : continue (usure adhésive, labourage, usinage) ou non continue (microrupture) ; croissante (usure adhésive, labourage) ou non monotone (usinage, microrupture) ; à seuil (labourage, microrupture ou usinage) ou sans seuil (usure adhésive). On peut donc penser avoir obtenu des résultats pour un panel de lois suffisamment représentatif du comportement mathématique « réel » du revêtement abradable.

Cependant, il est bien évident que les lois retenues et implémentées ne sont qu'une étape dans la modélisation d'un comportement réaliste de l'interaction aube/abradable. La première amélioration d'importance concerne la dépendance du comportement à la température. Cet aspect n'a pas été traité dans ce travail car l'utilisation d'un comportement matériau dépendant de la température demande un calcul du champ de température dans le revêtement, c'est-à-dire un couplage thermo-mécanique au sein du code de calcul, qui ne le permet pas actuellement. Mais sans même parler de son implémentation numérique, la modélisation du comportement thermique du matériau sera difficile, car il n'existe à l'heure actuelle que peu d'expériences en température, et parmi celles-ci, on impose souvent une température extérieure, sans mesurer la température réelle au sein du matériau (et donc sans mesure de la dissipation). De plus, les expériences en température imposent en général quelques valeurs de température extérieures (par exemple, trois valeurs — 20 °C, 150 °C et 280 °C dans la thèse de [Mandard \(2015\)](#)) et il semble donc compliqué d'en déduire un comportement en température complet.

À moyen terme, la procédure d'identification des paramètres du modèle doit être développée. En particulier, il est important de définir les essais expérimentaux précis nécessaires à l'obtention des paramètres matériau.

À court terme, d'autres améliorations du modèle sont possibles, qui ne demandent pas de réaliser ou d'analyser de nouvelles expériences :

- la loi implémentée pour l'usure par labourage est actuellement extrêmement simplifiée et il est tout à fait possible de la remplacer par une des autres lois proposées dans le chapitre 4 ;
- le labourage est considéré indépendant du transfert car le transfert n'est pas modélisé, bien que cela soit possible assez facilement (voir les lois proposées dans le chapitre 4) ;
- l'écrasement du revêtement n'est pas vraiment pris en compte. Il est possible d'utiliser la loi d'usinage pour obtenir le même effet mais il serait sans doute plus approprié de le modéliser comme de la plasticité volumique du revêtement. L'implémentation est très simple et ne demande pas de paramètre matériau supplémentaire si on suppose une plasticité parfaite (elle est d'ailleurs présente dans COROS mais n'apparaît pas dans les résultats du chapitre 6 car implémentée après).
- la loi de microrupture mériterait d'être révisée, en particulier pour s'affranchir de la saturation de l'usure qui apparaît si l'incursion est supérieure à la taille des particules d'usure.

Simulation numérique de l'interaction aube/abradable

Comme noté dans le chapitre 6, le principal problème des simulations numériques est la surestimation des forces de contact. Plusieurs hypothèses ont été proposées dans les chapitres 5 et 6 pour tenter d'expliquer les causes du problème. Cependant, il semble qu'une analyse détaillée, sur un cas analytique, ou en essayant de reproduire de manière détaillée l'expérience présentée dans la thèse de [Mandard \(2015\)](#), soit nécessaire afin de comprendre les causes effectives du problème.

À court terme, une perspective intéressante serait le lancement de simulations avec un nombre de tours plus important et une déformation du carter plus conforme à la réalité. Il est probable que l'on puisse accélérer les temps de calcul sans trop d'efforts en jouant sur les éléments suivants :

- il semble que l'on puisse augmenter (d'un facteur deux) le pas de temps de l'algorithme d'intégration explicite pour la plupart des simulations sans qu'il y ait d'instabilité ;
- le nombre de modes encastrés gardés par la réduction de Craig-Bampton peut être plus faible ;
- le **modèle multi-vitesse**, qui permet d'obtenir les matrices réduites pour une plage de vitesse, permet bien d'accélérer le calcul de ces matrices réduites, mais elles sont de dimension supérieure (environ trois fois plus grandes) aux matrices calculées par une réduction classique. Il pourrait donc être utile de calculer les matrices par une réduction classique, vitesse par vitesse, afin de réduire le temps de calcul de l'intégration temporelle.

Enfin, un couplage thermomécanique, avec calcul du champ de température du revêtement, permettrait de prendre en compte les effets de dépendance à la température des mécanismes.

A | Configuration des simulations pour la présentation de COROS

Les résultats donnés dans la partie [5.1.1](#), où sont présentées les quantités utilisées pour le post-traitement, montrent des comportements intéressants, en particulier au niveau de la progression de l'usure en bord d'attaque. On note en effet (cf. figure [5.1b](#) p. [86](#)), au début de la simulation, une progression de l'usure importante selon deux lobes, puis une relative stagnation, avant une nouvelle augmentation de l'usure par tour et le creusement progressif de neuf lobes d'usure. L'enveloppe du signal de déplacement est également assez complexe (cf. figure [5.1a](#)).

Les paramètres utilisés pour cette simulation sont présentés dans le tableau [A.1](#). Seul le mécanisme d'usure adhésive est activé. Noter la valeur extrêmement faible du module de Young.

<p>Paramètres globaux</p> <p>déformation du carter : ovalisation</p> <p>jeu initial aube/revêtement : 1 mm</p> <p>pénétration géométrique maximale de l'aube dans le revêtement : 1 mm</p> <p>nombre de tours : 200</p> <p>vitesse de rotation pour les déplacements et l'usure progressive du BA : 600 rad/s</p> <p>vitesse de rotation pour les cartes d'usure et d'interaction : 100 rad/s – 600 rad/s</p>
<p>Paramètres de discrétisation</p> <p>pas de temps : 10^{-7} s</p> <p>nombre de nœuds frontières : 8</p> <p>nombre de modes encastres pour la réduction de Craig-Bampton : 20</p> <p>nombre d'éléments abradables sur la circonférence du carter : 2000</p>
<p>Paramètres de l'aube</p> <p>$E = 119,6$ GPa</p> <p>$\nu = 0,286$</p> <p>$\rho = 4450$ kg/m³</p>
<p>Paramètres du matériau abradable</p> <p>Paramètre structurel</p> <p>$h_0 = 5$ mm</p> <p>Comportement volumique</p> <p>$E = 0,008$ GPa</p> <p>$\sigma_y = 20$ MPa</p> <p>$p = 60$ MPa</p> <p>Friction et usure adhésive</p> <p>$\mu = 0,2$</p> <p>$k_{\text{adhésion}} = 10^{-1}$</p>

Tableau A.1 – Paramètres utilisés pour obtenir les résultats présentés dans la partie 5.1.1

B | Modèle mathématique de l'interaction rotor/stator

L'interaction rotor/stator est modélisée comme un problème de dynamique des solides pour lequel trois systèmes interagissent : le rotor, le carter et le revêtement abrasable (ces deux derniers composent le stator).

a/ Le rotor

Dans un moteur d'avion, un rotor est composé d'un arbre et des étages du compresseur et de la turbine qui lui sont attachés. On ne souhaite pas étudier un rotor complet pour des raisons de temps de calcul, et c'est pourquoi on s'intéresse, dans le cas le plus complexe, à un seul étage, pour lequel un mouvement de rotation est imposé par l'arbre, ou, dans le cas simplifié, à une seule aube d'un étage. L'hypothèse de modéliser un seul étage, sans interaction entre étages, revient à considérer l'arbre comme infiniment rigide. Cette hypothèse est *a priori* fondée, d'une part par la grande raideur de l'arbre, et d'autre part car les motoristes (Snecma en tout cas) ne semblent pas relever ce type d'interaction lors d'essais moteurs. L'hypothèse de modéliser l'interaction avec une seule aube, sans interaction entre les aubes, est plus discutable. Elle revient à considérer comme infiniment rigide le disque sur lequel sont fixées les aubes. En réalité, certaines expériences échelle 1 montre la présence de déformations globales de la roue aubagée (des modes à diamètres), qui infirment cette hypothèse. Dans d'autres expériences, notamment l'expérience échelle 1 analysée par [Millecamps \(2010\)](#), ces modes à diamètres sont absents, et c'est pourquoi on peut se permettre une telle simplification, qui, par ailleurs, réduit grandement les temps de calcul.

Indépendamment de ces simplifications, se pose la question de la vitesse de rotation. En effet, on peut considérer que s'il y a contact, et donc frottement avec le stator, la vitesse de rotation va diminuer, et il y aurait alors diminution de la vitesse de rotation de manière couplée avec la dynamique d'aube. Cependant, on peut penser que vue l'inertie du rotor complet, des contacts ponctuels sur quelques aubes n'entraîneront pas de grande variation. D'autre part, il faut avoir à l'esprit que le rotor n'est pas un système isolé, mais est entraîné en rotation par la chambre de combustion, qui doit elle-même suivre une loi de commande qui permet d'imposer la vitesse de rotation. Par conséquent, le couplage dynamique du contact/vitesse de rotation peut être négligé. Cela veut dire que la rotation peut être imposée comme condition aux limites de Dirichlet soit sur la partie du disque qui est fixé sur l'arbre (dans le cas où l'on modélise la roue aubagée complète), soit en pied d'aube (dans le cas où l'on modélise une seule aube). On peut considérer sans difficulté particulière une vitesse variable, même si on se limite à une vitesse constante dans ce travail. Par ailleurs, on néglige les effets gyroscopiques et d'accélération centrifuge.

On s'intéresse à une configuration non accidentelle, par conséquent les équations qui régissent l'aube peuvent être approximées comme celles de l'élasto-dynamique. L'hypothèse des petites perturbations est faite. Si les petites déformations sont justifiées, l'hypothèse de petits déplacements est en revanche plus discutable. On peut cependant considérer que si, au cours d'une simulation, le déplacement vibratoire de l'aube dépasse quelques pourcents de sa hauteur totale, alors certes les calculs d'intégration temporelle suivant ce dépassement seront faux car il ne vérifieront plus l'hypothèse ; mais peu importe car les calculs précédant ce dépassement sont, eux, effectués avec

l'hypothèse vérifiée, et montrent un déplacement déjà trop important, ce qui veut dire que l'on est dans d'une configuration dangereuse pour l'intégrité structurelle de l'aube (qui est la principale information que l'on recherche par cette simulation).

Les autres hypothèses principales de modélisation sont les forces aérodynamiques négligées, et l'absence d'effets de température tels que la dilatation thermique. Des travaux ont été effectués dans ce sens (cf. respectivement [Batailly et coll. \(2012\)](#) et [Millecamps \(2010\)](#)), ou sont en cours.

b/ Le sommet d'aube

Des contraintes en sommet d'aube sont appliquées lors d'un contact avec le stator. Une des subtilités de la modélisation mathématique est qu'une aube est modélisée comme une structure 3D, et par conséquent son sommet, sur lequel se produit le contact, est une surface 2D. Cependant, du point de vue du revêtement, le sommet d'aube est vu comme une structure 1D. La raison de ce choix tient dans le fait qu'il permet une prise en compte simple de la phénoménologie de l'usure qui se produit lors d'un passage de l'aube. En effet, dans la réalité, lors d'une incursion de l'aube dans le revêtement, les mécanismes d'usure se produisent simultanément (1) à l'avant du sommet sous l'effet de l'« attaque » de l'arête avant dans la matière, (2) sous le sommet d'aube car il y a contact et friction, et (3) à l'arrière du sommet lorsque le contact cesse et que des particules de revêtement sont éjectées. Une modélisation 2D du sommet devrait tenir compte de cela et adapter le comportement matériau du revêtement en fonction de la position par rapport au sommet d'aube. Le traitement numérique de ce problème est envisageable en un temps de calcul raisonnable, mais implique une complexité algorithmique importante. La solution naturelle permettant de simplifier le problème est de remarquer que l'épaisseur du sommet est faible par rapport à la surface traversée (la circonférence du carter), et par conséquent, de ramener les différentes positions du sommet d'aube — arête avant, dessous, arête arrière — en un seul point. Ainsi, le contact du sommet 1D avec un point précis du revêtement est de durée nulle et les différentes étapes du processus d'usure — interaction avec l'arête avant selon les mécanismes associés, interaction avec le dessous du sommet, interaction avec l'arête arrière — se produisent au même instant. La force de réaction sur l'aube due à un point du revêtement et l'usure de ce point sont ainsi calculées à un instant précis (plutôt que sur une courte durée) et en une seule fois (plutôt que pendant le temps complet de l'interaction du sommet avec le point du revêtement).

Mathématiquement, le changement de dimension du sommet d'aube entre l'aube d'un côté et le revêtement de l'autre implique de résoudre deux problèmes de compatibilité.

Le premier concerne la détermination de la forme géométrique d'un sommet d'aube 1D à partir du sommet d'aube 2D. En pratique, on prend l'arête avant de la géométrie 2D du sommet pour représenter cette structure 1D, mais on pourrait imaginer prendre l'arête arrière, la moyenne des deux selon z ...

Le deuxième problème concerne l'opération inverse de distribution sous forme de contrainte $\sigma^c(\theta, z, t)$ sur le sommet d'aube 2D de la force de réaction 1D $f^c(z, t)$ donnée par le comportement du revêtement abradable (voir la manière dont on l'obtient au paragraphe [d/](#)). $f^c(z, t)$ est la force de réaction d'un point P du revêtement en face du sommet d'aube à la position axiale z et à l'instant t . C'est par conséquent une force linéique (donnée en N/m par exemple). La façon la plus naturelle serait de répartir équitablement la force sur toute la partie du sommet d'aube située en z par la formule $\sigma^c(\theta, z, t) = f^c(z, t)/e_{\text{aube}}(z)$. C'est cette méthode qui est utilisée pour écrire les équations ci-dessous. Mais ce n'est pas tout à fait le cas lors de la discrétisation utilisée dans ce travail : elle devient une force ponctuelle sur le nœud de contact.

c/ Le carter

Le carter peut être modélisé soit comme une structure élastique flexible encastree par le biais de conditions aux limites de Dirichlet, soit comme un solide rigide, hypothèse retenue dans ce travail par souci de simplification et car la rigidité des carters de compresseur est importante (en comparaison,

par exemple, avec les carters de soufflante). Les équations ci-dessous sont également formulées pour un carter rigide.

d/ Le revêtement

La modélisation du revêtement est très simplifiée, et c'est par conséquent le système dont la modélisation mathématique est la plus difficile à se représenter mentalement. Mathématiquement, on peut considérer le revêtement comme une surface 2D « collée » à la surface intérieure du carter. À chaque point P de cette surface est associée une hauteur de revêtement, $h(P, t)$ susceptible d'évoluer en fonction du temps. On a $\forall P \quad h(P, t = 0) = h_0$ où h_0 est la hauteur initiale du revêtement. À chaque point P , peuvent également être associées des variables d'état $V_k(P, t)$ qui modélisent l'état du revêtement (l'état interne comme déformation irréversible, écrouissage, densification, endommagement...etc., mais on peut également considérer la température du revêtement comme une variable d'état). Il n'y a pas de variable interne dans le modèle de comportement du matériau abradable utilisé dans ce travail, mais cela ne poserait pas de problème, car une variable interne V_k serait traitée de la même manière que h . Dans la suite, on intègre h aux variables d'état (V_k).

Une hypothèse très forte dans la modélisation du matériau est la suivante : il n'y a aucun couplage entre les différents points du revêtement. Cela se traduit, mathématiquement, par le fait que les équations permettant de déterminer $V_k(P, t)$ et $V_k(P', t)$ avec $P \neq P'$ sont indépendantes.

Le calcul de V_k est possible si l'on dispose d'une loi de comportement du matériau. Notons ldc une loi de comportement générique. Dans ce travail, les lois de comportement dépendent de l'incursion $I = I(P, t)$, de la vitesse d'interaction $v_A = v_A(P, t)$, des variables d'état avant interaction $V_k(P, t^-)$.

$$V_k = ldc(I, v_A; V_k(P, t^-))$$

Les variables d'état $V_k(P, t^-)$ ne sont pas des variables de la fonction à proprement parler, ce sont des paramètres de la loi de comportement.

En fait, la loi de comportement va également fournir une force de réaction $f^c = f^c(z, t)$ à l'incursion de l'aube. On peut donc remplacer la formule précédente par :

$$V_k, f^c = ldc(I, v_A; V_k(P, t^-))$$

Cette force de réaction f^c doit être vue comme l'intégration de la contrainte de réaction σ^c de tous les points du sommet d'aube qui ont traversé le point P du revêtement à l'instant t , c'est-à-dire tous les points du sommet d'aube en $z = z(P)$. Comme intégration d'une contrainte sur une courbe 1D, c'est par conséquent une force linéique. Notons que f^c est obtenue directement par ldc , et σ^c n'est pas calculée par ldc . Au contraire, on doit calculer σ^c à partir de f^c et d'une loi de répartition sur le sommet (cf. le paragraphe b/).

Finalement, notons que la formule s'applique pour tout point P du revêtement, et il n'est pas nécessaire que P soit un point en contact avec l'aube à l'instant t . Cependant, s'il n'y a pas contact en (P, t) , on doit avoir $h(P, t) = h(P, t^-)$ (pas d'usure supplémentaire au point P à l'instant t) et $f^c(z, t) = 0$ (pas de force de réaction). En revanche, les autres $V_k(P, t)$ peuvent *a priori* varier arbitrairement.

e/ Hypothèses sur la cinématique

De manière à simplifier l'implémentation, diverses hypothèses sont faites sur la cinématique de l'interaction rotor/stator. En particulier, même si le carter est ovalisé, on considère que la normale au revêtement abradable est toujours dans la direction radiale (en toute rigueur, c'est seulement le cas si le carter est circulaire). Également, la détermination des points du revêtement faisant face au sommet d'aube se fait en négligeant les déplacements de vibration du sommet (seul le déplacement géométrique du sommet sous l'effet de la rotation est considéré). Enfin, la vitesse du sommet d'aube v_A donnée à la loi de comportement du revêtement est approximée comme la vitesse de rotation seule (vitesse due à la vibration négligée).

f/ Équations

Paramètres fixés

Ω : vitesse de rotation

$J(z)$: jeu aube/revêtement en fonction de la position axiale

h_0 : épaisseur initiale du revêtement

$V_{k,0}$: valeurs initiales des autres variables d'état

$e_{\text{aube}}(z)$: épaisseur du sommet d'aube

$\Delta r_{\text{carter}}(\theta, t)$: déplacement radial du carter par rapport à sa position de référence circulaire

Variables indépendantes

t : temps

\mathbf{X} : position de référence de l'aube dans la configuration d'équilibre tournant

$\mathbf{P} = \mathbf{P}(\theta, z)$: point du revêtement repéré par ces coordonnées cylindriques (sa coordonnée axiale est calculée à partir de la position axiale du carter)

Inconnues

$\mathbf{u}(\mathbf{X}, t)$: déplacement dans le référentiel tournant

$\boldsymbol{\sigma}^c(\mathbf{X}, t)$: contrainte de contact en sommet d'aube

$h(\mathbf{P}, t)$: hauteur (épaisseur) du revêtement abradable

Variables dépendantes

$\mathbf{x}(\mathbf{X}, t) = \mathbf{X} + \mathbf{u}(\mathbf{X}, t)$: position actuelle de l'aube

$\hat{\mathbf{P}}(\mathbf{X}, t)$: point du revêtement en face du sommet d'aube pour une position \mathbf{X} du sommet et à l'instant t

Équations de la roue aubagée

Dans le volume

$$\rho \ddot{\mathbf{u}} = \text{div } \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{f}_\Omega$$

où

$$\mathbf{f}_\Omega(\mathbf{x}) = \rho \Omega^2 \mathbf{p}_{\perp z}(\mathbf{x})$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{C} \boldsymbol{\varepsilon}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \text{grad}_s(\mathbf{u})$$

Conditions aux limites

$\mathbf{u} = \mathbf{0}$ sur la partie du disque fixée sur l'arbre

$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}^c$ en sommet d'aube

Équations de contact La contrainte qui s'exerce en sommet d'aube peut être paramétrée par (θ, z, t) . L'équation de répartition de la force linéique de contact est la suivante :

$$\boldsymbol{\sigma}^c(\theta, z, t) = \mathbf{f}^c(z, t)/e_{\text{aube}}(z)$$

Il ne reste plus qu'à obtenir une équation pour \mathbf{f}^c et $h(\mathbf{P}, t)$. Pour cela, on définit les valeurs suivantes pour tout X du sommet d'aube 1D :

$$R_A = r(\mathbf{X})$$

$$r_A = r(\mathbf{x}(\mathbf{X}, t))$$

$$\theta_A = \theta(\mathbf{X}) + R_A \Omega t$$

$$z_A = z(\mathbf{X})$$

$$v_A = R_A \Omega$$

$$u_r = \mathbf{u}(\mathbf{x}(\mathbf{X}, t)) \cdot \mathbf{e}_r$$

$$I_0(z_A, t) = u_r + \Delta r_{\text{carter}}(\theta_A, t) - J(z_A)$$

où I_0 est l'*incursion sans usure*. De même, on définit les valeurs suivantes tout point \mathbf{P} du revêtement :

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{P}}(\mathbf{X}, t) &= \mathbf{P}(\theta_A, z_A) \\ \Delta h_{\text{tot}}(\mathbf{P}, t^-) &= h(\mathbf{P}, t^-) - h_0 \\ I &= I(\mathbf{P}, t) = I_0(z_A, t) - \Delta h_{\text{tot}}(\mathbf{P}, t^-)\end{aligned}$$

où $\Delta h_{\text{tot}}(\mathbf{P}, t^-)$ représente l'usure totale en \mathbf{P} depuis le début de la simulation jusqu'à t^- .

L'équation d'évolution du revêtement est la suivante :

$$\mathbf{f}^c(z_A, t), V_k(\hat{\mathbf{P}}, t) = \text{ldc}(I, v_A; V_k(\hat{\mathbf{P}}, t^-))$$

sous la contrainte

$$I(z_A, t) \leq h_0$$

qui prend en compte le fait que le sommet d'aube ne peut pas pénétrer dans le carter. Elle doit être complétée par une équation sur les conditions initiales :

$$\begin{aligned}h(\mathbf{P}, t) &= h_0 \\ V_k(\mathbf{P}, t) &= V_{k,0}\end{aligned}$$

Remarque : L'équation d'évolution est définie uniquement pour l'ensemble des points $\hat{\mathbf{P}}(\mathbf{X}, t)$ en face du sommet à l'instant t . Cela sous-entend que l'état du revêtement pour le reste des points ne varie pas. En réalité, si (V_k) comprend des variables telles que la température, l'état varie, même lorsqu'il n'y a pas contact. Cela peut être pris en compte par une équation de type :

$$V_k(\mathbf{P}, t) = \text{ldc}_2(I, v_A; V_k(\mathbf{P}, t^-))$$

définie sur tous les points du revêtement qui ne sont pas en face du sommet d'aube à l'instant t .

C | Thermodynamique de l'interaction rotor/stator

On s'intéresse ici au bilan énergétique de l'interaction rotor/stator. En effet, notre modèle est complet du point de vue de la mécanique, mais notre modèle énergétique n'a pas été explicité. Un bilan énergétique est nécessaire dès lors que l'on cherche à prendre en compte les effets de température car on doit quantifier l'énergie mécanique dissipée en énergie thermique. On explique ici les différentes équations et les différents termes, mais on n'effectue aucune résolution.

Le lieu principal de transformation de l'énergie mécanique en énergie thermique est à l'interface entre le sommet d'aube et le carter. Ailleurs dans le système, les couplages entre la mécanique et la thermique du système sont faibles.

Pour modéliser les transferts d'énergie, la première étape consiste à définir les systèmes sur lesquels faire des bilans. Le choix des systèmes est fondamental car il oriente les différentes hypothèses de modélisation que l'on peut faire par la suite. On définit d'abord les systèmes suivants (toutes les unions sont disjointes) :

$$\begin{aligned}\{\text{Étage}\} &= \{\text{Rotor}\} \cup \{\text{Stator}\} \\ \{\text{Rotor}\} &= \{\text{Arbre}\} \cup \{\text{Disque}\} \cup \{\text{Aubes}\} \\ \{\text{Stator}\} &= \{\text{Carter}\} \cup \{\text{Revêtement}\} \\ \{\text{Aubes}\} &= \cup\{\text{Aube}\}\end{aligned}$$

Ce sont les systèmes intuitifs de l'interaction rotor/stator. Cependant, ils ne prennent pas en compte le fait que thermodynamiquement, l'énergie mécanique est principalement dissipée à l'interface entre les aubes et le revêtement. C'est pourquoi on introduit les systèmes suivants :

$$\begin{aligned}\{\text{Aube}\} &= \{\text{AubeSansInterfaceAuSommet}\} \cup \{\text{InterfaceAuSommet}\} \\ \{\text{Revêtement}\} &= \{\text{VolumeRevêtement}\} \cup \{\text{SurfaceRevêtement}\} \\ \{\text{SurfaceRevêtement}\} &= \{\text{SurfaceRevêtementAttachée}\} \cup \{\text{SurfaceRevêtementDétachée}\} \\ \{\text{Interface}\} &= \{\text{InterfaceAuSommet}\} \cup \{\text{SurfaceRevêtement}\}\end{aligned}$$

Le système $\{\text{Interface}\}$ est défini comme le lieu où ont lieu les mécanismes surfaciques d'interaction. C'est un système proche du troisième corps de la tribologie, mais qui est défini comme la matière pour laquelle se produisent les phénomènes d'interface. Il inclut en particulier les particules éjectées et les proies qui se forment en surface d'aube sous l'effet de l'adhésion. Nous proposons donc de redécomposer le système complet de la manière suivante :

$$\{\text{Étage}\} = \{\text{RotorSansSommets}\} \cup \{\text{StatorSansSurface}\} \cup \{\text{Interface}\}.$$

On propose une dénomination alternative, moins explicite et plus concise :

$$\{\text{Étage}\} = \{\text{Rotor}^-\} \cup \{\text{Stator}^-\} \cup \{\text{Interface}\}.$$

Dans la réalité, un mécanisme d'interaction surfacique, par exemple l'usinage, peut être difficile à délimiter exactement dans l'espace (ne provoque-t-il pas un léger écoulement plastique en profondeur ?). Cependant, notre modélisation fera l'hypothèse que tous les mécanismes d'interaction surfaciques décrits précédemment (usinage, microrupture, plasticité à l'interface, transfert et labourage) sont limités, dans l'espace, à une fine épaisseur à la surface du revêtement et du sommet d'aube. Cette hypothèse est justifiée par les expériences et par l'objectif même d'un matériau abradable, qui est de limiter les effets d'un contact à la surface en contact. Par ailleurs, l'hypothèse de localisation de certains mécanismes à la surface (les « mécanismes surfaciques d'interaction ») est compatible avec la prise en compte de mécanismes volumiques de dissipation à l'intérieur du revêtement (densification, endommagement).

L'objectif d'une telle décomposition est de proposer une modélisation qui permette de séparer le calcul de ce qui se passe à l'interface, du calcul de ce qui se passe ailleurs. L'idée est que le type de calcul nécessaire à chacun des systèmes sera différent : vue sa géométrie, un calcul sur l'aube sera sans doute numérique (éléments finis) ; un calcul sur le stator sera sans doute semi-numérique (éléments de frontière sur le revêtement) ; et le calcul à l'interface sera lui complètement analytique, à la fois faute de temps de calcul, mais également faute de disposer (et même de nécessiter) d'une modélisation fine des phénomènes à l'interface. On souhaite modéliser l'interface avant tout dans le but de quantifier ses effets sur le reste, à savoir la thermodynamique du rotor et du stator. Notre but est d'obtenir une modélisation de l'étage complet dans laquelle l'interface n'est pas modélisée explicitement et avec un niveau de détail important, mais est plutôt une sorte de condition aux limites sur le sommet d'aube et sur le revêtement.

Notre manière de voir les choses, c.-à-d. notre choix de modélisation, est fondé sur trois hypothèses :

1. Le sommet d'aube est modélisé par une courbe 1D (voir l'explication détaillée de l'annexe B). Cela veut dire que l'on simplifie le processus à l'œuvre lors d'une transformation thermodynamique de contact en considérant qu'à un instant t , les mécanismes d'interaction surfaciques sont localisés sur les points de l'interface en face de la courbe 1D du sommet d'aube.
2. Il nous faut également déterminer le type de transformation thermodynamique que l'on souhaite étudier. Une transformation thermodynamique est par définition le passage d'un système d'un état d'équilibre avec l'extérieur à une autre état d'équilibre (l'état d'un système est, par définition, dit en équilibre à un instant t , si ses variables d'état (température et pression) sont définies à cet instant t). En toute rigueur, on ne peut pas, sans hypothèse simplificatrice de modélisation, définir et étudier une transformation thermodynamique entre deux instants quelconques du contact rotor/stator car le processus est chaotique et les variables d'état ne sont alors pas définies. En accord avec notre modélisation du sommet de l'aube par courbe 1D, associée à une durée d'interaction nulle entre l'aube et un point de l'interface, nous proposons l'hypothèse suivante : soit t l'instant de contact entre le sommet et un point P de l'interface ; nous supposons qu'une transformation thermodynamique de durée nulle s'effectue entre le moment où l'arête avant du sommet d'aube touche le point P et débute le contact de l'aube avec ce point, et le moment où l'arête arrière touche P et termine le contact avec ce point. Pendant cette transformation, ont lieu tous les transferts d'énergie entre le sommet d'aube et l'interface en ce point P . Nous avons donc une transformation thermodynamique infinitésimale qui s'applique en chaque instant t d'un contact entre le sommet d'aube et l'interface, au début et à la fin de laquelle les variables d'état sont bien définies.
3. À cause de sa faible épaisseur, l'interface n'a emmagasiné aucune énergie thermique à la fin de la transformation. Plus exactement, on peut imaginer que le travail fourni par le déplacement de l'aube au cours de la transformation a fait augmenter, par dissipation, son énergie interne. Et cette énergie est progressivement transférée aux autres systèmes, par conduction thermique notamment. Notre hypothèse est de dire que ce transfert d'énergie est pour l'essentiel terminé à la fin du contact (c'est toujours justifié par le fait que l'épaisseur est faible). Et comme le contact en un point est de durée nulle, on considère donc que lors d'un contact à l'instant t entre l'aube en un point P de l'interface, toute l'énergie transférée à l'interface est immédiatement restituée.

Nous pouvons maintenant effectuer un bilan d'énergie sur les trois systèmes.

a/ {Rotor⁻}

L'énergie cinétique est la somme de l'énergie cinétique du mouvement de rotation d'ensemble et du mouvement de vibration dans le référentiel tournant (théorème de König) :

$$E_{c,\text{rotor}} = E_{c,\text{rot}} + E_{c,\text{vib}}.$$

L'énergie potentielle est due à la déformation élastique :

$$E_{p,\text{rotor}} = E_{\text{déf}}.$$

Le travail fourni au système est composé du travail fourni par la rotation de l'arbre, le travail dû à la pression de l'air sur les aubes, et le travail dû au contact avec le stator :

$$W_{\text{rotor}} = W_{\text{arbre} \rightarrow \text{rotor}} + W_{\text{air} \rightarrow \text{rotor}} + W_{\text{interface} \rightarrow \text{rotor}}.$$

Le transfert thermique se décompose de manière analogue en un transfert par conduction avec l'arbre, un flux conducto-convectif entre les aubes et l'air, et un flux avec l'interface :

$$Q_{\text{rotor}} = Q_{\text{arbre} \rightarrow \text{rotor}} + Q_{\text{air} \rightarrow \text{rotor}} + Q_{\text{interface} \rightarrow \text{rotor}}$$

avec

$$\begin{aligned} Q_{\text{arbre} \rightarrow \text{rotor}} &= \int_{S_{\text{arbre}}} q_{\text{arbre}} dS \\ Q_{\text{air} \rightarrow \text{rotor}} &= \int_{S_{\text{aube}}} h dS \\ Q_{\text{interface} \rightarrow \text{rotor}} &= \int_{S_{\text{sommet}}} q_{\text{interface}} dS \end{aligned}$$

où q_{arbre} est le flux de chaleur que l'on peut calculer par une loi de Fourier, h est le flux conducto-convectif avec l'air (*a priori* dépendant de la température et de la vitesse de l'air sur les aubes), et $q_{\text{interface}}$ est le flux de chaleur avec l'interface, qui doit être calculé par une loi de comportement de l'interface (de type loi de partage de flux combinée à un calcul de l'énergie thermique dégagée à l'interface, cf. [c/](#)). Les flux sont intégrés, respectivement, sur les surfaces de l'arbre S_{arbre} , de l'aube en contact avec l'air S_{aube} , et du sommet d'aube en contact avec l'interface S_{sommet} .

Enfin, l'énergie interne est l'énergie thermique :

$$U_{\text{rotor}} = \int_{\text{rotor}} CT dV$$

où C est la capacité calorifique volumique des matériaux du rotor.

Les calculs s'effectuent de la manière suivante : comme une loi de commande permet de contrôler la vitesse de rotation (cf. une discussion dans l'annexe [B](#)), on peut considérer que le travail fourni par l'arbre varie de manière à garder $E_{c,\text{rot}}$ constant. Les énergies de vibration et de déformations sont calculés par les équations de l'élasto-dynamique. Le travail des forces aérodynamiques $W_{\text{air} \rightarrow \text{rotor}}$ est négligé. Les chaleurs $Q_{\text{arbre} \rightarrow \text{rotor}}$ et $Q_{\text{air} \rightarrow \text{rotor}}$ peuvent être respectivement calculées à l'aide d'une loi de Fourier et un coefficient conducto-convectif. Le calcul de l'énergie interne requière le calcul du champ de température par l'équation de la thermique.

Remarquons que les couplages thermo-mécaniques du système {Rotor⁻} sont faibles. Il s'agit d'abord de la dilatation thermique, dont l'effet majeur est le changement des jeux avec le stator. Cette évolution des jeux peut être calculée en ajoutant un déplacement de dilatation thermique

après le calcul de la déformation mécanique, c'est-à-dire sans couplage fort des calculs mécaniques et thermiques (c'est sans doute une approximation correcte d'un calcul thermo-élastique complètement couplé car l'effet de la dilatation des structures change peu leur géométrie, et donc leur dynamique intrinsèque). Enfin, l'autre couplage est la dissipation d'énergie vibratoire par amortissement, qui fait augmenter la température du rotor. Mais cet effet peut être négligé, surtout au regard des autres sources de changement de température (flux conducto-convectif et flux dû à l'interaction).

Les seules inconnues restantes sont donc les travail $W_{\text{interface} \rightarrow \text{rotor}}$ et chaleur $Q_{\text{interface} \rightarrow \text{rotor}}$ dus à l'interface. Ils sont données par des lois de comportement sur l'interface (cf. c/).

b/ {Stator⁻}

Le bilan d'énergie du stator est assez similaire à celui de l'aube. L'énergie cinétique est l'énergie due à la propagation des ondes créées par l'impact avec les aubes :

$$E_{c,\text{stator}} = E_{c,\text{ondes}}.$$

L'énergie potentielle mécanique est due à la déformation élastique :

$$E_{p,\text{stator}} = E_{\text{déf}}.$$

Le travail exercé sur le système vient d'un côté de l'interface avec les aubes et de l'autre du montage avec le reste du moteur :

$$W_{\text{stator}} = W_{\text{interface} \rightarrow \text{stator}} + W_{\text{montage} \rightarrow \text{stator}}.$$

Si le montage est fixe, on a $W_{\text{montage} \rightarrow \text{stator}} = 0$.

De même, les transferts thermiques se font à la fois du côté de l'interface avec les aubes et du côté du reste du montage :

$$Q_{\text{stator}} = Q_{\text{interface} \rightarrow \text{stator}} + Q_{\text{air} \rightarrow \text{stator}} + Q_{\text{montage} \rightarrow \text{stator}}.$$

Le transfert thermique $Q_{\text{interface} \rightarrow \text{stator}}$ est présent uniquement lors d'un contact et est localisé sur la partie de revêtement qui est en contact avec le rotor. Des données motoristes sont sans doute disponibles pour $Q_{\text{montage} \rightarrow \text{stator}}$ (je ne m'y suis pas intéressé dans ce travail). La chaleur due à l'interface peut s'exprimer de la manière suivante :

$$Q_{\text{interface} \rightarrow \text{stator}} = \int_{S_{\text{interface}}} q_{\text{interface}} dS$$

Enfin, l'énergie interne provient à la fois de l'énergie thermique U_{th} et des différentes énergies potentielles microscopiques des matériaux (énergies stockées sous formes chimique, d'écroutissage...) :

$$U_{\text{stator}} = U_{\text{th}} + E_{p,\text{micro}}$$

où

$$U_{\text{th}} = \int_{\text{stator}} CT dV.$$

Le système d'équation final est similaire à celui du rotor, à ceci près que les couplages thermo-mécaniques sont ici plus forts à cause du comportement irréversible du revêtement. Cependant, une possibilité pour simplifier les calculs de thermiques est de considérer que les termes sources dus à la dissipation d'énergie mécanique dans le volume du matériau sont négligeables par rapport au terme de flux $Q_{\text{interface} \rightarrow \text{stator}}$. En effet le terme de flux dépend de l'énergie directement dissipée à l'interface et on peut penser qu'il est bien supérieur à ce qui est ensuite dissipé dans le volume du revêtement (c'est l'hypothèse derrière l'équation 4.5 du chapitre 4).

Les inconnues $W_{\text{interface} \rightarrow \text{stator}}$ et $Q_{\text{interface} \rightarrow \text{stator}}$ sont fournies par le modèle de comportement de l'interface.

c/ {Interface}

Les différents termes sont les suivants :

$$\begin{aligned}
 E_{c,\text{interface}} &= E_{c,\text{particules éjectées}} + E_{c,\text{ondes}} \\
 E_{p,\text{interface}} &= E_{\text{déf}} \\
 W_{\text{interface}} &= W_{\text{rotor} \rightarrow \text{interface}} + W_{\text{stator} \rightarrow \text{interface}} \\
 Q_{\text{interface}} &= Q_{\text{rotor} \rightarrow \text{interface}} + Q_{\text{stator} \rightarrow \text{interface}} \\
 U_{\text{interface}} &= U_{\text{th}} + E_{p,\text{micro}}
 \end{aligned}$$

On a bien entendu (par la troisième loi de Newton et la définition d'un flux)

$$\begin{aligned}
 W_{\text{rotor} \rightarrow \text{interface}} &= -W_{\text{interface} \rightarrow \text{rotor}} \\
 W_{\text{stator} \rightarrow \text{interface}} &= -W_{\text{interface} \rightarrow \text{stator}} \\
 Q_{\text{rotor} \rightarrow \text{interface}} &= -Q_{\text{interface} \rightarrow \text{rotor}} \\
 Q_{\text{stator} \rightarrow \text{interface}} &= -Q_{\text{interface} \rightarrow \text{stator}}.
 \end{aligned}$$

On peut montrer par calcul (cf. le paragraphe d/ de la section 2.2.3.3) que le terme $E_{c,\text{particules éjectées}}$ est négligeable. On négligera également $E_{c,\text{ondes}}$ (il serait étonnant qu'il soit d'un ordre de grandeur supérieur à $E_{c,\text{particules éjectées}}$). On peut également négliger l'énergie de déformation, limitée par la limite d'élasticité du revêtement abrasable (il faudrait en toute rigueur faire un calcul pour estimer une borne supérieure). Comme expliqué en détail, notre choix de modélisation nous permet de dire que pour une transformation arbitraire, l'énergie thermique emmagasinée par le système est immédiatement restituée à l'extérieur. Comme il est peu probable qu'une autre forme de stockage d'énergie (écrouissage ou changement de phase) intervienne de manière quantitativement significative, on peut donc écrire :

$$\Delta U_{\text{interface}} = 0$$

pour un début et une fin de transformation quelconques. L'application du premier principe nous donne donc :

$$W_{\text{rotor} \rightarrow \text{interface}} = -W_{\text{stator} \rightarrow \text{interface}} - Q_{\text{rotor} \rightarrow \text{interface}} - Q_{\text{stator} \rightarrow \text{interface}}$$

soit :

$$W_{\text{rotor} \rightarrow \text{interface}} = W_{\text{interface} \rightarrow \text{stator}} + Q_{\text{interface} \rightarrow \text{rotor}} + Q_{\text{interface} \rightarrow \text{stator}}$$

ce qui veut dire que le travail fourni par l'aube $W_{\text{rotor} \rightarrow \text{interface}}$ est immédiatement, en partie retransmis au revêtement par $W_{\text{interface} \rightarrow \text{stator}}$, en partie dissipé sous forme de chaleur transférée au sommet d'aube et au revêtement.

La modélisation du chapitre 4 sous-entend que le travail du rotor sur l'interface, que l'on peut décomposer en

$$W_{\text{rotor} \rightarrow \text{interface}} = W_n + W_t$$

est entièrement retransmis au système {Stator⁻} pour ce qui concerne sa partie normale, et entièrement dissipé en ce qui concerne sa partie tangentielle, ce qui veut dire :

$$\begin{aligned}
 W_{\text{interface} \rightarrow \text{stator}} &= W_n \\
 Q_{\text{interface}} &= Q_{\text{interface} \rightarrow \text{rotor}} + Q_{\text{interface} \rightarrow \text{stator}} = W_t.
 \end{aligned}$$

La modélisation proposée au chapitre 4 permet le calcul de W_n et W_t par l'intermédiaire des forces de réaction F_n et F_t :

$$W_n = \int_{P \in \text{sommet}} \int_{r(P(t))} F_n, dr$$

$$W_t = \int_{P \in \text{sommet}} \int_{\theta(P(t))} F_t r d\theta$$

(La première intégrale de chacune des deux égalités permet d'obtenir le travail sur tout le sommet d'aube car les forces F_n et F_t sont linéiques et calculées pour chaque point P appartenant au sommet 1D de l'aube. La deuxième intégrale est une intégrale de chemin pour un travail entre deux instants).

Il nous manque une seule équation pour compléter le système : nous avons $Q_{\text{interface}} = Q_{\text{interface} \rightarrow \text{rotor}} + Q_{\text{interface} \rightarrow \text{stator}} = W_t$ mais il reste à partager le transfert thermique vers l'aube $Q_{\text{interface} \rightarrow \text{rotor}}$ du transfert thermique vers le revêtement $Q_{\text{interface} \rightarrow \text{stator}}$. Il nous faut donc une loi de comportement pour le partage des flux. Cela n'a pas été étudié en détail dans ce travail, mais il est possible d'utiliser, par exemple, un partage basé sur l'effusivité :

$$Q_{\text{interface} \rightarrow \text{rotor}} = \frac{E_{\text{aube}}}{E_{\text{aube}} + E_{\text{abradable}}} W_t$$

$$Q_{\text{interface} \rightarrow \text{stator}} = \frac{E_{\text{abradable}}}{E_{\text{aube}} + E_{\text{abradable}}} W_t$$

où E_{aube} est l'effusivité de l'aube et $E_{\text{abradable}}$ l'effusivité du revêtement abradable.

Index

- Abradable, **10**
- Arête extradados/arrière, **19, 20, 101**
- Arête intrados/avant, **19, 20, 101**
- Aube engageante, **19**

- Bandes de cisaillement adiabatique, **46**
- Biseau (algorithme du), **101**
- Bord d'attaque, **6, 20**
- Bord de fuite, **6, 13, 20**

- Campbell (diagramme de), **11, 114, 138**
- Carte d'interaction, **86, 86**
- Carte d'usure, **86, 86**
- Cinématique, **45**
- Cinématique configurationnelle, **45**
- Compresseur, **9**
- Configuration, **65**
- Configuration relâchée, **30**

- Diagramme de Campbell, **11, 114, 138**

- Étage, **11**
- Extradados, **11, 20, 35**

- Incursion (nominale), **17, 18, 30, 55**
- Incursion réelle, **31, 78**
- Incursion sans usure, **97, 101, 103, 105**
- Incursion théorique, **31, 55, 113**
- Incursion totale, **31, 79, 114**
- Intradados, **7, 20, 35**

- Lobes d'usure, **13**
- Longueur de corde, **19, 20, 35, 69, 100**

- Mécanisme d'interaction, **42**
- Mécanisme d'usure, **42**
- Modèle multi-vitesse, **90, 142**

- Pénétration dans l'interface, **31, 66**
- Pénétration géométrique maximale, **113, 113, 114, 139**
- Plasticité à l'interface, **50**

- Raidissement centrifuge, **11**
- Régime moteur, **11**

- Sommet d'aube, **8**
- Soufflante, **10, 21**
- Sous-consommation, **55**
- Sur-consommation, **55**
- Surface sans contact, **30**

- Troisième corps, **59**
- Turbine, **9**

- Usure, **8, 40**

- Zone de cisaillement primaire, **40, 41**
- Zone de cisaillement secondaire, **40, 41**

Bibliographie

- AFFERRANTE, L., CARBONE, G. et DEMELIO, G. (2012). Interacting and coalescing hertzian asperities : A new multiasperity contact model. *Wear*, 278:28–33.
- ANDERSSON, S., SÖDERBERG, A. et OLOFSSON, U. (2008). A random wear model for the interaction between a rough and a smooth surface. *Wear*, 264(9):763–769.
- BATAILLY, A. (2008). *Simulation de l'interaction rotor/stator pour des turbo-machines aéronautiques en configuration non-accidentelle*. Thèse de doctorat, Université de Nantes.
- BATAILLY, A. (2015). *Notice Coros 2.0*.
- BATAILLY, A., LEGRAND, M., MILLECAMP, A. et GARÇIN, F. (2012). Numerical-experimental comparison in the simulation of rotor/stator interaction through blade-tip/abradable coating contact. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 134(8):082504.
- BATAILLY, A., LEGRAND, M., MILLECAMP, A. et GARÇIN, F. (2014). High-pressure compressor blade dynamics under aerodynamic and blade-tip unilateral contact forcings. In *ASME Turbo Expo 2014 : Turbine Technical Conference and Exposition*, pages V07BT33A010–V07BT33A010.
- BATAILLY, A., LEGRAND, M. et PIERRE, C. (2011). Influence of abradable coating wear mechanical properties on rotor stator interaction. In *ASME 2011 Turbo Expo*, pages 941–950. American Society of Mechanical Engineers.
- BAÏZ, S. (2011). *Étude expérimentale du contact aube/abradable : contribution à la caractérisation mécanique des matériaux abrasables et de leur interaction dynamique sur banc rotatif avec une aube*. Thèse de doctorat, École Centrale de Lille.
- BERTHIER, Y. (1990). Experimental evidence for friction and wear modelling. *Wear*, 139(1):77–92.
- BERTHOUL, B., BATAILLY, A., LEGRAND, M., STAINIER, L. et CARTRAUD, P. (2015). Abradable coating removal in turbomachines : a macroscopic approach accounting for various wear mechanisms. In *ASME Turbo Expo 2015*, Montréal, Canada.
- BILL, R. C. et LUDWIG, L. P. (1980). Wear of seal materials used in aircraft propulsion systems. *Wear*, 59(1):165–189.
- BILL, R. C. et WISANDER, D. W. (1978). Friction and wear of several compressor gas-path seal materials. Rapport technique, NASA.
- BONET, J. et WOOD, R. D. (2008). *Nonlinear continuum mechanics for finite element analysis*. Cambridge university press.
- BOREL, M., NICOLL, A., SCHLÄPFER, H. et SCHMID, R. (1989). The wear mechanisms occurring in abradable seals of gas turbines. *Surface and Coatings Technology*, 39–40, Part 1:117 – 126. 16th International Conference on Metallurgical Coatings.

- BOUNAZEF, M., GUESSASMA, S. et SAADI, B. A. (2004). The wear, deterioration and transformation phenomena of abrasion coating BN–SiAl–bonding organic element, caused by the friction between the blades and the turbine casing. *Materials Letters*, 58(27):3375–3380.
- BRUNET, A. (2012). Problématique jeux-abradable. Snecma – communication interne.
- CARPENTER, N. J., TAYLOR, R. L. et KATONA, M. G. (1991). Lagrange constraints for transient finite element surface contact. *International journal for numerical methods in engineering*, 32:103–128.
- CUNY, M. (2012). *Contribution à la caractérisation locale des couples de matériaux mis en jeu lors du contact rotor/stator dans une turbomachine*. Thèse de doctorat, Université de Lorraine.
- DADOUCHE, A., CONLON, M., DMOCHOWSKI, W., LIKO, B. et BEDARD, J.-P. (2008). Experimental evaluation of abrasion seal performance at high temperature. In *ASME Turbo Expo 2008 : Power for Land, Sea, and Air*, pages 143–150. American Society of Mechanical Engineers.
- DURAMOU, Y., BOLOT, R., SEICHEPINE, J. L., DANLOS, Y., BERTRAND, P., MONTAVON, G. et SELEZNEFF, S. (2014). Relationships between microstructural and mechanical properties of plasma sprayed AlSi-Polyester composite coatings : Application to abrasion materials. In *Key Engineering Materials*, volume 606, pages 155–158. Trans Tech Publ.
- FILLOT, N., IORDANOFF, I. et BERTHIER, Y. (2007). Wear modeling and the third body concept. *Wear*, 262(7):949–957.
- FOIS, N., STRINGER, J. et MARSHALL, M. (2013). Adhesive transfer in aero-engine abrasion linings contact. *Wear*, 304(1):202–210.
- FOIS, N., WATSON, M., STRINGER, J. et MARSHALL, M. (2014). An investigation of the relationship between wear and contact force for abrasion materials. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J : Journal of Engineering Tribology*, page 1350650114545139.
- GODET, M. (1984). The third-body approach : a mechanical view of wear. *Wear*, 100(1):437–452.
- GROOVER, M. P. (2007). *Fundamentals of modern manufacturing : materials processes, and systems*. John Wiley & Sons, New York.
- HOL, J., ALFARO, M. C., DE ROOIJ, M. et MEINDERS, T. (2012). Advanced friction modeling for sheet metal forming. *Wear*, 286:66–78.
- HUGHES, T. J. (2000). *The finite element method : linear static and dynamic finite element analysis*. Courier Corporation.
- JIANG, J., AHRENS, J. et ULBRICH, H. (2002). Modeling of normal contact forces during the interaction between blade and casing. In *The 9th international symposium on transport phenomena and dynamics of rotating machinery*.
- JIN, X. et ZHANG, L. (2012). A statistical model for material removal prediction in polishing. *Wear*, 274:203–211.
- JOHNSTON, R. (2009). The sensitivity of abrasion coating residual stresses to varying material properties. *Journal of Thermal Spray Technology*, 18(5-6):1004–1013.
- JOHNSTON, R. (2011). Mechanical characterisation of AlSi-hBN, NiCrAl-Bentonite, and NiCrAl-Bentonite-hBN freestanding abrasion coatings. *Surface and Coatings Technology*, 205(10):3268–3273.
- JOHNSTON, R. et EVANS, W. (2007). Freestanding abrasion coating manufacture and tensile test development. *Surface and Coatings Technology*, 202(4):725–729.

- KRAJČIN, I. et SÖFFKER, D. (2003). Model-based estimation of contact forces in rotating machines. *In 4th IMAC symposium on mathematical modeling.*
- LANGLOIS, M. (2015). *Comportement mécanique de matériaux abradables sous sollicitations dynamiques multiaxiales.* Thèse de doctorat, École centrale de Lille.
- LAVERTY, W. (1982). Rub energetics of compressor blade tip seals. *Wear*, 75(1):1–20.
- LEGRAND, M., BATAILLY, A. et PIERRE, C. (2011). Numerical investigation of abradable coating removal in aircraft engines through plastic constitutive law. *Journal of Computational and Nonlinear Dynamics*, 7(1).
- MA, X. et MATTHEWS, A. (2007). Investigation of abradable seal coating performance using scratch testing. *Surface and Coatings Technology*, 202(4):1214–1220.
- MA, X. et MATTHEWS, A. (2009). Evaluation of abradable seal coating mechanical properties. *Wear*, 267:1501–1510.
- MAMALIS, A. et VORTSELAS, A. (2012). Wear of ceramic interfaces : Multiscale statistical simulation. *Wear*, 294:402–408.
- MANDARD, R. (2015). *Identification des mécanismes d'interaction aube-abradable à l'aide d'essais instrumentés sur banc d'essai rotatif et corrélation avec les forces d'interaction.* Thèse de doctorat, École Centrale de Lille.
- MANDARD, R., WITZ, J.-F., BOIDIN, X., FABIS, J., DESPLANQUES, Y. et MERIAUX, J. (2015). Interacting force estimation during blade/seal rubs. *Tribology International*, 82:504–513.
- MARSCHER, W. D. (1980). A phenomenological model of abradable wear in high performance turbomachinery. *Wear*, 59(1):191–211.
- MENG, H. et LUDEMA, K. (1995). Wear models and predictive equations : their form and content. *Wear*, 181:443–457.
- MILLECAMPS, A. (2010). *Interaction aube-carter : contribution de l'usure de l'abradable et de la thermomécanique sur la dynamique d'aube.* Thèse de doctorat, Université de Lille.
- MILLECAMPS, A. (2015). Snecma – communication interne.
- NA, Z., HAIJUN, X., CHAOPENG, G. et WEIRONG, H. (2015). High-speed abrasion experimental research of an abradable seal rubber. *In The 14th IFToMM World Congress, Taipei, Taiwan.*
- PADOVA, C., BARTON, J., DUNN, M. G., MANWARING, S., YOUNG, G., ADAMS, M. et ADAMS, M. (2005). Development of an experimental capability to produce controlled blade tip/ shroud rubs at engine speed. *Journal of turbomachinery*, 127(4):726–735.
- PADOVA, C., DUNN, M. G., BARTON, J., TURNER, K., TURNER, A. et DITOMMASO, D. (2011). Casing treatment and blade-tip configuration effects on controlled gas turbine blade tip/shroud rubs at engine conditions. *Journal of Turbomachinery*, 133(1):011016.
- PÕDRA, P. et ANDERSSON, S. (1997). Wear simulation with the winkler surface model. *Wear*, 207(1):79–85.
- POPOV, V. (2010). *Contact mechanics and friction : physical principles and applications.* Springer Science & Business Media.
- RABINOWICZ, E. (1995). *Friction and wear of materials.* Wiley, New York.

- RATHMANN, U., OLMES, S. et SIMEON, A. (2007). Sealing technology : Rub test rig for abrasive/abradable systems. In *ASME Turbo Expo 2007 : Power for Land, Sea, and Air*, pages 223–228. American Society of Mechanical Engineers.
- RIBESSE, A. (2015). Non publié. Université Catholique de Louvain – Communication du projet MEDEA.
- SALVAT, N., BATAILLY, A. et LEGRAND, M. (2013). Modeling of abradable coating removal in aircraft engines through delay differential equations. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 135(10):102102.
- SAMTECH (2011). *Samcef user manual 14.1*.
- SCHMID, R. K. (1997). *New high temperature abradables for gas turbines*. Thèse de doctorat, Swiss federal institute of technology Zurich.
- SHI, B. et ATTIA, H. (2010). Current status and future direction in the numerical modeling and simulation of machining processes : a critical literature review. *Machining Science and Technology*, 14(2):149–188.
- STERNCHÜSS, A. (2009). *Multi-level parametric reduced models of rotating bladed disk assemblies*. Thèse de doctorat, École Centrale de Paris.
- STOLZ, C. (2010). Thermodynamical description of running discontinuities : Application to friction and wear. *Entropy*, 12(6):1418–1439.
- STRINGER, J. et MARSHALL, M. (2012). High speed wear testing of an abradable coating. *Wear*, 294:257–263.
- VINCENT, J. (2015). *Étude expérimentale des interactions aube-abradable à très grandes vitesses : influence du matériau et de sa microstructure*. Thèse de doctorat, Université de Lorraine.
- WIKIPÉDIA (2015a). Predictor–corrector method — wikipédia, l’encyclopédie libre. [En ligne ; Page disponible le 2-novembre-2015].
- WIKIPÉDIA (2015b). Propulsion des aéronefs — wikipédia, l’encyclopédie libre. [En ligne ; Page disponible le 6-juillet-2015].
- WIKIPÉDIA (2015c). Turboréacteur — wikipédia, l’encyclopédie libre. [En ligne ; Page disponible le 6-juillet-2015].
- WILLIAMS, R. J. (2011). Simulation of blade casing interaction phenomena in gas turbines resulting from heavy tip rubs using an implicit time marching method. In *ASME Conference Proceedings : Turbo Expo 2011*, pages 1007–1016.
- WILSON, S. et METCO, S. (2013). Abradable thermal spray applications and technology. *ASM Handbook, Thermal spray technology*.
- WRIGHT, T. W. (2002). *The physics and mathematics of adiabatic shear bands*. Cambridge University Press, Cambridge.
- YI, M., BAIYUN, H. et JIAWEN, H. (2002). Erosion wear behaviour and model of abradable seal coating. *Wear*, 252(1):9–15.
- YI, M., HE, J., HUANG, B. et ZHOU, H. (1998). Abradability evaluation and tribological behaviour of abradable seal coating. *Transactions of Nonferrous Metals Society of China*, 8(3):459–467.
- YI, M., HE, J., HUANG, B. et ZHOU, H. (1999). Friction and wear behaviour and abradability of abradable seal coating. *Wear*, 231(1):47 – 53.

Bérenger BERTHOUL

Prise en compte du comportement des matériaux abrasables dans la modélisation de l'interaction aube/carter

Modelling of blade/casing interaction taking into account abrasable material behavior

Résumé

L'augmentation du rendement des moteurs d'avion est un enjeu majeur pour les constructeurs afin de satisfaire à des exigences environnementales et économiques toujours plus contraignantes. Le travail présenté ici s'inscrit dans le contexte d'une recherche de l'augmentation du rendement par la maîtrise et la réduction des jeux fonctionnels entre les parties tournante (rotor) et fixe (stator) d'un moteur. Afin de permettre des contacts avec le stator, inévitables pour des jeux fonctionnels faibles, une solution privilégiée par certains motoristes depuis une cinquantaine d'années est de déposer sur le carter un revêtement spécifique, dit abrasable, conçu pour s'user préférentiellement lors d'un contact, laissant ainsi le rotor intact. Diverses expériences réalisées par le motoriste Snecma soulignent cependant la possibilité d'une résonance sous l'effet de contacts répétés entre une aube et le revêtement abrasable lui faisant face. L'intérêt de la simulation numérique du phénomène est évident: permettre de prédire, en évitant des essais coûteux, les configurations d'interaction --- géométries d'aube, vitesses de rotation, types de matériaux abrasables --- pour lesquelles le jeu rotor/stator est minimisé et l'amplitude de la réponse dynamique de l'aube est limitée. Obtenir un outil prédictif impose cependant de relever certains défis numériques et nécessite des développements spécifiques. Ce travail s'inscrit dans le cadre numérique suivant: une aube flexible, modélisée par éléments finis en 3D, vient impacter le revêtement abrasable. L'apport du présent travail se situe dans le développement d'une loi de comportement des matériaux abrasables lors d'un impact avec l'aube. Il commence par une analyse précise des paramètres caractéristiques d'une interaction, avec quantification en ordre de grandeur. La phénoménologie de l'usure des matériaux abrasables est ensuite analysée, et les principaux mécanismes d'usure à l'œuvre lors d'une interaction sont déduits: plasticité à l'interface, labourage, microrupture et usinage. Une modélisation simplifiée des mécanismes est proposée, et les lois de comportement correspondantes sont implémentées au sein d'un code de contact explicite, avec l'emploi d'un nouvel algorithme dit d'usure différée. Suit, une fois validées les lois de comportement et l'algorithme, une présentation de l'influence des paramètres d'un matériau abrasable sur la dynamique de l'aube et l'usure du revêtement. La combinaison de l'algorithme d'usure différée et des lois d'interaction phénoménologiques permet d'observer une dynamique d'aube et une usure du revêtement en cohérence avec les observations expérimentales; les paramètres matériaux correspondent à des mécanismes d'interaction réels et peuvent être estimés à partir des données de la littérature. Ce travail permet ainsi d'apporter au code de calcul existant un modèle de comportement du matériau abrasable fondé sur la phénoménologie rapportée par la littérature et compatible avec une utilisation dans le cadre industriel avec des géométries d'aubes réelles.

Mots clés

Mécanique du solide, méthode des éléments finis, contact, usure, matériaux abrasables, turbomachines

Abstract

Increasing the efficiency of aircraft engines is a major challenge for manufacturers to meet more stringent environmental and economic requirements. The work presented here is in the context of control and reduction of clearance between the rotating parts (rotor) and stationary parts (stator) of an engine. For low functional clearances, contacts between the blades and the casing are bound to happen, and the solution favored by some engine manufacturers over the last fifty years is to coat the casing with a special abrasable material, designed to be worn out preferentially during a contact, thereby leaving intact the rotor. However, various experiments carried out by the engine manufacturer Snecma emphasized the possibility of resonance under the effect of repeated contacts between a blade and the abrasable coating facing it. The interest for a numerical simulation of the phenomenon is clear: while avoiding costly tests, help in the prediction of blade geometries, rotational speeds, types of abrasable materials, for which the configuration is safe – where the rotor/stator clearance is minimized and the amplitude of the dynamic response of the blade is limited. However, developing such a predictive numerical tool requires to solve numerical challenges and requires specific developments. The numerical context is the following: a flexible blade, modeled by 3D finite elements, impacts the abrasable coating. The contribution of this work lies in the development of a behavior law of abrasable materials when being impacted by a blade. First, a precise analysis of the characteristic parameters of an interaction with quantification in order of magnitude is presented. The phenomenology of wear abrasable material is then analyzed and the main wear mechanisms at work during an interaction are deduced: plasticity to the interface, plowing, microbreakage and machining. A simplified model of the mechanisms and the corresponding behavior laws are implemented within an explicit contact software, with the use of a new algorithm taking into account the wear of the coating. Once validated the laws of behavior and the algorithm, the influence of parameters of an abrasable material on the dynamics of the blade and the wear of the coating is presented. The combination of the new wear algorithm and the phenomenological laws of interactions results in a blade dynamics and a coating wear consistent with experimental observations. Material parameters correspond to real interaction mechanisms and can be estimated from the literature. This work allows for an improvement of the existing code by a behavior model of the abrasable material based on the phenomenology reported by the literature, and can be used in an industrial environment.

Key Words

Solid mechanics, finite elements method, contact, wear, abrasable materials, turbomachinery